



Т. ГАЙЯХ, Г. МЕЛУЗИН, Й. БЕРНАТ

ПРОСТЕЙШИЕ
ЭЛЕКТРО-
ТЕХНИЧЕСКИЕ
РАСЧЁТЫ



INŽ. TOMÁŠ HAJACH, INŽ. HUBERT MELUZIN,
JOZEF BERNÁTH

ZÁKLADNÉ
ELEKTROTECHNICKÉ
výpočty I a II

2 NEZMENENÉ VYDANIE

SLOVENSKÉ VYDAVATELSTVO TECHNICKEJ
LITERATÚRY
BRATISLAVA

ТОМАШ ГАЙАХ, ГУБЕРТ МЕЛУЗИН,
ЙОЗЕФ БЕРНАТ

ПРОСТЕЙШИЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

ПЕРЕВОД СО СЛОВАЦКОГО Я. УРИАШ

«ЭНЕРГИЯ»
МОСКВА 1968

Гайах Т. и др.

Г 14

Простейшие электрические расчеты. Пер. со словацк., М., «Энергия», 1968.

288 с. с илл.

Перед загл. авт.: Т. Гайах, Г. Мелузин, Й. Бернат.

В книге объясняются электротехнические законы и приводятся примеры расчета для закрепления понимания теоретического материала. Материал расположен таким образом, что читатель переходит от основных понятий и определений к истолкованию сложных процессов и пояснению принципа действия электрических машин и аппаратов. Конкретные практические примеры упрощают понимание связи между отвлеченными теоретическими положениями и их практическим применением. Книга предназначена для широкого круга читателей, интересующихся вопросами практического применения электричества в быту и на производстве.

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Книга Т. Гайаха, Г. Мелузина и Й. Берната «Основные электротехнические расчеты» была издана Словацким издательством технической литературы (Чехословакия) двумя выпусками.

Книга содержит простейшие примеры применения электричества в быту и на производстве. На основе элементарных формул электротехники, даваемых без выводов, авторы приводят решения многих практических задач. Большое количество иллюстраций поможет в освоении материала книги.

В процессе редактирования были сделаны некоторые коррективы по тексту русского перевода, а также несколько изменено название книги, где слово «Основные» заменено словом «Простейшие».

Книга может служить пособием к расчетам цепей устройств постоянного и переменного тока, к решению задач по элементарной электротехнике; она рассчитана на широкие круги читателей, знакомых с курсом физики в объеме средней школы.

С. А. Николаев

ВВЕДЕНИЕ

Одним из факторов создания материально-технической базы социалистического общества является развитие новой техники, что связано с необходимостью повышения квалификации технических кадров и обучения неквалифицированных кадров.

Теоретические знания нужно уметь применять на практике. Эта книга посвящена решению простых электротехнических задач. Она представляет собой сборник основных расчетов и задач из основ электротехники, электрических машин и техники измерений. Почти каждый расчет иллюстрируется электрической схемой и эскизом соответствующего оборудования.

Книга доступна даже для лиц, не имеющих специального электротехнического образования, и читатель при помощи ее может легко решать практические задачи из основ электротехники.

Приведенные в книге практические расчеты показывают, насколько глубоко в нашу жизнь проникла электротехника и какие неоценимые и незаменимые услуги оказывает нам электричество.

Без электричества и без знания электротехники нельзя создать материально-техническую базу для развития социалистической промышленности и сельского хозяйства, нельзя построить социалистическое и коммунистическое общество. Электротехника окружает нас повсюду, с ней мы сталкиваемся каждый день.

Эта книга, пропагандирующая основы электротехники, поможет широкому кругу читателей при освоении технических знаний, необходимых для гражданина социалистического общества.

В первой половине книги рассматриваются расчеты цепей устройств постоянного тока, а во второй — в основном расчеты из области переменного тока. Каждый параграф состоит из трех разделов: «Понятия и формулы», «Примеры» и «Задачи для самостоятельного решения».

Книга не требует специальной теоретической подготовки по основам электротехники, так как необходимые основные теоремы и формулы приведены в начале каждого параграфа.

Концепцию книги составил, расчеты решил, вычертил эскизы инж. Г. Мелузин, текст с точки зрения идеологии и педагогики проверил инж. Т. Гайах, а с точки зрения электротехнической практики текст проверил И. Бернат.

РАСЧЕТЫ ЦЕПЕЙ УСТРОЙСТВ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Глава первая

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1. КОЛИЧЕСТВО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА И ТОК

Понятия и формулы

Электричество представляет собой форму существования материи.

Электрический ток можно сравнить с течением воды, а количество электричества — с количеством воды.

Наименьшим носителем электричества является электрон.

Количество электричества обозначается через Q и измеряется в системе практических единиц кулонами (сокращенное обозначение кулона — κ).

Заряд электрона равен $1,59 \cdot 10^{-19}$ κ , так что 1 κ равен заряду около 6 трилл. электронов.

Электрический ток представляет собой движение свободных электронов в проводнике.

Величина электрического тока, или просто ток, есть количество электричества в кулонах, которое проходит через сечение проводника за 1 сек.

Ток I получим, разделив количество электричества Q , которое прошло через определенное сечение проводника за время t , на время t :

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Единицей измерения электрического тока является 1 ампер (1 а).

Количество электричества (заряд) Q , которое прошло через сечение проводника за время t , равно количеству электричества, прошедшему за 1 сек (т. е. электрическому току I), умноженному на соответствующее время прохождения тока:

$$Q = It.$$

Один кулон равен одной ампер-секунде, что можно доказать, подставив единицы измерения тока и времени в эту формулу:

$$1 \kappa = 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ сек} = 1 \text{ а} \cdot \text{сек}.$$

Практической единицей измерения количества электричества является 1 ампер-час ($1 \text{ а} \cdot \text{ч}$), т. е. количество электричества, которое пройдет через сечение проводника при токе 1 а за 1 ч:

$$1 \text{ а} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ а} \cdot \text{сек} = 3600 \kappa.$$

Величина	Обозначение	Единица измерения	Формула
Количество электричества	Q	Кулон (κ) Ампер-час ($\text{а} \cdot \text{ч}$) Ампер-секунда ($\text{а} \cdot \text{сек}$)	$Q = It$
Электрический ток	I	Ампер (а)	$I = \frac{Q}{t}$

Примеры

1. Поток воды течет из водохранилища через трубу на лопатки турбины. Расход воды I составляет 75 л за 1 сек. Какое количество воды Q в литрах и кубических метрах пройдет через турбину за 1 ч (рис. 1)?

$$\begin{aligned} Q &= It = 75 \text{ л/сек} \cdot 3600 \text{ сек} = \\ &= 270\,000 \text{ л} = 270 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

2. Резервуар емкостью $Q=3$ гектолитра должен заполниться водой за 1 мин. Какой должен быть расход воды, т. е. сколько лит-

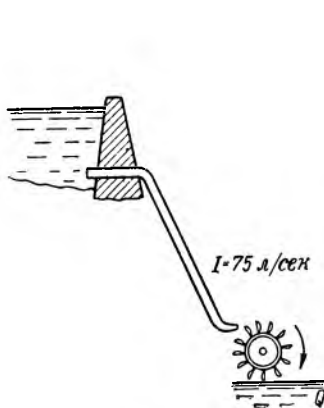


Рис. 1.

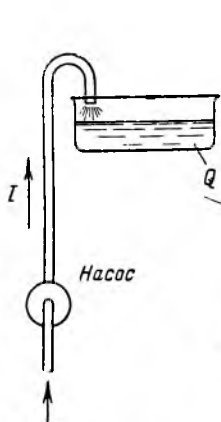


Рис. 2.

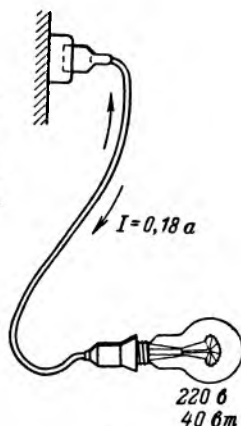


Рис. 3.

ров воды в секунду должен перекачивать насос в резервуар (рис. 2)?

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{3 \text{ гл}}{1 \text{ мин}} = \frac{300 \text{ л}}{60 \text{ сек}} = 5 \text{ л/сек.}$$

3. Какое количество электричества пройдет через лампу за 3 ч при токе 0,18 а (рис. 3)?

$$Q = It = 0,18 \cdot 3600 \cdot 3 = 1944 \text{ а} \cdot \text{сек} = 1944 \text{ к.}$$

4. Свинцовый аккумулятор емкостью 14 а·ч заряжался током $I_{\text{зар}} = 1,4 \text{ а}$. Как долго он заряжался и через сколько времени он

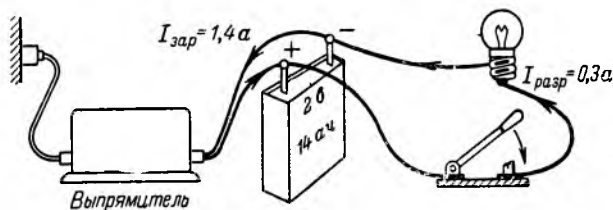


Рис. 4.

разрядится через лампы током $I_{\text{раз}} = 0,3 \text{ а}$. Потери не учитываем (рис. 4)

$$Q = It;$$

$$t = \frac{Q}{I_{\text{зар}}} = \frac{14 \text{ а} \cdot \text{ч}}{1,4 \text{ а}} = 10 \text{ ч.}$$

Аккумулятор заряжался 10 ч.

$$t = \frac{Q}{I_{\text{раз}}} = \frac{14 \text{ а} \cdot \text{ч}}{0,3 \text{ а}} = 47 \text{ ч.}$$

Лампа горела 47 ч. Через лампу прошло количество электричества 14 а·ч, пока аккумулятор не разрядился.

5. Заряженный аккумулятор имеет емкость 28 а·ч. Какое количество электричества в кулонах содержится в этом заряде? Какой ток необходим для зарядки аккумулятора за 10 ч? Каким током разрядится он за 140 ч?

$$1 \text{ а} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ а} \cdot \text{сек};$$

$$28 \text{ а} \cdot \text{ч} = 3600 \cdot 28 \text{ а} \cdot \text{сек} = 100800 \text{ к};$$

$$I_{\text{зар}} = \frac{Q}{t} = \frac{28 \text{ а} \cdot \text{ч}}{10 \text{ ч}} = 2,8 \text{ а.}$$

Аккумулятор зарядится за 10 ч током 2,8 а.

$$I_{\text{раз}} = \frac{Q}{t} = \frac{28 \text{ а} \cdot \text{ч}}{140 \text{ ч}} = 0,2 \text{ а.}$$

Аккумулятор разрядится за 140 ч током 0,2 а.

Задачи для самостоятельного решения

1. Аккумулятор емкостью 40 а·ч заряжается током 4 а. Как долго будет он заряжаться, если потери не учитывать? (10 ч.)

2. Какой электрический заряд отдал гальванический элемент, если он разряжался током 0,05 а в течение 12 ч? (0,6 а·ч.)

2. ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Понятия и формулы

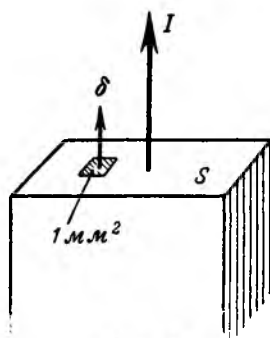


Рис. 5.

Плотность электрического тока, или плотность тока, — это ток, который приходится на 1 мм² сечения проводника (рис. 5):

$$\delta = \frac{I}{S}.$$

От плотности тока проводника зависит его нагрев.

Максимально допустимый ток для установочных медных и алюминиевых изолированных проводов с изоляцией приведен в табл. 1.

Таблица 1

Длительная нагрузка медных и алюминиевых изолированных проводов

Диаметр, мм	Сечение, мм ²	Допустимый ток, а		Уставка предо- хранителя для медного про- вода, а
		Медь	Алюминий	
0,96	0,75	13	—	4
1,1	1	16	—	6
1,4	1,5	20	16	10
1,8	2,5	27	21	15
2,25	4	35	29	20
2,75	6	45	37	25
3,5	10	65	51	35
4,5	16	86	68	50
5,6	25	115	90	60

Величина	Обозначение	Единица измерения	Формула
Плотность тока	δ	a/mm^2	$\delta = \frac{I}{S}$
Сечение проводника	S	mm^2	$S = \frac{I}{\delta}$
Допустимый ток	I	a	$I = \delta S$

Примеры

1. Через проводник квадратного сечения ($S=4 \text{ мм}^2$) протекает ток $I=10 \text{ а}$. Какова плотность тока δ ?
Плотность тока

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{10 \text{ а}}{4 \text{ мм}^2} = 2,5 \text{ а/мм}^2.$$

2. Провод катушки с круглым сечением имеет диаметр $0,8 \text{ мм}$ и допускает плотность тока $2,5 \text{ а/мм}^2$. Какой ток может проходить через этот провод, чтобы нагрев не превысил допустимую величину?

$$\text{Провод имеет сечение } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4} = 0,5 \text{ мм}^2.$$

Допустимый ток в проводе $I = \delta S = 2,5 \cdot 0,5 = 1,25 \text{ а}$.

3. Допустимая плотность тока для обмотки трансформатора $\delta = 2,5 \text{ а/мм}^2$; через обмотку проходит ток $I = 4 \text{ а}$. Каким должно быть сечение проводника, чтобы обмотка не перегревалась?

$$\text{Сечение проводника } S = \frac{I}{\delta} = \frac{4 \text{ а}}{2,5 \text{ а/мм}^2} = 1,6 \text{ мм}^2.$$

Этому сечению соответствует диаметр провода $1,42 \text{ мм}$.

4. По изолированному медному проводу сечением 4 мм^2 проходит максимально допустимый ток 35 а (табл. 1). Какова допустимая плотность тока? Подсчитайте допустимые плотности тока для медных проводов сечением $1, 10$ и 16 мм^2 .

По табл. 1 сечению $S=4 \text{ мм}^2$ соответствует максимально допустимый ток $I=35 \text{ а}$.

Допустимая плотность тока

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{35}{4} = 8,75 \text{ а/мм}^2.$$

Для сечения 1 мм^2 допустимая плотность тока

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{16}{1} = 16 \text{ а/мм}^2.$$

Для сечения 10 мм^2 допустимая плотность тока

$$\delta = \frac{65}{10} = 6,5 \text{ а/мм}^2.$$

Для сечения 16 мм^2 допустимая плотность тока

$$\delta = \frac{86}{16} = 5,37 \text{ а/мм}^2.$$

Допустимая плотность тока с увеличением сечения падает. Таблица 1 действительна для электрической проводки с изоляцией класса В.

3. РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПО РАЗМЕРАМ ПРОВОДНИКА

Понятия и формулы

Электрическое сопротивление есть свойство проводника, которое зависит от материала и размеров проводника. Атомы проводника препятствуют движению свободных электронов, т. е. току. Элемент, сделанный из материала, обладающего электрическим сопротивлением, обычно также называется сопротивлением. В последнее время радиотехнические сопротивления стали называть резисторами.

Сопротивления для больших токов часто называются реостатами.

Практической единицей измерения сопротивления является ом. Более крупными единицами являются килоом ($1 \text{ ком} = 10^3 \text{ ом}$) и мегом ($1 \text{ Мом} = 10^6 \text{ ом}$).

Сопротивление 1 ом имеет проводник, через который при напряжении 1 в проходит ток 1 а .

Сопротивлением 1 ом обладает ртутный столб высотой $106,3 \text{ см}$ с сечением 1 мм^2 при температуре 0°С . Это же сопротивление имеет медная проволока длиной примерно 57 м с сечением 1 мм^2 .

Сопротивление проводника r прямо пропорционально произведению удельного сопротивления ρ и длине проводника l (м), и обратно пропорционально сечению S (мм^2):

$$r = \rho \frac{l}{S}.$$

Удельное сопротивление проводника — сопротивление проводника длиной 1 м и сечением 1 мм^2 , характеризующее материал проводника.

Во сколько раз больше сопротивление проводника, во столько раз меньше его проводимость, и наоборот. Проводимость обратна сопротивлению r .

Единицей проводимости является 1 сименс (сим).

Удельное сопротивление изоляции ρ — сопротивление 1 см^3 изоляции.

Величина	Обозначение	Единица измерения	Формула
Электрическое сопротивление	r	Ом (ом)	$r = \rho \frac{l}{S}$
Удельное сопротивление	ρ	—	$\rho = \frac{rS}{l}$
Удельная проводимость	γ	—	$\gamma = \frac{1}{\rho}$
Электрическая проводимость	G	Сименс (сим)	$G = \frac{1}{r}$

Примеры

1. Нагревательный элемент (спираль) (рис. 6) электрической печи изготовлен из никелевой проволоки длиной 28 м и диаметром 0,4 мм. Каково сопротивление нагревательного элемента?

$$\text{Сечение проволоки } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,4^2}{4} = 0,126 \text{ мм}^2.$$

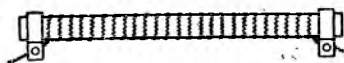


Рис. 6.

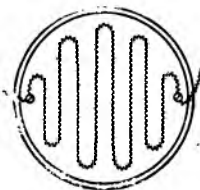


Рис. 7.

Удельное сопротивление ρ для никеля из табл. 2 равно 0,4 ом · мм²/м.

$$r = 0,4 \cdot \frac{28}{0,126} = 89 \text{ ом}.$$

Сопротивление спирали равно $r = 89 \text{ ом}$.

2. Электрическая плитка имеет нагревательный элемент, изображенный на рис. 7. Проволока из константана имеет длину 15 м и диаметр 0,5 мм. Каково сопротивление спирали?

$$\text{Сечение проволоки } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{0,5^2}{4} = 0,2 \text{ мм}^2.$$

По табл. 2 находим удельное сопротивление константана:

$$\rho = 0,5 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}.$$

$$\text{Сопротивление спирали } r = \rho \frac{l}{S} = 0,5 \cdot \frac{15}{0,2} = 37,5 \text{ ом}.$$

3. Нужно изготовить реостат с сопротивлением $r=50 \text{ ом}$. Имеется манганиновая проволока диаметром $0,5 \text{ мм}$. Сколько метров проволоки потребуется?

Из формулы $r = \rho \frac{l}{S}$ находим длину:

$$l = \frac{rS}{\rho}.$$

Сечение проволоки диаметром $0,5 \text{ мм}$

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} = 0,2 \text{ мм}^2.$$

Удельное сопротивление для манганиновой проволоки найдем по табл. 2 ($\rho = 0,42 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$).

$$\text{Длина проволоки } l = \frac{50 \cdot 0,2}{0,42} = 23,8 \text{ м}.$$

4. Телеграфный стальной провод имеет диаметр 4 мм и длину 100 км . Подсчитайте его сопротивление

$$r = \rho \frac{l}{S}.$$

По табл. 2 находим $\rho = 0,13$.

$$S = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 12,56 \text{ мм}^2;$$

$$r = 0,13 \cdot \frac{100\,000}{12,56} = 1\,035 \text{ ом}.$$

Сопротивление телеграфного провода длиной 100 км и диаметром 4 мм составляет $1\,035 \text{ ом}$.

5. Нагревательный элемент из шины $0,2 \times 3 \text{ мм}$ при длине 40 м имеет сопротивление $66,5 \text{ ом}$. Из какого материала сделано сопротивление?

$$r = \rho \frac{l}{S},$$

откуда

$$\rho = \frac{rS}{l} = \frac{66,5 \cdot 0,2 \cdot 3}{40} = 1 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}.$$

По табл. 2 находим, что удельное сопротивление $\rho = 1 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ имеет нихром.

6. Из никелевого провода нужно сделать реостат на 10 ом . Определите сечение провода, если длина его $12,5 \text{ м}$.

Из табл. 2 находим $\rho = 0,4 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

$$r = \rho \frac{l}{S}.$$

Сечение

$$S = \frac{\rho l}{r} = \frac{0,4 \cdot 12,5}{10} = 0,5 \text{ мм}^2.$$

$S = 0,5 \text{ мм}^2$ (диаметр $d = 0,8 \text{ мм}$).

7. Катушка намотана из медной эмалированной проволоки диаметром $0,8 \text{ мм}$ (с изоляцией $0,87 \text{ мм}$). Определите сопротивление катушки (рис. 8).

Один слой обмотки состоит из $\frac{60}{0,87} = 69$ витков.

Число слоев обмотки $\frac{20}{0,87} = 23$.

Катушка имеет $69 \times 23 = 1587$ витков.

Средняя длина витка $\pi d = \pi \cdot 50 = 157 \text{ мм}$ ($d = 70 - 20 = 50 \text{ мм}$).

Длина всей обмотки

$$l = 157 \cdot 1,587 = 249,1 \text{ м}.$$

Сечение провода $S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4} = 0,5 \text{ мм}^2$.

Сопротивление катушки

$$r = \frac{\rho l}{S} = \frac{0,0178 \cdot 249,1}{0,5} = 8,87 \text{ ом}.$$

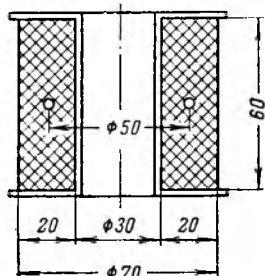


Рис. 8.

Задачи для самостоятельного решения

1. Каково сопротивление алюминиевого провода сечением $2,5 \text{ мм}^2$ и длиной 300 м ? ($3,6 \text{ ом}$.)

2. 200 м провода сечением 4 мм^2 имеют сопротивление $6,5 \text{ ом}$. Определить материал проводника. (Сталь.)

3. Сопротивление нагревательной спирали 24 ом . Какой длины должен быть провод из нихрома, если сечение его $0,3 \text{ мм}^2$? ($10,9 \text{ м}$.)

4. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ

Понятия и формулы

Сопротивление металлов с нагревом увеличивается. Температурный коэффициент сопротивления α есть величина, на которую увеличивается сопротивление проводника 1 ом при нагреве на 1°C . Коэффициенты α приведены в табл. 2.

**Удельное сопротивление и температурный коэффициент
сопротивления металлов и сплавов**

Материал	Удельное сопротивление ρ при 20° С, <i>ом·мм²/м</i>	Температурный коэффициент сопротивления α
Медь	$0,0175 = \frac{1}{57}$	0,004
Бронза	0,02—0,028	0,001
Алюминий	$0,033 = \frac{1}{30}$	0,0037
Железо (сталь)	0,13—0,18	0,0048
Латунь	0,07—0,08	0,0015
Никелин	0,4	—
Нихром	1—1,1	—
Константан	0,5	—
Манганин	0,42	—
Серебро	0,016	0,0038
Платина	0,094	0,0024
Графит	50—100	

Сопротивление нагретого проводника рассчитывается по следующей формуле:

$$r_t = r_{20} + \alpha r_{20} (t - 20^\circ);$$

$$r_t = r_{20} [1 + \alpha (t - 20^\circ)].$$

Примеры

1. Медный провод длиной 1 км имеет сечение 4,15 мм². Каково его сопротивление при +50° С и при —20° С?

Удельное сопротивление меди при 20° С

$$\rho = 0,0175 = \frac{1}{57} \text{ ом·мм}^2/\text{м}.$$

Температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0,004$ (табл. 2).
Сопротивление провода при 20° С

$$r_{20} = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{57} \cdot \frac{1000}{4,15} = 4,22 \text{ ом}.$$

При температуре 50° С сопротивление провода больше.

При увеличении температуры на 1° С сопротивление увеличивается на $4,22 \cdot 0,004 \text{ ом}$.

В нашем случае увеличение температуры составляет 30°C и сопротивление провода увеличивается на $4,22 \cdot 0,004 \cdot 30 = 0,51 \text{ ом}$.

Общее сопротивление провода при 50°C равно:

$$4,22 + 0,51 = 4,73 \text{ ом}.$$

Ту же величину получим, пользуясь формулой

$$\begin{aligned} r_{50} &= r_{20} [1 + \alpha (t - 20)] = 4,22 (1 + 0,004 \cdot 30) = \\ &= 4,22 \cdot 1,12 = 4,73 \text{ ом}. \end{aligned}$$

Сопротивление провода при -20°C равно:

$$\begin{aligned} r_{-20} &= r_{20} [1 + \alpha (-20 - 20)] = 4,22 [1 - \alpha \cdot 40] = \\ &= 4,22 \cdot 0,84 = 3,54 \text{ ом}. \end{aligned}$$

2. При расчете обмотки электрических машин удельное сопротивление принимается равным

$$\rho = \frac{1}{48} = 0,0217 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} \text{ вместо } \rho = \frac{1}{57} = 0,0175 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}.$$

Приведенные удельные сопротивления соответствуют различным температурам.

$$r_t = r (1 + \alpha \Delta t),$$

где разность температур $\Delta t = t - 20^\circ$

$$r_t = r + r\alpha \Delta t.$$

Отсюда разность температур

$$\Delta t = \frac{r_t - r}{r\alpha}.$$

Удельное сопротивление ρ пропорционально сопротивлению r , а потому вместо общего сопротивления r можно взять ρ :

$$\Delta t = \frac{\rho_t - \rho}{\rho\alpha};$$

$$\Delta t = \frac{0,0217 - 0,0175}{0,0175 \cdot 0,004} = \frac{0,0042}{0,00007} = \frac{420}{7} = 60^\circ\text{C}.$$

Приняв при расчете $\rho = \frac{1}{48}$ вместо $\rho = \frac{1}{57}$, считаются с увеличением сопротивления обмотки из-за нагрева ее при работе машины на 60°C . Рабочая температура обмотки машины в нашем случае $20 + 60 = 80^\circ\text{C}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какую температуру имеет катушка из медного провода длиной 350 м и сечением 1 мм^2 , если при измерении ее сопротивление равно $r_t = 10,5 \text{ ом}$? ($t = 194,5^\circ\text{C}$, учитывая более точные значения $\rho_{20} = 0,0178$ и $\alpha = 0,0039$.)

2. Катушка из алюминиевого провода сечением $1,5 \text{ мм}^2$ при окружающей температуре $t = 28^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $r_t = 65 \text{ ом}$. Какой длины провод, намотанный на катушку? ($\rho_{20} = 0,029 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$; $\alpha = 0,0039$, $l = 3\,325 \text{ м}$.)

5. РАСЧЕТ ТОКА ПО ЗАКОНУ ОМА

Понятия и формулы

Электрическое напряжение является причиной появления тока. Однако для появления тока недостаточно только наличия напряжения, а необходима еще замкнутая цепь тока.

Подобно тому как перепад воды (т. е. давление воды) измеряют между двумя уровнями, так и электрическое напряжение измеряется вольтметром между двумя точками.

Единицей измерения напряжения и электродвижущей силы является 1 вольт (1 в). Напряжение 1 в имеет элемент Вольта (пластины из меди и цинка в разбавленной серной кислоте). Нормальный элемент Вестона имеет при 20° С постоянное и точное напряжение 1,0183 в.

Закон Ома выражает зависимость между электрическим током I , напряжением U и сопротивлением r .

Электрический ток прямо пропорционален напряжению и обратно пропорционален сопротивлению:

$$I = \frac{U}{r}.$$

Величина	Обозначение	Единица измерения	Формула
Электрическое напряжение (электродвижущая сила)	U, E	Вольт (в)	$U = Ir$
Электрический ток	I	Ампер (а)	$I = \frac{U}{r}$
Электрическое сопротивление	r	Ом (ом)	$r = \frac{U}{I}$

Примеры

1. Лампочка карманного фонаря подключена к сухой батарее с напряжением 2,5 в. Какой ток течет через лампочку, если ее сопротивление 8,3 ом (рис. 9)?

$$I = \frac{U}{r} = \frac{2,5}{8,3} = 0,3 \text{ а.}$$

2. К батарее с напряжением 4,5 в подключена лампочка, спираль которой имеет сопротивление 15 ом. Какой ток течет через лампочку (на рис. 10 дана схема включения)?

$$I = \frac{U}{r} = \frac{4,5}{15} = 0,3 \text{ а.}$$

По лампочке в обоих случаях течет одинаковый ток, однако во втором случае потребляется большая мощность (лампочка светит сильнее).

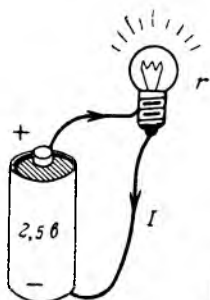


Рис. 9.

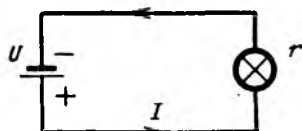
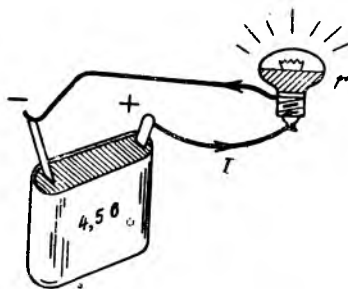


Рис. 10.

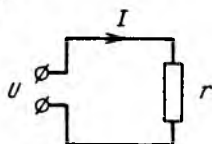
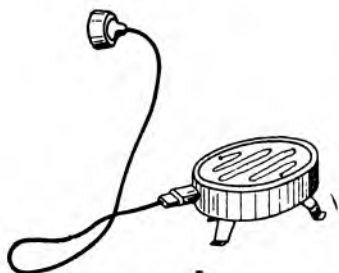


Рис. 11.

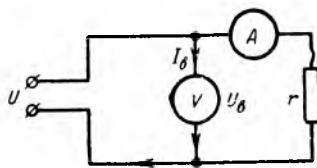


Рис. 12.

3. Нагревательная спираль электрической плитки имеет сопротивление 97 ом и подключена к сети напряжением $U=220$ в. Какой ток проходит через спираль? Схему включения см. на рис. 11.

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{97} = 2,27 \text{ а.}$$

Сопротивление спирали 97 ом дано с учетом нагрева. Сопротивление в холодном состоянии меньше.

4. Вольтметр, включенный в цепь по схеме на рис. 12, показывает напряжение $U=20$ в. Какой ток протекает через вольтметр, если его внутреннее сопротивление $r_v=1000$ ом?

$$I_v = \frac{U}{r_v} = \frac{20}{1000} = 0,02 \text{ а} = 20 \text{ ма.}$$

5. Лампочка (4,5 в, 0,3 а) включена последовательно с реостатом $r=10$ ом и аккумулятором напряжением $U=4$ в. Какой ток будет протекать через лампочку, если движок реостата будет нахо-

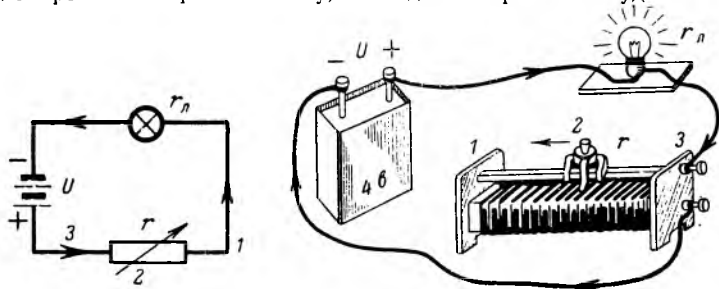


Рис. 13.

диться соответственно в положениях 1, 2 и 3 (на рис. 13 дана схема включения)?

Сопротивление лампочки подсчитаем по ее данным:

$$r_n = \frac{4,5}{0,3} = 15 \text{ ом.}$$

Когда движок находится в положении 1, включен весь реостат, т. е. сопротивление цепи увеличивается на 10 ом.

$$\text{Ток будет равен } I_1 = \frac{U}{r_n + r} = \frac{4}{25} = 0,16 \text{ а.}$$

В положении 2 ток проходит через половину реостата, т. е. $r=5$ ом.

$$I_2 = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ а.}$$

В положении 3 реостат закорочен (выведен); ток будет наибольшим, так как он проходит только через спираль лампочки:

$$I_3 = \frac{4}{15} = 0,266 \text{ а.}$$

6. Теплом, выделяемым при прохождении электрического тока от трансформатора, нужно разогреть замерзшую железную трубу с внутренним диаметром 500 мм и толщиной стенки 4 мм. Вторичное напряжение 3 в подается к точкам 1 и 2, удаленным друг от друга на 10 м. Какой ток проходит через железную трубу (рис. 14)?

Сначала рассчитаем сопротивление трубы, т. е. площадь кольца:

$$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (58^2 - 50^2) = \frac{\pi}{4} (3364 - 2500);$$

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot 864 = 679 \text{ мм}^2.$$

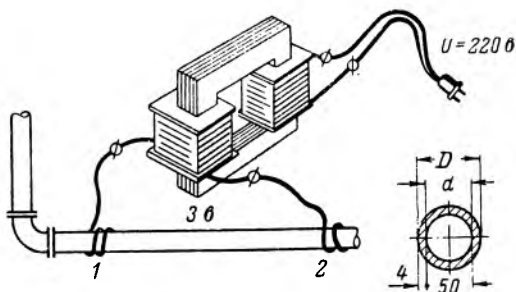


Рис. 14.

Электрическое сопротивление железной трубы

$$r = \rho \frac{l}{S} = 0,13 \cdot \frac{10}{679} = 0,001915 \text{ ом.}$$

Ток, протекающий через трубу, равен:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{3}{0,001915} = 1\,566 \text{ а.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. На сопротивлении $r=4\,500 \text{ ом}$ измерено напряжение $U=70 \text{ в.}$ Какой ток проходит по цепи, в которую включено это сопротивление? (0,015 а.)

2. Какой ток протекает через электрическую плитку с сопротивлением $r=60 \text{ ом}$ при включении ее на напряжение $U=220 \text{ в?}$ (3,66 а.)

6. РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПО ЗАКОНУ ОМА

Примеры

1. Последовательно с лампой включен амперметр. Напряжение лампы 220 в; мощность ее неизвестна. Амперметр показал ток $I=276 \text{ ма.}$ Каково сопротивление нити лампы (схема включения показана на рис. 15)?

$$r_{\text{л}} = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,276} = 797 \text{ ом.}$$

Мощность лампочки $P=UI=220 \cdot 0,276=60 \text{ вт.}$

2. Через спираль кипятильника (рис. 16) протекает ток $I=0,5 \text{ а}$ при напряжении $U=220 \text{ в.}$ Каково сопротивление спирали?

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,5} = 440 \text{ ом.}$$

3. Электрическая грелка мощностью 60 вт и напряжением 220 в имеет три ступени нагрева. При наибольшем нагреве через подушку проходит максимальный ток 0,273 а. Какое сопротивление имеет грелка в этом случае (рис. 17)?

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,273} = 806 \text{ ом.}$$

Из трех ступеней сопротивления здесь подсчитано наименьшее.



Рис. 15.



Рис. 16.

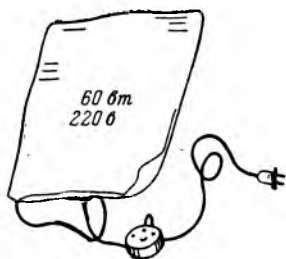


Рис. 17.

4. Нагревательный элемент электрической печи включен в сеть напряжением 220 в через амперметр, который показывает ток 2,47 а. Какое сопротивление имеет нагревательный элемент (рис. 18)?

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{2,47} = 89 \text{ ом.}$$

5. Подсчитайте сопротивление r_1 всего реостата, если при включении на ступень 1 по цепи протекает ток $I_1=1,2$ а, а на последней ступени 6 ток $I_2=4,2$ а при напряжении генератора $U=110$ в (рис. 19).

Если движок реостата на ступени 1, то ток I_1 проходит через весь реостат и полезную нагрузку r_2 . Ток по величине наименьший, а сопротивление цепи наибольшее:

$$r = r_1 + r_2 = \frac{U}{I_1} = \frac{110}{1,2} = 91,6 \text{ ом.}$$

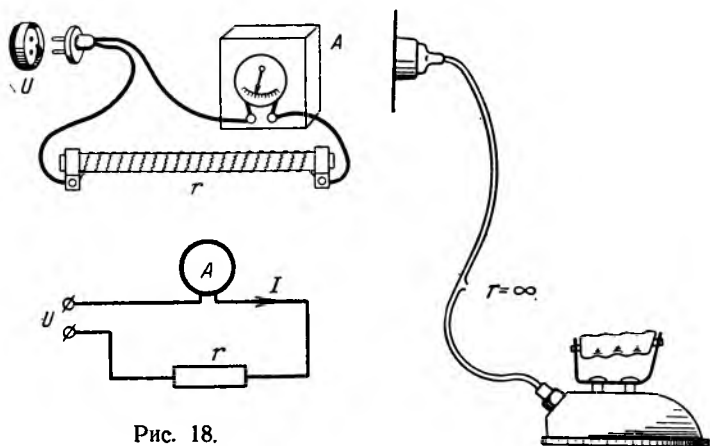


Рис. 18.

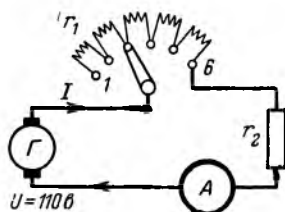


Рис. 19.

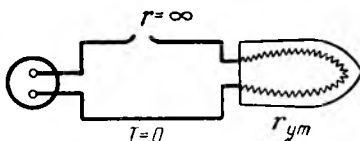


Рис. 20.

При положении движка на ступени 6 реостат исключен из цепи и ток проходит только через полезную нагрузку.

$$r_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{110}{4,2} = 26,2 \text{ ом.}$$

Сопротивление реостата равно разности между общим сопротивлением цепи r и сопротивлением потребителя r_2 :

$$r_1 = r - r_2 = 91,6 - 26,2 = 65,4 \text{ ом.}$$

6. Какое сопротивление имеет цепь тока, если она разорвана? На рис. 20 показан разрыв одного провода подводящего шнура к утюгу. Утюг мощностью 300 вт и напряжением 220 в имеет сопротивление

$$r_{\text{ут}} = 162 \text{ ом.}$$

Ток, проходящий через утюг в рабочем состоянии,

$$I = \frac{U}{r_{\text{ут}}} = \frac{220}{162} = 1,36 \text{ а.}$$

Разрыв цепи представляет собой сопротивление, которое приближается к бесконечно большой величине, обозначаемой знаком ∞ . В цепи огромное сопротивление, а ток равен нулю:

$$I = \frac{U}{r_{\text{ут}} + \infty} = \frac{220}{\infty} = 0.$$

Цепь может находиться под напряжением без тока только в случае разрыва цепи. (Тот же результат будет в случае разрыва спирали.)

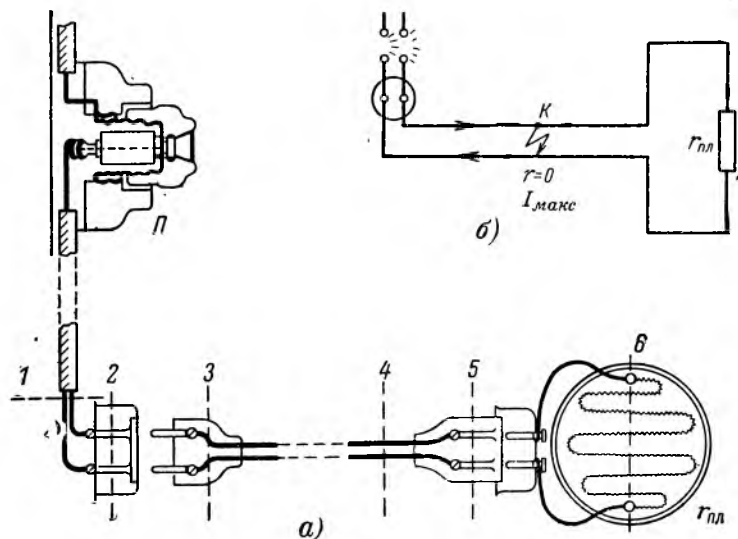


Рис. 21.

7. Как выражается закон Ома при коротком замыкании? На схеме на рис. 21 показаны плитка с сопротивлением $r_{\text{пл}}$, включенная через шнур в штепсель, и проводка с предохранителями Π . При соединении двух проводов проводки (из-за плохой изоляции) или соединении их через предмет K (нож, отвертка), который практически не имеет сопротивления, происходит короткое замыкание. При этом возникает большой ток, проходящий через соединение K , который при отсутствии предохранителей Π мог бы привести к опасному нагреву проводки. Короткое замыкание может произойти в точках 1—6 и во многих других местах. В нормальном рабочем состоянии ток $I = \frac{U}{r_{\text{пл}}}$

не может быть больше тока, допустимого для данной проводки. При большем токе (меньшем сопротивлении $r_{\text{пл}}$) сгорают предохранители.

При коротком замыкании ток увеличивается до огромной величины, так как сопротивление r стремится к нулю:

$$I_{\text{к.з}} = \frac{U}{r \rightarrow 0} = \infty.$$

Практически это состояние, однако, не наступает, так как расплавленные предохранители разрывают цепь.

Задачи для самостоятельного решения

1. Измерительные приборы в электрической цепи показывают ток 5,5 а и напряжение $U=220$ в. Каково сопротивление цепи? (40 ом.)

2. Через контакты неисправного рубильника проходит ток 150 а при напряжении между контактами 1,3 в. Каково переходное сопротивление контактов? (0,0086 ом.)

7. ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Понятия и формулы

На каждом сопротивлении r при прохождении тока I возникает напряжение $U=Ir$, которое называется обычно падением напряжения на этом сопротивлении.

Если в электрической цепи только одно сопротивление r , все напряжение источника $U_{\text{ист}}$ падает на этом сопротивлении.

Если в цепи имеются два сопротивления r_1 и r_2 , соединенные последовательно, то сумма напряжений на сопротивлениях $U_1=Ir_1$ и $U_2=Ir_2$, т. е. падений напряжения, равна напряжению источника: $U_{\text{ист}}=U_1+U_2$. Напряжение источника питания равно сумме падений напряжения в цепи (2-й закон Кирхгофа).

Примеры

1. Какое падение напряжения возникает на нити лампы сопротивлением $r=15$ ом при прохождении тока $I=0,3$ а (рис. 22)?

Падение напряжения подсчитывается по закону Ома:

$$U = Ir = 0,3 \cdot 15 = 4,5 \text{ в.}$$

Напряжение между точками 1 и 2 лампочки (см. схему) составляет 4,5 в. Лампочка светит нормально, если через нее проходит номинальный ток или если между точками 1 и 2 номинальное напряжение (номинальные ток и напряжение указываются на лампочке).

2. Две одинаковые лампочки на напряжение 2,5 в и ток 0,3 а соединены последовательно и подключены к карманной батарее с напряжением 4,5 в. Какое падение напряжения создается на зажимах отдельных лампочек (рис. 23)?

Одинаковые лампочки имеют равные сопротивления r . При последовательном включении через них проходит один и тот же ток I . Из этого следует, что на них будут одинаковые падения напряжения, сумма этих напряжений должна быть равна напряжению источника $U=4,5$ в. На каждую лампочку приходится напряжение $4,5:2=2,25$ в.

Можно решить эту задачу и последовательным расчетом.

Сопротивление лампочки рассчитываем по данным:

$$r_{\text{л}} = \frac{2,5}{0,3} = 8,33 \text{ ом.}$$

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{2r_{\text{л}}} = \frac{4,51}{16,66} = 0,27 \text{ а.}$$

Падение напряжения на лампочке $U = Ir_{\text{л}} = 0,27 \cdot 8,33 = 2,25 \text{ в.}$

3. Напряжение между рельсом и контактным проводом трамвайной линии равно 500 в. Для освещения используются четыре одинаковые лампы, соединенные последовательно. На какое напряжение должна быть выбрана каждая лампа (рис. 24)?

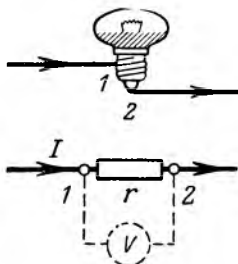


Рис. 22.

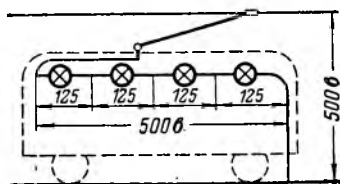


Рис. 24.

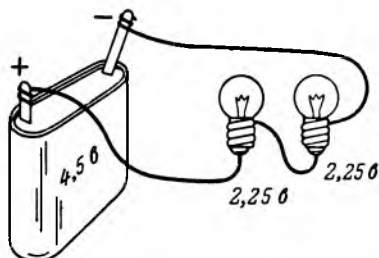


Рис. 23.

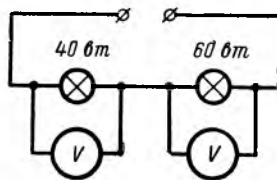
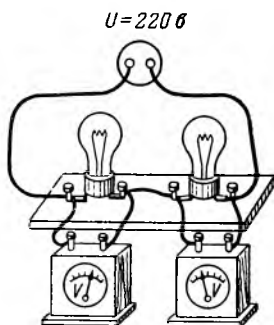


Рис. 25.

Одинаковые лампы имеют равные сопротивления, через которые проходит один и тот же ток. Падения напряжения на лампах будут тоже одинаковыми. Значит, на каждую лампу будет приходиться $500 : 4 = 125 \text{ в.}$

4. Две лампы мощностью 40 и 60 вт с номинальным напряжением 220 в соединены последовательно и включены в сеть с напряжением

220 в. Какое падение напряжения возникает на каждой из них (рис. 25)?

Первая лампа имеет сопротивление $r_1 = 1\,210$ ом, а вторая $r_2 = 806,6$ ом (в нагретом состоянии).

Ток, проходящий через лампы,

$$I = \frac{U}{r_1 + r_2} = \frac{220}{2016,6} = 0,109 \text{ а.}$$

Падение напряжения на первой лампе

$$U_1 = Ir_1 = 0,109 \cdot 1\,210 = 132 \text{ в.}$$

Падение напряжения на второй лампе

$$U_2 = Ir_2 = 0,109 \cdot 806,6 = 88 \text{ в.}$$

На лампе с большим сопротивлением большее падение напряжения, и наоборот. Накал нитей обеих ламп очень слаб, однако у лампы 40 вт он несколько сильнее, чем у лампы 60 вт.

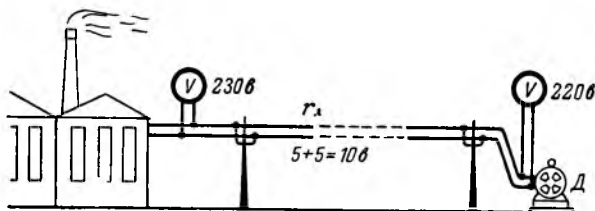


Рис. 26.

5. Чтобы напряжение на электродвигателе Д (рис. 26) было равно 220 в, напряжение в начале длинной линии (на электростанции) должно быть больше 220 в на величину падения (потери) напряжения на линии. Чем больше сопротивление линии и ток в ней, тем больше падение напряжения на линии.

В нашем примере падение напряжения в каждом проводе линии равно 5 в. Тогда напряжение на шинах электростанции должно быть равно 230 в.

6. От аккумулятора напряжением 80 в потребитель питается током 30 а. Для нормальной работы потребителя допустимо 3% падения напряжения в проводах из алюминия с сечением 16 мм^2 . Каким может быть максимальное расстояние от аккумулятора до потребителя?

Допустимое падение напряжения в линии

$$U = \frac{3}{100} \cdot 80 = 2,4 \text{ в.}$$

Сопротивление проводов ограничивается допустимым падением напряжения

$$r_{\text{пр}} = \frac{U}{I} = \frac{2,4}{30} = 0,08 \text{ ом.}$$

По формуле для определения сопротивления подсчитаем длину проводов:

$$r = \rho \frac{l}{S},$$

откуда

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{0,08 \cdot 16}{0,029} = 44,1 \text{ м.}$$

Если потребитель будет отделен от аккумулятора на 22 м, то напряжение на нем будет меньше 80 в на 3%, т.е. равным 77,6 в.

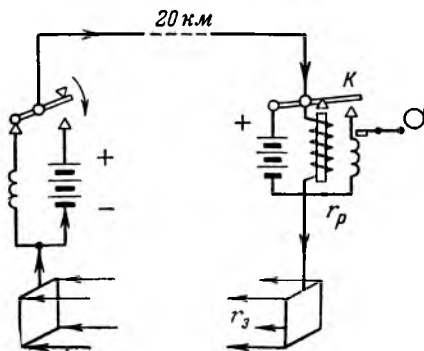


Рис. 27.

7. Телеграфная линия длиной 20 км выполнена из стального провода диаметром 3,5 мм. Обратная линия заменена заземлением через металлические шины. Переходное сопротивление между шиной и землей $r_з = 50 \text{ ом}$. Каким должно быть напряжение батареи в начале линии, если сопротивление реле на конце линии $r_p = 300 \text{ ом}$, а ток реле $I = 5 \text{ ма}$?

Схема включения показана на рис. 27. При нажатии телеграфного ключа в месте посылки сигнала реле в месте приема на конце линии притягивает якорь K , который в свою очередь включает своим контактом катушку записывающего аппарата. Напряжение источника должно компенсировать падение напряжения в линии, принимающем реле и переходных сопротивлениях заземляющих шин:

$$U = Ir_{л} + Ir_p + I \cdot 2r_з;$$

$$U = I(r_{л} + r_p + 2r_з).$$

Напряжение источника равно произведению тока на общее сопротивление цепи.

Сечение провода

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3,5^2}{4} = 9,6 \text{ мм}^2.$$

Сопротивление линии

$$r_{л} = \rho \frac{l}{S} = 0,11 \cdot \frac{20\,000}{9,6} = 229,2 \text{ ом.}$$

Результирующее сопротивление

$$r = 229,2 + 300 + 2 \cdot 50 = 629,2 \text{ ом.}$$

Напряжение источника

$$U = Ir = 0,005 \cdot 629,2 = 3,146 \text{ в.}$$

$$U \approx 3,2 \text{ в.}$$

Падение напряжения в линии при прохождении тока $I = 0,005 \text{ а}$ будет:

$$U_{\text{л}} = Ir_{\text{л}} = 0,005 \cdot 229,2 = 1,146 \text{ в.}$$

Сравнительно малое падение напряжения в линии достигается благодаря малой величине тока (5 ма). Поэтому в месте приема должно быть чувствительное реле (усилитель), которое включается от слабого импульса 5 ма и своим контактом включает другое, более мощное реле.

8. Как велико напряжение на лампах в схеме на рис. 28, когда: а) двигатель не включен; б) двигатель запускается; в) двигатель в работе.

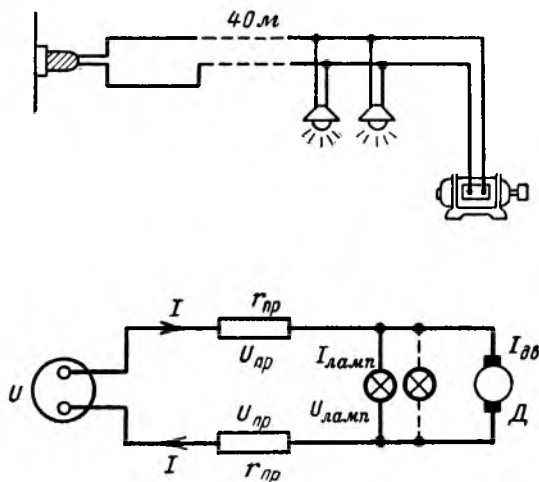


Рис. 28.

Двигатель и 20 ламп включены в сеть с напряжением 110 в. Лампы рассчитаны на напряжение 110 в и мощность 40 вт. Пусковой ток двигателя $I_{\text{п}} = 50 \text{ а}$, а его номинальный ток $I_{\text{н}} = 30 \text{ а}$.

Подводящий медный провод имеет сечение 16 мм² и длину 40 м. Из рис. 28 и условия задачи видно, что ток двигателя и ламп вызывает в линии падение напряжения, поэтому напряжение на нагрузке будет меньше 110 в.

$$U = 2U_{\text{л}} + U_{\text{ламп.}}$$

Отсюда напряжение на лампах

$$U_{\text{ламп}} = U - 2U_{\text{л}}.$$

Надо определить падение напряжения в линии при различных токах:

$$U_{\text{л}} = I r_{\text{л}}.$$

Сопротивление всей линии

$$2r_{\text{л}} = \rho \frac{2l}{S} = 0,0178 \cdot \frac{2 \cdot 40}{16} = 0,089 \text{ ом}.$$

Ток, проходящий через все лампы,

$$20 I_{\text{ламп}} = 20 \cdot \frac{40}{110} = 7,27 \text{ а}.$$

Падение напряжения в линии, когда включены только лампы (без двигателя),

$$2U_{\text{л}} = I_{\text{ламп}} \cdot 2r_{\text{л}} = 7,27 \cdot 0,089 = 0,65 \text{ в}.$$

Напряжение на лампах в этом случае равно:

$$U_{\text{ламп}} = U - 2U_{\text{л}} = 110 - 0,65 = 109,35 \text{ в}.$$

При пуске двигателя лампы будут светить слабее, так как падение напряжения в линии больше:

$$2U_{\text{л}} = (I_{\text{ламп}} + I_{\text{дв}}) \cdot 2r_{\text{л}} = (7,27 + 50) \cdot 0,089 = 57,27 \cdot 0,089 = 5,1 \text{ в}.$$

Минимальное напряжение на лампах при пуске двигателя будет:

$$U_{\text{ламп}} = U_{\text{с}} - 2U_{\text{л}} = 110 - 5,1 = 104,9 \text{ в}.$$

Когда двигатель работает, падение напряжения в линии меньше, чем при пуске двигателя, но больше, чем при выключенном двигателе:

$$2U_{\text{л}} = (I_{\text{ламп}} + I_{\text{ном}}) \cdot 2r_{\text{л}} = (7,27 + 30) \cdot 0,089 = 37,27 \cdot 0,089 = 3,32 \text{ в}.$$

Напряжение на лампах при нормальной работе двигателя равно:

$$U_{\text{ламп}} = 110 - 3,32 = 106,68 \text{ в}.$$

Даже небольшое снижение напряжения на лампах относительно номинального сильно влияет на яркость освещения.

Задачи для самостоятельного решения

1. Катушка намотана из медного провода сечением $0,5 \text{ мм}^2$. Длина провода 200 м . Какое напряжение нужно для обеспечения в этой катушке тока 4 а ? (28 в .)

2. Длина электропроводки 300 м . Проводка выполнена из медного провода сечением 150 мм^2 . Завод потребляет ток 200 а . Какое напряжение будет на шинах завода, если напряжение на шинах электростанции 240 в ? (226 в .)

8. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА, НАПРЯЖЕНИЕ И ВНУТРЕННЕЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Понятия и формулы

Электродвижущая сила E возникает в источнике электрического тока. Она измеряется на зажимах ненагруженного источника, т. е. когда от источника не потребляется ток.

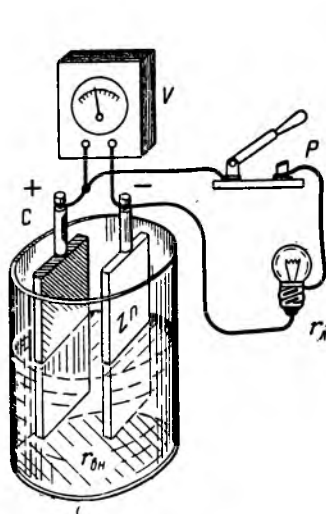


Рис. 29.

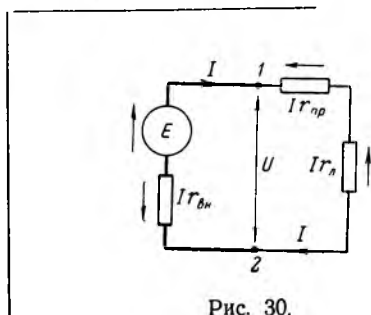
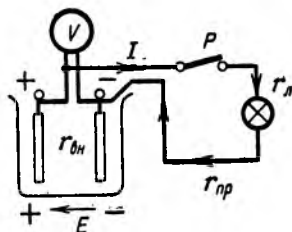


Рис. 30.

На рис. 29 вольтметр измеряет э.д.с. E при разомкнутом рубильнике P . Электрическая цепь состоит из трех сопротивлений: сопротивления лампочки $r_{л}$, сопротивления подводящих проводов $r_{пр}$ и внутреннего сопротивления элемента $r_{вн}$, т. е. сопротивления электролита.

Под действием э.д.с. E ток проходит через все три сопротивления, на которых создается падение напряжения. Все три падения напряжения в сумме должны быть равны э.д.с. E :

$$E = Ir_{л} + Ir_{вн} + Ir_{пр}.$$

Падение напряжения на лампочке является полезным, так как ток при нем производит работу (накаливает нить). Два других падения напряжения приводят к потере энергии.

Измеренное вольтметром при включенном рубильнике P напряжение $Ir_{пр} + Ir_{л}$ представляет собой напряжение U на зажимах 1—2 в схеме на рис. 30.

Из схемы видно, что

$$E = U + Ir_{\text{вн.}}$$

Отсюда напряжение на зажимах

$$U = E - Ir_{\text{вн.}}$$

Электродвижущая сила E источника всегда больше, чем напряжение на зажимах U , если по цепи проходит ток. Только в случае ненагруженного источника ($I=0$) падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника нет и напряжение на зажимах U равно его э. д. с. E .

Примеры

1. Электродвижущая сила элемента Вольта $E=1$ в, а его внутреннее сопротивление $r_{\text{вн.}}=0,5$ ом. Какой ток потечет через маленькую лампочку, рассчитанную на напряжение 1,5 в и ток 0,3 а? Каково будет внутреннее падение напряжения элемента? Каково будет напряжение на зажимах (рис. 29 и 30)?

Сопротивление лампочки (потребителя)

$$r_{\text{л}} = \frac{1,5}{0,3} = 5 \text{ ом.}$$

Общее сопротивление цепи

$$r_{\text{вн.}} + r_{\text{л}} = 0,5 + 5 = 5,5 \text{ ом.}$$

Ток в цепи

$$I = \frac{E}{r_{\text{вн.}} + r} = \frac{1}{5,5} = 0,18 \text{ а.}$$

Напряжение на зажимах элемента

$$U = Ir = 0,18 \cdot 5 = 0,91 \text{ в.}$$

Внутреннее падение напряжения

$$U_{\text{вн.}} = 1 - 0,91 = 0,09 \text{ в.}$$

2. Генератор с э. д. с. $E=120$ в и внутренним сопротивлением $r_{\text{вн.}}=0,1$ ом соединен с потребителем двумя медными проводами. Провод имеет длину $l=30$ м и сечение $S=1$ мм². Сопротивление потребителя $r=20$ ом. Какой ток I потечет через потребитель? Какое напряжение будет на зажимах генератора и потребителя (рис. 31)?

Сопротивление проводов

$$r_{\text{пр}} = \rho \frac{2l}{S} =$$

$$= 0,0178 \cdot \frac{2 \cdot 30}{1} = 1,068 \text{ ом.}$$

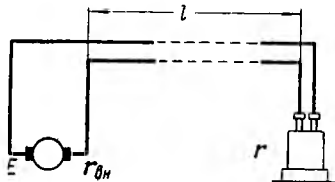


Рис. 31.

Ток в цепи

$$I = \frac{E}{r_{\text{вн.}} + r_{\text{пр}} + r} = \frac{120}{0,1 + 1,068 + 20} = \frac{120}{21,168} = 5,68 \text{ а.}$$

Внутреннее падение напряжения генератора

$$U_{\text{вн.}} = Ir_{\text{вн.}} = 5,68 \cdot 0,1 \approx 0,57 \text{ в.}$$

Напряжение на зажимах генератора

$$U = E - U_{\text{вн}} = 120 - 0,57 = 119,43 \text{ в.}$$

Падение напряжения в проводах

$$U_{\text{пр}} = I r_{\text{пр}} = 5,68 \cdot 1,068 = 6,07 \text{ в.}$$

Напряжение на зажимах потребителя

$$U_{\text{п}} = U - U_{\text{пр}} = 119,43 - 6,07 = 113,36 \text{ в;}$$

$$U_{\text{п}} \approx 113,4 \text{ в.}$$

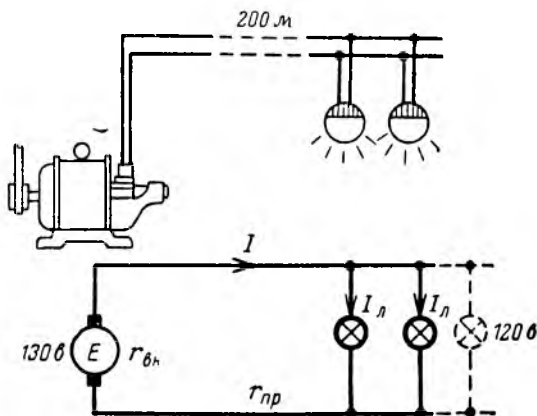


Рис. 32.

Напряжение на зажимах потребителя можно получить, умножив ток на сопротивление потребителя:

$$U_{\text{п}} = I r = 5,68 \cdot 20 = 113,36 \text{ в.}$$

3. Генератор имеет э. д. с. — 130 в и внутреннее сопротивление $r_{\text{вн}} = 0,2 \text{ ом}$. Генератор должен питать 50 ламп (60 вт, 120 в), находящихся от него на расстоянии 200 м. Каким должно быть сечение медного провода, чтобы напряжение на лампах было 120 в (рис. 32)?

а) Сечение S провода подсчитаем, исходя из сопротивления проводов $r_{\text{пр}}$. Сопротивление проводов рассчитывается по допустимому падению напряжения в проводах и генераторе.

В проводах и обмотке генератора допустимо падение напряжения 10 в, так как

$$E - U = 130 - 120 = 10 \text{ в.}$$

Ток одной лампы

$$I_{\text{л}} = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ а.}$$

Общий ток 50 ламп

$$I = 50 I_{\text{л}} = 25 \text{ а.}$$

Этот ток проходит через генератор и создает в его обмотке падение напряжения

$$U_{\text{вн}} = I r_{\text{вн}} = 25 \cdot 0,2 = 5 \text{ в.}$$

В проводах допустимо падение напряжения

$$U_{\text{пр}} = I r_{\text{пр}} = 10 - 5 = 5 \text{ в.}$$

Отсюда сопротивление проводов

$$r_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{I} = \frac{5}{25} = 0,2 \text{ ом.}$$

Сопротивление проводов выражается формулой

$$r_{\text{пр}} = \rho \frac{l}{S}.$$

Отсюда сечение провода равно:

$$S = \rho \frac{l}{r_{\text{пр}}} = 0,0178 \cdot \frac{200 \cdot 2}{0,2} = 35,6 \text{ мм}^2.$$

Выбираем стандартное сечение

$$S = 35 \text{ мм}^2.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Напряжение на зажимах элемента 1,4 в. Ток в цепи 0,5 а. Найдите внутреннее сопротивление элемента и сопротивление потребителя, если э. д. с. элемента 1,5 в. (0,2 ом; 2,8 ом.)

2. Напряжение на зажимах генератора 110 в. В сеть параллельно включены 40 ламп по 200 ом. Определите э. д. с. генератора, если его внутреннее сопротивление 0,2 ом. (114,4 в.)

Глава вторая

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1. ПРОСТАЯ ЗАМКНУТАЯ ЦЕПЬ.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Понятия и формулы

Закон Ома действителен для простой электрической цепи. В сложной электрической цепи состоящей из двух, трех или большего числа контуров, по каждому из них проходят разные токи. Расчет сложных цепей проводится по законам Кирхгофа.

В простой цепи (рис. 33) под действием э. д. с. источника E (или напряжения источника U) через два внешних сопротивления r_1 и r_2 проходит один и тот же ток I , создавая на сопротивлениях r_1 и r_2 падения напряжения U_1 и U_2 .

1. Напряжение на зажимах источника равно сумме падений напряжения во внешней цепи:

$$U = Ir_1 + Ir_2.$$

Электродвижущая сила источника равна сумме внутреннего падения напряжения и падений напряжения во внешней цепи.

$$E = Ir_{\text{в}} + Ir_1 + Ir_2.$$

Если простая цепь имеет несколько источников напряжения и несколько сопротивлений, то в замкнутой цепи алгебраическая сумма падений напряжения равна алгебраической сумме э. д. с.:

$$\Sigma (\pm Ir) = \Sigma (\pm E).$$

Знаком Σ (греческая буква «сигма») обычно обозначается сумма величин.

Эта формула выражает второй закон Кирхгофа.

2. Через каждое сопротивление и каждую часть простой последовательной цепи протекает один и тот же ток.

3. Одинаковый ток создает на равных сопротивлениях r_1 и r_2 равные падения напряжения U_1 и U_2 :

$$U_1 = Ir_1;$$

$$U_2 = Ir_2.$$

При последовательном соединении сопротивлений на большем сопротивлении возникает большее падение напряжения. Напряжение на зажимах источника в этом случае разделится пропорционально величине сопротивлений:

$$U_1:U_2 = r_1:r_2.$$

4. Результирующее сопротивление простой цепи получим, используя второй закон Кирхгофа:

$$U = Ir_1 + Ir_2;$$

$$Ir = Ir_1 + Ir_2;$$

$$r = r_1 + r_2.$$

Результирующее сопротивление простой цепи равно сумме последовательно соединенных сопротивлений (рис. 33).

Примеры

1. Простая электрическая цепь имеет источник э. д. с. напряжением $U=25$ в и два сопротивления $r_1=20$ ом и $r_2=30$ ом, соединенные последовательно. Подсчитайте результирующее сопротивление и падения напряжения на сопротивлениях (рис. 33).

Результирующее сопротивление

$$r = r_1 + r_2 = 20 + 30 = 50 \text{ ом.}$$

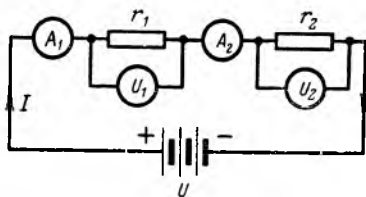


Рис. 33.

По закону Ома подсчитаем ток:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{25}{50} = 0,5a.$$

Падения напряжения на сопротивлениях:

$$U_1 = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ в};$$

$$U_2 = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ в}.$$

Проверка расчета:

$$U = U_1 + U_2 = 10 + 15 = 25 \text{ в}.$$

Амперметры A_1 и A_2 на рис. 33 показывают одинаковые токи, а вольтметры V_1 и V_2 — разные напряжения.

2. Простая цепь (рис. 34) с тремя сопротивлениями $r_1=10 \text{ ом}$;

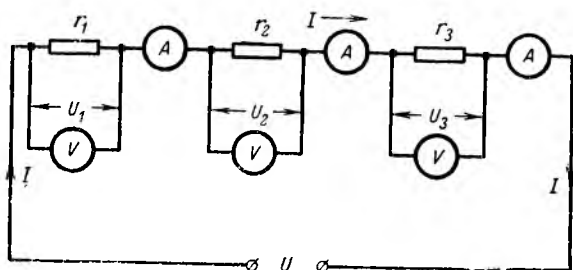


Рис. 34.

$r_2=20 \text{ ом}$ и $r_3=30 \text{ ом}$ имеет источник напряжения $U=220 \text{ в}$. Подсчитайте результирующее сопротивление r , ток I и падения напряжения на сопротивлениях.

Результирующее сопротивление цепи равно:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 = 10 + 20 + 30 = 60 \text{ ом}.$$

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{60} = 3,667 \text{ а};$$

ток I создает на сопротивлениях падения напряжения:

$$U_1 = 3,667 \cdot 10 = 36,67 \text{ в};$$

$$U_2 = 3,667 \cdot 20 = 73,33 \text{ в};$$

$$U_3 = 3,667 \cdot 30 = 110 \text{ в}.$$

Напряжение источника равно сумме падений напряжения на сопротивлениях (второй закон Кирхгофа):

$$U = U_1 + U_2 + U_3;$$

$$U = 36,67 + 73,33 + 110 = 220 \text{ в}.$$

3. Две лампы на напряжение 110 в, из которых одна мощностью $P_1=25$ вт, а другая $P_2=100$ вт, включены последовательно в сеть $U=220$ в. Какое напряжение будет на каждой лампе (рис. 35)?

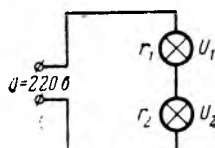
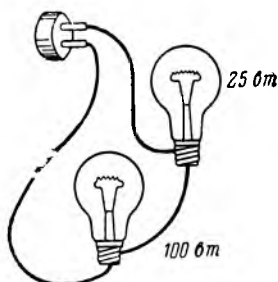


Рис. 35.

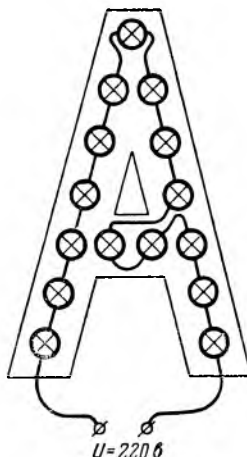


Рис. 36.

По данным ламп подсчитаем величины их сопротивлений:

$$r_1 = 484 \text{ ом}; \quad r_2 = 121 \text{ ом}.$$

Суммарное сопротивление ламп

$$r = r_1 + r_2 = 484 + 121 = 605 \text{ ом}.$$

Ток в лампах

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{605} = 0,364 \text{ а}.$$

Этот ток создаст на лампах следующие падения напряжения:

$$U_1 = 0,364 \cdot 484 = 176 \text{ в};$$

$$U_2 = 0,364 \cdot 121 = 44 \text{ в}.$$

Проверка расчета:

$$U = U_1 + U_2 = 176 + 44 = 220 \text{ в}.$$

Напряжение на лампе мощностью 25 вт значительно превышает 110 в. Эта лампа будет светить ярче, чем лампочка мощностью 100 вт, и может перегореть.

4. Сколько потребуется ламп с номинальным напряжением 14 в для рекламного освещения буквы А, если включить их на напряжение сети 220 в (рис. 36)?

При напряжении источника $U=220$ в должно быть включено последовательно

$$\frac{220}{14} = 15 \div 16 \text{ ламп.}$$

При последовательном включении 15 ламп они будут светить ярче нормального, а при включении 16 ламп — несколько слабее.

Задачи для самостоятельного решения

1. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных сопротивлений $r_1=50$ ом, лампы с сопротивлением $r_2=150$ ом и реостата ($r_3=120$ ом). Каково результирующее сопротивление r ? (320 ом.)

2. Описанная цепь включена на напряжение 110 в. Каковы падения напряжения на отдельных сопротивлениях? (17,2 в; 51,6 в; 41,3 в.)

2. РАСЧЕТ ДОБАВОЧНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Понятия и формулы

Если потребитель нужно включить на более высокое напряжение, чем то, на которое он рассчитан, последовательно с ним включают добавочное сопротивление r_d (рис. 37). На добавочном сопротивлении создается падение напряжения U_d , которое снижает напряжение на потребителе до требуемой величины U_n .

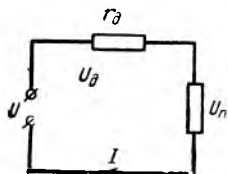


Рис. 37.

Напряжение источника равно сумме напряжений на потребителе и добавочном сопротивлении:

$$U = U_n + U_d;$$

$$U = U_n + Ir_d.$$

Из этого равенства можно определить необходимое добавочное сопротивление:

$$Ir_d = U - U_n.$$

$$r_d = \frac{U - U_n}{I}.$$

Снижение напряжения с помощью добавочного сопротивления неэкономично, так как в сопротивлении электрическая энергия переходит в тепло.

Примеры

1. Дуговая лампа (рис. 38) потребляет ток $I=4$ а при напряжении на дуге $U_n=45$ в. Какое сопротивление необходимо вклю-

читать последовательно с лампой, если напряжение питающей сети постоянного тока $U=110$ в?

На рис. 38 приведены схема включения графитовых электродов и добавочного сопротивления, а также упрощенная схема с обозначением сопротивления и дуговой лампы.

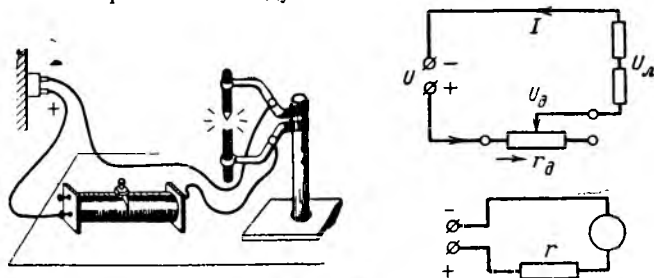


Рис. 38.

Ток $I = 4$ а, проходящий через лампу и добавочное сопротивление r_d , создаст на дуге полезное падение напряжения $U_d = 45$ в, а на добавочном сопротивлении падение напряжения

$$U_d = U - U_n = 110 - 45 = 65 \text{ в.}$$

Добавочное сопротивление

$$r_d = \frac{U - U_n}{I} = \frac{110 - 45}{4} = \frac{65}{4} = 16,25 \text{ ом.}$$

2. Ртутная лампа с рабочим напряжением 140 в и током 2 а подключена к сети напряжением 220 в через добавочное сопротивление, величину которого надо подсчитать (рис. 39).

Напряжение сети равно сумме падений напряжения на добавочном сопротивлении и в ртутной лампе:

$$U = U_d + U_n; \quad 220 = I r_d + 140;$$

$$2r_d = 220 - 140 = 80; \quad r_d = \frac{80}{2} = 40 \text{ ом.}$$

Падение напряжения возникает на добавочном сопротивлении только при протекании через него тока. При включении на лампу падает полное напряжение сети, так как ток при этом мал. Ток и падение напряжения на добавочном сопротивлении увеличиваются постепенно.

3. Газоразрядная лампа мощностью 40 вт с рабочим напряжением 105 в и током 0,4 а подключена к сети напряжением 220 в. Подсчитайте величину добавочного сопротивления r_d (рис. 40).

Добавочное сопротивление должно снижать напряжение сети U до рабочего напряжения лампочки U_n .

Напряжение сети 220 в вначале необходимо для зажигания лампы.

$$U = U_d + U_n;$$

$$U_d = 220 - 105 = 115 \text{ в};$$

$$r_d = \frac{115 \text{ в}}{0,4 \text{ а}} = 287,5 \text{ ом}.$$

Падение напряжения на сопротивлении приводит к потерям электрической энергии, которая превращается в тепло. При переменном токе вместо добавочного сопротивления применяется дроссель, что гораздо экономичнее.

4. Пылесос, рассчитанный на напряжение $U_c = 110 \text{ в}$ и мощность 170 вт , должен работать при $U = 220 \text{ в}$. Каким должно быть добавочное сопротивление?

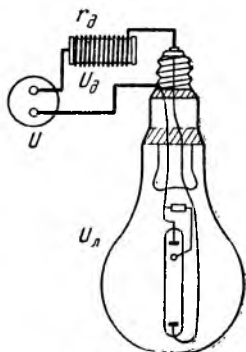


Рис. 39.

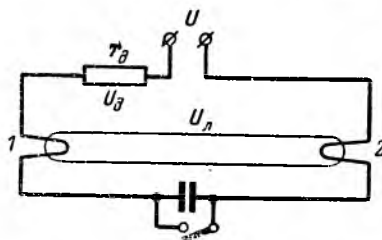
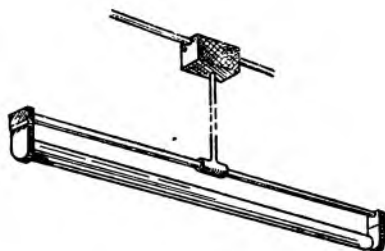


Рис. 40.

На рис. 41 показаны эскиз и принципиальная схема пылесоса, где видны двигатель D с вентилятором и добавочное сопротивление.

Напряжение сети распределяется между двигателем и добавочным сопротивлением r_d пополам, так чтобы на двигатель приходилось 110 в .

$$U = U_{дв} + U_d;$$

$$U = U_{дв} + I r_d;$$

$$220 = 110 + I r_d.$$

Ток подсчитаем по данным пылесоса:

$$I = \frac{P}{U_c} = \frac{170}{110} = 1,545 \text{ а}.$$

$$r_d = \frac{U - U_{дв}}{I} = \frac{220 - 110}{1,545} = \frac{110}{1,545} = 71,2 \text{ ом}.$$

5. Двигатель постоянного тока на напряжение 220 в и ток 12 а имеет внутреннее сопротивление $r_{\text{в}}=0,2$ ом. Каким должно быть сопротивление пускового реостата, чтобы бросок тока при пуске был не больше 18 а (рис. 42)?

Если включить двигатель непосредственно в сеть, без пускового сопротивления, то пусковой ток двигателя будет иметь недопустимое значение

$$I_{\text{п}} = \frac{U}{r_{\text{в}}} = \frac{220}{0,2} = 1100 \text{ а.}$$

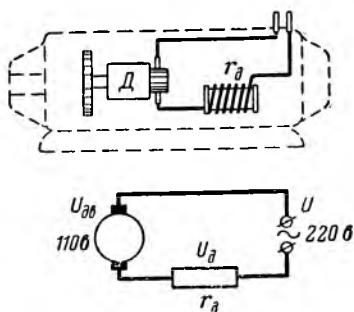
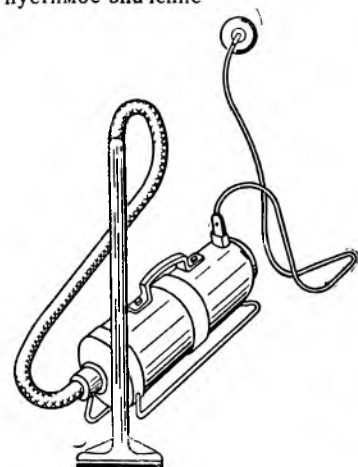


Рис. 41.

