Г. Н. Дульнев

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН в радиоэлектронной аппаратуре

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебника для студентов высших учебных заведений по специальностям «Конструирование и производство радиоэлектронной аппаратуры», «Конструирование и производство электронно-вычислительной аппаратуры»

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1984

ББК 32.844
Д81
УДК 621.396.6

Рецензенты: кафедра «Конструирование и производство радиоаппаратуры» Куйбышевского авиационного института им. акад. С. П. Королева (Зав. кафедрой канд. техн. наук А. И. Меркулов); д-р техн. наук, проф. В. П. Исаченко

Дульнев Г. Н.

Д81 Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре: Учебник для вузов по спец. «Конструир. и произв. радиоаппаратуры». — М.: Высш. шк., 1984. — 247 с., ил.

В пер.: 85 к.

В учебнике изложены методы расчета тепловых и влажностных режимов радиоэлектронных аппаратов, а также дано общее представление о системах охлаждения, применяемых для отвода теплоты от электронного аппарата, их выборе и расчете.

Д $\frac{2303010000-089}{001(01)-84}$ 114—84

ББК 32.844
6Ф2.1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Специалисты в области создания новых радиоэлектронных аппаратов (РЭА) знают, что расчеты теплового и влажностного режимов аппаратов столь же необходимы, как и расчеты, связанные с функциональным назначением их.

Интуитивные методы проектирования РЭА и в частности реализация нормального теплового режима складывались годами. Такой подход в настоящее время оказывается не в состоянии обеспечить выбор в исключительно сжатые сроки безошибочных, близких к оптимальным решений. Одной из важных задач, поставленных XXVI съездом КПСС, является интенсификация процесса создания новой техники на основе применения систем автоматизированного проектирования (САПР). В этом случае анализ температурного и влажностного режимов составляет подсистему «тепловые режимы». С этих позиций в книге рассмотрены физические основы процессов тепло- и массообмена в РЭА, различные системы охлаждения и методы измерения тепловых, аэрогидромеханических и влажностных параметров.

Учебник рассчитан на читателей, имеющих общую подготовку по физике и математике в объеме технического вуза. Большое внимание в нем уделяется как теоретическим основам, так и практической стороне изучаемых вопросов, а именно: методам оценки теплового и влажностного режимов отдельных РЭА, микросхем, элементов; рациональному выбору системы охлаждения, знакомству с тепловой элементной базой, обеспечению и контролю требуемой температуры и влажности в РЭА при различных условиях их эксплуатации.

Развитию практических навыков способствует большое количество помещенных в учебнике примеров, которые целесообразно рассматривать на практических занятиях. В книге имеется два приложения: в приложении А помещены таблицы физических свойств некоторых веществ, а также технические данные устройств, используемых для охлаждения РЭА. В приложении Б приведены решения отдельных задач. Их нецелесообразно рассматривать на лекциях, тем не менее они могут представлять практический интерес. Весь курс рассчитан примерно на 42 часа лекций, 14 часов практических занятий и 14 часов лабораторных работ. При составлении учебника автор использовал свой двадцатипятилетний опыт преподавания различных курсов по тепло- и массообмену вообще и тепловым режимам приборов в частности, а также опыт научной работы в проблемной лаборатории теплофизики Ленинградского института точной механики и оптики.

Автор будет благодарен за все замечания и пожелания, направленные на улучшение книги.

Автор

Глава 1

ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

§ 1.1. Общая характеристика тепло- и массообмена в РЭА

Рассмотрим отдельные составные части электронной аппаратуры и условимся о терминах. *Радиодеталью* или *элементом* называют неделимую часть конструкции (конденсатор, резистор, электронная лампа, транзистор и т. д.). Модули, микромодули, интегральные схемы — это простейшие законченные конструкции, состоящие из элементов и выполняющие определенную функцию, например усилителя, логической схемы. Их иногда называют функциональными узлами (рис. 1.1, *а*). Типовой элемент замены — *узел* или *кассета* — представляет собой законченную конструкцию, состоящую из функциональных узлов и элементов *1*, монтажной платы *2* и электрического монтажа (рис. 1.1, *б*). Блок — законченная конструкция, состоящая из узлов, модулей, элементов монтажа, смонтированная на общем шасси, каркасе, плате (рис. 1.2, *а*). Субпанель объединяет типовые элементы замены; панель состоит из субпанелей; из перечисленных устройств собирают стойки, пульты управления и т. д. (рис. 1.2, *б*). Все эти термины весьма условны и приведены для уточнения понятий, которые будут встречаться в дальнейшем. Будем применять также термин радиоэлектронный аппарат (РЭА), подразумевая приборы, пульты, стойки независимо от их конструктивного оформления и функционального назначения.

Источниками теплоты в РЭА являются различные электрические устройства и отдельные радиодетали. Потребляемая радиодеталями электрическая энергия преобразуется в них в электромагнитную, механическую, тепловую и другие виды энергии. Иными словами, часть потребляемой радиодеталями энергии превращается в полезные сигналы, остальная — в теплоту. Известно, что в блоках, собранных из крупных деталей (электронные лампы, трансформаторы и т. д.), только 5—10% потребляемой энергии превращается в энергию полезных сигналов; в полупроводниковых устройствах энергетическое соотношение немного лучше.

Одним из важнейших первичных факторов, влияющих на тепловой режим РЭА, являются изменение температуры окружающей среды и внешние тепловые потоки, например солнечная радиация. К вторичным факторам относят давление внутри корпуса РЭА, наличие невесомости, влажность, запыленность. Так, при повышенной влажности окружающего воздуха, используемого для охлаждения РЭА, часто приходится принимать специальные меры для уменьшения влажности или защиты от нее.

Радиоэлектронные комплексы по условиям их эксплуатации можно разбить на пять групп: стационарные, наземные передвижные, корабельные, самолетные, ракетно-космические [5, 17].

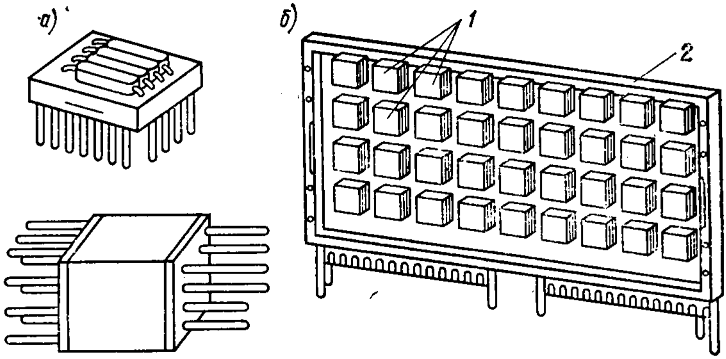


Рис. 1.1. Конструктивное оформление РЭА:
а — микросхемы и микромодули; *б* — типовой элемент замены (кассета)

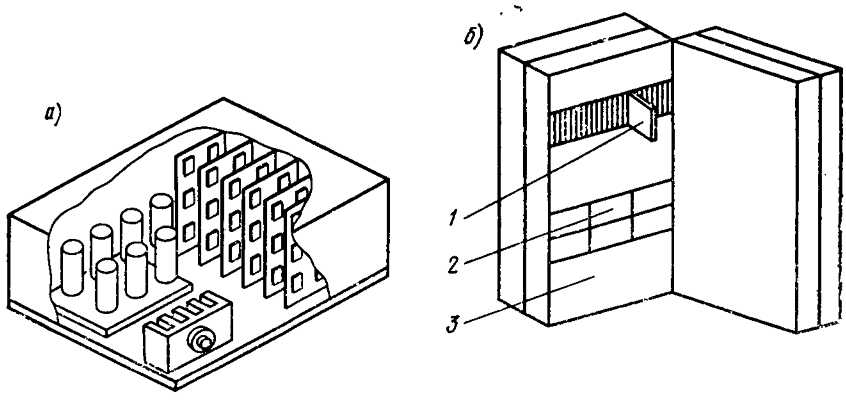


Рис. 1.2. Конструкции РЭА:
а — блок; *б* — стойка; *1* — кассета; *2* — субпанели; *3* — панели

Стационарние РЭА размещаются в зданиях и других стационарных помещениях. Режим работы длительный, диапазон изменения температуры в помещениях невелик (от +5 до +50° С), давление воздуха нормальное, запыленность используемого для охлаждения воздуха невелика. Обычно к габаритам, массе и потребляемой мощности не предъявляют жестких требований.

Наземные передвижные РЭА размещают в кузовах автомобилей, на железнодорожных платформах и т. д. Режим работы длительный, давление близко к атмосферному, влажность и запыленность могут быть большими, диапазон изменения температуры окружающей среды от —60 до +60° С. Габариты, масса и потребляемая мощность ограничены.

Корабельные РЭА могут располагаться в закрытых отсеках или палубных надстройках. В первом случае условия близки к условиям стационарных РЭА, во втором — передвижных наземных. Режим работы длительный, давление близко к нормальному, запыленность низкая, влажность высокая.

Самолетные РЭА располагаются в герметичных или негерметичных отсеках, где обычно не присутствует обслуживающий персонал. Используются как длительный, так и кратковременный и периодический режимы работы. Внешние тепловые воздействия, как правило, длительные в ограниченном диапазоне температур благодаря централизованной системе кондиционирования. Давление воздуха и внешние тепловые воздействия могут быстро изменяться, влажность воздуха зависит от характера полета. Габариты, масса и потребляемая мощность весьма ограничены.

Ракетно-космические РЭА размещаются в герметичных и негерметичных отсеках ракет и космических аппаратов. Различные условия при движении в плотных слоях атмосферы, при полете по околоземным орбитам и в дальнем космосе предъявляют жесткие требования к системе обеспечения теплового режима (минимальные габариты, масса, потребляемая мощность); вакуум и наличие невесомости еще более усложняют работу этих систем.

Тепло- и влагостойкость элементов РЭА. Радиодетали и электрорадиоматериалы обладают ограниченной теплостойкостью, т. е. могут нормально работать лишь в заданном диапазоне температур. Причина этого в различных физических и химических процессах, которые при повышении (или понижении) температуры либо развиваются лавинообразно, либо приводят к усиленному старению материалов.

Для практической оценки пользуются понятием надежности *как свойства РЭА выполнять заданные функции в определенных условиях эксплуатации.* Надежность зависит от большого числа факторов, в том числе от температуры и влажности. В качестве показателя надежности используют понятие интенсивности отказов Λ — *плотность распределения наработки до первого отказа.*

Рассмотрим простейшую модель, в которой полагают: а) отказы элементов являются случайными и независимыми событиями; б) отказ одного элемента приводит к отказу РЭА. Расчет надежности для принятой модели осуществляется по формулам [17]

$$\Lambda=\sum_{i=1}^{n}\Lambda_i;\quad \Lambda_i=\Lambda_{i0}\prod_{j=1}^{m}K_{ij}, \tag{1.1}$$

где Λ, Λ_i — интенсивности отказов РЭА и i-го элемента; Λ_{i0} — интенсивность отказа i-го элемента при некоторых стандартных условиях его использования; K_{ij} — коэффициенты, учитывающие влияние j-го фактора на i-й элемент при воздействии только температуры; n — число элементов; m — число факторов, характеризующих условия эксплуатации.

Интенсивность отказов для элементов РЭА определяют опытным путем; она приводится в соответствующих справочных материалах. Для большинства элементов РЭА зависимость (1.1) с учетом влияния только температуры можно аппроксимировать формулой

$$\Lambda_i = A\Lambda_{i0}\exp[b(T-T_0)]. \tag{1.2}$$

Здесь T и T_0 — температура элемента в реальных и стандартных условиях; A, b — экспериментальные коэффициенты.

Практические приемы расчета параметра Λ_i можно найти в ряде руководств, в частности в [17]. Оценим, как меняется интенсивность отказов при изменении температуры. Введем для этого параметр

$$\Delta\Lambda = \frac{\Lambda_i(T+10) - \Lambda_i(T)}{\Lambda_i(T)} 100\,\%. \tag{1.3}$$

Он характеризует изменение интенсивности отказов элементов РЭА при изменении температуры T окружающей среды на 10 K.

Для различных элементов $\Delta\Lambda$ имеет следующие значения (%):

Резисторы	8—25	Транзисторы:	
Полупроводниковые диоды:		германиевые	22
германиевые	65	кремниевые	13
кремниевые	28	трансформаторы и дроссели	27
конденсаторы	20—50		

В состав РЭА входят различные элементы, их надежность поразному зависит от температуры, поэтому изменение интенсивности отказов РЭА от температуры определяется еще и числом элементов каждого типа. Наглядный способ приближенной оценки для блоков РЭА с воздушным охлаждением приводится в [17]:

$$\Lambda(T) = \Lambda(20)\exp[0{,}022(T_{\text{в.ср}} - 293)], \tag{1.4}$$

где Λ (20) — интенсивность отказов РЭА при $T_{\text{в.ср}} = 293$ K (20° C); $T_{\text{в.ср}}$ — средняя температура воздуха в РЭА. блока

Как следует из формулы (1.4), при изменении температуры воздуха внутри блока на 10 K интенсивность отказов увеличивается на 25%. Более точные расчеты по надежности рассмотрены во многих литературных источниках, например в [5, 16].

При конструировании необходимо учитывать комплексное воздействие факторов. Анализ статистических данных об отказах показывает, что нестабильность параметров элементов из-за воздействия температуры составляет 60—70%, а из-за совместного воздействия температуры и влажности — 95—98% от общей нестабильности.

При определенном количестве поглощенной влаги свойства изоляционных материалов изменяются, что может явиться причиной отказов элементов РЭА. Для конденсаторов, например, критическая влажность составляет 30—50%, для углеродистых резисторов — 70—80%, для полупроводниковых приборов — 40%, для пьезоэлектрических преобразователей — 50%. Наиболее опасным является соприкосновение элементов РЭА с водяными каплями или водой, что происходит при конденсации на элементах водяных паров из атмосферы, смачивании их брызгами, погружении в воду.

Рассмотрим понятия нормального теплового и влажностного режимов РЭА и способы их обеспечения.

Совокупность температур всех радиодеталей, из которых собран аппарат, т. е. его температурное поле, характеризует *тепловой режим* аппарата. Значения влажности воздуха в различных областях РЭА определяют его *влажностный режим*. Все детали в аппарате должны работать в нормальных тепловом и влажностном режимах. Для их обеспечения обычно принимают следующие меры:

предусматривают специальные средства охлаждения отдельных радиодеталей и аппаратуры в целом и меры для уменьшения влажности;

термостатируют узлы и блоки, используют устройства для защиты от влаги;

выбирают в зависимости от ожидаемых температур и влажности определенные типы радиодеталей, а также конструкции РЭА;

изменяют схему прибора для уменьшения мощности тепловыделения на деталях.

Как правило, эти меры имеют и нежелательные последствия — увеличение размеров РЭА, необходимость установки дополнительного оборудования, повышенный расход энергии, увеличение массы и усложнение конструкции. Принимаемые меры нужно технически обосновать, а для этого необходимо уметь оценить тепловой режим различных вариантов конструкции аппарата еще на стадии его проектирования. Решение последней задачи возможно только в том случае, когда известны методы расчета температурного поля и влажности различных РЭА. В противном случае приходится прибегать к способу проб и ошибок, который после трудоемких и мучительных экспериментальных поисков позволяет остановиться на той или иной конструкции аппарата. Сейчас специалисты в области создания новых РЭА пришли к убеждению: расчеты тепловых полей и влажностного режима РЭА не менее важны, чем расчеты электрических и магнитных полей.

Типовые задачи тепло- и массообмена в РЭА. При проектировании отдельных элементов — резисторов, терморезисторов, полупроводниковых диодов, транзисторов — необходимо знать зависимость между габаритами, конструктивным оформлением, условиями эксплуатации этих элементов и их электрическими (статическими и динамическими) характеристиками, определить условия теплового пробоя, надежность работы. Не имея такого рода зависимостей, невозможно всесторонне обосновать конструкцию элемента и условия его эксплуатации.

При создании интегральных схем приходится решать задачу компактного размещения пассивных и активных элементов. Обычно эта задача решается исходя из требований трассировки. Только в последнее время задача размещения элементов стала решаться комплексно — с учетом требований как трассировки, так и теплообмена между элементами.

На конструкцию РЭА существенно влияют способы охлаждения, поэтому их нужно выбирать на ранней стадии проектирования, т. е. на стадии технического предложения или эскизного проекта, когда информация крайне ограничена и сводится обычно к заданию суммарной рассеиваемой мощности, диапазона возможного изменения температуры окружающей среды, влажности, давления, времени непрерывной работы, габаритов помещения, допустимой температуры элементов. По этим данным проектировщик должен обосновать выбор системы охлаждения аппаратуры, суметь оценить вероятность обеспечения заданного теплового режима РЭА.

В дальнейшем расчет ведут по следующей схеме. Пусть, например, оценочные расчеты привели к необходимости остановиться на замкнутой системе принудительного воздушного охлаждения блока РЭА. Затем выбирают тип теплообменника, насоса, прокачивающего воздух через теплообменник и РЭА. Это требует проведения серии тепловых и гидравлических расчетов с учетом промышленной номенклатуры теплообменников, насосов и т. д. На этом этапе проектирования необходимо определить влажность внутри отдельных областей блока и оценить возможность конденсации влаги на поверхностях элементов. Затем требуется обосновать размещение плат внутри блока и элементов на каждой плате, при этом каждая комбинация влечет за собой анализ температурного поля блока. Заметим, что при обосновании оптимальной конструкции параллельно проводятся различные электрические, механические, а также функциональные расчеты, связанные с основным назначением РЭА. Соответствующие процессы, как правило, взаимосвязаны, что должно быть отражено в алгоритме общего расчета. Решение подобной задачи может быть осуществлено только на основе системного подхода с применением системы автоматизированного проектирования (САПР).

Для обеспечения теплового режима применяют различные типовые элементы и устройства систем охлаждения, а именно: радиаторы, нагнетатели, теплообменники, тепловые трубы, вихревые трубы, микрохолодильники, термостаты, термоэлектрические и криогенные устройства. При этом надо знать физические основы работы устройств, их промышленные типы и основные характеристики, уметь обоснованно выбрать тот или иной элемент или устройство, произвести необходимые тепловые и гидравлические расчеты.

Пока еще не удается спроектировать РЭА, который без предварительного испытания на макетах можно сразу запускать в производство. Обычно отдельные испытания и доработки проводятся на макетах и существенная доля времени идет на изучение теплового и влажностного режимов. Инженеру-проектировщику РЭА приходится измерять температуру, влажность, расход хладоагента и т. д. Поэтому необходимо знать основы современной измерительной техники.

Таков весь комплекс перечисленных типовых задач исследований процессов тепло- и массообмена в РЭА, нашедших отражение в данном курсе.

Краткий исторический очерк. Основы учения о тепломассообмене были заложены еще М. В. Ломоносовым, создавшим механическую теорию теплоты и установившим закон сохранения материи и энергии. Учение о теплоте начало интенсивно развиваться в XIX в. в связи с изобретением паровой машины, паровой турбины и двигателя внутреннего сгорания. Позднее, с развитием техники и значительным ростом мощности отдельных агрегатов, стала возрастать роль процессов переноса энергии, и им стали уделять все больше внимания в различных отраслях техники — строительстве, металлургии, холодильной, электротехнической промышленности и т. д. В начале XX в. учение о тепломассообмене представляло собой в основном собрание эмпирических данных. Успехи прикладной физики позволили в первой половине века разработать общую методологию исследования, пересмотреть, уточнить и привести в стройную научную систему накопившийся теоретический и эмпирический материал. Развитие науки о тепломассообмене в Советском Союзе в этот период связано с работами школы акад. М. В. Кирпичева, к которой принадлежат также выдающиеся теплофизики М. А. Михеев, В. А. Кириллин, А. С. Шейндлин, М. А. Стырикович, С. С. Кужилин, А. П. Ваничев, С. Н. Шорин, М. Г. Вукалович и др., создавшие оригинальные методы исследования и определившие пути развития этой науки.

В эпоху становления радиотехники и электроники разработчики относились к различным осложнениям, возникавшим из-за перегрева отдельных элементов аппаратуры и выхода ее из строя, как к досадной, но не очень серьезной помехе, устранение которой, как казалось, не представляет особых трудностей. В 50-е годы теплофизики стали более внимательно изучать процессы теплообмена в РЭА, а наиболее дальновидные руководители проектов по разработке РЭА стали создавать небольшие группы теплофизиков и аэродинамиков. Психологические барьеры между теплофизиками и радиотехниками вначале существенно затрудняли взаимопонимание, что мешало созданию оптимальных проектов. В 60-е годы необходимость грамотного решения вопросов тепломассообмена в РЭА стала настолько очевидной, что почти во всех специализированных учреждениях, разрабатывавших РЭА, появились группы, лаборатории, отделы по тепловым режимам РЭА.

В 70-е годы в учебные планы вузов, готовивших специалистов по проектированию РЭА, электронно-вычислительных машин и т. д., были включены курсы по теплообмену в РЭА.

§ 1.2. Основные понятия и законы переноса энергии и вещества

1.1

Процессы тепломассообмена в природе. Тепломассообмен — раздел физики, в котором рассматриваются процессы переноса теплоты (энергии) и массы (вещества).

Явления теплообмена связаны с необратимым переносом энергии из одной части пространства в другую и вызваны разностью температур, а явления масообмена — с перемещением вещества из одной части пространства в другую и вызваны разностью концентраций.

Если теплообмен и массообмен сопутствуют друг другу и их приходится рассматривать во взаимосвязи, то имеем дело с *тепломассообменом*. Когда явления теплообмена и массообмена мало влияют друг на друга, их можно рассматривать порознь; иногда имеет место только какое-нибудь одно явление. Соответствующие процессы в этих случаях называют процессами *тепло- и массообмена, теплообмена, массообмена.*

Различают три вида переноса энергии в виде теплоты: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

Теплопроводность — молекулярный перенос теплоты в сплошной среде, вызванный разностью температур.

Конвекция — процесс переноса теплоты при перемещении макроскопических объемов жидкости или газа из области с одной температурой в область с другой; при этом перенос теплоты неразрывно связан с переносом вещества. Процессы конвекции сопровождаются теплопроводностью; этот совместный процесс называется *конвективным теплообменом.* Тепловое излучение — процесс переноса теплоты, обусловленный превращением внутренней энергии вещества в энергию излучения, переносом ее в виде электромагнитных волн и поглощением веществом.

Перенос вещества происходит с помощью диффузии и конвективного массообмена. Диффузия — молекулярный перенос вещества в среде, вызванный разностью концентраций (концентрационная диффузия), температур (термодиффузия) или давлений (бародиффузия). Конвективный массообмен — перенос вещества, вызванный совместным действием конвективного переноса вещества и молекулярной диффузии.

Приведем примеры, связанные с переносом теплоты и массы в природе: а) теплообмен человека со средой; б) перенос теплоты из жилища в окружающую среду (через окна, двери, стены) и, наоборот, из среды в жилище; в) перенос энергии от Солнца к Земле; г) различные способы переработки вещества и продуктов — все эти процессы связаны с переносом энергии и вещества в пространстве (тепломассообмен). Такие процессы, как испарение, сушка, образование облаков, представляют собой целый комплекс явлений тепломассообмена, сопровождающихся *фазовыми превращениями.*

Для своих нужд люди используют в некоторых случаях лишь какое-нибудь одно явление, например процесс диффузии примесей в полупроводниках при производстве транзисторов, интегральных схем; в других случаях это может быть целый комплекс явлений, которые настолько переплетаются, что трудно выделить одно из них в качестве основного. Например при взаимодействии мощных потоков лазерного излучения с веществом происходит нагревание последнего до температуры плавления и даже испарения, затем испарившееся вещество выбрасывается в окружающее пространство, дальнейшее поступление энергии приводит к ионизации паров, образованию плазмы и т. д.

Ввиду сложности процессов тепломассообмена целесообразно начать изучение явлений, с ним связанных, отдельно, т. е. рассмотреть порознь теплопроводность, конвекцию, излучение, диффузию, конвективный массообмен.

Теплопроводность. Начнем с определений. *Совокупность тел с различными теплофизическими параметрами и явно выраженными границами раздела* называют системой тел или неоднородным телом; каждая часть такой системы будет однородным телом. Однородные тела могут быть изотропными и анизотропными; в изотропном теле теплофизические параметры *одинаковы во всех направлениях,* в анизотропном — *различны в разных направлениях,* но могут быть *постоянными в выбранном направлении.*

Тепловое состояние тела или системы тел количественно характеризуется его температурным полем, т. е. *совокупностью числовых значений температуры в различных точках системы в данный момент времени.* В том случае, когда температура во всех точках системы не изменяется с течением времени, поле температур называется стационарным; если же температура в теле с течением времени изменяется, то это нестационарное поле.

Если температуры всех точек некоторого объема равны между собой в любой момент времени, то это поле температур называют равномерным. Температурное поле в частном случае может зависеть только от одной координаты, тогда его называют одномерным; аналогичный смысл имеют термины «двухмерное» и «трехмерное» поле температур.

Если тела находятся при различных температурах, то возникает поток теплоты, направленный от тела с более высокой температурой к телу с более низкой температурой. Для количественного описания этого процесса вводят два основных понятия: изотермическая поверхность и градиент температур.

Изотермической поверхностью называют *геометрическое место точек, имеющих одинаковую температуру.* По определению, через каждую точку внутри тела можно провести в данный момент времени только одну изотермическую поверхность. На рис. 1.3 линиями S_1, S_2 изображены следы на плоскости чертежа различных изотермических поверхностей в фиксированный момент времени, называемые изотермами. В любом другом направлении, не совпадающем с изотермой, температура меняется, причем в направлении нормали к изотермической поверхности наблюдается наиболее резкое изменение температуры. Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется отношением изменения температуры Δt между выбранными изотермами к расстоянию между ними по нормали Δn. Предел этого отношения при $\Delta n \to 0$ называется градиентом температуры (grad t), иными словами, *градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры, т. е.*

$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n} = \mathrm{grad}\, t, \tag{1.5}$$

где n_0 — единичный вектор, направленный по нормали в сторону возрастания температуры; $\partial t/\partial n$ — производная температуры по направлению нормали. За положительное направление градиента температуры принимают направление, в котором температура возрастает. Линии, перпендикулярные изотермическим поверхностям, называют линиями теплового потока или линиями тока (рис. 1.3, *а*).

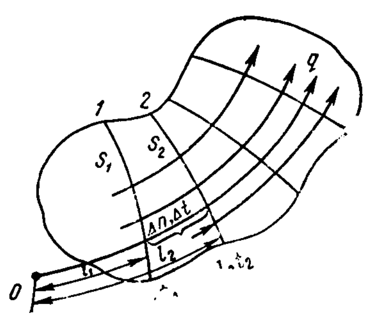


Рис. 1.3. Изотермические поверхности S и линии теплового потока q в теле

Изменение количества теплоты dQ за время dτ называют тепловым потоком (тепловой мощностью). Тепловой поток, отнесенный к элементу площади dA, называют плотностью теплового потока

$$q = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A\,\mathrm{d}\tau}. \tag{1.6}$$

Количественную связь между тепловым потоком и градиентом температур устанавливает закон, сформулированный французским ученым Ж. Фурье и лежащий в основе аналитической теории теплопроводности: *плотность теплового потока прямо пропорциональна градиенту температуры*, т. е.

$$\vec{q} = -\lambda\, \mathrm{grad}\, t = -\lambda \nabla t = -\lambda \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n}, \tag{1.7}$$

где λ — коэффициент пропорциональности, называемый теплопроводностью; grad, ∇ — математические символы, обозначающие градиент.

Градиент температуры можно представить в виде векторной суммы составляющих по осям декартовых координат:

$$\mathrm{grad}\, t = \vec{i} \frac{\partial t}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial t}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial t}{\partial z},$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$; $\vec{k}$ — ортогональные между собой единичные векторы, направленные по координатным осям.

Рассмотрим стационарное одномерное поле температур, изменяющееся лишь в одном направлении x. Математическая формулировка этих условий имеет вид $\partial t/\partial x \neq 0$; $\partial t/\partial y = \partial t/\partial z = 0$; $\partial t/\partial \tau = 0$.

Пусть, кроме этого, градиент температур $\partial t/\partial x$ будет постоянным, т. е. температура изменяется с координатой x линейно, тогда

$$\partial t/\partial x = (t_2 - t_1)/(x_2 - x_1) = \text{const}, \tag{1.8}$$

где t_1 и t_2 — значения температур на поверхностях x_1 и x_2, причем $t_1 > t_2$, $x_2 > x_1$.

Из формул (1.7) и (1.8) найдем плотность теплового потока $q = \lambda(t_1 - t_2)/(x_2 - x_1)$, откуда теплопроводность

$$\lambda = q(x_2 - x_1)/(t_1 - t_2),$$

т. е. *теплопроводность равна плотности теплового потока при перепаде температур в 1 К на единице длины нормали.*

Единица теплопроводности в СИ—Вт/(м·К) — ватт на метр-кельвин; значения теплопроводности различных материалов приведены в табл. А.1 (см. приложения).

Конвекция. Прежде всего условимся, что под термином «жидкость» (если это специально не оговорено) будем понимать как капельную жидкость, так и газ; причем жидкость может быть сжимаемой (газ) и несжимаемой (капельная жидкость).

Теплообмен между потоками жидкости и поверхностью соприкасающегося с ними тела называется конвективным теплообменом (конвективной теплоотдачей). Этот процесс изучался еще в XVIII в. Ньютоном и русским академиком Рихманом, которые независимо друг от друга установили следующую закономерность (закон Ньютона — Рихмана): *тепловой поток* dΦ *от жидкости к элементу поверхности* dA *(или в обратном направлении) пропорционален* площади элемента поверхности и разности температур $\Delta t = t_c - t$ или $\Delta t = t - t_c$ между поверхностью тела t и средой t_c:

$$d\Phi = \alpha \Delta t \, dA, \tag{1.9}$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

Согласно этому уравнению,

$$\alpha \equiv d\Phi/(dA\Delta t) = q/\Delta t.$$

Последнее тождество является определением **коэффициента теплоотдачи**, который *численно характеризует плотность теплового потока, которая рассеивается или воспринимается поверхностью твердого тела при разности температур между твердым телом и средой в* 1 К. В СИ единицей α является Вт/(м^2·К) (ватт на квадратный метр-кельвин).

Если параметры α и Δt не изменяются от точки к точке поверхности, то закон Ньютона — Рихмана записывается в интегральной форме:

$$\Phi = \alpha \Delta t A. \tag{1.9'}$$

Вся сложность процесса конвективного теплообмена концентрируется в одной величине — коэффициенте теплоотдачи α, который представляет собой функцию большого числа параметров, существенно влияющих на процесс теплообмена. Прежде всего конвективный теплообмен оказывается связанным с движением самой жидкости, т. е. с гидродинамическим процессом. Тепловые и аэрогидромеханические явления взаимосвязаны и влияют друг на друга, поэтому изучение каждого из них не может проводиться изолированно.

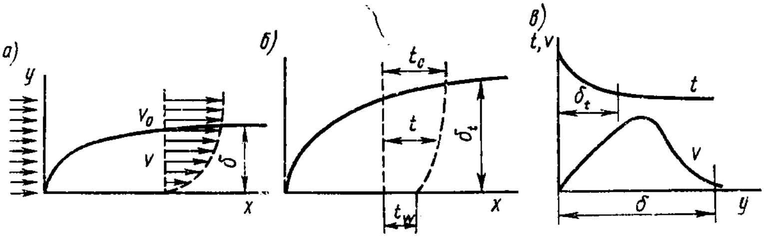


Рис. 1.4. Гидродинамический (*а*) и тепловой (*б*) пограничные слои при вынужденном обтекании пластины потоком жидкости; поле скоростей и температур при свободной конвекции жидкости у вертикальной стенки (*в*)

Решение многих практически важных задач аэрогидродинамики и теплообмена основано на модели *пограничного слоя.* При соприкосновении частиц жидкости с поверхностью тела они адсорбируются телом, как бы прилипают к его поверхности. В результате около поверхности вследствие вязкостных свойств образуется тонкий слой медленно движущейся жидкости — пограничный слой. Различают гидродинамический и тепловой пограничные слои; на рис. 1.4, *а, б* представлены схемы изменения скоростей и температур в гидродинамическом и тепловом пограничных слоях на передней кромке пластины при вынужденном движении жидкости на некотором расстоянии от кромки. Гидродинамическим пограничным слоем называют пристенный слой жидкости толщиной δ, в котором происходит изменение скорости движения жидкости от нулевой (на поверхности тела) до значения v_0 — скорости основного потока жидкости.

Пристенный слой жидкости толщиной δ_t, в котором происходит изменение температуры от ее значения t_w на поверхности тела до температуры t_0 основного потока жидкости, называют тепловым пограничным слоем.

Понятие «толщина пограничного слоя» δ весьма условно, так как резкого перехода от пограничного слоя к течению вне слоя нет. Поэтому под δ подразумевают такое расстояние от стенки, на котором скорость потока v будет отличаться от скорости v_0 набегающего потока, например, на 1%. В общем случае величины δ и δ_t не совпадают.

Разница в структуре теплового и гидродинамического пограничных слоев особенно заметно наблюдается, например, при свободном движении жидкости около нагретой вертикальной стенки (рис. 1.4, *в*): скорость вдали от стенки равна нулю, поэтому распределение скоростей имеет иной характер, чем для вынужденной конвекции.

В 1883 г. английский ученый Осборн Рейнольдс показал, что существуют два основных режима движения жидкости: **ламинарный** и **турбулентный**. При ламинарном движении отдельные

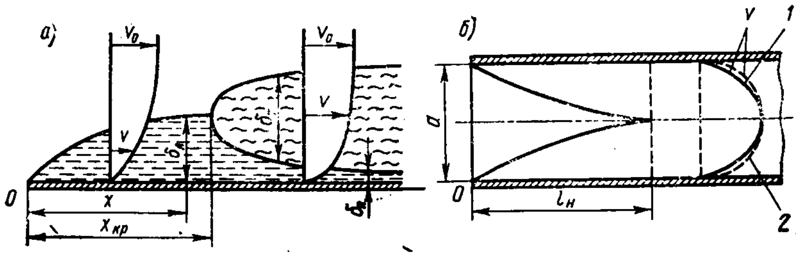


Рис. 1.5. Структура пограничного слоя:
а — обтекание пластины потоком жидкости; *б* — течение жидкости в трубе

струи потока располагаются параллельно друг другу, тогда как при турбулентном они хаотически переплетены друг с другом. Это было установлено Рейнольдсом следующими опытами. В протекающую по трубе воду вводилась тоненькая струйка окрашенной жидкости. При скоростях течений, не превышающих некоторой критической $v_{кр}$, отдельные части окрашенной струйки двигались только по направлению всего потока. При $v > v_{кр}$ окрашенная струйка на небольшом расстоянии от входа в трубу растворялась и окрашивала всю воду. Это объясняется тем, что продольное движение частиц уступает место движению, в котором частицы приобретают также значительные радиальные составляющие скорости. При переходе ламинарного режима в турбулентный сопротивление движению жидкости в трубе резко возрастает. Существует еще весьма неустойчивый переходный режим движения жидкости (рис. 1.5, *б*). Характер режима течения зависит от нескольких параметров — вязкости μ, плотности ρ, скорости v течения и размеров тела.

Между частицами или слоями реальной жидкости, движущимися с различными скоростями, вследствие вязкости всегда возникает сила внутреннего трения (касательные напряжения), противодействующая движению. Согласно закону Ньютона, эта сила F, отнесенная к единице поверхности, пропорциональна градиенту dv/dn, а именно:

$$F = \mu\, \mathrm{d}v/\mathrm{d}n.$$

Коэффициент μ в этом уравнении называют **динамической вязкостью** (**коэффициентом внутреннего трения**); в СИ он выражается в Па·с.

Положим $dv/dn=1$, тогда *коэффициент динамической вязкости равен силе трения, приходящейся на единицу площади соприкосновения скользящих друг по другу слоев*. В уравнении теплообмена часто входит отношение динамической вязкости жидкости к ее плотности $\nu=\mu/\rho$, которое называют кинематической вязкостью.

Ниже приводятся значения динамической вязкости μ в зависимости от изменения температуры:

Наименование	Изменение t	μ, Па·с
Воздух	$-50°\,C \leqslant t \leqslant 1000°\,C$	$(15\div50)\cdot10^{-6}$
Вода	$0°\,C \leqslant t \leqslant 370°\,C$	$(1800\div60)\cdot10^{-6}$
Масло	$10°\,C \leqslant t \leqslant 150°\,C$	$(35000\div50)\cdot10^{-4}$

Переход из турбулентного течения в ламинарное и обратно количественно характеризуется так называемым числом Рейнольдса — Re. Например, при обтекании пластины при значении числа Рейнольдса $\mathrm{Re}=vL/\nu>5\cdot10^5$ возникает турбулентность. Зарождение турбулентности зависит от возмущений в потоке, которые могут существовать на подходе к передней кромке пластины и в области самой кромки.

Типичные модели конвективного теплообмена — это движение жидкости вдоль пластины, свободная конвекция у вертикальной пластины, течение жидкости в канале.

На рис. 1.5, *а* схематически показана модель движения жидкости вдоль пластины, включающая два режима течения — ламинарный и турбулентный. На переднем участке пластины $x<x_{\text{кр}}$ образуется ламинарный гидродинамический пограничный слой толщиной $\delta_{\text{л}}(x)$. Как только $x \geqslant x_{\text{кр}}$ становится больше критической, движение в слое становится неупорядоченным, вихревым; образуются турбулентный пограничный слой толщиной $\delta_{\text{т}}$ и ламинарный подслой толщиной $\delta_{\text{п}}$.

Рассмотрим процесс свободной конвекции около нагретой вертикально ориентированной стенки, температура которой выше температуры омывающей жидкости (см. рис. 1.4, *в*). Соприкасающийся со стенкой объем жидкости получает от нее энергию благодаря столкновению молекул газа со стенкой; молекулы жидкости начинают двигаться с большей скоростью, первоначальный объем увеличивается, соответственно снижается плотность жидкости, что по закону Архимеда приводит к движению этого объема вверх.

По-другому ведет себя жидкость при вынужденном движении в канале или трубе. У внутренней поверхности трубы также образуется пограничный слой, толщина которого у входного края трубы равна нулю, а затем постепенно возрастает, как это показано на рис. 1.5, *б*. Предположим, что условия входа таковы, что движение частиц в трубе происходит без возмущения. На определенном расстоянии $x>l_{\text{н}}$ от входа пограничный слой утолщается настолько, что заполняет все сечение, начинается область стабилизированного течения. Кривая распределения скорости потока по сечению канала имеет форму параболы 1 (ламинарное движение) либо более сложной выпуклой кривой 2 (турбулентное движение). Для стабилизированного потока, как будет показано ниже, при $\mathrm{Re}=vd/\nu \geqslant 2300$ ламинарное течение переходит в турбулентное.

Помимо свободного и вынужденного обтекания тел жидкостью явление конвективного теплообмена наблюдается также при кипении и конденсации жидкости.

Ниже для различных случаев теплообмена приведены значения коэффициентов теплоотдачи α:

	α Вт/(м²·К)
Свободная конвекция:	
в газах	2—10
в масле и других жидкостях той же плотности	200—300
в воде	200—600
Вынужденная конвекция:	
в газах	10—100
в масле и других жидкостях той же плотности	300—1000
в воде	1000—3000
Кипение воды	500—45000
Капельная конденсация водяных паров	4000—12000
Конденсация органических паров	500—2000

Тепловое излучение определяется только температурой и оптическими свойствами излучающего тела. Известно, что энергия излучения переносится со скоростью света, которую для вакуума обозначим c_0, а для вещества — c. Скорости c и c_0 связаны через показатель преломления n вещества зависимостью $c=c_0/n$. Энергия фотона $Q_ф$ пропорциональна частоте электромагнитных колебаний $\nu: Q_ф=h\nu$, где h — постоянная Планка.

По спектру различают монохроматическое и сложное излучения. Если излучение происходит в узком интервале длин волн от λ до $\lambda+d\lambda$, то оно называется *монохроматическим* и у параметров, характеризующих монохроматическое излучение, ставится индекс λ или ν. *Сложным* (интегральным) называется излучение во всем диапазоне длин волн $0 \leqslant \lambda \leqslant \infty$. Таким образом, в отличие от других механизмов теплообмена лучистая энергия имеет не только количественную, но и качественную (спектральную) характеристику.

Если на пути теплового излучения встречается тело, то тепловая энергия частично поглощается им, частично отражается и частично проходит сквозь него. Обозначим количество падающей на тело энергии Q, поглощенной — Q_a, отраженной — Q_r и прошедшей через вещество — Q_d. Тогда на основании закона сохранения энергии

$$Q=Q_a+Q_r+Q_d. \tag{1.10}$$

Разделим обе части равенства (1.10) на Q:

$$\frac{Q_a}{Q}+\frac{Q_r}{Q}+\frac{Q_d}{Q}=1. \tag{1.11}$$

Первый член равенства (1.11) называется *коэффициентом поглощения* и обозначается a, второй — *коэффициентом отражения* и обозначается r, третий — *коэффициентом пропускания* и обозначается d. Следовательно,

$$a+r+d=1. \tag{1.12}$$

Каждая из величин a, r, d для различных веществ может принимать значения от 0 до 1. Различают три крайних случая:

1) $a=1$, $r=0$, $d=0$, т. е. падающая лучистая энергия полностью поглощается телом; такие тела называются *черными;*

2) $r=1$, $a=d=0$, т. е. падающая лучистая энергия полностью отражается. В том случае, когда поверхность шероховатая, лучи отражаются рассеянно (диффузное отражение) и тело называется *белым;* когда поверхность тела гладкая, то отражение следует законам геометрической оптики и поверхность тела в этом случае называется *зеркальной*;

3) $d=1$, $a=r=0$, т. е. падающая энергия полностью проходит через тело; такие тела называются *прозрачными* (диатермичными).

В природе такие крайние случаи не встречаются, т. е. величины a, r, d не принимают значений, равных нулю или единице. Однако анализ этих случаев позволил найти путь для установления законов излучения реальных тел.

При изучении теплового излучения важную роль играют понятия лучистого потока, излучательности, спектральной излучательности реальных и черных тел; все параметры, относящиеся к черному телу, в дальнейшем будут обозначаться с индексом 0.

Потоком излучения или *лучистым потоком* Φ называют отношение лучистой энергии Q к времени излучения $\tau: \Phi=Q/\tau$, или $\Phi=\mathrm{d}Q/\mathrm{d}\tau$.

Отношение потока излучения Φ к площади поверхности A излучающего тела называется *излучательностью* M:

$$M=\Phi/A, \text{ или } M=\mathrm{d}\,\Phi/\mathrm{d}\,A.$$

Поверхностную плотность лучистого потока монохроматического излучения в диапазоне длин волн от λ до $\lambda+\mathrm{d}\lambda$ называют *спектральной излучательностью* и обозначают $M_\lambda=\mathrm{d}M/\mathrm{d}\lambda$. Если M выразить в Вт/м², а λ — в м, то единицей M_λ будет Вт/м³ (ватт на кубический метр).

Немецкий физик М. Планк в 1900 г. теоретически установил закон, выражающий зависимость спектральной излучательности черного тела от длины волн λ и температуры T (закон Планка):

$$M_{0\lambda}=\frac{C_1\lambda^{-5}n^{-2}}{\exp\left(\frac{C_2}{n\lambda T}\right)-1}, \tag{1.13}$$

где n — показатель преломления среды, окружающей черное тело; C_1, C_2 — физические постоянные, значения которых приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1. **Физические постоянные излучения**

Наименование	Обозначение	Значения
Постоянная Планка	h	$6{,}625\cdot10^{-34}$ Дж·с
Скорость света в вакууме	c_0	$2{,}998\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана—Больцмана	σ_0	$5{,}668\cdot10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴)
Первая постоянная Планка	C_1	$3{,}740\cdot10^{-16}$ Вт·м²
Вторая постоянная	C_2	$1{,}4387\cdot10^{-2}$ м·К

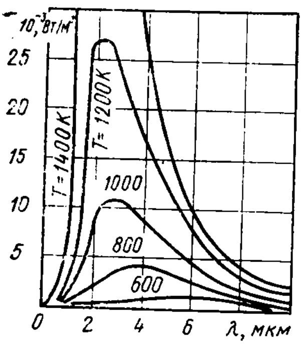


Рис. 1.6. Графическое представление закона Планка

На рис. 1.6 дано графическое представление формулы (1.13) для случая $n=0$, т. е. когда черное тело излучает в вакуум. Из рис. 1.6 следует, что черное тело излучает при любой температуре $T>0$ К лучи всех длин волн, т. е. имеет сплошной спектр излучения.

Из формулы (1.13) запишем выражение для излучательности черного тела:

$$dM_0 = M_{0\lambda}\, d\lambda = \frac{C_1 \lambda^{-5} n^{-2}\, d\lambda}{\exp\left(\dfrac{C_2}{n\lambda T}\right) - 1}; \quad (1.14)$$

интегрируя его в пределах изменения длины волны λ от 0 до ∞, получим

$$M_0 = \int_0^\infty M_{0\lambda}\, d\lambda = n^2 \sigma_0 T^4 \quad (1.15)$$

— известный закон Стефана—Больцмана: *излучательность черного тела пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени.*

В формуле (1.15) σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана, значение которой приведено в табл. 1.1.

Излучение нечерных тел. Для количественной характеристики излучения нечерных тел вводят понятие *коэффициента черноты* ε теплового излучателя, равного отношению энергии излучения Q (потока излучения Φ, излучательности M) реального тела к энергии излучения Q_0 (потока излучения Φ_0, излучательности M_0) черного тела при той же температуре:

$$\varepsilon = Q/Q_0 = \Phi/\Phi_0 = M/M_0 \leqslant 1. \quad (1.16)$$

Излучательность M реального тела и коэффициент черноты ε могут зависеть от длины волн излучения: в этом случае говорят, что тело обладает *селективным излучением*. Если реальное тело обладает непрерывным спектром излучения, а кривые зависимости $M_\lambda = f(\lambda)$ тела подобны кривым спектральной излучательности черного тела, то излучение такого тела, как и само тело, называют *серым* (рис. 1.7). Серых тел, как и черных, в природе нет, однако многие реальные тела могут рассматриваться как серые. Во всяком случае, подавляющее число тел, применяемых в РЭА, с хорошим приближением можно рассматривать как серые.

Доказано, что коэффициент черноты ε и коэффициент поглощения a серых тел равны, т. е. $\varepsilon = a$. Из формулы (1.15) и (1.16) следует закон излучения реальных серых тел:

$$M = \varepsilon n^2 \sigma_0 T^4. \tag{1.17}$$

На основании экспериментального материала можно сделать следующие выводы: цвет поверхности не дает представления о значении ε; коэффициент черноты $\varepsilon_н$ поверхности неметаллов больше коэффициента черноты $\varepsilon_м$ неокисленной поверхности металлов; коэффициенты черноты для большинства материалов увеличиваются с ростом температуры. В табл. А.2 (см. приложения) приведены значения суммарных коэффициентов черноты поверхностей различных технических материалов.

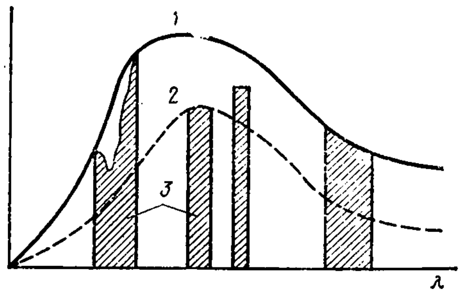


Рис. 1.7. Спектр излучения различных тел: *1* — излучение абсолютно черного тела; *2* — серое излучение; *3* — селективное излучение

В заключение приведем формулу для расчета лучистого потока, переносимого от тела i с температурой t_i и площадью поверхности A_i к телу j с температурой t_j:

$$\Phi_{ij} = \alpha_{л\,ij} (t_i - t_j) A_i, \tag{1.18}$$

где $\alpha_{л\,ij}$ — коэффициент теплоотдачи излучением, способ вычисления которого приведен в § 1.19.

Диффузия и конвективный массообмен. Рассмотрим молекулярную (концентрационную) диффузию, вызываемую неравномерным распределением концентрации компонентов. Процесс направлен к выравниванию концентраций в системе, при этом вещество переносится из области с большей концентрацией в область с меньшей концентрацией. Диффузия характеризуется потоком массы, т. е. количеством вещества, проходящим за некоторое время через данную поверхность в направлении нормали к ней. Обозначим поток массы J, плотность потока массы — $j = dJ/dA$. Между потоком массы и концентрацией вещества на основе обобщения опытных данных австрийским физиком А. Фиком в 1855 г. установлена следующая связь:

$$j = -D\partial\rho/\partial n_A, \qquad (1.19)$$

где ρ — концентрация данного вещества; n_A — обозначение нормали к поверхности, через которую проходит вещество; D — коэффициент диффузии.

Концентрацию вещества ρ в некотором теле можно выражать как отношение массы вещества к объему тела (массовая концентрация, кг/м^3), молей к объему тела (молярная концентрация, моль/м^3), массы вещества к массе тела (массовая относительная концентрация), объема вещества к объему тела (объемная относительная концентрация). Заметим, что плотность потока массы j в СИ всегда выражается в кг/(м$^2\cdot$с); отсюда следует, что коэффициент диффузии зависит от того, как определена концентрация. Если использовать понятие массовой концентрации, то из формулы (1.19) следует, что коэффициент диффузии выражается в м^2/с. Поскольку поток вещества идет от пространства с большей концентрацией к пространству с меньшей концентрацией, а за положительное направление градиента принято направление в сторону возрастания функции (в данном случае ρ), то в формуле (1.19) поставлен знак «—». В этом случае правая часть уравнения будет всегда положительной.

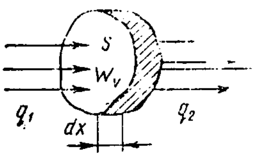


Рис. 1.8. К выводу уравнения теплопроводности

Значения коэффициентов диффузии (м^2/с) для различных пар диффундирующих материалов имеют следующие порядки: твердое тело — твердое тело $D=10^6\div10^{-13}$, жидкость — жидкость $D=10^{-9}\div10^{-10}$; газ — газ $D=10^{-4}\div10^{-5}$; газ — твердое тело $D=10^{-11}\div10^{-13}$.

Закон Фика определяет количество переносимого вещества при условии, что в системе отсутствует макроскопическое движение (последнее возникает, например, при испарении с поверхности воды в поток воздуха). При этом массоперенос может происходить как при вынужденном, так и при свободном движении воздуха.

Удельный поток массы j пропорционален разности концентраций насыщенных паров у поверхности жидкости ρ_s и на удалении от нее ρ_0, т. е. $j\sim(\rho_s-\rho_0)$. Коэффициент пропорциональности β между этими величинами назовем *коэффициентом конвективной массоотдачи*:

$$j=\beta(\rho_s-\rho_0). \qquad (1.20)$$

§ 1.3. Уравнения теплопроводности и краевые условия

Составление уравнения теплопроводности. Предположим, что температурное поле изменяется только в направлении x (рис. 1.8). Пусть q_1 — плотность теплового потока в сечении x, а q_2 — в сечении $x+\mathrm{d}x$; если $\mathrm{d}x$ мало, то в первом приближении изменение теплового потока в направлении оси x описывается двумя членами разложения q_1 в ряд Тейлора:

$$q_1=q_2-\frac{\partial q}{\partial x}\,\mathrm{d}\,x.$$

Найдем разность Q_1 между входящим и выходящим количествами теплоты с единичной поверхности $S=1$ за время $\mathrm{d}\tau$:

$$Q_1=(q_1-q_2)\,\mathrm{d}\,\tau=-\frac{\partial q}{\partial x}\,\mathrm{d}\,x\,\mathrm{d}\,\tau.$$

Сформулируем закон сохранения энергии для рассматриваемого элемента.

Количество теплоты Q_1 *вместе с энергией* $q_V\mathrm{d}x\mathrm{d}\tau$ *внутренних источников расходуется на изменение температуры* $\mathrm{d}t$ объема $A\mathrm{d}x$:

$$-\frac{\partial q}{\partial x}A\,\mathrm{d}\,x\,\mathrm{d}\,\tau+q_V A\,\mathrm{d}\,x\,\mathrm{d}\,\tau=c_p\rho A\,\mathrm{d}\,t\,\mathrm{d}\,x,$$

где q_V — объемная плотность теплового потока, Вт/м^3; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; ρ — плотность материала. Подставим в последнее уравнение значение q из формулы Фурье (1.6); после преобразований получим уравнение теплопроводности

$$c_p\rho\,\frac{\partial t}{\partial \tau}=q_V+\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\,\frac{\partial t}{\partial x}\right). \qquad (1.21)$$

Для анизотропного тела в направлении осей x, y, z теплопроводности λ_x, λ_y, λ_z имеют различные значения и дифференциальное уравнение принимает вид [10, 14]

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y\frac{\partial t}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z\frac{\partial t}{\partial z}\right)+q_V=c_p\rho\,\frac{\partial t}{\partial \tau}, \qquad (1.22)$$

при этом тело должно быть ограничено плоскостями, перпендикулярными осям x, y, z.

Для цилиндрического тела, например, с различными значениями теплопроводностей λ_x, λ_z в направлениях x и z дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид [10, 14]

$$\frac{1}{x}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x x\,\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z\,\frac{\partial t}{\partial z}\right)+q_V=c_p\rho\,\frac{\partial t}{\partial \tau}. \qquad (1.23)$$

Предполагается, что тело ограничено плоскостями, перпендикулярными оси z, и круговым цилиндром, ось которого совпадает с z. Рассмотрим частные случаи уравнений (1.22) и (1.23). Пусть в направлениях $i=x$, y, z значения λ_i неизменны, тогда эти уравнения примут такой вид:

$$\lambda_x\,\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\lambda_y\,\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\lambda_z\,\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}+q_V=c_p\rho\,\frac{\partial t}{\partial \tau}, \qquad (1.24)$$

$$\lambda_x\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{1}{x}\,\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\lambda_z\,\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}+q_V=c_p\rho\,\frac{\partial t}{\partial \tau}.$$

Для изотропного тела $\lambda_x=\lambda_y=\lambda_z=\lambda$ и последние уравнения можно переписать в виде

$$\nabla^2 t+\frac{q_V}{\lambda}=\frac{1}{a}\frac{\partial t}{\partial \tau}, \tag{1.25}$$

где $a=\lambda/(c_p\rho)$; ∇^2 — обозначение оператора Лапласа; в декартовых и цилиндрических координатах

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2},\quad \nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

в сферических координатах $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{2}{x}\frac{\partial}{\partial x}$.

В формуле (1.25) через a обозначена температуропроводность материала, характеризующая способность материала повышать свою температуру с большей или меньшей скоростью $\partial t/\partial\tau$ при аккумулировании теплоты. Температуропроводность материала пропорциональна λ и обратно пропорциональна удельной теплоемкости при постоянном объеме ($c_V=c_p\rho$). Значения температуропроводности металлов $a=(12\div180)\cdot10^{-6}$ м²/с, теплоизоляторов $a=(0{,}04\div3)\cdot10^{-6}$ м²/с.

В стационарном режиме ($\partial t/\partial\tau=0$) уравнение теплопроводности принимает вид

$$\nabla^2 t+q_V/\lambda=0. \tag{1.26}$$

Покажем, что путем преобразования системы координат

$$x'=x\sqrt{\lambda/\lambda_x},\quad y'=y\sqrt{\lambda/\lambda_y},\quad z'=z\sqrt{\lambda/\lambda_z} \tag{1.27}$$

дифференциальное уравнение (1.24) для анизотропных тел можно записать в форме (1.25).

В зависимостях (1.27) λ — так называемая базовая теплопроводность, выбор которой произволен; обычно за λ принимают одно из трех значений теплопроводностей: λ_x, λ_y или λ_z. Подставим новые значения координат (1.27) в уравнение (1.24); для этого предварительно проделаем следующие выкладки:

$$\frac{\partial t}{\partial x}=\frac{\partial t}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x}=\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}}\frac{\partial t}{\partial x};\quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}=\frac{\lambda}{\lambda_x}\frac{\partial^2 t}{\partial (x')^2}.$$

Аналогично, $\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}=\frac{\lambda}{\lambda_y}\frac{\partial^2 t}{\partial (y')^2}$; $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=\frac{\lambda}{\lambda_z}\frac{\partial^2 t}{\partial (z')^2}$.

Уравнение (1.24) принимает после преобразования вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial (x')^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial (y')^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial (z')^2}+\frac{q_V}{\lambda}=\frac{1}{a}\frac{\partial t}{\partial \tau}, \tag{1.28}$$

аналогичный по форме уравнению (1.25).

Для цилиндрической системы используются следующие преобразования координат:

$$x'=x\sqrt{\lambda/\lambda_x}\ \text{и}\ z'=z\sqrt{\lambda/\lambda_z}. \tag{1.29}$$

Преобразованию типа (1.27) подвергаются и граничные условия, так как в них всегда входят координаты и геометрические параметры. Итак, преобразования (1.27), (1.29) позволяют свести решение задачи для анизотропных тел к решению соответствующих задач для изотропных тел. Этот вывод справедлив только для рассматриваемого здесь класса анизотропных тел, у которых теплопроводности λ_i различны в направлении осей x, y, z, а тело ограничено плоскостями, перпендикулярными этим осям (декартова система), или плоскостями, нормальными оси z, и круговыми цилиндрами с осью z (цилиндрическая система).

Краевые условия. Цель аналитической теории теплопроводности состоит в определении поля температур в теле в любой момент времени. Для решения этой задачи кроме дифференциального уравнения необходимо знать поле температур для какого-нибудь предшествующего момента времени (начальное условие), а также форму тела и закон теплообмена между окружающей средой и поверхностью тела (граничные условия). Начальное и граничные условия в совокупности называются краевыми условиями.

Начальное условие определяется заданием закона распределения температуры в теле в начальный момент времени, т. е.

$$t(x, y, z, 0)=\psi(x, y, z). \tag{1.30}$$

Граничные условия можно представить в различной форме в зависимости от характера теплообмена на границе тела. Например, может быть задано распределение темпертуры на поверхности тела в любой момент времени (*задача Дирихле,* или *условие I рода*)

$$t_A(\tau)=f(\tau), \tag{1.31}$$

где $t_A(\tau)$ — температура на поверхности тела в момент времени τ.

Задано распределение плотности теплового потока $q_A(\tau)$ в любой момент времени (*задача Неймана,* или *условие II рода*):

$$q_A(\tau)=-\lambda\left.\frac{\partial t}{\partial n}\right|_A, \tag{1.32}$$

где $-\lambda\left.\frac{\partial t}{\partial n}\right|_A$ — плотность теплового потока, уходящего в глубь тела.

Задан закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей жидкой или газообразной средой (*условие III рода*). На основании закона Ньютона (1.9) плотность теплового потока на границе тело — среда

$$q_A(\tau)=\alpha(t_A-t_c). \tag{1.33}$$

По закону Фурье (1.7) к поверхности тела подходит поток, плотность которого

$$q'_A=-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_A, \tag{1.34}$$

где n — нормаль к поверхности тела.

Если на границе тело — среда отсутствуют стоки или источники энергии, то $q_A(\tau) = q_A'(\tau)$ и граничное условие принимает вид

$$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_A + \alpha (t_A - t_c) = 0. \tag{1.35}$$

Если на границе тела имеется источник энергии, поверхностная плотность теплового потока которого равна q (Вт/м^2), то граничное условие нетрудно получить, основываясь на законе сохранения энергии

?

$$q'_A + q_A = q_A. \tag{1.36}$$

В последнее равенство следует вместо q'_A и q_A подставить их выражения из (1.33) и (1.34).

Кроме того, на границе двух соприкасающихся твердых тел должны выполняться *условия сопряжения,* а именно: отсутствие температурного скачка на границе

$$t_1 |_A = t_2 |_A, \tag{1.37}$$

соблюдение закона сохранения энергии на границе. Если на границе двух тел имеется источник (или сток) энергии, поверхностная плотность теплового потока которого q_A, то на основании закона сохранения энергии

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial t_1}{\partial n} \right|_A + q_A = \lambda_2 \left. \frac{\partial t_2}{\partial n} \right|_A. \tag{1.38}$$

3.1.

§ 1.4. Элементы теории тепловых цепей

Термическое сопротивление и термический коэффициент. Представим зависимость между разностью температур для изотерм *1* и *2* и тепловым потоком $\Phi = qA$ в виде

$$t_1 - t_2 = \Phi F \tag{1.39}$$

и найдем выражение для коэффициента F.

В общем случае выражение для F можно получить из (1.7) и (1.39). Представим зависимость (1.7) в виде $\partial t = -\frac{\Phi}{A\lambda} \partial n$ и найдем разность температур между изотермами t_1 и t_2, расположенными на расстоянии l_1 и l_2 от начала отсчета (см. рис. 1.3) (при этом предположим, что направление нормали совпадает с осью координат, тогда вместо ∂n можно записать элемент длины пути теплового потока ∂l):

$$t_1 - t_2 = -(t_2 - t_1) = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\Phi(l)}{A\lambda} \partial l. \tag{1.40}$$

Сравнивая последнее выражение с (1.39), находим общее выражение для F:

$$F = \frac{1}{\Phi_1} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\Phi(l)}{\lambda(l) A(l)} \partial l, \tag{1.41}$$

где $A(l)$ — аналитическое выражение площади изотермической поверхности на расстоянии l от начала отсчета; $\Phi(l)$ — тепловой поток через изотермическую поверхность площадью $A(l)$; Φ_1 — тепловой поток через изотермическую поверхность площадью $A(l_1)$; l_1 и l_2 — расстояния от начала отсчета изотермических поверхностей A_1 и A_2.

Параметр F в дальнейшем будем называть *термическим коэффициентом*. Если на пути теплового потока между изотермами S_1 и S_2 отсутствуют источники и стоки энергии как в теле, так и на его границах, то поток Φ в этой области не меняет своего значения, т. е. $\Phi=\Phi_1$. При условии $\lambda=\mathrm{const}$ выражение (1.41) приобретает более простой вид:

$$F=R=\frac{1}{\lambda}\int\limits_{l_1}^{l_2}\frac{\partial l}{A(l)}. \tag{1.42}$$

Термический коэффициент F в этом случае называют термическим сопротивлением R (К/Вт), которое на основании (1.39) равно отношению разности температур между двумя изотермическими поверхностями тела к тепловому потоку через них.

Тепловые цепи. Для решения задач теплообмена в системе тел последнюю можно рассматривать как тепловую цепь и, пользуясь аналогией между процессами переноса теплоты и электричества, применить теорию электрических цепей. Теория цепей исходит из приближенной замены реального объекта, в котором происходят процессы теплообмена, идеализированной схемой замещения — тепловой цепью. Теория цепей позволяет определять разность температур между концами рассматриваемого участка цепи, а также тепловые потоки, не прибегая к вычислению в промежуточных точках. Этим отличаются конечные результаты, полученные с помощью тепловых цепей, от результатов, даваемых теорией поля, где изучается изменение температур и потоков от точки к точке.

Тепловые цепи делятся на цепи с сосредоточенными и распределенными параметрами. Цепям с сосредоточенными параметрами соответствуют объекты, отдельные области которых имеют равномерные температурные поля. В таких цепях термические сопротивления, емкости и источники теплоты условно сосредоточиваются в отдельных точках тел. Цепи, в которых процессы выделения, поглощения и передачи теплоты не могут быть разделены, являются цепями с распределенными параметрами. К ним относятся тела с одно-, двух- и трехмерными температурными полями. Элементы тепловой цепи делятся на активные и пассивные.

Активные элементы отображают процессы выделения или поглощения теплоты, остальные элементы (термические сопротивления, емкости) относятся к пассивным. Активными элементами являются источники теплового потока (ИТП) и температурного напора (ИТН).

ИТП называются различные по природе источники (стоки) тепловой энергии (теплота Пельтье, Джоуля, теплоты фазовых переходов, эндо- и экзотермические химические реакции и т. д.), в результате действия которых вырабатываются (поглощаются) определенные потоки тепловой энергии. К ИТП относится также заданный тепловой поток, протекающий между двумя изотермическими областями. Если тепловая мощность ИТП не зависит от температуры, то имеем дело с идеальным ИТП, внутреннее термическое сопротивление которого считается бесконечно большим.

В системах тел часто бывают известны средние температуры некоторых областей (внешняя среда, кристаллизующиеся объемы, области с заданными за счет источников температурами и т. д.). Области с заданными температурами называются источниками температурных напоров; величины их определяют по отношению к температуре t_0, выбранной за начало отсчета. В этом случае температурный напор $\Delta t_{i0}=t_i-t_0$, где t_i — заданная температура i-й области. К ИТН относится любая разность температур $\Delta t_{ij}=t_i-t_j$ двух изотермических поверхностей или областей модели. Если температурный напор ИТН не зависит от теплового потока, то такой ИТН называют *идеальным*, его внутреннее термическое сопротивление равно нулю.

Рассмотрим пассивные элементы цепи. Для линейных тепловых проводимостей $\sigma_{ij}=R_{ij}^{-1}$ справедлива следующая зависимость между тепловым Φ_σ потоком и разностью температур Δt_{ij} на ее полюсах i, j:

$$\Phi_\sigma=\sigma_{ij}\Delta t_{ij}=\Delta t_{ij}/R_{ij}.$$

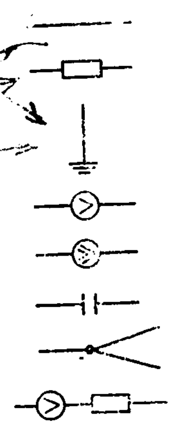
Тепловая емкость C_i учитывает изменение энтальпии Φ_{ci} области i при нестационарных процессах:

$$\Phi_{ci}=C_i\frac{d t_i}{d\tau}.$$

Тепловая схема представляет собой графическое изображение тепловой цепи и показывает, как осуществляется соединение ее активных и пассивных элементов. Для изображения на тепловых схемах различных элементов используются символы, известные в электротехнике и представленные в табл. 1.2. Изотермическая поверхность, температура которой выбрана за начало отсчета, является «общей» точкой схемы и изображается символом «земля». ИТП включается в схему между общей точкой и точкой области, где происходит выделение (поглощение) теплоты. Если ИТП отображает поток между двумя изотермами, то на схеме он включается между соответствующими изотермам точками. ИТН включается между точками схемы тех областей, разность температур которых определена. Для участка тепловой цепи законы Фурье (1.7), Ньютона — Рихмана (1.9) и Стефана — Больцмана (1.15) можно записать в форме (1.39), аналогичной закону Ома $\varphi_1-\varphi_2=jR$ для электрической цепи. Для тепловой цепи, так же как и для электрической, справедливы законы Кирхгофа.

Таблица 1.2. **Символы, применяемые для изображения тепловых схем**

Элемент тепловой цепи	Символ
Изотермическая поверхность или объем	
Идеальная тепловая связь	
Сосредоточенное тепловое сопротивление (проводимость)	
Заземление	
Источник температурного напора	
Источник теплового потока	
Тепловая емкость	
Узел тепловой схемы	
Ветвь тепловой схемы	



Алгебраическая сумма тепловых потоков Φ_i в узле тепловой цепи равна нулю (первый закон Кирхгофа):

$$\sum \Phi_i = 0; \qquad (1.43)$$

при этом знаки потоков берутся с учетом выбранных направлений: потокам, направленным к узлу, приписывается в уравнении (1.43) одинаковый, например положительный, знак. Первый закон Кирхгофа применим не только к узлу, но и к любому контуру или замкнутой поверхности, охватывающей часть тепловой цепи.

Алгебраическая сумма разностей температур на ветвях в любом замкнутом контуре тепловой цепи равна нулю (второй закон Кирхгофа):

$$\sum \Delta T_i + \sum_j \Delta t_j = 0, \qquad (1.44)$$

где ΔT_i — производительность ИТН в i-й ветви тепловой схемы; Δt_j — разность температур узлов схемы, которая соединяет элемент j-й ветви.

При расчете тепловых цепей, так же как и электрических, часто преобразовывают эти цепи в более простые и удобные для работы. Так, последовательное и параллельное соединения сопротивлений удобно заменять общим сопротивлением R и проводимостью σ: $R = \sum_k R_k$, $\sigma = \sum_k \sigma_k$.

Если часть цепи соединена по схеме треугольника, то ее удобно преобразовать в звезду (рис. 1.9, *а*), при этом температуры и тепловые потоки в остальной части цепи остаются неизменными. Соотношения между тепловыми сопротивлениями в этих схемах имеют такой вид:

$$R_1=R_{13}R_{12}/R,\ R_2=R_{12}R_{23}/R,\ R_3=R_{23}R_{13}/R,\ R=R_{12}+R_{23}+R_{13}.$$

Иногда бывает удобным заменять ИТН эквивалентными ИТП и наоборот. Два разнородных источника тепловой энергии ИТН и ИТП считаются эквивалентными, если при замене одного источника другим температуры и тепловые потоки во внешней цепи остаются неизменными. На основании законов Ома и Кирхгофа можно показать, что схемы, представленные на рис. 1.9, *б*, эквивалентны. При этом значения температурного напора Δt от ИТН и тепловой мощности Φ от ИТП связаны зависимостью $\Delta T=\Phi R_в$. (Здесь $R_в$ — внутреннее сопротивление ИТН; для идеальных ИТН $R_в=0$, поэтому в качестве внутреннего рассматривается включение последовательно с ИТН сопротивление внешней цепи.)

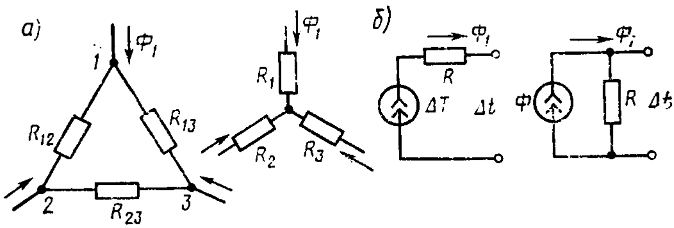


Рис. 1.9. К теории тепловых цепей:
а — схема замещения треугольника на звезду; *б* — эквивалентные схемы

Выше рассматривались схемы замещения для объектов с равномерными температурными полями, однако в теории цепей разработаны методы, позволяющие отображать на тепловой схеме объекты с неравномерным полем температур.

4.1.

§ 1.5. Термическое сопротивление стенок

Однородные стенки. На рис. 1.10 изображены однородные стенки различной конфигурации, поверхности которых $x=l_1$ и $x=l_2$ являются изотермическими с температурами t_1 и t_2, а торцы плоской и цилиндрической стенок являются адиабатными; внутренние источники теплоты в стенке отсутствуют, теплопроводность материала — λ. Найдем выражение для стационарного теплового потока Φ, проходящего через эти стенки.

Воспользуемся зависимостями (1.39), связывающими разность температур $(t_1—t_2)$ с тепловым потоком Φ, а значение термического коэффициента F найдем для каждого конкретного случая с помощью выражения (1.42).

Элемент длины dl пути теплового потока для плоской, цилиндрической и шаровой стенок равен $dl=dx$, а аналитические выражения для $A(x)$ изотермических поверхностей имеют такой вид: $A_п=L_1L_2$, $A_ц=2\pi xL_ц$, $A_ш=4\pi x^2$, где L_1 и L_2 — длина и ширина плоской стенки; $L_ц$ — длина цилиндрической стенки.

Поскольку по условиям задачи между изотермическими поверхностями отсутствуют источники и стоки энергии, коэффициент F имеет смысл термического сопротивления, которое для плоской, цилиндрической и шаровой стенок обозначим $R_п$, $R_п$, $R_ш$. Учитывая неизменность потока теплоты $\Phi(x) = \mathrm{const}$ и подставляя значения $\mathrm{d}l$ и $A(x)$ в выражения (1.42), получим:

$$\left.\begin{aligned}
R_п &= \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{\lambda L_1 L_2} = \frac{l_2 - l_1}{\lambda L_1 L_2} = \frac{\delta}{\lambda A_п};\\
R_ц &= \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{\lambda 2\pi x L_ц} = \frac{1}{2\pi\lambda L_ц} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{x} = \frac{1}{2\pi\lambda L_ц} \ln\frac{l_2}{l_1};\\
R_ш &= \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{\lambda 4\pi x^2} = \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{x^2} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (1.45)$$

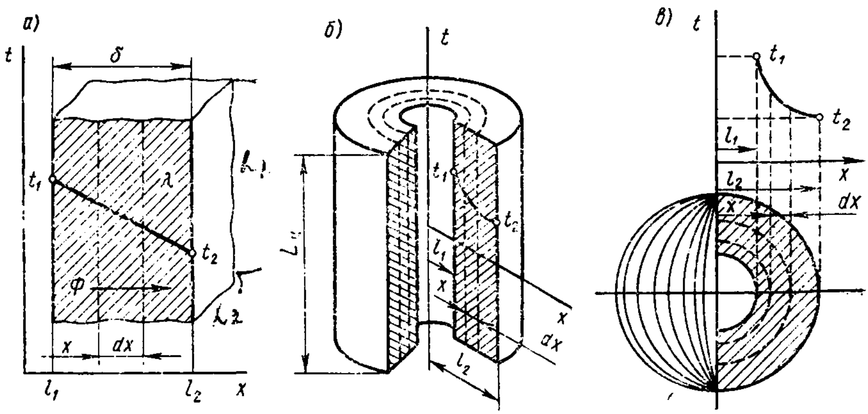


Рис. 1.10. К расчету теплового сопротивления плоской (*а*), цилиндрической (*б*), шаровой (*в*) стенок

Для оболочек толщиной $\delta = L_i - l_i$, образованных двумя параллелепипедами с размерами граней L_i, l_i ($i = x, y, z$) и общим центром (рис. 1.11), тепловая проводимость $\sigma = R^{-1}$ равна [10]

$$\frac{\sigma\delta}{2\lambda} = \frac{L_z l_y - L_y l_z}{\ln[(L_z l_y)/(L_y l_z)]} + \frac{L_x l_z - L_z l_x}{\ln[(L_x l_z)/(L_z l_x)]} + \frac{L_y l_x - L_x l_y}{\ln[(L_y l_x)/(L_x l_y)]}. \quad (1.46)$$

Если оба параллелепипеда имеют форму куба, то выражение (1.46) принимает вид $\sigma \equiv \sigma_к = 6Ll\lambda/\delta$; тепловая проводимость шаровой оболочки, как это следует из (1.45), $\sigma_ш = 6{,}28 Ll\lambda/\delta$, где $L = l_2$, $l = l_1$, $l_2 - l_1 = 2\delta$. Значения $\sigma_к$ и $\sigma_ш$ отличаются менее чем на 5%.

Составные стенки. Рассмотрим теперь последовательно составленную плоскую стенку, состоящую из n разнородных, ориентированных перпендикулярно тепловому потоку слоев, толщины и теплопроводности которых δ_i и λ_i; температуры наружных поверхностей стенок равны t_1 и t_{n+1} (рис. 1.12, *а*).

Изотермическими поверхностями в этом случае являются плоскости, параллельные поверхности стенок. Между изотермическими поверхностями отсутствуют стоки и источники энергии, и тепловой поток, не изменяясь, проходит через все стенки. Следовательно, каждой стенке можно приписать термическое сопротивление R_i; все термические сопротивления, как это видно из рис. 1.12, *б*, соединены последовательно, т. е. суммарное термическое сопротивление

$$R=\sum_{i=1}^{n} R_i=\sum_{i=1}^{n}\delta_i/(\lambda_i A_i)=(1/A)\sum_{i=1}^{n}\delta_i/\lambda_i. \qquad (1.47)$$

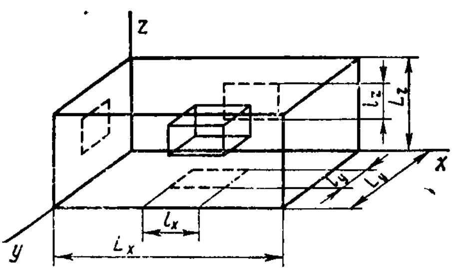


Рис. 1.11. Оболочки в форме параллелепипедов

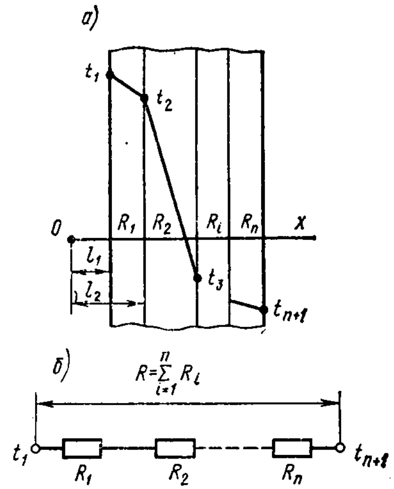


Рис. 1.12. Последовательное соединение плоских стенок (*а*) и их тепловая схема (*б*)

На основании (1.39) между температурами t_1 и t_{n+1} и тепловым потоком Φ справедлива зависимость

$$t_1-t_{n+1}=\Phi R=(\Phi/A)\sum_{i=1}^{n}\delta_i/\lambda_i. \qquad (1.48)$$

Приведем аналогичные рассуждения для термических сопротивлений последовательно составленных цилиндрической и сферической неоднородных стенок, состоящих из n различных слоев, расположенных перпендикулярно тепловому потоку:

$$R_ц=\frac{1}{L_ц}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{l_{i+1}}{l_i}; \qquad (1.49)$$

$$R_ш=\frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\left(\frac{1}{l_i}-\frac{1}{l_{i+1}}\right), \qquad (1.50)$$

где l_i — радиус i-го цилиндрического или сферического слоя; $L_ц$ — длина цилиндра.

Найдем выражение для термического сопротивления неоднородного тела, образованного системой плоских стенок, расположенных параллельно тепловому потоку (рис. 1.13, *а*).

Ограничивающие поверхности с температурами t_1 и t_2 являются равноотстоящими плоскостями, ориентированными перпендикулярно тепловому потоку. Примем следующее допущение: разнородные стенки отделены одна от другой бесконечно тонкими, не проводящими теплоту (адиабатными) прослойками. Тогда температурное поле в каждой стенке становится одномерным и ее термическое сопротивление может быть рассчитано по формуле (1.45). Термические сопротивления отдельных стенок соединены параллельно (рис. 1.13, *в*), поэтому их общее тепловое сопротивление потоку равно

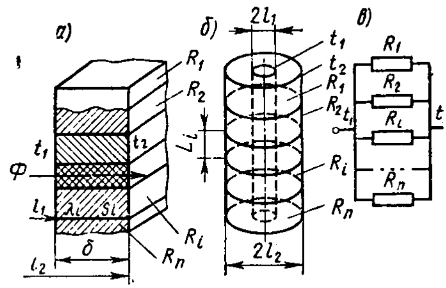


Рис. 1.13. Параллельное соединение плоских (*а*), цилиндрических стенок (*б*) и их тепловая схема (*в*)

$$\frac{1}{R}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i A_i}{\delta}\,;\ R=\delta\Big/\sum_{i=1}^{n}\lambda_i A_i. \qquad (1.51)$$

Принятое допущение о наличии адиабатных прослоек позволило существенно упростить вывод выражения для термического сопротивления параллельносоставной плоской стенки. Нетрудно на основании (1.45) и (1.51) получить выражение и для термического сопротивления параллельносоставной цилиндрической стенки (рис. 1.13, *б*):

$$R=\ln(l_2/l_1)/(2\pi\sum_{i=1}^{n}\lambda_i L_i). \qquad (1.52)$$

Пример 1.1. Рассмотрим крепление некоторых деталей к шасси с помощью болта (рис. 1.14, *а*): корпус детали электрически изолирован от шасси *1* прокладками *4* и *7* из электроизоляционных материалов, которые одновременно являются и теплоизоляцией. Болт *2* отделен от шасси воздушной прослойкой *3*, поэтому теплообмен через прослойку между болтом и шасси практически отсутствует. Требуется рассчитать термическое сопротивление болтового соединения.

Решение. Тепловой поток от детали к шасси поступает двумя путями. Первый поток Φ_1 идет непосредственно через изоляцию *4*, второй поток Φ_2 — более сложным путем, а именно: от детали через болт *2*, гайку *5*, шайбу *6* и слой изоляции *7*. На рис. 1.14, *а* пути тепловых потоков обозначены стрелками и представлена общая схема соединения термических сопротивлений для рассматриваемого случая. В данном случае тепловые потоки Φ_1 и Φ_2 движутся параллельно, преодолевая термическое сопротивление R_4 изоляции *4* и термическое сопротивление нескольких последовательно соединенных элементов. Результирующее термическое сопротивление крепежного соединения найдем на основании закона Кирхгофа, а именно:

$$R=R'R''/(R'+R''),\ R'=R_4=\delta/(\lambda_4 A_4);$$
$$R''=\delta_2/(\lambda_2 A_2)+\delta_5/(\lambda_5 A_5)+\delta_6/(\lambda_6 A_6)+\delta_7/(\lambda_7 A_7).$$

Параметры δ_5 и A_5 в данном примере довольно условны, приближенные методы их определения устанавливаются в каждом конкретном случае.

Сложный теплообмен. Связь теплового потока Φ_{12} между изотермическими поверхностями *1* и *2* с разностью температур $(t_1 - t_2)$ можно представить для различных механизмов переноса теплоты в единой форме:

$$\Phi_{12m} = (t_1 - t_2)/R_{12m} = \sigma_{12m}(t_1 - t_2), \tag{1.53}$$

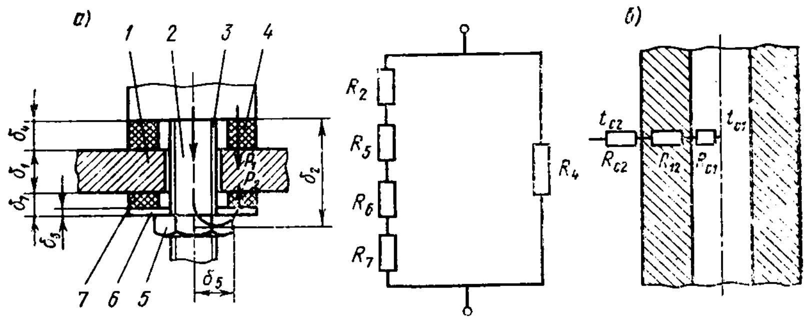


Рис. 1.14. К расчету теплового сопротивления болтового соединения (*а*) и объекта в форме трубы (*б*)

где m — индекс, характеризующий механизм переноса (теплопроводность «т», конвекция «к» и теплообмен излучением «л»); R_{12m} — тепловое сопротивление потоку между изотермическими поверхностями *1* и *2* для механизма переноса m.

Если сопоставить формулу (1.53) с формулами для различных механизмов переноса, например с формулами (1.9), (1.18), (1.39), то получаем следующие выражения для термического сопротивления. Для процесса теплопроводности это сопротивление $R_{12т} = R$ определяется по формуле (1.42), а для частных случаев плоской, цилиндрической и шаровой стенок — по формулам (1.45). На границе твердое тело — жидкость термическое сопротивление конвективному переносу

$$R_{12к} = (\alpha_к A)^{-1}, \tag{1.54}$$

где $\alpha_к$ — конвективный коэффициент теплоотдачи.

При теплообмене излучением термическое сопротивление

$$R_{12л} = (\alpha_л A)^{-1}, \tag{1.55}$$

где $\alpha_л$ — коэффициент теплоотдачи излучением.

Если все три механизма переноса теплоты присутствуют одновременно и не оказывают заметного влияния друг на друга, так что их можно рассматривать порознь, то тепловой поток Φ_{12} между изотермическими поверхностями *1* и *2*

$$\Phi_{12} = \Phi_{12т} + \Phi_{12к} + \Phi_{12л}, \quad \Phi_{12} = (\sigma_{12т} + \sigma_{12к} + \sigma_{12л})(t_1 - t_2).$$

Общее термическое сопротивление R_{ij} или общая тепловая проводимость σ_{ij} равны:

$$\frac{1}{R_{ij}}=\frac{1}{R_{\text{т}ij}}+\frac{1}{R_{\text{к}ij}}+\frac{1}{R_{\text{л}ij}},\quad \sigma_{ij}=\sigma_{\text{т}ij}+\sigma_{\text{к}ij}+\sigma_{\text{л}ij}. \tag{1.56}$$

В заключение обратим внимание на следующую особенность термических сопротивлений: разность температур между двумя изотермическими поверхностями может быть представлена двумя способами:

$$t_i-t_j=F_{ij}\Phi_i,\quad t_i-t_j=F_{ij}\Phi_j.$$

В первом случае рассматривается поток Φ_i, проходящий через площадь изотермической поверхности A_i, а во втором — поток Φ_j, проходящий через площадь поверхности A_j. Если оба потока одинаковы, т. е. $\Phi_i=\Phi_j$, то термические коэффициенты становятся термическими сопротивлениями, для которых справедливы равенства $R_{ij}=R_{ji}$; $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$.

Заметим, что все приведенные здесь зависимости получены в предположении отсутствия стоков или источников энергии между изотермическими поверхностями *1* и *2*.

Критическая толщина изоляции. Рассмотрим перенос теплоты в трубе, где протекающая внутри жидкость с температурой $t_{\text{с}1}$ нагревает жидкость с температурой $t_{\text{с}2}$, омывающую наружную поверхность трубы (рис. 1.14, *б*).

Тепловой поток от среды с температурой $t_{\text{с}1}$ проходит через стенку к жидкости с температурой $t_{\text{с}2}$, преодолевая следующие последовательно соединенные термические сопротивления: среда — стенка ($R_{\text{с}1}$), стенка (R_{12}), стенка — среда ($R_{\text{с}2}$); общее сопротивление потоку

$$R=R_{\text{с}1}+R_{12}+R_{\text{с}2}, \tag{1.57}$$

где R_{12} — термическое сопротивление простой или многосоставной стенки, определяемое по формулам (1.49), (1.50), а

$$R_{\text{с}1}=(\alpha_1A_1)^{-1},\quad R_{\text{с}2}=(\alpha_2A_2)^{-1}. \tag{1.58}$$

Здесь α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи между средой и поверхностями стенок; $A_1=2\pi Ll_1$ и $A_2=2\pi Ll_2$ — площади поверхностей *1* и *2*.

Из формул (1.57), (1.58) следует, что

$$R=\frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{\alpha_1l_1}+\frac{1}{\lambda}\ln\frac{l_2}{l_1}+\frac{1}{\alpha_2l_2}\right). \tag{1.59}$$

Анализ формулы (1.59) приводит к выводу, что тепловой поток через слои изоляции цилиндрического тела уменьшается не пропорционально увеличению толщины изоляции. При росте l_2 и неизменном l_1 термическое сопротивление $\ln(l_2/l_1)/(2\pi L\lambda)$ увеличивается, а термическое сопротивление $(2\pi Ll_2\alpha_2)^{-1}$ уменьшается. Такого рода двойной эффект означает, что для цилиндрической стенки существует определенный критический радиус $l_{кр}$, при котором потеря теплоты является максимальной. Дифференцируя значение R из (1.59) по l_2 и приравнивая производную нулю, найдем выражение для $l_{кр}$ — критического радиуса изоляции:

$$l_{кр} = \lambda/\alpha_2; \tag{1.60}$$

при нем будет наименьшее сопротивление R потоку.

Пример 1.2. Критическая толщина изоляции. Цилиндрический резистор диаметром 6 мм покрывается слоем изоляции толщиной 1 мм, теплопроводность которой $\lambda=0{,}3$ Вт/(м·К); коэффициент теплообмена резистора в условиях свободной конвекции $\alpha_2=10$ Вт/(м^2·К). Определить, как повлияет изоляция на тепловой режим резистора и температуру рабочего элемента при $\Phi=1$ Вт. Длину сопротивления принять $L=40$ мм.

Решение. По формуле (1.60) находим критическую толщину изоляции $l_{кр}=0{,}3/10=0{,}03$ м, которая значительно больше радиуса резистора 0,003 м. Это означает, что изоляция увеличивает рассеяние теплоты, т. е. тепловой режим резистора улучшается. Определим теперь термическое сопротивление R от рабочего слоя резистора до окружающей среды. Так как цилиндрическое тело резистора не трубчатое, а сплошное, то первый член в (1.59) отсутствует и выражение для $R_к$ примет вид

$$R_к = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{\lambda}\ln\frac{l_2}{l_1} + \frac{1}{l_2\alpha_2}\right) = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{0{,}3}\ln\frac{4}{3} + \frac{1}{10\cdot 4\cdot 10^{-3}}\right) = 103\ \text{К/Вт}.$$

По формуле (1.39) находим перепад температур $(t_1 - t_c)$ между рабочей поверхностью резистора t_1 и окружающей средой t_c:

$$t_1 - t_c = \Phi R_{1c} = 1\cdot 103 = 103\ \text{К}.$$

Заметим, что при выводе не учитывался отвод теплоты через торцовые тоководы; обычно он составляет около 50% от общей рассеиваемой мощности.

