В.И.Борисов
В.М.Зинчук
А.Е.Лимарев
Н.П.Мухин
В.И.Шестопалов

Помехозащищённость систем радиосвязи

с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты

МОСКВА
«РАДИО и СВЯЗЬ»
2000

УДК 621.391.372.019

Рецензенты:
доктор техн. наук, професссор Ю.Г. Бугров
доктор техн. наук, професссор Ю.Г. Сосулин
доктор техн. наук, професссор И.И. Смирнов

Борисов В.И. и др. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. - М.: Радио и связь, 2000. – 384 с.: ил.
ISBN - 5-256-01392-0.

Излагаются основные принципы и характеристики метода расширения спектра сигналов за счет псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ). Приводится анализ возможных способов повышения помехозащищенности типовых систем радиосвязи (СРС) с ППРЧ и частотной манипуляцией в условиях организованных помех и собственных шумов СРС. Решаются задачи синтеза и анализа помехоустойчивости адаптивных алгоритмов демодуляции сигналов с ППРЧ и частотным разнесением информационных символов в условиях априорной неопределенности относительно мощности сосредоточенной по спектру помехи. Приводятся типовые структурные схемы и алгоритмы функционирования основных устройств подсистемы синхронизации в СРС с ППРЧ, показатели и методы оценки эффективности циклических процедур поиска. Рассматривается совместное использование с СРС сигналов с ППРЧ и адаптивных антенных решеток (ААР). Анализируется алгоритм адаптации, обеспечивающий максимальное отношение сигнал-помеха. Описываются алгоритмы и рабочие характеристики энергетических обнаружителей, обеспечивающих обнаружение сигналов с ППРЧ в целях их радиоэлектронного подавления.

Для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области исследования и разработки систем радиосвязи.

Ил. 211. Табл. 14. Библ. 112 назв.

Научное издание

Борисов Василий Иванович
Зинчук Вячеслав Максимович
Лимарев Анатолий Емельянович
Мухин Николай Павлович
Шестопалов Виктор Иванович

Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты

Напечатано с оригинал-макета, подготовленного авторами
Обложка художника В.Г. Ситникова

ИБ № 2815

ЛР № 010164 от 29.01.97

Подписано в печать с оригинал-макета 14.11.2000 г. Формат 60x90/16 Печать офсетная
Усл. печ. л. 24 Усл. кр.-отт. 24,5 Уч.-изд. л. 19 Тираж 500 экз.
Изд. № 24279 Зак. № 54 Заказное издание

Издательство "Радио и связь", 103473 Москва, 2-й Щемиловский пер., 4/5
Типография издательства "Радио и связь", 103473 Москва, 2-й Щемиловский пер., 4/5

ISBN - 5-256-01392-0

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Важнейшим путем достижения требуемой помехозащищенности систем радиосвязи (СРС) при воздействии организованных (преднамеренных) помех является использование сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ) и применение оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов обработки таких сигналов.

Проблеме помехозащищенности СРС с расширением спектра сигналов методом ППРЧ посвящено большое число работ отечественных и зарубежных авторов. К ним, в первую очередь, следует отнести широко известные монографии и труды научных школ Л.Е. Варакина и Г.И. Тузова; неизданные до настоящего времени на русском языке книги D.J. Torrieri „Principles of Secure Communication Systems", Dedham, MA.: Artech House, Inc., 1985; M.K. Simon, J.K. Omura, R.A. Scholtz, B.K. Levitt „Spread Spectrum Communication", vol. I-III, Rockville, MD.: Computer Science Press, 1985. В 1998 г. издательством „Artech House, Inc.", специализирующемся в области радиолокации, радиосвязи, радиоэлектронного подавления и др., опубликованы книги D.C. Schleher „Advanced Electronic Warfare Principles", E. Waltz „Introduction to Information Warfare". Ассоциация американских специалистов в области теории и техники связи под руководством профессора J.S. Lee (Inc. 2001, Jefferson Davis Highway, Suite 601. Arlington, Virginia 22202) опубликовала более десяти, в том числе и заказных, работ по различным аспектам помехозащищенности СРС с ППРЧ. В 1999 г. в издательстве „Радио и связь" вышла монография В.И. Борисова, В.М. Зинчука „Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход".

Тем не менее, проблема эффективности СРС с ППРЧ, исследование и разработка перспективных способов повышения помехозащищенности СРС, особенно в условиях постоянного совершенствования тактики и техники радиоэлектронного подавления (РЭП), остаются актуальными и важными как с научной, так и с практической точки зрения.

Появившиеся в последнее время возможности широкого внедрения в СРС быстродействующей микропроцессорной техники и современной элементной базы позволяют реализовать новые принципы формирования, приема и обработки сигналов с ППРЧ, включая и частотное разнесение символов с высокой кратностью и малой длительностью элементов, совместное использование M-ичной частотной манипуляции (ЧМ) и помехоустойчивого кодирования, сигналов с ППРЧ и адаптивных антенных решеток и др. Все это позволяет обеспечить высокую помехозащищенность СРС при воздействии различных видов организованных помех.

Рассматриваемые в книге темы, их содержание и изложение отражают в определенной степени современное состояние основных аспектов проблемы помехозащищенности СРС, включая, в том числе, вопросы синхронизации, совместного применения в СРС сигналов с ППРЧ и адаптивных антенных решеток, а также обнаружения сигналов с ППРЧ станциями радиотехнической разведки, обеспечивающими эффективное функционирование систем РЭП. Содержание книги подчинено единой цели - анализу эффективности возможных способов повышения помехозащищенности СРС с ППРЧ в условиях РЭП.

Книга написана на основе собственных работ авторов, в ней широко использованы результаты исследований отечественных и зарубежных специалистов. При этом авторы, обращаясь по некоторым вопросам помехозащищенности СРС с ППРЧ к неизданным на русском языке трудам зарубежных специалистов, ряд материалов книги изложили в виде аналитических обзоров.

В книге используется доступный для инженеров математический аппарат, приводятся структурные схемы типовых СРС, графики и таблицы, иллюстрирующие возможности способов помехозащищенности СРС с ППРЧ. Желание упростить излагаемый материал привело к тому, что в книге главным образом рассматриваются типовые двоичные СРС с ЧМ, а каналы связи - без затухания и с гауссовскими помехами.

Чтение книги предполагает знание основ статистической теории связи, изложенных в наиболее известных, ставших уже классическими, монографиях В.И. Тихонова „Статистическая радиотехника", - М.: Радио и связь, 1982, и Б.Р. Левина „Теоретические основы статистической радиотехники", - М.: Радио и связь, 1989.

Отдельные главы книги используются авторами при чтении лекций по целевой подготовке студентов старших курсов Воронежского государственного университета и Воронежского государственного технического университета.

За большую помощь при работе над иностранной литературой авторы благодарны переводчикам Зыкову Н.А., Луневой С.А., Титовой Л.С.

Авторы признательны сотрудникам Воронежского НИИ связи Ю.Г. Белоус, Е.И. Гончаровой, Т.В. Доровских, Е.В. Ижбахтиной, Т.Ф. Капаевой, Н.А. Парфеновой, Е.В. Погосовой, О.И. Сорокиной и Н.Н. Старухиной за компьютерный набор материалов книги, проведение многочисленных расчетов, разработку и подготовку графического и иллюстративного материала.

ВВЕДЕНИЕ

Псевдослучайная перестройка рабочей частоты представляет собой один из эффективных методов расширения спектра, при котором сигнал занимает полосу частот значительно более широкую по сравнению с полосой, минимально необходимой для передачи информации. Рабочая частота сигнала перестраивается в широких пределах выделенного для СРС частотного диапазона в соответствии с псевдослучайным кодом, известным на приемной стороне СРС и неизвестным постановщику помех.

Фундаментальный принцип псевдослучайности рабочей частоты препятствуют постановщику помех добиваться эффективного воздействия на СРС с ППРЧ организованных помех за счет повторения параметров сигнала и вынуждает систему РЭП с ограниченной мощностью передатчика распределять спектральную плотность помех либо по всему широкому диапазону частот, либо по некоторым участкам частотного диапазона СРС, оставляя остальные участки диапазона свободными от помех. Последнее предопределяет одну из возможных мер защиты СРС с ППРЧ от организованных помех. Стратегия этой меры защиты заключается в „уходе" сигналов с ППРЧ от воздействия помех, а не в „противоборстве" с ними, как это реализуется в СРС с непосредственной модуляцией несущей частоты псевдослучайной последовательностью (ПСП). Поэтому в СРС с ППРЧ важной характеристикой с точки зрения помехозащищенности является фактическое время работы на одной частоте. Чем меньше это время, тем выше вероятность того, что сигнал с ППРЧ „уйдет" от воздействия организованной помехи в другой участок частотного диапазона СРС, незанятого помехой.

При функционировании СРС в условиях РЭП выигрыш, получаемый за счет расширения спектра сигнала методом ППРЧ, не всегда обеспечивает требуемый уровень подавления организованных помех. В этих случаях в СРС с ППРЧ должны предусматриваться дополнительные способы повышения помехозащищенности, позволяющие снизить эффект воздействия помех.

Хорошие результаты по повышению помехозащищенности СРС позволяют получить: *комплексное (совместное) использование различных методов расширения спектра сигналов, например, метода ППРЧ и метода непосредственной модуляции несущей частоты ПСП; помехоустойчивое кодирование и перемежение символов в СРС с медленной ППРЧ; последовательное применение двух и более кодов (каскадирование); совместное использование М-ичной частотной манипуляции и разнесения* *информационных символов на независимые частотные элементы; одновременное применение М-ичной частотной манипуляции, кодирования с исправлением ошибок и частотного разнесения кодовых слов.*

Значительным резервом повышения помехозащищенности СРС в условиях сложной помехово-сигнальной обстановки является *применение сигналов с ППРЧ и адаптивных антенных решеток (ААР), создание адаптивных СРС с решающей или с информационной обратной связью*, в которых осуществляется выбор частотно-временных позиций передачи сигналов, свободных от помех РЭП.

Наряду с помехоустойчивостью СРС с ППРЧ важнейшей составляющей помехозащищенности СРС является скрытность сигналов с ППРЧ от перехвата станциями радиотехнической разведки (РТР). При этом основой скрытности СРС с ППРЧ является энергетическая скрытность сигналов, которая зависит как от структуры и параметров сигналов с ППРЧ, так и от типа обнаружителей, используемых в станциях РТР. Энергетические обнаружители станций РТР обеспечивают обнаружение сигналов, измерение их параметров и распознавание на этой основе класса (или типа) разведываемой СРС, что позволяет системе РЭП формировать наихудшие помехи.

Приведенные выше основные аспекты помехозащищенности СРС с ППРЧ в условиях воздействия организованных помех в большей или меньшей мере нашли отражение в материалах книги. Помехозащищенность СРС с ППРЧ и эффективность системы РЭП оцениваются с единых методических позиций, общими критериями: средней вероятностью ошибки на бит информации; вероятностью обнаружения сигнала при заданной вероятности ложной тревоги; отношением сигнал-помеха; частично затронуты и вероятностно-временные характеристики обнаружителей сигналов.

Книга состоит из восьми сравнительно самостоятельных по содержанию глав и двух Приложений к восьмой главе.

В *первой главе* рассматриваются концепция и основные характеристики метода расширения спектра сигнала за счет перестройки частоты, разъясняются понятия помехоустойчивости и скрытности как основных составляющих помехозащищенности СРС, описываются виды скрытности сигналов СРС, дается краткое описание некоторых видов помех, применяемых для подавления СРС с ППРЧ.

Вторая глава содержит анализ помехоустойчивости типовых СРС с ППРЧ, неслучайной и случайной двоичной и *М*-ичной частотной манипуляцией, оценку временных и энергетических возможностей станции ответных помех, а также анализ помехоустойчивости СРС с ППРЧ и двоичной частотной манипуляцией при применении простейших блоковых кодов.

Третья глава посвящена синтезу оптимальных и квазиоптимальных адаптивных алгоритмов различения сигналов с ППРЧ, двоичной частотной манипуляцией и разнесением символов по частоте в условиях априорной неопределенности относительно мощности шумовой помехи в части полосы и амплитуды принимаемых частотных элементов, а также анализу помехоустойчивости синтезированных алгоритмов для случая „слабого“ и „сильного“ сигнала.

В *четвертой главе* анализируется помехоустойчивость адаптивных алгоритмов демодуляции сигналов с ППРЧ, двоичной частотной манипуляцией и разнесением информационных символов по частоте при линейном и нелинейном сложении независимых субсимволов, а также при использовании жесткого ограничителя и самонормирующегося демодулятора, приводится сравнительный анализ помехоустойчивости различных демодуляторов сигналов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной частотной манипуляцией.

Пятая глава содержит анализ помехоустойчивости СРС с ППРЧ при совместном применении *М*-ичной частотной манипуляции и разнесения информационных символов по частоте, а также при *М*-ичной частотной манипуляции, частотного разнесения информационных символов и блоковых кодов.

В *шестой главе* приводятся описательная модель, структурные схемы и алгоритмы функционирования основных устройств подсистемы синхронизации СРС с ППРЧ, а также показатели и методы оценки эффективности циклических процедур поиска.

Седьмая глава содержит изложение вопросов совместного применения в СРС сигналов с ППРЧ и адаптивных антенных решеток (ААР), в главе анализируется влияние сигналов с ППРЧ на рабочие характеристики ААР, приводится описание максиминного алгоритма и его возможностей при использовании в СРС сигналов с ППРЧ и ААР.

И, наконец, в *восьмой главе* анализируются возможности обнаружения сигналов с ППРЧ станцией РТР, в значительной мере влияющие на помехозащищенность СРС с ППРЧ в условиях РЭП. Рассматриваются рабочие характеристики одноканального и многоканального энергетических обнаружителей. Анализируется *М*-канальный адаптивный энергетический обнаружитель в условиях воздействия мешающих сигналов.

В Приложении 8.1 рассматриваются алгоритмы вычисления обобщенной *Q*-функции Маркума. В Приложении 8.2 приводится анализ вероятностно-временных характеристик основных видов обнаружителей сигналов.

Работа по подготовке книги выполнена совместно всеми авторами под руководством В.И. Борисова.

Глава 1

СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ С РАСШИРЕНИЕМ СПЕКТРА СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКИ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ: ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

1.1. Краткая характеристика расширения спектра сигналов методом ППРЧ

1.1.1. Основные принципы и методы расширения спектра сигналов

В случае, когда перед исследователями и разработчиками систем радиосвязи (СРС) встает проблема обеспечения надежной связи в условиях организованных и непреднамеренных помех, многолучевого распространения радиоволн, а также осуществления многостанционного доступа при работе в пакетных сетях радиосвязи, наилучшие результаты могут быть получены при использовании в СРС сигналов с расширением спектра [1-17]. Основные принципы известных методов расширения спектра сигналов, адекватно отражающие их физическую сущность, приведены в [4]: *...расширение спектра сигнала есть способ передачи, при котором сигнал занимает полосу частот более широкую по сравнению с полосой, минимально необходимой для передачи информации; расширение полосы частот сигнала обеспечивается специальным кодом, который не зависит от передаваемой информации; для последующего сжатия полосы частот сигнала и восстановления данных в приемном устройстве также используется специальный код, аналогичный коду в передатчике СРС и синхронизированный с ним...* Таким образом, способ передачи информации с расширением спектра заключается: на передающей стороне - в одновременной и независимой модуляции параметров сигнала специальным кодом (расширяющей спектр функцией) и передаваемым сообщением; на приемной стороне - в синхронной демодуляции сигнала в соответствии с расширяющей спектр функцией и восстановлении переданного сообщения [3].

Несмотря на то, что принципы расширения спектра сигналов в общем виде были известны уже в 20-30-х годах XX века, теоретической базой для разработки СРС с такими сигналами стала фундаментальная формула К.Е. Шеннона

$$C = W_s \log_2(1 + P_s / P_j), \tag{1.1}$$

которая, характеризуя предельные возможности гауссовского канала, кардинальным образом расширяет представление о возможности передачи информации по каналам радиосвязи с ограниченным по полосе аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ).

Так, из (1.1) следует, что пропускная способность C(бит/с) канала радиосвязи, после того как она задана, в условиях действия аддитивной гауссовской помехи (шума) с ограниченной средней мощностью P_j(Вт) может быть обеспечена либо использованием широкой полосы частот W_s (Гц) с малым отношением сигнал-помеха P_s / P_j, либо - узкой полосы частот W_s (Гц) с более высоким отношением сигнал-помеха P_s / P_j, где P_s - средняя мощность сигнала. Следовательно, между полосой пропускания канала W_s и отношением сигнал-помеха P_s/P_j в этом канале возможен взаимообмен. При этом в соответствии с зависимостью (1.1) наиболее целесообразным является обмен мощности сигнала на полосу пропускания канала. Например, требуется обеспечить пропускную способность $C = 16 \cdot 10^3$ бит/с при отношении сигнал-помеха $P_s/P_j = 10^{-2}$. На основе (1.1) канал радиосвязи должен иметь полосу W_s =1,12 МГц. При большем отношении сигнал-помеха, например $P_s/P_j = 10$, пропускная способность канала радиосвязи $C = 16 \cdot 10^3$ бит/с может быть реализована достаточно узкой полосой частот W_s =1 кГц. Формула (1.1) указывает и на то, что при заданном отношении сигнал-помеха в канале радиосвязи с АБГШ пропускная способность может быть увеличена путем соответствующего расширения спектра сигнала W_s.

При малых отношениях сигнал-помеха P_s / P_j выражение (1.1) принимает вид:

$$C \approx 1{,}44 W_s P_s / P_j, \tag{1.2а}$$

где 1,44 - модуль перехода от двоичных логарифмов к натуральным; в случае больших отношений P_s / P_j из (1.1) с хорошим приближением следует, что

$$C \approx W_s \log_2 P_s / P_j. \tag{1.2б}$$

Предельное значение пропускная способность C для гауссовского канала радиосвязи имеет при $W_s \to \infty$

$$\lim_{W_s \to \infty} C \approx \frac{P_s}{G_0} \log_2 e, \tag{1.2в}$$

где G_0 - односторонняя спектральная плотность мощности белого шума.

Выражение (1.2в) указывает на то, что в канале с шумами даже в предельном случае при $W_s \to \infty$ отношение сигнал-помеха $q^2 = P_s T / G_0$ должно превышать определенное пороговое значение. Так, для передачи бита информации требуемая энергия сигнала $P_s T > G_0 / \log_2 e = G_0 \ln 2 = 0{,}69\, G_0$ (или $q^2 > 0{,}69$) [18].

Если пропускная способность C равна требуемой скорости передачи информации R_b, то из (1.1) и (1.2) видно, что при $W_s > R_b$ канал радиосвязи может работать при значительном превышении мощности помехи P_j над мощностью полезного сигнала P_s. Поэтому методы расширения спектра сигналов находят широкое применение в специальных СРС, которые должны обеспечивать надежную связь в условиях радиоэлектронного подавления (РЭП).

Методы расширения спектра могут базироваться на изменении (модуляции) амплитуды, фазы, частоты и временного положения (задержки) сигнала в соответствии со специальным кодом, формируемым на основе псевдослучайной последовательности.

Однако амплитудная модуляция для формирования сигнала с расширением спектра, как правило, не применяется, так как при этом получается сигнал с большим значением пиковой (мгновенной) мощности, который достаточно легко обнаруживается простыми приемниками станций радиотехнической разведки (РТР) [7].

Из-за недостаточной помехозащищенности самостоятельное применение в СРС не находит и метод расширения спектра за счет модуляции временного положения (задержки) сигнала, так называемый метод псевдослучайной время-импульсной модуляции (ПВИМ) [5,7,16]. При методе ПВИМ расширение спектра достигается путем сжатия информационного сигнала во временной области. Сокращение времени передачи каждого информационного сигнала в n раз приводит к расширению спектра сигнала в n раз и уменьшает до $1/n$ общее время передачи. Информация передается только в заданные интервалы времени, которые следуют друг за другом в соответствии с выбранным кодом. При использовании метода ПВИМ, как и метода расширения спектра за счет амплитудной модуляции, имеет место большой пикфактор, что приводит к нерациональному расходованию мощности передатчика СРС.

Основными, базовыми методами расширения спектра сигналов, широко применяемыми в современных СРС, системах управления и распределения информации, являются:

метод непосредственной модуляции несущей псевдослучайной последовательностью (ПСП);

метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ);

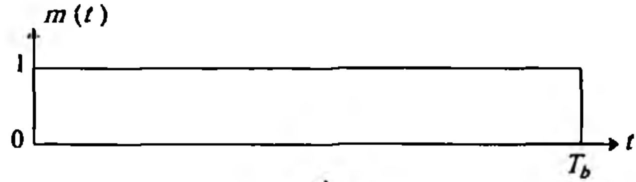
метод совместного (комплексного) использования различных методов; например, метода непосредственной модуляции несущей ПСП и метода ППРЧ; метода ППРЧ и метода ПВИМ и другие сочетания.

При первом методе расширение спектра сигнала достигается за счет непосредственной модуляции несущей частоты ПСП $p(t)$, элементы которой генерируются со скоростью R_p, значительно превышающей скорость передачи R_b элементов информационной последовательности $m(t)$, и затем накладываются на каждый информационный символ. Типовым примером таких сигналов являются фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС) [1-4,6,7,16]. При прямоугольной форме элементов информационной последовательности $m(t)$ и при использовании ПСП $p(t)$, обеспечивающей расширение спектра сигнала, двоичный ФМШПС можно описать выражением

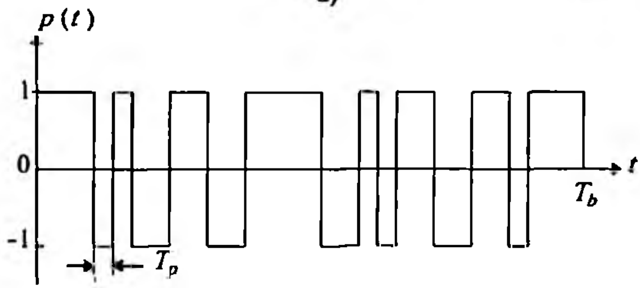
$$s(t) = A_0 m(t) p(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0),$$

где A_0, f_0, φ_0 - амплитуда, несущая частота и фаза сигнала, соответственно.

На рис.1.1,а,б изображены информационный бит $m(t)$ и элементы ПСП $p(t)$.



а)



б)

Рис. 1.1.

На рис.1.2 приведены графики спектральной плотности мощности информационного бита $s_m(f)$ и элемента ПСП $s_p(f)$.

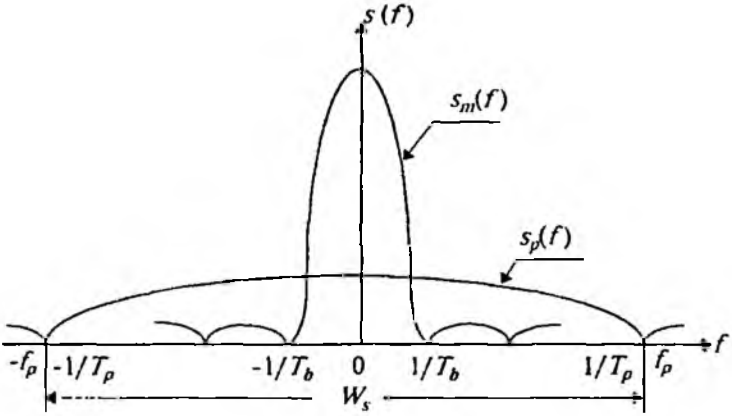


Рис. 1.2.

Широко используемой на практике СРС с ФМШПС является прямопоследовательная псевдошумовая система, структурные схемы передатчика и приемника которой приведены на рис.1.3,а,б, где ГПС кода - генератор псевдослучайного кода.

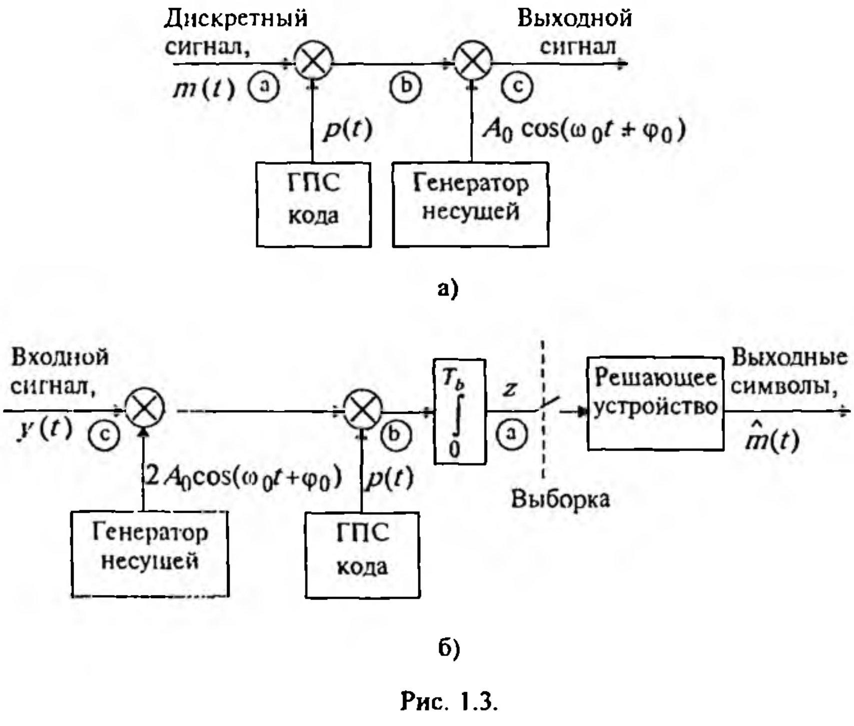
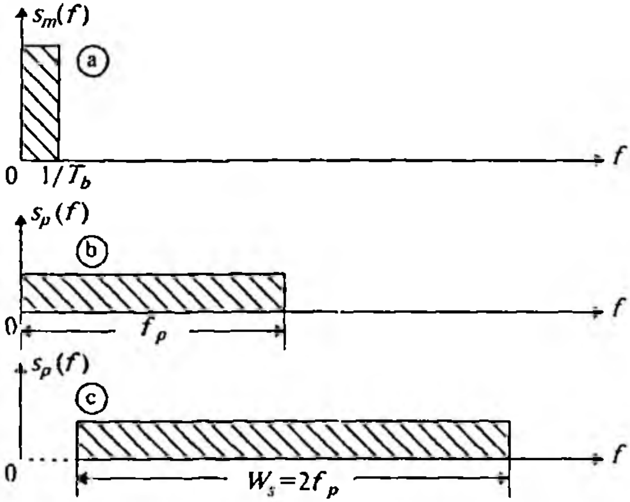


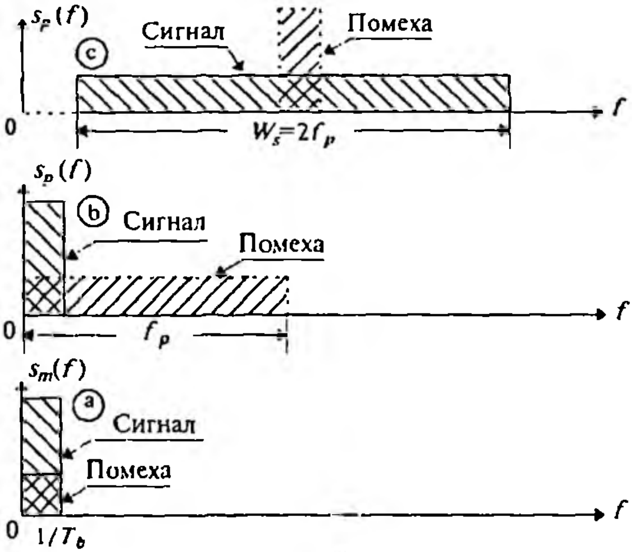
Рис. 1.3.

На рис.1.4,а,б в идеализированном виде изображены спектральные плотности мощности сигнала и узкополосной помехи в характерных точках структурных схем передатчика и приемника СРС с ФМШПС.



На передающей стороне

а)



На приемной стороне

б)

Рис. 1.4.

На рис.1.4 видно, как происходит преобразование спектра полезного сигнала и расширение спектра узкополосной помехи в передающем и приемном устройствах СРС с ФМШПС.

1.1.2. Метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты

Интенсивное развитие метода ППРЧ и его применение в военных целях началось с 1941г., когда австрийская киноактриса, эмигрировавшая в США, Х. Ламар и американский композитор Д. Анталь подали патент на устройство помехоустойчивого радиоуправления противокорабельной торпедой. В предлагаемом устройстве коррекция движения торпеды осуществлялась с самолета путем передачи сигналов с ППРЧ и запоминания опорного сигнала. Синхронизация передаваемых и принимаемых частот достигалась двумя барабанами, один из которых размещался на торпеде, а второй - на самолете, на которые наматывалась бумажная лента с одинаковыми зашифрованными кодом прорезями [17].

При методе ППРЧ расширение спектра обеспечивается путем скачкообразного изменения несущей частоты в выделенном для работы СРС диапазоне W_s. Под скачкообразным изменением частоты следует понимать периодическую перестройку одной частоты или нескольких частот, используемых для передачи сигналов. Сигналы с ППРЧ можно рассматривать как последовательность в общем случае модулированных радиоимпульсов, несущие частоты которых перестраиваются в диапазоне W_s. Число перестраиваемых частот и порядок их чередования определяются псевдослучайными кодами.

Обязательным условием применения сигналов с ППРЧ является детерминированность псевдослучайной последовательности радиоимпульсов, точнее их несущих частот и временного положения, что позволяет на приемной стороне СРС обеспечить частотную и временную синхронизацию сигналов. Для постановщика помех закон перестройки несущей частоты в СРС с ППРЧ неизвестен, что исключает возможность создания эффективных способов подавления. *Фундаментальный принцип псевдослучайности сигналов препятствует системе РЭП добиваться эффективного воздействия на СРС с ППРЧ организованных помех* и вынуждает систему РЭП с ограниченной мощностью передатчика распределять соответствующим образом спектральную плотность мощности помехи по частотному диапазону СРС.

Перестройка несущей частоты (скачок) может происходить в такой полосе частот, которая включает в себя несколько частотных каналов. Каждый канал можно рассматривать как спектральную область с центральной частотой, значение которой является одной из возможных несущих частот в выделенном диапазоне. Каналы могут быть или смежными (соприкасающимися), или разнесенными друг от друга неиспользованными спектральными областями. Такой метод формирования сигналов с ППРЧ позволяет исключать в случае необходимости из всей совокупности частотных каналов те каналы, которые заняты сильными помехами, или в которых имеет место устойчивые замирания. Такой процесс условно называется формированием „спектральных провалов" [8]. Вполне очевидно, что создание спектральных провалов приводит к уменьшению числа действующих частотных каналов СРС.

Метод ППРЧ широко применяют в подвижных СРС и в тех случаях, когда требуется энергию передаваемого сигнала рассосредоточить по возможно более широкой полосе частот. Ширина занимаемой полосы частот при этом принципиальных ограничений не имеет с точки зрения параметров разрабатываемой СРС.

Временной интервал между переключениями частот называется длительностью частотного элемента (или периодом) и характеризует собой время работы на одной частоте T_h.

В зависимости от соотношения времени работы на одной частоте T_h и длительности информационных символов T_s ППРЧ может быть классифицирована [13]: *на межсимвольную, посимвольную и внутрисимвольную (в частном случае при двоичной ЧМ и без кодирования - на межбитовую, побитовую и внутрибитовую).*

При межсимвольной ППРЧ n информационных символов, $n \geq 2$, передаются на одной частоте, при этом $T_h = nT_s$. При посимвольной ППРЧ передача каждого символа ведется на своей рабочей частоте, длительность скачка частоты T_h равна длительности символа T_s. В случае внутрисимвольной ППРЧ расширение спектра достигается за счет разнесения символов на независимые частотные элементы (субсимволы), каждый из которых передается поочередно на своей частоте в соответствии с заданной ПСП, при этом $T_h = T_s / L$, где L - число скачков рабочей частоты внутри одного символа (уровень разнесения).

Огибающая частотного элемента (скачка частоты) в силу специфики его формирования не является постоянной и состоит из различных составляющих определенной длительности. На рис.1.5 изображена огибающая и временные интервалы отдельных составляющих частотного элемента при межсимвольной ППРЧ.

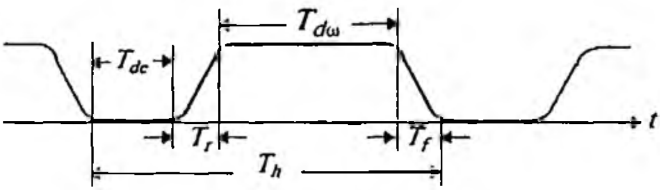


Рис. 1.5.

Учитывая [19], на рис.1.5 обозначено: T_{de} - интервал времени, в течение которого частотный синтезатор не выдает напряжения („мертвое" время); T_r, T_f - интервалы времени нарастания и спада фронтов частотного элемента, соответственно; $T_{d\omega}$ - интервал времени, в течение которого частотный элемент имеет полную амплитуду и передаются информационные и кодовые символы („активное" время); суммарное время $T_{s\omega} = T_r + T_f + T_{dc}$ называется интервалом переключения.

С учетом введенных обозначений длительность скачка частоты $T_h = T_{d\omega} + T_{s\omega}$. Отметим, что для хранения информационных и кодовых символов в течение интервала переключения используется буферная схема. Имеющееся в буферной схеме содержимое извлекается и передается за интервал времени $T_{d\omega}$.

Между требуемой скоростью передачи данных от источника информации и временными интервалами частотного элемента существуют вполне определенные связи. Так, если $R_д$ - требуемая скорость передачи данных, то число символов, которое должно быть передано за длительность частотного элемента T_h, будет равно $R_д T_h$. Теперь активный интервал времени $T_{d\omega}$ может быть представлен в виде:

$$T_{d\omega} = R_д T_h T_s,$$

где T_s - длительность передаваемого символа на интервале времени $T_{d\omega}$.

Использовав приведенные выражения для $T_{d\omega}$ и $T_{s\omega}$, получим

$$T_h(1 - R_д T_s) = T_r + T_f + T_{de}.$$

Из последнего равенства следует: 1) $R_д \leq 1/T_s$, что вполне очевидно из определений временных интервалов частотного элемента; 2) время переключения $(T_{s\omega} = T_r + T_f + T_{de})$ нельзя произвольно уменьшать по целому ряду причин, например: из-за „звона" на выходе фильтра промежуточной частоты приемника; из-за усиления помехи от соседних частотных каналов приемника и др. Кроме того, серьезные ограничения по времени нарастания T_r и спада T_f зачастую связаны со спектральными перекрытиями частотных элементов различных СРС, находящихся в данном районе. Для устранения спектральных наложений требуется, как указано в [19].

$$\min(T_r, T_f) \geq aT_s,$$

где a - постоянная величина, которая обычно лежит в пределах $1 \leq a \leq 2$; эта величина определяет ширину спектра частотного элемента.

В общем случае, учитывая составляющие частотного элемента сигнала, скорость перестройки частоты R_h при межсимвольной ППРЧ связана со скоростью передачи данных $R_д$ и скоростью передачи символов R_s неравенством [19]

$$R_h < \frac{R_s - R_д}{2a + R_s T_{de}}.$$

В идеальном случае, когда можно пренебречь влиянием взаимных помех или спектральных наложений, скорости R_h, $R_д$ и R_s связаны простым соотношением

$$R_h = R_s - R_д.$$

Таким образом, *скорость переключения частотных элементов является функцией скорости передачи данных от источника информации.*

Для сравнения различных СРС с ППРЧ в качестве одного из отличительных признаков используется скорость скачков частоты в единицу времени. По этому признаку различают СРС с медленной, средней и быстрой скоростью перестройки частотных элементов. Так как эта скорость не стандартизирована, то условно перестройка считается медленной при 100-300 скачках в секунду (ск/с), а при 1000 ск/с и более имеет место быстрая перестройка; скорость ППРЧ между этими двумя значениями считается средней. Хотя скорость ППРЧ и используется при сравнении СРС, однако она имеет косвенное значение. Самым важным параметром любой СРС с ППРЧ с точки зрения помехоустойчивости является фактическое время работы на одной частоте. Этот параметр и характеризует способность СРС с ППРЧ „уходить“ от помехи РЭП.

На рис.1.6,а-г изображены фрагменты частотно-временной матрицы (ЧВМ) сигналов: с межбитовой ППРЧ и двоичной ЧМ (рис.1.6,а); с побитовой ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ, при которой каналы символов 1 и 0 соприкасаются на частотной оси (смежные каналы) (рис.1.6,б); с побитовой ППРЧ и случайной двоичной ЧМ, когда каналы символов 1 и 0 не соприкасаются (несмежные каналы) и выбираются независимо друг от друга во всей полосе частот W_s (рис.1.6,в); с внутрибитовой ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ (рис.1.6,г).

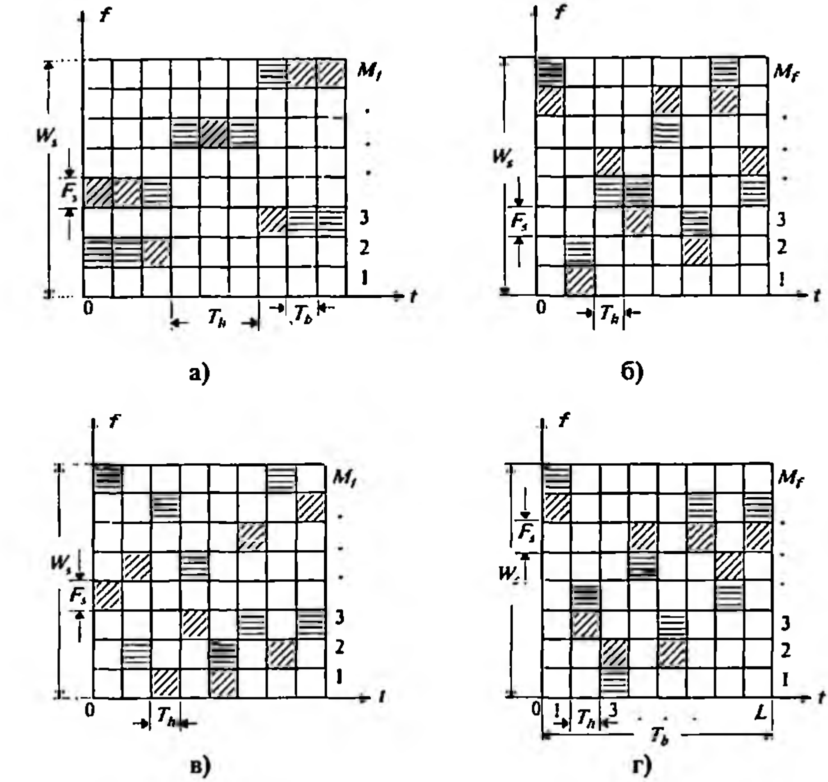


Рис. 1.6.

Квадратом с горизонтальными линиями обозначен основной канал (канал передачи), по которому в соответствующие отрезки времени передаются элементы сообщения, а квадратом с наклонными линиями – дополнительный канал, в котором в эти же отрезки времени элементы сообщения отсутствуют; F_s - ширина полосы одного частотного канала; M_f - число частотных каналов, $M_f = W_s / F_s$.

В системах радиосвязи с ППРЧ может использоваться как когерентная, так и некогерентная обработка сигналов. Основным видом информационной модуляции при передаче данных в СРС с медленной и, особенно, с быстрой ППРЧ является M-ичная некогерентная ЧМ, в частности двоичная ЧМ. В СРС с медленной ППРЧ применяются и другие виды модуляции, например: двоичная ФМ; квадратурная ФМ; относительная ФМ (ОФМ); манипуляция с минимальным сдвигом фазы [8].

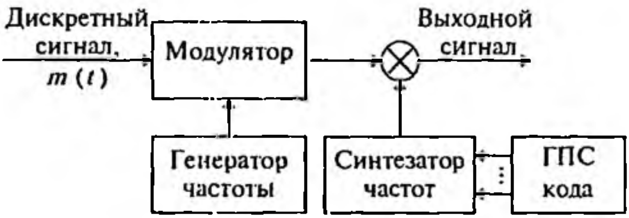
С целью обеспечения в СРС с ППРЧ статистической независимости ошибок при приеме символов на передающей стороне осуществляется так называемое перемежение, прн котором каж-

дый символ кодового слова передается по отдельному частотному каналу [8,20]. Таким образом, перемежение превращает сигнал во временной области в бесструктурную форму, что затрудняет создание оптимальных помех. С целью восстановления исходного порядка символов на приемной стороне требуется операция деперемежения символов. Применение перемежения и деперемежения символов в СРС как с медленной, так и быстрой перестройкой частоты позволяет корректировать пакеты ошибок, вызываемые импульсными помехами на отдельных участках диапазона частот СРС.

1.1.3. Типовые структурные схемы систем радиосвязи с ППРЧ

Ниже достаточно кратко рассматриваются особенности структурных схем передатчика и приемника типовых СРС с ППРЧ.

Основные элементы структурных схем передатчика и приемника СРС с ППРЧ при цифровой одноканальной модуляции изображены на рис.1.7,а,б.



а)

б)

Рис. 1.7.

На рис.1.8 приведен фрагмент ЧВМ сигнала одноканальной СРС с ППРЧ, где квадратами с наклонной штриховкой обозначены частотные каналы, занятые элементами сигнала.

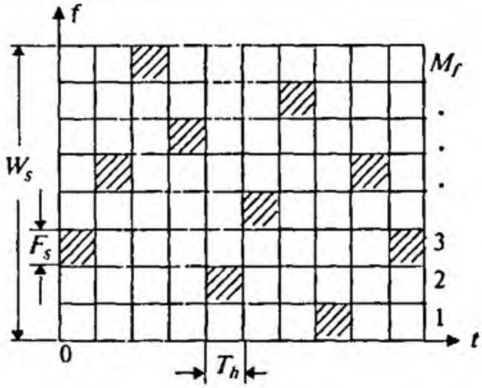


Рис. 1.8.

В такой СРС в интервале между переключениями частот имеется только одна несущая частота и соответствующий канал передачи. При одноканальной модуляции в СРС используется, как правило, медленная ППРЧ, а в качестве информационной модуляции может применяться ЧМ без разрыва фазы, при которой сигнал изменяет несущую частоту от одного скачка к другому, сохраняя в то же время непрерывность фазы. Частотная манипуляция без разрыва фазы позволяет сформировать сигналы со сравнительно узкой шириной спектра. Наиболее эффективная демодуляция таких сигналов может быть осуществлена с помощью ограничителя-дискриминатора [8]. Структурная схема приемного устройства СРС с ППРЧ и ЧМ без разрыва фазы сигнала изображена на рис.1.9.

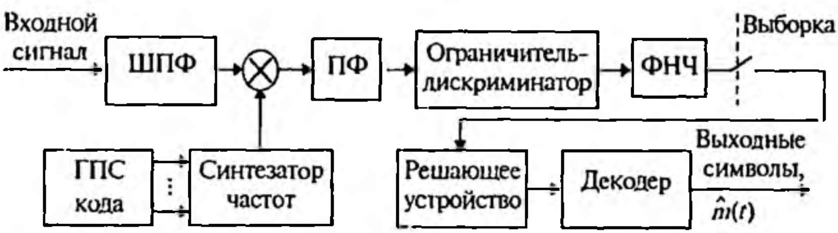


Рис. 1.9.

На рис.1.10,а,б изображены типовые структурные схемы передатчика и приемника СРС с ППРЧ, двоичной ЧМ и смежными по частоте каналами.

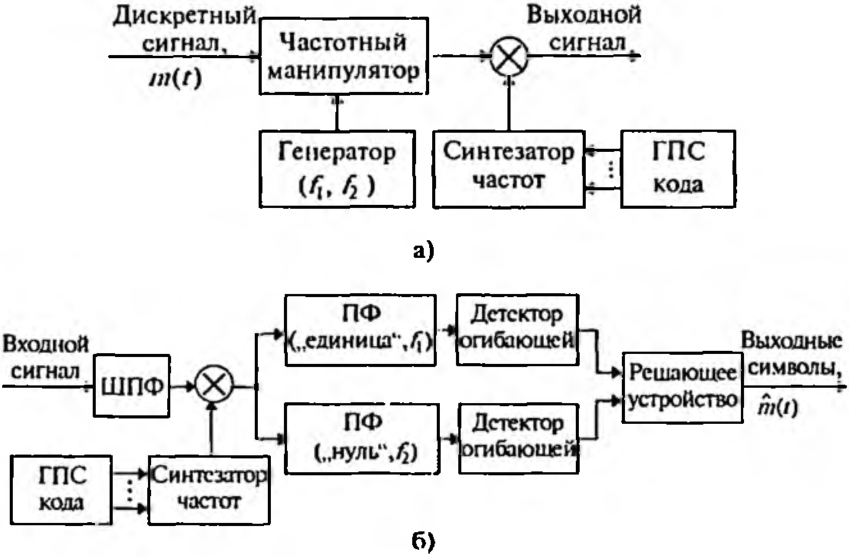


Рис. 1.10.

В соответствии с потоком исходных двоичных данных частотный манипулятор и генератор (f_1, f_2) обеспечивают перенос двоичных символов 1 и 0 на частоты f_1 и f_2. С помощью синтезатора частот и генератора псевдослучайного кода осуществляется перестройка рабочей частоты. В приемном устройстве за счет смесителя и синтезатора частот, управляемого ГПС кода, скачки рабочей частоты устраняются, в результате информационные символы 1 и 0 переносятся на первоначально выбранные частоты f_1 и f_2. Принимаемый полезный сигнал СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ на выходе ШПФ во время j-го скачка частоты можно записать в виде:

$$s(t) = \sqrt{2P_s}\cos\left[\left(\omega_j + \Omega_i\right)t - \varphi_j\right],\ 0 \le t \le T_b, \tag{1.3}$$

где Ω_i - частота модуляции; φ_j - начальная фаза j-го скачка частоты, $\varphi_j \in [0, 2\pi]$; $i = 1,2$; $\omega_j = \overline{\omega_1, \omega_{M_r}}$.

В случае идеальной синхронизации между принятым и опорным сигналами на входе демодулятора будет действовать полезный сигнал

$$s(t) = \begin{cases} \sqrt{2P_s}\cos(\Omega_1 t \cdot \varphi_1) & \text{для символа 1;} \\ \sqrt{2P_s}\cos(\Omega_2 t \cdot \varphi_2) & \text{для символа 0,} \end{cases} \tag{1.4}$$
$$0 \le t \le T_b.$$

В результате демодуляции принятых сигналов решающее устройство выдает оценку информационной последовательности, $\hat{m}(t)$.

Реализация ЧВМ со случайной двоичной ЧМ, при которой основной и дополнительный каналы приема разнесены между собой случайным для постановщика помех образом, возможна с помощью приемного устройства, структурная схема которого изображена на рис.1.11.

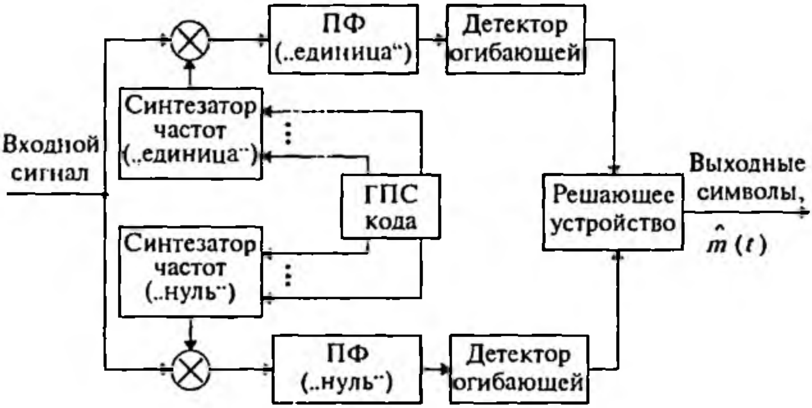


Рис. 1.11.

Схема приемника состоит из двух одинаковых частей, каждая из которых осуществляет обработку своего информационного символа. Наличие двух независимых синтезаторов частот позволяет излучать передатчиком такие пары частот, разность между которыми может иметь различные значения при каждом скачке частоты. Такое формирование сигналов с ППРЧ затрудняет их разведку, в частности не позволяет определить частоту дополнительного канала, воздействие помех на который может быть более эффективным, чем на канал передачи информации.

Структурная схема приемника, обеспечивающего прием и обработку сигналов с внутрибитовой ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ, приведена на рис.1.12, где обозначено: r_{1k}, r_{2k} - выходные выборки квадратичных детекторов (КД) огибающей, формируемые в моменты времени $t_k = kT_h$, $k = \overline{1,L}$, L - число субсимволов в бите информации; z_{1k}, z_{2k} - нормированные выборки; z_1, z_2 - статистики решения; z - выходная статистика.

Применение сигналов с внутрибитовой ППРЧ в условиях помех может быть эффективным при нормировании (взвешивании) выборок и последующим их сложении.

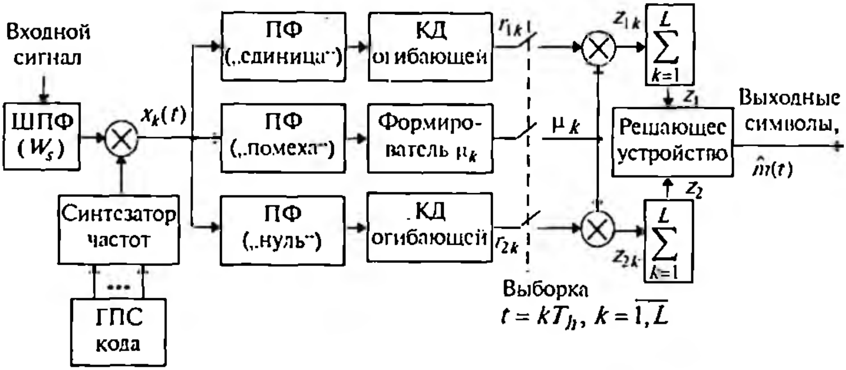


Рис. 1.12.

В данной схеме нормирование выборок r_{1k}, r_{2k} осуществляется с помощью весовых множителей $\mu_k = 1/\sigma_k^2$ (σ_k^2 - дисперсия помех), для формирования которых используется канал измерения мощности помехи.

Принцип разнесения (повторения) элементов сигнала находит широкое применение в СРС с ППРЧ для защиты от организованных помех. При этом неотъемлемой частью процедуры демодуляции (или декодирования) является, как указывалось выше, взвешивание и сложение разнесенных сигналов.

Наиболее эффективными методами взвешивания выборок каждого частотного элемента сигнала в СРС с M-ичной ЧМ, достаточно устойчивыми к изменениям стратегии постановщика помех и хорошо работающими в условиях наихудших шумовых помех в части полосы, являются [11-13,21]:

адаптивное взвешивание выходной выборки квадратичного детектора r_{mk} в каждом канале приемника, при котором нормированная выборка z_{mk} на входе сумматора имеет вид:

$$z_{mk} = \frac{r_{mk}}{\sigma_{mk}^2}, \quad m = \overline{1,M};\ k = \overline{1,L},$$

где σ_{mk}^2 - дисперсия помехи и собственных шумов в m-м частотном канале, оценка которой обеспечивается дополнительным каналом измерения мощности помехи,

$$\sigma_{mk}^2 = \begin{cases} G_0 F_s & \text{в отсутствие преднамеренных помех;} \\ (G_0 + G_j/\gamma) F_s & \text{при действии преднамеренных помех;} \end{cases}$$

самонормирующееся взвешивание выходной выборки квадра-

тичного детектора r_{mk}, при котором нормированная выборка z_{mk} на входе сумматора формируется путем деления r_{mk} на сумму выборок r_{mk} по всем каналам приемника

$$z_{mk} = \frac{r_{mk}}{\sum\limits_{m=1}^{M} r_{mk}}, \; k = \overline{1, L};$$

фактически сумма $\sum\limits_{m=1}^{M} r_{mk}$ в M раз больше возможного значения дисперсии помехи σ^2_{mk} на k-м скачке частоты; поэтому вероятностные характеристики СРС с таким взвешиванием близки к характеристикам СРС с методом адаптивного взвешивания выходной выборки КД;

взвешивание выходной выборки квадратичного детектора r_{mk} *за счет деления на максимальное значение* $(r_{mk})_{\max}$ по всем каналам приемника, в результате чего нормированная выборка z_{mk} на входе сумматора

$$z_{mk} = \frac{r_{mk}}{(r_{mk})_{\max}}, \; m = \overline{1, M}; \; k = \overline{1, L};$$

максимум $(r_{mk})_{\max}$ фактически является оценкой наибольшего значения дисперсии σ^2_{mk} в одном из каналов приемника; в силу этого вероятностные характеристики СРС с данным взвешиванием практически соответствуют характеристикам СРС с адаптивным взвешиванием выходной выборки КД;

взвешивание выходной выборки квадратичного детектора r_{mk} за счет *применения мягкого ограничителя,* который при анализе вероятностных характеристик СРС моделируется N-уровневым квантователем.

После формирования взвешенных выборок r_{mk} указанными выше методами осуществляется их некогерентное сложение и последующее принятие мягких решений о передаче информационных символов 1 или 0.

При использовании принципа частотного разнесения или повторения информационных символов в СРС с ППРЧ может использоваться демодулятор с принятием жестких решений для каждого субсимвола (скачка частоты). При этом выборка z_{mk} имеет вид:

$$z_{mk} = \begin{cases} 1 & \text{при } r_{mk} = (r_{mk})_{\max}; \\ 0 & \text{при } r_{mk} \neq (r_{mk})_{\max}, \end{cases}$$

а решение о передаче соответствующего информационного символа принимается на основе мажоритарной логики.

Влияние различных методов взвешивания выходных выборок квадратичного детектора и суммирования субсимволов на вероятностные характеристики СРС с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ детально рассматривается в четвертой главе.

Типовая структурная схема приемника СРС с М-ичной ЧМ для случая, когда частотные каналы всего сегмента частот являются смежными, но каждый сегмент может иметь случайно выбранное положение внутри общей полосы частот W_s, изображена на рис.1.13, где СВМ-схема выбора максимума.

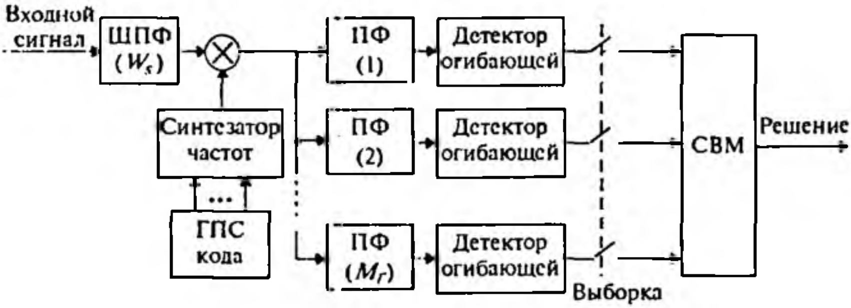


Рис. 1.13.

При использовании в системе радиосвязи M-ичной ЧМ блок из $\log_2 M$ бит закодированной цифровой информации передается при помощи одной частоты, выбираемой из M частот (а не из двух частот как при двоичной ЧМ) в интервале отведенного времени для передачи каждого частотного элемента. Переход от двоичной к M-ичной ЧМ при постоянной скорости передачи информации и энергии сигнала на бит для канала с АБГШ приводит к уменьшению вероятности ошибки в основном канале приема. При M-ичной ЧМ передающее устройство СРС может осуществлять передачу на любой рабочей частоте, которая формируется синтезатором. Для такой M-ичной СРС демодулятор является обобщением двоичного демодулятора.

На рис.1.14 представлена более сложная структурная схема приемника СРС со случайной М-ичной ЧМ, при которой каждая частота из М-набора частот выбирается случайным образом, частотные каналы в этом случае разнесены.

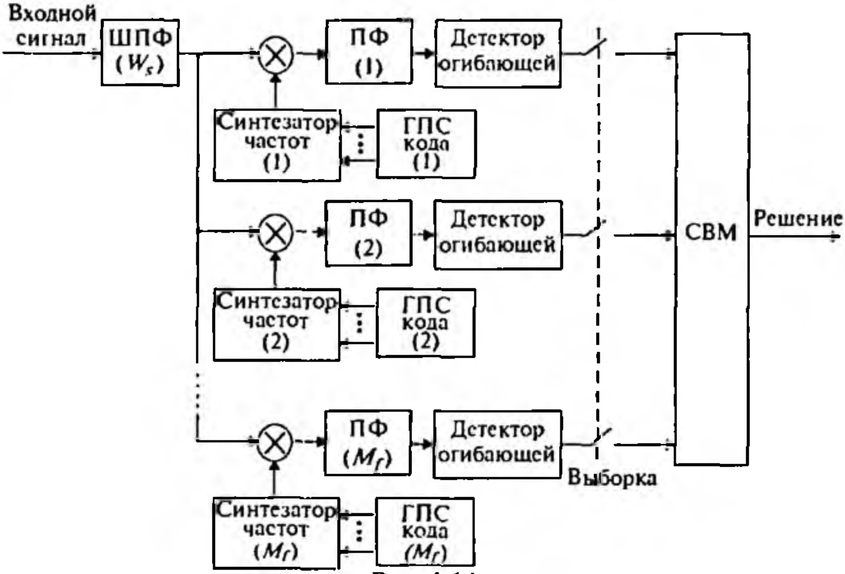


Рис. 1.14.

Такая структурная схема приемника, как и для СРС со случайной двоичной ЧМ, обеспечивает более высокую помехоустойчивость СРС при воздействии организованных помех.

Однако необходимость выбора некоторого множества M частот из значительно большего числа частот M_f требует анализировать одновременно все M частот. Один из способов преодоления этой трудности при неслучайной M-ичной ЧМ состоит в использовании специального набора частот, в котором каждая из возможных частот имеет строго определенную связь с остальными M-1 частотами [16]. Такая СРС, обеспечивая передачу нескольких бит информации на одной частоте, позволяет реализовать достаточно простой способ обработки сигналов, при котором используется всего лишь один приемник и M-демодуляторов.

Для цифровых СРС, в которых для передачи данных используется многоуровневая ЧМ, форма переданного сигнала в i-м интервале передачи $iT_s < t < (i+1)T_s$ в общем случае имеет вид:

$$s(t) = \sqrt{2P_s}\sin[2\pi(f_0 + a_i\Delta f)t + \varphi_i], \qquad (1.5)$$

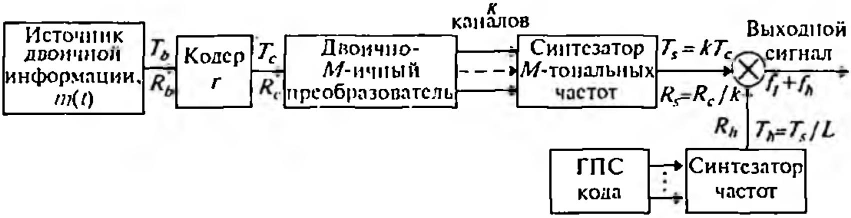
где f_0 - несмещенная минимальная несущая частота; Δf - минимальный разнос по частоте между сигналами в M-ичной последовательности; a_i - значение i-го символа данных, взятое из последовательности целых чисел, 1,2,...,M.

В соответствии с (1.5) собственную форму переданных сигналов на каждом скачке частоты (без учета модуляции данных методом M-ичной ЧМ, которая не влияет на основную форму выражения и не изменяет спектральных свойств сигнала) можно записать следующим образом:

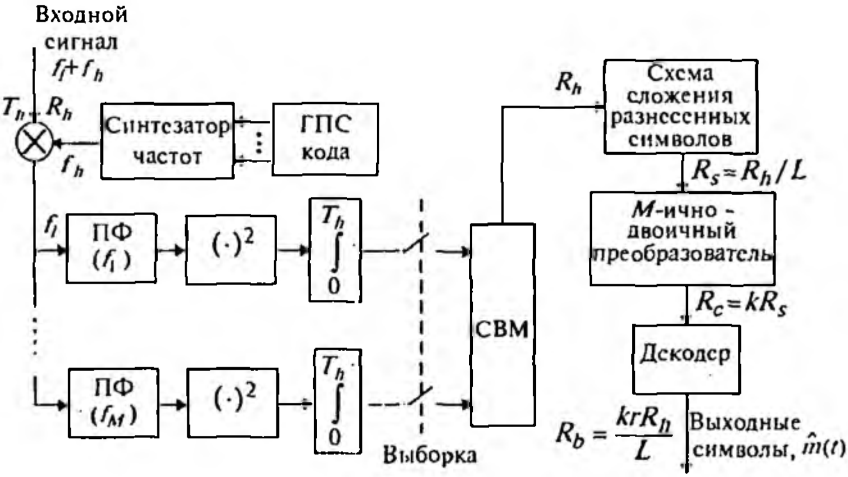
$$s(t) = \sqrt{2P_s} \sin\left[2\pi\left(f_0 + \frac{n_i + 1/2}{T_h}\right)t + \varphi_i\right], \tag{1.6}$$

$$iT_h \le t \le (i+1)T_h; \;\; n_i \in \{0,1,2,\ldots,M_{f-1}\}.$$

Для повышения помехоустойчивости СРС с ППРЧ могут применяться М-ичная ЧМ, кодирование и разнесение символов по частоте [8,15]. На рис.1.15,а,б представлены обобщенные структурные схемы передающего и приемного устройства СРС с ППРЧ, M-ичной ЧМ, кодированием данных и сложением разнесенных символов.



а)



б)

Рис. 1.15.

На рисунке обозначено: R_b - скорость передачи информации в битах; R_c - частота следования элементарных посылок; R_s -

скорость M-ичных символов, $M = 2^k$; R_h - скорость переключения частотных каналов; L - уровень разнесения символов (избыточность); r - общая скорость кодирования в информационных битах, приходящихся на M-составной канал, $r = R_b/R_c$.

Реализация такой СРС обеспечивает внутрисимвольную ППРЧ, при которой $R_h=LR_s$. M-ичные символы образуются путем генерирования одного из M возможных тональных сигналов со скоростью передачи знаков R_s. Эта частота смешивается затем со скачкообразно изменяемой несущей частотой, перестраиваемой со скоростью R_h.

На приемной стороне скачки рабочей частоты устраняются, сигнал восстанавливается и поступает на M-канальный демодулятор, далее сигнал обрабатывается в соответствии с функциональной схемой приемника СРС. Схема сложения разнесенных по частоте символов соединяется с декодером, что способствует уменьшению вероятности ошибки до уровня, обеспечивающего эффективную работу декодера.

В современных СРС возможно и совместное (комплексное) применение различных методов расширения спектра сигнала.

Наиболее широко используется метод ППРЧ одновременно с методом непосредственной модуляции несущей ПСП. Информационный сигнал в такой СРС сначала расширяется с помощью непосредственной модуляции несущей ПСП $p(t)$, а затем - за счет скачкообразного изменения рабочей частоты. На основе (1.6) собственная форма переданных сигналов ППРЧ-ПСП может быть записана в виде:

$$s(t) = \sqrt{2\bar{P}_s}\, p(t)\cos\left[2\pi\left(f_0 + \frac{n_i + 1/2}{T_p}\right)t + \varphi_i\right], \qquad (1.7)$$
$$iT_h \le t \le (i+1)T_h;\ n_i \in \{0,1,2,\ldots,M_{f-1}\}.$$

Из выражения (1.7) следует, что в СРС с ППРЧ-ПСП разнос между частотными элементами будет равен $1/T_p$, т.е. в T_h/T_p раз больше, чем в случае расширения спектра сигнала только за счет одного метода ППРЧ (1.6). Достоинство таких сигналов состоит в том, что можно осуществлять скачки по частоте, величина которых больше ширины спектра ФМШПС. В результате гибридная система радиосвязи с ППРЧ-ПСП осуществляет распределение энергии сигнала по полосе частот значительно большей, чем в СРС с ФМШПС. При этом использование метода ППРЧ позволяет избежать наложения помехи на часть спектра сигнала в течении определенного интервала времени. В случае, если сигнал такой гибридной СРС „попадает“ на помеху, то спектр помехи расширяется и фильтруется точно так же, как это осуществляется в СРС с ФМШПС.

Структурные схемы передатчика и приемника гибридной СРС с ППРЧ-ПСП изображены на рис.1.16,а и на рис.1.17,а. На рис.1.16,б и на рис.1.17,б показаны спектральные плотности мощности сигнала и узкополосной помехи в характерных точках структурных схем.