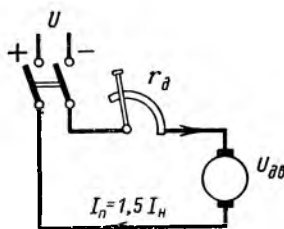
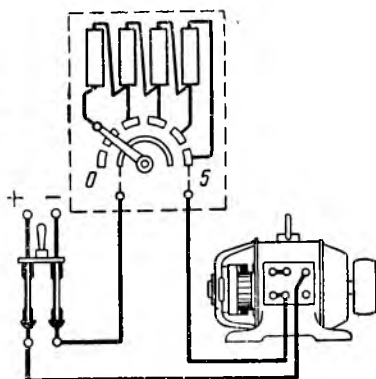


Рис. 42.

Поэтому для включения двигателя необходимо этот ток снизить примерно до величины $I=1,5 I_{\text{н}}$. При нормальной работе двигателя реостат замкнут накоротко (движок находится в положении 5), так как двигатель сам создает напряжение, направленное против напряжения сети; поэтому номинальный ток двигателя имеет сравнительно малую величину ($I_{\text{н}}=12$ а).

При пуске ток ограничивается только пусковым реостатом и внутренним сопротивлением двигателя:

$$I = \frac{U}{r_d + r_v};$$

$$18 = \frac{220}{r_d + 0,2};$$

$$r_d = \frac{220}{18} - 0,2 = 12,02 \text{ ом.}$$

6. Вольтметр имеет диапазон измерений $U_v = 10 \text{ в}$, а его сопротивление $r_v = 100 \text{ ом}$. Каким должно быть добавочное сопротивление r_d , чтобы вольтметр измерял напряжения до 250 в (рис. 43)?

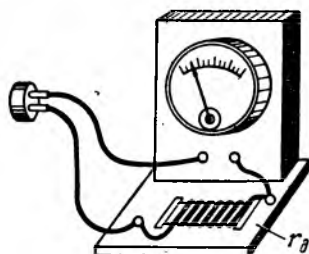


Рис. 43.

Диапазон измерений вольтметра увеличивается при включении последовательного добавочного сопротивления. Измеряемое на-

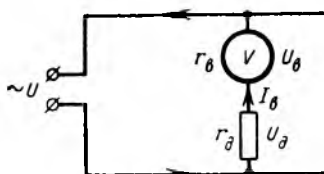


Рис. 44.

пряжение U разделяется на два напряжения: падение напряжения на сопротивлении U_d и напряжение на зажимах вольтметра U_v (рис. 44):

$$U = U_d + U_v;$$

$$250 \text{ в} = U_d + 10 \text{ в}.$$

Ток, проходящий через прибор, при полном отклонении стрелки будет равен:

$$I_v = \frac{U_v}{r_v} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ а.}$$

Тот же ток должен проходить через вольтметр и при измерении напряжения 250 в (при включенном добавочном сопротивлении). Тогда

$$250 \text{ в} = I_v r_d + 10 \text{ в};$$

$$I_v r_d = 250 - 10 = 240 \text{ в}.$$

Добавочное сопротивление

$$r_d = \frac{240}{0,1} = 2400 \text{ ом.}$$

При любом добавочном сопротивлении отклонение стрелки вольтметра будет максимальным при напряжении на вольтметре

10 а, однако его шкала градуируется в зависимости от добавочного сопротивления.

В нашем случае максимальному отклонению стрелки должно соответствовать деление 250 в.

В общем случае увеличение диапазона вольтметра будет:

$$n = \frac{U}{U_B},$$

или

$$n = \frac{U_D + U_B}{U_B} = \frac{U_D}{U_B} + 1;$$

$$n - 1 = \frac{I_B r_D}{I_B r_B};$$

$$r_B (n - 1) = r_D; \quad r_D = (n - 1) r_B.$$

7. Внутреннее сопротивление вольтметра 80 ом при диапазоне измерений 30 в. Подсчитайте необходимую величину добавочного сопротивления r_D для того, чтобы вольтметром можно было измерить напряжение 360 в.

По выведенной в предыдущем расчете формуле добавочное сопротивление равно:

$$r_D = (n - 1) r_B,$$

где увеличение диапазона

$$n = \frac{360}{30} = 12.$$

Следовательно, $r_D = (12 - 1) \cdot 80 = 880$ ом.

Добавочное сопротивление r_D для нового диапазона измерений 360 в будет 880 ом.

Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько метров никелиновой проволоки диаметром 1,3 мм нужно намотать для добавочного сопротивления, которое при токе 15 а должно уменьшить напряжение в цепи на 50 в? (При удельном сопротивлении $\rho = 0,4$ ом·мм²/м получим $l = 11$ м.)

2. Каким должно быть добавочное сопротивление для потребителя, рассчитанное на напряжение 120 в и ток 20 а, который должен быть включен в сеть напряжением 220 в? (5 ом).

3. РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Понятия и формулы

С помощью закона Ома можно рассчитать только простую токовую цепь. При расчете сложной (разветвленной) цепи используются законы Кирхгофа.

Второй закон Кирхгофа мы уже рассмотрели в § 2-1.

Первый закон Кирхгофа описывает, как происходит разветвление токов в узле, соединяющем несколько проводов. Этот закон гласит, что сумма токов, притекающих к узлу, равна сумме токов, утекающих от узла.

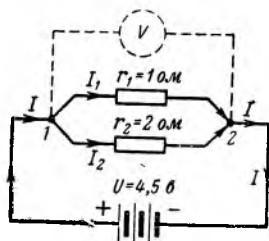


Рис. 45.

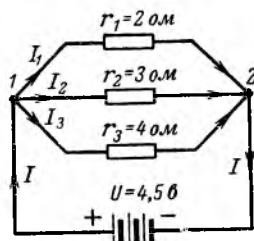


Рис. 46.

В простом случае (рис. 45) ток I , притекающий к узлу 1, разветвляется на токи I_1 и I_2 , которые соединяются в точке 2 снова в ток I :

$$I = I_1 + I_2,$$

или

$$I - I_1 - I_2 = 0.$$

Для трех ветвей на рис. 46 имеем:

$$I = I_1 + I_2 + I_3;$$

$$I - I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

К узлам 1 и 2 (рис. 45) приложено напряжение источника, которое одинаково для всех параллельно соединенных сопротивлений:

$$I_1 r_1 = U; \quad I_2 r_2 = U.$$

Из этого следует:

$$r_1 I_1 = r_2 I_2; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2}{r_1};$$

$$I_1 : I_2 = r_2 : r_1.$$

Ток в отдельных ветвях распределяется обратно пропорционально их сопротивлениям или прямо пропорционально их проводимостям:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2}.$$

Для трех ветвей на рис. 46 имеем:

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_3};$$

$$I_1 : I_2 : I_3 = G_1 : G_2 : G_3.$$

Чем больше сопротивление ветви, тем меньше ее ток, и наоборот.

Результирующая проводимость равна сумме проводимостей отдельных ветвей:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots;$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots$$

Примеры

1. Параллельно соединенные сопротивления $r_1=1$ ом и $r_2=2$ ом подключены к источнику тока напряжением $U=4,5$ в (см. рис. 45).

Какие токи проходят через каждое сопротивление? Каково результирующее сопротивление? Каков результирующий ток?

К сопротивлениям приложено одинаковое напряжение U .

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{4,5}{1} = 4,5 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ а}.$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + I_2 = 4,5 + 2,25 = 6,75 \text{ а}.$$

Величина, обратная результирующему сопротивлению, т. е. результирующая проводимость,

$$G = G_1 + G_2;$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2};$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ сим.}$$

Отсюда результирующее сопротивление

$$r = \frac{2}{3} \text{ ом}.$$

Результирующее сопротивление по величине меньше любого из двух сопротивлений.

Для проверки подсчитаем результирующий ток цепи по закону Ома:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{4,5}{\frac{2}{3}} = \frac{4,5 \cdot 3}{2} = 6,75 \text{ а}.$$

2. Три параллельно соединенных сопротивления $r_1=2$ ом; $r_2=3$ ом и $r_3=4$ ом включим на напряжение 4,5 в. Какие токи будут в отдельных ветвях? Каковы результирующие ток и сопротивление в цепи (рис. 46)?

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{4,5}{3} = 1,5 \text{ а};$$

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{4,5}{4} = 1,125 \text{ а}.$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 4,875 \text{ а}.$$

Ток распределяется пропорционально проводимостям:

$$I_1:I_2:I_3 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3};$$

$$2,25:1,5:1,125 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}.$$

Результирующая проводимость будет:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3};$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12} \text{ см.}$$

Отсюда результирующее сопротивление

$$r = \frac{12}{13} \text{ ом.}$$

Результирующее сопротивление меньше каждого из сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 .

Результирующий ток можно подсчитать по закону Ома:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{4,5}{\frac{12}{13}} = \frac{4,5 \cdot 13}{12} = 4,875 \text{ а}.$$

3. Как распределится ток $I=60 \text{ а}$ по двум параллельным цепям с сопротивлениями $r_1=250 \text{ ом}$ и $r_2=350 \text{ ом}$?

Мы знаем, что токи в параллельных цепях относятся так:

$$I_1:I_2 = r_2:r_1.$$

Кроме того, согласно первому закону Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2.$$

Мы имеем два уравнения с двумя неизвестными (I_1 и I_2).

Из первого уравнения $I_1 = \frac{r_2}{r_1} I_2$ подставим во второе уравнение:

$$I = \frac{r_2}{r_1} I_2 + I_2; \quad I = I_2 \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right);$$

$$I = I_2 \frac{r_1 + r_2}{r_1}.$$

Ток во второй ветви

$$I_2 = I \frac{r_1}{r_1 + r_2} = 60 \cdot \frac{250}{250 + 350} = 60 \cdot \frac{250}{600} = 25 \text{ а.}$$

Ток в первой ветви

$$I_1 = I - I_2 = 60 - 25 = 35 \text{ а.}$$

4. Подсчитайте результирующее сопротивление пяти параллельно соединенных одинаковых сопротивлений r по 10 ом. Выведите общую формулу для результи-

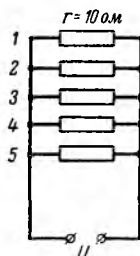


Рис. 47.

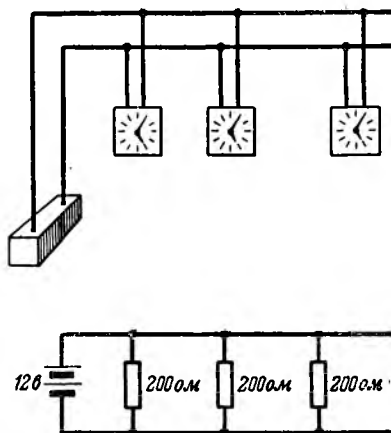


Рис. 48.

рующего сопротивления n одинаковых параллельно включенных сопротивлений.

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \dots;$$

$$\frac{1}{r_p} = n \frac{1}{r}.$$

Результирующее сопротивление n одинаковых параллельно включенных сопротивлений

$$r_p = \frac{r}{n},$$

где n — число параллельно соединенных одинаковых сопротивлений r .

При $r = 10$ ом и $n = 5$ (рис. 47) результирующее сопротивление равно:

$$r_p = \frac{10}{5} = 2 \text{ ом.}$$

5. Какой ток потребляется от источника постоянного тока напряжением 12 в, к которому подсоединены 10 электрических часов? Часы имеют сопротивление по 200 ом и соединены параллельно (рис. 48).

Формула, выведенная в предыдущем расчете для одинаковых параллельно соединенных сопротивлений, имеет вид:

$$r_p = \frac{r}{n}.$$

Результирующее сопротивление

$$r_p = \frac{200 \text{ ом}}{10} = 20 \text{ ом}.$$

Результирующее сопротивление в 10 раз меньше, чем сопротивление одних часов.

От источника потребляется ток

$$I = \frac{U}{r_p} = \frac{12}{20} = 0,6 \text{ а}.$$

6. Определите токи в лампах, соединенных параллельно и подключенных к сети напряжением $U=220$ в. Сопротивление первой лампы $r_1=1210$ ом, а второй $r_2=484$ ом (рис. 49).

Напряжение обеих ламп одинаково и равно 220 в.

Ток в первой лампе

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{220}{1210} = 0,182 \text{ а}.$$

Ток во второй лампе

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{220}{484} = 0,454 \text{ а}.$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + I_2 = 0,182 + 0,454 = 0,636 \text{ а}.$$

Результирующее сопротивление параллельно соединенных ламп подсчитаем по результирующей проводимости:

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{1210} + \frac{1}{484} = \frac{484 + 1210}{1210 \cdot 484} = \frac{1694}{585640} \text{ сим};$$

$$r_p = \frac{585640}{1694} = 346 \text{ ом}.$$

Проверка результирующего тока:

$$I = \frac{U}{r_p} = \frac{220}{346} = 0,636 \text{ а}.$$

7. Какой ток потребляют от автомобильного аккумулятора напряжением 6 в лампа стоп-сигнала (12 ом), звуковой сигнал (2 ом) и фара (1 ом) (рис. 50)?

Все параллельно соединенные потребители имеют общее напряжение.

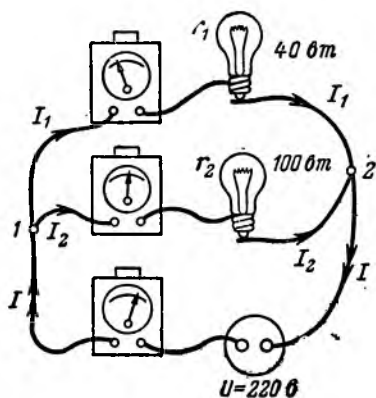


Рис. 49.

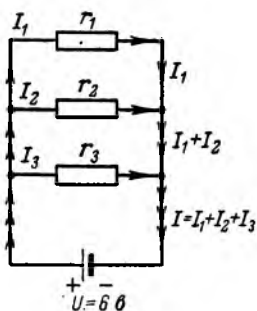
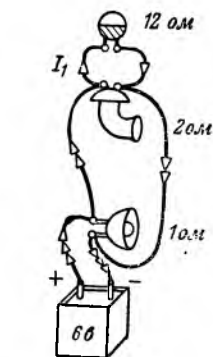
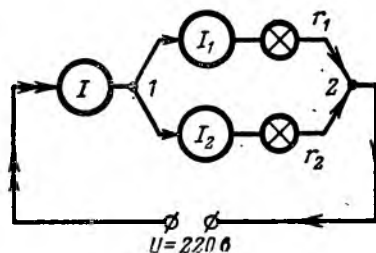


Рис. 50.

Ток в лампе стоп-сигнала

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ а.}$$

Ток в звуковом сигнале

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ а.}$$

Ток в фаре

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{6}{1} = 6 \text{ а.}$$

Общий ток аккумулятора

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0,5 + 3 + 6 = 9,5 \text{ а.}$$

Результующее сопротивление внешней цепи получим из результирующей проводимости:

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3};$$

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{1+6+12}{12} = \frac{19}{12} \text{ см.}$$

Отсюда результирующее сопротивление

$$r_p = \frac{12}{19} = 0,632 \text{ ом.}$$

Проверка величины результирующего тока:

$$I = \frac{U}{r_p} = \frac{6}{0,632} = 9,5 \text{ а.}$$

Токи в отдельных ветвях относятся, как проводимости этих ветвей:

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_3};$$

$$0,5 : 3 : 6 = \frac{1}{12} : \frac{1}{2} : \frac{1}{1} = \frac{1}{12} : \frac{6}{12} : \frac{12}{12} = 1 : 6 : 12.$$

8. Три параллельно соединенные лампы имеют сопротивления $r_1 = 1\,210 \text{ ом}$; $r_2 = 606,6 \text{ ом}$ и $r_3 = 484 \text{ ом}$ и включены в сеть напряжением $U = 220 \text{ в}$. Какие токи проходят через лампы и какой общий ток потребляется от сети?

Схема включения показана на рис. 51.

Все лампы имеют одинаковое напряжение. Отдельные токи подсчитаем по закону Ома:

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{220}{1\,210} = 0,182 \text{ а;}$$

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{220}{606} = 0,363 \text{ а;}$$

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{220}{484} = 0,454 \text{ а.}$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0,182 + 0,363 + 0,454 = 0,999 \text{ а.}$$

Три лампы 40, 60 и 100 *вт* потребляют ток 1 *а*.

9. В сеть напряжением 220 *в* параллельно включены настольная лампа, радиоприемник и рефлектор мощностью соответственно 40, 50 и 500 *вт*. Потребители имеют сопротивления $R_1 = 1\,210 \text{ ом}$; $R_2 = 968 \text{ ом}$ и $R_3 = 96,8 \text{ ом}$. Подсчитайте токи потребителей и общий ток, который проходит через электросчетчик.

Включение потребителей и схема токовых цепей показаны на рис. 52.

Все потребители имеют одинаковое напряжение $U = 220 \text{ в}$.

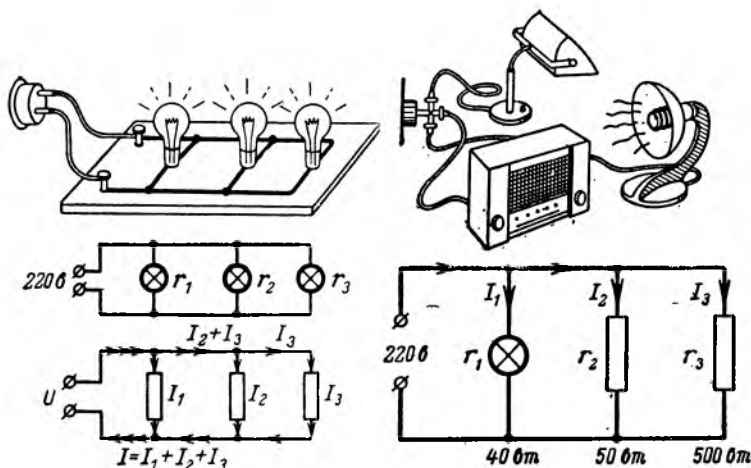


Рис. 51.

Рис. 52.

Ток настольной лампы

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{220}{1\,210} = 0,182 \text{ а.}$$

Ток радиоприемника

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{220}{968} = 0,227 \text{ а.}$$

Ток рефлектора

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{220}{96,8} = 2,27 \text{ а.}$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0,182 + 0,227 + 2,27 = 2,68 \text{ а.}$$

Для проверки правильности расчета результирующего тока подсчитаем результирующее сопротивление параллельно соединенных сопротивлений и с помощью его подсчитаем результирующий ток по закону Ома.

Результирующая проводимость трех ветвей

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_p} &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}; \\ \frac{1}{r_p} &= \frac{1}{1\,210} + \frac{1}{968} + \frac{1}{96,8} = \\ &= \frac{968 \cdot 96,8 + 96,8 \cdot 1\,210 + 1\,210 \cdot 968}{1\,210 \cdot 968 \cdot 96,8} = \frac{113\,379\,904}{1\,382\,110} = 82 \text{ ом.} \end{aligned}$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{r_p} = \frac{220}{82} = 2,683 \text{ а.}$$

10. К однофазной сети подключены вентилятор мощностью 50 вт, кофейник 300 вт и лампа 60 вт с сопротивлениями $r_v = 968 \text{ ом}$; $r_k = 161,3 \text{ ом}$ и $r_l = 806,6 \text{ ом}$.

Определить токи в каждом потребителе и результирующий ток.

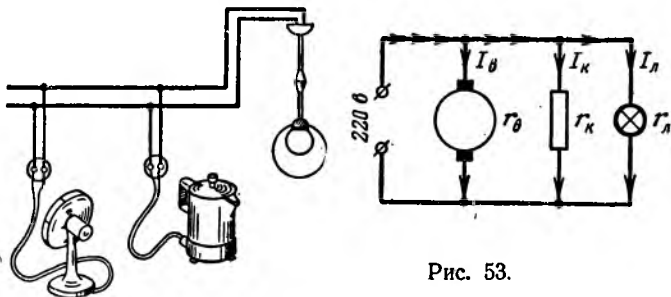


Рис. 53.

Включение потребителей и схема цепей токов показаны на рис. 53.

Потребители имеют одинаковое напряжение $U = 220 \text{ в}$.

Ток двигателя вентилятора

$$I_v = \frac{U}{r_v} = \frac{220}{968} = 0,227 \text{ а.}$$

Ток кофейника

$$I_k = \frac{U}{r_k} = \frac{220}{161,3} = 1,363 \text{ а.}$$

Ток лампы

$$I_l = \frac{U}{r_l} = \frac{220}{806,6} = 0,272 \text{ а.}$$

Результирующий ток

$$I = I_v + I_k + I_l = 0,227 + 1,363 + 0,272 = 1,862 \text{ а.}$$

11. Электрическая обогревательная печь и кварцевая лампа включены в сеть напряжением 220 в (рис. 54).

Каждый нагревательный элемент печи имеет сопротивление $r_1 = 96,8 \text{ ом}$. Кварцевая лампа с сопротивлением $r_2 = 73,3 \text{ ом}$ включена с добавочным сопротивлением $r_3 = 88 \text{ ом}$.

Ток каждого нагревательного элемента печи (мощностью 500 вт)

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{220}{96,8} = 2,27 \text{ а.}$$

Ток кварцевой лампы

$$I_2 = \frac{U}{r_2 + r_3} = \frac{220}{88 + 73,3} = \frac{220}{161,3} = 1,363 \text{ а.}$$

Общий ток

$$I = 2I_1 + I_2 = 2 \cdot 2,27 + 1,363 = 4,54 + 1,363 = 5,9 \text{ а.}$$

Результирующая проводимость схемы на рис. 54

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_p} &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2 + r_3}; \\ \frac{1}{r_p} &= \frac{1}{96,8} + \frac{1}{96,8} + \frac{1}{161,3} = \frac{2}{96,8} + \frac{1}{161,3} = \\ &= \frac{2 \cdot 161,3 + 96,8}{96,8 \cdot 161,3} = \frac{419,4}{15613,8} \text{ сим.} \end{aligned}$$

Результирующее сопротивление

$$r_p = \frac{15613,8}{419,4} = 37,4 \text{ ом.}$$

Проверка результирующего тока:

$$I = \frac{U}{r_p} = \frac{220}{37,4} = 5,9 \text{ а.}$$

12. Аккумуляторная батарея напряжением 24 в имеет емкость 14 а·ч. Внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи $r_a = 0,1 \text{ ом}$; ток зарядки 1,4 а. Батарея заряжается от сети постоянного тока напряжением 110 в. Добавочное сопротивление состоит из нескольких ламп по 100 вт, 220 в. Сколько ламп нужно включить (рис. 55)?

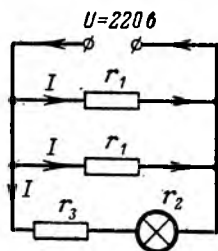
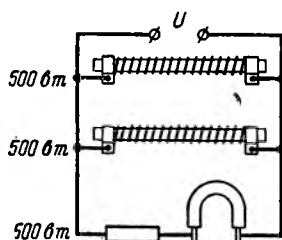
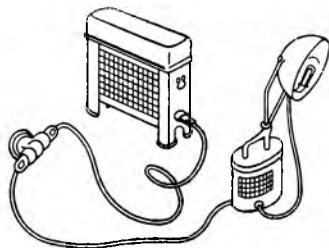


Рис. 54.

Напряжение сети равно сумме напряжения батареи (24 в), падения напряжения на лампах $I r_d$ и внутреннего падения напряжения в батарее $I r_b$:

$$\begin{aligned} U &= U_{ак} + U_d + U_b; \\ 110 &= 24 + 1,4 r_d + 1,4 \cdot 0,1; \\ 110 &= 1,4 r_d + 24,14. \end{aligned}$$

Отсюда добавочное сопротивление

$$r_d = \frac{110 - 24,14}{1,4} = \frac{85,86}{1,4} = 61,3 \text{ ом.}$$

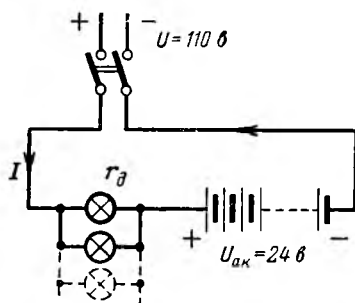
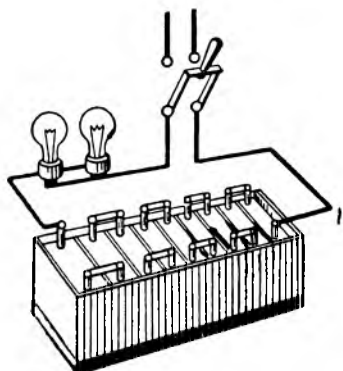


Рис. 55.

Сопротивление одной лампы можно рассчитать по ее мощности:

$$\begin{aligned} P_{л} &= UI = U \frac{U}{r_{л}} = \frac{U^2}{r_{л}}; \\ r_{л} &= \frac{220^2}{100} = \frac{48\,400}{100}; \\ r_{л} &= 484 \text{ ом.} \end{aligned}$$

Сопротивление одной лампы больше, чем требуемое добавочное сопротивление r_d . Поэтому лампы нужно соединить параллельно. В этом случае

$$r_d = \frac{r_{л}}{n},$$

откуда

$$n = \frac{484}{61,3} = 7,89 \approx 8.$$

Добавочное сопротивление будет состоять из восьми параллельно соединенных ламп.

Задачи для самостоятельного решения

1. Разветвленная цепь состоит из четырех параллельно соединенных сопротивлений 6, 4, 3 и 8 *ом*. Общий ток цепи 20 *а*. Какие токи проходят через каждую ветвь? (3,81; 5,71; 7,62 и 2,86 *а*).

2. Напряжение в цепи 12 *в*, а общий ток четырех параллельно соединенных ламп 8 *а*. Подсчитайте сопротивление каждой лампы. (6 *ом*.)

4. РАСЧЕТ ШУНТА ДЛЯ АМПЕРМЕТРА

Понятия и формулы

Шунтом называется сопротивление, которое присоединяется параллельно зажимам амперметра (параллельно внутреннему сопротивлению прибора), чтобы увеличить диапазон измерений. Измеряемый ток I разделяется между шунтом ($r_{ш}$, $I_{ш}$) и амперметром (r_a , I_a) обратно пропорционально их сопротивлениям.

Сопротивление шунта

$$r_{ш} = r_a \frac{I_a}{I - I_a}.$$

Для увеличения диапазона измерений в n раз шунт должен иметь сопротивление

$$r_{ш} = \frac{n - 1}{r_a}.$$

Примеры

1. Электромагнитный амперметр имеет внутреннее сопротивление $r_a = 10$ *ом*, а диапазон измерений до 1 *а*. Рассчитайте сопротивление $r_{ш}$ шунта так, чтобы амперметр мог измерять ток до 20 *а* (рис. 56).

Измеряемый ток 20 *а* разветвится на ток $I_a = 1$ *а*, который потечет через амперметр, и ток $I_{ш}$, который потечет через шунт:

$$I = I_a + I_{ш}.$$

Отсюда ток, протекающий через шунт,

$$I_{ш} = I - I_a = 20 - 1 = 19 \text{ а}.$$

Измеряемый ток $I = 20$ *а* должен разделиться в отношении

$$I_a : I_{ш} = 1 : 19.$$

Отсюда вытекает, что сопротивления ветвей должны быть обратно пропорциональны токам:

$$I_a : I_{ш} = \frac{1}{r_a} : \frac{1}{r_{ш}};$$

$$I_a : I_{ш} = r_{ш} : r_a;$$

$$1 : 19 = r_{ш} : 10.$$

Сопrotивление шунта

$$r_{\text{ш}} = \frac{10}{19} = 0,526 \text{ ом},$$

Сопrotивление шунта должно быть в 19 раз меньше, чем сопротивление амперметра r_a , чтобы через него проходил ток $I_{\text{ш}}$, в 19 раз больший тока $I_a = 1 \text{ а}$, который проходит через амперметр.

2. Магнитоэлектрический миллиамперметр имеет диапазон измерений без шунта 10 ма и внутреннее сопротивление 100 ом . Какое сопротивление должен иметь шунт, если прибор должен измерять ток до 1 а (рис. 57)?

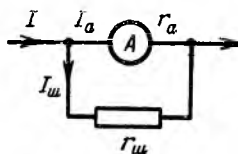
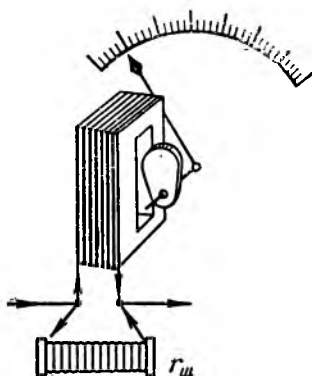


Рис. 56.

При полном отклонении стрелки через катушку миллиамперметра будет проходить ток $I_a = 0,01 \text{ а}$, а через шунт $I_{\text{ш}}$:

$$I = I_a + I_{\text{ш}},$$

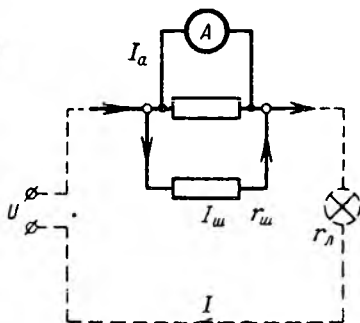
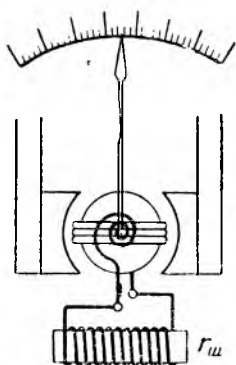


Рис. 57.

откуда

$$I_{\text{ш}} = I - I_a = 1 - 0,01 = 0,99 \text{ а} = 990 \text{ ма}.$$

Ток 1 а разделится обратно пропорционально сопротивлениям:

$$I_a : I_{\text{ш}} = r_{\text{ш}} : r_a.$$

Из этого соотношения найдем сопротивление шунта:

$$10:990 = r_{\text{ш}}:100;$$

$$r_{\text{ш}} = \frac{10 \cdot 100}{990} = \frac{1000}{990} = 1,010 \text{ ом.}$$

При полном отклонении стрелки через прибор пройдет ток $I_a = 0,01 \text{ а}$, через шунт — ток $I_{\text{ш}} = 0,99 \text{ а}$, а по общей цепи — ток $I = 1 \text{ а}$.

При измерении тока $I = 0,5 \text{ а}$ через шунт пройдет ток $I_{\text{ш}} = 0,492 \text{ а}$, а через амперметр — ток $I_a = 0,005 \text{ а}$. Стрелка при этом отклоняется до половины шкалы.

При любом токе от 0 до 1 а (при выбранном шунте) токи в ветвях разделятся в отношении $r_a:r_{\text{ш}}$, т. е. 100:1,01.

3. Амперметр (рис. 58) имеет внутреннее сопротивление $r_a = 9,9 \text{ ом}$, а сопротивление его шунта 0,1 ом. В каком отношении разделится измеряемый ток 300 а в приборе и шунте?

Задачу решим при помощи первого закона Кирхгофа:

$$I = I_a + I_{\text{ш}}.$$

Кроме того,

$$I_a:I_{\text{ш}} = r_{\text{ш}}:r_a.$$

Отсюда

$$300 = I_a + I_{\text{ш}};$$

$$I_a:I_{\text{ш}} = 0,1:9,9.$$

Из второго уравнения получим ток I_a и подставим его в первое уравнение:

$$I_a = \frac{1}{99} I_{\text{ш}};$$

$$300 = \frac{1}{99} I_{\text{ш}} + I_{\text{ш}};$$

$$I_{\text{ш}} \left[1 + \frac{1}{99} \right] = 300; \quad I_{\text{ш}} \frac{100}{99} = 300;$$

$$I_{\text{ш}} = \frac{300}{100} \cdot 99 = 297 \text{ а.}$$

Ток в приборе

$$I_a = I - I_{\text{ш}} = 300 - 297 = 3 \text{ а.}$$

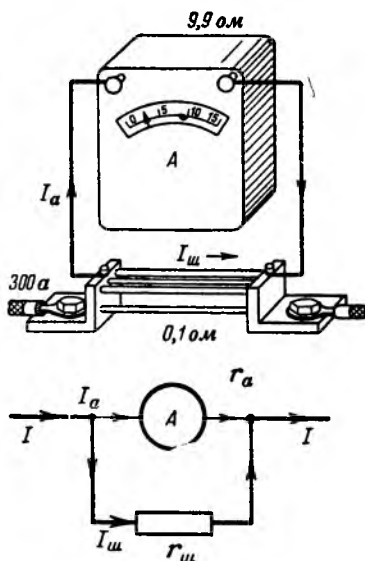


Рис. 58.

Из всего измеряемого тока через амперметр пройдет ток $I_a = 3 \text{ а}$, а через шунт $I_{ш} = 297 \text{ а}$.

4. Амперметр, внутреннее сопротивление которого $1,98 \text{ ом}$, дает полное отклонение стрелки при токе 2 а . Необходимо измерить ток до 200 а . Какое сопротивление должен иметь шунт, подключаемый параллельно зажимам прибора?

В данной задаче диапазон измерений увеличивается в 100 раз:

$$n = \frac{200}{2} = 100.$$

Искомое сопротивление шунта

$$r_{ш} = \frac{r_a}{n - 1}.$$

В нашем случае сопротивление шунта будет:

$$r_{ш} = \frac{1,98}{100 - 1} = \frac{1,98}{99} = 0,02 \text{ ом}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Какой диапазон измерений будет иметь амперметр на 2 а с внутренним сопротивлением 2 ом после подсоединения шунта сопротивлением $0,3 \text{ ом}$? ($38,3 \text{ а}$.)

2. Миллиамперметр с внутренним сопротивлением 50 ом имеет диапазон измерений $0,01 \text{ а}$. Нужно подсчитать сопротивление шунта, необходимого для обеспечения диапазона измерений до 5 а . ($0,1 \text{ ом}$.)

5. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ

Понятия и формулы

Закон Ома действителен лишь для простой электрической цепи, по которой проходит одинаковый ток. В сложных цепях в отдельных ветвях токи разные, поэтому сложные цепи рассчитываются при помощи законов Кирхгофа. Их мы уже приводили в виде формул в § 2-1 и 2-3. В этом параграфе мы будем применять эти законы при расчете сложных цепей.

Примеры

1. Рассчитайте сопротивление r_x (рис. 59), которое нужно включить последовательно с сопротивлением $r_2 = 5 \text{ ом}$, чтобы в ветви был ток $I_2 = 3 \text{ а}$ при напряжении источника $U = 24 \text{ в}$.

Все ветви между точками 1 и 2 имеют одинаковое напряжение:

$$U = I_1 r_1;$$

$$U = I_2 r_2 + I_2 r_x;$$

$$24 = 3 \cdot 5 + 3r_x;$$

$$24 = 15 + 3r_x.$$

Искомое сопротивление

$$r_x = \frac{24 - 15}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ ом.}$$

2. Подсчитайте ток в ветвях сложной цепи на рис. 60. Мини-атюрные лампочки представляют собой сопротивления $r_1=12,5 \text{ ом}$ ($3,8 \text{ в; } 0,3 \text{ а}$); $r_2=17,5 \text{ ом}$ ($3,5 \text{ в; } 0,2 \text{ а}$) и $r_3=40 \text{ ом}$ ($4 \text{ в; } 0,1 \text{ а}$). Источники питания (сухие батареи) имеют напряжения $U_1=4,5 \text{ в}$ и $U_2=1,5 \text{ в}$.

К точке 2 подходит ток I_1 , а отходят от нее токи I_2 и I_3 . По первому закону Кирхгофа имеем:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

Все три тока неизвестны. Нужны три уравнения для определения трех неизвестных.

По второму закону Кирхгофа для верхней ветви имеем:

$$U_1 = I_1 r_1 + I_2 r_2;$$

для нижней ветви

$$U_2 = -I_2 r_2 + I_3 r_3.$$

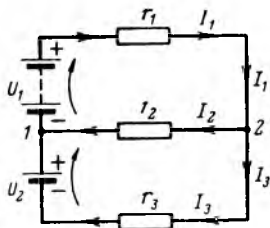
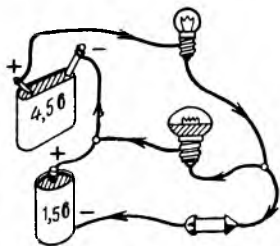


Рис. 60.

После подстановки значений получим:

$$4,5 = I_1 \cdot 12,5 + I_2 \cdot 17,5;$$

$$1,5 = -I_2 \cdot 17,5 + I_3 \cdot 40.$$

Полученное из первого уравнения выражение $I_2 = I_1 - I_3$ подставим во второе и третье уравнения:

$$4,5 = 12,5 I_1 + 17,5 I_1 - 17,5 I_3;$$

$$1,5 = -17,5 I_1 + 17,5 I_3 + 40 I_3;$$

$$4,5 = 30 I_1 - 17,5 I_3 / .7;$$

$$1,5 = -17,5 I_1 + 57,5 I_3 / .12;$$

$$31,5 = 210 I_1 - 122,5 I_3;$$

$$18 = -210I_1 + 690I_3;$$

$$49,5 = 567,5I_3.$$

Отсюда

$$I_3 = \frac{49,5}{567,5} = 0,087 \text{ а.}$$

Значение I_3 подставим в третье уравнение:

$$1,5 = -17,5I_2 + 40 \cdot 0,087;$$

$$1,5 = -17,5I_2 + 3,5;$$

$$17,5I_2 = 3,5 - 1,5.$$

Ток во второй ветви

$$I_2 = \frac{2}{17,5} = 0,115 \text{ а.}$$

Ток в первой ветви

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,202 \text{ а.}$$

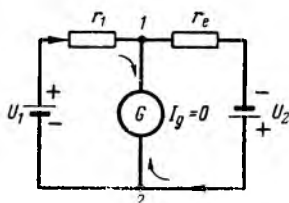


Рис. 61.

Направления токов на схеме нами выбраны произвольно. Если какое-либо направление обозначено неверно, при расчете получается значение тока с отрицательным знаком. Это означает, что направление тока на схеме нужно изменить.

3. В схеме на рис. 61 с двумя источниками напряжения на $U_1=2,5 \text{ в}$ и $U_2=4,5 \text{ в}$ и сопротивлением $r_1=5 \text{ ом}$ нужно включить такое сопротивление r_x , чтобы через гальванометр G не протекал ток.

Если через гальванометр не протекает ток ($I_g=0$), это значит, что через сопротивления r и r_x протекает одинаковый ток I .

По второму закону Кирхгофа для левого контура (U_1 , r_1 , G) имеем:

$$U_1 - Ir_1 = 0.$$

(в сопротивлении G нет падения напряжения).

Для левого контура имеем:

$$U_2 - Ir_x = 0.$$

Получены два уравнения с двумя неизвестными:

$$U_1 = Ir_1 = 0;$$

$$U_2 = Ir_x = 0.$$

Разделив одно уравнение на другое:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{r_1}{r_x},$$

получим неизвестное сопротивление

$$r_x = r_1 \frac{U_2}{U_1} = \frac{4,5}{2,5} \cdot 5 = 9 \text{ ом.}$$

4. Нужно установить движок реостата с сопротивлением $r = 10 \text{ ом}$ так, чтобы через гальванометр не проходил ток. Элементы схемы и их включение показаны на рис. 62. Напряжения источников $U_1 = 9 \text{ в}$ и $U_2 = 4 \text{ в}$.

Сложная цепь состоит из трех простых контуров: левого (G , U_2 , r_1), правого (G , U_2 , U_1 , $r - r_1$) и большого (U_1 , r) без гальванометра.

Если через гальванометр G ток не проходит, то в цепи будет проходить только ток I в большом контуре U_1 , r .

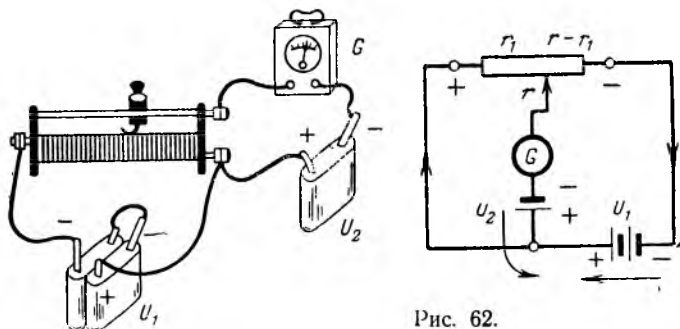


Рис. 62.

По второму закону Кирхгофа для большого простого контура имеем уравнение

$$U_1 = Ir.$$

Для левого контура получим уравнение

$$U_2 = Ir_1.$$

Разделим уравнения одно на другое:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{r}{r_1}.$$

После подстановки значений имеем:

$$\frac{9}{4} = \frac{10}{r_1}.$$

Отсюда

$$r_1 = \frac{4}{9} \cdot 10 = 4,44 \text{ ом};$$

$$r - r_1 = 10 - 4,44 = 5,56 \text{ ом}.$$

Движок делит сопротивление реостата 10 ом на $4,44 \text{ ом}$ (слева) и $5,56 \text{ ом}$ (справа).

5. Как велико падение напряжения $U_1 - U_2$ в линии длиной

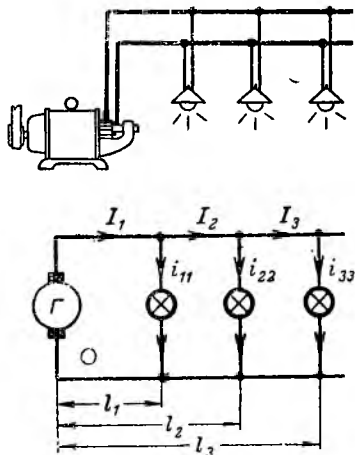


Рис. 63.

500 м, если на расстоянии $l_1=200$ м от генератора потребляется ток $I_1=25$ а, на расстоянии $l_2=300$ м ток $I_2=15$ а и на расстоянии $l_3=500$ м ток $I_3=5$ а. Линия изготовлена из алюминиевого провода ($\rho=0,03$ ом·мм²/м) сечением 10 мм² (рис. 63).

Токи I_1 , I_2 , I_3 , которые протекают в линии на участках l_1 , l_2 , l_3 , вызывают падения напряжения. Сумма этих падений напряжения и напряжения на конце линии U_2 равна напряжению генератора U_1 :

$$U_1 = I_1 r_1 + I_2 r_2 + I_3 r_3 + U_2,$$

где токи $I_1=i_1+i_2+i_3$; $I_2=i_2+i_3$; $I_3=i_3$, а сопротивления r_1 , r_2 , r_3 пропорциональны длинам отдельных участков.

Вместо токов I_1 , I_2 , I_3 можно брать токи i_1 , i_2 , i_3 , которые непосредственно потребляют потребители (лампы). Тогда в уравнение войдут и иные сопротивления:

$$U_1 = i_1 r_{11} + i_2 r_{22} + i_3 r_{33} + U_2,$$

где сопротивления r_{11} , r_{22} , r_{33} пропорциональны длинам l_1 , l_2 , l_3 , измеренным от источника, как это показано на схеме на рис. 63. Результат в обоих случаях будет одинаковым.

На практике часто используется длина эквивалентной линии l с сопротивлением r , в которой при протекании общего тока I возникло бы такое же падение напряжения rI , как и на действительной линии:

$$U_1 = rI + U_2;$$

$$U_1 - U_2 = rI,$$

где

$$I = i_{11} + i_{22} + i_{33}.$$

Падение напряжения в эквивалентной линии равно сумме отдельных падений напряжения в действительной линии:

$$rI = i_1 r_{11} + i_2 r_{22} + i_3 r_{33}.$$

Предполагается, что эквивалентная линия имеет те же удельное сопротивление ρ и сечение S , что и действительная линия.

Выразим r , r_{11} , r_{22} , r_{33} с помощью формулы сопротивления

$$r = \rho \frac{l}{S}.$$

Тогда

$$I \rho \frac{l}{S} = i_1 \rho \frac{l_1}{S} + i_2 \rho \frac{l_2}{S} + i_3 \rho \frac{l_3}{S};$$

$$Il = i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3.$$

Отсюда можно подсчитать длину эквивалентной линии:

$$l = \frac{i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3}{I}.$$

После подстановки числовых значений

$$l = \frac{25 \cdot 200 + 15 \cdot 300 + 5 \cdot 500}{45} = \frac{12\,000}{45} = 266 \text{ м.}$$

Падение напряжения в линии будет равно сопротивлению эквивалентной линии, умноженному на полный потребляемый ток:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = rI = \rho \frac{2l}{S} I;$$

$$\Delta U = 0,03 \cdot \frac{2 \cdot 266}{10} \cdot 45 = 0,03 \cdot 53,2 \cdot 45 = 72 \text{ в.}$$

6. Подсчитайте э. д. с. E_1 и E_2 двух параллельно работающих генераторов с внутренними сопротивлениями $r_1=0,05 \text{ ом}$ и $r_2=0,01 \text{ ом}$, если от генератора G_1 потребляется ток $I_1=70 \text{ а}$, а от генератора G_2 ток $I_2=200 \text{ а}$ при напряжении на зажимах генераторов и в сети $U=120 \text{ в}$ (рис. 64).

Электродвижущая сила равна сумме внутреннего падения напряжения генератора и напряжения на его зажимах:

$$E_1 = I_1 r_1 + U;$$

$$E_2 = I_2 r_2 + U.$$

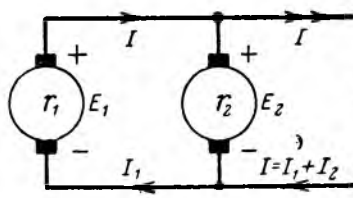
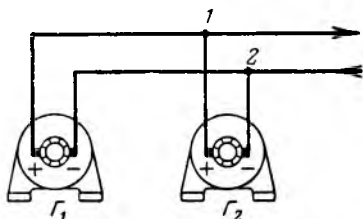


Рис. 64.

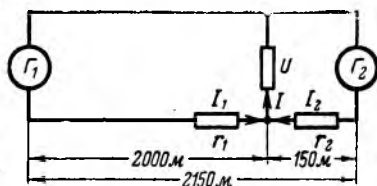


Рис. 65.

После подстановки значений получим величины э. д. с.

$$E_1 = 70 \cdot 0,05 + 120 = 3,5 + 120 = 123,5 \text{ в;}$$

$$E_2 = 200 \cdot 0,01 + 120 = 2 + 120 = 122 \text{ в.}$$

Параллельно работающие генераторы имеют одинаковое напряжение на зажимах, но разные э. д. с., которые зависят от тока каждого генератора и их внутреннего сопротивления. Величина э. д. с. генератора в процессе работы изменяется при изменении нагрузочного тока; она регулируется возбуждением генератора.

7. Два одинаковых генератора с одинаковыми внутренними сопротивлениями $R_{вн}=0,2 \text{ ом}$ и э. д. с. $E_1=115 \text{ в}$ и $E_2=120 \text{ в}$ соединены параллельно (рис. 65). Генераторы находятся на расстоянии $l=2150 \text{ м}$ друг от друга и соединены медным проводом с сечением $S=10 \text{ мм}^2$. Они обеспечивают ток потребителя $I=20 \text{ а}$. Потребитель находится на расстоянии $l_2=150 \text{ м}$ от генератора G_2 . Рассчитайте токи I_1 и I_2 генераторов и напряжение U на потребителе.

Применим законы Кирхгофа для первого контура (генератор G_1 , линия с сопротивлением r_1 , потребитель) и второго контура (генератор G_2 , линия r_2 , потребитель).

Для левого контура

$$E_1 = I_1 r_{\text{вн}} + I_1 r_1 + U.$$

Для правого контура

$$E_2 = I_2 r_{\text{вн}} + I_2 r_2 + U.$$

Для узла действителен первый закон Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2.$$

Сопротивление линии левого контура (рис. 65)

$$r_1 = \rho \frac{l}{S} = 0,0178 \frac{2(2150 - 150)}{10} = 7,12 \text{ ом}.$$

Сопротивление линии второго контура

$$r_2 = 0,0178 \cdot \frac{2 \cdot 150}{10} = 0,534 \text{ ом}.$$

После преобразования и подстановки числовых значений получим:

$$115 = I_1 (0,2 + 7,12) + U;$$

$$120 = I_2 (0,2 + 0,534) + U;$$

$$30 = I_1 + I_2.$$

Вычтя первое равенство из второго, получим уравнение

$$5 = 0,734 I_2 - 7,32 I_1.$$

В это уравнение подставим величину $I_2 = 30 - I_1$, полученную из третьего уравнения:

$$5 = 0,734 (30 - I_1) - 7,32 I_1;$$

$$8,054 I_1 = 22,02 - 5;$$

$$I_1 = \frac{17,02}{8,054} = 2,11 \text{ а}.$$

Генератор G_1 обеспечивает ток $I_1 = 2,11 \text{ а}$.

Генератор G_2 обеспечивает ток $I_2 = 30 - 2,11 = 27,89 \text{ а}$.

Напряжение на зажимах потребителя U подсчитаем, например, из первого уравнения:

$$\begin{aligned} U &= E_1 - I_1 (r_{\text{вн}} + r_1) = 115 - 2,11 (0,2 + 7,12) = \\ &= 115 - 15,52 = 99,48 \text{ в}. \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Рассчитать сопротивление r_x в схеме на рис. 67, если $r_2 = 10 \text{ ом}$; $I_2 = 20 \text{ а}$; $U = 220 \text{ в}$ (1 ом).

2. Рассчитать токи в схеме на рис. 68, если $U_1 = 12 \text{ в}$; $U_2 = 3 \text{ в}$; $r_1 = 2 \text{ ом}$; $r_2 = 3 \text{ ом}$; $r_3 = 4 \text{ ом}$ ($I_1 = \frac{3}{2} \text{ а}$; $I_2 = -\frac{1}{3} \text{ а}$; $I_3 = \frac{11}{6} \text{ а}$).

6. РАСЧЕТ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Понятия и формулы

Последовательно-параллельное, или смешанное, соединение представляет собой сложное соединение трех и более сопротивлений.

Результирующее сопротивление при смешанном соединении рассчитывается поэтапно с применением формул расчета сопротивлений при последовательном и параллельном соединениях.

Примеры

1. Рассчитать последовательно-параллельное соединение трех сопротивлений по схеме на рис. 66.

Сначала заменим параллельно соединенные сопротивления r_2 и r_3 результирующим сопротивлением r_{2-3} :

$$r_{2-3} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 20}{30} = 6,6 \text{ ом.}$$

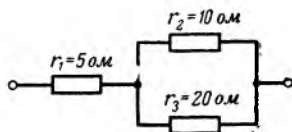


Рис. 66.

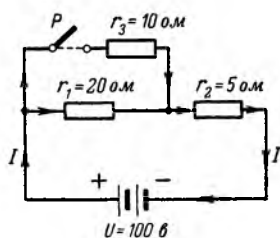


Рис. 67.

Результирующее сопротивление всей схемы

$$r = r_1 + r_{2-3} = 5 + 6,6 = 11,6 \text{ ом.}$$

2. Какой ток протекает по цепи (рис. 67) в случаях разомкнутого и замкнутого рубильника P ? Как изменяется напряжение на сопротивлении r_2 в обоих случаях?

а) *Рубильник разомкнут.* Результирующее сопротивление последовательно включенных сопротивлений r_1 и r_2

$$r_{1-2} = r_1 + r_2 = 25 \text{ ом.}$$

Ток

$$I_{1-2} = \frac{U}{r_{1-2}} = \frac{100}{25} = 4 \text{ а.}$$

Падение напряжения на сопротивлении r_2

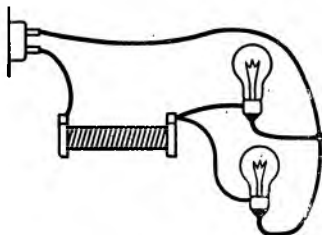
$$U_2 = I_{1-2} r_2 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ в.}$$

б) *Рубильник замкнут.* Результирующее сопротивление параллельно включенных сопротивлений r_1 и r_3

$$r_{1-3} = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_3} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{200}{30} = 6,6 \text{ ом.}$$

Общее сопротивление всей схемы

$$r = r_{1-3} + r_2 = 6,6 + 5 = 11,6 \text{ ом.}$$



$$\text{Ток} \\ I = \frac{U}{r} = \frac{100}{11,6} = 8,62 \text{ а.}$$

Падение напряжения на сопротивлении r_2 в этом случае равно:

$$U_2 = I r_2 = 8,62 \cdot 5 = 43,25 \text{ в.}$$

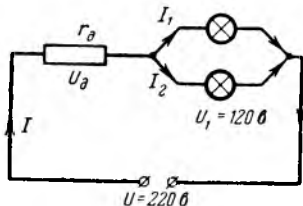


Рис. 68.

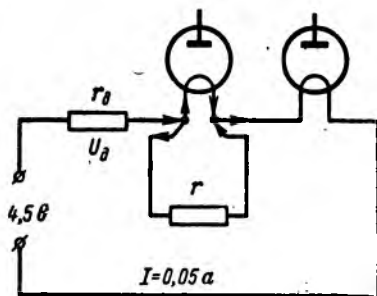


Рис. 69.

Во втором случае ток увеличился в результате подключения параллельного сопротивления R_3 . Большой ток создает большее падение напряжения на сопротивлении r_2 .

3. Каким должно быть добавочное сопротивление r_d , чтобы две параллельно соединенные лампы на напряжение 120 в и ток 0,2 а могли быть включены в сеть напряжением $U = 220 \text{ в}$ (рис. 68)?

Напряжение на лампах должно быть равно 120 в. Остальное напряжение (100 в) падает на дополнительном сопротивлении r_d . Через сопротивление r_d проходит ток двух ламп $I = 0,4 \text{ а}$. По закону Ома

$$r_d = \frac{U_d}{I} = \frac{100}{0,4} = 250 \text{ ом.}$$

4. Электронные лампы с напряжением накала 1,2 в и током накала 0,025 и 0,05 а подключены последовательно к источнику постоянного тока напряжением 4,5 в. Какими должны быть добавочное сопротивление r_d и параллельное сопротивление (шунт) к лампе, имеющей меньший ток накала (рис. 69)?

Сопротивления в схеме должны быть подобраны так, чтобы протекал ток накала второй лампы $I = 0,05 \text{ а}$. Напряжение на нитях накаливания электронных ламп будет равно $1,2 + 1,2 = 2,4 \text{ в}$. Вытя

эту величину из напряжения батареек, получим величину падения напряжения на добавочном сопротивлении r_d :

$$U_d = 4,5 - 2,4 = 2,1 \text{ в.}$$

Отсюда дополнительное сопротивление

$$r_d = \frac{U_d}{I} = \frac{2,1}{0,05} = 42 \text{ ом.}$$

Ток накала $0,05 \text{ а}$ не должен весь протекать через нить первой электронной лампы. Половина этого тока ($0,05 - 0,025 = 0,025 \text{ а}$) должна пройти через шунт r . Напряжение на шунте такое же, как и на нити лампы, т. е. $1,2 \text{ в}$. Отсюда сопротивление шунта равно:

$$r = \frac{1,2}{0,025} = 48 \text{ ом.}$$

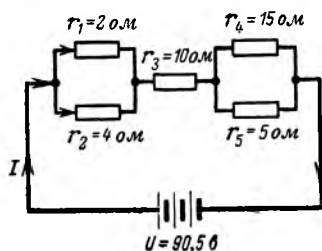


Рис. 70.

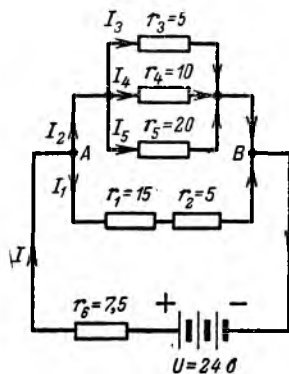


Рис. 71.

5. Каковы результирующие сопротивление цепи и ток в ней в схеме на рис. 70?

Прежде всего определим результирующее сопротивление параллельно соединенных сопротивлений:

$$r_{1-2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4} = \frac{8}{6} = 1,3 \text{ ом;}$$

$$r_{4-5} = \frac{r_4 r_5}{r_4 + r_5} = \frac{15 \cdot 5}{15 + 5} = \frac{75}{20} = 3,75 \text{ ом.}$$

Результирующее сопротивление цепи равно:

$$r = r_{1-2} + r_3 + r_{4-5} = 1,3 + 10 + 3,75 = 15,05 \text{ ом.}$$

Результирующий ток при напряжении $U = 90,5 \text{ в}$

$$I = \frac{U}{r} = \frac{90,5}{15,05} = 6 \text{ а.}$$

6. Рассчитать результирующее сопротивление сложного последовательно-параллельного соединения в схеме на рис. 71. Подсчи-

тат результирующий ток I , ток I_4 и падение напряжения на сопротивлении r_1 .

Результирующая проводимость параллельно включенных сопротивлений

$$\frac{1}{r_{3-4-5}} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{7}{20} \text{ сим};$$

$$r_{3-4-5} = \frac{20}{7} = 2,85 \text{ ом}.$$

Сопротивление цепи из r_1 и r_2 равно:

$$r_{1-2} = r_1 + r_2 = 15 + 5 = 20 \text{ ом}.$$

Результирующая проводимость и сопротивление между точками A и B соответственно равны:

$$\frac{1}{r_{AB}} = \frac{1}{r_{3-4-5}} + \frac{1}{r_{1-2}} = \frac{7}{20} + \frac{1}{20} = \frac{8}{20} \text{ сим};$$

$$r_{AB} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ ом}.$$

Результирующее сопротивление всей схемы

$$r = r_{AB} + r_6 = 2,5 + 7,5 = 10 \text{ ом}.$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{r} = \frac{24}{10} = 2,4 \text{ а}.$$

Напряжение между точками A и B равно напряжению источника U за вычетом падения напряжения на сопротивлении r_6 :

$$U_{AB} = U - I r_6 = 24 - (2,4 \cdot 7,5) = 6 \text{ в}.$$

На это напряжение включено сопротивление r_4 , поэтому ток, проходящий через него, будет равен:

$$I_4 = \frac{U_{AB}}{r_4} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ а}.$$

Сопротивления r_1 и r_2 имеют общее падение напряжения U_{AB} , поэтому ток, проходящий через сопротивление r_1 , равен:

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{r_{1-2}} = \frac{6}{20} = 0,3 \text{ а}.$$

Падение напряжения на сопротивлении r_1

$$U_{r_1} = I_1 r_1 = 0,3 \cdot 15 = 4,5 \text{ в}.$$

7. Каковы результирующее сопротивление и ток в схеме на рис. 72, если напряжение источника $U=220 \text{ в}$?

Начинаем с контура, расположенного справа от узлов 3 и 3. Сопротивления r_7 , r_8 , r_9 соединены последовательно, поэтому

$$r_{7-8-9} = r_7 + r_8 + r_9 = 30 + 40 + 20 = 90 \text{ ом}.$$

Параллельно этому сопротивлению включено сопротивление r_6 , поэтому результирующее сопротивление в узле 3 и 3 (разрез а)

$$r_a = \frac{r_6 r_{7-8-9}}{r_6 + r_{7-8-9}} = \frac{20 \cdot 90}{20 + 90} = \frac{1800}{110} = 16,36 \text{ ом.}$$

Последовательно с сопротивлением r_a включены сопротивления r_4 и r_5 :

$$r_{4-5-a} = 10 + 20 + 16,36 = 46,36 \text{ ом.}$$

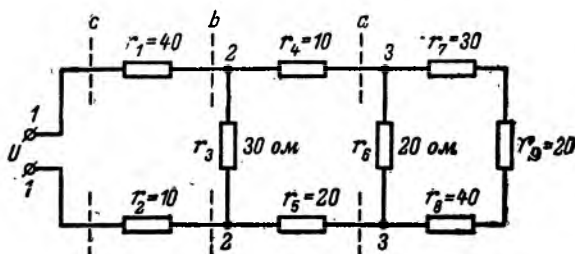


Рис. 72.

Результирующее сопротивление в узлах 2 и 2 (разрез b)

$$r_b = \frac{r_{4-5-a} r_3}{r_{4-5-a} + r_3} = \frac{46,36 \cdot 30}{46,36 + 30} = \frac{1390,8}{76,36} = 18,28 \text{ ом.}$$

Результирующее сопротивление всей цепи

$$r = r_1 + r_b + r_2 = 40 + 18,28 + 10 = 68,28 \text{ ом.}$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{68,28} = 3,8 \text{ а.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Подсчитать результирующее сопротивление в схеме на рис. 66, если $r_1 = 20 \text{ ом}$; $r_2 = 30 \text{ ом}$; $r_3 = 10 \text{ ом}$. (27,5 ом.)
2. Нужно подсчитать добавочное сопротивление r_d в схеме на рис. 68 для ламп 120 в, 0,3 а, если напряжение сети 220 в. (166,6 ом.)

7. РАСЧЕТ ПОТЕНЦИОМЕТРА И СЛОЖНОГО ШУНТА

Понятия и формулы

Потенциометром называется переменное сопротивление с движком, включаемое, как показано на рис. 73.

Напряжение U подается к точкам 1 и 2. С точек 2 и 3 снимается регулируемое напряжение, величина которого меньше U и зависит от положения движка. Делители напряжения имеют аналогичную схему, однако они не могут регулироваться и не имеют подвижного движка.

Расчет потенциометров, делителей напряжения и сложных шунтов производится с помощью законов Кирхгофа, как расчет обычных цепей с сопротивлениями.

Примеры

1. Напряжение источника $U=24$ в; общее сопротивление потенциометра $r=300$ ом. Движок установлен отдельно так, что $r_1=50$ ом. Какое напряжение U_1 можно снять с точек 3 и 2 (рис. 73)?

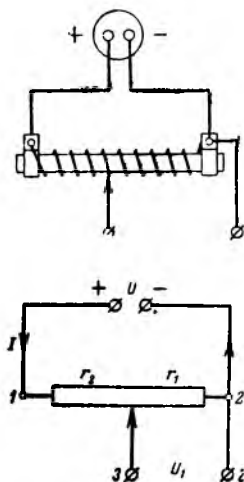


Рис. 73.

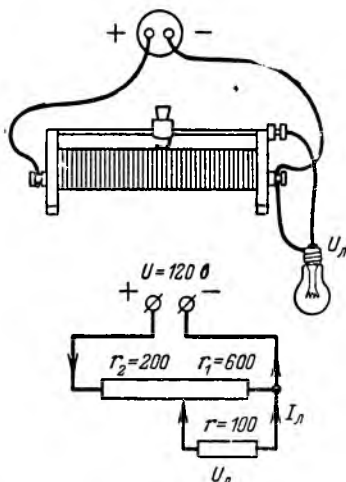


Рис. 74.

Ток I и напряжение U на сопротивлении r связаны формулой $Ir=U$. Движок потенциометра отделяет часть сопротивления, т. е. сопротивление r_1 . Падение напряжения между точками 3 и 2 равно $r_1 I = U_1$.

Из отношения падений напряжения получим равенство $\frac{Ir_1}{Ir} = \frac{U_1}{U}$. Чем больше сопротивление r_1 , тем больше величина напряжения U_1 между точками 3 и 2

$$U_1 = \frac{r_1}{r} U = \frac{50}{300} \cdot 24 = 4 \text{ в.}$$

2. Потенциометр (рис. 74) нагружен на лампу с сопротивлением $r=100$ ом. Потенциометр разделен движком на две части с $r_1=600$ ом и $r_2=200$ ом. Определить напряжение $U_{\text{л}}$ и ток лампы $I_{\text{л}}$.

Через сопротивление r_2 протекает ток I , а через лампу — ток $I_{\text{л}}$. Через сопротивление r_1 протекает ток $I-I_{\text{л}}$, который создает на сопротивлении r_1 напряжение, равное напряжению на лампе:

$$(I - I_{\text{л}}) r_1 = U_{\text{л}}.$$

С другой стороны, напряжение на лампе равно напряжению источника за вычетом падения напряжения на сопротивлении r_2 :

$$U - I r_2 = U_{\text{л}}.$$

Ток I равен напряжению источника, деленному на результирующее сопротивление последовательно-параллельного соединения сопротивлений:

$$I = \frac{U}{r_2 + \frac{r r_1}{r + r_1}}.$$

Выражение общего тока источника подставим во второе уравнение:

$$U - \frac{U}{r_2 + \frac{r r_1}{r + r_1}} r_2 = U_{\text{л}}.$$

После преобразования получим выражение для напряжения на лампе:

$$U_{\text{л}} = \frac{U r_1}{r_1 r_2 + r_1 r + r_2 r}.$$

Если это выражение преобразовать, исходя из того, что $U_{\text{л}} = I_{\text{л}} r$, то получим выражение для тока лампы:

$$I_{\text{л}} = \frac{U r_1}{r_1 r_2 + r_1 r + r_2 r}.$$

В полученные уравнения подставим числовые значения:

$$U_{\text{л}} = \frac{120 \cdot 600}{600 \cdot 200 + 600 \cdot 100 + 200 \cdot 100} \cdot 100 = \frac{7\,200\,000}{200\,000} = 36 \text{ в},$$

$$I_{\text{л}} = \frac{U_{\text{л}}}{r} = \frac{36}{100} = 0,36 \text{ а}.$$

3. Подсчитать напряжение $U_{\text{п}}$ и ток $I_{\text{п}}$ измерительного прибора, который включен на часть потенциометра. Прибор имеет сопротивление $r=1\,000$ ом. Точка ответвления разделяет сопротивление делителя на $r_2=500$ ом и $r_1=7\,000$ ом (рис. 75). Напряжение на зажимах потенциометра $U=220$ в.

Используя ранее полученные формулы, можем записать, что ток, протекающий через прибор, равен:

$$I_n = \frac{U r_1}{r_1 r_2 + r_1 r + r_2 r} = \frac{220 \cdot 7\,000}{7\,000 \cdot 500 + 7\,000 \cdot 1\,000 + 500 \cdot 1\,000} = \\ = \frac{1\,540\,000}{11\,000\,000} = \frac{1,54}{11} = 0,14 \text{ а.}$$

$$U_n = I_n r = 0,14 \cdot 1\,000 = 14 \text{ в.}$$

4. Подсчитать напряжение прибора U_n , если он потребляет ток $I_n = 20 \text{ ма}$ и подключен к потенциометру, разделенному на сопротивления $r_2 = 10^4 \text{ ом}$ и $r_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ ом}$ (рис. 75).

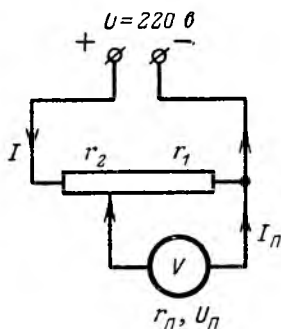


Рис. 75.

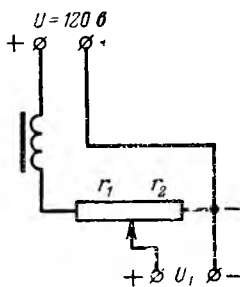


Рис. 76.

Полное напряжение на делителе напряжения равно сумме падений напряжения на его частях (на сопротивлениях r_1 и r_2):

$$U = I r_2 + I_1 r_1;$$

$$U = I r_2 + U_n.$$

Ток источника разветвляется в точке контакта движка:

$$I = I_1 + I_n;$$

$$I = \frac{U_n}{r_1} + I_n.$$

Значение тока I подставим в уравнение напряжения:

$$U = \left(\frac{U_n}{r_1} + I_n \right) r_2 + U_n;$$

$$U = \frac{U_n}{r_1} r_2 + I_n r_2 + U_n;$$

$$U = U_n \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) + I_n r_2.$$

Отсюда напряжение на приборе

$$U_{\Pi} = \frac{U - I_{\Pi} r_2}{r_1 + r_2} r_1.$$

Подставим числовые значения:

$$U_{\Pi} = \frac{220 - 0,02 \cdot 10\,000}{30\,000} \cdot 20\,000 = \frac{20}{3} \cdot 2 = 13,3 \text{ в.}$$

5. Источник постоянного тока с напряжением $U=120$ в питает анодные цепи радиоприемника через потенциометр (делитель напряжения), который вместе с фильтром имеет сопротивление $r=10\,000$ ом. Напряжение U_1 снимается с сопротивления $r_2=8\,000$ ом. Подсчитать анодное напряжение при отсутствии нагрузки и при токе нагрузки $I=0,02$ а (рис. 76).

Первый случай аналогичен примеру 1:

$$U : U_1 = r : r_2;$$

$$U_1 = \frac{r_2}{r} U = \frac{8\,000}{10\,000} \cdot 120 = 96 \text{ в.}$$

Второй случай аналогичен примеру 3:

$$U_1 = \frac{U - I r_1}{r} r_2;$$

$$U_1 = \frac{120 - 0,02 \cdot 2\,000}{10\,000} \cdot 8\,000 = 64 \text{ в.}$$

При нагрузке напряжение упадет с 96 до 64 в. Если необходимо большее напряжение, то движок надо сдвинуть влево, т. е. увеличить сопротивление r_2 .

6. С делителя напряжения снимаются напряжения U_a и U_b . Общее сопротивление делителя напряжения, подключенного на напряжение $U_1=220$ в, равно $r=20\,000$ ом.

Каковы напряжение U_a на сопротивлении $r_3=12\,000$ ом при потреблении тока $I_a=0,01$ а и напряжение U_b на сопротивлении $r_2+r_3=18\,000$ ом при потреблении тока $I_b=0,02$ а (рис. 77).

Напряжение на сопротивлении r_3

$$U_a = I_3 r_3;$$

$$U_a = \frac{U - I_a(r_1 + r_2) - I_b r_1}{r} r_3;$$

$$U_a = \frac{220 - 0,01 \cdot 8\,000 - 0,02 \cdot 2\,000}{20\,000} \cdot 12\,000 =$$

$$= \frac{220 - 80 - 40}{20} \cdot 12 = 60 \text{ в.}$$

Напряжение U_b равно сумме падения напряжения U_a на сопротивлении r_3 и падения напряжения на сопротивлении r_2 . Падение напряжения на сопротивлении r_2 равно $I_2 r_2$. Ток $I_2 = I_a + I_3$. Ток I_3 можно подсчитать, как в примере 1:

$$I_3 = \frac{220 - 80 - 40}{20\,000} = 0,005 \text{ а};$$

$$I_2 = I_a + I_3 = 0,01 + 0,005 = 0,015 \text{ а}.$$

Напряжение $U_b = U_a + I_2 r_2 = 5 + 0,015 \cdot 6\,000 = 150 \text{ в}.$

7. Рассчитать комбинированный шунт для миллиамперметра так, чтобы при разных положениях переключателя он имел следующие диапазоны измерений: $I_1 = 10 \text{ ма}$; $I_2 = 30 \text{ ма}$; $I_3 = 100 \text{ ма}$. Схема включения шунта показана на рис. 78. Внутреннее сопротивление прибора $r_a = 40 \text{ ом}$. Собственный диапазон измерения миллиамперметра 2 ма .

При измерении тока $I \leq 2 \text{ ма}$ шунт отключается.

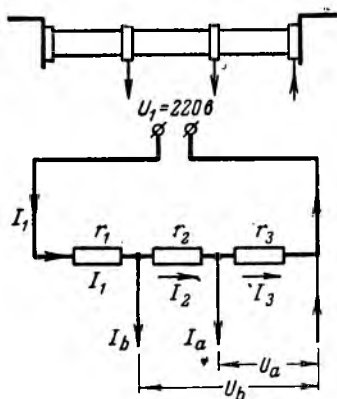


Рис. 77.

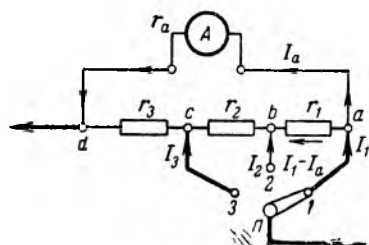


Рис. 78.

а) При измерении тока $I = 10 \text{ ма}$ переключатель находится в положении 1 и через все сопротивления шунта проходит ток $10 - 2 = 8 \text{ ма}$. Падение напряжения на сопротивлениях шунта $U_{ш}$ и на приборе U_a между точками d и a должно быть одинаковым

$$U_{ш} = U_a;$$

$$(I_1 - I_a)(r_1 + r_2 + r_3) = I_a r_a;$$

$$0,008(r_1 + r_2 + r_3) = 0,002 \cdot 40.$$

б) При измерении тока $I_2 = 30 \text{ ма}$ переключатель находится в положении 2. Измеряемый ток разделится в точке b . При полном отклонении стрелки прибора через сопротивление r_1 и прибор r_a будет проходить ток $I_a = 2 \text{ ма}$. Остальная часть тока $I_2 - I_a$ пройдет через сопротивления r_2 и r_3 . Токи создадут в обеих ветвях между точками d и b одинаковое падение напряжения:

$$(I_2 - I_a)(r_2 + r_3) = I_a r_1 + I_a r_a;$$

$$(0,03 - 0,002)(r_2 + r_3) = 0,002(r_1 + 40).$$

в) Подобным образом проведем расчет и при увеличении диапазона измерений до $I_3 = 100 \text{ ма}$. Ток $I_3 - I_a$ пройдет через сопротивление r_3 , а ток I_a — через сопротивления r_1 , r_2 , r_a . Напряжение в обеих ветвях одинаково:

$$(I_3 - I_a) r_3 = I_a r_1 + I_a r_2 + I_a r_a;$$

$$0,098 r_3 = 0,002 (r_1 + r_2 + 40).$$

Мы получили три уравнения с тремя неизвестными величинами сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 . Все уравнения умножим на 1 000 и преобразуем их:

$$r_1 + r_2 + r_3 = 10;$$

$$14 (r_2 + r_3) - r_1 = 40;$$

$$49 r_3 - r_1 - r_2 = 40.$$

Сложим первое и третье уравнения:

$$50 r_3 = 50;$$

$$r_3 = \frac{50}{50} = 1 \text{ ом.}$$

Сложим первое и второе уравнения:

$$15 r_2 + 15 r_3 = 50;$$

$$15 r_2 + 15 \cdot 1 = 50;$$

$$15 r_2 = 35;$$

$$r_2 = 2,34 \text{ ом.}$$

Подставим полученные результаты в первое уравнение:

$$r_1 + \frac{35}{15} + 1 = 10;$$

$$15 r_1 + 35 + 15 = 150;$$

$$r_1 = \frac{100}{15} = 6,66 \text{ ом.}$$

Правильность расчета можно проверить путем подстановки полученных значений сопротивлений в уравнения.

Задачи для самостоятельного решения

1. Соответственно схеме на рис. 73 подсчитать напряжение U_1 , которое можно снять с потенциометра при $r_1 = 75 \text{ ом. (6 в.)}$

2. Подсчитать напряжение U_n и ток I_n измерительного прибора в схеме на рис. 75 при $r = 1\,000 \text{ ом; } r_2 = 500 \text{ ом; } r_1 = 5\,000 \text{ ом. (137,5 в.)}$

8. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Понятия и формулы

В сложных цепях трудные для расчета контуры, не включающие источников тока, заменяются эквивалентными более простыми контурами. Например, треугольник сопротивлений иногда удобнее заменить звездой (рис. 79).

Относящиеся к треугольнику сопротивления r_1, r_2, r_3 заменяются сопротивлениями r_a, r_b, r_c так, чтобы сопротивление между точками ab, ac, bc в звезде и треугольнике были одинаковыми.

Новые сопротивления в звезде можно рассчитать по сопротивлениям треугольника с помощью уравнений:

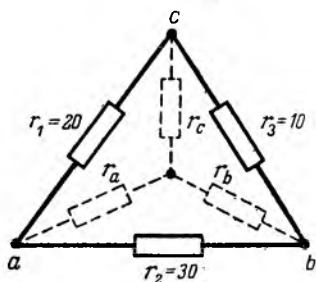


Рис. 79.

$$r_a = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3};$$

$$r_b = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3};$$

$$r_c = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}.$$

Примеры

1. Заменить треугольник сопротивления на рис. 79 ($r_1=20$ ом; $r_2=30$ ом; $r_3=10$ ом) звездой.

Сопротивления звезды получим подстановкой числовых значений в приведенные уравнения:

$$r_a = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30 + 10} = \frac{600}{60} = 10 \text{ ом};$$

$$r_b = \frac{30 \cdot 10}{60} = 5 \text{ ом};$$

$$r_c = \frac{20 \cdot 10}{60} = 3,33 \text{ ом}.$$

Звезда с полученными сопротивлениями полностью эквивалентна заданному треугольнику.

2. Мостик Уитстона представляет собой сложную цепь (рис. 80). Нужно подсчитать его результирующее сопротивление и ток, если напряжение источника $U=2,5$ в.

Сопротивления r_1, r_2 и сопротивление гальванометра r_g соединены в треугольник, который удобнее соединить в звезду (пунктирное обозначение). Таким образом, получим схему замещения (рис. 80, б), где сопротивления r_1, r_2 и r_g заменены сопротивлениями r_a, r_b, r_c .

Сопротивления r_c и r_3 заменим сопротивлением r_e , а сопротивления r_b и r_4 — сопротивлением r_f . Схема еще более упростится (рис. 80, в).

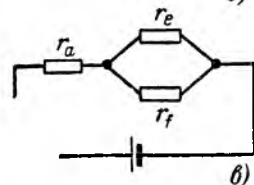
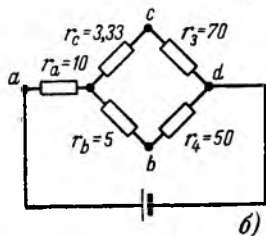
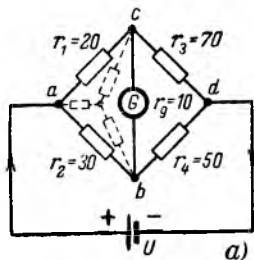


Рис. 80.

Расчет сопротивлений r_a, r_b, r_c проведем так же, как и в предыдущей задаче.