5.1

§ 1.6. Стационарное поле температур тел с источниками энергии

Неограниченная пластина. Температурное поле в пластине меняется только в направлении x, поэтому в уравнении (1.26) $\partial^2 t/\partial y^2 = \partial^2 t/\partial z^2 = 0$, что позволяет представить это уравнение в форме

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dt}{dx}\right) = -\frac{q_V}{\lambda},$$

решение которого

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_V}{\lambda}x + C_1, \quad t = -\frac{q_V}{2\lambda}x^2 + C_1 x + C_2.$$

Пусть на границах $x=\pm L$ коэффициенты теплоотдачи α одинаковы, а температуры t_c сред, омывающих поверхности пластины, равны друг другу. В этом случае температурное поле в теле будет симметричным относительно оси $x=0$, т. е. в центре пластины следует ожидать максимального значения температуры, что позволяет записать условие симметрии $\left.\frac{dt}{dx}\right|_{x=0} = 0$.

На границе $x=L$ происходит теплообмен согласно условию (1.35):

$$-\lambda \left.\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x=L}=\alpha\,(t_1-t_c)\,|_{x=L}\,.$$

Условия симметрии и на границе $x=L$ позволяют найти постоянные интегрирования $C_1=q_V L/\lambda$, $C_2=t_c+q_V L/\alpha$ и записать окончательное решение:

$$t-t_c=\frac{q_V L}{\alpha}+\frac{q_V}{2\lambda}(L^2-x^2). \tag{1.61}$$

Неограниченный цилиндр. Дифференциальное уравнение (1.26) и граничное условие (1.35) с учетом симметрии температурного поля относительно оси позволяют записать следующую систему уравнений температурного поля неограниченного цилиндра с внутренним источником теплоты:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\left(x\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}\right)=-\frac{q_V}{\lambda}x,$$

$$\left[\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}+\frac{\alpha}{\lambda}(t-t_c)\right]_{x=L}=0,\quad \left.\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x=0}=0.$$

Приведем решение дифференциального уравнения:

$$x\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}=-\frac{q_V}{2\lambda}x^2+C_1,\quad t=-\frac{q_V}{4\lambda}x^2+C_1\ln x+C_2.$$

Обратим внимание, что при $x=0$ $t=-\infty$, что абсурдно, поэтому полагаем постоянную интегрирования $C_1=0$. Вторую постоянную C_2 найдем из условия на границе $x=L$; окончательно получим

$$t-t_c=\frac{q_V L}{2\alpha}+\frac{q_V}{4\lambda}(L^2-x^2). \tag{1.62}$$

Параллелепипед. Часто требуется определить лишь максимальную температуру параллелепипеда. Если источники распределены по всему объему равномерно, то максимальная температура будет в центральной точке.

Пусть теплообмен со средой происходит по закону Ньютона, средний поверхностный коэффициент теплоотдачи α связан с коэффициентами теплоотдачи α_x, α_y, α_z на гранях зависимостью

$$\alpha=\frac{\alpha_x A_x+\alpha_y A_y+\alpha_z A_z}{A_x+A_y+A_z}, \tag{1.63}$$

где A_x, A_y, A_z — площади поверхностей соответствующих граней.

Среднеповерхностную температуру граней найдем из зависимости (1.9):

$$t_A=t_c+\frac{\Phi}{\alpha A},\quad \Phi=q_V V,$$

$$V=8l_x l_y l_z,\quad A=8\,(l_x l_y+l_x l_z+l_y l_z), \tag{1.64}$$

где $2l_x$, $2l_y$, $2l_z$ — размеры граней параллелепипеда.

Итак, будем полагать в первом приближении, что температура граней одинакова и равна средней поверхностной температуре t_A. Температуру t_0 в центре параллелепипеда представим как перегрев $t_0 - t_A$ относительно поверхности. Этот прием позволяет записать на гранях параллелепипеда граничные условия I рода;

$$(t-t_A)_{x=\pm l_x}=(t-t_A)_{y=\pm l_y}=(t-t_A)_{z=\pm l_z}=0.$$

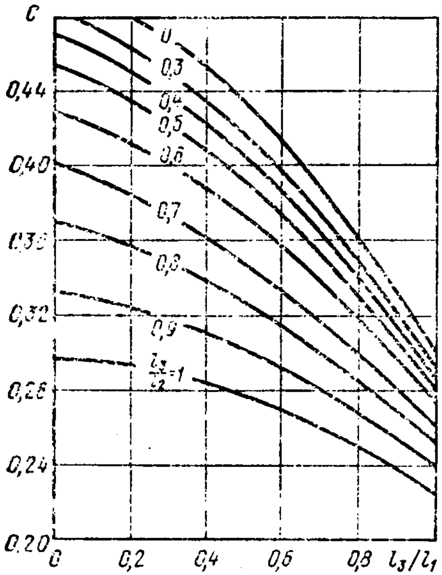


Рис. 1.15. График зависимости $C = C(l_3/l_1, l_3/l_2)$

Дифференциальное уравнение теплопроводности (1.26) в этом случае примет вид

$$\frac{\partial^2 (t-t_A)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 (t-t_A)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 (t-t_A)}{\partial z^2}+\frac{q_V}{\lambda}=0.$$

Решение этой системы уравнений приведено в [10], для центра параллелепипеда температура t_0 может быть рассчитана по формуле

$$t_0-t_A=q_V\frac{l_3}{\lambda_z}C. \qquad (1.65)$$

Коэффициент C в формуле (1.65) связан с параметрами l_3/l_1 и l_3/l_2:

$$l_1=l_x\sqrt{\lambda_z/\lambda_x},\ l_2=l_y\sqrt{\lambda_z/\lambda_y},\ l_3=l_z. \qquad (1.66)$$

В графическом виде эта зависимость представлена на рис. 1.15. При построении предполагалось, что направления осей в параллелепипеде выбраны при условии $l_1>l_3$, $l_2>l_3$. Объединяя результаты (1.64) и (1.65), запишем выражение для температуры центра параллелепипеда:

$$t_0=t_c+q_V V\left(\frac{1}{\alpha A}+\frac{l_3^2}{\lambda_z V}C\right). \qquad (1.67)$$

Дискретные источники. Исследование тепловых режимов РЭА и отдельных элементов часто приводит к необходимости анализа температурного поля параллелепипедов и пластин с дискретными источниками энергии. Например, РЭА кассетной конструкции с плотной компоновкой можно рассматривать как анизотропный параллелепипед, источники энергии в котором распределены равномерно по объему тела или дискретно в виде ступеньки (рис. 1.16, *а*). Анализ температурного поля платы с элементами, полупроводниковых преобразователей на общем теплоотводе и других приборов удобно проводить на модели пластины с дискретным источником энергии (рис. 1.16, *б*). Обычно решение этих задач весьма громоздко, поэтому прибегают к применению различных приближенных методов и последующему графоаналитическому представлению результатов.

Математическая формулировка задачи для представленных на рис. 1.16 моделей, а также решение и расчетные графики приведе-

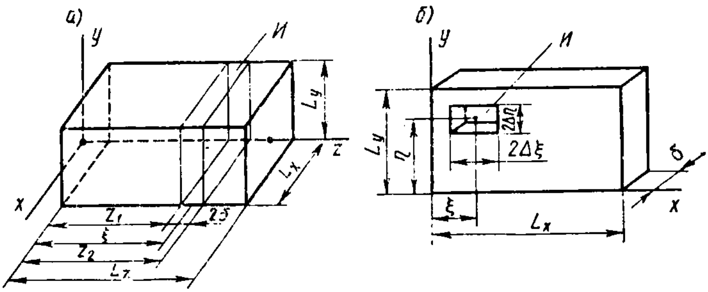


Рис. 1.16. Параллелепипед (*а*) и пластина (*б*) с дискретным источником энергии

ны в приложениях Б.1, Б.2. Здесь рассмотрим только математическую постановку задачи и кратко познакомим с весьма распространенным и удобным методом описания дискретных источников энергии с помощью ступенчатых функций. Пусть, например, в параллелепипеде имеется дискретный источник энергии, занимающий область *И* в форме ступеньки; внутри этой области объемная плотность теплового потока q_V постоянна. Обозначим координаты центра этой области через ξ, толщину 2δ, а координаты левого и правого краев области *И* равны $z_1=\xi-\delta$ и $z_2=\xi+\delta$ (рис. 1.16, *а*).

Введем функцию $\Gamma(z)$, которая подчиняется условию

$$\Gamma(z)=\begin{cases}0 \text{ вне области } И,\\ q_V \text{ в области } И.\end{cases}$$

Покажем, как можно аналитически описать функцию $\Gamma(z)$; для этого введем ступенчатую функцию, которую символически обозначим $1(z-z_i)$ и припишем ей следующие свойства:

$$1(z-z_i)=\begin{cases}0 \text{ при } (z-z_i)\leqslant 0,\ i=1,\ 2;\\ 1 \text{ при } (z-z_i)>0.\end{cases} \tag{1.68}$$

На рис. 1.17 графически представлен вид функций $1(z-z_i)$, а также их разности $\delta=\{1(z-z_1)-1(z-z_2)\}$, которая образует «ступеньку». Действительно, при $z<z_1$ на основании (1.68) функции $1(z-z_1)=1(z-z_2)=0$ и $\delta(z)=0$; при $z_1\leqslant z\leqslant z_2$ функции $1(z-z_1)=$ $=1$, $1(z-z_2)=0$ и $\delta(z)=1$; при $z>z_2$ функции $1(z-z_1)=1(z-z_2)=1$ и $\delta(z)=0$. С помощью δ функции легко представить функцию Γ:

$$\Gamma(z)=q_V\delta(z)=q_V\{1(z-z_1)-1(z-z_2)\}.$$

Раскрывая в этой формуле значения z_1 и z_2, получим следующее аналитическое выражение для ступенчатой функции Ф:

$$\Gamma(z)=q_V\{1(z-\xi+\delta)-1(z-\xi-\delta)\}. \qquad (1.69)$$

Аналогично описываются двух- и трехмерные дискретные области $\gamma=x,\ y,\ z$:

$$\Gamma(\gamma)=q_V\Pi\{1(\gamma-\xi_\gamma+\delta_\gamma)-1(\gamma-\xi_\gamma-\delta_\gamma)\}. \qquad (1.70)$$

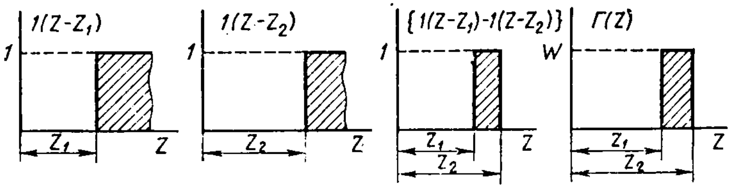


Рис. 1.17. К определению ступенчатой функции

Основываясь на использовании этих функций, запишем дифференциальное уравнение (1.24) для стационарного температурного поля анизотропного параллелепипеда со ступенчатым источником:

$$\lambda_x\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}+\lambda_y\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}+\lambda_z\frac{\partial^2\vartheta}{\partial z^2}+q_V\{1(z-\xi+\delta)-1(z-\xi-\delta)\}=0; \qquad (1.71)$$

при этом на гранях должны выполняться условия

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial i}\pm\frac{\alpha_i}{\lambda_i}\vartheta\right)_{i=0,l_i}=0\ (i=x,\ y,\ z).$$

Пример 1.3. Параллелепипед с источниками теплоты. Размеры параллелепипеда $2l_x=12\cdot10^{-2}$, $2l_y=10\cdot10^{2}$, $2l_z=20\cdot10^{-2}$ м, теплопроводности материала вдоль осей $\lambda_x=\lambda_y=0{,}5$, $\lambda_z=0{,}1$ Вт/(м·К), коэффициенты теплоотдачи со средой $\alpha_x=10$, $\alpha_y=\alpha_z=5$ Вт/(м²·К), температура среды $t_c=20°$ С. В параллелепипеде распределен источник энергии, полная мощность которого равна $\Phi=20$ Вт. Определить температуру поверхности и центра параллелепипеда для двух случаев: 1) источник энергии равномерно распределен в теле; 2) источник сосредоточен в одной половине параллелепипеда.

Решение. Первый случай. По формуле (1.63) определяем средний коэффициент теплообмена:

$$\alpha=\frac{(10\cdot80+5\cdot60+5\cdot48)10^{-4}}{(80+60+48)\,10^{-4}}=7{,}1\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

По формуле (1.66) находим размеры l_1, l_2, l_3:

$$l_1=10\cdot10^{-2}\sqrt{0{,}5/0{,}1}=0{,}224\ \text{м},\ 2l_1=0{,}448\ \text{м},$$

$$l_2=8\cdot10^{-2}\sqrt{0{,}5/0{,}5}=0{,}08\ \text{м},\ 2l_2=0{,}16\ \text{м};$$

$$l_3=0{,}06\ \text{м},\quad 2l_3=0{,}12\ \text{м};\quad l_3/l_1=0{,}268;\quad l_3/l_2=0{,}75.$$

По графику рис. 1.15 находим $C(0{,}268;\ 0{,}75)=0{,}37$.

По формулам (1.64) определяем A, V, t_A:

$$A=0{,}15\ \text{м}^2,\quad V=3{,}84\cdot10^{-3}\ \text{м}^3,\quad t_A=t_c+20/(7{,}1\cdot0{,}15)=18{,}8\ \text{К}.$$

По формулам (1.67) рассчитываем температуру в центре тела:

$$t_0 = 18{,}8 + 20\left(\frac{1}{7{,}1\cdot 0{,}15} + \frac{3{,}6\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}37}{0{,}5\cdot 3{,}84\cdot 10^{-3}}\right) = 52{,}6°\text{C}.$$

Второй случай. Источник энергии в параллелепипеде сосредоточен в ступенчатой области, занимающей половину тела. Согласно обозначениям на рис. 1.16, *а*, за полный размер по оси *z* примем $L_z=0{,}20$ м; относительная координата центра источника $\bar{\xi}=\xi/L_z=0{,}25$, а относительный размер ступеньки $2\bar{\delta}=2\delta/L_z=0{,}5$: следовательно, $\bar{\delta}=0{,}25$.

Используя приложение Б.1, найдем параметры a^* и b, входящие в формулу (Б.5); для этого проведем предварительные расчеты аргументов B_z, p_z по формулам, приведенным в приложении

$$\psi_x = [1 + 10\cdot 0{,}06/(3\cdot 0{,}5)]^{-1} = 0{,}71;\quad \psi_y = [1 + 5\cdot 0{,}08/(3\cdot 0{,}5)]^{-1} = 0{,}79;$$

$$B_z = 5\cdot 0{,}2/0{,}1 = 10;\quad p_z = 0{,}2\sqrt{(10\cdot 0{,}08\cdot 0{,}71 + 5\cdot 0{,}06\cdot 0{,}79)/(0{,}1\cdot 0{,}08\cdot 0{,}06)} = 8{,}2$$

По графикам рис. Б.1 определяем $a^*(10;\ 0{,}25)=1{,}68$, $b(8{,}2;\ 0{,}25)=0{,}41$; по формуле (Б.5) находим ϑ^*, задавая значение $\vartheta=52{,}6-20=32{,}6$ из предыдущей задачи:

$$\vartheta^* = 2\cdot 0{,}25\cdot 1{,}68\cdot 0{,}41\cdot 32{,}6 = 11{,}2°\text{C}.$$

§ 1.7. Температурное поле стержней и пластин

5.1

Стержни и пластины. Характерной чертой стержней и пластин является малый градиент температуры в поперечном сечении этих тел (обычно его считают равным нулю). К стержням относятся

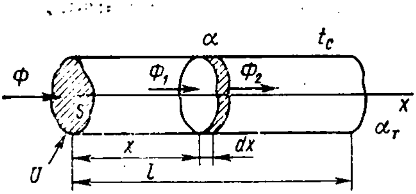


Рис. 1.18. Поток теплоты через стержень

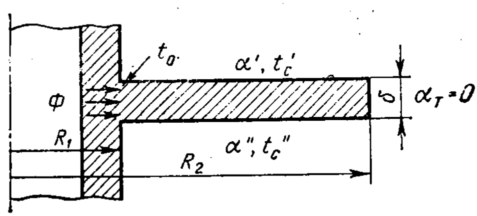


Рис. 1.19. Поток теплоты через ребро радиатора

проводники радиодеталей, термоэлектроды термопар и др. Стержень вытянут в одном направлении, в котором движется поток теплоты, остальные размеры тела малы по сравнению с первым (рис. 1.18). В пластине тепловой поток движется в плоскости (два измерения), а толщина ее мала по сравнению с другими размерами тела. К пластинам можно отнести рабочий элемент полупроводникового выпрямителя радиаторного типа, отдельное ребро радиатора (рис. 1.19), шасси, на котором производится монтаж деталей, и др.

Процесс распространения теплоты в стержнях и пластинах существенно отличается от процесса распространения теплоты в стенках: при передаче тепловой энергии теплопроводностью в стержне или пластине происходит непрерывное рассеяние или приток тепловой энергии с поверхности этих тел в окружающую среду благодаря конвекции и излучению.

Температурное поле стержня или пластины может быть получено из приведенного выше дифференциального уравнения (1.26). Рассмотрим иной путь, а именно: составим для стержня и пластины дифференциальное уравнение, в котором учтена специфика температурного поля этих тел — отсутствие градиента по сечению стержня или по толщине пластины. Для этого выделим на расстоянии x от торца стержня элемент $\mathrm{d}x$, в левый торец которого входит благодаря теплопроводности поток теплоты Φ_1, а из правого торца выходит Φ_2 (см. рис. 1.18). Пусть в стержне существуют внутренние источники с объемной плотностью теплового потока q_V, а рассеяние энергии с боковой поверхности элемента осуществляется вследствие конвекции и излучения; обозначим периметр стержня U, площадь поперечного сечения — A, длину — l. Сформулируем для элемента объемом $A\mathrm{d}x$ закон сохранения энергии: разность между вошедшим и вышедшим из элемента потоками $(\Phi_1—\Phi_2)$ плюс выделившаяся в элементе мощность $q_VA\mathrm{d}x$ полностью рассеиваются в окружающую среду $\alpha U\mathrm{d}x(t—t_c)$:

$$(\Phi_1-\Phi_2)+q_VA\,\mathrm{d}\,x=\alpha U\,\mathrm{d}\,x\,(t-t_c).$$

Разность потоков $(\Phi_1—\Phi_2)=(q_1—q_2)A$; повторяя приведенные в § 1.3 рассуждения, получим следующее выражение:

$$q_1-q_2=-\frac{\partial q}{\partial x}\mathrm{d}\,x=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right)=\lambda\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}.$$

Здесь предполагается, что теплопроводность λ не зависит от координат, а $\vartheta=t—t_c$. Окончательно стационарное уравнение теплопроводности для стержня приобретает вид

$$\mathrm{d}^2\vartheta/\mathrm{d}\,x^2-b_1^2\vartheta+q_V/\lambda=0,\ \ \vartheta=t-t_c,\ \ b_1^2=\alpha U/(\lambda A). \quad (1.72)$$

Граничные условия для стержня на левом торце найдем также из закона сохранения энергии: входящий в торец поток Φ полностью проходит в стержень, т. е.

$$\Phi=-\lambda\frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x}\bigg|_{x=0}A. \quad (1.73)$$

На правом торце наиболее общим является граничное условие III рода (1.35), которое для данной задачи имеет вид

$$\left[\frac{\partial t}{\partial x}+\frac{\alpha_т}{\lambda}(t-t_c)\right]_{x=l}=0, \quad (1.74)$$

где $\alpha_т$ — коэффициент теплоотдачи с левого торца стержня в среду.

В практических приложениях наиболее часто встречаются задачи о температурном поле стержней без внутренних источников теплоты ($q_V=0$) и уравнение (1.72) переходит в

$$\mathrm{d}^2\vartheta/\mathrm{d}\,x^2-b_1^2\vartheta=0. \quad (1.75)$$

Общий интеграл уравнения (1.75)

$$\vartheta(x)=C_1\operatorname{ch}b_1x+C_2\operatorname{sh}b_1x,$$

где постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий (1.73), (1.74):

$$C_1=\frac{\Phi}{(\lambda b_1 A)} f,\ C_2=-\frac{\Phi}{\lambda b_1 A},\ f=\left(1+\frac{\alpha_т}{\lambda b}\operatorname{th} b_1 l\right)\Big/\left(\frac{\alpha_т}{\lambda b}+\operatorname{th} b_1 l\right). \tag{1.76}$$

Итак, решение системы уравнений (1.73)—(1.75) имеет вид

$$\vartheta=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}(f \operatorname{ch} b_1 x-\operatorname{sh} b_1 x). \tag{1.77}$$

Рассмотрим частные случаи.

Теплообмен с торца $x=l$ отсутствует, т. е. $\alpha_т=0$. Обычно это условие можно с хорошим приближением принять в тех случаях, когда площадь боковой поверхности Ul значительно больше площади торца $Ul \gg A$, а коэффициенты теплоотдачи α и $\alpha_т$ не слишком отличаются. Полагая в (1.76) $\alpha_т=0$, получим

$$f=\operatorname{cth} b_1 l \text{ и } \vartheta=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}\,\frac{\operatorname{ch} b_1(l-x)}{\operatorname{sh} b_1 x}. \tag{1.78}$$

Заметим, что если даже $\alpha_т$ отличается от нуля, то с хорошим приближением можно привести структуру коэффициента f в (1.76) к более простому выражению (1.78) путем следующих преобразований. Условно увеличим площадь боковой поверхности стержня на величину поверхности торца A, тогда новая эффективная длина стержня станет равной l'. Параметры l и l' связаны очевидными соотношениями

$$Ul'=Ul+A,\ l'=l+A/U. \tag{1.79}$$

Подставив в (1.77) вместо l новое значение l', учтем реальный теплообмен торца стержня с окружающей средой, но в новом стержне длиной l' с торца не будет теплообмена, так как его уже учли проведенной выше операцией «удлинения» стержня, т. е. можно полагать, что $\alpha_т=0$ и решение (1.77) переходит в

$$\vartheta=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}\,\frac{\operatorname{ch} b_1(l'-x)}{\operatorname{sh} b_1 l'}. \tag{1.80}$$

Заметим, что приближенное выражение (1.80) будет тем ближе к точному (1.77), чем $\alpha_т$ будет ближе по своему числовому значению к α и $Ul \gg A$.

Придадим выражению (1.80) иную форму, введя перегрев левого торца $\vartheta_0=\vartheta|_{x=0}$; полагая в (1.80) $x=0$, получим

$$\vartheta=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}\operatorname{cth} b_1 l' \text{ или } \Phi=\vartheta_0 \lambda b_1 A \operatorname{th} b_1 l'. \tag{1.81}$$

Из (1.80) и (1.81) следует иная форма выражения для (1.80):

$$\vartheta=\vartheta_0\,\frac{\operatorname{ch} b_1(l'-x)}{\operatorname{ch} b_1 l'}. \tag{1.82}$$

Полуограниченный стержень $l=l'=\infty$. Используем известные зависимости

$$\operatorname{ch}\beta=(e^{\beta}-e^{-\beta})/2,\quad \operatorname{sh}\beta=(e^{\beta}-e^{-\beta})/2$$

и представим (1.80) в следующем виде:

$$\vartheta=\frac{\Phi\left(e^{b_1(l'-x)}+e^{-b_1(l'-x)}\right)}{\lambda b_1 A\left(e^{b_1 l'}-e^{-b_1 l'}\right)}=$$

$$=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}\,\frac{e^{b_1(l'-x-l')}+e^{-b_1(l'-x+l')}}{1-e^{-2b_1 l'}}.$$

Устремляя в этом выражении $l'\to\infty$, получим

$$\vartheta=\frac{\Phi}{\lambda b_1 A}e^{-b_1 x}. \qquad (1.83)$$

Можно показать, что дифференциальное уравнение для пластины (рис. 1.19) составляется аналогично дифференциальному уравнению для стержня на основании закона сохранения энергии и приобретает в декартовых координатах вид

$$\partial^2\vartheta/\partial x^2+\partial^2\vartheta/\partial y^2-b_2^2\vartheta+q_V/\lambda=0,\quad b_2^2=\alpha/(\delta\lambda); \qquad (1.84)$$

для диска в цилиндрических координатах имеем

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\vartheta}{dr}-b_2^2\vartheta+\frac{q_V}{\lambda}=0. \qquad (1.85)$$

Граничные условия выбираются в зависимости от конкретной постановки задачи. Сформулируем условия на границах для практически важной задачи, связанной с определением температурного поля круглого ребра постоянной толщины без источников теплоты.

Пусть к поверхности $2\pi R_1\delta$ подводится поток Φ, который полностью передается через ребро теплопроводностью:

$$\Phi=-\lambda\left.\frac{d\vartheta}{dr}\right|_{r=R}2\pi R_1\delta. \qquad (1.86)$$

Упростим задачу, полагая, что можно пренебречь потоком Φ_2, рассеиваемым с внешней боковой поверхности ребра при $r=R_2$, по сравнению с потоком Φ_1, рассеиваемым обеими поверхностями ребра. Это предположение выполняется тем лучше, чем площадь основных поверхностей больше поверхности торца при $r=R_2$, т. е. при $(R_2^2-R_1^2)\gg R_2\delta$. При выполнении этого условия можно записать

$$\Phi_2=-\lambda\left.\frac{d\vartheta}{dr}\right|_{r=R_2}2\pi R_2\delta\approx 0,\ \text{т. е.}\ \left.\frac{d\vartheta}{dr}\right|_{r=R_2}=0. \qquad (1.87)$$

Граничными условиями для рассматриваемой задачи являются зависимости (1.86), (1.87). Общий интеграл (1.85) при $q_V=0$ имеет вид [13]

$$\vartheta=C_1 I_0(b_2 r)+C_2 K_0(b_2 r),$$

где C_1, C_2 — постоянные интегрирования; I_0, K_0 — функции Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента.

Определяя постоянные интегрирования из условий (1.86) и (1.87), найдем выражения для ϑ:

$$\vartheta = t - t_c = \frac{\Phi}{\lambda\delta} f(\mathrm{Bi},\ R_1/R_2,\ r/R_2),$$

$$\mathrm{Bi} = \left[(\alpha' + \alpha'') R_2^2\right]/(\lambda\delta), \tag{1.88}$$

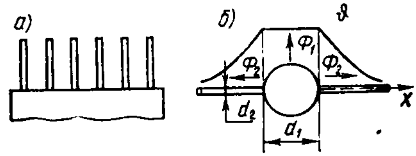


Рис. 1.20. Торец радиоэлемента с жилами (*а*) и бусинковый терморезистор (*б*)

где α', α'' — значения коэффициентов теплоотдачи с верхней и нижней поверхностей ребра (рис. 1.19).

Функция f имеет следующий вид:

$$f = B/(2\pi\gamma),\ \gamma = \sqrt{\mathrm{Bi}},\ \gamma_1 = \gamma R_i/R,$$

$$B = \frac{I_1(\gamma) K_0(\gamma r/R_2) - K_1(\gamma) I_0(\gamma r/R_2)}{I_1(\gamma) K_1(\gamma_1) - K_1(\gamma) I_1(\gamma_1)}. \tag{1.89}$$

Если радиус диска велик, т. е. $R_2 \to \infty$, то $\gamma \to \infty$ и функция $I_1(\gamma) \to \infty$, тогда выражение для B упрощается [13]:

$$\vartheta = \Phi B/(2\pi R_1 \lambda\delta b_2),\ B = K_0(b_2 r)/K_1(b_2 R_1),\ b_2^2 = \alpha/(\lambda\delta). \tag{1.90}$$

Пример 1.4. Радиоэлемент с металлическими проводниками. На торце радиоэлемента смонтированы n медных проводников диаметром $d = 2R = 1 \cdot 10^{-3}$, длиной $l = 1 \cdot 10^{-2}$ м, теплопроводность материала которых $\lambda = 400$ Вт/(м·К). Полная площадь поверхности торца радиоэлемента $A_0 = 1$ см²; коэффициент теплоотдачи между свободной от жил поверхностью торца и средой, а также самих жил равен $\alpha_0 = \alpha = 20$ Вт/(м²·К) (рис. 1.20, *а*). Найти, во сколько раз увеличится отток теплоты с площади поверхности торца при наличии проводников.

Решение. Обозначим через $\Phi_п$, Φ_1, Φ_0 мощности, рассеиваемые соответственно всеми проводниками, свободной от проводников поверхностью торца ($A_0 - n\pi R^2$), полной площадью поверхности A_0 торца. Пусть перегрев поверхности торца над средой $\vartheta_0 = t_0 - t_c$, тогда значения мощностей легко найти из уравнений (1.9) и (1.81):

$$\Phi_0 = \alpha_0 \vartheta_0 A_0,\ \Phi_1 = \alpha_0 \vartheta_0 (A_0 - n\pi R^2),$$

$$\Phi_п = n\vartheta_0 \lambda b A \operatorname{th} bl',\ b^2 = 2\alpha/\lambda R).$$

По условию задачи требуется определить отношение

$$\frac{\Phi_п + \Phi_1}{\Phi_0} = 1 + n\left(\frac{\lambda b A}{\alpha_0 A_0} \operatorname{th} bl' - \frac{\pi R^2}{A_0}\right).$$

Произведем расчеты:

$$b^2 = \frac{2\cdot 20}{400\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}} = 200\ \text{м}^{-2};\ b = 14{,}1\ \text{м}^{-1};$$

$$l' = l + A/U = 1\cdot 10^{-2} + 0{,}5\cdot 10^{-3}/2 \simeq 1\cdot 10^{-2}\ \text{м};$$

$$bl = 0{,}14;\ \operatorname{th} 0{,}14 \simeq 0{,}14;\ (\Phi_{п} + \Phi_1)/\Phi_0 = 1 + 0{,}62\, n.$$

Если число проводников $n = 10$, то рассеяние теплоты увеличится в 7 раз.

Пример 1.5. Полупроводниковый терморезистор. Терморезистор бусинкового типа имеет следующие параметры: диаметр бусинки $d_1 = 1$ мм, диаметр медных проводников $d_2 = 0{,}1$ мм, их теплопроводность $\lambda_2 = 400$ Вт/(м·К), длина проводников во много раз больше диаметра, т. е. можно считать $l_2 = \infty$. Бусинка находится в воздухе, коэффициент теплоотдачи проводов и бусинки $\alpha = 40$ Вт/(м²·К) (рис. 1.20, *б*).

Необходимо найти допустимое значение измерительного тока $I_д$, при котором погрешность измерения температуры $t_с = 40°$ С воздуха из-за перегрева терморезистора не превысит 0,1%; электрическое сопротивление при этой температуре $R = 2500$ Ом.

Решение. Допустимый измерительный ток связан с допустимой рассеиваемой мощностью зависимостью $I_д^2 R = \Phi_д$. Погрешность измерения вследствие перегрева терморезистора равна, по определению,

$$\delta = (t_д - t_с)/t = \vartheta_д/t_с = 0{,}1\,\% = 0{,}001,\ \text{откуда}\ \vartheta_д = t_с\cdot 10^{-3}.$$

Установим связь между $\vartheta_д$ и $\Phi_д$. Для этого представим бусинковый терморезистор как тело с равномерным полем температур и двумя стержнями с неравномерной температурой (рис. 1.20, *б*). В каждый стержень от бусинки отводится поток Φ_2, а со свободной поверхности бусинки рассеивается поток Φ_1. На основании закона сохранения энергии $\Phi_д = \Phi_1 + 2\Phi_2$. Выражение для Φ_1 найдем с помощью зависимости (1.9):

$$\Phi_1 = \alpha\vartheta_д A_1 = \alpha\vartheta_д\,(\pi d_1^2 - 2\pi d_2^2/4) = 1{,}25\cdot 10^{-4}\vartheta_д\ \text{Вт}.$$

Поток, входящий в стержень, вычислим по формуле (1.81):

$$\Phi_2 = \vartheta_д\lambda_2 b_2 A_2 \operatorname{th} b_2 l_2,\quad b_2 = \sqrt{2\alpha/(\lambda_2 r_2)},$$

$$\Phi_2 = 2\cdot 10^{-4}\vartheta_д\ \text{Вт}.$$

Итак,

$$\Phi_д = (1{,}25 + 4)\,10^{-4}\,\vartheta_д \simeq 2\cdot 10^{-5}\ \text{Вт},\quad I_д \leqslant \sqrt{2\cdot 10^{-5}/(2{,}5\cdot 10^3)} = 92\cdot 10^{-6}\ \text{А}.$$

6.1

§ 1.8. Нестационарный тепловой режим тела с равномерным полем температур

Дифференциальное уравнение. Рассмотрим тело произвольной конфигурации, которое в начальный момент времени $\tau = 0$ имеет температуру t_0, объемную плотность теплового потока q_V и начальную температуру среды $t_с(0) = t_{с0}$. Тело вносится в среду, температура $t_с(\tau)$ которой изменяется во времени; теплообмен тела со средой подчиняется закону Ньютона (1.9). Задача состоит в определении температуры тела в любой момент времени. Температурное поле такого тела полностью описывается дифференциальным уравнением (1.25), граничным условием (1.35) и приведенными выше начальными условиями. Приведем эту систему уравнений к иному виду, применив ко всем членам системы уравнений следующую операцию осреднения:

$$L[f]=\frac{1}{V}\int f\mathrm{d}V.$$

Начнем с дифференциального уравнения (1.25):

$$\frac{1}{V}\int\limits_V \nabla^2 t\mathrm{d}V+\frac{1}{V}\int\limits_V \frac{q_V}{\lambda}\mathrm{d}V=\frac{1}{V}\int\limits_V \frac{c_p\rho}{\lambda}\ \frac{\partial f}{\partial\tau}\mathrm{d}V. \quad (1.91)$$

Используем известную теорему Грина [13]

$$\int\limits_V \nabla^2 t\mathrm{d}V=\int\limits_A \mathrm{grad}\, t\mathrm{d}A$$

и преобразуем первый член (1.91), при этом будет использовано граничное условие (1.35):

$$\int\limits_A \mathrm{grad}\, t\,\mathrm{d}A=-\int\limits_A \frac{\alpha(t-t_c)}{\lambda}\mathrm{d}A=\frac{\alpha A}{\lambda}(t_A-t_c),\ t_A=\frac{1}{A}\int\limits_A t\mathrm{d}A.$$

Тогда

$$\frac{1}{V}\int\limits_V \nabla^2 t\mathrm{d}V=-\frac{\alpha A}{\lambda V}(t_A-t_c).$$

По определению,

$$\int\limits_V q_V\mathrm{d}V=\Phi,\quad \frac{1}{V}\int\limits_V t\mathrm{d}V=t_V,$$

где Φ — полная тепловая мощность источников теплоты в теле; t_V — среднеобъемная температура тела.

В этих преобразованиях предположим, что коэффициенты α, λ, c_p не зависят от температуры. Используем полученные результаты и перепишем (1.91) в виде

$$\frac{\mathrm{d}t_V}{\mathrm{d}\tau}+m_0 t_A=m_0 t_c(\tau)+\frac{\Phi(\tau)}{C},$$

$$C=c_p\rho V,\quad m_0=\alpha A/C.$$

Если предположить, что поле температур в теле равномерное, т. е. $t_V=t_A=t$, то последнее уравнение примет вид

$$\mathrm{d}t/\mathrm{d}\tau+m_0 t=m_0 t_c(\tau)+\Phi(\tau)/C. \quad (1.92)$$

Уравнение (1.92) вместе с начальными условиями полностью описывает тепловой режим тела с равномерным полем температур; общий интеграл уравнения [13]

$$t=e^{-m_0\tau}\left(D+m_0\int e^{m_0\tau}F\mathrm{d}\tau\right),\quad F=t_c+\Phi/(m_0 C), \quad (1.93)$$

где D — постоянная интегрирования.

Неопределенный интеграл заменим определенным, взяв его в пределах от τ_0 до τ. При $\tau=\tau_0$ выражение (1.93) примет вид

$$t_0=e^{-m_0\tau_0}\left(D+m_0\int_{\tau_0}^{\tau}e^{m_0\tau}F\,d\tau\right).$$

Интеграл в последнем выражении равен нулю, отсюда $D=t_0e^{m_0\tau_0}$, а

$$t=t_0e^{-m_0(\tau-\tau_0)}+m_0e^{-m_0\tau}\int_{\tau_0}^{\tau}e^{m_0\tau}F\,d\tau. \tag{1.94}$$

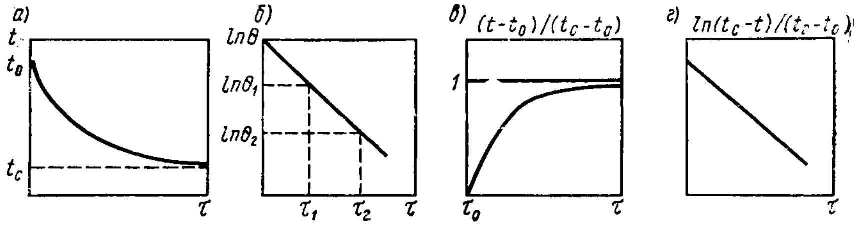


Рис. 1.21. Графики изменения температуры тела в среде с постоянной температурой:

а, б — охлаждения; *в, г* — нагревания

Выражению (1.94) с помощью тождественных преобразований можно придать иной вид:

$$t-t_c=(t_0-F_0)e^{-m_0(\tau-\tau_0)}-e^{-m_0\tau}\int_{\tau_0}^{\tau}e^{m_0\tau}\frac{dF}{d\tau}\,d\tau, \tag{1.95}$$

$$F_0=t_{c0}+\Phi_0/(m_0C),\quad F=t_c+\Phi/(m_0C).$$

Дальнейший анализ можно проводить, если задан вид функциональных зависимостей $t_c=t_c(\tau)$ и $\Phi=\Phi(\tau)$. Здесь возможны различные сочетания; рассмотрим некоторые простейшие случаи.

Постоянная температура среды. Пусть $\Phi=0$ и тело помещено в среду с постоянной температурой $t_c=\text{const}$. Тогда $F_0=F=t_c=\text{const}$ и зависимость (1.95) можно переписать в виде

$$\theta=(t-t_c)/(t_0-t_c)=e^{-m_0(\tau-\tau_0)}. \tag{1.96}$$

Из последнего выражения следует, что разность температур тела и среды изменяется по закону экспоненты (рис. 1.21, *а*). Прологарифмируем формулу (1.96):

$$\ln\theta=m_0(\tau-\tau_0)=-m_0\tau+\text{const}. \tag{1.97}$$

На рис. 1.21, *б* дано графическое представление этой зависимости в полулогарифмических координатах. Из этого рисунка и формулы (1.97) следует, что

$$m_0=(\ln\theta_1-\ln\theta_2)/(\tau_2-\tau_1)=[\ln(t_1-t_c)-\ln(t_2-t_c)]/(\tau_2-\tau_1). \tag{1.98}$$

Последнее выражение позволяет определить опытным путем параметр m_0, который в дальнейшем будем называть *темпом охлаждения (нагревания) тела.* Пусть из опыта получена зависимость $t-t_c=f(\tau)$; построив ее в полулогарифмических координатах $\ln[(t-t_c)/(t_0-t_c)]=f_1(\tau)$ и выбрав два каких-либо момента времени τ_1 и τ_2, находим по формуле (1.98) m_0.

Рассмотрим теперь простое нагревание тела в среде $t_c>t_0$. Вычтя из правой и левой части уравнения (1.96) по единице, после преобразований получим

$$(t-t_0)/(t_c-t_0)=1-e^{-m_0(\tau-\tau_0)}. \qquad (1.99)$$

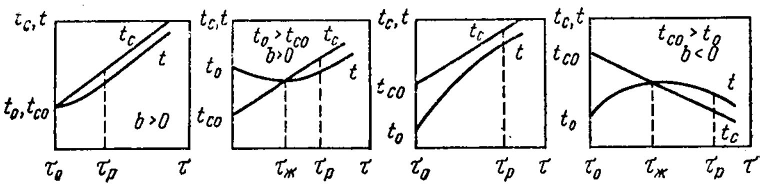


Рис. 1.22. Графики изменения температуры тела в среде с линейно меняющейся температурой

Графическая зависимость (1.99) представлена на рис. 1.21, *в*. Выражение (1.99) с помощью тождественных преобразований можно представить в виде

$$(t_c-t)/(t_c-t_0)=e^{-m_0(\tau-\tau_0)}; \qquad (1.100)$$

на рис. 1.21, *г* дано графическое изображение (1.100) в полулогарифмических координатах. Можно определить темп нагревания тела по аналогии с темпом охлаждения, при этом результаты опытов следует обрабатывать в форме

$$m_0=[\ln(t_c-t_1)-\ln(t_c-t_2)]/(\tau_2-\tau_1). \qquad (1.101)$$

При простом нагревании или охлаждении тела с равномерным полем температур темпы нагревания и охлаждения, как это видно из всех предыдущих выводов, численно равны между собой.

Температура среды изменяется во времени с постоянной скоростью. Рассмотрим следующий случай (рис. 1.22): 2.3.

$$t_c=b(\tau-\tau_0)+t_{c0}, \quad \Phi=\Phi_0=0, \quad b=dt_c/d\tau=\mathrm{const}.$$

Согласно (1.95), $F_0=t_{c0}$, $F=t_c$, поэтому

$$t-t_c=(t_0-t_{c0})e^{-m_0(\tau-\tau_0)}-be^{-m\tau}\int\limits_{\tau_0}^{\tau}e^{m_0\tau}d\tau.$$

После преобразований получим

$$t-t_c=-b/m_0+(t_0-t_{c0}+b/m_0)e^{-m_0(\tau-\tau_0)}. \qquad (1.102)$$

Графическое представление разновидностей рассматриваемых режимов дано на рис. 1.22, из которого видно, что возможны случаи пересечения кривых $t(\tau)$ и $\tau_c(\tau)$, однако такое пересечение может быть только в одной точке.

Рассмотрим теперь, как изменяется ход кривой $t(\tau)$ с течением времени. Второе слагаемое в (1.102), содержащее экспоненту $\exp[-m_0(\tau-\tau_0)]$ в качестве множителя, становится при больших τ пренебрежимо малым по сравнению с первым, т. е. разность температур тел и среды стремится стать постоянной

$$t-t_c=-b/m_0 \tag{1.103}$$

при больших значениях $(\tau-\tau_0)$. Из рис. 1.22 видно, что с течением времени кривые $t(\tau)$ и $t_c(\tau)$ становятся практически параллельными. Обозначим τ_0 время, начиная с которого с заданной степенью точности можно не учитывать второе слагаемое в (1.102), и тепловой режим тела при $\tau>\tau_p$ назовем *регулярным* режимом II рода,* а при $\tau<\tau_p$ — *иррегулярным (дорегулярным) режимом.*

Из анализа рис. 1.22 следует, что для всех случаев соотношений t_0 и t_{c0} при $\tau>\tau_p$ разность температур t_p-t_c изменяется по одинаковому закону (1.103). В развернутом виде это уравнение имеет вид

$$t_p=t_{c0}+b(\tau-\tau_0)-b/m_0, \quad b\gtrless 0. \tag{1.104}$$

Выражение (1.102) является точным решением задачи, а (1.104) — приближенным. Для некоторых технических задач часто бывает удобно использовать такого рода приближенные выражения.

Температура среды изменяется по гармоническому закону. Простейший закон периодического (гармонического) изменения температуры среды имеет вид

$$t_c=\bar{t}_c+A\cos(2\pi\tau/T)=\bar{t}_c+A\cos\omega\tau, \tag{1.105}$$

где $\bar{t}_c$ — среднее значение температуры среды, около которого происходят ее колебания; T — период колебаний; A — амплитуда колебаний; $\omega=2\pi/T$ — частота.

Применив для отыскания разности температур $t-t_c$ общую формулу (1.95), в которой $F=t_c$, $F_0=t_{c0}$, $F'=-A\cos\omega\tau$, после преобразований получим:

$$t-t_c=[(t_0-t_{c0})-A^*\sin(\omega\tau_0-\beta)]\,e^{-m_0(\tau-\tau_0)}+A\sin(\omega\tau-\beta); \tag{1.106}$$

$$\operatorname{tg}\beta=\omega/m_0, \quad \beta=\operatorname{arctg}(\omega/m_0), \quad A^*=A\omega/\sqrt{m_0^2+\omega^2}=A\sin\beta. \tag{1.107}$$

По прошествии некоторого времени от начала процесса экспоненциальный сомножитель в (1.106) может оказаться столь ма-

---

* Регулярный (regular) — правильный, закономерный. Здесь оно употребляется в смысле упорядоченный и в рассматриваемом конкретном случае означает, что спустя некоторое время начальное температурное состояние перестает влиять на температурное поле тела.

лым, что первым членом в (1.106) можно будет пренебречь по сравнению со вторым, т. е.

$$(t-t_c)_p=\vartheta_p=A^*\sin(\omega\tau-\beta). \qquad (1.108)$$

Здесь индекс «р» означает, что рассматривается только та часть процесса, в которой начальное температурное состояние (t_0, t_{c0}), а также момент фиксации начала процесса τ_0 уже не играют роли, т. е. изучаемый процесс вступил в наиболее простую, правильную (регулярную) стадию. Этот температурный режим называют в литературе *регулярным режимом III рода.*

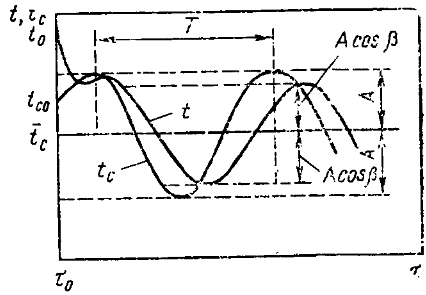


Рис. 1.23. Температура тела t в среде с гармонически меняющейся температурой t_c среды

Более наглядное представление о колебаниях t получим, если сравним колебания обеих температур t_c и t около среднего значения $\bar{t}_c$ (рис. 1.23). Для этого в последней формуле заменим t_c его выражением из (1.105), а вместо A^* запишем $A\sin\beta$; тогда получим

$$t-\bar{t}_c=A\cos\omega\tau=A\sin\beta\sin(\omega\tau-\beta).$$

После преобразований приходим к формуле

$$t-\bar{t}_c=B\cos(\omega\tau-\beta), \quad B=A\cos\beta. \qquad (1.109)$$

Из (1.109) следует, что амплитуда B колебаний системы в $\cos\beta$ раз меньше амплитуды A колебаний температуры среды; отставание по фазе системы дано величиной β, которая зависит от периода колебаний T и параметра m_0.

Рассмотренные выше три случая изменения температуры тела в среде с переменной во времени температурой нашли широкое применение в задачах о тепловой инерции различных технических устройств.

Из анализа полученных ранее формул видно, какую важную роль во всех типичных случаях играет параметр m_0. Величину, обратную m_0

$$\varepsilon_и=1/m_0=C/(\alpha A). \qquad (1.110)$$

называют *показателем тепловой инерции.*

В том случае, когда $t=\text{const}$, параметр $\varepsilon_и$ всецело определяет быстроту приближения системы к тепловому равновесию со средой. В двух других случаях тепловая инерция выражается более сложным комплексом, который по истечении некоторого времени становится прямо пропорциональным $\varepsilon_и$: при $t_c=t_{c0}+b(\tau-\tau_0)$ тепловая инерция характеризуется параметром $b\varepsilon_и$, а при гармонических колебаниях — $\omega\varepsilon_и$.

Изложенная выше теория справедлива не только для однородного тела, но и для системы тел, если выполняется основная предпосылка: температурное поле системы тел равномерно. Пусть полная теплоемкость системы $C=\Sigma C_i$ складывается из теплоемкостей C_i ее частей, тогда $\varepsilon_и=\Sigma C_i/(\alpha A)$; здесь A — наружная площадь системы, участвующая в теплообмене со средой.

Укажем еще один важный параметр, характеризующий инерционные свойства тела, — время z установления системы, т. е. время, по истечении которого разность $(t—t_c)$ температур системы и среды станет меньше заданного значения Δ (например, 0,05 К). Часто под Δ понимают разность температур, которая находится на пределе точности измерений, осуществляемых данной аппаратурой. Если t_c неизменна во времени, то z определяется из формулы (1.96), в которой положим $(\tau—\tau_0)=Z$, $(t—t_c)=\Delta$, а $(t_0—t_c)$ будем считать заданным, тогда

$$Z=\varepsilon_и \ln \frac{|t_0-t_c|}{\Delta}. \tag{1.111}$$

Нагревание тела внутренними источниками энергии. Пусть $t_c=\text{const}$, $\Phi=\text{const}$, тогда из (1.94) найдем температуру t тела в любой момент времени:

$$t=t_0 e^{-m_0(\tau-\tau_0)}+m_0 e^{-m_0\tau}\left(t_c+\frac{\Phi}{m_0 C}\right)\int\limits_{\tau_0}^{\tau} e^{m_0\tau}d\tau.$$

После вычислений получим

$$t=t_c-\Phi/(m_0C)+[t_0-t_c-\Phi/(m_0C)]\, e^{-m_0(\tau-\tau_0)}.$$

При $\tau\to\infty$ наступит стационарный режим и температура тела станет равной

$$t_{ст}=t_c+\Phi/(m_0C).$$

Учитывая это, перепишем формулу для t в виде

$$t_{ст}-t=(t_{ст}-t_0)\, e^{-m_0(\tau-\tau_0)}. \tag{1.112}$$

Эта формула аналогична формуле (1.100) для простого нагревания тела в среде с более высокой температурой.

Таким же способом, как это было проделано выше, можно рассмотреть другие случаи определения температуры тела при изменении t_c, Φ по иным законам.

Пример 1.6. Термостабилизация спаев термопар. В лабораторных условиях исследуется температурное поле РЭА с помощью дифференциальных термопар с общим свободным спаем, который должен сохранять свою температуру постоянной с точностью 0,05 К. Чтобы обеспечить это постоянство, спай помещен в массивный металлический блок-цилиндр, высота которого равна диаметру основания. Если блок достаточно массивен, можно ожидать, что на его тепловом режиме не будут заметно отражаться колебания температуры воздуха лаборатории — он будет реагировать только на ее среднюю температуру. Пусть колебания температуры воздуха не выходят за пределы $\pm 0{,}5$ К, период их равен $T=30$ мин$=0{,}5$ ч. Требуется подобрать размеры блока так, чтобы колебания его температуры не выходили за пределы $+0{,}025$ К, тогда поставленное выше требование постоянства температуры свободного спая будет выполнено.

Решение. В качестве материала выберем медь, при 20° С удельная теплоемкость меди $c_p=8{,}6\cdot 10^2$ Дж/(кг·К), плотность $\rho=3{,}8\cdot 10^3$ кг/м³ (см. табл. А.1). Согласно формуле (1.110), а показатель термической инерции $\varepsilon_и$ входит отношение

$$C/A=c_pV\rho/A=2\pi R^3c_p\rho/(2\pi R^2+2\pi R\cdot 2R)=(1/3)\,Rc_p\rho,$$

т. е. задача сведется к выбору радиуса R.

Для расчета необходимо воспользоваться формулами (1.107), (1.109), (1.110). По формуле (1.109) найдем β: по условиям опыта наибольшее отклонение t_c от среднего значения $\bar{t}_c$ $(t_c-\bar{t}_c)_{max}=A=0{,}5$. Согласно нашему требованию, максимальное отклонение температуры блока от $\bar{t}_c$ должно быть $(t-\bar{t}_c)_{max}=B=0{,}025$. Отсюда по формуле (1.109) находим $\cos\beta=1/20$. Зная β, по формуле (1.107) определяем $\varepsilon_и=m_0^{-1}$, причем будем считать $\operatorname{tg}\beta\simeq(\cos\beta)^{-1}$. Так как $\cos\beta$ мал, получаем

$$\varepsilon_и=\frac{T}{2\pi}\operatorname{tg}\beta=\frac{0{,}5\cdot 3600}{2\pi}20=5{,}7\cdot 10^3\ \text{с}.$$

Наконец, формула (1.110) позволит найти C/A и искомое R, если известно α. Будем считать, что воздух в помещении спокойный и коэффициент теплоотдачи $\alpha_к\simeq 5$ Вт/(м²·К), тогда

$$\varepsilon_и=C/(A\alpha)=(1/3)\,Rc_p\rho/\alpha=R\cdot 8{,}6\cdot 10^3\cdot 3{,}8\cdot 10^2/(3\cdot 5)=2{,}18\cdot 10^5R;$$

с другой стороны, $\varepsilon_и=5{,}7\cdot 10^3$ с, откуда $R=2{,}6\cdot 10^{-2}$ м.

Этот пример показывает, как очень простым приемом можно термостатировать спаи термопары.

Пример 1.7. Выдержка заготовок радиоэлементов в печи. Заготовки из кремния с начальной температурой $t_0=20$° С поступают в технологическую печь с температурой 1350° С; по карте технологического процесса дальнейшие операции следует производить, когда температура заготовок достигает 1340° С. Найти, сколько времени нужно выдержать заготовки в печи для выполнения этого условия, если их диаметр $2R=16$ мм, а толщина $d=1$ мм. Коэффициент теплообмена между заготовкой и воздухом в печи и ее стенками принять $\alpha=100$ Вт/(м²·К).

Решение. Задача сводится к определению времени установления z по формуле (1.111), если температура воздуха в печи $t_c=1350$° С, начальная температура заготовки $t_0=20$° С, а допустимая разность $\Delta=10$ К. Термическую инерцию $\varepsilon_и$ заготовки определяем, используя формулу (1.110)

$$\varepsilon_и=\pi R^2dc_p\rho/[(2\pi R^2+2\pi Rd)\,\alpha]=Rdc_p\rho/[(R+d)\,2\alpha].$$

Из табл. А.1 находим для кремния $\rho=2300$ кг/м², $c_p=733$ Дж/(кг·К); подставляя их в последнюю формулу, находим $\varepsilon_и=6{,}7$ с. По формуле (1.111) рассчитываем время выдержки заготовок: $Z=6{,}7\ \ln(1330/10)\simeq 33$ с.

§ 1.9. Импульсные источники на поверхности полупространства

Плоский источник. При анализе теплового режима отдельных радиоэлементов, работающих при импульсных электрических нагрузках, можно свести задачу к модели полупространства, на поверхности которого расположены области с импульсными тепловыми источниками энергии. Вначале рассмотрим следующую модель:

источник занимает всю поверхность полупространства, которая нагревается в течение некоторого времени τ постоянным тепловым потоком с плотностью q; тепловой поток распространяется только в глубь полупространства в направлении x; начальная температура t_0 одинакова во всех точках полупространства. Требуется найти распределение температуры в направлении x в любой момент времени (рис. 1.24, *а*). Так как по условиям задачи температурное поле

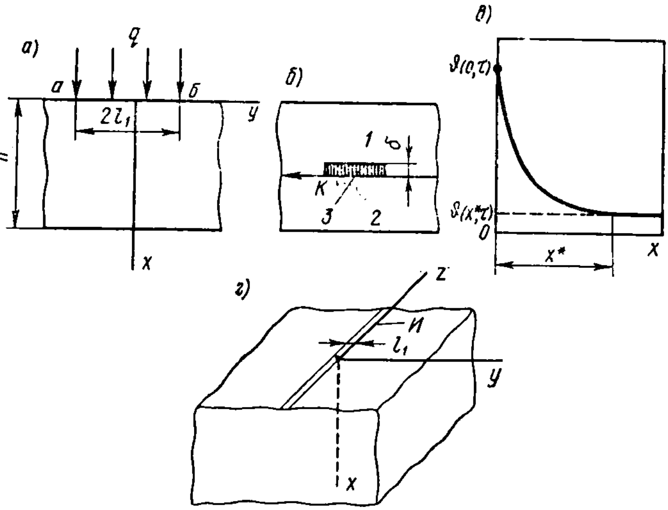


Рис. 1.24. Импульсный источник энергии:

а — на поверхности полупространства; *б* — модель микросхемы; *в* — характер температурного поля; *г* — в неограниченном пространстве

должно быть одномерным, а источники энергии внутри тела отсутствуют, то процесс описывается дифференциальным уравнением (1.25), в котором $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2$ и $W_V = 0$, т. е.

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \ 0 \leqslant x \leqslant \infty. \tag{1.113}$$

С поверхности полупространства при $x=0$ по условию задачи тепловой поток целиком уходит в глубь тела, т. е. на границе имеют место условия (1.32):

$$q = -\lambda \partial t(0, \tau)/\partial x. \tag{1.114}$$

Вторым условием для полупространства может быть задание либо температуры, либо теплового потока при $x=\infty$. В глубине тела ($x=\infty$) температура должна быть равна начальной температуре тела, а поток — нулю, так как никаких тепловых процессов при $x=\infty$ не происходит:

$$t(\infty, \tau) = t_0 \text{ или } \partial t(\infty, \tau)/\partial x = 0. \tag{1.115}$$

Наконец, начальное условие в данном случае имеет вид

$$t(x,\ 0)=t_0=\text{const}. \qquad (1.116)$$

Система уравнений (1.113)—(1.116) является математической моделью рассматриваемого процесса. Решение этой системы известно и имеет вид [10]

$$t(x,\ \tau)-t_0=\frac{2q}{\lambda}\sqrt{a\tau}\ \mathrm{ierfc}\ \frac{x}{2\sqrt{a\tau}};$$

$$\mathrm{ierfc}\ u=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\ \mathrm{e}^{-u^2}-u(1-\mathrm{erf}\ u),\quad u=\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \qquad (1.117)$$

где $\mathrm{erf}\ u$ — функция ошибок Гаусса: $\mathrm{erf}\ u=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^u \exp[-u^2]\,\mathrm{d}u;$

функции $\mathrm{erf}\ u$ и $\mathrm{irfc}\ u$ табулированы [14].

Из (1.117) найдем значение температуры на поверхности $x=0$ и в любой точке полупространства к концу действия импульса $\tau=\tau_и$:

$$t(x,\ \tau_и)-t_0=\frac{2q}{\lambda}\sqrt{a\tau_и}\ \mathrm{ierfc}\ \frac{x}{2\sqrt{a\tau_и}}; \qquad (1.118)$$

$$t(0,\tau_и)-t_0=\frac{1{,}13q}{\lambda}\sqrt{a\tau_и},\ \mathrm{ierfc}\ 0=1/\sqrt{\pi}.$$

Определяем теперь, на какой глубине x^* повысится температура материала к концу действия импульса. Теоретически эта глубина равна бесконечности, но температура быстро уменьшается и на некотором расстоянии $x=x^*$ можно считать, что практически в этой точке температура не отличается от начальной (рис. 1.24, *в*). Рассмотрим отношение

$$\Delta=\vartheta(x^*,\ \tau)/\vartheta(0,\ \tau),\quad \vartheta(x,\ \tau)=t(x,\ \tau)-t_0$$

и назовем толщиной прогретого слоя такую толщину x^*, при которой Δ меньше заданного значения, например $\Delta\leqslant 0{,}05=5\%$. Для этого значения Δ из (1.118) получим

$$0{,}05/\sqrt{\pi}=0{,}0283=\mathrm{ierfc}\left[x^*/(2\sqrt{a\tau_и})\right];$$

по таблицам [14] найдем значение аргумента $x^*/(2\sqrt{a\tau_и})$ при $\mathrm{ierfc}\ u=0{,}0283$ и определим толщину прогретого слоя к концу действия импульса:

$$x^*=2{,}36\sqrt{a\tau_и}. \qquad (1.119)$$

Формула (1.119) позволяет оценить условия, при которых можно использовать понятие полупространства и полученные для рассмотренной модели зависимости (1.117). Пусть, например, область с источником расположена на поверхности тела конечной толщины h (рис. 1.24, *а*); если выполняется неравенство

$$h/x^* = h/(2{,}36\sqrt{a\tau_и}) > 1, \tag{1.120}$$

то данное тело можно считать полупространством.

В практических задачах источник занимает, как правило, ограниченную область и возникает вопрос о правомерности применения формул (1.117) и (1.120) для расчета температурного поля. Например, источник расположен в прямоугольнике со сторонами $2l_1$, $2l_2$, причем $l_1 \leqslant l_2$. Рассмотрим отношение наименьшего размера источника к толщине прогретого слоя:

$$N = 2l_1/x^* = 2l_1/(2{,}36\sqrt{a\tau_и}). \tag{1.121}$$

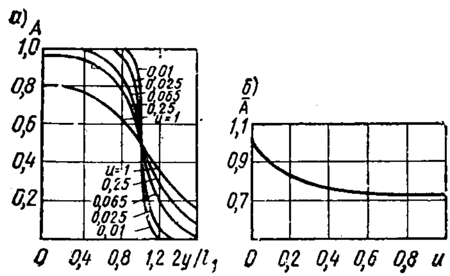


Рис. 1.25. Графики функции A для расчета относительных температур:
а — полной; *б* — средней

Если $N \gg 1$, то прогретый слой значительно меньше l_1, т. е. почти весь поток направлен в глубь полупространства в направлении оси x и рассмотренная модель правомерна, в противном случае этой моделью пользоваться нельзя.

Вытянутый источник. На поверхности полупространства расположен источник, занимающий область $И$ в форме длинной узкой полосы шириной l_1 с координатами $x=0$, $-0{,}5l_1 \leqslant y \leqslant 0{,}5l_1$, $-\infty < z < \infty$. Остальная часть поверхности является адиабатной. Математическая модель этой задачи представляет собой систему уравнений (1.113)—(1.116), только условие (1.114) записывается с помощью ступенчатой функции $q_1\{1\}$:

$$-\lambda\frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = q\{1\} = \begin{cases} q & \text{в области } И, \\ 0 & \text{в остальной области.} \end{cases} \tag{1.122}$$

Решение этой системы уравнений приведено в [10]. Для поверхности полупространства $x=0$ в различных его точках $\bar{y}=2y/l_1$ (в центре $y=0$, по краю источника $\bar{y}=1$ и на расстоянии $1 \leqslant \bar{y} \leqslant 1{,}8$ от источника) на рис. 1.25, *а* представлен график функции

$$A = (\sqrt{\pi}/2)\,[\lambda\vartheta(0, \bar{y}, \tau)/(q\sqrt{a\tau})] = f(u, \bar{y}),\quad u = 4a\tau/l_1^2, \tag{1.123}$$

позволяющий определить температуру $t(0, \bar{y}, \tau) = \vartheta(0, \bar{y}, \tau) + t_0$ в разные моменты времени. На рис. 1.25, *б* показано среднее значение этой функции:

$$\bar{A} = \bar{A}(u) = (\sqrt{\pi}/2)\,[\lambda\bar{\vartheta}/(q\sqrt{a\tau})]. \tag{1.124}$$

Круглый источник. Перейдем к третьей модели — на адиабатной поверхности полупространства тепловой поток вырабатывается в области *И*, имеющей форму круга радиусом *r*. Математическая модель представляет собой систему уравнений (1.113)—(1.116) с условием (1.122) на границе $x=0$, в котором при описании области *И* следует учесть, что последняя имеет форму круга. Решение этой задачи приведено в [10]; для центра источника ($x=y=z=0$) выражение для температуры имеет вид

$$t(0,\ 0,\ 0,\ \tau)-t_0=\vartheta(0,\ 0,\ 0,\ \tau)=2q\sqrt{a\tau}/(\lambda M), \tag{1.125}$$

где $M=1/\sqrt{\pi}-\mathrm{ierfc}\,u$, $u=r/(2\sqrt{a\tau})$.

§ 1.10. Микросхемы с импульсными источниками

5,3

Модель микросхемы. Пусть элемент *3* расположен на некоторой плате *2* и окружен слоем материала *1* (см. рис. 1.24, *б*); вся поверхность элемента является источником теплоты и в течение времени $\tau_и$ действия импульса рассеивает поток Φ. Будем считать, что скважность импульсов велика и за время между импульсами температура элемента успевает возвращаться к исходному состоянию. Определим среднюю температуру $t_э$ элемента, полагая, что его температурное поле равномерно.

Рассеиваемый источником поток Φ частично переходит в область $1\Phi_1$ и $2\Phi_2$, а частично аккумулируется в элементе $3\Phi_3$ и повышает его температуру, т. е. $\Phi=\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3$; $\Phi_3=c_{p3}\rho_3V_3\mathrm{d}\vartheta_э/\mathrm{d}\tau$, где c_{p3}, ρ_3, V_3— удельная темплоемкость, плотность и объем области *3*. В первом приближении можно предположить, что температура в области *3* изменяется за время $\tau_и$ по линейному закону, т. е. $\mathrm{d}\vartheta_э/\mathrm{d}\tau\simeq\vartheta_т/\tau_и$, тогда

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2+c_{p3}\rho_3V_3\vartheta_э/\tau_и,\quad V_3=A\delta. \tag{1.126}$$

Найдем Φ_1 и Φ_2 с помощью выражений (1.118), (1.123)—(1.125) в зависимости от формы источника, площадь которого обозначим *A*, а толщину δ.

Плоский источник. Из (1.118) находим:

$$\Phi_1=\vartheta_э(\sqrt{\pi}/A)\ \lambda_1/\sqrt{a_1\tau_и},\quad \Phi_2=\vartheta_э\ (\sqrt{\pi}/A)\,\lambda_2/\sqrt{a_2\tau_и},$$

где λ_i, a_i — теплопроводность и температуропроводность областей $i=1,\ 2$.

Подставим значения Φ_1 и Φ_2 в (1.126) и найдем температуру:

$$t_э=t_0+\Phi\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}}+\frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}}\right)\frac{A}{\sqrt{\tau_и}}+\frac{c_{p3}\rho_3A\delta}{\tau_и}\right]^{-1}. \tag{1.127}$$

Если свойства областей *1* и *2* одинаковы ($\lambda_i=\lambda$, $a_i=a$), то формула (1.127) становится проще:

$$t_э=t_0+\Phi\tau_и\ \left[c_{p3}\rho_3A\delta\left(\sqrt{\pi a\tau_и}/\delta+1\right)\right]^{-1}. \tag{1.128}$$

Первый член в скобках формулы (1.127) учитывает потоки Φ_1 и Φ_2, а второй — Φ_3; полагая первый член на порядок больше, чем второй: $\sqrt{\pi a \tau_и^*}/\delta \geqslant 10$, найдем выражение для длительности импульса $\tau_и^*$, при которой можно пренебречь аккумуляцией теплоты в элементе *3*:

$$\tau_и^* \geqslant 32\delta^2/a. \qquad (1.129)$$

Напомним, что полученные зависимости (1.127) и (1.128) справедливы, если выполняются условия (1.120) и (1.121).

Источник энергии в форме узкой полосы шириной $2l_1$. Воспользуемся зависимостью (1.124) и определим среднюю температуру на поверхности полупространства:

$$t_э = t_0 + 2\Phi\sqrt{a\tau_и}\bar{A}/(\sqrt{\pi}A\lambda),$$

где $\bar{A}(u)$ — функция, представленная в графическом виде на рис. 1.25, *б*. Если полоса находится на границе двух полупространств с различными свойствами и аккумуляцией энергии в детали можно пренебречь, то, подставляя в (1.126) значения Φ_i из последней формулы, находим

$$\bar{t}_э = t_0 + 2\Phi\sqrt{\tau_и}\left[\sqrt{\pi}\left(\frac{\lambda_1}{\bar{A}_1\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_2}{\bar{A}_2\sqrt{a_2}}\right)A\right]^{-1}. \qquad (1.130)$$

Формула (1.130) справедлива, если толщины h_1, h_2 областей *1* и *2* (см. рис. 1.24, *а*) превышают зону x^* прогрева, определяемую по формуле (1.120).

Источник энергии в форме круга радиусом r. Аналогично можно найти зависимость для максимальной температуры $(t_э)_{max}$, если источник имеет форму круга; для этого необходимо воспользоваться уравнениями (1.125) и (1.126), в последнем пренебрегаем аккумуляцией теплоты ($c_{p3}=0$):

$$(t_э)_{max} = t_0 + \frac{2\Phi\sqrt{\tau_и}}{A} \Bigg/ \left(\frac{\lambda_1}{M_1\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_2}{M_2\sqrt{a_2}}\right); \qquad (1.131)$$

$$M_i = 1/\sqrt{\pi} - \operatorname{ierfc} u_i, \quad u_i = r/(2\sqrt{a_i\tau_и}), \quad i=1,2.$$

Пример 1.8. Резистор на керамическом основании. На керамическом основании ($a_1=7{,}6\cdot10^{-7}$ м²/с) толщиной 1 мм имеется пленочный резистор с размерами $2l=0{,}3$ мм, $2l_2=6$ мм, толщиной 20 мкм. Определить, при каких длительностях импульсов $\tau_и$ можно пользоваться формулами (1.117), (1.118) для анализа температурного поля. При решении задачи принять, что поток в воздушное пространство не рассеивается.

Решение. По формуле (1.119) вычисляем глубину прогрева x^* керамического основания для импульсов, различной длительности:

$\tau_и$, с . .	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
x^*, мм . .	0,002	0,006	0,020	0,065	0,205	0,650

Далее рассматриваются отношения h/x^*, $2l_1/x^*$; на основании формул (1.120) и (1.121) можно сделать следующий вывод: до $\tau_и < 10^{-1}$ с критерий (1.120) удовлетворяется, т. е. керамическое основание толщиной 1 мм ведет себя как полупространство; для импульсов $\tau_и \leqslant 10^{-3}$ с можно сказать, что источник занимает всю поверхность полупространства.

По формуле (1.129) оцениваем, при каких длительностях $\tau_{и}^*$ можно пренебречь аккумуляцией теплоты в резисторе $\tau^* \geqslant 32 \cdot 4 \cdot 10^{-10}/(7{,}6 \cdot 10^{-7}) = 0{,}017$ с, т. е. при меньших длительностях импульса пренебрегать аккумуляцией теплоты нельзя.

Пример 1.9. Радиодеталь в массиве. Радиодеталь радиусом $r=0{,}5$ мм и высотой $\delta=0{,}2$ мм прикреплена к керамической плате ($\lambda_1=2$ Вт/(м·К); $a_1=7{,}6\cdot10^{-7}$ м²/с), толщина платы $h_1=1$ мм, а толщина компаундного заполнителя ($\lambda_2=0{,}3$ Вт/(м·К); $a_2=2{,}5\cdot10^{-7}$ м²/с) над деталью $h_2=2$ мм. Радиодеталь является импульсным источником энергии, длительность импульса $\tau_{и}=0{,}1$ с, тепловая мощность в импульсе $\Phi=0{,}1$ Вт. Найти температуру детали к концу действия импульса, теплоемкостью детали пренебречь.

Решение. По формулам (1.131) находим M_i, значения ierfc u_i берем из таблиц [14]:

$$M_1 = 0{,}564 - 0{,}066 = 0{,}498; \quad M_2 = 0{,}564 - 0{,}06 = 0{,}558.$$

Находим площади поверхностей A_1 и A_2:

$$A_1 = \pi r^2 = \pi\cdot 0{,}25\cdot10^{-6} = 0{,}785\cdot10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_2 = A_1 + 2\pi r\delta = 0{,}785\cdot10^{-6} + 2\pi\cdot0{,}5\cdot0{,}2\cdot10^{-2} = 1{,}41\cdot10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$(t_э)_{max} - t_0 = 2\sqrt{10^{-1}}\Phi/[(0{,}362+0{,}152)\cdot10^{-2}] = 123\cdot0{,}1 = 12{,}3 \text{ К}.$$

§ 1.11. Теплообмен в канале

6.3

Уравнение процесса. В § 1.5 дано выражение (1.54) для термического сопротивления $R_{12к}$ конвективному переносу между изотермическими поверхностями *1* и *2*. Если теплообмен происходит от поверхности *i* в среду *с*, то термическое сопротивление $R_{iс}$ и тепловая проводимость $\sigma_{iс}$ вычисляются по формулам

$$R_{iс} = (\alpha_{iс} A_i)^{-1}, \quad \sigma_{iс} = \alpha_{iс} A_i. \tag{1.132}$$

Если конвективный теплообмен происходит через жидкую и газообразную прослойку, ограниченную поверхностями, площади и температура которых A_i, A_j и t_i, t_j, то тепловой поток

$$\Phi_{ij} = \sigma_{ij}(t_i - t_j), \tag{1.133}$$

где σ_{ij} — проводимость в прослойке.

В выражениях (1.132) и (1.133) вся сложность расчета связана с определением коэффициентов теплоотдачи. Ниже подробно рассматривается эта задача, причем изучение вопроса начинаем с анализа конвективного теплообмена между стенками канала и протекающей по нему жидкостью.

Рассмотрим течение жидкости через канал, периметр сечения которого U и площадь произвольного сечения A. В общем случае скорость v, плотность ρ и температура t жидкости неодинаковы в различных точках поперечного сечения канала (рис. 1.26). Рассмотрим поэтому площадь небольшого сечения $\mathrm{d}A$, через которую уносится поток жидкости $\mathrm{d}G = \rho v \mathrm{d}A$. Если на отрезке $\mathrm{d}x$ температура жидкости в этом канале меняется на $\mathrm{d}t$, то переносимый жидкостью тепловой поток $\mathrm{d}^2\Phi_1$ равен произведению удельной теплоемкости c_p на поток переносимой жидкости $\mathrm{d}G$ и изменение температуры $\mathrm{d}t$:

$$\mathrm{d}^2\Phi_1 = c_p\rho v \mathrm{d}t\mathrm{d}A = c_p\rho v \frac{\partial t}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}A,$$

а через всю площадь сечения A на отрезке $\mathrm{d}x$ переносится тепловой поток

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \int\limits_A \mathrm{d}^2\Phi_1 = c_p\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int\limits_A \rho v t\mathrm{d}A\right]\mathrm{d}x.$$

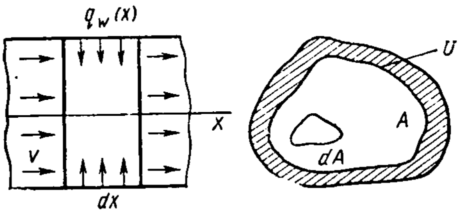


Рис. 1.26. К определению коэффициента теплоотдачи в канале

Введем понятие средней массовой температуры жидкости

$$\bar{t} = \int\limits_A \rho v t\mathrm{d}A \Big/ \int\limits_A \rho v\mathrm{d}A$$

и преобразуем выражение

$$\mathrm{d}\Phi_1 = c_p G\mathrm{d}\bar{t}/\mathrm{d}x, \quad G = \int\limits_A \rho v\mathrm{d}A.$$

Через стенки трубы на отрезке длиной $\mathrm{d}x$ в жидкость поступает тепловой поток $\mathrm{d}\Phi_2 = q(x)U\mathrm{d}x$, где $q(x)$ — удельный поток от стенки к жидкости. На основе закона сохранения энергии $\mathrm{d}\Phi_1 = \mathrm{d}\Phi_2$, что приводит к уравнению

$$q = \frac{c_p G}{U}\frac{\mathrm{d}\bar{t}}{\mathrm{d}x}. \tag{1.134}$$

На длине трубы l полный поток теплоты Φ от стенки к жидкости

$$\Phi = \int\limits_0^l qU\mathrm{d}x = \int\limits_0^l c_p G\mathrm{d}\bar{t} = c_p G(\bar{t}_l - \bar{t}_0), \tag{1.135}$$

где $\bar{t}_l$ и $\bar{t}_0$ — средняя массовая температура на выходе и входе в трубу.

7з **Местный и средний коэффициенты теплоотдачи.** В зависимости от выбора температуры жидкости различают два способа определения местного коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = q/(t_W - \bar{t}), \quad \alpha = q/(t_w - t_0), \tag{1.136}$$

где $q(x)$ — плотность теплового потока в данной точке x поверхности стенки; $t_w(x)$ — температура стенки в той же точке x; $\bar{t}$ — средняя массовая температура жидкости в рассматриваемом сечении x; t_0 — постоянная по сечению температура жидкости на входе в обогреваемый участок трубы.

Выбор того или иного способа определения коэффициента теплоотдачи α зависит от характера задачи и производится лишь из соображений удобства. Следует всегда обращать внимание на то, о каком именно коэффициенте теплоотдачи идет речь в той или иной формуле.

В простейшем случае, когда плотность теплового потока q может быть представлена в форме (1.134), из (1.136) получаем

$$\alpha=\frac{c_pG}{U(t_w-\bar{t})}\frac{\mathrm{d}\bar{t}}{\mathrm{d}x},\quad \alpha=\frac{c_pG}{U(t_w-t_0)}\frac{\mathrm{d}\bar{t}}{\mathrm{d}x}. \tag{1.137}$$

Уравнения (1.137) дают возможность определять осредненное по периметру значение α.

Рассмотрим теперь некоторые способы осреднения коэффициента теплоотдачи. Средний интегральный коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha}=\frac{1}{l}\int\limits_0^l \alpha\mathrm{d}x. \tag{1.138}$$

Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к средней интегральной разности температур,

$$\bar{\alpha}_{\text{и}}=\frac{\Phi}{l\Delta t_{\text{и}}U},\quad \Delta t_{\text{и}}=\frac{1}{l}\int\limits_0^l (t_w-\bar{t})\,\mathrm{d}x$$

и средний коэффициент теплоотдачи, отнесенный к начальной разности температур,

$$\bar{\alpha}_{\text{н}}=\frac{\Phi}{Ul(t_w-t_0)}. \tag{1.139}$$

Можно показать, что средние коэффициенты теплоотдачи, отнесенные к средней интегральной ($\Delta\bar{t}_{\text{и}}$) и начальной ($\Delta\bar{t}_{\text{н}}$) разностям температур, связаны очевидными соотношениями

$$\bar{\alpha}_{\text{и}}\Delta\bar{t}_{\text{и}}=\alpha_{\text{н}}\Delta\bar{t}_{\text{н}}.$$

Тепловой режим канала. При анализе теплового режима канала обычно возникают две задачи: 1) известны местный коэффициент теплоотдачи $\alpha(x)$ и распределение температур $t(x)$ на стенке канала; требуется найти среднюю массовую температуру жидкости $\bar{t}_w(x)$ и плотность теплового потока $q(x)$; 2) известны $\alpha(x)$ и q, требуется найти $\bar{t}(x)$ и $t_w(x)$.

Рассмотрим первую задачу. Поскольку зависимости $\alpha(x)$ и $t_w(x)$ известны, воспользуемся уравнением (1.137) и представим его в виде

$$\frac{\mathrm{d}\bar{t}}{\mathrm{d}x}+f(x)\bar{t}=g(x),\quad f(x)=\alpha(x)U/(c_pG),\quad g(x)=f(x)t_w(x). \tag{1.140}$$

Решение дифференциального уравнения (1.140) при граничном условии $\bar{t}|_{x=0}=t_0$ имеет вид [13]

$$\bar{t}=\mathrm{e}^{-\varphi(x)}\left[t_0+\int_0^x g(x)\,\mathrm{e}^{\varphi(x)}\mathrm{d}\,x\right], \tag{1.141}$$

$$\varphi(x)=\int_0^x f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Рассмотрим частные случаи. Температура стенки постоянна ($t_w=\mathrm{const}$) по длине

$$\bar{t}(x)=\mathrm{e}^{-\varphi}\left[t_0+t_w\int_0^x f(x)\,\mathrm{e}^{\varphi}\mathrm{d}x\right]=\mathrm{e}^{-\varphi}\left(t_0+t_w\int_0^x \varphi'\mathrm{e}^{\varphi}\mathrm{d}x\right)=$$

$$=\mathrm{e}^{-\varphi}\left(t_0+t_w\int_0^{\varphi}\mathrm{e}^{\varphi}\mathrm{d}\varphi\right).$$

Отсюда следует, что

$$\bar{t}(x)=t_w+(t_0-t_w)\,\mathrm{e}^{-\varphi}. \tag{1.142}$$

Если, кроме того, α постоянно по длине, то

$$\bar{t}(x)=t_w+(t_0-t_w)\exp[-\alpha Ux/(c_pG)]. \tag{1.143}$$

Плотность теплового потока на стенке находится непосредственно из (1.136):

$$q=\alpha\,(t_w-\bar{t}). \tag{1.144}$$

Переходим ко второй задаче. Так как заданы α и q, то изменение $\bar{t}$ по длине трубы можно найти из уравнения (1.134):

$$\mathrm{d}\bar{t}/\mathrm{d}x=qU/(c_pG).$$

Интегрируя это уравнение и используя граничное условие $\bar{t}|_{x=0}=t_0$, найдем

$$\bar{t}=t_0+\frac{U}{c_pG}\int_0^x q(x)\,\mathrm{d}x. \tag{1.145}$$

Если $q=\mathrm{const}$, то

$$\bar{t}=t_0+qUx/(c_pG) \tag{1.146}$$

и температура стенки из (1.136)

$$t_w=\bar{t}+q(x)/\alpha(x). \tag{1.147}$$

При $q=\mathrm{const}$ и $\alpha=\mathrm{const}$ температуры t_w и $\bar{t}$ изменяются по линейному закону, причем $t_w-\bar{t}=\mathrm{const}$.

Пример 1.10. Теплообменник в грунте. Для охлаждения воздуха внутри РЭА, установленного в стационарном помещении, используется следующий прием. На неподвижных металлических поверхностях РЭА припаяны трубки, по которым циркулирует вода. На выходе из РЭА все трубки через коллектор соединены с трубой, закопанной в грунт на такую глубину, на которой уже не сказываются месячные и суточные колебания температур (обычно около 2 м). Проходя через трубу, нагретая вода отдает теплоту окружающему грунту, охлаждается и подходит к коллектору в РЭА с более низкой температурой.

Определить, какой длины l необходимо выбрать трубу $d=0{,}03$ м, чтобы на выходе температура воды равнялась 20° С. Труба расположена в грунте с температурой 8° С; расход воды 1 л/с$=10^{-3}$ м³/с, ее температура на входе 30° С, средний коэффициент теплоотдачи 10^3 Вт/(м²·К).

Решение. В основу расчета положим формулу (1.143) и предположим, что температура стенки трубы $t_w=8°$ С равна температуре грунта. Из табл. А.4 находим для воды $c_p=4{,}2\cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho=10^3$ кг/м³.

Рассчитываем параметры: $U=\pi d=9{,}45\cdot 10^{2}$ м, $G=\rho G_V=1$ кг/с, $\alpha U/(c_p G)=2{,}22\cdot 10^{-2}$ м$^{-1}$. Определяем по формуле (1.143) длину трубы l:

$$20=8+(30-8)\exp(-0{,}0222 l),\quad l\simeq 26 \text{ м}.$$

Скорость течения воды находим по формуле

$$v=G/A=4G/(\pi d^2)=1{,}42 \text{ м/с}.$$

Пример 1.11. Охлаждение радиоэлемента. Определить среднюю температуру поверхности охлаждаемого элемента, если тепловая мощность внутренних источников в нем $\Phi=200$ Вт, периметр теплоотдающей поверхности $U=3\cdot 10^{-2}$ м, длина $l=0{,}2$ м, коэффициент теплоотдачи $\alpha=10^3$ Вт/(м²·К), объемный расход воды $G_V=10^{-4}$ м³/с, температура воды на входе $t_0=30°$ С.

Решение. Из формул (1.146) и (1.147) и $G=\rho G_V$ находим

$$t_w=t_0+\frac{\Phi}{lU}\left(\frac{Ux}{c_p G_V \rho}+\frac{1}{\alpha}\right).$$

Из табл. А.4 определяем: $c_p=4{,}22\cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho=10^3$ кг/м³. Подставляем значения параметров в последнюю формулу

$$t_w=30+\frac{200}{2\cdot 10^{-1}\cdot 3\cdot 10^{-2}}\left(\frac{3\cdot 10^{-2}x}{4{,}22\cdot 10^3\cdot 10^{-4}\cdot 10^3}+\frac{1}{10^3}\right),$$

отсюда в начале ($x=0$) и конце ($l=0{,}2$ м) элемента $t_w|_{x=0}=63{,}3°$ С; $t_w|_{x=0,2}=$ $=63{,}6°$ С.

§ 1.12. Основы теории подобия

91

Числа подобия. Основные трудности дальнейшего анализа конвективного теплообмена связаны с установлением вида зависимости коэффициента теплоотдачи от определяющих его параметров. В большинстве случаев вид этих зависимостей устанавливается при обобщении экспериментальных данных.

Изложим основные принципы, на которых основаны методы обобщения данных эксперимента по изучению конвективного теплообмена. Предположим, что экспериментально в условиях свободной конвекции удалось измерить коэффициент теплоотдачи проволок разного диаметра d в различных средах при разных значениях температурных напоров $(t-t_c)$. Свойства среды, как показывает более детальный анализ, для явления свободной конвекции описываются следующими параметрами: коэффициентом термического расширения среды β, теплопроводностью λ, теплоемкостью c_p, плотностью ρ, динамической вязкостью μ или $\nu=\mu/\rho$. Помимо этих параметров необходимо учитывать ускорение силы тяжести g. Следовательно,

$$\alpha=f\,(t,\ t_c,\ \beta,\ \lambda,\ c_p,\ \mu,\ \rho,\ g,\ d). \tag{1.148}$$

Получение такого рода экспериментальных зависимостей является практически нереальной задачей из-за большого числа параметров, от которых зависит изучаемый процесс. Однако одиночные эксперименты можно обобщить на большое число случаев на основе теории подобия, основные положения которой изложены ниже [4, 12]. В этой теории показано, что протекание сложных физических процессов характеризуется не отдельными физическими и геометрическими величинами, а числами подобия — безразмерными степенными комплексами, составленными из величин, существенных для данного процесса. Например, на теплообмен при свободной конвекции существенно влияет около десятка физических величин. Если на основе теории подобия объединить физические и геометрические параметры в безразмерные комплексы, тот же процесс можно описать не десятью, а следующими тремя комплексами*: числом Нуссельта Nu, числом Грасгофа Gr, числом Прандтля Pr:

$$\mathrm{Nu}=\frac{\alpha L}{\lambda},\quad \mathrm{Gr}=\beta g\frac{L^3}{\nu^2}(t-t_c),\quad \mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a},\quad a=\frac{\lambda}{c_p\rho}. \tag{1.149}$$

В формулах (1.149) через L обозначен геометрический размер, характерный для тела данной конфигурации (диаметр для труб или шаров, высота плиты и т. д.). Итак, зависимость (1.148) можно представить в виде безразмерного уравнения, связывающего три числа подобия,

$$\mathrm{Nu}=\mathrm{F}\,(\mathrm{Gr},\ \mathrm{Pr}), \tag{1.150}$$

которое называют уравнением подобия или критериальным уравнением.

Обрабатывать результаты экспериментальных исследований в форме (1.150) гораздо проще, чем в виде (1.148), так как число параметров, между которыми необходимо найти связь, значительно сократилось. Но этим не ограничиваются преимущества уравнения (1.150). Эти формулы носят более общий характер, что видно из следующего примера. Пусть в результате исследования коэффициента теплоотдачи проволок при разных значениях диаметров, температурных напоров ($t—t_c$) и в различных средах (λ, β, ν, a) получены значения коэффициента теплоотдачи. На основании этих эмпирических данных вычисляются Gr, Pr, Nu и устанавливается эмпирическая функциональная зависимость типа (1.150). Забегая

---

* Числа подобия обычно называют именами ученых, работающих в соответствующих областях науки, и обозначают начальными буквами их фамилий; иногда числа подобия обозначают иными буквами, например К.

вперед, заметим, что для явлений свободной конвекции часто удается получить эту зависимость в более простом виде, а именно

$$\mathrm{Nu}=F_1(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}), \qquad (1.151)$$

т. е. вместо аргументов Gr, Pr можно в данном случае обойтись одним аргументом (Gr·Pr).

Допустим, что произведение чисел подобия Gr·Pr изменялось в рассматриваемых опытах в диапазоне $1\leqslant \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\leqslant 10^3$. Покажем, что формулу (1.151) можно применить для бесконечно большого числа иных случаев теплообмена проволоки, так как комплекс Gr·Pr в пределах от 1 до 10^3 можно получить при самых различных значениях параметров, входящих в числа Gr и Pr. Сопоставим значения этих чисел для неограниченного цилиндра $d=5$ мм $=5\cdot 10^3$ м в воздухе и водороде, если температура среды $t_c=50°$ C, а цилиндра $t=150°$ C. Значения параметров β, ν находим для средней температуры $t_m=0{,}5(t+t_c)=100°$ C. Тогда для воздуха $\nu=2{,}3\cdot 10^{-5}$ м^2/с (см. табл. А.3) и $\mathrm{Gr}=\dfrac{9{,}81\,(5\cdot 10^{-3})^3\,100}{373\,(2{,}3)^2\cdot 100^{-10}}=590$; $\mathrm{Pr}=0{,}688$; $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=400$. Для водорода $\nu=15{,}7\cdot 10^{-5}$ м^2/с и

$$\mathrm{Gr}=\frac{9{,}81\,(5\cdot 10^{-3})^3\cdot 100}{373\,(15{,}7)^2\cdot 10^{-10}}=12{,}7;\ \mathrm{Pr}=0{,}677;\ \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=8{,}6.$$

Если опыты проводились только в воздухе с цилиндрами разных диаметров и при этом Gr·Pr изменялось в пределах $1-10^3$, то полученные результаты можно использовать для расчета комплекса для цилиндра $d=5$ мм в водородной среде, так как значение Gr·Pr не выходит за пределы, полученные в опытах с воздухом. В частности, меняя температуры t и t_c или диаметр цилиндра, можно подобрать значение $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=400$. Пусть температуры t и t_c останутся прежние, а диаметр цилиндра возьмем $d=18$ мм, тогда комплекс $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=400$. Следовательно, для цилиндра $d=5$ мм в воздухе и $d=18$ мм в водороде при $t=150$ C числовые значения аргументов в (1.151) будут одинаковыми, что приведет к одинаковым значениям числа Nu. Если будет известен вид функциональной зависимости (1.151), то можно рассчитать число Нуссельта Nu, а затем из этой же формулы определить значения коэффициента теплоотдачи для рассматриваемых цилиндров в воздушной и водородной средах.