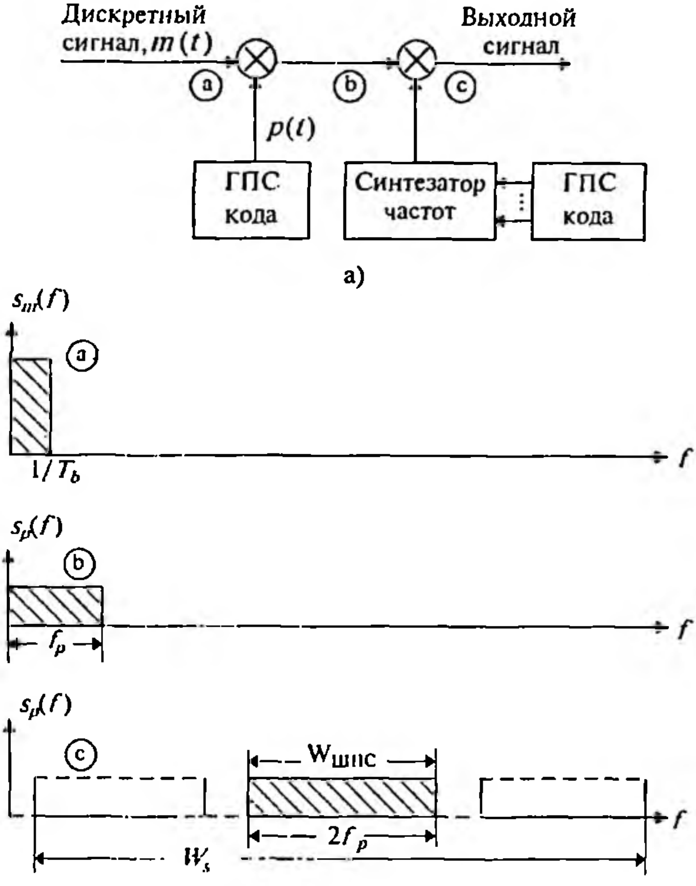


Рис. 1.16.

Как видно на рис.1.16 информационный сигнал расширяется до ширины полосы $f_p = W_{шпс}/2$, а затем преобразуется в радиосигнал, несущая частота которого скачкообразно с заданным периодом перестраивается в рабочем диапазоне частот W_s.

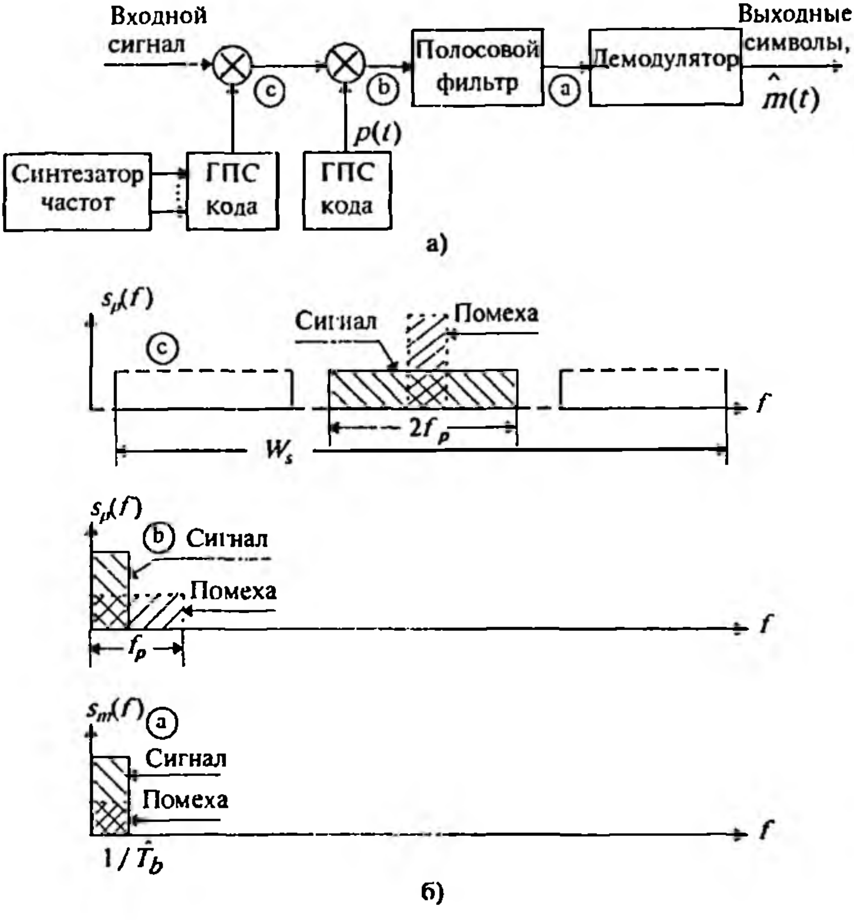


Рис. 1.17.

На приемной стороне СРС вначале устраняются скачки рабочей частоты, сигнал переводится на постоянную несущую частоту, а затем спектр полезного сигнала свертывается до своей первоначальной полосы. Спектр мощности других сигналов, некоррелированных с полезным сигналом, расширяется. Следует отметить, что при реализации гибридных систем ППРЧ-ПСП один и тот же ГПС кода может использоваться как для управления переключением частотных каналов синтезатора, так и для получения модулирующего сигнала при псевдослучайной модуляции.

Комплексное применение различных методов расширения спектра сигналов, наряду с улучшением характеристик помехоустойчивости гибридных СРС, в ряде случаев позволяет преодолеть трудности технической реализации, которые могут возникнуть при формировании сигналов в СРС только с помощью одного из методов расширения спектра [16].

1.2. Коэффициент расширения спектра сигнала и запас помехоустойчивости системы радиосвязи с ППРЧ

При анализе помехоустойчивости СРС с расширением спектра сигнала фундаментальным является понимание, каким образом данный метод расширения спектра обеспечивает защиту СРС от подавления организованными помехами с ограниченной мощностью передатчика. *Для метода расширения спектра сигнала за счет ППРЧ основополагающий принцип борьбы с помехами заключается в размещении информационного сигнала с малой размерностью в высокоразмерном пространстве радиосигнала.* В таких условиях постановщик помех вынужден либо распределять ограниченную мощность помех по всему пространству радиосигнала, тем самым создавая малую спектральную плотность мощности помех, либо использовать всю имеющуюся мощность передатчика помех в малом подпространстве, оставляя остальную часть пространства радиосигнала свободной от помех.

Одной из важных характеристик СРС с расширением спектра с точки зрения помехоустойчивости является коэффициент расширения спектра (выигрыш при обработке, коэффициент защиты, усиление обработки) K_S [4,7,16]. *Этот коэффициент характеризует меру увеличения отношения сигнал-помеха в результате свертывания (сжатия) расширенной полосы частот радиосигнала и приведения ее к полосе частот информационного сигнала.*

В общем случае, независимо от применяемого метода расширения спектра, выражение для коэффициента K_S можно получить путем представления передаваемого сигнала суммой ортогональных сигналов, расположенных в N-мерном геометрическом пространстве [4,22]. Положим, что сообщение передается путем равновероятной передачи совокупности n информационных ортогональных сигналов $\{s_i(t)\}$, $i=1,2,3,\ldots n$ в N-мерном пространстве в течение времени T. В соответствии с [22] произвольную действительную функцию $s(t)$, имеющую конечную энергию E_S, можно представить обобщенным рядом Фурье по полной системе ортонормированных функций

$$s_i(t)=\sum_{k=1}^{N} s_{ik}\varphi_k(t),\ 0\le i\le n-1;\ 0\le t\le T, \qquad (1.8)$$

где $\{s_{ik}\}$ - совокупность коэффициентов функции $s_i(t)$,

$$s_{ik}=\int_0^T s_i(t)\cdot\varphi_k(t)dt;$$

$\{\varphi_k(t)\}$ - совокупность базисных ортонормированных функций, удовлетворяющих условию

$$\int_0^T \varphi_l(t)\varphi_k(t)dt = \delta_{lk} \triangleq \begin{cases}1, & l = k;\\ 0, & l \neq k\end{cases} \tag{1.9}$$

при всех значениях l и k; $1 \le l$; $k \le N$; δ_{lk} - символ Кронекера.

В случае ограничения по мощности передачи средняя энергия каждого i-го сигнала $s_i(t)$ определяется равенством Парсеваля

$$\int_0^T s_i^2(t)dt = \int_0^T \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} s_k s_i \varphi_k(t)\varphi_i(t)dt =$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} s_k s_i \delta_{ki} = \sum_{k=1}^{N} s_{ik}^2 \triangleq E_s,\ 0 \le i \le n-1 \tag{1.10}$$

для всех значений i.

Для того, чтобы „спрятать“ n-мерный набор информационных сигналов в N-мерном пространстве радиосигнала совокупность коэффициентов s_{ik} должна выбираться таким образом, чтобы

$$s_{ik}^2 = \frac{E_s}{N}\delta_{ki},\ 0 \le i \le n-1. \tag{1.11}$$

Следовательно, сигналы, псевдослучайная последовательность которых известна на приемной стороне СРС, но неизвестна постановщику помех, имеют равномерно распределенную энергию по N базисным направлениям.

Предположим далее, что на входе приемного устройства СРС действует независимая от полезного сигнала помеха $J(t)$, которая в N-мерном пространстве может быть представлена в виде:

$$J(t) = \sum_{k=1}^{N} J_k \varphi_k(t),\ 0 \le t \le T,$$

где $J_k = \int_0^T J(t)\varphi_k(t)dt.$

Общая энергия помехи по аналогии с (1.10)

$$\int_0^T J^2(t)dt = \int_0^T \sum_{k=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} J_k J_m \varphi_k(t)\varphi_m(t)dt =$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} J_k J_m \delta_{km} = \sum_{k=1}^{N} J_k^2 \triangleq E_j. \tag{1.12}$$

Целью постановщика помех является разработка такой стратегии выбора составляющих J_k^2, которая при общей ограниченной мощности передатчика помех P_j должна обеспечить минимизацию отношения сигнал-помеха на выходе приемника СРС.

Результирующий сигнал $x(t) = s_i(t) + J(t)$ в приемном устройстве взаимодействует с опорным сигналом $s_i(t)$ таким образом, что на выходе i-го коррелятора формируется статистика

$$z_i \triangleq \int_0^T x(t) s_i(t) dt. \tag{1.13}$$

Используя выражения для $s_i(t)$ и $J(t)$, а также свойство ортонормальности, можно показать, что

$$z_i = \int_0^T \left\{ \sum_{k=1}^N s_{ik} \varphi_k(t) + \sum_{k=1}^N J_k \varphi_k(t) \right\} \sum_{m=1}^N s_{im} \varphi_m(t) dt =$$

$$= \sum_{k=1}^N \left(s_{ik}^2 + J_k s_{ik} \right). \tag{1.14}$$

Условное математическое ожидание статистики z_i для случая, когда помеха представляет белый гауссовский шум,

$$M\{z_i | s_i\} = \sum_{k=1}^N s_{ik}^2 = E_s, \quad M\{J_k\} = 0. \tag{1.15}$$

Так как в N-мерном пространстве присутствует n ортогональных сигналов, то в силу их равновероятности

$$M\{z_i\} = \frac{E_s}{n}. \tag{1.16}$$

Аналогично, используя (1.10) и (1.11), можно показать, что при детерминированных сигналах $s_i(t)$ условная дисперсия статистики z_i

$$D\{z_i | s_i\} = \sum_{k=1}^N J_k^2 s_{ik}^2 = \frac{E_s}{N} E_j, \tag{1.17}$$

а полная дисперсия статистики z_i

$$D\{z_i\} = \frac{E_s}{Nn} E_j. \tag{1.18}$$

Выше указывалось, что мерой эффективности метода расширения спектра сигналов является отношение сигнал-помеха. Используя (1.16) и (1.18), получим

$$q^2 = \frac{M^2\{z_i\}}{D\{z_i\}} = \frac{E_s}{E_j} \cdot \frac{N}{n}. \tag{1.19}$$

Как следует из (1.19), *независимо от стратегии постановки помех с ограниченной мощностью отношение сигнал-помеха в результате обработки увеличивается на величину N/n, которая и определяет коэффициент расширения спектра сигнала.* В соответствии с [22] параметр N представляет собой размерность расширенного радиосигнала с длительностью T и шириной полосы частот W_s

$$N = 2W_sT, \tag{1.20}$$

а параметр n - размерность информационного сигнала с длительностью T и минимальной шириной полосы F_s

$$n = 2F_sT. \tag{1.21}$$

На основе (1.20) и (1.21) получаем выражение для коэффициента расширения спектра сигнала

$$K_s = \frac{N}{n} = \frac{2W_sT}{2F_sT} = \frac{W_s}{F_s}. \tag{1.22}$$

Таким образом, *коэффициент расширения спектра характеризует, с одной стороны, меру увеличения отношения сигнал-помеха в результате сжатия расширенной полосы частот радиосигнала и приведения ее к полосе частот информационного сигнала.* С другой стороны, коэффициент расширения спектра определяет число степеней свободы расширенного сигнала $2W_sT$, которыми вынужден оперировать постановщик помех при организации подавления СРС с расширением спектра.

Применительно к СРС с ППРЧ полученный выше коэффициент расширения спектра (1.22) можно конкретизировать. При расширении спектра за счет перестройки частоты общая полоса частот СРС $W_s \geq aM_f/T_h$, где a/T_h - частотный интервал, значение которого выбирается из условия обеспечения ортогональности информационных сигналов, т.е. более полного исключения влияния смежных каналов друг на друга. Значение параметра a, как правило, выбирается в пределах 1...2. Учитывая (1.22), коэффициент расширения спектра сигнала для СРС с ППРЧ можно записать в виде:

$$K_s = \frac{aM_f}{T_h F_s}. \tag{1.23}$$

Если принять, что ведется побитовая передача со скоростью 1бит/скачек, $a = 1$ и, следовательно, $T_h F_s = 1$, то коэффициент K_s будет равен числу используемых частотных каналов M_f в СРС с ППРЧ. Так, например, если число частотных каналов в расширенном диапазоне W_s равно 10^3, то коэффициент расширения спектра $K_s = 30$ дБ. Такой простой способ расчета K_s возможен при условии, когда используются все M_f каналов, т.е. отсутствуют спектральные провалы, в полосе частот W_s.

В случае M-ичной передачи в СРС с ЧМ используются лишь M_f / M M-ичных каналов (или групп), что, в свою очередь, уменьшает значение реализуемого выигрыша при обработке сигналов до $10\log(M_f / M)$ дБ.

При применении для расширения спектра сигнала внутрибитовой ППРЧ с двоичной ЧМ ширина полосы частот каждого канала увеличивается в L раз и при использовании того же числа каналов M_f потребуется в L раз более широкая общая полоса частот по сравнению с полосой частот СРС с побитовой ППРЧ.

В случае совместного использования методов расширения спектра сигналов, например ППРЧ-ПСП, теоретически достижимый коэффициент расширения спектра в гибридной СРС равен сумме коэффициентов расширения спектра, получаемых отдельно для каждого метода [16],

$$K_{s\,(\text{ппрч-псп})} = K_{s\,(\text{ппрч})} + K_{s\,(\text{псп})} = 10\log\frac{aM_f}{T_h F_s} + 10\log\frac{W_{\text{шпс}}}{F_b}. \tag{1.24}$$

Коэффициент расширения спектра K_s непосредственно связан с другим важным в теории и технике СРС понятием как база сигнала B_s, которую принято определять отношением ширины общей полосы частот радиосигнала W_s к скорости передачи информации R_b [3,7,16]

$$B_s \triangleq \frac{W_s}{R_b}. \tag{1.25}$$

Так как скорость передачи данных R_b определяет ширину информационной полосы частот, то при условии, что $R_b=F_s/a$ коэффициент расширения спектра сигнала K_s' (1.22) с учетом (1.25)

$$K_s = \frac{B_s}{a}. \tag{1.26}$$

Если принять, что $a=1$, то коэффициент расширения спектра сигнала K_s равняется базе сигнала B_s.

Наиболее полно положительные свойства СРС с ППРЧ в условиях РЭП проявляются при использовании сигналов с большой базой. Однако увеличение базы сигналов приводит к некоторым негативным последствиям. В частности на входе приемника данной СРС увеличивается число взаимных помех от различных СРС, работающих в одном и том же диапазоне частот, появляются дополнительные составляющие сигнала, вызванные эффектом многолучевости, и др.

При проектировании и разработке СРС кроме коэффициента расширения спектра сигнала K_s используется и такой критерий как запас помехоустойчивости M_j, измеряемый в децибелах и определяемый выражением [7,16]

$$M_j = K_s - \left(\frac{E_s}{G_j}\right)_{\min} - L_э, \tag{1.27}$$

где $(E_s/G_j)_{\min}$ - минимальное отношение сигнал-помеха на выходе приемного устройства, обеспечивающее заданное значение вероятности ошибочного приема информационного символа; $L_э$ - энергетические потери, обусловленные реализацией аппаратуры.

Запас помехоустойчивости позволяет определить уровень, при котором вероятность ошибочного приема информационного символа не превышает требуемого значения. Допустим, что для двоичной некогерентной СРС с ППРЧ, имеющей коэффициент расширения спектра $K_s = 30$ дБ и энергетические потери $L_э = 2$ дБ, требуется обеспечить вероятность ошибки на бит $P_E = 10^{-5}$. В этом случае минимальное отношение сигнал-помеха равно 13,35 дБ. Таким образом, запас помехоустойчивости $M_j = 14{,}65$ дБ.

1.3. Общая характеристика помехозащищенности систем радиосвязи с ППРЧ

1.3.1. Помехоустойчивость систем радиосвязи с ППРЧ

Известно [1-3,8], что помехоустойчивость и скрытность являются двумя важнейшими составляющими помехозащищенности СРС.

При этом в общем случае под помехоустойчивостью СРС с ППРЧ (впрочем, как и любых других СРС) понимается способность нормально функционировать, выполняя задачи по передаче и приему информации в условиях действия радиопомех. Следовательно, *помехоустойчивость СРС - это способность противостоять вредному воздействию различного вида радиопомех, включая, в первую очередь, организованные помехи.*

Стратегия борьбы с организованными помехами СРС с ППРЧ заключается, как правило, в „уходе" сигналов СРС от воздействия помех, а не в „противоборстве" с ними, как это реализуется в СРС с ФМШПС. Поэтому в СРС с ППРЧ при защите от помех важной характеристикой является фактическое время работы на одной частоте. Чем меньше это время, тем выше вероятность того, что сигналы СРС с ППРЧ не будут подвержены воздействию организованных помех.

Помехоустойчивость СРС с ППРЧ зависит не только от времени работы на одной частоте, но и от других важных параметров станции помех (СП) и СРС, например, от вида помехи и ее мощности, мощности полезного сигнала, структуры приемного устройства и заложенных в СРС способов помехоустойчивости.

Эффективное воздействие помех на СРС с ППРЧ может быть достигнуто лишь при условии знания постановщиком помех соответствующих параметров сигналов СРС, например, центральных частот каналов, скорости скачков частоты, ширины информационной полосы частот, мощности сигнала и помехи в точке нахождения приемного устройства СРС. Указанные параметры СРС постановщик помех добывает, как правило, непосредственно с помощью станции радиотехнической разведки (РТР), а также путем пересчета измеренных параметров СРС в другие, функционально связанные с ними, характеристики СРС. Например, измерив длительность скачка частоты, можно рассчитать ширину полосы частотного канала приемника СРС.

В общем случае РТР путем приема и анализа перехваченных сигналов не только СРС, но и других радиоэлектронных средств (РЭС) обеспечивает сбор информации о противной стороне в целом. Сигналы СРС и РЭС содержат много технических характеристик, являющихся разведывательными сведениями. Эти характеристики определяют „электронный почерк" СРС и РЭС и позволяют установить их возможности, назначение и принадлежность.

Обобщенный алгоритм сбора данных радиотехнической разведкой о параметрах сигналов и характеристиках СРС изображен на рис.1.18.

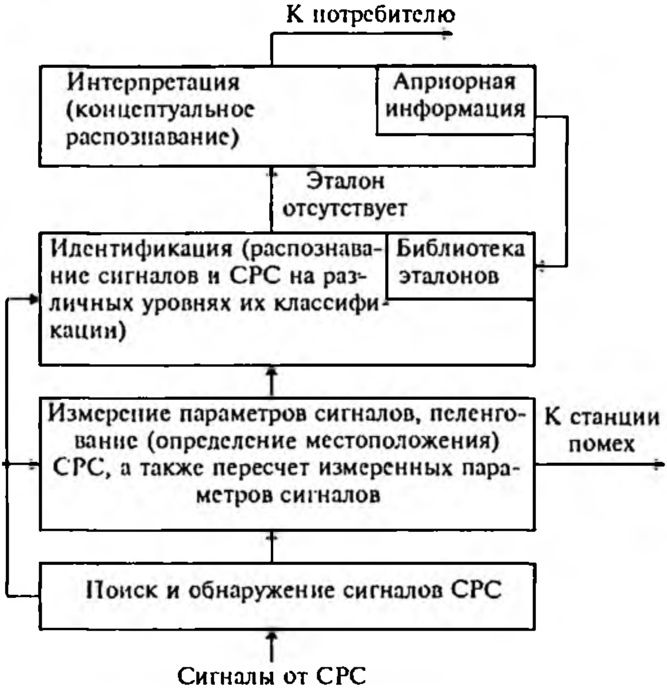


Рис. 1.18.

Для оценки помехоустойчивости СРС в условиях воздействия различных видов помех необходимо иметь соответствующие показатели. При выбранных моделях сигнала, собственного шума приемного устройства и аддитивных помех *в системах передачи дискретных сообщений предпочтительным показателем количественной меры помехоустойчивости является средняя вероятность ошибки (СВО) на бит информации* [1-4,7-9,17].

Другие показатели помехоустойчивости СРС, например, требуемое отношение сигнал-помеха, при котором обеспечивается заданное качество приема информации, вероятность ошибки в кодовом слове и другие, могут быть выражены через СВО на бит. Минимизация СВО на бит при условии равновероятной передачи символов может быть достигнута за счет использования алгоритма, реализующего правило максимального правдоподобия [23,24]

$$\Lambda_i > \Lambda_j, \text{ при всех } j \neq i,$$

которое для двоичных СРС имеет вид:

$$\Lambda_1 > \Lambda_0,$$

где Λ_i - отношение правдоподобия для i-го сигнала.

При дальнейшем изложении наибольшее внимание будет сосредоточено на разработке и анализе алгоритмов расчета СВО на бит информации. Анализ СВО на бит P_E будет проводиться в условиях действия гауссовских шумов приемного устройства СРС и аддитивных организованных помех, в основном, применительно к каноническим (типовым) системам с ЧМ, которые являются базовой основой более сложных СРС.

1.3.2. Скрытность сигналов систем радиосвязи с ППРЧ

Способность СРС противостоять действиям РТР, направленным на обнаружение сигналов, измерение параметров и определение направления их прихода, характеризуется понятием скрытность СРС [1-3,8]. В зависимости от решаемых РТР задач скрытность сигналов СРС в общем случае может быть классифицирована на энергетическую, структурную, информационную, временную и пространственную виды скрытности (рис.1.19).

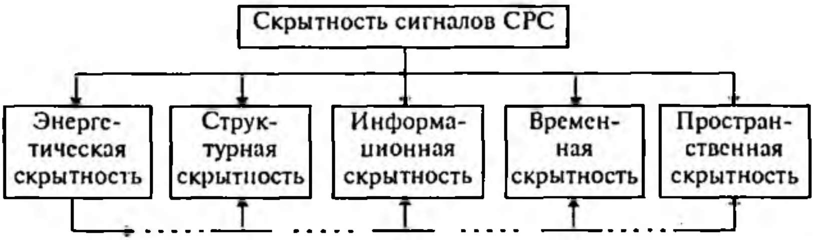


Рис. 1.19.

Энергетическая скрытность [1-3] направлена на исключение или существенное затруднение обнаружения сигналов СРС станцией РТР. Энергетическая скрытность может быть оценена различными показателями, например: вероятностью обнаружения сигналов СРС P_D при заданной вероятности ложной тревоги P_F; отношением сигнал-шум на входе станции РТР q^2, обеспечивающим заданные вероятности обнаружения P_D и ложной тревоги P_f; наконец, дальностью обнаружения (разведки) D_p сигналов СРС при заданном отношении сигнал-шум q^2. Последний показатель (дальность обнаружения) находит широкое применение при решении многих практических задач.

При этом дальность разведки сигналов передатчика СРС D_p станцией РТР с некоторой степенью приближения может быть найдена из выражения

$$D_p \approx \frac{\lambda}{4\pi}\left(\frac{P_{\text{с.экв}}}{P_{\text{пр.экв}}}\frac{1}{q^2}K_{\text{н.п}}K_{\text{п.э}}\right)^{1/2}, \tag{1.28}$$

где λ - длина волны (м); $P_{\text{с.экв}}$ - эквивалентная мощность передатчика СРС (Вт), $P_{\text{с.экв}} = P_{\text{пер}}G_{\text{пер}}$; $P_{\text{пер}}$ - мощность передатчика СРС (Вт); $G_{\text{пер}}$ - коэффициент направленного действия (КНД) антенны СРС на станцию РТР; $P_{\text{пр.экв}}$ - эквивалентная чувствительность приемника станции РТР (Вт), $P_{\text{пр.экв}} = P_{\text{пр}} / G_{\text{пр}}$; $P_{\text{пр}}$ - предельная чувствительность приемника станции РТР (Вт); $G_{\text{пр}}$ - КНД антенны приемника станции РТР в направлении на передатчик СРС; q^2 - отношение сигнал-шум на входе приемника станции РТР, при котором обеспечиваются заданные вероятности обнаружения сигналов СРС P_D и ложной тревоги P_F; $K_{\text{н.п}}$ - коэффициент несовпадения поляризаций входного сигнала и антенны приемника станции РТР; $K_{\text{п.э}}$ - коэффициент передачи энергии по антенно-фидерному тракту приемника станции РТР.

Если при проведении расчетов дальности обнаружения сигналов СРС принять, что $K_{\text{н.п}}=0{,}5$, $K_{\text{п.э}}=0{,}5$, $q^2=1$, то в соответствии с (1.28) имеем

$$D_{p\max} \approx \frac{\lambda}{2(4\pi)}\left(\frac{P_{\text{пер}}G_{\text{пер}}G_{\text{пр}}}{P_{\text{пр}}}\right)^{1/2}. \tag{1.28a}$$

Заметим, что максимальная дальность разведки сигналов СРС (1.28а) может быть достигнута при условии, что в станции РТР используются оптимальные или, в крайнем случае, квазиоптимальные алгоритмы обнаружения.

Структурная скрытность [1-3] направлена на исключение или существенное затруднение вскрытия структуры (вида) сигналов СРС. Структура сигнала определяется характером его кодирования и модуляции. Показателем структурной скрытности может служить вероятность раскрытия структуры сигнала при условии, что этот сигнал обнаружен. В [25] изложен метод определения структурной скрытности сигналов, для которого не требуется знания алгоритмов обработки в станции РТР. При данном методе определяется потенциальная структурная скрытность, выражаемая числом двоичных измерений (диз), которые необходимо осуществить для раскрытия структуры сигнала. На рис.1.20 изображены зависимости структурной скрытности $S_{диз}$ для сигналов M - последовательности $S_{М}$; сегментов M - последовательностей $S_{см}$; сигналов в виде случайных двоичных последовательностей $S_{сл}$; сигналов с ППРЧ $S_{пп}$ и отрезка эргодического нормального флуктуационного процесса $S_{ш}$ как функции базы сигнала B_s.

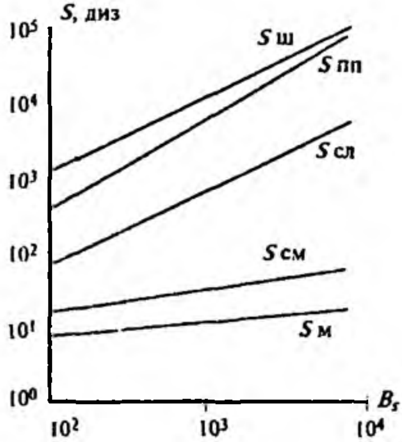


Рис. 1.20.

На рис.1.20 видно, что потенциальная структурная скрытность сигналов с ППРЧ значительно выше, чем у сигналов в виде двоичных случайных последовательностей. Так, для сигналов с ППРЧ скрытность $S_{пп}=0{,}693B_s \log_2 B_s$, а для сигналов со случайным чередованием 1 и 0 - $S_{сл}=B_s$. Это объясняется большим числом степеней свободы, которыми обладает сигнал с ППРЧ, представляемый двухмерной ЧВМ.

Информационная скрытность определяется способностью противостоять мерам РТР, направленным на раскрытие смысла передаваемой с помощью СРС информации [2]. В качестве меры информационной скрытности можно принять вероятность раскрытия содержания передаваемого сообщения при условии, что сигнал обнаружен и выделен. Однако в большинстве случаев для решения задач РЭП требуется только распознавание типа (класса, вида) СРС.

Вследствие частичного или полного перекрытия диапазонов параметров сигналов разведываемых СРС с диапазонами аналогичных параметров сигналов других СРС, а также из-за нестабильности параметров, ошибок в их измерении и т.п. процесс распознавания СРС является случайным событием. Для примера на рис.1.21 изображены диапазоны перестройки рабочей частоты f_p и длительности скачков частоты T_h для четырех типов СРС с ППРЧ.

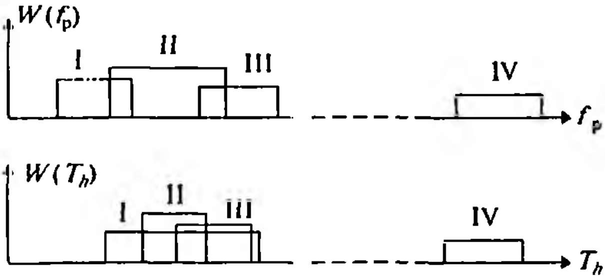


Рис. 1.21.

На рис.1.21 видно, что некоторые параметры сигналов различных СРС либо не имеют перекрытий, либо перекрываются между собой частично или полностью. Поэтому при сравнении измеренных параметров сигнала с возможными их значениями для различных типов СРС могут иметь место следующие ситуации: 1) измеренная комбинация (совокупность) значений параметров сигналов относится только к одному типу СРС, например, к четвертому; в этом случае тип СРС распознается достоверно; 2) принятый сигнал по комбинации измеренных значений параметров f_p и T_h может быть отнесен к нескольким типам СРС, например, к первому и второму; в этом случае дать однозначный ответ о том, какому из этих типов СРС принадлежит разведанный сигнал можно только с некоторой вероятностью. Поэтому для оценки информационной скрытности СРС можно воспользоваться вероятностью их распознавания и перепутывания на различных уровнях классификации (например, на уровне класса, вида, типа).

Под вероятностью распознавания типа (класса, вида) СРС будем понимать вероятность события, заключающегося в принятии правильного решения (по результатам измерений и анализа параметров сигналов разведываемых СРС) о принадлежности принятой станцией РТР комбинации значений параметров сигнала s_k, $k=1,2,...,K$, *к определенному типу СРС.* В общем случае распознавание типа СРС может рассматриваться как задача теории статистических решений [26]. При этом для распознавания типа СРС широкое распространение получил критерий Байеса, для которого оказывается возможным задать априорные вероятности $P(i)$ появления сигнала СРС i-го типа в суммарном потоке сигналов, поступающих на вход станции РТР, а также - функцию потерь.

В рассматриваемой задаче распознавания типа СРС при принятии правильного решения потери равны нулю и одинаковы при принятии любого неправильного решения. Поэтому функцию потерь можно представить в виде [26]:

$$L_{ij} = 1 - \delta_{ij}, \tag{1.29}$$

где $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases}$

Таким образом, выражение (1.29) характеризует нормированную величину потерь, равную единице при неправильном распознавании СРС i-го типа, и равную нулю (отсутствие потерь) в случае правильного распознавания СРС i-го типа.

Учитывая, что принятая комбинация значений параметров сигнала s_k может принадлежать любому из N типов СРС, находящимся в зоне разведки, математическое ожидание потерь, связанных с отнесением комбинации s_k к j-у типу СРС, может быть определена из выражения

$$r_j(s_k) = \sum_{i=1}^{N} L_{ij} P(i|s_k). \tag{1.30}$$

Вероятность того, что при регистрации данной комбинации значений параметров s_k излучение принадлежит СРС i-го типа, определяется формулой Байеса

$$P(i|s_k) = \frac{P(i)P(s_k|i)}{P(s_k)}, \tag{1.31}$$

где $P(s_k)$ - полная вероятность,

$$P(s_k) \triangleq \sum_{j=1}^{N} P(j)P(s_k|j). \tag{1.32}$$

Учитывая (1.31), формулу для средних потерь $r_j(s_k)$ можно представить выражением

$$r_j(s_k) = \sum_{i=1}^{N} L_{ij} P(s_k|i)P(i), \tag{1.33}$$

в котором исключен общий множитель $1/P(s_k)$.

Подставляя функцию потерь L_{ij} (1.29) в (1.33), получим

$$r_j(s_k) = \sum_{i=1}^{N} (1 - \delta_{ij}) P(s_k|i)P(i). \tag{1.34}$$

Из (1.34) следует, что байесовский алгоритм обеспечивает отнесение комбинации значений параметров s_k к СРС i-го типа, если выполняется условие

$$P(s_k|i)P(i) > P(s_k|j)P(j), \quad j = 1,2,\dots,N, \quad j \neq i. \qquad (1.35)$$

Для применения алгоритма (1.35) требуется знание априорных вероятностей $P(i)$ и условных вероятностей $P(s_k|i)$.

Априорные вероятности появления сигналов СРС i-го типа (соответственно j-го типа) могут быть найдены по формуле

$$P(i) = \frac{n_i \mu_{ci}}{\sum\limits_{i=1}^{N} n_i \mu_{ci}}, \qquad (1.36)$$

где n_i - число СРС i-го типа, находящихся в районе ведения разведки станцией РТР; μ_{ci} - частота включения СРС i-го типа для работы с излучением.

При отсутствии сведений о частоте включения СРС можно считать, что априорная вероятность $P(i)$ пропорциональна числу СРС i-го типа

$$P(i) = \frac{n_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} n_i}.$$

Условная вероятность того, что СРС i-го типа будет иметь s_k-ю комбинацию значений M параметров $x_{1s_k}, x_{2s_k}, \dots, x_{Ms_k}$, может быть найдена из выражения

$$P(s_k|i) = \int\limits_{x_{1s_k}-\frac{\Delta x_1}{2}}^{x_{1s_k}+\frac{\Delta x_1}{2}} \cdots \int\limits_{x_{Ms_k}-\frac{\Delta x_M}{2}}^{x_{Ms_k}+\frac{\Delta x_M}{2}} W_i(x_1, x_2, \dots, x_M)\,dx_1 dx_2 \dots dx_M. \qquad (1.37а)$$

Если принять, что для большинства параметров сигнала, используемых при распознавании, значения каждого параметра сигнала СРС не зависят от значений других параметров, то условная вероятность того, что СРС i-го типа будет иметь s_k-ю комбинацию значений M параметров $x_{1s_k}, x_{2s_k}, \dots, x_{Ms_k}$

$$P(s_k|i) = \prod_{m=1}^{M} \int\limits_{x_{ms_k}-\frac{\Delta x_m}{2}}^{x_{ms_k}+\frac{\Delta x_m}{2}} W_i(x_m)\,dx_m. \qquad (1.37б)$$

В (1.37а) и (1.37б) обозначено: $W_i(x_1, x_2, \ldots, x_M)$ - M-мерная плотность распределения параметров РЭС i-го типа; Δx_m - точность измерения соответствующего параметра.

Вид распределений (1.37б) зависит от типа СРС и измеряемого параметра сигнала. Так, для СРС с ППРЧ можно говорить о равномерном распределении рабочей частоты по диапазону перестройки W_s.

Кроме вероятности распознавания типа СРС $P(i|i)$ представляет интерес также вероятность перепутывания типа СРС $P(j|i)$, т.е. вероятность ошибочного отождествления СРС i-го типа с СРС j-го типа. Вероятность перепутывания типа СРС определяется по аналогии с вероятностью правильного распознавания типа СРС при функции потерь, имеющей вид (1.29), в которой правило принятия решения

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases} \tag{1.38}$$

Из вероятностей правильного распознавания $P(i|i)$ и перепутывания $P(j|i)$ может быть составлена матрица распознавания типов СРС

$$P_{\text{р}} = \begin{vmatrix} P(1|1) & P(1|2) & \cdots & P(1|N) \\ P(2|1) & P(2|2) & \cdots & P(2|N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P(N|1) & P(N|2) & \cdots & P(N|N) \end{vmatrix} \tag{1.39}$$

в которой элементы на главной диагонали представляют собой вероятности правильного распознавания типа СРС $P(i|i)$, все другие элементы - вероятности перепутывания типа СРС $P(j|i)$.

Временная скрытность СРС определяется возможностью РТР по сбору необходимой информации о СРС (виде и параметрах сигналов, назначении СРС и т.п.) за определенное время и зависит от условий, в которых используется СРС, ее временных режимов работы на излучение, тактико-технических характеристик (ТТХ) станции РТР и характера ведения разведки. Временную скрытность можно оценить временем сбора РТР данных о СРС с заданной вероятностью. Анализ временной скрытности может быть основан на представлении временного режима работы СРС на излучение и моментов пребывания СРС в диаграмме направленности антенны (ДНА) станции РТР в виде потоков случайных импульсов, изображенных на рис.1.22.

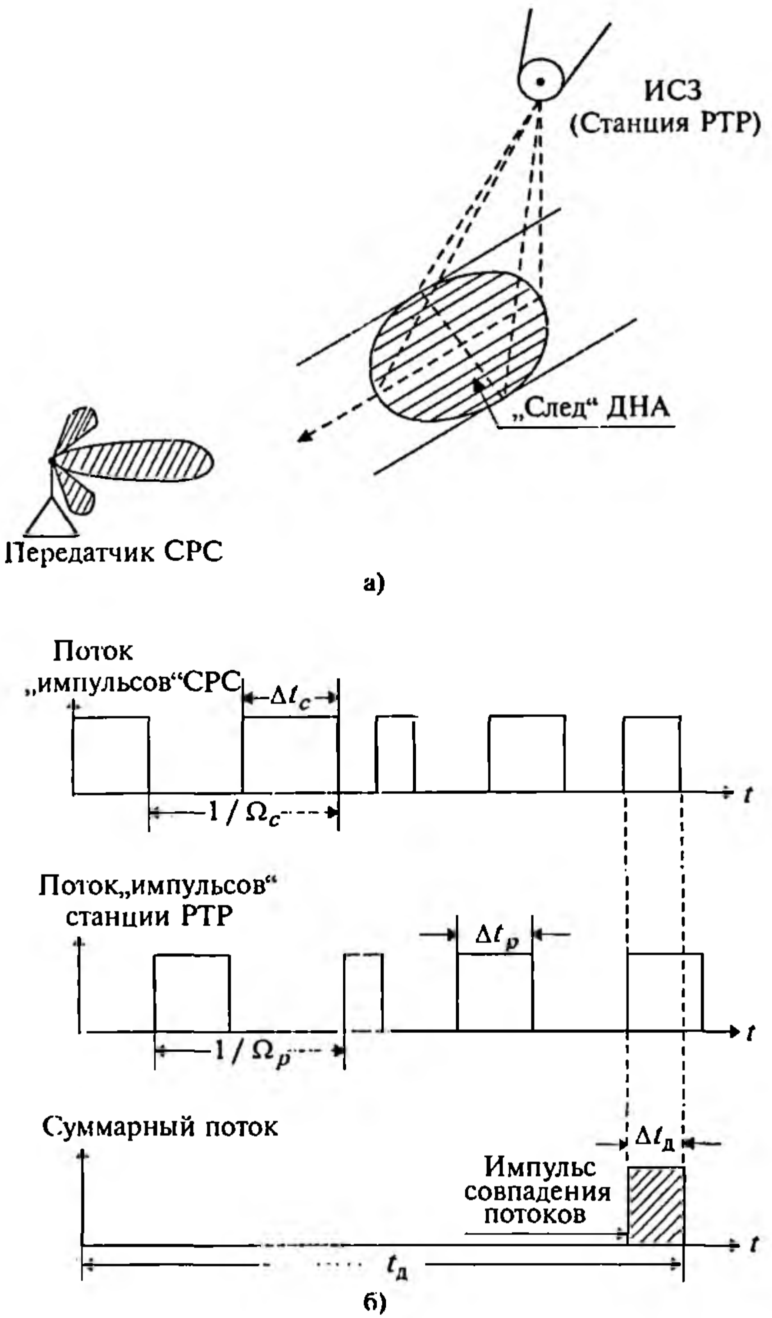

ИСЗ
(Станция РТР)
„След“ ДНА
Передатчик СРС
а)
Поток
„импульсов“СРС
Δt_c
t
$1/\Omega_c$
Поток„импульсов“
станции РТР
Δt_p
t
$1/\Omega_p$
Суммарный поток
$\Delta t_д$
Импульс
совпадения
потоков
t
$t_д$
б)

Рис. 1.22.

При этом под „следом " ДНА, показанном на рис.1.22,а, понимается площадь, высвечиваемая диаграммой направленности антенны станции РТР на поверхности земли. Для существующих режимов работы СРС с ППРЧ и функционирования подвижных станций РТР суммарный поток можно считать пуассоновским, т.е. имеет место экспоненциальный закон распределения интервалов времени между импульсами совпадения потоков [27]. При этом вероятность получения станцией РТР $P(\overline{t_д})$ информации о СРС за среднее время $\overline{t_д}$ может быть определена из выражения

$$P(\overline{t_д}) = 1 - \exp(-\overline{\Omega}\,\overline{t_д}), \qquad (1.40)$$

где $\overline{\Omega}$ - средняя частота совпадения потоков, $\overline{\Omega}=\overline{\Omega_p}\,\overline{\Omega_c}(\overline{\Delta t_p}+\overline{\Delta t_c})$; $\overline{\Omega_c}, \overline{\Delta t_c}$ - средняя частота и длительность включения СРС на излучение; $\overline{\Omega_p}, \overline{\Delta t_p}$ - средняя частота и длительность пребывания СРС в диаграмме направленности антенны (или в „следе" ДНА) станции РТР; для подвижных станций РТР параметр $\overline{\Omega_p}$ численно равен средней частоте их появления в зоне разведки СРС; $\overline{t_д}$ - среднее время, за которое происходит совпадение импульсов двух потоков.

На основе (1.40) получаем зависимость для среднего времени сбора станцией РТР данных о СРС

$$\overline{t_д} = -\frac{1}{\overline{\Omega_p}\,\overline{\Omega_c}(\overline{\Delta t_p}+\overline{\Delta t_c})}\ln[1 - P(\overline{t_д})] \qquad (1.41)$$

при условии, что носитель станции РТР находится в пределах дальности действия передатчика СРС.

Пространственная скрытность СРС характеризует способность препятствовать станции РТР с необходимой точностью определять направление прихода сигналов (или местоположение) СРС. Пространственная скрытность СРС, как и другие виды скрытности, кроме энергетической, является условным событием и зависит от ряда параметров СРС, например, мощности сигнала, вида и параметров ДНА. Пространственную скрытность СРС можно характеризовать точностью определения направления прихода сигналов (или местоположения) СРС при заданном отношении сигнал-шум. Пространственная скрытность СРС может быть оценена радиусом зоны R_M, в пределах которой с заданной вероятностью P_M может находиться разведываемая СРС,

$$R_M = \sigma_{R_M}\sqrt{-\ln(1 - P_M)}, \qquad (1.42)$$

где $\sigma_{R_{M}}$ - среднеквадратическая ошибка измерения местоположения СРС, которая зависит от метода определения местоположения СРС и условий ведения РТР.

В заключение отметим, что скрытность сигналов СРС, особенно характеристик и параметров сигналов специальных СРС, от аппаратуры РТР является одним из важнейших требований информационной безопасности телекоммуникационных систем, обеспечивающих деятельность войск и управление оружием. При этом требования по скрытности СРС формулируются, как правило, на сигнальном уровне, исходя из иерархической структуры обеспечения информационной безопасности систем радиосвязи и управления.

1.3.3. Радиоэлектронный конфликт: „система радиосвязи - система РЭП"

Процесс функционирования СРС в условиях организованных помех по своей физической сущности может быть представлен как радиоэлектронный конфликт (РЭК), в котором с одной стороны участвует СРС, а с другой - система РЭП, состоящая в общем случае из станции РТР и непосредственно станции помех (рис.1.23).

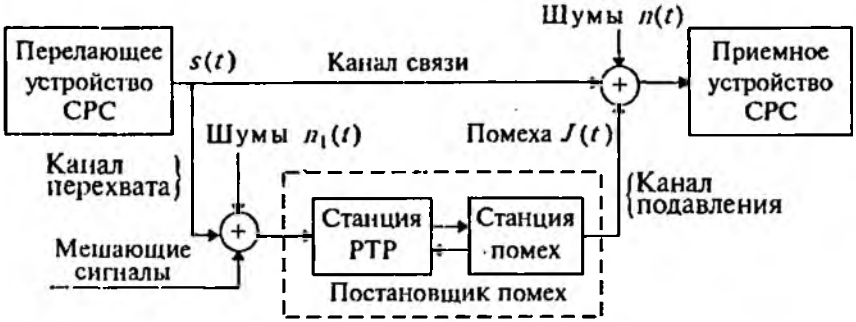


Рис. 1.23.

В таком конфликте каждая из противоборствующих сторон, преследующая строго противоположные интересы (цели), стремится сохранить свою „доконфликтную" эффективность. В качестве общего показателя эффективности конфликтующих систем можно использовать СВО на бит, как основную меру количественной оценки помехоустойчивости СРС. В радиоэлектронном конфликте „система радиосвязи - система РЭП" этот показатель максимизируется со стороны системы РЭП и минимизируется со стороны СРС. Для выработки рекомендаций по рациональному образу действий (поведения) в условиях РЭК может служить методология теории игр [28]. При этом результат любого действия каждой из сторон зависит от того, какой образ действий выбирает противная сторона. Так как в конфликтных ситуациях каждая из противоборствующих сторон не располагает достаточной априорной информацией о том, что предпримет противная сторона, то решение методами теории игр принимается при определенных ограничениях.

Используя основной принцип теории игр - принцип минимакса [28], диктующий конфликтующим системам выбор соответствующих параметров и характера действий (так называемых стратегий, решений), математическую модель РЭК „система радиосвязи - система РЭП" можно представить в виде [29]:

со стороны системы РЭП

$$\min_{\alpha_{срс}} P_E(\alpha^*_{сп},\alpha_{срс}) = P_E[\alpha^*_{сп},\alpha^*_{срс}(\alpha^*_{сп})] = \max_{\alpha_{сп}} \min_{\alpha_{срс}} P_E(\alpha_{сп},\alpha_{срс}); \tag{1.43а}$$

со стороны СРС

$$\max_{\alpha_{сп}} P_E(\alpha_{сп},\alpha^*_{срс}) = P_E[\alpha^*_{сп}(\alpha^*_{срс}),\alpha^*_{срс}] = \min_{\alpha_{срс}} \max_{\alpha_{сп}} P_E(\alpha_{сп},\alpha_{срс}), \tag{1.43б}$$

где $\alpha_{срс},\alpha_{сп}$ - стратегии СРС и системы РЭП; $\alpha^*_{сп}(\alpha^*_{срс})$, $\alpha^*_{срс}(\alpha^*_{сп})$ - наилучшие стратегии системы РЭП и СРС при условии, что стратегии противной стороны известны; $\alpha^*_{сп}$ - стратегия системы РЭП, максимизирующая СВО на бит P_E; $\alpha^*_{срс}$ - стратегия СРС, минимизирующая СВО на бит P_E.

Сформированный максимин (1.43а) определяет нижнюю цену игры $P_E[\alpha^*_{сп},\alpha^*_{срс}(\alpha^*_{сп})]$, т.е. гарантированный для системы РЭП верхний уровень эффективности, а минимакс (1.43б) - верхнюю цену игры $P_E[\alpha^*_{сп}(\alpha^*_{срс}),\alpha^*_{срс}]$, т.е. гарантированный для СРС нижний уровень своей эффективности. Приведенные минимаксные стратегии являются достаточно осторожными, так как формируются из предположения, что одна сторона обладает всей необходимой информацией, а противная сторона детальной информации не имеет. Более естественно предположить, что и противная сторона будет иметь требуемую информацию. При таких условиях каждая из сторон будет использовать недостатки противной стороны.

В ситуации, когда нижняя и верхняя цены игры не равны [28], чистые минимаксные стратегии, вытекающие из (1.43а) и (1.43б), являются неустойчивыми, так как каждая из сторон стремится использовать недостатки другой по мере того, как они становятся известными.

Напротив, если обе цены игры равны между собой, т.е. соответствующая пара стратегий определяет как максимин, так и минимакс, то эти стратегии приобретают устойчивость. В отличие от предыдущего случая стремление каждой из противной стороны достичь большего результата, чем это определяется чистой ценой игры, становится невозможным: таких стратегий не существует, если противная сторона остается на своей минимаксной стратегии. Игра, приводящая к такой ситуации, называется игрой с седловой точкой, при которой

$$P_{E}(\alpha_{\text{сп}},\overset{*}{\alpha}_{\text{срс}}) \le P_{E}(\overset{*}{\alpha}_{\text{сп}},\overset{*}{\alpha}_{\text{срс}}) \le P_{E}(\overset{*}{\alpha}_{\text{сп}},\alpha_{\text{срс}}). \tag{1.44}$$

Стратегии $\overset{*}{\alpha}_{\text{сп}},\overset{*}{\alpha}_{\text{срс}}$ в (1.44), являющиеся координатами седловой точки в матрице игры, называются оптимальными, а их совокупность представляет решение игры.

Приведенная математическая модель РЭК наиболее полно может быть реализована на этапах проектирования и разработки СРС, в частности при синтезе помехоустойчивых алгоритмов приема и обработки сигналов. Вместе с тем, отдельные элементы теории РЭК могут быть использованы и при анализе качества функционирования СРС в условиях РЭП, например, при оценке минимальной помехоустойчивости СРС в условиях наихудших помех. Примеры такого анализа будут рассмотрены далее применительно к конкретным видам помех. Здесь только заметим, что при создании наихудших помех, максимизирующих СВО на бит, система РЭП должна обеспечивать поиск и обнаружение сигналов подавляемых СРС, измерение их параметров, определение направления на источник излучения и его местоположения.

Процессы поиска, обнаружения, измерения параметров и направления прихода сигналов СРС являются вероятностными событиями как энергетического, так и временного характера. Наиболее конструктивный подход к оценке эффективности СРС в условиях РЭП, учитывающий энергетические возможности и динамику функционирования во времени СРС и системы РЭП, изложен в монографии В.И. Борисова и В.М. Зинчука [30].

Разработанные авторами книги концепция и современная методология вероятностно-временной модели функционирования СРС в условиях РЭП позволяют производить оценку СВО на бит, учитывающую энергетические и временные возможности СРС и станции РТР по поиску и обнаружению сигналов СРС при конечном времени передачи информации и действии помехи со случайным временем запаздывания. С использованием вероятностно-временной модели получено общее выражение для СВО на бит информации P_E, позволяющее оценивать помехоустойчивость различных линий радиосвязи

$$P_E(N) = P_{E_0} + P_{об}(N)\left[1 - \frac{\overline{K_0}}{N}\right](P_{E_1} - P_{E_0}), \qquad (1.45)$$

где $P_{E_0} = P_E(q_0^2)$, $P_{E_1} = P_E(q_1^2)$ - средние вероятности ошибки на бит информации при отсутствии и наличии помех РЭП; $P_{об}(N)$ - вероятность правильного обнаружения факта передачи сигналов СРС станцией РТР на одной из частот; $\overline{K_0}$ - среднее число шагов поиска длительностью T_0, затрачиваемое на правильное обнаружение сигнала СРС станцией РТР за время $T = NT_0$; N - число сигналов, передаваемых за время T; q_0^2 - отношение сигнал-шум; q_1^2 - отношение сигнал-помеха.

Из выражения (1.45) следуют два важных практических вывода: 1) учет энергетических и временных возможностей станции РТР и станции помех позволяет получить более реальную оценку эффективности РЭП; 2) при $P_{об}(N) \to 0$ и $\overline{K_0} \to N$ подавление СРС становится невозможным.

1.4. Модели и краткая характеристика основных видов помех

Для подавления СРС с расширением спектра, в частности СРС с ППРЧ могут применяться различные виды организованных помех. Основными видами помех, которые сравнительно просто реализуются в системах РЭП, являются: шумовая заградительная помеха; шумовая помеха в части полосы; полигармоническая помеха; ответная (ретранслированная) помеха (рис.1.24) [1-4,7-9,17,19, 20,31-33].

Виды помех реализуются в соответствующих станциях помех (СП). Все многообразие вариантов СП определяется в основном путями, которыми их разработчики стремятся сконцентрировать ограниченную мощность передатчиков в определенных частотных диапазонах, временных интервалах и пространственных секторах.

Наиболее универсальной и устойчивой к различным способам помехоустойчивости, применяемым в СРС, является шумовая заградительная помеха (рис.1.24,а), модель которой представляет собой ограниченный по полосе АБГШ со спектральной плотностью мощности G_j

$$G_j = P_j / W_s. \qquad (1.46)$$

Заградительная помеха должна перекрывать частотный диапазон СРС и при соответствующей мощности СП в состоянии по-

МОДЕЛИ ПОМЕХ

Шумовая заградительная помеха
(ограниченный по полосе АБГШ).

Шумовая помеха в части полосы
(сосредоточенная по спектру помеха).

Полигармоническая помеха
(сетка гармонических (тональных) помех).

Ответная помеха:
шумовая помеха ш,
гармоническая помеха г.

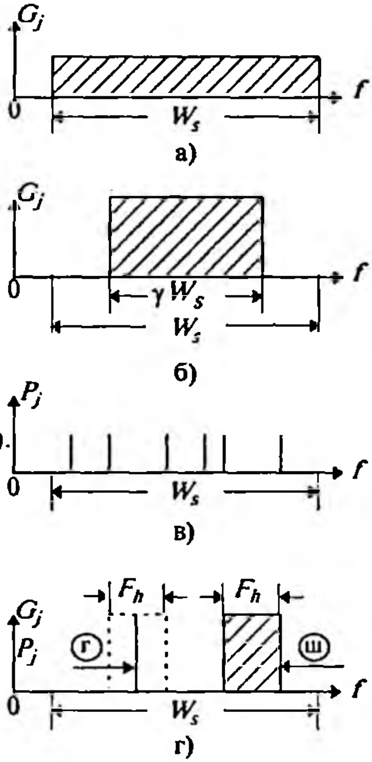


Рис. 1.24.

давить СРС при любых способах перестройки частоты. В виду значительного частотного диапазона СРС с ППРЧ мощность передатчика помех должна быть достаточно большой. В связи с этим СП заградительного вида представляет большую опасность с точки зрения обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС) для других радиоэлектронных средств (РЭС), работающих в том же диапазоне частот. При этом сама СП становится радиозаметной и, в силу этого, уязвимой целью для самонаводящихся по радиоизлучению ракет. Отмеченные недостатки сужают возможности применения СП заградительного вида, особенно в группировках РЭС. Вместе с тем, в некоторых особых оперативно-тактических ситуациях может потребоваться применение заградительных помех.

Мощность шумовой помехи может быть использована более эффективно за счет сосредоточения ее в ограниченной полосе частот, значительно меньшей, чем диапазон частот СРС с ППРЧ. Такую помеху принято называть шумовой помехой в части полосы (сосредоточенной по спектру помехой, помехой с частичным перекрытием спектра сигналов СРС) (рис.1.24,б). Спектральная плотность мощности шумовой помехи в части полосы G_j может быть представлена в виде двух уровней:

$$G_j = \begin{cases} P_j / (\gamma W_s) & \text{в полосе } \gamma W_s; \\ 0 & \text{в полосе } (1-\gamma) W_s, \end{cases} \qquad (1.47)$$

где γ - коэффициент, характеризующий часть полосы, занимаемую помехой, $0 \le \gamma \le 1$.

Как следует из (1.47), спектральная плотность мощности шумовой помехи в части полосы возрастает в $1/\gamma$ раз по сравнению со спектральной плотностью мощности шумовой заградительной помехи (1.46). Станция шумовых помех с равномерно распределенной мощностью в пределах полосы γW_s подавляет частотные элементы сигнала с ППРЧ с вероятностью γ. Вероятность того, что эти же частотные элементы сигнала с ППРЧ не подавляются помехой равна $(1-\gamma)$.

В [33] рассматриваются возможности трехуровневой шумовой помехи, спектральная плотность мощности которой

$$G_j = \begin{cases} P_{j1} / (\gamma_1 W_s) & \text{в полосе } \gamma_1 W_s; \\ P_{j2} / (\gamma_2 W_s) & \text{в полосе } \gamma_2 W_s; \\ 0 & \text{в полосе } (1-\gamma_1-\gamma_2) W_s, \end{cases}$$

где P_{j1}, P_{j2} - мощность помехи большего и меньшего уровней, соответственно; за счет выбора значений P_{j1} и $P_{j2} = P_j - P_{j1}$ такая помеха имеет дополнительную степень свободы.

Трехуровневая помеха является эффективной для схем приема сигналов с тестом порога отношения сигналов, соответствующих символам 1 и 0, и стиранием символов, подверженных воздействию помех.

С целью повышения эффективности СП спектр шумовой помехи в части полосы целесообразно скачкообразно по случайному закону перемещать по всему диапазону частот, занимаемому СРС с ППРЧ. При данной модели помехи для любого отношения сигнал-помеха P_s/P_j имеет место оптимальное значение части подавляемой полосы γ_{opt}, при которой помехоустойчивость СРС будет минимальной. Помеха с такими параметрами является наихудшей для СРС. С целью текущей оптимизации ширины спектра помехи в части полосы и мощности помехи в СП необходимо иметь станцию РТР для измерения параметров сигналов подавляемых СРС.

Для СРС с ППРЧ эффективной помехой при определенных условиях является полигармоническая помеха (многотональная *помеха)*, представляющая собой набор из I немодулированных гармонических колебаний равной мощности, распределенных по диапазону частот W_s в соответствии с заданной постановщиком помех стратегией (рис.1.24,в),

$$J(t)=\sum_{i=1}^{I}\sqrt{\frac{2P_{j\,общ}}{I}}\cos(\omega_{ji}t+\varphi_{ji}). \tag{1.48}$$

Для создания эффективной полигармонической помехи требуется достаточно точное наведение узкополосных помех на центральные частоты каналов СРС с ППРЧ, а также обеспечение на входе i-го канала приемника СРС определенного соотношения мощности помехи P_j и мощности сигнала P_s

$$\frac{P_j}{I}=\frac{P_s}{\alpha}, \tag{1.49}$$

где α - некоторое положительное число (параметр распределения мощности), выбираемое постановщиком помех в соответствии с заданной стратегией таким образом, чтобы оптимизировать эффективность помехи.

Заметим, что эффективность гармонической помехи, действующей в том же канале, в котором находится и сигнал, зависит от разности фаз между помехой и сигналом. При неблагоприятных фазовых соотношениях и равенстве $P_j=P_s$ помеха может полностью подавить полезный сигнал.

Средняя мощность передатчика полигармонической помехи в случае равномерного распределения узкополосных помех по всем частотным каналам диапазона СРС должна быть в M_f раз больше мощности полезного сигнала. Таков энергетический выигрыш СРС с ППРЧ при воздействии на нее полигармонической помехи. В простейшей одноканальной СРС с ППРЧ доля частотных каналов, пораженных полигармонической помехой I/M_f. В этом случае одна гармоническая помеха при воздействии на СРС с ППРЧ, имеющей, например 10^3 каналов, может привести к появлению ошибки с вероятностью 10^{-3}, что явно недопустимо при цифровой передаче информации.

Такие простейшие СРС не могут использоваться в условиях РЭП и требуется разработка более помехоустойчивых СРС.

Основными методами постановки многотональных помех СРС с M-ичной ЧМ являются [3,32]:

А. *Метод „полосового подавления"*, сущность которого состоит в распределении m немодулированных сигналов в каждой M-ичной полосе, $m\in[1,M]$. При этом каждая M-ичная полоса содержит или точно m тонов, или не содержит ни одного тона.

Б. *Метод „независимого многотонального подавления"* заключается в случайном распределении немодулированных сигналов по сегментам ППРЧ в полосе W_s, при котором постановщик помех не управляет их числом в отдельных каналах СРС.

На рис.1.25 [32] изображены указанные методы многотонального подавления (А и Б) для случая, когда $M = 4$; $m = 2$; частотная полоса сегмента равна R_s, где $R_s = R_b / \log_2 M$.

Эффективность методов подавления А и Б зависит от априорной информации о характеристиках сигналов M-ичной СРС. Так, метод „полосового подавления" применяется в случае, когда постановщику помех известна частота M-ичного сегмента и имеется возможность разместить помеху в поражаемый сегмент.

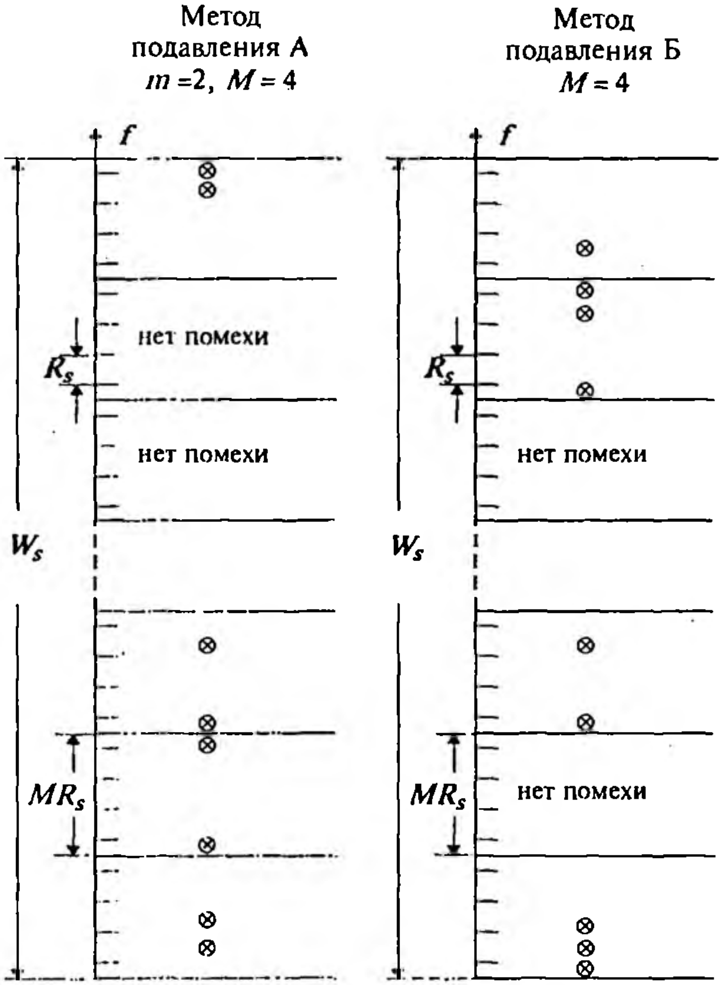


Рис. 1.25.

Учитывая изложенное, а также соотношение (1.49), для пораженных помехами M-ичных сегментов при методе „полосового подавления" (по аналогии с параметром γ в случае шумовой помехи в части полосы) [32]

$$\gamma = \frac{l}{W_s / R_s} = \frac{\alpha}{kE_s / G_j}. \tag{1.50}$$

Так как стратегия метода „полосового подавления" требует, чтобы M-ичная полоса содержала или точно n тонов, или ни одного, то M-ичная полоса будет подавляться с вероятностью

$$p = \frac{M\gamma}{n}. \tag{1.51}$$

Из (1.51) следует, что метод „полосового подавления" наиболее эффективен при $n = 1$. Метод „независимого многоканального подавления" не требует таких допущений (как метод А), поэтому при $l >> M$ вероятность подавления M-ичной полосы

$$p = 1 - (1 - \gamma)^M \tag{1.52}$$

или при больших отношениях E_s / G_j вероятность подавления $p \approx \gamma M$.

В силу того, что одной гармонической помехи достаточно, чтобы вызвать ошибку в M-ичном символе, а постановщику помех неизвестна последовательность переключения частот, то он попытается охватить помехами как можно больше M-ичных полос, максимизируя тем самым вероятность подавления p.

Имеющуюся мощность СП наиболее рационально можно использовать при создании ответных помех. Мощность передатчика помех в этом случае концентрируется лишь в полосе частот основного или дополнительного (или основного и дополнительного) каналов подавляемой СРС и только во время ее работы. В качестве ответной помехи могут применяться шумовая и узкополосная (гармоническая) помеха (рис.1.24,г), а также комбинация шумовой и узкополосной помех.

Ответные помехи в определенной степени являются копией частотных элементов сигнала подавляемой СРС. Это может привести к тому, что на приемной стороне СРС с ППРЧ и ЧМ такие помехи могут быть восприняты как полезные сигналы своего корреспондента. В общем же случае ответные помехи могут представлять собой модулированные шумом перехваченные частотные элементы сигнала с ППРЧ. Моделью таких помех является стационарный узкополосный гауссовский процесс.

Для применения ответных помех станция РТР должна осуществлять анализ радиоэлектронной обстановки и выбор на этой основе СРС, подлежащей подавлению. При отсутствии приема сигналов от СРС излучение помехи прекращается и станция РТР переходит в режим поиска сигналов СРС. В результате повышается пропускная способность СП, лучше обеспечивается ЭМС этих СП с другими РЭС. Следует отметить, что ответная помеха особенно эффективна против СРС с межсимвольной (медленной) ППРЧ. Применение в СРС скачков частоты с малой длительностью, случайной ЧМ, а также соответствующее размещение передатчика и приемника СРС относительно СП в принципе позволяют обеспечить „уход" сигналов СРС от перехвата, что, в конечном счете, может полностью исключить воздействие ответной помехи на приемник СРС.