Результирующее сопротивление последовательно соединенных сопротивлений:

$$r_e = r_c + r_3 = 3,33 + 70 = 73,33 \text{ ом};$$

$$r_f = r_b + r_4 = 5 + 50 = 55 \text{ ом}.$$

Эти сопротивления включены параллельно так, что их общее сопротивление равно 31,5 ом:

$$\frac{1}{r_{ef}} = \frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_f};$$

$$r_{ef} = \frac{r_e r_f}{r_e + r_f} = \frac{73,33 \cdot 55}{128,33} = 31,5 \text{ ом}.$$

Результирующее сопротивление всего мостика

$$r = r_a + r_{ef} = 31,5 + 10 = 41,5 \text{ ом}.$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{r} = \frac{2,5}{41,5} = 0,06 \text{ а}.$$

Глава третья

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ И РАБОТЫ

1. ПОНЯТИЯ МОЩНОСТЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Определения и формулы

Мощность — это работа, произведенная за единицу времени. Электрическая мощность равна произведению тока на напряжение:

$$P = UI.$$

Отсюда можно вывести другие формулы для мощности:

$$P = rII = rI^2;$$

$$P = U \frac{U}{r} = \frac{U^2}{r}.$$

Единицу измерения мощности получим, подставив в формулу единицы измерения напряжения и тока:

$$[P] = 1 \text{ в} \cdot 1 \text{ а} = 1 \text{ в а}.$$

Единица измерения электрической мощности, равная 1 *ва*, называется ватом (*вт*). Название вольт-ампер (*ва*) использует-

ся в технике переменного тока, но только для измерения полной и реактивной мощности, о чем будет сказано ниже.

Единицы измерения электрической и механической мощности связаны следующими соотношениями:

$$1 \text{ вт} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot \text{м/сек} \approx \frac{1}{10} \text{ кг} \cdot \text{м/сек};$$

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 9,81 \text{ вт} \approx 10 \text{ вт};$$

$$1 \text{ л. с.} = 75 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 736 \text{ вт};$$

$$1 \text{ кВт} = 102 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 1,36 \text{ л. с.}$$

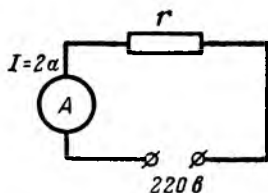
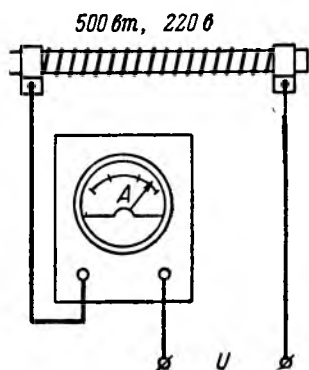


Рис. 81.

Если не учитывать неизбежных потерь энергии, то двигатель мощностью 1 кВт может перекачивать каждую секунду 102 л воды на высоту 1 м или 10,2 л воды на высоту 10 м.

Электрическая мощность измеряется ваттметром.

Примеры

1. Нагревательный элемент электрической печи на мощность 500 вт и напряжение 220 в выполнен из проволоки высокого сопротивления. Рассчитать сопротивление элемента и ток, который через него проходит (рис. 81).

Ток найдем по формуле электрической мощности

$$P = UI,$$

откуда

$$I = \frac{P}{U} = \frac{500 \text{ вт}}{220 \text{ в}} = 2,27 \text{ а.}$$

Сопротивление рассчитывается по другой формуле мощности:

$$P = \frac{U^2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{500} = \frac{48\,400}{500} = 96,8 \text{ ом.}$$

Сопротивление можно определить и по закону Ома:

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{2,27} = 96,8 \text{ ом.}$$

2. Какой ток покажет амперметр в схеме на рис. 82? Напряжение источника энергии 220 в, мощность лампы 40 вт.

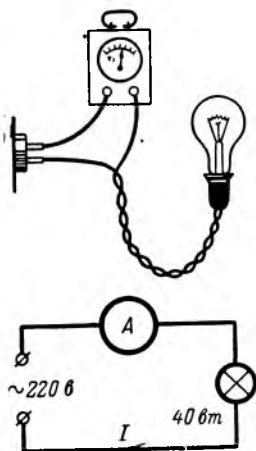


Рис. 82.

$$I = \frac{P}{U} = \frac{40 \text{ Вт}}{220 \text{ В}} = 0,182 \text{ а.}$$

Сопротивление лампы

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400}{40} = 1\,210 \text{ ом.}$$

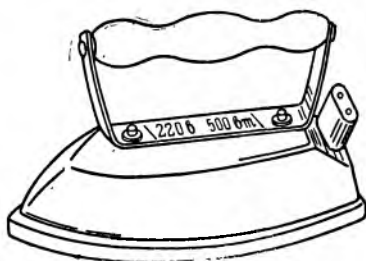


Рис. 83.

Величины сопротивления и тока верны для раскаленной нити. В холодном состоянии ее сопротивление примерно в 11 раз меньше, а ток больше.

3. Подсчитать сопротивление и ток нагревательного элемента утюга на напряжение 220 в и мощность 500 вт (рис. 83);

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{500} = \frac{48\,400}{500} = 96,8 \text{ ом.}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{500}{220} = 2,27 \text{ а.}$$

4. Электрический чайник на напряжение 220 в имеет мощность 600 вт. Каково сопротивление его нагревательного элемента (рис. 84)?

$$P = \frac{U^2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{600} = \frac{48\,400}{600} = 80,6 \text{ ом.}$$

5. Какое сопротивление должна иметь спираль (рис. 85) плитки при токе 3 а и мощности 500 вт?

Для этого случая применим другую формулу мощности:

$$P = UI = rII = rI^2;$$

отсюда

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{500}{3^2} = \frac{500}{9} = 55,5 \text{ ом}.$$

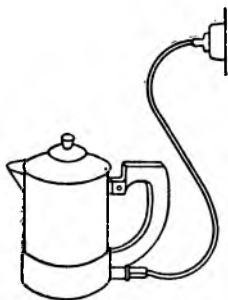


Рис. 84.

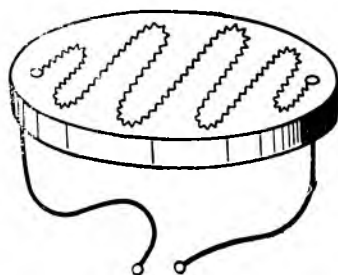


Рис. 85.

6. Какая мощность превращается в тепло при сопротивлении $r = 100 \text{ ом}$, которое подключено к сети напряжением $U = 220 \text{ в}$ (рис. 86)?

$$P = \frac{U^2}{r} = \frac{220^2}{100} = \frac{48\,400}{100} = 484 \text{ вт}.$$

7. В схеме на рис. 87 амперметр показывает ток $I = 2 \text{ а}$. Подсчитать сопротивление потребителя и электрическую мощность, расходуемую в сопротивлении $r = 100 \text{ ом}$ при включении его в сеть напряжением $U = 220 \text{ в}$.

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{2} = 110 \text{ ом};$$

$$P = UI = 220 \cdot 2 = 440 \text{ вт},$$

или

$$P = \frac{U^2}{r} = \frac{220^2}{110} = \frac{48\,400}{110} = 440 \text{ вт}.$$

9. На лампе указано лишь ее номинальное напряжение 24 в. Для определения остальных данных лампы соберем схему, показанную на рис. 88. Отрегулируем реостатом ток так, чтобы вольтметр, подключенный к зажимам лампы, показывал напряжение $U_{\text{л}} = 24 \text{ в}$. Амперметр при этом показывает ток $I = 1,46 \text{ а}$. Какие мощность и сопротивление имеет лампа и какие потери напряжения и мощности возникают на реостате?

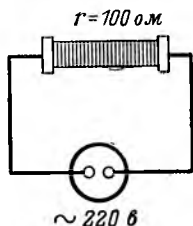


Рис. 86.

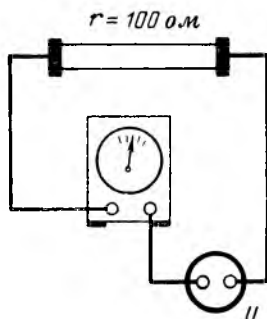
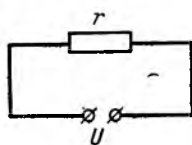


Рис. 87.

Мощность лампы

$$P = U_{\text{л}} I = 24 \cdot 1,46 = 35 \text{ вт.}$$

Ее сопротивление

$$r_{\text{л}} = \frac{U_{\text{л}}}{I} = \frac{24}{1,46} = 16,4 \text{ ом.}$$

Падение напряжения на реостате

$$U_{\text{р}} = U - U_{\text{л}} = 30 - 24 = 6 \text{ в.}$$

Потери мощности в реостате

$$P_{\text{р}} = U_{\text{р}} I = 6 \cdot 1,46 = 8,76 \text{ вт.}$$

9. На щитке электрической печи указаны ее номинальные данные ($P=10 \text{ кВт}$; $U=220 \text{ в}$). Определить, какое сопротивление представляет собой печь и какой ток проходит через нее при работе

$$P = UI = \frac{U^2}{r};$$

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{10\,000} = \frac{48\,400}{10\,000} = 4,84 \text{ ом;}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10\,000}{220} = 45,45 \text{ а.}$$

10. Каково напряжение U на зажимах генератора, если при токе 110 а его мощность равна 12 кВт (рис. 89)?

Так как

$$P = UI,$$

то

$$U = \frac{P}{I} = \frac{12\,000 \text{ вт}}{110 \text{ а}} = 109 \text{ в}.$$

11. На схеме на рис. 90 показана работа электромагнитной токовой защиты. При определенном токе электромагнит ЭМ, который удерживается пружиной П, притянет якорь, разомкнет контакт К и разорвет цепь тока. В нашем примере токовая защита разрывает токовую цепь при токе $I \geq 2 \text{ а}$. Сколько ламп по 25 вт может быть одновременно включено при напряжении сети $U = 220 \text{ в}$, чтобы ограничитель не сработал?

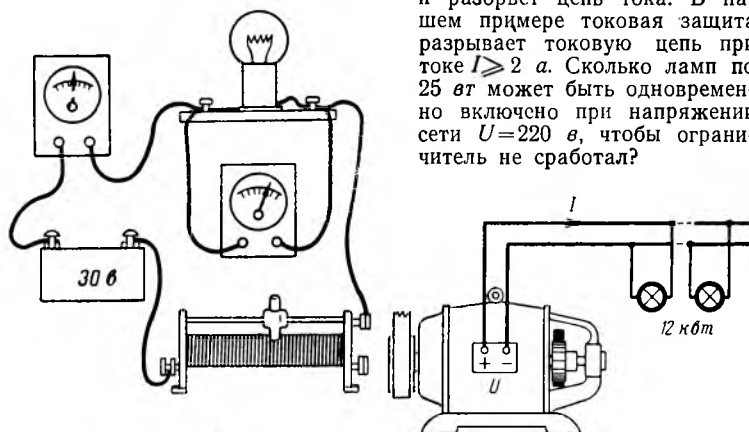


Рис. 89.

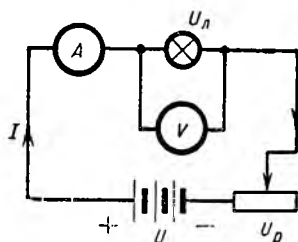


Рис. 88.

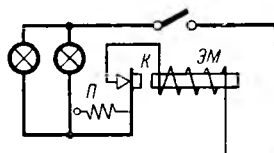


Рис. 90.

Защита срабатывает при $I = 2 \text{ а}$, т. е. при мощности

$$P = UI = 220 \cdot 2 = 440 \text{ вт}.$$

Разделив общую мощность одной лампы, получим:

$$\frac{440}{25} = 17,6.$$

Одновременно могут гореть 17 ламп.

12. Электрическая печь имеет три нагревательных элемента на мощность 500 вт и напряжение 220 в, соединенных параллельно.

Каковы общее сопротивление, ток и мощность при работе печи (рис. 91)?

Общая мощность печи

$$P = 3 \cdot 500 \text{ вт} = 1,5 \text{ кВт.}$$

Результирующий ток

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1500}{220} = 6,82 \text{ а.}$$

Результирующее сопротивление

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{6,82} = 32,2 \text{ ом.}$$

Ток одного элемента

$$I_1 = \frac{500}{220} = 2,27 \text{ а.}$$

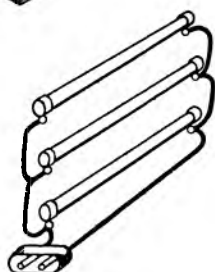
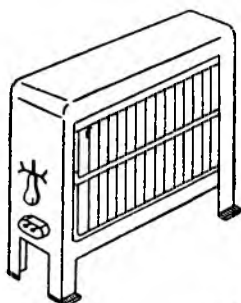


Рис. 91.

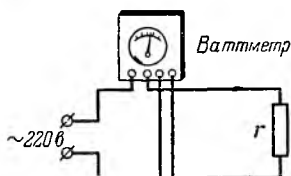


Рис. 92.

Сопротивление одного элемента

$$r_1 = \frac{220}{2,27} = 96,9 \text{ ом.}$$

13. Подсчитать сопротивление и ток потребителя, если ваттметр показывает мощность 75 вт при напряжении сети $U=220$ в (рис. 92).

Так как

$$P = \frac{U^2}{r},$$

то

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{48400}{75} = 645,3 \text{ ом.}$$

Ток

$$I = \frac{P}{U} = \frac{75}{220} = 0,34 \text{ а.}$$

14. Плотина имеет перепад уровней воды $h=4$ м. Каждую секунду через трубопровод на турбину попадает 51 л воды. Какая механическая мощность превращается в генераторе в электрическую, если не учитывать потерь (рис. 93)?

Механическая мощность

$$P_M = Qh = 51 \text{ кг/сек} \cdot 4 \text{ м} = 204 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}.$$

Отсюда электрическая мощность

$$P_9 = P_M : 102 = 204 : 102 = 2 \text{ кВт}.$$

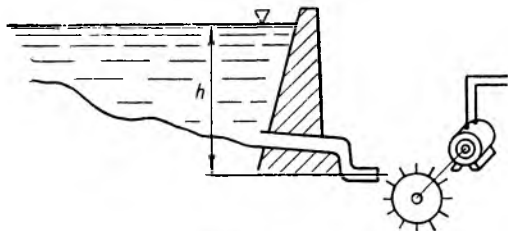


Рис. 93.

15. Какую мощность должен иметь двигатель насоса, перекачивающего каждую секунду 25,5 л воды с глубины 5 м в резервуар, расположенный на высоте 3 м? Потери не учитываются (рис. 94).

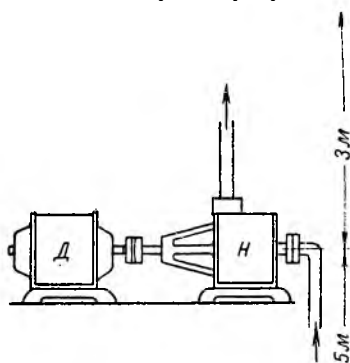


Рис. 94.

Общая высота подъема воды $h=5+3=8$ м.

Механическая мощность двигателя

$$P_M = Qh = 25,5 \text{ кг/сек} \cdot 8 \text{ м} = 204 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}.$$

Электрическая мощность

$$P_9 = 204 : 102 = 2 \text{ кВт}.$$

16. Гидроэлектростанция получает из водохранилища на одну турбину каждую секунду 4 м³ воды. Разница между уровнями воды в водохранилище и турбине $h=20$ м.

Определить мощность одной турбины без учета потерь (рис. 95).

Механическая мощность протекающей воды

$$P_M = Qh = 4 \cdot 20 \text{ т/сек} \cdot \text{м};$$

$$P_M = 80\,000 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}.$$

Электрическая мощность одной турбины

$$P_9 = P_M : 102 = 80\,000 : 102 = 784 \text{ кВт}.$$

17. У двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением обмотка якоря и обмотка возбуждения соединены параллельно. Обмотка якоря имеет сопротивление $r=0,1$ ом, а ток якоря $I=20$ а. Обмотка возбуждения имеет сопротивление $r_b=25$ ом, а ток

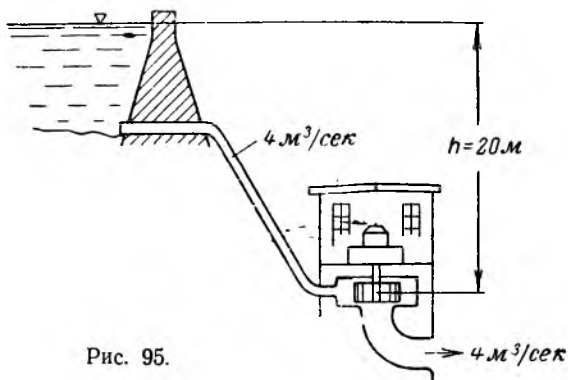


Рис. 95.

возбуждения равен $I_b=1,2$ а. Какая мощность теряется в обеих обмотках двигателя (рис. 96)?

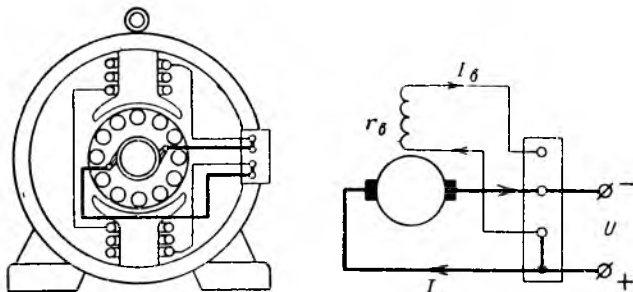


Рис. 96.

Потери мощности в обмотке якоря

$$P = rI^2 = 0,1 \cdot 20^2 = 40 \text{ вт.}$$

Потери мощности в обмотке возбуждения

$$P_b = r_b I_b^2 = 25 \cdot 1,2^2 = 36 \text{ вт.}$$

Общие потери в обмотках двигателя

$$P + P_b = 40 + 36 = 76 \text{ вт.}$$

18. Электроплитка на напряжение 220 в имеет четыре переключаемые ступени нагрева, что достигается путем различных включе-

ний двух нагревательных элементов с сопротивлениями r_1 и r_2 , как это показано на рис. 97.

Определить сопротивления r_1 и r_2 , если первый нагревательный элемент имеет мощность 500 *вт*, а второй 300 *вт*.

Так как мощность, выделяемая в сопротивлении, выражается формулой

$$P = UI = \frac{U^2}{r},$$

то сопротивление первого нагревательного элемента

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{U^2}{P_1} = \frac{220^2}{500} = \\ &= \frac{48\,400}{500} = 96,8 \text{ ом}, \end{aligned}$$

а второго нагревательного элемента

$$r_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{48\,400}{300} = 161,3 \text{ ом}.$$

В положении ступени *IV* сопротивления соединяются последовательно. Мощность электроплитки в этом положении равна:

$$P_3 = \frac{U^2}{r_1 + r_2} = \frac{48\,400}{258,1} = 187,5 \text{ вт}.$$

В положении ступени *I* нагревательные элементы соединены параллельно и результирующее сопротивление равно:

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{96,8 \cdot 161,3}{258,1} = 60,4 \text{ ом}.$$

Мощность плитки в положении ступени *I*

$$P_1 = \frac{U^2}{r} = \frac{48\,400}{60,4} = 800 \text{ вт}.$$

Эту же мощность получим, сложив мощности отдельных нагревательных элементов.

19. Лампа с вольфрамовой нитью рассчитана на мощность 40 *вт* и напряжение 220 *в*. Какие сопротивление и ток имеет лампа в холодном состоянии и при рабочей температуре 2500° С?

Мощность лампы

$$P = UI = U \frac{U}{r} = \frac{U^2}{r}.$$

Отсюда сопротивление нити лампы в горячем состоянии

$$r_t = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{40} = \frac{48\,400}{40} = 1\,210 \text{ ом.}$$

Сопротивление холодной нити (при 20°C) определим по формуле

$$r_t = r(1 + \alpha \Delta t),$$

откуда

$$r = \frac{r_t}{1 + \alpha \Delta t} = \frac{1\,210}{1 + 0,004(2\,500 - 20)} = \frac{1\,210}{10,92} = 118 \text{ ом.}$$

Через нить лампы в горячем состоянии проходит ток

$$I = \frac{P}{U} = \frac{40}{220} = 0,18 \text{ а.}$$

Ток при включении равен:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{118} = 1,86 \text{ а.}$$

При включении ток примерно в 10 раз больше, чем ток горячей лампы.

20. Каковы потери напряжения и мощности в медном контактном проводе электрифицированной железной дороги (рис. 98)?

Провод имеет сечение 95 мм^2 . Двигатель электропоезда потребляет ток 300 а на расстоянии $1,5 \text{ км}$ от источника тока.

Потеря (падение) напряжения в линии между точками 1 и 2

$$U_{\Pi} = I r_{\Pi}.$$

Сопротивление контактного провода

$$r_{\Pi} = \rho \frac{l}{S} = 0,0178 \cdot \frac{1\,500}{95} = 0,281 \text{ ом.}$$

Падение напряжения в контактном проводе

$$U_{\Pi} = 300 \cdot 0,281 = 84,3 \text{ в.}$$

Напряжение $U_{\text{д}}$ на зажимах двигателя Д будет на $84,3 \text{ в}$ меньше, чем напряжение U на зажимах источника Г .

Падение напряжения в контактном проводе во время движения электропоезда меняется. Чем дальше электропоезд удаляется от источника тока, тем длиннее линия, а значит, больше ее сопротивление и падение напряжения в ней. Ток по рельсам возвращается к заземленному источнику Г . Сопротивление рельсов и земли практически равно нулю.

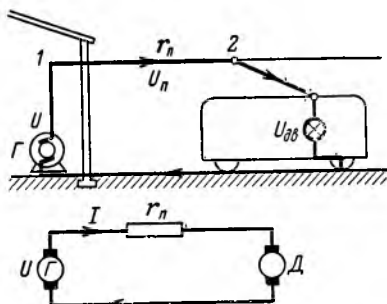


Рис. 98.

Потеря мощности в контактном проводе между точками 1 и 2 равна:

$$P = U_{\text{л}} I = 84,3 \cdot 300 = 24\,290 \text{ вт} = 25,3 \text{ кВт}.$$

Потери напряжения и мощности сравнительно велики. Поэтому на длинной линии размещается несколько источников тока, которыми служат преобразовательные подстанции, чтобы расстояние между ними и электропоездом не было очень велико.

21. Линия длиной 100 м из медного провода сечением $S=25 \text{ мм}^2$ соединяет генератор с потребителями, которые берут ток $I=120 \text{ а}$ при напряжении $U_2=220 \text{ в}$. Определить мощность P_2 потребителя,

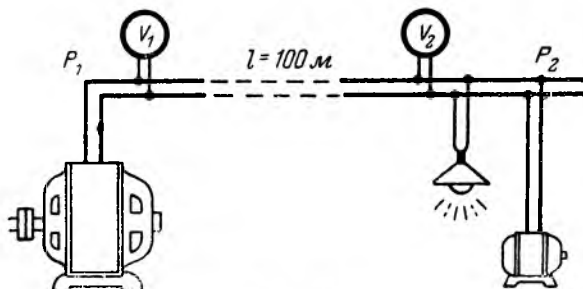


Рис. 99.

потери напряжения и мощности в линии, а также мощность P_1 и напряжение U_1 генератора (рис. 99).

Мощность потребителя

$$P_2 = U_2 I = 220 \cdot 120 = 26,4 \text{ кВт}.$$

Сопротивление линии

$$r = \rho \frac{2l}{S} = 0,0178 \cdot \frac{200}{25} = 0,1424 \text{ ом}.$$

Падение напряжения в линии

$$\Delta U = rI = 0,1424 \cdot 120 = 17,088 \text{ в}.$$

Потери мощности в линии

$$\Delta P = rI^2 = 0,1424 \cdot 120^2 = 2,05 \text{ кВт}.$$

Напряжение на зажимах генератора

$$U_1 = U_2 + \Delta U = 220 + 17 = 237 \text{ в}.$$

Мощность генератора

$$P_1 = P_2 + \Delta P = 26,4 + 2,05 = 28,45 \text{ кВт}.$$

Потери напряжения и мощности в линии, выраженные в процентах,

$$100 \frac{\Delta P}{P_1} = 100 \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{1708,8}{237,088} = 7,2\%.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. 14 лампочек (12 в, 0,1 а) для новогодней елки нужно соединить последовательно и подключить к сети напряжением 220 в. Определить добавочное сопротивление, которое необходимо включить последовательно с гирляндой. (520 ом.)

В качестве добавочного сопротивления можно использовать лампу (110 в, 15 вт), однако ее сопротивление больше 520 ом и накал ламп будет слабее. Рассчитать ток лампочек в этом случае.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Понятия и формулы

Электродвигатель произведет тем большую работу, чем больше его напряжение, ток и время, в течение которого он вращается. Работа

$$A = UIt.$$

Произведение UI представляет собой мощность, а поэтому формулу можно записать в виде:

$$A = Pt,$$

или

$$A = rI^2 t,$$

или

$$A = \frac{U^2}{r} t.$$

Подставив в формулу соответствующие единицы измерения, получим единицы измерения работы:

$$[A] = 1 \text{ в} \cdot 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ сек} = 1 \text{ в} \cdot \text{а} \cdot \text{сек};$$

$$[A] = 1 \text{ вт} \cdot 1 \text{ сек} = 1 \text{ вт} \cdot \text{сек}.$$

Электродвигатель мощностью 1 кВт произведет за 1 ч работу 1 кВт·ч. Электроутюг мощностью 500 вт (0,5 кВт) за 2 ч превратит в тепло электрическую энергию, равную 1 кВт·ч (0,5 кВт·ч · 2 ч = 1 кВт·ч).

Единицы измерения электрической и механической работы (энергии) связаны следующими соотношениями:

$$1 \text{ вт} \cdot \text{сек} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot \text{м} \approx \frac{1}{10} \text{ кг} \cdot \text{м} = 1 \text{ дж (джоуль)};$$

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м} = 9,81 \text{ вт} \cdot \text{сек} \approx 10 \text{ вт} \cdot \text{сек};$$

$$102 \text{ кг} \cdot \text{м} = 1 \text{ 000 вт} \cdot \text{сек};$$

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 367 \text{ 200 кг} \cdot \text{м}.$$

Насос совершит работу 1 кВт·ч, если перекачает 36 720 л воды на высоту 10 м (за любое время).

Примеры

1. Десять туристов поднимаются с рюкзаками весом по 36,7 кг на высоту 1000 м. Какую работу они совершат?

Механическая работа равна произведению силы на путь, произведенный телом под действием этой силы в ее направлении:

$$L = FS;$$

$$L = 10 \cdot 36,7 \cdot 1000 \text{ м} = 367\,000 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

В нашем случае туристы преодолевают силу тяжести рюкзаков, поднимая их на высоту 1000 м. В электрических единицах эта работа равна:

$$A = \frac{L}{102 \cdot 3\,600} = 1 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

Такое количество электроэнергии по ценам, установленным для бытовых потребителей, стоит 4 коп.

2. Насос в течение 2 ч перекачивает воду. Его электродвигатель потребляет мощность 0,5 квт. Какую работу он совершит, если не учитывать потерь?

Работа равна произведению мощности (работы за 1 сек) на время:

$$A = Pt = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ квт} \cdot \text{ч} = 367\,200 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

3. Насос должен перекачивать каждую секунду 25,5 л воды на высоту 4 м. Какую мощность должен иметь его двигатель и какую работу он совершит за 2 ч?

Механическая мощность

$$P = \frac{FS}{t} = 25,5 \cdot 4 = 102 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}.$$

Электрическая мощность

$$P = 102 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 1 \text{ квт}.$$

Электрическая работа

$$A = Pt = 1 \text{ квт} \cdot 2 \text{ ч} = 2 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

4. Лампа мощностью 40 вт и напряжением 220 в светит 4 ч. Сколько электрической энергии она израсходовала?

$$A = Pt = 40 \cdot 4 = 160 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 0,16 \text{ квт} \cdot \text{ч}$$

Мощность 40 вт равна приблизительно 4 кг·м/сек. Следовательно, энергии, израсходованной лампой, достаточно, чтобы поднять на высоту 10 м груз весом 5,76 т.

5. Лампа мощностью 40 вт включена в сеть напряжением 220 в и светит 3 ч. Какой ток она потребляет и сколько электрической энергии она израсходовала?

Лампа потребляет ток

$$I = \frac{P}{U} = \frac{40}{220} = 0,1818 \text{ а}.$$

Израсходованную электроэнергию рассчитаем по формуле

$$A = Pt = 40 \cdot 3 = 120 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 0,12 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

6. Определить мощность электроплитки при помощи электросчетчика. Плитка была включена в сеть в течение 0,5 ч (рис. 100).

Электросчетчик показал, что за 0,5 ч израсходована энергия 250 вт · ч.

Так как

$$A = Pt,$$

$$P = \frac{A}{t} = \frac{250}{0,5} = 500 \text{ вт}.$$

Мощность электроплитки 500 вт.

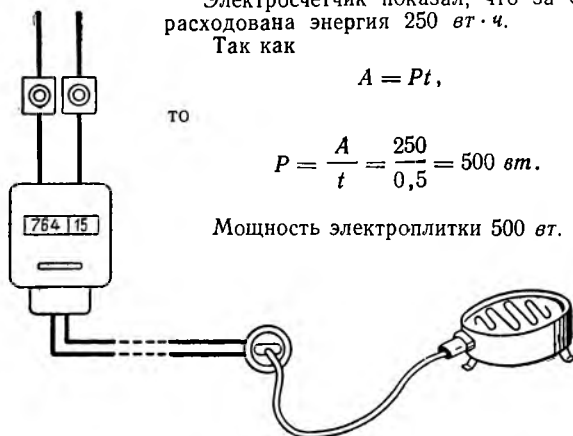


Рис. 100.

7. Электросчетчик замеряет расход электроэнергии при горении одной лампы напряжением 220 в неизвестной мощности. Замеры произведены через 1 ч. Определить мощность, ток и сопротивление лампы.

Показания электросчетчика:	в конце часа	0016,18 кВт · ч
	в начале часа	0016,12 кВт · ч
	разность	0000,06 кВт · ч

Разность 0,06 кВт · ч означает, что лампа израсходовала 60 вт · ч.

Мощность лампы

$$P = \frac{A}{t} = \frac{60 \text{ вт} \cdot \text{ч}}{1 \text{ ч}} = 60 \text{ вт}.$$

Ток лампы

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} = 0,273 \text{ а}.$$

Сопротивление лампы

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{48\,400}{60} = 806,6 \text{ ом}.$$

8. Сколько придется платить за электроэнергию в месяц, если ежедневно в течение 5 ч горит лампа мощностью 40 вт, а каждый киловатт-час электрической энергии стоит 4 коп.?

Лампа израсходует за месяц (т. е. за $t=5 \cdot 30=150$ ч)

$$A = Pt = 40 \cdot 150 = 6\,000 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 6 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Стоимость электроэнергии будет равна:

$$6 \times 4 = 24 \text{ коп.}$$

9. В электрической люстре три лампы мощностью по 60 вт. Сколько стоит израсходованная за 1 мес. электроэнергия, если люстра горит каждый день в течение 1 ч (рис. 101)?

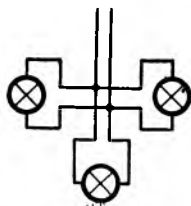
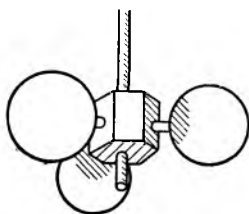


Рис. 101.

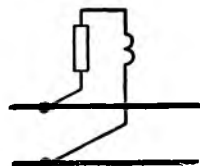
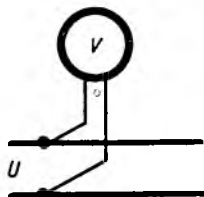


Рис. 102.

Общая мощность трех ламп

$$P = 3 \cdot 60 = 180 \text{ вт.}$$

Расход электрической энергии за 1 мес. (т. е. за $t=1 \cdot 30=30$ ч)

$$A = Pt = 180 \cdot 30 = 5\,400 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 5,4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Стоимость электроэнергии

$$5,4 \cdot 4 = 21,6 \text{ коп.}$$

10. Радиоприемник неизвестной мощности работает каждый день в среднем по 2 ч. Сколько стоит расходуемая им за месяц электроэнергия?

Электросчетчик поможет нам определить мощность радиоприемника. Замерим потребляемую приемником в течение 1 ч электроэнергию.

Показания электросчетчика: в конце часа 0032,955 *квт·ч*
в начале часа 0032,910 *квт·ч*

разность 0000,045 *квт·ч*

т. е. 45 *вт·ч*.

Мощность приемника

$$P = \frac{A}{t} = \frac{45}{1} = 45 \text{ вт.}$$

Потребление энергии за месяц составит:

$$A = Pt = 45 \text{ вт} \cdot 2 \text{ ч} \cdot 30 = 2\,700 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 2,7 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

Стоимость электроэнергии $2,7 \cdot 4 = 10,8$ коп.

11. За какое время лампа мощностью 25 *вт* израсходует 1 *квт·ч* электроэнергии?

$$A = Pt.$$

Отсюда

$$t = \frac{A}{P} = \frac{1\,000}{25} = 40 \text{ ч}.$$

12. За какое время плитка мощностью 500 *вт* израсходует 1 *квт·ч* энергии?

$$t = \frac{A}{P} = \frac{1\,000}{500} = 2 \text{ ч}.$$

13. Вольтметр постоянно включен в сеть напряжением 220 *в*. Его внутреннее сопротивление (сумма сопротивления прибора и дополнительного сопротивления) $r = 10\,000$ *ом*. Сколько электрической энергии теряется в приборе за год (рис. 102)?

В вольтметре теряется мощность

$$P = \frac{U^2}{r} = \frac{220^2}{10\,000} = \frac{48\,400}{10\,000} = 4,84 \text{ вт.}$$

Потеря электроэнергии за год

$$A = Pt = 4,84 \cdot 24 \cdot 365 = 4,84 \cdot 8\,760 = 42,4 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

14. Сколько электроэнергии теряет ежедневно электростанция в сопротивлении изоляции проводки, если она питает 30 000 потребителей (рис. 103)? Сопротивление изоляции одного потребителя принимается равным $1\,000U$ *ом*, т. е. для напряжения $U = 220$ *в* сопротивление изоляции каждого потребителя $R_{\text{и}} = 1\,000 \cdot 220 = 220\,000$ *ом*.

Через сопротивление изоляции протекает незначительный ток, однако при большом числе потребителей суммарный ток получается значительным.

Ток утечки одного потребителя

$$I_1 = \frac{U}{r_{\text{и}}} = \frac{220}{220\,000} = 0,001 \text{ а.}$$

Результирующий ток утечки

$$I = 30\,000 \cdot 0,001 = 30 \text{ а.}$$

Потеря электрической энергии в сопротивлении изоляции за 24 ч составляет:

$$A = UIt = 220 \cdot 30 \cdot 24 = 158\,400 \text{ вт} \cdot \text{ч};$$

$$A = 158,4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

15. Электросчетчик имеет две катушки (тока и напряжения). Через катушку напряжения электросчетчика постоянно протекает ток 5 ма из сети напряжением 220 в даже при отсутствии тока нагрузки (рис. 100). Сколько электроэнергии теряет ежедневно в катушках напряжения электростанция, которая питает 30 000 потребителей с электросчетчиками? Общий ток катушек напряжения всех счетчиков

$$I = 5 \text{ ма} \cdot 30\,000 = 150 \text{ а.}$$

Потеря мощности

$$P = UI = 220 \cdot 150 = 33\,000 \text{ вт.}$$

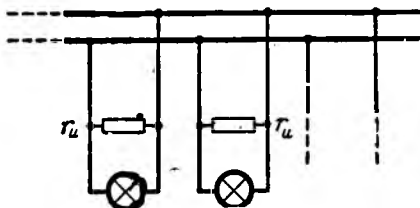
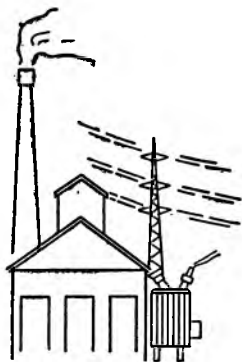


Рис. 103.

Потеря энергии за 24 ч

$$A = Pt = 33 \text{ кВт} \cdot 24 \text{ ч} = 792 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

16. На щитке электросчетчика указано, что 1 кВт·ч = 3 000 оборотов. После включения радиоприемника алюминиевый диск сделал 3 полных оборота за 1 мин. Какую мощность имеет радиоприемник?

3 000 оборотов соответствуют расходу 1 кВт·ч энергии. При 3 оборотах расход электроэнергии в 1 000 раз меньше, т. е. 0,001 кВт·ч. Так как электроэнергия 0,001 кВт·ч израсходована за

1 мин, т. е. за $\frac{1}{60}$ ч, то мощность радиоприемника

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0,001}{\frac{1}{60}} = 0,06 \text{ кВт} = 60 \text{ вт}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. В комнате 6 ламп. Две лампы мощностью по 40 *вт* горят 5 *ч* в день, две другие по 60 *вт* горят 6 *ч* в день, а две лампы по 15 *вт* горят 4 *ч* в день. На какую сумму расходуется электроэнергия на освещение за месяц при тарифе 4 коп. за 1 *квт·ч*. (1 р. 51 к.)

3. К. П. Д. ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Понятия и формулы

Коэффициент полезного действия (к. п. д.) — это отношение полезной мощности к затраченной.

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{\text{полезная мощность}}{\text{затраченная мощность}} = \frac{P_2}{P_1}.$$

Затраченная мощность P_1 подводится к машине, а полезная мощность P_2 отводится от нее.

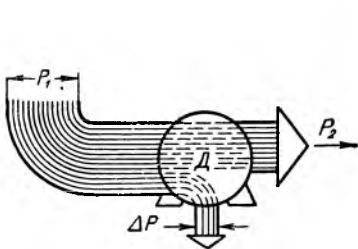


Рис. 104.

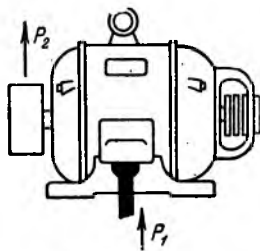


Рис. 105.

Затраченная мощность P_1 всегда больше, чем полезная мощность P_2 , на величину потерь ΔP , которые возникают в установке (рис. 104):

$$P_1 = P_2 + \Delta P.$$

Коэффициент полезного действия обычно выражается в процентах:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \% = \frac{P_1 - \Delta P}{P_1} \cdot 100 \% = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} \cdot 100 \%.$$

Примеры

1. Электродвигатель потребляет мощность $P_1 = 5$ *квт*, а развиваемая им механическая мощность $P_2 = 5$ *л. с*. Нужно найти к. п. д. и потери электродвигателя (рис. 105).

Мощности должны измеряться в одинаковых единицах:

$$5 \text{ л. с.} = 5 \cdot 0,736 = 3,680 \text{ квт.}$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3,68}{5} = 0,736 = 73,6 \, \%.$$

Потери электроэнергии в двигателе равны:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 5,0 - 3,68 = 1,32 \text{ квт.}$$

Потери возникают за счет трения в подшипниках, работы вентилятора, нагрева обмоток и стали магнитопровода (так называемых потерь в стали). Все потери энергии превращаются в тепло.

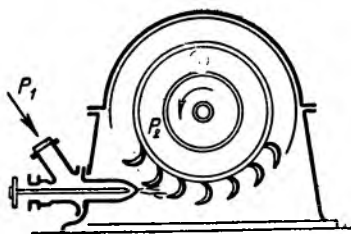


Рис. 106.

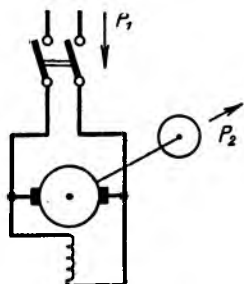


Рис. 107.

2. В гидротурбину поступает 40 л воды за секунду с высоты 8 м. Какую механическую мощность в лошадиных силах и киловаттах развивает турбина генератора при $\eta = 70\%$ (рис. 106)?

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} ,$$

Подводимая к турбине мощность равна:

$$P_1 = 40 \text{ кг/сек} \cdot 8 \text{ м} = 320 \text{ кг} \cdot \text{м/сек.}$$

$$P_1 = 320 : 75 = 4,26 \text{ л. с.}$$

Выходная мощность турбины (полезная)

$$P_2 = \eta P_1 = 0,70 \cdot 4,26 = 2,982 \text{ л. с. ,}$$

или

$$P_2 = 2,982 \cdot 0,736 = 2,2 \text{ квт.}$$

3. Двигатель постоянного тока имеет $\eta = 85\%$ и потребляет мощность 6 квт. Какую механическую мощность в киловаттах и лошадиных силах он развивает и каковы потери энергии (рис. 107)?

Здесь электрическая мощность P_1 , а механическая на валу P_2

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} .$$

Механическая мощность двигателя

$$P_2 = \eta P_1 = 0,85 \cdot 6 = 5,1 \text{ кВт.}$$

Мощность двигателя в лошадиных силах

$$P_2 = 5,1 \cdot 1,36 = 6,94 \text{ л. с.}$$

Потери

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 6\,000 - 5\,100 = 900 \text{ Вт.}$$

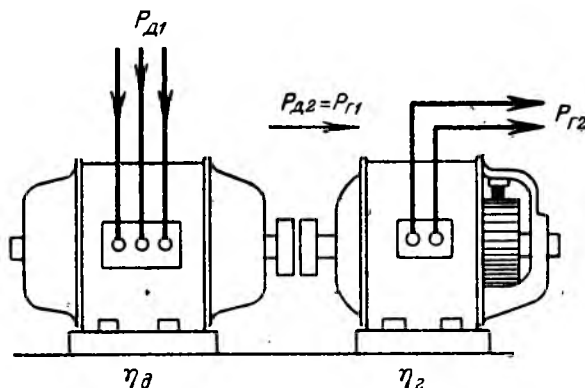


Рис. 108.

4. Генератор, имеющий $\eta_g = 80\%$, приводится во вращение асинхронным двигателем с $\eta_d = 85\%$. Какую мощность отдает генератор, если двигатель потребляет из сети мощность $P_{д1} = 5,2 \text{ кВт}$ (рис. 108)?

$$\eta_d = \frac{P_{д2}}{P_{д1}}.$$

Мощность на валу двигателя

$$P_{д2} = \eta_d P_{д1} = 0,85 \cdot 5,2 = 4,42 \text{ кВт.}$$

Мощность двигателя является одновременно подводимой мощностью генератора, поэтому

$$P_{г2} = \eta_g P_{д2} = 0,80 \cdot 4,42 = 3,53 \text{ кВт.}$$

Задачу можно решить и иначе.

Агрегат как единое целое имеет к. п. д., равный произведению к. п. д. отдельных частей:

$$\eta = \eta_d \eta_g = 0,85 \cdot 0,8 = 0,68.$$

Выходная мощность агрегата $P_{г2}$ равна произведению его к. п. д. и потребляемой мощности:

$$P_{г2} = \eta P_{д1} = 0,68 \cdot 5,2 = 3,53 \text{ кВт.}$$

5. В турбину с $\eta_T=0,75$ поступает 200 л воды за секунду с высоты 2,04 м. Какую мощность отдает генератор с $\eta_G=0,85$, связанный с турбиной через редуктор с $\eta_P=0,90$ (рис. 109)?

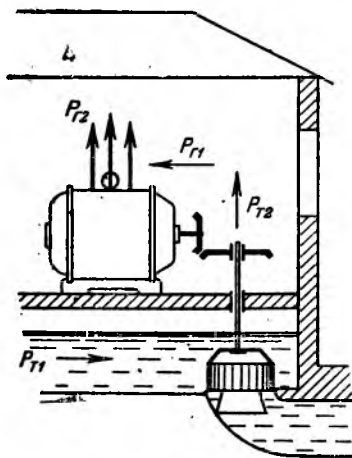


Рис. 109.

Подводимая к турбине мощность

$$P_{T1} = 200 \text{ кг/сек} \cdot 2,04 \text{ м} = 408 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 4 \text{ квт.}$$

Мощность на валу турбины

$$P_{T2} = \eta_T P_{T1} = 0,75 \cdot 4 = 3 \text{ квт.}$$

Мощность на вторичном валу редуктора

$$P_P = \eta_P P_{T2} = 0,9 \cdot 3 = 2,7 \text{ квт.}$$

Мощность, отдаваемая генератором,

$$P_G = \eta_G P_P = 0,85 \cdot 2,7 = 2,3 \text{ квт.}$$

Другое решение. Коэффициент полезного действия всего агрегата, включая редуктор,

$$\eta = \eta_T \eta_P \eta_G = 0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,9 = 0,574.$$

Выходная мощность всего агрегата

$$P_{G2} = \eta P_{T1} = 0,574 \cdot 4 = 2,296 \text{ квт.}$$

6. Гидроэлектростанция получает 20 000 м³ воды за 1 ч при напоре 10 м. Гидрогенератор имеет турбину с $\eta_T=85\%$ и генератор с $\eta_G=95\%$. Какую мощность развивает генератор (рис. 110)?

Подводимая к турбине мощность

$$P_{T1} = \frac{20\,000\,000 \text{ кг}}{3\,600 \text{ сек}} \cdot 10 \text{ м} = 55\,555 \text{ кг} \cdot \text{м/сек.}$$

$$P_{T1} = 55\,555 : 102 = 544 \text{ квт.}$$

Полезная мощность турбины

$$P_{T2} = \eta_T P_{T1} = 0,85 \cdot 544 = 462 \text{ квт.}$$

Мощность генератора

$$P_{G2} = \eta_G P_{T1} = \eta_T P_{T2} = 0,95 \cdot 462 = 438,9 \text{ квт.}$$

7. Турбогенератор тепловой электростанции должен вырабатывать в год 43,8 Мвт·ч электрической энергии. Какую мощность должен иметь генератор с $\eta_G=90\%$ и какая мощность в виде пара должна подводиться к паровой турбине с $\eta_T=25\%$ (рис. 111)?

Мощность генератора

$$P_{G2} = \frac{A}{t} = \frac{43\,800\,000 \text{ квт} \cdot \text{ч}}{24 \cdot 365 \text{ ч}} = \frac{43\,800\,000}{8\,760} = 5\,000 \text{ квт.}$$

Для получения этой мощности к генератору от турбины подводится мощность

$$P = P_{T2} = \frac{P_{Г2}}{\eta_{Г}} = \frac{5\,000}{0,9} = 5\,555 \text{ квт.}$$

По мощности турбины рассчитаем подводимую к турбогенератору мощность

$$P_{Т} = \frac{P_{T2}}{\eta_{Т}} = \frac{5\,555}{0,25} = 22\,220 \text{ квт.}$$

Подводимая к турбогенератору мощность

$$22\,220 \text{ квт} \cdot 1,36 = 30\,219 \text{ л. с.}$$

18. Электродвигатели на большом заводе должны за смену совершить работу 40 000 квт·ч. Сколько тонн угля потребуется местной электростанции для обеспечения работы этих двигателей? К. п. д. котла $\eta_{к}=80\%$, паровой турбины $\eta_{т}=25\%$, генератора $\eta_{Г}=96\%$, а всех двигателей $\eta_{д}=80\%$. Теплотворная способность угля равна 5 000 ккал/кг (рис. 112).

К. п. д. всей цепи преобразования тепловой энергии в механическую равен:

$$\eta = \eta_{к} \eta_{т} \eta_{Г} \eta_{д} = 0,8 \cdot 0,25 \cdot 0,96 \cdot 0,8 \cdot 100 = 15,2\%.$$

Поэтому к котлам в виде тепла должна быть подведена энергия

$$A = \frac{A_{\text{мех}}}{\eta} = \frac{40\,000}{0,152} = 263\,120 \text{ квт} \cdot \text{ч.}$$

Эта работа в килокалориях равна:

$$A = 263\,120 \cdot 860 = 226\,283\,200 \text{ ккал,}$$

так как 1 квт·ч = 860 ккал.

Необходимое количество угля, если 1 кг угля дает 5 000 ккал, равно:

$$G = 226\,283\,200 : 5\,000 = 45\,256 \text{ кг} = 45,256 \text{ т.}$$

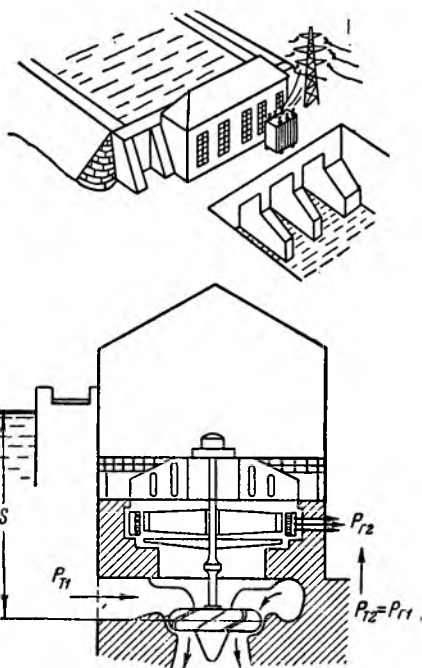


Рис. 110.

19. Какой ток потребляет двигатель лифта, если кабина весом 100 кг движется со скоростью 1,5 м/сек? К. п. д. двигателя $\eta_d=80\%$, к. п. д. механизма лифта $\eta_l=70\%$. Напряжение сети 220 в (рис. 113).

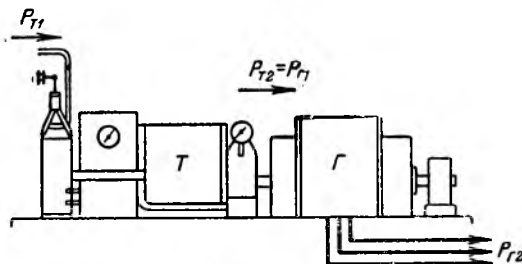


Рис. 111.

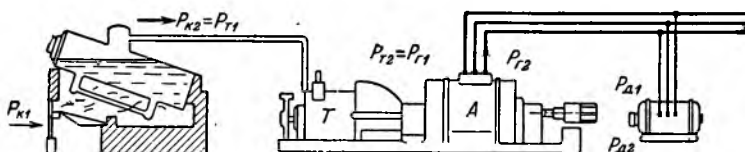


Рис. 112.

Необходимая для подъема груза механическая мощность равна:

$$P_{\text{мех}} = \frac{FS}{t} = Fv;$$

$$P_{\text{мех}} = 100 \text{ кг} \cdot 1,5 \text{ м/сек} = 150 \text{ кг} \cdot \text{м/сек};$$

$$P_{\text{мех}} = 150:102 = 1,47 \text{ квт.}$$

Потребляемая двигателем из сети мощность

$$P_1 = \frac{P_{\text{мех}}}{\eta} = \frac{P_{\text{мех}}}{\eta_d \eta_l} = \frac{1,47}{0,8 \cdot 0,6} = \frac{1,47}{0,48} = 3,06 \text{ квт.}$$

Ток двигателя равен:

$$I = \frac{P_1}{U} = \frac{3060}{220} = 13,9 \text{ а.}$$

10. Насос перекачивает 20 л воды за секунду с глубины 10 м на высоту 20 м. Какую мощность потребляет электродвигатель с к. п. д. $\eta_d=85\%$, если к. п. д. насоса $\eta_n=70\%$ (рис. 114)?

Полезная мощность насоса

$$P_n = \frac{Fh}{t} = 20 \text{ кг/сек} \cdot 30 \text{ м} = 600 \text{ кг} \cdot \text{м/сек};$$

$$P_H = 600:102 = 5,882 \text{ квт.}$$

Мощность на валу насоса (полезная мощность двигателя) равна:

$$P_{д2} = \frac{P_H}{\eta_H} = \frac{5,882}{0,7} = 8,403 \text{ квт.}$$

Потребляемая двигателем мощность

$$P_{д1} = \frac{P_{д2}}{\eta_d} = \frac{8,403}{0,85} = 9,85 \text{ квт.}$$

11. Двумя клетями из шахты за 8 ч поднимается 800 т угля

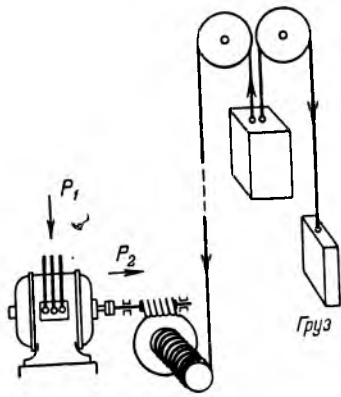


Рис. 113.

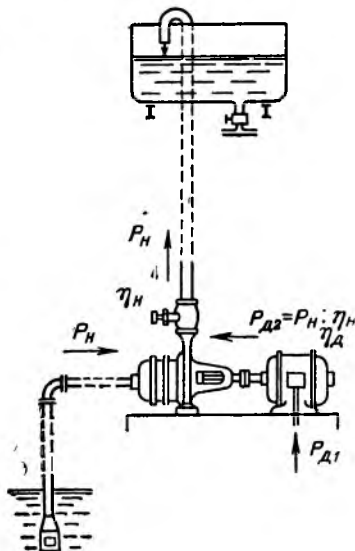


Рис. 114.

с глубины 400 м. Электродвигатель подъемника имеет к. п. д. $\eta_d = 85\%$, к. п. д. механизма подъемника $\eta_H = 55\%$. Какую мощность потребляет двигатель и сколько электроэнергии израсходует он за смену (рис. 115)?

Механическая работа подъемного устройства за 8 ч равна:

$$A = Gh = 800\,000 \text{ кг} \cdot 400 \text{ м} = 32 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м.}$$

Полезная мощность установки

$$P = \frac{A}{t} = \frac{32 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}}{8 \cdot 3\,600 \text{ сек}} = 11\,111 \text{ кг} \cdot \text{м/сек};$$

$$P = 11\,111:102 = 109 \text{ квт.}$$

Общий к. п. д. установки

$$\eta = \eta_d \eta_H = 0,85 \cdot 0,55 \cdot 100 = 47\%.$$

Потребляемая двигателем мощность равна:

$$P_{д1} = \frac{P}{\eta} = \frac{109}{0,47} = 232 \text{ кВт.}$$

За смену электродвигатель расходует энергию

$$A = P_{д1}t = 232 \text{ кВт} \cdot 8 \text{ ч} = 1856 \text{ кВт} \cdot \text{ч.}$$

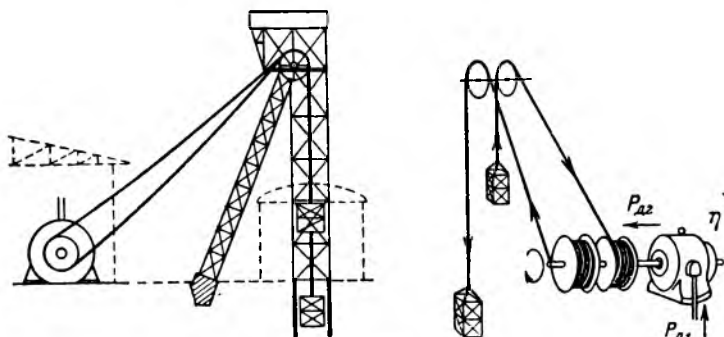


Рис. 115.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какую мощность потребляет электродвигатель лифта, который при общем к. п. д. $\eta=55\%$ поднимает груз 400 кг за 15 сек на высоту 8 м? (8,5 кВт.)

2. Какую среднюю мощность потребляет двигатель для подъемника, поднимающего кирпичи. Подъемник за 8 ч поднимает два вагона кирпичей (20 000 кг) на высоту 15 м при к. п. д. всего устройства $\eta=50\%$. (0,2 кВт.)

Глава четвертая

ТЕПЛОВЫЕ И СВОТТЕХНИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ НАГРЕВ

Понятия и формулы

При прохождении электрического тока через сопротивление выделяется тепло, которое пропорционально израсходованной электрической энергии.

Электрическая энергия, переходящая в тепло, равна:

$$A = UIt = rI^2t = \frac{U^2}{r} t.$$

Электрическая энергия измеряется в *квт·ч* (или *вт·сек*), а тепло — в килокалориях (*ккал*) или калориях (*кал*). Закон Джоуля — Ленца определяет связь между единицами измерения электрической и тепловой энергии:

$$1 \text{ вт} \cdot \text{сек} = 0,24 \text{ кал}.$$

Количество тепловой энергии Q *кал* будет численно равно электрической энергии в *вт·сек*, умноженной на постоянный коэффициент 0,24:

$$Q = 0,24UIt;$$

$$Q = 0,24rI^2t;$$

$$Q = 0,24 \frac{U^2}{r} t;$$

$$1 \text{ квт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \cdot 0,24 \text{ кал} = 860 \text{ ккал}.$$

Количество тепла, необходимое для нагрева тела весом G до определенной температуры t_2 равно:

$$Q = Gc(t_2 - t_1),$$

где c — удельная теплоемкость материала, приведенная в табл. 3.

Примеры

1. Какое количество тепла выделится за 1 *сек* и за 15 *мин* в сопротивлении $r=10$ *ом* при прохождении тока $I=10$ *а*?

За 1 *сек* выделится тепло, равное:

$$Q = 0,24rI^2t = 0,24 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot 1 = 240 \text{ кал} = 0,24 \text{ ккал}.$$

Количество тепла, выделяемое за 1 *сек*, представляет собой тепловую мощность, соответствующую потребляемой электрической мощности:

$$P = rI^2 = 10 \cdot 10^2 = 1\,000 \text{ вт}.$$

Электрическая энергия, потребляемая за 15 *мин*, равна:

$$A = rI^2t = 10 \cdot 10^2 \cdot 900 = 900\,000 \text{ вт} \cdot \text{сек}.$$

Умножив эту величину на 0,24, получим тепловую энергию:

$$Q = 0,24rI^2t = 0,24 \cdot 900\,000 = 216\,000 \text{ кал} = 216 \text{ ккал}.$$

2. Электрическая печь мощностью 1 500 *вт* нагревает помещение в течение 2 *ч*. Какое количество тепла в килокалориях она отдает окружающей среде?

$$Q = 0,24Pt = 0,24 \cdot 1\,500 \cdot 2 \cdot 3\,600 = 2\,592\,000 \text{ кал} = 2\,592 \text{ ккал}.$$

3. На электрической плитке 600 *вт* нагревается 1 *л* воды с 14° С до кипения (100° С). Сколько электроэнергии израсходуется? Сколько времени потребуется для нагрева воды до кипения (рис. 116)?

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 1 \cdot 1(100 - 14) = 86 \text{ ккал.}$$

Так как $860 \text{ ккал} = 1 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$, то израсходуется $0,1 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ электрической энергии. Потери при этом не учитывались. При к. п. д. электрической плитки $\eta = 75\%$ необходимо большое количество тепла:

$$Q = \frac{86}{0,76} = 113 \text{ ккал,}$$

или $\frac{113}{860} = 0,131 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ электроэнергии.

Подсчитаем время, необходимое для нагрева воды до кипения

$$Q = 0,24Pt.$$

Вместо Q подставим необходимое количество тепла при $\eta = 75\%$, а вместо P — мощность плитки:

$$113\,000 = 0,24 \cdot 600 \cdot t,$$

откуда

$$t = \frac{113\,000}{0,24 \cdot 600} = 785 \text{ сек.}$$

Вода закипит через $t \approx 13 \text{ мин.}$



Рис. 116.

4. Кипятильник (рис. 117) имеет спираль с сопротивлением 110 ом и нагревает 1 л воды током 2 а с 20°С до кипения (100°С). Как долго нагревается вода, если к. п. д. кипятильника $\eta = 95\%$.

Количество тепла, необходимое для нагрева 1 л воды с 20 до 100°С , найдем по формуле

$$Q = Gc(t_2 - t_1),$$

откуда

$$Q = 1\,000 \cdot 1(100 - 20) = 80\,000 \text{ ккал.}$$

Так как имеются потери, то необходимо учесть к. п. д.:

$$Q_0 = 80\,000 : 0,95 = 84\,210 \text{ ккал.}$$

Время, за которое выделяется это количество тепла, найдем по формуле

$$Q_0 = 0,24rI^2t,$$

откуда

$$t = \frac{84\,210}{0,24 \cdot 110 \cdot 2^2} = 797,4 \text{ сек} \approx 13 \text{ мин.}$$

5. Сколько стоит вскипятить $\frac{1}{2} \text{ л}$ воды с температурой 16°С в электрическом чайнике, к. п. д. которого 80% (рис. 118)?

На нагрев 1 л воды на 1°С нужно 1 ккал .

На нагрев 1 л воды на $100 - 16 = 84^\circ\text{C}$ нужно 84 ккал.

Нагрев $\frac{1}{2}$ л воды на 84°C требует 42 ккал.

Электрический чайник имеет потери (нагревает окружающий воздух), а значит, должен выделить большее количество тепла:

$$\frac{Q}{\eta} = \frac{42}{0,8} = 52,5 \text{ ккал.}$$

Так как $860 \text{ ккал} = 1 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$, то необходимая электроэнергия равна:

$$A = \frac{52,5}{860} = 0,063 \text{ кВт} \cdot \text{ч.}$$

Эта электроэнергия стоит $0,063 \cdot 4 = 0,25$ коп.

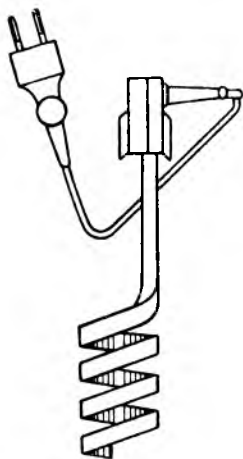


Рис. 117.

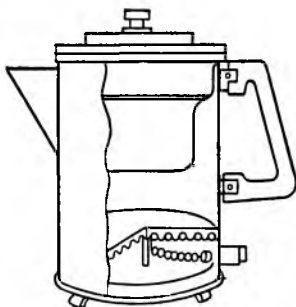


Рис. 118.

6. Какую мощность должна иметь электрическая плитка, чтобы нагреть 5 л воды с 20 до 100°C за 20 мин, не учитывая потерь?

Необходимое количество тепла

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 5 \cdot 1(100 - 20) = 400 \text{ ккал.}$$

Это соответствует электроэнергии

$$A = \frac{400}{860} = 0,465 \text{ кВт} \cdot \text{ч.}$$

Для выделения этой электроэнергии за 20 мин необходима мощность:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0,465 \cdot 3600}{20 \cdot 60} = \frac{0,465 \cdot 60}{20} = 1395 \text{ вт} \approx 1,4 \text{ кВт.}$$

7. Трансформаторное масло имеет удельный вес $\gamma = 0,87 \text{ кг/дм}^3$ и удельную теплоемкость $c = 0,45 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{C}$.

Сколько тепла необходимо для нагрева 50 л масла с 15 до 90°C ?

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 50 \cdot 0,87 \cdot 0,45 \cdot 75 \approx 1\,468 \text{ ккал.}$$

В пересчете на электрическую энергию необходимо

$$\frac{1\,468}{860} = 1,7 \text{ квт} \cdot \text{ч.}$$

8. Электрический паяльник (рис. 119) мощностью 100 *вт* должен нагреваться с 20 до 200° С. Сколько времени будет длиться нагрев, если рабочий элемент выполнен из материала с удельной теплоемкостью $c = 0,093 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ\text{С}$ и весит 200 *г*?

Необходимое количество тепла

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 200 \cdot 0,093 \cdot 180 = 3\,348 \text{ ккал} = 3,348 \text{ ккал.}$$

Так как

$$Q = 0,24Pt,$$

то

$$t = \frac{Q}{0,24P} = \frac{3\,348}{0,24 \cdot 100} = \frac{3\,348}{24} = 139 \text{ сек} = 2,3 \text{ мин.}$$



Рис. 119.

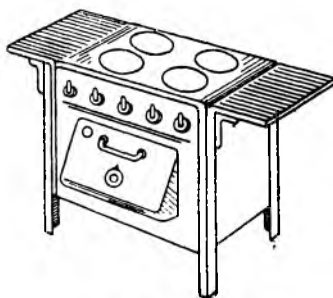


Рис. 120.

9. Электрическая плита общей мощностью 5 *квт* имеет одну конфорку мощностью 800 *вт*, две конфорки по 1 200 *вт* и одну 1 800 *вт* (рис. 120). Определить время нагрева до кипения 3 *л* воды на отдельных конфорках (температура воды до нагрева 14° С; потерь не учитываем).

Количество тепла, необходимое для нагрева воды до 100° С;

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 3(100 - 14) = 3 \cdot 86 = 258 \text{ ккал.}$$

Время определяем по формуле

$$Q = 0,24Pt.$$

На первой конфорке вода закипит через

$$t_1 = \frac{Q}{0,24} = \frac{258\,000}{0,24 \cdot 800} = 1\,343 \text{ сек} = 22,3 \text{ мин.}$$

на второй и третьей конфорках через

$$t_2 = t_3 = \frac{258\,000}{0,24 \cdot 1\,200} = 896 \text{ сек} = 14,9 \text{ мин.},$$

а на четвертой конфорке через

$$t_4 = \frac{258\,000}{0,24 \cdot 1\,800} = \frac{258\,000}{432} = 597 \text{ сек} = 10 \text{ мин.}$$

10. Бак с электроподогревом емкостью 100 л имеет нагреватель мощностью 1 500 вт. Вода нагревается с 15 до 90° С. К. п. д. нагре-

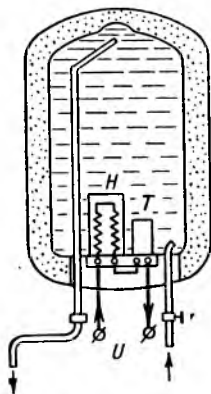


Рис. 121.

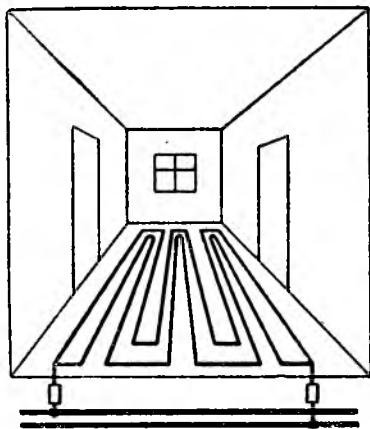


Рис. 122.

вателя $\eta=90\%$. Сколько времени будет нагреваться вода, пока нагреватель H не отключится термостатом T ? Какое сопротивление имеет нагреватель, если напряжение сети $U=220$ в (рис. 121)?

Количество тепла, необходимое для нагрева воды,

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 100 \cdot 1(90 - 15) = 7\,500 \text{ ккал.}$$

Для нагрева воды нужно израсходовать большее количество тепла, так как часть тепла расходуется на нагрев окружающей среды:

$$Q_s = Q/\eta = 75\,000/0,9 = 8\,333 \text{ ккал.}$$

Так как

$$Q_s = 0,24Pt,$$

то нагрев будет длиться

$$t = \frac{Q_s}{0,24P} = \frac{8\,333\,000}{0,24 \cdot 1\,500} = 23\,147 \text{ сек} = 6,5 \text{ ч.}$$

Сопротивление нагревателя

$$r = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{1500} = \frac{48400}{1500} = 32,26 \text{ ом}.$$

11. В системе электрического отопления ток проходит по нагревательным элементам, уложенным в трубах под полом (рис. 122). Сколько электрической энергии необходимо, чтобы нагреть воздух в коридоре с размерами $3 \times 5 \times 15 \text{ м}$ с 0 до 20°С ? Какую мощность должна иметь система отопления, чтобы нагреть воздух за полчаса (удельная теплоемкость воздуха $c=0,241$)?

Необходимое количество тепла

$$Q = Gc(t_2 - t_1) = 225 \cdot 1,29 \cdot 0,241 \cdot 20 = 1400 \text{ ккал}.$$

Соответствующая электрическая энергия равна:

$$A = \frac{Q}{860} = \frac{1400}{860} = 1,63 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

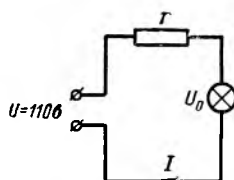
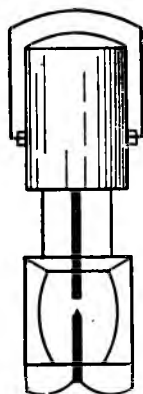


Рис. 123.

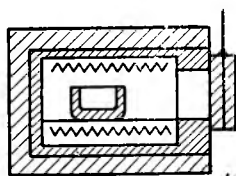


Рис. 124.

Мощность системы отопления

$$P = \frac{A}{t} = \frac{1630}{0,5} = 3,26 \text{ квт}.$$

Расчет не учитывает необходимости нагрева стен, пола и постоянного охлаждения воздуха. В действительности расход энергии и необходимая мощность во много раз больше.

12. Дуговая лампа на напряжение 45 в и ток 10 а включена в сеть постоянного тока напряжением $U=110 \text{ в}$. Необходимо определить величину добавочного сопротивления, общую подводимую мощность, мощность дуговой лампы, мощность, рассеиваемую сопротивлением, выделение тепла в лампе за 1 сек и выделение тепла за 5 ч горения (рис. 123).

$$U = U_0 + Ir_D;$$

$$110 = 45 + 10r_D.$$

Дополнительное сопротивление

$$r = \frac{110 - 45}{10} = \frac{65}{10} = 6,5 \text{ ом}.$$

Общая подводимая мощность

$$P_{\text{п}} = UI = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ вт} = 1,1 \text{ квт}.$$

Мощность лампы

$$P_{\text{л}} = U_0 I = 45 \cdot 10 = 450 \text{ вт.}$$

Потери мощности в дополнительном сопротивлении

$$P_{\text{д}} = r_{\text{д}} I^2 = 6,5 \cdot 10^2 = 650 \text{ вт.}$$

Выделение тепла в лампе за 1 сек

$$q = 0,24 U_0 I = 0,24 \cdot 45 \cdot 10 = 108 \text{ кал.}$$

Выделение тепла в лампе за 5 ч

$$Q = q \cdot 5 \cdot 3600 = 108 \cdot 5 \cdot 3600 = 1944 \text{ ккал.}$$

13. В электропечи нужно расплавить 20 кг свинца с температурой плавления 328°С . Удельная теплоемкость свинца $c = 0,031 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ \text{С}$; удельная теплота плавления свинца $5,86 \text{ ккал/кг}$; к. п. д. электропечи $\eta = 75\%$, а начальная температура 20°С . Какое количество тепла и электрической энергии израсходуется (рис. 124)?

Количество тепла, необходимое для нагрева свинца до точки плавления,

$$Q_{\text{н}} = Gc(t_2 - t_1) = 20 \cdot 0,031(328 - 20) = 191 \text{ ккал.}$$

Для расплавления 20 кг свинца после нагрева до точки плавления необходимо

$$Q_{\text{пл}} = G \cdot 5,86 = 20 \cdot 5,86 = 117,2 \text{ ккал.}$$

Учитывая тепловые потери в печи, общее количество тепла равно:

$$Q = \frac{Q_{\text{н}} + Q_{\text{пл}}}{\eta} = \frac{191 + 117,2}{0,75} = 411 \text{ ккал.}$$

Необходимое количество электрической энергии равно:

$$A = \frac{Q}{860} = \frac{411}{860} = 0,478 \text{ квт} \cdot \text{ч.}$$

14. В индукционной печи надо расплавить 100 кг меди. Сколько электроэнергии для этого необходимо? Какую мощность должна иметь печь, чтобы медь расплавилась за 2 ч? Удельная теплоемкость меди $c = 0,093 \text{ ккал/кг} \cdot ^\circ \text{С}$, температура плавления 1083°С , удельная теплота плавления 41 ккал/кг . К. п. д. печи 85% . Для нагрева 100 кг меди до точки плавления необходимо

$$Q_{\text{н}} = Gc(t_2 - t_1) = 100 \cdot 0,093(1083 - 20) = 9886 \text{ ккал.}$$

Для расплавления 100 кг меди после нагрева до температуры плавления необходимо

$$Q_{\text{пл}} = 100 \cdot 41 = 4100 \text{ ккал.}$$

При $\eta = 85\%$ количество тепла, необходимое для нагрева и плавления 100 кг меди, равно:

$$Q = \frac{Q_{\text{н}} + Q_{\text{пл}}}{\eta} = \frac{13986}{0,85} = 16454 \text{ ккал.}$$

Для получения этого количества тепла необходима электрическая энергия

$$A = \frac{Q}{860} = \frac{16\,454}{860} = 19,13 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Мощность индукционной печи равна:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{19,3}{2} = 9,56 \text{ кВт}.$$

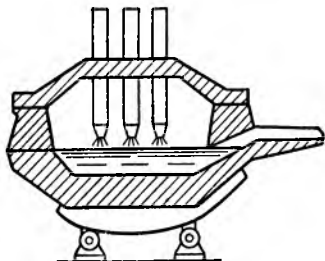


Рис. 125.

15. Плавильная электродуговая печь за 24 ч расплавляет 24 т металлолома. Расход электроэнергии при этом составляет 750 кВт·ч/т. Каков общий расход электроэнергии в электрических и тепловых единицах и какова мощность печи (рис. 125)?

Электрическая энергия, необходимая для расплавления 24 т металлолома;

$$A = 750 \cdot 24 = 18\,000 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Полученное тепло

$$Q = A \cdot 860 = 18\,000 \cdot 860 = 15\,480\,000 \text{ ккал}.$$

Расходуемая электрическая мощность равна:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{18\,000}{24} = 750 \text{ кВт}.$$

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ОСВЕЩЕНИЕ

а) РАСЧЕТ СВЕТОВЫХ ВЕЛИЧИН

Понятия и формулы

Световым потоком Φ называется количество света, которое источник света излучает за единицу времени. Световой поток представляет собой мощность лучистой энергии, воспринимаемой глазом человека, и аналогичен электрической мощности.

Единицей измерения светового потока (мощности) является люмен (лм).

Аналогией люмена в электротехнике является ватт. Важным параметром осветительных приборов является световая отдача. Световая отдача представляет собой световой к.п.д. прибора при превращении электрической энергии в световую и равна отношению световой мощности в люменах к электрической мощности в ваттах:

$$\eta = \frac{\Phi}{P}, \text{ лм/вт}.$$

Сила света I источника света Z (рис. 126) представляет собой пространственную плотность светового потока, т. е. световой поток, который излучает источник света через единицу телесного угла ω в 1 стерадиан ($I = \frac{\Phi}{\omega}$). Этот угол исходит из центра шара

радиусом 1 м и опирается на поверхность шара площадью $S = 1 \text{ м}^2$.

За единицу силы света принята 1 свеча (св), равная световому потоку 1 лм в телесном угле 1 стер.

Освещенность E есть поверхностная плотность светового потока Φ , который падает на определенную площадь S и освещает ее:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

За единицу освещенности принят люкс (лк), т. е. освещенность, создаваемая равномерно распределенным световым потоком 1 лм на поверхности 1 м².

Освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от освещаемой поверхности до источника света:

$$E = \frac{I}{r^2}.$$

Наиболее важные световые величины и единицы их измерения приведены в таблице.

Величина	Обозначение	Формула	Единица измерения	Обозначение
Световой поток	Φ	$\Phi = ES$ $\Phi = I \omega$	Люмен	лм
Сила света	I	$I = \frac{\Phi}{\omega}$	Свеча	св
Освещенность	E	$E = \frac{\Phi}{S}$ $E = \frac{I}{r^2}$	Люкс	лк
Световая отдача (к. п. д. освещения)	η	$\eta = \frac{\Phi}{P}$	Люмен/ватт	лм/вт

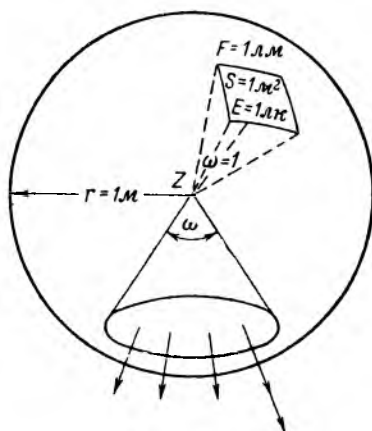


Рис. 126.

Примеры

1. Лампа мощностью 60 вт имеет световой поток 540 лм. Какова световая отдача этой лампы (рис. 127)?

$$\eta = \frac{\Phi}{P} = \frac{540}{60} = 9 \text{ лм/вт.}$$

Лампа излучает световой поток 9 лм на каждый ватт потребляемой электрической мощности.

2. Лампа накаливания мощностью 40 вт имеет световую отдачу 9,5 лм/вт, а ртутная газоразрядная лампа мощностью 83 вт, 36 лм/вт. Какие световые потоки имеют лампы накаливания и ртутная лампа?

Лампа накаливания имеет $\Phi = \eta P = 9,5 \text{ лм/вт} \cdot 40 \text{ вт} = 380 \text{ лм.}$

Ртутная лампа имеет $\Phi = 36 \cdot 83 = 2988 \text{ лм.}$

3. Определить световой поток то-

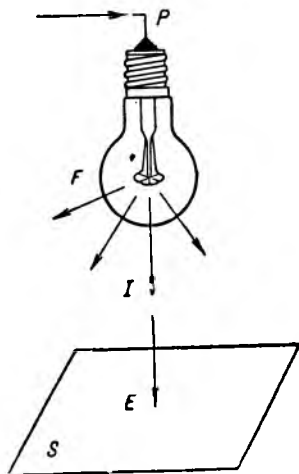


Рис. 127.

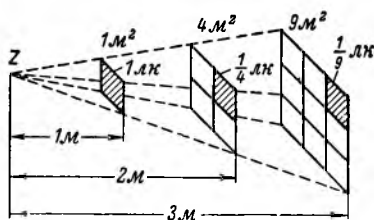


Рис. 128.

чечного источника света, если его средняя сила света $I_{\text{ср}}$.

При точечном источнике света Z с силой света $I = 1 \text{ св}$ через 1 м^2 шаровой поверхности радиусом $r = 1 \text{ м}$ проходит световой поток 1 лк (рис. 126).