Итак, показана возможность обобщения результатов отдельных опытов. Следует помнить, что в нашем частном примере критериальная зависимость (1.151) справедлива для значений аргументов $1\leqslant \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}\leqslant 10^3$ и ее нельзя использовать в расчетах α, например при $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=10^{-2}$ или $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}=10^5$. Этим определяются границы применимости эмпирической формулы.

Следовательно, теория подобия дает возможность ответить на следующие важные вопросы, возникающие при планировании эксперимента, обработке опытных данных и использовании эмпирических результатов: какие величины надо измерять в опыте; как обрабатывать результаты опыта; в каких пределах можно пользоваться полученной эмпирической зависимостью. Поэтому теорию подобия иногда называют теорией эксперимента. Ответ на поставленные вопросы содержится в трех теоремах подобия и вытекающих из них следствиях, а именно:

в опытах нужно измерять те параметры, которые входят в числа подобия изучаемого явления;

результаты опыта следует обрабатывать так, чтобы получить уравнение подобия — функциональную зависимость между числами подобия;

уравнения подобия справедливы для всех подобных явлений.

Явления называются подобными в том случае, если они протекают в геометрически подобных системах; физические процессы сопоставляемых явлений качественно одинаковы; определяющие числа подобия (аргументы уравнения подобия) численно равны между собою.

Напомним смысл «геометрически подобные системы» и «качественно одинаковые физические процессы».

Понятие подобия широко распространено в геометрии: фигуры подобны, если они могут быть преобразованы одна в другую благодаря одинаковой деформации по всем направлениям. Например, одинаково деформируя по всем направлениям окружность, можно получить бесконечное число окружностей различных размеров, все они, по определению, геометрически подобны. Если деформация окружности в разных направлениях будет не одинаковой, то получатся различные фигуры (эллипсы, овалы и т. д.), которые не будут геометрически подобными.

Покажем на примере отличие качественно одинаковых и неодинаковых физических процессов. Свободная конвекция между твердой поверхностью и различными жидкими и газообразными средами (воздух, водород, вода, спирт, трансформаторное масло, нефть и т. д.) составляет группу качественно одинаковых физических процессов, поскольку на границе тело—среда и в самой среде происходят одинаковые физические процессы.

Приведем примеры качественно различных физических явлений. В одном случае поверхность имеет одинаковую температуру, а в другом — поверхность не изотермична. Другой пример: одна жидкость химически не реагирует со стенкой, а другая является агрессивной средой по отношению к материалу твердой стенки и т. д.

Обработка результатов опыта. Для изучения способов построения критериальных зависимостей по конвективному теплообмену рассмотрим некоторые параметры, входящие в числа подобия, а именно определяющую температуру и определяющий размер.

Числа подобия включают в себя параметры, существенно зависящие от температуры: ν, λ, ρ и т. д. При свободной конвекции происходит изменение температуры жидкости от температуры стенки t до температуры среды t_c в области, удаленной от стенки. В некоторых случаях температура жидкости меняется не только по площади поперечного сечения, но и по длине потока. Поэтому в технических расчетах принято выбирать значения параметров при некотором осредненном значении температуры, названном определяющей температурой. В процессах со свободной конвекцией в качестве определяющей температуры t_m часто используется среднеарифметическое значение

$$t_m = 0{,}5\,(t + t_c). \tag{1.152}$$

При вынужденной конвекции производится расчет определяющей температуры как по сечению (осреднение по площади поперечного сечения, осреднение по объемному расходу), так и по длине. Если некоторую осредненную по сечению температуру на входе потока обозначить t_c', а на выходе t_c'', то определяющей температурой является среднеарифметическое значение температуры по длине

$$t_c = 0{,}5\,(t_c' + t_c''). \tag{1.153}$$

Как указывалось ранее, коэффициент конвективной теплоотдачи должен зависеть и от геометрических параметров тела, причем при анализе разнообразных случаев теплообмена число геометрических параметров, существенно влияющих на процесс, может изменяться. Однако даже в простейших случаях, когда это число невелико (один, два), возникают трудности с выбором именно тех параметров, которые оказывают наибольшее влияние на процесс. Например, для круглой трубы, по которой протекает жидкость, будет естественным выбрать в качестве определяющего размера диаметр d трубы. Для каналов сложного сечения (прямоугольного, неправильного сечения и т. д.) определяющим размером является эквивалентный диаметр

$$d_{эк} = 4A/U, \tag{1.154}$$

где A — площадь поперечного сечения канала; U — полный периметр сечения независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене.

При обтекании пластины за определяющий размер выбирается длина пластины по направлению движения. Для исследования теплообмена в более сложных геометрических системах в критериальное уравнение обычно вводят отношения L_1/L_0, L_2/L_0, ..., где L_0 — определяющий размер системы, а L_1, L_2, ... — длина тела, шероховатость и т. д.

Рассмотрим теперь практический способ получения уравнений подобия. Пусть изучаемое явление описывается тремя числами подобия K_1, K_2 и K_3, требуется установить вид зависимости $f(K_1, K_2, K_3) = 0$. Запишем последнее уравнение в виде $K_1 = \varphi(K_2, K_3)$ и на основании обработки данных опыта определим вид функциональной зависимости φ. Пусть опытные данные получены в виде зависимостей параметра K_1 от K_2 при фиксированных значениях K_3. Эти зависимости можно представить графически в виде семейства кривых (рис. 1.27, *а*). Необходимо подобрать аппроксимационную формулу, которая описывает данное семейство кривых. В основу такой формулы можно положить различные функциональные зависимости (степенную, показательную, логарифмическую и т. д.). Характерной особенностью конвективного теплообмена является монотонное изменение искомого параметра при изменении других параметров. Монотонное изменение какой-либо величины хорошо аппроксимируется степенными функциями

$$K_1 = CK_2^n K_3^m, \tag{1.155}$$

где C, m, n — постоянные числа.

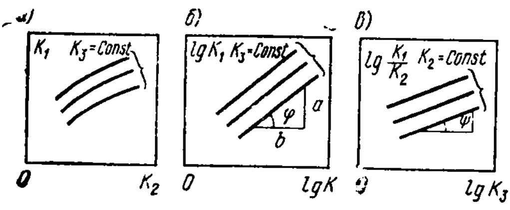


Рис. 1.27. Обработка экспериментальных данных в обычных (a) и логарифмических ($б$, $в$) координатах

Степенные функции являются достаточно гибкими и позволяют подбором чисел C, m, n описывать практически любые монотонные изменения искомого параметра. При графическом представлении функции (1.155) в логарифмических координатах получается семейство прямых линий (рис. 1.27, $б$)

$$\lg K_1 = \lg C + n \lg K_2 + m \lg K_3. \tag{1.156}$$

Показатель n при критерии K_2 определяется по одной из прямых (например, K_3): он равен тангенсу угла φ наклона прямой линии к оси абсцисс $n = \operatorname{tg} \varphi = a/b$, где a и b — катеты прямоугольного треугольника.

Запишем формулу (1.156) в виде

$$\lg (K_1/K_2^n) = \lg C + m \lg K_3$$

и из графика рис. 1.27, $в$ определим показатель степени $m = \operatorname{tg} \psi$, а постоянную C найдем из уравнения (1.155):

$$C = K_1/(K_2^n \cdot K_3^m).$$

Аналогичным способом можно установить и более сложные зависимости. Если опытные точки на графиках располагаются в логарифмических координатах по кривой, то эту кривую обычно заменяют ломаными прямыми. Для отдельных участков такой кривой значения C, n, m различны.

Формулы типа (1.155) являются эмпирическими, и их можно применять лишь в тех пределах изменения аргумента, которые подтверждены опытом.

91.

§ 1.13. Свободная конвекция в неограниченном пространстве

Неограниченное пространство. На основе теории подобия обобщен обширный экспериментальный материал по теплообмену при свободной конвекции в неограниченном пространстве. Известен ряд зависимостей для коэффициента теплоотдачи тел с одним определяющим размером (вертикальные плиты, бесконечно длинные проволоки, трубы и шары). Широкое распространение получила формула [4]

$$Nu_m = c\,(Gr \cdot Pr)_m^n, \qquad (1.157)$$

где c и n — эмпирические коэффициенты, а индекс m указывает, что значения физических параметров λ, a, ν, β газа или жидкости следует выбирать для средней температуры t_m, рассчитываемой по формуле (1.152). Постоянные c и n в формуле (1.157) зависят от аргумента $(Gr \cdot Pr)$. Их значения приведены ниже:

$(Gr \cdot Pr)m$	c	n	*Режимы движения*
$1 \cdot 10^{-3}$	0,50	0,00	Пленочный
$1{,}1 \cdot 10^{-3}$—$5 \cdot 10^{2}$	1,18	1/8	Переходный к ламинарному
$5 \cdot 10^{2}$—$2 \cdot 10^{7}$	0,54	1/4	Ламинарный
$2 \cdot 10^{7}$—$1 \cdot 10^{13}$	0,135	1/3	Турбулентный

В табл. А.3 и А.4 приведены физические параметры воды на линии насыщения и сухого воздуха при давлении $p = 10^5$ Па.

Заметим, что формула (1.157) получена на основании обобщения опытов, проводившихся в различных средах (воздух, водород, углекислота, глицерин, вода, различные масла и др.), с разнообразными объектами исследования (горизонтальные и вертикальные проволоки, трубы, плиты, шары), размеры которых изменялись в широких пределах (от проволок с $d = 1{,}5$ мм до шаров с $d = 16$ м).

Из формулы (1.157) нетрудно получить выражения коэффициентов теплоотдачи для типичных случаев, встречающихся в электронных устройствах. При этом приводятся частные формулы только для одной среды — воздуха; форма тел ограничивается плоскими, цилиндрическими и сферическими поверхностями. Каждое тело характеризуется определяющим размером L и ориентацией поверхности в пространстве, т. е. коэффициентом N, значения которого даются ниже.

Поверхность	*Определяющий размер*	*Ориентация*
Шары, горизонтальные цилиндры	Диаметр	1,0
Вертикальные пластины и цилиндры	Высота	1,0
Горизонтальные пластины, рассеивающие потоки:	Максимальный размер пластины	
вверх		1,3
вниз		0,7

Если определяющий размер L и разность температур $t - t_c$ удовлетворяют неравенству

$$(t - t_c) < [840/(L \cdot 10^{-3})]^3, \qquad (1.158)$$

то расчет конвективного коэффициента теплоотдачи $\alpha_к$ следует проводить по формуле

$$\alpha_к = (1{,}42 + 1{,}4 \cdot 10^{-3} t_m)\, N\, [(t - t_c)/L]^{1/4}. \qquad (1.159)$$

Если неравенство (1.158) не удовлетворяется, то расчеты следует проводить по формуле

$$\alpha_к = (1{,}67 + 3{,}6\cdot10^{-3}t_m)\,N\,(t - t_c)^{1/3}. \qquad (1.160)$$

Пример 1.12. Тепловая проводимость от герметичного корпуса РЭА в окружающую среду. Корпус имеет форму параллелепипеда, длина и ширина которого L_1, L_2, а высота h. Теплообмен корпуса с воздушной средой происходит в условиях свободной конвекции; температура среды t_c, корпуса $t_к$.

Рассмотрим следующий случай: размеры корпуса аппарата $L_1=0{,}38$ м, $L_2=0{,}30$ м, $h=0{,}28$ м; все поверхности аппарата окрашены зеленой эмалевой краской ($\varepsilon=0{,}92$), температура корпуса $t_к=30°$ С, $t_c=20°$ С. Определить рассеиваемую корпусом тепловую мощность Φ и тепловую проводимость $\sigma_{кс}$ от корпуса аппарата в среду.

Решение. Вследствие различной ориентации и размеров верхней, нижней и боковой стенок корпуса теплообмен их со средой характеризуется различной интенсивностью:

$$\sigma_{кс} = \sigma_{кс1} + \sigma_{кс2} + \sigma_{кс3},$$

где $\sigma_{кс\,i}$ — тепловая проводимость от верхней ($i=1$), нижней ($i=3$) и боковой ($i=2$) поверхностей корпуса к среде.

На основании зависимости (1.56) $\sigma_{кс\,i}$ равна сумме конвективной $(\sigma_{кс\,i})_к$ и лучистой $(\sigma_{кс\,i})_л$ проводимостей; молекулярная составляющая проводимости $(\sigma_{кс\,i})_т$ в данном случае учтена в конвективной составляющей

$$\sigma_{кс\,i} = (\sigma_{кс\,i})_к + (\sigma_{кс\,i})_л = (\alpha_{i\,к} + \alpha_{i\,л})\,A_i,$$

где $\alpha_{i\,к}$, $\alpha_{i\,л}$ — коэффициенты теплоотдачи конвекцией и излучением от поверхности i корпуса к среде; A_i — площади поверхностей $i: A_1=A_3=L_1L_2$, $A_2=2h(L_1+L_2)$.

Если все поверхности окрашены одинаково и среда не ограничена, то $\alpha_{1л}=\alpha_{2л}=\alpha_{3л}=\alpha_л$. Величина $\alpha_л$ определяется по формуле (1.18). Конвективные коэффициенты теплоотдачи $\alpha_{i\,к}$ определяются по формулам (1.159) и (1.160). Полная тепловая проводимость

$$\sigma_{кс} = (\alpha_{1к} + \alpha_л)\,A_1 + (\alpha_{2к} + \alpha_л)\,A_2 + (\alpha_{3к} + \alpha_л)\,A_3. \qquad (1.161)$$

Найдем $\sigma_{кс}$ для конкретного случая. Определим площади поверхностей корпуса: $A_1=A_3=L_1L_2=0{,}38\cdot0{,}30=0{,}114$ м^2; $A_2=2\cdot0{,}28(0{,}38+0{,}30)=0{,}38$ м^2. Подставляем значения $(t_к-t_c)=10$ К и $L=380$ мм в формулу (1.158) и убедимся в том, что неравенство (1.158) выполняется, т. е. $(840/380)^3=10{,}8>10$, следовательно, расчеты $\alpha_{i\,к}$ надо проводить по формулам (1.159):

$$\alpha_{1к} = 1{,}37\cdot1{,}3\,(10/0{,}3)^{1/4} = 4{,}27\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\alpha_{3к} = 1{,}37\cdot0{,}7\,(10/0{,}3)^{1/4} = 2{,}30\ \text{Вт/м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\alpha_{2к} = 1{,}37\cdot1\,(10/0{,}28)^{1/4} = 3{,}35\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

По формуле (1.18) находим $\alpha_л=0{,}92\cdot6{,}05=5{,}57$ Вт/(м$^2\cdot$К).

По формуле (1.161) определяем

$$\sigma_{кс} = (4{,}27 + 5{,}67)\,0{,}114 + (3{,}35 + 5{,}57)\,0{,}38 + (2{,}30 + 5{,}57)\,0{,}114 = 5{,}40\ \text{Вт/К}.$$

По формуле (1.39) находим

$$\Phi = (t_к - t_c)/F = \sigma_{кс}(t_к - t_c) = 5{,}40\cdot10 = 54\ \text{Вт}.$$

Пример 1.13. Приближенная формула для оценки проводимости от корпуса РЭА в среду. Для типичных типоразмеров блоков РЭА (высота $0{,}1\leqslant h\leqslant0{,}5$ м) и типичных температурных условий $t_к-t_c\leqslant15$ К получить оценочную формулу $\sigma_{кс}$ для условий свободной конвекции. Принять, что поверхности блоков окрашены красками, коэффициент черноты которых $\varepsilon\geqslant0{,}8$.

Решение. Проведем по схеме примера 1.12 расчеты $\alpha_{i\,к}$ для указанных условий, получим следующие результаты: $\alpha_{2к}=2{,}4\div4{,}4 \quad \simeq 3{,}5$ Вт/(м²·К), $\alpha_л \simeq \simeq 5{,}5$ Вт/(м²·К). Далее положим приближенно $\alpha_{1к}=\alpha_{2к}=\alpha_{3к}$, тогда из формулы (1.56) и полученных значений $\alpha_{i\,к}$, $\alpha_{i\,л}$ следует

$$\sigma_{кс}=9A_к. \qquad (1.162)$$

Например, для рассмотренного в примере 1.12 аппарата $A_к=0{,}608$ м² и по формуле (1.162) находим $\sigma_{кс}=5{,}47$, что почти совпадает с точным значением $\sigma_{кс}=5{,}40$ Вт/К.

§ 1.14. Свободная конвекция в ограниченном пространстве 9, 5,

Средний коэффициент конвекции. Сложный процесс теплообмена в ограниченном замкнутом пространстве принято рассматривать по аналогии с передачей теплоты путем теплопроводности, что позволяет избежать определения коэффициентов теплоотдачи нагретой и холодной поверхностей. С этой целью вводится понятие об эквивалентной теплопроводности $\lambda_{эк}$ среды между поверхностями теплообмена. Описание процесса проводят с помощью критериального уравнения [4]

$$\varepsilon_к=\lambda_{эк}/\lambda_f=f\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})_f, \qquad (1.163)$$

где $\varepsilon_к$ — коэффициент конвекции; λ_f — теплопроводность жидкости в прослойке при среднеарифметической температуре t_m стенок.

Тепловой поток для прослоек различной формы, заполненных твердым материалом, можно найти из формул (1.39), (1.45). Запишем формулу (1.39) в виде

$$\Phi=\Delta t/F=\alpha_{12п}A\Delta t, \quad \Delta t=t_1-t_2, \qquad (1.164)$$

и применим ее для описания процесса переноса теплоты через прослойку, заполненную жидкостью или газом. Здесь через $\alpha_{12п}$ обозначен эффективный коэффициент теплоотдачи, объединяющий коэффициенты теплоотдачи на нагретой и холодной поверхностях. Установим связь $\alpha_{12п}$ с коэффициентом конвекции $\varepsilon_к$. Из формул (1.39), (1.45) получим выражения для потоков теплоты $\Phi_п$, $\Phi_ц$, $\Phi_ш$ плоских, цилиндрических и шаровых прослоек толщиной δ:

$$\Phi_п=\lambda_{эк}\frac{\Delta t}{\delta}A; \quad \Phi_ц=\lambda_{эк}\frac{2\Delta tA_1}{d_1\ln(d_2/d_1)}; \quad \Phi_ш=\lambda_{эк}\frac{2\Delta tA_1}{\delta\,(d_1/d_2)},$$

где d_1, d_2 — диаметры внутреннего и наружного шаров; A_1 — площадь поверхности внутреннего шара.

Сопоставляя формулы для потока Φ_i в прослойках с (1.163) и (1.164), получим выражение для эффективных коэффициентов теплоотдачи в прослойках различной конфигурации:

$$\alpha_{12п}=\frac{\varepsilon_к\lambda_f}{\delta}, \quad \alpha_{12ц}=\frac{2\varepsilon_к\lambda_f}{d_1\ln(d_2/d_1)}, \quad \alpha_{12ш}=\frac{2\varepsilon_к\lambda d_2}{\delta d_1}. \qquad (1.165)$$

Значения коэффициента конвекции $\varepsilon_к$ определяют из уравнений типа (1.163). Для неограниченных плоских, цилиндрических и шаровых прослоек можно рекомендовать следующие приближенные зависимости [4]:

$$(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) < 1000, \quad \varepsilon_к = 1; \tag{1.166}$$

$$(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}) > 1000, \quad \varepsilon_к = 0{,}18\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^n, \quad n = 0{,}25.$$

Если средой является сухой воздух, то анализ приведенных выше формул приводит к следующим практическим выводам. В узких прослойках при небольших перепадах температур Δt между поверхностями свободная конвекция отсутствует и теплота переносится через среду только теплопроводностью, поэтому термическое сопротивление таких прослоек может быть определено по формулам (1.39). Например, в воздушных прослойках, когда $\delta > 10$ мм, конвекция начинается даже при $\Delta t = 0{,}3$ К; в прослойках до $\delta = 10$ мм начало конвекции имеет место при $\Delta t > 5$ К, а в слоях с $\delta < 5$ мм конвекция отсутствует вплоть до $\Delta t = 100$ К.

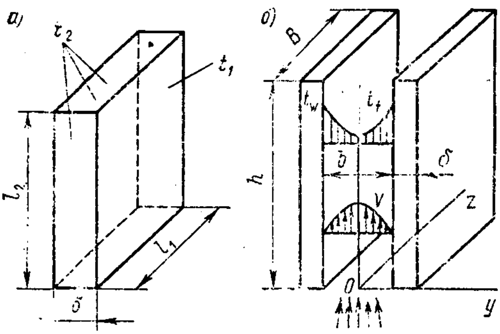


Рис. 1.28. К расчету эффективного коэффициента теплоотдачи в замкнутой прослойке (*а*) и в вертикальном открытом канале (*б*)

На основании зависимостей (1.165) и (1.166) можно получить простые рабочие формулы для расчета эффективного коэффициента теплоотдачи через прослойки, заполненные различными жидкостями и газами; в частности, для плоских и цилиндрических в о з д у ш н ы х прослоек

$$\alpha_{12п} = 0{,}45\sqrt[4]{\Delta t/\delta}, \quad \alpha_{12ц} = 0{,}91\frac{\delta}{d_1\ln(d_2/d_1)}\sqrt[4]{\Delta t/\delta}. \tag{1.167}$$

Рассмотрим теперь процесс конвективного теплообмена внутри ограниченного объема, имеющего форму параллелепипеда, одна грань которого с размерами l_1, l_2 находится при температуре t_1, а остальные — при t_2, причем $t_1 > t_2$ (рис. 1.28, *а*). Эффективный коэффициент теплоотдачи через такую заполненную воздухом прослойку [10]

$$\alpha_{12п} = N\left[6{,}25 - 5{,}25\left(1 + \delta/\sqrt{l_1 l_2}\right)^{-5/3}\right] B\sqrt[4]{\Delta t/\delta}, \tag{1.168}$$

где δ — толщина прослойки; $N = 1$ и $N = 1{,}3$ — коэффициенты для вертикальной и горизонтальной ориентаций соответственно; при горизонтальной ориентации нагретая грань находится внизу.

Значения коэффициента B приведены ниже для различных средних температур воздуха $t_m = 0{,}5(t_1 + t_2)$:

t_m, °C . .	0	50	100	200
B	0,63	0,58	0,56	0,44

Локальный коэффициент конвекции. Интенсивность теплообмена в замкнутых прослойках можно более детально описать с помощью локального коэффициента конвекции

$$\varepsilon_{кл} = (q - q_л)/q_т,$$

где q — суммарная плотность теплового потока; $q_л$, $q_т$ — плотности тепловых потоков вследствие излучения и молекулярной теплопроводности.

Установлено, что интенсивность локального теплообмена в замкнутых вертикальных прослойках высотой h с изотермическими стенками может изменяться по высоте почти в 10 раз. При этом характерны три зоны (рис. 1.29): в нижней части прослойки $(x/h)<0,2$ $\varepsilon_{кл}$ имеет максимальное значение, далее с ростом отношения x/h $\varepsilon_{кл}$ уменьшается до единицы, потом остается неизменным и, наконец, в верхней зоне $(x/h)<0,7$ может достигать значений $\varepsilon_{кл}<1$, доходя до 0,2. Движение газа вдоль нагретой пластины вызвано повышением его температуры. С ростом x увеличивается толщина пограничного слоя и падает перепад температур между пластиной и воздухом, что приводит к уменьшению плотности теплового потока q. В верхней зоне эта разность может оказаться столь малой, что передача энергии от нагретой пластины к холодной будет проходить в основном за счет плотности потока излучения $q_л$ и может оказаться, что $(q-q_л)<q_т$. Обработка результатов измерений для прослойки высотой h и шириной δ привела к уравнениям подобия, связывающим локальный коэффициент конвекции $\varepsilon_{кл}$ с числом Рэлея $Ra = Gr \cdot Pr$ и отношением δ/h при нормальном давлении $p = 10^5$ Па:

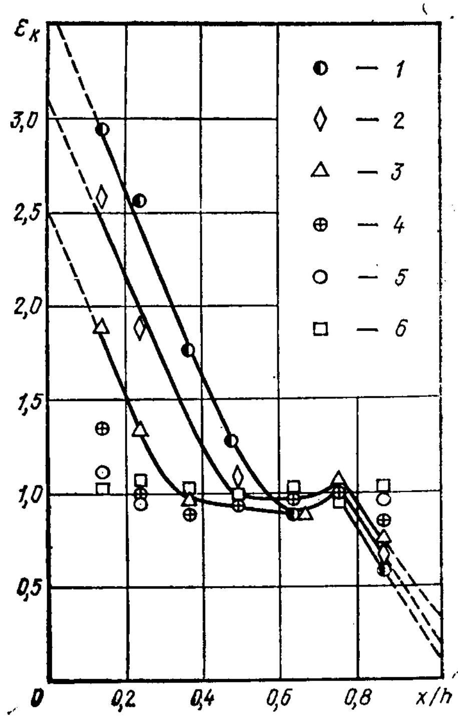


Рис. 1.29. Изменение локального коэффициента конвекции $\varepsilon_{кл}$ по высоте x/h замкнутой прослойки толщиной $l=20$ мм с изотермическими стенками при перепаде температур $\Delta T=22$ К:
1 — $Ra_m=15200$; 2 — 6500; 3 — 2370; 4 — 1370; 5 — 250; 6 — 25

$$\varepsilon_{кл} = 2,25 \lg Ra_m - 4,8x/h - 5,75; \quad Ra_m = Gr_m \cdot Pr_m, \tag{1.169}$$

$$1 \leqslant Ra_m \leqslant 10^5, \quad 0,025 \leqslant (\delta/h) \leqslant 0,175, \quad p = 10^5 \text{ Па}, \quad \varepsilon_{кл} \geqslant 1.$$

Значение $\bar{x}=x_{кр}/h$, начиная с которого $\varepsilon_{кл}<1$, равно

$$x_{кр}=1 \text{ для } 0<\lg \mathrm{Ra}_m\leqslant 3;$$

$$x_{кр}=0{,}77 \text{ для } 3<\lg \mathrm{Ra}_m<4{,}5.$$

Значения физических параметров среды в формулах берутся для средней температуры $t_m=0{,}5(t_1+t_2)$.

Участки с пониженной интенсивностью теплообмена могут занимать до 25% общей высоты прослойки и располагаться в верхней части нагретой и нижней части холодной пластин.

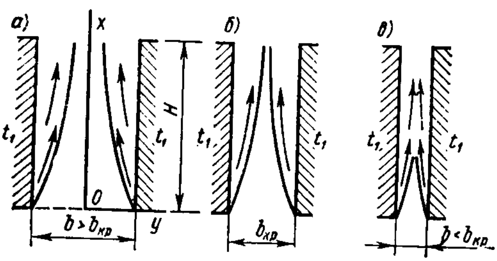


Рис. 1.30. Конвекция в широком (*а*), среднем (*б*) и узком (*в*) вертикальных каналах

Вертикальный канал. Рассмотрим плоский вертикальный незамкнутый канал (см. рис. 1.28, *б*), высота и глубина которого h и B, ширина b; стенки канала одинаково нагреты и имеют на расстоянии x от входа в канал температуру $t_w(x)$. Из-за разности температур между воздухом внутри канала $t_f(x)$ и вне его $t_f(0)=t_c$ возникает свободная конвекция. На некотором удалении от входа в канал пограничные слои смыкаются и движение жидкости становится стабилизированным, скорость $v(y)$ не изменяется с координатой x и при ламинарном движении имеет параболический профиль по координате y. Исследование свободной конвекции в вертикальном канале показано, что на интенсивность теплообмена существенно влияют отношение b/h и значение числа Рэлея $\mathrm{Ra}=\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}$, а опытные данные хорошо аппроксимируются зависимостью

$$\mathrm{Nu}=cM^n, \text{ где } M=\mathrm{Ra}\, b/h.$$

В вертикальных каналах при большой ширине b и малой высоте h пограничные слои могут не пересекаться и процесс теплообмена подобен одиночной пластине в неограниченном пространстве (рис. 1.30, *а*). Существует критическая ширина $b_{кр}$, при которой пограничные слои смыкаются в конце канала (рис. 1.30, *б*); при $b<b_{кр}$ пограничные слои смыкаются в начале канала (рис. 1.30, *в*). На участке канала со стабилизированным течением среды локальное число Нуссельта постоянно и равно $\mathrm{Nu}=4{,}12$, что позволяет определить локальный коэффициент теплоотдачи: $\alpha=\mathrm{Nu}\cdot\lambda_f/b$. В частности, для воздуха (см. табл. А.3) при $\bar{t}_f=50°$ С значение $\lambda_f=0{,}028$ Вт/(м·К), а

$$\alpha=4{,}12\,(0{,}028/b)=0{,}115/b. \tag{1.170}$$

Для плоского вертикального канала с изотермическими стенками и воздушной средой рекомендуются следующие формулы для расчета среднего коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и скорости воздуха $\bar{v}$ [3]:

$$\bar{\alpha}=1{,}2\cdot 10^{-3}\,\frac{M}{b}\left\{1-\exp\left[-\left(\frac{32{,}4}{M}\right)^{3/4}\right]\right\};\qquad(1.171)$$

$$M=6{,}6\cdot 10^{7}b^{4}\,(\bar{t}_w-t_c)/h,$$

где b, h — ширина и высота канала; $\bar{t}_w$, t_c — средние температуры стенки и среды;

$$\bar{v}=9\cdot 10^{-5}\,\frac{h}{b^2}\left(\sqrt{1+\frac{\psi' M}{21}}-1\right);$$

$$\psi'=1-\frac{14}{17}\,\frac{\bar{\alpha}}{\alpha}=\frac{t_f-t_c}{\bar{t}_f-t_c},$$

где α — локальный коэффициент теплоотдачи, рассчитываемый по формуле (1.170); $\bar{t}_f$ — средняя температура воздуха в канале.

Теплообмен при давлениях, отличных от нормального. Конвекция в неограниченном пространстве, в ограниченных прослойках и незамкнутых каналах зависит от давления газа. Если конвективные коэффициенты теплоотдачи и проводимости при нормальном давлении p_0 обозначить через $\alpha_к$ и $\sigma_к$, а при давлении p — через $\alpha_{кр}$ и $\sigma_{кр}$, то между этими параметрами при $10^2<p<10^6$ Па существует следующая связь:

$$\alpha_{кp}=\alpha_к(p/p_0)^{2n},\quad \sigma_{кp}=\sigma_к(p/p_0)^{2n},\qquad(1.172)$$

где n соответствует показателю степени в формулах (1.157), (1.166), (1.171).

Заметим, что зависимость (1.172) конвективного теплообмена от давления справедлива также и для вынужденного движения газа.

Пример 1.14. Теплообмен в типичных блоках РЭА. Определить эффективные коэффициенты теплоотдачи через прослойки в электронном аппарате, состоящем из параллелепипеда (нагретой зоны), окруженного корпусом.

Считать, что коэффициенты черноты всех поверхностей зоны и корпуса $\varepsilon\geqslant 0{,}8$; значения температур $t_з$ и $t_к$ находятся в диапазоне от 20 до 60° С, а перепад температур $0<(t_з-t_к)<40$ К; толщина зазора δ изменяется в пределах $5<\delta<100$ мм. Размеры l_1 и l_2 могут принимать различные значения, однако отношение $\delta/l=\delta/\sqrt{l_1l_2}$ также ограничено $2<\delta/\sqrt{l_1l_2}<4$.

Решение. Перенос теплоты через прослойки осуществляется конвекцией и тепловым излучением; коэффициент теплоотдачи излучением $(\alpha_{з\,к})_л$ в прослойке между поверхностями, как показывают расчеты, примерно равен $(\alpha_{з\,к})_л=6{,}0$ Вт/(м²·К). Эффективный коэффициент теплоотдачи конвекцией в прослойке от внутренней поверхности A к поверхности корпуса может быть найден по формуле (1.168). Определим сначала диапазон изменения комплекса:

$$a_1=B\sqrt[4]{(t_1-t_2)/\delta}=(0\div 0{,}6)\sqrt[4]{40/(5\cdot 10^{-3})}=0\div 6.$$

В среднем $a_1=3$ Вт/(м^{1,75}·К^{1,25}). Диапазон изменения другого комплекса $a_2(\delta/l)=6{,}25-5{,}25(1+\delta/l)^{-5/3}$ для наиболее часто встречающихся на практике параметров δ и l ($\delta/l = 2 \div 4$), как показали расчеты, может в среднем быть принят равным $a_2 \simeq 3$.

Следовательно, для горизонтальной ($N_г' = 1{,}3$; $N_г'' = 0{,}7$) и вертикальной ($N_в = 1{,}0$) прослоек, согласно формуле (1.168),

$$\alpha_{1к} = (\alpha_{sк})'_г = 1{,}3 \cdot 3 \cdot 3 = 12 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\alpha_{3к} = (\alpha_{sк})''_г = 0{,}7 \cdot 9 \simeq 6 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\alpha_{2к} = (\alpha_{sк})_в = 1{,}3 \cdot 3 = 9 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Полные **коэффициенты теплоотдачи α_i от i-й** части поверхности A к корпусу равны сумме конвективных и лучистых $(\alpha_{sк})_л$ составляющих:

$$\alpha_1 = 12 + 6 = 18 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}; \quad \alpha_2 = 9 + 6 = 15 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\alpha_3 = 6 + 6 = 12 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Пример 1.15. Охлаждение РЭА кассетной конструкции при свободной вентиляции. Стенки канала, образованного соседними платами РЭА кассетной конструкции, имеют среднюю температуру $\bar{t}_w = 50°$ С, температура окружающей среды $t_с = 20°$ С; геометрические параметры канала $B = 0{,}1$ м, $h = 0{,}06$ м, $b = 0{,}01$ м (рис. 1.28, *б*). Определить объемный расход G_V воздуха через канал, средний $\bar{\alpha}$ и локальный α коэффициенты теплоотдачи, рассеиваемую мощность Φ и среднюю температуру t_{fV} воздуха в канале.

Решение. По формулам (1.170), (1.171) находим коэффициенты теплоотдачи и скорость:

$$\bar{\alpha} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\, \frac{3{,}3 \cdot 10^2}{10^{-2}} \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{32{,}4}{330}\right)^{3/4}\right]\right\} = 6{,}55;$$

$$\alpha = 115 \cdot 10^{-3}/10^{-2} = 11{,}5; \quad \psi' = 1 - 14 \cdot 6{,}55/(17 \cdot 11{,}50) = 0{,}53;$$

$$\bar{v} = 9 \cdot 10^{-5}\, \frac{6 \cdot 10^{-2}}{10^{-4}} \left(\sqrt{1 + \frac{0{,}53 \cdot 330}{21}} - 1\right) = 0{,}108 \text{ м/с}.$$

Расход $G_V = \bar{v} b B = 0{,}108 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}1 = 1{,}08 \cdot 10^{-4}$ м³/с.

Рассеиваемый поток

$$\Phi = \bar{\alpha}\, (\bar{t}_w - t_с)\, Bh \cdot 2 = 6{,}55 \cdot 30 \cdot 10^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 2 = 2{,}4 \text{ Вт}.$$

Средняя температура воздуха

$$t_{fV} = t_с + \psi'(\bar{t}_w - t_с) = 20 + 0{,}53 \cdot 30 = 36{,}6° \text{ С}.$$

10.1

§ 1.15. Вынужденная конвекция при внешнем обтекании тел

Продольное движение потока жидкости. Пусть внешняя поверхность тела омывается потоком жидкости, имеющим на удалении от тела скорость v. Как показано в § 1.2, существует три режима движения жидкости — ламинарный, переходный и турбулентный. Переходный режим занимает малую область, и расчеты, как правило, ведутся на два режима движения жидкости — ламинарный и турбулентный.

Коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении жидкости представляются обычно в виде зависимости между числами Нуссельта Nu_f, Рейнольдса Re_f и Прандтля Pr_f или Pr_w:

$$\mathrm{Nu}_f = \alpha l/\lambda_f, \quad \mathrm{Re}_f = vl/\nu_f, \quad \mathrm{Pr}_f = \nu_f/a_f, \quad \mathrm{Pr}_w = \nu_w/a_w, \qquad (1.173)$$

где индексы f и w означают, что соответствующие параметры рассматриваются при температурах жидкости t_f и стенки t_w; l — длина тела по направлению потока.

Переход от ламинарного движения к турбулентному определяется критическим значением числа $Re_{кр}$, которое при продольном обтекании плоской стенки обычно принимают $Re_{кр}=5\cdot10^5$.

При ламинарном движении жидкости, т. е. $Re_f<<5\cdot10^5$, критериальное уравнение для среднего коэффициента теплоотдачи имеет следующий вид [4]:

$$Nu_f=0{,}66\,Re_f^{0,50}\,Pr_f^{0,43}\,(Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \qquad (1.173')$$

За определяющую температуру здесь принята температура набегающего потока t_f, за определяющий размер — длина теплоотдающей стенки по направлению потока. Влияние физических свойств жидкости и их зависимость от температуры учитываются параметром $Pr_f^{0,43}$, а влияние направления теплового потока (от жидкости к стенке или наоборот) и род жидкости — параметром $(Pr_f/Pr_w)^{0,25}$, для газов этот параметр равен единице. Параметры ν_f, λ_f и a_f для воды и воздуха берут из табл. А.3 и А.4, для других видов жидкостей значения этих параметров приведены в справочной литературе.

Для воздуха в широком интервале температур (от 0 до 1000° С) можно считать $Pr_f=Pr_w=0{,}70$, а $(Pr_{fw})^{0,43}=0{,}86$ и тогда формула (1.173′) приобретает простой вид:

$$Nu_f=0{,}57\sqrt{Re_f}.$$

Эта зависимость представлена ниже в форме, удобной для практических расчетов:

$Re_f\cdot10^{-3}$	5	10	15	20	25	30	40	50	60	80
Nu_f	41	56	68	81	90	100	115	127	140	160

При значениях Re, превышающих критическое или равное ему ($Re_f\geqslant5\cdot10^5$), возникает турбулентное течение и критериальное уравнение для среднего коэффициента теплоотдачи имеет вид [4]

$$Nu_f=0{,}037\,Re_f^{0,8}\,Pr_f^{\ 3}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}.$$

Это уравнение для воздуха принимает более простую форму:

$$Nu_f=0{,}032\,Re_f^{0,8}.$$

Определяющая температура и определяющий размер те же, что и в предыдущем случае. Последняя зависимость представлена ниже в форме, удобной для расчетов:

$Re_f\cdot10^{-5}$.	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$Nu_f\cdot10^{-2}$	3,40	4,42	5,70	7,87	9,66	11,6	13,4	15,0	17,2

Приведенные выше формулы были получены при исследовании теплообмена плоской плиты, омываемой потоком жидкости. В приближенных расчетах можно использовать эти формулы и для определения теплообмена цилиндрических поверхностей, омываемых продольным потоком жидкости.

10.3 **Поперечное движение потока воздуха.** Ниже рассмотрен метод определения коэффициента теплоотдачи тел различной формы, омываемых поперечным потоком воздуха. Для тел разнообразной

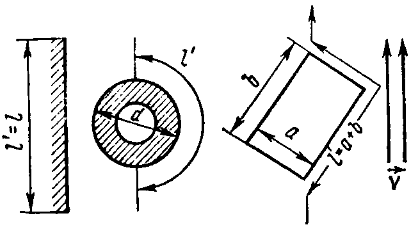


Рис. 1.31. Выбор длины обтекания поперечным потоком воздуха тел различной конфигурации

конфигурации целесообразно ввести характерный размер, определяемый по какому-нибудь единому принципу, а именно в качестве характерного размера выбирается длина обтекания l' тела потоком воздуха. Длина обтекания для цилиндра и шара составляет $l'=0{,}5\pi d$, а для пластины — $l'=l$ (рис. 1.31). В этом случае числа Рейнольдса и Нуссельта определяют следующим образом:

$$\mathrm{Re}'=vl'/\nu_f,\quad \mathrm{Nu}'=\alpha l'/\lambda_f.$$

При значениях числа Рейнольдса $10<\mathrm{Re}'<10^5$ уравнение подобия для теплоотдачи тел, омываемых поперечным потоком воздуха, с ошибкой не более 20% может быть представлено в виде [3, 10]

$$\mathrm{Nu}'=0{,}8\sqrt{\mathrm{Re}'}. \qquad (1.174)$$

Формулу (1.174) можно использовать также для оценки коэффициента теплоотдачи тел, находящихся в замкнутом пространстве и омываемых поперечным потоком воздуха. Определяющим размером в этом случае также будет l', а скорость движения воздуха около тела можно определить по формуле

$$v=G_V/A_{\text{ср}}, \qquad (1.175)$$

где G_V — объемный расход воздуха, протекающего через ограниченное пространство; $A_{\text{ср}}$ — площадь среднего сечения потока, т. е. средняя площадь пространства между телом и ограничивающей его оболочкой (корпусом).

Для электронных аппаратов с хаотическим расположением деталей параметры $A_{\text{ср}}$ и l могут быть оценены по формулам

$$A_{\text{ср}}=A_{\text{ап}}(1-V_{\text{д}}/V),\quad l'=\sum_{j=1}^{n} l'_j A_j \Big/ \sum_{r=1}^{n} A_j, \qquad (1.176)$$

где $A_{\text{ап}}$ — площадь сечения пустого корпуса аппарата в направлении, нормальном к потоку; V и $V_{\text{д}}$ — объем пустого корпуса и суммарный объем всех деталей, шасси и других твердых тел в нагретой зоне; l_j, A_j — длина траектории потока около детали j и площадь теплоотдающей поверхности этой детали.

Пример 1.16. Принудительная воздушная вентиляция блока РЭА. Размеры корпуса аппарата: ширина $L_1=0{,}34$ м, длина $L_2=0{,}26$ м, высота $h=0{,}20$ м, толщина стенок $\delta_к=0{,}5$ мм.

Пусть нагретая зона РЭА состоит из одинаковых цилиндрических радиодеталей, расположенных в обоих отсеках аппарата в коридорном порядке и симметрично относительно плоскости шасси. С каждой стороны шасси смонтировано по $m_1=m_2=80$ радиодеталей. Диаметр и высота радиодеталей — соответственно $d_д=2{,}4\cdot10^{-2}$ м и $h_д=0{,}1\cdot10^{-2}$ м. Размеры шасси: $l_1=0{,}339$ м, $l=0{,}259$ м, $\delta_ш=$ $=0{,}002$ м. Шасси расположено на равных расстояниях от дна и крышки корпуса. Принудительное движение воздуха осуществляется поперек деталей; массовый расход воздуха через аппарат $G=2{,}02\cdot10^{-2}$ кг/с, температура воздуха на входе в аппарат $t_{вх}=t_с=20°$ С.

Рассчитать тепловые проводимости от нагретой зоны к воздуху, проходящему через блок электронного аппарата, при его общей принудительной вентиляции.

Решение. Найдем по формуле (1.174) коэффициенты конвективной теплоотдачи. Тепловая проводимость определяется по формуле $\sigma_{Af}=\alpha A_{Af}$, где A_{Af} — площадь поверхности теплообмена всех омываемых воздухом деталей. Проведем вспомогательные расчеты.

1. Площадь теплоотдающих поверхностей радиодеталей, расположенных в одном отсеке,

$$A_{дf}=\sum_{j=1}^{m_1}(\pi d_д h_д+\pi d_д^2/4)=80\,[3{,}14\cdot2{,}4\cdot10^{-2}\cdot9{,}1\cdot10^{-2}+3{,}14(2{,}4\cdot10^{-2})^2/4]=$$
$$=0{,}584\ \text{м}^2.$$

2. Площадь свободной от радиодеталей поверхности шасси

$$A_{шf}=l_1l_2-m_1\pi d_д^2/4\ =0{,}339\cdot0{,}259-80\cdot3{,}14\,(2{,}4\cdot10^{-2})^2/4=0{,}052\ \text{м}^2.$$

3. Площадь теплоотдающих поверхностей нагретой зоны в одном и обоих отсеках

$$A_{Af1}=A_{Af2}=A_{дf}+A_{шf}=0{,}584+0{,}052=0{,}636\ \text{м}^2,\quad A_{Af}=1{,}272\ \text{м}^2.$$

4. Траектория потока воздуха вдоль поверхности радиодетали (средний определяющий размер)

$$l'=0{,}5\pi d_д=0{,}5\cdot3{,}14\cdot2{,}4\cdot10^{-2}=3{,}77\cdot10^{-2}\ \text{м}.$$

5. Коэффициент заполнения $V_д/V$ аппарата

$$V_д/V=(0{,}339\cdot0{,}259\cdot0{,}002+160\cdot3{,}14\,(2{,}4\cdot10^{-2})^2\times$$
$$\times\,9{,}1\cdot10^{-2}/4)/(0{,}339\cdot0{,}259\cdot0{,}197)=0{,}39.$$

6. Площадь поперечного сечения порожнего корпуса аппарата

$$A_{зп}=l_2\,(h-2\delta_к)=5{,}1\cdot10^{-2}\ \text{м}^2.$$

7. Средняя площадь поперечного сечения аппарата, свободного для прохода воздуха, определяется по формуле (1.176):

$$A_{ср}=5{,}1\cdot10^{-2}\,(1-0{,}39)=3{,}11\cdot10^{-2}\ \text{м}^2.$$

8. По табл. А.3 находим значения физических параметров воздуха при $t_с=$ $=20°$ С: $\rho=1{,}205$ кг/м^3, $\lambda_f=2{,}6\cdot10^{-2}$ Вт/(м·К), $\nu=15{,}06\cdot10^{-6}$ м^2/с.

Переходим к основным расчетам.

9. По формуле (1.175) определим коэффициент теплоотдачи нагретой зоны:

$$\alpha_{Af} = \mathrm{Nu}\,\lambda_f/l' = 0{,}8\lambda_f\sqrt{\mathrm{Re}}/l'.$$

Так как нагретая зона симметрична относительно шасси, то

$$\alpha_{Af1} = \alpha_{Af2} = \alpha_{Af} = \frac{0{,}8\cdot 2{,}6\cdot 10^{-2}}{3{,}77\cdot 10^{-2}} \times \left(\frac{2{,}02\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}77\cdot 10^{-2}}{1{,}205\cdot 15{,}06\cdot 10^{-3}\cdot 3{,}11\cdot 10^{-2}}\right)^{1/2} = 20{,}6\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}).$$

10. Тепловая проводимость σ_{Af} равна

$$\sigma_{Af} = 20{,}6\cdot 1{,}272 \simeq 26{,}2\ \text{Вт/К}.$$

10.1

§ 1.16. Вынужденная конвекция в трубах и каналах

Гладкие трубы и каналы. В качестве определяющего размера для круглых труб принимают диаметр, а для некруглых — эквивалентный диаметр, рассчитываемый по формуле (1.154), скорость определяют по формуле (1.175). На рис. 1.5, *б* показано распределение скорости и температуры жидкости по длине канала при ламинарном движении жидкости ($\mathrm{Re} \leqslant 2200$). На начальном участке до значений $x < l_\text{н}$ происходит формирование профиля скорости и температуры, пограничные слои еще не сомкнулись и локальный коэффициент теплоотдачи изменяется с расстоянием x; при $x \geqslant l_\text{н}$ пограничные слои смыкаются, наступает режим стабилизированного течения, локальное число Нуссельта в этом случае (обозначим его Nu_∞) сохраняет постоянное значение. Например, при постоянной плотности q потока это число для канала шириной h равно [3]

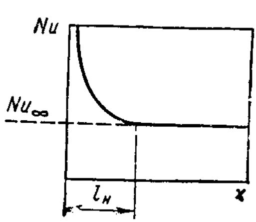


Рис. 1.32. Изменение числа Нуссельта Nu по длине канала

$$\mathrm{Nu}_\infty = \alpha h/\lambda_f = 4{,}12, \quad \alpha = q/(t_w - t), \tag{1.177}$$

где t_w, t — температура стенки и средняя расходная температура жидкости на расстоянии x; λ_f — теплопроводность жидкости.

При $x \leqslant l_\text{н}$ и $\mathrm{Pr} \simeq 1$ (газы) локальное число Нуссельта равно (рис. 1.32)

$$\mathrm{Nu} = \alpha h/\lambda_f = \sqrt{l_\text{н}/x}\,\mathrm{Nu}_\infty. \tag{1.178}$$

На рис. 1.32 показан в соответствии с формулой (1.178) характер изменения локального числа Nu с расстоянием x от входа в канал. Для воздуха ($\mathrm{Pr} \simeq 0{,}7$) длина $l_\text{н}$ участка стабилизации может быть оценена по формуле [4, 12]

$$l_\text{н} = 0{,}01h\,\mathrm{Re}, \quad \mathrm{Re} = vh/\nu. \tag{1.179}$$

Среднее на участке x число Нуссельта $\overline{\mathrm{Nu}}$ для гладкого канала при ламинарном движении жидкости оценивается по формулам

$$\left.\begin{aligned} x \leqslant l_\text{н},\ \overline{\mathrm{Nu}} &= \bar{\alpha} h/\lambda_f = 1{,}5\sqrt{l_\text{н}/x}\,\mathrm{Nu}_\infty, \\ x > l_\text{н},\ \overline{\mathrm{Nu}} &= (1 + 0{,}5 l_\text{н}/x)\,\mathrm{Nu}_\infty, \end{aligned}\right\} \tag{1.180}$$

где $l_н$ — длина участка стабилизации, рассчитываемая по формуле (1.179), а число Nu_∞ — по формуле (1.177).

В приведенных выше формулах предполагалось, что канал неограниченной длины без поворотов, поэтому явлением свободной конвекции в этом случае можно пренебречь. Однако исследования показывают, что при ламинарном движении теплообмен внутри трубы определяется факторами как вынужденного (Re), так и свободного движения (Gr). В частности, для воздуха среднее число $\overline{Nu}$ по всей длине трубы [4, 10]

$$\overline{Nu}=\alpha d/\lambda_f=0{,}13\sqrt[3]{Re}\,Gr^{0,1}\varepsilon_L';\quad Gr=\beta g\,(t_w-t_0)\,d^3/\nu^2,$$

где ε_L' — поправочный коэффициент на ограниченность трубы; его зависимость от отношения d к длине l дана ниже:

l/d	1	2	5	10	15	20	30	50
ε_L'	1,90	1,70	1,44	1,28	1,17	1,18	1,05	1,00

При значениях числа Рейнольдса Re>2200 ламинарный режим течения нарушается, наступает переходный режим, который при $Re>10^4$ становится турбулентным. Разными авторами установлено, что коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении мало зависит от граничных условий на поверхности стенок, но зато на теплообмен существенно влияют начальная турбулизация потока и форма входной кромки канала. Многообразие этих условий приводит к большому числу частных эмпирических зависимостей, однако можно указать на следующую закономерность: длина $l_н$ участка тепловой стабилизации равна примерно $(15\div30)d$ (будем полагать $l_н\simeq20d$). Значение среднего числа $(Nu_\infty)_т$ на стабилизированном участке в турбулентном режиме течения в неограниченной прямой трубе диаметром d [4,8]

$$(\overline{Nu}_\infty)_т=\alpha_\infty d/\lambda_f=0{,}023\,Re_d^{0,8}\,Pr_f^{0,43}\,(Pr_f/Pr_w)_f^{0,25},\quad Re_d=vd/\nu.$$

Если труба изогнута (радиус кривизны R) и ограничена, то для воды и воздуха последняя формула может быть представлена в виде

$$\bar{\alpha}_\infty=Zv^{0,8}\varepsilon_L\,(1+1{,}8d/R)/d^{0,2},$$

где Z — параметр, учитывающий физические свойства жидкости (см. табл. А.6); ε_L — поправка на ограниченность трубы (см. табл. А.7); $t_f=0{,}5(t_f'+t_f'')$ — определяющая температура, равная средней между температурами входа и выхода; R — радиус кривизны изогнутой трубы.

Приведем значения локального числа Nu_d на рсстоянии x, а также осредненного по длине x числа $\overline{Nu}_d$ при турбулентном режиме на участке нестабилизированного движения $x\leqslant l_н=20d$:

$$\left.\begin{aligned}Nu_d&=\alpha d/\lambda_f=(l_н/x)^{1/6}\,(Nu_\infty)_т,\\ \overline{Nu}_d&=\bar{\alpha}d/\lambda_f=1{,}2\,(l_н/x)^{1/6}\,(Nu_\infty)_т.\end{aligned}\right\}\qquad(1.181)$$

Движение жидкости в каналах с впадинами и выступами. Рассмотрим движение жидкости через каналы, имеющие впадины и выступы, соизмеримые с шириной канала. Последние могут быть образованы при монтаже на платах элементов, микромодулей, ин-

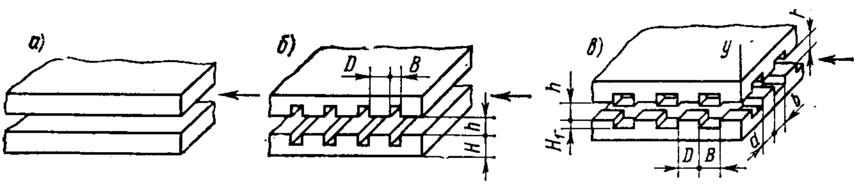


Рис. 1.33. Схематическое изображение каналов:
а — гладкого; *б* — с поперечными впадинами; *в* — с комбинированными впадинами

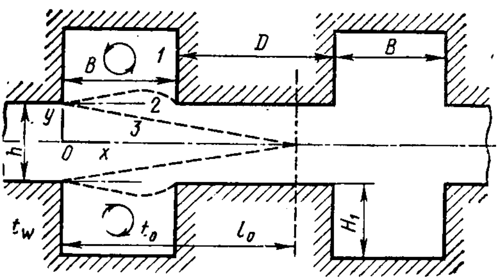


Рис. 1.34. Характер течения жидкости в каналах с впадинами

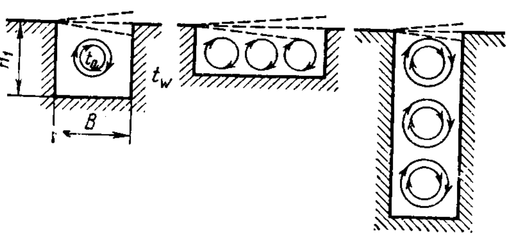


Рис. 1.35. Циркуляционные токи жидкости в отдельных впадинах

тегральных схем (ИС) больших интегральных схем (БИС) и т. д. На рис. 1.33 схематически изображены гладкий канал, а также каналы с поперечными и комбинированными (продольными и поперечными) впадинами. Упрощенная схема движения жидкости через каналы с поперечными впадинами представлена на рис. 1.34. Если ширина канала h существенно меньше длины участка D, то такой участок можно представить как плоский канал с гладкими стенками. На участке B движение становится более сложным и можно выделить три зоны: зону *1* циркуляционного движения во впадине, зону *3* струйного движения и промежуточную зону *2* между ними. На начальном участке $x=0$ в ядре струи скорость частиц v, а длина струи $l_0 \simeq 5h$. Толщина промежуточной зоны при $x \leqslant l_0$ может быть оценена по формуле $\delta = 0{,}1x$ при $x \leqslant B$ [8].

За пределами струи возникают зоны замкнутого циркуляционного движения, показанные на рис. 1.35. Из рисунка видно, что для глубоких или широких впадин характерно образование вторичных циркуляционных токов. Используя зависимости для теплообмена в гладких каналах, некоторые выводы из теории струйных течений, а также результаты экспериментальных исследований, можно предложить упрощенную схему расчета среднего числа Нуссельта $\overline{\mathrm{Nu}}$ для канала со впадинами и выступами; при этом число $\overline{\mathrm{Nu}}$ обозначает безразмерный комплекс:

$$\overline{\mathrm{Nu}}=\bar{\alpha} h_э/\lambda_f;\ \alpha=q/\Delta\bar{t};\ \Delta\bar{t}=\frac{1}{L}\int\limits_0^L (t_w-t)\,\mathrm{d}\,x_1,$$

где $h_э$ — эквивалентная ширина канала; t, t_w — средняя массовая температура жидкости и температура стенок канала на расстоянии x; q — средняя плотность теплового потока, отнесенная к размеру $L=B+D$ канала.

Приведем метод расчета среднего числа $\overline{\mathrm{Nu}}$ в рассматриваемых каналах [8].

Если канал образован одинаковыми платами с поперечными впадинами на обеих сторонах, то согласно формуле (1.154) для эквивалентного диаметра $d_э=2h_э$ (см. рис. 1.33)

$$h_э=[2\mathrm{H}b+h\,(b+d)]/[2\mathrm{H}+b+d].$$

Если одна стенка канала гладкая, а другая имеет впадины и выступы, то

$$h_э=[Hb+h\,(b+d)]/(H+b+d).$$

Среднее значение числа $\overline{\mathrm{Nu}}$ в таких каналах

$$\overline{\mathrm{Nu}}=[0{,}5B\,(1+B/H)^{-0{,}5}\,\mathrm{Nu}_D+D\,\overline{\mathrm{Nu}}_D]/(B+H),$$

где Nu_D и $\overline{\mathrm{Nu}}_D$ — локальное при $x=D$ и осредненное по длине числа Нуссельта, определяемые по формулам (1.180) и (1.181).

Начальная длина $l_н$ определяется по формулам:

$$\text{при } B\geqslant 5h l_н=0{,}01h\,\mathrm{Re};\ \text{при } B<5h l_н=4\cdot 10^{-3}B\,\mathrm{Re}.$$

Для каналов с продольными и поперечными впадинами (рис. 1.33, *в*) и $0\leqslant b/d\leqslant 2$

$$l_н=2\cdot 10^{-3}h\,(1+4b/h_э)\,(B/H)\,\mathrm{Re}.$$

Предлагаемая схема расчета числа $\overline{\mathrm{Nu}}$ не применима для каналов, у которых $D\ll B$. Для каналов только с поперечными впадинами при $B\leqslant D$ расхождение данных расчета и опыта 5—10%; для каналов с поперечными и продольными впадинами — не более 20%.

Приведем некоторые общие рекомендации по интенсификации теплообмена в каналах с впадинами. При числах $\mathrm{Re}>3000$ впадины интенсифицируют теплообмен и при расчете α нельзя пользоваться формулами для гладкого канала с введением в них, как принято, эквивалентного диаметра по формуле (1.154), так как ошибка может превысить 100%. При $\mathrm{Re}<2\cdot 10^3$, несмотря на увеличение площади теплоотдающей поверхности каналов с выступами, интенсивность теплообмена не отличается от гладких каналов с тем же эквивалентным диаметром.

Пример 1.17. Принудительная вентиляция нагретой зоны из гладких плат. Нагретая зона кассетного РЭА образована совокупностью 10 плат, длина (по ходу потока) l, ширина b и толщина 2δ которых $l \times b \times 2\delta = 180 \times 120 \times 8$ мм, расстояние между платами $h = 12$ мм. Зона охлаждается с помощью принудительной вентиляции, объемный расход воздуха $G_V = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

Определить характер течения воздуха в каналах, длину участка стабилизации и средний конвективный коэффициент теплоотдачи в канале. Среднюю температуру воздуха принять равной 25° С.

Решение. Десять плат образуют 9 каналов, скорость в которых $v = G/(9bh) = 2{,}2 \cdot 10^{-3}/(91{,}2 \cdot 10^{-1} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}) = 0{,}17$ м/с. Определим число Рейнольдса: $\mathrm{Re} = vh/\nu = 0{,}17 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}/(1{,}6 \cdot 10^{-2}) = 125 < 2200$, что соответствует ламинарному движению. Длину стабилизированного участка определим по формуле (1.179): $l_н = 0{,}01 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 125 = 15 \cdot 10^{-3}$ м $= 15$ мм, что значительно меньше длины канала $l = 180$ мм и можно считать течение в канале стабилизированным; среднее значение коэффициента теплоотдачи по его длине найдем по формуле (1.180):

$$\overline{\mathrm{Nu}} = (1 + 0{,}5 \cdot 15/180)\, 4{,}12 = 4{,}3; \quad \bar{\alpha} = \lambda_f \overline{\mathrm{Nu}}/h = 9{,}3 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Пример 1.18. Принудительная вентиляция расположенной в корпусе нагретой зоны, образованной платами с односторонним монтажом функциональных элементов. Случай 1. Расположенная в корпусе нагретая зона образована 11 кассетами, имеющими размеры $l \times b \times 2\delta = 239 \times 148 \times 5{,}5$ мм и ширину между кассетами $h = 1{,}9$ мм. На одной стороне каждой из плат смонтированы функциональные элементы, геометрические параметры платы с элементами (см. рис. 1.33, *в*) $b = 3{,}5$ мм; $B = 1{,}0$ мм; $d = 14{,}5$ мм; $D = 20$ мм; $H_1 = 4$ мм. Общий расход воздуха $G_V = 1{,}85 \times 10^{-3}$ м³/с. Определить коэффициент теплоотдачи в канале.

Решение. Между 11 платами имеется 10 каналов и два канала образованы между крайними платами и корпусом, т. е. всего 12 каналов; скорость течения жидкости в канале $v = G_V/(12bh) = 1{,}85 \cdot 10^{-3}/(12 \cdot 0{,}148 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-3}) = 0{,}55$ м/с.

Дальнейшие расчеты проводим по формулам, приведенным в § 1.16. Находим эквивалентную ширину канала: $h_э = [4 \cdot 3{,}5 + 1{,}9(3{,}5 + 14{,}5)]/(4 + 3{,}5 + 14{,}5) = 2{,}18$ мм. Рассчитываем число Re и длину $l_н$ участка стабилизации:

$$\mathrm{Re} = 0{,}55 \cdot 2{,}18 \cdot 10^{-3}/(15 \cdot 10^{-6}) = 80, \; l_н =$$
$$= 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-3}\,(1 + 3{,}5/2{,}18)\, 80/4 = 0{,}5 \text{ мм}.$$

Так как $D \gg l_н$, можно пренебречь начальным участком стабилизации и вести расчет по формуле (1.177):

$$\alpha = 4{,}12\lambda_f/h_э = 4{,}12 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-2}/(2{,}18 \cdot 10^{-3}) = 50 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

При расчетах значения λ_f и ν воздуха выбирались из табл. А.3 при $t = 30°$ С.

Случай 2. На пяти кассетах с одной стороны платы расположено 100 функциональных элементов. Размеры плат: $l \times b \times 2\delta = 224 \times 179 \times 12$ мм; продольные и поперечные впадины имеют следующие размеры: $b = B = 4{,}3$ мм; $d = D = 40{,}5$ мм; $H_1 = 8$ мм; расстояние между кассетами $h = 8$ мм; расход воздуха $G_V = 15 \cdot 10^{-3}$ м³/с, а его температура $t_f = 30°$ С. Найти средний коэффициент теплоотдачи в канале.

Решение. По формулам § 1.16 определяем $h_э = 4$ мм; вычисляем скорость v и критерий Re:

$$v = 15 \cdot 10^{-3}/(0{,}179 \cdot 0{,}008 \cdot 4) \simeq 2{,}6 \text{ м/с}; \; \mathrm{Re} = 2{,}6 \cdot 4 \cdot 10^{-3}/(1{,}6 \cdot 10^{-5}) = 650.$$

Находим участок $l_н$ стабилизированного течения:

$$l_н = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3}\,(1 + 4{,}3/4)\, 4{,}3 \cdot 6{,}5 \cdot 10^2/8 = 3 \cdot 10^{-2} = 30 \text{ мм}.$$

Так как Re=650<2200, то движение в канале ламинарное. Определим числа Nu_D и $\overline{\mathrm{Nu}}_D$, входящие в формулу (1.181), для этого сопоставим $x=D=40{,}5$ мм и $l_н=30$ мм, т. е. $x>l_н$, поэтому расчеты следует вести по формулам (1.177) и (1.180):

$$\mathrm{Nu}_D=\mathrm{Nu}_\infty=4{,}12;\ \overline{\mathrm{Nu}}_D=(1+0{,}5\cdot 30/40{,}5)\,4{,}12=5{,}6.$$

Находим по формуле (1.181) $\overline{\mathrm{Nu}}$ и затем $\bar{\alpha}$:

$$\overline{\mathrm{Nu}}=[0{,}5\cdot 4{,}3\,(1+4{,}3/8)^{-0{,}5}\,4{,}12+40{,}5\cdot 5{,}6]/(4{,}3+40{,}5)=5{,}2;$$

$$\bar{\alpha}=\overline{\mathrm{Nu}}\,\lambda_f/h_э=5{,}2\cdot 2{,}68\cdot 10^{-2}/(4\cdot 10^{-3})=35\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}).$$

§ 1.17. Теплообмен при кипении 13.1

Теплообмен при кипении жидкостей на поверхностях нагрева твердых тел часто встречается в электронной технике.

Кипением называется процесс образования пара при нагревании жидкости, при этом возникают новые свободные поверхности раздела жидкой и паровой фаз внутри жидкости. Температура образующегося пара — температура насыщения $t_{fн}$ — определяется давлением, при котором находится кипящая жидкость. Опыт показывает, что температура t_f кипящей жидкости, удаленной от поверхности нагрева, всегда выше температуры насыщения: $t_f>t_{fн}$. При этом бо́льшая часть жидкости имеет температуру t_f, которая только на 0,4—0,8 К превышает температуру насыщения $t_{fн}$. Однако на участке, непосредственно примыкающем к поверхности нагрева, температура жидкости может на расстоянии нескольких миллиметров измениться на десятки градусов. Обычно температуру жидкости у стенки принимают равной температуре стенки, а в удаленных от стенки областях — температуре насыщения. Перегрев жидкости вблизи стенки оказывается возможным из-за отсутствия постоянной поверхности раздела жидкости и пара. На поверхности или вблизи нее возникают пузырьки. При этом центром парообразования могут служить шероховатости поверхности нагрева, пузырьки воздуха или газа, выделяющегося из жидкости, стенки, места случайного скопления молекул, загрязнения и т. д. Размеры пузырька быстро растут, и под влиянием подъемной силы и конвективных токов он поднимается к свободной поверхности жидкости. Температурный напор $\Delta t=t_w-t_{fн}$ определяет механизм парообразования и интенсивность теплообмена.

Рассмотрим физический процесс кипения на примере следующего классического опыта. Погруженная в воду при 100° С платиновая проволока нагревается проходящим через нее электрическим током. Зависимость плотности теплового потока q от разности $\Delta t=t_w-t_{fн}$ (где t_w — температура проволоки) представлена на рис. 1.36.

При повышении q до $q_{\max}$ увеличивается температура проволоки до некоторого значения (точка a). Дальнейшее увеличение $q>q_{\max}$ приводит к резкому скачку температуры от точки a в точку $б$. Температура теплоотдающей поверхности возрастает настолько, что может наступить расплавление проволоки. Можно выделить четыре характерные области [4, 12]:

А — отсутствие парообразования или слабое образование пузырей; здесь справедливы законы свободной конвекции некипящих жидкостей;

Б — пузырьковое кипение, при котором пар образуется в виде периодически зарождающихся и растущих пузырей; при этом интенсивно отводится теплота от поверхности кипения (рис. 1.37, *а*);

В — нестабильное пленочное кипение. Как на поверхности нагрева, так и вблизи нее пузырьки сливаются между собой, образуя большие паровые полости; в отдельных местах поверхности возникают «сухие» пятна, и эти участки выключаются из теплообмена. Происходит резкое снижение теплового потока, температура проволоки повышается. Область *В* весьма неустойчива и не представляет большого интереса для технических приложений (рис. 1.37, *б*);

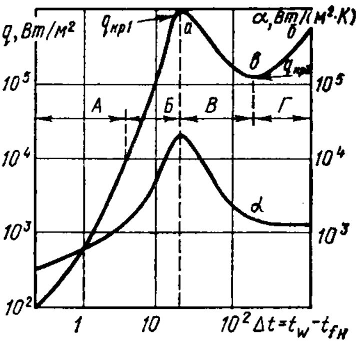


Рис. 1.36. Зависимость q и α от $\Delta t = t_w - t_{fн}$ при кипении

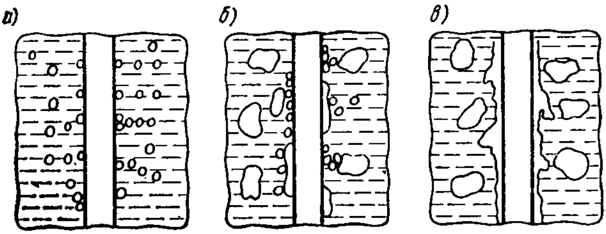


Рис. 1.37. Процесс кипения жидкости на поверхности проволоки

Г — стабильное пленочное кипение, вся поверхность нагрева покрывается сплошной пленкой пара; испарение жидкости происходит на границе жидкость — пар, вызывая увеличение толщины паровой пленки до тех пор, пока пар не отрывается от нее в виде беспорядочной массы пузырьков неправильной формы (рис. 1.37, *в*). Если точка *б* (рис. 1.36) окажется при температуре, превышающей температуру плавления, то проволока разрушается.

Максимальную тепловую нагрузку при пузырьковом кипении называют **первой критической плотностью теплового потока** и обозначают $q_{кр1}$, а соответствующий температурный напор — критическим температурным напором $\Delta t_{кр1}$ (точка *а* на рис. 1.36). Для воды в точке *а* $q_{кр1} = 900$ кВт/м², $\alpha_{кр} = 30$ кВт/(м²·К).

При дальнейшем повышении нагрузки коэффициент теплоотдачи падает в десятки раз и далее медленно возрастает с нагрузкой.

При обратном снижении q коэффициент теплоотдачи α по-прежнему сохраняется небольшим при значительно меньшей тепловой нагрузке (точка *в*) $q=200$ кВт/м^2. Это указывает на значительную устойчивость пленочного режима кипения жидкости при снижении тепловой нагрузки. Приходится говорить о двух критических плотностях теплового потока: $q_{кр1}$ — переход от пузырьков к пленке (*а*), $q_{кр2}$ — разрушение сплошного парового слоя и восстановление пузырькового режима кипения (*в*). В области между точками *а* и *в* возможно существование обоих режимов кипения на разных частях одной и той же поверхности нагрева. Минимальную тепловую нагрузку при пленочном режиме кипения называют второй критической плотностью теплового потока и обозначают $q_{кр2}$. Критическая тепловая нагрузка определяется свойствами жидкости, скоростью потока, давлением, состоянием поверхности, условиями ее смачивания и т. п.

При развитом кипении связь $\alpha=\alpha(q)$ и $\Delta t=f(q)$ может быть представлена в виде степенной зависимости:

$$\alpha=c'q^{2/3},\ \Delta t=q^{1/3}/c', \tag{1.182}$$

где c' — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от рода жидкости, давления p и поверхностных условий.

В частности, для воды зависимость (1.182) имеет вид [4]

$$\alpha=0{,}43p^{0{,}18}q^{2/3}/(1-4{,}5\cdot10^{-8}p),\ 10^5<p\leqslant2\cdot10^7, \tag{1.183}$$

где p — давление насыщенных паров воды.

При развитом пузырьковом кипении соотношения (1.182) и (1.183) справедливы в условиях как свободного, так и вынужденного движения жидкости. Интенсивность теплоотдачи при развитом кипении практически не зависит от сил тяжести. Однако при полной невесомости длительное кипение в большом объеме невозможно, так как в невесомости прекращается отвод образующегося пара от поверхности нагрева.

При кипении жидкости на горизонтальных трубах и плитах в условиях свободного движения в большом объеме $q_{кр1}$ может быть определено по формуле

$$q_{кр1}=0{,}14r\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{\sigma g(\rho'-\rho'')}, \tag{1.184}$$

где ρ', ρ'' — плотности жидкости и пара при температуре насыщения, кг/м^3; σ — поверхностное натяжение, Н/м; r — теплота парообразования жидкости, Дж/кг (см. табл. А.5 приложения); g — ускорение свободного падения.

На практике широко применяются методы отвода теплоты при кипении жидкости, движущейся внутри труб или каналов. В этих случаях описанные выше процессы остаются в силе, но появляется ряд новых особенностей. Важное значение приобретает характер распределения паровой и жидкой фаз внутри трубы: в виде однородной эмульсии (рис. 1.38, *а*) и в виде двух самостоятельных потоков воды и пара (рис. 1.38, *б*). Из-за сложного взаимного влияния характера смеси, скорости движения, диаметра трубы и ее ориентации, состояния поверхности тела простых и универсальных зависимостей для $q_{кр1}$ получить не удалось. Подробное изложение этого вопроса и различные расчетные формулы можно найти в [4, 12].

При проектировании ракетно-космических систем, где происходят фазовые превращения жидкости, необходимо учитывать особенности теплообмена в условиях переменной гравитации.

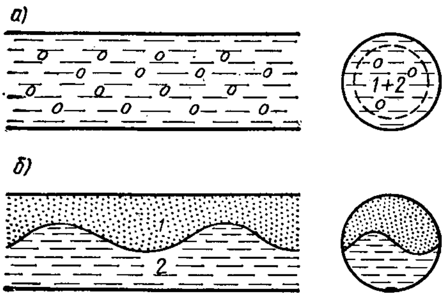


Рис. 1.38. Характер движения пароожидкостной смеси в горизонтальных трубах:

а — однородная эмульсия; *б* — поток пара (*1*) и жидкости (*2*)

Интенсивность поля силы тяжести обычно характеризуется относительным ускорением свободного падения $\eta = g/g_н$, где $g_н = 9{,}81$ м/с². Для нужд космической техники характерна область значений $\eta < 1$, хотя при разгоне и торможении летательных аппаратов $\eta > 1$.

В случае когда в системе наблюдается режим развитого пузырькового кипения, влияние гравитации на интенсивности теплоотдачи практически отсутствует. В то же время первая критическая плотность теплового потока $q_{кр1}$ при ослаблении гравитации существенно падает. Для $\eta \geqslant 0{,}3$ можно воспользоваться соотношением $q_{кр1}/(q_{кр1})_н = \eta^{0,25}$.

При $\eta < 0{,}3$ наблюдается более слабая зависимость: $q_{кр1} \sim \eta^{0,07}$.

Существует нижняя граница $q_{кр1} \simeq 0{,}3(q_{кр1})_н$, достигаемая при $\eta \simeq 0{,}01$.

При пленочном кипении интенсивность теплоотдачи возрастает с повышением ускорения свободного падения.

Пример 1.19. Максимально возможный отвод теплоты от электронного элемента. Определить наибольшие тепловые потоки, которые можно отнести от поверхности нагрева электронного элемента при кипении воды в условиях большого объема при давлении 10^5 и 10^6 Па. При давлении 10^6 Па найти температуру поверхности элемента.

Решение. Наибольшие тепловые потоки при пузырьковом кипении составляют значения $q_{кр}$, расчет которых проводим по формуле (1.184). Физические свойства воды и водяного пара при давлении 10^5 Па определяем из табл. А.4 и А.5 при $t = 100°$ С; $r = 2257$ кДж/кг, $\sigma = 5{,}89 \cdot 10^{-2}$ Н/м, $\rho' = 958{,}4$ кг/м³, $\rho'' = 0{,}598$ кг/м³:

$$q_{кр} = 0{,}14 \cdot 2{,}257 \cdot 10^{-6} \sqrt{59{,}8 \cdot 10^{-2}} \sqrt[4]{5{,}89 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}81\,(958{,}4 - 0{,}6)} = 1{,}18 \cdot 10^{6}.$$

При давлении 10^6 Па $r = 2020$ кДж/кг, $\sigma = 4{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м, $\rho' = 887$ кг/м³, $\rho'' = 5{,}15$ кг/м³, $q_{кр} = 2{,}8 \cdot 10^6$ Вт/м.

Расчет коэффициента теплоотдачи проводим по формуле (1.183) для $p = 10^6$ Па:

$$\alpha = 0{,}43\,(10^6)^{0,18}\,(2{,}8 \cdot 10^6)^{2/3}/(1 - 4{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^6) = 1{,}08 \cdot 10^5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Температурный напор

$$\Delta t = t - t_{f н} = q/\alpha = 2{,}8 \cdot 10^6/(1{,}08 \cdot 10^5) = 26°C.$$

При $p=10^6$ Па температура водяного пара (а также воды) на линии насыщения согласно табл. А.5 $t_{f н}=180°$ С, следовательно, $t=180+26=206°$ С.

§ 1.18. Теплообмен при конденсации

12,3.(11.1)

Основным элементом замкнутых испарительных систем охлаждения РЭА является теплообменное устройство. В испарительной системе промежуточный теплоноситель (жидкий диэлектрик) пре-

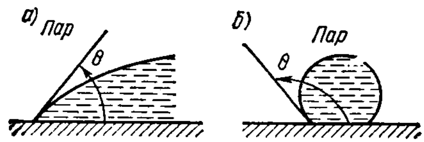


Рис. 1.39. Характер конденсации пара на твердых поверхностях

ращается в пар, отбирает при этом теплоту от нагретых деталей аппаратуры, переносится к теплообменнику и отдает ему при конденсации теплоту; образовавшийся конденсат под действием силы тяжести возвращается в блок. Рассмотрим физический процесс теплообмена при конденсации.

При соприкосновении пара с твердой поверхностью, температура которой t_w меньше температуры $t_{f н}$ насыщения ($t_w < t_{f н}$), пар конденсируется на стенке. При этом различают капельную и пленочную конденсации. В первом случае конденсат осаждается в виде отдельных капелек, во втором — в виде сплошной пленки. Характер конденсации зависит от угла смачивания Θ (краевого угла). При $\Theta \to 0$ происходит полное смачивание (рис. 1.39, *а*), при $\Theta < 90°$ — неполное смачивание и при $\Theta \to 180°$ — полное несмачивание (рис. 1.39, *б*). Совершенно чистые поверхности металлов хорошо смачиваются водой, загрязненные — неполно или вовсе не смачиваются; напротив, чисто металлическая поверхность очень плохо смачивается ртутью.

Выпадающие на чистую металлическую поверхность капли воды благодаря хорошей смачиваемости растекаются по поверхности, сливаются вместе, т. е. образуют пленку. В стационарном режиме в фиксированном месте поверхности толщина пленки постоянна, так как количество стекающей жидкости равно количеству образующего конденсата, а пар при этом отделен от металлической поверхности сплошной пленкой конденсата.

При значениях $\Theta > 90°$ мельчайшие капли, покрывающие поверхность, локализованы; продолжающаяся конденсация приводит только к росту старых капель и к образованию новых. В дальнейшем отдельные капли сливаются, образуют ручейки, но часть твердой поверхности при этом продолжает непосредственно омываться паром. Заметим, что чистая, но плохо смачиваемая металлическая поверхность со временем покрывается оксидной пленкой и становится хорошо смачиваемой, что приводит к пленочной конденсации. Коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации в 5—10 раз выше, чем при пленочной, однако выгода капельной конденсации водяного пара реализуется на практике в очень редких случаях. Так как для водяного пара трудно с уверенностью предсказать, когда будет происходить капельная конденсация, то рекомендуется расчеты производить по формулам для пленочной конденсации.

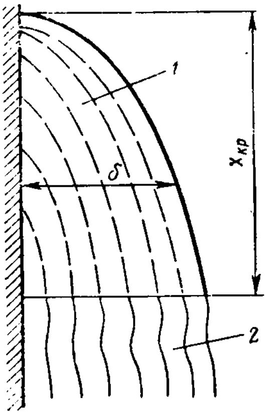


Рис. 1.40. Пленочная конденсация на вертикальной стенке:

1 — область ламинарного движения; 2 — область турбулентного движения

Практически в современных конденсаторах всегда происходит пленочная конденсация паров. Исключение составляют конденсаторы ртутного пара, в которых обычно имеет место капельная конденсация. При этом у паров металлов различия в интенсивности теплообмена при пленочном и капельном типах конденсации стираются, так как термическое сопротивление жидкометаллической пленки оказывается весьма малым.

На рис. 1.40 показана схема пленочной конденсации на вертикальной стенке. В верхней части пленки имеет место ламинарное движение, в нижней может возникнуть турбулентное. Переход от ламинарного движения пленки к турбулентному возникает тогда, когда число Re превышает критическое значение $\mathrm{Re_{кр}}$:

$$\mathrm{Re}=\bar{v}\delta/\nu > \mathrm{Re_{кр}}=400,$$

где $\bar{v}$, δ — средняя скорость и толщина пленки на расстоянии $x_{кр}$; ν — кинематическая вязкость жидкости.

Для ламинарного режима движения жидкости еще в 1916 г. Нуссельт аналитически получил выражение для коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации [4]:

$$\alpha=0{,}943b/\sqrt[4]{h\Delta t},\quad b=[\rho g\lambda^3 r/\nu]^{1/4}, \tag{1.185}$$

где r — скрытая теплота парообразования, Дж/кг; ρ — плотность жидкости, кг/м^3; λ — теплопроводность жидкости, Вт/(м·К), h — высота стенки, м.

Зависимость коэффициента b для воды от температуры приведена ниже:

$t_{fн}$, °C	100	120	150	180
$b\cdot10^{-3}$	12,2	12,7	13,0	13,2

При наклоне стенки следует брать вертикальную составляющую силы тяжести и формула для теплоотдачи α_ψ стенки, наклоненной к горизонту под углом ψ, примет вид

$$\alpha_\psi=\alpha\sqrt[4]{\sin\psi}. \tag{1.186}$$

Для одиночной горизонтальной трубы диаметром d коэффициент теплоотдачи α' определяется по формуле

$$\alpha' = 0{,}728 b / \sqrt[4]{d\,(t_{f\text{н}} - t_w)}. \qquad (1.187)$$

Более точные выражения для определения коэффициента теплоотдачи при конденсации получаются путем обобщения опытных данных на основе теории подобия; они приведены в [4, 12].

Пример 1.20. Конденсация паров воды на элементе компактного теплообменника. Компактный теплообменник для системы охлаждения РЭА содержит 100 горизонтальных трубок, на поверхности которых при нормальном давлении происходит конденсация водяного пара. Диаметр трубки $d=5$ мм, ее длина $l=0{,}1$ м, средняя температура стенки $t_w=80°$ С.

Определить коэффициент теплоотдачи α при конденсации, отдаваемую стенке трубы мощность Φ и количество G выпавшего в единицу времени конденсата.

Решение. По формуле (1.187) при условии нормального давления определяем, коэффициент теплоотдачи α' при $t_{f\text{н}}=100°$ С, $b=12{,}2\cdot10^3$:

$$\alpha' = 0{,}728\cdot12{,}2\cdot10^3/\sqrt[4]{5\cdot10^{-3}\,(100-80)} = 15{,}8\cdot10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Мощность, отдаваемая одной трубке теплообменника,

$$\Phi = \alpha'\,(t_{f\text{н}} - t_w)\,\pi d l = 15{,}8\cdot10^3\cdot20\pi\cdot5\cdot10^{-3}\cdot10^{-1} = 500 \text{ Вт}.$$

Количество образующегося в единицу времени конденсата на одной трубке

$$G = \Phi/r = 500/(2{,}26\cdot10^6) = 2{,}2\cdot10^{-4} \text{ кг/с} = 0{,}22 \text{ г/с}.$$

На 100 трубках теплообменника $\Phi=5\cdot10^4$ Вт, $G=22$ г/с.

§ 1.19. Теплообмен излучением через прозрачную среду

11.2

Закон Ламберта. Рассмотрим обмен энергией излучения в системе тел, разделенных прозрачной средой. Большинство твердых тел обладает очень малой прозрачностью. Энергия излучения проникает в твердые тела только на глубину, соизмеримую с длиной волны, так что явления излучения и поглощения в большинстве случаев могут рассматриваться как поверхностные. Ниже теплообмен излучением изучается при некоторых ограничениях, которые упрощают задачу и позволяют решить ее для многих важных случаев. Перечислим принятые ограничения:

рассматриваются только непрозрачные тела, в которых вся поглощенная энергия превращается в теплоту;

конвекция и теплопроводность в промежуточной среде отсутствуют; среда, разделяющая поверхности, прозрачна, т. е. полностью пропускает любое падающее на нее излучение;

излучающие и отражающие поверхности тел являются серыми или черными.

Конечная задача состоит в определении потоков излучения, падающих от излучающих поверхностей на произвольно расположенные облучаемые поверхности.

В § 1.2 рассматривался закон Стефана — Больцмана, позволяющий определить излучательность M или поток излучения $\Phi=MA$ от нагретой поверхности по всем направлениям в пределах полусферы (полупространства). Поэтому эти параметры M и Φ иногда называют *полусферической излучательностью* и *полусферическим потоком* излучения. Для решения поставленной выше задачи необходимо прежде всего определить излучательность и поток излучения не в интегральном виде по всем направлениям, а в любом произвольном направлении, составляющем угол Θ с нормалью к поверхности излучающего тела; в дальнейшем будем приписывать соответствующим параметрам индекс Θ, т. е. M_Θ, Φ_Θ и др.

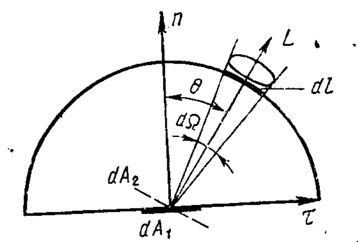


Рис. 1.41. Плоский телесный угол

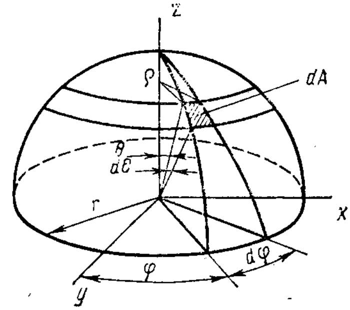


Рис. 1.42. Пространственный телесный угол

Известно, что поток излучения Φ_Θ не распределяется равномерно по всем направлениям, а зависит от угла Θ следующим образом: излучательность M_Θ и поток излучения Φ_Θ идеальной рассеивающей поверхности прямо пропорциональны косинусу угла Θ, т. е. M_Θ, $\Phi_\Theta \sim \cos\Theta$.

В этом заключается закон Ламберта, или закон косинусов.

Рассмотрим лучистый поток, излучаемый поверхностью $\mathrm{d}A$ в пределах телесного угла $\mathrm{d}\Omega$ в направлении Θ. Этот поток пропорционален площади $\mathrm{d}A$, пространственному углу $\mathrm{d}\Omega$ и, по закону Ламберта, $\cos\Theta$:

$$\mathrm{d}^2\Phi = B\,\mathrm{d}A\,\mathrm{d}\Omega\cos\Theta, \qquad (1.188)$$

где B — коэффициент пропорциональности.

Так как в выражение (1.188) входит произведение двух бесконечно малых величин $\mathrm{d}A$ и $\mathrm{d}\Omega$, то значение лучистого потока $\mathrm{d}^2\Phi$ становится бесконечно малой величиной второго порядка.

Плоский (рис. 1.41) и пространственный (рис. 1.42) телесные углы по определению равны

$$\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}l/r, \quad \mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}A/r^2. \qquad (1.189)$$

Найдем элементарную площадку $\mathrm{d}A$ (рис. 1.42) и значение пространственного телесного угла:

$$\mathrm{d}A = \rho\,\mathrm{d}\varphi\,r\,\mathrm{d}\Theta = r\sin\Theta\,r\,\mathrm{d}\Theta\,\mathrm{d}\varphi = r^2\sin\Theta\,\mathrm{d}\Theta\,\mathrm{d}\varphi, \qquad (1.190)$$

$$\mathrm{d}\Omega = \sin\Theta\,\mathrm{d}\Theta\,\mathrm{d}\varphi.$$

Подставим значение $\mathrm{d}\Omega$ из (1.190) в уравнение (1.188):

$$\mathrm{d}^2 \Phi_\Theta = B \,\mathrm{d} A \sin \Theta \cos \Theta \,\mathrm{d} \varphi;$$

проинтегрируем это выражение по всей поверхности полусферы, т. е. в пределах изменения угла Θ от 0 до $\pi/2$ и угла φ от 0 до 2π. В результате получим полусферический поток излучения

$$\mathrm{d}\Phi = M \,\mathrm{d} A = B \,\mathrm{d} A \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \Theta \cos \Theta \,\mathrm{d}\Theta = \pi B \,\mathrm{d} A.$$

Следовательно, коэффициент пропорциональности $B = M/\pi$. Подставив значение B в уравнение (1.188), получим

$$\mathrm{d}^2 \Phi_\Theta = (M/\pi) \,\mathrm{d} A \,\mathrm{d}\Omega \cos \Theta. \tag{1.191}$$

Заметим, что формула (1.191) получена для интегрального излучения (для монохроматического излучения все рассуждения останутся в силе).