Ответные помехи с точки зрения энергетических возможностей являются одними из эффективных для подавления СРС с ППРЧ. Их эффективность не зависит от коэффициента выигрыша, который имеет СРС за счет расширения спектра сигналов методом перестройки частоты. Однако создание ответных помех СРС с ППРЧ за сравнительно короткое время передачи частотных элементов сигнала (скачков частоты) наталкивается на технические и организационные трудности.

Серьезной проблемой, с которой сталкиваются при создании ответных помех, является не только ограничения по времени передачи помех, но и ограничения по мощности станции помех. Если одновременно перехватывается несколько сигналов в различных частотных каналах, то СП вынуждена либо распределять свою мощность между этими сигналами равномерно, либо попытаться выделить сигналы только подлежащей подавлению СРС.

Кроме организованных помех *в трактах приемника СРС неизбежно присутствуют собственные (тепловые) шумы.* Общепринято, что собственные шумы $n(t)$ на входе приемника СРС представляют собой стационарный нормальный случайный процесс с нулевым средним и энергетическим спектром

$$S_{ш}(\omega) = \frac{h\omega}{2\left[\exp\left(\frac{h\omega}{kT_{ш}}\right) - 1\right]}, \qquad (1.53)$$

где h - постоянная Планка, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ (Дж·с); k - постоянная Больцмана, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ (Дж/град); $T_{ш}$ - температура источника шума (^0K).

При обычных температурах в диапазоне радиочастот выполняется условие $h\omega \ll k\,T_{ш}$, тогда из (1.53) имеем

$$S_{\text{ш}}(\omega) \approx \frac{kT_{\text{ш}}}{2} = \frac{G_0}{2}. \tag{1.54}$$

Из (1.54) следует, что белый гауссовский шум имеет равномерный энергетический спектр в диапазоне частот от $-\infty$ до $+\infty$. Величина $G_0/2$ (Вт/Гц) называется двусторонней спектральной плотностью мощности шумов. При оценке характеристик реальных приемных устройств используется односторонняя (физическая) спектральная плотность мощности собственных шумов G_0, которая равна нулю при $\omega < 0$ (рис.1.26).

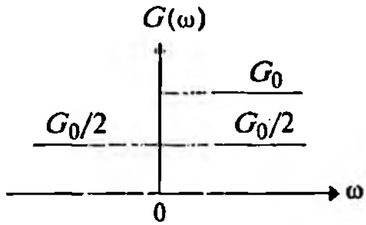


Рис. 1.26.

При работе СРС с ППРЧ в окружении других радиоэлектронных средств (РЭС) на приемное устройство СРС действуют мешающие сигналы этих средств, так называемые непреднамеренные (взаимные) помехи.

Анализ влияния непреднамеренных помех на СРС относится к области обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС). В общем случае под ЭМС понимается способность СРС совместно функционировать с требуемыми значениями показателей качества при воздействии непреднамеренных помех на приемные устройства СРС и не создавать недопустимые помехи приемным устройствам других РЭС. Проблема ЭМС, перекрываясь частично с проблемой помехоустойчивости СРС, тем не менее, имеет существенные отличия в составе рассматриваемых мешающих воздействий (помех), каналах проникновения непреднамеренных помех в приемные устройства СРС, целях и задачах, а также в методическом обеспечении их решения.

В связи с этим воздействие непреднамеренных помех на СРС с ППРЧ в дальнейшем не рассматривается.

Глава 2

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ТИПОВЫХ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ППРЧ И ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ

2.1. Условная вероятность ошибки на бит информации при двоичной ЧМ

Средняя вероятность ошибки на бит информации, характеризующая помехоустойчивость СРС в целом, в значительной мере определяется возможностями демодулятора по обработке входного процесса на интервале $[0,T_b]$, представляющего в частном случае аддитивную смесь сигнала, собственных шумов приемника СРС и организованных помех. В свою очередь, возможности демодулятора оцениваются условной вероятностью ошибки (УВО) на бит информации. Для определения УВО рассмотрим типовую структурную схему демодулятора некогерентных двоичных ЧМ сигналов, изображенную на рис.2.1.

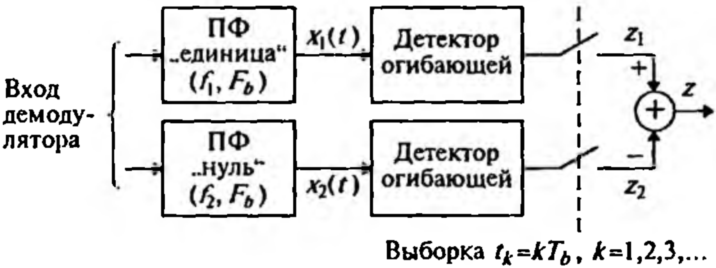


Рис. 2.1.

При проведении анализа примем, что полосовые фильтры каналов демодулятора имеют прямоугольную АЧХ с полосой пропускания F_b, центральные частоты фильтров $f_1, f_2 >> F_b$. Амплитудные детекторы надежно сглаживают высокочастотные колебания и успевают следить за огибающей сигнала. Решение относительно переданного символа (1 или 0) принимается в соответствии со значением выходной статистики $z=z_1-z_2$ (z_1, z_2 - статистики решения), которое сравнивается с пороговым (нулевым) уровнем. Положим, что при $z \geq 0$ принимается решение в пользу символа 1, при $z < 0$ - в пользу символа 0. Решение будет принято с ошибкой, если при передаче символа 1 окажется, что $z < 0$, и, наоборот, при передаче символа 0 - $z \geq 0$.

Полагаем, что на вход канала „единица" поступает полезный сигнал

$$s_1(t) = A\cos\omega_1 t, \quad 0 \leq t \leq T_b, \tag{2.1}$$

где A, ω_1 - амплитуда и частота сигнала.

Кроме того, на входе каждого из полосовых фильтров (ПФ) демодулятора действуют гауссовский шум $n(t)$ с равномерной спектральной плотностью мощности, обусловленный шумовой помехой и собственными шумами приемника, а также узкополосная помеха

$$J_i(t) = A_{ji}(t)\cos[\omega_i t + \varphi_i(t)], \quad i = 1,2, \tag{2.2}$$

где A_{ji}, ω_i и $\varphi_i(t)$ - амплитуда, частота и фаза помехи.

На выходе полосовых фильтров ограниченный по полосе белый гауссовский шум (БГШ) можно представить как квазигармоническое колебание

$$n_i(t) = n_{ci}(t)\cos\omega_i t - n_{si}(t)\sin\omega_i t, \quad i = 1,2, \tag{2.3}$$

где $n_{ci}(t)$ и $n_{si}(t)$ - низкочастотные квадратурная и синфазная составляющие случайных нормальных процессов.

С учетом (2.1), (2.2) и (2.3) результирующие сигналы на выходе полосовых фильтров можно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= A\cos\omega_1 t + A_{j1}(t)\cos[\omega_1(t) + \varphi_1(t)] + \\ &+ n_{c1}(t)\cos\omega_1 t - n_{s1}(t)\sin\omega_1 t; \\ x_2(t) &= A_{j2}(t)\cos[\omega_2(t) + \varphi_2(t)] + \\ &+ n_{c2}(t)\cos\omega_2 t - n_{s2}(t)\sin\omega_2 t. \end{aligned}\right| \tag{2.4}$$

Используя результаты [34], изложим вывод общего выражения для УВО на бит $P(E)$, которое широко применяется при оценке помехоустойчивости типовых некогерентных СРС с ППРЧ. С учетом зависимостей: $a\cos\alpha + b\sin\alpha = c\sin(\alpha + \varphi)$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\sin\varphi = a/c$; $\cos\varphi = b/c$ статистики z_1 и z_2 на выходе детекторов огибающей можно представить следующим образом

$$z_1 = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}; \quad z_2 = \sqrt{y_3^2 + y_4^2}, \tag{2.5}$$

где
$$\left.\begin{aligned} y_1 &\triangleq A + A_{j1}(T_b)\cos\varphi_1(T_b) + n_{c1}(T_b); \\ y_2 &\triangleq A_{j1}(T_b)\sin\varphi_1(T_b) + n_{s1}(T_b); \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

$$\left.\begin{aligned} y_3 &\triangleq A_{j2}(T_b)\cos\varphi_2(T_b) + n_{c2}(T_b); \\ y_4 &\triangleq A_{j2}(T_b)\sin\varphi_2(T_b) + n_{s2}(T_b). \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

В (2.6) и (2.7) T_b характеризует момент отсчета, в который выносится решение о приеме информационного символа. В силу того, что ограниченный по полосе БГШ является процессом с нулевым средним, математические ожидания случайных величин y_i, $i = 1,2,3,4$, определяются из выражений:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= M[y_1] = A + A_{j1}(T_b)\cos\varphi_1(T_b); \\ M_2 &= M[y_2] = A_{j1}(T_b)\sin\varphi_1(T_b); \end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

$$\left.\begin{aligned} M_3 &= M[y_3] = A_{j2}(T_b)\cos\varphi_2(T_b); \\ M_4 &= M[y_4] = A_{j2}(T_b)\sin\varphi_2(T_b). \end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

Так как y_1 и y_2, y_3 и y_4 являются независимыми и нормально распределенными случайными величинами, то при заданных значениях $A_{j1}(T_b)$ и $\varphi_1(T_b)$, $A_{j2}(T_b)$ и $\varphi_2(T_b)$ плотность их совместного распределения на выходе детектора огибающей каналов „единица“ и „нуль“ описывается двумерным нормальным распределением

$$f_1(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi P_1}\exp\left[-\frac{(y_1 - M_1)^2 + (y_2 - M_2)^2}{2P_1}\right]; \tag{2.10}$$

$$f_2(y_3, y_4) = \frac{1}{2\pi P_2}\exp\left[-\frac{(y_3 - M_3)^2 + (y_4 - M_4)^2}{2P_2}\right], \tag{2.11}$$

где P_1, P_2 - средняя мощность гауссовских шумов в каналах „единица“ и „нуль“, соответственно; так как собственные шумы приемника и шумовая помеха независимы, то $P_1 \triangleq \sigma_{01}^2 + P_{jш1}$;

$P_2 \triangleq \sigma_{02}^2 + P_{j\text{ш}2}$; $\sigma_{01,2}^2$ и $P_{j\text{ш}1,2}$ - мощность собственных шумов и шумовой помехи в каналах приемника.

Переходя от декартовых координат к полярным и учитывая (2.5), выражения (2.6) и (2.7) запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned} y_1 = z_1\cos\theta;\;\; y_2 = z_1\sin\theta; \\ y_3 = z_2\cos\theta;\;\; y_4 = z_2\sin\theta. \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

На основе (2.10) и (2.11) плотности совместного распределения z_1 и θ, z_2 и θ примут вид:

$$f_1(z_1,\theta) = \frac{z_1}{2\pi P_1}\exp\left[-\frac{1}{2P_1}\left(z_1^2 - 2z_1 M_1\cos\theta - \right.\right.$$

$$\left.\left. -2z_1 M_2\sin\theta + M_1^2 + M_2^2\right)\right], \tag{2.13}$$
$$z_1 \ge 0;\;\; |\theta| \le \pi;$$

$$f_2(z_2,\theta) = \frac{z_2}{2\pi P_2}\exp\left[-\frac{1}{2P_2}\left(z_2^2 - 2z_2 M_3\cos\theta - \right.\right.$$

$$\left.\left. -2z_2 M_4\sin\theta + M_3^2 + M_4^2\right)\right], \tag{2.14}$$
$$z_2 \ge 0;\;\; |\theta| \le \pi.$$

Для определения плотности вероятности огибающих z_1 и z_2 необходимо проинтегрировать функции $f_1(z_1,\theta)$ и $f_2(z_2,\theta)$ по θ. В результате получим, что распределение статистик z_1 и z_2 описывается законом Райса

$$f_1(z_1) = \frac{z_1}{P_1}\exp\left(-\frac{D_1^2 + z_1^2}{2P_1}\right) I_0\left(\frac{D_1 z_1}{P_1}\right),\quad z_1 \ge 0; \tag{2.15}$$

$$f_2(z_2) = \frac{z_2}{P_2}\exp\left(-\frac{A_{j2}^2(T_b) + z_2^2}{2P_2}\right) I_0\left(\frac{A_{j2}(T_b) z_2}{P_2}\right),\;\; z_2 \ge 0, \tag{2.16}$$

где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, интегральное представление которой имеет вид:

$$I_0(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp[x\cos(u+\nu)]du \qquad (2.17)$$

независимо от ν; функция Бесселя $I_0(0)=1$;

$$D_1 \triangleq \left[M_1^2+M_2^2\right]^{1/2}=\left[A^2+A_{j1}^2(T_b)+2AA_{j1}(T_b)\cos\varphi_1(T_b)\right]^{1/2}$$

Так как был передан сигнал $s_1(t)$ (символ 1), то в соответствии с правилом принятия решения вероятность ошибки может быть выражена зависимостью

$$P_E(0|1)=P_r\left\{z_1<z_2\,|\,s_1(t)\right\}=\int_0^{\infty}f_1(z_1)\left[\int_{z_1}^{\infty}f_2(z_2)dz_2\right]dz_1. \qquad (2.18)$$

Подставляя (2.15) и (2.16) в (2.18) и выполнив ряд преобразований, получим

$$P_E(0|1)=\int_0^{\infty}g\left(\frac{D_1}{\sqrt{P_1}},x\right)Q\left(\frac{A_{j2}}{\sqrt{P_2}},\frac{\sqrt{P_1}}{\sqrt{P_2}}x\right)dx, \qquad (2.19)$$

где $g(\alpha,x)$ - функция Райса,

$$g(\alpha,x)=x\exp\left(-\frac{x^2+\alpha^2}{2}\right)I_0(x\alpha); \qquad (2.20)$$

$Q(\alpha,\beta)$ - функция Маркума,

$$Q(\alpha,\beta)=\int_{\beta}^{\infty}g(\alpha,x)dx. \qquad (2.21)$$

В дальнейшем неоднократно приходится обращаться к функции Маркума $Q(\alpha,\beta)$, поэтому приведем ее частные случаи, асимптотические формулы и представление в виде ряда [35]:

$$Q(\alpha,0)=1;\ Q(0,\beta)=\exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2\right); \qquad (2.22a)$$

$$Q(\alpha,\beta) + Q(\beta,\alpha) = 1 + \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\alpha^2 + \beta^2\right)\right] I_0(\alpha,\beta); \quad (2.22б)$$

$$Q(\alpha,\beta) \approx 1 - \frac{1}{\alpha-\beta}\left(\frac{\beta}{2\pi\alpha}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\alpha-\beta)^2\right], \ \alpha > \beta; \ \alpha >> 1; \quad (2.22в)$$

$$Q(\alpha,\beta) \approx \frac{1}{\beta-\alpha}\left(\frac{\beta}{2\pi\alpha}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^2\right], \ \beta > \alpha; \ \beta >> 1; \quad (2.22г)$$

$$Q(\alpha,\beta) = \exp\left(-\frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha^2/2)^n}{n!} \sum_{k=0}^{n} \frac{(\beta^2/2)^k}{k!}. \quad (2.22д)$$

Интеграл (2.19) может быть определен с помощью тождества [34]

$$\int_0^\infty g(a,x) Q(b,rx)dx = Q(V_2,V_1) - \frac{r^2}{1+r^2} \exp\left[-\frac{a^2r^2+b^2}{2\left(1+r^2\right)}\right] I_0\left(\frac{abr}{1+r^2}\right), (2.23)$$

где $V_1 \triangleq \frac{ar}{\sqrt{1+r^2}}$; $V_2 \triangleq \frac{b}{\sqrt{1+r^2}}$.

Осуществляя преобразования и переходя к используемым в выражении (2.19) обозначениям, получим вероятность ошибки в приеме символа 1

$$P_E(0|1) = Q\left(\frac{A_{j2}(T_b)}{\sqrt{P_1+P_2}}, \frac{D_1}{\sqrt{P_1+P_2}}\right) -$$

$$- \frac{P_1}{P_1+P_2} \exp\left[-\frac{A_{j2}^2(T_b) + D_1^2}{2(P_1+P_2)}\right] I_0\left(\frac{A_{j2}(T_b)D_1}{P_1+P_2}\right). \quad (2.24)$$

Выражение (2.24) позволяет определить вероятность ошибки $P_E(0|1)$ для постоянных параметров $A_{ji}(T_b)$ и $\varphi_1(T_b)$, $i = 1,2$. Однако эти параметры в реальных условиях передачи информации могут изменяться случайным образом от одного бита к другому. В этом случае результирующая вероятность ошибки может быть вычислена путем интегрирования произведения вероятности (2.24) и плотности совместного распределения $A_{ji}(T_b)$ и

$\varphi_1(T_b)$, $i=1,2$. С целью получения сравнительно простых расчетных зависимостей УВО на бит $P_E(0|1)$ предположим, что на входе демодулятора действует узкополосная помеха с угловой модуляцией и постоянной амплитудой $A_{ji}(t)=A_{ji}(T_b)=A_{ji}$, $i=1,2$. Так как фаза помехи $\varphi_1(T_b)$ изменяется несинхронно с несущей частотой сигнала $s_1(t)$, то ее можно принять как равномерно распределенную в пределах $(0,2\pi)$. При этих условиях вероятность ошибки при передаче сигнала $s_1(t)$ (символа 1) будет иметь вид:

$$\overline{P_E}(0|1)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}P_E(0|1)d\varphi_1. \tag{2.25}$$

При передаче сигнала $s_2(t)$, соответствующего символу 0,

$$s_2(t)=A\cos\omega_2 t, \quad 0\le t\le T_b, \tag{2.26}$$

выражение для УВО в приеме символа 0 определяется аналогичным путем. В результате имеем:

$$P_E(1|0)=P_r\{z_1\ge z_2|s_2(t)\}=Q\left(\frac{A_{j1}(T_b)}{\sqrt{P_1+P_2}},\frac{D_2}{\sqrt{P_1+P_2}}\right)-$$

$$-\frac{P_2}{P_1+P_2}\exp\left[-\frac{A_{j1}^2(T_b)+D_2^2}{2(P_1+P_2)}\right]I_0\left(\frac{A_{j1}(T_b)D_2}{P_1+P_2}\right), \tag{2.27}$$

где $$D_2\triangleq\left[A^2+A_{j2}^2(T_b)+2AA_{j2}(T_b)\cos\varphi_2(T_b)\right]^{1/2}. \tag{2.28}$$

Полагая, как и выше, что амплитуда узкополосной помехи постоянна, $A_{ji}(t)=A_{ji}(T_b)=A_{ji}$, $i=1,2$, а фаза $\varphi_2(T_b)$ распределена равномерно на интервале $(0,2\pi)$, получаем:

$$\overline{P_E}(1|0)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}P_E(1|0)d\varphi_2. \tag{2.29}$$

Считая, что передача символов 1 и 0 равновероятна, УВО на бит P_E определяется суммой (2.25) и (2.29)

$$P_E = \frac{1}{2}\overline{P_E}(0|1) + \frac{1}{2}\overline{P_E}(1|0). \qquad (2.30)$$

Подставляя приведенные выше выражения в (2.30), будем иметь:

$$P_E = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left\{Q\left(\frac{A_{j2}}{\sqrt{P_1+P_2}}, \frac{D_1(x)}{\sqrt{P_1+P_2}}\right) + Q\left(\frac{A_{j1}}{\sqrt{P_1+P_2}}, \frac{D_2(x)}{\sqrt{P_1+P_2}}\right) -\right.$$

$$- \frac{P_1}{P_1+P_2}\exp\left[-\frac{A_{j2}^2 + D_1^2(x)}{2(P_1+P_2)}\right] I_0\left(\frac{A_{j2}D_1(x)}{P_1+P_2}\right) -$$

$$\left. - \frac{P_2}{P_1+P_2}\exp\left[-\frac{A_{j1}^2 + D_2^2(x)}{2(P_1+P_2)}\right] I_0\left(\frac{A_{j1}D_2(x)}{P_1+P_2}\right)\right\}dx, \qquad (2.31)$$

где $D_i(x) \triangleq \left[A^2 + A_{ji}^2 + 2AA_{ji}\cos x\right]^{1/2}$, $i = 1,2$.

Обобщенное выражение (2.31) позволяет определять УВО на бит при воздействии шумовых и узкополосных помех на основной или дополнительный канал, а также одновременно на основной и дополнительный каналы демодулятора.

Так, УВО на бит при попадании в оба канала демодулятора только узкополосных помех равной мощности $P_{j\text{у}}$ определяется подстановкой $A_{j1} = A_{j2} = \sqrt{2P_{j\text{у}}}$ и $P_{j\text{ш}1} = P_{j\text{ш}2} = 0$ в (2.31). В результате имеем, что

$$P_{E_2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left\{Q\left[\left(\frac{2P_{j\text{у}}}{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}\right)^{1/2}, \frac{D(x)}{\left(\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2\right)^{1/2}}\right] -\right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{2P_{j\text{у}} + D^2(x)}{2\left(\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2\right)}\right] I_0\left(\frac{\sqrt{2P_{j\text{у}}}D(x)}{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}\right)\right\}dx, \qquad (2.32)$$

где $D(x) \triangleq \left[2(P_s + P_{j\text{у}} + 2\sqrt{P_s P_{j\text{у}}}\cos x)\right]^{1/2}$; P_s - мощность принятого сигнала.

При воздействии только шумовых помех разной мощности

$P_{j\text{ш}1}$ и $P_{j\text{ш}2}$ на основной и дополнительный каналы демодулятора, мощность собственных шумов которых σ_{01}^2 и σ_{02}^2, УВО на бит P_{E_2} на основе (2.31) определяется из выражения

$$P_{E_2} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{P_s}{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + P_{j\text{ш}1} + P_{j\text{ш}2}}\right). \tag{2.33}$$

Из (2.33) следует, что P_{E_2} является функцией суммы $P_{j\text{ш}1} + P_{j\text{ш}2}$, поэтому распределение мощности шумовой помехи между каналами демодулятора не влияет на УВО. Если в каналах демодулятора действуют шумовые помехи с равной мощностью $P_{j\text{ш}1} = P_{j\text{ш}2} = P_{j\text{ш}}$ и $\sigma_{01}^2 = \sigma_{02}^2$, то учитывая (2.33),

$$P_{E_2} = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{P_s}{\sigma_0^2 + P_{j\text{ш}}}\right)\right]. \tag{2.34}$$

При наличии в каналах демодулятора только собственных шумов приемного устройства с дисперсией σ_0^2 из (2.34) следует известное выражение для вероятности ошибки при некогерентном приеме двоичных ортогональных сигналов

$$P_{E_0} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{P_s}{2\sigma_0^2}\right) \tag{2.35а}$$

или

$$P_{E_0} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right), \tag{2.35б}$$

где E_s и G_0 - энергия сигнала на бит и спектральная плотность мощности собственных шумов приемника на выходе полосовых фильтров.

При дальнейшей оценке воздействия помех на СРС с ППРЧ будем полагать, что при демодуляции сигналов реализован некогерентный (по огибающей) обнаружитель максимального правдоподобия, который при равновероятной передаче информационных символов обеспечивает минимальную вероятность ошибки. При таком обнаружителе $E_s/G_j = P_s/P_j$, где E_s/G_j - отношение энергии сигнала на бит к спектральной плотности мощности организованной помехи; P_j - мощность помехи.

2.2. Оценка воздействия шумовой помехи в части полосы на системы радиосвязи с ППРЧ и неслучайной ЧМ

Для этого случая воспользуемся представленной на рис.1.10,б структурной схемой приемного устройства СРС, в которой основной и дополнительный каналы соприкасаются по частоте во всем диапазоне перестройки частоты СРС. Для определения СВО на бит предположим, что помеха либо воздействует одновременно на оба канала, либо не воздействует ни на один из каналов демодулятора. Такую помеху с изменяющейся во времени спектральной плотностью мощности следует рассматривать как нестационарную помеху. При таких условиях СВО на бит P_E в общем виде может быть представлена зависимостью [31,36]

$$P_E = \gamma P_{E_2}(\gamma,2) + (1-\gamma) P_{E_0}\left(\frac{E_s}{G_0}\right), \qquad (2.36)$$

где P_{E_2}, P_{E_0} - УВО на бит при воздействии помехи на оба канала и при отсутствии помехи на входе демодулятора, соответственно; E_s - энергия сигнала, в данном случае энергия информационного бита, $E_s = P_s T_b$; γ - коэффициент, определяющий часть полосы сигнала с ППРЧ, занимаемой помехой.

Для рассматриваемого случая УВО на бит информации P_{E_0} описывается выражением (2.35б), а УВО P_{E_2} с учетом (2.34) имеет вид:

$$P_{E_2} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{E_s}{G_0 + G_j/\gamma}\right),$$

где G_j - спектральная плотность мощности помехи в полосе W_s, $G_j = P_j/W_s$; P_j - мощность помехи.

Выполнив необходимые преобразования, выражение (2.36) для СВО на бит можно представить следующим образом [36]:

$$P_E = \frac{1}{2}\gamma \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{G_0}{E_s} + \frac{P_j}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right] + \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right), \quad (2.37)$$

где K_s - коэффициент расширения спектра сигнала; для рассматриваемого случая $K_s = W_s/F_b$; $F_b = 1/T_b$.

В соответствии с (2.37) на рис.2.2 сплошными линиями приведены графики зависимости СВО на бит P_E как функции от коэффициента γ при $E_s/G_0 = 13{,}35$ дБ (что соответствует вероятности ошибки $P_E = 10^{-5}$ при отсутствии помех), эквивалентное отношение сигнал-помеха $q^2_{экв} = K_s P_s / P_j$ выступает в качестве параметра.

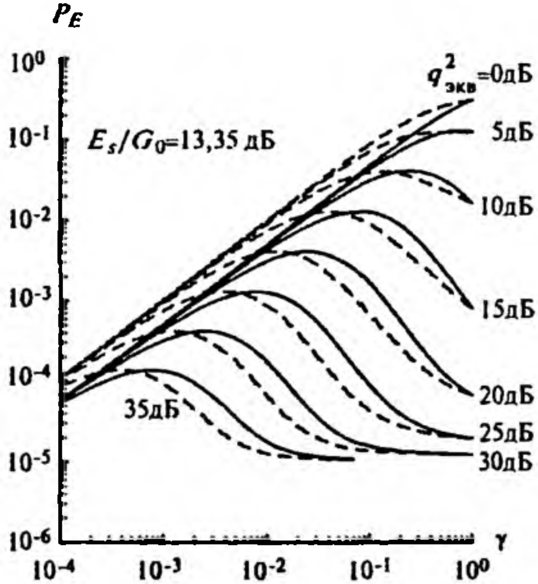


Рис. 2.2.

Эффективность помех в части полосы становится очевидной, если судить по разнице между максимальным значением СВО на бит и значением СВО на бит при $\gamma = 1$ для каждого графика $P_E(\gamma)$.

Из графиков видно, что для каждого отношения сигнал-помеха существует оптимальное значение $\gamma = \gamma_{opt}$, при котором СВО на бит $P_E(\gamma_{opt})$ имеет максимальное значение. Полагая, что $G_j >> G_0$, $E_s >> G_0$ и решая уравнение $dP_E/d\gamma = 0$ применительно к (2.37), получим:

$$\gamma_{opt} \approx \frac{2P_j}{K_s P_s}, \quad \frac{P_j}{K_s P_s} \leq 1. \tag{2.38}$$

Если предположить, что станция шумовых помех в части полосы в ответ на перестройку СРС рабочей частоты по диапазону W_s обеспечивает оптимальное значение подавляемой полосы γ_{opt}, то максимальная СВО на бит при двоичной ЧМ

$$P_{E_{\max}} \approx \begin{cases} \dfrac{P_j e^{-1}}{K_s P_s}, & \dfrac{P_j}{K_s P_s} \le 1;\ \gamma = \gamma_{opt}; \qquad (2.39а) \\ \dfrac{1}{2}\exp\left[-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{P_j}{K_s P_s}\right)^{-1}\right], & \dfrac{P_j}{K_s P_s} > 1;\ \gamma = 1, \qquad (2.39б) \end{cases}$$

где e - основание натуральных логарифмов.

Как следует из (2.39а), *при* $\gamma = \gamma_{opt}$ *экспоненциальный характер зависимости СВО на бит* P_E (2.37) *изменяется на линейный, что приводит к значительному уменьшению помехоустойчивости двоичной СРС с ППРЧ по сравнению с подавлением такой же СРС во всем диапазоне перестройки частоты.*

Шумовая помеха, имеющая оптимальное значение подавляемой полосы частот γ_{opt} (2.38), с точки зрения помехоустойчивости СРС является наихудшей. Выражение (2.39б) описывает зависимость СВО на бит P_E при создании шумовой помехи во всем диапазоне перестройки частоты СРС $(\gamma = 1)$.

На рис.2.3 изображены графики зависимости СВО на бит P_E (2.37) как функции $\dot{q}^2_{экв}$ для различных значений γ при условии, что собственными шумами приемника можно пренебречь.

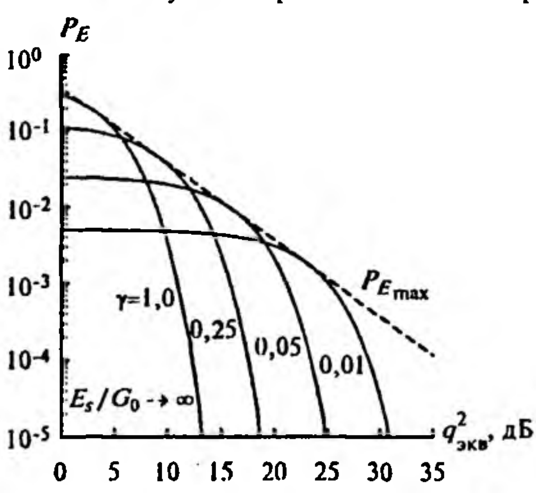


Рис. 2.3.

Огибающая графиков (штриховая линия) отражает максимальную СВО на бит $P_{E_{\max}}$ при $\gamma = \gamma_{opt}$. Используя графики на рис.2.3, можно оценить эффективность наихудших помех. Допустим, что необходимо обеспечить СВО на бит $P_E = 10^{-4}$. При гауссовской помехе во всей полосе, $\gamma = 1$, требуемое эквивалентное отношение сигнал-помеха $q^2_{\text{экв}} \approx 12$ дБ. При наихудшей помехе, $\gamma = \gamma_{opt}$, СВО на бит $P_{E_{\max}} = 10^{-4}$ достигается при отношении $q^2_{\text{экв}} \approx 35$ дБ. Таким образом, при наихудшей помехе для обеспечения $P_E = 10^{-4}$ необходимо увеличить отношение $q^2_{\text{экв}}$ на 23 дБ.

Следует отметить, что *воздействие помехи в части полосы на СРС с ППРЧ аналогично воздействию шумовой прерывистой (импульсной) помехи на СРС с ФМШПС* [7,20].

Приведенные на рис.2.3 графики СВО на бит для двоичной СРС с ППРЧ по форме соответствуют графикам СВО на бит для СРС с ФМШПС при воздействии импульсной помехи [20]. Поэтому при воздействии на СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ импульсной помехи со средней мощностью $P_j = \gamma_{\text{и}} P_{\text{и}}$, где $\gamma_{\text{и}}$, $P_{\text{и}}$ - скважность и пиковая мощность помехи, соответственно, СВО на бит P_E находится из выражения (2.37), а максимальная СВО на бит $P_{E_{\max}}$ - из выражения (2.39а). При $\gamma_{\text{и}} = 1$ СВО на бит $P_{E_{\max}}$ определяется по формуле (2.39б).

Однако результаты воздействия помехи на СРС с ФМШПС и на СРС с ППРЧ численно различны. Сравнение показывает, если принять для обоих СРС одни и те же значения СВО на бит и коэффициентов расширения спектра, то окажется, что для СРС с ППРЧ потребуется отношение сигнал-помеха примерно на 6,5 дБ больше, чем для СРС с ФМШПС. Такое различие объясняется некогерентной обработкой в СРС с ППРЧ. Но при этом необходимо иметь в виду, что расширенная полоса частот СРС с ППРЧ значительно больше, чем СРС с ФМШПС. Так, в УКВ диапазоне расширенная полоса частот СРС с ППРЧ может составлять примерно 100 МГц. Расширенная полоса частот для двоичной СРС с ФМШПС на уровне 3 дБ соответствует частоте следования символов R_p кодовой ПСП и равна примерно $2R_p$ (см. рис.1.2). Если принять, что в такой СРС используется ПСП с тактовой частотой $R_p = 5 \cdot 10^6$ дв.симв./с, то расширенная полоса частот СРС будет равна 10 МГц. Таким образом, в данном случае расширенная полоса частот СРС с ППРЧ в 10 раз больше, чем у двоичной СРС с ФМШПС. Это преимущество в полосе частот может компенсировать энергетические потери, вызванные некогерентной демодуляцией сигналов в СРС с ППРЧ.

На рис.2.4 изображены графики СВО на бит P_E (2.37) в зависимости от $q^2_{экв}$ и мощности собственных шумов приемника, представленных в данном случае отношением E_s / G_0=13,35дБ.

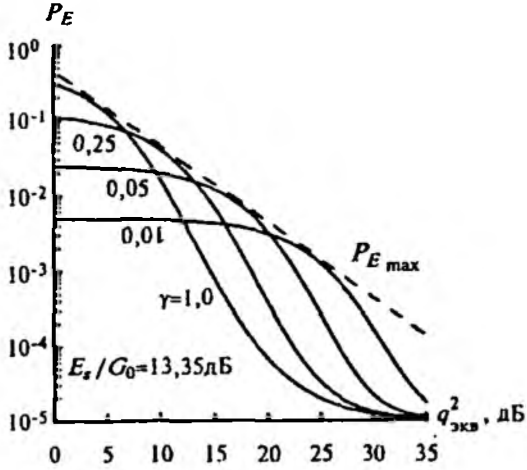


Рис. 2.4.

На рис.2.4 видно, что СВО на бит при заданном отношении E_s / G_0 при увеличении отношения $q^2_{экв}$ стремится к $P_E = 10^{-5}$; учет шумов приемника, как и следовало ожидать, приводит к возрастанию СВО на бит.

В общем случае при M-ичной ЧМ, $M = 2^k$, $k = 1,2,3,...$ максимальная СВО на бит $P_{E_{\max}}$ СРС с ППРЧ в условиях воздействия наихудшей шумовой помехи в части полосы, $\gamma = \gamma_{opt}$, следуя [8,32], определяется из выражений

$$P_{E_{\max}} \le \begin{cases} \dfrac{\beta G_j}{E_s}, & \rho \le \dfrac{E_s}{G_j};\ \gamma = \gamma_{opt}; & (2.40а) \\[2ex] \dfrac{M}{4}\exp\left(-\dfrac{k}{2}\dfrac{E_s}{G_j}\right), & \rho > \dfrac{E_s}{G_j};\ \gamma = 1. & (2.40б) \end{cases}$$

Здесь отношение энергии сигнала на бит E_s к спектральной плотности мощности помехи G_j (без учета влияния собственных шумов приемника)

$$\frac{E_s}{G_j} = \frac{P_s}{P_j}\frac{W_s}{R_b} = \frac{K_s P_s}{P_j};$$

R_b - скорость передачи двоичных символов, $R_b = 1/T_b$; $\gamma=\gamma_{opt}=\rho G_j/E_s$; значения параметров $\beta(k)\le 0{,}37$ и $\rho(k)\le 3{,}01$ дБ для различных k приведены в табл.2.1 [32].

Таблица 2.1

Значения параметров β и ρ

k	M	β	ρ, дБ
1	2	$e^{-1} = 0{,}3679$	3,01
2	4	0,2329	0,76
3	8	0,1954	-0,33
4	16	0,1803	-0,59

Из (2.40а) и табл.2.1 следует, что *при воздействии на М-ичную СРС с ППРЧ наихудших шумовых помех в части полосы максимальная СВО на бит уменьшается с ростом размера алфавита сигнала М, но все равно СВО на бит имеет линейную зависимость, а это значительно снижает помехоустойчивость СРС с ППРЧ.*

При воздействии на СРС с ППРЧ и M-ичной ЧМ широкополосной шумовой помехи (ШШП) с равномерно распределенной мощностью во всей полосе частот W_s $(\gamma=1)$ СВО на бит P_E может быть представлена, по аналогии с [32], в виде:

$$P_E = \frac{1}{2(M-1)}\sum_{m=2}^{M}(-1)^m\binom{M}{m}\exp\left[-k\left(1-\frac{1}{m}\right)\left(\frac{G_0}{E_s}+\frac{P_j}{K_sP_s}\right)^{-1}\right].$$

Эффективность воздействия такой ШШП на M-ичную СРС с ППРЧ значительно уступает эффективности наихудшей шумовой помехи в части полосы (2.40а).

С практической точки зрения представляется важным провести сравнение эффективности воздействия на M-ичную СРС с ППРЧ наихудших шумовых помех в части полосы и наихудших многотональных помех. Если принять, что для наихудших полосовых и независимых многотональных помех имеет место оптимальное значение отношения сигнал-помеха α_{opt}, ограниченное пределами (0,1), а в каждом сегменте M-ичного сигнала имеется одна гармоническая помеха, $n=1$, частота которой совпадает с центральной частотой сегмента, то на основе [32] максимальная СВО на бит:

$$P_{E_{\max}} \approx \begin{cases} \dfrac{1}{2}, & \dfrac{E_s}{G_j} \le \dfrac{M}{k};\ \ \alpha_{opt} = \dfrac{k}{M}\dfrac{E_s}{G_j}; \\ \dfrac{M}{2kE_s/G_j}, & \dfrac{E_s}{G_j} > \dfrac{M}{k};\ \ \alpha = 1. \end{cases} \tag{2.41}$$

На рис.2.5 изображены графики зависимости максимальной СВО на бит $P_{E_{\max}}$ как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при $k=1$ и $k=4$ в условиях наихудших полосовых многотональных помех при $n=1$ (сплошные линии). На этом же рисунке приведены графики максимальной СВО на бит при действии наихудших шумовых помех в части полосы (штриховые линии), а также широкополосных шумовых помех (штрих-пунктирные линии).

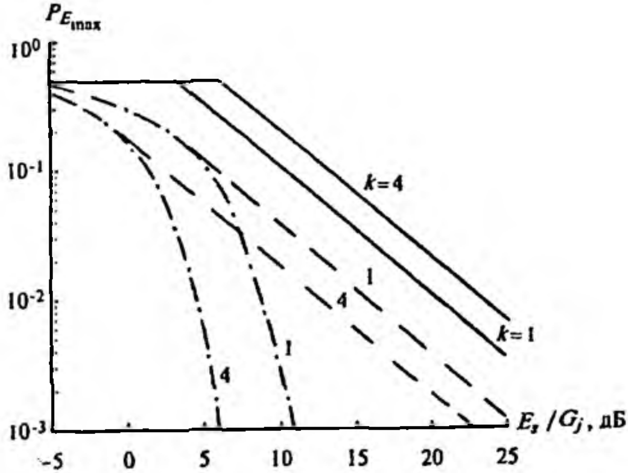


Рис. 2.5.

Анализ приведенных на рис.2.5 графиков зависимости $P_{E_{\max}}$ позволяет сделать следующие выводы: 1) *в случае воздействия на СРС с ППРЧ и М-ичной ЧМ наихудших многотональных помех имеет место линейная зависимость* $P_{E_{\max}}$ *для всех значений* $P_{E_{\max}} < 1/2$; *вместе с тем РХ системы радиосвязи ухудшаются с увеличением* k *в соответствии со значением* M/k; 2) *наихудшие многотональные помехи эффективнее наихудших шумовых помех в части полосы*, так при небольшом значении k ($k=4$, $M=16$) максимальная СВО на бит $P_{E_{\max}}$ увеличивается примерно на порядок по сравнению с $P_{E_{\max}}$ при действии наихудшей шумовой помехи и одном и том же отношении сигнал-помеха. При $k=1$, $M=2$ выигрыш в эффективности наихудших многотональных помех по сравнению с наихудшими шумовыми помехами значительно уменьшается.

Техническая реализация и эффективность наихудших многотональных помех зависит от априорной информации о характеристиках сигналов СРС у постановщика помех. В реальных условиях организации РЭП постановщик помех не обладает необходимой информацией о сигналах подавляемой СРС, поэтому приведенные РХ наихудших многотональных помех являются предельно возможными. В то же время создание наихудших шумовых помех в части полосы более реалистично с точки зрения практики.

2.3. Оценка воздействия шумовой помехи в части полосы на системы радиосвязи с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ

В этом случае вероятностную ситуацию необходимо рассматривать с учетом того, что помеха может воздействовать либо на оба канала, либо на один канал, либо не воздействовать ни на один из каналов демодулятора (см. рис.1.11). При таком условии СВО на бит P_E в общем виде может быть представлена выражением [31,36]

$$P_E = \gamma^2 P_{E_2}(\gamma,2) + 2\gamma(1-\gamma)P_{E_1}(\gamma,1) + (1-\gamma)^2 P_{E_0}\left(\frac{E_s}{G_0}\right), \qquad (2.42)$$

где $P_{E_2}(\gamma,2)$, $P_{E_0}(E_s/G_0)$ - те же обозначения, что и в (2.36); $P_{E_1}(\gamma,1)$ - УВО на бит для случая, когда в одном из каналов демодулятора имеются сигнал, помеха и собственные шумы приемника, а в другом канале - только собственные шумы. Для анализируемого случая УВО

$$P_{E_1}(\gamma,1) = \frac{1}{2}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{P_j}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right]. \qquad (2.43)$$

Используя (2.37) и (2.43), СВО на бит (2.42) может быть записана в виде:

$$P_E = \frac{1}{2}\gamma^2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{G_0}{E_s} + \frac{P_j}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right] + \gamma(1-\gamma)\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{P_j}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right] +$$

$$+\frac{1}{2}(1-\gamma)^2 \exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right). \qquad (2.44)$$

На приведенном выше рис.2.2 штриховыми линиями изображены графики зависимости СВО на бит P_E (2.44) как функции от γ при $E_s / G_0 = 13{,}35$ дБ, отношение сигнал-помеха $q^2_{\text{экв}}$ является параметром. Изображенные на рис.2.2 графики зависимости P_E показывают, что для СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ (как и для неслучайной ЧМ) имеют место оптимальные значения $\gamma = \gamma_{opt}$ для каждого отношения P_s / P_j, при котором СВО на бит P_E имеет максимальное значение. При этом $P_{E_{\max}}$ имеет одно и то же значение для СРС с неслучайной и случайной ЧМ, но при различных значениях γ_{opt}. Из сравнения графиков СВО на бит P_E на рис.2.2 видно, что *при одних и тех же исходных данных* E_s / G_0, K_s, P_s / P_j *СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ более помехоустойчива к шумовой помехе в части полосы, чем аналогичная СРС с неслучайной двоичной ЧМ.*

Преимущество СРС со случайной двоичной ЧМ наглядно демонстрирует рис.2.6, где приведены графики γ_{opt} как функции $q^2_{\text{экв}}$ при заданном отношении E_s/G_0=13,35 дБ.

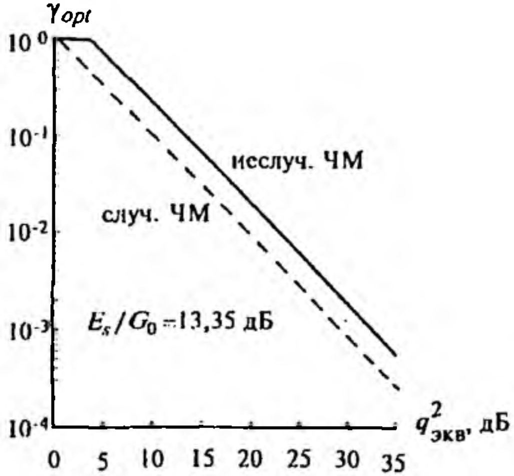


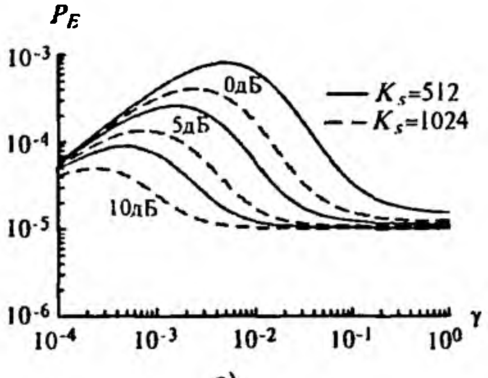
Рис. 2.6.

На рис.2.6 видно, что при одном и том же эквивалентном отношении сигнал-помеха $q^2_{\text{экв}}$ оптимальная полоса помех для подавления СРС со случайной двоичной ЧМ (штриховая линия) примерно на 3 дБ меньше, чем для подавления СРС с неслучайной двоичной ЧМ (сплошная линия) [31]. Кроме того, как было отмечено выше, применение случайной двоичной ЧМ в СРС с ППРЧ не позволяет станции РТР вскрывать частоты дополнительных каналов СРС, тем самым исключается возможность их подавления ответной помехой.

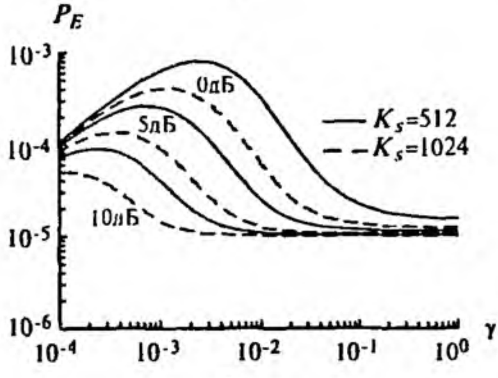
Следует заметить, что при $\gamma = 1$, когда шумовая помеха в части полосы трансформируется в ШШП (заградительную помеху), СРС с неслучайной и случайной двоичной ЧМ имеют одну и ту же помехоустойчивость. В этом случае в соответствии с (2.37) и (2.44) СВО на бит может быть определена из выражения

$$P_E = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{G_0}{E_s}+\frac{P_j}{K_s P_s}\right)^{-1}\right].$$

На рис.2.7,а,б представлены графики зависимости СВО на бит P_E соответственно для СРС с неслучайной двоичной ЧМ (рис.2.7,а) и СРС со случайной двоичной ЧМ (рис.2.7,б) как функции части подавляемой помехой полосы частот γ при $E_s / G_0 = 13{,}35$ дБ, $K_s = 512$ и $K_s = 1024$, $P_s / P_j = 0;5;10$ дБ.



а)



б)

Рис. 2.7.

Из графиков на рис.2.7 четко видна зависимость уменьшения СВО на бит P_E от увеличения коэффициента расширения спектра сигнала.

В ряде работ, например [4,8], рассматривается несколько иная, отличная от приведенной выше, модель воздействия шумовой помехи в части полосы. Предполагается, что станция помех (СП) распределяет всю мощность передатчика помех по J интервалам, где каждый интервал представляет собой область частот, занимаемую сигналом с ППРЧ. При данной стратегии возможны следующие ситуации: 1) $J = 1$, помеха может воздействовать только на основной или только на дополнительный канал, или не воздействовать ни на основной, ни на дополнительный канал; 2) $1 < J < M_f$, в этом случае помеха может воздействовать на основной и дополнительный канал, или воздействовать только на основной, или только на дополнительный канал, или не воздействовать ни на основной, ни на дополнительный канал; 3) $J = M_f$, помеха всегда будет воздействовать на основной и дополнительный каналы.

Принимая в расчет каждую из перечисленных ситуаций и полагая, что отношение сигнал-помеха одинаково во всех J подавляемых частотных интервалах, которые случайным образом распределены среди M_f каналов СРС, СВО на бит при воздействии шумовой помехи в части полосы на СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ можно представить выражением [8]

$$P_E = \sum_{j=j_0}^{j_1} \frac{\binom{2}{j}\binom{M_f-2}{J-j}}{\binom{M_f}{J}} P_{E_j}, \qquad (2.45)$$

где $j_0 = \max(0, J - M_f + 2)$; $j_1 = \min(2, J)$; P_{E_j} - УВО на бит, если задано, что j каналов, связанных с символом, содержат помехи.

В (2.45) УВО на бит P_{E_j} при $j = 0,1,2$ определяются формулами:

$$P_{E_0} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right), \quad j = 0; \qquad (2.46а)$$

$$P_{E_1} = \frac{1}{2}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{P_j}{P_s J}\right)^{-1}\right], \quad j = 1; \qquad (2.46б)$$

$$P_{E_2}=\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{G_0}{E_s}+\frac{P_j}{P_sJ}\right)^{-1}\right],\quad j=2 \tag{2.46в}$$

или в общем виде:

$$P_{E_j}=\frac{1}{2}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s}+\frac{jP_j}{P_sJ}\right)^{-1}\right],\quad j=0,1,2. \tag{2.47}$$

Формулы (2.46б) и (2.46в) получены из входящих в выражение (2.44) УВО на бит путем подстановки J/M_f и W_s/F_h вместо γ и K_s; здесь P_j - мощность передатчика помех; если мощность помехи распределена равномерно и каналы разнесены, то P_j/J представляет собой среднюю мощность помехи в каждом подавленном канале.

Перепишем выражение (2.45) следующим образом:

$$P_E=\frac{\left(1-\frac{J}{M_f}\right)\left(1-\frac{J}{M_f}-\frac{1}{M_f}\right)}{1-\frac{1}{M_f}}P_{E_0}+\frac{2\frac{J}{M_f}\left(1-\frac{J}{M_f}\right)}{1-\frac{1}{M_f}}P_{E_1}+$$

$$+\frac{\frac{J}{M_f}\left(\frac{J}{M_f}-\frac{1}{M_f}\right)}{1-\frac{1}{M_f}}P_{E_2}, \tag{2.48}$$

где системные коэффициенты перед УВО на бит P_{E_j}, $j=0,1,2$, представляют, соответственно: 1) вероятность невоздействия помехи ни на основной, ни на дополнительный канал; 2) вероятность воздействия помехи только на основной или только на дополнительный канал; 3) вероятность воздействия помехи на основной и дополнительный каналы.

При условии, что $J<M_f$, $M_f\gg 1$ и полагая $\gamma\approx J/M_f$, из (2.48) получим выражение для СВО на бит:

$$P_E\approx(1-\gamma)^2P_{E_0}+2\gamma(1-\gamma)P_{E_1}+\gamma^2P_{E_2}, \tag{2.49}$$

где P_{E_0}, P_{E_1}, P_{E_2} описываются соответственно зависимостями (2.46а), (2.46б), (2.46в).

Таким образом, из соотношений (2.44) и (2.48) следует, что для СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ обе модели воздействия шумовой помехи в части полосы практически равноправны. Вместе с тем, приведенные модели подавления СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ (2.44) и (2.48) позволяют оценивать воздействие шумовой помехи в части полосы с использованием различных исходных системных параметров СРС и СП.

В соответствии с (2.48) на рис.2.8 изображены графики зависимости СВО на бит P_E при воздействии на СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ, имеющей $M_f = 1000$ каналов, шумовой помехи в части полосы от отношения сигнал-шум E_s / G_0 и числа подавляемых каналов $J = 1;10;100$ при отношении сигнал-помеха $P_s / P_j = 0$ дБ (сплошная линия) и 5 дБ (штриховая линия).

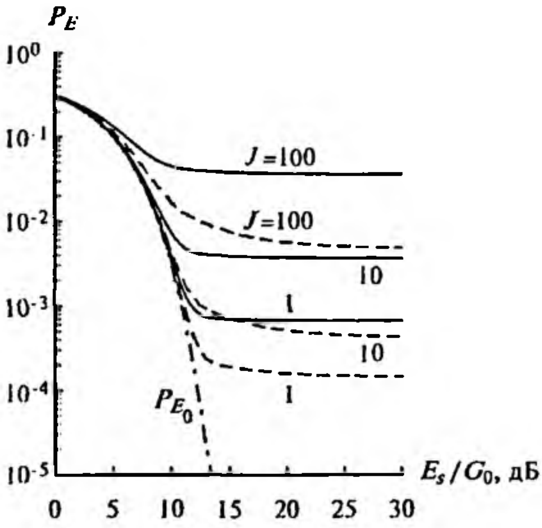


Рис. 2.8.

На этом же рисунке изображен график СВО на бит P_{E_0} при отсутствии помех (штрих-пунктирная линия). Приведенные графики СВО на бит P_E указывают на значительное влияние на помехоустойчивость СРС числа подавляемых каналов и отношения сигнал-помеха. Так, увеличение отношения сигнал-помеха P_s / P_j на 5 дБ приводит к значительному повышению помехоустойчивости СРС, СВО на бит уменьшается чуть менее, чем на порядок.

В случае воздействия на СРС с ППРЧ и случайной двоичной ЧМ равномерно распределенных в части полосы гармонических помех СВО на бит определяется выражением, аналогичным

(2.48). Только при этом УВО на бит P_{E_1} и P_{E_2} находятся из обобщенного уравнения вероятности ошибки на бит (2.31), в котором необходимо положить мощность шумовой помехи равной нулю. Примеры определения УВО на бит P_{E_1} и P_{E_2} будут приведены далее, при анализе воздействия на СРС с ППРЧ и ЧМ ответных гармонических помех.

2.4. Оценка воздействия ответных помех на системы радиосвязи с ППРЧ и ЧМ

2.4.1. Оценка временных возможностей станции ответных помех

Как указывалось выше, станция ответных помех (СОП), имея в своем составе аппаратуру РТР, для решения задач по подавлению СРС с ППРЧ должна обеспечивать: *обнаружение сигналов СРС по всему рабочему диапазону частот за возможно короткое время; измерение частоты и направления прихода перехваченного сигнала с заданной точностью; настройку передатчика помех на частоту подавляемого сигнала и, наконец, излучение помехи в заданном пространственном секторе.* Окончание действия ответной помехи совпадает с моментом прекращения излучения сигналов подавляемой СРС.

Время, требуемое на выполнение перечисленных функций, назовем временем срабатывания (реакции) СОП и обозначим $T_{\text{ср}}$. Это время должно быть достаточно малым, чтобы ответная помеха успела воздействовать на приемник СРС до того момента, когда передатчик СРС с ППРЧ перестроится на другую частоту.

Результат воздействия ответных помех на приемник СРС с ППРЧ в общем случае может быть оценен СВО на бит P_E, которая по аналогии с (2.36) имеет вид [37]:

$$P_E = \rho P_{E_1}\left(\frac{E_s}{G_0 + G_j}\right) + (1-\rho) P_{E_0}\left(\frac{E_s}{G_0}\right), \tag{2.50}$$

где ρ - коэффициент, характеризующий часть частотного элемента (скачка частоты), пораженную помехой (коэффициент перекрытия), $0 \le \rho \le 1$, в пределе $\rho = 1$.

Если время работы СРС на одной частоте T_h меньше суммарного времени срабатывания $T_{\text{ср}}$ и времени запаздывания помехи $T_з$, определяемого размещением (топологией) на местности передатчика и приемника СРС и СОП и конечной скоростью распространения радиоволн, то ответная помеха оказывается неэффективной. В этом случае коэффициент $\rho = 0$, а СВО на бит P_E в соответствии с (2.50) определяется только собственными шумами приемника СРС, $P_E = P_{E_0}(E_s / G_0)$.

При создании ответных помех, кроме заданного времени срабатывания СОП, требуется обеспечить надежный перехват и эффективное подавление сигналов данной СРС. Для учета влияния этих требований на СВО на бит P_E в (2.50) необходимо ввести вероятность того, что символ будет перехвачен и подавлен. Обозначим эту вероятность через P_{Π}, в результате выражение (2.50) примет вид:

$$P_E = \rho P_{\Pi} P_{E_1}\left(\frac{E_s}{G_0 + G_j}\right) + (1 - \rho P_{\Pi}) P_{E_0}\left(\frac{E_s}{G_0}\right). \qquad (2.51)$$

С целью некоторой конкретизации оценку временных возможностей СОП проведем применительно к работе СРС с ППРЧ в УКВ диапазоне. Использование новейших технических достижений, внедрение передовой технологии и быстродействующей микропроцессорной техники в аппаратуру РЭП позволяет предположить, что в перспективных станциях ответных помех УКВ диапазона минимальное время срабатывания $T_{\text{ср}\min}$ может составлять 100 мкс и менее [38]. В этих условиях важным параметром СРС с ППРЧ (с точки зрения помехоустойчивости) является фактическое время работы на одном скачке частоты T_h. Этот параметр, определяющий скорость перестройки частоты R_h, характеризует возможность СРС с ППРЧ „уходить“ от воздействия ответных помех. Время работы СРС на одной частоте определяется, в основном, шириной полосы частотного канала и конечным временем переключения синтезатора частот. С учетом этих характеристик примем, что для СРС с быстрой ППРЧ (1000 и более скачков в секунду) минимальное время работы на одной частоте $T_{h\min}$ составляет 125 мкс.

Сравнение минимального времени срабатывания $T_{\text{ср}\min}$ СОП и минимально возможного времени работы СРС на одной частоте $T_{h\min}$ показывает, что незначительное преимущество по временным возможностям имеет станция ответных помех.В этом случае СОП может осуществлять подавление цифровых СРС с ППРЧ при выполнении ряда условий: 1) *станция РТР осуществляет перехват сигналов данной СРС во всем частотном диапазоне*; 2) *СОП имеет достаточную мощность для подавления всех перехватываемых сигналов СРС*; 3) *СОП обеспечивает требуемый коэффициент перекрытия* $\rho_{\text{тр}}$ *времени работы СРС на одной частоте* (*примем, что* $\rho_{\text{тр}} \geq 20\%$).

Перекрытие сигнала ответной помехой зависит не только от времени срабатывания СОП $T_{\text{ср}}$, но и от взаимного расположения (топологии) передатчика и приемника СРС и СОП на местности, которое определяет время запаздывания помехи $T_з$ (рис.2.9,а,б).

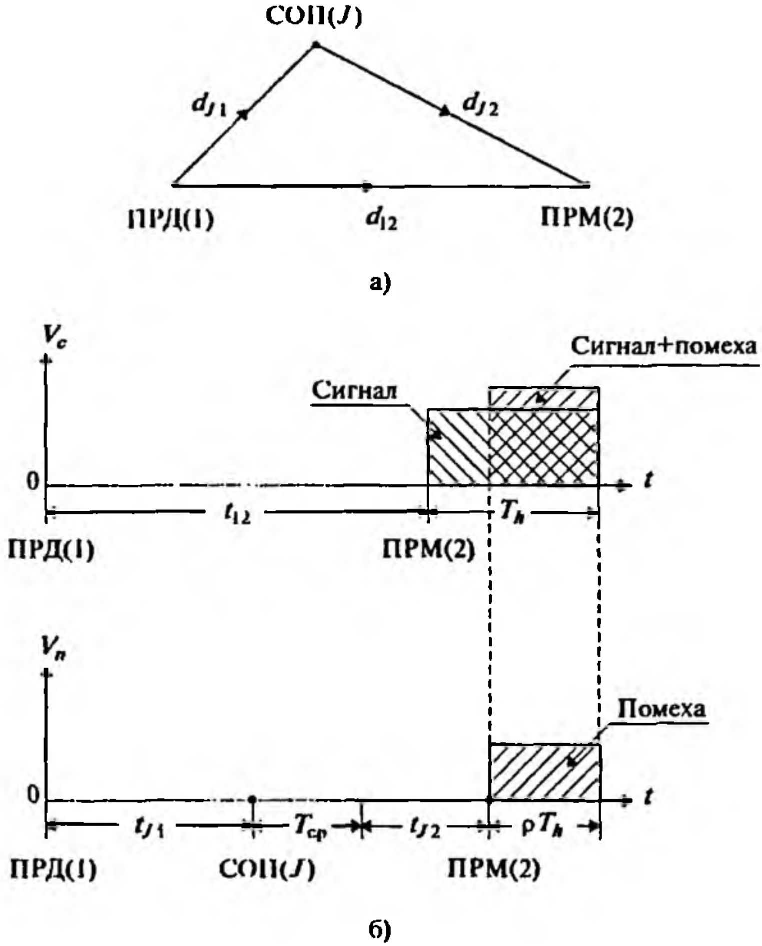


Рис. 2.9.

Если время работы СРС с ППРЧ на одной частоте T_h меньше суммарного времени срабатывания $T_{\text{ср}}$ СОП и времени запаздывания помех $T_з$, то ответная помеха оказывается неэффективной. При этом допустимое время работы $T_р$ приемника СРС без воздействия на него помех

$$T_р = \min\{T_{ср} + T_з, T_h\};\tag{2.52}$$

где $$T_з \triangleq \frac{1}{C_р}(d_{J1} + d_{J2} - d_{12});$$

$C_р$ - скорость распространения радиоволн.

Если принять, что передатчик и приемник СРС и СОП находятся на одной прямой линии, то допустимое время работы без помех

$$T_р = T_{ср} + \frac{2d_{J2}}{C_р}.\tag{2.53}$$

Выражение (2.53) для $T_р$ справедливо и для случая, когда приемник СРС размещается не на прямой линии „передатчик СРС-СОП", а на ветви соответствующей гиперболы с параметрами $d_{J2} - d_{12} = 2a$ (для левой ветви) и $d_{12} - d_{J2} = 2a$ (для правой ветви), где $2a$ - постоянная величина, равная расстоянию между вершинами левой и правой ветвей гиперболы.

На рис.2.10 приведены значения допустимого времени работы $T_р$ приемника СРС без воздействия помех, находящегося на одной из ветвей гиперболы, при расстоянии между передатчиком СРС и СОП, равным 12 км, и $T_{ср\min} = 100$ мкс.

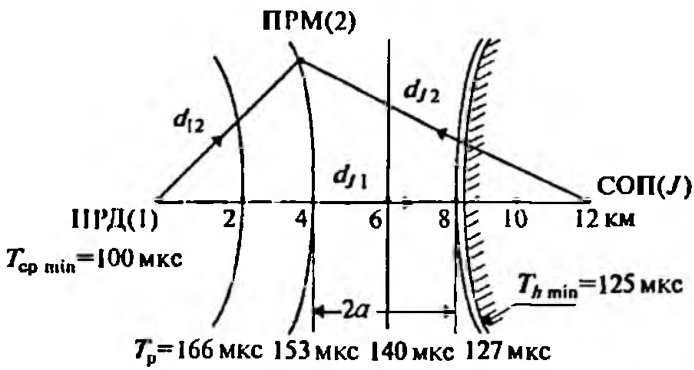


Рис. 2.10.

Как следует из рис.2.10, *чем ближе приемник СРС находится к СОП, тем меньше допустимое время его работы $T_р$ без воздействия помех.*

Эффективное воздействие ответной помехи при ее достаточной мощности P_j на приемник СРС с ППРЧ достигается при выполнении соотношения

$$\frac{d_{J1}+d_{J2}-d_{12}}{C_p}+T_{cp}\le(1-\rho)T_h. \qquad (2.54)$$

Последнее уравнение позволяет определить область размещения СОП, в которой с заданным коэффициентом ρ может подавляться приемник СРС. Если принять, что $[(1-\rho)T_h-T_{cp}]C_p+$ $+d_{12}=\mathrm{const}$, то можно записать равенство

$$d_{J1}+d_{J2}=[(1-\rho)T_h-T_{cp}]C_p+d_{12},\ 0\le\rho<1;\ T_{cp}\le T_h, \qquad (2.55)$$

представляющее собой уравнение эллипса, в фокусах которого размещаются передатчик и приемник СРС. В случае, если СОП находится за пределами эллипса, то воздействие помехи на приемник данной СРС будет отсутствовать из-за запаздывания по отношению к скачкам частоты. При условии размещения СОП внутри эллипса помеха будет воздействовать на приемник СРС с некоторым коэффициентом перекрытия ρ.

Используя (2.55), можно оценить временные возможности СОП при подавлении СРС с различной длительностью работы на одной частоте T_h. Рассмотрим топологию гипотетической сети связи, состоящей из 10 линий радиосвязи, и одной СОП (рис.2.11).

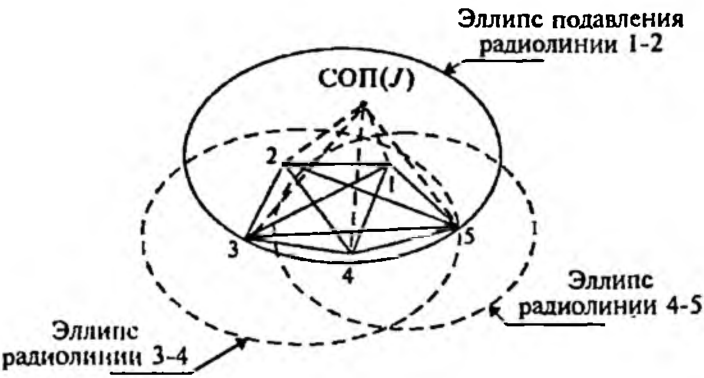


Рис. 2.11.