Через всю шаровую поверхность проходит световой поток $\Phi = 4\pi = 12,56 \text{ лк.}$

При силе света источника $I_{\text{ср}}$ общий световой поток

$$\Phi = I_{\text{ср}} \cdot 4\pi.$$

Если известен общий световой поток, можно определить среднюю силу света:

$$I_{\text{ср}} = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{\Phi}{12,56}.$$

4. Какова средняя освещенность, создаваемая лампой со световым потоком 1000 лм на внутренней поверхности шара диаметром 1 м. Лампа находится в центре шара (рис. 126).

Лампа 1 000 лм имеет силу света $I=1\,000/12,56=80$ св. Средняя освещенность внутренней поверхности шара равна:

$$E = \frac{I}{r^2} = \frac{80}{1^2} = 80 \text{ лк.}$$

5. Какую среднюю освещенность создает лампа 600 лм на поверхности, удаленной на 1, 2, 3 м (рис. 128)?

$$I = 600/12,56 = 48 \text{ св.}$$

Освещенность на расстоянии 1 м

$$E_1 = \frac{I}{r^2} = \frac{48}{1^2} = 48 \text{ лк.}$$

На расстоянии 2 м

$$E_2 = 48:2^2 = 12 \text{ лк.}$$

На расстоянии 3 м

$$E_3 = 48:3^2 = 5,3 \text{ лк}$$

(рис. 128 показывает, как уменьшается освещенность от источника 12,56 лм).

Задачи для самостоятельного решения

1. Какую среднюю силу света имеет лампа 500 лм? ($I=40$ св.)
2. Какой световой поток должна иметь лампа, чтобы освещенность предмета на расстоянии 0,5 м составляла 8 лк? (250 лм.)

6) РАСЧЕТ ОСВЕЩЕНИЯ ПОМЕЩЕНИЙ

Здесь приведен самый простой метод расчета освещения помещений, пригодный лишь для самых приблизительных оценок. При таком расчете принимается, исходя из опытных данных, что для создания средней освещенности 100 лк на каждый квадратный метр площади освещаемого помещения требуется:

- при прямом освещении лампами накаливания 16—20 вт/м²;
- при прямом освещении люминесцентными лампами (дневного света) 5—6 вт/м²;
- при косвенном освещении лампами накаливания 20—28 вт/м²;
- при косвенном освещении люминесцентными лампами (дневного света) 6—8 вт/м².

Эти величины верны для расчета при светлых потолках и стенах.

Для расчета освещения необходимо знать нормы освещенности для отдельных видов помещений. Нормы освещения для некоторых случаев приведены в таблице.

Назначение осветительной установки	Освещенность, лк
Для общей ориентировки (коридоры, лестницы, котельные, вспомогательные помещения, передние, погреб, туалет)	20—40
Для грубой работы (склады, душевые, кузнечные цехи, кухни и т. п.)	40—100
Для работ средней сложности (чтение и письмо, магазины, слесарные работы, токарные цехи)	100—300
Для точных работ (шитье, точная механика, черчение и т. п.)	200—700

Примеры

1. Нужно спроектировать освещение помещения с размерами $5 \cdot 10$ м (прямое освещение при светлых стенах). Какая общая мощность ламп накаливания необходима для получения средней освещенности 100 лк?

Для расчета приемем необходимую удельную мощность ламп накаливания равной 16 вт/м^2 . Тогда общая мощность ламп накаливания будет равна:

$$P = S \cdot 16 \text{ вт/м}^2 = 5 \cdot 10 \cdot 16 = 800 \text{ вт}.$$

Общая мощность люминесцентных ламп меньше, так как световая отдача их выше, а необходимая удельная мощность меньше (5 вт/м^2):

$$P = S \cdot 5 = 5 \cdot 10 \cdot 5 = 250 \text{ вт}.$$

2. Подсчитать общую мощность ламп в предыдущей задаче, если необходимая освещенность равна 40 лк. Считая, что необходимая удельная мощность источников света приблизительно пропорциональна освещенности, получим для ламп накаливания:

$$P = S \cdot 16 \cdot \frac{40}{100} = 5 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \frac{40}{100} = 320 \text{ вт},$$

а для люминесцентных ламп

$$P = S \cdot 5 \cdot \frac{40}{100} = 5 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \frac{40}{100} = 100 \text{ вт}.$$

3. Рассчитать общую мощность ламп для освещения слесарной мастерской площадью $S=5 \times 10$ м при прямом освещении, светлых стенах и потолке.

Удельная мощность источников света для средней освещенности 100 лк равна 16 вт/м^2 .

Норма освещенности слесарной мастерской составляет 100—200 лк; приемем ее равной 150 лк.

Общая мощность ламп накаливания

$$P = 5 \cdot 10 \cdot 16 \text{ вт/м}^2 \cdot \frac{150}{100} = 1\,200 \text{ вт}.$$

Если использовать лампы дневного света, то

$$P = 50 \cdot 5 \cdot \frac{150}{100} = 375 \text{ вт}.$$

Глава пятая

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

1. ЭЛЕКТРОЛИЗ

Понятия и формулы

Электролизом называется разложение электролита (раствора солей, кислот, щелочей) электрическим током.

Электролиз можно производить только постоянным током. При электролизе на отрицательном электроде (катоде) выделяется водород или металл, содержащийся в соли. Если положительный электрод (анод) выполнен из металла (обычно того же, что и в соли), то положительный электрод при электролизе растворяется. Если анод нерастворим (например, угольный), то содержание металла в электролите при электролизе уменьшается.

Количество вещества, выделяющегося при электролизе на катоде, пропорционально количеству электричества, которое протекло через электролит.

Количество вещества, выделенное одним кулоном электричества, называется электрохимическим эквивалентом A , поэтому

$$G = AQ;$$

$$G = AIt,$$

где G — количество выделенного вещества;

Q — количество электричества;

I — электрический ток;

t — время.

Каждый металл имеет свой электрохимический эквивалент A .

Примеры

1. Сколько меди выделится из медного купороса (CuSO_4) (рис. 129) током $I=10$ а за 30 мин? Электрохимический эквивалент меди $A=0,329$ мг/а · сек.

$$G = AIt = 0,329 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 60 = 5\,922 \text{ мг} = 5,922 \text{ г}.$$

На предмете, подвешенном к катоду, выделится 5,9 г чистой меди.

2. Допустимая плотность тока при электролитическом меднении $\sigma = 0,4 \text{ а/дм}^2$. Площадь катода, которая должна покрыться

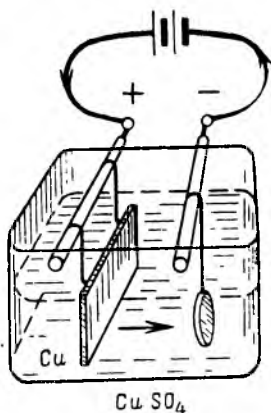


Рис. 129.

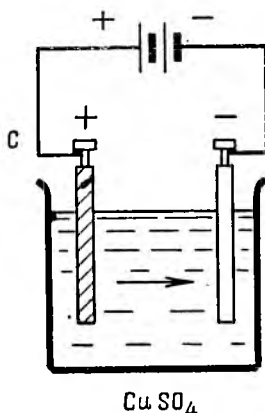


Рис. 130.

медью, $S = 2,5 \text{ дм}^2$. Какой ток необходим для электролиза и сколько меди выделится на катоде за 1 ч (рис. 130)?

$$I = \sigma S = 0,4 \cdot 2,5 = 1 \text{ а};$$

$$G = AQ = AIt = 0,329 \cdot 1 \cdot 60 \cdot 60 = 1184,4 \text{ мг.}$$

3. Окисленная вода (например, слабый раствор серной кислоты H_2SO_4) при электролизе разлагается на водород и кислород. Электроды могут быть угольные, оловянные, медные и т. д., но лучше всего из платины. Сколько кислорода выделится на аноде и сколько водорода выделится на катоде за $\frac{1}{4}$ ч при токе 1,5 а? Количество электричества 1 а · сек выделяет 0,058 см³ кислорода и 0,116 см³ водорода (рис. 131).

На катоде выделится

$$G_a = AIt = 0,058 \cdot 1,5 \cdot 15 \cdot 60 = 78,3 \text{ см}^3 \text{ кислорода.}$$

На аноде выделится

$$G_k = AIt = 0,1162 \cdot 1,5 \cdot 15 \cdot 60 = 156,8 \text{ см}^3 \text{ водорода.}$$

Смесь водорода и кислорода в такой пропорции называется гремучим газом, который при поджигании взрывается с образованием воды.

4. Кислород и водород для лабораторных опытов получают при помощи электролиза воды (окисленной серной кислотой) (рис. 132). Платиновые электроды впаяны в стекло. Установим с помощью сопротивления ток $I = 0,5 \text{ а}$. (В качестве источника тока используется батарея из трех сухих элементов по 1,9 в.) Сколько водорода и кислорода выделится через 30 мин?

В правом сосуде выделится

$$G_k = AIt = 0,1162 \cdot 0,5 \cdot 30 \cdot 60 = 104,58 \text{ см}^3 \text{ водорода.}$$

В левом сосуде выделится

$$G_a = AIt = 0,058 \cdot 0,5 \cdot 30 \cdot 60 = 52,2 \text{ см}^3 \text{ кислорода}$$

(газы выталкивают воду в средний сосуд).

5. Преобразовательная установка (двигатель-генератор) обеспечивает ток для получения электролитической (чистой) меди. За 8 ч необходимо получить 20 кг меди. Какой ток должен обеспечить генератор? Электрохимический эквивалент меди равен $A = 0,329 \text{ мг/а} \cdot \text{сек}$.

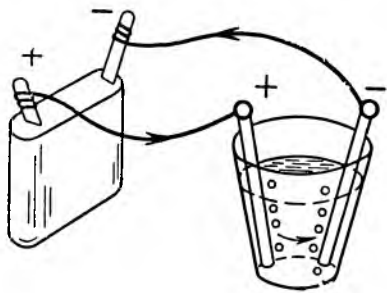


Рис. 131.

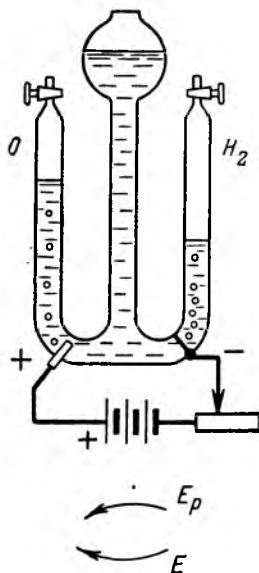


Рис. 132.

Так как

$$G = AIt,$$

то

$$I = \frac{G}{At} = \frac{20\,000\,000}{0,329 \cdot 8 \cdot 3\,600} = \frac{20\,000\,000}{9\,475,2} = 2110,7 \text{ а.}$$

6. Нужно отхромировать 200 фар, из которых на каждую требуется 3 г хрома. Какой ток необходим, чтобы эта работа была выполнена за 10 ч (электрохимический эквивалент хрома $A = 0,18 \text{ мг/а} \cdot \text{сек}$)?

$$I = \frac{G}{At} = \frac{200 \cdot 3 \cdot 1\,000}{0,18 \cdot 10 \cdot 3\,600} = 92,6 \text{ а.}$$

7. Алюминий получают путем электролиза раствора каолиновой глины и криолита в ваннах при рабочем напряжении ванны 7 в и токе 5000 а. Аноды изготавливаются угольными, а ванна — стальной с угольными блоками (рис. 133).

Ванны для получения алюминия соединяются последовательно для увеличения рабочего напряжения (например, 40 ванн). Для получения 1 кг алюминия требуется примерно 0,7 кг угольных анодов и 25—30 кВт·ч электроэнергии. По приведенным данным определить мощность генератора, расход электроэнергии за 10 ч работы и вес полученного алюминия.

Мощность генератора при работе на 40 ванн

$$P = UI = 40 \cdot 7 \cdot 5\,000 = 1\,400\,000 \text{ вт} = 1\,400 \text{ кВт}.$$

Электрическая энергия, расходуемая за 10 ч,

$$A = Pt = 1\,400 \text{ кВт} \cdot 10 \text{ ч} = 14\,000 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

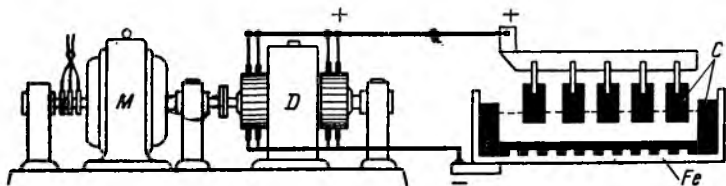


Рис. 133.

Количество полученного алюминия

$$G = 14\,000 : 25 = 560 \text{ кг}.$$

Исходя из теоретического электрохимического эквивалента, количество полученного алюминия должно быть равно:

$$\begin{aligned} G_T &= AIt = 0,093 \cdot 5\,000 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 3\,600 = \\ &= 0,093 \cdot 7\,200\,000\,000 \text{ мг} = 669,6 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Коэффициент полезного действия электролитической установки равен:

$$\eta = \frac{G}{G_T} = \frac{560}{669,6} = 0,83 = 83\%.$$

2. АККУМУЛЯТОРЫ

Понятия и формулы

Аккумуляторы представляют собой электрохимические источники тока, которые после разрядки могут быть заряжены с помощью электрического тока, получаемого от зарядного устройства. При протекании зарядного тока в аккумуляторе происходит электролиз, в результате которого на аноде и катоде образуются химические соединения, которые были на электродах в исходном рабочем состоянии аккумулятора. Электрическая энергия при заряде в аккумуляторе превращается в химическую форму энергии; при разряде химическая форма энергии превращается в электрическую.

кую. Для заряда аккумулятора нужно больше энергии, чем может быть получено при его разряде.

Напряжение каждого элемента свинцового аккумулятора после заряда 2,7 в не должно падать ниже 1,83 в при разряде.

Средняя величина напряжения железо-никелевого аккумулятора 1,1 в.

Зарядный и разрядный ток аккумулятора ограничен и задается заводом-изготовителем (примерно 1 а на 1 дм² пластины).

Количество электричества, которое можно получить от заряженного аккумулятора, называется емкостью аккумулятора, измеряемой в ампер-часах.

Аккумуляторы характеризуются также отдачей по энергии и току. Отдача по энергии равна отношению энергии, полученной при разряде, к энергии, затраченной на заряд аккумулятора:

$$\eta_{\text{эн}} = \frac{A_{\text{раз}}}{A_{\text{зар}}}.$$

Для свинцового аккумулятора $\eta_{\text{эн}}=70\%$, а для железо-никелевого $\eta_{\text{эн}}=50\%$.

Отдача по току равна отношению количества электричества, полученного при разряде, к количеству электричества, израсходованного при заряде:

$$\eta_{\text{т}} = \frac{Q_{\text{раз}}}{Q_{\text{зар}}}.$$

Свинцовые аккумуляторы имеют $\eta_{\text{т}}=90\%$, а железоникелевые $\eta_{\text{т}}=70\%$.

Примеры

1. Почему отдача по току аккумулятора больше, чем отдача по энергии?

$$\eta_{\text{эн}} = \frac{A_{\text{раз}}}{A_{\text{зар}}} = \frac{U_{\text{р}} I_{\text{р}} t_{\text{р}}}{U_{\text{з}} I_{\text{з}} t_{\text{з}}} = \frac{U_{\text{р}}}{U_{\text{з}}} \eta_{\text{т}}.$$

Отдача по энергии равна отдаче по току $\eta_{\text{т}}$, умноженной на отношение напряжения разряда к напряжению заряда. Так как отношение

$$\frac{U_{\text{р}}}{U_{\text{з}}} < 1, \text{ то } \eta_{\text{эн}} < \eta_{\text{т}}.$$

2. Свинцовый аккумулятор напряжением 4 в и емкостью 14 а·ч показан на рис. 134. Соединение пластин показано на рис. 135. Соединение пластин параллельно увеличивает емкость аккумулятора. Две группы пластин соединены между собой последовательно для увеличения напряжения.

Аккумулятор заряжался 10 ч током $I_{\text{з}}=1,5$ а, а разряжался 20 ч током $I_{\text{р}}=0,7$ а. Какова отдача по току?

$$Q_{\text{р}} = I_{\text{р}} t_{\text{р}} = 0,7 \cdot 20 = 14 \text{ а} \cdot \text{ч};$$

$$Q_{\text{з}} = I_{\text{з}} t_{\text{з}} = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ а} \cdot \text{ч};$$

$$\eta_{\text{т}} = \frac{Q_{\text{р}}}{Q_{\text{з}}} = \frac{14}{15} = 0,933 = 93\%.$$

3. Аккумулятор заряжается током $0,7 \text{ а}$ в течение 5 ч . Как долго он будет разряжаться током $0,3 \text{ а}$ при отдаче по току $\eta_{\text{т}}=0,9$ (рис. 136)?

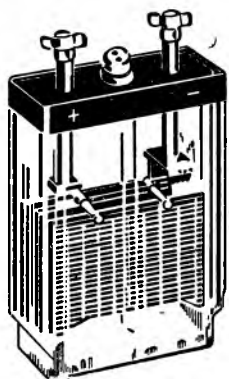


Рис. 134.

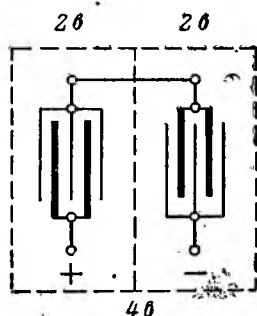


Рис. 135.

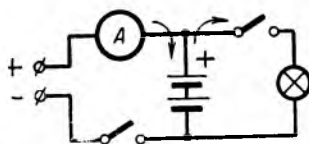
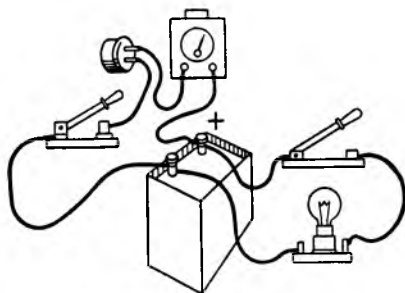


Рис. 136.

Израсходованное на заряд аккумулятора количество электричества равно:

$$Q_3 = I_3 t_3 = 0,7 \cdot 5 = 3,5 \text{ а} \cdot \text{ч}.$$

Количество электричества Q_p , отдаваемое при разряде подсчитаем по формуле

$$\eta_{\text{т}} = \frac{Q_p}{Q_3},$$

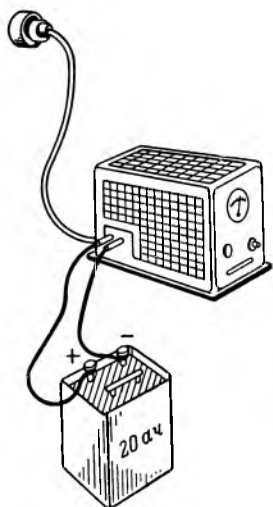
откуда

$$Q_p = \eta_{\text{т}} Q_3 = 0,9 \cdot 3,5 = 3,15 \text{ а} \cdot \text{ч}.$$

Время разряда

$$t_p = \frac{Q_p}{I_p} = \frac{3,15}{0,3} = 10,5 \text{ ч}.$$

4. Аккумулятор емкостью $20 \text{ а} \cdot \text{ч}$ был полностью заряжен в течение 10 ч от сети переменного тока через селеновый выпрямитель (рис. 137). Положительный вывод выпрямителя при заряде подключается к положительному выводу аккумулятора. Каким током аккумулятор заряжался, если отдача по току $\eta_{\tau} = 90\%$? Каким током аккумулятор может разряжаться в течение 20 ч ?



Ток заряда аккумулятора равен:

$$I_3 = \frac{Q}{\eta_{\tau} t_3} = \frac{20}{10 \cdot 0,9} = 2,22 \text{ а}.$$

Допустимый ток разряда

$$I_p = \frac{Q}{t_p} = \frac{20}{20} = 1 \text{ а}.$$

5. Аккумуляторная батарея, состоящая из 50 элементов, заряжается током 5 а . Э. д. с. одного элемента бата-

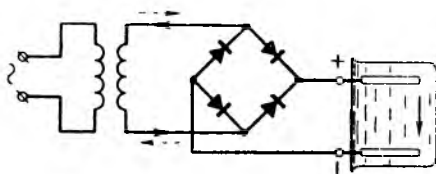


Рис. 137.

реи $2,1 \text{ в}$, а его внутреннее сопротивление $r_{\text{вн}} = 0,005 \text{ ом}$. Какое напряжение имеет батарея? Какую э. д. с. должен иметь зарядный генератор с внутренним сопротивлением $r_{\text{г}} = 0,1 \text{ ом}$ (рис. 138)?

Э. д. с. батареи равна:

$$E_6 = 50 \cdot 2,1 = 105 \text{ в}.$$

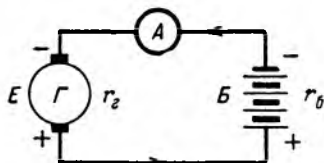
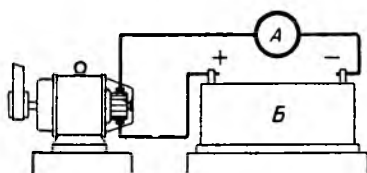


Рис. 138.

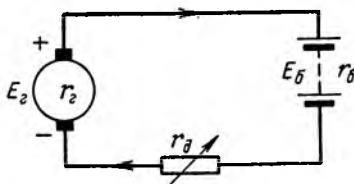
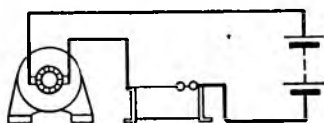


Рис. 139.

Внутреннее сопротивление батареи

$$r_6 = 50 \cdot 0,005 = 0,25 \text{ ом.}$$

Э. д. с. генератора равна сумме э. д. с. батареи и падений напряжения в батарее и генераторе:

$$E = U + Ir_6 + Ir_r = 105 + 5 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,1 = 106,65 \text{ в.}$$

6. Аккумуляторная батарея состоит из 40 элементов с внутренним сопротивлением $r_{\text{вн}} = 0,005 \text{ ом}$ и э. д. с. 2,1 в. Батарею заряжают током $I = 5 \text{ а}$ от генератора, э. д. с. которого 120 в, а внутреннее сопротивление $r_r = 0,12 \text{ ом}$. Определить дополнительное сопротивление r_d , мощность генератора, полезную мощность заряда, потери мощности в добавочном сопротивлении r_d и потери мощности в батарее (рис. 139).

Дополнительное сопротивление найдем с помощью второго закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} E_r &= E_6 + r_d I + r_r I + 40r_{\text{вн}} I; \\ r_d &= \frac{E_r - E_6 - I(r_r + 40r_{\text{вн}})}{I} = \\ &= \frac{120 - 84 - 5(0,12 + 0,2)}{5} = \frac{34,4}{5} = 6,88 \text{ ом.} \end{aligned}$$

Так как э. д. с. батареи при заряде увеличивается (э. д. с. элемента в начале заряда равна 1,83 в), то в начале заряда при неизменном добавочном сопротивлении ток будет больше 5 а. Для поддержания неизменным тока заряда необходимо изменять дополнительное сопротивление.

Потери мощности в дополнительном сопротивлении

$$\Delta P_d = r_d I^2 = 6,88 \cdot 5^2 = 6,88 \cdot 25 = 172 \text{ вт.}$$

Потери мощности в генераторе

$$\Delta P_r = r_r I^2 = 0,12 \cdot 25 = 3 \text{ вт.}$$

Потери мощности во внутреннем сопротивлении аккумуляторной батареи

$$\Delta P_6 = 40r_{\text{вн}} I^2 = 40 \cdot 0,005 \cdot 25 = 5 \text{ вт.}$$

Мощность генератора, отдаваемая во внешнюю цепь,

$$P_r = E_6 I + P_d + P_6 = 84 \cdot 5 + 172 + 5 = 579 \text{ вт.}$$

Полезная мощность заряда

$$P_3 = E_6 I = 420 \text{ вт.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько времени надо заряжать батарею емкостью 150 а · ч током 25 а, если ее отдача по току 85%? (7 ч.)

2. Аккумулятор состоит из трех положительных и четырех отрицательных пластин размером 110 × 160 мм. Как велик ток заряда, если максимально допустимая нагрузка током положительной пластины 0,8 а/дм²? (8,4 а).

3. ГРУППОВОЕ СОЕДИНЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Понятия и формулы

Источники тока (генераторы или электрохимические элементы) можно соединять последовательно и параллельно. Гальванические элементы и аккумуляторы иногда соединяются в смешанные (параллельно-последовательные) батареи.

При последовательном соединении результирующая э. д. с. E или напряжение на зажимах U всех источников равно сумме э. д. с. или напряжений на зажимах отдельных источников (элементов):

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots;$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Результирующее внутреннее сопротивление последовательно соединенных источников равно сумме внутренних сопротивлений отдельных источников:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + \dots$$

Последовательное соединение применяется для получения более высокого напряжения. Ток нагрузки во всех источниках группы в этом случае одинаков и равен общему току нагрузки.

При параллельном соединении источников с одинаковыми э. д. с. и внутренними сопротивлениями результирующие э. д. с. и напряжения равны э. д. с. и напряжению одного источника:

$$E = E_1 = E_2 = E_3 = \dots;$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

Результирующая внутренняя проводимость группы параллельно соединенных источников равна сумме проводимостей отдельных источников:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots$$

Общий ток нагрузки группы параллельно соединенных источников равен сумме токов нагрузки отдельных источников. Параллельное соединение источников тока позволяет увеличить общий ток нагрузки, так как оно увеличивает емкость батарей и допустимый ток. При параллельном соединении источников с одинаковыми э. д. с. и внутренними сопротивлениями ток нагрузки распределяется поровну между отдельными источниками. При параллельном соединении источников с различными э. д. с. и внутренними сопротивлениями распределение токов зависит от величины э. д. с. и внутренних сопротивлений. При большой разнице в э. д. с. источник с меньшей величиной э. д. с. будут потреблять электрическую энергию, а не отдавать ее.

Примеры

1. Батарея для карманного фонаря состоит из трех сухих элементов с э. д. с. 1,5 в, соединенных последовательно (рис. 140). Каковы результирующая э. д. с. и внутреннее сопротивление батареи, если

внутреннее сопротивление одного элемента 0,3 ом? Каков ток короткого замыкания?

$$E = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ в;}$$

$$r_{\text{вн}} = 3 \cdot 0,3 = 0,9 \text{ ом.}$$

При закорачивании выводов батарей происходит короткое замыкание и ток равен:

$$I_{\text{к.з}} = \frac{E}{r_{\text{вн}}} = \frac{4,5}{0,9} = 5 \text{ а.}$$

Сопротивление нагрузки равно нулю.

2. Три карманные батареи с э. д. с. 4,5 в и внутренним сопротивлением 0,9 ом соединены последовательно (рис. 141). Какие э. д. с. и

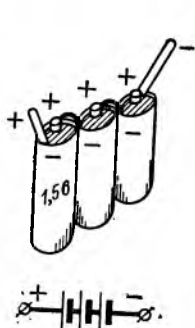


Рис. 140.

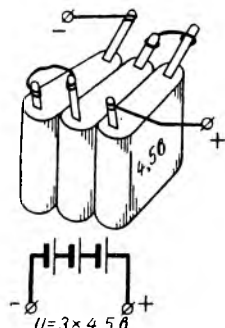


Рис. 141.

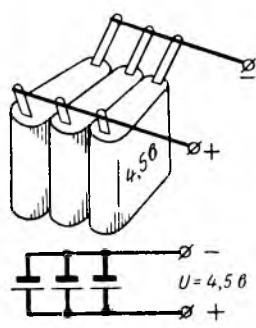


Рис. 142.

внутреннее сопротивление будет иметь вся батарея? Определить ток короткого замыкания, а также ток нагрузки при сопротивлении нагрузки $r_{\text{н}} = 100 \text{ ом}$.

Решить ту же задачу для случая параллельного соединения батарей (рис. 142).

При последовательном соединении батарей

$$E = 3 \cdot 4,5 = 13,5 \text{ в;}$$

$$r_{\text{вн}} = 3 \cdot 0,9 = 2,7 \text{ ом;}$$

$$I_{\text{к.з}} = \frac{E}{r} = \frac{13,5}{2,7} = 5 \text{ а;}$$

$$I_{\text{н}} = \frac{E}{r_{\text{вн}} + r_{\text{н}}} = \frac{13,5}{2,7 + 10} = 1,06 \text{ а.}$$

При параллельном соединении батарей результирующая э. д. с. E равна э. д. с. одной батареи:

$$E = 4,5 \text{ в;}$$

$$r_{\text{вн}} = 0,9 : 3 = 0,3 \text{ ом.}$$

Ток короткого замыкания

$$I_{к.з} = \frac{E}{r_{в.н}} = \frac{4,5}{0,3} = 15 \text{ а};$$

$$I_n = \frac{E}{r_{вн} + r_n} = \frac{4,5}{0,3 + 10} + \frac{4,5}{10,3} = 0,43 \text{ а}.$$

3. Требуется соединить 12 батарей карманного фонаря э. д. с. 4,5 в и внутренним сопротивлением 0,9 ом так, чтобы вся батарея имела э. д. с. $E = 13,5$ в (рис. 143).

Для получения э. д. с. 13,5 в достаточно соединить три батареи:

$$13,5 : 4,5 = 3.$$

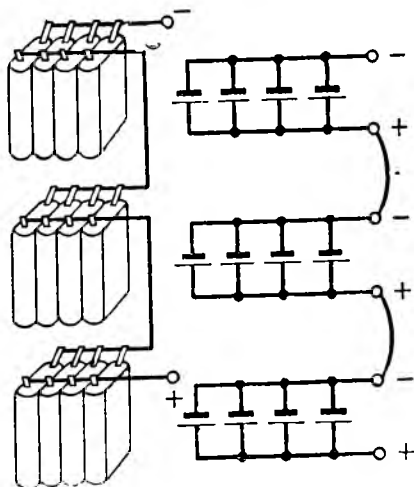


Рис. 143.

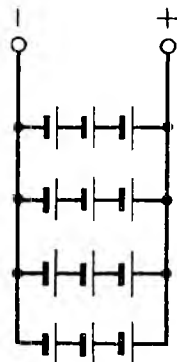


Рис. 144.

Следовательно, можно собрать три группы из четырех параллельно соединенных батарей для карманного фонаря и соединить эти группы последовательно, как показано на рис. 143.

Другой способ соединения показан на рис. 144. В этом случае собраны четыре группы из трех последовательно соединенных батарей. Эти группы соединены параллельно.

Результирующее сопротивление всей батареи

$$r_{вн} = 3 \frac{r}{4} = 3 \frac{0,9}{4} = 0,675 \text{ ом}.$$

Ток короткого замыкания

$$I_{к.з} = \frac{13,5}{0,675} = 20 \text{ а}.$$

4. Три генератора соединены параллельно и обеспечивают в сети постоянного тока ($U = 110$ в) токи $I_1 = 220$ а; $I_2 = 250$ а и $I_3 = 350$ а. Каковы э. д. с. и мощности отдельных генераторов, если их

внутренние сопротивления $r_1=0,15$ ом; $r_2=0,1$ ом и $r_3=0,08$ ом (рис. 145).

Все генераторы имеют одинаковые напряжения на зажимах, равные напряжению сети $U=110$ в. Э. д. с. генераторов различны, так как различны внутренние падения напряжения в них:

$$E_1 = U + I_1 r_1 = 110 + 200 \cdot 0,15 = 140 \text{ в};$$

$$E_2 = U + I_2 r_2 = 110 + 250 \cdot 0,1 = 135 \text{ в};$$

$$E_3 = U + I_3 r_3 = 110 + 350 \cdot 0,08 = 138 \text{ в}.$$

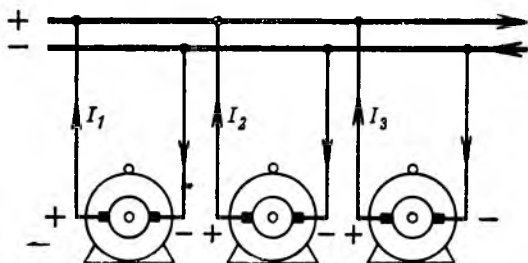


Рис. 145.

Генераторы отдают в сеть мощность:

$$P_1 = I_1 U = 200 \cdot 110 = 22 \text{ кВт};$$

$$P_2 = I_2 U = 250 \cdot 110 = 27,5 \text{ кВт};$$

$$P_3 = I_3 U = 350 \cdot 110 = 38,5 \text{ кВт}.$$

Если э. д. с. какого-либо генератора будет меньше напряжения в сети, то этот генератор будет потреблять мощность, а не отдавать ее в сеть. Чтобы не было бесполезного перетекания мощности из одного генератора в другой, при отсутствии нагрузки э. д. с. генераторов должны быть равны. Изменение э. д. с. генераторов достигается регулированием возбуждения.

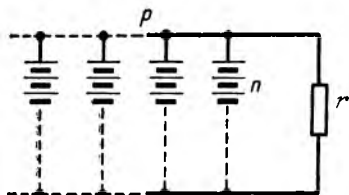


Рис. 146.

5. Как надо соединить 18 сухих батарей с э. д. с. 4,5 в и внутренним сопротивлением $r_{вн} = 0,9$ ом, чтобы по цепи с сопротивлением $r_n = 1,8$ ом протекал максимальный ток (рис. 146)?

Последовательное соединение источников тока увеличивает э. д. с., а следовательно, ток в нагрузке. Одновременно при этом увеличивается внутреннее сопротивление батарей. Параллельное соединение источников также увеличивает ток в нагрузке за счет уменьшения общего внутреннего сопротивления батарей. Если сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению отдельного источника, то увеличение тока нагрузки при

соединении двух источников будет одинаковым при параллельном и последовательном соединениях. Если сопротивление нагрузки больше внутреннего сопротивления источника, то последовательное соединение двух источников даст больший ток нагрузки, чем параллельное, и наоборот. При большем числе источников для получения максимального тока нагрузки может понадобиться смешанное соединение.

В рассматриваемом примере необходимо смешанное соединение, так как две последовательно соединенные сухие батареи уже имеют внутреннее сопротивление, равное сопротивлению нагрузки.

Пусть число последовательно соединенных батарей в одной группе равно n , а число параллельно соединенных групп p .

Общая э. д. с. батареи будет равна:

$$E = n \cdot 4,5 \text{ в.}$$

Результирующее внутреннее сопротивление при смешанном соединении источников равно:

$$r_{\text{рез}} = \frac{nr_{\text{вн}}}{p}.$$

Общий ток выражается формулой

$$I = \frac{E}{r_{\text{рез}}} = \frac{n \cdot 4,5}{\frac{nr_{\text{вн}}}{p} + r_{\text{н}}}.$$

Максимальный ток через нагрузку протекает в случае, когда сопротивление нагрузки равно результирующему внутреннему сопротивлению батареи, т. е.

$$\frac{nr_{\text{вн}}}{p} = r_{\text{н}}.$$

Отсюда

$$0,9 \frac{n}{p} = 1,8; \quad \frac{n}{p} = 2.$$

Общее число элементов (сухих батарей) в нашем случае равно $np=18$. Эти два уравнения позволяют найти n и p . Так как $n=2p$, то

$$p = \sqrt{9} = 3;$$

$$n = 2p = 6.$$

Таким образом, максимальный ток в нагрузке будет при соединении шести батарей последовательно и параллельном соединении трех таких групп. В этом случае ток будет равен:

$$I = \frac{n \cdot 4,5}{\frac{nr_{\text{вн}}}{p} + r_{\text{н}}} = \frac{6 \cdot 4,5}{\frac{6 \cdot 0,9}{3} + 1,8} = \frac{27}{1,8 + 1,8} = \frac{27}{3,6} = 7,5 \text{ а.}$$

ЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОР. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ ИЗОЛЯЦИИ

1. РАСЧЕТ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА

Понятия и формулы

Емкость C есть способность конденсатора принять (накопить и удержать) количество электричества Q в ампер-секундах или заряд Q в кулонах.

Если сообщить какому-либо телу, например шару, электрический заряд (количество электричества) Q , то электроскоп, включенный между этим телом и землей, покажет напряжение U (рис. 147). Это напряжение пропорционально заряду и зависит также от формы и размеров тела.

Зависимость между зарядом Q и напряжением U выражается формулой

$$Q = CU.$$

Постоянная пропорциональности C называется емкостью тела. В случае, если тело имеет форму шара, емкость тела пропорциональна радиусу шара r .

Единицей измерения емкости является фарада (ϕ).

Емкостью 1 ϕ обладает тело, когда при заряде 1 к между ним и землей получается напряжение 1 в. Фарада — очень большая единица измерения, а потому на практике используют более мелкие единицы: микрофарады ($\mu\phi$), нанофарады ($n\phi$) и пикофарады ($p\phi$). Эти единицы связаны следующими соотношениями:

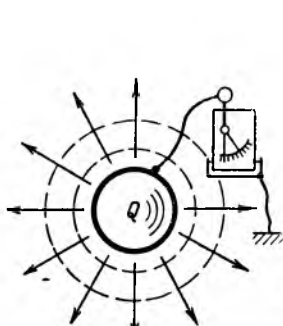


Рис. 147.

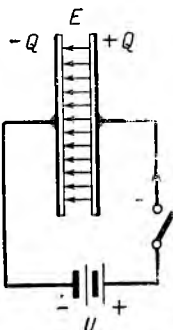


Рис. 148.

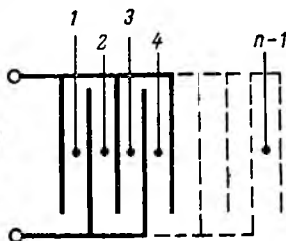


Рис. 149.

Емкость шара радиусом 1 см равна 1,1 пф.

Накапливать заряд может не только изолированное тело, но и специальное устройство, называемое конденсатором. Конденсатор состоит из двух или более пластин (обкладок), которые разделены диэлектриком (изоляцией).

На рис. 148 показана схема с источником постоянного тока, включенным на конденсатор. При включении на правой пластине конденсатора образуется положительный заряд $+Q$, а на левой пластине отрицательный заряд $-Q$. Во время заряда конденсатора по цепи протекает ток, который после окончания заряда прекращается; тогда напряжение на конденсаторе будет равно э. д. с. источника U . Заряд на обкладке конденсатора, напряжение и емкость связаны соотношением $Q=CU$. В диэлектрике конденсатора при этом образуется электростатическое поле.

Емкость конденсатора с диэлектриком из воздуха можно подсчитать по формуле

$$C = \frac{S}{4\pi d} \cdot 1,11, \text{ пф},$$

где S — площадь одной обкладки, см²;

d — расстояние между обкладками, см;

C — емкость конденсатора, пф.

Емкость конденсатора, состоящего из n пластин (рис. 149), равна:

$$C = (n - 1) \frac{S}{4\pi d} \cdot 1,11, \text{ пф}.$$

Если пространство между пластинами заполнить другим диэлектриком — например бумагой, емкость конденсатора увеличится в ϵ раз. При применении бумажной изоляции емкость увеличится в 3 раза, при слюдяной изоляции — в 5—8 раз, при стеклянной — в 7 раз и т. д. Величина ϵ называется диэлектрической проницаемостью диэлектрика.

Общая формула для определения емкости конденсатора с диэлектрической проницаемостью ϵ (эпсилон) имеет вид:

$$C = \epsilon \frac{S}{4\pi d} \cdot 1,11, \text{ пф}.$$

Эта формула удобна для расчетов небольших переменных конденсаторов для радиоприемников. Эта же формула может быть представлена в виде:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где ϵ_0 — диэлектрическая постоянная, или диэлектрическая проницаемость, вакуума ($\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12}$ ф/м);

ϵ — диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

В этой формуле размеры подставляются в метрах, а емкость получается в фарадах.

Примеры

1. Какую емкость имеет планета Земля, радиус которой $r = 6378 \text{ км}$?

Так как емкость шара радиусом 1 см равна $1,11 \text{ пф}$, то емкость Земли равна:

$C = 637,8 \cdot 10^6 \cdot 1,11 = 707,95 \cdot 10^6 \text{ пф} = 708 \text{ мкф}$. (Емкость шара, равного по величине нашей планете, сравнительно невелика. Такую емкость имеют небольшие по размерам электролитические конденсаторы.)

2. Определить емкость конденсатора, состоящего из двух пластин, каждая из которых имеет площадь $S = 120 \text{ см}^2$. Пластины разделены слоем воздуха толщиной $d = 0,5 \text{ см}$ (рис. 148).

$$C = \frac{S}{4\pi d} \cdot 1,11 = \frac{120 \cdot 1,11}{4\pi \cdot 0,5} = 21,20 \text{ пф}.$$

3. Определить емкость конденсатора с данными, указанными в предыдущем примере, если пространство между пластинами будет заполнено парафинированной бумагой с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$, стеклом ($\epsilon = 7$), электротехническим картоном ($\epsilon = 2$), слюдой ($\epsilon = 8$).

Конденсатор с парафинированной бумагой имеет емкость

$$C = \epsilon \frac{S \cdot 1,11}{4\pi d} = 4 \cdot 21,2 = 84,8 \text{ пф}.$$

Емкость конденсатора со стеклом

$$C = 7 \cdot 21,2 = 148,4 \text{ пф}.$$

Емкость конденсатора с картоном

$$C = 2 \cdot 21,2 = 42,3 \text{ пф}.$$

Емкость конденсатора со слюдой

$$C = 8 \cdot 21,2 = 169,6 \text{ пф}.$$

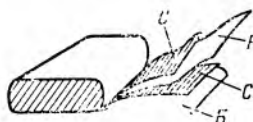


Рис. 150.

4. Какова емкость воздушного поворотного конденсатора для радиоприемника, состоящего из 20 пластин площадью 20 см^2 , если расстояние между пластинами $0,06 \text{ см}$ (рис. 149)?

$$C = (n - 1) \frac{S \cdot 1,11}{4\pi d} = (20 - 1) \frac{20 \cdot 1,11}{4\pi \cdot 0,06} = 559,44 \text{ пф}.$$

Конденсатор, изображенный на рис. 149, состоит из отдельных простейших конденсаторов с двумя обкладками, число которых равно $n - 1$.

5. Бумажный конденсатор емкостью $C = 2 \text{ мкф}$ состоит из двух полос станиоля C и двух полос диэлектрика из парафинированной бумаги B с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 6$. Толщина парафинированной бумаги $d = 0,1 \text{ мм}$. Сложенные полосы сворачиваются в рулон, от станиолевых обкладок делаются выводы. Определить длину станиолевой полосы конденсатора, если ее ширина 4 см (рис. 150).

Сначала определим площадь S одной полосы по формуле

$$C = \varepsilon \frac{S}{4\pi d} 1,11,$$

откуда

$$S = \frac{C \cdot 4\pi d}{\varepsilon \cdot 1,11} = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 0,01 \cdot 10^6}{6 \cdot 1,11};$$

$$S = \frac{2\,000\,000}{6 \cdot 1,11} \cdot 4\pi \cdot 0,01 = 37\,680 \text{ см}^2.$$

Длина каждой полосы

$$l = \frac{37\,680}{4} = 9\,420 \text{ см} = 94,2 \text{ м}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Какую емкость имеет конденсатор из десяти пластин площадью $S=20 \text{ см}^2$, если в качестве диэлектрика применена слюда ($\varepsilon=6$) толщиной $0,1 \text{ мм}$? (9567,77 пф.)

2. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

Понятия и формулы

Конденсаторы, так же как и сопротивления, можно соединять последовательно и параллельно. Сложные соединения всегда состоят из различных комбинаций последовательных и параллельных соединений.

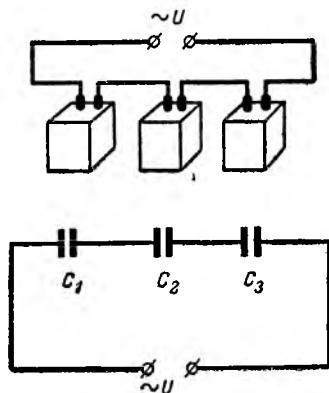


Рис. 151.

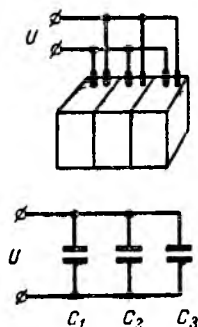


Рис. 152.

При последовательном соединении (рис. 151) напряжение, приложенное ко всей группе конденсаторов, распределяется по отдельным конденсаторам в зависимости от емкости последних. Заряд конденсаторов при этом меньше, чем в случае, когда общее напряжение прикладывается к отдельному конденсатору группы. Следовательно, общая емкость последовательно соединенных конденсаторов меньше, чем емкость любого отдельного конденсатора.

Результирующая емкость C последовательно соединенных конденсаторов подсчитывается по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

При параллельном соединении (рис. 152) емкости отдельных конденсаторов складываются:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \dots$$

Примеры

1. Рассчитать результирующую емкость группы конденсаторов емкостью $C_1=2$ мкф; $C_2=1$ мкф; $C_3=4$ мкф при последовательном и параллельном соединениях.

Результирующая емкость при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4};$$

$$C = \frac{4}{7} = 0,57 \text{ мкф.}$$

Результирующая емкость меньше самой маленькой емкости 1 мкф, которую присоединяем последовательно.

Результирующая емкость при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 1 + 4 = 7 \text{ мкф.}$$

2. Определить результирующую емкость группы конденсаторов емкостью $C_1=2$ мкф; $C_2=1$ мкф; $C_3=4$ мкф, соединенных последовательно-параллельно по схеме на рис. 153.

Результирующая емкость параллельно соединенных конденсаторов C_1 и C_2

$$C_{1-2} = C_1 + C_2 = 2 + 1 = 3 \text{ мкф.}$$

Емкости C_{1-2} и C_3 соединены последовательно:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{1-2}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12};$$

$$C = \frac{12}{7} = 1,71 \text{ мкф.}$$

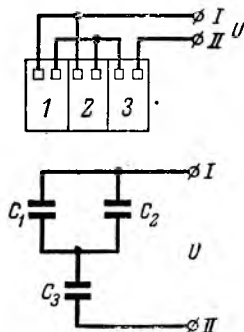


Рис. 153.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какова результирующая емкость группы конденсаторов емкостью $C_1=100$ нф; $C_2=300$ нф; $C_3=500$ нф; $C_4=1\,000$ нкф и $C_5=3\,000$ нф при последовательном и параллельном соединениях? (60 нф; 4 900 нф.)

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ ИЗОЛЯЦИИ

Понятия и формулы

При постепенном увеличении напряжения U между проводниками, разделенными диэлектриком (изоляцией), например пластинами конденсатора или проводящими жилами кабеля, увеличивается интенсивность (напряженность) электрического поля в диэлектрике. Напряженность электрического поля в диэлектрике увеличивается также при уменьшении расстояния между проводниками. При определенной напряженности поля в диэлектрике возникает пробой, образуется искра или дуга и в цепи появляется электрический ток. Напряженность электрического поля, при которой происходит пробой изоляции, называется электрической прочностью $E_{пр}$ изоляции. Электрическая прочность изоляции определяется как напряжение, приходящееся на 1 мм толщины изоляции, и измеряется в в/мм (кв/мм) или кв/см. Например, электрическая прочность воздуха между гладкими пластинами равна 32 кв/см.

Напряженность электрического поля в диэлектрике для случая, когда проводники имеют форму пластин или лент, разделенных равномерным промежутком (например, в бумажном конденсаторе), рассчитывается по формуле

$$E = \frac{U}{d},$$

где U — напряжение между проводниками, в (кв);
 d — толщина слоя диэлектрика, мм (см).

Примеры

1. Какова напряженность электрического поля в воздушном зазоре толщиной 3 см между пластинами, если напряжение между ними $U=100$ кв (рис. 154)?

Напряженность электрического поля равна:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100\,000}{3} = 33\,333 \text{ в/см.}$$

Такая напряженность превышает электрическую прочность воздуха (32 кв/см), и есть опасность возникновения пробоя.

Опасность пробоя при неизменном напряжении можно предотвратить увеличением зазора, например, до 5 см или применением другой более прочной изоляции вместо воздуха, например электрокартона (рис. 155).

Электрокартон имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon=2$ и электрическую прочность $80\,000$ в/см. В нашем случае напряженность электрического поля в изоляции равна $33\,333$ в. Эту напряженность воздух не выдерживает, в то время как электрокартон в этом случае имеет запас по электрической прочности $\frac{80\,000}{33\,333}=2,4$, так как электрическая прочность электрокартона в $\frac{80\,000}{32\,000}=2,5$ раза больше, чем воздуха.



Рис. 154.

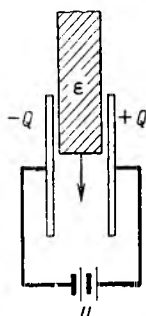


Рис. 155.

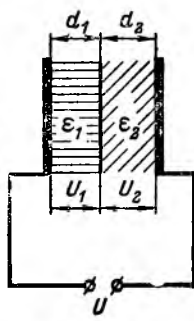


Рис. 156.

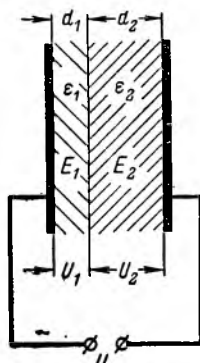


Рис. 157.

2. Какова напряженность электрического поля в диэлектрике конденсатора толщиной 3 мм, если конденсатор включен на напряжение $U=6$ кВ?

$$E = \frac{U}{d} = \frac{6\,000}{0,3} = 20\,000 \text{ в/см.}$$

3. Диэлектрик толщиной 2 мм пробило при напряжении 30 кВ. Какова была его электрическая прочность?

$$E = \frac{U}{d} = \frac{30\,000}{0,2} = 150\,000 \text{ в/см} = 150 \text{ кВ/см.}$$

Такой электрической прочностью обладает стекло.

4. Зазор между пластинами конденсатора заполнен слоями электрокартона и слоем слюды одинаковой толщины (рис. 156). Напряжение между пластинами конденсатора $U=10\,000$ в. Электрокартон имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon_1=2$, а слюда $\epsilon_2=8$. Как распределится напряжение U между слоями изоляции и какую напряженность будет иметь электрическое поле в отдельных слоях?

Напряжения U_1 и U_2 на одинаковых по толщине слоях диэлектриков не будут равны. Напряжение конденсатора разделится на напряжения U_1 и U_2 , которые будут обратно пропорциональны диэлектрическим проницаемостям:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1} = 4;$$

$$U_1 = 4U_2.$$

Так как

$$U = U_1 + U_2,$$

то имеем два уравнения с двумя неизвестными. Первое уравнение подставим во второе:

$$U = 4U_2 + U_2 = 5U_2.$$

Отсюда

$$10\,000 \text{ в} = 5U_2;$$

$$U_2 = 2\,000 \text{ в};$$

$$U_1 = 4U_2 = 8\,000 \text{ в}.$$

Хотя слои диэлектриков имеют одинаковую толщину, нагружены они неодинаково. Диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью менее нагружен ($U_2=2\,000 \text{ в}$), и наоборот ($U_1=8\,000 \text{ в}$).

Напряженность электрического поля E в слоях диэлектриков равна:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{8\,000}{0,2} = 40\,000 \text{ в/см};$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{2\,000}{0,2} = 10\,000 \text{ в/см}.$$

Неодинаковость диэлектрической проницаемости приводит к увеличению напряженности электрического поля. Если бы весь зазор был заполнен только одним диэлектриком, например слюдой или электрокартоном, напряженность электрического поля была бы меньше, так как она была бы распределена по всему зазору совершенно равномерно:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{U_1 + U_2}{d_1 + d_2} = \frac{10\,000}{0,4} = 25\,000 \text{ в/см}.$$

Поэтому необходимо избегать применения сложной изоляции с сильно различающимися диэлектрическими проницаемостями. По той же причине опасность возникновения пробоя увеличивается при образовании в изоляции воздушных пузырей.

5. Определить напряженность электрического поля в диэлектрике конденсатора из предыдущего примера, если толщина слоев диэлектриков неодинакова. Электрокартон имеет толщину $d_1=0,2 \text{ мм}$, а слюда $d_2=3,8 \text{ мм}$ (рис. 157).

Напряженность электрического поля распределится обратно пропорционально диэлектрическим проницаемостям:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{8}{2} = 4.$$

Так как

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{U_1}{0,2},$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_2}{3,8},$$

а

то

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{U_1}{0,2}}{\frac{U_2}{3,8}} = \frac{U_1 \cdot 3,8}{0,2 U_2} = 19 \frac{U_1}{U_2}.$$

Отсюда

$$\frac{E_1}{E_2} = 4 = 19 \frac{U_1}{U_2},$$

или

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{4}{19}.$$

Сумма напряжений U_1 и U_2 на слоях диэлектриков равна напряжению источника U :

$$U = U_1 + U_2;$$

$$10\,000 = U_1 + U_2.$$

Так как

$$U_1 = \frac{4}{19} U_2,$$

то

$$10\,000 = \frac{4}{19} U_2 + U_2 = \frac{23}{19} U_2;$$

$$U_2 = \frac{190\,000}{23} = 8\,260 \text{ в};$$

$$U_1 = U - U_2 = 1\,740 \text{ в}.$$

Напряженность электрического поля в слюде

$$E_2 = \frac{8\,260}{3,8} \approx 2\,174 \text{ в/см}.$$

Слюда обладает электрической прочностью $80\,000 \text{ в/мм}$ и выдержит такую напряженность.

Напряженность электрического поля в электрокартоне

$$E_1 = \frac{1\,740}{0,2} = 8\,700 \text{ в/мм}.$$

Электрокартон не выдержит такой напряженности, так как его электрическая прочность равна всего $8\,000 \text{ в/мм}$.

6. К двум металлическим пластинам, находящимся друг от друга на расстоянии 2 см , подключено напряжение $60\,000 \text{ в}$. Определить напряженность электрического поля в воздушном зазоре, а также напряженность электрического поля в воздухе и стекле, если в зазор введена стеклянная пластина толщиной 1 см (рис. 158).

Если между пластинами находится только воздух, напряженность электрического поля в нем равна:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{60\,000}{2} = 30\,000 \text{ в/см.}$$

Напряженность поля близка к электрической прочности воздуха. Если в зазор ввести стеклянную пластину толщиной 1 см (диэлектрическая проницаемость стекла $\epsilon_2=7$), то

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{U_1}{1} = U_1;$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_2}{1} = U_2;$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{7}{1} = \frac{U_1}{U_2},$$

$$U_1 = 7U_2,$$

$$U_1 = 60\,000 - U_2;$$

$$8U_2 = 60\,000;$$

$$U_2 = 7\,500 \text{ в;}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = 7\,500 \text{ в/см.}$$

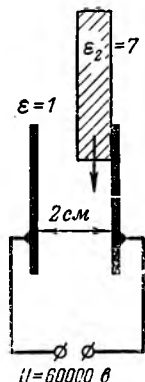


Рис. 158.

Напряженность электрического поля в стекле $E_2=7,5 \text{ кВ/см.}$, а его электрическая прочность 150 кВ/см.

В этом случае стекло имеет 20-кратный запас прочности. Для воздушной прослойки имеем:

$$U_1 = 60\,000 - 7\,500 = 52\,500 \text{ в;}$$

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = 52\,500 \text{ в/см.}$$

Напряженность электрического поля в воздушной прослойке в этом случае больше, чем в первом, без стекла. После внесения стекла вся комбинация имеет меньшую прочность, чем один воздух.

Опасность пробоя возникает и тогда, когда толщина стеклянной пластины равна зазору между проводящими пластинами, т. е. 2 см, так как в зазоре неизбежно останутся тонкие промежутки воздуха, которые будут пробиты. Электрическую прочность промежутка между проводниками, находящимися под высоким напряжением, следует усиливать материалами, имеющими малую диэлектрическую проницаемость и большую электрическую прочность, например, электрокартоном с $\epsilon=2$. Следует избегать комбинаций из материалов с большой диэлектрической проницаемостью (стекло, фарфор) и воздуха, который следует заменять маслом.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какова напряженность электрического поля в диэлектрике конденсатора толщиной 5 мм при напряжении на конденсаторе $U=6\,000 \text{ в?}$ (12 кВ/см.)

2. Диэлектрик толщиной 25 мм был пробит при напряжении 75 000 в. Какова была его электрическая прочность? (300 кВ/см.)

РАСЧЕТЫ В ОБЛАСТИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Глава седьмая ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. НАМАГНИЧИВАЮЩАЯ СИЛА

Понятия и формулы

Вокруг проводника или катушки с электрическим током всегда возникает магнитное поле. Магнитное поле постоянного магнита вызывается движением электронов по их орбитам в атоме.

Магнитное поле характеризуется напряженностью. Напряженность H магнитного поля аналогична механической силе. Она является векторной величиной, т. е. имеет величину и направление.

Магнитное поле, т. е. пространство вокруг магнита, можно представить заполненным магнитными линиями, которые принято считать выходящими из северного полюса магнита и входящими в южный (рис. 159). Касательные к магнитной линии показывают направление напряженности магнитного поля.

Напряженность магнитного поля больше там, где магнитные линии гуще (на полюсах магнита или внутри катушки с током).

Магнитное поле около проводника (или внутри катушки) тем больше, чем больше ток I и число витков w катушки.

Напряженность магнитного поля H в любой точке пространства тем больше, чем больше произведение Iw и чем меньше длина магнитной линии:

$$H = \frac{Iw}{l}.$$

Из уравнения следует, что единицей измерения напряженности магнитного поля в системе МКСа является *ампер на метр* (а/м).

Для каждой магнитной линии в данном однородном поле произведения $H_1 l_1 = H_2 l_2 = \dots = Hl = Iw$ равны (рис. 159).

Произведение Hl в магнитных цепях аналогично напряжению в электрических цепях и называется магнитным напряжением, а взятое по всей длине линии магнитной индукции называется намагничивающей силой (н. с.) F_m :

$$F_m = Hl = Iw.$$

Намагничивающая сила F_m измеряется в амперах, но в технической практике вместо названия *ампер* применяется название *ампер-витков*, чем подчеркивается то, что F_m пропорциональна току и числу витков.

Для цилиндрической катушки без сердечника, длина которой значительно больше ее диаметра ($l \gg d$), магнитное поле внутри катушки можно считать однородным, т. е. имеющим одинаковую напряженность магнитного поля H во всем внутреннем пространстве катушки (рис. 159). Так как магнитное поле вне такой катушки гораздо слабее, чем внутри нее, то внешним магнитным полем можно пренебречь и при расчете считать, что н. с. катушки равна произведению напряженности поля внутри катушки на длину катушки.

Полярность магнитного поля провода и катушки с током определяется правилом буравчика. Если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока, то направление вращения рукоятки буравчика укажет направление магнитных линий.

Примеры

1. Через катушку, имеющую 2 000 витков, протекает ток 3 а. Чему равна н. с. катушки?

$$F_m = Iw = 3 \cdot 2\,000 = 6\,000 \text{ а.}$$

Намагничивающая сила катушки равна 6 000 ампер-виткам.

2. Катушка, имеющая 2 500 витков, должна иметь н. с. 10 000 а. Какой ток должен через нее протекать?

$$I = \frac{F_m}{w} = \frac{Iw}{w} = \frac{10\,000}{2\,500} = 4 \text{ а.}$$

3. По катушке протекает ток $I = 2 \text{ а}$. Сколько витков должно быть в катушке для обеспечения н. с. 8 000 а?

$$w = \frac{F_m}{I} = \frac{Iw}{I} = \frac{8\,000}{2} = 4\,000 \text{ витков.}$$

4. Внутри катушки длиной 10 см, имеющей 100 витков, необходимо обеспечить напряженность магнитного поля $H = 4\,000 \text{ а/м}$. Какой ток должен протекать по катушке?

Намагничивающая сила катушки

$$F_m = Hl = Iw.$$

Отсюда $4\,000 \text{ а/м} \cdot 0,1 \text{ м} = I \cdot 100$;

$$I = \frac{400}{100} = 4 \text{ а.}$$

5. Диаметр катушки (соленоида) $D=20$ мм, а ее длина $l=10$ см. Катушка намотана из медного провода диаметром $d=0,4$ мм.

Какова напряженность магнитного поля внутри катушки, если она включена на напряжение 4,5 в?

Число витков без учета толщины изоляции

$$w = l:d = 100:0,4 = 250 \text{ витков.}$$

Длина витка $\pi d = 3,14 \cdot 0,004 \text{ м} = 0,01256 \text{ м}$.

Длина провода катушки $l_1 = 250 \cdot 0,01256 \text{ м} = 3,14 \text{ м}$.

Активное сопротивление катушки

$$r = \rho \frac{l_1}{S} = 0,0175 \cdot \frac{4 \cdot 3,14}{3,14 \cdot 0,16} = 2,2 \text{ ом.}$$

$$\text{Ток } I = \frac{U}{r} = \frac{4,5}{2,2} = 2,045 \text{ а} \approx 2 \text{ а.}$$

Напряженность магнитного поля внутри катушки

$$H = \frac{Iw}{l} = \frac{2 \cdot 250}{0,1} = 5000 \text{ а/м.}$$

6. Определить напряженность магнитного поля на расстоянии l , 2, 5 см от прямого провода, по которому протекает ток $I=100$ а. Воспользуемся формулой

$$Hl = Iw.$$

Для прямого провода

$$w = 1 \text{ и } l = 2\pi r,$$

откуда

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

$$H_1 = \frac{100}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,01} = 1590 \text{ а/м;}$$

$$H_2 = 795 \text{ а/м;}$$

$$H_3 = 318 \text{ а/м.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Какой ток должен протекать по катушке с числом витков $w=800$, чтобы ее н. с. была $F_m=4000$ ампер-витков? (5 а.)

2. Какова напряженность магнитного поля в воздушном зазоре магнитопровода, равном $l=8$ мм, если н. с. катушки $F_m=Iw=4000$ а (магнитным сопротивлением стали пренебрегаем)? ($H=500000$ а/м.)

2. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ И МАГНИТНЫЙ ПОТОК

Понятия и формулы

Напряженность магнитного поля H в катушке без ферромагнитного сердечника пропорциональна количеству магнитных линий в единице сечения, перпендикулярного направлению линий, т.е. магнитной индукции. Чем больше плотность магнитных линий, тем больше напряженность магнитного поля.

Если вложить в катушку ферромагнитный сердечник, то в нем при этом же токе катушки, а следовательно, той же напряженности будет больше магнитных силовых линий, чем в воздушной катушке (рис. 160). Таким образом, индукция в катушке с ферромагнитным сердечником больше, чем в катушке без сердечника.

Единицей измерения магнитной индукции в системе МКСА является тесла (тл). Однако эта единица еще не нашла широкого применения. Гораздо чаще применяется другая единица измерения магнитной индукции — гаусс (гс). Эти единицы связаны следующим соотношением: $1 \text{ тл} = 10\,000 \text{ гс}$.

Произведение магнитной индукции B на площадь S , перпендикулярную вектору магнитной индукции, называется магнитным потоком Φ . Таким образом, магнитный поток

$$\Phi = BS.$$

Единицей измерения магнитного потока в системе МКСА является вебер (вб). Другой единицей измерения магнитного поля является максвелл, причем $1 \text{ вб} = 10^8 \text{ макс}$.

Одинаковая по величине напряженность магнитного поля H вызывает в разных материалах различную по величине магнитную индукцию B . Отношение B/H называется магнитной проницаемостью материала μ .

Магнитная проницаемость материала μ равна произведению магнитной проницаемости вакуума μ_0 и относительной магнитной проницаемости материала μ_r :

$$\mu = \mu_0 \mu_r.$$

Магнитная проницаемость вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$ (генри на метр). Величина μ_r показывает, во сколько раз μ материала больше, чем μ_0 вакуума.

Напряженность магнитного поля H вызовет в материале, магнитная проницаемость которого равна μ_r , магнитную индукцию

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H,$$

а в вакууме (приблизительно, как в воздухе)

$$B = \mu_0 H = 4\pi \cdot 10^{-7} H,$$

где B выражается в тесла, а H в а/м.

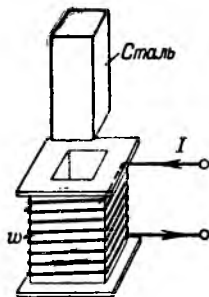


Рис. 160.

Ввиду того что магнитную индукцию часто еще измеряют в гауссах, а напряженность магнитного поля в а/см , выражение для магнитного поля в воздухе может иметь следующий вид:

$$B = 0,4 \pi H \approx 1,25 H,$$

где B выражается в гауссах, а H в а/см .

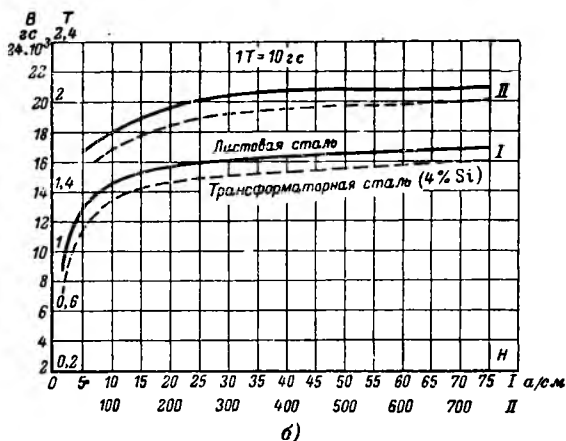
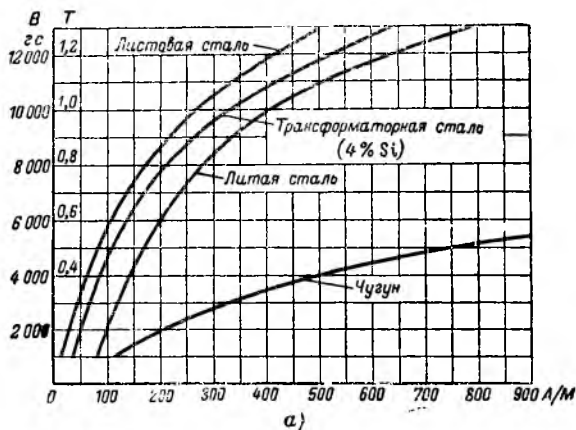


Рис. 161.

Для ферромагнитных материалов относительная магнитная проницаемость μ_r во много раз больше 1, причем она изменяется с изменением индукции B . Следовательно, зависимость между B и H для ферромагнитных материалов нельзя выразить с помощью уравнений. Она изображается графически с помощью кривой намагничивания (рис. 161).

Величина	Обозначение	Единица измерения	Обозначение единицы измерения	Формула расчета
Напряженность магнитного поля (плотность силовых линий)	H	Ампер на метр	(a/m)	$H = \frac{Iw}{l}$
Намагничивающая сила (магнитное напряжение)	F_m	Ампер	a	$F_m = HI$ $F_m = Iw$
Магнитная индукция	B	Тесла (вольт-секунда на 1 м ²) (вебер на 1 м ²)	$тл$ (в.сек/м ²) (вб/м ²)	$B = \mu H$
		Гаусс	$гс$	
Магнитный поток	Φ	Вебер	$вб$	$\Phi = BS$
		Максвелл	$макс$	
Магнитная проницаемость	μ	—	$гн/м$	$\mu = \mu_0 \mu_r$ $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$
Магнитная индукция: а) в ферромагнитном материале б) в вакууме (воздухе)	B	Тесла	$тл$	$B = \mu_0 \mu_r H$ $B = \mu_0 H$
Напряженность магнитного поля: а) в ферромагнитном материале б) в вакууме (воздухе)	H	Ампер на метр	a/m	$H = B : \mu_0 \mu_r$ $H \approx 8 \cdot 10^5 B$

В практических задачах (магнитные цепи электрических машин и аппаратов) для расчета силы тяги, э. д. с., силы притяжения и т. п. требуется знать величину магнитного потока Φ или индукцию B . Эти величины определяют по кривой намагничивания, если известна напряженность магнитного поля H , которая в свою очередь задается магнитным напряжением (ампер-витками) $I\omega = Hl$.

Примеры

1. Напряженность магнитного поля в катушке $H=500$ а/м. Какова будет магнитная индукция, если в катушку введем сердечник из трансформаторной стали, относительная магнитная проницаемость которой $\mu_r=2400$ (рис. 160)?

а) В абсолютной системе единиц:

магнитная индукция в катушке без сердечника

$$B_0 = 0,4 \pi H \approx 1,25 H = 1,25 \cdot 5 \text{ а/см} = 6,25 \text{ гс};$$

индукция в сердечнике из трансформаторной стали

$$B_c = \mu_r B_0 = 2400 \cdot 6,25 = 15000 \text{ гс}.$$

б) В системе единиц МКСА:

$$B_0 = \mu_0 H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 = 0,000625 \text{ тл};$$

$$B_c = \mu H = \mu_0 \mu_r H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2400 \cdot 500 = 1,5 \text{ тл}.$$

2. Каков будет магнитный поток Φ в предшествующем примере, если сечение сердечника $S=4 \text{ см}^2$ (рис. 160)?

а) В абсолютной системе единиц

$$\Phi = BS = \mu HS = 2400 \cdot 6,25 \cdot 4 = 60000 \text{ макс.}$$

б) В системе МКСА

$$\Phi = BS = 1,5 \text{ тл} \cdot 0,0004 \text{ м}^2 = 0,0006 \text{ вб}.$$

3. Число витков катушки $\omega=500$, а ее длина 25 см . В сердечнике из трансформаторной стали необходимо обеспечить индукцию $B=12000 \text{ гс}=1,2 \text{ тл}$. Какие магнитное напряжение и ток для этого необходимы (рис. 160)?

По кривой намагничивания трансформаторной стали (рис. 161) определим для индукции $B=12000 \text{ гс}=1,2 \text{ тл}$ необходимую напряженность магнитного поля $H=5 \text{ а/см}=500 \text{ а/м}$.

Так как катушка (сердечник) имеет длину $l=25 \text{ см}=0,25 \text{ м}$, то требуемое магнитное напряжение равно:

$$I\omega = Hl = 5 \text{ а/см} \cdot 25 \text{ см} = 5000 \text{ а/м} \cdot 0,25 \text{ м} = 125 \text{ а}.$$

Отсюда

$$I = \frac{I\omega}{\omega} = \frac{125}{500} = 0,25 \text{ а}.$$

4. По прямому проводу протекает ток $I=100 \text{ а}$. Каковы будут напряженность магнитного поля и индукция в воздухе на расстоянии 10 см от провода (рис. 162)?

$$I\omega = Hl;$$

$$I \cdot l = H \cdot 2\pi r;$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{100}{2 \cdot 3,14 \cdot 10} = 1,59 \text{ а/см} = 159 \text{ а/м};$$

$$B = 0,4 \pi H \approx 1,25 H \approx 2 \text{ гс} = 0,0002 \text{ тл}.$$

5. Какой магнитный поток возникает в кольце из литой стали, сквозь которое проходит провод с током $I = 151,7 \text{ а}$? Кольцо имеет прямоугольное сечение $S = 2 \times 4 \text{ см}^2$ и диаметр 8 см (рис. 163).

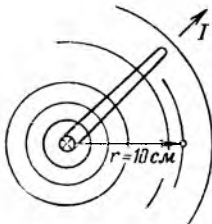


Рис. 162.



Рис. 163.

Для упрощения считаем, что все силовые линии имеют одинаковую длину, равную длине средней силовой линии. Средний радиус кольца

$$r_{\text{ср}} = \frac{8 - 2}{2} = 3 \text{ см}.$$

Напряженность магнитного поля в кольце

$$H = \frac{I}{2\pi r_{\text{ср}}} = \frac{151,7}{6,28 \cdot 3} = 8,05 \text{ а/см} = 805 \text{ а/м}.$$

По кривой намагничивания для литой стали (рис. 161) определим индукцию при этой напряженности:

$$B = 13\,000 \text{ гс} = 1,3 \text{ тл}.$$

Общий магнитный поток в кольце, созданный током провода, будет равен:

$$\Phi = BS = 13\,000 \cdot 2 \cdot 4 = 104\,000 \text{ макс} = 0,00104 \text{ вб}.$$

6. Определить полярность электромагнита, изображенного на рис. 164.

Так как ток протекает от положительного зажима к отрицательному, то, пользуясь правилом буравчика, находим, что северный полюс находится слева.

7. Как подключить зажимы батареи 3 и 4 к зажимам 1 и 2 катушки электромагнита, чтобы полярность электромагнита соответствовала рис. 165?

Для получения полярности, показанной на рис. 165, необходимо, чтобы ток протекал от зажима 2 к зажиму 1 (по правилу бурав-

чика), поэтому зажим 2 соединяется с зажимом 3, а зажим 1 с зажимом 4.

8. Как соединить между собой катушки подковообразного электромагнита и как подключить его к батарее, чтобы полярность соответствовала рис. 166?

Ход решения аналогичен решению примера 7. Соединяются зажимы 1 и 3, 4 и 6, 5 и 2. Возможно и другое решение, когда соединяются зажимы 1 и 6, 5 и 3, 4 и 2.

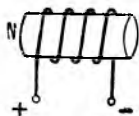


Рис. 164.

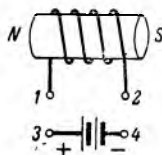


Рис. 165.

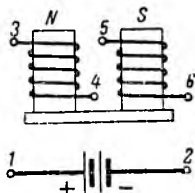


Рис. 166.

9. Обмотка дросселя разделена на две части. Соединить обе части обмотки так, чтобы их магнитные потоки были направлены согласно (рис. 167).

Для правильного соединения частей обмоток не обязательно пользоваться правилом буравчика. Необходимо лишь проследить, чтобы после соединения они оказались намотанными в обратных направлениях. Для этого нужно соединить зажимы 2 и 3 или 1 и 4.

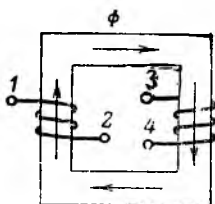


Рис. 167.

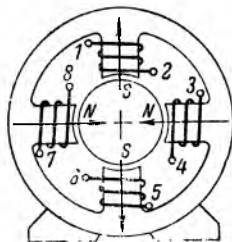


Рис. 168.

Если соединить зажимы 2 и 4, то магнитный поток не возникнет, так как н.с. частей обмоток будут действовать навстречу друг другу.

10. Магнитная система четырехполюсной машины постоянного тока имеет четыре полюса, полярность которых чередуется. Соединить катушки так, чтобы полярность соответствовала рис. 168.

Направление магнитных потоков обозначено стрелками. Чтобы обеспечить такую полярность, ток должен протекать от зажимов 1, 4, 5, 8 к зажимам 2, 3, 6, 7. Для этого можно, например, соединить зажимы 2 и 4, 3 и 5, 6 и 8 и подключить зажим 1 к положительному контакту источника постоянного тока, а зажим 7 — к отрицательному.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из кривой намагничивания трансформаторной стали (см. рис. 161) следует, что для обеспечения магнитной индукции $B=1,1$ тл требуется напряженность $H=400$ а/м. Рассчитать магнитную проницаемость стали при этой напряженности ($\mu_r=B:\mu_0H=1,1:4\pi\times 10^{-7}\cdot 400=2190$).

2. Какую н.с. должна создавать катушка, чтобы в сердечнике из литой стали длиной 30 см возникла индукция $B=1,2$ тл ($H=600$ а/м по кривой намагничивания на рис. 161; $F_m=I\omega=Hl=600\cdot 0,3=180$ ампер-витков).

3. МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

Понятия и формулы

В электрических машинах и аппаратах магнитный поток Φ сосредоточивается в магнитопроводе (ферромагнитном сердечнике) и воздушных зазорах этого магнитопровода. Этот путь магнитного потока называется магнитной цепью.

Магнитная цепь подобна электрической цепи. Магнитный поток Φ напоминает электрический ток I , индукция B напоминает плотность тока, намагничивающая сила (н.с.) F_m ($Hl=I\omega$) соответствует э. д. с.

В простейшем случае магнитная цепь имеет везде одинаковое сечение и выполнена из однородного магнитного материала. Для определения н.с. $I\omega$, необходимой для обеспечения требуемой индукции B , по кривой намагничивания определяют соответствующую напряженность H и умножают ее на среднюю длину магнитной силовой линии l :

$$Hl = I\omega = F_m.$$

Отсюда определяют требуемый ток I или число витков ω катушки.

Сложная магнитная цепь обычно имеет участки с разными сечениями и магнитными материалами. Эти участки обычно соединены последовательно, поэтому по каждому из них проходит одинаковый магнитный поток Φ . Индукция B на каждом участке зависит от сечения участка и рассчитывается для каждого участка в отдельности по формуле $B=\Phi:S$.

Для разных значений индукции по кривой намагничивания определяют напряженность H и умножают ее на среднюю длину силовой линии соответствующего участка цепи. Суммируя отдельные произведения, получают полную н.с. магнитной цепи:

$$F_m = I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + \dots,$$

по которой определяют намагничивающий ток или число витков катушки.

Примеры

1. Каким должен быть намагничивающий ток I катушки, имеющей 200 витков, чтобы ее н.с. создала в чугунном кольце магнитный поток $\Phi=15700$ мкс=0,000157 вб? Средний радиус чугунного кольца $r=5$ см, а диаметр его сечения $d=2$ см (рис. 169).

Сечение магнитной цепи

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 3,14 \text{ см}^2.$$

Индукция в сердечнике равна:

$$B = \Phi : S = 15\,700 : 3,14 = 5\,000 \text{ гс}.$$

В системе МКСА индукция равна:

$$B = 0,000157 \text{ вб} : 0,000314 \text{ м}^2 = 0,5 \text{ тл}.$$

По кривой намагничивания чугуна (рис. 161, а) находим для $B = 5\,000 \text{ гс} = 0,5 \text{ тл}$ требуемую напряженность H , равную 750 а/м .