Определим поток излучения $\mathrm{d}\Phi_\text{п}$ с элементарной поверхности $\mathrm{d}A$ в направлении нормали ($\Theta = 0$) в пределах телесного угла, равного единице ($\Omega = 1$). Для этого проинтегрируем выражение (1.191) по телесному углу $\mathrm{d}\Omega$ от 0 до 1, а затем подставим значение $\Theta_1 = 0$:

$$\mathrm{d}\Phi_\text{п} = \left(\frac{M}{\pi} \mathrm{d} A \cos \Theta \int_0^1 \mathrm{d}\Omega \right)_{\Theta = 0} = \frac{M}{\pi} \mathrm{d} A.$$

Из этого выражения следует, что

$$\mathrm{d}\Phi_\text{п} = M \,\mathrm{d} A/\pi = \mathrm{d}\Phi/\pi, \quad M_\text{п} = M/\pi, \tag{1.192}$$

т. е. поток излучения $\mathrm{d}\Phi_\text{п}$ и излучательность $M_\text{п}$ в направлении нормали в π раз меньше соответствующих полусферических величин $\mathrm{d}\Phi$ и M.

Закон Ламберта строго справедлив для тел с черными поверхностями.

Перепишем формулу (1.191) для черного тела, приписав параметрам Φ_Θ и M индексы 0:

$$(\mathrm{d}^2 \Phi_\Theta)_0 = (M_0/\pi) \,\mathrm{d} A \,\mathrm{d}\Omega \cos \Theta; \tag{1.193}$$

используя закон Стефана — Больцмана (1.15), представим формулу (1.193) в виде

$$(\mathrm{d}^2 \Phi_\Theta)_0 = \frac{n^2 \sigma_0 \cdot 10^8}{\pi} \left(\frac{T}{100} \right)^4 \mathrm{d} A \,\mathrm{d}\Omega \cos \Theta. \tag{1.194}$$

На основании этого выражения можно получить формулы для расчета теплообмена излучением между нагретыми поверхностями конечных размеров.

Угловые коэффициенты. Рассмотрим две невогнутые произвольно расположенные черные поверхности конечных размеров (рис.

1.43). Требуется найти потоки излучения, падающие с первой поверхности на вторую и обратно. Выделим на этих поверхностях элементарные площади dA_1 и dA_2, размеры которых намного меньше расстояния r между ними. На основании зависимости (1.193) лучистый поток с площади поверхности dA_1 в направлении Θ_1 на площадку dA_2 в элементарном телесном угле $d\Omega_1$

$$(d^2 \Phi_\Theta)_{01} = (M_{01}/\pi)\, d A_1 d\Omega_1 \cos\Theta_1. \qquad (1.195)$$

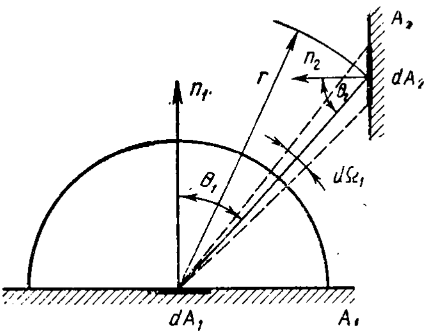


Рис. 1.43. К расчету углового коэффициента

Телесный угол $d\Omega_1$ равен углу, под которым площадка dA_2 видна из центра площадки dA_1, и на основании (1.189)

$$d\Omega_1 = d A_2 \cos\Theta_2 / r^2.$$

Учитывая это выражение, перепишем зависимость (1.195):

$$(d \Phi_\Theta)_{01} = (M_{01}/\pi) d A_1\, d A_2 \cos\Theta_1 \cos\Theta_2 / r^2. \qquad (1.196)$$

Для того чтобы найти лучистый поток $(\Phi_{1\to 2})_{01}$ с конечной площади поверхности A_1 на всю площадь поверхности A_2, необходимо дважды проинтегрировать выражение (1.196) по A_1 и A_2:

$$(\Phi_{1\to 2})_{01} = \int\limits_{A_1}\int\limits_{A_2} (d^2 \Phi_\Theta)_{01} = \frac{M_{01}}{\pi} \int\limits_{A_1}\int\limits_{A_2} \frac{\cos\Theta_1 \cos\Theta_2}{r^2}\, d A_1\, d A_2. \qquad (1.197)$$

Полусферический поток Φ_{01} с площади поверхности A_1, по определению, $\Phi_{01} = M_{01} A_1$, поэтому отношение излучаемого потока с площади поверхности A_1 на площадь поверхности A_2 к полусферическому потоку с поверхности A_1 называют *угловым коэффициентом излучения*:

$$\varphi_{12} = \frac{(\Phi_{1\to 2})_0}{\Phi_{01}} = \frac{1}{\pi A_1} \int\limits_{A_1}\int\limits_{A_2} \frac{\cos\Theta_1 \cos\Theta_2}{r^2}\, d A_1\, d A_2. \qquad (1.198)$$

Если в качестве излучателя рассматривать площадь поверхности A_2, а приемником излучения — площадь поверхности A_1, то для углового коэффициента излучения φ_{21} аналогичным путем находим

$$\varphi_{21} = \frac{(\Phi_{2\to 1})_0}{\Phi_{02}} = \frac{1}{\pi A_2} \int\limits_{A_1}\int\limits_{A_2} \frac{\cos\Theta_1 \cos\Theta_2}{r^2}\, d A_1\, d A_2. \qquad (1.199)$$

Произведение

$$\varphi_{ij} A_i = H_{ij} \qquad (1.200)$$

называется *взаимной поверхностью пары тел.* Из формул (1.198)—(1.200) находим взаимные поверхности пары тел H_{12} и H_{21}:

$$H_{12}=H_{21}=\varphi_{12}A_1=\varphi_{21}A_2=\iint\limits_{A_1A_2}\frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{r^2}\,\mathrm{d}\,A_1\,\mathrm{d}\,A_2. \qquad (1.201)$$

Заметим, что угловой коэффициент излучения иногда определяют как вероятность того, что фотоны, испускаемые первым телом, попадут на второе тело. Существуют расчетные (непосредственное интегрирование, графоаналитический метод, метод лучистой алгебры, метод натянутых нитей) и экспериментальные (световое моделирование, аналогии) методы определения углового коэффициента. В литературе приведены значения угловых коэффициентов излучения для поверхностей различных конфигураций и взаимной ориентации [4, 12]. 10.2

Коэффициент теплоотдачи излучением. Выше рассматривался теплообмен между черными телами; излучение, падающее на тело, полностью им поглощалось. При теплообмене излучением реальных тел, которые для большинства практических задач могут считаться серыми, необходимо учитывать многократное отражение и поглощение. Не приводя анализа этого процесса, остановимся на окончательных расчетных результатах [10, 12].

Поток энергии Φ_{12}, передаваемый с тела *1* на тело *2*,

$$\Phi_{12}=\sigma_0\cdot 10^8\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]\varepsilon_{\text{пр}12}H_{12}, \qquad (1.202)$$

где

$$\varepsilon_{\text{пр}12}=[1+\varphi_{12}(\varepsilon_1^{-1}-1)+\varphi_{21}(\varepsilon_2^{-1}-1)]^{-1}. \qquad (1.203)$$

Выражение (1.202) является основной формулой для расчета теплообмена излучением. Оно сохраняет свой вид и в случае теплообмена между телами *1* и *2*, находящимися в системе трех (и более) тел. При этом меняется только выражение для величины $\varepsilon_{\text{пр}}$, называемой *приведенным коэффициентом черноты пары тел* и являющейся оптико-геометрическим параметром. Для системы, состоящей из трех (и более) тел, эта величина имеет громоздкое выражение и зависит не только от свойств данной пары тел, но и от свойств всей системы в целом.

Рассмотрим частные случаи. При неограниченных плоскопараллельных плоскостях

$$\varepsilon_{\text{пр}12}=(1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1)^{-1},\quad \varphi_{12}=\varphi_{21}=1. \qquad (1.204)$$

В частности, если ε_1 и ε_2 более 0,8, то

$$\varepsilon_{\text{пр}12}\approx\varepsilon_1\varepsilon_2. \qquad (1.205)$$

Тело *1* находится внутри оболочки *2*, тогда

$$\varepsilon_{\text{пр}12}=[1/\varepsilon_1+\varphi_{21}(1/\varepsilon_2-1)]^{-1},\quad \varphi_{12}=1,\quad \varphi_{21}=A_1/A_2. \qquad (1.206)$$

Представим зависимость (1.202) в форме, аналогичной закону Ньютона — Рихмана (1.9) для конвективного теплообмена:

$$\Phi_{ij}=\alpha_{\text{л}ij}(t_i-t_j)A_i, \qquad (1.207)$$

где $\alpha_{лij}$ — *коэффициент теплоотдачи излучением* между поверхностями i и j. Если поверхность i находится в неограниченной среде, то t_j равно температуре среды t_c.

В формуле (1.207) вся сложность процесса теплообмена излучением сконцентрирована в одной величине $\alpha_{лij}$, структуру которой нетрудно определить, приравнивая правые части формул (1.202) и (1.207):

$$\alpha_{лij}=(\varepsilon_{пр})_{ij}\varphi_{ij}f(t_i t_j),$$
$$f(t_i,\ t_j)=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{T_i^4-T_j^4}{t_i-t_j}. \qquad (1.208)$$

Функция $f(t_i,\ t_j)$ табулирована и представлена в табл. А.8.

Если температуры t_i и t_j близки, то расчеты $f(t_i,\ t_j)$ целесообразно вести по приближенной формуле

$$f(t_i,\ t_j)\approx0{,}227\left(\frac{\overline{T}}{100}\right)^3,\ \overline{T}=0{,}5\,(T_i+T_j). \qquad (1.209)$$

Термическое сопротивление и тепловую проводимость при теплообмене излучением определяют по формулам

$$R_{лij}=(\alpha_{лij}A_i)^{-1},\quad \sigma_{лij}=\alpha_{лij}A_i. \qquad (1.210)$$

§ 1.20. Различные случаи теплообмена излучением

Теплообмен излучением при наличии экранов. Часто требуется применить тепловую защиту человека или аппаратуры от воздействия высокотемпературных источников теплоты (печи, нагретые детали и т. п.). Теплообмен излучением может быть существенно уменьшен, если применить экраны. Их устанавливают по нормали к направлению распространения теплового излучения и выполняют из материалов, имеющих большой коэффициент отражения (например, полированный листовой металл). Рассмотрим влияние плоских экранов на теплообмен излучением между неограниченными пластинами (рис. 1.44, *а*). Пусть температуры пластин T_1 и T_2 (причем $T_1>T_2$), коэффициенты черноты пластин ε_1 и ε_2, а коэффициент черноты i-го по порядку экрана $\varepsilon_{э2}$. Толщина экранов мала, поэтому собственным термическим сопротивлением можно пренебречь. Приведенный коэффициент черноты между пластинами *1* и *2* при наличии экранов [4, 12]

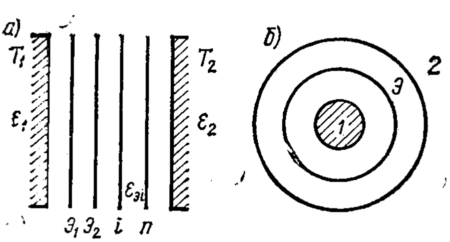


Рис. 1.44. Плоские (*а*) и цилиндрические (*б*) экраны

$$(\varepsilon_{пр12})_э=\left[\frac{1}{\varepsilon_1}+2\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\varepsilon_{эi}}+\frac{1}{\varepsilon_2}-(n+1)\right]^{-1}.$$

В частном случае, когда коэффициенты черноты **экранов и** пластин одинаковы, из предыдущей формулы получаем

$$(\varepsilon_{\text{пр}12})_э = [(n+1)(\varepsilon - 1)]^{-1}. \tag{1.211}$$

Как следует из формулы (1.204), при отсутствии экранов и при условии, что $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$, $\varepsilon_{\text{пр}12}=(2/\varepsilon-1)^{-1}$. В этом случае плотность потока излучения $(q_{12})_э$ при наличии экранов уменьшается по сравнению с плотностью потока излучения q_{12} без экранов:

$$(q_{12})_э = q_{12}/(n+1). \tag{1.212}$$

Значит, при введении n экранов, имеющих тот же коэффициент черноты, что и пластины, тепловой поток уменьшается в $n+1$ раз. Экранирующее воздействие плоских экранов не зависит от их расположения по отношению к пластинам.

Цилиндрические или сферические экраны (рис. 1.44, *б*). Результирующий поток излучением при отсутствии экранов

$$\Phi_{12}=\varepsilon_{\text{пр}12}\sigma_0\cdot 10^8\,[(T_1/100)^4-(T_2/100)^4]\,A_1. \tag{1.213}$$

Обозначим через Φ'_{12} поток излучения от тела *1* к телу *2* при наличии между ними одного экрана и приведем окончательное выражение для отношения Φ'_{12} и Φ_{12} [4, 8]

$$\frac{\Phi'_{12}}{\Phi_{12}}=\left[\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)\right]\left[\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)+\frac{A_1}{A_2}\left(\frac{2}{\varepsilon_2}-1\right)\right]^{-1}. \tag{1.213$'$}$$

Из этой формулы следует, что для цилиндрических и сферических экранов эффект экранирования будет тем больше, чем меньше отношение Φ'_{12}/Φ_{12}, а для этого следует приближать площадь $A_э$ к площади A_1 путем расположения экрана как можно ближе к поверхности внутреннего излучающего тела.

Солнечное излучение. Рассмотрим площадку, расположенную за пределами атмосферы нормально к падающему солнечному излучению. Плотность потока солнечной энергии через такую площадку называется *солнечной постоянной*. Последняя зависит от расстояния между Землей и Солнцем и составляет в среднем $q^0_{sn}=1325$ Вт/м^2.

Плотность потока прямого солнечного излучения у земной поверхности q_{sn} меньше q^0_{sn} и зависит от степени прозрачности атмосферы (в Москве в полдень в разные времена года q_{sn} изменяется от 560 до 860 Вт/м^2). Плотность потока солнечного излучения q_s, падающего на горизонтальную поверхность Земли, зависит от угловой высоты ψ Солнца над горизонтом: $q_s=q_{sn}\sin\psi$. Следовательно, q_s зависит от времени года и дня, от ориентации поверхности относительно стран света.

Коэффициент поглощения a_s поверхности зависит от спектра падающего на нее излучения. Способность тел поглощать солнечное излучение существенно отличается от коэффициента поглощения обычного длинноволнового излучения, так как примерно половина излучаемой энергии Солнца приходится на видимую область спектра. Например, для полированной меди коэффициент поглощения солнечного излучения $a_s=0{,}26$, тогда как коэффициент поглощения обычного излучения $a=0{,}023$. Белые поверхности поглощают солнечное излучение хуже, чем длинноволновое, например белая краска имеет $a_s=0{,}12\div0{,}26$, тогда как коэффициент поглощения длинноволнового излучения $a>0{,}9$. Формула для расчета лучистого теплообмена тела с окружающей средой с учетом солнечного излучения имеет вид [4, 12]

$$\Phi_{1c}=\varepsilon_1 f(t_1,\ t_c)(t_1-t_c)A_1-a_{1s}q_sA_s, \tag{1.214}$$

где t_1 и t_c — температуры поверхностей тела и окружающей среды; ε_1 — коэффициент черноты поверхности тела; A_1 — площадь поверхности тела, излучающего энергию; A_s — площадь поверхности тела, освещенного Солнцем; a_{1s} — коэффициент поглощения солнечного излучения (см. табл. А.9).

Пример 1.21. Теплообмен излучением блока РЭА. Блок РЭА находится в неограниченной среде; температуры $t_к$ поверхности блока и t_c окружающей среды изменяются в пределах 20—40° С и отличаются друг от друга примерно на 10° С; коэффициент черноты поверхности блока достаточно высок: $\varepsilon>0{,}8$. Внутри корпуса находится нагретая зона, площадь поверхности $A_з$ которой не слишком отличается от площади поверхности $A_к$ корпуса; коэффициент черноты поверхности зоны $\varepsilon_з\geqslant0{,}9$, а значения температур находятся в пределах $20<t_з<60°$ С. Найти диапазон изменения коэффициента теплоотдачи излучением от корпуса в среду и внутри блока.

Решение. В основу расчета положим формулы (1.208) и определим по табл. А.8 диапазон изменения функции $f(t_к,\ t_c)=5{,}4\div6{,}6$, приведенный коэффициент черноты $(\varepsilon_{пр})_{кс}$ (i=к, j=с) в рассматриваемом случае равен ε, а $\varphi_{кс}=1$. Диапазон изменения коэффициента теплоотдачи излучением $\alpha_{лкс}=5{,}4\cdot0{,}8\div6{,}6\cdot1=4{,}3\div6{,}6$, или в среднем $\alpha_{лкс}=5$ Вт/(м²·К).

По формулам (1.205), (1.206) определим приведенный коэффициент черноты между зоной i(з) и корпусом j(к): $\varphi_{кз}=A_к/A_з\simeq1$, $\varphi_{зк}=1$, $\varepsilon_{пр\,зк}\simeq0{,}8\times0{,}9\div1\cdot1=0{,}8\div1$, $f(t_з,\ t_к)=4{,}6\div8{,}4$ Вт/(м²·К); $\alpha_{лзк}=(4{,}6\div8{,}4)(0{,}64\div1)=3{,}8\div8{,}4$, в среднем $\alpha_{лзк}=6$ Вт/(м²·К).

Пример 1.22. Теплообмен излучением корпуса РЭА с окружающим пространством в различных условиях. Определить поток, воспринимаемый горизонтальной поверхностью корпуса РЭА площадью 1 м², в следующих условиях: а) черный корпус, ясный летний полдень; б) белый корпус, ясный летний полдень; в) ночью.

Температура поверхности корпуса $t_1=50°$ С. Обратное излучение направлено в окружающую среду, среднюю температуру которой принимаем днем $t_2=15°$ С, а ночью $t_2=5°$ С.

Решение. Из табл. А.2, А.8, А.9 находим $E_s'=950$ Вт/м²; для черной краски $a_{1s}=0{,}98$; $\varepsilon_1=0{,}9$; для белой краски $a_{2s}\simeq0{,}2$; $\varepsilon_2=0{,}9$; ночью $E_s'=0$.

По формуле (1.214) находим:

а) $\Phi_{1c}=0{,}9\cdot6{,}5-0{,}98\cdot950=6-930=-924$ Вт/м², т. е. поверхность не теряет, а получает поток в 924 Вт/м²;

б) $\Phi_{1c}=0{,}9\cdot6{,}5-0{,}2\cdot950=-184$ Вт/м², т. е. поверхность получает поток почти в пять раз меньше, чем в предыдущем случае;

в) $\Phi_{1c}=0{,}9\cdot6{,}2=5{,}6$ Вт/м², т. е. ночью поверхность не воспринимает, а теряет энергию.

§ 1.21. Массообмен

14.1

Обобщенное дифференциальное уравнение Фика. Пусть вещество переносится из одной части пространства в другую вследствие разности концентраций (концентрационная диффузия) и разности давлений. Рассмотрим сначала эти процессы порознь. Пусть концентрация вещества в каждой точке пространства изменяется во времени. Предположим, что в направлениях y и z градиент концентрации отсутствует и поток вещества осуществляется только в направлении x (рис. 1.45). Обозначим j_1 поток вещества через единичную площадку на расстоянии x, а j_2 — поток вещества на расстоянии $(x+\Delta x)$. Если Δx мало, то закон изменения концентрации с расстоянием можно приближенно представить в виде

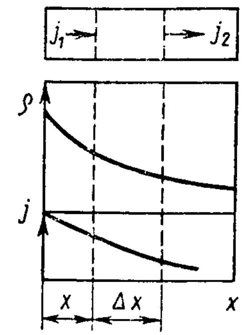


Рис. 1.45. Одномерный поток j массы и распределение концентрации ρ в теле

$$j_1 = j_2 - \frac{\partial j}{\partial x}\Delta x \cdot 1 \cdot 1,$$

где $\Delta x \cdot 1 \cdot 1 = \Delta x$ — элемент объема.

Так как поток вещества j_1, входящий в объем Δx, отличается от выходящего j_2 из этого объема, то концентрация вещества ρ в объеме изменяется во времени:

$$j_1 - j_2 = \Delta x \partial\rho/\partial\tau.$$

На основании закона сохранения вещества приравняем значения $j_1 - j_2$:

$$\partial\rho/\partial\tau = -\partial j/\partial x. \tag{1.215}$$

Подставляя в последнее выражение значения j из закона Фика (1.19), получим д и ф ф е р е н ц и а л ь н о е у р а в н е н и е Ф и к а д л я д и ф ф у з и о н н о г о м а с с о о б м е н а, которое нетрудно обобщить на трехмерный случай:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)\frac{\partial}{\partial z}\left(D\frac{\partial\rho}{\partial z}\right).$$

Если коэффициент диффузии не зависит от координат, то

$$\partial\rho/\partial\tau = D\nabla^2\rho, \tag{1.216}$$

в стационарном состоянии последнее уравнение принимает вид

$$\nabla^2\rho = 0, \ \nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2. \tag{1.217}$$

Так как уравнения диффузии и теплопроводности имеют одинаковый вид, то полученные ранее решения для процессов теплопроводности справедливы и для процессов диффузии. Если имеет место конвективный перенос вещества благодаря разности давлений в разных точках пространства, то количество вещества $j_{к}$, перенесенного в единицу времени через единицу площади в направлении нормали к ней, пропорционально скорости v_x и плотности ρ вещества, т. е. $j_к=\rho v_x$. Тогда закон Фика (1.19) для одномерного случая ($\vec{x}$ совпадает с $\vec{n}$) с учетом конвективного переноса следует записать в форме

$$j=-D\partial\rho/\partial x+\rho v_x. \qquad (1.218)$$

Здесь первый член выражает диффузионную, а второй член — конвективную составляющие массообмена.

Подставив в (1.215) значение j из (1.218), получим обобщенное дифференциальное уравнение Фика

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+v_x\frac{\partial\rho}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)-\rho\frac{\partial v_x}{\partial x}.$$

Если жидкость несжимаема, то ее скорость не изменяется в направлении движения $dv_x/dx=0$ и последнее уравнение примет более простой вид:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+v_x\frac{\partial\rho}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial\rho}{\partial x}\right). \qquad (1.219)$$

Для стационарного одномерного массопереноса при $D\neq D(x)$ уравнение (1.219) переходит в

$$v_x\partial\rho/\partial x=D\partial^2\rho/\partial x^2. \qquad (1.220)$$

Последние уравнения нетрудно обобщить на случай трехмерного массопереноса.

Диффузионные числа подобия. Рассмотрим теперь процесс переноса на границе двух сред, например воды и воздуха. Пусть параллельно поверхности воды переносится воздух с некоторой скоростью v; из воды в воздух вследствие разности концентраций молекул воды диффузией переходит какое-то количество паров воды, которые затем переносятся с той же скоростью v. Плотность потока j паров воды на границе может быть описана с помощью закона Фика (1.19):

$$j=-D\partial\rho/\partial n\,|_w.$$

Этот же поток может быть выражен с помощью уравнения (1.20) массообмена

$$j=\beta(\rho_w-\rho_0),$$

где ρ_w, ρ_0 — концентрации воды у стенки и в потоке.

Приравнивая эти выражения, получим коэффициент массоотдачи

$$\beta=-D\partial\rho/\partial n\,|_w/(\rho_w-\rho_0). \qquad (1.221)$$

Заметим, что выражение (1.221) является приближенным, так как в действительности процесс масообмена гораздо сложнее: параллельно с диффузией паров воды имеет место обратное перемещение воздуха к поверхности испарения и увеличение его концентрации у поверхности; появляется конвективный поток парогазовой смеси, направленный от жидкости (стефанов поток) [12].

Из уравнений (1.220) и (1.221) с помощью тождественных преобразований нетрудно получить диффузионные числа Пекле (Pe_D) и Нуссельта (Nu_D):

$$Pe_D = vL/D, \ Nu_D = \beta L/D, \tag{1.222}$$

где L — определяющий размер.

Представим Pe_D в следующем виде:

$$Pe_D = \frac{vL}{\nu} \frac{\nu}{D} = Re \cdot Pr_D, \ Pr_D = \frac{\nu}{D}. \tag{1.223}$$

Параметр Pr_D называют диффузионным числом Прандтля, а в иностранной литературе — числом Шмидта (Sc).

Итак, для описания переноса массы от поверхности тела в движущийся вдоль него поток могут быть использованы числа подобия Nu_D, Re, Pr_D. Например, процесс переноса пара от поверхности воды в поток воздуха путем испарения (или от потока влажного воздуха на поверхность воды путем конденсации) можно описать с помощью уравнения подобия

$$Nu_D = f_D(Re, \ Pr_D). \tag{1.224}$$

Формула (1.224) аналогична формулам для чистого теплообмена, не осложненного массообменом, т. е.

$$Nu = f(Re, \ Pr). \tag{1.225}$$

Рассмотрим два не связанных друг с другом процесса — конвективный массообмен и конвективный теплообмен. Пусть при этом существует геометрическое подобие и тождественны процессы на границах, тогда, как доказывается в теории тепло- и массообмена, вид функций f и f_D в (1.224) и (1.225) будет также тождественным. На основании этого утверждения можно уравнения подобия для теплообмена использовать при расчете массообмена и наоборот. Например, если для определения коэффициента теплоотдачи известно уравнение подобия $Nu = k \, Re^n \cdot Pr^m$, то для расчета коэффициента массоотдачи в процессе, проходящем в аналогичных условиях, можно использовать уравнение

$$Nu_D = k \, Re^n \cdot Pr_D^m,$$

где n и m — одни и те же числа.

Наилучшее соответствие между тепло- и массоотдачей наблюдается при $Pr = Pr_D$. Отношение этих чисел называется **числом Льюиса-Семенова** (Le):

$$Le = Pr_D/Pr = a/D. \tag{1.226}$$

Если $\mathrm{Le}=1$ и сопоставляемые процессы имеют одинаковые значения Re, то $\mathrm{Nu}=\mathrm{Nu}_D$, т. е.

$$\beta=\alpha D/\lambda=\alpha a/\lambda=\alpha/(\rho c_p). \tag{1.227}$$

Последняя формула называется соотношением Льюиса.

Для диффузии водяного пара в воздухе $\mathrm{Le}=0{,}87$, и если не требуется высокой точности, то β можно вычислять по формуле (1.227).

Теплообмен в условиях свободной конвекции определяется, как показано в § 1.13, уравнением

$$\mathrm{Nu}=f_1(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}). \tag{1.228}$$

Заменим в числе Грасгофа $\mathrm{Gr}=g\beta'(t_w-t_0)l^3/\nu^2$ произведение $\beta'(t_w-t_0)$ на отношение плотностей $(\rho_w-\rho_0)/\rho_w$. Для процессов переноса массы, где подъемные силы возникают вследствие разности плотностей различных смесей, число Грасгофа удобнее записывать в виде

$$\mathrm{Gr}_D=\frac{gl^3}{\nu^2}\left(\frac{\rho_0}{\rho_w}-1\right), \tag{1.229}$$

где ρ_w и ρ_0 — плотности газовой смеси у стенки и вне пограничного слоя.

Используя аналогию, приходим к следующему выражению для диффузионного числа Нуссельта:

$$\mathrm{Nu}_D=f_2(\mathrm{Gr}_D\cdot\mathrm{Pr}_D). \tag{1.230}$$

Вид функциональных зависимостей f_1 и f_2 в уравнениях (1.228) и (1.230) одинаков.

Рассмотренная выше аналогия процессов тепло- и массообмена является приближенной. Более строгое описание процессов и более точные методы расчета изложены в [12].

Пример 1.23. Испарение воды с увлажненной поверхности. Над горизонтальной увлажненной поверхностью длиной $L=0{,}1$ м движется поток воздуха со скоростью $v_0=3{,}1$ м/с. Температура увлажненной поверхности 15° С, температура воздуха 20° С; принять парциальное давление водяных паров в воздухе $p_0=780$ Па; коэффициент конвективной теплоотдачи $\alpha=21{,}4$ Вт/(м^2·К). Найти коэффициент конвективной массоотдачи β и определить количество j воды, испаряющейся с 1 м^2 поверхности за 1 с.

Решение. Найдем значение β с помощью соотношения Льюиса (1.227). Для воздуха при 20° С $\rho=1{,}205$ кг/м^3, $c_p=1000$ Дж/(кг·К)

$$\beta=21{,}4/(1{,}205\cdot10^3)=0{,}018 \text{ м/с}.$$

Поток испаряющейся воды определим по формуле (1.20). Парциальное давление водяного пара над поверхностью воды равно давлению насыщения при температуре поверхности воды (см. табл. А.10):

$$p_w=12{,}79 \text{ мм рт. ст}=1704 \text{ Па}.$$

В зависимости (1.20) перейдем от концентраций ρ к давлению p с помощью формулы Менделеева—Клайперона

$$pV=(m/\mu)R_0T,\quad m/V=\rho,\quad p=\rho R_0T/\mu;$$

$$j=\frac{\beta\mu}{R_0T}(p_w-p_0)=\frac{1{,}8\cdot10^{-2}\cdot18}{8314\cdot288}(1704-780)=1{,}26\cdot10^{-4} \text{ кг/(м}^2\cdot\text{с)}.$$

§ 1.22. Влажность 12.2.

Измерение и регулирование влажности играют важную роль при проведении научных исследований, в промышленности, охране окружающей среды и т. д.

Разнообразные приборы часто работают в сложном тепловом и влажностном режиме, что может привести к выходу их из строя или нарушению точности показаний. Например, электронный аппарат, переносимый из среды с низкой температурой в среду с более высокой температурой, находится в сложном динамическом тепловом и влажностном режиме. При определенных обстоятельствах на поверхностях системы может неравномерно конденсироваться влага, которая приведет в конечном итоге к понижению надежности элементов и узлов электронного аппарата. В настоящее время при проектировании практически любого прибора в техническом задании приводится диапазон изменения влажности, в котором прибор должен нормально функционировать.

Рассмотрим обычный атмосферный воздух, в котором кроме постоянных газов присутствуют в молекулярном состоянии пары воды, а также часть влаги в виде капель. Если рассматривать влажный воздух (в том числе и капли) как смесь идеальных газов, то для них справедлив закон Дальтона: *если в одном и том же объеме заключены два различных газа, то каждый из них заполняет весь объем, как если бы другого газа не было, давление любого из этих газов является его парциальным давлением, общее давление равно сумме парциальных.* С молекулярной точки зрения это означает, что среди молекул нет сил притяжения.

Парциальное давление $p_п$ водяного пара обычно называют *упругостью водяного пара.* Единицей этой величины является паскаль (Па). Основные характеристики влажного состояния газа — это абсолютная влажность и влагосодержание.

Отношение массы водяного пара к объему воздуха называется его *абсолютной влажностью* $\rho_п$ (кг/м^3). Чем больше $\rho_п$, тем больше и парциальное давление $p_п$ при тех же температуре и барометрическом давлении воздуха. Следовательно, $p_п$ также является характеристикой влажности воздуха. При фиксированных температуре T и барометрическом давлении p парциальное давление $p_п$ не может увеличиваться беспредельно за счет поступления влаги извне и имеет предельное значение — $p_{нп}$ — давление насыщенного пара. Максимальному значению $p_п = p_{нп}$ соответствует и максимальное значение абсолютной влажности $\rho_{нп}$. Чем выше температура воздуха, тем больше значения $p_{нп}$ и $\rho_{нп}$. Например, в табл. А.10 приведены значения упругости насыщенного водяного пара в паскалях для различных значений температур при барометрическом давлении 10^5 Па. Упругость водяного пара $p_п$ в воздухе и его абсолютная влажность $\rho_п$ не дают представления о степени насыщения влагой воздуха, если при этом не указана его температура.

Чтобы выразить степень насыщения воздуха влагой, вводится понятие относительной влажности. *Относительная влажность выражается в процентах и равна отношению фактической массы пара в воздухе к максимально возможной массе его в данном объеме V воздуха при данной температуре:*

$$\varphi=\rho_{п}V/(\rho_{нп}V)\cdot 100\%=(\rho_{п}/\rho_{нп})\ 100\%. \qquad (1.231)$$

Для лучшего уяснения понятия «относительная влажность» рассмотрим объем 1 м^3. В объеме находится вода, количество которой немного больше количества, необходимого для насыщения объема парами воды при температуре T. Пусть для простоты рассуждений в объеме нет постоянного газа (воздуха или азота) и капельной фазы. На основании уравнения состояния идеальных газов имеем

$$p_{п}=\frac{\rho_{п}}{M_{пв}}R_0T,\quad p_{нп}=\frac{\rho_{нп}}{M_{пв}}R_0T, \qquad (1.232)$$

где $M_{пв}$ — относительная молекулярная масса паров воды.

Из зависимостей (1.232) следует, что

$$\varphi=\frac{\rho_{п}}{\rho_{нп}}100\%=\frac{p_{п}}{p_{нп}}100\%. \qquad (1.233)$$

Если в объеме есть газ, то можно считать, что давление паров воды в объеме не зависит от давления газа.

Влагосодержание d влажного воздуха равно отношению массы пара во влажном воздухе к массе сухого воздуха, содержащегося во влажном воздухе. Из (1.232) имеем

$$d=\frac{\rho_{п}V}{\rho_{с}V}=\frac{M_{п}p_{п}}{M_{с}p_{с}}=\frac{18}{29}\frac{p_{п}}{p_{с}}=0{,}622\frac{p_{п}}{p-p_{п}}, \qquad (1.234)$$

где $M_{п}=18$, $M_{с}=29$, $p=p_{п}+p_{с}$.

Влагосодержание воздуха в состоянии насыщения достигает максимального значения

$$d_{нп}=0{,}622p_{нп}/(p-p_{нп})\ \text{или}\ p_{нп}=pd_{нп}/(0{,}622+d_{нп}), \qquad (1.235)$$

где $p_{нп}$ — давление насыщенных паров, связанное с температурой (см. табл. А.11).

Избыток воды над влагосодержанием $d_{нп}$ при насыщении может содержаться в воздухе только в виде жидкости (капли, туман) или твердой фазы (снег). Содержание воды (влаги) $d_{вл}$ в воздухе

$$d_{вл}=d-d_{нп}. \qquad (1.236)$$

Если температура воздуха данной влажности повысится, то его относительная влажность понизится, как это следует из табл. А.10. Наоборот, при охлаждении воздуха по мере понижения температуры будет увеличиваться его относительная влажность; при некоторой температуре, когда $p=p_{нп}$, воздух получит относительную влажность $\varphi=100\%$, т. е. достигнет полного насыщения водяным паром. Эта температура носит название *температуры точки росы* $t_р$ для данной влажности воздуха. Если продолжать понижать температуру, то излишнее количество влаги начнет конденсироваться. Температура $t_р$ при заданном парциальном давлении водяного пара равна температуре насыщения и определяется по таблицам насыщенного водяного пара. Конденсация излишней влаги при понижении температуры наблюдается в природе в виде образования туманов.

Пример 1.24. Влажность воздуха в различных условиях. 1. Определить точку росы для воздуха, имеющего температуру $t=20°$ С при относительной влажности $\varphi=70\%$. 2. При температуре 18° С воздух имеет относительную влажность $\varphi=60\%$. Как изменится φ при повышении температуры до 22° С и при понижении до 15° С?

Решение. 1. По табл. А.10 находим, что при $t=20°$ С давление насыщенных паров воды $p_{нп}=2{,}34\cdot10^3$ Па. Из формулы (1.233) следует, что фактическая упругость пара будет составлять 70% от $p_{нп}$, т. е. $p_{нп}=2{,}34\cdot10^3\cdot70=1{,}64\cdot10^3$ Па. Та температура, для которой $1{,}64\cdot10^3$ Па соответствует максимальной упругости паров, и будет точкой росы, т. е. $t_р\leqslant15°$ С, как это следует из табл. **А.10**.

2. Найдем сначала по табл. А.10 давление насыщенных паров: при $t=$ $=18°$ С $p_{нп}|_{t=18°С}=2{,}07\cdot10^3$ Па, отсюда упругость пара при $\varphi=60\%$ $p_и=\varphi P_{нп}=$ $=0{,}60\cdot2{,}07\cdot10^3=1{,}24\cdot10^3$ Па.

При температуре +22° С имеем $p_{нп}|_{t=22°С}=2{,}64\cdot10^3$ Па, $p_н=1{,}24\cdot10^3$ осталось без изменения, следовательно, из (1.233) находим $\varphi=1{,}24\cdot10^3/(2{,}64\cdot10^3)=$ $=0{,}47=0{,}47\%$. При температуре 15° С имеем $p_{нп}|_{t=15°С}=1{,}71\cdot10^3$ Па, следовательно, $\varphi=1{,}24/1{,}71=0{,}73=73\%$.

Точка росы во всех случаях будет одна и та же, соответствующая $p_п=$ $=1{,}24\cdot10^3$ Па, что позволяет из табл. А.10 определить $t_р=10{,}1°$ С.

§ 1.23. Поглощение влаги материалами

12.2.

Механизм сорбции. Процесс поглощения телом газов, паров или растворенных веществ из окружающей среды называют *сорбцией*. Сорбция включает как *адсорбцию* — поверхностное поглощение, так и *абсорбцию* — поглощение вещества всем объемом поглотителя. Поглощение вещества часто оказывается весьма сложным, включающим в себя оба эти процесса. Характер адсорбции жидкости твердым телом зависит от краевого угла θ (см. рис. 1.39) и состояния микрорельефа поверхности.

Сорбция зависит от физического состояния материала и структуры поверхности, размера пор в материале. Молекула воды имеет эффективный диаметр $2{,}58\cdot10^{-4}$ мкм и легко может проникать в поры материала, размеры которых больше диаметра молекулы воды. Так, в керамике микропоры имеют размер $(10^3\div10^6)\cdot10^{-4}$ мкм, капилляры в волокнах целлюлозы — $10^3\cdot10^{-4}$ мкм; поры в стенках волокна — $(10\div10^3)\cdot10^{-4}$ мкм, межмолекулярная пористость различных материалов — $(10\div50)\cdot10^{-4}$ мкм. В условиях повышенной влажности происходит полимолекулярная конденсация водяных паров на внутренних стенках пор, и при развитой поверхности пор материал может поглотить значительное количество воды. В порах, радиус которых $r<10^{-5}$ см $=0{,}1$ мкм, происходит явление капиллярной конденсации: давление паров воды в капилляре над мениском меньше, чем над плоской поверхностью, и все капиллярные поры из-за пониженного давления будут заполняться.

Высота поднятия смачивающей жидкости в цилиндрической капиллярной трубке (рис. 1.46, *а*) радиусом r определяется формулой Жюрена [2]

$$h = 2\sigma_п \cos\theta / [rg(\rho_ж - \rho_п)], \tag{1.237}$$

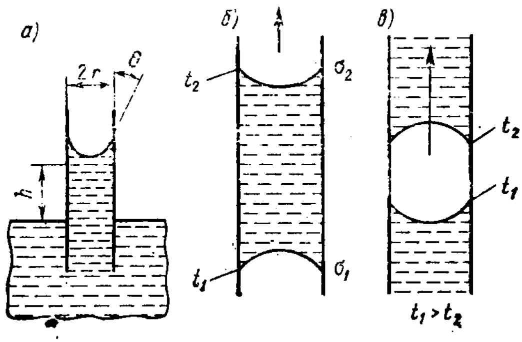


Рис. 1.46. Перемещение жидкости в капилляре:

а — подъем жидкости в капилляре; *б* — к явлению термовлагопроводности; *в* — «защемленный» воздух в капилляре

где $\sigma_п$ — поверхностное натяжение жидкости; $\rho_ж$, $\rho_п$ — плотности жидкости и пара; g — ускорение свободного падения.

Из формулы (1.237) следует, что высота поднятия жидкости обратно пропорциональна r; для воды при полном смачивании ($\cos\theta = 1$) и при $t = 20°$ С высота поднятия (м) $h = 0{,}15/r$. В капиллярах с радиусом $r = 10^{-6}$ см $= 10^{-2}$ мкм возможное капиллярное поднятие равно 1,5 км.

Давление паров воды для цилиндрического капилляра определяется по формуле Томсона

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{2\sigma\rho_п \cos\theta \cdot P_п}{\rho_ж \rho_0 r g}\right), \tag{1.238}$$

где p_0 — давление паров воды над плоской поверхностью.

Приведенные формулы могут быть применены для капилляров, радиус которых находится в пределах $0{,}5 \cdot 10^{-3} < r < 10^{-1}$ мкм.

Итак, на поверхности крупных пор образуется пленка жидкости, а в мелких порах происходит капиллярная конденсация. Оба эти процесса относятся к неактивированной сорбции и характерны для неорганических материалов. В процессе неактивированной сорбции происходит молярное перемещение влаги внутрь материала по законам капиллярного движения.

Для большинства полимерных материалов характерна активированная сорбция, при которой происходит непосредственное внедрение молекул воды между молекулами диэлектрика: молекулы воды имеют размеры в тысячи раз меньше размеров макромолекул полимера, и поэтому происходит растворение молекул воды в полимере, которое сопровождается частичным раздвижением, а иногда и разрывом цепей макромолекул. При этом возможно частичное набухание полимера.

Взаимосвязь плотности поглощенной влаги ρ с давлением окружающих материал паров воды p дана законом Генри.

$$\rho = h_p p^n, \tag{1.239}$$

где h_p — коэффициент растворимости.

Для неполярных и слабополярных диэлектриков (целлулоид) $n=1$, для волокнистых материалов (электрокартон, бумага) $n>1$.

Помимо сорбционной формы связи воды с твердыми материалами существует химическая, или кристаллогидратная, форма связи. В первом случае молекула воды не входит в молекулярную структуру тела и не образуется новое вещество, во втором случае наличие воды приводит к структурным изменениям: к перестройке кристаллической решетки или получению новой кристаллической решетки. Промежуточное положение между сорбционной и химической формами связи занимают вещества, в которых вода образует водородные связи с материалом (бумага, целлюлоза и др.). Опыты показывают, что одно и то же количество поглощенной влаги по-разному влияет на электрические параметры материалов; определяющим фактором в этом случае является не столько количество поглощенной влаги, сколько форма ее распределения в материале (сферические образования, нити, пленки). Вода обладает значительной электропроводностью и высокой абсолютной диэлектрической проницаемостью ε, поэтому увлажненный материал можно рассматривать как неоднородный диэлектрик с полупроводниковыми включениями, роль последних выполняет вода. Сорбируя воду, электроизоляционные материалы ухудшают свои электрические характеристики (падает удельное сопротивление, растут $\operatorname{tg}\delta$ и ε, уменьшается электрическая прочность материала).

Если внутри влажного материала имеется перепад температур, то под влиянием температурного градиента влага в виде жидкости или пара перемещается по направлению потока теплоты. Это явление было открыто в 1934 г. А. В. Лыковым; процесс перемещения влаги называется термовлагопроводностью.

С увеличением температуры уменьшается поверхностное натяжение $\sigma_п$ воды и согласно формуле (1.238) возрастает давление паров p над мениском, а влага начинает перемещаться в сторону низких температур (рис. 1.46, *б*). Движению жидкости в пористом теле по направлению потока теплоты способствует также наличие «защемленного» воздуха. При повышении температуры давление защемленного воздуха увеличивается и жидкость «проталкивается» по направлению потока теплоты (рис. 1.46, *в*).

Таким образом, перемещение влаги в материале осуществляется благодаря диффузии (молекулярное перемещение), капиллярному движению (молярное перемещение) и механическому проталкиванию защемленного воздуха. Закон диффузии и капиллярного перемещения можно объединить в один закон влагопроводности: *плотность потока влаги пропорциональна градиенту концентрации.*

11.2. **Влажностные характеристики.** Наиболее полно процессы сорбции влаги и ее проникновения в толщу материала описываются влажностными характеристиками, имеющими непосредственную связь со структурой материала и его химическим составом. К числу влажностных характеристик относятся коэффициент влагопроницаемости B, коэффициент растворимости влаги в материале h и коэффициент диффузии D.

Запишем стационарное уравнение диффузии (1.217) для пластины при постоянных значениях концентрации ρ_1 и ρ_2 на ее поверхностях:

$$\frac{d^2\rho}{d x^2}=0, \quad \rho|_{x=0}=\rho_1, \quad \rho|_{x=d}=\rho_2.$$

Найдем количество влаги M, прошедшее через поверхность A за время τ. Решая эту систему уравнений, получим линейное распределение влаги в пластине:

$$\rho=\rho_1-(\rho_1-\rho_2)\,x/d.$$

На основании закона Фика (1.19) найдем удельный поток j массы, связанный с m зависимостью $m=jA\tau$:

$$j=-D\frac{d\rho}{dx}=D\frac{\rho_1-\rho_2}{d}, \quad m=D\frac{\rho_1-\rho_2}{d}A\tau. \tag{1.240}$$

В случае соблюдения закона Генри для $n=1$ на основании (1.239) и (1.240) получим

$$m=Dh\frac{p_1-p_2}{d}\tau A. \tag{1.241}$$

Произведение Dh называют коэффициентом влагопроницаемости

$$B=Dh. \tag{1.242}$$

На основании (1.241) и (1.242)

$$B=md/(\Delta p\tau A), \tag{1.243}$$

т. е. равно количеству воды m, прошедшему за время τ через поверхность A материала толщиной d при разности давлений на мокрой и сухой стороне образца Δp.

Из (1.239) следует, что коэффициент растворимости h_p равен количеству паров воды, растворившихся в 1 м^3 материала при давлении паров в 1 Па.

Значения влажностных параметров для ряда электроизоляционных материалов приведены в [2] и имеют следующий порядок: $D=10^{-8}\div10^{-12}$ м^2/с, $B=10^{-12}\div10^{-16}$ кг/(м·с·Па), $h_p=10^{-2}\div$ $\div10^{-5}$ кг/(м^3·Па).

Влажностные параметры $A'=D$, B, h_p полимерных материалов следующим образом зависят от температуры:

$$A'=A_0\exp[-E_A/(RT)]; \quad A_0=D_0,\ B_0,\ h_{p0}; \quad E_a=E_D,\ E_B,\ E_h, \tag{1.244}$$

где E_a — энергия активации для некоторого процесса A; A_0 — значение A при начальной температуре.

С увеличением температуры значения B и D возрастают; из уравнений (1.242) и (1.244) следует, что $E_h=E_D—E_B$, т. е. энергия активации процесса растворения может быть положительной и отрицательной, а h_p с ростом температуры может увеличиваться или уменьшаться.

§ 1.24. Элементы аэрогидромеханики

Уравнение Бернулли. *Аэрогидромеханикой* называется наука о законах движения и равновесия жидкостей и газов и о силовом взаимодействии жидкой и газообразной сред с движущимся в них телом или с ограничивающей их поверхностью. Многие приборы охлаждаются благодаря свободной или принудительной вентиляции, а также с помощью протекающей через прибор или омывающей его поверхности жидкости. При проектировании такого объекта необходимо знать количество протекающего через него газа или жидкости и гидравлическое сопротивление, что позволит обосновать выбор вентиляторов, насосов, а также рассчитать количество отведенной от прибора энергии.

При движении газа и жидкости через каналы, РЭА и т. п. распределение температур, скоростей, давлений и плотностей носит сложный характер и изменяется как в пространстве, так и во времени. В дальнейшем будет рассматриваться упрощенная модель явления, а именно: поток характеризуется средними по сечению параметрами (температурами, скоростями и т. п.), изменяющимися в направлении движения, что позволяет рассматривать одномерную задачу. Кроме того, движение считается установившимся, т. е. таким, при котором в любой точке потока его скорость, температура и т. д. не изменяются во времени. Дальнейшее упрощение модели связано с анализом установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости. Допустим, что жидкость несжимаема и имеет во всех точках одну и ту же температуру (изотермическое течение), тогда $\rho=\text{const}$. Кроме того, предположим, что в жидкости отсутствуют силы трения (идеальная жидкость), а также теплообмен между струей потока и окружающей средой (адиабатические границы). На основании закона сохранения энергии можно утверждать, что полная энергия (рис. 1.47, *а*) при переходе струи из сечения *1* в сечение *2* не изменяется и складывается из потенциальной энергии положения струи (mgz), потенциальной энергии состояния (pV), определяемой давлением, и кинетической энергии ($mv^2/2$):

$$mgz_1+p_1V_1+mv_1^2/2=mgz_2+p_2V_2+mv_2^2/2.$$

Разделим обе части последнего уравнения на mg и учтем, что $mV_i=\rho_i$ — плотность газа, получим

$$z_1+\frac{p_1}{\rho_1 g}+\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho_2 g}+\frac{v_2^2}{2g}=\text{const} \qquad (1.245)$$

— уравнение Д. Бернулли для струйки идеальной несжимаемой жидкости, связывающее скорость, давление и высоту движущейся жидкости. В уравнении (1.245) все слагаемые имеют размерность длины и называются *высотами* или *напорами:* $h_{ст} = p_{ст}/(\rho g)$ называется *статической высотой* (напором); $h_{ск} = v^2/(2g)$ — *скоростной высотой* (напором); z — *геометрической высотой.* Сумма трех высот, или напоров, именуется *полным напором* $h_п$ в данном сечении струи, а параметры p, $\rho v^2/2$, $\rho g z$ и их сумма —

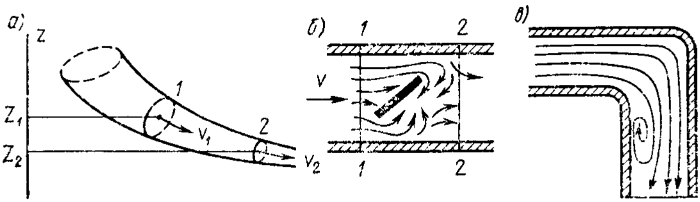


Рис. 1.47. Характер движения жидкости:
а — в отдельной струйке; *б* — в трубке с заслонкой; *в* — в колене трубы

соответственно статическим, скоростным, весовым и полным давлениями. Из (1.245) следует, что при расходе $G = 0$ скорость струи $v = 0$ и $h_п = h_{ст}$; при максимально возможном расходе, когда скоростной напор не встречает препятствий, $h_{ст} = 0$ и $h_п = h_{ск}$.

При движении несжимаемой реальной (вязкой) жидкости и при отсутствии теплообмена струйки с окружающей средой уравнение Бернулли принимает вид

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{v_2^2}{2g}\right) = h_т, \qquad (1.246)$$

где член $h_т$ учитывает переход части механической энергии в тепловую из-за внутреннего трения в струйке на участке между первым и вторым сечениями; параметр $h_т$ имеет размерность высоты и называется *напором, потерянным на трение.*

Для того чтобы вычислить значение $h_т$, необходимо знать силы внутреннего трения (касательные напряжения) в каждой точке струйки; природа этих сил сложна и их значение зависит от многих обстоятельств.

Гидравлические сопротивления. При движении жидкости всегда возникают сопротивление, препятствующее движению, и потери механической энергии. Эти потери вызваны силами трения, образованием вихрей, преодолением подъемных сил и т. п. Ниже рассмотрены отдельные виды потерь.

Сопротвление трению вызвано вязкостью жидкости и проявляется при безотрывном течении жидкости. Силы трения возникают при различных скоростях соседних струек и проявляются в основном в области пограничного слоя на поверхности обтекаемых тел.

Рассмотрим частный случай движения несжимаемой жидкости в горизонтальной трубе и найдем на основании уравнения (1.246) перепад давлений $\Delta p_т$ между сечениями *1* и *2*, вызванный трением. По условию, $z_1=z_2$, $\rho_1=\rho_2=\rho$, $v_1=v_2=v$, тогда $\Delta p_т=p_1-p_2=h_{тр}\rho$. Величина $h_{тр}\rho$ определяется по формуле Дарси [4, 19]:

$$\Delta p_т=\varkappa\frac{l}{d_{эк}}\frac{\rho v^2}{2}=R_{тр}\frac{\rho v^2}{2},\ d_{эк}=4A/U, \tag{1.247}$$

где l, $d_{эк}$ — длина и эквивалентный диаметр канала, определяемый зависимостью (1.154); $\varkappa$ — коэффициент сопротивления трения единицы относительной длины ($l/d_{эк}$) участка канала; $R_{тр}=\varkappa l/d_{эк}$ — коэффициент сопротивления трения всего участка канала; A — площадь поперечного сечения; U — периметр.

Коэффициент сопротивления является важнейшей гидродинамической характеристикой. Зная $R_{тр}$ или $\varkappa$, можно по формуле (1.247) вычислить потери на трение для труб данного типа при разных размерах, скоростях движения и плотности жидкости. Коэффициент сопротивления достаточно хорошо изучен и приводится в различных учебниках и справочных руководствах, ниже представлены наиболее типичные формулы для его определения [4, 12, 19]. Для гладких труб и каналов при ламинарном движении жидкости параметр $\varkappa$ определяется из закона Пуазейля:

$$\varkappa=k_1/\mathrm{Re},\ \mathrm{Re}=vd_{эк}/\nu, \tag{1.248}$$

где значения коэффициента k_1 приведены в [12, 19].

При турбулентном движении при $\mathrm{Re}=3\cdot10^3\div10^5$ коэффициент сопротивления $\varkappa$ имеет вид

$$\varkappa=(1{,}82\lg\mathrm{Re}-1{,}64)^{-2}. \tag{1.249}$$

Шероховатость стенок канала является причиной образования вихрей и дополнительной потери энергии. При ламинарном движении шероховатость не влияет на сопротивление трению; при турбулентном движении шероховатость начинает сказываться, как только толщина вязкого подслоя становится соизмеримой с высотой отдельных выступов [4, 12].

Местные сопротивления. Рассмотрим конкретный пример местного сопротивления и выясним общие особенности этого сопротивления. Пусть в трубе, по которой движется жидкость, имеется заслонка (рис. 1.47, *б*). Подходя к препятствию, струйки отклоняются вверх и вниз и устремляются в зазоры с большей скоростью, так как площадь зазора меньше площади сечения трубы. За препятствием струйки быстро расширяются и заполняют все сечение, при этом скорость частиц падает, происходит столкновение быстро и медленно движущихся частиц и возникает обратное движение некоторых частиц. Это объясняется следующей причиной: в зазоре скорость больше, чем в сечении *2—2*, и по уравнению (1.245) давление меньше, чем в сечении *2—2*; эта разность давлений вызывает обратное движение. Наличие вторичного потока, обратного основному, характерно для всех местных сопротивлений.

Из-за вязкости и наличия основного и вторичного потоков струйки свертываются в вихри. На рис. 1.47, *в* изображена картина движения жидкости в колене трубы, где также имеют место быстрое расширение потока, обратное течение жидкости и вихреобразование. Различные виды местных потерь происходят на более или менее длинном участке канала и неотделимы от потерь на трение. Однако для удобства расчетов местные сопротивления считаются сосредоточенными в одном сечении i канала и не включают сопротивление трению. Потери давления $\Delta p_м$ на преодоление местных сопротивлений рассчитываются по формуле

$$\Delta p_м = R_{м\,i} \rho_i v_i^2/2. \qquad (1.250)$$

Числовые значения местных сопротивлений $R_{мi}$ приводятся в курсах гидравлики и специальных справочниках [8, 19].

Принцип наложения потерь. Пусть между двумя сечениями трубы находится система, состоящая из последовательно соединенных труб разных диаметров и длин и содержащая ряд местных сопротивлений. Если каждое из местных сопротивлений расположено на таком расстоянии от других местных сопротивлений, что их взаимным влиянием можно пренебрегать, то приближенно можно считать потерю энергии во всей системе равной сумме потерь энергии в отдельных ее частях (принцип наложения потерь).

В математической форме этот принцип нетрудно записать на основании соотношений (1.246), (1.247), (1.250).

$$[z_1\rho + p_1/g + v_1^2\rho/(2g)] - [z_2\rho + p_2/g + v_2^2\rho/(2g)] = \\ = \sum_{i=1}^{i=n} R_{тр} \frac{\rho v^2}{2} + \sum_{k=1}^{k=m} R_{mк} \frac{\rho v_k^2}{2}, \qquad (1.251)$$

где суммирование распространяется на все n прямолинейных участков труб и все m местных сопротивлений, расположенных между сечениями *1* и *2*.

Неизотермическое движение. При неизотермическом движении газа оно становится неравномерным вследствие изменения плотности. При нагревании газа возникают дополнительные гидравлические потери Δp, вызванные ускорением потока. Рассмотрим начальное *1* и конечное *2* сечения канала со средними температурами газа t_1 и t_2 и средними скоростями v_1 и v_2. При движении в канале постоянного сечения потери $\Delta p_н$ равны удвоенной разности скоростных напоров и определяются по формуле [3, 4, 12]

$$\Delta p_н = 2(\rho_2 v_2^2/2 - \rho_1 v_1^2/2) = R_н \bar{\rho}\bar{v}^2/2, \quad R_н = 2(t_2 - t_1)/\bar{T}, \qquad (1.252)$$

где $\bar{T}$ — средняя абсолютная температура газа; $\bar{\rho}$, $\bar{v}$ — средняя плотность и скорость газа, которые вычисляются по формулам $\bar{T} = 0{,}5(t_1 + t_2) + 273$; $\bar{\rho} = \rho_1(1 + \bar{t}/273)^{-1}$, $\bar{v} = v_1\bar{T}/T_1$.

Коэффициент гидравлического сопротивления $R_н$ характеризует неравномерность движения из-за разных плотностей газа.

Кроме рассмотренных дополнительных потерь $\Delta p_н$ при неизотермическом движении появляется еще один источник изменения энергии потока, вызванный самотягой: вынужденному движению нагретого газа в нисходящих участках канала противодействует подъемная сила, направленная вверх. Потери из-за самотяги определяют по формуле

$$\Delta p_с = \pm g(\rho - \rho_0)h, \qquad (1.253)$$

где ρ_0, ρ — средние плотности холодной и нагретой жидкости; h — высота вертикального канала.

При нисходящем движении нагретой жидкости $\Delta p_с > 0$ появляется дополнительное сопротивление в канале, при восходящем $\Delta p_с < 0$. Общее сопротивление самотяги равно разности значений подъемной силы во всех восходящих и нисходящих участках канала.

Общие гидравлические потери давления определяют как сумму всех видов потерь в элементах устройства:

$$\Delta p = \sum_i \Delta p_т + \sum_к \Delta p_м + \sum_j \Delta p_н + \sum_m \Delta p_с. \qquad (1.254)$$

Мощность N нагнетателя (насоса, вентилятора и т. д.), необходимая для перемещения теплоносителя, определяется формулой [4]

$$N = \Delta p G/(\rho\eta), \qquad (1.255)$$

где G и ρ — массовый расход и плотность теплоносителя; η — к. п. д. нагнетателя. 11.3

Свободная вентиляция РЭА. Выделяемая деталями РЭА тепловая энергия передается конвекцией воздуху, омывающему их поверхности, а излучением — внутренней поверхности корпуса. В результате нагревания воздуха его плотность уменьшается по сравнению с плотностью воздуха вне аппарата, появляется разность давлений и воздух через верхние отверстия или жалюзи в корпусе выходит из аппарата, а на его место поступает холодный воздух через нижние отверстия в корпусе. В установившемся режиме перепад давлений $\Delta p_с$, вызванный самотягой, уравновешивается гидравлическими потерями Δp_i на всех участках i РЭА:

$$\Delta p_с = \sum_{i=1}^{N} \Delta p_i. \qquad (1.256)$$

Гидравлические потери для РЭА с вертикальным шасси p вызваны местными потерями $\Delta p_{вх}$ на входе в аппарат и выходе $\Delta p_{вых}$ из него, потерями на трение $\Delta p_{тр}$ о стенки корпуса, поверхности деталей, шасси, а также ускорением потока воздуха из-за его нагревания.

Учтем закон постоянства массы M, протекающей за единицу времени через любые площади сечения A аппарата: $M = \rho F_V = \mathrm{const}$.

Последнее уравнение носит еще название уравнения неразрывности, на основании которого

$$\rho_{вх}v_{вх}A_{вх}=\rho_{вых}v_{вых}A_{вых}=\overline{\rho v A}=G, \qquad (1.257)$$

где $A_{вх}$, $A_{вых}$, $\bar{A}$ — суммарные площади отверстий на входе и выходе из корпуса и средняя площадь поперечного сечения аппарата, свободная для прохода воздуха, м^2; G — массовый расход воздуха, кг/с.

Обычно перепад давлений в РЭА, вызванный самотягой, мал по сравнению с атмосферным давлением, что позволяет принять

$$\rho_c T_c=\bar{\rho}\bar{T}=\rho_{вх}T_{вх}=\rho_{вых}T_{вых}. \qquad (1.258)$$

На основании уравнений (1.256)—(1.258) с учетом структуры гидравлических потерь, представленных зависимостями (1.250), (1.252) и (1.253), можно определить выражение для расхода воздуха через РЭА [3]: аппарат с вертикальным шасси

$$G'_V=\sqrt{a/(\delta+\bar{T}r/T_c+b)}; \qquad (1.259)$$

аппарат с горизонтальным шасси

$$G_V=\sqrt{a\bigg/\left[\delta+\frac{\bar{T}}{T_c}\left(\frac{R_ш}{A_ш^2}+r\right)+b\right]}. \qquad (1.260)$$

Здесь $a=2gh(1-T_c/\bar{T})$; $\delta=R_{вх}/A_{вх}^2$, $\bar{A}=A_{ап}(1-K_з)$; $b=(T_{вых}/T_c)(R_{вых}/A_{вых}^2)$; $r=(R_{тр}+R_н)/\bar{A}^2$,

где $A_ш$ — суммарная площадь отверстий в шасси; $R_ш$ — коэффициент гидравлического сопротивления шасси; $A_{ап}$ — площадь поперечного сечения порожнего аппарата; $K_з$ — коэффициент заполнения аппарата.

Для типичных РЭА, среднеобъемная температура воздуха которых $t\simeq 40°$ С, а температура среды $t_c\simeq 20°$ С, была проведена оценка гидравлических сопротивлений и получена на основании (1.260) приближенная формула

$$G=1{,}36\sqrt{h/R},$$

$$R=\frac{1}{A_{вх}^2}+\frac{0{,}05(A_{зв}+A_к)+0{,}3\bar{A}}{A_з}+\frac{1}{A_ш^2}+\frac{1{,}7}{A_{вых}^2}, \qquad (1.261)$$

где G — массовый расход воздуха, кг/с; $A_{зв}$ — площади поверхностей шасси и деталей, м^2, омываемые протекающим через аппарат воздухом; $A_к$ — площадь внутренней поверхности корпуса, омываемой воздухом, м^2.

Пример 1.25. Расход воздуха при свободной вентиляции РЭА. Рассматривается радиоэлектронный аппарат с горизонтальным шасси и перфорированным корпусом, охлаждение которого происходит благодаря свободной вентиляции.

Среднее расстояние между отверстиями для подвода и отвода воздуха $h = 0{,}206$ м; суммарные площади отверстий в корпусе и шасси аппарата: $A_{вх} = A_{вых} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ м^2, $A_{ш} = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ м^2, площади поверхностей корпуса $A_{к} = 0{,}695$ м^2 и омываемых воздухом деталей и шасси $A_{1в} = 0{,}247$ м^2; площадь поперечного сечения порожнего аппарата, свободная для прохода воздуха, $A_{ап} = 0{,}122$ м^2; коэффициент заполнения аппарата $K_з = 0{,}1$. Определить для типичного РЭА массовый и объемный расходы воздуха через аппарат.

Решение. Расчет производим по формулам (1.261), (1.260):

$$\overline{A} = 0{,}122\,(1 - 0{,}1) = 0{,}11 \text{ м}^2;$$

$$R = \frac{1}{2{,}56 \cdot 10^{-4}} + \frac{0{,}054\,(0{,}247 + 0{,}695) + 0{,}27 \cdot 0{,}11}{1{,}32 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{3{,}06 \cdot 10^{-4}} + \frac{1{,}7}{2{,}56 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 1{,}39 \cdot 10^4 \text{ м}^{-4}; \quad G = 1{,}36 \sqrt{\frac{0{,}206}{1{,}39 \cdot 10^4}} = 5{,}24 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с} = 524 \text{ г/с}.$$

Объемный расход G_V найдем по формуле

$$G_V = G/\rho = 5{,}24 \cdot 10^{-3}/1{,}128 = 4{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 4{,}7 \text{ л/с},$$

где $\rho = 1{,}28$ кг/м^2 определен для $t = 40°$ С из табл. А.3.

Глава 2

МЕТОДЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТЕПЛО- И ВЛАГОЗАЩИТЫ РЭА

9.2

§ 2.1. Системы охлаждения РЭА

Классификация систем охлаждения. Назовем системой охлаждения РЭА совокупность устройств и конструктивных элементов, применяемых для обеспечения нормального теплового и влажностного режимов РЭА. Системы охлаждения (СО) можно разделить на воздушные (рис. 2.1, *а—д*), жидкостные (рис. 2.1, *е—з*), испарительные (рис. 2.1, *и, к*), кондуктивные, радиационные, специальные и комбинированные. Ниже рассмотрим более подробно схематически представленные на рис. 2.1 способы охлаждения.

В воздушных СО в качестве теплоносителя используется воздух; при этом различают свободное воздушное охлаждение, внутреннее перемешивание воздуха в корпусе аппарата, свободную и принудительную вентиляцию. На рис. 2.1, *а* схематически представлено свободное воздушное охлаждение, а на рис. 2.1, *б* показана свободная вентиляция. Последняя осуществляется вследствие разности плотностей воздуха холодного снаружи и нагретого внутри аппарата, при этом в корпусе аппарата имеются специальные вентиляционные отверстия. На рис. 2.1, *в* приведена возможная схема реализации внутреннего перемешивания воздуха в РЭА, а на рис. 2.1, *г, д* — принудительная вентиляция, которая может быть приточно-вытяжной, приточной или вытяжной. Приточная вентиляция осуществляется нагнетанием в корпус РЭА охлажденного и очищенного воздуха, вытяжная — вытягиванием из РЭА нагретого воздуха. В первом случае вентилятор работает в более холодном и, следовательно, более плотном воздухе и поэтому эффективнее второго случая. В приточно-вытяжной вентиляции нагнетание холодного и вытяжка нагретого воздуха осуществляются вентиляторами.

Жидкостная и испарительная системы охлаждения. На рис. 2.1, *е, ж, и*, изображены РЭА, внутренний объем корпуса которых заполнен жидкостью, омывающей поверхность плат, шасси, деталей и т. п. При этом теплообмен между этими элементами и жидкостью может происходить как в обычных условиях (свободная и вынужденная конвекция), так и при кипении жидкости. Отвод теплоты от нагретой жидкости может быть осуществлен с помощью погруженного в жидкость змеевика с теплоносителем или теплообменников, установленных на корпусе аппарата. На рис. 2.1, *з, к* схематически изображены системы жидкостного и испарительного охлаждения, в которых теплообмен между источниками теплоты P и жидкостью происходит в условиях вынужденной конвекции в замкнутом контуре. Отвод теплоты от контура осуществляется с помощью теплообменника T, а движение жидкости — с помощью нагнетателя H. На рис. 2.1, *ж* схематически изображено принудительное охлаждение приборов, помещенных в жидкость.

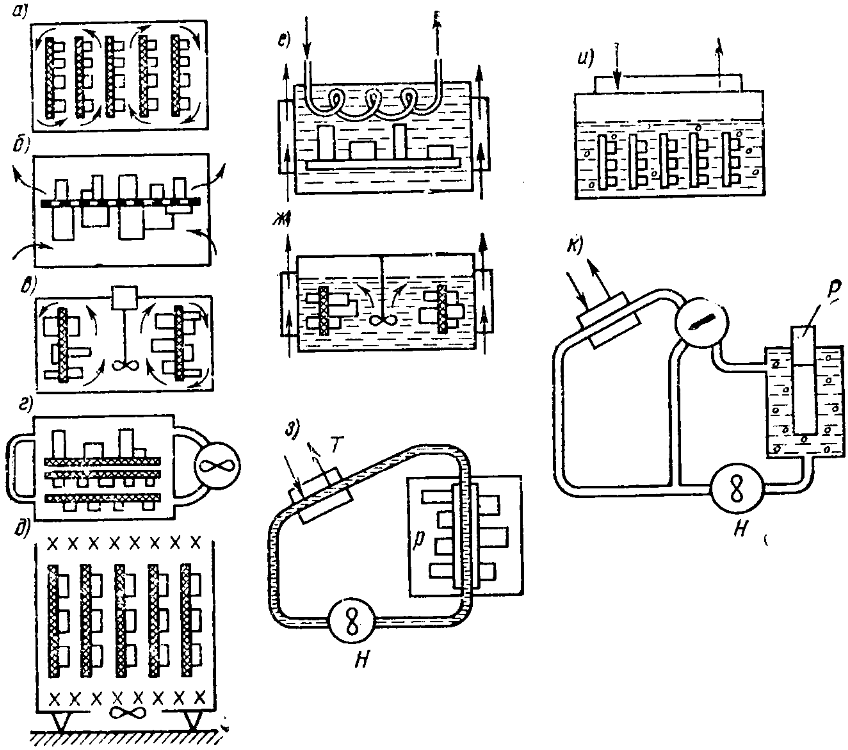


Рис. 2.1. Классификация систем охлаждения

Кондуктивное охлаждение. В кондуктивных системах охлаждения явление теплопроводности используется как основной механизм переноса тепловой энергии от источников к теплоприемникам, расположенным на периферии прибора.

Кондуктивное охлаждение наиболее часто применяется в блоках с высокой плотностью монтажа. Один из возможных вариантов такой конструкции представлен на рис. 2.2.

Радиационные и специальные системы охлаждения. В радиационных системах отвод теплоты осуществляется благодаря излучению. Обычно такие системы применяют в космических аппаратах или вакуумированных приборах.

К специальным системам охлаждения относят термоэлектрические устройства, вихревые и тепловые трубы, расширительные газовые машины, которые более подробно будут рассмотрены в дальнейшем.

При кратковременном режиме работы РЭА используются различного типа тепловые аккумуляторы — масса металлических конструкций (платы, радиаторы, корпус и т. п.), части конструкции, предназначенные для других целей (корпус космического корабля, топливо в баках самолета). Иногда применяют предварительное захолаживание таких аккумуляторов с помощью наземных охлаждающих устройств. В некоторых случаях для аккумуляции тепловой энергии применяются специальные вещества, поглощающие тепловую энергию в процессе фазовых превращений или химических реакций.

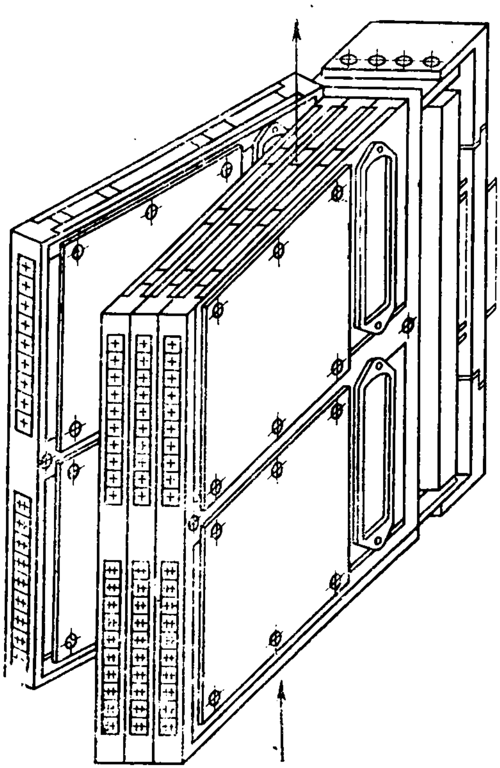


Рис. 2.2. Блок книжной конструкции с кондуктивным охлаждением

В **комбинированных системах охлаждения** применяются различные сочетания рассмотренных выше СО. Остановимся на некоторых комбинированных системах охлаждения самолетной аппаратуры. При больших скоростях полета самолетов забортный воздух значительно нагревается, сам воздух разрежен и требует специальной подготовки для использования в качестве хладоагента. Не останавливаясь на этом вопросе, рассмотрим комбинированную воздушно-испарительную систему охлаждения с промежуточным теплоносителем. На рис. 2.3 система РЭА *2* охлаждается воздухом, циркулирующим в замкнутом контейнере *1*. Воздух приводится в движение вентилятором *9* и охлаждается в воздушно-жидкостом радиаторе *8*. Промежуточный теплоноситель из испарителя *5* приводится в движение в контуре *6* с помощью помпы *7*. Понижение давления в испарителе происходит за счет работы эжектора *3*, через который протекает струя воздуха

4; при эжекции происходят понижение давления и снижение температуры кипения жидкости.

Выбор системы охлаждения для РЭА заданного типа. Способ охлаждения во многом определяет конструкцию РЭА, поэтому даже на ранней стадии проектирования, т. е. на стадии технического предложения или эскизного проекта, необходимо выбрать систему охлаждения РЭА. Неудачное решение этой задачи может обнаружиться только на более поздних этапах конструирования (детальная проработка конструкции, испытание опытного образца и т. п.), что может свести на нет работу большого коллектива, а сроки создания РЭА значительно увеличатся.

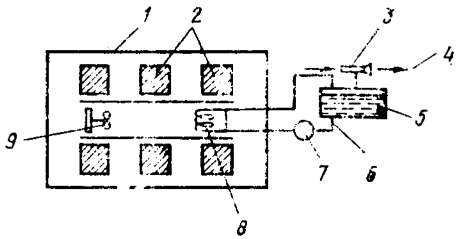


Рис. 2.3. Воздухоиспарительная система охлаждения с эжектированием

На первых этапах проектирования в распоряжении конструктора имеется техническое задание (ТЗ), в котором обычно содержится следующая весьма ограниченная информация:

суммарная мощность Φ тепловыделения в блоке;

диапазон возможного изменения температуры окружающей среды $t_{c\,max}$, $t_{c\,min}$;

пределы изменения давления окружающей среды p_{max}, p_{min};

время непрерывной работы прибора $\tau_н$;

допустимые температуры элементов t_i;

коэффициент заполнения аппарата

$$K_з = \sum_{i=1}^{n} V_i/V, \qquad (2.1)$$

где V_i — объем i-го элемента РЭА; n — число элементов; V — объем, занимаемый РЭА.

Требуется также задать горизонтальные (L_1, L_2) и вертикальные (L_3) размеры корпуса РЭА. Эти исходные данные недостаточны для детального анализа теплового режима РЭА, но их можно использовать для предварительной оценки и выбора системы охлаждения. Последний носит вероятностный характер, т. е. дает возможность оценить вероятность обеспечения заданного по ТЗ теплового режима РЭА при выбранном способе охлаждения. По результатам обработки статистических данных для реальных конструкций, детальных тепловых расчетов и данных испытания макетов были построены графики (рис. 2.4), характеризующие области целесообразного применения различных способов охлаждения [17]. Эти графики построены для непрерывной работы РЭА и связывают два основных показателя: $\vartheta_c = f(\lg q)$. Первый показатель $\vartheta_c = t_{i\,min} - t_c$ — перегрев относительно окружающей среды t_c корпуса наименее теплостойкого элемента, для которого допустимая и приведенная в ТЗ температура $t_{i\,min}$ имеет минимальное значение.

Заметим, что для свободного охлаждения $t_c = t_{c\,max}$, т. е. соответствует максимальной температуре окружающей среды по ТЗ; для принудительного охлаждения $t_c = t_{вх}$, т. е. соответствует температуре воздуха (жидкости) на входе в РЭА.

Второй показатель q равен плотности теплового потока, проходящего через условную площадь поверхности $A_п$ теплообмена:

$$q = \Phi k_p / A_п, \quad A_п = 2\,[L_1 L_2 + (L_1 + L_2)\, L_3 K_3], \tag{2.2}$$

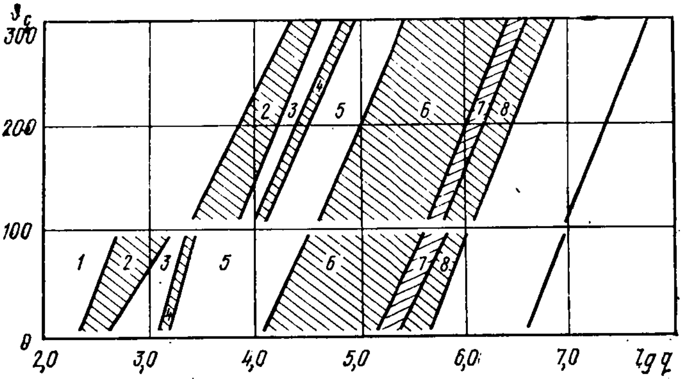


Рис. 2.4. Области целесообразного применения различных способов охлаждения

где Φ — суммарная мощность, рассеиваемая с этой поверхности; k_p — коэффициент, учитывающий давление воздуха (при атмосферном давлении $k_p = 1$); K_3 — коэффициент заполнения, определяемый по формуле (2.1).

На рис. 2.4 представлены два типа областей: в одном можно рекомендовать применение какого-либо одного способа охлаждения (не заштрихованы: *1* — свободное воздушное, *3* — принудительное воздушное, *5* — принудительное испарительное); в другом возможно применение двух или трех способов охлаждения (заштрихованы: *2* — свободное и принудительное воздушное, *4* — принудительное воздушное и жидкостное, *6* — принудительное жидкостное и свободное испарительное, *7* — принудительное жидкостное, принудительное и свободное испарительное, *8* — свободное принудительное и свободное испарительное, *9* — свободное и принудительное испарительное).

Верхние кривые рис. 2.4 обычно применяют для выбора охлаждения больших элементов — крупногабаритных ламп, магнитов, дросселей и т. п. Нижние кривые используют для выбора системы охлаждения блоков, стоек и т. п., выполняемых на дискретных и микроминиатюрных элементах.

Если показатели РЭА попадают в заштрихованную область (возможно применение двух и трех способов охлаждения), то задача выбора способа охлаждения осложняется и требуются более детальные расчеты.

Приведем дополнительные данные, позволяющие учесть давление воздуха; в формуле (2.2) последнее учитывается коэффициентом k_p, который был найден на основании расчетов и экспериментов. С уменьшением давления воздуха температура элементов РЭА возрастает; обозначим давление воздуха снаружи блока p_1, а внутри — p_2; для герметичного блока значение k_p приведено в приложении (см. табл. А.11). Коэффициент k_p учитывает ухудшение охлаждения РЭА при пониженном давлении только в условиях свободной конвекции воздуха. Для случая вынужденной конвекции влияние пониженного давления на тепловой режим можно найти в [17].

Заметим, что выбор системы охлаждения не сводится только к определению области охлаждения, необходимо также учитывать техническую возможность осуществления данного способа охлаждения РЭА, т. е. массу, объем, потребляемую мощность.

Как показывает опыт, при рациональном проектировании можно обеспечить заданный тепловой режим бортовых РЭА при удельном расходе воздуха не выше 180—250 кг/(ч·кВт).

Для стационарных РЭА, где менее жесткие ограничения по габаритам, массе, энергопотреблению расход воздуха может быть увеличен до 250—350 кг/(ч·кБт).

Для РЭА, охлаждаемых с помощью воздуха, тепловой режим изучен наиболее полно. В этих случаях можно не только рекомендовать ту или иную систему воздушного охлаждения, но и оценить вероятность, с которой выбранная система охлаждения позволит обеспечить заданный тепловой режим. Методы вероятностной оценки приведены в приложении Б.3.

Пример 2.1. Выбор способа охлаждения РЭА в негерметичном корпусе. Необходимо определить способ охлаждения блока в негерметичном корпусе со следующими исходными данными: $\Phi=0{,}5$ кВт; $\vartheta_c=30$ К; $q=400$ Вт/м^2; режим работы длительный, давление воздуха, окружающего блок, нормальное.

Решение. Из рис. 2.4 получим, что точка с заданными параметрами попадает в область *2*, т. е. возможно как свободное, так и принудительное воздушное охлаждение.

По кривым рис. Б.5, приведенным в приложении Б.6, находим, что при свободном охлаждении аппарата с перфорированным корпусом вероятность $w=0{,}28$, т. е. следует перейти к вынужденному охлаждению. По рис. Б.6 для вероятности $p=0{,}6$ находим требуемый для обеспечения нормального теплового режима удельный расход воздуха: $G/\Phi=240$ кг/(ч·кВт), отсюда $G=120$ кг/ч; этот расход воздуха соответствует приведенным выше рекомендациям [17].

Пример 2.2. Выбор способа охлаждения мощных радиоламп. При конструировании мощных ламп на ранней стадии необходимо определить, потребуется ли оребрение охлаждаемой поверхности, так как масса и объем лампы во многом зависят от наличия и размеров ребер. Пусть охлаждаемая поверхность анода имеет следующие показатели: $q=5\cdot10^4$ Вт/м^2; $\vartheta_c=250$ К. Определить возможные способы охлаждения лампы.

Решение. На рис. 2.4 показатели попадают в область *5*, т. е. для обеспечения нормального теплового режима анода требуется применить жидкостное охлаждение. Однако из того же рисунка следует, что достаточно уменьшить удельную рассеивающую мощность в 1,6 раза и показатели попадают в область *3* (принудительное воздушное охлаждение), но это равнозначно увеличению площади поверхности анода за счет оребрения в 1,6 раза.

Пример 2.3. Выбор компоновки РЭА. Необходимо решить вопрос, следует ли проектировать некоторый РЭА в виде двух отдельных блоков (функциональный и блок питания) либо разместить все в одном блоке. Показатели для функционального блока $\vartheta_c=30$ К, $q=250$; для блока питания $\vartheta_c=60$ К, $q=250$. При монтаже в одном блоке показатели имеют следующие значения: $\vartheta_c=30$ К, $q=390$ Вт/м^2.

Решение. Пользуясь рис. Б.4, *а*, при $G=0$ определим, что вероятности обеспечения теплового режима имеют значения: для функционального блока $p=0{,}45$, для блока питания $p=0{,}9$, при монтаже в одном блоке $p=0{,}20$. Итак, при свободном охлаждении не рекомендуется использовать один блок.

8.2.

§ 2.2. Теплообменники

14.3 **Тепловой расчет теплообменников.** Теплообменными аппаратами (теплообменниками) называют устройства, предназначенные для передачи теплоты от более нагретого теплоносителя к менее

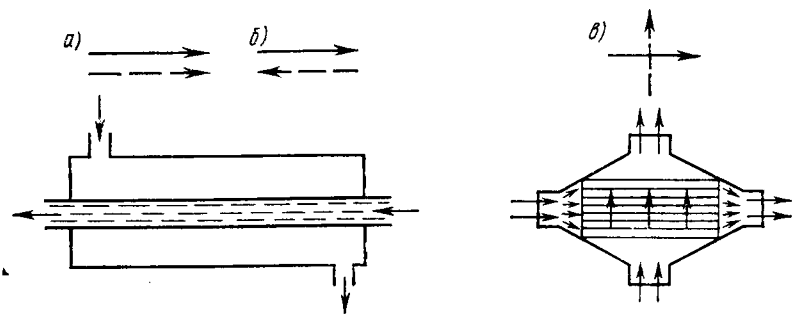


Рис. 2.5. Рекуперативные теплообменники с прямотоком (*а*), противотоком (*б*) и перекрестным током (*в*)

нагретому. Существуют различного типа теплообменники, ниже будут рассмотрены те из них, которые находят применение при охлаждении РЭА. Обычно тепловая энергия передается от одного теплоносителя к другому через разделяющую их твердую стенку (рекуперативные теплообменники). В зависимости от направления движения теплоносителей теплообменники относятся к прямоточному, противоточному и перекрестному типам (рис. 2.5). Конструктивно рекуперативные теплообменники могут выполняться с пластинчатыми и трубчатыми рабочими поверхностями, а в качестве теплоносителей могут быть использованы в них комбинации газа, пара и жидкости (жидкостные, жидкостно-жидкостные, газожидкостные, газо-газовые, парогазовые теплообменники). На рис. 2.6 приведен типичный теплообменник, используемый в системах охлаждения РЭА.

При проектировании и выборе теплообменников проводят конструкторский и поверочный расчеты. В первом случае осуществляется проектирование аппарата, цель расчета состоит в определении рабочей площади поверхности теплообменника, если заданы массовые расходы G_1, G_2 холодной *1* и горячей *2* жидкостей, их температуры на входе t_1', t_2' и выходе t_1'', t_2'' и теплоемкости c_{p1}, c_{p2}. Поверочный расчет осуществляется для теплообменника с известной площадью поверхности (в частности, выбранного готового теплообменника); цель расчета — определить значения температур теплоносителя на выходе из теплообменника и потока Φ теплоты, передаваемого от греющей к нагреваемой жидкости, т. е. установить режим работы аппарата.

Как при конструкторском, так и при поверочном расчетах используются уравнения теплопередачи

$$\Phi = \kappa A \Delta t_{\text{ср}} \qquad (2.3)$$

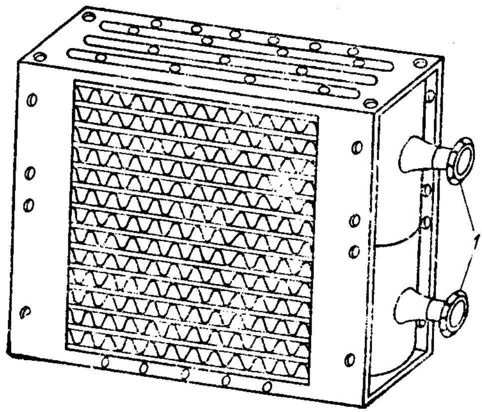


Рис. 2.6. Теплообменники для РЭА типа «воздух—жидкость»

и уравнения теплового баланса

$$\Phi = W_1 (t_1'' - t_1') = W_2 (t_2' - t_2''), \quad W_i c_{pi} = G_i = c_{pi} G_{Vi} \rho_i, \qquad (2.4)$$

где κ — коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·К); W_i — так называемый *водяной эквивалент жидкости* ($i=1,2$), Вт/К; G_i, G_{Vi} — массовый и объемный расходы, кг/с, м^3/с; $\Delta t_{\text{ср}}$ — средняя разность температур греющей и нагреваемой жидкостей.

Если принять, что температуры рабочих жидкостей меняются по линейному закону

$$\bar{t}_1 = 0{,}5 (t_1' + t_1''), \ \bar{t}_2 = 0{,}5 (t_2' + t_2''), \qquad (2.5)$$

то средняя разность температур горячей и холодной жидкостей равна

$$\Delta t_{\text{ср}} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1. \qquad (2.6)$$

На самом деле характер изменения температуры рабочих жидкостей по длине носит более сложный характер и зависит от схемы движения жидкости (прямоток, противоток и т. д.), числа труб, температуры жидкости на входе. На рис. 2.7 показан характер изменения температуры жидкости по длине трубы при прямо- и противоточных движениях. Методы точного расчета $\Delta t_{\text{ср}}$ широко представлены в литературе и здесь не рассматриваются [4, 12]. Сопоставляя уравнения (2.3) и (2.4), получим

$$A = W_1 (t_1'' - t_1')/(\kappa \Delta t_{\text{ср}}), \ A = W_2 (t_2' - t_2'')/(\kappa \Delta t_{\text{ср}}). \qquad (2.7)$$

Коэффициент теплопередачи

$$\kappa = (1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2)^{-1}. \qquad (2.8)$$

Тепловое сопротивление стенки δ/λ мало по сравнению с тепловым сопротивлением $1/\alpha_i$, поэтому приближенно

$$\kappa=\alpha_1\alpha_2/(\alpha_1+\alpha_2). \tag{2.9}$$

При подсчете рабочей площади поверхности по выражениям (2.7), (2.9) коэффициенты теплоотдачи α обычно определяют по формулам, приведенным в § 1.13—1.17. Если в пределах аппарата условия теплообмена α_i на отдельных участках i рабочей площади поверхности A_i существенно различны, то коэффициент теплопередачи κ со всей площади поверхности можно оценить по формуле

$$\kappa=\sum_i \kappa_i A_i/A. \tag{2.10}$$

7.2.

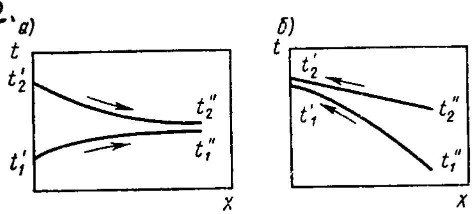


Рис. 2.7. Температурные поля теплоносителя в прямоточном (*а*) и противоточном (*б*) теплообменниках

Поверочный расчет теплообменников. Предполагается, что теплообменник уже имеется или, по крайней мере, спроектирован. Необходимо определить конечные температуры t_1'' и t_2'' жидкостей на выходе из теплообменника и переданный тепловой поток Φ. При решении такой задачи известными являются площадь поверхности нагрева A, коэффициент теплопередачи κ, водяные экиваленты W_1 и W_2 и начальные температуры t_1' и t_2' на входе в теплообменник.

Из уравнений (2.4) находим конечные температуры t_1'' и t_2'':

$$t_1''=t_1'+\Phi/W_1;\ t_2''=t_2'-\Phi/W_2. \tag{2.11}$$

Примем, что в первом приближении температуры рабочих жидкостей меняются по линейному закону (2.5), тогда из (2.3) и (2.6) следует, что

$$\Phi=0{,}5\kappa A\left[(t_2'+t_2'')-(t_1'+t_1'')\right].$$

Подставив в это уравнение значения t_1'' и t_2'', из (2.11) после преобразований получим

$$\Phi=(t_2'-t_1')/[1/(\kappa A)+1/(2W_1)+1/(2W_2)]. \tag{2.12}$$

Зная Φ, по формулам (2.11) находим температуры t_1'' и t_2'' рабочих жидкостей.