Для проведения расчетов по временным возможностям СОП в дуэльной ситуации (СОП против каждой линии радиосвязи) примем следующие исходные данные: дальность линий радиосвязи в сети $d_{12}=5$ км, $d_{13}=8$ км, $d_{14}=4$ км, $d_{15}=4$ км,

$d_{23} = 5$ км, $d_{24} = 6$ км, $d_{25} = 8{,}5$ км, $d_{34} = 6$ км, $d_{35} = 9{,}9$ км, $d_{45} = 4$ км; расстояние между СОП и приемниками СРС в сети $d_{J1} = 2$ км, $d_{J2} = 4$ км, $d_{J3} = 8{,}1$ км, $d_{J4} = 5{,}5$ км, $d_{J5} = 6$ км. Кроме того, полагаем: 1) СОП имеет достаточную мощность для подавления приемников СРС; 2) коэффициент перекрытия помехой скачка частоты должен быть не менее 20% ($\rho_{тр} \geq 0{,}2$); 3) время срабатывания СОП $T_{ср\,min} = 100$ мкс; 4) время работы СРС на одной частоте для одного случая (быстрая ППРЧ) $T_{h\,min} = 125$ мкс, для другого - (медленная ППРЧ) $T_{h\,max} = 1000$ мкс.

Составив по аналогии с (2.55) уравнение эллипса для каждой линии радиосвязи ($1-2, 1-3, \cdots, 4-5$) и использовав приведенные выше исходные данные, на рис.2.11 для случая $T_{h\,min} = 125$ мкс приведены эллипсы, образованные линиями радиосвязи. На основе рис.2.11 можно сделать следующие выводы: 1) для линий радиосвязи 3-4 и 4-5 СОП находится вне эллипса (штриховые линии) и поэтому не создает помех приемникам СРС, находящимся в точках 3,4,5; 2) СОП расположена внутри эллипсов, образованных остальными линиями радиосвязи, однако при этом коэффициент перекрытия $\rho < 20\%$. Так, для линий радиосвязи 1-3, 1-4, 1-5, 2-3, 2-4, 2-5, 3-5 коэффициент перекрытия $\rho = 14\%, 11\%, 9\%, 1\%, 11\%, 16\%, 8\%$, соответственно; 3) наиболее сильно подвержена воздействию СОП линия радиосвязи 1-2 с коэффициентом $\rho = 17\%$ (сплошная линия).

Таким образом, при данной топологии сети радиосвязи и СОП, $T_{h\,min} = 125$ мкс и $T_{ср\,min} = 100$ мкс ни одна линия радиосвязи эффективно не подавляется.

Для рассматриваемой топологии сети радиосвязи и СОП (но с временем работы СРС на одной частоте $T_{h\,max} = 1000$ мкс) станция ответных помех с временем срабатывания $T_{ср\,min} = 100$ мкс в состоянии подавить все линии радиосвязи с коэффициентом перекрытия $\rho = 87 \cdots 89\%$. Если принять, как указывалось выше, что необходимо иметь $\rho_{тр} \geq 20\%$, то СОП может располагаться на достаточном удалении от сети. В данном случае СОП может быть расположена от сети радиосвязи на дальности прямой видимости, обеспечивая при этом для различных линий радиосвязи коэффициент перекрытия $\rho = 20 \cdots 24\%$.

Ответные помехи потенциально опасны для СРС с межсимвольной (медленной) ППРЧ даже в том случае, когда постановщик помех из-за сравнительно большого времени срабатывания СОП не в состоянии обеспечить подавление того символа, который перехвачен станцией РТР. Так как при медленной ППРЧ на каждом скачке частоты передается n символов, то из-за запаздывания помехи первые m символов не подвергаются воздействию, а на остальные $(n \cdot m)$ символов накладывается помеха. При этом помеха может воздействовать как на основной, так и на дополнительный канал СРС.

Для этого случая, когда на один скачок частоты T_h приходится несколько символов, относительная пораженная и непораженная часть символов (с точки зрения топологии СРС и СОП и времени срабатывания СОП) определяется из выражений

$$\rho = \frac{T_h - T_{\text{р}}}{T_h}; \quad (1 - \rho) = 1 - \frac{T_h - T_{\text{р}}}{T_h}. \qquad (2.56)$$

Используя (2.56), СВО на бит P_E (2.51) можно записать в виде:

$$P_E = \frac{T_h - T_{\text{р}}}{T_h} P_{\text{п}} P_{E_1}\left(\frac{E_s}{G_0 + G_j}\right) + \left(1 - \frac{T_h - T_{\text{р}}}{T_h} P_{\text{п}}\right) P_{E_0}\left(\frac{E_s}{G_0}\right). \qquad (2.57)$$

Из уравнения (2.57) следует, что *СВО на бит P_E в СРС с ППРЧ при воздействии ответной помехи зависит как от временных, так и энергетических характеристик СРС и СОП.* В связи с этим заметим, что приведенное выражение (2.57) представляет собой упрощенный вид более общей зависимости для СВО на символ, полученной В.И. Борисовым и В.М. Зинчуком [30] на основе использования вероятностно-временной модели функционирования СРС в условиях РЭП и приведенной в первой главе (см. (1.45)). Ниже оценка возможностей СОП проводится на основе выражения (2.57). Кроме того, принято, что полосы пропускания каналов измерения в станции РТР согласованы с полосой пропускания частотных каналов СРС (F_h).

Предположим, что для подавления СРС требуется, чтобы СВО на бит P_E была больше, или, в крайнем случае, равнялась $P_{E_{\text{доп}}}$, $P_E \geq P_{E_{\text{доп}}}$, где $P_{E_{\text{доп}}}$ - допустимая СВО. Но так как $P_{E_1} \geq P_{E_{\text{доп}}} \geq P_{E_0}$, то выполнение условия $P_E \geq P_{E_{\text{доп}}}$ требует, чтобы время работы приемника СРС без помех $T_{\text{р}}$ было меньше длительности скачка частоты T_h, $T_{\text{р}} < T_h$. Учитывая изложенное и уравнения (2.52) и (2.57), можно показать, что время срабатывания СОП должно удовлетворять неравенству [19]

$$0 < T_{\text{ср}} \leq T_h - T_h \frac{P_{E_{\text{доп}}} - P_{E_0} \qquad d_{J1} + d_{J2} - d_{12}}{P_{\text{п}}\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right) \qquad C_{\text{р}}}. \qquad (2.58)$$

Неравенство (2.58) *определяет собой верхний предел времени срабатывания* $T_{ср}$ *СОП, который зависит не только от длительности скачка частоты* T_h *и времени запаздывания помехи* $(d_{J1}+d_{J2}-d_{12})/C_p$, *но и от мощности передатчика СОП.* Так, при увеличении мощности передатчика СОП растет и УВО на символ P_{E_1} при $P_{E_{доп}}=\mathrm{const}$, $P_{П}=\mathrm{const}$, $P_{E_0}=\mathrm{const}$, что в свою очередь, приводит к повышению верхнего предела $T_{ср}$. И, наоборот, при снижении мощности передатчика СОП верхний предел $T_{ср}$ уменьшается. Используя (2.58), приведем пример. Положим, что $T_h=2\text{ мс}$; $P_{E_{доп}}=10^{-3}$; $P_{E_0}=10^{-5}$; $P_{П}=1$; $P_{E_1}=10^{-2}$; $d_{J1}+d_{J2}-d_{12}=15\text{ км}$. В этом случае верхний предел времени срабатывания $T_{ср}\le 1{,}75\text{ мс}$. Увеличим мощность передатчика СОП настолько, что $P_{E_1}=3\cdot 10^{-2}$. Оставляя остальные параметры (2.58) теми же самыми, получим, что верхний предел $T_{ср}$ для СОП повысился до $T_{ср}\le 1{,}89\text{ мс}$.

Для создания эффективных ответных помех станция РТР должна обеспечивать измерение несущей частоты подавляемого частотного элемента сигнала с ППРЧ с высокой точностью и большой степенью вероятности за малое время. Если принять, что σ_f - среднее квадратическое отклонение (СКО) оценки несущей частоты перехваченного частотного элемента сигнала, то на основе неравенства Чебышева вероятность того, что измеренная частота будет находиться в пределах $3\sigma_f$

$$P\{|f-M[f]|<3\sigma_f\}=1-\frac{\sigma_f^2}{9\sigma_f^2}\approx 0{,}9.$$

Таким образом, если оценка частоты является несмещенной, а требуемая точность ее измерения $3\sigma_f\le F_h/2$, то вероятность того, что несущая частота ответной помехи, соответствующая оценке несущей частоты перехваченного сигнала, будет находиться в пределах частотного канала F_h демодулятора подавляемой СРС, примерно равна 0,9.

Так как конкретное устройство измерения частоты в станции РТР неизвестно, то для оценки точности ее измерения целесообразно воспользоваться границей Крамера-Рао

$$\sigma_\theta\ge\frac{1}{\sqrt{-M\left\{\dfrac{d^2}{d\theta^2}\ln\Lambda(y|\theta)\right\}}}.$$

Здесь $M\{x\}$ - операция усреднения; $\Lambda(y|\theta)$ - отношение правдоподобия; y - наблюдаемый случайный процесс; θ - неслучайный параметр, подлежащий оценке.

Используя неравенство Крамера-Рао, несмещенная оценка σ_f для частотного элемента сигнала в виде отрезка гармонического колебания с неизвестной начальной фазой в присутствии БГШ может быть представлена в виде [19]:

$$\sigma_f \geq \left(\frac{2\pi T^2 E}{3G_0}\right)^{-1/2},$$

где T - длительность интервала наблюдения; E - энергия перехваченного частотного элемента сигнала на интервале наблюдения T; $G_0/2$ - двусторонняя спектральная плотность мощности собственных шумов измерителя частоты.

С учетом изложенного нижний предел времени наблюдения T, при котором обеспечивается получение требуемой оценки несущей частоты с высокой вероятностью, определяется из выражения [19]

$$T \geq 1{,}76 F_h^{-1}\left(q_i^2\right)^{-1/3},$$

где F_h - полоса пропускания измерителя частоты станции РТР; q_i^2 - отношение сигнал-шум на выходе i-го измерителя частоты.

Рассмотрим пример для УКВ диапазона, в котором полоса пропускания измерителя частоты станции РТР $F_h = 25 \cdot 10^3$ Гц, а отношение сигнал-шум на входе измерителя частоты $q_i^2 = 10$ дБ. В этом случае из последнего неравенства имеем, что для получения оценки несущей частоты СРС с требуемой точностью время наблюдения $T \geq 33$ мкс. Заметим, что время наблюдения T должно быть меньше длительности скачка частоты СРС $T \leq T_h$ и меньше времени срабатывания СОП $T < T_{\text{ср}}$. Для приведенного выше примера, когда $T_h = 2$ мс, $T_{\text{ср}} \leq 1{,}75...1{,}89$ мс, указанные неравенства $T \leq T_h$ и $T < T_{\text{ср}}$ выполняются с большим запасом.

В [19] приводятся и другие ограничения на РХ станции РТР и СОП при организации ответных помех. Так, передатчик СОП при ограниченной мощности в состоянии подавлять только определенную долю частотных элементов сигналов СРС с ППРЧ, перехваченных станцией РТР. Предположим, что N однотипных СРС с ППРЧ одновременно передают частотные элементы в пределах одной и той же полосы W_s. Если передатчики этих СРС генерируют достаточную для перехвата станцией РТР мощность, а приемные устройства систем радиосвязи равномерно распределены по сектору, равному Ω радиан, то для подавления сигналов в секторе 2ε радиан передатчик СОП должен излучать J ответных помех

$$J \geq \min\left\{\frac{(2\varepsilon + 6\sigma_\Phi)N}{\Omega}, N\right\}, \tag{2.59}$$

где σ_Φ - среднее квадратическое отклонение оценки пеленга подавляемой СРС с ППРЧ. На основе неравенства Крамера-Рао, в [19] показано, что для широко распространенного в станциях РТР измерителя пеленга - фазового пеленгатора СКО в присутствии БГШ

$$\sigma_\Phi \geq \left(\frac{C_р}{2\pi f_{\min} d_\Phi}\right)\left(q_i^2 F_h\right)^{-1/2}\left[T_h - T_h \frac{P_{E_{доп}} - P_{E_0}}{P_П\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right)} - T_з\right]^{-1/2}, \tag{2.60}$$

где $f_{\min}$ - наименьшая частота в ЧВМ сигнала с ППРЧ; d_Φ - расстояние между разнесенными антеннами; q_i^2 - отношение сигнал-шум в одном частотном канале измерителя пеленга.

Если требуется удовлетворить неравенство (2.59) и обеспечить $(2\varepsilon + 6\sigma_\Phi) < \Omega$, то из (2.59) и (2.60) имеем

$$J \geq \frac{2\varepsilon N}{\Omega} + \left(\frac{3NC_р}{\Omega\pi f_{\min} d_\Phi}\right)\left(q_i^2 F_h\right)^{-1/2}\left[T_h - T_h \frac{P_{E_{доп}} - P_{E_0}}{P_П\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right)} - T_з\right]^{-1/2}. \tag{2.61}$$

В случае, если выполняется условие $J > 2\varepsilon N/\Omega$, то путем инвертирования в (2.61) отношения сигнал-шум q_i^2 на отношение помеха-сигнал q_j^2 можно определить минимальное отношение помеха-сигнал, необходимое для подавления сигналов с ППРЧ в заданном секторе $2\varepsilon/\Omega$,

$$q_j^2 \geq \left(\frac{J}{N} - \frac{2\varepsilon}{\Omega}\right)^{-2}\left(\frac{3C_р}{\Omega\pi f_{\min} d_\Phi}\right)^2 F_h^{-1}\left[T_h - T_h \frac{P_{E_{доп}} - P_{E_0}}{P_П\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right)} - T_з\right]^{-1}. \tag{2.62}$$

Из (2.62) следует важный вывод о том, что *чем больше работающих однотипных СРС с ППРЧ в данном секторе подавления, тем ниже эффективность воздействия на них СОП.*

Кроме того, неравенство (2.62) в явном виде показывает важность выбора нормированного сектора подавления $2\varepsilon/\Omega$, который может быть определен в зависимости от того, насколько точно известны пеленги передатчиков СРС, функционально связанных с подавляемыми приемниками СРС.

2.4.2. Оценка воздействия ответных шумовых помех на системы радиосвязи с ППРЧ и ЧМ

Перейдем к оценке воздействия ответных помех на СРС с ППРЧ в наихудших для системы радиосвязи условиях, при которых помеха попадает в соответствующий канал приемника до того, как произойдет перескок рабочей частоты. Такая ситуация характеризует потенциальные возможности СОП по времени воздействия на СРС. В этом предельном случае $\rho = 1$ и в соответствии с (2.50) СВО на бит

$$P_E = P_{E_1}\left(\frac{E_s}{G_0 + G_j}\right).$$

Для случая, когда $\rho = 1$, постановщик помех имеет принципиальную возможность воздействовать на основной канал, дополнительный канал и одновременно на оба канала демодулятора СРС с ППРЧ и неслучайной ЧМ. Если принять, что ответная шумовая помеха представляет сосредоточенный по полосе БГШ, то, используя (2.31), СВО на бит P_E для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ можно записать в виде [8,17,31]:

при воздействии шумовой помехи на основной канал

$$P_E(\text{осн.}) = \frac{1}{2+\beta}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{P_j}{P_s}\right)^{-1}\right]; \tag{2.63}$$

при воздействии шумовой помехи на дополнительный канал

$$P_E(\text{доп.}) = \frac{1+\beta}{2+\beta}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{P_j}{P_s}\right)^{-1}\right]; \tag{2.64}$$

при воздействии шумовой помехи равной мощности на основной и дополнительный каналы

$$P_E(2) = \frac{1}{2}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s} + \frac{2P_j}{P_s}\right)^{-1}\right], \tag{2.65}$$

где $\beta = E_s P_j / (G_0 P_s)$.

Средняя вероятность ошибки в приеме бита информации при воздействии шумовой помехи на один из каналов демодулятора определяется из выражений (2.63) и (2.64)

$$P_E(1)=\frac{1}{2}[P_E(\text{осн.})+P_E(\text{доп.})]=\frac{1}{2}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s}+\frac{P_j}{P_s}\right)^{-1}\right].$$

На рис.2.12,а-в приведены графики зависимости СВО на бит P_E (2.63), (2.64) и (2.65) от отношения сигнал-помеха P_s/P_j при различных значениях сигнал-шум E_s/G_0.

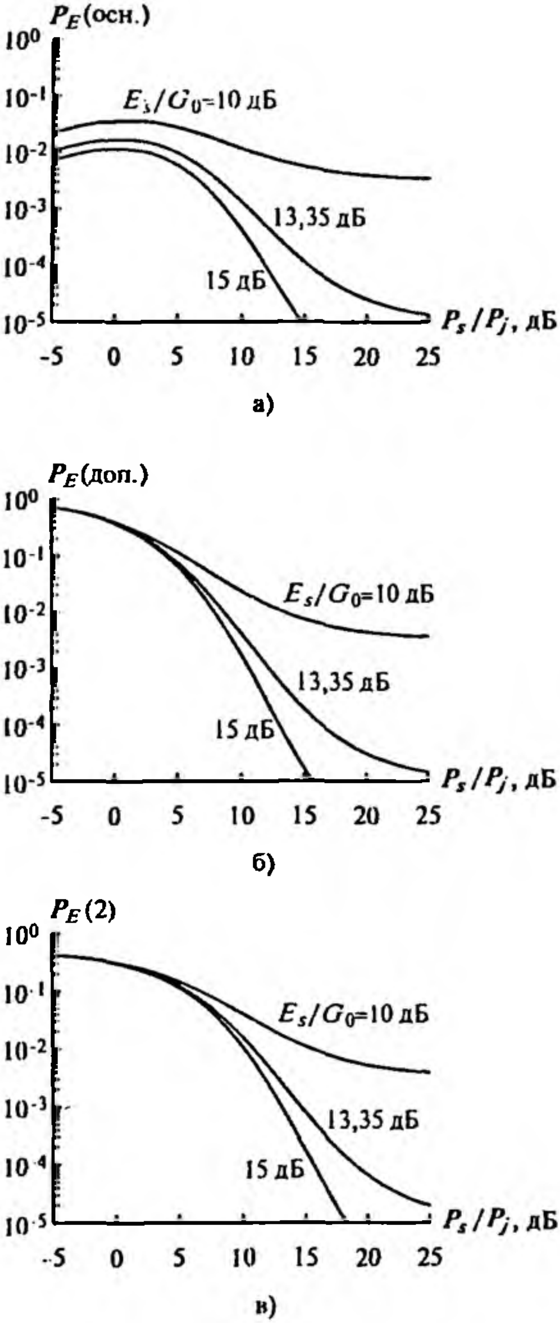
Максимальное значение СВО на бит P_E при воздействии ответной шумовой помехи на основной канал определяется путем решения уравнения $dP_E/d(P_s/P_j)=0$ применительно к выражению (2.63). В результате имеем

$$P_{E_{\max}}(\text{осн.})\approx\begin{cases}\dfrac{G_0}{E_s}e^{-1}, & P_j=P_s-2\sigma_0^2>0; \qquad (2.66а)\\[2ex] \dfrac{1}{2}\exp\left(-\dfrac{E_s}{2G_0}\right), & P_j=P_s-2\sigma_0^2\le 0. \qquad (2.66б)\end{cases}$$

На основе (2.66а,б) можно сделать заключение о том, что *в случае наихудших ответных помех собственные шумы приемника СРС определяют СВО на бит и ими нельзя пренебрегать, даже если мощность помехи больше мощности собственных шумов приемника.*

На рис.2.12,а видно, что при заданных отношениях E_s/G_0 помеха наиболее эффективна в небольшой области (около $10\cdots12$ дБ) отклонения отношения P_s/P_j от $(1+2\sigma_0^2/P_j)$. За пределами этой области эффективность помехи уменьшается. Выполнение равенства $P_j\approx P_s$ приводит к тому, что *наихудшая шумовая помеха заменяет экспоненциальную зависимость P_E(осн.) на линейную и больше не влияет на вероятность ошибки. Станция ответных помех исчерпала все свои возможности, чтобы добиться максимальной СВО на бит.* Теперь в соответствии с (2.66а) СВО на бит, например, при $E_s/G_0=$ $=13{,}35$ дБ равна $1{,}6\cdot10^{-2}$; в то же время в бесконфликтной ситуации $P_E=10^{-5}$ (2.35). Однако заметим, что обеспечение равенства $P_j\approx P_s$ в реальных условиях организации помех является достаточно сложной технической задачей.

Сравнение приведенных на рис.2.12,а и рис.2.12,б графиков СВО на бит P_E(осн.) и P_E(доп.) показывает, что воздействие помех на дополнительный канал более эффективно, чем на ос-



P_E(осн.)
E_s/G_0=10 дБ
13,35 дБ
15 дБ
P_s/P_j, дБ
а)
P_E(доп.)
E_s/G_0=10 дБ
13,35 дБ
15 дБ
P_s/P_j, дБ
б)
P_E(2)
E_s/G_0=10 дБ
13,35 дБ
15 дБ
P_s/P_j, дБ
в)

Рис. 2.12.

новной канал. В соответствии с (2.63) и (2.64) $P_E(\text{доп.})/P_E(\text{осн.}) = (1+\beta) > 1$; это свидетельствует о том, что шумовая помеха в дополнительном канале в вероятностном смысле выступает в роли полезного сигнала. Как следует из (2.59) и рис.2.12,б, при воздействии шумовой помехи на дополнительный канал максимальное значение СВО на бит $P_{E_{\max}}(\text{доп.})$ стремится к 1 при $P_s / P_j \to 0$. Таким образом, с точки зрения помехоустойчивости СРС целесообразно, чтобы частотный разнос между информационными каналами не был постоянным, что не позволяет постановщику помех вскрывать частоту дополнительного канала.

Воздействие ответных шумовых помех на оба канала СРС с ППРЧ более эффективно, чем на основной канал. Из (2.63) и (2.65) следует, что $P_E(2)/P_E(\text{осн.}) = (1+\beta/2) > 1$. При этом максимальное значение СВО на бит $P_{E_{\max}}(2)$, как и следовало ожидать, стремится к 1/2 при $P_s / P_j \to 0$.

Эффективность воздействия шумовых помех на дополнительный канал и одновременно на оба канала СРС, как видно из графиков СВО на бит $P_E(\text{доп.})$ и $P_E(2)$ (рис.2.12,б,в), практически одна и та же при отношении сигнал-помеха $P_s / P_j > 1$.

В случае, если передача данных осуществляется с использованием M-ичной ЧМ (см. рис.1.13), СВО на бит определяется зависимостью [39]

$$P_E = \frac{M}{2(M-1)}(1 - P_c), \tag{2.67а}$$

где P_c - условная вероятность того, что напряжение на выходе канала, в котором присутствует сигнал, превышает выходные напряжения остальных (M-1) каналов демодулятора.

Известно, что в общем случае УВО

$$P_c = \int_0^{\infty} f_s(z_s) \left[\int_0^{z_s} f_0(z_n) dz_n \right]^{M-1} dz_s ,$$

где $f_s(z_s)$, $f_0(z_n)$ - функции плотности вероятности статистики z_s на выходе канала с сигналом и статистики z_n на выходе остальных (M-1) каналов, содержащих только собственные шумы приемника.

При воздействии шумовой помехи функция $f_s(z_s)$ определяется из выражения (2.15) при $A_{j1} = 0$

$$f_s(z_s) = \frac{z_s}{\sigma_j^2 + \sigma_0^2} \exp\left[-\frac{z_s^2 + P_s}{2(\sigma_j^2 + \sigma_0^2)}\right] I_0\left(\frac{\sqrt{P_s}}{\sigma_j^2 + \sigma_0^2} z_s\right).$$

В каналах, содержащих только собственные шумы, функция

$$f_0(z_n) = \frac{z_n}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{z_n^2}{2\sigma_0^2}\right).$$

Выполнив соответствующие преобразования, получим выражение для СВО на бит P_E при воздействии ответной шумовой помехи на основной канал M-ичной СРС с ППРЧ [17,31]

$$P_E\,(\text{осн.}) = \frac{M}{2(M-1)} \sum_{m=1}^{M-1} \frac{(-1)^{m+1}}{m+1} \binom{M-1}{m} \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \frac{m}{m+1}\beta} \exp\left[-k\left(\frac{P_j}{P_s} + \frac{m+1}{m}\frac{G_0}{E_s}\right)^{-1}\right], \qquad (2.67б)$$

где M - размер алфавита сигнала, $M = 2^k$, $k = 1,2,3,\ldots$, $k = \log_2 M$.

На рис.2.13 приведены графики зависимости СВО на бит $P_E(\text{осн.})$ в соответствии с выражением (2.67б) как функции отношения сигнал-помеха P_s / P_j при $M = 2;4;8$ и $E_s/G_0 = 13{,}35\,дБ;\ 10{,}6\,дБ;\ 9{,}1\,дБ$; при указанных значениях M и E_s/G_0 СВО на бит $P_{E_0} = 10^{-5}$ в случае отсутствия помех.

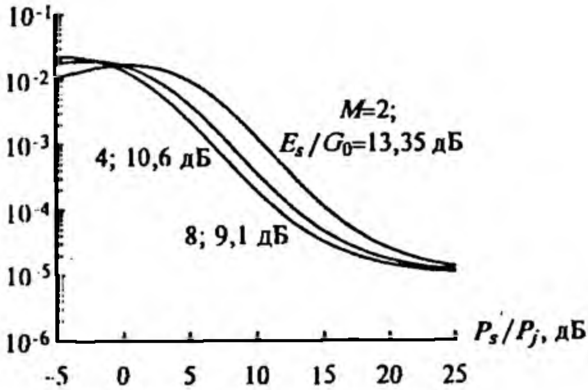


Рис. 2.13.

Максимальное значение СВО на бит $P_{E_{\max}}$(осн.) определяется решением уравнения $dP_E(\text{осн.})/d(P_s/P_j)=0$ применительно к (2.67). В результате получим, что $P_{E_{\max}}$(осн.) достигается при отношении сигнал-помеха

$$\frac{P_s}{P_j}=\frac{m}{m+1}\frac{E_s}{G_0}\Big/\left(\frac{m}{m+1}\frac{E_s}{G_0}k-1\right).$$

Так как $mE_sk/(m+1)G_0 >> 1$, то можно принять, что $P_s/P_j \approx 1/k$. Подставляя полученное отношение $P_s/P_j = 1/k$ в (2.67б), имеем

$$P_{E_{\max}}(\text{осн.})=\frac{M}{2(M-1)}\sum_{m=1}^{M-1}(-1)^{m+1}\binom{M-1}{m}\frac{G_0e^{-1}}{mkE_s}. \qquad (2.68)$$

Графики зависимости $P_{E_{\max}}$(осн.) как функции отношения сигнал-шум для $M=2;4$ и 8 (соответственно $k=1;2;3$) приведены на рис.2.14.

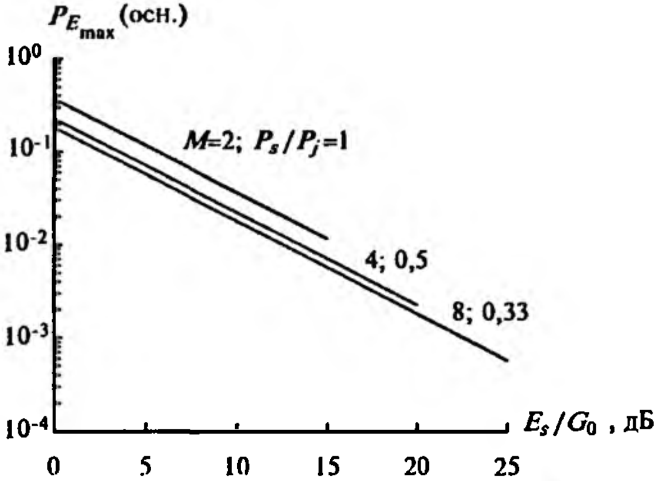


Рис. 2.14.

Как и следовало ожидать, *наихудшая ответная шумовая помеха приводит к замене экспоненциальной зависимости P_E(осн.) на линейную, как и в случае с двоичной ЧМ, и больше не оказывает влияния на снижение помехоустойчивости СРС. Следовательно, разрабатывая СРС с большим отношением E_s/G_0, можно значительно снизить эффективность наихудших ответных шумовых помех.*

Из графиков (рис.2.14) видно, что увеличение размера алфавита сигнала M при постоянной скорости передачи и энергии сигнала на бит приводит к снижению эффективности ответных помех. При этом из сопоставления (2.66а) и (2.68) следует, что эффективность помех уменьшается примерно на 2 дБ при $M=4$ и на 3 дБ при $M=8$ по сравнению с двоичной ЧМ. Однако M-ичная СРС с ППРЧ достаточно чувствительна к помехам, воздействующим на каналы, по которым передача не ведется. Так как при M-ичной ЧМ на одной несущей частоте (с помощью одного частотного элемента) одновременно передается $\log_2 M$ бит, то при воздействии помехи на любой дополнительный канал СРС может возникать ошибка сразу в $\log_2 M$ битах [16]. Так, например, если в приемнике 8-ичной СРС помехой поражается один из семи неиспользуемых для передачи каналов, то эта помеха может вызвать ошибку одновременно в трех двоичных символах. С целью устранения такого недостатка в M-ичной СРС могут быть использованы различные способы повышения помехоустойчивости.

Из анализа выражений (2.63), (2.64), (2.65) и (2.67б) видно, что *в условиях ответных шумовых помех СВО на бит СРС с ППРЧ не зависит от коэффициента расширения спектра сигнала.* Это объясняется спецификой создания ответных помех, воздействующих на конкретно выбранный частотный канал с вероятностью, близкой к единице.

2.4.3. Оценка воздействия ответных гармонических помех на системы радиосвязи с ППРЧ и ЧМ

При воздействии гармонической помехи с частотой ω_j, равной частоте сигнала ω_0, и равномерно распределенной фазой на основной канал демодулятора СВО на бит P_E(осн.) для случая, когда $\rho=1$, определяется из выражения (2.31)

$$P_E(\text{осн.}) = \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\exp\left[-\frac{E_s}{2G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}+2\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\cos\theta\right)\right]d\theta,$$

где θ - разность фаз между помехой и сигналом, $\theta\in[-\pi;\pi]$.

Применяя к последнему выражению интегральное представление модифицированной функции Бесселя первого рода нулевого порядка (2.17), СВО на бит P_E(осн.) после усреднения по фазе можно записать в виде:

$$P_E(\text{осн.}) = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_s}{2G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}\right)\right]I_0\left(\frac{E_s}{G_0}\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\right). \qquad (2.69)$$

Графики зависимости СВО на бит P_E(осн.) (сплошные линии) как функции отношения сигнал-помеха P_s / P_j при $E_s / G_0 = 13{,}35$ дБ приведены на рис.2.15.

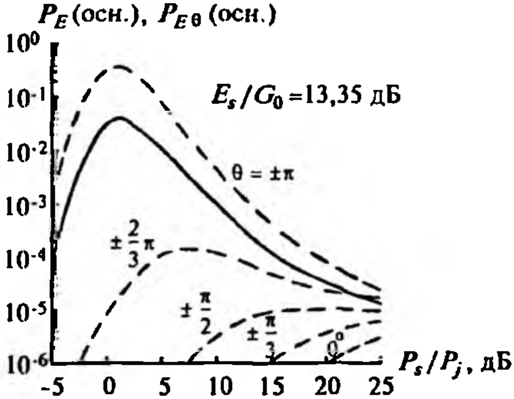


Рис. 2.15.

Анализ графиков P_E(осн.) (рис.2.15) показывает, что зависимость СВО на бит P_E(осн.) (как и в случае воздействия шумовой помехи) имеет экстремальный характер, т.е. при определенном отношении сигнал-помеха ($P_s < P_j$) СВО на бит уменьшается.

Используя асимптотическое приближение функции Бесселя

$$I_0(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(x), \quad x >> 1, \tag{2.70}$$

выражение (2.69) для СВО на бит P_E(осн.) можно записать в виде:

$$P_E(\text{осн.}) \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_0^2}{2\pi\sqrt{P_s P_j}}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{(\sqrt{P_s}-\sqrt{P_j})^2}{2\sigma_0^2}\right], \sqrt{P_s P_j} \geq \sigma_0^2. \tag{2.71}$$

Решая уравнение $dP_E(\text{осн.}) / d(P_s / P_j) = 0$, из (2.71) следует, что наихудшая гармоническая помеха имеет место при $P_j = P_s$. При этом максимальная СВО на бит определяется из выражения

$$P_{E_{\max}}(\text{осн.}) \approx \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G_0}{2\pi E_s}}, \quad P_j \approx P_s >> \sigma_0^2. \tag{2.72}$$

При таких условиях *станция ответных гармонических помех полностью исчерпала свои возможности по подавлению СРС.*

Дальнейшее увеличение мощности помехи в основном канале демодулятора (2.69) приводит к снижению ее эффективности (см. рис.2.15), так как помеха в этом случае начинает выступать в качестве полезного сигнала.

Сравнение зависимостей СВО на бит P_E(осн.), приведенных на рис.2.12,а и рис.2.15, показывает, что гармоническая помеха в основном канале демодулятора при $\omega_j = \omega_0$ несколько эффективнее, чем шумовая помеха в этом же канале, для небольшой области отклонения отношения сигнал-помеха P_s / P_j от 1. За пределами этой области эффективность гармонической помехи падает и становится меньше эффективности шумовой помехи.

При воздействии гармонических помех равной мощности одновременно на оба канала демодулятора СВО на бит $P_E(2)$ в соответствии с (2.32) может быть представлена зависимостью вида:

$$P_E(2) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left\{Q\left[\sqrt{\frac{E_s}{G_0}\frac{P_j}{P_s}}, \sqrt{\frac{E_s}{G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}+2\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\cos\theta\right)}\right] - \right.$$

$$-\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_s}{G_0}\left(\frac{1}{2}+\frac{P_j}{P_s}+\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\cos\theta\right)\right]\times$$

$$\left.\times I_0\left[\frac{E_s}{G_0}\sqrt{\frac{P_j}{P_s}\left(1+\frac{P_j}{P_s}+2\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\cos\theta\right)}\right]\right\}d\theta. \qquad (2.73)$$

График зависимости СВО на бит $P_E(2)$ (сплошная линия) как функция отношения сигнал-помеха P_s / P_j при $E_s / G_0 = 13{,}35$ дБ изображен на рис.2.16.

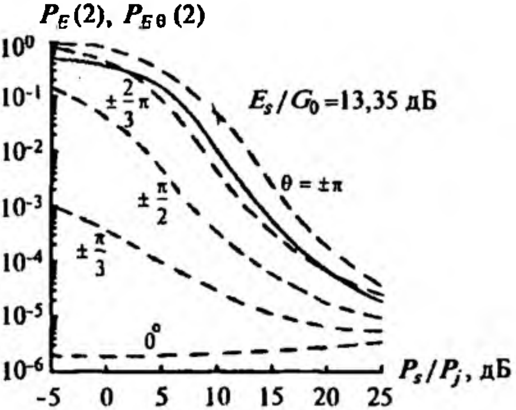


Рис. 2.16.

Из сравнения графиков P_E(осн.) и $P_E(2)$, представленных на рис.2.15 и рис.2.16, видно, что воздействие гармонической помехи на оба канала демодулятора более эффективно, чем воздействие помехи на основной канал. Как следует из (2.73) максимальное значение СВО на бит при воздействии помехи на оба канала $P_{E_{max}}(2)$ стремится к 1/2 при $P_s / P_j \to 0$.

При оценке воздействия гармонических помех, имитирующих сигнал, на СРС с ППРЧ необходимо учитывать влияние разности фаз (так называемое „фазовое подавление" [16]) между помехой и сигналом, значение которой изменяется от $-\pi$ до π. Если фазовый сдвиг между сигналом и гармонической помехой равен θ, то мощность результирующего сигнала P_Σ на входе демодулятора может быть представлена в виде:

$$P_\Sigma = P_s\left(1 + \frac{2}{\sqrt{\alpha}}\cos\theta + \frac{1}{\alpha}\right), \quad \alpha = P_s / P_j .$$

Так как эффективным видом воздействия на двоичную СРС с ППРЧ является передача помехи мощностью $P_j \approx P_s$, то при совпадении частот сигнала ω_0 и помехи ω_j мощность суммарного сигнала изменяется в пределах $0 \le P_\Sigma \le 4$ в зависимости от разности фаз θ. Для оценки влияния „фазового подавления" на рис.2.15 и рис.2.16 штриховыми линиями нанесены зависимости подынтегральных выражений $P_{E\theta}$(осн.) и $P_{E\theta}(2)$ для различных значений разности фаз θ. Как и следовало ожидать, наибольшая эффективность гармонической помехи, при которой СВО на бит имеет максимальное значение $P_{E\theta_{max}}$(осн.) и $P_{E\theta_{max}}(2)$, достигается при условии, когда помеха и сигнал находятся в противофазе ($\theta = \pm\pi$); минимальные значения СВО на бит $P_{E\theta_{min}}$(осн.) и $P_{E\theta_{min}}(2)$ имеют место в случае, если помеха и сигнал складываются в фазе ($\theta = 0$). По мере уменьшения отношения P_s / P_j влияние „фазового подавления" на разброс между $P_{E\theta_{max}}$ и $P_{E\theta_{min}}$ значительно увеличивается. Так из графика $P_{E\theta}(2)$ (см. рис.2.16) видно, что при $P_s / P_j = 1$ разброс между $P_{E\theta_{max}}(2)$ и $P_{E\theta_{min}}(2)$ составляет чуть менее шести порядков. При значительном увеличении отношения P_s / P_j разброс между $P_{E\theta_{max}}$ и $P_{E\theta_{min}}$ стремится к 0, а СВО на бит описывается выражением (2.35а) или (2.35б).

Однако использование эффекта „фазового подавления" для увеличения СВО на бит со стороны постановщика помех представляется практически неразрешимой задачей.

В случае, если воздействию гармонической помехи подвергается только дополнительный канал демодулятора, то СВО на бит определяется из выражения [34]

$$P_E(\text{доп.}) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{G_0}\frac{P_j}{P_s}}, \sqrt{\frac{E_s}{G_0}}\right) - \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_s}{2G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}\right)\right] I_0\left(\frac{E_s}{G_0}\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\right). \quad (2.74)$$

В соответствии с (2.74) на рис.2.17 приведены графики зависимости СВО на бит $P_E(\text{доп.})$ как функции отношения P_s / P_j для различных значений E_s / G_0.

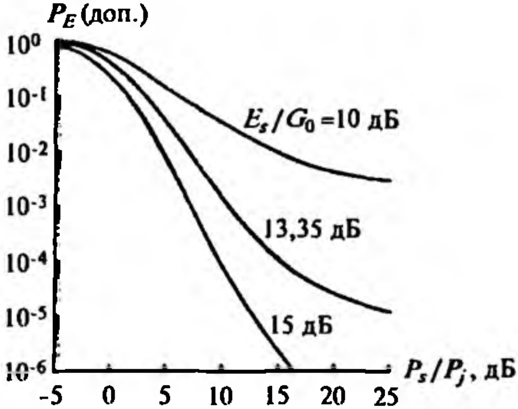


Рис. 2.17.

Из анализа графиков $P_E(\text{доп.})$ следует, что воздействие гармонической помехи на дополнительный канал при $P_s / P_j < 15$ дБ эффективнее воздействия этой же помехи на основной канал (см. рис.2.15). Максимальное значение СВО на бит $P_{E_{\max}}(\text{доп.})$ стремится к 1 при $P_s / P_j \to 0$.

Используя (2.69) и (2.74), СВО на бит P_E при условии попадания гармонической помехи в один из каналов демодулятора определяется выражением

$$P_E(1) = \frac{1}{2}[P_E(\text{осн.}) + P_E(\text{доп.})] = \frac{1}{2} Q\left[\sqrt{\frac{E_s}{G_0}\frac{P_j}{P_s}}, \sqrt{\frac{E_s}{G_0}}\right].$$

Если в СРС с ППРЧ для передачи сообщения используется M-ичная ЧМ, то эффект воздействия гармонической помехи на основной канал может быть найден из выражения (2.67а). При этом функция плотности вероятности статистики z_s на выходе основного канала описывается уравнением (2.15), в котором необходимо положить $\sigma_j^2 = 0$. В результате имеем

$$f_s(z_s)=\frac{z_s}{\sigma_0^2}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_0^2}\left(z_s^2+P_s+P_j+2\sqrt{P_sP_j}\cos\theta\right)\right]\times$$

$$\times I_0\left[\frac{1}{\sigma_0^2}\left(P_s+P_j+\sqrt{P_sP_j}\cos\theta\right)z_s\right]. \qquad (2.75)$$

В остальных (M-1) каналах имеются только собственные шумы, распределение статистики z_n на выходе этих каналов описывается функцией $f_0(z_n)=z_n/\sigma_0^2\exp(-z_n^2/2\sigma_0^2)$.

Используя результаты [31], получим, что воздействие гармонической помехи на канал передачи приводит к СВО на бит:

$$P_E(\text{осн.})=\frac{M}{2(M-1)}\sum_{m=1}^{M-1}\frac{(-1)^{m+1}}{m+1}\binom{M-1}{m}\exp\left[-\frac{kE_s}{G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}\right)\frac{m}{m+1}\right]\times$$

$$\times I_0\left(\frac{2m}{m+1}\frac{kE_s}{G_0}\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\right). \qquad (2.76)$$

На рис.2.18 изображены графики СВО на бит $P_E(\text{осн.})$ (2.76) как функции отношения сигнал-помеха P_s/P_j; при этом график 1 соответствует $M=2$, $E_s/G_0=13{,}35$ дБ; график 2 - $M=4$, $E_s/G_0=10{,}6$ дБ; график 3 - $M=8$, $E_s/G_0=9{,}1$ дБ.

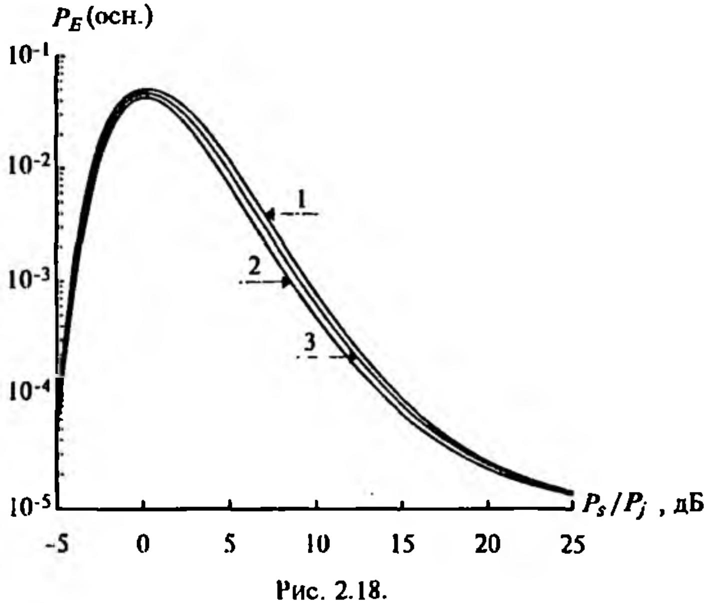


Рис. 2.18.

Из графиков на рис.2.18 видно, что при гармонической помехе (как и при воздействии шумовой помехи) СВО на бит увеличивается до определенного значения (достигая максимума) с ростом мощности помехи, после которого характеристики приема улучшаются в силу того, что помеха начинает выступать в качестве сигнала.

Максимальное значение СВО на бит P_E(осн.) имеет место при $P_s = P_j >> \sigma_0^2$. В этом случае, если воспользоваться представлением функции Бесселя $I_0(x)$ в виде (2.70), то получим

$$P_{E_{max}}(\text{осн.}) \approx \frac{M}{2(M-1)} \sum_{m=1}^{M-1} \frac{(-1)^{m+1}}{m+1} \binom{M-1}{m} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(m+1)G_0}{\pi m k E_s}}, \; P_s = P_j. \quad (2.77)$$

Графики зависимости $P_{E_{max}}$(осн.) от отношения сигнал-шум E_s / G_0 для наихудшей гармонической помехи при $P_s / P_j = 1$ изображены на рис.2.19.

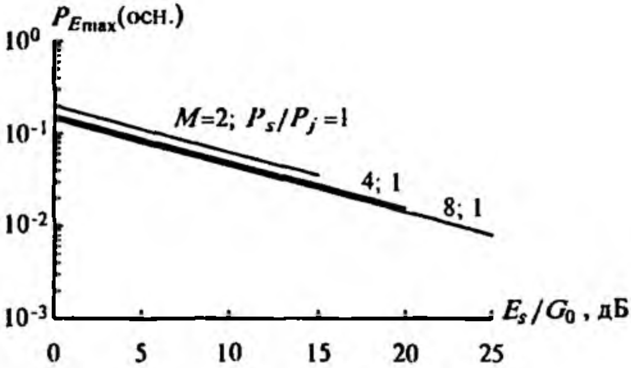


Рис. 2.19.

Из графиков видно, что *наихудшая гармоническая помеха в случае М-ичной ЧМ трансформирует экспоненциальную зависимость P_E(осн.) в линейную и более не влияет на помехоустойчивость СРС. Наихудшая помеха оптимизирует ресурсы передатчика помех, внося ровно столько энергии в один канал, сколько требуется для получения максимальной ошибки в символах.*

Как и при воздействии шумовой помехи, эффективность гармонической помехи с увеличением размера алфавита сигнала M при постоянной скорости передачи символов и энергии сигнала на бит уменьшается. Уменьшение эффективности гармонической помехи при $M = 4$ и $M = 8$ составляет примерно 2 и 3 дБ по сравнению с эффективностью помех при двоичной ЧМ, $M = 2$. Однако воздействие гармонической помехи на любой из M-

ичных дополнительных каналов, в котором не ведется передача (как и в случае воздействия шумовой помехи на дополнительный канал), приводит к значительному уменьшению помехоустойчивости СРС.

Сравнение графиков зависимости СВО на бит $P_{E_{\max}}$ (осн.) для СРС с M-ичной ЧМ при воздействии шумовой и гармонической помех, приведенных на рис.2.14 и рис.2.19, показывает, что наихудшая гармоническая помеха несколько эффективнее наихудшей шумовой помехи. Эффективность гармонической помехи быстро уменьшается с ростом отношения сигнал-помеха. *Из-за специфики организации ответных гармонических помех, как и ответных шумовых помех, СВО на бит не зависит от коэффициента расширения спектра сигнала.*

Как указывалось выше, для подавления СРС с ППРЧ и ЧМ возможно применение комбинированной (шумовой и гармонической) ответной помехи. При воздействии комбинированной помехи на основной канал демодулятора СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ СВО на бит определяется зависимостью вида:

$$P_E(\text{осн.}) = \frac{1}{2 + \dfrac{E_s}{G_0}\dfrac{P_j}{P_s}} \exp\left(-\frac{1 + P_j/P_s}{P_j/P_s + 2G_0/E_s}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{P_j/P_s}}{P_j/P_s + 2G_0/E_s}\right).$$

В соответствии с этим выражением на рис.2.20 изображен график зависимости СВО на бит P_E(осн.) (кривая 1) как функция отношения сигнал-помеха P_s/P_j при $E_s/G_0 = 13{,}35$ дБ. На этом же рисунке приведены графики СВО на бит P_E(осн.) при воздействии на основной канал демодулятора только шумовой помехи (кривая 2) и только гармонической помехи (кривая 3).

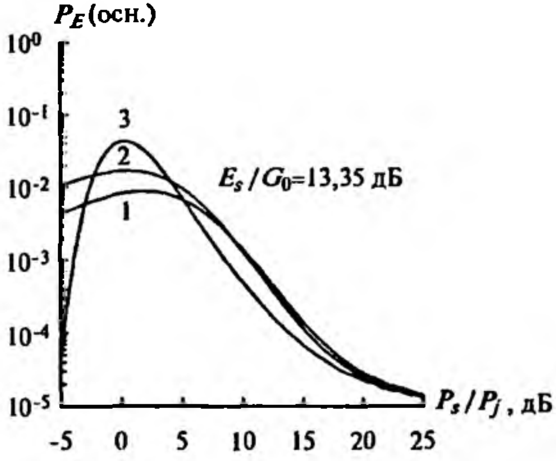


Рис. 2.20.

Из представленных на рис.2.20 графиков следует, что воздействие такой сложной ответной помехи на основной канал демодулятора СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ не повышает эффективность подавления СРС по сравнению с шумовой или с гармонической помехой. Вместе с тем техническая реализация комбинированной помехи в СОП достаточно сложна [31] .

Эффект воздействия ответных помех на смежные каналы СРС с ППРЧ может быть снижен за счет формирования сигналов со случайной ЧМ, осуществляемой применением независимых синтезаторов частот, каждый из которых управляется своим ГПС кода. В общем случае при наличии в приемном устройстве СРС M синтезаторов частот передатчик такой СРС, имеющей также M синтезаторов частот, может излучать частоты, разность между которыми является случайной для станции РТР постановщика помех. Такое формирование сигналов с ППРЧ даже при знании постановщиком помех частоты канала передачи не позволяет станции РТР определять частоты дополнительных каналов. Основная стратегия этого способа защиты СРС с ППРЧ от ответных помех заключается в том, что СОП может воздействовать только на канал передачи, а это ухудшает рабочие характеристики СОП. В первой главе на рис.1.11 была приведена структурная схема приемника СРС с ППРЧ, реализующая случайную двоичную ЧМ, а на рис.1.14 изображена структурная схема приемника СРС со случайной M-ичной ЧМ. Вполне очевидно, что применение в СРС с ППРЧ сигналов со случайной ЧМ усложняет техническую реализацию СРС. Однако, как было показано выше, СРС с ППРЧ и случайной ЧМ более эффективна не только против ответных помех, но и против шумовой помехи в части полосы по сравнению с СРС, использующей неслучайную ЧМ.

Используя полученное выражение (2.69) для СВО на бит при воздействии на СРС с ППРЧ ответной гармонической помехи, вернемся к рассмотрению вопроса о времени срабатывания $T_{\text{ср}}$ СОП. На основе (2.58) и (2.69) определим зависимость $T_{\text{ср}}$ как функцию от отношения помеха-сигнал P_j/P_s при заданных параметрах СРС и СОП. В качестве примера на рис.2.21 изображен график требуемого времени срабатывания $T_{\text{ср}}$ при воздействии ответной гармонической помехи на основной канал СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ. При расчетах принято: $T_h = 2$ мс; $P_{E_{\text{доп}}} = 10^{-3}$; $P_{\text{п}} = 1{,}0$; $P_{E_0} = 10^{-5}$; $E_s/G_0 = 13{,}35$ дБ; $d_{J1} + d_{J2} - d_{12} = 30$ км, т.е. $T_{\text{з}} = 0{,}1$ мс.

Из графика $T_{\text{ср}}$ (рис.2.21) следует, что с повышением отношения помеха-сигнал P_j/P_s требуемое время срабатывания $T_{\text{ср}}$ увеличивается до значения, определяемого ограничениями в неравенстве (2.58). Другими словами, требование к времени срабатывания $T_{\text{ср}}$ для СОП становится менее жестким. Увеличение

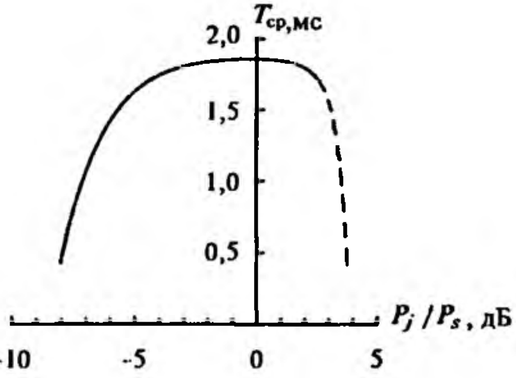


Рис. 2.21.

времени срабатывания происходит до отношения $P_j/P_s \approx 1$. Дальнейшее повышение P_j/P_s приводит к резкому уменьшению времени срабатывания $T_{ср}$. Это можно объяснить тем обстоятельством, что при отношении $P_j/P_s > 1$ помеха начинает выступать в качестве сигнала, приводя к уменьшению СВО на бит информации (см. рис.2.15).

2.5. Помехоустойчивость систем радиосвязи с ППРЧ, двоичной ЧМ и блоковым кодированием

Системы радиосвязи с ППРЧ весьма чувствительны к наихудшим помехам. Так, выше было показано, что при действии наихудшей ответной шумовой помехи на основной канал приемника максимальная СВО на бит $P_{E_{max}} \approx G_0/(eE_s)$, а при наихудшей шумовой помехе в части полосы - $P_{E_{max}} \approx P_j/(eK_sP_s)$. Экспоненциальный характер зависимости СВО на бит превращается в линейный, что резко снижает помехоустойчивость СРС. Рабочие характеристики СРС с ППРЧ в условиях таких помех могут быть значительно улучшены с помощью кодов, исправляющих ошибки. *С этой целью оценим возможности сравнительно просто реализуемых блоковых кодов в СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ при воздействии различных видов помех.*

При использовании помехоустойчивого кодирования существенно, чтобы демодулятор СРС был в состоянии обнаруживать сильно зашумленные символы. Поэтому в качестве модели демодулятора ЧМ сигналов рассмотрим, как и ранее, типовой некогерентный (по огибающей) обнаружитель максимального правдоподобия, выход которого соединен со входом соответствующего декодера (рис.2.22, где обозначено: РУ - решающее устройство).

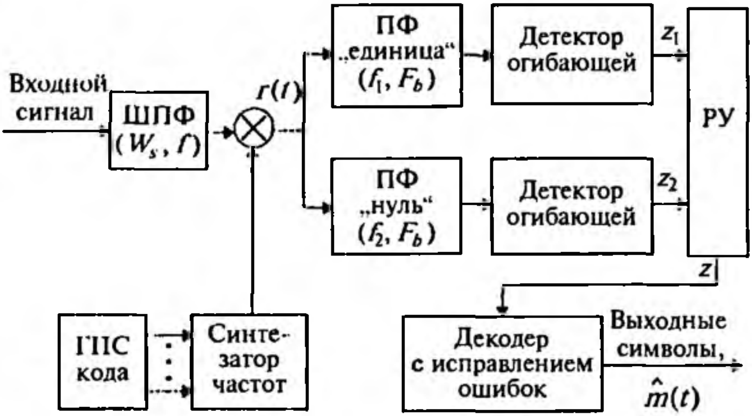


Рис. 2.22.

Положим далее, что информация о состоянии канала при обработке принятых сигналов не используется и на выходе демодулятора выносятся „жесткие" решения [8].

Процесс помехоустойчивого кодирования заключается в том, что наборы из k информационных символов отображаются в кодовые последовательности (комбинации, кодовые слова), состоящие из n символов, $n > k$. При этом k позиций заполняются символами 1 и 0 по правилам первичного кодирования элементов (букв) алфавита источника сообщения. Оставшиеся $r = n - k$ позиций также заполняются символами 1 и 0, но уже по соответствующим правилам кодирования. Основными параметрами блоковых кодов являются [20]: число информационных бит k и полное число бит в кодовом слове (длина кода) n; относительная скорость кода $R_c = k/n$; минимальное кодовое расстояние d, равное наименьшему значению расстояния Хэмминга, представляющему собой число позиций, в которых кодовые комбинации отличаются друг от друга (например, кодовое расстояние между комбинациями 11100 и 11011 равно трем); максимальное число исправляемых ошибок на длине кодового слова t, связанное с d зависимостью, $t = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ - целая часть числа; избыточность кода, под которой понимается параметр $\omega = r/n = 1 - R_c$, определяющий долю избыточно передаваемых символов.

Так как при кодировании для исправления случайных ошибок (или пакетов ошибок) в форму сигнала вводятся соответствующие структуры во временной области, тот это может быть использовано системой РЭП для организации наихудших помех. Поэтому при применении кодов необходимо превращать сигнал во временной области в бесструктурную форму [8,20]. С этой целью, как указывалось ранее, целесообразно использовать псевдослучайное перемежение, при котором за счет случайных перестановок изменяется порядок передачи символов. На приемной стороне СРС после деперемежения символов поступающие в декодер ошибки в канале будут представляться случайными, облегчая тем самым устранение ошибок с помощью декодера.

В качестве примера рассмотрим простейшие двоичные блоковые коды, характеристики которых приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Характеристики двоичных блоковых кодов

Вид кода	Характеристики кода				
	(n,k)	t	d	R_c	$\omega(\%)$
Хэмминга	(7,4)	1	3	1/2	50
Голея	(23,12)	3	7	1/2	50
БЧХ (Боуза-	(15,5)	3	7	1/3	70
Чоудхури-	(15,7)	2	5	1/2	50
Хоквингема)	(15,11)	1	3	3/4	25

При применении в СРС с ППРЧ и ЧМ двоичных блоковых кодов и демодулятора с „жесткими" решениями СВО на бит P_{E_k} (в случае статистической независимости ошибок в приеме различных символов) может быть представлена выражением [8,40]

$$P_{E_k} \approx \frac{d}{n}\sum_{i=t+1}^{d}\binom{n}{i}P_e^i(2)[1-P_e(2)]^{n-i}+\frac{1}{n}\sum_{i=d+1}^{n}i\binom{n}{i}P_e^i(2)[1-P_e(2)]^{n-i}, \quad (2.78)$$

где $P_e(2)$ - вероятность ошибки на бит кодового слова (на канальный символ) на выходе демодулятора (на входе декодера).

Выражение для вероятности ошибки $P_e(2)$ при воздействии ответных шумовых и гармонических помех на основной канал демодулятора можно определить из (2.63) и (2.69), если учесть, что энергия канального символа $E_c=(k/n)E_s=R_c E_s$, где E_s - энергия сигнала на длительности бита информации. В результате получим:

при воздействии ответной шумовой помехи

$$P_e(\text{осн.})=\frac{1}{2}\,\frac{1}{1+\dfrac{E_s}{2G_0}\dfrac{P_j}{P_s}}\exp\left[-R_c\left(\frac{2G_0}{E_s}+\frac{P_j}{P_s}\right)^{-1}\right]; \quad (2.79)$$

при воздействии ответной гармонической помехи

$$P_e(\text{осн.}) = \frac{1}{2}\exp\left[-R_c \frac{E_s}{2G_0}\left(1+\frac{P_j}{P_s}\right)\right] I_0\left(R_c \frac{E_s}{G_0}\sqrt{\frac{P_j}{P_s}}\right). \qquad (2.80)$$

Как следует из (2.79) и (2.80), применение кодирования приводит к увеличению вероятности ошибки на канальный символ по сравнению с отсутствием кодирования, когда $R_c = 1$. Заметим также, если при применении кодирования длительность кодового слова (или скорость передачи информации)сохраняется, то длительность передаваемого канального символа уменьшается. Следовательно, полоса пропускания каждого канала должна быть увеличена. Это ведет к тому, что при заданном диапазоне перестройки частот СРС с ППРЧ число каналов M_f, которое можно было иметь без кодирования, сокращается до

$$M_k = \left\lfloor \frac{kM_f}{n} \right\rfloor,$$

а мощность шумов в каналах приемного устройства СРС увеличивается

$$\sigma_{0k}^2 = \frac{n\sigma_0^2}{k},$$

что приводит к уменьшению помехоустойчивости СРС по отношению к шумам системы.

Эти примеры отражают известное в теории кодирования положение о негативном влиянии на помехоустойчивость СРС увеличения избыточности [8,20]:...*если при цифровой передаче вводятся избыточные символы, а скорость передачи информации и мощность сигнала сохраняются постоянными, то энергия, приходящаяся на один канальный символ, уменьшается и вероятность ошибки увеличивается.* Таким образом, применение в СРС кодирования может быть эффективным при условии, если уменьшение вероятности ошибки благодаря кодированию будет достаточным для компенсации потерь, обусловленных введением избыточности.

Рассмотрим возможности двоичных блоковых кодов (см. табл.2.2) в условиях действия наихудших помех, при которых СВО на бит имеет максимальное значение. Максимальная ошибка в приеме бита информации имеет место при вполне определенном значении отношения сигнал-помеха. Применяя уравнение $dP_e/d(P_s/P_j) = 0$ к выражениям (2.79) и (2.80), имеем:

при воздействии ответной шумовой помехи

$$P_{e_{\max}}(\text{осн.}) \approx \frac{G_0 e^{-1}}{R_c E_s},\ \frac{P_s}{P_j} = \frac{1}{R_c - \dfrac{2G_0}{E_s}} \approx \frac{1}{R_c} \text{ при } R_c >> \frac{2G_0}{E_s}; \quad (2.81)$$

при воздействии ответной гармонической помехи

$$P_{e_{\max}}(\text{осн.}) \approx \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G_0}{2\pi R_c E_s}},\quad \frac{P_s}{P_j} \approx 1. \quad (2.82)$$

Таким образом, максимальная вероятность ошибки на канальный символ $P_{e_{\max}}$(осн.) (2.81) и (2.82) на входе декодера больше в $1/R_c$ раза при шумовой помехе и - в $(1/R_c)^{1/2}$ раза при гармонической помехе по сравнению со СВО на бит $P_{E_{\max}}$(осн.) (2.66а) и (2.72) без кодирования.

Подставляя (2.81) и (2.82) в (2.78), получим выражение максимальной СВО на бит $P_{E_{k\max}}$(осн.) при применении в СРС с ППРЧ блокового кодирования при действии наихудших ответных шумовых и гармонических помех.

Для приведенных в табл.2.2 кодов на рис.2.23 и рис.2.24 изображены графики зависимости максимальной СВО на бит $P_{E_{k\max}}$(осн.) как функции отношения сигнал-шум E_s/G_0 при $P_s/P_j = 1/R_c$ для наихудшей ответной шумовой помехи и $P_s/P_j = 1$ для наихудшей ответной гармонической помехи.

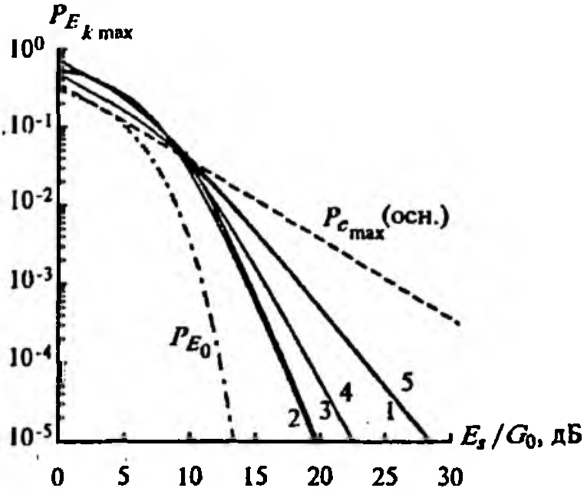


Рис. 2.23.

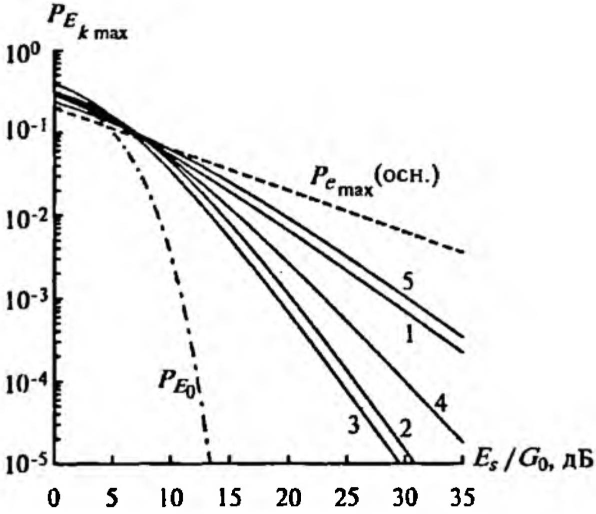


Рис. 2.24.

При этом на рис.2.23 и рис.2.24 график 1 соответствует коду Хэмминга; график 2 - коду Голея; графики 3,4,5 - кодам БЧХ. На этих же рисунках штриховыми линиями приведены графики СВО на бит $P_{E_{max}}$(осн.) для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ без кодирования ($R_c = 1$) в условиях воздействия наихудшей ответной шумовой и гармонической помехи с отношением $P_s/P_j = 1$. Штрих-пунктирные кривые на рис.2.23 и рис.2.24 соответствуют СВО на бит P_{E_0} при отсутствии помех.

Из сравнения изображенных на рисунках графиков СВО на бит $P_{E_{k\,max}}$ следует, что применение простых двоичных блоковых кодов приводит к повышению помехоустойчивости двоичных СРС с ППРЧ. Так, применение кода Хэмминга (7,4) в условиях наихудшей ответной шумовой помехи позволяет получить выигрыш отношения сигнал-шум E_s/G_0 около 8 дБ при СВО на бит $P_{E_{k\,max}}(\text{осн.}) = 10^{-3}$ и 18 дБ при $P_{E_{k\,max}}(\text{осн.}) = 10^{-5}$. Еще больший выигрыш можно получить, используя более помехоустойчивые коды. При применении низкоскоростного кода БЧХ (15,5) рабочая характеристика СРС с ППРЧ при наихудшей ответной шумовой помехе на уровне СВО на бит $P_{E_{k\,max}}(\text{осн.}) = 10^{-3}$ уступает примерно 3 дБ по сравнению с рабочей характеристикой в случае отсутствия помех.