Намагничивающая сила равна:

$$Iw = Hl = 235,5 \text{ аВ}.$$

Отсюда требуемый ток

$$I = \frac{Hl}{w} = \frac{235,5}{200} = 1,17 \text{ а}.$$

2. Замкнутая магнитная цепь (рис. 170) выполнена из пластин трансформаторной стали. Сколько витков должна иметь катушка

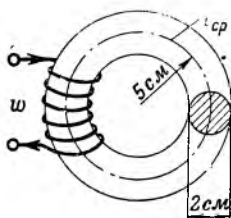


Рис. 169.

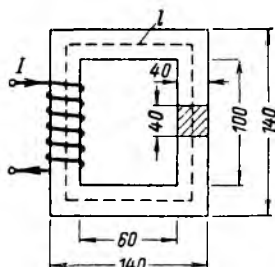


Рис. 170.

с током $0,5 \text{ а}$, чтобы создать в сердечнике магнитный поток $\Phi = 160\,000 \text{ мкс} = 0,0016 \text{ вб}$?

Сечение сердечника

$$S = 4 \cdot 4 = 16 \text{ см}^2 = 0,0016 \text{ м}^2.$$

Индукция в сердечнике

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{160\,000}{16} = 10\,000 \text{ гс} = 1 \text{ тл}.$$

По кривой намагничивания трансформаторной стали (рис. 161) находим для $B = 10\,000 \text{ гс} = 1 \text{ тл}$ напряженность

$$H = 3,25 \text{ а/см} = 325 \text{ а/м}.$$

Средняя длина магнитной силовой линии

$$l = 2(60 + 40) + 2(100 + 40) = 480 = 0,48 \text{ м}.$$

Намагничивающая сила

$$F_M = Iw = Hl = 3,25 \cdot 48 = 315 \cdot 0,48 = 156 \text{ ав.}$$

При токе 0,5а число витков

$$w = \frac{156}{0,5} = 312.$$

3. Магнитная цепь, изображенная на рис. 171, аналогична магнитной цепи предыдущего примера, за исключением того, что она имеет воздушный зазор $\delta = 5 \text{ мм}$. Какими должны быть н.с. и ток катушки, чтобы магнитный поток был таким же, как и в предыдущем примере, т. е. $\Phi = 160\,000 \text{ макс} = 0,0016 \text{ вб?}$

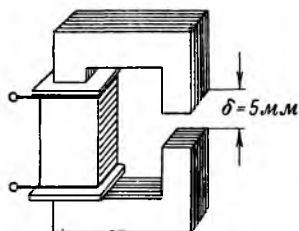


Рис. 171.

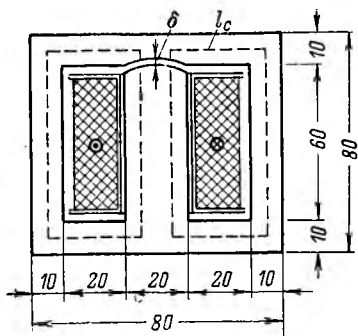


Рис. 172.

Магнитная цепь имеет два последовательно соединенных участка, сечение которых такое же, как и в предшествующем примере, т. е. $S = 16 \text{ см}^2$. Индукция также равна $B = 10\,000 \text{ гс} = 1 \text{ тл}$.

Средняя длина магнитной линии в стали немного меньше:

$$l_c = 48 - 0,5 = 47,5 \text{ см} \approx 0,48 \text{ м.}$$

Магнитное напряжение на этом участке магнитной цепи

$$H_c l_c = 3,25 \cdot 48 \approx 156 \text{ ав.}$$

Напряженность поля в воздушном зазоре равна:

$$H_\delta = 0,8 B = 0,8 \cdot 10\,000 = 8\,000 \text{ а/см.}$$

Магнитное напряжение на участке воздушного зазора

$$H_\delta \delta = 8\,000 \cdot 0,5 = 4\,000 \text{ ав.}$$

Полная н.с. равна сумме магнитных напряжений на отдельных участках:

$$Iw = H_c l_c + H_\delta \delta = 156 + 4\,000 = 4\,156 \text{ ав.}$$

$$I = \frac{Iw}{w} = \frac{4\,156}{312} = 13,3 \text{ а.}$$

Если в предыдущем примере необходимый магнитный поток обеспечивался током 0,5 а, то для магнитной цепи с воздушным за-

зором 0,5 см требуется ток 13 а, чтобы получить тот же магнитный поток. Отсюда видно, что воздушный зазор, даже незначительный по отношению к длине магнитопровода, сильно увеличивает необходимые н.с. и ток катушки.

4. Расчетom найдено, что магнитный поток трансформатора $\Phi = 72\,000$ мкс. Требуется рассчитать н.с. и намагничивающий ток первичной обмотки, имеющей 800 витков. В сердечнике трансформатора имеется зазор $\delta = 0,2$ мм.

Размеры сердечника трансформатора показаны на рис. 172. Сечение сердечника $S = 2 \cdot 3 = 6$ см² (трансформаторы с сердечниками такой формы называются броневыми).

Индукция в сердечнике и воздушном зазоре

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{72\,000}{6} = 12\,000 \text{ гс.}$$

По кривой намагничивания трансформаторной стали (см. рис. 161) для $B = 12\,000$ гс определяем напряженность:

$$H_c = 5 \text{ а/см.}$$

Средняя длина магнитной линии в стали

$$l_c = 2(6 + 3) = 18 \text{ см.}$$

Напряженность в воздушном зазоре

$$H_\delta = 0,8 B = 9\,600 \text{ а/см.}$$

Намагничивающая сила

$$I\omega = H_c l_c + H_\delta \delta = 5 \cdot 18 + 9\,600 \cdot 0,02 = 90 + 192 = 282 \text{ ас;}$$

$$I = \frac{I\omega}{\omega} = \frac{282}{800} = 0,35 \text{ а.}$$

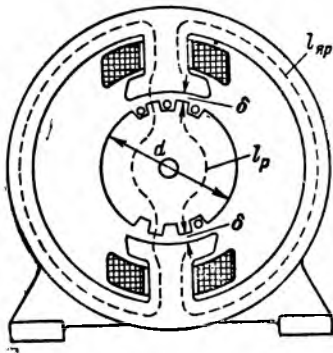


Рис. 173.

В бронеом сердечнике магнитный поток разветвляется на две части, замыкающиеся по боковым стержням, сечение которых равно $S/2$, а средняя длина магнитной линии l_c . В результате магнитная цепь полностью аналогична магнитной цепи обычного трансформатора с общим сердечником сечением S и длиной силовой линии l_c .

5. Магнитный поток машины постоянного тока $\Phi = 1\,280\,000$ мкс. Магнитная цепь содержит прямо из литой стали со средней длиной магнитной линии $l_\pi = 80$ см, ротор, набранный из пластин электротехнической стали со средней длиной силовой линии $l_p = 18$ см, и два воздушных зазора δ по 0,2 см. Сечение яра и полюса $S_\pi = 8 \cdot 20$ см²; сечение ротора и полюсного наконечника $S_p = 12 \cdot 20$ см². Рассчитать н.с. и число витков полюсной катушки, если максимальный ток намагничивания (возбуждения) в ней равен 1 а (рис. 173).

Индукция в ярме и полюсе

$$B_{\text{я}} = \frac{\Phi}{S_{\text{я}}} = \frac{1\,280\,000}{160} = 8\,000 \text{ гс}.$$

Напряженность в ярме и полюсе согласно кривой намагничивания литой стали (см. рис. 161) при $B_{\text{я}}=8\,000 \text{ гс}$ равна:

$$H_{\text{я}} = 2,8 \text{ а/см}.$$

Намагничивающая сила на участке ярма

$$H_{\text{я}} l_{\text{я}} = 2,8 \cdot 80 = 224 \text{ аэ}.$$

Индукция в роторе, полюсном наконечнике и воздушном зазоре

$$B_{\text{р}} = \frac{\Phi}{S_{\text{р}}} = \frac{1\,280\,000}{240} = 5\,333 \text{ гс}.$$

Напряженность в роторе из стальных пластин при $B_{\text{р}}=5\,333 \text{ гс}$

$$H_{\text{р}} = 0,9 \text{ а/см},$$

а магнитное напряжение на участке ротора

$$H_{\text{р}} l_{\text{р}} = 0,9 \cdot 18 = 16,2 \text{ аэ}.$$

Напряженность в воздушном зазоре

$$H_{\delta} = 0,8 B_{\delta} = 0,8 \cdot 5\,333 = 4266,4 \text{ а/см}.$$

Магнитное напряжение на участке воздушного зазора

$$H_{\delta} \cdot 2\delta = 4266,4 \cdot 2 \cdot 0,2 = 1706,56 \text{ а}.$$

Полная н.с. равна сумме магнитных напряжений на отдельных участках:

$$I\omega = H_{\text{я}} l_{\text{я}} + H_{\text{р}} l_{\text{р}} + H_{\delta} \cdot 2\delta;$$

$$\{ I\omega = 224 + 16,2 + 1706,56 = 1946,76 \text{ аэ}.$$

Число витков в обеих полюсных катушках

$$\omega = \frac{I\omega}{I} = \frac{1946,76}{1} \approx 2\,000.$$

4. СИЛА ТЯГИ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ

Понятия и формулы

Сила, с которой электромагнит притягивает ферромагнитные материалы, зависит от магнитного потока Φ или, что то же самое, от индукции B и площади сечения электромагнита S .

Сила тяги электромагнита определяется по формуле

$$F = 40\,550 B^2 S,$$

где F — сила тяги электромагнита, кг*;

B — индукция, тл;

S — площадь сечения электромагнита, м².

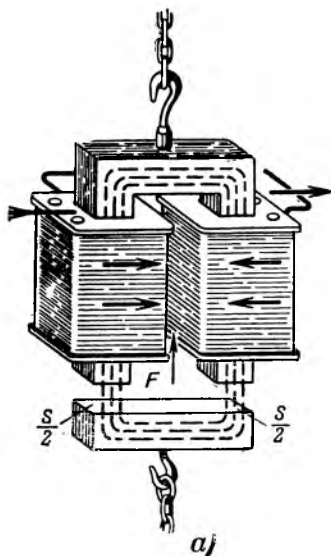
* Сила измеряется также в ньютонах, 1 кг=9,81 н, или 1 н=0,102 кг.

Примеры

1. Электромагнит крана представляет собой магнитную цепь (рис. 174). Какую подъемную силу имеет подковообразный электромагнит крана, если магнитная индукция $B=1$ тл, а площадь сечения каждого полюса электромагнита $S=0,02$ м² (рис. 174, б)? Влиянием зазора между электромагнитом и якорем пренебречь.

$$F = 40\,550 B^2 S;$$

$$\{ F = 40\,550 \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 0,02 = 1\,622 \text{ кГ.}$$



2. Круглый электромагнит из литой стали имеет размеры, указанные на рис. 175, а и б. Подъемная сила электромагнита равна 3 Т. Определить площадь сечения сердечника электромагнита, н. с. и число витков катушки при намагничивающем токе $I=0,5$ а.

Магнитный поток проходит по круглому внутреннему сердечнику

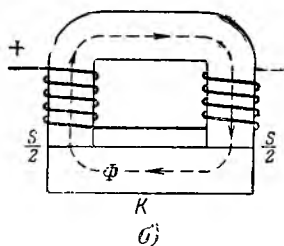


Рис. 174.

ку и возвращается по цилиндрическому кожуху. Площади сечений сердечника S_c и кожуха S_k приблизительно одинаковы, поэтому и величины индукции в сердечнике и кожухе практически одинаковы:

$$S_c = \frac{\pi \cdot 40^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1\,600}{4} = 1\,256 \text{ см}^2 = 0,1256 \text{ м}^2,$$

$$S_k = \frac{(72^2 - 60^2) \pi}{4} = \frac{3,14}{4} (5\,184 - 3\,600) = 1\,243,5 \text{ см}^2 = 0,12435 \text{ м}^2;$$

$$S = S_c + S_k = 0,24995 \text{ м}^2 \approx 0,25 \text{ м}^2.$$

Необходимую индукцию в электромагните определим по формуле

$$F = 40\,550 B^2 S,$$

откуда

$$B = \sqrt{\frac{F}{40\,550 S}} = \sqrt{\frac{3\,000}{40\,550 \cdot 0,25}} = 0,5475 \text{ тл.}$$

Напряженность при этой индукции находится по кривой намагничивания литей стали:

$$H = 180 \text{ а/м.}$$

Средняя длина силовой линии (рис. 175, б)

$$l_{\text{ср}} = 2(20 + 23) = 86 \text{ см} = 0,86 \text{ м.}$$

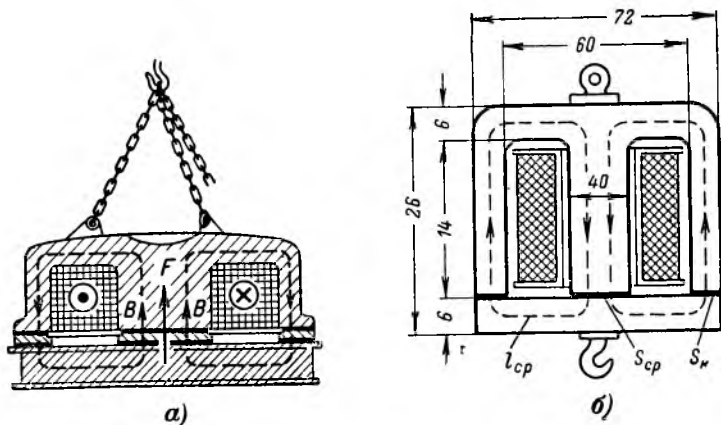


Рис. 175.

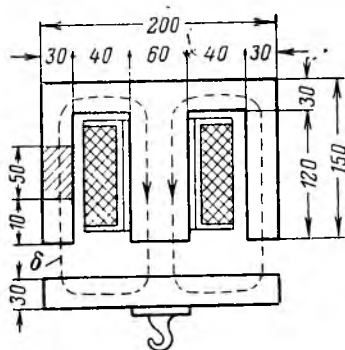


Рис. 176.

Размеры электромагнита указаны на рис. 176. Какой груз поднимает электромагнит на расстоянии 1 см от якоря и какой груз он может удерживать после притяжения?

Большая часть н. с. Iw тратится на проведение магнитного потока через воздушный зазор:

$$Iw \approx H_{\delta} \cdot 2\delta.$$

Намагничивающая сила

$$Iw = Hl_{\text{ср}} = 180 \cdot 0,86 = 154,8 \text{ аа;}$$

$$I = \frac{Iw}{l} = \frac{154,8}{0,5} = 310 \text{ а.}$$

В действительности н. с., т. е. ток и число витков, должна быть во много раз больше, так как между электромагнитом и якорем неизбежен воздушный зазор, который сильно увеличивает магнитное сопротивление магнитной цепи. Поэтому при расчете электромагнитов необходимо учитывать воздушный зазор.

3. Катушка электромагнита для крана имеет 1350 витков, по ней течет ток $I=12 \text{ а}$. Размеры

Намагничивающая сила

$$I\omega = 12 \cdot 1350 = 16200 \text{ а.}$$

Так как $H\delta = 8 \cdot 10^5 \text{ В}$,

то

$$H_{\delta} \cdot 2\delta = 8 \cdot 10^5 \text{ В} \cdot 0,02.$$

Отсюда

$$16200 = 8 \cdot 10^5 \text{ В} \cdot 0,02,$$

т. е.

$$B = 1,012 \text{ тл.}$$

Принимаем, что индукция $B = 1 \text{ тл}$, так как часть н. с. $I\omega$ тратится на проведение магнитного потока в стали.

Проверим этот расчет по формуле

$$I\omega = H_{\delta} \cdot 2\delta + H_c l_c.$$

Средняя длина магнитной линии равна:

$$l_{cp} = 2(7 + 15) = 44 \text{ см} = 0,44 \text{ м.}$$

Напряженность H_c при $B = 1 \text{ тл}$ (10 000 гс) определим по кривой намагничивания:

$$H_c = 260 \text{ а/м.}$$

$$I\omega = 0,8 \text{ В} \cdot 2 + 2,6 \cdot 44 = 1,6 \cdot 10\,000 + 114,4 = 16\,114 \text{ ас.}$$

Намагничивающая сила $I\omega = 16\,114 \text{ ас}$, создающая индукцию $B = 1 \text{ тл}$, практически равна заданной н. с. $I\omega = 16\,200 \text{ ас}$.

Общая площадь сечения сердечника и конуса равна:

$$S = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 3 = 0,006 \text{ м}^2.$$

Электромагнит притянет с расстояния 1 см груз весом

$$F = 40\,550 \text{ В}^2 S = 40\,550 \cdot 1^2 \cdot 0,006 = 243,3 \text{ кг.}$$

Так как после притяжения якоря воздушный зазор практически исчезает, электромагнит может удержать гораздо больший груз. В этом случае вся н. с. $I\omega$ расходуется на проведение магнитного потока только в стали, поэтому

$$I\omega = H_c l_c;$$

$$16\,200 = H_c \cdot 44;$$

$$H_c = \frac{16\,200}{44} = 368 \text{ а/см} = 36\,800 \text{ а/м.}$$

При такой напряженности сталь практически насыщается и индукция в ней равна приблизительно 2 тл. Электромагнит притягивает якорь с силой

$$F = 40\,550 \text{ В}^2 S = 40\,550 \cdot 4 \cdot 0,006 = 973 \text{ кг.}$$

4. Сигнальное (блинкерное) реле состоит из броневое электромагнита I с круглым сердечником и якоря клапанного типа 2, кото-

рый после подачи тока в электромагнит притягивает и освобождает блинкер 3, открывающий сигнальную цифру (рис. 177).

Намагничивающая сила $I\omega = 120 \text{ ав}$, воздушный зазор $\delta = 0,1 \text{ см}$, а общая площадь сечения электромагнита $S = 2 \text{ см}^2$. Определить приблизительно силу притяжения реле.

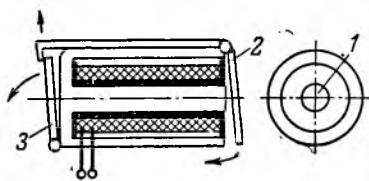


Рис. 177.

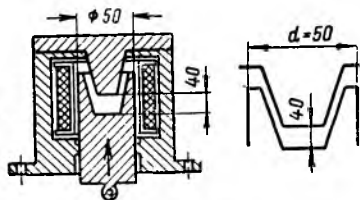


Рис. 178.

Индукцию B определим путем последовательных приближений с помощью уравнения

$$I\omega = H_c l_c + H_\delta \cdot 2\delta.$$

Пусть н. с. $H_c l_c$ составляет 15% $I\omega$, т. е. 18 ав. Тогда

$$I\omega - H_c l_c = H_\delta \cdot 2\delta;$$

$$120 - 18 = H_\delta \cdot 0,2;$$

$$H_\delta = \frac{102}{0,2} = 510 \text{ а/см} = 51\,000 \text{ а/м}.$$

Отсюда находим индукцию B :

$$H_\delta = 8 \cdot 10^5 \text{ В};$$

$$B = \frac{H_\delta}{8 \cdot 10^5} = \frac{51\,000}{8 \cdot 10^5} = 0,0637 \text{ тл}.$$

После подстановки значения B в формулу

$$F = 40\,550 B^2 S$$

получим:

$$F = 40\,550 \cdot 0,0637^2 \cdot 0,0002 = 0,0326 \text{ кг}.$$

5. Тормозной электромагнит постоянного тока (рис. 178) имеет плунжерный якорь с конусным упором. Зазор между якорем и сердечником равен 4 мм. Рабочий диаметр (сердечники круглой площади соприкосновения) $d = 50 \text{ мм}$. Якорь втягивается в катушку с силой 50 кг. Длина средней силовой линии $l_{cp} = 40 \text{ см}$. Определить н. с. и ток катушки, если она имеет 3 000 витков.

Площадь рабочего сечения электромагнита равна площади круга диаметром $d = 5 \text{ см}$:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14}{4} \cdot 25 = 19,6 \text{ см}^2.$$

Необходимую для создания силы $F=50$ кГ индукцию B найдем из уравнения

$$F = 40 \cdot 550 B^2 S,$$

откуда

$$B = \sqrt{\frac{F}{40 \cdot 550 S}} = \sqrt{\frac{50}{40 \cdot 550 \cdot 0,00196}} = 0,795 \text{ тл.}$$

Намагничивающая сила

$$Iw = H_c l_c + H_\delta \delta.$$

Намагничивающую силу для стали $H_c l_c$ определим упрощенно, исходя из того, что она составляет 15% Iw :

$$Iw = 0,15 Iw + H_\delta \delta; \quad 0,85 Iw = H_\delta \delta;$$

$$0,85 Iw = 8 \cdot 10^5 B \delta; \quad Iw = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0,795 \cdot 0,04}{0,85} = 30\,000 \text{ аэ.}$$

Намагничивающий ток

$$I = \frac{Iw}{w} = \frac{30\,000}{3\,000} = 10 \text{ а.}$$

Задача для самостоятельного решения

1. Подковообразный электромагнит рис. 174 должен удерживать груз силой $F=250$ кГ. Каково будет сечение S одного полюса, если электромагнитная индукция $B=1,2$ тл ($S/2=21$ см²).

Глава восьмая

ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ

1. СИЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ПРОВОДАМИ С ТОКОМ

Понятия и формулы

Два параллельных провода, по которым проходят токи в одном направлении, притягиваются друг к другу. Провода, по которым токи проходят в противоположных направлениях, отталкиваются. Сила притяжения или отталкивания, возникающая между двумя проводниками с токами, пропорциональна произведению этих токов, длине проводов и обратно пропорциональна расстоянию между проводами:

$$F \equiv I_1 I_2 \frac{l}{a},$$

где I_1 и I_2 — токи в проводах, а;
 l — длина проводов, м;
 a — расстоянием между проводами, м;
 F — сила взаимодействия, кГ.

Формула для определения силы взаимодействия между двумя проводниками с токами имеет вид:

$$F = 0,204 \cdot 10^{-7} I_1 I_2 \frac{l}{a}.$$

На рис. 179, а показано взаимодействие магнитных полей вокруг проводов с токами. Вверху изображена картина магнитных полей для токов одинакового направления, а внизу — для токов противоположных направлений. Направления магнитных линий определены с помощью правила буравчика.

В первом случае магнитное поле между проводниками ослабляется и появляются линии, охватывающие оба провода. Эти линии стремятся сблизить провода (рис. 179, б).

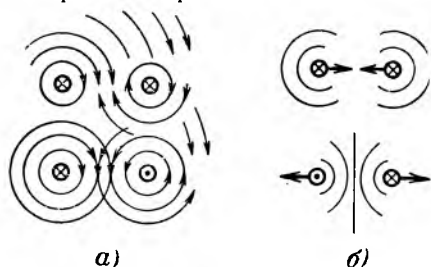


Рис. 179.

Во втором случае магнитное поле между проводами усиливается и стремится раздвинуть провода (рис. 179, б).

Примеры

1. С какой силой провод с током $I_1=200$ а притягивает другой провод длиной $l=25$ см с током $I_2=150$ а, расположенный на расстоянии $a=1$ см (рис. 180)?

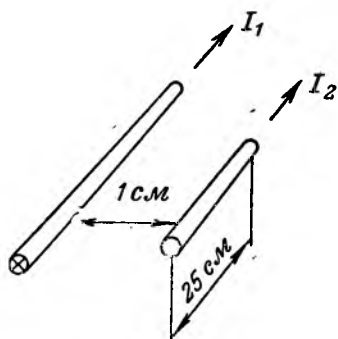


Рис. 180.

$$F = 0,204 \cdot 10^{-7} I_1 I_2 \frac{l}{a} = 0,204 \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 150 \cdot \frac{0,25}{0,01} = 0,015 \text{ кг}.$$

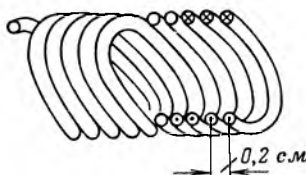


Рис. 181.

2. Рассчитать силу притяжения между соседними витками катушки, через которую проходит ток 100 а. Диаметр витка 20 см, расстояние между витками 0,2 см (рис. 181).

$$F = 0,204 I_1 I_2 \frac{l}{a} \cdot 10^{-7} = 0,204 I^2 \frac{l}{a} \cdot 10^{-7} =$$

$$= 0,204 \cdot 100^2 \cdot \frac{0,2}{0,002} \cdot 10^{-7} = 0,02 \text{ кг.}$$

Так как на каждый виток действуют все остальные витки катушки, а не только соседние, то результирующая сила оказывается довольно большой. Особенно большие усилия возникают при коротких замыканиях. Эти усилия могут вызвать повреждения трансформаторов и другого электрооборудования.

Задача для самостоятельного решения

1. С какой силой притягиваются при коротком замыкании две сборные шины распределительного устройства длиной 10 м, расположенные на расстоянии 15 см друг от друга, если ток короткого замыкания $I=25\,000$ а? (835 кг.)

2. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПРОВОД С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Понятия и формулы

Провод с током, находящийся в магнитном поле, выталкивается из него (рис. 182). Собственное магнитное поле вокруг провода с одной стороны провода суммируется с полем магнита, а с другой вычитается из него. Результирующее поле около провода имеет вид, показанный на рис. 182, б, и стремится переместить провод в сторону ослабленного поля. При изменении направления тока или магнитного поля изменяется и направление силы, действующей на провод.

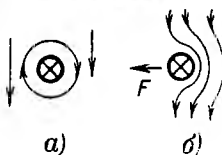
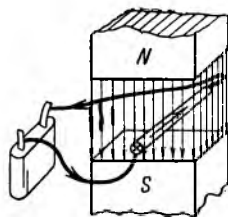


Рис. 182.

Направление движения провода определяют по правилу левой руки. Если расположить ладонь левой руки так, чтобы силовые линии магнита входили в ладонь, а пальцы указывали направление тока в проводе, то отогнутый большой палец покажет направление движения провода.

Сила F , выталкивающая провод в направлении, перпендикулярном магнитным линиям магнита, пропорциональна индукции магнитного поля B , току в проводе I и длине провода l :

$$F = 0,102 BIl,$$

где F — сила, действующая на провод с током, кг;

B — индукция магнитного поля, тл;

I — ток в проводе, а;

l — длина провода, находящегося в магнитном поле, м.

Примеры

1. С какой силой F выталкивает магнитное поле с индукцией $B=0,9$ тл провод длиной 20 см, через который проходит ток $I=100$ а (рис. 182)?

$$F = 0,102 IBl = 0,102 \cdot 100 \cdot 0,9 \cdot 0,2 = 1,83 \text{ кг}.$$

2. Какова должна быть индукция магнитного поля в воздушном зазоре, чтобы провод длиной 10 см с током 20 а выталкивался с силой 0,1 кг?

$$F = 0,102 IBl;$$

$$B = \frac{F}{0,102 Il} = 0,1 : 0,102 \cdot 0,1 \cdot 20;$$

$$B = 0,5 \text{ тл} = 5000 \text{ гс}.$$

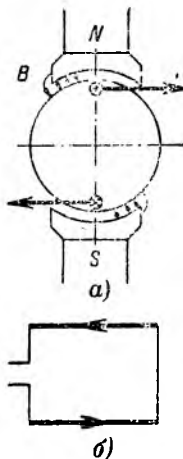


Рис. 183.

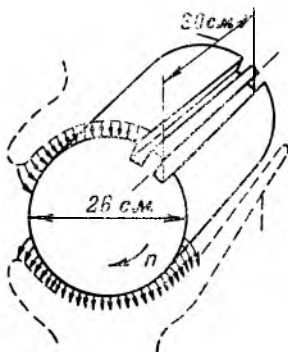


Рис. 184.

3. На роторе диаметром 6 см уложены два активных провода, которые образуют виток (рис. 183). Какой момент создаст ротор при индукции в воздушном зазоре $B=0,4$ тл, если через провода с активной длиной 10 см проходит ток $I=5$ а?

Активной частью провода называется та его часть, на которую воздействует магнитное поле. В данном случае она равна осевой длине ротора.

Сила, действующая на один провод,

$$F = 0,102 IBl = 0,102 \cdot 5 \cdot 0,4 \cdot 0,1 = 0,02 \text{ кг}.$$

Результирующий момент

$$M = Fd = 0,02 \cdot 6 = 0,0012 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

4. Ротор электродвигателя имеет диаметр 26 см и длину 30 см, такова же длина проводов, расположенных на нем. Одновременно в магнитном поле с индукцией $B=0,6$ тл всегда находится 200 проводов. Какой ток должен протекать в каждом проводе, чтобы двигатель имел мощность 5 кВт при скорости вращения 1500 об/мин (рис. 184)?

Сумма всех сил, действующих на провода, равна:

$$F = 0,102 \text{ IBl} = 0,102 \text{ I} \cdot 0,6 \cdot 0,3 \cdot 200 = 3,6 \text{ I кГ}.$$

(Ток должен быть таким, чтобы общая сила при указанной скорости создавала мощность 5 кВт.)

Решение а

Мощность равна силе, умноженной на линейную скорость проводов ротора:

$$P = Fv.$$

Линейная скорость v — это путь точки на роторе за 1 сек. Определим скорость:

$$v = \pi d \frac{n}{60} = 3,14 \cdot 0,26 \cdot \frac{1500}{60} = 20,41 \text{ м/сек}.$$

По заданию мощность двигателя равна $5 \cdot 102 = 510 \text{ кГ} \cdot \text{м/сек}$. Тогда

$$P = Fv = 510 = 3,6 \text{ I} \cdot 20,41.$$

Отсюда ток

$$I = \frac{510}{3,6 \cdot 20,41} = 6,968 \approx 7 \text{ а}.$$

Двигатель данной конструкции при токе 7 а имеет мощность $P = 5 \text{ кВт}$.

Решение б

Момент ротора при заданных мощности и скорости вращения определяется по формуле

$$M = 716 \frac{P}{n},$$

где M — момент ротора, $\text{кГ} \cdot \text{м}$;

P — мощность двигателя, л. с.;

n — скорость вращения ротора, об/мин.

Так как найденная нами сумма всех сил, действующих на провода с током, равна:

$$F = 3,6 \text{ I},$$

то момент двигателя будет равен:

$$M = Fr = 3,6 \text{ I}r.$$

Мощность 5 кВт, выраженная в лошадиных силах, равна $5 \cdot 1,36 = 6,8 \text{ л. с.}$ Отсюда

$$3,6 \text{ I} \cdot 0,13 = 716 \cdot \frac{6,8}{1500};$$

$$I = \frac{716 \cdot 6,8}{3,6 \cdot 0,13 \cdot 1500} \approx 7 \text{ а}.$$

5. Как надо присоединить батарею (источник постоянного тока намагничивания) к электромагнитам, чтобы ротор вращался в указанном на рис. 185 направлении при указанных направлениях тока в проводах?

Правило левой руки позволяет нам определить полярность полюсов, необходимую для обеспечения заданного направления вращения при указанном направлении тока в проводах. Находим, что нижний полюс должен быть северным, а верхний — южным. По правилу буравчика находим, что для обеспечения направления магнитного поля снизу вверх ток должен протекать от зажима 3 к зажиму 3' и от зажима 4 к зажиму 4'. Следовательно, зажим 2 батареи необходимо соединить с зажимом 3, а зажим 1 — с зажимом 4'.

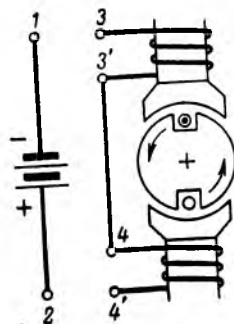


Рис. 185.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какая сила действует на провод в магнитном поле (см. рис. 182), если $B=0,8$ тл; $l=30$ см; $I=150$ а? ($F=3,67$ кГ.)
2. Какая сила действует на один стержень обмотки ротора электродвигателя (рис. 183), если $l=25$ см; $I=35$ а; $B=0,7$ тл? (0,62 кГ.)

Глава девятая

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

1. ВОЗНИКНОВЕНИЕ НАВЕДЕННОЙ Э. Д. С.

Понятия и формулы

При движении провода в магнитном поле, когда он пересекает магнитные линии, в нем возникает (наводится) э. д. с. Последняя возникает и в случае, если провод неподвижен, но изменяется магнитный поток, проходящий через контур, образуемый проводом и соединительными проводами. Это явление называется электромагнитной индукцией.

Наведенная э. д. с. E , возникающая при пересечении проводом магнитных линий в плоскости, перпендикулярной им, равна произведению индукции B магнитного поля, активной длины провода l и скорости перемещения провода v :

$$E = Blv.$$

Если представить процесс электромагнитной индукции как изменение магнитного потока, пронизывающего контур, то величина

наведенной э. д. с. будет зависеть от скорости изменения магнитного потока, т. е.

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \omega,$$

где $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока (вб) за время Δt , сек;
 ω — число витков контура, пронизываемого магнитным потоком.

Направление индуцированной э. д. с., возникшей в результате движения провода в магнитном поле, определяют по правилу правой руки. Если расположить правую руку так, чтобы магнитные линии входили в ладонь, а отогнутый большой палец показывал направление движения провода, то вытянутые четыре пальца покажут направление наведенной э. д. с.

Примеры

1. Как велика э. д. с., наведенная в проводе длиной $l=25$ см, который движется в магнитном поле с индукцией $B=0,8$ тл со скоростью $v=5$ м/сек (рис. 186)?

$$E = Blv = 0,8 \cdot 0,25 \cdot 5 = 1 \text{ в.}$$

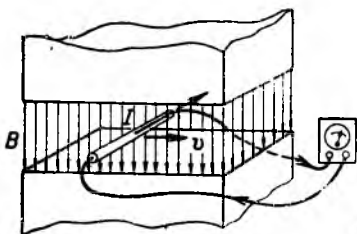


Рис. 186.

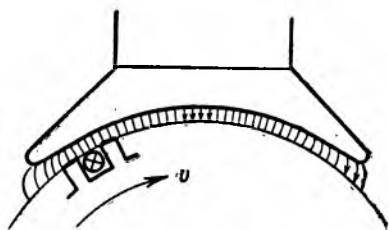


Рис. 187.

2. Какая э. д. с. наводится в проводе длиной $l=30$ см, находящемся в магнитном поле с индукцией $B=1$ тл, если ротор с проводом вращается со скоростью 3000 об/мин, а его диаметр 20 см (рис. 187)?

Окружная скорость вращения провода

$$v = \frac{\pi d n}{60} = \frac{3,14 \cdot 0,2 \cdot 3000}{60} = 31,4 \text{ м/сек.}$$

Следовательно,

$$E = Blv = 1 \cdot 0,3 \cdot 31,4 = 9,42 \text{ в.}$$

3. Провод из предыдущего примера соединим проводом с нагрузочным сопротивлением. Общее сопротивление контура тока равно 0,5 ом. Какой ток возникнет в цепи и какая мощность будет

в ней расходоваться? Какую силу и какую механическую мощность надо приложить для приведения в движение провода с этим током в магнитном поле?

$$I = \frac{E}{r} = \frac{9,42}{0,5} = 18,84 \text{ а};$$

$$P = EI = 9,42 \cdot 18,84 = 177 \text{ вт.}$$

Провод с током нужно перемещать в направлении движения с силой

$$F = 0,102 |BI| = \\ = 0,102 \cdot 18,84 \cdot 1 \cdot 0,3 \approx 0,576 \text{ кг.}$$

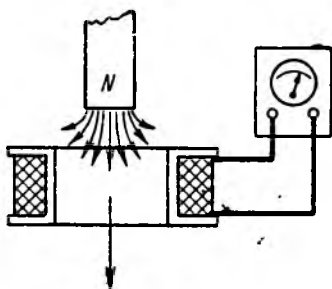


Рис. 188.

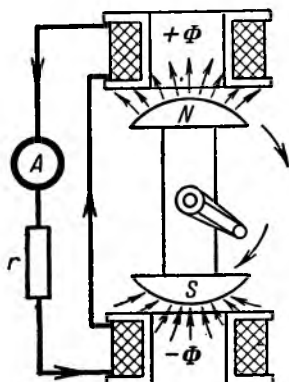


Рис. 189.

Для движения провода необходима механическая мощность

$$P = Fv = 0,576 \cdot 31,4 = 18,08 \text{ кг} \cdot \text{м/сек} = 18,08 : 102 = \\ = 0,177 \text{ кВт} = 177 \text{ вт.}$$

4. Стержневой магнит, создающий поток $\Phi = 0,001 \text{ вб}$, в течение $1/10 \text{ сек}$ вводится в катушку. Какая э.д.с. будет наводиться в катушке, имеющей 1 000 витков (рис. 188)?

В процессе перемещения магнита поток, пронизывающий катушку, изменяется от нуля до $0,001 \text{ вб}$. Изменение потока равно:

$$\Delta\Phi = 0,001 \text{ вб},$$

а время, в течение которого длилось это изменение, равно:

$$\Delta t = \frac{1}{10} \text{ сек};$$

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} w = \frac{0,001}{\frac{1}{10}} \cdot 1\,000 = 10 \text{ в.}$$

5. Какая э.д.с. наводится в двух катушках по 500 витков при вращении постоянного магнита с потоком $\Phi = 0,001 \text{ вб}$ со скоростью 240 об/мин ? Какой ток будет протекать в замкнутом токовом контуре с сопротивлением $r = 10 \text{ ом}$ (рис. 189)?

За 1 сек магнит делает $\frac{240}{60}$ оборотов. Половину оборота он делает за $\frac{1}{8}$ сек. За это время поток изменится от $+\Phi$ через нуль до $-\Phi$, т. е. $\Delta\Phi=2\Phi$.

Катушки соединены последовательно и их э. д. с. складываются так, что

$$E = 2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} w = 2 \frac{2\Phi}{\Delta t} w = 2 \cdot \frac{2 \cdot 0,001}{\frac{1}{8}} \cdot 500 = 16 \text{ в};$$

$$I = \frac{E}{r} = \frac{16}{10} = 1,6 \text{ а.}$$

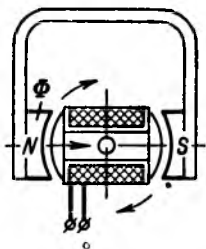


Рис. 190.

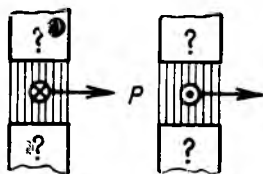


Рис. 191.

В течение другого полуоборота магнита э. д. с. и ток будут иметь такую же величину, но обратное направление. Так как в действительности скорость изменения потока в течение полуоборота не остается постоянной, то значения э. д. с. и тока являются средними за полупериод.

6. Магнитный индуктор для телефонной установки состоит из трех постоянных магнитов с потоком 0,002 вб и стального якоря (ротора) с катушкой из 5000 витков. Ротор вращается от руки через редуктор со скоростью 25 об/сек. Какое среднее значение имеет наведенная в катушке э. д. с. (рис. 190)?

За половину оборота, т. е. за $\frac{1}{50}$ сек, поток изменится от $+0,002$ до $-0,002$ вб. Следовательно,

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} w = \frac{2 \cdot 0,002}{\frac{1}{50}} \cdot 5000 = 1000 \text{ в.}$$

За каждую секунду получается 50 импульсов напряжения со средним значением 1000 в, попеременно меняющих полярность.

Магнитные индукторы применяются для сигнализации в полевых телефонных аппаратах, в приборах для измерения сопротивления изоляции (мегомметрах) и т. д.

7. Определить полярность постоянных магнитов, если известны направление наведенной э. д. с. и направление движения провода (рис. 191).

Применим правило правой руки. Расположим правую руку так, чтобы вытянутые пальцы показывали направление э. д. с. (тока), а отставленный большой палец — направление движения провода

Магнитные линии должны входить в ладонь. Так как крестик обозначает направление тока от читателя, а точка — направление тока к читателю, то на левой половине рисунка северный полюс должен находиться сверху, а на правой — внизу.

Задачи для самостоятельного решения

1. Провод длиной $l=30$ см движется с постоянной скоростью $v=9$ м/сек перпендикулярно магнитным линиям однородного магнитного поля с индукцией $B=1,6$ тл. Какая э. д. с. наводится в проводе? ($E=3,24$ в.)

2. Какая э. д. с. наводится в проводе длиной $l=15$ см, находящемся в магнитном поле $B=1$ тл (рис. 187), при вращении ротора диаметром 20 см со скоростью 1500 об/мин? ($E=2,35$ в.)

2. САМОИНДУКЦИЯ

Понятия и формулы

Мы уже знаем, что любая катушка или провод с током создает магнитный поток определенной величины. При изменении тока катушки (провода) магнитный поток также изменяется. Всякое изменение магнитного потока, проходящего через контур или катушку, вызывает появление в этой катушке э. д. с.

Явление возникновения э. д. с. в контуре вследствие изменения тока в этом контуре называется самоиндукцией, а наведенная э. д. с. — э. д. с. самоиндукции. При неизменном токе поток не

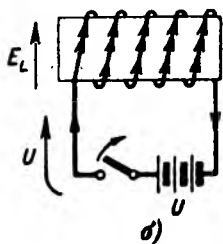


Рис. 192.

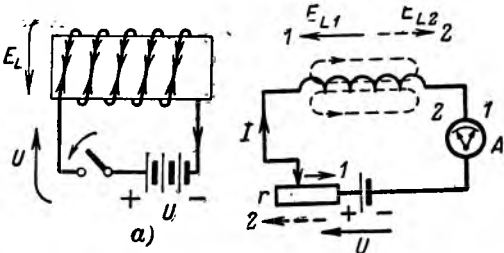


Рис. 193.

меняется и э. д. с. самоиндукции не возникает. Э. д. с. самоиндукции направлена всегда так, чтобы препятствовать изменению тока магнитного потока.

При увеличении тока в цепи (рис. 192) э. д. с. самоиндукции E_{L1} имеет направление, противоположное направлению тока или напряжения источника на зажимах U . При уменьшении тока (увеличении сопротивления r) направление э. д. с. самоиндукции E_{L2} совпадает с направлением уменьшающегося тока. Явление самоиндукции аналогично явлению инерции, так как стремится сохранить неизменным электрическое состояние (направление и величину тока)

в цепи. В момент включения катушки на напряжение U э. д. с. самоиндукции равна напряжению U и направлена встречно ему, стремясь сохранить начальное, т. е. нулевое, значение тока. Затем э. д. с. самоиндукции постепенно убывает, а ток нарастает до максимального значения (рис. 193, а и б).

При отключении ток должен уменьшиться от номинального значения до нуля. Это изменение тока приведет к появлению э. д. с. самоиндукции E_L , которая будет направлена согласно с уменьшающимся током и будет стремиться поддержать прежнюю величину тока (рис. 193, б). Эта э. д. с. при резком разрыве цепи тока может достигать очень больших значений. Электродвижущая сила самоиндукции определяется, как и всякая э. д. с., по формуле

$$E_L = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \omega,$$

где E_L — э. д. с. самоиндукции, в;

$\Delta \Phi$ — изменение магнитного потока (вб) за время Δt , сек.

Так как изменение потока $\Delta \Phi$ вызвано изменением тока катушки ΔI , то выражение э. д. с. самоиндукции можно записать в другом виде:

$$E_L = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Величина L называется индуктивностью катушки. Индуктивность катушки определяется по формуле

$$L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta I} \omega,$$

а для воздушных катушек, у которых поток пропорционален току,

$$L = \frac{\Phi}{I} \omega.$$

Единицей измерения индуктивности L является генри (гн). Индуктивностью 1 гн обладает такая катушка, в которой наводится э. д. с. самоиндукции 1 в при скорости изменения тока 1 а/сек.

Меньшей единицей индуктивности является 1 мгн = 1/1 000 = 10^{-3} гн и 1 мкгн = 10^{-6} гн.

Примеры

1. Определить индуктивность L цилиндрической воздушной катушки диаметром $d=2$ см и длиной $l=10$ см, имеющей 300 витков. Для воздушной катушки

$$\Phi = BS = H\mu S = H \cdot l \cdot S.$$

Напряженность H магнитного поля воздушной катушки определяется по формуле

$$H = \frac{4\pi i \omega}{l},$$

После подстановки в формулу $L = \Phi / I \omega$ получим:

$$L = \frac{4\pi\omega^2}{l} S \cdot 10^{-7}.$$

Так как катушка имеет сечение $S = \pi d^2 / 4$, то

$$L = \pi^2 \frac{\omega^2}{l} d^2 \cdot 10^{-7},$$

где L — индуктивность катушки, $гн$;

d — диаметр катушки, $м$;

l — длина катушки, $м$.

Подставив значения, получим:

$$L = 3,14^2 \cdot \frac{300^2}{0,1} \cdot 0,02^2 \cdot 10^{-7} \approx 0,000355 \text{ гн} = 0,355 \text{ мгн}.$$

(Выведенная формула действительна для катушек, длина которых много больше диаметра. Для других катушек результат надо умножить на поправочный коэффициент, зависящий от отношения l/d .)

2. Найти индуктивность катушки диаметром $d = 5 \text{ см}$ и длиной $l = 16 \text{ см}$, имеющей 800 витков, без стального сердечника (рис. 194).

Индуктивность катушки без сердечника

$$L = \pi^2 \frac{\omega^2}{l} d^2 \cdot 10^{-7};$$

$$L = 3,14^2 \cdot \frac{800^2}{0,16} \cdot 0,05^2 \cdot 10^{-7} \approx 9,87 \text{ мгн}.$$

3. Какая э. д. с. будет наводиться в катушке из предыдущего примера, если ток в ней изменится от нуля до $0,5 \text{ а}$ за $0,1 \text{ сек}$?

Катушка имеет индуктивность $L = 9,87 \text{ мгн}$.

Подставим эту величину в формулу для э. д. с. самоиндукции:

$$E_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0,00987 \cdot \frac{0,5}{0,1} = -0,04935 \text{ в}.$$

Знак минус показывает, что э. д. с. самоиндукции направлена против возрастающего тока и согласно с убывающим.

4. Какая э. д. с. самоиндукции возникает при включении и отключении электрической цепи, имеющей катушку с индуктивностью 5 гн , через которую проходит ток $I = 6 \text{ а}$? Время включения $0,2 \text{ сек}$, а время отключения $0,1 \text{ сек}$ (рис. 193).

При включении и отключении изменение тока составляет 6 а . Э. д. с. самоиндукции при включении

$$E_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -5 \cdot \frac{6}{0,2} = -150 \text{ в},$$

а при отключении

$$E_L = -5 \cdot \frac{6}{0,1} = -300 \text{ в}.$$

(знак минус при практических расчетах можно опускать).

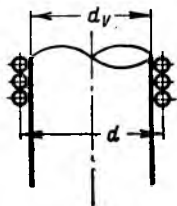


Рис. 194.

5. Определить величину и направление э. д. с. самоиндукции при отключении тока 20 а за $0,1 \text{ сек}$ контактором S в первичной цепи трансформатора, индуктивность которой 4 гн (рис. 195).

$$E_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 4 \cdot \frac{20}{0,1} = 800 \text{ в.}$$

Э. д. с. E_L при отключении совпадает по направлению с напряжением источника U , т. е. стремится сохранить прежний ток и препятствует изменению его.

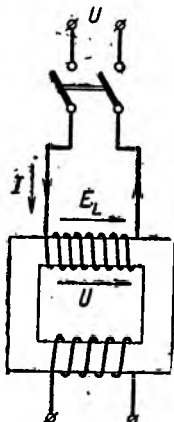


Рис. 195.

В связи с этим при отключении образуется дуга, вызывающая подгорание контактов.

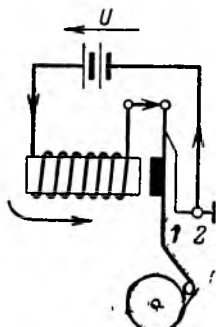


Рис. 196.

6. Электрический звонок имеет электромагнит с индуктивностью $L=1,2 \text{ гн}$. Включение тока $0,8 \text{ а}$ происходит за $1/40 \text{ сек}$, а отключение за $1/20 \text{ сек}$. Какая э. д. с. самоиндукции возникает (рис. 196)?

Э. д. с. самоиндукции при включении тока

$$E_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1,2 \cdot \frac{0,8}{\frac{1}{40}} = 38,4 \text{ в.}$$

Э. д. с. самоиндукции при отключении тока

$$E_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1,2 \cdot \frac{0,8}{\frac{1}{20}} = 19,2 \text{ в.}$$

Э. д. с. самоиндукции вызывает искрение в контактах прерывателя 1 и 2. Искрение можно уменьшить или исклчить, подключив параллельно контактам конденсатор. Искрение в двигателях с коллектором также объясняется возникновением э. д. с. самоиндукции. Искрение создает электромагнитные волны, мешающие радиоприему.

Задачи для самостоятельного решения

1. Катушка, состоящая из 1000 витков, имеет длину $l=25 \text{ см}$ и средний диаметр $d=4 \text{ см}$. Какую индуктивность имеет катушка? ($L=3,16 \text{ мГн}$.)

2. Какую индуктивность имеет катушка из 1000 витков, если в ней при н. с. $F_m=6000 \text{ а}$ возникает магнитный поток $\Phi=4,5 \times 10^{-3} \text{ вб}$?

(Используйте формулы $F_m = Iw$ и $L = \frac{\Phi}{I} w$. $L=750 \text{ мГн}$.)

3. ВОЗНИКНОВЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ГЕНЕРАТОРЕ

Примеры

1. Какая э. д. с. наводится в одном витке, уложенном на стальном роторе, вращающемся в магнитном поле со средним значением индукции $B=0,7$ тл с окружной скоростью $v=20,7$ м/сек.

Диаметр ротора $d=22$ см, его длина и активная длина провода $l=30$ см (рис. 197).

Формула для определения наведенной э. д. с.:

$$E = Blv \cdot 2;$$

$$E = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 20,7 \cdot 2 = 8,7 \text{ в.}$$

2. Какой ток пройдет через провод с сопротивлением $r=10$ ом за 1 оборот витка (рис. 197)? Сопротивлением самого витка пренебрегаем.

В витке ab получается переменная э. д. с., так как при вращении поток Φ пронизывает его то с одной стороны, то с другой. Однако виток подключен к коллектору (переключателю) K , с которого щетками снимается постоянный по направлению ток. По правилу правой руки направление тока в проводе a — от нас, а в проводе b — на нас. В проводе a , находящемся в точке 1, тока не будет. Пока провод a находится под северным полюсом, ток в нем направлен от нас и снимается через верхнюю щетку. В точке 2 направление тока в проводе a изменится и далее он снимается через нижнюю щетку. Верхняя щетка всегда снимает ток с проводов, находящихся под северным полюсом, а нижняя щетка — с проводов под южным полюсом. Следовательно, через сопротивление r благодаря коллектору, ток проходит в одном направлении. Поэтому ток подсчитывается по формуле

$$I = \frac{E}{r} = \frac{8,7}{10} = 0,87 \text{ а.}$$

Провод не всегда пересекает одинаковое число магнитных линий; например, каждую долю секунды во вращающейся катушке возникает не всегда одинаковое изменение потока Φ . В нейтральном положении, т. е. в положениях 1 и 2 провода a и b не пересекают магнитных линий и в катушке не происходит изменения магнитного потока. Через сопротивление во внешней цепи r протекает пульсирующий, но всегда одного направления ток. Однако при вычислениях мы брали средние значения B и Φ и, следовательно, получили средние значения E и I .

3. На якоре с коллектором размещены четыре катушки, соединенные последовательно. Какая э. д. с. наводится в катушках, если

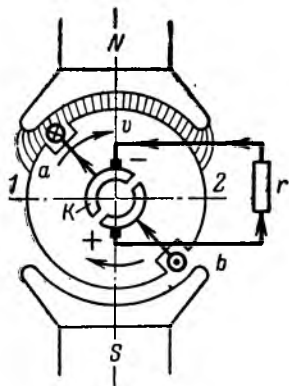


Рис. 197.

магнитный поток $\Phi = 5 \cdot 10^{-2}$ вб, а скорость вращения $n = 2400$ об/мин (рис. 198)?

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} \omega;$$

$$E = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2400}{60} \cdot 4;$$

$$E = 16 \text{ в.}$$

4. Якорь с четырьмя катушками делает 3000 об/мин. Через якорь проходит магнитный поток $\Phi = 1 \cdot 10^{-1}$ вб. Какая э. д. с. наводится в катушках и какие будут ток и мощность во внешней цепи с сопротивлением $r = 10$ ом (рис. 199)? Сопротивлением самих катушек якоря пренебрегаем.



Рис. 198.

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} \omega.$$

Данная формула является упрощенной. Обычно она имеет вид:

$$E = \Phi \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{a} N,$$

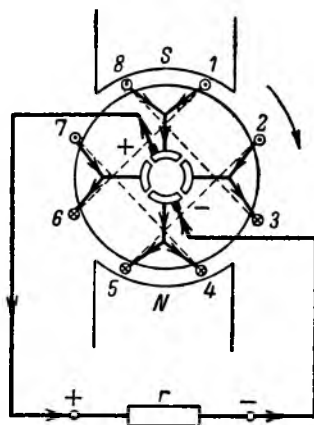


Рис. 199.

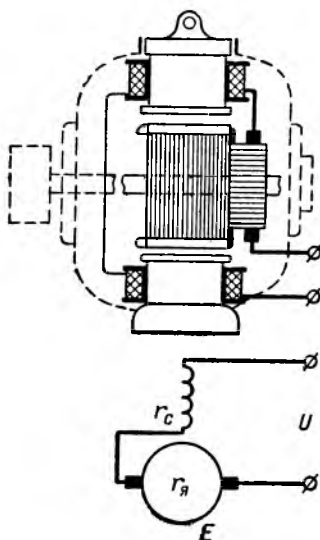


Рис. 200.

где N — число активных проводов обмотки; p — число пар полюсов; a — число пар параллельных ветвей, из которых состоит обмотка якоря. Последнее легко видеть на рис. 199, где между шет-

ками (+) и (—) включены две параллельные ветви обмотки якоря, число которых обозначается через $2a$. Следовательно, число пар параллельных ветвей $a=1$. Число полюсов $2p=2$, а число пар полюсов $a=1$. Если вместо числа проводов взять число витков обмотки $w=N/2$, то получим:

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} \cdot \frac{1}{1} N,$$

т. е. то, что принято для вычислений. В общем же a может не равняться p .

$$E = 2 \cdot 1 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{3000}{60} \cdot 4;$$

$$E = 40 \text{ в};$$

$$I = \frac{E}{r} = \frac{40}{10} = 4 \text{ а};$$

$$P = EI = 4 \cdot 40 = 160 \text{ вт}.$$

5. Генератор с последовательным (серийным) возбуждением имеет на якоре 400 витков с сопротивлением $r_{\text{я}}=0,1 \text{ ом}$. Обмотка полюсов имеет сопротивление $r_{\text{с}}=0,233 \text{ ом}$ и последовательно соединена с обмоткой якоря (ротора) (рис. 200). Генератор должен дать ток $I=30 \text{ а}$ при напряжении на зажимах $U=110 \text{ в}$ скорости вращения 1000 об/мин . Какими должны быть э. д. с., магнитный поток Φ и к. п. д. генератора?

Ток $I=30 \text{ а}$ проходит через сопротивление $r_{\text{я}}$, $r_{\text{с}}$ и внешние сопротивления потребителей r . На сопротивлениях создаются падения напряжения, сумма которых по второму закону Кирхгофа должна быть равна наведенной э. д. с. в обмотке якоря генератора:

$$E = Ir_{\text{я}} + Ir_{\text{с}} + U, \text{ где } U = Ir;$$

$$E = 30(0,1 + 0,233) + 110 \approx 10 + 110 = 120 \text{ в}.$$

Значение магнитного потока Φ получим из уравнения

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} w;$$

$$\Phi = \frac{E \cdot 60}{2nw} = \frac{120 \cdot 60}{2 \cdot 1000 \cdot 400} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ вб}.$$

Электрический к. п. д. генератора определяется отношением мощности на зажимах к мощности, создаваемой в генераторе. Электрический к. п. д. учитывает потери мощности в обмотках. Если э. д. с. машины E , а напряжение на зажимах U , то

$$EI = UI + \text{потери мощности в обмотках};$$

$$EI = UI + I^2(r_{\text{я}} + r_{\text{с}});$$

$$\eta = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{110}{120} = 0,917 = 91,7\%.$$

6. Генератор с параллельным возбуждением имеет следующие параметры: мощность $P=10 \text{ л. с. (7360 вт)}$, напряжение $U=110 \text{ в}$;

сопротивление обмотки якоря $r_{\text{я}}=0,1 \text{ ом}$; сопротивление обмотки полюсов вместе с сопротивлением регулировочного реостата $r_{\text{ш}}=30 \text{ ом}$.

Определить ток в якоре, внутреннее падение напряжения генератора, потери мощности в обмотках и электрический к. п. д. (рис. 201).

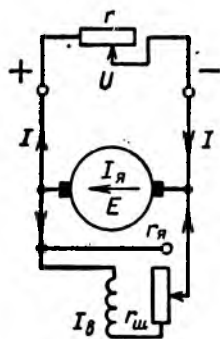


Рис. 201.

При параллельном возбуждении обмотки полюсов и якоря соединены параллельно потребителю энергии и имеют общее напряжение.

Ток возбуждения

$$I_{\text{в}} = \frac{U}{r_{\text{ш}}} = \frac{110}{30} = 3,66 \text{ а.}$$

Ток в якоре равен сумме токов потребителей I и возбуждения $I_{\text{в}}$:

$$\begin{aligned} I_{\text{я}} &= I + I_{\text{в}} = \frac{7\,360}{110} + 3,66 = \\ &= 66,9 + 3,66 = 70,56 \text{ а.} \end{aligned}$$

Наведенная э. д. с.

$$E = U + I_{\text{я}} r_{\text{я}} = 110 + 70,56 \cdot 0,1 = 110 + 7,056 = 117,056 \text{ в.}$$

Потери мощности в обмотках якоря и возбуждения

$$\begin{aligned} P_{\text{м}} &= r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 + r_{\text{ш}} I_{\text{в}}^2 = 0,1 \cdot 70,56^2 + 30 \cdot 3,66^2 = \\ &= 496,03 + 402 = 898,03 \text{ вт.} \end{aligned}$$

Электрический к. п. д.

$$\eta_{\text{э}} = \frac{P}{P_{\text{э}}} = \frac{UI}{EI_{\text{я}}} = \frac{110 \cdot 66,9}{117,05 \cdot 70,56} = \frac{7\,359}{8259,04} = 89,1\%.$$

(Электрическая мощность $P_{\text{э}}=EI_{\text{я}}$ равна сумме отдаваемой потребителю мощности плюс потери в обмотках $P_{\text{м}}$. Обычно к. п. д. учитывает и потери в стали, механические потери в подшипниках, потери в вентиляции и т. д.)

Задачи для самостоятельного решения

1. Двухполюсный генератор с возбуждением от постороннего источника имеет магнитный поток $\Phi=2 \cdot 10^{-2} \text{ вб}$ и $\omega=2\,000$ витков. С какой скоростью должен вращаться ротор, чтобы наведенная э. д. с. E была равна 400 в ? ($n=300 \text{ об/мин.}$)

2. Каково напряжение генератора, если число витков $\omega=125$, магнитный поток $\Phi=2 \cdot 10^{-2} \text{ вб}$, а скорость вращения $n=2\,000 \text{ об/мин.}$ ($166,6 \text{ в.}$)

4. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ОБМОТКИ ЯКОРЯ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Понятия и формулы

Основные формулы взяты из гл. 9, § 1; остальные понятия поясняются в отдельных примерах.

Примеры

1. Генератор с последовательным возбуждением (см. рис. 200). можно преобразовать в двигатель с последовательным возбуждением, если подключить его к питающей сети. Пусть напряжение $U=120$ в, сопротивление 400 витков якоря $r_{\text{я}}=0,1$ ом, а сопротивление обмотки полюсов $r_{\text{с}}=0,233$ ом. Ток двигателя $I=30$ а. Определить э. д. с., наведенную в обмотке якоря двигателя, если магнитный поток $\Phi=9 \cdot 10^{-3}$ вб, а скорость вращения ротора $n=916$ об/мин.

При пересечении проводами якоря магнитных линий в проводах наводится э. д. с., направленная против напряжения сети. Эту э. д. с. называют противо-э. д. с. E . Таким образом, ток в проводниках обеспечивается напряжением сети U и наведенной противо-э. д. с. E . Величина тока двигателя I определяется разностью $U - E$ и суммой $r_{\text{я}} + r_{\text{с}}$:

$$I = \frac{U - E}{r_{\text{я}} + r_{\text{с}}},$$

или по второму закону Кирхгофа

$$U - E = I r_{\text{я}} + I r_{\text{с}}.$$

Отсюда противо-э. д. с.

$$E = U - I (r_{\text{я}} + r_{\text{с}});$$

$$E = 120 - 30 (0,1 + 0,233) = 120 - 10 = 110 \text{ в.}$$

Если известны скорость n двигателя, магнитный поток Φ и число витков ротора w , то можно также определить величину противо-э. д. с. E по формуле для наведенной э. д. с.:

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} w;$$

$$E = 2 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{916,6}{60} \cdot 400;$$

$$E = 72 \cdot \frac{916,6}{600} = 72 \cdot 1,53;$$

$$E = 110 \text{ в.}$$

Двигатель питается током I от внешней сети напряжением U и одновременно как генератор вырабатывает э. д. с. E .

На рис. 202 при обозначенном направлении тока I направление движения двигателя определяется по правилу левой руки, а направление E — по правилу правой руки.

Выше был рассмотрен электродвигатель в рабочем состоянии. Однако каждый двигатель сначала надо пустить, для чего следует подключить его к питающей сети. Посмотрим, что получится бы в этом случае (см. рис. 200).

К сети напряжением $U=120$ в подключаются два сопротивления: $r_{\text{я}}$ и $r_{\text{с}}$, в сумме равные $0,1+0,233=0,333$ ом. Тогда через обмотки двигателя пойдет ток

$$I = \frac{U}{r_{\text{я}} + r_{\text{с}}} = \frac{120}{0,333} \approx 360 \text{ а},$$

что в 12 раз превышает величину номинального тока этого двигателя. Такой пуск выводит из строя двигатель и совершенно недопустим. Это получилось потому, что вначале двигатель неподви-

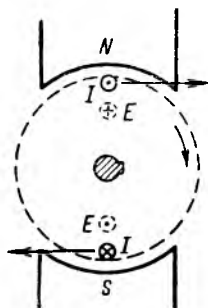


Рис. 202.

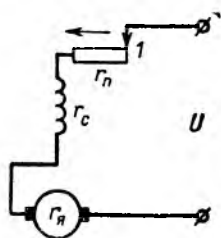


Рис. 203.

жен, а значит, в его обмотке якоря нет противо-э. д. с. Поэтому всегда при пуске последовательно с якорем включают пусковой реостат. Он представляет собой добавочное сопротивление такой величины, чтобы ток при пуске $I_{\text{п}} \approx (1,5 \div 2,0) I_{\text{н}}$ (где $I_{\text{н}}$ — ток, обозначенный на щитке двигателя). Например, для приведенного выше двигателя при $I_{\text{н}}=2I_{\text{п}}=60$ а потребуется добавочное сопротивление

$$r_{\text{п}} = \frac{U}{I_{\text{п}}} - (r_{\text{я}} + r_{\text{с}}) = \frac{120}{60} - 0,333 = 1,667 \text{ ом}.$$

Схема для этого случая дана на рис. 203. Как только якорь начинает вращаться, ток в нем уменьшается, так как появляется противо-э. д. с., надобность в пусковом сопротивлении постепенно отпадает и подвижный контакт реостата I перемещают влево (рис. 203). В рабочем состоянии двигателя этот контакт находится в левой крайней позиции, когда $r_{\text{п}}=0$.

2. Двигатель с параллельным возбуждением на напряжение $U=220$ в имеет сопротивление обмотки якоря $r_{\text{я}}=0,1$ ом и потребляет ток $I=20$ а. Какова противо-э. д. с.? Каков ток возбуждения $I_{\text{в}}$, который создает магнитный поток $\Phi=3 \cdot 10^{-3}$ вб, если сопротивление обмотки полюсов $r_{\text{п}}=100$ ом? Какой должна быть скорость n для создания противо-э. д. с. E в 500 витках обмотки якоря, при которой ток двигателя I был бы равен 20 а (рис. 204)?

Противо-э. д. с. будет:

$$E = U - I r_{\text{я}} = 220 - 20 \cdot 0,1 = 218 \text{ в}.$$

Обмотка полюсов находится под полным напряжением сети, а потому

$$I_{\text{в}} = \frac{U}{r_{\text{в}}} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ а.}$$

Скорость двигателя подсчитаем по уравнению для E :

$$E = 2\Phi \frac{n}{60} \omega;$$

$$n = \frac{218 \cdot 60 \cdot 10^3}{2 \cdot 3 \cdot 500} = \frac{218 \cdot 60 \ 000}{6 \cdot 500} = 4 \ 360 \text{ об/мин.}$$

Каждый двигатель должен работать только при том напряжении U , которое обозначено на его щитке. Если нагрузка на валу

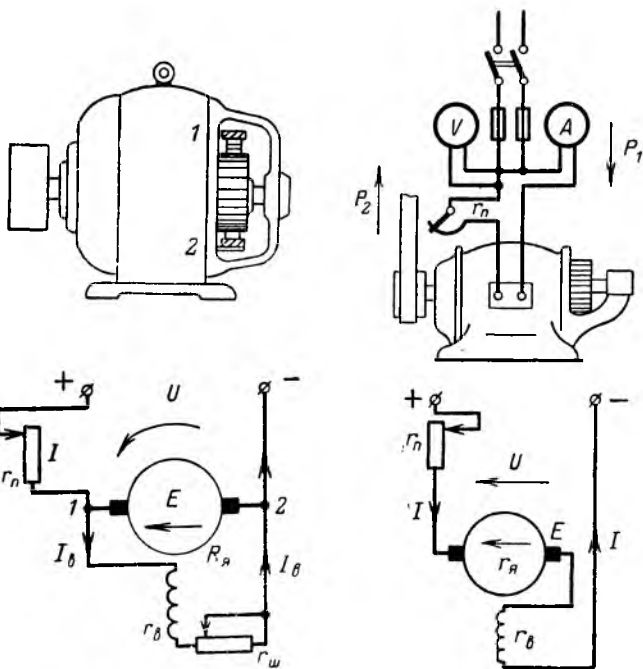


Рис. 204.

Рис. 205.

уменьшается, то уменьшается ток I и, следовательно, $I r_{\text{я}}$. Так как напряжение U неизменно, то увеличивается э. д. с. E , что следует из уравнения $U = E + I r_{\text{я}}$. Скорость двигателя при этом возрастает.

Скорость двигателя можно увеличивать уменьшением магнитного потока согласно $n \approx \frac{E}{\Phi} \approx \frac{U}{\Phi}$, уменьшая ток $I_{\text{в}}$. В этом случае

последовательно с обмоткой возбуждения включают регулировочный реостат $r_{ш}$ (рис. 204). Чем меньше поток, тем больше скорость, чтобы E осталось примерно таким же при неизменной силе тяги двигателя, так как $E \approx n\Phi$.

3. Двигатель с последовательным возбуждением имеет следующие данные: $U=220$ в; полезная мощность $P_2=30$ л. с.; к. п. д. $\eta=80\%$; $\eta_s=93\%$.

Определить ток при номинальной нагрузке, сумму сопротивлений обмоток якоря и полюсов, величину э. д. с. E (рис. 205).

Полезная мощность двигателя

$$P_2 = 30 \cdot 736 = 22\,080 \text{ вт.}$$

Мощность, подводимая к двигателю из сети,

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{22\,080}{0,8} = 27\,600 \text{ вт.}$$

Ток, потребляемый из сети,

$$I = \frac{P_1}{U} = \frac{27\,600}{220} = 125,45 \text{ а.}$$

Потери в обмотках составляют $100-93=7\%$ подводимой мощности, т. е.

$$P_M = \frac{7}{100} \cdot 27\,600 = 1\,932 \text{ вт.}$$

Отсюда находим $r_{я}+r_{в}$:

$$P_M = (r_{я} + r_{в}) I^2;$$

$$1\,932 = (r_{я} + r_{в}) \cdot 125,45^2;$$

$$r_{я} + r_{в} = \frac{1\,932}{15\,737} = 0,122 \text{ ом.}$$

Задача для самостоятельного решения

1. Какую мощность развивает двигатель постоянного тока, если обмотка якоря состоит из 300 витков, ток $I=20$ а, магнитный поток $\Phi=5 \cdot 10^{-3}$ вб и $n=800$ об/мин? ($P=EI=800$ вт.)

Глава десятая

ОДНОФАЗНЫЙ ТОК

1. ВОЗНИКНОВЕНИЕ И ВЕЛИЧИНА НАВЕДЕННОЙ Э. Д. С.

Понятия и формулы

Переменный ток возникает в результате действия наведенной переменной э. д. с. и имеет переменные величину и направление. Переменная э. д. с. возникает, например, в результате изменения на-

правления движения провода согласно рис. 186, но в общем она получается при движении провода по окружности между полюсами.

Переменная э. д. с. изменяется по величине и направлению периодически; также изменяется и переменный ток. Обычно создаются такие э. д. с. и ток, значения которых увеличиваются и уменьшаются синусоидально, гармонически (рис. 206).

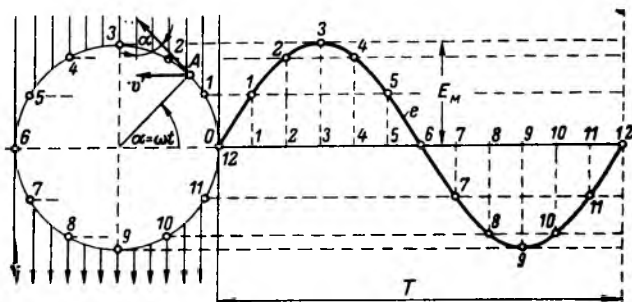


Рис. 206.

Если провод A равномерно движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью v , то он пересекает магнитные линии со скоростью $v' = v \sin \alpha$. Тогда мгновенная величина э. д. с. равна:

$$e = B_M l v' = B_M l v \sin \alpha.$$

Чем больше угол α в пределах от 0 до 90° , тем больше будет э. д. с. провода. Перпендикуляры $1-1$, $2-2$, $3-3$ и т. д. к оси абсцисс соответствуют мгновенной величине наведенной э. д. с. для различных положений провода A .

За 1 оборот провода A э. д. с. в нем принимает все возможные значения от $+E_m$ до $-E_m$. Время, за которое это происходит, называется периодом и обозначается T . Число периодов за секунду называется частотой $f = 1/T$. Единицей измерения частоты является 1 гц, т. е. период в секунду.

При постоянной скорости вращения ротора за 1 оборот его $\alpha = 2\pi$ происходит полный цикл изменения э. д. с. в проводе A , соответствующий одному периоду $t = T$. Поэтому электрическая угловая скорость вращения ω может быть выражена как

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Путь провода A за 1 сек представляет собой дугу, на которую опирается угол $\alpha = \omega t$. Скорость провода, вращающегося по окружности радиусом r , будет:

$$v = 2\pi r f = \omega r.$$

Тогда для э. д. с. провода

$$e = B_M l \omega r \sin \omega t.$$

Для двух проводов (виток на рис. 207) действительно

$$e = 2B_M l \omega r \sin \omega t,$$

где $2lr$ — площадь витка S . После подстановки получим:

$$e = B_M S \omega \sin \omega t, \text{ или } e = \Phi_M \omega \sin \omega t.$$

При угле $\omega t = 90^\circ$, т. е. $\sin \omega t = 1$, в проводе наводится максимальная э. д. с. E_M (в положениях 3 и 9 рис. 206).

Подставим это значение угла в выведенную формулу:

$$E_M = \Phi_M \omega;$$

$$e = E_M \sin \omega t.$$

В катушках, состоящих из ω витков, максимальная э. д. с. равна:

$$E_M = \omega \Phi_M.$$

Переменная э. д. с. создается в генераторе переменного тока, а также в генераторе постоянного тока, где коллектор преобразует

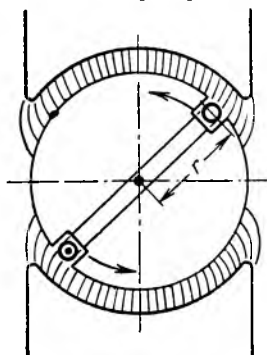


Рис. 207.

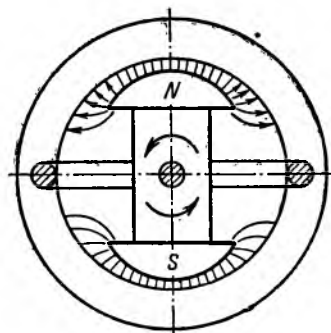


Рис. 208.

ее в постоянную. В генераторах переменного тока э. д. с. создается в проводах, обычно уложенных на статоре — неподвижной части машины, а электромагниты расположены на вращающемся роторе (рис. 208).

Число периодов (циклов) за секунду, или частота, f переменного напряжения двухполюсной машины определяется формулой

$$f = \frac{n}{60}.$$

В машинах, ротор которых имеет p пар полюсов, частота будет:

$$f = p \frac{n}{60}.$$

Как было сказано выше, мгновенное значение э. д. с.

$$e = E_M \sin \omega t,$$

а максимальное значение

$$E_M = \omega \Phi_M \omega.$$

Если идет речь о напряжениях, то аналогично

$$u = U_M \sin \omega t.$$

На шкалах измерительных приборов всегда наносятся так называемые действующие значения напряжения или тока. Согласно ГОСТ они обозначаются соответственно U и I . Действующее значение переменного тока равно значению такого эквивалентного постоянного тока, который, проходя через то же сопротивление, что и переменный ток, выделяет в нем за 1 период переменного тока то же количество тепла:

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = 0,707 U_M;$$

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0,707 I_M.$$

Примеры

1. Какую частоту имеет наведенное напряжение в витке двухполюсного генератора, который делает 3000 об/мин (рис. 208)?

$$f = \frac{n}{60} = \frac{3000}{60} = 50.$$

(Это частота переменного тока осветительной сети, который за 1 сек имеет 100 раз максимальное значение и 100 раз нулевое значение.)

2. Какую частоту имеет напряжение, наведенное четырехполюсным ротором при 3000 об/мин?

$$f = p \frac{n}{60} = 2 \cdot \frac{3000}{60} = 100.$$

3. Сколько оборотов в минуту должен делать ротор генератора переменного тока в двухполюсном, четырехполюсном, шестиполюсном, восьмиполюсном и десятиполюсном исполнениях, чтобы частота тока была всегда 50 гц?

$$f = p \frac{n}{60};$$

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{p} = \frac{3000}{p}.$$

$$n_2 = \frac{3000}{1} = 3000 \text{ об/мин}; \quad n_4 = \frac{3000}{2} = 1500 \text{ об/мин};$$

$$n_6 = \frac{3000}{3} = 1000 \text{ об/мин}; \quad n_8 = \frac{3000}{4} = 750 \text{ об/мин};$$

$$n_{10} = \frac{3000}{5} = 600 \text{ об/мин.}$$

4. Сколько полюсов должен иметь генератор переменного тока на гидроэлектростанции, чтобы при 150 об/мин ток имел частоту 50 гц?

$$f = p \frac{n}{60};$$

$$p = \frac{60f}{n} = \frac{3000}{150} = 20 \text{ пар полюсов.}$$

Число полюсов $2p = 2 \cdot 20 = 40$.

5. Какая частота будет в проводах статора четырехполюсного генератора при окружной скорости проводов $v = 5 \text{ м/сек}$, уложенных на роторе диаметром 20 см?

$$v = \frac{\pi d n}{60};$$

$$n = \frac{60v}{\pi d} = \frac{60 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,2} = \frac{300}{0,628} = 477 \text{ об/мин;}$$

$$f = p \frac{n}{60} = 2 \cdot \frac{477}{60} = 15,9 \text{ гц.}$$

6. Переменный ток осветительной сети имеет частоту $f = 50 \text{ гц}$. Каковы время 1 периода (цикла) и угловая частота (угловая скорость) ω ?

$$f = \frac{1}{T};$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ сек;}$$

$$\omega = 2\pi f = 3,14 \cdot 2 \cdot 50 = 314.$$

7. Амперметр показал 20 а. Каково максимальное значение тока? Максимальное значение переменного тока

$$I_M = I \sqrt{2} = 20 \cdot 1,41 = 28,2 \text{ а.}$$

8. Максимальное значение напряжения $U_M = 100 \text{ в}$ приложено к сопротивлению $r = 10 \text{ ом}$. Каково максимальное значение тока и какая электрическая мощность преобразуется в тепло в сопротивлении r ?

$$I_M = \frac{U_M}{r} = \frac{100}{10} = 10 \text{ а.}$$

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = I_M \cdot 0,707 = 7,07 \text{ а.}$$

Мощность в сопротивлении $r=10 \text{ ом}$;

$$P = I^2 r = 7,07^2 \cdot 10 = 499,84 \approx 500 \text{ вт.}$$

Переменный ток с максимальным значением 10 а выделит в сопротивлении столько же тепла, сколько и постоянный ток

$$I = 7,07 \text{ а.}$$

9. На какое напряжение должен быть испытан конденсатор, если он используется при напряжении 220 в ?

Напряжение 220 в — это действующее значение. Изоляция конденсатора подвергается 100 раз в секунду действию максимального значения напряжения

$$U_M = \sqrt{2} U = 1,414 \cdot 220 = 311 \text{ в.}$$

Конденсатор обычно испытывается на более высокое напряжение; в данном случае он испытывается на 500 в .

10. Кабель работает под напряжением 5000 в . Какое максимальное напряжение действует на изоляцию кабеля?

$$U = 5000 \text{ в.}$$

$$U_M = \sqrt{2} U = 1,414 \cdot 5000 = 7070 \text{ в.}$$

(Кабель представляет собой конденсатор; провод и земля служат проводящими слоями, разделенными изоляцией кабеля.)