Для определения затрат механической энергии, связанных с движением теплоносителя в аппарате, необходимо провести гидравлический расчет по формулам, приведенным в § 1.24.

Выбор компактного теплообменника для РЭА. В РЭА, применяемых в космических аппаратах, авиационных и ракетных комплексах, объем и масса используются наиболее экономно, поэтому теплообменная аппаратура должна быть весьма компактной и в то же время эффективной. Для характеристики последней служит удельная площадь поверхности нагрева $A_{уд}$, равная отношению теплообменной площади поверхности к объему теплообменника. Для простейшего кожухотрубчатого теплообменника с гладкими трубами ($d = 15 \div 20$ мм), заключенными в цилиндрические кожухи, $A_{уд} = 65 \div 130$ м²/м³, для современных теплообменников значение $A_{уд}$ достигает 4500 м²/м³. Выбор скоростей теплоносителя должен обеспечить наибольшую эффективность работы теплообменника, при этом желательно, чтобы в трубах и каналах последнего был турбулетный режим. Для газов скорости движения находятся в пределах 15—100 м/с, для жидкостей — 1—3 м/с. Увеличение скорости теплоносителя сопровождается уменьшением рабочей площади поверхности и ростом гидравлических потерь. При этом удельная тепловая нагрузка пропорциональна первой степени скорости v, а затраты энергии на преодоление трения пропорциональны v^2 или v^3. Существует оптимальное соотношение скорости теплоносителя, которое характеризуется максимальным количеством передаваемой теплоты при затрате заданного количества энергии для перемещения теплоносителей.

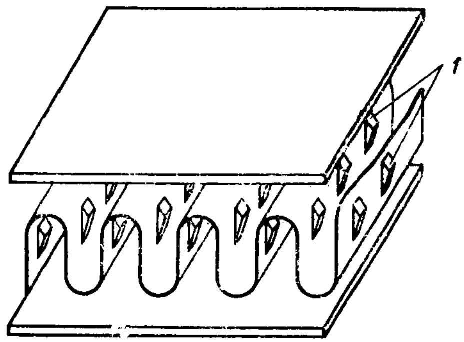


Рис. 2.8. Устройство канала для воздуха в компактном теплообменнике

Компактные теплообменники, применяемые в настоящее время в радиоэлектронной промышленности, выпускают двух типов: «воздух—воздух» (В-В) и «воздух—жидкость» (В-Ж). Их конструкция, габариты и другие данные приведены в общесоюзных стандартах (см. приложение Б. 4).

Воздушные каналы в обоих типах теплообменников представляют собой гофрированную тонкую ленту, припаянную к поверхностям раздела теплоносителей, для турбулизации потока на ленте выдавливаются жалюзи *1* (рис. 2.8). Для теплообменников типа В-Ж в качестве теплоносителей применяют следующие жидкости: антифриз-65, смесь этиленгликоля с дистиллированной водой, полиметилсилоксановые жидкости. Жидкостный канал образует гладкая гофрированная лента. В стандартных теплообменниках патрубки *1* жидкостного канала выведены для удобства на одну сторону, что позволяет вдвое увеличить длину пути жидкого теплоносителя (рис. 2.6).

При подборе теплообменника типа В-В или В-Ж требуется, чтобы последний обеспечивал при заданном расходе хладоагента необходимое количество теплоты, передаваемой в единицу времени от одного теплоносителя к другому. На основании приведенного выше метода расчета теплообменников, а также результатов экспериментальных исследований промышленных типов компактных теплообменников, выпускаемых в нашей стране, разработан графоаналитический метод расчета, приведенный в приложении Б. 4. Этот метод позволяет, зная объемный расход теплоносителя, найти тепловой поток, передаваемый от одного теплоносителя к другому.

4г.

§ 2.3. Нагнетатели

Движение теплоносителя в системе охлаждения сопровождается затратами энергии, которая расходуется на преодоление сил трения и компенсируется нагнетателем (вентилятором, насосом или компрессором).

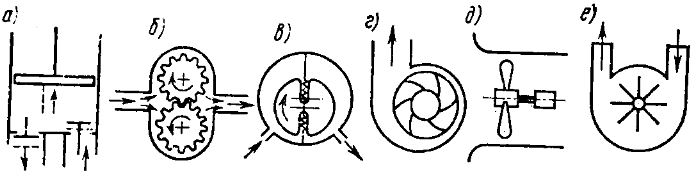


Рис. 2.9. Упрощенные схемы нагнетателей

Нагнетатели, предназначенные для перемещения капельных жидкостей, называются *насосами*, а для перемещения газов в зависимости от развиваемого ими давления — *вентиляторами* (при давлении до $0{,}2 \cdot 10^5$ Па) или *компрессорами*.

Независимо от вида перемещаемой жидкости разнообразные по конструкции нагнетатели можно разделить на несколько типов, упрощенные схемы которых рассмотрены ниже.

Поршневой нагнетатель представляет собой расположенный в цилиндрическом кожухе поршень, при движении которого в одну сторону жидкость через всасывающий клапан поступает в рабочую камеру, а при движении в другую — сжимается и затем выталкивается через нагнетательный клапан (рис. 2.9, *а*). Положительными качествами поршневых нагнетателей являются высокий к. п. д., возможность получения больших давлений и независимость производительности от создаваемого давления; недостатками — громоздкость, неравномерность подачи (толчки), вибрация, сложность соединения с электродвигателем. Поршневые нагнетатели используют как насосы и компрессоры.

Зубчатый нагнетатель состоит из пары сцепленных между собой шестерен, расположенных в корпусе с минимальным зазором. Зубья при вращении захватывают жидкость и без сжатия переносят ее из области всасывания в область нагнетания, причем перенос в обратную сторону мал из-за плотного сцепления зубьев (рис. 2.9, *б*). Зубчатые нагнетатели конструктивно просты, не имеют клапанов, компактны, их можно непосредственно соединить с электродвигателем. Однако они имеют малую производительность и более низкий к. п. д., чем поршневые. Это объясняется потерями через торцевые зазоры и трением при сцеплении шестерен. Зубчатые нагнетатели используют преимущественно в качестве насосов, причем особенно успешно — для перекачки вязких жидкостей (масла).

Пластинчатый, или ротационный, нагнетатель представляет собой эксцентрично расположенный в цилиндрическом корпусе ротор, в пазах которого находятся пластины, выскальзывающие при его вращении. Пластины вследствие уменьшения пространства между ними и стенками корпуса сжимают засасываемую через отверстие жидкость и выталкивают ее через другое отверстие. Воздействие на жидкость в поршневом и пластинчатом нагнетателях аналогичное, но в первом случае поршень движется поступательно, а во втором — происходит более удобное для привода нагнетателя вращательное движение ротора (рис. 2.9, *в*). Обычно пластинчатые нагнетатели используют как компрессоры, но в специальном исполнении, при котором переносимая между пластинами жидкость не сжимается, — в качестве насосов.

Центробежный нагнетатель представляет собой лопаточное колесо, расположенное в спиральном кожухе. При вращении колеса жидкость, поступившая в осевом направлении через всасывающее отверстие, отклоняется от этого направления на 90° и попадает в межлопаточные каналы. Здесь она закручивается и под воздействием центробежной силы направляется к кожуху, где собирается и через нагнетательное отверстие выводится из системы (рис. 2.9, *г*). Центробежные нагнетатели обладают высоким к. п. д., достаточно просты в конструктивном отношении, имеют плавную (без толчков) подачу, легко соединяются непосредственно с электродвигателем. Производительность центробежных нагнетателей существенно зависит от давления. Их широко применяют в системах охлаждения приборов.

Осевой нагнетатель имеет вид лопаточного колеса, расположенного в цилиндрическом корпусе. При вращении колеса начинается движение жидкости, направленное по оси вращения. Осевой нагнетатель по сравнению с центробежным может иметь более высокий к. п. д., обладает реверсивностью, но создает более низкое давление (рис. 2.9, *д*).

Вихревой нагнетатель представляет собой лопаточное колесо, напоминающее центробежное и расположенное в корпусе эксцентрично. Жидкость поступает к лопаточному колесу по касательной, переносится им вдоль корпуса и выпускается также по касательной. Вихревые нагнетатели отличаются простотой конструкции, реверсивны, но к. п. д. невысокий; чаще используются в качестве насосов (рис. 2.9, *е*).

Из рассмотренных нагнетателей к насосам можно отнести поршневые, осевые и вихревые, к вентиляторам — центробежные и осевые, к компрессорам — все, за исключением вихревых нагнетателей.

Для обеспечения теплового режима аппаратуры в целом требуется вполне определенный массовый расход воздуха G. В свою очередь, для обеспечения этого массового расхода для заданной конструкции воздуховода требуется подобрать вентилятор, который обеспечивал бы напор Δp, равный потерям полного давления в гидравлической сети. Последний определяется по формуле (1.247) и может быть представлен зависимостью

$$\Delta p = Rv^2\rho/2 = RG^2/(2\rho A^2), \quad G = \rho v A, \tag{2.13}$$

где v, A — средняя скорость жидкости и площадь сечения трубопровода; R — общий коэффициент гидравлического сопротивления трубопровода.

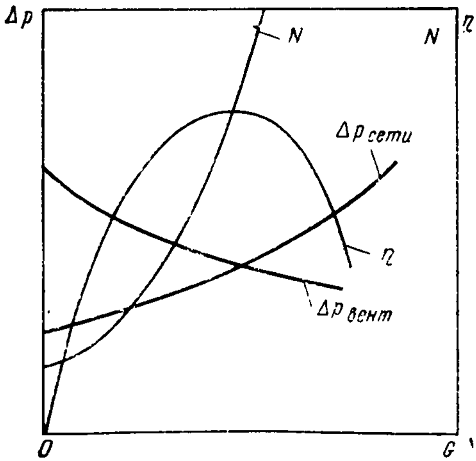


Рис. 2.10. Полная характеристика вентилятора

Потребляемая вентилятором мощность N определяется зависимостью (1.255), которую на основании формулы (2.13) запишем в виде

$$N = \Delta p G/(\rho\eta) = RG^3/(\eta\rho^2 A^2). \tag{2.14}$$

Полная характеристика вентилятора выражает зависимость между производительностью G, давлением Δp, мощностью N и к. п. д. η при постоянном числе оборотов: $n = \text{const}$. Все зависимости строятся обычно на одном графике, как это показано на рис. 2.10, в частности зависимость $\Delta p = f(G)$ носит название напорной характеристики. В настоящее время характеристики вентиляторов получают в основном экспериментальным путем. Если на напорную характеристику вентилятора наложить построенную в тех же координатах и в том же масштабе характеристику сети, то точка пересечения (рабочая точка) кривых $\Delta p_{\text{сети}} = f_1(G)$ и $\Delta p_{\text{вент}} = f_2(G)$ определит давление и подачу этого вентилятора при работе в данной сети. Рабочей точке соответствует условие, когда подача вентилятора равна расходу воздуха через сеть, а развиваемое вентилятором давление равно потере давления в сети при этом расходе. Зная G в рабочей точке, легко определить, как это показано на рис. 2.10, значения N и η.

Напомним, что при выборе вентилятора для подачи воздуха при больших давлениях отдают предпочтение центробежным, а при подаче больших объемов воздуха при небольших давлениях — осевым вентиляторам. В последнее время наибольшее распространение в приборостроении получили осевые вентиляторы типа ЭВ и центробежные ВУ. Ряд вентиляторов серии ЭВ на частоты 400—1000 Гц охватывают диапазон по подаче 36—1100 м³/ч и полном давлении 120—2000 Па, их технические характеристики определены отраслевым стандартом ОСТ 16.0539.007—74.

Эффективный коэффициент теплоотдачи радиатора. Рассмотрим радиаторы, которые используются для отвода теплоты от радиоэлектронных аппаратов и полупроводниковых силовых устройств. Прежде всего оценим тепловые потоки, которые требуется отвести от этих приборов. На с. 18 приведены порядки коэффициентов теплоотдачи поверхностей при различных способах их охлаждения. Пользуясь максимально возможными значениями коэффициентов теплоотдачи, приведем оценку потока, рассеиваемого с 1 м^2 площади поверхности, при разности температур между нагретой поверхностью и охлаждаемой жидкостью $\vartheta=50$ К. При этом рассмотрим свободное и вынужденное охлаждение в воздухе [$10<\alpha<$ <100 Вт/(м$^2\cdot$К)], а также вынужденную конвекцию в воде [$\alpha=$ $=3000$ Вт/(м$^2\cdot$К)]. По формуле $q=\alpha\vartheta$ найдем значения плотностей тепловых потоков для этих трех случаев: $q=5\cdot10^2$; $5\cdot10^3$ и $15\cdot10^4$ Вт/м^2. Известно, что у некоторых полупроводниковых силовых приборов уровень поверхностной плотности тепловых потоков достигает $(0{,}5\div5)\cdot10^4$ Вт/м^2, поэтому для отвода теплоты необходимо применять специальные устройства; наиболее распространенными из них являются радиаторы.

Для системы воздушного охлаждения широкое применение получили радиаторы, которые различаются по виду развитой площади поверхности, а именно: пластинчатые (рис. 2.11, *а*), ребристые (рис. 2.11, *б*), игольчато-штыревые (рис. 2.11, *в*), типа «краб» (рис. 2.11, *г*), жалюзийные (рис. 2.11, *д*), петельно-проволочные (рис. 2.11, *е*). На рис. 2.11 приведены геометрические параметры, существенно влияющие на рассеиваемый радиатором тепловой поток: размеры основания L_1, L_2 (прямоугольное основание), диаметр D (круглое основание), толщина δ основания; высота h_1 (или h_2), толщина δ_1 ребра или штыря и шаг $S_{ш}$ между ними. Для петельно-проволочных радиаторов характерными геометрическими параметрами являются высоты h_2 витка, диаметр d проволоки, шаг навивки S_2, шаг укладки S_1 и коэффициент заполнения φ канала, равный отношению площади поперечного сечения спиралей к площади сечения канала. Значения указанных параметров для выпускаемых промышленностью радиаторов можно найти в нормативной документации.

Исследования теплообмена радиаторов различного типа позволили построить приближенную зависимость среднего перегрева $\vartheta_s=t_s-t_c$ основания площадью A от удельной нагрузки $q=\Phi/A$ ($A=L_1L_2$, $A=\pi D^2/4$) при свободной и вынужденной вентиляции. Этот график приведен в приложении Б.5 и позволяет остановиться на том или ином типе радиатора, если заданы поверхностная плотность теплового потока q и допустимый средний перегрев ϑ_s основания.

Для характеристики теплообменных свойств радиатора используют следующие параметры: эффективный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{эф}$, тепловую проводимость σ_{Σ}, тепловое сопротивление R_{Σ}.

Эти параметры связаны со средним перегревом ϑ_s основания и рассеиваемым потоком Φ зависимостями

$$\alpha_{эф}A=\sigma_\Sigma=R_\Sigma^{-1},\quad A=L_1L_2,\quad A=\pi D^2/4, \tag{2.15}$$

$$\Phi=\sigma_\Sigma\vartheta_s=R_\Sigma^{-1}\vartheta_s=\alpha_{эф}\vartheta_s A,$$

где L_1, L_2 — размеры основания прямоугольного радиатора; D — диаметр круглого основания.

Формула (2.15) справедлива для радиатора любого из рассмотренных выше типов; вся сложность процесссов переноса теплоты и

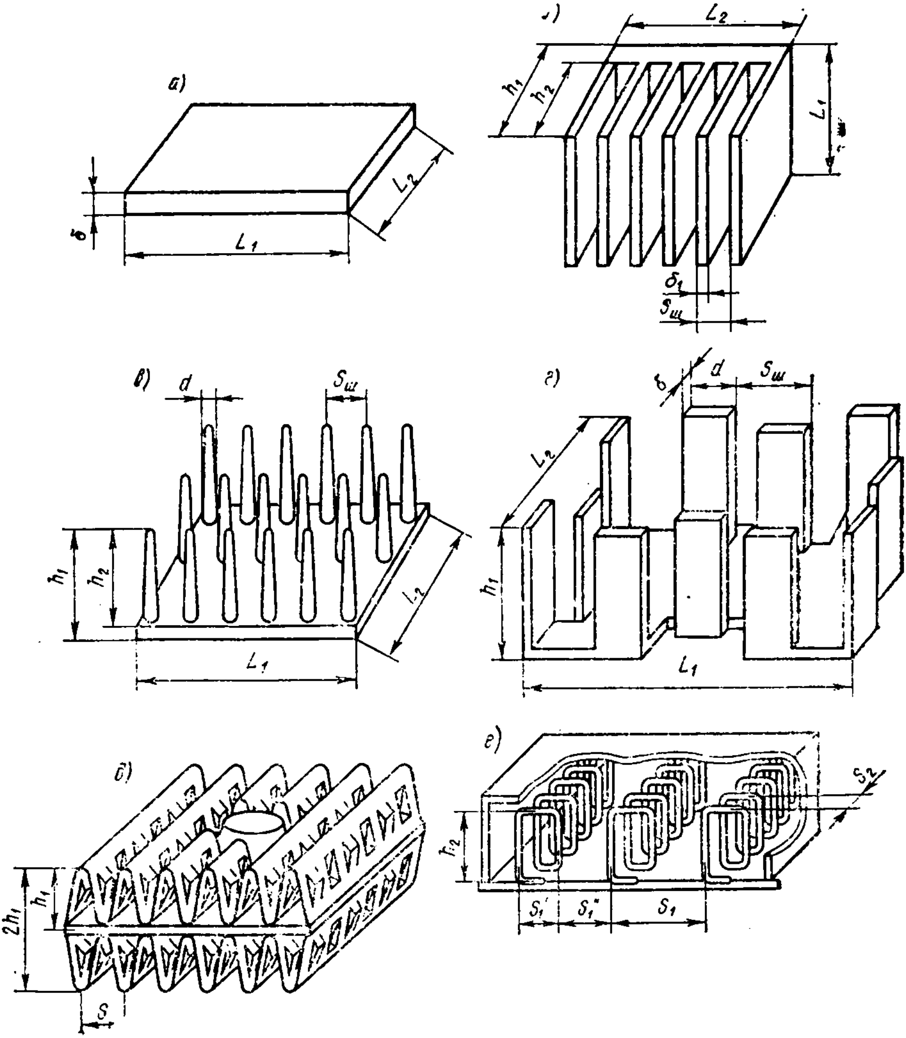


Рис. 2.11. Радиаторы воздушного охлаждения

конструктивные особенности сосредоточены здесь в одной величине — эффективном коэффициенте теплоотдачи. Последний может быть определен экспериментально или расчетным путем. В первом случае в основу положена зависимость (2.15), позволяющая по найденным из опыта значениям Φ и ϑ_s определить $\alpha_{эф}$. В приложении Б.5 приведены полученные таким способом зависимости для различных типов выпускаемых промышленностью радиаторов. С помощью этих графиков можно подобрать радиатор, средняя температура основания которого не превышает заданной величины $t_s=\vartheta_s+t_c$.

Рассмотрим теперь на примере пластинчатых, ребристых и игольчато-штыревых конструкций радиаторов расчетный метод определения параметров $\alpha_{эф}$, σ_Σ или R_Σ. Необходимость анализа процесса теплообмена радиаторов связана с непрерывным изменением выпускаемых промышленностью типоразмеров радиаторов. Представим тепловую модель одиночного ребра или штыря в виде стержня произвольного сечения f с периметром U и длиной h, находящегося в среде с температурой t_c и коэффициентом теплоотдачи с боковой поверхности α. Б § 1.7 дан анализ теплообмена такого стержня и показано, что перегрев ϑ_i торца стержня i, в который входит поток Φ_i, определяется из формулы (1.81):

$$\vartheta_i=[\Phi_i/(\lambda f b)]\operatorname{ctg} bh',\ \ b^2=\alpha U/(\lambda f),\ \ h'=h+f/U. \qquad (2.16)$$

Тепловое сопротивление R_i одиночного стержня на основании этой зависимости и формулы (2.15)

$$R_i=\sigma_i^{-1}=\vartheta_i/\Phi_i=\operatorname{ctg} bh'/(\lambda f b). \qquad (2.17)$$

Общая проводимость $\sigma_{\Sigma р}$ оребренной части радиатора равна сумме проводимостей σ_i всех N ребер:

$$\sigma_{\Sigma р}=\sum_{i=1}^{N}\sigma_i=N\sigma_i.$$

Если проводимость от неоребренной части радиатора равна $\sigma_{нр}$, то общая проводимость радиатора

$$\sigma_\Sigma=\sigma_{нр}+N\lambda f b \operatorname{th} bh'. \qquad (2.18)$$

Параметр b содержит коэффициент теплоотдачи α боковой поверхности ребра или штыря, который определяется из соответствующих критериальных уравнений, рассмотренных в § 1.13—1.18. В частности, для вынужденной конвекции воздушной среды может быть рекомендована формула

$$\mathrm{Nu}=\alpha L\,\lambda_в=0{,}21\,\mathrm{Re}^{0,8},\ \ \mathrm{Nu}=\alpha L/\lambda_в,\ \ \mathrm{Re}=v_р L/\nu_в, \qquad (2.19)$$

где $\lambda_в$, $\nu_в$ — теплопроводность и кинематическая вязкость воздуха при средних значениях температур; L — определяющий размер для данного вида оребрения; $v_р$ — расчетная скорость движения воздуха для данного вида оребрения.

Особенности теплообмена радиатора учтены в выборе параметров L и $v_р$, которые равны для ребристых поверхностей $v_р=1{,}25v$, $L=L_1$, для игольчато-штыревых радиаторов $L=d$, $v_р=vS_ш/(S_ш-d)$, где v — средняя скорость движения воздуха; $S_ш$ — шаг оребрения; d — диаметр штыря.

Выбор радиатора. На рис. 2.12 схематически изображен радиатор *1* с закрепленным на нем прибором *2*, внутри которого имеются источники мощностью Φ, разогревающие рабочую область прибора (например, область *p-n*-перехода) и его корпус до температур $t_р$ и $t_к$; в месте крепления прибора к радиатору температура $t_и$, а средняя температура основания радиатора t_s.

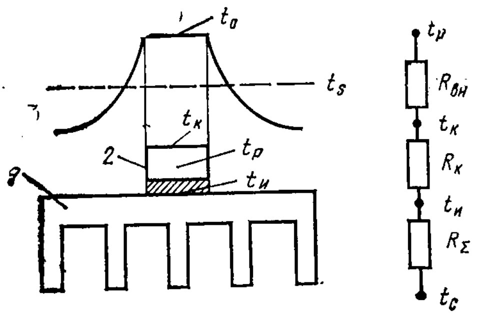


Рис. 2.12. Температурное поле радиатора *1* и прибора *2*

Приведем исходную информацию, которая должна быть известна при проектировании **или выборе радиатора: предельно допустимая температура** рабочей области прибора $(t_р)_{доп}$ или его корпуса $(t_к)_{доп}$; рассеиваемая прибором мощность Φ; температура $t_с$ окружающей среды или набегающего потока; внутреннее тепловое сопротивление $R_{вн}$ прибора между рабочей областью и корпусом; способ крепления прибора к радиатору, который характеризуется тепловым сопротивлением $R_к$ контакта. Проектируемый радиатор должен удовлетворять некоторым дополнительным требованиям: иметь малую массу и габариты, выполнять свои функции при наименьшем расходе воздуха, если требуется принудительное охлаждение, и т. п.

На рис. 2.12 представлена схема соединения тепловых сопротивлений между рабочей областью и окружающей средой, из которой следует:

$$t_р-t_с=(t_р-t_к)+(t_к-t_и)+(t_и-t_с), \qquad (2.20)$$

$$t_и-t_с=(t_р-t_с)-\Phi\,(R_{вн}+R_к).$$

Введем безразмерную величину β, связывающую среднюю температуру t_s основания радиатора и температуру $t_и$ в месте крепления прибора к радиатору:

$$\beta=(t_и-t_с)/(t_s-t_с)=f\left(B,\ \sqrt{A_и/A_р}\right); \qquad (2.21)$$

она зависит, как показано в приложении Б.2, от двух чисел подобия:

$$B=(\alpha_1+\alpha_2)\,A_р/(\lambda\delta) \text{ и } \sqrt{A_и/A_р},$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи с одной и другой сторон радиатора; $A_р$, $A_и$ — площади оснований радиатора и прибора; δ —

толщина основания радиатора; λ — теплопроводность материала радиатора.

Функциональная зависимость (2.21) может быть найдена для любого положения источника на радиаторе и любых значений его размеров по формулам приложения Б.2; в частности, для квадратных оснований радиатора и прибора может быть использована формула (Б.11). Из формул (2.20) и (2.21) получаем

$$t_s - t_c = [(t_p - t_c) - \Phi(R_{вн} + R_к)]/\beta. \qquad (2.22)$$

Все параметры, входящие в квадратные скобки формулы (2.22), заданы, а параметры $(t_s - t_c)$ и β неизвестны. Дальнейший подбор радиатора может быть осуществлен с помощью формул (2.15), (2.22) и графиков, представленных на рис. Б.8—Б.12 (см. приложение Б) на основе метода последовательных приближений. В первом приближении задают значение $\beta^{I} = 1{,}2$ и по формуле (2.22) определяют $(t_s^{I} - t_c)$, затем в первом приближении задают площадь A_p^{I} основания радиатора и по графикам рис. Б.12 подбирают вид оребрения и характер теплообмена (свободная или вынужденная конвекция). Зная Φ, A_p^{I} и $(t_s^{I} - t_c)$, по формуле (2.15) находят в первом приближении эффективный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{эф}^{I}$.

По графикам, представленным на рис. Б.8—Б.11, уточняют геометрические параметры радиатора, после чего переходят ко второму приближению расчетов, а именно: находят безразмерные числа $B = \alpha_{эф} A_p / (\lambda\delta)$, $A_и / A_p$ и по графику рис. Б.3 определяют β^{II} и уточняют по формуле (2.21) значение $(t_s - t_c)$. Далее примерно по предыдущей схеме уточняют геометрические параметры радиатора, причем стремятся уменьшить его габариты и т. п.

Пример 2.4. Подбор радиатора для охлаждения транзистора. Требуется подобрать радиатор для охлаждения транзистора, рассеивающего мощность $\Phi = 12$ Вт и находящегося внутри блока. Контакт транзистора с радиатором осуществлен по площади $A_и = 1{,}96 \cdot 10^{-4}$ м^2; внутреннее тепловое сопротивление прибора $R_{вн} = 0{,}8$ К/Вт, тепловое сопротивление контакта $R_к = 1{,}2$ К/Вт, допустимая температура коллекторного перехода в транзисторе $(t_p)_{доп} = 100°$ С; условия теплообмена — свободная конвекция, температура воздуха в блоке $t_c = 40°$ С.

Решение. 1. По формуле (2.20) определяем температуру $t_и$ в месте крепления транзистора:

$$t_и - t_c = (100 - 40) - 12\,(0{,}8 + 1{,}2) = 36 °C.$$

2. В первом приближении принимает $\beta^{I} = 1{,}2$ и из (2.21) находим

$$t_s - t_c = 36/1{,}2 = 29 °C.$$

3. Задаем из дополнительных соображений (например, допустимый объем в блоке для установки транзистора с радиатором) в первом приближении площадь A^{I} основания; пусть $A^{I} = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^2. Тогда плотность теплового потока

$$q = \Phi / A = 12/(4{,}5 \cdot 10^{-3}) = 2{,}7 \cdot 10^{3} \text{ Вт/м}^2;$$

4. По графику, приведенному на рис. Б.12 для $(t_s - t_c) = 29$ К и $q = 2{,}7 \cdot 10^{3}$ Вт/м^2, определяем возможный вид оребрения радиатора в условиях свободной конвекции; как следует из графиков, необходимо выбрать штыревой радиатор.

5. По формуле (2.15) определяем коэффициент эффективной теплоотдачи, необходимый для обеспечения заданного теплового режима. По графикам, представленным на рис. Б.9, наиболее близкий профиль оребрения штыревого радиатора соответствует $h_1=32$ мм, $S_ш=7$ мм, $d=2{,}5$ мм, для которого $\alpha_{эф}=100$ Вт/(м^2·К);

6. Находим по формулам (2.21) второе приближение β^{II}, полагая $\alpha_{эф}=\alpha_1+\alpha_2$, а также выбирая материал радиатора, например дюралюминий $\lambda=180$ Вт/(м·К) (см. табл. А.1):

$$B = 100\cdot 4{,}5\cdot 10^{-3}/(180\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3}) = 1;\ A_и/A_р = 1{,}96\cdot 10^{-4}/4{,}5\cdot 10^{-3} = 0{,}044.$$

По графику рис. Б.3 находим $\beta^{II}=1{,}1$ и уточняем по формуле (2.21) перегрев: $(t_в-t_с)^{II}=36/1{,}1=32{,}7°$ С.

7. Уточняем размеры основания и тип радиатора. Согласно графику, приведенному на рис. Б.12, при $(t_в-t_с)=32{,}7°$ С и $q=2{,}7\cdot 10^3$ Вт/м^2 тип радиатора остается прежним. Немного уменьшим размеры основания и уточним параметр q:

$$A = 100\cdot 10^{-3}\cdot 40\cdot 10^{-3} = 4\cdot 10^{-3}\ м^2;\ q = 12/(4\cdot 10^{-3}) = 3\cdot 10^3\ Вт/м^2.$$

Находим по прежней схеме новое значение $\beta^{III}=1{,}1$, т. е. дальнейшие уточнения проводить не имеет смысла, так как $\beta^{II}\simeq\beta^{III}$.

8. Окончательно останавливаемся на радиаторе штыревого типа из дюралюминия с площадью основания $A=(100\cdot 40)10^{-3}$ м^2, $h=32$ мм, $S_ш=7$ мм, $d=2{,}5$ мм.

§ 2.5. Термодинамические основы охлаждения

Под охлаждением подразумевается искусственный отвод теплоты от тела, температура которого ниже температуры окружающей среды. Обычно выделяют три области низких температур: умеренных низких температур 300—120 К (кондиционирование воздуха, охлаждение радиоэлектронной аппаратуры и т. п.); низких температур — ниже 120 К (сжижение газов, охлаждение элементов некоторых приборов и т. д.); сверхнизких температур — ниже 93 К.

При охлаждении РЭА преимущественно используется область умеренных низких температур, которая достигается с помощью следующих средств: дроссельных микроохладителей, компрессионных холодильных машин, термоэлектрических устройств, вихревых труб. Кроме того, умеренные низкие температуры достигаются благодаря фазовым превращениям, сопровождающимся поглощением теплоты. Физические основы соответствующих процессов обычно рассматриваются в курсах физики или в учебниках по термодинамике. Ниже приведены некоторые определения и выводы из термодинамики, необходимые для понимания принципов работы охлаждающих устройств [18].

Основными термодинамическими параметрами, характеризующими состояние рабочего тела (это обычно газ или пар), являются объем V, давление p и температура T, а общий вид термодинамического уравнения $f(p, V, T)=0$. Вид этой функции отличается для разных рабочих тел, которые в термодинамике иногда называют системами. Например, уравнением состояния идеального газа является известное уравнение Менделеева—Клапейрона

$$pV=\frac{m}{M}R_0T, \tag{2.23}$$

где m — масса рабочего тела; M — относительная молекулярная масса; R_0 — универсальная газовая постоянная.

Обычно в термодинамике рассматриваются два состояния системы. В первом случае — система с постоянным количеством вещества, ограниченная замкнутой поверхностью с равномерно распределенным внешним давлением (например, газ или пар в цилиндре). Во втором случае рассматривается установившийся во времени поток вещества в закрытом канале при неравномерном распределении давления.

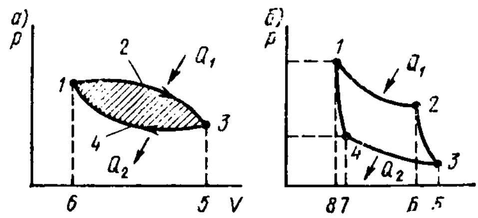


Рис. 2.13. Термодинамические циклы в координатах p—V:

а — произвольный цикл; *б* — цикл Карно

Согласно первому началу термодинамики, **для любой изолированной системы количество заключенной в ней энергии сохраняется неизменным.**

Второе начало термодинамики имеет различные формулировки, например: **теплота может производить работу в двигателе только в том случае, если температурный уровень этого тела выше температуры окружающей среды;**

теплота с более низкого температурного уровня может быть перенесена на более высокий температурный уровень только при затрате работы.

Изменение состояния системы называют *процессом*; каждый процесс, в котором происходит расширение или сжатие газа, связан с переходом тепловой энергии в механическую и обратно. При непрерывной работе тепловой машины происходит последовательное сочетание нескольких процессов (так называемых *циклов*), в результате которых тело приходит в первоначальное состояние.

На рис. 2.13, *а* в координатах p—V изображен произвольный цикл: от нагревателя к рабочему телу (газ) подводится теплота Q_1, происходит расширение газа по *1-2-3* и при этом производится работа L_1, равная пл. *12356*. При сжатии газа по *3-4-1* затрачивается работа L_2, равная пл. *34165,* и при этом от газа отбирается теплота Q_2. Совершаемая полезная работа $L = L_1 - L_2$ изображается в цикле заштрихованной площадью.

Степень совершенства преобразования теплоты в работу в цикле оценивается термическим к. п. д. цикла

$$\eta = L/Q = 1 - Q_1/Q_2, \qquad (2.24)$$

где Q_1, Q_2 — подводимое от нагревателя и отводимое в холодильник (среда с более низкой температурой) количества теплоты; L — полезная работа, совершенная в цикле.

Если цикл, изображенный на рис. 2.13, *а*, заставить протекать в обратном направлении (против часовой стрелки), т. е. *1-4-3-2-1*, то для этого необходимо затратить работу L и тогда от холодного источника будет передаваться рабочему телу теплота Q_2, а нагревателю — теплота $Q_1=Q_2+L$. Так осуществляется обратный цикл, по которому работают тепловые насосы и холодильные машины.

Максимальный к. п. д. дает цикл, предложенный в 1827 г. французским ученым Сади Карно и носящий название *цикла Карно.* Этот цикл состоит из двух адиабат *2-3* и *4-1* и двух изотерм *1-2* и *3-4* (рис. 2.13, *б*). Для цикла Карно справедливы зависимости

$$L=Q_1\eta, \quad \eta=(1-Q_2/Q_1)=(1-T_2/T_1). \tag{2.25}$$

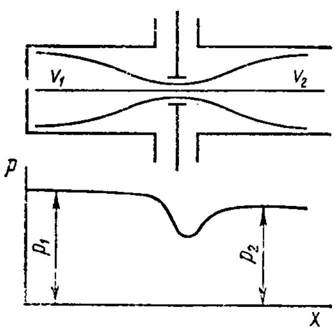


Рис. 2.14. К эффекту дросселирования

Если в цикле Карно все процессы осуществлять в обратном направлении, то будет реализован холодильный цикл, что потребует затраты работы L.

Для оценки работы холодильных машин применяют так называемый ***холодильный коэффициент*** ε_x, равный отношению полезной теплоты Q_2, отнятой от холодного источника ограниченной емкости, к затраченной работе L. Для обратного цикла Карно из (2.26) следует

$$\varepsilon_x=Q_2/L=T_2/(T_1-T_2). \tag{2.26}$$

При обратимых циклах из всего количества теплоты Q_1 в работу L переходит лишь часть $Q_1—Q_2$, а часть $Q_2=Q_1\cdot T_2/T_1$ не может быть превращена в работу. Во всех технических процессах $T_2=T_0$ — температуре окружающей среды.

При создании охлаждающих устройств в технике широко применяют *эффект дросселирования* — падение давления в струе газа, протекающего через суживающийся участок канала или иное гидравлическое сопротивление — вентиль, заслонку, тампон и т. п. (рис. 2.14). В месте сужения давления падает и за местом сужения давление p_2 всегда меньше давления p_1. Падение давления $p_2<p_1$ объясняется рассеянием энергии потока, которая расходуется на преодоление сопротивления. В термодинамике показано, что при дросселировании идеального газа его температура остается неизменной, а для реального газа — изменяется. Это явление изменения температуры газа при дросселировании получило название *эффекта Джоуля—Томсона* и имеет следующее математическое выражение:

$$T_2-T_1=\Delta T=k_д\Delta p, \quad \Delta p=p_1-p_2, \tag{2.27}$$

где $k_д$ — коэффициент, учитывающий среднее значение эффекта дросселирования в интервале изменения давления Δp; при изменении давления на 10^5 Па для воздуха при нормальной температуре $k_д=0{,}25\cdot10^{-5}$ К/Па.

Знак и величина $k_д$ зависят от свойств (природы) газа и условий, при которых происходит процесс. Для идеального газа $k_д=0$, а для реальных газов эта величина может быть положительной (наблюдается охлаждение газа), отрицательной (газ после рассеивания нагревается) и равной нулю. Один и тот же газ при различных температурах может иметь различный эффект Джоуля—Томсона: положительный (охлаждение) при одной температуре, отрицательный (нагревание) — при другой. Температура, при которой происходит изменение знака и $k_д=0$, называется *инверсионной температурой.*

§ 2.6. Устройства для охлаждения РЭА

Дроссельные микроохладители. Используя эффект Джоуля—Томсона, можно построить холодильную дроссельную машину. Последние могут работать по разомкнутой (источник сжатого газа — баллон) или замкнутой (источник сжатого газа — компрессор) схеме. Рабочее вещество — легко конденсируемые хладоагенты с положительным дроссельным эффектом в области комнатных температур (углекислый газ, воздух, аргон, азот и др.). Трудно конденсируемые газы (неон, водород) требуют предварительного охлаждения до температур значительно более низких, чем комнатные. Интегрально дроссельный эффект увеличивается с понижением начальной температуры $T_н$; например, для азота при $T_н=300$ К максимальное снижение температуры составляет $\Delta T=38$ К, а при $T_н=200$ К — $\Delta T=80$ К. Поэтому температуру рабочего тела перед дроссельным устройством снижают различными способами: сжиженными или отвержденными хладоагентами, криогенными машинами, термоэлектрическими генераторами, а также конструктивным устройством холодильных машин. Например, после дросселирования газ подается в теплообменник, где он охлаждает газ высокого давления, подводимый к дросселю.

Приведем способ снижения температуры рабочих тел, реализуемый в установке, принципиальная схема которой приведена на рис. 2.15. Сжатый газ направляется в теплообменник *I* (зона *1-5*), проходит через дроссельное устройство *II*, вновь поступает в теплообменник *I*. В начале работы температура газа перед дроссельным устройством (точка *5*) совпадает с температурой на входе в теплообменник. Затем благодаря дросселированию каждой новой порции газа происходит его охлаждение до появления в точке *4* дросселя жидкой фазы. За счет испарения этой жидкости (в зоне *4-3*) можно отвести от охлаждаемого объекта некоторое количество теплоты Q_2. Такой режим работы называют *рефрижераторным*, а если часть получаемой жидкости отводится — *ожижительным.* Пары жидкости поступают в теплообменник (зона *2-3*) и охлаждают встречный поток газа, а затем выходят из теплообменника. Из широкого класса охлаждающих дроссельных устройств ниже будут рассмотрены малогабаритные установки, предназначенные для охлаждения приборов. Важной частью конструкции дроссельного микроохладителя является теплообменник, от эффективности которого в значительной степени зависят характеристики криогенного устройства.

Сравнительно простая конструкция теплообменника и холодильного устройства схематично представлена на рис. 2.16. Микроохладитель работает по разомкнутому циклу и предназначен для ох-

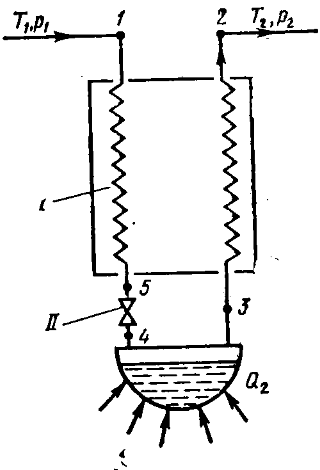


Рис. 2.15. Схема холодильной машины

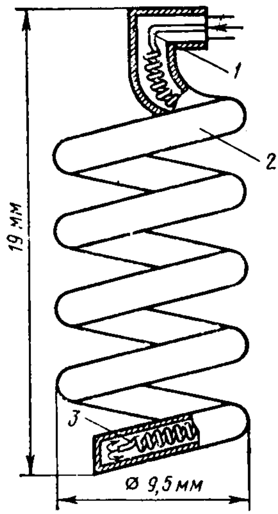


Рис. 2.16. Дроссельный микроохладитель для миниатюрных приборов

лаждения миниатюрных приборов, например инфракрасных детекторов [1]. Особенностью микроохладителя является конструкция противоточного теплообменника: капиллярная трубка *1*, свитая в змеевик для сокращения высоты микроохладителя, помещена в трубку *2* с запаянным концом. Хладоагент высокого давления, пройдя по капилляру *1*, дросселируется через дюзу (дроссельное отверстие) *3*; обратный поток низкого давления течет в свободном пространстве трубки *2* между витками капилляра.

Представление о размерах конструкции дают следующие данные: внешняя трубка с наружным диаметром 2,3 мм и толщиной стенки 0,25 мм имеет навивку высотой 19 мм и внешним диаметром 9,5 мм; внутренний диаметр капилляра 0,5 мм; обе трубки изготовлены из нержавеющей стали. В рассмотренном микроохладителе получена температура — 195° С при расходе азота $3 \cdot 10^{-5}$ л/с и давлении на входе в устройство 8,2 МПа. Заметим, что другие конструкции микроохладителей также содержат аналогичные трубчатые теплообменники.

В настоящее время разработаны многочисленные варианты конструкций дроссельных микроохладителей. Они используются для охлаждения чувствительных микроэлементов в широком диапазоне температур 4,5—200 К. При этом холодопроизводительность установок может колебаться в пределах 0,5—10 Вт.

Описание различных дроссельных микроохладителей и их технические характеристики приведены в [6, 18].

Компрессионные холодильные машины (КХМ). Процесс передачи теплоты от охлаждаемого тела к окружающей среде осуществляется холодильным агентом машины. Эффективность цикла определяется холодильным коэффициентом ε_x, предельное значение которого для обратного цикла Карно определяется из зависимости (2.26). Газовая криогенная машина состоит из компрессора *1*, где происходят сжатие газа и непрерывная его подача к месту потребления, и детандера *3*, в котором газ расширяется (рис. 2.17, *а*). Кроме них имеются два теплообменных аппарата, в одном из них — рефрижераторе *2* — газ воспринимает теплоту от охлаждаемой емкости, а во втором — холодильнике *4* — отдает теплоту окружающей среде или воде холодильника.

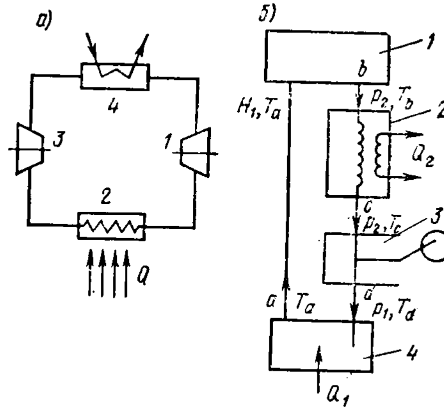


Рис. 2.17. Схема компрессионной холодильной машины (КХМ):

а — основные элементы КХМ; *б* — схема КХМ

Адиабатное расширение сжатых газов осуществляется с использованием специальных машин, работающих в области низких температур. Достигаемый при этом эффект охлаждения значительно превышает эффект при дросселировании газа, однако необходимость применения машин для расширения газа усложняет реализацию этого способа. Газовые холодильные машины имеют высокую надежность, небольшие размеры и массу, относительно высокий к. п. д. и позволяют производить охлаждение до 20—70 К. Схема одного из вариантов КХМ представлена на рис. 2.17, *б*; работа машины осуществляется по следующей схеме: газ адиабатно сжимается в компрессоре *1* от давления p_1 до p_2, а затем охлаждается, например водой, до температуры T_c в холодильнике *2*. В детандере *3* происходит адиабатное расширение газа с совершением внешней работы, при этом температура газа падает до T_d, а давление — до p_1. Холодный газ из детандера проходит через охлаждающую камеру *4*, в которой нагревается до температуры T_a, и вновь возвращается в компрессор *1* [18]. Наиболее благоприятные условия работы компрессионной холодильной машины существуют в области температур от —30 до +200° С. Для охлаждения отдельных узлов РЭА разработаны микрохолодильные машины, холодопроизводительность которых порядка нескольких ватт, масса 6—40 кг, габариты 0,3—0,5 м, температура охлаждения 25—80 К. Подробности о типах КХМ, их возможностях и особенностях работы можно найти в справочной литературе [18].

Термоэлектрическое охлаждение. При охлаждении и термостатировании приборов и отдельных узлов эффективно применяются термоэлектрические элементы. Напомним основные эффекты и законы, на которых основана работа термобатарей.

Эффект Пельтье (1884 г.). При прохождении электрического тока I через цепь, составленную из разнородных проводников, в местах их соединений (спаях) поглощается или выделяется поток теплоты

$$\Phi_{\text{п}} = \pm \Pi I, \tag{2.28}$$

где Π — коэффициент Пельтье, В; знаки «$\pm$» указывают на свойства материалов поглощать или выделять энергию.

Эффект Зеебека. Если спай двух разнородных материалов имеет температуру T, отличную от окружающей T_c, то на концах проводников возникает термоэлектродвижущая сила

$$E = \pm \gamma \Delta T, \tag{2.29}$$

где $\Delta T = T - T_c$; γ — коэффициент Зеебека, В/К.

Эффект Томсона. Если в однородном материале существует градиент температур, то при пропускании тока через него будут появляться термо-э. д. с. между отдельными его частями. Выделяющейся при этом тепловой поток определяется соотношением

$$\Phi_{\text{т0}} = \pm k_{\text{т}} I \Delta T, \tag{2.30}$$

где $k_{\text{т}}$ — коэффициент Томсона, В/к.

При соединении полупроводников p- и n-типа имеет место следующая связь между введенными коэффициентами:

$$\Pi = \gamma T, \quad \gamma = \gamma_p - \gamma_n \tag{2.31}$$

где γ_p и γ_n — соответственно коэффициенты Зеебека для материалов проводимости p- и n-типа.

Кроме указанных эффектов при описании явлений, происходящих в термобатарее, будут использоваться законы Фурье и Джоуля.

Современная термобатарея представляет собой совокупность пар, состоящих из полупроводниковых материалов p- и n-типа. При пропускании электрического тока через такую систему на одних спаях происходит поглощение теплоты Пельтье («холодные» спаи), а на других — выделение («горячие» спаи). Конструктивно батарея выполнена так, что холодные спаи вынесены на одну ее поверхность, а горячие — на другую. Если при этом температуру «горячего» спая поддерживать на определенном уровне, то температура холодного спая понизится.

Рассмотрим вначале единичный полупроводниковый термоэлемент (ТЭ), схематически изображенный на рис. 2.18. К холодному спаю *1* подводится поток $\Phi_х$ от окружающей среды или охлаждаемого объекта, от спая *2* за счет теплопроводности приходит поток $\Phi_т$; при прохождении тока через ТЭ часть энергии электрического тока переходит в тепловую (джоулевы потери). Соответствующий поток теплоты обозначим $\Phi_д$.

В стационарном режиме сумма поступающих к холодному спаю потоков энергии ($\Phi_х+\Phi_т+\Phi_д$) отводится за счет эффекта Пельтье:

$$\Phi_п=\Phi_х+\Phi_т+\Phi_д. \tag{2.32}$$

Найдем структуру отдельных составляющих этого уравнения. Если пренебречь теплоотводом в среду с боковых поверхностей ТЭ, то

$$\Phi_т=\sigma_т(T_г-T_х)=\sigma_т\Delta T,$$

$$\sigma_т=(\lambda_p A_p+\lambda_n A_n)/l,$$

где l, λ_i, $A_i (i=p,\ n)$ — длина, теплопроводность, площадь поперечного сечения ТЭ p- и n-типа.

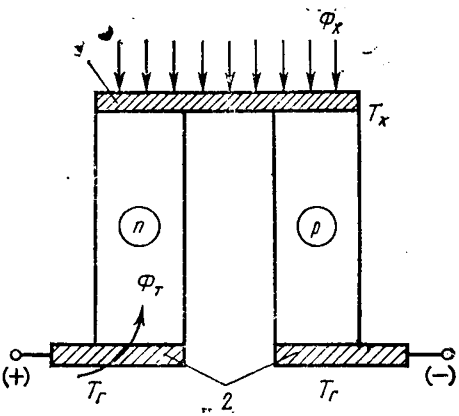


Рис. 2.18. Единичный полупроводниковый термоэлемент

Показано, что наилучшие показатели имеет ТЭ при $A_p=A_n=A$; кроме того, тепло- и электропроводность проводников типа p и n обычно близки, поэтому в дальнейшем их будем полагать одинаковыми, тогда $\sigma_т=2\lambda A/l$.

Тепловые потери $\Phi_д$ определяются законом Джоуля, предполагается, что эти потери поровну распределяются между двумя спаями, тогда

$$\Phi_д=0{,}5I^2R,\quad R=2l\rho/A.$$

Из соотношений (2.28), (2.31) найдем $\Phi_п=\gamma IT_х$ и, подставляя значения Φ_i в (2.32), получим мощность снимаемой с холодного спая нагрузки, или холодопроизводительность:

$$\Phi_х=\gamma IT_х-0{,}5I^2R-\sigma_т\Delta T. \tag{2.33}$$

Аналогичным способом определим нагрузку $\Phi_г$, которая должна сниматься с горячего спая:

$$\Phi_г=\gamma IT_х+0{,}5I^2R-\sigma_т\Delta T. \tag{2.34}$$

Для анализа работы ТЭ вводится ряд параметров.

Термоэлектрическая добротность термоэлемента

$$Z=\gamma^2\sigma/\lambda. \tag{2.35}$$

Коэффициент полезного действия η, равный отношению снимаемой нагрузки $\Phi_х$ к полной электрической мощности Φ, потребляемой ТЭ,

$$\Phi=UI,\quad U=IR+\gamma\Delta T, \tag{2.36}$$

где второе слагаемое $\gamma\Delta T$ описывает разность потенциалов, необходимую на преодоление э. д. с. Зеебека; окончательно из (2.33) и (2.36) получим

$$\eta = \Phi_х/\Phi = (\gamma I T_х - 0{,}5 I^2 R - \sigma_т \Delta T)/(\gamma I \Delta T + I^2 R).$$

Коэффициент преобразования μ (для режима нагрева)

$$\mu = \Phi_г/\Phi = (\gamma I T_г + 0{,}5 I^2 R - \sigma_т \Delta T)/(\gamma I \Delta T + I^2 R).$$

Различают два экстремальных режима работы ТЭ: максимального к.п.д. η_{max} и максимальной холодопроизводительности $\Phi_{х\,max}$. Первый из режимов наиболее экономичен (минимальные затраты энергии), второй — позволяет при прочих равных условиях снимать бо́льшую тепловую нагрузку или при прежней нагрузке уменьшить габариты и массу системы охлаждения.

При конструировании термобатарей рассчитывают и сопоставляют следующие параметры: холодопроизводительность, массу, объем, энергозатраты, вероятность безотказной работы и т. п. Для отдельных систем охлаждения тот или иной параметр является преобладающим.

Термобатареи служат как для локального (на них, например, могут крепиться диоды), так и для общего охлаждения. В отдельных случаях применяют каскады термобатарей, что обеспечивает значительные перепады температур, вплоть до криогенных (по отношению к нормальным условиям). В настоящее время термобатареи выпускаются универсальной формы в виде модулей, которые могут быть встроены в готовую конструкцию. Число ТЭ в модуле и применяемые материалы могут быть различными, что связано с эффективностью работы в том или ином диапазоне температуры. В табл. А.12 приведены характеристики термоэлектрических модулей различных типов.

В заключение отметим особенности термоэлектрического охлаждения. Недостатки такого охлаждения следующие: к. п. д. по значению уступают к. п. д. холодильных машин; перепад температур ΔT падает с увеличением тепловой нагрузки; большие токи питания (обычно до 10А, хотя есть 0,5—0,2 А) при малом напряжении (несколько вольт). Достоинства термоэлектрического охлаждения: возможность осуществлять термостатирование на уровне выше и ниже температуры окружающей среды; реверсировать системы охлаждения (легкий переход от нагрева к охлаждению); отсутствие подвижных частей, надежность и долговечность, бесшумность работы, простота эксплуатации; в миниатюрном или малогабаритном исполнении, когда можно не считаться с потребляемой энергией, термоэлектрическое охлаждение более эффективно, чем холодильные машины.

Указанные особенности объясняют широкое внедрение термоэлектрического охлаждения в приборостроении.

Вихревые трубы (ВТ). Эффект вихревого температурного расширения сжатого газа открыт немецким физиком Ранком в 1931 г., и с конца 40-х годов исследованию и применению этого эффекта посвящено много работ. Вихревой холодильник может быть использован при создании миниатюрных устройств для охлаждения небольших объектов с массой около нескольких граммов до температуры порядка —50° С. Он прост и надежен в работе и требует сравнительно небольших расходов воздуха и давления газа $(1 \div 5) \times \times 10^5$ Па (несколько атмосфер).

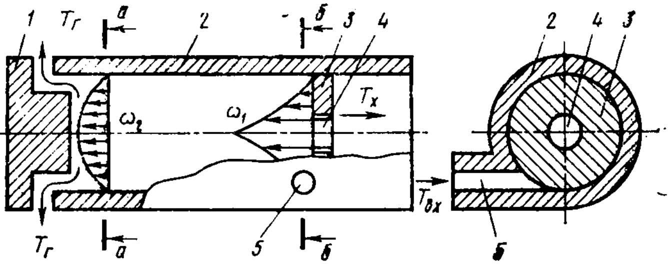


Рис. 2.19. Схема вихревой трубы

Рассмотрим схему вихревой трубы, представленную на рис. 2.19. Сжатый газ поступает в цилиндрическую трубу *2* через отверстие *5*, расположенное по касательной к ее внутренней окружности. Труба с одной стороны ограничена диафрагмой *3* с небольшим отверстием в центре *4*, с другой стороны — вентилем *1*. Благодаря тангенциальному расположению отверстия струе газа, охладившейся при расширении, сообщается вихревое движение. Поле угловых скоростей ω вихря в сечении *б-б* (проходящем через плоскость входного сечения) является неравномерным: наибольшими угловыми скоростями обладают слои, расположенные по оси трубы, и по мере удаления от центра угловая скорость вихря падает. В этой неравномерности распределения угловых скоростей и кроется возможность температурного распределения слоев газа в вихревом холодильнике. При вращательно-поступательном движении вдоль трубы центральные слои, вращающиеся с большими скоростями, испытывают сопротивление со стороны слоев, вращающихся с меньшими скоростями. Наличие трения между слоями газа приводит к тому, что в некотором сечении *а-а* распределение угловых скоростей становится близким к равномерному. Это означает, что центральные слои отдали часть своей энергии на производство механической энергии против сил трения и благодаря этому сохранили ту пониженную температуру, которую они получили при расширении на входе в трубу. Для массы газа m, вращающегося со скоростью ω на расстоянии r от центра, переданная внешним слоям кинетическая энергия

$$\Delta E = \frac{mr^2}{2} \left(\omega_1^2 - \omega_2^2\right),$$

где ω_1, ω_2 — угловые скорости потока в сечениях *а-а*, *б-б* на расстоянии r от оси.

Охладившийся центральный поток газа выходит из вихревой трубки через отверстие в диафрагме, более нагретые внешние слои отводятся наружу через вентиль *1*. Движение потоков может осуществляться как в одном, так и в противоположном направлениях.

Эффекты охлаждения и подогрева воздуха определяются разностями температур:

$$\Delta T_х = T_{вх} - T_х, \quad \Delta T_г = T_г - T_{вх},$$

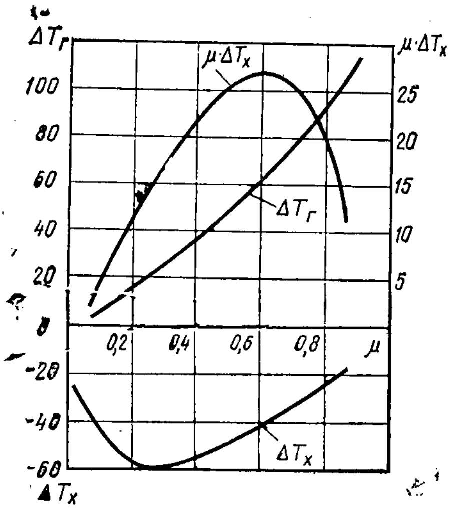


Рис. 2.20. Характеристики изолированной вихревой трубы

где $T_{вх}$, $T_г$, $T_х$ — температуры газа на входе, горячего и холодного потоков на выходе.

Отношение массового расхода холодного воздуха $G_х$ к общему расходу G воздуха называется *относительным расходом* воздуха $\mu = G_х/G$ и является важным параметром ВТ. Для теплоизолированной ВТ известна зависимость [6]

$$\Delta T_х = (1 - \mu)\,\Delta T_г/\mu, \quad \mu = G_х/G,$$

из которой следует, что чем больше доля μ холодного воздуха, тем меньше $\Delta T_х$ при данной $\Delta T_г$, и наоборот. Характеристика вихревой трубы строится обычно в виде $\Delta T_х = f(\mu)$ и приведена для теплоизолированной трубы на рис. 2.20. Из рисунка видно, что при $\mu = 0{,}25$ достигается наибольший эффект охлаждения, при дальнейшем увеличении μ этот эффект падает и при $\mu = 1$ исчезает. Подогрев горячего газа, возрастая с ростом μ, достигает максимального значения при μ, близком к 1 (на рис. 2.20 не показано), а затем резко падает до нуля.

Получение холода в вихревом холодильнике требует больших энергетических затрат по сравнению с обычными методами. Например, для получения температуры —40° С вихревой холодильник даже при небольших холодопроизводительностях (около 100 Вт) требует в 10 раз большего расхода энергии, чем компрессионные холодильные машины. Энергетические показатели можно значительно улучшить, если вторично использовать энергию выходных потоков (их температуру и давление), так как температура отработанного холодного потока остается ниже температуры сжатого воздуха на входе в ВТ. Для этого используется теплообменник в сочетании с ВТ и объектом охлаждения. На рис. 2.21, *а* показана принципиальная схема охлаждения объекта *4* с помощью ВТ *1* и с использованием теплообменника *2*. На рис. 2.21, *б* показан вариант конструктивного оформления вихревого холодильника *1* с простейшим теплообменником в виде тонкостенной трубки *2*, навитой на трубе холодного воздуха и помещенной в кожух 3 с отверстием 4. Для понижения температур $T_г$ иногда применяют ступенчатое соединение ВТ. Отличительной особенностью ВТ является простота конструкции и надежность работы, что позволяет, несмотря на невысокий к. п. д. (характеризует степень приближения к идеальной тепловой машине и составляет 0,23), конкурировать в ряде случаев с другими способами охлаждения. Известно применение ВТ для создания холодильных камер, термостатов (с объемом камеры до 1 м³), для кондиционирования, и для охлаждения мощных полупроводниковых приборов.

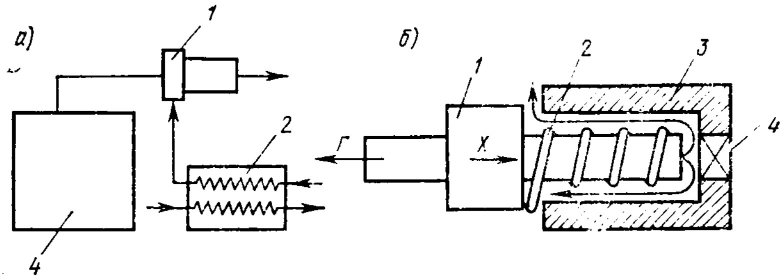


Рис. 2.21. Регенеративный цикл охлаждения вихревой трубы:
а — принципиальная схема; *б* — конструкция

Обычно ВТ как охлаждающее устройство используют при температурах выше —100° С, причем наиболее целесообразно использовать их для локального охлаждения. Приведем несколько цифр, количественно характеризующих ВТ. Коэффициент теплоотдачи между вихрем и стенкой трубы 1200 Вт/(м²·К), между вихрем и помещенным в него (в приосевую область) телом около 600 Вт/(м²·К). Вихревая труба диаметром 1 мм и длиной 10 мм при расходе воздуха 0,25 л/с позволяет отвести тепловой поток до 5 Вт. Одна из типичных конструкций микрохолодильника имеет следующие параметры: рабочее давление воздуха 10^6 Па; температура сжатого воздуха 20° С; температура холодного воздуха —55° С; общий расход воздуха 0,7 л/с; диаметр 18 мм, длина 50 мм; масса 15 г; диаметр патрубка горячего потока 3 мм [6].

Охлаждение с помощью фазовых переходов. Такие устройства просты по конструкции, надежны, потребляют мало энергии и по некоторым показателям (массе, габаритам, стабильности температуры) могут быть конкурентоспособными и даже превосходить другие технические решения. Обычно используют два режима работы рассматриваемых устройств: хранение криогенной жидкости в теплоизолированном контейнере и отвод теплоты от объекта при испарении хладоагента. В качестве хладоагентов используют в основном обычные для криогенной техники вещества, физические свойства которых приведены в табл. А.13. Из таблицы следует, что выбор оптимального хладоагента зависит от диапазона температур охлаждения и других факторов. Например, для 3—40 К перспективен жидкий неон, который обладает, кроме того, высокой плотностью. Жидкостные системы чаще используют в устройствах с ограниченным сроком предварительного хранения и малой длительностью рабочего цикла, а системы с твердым хладоагентом применяют в случае ограниченного энергопотребления.

Жидкостные системы охлаждения применяют в виде трех конструктивных схем [1, 6, 18]: совмещенные — объект охлаждения представляет одно целое с сосудом, содержащим хладоагент; дистанционные — хладоагент передается от сосуда к объекту, по специальному трубопроводу; дистанционные с испарением хладоагента, который затем в виде сжатого газа подается на вход дроссельного микроохладителя.

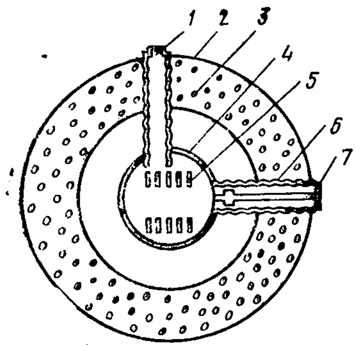


Рис. 2.22. Схема микрокриогенного устройства с твердым хладоагентом

В последние годы разработаны различные конструкции криогенных установок с использованием твердого криогенного вещества. Появление таких устройств вызвано рядом причин: меньшей по сравнению с жидкостными массой (теплота фазового перехода при сублимации имеет более высокое значение, чем при кипении); нет проблемы разделения фаз в условиях невесомости.

Основные элементы криогенной установки с твердым хладоагентом показаны на рис. 2.22 и содержат теплоизолированный контейнер *4* с отвержденным хладоагентом *5*, устройство для отвода паров *1* и поддержания в контейнере постоянного давления *6*, хладопровод *7* к объекту охлаждения; внешний контейнер *2* теплоизолирован с помощью эффективной изоляции *3*. Выбор хладоагента во многом определяет характеристики и конструкцию установки.

§ 2.7. Тепловые трубы (ТТ)

Принцип действия и основные характеристики ТТ. Тепловая труба — устройство, предназначенное для переноса теплового потока с одного конца трубы в другой за счет использования скрытой теплоты фазового превращения теплоносителя, помещенного внутри герметичной ТТ. На рис. 2.23 представлено схематическое изображение ТТ в форме круглого полого цилиндра *1* с большим отношением длины L к диаметру d. Внутренняя поверхность трубы выложена капиллярно-пористой структурой *2*, последняя насыщена смачивающей жидкостью и граничит с паровым объемом *г* — центральной частью трубки радиуса $r_п$. Капиллярно-пористая структура может представлять собой металлическую сетку, спеченные шарики, металловолокна, стеклоткани и даже систему канавок на внутренней поверхности корпуса *1*. Смачивающая жидкость является теплоносителем и в зависимости от уровня температуры в зоне источника *а* выбираются жидкие металлы, ртуть, аммиак, вода, ацетон, спирты, фреоны и т. п. При температурах свыше 750 К используются жидкие металлы; для диапазона $550 \leqslant T \leqslant 750$ К — ртуть (высокотемпературные ТТ). В области среднего диапазона температур $200 \leqslant T \leqslant 550$ К используются в качестве теплоносителя органические жидкости, вода (низкотемпературные ТТ); при температурах ниже 200 К теплоносителем являются сжиженные газы (криогенные ТТ). При подводе теплового потока $\Phi_п$ к испарительной зоне *а* теплоноситель в этой части капиллярно-пористой системы начинает испаряться и пары, пройдя

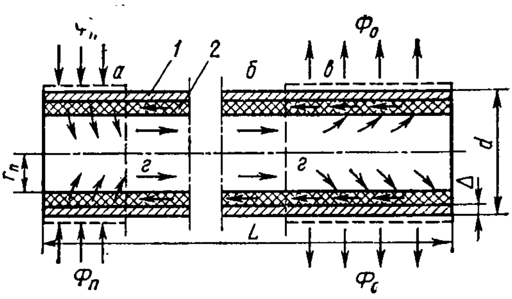


Рис. 2.23. Схема тепловой трубы

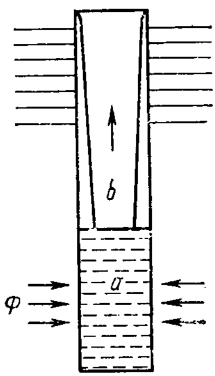


Рис. 2.24. Схема термосифона

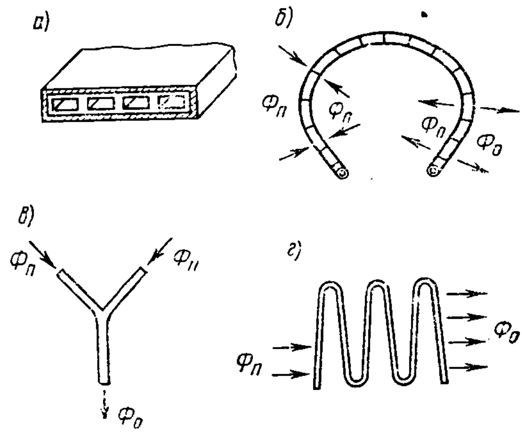


Рис. 2.25. Тепловые трубы различного типа:
а — плоская; *б* — гибкая; *в* — Y-образная; *г* — змеевидная; $\Phi_п$ и Φ_0 — подведенный и отведенный потоки теплоты

транспортную зону *б*, поступают в противоположный конец трубы *в* — в конденсационную зону, где отводится теплота. Здесь пар конденсируется и жидкость под действием капиллярных сил снова поступает по фитилю в зону испарения. При конденсации пара выделяется поток Φ_0, который отводится в теплообменник. Между зонами испарения и конденсации возникают небольшие температурные градиенты, а боковая поверхность цилиндра *1* в транспортной зоне *б* практически не меняет температуру, поэтому можно считать, что через зону *б* переносится весь поток Φ, т. е. $\Phi = \Phi_п = \Phi_0$.

На рис. 2.24 представлена схема гравитационного термосифона, в котором в отличие от тепловых труб возврат конденсата происходит под действием сил гравитации. Необходимым условием работы термосифонов является наличие гравитационных сил и расположение зоны конденсации *b* над испарительной зоной *a*. Тепловые трубы могут иметь различные формы и конфигурации, обычно они стандартизованы по типоразмерам и функциональному назначению или специально изготовлены для охлаждения конкретного объекта. На рис. 2.25, *а*, *в*, *г* изображены некоторые типы тепловых труб.

В 60—70-х годах основной областью применения ТТ являлась ядерная энергетика и космическая техника, в последние годы одним из объектов использования ТТ становятся радиоэлектронные устройства. Физические процессы и особенности конструкций ТТ придают им ряд особых качеств. Прежде всего в ТТ возможно транспортировать тепловые потоки порядка 10^{-2}—10^{-1} Вт/м^2, а также разветвлять тепловой поток по нескольким каналам (рис. 2.25, *в*). Низкое тепловое сопротивление транспортной зоны приводит к большой эффективной теплопроводности ТТ, которая в несколько раз превышает теплопроводность меди и серебра. Тепловая труба способна работать в любом положении вне зависимости от ориентации в пространстве и гравитации. Кроме того, при циркуляции теплоносителя внутри ТТ отсутствуют движущиеся детали, насос, а само устройство автономно.

Тепловые трубы принято характеризовать тремя группами параметров: теплофизических, конструктивных и стыковочных.

К теплофизическим параметрам относятся тепловой поток, передаваемый с помощью ТТ от источника теплоты в теплообменник при заданных условиях эксплуатации; уровень рабочих температур; термическое сопротивление R тепловой трубы, равное отношению разности среднеповерхностных температур стенок зоны испарения $t_{\text{исп}}$ и конденсации $t_{\text{кон}}$ к переносимому тепловому потоку:

$$R=(t_{\text{исп}}-t_{\text{кон}})/\Phi. \qquad (2.37)$$

Конструктивные нараметры определяют внешние и внутренние особенности конструкции ТТ, а именно: конфигурацию и наружные размеры корпуса, испарительной, конденсационной и транспортной зон, толщину и материал стенок корпуса, устройство фитиля.

Стыковочные параметры характеризуют условия эксплуатации аппаратуры и способы сочетания последней с ТТ, например способ передачи теплоты от источника к ТТ, конструктивное оформление областей контакта в испарительной и конденсационной зонах, термическое сопротивление контакта.

Примеры применения тепловых труб в РЭА. В РЭА тепловые трубы могут выполнять ряд функций: с их помощью теплоотдающая поверхность может быть вынесена за пределы основных функциональных блоков и узлов, тепловые трубы позволяют создать внутри приборов области сравнительно равномерного температурного поля и тем самым снизить механические напряжения, решать задачи термостабилизации и др.

В настоящее время известны примеры использования ТТ для охлаждения как отдельных теплонагруженных элементов и узлов, так и целых радиоэлектронных блоков и устройств. Рассмотрим некоторые примеры. Пусть весь прибор охлаждается благодаря свободной вентиляции, но при этом возникает необходимость размещения внутри прибора теплонагруженного элемента или блока, требующего для нормальной работы принудительной вентиляции (рис. 2.26, *а*), а место для размещения вентилятора отсутствует. В этом случае с помощью ТТ тепловой поток может быть отведен на часть оребренного корпуса прибора (рис. 2.26, *б*). На рис. 2.27 показано одно из возможных решений отвода теплоты от платы с микросхемами: от микросхем *2* тепловой поток через монтажную плату *3* передается к металлической рамке *4*, в часть которой встроена тепловая труба *5*; зона конденсации выполнена в виде конуса, плотно вставленного в конусное отверстие теплообменника *1*. Такое решение позволяет избежать непосредственного омывания жидкостью конструкций РЭА.

Тепловые трубы используются также для охлаждения целых радиоэлектронных блоков, в аппаратуре с упорядоченной структурой элементов, во вторичных источниках питания. Применение ТТ в таких системах позволяет эффективно использовать корпус прибора как внешнюю поверхность теплообмена, увеличить компактность прибора, исключить контакт охлаждающей сре-

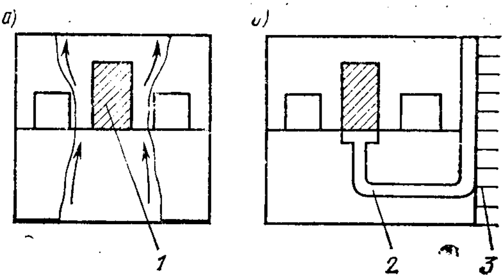


Рис. 2.26. Охлаждение отдельного теплонагруженного блока или элемента:

а — в условиях свободной вентиляции; *б* — с помощью ТТ; *1* — теплонагруженный элемент; *2* — тепловая труба; *3* — наружное оребрение корпуса

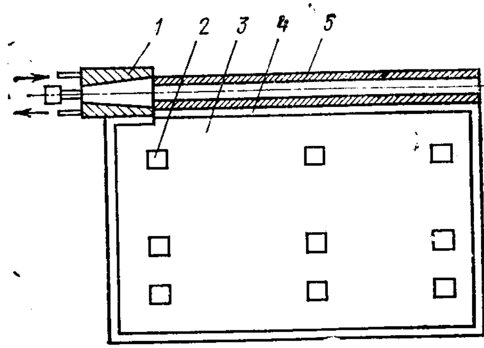


Рис. 2.27. Охлаждение платы с микросхемами с помощью ТТ

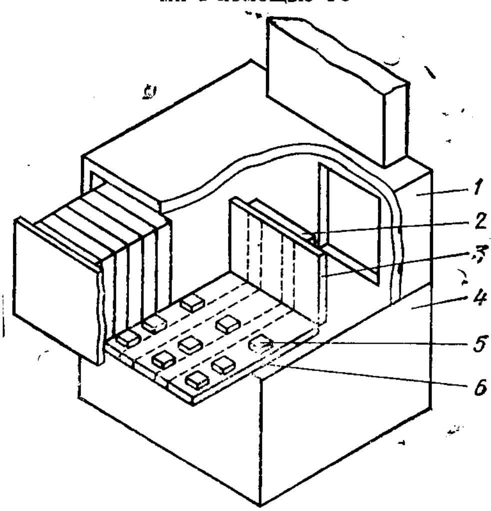


Рис. 2.28. Компоновка приборного шкафа с использованием ТТ

ды с элементами. На рис. 2.28 приведена схема компоновки секции приборного шкафа *4* с использованием тепловых труб *6*, образующих монтажную плату с размещенными на ней транзисторными модулями *5*. От плат — тепловых труб поток передается в теплообменник *2*, контактирующий с зоной конденсации *3* ТТ; теплообменник помещен в общую систему *1* конвективного охлаждения шкафа.

Заметим, что эффективность применения ТТ в РЭА достигается благодаря реализации ряда мер, обеспечивающих малые перепады температур на всем тракте теплового потока в аппарате. Для этого необходимо создавать хорошие тепловые контакты в любых соединениях, применять платы с повышенной теплопроводностью. Более подробное описание ТТ и методов их расчета можно найти в специальной литературе, например [7].

§ 2.8. Влагозащита РЭА

Влаго- и водостойкость электроизоляционных материалов. Используемые в элементах РЭА материалы можно разделить на изоляционные, проводниковые, контактные и конструкционные. При действии повышенной влажности окружающей среды они изменяют как механические, так и электрические свойства. Изоляционные материалы при длительном пребывании в условиях повышенной влажности обычно поглощают влагу, что приводит к ухудшению электрических характеристик: падает удельное объемное сопротивление ρ_V, растет тангенс угла потерь $\operatorname{tg}\delta$, увеличивается диэлектрическая постоянная $\varepsilon_д$. При выборе изоляционного материала (выводные изоляторы, корпуса радиодеталей, диэлектрики) важно знать, как изменяются под влиянием влажности электрические характеристики.

При воздействии на проводниковые материалы повышенной влажности происходит изменение сечения проводника в результате окисления и коррозии материала. Проводниковые материалы, как правило, применяют в изделиях, у которых основным рабочим узлом являются обмотка катушки контуров связи и индуктивности, дроссели, трансформаторы, проволочные резисторы, потенциометры и др.

При повышенной влажности воздуха могут создаваться благоприятные условия для развития на некоторых электроизоляционных материалах плесени. Это явление часто наблюдается в странах с влажным тропическим климатом, но иногда имеет место и в умеренном климате. Выделяемые плесенью продукты жизнедеятельности разрушают органические электроизоляционные материалы, кроме того, в плесени удерживается большое количество влаги. Для уменьшения вредного влияния влаги необходим рациональный выбор материалов обмотки, изолирующих покрытий, контактов, пропиточных лаков, эмалей и т. п.

Материалы, применяемые для влагозащиты функциональных узлов и элементов, должны обладать низкой влагопроницаемостью, высокой электрической и механической прочностями, температуростойкостью. К сожалению, в настоящее время не существует органических полимерных материалов, полностью удовлетворяющих всем поставленным требованиям. Например, органические диэлектрики принципиально влагопроницаемы и поэтому ограничивают срок службы элемента, который определяется временем эффективной влагозащиты.

В настоящее время влагостойкость материалов принято оценивать по влажностным параметрам (влагопроницаемости B, коэффи-

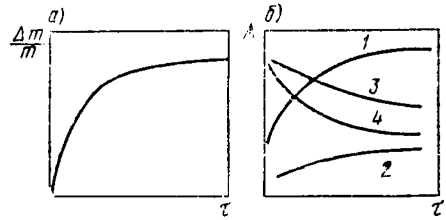


Рис. 2.29. Влажностные характеристики:

а — кривая кинетики сорбции материала; *б* — влияние влаги (φ=const) на электрические свойства A: *1* — $A=\operatorname{tg}\delta$; *2* — $A=\varepsilon_д$; *3* — $A=\lg\rho_V$; *4* — $A=E_{пр}$

циенту растворимости h, коэффициенту диффузии D), определение которых приведено в § 1.23. Кроме того, важной характеристикой является гигроскопичность (влагопоглощаемость) — свойство материала поглощать водяные пары из воздуха. Сухой образец электроизолированного материала массой m_1 помещается в условия повышенной влажности (φ=98%), происходит поглощение влаги, увеличение массы Δm образца до достижения образцом равномерного влагопоглощения, после чего дальнейшее увлажнение прекращается; на рис. 2.29, *а* показана типичная кривая кинетики сорбции материала. Гигроскопичность определяется из соотношения

$$Г=[(m_2-m_1)/m_1]\cdot 100\%,$$

где m_2 — масса образца после выдержки его в условиях относительной влажности 98% в течение 24 или 48 ч.

Электроизоляционные материалы испытывают также на водостойкость по той же методике, что и на гигроскопичность, но материал при этом помещают в дистиллированную воду. При испытании образцов на влаго- и водостойкость в зависимости от цели испытаний производится измерение одного или нескольких параметров: гигроскопичности, водопоглощаемости, набухания, электрических характеристик (удельного сопротивления ρ_V, электрической прочности $E_{пр}$, тангенса угла потерь $\operatorname{tg}\delta$, диэлектрической проницаемости $\varepsilon_д$), механических характеристик. Обычно испытания проводятся при постоянной относительной влажности, равной 98%, или оговоренной условиями испытаний. Типичные зависимости изменения электрических параметров $A=\operatorname{tg}\delta$, $\varepsilon_д$, ρ_V, $E_{пр}$ от времени приведены на рис. 2.29, *б*.

Итак, при определении влагостойкости электроизоляционных материалов применяют различные параметры в зависимости от назначения материала. В частности, для работы во влажной среде (в том числе при $\varphi = 100\%$ и $t_c = 30 \div 50^\circ$ С) могут быть рекомендованы электроизоляционные материалы со значениями

$$h_p < 0{,}75 \text{ кг/(м}^3\cdot\text{Па)}, \quad D < 3\cdot 10^{-9} \text{ м}^2\text{/с}, \quad \rho_1/\rho_2 \approx 1,$$

где ρ_1 — удельное объемное сопротивление после 48 ч пребывания образца в условиях определенной влажности воздуха; ρ_2 — удельное объемное сопротивление сухого образца.

В последнее время показано, что основным критерием влагостойкости диэлектрика следует считать удельное объемное сопротивление. Подробные сведения о влаго- и водостойкости различных электроизоляционных материалов приведены в специальной литературе, например [2].

Средства влагозащиты РЭА. По экономическим и конструктивным соображениям приходится в большинстве случаев для герметизации использовать органические диэлектрики, хотя герметизация полимерными материалами не гарантирует бессрочного сохранения конструкцией исходных свойств. Однако использование материалов, обладающих низкой диффузией влаги и влагопроницаемостью, а также выбор необходимой толщины изоляции может обеспечить сохранность рабочих свойств в течение длительного времени. Практика использования герметиков показывает, что критическим значением коэффициента влагопроницаемости B, выше которого материал вряд ли целесообразно использовать для целей герметизации, будет $B < 6\cdot 10^{-15}$ кг/(м·с·Па).

В практике производства РЭА применяется несколько способов влагозащиты полимерными материалами, а именно: пропитка, заливка, обволакивание, опрессовка и консервация. Пропитка и заливка осуществляются лаками и компаундами; обволакивание и опрессовка — компаундами, пластмассами, пленками; консервация — в основном полимерными пленками.

В качестве защиты от увлажнения иногда применяют гидрофобизацию электроизоляционных материалов и отдельных узлов, при этом резко уменьшаются смачиваемость, водопоглощение, водопроницаемость, улучшаются электрические свойства. В качестве гидрофобных материалов используются битумы, парафины, воски, некоторые кремнийорганические соединения. Для опрессовки элементов и узлов служат термопласты (полиэтилены, полиамиды, резины и т. д.). Для герметизации отдельных блоков применяют металлические наглухо запаянные или заваренные корпуса. Места соединений разнородных материалов (металлы, стекло, пластмассы) уплотняют с помощью компаундов, смазок и т. п. Такие уплотнения все-таки не гарантируют достаточной герметизации, и при колебаниях температуры воздух будет засасываться внутрь изделия и произойдет постепенное накопление влаги. Предотвратить это явление можно с помощью влагопоглотителя (хлористого кальция, силикагеля и др.), помещенного в специальные пластмассовые патроны с отверстиями; силикагель обладает большой внутренней поверхностью и способен абсорбировать влагу до 40—50% от собственной массы.

При насыщении силикагеля влагой цвет его меняется от серо-белого до розового и надо произвести замену патрона. Для предотвращения увлажнения изделий можно применять подогреватели, которые должны поддерживать температуру на 5—10° С выше окружающей. Заметим, что при температуре воздуха 25—40° С с повышением температуры на 2—3° С относительная влажность снижается от 100 до 90%, с повышением температуры на 5° С — до 75%, а на 10° С — до 60%. Предохранение изоляции от увлажнения может быть также осуществлено с помощью свободной или искусственной вентиляции. Наилучший эффект получается при сочетании подогревателей с вентиляцией.

Глава 3

ТЕПЛОВЫЕ И ВЛАЖНОСТНЫЕ РЕЖИМЫ РЭА

§ 3.1. Некоторые закономерности теплообмена системы тел

Принцип суперпозиции температурных полей. Основная сложность расчета теплового режима электронных аппаратов связана с трудностью учета взаимного влияния многочисленных тел с источниками теплоты. Попытка точного аналитического описания температурных полей такой системы тел становится бессмысленной не только из-за громоздкости задачи, но и благодаря неточному знанию входной информации, необходимой для расчета (мощность источников, коэффициенты теплоотдачи, теплофизические свойства тел). Выход из указанных затруднений связан с приближенным анализом, в котором используются различные общие закономерности теплообмена систем тел. Некоторые практически наиболее важные для рассматриваемой задачи закономерности изложены в этой главе.

Когда процессы теплообмена в системе тел описываются нелинейными уравнениями, то имеет место принцип суперпозиции (сложения) температурных полей: *если мощность источников теплоты, теплопроводности отдельных частей системы и ее коэффициенты теплоотдачи не зависят от температуры, то в любой j-й точке системы стационарная температура следующим образом зависит от мощности источников* [10]:

$$t_j = t_c + \sum_{i=1}^{n} F_{ij}\Phi_i, \tag{3.1}$$

где t_c — температура внешней среды; Φ_i — мощность источников в i-й части системы; n — количество характерных областей, из которых состоит система; F_{ij} — тепловые коэффициенты, которые не зависят ни от температуры, ни от мощности источников при сформулированных выше условиях.

Если в системе имеются стоки энергии, то Φ_i меняет знак. Представим (3.1) в следующем виде:

$$t_j = t_c + \Phi_j F_{jj} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} F_{ij}\Phi_i, \tag{3.2}$$

где Φ_j — мощность источника энергии в области j.

Второе слагаемое в (3.1) определяет перегрев рассматриваемого тела из-за выделения теплоты в этом теле, поэтому назовем величину

$$\vartheta_j = F_{jj}\Phi_j = \vartheta_{j\text{сб}} \tag{3.3}$$

собственным перегревом тела; сумма

$$\vartheta_{j\text{ф}} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} F_{ij}\Phi_j \tag{3.4}$$

равна перегреву j-го тела, вызванному всеми остальными (кроме j-го) источниками теплоты в системе.

Температуру $t_{j\text{ф}} = \vartheta_{j\text{ф}} + t_\text{с}$ назовем *температурным фоном* в области j, а $\vartheta_{j\text{ф}}$ — *фоновым перегревом*.

На основании (3.2)—(3.4)

$$t_j = t_\text{с} + \vartheta_{j\text{ф}} + \vartheta_{j\text{сб}}. \tag{3.5}$$

При анализе нестационарных полей аппарата также целесообразно рассматривать отдельно температурный фон в области j и локальную температуру в этом месте. Пусть, например, совокупность деталей в аппарате работает в весьма сложном электрическом режиме (импульсный, низкочастотный и др.), т. е. мощность различных активных источников энергии может изменяться во времени по тому или ному закону (рис.3.1). Фоновый перегрев $\vartheta_{j\text{ф}}(\tau)$ в какой-либо области j аппарата также будет изменяться во времени от нуля (начало процесса) до своего стационарного значения $(\vartheta_{j\text{ф}})_\text{ст}$. Так как тепловая инерция аппарата велика по сравнению с длительностью отдельных импульсов или периодом повторяющегося процесса включения и выключения источников, то изменение перегреба $\vartheta_{j\text{ф}}$ в области j будет в первом приближении происходить так же, как и при неизменной во времени средней мощности активных источников энергии. Локальное значение перегрева $\vartheta_{j\,\text{сб}}$ в области j может быть вызвано активным источником энергии в этой области. Принимая во внимание особенности области j и характер изменения мощности, возможно экспериментально или аналитически определить величину $\vartheta_{j\,\text{сб}}$; суммарная температура t_j находится по формуле (3.5).

Принцип местного влияния. При исследовании температурных полей системы тел необходимо учитывать условия теплообмена на границах тел. Из-за большого количества таких границ задача настолько усложняется, что анализ температурного поля может стать нецелесообразным. Однако возможен более простой способ исследования температурного поля сложной системы тел, основанный на использовании следующей закономерности (принцип местного влияния): любое местное возмущение температурного поля является локальным, т. е. не распространяется на удаленные участки поля.

Приведем различные примеры, иллюстрирующие этот принцип. Пусть в цилиндрической трубе равномерно распределен источник энергии и условия теплообмена везде одинаковы. Тогда в установившемся режиме изотермические поверхности (пунктирные линии на рис. 3.2, *а*) — концентрические цилиндры. Сделаем локальное нарушение внешней границы, в этом случае на удалении от места возмущения изотермические поверхности не изменяются и только в районе возмущения будут повторять границу тела.

На рис. 3.2, *б* показано несколько областей различной конфигурации, внутри которых распределены по любому закону источники энергии одинаковой мощности. На основании принципа местного

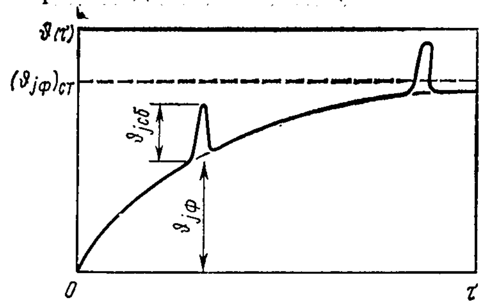


Рис. 3.1. Фоновый и собственный перегрев в точке *j*

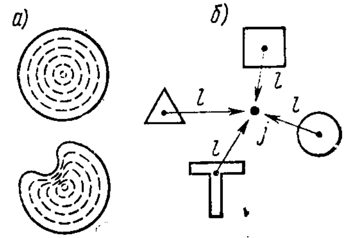


Рис. 3.2. Иллюстрация принципа местного влияния:

а — изотермические поверхности в цилиндрических телах с идеальной и искаженной поверхностями; *б* — система тел различной конфигурации с источниками энергии

влияния можно утверждать, что на некотором расстоянии l от этих областей (оно примерно в полтора раза превышает наибольший размер области) температура будет такой же, как если бы вся мощность источника была сосредоточена в центральной точке рассматриваемой области. Например, в точке j, равноудаленной (расстояние l) от различных областей с одинаковой мощностью источника, каждая область повысит температуру в точке j на одну и ту же величину.

Иногда возмущение температурного поля может быть связано с неоднородностью материалов, составляющих систему. Например, собранный из многих микромодулей узел (см. рис. 1.1, *б*) состоит из различных материалов, теплопроводности которых могут отличаться на несколько порядков (медные провода и воздух имеют отношение $\lambda_м/\lambda_в = 2 \cdot 10^4$). На границе различных материалов резко изменяется градиент температуры, но на достаточном расстоянии от неоднородностей последние практически не влияют на характер температурного поля.