Применение кодирования с исправлением ошибок в условиях наихудших ответных гармонических помех, как и в случае ответных шумовых помех, значительно улучшает рабочие характеристики СРС с ППРЧ, повышая помехоустойчивость. Так, применение кода Голея (23,12) обеспечивает выигрыш отношения сигнал-шум E_s/G_0 примерно на 25 дБ при СВО на бит $P_{E_{k\max}}(\text{осн.})=10^{-3}$.

Заметим, что полученный выигрыш в помехоустойчивости при применении кодов достигается в СРС с ППРЧ и случайной ЧМ, так как для такой СРС ответные помехи могут воздействовать только на основной канал приема.

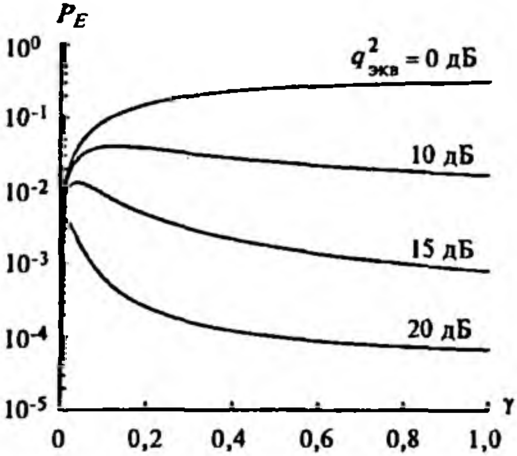
Аналогичные результаты приведены в [31], где показано, что использование помехоустойчивого кодирования в СРС с медленной ППРЧ при действии наихудших ретранслированных помех позволяет значительно снизить требования к отношению сигнал-шум. Так, использование длинных блоковых кодов, таких как БЧХ (127,36), (127,64), в условиях наихудшей ответной шумовой помехи и ответной гармонической помехи дает выигрыш отношения сигнал-шум примерно на 20 дБ и 30 дБ, соответственно, по сравнению со случаем отсутствия кодирования при СВО на бит $P_{E_k}(\text{осн.})=10^{-4}$.

Применение двоичных блоковых кодов существенным образом может повысить помехоустойчивость СРС с ППРЧ и при сосредоточенных в части полосы помехах. Для примера на рис.2.25,а,б изображены графики зависимости СВО на бит как функции от части занимаемой помехой полосы γ для некодированной двоичной СРС со случайной ЧМ (2.44) и для кодированной двоичной СРС со случайной ЧМ и кодом Хэмминга (7,4) (2.78) при отношении сигнал-шум $E_s/G_0=13{,}35\,\text{дБ}$.

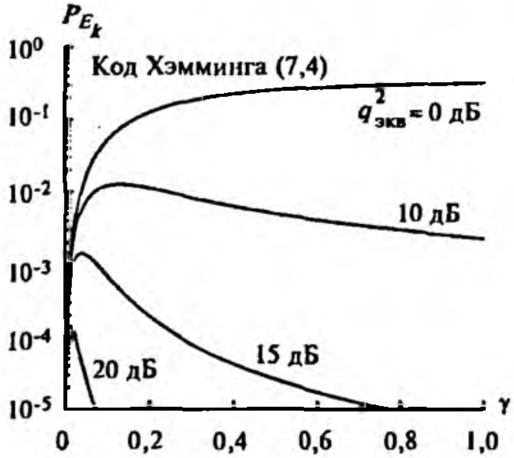
На рис.2.25,а видно, что при сравнительно большом эквивалентном отношении сигнал-помеха $q^2_{\text{экв}}=10\cdots15\,\text{дБ}$ и γ, близкой к γ_{opt}, СВО на бит имеет значение $P_E\le10^{-2}$ для СРС без кодирования. С целью уменьшения СВО на бит такие ошибки можно обрабатывать с использованием помехоустойчивого кодирования. При данном значении ошибки в приеме бита информации P_E простейший код Хэмминга (7,4) позволяет обеспечить СВО на бит от $P_{E_k}=10^{-2}$ до $P_{E_k}=10^{-4}$ при $\gamma\approx\gamma_{\text{opt}}$ (см. рис.2.25,б).

Для получения СВО на бит $P_E=10^{-4}$ только за счет увеличения отношения сигнал-помеха потребовалось бы повысить отношение сигнал-помеха $q^2_{\text{экв}}$ с $10\cdots15\,\text{дБ}$ до $35\cdots40\,\text{дБ}$.

Графики зависимости СВО на бит P_E для некодированной двоичной СРС со случайной ЧМ (2.44) и двоичной СРС со случайной ЧМ и кодами Голея (23,12) и БЧХ (15,5), рассчитанные на основе (2.78), как функции от части занимаемой помехой по-



а)

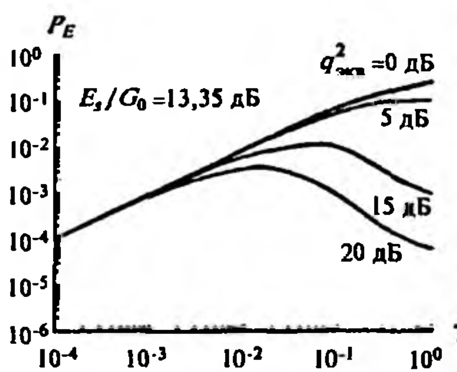


б)

Рис. 2.25.

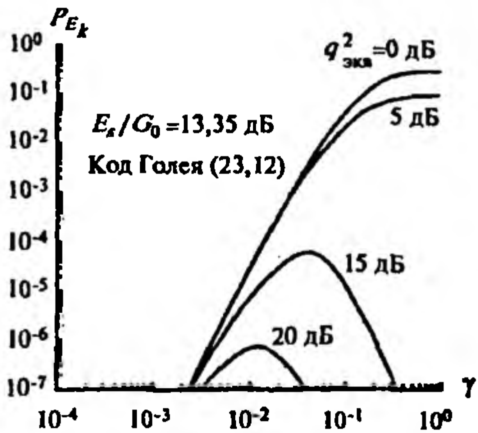
лосы γ (значения γ даны в логарифмическом масштабе) изображены на рис.2.26,а-в, параметром СВО на бит является $q^2_{экв}$, отношение сигнал-шум $E_s/G_0 = 13{,}35$ дБ. Сравнение приведенных на рис.2.26,а-в графиков СВО на бит позволяет оценить получаемый от применения кодов Голея (23,12) и БЧХ (15,5) выигрыш в помехоустойчивости СРС с ППРЧ.

В системах радиосвязи с ППРЧ практическое применение находят простейшие коды - коды с повторениями (дублирующие коды). Использование таких кодов в СРС с быстрой или мед-



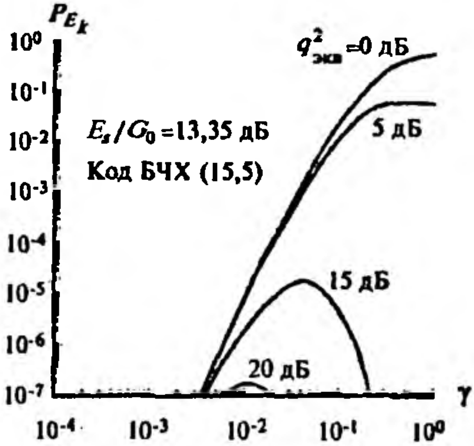
P_E
E_s/G_0 =13,35 дБ
$q^2_{экв}$ =0 дБ
5 дБ
15 дБ
20 дБ
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0
γ

а)



P_{E_k}
E_s/G_0 =13,35 дБ
Код Голея (23,12)
$q^2_{экв}$ =0 дБ
5 дБ
15 дБ
20 дБ
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0
γ

б)



P_{E_k}
E_s/G_0 =13,35 дБ
Код БЧХ (15,5)
$q^2_{экв}$ =0 дБ
5 дБ
15 дБ
20 дБ
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0
γ

в)

Рис. 2.26.

ленной перестройкой частоты с перемежением по битам часто является эффективным способом повышения помехоустойчивости в условиях воздействия помех. Кодирование с повторением осуществляется путем передачи одних и тех же символов на различных частотах. На приемной стороне СРС при обработке таких сигналов применяют некогерентное накопление выборок символов, решение о приеме символа (1 или 0) принимается на основе мажоритарной логики по большинству одинаковых результатов.

При применении в СРС с ППРЧ кодов с повторением в условиях действия шумовой помехи в части полосы γW_s, $0 \le \gamma \le 1$, ошибка в приеме произойдет только в том случае, когда все n символов кода будут подавлены. Вероятность такого события определяется величиной γ^n и фактически очень мала.

Выражение для СВО на бит при использовании кодов с повторением может быть получено из формулы (2.78) путем подстановки в нее $d = n$, $k = 1$. Так как при дублирующих кодах $(n, 1)$ число повторений n, как правило, нечетное, то СВО на бит

$$P_{E_k} \approx \sum_{i=(n+1)/2}^{n} \binom{n}{i} P_e^i(2)[1 - P_e(2)]^{n-i}, \quad n = 1,3,5,7,\ldots \quad (2.83)$$

Для оценки эффективности кодов с повторением на рис.2.27 изображены графики зависимости СВО на бит $P_{E_{k\,\max}}$ (2.83) как функции $q^2_{\text{экв}} = K_s P_s / P_j$ при $n = 1,3,5,7$ для СРС с ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ при действии наихудшей шумовой помехи в части полосы.

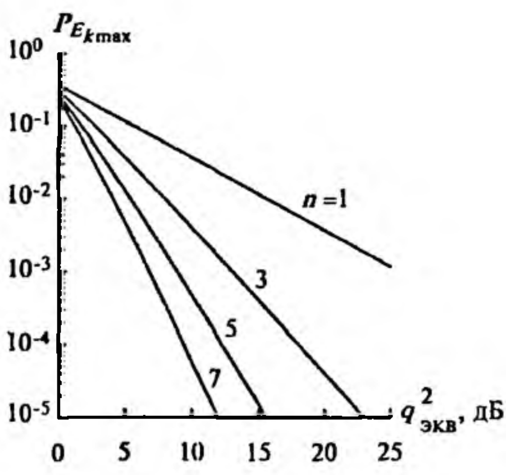


Рис. 2.27.

Для этого случая максимальная ошибка на бит кодового слова определяется из выражения $P_{e_{\max}}(2)=P_j e^{-1}/(K_S P_S)$ (см. (2.39а)).

Из графиков зависимости $P_{E_{k\max}}$, представленных на рис.2.27, видно, что при заданном значении отношения сигнал-помеха $q^2_{экв}$ увеличение числа повторений n приводит к заметному уменьшению СВО на бит. Так, например, увеличение числа повторений с $n=3$ до $n=7$ при отношении сигнал-помеха $q^2_{экв}=10$ дБ приводит к уменьшению СВО на бит примерно на два порядка (с $2\cdot10^{-2}$ до $2\cdot10^{-4}$).

Однако повышение помехоустойчивости СРС за счет применения кодов повторения ведет к снижению скорости передачи информации. Обеспечение требуемой скорости передачи можно добиться путем уменьшения длительности частотных элементов сигнала, но при этом увеличивается ширина полосы частотных каналов и сокращается общее число частотных каналов при заданном диапазоне частот СРС. Подчеркнем тот факт, что если мощность организованных помех распределена равномерно по всему частотному диапазону СРС с ППРЧ $(\gamma=1)$, то применение дублирующих кодов становится нецелесообразным.

При воздействии наихудших шумовых помех в части полосы сравнительно высокую помехоустойчивость СРС с ППРЧ можно обеспечить с помощью недвоичных блоковых кодов Рида-Соломона. Использование таких кодов позволяет получить СВО на бит из [8,40]:

$$P_{E_k}\approx\frac{n+1}{2n}\left\{\frac{d}{n}\sum_{i=t+1}^{d}\binom{n}{i}P_e^i(M)[1-P_e(M)]^{n-i}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{n}\sum_{i=d+1}^{n}i\binom{n}{i}P_e^i(M)[1-P_e(M)]^{n-i}\right\},\qquad(2.84)$$

где n - длина блока, $n=2^m-1$; $m=1,2,3,\ldots$; d - максимальное расстояние, $d=n-k+1$; $M=2^m$; $P_e(M)$ - вероятность ошибки на канальный символ на выходе M-канального демодулятора (на входе декодера).

Ошибка на канальный символ $P_e(M)$ имеет место, если значение выборки огибающей в одном из каналов, в котором присутствует сигнал, не превышает значений выборок огибающей в остальных M-1 каналах, в которых сигнал отсутствует. Из-за наличия помехи с разным уровнем мощности в каналах приемника СРС не представляется возможным получить конструктивное выражение для оценки вероятности ошибки $P_e(M)$. Для определения $P_e(M)$ в [8] предлагается воспользоваться границей объединения. Если принять, что энергия на канальный символ при M-кратной ЧМ такая же, как и при двоичной ЧМ, то, используя объединенную границу ошибки, ограниченную сверху, и учитывая (2.45), получим выражение для $P_e(M)$

$$P_e(M) \le (M-1)\left[\frac{1}{2}\sum_{j=j_0}^{j_1}\frac{\binom{2}{j}\binom{M_f-2}{J-j}}{\binom{M_f}{J}}\exp\left[-\left(\frac{2G_0}{E_s}+\frac{jP_j}{P_sJ}\right)^{-1}\right]\right], \quad (2.85)$$

$$M \ge 2.$$

Подставляя зависимость $P_e(M)$ (2.85) в формулу (2.84) и задаваясь характеристиками кодов и параметрами сигналов СРС и СП, можно оценить эффективность недвоичных блоковых кодов Рида-Соломона, которая характеризуется верхней границей СВО на бит P_{E_k}.

Для сравнения эффективности применения в СРС с ППРЧ и многоуровневой ЧМ блоковых кодов при воздействии наихудших помех в части полосы на рис.2.28 изображены графики зависимости СВО на бит P_{E_k} как функции отношения помеха-сигнал P_j/P_s для пяти различных кодов [8].

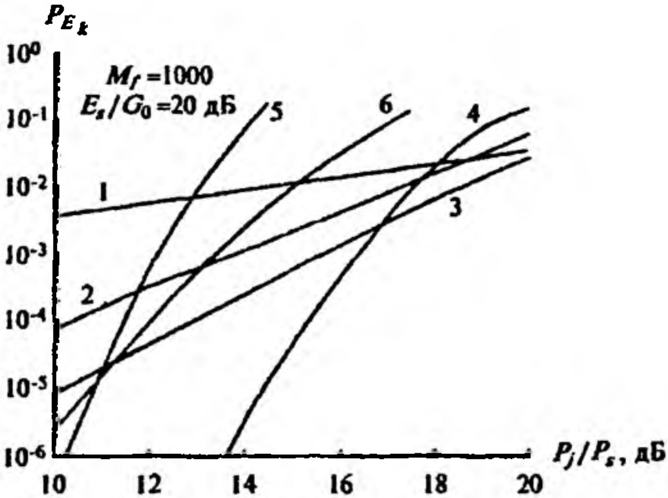


Рис. 2.28.

При построении графиков СВО на бит P_{E_k} в качестве параметров используются: число частотных каналов в СРС $M_f = 10^3$;

отношение сигнал-шум для некодированной двоичной ЧМ E_s/G_0=20дБ. На рис.2.28 график 1 соответствует зависимости СВО на бит без кодирования; график 2 - для кода с повторением (5,1); график 3 - для кода Голея (23,12); график 4 - для кода БЧХ (127,36); графики 5 и 6 - для недвоичных кодов Рида-Соломона с характеристиками (63,21) и (31,15), соответственно.

Из сравнения графиков зависимости СВО на бит, приведенных на рис.2.28, видно: 1) недвоичные коды Рида-Соломона наиболее предпочтительны при относительной скорости кода $R_c = 1/2$ и $R_c = 1/3$ и небольших отношениях помеха-сигнал P_j/P_s; с ростом отношения P_j/P_s эффективность недвоичных кодов Рида-Соломона уменьшается, соответственно СВО на бит P_{E_k} увеличивается и преимущество недвоичных кодов по сравнению с двоичными кодами утрачивается; 2) наименее эффективными в широком диапазоне отношений помеха-сигнал P_j/P_s являются коды с повторением; 3) *эффективное кодирование в СРС с ППРЧ позволяет свести до минимума преимущества наихудших помех и восстановить экспоненциальную зависимость СВО на бит.*

При построении графиков зависимости СВО на бит в качестве аргумента использовалось отношение помеха-сигнал P_j/P_s (либо P_s/P_j). Этот аргумент может быть выражен через отношение энергии сигнала на бит E_s к спектральной плотности мощности помехи $G_j = P_j/W_s$ и параметры СРС, в частности через число каналов M_f и произведение полосы пропускания частотного канала F_s при двоичной ЧМ без кодирования на длительность информационного бита T_b.

Действительно,

$$\frac{E_s}{G_j} = \frac{P_s T_b}{P_j / W_s} = \frac{P_s T_b}{P_j / (M_f F_s)} \tag{2.86}$$

или в децибелах

$$\frac{E_s}{G_j}(\text{дБ}) = -P_j/P_s(\text{дБ}) + M_f(\text{дБ}) + F_s T_b(\text{дБ}). \tag{2.87}$$

Приведенные выше примеры показывают принципиальную возможность повышения эффективности СРС с ППРЧ в условиях РЭП за счет применения простейших блоковых кодов. С целью более значительного повышения помехоустойчивости СРС с ППРЧ в условиях воздействия различного вида наихудших помех требуются более мощные коды с высокой корректирующей способностью [20,41].

Глава 3

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ РАЗЛИЧЕНИЯ СИГНАЛОВ С ППРЧ, ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ И РАЗНЕСЕНИЕМ СИМВОЛОВ ПО ЧАСТОТЕ

3.1. Синтез оптимального адаптивного алгоритма различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ

В связи с широким внедрением в СРС быстродействующей микропроцессорной техники и современной элементной базы заметно повысился научный и практический интерес к разработке и применению в СРС с ППРЧ сигналов с частотным разнесением символов. Опубликован ряд работ отечественных и зарубежных специалистов, в которых проведен анализ помехоустойчивости СРС с ППРЧ и разнесением символов по частоте, например [10-15].

Частотное разнесение символов (также как и пространственное, временное, поляризационное разнесение сигналов) с последующей их обработкой приводит к улучшению рабочих характеристик приема сигналов. Системы радиосвязи с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ являются, как правило, некогерентными системами. Разнесение символов на более короткие по длительности частотные элементы (субсимволы) на передающей стороне СРС и их последующая обработка на приемной стороне СРС сопровождается некогерентными потерями, что отрицательно сказывается на помехоустойчивости таких СРС. Результат взаимодействия указанных двух противоположных с точки зрения помехоустойчивости СРС процессов, т.е. частотного разнесения символов и некогерентной обработки субсимволов, определяется структурой используемого в приемнике СРС демодулятора, типом решающего устройства, наличием дополнительной информации о „надежности" отдельных субсимволов при воздействии помех.

Синтез оптимального адаптивного алгоритма различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ проведем для случая воздействия на СРС шумовой помехи в части полосы и собственных шумов приемника СРС в условиях априорной неопределенности относительно дисперсии помехи и амплитуды субсимвола на каждом скачке частоты.

Для случая, когда в качестве информационной дискретной модуляции используется M-ичная ЧМ, математическая модель k-го субсимвола может быть записана в виде:

$$s_{\nu k}(t) = A_k \cos\left[(\omega_k + \omega_{0\nu})t - \varphi_{\nu k}\right],\ t \in [t_{k-1}, t_k], \tag{3.1}$$

где A_k, $\omega_{0\nu}$ - амплитуда и частотный сдвиг k-го субсимвола,

$$\omega_{0\nu} = (\nu - 1)\Delta\omega_0 = 2\pi(\nu - 1)F_h,\ \nu = \overline{1, M};$$

t_{k-1}, t_k - начало и окончание k-го субсимвола (k-го скачка несущей частоты), $k = \overline{1, L}$; L - число субсимволов (частотных элементов) в символе, $L = T_b / T_h$; T_b, T_h - длительность символа (бита) и скачка частоты; $\varphi_{\nu k}$ - начальная фаза k-го субсимвола, $\varphi_{\nu k} \in [0, 2\pi]$; F_h - ширина полосы частот субсимвола, $F_h = 1 / T_h$.

Результирующий полезный сигнал, представляющий собой информационный символ 1 или 0, состоит из L отрезков гармонического колебания (3.1) и имеет энергию

$$E_s = L \int_0^{T_b} s_{\nu k}^2(t)dt = P_s T_b = P_s L T_h, \tag{3.2}$$

где P_s - мощность сигнала.

Шумовая помеха в части полосы $J(t)$, как указывалось выше, может быть представлена в виде сосредоточенного по полосе белого гауссовского шума, мощность которого P_j ограничена и равномерно распределена в пределах полосы γW_s, $0 \le \gamma \le 1$. При этом мощность помехи, воздействующей на каждый субсимвол в подавляемой полосе γW_s, можно записать в виде:

$$\sigma_j^2 = \begin{cases} P_j / (\gamma W_s) F_h = G_j F_h / \gamma & \text{в полосе } \gamma W_s; \\ 0 & \text{в полосе } (1-\gamma) W_s, \end{cases} \tag{3.3}$$

где G_j - средняя спектральная плотность мощности помехи в расширенной полосе W_s, $G_j = P_j / W_s$.

При равномерном распределении субсимволов в полосе W_s помехой может быть подавлено l из L субсимволов, l=0,1,2,...,L. На остальные $(L - l)$ субсимволы воздействуют только собственные шумы приемника $n(t)$, которые можно описать гауссовской помехой с нулевым средним и равномерной спектральной плотностью мощности G_0.

Мощность помехи и шума на входе приемника СРС на частоте k-го субсимвола представим в виде:

$$\sigma_k^2 = \begin{cases} \sigma_j^2 + \sigma_0^2 = (G_j/\gamma + G_0)F_h & \text{при помехе;} \\ \sigma_0^2 = G_0 F_h & \text{в отсутствие помехи,} \end{cases} \tag{3.4}$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h .$$

В соответствии с (3.4) действующую на входе приемника СРС помеху можно рассматривать как нестационарную с изменяющейся мощностью.

Для решения задачи синтеза оптимального алгоритма адаптивного различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ примем, что на входе приемного устройства действует аддитивная смесь k-го субсимвола $s_{\nu k}(t)$, шумовой помехи $J_k(t)$ и собственных шумов приемника $n_k(t)$

$$x_{\nu k}(t) = s_{\nu k}(t) + \xi_k(t), \quad t \in [(k-1)T_h,\ kT_h], \tag{3.5}$$

где $\xi_k \triangleq J_k(t) + n_k(t), \quad k = \overline{1, L}$.

Задача синтеза заключается в том, чтобы по совокупности принятых реализаций (3.5) *определить оптимальный алгоритм различения символов* 1 *и* 0 *за время длительности символа* T_b. Данная задача аналогична синтезу алгоритма некогерентного приема сигналов при использовании нескольких каналов разнесения [23]. При выбранных моделях сигнала, помехи и собственных шумов приемника наиболее предпочтительным критерием оптимальной обработки в СРС является критерий В.А. Котельникова (критерий идеального наблюдателя). В случае различения M детерминированных сигналов данный критерий позволяет получить минимум вероятности ошибки на бит

$$P_E = \sum_{\nu=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} P_\nu P_{\nu j}, \quad j \ne \nu , \tag{3.6}$$

где P_ν - априорная вероятность передачи частотных элементов символа, характеризующая среднюю частоту, с которой субсимвол $s_{\nu k}(t)$ посылается в канал, по физической сущности $1 \ge P_\nu \ge 0$; $P_{\nu j}$ - условная вероятность того, что передаваемый символ принят ошибочно, т.е. вероятность решения d_j о приеме символа $s_j(t)$, когда в действительности был передан символ $s_\nu(t)$.

При выбранной стратегии формирования символа можно допустить, что передача частотных элементов сигнала $s_{\nu k}(t)$ равновероятна на любой из M несущих частот в диапазоне W_s, поэтому

$$P_\nu = \frac{1}{M}\,; \qquad \sum_{\nu=1}^{M} P_\nu = 1. \tag{3.7}$$

С учетом (3.7) вероятность ошибки

$$P_E = \frac{1}{M}\sum_{\nu=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} P_{\nu j}\,, \quad j \neq \nu\,, \tag{3.8}$$

Стратегия различителя, минимизирующего (3.8), сводится к использованию правила максимального правдоподобия

$$\Lambda_j > \Lambda_l\,, \quad \text{при всех } l \neq j, \tag{3.9}$$

где Λ_j - отношение правдоподобия, соответствующее j-у информационному символу.

Из (3.9) следует, что для нахождения оптимального алгоритма обработки сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ требуется знание функционалов правдоподобия как для отдельных субсимволов за время скачка частоты T_h, так и сигнала с ППРЧ в целом за время одного бита информации T_b.

При заданных моделях сигнала и помехи и принятой стратегии передачи субсимволов функционалы правдоподобия можно представить в виде [42,43]:

для каждого частотного элемента сигнала с ППРЧ

$$L_k\left[x_{\nu k}(t)\middle| i,\varphi_{\nu k}\right] = \exp\left[-\frac{E_k}{G_k} + \frac{2}{G_k}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k(t)} s_{\nu k}(t)\,dt\right]; \tag{3.10}$$

для сигнала с ППРЧ в целом

$$L\left[x(t)\middle|\nu,\varphi_{\nu 1},\varphi_{\nu 2},\dots,\varphi_{\nu L}\right] = \prod_{k=1}^{L}\left\{\exp\left[-q_{0k}^2 + \frac{2}{G_k}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t) s_{\nu k}(t)\,dt\right]\right\}, \tag{3.11}$$

где E_k, q_{0k}^2, G_k, φ_k - энергия, отношение сигнал-помеха, спектральная плотность мощности помехи и собственных шумов приемника СРС на k-м скачке частоты, начальная фаза k-го субсимвола, соответственно; $E_k = \frac{1}{2}A_k^2 T_h$; $q_{0k}^2 = \frac{A_k^2 T_h}{G_k}$;

$$G_k = \begin{cases} G_j/\gamma + G_0 & \text{при помехе;} \\ G_0 & \text{в отсутствие помехи.} \end{cases}$$

Так как начальная фаза каждого субсимвола случайна и равномерно распределена на интервале $[0,2\pi]$, то функционал правдоподобия сигнала с ППРЧ в целом может быть получен путем усреднения правой части выражения (3.11) по начальным фазам:

$$L\left[x(t)|\nu\right] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\prod_{k=1}^{L}\left\{\exp\left[-q_{0k}^2 + \frac{2}{G_k}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t)s_{\nu k}(t)dt\right]\right\}d\varphi_{\nu k}. \quad (3.12)$$

Для определения функционала правдоподобия $L[x(t)|i]$ представим внутренний интеграл в виде:

$$\frac{2}{G_k}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t)\{A_k\cos[(\omega_k + \omega_{0k})t - \varphi_{\nu k}]\}dt =$$

$$= \frac{2A_k T_h}{G_k}\left[\cos\varphi_{\nu k}U_1(\nu_k) + \sin\varphi_{\nu k}U_2(\nu_k)\right], \quad (3.13)$$

где

$$U_1(\nu_k) \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t)s_{0\nu}(t)dt; \quad U_2(\nu_k) \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t)\tilde{s}_{0\nu}(t)dt;$$

$$s_{0\nu}(t) \triangleq A_0\cos(\omega_k + \omega_{0\nu})t; \quad \tilde{s}_{0\nu}(t) \triangleq A_0\sin(\omega_k + \omega_{0\nu})t, \quad (3.14)$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h;$$

A_0 - амплитуда ортогональных сигналов; в дальнейшем можно принять, что $A_0 = 1$.

Учитывая (3.12) и выполнив необходимые преобразования, получим

$$L[x(t)|\nu] = \prod_{k=1}^{L}\exp\left\{(-q_{0k}^2)\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\exp\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\cos\varphi_{\nu k}U_1(\nu_k) + \sin\varphi_{\nu k}U_2(\nu_k)\right]\right\}d\varphi_{\nu k}. \quad (3.15)$$

Интеграл, входящий в (3.15), представляет собой модифицированную функцию Бесселя нулевого порядка $I_0(x)$

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\exp\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[\cos\varphi_{\nu k}U_1(\nu_k)+\sin\varphi_{\nu k}U_2(\nu_k)\right]\right\}d\varphi_{\nu k}=$$

$$=I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[U_1^2(\nu_k)+U_2^2(\nu_k)\right]^{1/2}\right\}. \qquad (3.16)$$

Подставив (3.16) в (3.12) и проделав соответствующие преобразования, функционал правдоподобия (3.12) запишем в виде [43]:

$$L\left[x(t)|\nu\right]=\exp\left(-\sum_{k=1}^{L}q_{0k}^2\right)\prod_{k=1}^{L}I_0\left[\frac{2A_k}{\sigma_k^2}y_\nu(k)\right],\ \nu=\overline{1,M}, \qquad (3.17)$$

где
$$y_\nu(k)\triangleq\left[U_1^2(\nu_k)+U_2^2(\nu_k)\right]^{1/2}. \qquad (3.18)$$

В соответствии с правилом максимального правдоподобия (3.9) а также, учитывая (3.18), решение d_j о том, что за время T_b передавался сигнал $s_j(t)$, соответствующий j-у информационному символу, принимается в том случае, когда

$$\prod_{k=1}^{L}I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[y_j(k)\right]^{1/2}\right\}>\prod_{k=1}^{L}I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[y_l(k)\right]^{1/2}\right\}, \qquad (3.19)$$

$$l\neq j;\ l=\overline{1,M}.$$

Условие (3.19) *определяет оптимальный алгоритм различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ.* Построение решающей схемы, реализующей алгоритм (3.19), существенно упрощается, если при обработке реализаций $x_{\nu k}(t)$ вычисляются не отношения правдоподобия (3.9), а соответствующие им логарифмы. Прологарифмировав обе части выражения (3.19), получим:

$$\sum_{k=1}^{L}\ln I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[y_j(k)\right]^{1/2}\right\}>\sum_{k=1}^{L}\ln I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\left[y_l(k)\right]^{1/2}\right\} \qquad (3.20)$$

или
$$\sum_{k=1}^{L}z_j(k)\geq\sum_{k=1}^{L}z_l(k),\quad l\neq j;\ l=\overline{1,M},$$

где $z_j(k) \triangleq \ln I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}[y_j(k)]^{1/2}\right\}$; $z_l(k) \triangleq I_0\left\{\frac{2A_k}{\sigma_k^2}[y_l(k)]^{1/2}\right\}$.

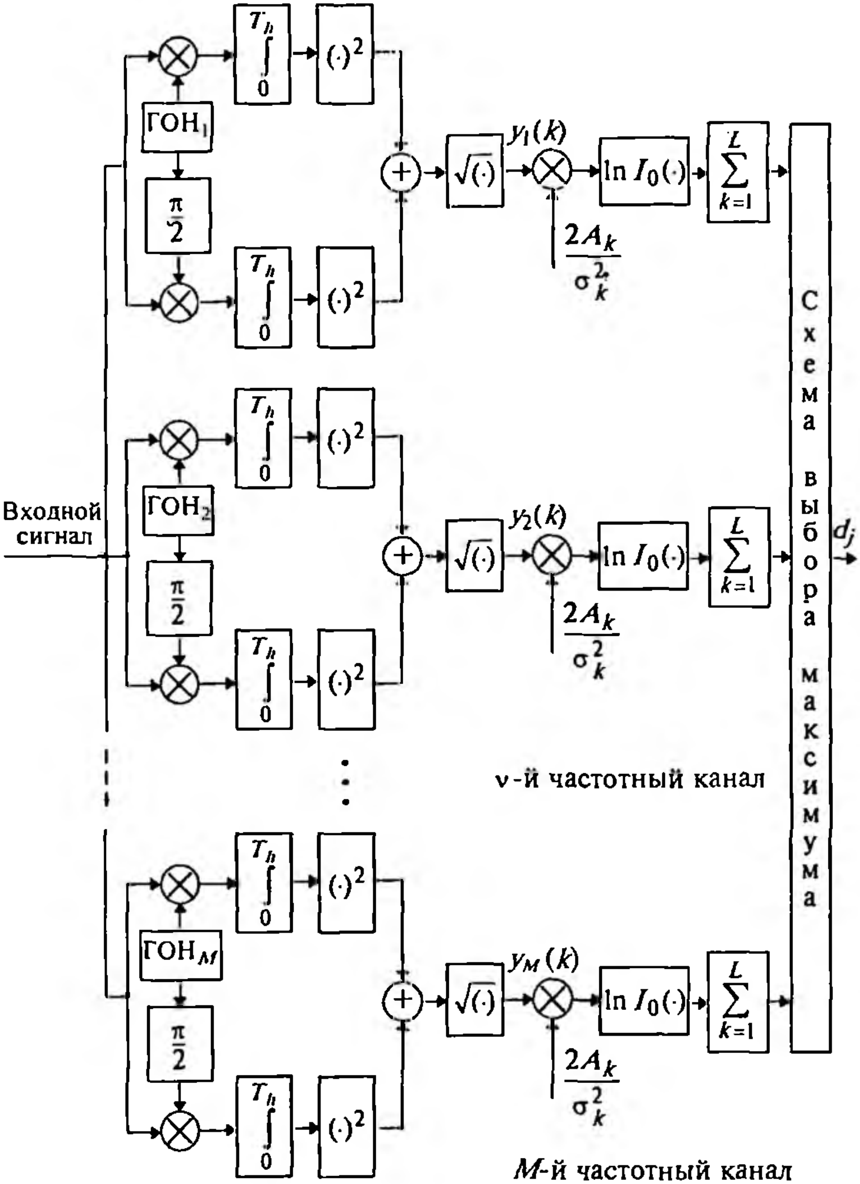
Как следует из (3.20), *оптимальный алгоритм адаптивного различения сигналов с ППРЧ за время T_b отличается от оптимальных алгоритмов различения некогерентных сигналов без ППРЧ и различения сигналов с ППРЧ для случая, когда известна амплитуда сигнала, а спектральная плотность мощности помехи постоянна во всем частотном диапазоне СРС.*

На рис.3.1 изображена структурная схема приемника, реализующая оптимальный алгоритм различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и M-ичной ЧМ [44], на рисунке обозначено: ГОН - генератор опорного напряжения; $\pi/2$ - фазовращатель на 90^0; СВМ - схема выбора максимума. Как следует из выполненного синтеза такой приемник при $L > 1$ должен быть приемником взаимокорреляционного типа, в котором по принятым реализациям смеси сигнала, помехи и шума в течении действия каждого k-го субсимвола вычисляются корреляционные интегралы $U_1(\nu_k)$ и $U_2(\nu_k)$, которые затем возводятся в квадрат, суммируются и далее находятся значения огибающей функции взаимной корреляции между принятыми реализациями $x_{\nu k}(t)$ и опорными сигналами $s_{0\nu}(t)$, $\tilde{s}_{0\nu}(t)$. Таким путем формируются статистики (3.18), которые умножаются на весовой множитель вида:

$$\mu_k \triangleq \frac{2A_k}{\sigma_k^2}, \quad k = \overline{1, L}. \tag{3.21}$$

Напряжения, пропорциональные $\mu_k[y_j(k)]^{1/2}$, подвергаются нелинейной обработке вида $\ln I_0\{\mu_k[y_j(k)]^{1/2}\}$ и дальнейшему суммированию в каждом ν-м канале. Результирующее суммарное напряжение с выхода ν-го частотного канала подается на схему выбора максимума, на выходе которой формируется решение d_j о приеме сигнала $s_j(t)$. Заметим, что в соответствии с (3.19) решающая схема может быть реализована на нелинейных элементах с характеристикой вида функции Бесселя нулевого порядка $I_0(x)$ и перемножителях с характеристикой вида $\prod_k^L I_0(x)$.

Из анализа оптимальной структурной схемы обработки сигналов с внутирсимвольной ППРЧ и M-ичной ЧМ (рис.3.1) следует: 1) *оптимальный приемник сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и ЧМ состоит из двух частей: одна часть обеспечивает обработку*



Входной сигнал
ГОН1
ГОН2
ГОНM
π/2
Th
0
(·)2
√(·)
y1(k)
y2(k)
yM(k)
ln I0(·)
2Ak/σk2
L
k=1
Схема выбора максимума
dj
ν-й частотный канал
M-й частотный канал

Рис. 3.1.

принятых реализаций $x_{\nu k}(t)$ как при обычном некогерентном накоплении; вторая - производит весовую обработку сформированных статистик $y_\nu(k)$; 2) *для реализации оптимального алгоритма различения сигналов с ППРЧ* (3.20) *необходимо иметь априорную информацию об амплитуде частотного элемента сигнала A_k и дисперсии помехи σ_k^2 для каждого k-го скачка частоты,* тогда как на входе приемника одновременно действуют частотный элемент сигнала, помеха и собственный шум приемника СРС; 3) чем больше мощность помехи σ_k^2 на частоте k-го частотного элемента, тем с меньшим весом учитывается вклад помехи принятого элемента $x_{\nu k}(t)$ в результирующее отношение сигнал-помеха на выходе сумматора ν-го частотного канала.

В [1] указаны трудности формирования весовых множителей вида $\mu_k = 2A_k / \sigma_k^2$. Преодоление этих трудностей возможно путем нахождения способов получения статистических оценок параметров A_k и σ_k^2. Данная задача сводится к оценке математического ожидания и дисперсии случайного процесса по его реализации конечной длительности.

3.2. Квазиоптимальный адаптивный алгоритм различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и двоичной ЧМ

Для решения задачи определения оценок $\hat{A}_k$, $\hat{\sigma}_k^2$ и формирования на этой основе весового множителя $\hat{\mu}_k$ воспользуемся функцией правдоподобия смеси сигнала $s_{\nu k}(t)$ и помехи в виде белого гауссовского шума $\xi_k(t)$ при неизвестных значениях амплитуды $A_k \in [0,\infty)$, дисперсии помехи $\sigma_k^2 \in [0,\infty)$ и фазы $\varphi_k \in [0,2\pi]$ на каждом k-м скачке частоты. С этой целью представим реализацию $x_{\nu k}(t)$ k-го элемента сигнала $s_{\nu k}(t)$ и помехи $\xi_k(t)$ в ниде выборки

$$\mathbf{x}_k = (x_{k1}, x_{k2}, \ldots, x_{km}), \tag{3.22}$$

где m - число дискретных отсчетов, $m = T_h / \Delta t$; Δt - шаг дискретизации, определяемый качеством оценивания параметров; $x_{ki} = x_k(t_i)$, $i = \overline{1,m}$; $t_i \in [(k-1)T_h, kT_h]$.

Дискретные составляющие x_{ki}, $i = \overline{1,m}$, выборки (3.22) в моменты отсчетов t_i

$$x_k(t_i) = s_{\nu k}(t_i) + \xi_{ki} ,$$

где $s_{\nu k}(t_i) = A_k \cos\left[(\omega_k + \omega_{0\nu})t_i - \varphi_k\right] = \Theta_{1k} s_{0\nu}(t_i) + \Theta_{2k} \tilde{s}_{0\nu}(t_i)$;

$$\Theta_{1k} \triangleq A_k \cos\varphi_k ;\ \ \Theta_{2k} \triangleq A_k \sin\varphi_k ;$$

$$s_{0\nu}(t_i) \triangleq A_0 \cos(\omega_k + \omega_{0\nu})t_i ; \qquad \tilde{s}_{0\nu}(t_i) \triangleq A_0 \sin(\omega_k + \omega_{0\nu})t_i ;$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h .$$

С учетом приведенных выражений функцию правдоподобия выборки $\mathbf{x}_k$ (3.22) можно записать в виде [43]:

$$P_\nu(\mathbf{x}_k | A_k, \sigma_k^2, \varphi_k) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_k)^m} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_k^2} \sum_{i=1}^{m} \left[x_{ki} - A_k s_{0\nu}(i, \varphi_k)\right]^2\right\} \tag{3.23}$$

или $\ln P_\nu = \sum_{i=1}^{m} \ln\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_k^2}\left[x_{ki} - A_k s_{0\nu}((i, \varphi_k)\right]^2\right\}\right\}$, (3.24)

где $s_{0\nu}(i, \varphi_k) \triangleq A_0\left[\cos\varphi_k \cos(\omega_k + \omega_{0\nu})t_i + \sin\varphi_k \sin(\omega_k + \omega_{0\nu})t_i\right]$,

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h .$$

Определение оценок неизвестных параметров $A_k, \varphi_k, \sigma_k^2$ проведем методом максимального правдоподобия. С этой целью запишем систему уравнений вида [43]:

$$\left.\frac{\partial}{\partial A_k} \ln P_\nu(\mathbf{x}_k | A_k, \sigma_k^2, \varphi_k)\right|_{\substack{A_k = \hat{A}_k \\ \sigma_k^2 = \hat{\sigma}_k^2 \\ \varphi_k = \hat{\varphi}_k}} = 0; \tag{3.25а}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial \varphi_k} \ln P_\nu(\mathbf{x}_k | A_k, \sigma_k^2, \varphi_k)\right|_{\substack{A_k = \hat{A}_k \\ \sigma_k^2 = \hat{\sigma}_k^2 \\ \varphi_k = \hat{\varphi}_k}} = 0; \tag{3.25б}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial \sigma_k^2} \ln P_\nu(\mathbf{x}_k | A_k, \sigma_k^2, \varphi_k)\right|_{\substack{A_k = \hat{A}_k \\ \sigma_k^2 = \hat{\sigma}_k^2 \\ \varphi_k = \hat{\varphi}_k}} = 0 \tag{3.25в}$$

В результате решения системы уравнений получаем оценки:

$$\hat{A}_k = \left\{\left[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_{ki} s_{0\nu}(i,\hat{\varphi}_k)\right]^2 + \left[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_{ki} \tilde{s}_{0\nu}(i,\hat{\varphi}_k)\right]^2\right\}^{1/2}; \quad (3.26)$$

$$\hat{\varphi}_k = \operatorname{arctg}\frac{\frac{1}{m}\sum_{1}^{m} x_{ki}\tilde{s}_{0\nu}(i,\varphi_k)}{\frac{1}{m}\sum_{1}^{m} x_{ki} s_{0\nu}(i,\varphi_k)}; \quad (3.27)$$

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[x_{ki} - \hat{A}_k s_{0\nu}(i,\hat{\varphi}_k)\right]^2. \quad (3.28)$$

Совершая в (3.26), (3.27) и (3.28) переход от суммы дискретных значений x_{ki} к непрерывным функциям и выполнив необходимые преобразования, получим оценки параметров

$$\hat{A}_k = 2(\hat{\Theta}_{1k}^2 + \hat{\Theta}_{2k}^2)^{1/2}; \quad (3.29)$$

$$\hat{\varphi}_k = \operatorname{arctg}\frac{\hat{\Theta}_{2k}}{\hat{\Theta}_{1k}}; \quad (3.30)$$

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}^2(t)\,dt - \frac{\hat{A}_k^2}{2}, \quad (3.31)$$

где $\hat{\Theta}_{1k}, \hat{\Theta}_{2k}$ - оценки, равные:

$$\hat{\Theta}_{1k} \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t) s_{0\nu}(t)\,dt; \quad \hat{\Theta}_{2k} \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{\nu k}(t)\tilde{s}_{0\nu}(t)\,dt.$$

Используя (3.29) и (3.31), выражение для весового множителя (3.21) примет вид:

$$\hat{\mu}_k \triangleq \frac{2\hat{A}_k}{\hat{\sigma}_k^2}, \qquad k = \overline{1,L}. \quad (3.32)$$

Для формирования весового множителя $\hat{\mu}_k$ (3.32) необходимо иметь дополнительный канал, позволяющий получать оценку амплитуды субсимвола $\hat{A}_k$ и оценку дисперсии помехи $\hat{\sigma}_k^2$ на каждом k-м скачке частоты. Таким образом, *решающая схема, реализующая алгоритм адаптивного различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ, должна обеспечивать различение сигналов с использованием оценок амплитуды частотных элементов сигнала и дисперсии помехи.* Такая решающая схема, реализующая квазиоптимальный алгоритм (в виду использования не истинных значений амплитуды сигнала A_k и дисперсии помех σ_k^2, а их оценок $\hat{A}_k$ и $\hat{\sigma}_k^2$), для случая, когда приемное устройство СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ содержит два независимых синтезатора частоты, обеспечивающих постоянство промежуточных частот f_1 и f_2 во всем диапазоне W_s, изображена на рис.3.2, где обозначено: МАХ - блок выбора максимума. Формирование весового множителя $\hat{\mu}_k$ в этой схеме происходит следующим образом [44,45]. На входе канала оценивания дисперсии $\hat{\sigma}_k^2$ (квадратичный детектор, интегратор) независимо от того, частотный элемент какого из символов (1 или 0) был передан, действует напряжение, пропорциональное $x_{\nu k}(t)$.

На выходе интегратора канала оценивания в момент окончания k-го скачка частоты образуется напряжение, пропорциональное сумме $(\hat{\sigma}_k^2 + 1/2\hat{A}_k^2)$. Одновременно напряжение, пропорциональное квадрату оценки амплитуды элемента сигнала $\hat{A}_k^2$, формируется в блоке выбора максимума. Если принять, что на k-м интервале времени передавался частотный элемент

$$s_{1k}(t) = A_{1k}\cos(\omega_1 t - \varphi_{1k}),\ t \in [(k-1)T_h, kT_h],\quad k = \overline{1,L},$$

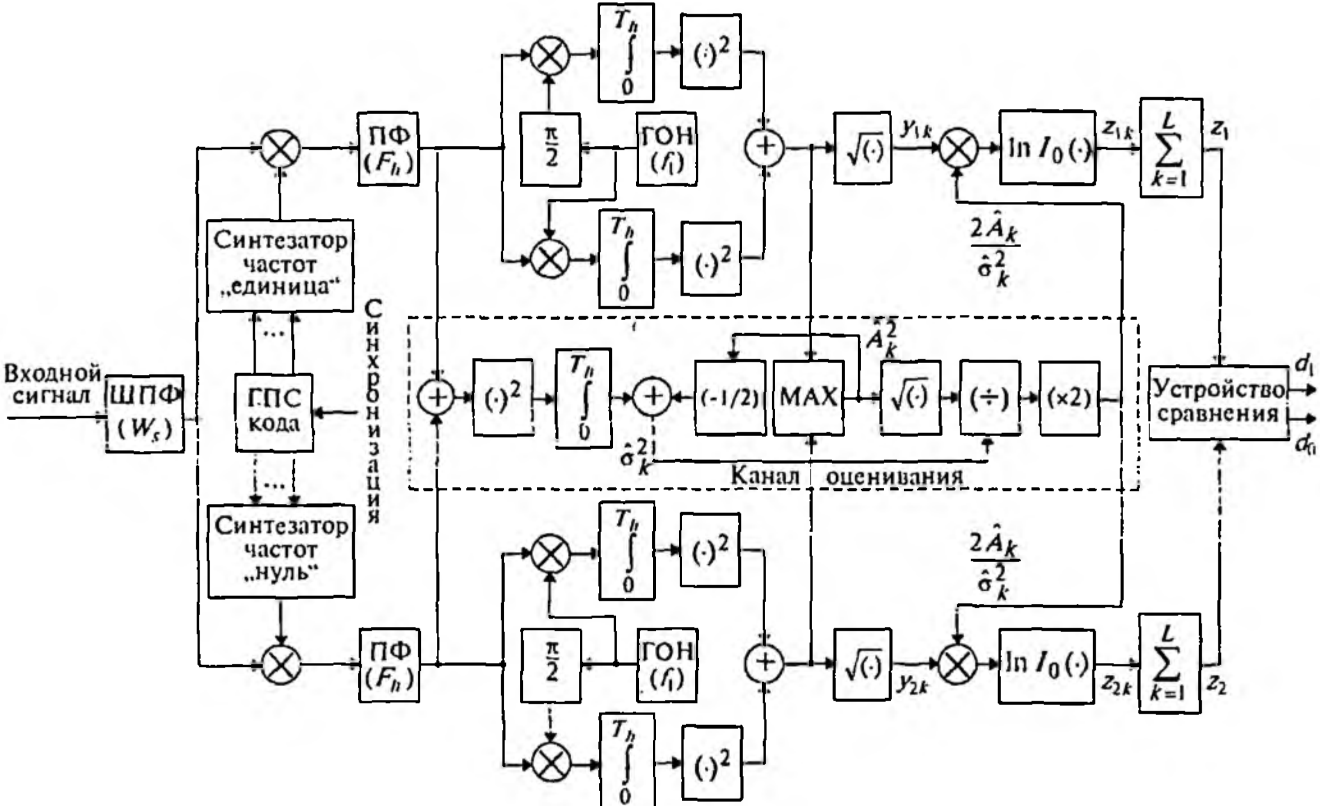
принадлежащий, например информационному символу 1, то на первый вход блока выбора максимума подается напряжение

$$y_1^2(k) = U_{c1}^2(k) + U_{c2}^2(k)\,, \tag{3.33}$$

где
$$U_{c1}(k) \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{1k}(t)s_{01}(t)dt;$$

$$U_{c2}(k) \triangleq \frac{1}{T_h}\int_{(k-1)T_h}^{kT_h} x_{1k}(t)\tilde{s}_{01}(t)dt,$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h,\quad k = \overline{1,L}.$$



Входной сигнал
ШПФ (W_s)
ГПС кода
Синхронизация
Синтезатор частот „единица"
Синтезатор частот „нуль"
ПФ (F_h)
$\frac{\pi}{2}$
ГОН (f_1)
$\int_0^{T_h}$
$(\cdot)^2$
$\sqrt{(\cdot)}$
y_{1k}
y_{2k}
$\ln I_0(\cdot)$
z_{1k}
z_{2k}
$\sum_{k=1}^{L}$
z_1
z_2
$\frac{2\hat{A}_k}{\hat{\sigma}_k^2}$
(-1/2)
MAX
$\hat{A}_k^2$
(÷)
(×2)
$\hat{\sigma}_k^2$
Канал оценивания
Устройство сравнения
d_1
d_0

Рис.3.2.

На второй вход блока выбора максимума в этом случае поступает напряжение, пропорциональное

$$y_2^2(k) = U_{нс_1}^2(k) + U_{нс_2}^2(k), \tag{3.34}$$

где
$$U_{нс_1}(k) \triangleq \frac{1}{T_h} \int\limits_{(k-1)T_h}^{kT_h} \left[J_k(t) + n_k(t)\right] s_{02}(t)\,dt;$$

$$U_{нс_2}(k) \triangleq \frac{1}{T_h} \int\limits_{(k-1)T_h}^{kT_h} \left[J_k(t) + n_k(t)\right] \tilde{s}_{02}(t)\,dt,$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h, \quad k = \overline{1, L}.$$

В блоке выбора максимума происходит сравнение значений напряжений, пропорциональных (3.33) и (3.34), и на выходе блока имеет место максимальное из сравниваемых напряжений. В данном случае при условии $A_k^2 T_h / (2G_k) > 1$

$$\max\left\{\left[U_{c1}^2(k) + U_{c2}^2(k)\right], \left[U_{нс1}^2(k) + U_{нс2}^2(k)\right]\right\} \equiv \hat{A}_k^2.$$

Выполнив в канале оценивания вычитание напряжений, пропорциональных $(\hat{\sigma}_k^2 + 1/2\hat{A}_k^2)$ и $1/2\hat{A}_k^2$, на выходе сумматора этого канала формируется напряжение, пропорциональное $\hat{\sigma}_k^2$. Напряжение, пропорциональное $\hat{A}_k^2$, с выхода блока выбора максимума подается на вычислитель квадратного корня и далее на вход делителя. После делителя полученное напряжение удваивается и в виде весового множителя $\hat{\mu}_k$ поступает на вторые входы умножителей решающей схемы. Напряжения с выходов умножителей подаются на нелинейные элементы с характеристикой $\ln I_0(x)$ и затем на сумматоры. На выходе сумматоров формируются статистики решения z_1 и z_2, которые поступают на устройство сравнения; на его выходе вырабатываются решения d_1 или d_0 в зависимости от того, какой из информационных символов (1 или 0) передавался за время T_b.

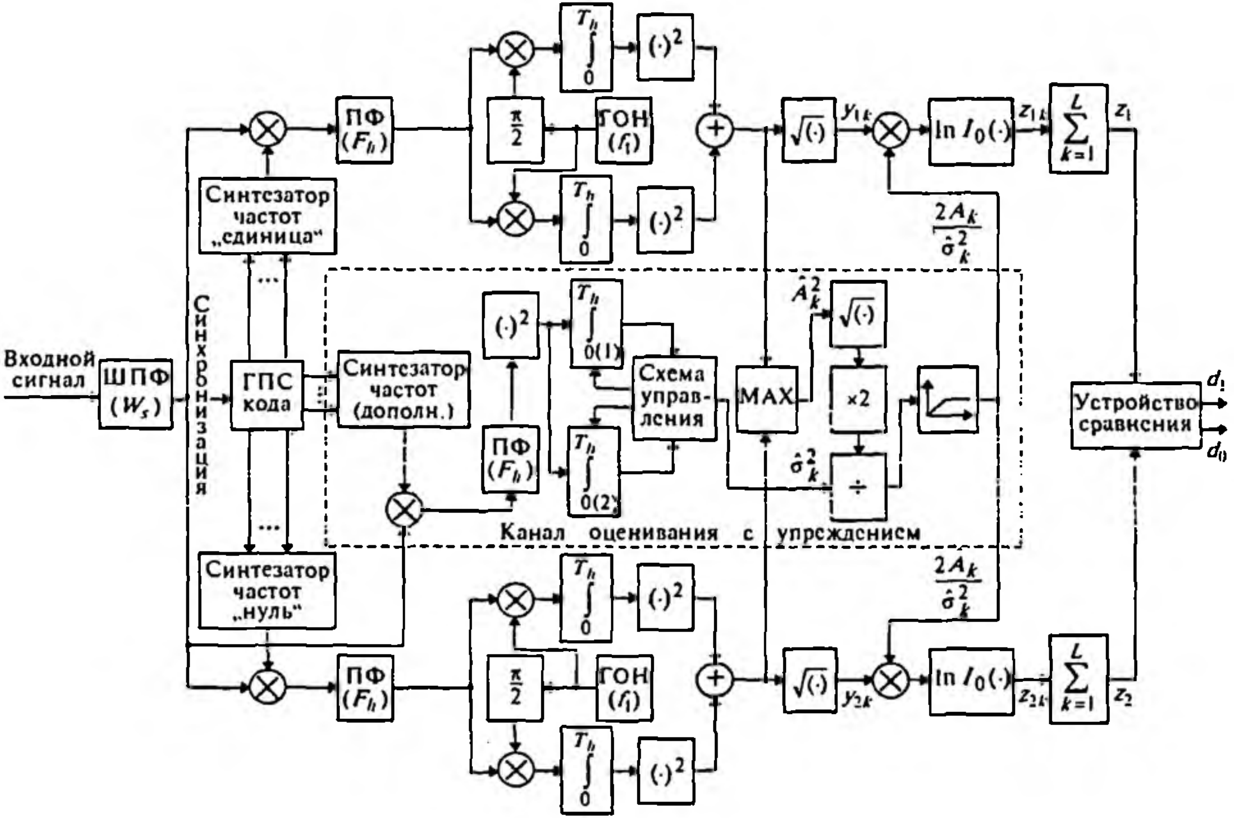
Учет особенностей структуры сигнала с внутрисимвольной ППРЧ, а именно наличия свободных от субсимволов позиций в ЧВМ, а также знание на приемной стороне СРС используемого в передатчике СРС псевдослучайного кода, позволяет рассмотреть другой способ оценки параметров, при котором обеспечивается более высокая точность измерения мощности помехи σ_k^2.

Наличие свободных от субсимволов позиций в ЧВМ позволяет осуществить оценку дисперсии помехи $\hat{\sigma}_k^2$ в отрезки времени, предшествующие появлению на входе приемного устройства элементов сигнала на той или иной частоте. Так, если в соответствии с заданным псевдослучайным кодом k-й элемент сигнала должен появиться в ν-м канале на отрезке времени $[(k-1)T_h; kT_h]$, то измерение мощности помехи $\hat{\sigma}_k^2$ должно обеспечиваться также в ν-м канале, но с упреждением, в течение времени $[(k-2)T_h; (k-1)T_h]$. Вполне естественно, что такой способ оценки дисперсии помехи в части полосы применим лишь при условии ее стационарности во времени в пределах минимум двух скачков частоты $2T_h$, что практически всегда выполняется. Поскольку среднее значение помехи равно нулю, то при предложенном способе оценка дисперсии помехи является оценкой при известном среднем.

Подробное описание одной из возможных структурных схем реализации способа измерения дисперсии помехи с упреждением приведена в [46]. Для формирования весовых множителей $\hat{\mu}_k$ имеется дополнительный канал оценивания с упреждением, содержащий (рис.3.3): дополнительный синтезатор частот; смеситель; полосовой фильтр с полосой F_h; квадратичный детектор; два параллельно включенных интегратора и схему управления интеграторами для получения оценки дисперсии помехи $\hat{\sigma}_k^2$, а также, как и в структурной схеме на рис.3.2, блок выбора максимума (MAX), вычислитель квадратного корня, умножитель на 2, делитель и ограничитель. Благодаря наличию дополнительного синтезатора, управляемого ГПС кода, канал оценивания с упреждением осуществляет измерение мощности помехи в свободных от субсимвола позициях ЧВМ.

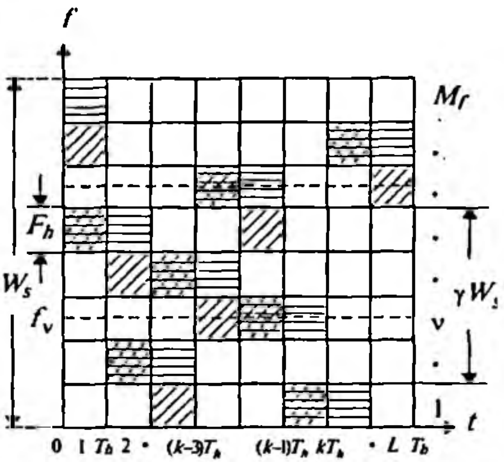
На рис.3.4,а изображен фрагмент ЧВМ сигнала с внутрисимвольной ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ. Квадратами с двойной штриховкой обозначены элементы ЧВМ, в которых измеряется мощность помехи, а квадратами с горизонтальными и наклонными линиями - основной и дополнительный канал, соответственно.

На рис.3.4,б показаны эпюры напряжений на выходе интеграторов и схемы управления (СУ) канала оценивания, поясняющие формирование оценки дисперсии помехи $\hat{\sigma}_k^2$. Эпюры напряжений по времени и частоте сопряжены с элементами ЧВМ, отображающей один из разнесенных по времени и частоте информационных символов.

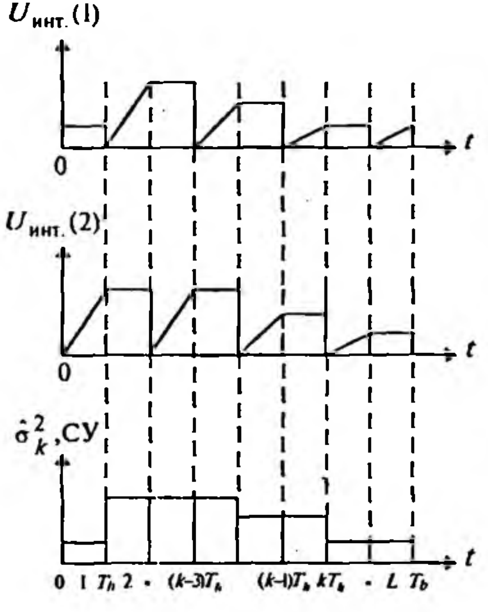


Входной сигнал
ШПФ (W_s)
Синхронизация
ГПС кода
Синтезатор частот „единица"
Синтезатор частот „нуль"
Синтезатор частот (дополн.)
ПФ (F_h)
$\frac{\pi}{2}$
ГОН (f_1)
$\int_0^{T_h}$
$(\cdot)^2$
$\sqrt{(\cdot)}$
y_{1k}
y_{2k}
$\ln I_0(\cdot)$
z_{1k}
z_{2k}
$\sum_{k=1}^{L}$
z_1
z_2
$\frac{2A_k}{\hat{\sigma}_k^2}$
Устройство сравнения
d_1
d_0
$\int_{0(1)}^{T_h}$
$\int_{0(2)}^{T_h}$
Схема управления
MAX
$\hat{A}_k^2$
×2
$\hat{\sigma}_k^2$
÷
Канал оценивания с упреждением

Рис.3.3.


f
M_f
F_h
W_s
f_ν
γW_s
ν
1
t
0 1 T_b 2 • (k–3)T_b (k–1)T_b kT_b • L T_b

а)


U_инт.(1)
U_инт.(2)
σ̂²_k, СУ
0
t
0 1 T_b 2 • (k–3)T_b (k–1)T_b kT_b • L T_b

б)

Рис.3.4.

В соответствии со структурной схемой на рис.3.3 оценка мощности помехи и амплитуды k-го субсимвола выполняются по формулам

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{T_h} \int\limits_{(k-1)T_h}^{kT_h} [J_k(t) + n_k(t)]^2 dt, \quad k = \overline{1, L}; \tag{3.35}$$

$$\hat{A}_k = 2\left\{\frac{1}{T_h} \int\limits_{(k-1)T_h}^{kT_h} [s_k(t) + J_k(t) + n_k(t)]^2 dt - \hat{\sigma}_k^2\right\}^{1/2}, \quad k = \overline{1, L}. \tag{3.36}$$

Из анализа (3.35) и (3.36) следует, что оценка дисперсии помехи и шума $\hat{\sigma}_k^2$ на k-м скачке частоты является эффективной и состоятельной, а оценка амплитуды k-го субсимвола $\hat{A}_k$ - условно несмещенной, эффективной и состоятельной.

В [47] приведена и описана структурная схема приемного устройства адаптивного различения сигналов с ППРЧ и внутрисимвольной двоичной ЧМ, в которой вместо квадратурных каналов (см. рис.3.3) последовательно включены квадратичный детектор и интегратор. В данной схеме не предусмотрена оценка амплитуды частотного элемента $\hat{A}_k$, для нормирования выборок используется только оценка дисперсии помехи $\hat{\sigma}_k^2$ на каждом скачке частоты.

3.3. Оценка помехоустойчивости синтезированного адаптивного алгоритма различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ и двоичной ЧМ

При выбранных моделях сигнала, шумовой помехи в части полосы, собственных шумов приемника и равновероятном распределении субсимволов в полосе частот СВО на бит информации P_E определяется известным выражением

$$P_E = \sum_{l=0}^{L} \binom{L}{l} \gamma^l (1-\gamma)^{L-l} P(E;\gamma|l), \tag{3.37}$$

где $P(E;\gamma|l)$ - УВО на бит в случае подавления помехой l элементов из L; $\binom{L}{l}$ - число сочетаний из L по l.

Таким образом, из (3.37) следует, что анализ помехоустойчивости СРС с внутрисимвольной ППРЧ и двоичной ЧМ заключается в нахождении УВО $P(E;\gamma|l)$ и последующей оценке зависимости СВО на бит P_E от системных параметров СРС и станции помех $P_E = P_E(\gamma; E_s/G_j; E_s/G_0)$.

Для определения УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ требуется знание законов распределения случайных величин, входящих в алгоритм обработки (3.20). Анализ (3.20) показывает, что закон распределения множителя $\hat{A}_k / \hat{\sigma}_k^2$ аргумента бесселевой функции неизвестен, другой множитель этой функции $y_j(k)$ распределен по обобщенному закону Райса. Далее произведение случайных величин $\hat{A}_k / \hat{\sigma}_k^2$ и $y_j(k)$ подвергается нелинейному преобразованию по закону $\ln I_0(x)$ и суммированию. В результате получить в явном виде точное выражение для УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ является трудноразрешимой задачей.

Анализ решающего алгоритма (3.20) существенно упрощается для „слабых" и „сильных" сигналов и позволяет получить в явном виде аналитические зависимости для оценки УВО на бит $P(E;\gamma|l)$.