11. Сколько ампер-часов ($\text{а} \cdot \text{ч}$) имеет аккумулятор, если он заряжался 10 ч выпрямленным переменным током $I=1,56 \text{ а}$ (рис. 209)?

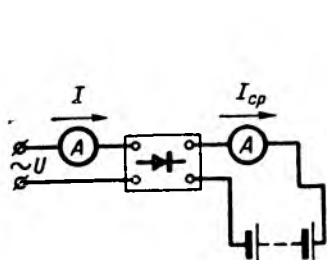


Рис. 209.

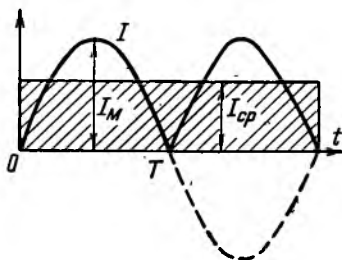


Рис. 210.

Амперметр перед выпрямителем показывает действующее значение тока. Ток после выпрямителя определяется как среднее значение I_{cp} . При подсчетах в выпрямительных устройствах пользуются средними значениями напряжения и тока (рис. 210). Они определяются по формулам:

$$U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_M \text{ и } I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_M = 0,637 I_M.$$

Общее число ампер-часов

$$Q = I_{cp} t = \frac{2}{\pi} I_M t.$$

Нам известно лишь действующее значение тока I . Так как $I_M = \sqrt{2} I$, то

$$Q = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} I t = 0,636 \cdot 1,414 \cdot 1,56 \cdot 10;$$

$$Q \approx 14 \text{ а.ч.}$$

12. Прямоугольный виток (два провода) вращается со скоростью 1 200 об/мин в однородном магнитном поле с индукцией $B_M = 0,8 \text{ тл}$. Длина провода 20 см, а ширина витка 15 см. Какова максимальная величина наведенной э. д. с. (рис. 207)?

В вертикальном положении катушки, когда верхний и нижний провода пересекаются наибольшим числом силовых линий, получается максимальная величина э. д. с.

$$E_M = Blv \cdot 2 = 2Bl \frac{\pi dn}{60};$$

$$E_M = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,20 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,15 \cdot 1\,200}{60};$$

$$E_M \approx 3,01 \text{ в.}$$

Решение по другой формуле $E_M = \Phi_M \omega$ дает то же самое:

$$E_M = BS \cdot 2\pi f = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 2\pi \cdot \frac{1\,200}{60};$$

$$E_M \approx 3,004 \text{ в.}$$

В любом другом положении витка наводится меньшая э. д. с., определяемая из уравнения

$$e = E_M \sin \omega t = 3,004 \sin (2\pi f t).$$

13. Двухполюсный генератор однофазного переменного тока имеет на статоре 500 последовательно соединенных проводов активной длиной 30 см, которые пересекаются магнитными линиями ротора. Ротор диаметром 10 см вращается со скоростью 3 000 об/мин. Электромагниты создают такую н. с., что индукция в воздушном зазоре $B = 0,9 \text{ тл}$.

Каковы максимальное и действующее значения наведенной э. д. с. (рис. 211)?

В проводах наводится переменная э. д. с., потому что мимо каждого провода проходит то южный, то северный полюс. Направление наведенной э. д. с. определим по правилу правой руки, однако следует учесть, что провода неподвижны.

$$E_M = B_M l v N = B_M l \frac{\pi dn}{60} N;$$

$$E_M = 0,9 \cdot 0,3 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,2 \cdot 3\,000}{60} \cdot 500;$$

$$E_M = 4\,239 \text{ в.}$$

$$E = E_M : \sqrt{2} = E_M \cdot 0,707 = 4\,239 \cdot 0,707 = 2\,997 \text{ в.}$$

При холостом ходе машины $E=U$ и вольтметр покажет напряжение $U=2997$ в.

Частота наведенного напряжения

$$f = \frac{3000}{60} = 50 \text{ гц.}$$

14. Четырехполюсный генератор переменного тока должен дать однофазное напряжение с действующим значением $U=400$ в и частотой $f=50$ гц. Сколько оборотов в минуту должен делать ротор и сколько витков должна иметь каждая из четырех последовательно

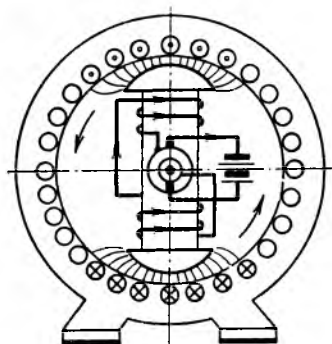


Рис. 211.

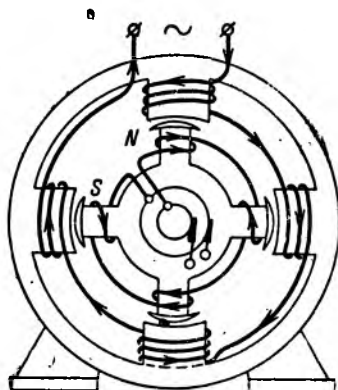


Рис. 212.

соединенных катушек обмотки статора, если максимальный поток полюса ротора $\Phi_M = 5 \cdot 10^{-3}$ вб (рис. 212)?

Скорость ротора

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{3000}{2} = 1500 \text{ об/мин.}$$

Максимальная наведенная э. д. с.

$$E_M = \omega \Phi_M w;$$

$$E_M = 2\pi f \Phi_M w.$$

Действующее значение э. д. с.

$$E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \Phi_M w;$$

$$E = 4,44f \Phi_M w.$$

Общее число последовательно соединенных витков во всех четырех катушках равно:

$$w = \frac{E}{4,44f \Phi_M};$$

$$\omega = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 363.$$

Одна катушка статора будет иметь

$$\frac{\omega}{4} = \frac{363}{4} \approx 91 \text{ виток.}$$

Генератор переменного тока, приведенный на рис. 212, представляет собой старую конструкцию. В настоящее время строят генераторы переменного тока, у которых обмотка якоря, т. е. та, в которой наводится э. д. с., неподвижна (см. рис. 211), а полюсы (электромагниты) вращаются. Полюсы могут быть явно выражеными, как на рис. 211, но могут быть образованы обмоткой, расположенной на вращающемся цилиндре. Такие генераторы называются турбогенераторами и являются быстроходными машинами. Машины первого типа (рис. 211) тихоходные предназначены главным образом для водяных турбин и имеют большое число полюсов.

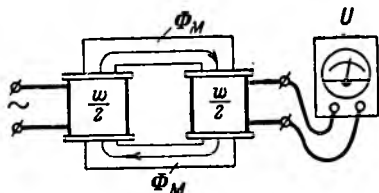


Рис. 213.

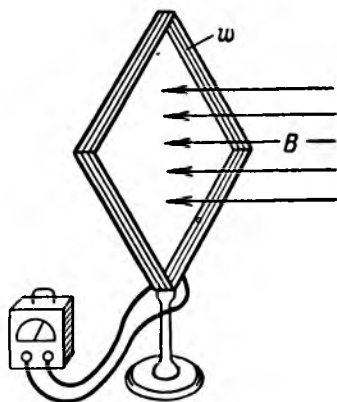


Рис. 214.

15. Через вторичную катушку трансформатора, состоящую из 1 000 витков, проходит переменный магнитный поток $\Phi_M = 5 \cdot 10^{-4}$ вб с частотой $f = 50$ гц. Чему равны максимальное и действующее значения напряжения вторичной обмотки и каково выражение для мгновенного значения напряжения (рис. 213)?

Максимальное значение индуцированного напряжения

$$U_{2M} = E_{2M} = \omega \Phi_M \omega_2;$$

$$U_{2M} = 2\pi f \Phi_M \omega_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1\,000;$$

$$U_{2M} = 157 \text{ в.}$$

Действующее значение напряжения

$$U_2 = E_2 = \frac{U_{2M}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Phi_M \omega_2}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \Phi_M \omega_2;$$

$$U_2 = 4,44 f \Phi_M \omega_2;$$

$$U_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1\,000 = 111 \text{ в.}$$

Мгновенное значение изменяется во времени по синусоиде

$$u = U_M \sin \omega t = 157 \sin (2\pi f t);$$

$$u = 157 \sin \left(\frac{2\pi}{0,02} t \right).$$

16. Рамочная антенна (рис. 214) ограничивает площадь $s=50 \times 50$ см и состоит из 20 витков. При электромагнитной волне длиной 300 м, т. е. при $f=10^6$ гц, в антенне индуцируется напряжение с действующим значением 1 мв. Какова максимальная индукция B_M (напряженность H_M) в месте установки антенны?

$$U_M = \omega \Phi_M \omega;$$

$$\sqrt{2} U = \omega \Phi_M \omega,$$

откуда

$$\Phi_M = \frac{U \sqrt{2}}{\omega \omega};$$

$$B_M = \frac{U \sqrt{2}}{2\pi f \omega S} = \frac{0,001 \sqrt{2}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot 0,5};$$

$$B_M = \frac{0,001 \sqrt{2}}{3 \cdot 140 \cdot 10^4} = 4,5 \cdot 10^{-11} \text{ тл.}$$

Задача может быть решена также по уравнению для трансформатора:

$$U = 4,44 f \Phi_M \omega;$$

$$B_M = \frac{U}{4,44 f S \omega} = \frac{0,001}{4,44 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 20};$$

$$B_M = 4,5 \cdot 10^{-11} \text{ тл.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Вывести выражение для мгновенного значения наведенной э. д. с. в катушке, имеющей 1 000 витков, если магнитный поток в ней меняется с частотой $f=50$ гц при максимальном значении $\Phi_M=8 \times 10^{-4}$ вб.

$$[U_M = 251,2 u = 251,2 \sin (2\pi \cdot 50 t)].$$

2. Прямоугольная катушка, имеющая 300 витков, вращается со скоростью $n=3\,000$ об/мин в постоянном магнитном поле с индукцией $B_M=1,2$ тл. Катушка имеет размеры 25×25 см. Каково максимальное значение наведенной э. д. с. и ее напряжение, возникающее в одном проводе? (5657,4 в; 9,4 в.)

2. РАСЧЕТ ПРОСТЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Понятия и формулы

а) Цепь с активным сопротивлением. В электрической цепи, имеющей лишь активное сопротивление r , в момент максимума напряжения ток максимален. При переходе напряжения

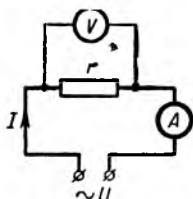


Рис. 215.

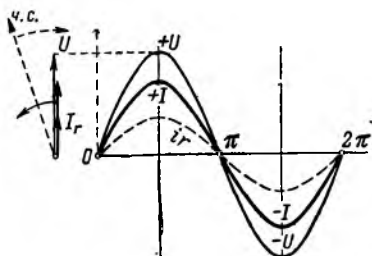


Рис. 216.

через нуль ток в цепи равен нулю. Напряжение U и ток I находятся в фазе (рис. 215 и 216).

Все формулы, выведенные для цепей постоянного тока, действительны для действующих значений переменного тока в цепи, которая имеет только активное сопротивление r .

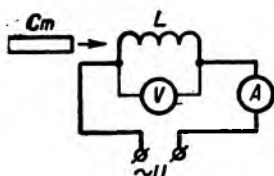


Рис. 217.

Приведенные на рис. 216 диаграммы изображают развернутый вид изменения синусоидальной величины (справа) и векторной (слева). На векторной диаграмме векторы электрических величин представляют собой максимальные или чаще действующие значения их. На рис. 216 слева векторы напряжения U и тока I совпадают; это значит, что они находятся в фазе.

Направление вращения векторов принято против хода часовой стрелки. Можно принимать векторы и неподвижными, а для получения мгновенных значений проектировать их на линию, изображенную на рис. 216 пунктиром. Эта линия должна вращаться по ходу стрелки часов и называется линией времени (ч. с.).

б) Цепь с индуктивностью. В цепи переменного тока, изображенной на рис. 217, учитываем только индуктивность катушки L , считая активное сопротивление ее r очень малым. В цепях постоянного тока индуктивность имеет значение только при включении и выключении цепей. Включать катушку индуктивности в цепь постоянного напряжения нельзя, так как при ее незначительном активном сопротивлении ток был бы очень велик. При переменном токе изменяется магнитное поле катушки и в ее витках наводится э. д. с. самоиндукции e_L . Э. д. с. самоиндукции тем больше,

чем больше индуктивность L и чем быстрее изменяется ток (поток), т. е. чем больше частота f .

Электродвижущая сила самоиндукции равна:

$$e_L = -L \frac{di}{dt},$$

а напряжение самоиндукции

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt}.$$

Или э. д. с. пропорциональна потоку Φ , частоте и числу витков в катушке, т. е.

$$U_L \equiv \Phi f \omega \equiv \Phi \omega.$$

Индуктивность L , а тем самым и напряжение самоиндукции, увеличим, если вложим в катушку стальной сердечник (рис. 217). При этом амперметр покажет уменьшение тока. Можно сказать, что напряжение самоиндукции ведет себя, как сопротивление, препятствующее увеличению тока. Это сопротивление называется индуктивным сопротивлением x_L :

$$x_L = \omega L = 2\pi f L.$$

После подстановки L , выраженной в генри, получим значение индуктивного сопротивления в омах.

Ток по закону Ома равен:

$$I = \frac{U}{\omega L}.$$

В цепи только с индуктивным сопротивлением ток I отстает от напряжения источника U на 90° (рис. 218). Максимальное или нулевое значение напряжения U на 90° (на $\pi/2$, или $1/4$ периода) опережает максимальное или нулевое значение тока. Это временное расхождение взаимно связанных величин напряжения и тока называется фазовым сдвигом.

На рис. 218 справа изображена развертка во времени напряжения U и тока I_L в цепи с индуктивным сопротивлением; слева приведена векторная диаграмма.

Векторы действующих значений (или максимальных) сдвинуты на 90° относительно друг друга. Часовая стрелка (ч. с.) встретится сначала с вектором напряжения U , а затем, лишь через $1/4$ периода, — с вектором тока I_L . Векторные диаграммы чертятся в основном для того, чтобы показать фазовый сдвиг φ . Э. д. с. E_L уравновешивает действующее напряжение U источника. Она сдвинута на 180° относительно напряжения U .

в) Цепь с емкостью. В цепь с источником переменного напряжения U включен конденсатор емкостью C . Активное и ин-

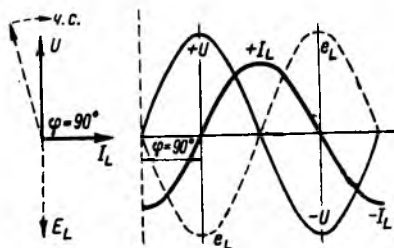


Рис. 218.

дуктивное сопротивление незначительны, и мы их не учитываем (рис. 219).

При подключении конденсатора к сети с неизменным напряжением он заряжается и на его обкладках появляется напряжение U_c , равное по величине напряжению источника U , но обратное по направлению. В конце заряда ток конденсатора уменьшается до нуля, так как через изоляцию конденсатора ток пройти не может.

При переменном напряжении конденсатор попеременно заряжается и разряжается. Через изоляцию (диэлектрик) конденсатора не

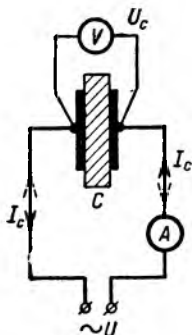


Рис. 219.

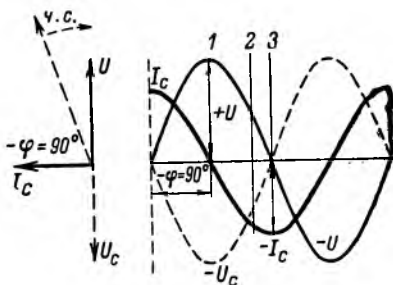


Рис. 220.

проходит и переменный ток, хотя амперметр и показывает действующие значения тока заряда и разряда.

Ток заряда и разряда будет тем больше, чем больше частота тока и емкость конденсатора.

Ток пропорционален емкости и частоте:

$$I \equiv fC;$$

$$I \equiv \omega C.$$

Емкостное сопротивление x_c обратно пропорционально произведению ωC :

$$x_c = \frac{1}{\omega C}.$$

По закону Ома ток в цепи с емкостью

$$I = \frac{U}{x_c} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C.$$

В момент времени 1 (рис. 220) конденсатор заряжен, по цепи ток не проходит, а напряжение заряженного конденсатора направлено против напряжения источника U .

В момент времени 2 напряжение источника падает, ток разряда увеличивается и направляется к левой пластине конденсатора (см. пунктирные стрелки на рис. 219).

В момент времени 3 напряжение источника равно нулю, а ток разряда конденсатора, разряжающий правую пластину и заряжающий левую, максимален.

Ток и напряжение не находятся в фазе. Ток конденсатора опережает на 90° ($1/4$ периода) напряжение источника U . Часовая стрелка (ч. с.) на векторной диаграмме сначала встретится с вектором емкостного тока I_c , а потом с вектором напряжения U .

Индуктивное и емкостное сопротивления называются реактивными: x_L — индуктивная реактивность; x_c — емкостная реактивность.

Примеры

1. Катушка имеет индуктивность $L=0,1$ гн и незначительное активное сопротивление. Каково индуктивное сопротивление катушки при частоте 50 и 10^6 гц?

При $f=50$ гц индуктивное сопротивление

$$x_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ ом.}$$

При $f=10^6$ гц

$$x_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 1\,000\,000 \cdot 0,1 = 628\,000 \text{ ом.}$$

Чем больше частота тока, тем больше сопротивление.

2. При какой частоте катушка с индуктивностью 10 мгн будет иметь индуктивное сопротивление 800 ом?

$$x_L = 2\pi f L;$$

$$f = \frac{x_L}{2\pi L} = \frac{800}{6,28 \cdot 0,01} = \frac{8\,000\,000}{628} \approx 12\,783 \text{ гц.}$$

3. Какую индуктивность должна иметь катушка без стали, чтобы при частоте $f=10^6$ гц ее индуктивное сопротивление было $x_L=20\,000$ ом?

$$x_L = 2\pi f L;$$

$$L = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{20\,000}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^6} = 3,18 \text{ мгн.}$$

4. Какой ток проходит через катушку без сердечника, имеющую индуктивность $L=60$ мгн, если она подключена к сети с переменным напряжением $U=220$ в с частотой $f=50$ гц? Какой будет ток, если в катушку вложен стальной сердечник с относительной магнитной проницаемостью $\mu_r=1\,000$ (рис. 217)?

$$I = \frac{U}{x_L} = \frac{U}{2\pi f L} = \frac{220}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,06} = \frac{220}{18,84};$$

$$I = 11,68 \text{ а.}$$

Ток в катушке со сталью

$$I = \frac{U}{2\pi f L \mu_r},$$

т. е. ток будет μ_r раз меньше:

$$I = 11,68 : 1\,000 = 0,01168 \text{ а} = 11,68 \text{ ма.}$$

5. Какое напряжение имеет катушка с индуктивностью $L=0,8$ гн, если при частоте 1 000 гц ее ток равен $I=0,2$ а?

$$U = Ix_L = I\omega L = 0,2 \cdot 2\pi \cdot 1\,000 \cdot 0,8;$$

$$U = 1\,004 \text{ в.}$$

6. Определить индуктивное сопротивление электромагнита с индуктивностью 200 мгн, подсоединенного к сети напряжением 220 в с частотой 50 гц.

$$x_L = \omega L = 2\pi fL = 314 \cdot 0,2 = 62,8 \text{ ом.}$$

Опытным путем можно определить индуктивное сопротивление по схеме включения, показанной на рис. 217.

Сопротивление

$$x_L = \frac{U}{I} = \frac{220}{I}.$$

7. Определить индуктивность электромагнита с индуктивным сопротивлением 150 ом, если он будет подключен к сети с частотой $f=50$ гц.

$$x_L = \omega L = 2\pi fL;$$

$$L = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{150}{314} = 0,477 \text{ гн.}$$

(При другой частоте и индуктивное сопротивление электромагнита будет другим).

8. Определить индуктивность электромагнита при включении его согласно схеме на рис. 217 в сеть напряжением 220 в, при $f=50$ гц. Включенный амперметр показал 2 а. Индуктивность L входит в выражение для индуктивного сопротивления x_L . Поэтому сначала определим индуктивное сопротивление:

$$x_L = \frac{U}{I} = \frac{220}{2} = 110 \text{ ом;}$$

$$x_L = 2\pi fL;$$

$$L = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{110}{314} \approx 0,350 \text{ гн.}$$

9. Определить емкостное сопротивление конденсатора емкостью 4 мкф, включенного в сеть с частотой $f=50$ гц (рис. 219).

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{314 \cdot 4 \cdot 10^{-6}};$$

$$x_C = \frac{10^6}{314 \cdot 4} = \frac{1\,000\,000}{1\,256} = 796 \text{ ом.}$$

10. Определить емкость конденсатора с сопротивлением 524 ом, включенного в сеть с частотой $f=50$ гц.

$$x_C = \frac{1}{2\pi fC}; \quad C = \frac{1}{2\pi f x_C} = \frac{1}{314 \cdot 524};$$

$$C = 0,000006 \phi = 6 \text{ мкф}.$$

11. Конденсатор емкостью 10 мкф включен в сеть переменного напряжения 220 в при частоте 50 гц. Определить действующее значение тока.

$$I = I_C = \frac{U}{x_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C;$$

$$I = 220 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0,7 \text{ а}.$$

12. Миллиамперметр, включенный в сеть последовательно с конденсатором на 10 мкф, показывает 0,1 а. Какое напряжение покажет прибор при частоте 100 гц (рис. 221)?

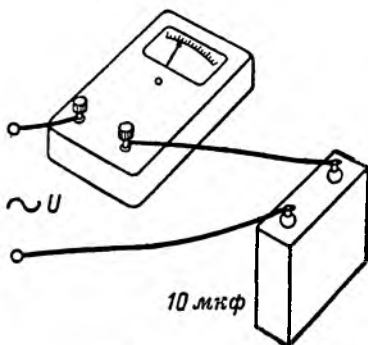


Рис. 221.

$$U = I x_C = I \frac{1}{2\pi fC} = 0,1 \cdot \frac{1}{6,28 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 10^{-6}};$$

$$U = \frac{10\,000}{628} = 15,93; \quad U \approx 16 \text{ в}.$$

13. Каким сопротивлением обладает конденсатор на 10 000 пф при токе частотой 10^2 , 10^3 и 10^6 гц?

$$10\,000 \text{ пф} = 0,01 \text{ мкф} = 10^{-8} \phi.$$

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{6,28 \cdot 10^{-8} f} = \frac{10^8}{6,28 f}.$$

Емкостное сопротивление при частоте $f=100$ гц

$$x_C = \frac{10^8}{6,28 \cdot 10^2} = \frac{10^6}{6,28} = 159\,230 \text{ ом}.$$

При частоте $f=10^3$ гц $x_C=15\,923 \text{ ом}.$

При частоте $f=10^6$ гц $x_C=15,92 \text{ ом}.$

14. Определить частоту источника энергии, который при напряжении $U=220$ в обеспечивает ток 18,64 ма в конденсаторе на 4 мкф (рис. 221).

$$I = \frac{U}{x_C} = \frac{1}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C;$$

$$\omega = \frac{1}{UC}; \quad 2\pi f = \frac{1}{UC};$$

$$f = \frac{1}{U \cdot 2\pi C} = \frac{0,298}{220 \cdot 6,28 \cdot 4 \cdot 10^{-6}};$$

$$f = \frac{0,298 \cdot 10^6}{220 \cdot 6,28 \cdot 4} \approx 50 \text{ гц}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Каким индуктивным сопротивлением обладает катушка с индуктивностью $L=30 \text{ мГн}$ при частоте $f=10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ и 10^7 гц ? ($1,884 \text{ ом}$; $18,84 \text{ ом}$ и т. д., при $f=10^7 \text{ х}_L=1,884 \cdot 10^6 \text{ ом}$.)

2. Каким емкостным сопротивлением обладает конденсатор емкостью $C=0,1 \text{ мкф}$ при $f=10, 10^2, 10^6 \text{ гц}$? ($x_C=159 \text{ } 150$; $15 \text{ } 915$; $1,5915 \text{ ом}$.)

3. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

а) ЦЕПЬ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Понятия и формулы

Последовательное соединение. При последовательном соединении сопротивлений r и x_L через них проходит один и тот же ток I , который создает на них падения напряжения U_a и U_L . По второму правилу Кирхгофа алгебраическая сумма всех э.д.с. замкнутого контура электрической цепи равна алгебраической сумме всех падений напряжения (Ir) на сопротивлениях того же контура цепи:

$$\Sigma E = \Sigma Ir;$$

следовательно,

$$u + e_L = ir,$$

или

$$u = ir - e_L = ir + L \frac{di}{dt} = u_a + u_L \text{ (рис. 222).}$$

Максимальные, а также действующие значения удобно и наглядно складывать при помощи векторных диаграмм (геометрически), с учетом фазового сдвига между напряжениями U и токами I .

На векторной диаграмме (рис. 223) вертикально расположен вектор тока I . Он создаст на сопротивлениях падения напряжения $U_a = Ir$ и $U_L = Ix_L = -E_L$, которые в сумме равны напряжению источника U . Напряжение U получается в результате геометрического сложения векторов падений напряжения на сопротивлениях. Между действующими (или максимальными) значениями напряжения U и тока I имеется фазовый сдвиг ϕ , причем ток I отстает от

напряжения U (вращение вектора против часовой стрелки). На диаграмме (рис. 224, а) дан прямоугольный треугольник напряжений, откуда

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2};$$

$$U = \sqrt{I^2 r^2 + I^2 x^2} = I \sqrt{r^2 + x^2} = I z.$$

Если разделим падения напряжения на ток I , то получим выражение для сопротивлений:

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2};$$

Треугольник сопротивлений дан на рис. 224, б.

Ток цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

Фазовый сдвиг определим по формуле

$$\cos \varphi = \frac{Ir}{U} = \frac{r}{z},$$

или из треугольника мощности (рис. 224, в), который получим из треугольника напряжений путем умножения вектора на ток I :

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}},$$

где P — активная мощность; S — полная мощность; Q — реактивная мощность.

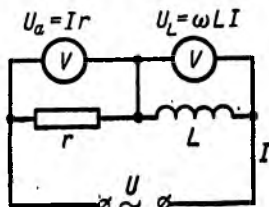


Рис. 222.

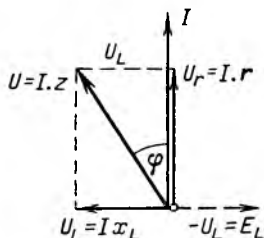


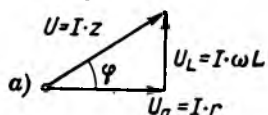
Рис. 223.

Параллельное соединение. При параллельном соединении напряжение источника U является общим для обоих сопротивлений (рис. 225). На векторной диаграмме вертикально расположен вектор напряжения U , в фазе с которым находится ток I_a (рис. 226). В катушке с индуктивным сопротивлением ток отстает от напряжения на 90° ($1/4$ периода). Для определения результирующего тока I токи в обеих ветвях складывают геометрически. Этот ток отстает на угол φ от напряжения U (рис. 226).

Используя теорему Пифагора, можно получить формулу для результирующего тока в виде:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{r}\right)^2 + \left(\frac{U}{\omega L}\right)^2} = U \sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}.$$

Выражение под корнем представляет собой результирующую проводимость цепи:



$$G = \frac{1}{z}; \quad I = UG = \frac{U}{z}.$$

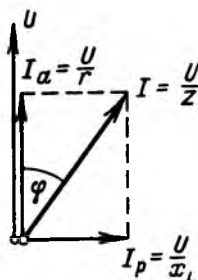
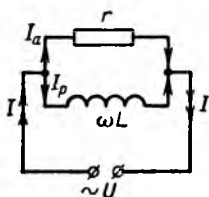
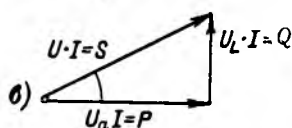
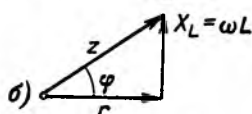


Рис. 224.

Рис. 225.

Рис. 226.

Примеры

1. Чему равно полное сопротивление цепи при частоте $f = 50$ гц, в которой активное сопротивление $r = 37$ ом соединено с катушкой индуктивностью $L = 0,5$ гн?

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{37^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5)^2} = \sqrt{26018} \approx 161,30 \text{ ом}.$$

2. Какой ток будет проходить через сопротивления в цепи предыдущего примера при постоянном напряжении $U = 220$ в и переменном напряжении с действующим значением $U = 220$ в при $f = 50$ гц. При постоянном напряжении катушка практически имеет сопротивление.

$$I = \frac{U}{r} = \frac{220}{37} = 5,94 \text{ а}.$$

При переменном напряжении нужно учитывать и индуктивное сопротивление катушки:

$$x = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5 = 157 \text{ ом};$$

$$z \approx 161,3 \text{ ом};$$

$$I = \frac{220}{161,3} = 1,36 \text{ а.}$$

3. Катушка имеет активное сопротивление $r=100 \text{ ом}$ и индуктивность $L=2 \text{ гн}$. Какие индуктивное и полное сопротивления имеет катушка при частоте $f=50 \text{ гц}$ (рис. 227)?

Катушка с активным сопротивлением и индуктивностью равноценна активному и индуктивному сопротивлениям, соединенным последовательно (рис. 227). В этом случае

$$x = \omega L = 2\pi f L = 314 \cdot 2 = 628 \text{ ом};$$

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{100^2 + (628)^2} = \sqrt{100^2 + 628^2};$$

$$z \approx 636 \text{ ом.}$$

При постоянном токе катушка будет иметь сопротивление только 100 ом .

4. Катушка электромагнита имеет сопротивление $r=21 \text{ ом}$, а при подсоединении ее к сети переменного тока напряжением $U=220 \text{ в}$ ($f=50 \text{ гц}$) амперметр покажет ток 2 а . Каковы полное и индуктивное сопротивление катушки? Каковы фазовый сдвиг φ и $\cos \varphi$ катушки?

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{2} = 110 \text{ ом};$$

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2}; \quad z^2 = r^2 + x_L^2;$$

$$x_L^2 = z^2 - r^2 = 110^2 - 21^2 = 12100 - 441.$$

Индуктивное сопротивление

$$x_L = \sqrt{11659} \approx 108 \text{ ом.}$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{x_L}{314} = \frac{108}{314} = 0,344 \text{ гн} = 344 \text{ мгн.}$$

$\cos \varphi$ определим из треугольника сопротивлений (см. рис. 224, б):

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{21}{110} = 0,191.$$

По тригонометрическим таблицам найдем угол сдвига между U и I , соответствующий

$$\cos \varphi = 0,191 \text{ (рис. 226); } \varphi = 79^\circ 10'.$$

5. Решим тот же пример графически.

Полное сопротивление катушки

$$z = \frac{U}{I} = 110 \text{ ом.}$$

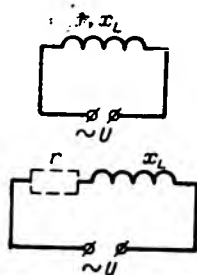


Рис. 227.

z — гипотенуза, а r — один из катетов прямоугольного треугольника; другим катетом является вектор индуктивного сопротивления $x_L = \omega L$. Согласно рис. 224 и 228 проведем горизонтальную линию, на которой отложим отрезок AB , равный 21 мм, при выбранном масштабе 1 мм = 1 ом. Из точки B восстановим перпендикуляр и радиусом $Z = 110$ мм (т. е. 110 ом) проведем дугу с центром в точке A до пересечения с перпендикуляром в точке C . Измерив отрезок BC , получим величину индуктивного сопротивления x_L в омах. Индуктивность L находится подсчетом.



Рис. 228.

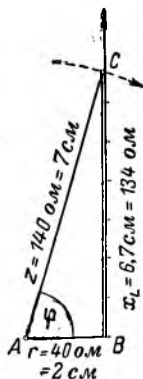


Рис. 229.

Угол φ определим при помощи угломера. На рис. 228 он начерчен не в масштабе; показана лишь последовательность графического решения. Графическое решение задач менее точно, чем аналитическое. Графически лучше решать те задачи, в которых требуется приблизительный результат и когда расчет неудобен, например, при дробных и больших численных значениях.

6. Определить графически фазовый сдвиг и индуктивное сопротивление катушки, которая включена в сеть переменного тока напряжением $U = 220$ в с частотой 50 гц и пропускает ток $I = 1,57$ а. При включении катушки на постоянное напряжение $U_n = 24$ в она пропускает ток $I_n = 0,6$ а.

Резльтирующее (полное) сопротивление катушки

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1,57} = 140 \text{ ом.}$$

Активное сопротивление

$$r = \frac{U_n}{I_n} = \frac{24}{0,6} = 40 \text{ ом.}$$

Построим треугольник сопротивления в масштабе: 1 см = 20 ом. Гипотенуза $z = 140$ ом будет длиной 7 см, а катет $r = 40$ ом будет длиной 2 см. Построим треугольник сопротивлений по рис. 229.

Из точки B горизонтального отрезка длиной 2 см (40 ом) восстановим перпендикуляр к нему. Теперь из точки A проведем дугу радиусом 7 см. Она пересекается с перпендикуляром в точке C (рис. 229). Длина перпендикуляра $BC = 6,7$ см, что соответствует сопротивлению $x_L = 134$ ом. Угломером определим угол $\varphi = 73^\circ$.

7. Каковы полное, активное и индуктивное сопротивления катушки, если после включения ее в сеть переменного тока напряжением 220 в через нее проходит ток $I = 1$ а, а при подсоединении ее к аккумулятору напряжением 4 в она пропускает постоянный ток $I_n = 0,2$ а (рис. 230)?

Полное сопротивление

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \text{ ом.}$$

Активное сопротивление

$$r = \frac{U_{\text{п}}}{I_{\text{п}}} = \frac{4}{0,2} = 20 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{220^2 - 20^2} = \sqrt{48\,000} = 219 \text{ ом.}$$

8. Через катушку с активным сопротивлением $r=20$ ом проходит переменный ток $I=5$ а при напряжении сети $U=220$ в. Каково напряжение на активном сопротивлении?

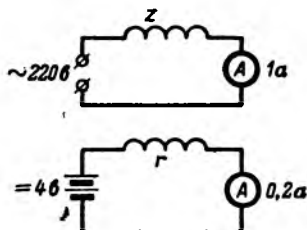


Рис. 230.

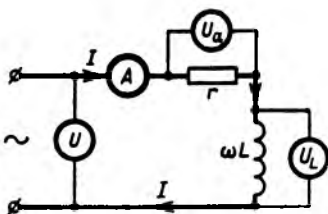


Рис. 231.

Катушку с активным и индуктивным сопротивлением можно заменить схемой, данной на рис. 227, где активное сопротивление катушки соединено последовательно с индуктивным.

Напряжение на активном сопротивлении

$$U_a = Ir = 5 \cdot 20 = 100 \text{ в.}$$

Напряжение на индуктивном сопротивлении x_L

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_a^2} = \sqrt{220^2 - 100^2} = \sqrt{48\,400 - 10\,000};$$

$$U_L = \sqrt{38\,400} = 196 \text{ в.}$$

9. В электрической цепи переменного тока напряжением $U=220$ в с частотой 50 гц амперметр показывает ток 0,5 а; вольтметр на активном сопротивлении показывает напряжение U_a , равное 100 в, а вольтметр на индуктивности показывает напряжение U_L , равное 196 в. Нужно определить величины полного, активного и индуктивного сопротивлений, $\cos \phi$ и угол ϕ , мощности активную, полную и реактивную (рис. 231).

Полное сопротивление

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ в}}{0,5 \text{ а}} = 440 \text{ ом.}$$

Активное сопротивление

$$r = \frac{U_a}{I} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$x_L = \frac{U_L}{I} = \frac{196}{0,5} = 392 \text{ ом.}$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{392}{314} \approx 1,25 \text{ гн.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{r}{Z} = \frac{220}{440} = 0,465.$$

Фазовый сдвиг между током I и напряжением источника U
 $\varphi \approx 63^\circ$.

Активная мощность цепи. — это мощность на активном сопротивлении:

$$P = U_a I = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ вт.}$$

Намагничивающая (реактивная) мощность — это мощность на индуктивности:

$$Q = U_L I = 196 \cdot 0,5 = 98 \text{ вар.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = 220 \cdot 0,5 = 110 \text{ в\!а.}$$

Проверка правильности расчета мощностей (см. треугольник мощностей на рис. 224, в):

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 50^2 + 98^2 = 110^2 = 12\,100 \approx 12\,100.$$

10. В цепи переменного тока с активным и индуктивным сопротивлениями, подключенной к сети напряжением $U=220$ в, фазометр показывает $\cos \varphi=0,6$. Определить величины активного и индуктивного падений напряжения (рис. 232).

По треугольнику мощностей (см. рис. 224, в) найдем:

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U}.$$

Падение напряжения на активном сопротивлении

$$U_a = U \cos \varphi = 220 \cdot 0,6 = 132 \text{ в.}$$

Падение напряжения на индуктивности (см. треугольник напряжений, рис. 224, а).

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_a^2} = \sqrt{220^2 - 132^2} = \sqrt{30\,976};$$

$$U_L = 176 \text{ в.}$$

Или по треугольнику напряжений (рис. 224, а)

$$\sin \varphi = \frac{U_L}{U}.$$

Падение напряжения на индуктивном сопротивлении

$$U_L = U \sin \varphi = 220 \cdot 0,798 = 175,5 \text{ в},$$

где $\sin \varphi$ определим по таблице тригонометрических функций для $\cos \varphi = 0,6$.

11. Для поддержания дуги в дуговой угольной лампе необходимы напряжение $U_0 = 35 \text{ в}$ и ток $I = 4 \text{ а}$. Напряжение сети 220 в

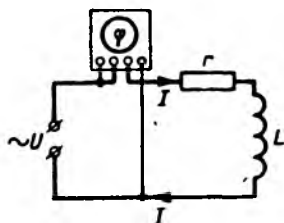


Рис. 232.

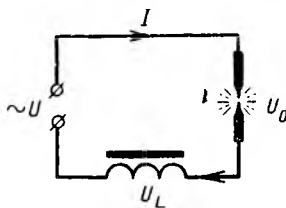


Рис. 233.

при частоте 50 гц нужно уменьшить включением реактора со стальным сердечником. Определить напряжение самоиндукции, индуктивность реактора, $\cos \varphi$, мощность реактора и мощность всей цепи (рис. 233).

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_a^2} = \sqrt{220^2 - 35^2} = \sqrt{48\,000 - 1\,225};$$

$$U_L = 217 \text{ в}.$$

Если не учитывать активного сопротивления катушки (реактора), то напряжение самоиндукции катушки будет равно напряжению на зажимах катушки U_L (рис. 234).

Индуктивность катушки L определим по формуле

$$L = \frac{U_L}{2\pi f I} = \frac{217}{4 \cdot 314} = 0,172 \text{ гн} \approx 172 \text{ мгн}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{35}{220} = 0,159.$$

Реактор потребляет лишь мощность намагничивания (реактивную). Энергия намагничивания переходит в энергию электрическую. Реактивная мощность равна $Q = U_L I = 217 \cdot 4 = 868 \text{ вар}$.

Активная мощность включения

$$P = U_a I = 35 \cdot 4 = 140 \text{ вт}.$$

Полная мощность

$$S = UI = 220 \cdot 4 = 880 \text{ ва}.$$

12. Ртутная лампа мощностью 500 вт , при напряжении 220 в и токе 4 а должна включаться последовательно с индуктивной катушкой (реактором). Определить напряжение самоиндукции катуш-

ки, напряжение на зажимах катушки с учетом активного сопротивления $r=2 \text{ ом}$, индуктивность катушки, полную мощность цепи, мощность катушки, $\cos \varphi$ цепи (рис. 235).

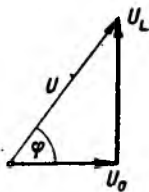


Рис. 234.

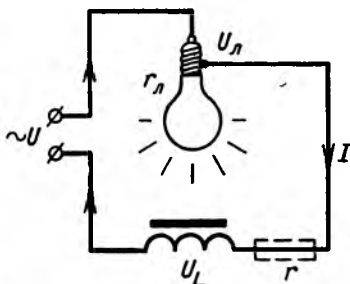


Рис. 235.

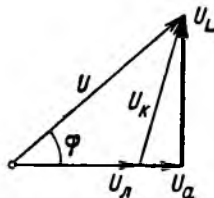


Рис. 236.

Мощность лампы 500 вт . Напряжение на лампе не равно напряжению сети 220 в , а равно

$$U_{\text{л}} = \frac{500}{4} = 125 \text{ в}.$$

Ток лампы $I=4 \text{ а}$ проходит и через сопротивление витков катушки $r=2 \text{ ом}$ и создает на нем падение напряжения

$$U_{\text{а}} = rI = 4 \cdot 2 = 8 \text{ в}.$$

Падения напряжения $U_{\text{л}}$ и $U_{\text{а}}$ — активные. Напряжение самоиндукции катушки U_L (рис. 236), и по треугольнику напряжений будет:

$$U_L^2 = U^2 - (U_{\text{л}} + U_{\text{а}})^2;$$

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_{\text{л}} + U_{\text{а}})^2};$$

$$U_L = \sqrt{220^2 - 133^2} = \sqrt{30\,711} \approx 175 \text{ в}.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{U_L}{2\pi f} = \frac{175}{314} = 0,557 \text{ гн}.$$

Напряжение на зажимах катушки

$$U_{\text{к}}^2 = U_{\text{а}}^2 + U_L^2;$$

$$U_{\text{к}} = \sqrt{8^2 + 175^2} = \sqrt{64 + 30\,625} = \sqrt{30\,689};$$

$$U_{\text{к}} \approx 176 \text{ в},$$

т. е. величиной r катушки можно пренебречь.

Напряжение $U_{\text{к}}$ не находится в фазе с напряжением $U_{\text{л}}$, поэтому алгебраическая сумма $U_{\text{к}} + U_{\text{л}} = 175 + 125 = 300 \text{ в}$ не равна напряжению сети $U = 220 \text{ в}$.

Полная мощность

$$S = UI = 220 \cdot 4 = 880 \text{ в} \cdot \text{а}.$$

Активная мощность $P = 500 \text{ вт}$.

Активная мощность катушки $P_k = U_a I = 8 \cdot 4 = 32 \text{ вт}$.

Реактивная мощность катушки

$$Q = U_L I = 175 \cdot 4 = 700 \text{ вар}.$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{U_n + U_a}{U} = \frac{125 + 8}{220} = \frac{133}{220} = 0,604.$$

Фазовый сдвиг между напряжением сети U и током I $\varphi \approx 53^\circ$, т. е. примерно $1/7$ периода.

13. Определить полное сопротивление двух параллельных ветвей, если одна состоит из активного сопротивления $r = 20 \text{ ом}$, а другая из индуктивного сопротивления $x_L = 50 \text{ ом}$. Какой ток будет в цепи и параллельных ветвях при напряжении источника $U = 220 \text{ в}$ (см. рис. 225 и 226)? Какой сдвиг фаз будет между напряжением источника и результирующим током I ?

Ток в ветви с сопротивлением r

$$I_a = \frac{U}{r} = \frac{220}{20} = 11 \text{ а}.$$

Ток в ветви с индуктивностью

$$I_p = \frac{U}{x_L} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ а}.$$

Результирующий ток равен не алгебраической сумме токов в ветвях ($I = I_a + I_p$), а векторной (геометрической) сумме (см. рис. 226):

$$I^2 = I_a^2 + I_p^2 = 11^2 + 4,4^2;$$

$$I = \sqrt{121 + 19,36} = \sqrt{140,36};$$

$$I \approx 11,8 \text{ а}.$$

Результирующий ток получим, зная величину полного сопротивления z , которое подсчитаем согласно рис. 226:

$$\frac{U^2}{z^2} = \frac{U^2}{r^2} + \frac{U^2}{x_L^2}; \quad \frac{1}{z^2} = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{x_L^2};$$

$$\frac{1}{z} = \sqrt{\frac{1}{r^2} + \frac{1}{x_L^2}} = \sqrt{\frac{1}{400} + \frac{1}{2500}} = \sqrt{\frac{29}{10000}};$$

$$z = \sqrt{\frac{10000}{29}} = \frac{100}{5,38} = 18,6 \text{ ом}.$$

Проверка результирующего тока:

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{18,6} = 11,8 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{U}{r} : \frac{U}{z} = \frac{z}{r} = \frac{18,6}{20} = 0,93;$$

$$\varphi = 21^\circ 30'.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Какое должно быть напряжение, чтобы через катушку с активным сопротивлением $r=500 \text{ ом}$ и индуктивностью $L=2 \text{ гн}$ прошел ток $I=0,2 \text{ а}$ при $f=50 \text{ гц}$? ($x_L=628 \text{ ом}$; $z=630 \text{ ом}$; $U=126 \text{ в}$).

2. В цепи переменного тока с активным сопротивлением $r=150 \text{ ом}$ проходит ток $I=3 \text{ а}$ при $U=220 \text{ в}$. Чему равно индуктивное сопротивление цепи? ($x_L=71,7 \text{ ом}$.)

6) ЦЕПЬ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ЕМКОСТЬЮ

Понятия и формулы

Последовательное соединение. Включение сопротивлений под напряжение показано на рис. 237. Векторную диаграмму, приведенную на рис. 238, начнем чертить с тока I , общего для обоих последовательно соединенных сопротивлений. Активная составляющая напряжения U_a находится в фазе с током I , а составляющая напря-

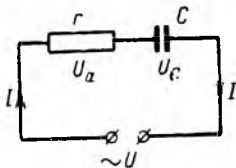


Рис. 237.

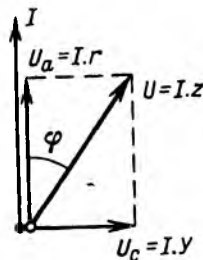


Рис. 238.

жения на емкости U_c отстает на 90° от тока I . Обе составляющие дают результирующее напряжение источника U , которое отстает от тока на угол φ .

На векторной диаграмме виден треугольник напряжений, по которому можно определить полное сопротивление z и $\cos \varphi$:

$$U^2 = U_a^2 + U_c^2;$$

$$Iz = I \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad \cos \varphi = \frac{r}{z},$$

где $1/\omega C$ — так называемое емкостное сопротивление, обозначаемое x_C .

Параллельное соединение. Соединению, приведенному на рис. 239, соответствует диаграмма на рис. 240. Параллельно соединенные сопротивления имеют общее напряжение источника, которое изображено вектором U . Ток I_a в ветви с активным сопротивлением будет

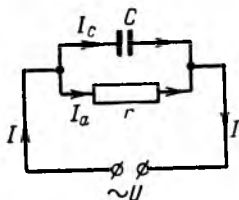


Рис. 239.

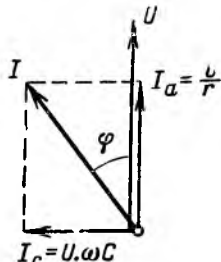


Рис. 240.

в фазе с U , а емкостной ток I_C будет опережать напряжение на 90° ($1/4$ периода).

Резльтирующий ток равен:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_C^2} = \sqrt{\frac{U^2}{r^2} + (U\omega C)^2} = U \sqrt{\frac{1}{r^2} + (\omega C)^2}.$$

Примеры

1. Конденсатор емкостью 4 мкф соединен последовательно с сопротивлением 500 ом и включен в сеть переменного напряжения 220 в , $f=50 \text{ гц}$ согласно рис. 237. Чему равно полное сопротивление цепи, какой ток течет по цепи и каков сдвиг фаз между током I и напряжением U ?

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{500^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}\right)^2};$$

$$z = \sqrt{250\,000 + \left(\frac{10^6}{314 \cdot 4}\right)^2} \approx 940 \text{ ом};$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{940} = 0,234 \text{ а};$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} \text{ или } \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_C}{U_a} = \frac{\frac{I}{\omega C}}{Ir} = \frac{1}{r\omega C} = \frac{10^6}{500 \cdot 2\pi f \cdot 4};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 1,58;$$

$$\varphi \approx 58^\circ.$$

Чем больше значение емкости, тем меньше емкостное сопротивление. При очень большой емкости конденсатор представляет собой хороший проводник, как будто между его обкладками нет изоляции. Ток при этом опережает напряжение на угол, близкий к 90° .

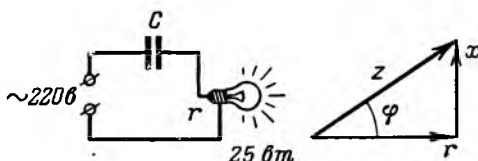


Рис. 241.

2. Лампу на 24 в и 25 Вт нужно включить в сеть с напряжением 220 в и частотой $f=50$ гц. Какой конденсатор следует включить последовательно с лампой (рис. 241)?

Подсчитаем активное сопротивление лампы и ее ток:

$$I = \frac{P}{U_{\text{л}}} = \frac{25}{24} = 1,04 \text{ а};$$

$$r = \frac{U_{\text{л}}}{I} = \frac{24}{1,04} = 23 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление должно быть таким, чтобы по цепи протекал ток лампы $I=1,04$ а при напряжении сети 220 в:

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1,04} = 211,5 \text{ ом}.$$

Величину емкостного сопротивления определим из треугольника сопротивлений на рис. 241 и 238:

$$x_C = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{212^2 - 23^2} = \sqrt{44\,415} = 210 \text{ ом}.$$

Емкость определим из равенства

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot 210} = \frac{1}{314 \cdot 210} = \frac{1}{65\,940} = 0,0000150 \text{ ф} = 15 \text{ мкф}.$$

(При наличии большой емкости ток будет больше. Если емкость меньше, то емкостное сопротивление больше, а ток меньше. Напряжение на лампе можно понижать и активным сопротивлением, включенным последовательно с лампой, но это неэкономично.)

3. К потребителю сопротивлением $r=100$ ом параллельно подключен конденсатор 10 мкф. Определить ток потребителя, конденсатора, общий ток цепи и сдвиг по фазе между общим током I и напряжением $U=220$ в при $f=50$ гц (см. рис. 239)

$$I_a = \frac{U}{r} = \frac{220}{110} = 2,2 \text{ а;}$$

$$I_c = \frac{U}{x_c} = \frac{U}{1/\omega C} = U \cdot 2\pi f C = 220 \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,68 \text{ а.}$$

Общий ток по треугольнику токов на диаграмме (см. рис. 240) равен:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_c^2} = \sqrt{2,2^2 + 0,68^2} = \sqrt{5,3} = 2,32 \text{ а.}$$

Исходя из выведенной ранее формулы,

$$I = U \sqrt{\frac{1}{r^2} + (\omega C)^2}, \text{ где } \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r^2} + (\omega C)^2}}$$

полное сопротивление цепи, которое равно:

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{2,32} = 95 \text{ ом.}$$

Сдвиг фаз между током I и напряжением U определим по векторной диаграмме на рис. 240 из отношения.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_c}{I_a} = \frac{0,68}{2,2} = 0,309; \quad \varphi \approx 17^\circ.$$

Чем больше будет параллельно подсоединенная к сопротивлению r емкость, тем на больший угол ток I будет опережать напряжение U .

Задачи для самостоятельного решения

1. Какой конденсатор нужно включить последовательно с лампой мощностью 10 вт и напряжением 120 в, чтобы ее можно было включить на напряжение $U=220$ в при $f=50$ гц. Какое падение напряжения будет на конденсаторе? ($I=0,083$ а; $z=2650$ ом; $r=1445$ ом; $x_c=2222$ ом; $C=1,43$ мкф; $U_c=184,4$ в.)

2. Цепь с емкостью $C=8$ мкф, включенной последовательно с активным сопротивлением $r=50$ ом, подсоединена к сети напряжением 110 в при частоте $f=50$ гц. Какими будут ток и сдвиг фаз? ($I=0,274$ а; $\cos \varphi=0,124$.)

в) ЦЕПЬ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ И ЕМКОСТЬЮ

Последовательное соединение. Цепь с индуктивностью $L=4$ гн, последовательно соединенной с емкостью $C=8$ мкф, подключена к сети напряжением $U=220$ в с частотой $f=50$ гц. катушка индуктив-

ности (рис. 242) имеет незначительное активное сопротивление, которое не учитываем. Определить полное сопротивление, результирующий ток и сдвиг фаз между током и напряжением.

Общее сопротивление определяется по векторной диаграмме согласно рис. 243. Для последовательного соединения сопротивлений сначала чертим вектор тока I , т. е. величину, общую для всех сопротивлений цепи. Часть напряжения сети U , составляющая падение напряжения U_L на катушке, опережает ток на $1/4$ периода (на 90°).

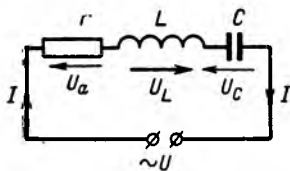


Рис. 242.

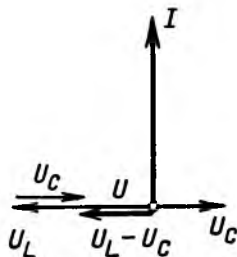


Рис. 243.

Часть напряжения U , составляющая падение напряжения U_C на конденсаторе, отстает от тока I на такой же угол.

Результирующее напряжение $U_L - U_C$ покрывается напряжением сети:

$$U = U_L - U_C;$$

$$Iz = I\omega L - I \frac{1}{\omega C}.$$

Полное сопротивление

$$z = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}};$$

$$I = \frac{220}{314 \cdot 4 - \frac{10^6}{314 \cdot 8}} = \frac{220}{858} = 0,256 \text{ а.}$$

Фазовый сдвиг $\varphi = 90^\circ$. Так как сопротивление ωL больше, чем $1/\omega C$, то напряжение на катушке больше, чем на конденсаторе, и ток I отстает на $1/4$ периода от напряжения источника. Напряжение на катушке $U_L = I\omega L = 322 \text{ в}$ больше напряжения источника, но это напряжение снижается за счет напряжения конденсатора ($U_C = I \frac{1}{\omega C} = 102 \text{ в}$) до величины 220 в . Напряжения на катушке и конденсаторе направлены встречно.

Параллельное соединение. Конденсатор емкостью 8 мкф и катушка индуктивностью 4 гн из предыдущего примера соединяются параллельно согласно схеме на рис. 244. Какой ток будет проходить через конденсатор и катушку и какой будет общий ток? Каково будет полное сопротивление при частоте тока $f=50 \text{ гц}$ и напряжении

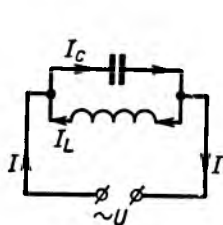


Рис. 244.

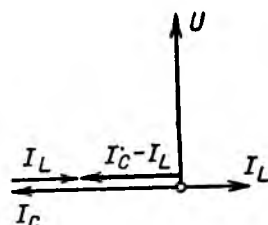


Рис. 245.

$U=220 \text{ в}$? На векторной диаграмме рис. 245 можно видеть, что токи в сопротивлениях имеют противоположные направления и общий ток равен разности токов конденсатора и катушки:

$$I = I_C - I_L.$$

Конденсатор и катушка имеют одинаковое действующее значение напряжения, но действующие значения их токов будут:

$$I_C = U\omega C = 220 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 0,552 \text{ а};$$

$$I_L = \frac{U}{x_L} = \frac{220}{314 \cdot 4} = 0,175 \text{ а};$$

$$I = I_C - I_L = 0,552 - 0,175 = 0,377 \text{ а}.$$

Полное сопротивление

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,377} = 584 \text{ ом}.$$

Общая формула для полного сопротивления имеет вид:

$$z = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_C - I_L} = \frac{U}{U\omega C - \frac{U}{\omega L}} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Последовательная цепь, приведенная на рис. 242, имеет следующие параметры: $C=10 \text{ мкф}$; $L=5 \text{ гн}$; $U=110 \text{ в}$; $f=50 \text{ гц}$. Чему равен ток? ($I=0,08 \text{ а}$.)

2. Параллельная цепь, приведенная на рис. 244, имеет следующие параметры: $C=4 \text{ ф}$; $L=4 \text{ гн}$; $U=110 \text{ в}$; $f=50 \text{ гц}$. Чему равно полное сопротивление цепи? ($Z=1089 \text{ ом}$.)

4. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ С АКТИВНЫМ, ИНДУКТИВНЫМ И ЕМКОСТНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ

Примеры

1. Две катушки, соединенные последовательно, каждая имеет индуктивное и активное сопротивления. Первая катушка имеет $r_1 = 7 \text{ ом}$; $L_1 = 20 \text{ мГн}$, вторая $r_2 = 3 \text{ ом}$; $L_2 = 50 \text{ мГн}$. Чему равны полное сопротивление, ток и фазовый сдвиг между током I и напряжением $U = 220 \text{ в}$ при $f = 50 \text{ Гц}$? Каково падение напряжения на катушках?

Активное сопротивление катушки r можно представить как вынесенное отдельно и последовательно соединенное с индуктив-

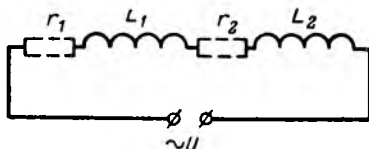


Рис. 246.

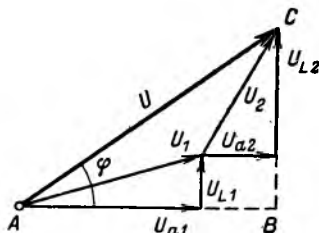


Рис. 247.

ностью L . На рис. 246 активные сопротивления обозначены пунктиром, хотя на самом деле это сопротивления витков катушки. Полное сопротивление получим, используя векторную диаграмму напряжений катушек (рис. 247).

Треугольник падений напряжения на первой катушке состоит из катетов U_{a1} , U_{L1} и гипотенузы U_1 . Если к U_1 прибавить U_{a2} в фазе с U_{a1} и U_{L2} в фазе с U_{L1} , то геометрическая сумма напряжений будет равна напряжению сети U . Напряжение на зажимах U представит собой гипотенузу треугольника ABC . Катет AB равен сумме напряжений на активных сопротивлениях катушек, т. е. $U_a = U_{a1} + U_{a2}$. Катет BC равен сумме напряжений на индуктивных сопротивлениях катушек, т. е. $U_L = U_{L1} + U_{L2}$.

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{(U_{a1} + U_{a2})^2 + (U_{L1} + U_{L2})^2};$$

$$U = I \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2)^2}.$$

Полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2)^2}.$$

После подстановки числовых значений получим:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{(7 + 3)^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,02 + 2\pi \cdot 50 \cdot 0,05)^2} = \\ &= \sqrt{100 + 484} \approx 24,2 \text{ ом}. \end{aligned}$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{24,2} = 9,1 \text{ а.}$$

Падения напряжения на катушках по диаграмме на рис. 247 будут:

$$U_1 = I \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2} = 9,1 \sqrt{49 + 39,43} = 85,5 \text{ в;}$$

$$U_2 = I \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2} = 9,1 \sqrt{9 + 246,5} = 145,6 \text{ в.}$$

Фазовый сдвиг между U и I по рис. 247

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{L1} + U_{L2}}{U_{a1} + U_{a2}} = \frac{I(\omega L_1 + \omega L_2)}{I(r_1 + r_2)};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{314(L_1 + L_2)}{r_1 + r_2} = \frac{314 \cdot 0,07}{10} = 2,189;$$

$$\varphi = 65^\circ 30'.$$

Результирующее активное сопротивление

$$r = r_1 + r_2 = 10 \text{ ом.}$$

Результирующее индуктивное сопротивление

$$\omega L = \omega L_1 + \omega L_2 = 21,98 \text{ ом.}$$

Результирующая индуктивность обеих катушек равна сумме индуктивностей отдельных катушек:

$$L = L_1 + L_2 = 0,07 \text{ гн} = 70 \text{ мгн.}$$

2. Активное сопротивление $r=20 \text{ ом}$, соединенное последовательно с катушкой, имеющей индуктивность $L=1 \text{ гн}$, составляет одну ветвь; вторую ветвь образует конденсатор емкостью $C=4 \text{ мкф}$. Ветви соединены по схеме, показанной на рис. 248, и подключены к сети напряжением $U=220 \text{ в}$ (50 гц). Требуется построить векторную диаграмму, определить сопротивление каждой ветви, полное сопротивление цепи, ток в ветвях, результирующий ток и сдвиг фаз между током I и напряжением сети U .

Для построения векторной диаграммы сначала отложим по вертикали ток I_{rL} , который проходит через активное сопротивление и катушку (рис. 249). В фазе с током I_{rL} будет падение напряже-

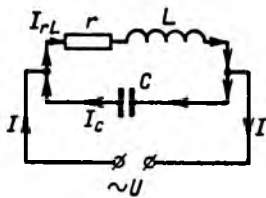


Рис. 248.

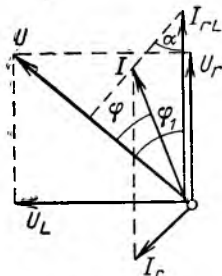


Рис. 249.

ния U_r на активном сопротивлении, а напряжение U_L катушки будет опережать вектор тока на 90° . Сложив векторы U_r и U_L , получим вектор напряжения источника U , которое будет и на конденсаторе. Ток конденсатора I_C опережает напряжение U на 90° , а совместно с током катушки I_{rL} дает результирующий ток цепи I .

Сопротивление r может быть и активным сопротивлением самой катушки.

Сопротивление и ток в ветви с активным сопротивлением и катушкой будут:

$$z_{rL} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 1)^2} = \sqrt{400 + 98596};$$

$$z_{rL} = 315 \text{ ом};$$

$$I_{rL} = \frac{U}{z_{rL}} = \frac{220}{315} = 0,699 \text{ а} \approx 0,7 \text{ а}.$$

Емкостное сопротивление конденсатора

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 4} = 796 \text{ ом}.$$

Ток в ветви конденсатора

$$I_C = \frac{220}{796} = 0,276 \text{ а}.$$

Вектор результирующего тока представляет собой диагональ параллелограмма и может быть определен по формуле

$$I = \sqrt{I_{rL}^2 + I_C^2 - 2I_{rL}I_C \cos \alpha}.$$

Угол $\alpha = 90^\circ - \varphi_1$, где φ_1 — фазовый угол между U и током I_{rL} в катушке:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{z_{rL}} = \frac{20}{315} = 0,0635;$$

$$\varphi_1 = 86^\circ 20';$$

$$\alpha = 3^\circ 40';$$

$$I = \sqrt{0,7^2 + 0,276^2 - 2 \cdot 0,7 \cdot 0,276 \cos 3^\circ 40'};$$

$$I = \sqrt{0,49 + 0,076176 - 0,386 \cdot 0,997} = \sqrt{0,1814};$$

$$I = 0,425 \text{ а}.$$

Фазовый угол между напряжением U и результирующим током I согласно рис. 249 определяется так:

$$I_{rL} \cos \varphi_1 = I \cos \varphi;$$

$$\cos \varphi = \frac{I_{rL}}{I} \cos \varphi_1 = \frac{0,7}{0,425} \cdot 0,0635 = 0,1041;$$

$$\varphi = 82^\circ,$$

3. Активное сопротивление r_1 и индуктивное сопротивление катушки L_1 соединены последовательно в одной ветви. Вторая ветвь, параллельная первой, состоит тоже из сопротивлений r_2 и L_2 (рис. 250). Числовые значения сопротивлений следующие: $r_1=5$ ом; $r_2=7$ ом, а индуктивности катушек $L_1=0,01$ гн; $L_2=0,2$ гн.

Начертить векторную диаграмму и определить полное сопротивление ветвей, ток в ветвях, $\cos \varphi_1$ и $\cos \varphi_2$ ветвей, результи-

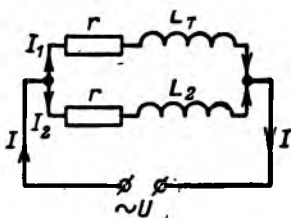


Рис. 250.

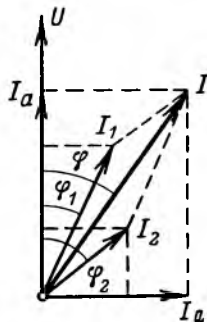


Рис. 251.

рующий ток I , активную и реактивную составляющие результирующего тока и $\cos \varphi$ всей цепи.

Напряжение на зажимах $U=24$ в при частоте $f=50$ гц. Считаем, что катушки не имеют активного сопротивления, или можно считать, что сопротивления r_1 и r_2 являются активными сопротивлениями самих обмоток катушек.

Векторную диаграмму для параллельного соединения ветвей начнем с того, что нарисуем вектор U напряжения на зажимах обеих ветвей (рис. 251).

В первой ветви активное сопротивление и индуктивность меньше, чем во второй ветви, поэтому ток I_1 в первой ветви будет больше и с меньшим фазовым сдвигом φ_1 , чем ток I_2 во второй ветви. Результирующий ток получим, сложив векторы токов I_1 и I_2 . Результирующий ток I тоже сдвинут по фазе относительно напряжения U .

Полное сопротивление в первой ветви

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{5^2 + (314 \cdot 0,01)^2} = \sqrt{25 + 985};$$

$$z_1 = \sqrt{34,85} = 5,9 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление второй ветви

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{7^2 + (314 \cdot 0,2)^2} = \sqrt{3992,84};$$

$$z_2 = 63,1 \text{ ом.}$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{24}{5,9} = 4,07 \text{ а;}$$

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{24}{63,1} = 0,38 \text{ а.}$$

Фазовый сдвиг в ветвях:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{5}{5,9} = 0,848;$$

$$\varphi_1 = 32^\circ;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{7}{63,1} = 0,11;$$

$$\varphi_2 = 83^\circ 36'.$$

Результирующий ток I цепи определим по векторной диаграмме на рис. 251:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

$$I = \sqrt{4,07^2 + 0,38^2 - 2 \cdot 4,07 \cdot 0,38 \cdot 0,6211} = \sqrt{17,01} = 4,2 \text{ а.}$$

Результирующий ток можно подсчитать и по закону Ома:

$$I = U \frac{1}{z},$$

где результирующая проводимость

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}.$$

Активная составляющая I_a тока I согласно рис. 251 состоит из активных составляющих токов I_1 и I_2 :

$$I_a = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2;$$

$$I_a = 4,07 \cdot 0,848 + 0,38 \cdot 0,11 \approx 3,5 \text{ а.}$$

Реактивная составляющая результирующего тока по диаграмме на рис. 251

$$I_p = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2;$$

$$I_p = 4,07 \cdot 0,529 + 0,38 \cdot 0,9938 \approx 2,53 \text{ а.}$$

Общий ток I равен геометрической сумме токов I_a и I_p :

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{12,15 + 6,2} \approx 4,2 \text{ а;}$$

находим $\cos \varphi$ цепи согласно диаграмме на рис. 251:

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{3,5}{4,2} = 0,83;$$

$$\varphi = 34^\circ 6'.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Цепь, приведенная на рис. 248, имеет следующие параметры: $r=2$ ом; $L=20$ мГн; $C=300$ пФ; $U=100$ в; $f=1,5 \cdot 10^6$ Гц. Определить результирующий ток I ($I=0,25$ а).

2. Разветвленная цепь, приведенная на рис. 250, имеет следующие параметры: $r_1=15$ ом; $r_2=5$ ом; $L_1=0,004$ Гн; $L_2=0,006$ Гн; $U=100$ в; $f=50$ Гц. Определить результирующий ток и $\cos \varphi$ ($I=9,57$ а; $\cos \varphi=0,83$):

5. РАСЧЕТ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

а) РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ (при последовательном соединении)

Понятия и формулы

На рис. 252 представлена схема последовательного соединения сопротивлений: активного, индуктивного и емкостного. Активным сопротивлением обладает обмотка катушки. Все три сопротивления имеют общий ток I , который создает на сопротивлениях падения напряжения U_a , U_L , и U_C . На векторной диаграмме для этой цепи

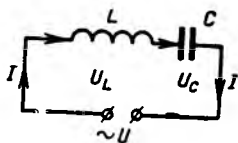


Рис. 252.

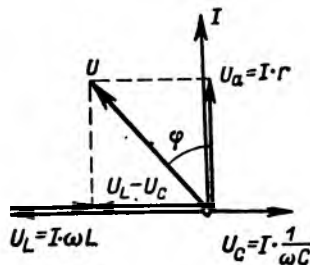


Рис. 253.

(рис. 253) составляющая U_a напряжения источника U , приходящаяся на сопротивление r , находится в фазе с током I . Напряжения на катушке U_L и конденсаторе U_C в каждый момент времени противоположны, а на диаграмме они вычитаются. Разность этих напряжений $U_L - U_C$ и напряжение на активном сопротивлении U_a в геометрической сумме дают результирующее напряжение источника U , которое опережает ток I , если в цепи преобладает индуктивное сопротивление.

Используя диаграмму (рис. 253), найдем напряжение источника:

$$\begin{aligned} U^2 &= U_a^2 + (U_L - U_C)^2; \\ I^2 z^2 &= I^2 r^2 + I^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2; \\ z^2 &= r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2. \end{aligned}$$

Полное сопротивление цепи с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Результирующий ток в цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Если изменить в цепи сопротивления так, чтобы их реактивные сопротивления были одинаковы, то и падения напряжения на катушке и конденсаторе будут одинаковы (рис. 254).

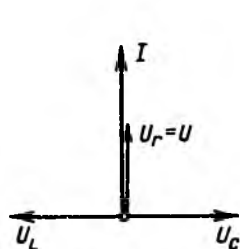


Рис. 254.

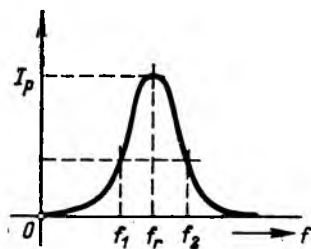


Рис. 255.

В этом случае в цепи будет иметь место резонанс, т.е. напряжения U_L и U_C взаимно уничтожаются, а все напряжение источника U приходится на активное сопротивление и ток I будет максимальным.

При последовательном соединении можно получить одинаковые напряжения U_L и U_C или сопротивления ωL и $1/\omega C$ изменением индуктивности или емкости, или же частоты источника f . При равенстве сопротивлений x_L и x_C

$$\omega L = \frac{1}{\omega C};$$

$$2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C};$$

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

При этой частоте, называемой резонансной, достигается равенство напряжений U_L и U_C или сопротивлений ωL и $1/\omega C$, т.е. резонанс; при этом по цепи проходит максимальный ток I_p (рис. 255).

При других частотах f , отличающихся от резонансной частоты f_p в цепи будет большее сопротивление, а значит, меньший

ток. На графике (рис. 255) показано изменение тока при изменении частоты. При частоте f_1 , меньшей, чем резонансная частота f_p , индуктивное сопротивление будет меньше емкостного, а при частоте f_2 , большей, чем резонансная частота f_p , наоборот, индуктивное сопротивление будет больше, чем емкостное.

Каждая цепь, состоящая из последовательно соединенных активного, индуктивного и емкостного сопротивлений, имеет свою

собственную частоту
$$\left(f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \right).$$

Если частота в цепи присоединенного источника равна собственной частоте цепи, то имеет место резонанс напряжений, при котором по цепи протекает максимальный (резонансный) ток $I_p = U/r$.

Примеры

1. Цепь состоит из последовательно соединенных активного сопротивления $r=5$ ом, катушки с индуктивностью $L=1$ гн, конденсатора емкостью $C=4$ мкф и источника переменного напряжения $U=50$ в ($f=50$ гц).

Определить полное сопротивление и ток в цепи, падения напряжения на отдельных сопротивлениях цепи (см. рис. 242).

Полное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \\ &= \sqrt{25 + \left(2\pi \cdot 50 \cdot 1 - \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 4} \right)^2} = \\ &= \sqrt{25 + (-482,1)^2} = 482 \text{ ом.} \end{aligned}$$

Результирующий ток

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50}{482} = 0,103 \text{ а.}$$

Падение напряжения на активном сопротивлении

$$U_a = Ir = 0,103 \cdot 5 = 0,515 \text{ в.}$$

Падение напряжения на катушке, омическое сопротивление которой мы не учитываем:

$$U_L = I\omega L = I \cdot 2\pi f L = 0,103 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1 = 0,103 \cdot 314 = 32,34 \text{ в.}$$

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = \frac{0,103 \cdot 10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 4} = 82 \text{ в.}$$

При прохождении тока на зажимах конденсатора появляется напряжение, большее напряжения источника тока. Напряжение на катушке вычитается из напряжения на конденсаторе. Разность

напряжений $U_C - U_L$, геометрически сложенная с падением напряжения на активном сопротивлении, дает напряжение источника тока.

2. При каких условиях в цепи с последовательным соединением сопротивлений возникнет резонанс (см. пример 1), т.е. при каких условиях по цепи потечет наибольший ток (рис. 252, 253 и 254)?

а) Резонанс в цепи, приведенной на рис. 252, наступит тогда, когда падения напряжения на катушке и конденсаторе будут равны, т.е. когда индуктивное сопротивление будет равно емкостному:

$$\begin{aligned}U_L &= U_C; \\ I\omega L &= I \frac{1}{\omega C}; \\ \omega L &= \frac{1}{\omega C}.\end{aligned}$$

В примере 1 индуктивное сопротивление $\omega L = 314 \text{ ом}$, а емкостное сопротивление $1/\omega C = 796 \text{ ом}$. Равенство сопротивлений можно получить не только изменением частоты, но и изменением индуктивности или емкости. В нашем примере или увеличим индуктивность, или увеличим емкость, т.е. уменьшим емкостное сопротивление.

Индуктивность L нужно, например, увеличить в n раз, чтобы индуктивное сопротивление увеличилось до значения 796 ом :

$$\begin{aligned}\omega nL &= n \cdot 314 = 796; \\ n &= \frac{796}{314} = 2,53.\end{aligned}$$

Если в цепь включим катушку с индуктивностью $2,53 \text{ мГн}$, то будет иметь место резонанс. Полное сопротивление будет равно активному сопротивлению цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{r^2 + 0^2} = \sqrt{r^2} = r.$$

Ток резонанса будет максимальным при данном напряжении на активном сопротивлении:

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{z} = \frac{U}{r} = \frac{50}{5} = 10 \text{ а.}$$

б) Резонанс при последовательном соединении можно получить и изменением частоты (рис. 255). Равенство сопротивлений получим при постоянной индуктивности L и емкости C изменением частоты до значения

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

которое вытекает из равенства сопротивлений $\omega L = 1/\omega C$:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \sqrt{1.4 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{6,28 \sqrt{\frac{4}{10^6}}} = \frac{1}{6,28 \cdot 0,002} = 79,6 \approx 80 \text{ гц}.$$

При частоте 80 гц сопротивления и падения напряжения на катушке и емкости одинаковы и сопротивления цепи определяются только активным сопротивлением r ; в цепи будет резонанс напряжений и наибольший ток.

$$I = \frac{U}{r} = 10 \text{ а} \quad (\text{рис. 255}).$$

3. Каковы фазовый сдвиг φ и $\cos \varphi$ в цепи с последовательным соединением сопротивлений в примере 1? Какую емкость должен иметь конденсатор в цепи в примере 1, чтобы не было фазового сдвига, т. е. чтобы в цепи был резонанс (см. рис. 252—255)?

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{5}{503} \approx 0,009;$$

$$\varphi = 89^\circ 30'.$$

Чтобы не было фазового сдвига, нужно устранить причину сдвига, т. е. влияние самоиндукции. Влияние индуктивного сопротивления ωL можно уничтожить включением емкостного сопротивления $1/\omega C$ (см. рис. 253 и 254), чтобы получить:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Тогда при неизменной частоте тока и индуктивности новая емкость должна быть равна:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{314^2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{98\,956} = 0,00001015 = 10,15 \cdot 10^{-6} \text{ ф} = 10 \text{ мкф}.$$

В цепи будет резонанс, т. е. по цепи потечет наибольший ток $I_p = U/r = 10 \text{ а}$, совпадающий по фазе с напряжением U .

На активном сопротивлении при резонансе в цепи будет максимальное падение напряжения $U_a = Ir = 10 \cdot 5 = 50 \text{ в}$. Точно также будут наибольшие падения напряжения на катушке

$$U_L = I\omega L = 10 \cdot 314 = 3\,140 \text{ в}$$

и конденсаторе

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = 10 \cdot \frac{1 \cdot 10^6}{314 \cdot 10} = 3\,140 \text{ в}.$$

Не должно приводить в заблуждение то обстоятельство, что на конденсаторе или катушке будет большее напряжение, чем на

пряжение на зажимах источника $U=50$ в. Напряжения на катушке и конденсаторе противоположны и в цепи компенсируются.

4. Генератор, имеющий на зажимах напряжение $U=6000$ в при частоте $f=50$ гц, питает ненагруженный кабель с емкостью $C=4$ мкф. Общая индуктивность машины и кабеля $L=0,2$ гн, а активное сопротивление кабеля составляет $r=6$ ом. Определить ток заряда кабеля, резонансную частоту $f_{рез}$, ток резонанса и напряжения на индуктивности и емкости при резонансе.

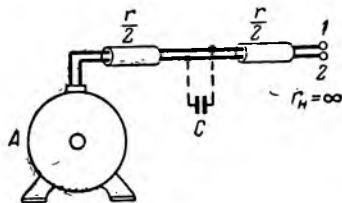


Рис. 256.

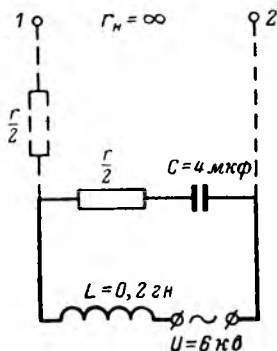


Рис. 257.