Применение принципа местного влияния делает возможными расчеты температурных полей весьма сложных систем тел с источниками энергии. Например, рассматривая температурное поле сложного РЭА, на основании принципа местного влияния можно сделать следующие выводы. Температурный фон в точке j практически не зависит от формы и размеров удаленных от этой точки деталей, способа монтажа их на платах, а также характера распределения мощности источников энергии в деталях, т. е. можно существенно упростить выражение (3.4), придав ему вид

$$t_{j\text{ф}}-t_{\text{c}}=\vartheta_{j\text{ф}}=F_{j\text{ф}}(\Phi-\Phi_j), \tag{3.6}$$

где $F_{j\text{ф}}$ — тепловой коэффициент, характеризующий суммарное влияние на перегрев j-й области всех внешних (по отношению к области j) источников; Φ — суммарная мощность всех источников теплоты в РЭА.

Напротив, при определении собственного перегрева необходимо (опять-таки на основании принципа местного влияния) более детально учитывать физические и геометрические особенности области j. Применение принципа местного влияния требует обоснования в каждом конкретном случае; отдельные рекомендации можно найти в § 3.2 и в [10, 14].

Переход от системы тел к квазиоднородному телу. Некоторые РЭА содержат большое количество одинаковых в конструктивном отношении элементов (деталей, модулей, твердых схем, ферритовых ячеек и т. п.), повторяющихся во всех трех измерениях. Например, на рис. 1.1, *б* представлен узел аппарата, состоящий из большого количества модулей. При этом возможны некоторые отклонения размеров, равномерности заполнения платы элементами, рассеиваемой элементами мощности. Из подобных узлов может быть спроектирован блок, схематически представленный на рис. 3.3, *а*. При анализе теплового режима таких устройств их можно рассматривать как квазиоднородное тело, теплофизические свойства которого таковы, что температурные поля реального и квазиоднородного тел мало различаются.

Во многих случаях возможен следующий общий прием перехода от неоднородного тела к квазиоднородному. Пусть нагретая зона состоит из одинаковых элементов, которые распределены в пространстве с определенной закономерностью (рис. 3.3, *а*). Такая система обладает дальним порядком, т. е. в любом направлении геометрические и физические свойства системы периодически повторяются. В системе с дальним порядком можно выделить наименьший объем, многократно повторяя который получаем исходную систему. Такой объем назовем элементарной ячейкой, на рис. 3.3, *а* он заштрихован, а на рис. 3.3, *б* изображен отдельно. Можно показать, что эффективная теплопроводность λ элементарной ячейки и всей системы с дальним порядком совпадают. Поэтому определение эффективной теплопроводности λ_ε блока в различных направлениях $\varepsilon=x$, y, z сводится к более простой задаче — определения λ_ε для элементарной ячейки.

В приложении Б.6 содержатся формулы для расчета эффективных теплопроводностей наиболее распространенного класса блоков РЭА. Подробное обоснование изложенного выше метода сведения системы тел с упорядоченной структурой к квазиоднородному телу и вывод расчетных формул можно найти в [3, 10].

Пример 3.1. Эффективная теплопроводность блока РЭА с упорядоченным расположением узлов и элементов. Нагретая зона электронного аппарата схематически представлена на рис. 3.3, *а*. Условия теплообмена: свободная конвекция в герметичном корпусе, нормальное давление, средняя температура нагретой зоны $\bar{t}=80°$ С.

Нагретая зона собрана из трех ($m=3$) монтажных плат толщиной $h_1=1{,}5$ мм, теплопроводность материала $\lambda_1=0{,}3$ Вт/(м·К). На каждой плате смонтировано по $6\times12=72$ микромодуля, высота которых $h_м=7{,}5$ мм, а длина ребра квадратного основания $l_м=\Delta_м=10{,}8$ мм; эффективная теплопроводность микромодулей задана $\lambda_{мx}=\lambda_{мy}=0{,}6$ Вт/(м·К), $\lambda_{мz}=3{,}9$ Вт/(м·К). Размеры нагретой зоны $L_x=156$ мм, $L_y=75$ мм; $L_z=49$ мм; зазоры между модулями в направлениях x и y равны $l_5=2{,}2$ мм, $\Delta_4=1{,}8$ мм.

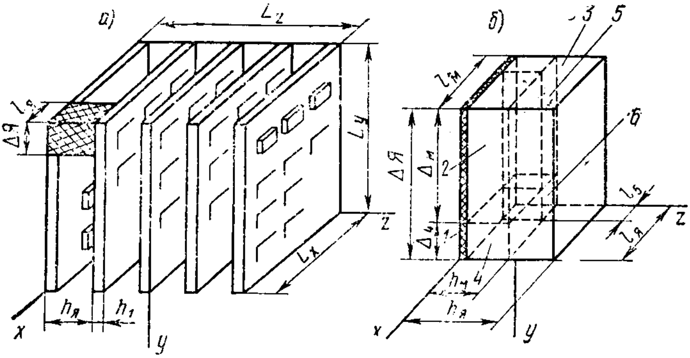


Рис. 3.3. Схематические изображения блока РЭА с упорядоченным расположением узлов (*а*) и элементарной ячейки (*б*)

Определить эффективную теплопроводность зоны.

Решение. По формулам (Б.12), приведенным в приложении Б.6, находим $h_3=10{,}25$ мм, $n_3=0{,}52$; $n_1=0{,}08$; $k_x=0{,}835$, $k_y=0{,}86$. По табл. А.3 определяем $\lambda_f=0{,}03$ Вт/(м·К) и, полагая коэффициенты черноты всех поверхностей $\varepsilon=0{,}9$, по формулам (Б.14) находим:

$$\alpha_л=0{,}23\cdot0{,}9\cdot0{,}9\,(353/100)^3=8{,}5\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)};$$

$$\lambda_{fz}=0{,}03+8{,}5\cdot10{,}25\cdot10^{-3}=0{,}12\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

По формулам (Б.13) окончательно получаем

$$\lambda_x=\lambda_y=0{,}11\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)};\ \lambda_z=0{,}21\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

Обобщение результатов исследования. Исследование теплового режима РЭА часто приводит к весьма громоздким аналитическим зависимостям, сложным графическим представлениям (теория цепей, графов), программам для расчетов на ЭВМ и т. п. Информация о температурном поле конкретного РЭА при заданных условиях эксплуатации в конечном итоге получается в цифровом виде и имеет частный характер. Последовательное изучение различными методами теплового режима РЭА в зависимости от изменения тех или иных конструктивных или эксплуатационных параметров позволяет получить результаты для группы частных случаев. Для практических целей важно представить полученные результаты в простой, наглядной и достаточно общей форме. Эта задача может быть решена методами планирования эксперимента, а также с помощью изложенного ниже коэффициентного метода, получившего распространение при изучении теплового режима РЭА [10]. Пусть изучаемый параметр y зависит от нескольких переменных x_i

$$y=y(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n).$$

Зафиксируем все аргументы, т. е. дадим им некоторое значение (назовем его «нулевым») x_i^0, тогда $y_0=y(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$. Обычно аргументы x_i^0 выбираются для какой-либо конкретной типичной конструкции РЭА при наиболее часто встречающихся условиях эксплуатации. Можно показать, что при выполнении некоторых условий справедливо следующее приближенное выражение:

$$y=y_0\prod_{i=1}^{n} k_i^0,\ k_i^0=y_i/y_0, \qquad (3.7)$$

где $y_i=y(x_1^0, x_2^0, ..., x_i, ..., x_n^0) = f(x_i)$ — значение y при всех фиксированных параметрах x^0, кроме x_i.

При обосновании (3.7) предполагалось, что в окрестностях нулевой точки функции $y_i=f(x_i)$ линейно зависят от аргумента x_i. Границы допустимой области использования формулы (3.7) определяются требуемой точностью.

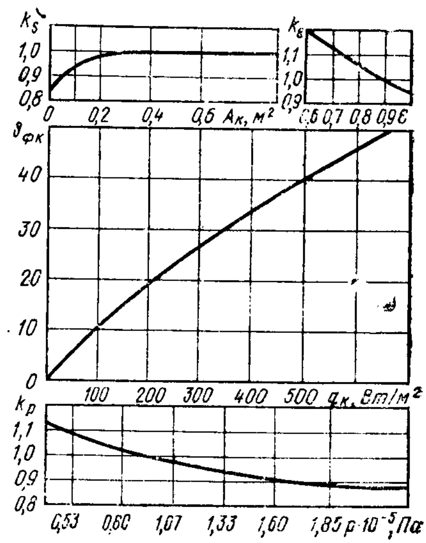


Рис. 3.4. Коэффициентный метод расчета температуры корпуса РЭА

Величина $y_i=f(x_i)$ вычисляется на ЭВМ или измеряется в эксперименте для ряда значений какого-нибудь параметра x_i при условии, что все остальные параметры фиксированы в нулевой точке $(x_1^0, x_2^0, ...)$.

Пусть, например, требуется определить среднюю поверхностную температуру корпуса РЭА в форме параллелепипеда, находящегося в условиях свободного теплообмена с окружающей средой. Исследования показали, что температуру $t_к$ корпуса аппарата определяют следующие параметры: мощность источников теплоты $Ф$; габаритные размеры (длина L_1, ширина L_2, высота h); коэффициент черноты ε наружных поверхностей; давление p и температура t_c окружающей среды. Можно уменьшить число параметров, если ввести площадь поверхности $A_к$ корпуса и плотность теплового потока $q_к$ корпуса:

$$A_к=2[L_1L_2+h(L_1+L_2)],\quad q_к=Ф/A_к.$$

Далее выбирается какой-либо типичный случай, т. е. фиксируются $q_к^0$, ε^0, $\overline{P}^0$, $A_к^0$ и аналитически или экспериментально определяется перегрев $\vartheta_к^0=t_к^0-t_c$.

Перегрев корпуса $\vartheta_к$ определяется по формуле типа (3.7):

$$\vartheta_к = \vartheta_{фк} k_s k_t k_\varepsilon k_p, \qquad (3.8)$$

где каждый из сомножителей представляет собою функцию одного аргумента, а именно:

$$\vartheta_{фк} = \vartheta_{фк}(q_к), \; k_s = k_s(A_к), \; k_t = k_t(t_s), \; k_\varepsilon = k_\varepsilon(\varepsilon), \; k_p = k_p(p).$$

Для расчета этих зависимостей получены графики (рис. 3.4), справедливые в указанном на рисунке диапазоне изменений аргументов $A_к$, $\varepsilon_к$, $q_к$, p, а коэффициент $k_t = 1{,}09 - 0{,}49 \cdot 10^{-2} t_c$.

Итак основная проблема сводится к установлению функциональной зависимости $\vartheta_к = f(q_к, A_к, \varepsilon, p)$, а степень ее громоздкости не является помехой, так как можно на основе ее анализа получить простые формулы типа (3.8), которые обладают большой наглядностью [10].

§ 3.2. Приближенный анализ теплообмена в системе тел

Общая математическая модель. Во многих случаях РЭА может быть схематически представлен в виде системы n тел с источниками и стоками теплоты, неупорядоченно расположенными в прост-

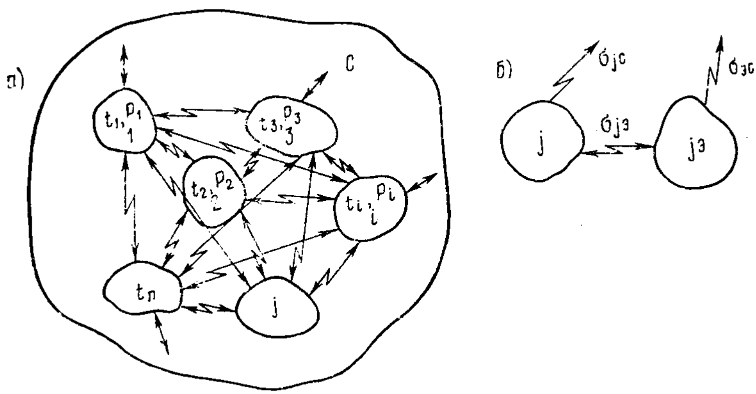


Рис. 3.5. Система n тел (a) и двух тел — изучаемого и эффективного ($б$)

ранстве (рис. 3.5, a). Такая схематизация справедлива для многих случаев, например в отсеке бортового устройства расположены электронные блоки, в помещении находятся несколько электронных приборов и операторы и т. п. Необходимо найти пространственно-временно́е распределение температуры отдельных блоков, субблоков, деталей в различных режимах их работы. Предположим, что теплофизические свойства материалов, тепловые проводимости между телами, а также мощность источников энергии не зависят от температуры. Математическая модель такой системы тел с источниками теплоты состоит из системы n линейных уравнений теплопроводности типа (1.25):

$$\nabla^2\vartheta_\kappa(x_i, \tau)+\frac{W_\kappa'(x_i, \tau)}{\lambda_\kappa}=\frac{1}{a_\kappa}\frac{\partial\vartheta_\kappa(x_i, \tau)}{\partial\tau}, \qquad (3.9)$$

где $x_i=x, y, z$ — краткая запись координат; $\kappa\neq 1, 2, 3, \ldots l, \ldots n$ — номера тел в системе; $W_\kappa(x_i, \tau)$ — пространственно-временно́е распределение источников энергии в κ-м теле; λ_κ, a_κ — эффективные или истинные тепло- и температуропроводность κ-го тела.

В математическую модель входят также граничные условия, вид которых приведен в § 1.3. В случае теплообмена поверхности тела κ с телом l граничные условия примут более сложный вид, обоснование которого дано ниже.

На основании закона сохранения энергии тепловой поток $\Phi_{\text{т}\kappa}$, подводимый теплопроводностью изнутри тела κ к его площади поверхности A_κ, передается $\Phi_{\sigma\kappa}$ окружающим телам l и в среду $\Phi_{\text{с}\kappa}$, т. е. $\Phi_{\text{т}\kappa}=\Phi_{\sigma\kappa}+\Phi_{\text{с}\kappa}$. Определим выражения для этих потоков. На основании закона Фурье (1.7) к элементу площади поверхности $\mathrm{d}A$ из тела κ подводится поток

$$d\Phi_{\text{т}\kappa}=-\lambda_\kappa\frac{\partial\vartheta_\kappa(x_i, \tau)}{\partial n}\bigg|_{A_\kappa}\mathrm{d}A_\kappa,$$

где $\dfrac{\partial\vartheta_\kappa}{\partial n}\bigg|_{A_\kappa}$ — градиент температуры у площади поверхности A_κ.

Поток $\Phi_{\text{т}\kappa}$ ко всей площади поверхности A_κ найдем, суммируя все элементарные потоки $\mathrm{d}\Phi_{\text{т}\kappa}$, подводимые к элементарным площадям поверхности:

$$\Phi_{\text{т}\kappa}=-\int\limits_{A_\kappa}\lambda_\kappa\frac{\partial\vartheta_\kappa(x_i, \tau)}{\partial n}\bigg|_{A_\kappa}\mathrm{d}A_\kappa.$$

Тепловой поток $\Phi_{\sigma\kappa l}$ от тела κ к телу l на основании выражений (1.9) и (1.53)

$$\Phi_{\sigma\kappa l}=\sigma_{\kappa l}\,[(\vartheta_\kappa)_{sl}-(\vartheta_l)_{s\kappa}],$$

где $\sigma_{\kappa l}$ — тепловая проводимость между телами κ и l; $(\vartheta_\kappa)_{sl}$ и $(\vartheta_l)_{s\kappa}$ — средние поверхностные перегревы тех частей поверхности sl и $s\kappa$ тел κ и l, которые участвуют во взаимном теплообмене.

Суммируя все потоки тела κ ко всем телам $l=1, 2, 3, \ldots, n$, получим

$$\Phi_{\sigma\kappa}=\sum_{\substack{l=1\\ \kappa\neq l}}^{n}\Phi_{\sigma\kappa l}=\sum_{\substack{l=1\\ \kappa\neq l}}^{n}\sigma_{\kappa l}\,[(\vartheta_\kappa)_{sl}-(\vartheta_l)_{s\kappa}].$$

Тепловой поток $\Phi_{\text{с}\kappa}$ от тела κ в окружающую среду на основании (1.53) $\Phi_{\text{с}\kappa}=\sigma_{\text{с}\kappa}\vartheta_{\text{с}\kappa}$. Приравнивая выражения $\Phi_{\text{т}\kappa}$ и $(\Phi_{\sigma\kappa}+\Phi_{\text{с}\kappa})$, получим систему граничных условий:

$$-\int\limits_{A_\kappa}\lambda_\kappa\frac{\partial\vartheta_\kappa(x_i, \tau)}{\partial n}\bigg|_{A_\kappa}\mathrm{d}A_\kappa=\sigma_{\text{с}\kappa}\vartheta_{\text{с}\kappa}+\sum_{\substack{l=1\\ k\neq l}}^{n}\sigma_{\kappa l}\,[(\vartheta_\kappa)_{sl}-(\vartheta_l)_{s\kappa}]. \qquad (3.10)$$

Наконец, для замыкания системы уравнений необходимо задать начальные условия

$$\vartheta_\kappa(x_i, \tau)|_{\tau=0} = \vartheta_\kappa^{\text{н}}(x_i), \tag{3.11}$$

где $\vartheta_\kappa^{\text{н}}(x_i)$ — начальное распределение температуры в теле κ.

Система уравнений (3.9) — (3.11) является достаточно общей математической моделью теплового режима n тел, полученной при одном ограничении — рассматривается линейная постановка задачи, т. е. предполагается, что физические свойства тел a_κ, λ_κ, тепловые проводимости $\sigma_{\kappa l}$ и мощности источников W_κ не зависят от температуры, а отдельные тела изотропны. На практике не всегда требуется иметь столь подробную информацию о тепловом режиме тел, иногда бывает достаточно ограничиться средними значениями температур. Для этого случая преобразуем систему уравнений (3.9) — (3.11) с помощью следующего оператора осреднения:

$$L[\varphi_\kappa(x_i, \tau)] = \frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa} \varphi_\kappa(x_i, \tau)\,\mathrm{d}V_\kappa \equiv \varphi_{\kappa V}(\tau), \tag{3.12}$$

где $\varphi_\kappa(x_i, \tau)$ — некоторая функция, над которой производится операция осреднения; V_κ —объем κ-го тела. В частности, для перегрева $\varphi_\kappa = \vartheta_\kappa$ эта операция приводит к среднему объемному перегреву тела κ

$$L[\vartheta_\kappa] = \frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa} \vartheta_\kappa\,\mathrm{d}V_\kappa \equiv \vartheta_{\kappa V}. \tag{3.13}$$

Применим к первому члену уравнения (3.9) оператор (3.12) (аналогичное преобразование проводилось в § 1.8):

$$A = \frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa} \nabla^2\vartheta_\kappa\,\mathrm{d}V_\kappa = \frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa} \frac{\partial\vartheta_\kappa}{\partial n}\Bigg|_{A_\kappa} \mathrm{d}A_\kappa.$$

Используя уравнение (3.10), найдем

$$A = -\frac{1}{V_\kappa\lambda_\kappa}\left\{\sigma_{\mathrm{c}\,\kappa}\vartheta_{\mathrm{c}\,\kappa} + \sum_{l=1}^{n} \sigma_{\substack{\kappa l\\ \kappa\neq l}} [(\vartheta_\kappa)_{sl} - (\vartheta_l)_{s\kappa}]\right\}.$$

Операция (3.12) над вторым членом уравнения (3.9) приводит к следующему выражению:

$$\text{Б} = \frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa} \frac{W_\kappa(x_i, \tau)}{\lambda_\kappa}\,\mathrm{d}V_\kappa = \frac{1}{V_\kappa\lambda_\kappa}\Phi_\kappa(\tau);$$

$$\Phi_\kappa(\tau) = \int\limits_{V_\kappa} W_\kappa(x_i, \tau)\,\mathrm{d}V_\kappa,$$

где $\Phi_\kappa(\tau)$ — полная мощность источников и стоков энергии в теле в момент времени τ.

Выполним операцию (3.12) над последним членом уравнения (3.9):

$$\mathrm{B}=\frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa}\frac{1}{a}\frac{\partial\vartheta_\kappa(x_i,\ \tau)}{\partial\tau}\,\mathrm{d}V_\kappa=\frac{1}{a_\kappa}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left[\frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa}\vartheta_\kappa(x_i,\ \tau)\,\mathrm{d}V_\kappa\right]=$$

$$=\frac{1}{a_\kappa}\frac{\mathrm{d}\,\vartheta_{\kappa V}(\tau)}{\mathrm{d}\,\tau};$$

$$\vartheta_{\kappa V}=\frac{1}{V_\kappa}\int\limits_{V_\kappa}\vartheta_\kappa\,\mathrm{d}V_\kappa.$$

Принимая во внимание, что А+Б=В и $a_\kappa\rho_\kappa(c_p)_\kappa=\lambda_\kappa$, а $V_\kappa(c_p)_\kappa\rho_\kappa=C_\kappa$ (где C_κ — полная теплоемкость тела), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$C_\kappa\frac{\mathrm{d}\,\vartheta_{\kappa V}}{\mathrm{d}\,\tau}+\sigma_{\mathrm{c}\,\kappa}\vartheta_{\kappa s}+\sum_{\substack{l=1}}^{n}\sigma_{\underset{\kappa\neq l}{\kappa l}}\left[(\vartheta_\kappa)_{sl}-(\vartheta_l)_{s\kappa}\right]=\Phi_\kappa. \qquad (3.14)$$

Начальные условия (3.11) после проведения операции осреднения (3.12) примут вид

$$\vartheta_{\kappa V}(0)=\vartheta^{\text{н}}_{\kappa V}. \qquad (3.15)$$

Предположим теперь, что температурные поля каждого из тел являются равномерными, тогда температуры части поверхности и всей поверхности, а также объемные и поверхностные температуры одинаковы, т. е.

$$\vartheta_{\kappa V}=\vartheta_{\kappa s}=(\vartheta_\kappa)_{sl}\equiv\vartheta_\kappa,\quad \vartheta_{lV}=\vartheta_{ls}=(\vartheta_l)_{s\kappa}\equiv\vartheta_l. \qquad (3.16)$$

Используя равенства (3.16), перепишем уравнения (3.14) и (3.15):

$$C_\kappa\frac{\mathrm{d}\,\vartheta_\kappa}{\mathrm{d}\,\tau}+\sigma_{\kappa\mathrm{c}}\vartheta_\kappa+\sum_{l=1}^{n}\sigma_{\underset{\kappa\neq l}{\kappa l}}(\vartheta_\kappa-\vartheta_l)=\Phi_\kappa;\ \ \vartheta_\kappa(0)=\vartheta_\kappa. \qquad (3.17)$$

Итак, для определения средних поверхностных температур системы n тел достаточно вместо системы уравнений (3.9)—(3.11) ограничиться анализом системы уравнений (3.17). Для средних стационарных температур задача еще более упрощается, так как $\mathrm{d}\vartheta_\kappa/\mathrm{d}\tau=0$; приходим к системе алгебраических уравнений

$$\sigma_{\kappa\mathrm{c}}\vartheta_\kappa+\sum_{l=1}^{n}\sigma_{\underset{\kappa\neq l}{\kappa l}}(\vartheta_\kappa-\vartheta_l)=\Phi_\kappa. \qquad (3.18)$$

Метод поэтапного моделирования. Изложим приближенный метод интегрирования системы уравнений (3.9) и (3.11). Как уже отмечалось, точное математическое описание процессов теплообмена в системе многих тел иногда становится нецелесообразным не только из-за громоздкости задачи, но и по причине неточного знания входной информации, необходимой для расчета. Для анализа теплового режима РЭА обычно и не требуется избыточной информации о температурных полях всех элементов, узлов, блоков с одной и той же степенью детализации. Так, в одних областях оказывается достаточным ограничиться рассмотрением лишь средних температур, в других — одно-, двух- или трехмерных температурных полей. С учетом требований к уровню детализации информации об объекте и погрешности расчета можно использовать метод поэтапного моделирования. На первом этапе рассчитывается тепловой режим всего объекта в целом с минимально допустимой степенью детализации, например интегрируются системы уравнений (3.17) для нестационарного или (3.18) для стационарного тепловых режимов. На последующих этапах более подробно изучаются температурные поля отдельных наиболее важных областей с помощью тепловых моделей, в которых для учета теплового взаимодействия между телами используются результаты предыдущего анализа. Они обычно позволяют таким способом сформулировать новые граничные условия для какого-либо тела, что математически задача сведется к решению уже одного дифференциального уравнения теплопроводности с известными краевыми условиями, в которых приближенно учитывается теплообмен всех тел в системе.

На первом этапе необходимо решить систему n обыкновенных дифференциальных (3.17) или алгебраических (3.18) уравнений, что является весьма сложной самостоятельной задачей, которая может быть реализована численными или приближенными аналитическими методами. Ниже дано обоснование одного из приближенных методов, получившего название *метода эффективного тела* [21].

Выделим в системе n тел интересующее нас тело j и будем рассматривать теплообмен между телом j и средой C, а также оставшимися $n-1$ телами (рис. 3.5, *а*), которые назовем периферийными. Припишем проводимостям $\sigma_{\kappa l}$ (κ, $l=1, 2, 3, \ldots, n$; κ, $l \neq j$, $\kappa \neq l$) между периферийными телами некоторый средний уровень, а отклонение от него будем рассматривать как возмущение. На основании принципа местного влияния эти возмущения носят локальный характер, т. е. существенно влияют на температуру только периферийных тел и мало влияют на значение температуры j-го тела. Такой подход позволяет при расчете температуры j-го тела не принимать во внимание отклонений $\sigma_{\kappa l}$ от среднего значения, а последнее выберем из дополнительных соображений. Например, предположим, что все $n-1$ периферийных тел связаны друг с другом идеальными тепловыми связями

$$\sigma_{\kappa l}=\sigma \to \infty \, (\kappa,\ l=1,\ 2, \ldots,\ n;\ \kappa,\ l \neq j;\ \kappa \neq l). \qquad (3.19)$$

Физически предположение (3.19) означает, что $n-1$ периферийных тел сливаются в одно (так называемое «эффективное» тело) с некоторой температурой $t_э$ (рис. 3.5, *б*):

$$\vartheta_\kappa=\vartheta_э=t_э-t_с,\ (\kappa=1,\ 2, \ldots,\ n;\ \kappa \neq j). \qquad (3.20)$$

Математически из (3.19) и (3.20) следует, что система n обыкновенных дифференциальных (3.17) или алгебраических (3.18) уравнений сводится к системе двух уравнений. Так как эти уравнения приближенные, то температура j-го тела получится приближенной; обозначим поэтому перегрев новым символом ϑ_j. Положим в уравнении (3.17) сначала $\kappa=j$, $l=э$, а затем, наоборот, $\kappa=э$, $l=j$; тогда получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} \Phi_j &= C_j\, \mathrm{d}\,\vartheta_j/\mathrm{d}\,\tau + (\sigma_{jэ}+\sigma_{jc})\,\tilde{\vartheta}_j - \sigma_{jэ}\vartheta_э; \\ \Phi_э &= C_э\, \mathrm{d}\,\vartheta_э/\mathrm{d}\,\tau + (\sigma_{jэ}+\sigma_{эc})\,\vartheta_э - \sigma_{jэ}\tilde{\vartheta}_j \end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

при начальных условиях $\tilde{\vartheta}_j(0)=\vartheta_j^{н}$, $\vartheta_э(0)=\vartheta_э^{н}$.

В силу принятого предположения о слиянии периферийных тел в одно эффективное тело соответствующие параметры имеют следующие значения [21]:

$$\Phi_э=\sum_{\kappa=1}^{n}\Phi_{\kappa}{}_{\kappa\neq j},\quad \sigma_{jэ}=\sum_{\kappa=1}^{n}\sigma_{j\kappa}{}_{\kappa\neq j},\quad \sigma_{эc}=\sum_{\kappa=1}^{n}\sigma_{\kappa c}{}_{\kappa\neq j},\quad C_э=\sum_{\kappa=1}^{n}C_{\kappa}{}_{\kappa\neq j},$$

$$\vartheta_э^{н}=\sum_{\kappa=1\ \kappa\neq j}^{n}\frac{\sigma_{j\kappa}}{\sigma_{jэ}}\,\vartheta_{\kappa}^{н}. \tag{3.22}$$

Решение системы уравнений (3.21) хорошо известно и приводится в справочной литературе [13]:

$$\tilde{\vartheta}_j=[\beta_1 z_2(\tau)-\beta_2 z_1(\tau)]\,[C_э(m_2-m_1)/\sigma_{jэ}]^{-1}; \tag{3.23}$$

$$\beta_\nu=(C_э/C_j)[(\sigma_{jэ}+\sigma_{jc}-C_j m_\nu)/\sigma_{jэ}],\quad \nu=1,\ 2;$$

$$z_\nu=\exp(-m_\nu\tau)\left\{\vartheta_j^{н}+\beta_\nu\vartheta_э^{н}+\int\limits_0^{\tau}\left[\frac{\Phi_j(\gamma)}{C_j}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\beta_\nu\frac{\Phi_э(\gamma)}{C_э}\right]\exp(m_\nu\gamma)\,\mathrm{d}\,\gamma\right\};$$

$$m_\nu=m_{1,2}=1/2\left(A_{1j}\mp\sqrt{A_{1j}^2-4A_{2j}}\right); \tag{3.24}$$

$$A_{1j}=(\sigma_{jэ}+\sigma_{jc})/C_j+(\sigma_{jэ}+\sigma_{эc})/C_э,$$

$$A_{2j}=\frac{\sigma_{jэ}}{C_j C_э}\left(\sigma_{jc}+\sigma_{эc}+\frac{\sigma_{jc}\sigma_{эc}}{\sigma_{jэ}}\right).$$

Для частного случая $\Phi_j=\mathrm{const}$ выражение (3.24) принимает более простой вид:

$$z_\nu=\exp(-m_\nu\tau)\left\{\vartheta_э^{н}\beta_\nu+\vartheta_j^{н}-\frac{1}{m_\nu}\left[\frac{\Phi_j}{C_j}+\beta_\nu\frac{\Phi_э}{C_э}\right]\right\}+$$

$$+\frac{1}{m_\nu}\left(\frac{\Phi_j}{C_j}+\beta_\nu\frac{\Phi_э}{C_э}\right).$$

Подставим это значение z_ν в (3.23):

$$\tilde{\vartheta}_j = \tilde{\vartheta}_{j\,ст} + L_j \exp(-m_{1j}\tau) + M_j \exp(-m_{2j}\tau), \qquad (3.25)$$

$$\tilde{\vartheta}_{j\,ст} = \frac{\Phi_э + \Phi_j\,(1 + \sigma_{эс}/\sigma_{jэ})}{\sigma_{jс} + \sigma_{эс}\,(1 + \sigma_{jс}/\sigma_{jэ})},$$

$$\begin{cases} L_j = \dfrac{m_{2j}}{m_{2j} - m_{1j}} \left(\vartheta_j^{н} - \tilde{\vartheta}_{j\,ст}\right) + B_j, \\ M_j = -B_j - \dfrac{m_{1j}}{m_{2j} - m_{1j}} \left(\vartheta_j^{н} - \tilde{\vartheta}_{j\,ст}\right), \\ B_j = \dfrac{\sigma_{jэ}}{C_j\,(m_{2j} - m_{1j})} \left[\dfrac{\Phi_j}{\sigma_{jэ}} + \vartheta_э^{н} - \vartheta_j^{н}\left(1 + \dfrac{\sigma_{jс}}{\sigma_{jэ}}\right)\right]. \end{cases}$$

Последовательной подстановкой всех значений $j = 1, 2, \ldots, n$, используя решения (3.23), найдем искомые средние температуры всех тел системы. Итак, систему (3.17) n линейных обыкновенных дифференциальных уравнений свели к n системам двух уравнений (3.21), аналитическое решение которых (3.23) тривиально. Физическая интерпретация метода эффективного тела — переход от анализа системы тел к анализу системы двух тел, одно из которых, j, рассматриваемое, а второе определяет окружающую условную среду.

Как и любой приближенный подход, метод эффективного тела не является универсальным, а имеет некоторую область, где его применение оправдано. В приложении Б.7 дано обоснование ряда простых формул, позволяющих определить эту область, и показано, что точность расчетов в существенной степени зависит от тепловых связей между телами и средой.

§ 3.3. Регулярный тепловой режим

Теоремы Г. М. Кондратьева. Рассмотрим общие закономерности перехода температурного поля в теле или в системе тел от одного стационарного состояния к другому, вызванному либо внезапным изменением температуры окружающей среды $t_с$, либо включением распределенных в телах источников энергии.

Пусть тело произвольной конфигурации без источников энергии помещено в среду с температурой $t_с$; теплообмен между телом и средой подчиняется закону Ньютона — Рихмана (1.9), т. е. граничные условия описываются зависимостью (1.35). На основании точного аналитического решения задачи температурное поле тела может быть определено по формуле [12, 14]

$$t(x, y, z, \tau) - t_с = \vartheta = \sum_{n=0}^{\infty} A_n U_n \exp(-m_n \tau), \qquad (3.26)$$

где $U_n = U_n(x, y, z)$ — собственные функции задачи; m_n — дискретный ряд чисел (собственные числа задачи); A_n — тепловые амплитуды, зависящие от начального распределения температуры.

Анализ решения (3.26) показывает, что процесс охлаждения (нагревания) тела можно разбить во времени на две стадии — неупорядоченную (иррегулярную) и упорядоченную (регулярную). Первая из них характеризуется сильным влиянием на температурное поле тела его начального состояния; с течением времени влияние начальных особенностей температурного поля сглаживается и процесс переходит в регулярную стадию, в которой закон изменения температурного поля во времени приобретает простую экспоненциальную форму. Математически это означает, что в решении (3.26) первый член существенно превышает сумму остальных членов ряда, следовательно, температурное поле описывается простейшей зависимостью (индекс 0 у m опущен)

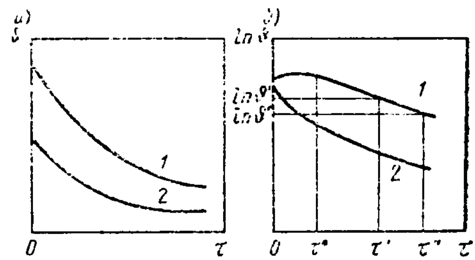


Рис. 3.6. Изменение (кривые 1 и 2) перегрева во времени в точках 1 и 2 охлаждаемого тела:

а — обычные координаты; *б* — полулогарифмические координаты

$$\vartheta(x, y, z, \tau) = A_0 U_0(x, y, z)\exp(-m\tau). \qquad (3.27)$$

Логарифмируя выражение (3.27), получим

$$\ln\vartheta = -m\tau + G(x, y, z), \quad G = A_0 U_0 \qquad (3.28)$$

или

$$\partial\ln\vartheta/\partial\tau = -\partial\vartheta/(\vartheta\partial\tau) = m \neq \varphi(x, y, z), \qquad (3.29)$$

т. е. по истечении достаточного времени $\tau > \tau^*$ после начала процесса наступает регулярный режим, отличительной особенностью которого является постоянство скорости изменения во времени логарифма перегрева для всех точек тела.

На рис. 3.6 представлена графическая интерпретация процесса в координатах $\vartheta = \vartheta(\tau)$ и $\ln\vartheta = f(\tau)$. Как следует из уравнения (3.28), в стадии регулярного режима зависимость $\ln\vartheta = f(\tau)$ подчиняется линейному закону и для всех точек прямые параллельны друг другу (рис. 3.6, *а*). Параметр m играет важную роль в теории регулярного режима и носит название *темпа нагревания (охлаждения) тела*. На всей стадии регулярного режима темп остается неизменным, не зависящим от времени и выбора точек внутри тела. На основании (3.28) можно предложить экспериментальный метод определения m: применяя уравнение (3.28) к двум произвольным моментам времени τ' и τ'' и вычитая одно уравнение из другого, получим (рис. 3.6, *б*)

$$m = (\ln\vartheta_1' - \ln\vartheta_1'')/(\tau'' - \tau'). \qquad (3.30)$$

Полученные для однородного тела закономерности справедливы также для системы тел и нашли отражение в теоремах Г. М. Кондратьева, которые сформулируем без доказательства [10, 14].

1. Для тел и системы тел имеет место регуляризация температурного поля, т. е. скорость изменения логарифма избыточной температуры одинакова для всех точек системы тел.

2. Темп m охлаждения (нагревания) однородного тела при конечном значении коэффициента теплоотдачи α пропорционален произведению площади внешней поверхности A тела на α и обратно пропорционален полной теплоемкости C тела:

$$m = \Psi \alpha A/C, \quad \Psi = (\vartheta_s/\vartheta_V)_{\text{рег}}, \tag{3.31}$$

где Ψ — коэффициент неравномерности температурного поля, равный отношению средних поверхностных и объемных перегревов в стадии регулярного режима. Заметим, что коэффициент Ψ для значений $\alpha=0$ и $\alpha=\infty$ равен $\lim\Psi=1$, $\lim\Psi=0$. При значениях $\alpha=\infty$ выражение для $m=m_\infty$ становится неопределенным.

3. Предельное значение темпа m_∞ однородного тела и его температуропроводность a связаны зависимостью

$$a = K m_\infty. \tag{3.32}$$

Параметр K зависит лишь от формы и размеров тела и называется *коэффициентом формы тела*. Приведем выражения K для некоторых тел:

шара радиусом R

$$K_{\text{ш}} = R^2/\pi^2;$$

ограниченного цилиндра длиной l и радиусом R

$$K_{\text{ц}} = [(2{,}405/R)^2 + (\pi/l)^2]^{-1};$$

параллелепипеда со сторонами l_1, l_2, l_3

$$K_{\text{п}} = [(\pi/l_1)^2 + (\pi/l_2)^2 + (\pi/l_3)^2]^{-1}. \tag{3.33}$$

Как следует из формул (3.31) и (3.32), темп охлаждения (нагревания) тел возрастает с ростом коэффициента теплоотдачи и стремится к асимптотическому значению m_∞ при $\alpha=\infty$. На рис. 3.7, *а* показан качественный вид зависимости (3.31).

Для тел произвольной конфигурации известна приближенная аналитическая зависимость, связывающая безразмерные числа $\text{М} = m/m_\infty$ и $\text{Н} = (\alpha/\lambda)(KA/V)$, в которые входят параметры m и α (рис. 3.7, *б*):

$$M = \Psi \text{Н}, \quad \Psi = (\sqrt{\text{Н}^2 + 1{,}44\text{Н} + 1})^{-1}. \tag{3.34}$$

Зависимость (3.34) значительно упрощает математический аппарат теории регулярного режима и дает возможность решения задачи о температурном поле тел сложной формы в стадии регулярного режима.

Системы тел. Приведем выражения для темпа m часто встречающейся на практике системы тел ядро — зазор — оболочка (рис. 3.8): ядро *Я* произвольной конфигурации с неравномерным полем температур окружено оболочкой O с равномерным полем температур, между ядром и оболочкой существует зазор с нулевой теплоемкостью [3]:

$$\left.\begin{aligned} &m=0{,}5\left(a_1-\sqrt{a_1^2-4b_1}\right),\ a_1=m_0+m_я(1+\beta),\\ &b_1=m_я m_о,\ \beta=C_я/(\Psi_я C_о),\\ &m_о=\sigma_{ос}/C_о,\ m_я=\sigma_{яо}\Psi_я/C_я, \end{aligned}\right\} \tag{3.35}$$

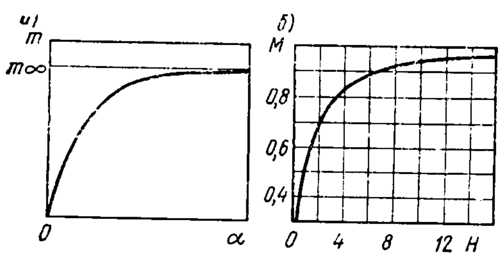


Рис. 3.7. Зависимость темпа охлаждения тела от коэффициента теплоотдачи:

а — размерные координаты *α*, *m*; *б* — безразмерные координаты М, Н

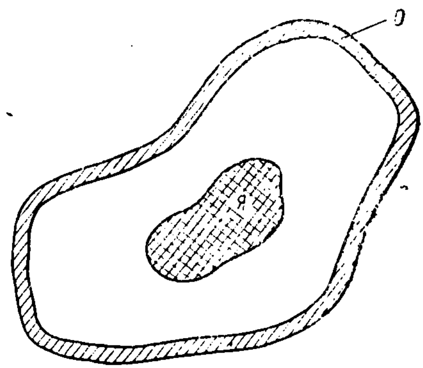


Рис. 3.8. Система тел из ядра (*Я*), зазора и оболочки (*О*)

где $C_я$, $C_о$ — полные теплоемкости ядра и оболочки; $\Psi_я$ — критерий неравномерности ядра, который может быть вычислен по формуле (3.34), где все параметры надо брать для ядра, а вместо произведения αA подставить эффективную проводимость $\sigma_{яс}$ от поверхности ядра до окружающей среды:

$$\sigma_{яс}=\sigma_{яо}\sigma_{ос}(\sigma_{яо}+\sigma_{ос})^{-1}. \tag{3.36}$$

Если зазор заполнен газом, то проводимость ядро — оболочка $\sigma_{яо}=\alpha_{яо}A_я$, где коэффициент теплопередачи $\alpha_{яо}$ может быть найден по формулам (1.165). Для узкого зазора, заполненного твердым веществом, $\sigma_{яо}=\lambda_з A_я/\delta$, где $\lambda_з$ и δ — теплопроводность материала зазора и его толщина.

Если ядром является анизотропный параллелепипед, то критерий Н для ядра вычисляется по формуле [3.10]

$$\mathrm{H}=\frac{\sigma_{яс}}{\pi^2 L_1 L_2 L_3}\left(\frac{\lambda_x}{L_1^2}+\frac{\lambda_y}{L_2^2}+\frac{\lambda_z}{L_3^2}\right)^{-1}. \tag{3.37}$$

Тела с источниками энергии. В работах Г. М. Кондратьева и Г. Н. Дульнева теория регулярного теплового режима обобщена на тела и системы тел с внутренними источниками (стоками) энергии [10]. Пусть тело или система тел нагревается источниками энергии, произвольно распределенными внутри тела или на его границах; предполагается, что мощность источников, температура среды и коэффициент теплоотдачи неизменны во времени. В этом случае процесс нагревания тела также разделяется во времени на неупорядоченную (иррегулярную) и упорядоченную (регулярную) стадии. В регулярном режиме логарифм разности температур $t_{ст}-t$ любой точки тела или системы тел изменяется во времени по линейному закону

$$\ln(t_{ст}-t)=-m^*\tau+G^*(x, y, z), \tag{3.38}$$

где $t_{ст}$ (x, y, z) — предельная (стационарная) температура в точке x, y, z, а $t(x, y, z, \tau)$ — нестационарная температура в той же точке; m^* — темп нагревания системы; G^* — функция координат.

Сопоставляя формулы (3.28) и (3.38), видим, что в первом случае закон формулируется для избыточной температуры $\vartheta=t-t_c$, во втором — для разности температур в стационарном и нестационарном состояниях. Показано, что темп нагревания тела или системы тел не зависит от значения и распределения мощности источников и численно равен темпу охлаждения m тел без источников энергии, т. е. $m=m^*$.

Теория регулярного режима позволяет в некоторых случаях проводить приближенные расчеты нестационарных температурных полей. Эти расчеты базируются на следующей предпосылке: принимается, что температурное поле тела или системы тел входит в стадию регулярного режима с самого начала рассматриваемого процесса. Следовательно, на иррегулярной стадии расчет может оказаться весьма грубым, зато на второй стадии он становится точным.

Рассмотрим систему тел с источниками энергии, общая мощность которых равна Φ, а темп — m. Выделим в системе какую-либо точку j и будем считать, что известны начальный $\vartheta_{j0}=t_{j0}-t_c$ и установившийся $\vartheta_{jст}=t_j|_{\tau=\infty}-t_c$ перегревы в этой точке. Стационарную температуру будем определять с помощью зависимостей вида (3.1):

$$\vartheta_{jст}=\Phi F_j \quad \text{или} \quad \vartheta_{jст}=\sum_{i=1}^{n}\Phi_i F_{ij}. \tag{3.39}$$

Если допустить в первом приближении, что регуляризация температурного поля в точке j наступает с начального момента времени $\tau=0$, то нестационарный перегрев ϑ_j можно определить по формуле

$$\vartheta_j=\vartheta_{j0}e^{-m\tau}+\vartheta_{jст}(1-e^{-m\tau}).$$

Когда начальное поле температур равномерно и равно температуре среды, то $\vartheta_{j0}=0$ и последняя зависимость упрощается:

$$\vartheta_j=\vartheta_{jст}(1-e^{-m\tau}). \tag{3.40}$$

Следовательно, задача сводится к определению тепловых коэффициентов F_j и темпа m системы.

Предположим, что в момент времени τ_1 источники энергии отключены и система тел начинает охлаждаться в среде с той же температурой t_c. К этому моменту времени согласно (3.40) перегрев в точке j достигнет значения

$$\vartheta_{j1} = \vartheta_{j\,\text{ст}}\,(1 - e^{-m\tau_1}) \tag{3.41}$$

и далее начнет уменьшаться по экспоненциальному закону

$$\vartheta_{j2} = B \exp[-m(\tau - \tau_1)],$$

где ϑ_{j2} — перегрев в точке j при $\tau \geqslant \tau_1$; B — постоянная интегрирования, легко определяемая из (3.41) при условии $\vartheta_{j2}|_{\tau=\tau_1} = \vartheta_{j1}$. Тогда

$$\vartheta_{j2} = \vartheta_{j\,\text{ст}}\,(e^{m\tau_1} - 1)\,e^{-m\tau}. \tag{3.42}$$

Итак, при сделанных предположениях можно рассчитывать пространственно-временное изменение температуры систем тел при включении и выключении источников энергии, изменении температуры окружающей среды. Точность расчета температурных полей по методу регулярного режима рассматривается в [3, 10].

Пример 3.2. Нестационарный тепловой режим герметичного блока РЭА с высокой степенью интеграции. Рассмотренный в примере 3.1 блок РЭА из трех плат с микромодулями помещен в стальной корпус толщиной 1 мм, стенки корпуса покрыты эмалевой краской, между зоной и корпусом имеется зазор толщиной 10 мм. Полная теплоемкость зоны (ядра) $C_я = 500$ Дж/К, а корпуса (оболочки) $C_0 = 141$ Дж/К. Блок рассеивает мощность $\Phi = 16$ Вт, температура среды $t_c = 20°$ С. Определить нестационарный тепловой режим корпуса, поверхности и центра зоны.

Решение. 1. Прежде всего оценим стационарный тепловой режим блока по формулам (1.9), (1.63), (1.64). Для этого необходимо вычислить площади поверхности корпуса $A_0 = 7{,}24 \cdot 10^{-2}$ м^2 и зоны $A_я = 4{,}6 \cdot 10^{-2}$ м^2. По формулам, полученным в примерах 1.13 и 1.14, оценим тепловые проводимости от оболочки в среду σ_{oc} и от ядра к оболочке $\sigma_{яo}$:

$$\sigma_{oc} = 9A_0 = 9 \cdot 7{,}24 \cdot 10^{-2} = 0{,}65 \text{ Вт/К};$$

$$\sigma_{яo} = 1/3\,(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)A_я = 1/3\,(18 + 15 + 12)\,4{,}6 \cdot 10^{-2} = 0{,}69 \text{ Вт/К}.$$

Находим температуры оболочки t_o и поверхности ядра $t_я$:

$$t_o = t_c + \Phi/\sigma_{oc} = 20 + 16/0{,}65 = 44 °\text{C},$$

$$t_я = t_o + \Phi/\sigma_{яo} = 44 + 16/0{,}69 = 77 °\text{C}.$$

По формуле (1.65) и графику, приведенному на рис. 1.15, определим параметр C. Для этого используем полученные в примере 3.1 значения теплопроводности зоны (ядра):

$$\lambda_x = \lambda_y = 0{,}11;\ \lambda_z = 0{,}22 \text{ Вт/(м·К)};$$

$$l_1 = 0{,}156\sqrt{0{,}21/0{,}11} = 0{,}212 \text{ м};\ l_2 = 0{,}075\sqrt{0{,}21/0{,}11} = 0{,}10 \text{ м};$$

$$l_3 = L_z = 0{,}049 \text{ м};\quad C = C\,(49/212,\ 49/100) = 0{,}45.$$

По формуле (1.65) находим температуру $t_{яц}$ ядра в центре:

$$t_{яц} = t_я + \frac{\Phi}{V}\,\frac{L_z}{\lambda_z}\,C = 77 + 35 = 112 °\text{C}.$$

2. Прежде чем переходить к анализу нестационарного режима, оценим темп m охлаждения (нагревания) блока по формуле (3.35). Величины $\Psi_я$ определим по формуле (3.34), критерий Н найдем из (3.37), а проводимость $\sigma_{яс}$ — по формуле (3.36):

$$\sigma_{яс} = 0,69 \cdot 0,65\,(0,69 + 0,65)^{-1} = 0,33 \text{ Вт/К};$$

$$H = \frac{0,33}{1,56 \cdot 7,5 \cdot 4,9 \cdot 10^{-5} \pi^2}\,(0,11/15,6^2 + 0,11/7,5^2 + 0,11/4,9^2)^{-1} \cdot 10^{-4} = 0,53;$$

$$\Psi_я = (\sqrt{0,53^2 + 1,44 \cdot 0,53 + 1})^{-1} = 0,70.$$

Из формул (3.35) находим:

$$m_0 = 0,65/141 = 4,6 \cdot 10^{-3}; \quad m_я = 0,69 \cdot 0,7/500 = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{с}^{-1};$$

$$\beta = 500/(0,7 \cdot 141) = 5; \quad a_1 = 4,6 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} \cdot 6 = 10,4 \cdot 10^{-3}\,\text{с}^{-1};$$

$$b_1 = 4,6 \cdot 10^{-6}; \quad m = 0,5 \cdot 10^{-3}\,(10,4 - \sqrt{(10,4)^2 - 4,46}) = 4,5 \cdot 10^{-4}\,\text{с}^{-1}.$$

3. Полагая, что начальное поле температур равно температуре среды, по формуле (3.40) находим выражения для нестационарных перегревов корпуса ϑ_0, поверхности $\vartheta_я$ и центра $\vartheta_{яц}$ ядра:

$$\vartheta_0 = 24(1 - \exp[-4,5 \cdot 10^{-4}\,\tau]); \quad \vartheta_я = 57\,(1 - \exp[-4,5 \cdot 10^{-4}\,\tau]);$$

$$\vartheta_{яц} = 82\,(1 - \exp[-4,5 \cdot 10^{-4}\,\tau]).$$

§ 3.4. Тепловые модели РЭА

Иерархический принцип классификации тепловых моделей. При анализе теплового режима РЭА учитываются наиболее существенные черты конструкции аппаратов и протекающих в них физических процессов, а всеми второстепенными для изучаемого объекта явлениями пренебрегают. Такой идеализированный объект называют обычно *тепловой моделью*, а математическое описание процессов теплообмена с помощью системы уравнений, тепловых схем и т. п. — *математической моделью*. Основное требование к тепловой модели может быть сформулировано следующим образом: тепловая модель должна быть адекватна изучаемому явлению и реализуема математически.

На рис. 3.9, *а* схематично показана одна из простейших конструкций блока питания, состоящая из корпуса, шасси и элементов, а также указаны значения температур, измеренных в разных точках корпуса, шасси и деталей. В первом приближении блок можно рассматривать как систему двух тел — корпуса и нагретой зоны (шасси с деталями). На рис. 3.9, *б* представлена еще более грубая схематизация такого аппарата, в котором сложная по форме нагретая зона заменена параллелепипедом; поверхности нагретой зоны и корпуса рассматриваются как изотермические. Первая тепловая модель (рис. 3.9, *а*) позволяет получить более подробную информацию о температурном поле системы, вторая (рис. 3.9, *б*) — только значения среднеповерхностных температур. Если потребуется знать температурное поле какого-то элемента нагретой зоны, то для него возможно составить свою тепловую модель, средняя поверхностная температура которой будет уже известна из анализа предыдущих, более грубых моделей.

На рис. 3.10 показаны блоки, охлаждаемые проточными воздухом (рис. 3.10, *а*), жидкостью (рис. 3.10, *б*), герметичный блок, корпус которого омывается проточным воздухом (рис. 3.10, *в*), а на рис. 3.10, *г* дана единая тепловая модель столь различных по конструктивному оформлению РЭА. Ниже будут рассмотрены другие тепловые модели.

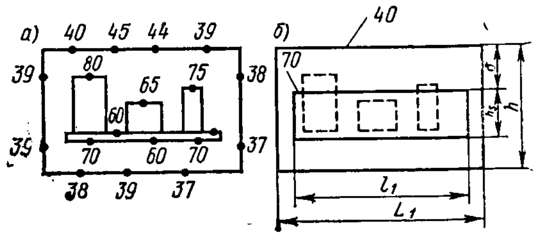


Рис. 3.9. Схематическое изображение блока РЭА (*а*) и его тепловой модели (*б*)

Цифрами показаны значения температур (°С)

При компоновке современных приборных комплексов различают следующие уровни иерархических принципов, о которых упоминалось в § 1.1:

первый уровень — радиодеталь или элемент (см. рис. 1.1, *а*);

второй уровень (см. рис. 1.1, *б*) — узел или кассета (типовой элемент замены), в которых объединены элементы первого уровня;

третий уровень (см. рис. 1.2, *б*) — субпанель, которая служит для объединения типовых элементов замены;

четвертый, пятый и шестой уровни (см. рис. 1.2, *б*) — это панель, рама и стойка, пульты и т. д.

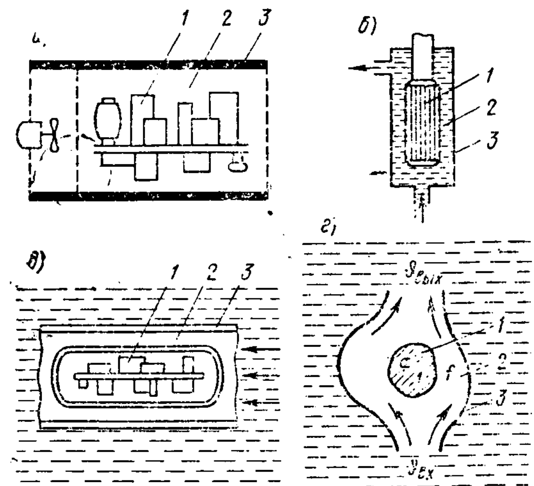


Рис. 3.10. Схематическое изображение блоков: охлаждаемых проточным воздухом (*а*, *в*), жидкостью (*б*) и их обобщенная тепловая модель (*г*):

1 — нагретая зона; *2* — проточный воздух или жидкость; *3* — корпус

Такой иерархический принцип позволяет при разработке тепловой и математической моделей предложить способ, позволяющий в общем случае учесть все энергетические воздействия, начиная от внешнего (окружающей среды) и кончая тепловыделением в каком-нибудь элементе, например в кристалле интегральной схемы. При этом возможно свести все многообразие приборов и комплексов третьего — седьмого уровней иерархических принципов к двум моделям — системам с неупорядоченно (НР) и упорядоченно (УР) расположенными телами. Для первого и второго уровней также возможно предложить ограниченное число моделей, которые будут рассмотрены в дальнейшем.

Последовательно рассматривая все уровни, можно провести общее тепловое моделирование сложных систем. Исходными данными для исследования каждого последующего уровня являются информация о его конструкции и результаты теплового анализа предыдущих уровней. Указанный процесс следует проводить начиная с последнего, наиболее крупного уровня и далее с требуемой степенью детализации рассматривать теплообмен на последующих уровнях вплоть до отдельных деталей, кристаллов и т. д. Такой подход открывает возможности использовать рассмотренный в § 3.3 метод поэтапного математического моделирования.

Модели с неупорядоченным и упорядоченным расположением тел. Рассмотрим систему произвольно расположенных тел, состоящую из крупных объектов *2, 4, 5, 6,* заключенных в общую оболочку *1* произвольной формы (рис. 3.11). Эта оболочка в зависимости от назначения может быть как однослойной, так и представлять собой систему нескольких оболочек. Она подвергается различным энергетическим воздействиям (находится в теплообмене с окружающей средой, на нее может падать тепловой поток q_c и т. п.).

Каждый из объектов внутри оболочки *1* может, в свою очередь, представлять многосоставное тело. Например, объект *2* является корпусом блока, внутри которого расположены тела *3*; объект *6* представляет систему из нескольких замкнутых оболочек; объект *5* — электронный прибор кассетного типа. Объекты *2, 4, 5, 6* разделены средами и связаны между собой различными конструктивными узлами; отдельные части системы содержат внутренние источники или стоки теплоты. Тепловой режим системы тел в значительной мере зависит от того, замкнута оболочка или нет. В замкнутой оболочке (аппарат в герметичном или пылезащищенном корпусе) исключена возможность массообмена между средами внутри и вне оболочки, через незамкнутую оболочку (например, вентилируемый аппарат) может протекать жидкая или газообразная среда. Тепловой режим существенно зависит также и от выбранной системы охлаждения. Кроме общей вентиляции аппаратура может иметь локальные стоки теплоты, осуществленные с помощью вентиляции отдельных элементов, водяного охлаждения, термобатарей, теплостоков и т. д.

К моделям с упорядоченным расположением тел можно свести стойки электронных приборов, блоки кассетных аппаратов, сборки на больших интегральных схемах. Модель с упорядоченным расположением (УР) можно рассматривать независимо от других объектов или как одну из частей, входящих в систему НР элементов, блоков и т. п. (см. рис. 1.2). В последнем случае тепловые воздействия на корпус прибора определяются из анализа модели с неупорядоченным расположением тел.

Рассмотрим обобщенную тепловую модель РЭА, в которой предусмотрены различные системы отвода теплоты (рис. 3.12). Модель имеет форму параллелепипеда, выполненного из плотно расположенных узлов *9*, например кассет, плат с микромодулями *5*. Нагретая зона частично или полностью охватывается корпусом, который часто образован рамками или каркасом блоков. Наличие каналов *8* между платами *6* создает условие для возникновения конвекции, которая может происходить в замкнутом объеме и быть сквозной при наличии перфорационных отверстий *2*. В последнем случае конвекция бывает как свободной, так и вынужденной. От элементов теплота рассеивается излучением, если каналы заполнены газом, а также через платы *6* и теплостоки *7*.

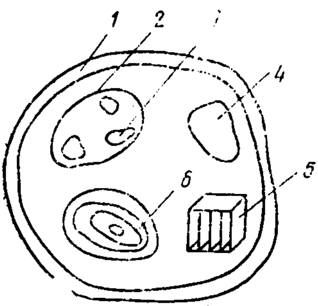


Рис. 3.11. Модель РЭА с неупорядоченным расположением тел

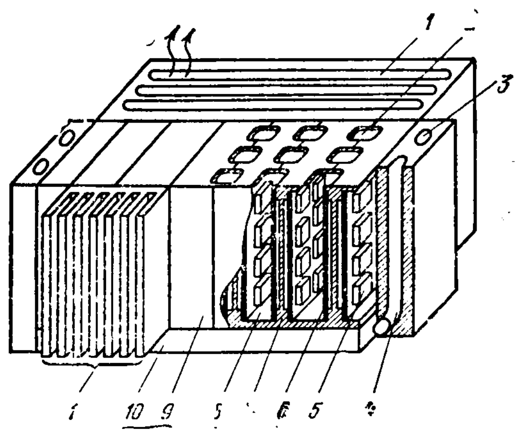


Рис. 3.12. Обобщенная тепловая модель кассетного РЭА

От периферии аппарата тепловой поток рассеивается различными способами: теплопроводностью, жидким теплоносителем или тепловыми трубами *4* на термостатируемую плоскость *10* либо к наружным теплообменникам *1*, *3*, а также конвекцией и излучением с радиаторов *11* и открытых поверхностей корпуса в окружающую среду. Существенно отметить, что тепловой поток встречает на своем пути многочисленные контактные соединения, которые, как правило, не являются идеальными, т. е. на переходах всегда существует конечное контактное тепловое сопротивление. Источники и стоки теплоты могут равномерно распределяться по объему или на поверхности, а также быть локализованы. Например, при работе отдельного элемента источник занимает ограниченную область; сквозная конвекция возможна в части аппарата; с отдельных поверхностей *4* и корпуса съем теплоты может происходить более интенсивно, чем с остальных, из-за частичного оребрения *11*, монтажа тепловой трубы *3* и т. д. (локальные поверхностные стоки теплоты). Все указанные особенности должны учитываться в математической модели.

Естественно, что в реальных конструкциях РЭА нецелесообразно предусматривать все способы охлаждения. В то же время в тепловой модели принятая здесь общая схема оправдана, так как позволяет в рамках единой математической модели сопоставлять между собой различные конструкции РЭА и способы их охлаждения.

§ 3.5. Математические модели РЭА

Общая математическая модель. В этом разделе ограничим задачу и будем рассматривать модели РЭА, позволяющие получить информацию о средних поверхностных температурах нагретых зон, корпуса, средней температуре газа или жидкости внутри аппарата. Математическая модель в этом случае сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (3.17).

Рассмотрим метод определения температуры газа или жидкости, протекающей через аппарат (см. рис. 3.10, *г*). На входе в РЭА газ (жидкость) имеет перегрев относительно среды $\vartheta_{вх}=t_{вх}-t_c$; протекая через аппарат, газ нагревается и на выходе имеет перегрев $\vartheta_{вых}$. Если расход газа G (кг/с), то им уносится тепловой поток

$$\Phi'=c_pG(t_{вых}-t_{вх})=c_pG(\vartheta_{вых}-\vartheta_{вх}). \tag{3.43}$$

Будем рассматривать протекающий через аппарат газ (жидкость) как одно из тел с номером $n-1$, а корпусу аппарата припишем номер n; сток теплового потока через газ $\Phi_{n-1}=\Phi'$. На основании (3.17) опишем теплообмен между телами $\kappa=1, 2, \ldots, l, \ldots, n$ и газом (жидкостью) $\kappa=n-1$, при этом примем во внимание очевидное условие, что теплообмен между газом в аппарате и средой вне аппарата отсутствует, т. е. $\sigma_{n-1,c}=0$ и

$$C_{n-1}\frac{d\vartheta_{n-1}}{d\tau}+\sum_{\substack{l=1\\ l\neq n-1}}^{n}\sigma_{n-1,l}(\vartheta_{n-1}-\vartheta_l)=-\Phi'. \tag{3.44}$$

Упростим задачу и примем средний перегрев газа

$$\vartheta_{n-1}=0,5(\vartheta_{вых}+\vartheta_{вх}), \tag{3.45}$$

что выполняется в случае линейного изменения температуры газа в направлении потока. Предположим, что температура газа практически не меняется во времени, т. е. $d\vartheta_{n-1}/d\tau=0$. Тогда на основании (3.43) и (3.45) уравнение (3.44) примет вид

$$\sum_{\substack{l=1\\ l\neq n-1}}^{n}\sigma_{n-1,l}(\vartheta_{n-1}-\vartheta_l)+2(c_p)_{n-1}G\vartheta_{n-1}=2(c_p)_{n-1}G\vartheta_{вх}. \tag{3.46}$$

Для остальных тел, расположенных внутри корпуса, на основании (3.17) запишем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&C_1 \frac{d\vartheta_1}{d\tau} + \sigma_{1c}\vartheta_1 + \sum_{l=2}^{n} \sigma_{1l}(\vartheta_1 - \vartheta_l) = \Phi_1;\\
&C_2 \frac{d\vartheta_2}{d\tau} + \sigma_{2c}\vartheta_2 + \sum_{\substack{l=1\\ l\neq 2}}^{n} \sigma_{2l}(\vartheta_2 - \vartheta_l) = \Phi_2;\\
&C_{n-2} \frac{d\vartheta_{n-2}}{d\tau} + \sigma_{n-2,c}\vartheta_{n-2} + \sum_{\substack{l=1\\ l\neq n-2}}^{n} \sigma_{n-2,l}(\vartheta_{n-2} - \vartheta_l) = \Phi_{n-2}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.47)$$

Для оболочки (корпуса) $\kappa = n$ уравнение (3.17) примет вид

$$C_n \frac{d\vartheta_n}{d\tau} + \sigma_{nc}\vartheta_n + \sum_{l=1}^{n-1} \sigma_{nl}(\vartheta_n - \vartheta_l) = \Phi_n. \quad (3.48)$$

Каждое из $n-1$ тел системы в начальный момент времени $\tau=0$ имеет перегревы, заданные начальными условиями (3.17). Итак, система уравнений (3.46)—(3.48) с начальными условиями полностью описывает средние температуры тел, находящихся в оболочке и омываемых проточной жидкостью или газом.

Способ решения этой системы уравнений может быть различным и определяется условиями задачи и возможностями исследователя. Приближенное аналитическое решение может быть получено, в частности, по методу эффективного тела, рассмотренного в § 3.2.

Полагая в уравнении (3.44) $d\nu_\kappa/d\tau=0$ ($\kappa=1, 2, \dots, n$), получим систему алгебраических уравнений, описывающих стационарный режим рассматриваемого РЭА.

Запишем в уравнениях (3.18) вместо перегревов ϑ разность температур $\vartheta = t - t_c$

$$\sigma_{\kappa c}(t_\kappa - t_c) + \sum_{\substack{l=1\\ l\neq \kappa}}^{n} \sigma_{\kappa l}(t_\kappa - t_l) = \Phi_\kappa$$

и найдем температуру t_κ тела κ:

$$\left.\begin{aligned}
&t_\kappa = \Theta_\kappa + t_{\kappa c};\ \Theta_\kappa = \Phi_\kappa/\sigma_\kappa;\\
&t_{\kappa c} = \Big(\sigma_{\kappa c}t_c + \sum_{\substack{l=1\\ l\neq \kappa}}^{n} \sigma_{\kappa l}t_l\Big)/\sigma_\kappa;\ \sigma_\kappa = \sigma_{\kappa c} + \sum_{\substack{l=1\\ l=\kappa}}^{n} \sigma_{\kappa l},
\end{aligned}\right\} \quad (3.49)$$

Первое слагаемое в (3.49) Θ_k можно рассматривать как перегрев κ-го тела относительно некоторой условной среды с температурой $t_{\kappa c}$. Иными словами, воздействие окружающих тел, приводящих к изменению температуры тела κ, сводим к увеличению температуры условной среды. Понятие условной среды и уравнения (3.49) целесообразно использовать в ряде случаев при анализе теплового режима РЭА.

Система трех тел. Довольно часто электронные аппараты возможно представить в виде системы трех тел (см .рис. 3.10, *г*): нагретой зоны *1*, корпуса *3* и протекающей через аппарат жидкости (газа) *2*. Рассмотрим стационарный тепловой режим такого РЭА; тепловой режим математически описывается с помощью системы алгебраических уравнений (3.18), а для газа — (3.46). Полагая в (3.18) $\kappa=1$, $l=2$, 3, получим уравнение теплообмена зоны *1* с корпусом *3* и потоком жидкости (газа) *2*

$$\sigma_{1c}\vartheta_1+\sigma_{12}(\vartheta_1-\vartheta_2)+\sigma_{13}(\vartheta_1-\vartheta_3)=\Phi_1.$$

Положим в (3.18) $\kappa=3$; $l=1$, 2, получим уравнение теплообмена корпуса с зоной и протекающей жидкостью

$$\sigma_{3c}\vartheta_3+\sigma_{31}(\vartheta_3-\vartheta_1)+\sigma_{32}(\vartheta_3-\vartheta_2)=\Phi_3.$$

Для описания теплообмена жидкости (газа) *2* с зоной *1* и корпусом *3* примем в уравнении (3.46) $\kappa=2$; $l=1{,}3$, тогда

$$\sigma_{21}(\vartheta_2-\vartheta_1)+\sigma_{23}(\vartheta_2-\vartheta_3)+2c_pG\vartheta_2=2c_pG\vartheta_{\text{вх}}.$$

Рассмотрим более подробно тепловые проводимости $\sigma_{\kappa l}$ между телами. Проводимость $\sigma_{1c}=0$, так как тело *1* не участвует непосредственно в теплообмене со средой; теплообмен между зоной *1* и жидкостью *2*, а также корпусом *3* и жидкостью осуществляется конвекцией, поэтому припишем соответствующим проводимостям индекс «к» (конвекция) — $\sigma_{12}=\sigma_{12\text{к}}$; $\sigma_{23}=\sigma_{23\text{к}}$; теплообмен между зоной *1* и корпусом *3* происходит через слой газа (жидкости) благодаря излучению, поэтому припишем проводимости $\sigma_{13}=\sigma_{13\text{л}}$ индекс «л» (лучистый). Обозначим произведение $c_pG=W$; этот параметр имеет единицу ватт на кельвин (Вт/К) и по физическому смыслу соответствует проводимости от области *2* к среде; кроме того, значение $\Phi_3=0$, так как в корпусе, как правило, нет источников или стоков энергии. Принимая во внимание значения указанных параметров, перепишем систему трех уравнений в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}&(\sigma_{13\text{л}}+\sigma_{12\text{к}})\,\vartheta_1-\sigma_{12\text{к}}\vartheta_2-\sigma_{13\text{к}}\vartheta_3=\Phi_1;\\&-\sigma_{12\text{к}}\vartheta_1+(\sigma_{12\text{к}}+\sigma_{23\text{к}}+2W)\,\vartheta_2-\sigma_{23\text{к}}\vartheta_3=2W\vartheta_{\text{вх}};\\&-\sigma_{13\text{л}}\vartheta_1-\sigma_{23\text{к}}\vartheta_2+(\sigma_{13\text{л}}+\sigma_{23\text{к}}+\sigma_{3c})\,\vartheta_3=0.\end{aligned}\right\}\qquad(3.50)$$

Решение системы уравнений (3.50) может быть осуществлено различными методами: точным, приближенным с помощью метода эффективного тела, численным методом, с помощью тепловых схем и т. п. Так как для системы трех линейных алгебраических уравнений получаются обозримые (мало громоздкие) точные решения, то используем этот метод и приведем окончательный результат для перегревов зоны ϑ_1, газа (жидкости) ϑ_2 и корпуса ϑ_3:

$$\left.\begin{aligned} &\vartheta_1 = A_1\vartheta_{вх} + F_1\Phi_1; \quad \vartheta_3 = A_3\vartheta_{вх} + F_3\Phi_1; \\ &\vartheta_2 = \vartheta_{вх} + (\Phi_1 - \sigma_{3c}\vartheta_к)/(2W). \end{aligned}\right\} \tag{3.51}$$

Параметры A_1, A_3, F_1, F_3 имеют следующую структуру:

$$\left.\begin{aligned} &A_1 = D[\sigma_{13л} + \sigma_{3c} + \sigma_{23к}(1 + \sigma_{13л}/\sigma_{12к})], \\ &A_3 = D[\sigma_{13л} + \sigma_{23к}(1 + \sigma_{13л}/\sigma_{12к})], \\ &F_1 = D(\sigma_{13л} + \sigma_{23к} + \sigma_{3c} + B)/\sigma_{12к}, \\ &F_3 = D\left[\frac{\sigma_{13л}}{\sigma_{12к}}\left(1 + \frac{\sigma_{12к}}{2W}\right) + \frac{\sigma_{23к}}{2W}\left(1 + \frac{\sigma_{13л}}{\sigma_{12к}}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{3.52}$$

Параметры B и D, входящие в формулы (3.52), можно определить так:

$$B = \frac{\sigma_{12к}}{2W}\left[\sigma_{13л} + \sigma_{3c}\left(1 + \frac{\sigma_{23к}}{\sigma_{12к}}\right) + \sigma_{23к}\left(1 + \frac{\sigma_{13л}}{\sigma_{12к}}\right)\right],$$

$$D^{-1} = \sigma_{13л}\left(1 + \frac{\sigma_{3c}}{2W}\right) + \left(1 + \frac{\sigma_{13л}}{\sigma_{12к}}\right)\left[\sigma_{3c} + \sigma_{12к}\left(1 + \frac{\sigma_{3c}}{2W}\right)\right].$$

Если в РЭА отсутствует проточная вентиляция, то расход $G=0$ и $W=0$, тогда $A_1=A_3=D=0$ и формулы (3.51), (3.52) для герметичного аппарата примут простой вид:

$$\begin{aligned} &t_1 = t_3 + \Phi/\sigma_{13}, \quad t_3 = t_c + \Phi/\sigma_{3c}, \\ &t_2 = t_3 + \sigma_{12к}\Phi/[\sigma_{13}(\sigma_{23к} + \sigma_{12к})], \\ &\sigma_{13} = \sigma_{13л} + \sigma_{13к}; \quad \sigma_{13к} = \frac{\sigma_{12к}\sigma_{23к}}{\sigma_{12к} + \sigma_{23к}}. \end{aligned} \tag{3.53}$$

§ 3.6. Тепловой режим простейших моделей РЭА

Стационарный режим. Рассмотрим аппараты, состоящие из нагретой зоны, корпуса и воздушного зазора между ними. Пользуясь формулами (3.51), (3.52), можно дать оценку средних значений стационарных температур поверхности зоны t_1, воздуха t_2 и корпуса t_3 аппарата. Для этого подставим в эти формулы приближенные значения проводимостей и ограничимся рассмотрением аппаратов с воздушным охлаждением.

Р Э А в герметичном корпусе. На рис. 3.9, *б* представлена модель такого РЭА и указаны его основные геометрические параметры. Высота нагретой зоны h_s связана с объемами шасси $V_ш$ и деталей $V_д$ зависимостью $(V_ш + V_д)/l_1 l_2 = h_s$, а объем пустого аппарата $V_{ап} = L_1 L_2 h \simeq l_1 l_2 h$.

Введем коэффициент заполнения m_s аппарата $m_s=(V_ш+V_д)V_{ап}=h_s/h$ и определим тепловую проводимость $\sigma_{13}=\alpha_{13}A_1$ от зоны к корпусу. Для оценки коэффициента теплоотдачи α_{13} от зоны к корпусу используем приведенные в примере 1.14 значения $\alpha_{13к}=(12+9+6)/3=9$, $\alpha_{13л}=6$ Вт/(м$^2\cdot$К), тогда

$$\sigma_{13}=15A_1=30l_1l_2\left[1+\frac{m_sh}{l_2}\left(1+\frac{l_2}{l_1}\right)\right]. \tag{3.54}$$

Геометрические параметры в формулу (3.54) подставляются в метрах, а температуры зоны t_1, корпуса t_3 и газа t_2 определяются по формулам (3.53).

Вынужденная вентиляция аппарата. Будем полагать, что интенсивность конвективного теплообмена внутри аппарата существенно больше, чем лучистого, а также ограничимся случаем свободного теплообмена между корпусом аппарата и средой. Тогда $\sigma_{13л}\ll\sigma_{12к}$, $\sigma_{3с}\ll 2W$.

Примем по формуле (1.162) приближенные значения проводимости $\sigma_{3с}=9A_3$, а проводимость излучением $\sigma_{13л}=6A_1$ (см. пример 1.21). С хорошим приближением можно также считать, что конвективные коэффициенты теплоотдачи от корпуса к воздуху $\alpha_{23к}=\sigma_{23к}/A_к$ и от зоны к воздуху $\alpha_{12к}=\sigma_{12к}/A_1$ равны между собой т. е. $\alpha_{12к}=\alpha_{23к}$. Далее в диапазоне температур от —20 до +60° С удельная теплоемкость воздуха практически не зависит от температуры (см. табл. А.3) и равна 10^3 Дж/(кг$\cdot$К), тогда $W=c_pG=10^3G$. Учитывая эти допущения, получим вместо (3.51), (3.52) следующие простые формулы [3]:

$$\left.\begin{aligned}\vartheta_1&=\vartheta_{вх}+\Phi_1(1/(\alpha_{12к}A_1)+5\cdot10^{-4}/G);\\ \vartheta_3&=0{,}75(\vartheta_{вх}+\Phi_1\cdot5\cdot10^{-4}/G);\\ \vartheta_2&=\vartheta_{вх}+5\cdot10^{-4}(\Phi_1-9A_3\vartheta_3)/G.\end{aligned}\right\} \tag{3.55}$$

Свободная вентиляция аппарата. Для определения температур t_1, t_2 и t_3 в аппарате со свободной вентиляцией следует использовать уравнения (3.51), в которых неизвестным параметром является массовый расход воздуха G. Последний может быть определен на основании анализа газодинамических и тепловых процессов в аппарате. Если в формулах (3.51) использовать приведенные выше приближенные значения для коэффициентов теплоотдачи и проводимостей, а также принять во внимание, что параметры A_1 и A_3 вычислять не надо, так как $\vartheta_{вх}=0$, то формулы (3.51) могут быть существенно упрощены.

Кроме того, анализ экспериментальных данных показал, что при свободной вентиляции РЭА значения коэффициентов конвективной теплоотдачи между зоной и воздухом, корпусом и воздухом внутри аппарата примерно равны $\alpha_{12к}=\alpha_{23к}=6$ Вт/(м$^2\cdot$К), тогда

$\sigma_{12к}=6A$, $\sigma_{23к}=6A_3$. Подставляя в (3.52) приближенные значения проводимостей, получим [3]:

$$F_1=\frac{1}{\Gamma}\left[\left(1+\frac{3A_1}{W}\right)\left(2,5+\frac{A_1}{A_3}\right)+\frac{3A_1}{W}\left(1,5+\frac{A_1}{A_3}\right)\right],$$

$$F_3=\frac{1}{\Gamma}\left[\frac{A_1}{A_3}\left(1+\frac{3A_3}{W}\right)+\frac{3A_1}{W}\left(1+\frac{A_1}{A_3}\right)\right], \qquad (3.56)$$

$$\Gamma=6A_1\left[\frac{A_1}{A_3}\left(1+\frac{9A_3}{2W}\right)+5\left(1+\frac{9A_3}{2W}\right)\right],\quad W=10^3G.$$

Расход G следует определять по формуле (1.261).

Пользуясь формулами (3.51)—(3.56), можно изучить тепловой стационарный режим РЭА как с неупорядоченным, так и с упорядоченным расположением элементов, блоков, узлов и т. д.

Нестационарный тепловой режим РЭА. Выше было показано, что при анализе стационарного теплового режима для системы не более трех тел $n\leqslant 3$ возможно получить достаточно простые рабочие формулы, опираясь на точное решение (3.51) системы трех алгебраических уравнений. Нестационарные температуры описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений (3.46)—(3.48) и даже для $n=3$ решения получаются крайне громоздкими и необозримыми, для $n\geqslant 4$ точное аналитическое решение системы уравнений становится проблематичным. В этих случаях можно воспользоваться приближенными решениями, полученными на основе метода эффективного тела.

Рассмотрим вынужденную воздушную вентиляцию РЭА для модели, представленной на рис. 3.10, *г*. Примем некоторые упрощения, а именно: воздух входит в аппарат с температурой, равной температуре окружающей среды, т. е. $\vartheta_{вх}=0$, тепловые проводимости σ_{13} и σ_{3c}, как и раньше, примем равными $\sigma_{13л}=6A_1$, $\sigma_{3c}=9A_3$ (в Вт/К). Напомним, что эти выражения получены в предположении, что коэффициенты черноты всех поверхностей $\varepsilon\geqslant 0,8$, а отвод теплоты от аппарата в окружающую воздушную среду происходит свободной конвекцией и излучением. Температура j-го тела системы приближенно описывается дифференциальными уравнениями (3.21), решение которых для произвольного закона изменения мощности $\Phi=\Phi(\tau)$ имеет вид (3.23), а для $\Phi=\mathrm{const}$ справедливы формулы (3.25). Прежде всего получим приближенное выражение для стационарной температуры нагретой зоны. Для этого примем в (3.25) $j=1$ и $к=2,3$ и выпишем на основании (3.22) значения отдельных параметров: $\Phi_э=\Phi_2+\Phi_3=0$, $\sigma_{1c}=0$, $\sigma_{2c}=c_p2G$, $\sigma_{3c}=9A_3$, $\sigma_{12к}=\alpha_{12}A=\sigma_{23к}$.

Проводимость σ_{13} от зоны к корпусу осуществляется за счет конвекции и излучения и может быть вычислена по формуле (3.54):

$$\sigma_{13к}=0,5\alpha_{12к}A;\quad \sigma_{13}=(6+0,5\alpha_{12к})A_1.$$

Итак, из формул (3.22) для $j=1$ имеем:

$$\sigma_{1э}=\sigma_{12к}+\sigma_{13}=\alpha_{12к}A_1+6A_1+0,5\alpha_{12к}A_1=(6+0,5\alpha_{12к})A_1;$$

$$\sigma_{эc}=\sigma_{3c}+\sigma_{2c}=9A_3+2c_pG;\quad \Phi_э=0;\quad \sigma_{1c}=0,\quad C_э=C_3.$$

Подставляя эти значения параметров в (3.25), находим

$$\tilde{\vartheta}_{1ст} = \Phi_1^{\prime}[(9A_3 + 2c_pG)^{-1} + (6 + 1{,}5\alpha_{12к})^{-1} A_1^{-1}]. \qquad (3.57)$$

Нестационарную температуру нагретой зоны $t_1(\tau)$. определим по формулам (3.25), предварительно находим параметры L_j, M_j, B_j, $m_{1,2j}$, полагая начальные перегревы равными нулю:

$$\left.\begin{aligned}
&N_1 = -\frac{m_{21}}{m_{21} - m_{11}}\tilde{\vartheta}_{1ст} + B_1; \quad M_1 = -B_1 + \frac{\tilde{\vartheta}_{1ст} - m_{11}}{m_{21} - m_{11}};\\
&B_1 = \Phi_1/\left(C_1\sqrt{A_{11}^2 - 4A_{21}}\right); \quad m_{21} - m_{11} = \sqrt{A_{11}^2 - 4A_{21}};\\
&A_{11} = (6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1/C_1 + [(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1 + 9A_3 + 2c_pG]/C_3;\\
&A_{21} = (6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1(9A_3 + 2c_pG)/(C_1C_3).
\end{aligned}\right\} \qquad (3.58)$$

Для корпуса аппарата $j = 3$, $к = 1$, 2 и из формул (3.22) имеем:

$$\sigma_{э3} = \sigma_{31} + \sigma_{32} = \sigma_{13} + \sigma_{23} = \sigma_{13л} + 0{,}5\sigma_{12к} + \sigma_{23к} = (6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1;$$

$$\sigma_{эс} = \sigma_{1с} + \sigma_{2с} = 0 + 2c_pG = 2c_pG; \quad C_э = C_1, \quad \Phi_э = \Phi_1, \quad \sigma_{3с} = 9A_3.$$

Из (3.25) находим

$$\tilde{\vartheta}_{3ст} = \Phi_1\left\{9A_3 + 2c_pG\left[1 + \frac{9A_3}{(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1}\right]\right\}^{-1}. \qquad (3.59)$$

Далее для нестационарного перегрева корпуса $\tilde{\vartheta}_3(\tau)$ по формулам (3.24) определим:

$$\left.\begin{aligned}
&A_{13} = \frac{(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1 + 9A_3}{C_3} + \frac{(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1 + 2c_pG}{C_1};\\
&A_{23} = \frac{(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1}{C_1C_3}\left[9A_3 + 2c_pG + \frac{9A_3 2c_pG}{(6 + 1{,}5\alpha_{12к})A_1}\right];\\
&B_3 = 0; \quad L_3 = -\frac{m_{23}}{m_{23} - m_{13}}\tilde{\vartheta}_{3ст}; \quad M_3 = \frac{m_{13}}{m_{23} - m_{13}}\tilde{\vartheta}_{3ст};\\
&\frac{m_{13}}{m_{23} - m_{13}} = \frac{1}{2}\left[-1 + \frac{A_{13}}{\sqrt{A_{13}^2 - 4A_{23}}}\right]; \quad \frac{m_{23}}{m_{23} - m_{13}} =\\
&= \frac{1}{2}\left[1 + \frac{A_{13}}{\sqrt{A_{13}^2 - 4A_{23}}}\right].
\end{aligned}\right\} \qquad (3.60)$$

Стационарное значение перегрева воздуха найдем по формуле (3.25); прежде всего по формулам (3.22) определим параметры σ, C, Φ для $j = 2$, $к = 1{,}3$:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{2э} = \sigma_{21} + \sigma_{23} = \sigma_{21к} + \sigma_{23к} = 2\sigma_{21к} = 2\alpha_{12к}A_1;\\
&\sigma_{эс} = \sigma_{1с} + \sigma_{3с} = 0 + 9A_3 = 9A_3, \quad \sigma_{2с} = 2c_pG, \quad C_э = C_1 + C_3;\\
&\tilde{\vartheta}_{2ст} = \Phi_1\left[9A_3 + 2c_pG\left(1 + \frac{9A_3}{2\alpha_{12к}A_1}\right)\right]^{-1}, \quad \Phi_э = \Phi_1.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.61)$$

Для иллюстрации приведенных соотношений сравним результаты численного и приближенного расчетов при следующих значениях параметров (рис. 3.13): $\Phi_1=374$ Вт, $\sigma_{12}=26,2$ Вт/К, $G=2,02\cdot10^{-2}$ кг/с, $c_p=10^3$ Дж/(кг·К), $\sigma_{23}=17,2$ Вт/К, $\sigma_{3c}=3,76$ Вт/К, $C_1=5\cdot10^3$, $C_3=4\cdot10^2$ Дж/(кг·К).

Для аппаратов с герметичным корпусом все приведенные для вентилируемых аппаратов формулы сохраняют силу, но только в этом случае следует положить расход воздуха равным нулю.

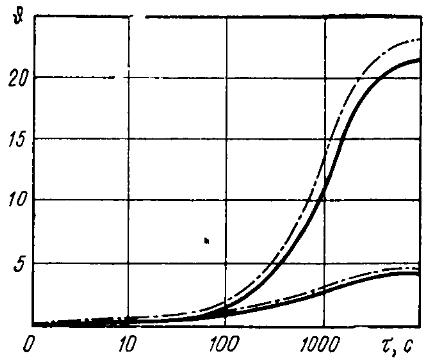


Рис. 3.13. Сравнение результатов расчета нестационарного перегрева РЭА численным (сплошная линия) и приближенным (штрих-пунктирная линия) методами

Пример 3.3. Стационарный тепловой режим блока питания в герметичном корпусе. Корпус аппарата имеет форму прямоугольного параллелепипеда ($L_1=0,585$ м, $L_2=0,380$ м, $h=0,384$ м), внутри корпуса расположено горизонтальное шасси $l_1\simeq L_1$, $l_2\simeq L_2$, коэффициент заполнения аппарата $m_в=0,29$; коэффициент черноты всех поверхностей $\varepsilon\geqslant0,9$; температура корпуса $t_3=30°$ С, а $\Phi=103$ Вт. Найти среднюю температуру нагретой зоны блока питания.

Решение. По формулам (3.53) и (3.54) определяем:

$$\sigma_{13}=30\cdot0,585\cdot0,380\left[1+0,29\,\frac{0,384}{0,380}\left(1+\frac{0,380}{0,585}\right)\right]=9,0\ \text{Вт/К};$$

$$t_1=30+103/9,0\simeq41,5°\text{С}.$$

Пример 3.4. Стационарный тепловой режим РЭА со свободной вентиляцией. Определить средние поверхностные температуры корпуса и зоны аппарата, рассмотренного в примере 1.25. Мощность источников теплоты в аппарате $\Phi=95$ Вт, температура окружающей среды $t_c=20°$ С, давление нормальное, теплообмен внешней поверхности корпуса со средой происходит в условиях свободной конвекции, стенки аппарата окрашены эмалевой краской.

Решение. 1. Из примера 1.25 берем массовый расход воздуха $G=5,24\cdot10^{-3}$ кг/с, протекающего через изучаемый аппарат; вычисляем проводимость между воздухом внутри аппарата и окружающей средой: $W=10^3G=5,24$ Вт/К.

2. По формулам (3.56) определим тепловые коэффициенты: $F_1=0,32$ К/Вт; $F_3=0,053$ К/Вт.

3. Вычислим по формулам (3.51) средние поверхностные перегревы и температуры нагретой зоны и корпуса аппарата:

$$\vartheta_1=0,32\cdot95=30,4\ \text{К};\quad \vartheta_3=0,053\cdot95=5,0\ \text{К};$$
$$t_1=20+30,4=50,4\,°\text{С};\quad t_3=20+5,0=25,0\ °\text{С}.$$

Пример 3.5. Стационарный тепловой режим РЭА с вынужденной вентиляцией. Определить средние температуры зоны t_{13}, корпуса t_3 и воздуха t_2 блока РЭА, рассмотренного в примере 1.16. Массовый расход воздуха через аппарат $G=2,02\cdot10^{-2}$ кг/с, температура воздуха на входе равна температуре среды, окружающей аппарат: $t_{вх}=t_c=20°$ С; суммарная мощность источников $\Phi=374$ Вт.

Решение. 1. Из примера 1.16 следует, что конвективная проводимость от зоны к омывающему детали воздуху равна $\sigma_{12к}=26{,}2$ Вт/К, а $\vartheta_{вх}=t_{вх}-t_c=0$; площадь поверхности корпуса аппарата приведена в примере 1.16: $A_3=0{,}417$ м^2.