3.3.1. Случай „слабых" сигналов

Для слабых сигналов и достаточно точного измерения параметров A_k и σ_k^2, когда $\ln I_0(x) \approx x^2/4$, алгоритм (3.20) можно представить в виде:

$$\sum_{k=1}^{L}\left(\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\right)^2 y_j^2(k) \geq \sum_{k=1}^{L}\left(\frac{2A_k}{\sigma_k^2}\right)^2 y_l^2(k). \qquad (3.38)$$

Входящие в (3.38) величины $y_j^2(k)$ и $y_l^2(k)$ запишем следующим образом:

$$y_j^2(k)=\sigma_k^2\left\{\left[\frac{A_k}{2\sigma_k}\cos\varphi_k+\nu_1(k)\right]^2+\left[\frac{A_k}{2\sigma_k}\sin\varphi_k+\nu_k(k)\right]^2\right\}; \qquad (3.39а)$$

$$y_l^2(k)=\sigma_k^2\left[\nu_3^2(k)+\nu_4^2(k)\right], \qquad (3.39б)$$

где $\nu_i(k)$, $i=1,...4$ - нормированные независимые гауссовские переменные с нулевым средним и дисперсией, равной 1,

$$\nu_1(k)=\frac{n_{c1}(k)+J_{c1}(k)}{\sigma_k}; \qquad \nu_2(k)=\frac{n_{s1}(k)+J_{s1}(k)}{\sigma_k};$$

$$\nu_3(k)=\frac{n_{c2}(k)+J_{c2}(k)}{\sigma_k}; \quad \nu_4(k)=\frac{n_{s2}(k)+J_{s2}(k)}{\sigma_k};$$

$n_{ci}(k)$, $n_{si}(k)$, $J_{ci}(k)$, $J_{si}(k)$, $i=1,2$ - статистически независимые гауссовские случайные величины со средним значением, равным нулю, и дисперсиями:

$$D\{n_{ci}(k)\}=D\{n_{si}(k)\}=\sigma_0^2;$$

$$D\{J_{ci}(k)\}=D\{J_{si}(k)\}=\sigma_j^2;$$

$\frac{A_k}{2}\cos\varphi_k$ и $\frac{A_k}{2}\sin\varphi_k$ - величины, характеризующие элементы сигнала; σ_k^2 - мощность помехи на k-м скачке частоты, определяемая из выражения (3.4).

Как видно из (3.39а), нормированные величины $z_{1k}=$ $=y_j^2(k)/\sigma_k^2$, содержащие элементы полезного сигнала, распределены по закону χ^2 с двумя степенями свободы и параметром нецентральности $\lambda_k=A_k^2/(2\sigma_k^2)$, а нормированные величины $z_{2k}=y_l^2(k)/\sigma_k^2$ (3.39б), в которых отсутствует полезный сигнал, имеют центральное χ^2- распределение с двумя степенями свободы.

Для случая сильной шумовой помехи в части полосы влиянием частотных элементов, пораженных этой помехой, на результирующий (суммарный) сигнал можно пренебречь. Заметим, что случай подавления помехой всех L субсимволов не рассматривается, так как это полностью нарушает работоспособность СРС. В практических устройствах обработки, как правило, осуществляется отключение частотных каналов, подавленных сильной помехой.

Учитывая, что сомножитель $2A_k/\sigma_k^2$ в оставшихся субсимволах, подвергнувшихся воздействию помехи, принимает примерно одно и тоже значение, распределение случайной величины

$$z_1=\sum_{k=1}^{L-l}\left(\frac{2A_k}{\sigma_k}\right)^2\left(\frac{y_j^2(k)}{\sigma_k^2}\right), \tag{3.40а}$$

можно аппроксимировать нецентральным χ^2-распределением с $2(L-l)$ степенями свободы и параметром нецентральности

$$\lambda_l = \frac{2}{L}(L-l)\frac{E_s}{G_0},\ 1 \le L-l.$$

Случайная величина z_2, в которой отсутствует полезный сигнал, распределяется по закону центрального χ^2- распределения с $2(L-l)$ степенями свободы

$$z_2 = \sum_{k=1}^{L-l}\left(\frac{2A_k}{\sigma_k}\right)^2\left(\frac{y_l^2(k)}{\sigma_k^2}\right). \tag{3.40б}$$

В общем случае УВО на бит определяется из выражения

$$P(E;\gamma|l) = P_r\{z_1 < z_2\} = \int_0^\infty f_{z_1}(x,\lambda_l)\int_x^\infty f_{z_2}(y)dydx, \tag{3.41}$$

где $f_{z_1}(x,\lambda_l)$, $f_{z_2}(x)$ - функции плотности распределения вероятностей случайных величин z_1 и z_2, соответственно.

В соответствии с [48] функции плотности распределения вероятностей $f_{z_1}(x,\lambda_l)$ и $f_{z_2}(x)$ имеют вид:

$$f_{z_1}(x,\lambda_l) = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\lambda_l}\right)^{(L-l-1)/2}\exp\left[-\frac{\lambda_l + x}{2}\right]I_{L-l-1}(\sqrt{(x\lambda_l)};$$

$$f_{z_2}(x) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\exp(-x/2)(x/2)^{L-l-1}}{\Gamma(L-l)},$$

где $I_{L-l-1}(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода порядка $L-l-1$; $\Gamma(\cdot)$ - гамма-функция.

Для получения УВО в виде конечной суммы представим внутренний интеграл в (3.41) в виде [48]:

$$\int_x^\infty \frac{1}{2}\frac{\exp\left(-\frac{x}{2}\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{L-l-1}}{\Gamma(L-l)}dx = \exp\left(-\frac{x}{2}\right)\sum_{k=0}^{L-l-1}\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{k!}, \tag{3.42а}$$

а функцию $f_{z_1}(x,\lambda_l)$ как

$$f_{z_1}(x,\lambda_l) = \sum_{j=0}^{\infty}\exp(-\lambda_l/2)\frac{(\lambda_l/2)^j}{j!}\frac{x^{L-l-1+j}\exp(-x/2)}{2^{L-l+j}\Gamma(L-l+j)}. \tag{3.42б}$$

Используя (3.42а) и (3.42б), в соответствии с (3.41) получим выражение для УВО на бит [44]

$$P(E;\gamma|l) = \left(\frac{1}{2}\right)^{L-l} \exp(-\lambda_l/2) \sum_{k=0}^{L-l-1} \frac{(1/2)^k}{k!} \times$$

$$\times \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda_l/4)^j}{j!} \frac{\Gamma(L-l+k+j)}{\Gamma(L-l+j)}. \qquad (3.43)$$

Применяя свойства гамма-функции [48,49]

$$\Gamma(n+z) = (n+z-1)(n+z-2)\ldots(z+1)\Gamma(z+1),$$

преобразуем (3.43) к виду:

$$P(E;\gamma|l) = \left(\frac{1}{2}\right)^{L-l} \exp(-\lambda_l/2) \sum_{k=0}^{L-l-1} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^k C_{L-l+k}^k \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda_l/4)}{j!} \frac{(L-l+k)_j}{(L-l)_j}\right], \qquad (3.44)$$

где $(a)_j = \Gamma(a+j)/\Gamma(a)$.

Бесконечный ряд в (3.44) представляет собой вырожденную гипергеометрическую функцию [48,49]

$${}_1F_1(L-l+k;\ L-l;\ \lambda_l/4),$$

которую можно выразить следующим образом:

$${}_1F_1(L-l+k;\ L-l;\ \lambda_l/4) = \exp(\lambda_l/4)\,{}_1F_1(-k;\ L-l;\ -\lambda_l/4) =$$

$$= \exp(\lambda_l/4) L_k^{L-l-1}(-\lambda_l/4) / C_{L-l+k}^k, \qquad (3.45)$$

где $L_k^{\alpha}(x) = \sum_{m=0}^{k} (-1)^m C_{k+\alpha}^{k-m} \frac{x^m}{m!}$ - обобщенный полином Лагерра степени k [48].

После подстановки (3.45) в (3.44) получим выражение для УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ в виде конечной суммы при условии, что $G_j/\gamma \gg G_0$ [44]

$$P(E;\gamma|l) = \left(\frac{1}{2}\right)^{L-l} \exp(-\lambda_l/4) \sum_{k=0}^{L-l-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k L_k^{L-l-1}(-\lambda_l/4). \qquad (3.46)$$

Учитывая (3.37), СВО на бит P_E системы радиосвязи с внутрисимвольной ППРЧ и синтезированным алгоритмом (3.38) определяется из выражения

$$P_E = \sum_{l=0}^{L-1} \binom{L}{l} \gamma^l (1-\gamma)^{L-l} \frac{1}{2} \exp(-\lambda_l/4) g(\lambda_l/4; L-l), \qquad (3.47)$$

где $g(\lambda_l/4; L-l) = \left(\frac{1}{2}\right)^{L-l} \sum_{k=0}^{L-l-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k L_k^{L-l-1}(-\lambda_l/4)$.

Из анализа уравнений (3.46) и (3.47) следует, что *при выбранной модели слабых сигналов, когда подавленные сильной помехой в части полосы субсимволы исключены из рассмотрения, УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ и, следовательно, СВО на бит P_E в явном виде не зависят от отношения сигнал-помеха E_s/G_j*. Такая зависимость проявляется опосредованно через величину подавляемой помехой части диапазона γW_s и число субсимволов l, подверженных воздействию помехи.

В [11] оценивается помехоустойчивость СРС с внутрисимвольной ППРЧ и двоичной ЧМ, в которой для демодуляции сигналов используется алгоритм, реализуемый с помощью квадратичного детектирования и нелинейного сложения выборок, пронормированных весовым множителем вида $\mu_k = 1/\sigma_k^2$. При анализе помехоустойчивости такой СРС в [11] предполагается: 1) амплитуды субсимволов A_k на разных частотах равны между собой; 2) измерение мощности помехи σ_k^2 осуществляется „идеально" без ошибок на каждом k-м скачке частоты.

Для случая сильной шумовой помехи полученное в [11] выражение для УВО на бит имеет вид:

$$P(E;\gamma|l) = \left(\frac{1}{2}\right)^L \exp\left(-\frac{\lambda_l}{4}\right) \sum_{k=0}^{L-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k L_k^{L-1}\left(-\frac{\lambda_l}{4}\right), \quad G_j/\gamma >> G_0. \quad (3.48)$$

Из (3.46) и (3.48) видно, что выражения для УВО на бит при одном и том же параметре нецентральности $\lambda_l = \frac{2}{L}(L-l)\frac{E_s}{G_0}$ отличаются только числом степеней свободы, которое при $l \neq 0$ больше в (3.48).

Проведем анализ влияния числа степеней свободы на УВО на бит. Для решения данной задачи воспользуемся гауссовской аппроксимацией. При таком допущении УВО на бит определяется из выражения

$$P_{\text{н}}(E;\gamma|l) = P_r\{z_1 - z_2 < 0\} = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\overline{x_1}}{\sqrt{\sigma_1^2}}\right), \qquad (3.49)$$

где $\Phi(x)$ - функция Лапласа, $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x \exp(-t^2/2)dt$;

$\overline{x_1}$ - математическое ожидание разности статистик z_1-z_2; с точностью до множителя, не влияющего на УВО,

$$\bar{x}_1 \triangleq M[z_1]-M[z_2]=\frac{2E_s}{LG_0}(L-l);$$

σ_1^2 - дисперсия разности статистик z_1-z_2:

$$\sigma_1^2 \triangleq D[z_1]+D[z_2]=4\frac{2E_s}{LG_0}(L-l)+4(L-l).$$

Анализ (3.49) показывает, что при большем числе степеней свободы, когда $L-1>L-l-1$, $l\neq 0$, аргумент функции Лапласа $\bar{x}_1/\sqrt{\sigma_1^2}>\bar{x}_1/\sqrt{\sigma_2^2}$, где $\sigma_2^2=4\frac{2E_s}{LG_0}(l-1)+4(l-1)$. Следовательно, УВО на бит (3.46) меньше аналогичной вероятности (3.48), так как $\Phi(\bar{x}_1/\sqrt{\sigma_1^2})>\Phi(\bar{x}_1/\sqrt{\sigma_2^2})$. Таким образом, в случае аппроксимации статистик решения z_1 и z_2 нормальным законом распределения при сильной шумовой помехе и точном измерении амплитуды субсимволов A_k и дисперсии шумовой помехи σ_k^2 синтезированный квазиоптимальный алгоритм, как и следовало ожидать, эффективнее эвристического алгоритма различения сигналов с внутрисимвольной ППРЧ [11], а выражение (3.47) характеризует нижнюю границу СВО на бит информации.

Заметим, что, когда влиянием собственных шумов приемника СРС пренебречь нельзя, УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ при слабом сигнале и точном измерении параметров A_k и σ_k^2 может быть получена из выражения (3.46) путем замены в нем $L-l-1$ на $L-1$. В этом случае СВО на бит P_E имеет вид [11]:

$$P_E=\sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}\gamma^l(1-\gamma)^{L-l}\frac{1}{2}\exp(-\lambda_l/4)\left(\frac{1}{2}\right)^L\sum_{k=0}^{L-1}\left(\frac{1}{2}\right)^k L_k^{L-1}(-\lambda_l/4), \quad (3.50)$$

где параметр нецентральности λ_l определяется из выражения

$$\lambda_l=\frac{2}{L}\left[\frac{lE_s}{G_0+G_j/\gamma}+(L-l)\frac{E_s}{G_0}\right].$$

При принятых выше допущениях оценка помехоустойчивости СРС с внутрисимвольной ППРЧ и синтезированным квазиоптимальным алгоритмом полностью совпадает с оценкой помехоустойчивости СРС с внутрисимвольной ППРЧ, квадратичным детектированием и нелинейным сложением субсимволов при „идеальном" измерении мощности помехи. Дальнейший анализ зависимости СВО на бит P_E (3.50) детально изложен в четвертой главе.

3.3.2. Случай „сильных" сигналов.

При сильных сигналах, когда $\ln I_0(x) \approx x$, оптимальный алгоритм обработки (3.20) аппроксимируется выражением

$$\sum_{k=1}^{L} \frac{2A_k}{\sigma_k^2} y_j(k) > \sum_{k=1}^{L} \frac{2A_k}{\sigma_k^2} y_l(k). \tag{3.51}$$

Случайные величины $y_j(k)$ и $y_l(k)$, входящие в (3.51), можно представить подобно (3.39а) и (3.39б) в виде:

$$y_j(k) = \sigma_k \left\{ \left[\frac{A_k}{2\sigma_k} \cos\varphi_k + \beta \nu_1(k) \right]^2 + \left[\frac{A_k}{2\sigma k} \sin\varphi_k + \nu_2(k) \right]^2 \right\}^{1/2}; \tag{3.52а}$$

$$y_l(k) = \sigma_k \left[\nu_3^2(k) + \nu_4^2(k) \right]^{1/2}. \tag{3.52б}$$

Нормированные случайные величины $z_{1k} = y_j(k)/\sigma_k$ (3.52а), в которых содержатся элементы полезного сигнала, распределены по закону Райса с плотностью вероятности

$$f_{z_{1k}}(x) = x \exp\left[-\frac{(x^2 + \alpha^2)}{2} \right] I_0(\alpha x),$$

где $\alpha = A_k / 2\sigma_k$.

При этом моменты случайных величин z_{1k} определяются из выражения [24]

$$m_{nk} = M\left\{ z_{1k}^n \right\} = 2^{n/2} \Gamma(n/2 + 1) {}_1F_1(-n/2; 1; -\alpha^2/2).$$

Для рассматриваемого случая, когда $\alpha \gg 1$, с учетом асимптотического представления гипергеометрических функций ${}_1F_1(\cdot)$ получим, что

$$
\left.
\begin{aligned}
m_{1k} &= M\{z_{1k}\} \approx \alpha\left(1+\frac{1}{2\alpha^2}\right);\\
\sigma_{1k}^2 &= D\{z_{1k}\} \approx \left(1-\frac{1}{2\alpha^2}\right).
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.53}
$$

В свою очередь, нормированные случайные величины $z_{2k} = y_l(k)/\sigma_k$ (3.52б), в которых отсутствуют элементы полезного сигнала, распределены по закону Рэлея с плотностью вероятности

$$
f_{z_{2k}}(x) = x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \tag{3.54}
$$

В соответствии с (3.54) математическое ожидание и дисперсия случайных величин z_{2k} определяются из выражений [24]:

$$
m_{2k} = M\{z_{2k}\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}};
$$

$$
\sigma_k^2 = D\{z_{2k}\} = \frac{4-\pi}{2}.
$$

В общем случае точное распределение сформированных статистик решения

$$
z_1 = \sum_{k=1}^{L} \frac{2A_k}{\sigma_k} z_{1k} \quad \text{и} \quad z_2 = \sum_{k=1}^{L} \frac{2A_k}{\sigma} z_{2k}
$$

описывается весьма громоздкими формулами. Поэтому для нахождения УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ воспользуемся тем положением, что для сильных сигналов закон распределения Райса достаточно хорошо аппроксимируется нормальным распределением с математическим ожиданием $A_k/2\sigma_k$ и единичной дисперсией [24].

Таким образом, можно принять, что статистика решения z_1 распределена приближенно по нормальному закону с математическим ожиданием m_1 и дисперсией σ_1^2

$$
\left.
\begin{aligned}
m_1 &= \sum_{k=1}^{L} \frac{A_k^2}{\sigma_k^2} = \frac{2}{L}\left[\frac{2E_s}{G_0 + G_j/\gamma} + (L-l)\frac{E_s}{G_0}\right];\\
\sigma_1^2 &= \sum_{k=1}^{L} \frac{4A_k^2}{\sigma_k^2} = 4\,m_1.
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.55}
$$

В силу предельной теоремы можно считать, что статистика решения z_2 также распределена приближенно по нормальному закону с параметрами

$$\left.\begin{aligned} m_2 &= \sqrt{2\pi}\left[(L-l)\sqrt{\frac{E_s}{G_0}} + l\sqrt{\frac{E_s}{G_0 + G_j/\gamma}}\right]; \\ \sigma_2^2 &= \frac{4-\pi}{2}\sum_{k=1}^{L}\frac{4A_k^2}{\sigma_k^2} = \frac{4-\pi}{2}\sigma_1^2. \end{aligned}\right\} \qquad (3.56)$$

В соответствии с алгоритмом (3.20) выходная статистика z определяется разностью статистик z_1 и z_2. Учитывая принятые выше аппроксимации распределения статистик z_1 и z_2 нормальными законами, разность случайных величин $z_1 - z_2$ (выходная статистика) также будет распределена по нормальному закону с математическим ожиданием и дисперсией, равными

$$M\{z_1 - z_2\} = m_1 - m_2;$$

$$D\{z_1 - z_2\} = \sigma_1^2 + \sigma_2^2.$$

Таким образом, УВО на бит можно представить выражением [44]

$$P(E;\gamma|l) = P_r\{z_1 - z_2 < 0\} = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left[\frac{m_1 - m_2}{\sqrt{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}\right]. \qquad (3.57)$$

Здесь параметры m_1 и m_2, σ_1^2 и σ_2^2 определяются формулами (3.55) и (3.56); $\operatorname{erfc}(x)$ - дополнительная функция ошибок, которая определяется формулой

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}\exp(-t^2)dt.$$

Заметим, что в литературе по теории статистической связи и ее приложениям при определении вероятности ошибки на бит информации широкое применение находят и другие интегральные формы нормального распределения, линейно связанные между собой.

В табл.3.1. приведены определения и взаимосвязь различных интегральных функций нормального распределения.

Таблица 3.1

Взаимосвязь интегральных форм нормального распределения

Функция	$F(x)$	$Q(x)$	$\Phi_0(x)$	$\Phi(x)$	$\mathrm{erf}(x)$	$\mathrm{erfc}(x)$
$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$ Гауссовский интеграл вероятностей (ошибок)	$F(x)$	$1-Q(x)$	$\Phi_0(x)+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Phi(x)$	$\frac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right]$	$1-\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$
$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{\infty}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$ Дополнительная функция к гауссовскому интегралу вероятностей	$1-F(x)$	$Q(x)$	$\frac{1}{2}-\Phi_0(x)$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\Phi(x)$	$\frac{1}{2}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right]$	$\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$
$\Phi_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$ Интеграл вероятностей (функция Лапласа)	$F(x)-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}-Q(x)$	$\Phi_0(x)$	$\frac{1}{2}\Phi(x)$	$\frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$
$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$ Функция Крампа	$2F(x)-1$	$1-2Q(x)$	$2\Phi_0(x)$	$\Phi(x)$	$\mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$	$1-\mathrm{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$
$\mathrm{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{x}\exp\left(-t^2\right)dt$ Интеграл (функция) ошибок	$2F(\sqrt{2}x)-1$	$1-2Q(\sqrt{2}x)$	$2\Phi_0(\sqrt{2}x)$	$\Phi(\sqrt{2}x)$	$\mathrm{erf}(x)$	$1-\mathrm{erfc}(x)$
$\mathrm{erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{x}^{\infty}\exp\left(-t^2\right)dt$ Дополнительный интеграл ошибок	$2-2F(\sqrt{2}x)$	$2Q(\sqrt{2}x)$	$1-2\Phi_0(\sqrt{2}x)$	$1-\Phi(\sqrt{2}x)$	$1-\mathrm{erf}(x)$	$\mathrm{erfc}(x)$

Глава 4

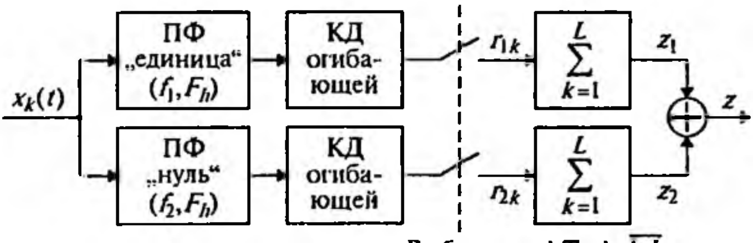
ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЕМОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ С ВНУТРИБИТОВОЙ ППРЧ И ДВОИЧНОЙ ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ

4.1. Структурные схемы демодуляторов

Техническая реализация синтезированных оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов адаптивного различения сигналов с внутрибитовой ППРЧ достаточно сложна. Поэтому в СРС с ППРЧ и частотным разнесением информационных символов широко используются квазиоптимальные схемы обработки [9-15], которые по помехоустойчивости практически не уступают оптимальным алгоритмам, но намного проще в реализации.

В качестве квазиоптимальных схем обработки сигналов с внутрибитовой ППРЧ могут применяться различные типы двухканальных демодуляторов с „мягким" и „жестким" порогом принятия решения [10-15]. Применение сигналов с ППРЧ и частотным разнесением символов может быть эффективным только при использовании в демодуляторах нормирования (взвешивания) принятых субсимволов [10-15].

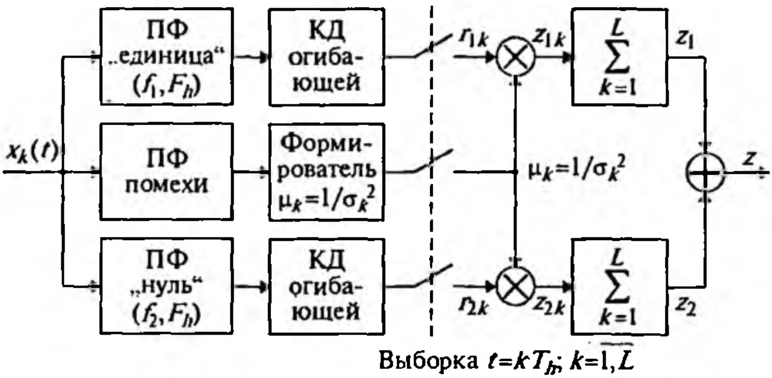
Типовые структурные схемы таких демодуляторов изображены на рис.4.1,а-г, где представлены: демодулятор с квадратичным детектированием и линейным сложением выборок (рис.4.1,а);



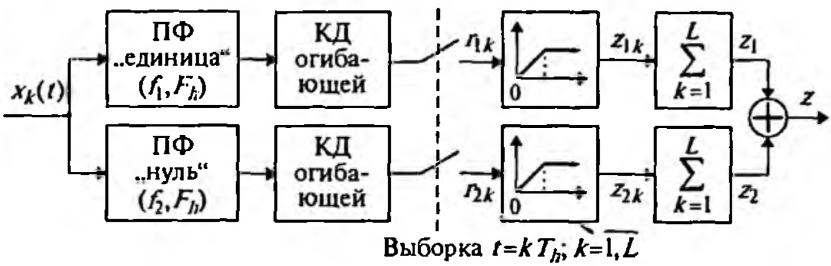
а)

Рис. 4.1.

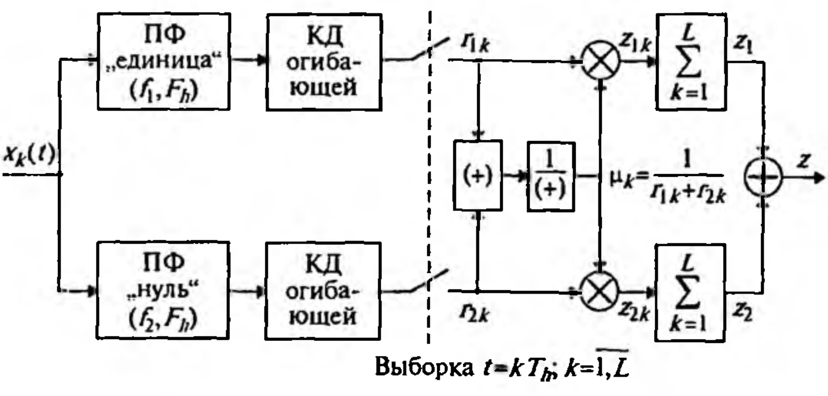
демодулятор с квадратичным детектированием и нелинейным сложением выборок (рис.4.1,б); демодулятор с квадратичным детектированием и нормированием выборок мягким ограничителем (рис.4.1,в); самонормирующийся демодулятор с квадратичным детектированием (рис.4.1,г).



б)



в)



г)

Рис. 4.1.

На рис.4.1 обозначено: ПФ - полосовой фильтр; КД - квадратичный детектор; μ_k - весовой множитель; r_{1k}, r_{2k} - выходные выборки КД огибающей, формируемые в момент времени $t=kT_h$, $k=\overline{1,L}$, соответственно в канале „единица“ и „нуль“; z_{1k}, z_{2k} - выборки, полученные в результате нормирования; z_1, z_2 - статистики решения; z - выходная статистика.

Общность рассматриваемых демодуляторов состоит в том, что они обеспечивают формирование выборок r_{ik}, $i=1,2$; $k=\overline{1,L}$; некогерентное сложение всех L выборок z_{ik}, $i=1,2$; $k=\overline{1,L}$; выработку решения относительно принятого бита информации, энергия которого

$$E_s = E_b = P_s T_b = P_s L T_h,$$

где P_s - мощность сигнала; T_b - длительность бита; T_h - длительность субсимвола (скачка частоты).

При этом в демодуляторе с нелинейным сложением для обеспечения нормирования выборок r_{ik} имеется дополнительный канал измерения мощности помехи σ_k^2 и формирования весовых множителей вида $\mu_k=1/\sigma_k^2$ на каждом скачке частоты. Демодулятор с таким видом нормирования называется демодулятором с адаптивной регулировкой усиления (АРУ). Нормирование квадратов огибающей r_{ik} в демодуляторе с ограничителем достигается выбором постоянного порога ограничения, уровень которого устанавливается исходя из обеспечения минимальной СВО на бит для заданного отношения сигнал-шум приемника E_s/G_0 и числа субсимволов L при отсутствии помехи. В самонормирующемся демодуляторе нормирование выборок r_{ik}, $i=1,2$, $k=\overline{1,L}$, производится за счет их умножения на весовой множитель вида:

$$\mu_k = \frac{1}{r_{1k} + r_{2k}}, \quad k = \overline{1,L}, \tag{4.1}$$

формирование которого осуществляется дополнительной схемой нелинейной обработки.

Для выработки информационного решения в анализируемых демодуляторах используется схема с мягким порогом решения, в которой сначала осуществляется сложение субсимволов, а затем - выработка решения относительно принятого бита информации. Напомним, что в схеме с жестким порогом решения сначала вырабатываются частные решения относительно принятого субсимвола, а затем - решение в целом по всему биту информации.

Решение по принятому биту информации в каждом из демодуляторов принимается в соответствии со значением выходной статистики

$$z = z_1 - z_2, \tag{4.2}$$

которое сравнивается с пороговым (нулевым) уровнем. При $z \geq 0$ принимается решение в пользу символа 1, а при $z<0$ - в пользу символа 0. Решение будет принято с ошибкой, если при передаче символа 1 (сигнала на частоте f_1) окажется, что $z<0$, и наоборот, при передаче символа 0 (сигнала на частоте f_2) - $z \geq 0$.

Анализ помехоустойчивости демодуляторов рассматривается применительно к сигналам с внутрибитовой ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ в условиях действия шумовой помехи в части полосы. В качестве модели подавления примем, что смежные каналы (каналы „единицы" и „нуля") при их равномерном распределении в общей полосе частот W_s либо одновременно подавляются помехой с вероятностью γ, либо не подавляются с вероятностью $(1-\gamma)$. Таким образом, в данном бите информации помехой может быть подавлено l из L частотных элементов, $l=0,1,2,\ldots,L$. На остальные $(L-l)$ субсимволы воздействуют только собственные шумы приемника $n(t)$.

При выбранной модели подавления СВО на бит P_E для СРС с ППРЧ и частотным разнесением бита в общем случае определяется из известного выражения

$$P_E = \sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}\gamma^{l}(1-\gamma)^{L-l}P_i(E;\gamma|l), \tag{4.3}$$

где $\binom{L}{l}$ - число сочетаний из L по l; $P_i(E;\gamma|l)$ - УВО на бит в случае подавления помехой l субсимволов из L, которая зависит от типа демодулятора.

Из (4.3) следует, что анализ помехоустойчивости СРС с внутрибитовой ППРЧ заключается в нахождении УВО на бит $P_i(E;\gamma|l)$ и последующей оценке СВО на бит P_E от параметров и характеристик СРС и станции помех $P_E = P_E(\gamma, L, E_s/G_j, E_s/G_0)$.

Шумовая помеха в части полосы, как было принято выше, может быть представлена в виде сосредоточенного по полосе гауссовского шума $J(t)$, мощность P_j которого ограничена и равномерно распределена в полосе γW_s. При этом мощность помехи σ_j^2, воздействующей на каждый субсимвол в подавляемой полосе частот γW_s,

$$\sigma_j^2 = P_j/(\gamma W_s)F_h = G_j F_h/\gamma, \tag{4.4}$$

где G_j - средняя спектральная плотность мощности шумовой помехи в пределах общей полосы W_s, $G_j=P_j/W_s$; F_h - полоса пропускания канала демодулятора.

Для анализа помехоустойчивости СРС действующий на входе демодулятора совокупный сигнал $x_k(t)$ представим в виде:

$$x_k(t)=\begin{cases} s_k(t)+J_k(t)+n_k(t) & \text{с вероятностью } \gamma; \\ s_k(t)+n_k(t) & \text{с вероятностью } (1-\gamma); \end{cases} \quad (4.5)$$

$$(k-1)T_h \le t \le kT_h, \quad k=\overline{1,L},$$

где $s_k(t)$ - сигнал, несущий информацию,

$$s_k(t)=\begin{cases} \sqrt{2P_s}\cos(2\pi f_1 t-\varphi_k) & \text{для символа 1}; \\ \sqrt{2P_s}\cos(2\pi f_2 t-\alpha_k) & \text{для символа 0}, \end{cases}$$

φ_k, α_k - случайные фазы, равномерно распределенные в пределах $[0,2\pi]$.

Так как было принято, что помеха $J(t)$ и собственные шумы приемника $n(t)$ являются гауссовскими процессами, то на выходе полосовых фильтров демодулятора, разделяющих частотные элементы символов (1 и 0) и имеющих прямоугольную АЧХ с полосой пропускания

$$F_h=\frac{1}{T_h}$$

и центральными частотами

$$f_1, f_2 \gg F_h, \qquad |f_1-f_2|=F_h, \quad (4.6)$$

эти процессы можно представить в виде квадратурных составляющих:

$$J_k(t)=J_{ck}(t)\cos\omega_i t+J_{sk}(t)\sin\omega_i t;$$
$$n_k(t)=n_{ck}(t)\cos\omega_i t+n_{sk}(t)\sin\omega_i t; \quad (4.7)$$
$$i=1,2; \quad k=\overline{1,L},$$

где $J_{ck}(t)$, $J_{sk}(t)$, $n_{ck}(t)$, $n_{sk}(t)$ - статистически независимые гауссовские случайные величины со средним значением, равным нулю, и дисперсией

$$D\{J_{ck}(t)\}=D\{J_{sk}(t)\}=\sigma_k^2; \;\; D\{n_{ck}(t)\}=D\{n_{sk}(t)\}=\sigma_0^2. \quad (4.8)$$

Используя результаты работ [9-15,50], выполним анализ помехоустойчивости СРС с внутрибитовой ППРЧ и неслучайной двоичной ЧМ для приведенных выше структурных схем типовых демодуляторов в условиях действия шумовой помехи в части полосы. Такая помеха при выбранной модели подавления СРС с ППРЧ может рассматриваться как нестационарная.

4.2. Помехоустойчивость демодулятора с линейным сложением выборок

В соответствии со структурной схемой демодулятора (см. рис.4.1,а) выходная статистика алгоритма

$$z = \sum_{k=1}^{L} r_{1k} - \sum_{k=1}^{L} r_{2k} = \sum_{k=1}^{L} z_k, \tag{4.9}$$

где

$$z_k \triangleq z_{1k} - z_{2k}. \tag{4.10}$$

Учитывая (4.5) и (4.7), выходные выборки КД огибающей r_{1k} и r_{2k} при $t=kT_h$ для канала „единица", в котором присутствует сигнал, и канала „нуль", где нет сигнала, можно представить в виде: при наличии помехи

$$r_{1k} = \left[\sqrt{2P_s}\cos Q_k + J_{c1}(kT_h) + n_{c1}(kT_h)\right]^2 + \\ + \left[\sqrt{2P_s}\sin Q_k + J_{s1}(kT_h) + n_{s1}(kT_h)\right]^2; \tag{4.11}$$

$$r_{2k} = [J_{c2}(kT_h) + n_{c2}(kT_h)]^2 + [J_{s2}(kT_h) + n_{s2}(kT_h)]^2; \tag{4.12}$$

в отсутствие помехи

$$r_{1k} = \left[\sqrt{2P_s}\cos Q_k + n_{c1}(kT_h)\right]^2 + \left[\sqrt{2P_s}\sin Q_k + n_{s1}(kT_h)\right]^2; \tag{4.13}$$

$$r_{2k} = n_{c2}^2(kT_h) + n_{s2}^2(kT_h). \tag{4.14}$$

В (4.11)-(4.14) обозначено: $\sqrt{2P_s}\cos Q_k$ и $\sqrt{2P_s}\sin Q_k$ - величины, характеризующие элементы символа 1; Q_k - случайная фаза, равномерно распределенная на интервале $[0,2\pi]$; $k=\overline{1,L}$.

Для определения СВО на бит P_E при выходной статистике (4.9) целесообразно использовать характеристическую функцию $G_z(\nu)$ [10]

$$G_z(\nu) = E_{\delta_l,n,Q}[\exp(j\nu z)] = E_{\delta_l,n,Q}\left[\exp\left(j\nu\sum_{k=1}^{L} z_k\right)\right], \tag{4.15}$$

где δ_l - дискретная случайная величина, принимающая два значения (1 и 0),

$$\delta_l = \begin{cases} 1, & \text{если } J_k(t) \text{ присутствует в } x_k(t) \\ & \text{с вероятностью } \gamma; \\ 0, & \text{если } J_k(t) \text{ отсутствует в } x_k(t) \\ & \text{с вероятностью } (1-\gamma). \end{cases} \tag{4.16}$$

Так как $\{z_k\}$, $k=\overline{1,L}$, являются независимыми, то определение функции $G_z(\nu)$ (4.15) сводится к нахождению L-й степени характеристической функции любого из z_k, причем математическое ожидание $E[\exp(j\nu z)]$ определяется по независимым случайным величинам δ_l, n и Q. При этом производится усреднение по случайной величине δ_l, используя то свойство, что характеристическая функция суммы случайных величин есть произведение характеристических функций отдельных случайных величин. Затем осуществляется усреднение по случайным величинам $n=(n_c, n_s)$ и случайной фазе Q_k. Далее, разлагая в степенной ряд экспоненциальные функции, включающие $j\nu$ в показатели степени, в явном виде получим характеристическую функцию [10]

$$G_z(\nu) = \sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}(1-\gamma)^l\gamma^{L-l}\exp(-lq_0^2)\exp[-(L-l)q_1^2]\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(lq_0^2)^m[(L-l)q_1^2]^n}{m!\,n!}\Phi(\nu), \qquad (4.17)$$

где
$$\Phi(\nu) = \left(\frac{1}{1-j^2\sigma_0^2\nu}\right)^{l+m}\left(\frac{1}{1+j^2\sigma_0^2\nu}\right)^{l}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{1-j^2\sigma_1^2\nu}\right)^{L-l+n}\left(\frac{1}{1+j^2\sigma_1^2\nu}\right)^{L-l}; \qquad (4.18)$$

$$\left.\begin{aligned} &q_0^2 = P_s/\sigma_0^2; \quad q_1^2 = P_s/(\sigma_0^2+\sigma_j^2);\\ &\sigma_1^2 = \sigma_0^2+\sigma_j^2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.19)$$

Плотность распределения вероятности выходной статистики z с использованием характеристической функции определяется путем обратного преобразования Фурье

$$P(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\nu z)G_z(\nu)d\nu. \qquad (4.20)$$

Полученная таким образом плотность распределения вероятности $P(z)$ интегрируется по отрицательным значениям z для получения СВО на бит

$$P_E = \int_{-\infty}^{0}P(z)dz. \qquad (4.21)$$

Следуя указанным преобразованиям, в [10] показано, что СВО на бит в общем виде может быть представлена формулой

$$P_E = \sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}(1-\gamma)^l \gamma^{L-l}\exp(-lq_N^2)\exp[-(L-l)q_T^2]\times$$

$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(lq_N^2)^m[(L-l)q_T^2]^n}{m!\,n!}\left[\sum_{r=0}^{l}A_{2r}(m,n)+\sum_{r=0}^{L-l}A_{4r}(m,n)\right], \quad (4.22)$$

где $q_N^2 \triangleq E_s/(G_0L)$; $q_T^2 \triangleq E_s/L(G_0+G_j/\gamma)$; $A_{2r}(m,n)$, $A_{4r}(m,n)$ - коэффициенты разложения в элементарную дробь.

При r=0 коэффициенты разложения A_{20} и A_{40} равны нулю для всех m и n. При $r=1,2,\ldots,l$, $l=0,1,2,\ldots,L$ коэффициенты разложения $A_{2r}(m,n)$ имеют вид:

$$A_{2r}(m,n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2l+m-r}\left(\frac{1}{1+\delta}\right)^{L-l+n}\left(\frac{1}{1-\delta}\right)^{L-l}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{l-r}\frac{P[l+m;l-r-k]}{(l-r-k)!}\left(\frac{2\delta}{1+\delta}\right)^k\times$$

$$\times\sum_{i=0}^{k}\frac{P[L-l+n;k-i]P[L-l;i]}{i!(k-i)!}\left(\frac{\delta+1}{\delta-1}\right)^i. \quad (4.23)$$

Коэффициенты A_{40} при $r=1,2,\ldots,L-l$ и $l=0,1,2,\ldots,L$ определяются из выражения

$$A_{4r}(m,n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{L-l+n}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)^{l+m}\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{l}\left(\frac{1}{1+\delta}\right)^{L-l-r}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{L-l-r}\frac{P[l+m;L-l-r-k]}{(L-l-r-k)!}\left(\frac{1+\delta}{1-\delta}\right)^k\times$$

$$\times\sum_{i=0}^{k}\frac{P[l;k-i]P[L-l+n;i]}{i!(k-i)!}\left(\frac{1-\delta}{2}\right)^i. \quad (4.24)$$

В (4.23) и (4.24) обозначено: $P(m,n)$ - символ Похгаммера,

$$P(m,n)\triangleq(m)_n = m(m+1)(m+2)\ldots(m+n-1)=\prod_{l=0}^{n-1}(m+j); \quad (4.25)$$

при $m,n\geq 0$

$$P(m,n)=\frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(n)}, \quad (4.26)$$

где $\Gamma(n)$ - гамма-функция,

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) = n!; \qquad \Gamma(n) = (n-1)!; \tag{4.27}$$

$$\delta \triangleq \frac{G_0 + G_j/\gamma}{G_0} = 1 + \frac{1}{\gamma}\frac{q_N^2}{q_j^2}; \qquad q_j^2 \triangleq E_s/(G_j L). \tag{4.28}$$

Выражение (4.22) для СВО на бит P_E является наиболее общим и справедливым для любого числа скачков частоты $L \geq 1$ в течение одного бита T_b.

Если принять, что скачки частоты отсутствуют, то при $L=1$ выражение (4.22) приобретает вид:

$$P_E(L=1) = \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp(-q_N^2)\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!}\left(\frac{1}{2}q_N^2\right)^m +$$

$$+\frac{1}{2}\gamma\exp(-q_T^2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{2}q_T^2\right)^n. \tag{4.29}$$

При преобразовании формулы (4.22) учтено, что при $L=1$

$$A_{21} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+m}; \quad A_{41} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+n}.$$

Учитывая, что $\exp(x/2)^2 = \sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left(\frac{x^2}{2}\right)^k$, СВО на бит P_E при $L=1$

$$P_E = \frac{1}{2}\gamma\exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0 + G_j/\gamma)}\right] + \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left[-\frac{E_s}{2G_0}\right]. \tag{4.30}$$

Выражение (4.30) представляет собой СВО на бит для СРС с одним скачком частоты ($L=1$) на двоичный разряд в условиях воздействия шумовой помехи в части полосы и полностью соответствует полученной ранее зависимости СВО на бит (см. (2.37)).

Для случая малых собственных шумов приемного устройства СРС, когда $E_s/G_0 \to \infty$, точное выражение для СВО на бит имеет вид [10]:

$$P_E = \sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}(1-\gamma)^l\gamma^{L-l}\exp(-(L-l)\gamma q_j^2)\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{[(L-l)\gamma q_j^2]^n}{n!}\sum_{r=0}^{L-l}A_{4r}(n)\left[\sum_{k=0}^{r-1}\exp(-l\gamma q_j^2)\frac{(l\gamma q_j^2)^k}{k!}\right], \tag{4.31}$$

где $A_{40}(n)=0$ для всех $n=0,1,2,\ldots$;

$$A_{4r}(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^r \frac{P[L-l+n;\,L-l-r]}{(L-l-r)!}$$

для всех $r=1,2,\ldots,L-l$; $l=0,1,2,\ldots,L$.

На основе приведенного анализа и полученных аналитических выражений можно построить графические зависимости СВО на бит P_E для различных исходных данных в условиях воздействия шумовой помехи в части полосы. Используя результаты [10], на рис.4.2-4.6 представлены графики СВО на бит P_E и оптимального значения γ от обобщенных параметров СРС и станции помех.

На рис.4.2 приведены графики СВО на бит P_E как функции от части подавляемой помехой полосы (коэффициента γ) при $E_s/G_0=13{,}35$ дБ и числе скачков частоты $L=4$, отношение сигнал-помеха E_s/G_j выступает в качестве параметра.

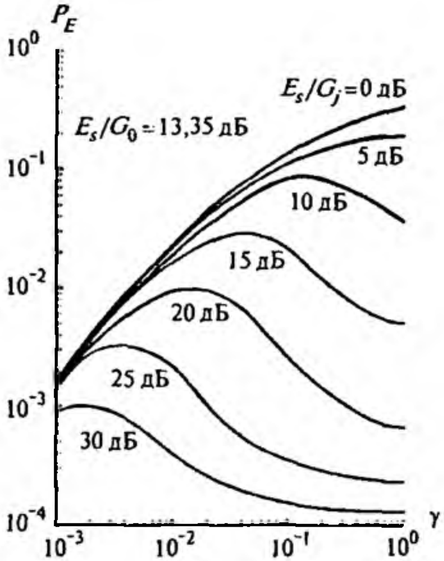


Рис. 4.2.

Из графиков на рис.4.2 видно, что для каждого отношения E_s/G_j имеет место оптимальное значение $\gamma=\gamma_{opt}$, при котором СВО на бит P_E принимает максимальное значение.

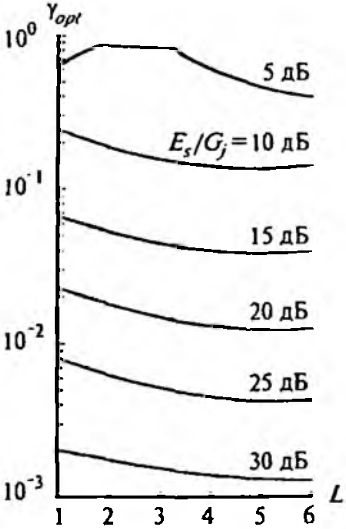


Рис. 4.3.

Графики зависимости оптимального значения части подавляемой помехой полосы γ_{opt} от числа скачков частоты L=1,2,...,6 при E_s/G_0=13,35 дБ (что соответствует $P_{E_0}=10^{-5}$ в отсутствие помех и L=1) приведены на рис.4.3, в качестве параметра используется отношение сигнал-помеха E_s/G_j.

Из графиков видна сравнительно слабая зависимость γ_{opt} от L, а для L>3 оптимальное значение γ_{opt} остается практически постоянным для данного отношения E_s/G_j.

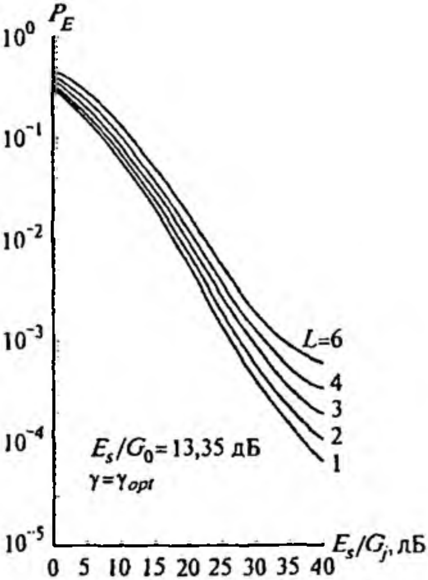


Рис. 4.4.

На рис.4.4 изображены зависимости СВО на бит P_E, вычисленные с помощью (4.22), как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при $\gamma=\gamma_{opt}$, E_s/G_0=13,35 дБ и L=1,2,3,4,6 в качестве параметра.

Особенностью этих графиков является то, что СВО на бит P_E повышается при увеличении L и постоянной энергии сигнала E_s. Это объясняется повышением потерь при некогерентном линейном сложении элементов сигнала в сумматорах демодулятора. В связи с этим такой демодулятор не может быть рекомендован для использования в СРС с ППРЧ, в которой для защиты от шумовой помехи в части полосы осуществляется частотное разнесение символов.

На рис.4.5 приведены графики зависимости СВО на бит P_E от отношения сигнал-шум E_s/G_0 при $L=1$, в качестве параметра выступает отношение сигнал-помеха E_s/G_j. Здесь же штриховой линией изображен график зависимости СВО на бит P_{E_0} в отсутствие организованных помех.

Из графиков на рис.4.5 видны предельные возможности СРС с ППРЧ, в которой используется демодулятор с квадратичным детектором и линейным сложением выборок.

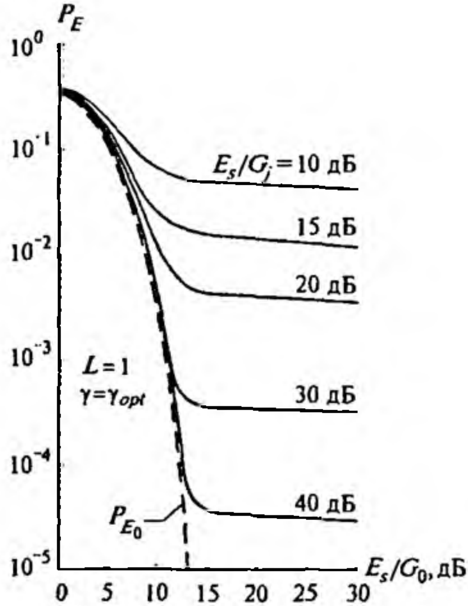


Рис. 4.5.

На рис.4.6 представлены графики зависимости СВО на бит P_E от отношения сигнал-помеха E_s/G_j при $E_s/G_0=13{,}35$ дБ, $L=2$, $\gamma=\gamma_{opt}$ для оптимальных шумовых помех в части полосы и $\gamma=1$ для шумовых широкополосных помех (ШШП).

Приведенные графики четко иллюстрируют неэффективность ШШП по сравнению с оптимальной помехой в значительной части диапазона отношений сигнал-помеха E_s/G_j.

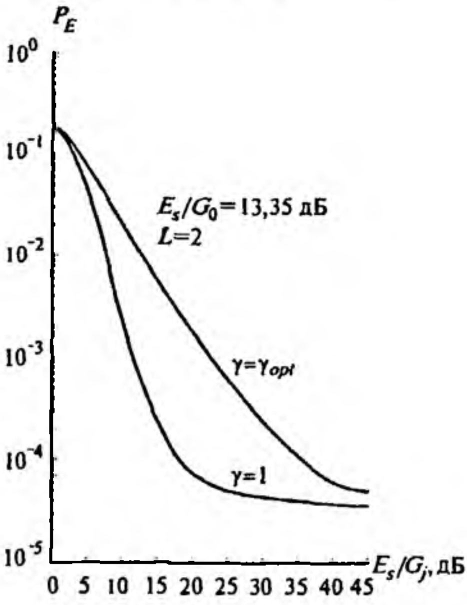


Рис. 4.6.

4.3. Помехоустойчивость демодулятора с нелинейным сложением выборок

Структурная схема данного демодулятора приведена на рис.4.1,б. На входы перемножителей по каналам „единица" и „нуль" поступают напряжения, которые описываются выражениями (4.11)-(4.14) и могут быть представлены в виде:

$$r_{1k} = \sigma_k^2\left[\left(\sqrt{\frac{2P_s}{\sigma_k^2}}\cos Q_k + \nu_{1k}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{2P_s}{\sigma_k^2}}\sin Q_k + \nu_{2k}\right)^2\right]; \quad (4.32)$$

$$r_{2k} = \sigma_k^2(\nu_{3k}^2 + \nu_{4k}^2)^2, \quad k = \overline{1, L}, \quad (4.33)$$

где $$\sigma_k^2 = \begin{cases} \sigma_0^2 = G_0 F_h & \text{с вероятностью } (1-\gamma); \\ \sigma_0^2 + \sigma_j^2 = (G_0 + G_j/\gamma)F_h & \text{с вероятностью } \gamma; \end{cases} \quad (4.34)$$

P_s/σ_k^2 - отношение мощности сигнала к дисперсии помехи на k-м скачке частоты; ν_{ik}, $i=1,2,3,4$ - нормированные независимые гауссовские случайные величины с нулевым средним и дисперсией, равной 1,

$$\left.\begin{aligned} \nu_1(kT_h) &= \frac{n_{c1}(kT_h)+J_{c1}(kT_h)}{\sigma_k}; \; \nu_2(kT_h) = \frac{n_{s1}(kT_h)+J_{s1}(kT_h)}{\sigma_k}; \\ \nu_3(kT_h) &= \frac{n_{c2}(kT_h)+J_{c2}(kT_h)}{\sigma_k}; \; \nu_4(kT_h) = \frac{n_{s2}(kT_h)+J_{s2}(kT_h)}{\sigma_k}. \end{aligned}\right\} \quad (4.35)$$

Из (4.32) следует, что r_{1k} равно произведению σ_k^2 и случайной величины, распределенной по закону χ^2 с двумя степенями свободы и параметром нецентральности $2P_s/\sigma_k^2$; r_{2k} равно произведению σ_k^2 и случайной величины, распределенной также по закону χ^2 с двумя степенями свободы. При условии, что канал измерения мощности помех является идеальным и формирует весовой множитель $1/\sigma_k^2$, на выходе перемножителей (см. рис.4.1,б) имеют место нормированные выборки z_{1k} и z_{2k}, описываемые выражениями (4.32) и (4.33), у которых исключены σ_k^2.

Статистики решения алгоритма z_1 и z_2 получаются путем суммирования z_{1k} и z_{2k}:

$$z_1 = \sum_{k=1}^{L} z_{1k}; \quad z_2 = \sum_{k=1}^{L} z_{2k}. \quad (4.36)$$

Так как $\{z_{1k}\}$ и $\{z_{2k}\}$ - независимые случайные величины, распределенные по закону χ^2, то статистика решения z_1, содержащая полезный сигнал, представляет случайную величину с χ^2-распределением, $2L$ степенями свободы и параметром нецентральности

$$\lambda_s = 2\sum_{k=1}^{L} P_s/\sigma_k^2, \qquad (4.37)$$

а статистика решения z_2, в которой отсутствует сигнал, описывается центральны χ^2-распределением с $2L$ степенями свободы.

Для рассматриваемых СРС с внутрибитовой ППРЧ в случае подавления помехой l субсимволов из L ($l=0,1,2,\ldots,L$) СВО на бит при равновероятной передаче информационных символов определяется из выражения (4.3)

$$P_E = \sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}(1-\gamma)^l\gamma^{L-l}P_{\text{нд}}(E;\gamma|l), \qquad (4.38)$$

где $P_{\text{нд}}(E;\gamma|l)$ - УВО на бит при подавлении l из L субсимволов сигнала с ППРЧ для демодулятора с квадратичным детектированием и нелинейным сложением выборок.

Используя результаты [11], можно показать, что УВО на бит для демодулятора с нелинейным сложением выборок

$$P_{\text{нд}}(E;\gamma|l) = \left(\frac{1}{2}\right)^L \exp\left(-\frac{\lambda_l}{4}\right)\sum_{r=0}^{L-l}\left(\frac{1}{2}\right)^r\sum_{m=0}^{r}\binom{r+L-1}{r-m}\frac{(\lambda_l/4)^m}{m!}, \qquad (4.39)$$

где λ_l - условный параметр нецентральности, который в соответствии с (4.37) при подавлении l из L субсимволов имеет вид:

$$\lambda_l = \frac{2}{L}\left[\frac{lE_s}{G_0+G_j/\gamma}+(L-l)\frac{E_s}{G_0}\right], \quad l=\overline{1,L}; \qquad (4.40)$$

$\binom{r+L-1}{r-m}$ - число сочетаний из $(r+L-1)$ по $r-m$; $E_s \triangleq LP_s/F_h$.

При L=1 полученное выражение (4.38) с учетом (4.39) и (4.40) можно представить следующим образом:

$$P_E(L=1) = \frac{1}{2}\gamma\exp(-q_T^2/2)+\frac{1}{2}(1-\gamma)\exp(-q_N^2/2) \qquad (4.41)$$

или

$$P_E(L=1) = \frac{1}{2}\gamma\exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0+G_j/\gamma)}\right]+\frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left[-\frac{E_s}{2G_0}\right]. \qquad (4.42)$$

Выражения (4.30) и (4.42) тождественны. Это указывает на тот факт, что при L=1 различий в СВО на бит для демодуляторов с линейным и нелинейным сложением выборок не существует.

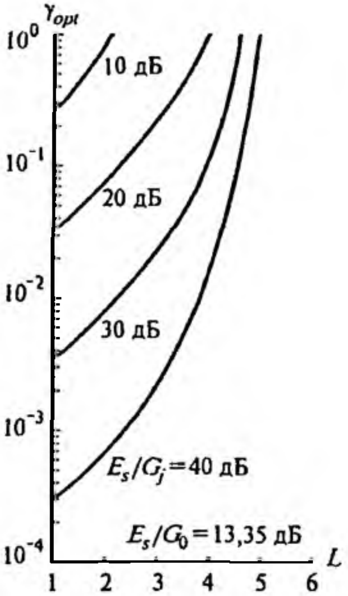


Рис. 4.7.

В соответствии с результатами [11,13] на рис.4.7-4.10 изображены графики зависимости СВО на бит от системных параметров СРС и станции помех $P_E=P_E(\gamma_{opt}, L, E_s/G_0, E_s/G_j)$ (4.38).

На рис.4.7 изображены графики зависимости оптимального значения $\gamma=\gamma_{opt}$ от числа скачков частоты в бите L при E_s/G_0=13,35 дБ, в качестве параметра используется отношение E_s/G_j.

Из графиков видно, что для демодулятора с АРУ (по сравнению с демодулятором с линейным сложением выборок) γ_{opt} значительно увеличивается от числа субсимволов в бите L.

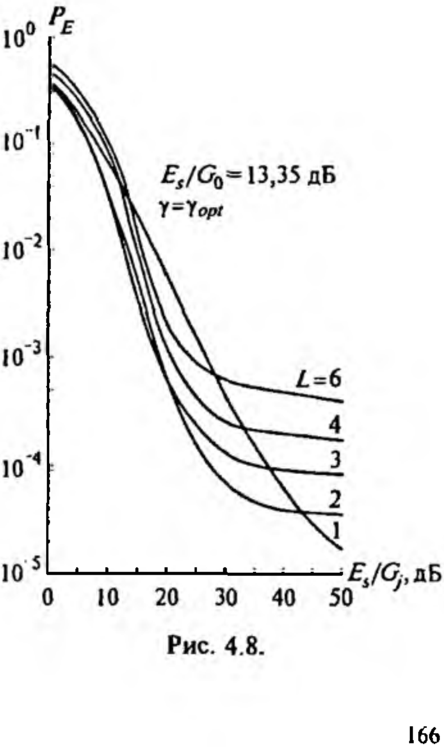


Рис. 4.8.

На рис.4.8 приведены графики СВО на бит P_E в зависимости от отношения сигнал-помеха E_s/G_j при E_s/G_0=13,35 дБ и наихудших помехах $\gamma=\gamma_{opt}$. В качестве параметра СВО на бит выступает число скачков частоты L в одном бите.

На этих графиках СВО на бит P_E видно, что для участка со сравнительно большой мощностью помехи E_s/G_j<15...35 дБ можно использовать принцип скачкообразного изменения частоты в бите. Следует отметить, что в данном примере рабочая характеристика P_E не улучшается при увеличении L более трех.

На рис.4.9 представлены графики зависимости СВО на бит P_E для помехи в наихудшем для приема сигнала случае $\gamma = \gamma_{opt}$ как функции отношения сигнал-шум E_s/G_0 для L=2, в качестве параметра применяется отношение E_s/G_j.

Приведенные графики четко показывают влияние мощности организованной помехи в части полосы на СВО на бит информации. При больших отношениях E_s/G_j>40 дБ СВО на бит P_E стремится к СВО на бит без помех P_{E_0}.

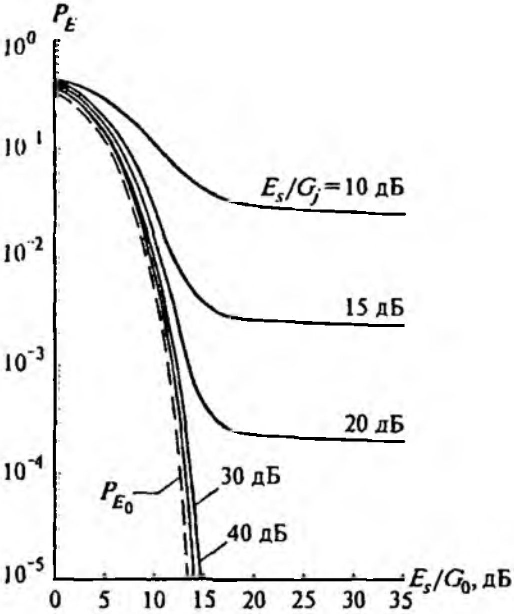


Рис. 4.9.

На рис.4.10 изображены графики зависимости СВО на бит P_E от отношения сигнал-помеха E_s/G_j для случая шумовой широкополосной организованной помехи (γ=1) при E_s/G_0=13,35 дБ для различных значений L.

При данном виде помех демодулятор с линейным сложением и демодулятор с нелинейным сложением обладают одинаковыми характеристиками помехоустойчивости. Это объясняется тем, что при ШШП в демодуляторе с нелинейным сложением по всем выборкам сигнала с ППРЧ исполь-

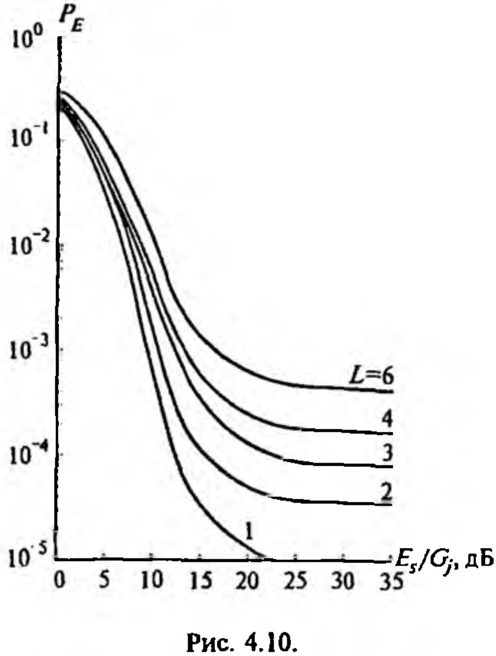


Рис. 4.10.

зуется однородное взвешивание (нормирование) с весовым коэффициентом

$$\mu_k = \frac{1}{\sigma_0^2 + \sigma_j^2}. \tag{4.43}$$

Из сравнения графиков, изображенных на рис.4.8 и рис.4.10, следует, что при уменьшении числа скачков частоты L на информационный символ различие по эффективности между оптимальной ограниченной по полосе помехой и ШШП уменьшается.

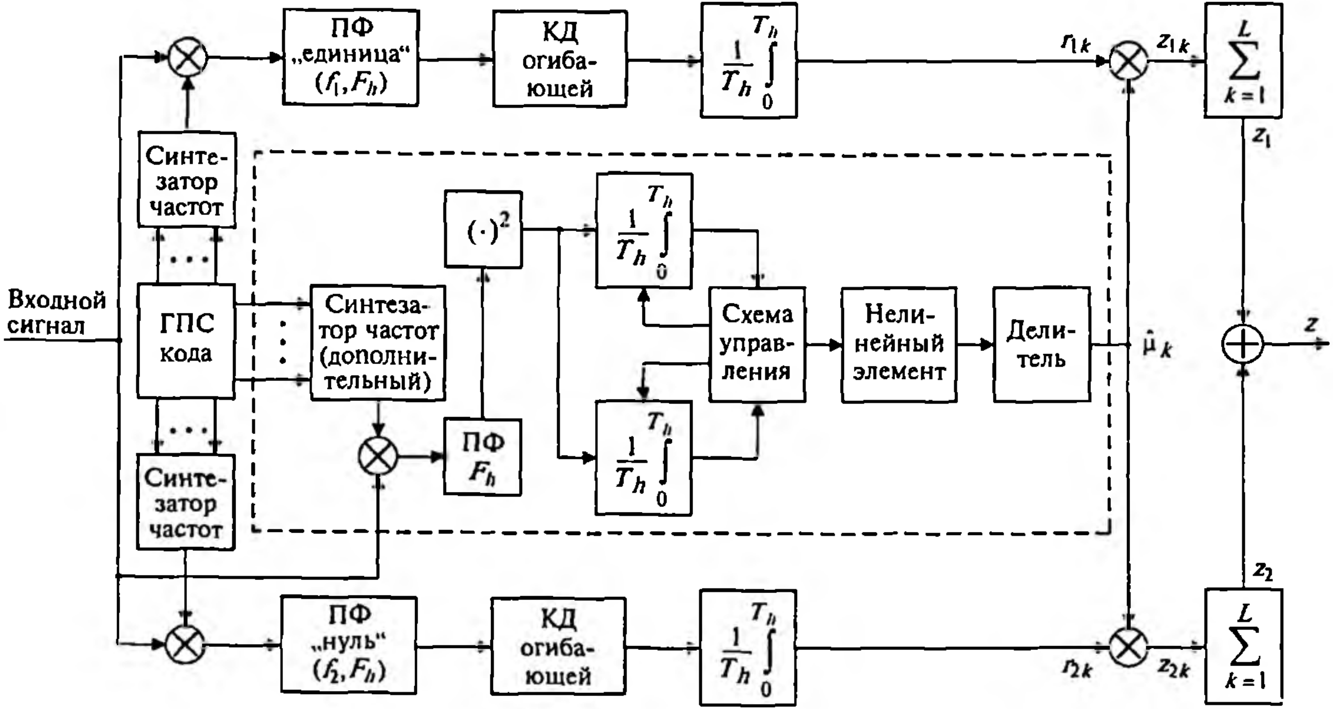
В схеме демодулятора с нелинейным сложением выборок предполагается, что для формирования весового множителя $\mu_k = 1/\sigma_k^2$ имеется идеальный канал измерения мощности помехи на каждом скачке частоты. Однако в работе [11] не указывается, какими техническими решениями можно обеспечить измерение мощности помехи для каждого частотного элемента сигнала, подверженного воздействию помехи.

На рис.4.11 показана структурная схема приемного устройства адаптивного различения дискретных сигналов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ, обеспечивающая формирование оценок весовых множителей $\hat{\mu}_k$ вида [46,47]

$$\hat{\mu}_k = \frac{1}{\hat{\sigma}_k^2}.$$

Для этой цели используется описанная ранее структурная схема (см. рис.3.3), основанная на принципе „упреждения" (по сравнению с приходом на вход приемника частотных элементов сигнала) измерения мощности шумовой помехи в части полосы.

В такой схеме измерение мощности помехи на частоте каналов „единица" и „нуль" осуществляется в периоды времени, предшествующие появлению частотных элементов сигнала на входе приемника СРС. Это достигается благодаря наличию в схеме дополнительного синтезатора частот, управляемого ГПС кода, и схемы управления работой интеграторов. Нелинейный элемент и делитель напряжения формируют весовой множитель $\hat{\mu}_k$.