Схема включения на рис. 256 показана для простого случая, когда генератор A питает два изолированных провода в кабельной оболочке, не замкнутые на конце. Сопротивление нагрузки $r_n = \infty$.

Кабель представляет собой емкость, которая то заряжается переменным током, то разряжается, т.е. по проводам протекает ток, хотя они разомкнуты на конце. Этот конденсатор подсоединен к источнику переменного напряжения.

Разомкнутый кабель с генератором заменим схемой замещения на рис. 257, т.е. последовательным соединением трех сопротивлений: r , x_L и x_C .

Полное сопротивление кабеля (активного сопротивления источника не учитываем) равно:

$$z = \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{3^2 + \left(314 \cdot 0,2 - \frac{10^6}{314 \cdot 4}\right)^2};$$

$$z = 733 \text{ ом.}$$

Активным сопротивлением $r/2=3$ ом в сравнении с полным реактивным сопротивлением $x_p = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ можно пренебречь и считать, что $z=x_p$. Тогда ток заряда (результатирующий ток цепи):

$$I = \frac{U}{z} = \frac{6000}{733} = 8,2 \text{ а.}$$

Ток заряда с действующим значением $I=8,2$ а постоянно проходит по проводам, хотя они и разомкнуты на концах. Ток разряда можно в первом приближении считать емкостным током кабеля, два провода которого, отделенные изоляцией, образуют конденсатор C (см. рис. 256 и 257).

Частота резонанса $f_{рез}$ (критическая), при которой в цепи будут наименьшее сопротивление (только активное) и наибольший ток, равна:

$$\begin{aligned} f_{рез} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = \\ &= \frac{1}{6,28\sqrt{\frac{0,8}{10^6}}}, \\ f_{рез} &= \frac{1}{\frac{6,28}{1000}\sqrt{0,8}} = \frac{1000}{6,28 \cdot 0,9} = 177 \text{ гц}. \end{aligned}$$

Следовательно, собственная частота цепи равна приблизительно $f_{рез}=177$ гц. Если генератор будет питать цепь током с частотой $f_{рез}=177$ гц вместо $f=50$ гц, в цепи возникнет резонанс. Сопротивление цепи будет наименьшим ($z=r$), а ток — наибольшим:

$$I_{рез} = \frac{U}{z} = \frac{U}{r} = \frac{6000}{3} = 2000 \text{ а}.$$

Такой ток провода не могли бы выдержать. При резонансе емкостное сопротивление равно индуктивному:

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L = 2\pi f_{рез} L = 6,28 \cdot 177 \cdot 0,2 = 222 \text{ ом}.$$

Падения напряжения на емкости и индуктивности при резонансе сети в цепи равны:

$$U_C = U_L = \frac{I}{\omega C} = I\omega L = 2000 \cdot 222 = 444000 \text{ в} = 444 \text{ кв},$$

и, конечно, изоляция кабеля будет пробита таким высоким напряжением. Из примера видно, какая опасность грозит проводникам вследствие резонанса при последовательном соединении. Поэтому при расчете электрических цепей стремятся, чтобы собственная частота цепи значительно отличалась от частоты источника, как и получено в данном примере.

6) РЕЗОНАНС ТОКОВ

(при параллельном соединении)

Понятия и формулы

В цепи, представленной на рис. 258, где конденсатор и катушка соединены параллельно и подключены к источнику напряжения, может возникнуть резонанс. Ток в точке А разветвляется, а величина его в параллельных ветвях обратно пропорциональна сопротивлениям ветвей. При определенной частоте (частоте резонанса)

сопротивления и токи I_L и I_C в обеих ветвях будут равны и возникнет резонанс токов. При резонансе токи I_L и I_C равны и максимальны и замкнутся они в контуре C, L, r (смотри стрелки на рис. 258). Конденсатор периодически заряжается и разряжается через катушку L и сопротивление r . Внутренний контур C, L, r представляет собой наибольшее сопротивление для внешнего контура, а потому результирующий ток резонанса I_p , поступающий из сети, наименьший. Поступающая из сети энергия идет только

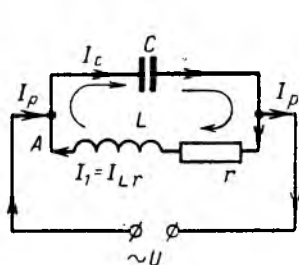


Рис. 258.

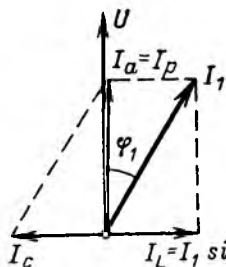


Рис. 259.

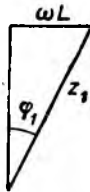


Рис. 260.

на компенсирование потерь, возникающих в активном сопротивлении r . Токи I_C и I_L реактивные и не создают активной мощности. Ток I_p , при прохождении которого в сопротивлении выделяется тепло, является активным.

На диаграмме (рис. 259) нанесена общая для обеих ветвей величина — напряжение на зажимах U . Если была бы только ветвь с катушкой L и ее активным сопротивлением r , результирующий ток был бы I_1 , а угол фазового сдвига φ_1 .

Ток I_1 можно разложить на две составляющие: активную I_a и реактивную I_L . Если добавить вторую, параллельную ветвь с конденсатором, по которой проходит ток I_C , равный I_L , то наступит резонанс и из сети будет проходить ток резонанса I_p . На диаграмме на рис. 259 показано, что с прибавлением емкостного тока I_C ток I_1 цепи с одной ветвью превратился в ток I_p .

Из диаграммы на рис. 259 вытекает, что

$$I_C = I_L = I_1 \sin \varphi_1;$$

$$U\omega C = I_1 \sin \varphi_1;$$

$$U\omega C = \frac{U}{z_1} \sin \varphi_1;$$

$$U\omega C = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \sin \varphi_1.$$

По треугольнику сопротивлений на рис. 260 определим, что

$$\sin \varphi_1 = \frac{\omega L}{z_1} = \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

Подставим значение $\sin \varphi_1$ в предыдущее равенство:

$$U\omega C = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

После преобразования получим:

$$C = \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2}.$$

Отсюда круговая частота резонанса

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{r^2}{L^2}}.$$

Результирующий ток от источника U по рис. 259 равен:

$$I_p = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U}{z_1} \cos \varphi_1.$$

После подстановки значений Z_1 и $\cos \varphi_1$ (рис. 260)

$$I_p = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}};$$

$$I_{\text{рез}} = U \frac{r}{r^2 + (\omega L)^2},$$

где множитель $\frac{r}{r^2 + (\omega L)^2}$ представляет собой проводимость, т. е. обратную величину сопротивления всей цепи. Из приведенного ранее равенства

$$C = \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2}$$

получим:

$$\frac{C}{L} = \frac{1}{r^2 + \omega^2 L^2},$$

откуда

$$I_{\text{рез}} = Ur \frac{1}{r^2 + \omega^2 L^2} = Ur \frac{C}{L} = \frac{U}{L/Cr},$$

где выражение L/Cr означает результирующее сопротивление $r_{\text{рез}}$ при резонансе:

$$r_p = \frac{L}{Cr}.$$

При резонансе нет фазового сдвига между током резонанса I_p и напряжением источника U .

Примеры

5. В цепи, приведенной на рис. 258, конденсатор имеет емкость $C=4 \text{ мкф}$, катушка имеет индуктивность $L=1 \text{ гн}$, а активное сопротивление $r=50 \text{ ом}$. Источник переменного тока с частотой 50 гц имеет напряжение на зажимах $U=220 \text{ в}$. Какую частоту должно иметь напряжение источника, чтобы в цепи был резонанс? Чему равны ток и сопротивление резонанса (см. рис. 258 и 259)?

Величины тока и сопротивления в цепи (рис. 258) мы уже определили. Результирующий ток и напряжение источника в данном примере не совпадают по фазе, т.е. в цепи нет резонанса. Резонанс наступит при определенной частоте (резонансной), которую можно определить по формуле, выведенной раньше:

$$\begin{aligned}\omega_p &= \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{r^2}{L^2}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} - \frac{50^2}{1^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{10^6}{4} - 50^2} = 498.\end{aligned}$$

Частота резонанса

$$f_p = \frac{498}{2\pi} = 79,3 \text{ гц}.$$

Полное сопротивление при резонансе цепи $r_{\text{рез}}$ будет наибольшим:

$$r_p = \frac{L}{Cr} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 50} = \frac{10^6}{200} = 5000 \text{ ом},$$

а результирующий ток будет наименьшим:

$$I_p = \frac{U}{r_{\text{рез}}} = \frac{220}{5000} = 0,044 \text{ а}.$$

Ток, проходящий через конденсатор и катушку (без учета ее активного сопротивления), при резонансе будет:

$$I_C = I_L = U\omega_p C = 220 \cdot 498 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 0,438 \text{ а}.$$

6. Какой конденсатор надо включить параллельно зажимам однофазного двигателя с индуктивностью $L=2 \text{ гн}$ и активным сопротивлением $r=0,5 \text{ ом}$, чтобы получить $\cos \varphi=1$ при напряжении источника $U=220 \text{ в}$ и частоте $f=50 \text{ гц}$ (рис. 261)?

При $\cos \varphi=1$ фазовый сдвиг φ между напряжением двигателя U и током нагрузки I равен нулю, что возможно при резонансе. Так как двигатель представляет собой индуктивность L с сопротивлением r (рис. 261 — справа), то параллельно двигателю надо включить конденсатор. В этом случае резонанс может быть получен подбором емкости, так как частоту источника мы менять не можем.

По приведенной выше формуле определим величину емкости, которую надо включить параллельно для получения резонанса:

$$C = \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{2}{0,5^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 2)^2} = 0,00000535 \text{ ф} = 5,35 \text{ мкф}.$$

После включения конденсатора емкостью примерно 5 мкф ток двигателя будет находиться в фазе с напряжением на зажимах U , т. е. двигатель не будет получать из сети намагничивающий ток, так как им обеспечит его конденсатор. При малом активном со-

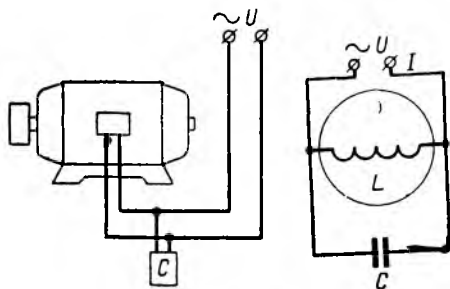


Рис. 261.

противлению r и большой частоте можно этого сопротивления не учитывать, в результате формула для емкости изменится:

$$C = \frac{L}{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{L}{\omega^2 L^2} = \frac{1}{\omega^2 L},$$

т. е. для определения емкости можно использовать формулу определения частоты при резонансе в последовательной цепи.

7. Колебательная цепь однолампового приемника состоит из катушки с индуктивностью 0,1 мГн и конденсатора переменной емкости 500 пф. На какую емкость надо настроить конденсатор для приема электромагнитной волны с частотой 1 097 кГц (рис. 262)?

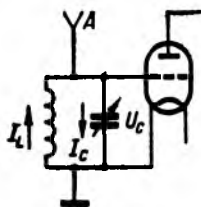


Рис. 262.

Конденсатор настроим на частоту 1 097 кГц и тем самым настроим контур на резонанс при параллельном соединении. Если активное сопротивление катушки незначительно, а частота примерно 1 млн. Гц, то емкость определим по формуле, выведенной выше:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 1\,097^2 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = \\ = \frac{1}{4,72 \cdot 10^9} = 0,212 \cdot 10^{-9} \text{ ф} = 0,212 \cdot 10^{-3} \text{ мкф} \approx 212 \text{ пф}.$$

При настройке конденсатора на емкость 212 пф ток в антенне усиливается резонансным контуром; через конденсатор и катушку будет проходить максимальный ток, который и создаст на нем максимальное напряжение, поступающее на сетку лампы.

Задачи для самостоятельного решения

1. Цепь резонанса последовательного соединения на рис. 252 имеет следующие параметры: $C=32 \text{ мкф}$; $L=20 \text{ гн}$; $r=550 \text{ ом}$. При какой частоте возникнет резонанс? Чему равно результирующее сопротивление, ток, напряжения на конденсаторе и катушке при резонансе? ($f=6,29 \text{ гц}$; $z=550 \text{ ом}$; $I=0,4 \text{ а}$; $U_L=U_C=316 \text{ в}$.)

2. Цепь резонанса с параллельным соединением (см. рис 258) имеет следующие параметры: $C=8 \text{ мкф}$; $L=2 \text{ гн}$; $r=60 \text{ ом}$; $U=220 \text{ в}$. Определить частоту тока для случая, когда напряжение U и результирующий ток I находятся в фазе (резонанс в цепи). Чему равны полное сопротивление и результирующий ток при резонансе? ($39,5 \text{ гц}$; $z_p=4 \text{ 166 ом}$; $I_p=0,0528 \text{ а}$.)

6. МОЩНОСТЬ ОДНОФАЗНОГО ТОКА

Понятия и формулы

В электрической цепи с сопротивлениями r , x_L и x_C в большинстве случаев ток не совпадает по фазе с напряжением и мощность тока не может быть выражена произведением тока и напря-

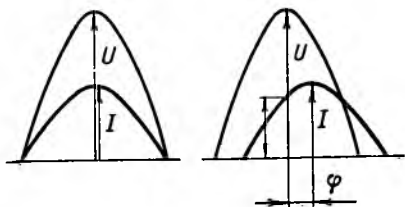


Рис. 263.

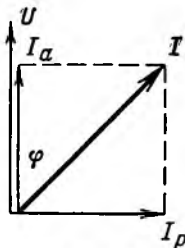


Рис. 264.

жения (рис. 263). Мощность переменного тока пропорциональна не полному току I , а его активной составляющей $I_a = I \cos \varphi$ (рис. 264).

Другой составляющей полного тока I является реактивная составляющая I_p :

$$I_p = I \sin \varphi,$$

которая в зависимости от вида нагрузки может быть либо индуктивной I_L , либо емкостной I_C .

Активная мощность P , превращающаяся в тепловую или механическую мощность, равна:

$$P = UI_a = UI \cos \varphi.$$

Здесь и далее U и I — действующие значения напряжения и тока.

Произведение UI дает полную мощность S , измеряемую в вольт-амперах (*ва*).

Произведение напряжения на реактивный ток (индуктивный или емкостный) дает значение реактивной мощности:

$$Q = UI \sin \varphi = UI_a,$$

которая измеряется в реактивных вольт-амперах (*вар*).

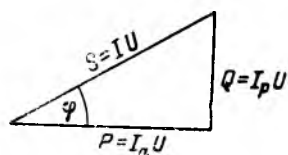


Рис. 265.

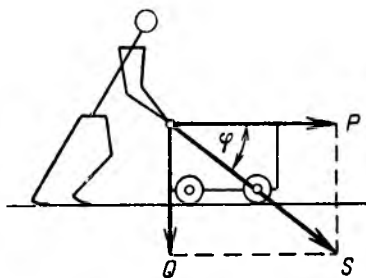


Рис. 266.

Треугольник мощностей на рис. 265, полученный из диаграммы на рис. 264, показывает связь между тремя мощностями.

Активная мощность

$$P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi.$$

Отсюда коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}.$$

Реактивная мощность

$$Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi = UI_p.$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Примеры

1. Рабочий толкает тележку с силой $S=20$ кГ, направленной по диагонали под углом к горизонту $\varphi=30^\circ$. Как велики сила P , движущая тележку, и сила Q , прижимающая ее к земле (рис. 266)?

Активная составляющая силы S , которая движет тележку,

$$P = S \cos \varphi = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кГ}.$$

Реактивная составляющая силы

$$Q = S \sin \varphi = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ кГ}.$$

Рабочий, приложив силу $S=20$ кГ, толкает тележку лишь с силой $P=17,32$ кГ, а сила $Q=10$ кГ прижимает ее к земле. Сумма

P и Q не равна силе S ($20 \neq 17,32 + 10$), но согласно теореме Пифагора имеем:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{17,32^2 + 10^2} = 20 \text{ кГ}.$$

Чем меньше φ — угол действия силы S и чем больше $\cos \varphi$, тем больше составляющая P , движущая тележку, и тем меньше неиспользованная составляющая Q .

2. В электрической цепи с индуктивной нагрузкой течет ток $I = 20 \text{ а}$ при фазовом сдвиге $\varphi = 30^\circ$. Определить величину активной составляющей тока I_a , намагничивающий ток I_p , полную мощность S , активную мощность P и реактивную мощность Q .

Согласно рис. 264 активный ток равен:

$$I_a = I \cos \varphi = 20 \cos 30^\circ = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ а}.$$

Хотя по цепи проходит ток 20 а , но только часть его, $17,32 \text{ а}$, идет на создание полезной мощности:

$$P = UI_a = 220 \cdot 17,32 = 3810,4 \text{ вт}; \quad P = 3,81 \text{ квт}.$$

Источник энергии (сеть) дает в цепь большую мощность, т. е. полную мощность

$$S = UI = 220 \cdot 20 = 4400 \text{ вт} = 4,4 \text{ квт}.$$

Намагничивающий (реактивный) ток

$$I_p = I_r = I \sin \varphi = 20 \sin 30^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ а}.$$

Реактивная мощность

$$Q = I_p U = I \sin \varphi U = 10 \cdot 220 = 2200 \text{ вар} = 2,2 \text{ квар}.$$

В первую и третью четверти периода, когда нарастают ток и энергия магнитного поля, реактивная мощность Q потребляется из сети. Во вторую и четвертую четверти периода, когда ток уменьшается, энергия магнитного поля тоже уменьшается и мощность Q возвращается в питающую сеть.

Реактивный ток можем определить и используя диаграмму на рис. 264:

$$I_p = I_r = \sqrt{I^2 - I_a^2} \approx \sqrt{20^2 - 17,3^2} = \sqrt{400 - 299,29} \approx 10 \text{ а}.$$

Реактивная мощность по треугольнику мощностей (см. рис. 265)

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{4,4^2 - 3,81^2} = 2,2 \text{ квар}.$$

3. Измерительные приборы на щите управления показывают напряжение $U = 230 \text{ в}$, ток $I = 100 \text{ а}$ и $\cos \varphi = 0,8$. Чему равны полная, активная и реактивная мощности, которые получают из сети, и активный и реактивный токи сети (рис. 267)?

Полная мощность двигателя

$$S = UI = 230 \cdot 100 = 23000 \text{ ва} = 23 \text{ ква}.$$

Активная мощность

$$P = UI \cos \varphi = 23 \cdot 0,8 = 18,4 \text{ квт}.$$

Реактивная мощность

$$Q = UI \sin \varphi = 23 \cdot 0,6 = 13,8 \text{ квар}.$$

Из полной мощности используется на привод, тепло и свет только 18,4 кВт. При индуктивной нагрузке, вызывающей сдвиг фаз, требуется еще реактивная мощность 13,8 квар. При чисто активной нагрузке вся мощность 23 кВа пошла бы на полезную работу.

Активный ток

$$I_a = I \cos \varphi = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ а.}$$

Реактивный ток (намагничивающий)

$$I_\mu = I \sin \varphi = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ а.}$$

Хотя по проводам проходит ток $I=100 \text{ а}$, который нагревает их и определяет их сечение, на полезную работу идет ток $I_a=80 \text{ а}$, а на намагничивание двигателя — ток $I_\mu=60 \text{ а}$.

4. Вольтметр V показывает напряжение $U=230 \text{ в}$, амперметр A ток $I=100 \text{ а}$, а ваттметр W — величину активной мощности $P=16,1 \text{ кВт}$. Определить $\cos \varphi$, полную мощность, активное и индуктивное сопротивление потребителя P (рис. 268).

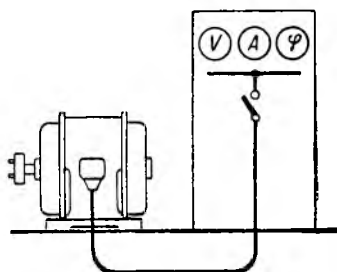


Рис. 267.

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{16\,100}{230 \cdot 100} = 0,7.$$

Полное сопротивление потребителя

$$z = \frac{U}{I} = \frac{230}{100} = 2,3 \text{ ом.}$$

Активное сопротивление потребителя (по треугольнику сопротивлений)

$$r = z \cos \varphi = 2,3 \cdot 0,7 = 1,61 \text{ ом,}$$

или по-другому

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{16\,100}{10\,000} = 1,61 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление потребителя

$$x = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{2,3^2 - 1,61^2} = \sqrt{5,29 - 2,59} = 1,64 \text{ ом,}$$

или (по треугольнику сопротивлений)

$$x = z \sin \varphi \approx 2,3 \cdot 0,713 = 1,64 \text{ ом}$$

($\cos \varphi=0,7$ соответствует углу $45^\circ 30'$, этому же углу соответствует $\sin \varphi=0,713$).

5. Однофазный трансформатор имеет во вторичной цепи коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,85$ при напряжении $U_2 = 230$ в и токе $I_2 = 90$ а. Чему равны полная S_2 , активная P_2 и реактивная Q_2 мощности, а также подводимая к первичной обмотке мощность трансформатора P_1 при к. п. д. $\eta = 0,8$ (рис. 269)?

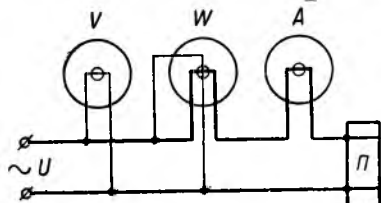


Рис. 268.

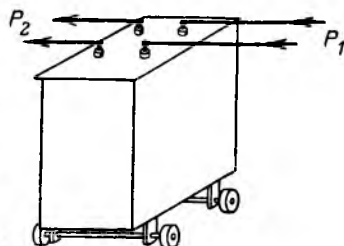


Рис. 269.

Полная мощность вторичной обмотки трансформатора

$$S_2 = U_2 I_2 = 230 \cdot 90 = 20\,700 \text{ в} \cdot \text{а} = 20,7 \text{ к} \cdot \text{ва}.$$

Активная мощность

$$P_2 = S_2 \cos \varphi_2 = 20,7 \cdot 0,85 \approx 17,6 \text{ кВт}.$$

Реактивная мощность

$$Q_2 = S_2 \sin \varphi_2 = 20,7 \cdot 0,827 = 10,9 \text{ квар}.$$

Подводимая к первичной обмотке мощность равна:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{17,6}{0,8} = 22 \text{ кВт}.$$

6. Двигатель переменного тока электрической стиральной машины потребляет мощностью 370 вт при $\cos \varphi = 0,8$, напряжении сети $U = 220$ в и частоте $f = 50$ гц. Чему равны полная мощность, ток, проходящий по проводам, и активный ток двигателя? Каковы потребление энергии и ее стоимость за 1,5 ч работы двигателя при цене 4 коп. за 1 кВт · ч?

Активная мощность двигателя

$$P_1 = 370 \text{ вт}.$$

Полная мощность

$$S = \frac{P_1}{\cos \varphi} = \frac{370}{0,8} = 462,5 \text{ ва}.$$

По проводам и обмотке двигателя проходит ток

$$I = \frac{S}{U} = \frac{462,5}{220} = 2,1 \text{ а}.$$

Активный ток двигателя, т. е. пропорциональный потребляемой мощности P ,

$$I_a = \frac{S \cos \varphi}{U} = \frac{P_1}{U} = \frac{370}{220} = 1,68 \text{ а.}$$

За 1,5 ч двигатель получит энергию

$$A = P_1 t = 370 \cdot 1,5 = 555 \text{ вт} \cdot \text{ч} = 0,555 \text{ кВт} \cdot \text{ч.}$$

Стоимость этой энергии составит:

$$0,555 \cdot 4 = 2 \text{ коп.}$$

7. На работу двигателя пылесоса за $\frac{3}{4}$ ч затрачена электрическая энергия в количестве 127,5 кВт·ч, отсчитанная по электросчетчику. Какую мощность берет двигатель и какой его активный ток? Определить величину $\cos \varphi$, если амперметр показывает ток $I = 1,19$, а при напряжении сети $U = 220$ в.

Мощность, потребляемая двигателем,

$$P = \frac{A}{t} = \frac{127,5}{0,75} = 170 \text{ вт.}$$

Активный ток двигателя

$$I_a = \frac{P}{U} = \frac{170}{220} = 0,773 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности (по треугольнику токов)

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{0,773}{1,19} = 0,65.$$

8. Насос, соединенный с двигателем, должен перекачать за 20 мин 40 Гл воды из колодца на высоту $h = 10$ м. Чему должна быть равна мощность, развиваемая на валу двигателя, если к. п. д. насоса $\eta_n = 30\%$? Какая мощность подводится к двигателю, если его к. п. д. $\eta_d = 70\%$? Какой ток потребляется из сети при переменном напряжении $U = 220$ в и $\cos \varphi = 0,8$? Сколько стоит электрическая энергия, необходимая для перекачивания воды, при цене 4 коп. за 1 кВт·ч (рис. 270)?

Механическая мощность насоса

$$P_n = \frac{Fh}{t} = \frac{4000 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м}}{20 \cdot 60 \text{ сек}} = \frac{40000}{1200} = 33,3 \text{ кг} \cdot \text{м/сек},$$

где F — вес воды, кг; h — высота подъема, м; t — время подъема, сек.

$$P_n = 33,3 \cdot 0,102 = 326,7 \text{ вт.}$$

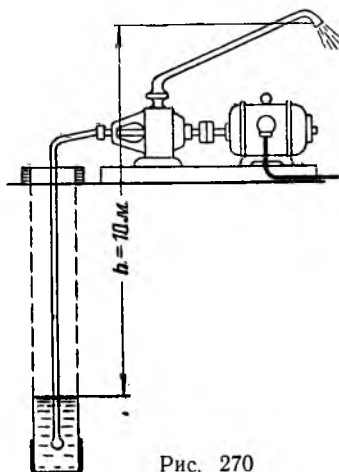


Рис. 270

Мощность электродвигателя на его валу

$$P_2 = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{326,7}{0,3} = 1\,089 \text{ вт.}$$

Подводимая мощность к двигателю

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_d} = \frac{1\,089}{0,7} = 1\,555 \text{ вт.}$$

При $\cos \varphi = 0,8$ двигатель потребляет из сети ток

$$I = \frac{P_1}{U \cos \varphi} = \frac{1\,555}{220 \cdot 0,8} = 8,84 \text{ а.}$$

Количество киловатт-часов израсходованной энергии

$$A = P_1 t = 1,555 \cdot 1/3 = 0,518 \text{ квт} \cdot \text{ч.},$$

а ее стоимость $0,518 \cdot 4 \approx 2$ коп.

Задачи для самостоятельного решения

1. Однофазный двигатель на напряжение $U=220$ в потребляет ток $I=30$ а; при этом ваттметр показывает подводимую мощность $P=5,5$ квт. С каким коэффициентом мощности работает двигатель (см. рис. 268)? ($\cos \varphi = 0,85$.)

2. На щитке однофазного двигателя приведены следующие данные: $P=5$ л. с.; $U=220$ в; $\cos \varphi = 0,85$; $\eta = 80\%$. Определить ток, который потребляет двигатель из сети при полной нагрузке. ($I = 24,6$ а.)

Глава одиннадцатая

ТРЕХФАЗНЫЙ ТОК

1. РАСЧЕТ ФАЗНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ВЕЛИЧИН ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

Понятия и формулы

Трехфазный генератор имеет на статоре три однофазные самостоятельные обмотки, начала и концы которых сдвинуты соответственно на 120 эл. град, или на $2/3$ полюсного деления, т. е. на $2/3$ расстояния между серединами разноименных полюсов (рис. 271). В каждой из трех обмоток возникает однофазный переменный ток. Однофазные токи обмоток взаимно сдвинуты на 120 эл. град, т. е. на $2/3$ периода. Таким образом, трехфазный ток представляет собой три однофазных тока, сдвинутых во времени на $2/3$ периода (120°).

В любой момент времени алгебраическая сумма всех трех мгновенных значений э. д. с. отдельных фаз равна нулю. Поэтому у генератора вместо шести выводов (для трех самостоятельных однофазных обмоток) делаем только три вывода или четыре, когда вы-

водится нулевая точка. В зависимости от того, как соединить отдельные фазы и как их подключить к сети, можно получить соединение в звезду или треугольник.

Начала обмоток обозначаются в дальнейшем буквами A, B, C , а концы их — буквами X, Y, Z .

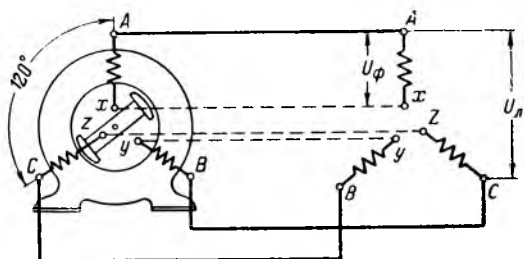


Рис. 271.

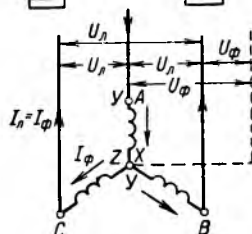
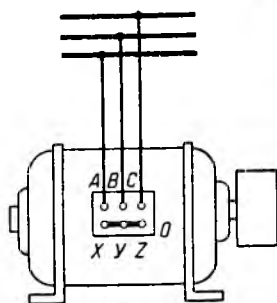


Рис. 272.

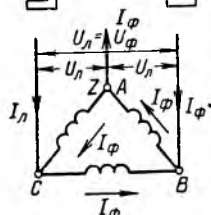
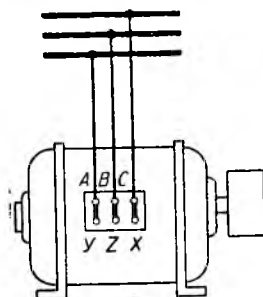


Рис. 273.

а) *Соединение в звезду.* При соединении в звезду концы фаз X, Y, Z (рис. 272) соединяют и узел соединения называют нулевой точкой. Узел может иметь вывод — так называемый нулевой провод (рис. 272), показанный пунктиром, или быть без вывода.

При соединении в звезду с нулевым проводом можно получить два напряжения: линейное напряжение $U_{\text{л}}$ между проводами отдельных фаз и фазное напряжение $U_{\text{ф}}$ между фазой и нулевым

проводом (рис. 272). Соотношение между линейным и фазным напряжениями выражается следующим образом:

$$U_L = U_\phi \sqrt{3}.$$

Ток, который проходит в проводе (сети), проходит и по обмотке фазы (рис. 272), т. е. $I_L = I_\phi$.

б) *Соединение в треугольник.* Соединение фаз в треугольник получается при соединении концов и начал фаз согласно рис. 273, т. е. AY, BZ, CX . При таком соединении нет нулевого провода и напряжение на фазе равно линейному напряжению между двумя проводами линии $U_L = U_\phi$. Однако ток в линии I_L (сети) больше, чем ток в фазе I_ϕ , а именно: $I_L = I_\phi \sqrt{3}$.

При трехфазной системе в каждое мгновение, если ток в одной обмотке идет от конца к началу, то в двух других он направлен от начала к концу. Например, на рис. 272 в средней обмотке AX проходит от A к X , а в крайних — от Y к B и от Z к C .

На схеме (рис. 274) показано, как три одинаковые обмотки соединяются с зажимами двигателя в звезду или треугольник.

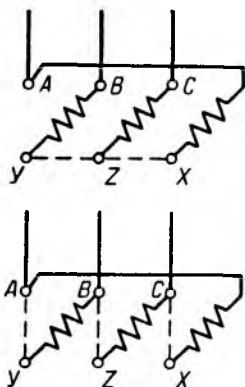


Рис. 274.

Примеры

1. Генератор с обмоткой статора, соединенной по представленной на рис. 275 схеме, при линейном напряжении 220 в питает током три одинаковые лампы сопротивлением по 153 ом. Какие напряжение и ток имеет каждая лампа (рис. 275)?

Согласно включению лампы имеют фазное напряжение

$$U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{220}{1,732} = 127 \text{ в.}$$

Ток лампы

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{r} = \frac{127}{153} = 0,8 \text{ а.}$$

2. Определить схему включения трех ламп на рис. 276, напряжение и ток каждой лампы сопротивлением по 500 ом, подключенных к питающей сети с линейным напряжением 220 в.

Ток в лампе

$$I = \frac{U_L}{500} = \frac{220}{500} = 0,45 \text{ а.}$$

3. Сколько вольт должен показывать вольтметр I , если вольтметр 2 показывает напряжение 220 в (рис. 277)?

Фазное напряжение

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{1,73} = 127 \text{ в.}$$

4. Какой ток показывает амперметр 1, если амперметр 2 показывает ток 20 а при соединении в треугольник (рис. 278)?

$$I_{\phi} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{20}{1,73} = 11,55 \text{ а.}$$

При соединении в треугольник ток в фазе потребителя меньше, чем в линии.

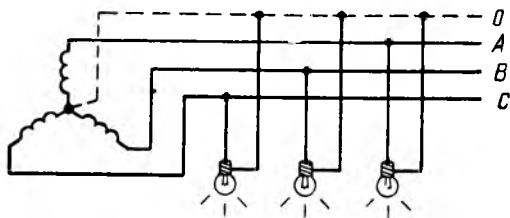


Рис. 275.

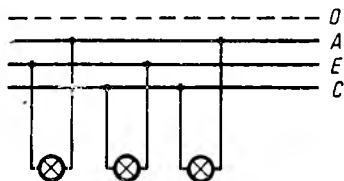


Рис. 276.

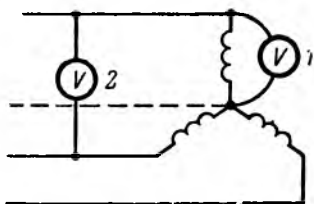


Рис. 277.

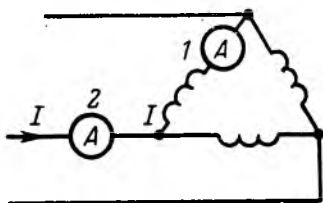


Рис. 278.

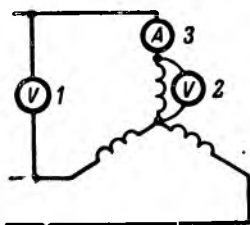


Рис. 279.

5. Какие напряжение и ток будут показывать измерительные приборы 2 и 3, включенные в фазу, если вольтметр 1 показывает 380 в, а сопротивление фазы потребителя 22 ом (рис. 279)?

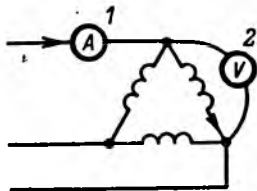
Вольтметр 2 показывает фазное напряжение

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ в.}$$

а амперметр 3 — фазный ток

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{r} = \frac{220}{22} = 10 \text{ а.}$$

6. Сколько ампер показывает амперметр 1, если сопротивление одной фазы потребителя 19 ом с падением напряжения на нем 380 в, которое показывает вольтметр 2, включенный согласно рис. 280.



Ток в фазе

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{r} = \frac{U_{\text{л}}}{r} = \frac{380}{19} = 20 \text{ а.}$$

Ток потребителя по показанию амперметра 1

Рис. 280.

$$I_{\text{л}} = I_{\phi} \sqrt{3} = 20 \cdot 1,73 = 34,6 \text{ а.}$$

(Фаза, т. е. сторона треугольника, может представлять собой обмотку машины, трансформатора или другое сопротивление.)

7. Асинхронный двигатель на рис. 272 имеет обмотку, соединенную в звезду, и включается в трехфазную сеть с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ в}$. Каким будет фазное напряжение?

Фазное напряжение будет между нулевой точкой (зажимы X, Y, Z) и любыми из зажимов A, B, C:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 219,4 \text{ в} \approx 220 \text{ в.}$$

8. Обмотку асинхронного двигателя из предыдущего примера замкнем в треугольник, соединив зажимы на щитке двигателя согласно рис. 273 или 274. Амперметр, включенный в линейный провод, показал ток $I_{\text{л}} = 20 \text{ а}$. Какой ток проходит по обмотке (фазе) статора?

Линейный ток

$$I_{\text{л}} = I_{\phi} \sqrt{3};$$

$$I_{\phi} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{20}{1,73} = 11,56 \text{ а.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Трехфазный асинхронный двигатель с обмоткой, соединенной в звезду, включен на напряжение $U_{\text{л}} = 3 \times 380 \text{ в}$. Какое будет напряжение между фазным зажимом и нулевой точкой обмотки? (220 в.)

2. Трехфазный генератор, соединенный в звезду, дает ток $I = 1\,000\text{ а}$ при линейном напряжении $U_{\text{л}} = 6\,000\text{ в}$. Чему равно фазное напряжение и какой ток течет по обмотке статора? ($U_{\Phi} = 3\,470\text{ в}$; $I_{\text{л}} = I_{\Phi} = 1\,000\text{ а}$.)

2. РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

Понятия и формулы

В дальнейшем для упрощения обозначений линейные величины напряжения, тока и мощности трехфазной системы будут даваться без индексов, т. е. U , I и P .

Мощность трехфазного тока равна тройной мощности одной фазы.

При соединении в звезду

$$P_Y = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi = 3U_{\Phi} I \cos \varphi.$$

При соединении в треугольник

$$P_{\Delta} = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi = 3UI_{\Phi} \cos \varphi.$$

На практике применяется формула, в которой ток и напряжение обозначают линейные величины и для соединения в звезду и в треугольник. В первое уравнение подставим $U_{\Phi} = \frac{U}{\sqrt{3}}$, а во

второе $I_{\Phi} = \frac{I}{\sqrt{3}}$, получим общую формулу:

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi.$$

Примеры

1. Какую мощность P_1 берет из сети трехфазный асинхронный двигатель, показанный на рис. 272 и 273, при соединении в звезду и треугольник, если линейное напряжение $U = 380\text{ в}$, а линейный ток $I = 20\text{ а}$ при $\cos \varphi = 0,7$?

Вольтметр и амперметр показывают линейные значения, действующие значения.

Мощность двигателя по общей формуле будет:

$$P_1 = \sqrt{3} UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 20 \cdot 0,7 = 9\,203\text{ вт} = 9,2\text{ квт}.$$

Если подсчитать мощность через фазные значения тока и напряжения, то при соединении в звезду фазный ток равен $I_{\Phi} = I = 20\text{ а}$, а фазное напряжение $U_{\Phi} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}}$.

значит, мощность

$$P_1 = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \cos \varphi = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 20 \cdot 0,7;$$

$$P_1 = 3 \cdot \frac{380}{1,73} \cdot 20 \cdot 0,7 = 9\,225\text{ вт} \approx 9,2\text{ квт}.$$

При соединении в треугольник фазное напряжение $U_{\phi} = U$, а фазный ток $I_{\phi} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}}$; таким образом,

$$P_1 = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = 3U \frac{I}{\sqrt{3}} \cos \varphi;$$

$$P_1 = 3 \cdot 380 \cdot \frac{20}{1,73} \cdot 0,7 = 9\,225 \text{ вт} \approx 9,2 \text{ кВт}.$$

2. В четырехпроводную сеть трехфазного тока между линейными и нулевым проводами включены лампы, а к трем линейным проводам подключается двигатель D , как показано на рис. 281.

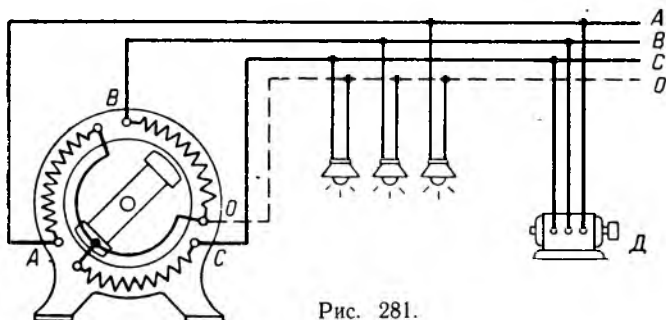


Рис. 281.

На каждую фазу включены 100 ламп по 40 вт каждая и 10 двигателей мощностью по 5 кВт. Какие активную и полную мощности должен отдавать генератор G при $\cos \varphi = 0,8$? Каковы токи фазный, линейный и в нулевом проводе генератора при линейном напряжении $U = 380$ в?

Общая мощность ламп

$$P_{\text{л}} = 3 \cdot 100 \cdot 40 \text{ вт} = 12\,000 \text{ вт} = 12 \text{ кВт}.$$

Лампы находятся под фазным напряжением

$$U_{\phi} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ в}.$$

Общая мощность трехфазных двигателей

$$P_{\text{д}} = 10 \cdot 5 \text{ кВт} = 50 \text{ кВт}.$$

Активная мощность, отдаваемая генератором, $P_{\text{Г}}$ и получаемая потребителем P_1 равны, если пренебречь потерей мощности в проводах электропередачи:

$$P_1 = P_{\text{Г}} = P_{\text{л}} + P_{\text{д}} = 12 + 50 = 62 \text{ кВт}.$$

Полная мощность генератора

$$S = \frac{P_{\Gamma}}{\cos \varphi} = \frac{62}{0,8} = 77,5 \text{ ква.}$$

В этом примере все фазы одинаково нагружены, а потому в нулевом проводе в каждое мгновение ток равен нулю.

Фазный ток обмотки статора генератора равен линейному току линии ($I_{\Phi} = I$), а его значение можно получить, воспользовавшись формулой для мощности трехфазного тока:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{62\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8} = 117,8 \text{ а.}$$

3. На рис. 282 показано, что к фазе *B* и нулевому проводу подключена плитка мощностью 500 *вт*, а к фазе *C* и нулевому проводу — лампа 60 *вт*. К трем фазам *ABC* подключены двигатель

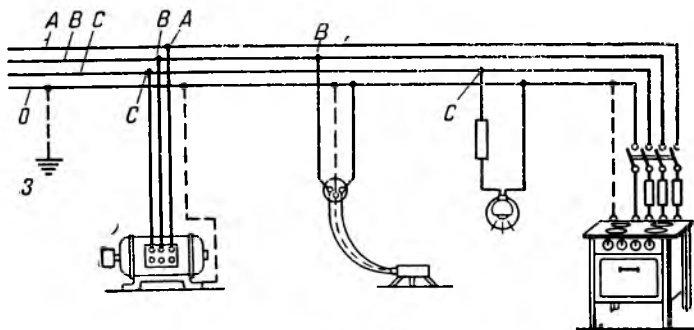


Рис. 282.

мощностью 2 *квт* при $\cos \varphi = 0,7$ и электрическая плитка мощностью 3 *квт*.

Чему равны общая активная и полная мощности потребителей? Какие токи проходят в отдельных фазах при линейном напряжении сети $U = 380$ *в*?

Активная мощность потребителей

$$P = 500 + 60 + 2\,000 + 3\,000 = 5\,560 \text{ вт} = 5,56 \text{ кВт.}$$

Полная мощность двигателя

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{2\,000}{0,7} = 2\,857 \text{ ва.}$$

Общая полная мощность потребителей будет:

$$S_{\text{общ}} = 500 + 60 + 2\,857 + 3\,000 = 6\,417 \text{ ва} = 6,417 \text{ ква.}$$

Ток электрической плитки

$$I_{\text{п}} = \frac{P_{\text{п}}}{U_{\Phi}} = \frac{P_{\text{п}}}{U / \sqrt{3}} = \frac{500 \text{ вт}}{220 \text{ в}} = 2,27 \text{ а.}$$

Ток лампы

$$I_{\text{л}} = \frac{P_{\text{л}}}{U_{\text{л}}} = \frac{60}{220} = 0,27 \text{ а.}$$

Ток электрической плиты определим по формуле мощности для трехфазного тока при $\cos \varphi = 1$ (активное сопротивление):

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi = \sqrt{3} UI;$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{3000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 4,56 \text{ а.}$$

Ток двигателя

$$I_{\text{д}} = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,7} = 4,34 \text{ а.}$$

В проводе фазы *A* течет ток двигателя и электрической плиты:

$$I_{\text{A}} = I_{\text{д}} + I = 4,34 + 4,56 = 8,9 \text{ а.}$$

В фазе *B* течет ток двигателя, плитки и электрической плиты:

$$I_{\text{B}} = I_{\text{д}} + I_{\text{п}} + I = 4,34 + 2,27 + 4,56 = 11,17 \text{ а.}$$

В фазе *C* течет ток двигателя, лампы и электрической плиты:

$$I_{\text{C}} = I_{\text{д}} + I_{\text{л}} + I = 4,34 + 0,27 + 4,56 = 9,17 \text{ а.}$$

Везде даны действующие значения токов.

На рис. 282 показано защитное заземление *З* электрической установки. Нулевой провод заземляется наглухо у питающей подстанции и потребителя. Все части установок, к которым возможно прикосновение человека, присоединяются к нулевому проводу и тем самым заземляются.

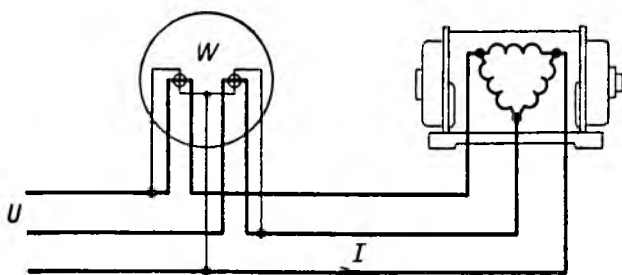


Рис. 283.

При случайном заземлении одной из фаз, например *C*, возникает однофазное короткое замыкание и предохранитель или автомат этой фазы отключает ее от источника питания. Если человек, стоящий на земле, коснется неизолированного провода фаз *A* и *B*,

то он окажется только под фазным напряжением. При незаземленной нейтрали фаза *C* не была бы отключена и человек оказался бы под линейным напряжением по отношению к фазам *A* и *B*.

4. Какую подводимую к двигателю мощность покажет трехфазный ваттметр, включенный в трехфазную сеть с линейным напряжением $U=380$ в при линейном токе $I=10$ а и $\cos \varphi=0,7$? К. п. д. двигателя $\eta=0,8$? Чему равна мощность двигателя на валу (рис. 283)?

Ваттметр покажет подводимую к двигателю мощность P_1 , т. е. мощность полезную P_2 плюс потери мощности в двигателе:

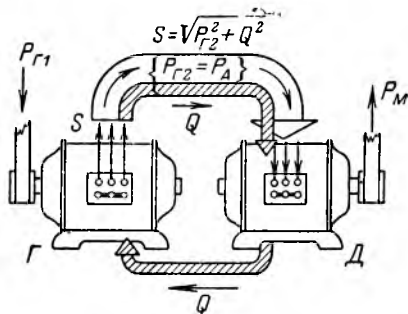


Рис. 284.

$$P_1 = \sqrt{3} UI \cos \varphi = 1,73 \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,7 = 4,6 \text{ кВт.}$$

Полезная мощность, за вычетом потерь в обмотках и стали, а также механических в подшипниках

$$P_2 = P_1 \eta = 4,6 \cdot 0,8 = 3,68 \text{ кВт.}$$

5. Трехфазный генератор отдает ток $I=50$ а при напряжении $U=400$ в и $\cos \varphi=0,7$. Какая механическая мощность в лошадиных силах необходима для вращения генератора при к. п. д. генератора $\eta=0,8$ (рис. 284)?

Активная электрическая мощность генератора, отдаваемая электродвигателю,

$$P_{Г2} = \sqrt{3} UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 50 \cdot 0,7 = 24\,220 \text{ вт} = 24,22 \text{ кВт.}$$

Механическая мощность, подводимая к генератору, $P_{Г1}$ покрывает активную мощность $P_{Г2}$ и потери в нем:

$$P_{Г1} = \frac{P_{Г2}}{\eta_{Г}} = \frac{24,22}{0,8} \approx 30,3 \text{ кВт.}$$

Эта механическая мощность, выраженная в лошадиных силах, равна:

$$P_{Г1} = 30,3 \cdot 1,36 \approx 41,2 \text{ л. с.}$$

На рис. 284 показано, что к генератору подводится механическая мощность $P_{Г1}$. Генератор преобразует ее в электрическую, которая равна $P_{Г2} = P_{Г1} \eta_{Г}$. Эта мощность, активная и равна $P_{Г2} = \sqrt{3} UI \cos \varphi$, передается по проводам электродвигателю, в котором она преобразуется в механическую мощность. Кроме того, генератор посылает электродвигателю реактивную мощность Q .

которая намагничивает двигатель, но в нем не расходуется, а возвращается в генератор. Она равна $Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi$ и не превращается ни в тепло, ни в механическую мощность. Полная мощность $S = P / \cos \varphi$, как мы видели раньше, определяет только степень использования материалов, затраченных на изготовление машины.

6. Трехфазный генератор работает при напряжении $U = 5\,000$ в и токе $I = 200$ а при $\cos \varphi = 0,8$. Чему равен его к. п. д., если мощность, отдаваемая двигателем, вращающим генератор, равна $2\,000$ л. с.?

Мощность двигателя, поданная на вал генератора (если нет промежуточных передач),

$$P_{Г1} = 2\,000 \cdot 0,736 = 1\,473 \text{ кет.}$$

Мощность, развиваемая трехфазным генератором,

$$\begin{aligned} P_{Г2} &= \sqrt{3} UI \cos \varphi = 1,73 \cdot 5\,000 \cdot 200 \cdot 0,8 = \\ &= 1\,384\,000 \text{ вт} = 1\,384 \text{ кет.} \end{aligned}$$

К. п. д. генератора

$$\eta = \frac{P_{Г2}}{P_{Г1}} = \frac{1\,384}{1\,472} = 0,94 = 94\%.$$

7. Какой ток проходит в обмотке трехфазного трансформатора при мощности 100 кВа и напряжении $U = 22\,000$ в при $\cos \varphi = 1$? Полная мощность трансформатора

$$S = \sqrt{3} UI = 1,73 \cdot 22\,000 I.$$

Отсюда ток

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} U} = \frac{100 \cdot 1\,000}{1,73 \cdot 22\,000} = 2,63 \text{ а.}$$

8. Какой ток потребляет трехфазный асинхронный двигатель при мощности на валу 40 л. с. при напряжении 380 в, если его $\cos \varphi = 0,8$, а к. п. д. $\eta = 0,9$?

Мощность двигателя на валу, т. е. полезная,

$$P_2 = 40 \cdot 736 = 29\,440 \text{ вт.}$$

Подводимая к двигателю мощность, т. е. мощность, получаемая из сети,

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{29\,440}{0,9} = 32\,711 \text{ вт.}$$

Ток двигателя

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3} UI \cos \varphi} = \frac{32\,711}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,8} = 62 \text{ а.}$$

9. Трехфазный асинхронный двигатель имеет на щитке следующие данные: $P = 15$ л. с.; $U = 380/220$ в; $\cos \varphi = 0,8$; $\eta = 85\%$; соединение — звезда. Величины, обозначенные на щитке, называются номинальными.

Чему равны активная, полная и реактивная мощности двигателя? Каковы величины токов: полного, активного и реактивного (рис. 285)?

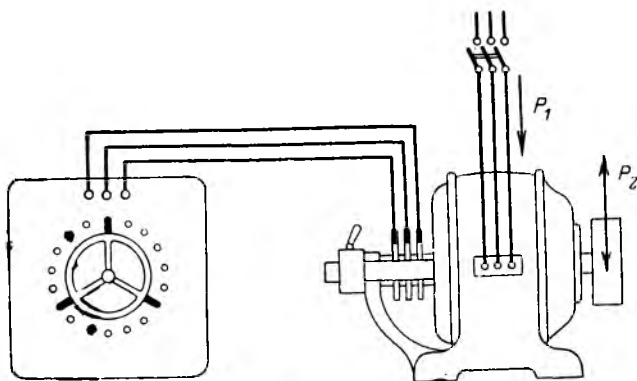


Рис. 285.

Механическая мощность двигателя (полезная) равна:

$$P_2 = 15 \cdot 0,736 = 11,04 \text{ кВт.}$$

Подводимая к двигателю мощность P_1 больше полезной на величину потерь в двигателе:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{11,04}{0,85} \approx 13 \text{ кВт.}$$

Полная мощность (см. рис. 284)

$$S = \frac{P_1}{\cos \varphi} = \frac{13}{0,8} = 16,25 \text{ кВА;}$$

$$Q = S \sin \varphi = 16,25 \cdot 0,6 = 9,75 \text{ квар}$$

(см. треугольник мощностей на рис. 265).

Ток в соединительных проводах, т. е. линейный, равен:

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{S}{\sqrt{3} U} = \frac{16\,250}{1,73 \cdot 380} = 24,7 \text{ а.}$$

Активный ток

$$I_a = I \cos \varphi = 24,7 \cdot 0,8 = 19,76 \text{ а.}$$

Реактивный (намагничивающий) ток

$$I_p = I \sin \varphi = 24,7 \cdot 0,6 = 14,82 \text{ а.}$$

10. Определить ток в обмотке трехфазного электродвигателя, если она соединена в треугольник и полезная мощность двигателя $P_2 = 5,8 \text{ л. с.}$ при к. п. д. $\eta = 90\%$, коэффициенте мощности $\cos \varphi = 0,8$ и линейном напряжении сети 380 в.

Полезная мощность двигателя $P_2 = 5,8$ л. с., или 4,26 квт. Поданная к двигателю мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{4,26}{0,9} = 4,74 \text{ квт.}$$

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{4,74 \cdot 1000}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,8} = 9,02 \text{ а.}$$

При соединении в треугольник ток в обмотке фазы двигателя будет меньше, чем ток подводющих проводов:

$$I_\Phi = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{9,02}{1,73} = 5,2 \text{ а.}$$

11. Генератор постоянного тока для электролизной установки, рассчитанный на напряжение $U = 6$ в и ток $I = 3000$ а, в соединении

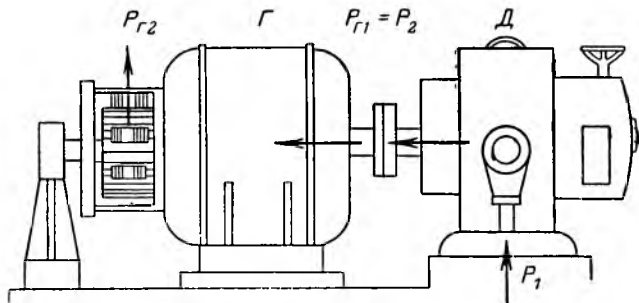


Рис. 286.

с трехфазным асинхронным двигателем образует двигатель-генератор. К. п. д. генератора $\eta_G = 70\%$, к. п. д. двигателя $\eta_D = 90\%$, а его коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,8$. Определить мощность двигателя на валу и подводимую к нему мощность (рис. 286 и 284).

Полезная мощность генератора

$$P_{Г2} = U_G I_G = 6 \cdot 3000 = 18000 \text{ вт.}$$

Подводимая к генератору мощность равна мощности на валу P_2 приводного асинхронного двигателя, которая равна сумме $P_{Г1}$ и потерь мощности в генераторе, т. е.

$$P_{Г1} = \frac{P_{Г2}}{\eta} = \frac{18000}{0,7} = 25714 \text{ вт.}$$

Активная мощность двигателя, подаваемая к нему из сети переменного тока,

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_D} = \frac{25714}{0,9} = 28571 \text{ вт} = 28,67 \text{ квт.}$$

12. Паровая турбина с к. п. д. $\eta_T = 30\%$ вращает генератор с к. п. д. $\eta_r = 92\%$ и $\cos \varphi = 0,9$. Какую подводимую мощность (л. с. и ккал/сек) должна иметь турбина, чтобы генератор обеспечивал ток 2 000 а при напряжении $U = 6\,000$ в? (Перед началом расчета см. рис. 284 и 287.)

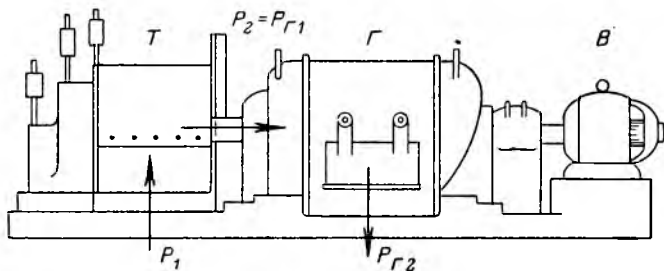


Рис. 287.

Мощность генератора переменного тока, отдаваемая потребителю,

$$P_{Г2} = \sqrt{3} UI \cos \varphi = 1,73 \cdot 6\,000 \cdot 2\,000 \cdot 0,9 = 18\,684 \text{ кВт.}$$

Подводимая к генератору мощность равна мощности P_2 на валу турбины:

$$P_{Г1} = P_2 = \frac{P_{Г2}}{\eta_r} = \frac{18\,684}{0,92} = 20\,308 \text{ кВт.}$$

Подводимая к турбине при помощи пара мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_T} = \frac{20\,308}{0,3} = 67\,693 \text{ кВт,}$$

или

$$P_1 = 67\,693 \cdot 1,36 = 92\,062 \text{ л. с.}$$

Подводимую мощность к турбине в ккал/сек определим по формуле

$$Q = 0,24 Pt;$$

$$Q/t = 0,24 P = 0,24 \cdot 67\,693 = 16\,246 \text{ ккал/сек.}$$

13. Определить сечение провода длиной 22 м, по которому идет ток к трехфазному двигателю мощностью 5 л. с. напряжением 220 в при соединении обмотки статора в треугольник. $\cos \varphi = 0,8$; $\eta = 0,85$. Допустимое падение напряжения в проводах $\Delta U = 5\%$.

Подводимая к двигателю мощность при полезной мощности P_2

$$P_1 = \frac{P_2 \cdot 0,736}{\eta} = \frac{5 \cdot 0,736}{0,85} = 4,43 \text{ кВт.}$$

По соединительным проводам протекает ток

$$I = \frac{P_1}{U \sqrt{3} \cos \varphi} = \frac{4\,430}{220 \sqrt{3} \cdot 0,8} = 14,57 \text{ а.}$$

В трехфазной линии токи складываются геометрически, поэтому падение напряжения в проводе следует брать $\Delta U: \sqrt{3}$, а не $\Delta U: 2$, как при однофазном токе. Тогда сопротивление провода:

$$r = \frac{\Delta U: \sqrt{3}}{I} = \frac{11: \sqrt{3}}{14,57} = 0,436 \text{ ом},$$

где ΔU — в вольтах.

$$S = \frac{\rho l}{r} = \frac{1}{57} \cdot \frac{22}{0,436} = 0,886 \text{ мм}^2 \approx 1 \text{ мм}^2.$$

Сечение проводов в трехфазной цепи получается меньшим, чем в однофазной.

14. Определить и сравнить сечения проводов для постоянного переменного однофазного и трехфазного токов. К сети подсоединены 210 ламп по 60 вт каждая на напряжение 220 в, находящиеся на расстоянии 200 м, от источника тока. Допустимое падение напряжения 2%.

а) При постоянном и однофазном переменном токах, т. е. когда имеются два провода, сечения будут одинаковыми, так как при осветительной нагрузке $\cos \varphi = 1$ и передаваемая мощность

$$P = 210 \cdot 60 = 12\,600 \text{ вт},$$

а ток

$$I = \frac{P}{U} = \frac{12\,600}{220} = 57,3 \text{ а.}$$

Допустимое падение напряжения

$$\Delta U = 220 \cdot \frac{2}{100} = 4,4 \text{ в.}$$

Сопротивление двух проводов

$$r = \frac{\Delta U}{I} \cdot \frac{4,4}{57,3} = 0,0768 \text{ ом.}$$

Сечение провода

$$S_1 = \frac{\rho l}{r} = \frac{1}{57} \cdot \frac{200 \cdot 2}{0,0768} = 91,4 \text{ мм}^2.$$

Для передачи мощности необходимо общее сечение проводов $2S_1 = 2 \cdot 91,4 = 182,8 \text{ мм}^2$ при длине провода 200 м.

б) При трехфазном токе лампы можно соединить в треугольник, по 70 ламп на сторону.

При $\cos \varphi = 1$ передаваемая по проводам мощность

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I.$$
$$I = \frac{P}{U \sqrt{3}} = \frac{12\,600}{220 \sqrt{3}} = 33,1 \text{ а.}$$

Допустимое падение напряжения в одном проводе трехфазной сети не $\Delta U/2$ (как в однофазной сети), а $\Delta U/\sqrt{3}$. Сопротивление одного провода в трехфазной сети будет:

$$r = \frac{U \sqrt{3}}{I} = \frac{4,4 \sqrt{3}}{33,1} = 0,0769 \text{ ом;}$$
$$S_{\text{зф}} = \frac{\rho l}{r} = \frac{1}{57} \cdot \frac{200}{0,0769} = 45,7 \text{ мм}^2.$$

Общее сечение проводов для передачи мощности 12,6 кВт в трехфазной сети при соединении в треугольник меньше, чем в однофазной:

$$3S_{\text{зф}} = 137,1 \text{ мм}^2.$$

в) При соединении в звезду необходимо линейное напряжение $U = 380 \text{ в}$, чтобы фазное напряжение на лампах было 220 в, т. е. чтобы лампы включались между нулевым проводом и каждым линейным.

Ток в проводах будет:

$$I = \frac{P}{U \sqrt{3}} = \frac{12\,600}{380 \sqrt{3}} = 19,15 \text{ а.}$$

Сопротивление провода

$$r = \frac{\Delta U \sqrt{3}}{I} = \frac{4,4 \sqrt{3}}{19,15} = 0,1325 \text{ ом;}$$
$$S_{\text{ззв}} = \frac{\rho l}{r} = \frac{1}{57} \cdot \frac{200}{0,1325} = 26,15 \text{ мм}^2.$$

Общее сечение при соединении в звезду — самое маленькое, что достигается увеличением напряжения тока для передачи данной мощности:

$$3S_{\text{ззв}} = 3 \cdot 26,15 = 78,45 \text{ мм}^2.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Трехфазный двигатель имеет на щитке следующие данные:

$$U = 3 \cdot 380 \text{ в; } I = 30 \text{ а; } \cos \varphi = 0,8.$$

Определить подведенную к нему мощность. (15,8 кВт.)

2. Электрическая трехфазная плита, имеющая соединение в треугольник, потребляет ток $I = 15 \text{ а}$ при фазном напряжении $U = 220 \text{ в}$ и $\cos \varphi = 1$.

Чему равна подводимая к плите мощность и какую электрическую энергию она потребует при работе в течение 4 ч? ($P_{\text{п}} = 5,7 \text{ кВт}$; 22,8 кВт · ч.)

УЛУЧШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ ($\cos \varphi$)1. РАСЧЕТЫ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ ($\cos \varphi$) В ОДНОФАЗНОЙ СЕТИ

Понятия и формулы

В сети переменного тока почти всегда существует сдвиг фаз между напряжением и током, так как к ней подключены индуктивности — трансформаторы, дроссели и главным образом асинхронные двигатели и емкости — кабели, синхронные компенсаторы и др.

По цепи, обозначенной тонкой линией на рис. 288, проходит результирующий ток I со сдвигом фаз φ относительно напряжения

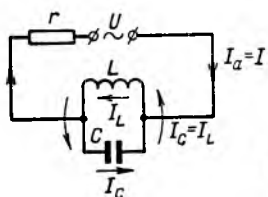


Рис. 288.

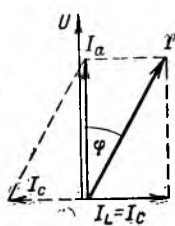


Рис. 289.

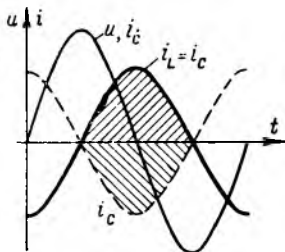


Рис. 290.

(рис. 289). Ток I состоит из активной составляющей I_a и реактивной (намагничивающей) I_L . Между составляющими I_a и I_L сдвиг по фазе 90° .

Кривые напряжения на зажимах источника U , активной составляющей I_a и тока намагничивания I_L показаны на рис. 290.

В те части периода, когда ток I нарастает, увеличивается и магнитная энергия поля катушки. В это время электрическая энергия превращается в магнитную. Когда же ток уменьшается, магнитная энергия поля катушки превращается в электрическую и возвращается в питающую сеть. В активном сопротивлении электрическая энергия переходит в тепло или свет, а в двигателе она преобразуется в механическую энергию. Значит, активное сопротивление и двигатель преобразуют электрическую энергию в тепловую и соответственно механическую, а катушка (индуктивность) или конденсатор (емкость) не потребляет электрической энергии, так как она в момент свертывания магнитного и электрического полей возвращается целиком в питающую сеть.

Чем больше индуктивность катушки (см. рис. 288), тем больше ток I_L и сдвиг по фазе (рис. 289). При большем фазовом сдвиге меньше коэффициент мощности $\cos \varphi$ и активная (полезная) мощность ($P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$).

При одинаковой полной мощности ($S = UI \text{ в а}$), которую, например, генератор отдает в сеть, активная мощность P будет меньше

при большем угле φ , т. е. при меньшем коэффициенте мощности $\cos \varphi$.

Сечение проводов обмотки должно быть рассчитано на результирующий ток I . Поэтому стремление электротехников (энергетиков) заключается в уменьшении фазового сдвига, проводящего к уменьшению результирующего тока I .

Простым способом уменьшения фазового сдвига, т. е. увеличения коэффициента мощности, является параллельное присоединение конденсатора к индуктивному сопротивлению (рис. 288 цепь, обведенная жирной линией). Направление емкостного тока I_C обратно направлению тока намагничивания катушки I_L . При определенном выборе емкости C ток $I_C = I_L$, т. е. в цепи будет резонанс, цепь будет вести себя так, как будто нет ни емкостного, ни индуктивного сопротивления, т. е. как будто в цепи только активное сопротивление. В этом случае полная мощность равна активной мощности P :

$$S = P;$$

$$UI = UI_a,$$

откуда вытекает, что

$$I = I_a, \text{ а } \cos \varphi = 1.$$

При равенстве токов $I_L = I_C$, т. е. равенстве сопротивлений $X_L = X_C = \omega L = 1/\omega C$, будет $\cos \varphi = 1$, а фазовый сдвиг будет компенсирован.

На диаграмме на рис. 289 показано, как прибавлением тока I_C к результирующему току I уничтожается сдвиг. Глядя на замкнутую цепь L и C , можно сказать, что катушка соединена последовательно с конденсатором, а токи I_C и I_L текут друг за другом. Конденсатор, который попеременно заряжается и разряжается, обеспечивает в катушке ток намагничивания $I_\mu = I_L = I_C$, который не потребляется из сети. Конденсатор является своего рода аккумулятором переменного тока намагничивания катушки и заменяет сеть, чем и уменьшается или устраняется сдвиг фаз.

На диаграмме на рис. 290 заштрихованные за полпериода площади изображают энергию магнитного поля, переходящую в энергию электрического поля и обратно.

При параллельном соединении конденсатора с питающей сетью или двигателем результирующий ток I уменьшается до величины активной составляющей I_a (см. рис. 289). При последовательном соединении конденсатора с катушкой и источником питания также можно добиться компенсации фазового сдвига (см. § 10-5 «Расчет колебательного контура»). Последовательное соединение для компенсации $\cos \varphi$ не применяется, так как оно требует большего числа конденсаторов, чем при параллельном соединении.

Примеры 2—5, данные ниже, включают расчет величины емкости конденсатора чисто для учебных целей. На практике конденсаторы заказывают, исходя не из емкости, а из реактивной мощности.

Для компенсации реактивной мощности устройства замерим U , I и подводимую мощность P . По ним определим коэффициент мощности устройства:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI},$$

который нужно улучшить до $\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$.

Соответствующие реактивные мощности по треугольникам мощностей (рис. 265) будут $Q_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1$ и $Q_2 = P \operatorname{tg} \varphi_2$.

Конденсатор должен возместить разность реактивных мощностей

$$Q = Q_1 - Q_2 = P (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

Примеры

1. Однофазный генератор на маленькой электростанции рассчитан на мощность $S = 330 \text{ кВА}$ при напряжении $U = 220 \text{ В}$. Какой наибольший ток в сети может обеспечить генератор? Какую активную мощность отдает генератор при чисто активной нагрузке, т. е. при $\cos \varphi = 1$, и при активной и индуктивной нагрузках, если $\cos \varphi = 0,8$ и $0,5$?

а) В первом случае генератор может обеспечить максимальный ток

$$I = \frac{S}{U} = \frac{330\,000}{220} = 1\,500 \text{ А}.$$

Активная мощность генератора при активной нагрузке (плитки, лампы, электрические печи, когда нет фазового сдвига между U и I , т. е. при $\cos \varphi = 1$)

$$P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi = 220 \cdot 1\,500 \cdot 1 = 330 \text{ кВт}.$$

При $\cos \varphi = 1$ используется полная мощность S генератора в виде активной мощности P , т. е. $P = S$.

б) Во втором случае при активной и индуктивной, т. е. смешанной, нагрузках (лампы, трансформаторы, двигатели) появляется фазовый сдвиг и полный ток I будет содержать, помимо активной составляющей, еще ток намагничивания (см. рис. 289). При $\cos \varphi = 0,8$ активная мощность и активный ток будут:

$$I_a = I \cos \varphi = 1\,500 \cdot 0,8 = 1\,200 \text{ А};$$

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = 220 \cdot 1\,500 \cdot 0,8 = 264 \text{ кВт}.$$

При $\cos \varphi = 0,8$ генератор не загружен до полной мощности (330 кВт), хотя по обмотке и соединительным проводам проходит ток $I = 1\,500 \text{ А}$ и нагревает их. Механическую мощность, подаваемую к валу генератора, увеличивать нельзя, так как иначе ток возрастет до опасной величины в сравнении с той, на которую рассчитана обмотка.

в) В третьем случае при $\cos \varphi = 0,5$ мы увеличим индуктивную нагрузку еще больше в сравнении с активной нагрузкой $P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 1\,500 \cdot 0,5 = 165 \text{ кВт}$.

При $\cos \varphi = 0,5$ генератор используется лишь на 50%. Ток по-прежнему имеет величину $1\,500 \text{ А}$, но из него для полезной работы используется только

$$I_a = I \cos \varphi = 1\,500 \cdot 0,5 = 750 \text{ А}.$$

Намагничивающая составляющая тока

$$I_\mu = I \sin \varphi = 1\,500 \cdot 0,866 = 1\,299 \text{ А}.$$

Этот ток надо компенсировать конденсатором, параллельно подсоединенным к генератору или потребителю, чтобы генератор мог дать 330 *квт* вместо 165 *квт*.

2. Однофазный двигатель пылесоса имеет полезную мощность $P_2=240$ *вт*, напряжение $U=220$ *в*, ток $I=1,95$ *а* и $\eta=80\%$. Нужно определить коэффициент мощности двигателя $\cos \varphi$, реактивный ток и емкость конденсатора, который выравнивает $\cos \varphi$ до единицы.

Подводимая к электродвигателю мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{0,8} = \frac{240}{0,8} = 300 \text{ вт.}$$

Полная мощность

$$S = UI = 220 \cdot 1,95 = 429 \text{ в} \cdot \text{а.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{S} = \frac{300}{429} \approx 0,7.$$

Реактивный (намагничивающий) ток

$$I_p = I \sin \varphi = 1,95 \cdot 0,71 = 1,385 \text{ а.}$$

Чтобы сделать $\cos \varphi$ равным единице, ток конденсатора должен быть равен намагничивающему току:

$$I_C = I_p;$$

$$I_C = \frac{U}{1/\omega C} = U\omega C = I_p.$$

Отсюда величина емкости конденсатора при $f=50$ *гц*

$$C = \frac{I_p}{U\omega} = \frac{1,385}{220 \cdot 2\pi \cdot 50} = \frac{1\,385 \cdot 10^{-6}}{69,08} = 20 \text{ мкф.}$$

При параллельном подсоединении конденсатора 20 *мкф* к двигателю коэффициент мощности ($\cos \varphi$) двигателя будет равен 1, а из сети будет потребляться только активный ток

$$I_a = I \cos \varphi = 1,95 \cdot 0,7 = 1,365 \text{ а.}$$

3. Однофазный асинхронный двигатель полезной мощностью $P_2=2$ *квт* работает при напряжении $U=220$ *в* и частоте 50 *гц*. К. п. д. двигателя 80% и $\cos \varphi=0,6$. Какую батарею конденсаторов надо подключить к двигателю, чтобы получить $\cos \varphi_1=0,95$?

Подводимая мощность двигателя

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2\,000}{0,8} = 2\,500 \text{ вт.}$$

Результирующий ток, потребляемый двигателем при $\cos \varphi=0,6$, подсчитаем, исходя из полной мощности:

$$S = UI = \frac{P_1}{\cos \varphi};$$

$$I = \frac{P_1}{U \cos \varphi} = \frac{2\,500}{220 \cdot 0,6} = 18,9 \text{ а.}$$

Необходимый емкостный ток I_C определим на базе схемы на рис. 288 и диаграммы на рис. 289. Схема на рис. 288 представляет собой индуктивное сопротивление обмотки двигателя с параллельно подсоединенной к ней емкостью. От диаграммы на рис. 289 перейдем к диаграмме на рис. 291, где полный ток I после подсоединения конденсатора будет иметь меньший сдвиг φ_1 и значение, уменьшенное до I_1 .

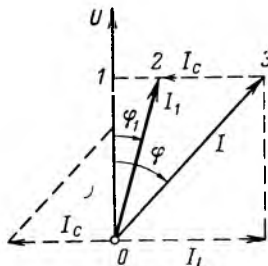


Рис. 291.

Результирующий ток I_1 при улучшенном $\cos \varphi_1$ будет:

$$I_1 = \frac{P_1}{U \cos \varphi_1} = \frac{2500}{220 \cdot 0,95} = 11,96 \text{ а.}$$

На диаграмме (рис. 291) отрезок $1-3$ представляет собой величину реактивного тока I_L до компенсации; он перпендикулярен вектору напряжения U . Отрезок $0-1$ представляет собой активный ток двигателя.

Сдвиг по фазе уменьшится до величины φ_1 , если ток намагничивания I_L уменьшится до значения отрезка $1-2$.

Это получится при включении на зажимы двигателя конденсатора, направление тока которого I_C противоположно току I_L , а по величине он равен отрезку $3-2$. Величина его

$$I_C = I \sin \varphi - I_1 \sin \varphi_1.$$

По таблице тригонометрических функций найдем значения синусов, соответствующие $\cos \varphi = 0,6$ и $\cos \varphi_1 = 0,95$:

$$I_C = 18,9 \cdot 0,8 - 11,96 \cdot 0,31 = 15,12 - 3,7 = 11,42 \text{ а.}$$

Исходя из величины I_C , определим емкость батареи конденсаторов:

$$I_C = \frac{U}{1/\omega C} = U\omega C;$$

$$C = \frac{I_C}{U \cdot 2\pi f} = \frac{11,42}{220\pi \cdot 100} = \frac{11\,420 \cdot 10^{-6}}{69,08};$$

$$C \approx 165 \text{ мкф.}$$

После подключения к двигателю батареи конденсаторов общей емкостью 165 мкф, коэффициент мощности улучшится до $\cos \varphi_1 = 0,95$. В этом случае двигатель еще потребляет ток намагничивания $I_1 \sin \varphi_1 = 3,7 \text{ а}$. При этом активный ток двигателя в обоих случаях одинаков:

$$I_a = I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 = 11,35 \text{ а.}$$

4. Завод на мощность $P=500 \text{ кВт}$ работает при $\cos \varphi_1=0,6$, который надо улучшить до 0,9. На какую реактивную мощность надо заказать конденсаторы?

Реактивная мощность при φ_1 (см. рис. 265)

$$Q_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1.$$

По таблице тригонометрических функций $\cos \varphi_1 = 0,6$ соответствует $\operatorname{tg} \varphi_1 = 1,327$. Реактивная мощность, которую потребляет завод от электростанции, составляет:

$$Q_1 = 500 \cdot 1,327 = 663,5 \text{ квар.}$$

После компенсации при улучшенном $\cos \varphi_2 = 0,9$ завод будет потреблять меньшую реактивную мощность $Q_2 = P \operatorname{tg} \varphi_2$.

Улучшенному $\cos \varphi_2 = 0,9$ соответствует $\operatorname{tg} \varphi_2 = 0,484$, а реактивная мощность

$$Q_2 = 500 \cdot 0,484 = 242 \text{ квар.}$$

Конденсаторы должны покрыть разность реактивных мощностей

$$Q = Q_1 - Q_2 = 663,5 - 242 = 421,5 \text{ квар.}$$

Емкость конденсатора определяется по формуле

$$Q = I_p U = \frac{U}{x_C} U = U^2 \cdot \frac{1}{\omega C} = U^2 \omega C;$$

$$C = Q : \omega U^2 = P (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) : \omega U^2.$$

Задача для самостоятельного решения

Какую реактивную мощность компенсирует конденсатор емкостью $C = 40 \text{ мкф}$ при напряжении $U = 380 \text{ в}$ и частоте $f = 50 \text{ гц}$?

$$(x_{\text{с}} = ? I_C = ?; Q = 1,824 \text{ квар}).$$

2. РАСЧЕТЫ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ ($\cos \varphi$) В ТРЕХФАЗНОЙ СЕТИ

Понятия и формулы

При расчете емкости конденсатора для улучшения коэффициента мощности в трехфазной сети будем придерживаться той же последовательности, что и в § 12-1. Величина коэффициента мощности определяется по формуле мощности для трехфазного тока:

$$P_1 = \sqrt{3} UI \cos \varphi;$$

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} UI}.$$

Расчет конденсатора по реактивной мощности производится аналогично примеру 4 в § 12-1 или так, как показано в примерах 1, 2 и 3.