2. По формулам (3.55) вычисляем температуры:

$$t_1=20+374\,[1/26{,}2+5\cdot10^{-4}/(2{,}02\cdot10^{-2})]=43{,}5\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$t_3=20+0{,}75\cdot374\cdot5\cdot10^{-4}/(2{,}02\cdot10^{-2})=27^\circ\ \mathrm{C};$$

$$t_2=[5\cdot10^{-4}/(2{,}02\cdot10^{-2})]\,(374-9\cdot0{,}417)=28{,}6^\circ\ \mathrm{C}.$$

§ 3.7. Тепловой режим РЭА кассетного типа

Одиночный канал. На рис. 3.14 изображены схемы движения потоков теплоносителя (газ, жидкость) в аппарате кассетного типа в герметичном и перфорированном корпусах. Причиной движения потоков является разность плотностей теплоносителя, нагретого в средней части аппарата и более холодного у стенок корпуса. В условиях свободной вентиляции скорости потоков воздушного теплоносителя в зазорах составляют 0,03—0,1 м/с, режим движения ламинарный и распределение скоростей в зазоре носит параболический характер (рис. 3.14, *а*). При ширине зазора $b\leqslant2$ мм и отсутствии перфораций в корпусе сквозное движение воздуха через каналы практически прекращается, образуются местные циркуляционные токи (рис. 3.14, *б*). Если корпус аппарата перфорирован, то возникает проточное движение теплоносителя (рис. 3.14, *в*).

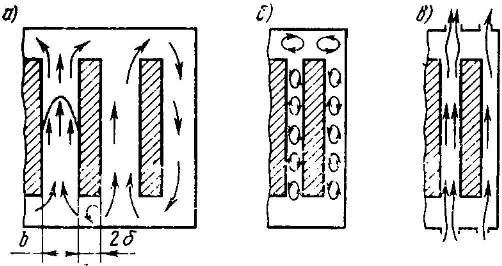


Рис. 3.14. Свободная вентиляция в кассетных РЭА:

а — герметичный корпус с большим расстоянием между кассетами; *б* — то же, но с малым расстоянием между кассетами; *в* — перфорированный корпус

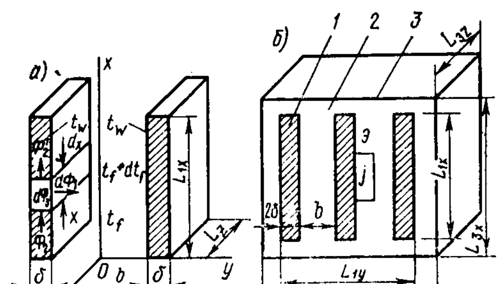


Рис. 3.15. Одиночный канал (*а*) и система кассет в корпусе (*б*)

Анализ теплового режима таких аппаратов уместно начать с простейшего случая, когда поток теплоты распространяется только в направлении x, а в направлениях y и z отсутствует. Эти условия позволяют ограничиться анализом теплообмена в одиночном канале шириной b, ограниченном стенками, толщина которых равна половине толщины кассеты (рис. 3.15, *а*). По условию задачи тепловой поток со стенок в направлениях $y=\pm(b/2+\delta)$ равен нулю; предположим также, что поток теплоты с торцов стенок в направлениях $x=0$, L_{1x} также отсутствует:

$$\left.\frac{dt_w}{dx}\right|_{x=0}=\left.\frac{dt_w}{dx}\right|_{x=L_{1x}}=0. \qquad (3.62)$$

В каждой стенке имеются равномерно распределенные источники энергии, объемная плотность теплового потока которых $q_и$; температуру стенок и среднюю расходную температуру жидкости в канале обозначим t_w и t_f, а температуру жидкости на входе в канал $t_{вх}$. Выделим в канале элементарный объем $dV=\delta L_z dx$ и составим уравнение баланса (рис. 3.15, *а*): разность между вошедшим Φ_2 и вышедшим Φ_2' тепловыми потоками плюс мощность $d\Phi_3$ источников в элементарном объеме полностью рассеивается от стенок канала в протекающую по нему жидкость; этот поток обозначим $d\Phi_1$:

$$(\Phi_2-\Phi_2')+d\Phi_3=d\Phi_1. \qquad (3.63)$$

В первом приближении изменение теплового потока в стенке в направлении оси x описывается двумя членами разложения Φ_2 в ряд Тейлора:

$$\Phi_2=\Phi_2'-\frac{d\Phi}{dx}dx,$$

а Φ определим на основании закона Фурье (1.6):

$$-\frac{d\Phi}{dx}=-\frac{d}{dx}\left(-\lambda\frac{dt_w}{dx}\right)=\lambda\frac{\partial^2 t_w}{\partial x^2}.$$

Плотность источников энергии $d\Phi_3=q_и L_{1z}\delta dx$; $d\Phi_1$ определим на основании закона Ньютона — Рихмана (1.9):

$$d\Phi_1=\alpha_м(t_w-t_f)L_{1z}dx,$$

где $\alpha_м$ — местный коэффициент теплоотдачи от стенки к жидкости на расстоянии x от входа, в общем случае $\alpha_м=\alpha_м(x)$.

Подставляя значения $d\Phi$, $d\Phi_1$, $d\Phi_3$ в уравнение баланса (3.63), после тождественных преобразований получим

$$d^2t_w/dx^2-[\alpha_м/(\lambda\delta)](t_w-t_f)=-q_и/\lambda. \qquad (3.64)$$

Составим теперь уравнение энергетического баланса для половины элементарного объема $vL_{1z}b_{12}$ жидкости, движущейся со скоростью v (рис. 3.15, *а*): поток $d\Phi_1$, приходящий к середе от поверхности $L_{1z}dx$ стенки, идет на изменение энтальпии $d\Phi_4$ жидкости в элементарном объеме, т. е. $d\Phi_1=d\Phi_4$, а $d\Phi_4=c_p\rho vL_{1z}0{,}5b\,dt_f$; после преобразований получаем дифференциальное уравнение для температурного поля жидкой или газообразной среды:

$$t_f+\frac{c_p\rho vb}{2\alpha}\frac{dt_f}{dx}=t_w. \qquad (3.65)$$

По условию задачи на входе в канал температура жидкости равна $t_{вх}$:

$$t_f|_{x=0}=t_{вх}. \qquad (3.66)$$

Система уравнений (3.62), (3.64)—(3.66) является замкнутой и описывает одномерное стационарное поле температур в стенках канала, жидкости или газа. Заметим, что в обоих дифференциальных уравнениях (3.64) и (3.65) присутствуют искомые температуры t_w и t_f; чтобы решить эти уравнения, необходимо исключить одну из температур. Для этого продифференцируем по x все члены уравнения (3.64) и подставим в получившееся уравнение значение $\mathrm{d}t_f/\mathrm{d}x$ из (3.65), вместо $t_w—t_f$ — его значение из (3.64), в результате получим следующее уравнение третьего порядка относительно t_w:

$$\frac{\mathrm{d}^3t_w}{\mathrm{d}x^3}+\frac{2\alpha}{c_p\rho vb}\,\frac{\mathrm{d}^2t_w}{\mathrm{d}x^2}-\frac{\alpha}{\lambda\delta}\,\frac{\mathrm{d}t_w}{\mathrm{d}x}+\frac{2q_{и}\alpha}{c_p\rho vb\lambda}=0. \qquad (3.67)$$

Введем обозначения $\Theta=\mathrm{d}t_w/\mathrm{d}x$, $h=\alpha/(\lambda\delta)$, $d=2\alpha/(c_p\rho vb)$ и преобразуем уравнение (3.67):

$$\Theta''+d\Theta'-h\Theta+q_{и}d/\lambda=0.$$

Общий интеграл этого уравнения при условии $\alpha_м\neq\alpha(x)$ [13]

$$\Theta=C_1e^{\beta_1\bar{x}}+C_2e^{\beta_2\bar{x}}-q_{и}d/(\lambda h),$$

$$\beta_{1,2}=-d/2\left(1\mp\sqrt{1+4h/d^2}\right),\quad \bar{x}=\bar{x}|_{L_{1x}}.$$

Найдем температуру стенки

$$t_w=\int\Theta\mathrm{d}\bar{x}+C_3=C_1\frac{1}{\beta_1}e^{\beta_1\bar{x}}+C_2\frac{1}{\beta_2}e^{\beta_2\bar{x}}-\frac{q_{и}\mathrm{d}L_{1x}}{\lambda h}\bar{x}+C_3.$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2 и C_3 нетрудно определить из граничных условия (3.62) и (3.66). Пропуская промежуточные выкладки, приведем окончательный результат:

$$\left.\begin{aligned}\frac{t_w-t_{вх}}{\Phi_{к}R_w}&=\frac{\gamma}{\beta_1}e^{\beta_1\bar{x}}-\frac{(1+\gamma)}{\beta_2}e^{\beta_2\bar{x}}+\bar{x}+\frac{2R_w}{R_x}+0{,}5\frac{R_\alpha}{R_x};\\ \frac{t_f-t_{вх}}{\Phi_{к}R_w}&=\frac{2R_w}{R_x}\left[\gamma e^{\beta_1\bar{x}}-(1+\gamma)e^{\beta_2\bar{x}}+1\right]+\bar{x},\end{aligned}\right\}\qquad(3.68)$$

где $\Phi_{к}$ — полная мощность, рассеиваемая одной кассетой толщиной 2δ, следовательно, одной стенкой рассматриваемого канала (толщиной δ) рассеивается мощность $0{,}5\,\Phi_{к}$; R_α — тепловое сопротивление потоку от стенки канала к жидкости; R_x — тепловое сопротивление потоку вдоль кассеты; R_w — тепловое сопротивление потоку, переносимому жидкостью от входа в канал до выхода; эти сопротивления равны

$$\begin{aligned}&R_\alpha=(\alpha L_{1x}L_{1z})^{-1},\ R_x=L_{1x}/(L_{1z}\delta\lambda),\\ &R_w=(c_p\rho v\alpha_{1z}b)^{-1},\ K_R=R_xR_\alpha/R_w^2,\ \bar{x}=x/L_{1x}.\end{aligned}\qquad(3.69)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\gamma = \frac{1 - e^{\beta_2}}{e^{\beta_2} - e^{\beta_1}}, \quad \beta_{1,2} = -\frac{R_w}{R_\alpha}\left(1 \mp \sqrt{K_R}\right).$$

Интегрирование уравнения (3.67) проводилось при условии $\alpha \neq \alpha(x)$, которое выполняется для стабилизированного ламинарного движения жидкости в канале, и местный коэффициент теплоотдачи при этом, как это следует из формулы (1.178), равен $\alpha_м = 4{,}12\ \lambda_f/b$, так как $b = h$. В частности, для воздуха при $t_f = 50°$ С $\lambda_f = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К) и $\alpha_м = 0{,}2/b$ Вт/(м²·К).

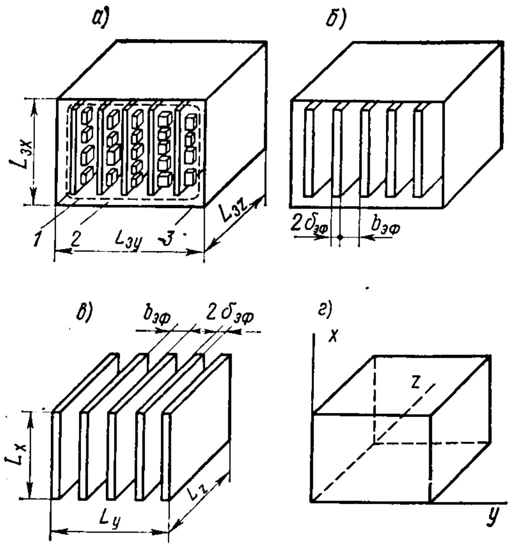


Рис. 3.16. Схема последовательного упрощения тепловой модели РЭА кассетного типа:

а — исходная модель; *б* — то же, но платы гладкие; *в* — система плат; *г* — квазиоднородный анизотропный параллелепипед

Если в канале имеется нестабилизированный участок движения, то рекомендуется при расчете местного коэффициента теплоотдачи $\alpha_м$ заменять его средним значением $\bar{\alpha}_м$, метод вычисления которого приведен в § 1.14. Заметим, что формулы (3.68) не учитывают влияние окружающей среды на тепловой режим канала. По этим формулам возможно проводить оценку температур $t_w(x)$ и $t_f(x)$ в РЭА при вынужденной вентиляции и $t_{вх} = t_c$.

РЭА кассетного типа. На рис. 3.16, *а* схематично изображен аппарат кассетного типа, состоящий из нагретой зоны *1* (обведена пунктиром), корпуса *3* и зазора *2* между зоной и корпусом. Для аналитического описания теплового режима такого аппарата приведем дальнейшую схематизацию модели, стремясь сохранить основные черты конструкции и явления. На рисунке изображен последовательный переход от схемы реального аппарата к его упрощенным моделям (рис. 3.16, *б, в, г*). На рис. 3.16, *б* вместо пластин реальной толщины 2δ и реального зазора шириной b использован набор пластин с эффективными толщиной $2\delta_{эф}$ и шириной $b_{эф}$, определяемыми зависимостями [3]

$$2\delta_{эф} = 2\delta + V_д/(L_{1x}L_{1z}), \quad b_{эф} = b - V_д/(L_{1x}L_{1z}), \tag{3.70}$$

где $V_д$ — объем всех деталей, расположенных с обеих сторон платы; L_{1x}, L_{1z} — размеры зоны в направлениях x и z.

Осуществим переход от модели, показанной на рис. 3.16, *б*, к модели, изображенной на рис. 3.16, *в*, введя тепловое сопротивление R_{1c}:

$$t_1 - t_c = R_{1c}\Phi, \quad R_{1c} = R_{13} + R_{3c},$$

где R_{13}, R_{3c} — термические сопротивления от зоны к корпусу и от корпуса к среде.

Введем условный коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}_{1c}$ от площади поверхности зоны A_1 к среде, определив его по формуле

$$\Phi = \bar{\alpha}_{1c}(t_1 - t_c) A_1.$$

Сравнивая последние формулы, получим:

$$\bar{\alpha}_{1c} = \sigma_{1c}/A_1, \quad \sigma_{1c} = R_{1c}^{-1}, \quad \sigma_{3c} = R_{3c}^{-1}, \quad \sigma_{13} = R_{13}^{-1}. \tag{3.71}$$

Для аппарата с герметичным корпусом в условиях свободной конвекции тепловая проводимость σ_{3c} может быть оценена по формуле $\sigma_{3c} = 9A_3$, а σ_{13} — по формуле (3.54). Наконец, переход от системы пластин (рис. 3.16, *в*) к квазиоднородному телу (рис. 3.16, *г*) возможен на основании приема, изложенного в § 3.1. Окончательно получаем анизотропный параллелепипед с источниками и стоками теплоты, последние вызваны проточным течением жидкости между пластинами. Поместим начало координат в угле параллелепипеда (рис. 3.16, *г*), обозначим значения теплопроводностей вдоль осей через λ_x, λ_y, λ_z и будем считать, что теплообмен с граней в окружающую среду происходит по закону Ньютона — Рихмана (1.9). Для этого случая нетрудно обобщить уравнения (3.64) и (3.65) для одиночного канала [3]:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 t_w}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 t_w}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 t_w}{\partial z^2} + \frac{\Phi}{L_{1x}L_{1y}L_{1z}} - \frac{\alpha_{\text{м}}}{\delta}(t_w - t_f) = 0; \tag{3.72}$$

$$t_f + \frac{c_p \rho v b}{2\alpha} \frac{\mathrm{d}t_f}{\mathrm{d}x} = t_w,$$

а условия на границах следующие:

$$\left[\frac{\partial t_w}{\partial \varepsilon} + \frac{\alpha_{1c\varepsilon}}{\lambda_\varepsilon}(t_w - t_c)\right]_{\varepsilon = L_{1\varepsilon}} = 0;$$

$$\left[\frac{\partial t_w}{\partial \varepsilon} - \frac{\alpha_{1c\varepsilon}}{\lambda_\varepsilon}(t_w - t_c)\right]_{\varepsilon = 0} = 0,$$

где $\alpha_{1c\varepsilon}$ — коэффициент теплоотдачи от площади поверхности некоторой грани ε зоны к среде.

Предположим, что температура входящей в тело жидкости для аппарата с герметичным корпусом равна среднему значению t_1 и t_3 на поверхности, т. е.

$$t_f|_{x=0} = \frac{t_1 A_1 + t_3 A_3}{A_1 + A_3}. \tag{3.73}$$

Но в случае свободной конвекции входящая в уравнение (3.72) скорость v потока жидкости неизвестна и для замыкания системы уравнений (3.72), (3.73) требуется дополнительное условие. Таким условием являются формулы (1.259)—(1.261) для расхода жидкости в свободно вентилируемых аппаратах. Так как расход G зависит от средней температуры стенок канала, а последняя связана с расходом, то задача усложняется и не может быть приведена к простым аналитическим выражениям. Решение системы уравнений (3.72), (3.73), (1.261) было проведено численным методом с помощью ЭВМ; математически были изучены тепловые режимы различных аппаратов кассетного типа и результаты обобщены на основе коэффициентного метода (см. приложение Б.8). При этом использованы представления об удельных сопротивлениях между отдельными частями РЭА, определение которых дано ниже.

Тепловые сопротивления отдельных трактов РЭА. При анализе теплового режима аппарата возникает необходимость знать не только средние значения температур зоны t_1, воздуха t_2, корпуса t_3, но и температуры $t_э$ корпусов отдельных элементов (транзистора, интегральной схемы и т. п.), а также температуры t_j рабочих областей (например, p-n-переходов). Используя принцип суперпозиции температурных полей, схемы соединения тепловых сопротивлений, а также понятия фоновой и собственной температур, представим температуру t_j в виде суммы температур t_c среды и перепадов Δt температур на различных участках движения теплового потока от области j до внешней среды (рис. 3.15, $б$):

$$t_j-t_c=\Phi(R_{1з}+R_{зс})+(\Phi-\Phi_j)R'_{э1}+\Phi_j\Phi''_{э1}+\Phi_jR_{вн}, \qquad (3.74)$$

где Φ_j, Φ — мощности, рассеиваемые областью j и всем аппаратом; R — различные термические сопротивления, структура которых будет разъяснена ниже.

Первый член в правой части уравнения (3.74) равен перепаду температур между поверхностью зоны и внешней средой, второй и третий члены — фоновому и собственному перепадам температур внутри нагретой зоны между площадями поверхностей элемента $A_э$ и зоны A_1, а четвертый член — перепаду температур внутри элемента.

Обозначим полное сопротивление тепловому потоку между изотермическими поверхностями A_n и A_m через R_{nm} и назовем удельным тепловым сопротивлением r_{nm} произведение:

$$r_{nm}=R_{nm}A_{nm}, \qquad (3.75)$$

где A_{nm} — площадь поверхности, способ вычисления которой оговаривается в каждом конкретном случае: $A_{nm}=A_n$, $A_{nm}=A_m$ или $A_n<A_{nm}<A_m$. Приведем оценку величин для разных случаев.

1. Удельное термическое сопротивление $r_{cз}$ от корпуса аппарата в окружающую среду зависит от условий теплообмена

$$r_{cз}=R_{зс}A_з=A_з/(\alpha_{зс}A_з)=\alpha_{зс}^{-1}.$$

Коэффициент теплоотдачи $\alpha_{зс}$ согласно § 1.2 может изменяться от $\alpha_{зс}=10$ Вт/(м²·К) (свободная конвекция в воздухе) до $\alpha_{зс}=10^3$ Вт/(м²·К) (вынужденная конвекция в жидкости), следовательно, $10^{-3} \leqslant r_{зс} \leqslant 10^{-1}$ (м²·К)/Вт.

2. Удельное термическое сопротивление $r_{1з}$ зазора между зоной и корпусом зависит от конструктивного оформления. Например, зазор может отсутствовать ($r_{1з}=0$); между поверхностями осуществлено свободное или вынужденное перемешивание газа; реализован перенос теплоты теплопроводностью и т. п. Как показывают расчеты, удельное термическое сопротивление изменяется в пределах

$$r_{13}=R_{13}A_1, \quad 0 \leqslant r_{13} \leqslant 0{,}5\ (\text{м}^2\cdot\text{К})/\text{Вт}.$$

3. Удельные термические сопротивления внутри нагретой зоны $r'_{э1}$ и $r''_{э1}$, а также внутреннее тепловое сопротивление $R_{вн}$ прибора могут изменяться в широком диапазоне. Например, значение $R_{вн}$ мощного транзистора $R_{вн}=1 \div 4$ К/Вт, а для интегральной схемы $R_{вн}=100 \div 200$ К/Вт. Методы определения удельных термических сопротивлений для РЭА кассетного типа представлены в приложении Б.8.

Пример 3.6. Оценка теплового режима принудительно вентилируемого РЭА. Нагретая зона РЭА состоит из $n=10$ кассет с практически гладкой поверхностью и размерами $L_{1x} \times L_{1z} \times 2\delta = 180 \times 120 \times 8$ мм, равноотстоящими друг от друга на расстоянии $h=12$ мм. Через 9 каналов протекает воздух, температура на входе которого равна температуре среды $t_{вх}=t_c=20°$ С, а общий расход $G_V = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ м³/с; кассетами рассеивается мощность $\Phi=150$ Вт; теплопроводность материала кассеты $\lambda=17{,}5$ Вт/(м·К). Оценить температурное поле центральных кассет и протекающего через канал воздуха для значений $x/L_{1x}=0{,}05$ и 1.

Решение. 1. Из табл. А.3 выбираем физические параметры воздуха при температуре 40—50° С:

$$c_p = 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad \rho_f = 1{,}1\ \text{кг/м}^3;$$

$$\lambda_f = 2{,}8\cdot 10^{-2}\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)};\quad \nu_f = 1{,}8\cdot 10^{-5}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

2. Определяем режим движения воздуха в канале, т. е. оцениваем число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{vh}{\nu_f},\quad v = \frac{G_V}{(n-1)\,hL_{1z}} = \frac{2{,}3\cdot 10^{-3}}{1{,}2\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}12\cdot 9} =$$

$$= 0{,}17\ \text{м/с};\quad \text{Re} = \frac{0{,}17\cdot 12\cdot 10^{-3}}{1{,}8\cdot 10^{-5}} = 113.$$

При таких значениях $\text{Re} < 2\cdot 10^3$ режим движения ламинарный.

3. По формуле (1.180) оцениваем длину $l_н$ начального гидродинамического участка и сопоставляем его с длиной канала $L_{1x}=120$ мм:

$$l_н = 0{,}01h\,\text{Re} = 10^{-2}\cdot 12\cdot 10^{-3}\cdot 113 = 13{,}6\cdot 10^{-3}\ \text{м} < L_{1x}.$$

4. По формуле (1.180) находим осредненное значение местного числа Нуссельта $\overline{\text{Nu}}$ и средний местный коэффициент теплоотдачи $\alpha_м$:

$$\overline{\text{Nu}} = \bar{\alpha}_м\, h/\lambda_f = 4{,}12[1 + 0{,}5\cdot 13{,}6\cdot 10^{-3}/(180 \times 10^{-3})] \simeq 4{,}3;$$

$$\bar{\alpha} = 2{,}8\cdot 10^{-2}\cdot 4{,}3/(12\cdot 10^{-3}) \simeq 10\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

5. По формулам (3.69) вычисляем термические сопротивления и критерий K_R:

$$R_\alpha = (10\cdot 0{,}18\cdot 1{,}12)^{-1} = 4{,}6;\quad R_w = (10^3\cdot 1{,}1\cdot 0{,}17\cdot 0{,}12\cdot 0{,}012)^{-1} = 3{,}7;$$

$$R_x = 0,18/(0,12 \cdot 0,004 \cdot 17,5) = 21,6 \text{ К/Вт}; \; К_R = 21,6 \cdot 4,6/(3,7)^2 = 7,3.$$

6. Для расчета температур при $\Phi_к = \Phi/n = 150/10 = 15$ Вт воспользуемся формулами (3.68) и приведем отдельные выкладки:

$$\sqrt{1+К_R} = 2,88; \; \beta_{1,2} = (-3,7/4,6)(1 \mp 2,88); \; \beta_1 = 1,52; \; \beta_2 = -3,12;$$

$$\exp(\beta_1) = 4,57; \; \exp(\beta_2) = 0,044; \; \gamma = -0,212;$$

$$\Phi_к R_w = 5,57; \; 2R_w/R_x = 0,342; \; 0,5R_\alpha/R_w = 0,62;$$

$$t_w - t_{вх} = 55,7(-0,14\, e^{1,52\bar{x}} + 0,252\, e^{-3,12\bar{x}} + \bar{x} + 0,962);$$

$$t_f - t_{вх} = 19(-0,212\, e^{1,52\bar{x}} - 0,788\, e^{-3,12x} + 1) + 55,7\bar{x}.$$

Находим значения температур при $\bar{x} = 0$; 0,5; 1 и $t_{вх} = 20°$ С:

$$t_f|_{\bar{x}=0} = 20°\text{C}, \; t_f|_{\bar{x}=0,5} = 55°\text{C}, \; t_f|_{\bar{x}=1} = 75,7°\text{C};$$

$$t_w|_{\bar{x}=0} = 80°\text{C}, \; t_w|_{\bar{x}=0,5} = 88°\text{C}, \; t_w|_{\bar{x}=1} = 94,3°\text{C}.$$

Пример 3.7. Оценка теплового режима вычислительного устройства. Требуется оценить тепловой режим вычислительного устройства на интегральных схемах, смонтированных на платах. Совокупность плат образует нагретую зону, размеры которой 100×200×250 мм, нагретая зона может быть заключена в корпус; устройство составлено из одинаковых элементов, количество которых $N = 500$ шт.

Решение. По методу, предложенному в приложении Б.8, проведем оценку пределов изменения тепловых сопротивлений отдельных областей аппарата, выбранных габаритов при различных условиях его охлаждения:

$$R'_{э1} = 0,2 \div 2,0; \; R''_{э1} = 1 \div 30; \; R_{13} = 0 \div 25;$$

$$R_{3с} = 5\,(10^{-1} \div 10^{-3}) \text{ К/Вт}.$$

Для малых интегральных схем (МИС) $R_{вн} = 10^2$ К/Вт. Перепишем выражение (3.74) в виде

$$t_j - t_с = \Phi\,[R_{3с} + R_{13} + (1 + \Phi_j/\Phi)\, R'_{э1} + (\Phi_j/\Phi)(R''_{э1} + R_{вн})]$$

и примем во внимание, что для одинаковых элементов $\Phi_j/\Phi = N^{-1} = (500)^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$. Подставив в последнюю зависимость значения R_{nm}, получим приближенную формулу

$$t_j - t_с = \Phi\,[5(10^{-1} \div 10^{-3}) + (0 \div 2,5) + (0,2 \div 2) + 2 \cdot 10^{-3}(1 \div 30) + $$
$$+ 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2] = \Phi\,(0,4 \div 5,3).$$

Если каждой интегральной схемой рассеивается $50 \cdot 10^{-3}$ Вт, то полная мощность $\Phi = 25$ Вт и возможный диапазон изменения температуры аппарата в зависимости от условия охлаждения отдельного тракта колеблется в пределах $10 \leqslant t_j - t_с \leqslant 130$ К. При этом перепады в каждой из областей:

$$t_3 - t_с = 0,1 \div 12,5 \text{ К}; \; t_1 - t_3 = 0 \div 62,5 \text{ К};$$

$$t_э - t_1 = 5,5 \div 51,5 \text{ К}; \; t_j - t_э = 5 \text{ К}.$$

Полученные результаты позволяют при проектировании аппарата наметить рациональный путь снижения температуры в точке j.

§ 3.8. Влажностный режим РЭА

Рассмотрим условия конденсации влаги на поверхностях различных устройств. Явление конденсации возникает прежде всего в тех местах помещения и приборов, где температура является наименьшей; сформулируем условия конденсации влаги.

Если температура воздуха $t_в$ меньше температуры $t_р$ точки росы ($t_в < t_р$), наблюдается конденсация на всех поверхностях.

Если температура воздуха $t_в$ больше температуры $t_р$ точки росы, конденсация наблюдается на тех частях приборов, где температура $t_п$ прибора удовлетворяет неравенству $t_в > t_р > t_п$.

При эксплуатации и проектировании приборов, отсеков и т. п. необходимо обеспечить на их поверхностях температуру $t_п > t_р$ для заданной влажности воздуха. При этом следует брать максимально допустимые значения влажности.

Источниками влаги являются люди, осветительные и нагревательные приборы и просто предметы, содержащие влагу. Например, взрослый человек в спокойном состоянии выделяет 48 г/ч, или 1,15 кг/сут, а при работе — от 80 до 130 г/ч влаги.

В § 1.22 показано, что упругость водяного пара одинакова по всему объему, а температура может отличаться в различных местах этого объема, поэтому относительная влажность в общем случае также меняется от точки к точке объема. Пусть, например, в некотором замкнутом пространстве расположены приборы, температура поверхности которых равна $t_1 = 7,8$; $t_2 = 9,3$; $t_3 = 13,4°$ С и температура воздуха $t_в = 18°$ С. Найдем предельные значения влажности воздуха, при которых может происходить конденсация на поверхностях приборов. Используем обоснованный в § 1.22 метод расчета: находим по табл. А.10 давления насыщенных паров, соответствующих температурам воздуха и поверхности тел:

t, °С	18	13,4	9,3	7,6
$p_{нп}$, Па	$2,06 \cdot 10^3$	$1,31 \cdot 10^3$	$1,09\ 10^3$	$1,05 \cdot 10^3$
p, мм рт. ст.	15,48	11,33	8,9	7,83

По формуле (1.233) определяем предельные значения относительной влажности, при которой еще отсутствует конденсация:

$$\varphi_1 = \frac{7,83}{15,48} 100 = 50,5\%; \quad \varphi_2 = \frac{8,79}{15,48} 100 = 57\%; \quad \varphi_3 = \frac{11,53}{15,48} 100 = 75\%.$$

§ 3.9. Система автоматизированного теплового проектирования РЭА

Система автоматизированного проектирования (САПР). Усложнение конструкций РЭА в последние годы приходит в противоречие с традиционными принципами проектирования, которые всегда предполагали, что главный конструктор имеет возможность целостного представления о проектируемой конструкции. Как отмечает чл.-кор. АН СССР Н. Н. Моисеев, «поскольку физиологические возможности человека ограничены, а сложность создаваемых конструкций непрерывно растет, то однажды этот тезис перестает быть справедливым. И в последнее десятилетие мы начинаем все чаще и чаще сталкиваться с ситуациями, когда главный конструктор или руководитель проекта уже не может эффективно вмешиваться в процесс проектирования» [15]. Обычно при решении сложной задачи ее расчленяют на более простые, но расчленение проблемы предполагает и обратный процесс — процесс объединения, синтеза, который дает возможность представить конструкцию в целом, оценить ее соответствие замыслу. Сложность современных РЭА привела к тому, что стали недопустимо удлиняться сроки проектирования конструкций и на испытания стали поступать изделия, все менее соответствующие замыслу. Анализ этого явления привел к выводу, что основные трудности связаны с синтезом и они растут экспоненциально вместе с ростом количества параметров, которые определяют РЭА. При этом квалификация проектировщиков здесь мало чем может помочь, надо менять технологию проектирования. Эти обстоятельства и привели к системам автоматизированного проектирования (САПР).

Сначала начали автоматизировать чертежные работы, одновременно шло широкое внедрение в практику инженерных расчетов, например электрических, магнитных, тепловых, аэродинамических характеристик с помощью ЭВМ. Следующий этап — создание автоматизированных рабочих мест конструктора, непосредственно связанных с ЭВМ и позволяющих конструктору с помощью дисплеев реализовать обратную связь с ЭВМ. Все эти изменения потребовали значительного повышения квалификации и общей эрудиции конструктора, свели до минимума возможные ошибки, повысили общую культуру проектирования, однако не привели к существенному сокращению сроков проектирования. Поэтому стала очевидной необходимость создания взаимоувязанной системы проектирования, включающей и систему программ для инженерных расчетов, и автоматизированные рабочие места, и разнообразные диалоговые процедуры, и автоматизацию всех графических работ. Сейчас в основных развитых странах ведется интенсивная работа в этих направлениях.

С вводом в строй системы автоматизированного проектирования связывают большие надежды. Такие системы проектирования требуют коллективного использования банков данных, систем моделей и программ. Их эксплуатация потребует большого количества уникальных по объему хранимой информации магнитных дисков, специальных наборов терминальных устройств и т. д.

Создание САПР радиоэлектронных устройств происходит постепенно, отдельные блоки по мере готовности вводятся в строй. Конечная задача может быть сформулирована следующим образом: разработать такую методику проектирования, которая должна позволять руководителю проекта уже на самых ранних этапах проектирования достаточно правильно выбрать основные параметры конструкции и оценить различные характеристики ее эффективности. Система должна позволять на протяжении всего процесса проектирования контролировать изменение этих характеристик, чтобы в результате предъявить к испытаниям конструкцию, уже не требующую доводок.

Подсистема теплового проектирования. Проектируемые устройства должны удовлетворять многим требованиям — функциональным, конструкторско-технологическим, эксплуатационным, надежностным, экономическим и др. Оптимально эти требования могут быть удовлетворены на основе двух главных принципов, положенных в основу проектирования, а именно: унификации конструкций и системному подходу. Как отмечалось в § 3.4, конструктивно РЭА построен по модульному принципу, т. е. он делится на несколько конструктивных единиц, которые, в свою очередь, делятся на единицы более низкого ранга. Поэтому РЭА следует рассматривать как некоторое структурное образование, составные части которого (элементная база, кассеты, блоки, системы охлаждения и т. д.) в значительной мере унифицированы и находятся в иерархическом соподчинении.

При системном подходе к проектированию отдельное электронное устройство или комплекс РЭА рассматривается в целом; выделяются характерные узлы; изучаются связи между ними, а также влияние изменения отдельных компонентов на функционирование устройства; осуществляется оптимальное проектирование архитектуры устройства с дальнейшей поэтапной оптимизацией конструктивных единиц и узлов. Подчеркнем, что нарушение целостности подхода при проектировании, желание тщательно разработать несколько задач проектирования до конца, а к остальным вернуться при необходимости, нарушает информационные связи между подсистемами, что в дальнейшем потребует большого времени на исправление.

Как уже отмечалось, автоматизированное проектирование РЭА охватывает широкий круг взаимосвязанных проблем, одна из которых — тепловое проектирование — является подсистемой в общей системе автоматизированного проектирования. Подсистема теплового проектирования включает в себя следующие разделы:

способы моделирования температурных полей сложных приборных комплексов и их математическое описание;

методы автоматизированного теплового расчета РЭА в различных условиях его эксплуатации;

систему теплового проектирования.

Первому разделу, по существу, посвящены предыдущие главы книги, ниже рассматриваются остальные разделы подсистемы теплового проектирования.

Тепловое проектирование тесно связано с другими подсистемами и реализуется на разных этапах разработки РЭА: при моделировании функциональной схемы, компоновке, размещении, конструкторско-технологическом обосновании устройства. На этапе моделирования проводится анализ схемы и выявляются перегруженные места, поэлементно рассчитывается мощность тепловыделения.

При компоновке по заданному логическому описанию всей системы в целом требуется разложить аппаратуру по иерархическому принципу так, чтобы подсистема (n—1)-го уровня помещалась в

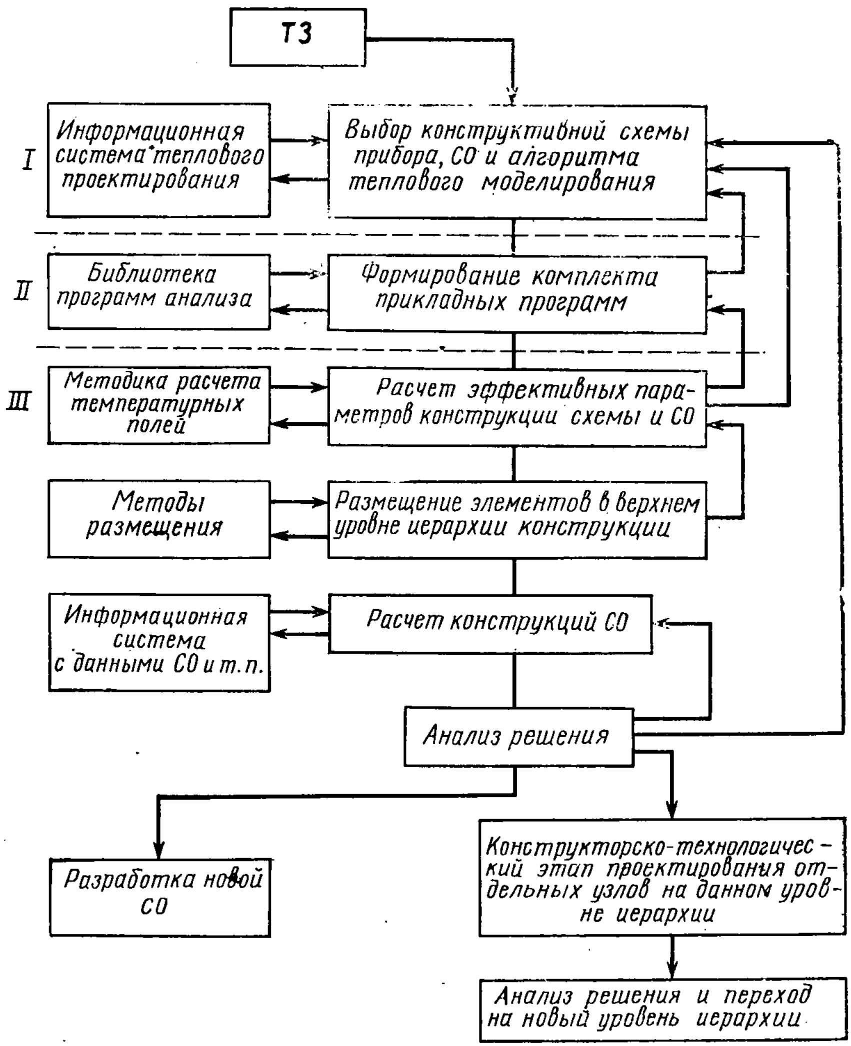


Рис. 3.17. Блок-схема теплового проектирования РЭА:
I, *II* и *III* — первый, второй и третий этапы проектирования

стойку, отсек, пульт заданного размера. Далее, конструктивные единицы (n—2)-го (кассетные блоки), (n—3)-го (платы с микромодулями, ИС, БИС) уровней могли служить основными элементами построения подсистем соответственно (n—1)-го, (n—2)-го и т. д.

уровней. Основные конструктивные единицы последнего [например, (n—3)-го] уровня должны представлять собой стандартный набор сменных блоков (микросхем, ИС, микропроцессоров, реле, датчиков температуры и т. п.). На этом этапе тепловое проектирование состоит в оптимальном выборе конструктивных единиц элементной базы с позиции требований к их тепловому режиму.

Размещение состоит в обосновании расположения элементов на плате, плат в блоке, блоков в шкафах и т. п. Однако основная часть теплового проектирования проводится на этапе обоснования конструкции в целом и ее систем охлаждения. Поэтому в первую очередь разрабатываются архитектура прибора (т. е. его общая принципиальная схема), техническое задание и требования к конструкциям и системам охлаждения на каждом иерархическом уровне. В дальнейшем проводятся детальная проработка на всех уровнях и их согласование между собой. Исходные данные содержатся в техническом задании и включают (рис. 3.17): режим работы устройства и элементов; условия эксплуатации и внешние энергетические воздействия; допустимые температуры деталей; ограничения на технические характеристики систем охлаждения и термостатирования; надежность, массу, объем и т. п.

Начальным этапом проектирования является разработка структурной схемы, т. е. архитектуры всей конструкции и отдельных ее узлов. Математическим обеспечением этого этапа является специализированная информационная система конструктивно-технической базы элементов, узлов, их тепловых параметров и тепловых моделей. В системе должна содержаться информация об элементной базе (ИС, БИС, микропроцессоры, микромодули, платы, датчики, регуляторы и т. д.), о тепловых конструкциях различных блоков (панели, субблоки, приборные рамы, отсеки и т. д.), о конструкциях соединительных узлов. При выборе общей системы охлаждения устройства возможно использовать предложенные в § 2.1 методы графоаналитического расчета, а в информационной системе по системам охлаждения должны содержаться технические характеристики выпускаемых промышленностью для целей использования в РЭА теплообменников, нагнетателей, радиаторов, вихревых и тепловых труб, дроссельных холодильников и компрессионных машин, термоэлектрических систем охлаждения и т. п. Некоторые сведения о перечисленной тепловой элементной базе содержатся в гл. 2 и в приложениях. Информационная система должна позволить проводить быстрый поиск и выбор необходимых данных, что требует определенным образом классифицировать информацию и представить ее на ЭВМ.

Когда архитектура конструкции разработана, приступают ко второму этапу проектирования, на котором формируется комплект прикладных программ. Математическое обеспечение этого этапа состоит из библиотеки программ анализа и оптимизационных программ. На третьем этапе проектирования осуществляется детальная проработка конструкции. Рассмотренные и последующие этапы проектирования представлены блок-схемой (рис. 3.17).

Покажем на конкретном примере схему моделирования тепловых процессов в РЭА. На рис. 3.18 схематично изображен бортовой комплекс электронного оборудования, помещенного в герметичный корпус *1*, где расположено несколько рядов направляющих *2*, на которых установлены блоки *3*. Каждый блок представляет собой либо электронный аппарат кассетной конструкции, либо шасси с крупными деталями, объединенными в общий корпус *5*. На кассетах *7* располагаются элементы *4*, *6* печатного или навесного монтажа (микросхемы, ИС и т. д.), являющиеся источниками тепловыделения. Выделим в рассматриваемой РЭА характерные группы приборов, которые возможно отнести к системам упорядоченно и неупорядоченно расположенных тел, пластинам с источниками и т. д.:

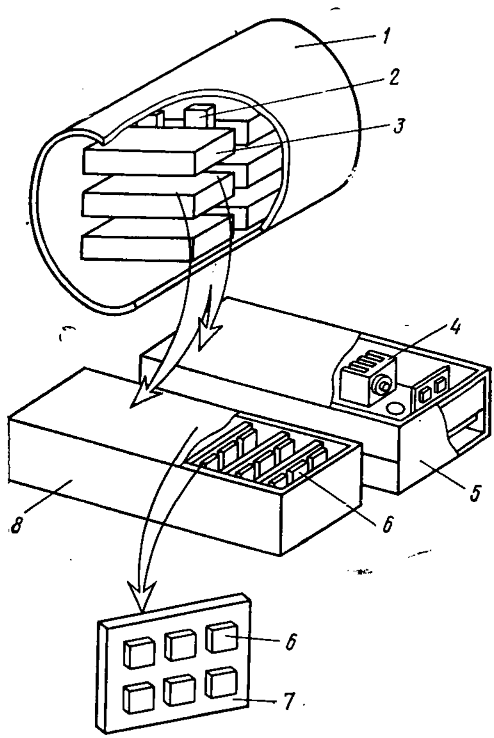


Рис. 3.18. Схематичное изображение комплекса РЭА

система неупорядоченно расположенных тел с внутренними источниками энергии, помещенными в общий корпус (это блоки *3* в корпусе *1* и кассеты *7* в *5*). При анализе теплообмена в таких системах необходимо знать средние температуры t_{si} на поверхности каждого i-го тела. В § 3.5 было показано, что математической моделью такой системы является система уравнений (3.46)—(3.48), решение которой может быть получено различными методами;

система упорядоченно расположенных тел (платы *7* в корпусе *8*) сводится к квазиоднородному анизотропному параллелепипеду, математическое описание температурного поля которого дано в § 3.7 и приложениях Б.1, Б.2, Б.6, Б.8.

Плата *7* с локальными источниками энергии *6* позволяет перейти к модели, описывающей температурное поле отдельной кассеты или платы $t_п$ (см. приложение Б.2). В § 3.1 было показано, что температуру $t_п$ можно представить как сумму температур среды, фонового $\vartheta_{пф}$ и собственного $\vartheta_{пcб}$ перегревов $t_п = t_c + \vartheta_{пф} + \vartheta_{пcб}$. Способ определения фоновой температуры рассматривался на предыдущих этапах, а собственная температура может быть определена для модели пластины с локальным источником. Параллелепипед и пластина с поверхностными локальными источниками теплоты являются моделями для расчета распределения температур $t_м$ в микросхеме, ИС, БИС и т. д. Температурное поле микросхемы $t_м$ на основании принципа суперпозиции равно сумме температур условной среды и перегрева микросхемы. За температуру условной среды уместно принять температуру $t_п$ платы, а перегрев микросхемы можно определить по формулам, приведенным в приложении Б.2.

Выше были изложены лишь основные идеи САПР и предложена общая схема подсистемы «тепловые режимы». Для реализации рассматриваемого подхода к тепловому проектированию РЭА необходима детальная проработка всего комплекса математического обеспечения, содержащегося в структурной схеме, информационной системе, в математических моделях.

Глава 4

ТЕПЛОВЫЕ И ВЛАЖНОСТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 4.1. Измерение температур

Приборы для контактных измерений температуры. При контактных измерениях температуры поверхности тела обычно используются термопары, термометры сопротивления, жидкостные и манометрические термометры, а также индикаторы типа термокрасок, жидких кристаллов и т. п.

Жидкостные термометры используют для измерения температуры в интервале 200—1000 К, они дешевы и просты в эксплуатации. Их действие основано на тепловом расширении жидкости в оболочке, из-за чего мениск жидкостного столбика в капилляре поднимается или опускается на величину, пропорциональную изменению температуры. Технические термометры имеют разнообразную форму в зависимости от их назначения. Для электрической сигнализации и регулирования температуры используют контактные термометры, в определенных точках шкалы которых в капиллярную трубку впаяны проводники. Контакт достигается в тот момент, когда при повышении температуры ртутный столбик соединяет два проводника.

Манометрические термометры предназначены для измерения температуры жидких и газовых сред в интервале 160—1300 К. Такие термометры имеют замкнутую систему, состоящую из термобаллона, манометрической пружины и соединительного капилляра. При нагревании термобаллона в нем увеличивается давление газа или жидкости, которое передается по капилляру на манометрическую пружину, а упругая деформация последней через передаточный механизм вызывает отклонение стрелки на шкале прибора. Термобаллон заполняется газом (например, азотом), жидкостью (преимущественно ртутью, иногда метиловым спиртом, толуолом) или жидкостью с низкой температурой кипения (например, хлористым этилом), поэтому термобаллон частично заполнен жидкостью, а частично — насыщенным паром этой жидкости. Измерительная часть манометрического термометра состоит из одновитковой, спиральной или винтовой трубчатой пружины, передаточного механизма и стрелки. Манометрические термометры имеют достаточно высокую погрешность, однако они надежны и просты в эксплуатации.

Термопары — наиболее удобные и распространенные датчики температуры. С их помощью можно проводить измерения от

—200 до +3000° С, а возможность преобразования температуры в электрический сигнал позволяет проводить дистанционные измерения. Термопара состоит из двух различных проводников, одни концы которых соединены между собой (спаяны, сварены, скручены и т. д.), а вторые — подключены к прибору (рис. 4.1, *а*). На рис. 4.1, *б* показана дифференциальная термопара, один спай которой помещается в среду, температура которой измеряется (р. с.— рабочий спай), второй спай термостатируется (х. с.— холодный или свободный спай). Прибор, к которому подключена дифференциальная термопара, регистрирует разность температур между горячим и холодным спаями.

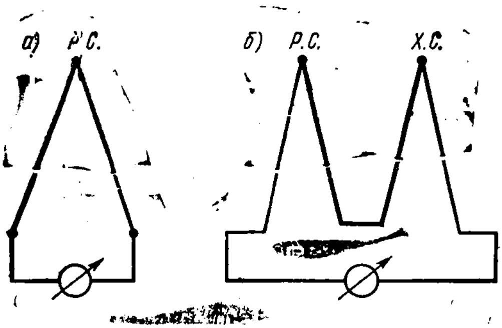


Рис. 4.1. Термопара обычная (*а*) и дифференциальная (*б*)

Основные процессы, возникающие в термоэлектрической цепи, были рассмотрены в § 2.6. Остановимся на отдельных следствиях сформулированных там законов.

В замкнутой цепи, состоящей из двух или нескольких разнородных проводников, имеющих одинаковую температуру, ток не возникает. Следствием этого положения является закон промежуточных проводников: *если цепь состоит из ряда последовательно соединенных разнородных проводников с одинаковой температурой в местах их соединения, то* т. э. д. с. *цепи равна* т. э. д. с., *возникающей между первым и последним проводниками этой цепи.*

Из этого следует, что если в спай или электрод термопары включить отличный по физическим свойствам отрезок проводника и поддерживать оба места соединения при одинаковой температуре, то т.э.д.с. термопары не изменится.

Далее, *если в контуре, составленном из нескольких разнородных проводников, температура контактов различна, то* т.э.д.с. *равна алгебраической сумме* т.э.д.с. *каждой пары проводников.*

При выборе пар проводников для термопар стремятся, чтобы под влиянием температуры т.э.д.с. пары изменялась монотонно и достаточно сильно. Рассмотрим наиболее распространенные пары материалов, используемых для изготовления термопар.

Медно-константановая термопара имеет почти линейную зависимость т.э.д.с. от температуры, в интервале 0—100° С т.э.д.с. равна примерно 4 мВ; применяется для измерения температур от —250 до +500° С, если медный электрод защищен от окисления.

Хромель-алюмелевая термопара имеет почти линейную зависимость т.э.д.с. от температуры, на каждые 100° С ее т.э.д.с. меняется на 4,1 мВ; продолжительно может эксплуатироваться вплоть до +1100° С.

Хромель-копелевая термопара дает т.э.д.с. около 7,5 мВ на каждые 100° С и достигает 66,4 мВ при верхнем пределе температуры +800° С.

Платино-платиноиридиевая термопара применяется в диапазоне температур от —20 до +1600° С, причем длительно может эксплуатироваться при температуре +1300° С. При работе в окислительной или нейтральной среде обладает высоким постоянством т.э.д.с. по сравнению с термопарами из неблагородных металлов.

Широко используются и другие пары материалов для работы в области высоких температур (свыше +1300° С); описание их можно найти в специальной литературе, например [9, 20].

Термометры сопротивления применяют для измерения температур от —200 до +650° С, их действие основано на зависимости электрического сопротивления материала от температуры и определяется температурным коэффициентом

$$\alpha_{тк}=\mathrm{d}R/(R\mathrm{d}T) \text{ или } \alpha_{тк}=(R_{100}-R_0)/(R_0\Delta T),$$

где R_{100}, R_0 — электрические сопротивления материала при 100 и 0° С; $\Delta T=100$ К.

Для большинства чистых металлов (платина, медь, железо) зависимость $R=R(T)$ монотонна, не отступает от линейной, а температурный коэффициент $\alpha_{тк}=4\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$ для полупроводниковых материалов $\alpha_{тк}=0{,}1\div1$ К$^{-1}$.

Погрешности измерения температур. Все контактные теплоприемники (термопары, термометры сопротивления и т. п.) измеряют не температуру среды, поверхности тела или части его объема, а свою собственную температуру. Задача экспериментатора состоит в том, чтобы создать такие условия измерения, при которых температура чувствительного элемента не отличалась бы от измеряемой температуры среды, тела в пределах требуемой точности измерений. Решение этой задачи не всегда возможно, тогда показания теплоприемника нуждаются во введении поправок. Инструментальные погрешности измерительного комплекса достаточно изучены, и их значения приводятся в соответствующей технической документации. Более сложной является задача учета систематических погрешностей, возникающих из-за возмущения температурного поля среды, вносимого теплоприемником. Ниже рассмотрены систематические погрешности теплоприемника при измерении поверхностных температур.

Различные способы монтажа теплоприемника на поверхности тела показаны на рис. 4.2. Погрешность измерения стационарной поверхностной температуры связана с нарушением первоначально существующего распределения температур в исследуемом объекте. Для уменьшения погрешности измерения поверхностных температур стремятся использовать теплоприемник малого размера, избегать монтажа, приведенного на рис. 4.2, *а*, и располагать сам приемник и выводы в изотермической зоне на поверхности тела (рис. 4.2, *б*). Направления тепловых потоков (стрелки) и качественный ход изменения температуры показаны на рис. 4.3, где термочувствительный элемент цилиндрического теплоприемника занимает область размером $x_э$. Если истинная температура поверхности тела t_0, а измеренная — $t_э$ (температура чувствительного элемента) и теплообмен с поверхности тела в окружающую среду отсутствует, то погрешность измерений может быть оценена по формуле [9]

$$\Delta t = t_0 - t_э = (t_0 - t_с)\left[1 - (1+\eta)^{-1}\exp(-\nu x_э)\right], \qquad (4.1)$$

где $t_с$ — температура окружающей среды;

$$\eta = 0{,}85\sqrt{\alpha\lambda d}/\lambda_0, \quad \nu = \sqrt{4\alpha/(\lambda d)}. \qquad (4.2)$$

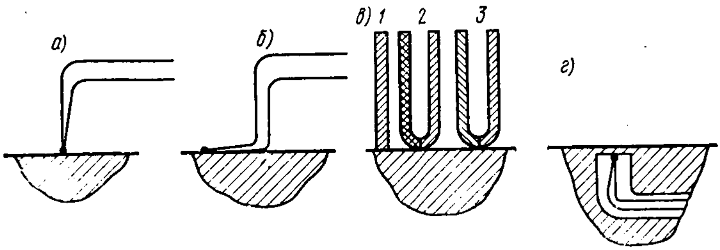


Рис. 4.2. Способы монтажа теплоприемника:

а — проводники отходят от точки измерения во внешнюю среду; *б* — проводники расположены по изотермической линии; *в* — три способа измерения температуры медного тела: *1* — константановая проволока; *2* — термопара нихром—константан; *3* — термопара медь—константан; *г* — теплоприемник расположен в пазу

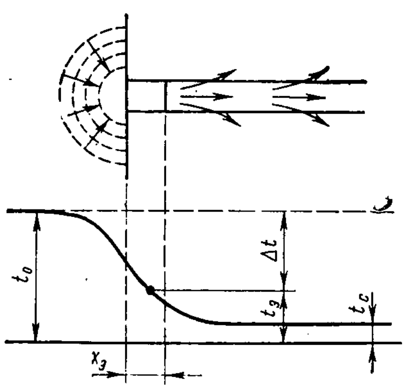


Рис. 4.3. Измерение температуры в теле и термоприемнике:

t_0 — истинная температура поверхности; $t_э$ — средняя температура чувствительного элемента; t_c — температура среды

Здесь λ, λ_0 — теплопроводности материалов теплоприемника и исследуемого тела; α — коэффициент теплоотдачи измерителя со средой; d — диаметр теплоприемника.

Если чувствительный элемент расположен непосредственно на поверхности тела (малая толщина спая, отсутствие дополнительной прослойки и т. д.), то $x_э = 0$ и

$$\Delta t = t_0 - t_э = \eta(1+\eta)^{-1} \times$$
$$\times (t_0 - t_с) = \eta(t_э - t_с). \qquad (4.3)$$

Требование малости ошибки в последнем случае сводится к выполнению условия $\sqrt{\alpha\lambda d}/\lambda_0 \ll 1$.

Если имеется теплообмен поверхности тела со средой и коэффициент теплоотдачи α_0, то формула (4.3) принимает вид

$$\Delta t = t_0 - t_э = [(\eta - \omega)/(1+\eta)](t_0 - t_с), \quad \omega = 0{,}42\alpha_0 d/\lambda_0. \qquad (4.4)$$

Из формулы (4.4) следует, что при $t_0 > t_c$ возможны три случая: $\eta=\omega$ — измеренная температура равна истинной; $\eta>\omega$ — измеренная температура ниже истинной и $\eta<\omega$ — измеренная температура выше истинной.

Рассмотрим медное тело, температура которого измеряется тремя способами (см. рис. 4.2, *в*): константановой проволокой, припаянной непосредственно к меди *1*, нихром-константановой термопарой *2* и медно-константановой термопарой *3*. Диаметр термоэлектродов во всех случаях $d=0{,}2$ мм, истинная температура поверхности $t_0=100°$ С, окружающего воздуха $t_c=20°$ С, диаметр спая $x_э=0{,}3$ мм. Расчет производился по формулам (4.1) и (4.3) и привел к следующим результатам: 1) $\Delta t=0{,}2°$ С; 2) $\Delta t=0{,}5°$ С; 3) $\Delta t=8°$ С. Для тел, изготовленных из материалов с низкой теплопроводностью, погрешность резко возрастает. Например, для нихром-константановой термопары на стальном теле [$\lambda_0=30$ Вт/(м·К)] $\Delta t=10°$ С вместо 0,5° С на медном теле.

Иногда термоэлектроды располагаются в канавках с последующей замазкой клеем, пастой и т. п. (см. рис. 4.2, *г*). Желательно, чтобы глубина и ширина паза не превышали 0,2—0,5 мм, теплопроводность замазки была высока, а чувствительный элемент чеканился или приваривался к поверхности. Оценка погрешности измерения производится по формуле

$$\Delta t/(t_0-t_c)<\alpha_0\delta/\lambda_з,$$

где δ, $\lambda_з$ — глубина паза и теплопроводность замазки.

Погрешность измерения температуры жидкой или газообразной среды связана с воздействиями окружающей среды на теплоприемник, а именно: теплоотвод по теплоприемнику, нагрев термометра сопротивления измерительным током, теплообмен теплоприемника с окружающими предметами и т. п. Систематическую погрешность, возникающую из-за отвода теплоты вдоль теплоприемника, можно оценить по формулам, приведенным в [9].

Существенную погрешность при измерении температуры газа может вносить излучение между теплоприемником и окружающими его телами, имеющими температуру

$$\Delta t=t-t_э=(\alpha_л/\alpha_к)\,(t_э-t_{ст}), \qquad (4.5)$$

где $\alpha_л$, $\alpha_к$ — лучистый и конвективный коэффициенты теплоотдачи. Например, требуется измерить температуру газового потока, движущегося по трубопроводу со скоростью $v=4{,}5$ м/с; температура стенок $t_{ст}=258°$ С, показания медно-константановой термопары ($d=2$ мм) составляют $t_э=466°$ С, коэффициент черноты поверхностей $\varepsilon=0{,}5$. Расчет приводит к $\alpha_л=30$, $\alpha_к=135$ Вт/(м²·К); по формуле (4.5) находим $\Delta t=46°$ С, откуда истинная температура $t_0=512°$ С.

Нагрев теплоприемника измерительным током также вносит заметную погрешность, которую можно оценить по формулам, приведенным в примере 1.5.

Перечисленные выше факторы определяют систематические погрешности измерения стационарной температуры среды; при измерении нестационарной температуры проявляется дополнительный фактор, вызванный тем, что приемник не успевает следить за изменением температуры среды. Это явление было подробно изучено в § 1.8 и для простейшего случая равномерного температурного поля теплоприемника может быть описано уравнением (1.92). Тогда ошибка измерения температуры среды

$$\Delta t = t_c - t_э = m_0^{-1}\,\frac{dt_э}{d\tau}, \quad m_0 = \alpha A/(c\rho V), \tag{4.6}$$

где $t_э$ — температура тела (показания теплоприемника); t_c — температура измеряемой среды; m_0 — темп охлаждения теплоприемника.

Зная темп охлаждения теплоприемника и скорость его показаний во времени $dt_э/d\tau$ по уравнению (4.6), можно произвести оценку погрешности Δt.

Детальные сведения об особенностях измерения стационарных и нестационарных температур поверхности тел, а также потоков газов и жидкостей и учете погрешностей измерений можно найти в специальной литературе, например [9].

§ 4.2. Измерение скорости и расходов жидкости и газа

В основу большинства методов для измерения скорости движения потока газа или жидкости положено уравнение Бернулли, рассмотренное в § 1.24. Пусть в поток жидкости помещена изогнутая трубка, открытый конец которой направлен навстречу потоку (рис. 4.4, *а*). В первое время после погружения внутрь этой трубки пройдет жидкость и поднимется на уровень $h_п$, равный согласно уравнению (1.245) сумме статической $p/(\rho g)$ и скоростной $v^2/(2g)$ высот: $h_п = p/(\rho g) + v^2/(2g)$; после этого дальнейшее движение жидкости прекратится. Пусть в то же сечение

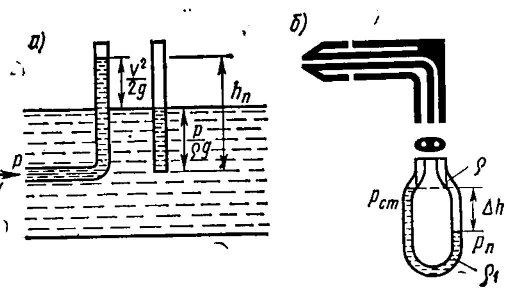


Рис. 4.4. Трубка Пито:

а — принципиальная схема; *б* — прибор для измерения скорости движения

канала помещена неизогнутая трубка, жидкость в ней установится на одном уровне с поверхностью потока, равном $p/(\rho g)$ (рис. 4.4, *а*). Разность высот в этих трубках равна высоте скоростного напора $v^2/(2g)$. Изогнутая трубка для измерения полного давления p была предложена в 1732 г. Пито и носит его имя. При технических измерениях обе трубки объединены в одном приборе, как это схематически показано на рис. 4.4, *б*, и представляет собой трубку в трубке. Внутренняя трубка имеет открытый конец, направленный навстречу потоку, внешняя трубка заглушена в торцовой части и имеет на боковой поверхности отверстия. Полости внутренней и внешней трубок разобщены между собой, образуя два независимых параллельных канала, концы которых присоединены к двум коленам дифференциального монометра, заполненного ртутью. В одном колене монометра давление равно статическому p, в другом — полному $p_п$, а разность между ними

$$p_п - p_{ст} = g(\rho_1 - \rho)\Delta h,$$

где ρ_1, ρ — плотности ртути в манометре и жидкости или газа; Δh — разность высот столбиков ртути.

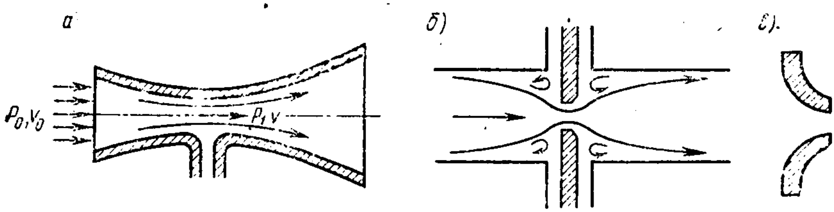


Рис. 4.5. Методы измерения расхода жидкости и газа:
а — трубка Вентури; *б* — диафрагма; *в* — сопло

Из уравнения (1.245) следует, что $p_п - p_{ст} = \rho v^2/2$. Приравнивая последние формулы, находим

$$v = \sqrt{2g\Delta h(\rho_1/\rho - 1)}.$$

Предложенный метод измерений содержит ряд источников погрешностей. Во-первых, отверстия трубки полного и трубки статического давлений находятся в разных точках потока; во-вторых, присутствие трубки нарушает характер потока. Эти погрешности можно учесть с помощью тарировочного коэффициента ζ, определенного экспериментально путем градуировки данного прибора с помощью эталонного. Для хороших конструкций ζ лишь на 1—2% отличается от единицы, и рабочая формула принимает вид

$$v = \sqrt{\zeta 2g\Delta h(\rho_1/\rho - 1)}. \qquad (4.7)$$

Особенностью скоростной трубки является нечувствительность к малым отклонениям оси носка трубки от направления потока. Это позволяет при измерении скорости устанавливать прибор «на глаз», не опасаясь увеличения погрешности измерений.

Наряду со скоростной трубкой применяют другой приемник давления — трубку Вентури, которая представляет собой участок трубопровода с местным сжатием (рис. 4.5, *а*). Пусть p_0, v_0 — давление и скорость на входе в приемник, а p, v — в месте сжатия, тогда на основании уравнения Бернулли (1.245) нетрудно найти зависимость между этими параметрами, положив $z_1 = z_2$ и $\rho_1 = \rho_2 = \rho$; $p_0 + \rho v_0^2/2 = p + \rho v^2/2$, отсюда $p_0 - p = (\rho v_0^2/2)(v^2/v_0^2 - 1)$. Обозначив

A_0 и A площади поперечного сечения на входе в трубку и в месте сужения, получим на основании закона сохранения массы $v_0A_0=vA$, что позволяет последнее уравнение представить в виде

$$p_0-p=(\rho v_0^2/2)\left[(A_0/A)^2-1\right]. \qquad (4.8)$$

В сжатом сечении трубки имеется отверстие в стенке, которое является приемником статического давления p; с помощью шланга давление передается на микроманометр, измеряющий разность между давлением p в сжатом сечении и атмосферным давлением p_0, т. е. $p_0-p=h\rho g$, где h — высота столба жидкости в микроманометре. Учитывая эту зависимость, запишем формулу (4.8) в виде

$$v_0=\beta\sqrt{h},\ \ \beta=\zeta_1\sqrt{2g}/\sqrt{(A_0/A)^2-1}, \qquad (4.9)$$

где ζ_1 — поправочный множитель, компенсирующий допущения о том, что жидкость идеальна, а приемное отверстие выполнено точно.

Для измерения расхода жидкости и газа в трубопроводах широко пользуются диафрагмами (рис. 4.5, *б*) и соплами (рис. 4.5, *в*). Поток жидкости, проходя через диафрагму или сопло, претерпевает вначале достаточно резкое сужение и затем расширение. Возрастание скорости потока в сжатом месте вызывает, как и в трубке Вентури, понижение давления, а за диафрагмой давление p_2 вновь повышается вследствие уменьшения скорости. Если перед диафрагмой и за диафрагмой присоединить дифференциальный манометр, то можно измерить разность давлений $\Delta p_1=p_1-p_2$. На основании зависимости между расходом G и разностью давлений определяем расход [19]:

$$G=c'\sqrt{\Delta p_1}=c'\sqrt{\Delta h(\rho_1-\rho)}, \qquad (4.10)$$

где c' — градуировочный коэффициент.

Помимо рассмотренных приборов для измерения скорости движения газов и жидкостей применяют анемометры с вертушками, гидрометрические вертушки, термоанемометры и некоторые другие приборы, описание которых приведено в [20].

§ 4.3. Измерение влажности

Психрометрический метод. Это один из наиболее распространенных методов измерения влажности воздуха при умеренных положительных температурах. Простейший прибор состоит из двух одинаковых ртутных термометров, резервуар одного из которых («мокрый») покрыт влажной тканью и слабо вентилируется. При испарении влаги с ткани происходят затраты теплоты и температура мокрого термометра понижается. Если через $t_м$ и $t_с$ обозначить показания мокрого и сухого термометров, то для установившегося теплового режима давление паров воды в испытуемом влажном воздухе определяется полуэмпирической психрометрической формулой

$$p_п=p_{пн}^{м}-KB(t_с-t_м), \qquad (4.11)$$

где $p^{м}_{пн}$ — давление насыщенного водяного пара при температуре $t_м$; B — атмосферное давление; K — психрометрический коэффициент.

Наиболее известный тип этого прибора — психрометр Ассмана (рис. 4.6, *а*), в котором сухой *4* и мокрый *3* термометры установлены коаксиально в двух параллельных металлических трубах; с помощью вентилятора *1* с пружинным приводом через эти трубы продувают влажный воздух, омывающий оба термометра со скоростью 2,5—5 м/с. По разности *2* показаний термометров можно определить относительную влажность $\varphi = p_п/p^{с}_{пн}$, где $p^{с}_{пн}$ — давление насыщенного водяного пара при температуре $t_с$. Разделим обе части (4.11) на $p^{с}_{пн}$:

$$\varphi = p^{м}_{пн}/p^{с}_{пн} - (KB/p^{с}_{пн})(t_с - t_м). \quad (4.12)$$

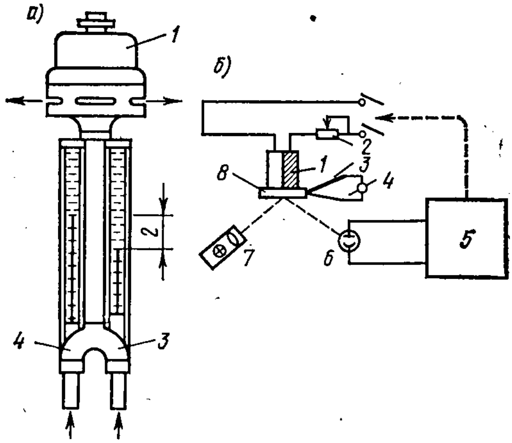


Рис. 4.6. Измерение влажности:
а — психрометром Ассмана; *б* — по методу точки росы

Психрометрический коэффициент K зависит от многих факторов: скорости движения воздуха, конструкции резервуара термометра, состояния смачиваемого фитиля и т. п. Определение K и φ по измеренным показаниям термометров проводится с помощью психрометрических таблиц, составленных для определенных конструкций психрометров.

В другом типе психрометра вместо термометров используются термопары или термометры со шкалой в единицах абсолютной или относительной влажности, например автоматический психрометр типа ПЭ. Точность рассмотренных психрометров составляет 4—5% относительной влажности.

Метод точки росы. Метод основан на определении температуры $t_р$, до которой необходимо охладить ненасыщенный газ, чтобы он стал насыщенным. Точка росы определяется по началу конденсации водяного пара на поверхности охлаждающегося твердого тела или по изменению толщины слоя конденсата. Охлаждение тела в современных приборах осуществляется либо с помощью эффекта дросселирования воздуха, либо с помощью термоэлектрической полупроводниковой батареи. На рис. 4.6, *б* изображены основные узлы такого психрометра. Холодильник *1* — полупроводниковая батарея, к рабочему концу которой припаяно металлическое зеркало *8*; протекающий через батарею ток регулируется реостатом *2* в пределах 0,5—1,5 А, при этом температура зеркальца может быть понижена на 25 К. Температура зеркальца измеряется термопарой *3*, подключенной к милливольтметру *4* со шкалой, градуированной в единицах абсолютной влажности. Для регулирования температуры зеркальца используется фотоэлемент *6*, управляющий работой устройства автоматического регулирования *5*, связанного с питанием термобатареи *1*. При отсутствии на зеркальце конденсата фотоэлемент освещается пучком света от конденсора *7*, отраженным от зеркальца, при этом происходит питание термобатареи и последняя охлаждает зеркальце. Появление конденсата приводит к рассеянию светового потока, частичному затемнению фотоэлемента и прекращению питания термобатареи. В схеме предусмотрено также питание термобатареи током обратного направления для подогрева зеркальца. Здесь рассмотрен только принцип действия психрометра точки росы, в современных приборах используются бесконтактные электронные миниатюрные регуляторы. Индикатором появления влаги является полупроводниковое фотосопротивление.

Момент появления влаги на зеркале зависит от состояния поверхности. При жировом загрязнении выделение влаги может отличаться на 8—10 К от действительной точки росы. Более надежно определять точку росы можно по постоянству слоя конденсата (1—2 мкм); при $t_р > t_з$ толщина δ слоя конденсата растет пропорционально разности $(t_р - t_з)$:

$$d\delta/d\tau = \zeta (t_р - t_з), \quad (4.13)$$

где $t_з$ — температура поверхности зеркальца; величина $d\delta/d\tau$ измеряется по интенсивности отраженного от зеркала излучения.

Помимо рассмотренных для измерения влажности применяют и другие методы. Например, гигрометры с электрическими гигрометрическими датчиками (ЭГД) имеют чувствительный элемент из гигроскопического материала, выходной величиной ЭГД является тот или иной электрический параметр влагочувствительного элемента. Некоторое распространение получили волосяные гигрометры: обезжиренный волос при измерении относительной влажности воздуха от 0 до 100% изменяет длину на 2—2,5%. На этом принципе построены гигрометры, погрешность которых $\pm 3\%$ от диапазона шкалы, работающие в температурном интервале от —30 до +70° С. Из-за малого температурного коэффициента линейного расширения волоса рассматриваемые гигрометры малочувствительны к колебаниям температуры. Иногда вместо волоса используются целлофановые пленки, биопластики. Более подробно методы и приборы измерения влажности рассмотрены в [20].

§ 4.4. Измерение и расчет контактных термических сопротивлений

Метод измерения. В различных приборах, где между смежными деталями и узлами конструкции проходит тепловой поток, возникает контактный теплообмен, интенсивность которого характеризуется величиной $R_к$ контактного термического сопротивления (КТС).

Согласно определению, КТС равно отношению перепада температур Δt на контактирующих поверхностях к тепловому потоку $\Phi_к$, проходящему через эти поверхности:

$$R_к = \Delta t/\Phi_к. \tag{4.14}$$

Существуют различные методы экспериментального определения этого параметра. Рассмотрим наиболее простой экспрессный метод измерения $R_к$. Образец *3* с изучаемым КТС помещается между предварительно нагретым металлическим ядром *2* и холодным массивным металлическим блоком *4* (рис. 4.7). При охлаждении ядра рассеиваемый поток Φ разделяется на три части: поток $\Phi_к$ проходит через КТС в блок *4*, поток Φ_2 — через изоляционную оболочку *1* и рассеивается в окружающую среду, поток Φ_4 проходит в блок *4* в обход изучаемого объекта *3*. На основании закона сохранения энергии поток

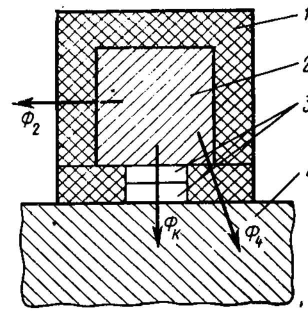


Рис. 4.7. Схема метода измерения КТС

$$\Phi_к = \Phi - \Phi_2 - \Phi_4. \tag{4.15}$$

Тепловой поток Φ определяется по известным полным теплоемкостям ядра C_2 и образца C_3 и по скоростям их охлаждения $dt_2/d\tau$ и $dt_3/d\tau$:

$$\Phi = C_2 dt_2/d\tau + C_3 dt_3/d\tau.$$

По определению, тепловые потоки Φ_2 и Φ_4 связаны с термическими сопротивлениями от ядра к среде $R_{2с}$ и от ядра к блоку R_{24} зависимостями

$$\Phi_2 = (t_2 - t_с)/R_{2с}, \quad \Phi_4 = (t_2 - t_4)/R_{24}.$$

Подставляя в (4.14) и (4.15) значения потоков, получим

$$R_к = \Delta t \left[C_2 \frac{dt_2}{d\tau} + C_3 \frac{dt_3}{d\tau} - \left(\frac{t_2 - t_с}{R_{2с}} + \frac{t_2 - t_4}{R_{24}} \right) \right]^{-1}. \tag{4.16}$$

Прибор для измерения КТС следует выполнить таким образом, чтобы потоки Φ_2 и Φ_4 были существенно меньше $\Phi_к$. Для этого ядро изолируется от среды и блока теплоизоляцией *1*, а сопротивления $R_{2с}$ и R_{24} должны быть значительно больше $R_к$. Кроме того, теплоемкость ядра C_2 желательно выбрать так, чтобы скорость его охлаждения была удобной для измерения (например, $dt_2/d\tau \leqslant 0{,}05$ К/с). Оценку величины C_2 можно сделать на основании зависимости (4.16), в которой пренебрегаем потоками Φ_2 и Φ_4 и принимаем

$$C_2 \geqslant (\Delta t/R_к)(dt_2/d\tau)^{-1},$$

где Δt зависит от шкалы регистрирующего прибора и обычно составляет примерно 5 К.

Подставляя в последнее выражение числовые значения Δt и $dt_2/d\tau$, получим $C_2 \geqslant 100 R_к^{-1}$. Параметры R_{2c} и R_{24} являются постоянными прибора и могут быть определены из градуировочных опытов, в которых последовательно проводятся измерения двух образцов *3* с известными термическими сопротивлениями $R_{к1}$ и $R_{к2}$.

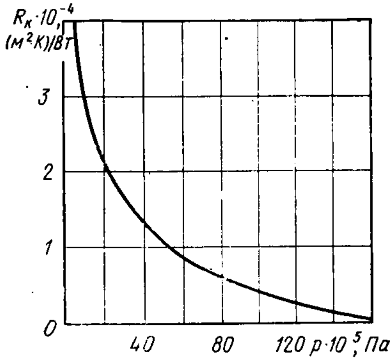


Рис. 4.8. Зависимость термического сопротивления контакта от давления для пары 1Х18Н10Т—1Х18Н10Т

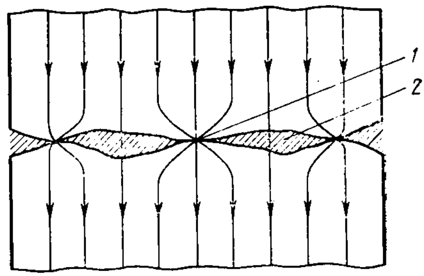


Рис. 4.9. Контакт плоских поверхностей

При этом следует стремиться к существенному отличию значений этих сопротивлений; вычисления производятся по формуле (4.16). При реализации прибора температуры t_2, t_4, а также перепад температур Δt удобно измерять с помощью дифференциальных термопар. Суммарная погрешность определения КТС предложенным методом при выполнении указанных рекомендаций не превышает 15% при доверительной вероятности 0,95, а время подготовки и проведения одного опыта занимает 10—15 мин.

Если прибор снабдить измерительным устройством для определения сдавливающего усилия в месте контакта, то можно получить зависимость $R_к$ от давления p.

Расчет КТС. В настоящее время достаточно хорошо изучены КТС плоских металлических поверхностей при давлениях более $5 \cdot 10^6$ Па. В практике приборостроения обычно приходится иметь дело с диапазоном давлений $(0{,}1 \div 5) \cdot 10^6$ Па. Заметим, что в указанном диапазоне давлений КТС меняется наиболее значительно, а при давлениях свыше 10^7 Па термическое сопротивление практически остается постоянным (рис. 4.8).

Рассмотрим сначала метод расчета КТС плоских поверхностей. В общем случае передача теплоты через зону контакта осуществляется одновременно тремя путями: теплопроводностью через пятна фактического контакта *1*, теплопроводностью через среду *2*, заполняющую впадины неровностей, и, наконец, излучением между поверхностями (рис. 4.9). Показано, что теплообмен излучением вплоть до температур 750 K невелик и в дальнейшем им будем пренебрегать. Процессы переноса через контакт характеризуются или КТС $R_к$, или проводимостью $\sigma_к = R_к^{-1}$. Принимая во внимание параллельный перенос потоков, запишем следующие выражения:

$$R_к^{-1} = R_м^{-1} + R_с^{-1}, \quad \sigma_к = \sigma_м + \sigma_с, \tag{4.17}$$

где $R_м$, $R_с$, $\sigma_м$, $\sigma_с$ — термические сопротивления и тепловые проводимости через места фактического контакта и межконтактную среду.

При рассмотрении процесса передачи теплоты через зону контакта обычно принимают следующие допущения: пятна фактического контакта равномерно распределены по всей поверхности сопряжения; все пятна фактического контакта имеют форму круга с одним и тем же радиусом, практически остающимся неизменным при приложении нагрузки; термическое сопротивление окисной пленки пренебрежимо мало.

Тепловую проводимость через места фактического контакта (в условиях глубокого вакуума) можно определить по формуле [22]

$$\sigma_{муд}^{-1} = R_{муд} = \frac{\varphi}{2{,}12\bar{\lambda}_м \eta} 10^{-4}, \tag{4.18}$$

где η — относительная площадь фактического контакта (отношение фактической площади контакта ко всей площади сопряжения); φ — коэффициент стягивания теплового потока к пятнам фактического контакта $[\sigma_{муд}] = Вт/(м^2К)$.

Приведенная теплопроводность $\bar{\lambda}$ связана с теплопроводностями λ_1 и λ_2 контактирующих материалов зависимостью

$$\bar{\lambda} = 2\lambda_1\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2). \tag{4.19}$$

Коэффициент стягивания является функцией величины η, т. е.

$$\varphi = 1 - 1{,}41\eta^{1/3} + 0{,}3\eta^{3/2}.$$

Наличие в формуле (4.18) относительной площади фактического контакта η позволяет выразить термическое сопротивление $R_м$ в зависимости от давления, механических свойств материалов, геометрических характеристик контактирующих поверхностей и др. Приведем упрощенную зависимость между параметрами η и φ:

$$\eta/\varphi = (pB/E)^{0{,}8}. \tag{4.20}$$

Это выражение получено из анализа профилограмм поверхностей с чистотой обработки от 3-го до 10-го класса, для материалов с модулем упругости $E > 10^{10}$ Па и при относительных нагрузках на контактных поверхностях $p/E = 5 \cdot 10^{-6} \div 5 \cdot 10^{-4}$. Входящий в выражение (4.20) коэффициент B характеризует геометрические свойства поверхностей; он представлен на рис. 4.10 в зависимости от суммы средних высот микронеровностей $h_{ср\,1} + h_{ср\,2}$ контактирующих поверхностей. Окончательно для приближенного расчета величины $R_{\text{муд}}$ из (4.18) и (4.20) получаем следующую зависимость:

$$r_{\text{м}}=R_{\text{муд}}=10^{-4}[2{,}12\bar{\lambda}_{\text{м}}(pB/E)^{0{,}8}]^{-1}. \tag{4.21}$$

Тепловая проводимость прослойки межконтактной среды равна отношению теплопроводности этой среды λ_c к эквивалентной толщине прослойки $\delta_{\text{экв}}$:

$$\sigma_{\text{суд}}=\lambda_c/\delta_{\text{экв}}. \tag{4.22}$$

Выражение для эквивалентной толщины прослойки $\delta_{\text{экв}}$ с учетом дискретного характера расположения полостей среды имеет вид

$$\delta_{\text{экв}}=(h_{\text{ср}1}+h_{\text{ср}2})(1-m_h), \tag{4.23}$$

где m_h — коэффициент заполнения профиля неровностей.

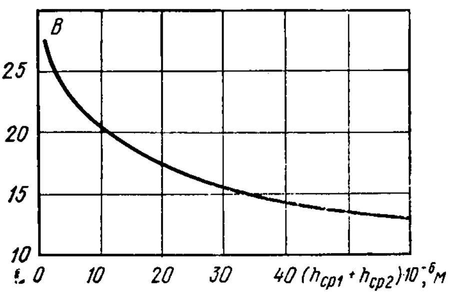


Рис. 4.10. Зависимость коэффициента B от суммы средних высот микронеровностей

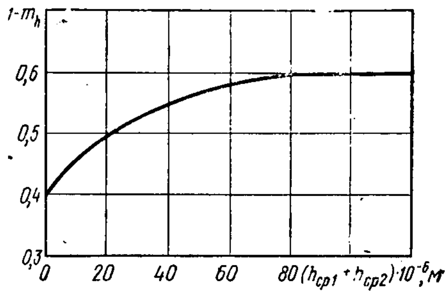


Рис. 4.11. Зависимость коэффициента $1-m_h$ от суммы средних высот микронеровностей

На рис. 4.11 приведена графическая зависимость $1-m_h=f(h_{\text{ср}1}+h_{\text{ср}2})$, полученная путем обработки профиллограмм поверхности образцов с чистотой обработки от 3-го до 10-го класса из материалов с $E>10^{10}$ Па.

Рассмотренные выше плоские соединения не охватывают всех случаев, встречающихся в приборостроении, так как практически контактирующие пары имеют более сложную конфигурацию. На рис. 4.12, *а, б, в, г* изображены некоторые конструкции соединительных узлов, встречающихся в блоках электронной аппаратуры. Во всех случаях измерения перепада температур Δt проводились между точками *а* и *б*, размеры отдельных деталей соединительных узлов указаны на рисунке. Приведенные значения термических сопротивлений справедливы для тех узлов конструкций, которые исследовались и могут служить для оценки порядка величины $R_{\text{к}}$.

В приборах широко распространены резьбовые соединения деталей с резьбой от М2 до М6. На КТС таких соединений влияют чистота обработки поверхностей (средняя высота $h_{\text{ср}}$ микронеровностей от 5 до 140 мкм), частота установки винтов n/A на единицу площади A контактирующих поверхностей, момент затяга винтов M, теплопроводности λ_1 и λ_2 контактирующих материалов и их пределы прочности σ_1^* и σ_2^*. Влияние физических свойств контактирующих материалов характеризуется отношением $\sigma_{min}^*/\overline{\lambda}$ предела прочности σ_{min} менее твердого материала пары к их приведенной теплопроводности $\overline{\lambda}$. Результаты опытов обобщены и представлены для удельного термического сопротивления r в виде эмпирической зависимости

$$r=r_1K_2K_3K_4,\quad r_1=r_1\,(\sigma_{min}^*/\overline{\lambda}),\tag{4.24}$$

$$K_2=K_2(h_{ср}),\ K_3=K_3(M),\ K_4=K_4(n/A),$$

где значения r_1 и K_i показаны на рис. 4.13.

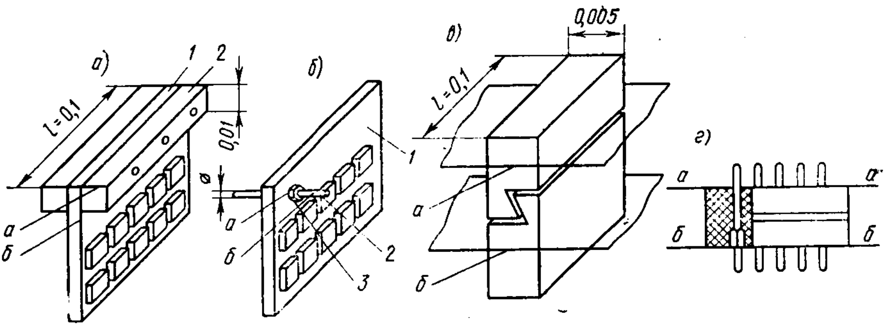


Рис. 4.12. Конструкции соединительных узлов:

а — монтажная плата *1* из текстолита и дюралюминиевая рамка *2*, $R_к=0,3$ К/Вт; *б* — плата *1* крепится к металлическому стержню *2* с помощью гайки *3*, $R_к=10$ К/Вт; *в* — соединение типа «ласточкин хвост» при сжимающем усилии 150 Н, $R_к=0,2\div0,3$ К/Вт; *г* — штыревые разъемы РП-14 ЗП и 2РМ142Б50Ш2А, $R_к=5,5$ и 2,5 К/Вт

Для изменения величины КТС разъемных соединений используют следующие приемы: заполнение межконтактного пространства теплостойкими вязкими смазками и пастообразными веществами; введение в зону контакта высокотеплопроводных материалов (графит, алюминиевая пудра); напыление или гальваническое покрытие контактных поверхностей высокотеплопроводными и пластичными материалами (меднение, лужение и др.); применение прокладок из высокотеплопроводных мягких материалов (олово, свинец, кадмий и др.).

Анализ обширного экспериментального материала позволяет рекомендовать для расчета КТС зависимость

$$r_н=K_нr,\tag{4.25}$$

где r, $r_н$ — удельные КТС при сухом контакте и при введении в зону контакта заполнителя; $K_н$ — эмпирический коэффициент, зависящий только от свойств заполнителя. В табл. 4.14 приведены значения коэффициента $K_н$ для некоторых заполнителей, а на рис. 4.14 показана зависимость КТС от давления при наличии в зоне контакта различных заполнителей.

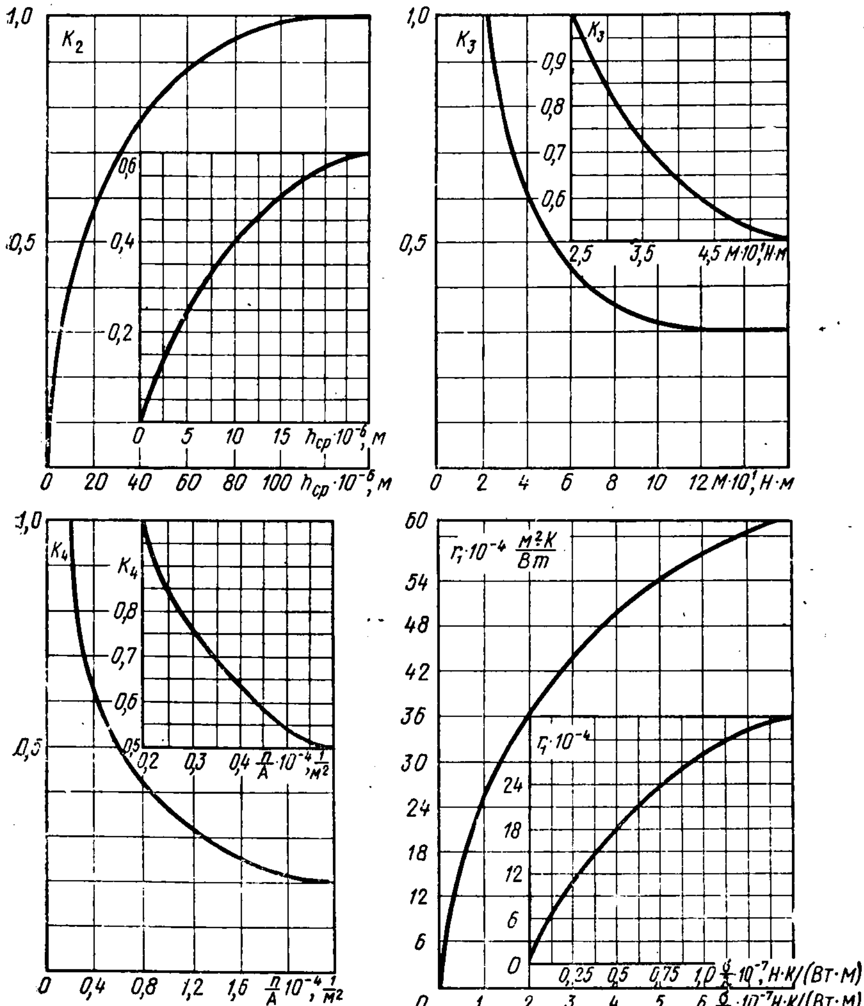


Рис. 4.13. Графики для расчета КТС между металлическими пластинами, соединенными витками

Практика применения металлических покрытий для снижения КТС показывает, что целесообразно наносить металл толщиной, в 2—3 раза превышающей высоту микронеровностей. При этом КТС определяется физическими свойствами материала покрытия, а не материала образцов. Расчет термического сопротивления в этом случае можно проводить по приведенным выше формулам, причем значение r_1 следует определить для материала покрытия.