Входной сигнал
ГПС кода
Синтезатор частот
Синтезатор частот
ПФ „единица“ (f_1, F_h)
КД огибающей
$\frac{1}{T_h}\int_0^{T_h}$
r_{1k}
z_{1k}
$\sum_{k=1}^{L}$
z_1
Синтезатор частот (дополнительный)
$(\cdot)^2$
ПФ F_h
Схема управления
Нелинейный элемент
Делитель
$\hat{\mu}_k$
z
ПФ „нуль“ (f_2, F_h)
КД огибающей
r_{2k}
z_{2k}
z_2

Рис. 4.11.

4.4. Помехоустойчивость демодулятора с мягким ограничителем

Трудности формирования весовых множителей $\mu_k = 1/\sigma_k^2$ в демодуляторе с АРУ можно обойти путем использования демодулятора с ограничителем (см.рис.4.1,в). В данном демодуляторе выходные выборки квадратичных детекторов r_{1k}, r_{2k}, $k=\overline{1,L}$, перед накоплением в сумматорах каналов подвергаются нормированию мягким ограничителем. Как указывалось ранее, порог ограничителя устанавливается таким, чтобы обеспечить минимальную СВО на бит P_E для заданных отношений сигнал-шум E_s/G_0 и числа скачков частоты на бит L при отсутствии шумовых помех в части полосы. Для проведения анализа помехоустойчивости демодулятора идеальный мягкий ограничитель может быть заменен N-уровневым квантователем. В [11] указывается, что при N=32 результаты очень близки к идеальному ограничителю с мягким порогом. При таком подходе, исходя из структурной схемы демодулятора, статистики решения алгоритма z_1 и z_2 определяются из выражений

$$z_1 = \sum_{k=1}^{L} z_{1k}; \qquad z_2 = \sum_{k=1}^{L} z_{2k}, \tag{4.44}$$

где z_{1k} и z_{2k} - дискретные случайные величины, принимающие значения

$$\left.\begin{aligned} &z_{1k} = b_i \quad \text{для} \quad a_i \le z_{1k} < a_{i+1}; \\ &z_{2k} = b_j \quad \text{для} \quad a_j \le z_{2k} < a_{j+1}; \\ &i, j = 0,1,2,\dots,N-1; \quad k=\overline{1,L}; \end{aligned}\right\} \tag{4.45}$$

b_i, b_j - уровни квантования выходного сигнала z_{1k} и z_{2k}; a_i, a_j - уровни квантования входного сигнала r_{1k} и r_{2k}.

В этом случае нормированный порог ограничителя

$$h = a_{N-1}/\sigma_0^2, \tag{4.46}$$

который однозначно связан с уровнем квантования Δ уравнением

$$\Delta = h/(N-1). \tag{4.47}$$

В соответствии с (4.3) при рассматриваемом типе демодулятора СВО на бит в СРС с ППРЧ при равномерной передаче субсимволов по диапазону частот W_s

$$P_E = \sum_{l=0}^{L} \binom{L}{l} \gamma^l (1-\gamma)^{L-l} P_{\text{до}}(E;\gamma|l), \tag{4.48}$$

где $P_{\text{до}}(E;\gamma|l)$ - УВО на бит демодулятора с ограничителем при подавлении l из L частотных элементов.

Условная вероятность ошибки $P_{\text{до}}(E;\gamma|I)$ для данного демодулятора при представлении мягкого ограничителя квантователем может быть записана в виде [11, 13]:

$$P_{\text{до}}(E;\gamma|I) = \sum_{n=0}^{L(N-1)-1} \sum_{m=n+1}^{L(N-1)} \Pr\{z_1=n\Delta\}\Pr\{z_2=m\Delta\} + \\ + \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{L(N-1)} \Pr\{z_1=z_2=m\Delta\}, \tag{4.49}$$

где $\Pr\{z_1=n\Delta\}$ и $\Pr\{z_2=m\Delta\}$ - плотности распределения вероятностей для статистик решений z_1 и z_2, которые могут быть представлены как L-кратные свертки дискретных вероятностей; при этом

$$\Pr\{x_{1k}=n\Delta\} = \\ =\begin{cases} Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{LG_k}},\sqrt{\frac{nh}{(N-1)\sigma_k^2}\sigma_0^2}\right)-Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{LG_k}},\sqrt{\frac{(n+1)h}{(N-1)\sigma_k^2}\sigma_0^2}\right) \\ \qquad \text{для} \quad n=0,1,2,\dots,N-2; \\ Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{LG_k}},\sqrt{\frac{h}{\sigma_k^2}\sigma_0^2}\right) \quad \text{для} \quad n=N-1; \end{cases} \tag{4.50}$$

$$\Pr\{x_{2k}=m\Delta\} = \begin{cases} \exp\left[-\frac{m}{N-1}\left(\frac{h\sigma_0^2}{2\sigma_k^2}\right)\right]-\exp\left[-\frac{m+1}{N-1}\left(\frac{h\sigma_0^2}{2\sigma_k^2}\right)\right] \\ \qquad \text{для} \quad m=0,1,2,\dots,N-2; \\ \exp\left(-\frac{h\sigma_0^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad \text{для} \quad m=N-1, \end{cases} \tag{4.51}$$

где $Q(a,z)=\int\limits_z^\infty y\exp\left(-\frac{y^2+a^2}{2}\right)I_0(ya)\,dy$ - функция Маркума;

$$\sigma_k^2 = \begin{cases} \sigma_0^2 = G_0F_h & \text{с вероятностью } (1-\gamma); \\ \sigma_0^2+\sigma_j^2 = (G_0+G_j/\gamma)F_h & \text{с вероятностью } \gamma; \end{cases}$$

$$G_k = \begin{cases} G_0 & \text{в отсутствие помехи;} \\ G_0+G_j/\gamma & \text{при воздействии помехи.} \end{cases}$$

Появление дополнительного члена $\Pr\{z_1=z_2=m\Delta\}$ в (4.49) объясняется тем, что при квантовании для случая $z_1=z_2$ имеет место конечная, не равная нулю, УВО на бит $P_{\text{до}}(E;\gamma|I)$.

Используя выполненный анализ, а также результаты [11], на рис.4.12 и рис.4.13 изображены графические зависимости, характеризующие влияние системных параметров СРС и станции помех E_s/G_0, E_s/G_j, N, L на СВО на бит P_E.

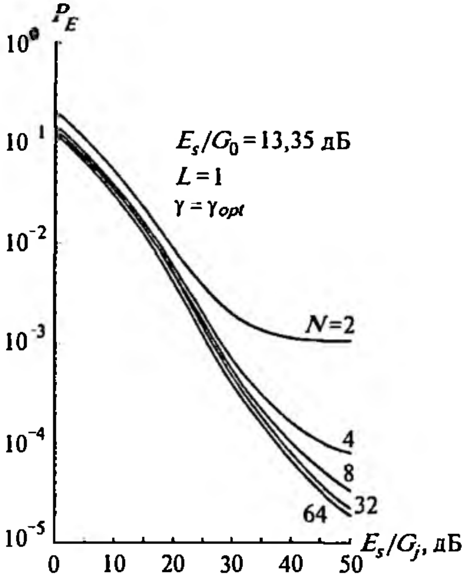


Рис. 4.12.

На рис.4.12 приведены графики зависимости СВО на бит P_E для наихудшего (с точки зрения помехоустойчивости) случая $\gamma=\gamma_{opt}$ для демодулятора с N-уровневым квантователем для L=1, E_s/G_0=13,35 дБ, в качестве параметра используется число уровней квантования.

Из рис.4.12 следует, что при N=32 имеют место ошибки P_E, очень близкие к ошибкам, полученным для идеального ограничителя с мягким порогом ограничения.

Графики зависимости СВО на бит P_E для $\gamma=\gamma_{opt}$, E_s/G_0=13,35 дБ, N=32 как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j приведены на рис.4.13. В качестве параметра используется число субсимволов L=1,2,...,6.

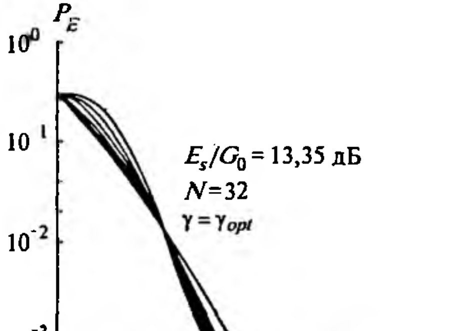


Рис. 4.13.

Из рис.4.13 следует, что только в определенном диапазоне отношений сигнал-помеха E_s/G_j имеет место выигрыш в помехоустойчивости демодулятора с мягким ограничителем за счет разнесения бита информации на частотные элементы. Так, при исходных данных, используемых для расчета графиков, отношение сигнал-помеха E_s/G_j, при котором целесообразно применять скачкообразное изменение частоты, лежит в пределах 15...30 дБ. При дальнейшем увеличении отношения сигнал-помеха E_s/G_j улучшения в помехоустойчивости демодулятора за счет частотного разнесения бита уже не наблюдается.

4.5. Помехоустойчивость самонормирующегося демодулятора

Для реализации выигрыша в помехоустойчивости за счет частотного разнесения бита на субсимволы необходимо знание уровня мощности помех для демодулятора с нелинейным сложением выборок, мощности сигнала и собственных шумов для демодулятора с ограничением. На рис.4.1,г изображена структурная схема демодулятора с нелинейным сложением выборок элементов сигнала с ППРЧ, для которого не требуется знания указанных выше параметров. В данном демодуляторе, который в [12] назван самонормирующимся, весовые множители μ_k обратно пропорциональны сумме выборок каналов

$$\mu_k = \frac{1}{r_{1k} + r_{2k}}, \quad k = \overline{1, L}. \tag{4.52}$$

Выборки r_{1k} и r_{2k} в каждом канале демодулятора суммируются после их индивидуального взвешивания и образуют статистики решения z_1 и z_2

$$z_1 = \sum_{k=1}^{L} z_{1k} = \sum_{k=1}^{L} \frac{r_{1k}}{r_{1k} + r_{2k}}; \quad z_2 = \sum_{k=1}^{L} z_{2k} = \sum_{k=1}^{L} \frac{r_{2k}}{r_{1k} + r_{2k}}. \tag{4.53}$$

Выходная статистика $z=z_1-z_2$ сравнивается с нулевым порогом в устройстве сравнения с целью принятия решения относительно передаваемого символа.

В результате умножения выборок КД огибающей r_{ik}, $i=1,2$, $k=\overline{1,L}$, на весовой множитель μ_k формируются нормированные выборки z_{1k} и z_{2k}, которые можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} 0 \le z_{1k} &= \frac{r_{1k}}{r_{1k} + r_{2k}} \le 1; \\ 0 \le z_{2k} &= \frac{r_{2k}}{r_{1k} + r_{2k}} \le 1. \end{aligned}\right\} \tag{4.54}$$

Следует заметить, что нормированные выборки z_{1k} и z_{2k} тесно связаны между собой. Так, z_{2k} полностью определяется через z_{1k}, а z_{1k} - через z_{2k}:

$$\left.\begin{aligned} 0 \le z_{2k} &= \frac{r_{2k}}{r_{1k} + r_{2k}} = 1 - \frac{r_{1k}}{r_{1k} + r_{2k}} = 1 - z_{1k} \le 1; \\ 0 \le z_{1k} &= \frac{r_{1k}}{r_{1k} + r_{2k}} = 1 - \frac{r_{2k}}{r_{1k} + r_{2k}} = 1 - z_{2k} \le 1. \end{aligned}\right\} \tag{4.55}$$

Таким образом, осуществляемое в демодуляторе нормирование фактически приводит к одной переменной z_{1k} (или z_{2k}). Для определения УВО на бит $P_{\text{сд}}(E;\gamma|I)$ самонормирующегося демодулятора выходные выборки квадратичных детекторов представим выражениями, аналогичными (4.32), (4.33),

$$\left.\begin{aligned} r_{1k} &= \sigma_k^2\left[\left(\sqrt{\frac{2P_s}{\sigma_k^2}}\cos Q_k + \nu_{1k}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{2P_s}{\sigma_k^2}}\sin Q_k + \nu_{2k}\right)^2\right]; \\ r_{2k} &= \sigma_k^2(\nu_{3k}^2 + \nu_{4k}^2), \end{aligned}\right\} \quad (4.56)$$

где, как и ранее,

$$\sigma_k^2 = \begin{cases} \sigma_0^2 = G_0 F_h & \text{с вероятностью } (1-\gamma); \\ \sigma_0^2 + \sigma_j^2 = (G_0 + G_j/\gamma) F_h & \text{с вероятностью } \gamma. \end{cases} \quad (4.57)$$

Точно так же как и в (4.32) и (4.33), независимые случайные переменные r_{1k} и r_{2k} распределены по закону χ^2 с двумя степенями свободы, умноженными на σ_k^2. При этом r_{1k} представляет собой нецентральное χ^2-распределение с параметром нецентральности $2P_s/\sigma_k^2$, а r_{2k} - центральное χ^2-распределение.

Следует заметить, что при $L>1$ значение статистики решения z_2 можно записать следующим образом:

$$z_2 = \sum_{k=1}^{L}(1 - z_{1k}) = \sum_{k=1}^{L}1 - \sum_{k=1}^{L}z_{1k} = L - z_1. \quad (4.58)$$

С учетом изложенного в [12] выводится функция плотности вероятности суммы статистик решения z_1 и z_2 для нескольких значений L. При $L>1$ с учетом (4.58) УВО на бит для самонормализующегося демодулятора имеет вид

$$P_{\text{сд}} = \Pr\{z_1 < z_2\} = \Pr\left\{z_1 < \frac{L}{2}\right\}.$$

На основе этого далее определяются выражения для УВО на бит. Так, для $L=1$ УВО на бит определяется из выражения

$$P_{\text{сд}}(E;\gamma|I) = \Pr\left\{z_1 < \frac{1}{2}\right\} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{\rho_1^2}{2}\right),$$

где

$$\rho_1^2 = \begin{cases} E_s/G_0 & \text{в отсуствие помехи;} \\ E_s/(G_0 + G_j|\gamma) & \text{при воздействии помехи.} \end{cases}$$

При этом СВО на бит

$$P_E(L=1) = \frac{1}{2}\gamma\exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0 + G_j/\gamma)}\right] + \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right). \quad (4.59)$$

Как и следовало ожидать, формула (4.59) полностью соответствует выражениям (4.30) и (4.42), полученным для демодулятора с линейным и нелинейным сложением выборок при L=1. Это объясняется тем, что при L=1 нормирование не влияет на принятие решения относительно принятого символа.

Зависимость выборок КД огибающей r_{1k}, r_{2k}, $k=\overline{1,L}$ и, соответственно, статистик решения z_1 и z_2 между собой приводит к сравнительно сложной и громоздкой процедуре определения УВО на бит $P_{\text{сд}}(E;\gamma|l)$ самонормирующегося демодулятора при подавлении l субсимволов для различного числа L. Так, в [12] показано, что при L=2 УВО на бит $P_{\text{сд}}(E;\gamma|l)$ можно выразить в виде:

$$P_{\text{сд}}(E;\gamma|q_1^2;q_2^2) = (q_1^2-q_2^2)^{-3}\{\exp(-q_2^2)\times[q_1^2(q_1^2-q_2^2)-(q_1^2+q_2^2)] + \exp(-q_1^2)\times[q_2^2(q_1^2-q_2^2)+(q_1^2+q_2^2)]\}, \qquad q_1^2\neq q_2^2. \tag{4.60а}$$

В случае, если $q_1^2=q_2^2=q^2$, из (4.60а) имеем

$$P_{\text{сд}}(E;\gamma|q_1^2;q_2^2)=\frac{1}{2}\exp(-q^2)(1+q^2/3), \tag{4.60б}$$

где $q_1^2=E_s/G_0$; $q_2^2=E_s/(G_0+G_j/\gamma)$.

Для сравнения приведем выражение для УВО на бит демодулятора с АРУ при L=2, полученное из (4.39):

$$P_{\text{нд}}(E;\gamma|q_1^2;q_2^2)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left[1+\frac{1}{8}(q_1^2+q_2^2)\exp\left(\frac{q_1^2+q_2^2}{2}\right)\right], & q_1^2\neq q_2^2;\\ \frac{1}{2}\left(1+\frac{q^2}{4}\right)\exp(-q^2), & q_1^2=q_2^2=q^2.\end{cases}$$

Используя (4.3) и (4.60б), выражение для СВО на бит P_E для самонормирующегося демодулятора при L=2 можно записать в виде:

$$P_E(L=2)=(1-\gamma)^2P_{\text{сд}}\left(E;\gamma|q_1^2=q_2^2=\frac{E_s}{2G_0}\right)+2\gamma(1-\gamma)P_{\text{сд}}\left(E;\gamma|q_1^2=\frac{E_s}{2G_0},q_2^2=\frac{E_s}{2(G_0+G_j/\gamma)}\right)+\gamma^2P_{\text{сд}}\left(E;\gamma|q_1^2=q_2^2=\frac{E_s}{2(G_0+G_j/\gamma)}\right). \tag{4.61}$$

В условиях наихудшей помехи в части полосы $\gamma=\gamma_{opt}$ и пренебрежительно малой мощности собственных шумов приемника, когда $E_s/G_0\to\infty$, СВО на бит P_E для L=1,2,3,4 определяется из выражений [12]:

$$P_E(L=1)=\max_{\gamma}\frac{1}{2}\gamma\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right); \tag{4.62}$$

$$P_E(L=2)=\max_{\gamma}\frac{1}{2}\gamma\left(1+\gamma\frac{E_s}{6G_j}\right)\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right). \tag{4.63}$$

При этом $P_{E_{\max}}(L=1)$ (4.62) и $P_{E_{\max}}(L=2)$ (4.63) можно представить в более явном виде:

$$P_{E_{\max}}(L=1)=\begin{cases}\exp(-G_j/E_s), & E_s/G_j>3{,}01\ \text{дБ}\ \ (\gamma=2G_j/E_s);\\ \frac{1}{2}\exp(-E_s/2G_j), & E_s/G_j\le 3{,}01\ \text{дБ}\ \ (\gamma=1);\end{cases}$$

$$P_{E_{\max}}(L=2)=$$
$$=\begin{cases}1{,}88\,G_j^2/E_s^2, & E_s/G_j>6{,}9\ \text{дБ}\ \ (\gamma=2\sqrt{6}\,G_j/E_s);\\ \frac{1}{2}\exp(-E_s/2G_j)(1+E_s/6G_j), & E_s/G_j\le 6{,}9\ \text{дБ}\ \ (\gamma=1).\end{cases}$$

$$P_E(L=3)=$$
$$=\max_{\gamma}\left\{\frac{1}{2}\gamma^3\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right)\left[1+\frac{11}{10}\left(\gamma\frac{E_s}{3G_j}\right)+\frac{7}{64}\left(\gamma\frac{E_s}{3G_j}\right)^2\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{3}{8}\gamma^2(1-\gamma)\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right)\left[1+\frac{1}{6}\gamma\frac{E_s}{3G_j}\right]\right\}; \tag{4.64}$$

$$P_E(L=4)=$$
$$=\max_{\gamma}\left\{\frac{1}{2}\gamma^4\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right)\left[1+\frac{16}{15}\left(\gamma\frac{E_s}{4G_j}\right)+\frac{11}{30}\left(\gamma\frac{E_s}{4G_j}\right)^2+\frac{4}{105}\left(\gamma\frac{E_s}{4G_j}\right)^3\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{2}{3}\gamma^3(1-\gamma)\exp\left(-\gamma\frac{E_s}{2G_j}\right)\left[1+\frac{1}{2}\left(\gamma\frac{E_s}{4G_j}\right)+\frac{1}{20}\left(\gamma\frac{E_s}{4G_j}\right)^2\right]\right\}. \tag{4.65}$$

Для самонормирующегося демодулятора (как и для других рассматриваемых демодуляторов) при выбранной выше модели подавления существует наихудшее (с точки зрения помехоустойчивости СРС) значение части полосы γ_{opt}, подавляемой сосредоточенными помехами при заданной мощности передатчика помех, $\gamma_{opt}=\gamma(E_s/G_0, E_s/G_j, L)$.

На рис.4.14 [12,13,50] приведены графики зависимости СВО на бит P_E от доли подавляемой помехой полосы для самонормирующегося демодулятора при L=2, E_s/G_0=13,35 дБ и отношении сигнал-помеха E_s/G_j в качестве параметра.

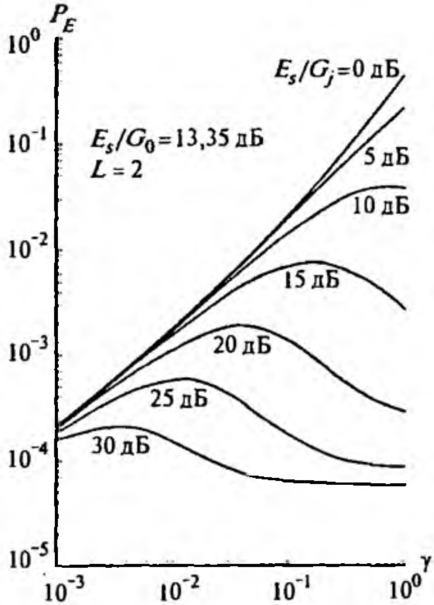


Рис. 4.14.

Из графиков видна явная зависимость подавляемой доли полосы γ от отношения сигнал-помеха E_s/G_j.

На основе проведенного анализа и результатов [12] на рис.4.15 представлены графики зависимости СВО на бит P_E для самонормирующегося демодулятора (сплошные линии) в условиях наихудшего подавления в части полосы $\gamma=\gamma_{opt}$ при E_s/G_0=12,31 дБ (что соответствует $P_{E_0} = 10^{-4}$ в отсутствие помех и L=1) от отношения сигнал-помеха E_s/G_j и различного числа скачков частоты на бит.

На этом же рисунке приведены графики зависимости СВО на бит P_E для демодулятора с квадратичным детектированием и нелинейным сложением выборок (штриховые линии). На рисунке видно, что как при очень сильном, так и при очень слабом подавлении минимальная СВО на бит P_E имеет место при L=1. Для остальных промежуточных значений отношения сигнал-помеха E_s/G_j СВО на бит уменьшается за счет разнесения бита на отдельные частотные элементы при L=2 или L=3. При большом отношении сигнал-шум (E_s/G_0>50 дБ) СВО на бит P_E возрастает

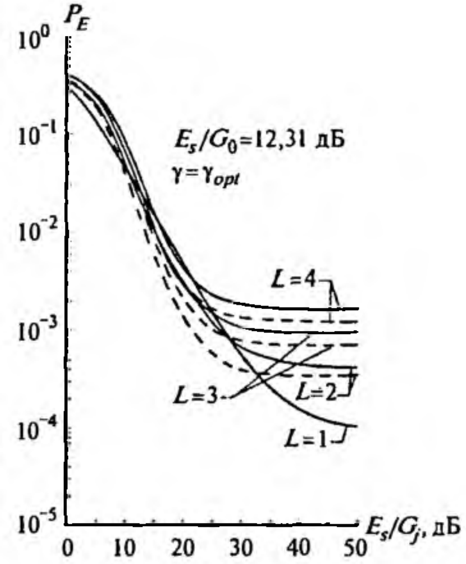


Рис. 4.15.

с увеличением числа скачков частоты на бит. Это объясняется некогерентными потерями при сложении выборок элементов сигнала.

Некогерентные потери ограничивают выигрыш, получаемый за счет разнесения бита на отдельные субсимволы. Поэтому при используемом на рис.4.15 значении отношения сигнал-помеха E_s/G_0=12,31 дБ график СВО на бит P_E при L=4 не пересекает график СВО на бит P_E при L=2.

На рис.4.16 изображены графики зависимости СВО на бит P_E как функции от E_s/G_j и числа скачков L при более высоком, по сравнению с рис.4.15, отношении E_s/G_0=13,35 дБ.

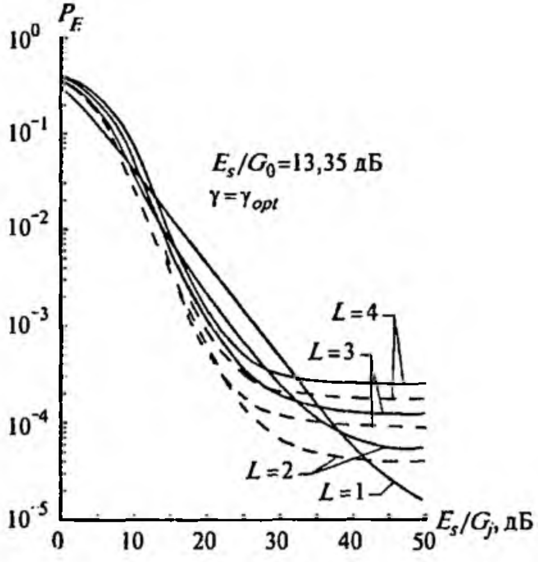


Рис. 4.16.

Как следует из рис.4.15, при увеличении отношения E_s/G_0 до 13,35 дБ графики зависимости P_E при L=3 и L=4 пересекают графики P_E при L=1 и L=2 в пределах достаточно значительного диапазона отношений E_s/G_j, что свидетельствует о выигрыше за счет частотного разнесения бита информации. Штриховой линией на этом рисунке изображены графики зависимости СВО на бит для демодулятора с квадратичным детектором и нелинейным сложением выборок.

Если отношение сигнал-шум $E_s/G_0 \to \infty$, то СВО на бит P_E уменьшается с увеличением числа скачков частоты L на бит. Графики зависимости СВО на бит как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при $E_s/G_0 \to \infty$ представлены на рис.4.17.

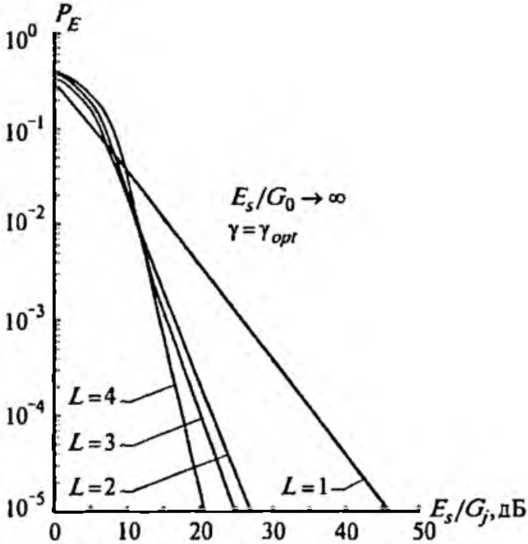


Рис. 4.17.

Анализ графиков зависимости СВО на бит P_E от отношения сигнал-помеха E_s/G_j (рис.4.15 и рис.4.16) показывает, что помехоустойчивость самонормирующегося демодулятора несколько уступает помехоустойчивости демодулятора с квадратичным детектированием и нелинейным сложением выборок. Это объясняется тем, что в самонормирующемся демодуляторе весовой множитель μ_k не является наилучшим по сравнению с идеальным весовым множителем, при котором проводится анализ помехоустойчивости демодулятора с АРУ.

Следует заметить, что на это обстоятельство обращается внимание и в [12], где указывается, что помехоустойчивость самонормирующегося демодулятора ниже, чем у демодулятора с квадратичным детектированием и нелинейным сложением выборок.

С целью получения в самонормирующемся демодуляторе весового множителя $\hat{\mu}_k$, обратно пропорционального оценке мощности помехи $\hat{\sigma}_k^2$ на каждом k-м скачке частоты, в [51] предложена модернизированная схема формирования весовых множителей (рис.4.18).

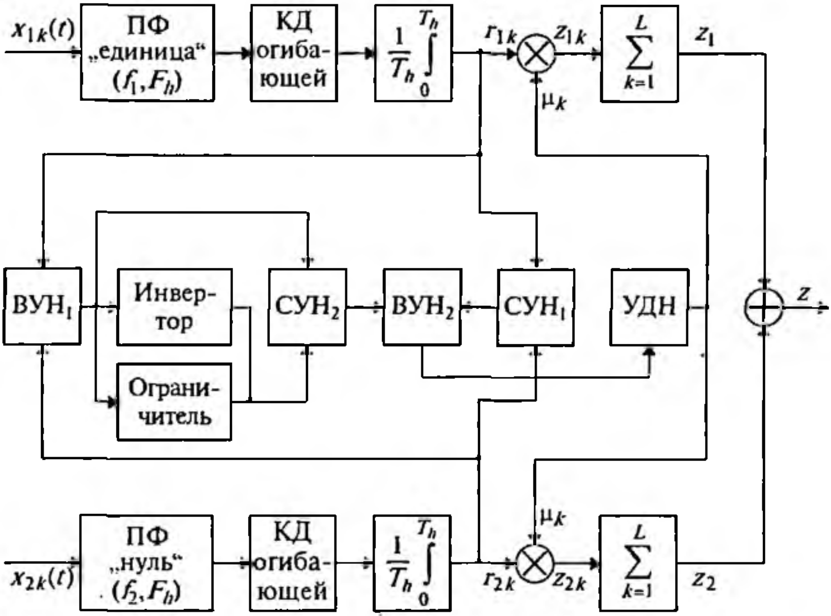


Рис. 4.18.

На рис.4.18 обозначено: $ВУН_1$, $ВУН_2$ - вычитающие устройства напряжений; $СУН_1$, $СУН_2$ - суммирующие устройства; УДН - устройство деления напряжения. Инвертор в этой схеме обеспечивает изменение поступающего на его вход отрицательного напряжения на положительное и усиление этого напряжения в два раза. Ограничитель имеет характеристику вида:

$$U_{огр} = \begin{cases} -U_{вх} & \text{при} \quad U_{вх} \le 0; \\ 0 & \text{при} \quad U_{вх} > 0. \end{cases}$$

Такая характеристика ограничителя обеспечивает прохождение через инвертор напряжения в том случае, если на входы ограничителя и инвертора подается отрицательное напряжение. В случае поступления на входы ограничителя и инвертора положительного напряжения на выходе инвертора сигнал будет равен нулю.

Приведенная на рис.4.18 структурная схема независимо от того, частотные элементы какого из информационных символов (1 или 0) передаются, на выходе УДН с точностью до постоянного коэффициента $1/T_h$ обеспечивает получение весовых множителей вида $\hat{\mu}_k=1/\hat{\sigma}_k^2$ для каждого скачка частоты.

На рис.4.19 изображены графики зависимости СВО на бит P_E для самонормирующегося демодулятора с использованием весового множителя $\hat{\mu}_k=1/(r_{1k}+r_{2k})$ (кривая 1) и множителя $\hat{\mu}_k=1/\hat{\sigma}_k^2$ (кривая 2) как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при четырех скачках частоты на один бит L=4 и отношении сигнал-шум E_s/G_0=13,35 дБ.

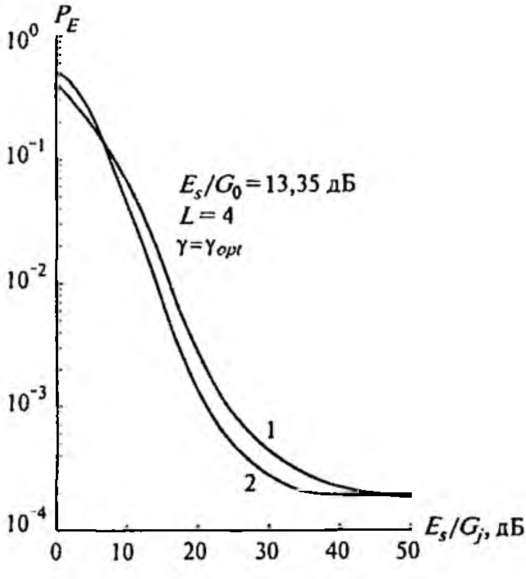


Рис. 4.19.

Из сравнения графиков 1 и 2, характеризующих СВО на бит, видно, что предлагаемая схема формирования весового множителя $\hat{\mu}_k=1/\hat{\sigma}_k^2$ обеспечивает более высокую помехоустойчивость, чем в случае применения весового множителя вида $\hat{\mu}_k=1/(r_{1k}+r_{2k})$.

4.6. Влияние адаптивной регулировки усиления на помехоустойчивость СРС

Как указывалось выше, применение в СРС сигналов с внутрибитовой ППРЧ в условиях воздействия помех может быть эффективным лишь при осуществлении в демодуляторе нормирования выборок частотных элементов. Из теории обнаружения сигналов с постоянной амплитудой следует, что адаптивное (по уровню шума) регулирование усиления (АРУ) в оптимальном приемнике должно быть таким, чтобы значение корреляционного интеграла, характеризующего уровень сигнала на выходе фильтра, изменялось обратно пропорционально спектральной плотности помехи [1-3].

При обработке принятых сигналов с разнесением символов применяются в основном приемники с квадратичным детектированием. Следовательно, при отказе от оптимального приемника в СРС с внутрибитовой ППРЧ встает вопрос о том, какова должна быть степень АРУ для получения наибольшей помехоустойчивости. При этом ситуация усложняется наличием шумовой помехи в части полосы, постановщик которой в силу ограниченной мощности СП стремится оптимизировать основной параметр помехи - подавляемую часть полосы частот, занимаемую сигналом с ППРЧ.

Таким образом, возникает типичная теоретико-игровая задача. В [9-14] подобный вопрос не рассматривается, авторы этих работ вводят и исследуют процессы адаптивной регулировки усиления, которая изменяет значение корреляционного интеграла обратно пропорционально корню квадратному из спектральной плотности помехи.

Существенная для анализа часть некогерентного приемника сигналов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ изображена на рис.4.20.

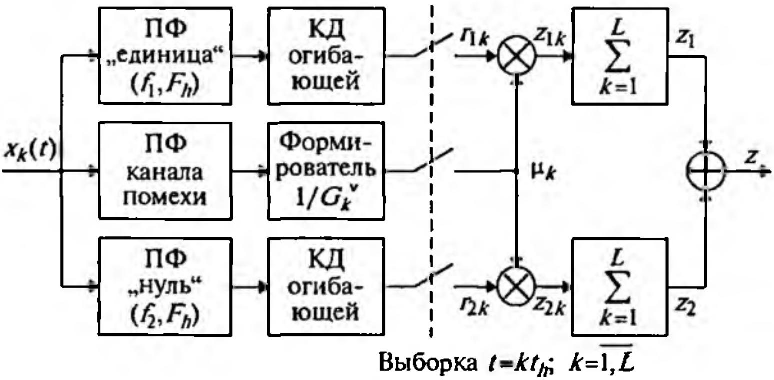


Рис. 4.20.

Основные обозначения элементов на этой структурной схеме и процесс формирования статистик решения z_1 и z_2 и выходной статистики z соответствуют описанной ранее схеме демодулятора с квадратичным детектированием и нелинейным сложением субсимволов (см. рис.4.1,б). Для измерения спектральной плотности мощности помехи G_k на каждом скачке частоты и формирования напряжения, регулирующего усиление каналов в соответствии с функцией $G_k^{-\nu}$, где ν - степень АРУ, имеется дополнительный канал. В данном демодуляторе (рис.4.20) АРУ осуществляется путем перемножения напряжения сигнала+помеха и напряжения, пропорционального $G_k^{-\nu}$, в каждом канале на выходе квадратичного детектора.

Как уже неоднократно приводилось, СВО на бит P_E в приемном устройстве ν-го типа СРС с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ может быть представлена в виде:

$$P_E(\gamma,\nu)=\sum_{l=0}^{L}\binom{L}{l}\gamma^{l}(1-\gamma)^{L-l}P_E(\gamma,\nu|l), \tag{4.66}$$

где $P_E(\gamma,\nu|l)$ - УВО на бит при подавлении шумовой помехой в части полосы l субсимволов из L.

Выражение (4.66) является исходным для оптимизации параметрических стратегий постановщика помех (ПП) и СРС с внутрибитовой ППРЧ. При этом цель ПП заключается в том, чтобы сосредоточить ограниченную мощность помехи в такой части γ полосы перестройки W_s, при которой $P_E(\gamma,\nu)$ достигает максимума при любом конкретном значении степени АРУ (ν). Предполагается, следовательно, что какая бы степень АРУ ни реализовывалась в СРС, постановщику помех это известно, и для подавления СРС им выбирается оптимальная часть полосы $\gamma_{opt}=f(\nu)$,что представляет наихудший случай для СРС.

В свою очередь, разработчик СРС заинтересован в том, чтобы получаемый постановщиком помех результат $\max\limits_{\gamma}P_E(\gamma,\nu)$ оказался наименьшим из возможных. Это можно обеспечить путем выбора степени АРУ приемного устройства. В этом заключается оптимизация параметрической стратегии СРС. В итоге результирующая помехоустойчивость СРС приобретает вид

$$\min_{\nu}\max_{\gamma}P_E(\gamma,\nu),$$

т.е. налицо типичная минимаксная задача из теории игр [28].

С целью упрощения анализа примем, что число скачков частоты на бит $L=2$. Тогда из (4.66) получаем

$$P_E(\gamma,\nu)=(1-\gamma)^2P_{E_0}+2\gamma(1-\gamma)P_{E_1}(\gamma,\nu)+\gamma^2P_{E_2}. \tag{4.67}$$

Вероятности P_{E_0} и P_{E_2} не зависят от степени АРУ, так как при $l=0$ и $l=2$ шумовая помеха в части полосы проявляется как стационарная по всей длительности бита. Выбор $L=2$ не препятствует сравнительному анализу приемных устройств СРС с различной степенью АРУ и имеет практическое значение. В общем же случае кратность разнесения бита L - это еще один параметр стратегии СРС и он также должен оптимизироваться. Однако при увеличении L, как было показано выше, выражение для $P_E(\gamma,\nu)$ сильно усложняется.

Таким образом, поставленная задача заключается в нахождении $P_E(\gamma,\nu)$ при $L=2$; $l=0,1,2$. Если для определенности принять, что передавался символ 1, то в этом случае ошибка будет иметь место при $z\geq 0$, а УВО на бит определяется из выражения

$$P_{E_l}(\gamma,\nu) = P_{\gamma\nu}(z>0|l,f_1) = \int_0^\infty P_{\gamma\nu}(z|l,f_1)dz, \tag{4.68}$$

где $P_{\gamma\nu}(z|l,f_1)$ - плотность вероятности выходной статистики z в приемном устройстве ν-го типа на фоне помехи, поражающей часть полосы γW_s, при условии подавления l субсимволов. Выходную статистику

$$z = \sum_{k=1}^{L} z_{1k} - \sum_{k=1}^{L} z_{2k}$$

целесообразно представить в виде

$$z = \sum_{k=1}^{L}(z_{1k} - z_{2k}) \tag{4.69}$$

и, учитывая, что L невелико ($L=2$), закон распределения статистики z находить прямым путем в соответствии с функциональным преобразованием (4.69).

Для случая передачи символа 1 переменные z_{1k} и z_{2k} (квадраты огибающих), как приводилось ранее, распределены следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} P_1(z_{1k}) &= \frac{1}{2\sigma^2_{\nu k}}\exp\left[-\left(\frac{z_{1k}}{2\sigma^2_{\nu k}} + \frac{E_s}{2G_k}\right)\right] I_0\left(\frac{E_s}{G_k}\frac{z_{1k}}{\sigma^2_{\nu k}}\right)^{1/2}, \quad z_{1k}\geq 0; \\ P_2(z_{2k}) &= \frac{1}{2\sigma^2_{\nu k}}\exp\left(-\frac{z_{2k}}{2\sigma^2_{\nu k}}\right), \qquad z_{2k}\geq 0, \end{aligned}\right\} \tag{4.70}$$

где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; $\sigma^2_{\nu k} \triangleq G_k^{1-\nu}$;

$$G_k = \begin{cases} G_0 & \text{в субсимволе без помехи;} \\ G_0 + G_j/\gamma & \text{в субсимволе с помехой.} \end{cases}$$

При нахождении распределения z, т.е. $P_{\gamma\nu}(z|l, f_1)$ примем, что общим случаем является распределение $P_{\gamma\nu}(z|1, f_1)$, относящееся к ситуации, когда мощность помехи разная в различных субсимволах. В соответствии с (4.69) и (4.70) функция распределения z при L=2 имеет вид [52]:

$$P_{\gamma\nu}(z|1, f_1) = \frac{1}{4(\varepsilon_\nu^2 - 1)} \exp\left(-\frac{q_{j\Sigma}^2 + q_0^2}{4}\right)\left\{\varepsilon_\nu^2 \exp\frac{(\varepsilon_\nu - 1)q_0^2}{4(\varepsilon_\nu + 1)} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left(-\frac{z}{2\sigma_{\nu\Sigma}^2}\right) - \exp\left[-\frac{(\varepsilon_0 - 1)q_{j\Sigma}^2}{4(\varepsilon_0 + 1)}\right]\exp\left(-\frac{z}{2\sigma_{\nu ш}^2}\right)\right\}, \quad z \geq 0, \quad (4.71)$$

где

$$\sigma_{\nu ш}^2 = G_0^{1-\nu}; \quad \sigma_{\nu\Sigma}^2 = (G_0 + G_j/\gamma)^{1-\nu}; \quad q_{j\Sigma}^2 = \frac{E_s}{G_0 + G_j/\gamma};$$

$$q_0^2 = \frac{E_s}{G_0}; \quad \varepsilon_\nu = \frac{\sigma_{\nu\Sigma}^2}{\sigma_{\nu ш}^2} = \left(\frac{G_0 + G_j/\gamma}{G_0}\right)^{1-\nu}. \quad (4.72)$$

Подставив (4.71) в (4.68), получим выражение для СВО на бит P_{E_1} при подавлении помехой одного из двух субсимволов:

$$P_{E_1}(\gamma, \nu) = \frac{1}{2(\varepsilon_\nu^2 - 1)} \exp\left(-\frac{q_{j\Sigma}^2 + q_0^2}{4}\right)\left[\varepsilon_\nu^2 \exp\frac{(\varepsilon_\nu - 1)q_0^2}{4(\varepsilon_\nu + 1)} - \right.$$

$$\left. - \exp\left(-\frac{(\varepsilon_\nu - 1)q_{j\Sigma}^2}{4(\varepsilon_\nu + 1)}\right)\right]. \quad (4.73)$$

Осуществляя предельные переходы в (4.73), можно найти, что

$$\left.\begin{aligned} P_{E_0} &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{q_0^2}{2}\right)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right) && \text{при} \quad q_{j\Sigma}^2 \to q_0^2; \\ P_{E_2} &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{q_{j\Sigma}^2}{2}\right)\exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0 + G_j/\gamma)}\right] && \text{при} \quad q_0^2 \to q_{j\Sigma}^2. \end{aligned}\right\} \quad (4.74)$$

Как и следовало ожидать, выражения (4.74) показывают, что СВО в условиях стационарной помехи не зависит от степени АРУ. Заключенный в скобки первый сомножитель в каждой из формул (4.74) характеризует увеличение P_{E_0} и P_{E_2} за счет некогерентного сложения взвешенных выборок z_{ik}, i=1,2.

Для демодулятора с $\nu=1$ [9,11-14] также требуется раскрыть неопределенность в (4.73), поскольку при этом $\varepsilon_1=1$. В результате

$$P_{E_1}(\gamma,1)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{q_0^2}{16}+\frac{q_{j\Sigma}^2}{16}\right)\exp\left(-\frac{q_{j\Sigma}^2+q_0^2}{4}\right). \tag{4.75}$$

На основе (4.67) с учетом (4.73) - (4.75) выражение для СВО на бит $P_E(\gamma,\nu)$ в некогерентном приемнике сигналов с ППРЧ и двоичной ЧМ при $L=2$ имеет вид [52]:

$$P_E(\gamma,\nu)=\frac{1}{2}(1-\gamma^2)\left(1+\frac{E_s}{2G_0}\right)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right)+$$
$$+\frac{1}{2}\gamma^2\left[1+\frac{E_s}{8(G_0+G_j/\gamma)}\right]\exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0+G_j/\gamma)}\right]+\gamma(1-\gamma)\times$$
$$\times\left\{\varepsilon_\nu^2\exp\left[-\frac{(\varepsilon_\nu-1)E_s}{4(\varepsilon_\nu+1)G_0}\right]-\exp\left[-\frac{(\varepsilon_\nu-1)E_s}{4(\varepsilon_\nu+1)(G_0+G_j/\gamma)}\right]\right\}\times$$
$$\times\frac{1}{\varepsilon_\nu^2-1}\exp\left[-\left(\frac{E_s}{4G_0}+\frac{E_s}{4(G_0+G_j/\gamma)}\right)\right]. \tag{4.76}$$

Выражение (4.76) позволяет оценить помехоустойчивость некогерентного приемника сигналов с ППРЧ при $L=2$ и двоичной ЧМ в условиях шумовой помехи в части полосы при произвольной степени АРУ. Используя (4.76), можно решать задачу оптимизации $P_E(\gamma,\nu)$ как для ПП (по отношению к γ), так и для СРС (по отношению к ν). Для этого должны быть найдены $\max\limits_{\gamma} P_E$ и $\min\limits_{\nu}\max\limits_{\gamma} P_E$ с выводами об оптимальных значениях параметров γ и ν (γ_{opt}, ν_{opt}). В виду сложности и многофакторности выражения (4.76) его оптимизация в аналитической форме оказывается затруднительной, поэтому задача может быть решена численным методом.

В соответствии с (4.76) рассчитаны СВО на бит P_E для различных степеней АРУ (ν=0;0,5;1;1,5;2;2,5;3;3,5;4) в условиях шумовой помехи в части полосы с отношением сигнал-помеха $q_j^2=E_s/G_j$=0;10;15;20;30 дБ и при изменении части подавляемой полосы в пределах $10^{-3}\le\gamma\le 1{,}0$. В качестве параметра использовалось отношение сигнал-шум приемника $q_0^2=E_s/G_0$=13,35 дБ.

На рис.4.21 изображены графики, характеризующие зависимости максимизированной по γ СВО на бит P_E от степени АРУ ν.

Числа, стоящие над кривыми, указывают значения γ_{opt}, максимизирующие P_E при каждом значении ν и E_s/G_j. Точками отмечены положения минимумов по оси ν, штриховыми линиями нанесены графики зависимости $\max\limits_{\gamma} P_E$ от ν при значениях γ, неизмененных для всех ν и равных оптимальным значениям γ_{opt} для ν=1,5. Определенное в соответствии с этими графиками значение степени АРУ ν_{opt}=1,5, при котором P_E достигает минимума, использовалось затем как фиксированный параметр для построения зависимости $\min\limits_{\nu} P_E$ от γ (рис.4.22).

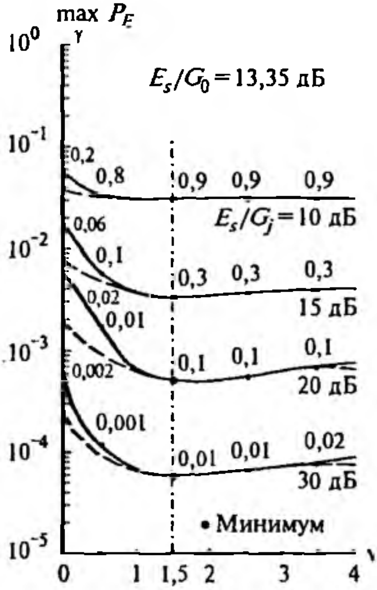


Рис. 4.21.

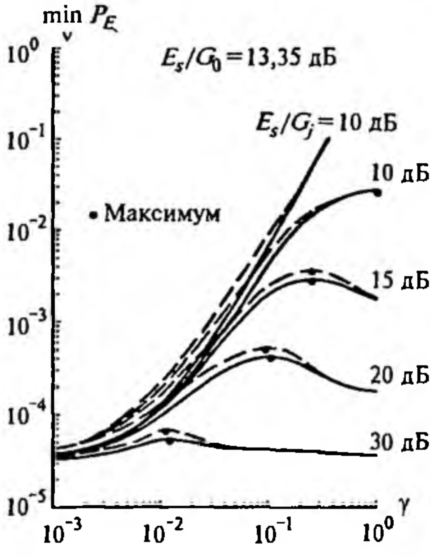


Рис. 4.22.

Штриховыми линиями на рис.4.22 нанесены также графики зависимости $\min\limits_{\nu} P_E$ для приемника с ν=1.

На рис.4.23 представлен график зависимости минимальной СВО на бит в СРС с двукратным разнесением, L=2, от отношения сигнал-помеха E_s/G_j при E_s/G_0=13,35 дБ.

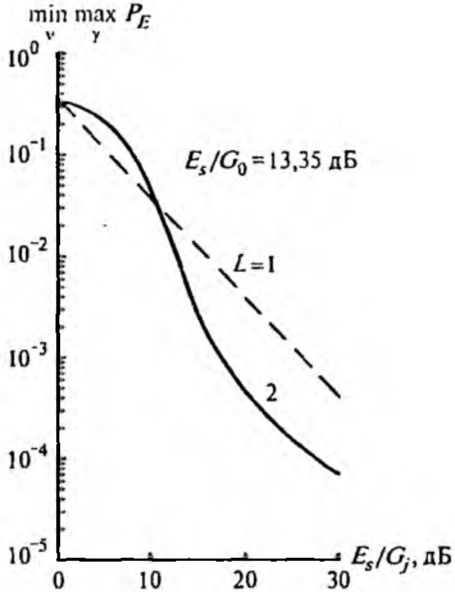


Рис. 4.23.

Для сравнения на этом же рисунке штриховой линией показан график зависимости СВО на бит P_E в отсутствии частотного разнесения L=1, при наихудшей шумовой помехе в части полосы.

Приведенные на рис.4.21 графики зависимости СВО на бит P_E в диапазоне отношений сигнал-шум 10 дБ $\leq E_s/G_0 \leq$ 30 дБ показывают, что приемник с АРУ с квадратичным детектированием и степенью регулирования ν=1,5 по помехоустойчивости либо является лучшим среди приемников с другими степенями АРУ, либо не уступает им при любых значениях γ и E_s/G_j в указанных пределах E_s/G_0. Однако, как следует из графиков $\max\limits_{\gamma} P_E$ (рис.4.21) и $\min\limits_{\nu} P_E$ (рис.4.22), выигрыш в помехоустойчивости СРС с побитовой ППРЧ и двоичной ЧМ при использовании АРУ со степенью ν=1,5 с практической точки зрения незначителен.

4.7. Сравнительный анализ помехоустойчивости демодуляторов сигналов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ

Из анализа помехоустойчивости рассмотренных типов демодуляторов, обеспечивающих обработку сигналов с частотным разнесением информационных символов, можно сформулировать присущие для них свойства и закономерности.

Одним из важнейших свойств демодуляторов, исключая демодулятор с линейным сложением, является выигрыш в помехоустойчивости за счет разнесения бита информации на L частотных элементов. При этом выигрыш проявляется для области отношений сигнал-помеха E_s/G_j со сравнительно большой мощностью шумовой помехи в части полосы. Применительно к используемым исходным данным γ, L, E_s/G_0 для различных типов демодуляторов эта область находится в пределах 12 дБ $\leq E_s/G_j \leq$ 35 дБ.

Как при очень сильном, так и при очень слабом подавлении, т.е. за пределами указанной области отношений E_s/G_j, наименьшая СВО на бит P_E имеет место в отсутствии частотного разнесения бита, L=1. В этом случае СВО на бит P_E для любого типа демодулятора, включая и демодулятор с линейным сложением, определяется из одного и того же выражения

$$P_E(L=1) = \frac{1}{2}\gamma \exp\left[-\frac{E_s}{2(G_0+G_j/\gamma)}\right] + \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right).$$

Это объясняется тем, что при L=1 нормирование выборок сигналов не влияет на выработку решения относительно принятого бита информации.

Помехоустойчивость демодуляторов сигналов с ППРЧ и двоичной ЧМ в значительной мере зависит от числа скачков частоты на один бит информации. При этом для демодулятора с линейным сложением выборок его помехоустойчивость ухудшается с увеличением числа скачков частоты на бит, для остальных типов демодуляторов существует оптимальное число скачков частоты L, определяемое уровнем собственных шумов приемника, при котором еще обеспечивается уменьшение СВО на бит P_E. Так, для демодулятора с АРУ при отношении сигнал-шум E_s/G_0=13,35 дБ и $\gamma=\gamma_{opt}$ СВО на бит P_E имеет наименьшее значение при L=2,3. Если же отношение E_s/G_0 увеличить до 14,89 дБ (что соответствует частоте появления ошибок на бит $P_{E_0}=10^{-7}$ в отсутствии шумовой помехи и L=1), то помехоустойчивость демодулятора с АРУ повышается при увеличении числа скачков на бит не более, чем до L=4. Это является следствием преобладания потерь за счет некогерентного сложения выборок частотных элементов по сравнению со снижением мощности шумовой помехи в части полосы при использовании принципа частотного разнесения.

Только при малом уровне собственных шумов приемника, когда отношение сигнал-шум $E_s/G_0 \to \infty$, работа нелинейных демодуляторов оптимизируется, при этом СВО на бит P_E уменьшается с увеличением числа скачков частоты L практически для всей области отношений сигнал-помеха E_s/G_j.

На рис.4.24 для самонормирующегося демодулятора и демодулятора с АРУ (штриховая линия) приведены графики СВО на бит P_E как функции отношения E_s/G_j при $\gamma=\gamma_{opt}$, $E_s/G_0 \to \infty$ и $L=1,\ldots,4$ в качестве параметра.

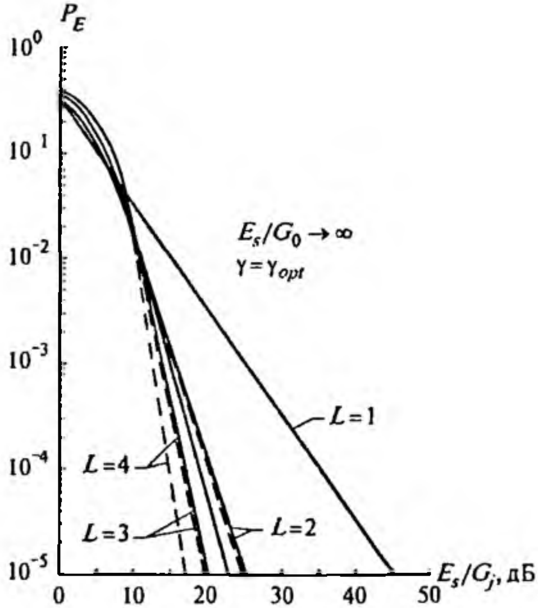


Рис. 4.24.

Анализ графиков P_E (рис.4.24) и результатов [12] показывает, что при отношении $E_s/G_0 \to \infty$ для демодулятора с АРУ вероятность ошибки на бит P_E пропорциональна $(E_s/G_j)^{-L}$, а для самонормирующегося демодулятора при $L=3$ и $L=4$ СВО на бит P_E - пропорциональна $(E_s/G_j)^{-(L+1)}$.

При воздействии ШШП во всей полосе частот W_s ($\gamma=1$) анализируемые типы демодуляторов практически обладают одной и той же эффективностью, так как нормирование принимаемых субсимволов в этом случае роли не играет. Поэтому с увеличением числа субсимволов L на бит эффективность демодуляторов ухудшается из-за повышения потерь в результате некогерентного сложения. Для примера на рис.4.25 [11,13] для демодулятора с АРУ приведены графики зависимости СВО на бит P_E как функции отношения E_s/G_j при широкополосной шумовой помехе $\gamma=1$, E_s/G_0=13,35 дБ и L=1,2,3,4,6 в качестве параметра.

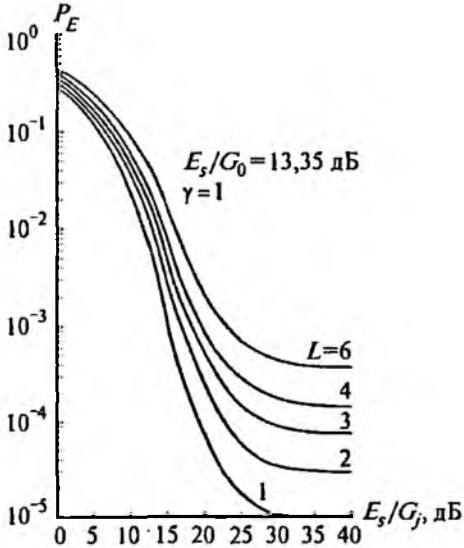


Рис. 4.25.

Однако следует заметить, что эффективность ШШП ($\gamma=1$) при ограниченной мощности станции помех по сравнению с оптимальной помехой в части полосы $\gamma=\gamma_{opt}$ существенно ниже.

На рис.4.26 для демодуляторов с линейным сложением и АРУ изображены графики зависимости СВО на бит P_E как функции отношения E_s/G_j при E_s/G_0=13,35 дБ, L=2, для ШШП, $\gamma=1$, и оптимальной шумовой помехи в части полосы, $\gamma=\gamma_{opt}$.

Приведенные графики четко иллюстрируют неэффективность ШШП в значительной части диапазона отношений E_s/G_j. На этом же рисунке видно, что при L=2 и $\gamma=\gamma_{opt}$ эффективность демодулятора с АРУ (кривая 2) значительно выше эффективности демодулятора с линейным сложением выборок (кривая 1).

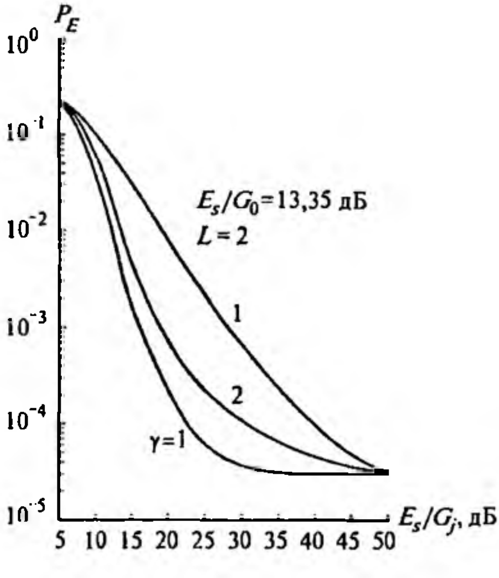


Рис. 4.26.

Для проведения интегрального сравнительного анализа рассматриваемых демодуляторов некогерентной обработки сигналов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ на рис.4.27 и 4.28 приведены графики зависимости СВО на бит P_E как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при E_s/G_0=13,35 дБ, $\gamma=\gamma_{opt}$, L=2 и L=4 [12].

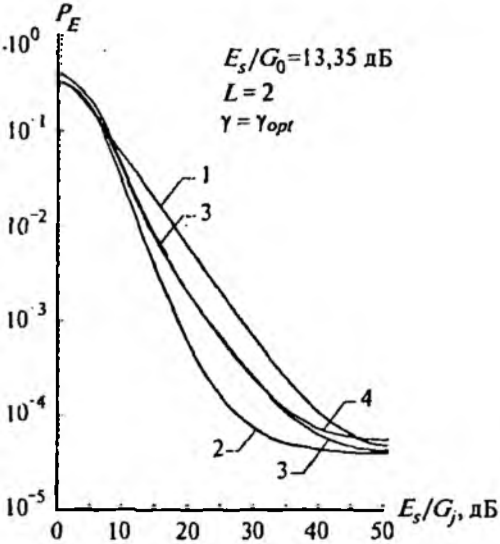


Рис. 4.27.

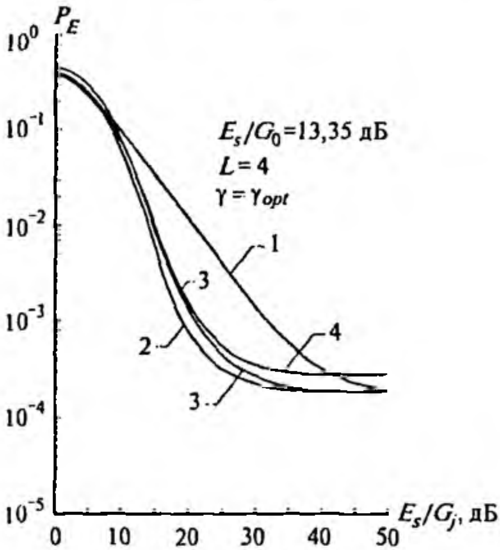


Рис. 4.28.

Из анализа приведенных графиков (при использовании принципа разнесения бита на частотные элементы в условиях действия наихудшей шумовой помехи в части полосы) следует: при сильном и умеренном подавлении 12 дБ $\leq E_s/G_j \leq$ 35 дБ демодулятор с АРУ дает наилучшие (с точки зрения помехоустойчивости) результаты (кривая 2), а демодулятор с линейным сложением выборок - наихудшие (кривая 1); в этих же условиях демодулятор с мягким ограничителем (кривая 3) и самонормирующийся демодулятор (кривая 4) по своей эффективности находятся между демодулятором с АРУ и демодулятором с линейным сложением выборок; в случае слабого подавления (или при его отсутствии) самонормирующийся демодулятор является наименее эффективным при L>1 хотя разница в значениях отношения сигнал-помеха E_s/G_j составляет менее 1 дБ.

Так как в демодуляторах с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ осуществляется некогерентное сложение субсимволов, то выигрыш в помехоустойчивости за счет их частотного разнесения может быть обеспечен при условии, что потери при некогерентном сложении субсимволов окажутся меньше, чем снижение мощности шумовой помехи в части полосы, достигаемое нормированием каждого субсимвола. Отсюда следует, что *величина потерь некогерентного сложения субсимволов ограничивает получаемый за счет частотного разнесения выигрыш в помехоустойчивости демодуляторов с внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ.* Оптимальное число частотных элементов, при котором еще обеспечивается уменьшение СВО на бит, определяется величиной собственного шума приемника. Поэтому выигрыш помехоустойчивости от применения внутрибитовой ППРЧ и двоичной ЧМ можно реализовать на практике только в том случае, когда мощность собственного шума приемника находится на сравнительно низком уровне.

Проведенный аналитический обзор позволяет констатировать, что применение сигналов с расширением спектра за счет частотного разнесения информационных символов может обеспечить повышение помехоустойчивости СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ в условиях действия шумовой помехи в части полосы. Эффективность принципа частотного разнесения символов достигается при условии осуществления в демодуляторах нормирования принятых субсимволов и их последующего сложения.

Глава 5

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ППРЧ ПРИ СОВМЕСТНОМ ПРИМЕНЕНИИ ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИИ, РАЗНЕСЕНИЯ СИМВОЛОВ ПО ЧАСТОТЕ И БЛОКОВОГО КОДИРОВАНИЯ

5.1. Помехоустойчивость систем радиосвязи с ППРЧ при M-ичной ЧМ и L-кратным разнесении символов по частоте

С целью повышения помехоустойчивости СРС с ППРЧ при воздействии наихудшей шумовой помехи в части полосы могут применяться различные способы. Эффективными способами повышения помехоустойчивости являются, например: M-ичная частотная манипуляция, разнесение символов на независимые частотные элементы и передача каждого из них на своей частоте, а также кодирование [1,2,11,13,15,20].

Естественно задаться вопросом, какой дополнительный выигрыш можно получить в эффективности СРС с ППРЧ, если объединить M-ичную ЧМ и L-кратное частотное разнесение символов?

Для решения поставленной задачи сигналы такой СРС представим, как и ранее, в виде совокупности радиоимпульсов длительностью T_h на каждом скачке частоты ($T_h=kT_b/L$, где T_b - длительность бита, k - число бит в M-ичном символе, $k=\log_2 M$) со случайными начальными фазами, несущие частоты которых перестраиваются в соответствии с заданным псевдослучайным кодом. При этом полагаем, что все информационные M-каналы являются смежными друг с другом и образуют частотные сегменты, равномерно распределенные по всему диапазону частот W_s СРС. Как показано выше, эффективная обработка таких сигналов обеспечивается применением квазиоптимальных квадратичных приемников с адаптивной регулировкой усиления (АРУ) по уровню помех и „нелинейным“ сложением выходных выборок квадратичных детекторов. Структурная схема такого приемного устройства изображена на рис.5.1. Для осуществления АРУ (нормирования) в приемном устройстве используется дополнительный канал измерения мощности помехи и шума и формирования весовых множителей вида:

$$\mu_k = 1/\sigma_k^2, \quad k=1,2,\ldots,L, \tag{5.1}$$

где $\sigma_k^2 = \begin{cases} \sigma_0^2 + \sigma_j^2 & \text{при воздействии помехи;} \\ \sigma_0^2 & \text{в отсутствие помехи;} \end{cases}$

σ_j^2 - мощность шумовой помехи в части полосы.

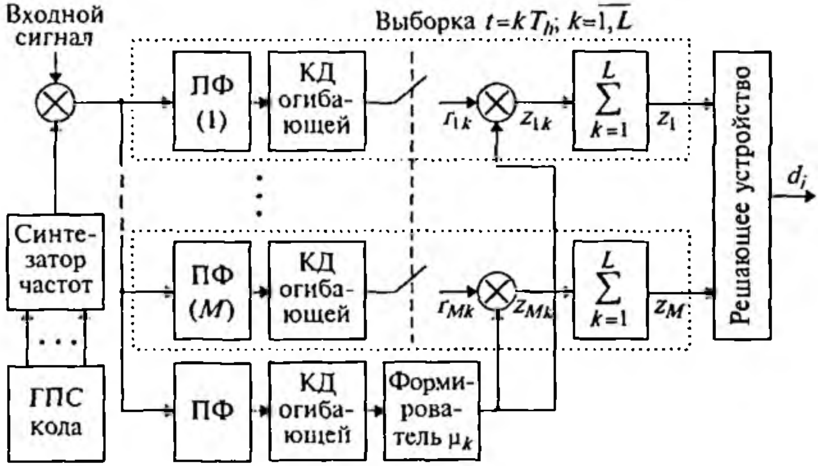


Рис. 5.1.