Примеры

1. Трехфазный асинхронный двигатель имеет на шитке следующие данные: $P = 40 \text{ кВт}$; $U = 380 \text{ в}$; $I = 105 \text{ а}$; $\eta = 0,85$; $f = 50 \text{ гц}$. Соединение статора в звезду. Предположим, что значение $\cos \varphi$

разобрать на щитке трудно, а потому надо определить его. До какой величины уменьшится ток после улучшения коэффициента мощности до $\cos \varphi = 1$ при помощи конденсаторов? Какую емкость должны иметь конденсаторы? Какую реактивную мощность будут компенсировать конденсаторы (рис. 292)? Зажимы обмоток статора обозначаются: начала — C_1, C_2, C_3 , концы — соответственно C_4, C_5, C_6 . Однако в дальнейшем для облегчения связи с диаграммой начала будут обозначаться A, B, C , а концы X, Y, Z .

Подводимая к двигателю мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{40\,000}{0,85} \approx 47\,000 \text{ вт},$$

где P_2 — полезная мощность, которая указывается на щитке двигателя.

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} UI} = \frac{47\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 105} = 0,69.$$

После улучшения коэффициента мощности до $\cos \varphi = 1$ подводимая мощность будет равна:

$$[P_1 = \sqrt{3} UI \cdot 1$$

и ток упадет до

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U} = \frac{47\,000}{1,73 \cdot 380} = 71,5 \text{ а.}$$

Это и есть активный ток при $\cos \varphi = 0,69$, так как $I_a = I \cos \varphi = 105 \cdot 0,69 = 71,5 \text{ а.}$

На рис. 292 показано включение конденсаторов для улучшения $\cos \varphi$.

Напряжение на конденсаторе

$$U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ в.}$$

Намагничивающий ток фазы равен линейному намагничивающему току:

$$I_L = I \sin \varphi = 105 \cdot 0,75 = 79,8 \text{ а.}$$

Емкостное сопротивление конденсатора, который должен обеспечить ток намагничивания, будет:

$$x_C = \frac{U_\phi}{I_L} = \frac{1}{2\pi f C}.$$

Отсюда емкость конденсатора

$$C = \frac{I_C}{U_\phi \cdot 2\pi f} = \frac{79,8}{220 \cdot 3,14 \cdot 100} = \frac{79,800}{22 \cdot 3,14} \cdot 10^{-6} = 1156,4 \text{ мкф.}$$

К трехфазному двигателю должен быть подключен блок конденсаторов общей емкостью $C = 3 \cdot 1156,4 \approx 3\,469 \text{ мкф}$, чтобы улучшить коэффициент мощности до $\cos \varphi = 1$, а ток при этом снизить со 105 до 71,5 а.

Общая реактивная мощность, компенсированная конденсаторами, которая при отсутствии конденсаторов берется из сети,

$$Q = 3U_{\phi} I_L = 3 \cdot 220 \cdot 79,8 \approx 52\,668 = 52,66 \text{ квар.}$$

В этом случае двигатель потребляет из сети только активную мощность $P_1 = 47 \text{ кВт}$.

На рис. 293 показан блок конденсаторов, соединенных в треугольник и подсоединенных к зажимам трехфазного двигателя,

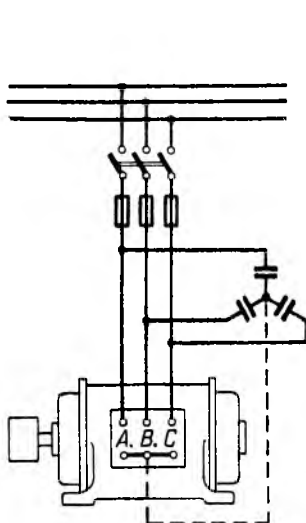


Рис. 292.

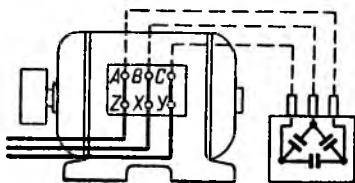


Рис. 293.

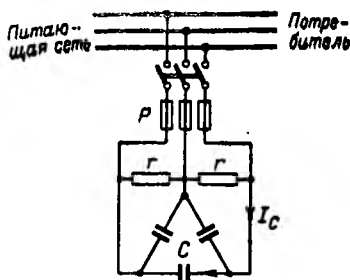


Рис. 294.

обмотка которого тоже соединена в треугольник. Это соединение конденсаторов выгоднее, чем соединение, показанное на рис. 292 (см. заключение расчета 2).

2. Небольшая электростанция снабжает трехфазную сеть током $I = 250 \text{ а}$ при линейном напряжении $U = 380 \text{ в}$ и коэффициенте мощности сети $\cos \varphi = 0,8$. Улучшение коэффициента мощности производится конденсаторами, которые соединены в треугольник согласно схеме на рис. 294. Надо определить величину емкости конденсаторов и компенсированную реактивную мощность. Полная мощность

$$S = \sqrt{3} UI = 1,73 \cdot 380 \cdot 250 = 164,3 \text{ ква.}$$

Определим активную мощность при $\cos \varphi = 0,8$:

$$P_1 = \sqrt{3} UI \cos \varphi = S \cos \varphi \approx 164,3 \cdot 0,8 = 131,5 \text{ вт.}$$

Реактивная мощность, которую надо компенсировать при $\cos \varphi = 0,8$,

$$Q = S \sin \varphi \approx 164,3 \cdot 0,6 = 98,6 \text{ квар.}$$

Отсюда линейный ток намагничивания (рис. 294)

$$I_L = I \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3} U} \approx 150 \text{ а.}$$

Намагничивающий (емкостный) фазный ток

$$I_{C\phi} = \frac{Q}{3U} = \frac{98\,580}{3 \cdot 380} = 86,5 \text{ а.}$$

Ток конденсатора можно определить и по-другому, по намагничивающему (реактивному) току в цепи:

$$I_L = I \sin \varphi = 250 \cdot 0,6 = 150 \text{ а;}$$

$$I_{C\phi} = I_{L\phi} = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{150}{1,73} = 86,7 \text{ а.}$$

При соединении в треугольник каждая группа конденсаторов имеет напряжение 380 в и фазный ток $I_{C\phi} = 86,7 \text{ а.}$

$$I = I_{C\phi} = \frac{U}{x_C} = \frac{U}{1/\omega C} = U\omega C.$$

Следовательно,

$$C = \frac{I_C}{U \cdot 2\pi f} = \frac{86,7}{300\pi \cdot 100} = 726 \text{ мкф.}$$

Полная емкость блока конденсаторов $C_3 = 3 \cdot 726 = 2\,178 \text{ мкф.}$

Подключенные конденсаторы дают возможность использовать всю мощность электростанции $S = 164,3 \text{ ква}$ в виде полезной мощности. Без конденсаторов для работы используется лишь активная мощность 131,5 квт при $\cos \varphi = 0,8$.

Компенсированная реактивная мощность $Q = 3UI_C = 3\omega CU^2$ растет пропорционально квадрату напряжения. При данном соединении необходимая емкость конденсаторов, а значит, и стоимость конденсаторов ниже, так как напряжение больше.

Сопротивления r на рис. 294 служат для постепенной разрядки конденсаторов при отключении их от сети.

Задача для самостоятельного решения

Какую реактивную мощность компенсируют три конденсатора C емкостью по 10 мкф, соединенные в звезду и включенные на линейное напряжение 3×380 ? Каковы U_ϕ , x_C и I_C одного конденсатора? ($Q = 3U_\phi I_C = 455,4 \text{ квар.}$)

Тот же результат будет при соединении в треугольник на напряжение $3 \times 220 \text{ в.}$

РАСЧЕТ ДРОССЕЛЬНОЙ КАТУШКИ

1. ДРОССЕЛЬНАЯ КАТУШКА СО СТАЛЬНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ БЕЗ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

Понятия и формулы

Дроссельная катушка — это индуктивная катушка со стальным сердечником или без него. Сердечник катушки — магнитопровод может быть сплошным непрерывным (кольцо) или разрезанным, т. е. с воздушным зазором. Дроссель служит для многих целей: способствует затуханию импульсов тока, отделяет низкую частоту от высокой, например в телефонной технике и радиотехнике, в фильтрах изменяет высокую частоту на низкую, поддерживает ртутную дугу, экономично срезает лишнее напряжение и т. д. Все, что было сказано ранее о индуктивных катушках, применимо к дросселям.

Дроссель со стальным сердечником имеет схему замещения, приведенную на рис. 295. Для наглядности индуктивность катушки L включена последовательно с ее активным сопротивлением r_k . Потери в стали от вихревых токов заменены потерями в воображаемом

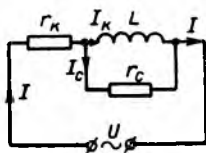


Рис. 295.

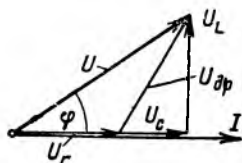


Рис. 297.

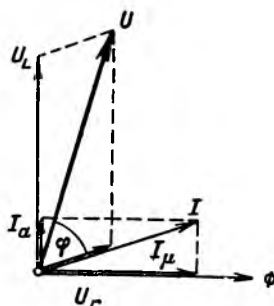


Рис. 296.

сопротивлению r_c , подсоединенном параллельно индуктивности катушки L .

На векторной диаграмме на рис. 296 показан ток дросселя I , состоящий из активной составляющей I_a , пропорциональной тепловым потерям в катушке, и намагничивающей составляющей I_μ . Ток намагничивания I_μ создает переменный магнитный поток Φ , который наводит э. д. с. самоиндукции катушки E_L , направленную против напряжения сети, к которой подключена катушка.

Напряжение U на зажимах катушки складывается из напряжения самоиндукции U_L , равного E_L и встречного напряжения, и

падения напряжения $U_r = Ir$ на активном сопротивлении катушки r .

Фазовый сдвиг ϕ между напряжением U и током I тем больше приближается к 90° , чем больше индуктивность L , чем меньше потери в стали и чем меньше сопротивление катушки r_k .

Из диаграммы на рис. 296 можно получить упрощенную диаграмму на рис. 297. Падение напряжения на активном сопротивлении U_r и падение напряжения от потерь в стали U_c , в сумме составляющие активное падение напряжения U_a , находятся в фазе с током I . Эти напряжения совместно с напряжением самоиндукции U_L составляют два катета прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна напряжению на зажимах катушки $U_{др}$ или напряжению источника U , если сопротивлением r_k обмотки можно пренебречь.

Диаграммой можно пользоваться для расчета реактора, когда он используется как средство, срезающее лишнее напряжение. Раньше была выведена формула для определения индуктивности L катушки со стальным сердечником, т. е. дросселя:

$$L = 4\pi \frac{\omega^2}{l} \Sigma \mu_r \cdot 10^{-7}.$$

Индуктивное сопротивление (реактивность) дросселя

$$x_L = \omega L = 2\pi fL;$$

полное сопротивление дросселя

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}.$$

Дроссель при токе I срежет напряжение, равное:

$$Iz = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix_L)^2} = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = U_{др} = U.$$

Примеры

1. Дроссельная катушка имеет 1 000 витков, сердечник набран из стальных листов ($S=2 \times 3 \text{ см}^2$), а длина средней силовой линии в стали $l=20 \text{ см}$ (рис. 298). Определить индуктивность L и индуктивное сопротивление x_L при $f=50 \text{ гц}$.

Относительная магнитная проницаемость μ_r зависит от сорта листов (стали) и индукции B , т. е. от ампер-витков $I\omega$. По кривой намагничивания для определенной напряженности $H = \frac{I\omega}{l}$ находят индукцию B для данного материала (см. рис. 161), а по другой кривой для определенного значения B — соответствующую магнитную проницаемость μ_r . Это обычный способ расчета. В данном же случае мы зададимся примерной магнитной проницаемостью $\mu_r = 2000$.

Индуктивность

$$L = 4\pi \frac{\omega^2}{l} \mu_r \cdot 10^{-7} = 4\pi \frac{1\,000^2}{0,2} \cdot 0,2 \cdot 0,03 \cdot 2\,000 \cdot 10^{-7} \approx 7,5 \text{ гн}.$$

Индуктивное сопротивление дросселя при $f=50 \text{ гц}$

$$x_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 7,5;$$

$$x_L = 314 \cdot 7,5 = 2\,355 \text{ ом}.$$

На рис. 298 показаны общий вид дросселя, эскиз катушки с сердечником и схема катушки с сердечником.

2. Какое напряжение срезает дроссель, описанный в примере 1, если он пропускает ток $I=0,2$ а при активном сопротивлении катушки $r=10$ ом?

Полное сопротивление дросселя

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{10^2 + 2355^2} \approx 2355 \text{ ом.}$$

Активного сопротивления можно не учитывать ($z \approx x_L$). Срезанное напряжение, т. е. напряжение на дросселе при токе 0,2 а,

$$U_{\text{др}} = Iz = 0,2 \cdot 2355 = 471 \text{ в.}$$

Реактивная мощность дросселя

$$Q = U_{\text{др}} I = 471 \cdot 0,2 = 94,2 \text{ вар.}$$

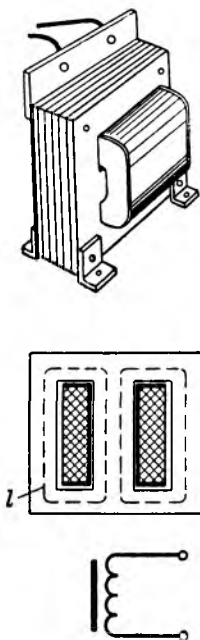


Рис. 298.

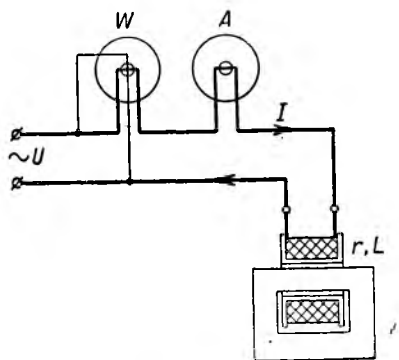


Рис. 299.

3. Дроссель подключен к источнику переменного напряжения $U=220$ в с частотой $f=50$ гц последовательно с амперметром, который показывает ток $I=10$ а, и ваттметром, который показывает мощность $P=660$ вт. Определить активную и полную мощности дросселя, падение напряжения на сопротивлении обмотки дросселя $r=2$ ом, падение напряжения на дросселе и его $\cos \varphi$ (рис. 299).

Определим полную подводимую мощность к дросселю и $\cos \varphi$:

$$S = UI = 220 \cdot 10 = 2200 \text{ ва;}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{660}{2200} = 0,3.$$

Активное сопротивление дросселя

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{660}{100} = 6,6 \text{ ом.}$$

В него входят активное сопротивление обмотки $r_k = 2 \text{ ом}$ и $r_c = 4,6 \text{ ом}$ — величина, равноценная сопротивлению стали вихревым токам.

Полное сопротивление дросселя

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \text{ ом}.$$

Падение напряжения на активном сопротивлении провода обмотки (см. рис. 297)

$$U_k = Ir = 10 \cdot 2 = 20 \text{ в}.$$

Падение напряжения на дросселе $U_{др}$, которое складывается из напряжения самоиндукции U_L и падения напряжения, вызванного вихревыми токами в стали, U_c (рис. 297),

$$\begin{aligned} U_{др} &= \sqrt{U^2 + U_r^2 - 2UU_r \cos \varphi} = \\ &= \sqrt{220^2 + 20^2 - 2 \cdot 220 \cdot 20 \cdot 0,3} = \sqrt{48\,400 + 400 - 2\,640} \approx \\ &\approx 214,5 \text{ в}. \end{aligned}$$

Индуктивное сопротивление дросселя

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{22^2 - 6,6^2} = \sqrt{484 - 43,56} \approx 21 \text{ ом}.$$

Отсюда индуктивность катушки

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{21}{2\pi f} = \frac{21}{314} = 0,067 \text{ гн} = 67 \text{ мкн}.$$

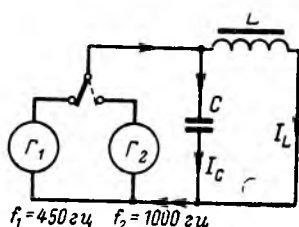


Рис. 300.

4. К параллельно соединенным индуктивному и емкостному сопротивлениям попеременно подсоединяются источники переменного тока с одинаковым напряжением 24 в, но различными частотами $f_1 = 450 \text{ гц}$ и $f_2 = 1\,000 \text{ гц}$. Дроссель имеет индуктивность $L = 20 \text{ мкн}$ и сопротивление обмотки $r = 0,5 \text{ ом}$. Конденсатор имеет емкость 4 мкф. Какие токи проходят по цепи при разных частотах (рис. 300)?

К дроссельной катушке подводится одно и то же напряжение $U = 24 \text{ в}$, но при разных частотах, при которых катушка имеет разное полное сопротивление

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{r^2 + (2\pi fL)^2}.$$

При частоте $f_1 = 450 \text{ гц}$

$$z = \sqrt{0,5^2 + (2\pi \cdot 450 \cdot 0,02)^2} = \sqrt{0,25 + 3194,5},$$

где, как можно видеть, величиной r^2 можно пренебречь. Тогда

$$z_1 = 56,5 \text{ ом}.$$

Точно также при $f_2 = 1\,000$ гц

$$z_2 = x_{L2} = 2\pi \cdot 1\,000 \cdot 0,032 = 125,6 \text{ ом.}$$

Ток, протекающий через дроссельную катушку при частоте $f_1 = 450$ гц

$$I_{L1} = \frac{U}{z_1} = \frac{24}{56,5} = 0,425 \text{ а,}$$

а при частоте $f_2 = 1\,000$ гц

$$I_{L2} = \frac{24}{125,6} \approx 0,191 \text{ а.}$$

Таким образом, при меньшей частоте дроссель пропускает больший ток. Токи, проходящие через конденсатор при частотах f_1 и f_2 :

$$I_{C1} = \frac{U}{1/\omega_1 C} = U\omega_1 C = 24 \cdot 2\pi \cdot 450 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 0,271 \text{ а;}$$

$$I_{C2} = U\omega_2 C = U \cdot 2\pi f_2 C = 24 \cdot 2\pi \cdot 1\,000 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 0,602 \text{ а.}$$

Следовательно, при меньшей частоте конденсатор пропускает меньший ток.

5. Рассчитать дроссельную катушку со стальным сердечником для дуговой лампы на напряжение $U = 45$ в при токе $I = 10$ а, которую надо подключить к сети напряжением $U = 220$ в при частоте $f = 50$ гц. Потери в стали дросселя не учитываются. На рис. 301, а показана дуговая лампа с электродами диаметром 100 мм. на рис. 301, б дана схема включения, а на рис. 301, в — упрощенная векторная диаграмма.

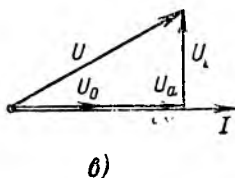
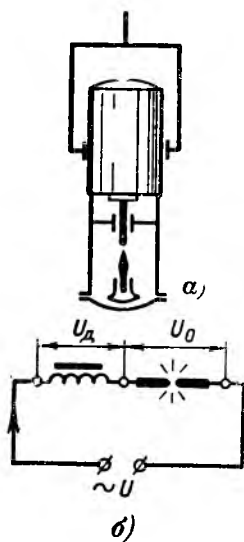


Рис. 301.

Пусть активное сопротивление обмотки катушки $r = 0,6$ ом включено последовательно с активным сопротивлением дуги.

Падения напряжения на них будут:
на катушке

$$U_r = Ir = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ в;}$$

в электрической дуге

$$U_0 = 45 \text{ в.}$$

Суммарное активное падение напряжения

$$U_a = U_0 + U_r = 45 + 6 = 51 \text{ в.}$$

Напряжение (самоиндукции) на индуктивности катушки (рис. 301, в)

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_a^2} = \sqrt{220^2 - 51^2} = \sqrt{45\,799} = 214 \text{ в.}$$

Напряжение, срезаемое дросселем,

$$U_{др} = \sqrt{U^2 + U_L^2} = \sqrt{6^2 + 214^2} = \sqrt{46\,132} = 214,8 \text{ в}$$

примерно равно индуктивному падению напряжения $U_L = 214 \text{ в}$. Отсюда видно, что активным падением напряжения обмотки тоже можно пренебречь. Индуктивность дросселя определяем по формуле $U_L = I\omega L$:

$$L = \frac{U_L}{\omega I} = \frac{214}{2\pi \cdot 50 \cdot 10} = \frac{214}{3\,140} = 0,068 \text{ гн.}$$

Задаемся числом витков катушки $\omega = 300$. Надо помнить, что чем меньше число витков, тем больше сечение стального сердечника.

По известной формуле напряжения самоиндукции определяются магнитный поток Φ_m и сечение стали S :

$$U_L = 4,44 \Phi_m \omega f.$$

Максимальный магнитный поток

$$\Phi_m = \frac{U_L}{4,44 \omega f} = \frac{214}{4,44 \cdot 300 \cdot 50} \approx 3,21 \cdot 10^{-3} \text{ вб.}$$

При максимальной индукции $B_m = 0,5 \text{ тл}$ сечение сердечника будет:

$$S = \frac{\Phi_m}{B_m} = \frac{3,21 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,00642 \text{ м}^2 = 64,2 \text{ см}^2.$$

Расчет катушки. Обмотка катушки должна иметь сопротивление примерно $r = 0,6 \text{ ом}$. Сечение провода при допустимой плотности тока $\sigma = 2,4 \text{ а/мм}^2$ будет:

$$S = \frac{I}{\sigma} = \frac{10}{2,4} = 4,1 \text{ мм}^2,$$

откуда диаметр провода

$$d \approx 2,34 \text{ мм.}$$

Общая длина обмотки

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{0,6 \cdot 4,1}{0,0178} \approx 138 \text{ м.}$$

Средняя длина витка обмотки

$$l_v = \frac{l}{\omega} = \frac{138}{300} = 0,46 \text{ м.}$$

Катушка имеет квадратное сечение, т. е. одна сторона среднего витка равна $46:4=11,5$ см. При квадратном сечении сердечника $64,2$ см² ширина одной стороны сердечника будет равна 8 см. На зазоры и бумажный каркас примем 1,5 см на сторону, и на половину витков придется ширина

$$11,5 - 8 - 1,5 = 2 \text{ см.}$$

Три слоя витков по 50 витков в каждом определяют длину катушки $50 \times 3 = 15$ см и толщину половины витков $3 \times 3 = 9$ мм, если зазор между витками и изоляцию вместе с проводом считать равным 3 мм. Следующий слой витков, т. е. другая половина 150 витков, будет навиваться на средний размер катушки 11,5 см (рис. 302). Исходя из размеров катушки, берут размеры стали для сердечника.

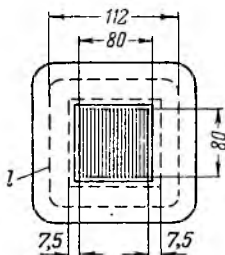


Рис. 302.

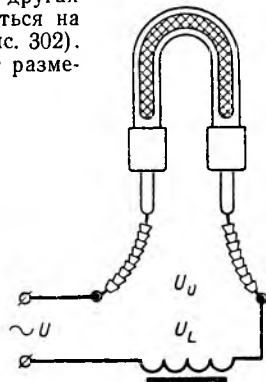


Рис. 303.

6. Определить основные параметры дросселя для кварцевой лампы мощностью $P=300$ вт при напряжении $U_0=100$ в. Разрядная лампа подковообразного вида (рис. 303) включается в однофазную сеть напряжением $U=220$ в при частоте $f=50$ гц. Рабочий ток лампы

$$I = \frac{P}{U_0} = \frac{300}{100} = 3 \text{ а.}$$

Полагаем активное сопротивление дросселя $r=2$ ом; тогда падение напряжения в обмотке дросселя будет $U_r = U_a = 3 \cdot 2 = 6$ в. Напряжение самоиндукции дросселя согласно диаграмме на рис. 301 будет:

$$\begin{aligned} U_L &= \sqrt{U^2 - (U_0 + U_r)^2} = \sqrt{220^2 - (100 + 6)^2} = \\ &= \sqrt{48\,400 - 11\,236} = 193 \text{ в.} \end{aligned}$$

Зная напряжение самоиндукции дросселя U_L , можно определить, как это уже делалось, индуктивность L в генри. Дроссель будет на напряжение $U_L=193$ в и мощность $193 \times 3 = 579$ вт.

Для определения сечения сердечника воспользуемся приближенной формулой, которая дает также возможность выбрать нужное соотношение веса стали и меди:

$$S_c = 0,8 \sqrt{\frac{IU_L}{f B_m \sigma} \cdot \frac{G_c}{G_m}}.$$

В этой формуле отношение веса стали к весу меди G_c/G_m принимается равным от 1 до 2. Магнитная индукция B_m выбирается от 0,1 до 1 тл. Плотность тока в витках берут от 2 до 2,5 а/мм².

Примем, что вес стали должен быть в 2 раза больше веса меди, т. е. $G_c/G_m=2$. Остальные величины принимаем:

$$B_m = 1 \text{ тл}; \quad \sigma = 2 \text{ а/мм}^2 = 2 \cdot 10^6 \text{ а/м}^2;$$

$$S_c = 0,8 \sqrt{\frac{3 \cdot 193}{50 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^6} \cdot 2} = 0,00272 \text{ м}^2 = 27 \text{ см}^2.$$

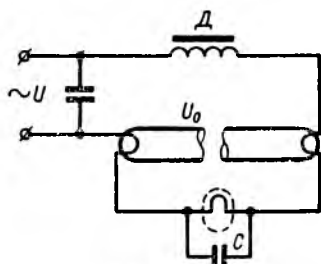


Рис. 304.

Из уравнения

$$U_1 = 4,44 \Phi_m \omega f$$

определим число витков дросселя:

$$\omega = \frac{U_L}{4,44 \Phi_m f} = \frac{193}{4,44 \cdot 1 \cdot 0,00272 \cdot 50} = 320.$$

Сечение провода

$$S = \frac{1}{\sigma} = \frac{3}{2} =$$

$$= 1,5 \text{ мм}^2 \text{ (диаметр } d = 1,4 \text{ мм)}.$$

Длина провода при сопротивлении $r=2 \text{ ом}$

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{2 \cdot 1,5}{0,0178} \approx 168 \text{ м}.$$

Размеры катушки и остальной расчет такого вида будет сделан в примере 1 гл. 14, § 2.

7. Для приближенного расчета дросселя часто используют следующие эмпирические формулы: для определения сечения сердечника $S_c = \sqrt{Q}$; числа витков на вольт $\frac{\omega}{b} = \frac{45}{S_c}$. Дроссель предназначается для лампы мощностью $P=40 \text{ вт}$, напряжением $U_0=110 \text{ в}$ и током $I=0,4 \text{ а}$. Следует отметить, что во всех приведенных расчетах дросселей активным сопротивлением можно пренебречь. Поэтому напряжение самоиндукции, т. е. напряжение на дроссельной катушке, U_L (рис. 304) равно:

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_0^2} = \sqrt{220^2 - 110^2} = \sqrt{36300} = 191 \text{ в}.$$

Мощность на дросселе

$$Q = U_L I = 191 \cdot 0,4 = 76,4 \text{ в} \cdot \text{а}.$$

Сечение сердечника

$$S_c = \sqrt{Q} = \sqrt{76,4} = 8,75 \text{ см}^2.$$

Число витков на 1 в

$$\frac{\omega}{b} = \frac{45}{S_c} = \frac{45}{8,75} \approx 5,2.$$

При $U_L = U_{др} = 191$ в общее число витков будет:

$$\omega = U_L \omega / \varepsilon = 191 \cdot 5,2 = 995.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Чему равно падение напряжения на дросселе со стальным сердечником индуктивностью $L = 0,05$ гн, если при подводимой мощности $P = 50$ вт и частоте $f = 50$ гц через него проходит ток $I = 5$ а? ($U_a = ?$ $U_L = ?$ $U = 79,2$ в.)

2. Дроссель сопротивлением $r = 3$ ом, включенный в сеть напряжением $U = 110$ в с частотой $f = 50$ гц, пропускает ток $I = 15$ а и потребляет мощность $P = 800$ вт. Определить коэффициент мощности, активное сопротивление r_a , падение напряжения на активном сопротивлении U_a , полное сопротивление z , падение напряжения U_L , потери в меди P_m , потери в стали P_c .

$$(\cos \varphi = P : UI = 0,48; r_a = P : I^2 = 3,56 \text{ ом};$$

$$U_a = Ir_a = 53,4 \text{ в}; z = U : I = 7,33 \text{ в}; U_L = 96,5 \text{ в};$$

$$P_m = I^2 r = 675 \text{ вт}; P_c = P - P_m = 125 \text{ вт}).$$

2. ДРОССЕЛЬ СО СТАЛЬНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ И ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ

Понятия и формулы

Приводившаяся выше формула индуктивности дросселя со стальным сердечником

$$L = 4\pi \frac{\omega^2}{l} S \mu_r \cdot 10^{-7}$$

для расчета дросселя с воздушным зазором δ имеет вид:

$$L = \frac{4\pi \omega^2 S}{l/\mu_r + \delta} \cdot 10^{-7}.$$

Величина дроби l/μ_r очень мала и ею можно пренебречь, тогда

$$L = \frac{4\pi S}{\delta} \omega^2 \cdot 10^{-7}.$$

Из формулы видно, что индуктивность L практически не зависит от магнитной проницаемости стали μ_r , которая изменяется при изменении тока, т. е. при насыщении стали.

Выражение

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} S}{\delta} = \frac{\mu_0 S}{\delta} = \lambda$$

представляет собой магнитную проводимость воздушного зазора. Таким образом, индуктивность дросселя с воздушным зазором будет равна:

$$L = \lambda \omega^2.$$

У дросселя с воздушным зазором пропорционально растущему току I растет индуктивное сопротивление x_L дросселя, а с ним и падение напряжения U_L на дросселе. Таким образом, в электрической цепи с большим током дроссель будет срезать напряжение, прямо пропорциональное переменному току. Этого не получается в дросселе без воздушного зазора. У такого дросселя следует считаться с величиной μ_r , так как x_L меняется не прямо пропорционально току и быстро наступает насыщение сердечника.

Примеры

1. Ртутная разрядная лампа мощностью 250 вт с напряжением дуги $U_0=130$ в и рабочим током $I=2$ а включается в сеть напряжением $U=220$ в с частотой $f=50$ гц. Рассчитать добавочное сопротивление к лампе: а) индуктивное и б) активное.

а) Расчет дросселя. Согласно диаграмме на рис. 301, в имеем:

$$U^2 = (U_0 + U_a)^2 + U_L^2.$$

Отсюда напряжение самоиндукции дросселя

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_0 + U_a)^2}.$$

Пусть активное сопротивление обмотки равно 4 ом; тогда падение напряжения в меди: $U_a = 2 \cdot 4 = 8$ в. Падение напряжения на разрядной лампе $U_0 = 130$ в, следовательно

$$U_L = \sqrt{220^2 - 138^2} = \sqrt{48\,400 - 19\,044} = 171 \text{ в};$$

$$L = \frac{U}{\omega I} = \frac{U}{2\pi f I} = \frac{171}{314 \cdot 2} = \frac{171}{628} = 0,272 \text{ гн}.$$

Пусть дроссель имеет 700 витков; тогда из формулы

$$U_L = 4,44 \Phi_m \omega f$$

магнитный поток

$$\Phi_m = \frac{U_L}{4,44 \omega f} = \frac{171}{4,44 \cdot 700 \cdot 50} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ вб}.$$

При допустимой индукции $B=1$ тл сечение сердечника будет:

$$S_c = \frac{\Phi_m}{B_m} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{1} = 0,0011 \text{ м}^2 = 11 \text{ см}^2.$$

При допустимой плотности тока в проводе $\sigma = 2 \div 2,5$ а/мм² сечение провода будет:

$$S = \frac{I}{\sigma} = \frac{2}{2} = 1 \text{ мм}^2;$$

$$d = 1,13 \text{ мм};$$

длина провода

$$l = \frac{rS}{\rho} = \frac{4 \cdot 1}{0,0178} = 224 \text{ м}.$$

Средняя длина витка катушки

$$l_{\text{ср}} = \frac{l}{w} = \frac{224}{700} = 0,32 \text{ м} = 32 \text{ см.}$$

Пусть одна сторона прямоугольного сечения сердечника будет равна 3 см, тогда вторая сторона будет равна $S_c : 3 = 3,66 \text{ см}$. Периметр сечения будет равен $2(3 + 3,66) = 13,3 \text{ см}$. Разность периметров среднего витка $l_{\text{ср}}$ и сечения разделим на 8 (т. е. на $2 \cdot 4$, см. рис. 302) и получим расстояние между средним витком катушки и сердечником:

$$(32 - 13,3) : 8 = 18,7 : 8 = 2,33 \text{ см.}$$

Это расстояние включает зазор между сердечником и катушкой и толщину каркаса катушки, т. е. примерно 8,5 мм. Слой половины витков (350) будет иметь толщину

$$23,3 - 8,5 = 15 \text{ мм.}$$

Если принять во внимание изоляцию проводников, т. е. $2 \times$ (слой изоляции + расстояние между витками), то это составит $1,13 + 0,22 + 0,15 = 1,5 \text{ мм}$. Тогда на толщине 15 мм уложится $15 \text{ мм} : 1,5 = 10$ слоев обмотки. Один слой обмотки будет состоять из $350 : 10 = 35$ витков. Этим и определится примерная длина катушки:

$$34 \cdot 1,5 = 52,5 \text{ мм} = 5,25 \text{ см.}$$

По размерам катушки определим примерные размеры сердечника (рис. 305).

Высота сердечника a равна длине катушки с запасом на толщину бумаги плюс два зазора между витками катушки и сердечником плюс две ширины сердечника по 3,66 см:

$$a = 5,25 + 1,7 + 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 3,6 = 14,75 \text{ см.}$$

Ширина b равна зазору между катушкой и сердечником плюс электрокартон катушки плюс слой витков плюс зазор и две ширины сердечника:

$$b = 0,1 + 0,3 + 20 \cdot 0,15 + 2 + 2 \cdot 3,6 = 12,6 \text{ см.}$$

Размеры окна $c \times d$ (рис. 305) будут:

$$c = a - 2 \cdot 3,6 = 7,55 \text{ см;}$$

$$d = b - 2 \cdot 3,6 = 5,4 \text{ см.}$$

Возникает вопрос: насыщен ли сердечник и нужен ли воздушный зазор в сердечнике?

В магнитной цепи (сердечнике) индукция должна быть $B_m = 1 \text{ тл}$. По кривой намагничивания (см. рис. 161) для трансформаторной стали найдем необходимую магнитную напряженность в стали:

$$H = 330 \text{ а/м.}$$

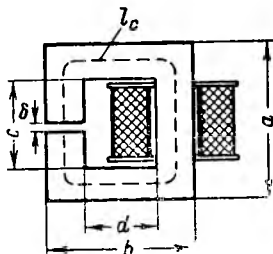


Рис. 305.

Магнитную проницаемость сердечника из трансформаторной стали при $B_m = 1$ тл определим по формуле $B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$:

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 330} = 2424.$$

Если средняя длина силовой линии в стали

$$l_c = 2(a + b) = 2 \cdot 3,6 = 2(14,75 + 12,6) = 7,2;$$

$$l_c = 47,5 \text{ см},$$

то магнитное сопротивление сердечника при индукции $B_m = 1$ тл, определенное по размерам сердечника, будет:

$$R_{m1} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{l_c}{S};$$

$$R_{m1} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2424} \cdot \frac{0,475}{0,0011} = \frac{330 \cdot 0,475}{0,0011} =$$

$$= 142500 = 1,42 \cdot 10^5 \text{ зН}^{-1}.$$

Если подсчитать магнитное сопротивление по формуле Ома для магнитной цепи:

$$\Phi_m = \frac{F_m}{R_m},$$

то магнитное сопротивление будет:

$$R_{m2} = \frac{F_m}{\Phi_m} = \frac{Iw}{\Phi_m} = \frac{I \sqrt{2} w}{\Phi_m};$$

$$R_{m2} = \frac{2 \sqrt{2} \cdot 700}{1,1 \cdot 10^{-3}} = \frac{1980 \cdot 10^3}{1,1} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ зН}^{-1}.$$

Ток I , вернее ампер-витки Iw , для выбранной индукции $B_m = 1$ тл велик, а поэтому и магнитное сопротивление R_{m2} больше, чем R_{m1} , которое отвечает размерам сердечника и допустимой индукции B_m . Чтобы насыщение не было больше, чем при $B_m = 1$ тл, надо сердечник сделать таким, чтобы его магнитное сопротивление увеличилось с R_{m1} до R_{m2} . Этого можно добиться, сделав воздушный зазор δ с сопротивлением R_δ . Тогда

$$R_{m2} = R_{m1} + R_\delta;$$

$$R_\delta = R_{m2} - R_{m1} = (18 - 1,42) \cdot 10^5 \text{ зН}^{-1};$$

$$R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S} = 16,58 \cdot 10^5.$$

Отсюда длина воздушного зазора

$$\delta = 16,58 \cdot 10^5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,0011 = 0,00229 \text{ м} = 2,29 \text{ мм}.$$

Сердечник разрежем поперек так, чтобы получился воздушный зазор $\delta = 2,29$ мм. Тогда сердечник не насытится, т. е. индукция B_m не будет больше 1 тл (10 000 гс).

6) Расчет добавочного активного сопротивления. Надо срезать напряжение

$$U_r = U - U_0 = 220 - 130 = 90 \text{ в.}$$

При токе разрядной лампы $I=2 \text{ а}$ добавочное сопротивление будет:

$$r = \frac{U_r}{I} = \frac{90}{2} = 45 \text{ ом.}$$

Из таблиц, определяющих нагрузку на сопротивления из никелевого провода, найдем, что при нагрузке 2 а диаметр провода должен быть

$$d = 0,2 \text{ мм,}$$

а сопротивление будет $13,8 \text{ ом}$ на 1 м длины провода.

Общая длина провода

$$l = \frac{45}{13,8} = 3,26 \text{ м.}$$

Полезная мощность разрядной лампы (без учета потерь)

$$P_0 = 130 \cdot 2 = 260 \text{ вт.}$$

Неполезная мощность (перешедшая в тепло) на добавочном сопротивлении

$$P_r = r I^2 = 45 \cdot 4 = 180 \text{ вт.}$$

2. Определить число витков дроссельной катушки со стальным сердечником сечением $S_c = 10 \text{ см}^2$ и воздушным зазором $\delta = 1 \text{ мм}$, чтобы индуктивность была $0,5 \text{ гн}$.

Ранее была дана упрощенная формула для определения индуктивности дросселя:

$$L = \lambda w^2.$$

При этом магнитная проводимость воздушного зазора

$$\lambda = \frac{\mu_0 S_c}{\delta}.$$

Отсюда число витков дросселя равно:

$$w = \sqrt{\frac{L \delta}{\mu_0 S_c}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,001}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,001}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 10^7}{4\pi}};$$

$$w = \sqrt{400\,000} = 632.$$

3. Два воздушных зазора по $\delta = 1 \text{ мм}$ делят дроссель на две части. Дроссель имеет катушку с числом витков $w = 1\,000$, по которой идет ток $I = 0,5 \text{ а}$. Сердечник имеет сечение $S_c = 10 \text{ см}^2$, а длина средней магнитной линии в стали $l_c = 30 \text{ см}$. Определить силу, с которой обе части дросселя притягиваются (рис. 306).

Фактически нужно рассчитать электромагнит переменного тока.
Сила притяжения

$$F = 40\,550 B^2 S_c.$$

При переменном токе нужно подставить действующее значение B , т. е. $B_m / \sqrt{2}$:

$$F = 40\,550 \left(\frac{B_m}{\sqrt{2}} \right)^2 S_c = 40\,550 \frac{B_m^2}{2} S_c.$$

Максимальное значение индукции нам неизвестно, но известны действующее значение переменного тока $I=0,5$ а и максимальное значение н. с., которая вызывает максимальную индукцию B_m . Тогда

$$\text{н. с.} = I \sqrt{2} w = 0,5 \sqrt{2} \cdot 1\,000 = 707$$

ампер-витков.

В уравнении

$$I \sqrt{2} w = H_c' l_c + H_\delta \delta = H_c l_c + 8 \cdot 10^5 B_m \delta$$

подбираем приблизительное значение B_m , которое соответствовало бы этому уравнению. Для $B_m=0,6$ тл по кривой намагничивания для трансформаторной стали найдем соответствующую напряженность $H_c=140$ а/м; тогда

$$\text{н. с.} = I \sqrt{2} w = 140 \cdot 0,3 + 8 \cdot 10^5 \cdot 0,6 \cdot 0,002 = 1\,002 \text{ ас},$$

что не соответствует ранее определенной величине, а значит, произвольно принятое значение индукции $B_m=0,6$ тл не подходит.

Примем индукцию $B_m=0,425$ тл, чему соответствует по таблице напряженность $H=90$ а/м

$$I \sqrt{2} w = 90 \cdot 0,3 + 8 \cdot 10^5 \cdot 0,425 \cdot 0,002;$$

$$I \sqrt{2} w = 27 + 680 = 707 \text{ ас}.$$

На этом значении максимальной индукции в дросселе $B_m=0,425$ тл можно остановиться, и тогда сила притяжения:

$$F = 40\,550 \frac{B_m^2}{2} S_c = 40\,550 \cdot \frac{0,425^2}{2} \cdot 0,001 \cdot 2 = 7,32 \text{ кг}.$$

Задача для самостоятельного решения

Определить число витков дроссельной катушки со стальным сердечником сечением $S_c=25$ см² и воздушным зазором $\delta=5$ мм, чтобы индуктивность была равна $L=0,7$ гн. ($w=3\,340$.)

Глава четырнадцатая

РАСЧЕТ ТРАНСФОРМАТОРА

1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФОРМАТОРА

Понятия и формулы

Трансформатор состоит из двух обмоток и стального сердечника (рис. 307). Та обмотка, к которой энергия подается, называется первичной. Другая обмотка, от которой энергия берется, называется вторичной. Трансформатор — неподвижный аппарат, который повышает или понижает напряжение переменного тока. Трансформировать можно только переменные напряжения и ток. Так как трансформатор имеет две обмотки, то все, что относится к первичной обмотке, будет обозначаться с индексом 1, а что ко вторичной — с индексом 2.

Переменный ток первичной обмотки создает переменный магнитный поток Φ в стальном сердечнике, который наводит в витках w_1 э. д. с. E_1 , направленную почти против напряжения источника U_1 (как в дросселе). Магнитный поток пронизывает и вторичную обмотку, в витках которой w_2 он наводит вторичную э. д. с. E_2 .

Максимальное значение наведенной э. д. с. E_{1M} в первичной обмотке будет:

$$E_{1M} = \omega \Phi_M w_1.$$

Во вторичной обмотке наводится максимальная э. д. с.

$$E_{2M} = \omega \Phi_M w_2.$$

Разделив одно уравнение на другое, получим отношение этих э. д. с.:

$$\frac{E_{1M}}{E_{2M}} = \frac{w_1}{w_2}.$$

Если не учитывать падения напряжения в обмотках, то наведенные э. д. с. равны напряжениям на зажимах этих обмоток и, если вместо максимальных величин подставим действующие значения напряжения, то получим:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = k. \quad (1)$$

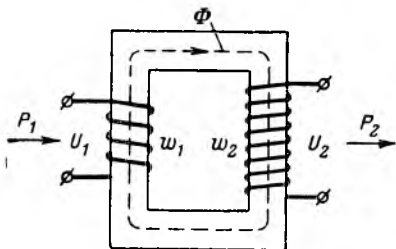


Рис. 307.

Напряжения на зажимах прямо пропорциональны числу витков обмоток. Отношение, написанное выше и обозначаемое k , называется коэффициентом трансформации, причем это всегда отношение высшего напряжения к низшему.

Если не учитывать потерь мощности трансформатора, то подводимая к трансформатору мощность P_1 , т. е. мощность на первичной стороне, равна мощности P_2 , отдаваемой на вторичной стороне

$$U_1 I_1 = U_2 I_2.$$

Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

т. е. отношение токов равно обратному отношению числа витков:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{k}.$$

Из этих формул вытекает: если вторичная обмотка имеет большее число витков, чем первичная, то на зажимах вторичной обмотки будет большее напряжение, чем на первичной, но по этой обмотке будет проходить меньший ток.

Если, наоборот, вторичная обмотка имеет меньшее число витков, чем первичная, то на зажимах вторичной обмотки будет меньшее напряжение, но проходит больший ток.

Действующая величина наведенной э. д. с. во вторичной обмотке трансформатора при отсутствии нагрузки (ток равен нулю) равна действующему значению напряжения.

Таким образом,

$$U_2 = \frac{U_{2M}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Phi_M \omega_2}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \Phi_M \omega_2;$$

$$U_2 = 4,44 \Phi_M \omega_2 f.$$

Для первичной обмотки это равенство приближенное:

$$U_1 \approx 4,44 \Phi_M \omega_1 f.$$

Примеры

1. На первичную обмотку трансформатора подано напряжение $U_1 = 220$ в, а число витков этой обмотки $\omega_1 = 500$. Определить коэффициент трансформации и число витков вторичной обмотки, если вторичное напряжение $U_2 = 1100$ в (рис. 307).

Коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_2}{U_1} = 5.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки в 5 раз больше, чем на первичной. Поэтому число витков будет в 5 раз больше, чем в первичной обмотке:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{U_2}{U_1} = 5;$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot 5 = 500 \cdot 5 = 2500.$$

2. Определить коэффициент трансформации и число витков вторичной обмотки w_2 , которая должна иметь напряжение $U_2=24$ в, если первичная обмотка состоит из 880 витков и имеет напряжение на зажимах $U_1=220$ в.

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{24} = 9,17.$$

Вторичная обмотка будет иметь:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{24};$$

$$w_2 = \frac{U_2}{U_1} w_1 = \frac{24}{220} \cdot 880 = 96 \text{ витков.}$$

3. На трансформаторе с отношением напряжений $U_1/U_2 = 220 \text{ в}/24 \text{ в}$ и отношением чисел витков $w_1/w_2 = 880/96$ постепенно были сделаны следующие изменения:

- снято 100 витков с первичной обмотки;
- добавлено 100 витков к первичной обмотке;
- снято 24 витка со вторичной обмотки;
- добавлено 24 витка ко вторичной обмотке.

Какое напряжение покажет вольтметр на вторичной обмотке во всех четырех случаях?

Первоначальный коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2};$$

$$k = \frac{220}{24} = \frac{880}{96} = 9,17.$$

При изменении числа витков изменяются коэффициент трансформации и напряжение на вторичной обмотке. Напряжение сети, т.е. первичной обмотки трансформатора, принимается во всех случаях одинаковым: $U_1=220$ в.

$$\text{а) } \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2};$$

$$\frac{220}{U_2} = \frac{880 - 100}{96};$$

$$\frac{U_2}{220} = \frac{96}{780};$$

$$U_2 = \frac{96}{780} \cdot 220 = 27,1 \text{ в.}$$

При уменьшении числа витков первичной обмотки напряжение вторичной обмотки повысится.

$$\text{б) } \frac{220}{U_2} = \frac{880 + 100}{96};$$

$$U_2 = \frac{96}{980} \cdot 220 = 21,6 \text{ в.}$$

При увеличении числа витков первичной обмотки напряжение на вторичной обмотке понизится.

$$в) \frac{220}{U_2} = \frac{880}{96 - 24};$$

$$U_2 = \frac{72}{880} \cdot 220 = 18 \text{ в.}$$

При уменьшении числа витков вторичной катушки напряжение на ней понизится.

$$г) \frac{220}{U_2} = \frac{880}{96 + 24};$$

$$U_2 = \frac{120}{880} \cdot 220 = 30 \text{ в.}$$

При увеличении числа витков вторичной обмотки ее напряжение увеличится.

4. Трансформатор для электрического звонка при напряжении сети $U_1 = 220 \text{ в}$ имеет число витков первичной обмотки $\omega_1 = 660$. Вторичная обмотка имеет три вывода на три напряжения: 3, 5 и 8 в.

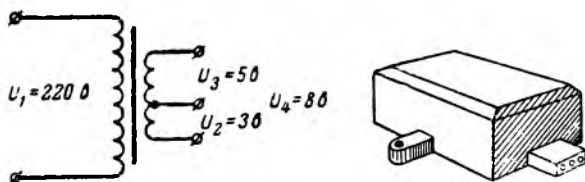


Рис. 308.

Определить коэффициент трансформации и число витков вторичной обмотки (рис. 308). Вторичная катушка с тремя выводами как бы составляет три обмотки. Им соответствуют три коэффициента трансформации:

$$k_1 = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{3} = 73,3;$$

$$k_2 = \frac{U_1}{U_3} = \frac{220}{5} = 44;$$

$$k_3 = \frac{U_1}{U_4} = \frac{220}{8} = 27,5.$$

Числа витков вторичной катушки и ее составляющих частей:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2};$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{U_2}{U_1} = \omega_1 \frac{1}{k_1} = \frac{660}{73,3} = 9;$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_1}{k_2} = \frac{660}{44} = 15;$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_1}{k_3} = \frac{660}{27,5} = 24.$$

Проверка: Общее число витков вторичной обмотки

$$\omega_4 = \omega_2 + \omega_3 = 9 + 15 = 24 \text{ витка,}$$

т. е. столько, сколько было подсчитано.

5. Сетевой трансформатор в радиоприемнике с первичным напряжением $U_1 = 220 \text{ в}$ питает выпрямитель с напряжением $U_2 = 2 \times 150 \text{ в}$ при токе $I_2 = 50 \text{ ма}$ и цепь накала с напряжением $U_3 = 6,3 \text{ в}$ при токе $I_3 = 3 \text{ а}$. Определить ток I_1 в первичной обмотке и мощность трансформатора (рис. 309).

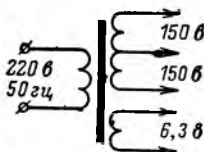


Рис. 309.

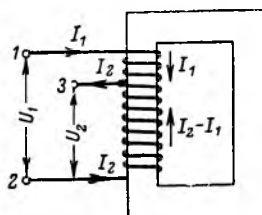


Рис. 310.

Вторичная обмотка для анодного напряжения $U_2 = 2 \times 150 \text{ в} = 300 \text{ в}$ имеет ток $I_2 = 50 \text{ ма}$, которому соответствует первичный ток

$$I_{12} = I_2 \frac{U_2}{U_1} = 0,050 \cdot \frac{300}{220} = 0,0682 \text{ а.}$$

Третья обмотка используется для накала электронных ламп с током $I_3 = 3 \text{ а}$ и вызывает в первичной обмотке ток

$$I_{13} = I_3 \frac{U_3}{U_1} = 3 \cdot \frac{6,3}{220} = 0,086 \text{ а.}$$

Ток первичной обмотки трансформатора

$$I_1 = I_{12} + I_{13} = 0,0682 + 0,086 = 0,154 \text{ а.}$$

Мощность вторичной обмотки трансформатора

$$P_{2н} = U_{2н} I_{2н} + U_{3н} I_{3н} = 300 \cdot 0,05 + 6,3 \cdot 3 = 15 + 18,9 = 33,9 \text{ в а.}$$

Мощность первичной обмотки равна мощности вторичной обмотки:

$$\begin{aligned} P_{1н} &= U_{1н} (I_{12} + I_{13}) = 220 (0,0682 + 0,086) = \\ &= 220 \cdot 0,1542 = 33,9 \text{ в а.} \end{aligned}$$

Как указывалось выше, величины, обозначенные на щитке машины, называются номинальными. Они обозначаются с индексом «н», т. е. P_n, I_n, U_n . Таким образом, здесь $P_{2н} = 33,9 \text{ в а}$ и этой же величи-

не соответствует мощность $P_{1н}=33,9$ *ва*. Если бы трансформатор, работая под нагрузкой, отдавал мощность $P_2=33,9$ *вт*, то его первичная обмотка брала бы из сети мощность $P_1=P_2 : \eta$.

6. Автотрансформатор имеет одну обмотку с тремя выводами (рис. 310). Пусть вывод 3 делит обмотку на две части в отношении 5 : 6. Определить первичное напряжение U_1 и ток I_1 , если через зажим 2 подходит ток $I_2=12$ *а*, а вторичное напряжение $U_2=300$ *в*.

$$U_1 : U_2 = 6 : 5;$$

$$U_1 = \frac{6}{5} U_2 = \frac{6}{5} \cdot 300 = 360 \text{ в};$$

$$I_1 : I_2 = 5 : 6;$$

$$I_1 = \frac{5}{6} I_2 = \frac{5}{6} \cdot 12 = 10 \text{ а}.$$

7. Подводимая к трансформатору мощность (активная) P_1 составляет 50 *квт*, отдаваемая мощность $P_2=45$ *квт*. Каковы к. п. д. трансформатора и потери мощности в трансформаторе (рис. 307)?

Первичная и вторичная мощности трансформатора соответственно равны $P_1=U_1 I_1 \cos \varphi_1$ и $P_2=U_2 I_2 \cos \varphi_2$. Тогда, раз даны P_1 и P_2 , к. п. д. трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{45}{50} = 0,9, \text{ или } 90\%.$$

Подводимая мощность равняется полезной мощности плюс сумма потерь в трансформаторе:

$$P_1 = P_2 + \Sigma P,$$

значит,

$$\Sigma P = P_1 - P_2 = 50 - 45 = 5 \text{ квт},$$

или в процентах

$$\Sigma P = \frac{\Sigma P}{P_1} \cdot 100 = \frac{5}{50} \cdot 100 = 10\%.$$

Потери мощности выделяются в трансформаторе в виде тепла.

8. Трансформатор имеет мощность $P_2=100$ *квт*, вторичное напряжение $U_{2н}=230$ *в* и $\cos \varphi_2=0,8$. Чему равны вторичный ток I_2 , активный ток $I_2 \cos \varphi_2$ и полная мощность?

Мощность на вторичной обмотке трансформатора

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2.$$

Ток во вторичной обмотке

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi} = \frac{100\,000}{230 \cdot 0,8} \approx 543 \text{ а}.$$

Активный ток во вторичной обмотке

$$I_{2а} = I_2 \cos \varphi \approx 543 \cdot 0,8 \approx 434,4 \text{ а}.$$

Полная мощность

$$S_2 = U_2 I_2 = 230 \cdot 543 = 124\,890 \text{ ва} \approx 124,9 \text{ ква}.$$

9. Трехфазный трансформатор, рассчитанный на полную мощность $P_H=150 \text{ ква}$, имеет коэффициент трансформации $k=6\,000/400$. Чему равны номинальные токи в первичной и вторичной обмотках I_{1H} и I_{2H} ? Каковы активная мощность и активный ток вторичной об-

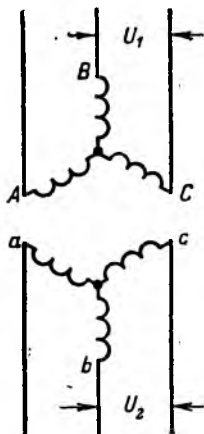


Рис. 311.

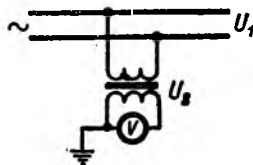


Рис. 312.

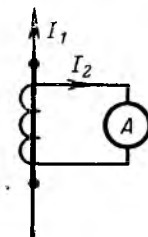


Рис. 313.

мотки при $\cos \varphi_1=0,8$ и к. п. д. $\eta=0,9$, если трансформатор берет из сети мощность $P_1=150 \text{ кВт}$ (рис. 311)?

Полная мощность

$$P_H = S_H = \sqrt{3} U_{1H} I_{1H}.$$

Первичный номинальный ток

$$I_{1H} = \frac{S_H}{\sqrt{3} U_1} = \frac{150\,000}{\sqrt{3} \cdot 6\,000} = 14,5 \text{ а},$$

Вторичный номинальный ток

$$I_{2H} = \frac{S_H}{\sqrt{3} U_2} = \frac{150\,000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 217 \text{ а}.$$

Получаемая первичной обмоткой активная мощность трансформатора

$$P_1 = S_H \cos \varphi_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi_1.$$

Активная мощность вторичной обмотки

$$P_2 = P_1 \eta = S_H \cos \varphi_1 \eta;$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_1 \eta = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 217 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = \\ &= 150\,164 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 108\,118 \text{ вт} \approx 108 \text{ кВт}. \end{aligned}$$

Активный ток во вторичной обмотке определяется по вторичной мощности:

$$P_2 = \sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2 = \sqrt{3} U_2 I_a;$$

$$I_a = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_2} = \frac{108\,000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 156 \text{ а.}$$

Этот ток можно вычислить и по-другому:

$$I_a = I_2 \cos \varphi \cdot \eta = 217 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 156 \text{ а.}$$

10. Стрелка вольтметра измерительного трансформатора напряжения показывает напряжение $U_2 = 45 \text{ в.}$ Определить измеряемое напряжение, если на щитке трансформатора указан коэффициент трансформации 10 000/100 (рис. 312).

Коэффициент трансформации

$$k = \frac{10\,000}{100} = 100;$$

$$U_1 = k U_2 = 100 \cdot 45 = 4,5 \text{ кВ.}$$

11. Амперметр измерительного трансформатора тока показывает ток $I_2 = 3,6 \text{ а.}$ Определить величину измеряемого тока, если на щитке трансформатора указан коэффициент трансформации 1 000/5 (рис. 313).

Коэффициент трансформации измерительного трансформатора тока

$$k = \frac{1\,000}{5} = 200.$$

Измеряемый ток

$$I_1 = k I_2 = 200 \cdot 3,6 = 720 \text{ а.}$$

12. Первичная обмотка плавильного трансформатора, имеющая 600 витков, включена в однофазную сеть напряжением $U_1 = 220 \text{ в.}$ Вторичная обмотка состоит из полого кольца (витка), в которое закладывается олово.

Определить вторичное напряжение U_2 и ток I_2 , если сопротивление витка с оловом равно 0,01 ом (рис. 314).

Коэффициент трансформации плавильного трансформатора

$$k = \frac{600}{1} = 600.$$

Вторичное напряжение

$$U_2 = \frac{w_2}{w_1} U_1 = \frac{1}{600} U_1 = \frac{220}{600} = 0,367 \text{ в.}$$

Ток, под действием которого плавится олово, равен:

$$I_2 = \frac{U_2}{r} = \frac{0,367}{0,01} = 36,7 \text{ а.}$$

13. Трансформатор на напряжения 220/55 в при частоте $f = 50 \text{ гц}$ имеет сердечник сечением $S_c = 8 \text{ см}^2$. Определить числа витков пер-

вичной и вторичной обмоток при максимальной допустимой индукции $B_M = 0,8 \text{ тл}$ (рис. 315).

В первичной обмотке P_1 возникает э. д. с., которая уравновешивает напряжение сети $U_1 = 220 \text{ в}$. По формуле

$$E_1 \approx U_1 = 4,44 \Phi_M \omega_1 f$$

можно определить число витков первичной обмотки:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{U_1}{4,44 \Phi_M f} = \frac{U_1}{4,44 B_M S_c f} = \\ &= \frac{220}{4,440 \cdot 0,8 \cdot 0,0008 \cdot 50} = 1\,550. \end{aligned}$$

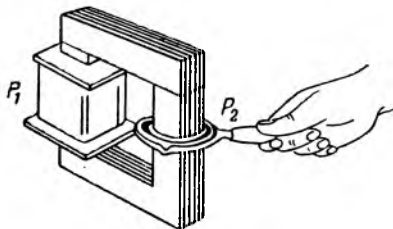


Рис. 314.

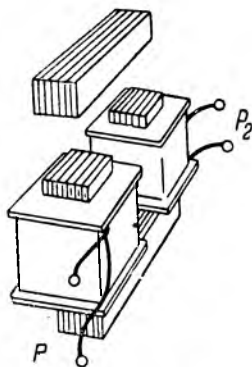


Рис. 315.

Во вторичной обмотке тем же потоком Φ_M наводится вторичная э. д. с. E_2 , которая при холостом ходе равна U_2 :

$$E_2 = U_2 = 4,44 \Phi_M \omega_2 f,$$

откуда можно определить число витков:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_2}{\omega_1} &= \frac{U_2}{U_1}; \\ \omega_2 &= \frac{U_2}{U_1} \omega_1 = \frac{55}{220} \cdot 1\,550 = 388. \end{aligned}$$

14. Первичная обмотка броневого трансформатора состоит из 1 000 витков и включена под напряжение $U_1 = 220 \text{ в}$ при частоте 50 гц, а вторичная обмотка имеет 4 000 витков. Сердечник набран из листов трансформаторной стали толщиной 0,35 мм и имеет сечение 15 см². Длина средней магнитной линии $l = 50 \text{ см}$ (рис. 316). Определить вторичное напряжение U_2 , магнитный поток Φ_M , магнитную индукцию, потери в стали, ток намагничивания, ток, пропорциональный потерям в стали, и ток холостого хода.

Вторичное напряжение

$$U_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} U_1 = \frac{4\,000}{1\,000} \cdot 220 = 880 \text{ в}.$$

Магнитный поток

$$\Phi_M = \frac{U_1}{4,44 w_{1f}} = \frac{220}{4,44 \cdot 1000 \cdot 50} = 0,00099 \text{ вб.}$$

Магнитная индукция

$$B_M = \frac{\Phi_M}{S_c} = \frac{0,00099}{0,0015} = 0,66 \text{ тл.}$$

Потери в стали. Величина потерь трансформаторной стали толщиной 0,35 мм с содержанием кремния 4% (сильнолегированная сталь) при индукции $B=1 \text{ тл} = 10\,000 \text{ гс}$ составляет $p_c = 1,2 \text{ вт/кг}$ (величину потерь находят в таблице или по диаграмме). Так как индукция меньше указанной ($B_M = 0,66$), то и потери на 1 кг стали будут меньше чем 1,2 вт/кг в 0,66 раза.

$$p_c = 1,2 \cdot 0,66 \approx 0,792 \text{ вт/кг.}$$

(В действительности изменение потерь не пропорционально B .)

Вес стального сердечника из расчета, что его боковое сечение 1 (рис. 316) составляет половину среднего сечения 2, будет:

$$G = S l \gamma = 0,0015 \cdot 0,5 \cdot 7\,800 = 5,85 \text{ кг.}$$

Тогда потери в стали будут:

$$P_c = 0,792 \cdot 5,85 = 4,64 \text{ вт.}$$

Ток, требующийся для покрытия потерь в стали,

$$I_c = \frac{P_c}{U} = \frac{4,64}{220} = 0,021 \text{ а.}$$

Ток намагничивания I_μ определяется по величине н. с., которая нужна для создания индукции $B_M = 0,66 \text{ тл}$ в стали и в небольшом воздушном зазоре (стыке) $\delta = 0,01 \text{ см}$:

$$\text{н. с.} = H_c l + H_\delta l_\delta = w_1 I_\mu \sqrt{2}$$

($I_\mu \sqrt{2}$ — максимальная величина тока намагничивания, соответствующая максимальному значению индукции B_M).

$$I_\mu = \frac{H_c l + H_\delta l_\delta}{w_1 \sqrt{2}} = \frac{160 \cdot 0,5 + 528\,000 \cdot 0,0001}{1\,000 \sqrt{2}};$$

$$I_\mu = 0,094 \text{ а.}$$

Ток холостого хода

$$I_0 = \sqrt{I_c^2 + I_\mu^2} = \sqrt{0,021^2 + 0,094^2} = 0,096 \text{ а.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Вторичный ток трансформатора электрического звонка при напряжении $U_2 = 4 \text{ в}$ равен $I_2 = 200 \text{ ма}$. Чему равны мощность P_1 и

первичный ток I_1 при напряжении на зажимах $U_1=220$ в? ($P=0,8$ в а; $I_1=3,6$ м а.)

2. Трансформатор имеет обмотки с числом витков $w_1=880$ и $w_2=1200$. Определить вторичное напряжение U_2 , если первичное напряжение $U_1=220$ в, при частоте $f=50$ г ц. Определить максимальный поток и сечение сердечника при допустимой магнитной индукции

$$B_M=1 \text{ т л } (U_2=300 \text{ в; } \Phi_M=1,126 \cdot 10^{-3} \text{ в б; } S=\frac{\Phi_M}{B_M}=11,3 \text{ см}^2.)$$

2. УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ОДНОФАЗНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

Понятия и формулы

В дополнение к приведенным в § 14-1 формулам для упрощения расчета основных размеров малых однофазных трансформаторов приводятся эмпирические формулы для определения сечения сердечника

$S_c = \sqrt{P}$, или $S_c = c \sqrt{\frac{P}{cf}}$, и формула для определения числа витков, проходящихся на 1 в:

$$w/l_s = \frac{45}{S}.$$

Примеры

1. Определить сечение стального сердечника и число витков небольшого трансформатора на напряжения $U_1=220$ в и $U_2=24$ в и вторичный ток $I_2=2$ а.

Мощность вторичной обмотки трансформатора

$$P_2 = U_2 I_2 = 24 \cdot 2 = 48 \text{ в а.}$$

Коэффициент полезного действия небольшого трансформатора предполагаем равным $\eta=70\%$; тогда подводимая мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{48}{0,7} = 68,5 \text{ в а} \approx 70 \text{ в а.}$$

Для определения сечения сердечника и числа витков используем приведенные выше формулы.

Сечение стального сердечника

$$S_c = \sqrt{P_1} = \sqrt{70} = 8,4 \text{ см}^2 \approx 9 \text{ см}^2.$$

Число витков на 1 в

$$w/1 \text{ в} = \frac{45}{S} = \frac{45}{9} = 5.$$

Вторичная обмотка будет иметь:

$$w_2 = U_2 \cdot 5 = 24 \cdot 5 = 120 \text{ витков.}$$

В первичной обмотке будет:

$$w_1 = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ витков.}$$

2. Определить основные размеры и число витков обмоток трансформатора для радиоприемника, первичная обмотка которого на напряжение $U_1 = 220 \text{ в}$ и две вторичные обмотки на напряжение $U_2 = 6,3 \text{ в}$ и $U_3 = 4 \text{ в}$. Токи вторичных обмоток соответственно равны $I_2 = 3 \text{ а}$ и $I_3 = 1 \text{ а}$.

Суммарная отдаваемая вторичными обмотками мощность $P_2 = 6,3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 23 \text{ в а}$.

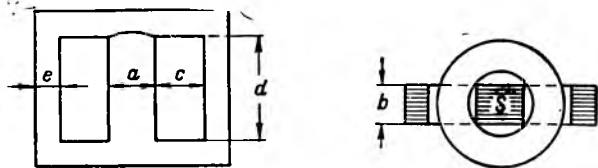


Рис. 317.

Из сети потребляется мощность, которая при к. п. д. трансформатора 70% равна $P_1 = P_2 : \eta = 23 : 0,7 = 33 \text{ в а}$. Сечение среднего стержня сердечника трансформатора (рис. 317)

$$S_c = \sqrt{P_1} = \sqrt{33} = 5,7 \text{ см}^2.$$

Сечение сердечника принимаем равным 6 см^2 .

Число витков на 1 в

$$w/1 \text{ в} = 45 : S_c = 45 : 6 = 7,5 \text{ витка.}$$

Одна вторичная обмотка состоит из

$$w_2 = w/1 \text{ в} \cdot 6,3 = 7,5 \cdot 6,3 = 48 \text{ витков.}$$

Другая вторичная обмотка состоит из

$$w_3 = w/1 \text{ в} \cdot 4 = 7,5 \cdot 4 = 30 \text{ витков.}$$

Первичная обмотка имеет число витков

$$w_1 = w/1 \text{ в} \cdot 220 = 7,5 \cdot 220 = 1\,650 \text{ витков.}$$

Для учета потери напряжения в проводах обмоток нужно увеличить число витков вторичных обмоток или уменьшить число витков первичной обмотки на 5%.

Теперь следует определить размеры магнитопровода, которые определяются размерами обмоток. На рис. 317 дан эскиз формы и размеров сердечника, у которого сечение среднего стержня $S_c = ab$,

толщина a , сечение ярма $S_a = be = \frac{a}{2} b$. Размеры окна $S_0 = cd$ опре-

деляются размерами обмоток. Сечение и диаметр провода обмотки

выбираются по таблице в зависимости от величины тока. ТАБ. 1 стр. 10

Величина первичного тока

$$I_1 = \frac{P}{U_1} = \frac{33 \text{ вт}}{220 \text{ в}} = 0,15 \text{ а.}$$

Тогда для $I_1 = 0,15 \text{ а}$ берется провод диаметром $d_1 = 0,3 \text{ мм}$. Для тока $I_2 = 3 \text{ а}$ нужен провод диаметром $d_2 = 1,44 \text{ мм}$ и для тока $I_3 = 1 \text{ а}$ — диаметром $d_3 = 0,8 \text{ мм}$. Размеры окна c, d определяются утроенной суммой произведений чисел витков обмоток на квадрат диаметра провода соответствующей обмотки. Окно $cd = 3 \cdot (w_1 d_1^2 + w_2 d_2^2 + w_3 d_3^2) = 3(650 \cdot 0,3^2 + 48 \cdot 1,4^2 + 30 \cdot 0,8^2) = 3(148,5 + 94 + 19,2) = 8 \text{ см}^2$. Если примем $c = 2 \text{ см}$, то $d = 4 \text{ см}$. Эти размеры в принципе определяются размерами стали, которая имеется в наличии.

3. Определить приблизительные размеры трансформатора мощностью 500 ва с первичным напряжением $U_1 = 220 \text{ в}$ и вторичным $U_2 = 1\,100 \text{ в}$. Частота первичной сети $f_1 = 50 \text{ гц}$. Сечение сердечника определяется приближенно по формуле

$$S_c = C \sqrt{\frac{P}{cf}},$$

где P — мощность, ва ; f — частота в сети, гц ; C — постоянная (4—6 для масляных и 6—8 для воздушных трансформаторов); c — постоянная (для однофазного броневоегo трансформатора $c = 1$; для стержневого однофазного $c = 2$; для трехфазного $c = 3$).

Для данного случая сечение сердечника будет:

$$S_c = 7 \sqrt{\frac{500}{2 \cdot 50}} = 7 \sqrt{5} = 7 \cdot 2,2 = 15,5 \text{ см}^2.$$

При учете изоляции между листами размер сечения получается на 10% больше, т. е. $S_c = 17 \text{ см}^2$.

Для трансформаторов малой мощности сечение магнитопровода S_c принимается квадратным или прямоугольным. При мощности,

меньшей 1 *кв*а, величина индукции *B* берется до 1,1 тл, а плотность тока в обмотках σ принимается равной 1,2 а/мм².

Определяем магнитный поток трансформатора:

$$\Phi_M = S_c B_M = 0,00155 \cdot 1,1 = 1,705 \cdot 10^{-3} \text{ вб.}$$

Число витков обмотки можно определить по формуле $U = 4,44 \Phi_M f w$. Для первичной обмотки

$$w_1 = \frac{U_1}{4,44 \Phi_M f} = \frac{220}{4,44 \cdot 1,705 \cdot 10^{-3} \cdot 50} = 582 \text{ витка.}$$

Из формулы видно, что чем больше поток Φ_M , тем больше должно быть сечение S_c , а значит, и вес стали, но тем меньше число витков обмотки.

Число витков вторичной обмотки

$$w_2 = \frac{U_2}{U_1} w_1 = \frac{220}{1100} \cdot 582 = 2910 \text{ витков.}$$

Длину сердечника определим по допустимой, так называемой линейной нагрузке током стального сердечника. Это установленная практикой величина, которая показывает число ампер, приходящихся на 1 см длины магнитопровода. В данном расчете эта величина $A = 100 \text{ а/см}$.

Тогда

$$l_c A = w_1 I_1, \text{ или } l_c = \frac{w_1 I_1}{A} \quad (\text{рис. 317, размер } d).$$

Для подсчета l_c найдем первичный ток:

$$I_1 = P : U_1 = 500 : 220 = 2,27 \text{ а.}$$

Теперь

$$l_c = \frac{w_1 I_1}{100} = \frac{582 \cdot 2,27}{100} = 13,25 \text{ см.}$$

Определим сечение провода первичной обмотки:

$$S_1 = \frac{I_1}{\sigma} = \frac{2,27}{1,2} = 1,89 \text{ мм}^2, \text{ т. е. } S_1 \approx 2 \text{ мм}^2.$$

Вторичный ток $I_2 = P : U_2 = 500 : 1100 = 0,45 \text{ а}$, значит, сечение провода вторичной обмотки $S_2 = I_2 / \sigma = 0,45 / 1,2 = 0,38 \text{ мм}^2$.

Теперь следует определить площадь окна $al_c = ad$ (рис. 317), для чего надо знать размеры осевого сечения обмоток O_1 и O_2 .

Половина площади осевого сечения, т. е.

$$O_1 + O_2 = w_1 S_1 + w_2 S_2 = 582 \cdot 2 + 2910 \cdot 0,38 = 22,7 \text{ см}^2$$

Эта площадь в действительности должна быть больше, чем найденная, на величину пространства, которое занимают изоляция провода, зазор между проводами и толщина бумажной изоляции между слоями вторичной обмотки. Если к этому прибавим величину воздушного зазора между обмоткой и сталью, то получится площадь окна. Эта дополнительная площадь составляет примерно 60% площади $O_1 + O_2$, а значит, примерная площадь окна равна 36 см^2 . Ширину окна примем примерно $36 \text{ см} : l_c = 3 \text{ см}$. Этого вполне достаточно, чтобы определить размеры бумажного каркаса катушки и листов стали для магнитной цепи. Последовательность расчета сохраняется одна и та же при расчете однофазных и трехфазных трансформаторов мощностью до 1 кВа.

ЛИТЕРАТУРА

1. К л е п л В., Основы электротехники в примерах, Прага, SNTL, 1956.
2. К у з н е ц о в М. И., Электротехника, Братислава, 1954.
3. Л и н д н е р Г., Elektro-Aufgaben, I—II, Lipsko VEB Fachbuchverlag, 1961.
4. М е л у з и н Г., Примеры и рисунки по электротехнике, Братислава SVTL, 1955.
5. М е л у з и н Г., Наглядная электротехника I, II, III, Братислава SVTL, 1963.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к русскому изданию	5
Введение	6
РАСЧЕТЫ ЦЕПЕЙ УСТРОЙСТВ ПОСТОЯННОГО ТОКА	
Глава первая. Расчет основных электрических величин	7
1. Количество электричества и ток	7
2. Плотность электрического тока	10
3. Расчет сопротивлений по размерам проводника	12
4. Влияние температуры на сопротивление	15
5. Расчет тока по закону Ома	18
6. Расчет сопротивления по закону Ома	21
7. Падение напряжения	25
8. Электродвижущая сила, напряжение и внутреннее сопротивление источника постоянного тока	31
Глава вторая. Расчет электрических цепей	34
1. Простая замкнутая цепь. Последовательное соединение сопротивлений	34
2. Расчет добавочного сопротивления	38
3. Разветвленная цепь. Параллельное соединение сопротивлений	43
4. Расчет шунта для амперметра	55
5. Расчет сложных цепей	58
6. Расчет результирующего сопротивления при последовательно-параллельном соединении сопротивлений	65
7. Расчет потенциометра и сложного шунта	69
8. Расчет сложных цепей методом преобразования	75
Глава третья. Расчет электрической мощности и работы	77
1. Электрическая мощность постоянного тока	77
2. Электрическая работа и энергия постоянного тока	89
3. К. п. д. электрических установок	95
Глава четвертая. Тепловые и светотехнические расчеты	102
1. Электрический нагрев	102
2. Электрическое освещение	110
Глава пятая. Электрохимические расчеты	115
	285

1. Электролиз	115
2. Аккумуляторы	118
3. Групповое соединение источников постоянного тока	123
Глава шестая. Емкость. Конденсатор. Электрическая прочность изоляции	128
1. Расчет емкости конденсатора	128
2. Параллельное и последовательное соединение конденсаторов	131
3. Электрическая прочность изоляции	133
РАСЧЕТЫ В ОБЛАСТИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	
Глава седьмая. Электромагнетизм	138
1. Напряженность магнитного поля. Намагничивающая сила	138
2. Магнитная индукция и магнитный поток	141
3. Магнитная цепь	147
4. Сила тяги электромагнитов	151
Глава восьмая. Действие электромагнитных сил	156
1. Сила взаимодействия между двумя проводниками с током	156
2. Сила, действующая на провод с током в магнитном поле	158
Глава девятая. Электромагнитная индукция	161
1. Возникновение наведенной э. д. с.	161
2. Самоиндукция	165
3. Возникновение напряжения в генераторе	169
4. Электродвижущая сила обмотки якоря двигателя постоянного тока	173
Глава десятая. Однофазный ток	176
1. Возникновение и величина наведенной э. д. с.	176
2. Расчет простых электрических цепей переменного тока	186
3. Расчет сложных электрических цепей переменного тока	192
а) Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью	192
б) Цепь с активным сопротивлением и емкостью	202
в) Цепь с индуктивностью и емкостью	205
4. Расчет цепей с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями	208
5. Расчет колебательного контура	213
а) Резонанс напряжений (при последовательном соединении)	213
б) Резонанс токов (при параллельном соединении)	219
6. Мощность однофазного тока	224
Глава одиннадцатая. Трехфазный ток	230
1. Расчет фазных и линейных величин трехфазного тока	230
2. Расчет мощности трехфазного тока	235

Глава двенадцатая. Улучшение коэффициента мощности ($\cos \varphi$)	246
1. Расчеты для улучшения коэффициента мощности ($\cos \varphi$) в однофазной сети	246
2. Расчеты для улучшения коэффициента мощности ($\cos \varphi$) в трехфазной сети	251
Глава тринадцатая. Расчет дроссельной катушки	255
1. Дроссельная катушка со стальным сердечником без воздушного зазора	255
2. Дроссель со стальным сердечником и воздушным зазором	263
Глава четырнадцатая. Расчет трансформатора	269
1. Расчет электрических параметров трансформатора	269
2. Упрощенный расчет основных размеров однофазных трансформаторов малой мощности	279
Литература	284