При использовании пластичных металлических прокладок толщиной не менее 0,5 мм полное удельное термическое сопротивление r определяется суммой двух сопротивлений r_a и $r_б$ между прокладкой и образцами и сопротивлением $r_в$ самой прокладки

$$r = r_a + r_б + r_в, \quad r_в = \delta_в/(\lambda_в A_в). \qquad (4.26)$$

Величины r_a и $r_б$ определяются по приведенным выше формулам. Расхождение расчетных данных с экспериментальными не превышает 15—20%.

Анализ экспериментальных результатов позволяет сделать ряд рекомендаций. Наиболее эффективным способом уменьшения КТС (в пять раз) является заполнение межконтактного пространства смазками и пастами с порошкообразным теплопроводным наполнителем. Напыляемый или гальванически осажденный слой позволяет снизить КТС между стальными образцами в четыре раза. Применение пластичных и высокотеплопроводных прокладок является менее эффективным приемом. Их следует использовать для снижения КТС между твердыми материалами (закаленные высоколегированные стали, твердые сплавы, керамика) с невысокой теплопроводностью $\lambda < 30$ Вт/(м²·К).

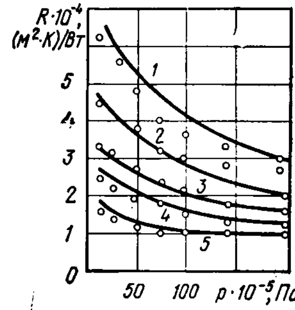


Рис. 4.14. Зависимость КТС от давления p при наличии в зоне контакта различных заполнителей:

1 — воздуха; *2* — графитового порошка; *3* — алюминиевой пудры; *4* — глицерина; *5* — смеси 80% глицерина и 20% графитового порошка; ——— — расчет; 0 — эксперимент

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1. Теплопроводность λ, плотность ρ и удельная теплоемкость c_p различных твердых материалов

Наименование материала	Температура, °С	λ, Вт/(м·К)	ρ, кг/м	c_p, Дж/(кг·К)
Металлы и сплавы				
Алюминий	0—100	210	2 700	900
Германий	20	14,7—29,3	5 320	314
Дюралюминий	0—100	160—180	2 750	920
Железо	0	74,4	7 880	440
Кремний	20	23,3	2 300	733
Латунь	0—100	90—100	8 600	376
Серебро	0—100	390—420	10 500	234
Свинец	0—100	35	11 250	125
Сталь V-12	0—100	45	7 900	470
Сталь 20	0—100	50	7 850	460
Сталь легированная	0—100	38	7 780	480
конструкционная	0—100	390	8 930	380
Медь				
Неметаллические материалы				
Асбест листовой	30	0,11	770	816
Асбест волокно	50	0,11	470	816
Бакелитовый лак	20	0,29	1400	—
Бумага	20	0,10—0,14	300—730	1507
Дерево (фанера)	20	0,15	600	1256
Картон обыкновенный	20	0,17	700	1510
Плексиглас (оргстекло)	20	0,19	1180	1423—1550
Пробковая пластина	30	0,042	190	1884
Резина	20	0,15	250—1300	2050
Слюда	20	0,45—0,06	2600—3200	879
Стекло кварцевое	100—200	1,4—1,5	2500—2800	892
Стеклянная вата	0	0,037	200	670
Текстолит	20	0,23—0,34	1300—1400	1460—1500
	100	2—2,5	2500—2600	1088
Гетинакс	20	0,15—0,18	1215	—
Компаунд ЭК-16А	50—100	0,30—0,35	1350	1200—1400

Таблица А.2. **Коэффициенты черноты различных поверхностей**

Материалы и состояние поверхности	Температура, °C	Коэффициенты черноты
Алюминий (тщательно полированная пластина)	200—600	0,04—0,06
Алюминий (сильно окислен)	35—500	0,20—0,31
Силуминовое литье (в песчаной форме)	100—500	0,33—0,31
Силуминовое литье (в кокильной форме)	100—500	0,16—0,23
Дюралюминий Д-16	50—350	0,37—0,41
Сталь полированная	100	0,066
Сталь листовая холоднокатаная	93	0,075—0,085
Сталь листовая сильно окисленная	25	0,80—0,82
Сталь различных сортов после окисления	300—800	0,86—0,92
Латунь прокатанная	22	0,06
Латунь прокатанная и обработанная грубым наждаком	22	0,20
Латунь тусклая	50—350	0,22
Латунь хромированная полированная	100	0,075
Латунь торговая шлифованная	20	0,030
Медь, шабренная до блеска	22	0,072
Медь (пластина после нагрева до 600° С)	200	0,57
Никель, проволока окисленная	70—200	0,44
Олово, луженое кровельное железо	100	0,07—0,08
Цинк, оцинкованное железо	25	0,23—0,27
Асбестовый картон, бумага, ткань	20—300	0,93
Бумага тонкая, наклеенная на лакированную пластинку	20	0,92
Краски эмалевые, лаки различных цветов	20—100	0,92
Краски матовые различных цветов	100	0,92—0,96
Лак черный матовый	40—100	0,96—0,98
Муар серый, черный	20	0,86—0,90
Краска защитно-зеленая	20	0,90
Краска бронзовая	100	0,51
Краска алюминиевая	100	0,28
Краски алюминиевые разной давности с переменным содержанием алюминия	100	0,28—0,67
Алюминиевая фольга без масла	100	0,09
Алюминиевая фольга, покрытая слоем масла	100	0,56
Окиси металлов	—	0,04—0,8
Никелированные поверхности	20	0,05—0,07

Таблица А.3. Значения плотности ρ, удельной теплоемкости c_p, теплопроводности λ, кинематической вязкости ν и числа Прандтля (Pr) сухого воздуха при давлении 10^5 Па и различных температурах

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, Дж/(кг·К)	$\lambda\cdot10^2$, Вт/(м·К)	$\nu\cdot10^6$, м²/с	Pr
−50	1,584	1010	2,04	9,23	0,728
−20	1,395	1010	2,28	12,79	0,716
0	1,293	1000	2,44	13,28	0,707
10	1,247	1000	2,51	14,16	0,705
20	1,205	1000	2,60	15,06	0,703
30	1,165	1000	2,68	16,00	0,701
40	1,128	1000	2,76	16,96	0,699
50	1,093	1000	2,83	17,95	0,698
60	1,060	1000	2,90	18,97	0,696
70	1,029	1000	2,97	20,02	0,694
80	1,000	1000	3,05	21,09	0,692
90	0,972	1000	3,13	22,10	0,690
100	0,946	1000	3,21	23,13	0,688
120	0,898	1000	3,34	25,45	0,686

Таблица А.4. Значения плотности ρ, удельной теплоемкости c_p, теплопроводности λ, кинематической вязкости ν, объемного расширения β, поверхностного натяжения σ и числа Прандтля (Pr) воды на линии насыщения при давлении 10^5 Па и различных температурах

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, кДж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	$\nu\cdot10^6$, м²/с	$\beta\cdot10^4$, 1/К	$\sigma\cdot10^4$, Н/м	Pr
0	999,9	4,212	0,560	1,789	−0,63	756,4	13,5
20	998,2	4,183	0,597	1,006	1,82	726,9	7,03
40	992,2	4,174	0,627	0,659	3,87	696,5	4,36
60	983,1	4,179	0,650	0,478	5,11	662,2	3,03
80	971,8	5,195	0,669	0,365	6,32	625,9	2,23
100	958,4	4,220	0,684	0,295	7,52	588,6	1,75
150	917,0	4,313	0,684	0,203	10,3	486,6	1,17
180	886,9	4,417	0,672	0,173	11,9	422,8	1,03
200	863,0	4,505	0,658	0,158	13,3	376,7	0,932
220	840,3	4,614	0,64	0,148	14,8	331,6	0,898
240	813,6	4,76	0,617	0,141	16,8	285,5	0,883
260	784,0	4,98	0,593	0,135	19,7	237,4	0,892
280	750,7	5,30	0,565	0,131	23,7	191,3	0,917
300	712,5	5,76	0,532	0,128	29,2	144,2	0,986
320	667,1	6,57	0,494	0,128	38,2	98,10	1,14
370	450,5	40,32	0,338	0,126	264	4,709	6,80

Таблица А.5. **Физические свойства водяного пара на линии насыщения**

t, °С	$p \cdot 10^{-5}$, Па	ρ, кг/м³	r, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·К)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	Pr
100	1,013	0,598	2256,8	2,135	2,372	20,02	1,08
150	4,76	2,547	2114,3	2,395	2,884	5,47	1,16
180	10,08	5,157	2015,2	2,709	3,268	2,93	1,25
200	15,55	7,862	1940,7	3,023	3,547	2,03	1,36
220	23,20	11,62	1857,8	3,408	3,896	1,45	1,47
240	33,48	16,76	1766	3,881	4,290	1,06	1,61
260	46,94	23,72	1661	4,467	4,800	0,794	1,75
280	64,19	39,15	1476	5,694	5,830	0,526	2,01
300	85,92	46,21	1404	6,280	6,270	0,461	2,13
320	112,90	65,72	1238	8,206	7,510	0,353	2,50
370	210,53	203,0	438,4	56,52	17,10	0,166	11,10

Таблица А.6. **Поправка ε_L на ограниченность трубы**

Re	ε_L						
	Отношение l/d						
	1	2	5	10	15	30	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,07	1,00
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,05	1,00
$6 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,04	1,00
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,03	1,00
$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,02	1,00

Таблица А.7. **Зависимость параметра z от температуры t_f для воздуха и воды**

t_f, °С	—50	—20	0	20	50	100
z (воздух)	4,30	3,92	3,74	3,56	3,40	3,10
z (вода)	—	—	1430	1880	2500	3190

Таблица А.8. Значение функции $f(t_i, t_j)$

t, °C	t, °C: 5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100
10	5,03														
15	5,16	5,32													
20	5,31	5,45	5,59												
25	5,45	5,59	5,76	5,90											
30	5,59	5,76	5,90	6,05	6,20										
35	5,76	5,90	6,05	6,20	6,35	6,51									
40	5,90	6,06	6,20	6,35	6,51	6,60	6,82								
45	6,05	6,20	6,35	6,51	6,66	6,83	7,00	7,14							
50	6,20	6,35	6,51	6,67	6,83	7,00	7,17	7,35	7,50						
60	6,65	6,70	6,87	7,04	7,19	7,35	7,51	7,69	7,87	8,05					
70	6,90	7,06	7,21	7,39	7,55	7,72	7,86	8,05	8,24	8,42	8,80				
80	7,27	7,44	7,59	7,75	7,80	8,07	8,26	8,45	8,65	8,83	9,20	9,62			
90	7,63	7,82	7,98	8,13	8,31	8,49	8,67	8,86	9,04	9,25	9,65	10,03	10,46		
100	8,03	8,19	8,37	8,53	8,72	8,91	9,09	9,28	9,46	9,66	10,08	10,49	11,91	11,36	
110	8,43	8,60	8,79	8,97	9,15	9,33	9,51	9,71	9,90	10,10	10,51	10,93	11,38	11,82	12,30
120	8,85	9,02	9,20	9,40	9,56	9,77	9,98	10,17	10,35	10,56	11,01	11,42	11,87	12,31	12,80
130	9,30	9,40	9,65	9,88	10,01	10,22	10,41	10,62	10,81	11,02	11,42	11,90	12,37	12,82	13,32
140	9,75	9,65	10,12	10,30	10,50	10,72	10,90	11,10	11,31	11,51	11,94	12,40	12,89	13,40	13,85

Таблица А.10. **Упругость насыщенного водяного пара**

Надо льдом

t, °C	0	—1	—3	—5	—10	—15	—20	—25	—30	—35	—40
$p_{нп} \cdot 10^{-3}$, Па	0,611	0,563	0,476	0,401	0,263	0,165	0,103	0,063	0,037	0,015	0,012
$p_{нп}$, мм рт. ст.	4,58	4,22	3,57	3,01	1,97	1,24	0,77	0,47	0,28	0,11	0,093

Над водой

t, °C	0	+1	+3	+4	+5	+10	+15	+20	+25	+30	+35	+40	+50
$p_{нп} \cdot 10^{-3}$, Па	0,611	0,657	0,758	0,813	0,872	1,228	1,705	2,338	3,167	4,246	5,623	7,374	12,332
$p_{нп}$, мм рт. ст.	4,58	4,93	5,69	6,10	6,54	9,21	12,79	17,54	23,76	31,82	42,18	55,32	92,51

Таблица А.9. **Коэффициенты поглощения солнечного излучения**

Наименование материала	Коэффициент поглощения
Алюминий полированный	0,26
» тщательно полированный	0,14
Асфальт	0,89
Бумага белая	0,27
Вольфрам тщательно полированный	0,37
Гравий	0,29
Железо полированное	0,45
» окисленное ржавое	0,74
Земля	0,38
Кирпич красный	0,70—0,77
Краска:	
алюминиевая	0,55
белая	0,12—0,26
масляная светло-зеленая	0,50
масляная светло-серая	0,75
черная на оцинкованном железе	0,90
Медь полированная	0,26
» тусклая	0,64
Никель полированный	0,40
Окись цинка	0,15
Оцинкованное железо новое	0,66
» » старое	0,89
Серебро тщательно полированное	0,07
Сталь нержавеющая 301, полированная	0,37
Черепица красная и коричневая	0,65—0,74

Таблица А.11. **Коэффициент K_p, учитывающий влияние пониженного давления на тепловой режим герметичного блока**

$p_2 \cdot 10^{-5}$, Па	$p_1 \cdot 10^{-5}$, Па								
	0,67	0,53	0,40	0,27	0,13	0,11	0,08	0,05	0,03
0,75	1,06	1,09	1,13	1,17	1,25	1,28	1,30	1,33	1,35
0,61		1,11	1,15	1,19	1,26	1,29	1,31	1,33	1,36
0,27				1,26	1,32	1,34	1,36	1,39	1,40
0,13					1,35	1,37	1,40	1,42	1,45

Таблица А.12. **Характеристики однокаскадных модулей термоэлектрической батареи «Селен»**

Наименование модуля	Габаритные размеры, мм	Площадь рабочей поверхности 10^6, м^2	Напряжение, В	Ток, А	Холодопроизводительность, Вт	Максимальная разность температур, К	Масса, г
C1	61×65,5×7	32,6	1,7	70	16	7,50	115
C2	49×39,5×7	14,5	2,0	26	7,1	7,50	48
C3	38×27,5×7	7,8	2,3	12	3,7	7,50	28
C4	19×30×7	3,6	1,1	12	1,7	7,50	13
C5	21×19×7	2,2	1,9	12	1,0	7,50	8
C6	20×15×8	2,0	2,3	1,9	0,5	7,45	10

Характеристики модулей типа ТЭМО

Вид модуля	Площадь рабочей поверхности, $м^2 \cdot 10^4$	Напряжение, В	Ток, А	Холодопроизводительность, Вт	Рабочий перепад температур, К	Масса, г
Однокаскадные 25×25×10	3,0	1,0	2,5—3	1—1,5	35—40	20
Двухкаскадные 25×25×20	0,785	1,2	2,5—3	0,3—0,5	55—60	25
Трехкаскадные 40×30×30	0,785	4,0	2,5—3	0,3—0,4	75—80	100

Характеристики однокаскадных модулей типа ТМБ

Наименование модулей	Габаритные размеры, мм	Площадь рабочей поверхности, $мм^2$	Напряжение, В	Ток, А	Холодопроизводительность, Вт	Максимальная разность температур, К	Масса, г
ТБМ-2м	11×11×9	9×9	2,2	0,5	0,5	30	4,5
ТБМ-к	9×9×10	9×9	2	0,8	1,2	70	3,5

Таблица А.13. **Физические свойства хладоагентов**

Хладоагент	Т кипения при давлении 10^5 Па	Удельная теплота парообразования, кДж/кг	Плотность жидкости, $кг/м^3$	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Плотность в твердом состоянии, $кг/м^3$
Гелий	4,22	20,43	125	4,56	160
Водород	20,38	441,70	71	58,20	90
Неон	27,10	86,25	1206	16,62	1440
Азот	77,36	198,45	804	25,75	950
Аргон	87,29	162,03	1393	29,52	1700
Метан	111,67	510,79	426	58,60	520
Этан	184,53	489,86	546	95,46	—
Двуокись углерода	194,70	571,08	1180	199,04	1600
Аммиак	239,76	1369	682	332,01	800

Таблица А.14. **Значения коэффициента $K_н$ для различных заполнителей контактного пространства**

Заполнитель	$K_н$	Заполнитель	$K_н$
Алюминиевая пудра	0,7	Смесь 80% глицерина и 20% графитового порошка	0,25
Графит порошкообразный	0,3—0,5	Паста КПТ-8	0,20
Глицерин	0,4	Паста «Сиаль»	0,15
Жидкая смазка ПФМС	0,35		

Б.1. Температурное поле параллелепипеда со ступенчатым источником энергии. В § 1.6 приведены дифференциальное уравнение (1.71) и граничные условия, описывающие температурное поле анизотропного параллелепипеда с источником энергии, занимающим область в форме ступеньки (см. рис. 1.16, *а*):

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + q_V \{1(z-\xi+\delta) - 1(z-\xi-\delta)\} = 0.$$

Граничные условия в направлениях осей x и y из-за симметрии поля температур примут вид

$$\left.\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\alpha_x}{\lambda_x}\vartheta\right)_{x=L_x/2} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right|_{y=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \frac{\alpha_y}{\lambda_x}\vartheta\right)_{y=Ly/2} = 0,$$

а по оси z симметрия температурного поля отсутствует:

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\alpha_z}{\lambda_z}\vartheta\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \frac{\alpha_z}{\lambda_y}\vartheta\right)_{z=L_z} = 0.$$

Приближенное решение этой системы уравнений получено методом осреднения и имеет вид [21]

$$\vartheta = 0{,}5\frac{q}{\lambda_x}\left(\frac{\lambda_x L_x}{\alpha_x} + \frac{L_x^2}{4} - x^2\right)\left(1 - \Omega_y \frac{\operatorname{ch}(b_y y)}{\operatorname{ch}(b_y \cdot 0{,}5 L_y)}\right)\varphi_z;$$

$$\Omega_y = \left(1 + \frac{\lambda_y b_y}{\alpha_y}\operatorname{th}\left(b_y \frac{L_y}{2}\right)\right)^{-1}, \quad b_y^2 = \frac{\alpha_x \psi_x}{\lambda_y 0{,}5 L_x}; \qquad (\text{Б.1})$$

$$\varphi_z = \frac{n}{K}(h \operatorname{ch}(b_z z) + \operatorname{sh}(b_z z)) - \{1(z-\xi+\delta)[\operatorname{ch} b_z(z-\xi+\delta) - 1] -$$

$$- 1(z-\xi-\delta)[\operatorname{ch} b_z(z-\xi-\delta) - 1]\};$$

$$n = \left[h\frac{\operatorname{sh} b_z(L_z-\xi+\delta) - \operatorname{sh} b_z(L_z-\xi-\delta)}{\operatorname{ch} b_z L_z} + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{ch} b_z(L_z-\xi+\delta) - \operatorname{ch} b_z(L_z-\xi-\delta)}{\operatorname{ch} b_z L_z}\right];$$

$$K = (h^2+1)\operatorname{th} b_z L_z + 2h; \quad h = b_z\lambda_z/\alpha_z = b_z L_z/B_z; \quad B_z = \alpha_z L_z/\lambda_z;$$

$$b_z^2 = 2\frac{\alpha_x L_y \psi_x + \alpha_y L_x \psi_y}{\lambda_z L_x L_y}; \quad \psi_i = \left(1 + \frac{1}{6}\frac{\alpha_i L_i}{\lambda_i}\right)^{-1}, \quad i = x, y.$$

При равномерном распределении источников теплоты по всему объему параллелепипеда, когда $\delta = \xi = 0{,}5\,L_z$, выражение для температурного поля существенно упрощается; поместим начало координат в центр параллелепипеда, тогда выражение (Б.1) сохраняет силу, а функция φ_z принимает вид

$$\varphi_z = 1 - \Omega_z \frac{\operatorname{ch} b_z z}{\operatorname{ch} 0{,}5 b_z L_z}, \quad \Omega_z = \left(1 + \frac{\lambda_z b_z}{\alpha_z} \operatorname{th} b_z \frac{L_z}{2}\right)^{-1}. \tag{Б.2}$$

Вернемся к решению (Б.1) и найдем перегрев ϑ^* в центре ступенчатого источника, т. е. в точке с координатами $x = y = 0$, $z = \xi$. Для этого введем параметр $K^* = \vartheta^*/\vartheta_0$, равный отношению перегрева в центре ступенчатого источника к перегреву ϑ_0 в центре параллелепипеда с равномерным распределением источников. Используя решение (Б.1), получим

$$K^* = \frac{\vartheta^*}{\vartheta_0} = \frac{L_z}{2\delta} \frac{nK^{-1}(h \cdot \operatorname{ch} b_z \xi + \operatorname{sh} b_z \xi) - \operatorname{ch} b_z \delta + 1}{n^* K^{-1}(h \cdot \operatorname{ch} 0{,}5 b_z L_z + \operatorname{sh} 0{,}5 b_z L_z) - \operatorname{ch}(0{,}5 b_z L_z) + 1}.$$

Коэффициент K^* зависит от следующих четырех параметров:

$$\bar{\xi} = \xi/L_z, \quad \bar{\delta} = \delta/L_z, \quad b_z L_z, \quad B_z = \alpha_z L_z/\lambda_z. \tag{Б.3}$$

Представим K^* в форме произведения $K^* = 2\bar{\delta} L_z^{-1} a^* b$, где каждый из сомножителей a^* и b является функцией двух аргументов $a^* = a^*(B_z, \xi/L_z)$; $b = b(\Phi_z, \delta/L_z)$; здесь $\Phi_z = b_z L_z$;

$$n^* = h \frac{\operatorname{sh} b_z L_z + \operatorname{ch} b_z L_z - 1}{\operatorname{ch} b_z L_z},$$

На рис. Б.1 эти зависимости даны в графическом виде. При построении графиков предполагалось, что направление оси $\bar{z} = z/L_z$ в параллелепипеде выбрано так, чтобы соблюдалось условие $\bar{z}/L_z \leqslant 0{,}5$. Таким образом, пользуясь для определения ϑ_0 соотношением (1.65), найдем с помощью выражения

$$\vartheta^* = L_z (2\delta)^{-1} a^* b \vartheta_0 \tag{Б.4}$$

температуру в центре источника, занимающего область в форме ступеньки.

Пример Б. 1. Анизотропный параллелепипед ($L_x = 0{,}12$ м; $L_y = 0{,}16$ м; $L_z = 0{,}2$ м) имеет следующие значения теплопроводностей и коэффициентов теплоотдачи: $\lambda_x = \lambda_y = 0{,}5$ Вт/(м·К); $\lambda_z = 0{,}1$ Вт/(м·К); $\alpha_x = 10$ Вт/(м²·К), $\alpha_y = \alpha_z = 5$ Вт/(м²·К).

В параллелепипеде распределены источники теплоты общей мощностью $\Phi = 20$ Вт, причем в первом случае источники распределены равномерно, а во втором — сосредоточены в ступенчатой области, размеры которой L_x, L_y, $2\delta = 0{,}1$ м; координаты центра области $x = y = 0$, $z = 0{,}05$ м (рис. 1.16). Температура окружающей среды $t_c = 20°$ С. Определить температуры в центре области, занятой источником.

Решение. Первый случай. По формуле (1.63) определим средний коэффициент теплоотдачи граней параллелепипеда со средой:

$$\alpha = \frac{10 \cdot 2 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot 2 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot 2 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}16}{2(0{,}16 \cdot 0{,}2 + 0{,}12 \cdot 0{,}2 + 0{,}12 \cdot 0{,}16)} = 7{,}1 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

По формуле (1.67) находим температуру в центре параллелепипеда ; вычислим входящие в эту формулу параметры:

$$V = L_x L_y L_z = 3{,}84 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3;\quad A = 2\,(L_x L_y + L_x L_z + L_y L_z) = 0{,}15\ \text{м}^2;$$

$$l_1 = (L_x/2)\sqrt{\lambda_z/\lambda_x} = 0{,}1\sqrt{0{,}5/0{,}1} = 0{,}224\ \text{м};\quad l_3 = L_z/2 = 0{,}06\ \text{м};$$

$$l_2 = (L_y/2)\sqrt{\lambda_z/\lambda_y} = 0{,}08\sqrt{0{,}5/0{,}5} = 0{,}08\ \text{м};$$

$$l_3/l_1 = 0{,}268;\quad l_3/l_2 = 0{,}75;\quad C\,(l_3/l_2,\ l_3/l_1) = 0{,}37.$$

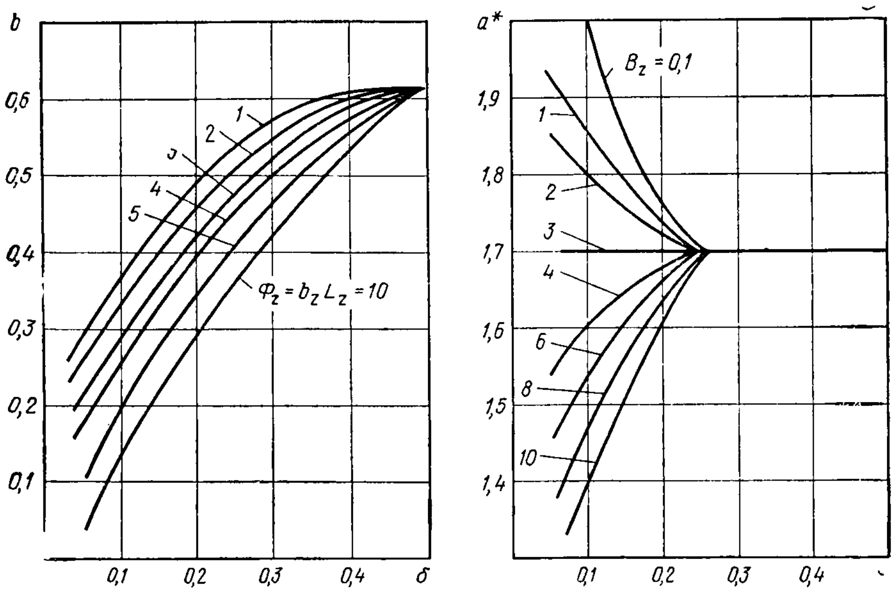


Рис. Б.1. Зависимости $b = b(\overline{\delta})$ и $a^* = a^*(\overline{\xi})$

Значение C находим по графику (см. рис. 1.15); температура t_0 в центре параллелепипеда

$$t_0 = 20 + 20\left(\frac{1}{7{,}1 \cdot 0{,}15} + \frac{36 \cdot 10^{-4}}{0{,}5 \cdot 3{,}84}\,0{,}37\right) = 52{,}6°\ \text{C}.$$

Второй случай. По формулам (Б.3) находим безразмерные параметры: $\overline{\xi} = \xi/L_z = 0{,}05/0{,}2 = 0{,}25$; $\overline{\delta} = \delta/L_z = 0{,}05/0{,}2 = 0{,}25$; $B_z = 5 \cdot 0{,}2/0{,}1 = 10$. Коэффициенты неравномерности ψ_x, ψ_y поля температур параллелепипеда в направлениях осей x и y, а также параметр $\Phi_z = b_z L_z$ определим по формулам (Б.1):

$$\psi_x = \left[1 + \frac{1}{6}\,\frac{10 \cdot 0{,}12}{0{,}5}\right]^{-1} = 0{,}71;\quad \psi_y = \left[1 + \frac{1}{6}\,\frac{5 \cdot 0{,}16}{0{,}5}\right]^{-1} = 0{,}79;$$

$$b_z = \sqrt{2\,\frac{10 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}71 + 5 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}79}{0{,}1 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}16}} = 41;$$

$$\Phi_z = b_z L_z = 41 \cdot 0{,}2 = 8{,}2.$$

По графикам, приведенным на рис. Б.1, определим параметры $a^*=a^*(B_z=10;\ \bar{\xi}=0{,}25)=1{,}7$; $b=b(\Phi_z=8{,}2;\ \bar{\delta}=0{,}25)=0{,}35$. Температуру в центре источника находим по формуле (Б.4):

$$t^*=20+(52{,}6-20)\frac{0{,}2}{0{,}1}1{,}7\cdot 0{,}35=58{,}3^\circ\mathrm{C}.$$

Б.2. Температурное поле пластины с локальным источником. На прямоугольной пластине толщиной δ с размерами L_x, L_y расположена область *И* прямоугольной формы, размеры которой $2\Delta\xi$, $2\Delta\eta$; в этой области равномерно распределены источники теплоты, мощность которых Φ (см. рис. 1.16, *б*). Теплообмен с торцов пластины отсутствует, а с двух поверхностей теплота рассеивается конвекцией и излучением в окружающую среду. Коэффициенты теплоотдачи равны α_1 и α_2. Как было показано в § 1.7, стационарное температурное поле такой пластины можно описать дифференциальным уравнением и граничными условиями вида:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}-b_2^2\vartheta=-q(x,y),\quad \vartheta=t-t_c;\\ q_A=\Phi/(4\Delta\xi\Delta\eta\delta\lambda),\quad b_2^2=(\alpha_1+\alpha_2)/(\lambda\delta);\\ q(x,y)=\begin{cases} q_A \text{ в области } И,\\ 0 \text{ вне области } И;\end{cases}\\ \left.\frac{\partial\vartheta}{\partial i}\right|_{i=0}=\left.\frac{\partial\vartheta}{\partial i}\right|_{i=L_i}=0\ (i=x,\,y).\end{gathered}\tag{Б.5}$$

Приближенное решение этой задачи дано в [21]:

$$\vartheta=\Phi\left[(\alpha_1+\alpha_2)4\Delta\xi\Delta\eta\right]^{-1}\varphi_x\varphi_y.\tag{Б.6}$$

Функция φ_x зависит от $\bar{x}=x/L_x$, $\bar{\xi}=\xi/L_x$, $\Delta\bar{\xi}=\Delta\xi/L_x$ и K_x:

$$\varphi_x=\begin{cases}K_x\,\mathrm{ch}\,(p_x\bar{x}), & \bar{x}\in[0,\ \bar{\xi}-\Delta\bar{\xi}];\\ K_x\,\mathrm{ch}\,(p_x x)-\mathrm{ch}\,[p_x(\bar{x}-\bar{\xi}+\Delta\bar{\xi})]+1, & x\in[\bar{\xi}-\Delta\bar{\xi},\ \bar{\xi}+\Delta\bar{\xi}];\\ K_x\,\mathrm{ch}\,(p_x\bar{x})-\mathrm{ch}\,[p_x(\bar{x}-\bar{\xi}+\Delta\bar{\xi})]+\mathrm{ch}\,[p_x(\bar{x}-\bar{\xi}-\Delta\bar{\xi})], & \bar{x}\in[\bar{\xi}+\Delta\bar{\xi},\ 1];\end{cases}\tag{Б.7}$$

Функция φ_y зависит от $\bar{y}=y/L_y$, $\bar{\eta}=\eta/L_y$, $\Delta\bar{\eta}=\Delta\eta/L_y$ и K_y:

$$\varphi_y=\begin{cases}K_y\,\mathrm{ch}\,(p_y\bar{y}), & \bar{y}\in[0,\ \bar{\eta}-\Delta\bar{\eta}];\\ K_y\,\mathrm{ch}\,(p_y\bar{y})-\mathrm{ch}\,[p_y(\bar{y}-\bar{\eta}+\Delta\bar{\eta})]+1, & \bar{y}\in[\bar{\eta}-\Delta\bar{\eta},\ \bar{\eta}+\Delta\bar{\eta}];\\ K_y\,\mathrm{ch}\,(p_y\bar{y})-\mathrm{ch}\,[p_y(\bar{y}-\bar{\eta}+\Delta\bar{\eta})]+\mathrm{ch}\,[p_y(\bar{y}-\bar{\eta}-\Delta\bar{\eta})], & \bar{y}\in[\bar{\eta}+\Delta\bar{\eta},\ 1]\end{cases}\tag{Б.8}$$

Функции K_x, K_y и p_x, p_y имеют такой вид:

$$K_x = \frac{2\,\mathrm{sh}\,(p_x\overline{\Delta\xi})\,\mathrm{ch}\,[p_x(1-\bar{\xi})]}{\mathrm{sh}\,p_x}, \quad K_y = \frac{2\,\mathrm{sh}\,(p_y\overline{\Delta\eta})\,\mathrm{ch}\,[p_y(1-\bar{\eta})]}{\mathrm{sh}\,p_y}, \tag{Б.9}$$

$$\left.\begin{aligned} p_x &= \frac{L_x}{L_y}\sqrt{B_y\left[1{,}5-\left(\frac{\mathrm{sh}\,(2\sqrt{B_y})}{2\sqrt{B_y}}+1\right)^{-1}\right]}; \\ p_y &= \frac{L_y}{L_x}\sqrt{B_x\left[1{,}5-\left(\frac{\mathrm{sh}\,(2\sqrt{B_x})}{2\sqrt{B_x}}+1\right)^{-1}\right]}; \\ B_x &= (\alpha_1+\alpha_2)\,L_x^2/(\delta\lambda), \quad B_y=(\alpha_1+\alpha_2)\,L_y^2/(\delta\lambda). \end{aligned}\right\} \tag{Б.10}$$

Рассмотрим частный случай — в центре квадратной пластины расположен источник, занимающий квадратную область, площадь основания пластины $A = L^2$, площадь источника $A_и = 4\Delta\xi\Delta\eta$, а длины ребер квадратов равны $\sqrt{A}$ и $\sqrt{A_и}$. Определим параметры, входящие в формулы (Б.5): $\bar{\xi} = \bar{\eta} = 0{,}5$; $\overline{\Delta\xi} = \overline{\Delta\eta} = \sqrt{A_и/A}$; из (Б.9) находим $K = K_x = K_y = (2\mathrm{sh}(p\sqrt{A_и/A})\,\mathrm{ch}\,(p\cdot 0{,}5))/(2p)$; параметр $p = p_x = p_y$ находим из (Б.10) или по графику, приведенному на рис. Б.2. По формуле (Б.6) находим перегрев ϑ_0 в центре пластины, полагая $\bar{x} = \bar{y} = 0{,}5\,L/L = 0{,}5$ и принимая во внимание $\varphi_x = \varphi_y$:

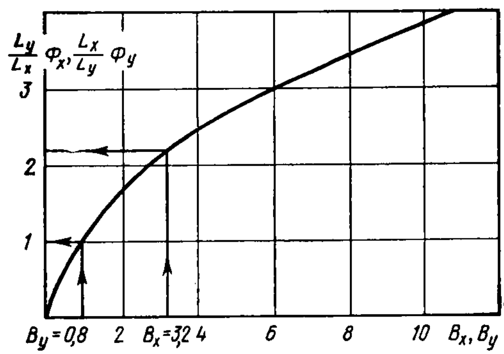


Рис. Б.2. Зависимость $p_i = p(B_i)$

$$t_и - t_с = \frac{\Phi}{(\alpha_1+\alpha_2)\,A_и}\left[K\,\mathrm{ch}\,(0{,}5p_x) - \mathrm{ch}\,(p_x\sqrt{A_и/A})+1\right]^2.$$

Средний перегрев пластины определяется по формуле Ньютона — Рихмана (1.9):

$$t_s - t_с = \Phi/[(\alpha_1+\alpha_2)\,A].$$

Из двух последних формул следует, что

$$\beta = (t_и - t_с)/(t_s - t_с) = \left[K\,\mathrm{ch}\,(0{,}5p) - \mathrm{ch}\,(p\sqrt{A_и/A})+1\right]^2\frac{A}{A_и} = $$
$$= f\,(B, \sqrt{A_и/A}). \tag{Б.11}$$

На графике (рис. Б.3) представлена зависимость (Б.11) параметра β от $B=(\alpha_1+\alpha_2)A/(\lambda\delta)$, $\sqrt{A_и/A}$.

Пример Б.2. На пластине размерами $L_x=0{,}2$ м; $L_y=0{,}1$ м и толщиной $\delta=0{,}5\cdot10^{-2}$ м расположен источник теплоты, занимающий область прямоугольной формы с координатами центра $\xi=\eta=0{,}05$ м; размеры области $2\Delta\xi=0{,}04$ м; $2\Delta\eta=0{,}02$ м. Сумма коэффициентов теплоотдачи с двух основных поверхностей пластины $(\alpha_1+\alpha_2)=20$ Вт/(м²·К); мощность источника теплоты $\Phi=20$ Вт; теплопроводность материала пластины $\lambda=50$ Вт/(м·К). Определить температуру в центре источника.

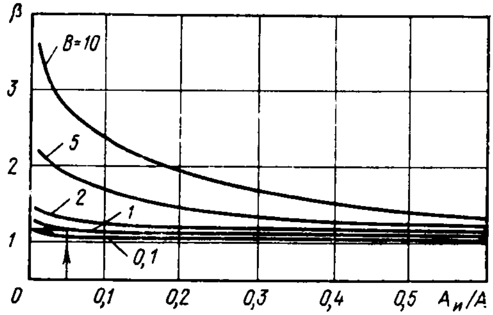


Рис. Б.3. Зависимость $\beta=\beta(A_и/A,\ B)$

Решение. По формулам (Б.10) рассчитываем следующие параметры:

$$B_x=\frac{20\,(0{,}2)^2}{0{,}5\cdot10^{-2}\cdot50}=3{,}2;\quad B_y=\frac{20\,(0{,}1)^2}{0{,}5\cdot10^{-2}\cdot50}=0{,}8;$$

$$p_x=\frac{0{,}2}{0{,}1}\sqrt{0{,}8\left\{1{,}5-\left[\frac{\operatorname{sh}(2\sqrt{0{,}8})}{2\sqrt{0{,}8}}+1\right]^{-1}\right\}}=1{,}9;$$

$$p_y=\frac{0{,}1}{0{,}2}\sqrt{3{,}2\left\{1{,}5-\left[\frac{\operatorname{sh}(2\sqrt{3{,}2})}{2\sqrt{3{,}2}}+1\right]^{-1}\right\}}=1{,}03.$$

По графикам, представленным на рис. Б.2, можно получить приближенные значения: $p_x=2$, $p_y=1{,}1$. Определяем параметры:

$$\Delta\bar\xi=\Delta\xi/L_x=0{,}1;\quad \Delta\bar\eta=\Delta\eta/L_y=0{,}1;\quad \bar\xi=\xi/L_x=0{,}25;\quad \bar\eta=\eta/L_y=0{,}5,$$

а по формуле (Б.9) — коэффициенты:

$$K_x=2\operatorname{sh}(1{,}9\cdot0{,}1)\operatorname{ch}[1{,}9\,(1-0{,}25)]/\operatorname{sh}1{,}9=0{,}26;$$

$$K_y=2\operatorname{sh}(1{,}1\cdot0{,}1)\operatorname{ch}[1{,}1\,(1-0{,}5)]/\operatorname{sh}1{,}1=0{,}185.$$

По формулам (Б.7) проводим расчеты зависимостей φ_{x0} и φ_{y0} для центра источника, координаты которого $\bar x=\bar\xi=0{,}25$; $\bar y=\bar\eta=0{,}5$:

$$\varphi_{x0}=0{,}26\operatorname{ch}(1{,}9\cdot0{,}25)-\operatorname{ch}[1{,}9\,(0{,}25-0{,}25+0{,}1)]+1=0{,}29;$$

$$\varphi_{y0}=0{,}185\operatorname{ch}(1{,}03\cdot0{,}5)-\operatorname{ch}(1{,}03\cdot0{,}1)+1=0{,}21.$$

Перегрев ϑ_0 в центре источника находим по формуле (Б.6):

$$\vartheta_0=\frac{20\cdot0{,}29\cdot0{,}21}{20\cdot4\cdot0{,}02\cdot0{,}01}=76{,}1\text{К}.$$

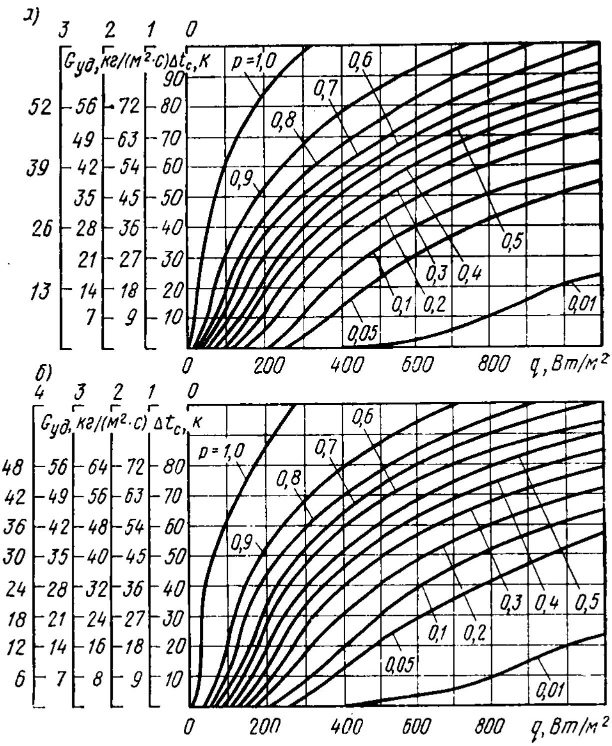


Рис. Б.4. Вероятностные кривые для РЭА в герметичном корпусе:

а — при свободном воздушном охлаждении и внутреннем перемешивании; *б* — при свободном воздушном охлаждении с наружным обдувом

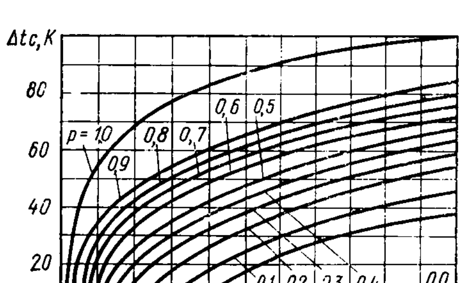


Рис. Б.5. Вероятностные кривые для РЭА в перфорированном корпусе при свободной воздушной вентиляции

Б.3. Вероятностная оценка обеспечения теплового режима РЭА. На рис. Б.4 — Б.6 приведены вспомогательные графики для разных систем охлаждения РЭА в герметичном и перфорированном корпусах со свободным и принудительным воздушным охлаждением как внутри аппарата, так и на наружной поверхности корпуса [17].

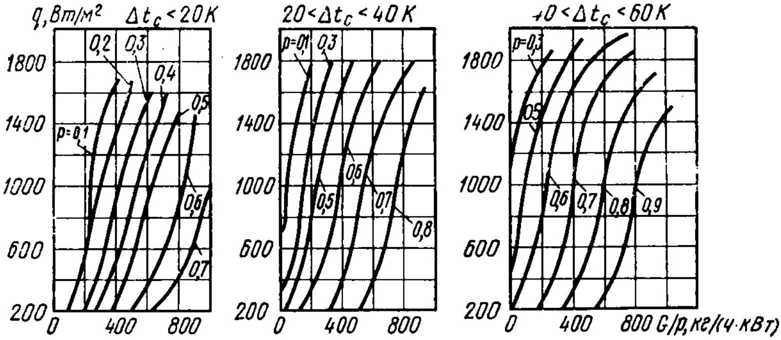


Рис. Б.6. Вероятностные кривые для РЭА с принудительным продувом воздуха

Приведено семейство кривых, соответствующих вероятностям $p = 0{,}01 \div 1{,}0$. По этим графикам устанавливается вероятность, с которой тепловой режим будет соответствовать техническому заданию. Вероятностная оценка показывает, какое внимание должны уделять конструкторы данному способу обеспечения нормального теплового режима; при этом следует руководствоваться следующими правилами:

если точка попадает в область $p \geqslant 0{,}8$, можно остановиться на этом способе охлаждения;

если точка попадает в область $0{,}8 > p \geqslant 0{,}3$, можно выбрать этот способ охлаждения, но чем меньше p, тем больше внимания надо уделять анализу теплового режима в дальнейшем;

при $0{,}3 > p \geqslant 0{,}1$ не рекомендуется выбирать данный метод охлаждения;

при $0{,}1 > p \geqslant 0{,}05$ обеспечить нормальный тепловой режим данным способом удается очень редко, а при $p < 0{,}05$ — практически невозможно. На рис. Б.6 введен дополнительный показатель — массовый расход воздуха на единицу рассеиваемой РЭА мощности G/P, кг/(ч·кВт). Более подробные сведения о вероятностных расчетах обеспечения теплового режима содержатся в [17].

Б.4. Графоаналитический метод расчета компактных теплообменников. Требуется так подобрать теплообменник типа воздух — воздух (В-В) или воздух — жидкость (В-Ж), чтобы последний обеспечивал при заданном расходе хладоагента необходимое количество теплоты, передаваемой от одного теплоносителя к другому. При этом перепад давлений в каналах $\Delta p_в$, $\Delta p_ж$ не должен превышать допустимого. В ОСТ ЧГО.299.003 (редакция Г-74 «Теплообменники В-В и В-Ж систем охлаждения РЭА. Типы и основные параметры») содержится графоаналитический метод расчета теплообменников. На рис. Б.7 приведен один из расчетных графиков, по которому можно найти передаваемый тепловой поток, зная объемный расход теплоносителя для теплообменника типа В-Ж с теплоносителями воздух — антифриз-65. Пусть, например, заданы рас-

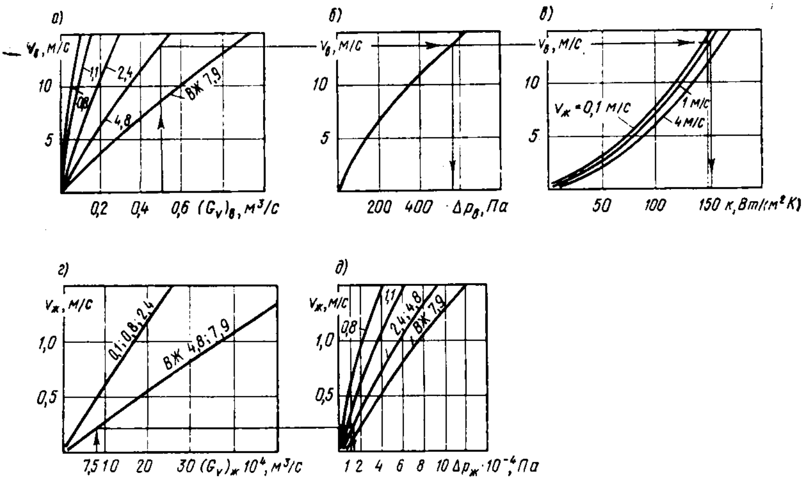


Рис. Б.7. Номограмма для выбора теплообменников типа воздух—жидкость (воздух—антифриз-65)

ход воздуха $(G_V)_в$ (м³/с) и допустимое давление $\Delta p_в$ (Па). По графику рис. Б.7, *а* находим скорость движения теплоносителя $v_в$ в воздушном канале для разных типоразмеров теплообменников В-Ж, представленных в табл. Б.1; по графику рис. Б.7, *б* определяем соответствующие перепады давлений в воздушном канале; по графику рис. Б.7, *г*, задаваясь в первом приближении расходом жидкости $(G_v)_ж$ (м³/с), находим скорости в жидкостном канале и по графику рис. Б.7, *д* — соответствующий перепад давлений $\Delta p_ж$. Затем по графику, представленному на рис. Б.7, *в*, определяется коэффициент теплопередачи $к$ [Вт/(м²·К)]; при найденных ранее скоростях воздуха $v_в$ и жидкости $v_ж$ и по формуле (2.3) находят тепловой поток, передаваемый от одного теплоносителя к другому. Методом последовательных приближений можно подобрать из табл. Б.1 необходимый тип теплообменника при заданных расходах теплоносителя, допустимых давлениях и температурах.

Пример Б.3. Расчет основных характеристик компактного теплообменника. Требуется подобрать теплообменник типа В-Ж с теплоносителем воздух—антифриз-65, способный отвести поток Φ=8700 Вт при расходе воздуха $(G_V)_в$= =0,5 м³/с и жидкости $(G_V)_ж$=7,5·10⁻⁴ м³/с. При этом температуры теплоносителей при входе в теплообменник равны: воздух T_1'=323 К и жидкости T_2'=346 К, а допустимые гидравлические сопротивления теплообменника не должны превышать $\Delta p_в$=650 Па; $p_ж$=2·10⁴ Па.

Таблица Б.1. **Параметры компактных теплообменников**

Вид теплообменника	Теплопередающая площадь поверхности, м²	Масса, кг	Габариты, мм
В-В	0,9 3,9 7,4 11,8	3 6 11 14	200×175×165 325×275×165 325×275×282 325×275×444
В-Ж	0,8 1,1 2,4 4,8 7,9	9 9 15 24 33	156×150×134×185 156×180×164×215 160×330×314×370 165×330×314×370 165×510×494×555

Дополнительная информация о свойствах теплоносителей при температуре $T=333$ К: плотность $\rho_в=1{,}06$ кг/м³, $\rho_ж=1{,}05\cdot10^3$ кг/м³; удельная теплоемкость $(c_p)_в=1005$ Дж/(кг·К), $(c_p)_ж=3287$ Дж/(кг·К); кинематическая вязкость $\nu_в=19\cdot10^{-6}$ м²/с, $\nu_ж=1{,}75\cdot10^{-6}$ м²/с.

Решение. Выбор теплообменника проводится с помощью номограмм, приведенных на рис. Б.7.

1. По графику $v_в=f(G_v)$ выбираем номер теплообменника и определяем скорость воздуха. В нашем случае при $(G_v)_в=0{,}5$ м³/с остановимся в первом приближении на теплообменнике типа В-Ж—4,8, при этом скорость воздуха равна $v_в=14$ м/с.

2. Гидравлическое сопротивление $\Delta p_в$ теплообменника В-Ж—4,8 определяем по графику рис. Б.7, *б* при скорости $v_в=14$ м/с, $\Delta p_в=540$ Па, что удовлетворяет заданию.

3. Скорость жидкости в теплообменнике $v_ж$ и сопротивление $\Delta p_ж$ находим по графику рис. Б.7, *г*. Вначале по графику $v_ж=f(G_v)$ определяют $v_ж$, а затем по графику рис. Б.7, *д* — сопротивление $\Delta p_ж$. В нашем случае при $(G_v)_ж=7{,}5\times10^{-4}$ м³/с, $v_ж=0{,}2$ м/с, а $\Delta p_ж=1\cdot10^4$ Па, что не превышает допускаемого значения.

4. Коэффициент теплопередачи $\kappa=143$ Вт/(м²·К) находим по графику рис. Б.7, *в* при $v_в=14$ м/с, $v_ж=0{,}2$ м/с.

5. Температура на выходе из теплообменника определяется по формулам (2.4):

$$T_1''=T_1'+\frac{\Phi}{(G_V)_в(c_p)_в\rho_в}=323+\frac{8700}{0{,}5\cdot1005\cdot1{,}06}=339\ \text{К},$$

$$T_2''=T_2'-\frac{\Phi}{(G_V)_ж(c_p)_ж\rho_ж}=346-\frac{8700}{7{,}5\cdot10^{-4}\cdot3287\cdot1{,}05\cdot10^3}=343\ \text{К}.$$

6. Средние температуры рабочих жидкостей и среднюю разность их температур находим по формулам (2.5) и (2.6):

$$\overline{T}_1=0{,}5\,(323+339)=331\ \text{К};\quad \overline{T}_2=0{,}5\,(346+343)=344\ \text{К};$$

$$\Delta T_{ср}=344-331=13\ \text{К}.$$

7. Определим по табл. Б.1 площадь теплоотдающей поверхности $A=4{,}8$ м² и найдем по формуле (2.3) отводимую теплообменником мощность:

$$\Phi=143\cdot4{,}8\cdot13=8532\ \text{Вт}.$$

Б.5. Эффективный коэффициент теплоотдачи радиаторов с воздушным охлаждением. Как показано в § 2.4, средний перегрев $\vartheta_s = t_s - t_c$ основания радиатора связан с рассеиваемой им мощностью Φ зависимостью (2.16):

$$\Phi = \alpha_{эф} \vartheta_s A, \quad A = L_1 L_2, \quad A = \pi D^2/4,$$

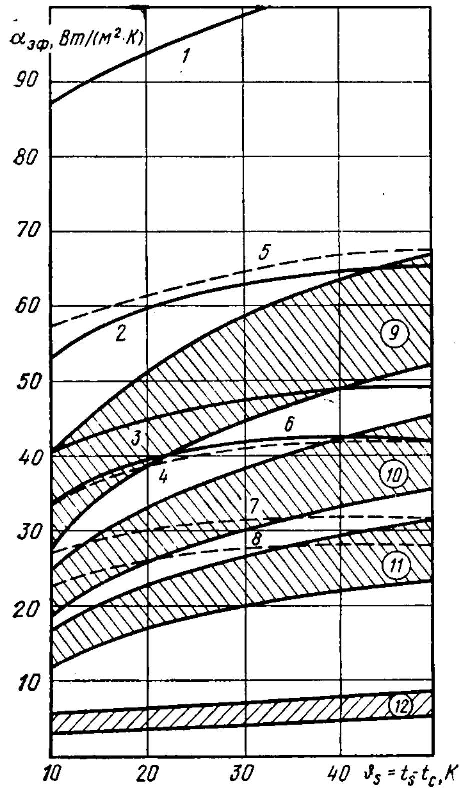


Рис. Б.8. Эффективный коэффициент теплоотдачи радиаторов в условиях свободного охлаждения

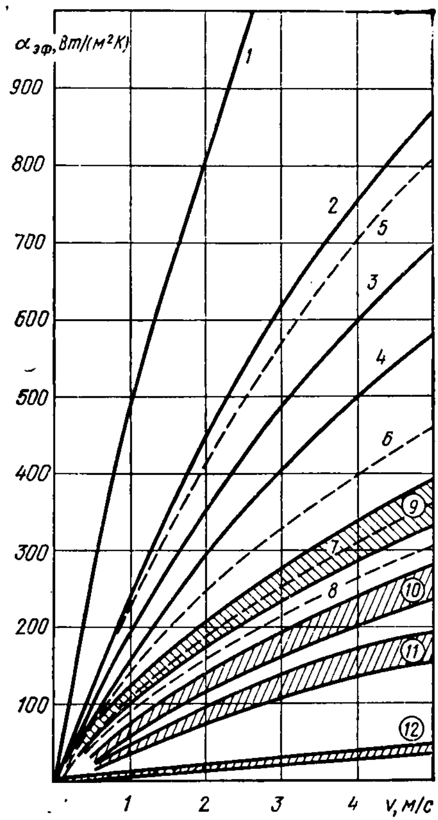


Рис. Б.9. Эффективный коэффициент теплоотдачи радиаторов в условиях вынужденного охлаждения:

1—8 — игольчато-штыревые с шагом $S'_ш$ (сплошные кривые) и $S''_ш$ (штриховые кривые); *9—11* — ребристые радиаторы с размером квадратного основания от 40 до 125 мм

где L_1, L_2, D — размеры основания прямоугольного радиатора и диаметр радиатора с круглым основанием; $\alpha_{эф}$ — эффективный коэффициент теплоотдачи радиатора.

Обобщение результатов расчетов и опытов позволило построить графики, на которых представлены зависимости $\alpha_{эф} = f_1(\vartheta_s)$, $\alpha_{эф} = f_2(v)$ для различных радиаторов, работающих в условиях свободной и вынужденной конвекции. На рис. Б.8 приведены графики для игольчато-штыревых радиаторов с различным шагом $S'_ш$ (сплошные кривые *1, 2, 3, 4*) и $S''_ш$ (пунктирные кривые *5, 6, 7, 8*). Заштрихованные области *9, 10, 11* относятся к ребристым радиаторам, у которых размер квадратного основания меняется от 40 до 80 мм. В табл. Б.2 приведены значения высоты h, шагов $S'_ш$ и $S''_ш$, диаметров штыря d, толщины ребра δ_1. Область *12* относится к группе пластинчатых радиаторов с размерами ребра квадратного основания от 40 до 155 мм (рис. 2.11).

Таблица Б.2. **Типоразмеры радиаторов**

Номера позиций радиаторов по рис. Б.8	Размеры, мм						
	h	$S'_ш$	$S''_ш$	d	δ_1	L_1	L_2
1	32	7	5	2,5	—	—	—
2	20	7	5	2	—	—	—
3	15	7	5	2	—	—	—
4	12,5	7	5	2	—	—	—
5	32	9	7	2,5	—	—	—
6	20	9	7	2	—	—	—
7	15	9	7	2	—	—	—
8	12,5	9	7	2	—	—	—
9	32	10	5	—	1	40—80	40—125
10	20	10	5	—	1	40—80	40—125
11	12,5	10	5	—	1	40—80	40—125

На рис. Б.9 представлен эффективный коэффициент теплоотдачи в зависимости от скорости вынужденного потока воздуха для тех же типов радиаторов, размеры которых указаны в табл. Б.2. При этом шаг между штырями или ребрами обозначен $S'_ш$ (сплошные кривые) и $S''_ш$ (пунктирные кривые). Размеры квадратного основания пластинчатого радиатора (область *12*) L_2 изменяются в пределах от 40 до 125 мм.

На рис. Б.10 и Б.11 представлены эффективные коэффициенты теплоотдачи в зависимости от скорости при вынужденном воздушном охлаждении для жалюзийных двух- и однослойных радиаторов и петельно-проволочных радиаторов с различными высотами витков и коэффициентов заполнения (рис. 2.11).

Графики рис. Б.12 построены на основе рис. Б.8 — Б.11. Они позволяют выбрать в первом приближении тип радиатора и условия теплообмена (свободное или вынужденное охлаждение воздухом). Предполагается, что параметры (t_s—t_c) и Φ/A заданы и точка пересечения указывает область, которой соответствует определенный тип радиатора и условия охлаждения.

Б. 6. Эффективные теплопроводности блока РЭА с упорядоченной структурой. Введем осредненные параметры конструкции (см. рис. 3.3), где $\bar{h}_1$ — средняя толщина плат; $\bar{h}_м$ — средняя высота элемента *2* (модуля); $\bar{l}_5$ — средний зазор между элементами в направ-

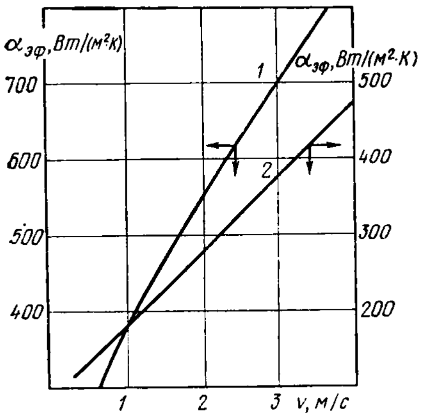


Рис. Б.10. Эффективный коэффициент теплоотдачи в вынужденном потоке воздуха для радиаторов жалюзийного типа:

1 — двухслойные радиаторы h=14 мм; *2* — однослойные радиаторы h=7 мм

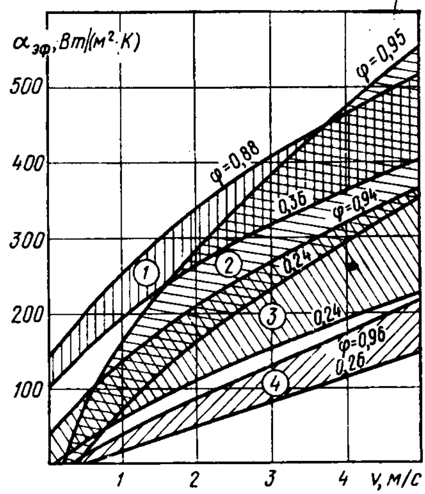


Рис. Б.11. Эффективный коэффициент теплоотдачи в вынужденном потоке воздуха для петельно-проволочных радиаторов с различными высотами витка h и коэффициентами заполнения φ:

1 — h=0,02; *2* — h=0,013; *3* — 0,015; *4* — 0,045 м

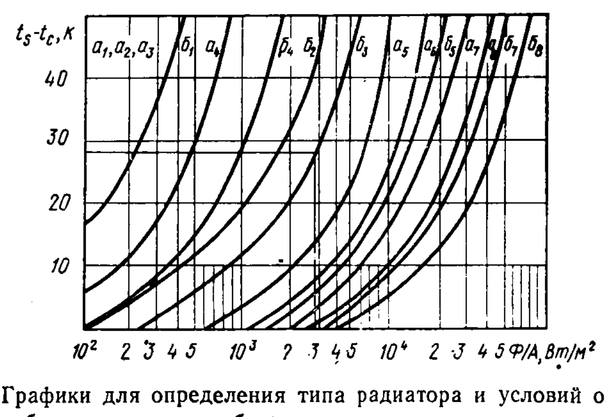


Рис. Б.12. Графики для определения типа радиатора и условий охлаждения:

$а_1$—$б_1$, $а_2$—$б_2$, $а_3$—$б_3$ — пластинчатые, ребристые, штыревые радиаторы при свободной конвекции; $а_4$—$б_4$ — пластинчатые: $а_5$—$б_5$ — ребристые: $а_6$—$б_6$ — петельно-проволочные; $а_7$—$б_7$ — жалюзийные: $а_8$—$б_8$ — штыревые радиаторы при вынужденном движении воздуха со скоростями v=(2÷5) м/с лении x; $\bar{\Delta}_4$ — средний зазор между элементами в направлении y. С помощью этих параметров нетрудно выразить концентрации K_x, K_y, а также концентрации n_1 и n_3 элементов 1 и 3 (плат и воздушных зазоров между платами) и среднюю высоту $\bar{h}_3$ зазора между платами [3, 10]:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{h}_3=\frac{L_z-m(\bar{h}_1+\bar{h}_м)}{m-1}; \quad n_1=\frac{\bar{h}_1 m}{L_z+\bar{h}_3}; \\ &n_3=\frac{\bar{h}_3 m}{L_z+\bar{h}_3}; \quad K_x=\frac{\bar{l}_м}{\bar{l}_м+l_5}; \quad K_y=\frac{\bar{\Delta}_м}{\bar{\Delta}_м+\bar{\Delta}_y}, \end{aligned}\right\} \qquad (Б.12)$$

где L_z — длина нагретой зоны в направлении z; m — число плат в блоке; $\bar{l}_м$, $\bar{\Delta}_м$ — средние размеры основания элемента 2 (модуля) в направлениях x и y.

Приведем окончательные выражения для теплопроводностей λ_ε наиболее типичной конструкции блока РЭА с упорядоченным расположением элементов (см. рис. 3.3, *а*) в направлениях $\varepsilon=x, y, z$:

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_x=\lambda_1 n_1+\lambda_f n_3+\lambda'_x(1-n_1-n_3), \\ &\lambda_y=\lambda_1 n_1+\lambda_f n_3+\lambda'_y(1-n_1-n_3), \\ &\lambda_z=\left(\frac{n_1}{\lambda_1}+\frac{n_3}{\lambda_f}+\frac{1-n_1-n_3)}{\lambda'_z}\right)^{-1}. \end{aligned}\right\} \qquad (Б.13)$$

Обозначим через $\lambda_{м\,\varepsilon}$ теплопроводность элемента 2 (модуля) в направлении ε, λ'_ε — коэффициенты, тогда

$$\lambda'_x/\lambda_{м\,x}=\nu_x K_y/[\nu_x K_x+(1-K_x)]+\nu_x(1-K_y), \quad \nu_x=\lambda_f/\lambda_{м\,x};$$

$$\lambda'_y/\lambda_{м\,y}=\nu_y K_x/[\nu_y K_y+(1-K_y)]+\nu_y(1-K_x), \quad \nu_y=\lambda_f/\lambda_{м\,y};$$

$$\lambda'_z/\lambda_{м\,z}=K_x K_y+\nu_z(1-K_x K_y), \quad \nu_z=\lambda_{fz}/\lambda_{м\,z}.$$

Следует обратить внимание, что переход от элементарной ячейки ко всей зоне, от системы с дальним порядком к системе с ближним порядком осуществлен с помощью формул (Б.12). В формулах содержатся теплопроводности $\lambda_{f\varepsilon}$ воздуха в направлениях ε. Так как вдоль сквозных щелей в направлениях x и y излучение учитывать нет смысла (противоположные стенки корпуса можно считать имеющими одинаковую температуру), то $\lambda_{fx}=\lambda_{fy}=\lambda_f$; в направлении оси z (поперек плат), а также в зазорах 4 и 5, 6 при расчете теплопроводности следует учитывать излучение, поэтому

$$\lambda_{fz}=\lambda_f+\alpha_л\bar{h}_3; \quad \alpha_л=0{,}23\varepsilon_{пр}(\bar{T}/100)^3,$$

$$\varepsilon_{пр}=(1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1)^{-1}. \qquad (Б.14)$$

Здесь ε_1 и ε_2 — коэффициенты черноты поверхностей зазора; h_3 — зазор между платами, м; $\bar{T}$ — среднее значение абсолютной температуры в нагретой зоне.

В заключение заметим, что может встретиться иное конструктивное оформление нагретой зоны, тогда, пользуясь изложенным в

[3, 10] методом, следует вывести формулы для эффективной теплопроводности λ_ε.

Б.7. Тепловые связи между телами. Как и любой приближенный подход, метод эффективного тела (МЭТ), рассмотренный в § 3.2, не является универсальным, а имеет некоторую область, где его применение оправдано. Для установления этой области введем ряд безразмерных величин и выявим степень их влияния на температуру тела j [21].

Если привести решение (3.25) к безразмерному виду, то в нем будут фигурировать следующие величины:

$$\varkappa_{j\kappa}=\sigma_{j\kappa}/\sigma_{\kappa c};\ \varkappa_{\kappa}=\sigma_{\kappa c}/\sigma_{jc};\ \varkappa_{\varepsilon}=\sigma_{j э}/\sigma_{jc};\ \varkappa_{вн}=\sigma_{вн}/\sigma_{j\kappa};$$

$$\tilde{N}_j=\vartheta_j\sigma_{jc}/\Phi_j;\ m_j=\sigma_{jc}/C_j;\ \mathrm{Fo}=m_j\tau, \qquad (Б.15)$$

где m_j — темп нагревания (охлаждения) рассматриваемого тела j; N_j — безразмерная температура тела j; Fo — число Фурье.

Поясним физический смысл параметров $\varkappa$, которые характеризуют степень тепловой связи: $\varkappa_{j\kappa}$ тела j с телом κ по сравнению со связью тела κ со средой; $\varkappa_\kappa$ любого κ-го тела ($\kappa \neq j$) со средой по сравнению со связью тела j со средой; $\varkappa_\varepsilon$ тела j с эффективным телом по сравнению со связью тела j со средой; $\varkappa_{вн}$ внутри эффективного тела по сравнению со связью тела j с телом κ.

Выявим погрешность δ приближенного расчета перегрева $\tilde{\vartheta}_j$ по предложенному методу; оценку погрешности проведем по формуле

$$\delta=[(\tilde{N}_j-N_j)/N_j]\,100\%,$$

где $\tilde{N}_j$, N_j — приближенное и точное значение безразмерного перегрева, определяемого по (Б.15).

Существенным для оценки возможностей метода является так называемая неравномерность таких параметров системы, как мощность, теплоемкость, проводимость, которые обозначим обобщенным символом $r=\{\Phi_i', C_i', \varkappa_i, \varkappa_{ji}\}$. Назовем коэффициентом отклонения отношение

$$K_r=r_{max}/r_{min},\ r_{max}=\max r_i,\ r_{min}=\min r_i, \qquad (Б.16)$$

а показателем неравномерности Ω отношение $\Omega=n_{p\,r}/(n-1)$, где $n_{p\,r}$ — число так называемых равномерных параметров, для которых $K_r \leqslant 4$; n — число тел в системе.

На основании введенных критериев и коэффициентов K_r и Ω можно провести классификацию тепловых моделей систем по степени тепловых связей. Прежде всего рассмотрим случай, когда коэффициент отклонения системы $K_r \leqslant 2$; по значению критерия $\varkappa_\varepsilon=\sigma_{j\,э}/\sigma_{j\,c}$ проведем классификацию тепловых моделей.

1. Несвязанные тела: $\varkappa_\varepsilon=0$. Тепловые связи отсутствуют, и система распадается на отдельные тела, температура которых не зависит друг от друга.

2. Слабые тепловые связи: $\varkappa_\varepsilon=0\div0{,}04$. Система практически разрозненных тел. Метод эффективного тела позволяет рассчиты-

вать температуры тел с погрешностью не более $+3\%$ при доверительной вероятности 99,7%.

3. Средние (умеренные) тепловые связи: $\varkappa_\varepsilon=0{,}04\div2$. Это наиболее распространенный случай. Для расчета температур тел целесообразно применять метод эффективного тела: по данным статистического анализа, в самом неблагоприятном случае погрешность приближенного решения не превосходит 13—15%.

4. Сильные тепловые связи: $\varkappa_\varepsilon>2$; предельный случай: $\varkappa=\infty$. Связь отдельных тел с окружающей средой пренебрежимо мала по сравнению со связями между телами системы, и при $\varkappa>2$ система сводится к модели квазиоднородного тела; погрешность приближенного расчета в этом случае менее 2—3% при доверительной вероятности 99,7%.

Заметим, что для систем с абсолютно равномерными параметрами $K_r=1$, приближенное решение по методу эффективного тела переходит в точное. В случае большой неравномерности параметров расчет температур тел по методу эффективного тела может привести к значительным погрешностям.

Приведем некоторые рецептурные правила выбора метода математического анализа теплового режима систем тел. Прежде всего следует рассчитать по формуле (Б.16) коэффициент отклонения K_r.

Если $K_r\leqslant2$, то этот случай рассматривался выше и требует оценки величины $\varkappa_\varepsilon$.

Если $K_r>2$, то возможны следующие случаи: параметр $K_r=$ $=\infty$ — примером такой системы может служить система оболочек; МЭТ приводит к большим ошибкам и применять его не рекомендуется.

Если $2\leqslant K_r\leqslant4$, $\Omega\geqslant75\%$, то рекомендуется применять МЭТ; $2\leqslant K_r\leqslant4$, $\Omega<75\%$, в этом случае не рекомендуется применять МЭТ.

Укажем также, что при исследовании переходных процессов для $\Phi_i=\mathrm{const}$ МЭТ дает наиболее благоприятные результаты на начальной $\mathrm{Fo}_j\leqslant0{,}5$ и конечной $\mathrm{Fo}_j\geqslant5$ стадиях процесса, при этом $\delta\leqslant15\%$ с доверительной вероятностью 99,7%.

Для иных законов изменения мощности, например $\Phi_i=a_i+b_i\tau$ или $\Phi_i=A_i\cos\omega_i\tau$, временной диапазон применения метода следует ограничить значениями $\mathrm{Fo}_j\leqslant0{,}5$.

Б.8. Графоаналитический метод расчета теплового режима одноблочных кассетных РЭА при свободной вентиляции. Аппараты в герметичном корпусе. Если ширина между кассетами $b\leqslant2\div3$ мм или кассеты ориентированы горизонтально, то сквозная вентиляция отсутствует ($v=0$, $t_w=t_f$) и задача существенно упрощается. Средние температуры корпуса РЭА и поверхности зоны рассчитываются в этом случае по формулам, приведенным в § 1.6, 1.13, 1.14 и в примерах 1.12—1.14. Температура в центре зоны $j=0$ определяется по формулам (1.67), (3.74).

Аппараты со свободной вентиляцией. Рассматриваются одноблочные РЭА, нагретая зона которых составлена из вертикально ориентированных кассет с зазорами между ними $b\geqslant2\div3$ мм; корпус аппарата может быть как герметичным, так и перфорированным. В этом случае наблюдаются либо циркуляционные (герметичный корпус) (см. рис. 3.14, *а*), либо сквозные (перфорированный корпус) (см. рис. 3.14, *в*) токи.

Исходная информация. Размеры корпуса аппарата L_{3x}, L_{3y}, L_{3z}, размеры нагретой зоны L_{1x}, L_{1y}, L_{1z}; среднее расстояние (зазор) между платами b, площадь перфорационных отверстий в корпусе A_0; Φ и t_c — суммарная мощность источников и температура окружающей аппарат среды. Следует придерживаться следующей ориентации осей, x, y, z: ось x направлена вертикально вдоль канала (см. рис. 3.15), y — поперек кассет, ось z — горизонтально вдоль кассет.

Вспомогательные расчеты: площадь поверхности корпуса аппарата $A_3=2(L_{3x}L_{3y}+L_{3y}L_{3z}+L_{3x}L_{3z})$;

плотность теплового потока с поверхности корпуса $q_3=\Phi/A_3$;

коэффициент перфорации $K_п$ аппарата

$$K_п=A_{0\min}/A_а, \tag{Б.17}$$

где $A_{0\min}$ — меньшее из двух значений площадей отверстий в нижней или верхней части корпуса аппарата; $A_а$ — площадь основания корпуса аппарата;

площадь поверхности A_1 нагретой зоны

$$A_1=2(L_{1x}L_{1y}+L_{1y}L_{1z}+L_{1x}L_{1z});$$

поверхностная плотность теплового потока q_1;

эффективный зазор $b_{эф}$ между платами

$$b_{эф}=b-\sum_i V_{дi}/(L_xL_yn), \tag{Б.18}$$

где b и n — расстояние между платами и их число; $\sum\limits_i V_{д\,i}$ — суммарный объем деталей на всех платах.

Температуры в центре зоны $j=0$ определяются по формуле (3.74):

$$t_0-t_c=\Phi(R_{13}+R_{3c})+(\Phi-\Phi_0)R'_{э1}+\Phi_0R''_{э1}+\Phi_0R_{вн}.$$

Приведем способ расчета тепловых сопротивлений отдельных областей аппаратов в условиях свободной конвекции.

Термическое сопротивление

$$R_{3c}=r_{3c}a^*/A_3. \tag{Б.19}$$

Зависимости удельного термического сопротивления r_{3c} от плотности теплового потока q_3 и коэффициента a^* от степени перфорации $K_п$ приведены на рис. Б.13, *а*, *г*.

Термическое сопротивление R_{13}

$$R_{13}=r_{13}K_{b1}a^*A_1^{-1}(1{,}18-0{,}46\cdot10^{-2}t_3), \tag{Б.20}$$

где r_{13} — параметр, зависящий от поверхностной плотности теплового потока q_1 зоны (приведен на рис. Б.13, *б*); K_{b1} — множитель, учитывающий зависимость термического сопротивления от параметра $b_{эф}$ (приведен на рис. Б.13, *в*); t_3 — температура корпуса аппарата; $t_3=t_c+\Phi R_{3c}$.

Термическое сопротивление $R'_{э1}$ и $R''_{э1}$. Элемент может быть расположен в любой части аппарата, однако рассмотрим значение теплового сопротивления $R'_{э1}$ в центре нагретой зоны; обозначим

$$(R'_{э1})_0=R'_{01};$$

$$R'_{01}=r_0K_{b2}a^*A_1^{-1}6{,}5\,(1{,}35-0{,}5\cdot10^{-2}t_1)\,(0{,}01+L_{1y});$$

$$t_1=t_c+\Phi\,(R_{3c}+R_{13}),\quad t_{0э1}-t_c=(\Phi-\Phi_j)\,R'_{01}, \qquad (Б.21)$$

где r_0 — параметр, зависящий от поверхностной плотности теплового потока q_1 зоны, (приведен на рис. Б.13, *б*); K_{b2} — множитель, зависящий от $b_{эф}$ (приведен на рис. Б.13, *в*); L_{1y} — длина нагретой зоны в направлении оси y.

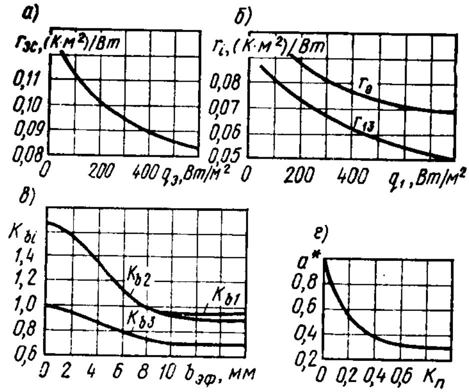


Рис. Б.13. К определению тепловых сопротивлений РЭА кассетного типа

Максимальный фоновый перегрев $\vartheta_{0э1}=t_{0э1}-t_c$ поверхности элемента в нагретой зоне наблюдается на расстоянии $0{,}8h$ (где h — высота аппарата). Средний объемный перегрев элемента

$$\vartheta_{vэ1}=0{,}5\,(\vartheta_{0э1}+\vartheta_1),$$

а минимальное значение перегрева $\vartheta_{1\,min}\simeq0{,}7\vartheta_{vэ1}$.

Оценку термического сопротивления $R''_{э1}$ детали, расположенной в центре аппарата, можно выполнить по следующей ориентировочной формуле:

$$R_{э1}=\frac{0{,}8K_{в3}a^*}{(\lambda_x+\lambda_y+\lambda_z)\sqrt{A_д}}, \qquad (Б.22)$$

где $A_д$ — площадь поверхности детали, м²; $K_{в3}$ — множитель, значения которого приведены на рис. Б.13, *в*.

Рассмотренные выше тепловые модели аппаратов имели ограниченный характер, так как при их составлении были сделаны следующие допущения: температурное поле считалось симметричным относительно вертикальной оси; мощность источников энергии на платах примерно одинакова.

Для того чтобы расширить возможности рассмотренного выше метода, введем коэффициенты неравномерности тепловой нагрузки и температурного поля [3]: $n_р=\Phi_i/\Phi$, $n_\vartheta=\vartheta_i/\vartheta_s$, где Φ_i, Φ — мощность источников теплоты на i-й плате и суммарная мощность всех плат; ϑ_i, ϑ_s — среднеповерхностные перегревы i-й платы и нагретой зоны.

Анализ результатов расчетов, выполненных для неравномерной нагрузки, показал, что даже при значениях на отдельных платах $n_р=2{,}5$ неравномерность поля температур не превышает $n_\vartheta \leqslant 1{,}3$. Максимальная неравномерность наблюдается в тех случаях, когда наиболее нагруженные платы расположены в средней области нагретой зоны. Если такие платы расположены на периферии, то температурное поле выравнивается и, например, при $0{,}1 \leqslant n_р \leqslant 2{,}5$ значение n_ϑ отличается от единицы не более чем на 10—15%.

Для приближенной оценки средних поверхностных перегревов ϑ_i отдельных плат i при неравномерном распределении нагрузки можно рекомендовать следующие формулы:

ЭА в герметичном корпусе $\vartheta_i=\vartheta_s(0{,}88+0{,}12\,n_{р\,i})$;

ЭА в перфорированном корпусе $\vartheta_i=\vartheta_s(0{,}80+0{,}20\,n_{р\,i})$. Обе формулы получены при следующих ограничениях: $0 \leqslant n_{р\,i} \leqslant 4$, $2 \leqslant b \leqslant$ $\leqslant 30$ мм.

Для ЭА с герметичным корпусом средняя плотность q_V источников теплоты на единицу объема нагретой зоны составляет $2 \cdot 10^3 \leqslant q_V \leqslant 8 \cdot 10^3$ Вт/м^3, а для ЭА с перфорированным корпусом — $2{,}5 \cdot 10^4 \geqslant q_V \geqslant 7 \cdot 10^3$, при этом эффективный коэффициент перфорации $K_{п\,эф}=0{,}2 \div 0{,}3$.

В заключение отметим, что допущения, принятые при математическом анализе теплового режима кассетных аппаратов, не являются слишком грубыми. Как показало сопоставление расчетных и экспериментальных перегревов, среднее квадратичное расхождение в различных областях аппаратов не превышает $10 \div 15\%$. Расхождение результатов расчетов и опытов оценивалось по формуле

$$\delta_i=[(\vartheta_{i р}-\vartheta_{i э})/\vartheta_{V э}]\,100\%, \quad \vartheta_i=t_i-t_с,$$

где i — индекс, указывающий на область аппарата; «э» и «р» — эксперимент, расчет; $\vartheta_{V\,э}$ — среднеобъемный перегрев твердых частей нагретой зоны, замеренный в опыте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Завершая книгу, обратим внимание читателя на некоторые соображения, которые, на наш взгляд, могут оказаться полезными при решении задач, связанных с обеспечением необходимого теплового и влажностного режимов радиоэлектронной аппаратуры.

1. Используя изложенные в учебнике принципы, можно проводить анализ теплового режима сложных приборных комплексов, представляющих системы многих тел с источниками теплоты. Как было показано, расчет температурных полей в системе тел целесообразно проводить с помощью метода поэтапного моделирования. Этот метод позволяет свести задачу к последовательному анализу тепловых и математических моделей, описывающих исследуемый объект с разной степенью детализации. Такой подход в последнее время получил дальнейшее обобщение и нашел применение при исследовании теплового режима различных классов технических устройств: радиоэлектронных, оптикоэлектронных, оптических приборов, лазеров, термостатирующих устройств и т. д. [23]. Метод поэтапного моделирования является приближенным и требует обоснования и анализа погрешности для каждого рассматриваемого класса объектов. Основные допущения связаны со способом построения моделей систем тел для расчета средних температур и заменой пространственных неоднородных воздействий в граничных условиях осредненными. В работе [24] эти допущения были исследованы для ряда модельных задач, предложены практические рекомендации по оценке погрешности.

Метод поэтапного моделирования представляет математическую реализацию общих принципов системного подхода и является основой для разработки математического обеспечения САПР. Анализ различных объектов оказывается возможным провести с помощью ограниченного числа моделей, путем их сочетания в алгоритмах поэтапного расчета, и таким образом, повысить универсальность программного обеспечения.

2. При теоретическом исследовании процессов теплообмена в сложных технических устройствах, и в частности в РЭА, первостепенное внимание следует уделять обоснованию адекватности тепловой модели. Некорректная схематизация процессов переноса теплоты, принятая при разработке тепловых моделей, может привести к созданию математического обеспечения, не пригодного для анализа и оптимизации конструкции проектируемых объектов. К сожалению, об этом часто забывают, чрезмерно увлекаясь реализацией математических моделей теми или иными методами, решением формальных задач оптимизации, созданием сервисного программного обеспечения.

В данной книге изложены общие принципы обоснования тепловых моделей и приведены модели для некоторых классов РЭА, но проблему математического моделирования процессов теплообмена в РЭА не следует считать окончательно решенной. При исследовании классов РЭА, конструктивно отличных от рассмотренных, может возникнуть необходимость изменения тепловых и математических моделей. Общий подход при решении этой задачи изложен в [3].

Отметим, что важнейшее значение имеет правильный выбор исходной информации для рассмотренных в книге математических моделей (тепловые проводимости, распределение источников энергии, расход теплоносителей, эффективные теплопроводности блоков и т. д.). Приведенные рекомендации для вычисления этих параметров не исчерпывают все многообразие возможных конструкций РЭА. Поэтому одной из задач развития теории теплообмена в РЭА является дальнейшее экспериментальное исследование явлений тепломассопереноса в приборах и обобщение полученных результатов.

В книге не были затронуты вопросы применения численных методов для расчета температурных полей в РЭА. Эти методы широко используются при анализе температурного поля тел сложной формы, или пространственного распределения температуры в системах нескольких тел или для решения задач со сложными неоднородными распределениями внешних и внутренних воздействий. Заметим, что при усложнении модели и применении более точного метода для ее решения, всегда следует помнить о неизбежной погрешности расчета, которая вносится неточным заданием исходных данных. Поэтому нецелесообразно стремиться к уменьшению погрешности решения математической задачи, если она значительно ниже погрешности, вызванной неточностью входной информации.

3. На основе математических моделей процессов теплообмена в РЭА возможно проводить оптимизацию конструкции при обеспечении нормального теплового режима. При тепловом проектировании и оптимизации следует исходить, как было показано в книге, из общих принципов системного подхода и решать задачи поэтапно: от синтеза общей схемы системы охлаждения до детальной проработки отдельных узлов и элементов. На начальных этапах при выборе принципиальной схемы системы охлаждения и базовой конструкции обычно приходится применять неформальные процедуры проектирования: перебор вариантов с принятием решений человеком. После синтеза схемы системы охлаждения можно ставить задачи параметрической оптимизации ее элементов.

Следовательно, при современном состоянии рассматриваемой области техники чрезмерное увлечение формальной процедурой оптимизации может оказаться не всегда полезным.

Во всех случаях следует помнить, что формальное отношение к содержанию информационных банков, алгоритмов расчета и программ, поспешное придание им законного характера и их дальнейшее тиражирование и распространение может принести большой вред. В настоящее время слишком велика у отдельных специалистов вера в программы, банки данных, возможности ЭВМ и т. д., что и заставляет автора книги лишний раз напомнить об этом и насторожить читателя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. *Грезин А. К., Зиновьев В. С.* Микрокриогенная техника. М., 1977.
2. *Доценко Н. С., Соболев В. В.* Долговечность элементов радиоэлектронной аппаратуры (влияние влаги). М., 1973.
3. *Дульнев Г. Н., Тарновский Н. Н.* Тепловые режимы электронной аппаратуры. Л., 1971.
4. *Михеев М. А., Михеева И. М.* Основы теплопередачи. М., 1973.
5. *Пестряков В. Б.* Конструирование радиоэлектронной аппаратуры. М., 1969.

Дополнительная

6. *Антонов Е. И., Ильин В. Е., Коленко Е. А., Петровский Ю. В., Смирнов А. И.* Устройство для охлаждения приемников излучения. Л., 1969.
7. *Алексеев В. А., Арефьев В. А.* Тепловые трубы для охлаждения и термостатирования радиоэлектронной аппаратуры. М., 1979.
8. *Гаврилов Ю. А., Дульнев Г. Н., Шарков А. В.* Вынужденная конвекция в плоском канале с впадинами.— ИФЖ, 1978, т. 35, № 5, с. 812—819.
9. *Гордов А. Н., Малков Я. В., Эргард Н. Н., Ярышев Н. А.* Точность контактных методов измерения температуры. Л.,1976.
10. *Дульнев Г. Н., Семяшкин Э. М.* Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л., 1969.
11. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М., 1975.
12. *Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. М., 1975.
13. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1961.
14. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М., 1967.
15. *Моисеев Н. Н.* Математика ставит эксперимент. М., 1979.
16. *Надежность электронных элементов и систем*/Под ред. Х. Шнайдера. М., 1977.
17. *Роткоп Л. Л., Спокойный Ю. Е.* Обеспечение тепловых режимов при конструировании радиоэлектронной аппаратуры. М., 1976.
18. *Справочник по физико-техническим* основам криогеники/Под ред. М. П. Малкова. М., 1973.
19. *Фабрикант Н. Я.* Аэродинамика. М., 1964.
20. *Чистяков С. Ф., Радун Д. В.* Теплотехнические измерения и приборы. М., 1972.
21. *Расчет температурных полей* и систем/Под ред. Г. Н. Дульнева. — Труды ЛИТМО, вып. 86. Л., 1976.
22. *Попов В. М.* Теплообмен в зоне контакта разъемных соединений. М., 1971.
23. *Дульнев Г. Н., Сигалов А. В.* Поэтапное моделирование теплового режима сложных систем. — ИФЖ, 1983, т. 45, № 4, с. 651—656.
24. *Дульнев Г. Н., Сахова Е. В., Сигалов А. В.* Принцип местного влияния в методе поэтапного моделирования. — ИФЖ, 1983, т. 45, № 6, с. 831—836.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Геннадий Николаевич Дульнев

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ

Зав. редакцией К. И. Аношина. Редактор М. Т. Самсонова. Младший редактор Н. М. Иванова. Художественный редактор В. И. Мешалкин. Переплет художника А. Е. Коленкова. Технический редактор Н. В. Яшукова. Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 3965

Изд. № ОТ—354. Сдано в набор 05.09.83. Подп. в печать 26.12.83. Т-23639. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 15,5 усл. печ. л. 15,5 усл. кр.-отт. 16,0 уч.-изд. л. Тираж 17 000 экз. Зак. № 1860. Цена 85 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.