Для дальнейшего анализа примем: мощности σ_k^2 точно известны и одинаковы для всех M частотных каналов, что позволяет осуществлять идеальное нормирование напряжения квадратичных детекторов, при котором становится возможным провести математический анализ, происходящих в приемном устройстве СРС процессов. В силу этого, приведенные далее результаты по помехоустойчивости СРС могут использоваться только в качестве нижней границы по сравнению с тем, что может быть реализовано на практике.

Шумовую помеху в части полосы $J(t)$, также как и ранее, представим в виде ограниченного по полосе гауссовского шума, мощность которого P_j ограничена и равномерно распределена в пределах полосы γW_s, где γ - параметр, определяющий часть занимаемой помехой полосы W_s, $0 \le \gamma \le 1$. Мощность помехи σ_j^2, действующей на каждый частотный элемент в пределах подавляемой полосы γW_s,

$$\sigma_j^2 = \begin{cases} \dfrac{P_j}{\gamma W_s} F_h = \dfrac{G_j}{\gamma} F_h & \text{в полосе } \gamma W_s; \\ 0 & \text{в полосе } (1-\gamma) W_s, \end{cases} \tag{5.2}$$

где F_h - ширина полосы частотного канала; G_j - средняя спектральная плотность мощности шумовой помехи в пределах полосы W_s, $G_j=P_j/W_s$; соответствующее спектральной плотности мощности G_j отношение сигнал-помеха на входе приемника СРС определяется из выражения

$$q^2 \triangleq \frac{E_s}{G_j} = \frac{E_s}{P_j} W_s \tag{5.3}$$

и служит для проведения сравнительной оценки помехоустойчивости различных типовых СРС с ППРЧ. Напомним, что такая помеха в части полосы подавляет M смежных частотных каналов с вероятностью

$$P_\gamma = \frac{\gamma M_f - M + 1}{M_f - M + 1}$$

и не подавляет те же M смежных частотных каналов с вероятностью

$$1 - P_\gamma = \frac{(1-\gamma) M_f}{M_f - M + 1}.$$

Из приведенных выражений следует, что при выполнении условия $M_f = W_s/F_h \gg M$ вероятности подавления P_γ и неподавления $1-P_\gamma$ приблизительно равны γ и $1-\gamma$, соответственно.

При ограниченной мощности передатчика шумовых помех система РЭП стремится оптимизировать основной параметр помехи - подавляемую часть полосы частот, добиваясь $\gamma_{opt}=\gamma(E_s/G_j, E_s/G_0, M, L)$, где E_s - энергия сигнала на длительности T_b, $E_s=P_s T_b$; P_s - мощность сигнала; G_0 - спектральная плотность мощности собственных шумов приемника СРС. Помеха с такими параметрами является наихудшей для СРС. При выбранных моделях сигнала и помехи и равномерном распределении частотных элементов в расширенной полосе частот W_s помехой может быть подавлено l из L элементов сигнала. На остальные $L-l$ элементы воздействуют только собственные шумы приемника $n(t)$, которые, как и выше, представим в виде гауссовской помехи с нулевым средним, равномерной спектральной плотностью мощности G_0.

Применительно к рассматриваемым моделям сигнала, шумовой помехи в части полосы, собственных шумов приемника, а также с учетом принятых допущений СВО на бит СРС с ППРЧ может быть представлена известным выражением:

$$P_E = \sum_{l=0}^{L} \binom{L}{l} \gamma^l (1-\gamma)^{L-l} P(E; \gamma | L), \tag{5.4}$$

где первые три сомножителя характеризуют вероятность подавления помехой l из L элементов; $\binom{L}{l}$ - число сочетаний из L по l;

$P(E;\gamma|l)$ - УВО на бит в случае подавления помехой l элементов M-ичного символа из L.

Таким образом, *анализ помехоустойчивости М-ичной СРС с L-кратным разнесением символов по частоте сводится к нахождению УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ и к последующей оценке зависимости СВО на бит P_E (5.4) от системных параметров СРС и станции шумовых помех в части полосы* (γ, M, L, E_s/G_j, E_s/G_0).

5.1.1. Условная вероятность ошибки на бит информации

Вероятность этой ошибки самым непосредственным образом зависит от алгоритма обработки сигналов в демодуляторе приемного устройства СРС. Для изображенной на рис.5.1 структурной схемы приемного устройства УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ СРС с ППРЧ при M-ичной ЧМ и L-кратным разнесении символов может быть представлена в обобщающем виде [3,14]:

$$P(E;\gamma|l)=\frac{M}{2(M-1)}\sum_{m=1}^{M-1}\binom{M-1}{m}\frac{(-1)^{m+1}}{(m+1)^L}\exp\left(-\frac{m}{m+1}k\lambda_l\right)\times$$
$$\times\sum_{r=0}^{m(L-1)}\frac{1}{(m+1)^r}C_r(m,L)L_r^{L-1}\left(-k\frac{\lambda_l}{m+1}\right), \tag{5.5}$$

где λ_l - параметр нецентральности χ^2-распределения выходной статистики частотного канала, содержащего полезный сигнал,

$$\lambda_l=\frac{2}{L}\left[l\frac{E_s}{G_0+G_j/\gamma}+(L-l)\frac{E_s}{G_0}\right]; \tag{5.6}$$

$L_r^{L-1}(x)$ - обобщенный полином Чебышева-Лагерра степени r,

$$L_r^{L-1}(x)=r!\sum_{m=0}^{r}(-1)^m\binom{r+L-1}{r-m}\frac{x^m}{m!}; \tag{5.7}$$

$$C_r(m,L)\triangleq\begin{cases}m^r,\ 0\le r\le L-1;\\ \dfrac{1}{r}\displaystyle\sum_{n=1}^{L-1}\binom{r}{n}[(m+1)n-r]C_{r-n}(m,L), & r>L-1;\end{cases} \tag{5.8}$$

при L=2 выражение (5.8) приводится к виду:

$$C_r(m,2)=\frac{m!}{(m-r)!}. \tag{5.9}$$

Отметим, что вероятность ошибки на M-ичный символ $P(S;\gamma|l)$ связана с УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ формулой

$$P(S;\gamma|l)=\frac{2(M-1)}{M}P(E;\gamma|l).$$

Для проведения дальнейшего анализа положим вначале, что $M=4$ при двукратном частотном разнесении символов, $L=2$. При этом выбор $L=2$ не препятствует анализу помехоустойчивости СРС с различным размером алфавита передачи M и имеет практическое значение. *В общем же случае кратность разнесения символов L - это еще один параметр возможной стратегии СРС, который в условиях РЭП также должен оптимизироваться.* Однако при увеличении L выражение для СВО на бит P_E сильно усложняется.

Для рассматриваемого данного частного случая ($M=4$, $L=2$) уравнение (5.5) примет вид [53]:

$$P(E;\gamma\,|\,l)=$$
$$=\frac{1}{2}\left(2+\frac{1}{4}q_l\right)\exp\left(-\frac{1}{2}q_l\right)-\frac{2}{9}\left(3+\frac{4}{9}q_l+\frac{1}{81}q_l^2\right)\times\exp\left(-\frac{2}{3}q_l\right)+ \qquad (5.10)$$
$$+\frac{1}{24}\left(4+\frac{39}{64}q_l+\frac{3}{128}q_l^2+\frac{1}{4096}q_l^3\right)\exp\left(-\frac{3}{4}q_l\right),$$

где $q_l \overset{\Delta}{=} k\lambda_l$.

С учетом (5.6) для $L=2$

$$q_l=l\frac{E_s}{G_0+G_j/\gamma}+(2-l)\frac{E_s}{G_0},\quad L=2,\quad 0\le l\le 2. \qquad (5.11)$$

Как следует из (5.10), уже при $M=4$ выражение для УВО на бит $P(E;\gamma|l)$ серьезно усложняется. Если к тому же учесть, что, согласно (5.4), в формуле для СВО на бит P_E содержится три слагаемых, подобных (5.10), то можно заключить, что анализ СВО на бит P_E становится весьма затруднительным.

В этих условиях представляется целесообразным ввести упрощающее приближение. Но прежде заметим, что в ситуациях, когда помеха отсутствует хотя бы в одном элементе M-ичного символа, т.е. при $l=0$ и $l=1$ параметр нецентральности λ_l (равно как и q_l) в соответствии с (5.6) и (5.11) оказывается сравним по величине с отношением сигнал-помеха E_s/G_0, которое в большинстве разрабатываемых СРС достаточно велико. В результате, как следует из (5.10), вероятности ошибки $P(E;\gamma|0)$ и $P(E;\gamma|1)$ становятся пренебрежимо малыми по сравнению с вероятностью $P(E;\gamma|2)$, обусловленной присутствием помехи в обоих элементах, во всем представляющем практический интерес диапазоне отношений сигнал-помеха q^2. Основываясь на этом, в выражении для СВО на бит P_E (5.4) можно оставить только один член с $l=2$. Оценки показывают, что данное приближение оказывается достаточно точным и при $E_s/G_0>13$ дБ ошибка не превышает нескольких процентов.

Важно отметить, что изложенный подход по нахождению упрощенного выражения для СВО на бит P_E (5.4) можно применить только для приемного устройства (см. рис.5.1), содержащего АРУ по уровню помехи $\mu_k=1/\sigma_k^2$. В этом случае, как следует из (5.6), обработка в приемнике усредняет отношение сигнал-помеха отдельно по каждому частотному элементу (скачку частоты). Поэтому достаточно отношению сигнал-помеха оказаться большим хотя бы в одном элементе, как будет достаточно большим параметр λ_l в целом. В этом заключается причина высокой помехоустойчивости приемников с АРУ, при которой практически исключается влияние подавленных частотных элементов на принятие решения.

5.1.2. Анализ средней вероятности ошибки на бит информации

В соответствии с изложенным, оставляя в (5.4) только главный член, соответствующий $l=2$, и учитывая (5.10), получим приближенное выражение для СВО на бит P_E для приемника СРС с АРУ при $M=4$ и $L=2$ [53]:

$$P_E \approx \gamma^2\Big[\frac{1}{2}\Big(2+\frac{1}{4}q_\gamma\Big)\exp\Big(-\frac{1}{2}q_\gamma\Big)-\frac{2}{9}\Big(3+\frac{4}{9}q_\gamma+\frac{1}{81}q_\gamma^2\Big)\times$$
$$\times\exp\Big(-\frac{2}{3}q_\gamma\Big)+\frac{1}{24}\Big(4+\frac{39}{64}q_\gamma+\frac{3}{128}q_\gamma^2+\frac{1}{4096}q_\gamma^3\Big)\exp\Big(-\frac{3}{4}q_\gamma\Big)\Big], \qquad (5.12)$$

где

$$q_\gamma \triangleq 2\gamma q^2 = 2\gamma\frac{E_s}{P_j}W_s. \qquad (5.13)$$

Учитывая пропорциональность параметров q_γ и γ, оптимальное значение γ, при котором шумовая помеха в части полосы является наихудшей, а СВО на бит P_E будет максимальной, находится путем решения уравнения $dP_E(q)/dq=0$. Используя уравнение $dP_E(q)/dq=0$ и (5.12), можно получить выражение вида:

$$2f(q_\gamma)+q_\gamma\frac{d[f(q_\gamma)]}{dq_\gamma}=0, \qquad (5.14)$$

где $f(q_\gamma)$ - множитель, заключенный в квадратные скобки в формуле (5.12).

Положим, что решением уравнения (5.14) является $q_{\gamma\,opt}$. Тогда, с учетом (5.13) имеем:

$$\gamma_{opt}=\frac{q_{\gamma\,opt}}{2q^2}=\begin{cases} A_1/q^2, & q^2\ge A_1;\\ 1, & q^2<A_1,\end{cases} \qquad (5.15)$$

где $A_1=\frac{1}{2}q_{\gamma\,opt}$ - постоянная величина, которую далее еще необходимо определить.

Подставляя (5.15) в (5.12), получим максимальное значение СВО на бит

$$P_{E\max} \approx P_E(\gamma_{opt}) = \begin{cases} B_1/q^4, & q^2 \geq A_1; \\ (5.12) \quad \text{при} \quad \gamma = 1, & q^2 < A_1, \end{cases} \tag{5.16}$$

где $B_1 = \frac{1}{4} q_{\gamma\, opt} f(q_{\gamma\, opt})$.

Конкретные значения параметра B_1 для любых значностей передачи M определяются на основе решения уравнений, подобных (5.14). Эти уравнения являются трансцендентными и решаются численными методами. В случае $M=4$ и $L=2$ путем решения уравнения (5.14) с учетом функции $f(q)$ получим $q_{\gamma\, opt}=5{,}26$. Следовательно,

$$\gamma_{opt} \approx \begin{cases} 2{,}63/q^2, & q^2 \geq 2{,}63; \\ 1, & q^2 < 2{,}63 \end{cases} \tag{5.17}$$

и

$$P_{E\max} \approx P_E(\gamma_{opt}) = \begin{cases} 0{,}61/q^4, & q^2 \geq 2{,}63; \\ (5.12) \quad \text{при} \quad \gamma = 1, & q^2 < 2{,}63. \end{cases} \tag{5.18}$$

Следуя приведенному выше подходу и используя формулу обобщенной помехоустойчивости СРС с ППРЧ при M-ичной ЧМ и L-кратном разнесении символов (5.5), приведем результаты некоторых частных конфликтов СРС с ППРЧ и станции шумовой помехи в части полосы для наихудшего случая ($\gamma=\gamma_{opt}$) и малых собственных шумов приемника СРС [32,53]:

при $M=2$ и $L=2$

$$P_{E\max} \approx P_E(\gamma_{opt}) = 1{,}84/q^4 \tag{5.19}$$

во всем диапазоне отношений сигнал-помеха $q^2>5$;

при любой значности передачи M и $L=1$

$$P_{E\max} \approx P_E(\gamma_{opt}) = \begin{cases} B_2/q^2, & q^2 \geq A_2; \\ P_E(M,\gamma) \quad \text{при} \quad \gamma = 1, & q^2 < A_2, \end{cases} \tag{5.20}$$

где

$$P_E(M,\gamma=1) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{m=2}^{M} (-1)^m \binom{M}{m} \exp\left(-\frac{m-1}{m} k q^2\right).$$

Значения параметров A_2 и B_2, полученные в [32] для $M=2,4,8,16$, приведены в табл.5.1 (см. табл.2.1 во 2-й главе).

Таблица 5.1

Значения параметров A_2 и B_2

M	2	4	8	16
A_2	2,00	1,19	0,93	0,87
B_2	0,3679	0,2329	0,1954	0,1803

В соответствии с (5.18)-(5.20) при использовании табличных параметров A_2 и B_2 на рис.5.2 приведены графики зависимости СВО на бит $P_E(\gamma_{opt})$ как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j при различных значениях размера алфавита M и кратности разнесения L, отношение сигнал-шум E_s/G_0=20 дБ. Номера графиков на рис.5.2 соответствуют следующим значениям M и L: график 1 - M=2, L=1; график 2 - M=4, L=1; график 3 - M=16, L=1; график 4 - M=2, L=2; график 5 - M=4, L=2; график 6 - M=16, L=2. На этом же рисунке приведен график зависимости СВО на бит P_E при M=2, L=1, E_s/G_0=20 дБ в случае воздействия на СРС с ППРЧ заградительной помехи, γ=1 (кривая 7).

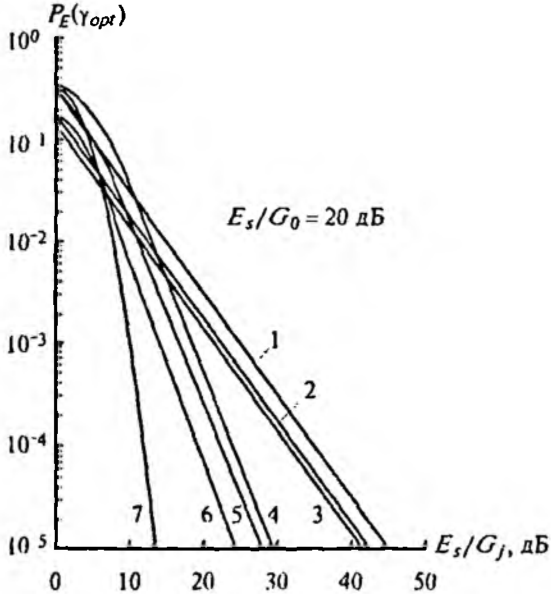


Рис. 5.2.

Полученные результаты анализа помехоустойчивости СРС с ППРЧ при совместном применении M-ичной ЧМ и L-кратного разнесения информационных символов позволяют сформулировать ряд выводов и положений:

1) увеличение размера алфавита передачи с $M=2$ до $M=4$ при $L=1$ и с $M=2$ до $M=16$ также при $L=1$ приводит к уменьшению порогового значения отношения сигнал-помеха E_s/G_j соответственно на 2,05 дБ и 3,10 дБ, повышая тем самым помехоустойчивость СРС; 2) при увеличении размера алфавита M дифференциальный прирост помехоустойчивости СРС постепенно снижается. Учитывая малый прирост помехоустойчивости СРС и усложнение при этом технической реализации аппаратуры, целесообразно, по всей видимости, признать $M=16$ предельным значением размера алфавита передачи, выбираемого с целью повышения помехоустойчивости СРС в условиях действия шумовой помехи в части полосы; 3) увеличение размера алфавита передачи с $M=2$ до $M=4$ при 2-кратном разнесении символов по частоте ($L=2$) приводит к повышению помехоустойчивости СРС на 2,38 дБ по пороговому значению отношения сигнал-помеха E_s/G_j. Однако это повышение помехоустойчивости СРС значительно меньше, чем при увеличении кратности разнесения с $L=1$ до $L=2$ при $M=2$ практически во всем рабочем диапазоне отношений сигнал-помеха E_s/G_j, но несколько больше, чем повышение помехоустойчивости за счет увеличения размера алфавита передачи с $M=2$ до $M=4$ при $L=1$, которое составляет, как указано выше, 2,05 дБ.

Последнее замечание в п.3 позволяет, не проводя сравнительно трудоемких вычислений и используя результаты, полученные для СРС с $L=1$ и различными значениями M, ориентировочно оценить предполагаемый выигрыш по помехоустойчивости за счет увеличения размера алфавита передачи до $M=16$ при $L=2$. Так, если выигрыш по помехоустойчивости СРС с $L=1$ при переходе от $M=2$ к $M=4$ несколько меньше, чем соответствующий выигрыш СРС с $L=2$, то можно ожидать, что прирост помехоустойчивости будет сохранять такую же тенденцию и дальше при $M>4$. Поэтому помехоустойчивость СРС с 2-кратным частотным разнесением символа не будет завышена, если примем, что ее выигрыш при переходе от размера алфавита $M=4$ к $M=16$ такой же, как и СРС с $L=1$, т.е. 1,05 дБ. В результате получаем, что увеличение размера алфавита передачи с $M=2$ до $M=16$ в СРС с 2-кратным разнесением символа по частоте приведет к повышению помехоустойчивости, приблизительно равному (2,38 + 1,05) дБ = 3,43 дБ по пороговому значению отношения сигнал-помеха. В соответствии с этим на рис.5.2 приведен график зависимости СВО на бит P_E для СРС с ППРЧ при 16-ичной ЧМ и $L=2$ (кривая 6).

Приведенный на рис.5.2 график СВО на бит P_E (кривая 7) для СРС с ППРЧ при $M=2$ и $L=1$ в условиях заградительной помехи ($\gamma=1$) показывает, что результат оптимизации ширины полосы ($\gamma=\gamma_{opt}$), в которой создается помеха, оказывается весьма значительным. Средняя вероятность ошибки на бит P_E в большей части диапазона отношений сигнал-помеха E_s/G_j резко увеличивается, особенно для СРС, не использующей частотного разнесения информационных символов. Однако *оптимальные стратегии* ($\gamma=\gamma_{opt}$) *в станции шумовой помехи в части полосы могут быть осуществлены при условии, что системе РЭП известны такие параметры как диапазон перестройки* W_s *(который может быть известен и заранее), мощность сигнала* P_s *и помехи* P_j *в месте расположения подавляемой СРС и др.* Неизбежно возникающие при этом ошибки естественно приводят к ухудшению эффективности станции помех и, следовательно, повышению помехоустойчивости СРС. Кроме того, из графика СВО на бит P_E (см.рис.5.2, кривая 7) следует, что при малых отношениях сигнал-помеха $E_s/G_j \leq 8\ldots10$ дБ наиболее целесообразной стратегией системы РЭП против СРС с ППРЧ является создание заградительной шумовой помехи.

Таким образом, совместное применение в СРС с ППРЧ многопозиционной передачи (M-ичной ЧМ) и внутрисимвольного частотного разнесения (внутрисимвольной перестройки) способно значительно повысить помехоустойчивость СРС в условиях воздействия наихудшей шумовой помехи в части полосы.

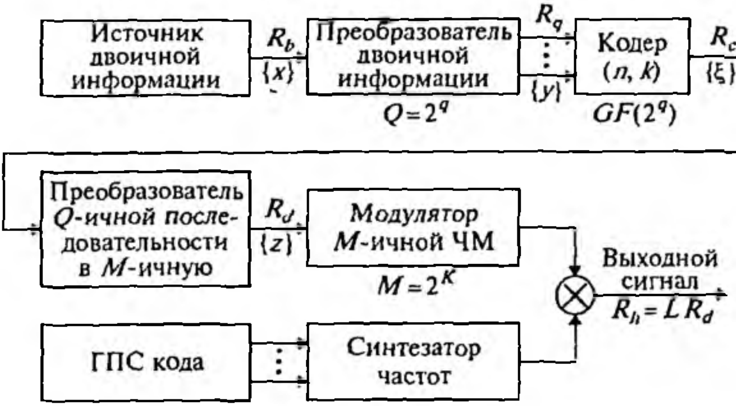
5.2. Помехоустойчивость систем радиосвязи с ППРЧ, M-ичной ЧМ, блоковым кодированием и L-кратным частотным разнесением кодовых слов

5.2.1. Структурная схема системы радиосвязи

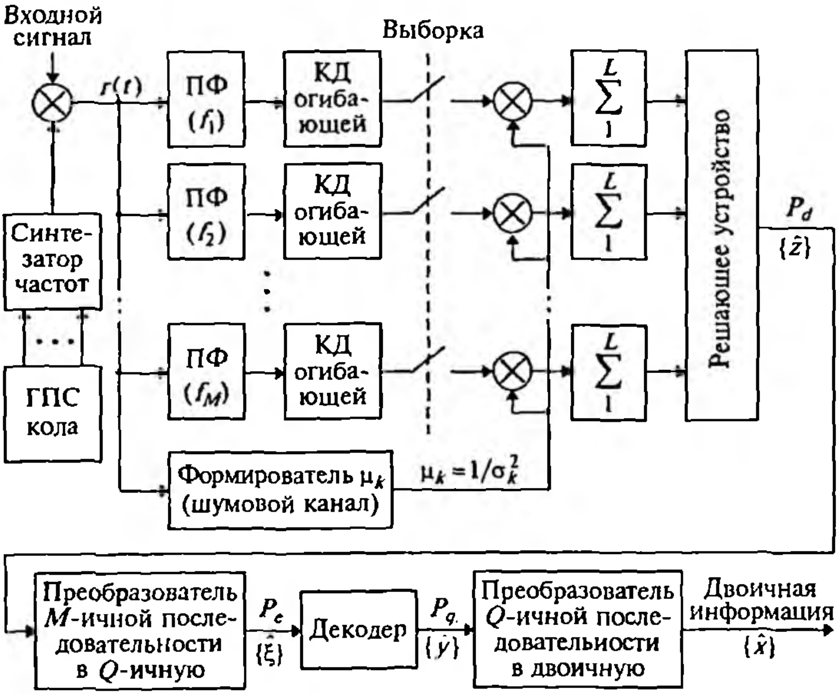
Сущность функционирования СРС с ППРЧ и M-ичной ЧМ, в которой используются коды с исправлением ошибок и L-кратное частотное разнесение кодового слова, можно пояснить с помощью структурных схем передающего и приемного устройства, изображенных на рис.5.3,а,б, соответственно.

При дальнейшем изложении воспользуемся результатами [15, 20,41]. Поступающие от источника сообщения двоичные информационные символы $\{x\}$ в передающем устройстве преобразуются в Q-ичные символы $\{y\}$, где $Q=2^q$, со скоростью $R_q=R_b/q$ и подаются на вход кодера. Кодер с прямым исправлением ошибок по определенным правилам обеспечивает операции над Q-ичными символами из конечного множества $GF(2^q)$, представляющего собой поле Галуа [20]. Если кодер является двоичным, то $q=1$ и преобразование из двоичной системы в Q-ичную осуществляется непосредственным (прямым) путем. В результате на выходе кодера формируется n кодированных Q-ичных символов $\{\xi\}$ (байтов, состоящих из q бит) на каждые k Q-ичных информационных символов, поступающих на вход кодера. При этом относительная скорость кода (коэффициент кодирования) составляет величину k/n, а кодированные символы на выходе кодера генерируются со скоростью

$$R_c = nR_q/k = nR_b/(kq). \qquad (5.21)$$


Источник двоичной информации
R_b
$\{x\}$
Преобразователь двоичной информации
$Q=2^q$
R_q
$\{y\}$
Кодер (n, k)
$GF(2^q)$
R_c
$\{\xi\}$
Преобразователь Q-ичной последовательности в M-ичную
R_d
$\{z\}$
Модулятор M-ичной ЧМ
$M=2^K$
Выходной сигнал
$R_h = LR_d$
ГПС кода
Синтезатор частот

а)


Входной сигнал
$r(t)$
Синтезатор частот
ГПС кода
ПФ (f_1)
ПФ (f_2)
ПФ (f_M)
КД огибающей
КД огибающей
КД огибающей
Выборка
$\sum_1^L$
$\sum_1^L$
$\sum_1^L$
Решающее устройство
P_d
$\{\hat{z}\}$
Формирователь μ_k (шумовой канал)
$\mu_k = 1/\sigma_k^2$
Преобразователь M-ичной последовательности в Q-ичную
P_e
$\{\hat{\xi}\}$
Декодер
P_q
$\{\hat{y}\}$
Преобразователь Q-ичной последовательности в двоичную
Двоичная информация
$\{\hat{x}\}$

б)

Рис. 5.3.

Информационная модуляция в данной СРС осуществляется с помощью M-ичной ЧМ, $M=2^K$, где K - значность алфавита. Далее кодированные Q-ичные символы с выхода кодера преобразуются в M-ичные кодовые слова (группы) $\{z\}$ со скоростью $R_d=qR_c/k=nR_b/(kK)$. Следует заметить, что значения величин $M=2^K$ и $Q=2^q$ в общем случае могут быть выбраны произвольными, однако для удобства анализа проще рассматривать только те случаи, когда K является кратным q или наоборот (q является кратным K). Далее M-ичные кодовые группы подаются на вход модулятора M-ичной ЧМ, который выбирает одну из M модулирующих частот $f_1, f_2, \ldots, f_M$ на основании M-ичного входного сигнала со скоростью $R_d=1/T_d$, где T_d - длительность модулирующего сигнала (кодового слова). Модулирующие M-частоты разнесены между собой на величину $F_h=R_h=L/T_d$, где R_h - скорость ППРЧ. Таким образом, общая ширина полосы M-ичного сигнала (сегмента) $MF=ML/T_d$. Сформированный модулирующий сигнал (кодовое слово) длительностью T_d разбивается на L частотных составляющих (элементов), длительностью T_d/L, каждая из которых затем смешивается с выходным сигналом синтезатора частот, управляемого генератором псевдослучайного кода. Синтезатор частот выбирает новую рабочую частоту через каждые T_d/L секунды. Скорость переключения рабочих частот

$$R_h = LR_d = nLR_b/(kK). \tag{5.22}$$

Синтезатор частот выбирает частоты из набора M_f возможных частот, разнесенных, как указывалось выше, на полосу частот элемента сигнала F_h. Следовательно, общая ширина полосы частот СРС с ППРЧ составляет величину

$$W_s = M_f F_h. \tag{5.23}$$

Затем выходной сигнал смесителя пропускается через фильтр с шириной полосы W_s, преобразуется в высокочастотном генераторе, усиливается и излучается.

Процесс устранения скачков частоты, демодулирования и декодирования принятого сигнала идет в обратном порядке процессу формирования передаваемого сигнала (рис.5.3,б).

Принятый сложный сигнал вместе с собственными шумами $n(t)$ и шумовой помехой в части полосы $J(t)$ демодулируется путем смешивания с выходным сигналом синтезатора частот, управляемого ГПС кода и работающего в синхронизме с ГПС кода передающего устройства. Сформированный таким образом сигнал подается на совокупность M параллельно включенных полосовых фильтров, центральные частоты которых соответствуют информационным частотам $f_1, f_2, \ldots, f_M$. Дальнейшая обработка частотных составляющих сигнала с ППРЧ, принадлежащих данному кодовому слову, осуществляется в соответствующем частотном канале, содержащем квадратичный детектор, перемножитель, обеспечивающий нормировку выборок детектора, и сумматор.

Использование L-кратного частотного разнесения кодового слова для повышения помехоустойчивости СРС с ППРЧ требует, как было показано выше, нормирования частотных элементов сигнала на выходе квадратичных детекторов напряжением, обратно пропорциональным мощности помехи. Цель нормирования заключается в устранении влияния подавленных сильными помехами частотных элементов сигнала в процессе принятия решения, которое основывается на выборе наибольшей суммы для L выборок квадратичных детекторов. Для целей нормирования в приемном устройстве СРС обеспечивается измерение мощности шумов (или шумов и помехи) на каждом скачке частоты и формирование весовых множителей $\mu_k=1/\sigma_k^2$. При дальнейшем анализе предполагается, что осуществляется идеальное измерение мощности собственных шумов и помехи или только мощности собственных шумов. Напряжения с выходов сумматоров всех M каналов подаются на решающее устройство. Канал, имеющий наибольшую выходную статистику, идентифицируется путем появления на выходе решающего устройства M-ичной кодовой группы (слова) $\{\hat{z}\}$. Далее эти M-ичные кодовые группы $\{\hat{z}\}$ преобразуются в Q-ичные символы $\{\hat{\xi}\}$ и подаются на вход декодера. Декодер осуществляет исправление ошибок и выдает на выходе Q-ичные символы $\{\hat{y}\}$, которые затем преобразуются в двоичные символы для восстановления принятой оценки $\{\hat{x}\}$, соответствующей первоначальной последовательности двоичных информационных данных $\{x\}$. При дальнейшем анализе предполагается, что канал между выходом кодера и входом декодера представляет собой симметричный Q-ичный канал.

5.2.2. Средняя вероятность ошибки на бит информации

Для определения выражения СВО на бит информации предполагаем, что станция шумовых помех в части полосы с ограниченной мощностью P_j, равномерно распределенной в пределах участка полосы γW_s, $0\le\gamma\le1$, одновременно подавляет M смежных частотных каналов с вероятностью γ и не подавляет - с вероятностью $1-\gamma$.

Принятая энергия сигнала на информационный бит составляет величину $E_s=P_sT_b$, где P_s - мощность сигнала; $T_b=1/R_b$ - длительность бита; тогда энергия одного кодированного M-ичного слова может быть записана в виде:

$$E_d=\frac{kKE_s}{n},\quad k\ge1;\quad k<n. \qquad (5.25)$$

Энергия, соответствующая одной частотной составляющей кодового слова, может быть выражена формулой

$$E_h = \frac{E_d}{L} = \frac{kKE_s}{nL}. \tag{5.26}$$

Если принять, что станцией шумовых помех в части полосы подавляется l частотных составляющих кодового слова из общего числа L, образующих одно M-ичное кодовое слово $\{z\}$, то вероятность того, что принятое кодовое слово $\{\hat{z}\}$ будет ошибочным, может быть определена из неоднократно используемого ранее выражения

$$P_E = \sum_{l=0}^{L} \binom{L}{l} \gamma^l (1-\gamma)^{L-l} P_d(l), \tag{5.27}$$

где $P_d(l)$ - УВО на бит при подавлении l частотных элементов сигнала из общего числа L.

Условная вероятность ошибки демодулятора с АРУ при M-ичном кодировании $P_d(l)$ может быть представлена выражением (5.5), в котором параметр нецентральности статистики частотного канала, содержащего сигнал, имеет вид:

$$\lambda_l = \frac{kK}{nL}\left[l\frac{E_s}{G_n} + (L-l)\frac{E_s}{G_0} \right]; \tag{5.28}$$

$$G_n \triangleq G_0 + G_j/\gamma.$$

Демодулированные M-ичные слова перед поступлением на вход декодера преобразуются в Q-ичные символы. А это, в свою очередь, требует установления взаимосвязи между условной вероятностью ошибки в M-ичном кодовом слове $P_d(l)$ на выходе демодулятора с вероятностью ошибки в Q-ичном символе на входе декодера P_e.

Для решения этой задачи необходимо предположить, что отношение

$$\frac{\max(K,q)}{\min(K,q)}$$

представляет собой целое число, т.е. целое число M-ичных слов преобразуется в один Q-ичный символ или наоборот. Эта ситуация требует рассмотрения двух случаев: $q>K$ и $q<K$

В первом случае, если $q>K$, то q/K M-ичных слов преобразуется в Q-ичный символ. Практическим примером данного варианта является использование 8-ичной ЧМ (K=3) для передачи выходного сигнала, кодированного кодом Рида-Соломона (63,32), для которого Q=64 (q=6). В этом случае каждый кодированный

64-ичный символ преобразуется в два 8-ичных слова для передачи с использованием 8-ичной ЧМ.

В приемном устройстве на выходе демодулятора Q-ичный символ будет ошибочным, если одно или несколько из M-ичных слов будут ошибочными. Следовательно, вероятность ошибки в символе будет определяться выражением [15]

$$P_e = 1-(1-P_d)^{q\ K},\quad q/K - \text{целое}. \tag{5.29}$$

Во втором случае, при $q<K$, $r \triangleq q/K$ кодированных Q-ичных символов образуют одно M-ичное слово, предназначенное для передачи. При этом, необходимо использовать перемежение, чтобы поддержать независимость ошибок в символах в пределах кодового слова.

В общем случае в приемном устройстве, при $M=Q^r$, из M слов, состоящих из r Q-ичных символов, $Q^{r-1}=M/Q$, будет иметь место один и тот же Q-ичный символ в любой заданной кодовой позиции. Следовательно, если в слове имеется ошибка, то вероятность появления ошибки в символе в любой заданной позиции вычисляется по формуле [15]

$$\Pr(\text{ошибка в символе}|\text{ошибка в слове}) =$$
$$= \frac{M-1-(M/Q-1)}{M-1} = \frac{M}{M-1}\left(1-\frac{1}{Q}\right). \tag{5.30}$$

На основе изложенного, а также учитывая, что $Q=2^q$, СВО в символе P_e может быть представлена выражением

$$P_e = \frac{M}{M-1}(1-2^{-q})P_d(I),\quad K/q - \text{целое}. \tag{5.31}$$

В частном случае при $q=1$, (двоичный кодер) выражение (5.31) принимает вид известного уравнения для вероятности ошибки при преобразовании M-ичной системы в двоичную систему с ортогональными сигналами [39]

$$P_e = \frac{M}{2(M-1)}P_d.$$

Для оценки влияния кодирования на помехоустойчивость СРС рассмотрим использование блоковых кодов, в которых последовательность элементарных сообщений источника разбивается на отрезки, каждый из которых преобразуется в определенную последовательность (блок) кодовых символов. При этом закодированная последовательность становится последовательностью независимых кодовых слов одинаковой длины. Для декодера двоичного блокового кода (n,k), на вход которого поступают Q-ичные кодированные символы, а на выходе формируются K-кратные декодированные Q-ичные информационные символы, вероятность ошибки при декодировании с жестким решением в Q-ичном символе определяется из приведенного выше выражения (2.78)

$$P_{E_k} \approx \frac{d}{n}\sum_{i=t+1}^{d}\binom{n}{i}P_e^i(1-P_e)^{n-i} + \frac{1}{n}\sum_{i=d+1}^{n} i\binom{n}{i}P_e^i(1-P_e)^{n-i}, \quad (5.32)$$

где d - минимальное расстояние между кодовыми словами; $t=\left\lfloor\frac{d-1}{2}\right\rfloor$ - максимальное число поддающихся исправлению ошибок в символах на одно кодовое слово.

5.2.3. Анализ средней вероятности ошибки на бит информации

Используя выражение (5.26) и входящие в него зависимости, характеризующие УВО на бит $P_d(l)$, можно провести анализ СВО на бит информации P_E. Однако применение в СРС с ППРЧ помехоустойчивого кодирования наиболее эффективно в условиях воздействия наихудших помех. Характеристику наихудших помех ($\gamma=\gamma_{opt}$) для выбранного кода и заданных значений E_s/G_0, E_s/G_j, M и L можно получить, решая уравнение:

$$dP_E/(d\gamma)|_{\gamma=\gamma_{opt}}=0$$

или, в крайнем случае, $dP_d(l)/(d\gamma)|_{\gamma=\gamma_{opt}}=0$.

При этом задачу оптимизации можно решать не только для системы РЭП (относительно γ *и* P_j*), когда определяется функция* $\max P_E(\gamma_{opt})$, *но и для СРС (относительно* L*).* Для этого, очевидно, должны быть найдена функция $\min\max P_E(L_{opt},\gamma_{opt})$ и соответствующие оптимальные значения параметров L_{opt}, γ_{opt}. Из-за сложности и многофакторности выражения (5.27) его оптимизация в явном виде затруднительна. В этом случае задача оптимизации СВО на бит P_E и выбор параметров γ_{opt} и L_{opt} могут быть решены численным методом. Учитывая изложенное и результаты [15], ниже приведены некоторые количественные оценки воздействия наихудших помех на M-ичную СРС с ППРЧ, в которой применяются блоковые коды и частотное разнесение кодовых слов.

При этом сравнение эффективности различных видов кодов производится при условии постоянной скорости передачи информации, так как применяемые в СРС коды и кратность разнесения кодового слова предназначаются для обеспечения помехоустойчивости СРС при заданной ограниченной энергии сигнала.

В табл.5.2 [15] приведены требуемые значения отношения сигнал-помеха E_s/G_j для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ при использовании двоичных блоковых кодов, обеспечивающих СВО на бит на уровне P_E=10^{-5}, в условиях наихудшей шумовой помехи в части полосы γ_{opt} и оптимального частотного разнесения кодового слова L_{opt}.

Таблица 5.2

Рабочие характеристики СРС с ППРЧ и блоковым кодированием

		E_s/G_0 = 15 дБ			E_s/G_0 = 30 дБ		
Вид кода	Максимальное число исправляемых ошибок, t	Требуемое отношение E_s/G_j, дБ	Оптимальное разнесение, L_{opt}	Оптимальная часть полосы помех, $\gamma=\gamma_{opt}$	Требуемое отношение E_s/G_j, дБ	Оптимальное разнесение, L_{opt}	Оптимальная часть полосы помех, $\gamma=\gamma_{opt}$
Без кодирования	0	24,70	3	0,05	15,79	9	0,70
Код Хэмминга (7,4)	1	22,28	2	0,11	15,40	5	0,71
Код Голея (23,12)	3	16,97	2	0,47	13,71	3	0,64
Код БЧХ (127,92)	5	15,04	2	0,37	12,65	4	0,81
Код БЧХ (127,64)	10	14,80	2	0,85	12,53	3	0,87
Код БЧХ (127,36)	15	17,02	1	0,28	13,71	2	0,74

Анализ таблицы показывает:

1) требуемое отношение сигнал-помеха E_s/G_j для реализации заданной ошибки на бит P_E=10^{-5} существенным образом зависит от собственных шумов приемного устройства (отношения сигнал-шум E_s/G_0). Так, при E_s/G_0= 15 дБ и E_s/G_0= 30 дБ отличие требуемого значения E_s/G_j лежит в пределах 9 дБ для сигналов с ППРЧ без кодирования и в пределах 3...7 дБ при кодировании;

2) оптимальное число частотных элементов L_{opt}, на которые разбивается кодовое слово, а также оптимальная ширина подавляемой полосы частот γ_{opt}, как и требуемое отношение сигнал-помеха E_s/G_j, в значительной мере определяются отношением сигнал-шум E_s/G_0. Например, повышение отношения сигнал-шум E_s/G_0 с 15 дБ до 30 дБ в условиях кодирования приводит к увеличению оптимальной кратности разнесения в 1,5...2,5 раза и к расширению оптимальной полосы в 1,4...6,4 раз. Таким образом, при существующих на практике отношениях E_s/G_0 нельзя пренебрегать собственными шумами приемника;

3) использование кодирования для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ при заданной СВО на бит $P_E=10^{-5}$ приводит, по сравнению с аналогичной СРС, но без кодирования, к уменьшению требуемого отношения сигнал-помеха E_s/G_j. Так, использование кода БЧХ (127,64) позволяет снизить требуемое отношение сигнал-помеха E_s/G_j на 10 дБ при $E_s/G_0=15$ дБ и на 3,26 дБ при $E_s/G_0=30$ дБ.

На рис.5.4-5.7, заимствованных из [15], изображены графики зависимости СВО на бит P_{E_K} для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ в условиях воздействия наихудших помех $\gamma=\gamma_{opt}$ при использовании блоковых кодов с параметрами из табл.5.2 с оптимальным разнесением кодового слова на L_{opt} частотных составляющих.

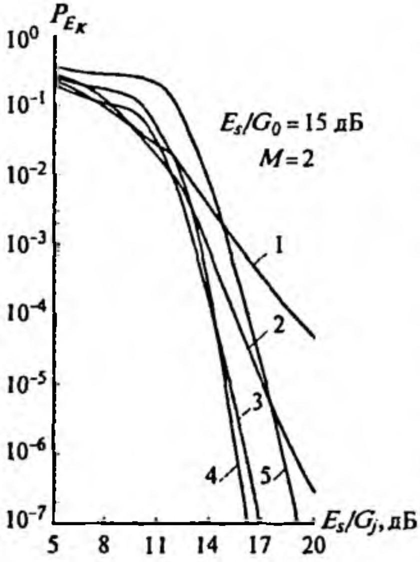


Рис. 5.4.

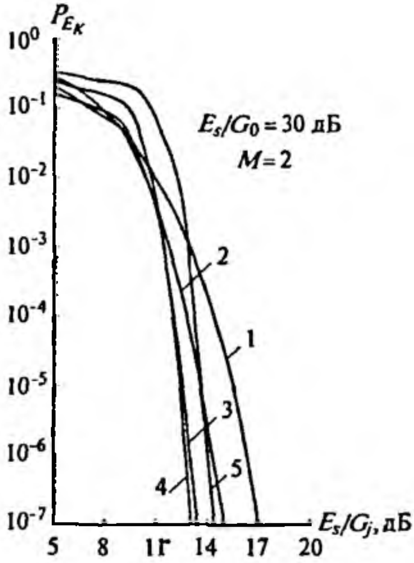


Рис. 5.5.

Графики на указанных рисунках соответствуют: 1 - коду Хэмминга (7,4); 2-коду Галея (23,12); 3,4,5 - кодам БЧХ с параметрами (127,92), (127,64), (127,36).

При этом на рис.5.4-5.6 изображены графики вероятности ошибки P_{E_K} на декодированный бит как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j для СРС с ППРЧ и двоичной ЧМ при применении блоковых кодов, оптимальном разбиении кодового слова на L_{opt} частотных составляющих в условиях действия наихудшей шумовой помехи в части полосы γ_{opt} для отношения сигнал-шум $E_s/G_0=15$ дБ (рис.5.4), $E_s/G_0=30$ дБ (рис.5.5) и $E_s/G_0\to\infty$ (рис. 5.6).

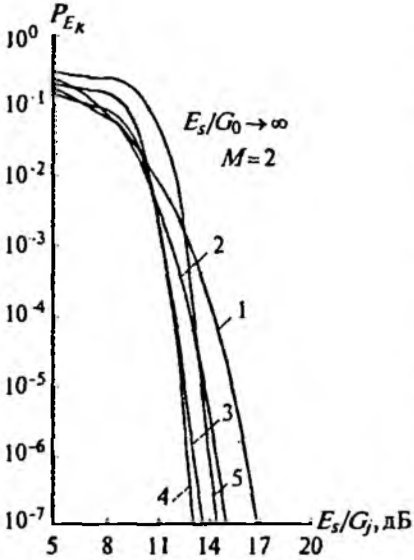


Рис. 5.6.

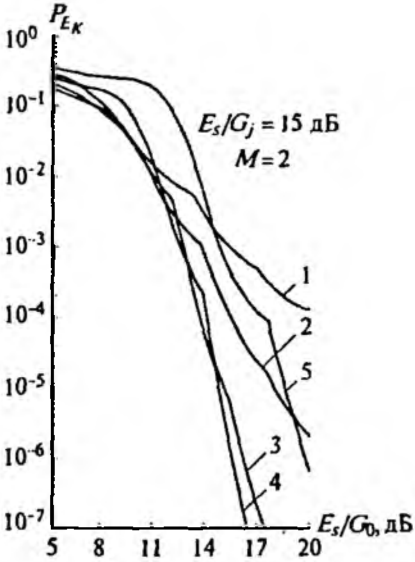


Рис. 5.7.

На рис.5.7 приведены графики зависимости СВО на бит P_{E_K} как функции отношения сигнал-шум E_s/G_0 для двоичных блоковых кодов (Хэмминга, Голея и БЧХ) при использовании сигналов с ППРЧ и двоичной ЧМ в случае оптимального разнесения кодового слова на L_{opt} частотных составляющих, в условиях наихудших шумовых помех в части полосы γ_{opt} для отношения сигнал-помеха $E_s/G_j = 15$ дБ.

Графики зависимости СВО P_{E_K} на декодированный бит как функции отношения сигнал-помеха E_s/G_j для СРС с ППРЧ и 8-ичной ЧМ при применении кодирования для случая оптимального разнесения кодового слова на L_{opt} частотных составляющих, наихудшей шумовой помехи γ_{opt} и отношения сигнал-шум $E_s/G_0 = 15$ дБ изображены на рис.5.8 Графики на рис.5.8 соответствуют: 1 - коду Хэмминга (7,4); 2 - коду Голея (23,12).

Приведенные на рис.5.4-5.8 графики зависимости СВО на бит P_{E_K} имеют изломанную форму, что объясняется дискретными значениями оптимального разнесения кодового слова на частотные элементы, которое выражается целым числом.

Анализ графиков СВО на бит (рис.5.4-5.7) позволяет провести сравнительную оценку эффективности различных двоичных блоковых кодов в условиях наихудших помех (γ_{opt}) и оптимального частотного разнесения кодового слова (L_{opt}) по отношению сигнал-помеха E_s/G_j (рис.5.4-5.6) или по отношению сигнал-шум E_s/G_0 (рис.5.7) при заданном уровне СВО на бит (или по уровню СВО на бит при заданных значениях E_s/G_j и E_s/G_0).

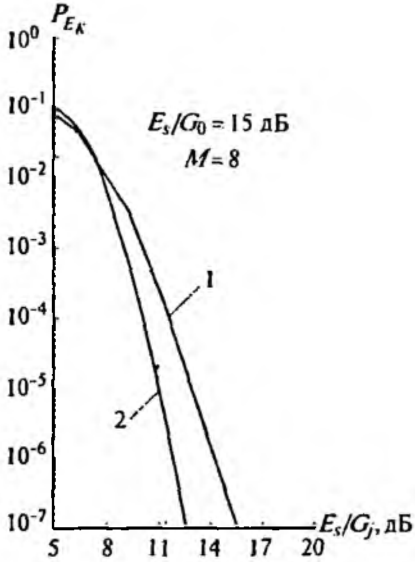


Рис. 5.8.

Графики зависимости СВО на бит на рис.5.8 показывают, что при заданной вероятности ошибки, например, на уровне $P_E=10^{-7}$ СРС с ППРЧ и 8-ичной ЧМ имеют выигрыш по отношению сигнал-помеха E_s/G_j примерно на 7...8 дБ по сравнению с двоичной СРС, в то время как без кодирования выигрыш 8-ичной СРС составляет примерно 3 дБ (см.рис.2.14).

Из изложенных выше материалов видно, что *совместное использование в СРС с ППРЧ М-ичной ЧМ, двоичных блоковых кодов с прямым исправлением ошибок, L-кратного частотного разнесения кодового слова и нелинейного сложения выборок сигнала является эффективным способом повышения помехоустойчивости СРС в условиях наихудших шумовых помех в части полосы.*

Глава 6

СИНХРОНИЗАЦИЯ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

6.1. Назначение подсистемы синхронизации

Прием и обработка любых широкополосных сигналов, включая сигналы, спектр которых расширяется методом ППРЧ, требуют точной синхронизации между опорной псевдослучайной последовательностью (ПСП) приемника и передаваемой ПСП. Только в случае, когда параметры принимаемого сигнала, в том числе и его запаздывание во времени, известны в точке приема, возможна эффективная работа приемного устройства СРС. В реальных условиях по целому ряду причин (нестабильность генераторов ПСП в передатчике и приемнике, задержка сигнала при распространении от передатчика к приемнику и др.) точный момент прихода сигнала на вход приемника неизвестен. Неизвестной (смещенной) в точке приема может быть и частота принимаемого сигнала, в основном по причине ее доплеровского смещения за счет относительного перемещения носителей приемника и передатчика СРС. При дальнейшем изложении частотное смещение сигнала не учитывается и рассматривается только синхронизация по времени (временная синхронизация). В этом случае на приемной стороне должны быть приняты меры по совмещению во времени опорной и приходящей ПСП и поддержанию этого состояния во время передачи сообщения. Требуемые меры возлагаются на подсистему синхронизации СРС [1,2,4,54-59].

При расширении спектра сигнала методом ППРЧ его рабочая частота скачкообразно изменяется. *Устройство, скачкообразно изменяющее частоту сигнала в соответствии с заданной ПСП, назовем формирователем сигналов с ППРЧ,* структурная схема которого приведена на рис.6.1. Программа $f_{\text{пр}}(t)$, в соответствии с которой перестраивается частота, создается ГПС кода и представляет собой последовательность неперекрывающихся прямоугольных импульсов длительностью T_h

$$f_{\text{пр}}(t) = f_i, \quad iT_h \le t \le (i+1)T_h, \quad i = \overline{1,N}, \tag{6.1}$$

где T_h - время работы на одной частоте (длительность частотного элемента сигнала); N - число частот в программе $f_{\text{пр}}(t)$.

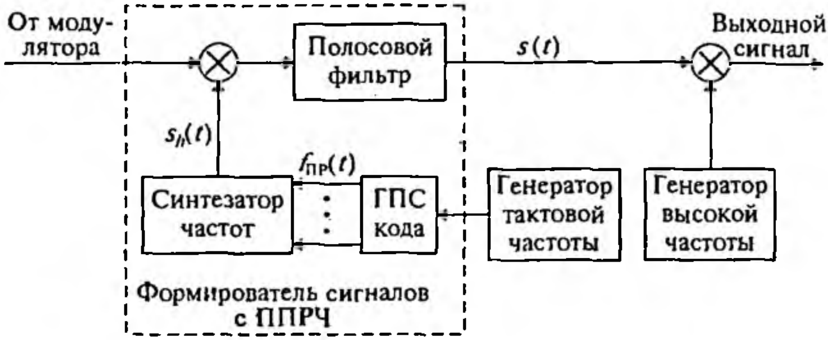


Рис. 6.1.

Все частоты f_i выбираются из множества отведенных для перестройки частот. Программа перестройки $f_{ПР}(t)$ подается на синтезатор частот, который вырабатывает сигнал вида:

$$s_h(t) = A\cos[2\pi f_{ПР}(t) + \alpha(t)], \tag{6.2}$$

где A - амплитуда сигнала; $\alpha(t)$ - случайный сдвиг фазы, вносимый синтезатором при переключении частот (считается постоянным за время работы на одной частоте).

Сигнал с выхода синтезатора перемножается с сигналом, поступающим от модулятора. Результирующий сигнал фильтруется в полосовом фильтре, который подавляет ненужные частотные составляющие. На выходе фильтра формируется сигнал вида:

$$s(t) = \sqrt{2P_s}\cos[2\pi\tilde{f}(t) + \tilde{\varphi}(t)], \tag{6.3}$$

где $\tilde{f}(t)=f_M+m(t)\Delta f+f_{ПР}(t)$; $\tilde{\varphi}(t)=\psi(t)+\alpha(t)$; $m(t)$ - последовательность положительных и отрицательных импульсов, $m(t)=\pm1$; Δf - половина разноса между частотами манипуляции; $\psi(t)$ - фаза, вносимая частотным модулятором, которая предполагается постоянной при передаче каждого символа информации; f_M - средняя частота модулятора

Если формирование сигнала происходило на промежуточной частоте, то требуется перенос сигнала на радиочастоту в дополнительном смесителе, после чего сигнал излучается. При распространении сигнала в канале передачи к нему добавляются непреднамеренные и организованные помехи $J(t)$, а на вход приемника - и собственные шумы $n(t)$ последнего. В результате на вход приемника СРС поступает сигнал

$$x(t) = a(t)s(t-\tau) + J(t) + n(t), \tag{6.4}$$

где $a(t)$ - коэффициент передачи канала; τ - задержка приходящего сигнала относительно некоторого условного отсчета времени.

В приемнике СРС с ППРЧ для выделения переданного сигнала производится устранение скачков частоты (так называемая свертка ППРЧ) и демодуляция, а при кодированном сигнале - и декодирование. Устранение скачков частоты сигнала с ППРЧ выполняется путем перемножения принятого сигнала на опорный (местный) сигнал приемника. В результате формируется функция корреляции двух сигналов (функция неопределенности). Но так как момент прихода сигнала на вход приемника точно неизвестен, то образуемая на выходе коррелятора сигналов с ППРЧ взаимнокорреляционная функция (ВКФ) может иметь очень малую величину. Задача подсистемы синхронизации заключается в максимизации этой функции, что достигается в случае, когда принимаемая и опорная последовательности ППРЧ (программы $f_{\text{пр}}(t)$) достаточно точно совмещаются во времени.

Очевидный путь решения данной задачи - сначала обнаружить каким-либо способом принятый сигнал, а затем совместить его с опорным, - является в большинстве случаев практически нереализуемым, так как обнаружить в общем случае слабый сигнал на фоне шумов, не зная точного положения во времени программы его перестройки $f_{\text{пр}}(t)$, не представляется возможным. Таким образом, требуется осуществить обнаружение с одновременным измерением времени задержки (запаздывания) сигналов. При этом априорная неопределенность значения задержки может превышать ширину пика ВКФ.

Отсюда следует, что *на первом этапе синхронизации требуется установить положение главного пика ВКФ, т.е. обнаружить сигнал и хотя бы (с точностью до большей части ширины пика ВКФ T_h) оценить значение задержки. Данный этап реализуется режимом поиска.* Этот режим заключается в поиске по области временной неопределенности такого положения опорной программы перестройки частоты, при котором она ближе всего совпадает с программой приходящего сигнала. В большинстве случаев синхронизация в режиме поиска является периодической, т.е. устанавливаемой по положению любого главного пика периодической ВКФ [59]. В целях ускорения поиска и упрощения аппаратуры синхронизация может осуществляться не по всей длине программы перестройки, а по некоторой ограниченной ее части. Платой за это является увеличение уровня побочных максимумов ВКФ и уменьшение отношения сигнал-шум.

Тактовые частоты $1/T_h$ опорной и принимаемой программы перестройки рабочей частоты на этапе поиска обычно не синхронизируются, поскольку в СРС предпринимаются меры, чтобы их уход был незначителен. Кроме того, попытка точно измерить тактовую частоту перестройки в приходящем сигнале требует применения либо ряда параллельных обнаружителей с различными опорными тактовыми частотами, что серьезно усложняет приемник, либо последовательной процедуры, что дополнительно замедляет поиск. И то и другое обычно нежелательно. Поскольку на этапе приема информации ошибка должна быть сведена к минимуму, на подсистему синхронизации возлагается и функция точного выравнивания тактовых частот, но она выполняется только после первоначального обнаружения сигналов.

Помимо синхронизации программ перестройки частоты в СРС с ППРЧ, как и в любой другой цифровой СРС, для эффективной работы демодулятора требуется синхронизация разрядов кодовой последовательности (частоты $1/T_b$), а в общем случае и кодовых слов и кадров. При наличии шума наилучший демодулятор представляет собой оптимальный приемник, который может быть реализован в виде коррелятора или согласованного фильтра. Работа коррелятора требует точной синхронизации принятого и опорного битовых сигналов, следующих с тактовой частотой кода, а также установления моментов включения и выключения (сброса) интегратора. В согласованном фильтре требуется брать отсчеты в моменты, когда выходной сигнал достигает максимума. Как видно, в любом варианте демодулятор может эффективно функционировать только при достигнутой синхронизации разрядов кода.

Заметим, что при межсимвольной ППРЧ, когда $T_h / T_b = n$, где n - целое число, после синхронизации программы перестройки можно сравнительно просто обеспечить синхронизацию разрядов кода путем умножения частоты на n. При внутрисимвольной ППРЧ, когда $T_b / T_h = L > 1$, переход от синхронизации перестройки частоты к синхронизации разрядов кода невозможен, и для выполнения последней операции требуются специальные сигналы [56].

После того как поиск завершился и начала осуществляться связь, становится важным ее не потерять, т.е. не выйти из синхронизма. С этой целью требуется поддержание максимально близкого совпадения опорной и приходящей программ перестройки частоты и выравнивание их тактовых частот. *Для обеспечения уверенности в том, что близкое совпадение программ $f_{\text{ПР}}(t)$ поддерживается, необходим специальный режим (соответственно и алгоритм) функционирования подсистемы синхронизации, а именно режим слежения.*

Учитывая изложенное, на рис.6.2 [4] изображена обобщенная структурная схема подсистемы синхронизации.

Рис. 6.2.

В этой подсистеме приходящий сигнал вначале захватывается опорным ГПС кода с использованием цепей поиска, а затем поддерживается в синхронизме цепями слежения. Более конкретная схема в значительной степени определяется тем, какой метод синхронизации выбран. Известно множество методов поиска и синхронизации, различающихся по своей универсальности (т.е. по степени пригодности для различных видов сигналов), быстроте сходимости и сложности реализации.

На рис.6.3 приведена одна из возможных схем классификации методов поиска и синхронизации [59].

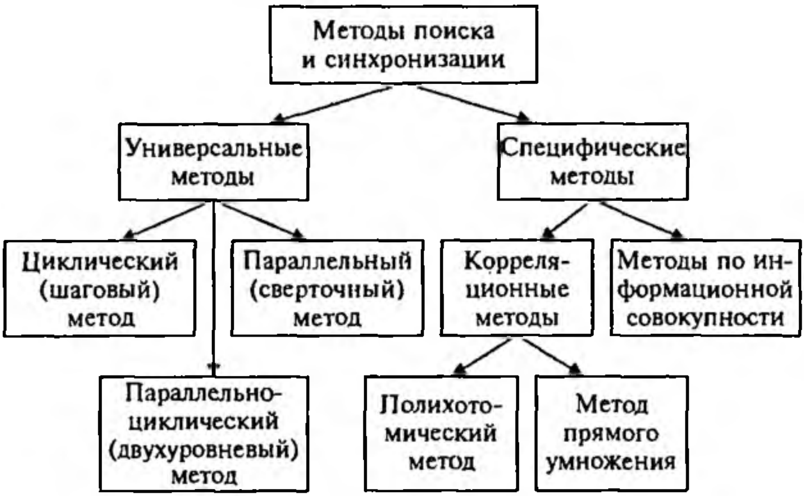


Рис. 6.3.

Выбор метода поиска и синхронизации зависит от многих факторов, определяемых назначением и тактико-техническими требованиями к СРС. В системах передачи информации наиболее распространенными являются универсальные методы поиска и синхронизации, которые не зависят от вида сигнала [54,55,59]. Универсальные методы реализуются путем вычисления ВКФ приходящего и опорного сигналов и определения точки ее максимума [59]. В режиме поиска, основным требованием которого является быстрота вхождения в синхронизм (захвата), положение пика ВКФ определяется достаточно грубо, но не хуже его ширины. В режиме слежения положение максимума уточняется и далее поддерживается. Одновременно в этом режиме контролируется сохранение захвата с той целью, чтобы отслеживался реальный (а не ложный) пик ВКФ. В случае установления факта срыва захвата подсистема синхронизации должна иметь возможность снова перейти в режим поиска, а затем и слежения.

Дальнейшее рассмотрение вопросов синхронизации будет проводиться применительно к дуплексной СРС. В такой системе передача сообщения начинается после получения сигнала от приемного устройства об установлении синхронизации. В случае, если произошел срыв захвата в ходе его контроля при передаче сообщения, то на приемной стороне СРС вырабатывается и передается сигнал об отсутствии синхронизации. При этом возобновляется процесс поиска сигнала с прерванной до этого позиции. О новом захвате передается сигнал на передающую сторону СРС и передача сообщения возобновляется с самого начала. Такая стратегия работы, при которой результаты синхронизации становятся известными на передающей стороне СРС, позволяет полностью реализовать возможности, заложенные в подсистеме синхронизации, и проследить динамику процесса синхронизации. Заметим, что в симплексной СРС для решения задачи синхронизации заранее устанавливается определенное „контрольное" время, за которое подсистема синхронизации должна войти в правильный захват. По истечении этого времени передатчик СРС начинает транслировать сообщение.

6.2. Описательная модель подсистемы синхронизации

6.2.1. Типовая структурная схема подсистемы синхронизации

Работу подсистемы синхронизации СРС с ППРЧ можно проиллюстрировать на примере подсистемы с циклическим поиском, как наиболее простой при практической реализации, укрупненная структурная схема которой изображена на рис.6.4 [54-57,59].

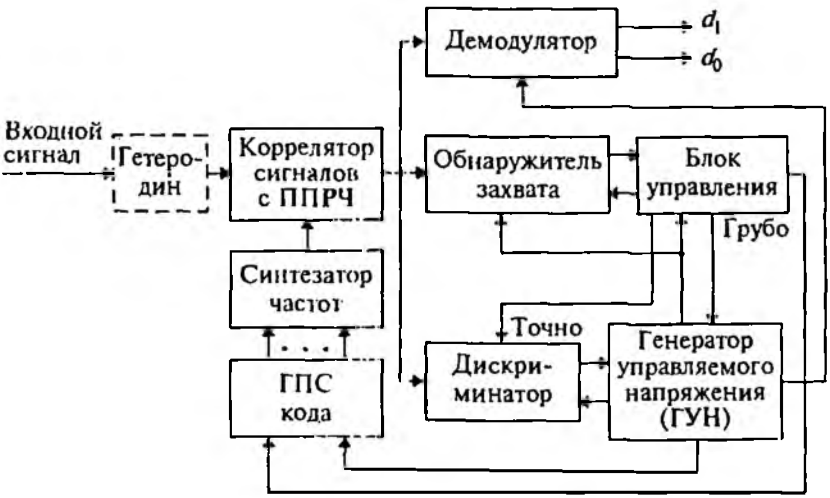


Рис. 6:4.

Основным опорным и динамическим элементом всей подсистемы синхронизации СРС с ППРЧ является управляемый по напряжению генератор (ГУН) тактовой частоты. Его сигналы служат как для настройки ГПС кода, так и для синхронизации отсчетов во всех других элементах приемника СРС. Как отмечалось, в корреляторе сигналов с ППРЧ в результате перемножения и усреднения приходящей и опорной программ $f_{\Pi P}(t)$ перестройки частоты формируется ВКФ. Решение о том, совпадает ли опорная программа, создаваемая ГПС кода, с приходящей программой, принимается в обнаружителе захвата, содержащем пороговое устройство. Если при начальном взаимном расположении программ перестройки частоты обнаружение не состоялось (порог не превышен), блок управления выдает команду ГУН задержать (сдвинуть) на один такт посылку стартового импульса опорной программы ГПС кода, совершая таким образом один шаг. Отметим, что *пошаговое смещение опорной программы в нужном направлении характеризует так называемую прямолинейную стратегию циклического поиска.*

Существуют и другие виды стратегии поиска [60], которые здесь не рассматриваются.

При прямолинейном циклическом поиске в целях гарантированного образования корреляции размер шага (сдвига) устанавливается меньшим тактового периода (длительности скачка частоты T_h), обычно он равен $T_h/2$ [4]. Отсюда следует, что ГУН должен работать с удвоенной частотой по отношению к тактовой частоте сигналов с ППРЧ. Поскольку все синхронизирующие сигналы в приемнике (за исключением начального) должны следовать с тактовой частотой перестройки, то в состав ГУН включается делитель частоты (на 2).

В случае принятия решения о том, что сигнал обнаружен и грубая синхронизация состоялась, с блока управления подается команда на переход к слежению. При этом срабатывает реле захвата и следящее кольцо (дискриминатор, ГУН) замыкается.

После отработки начального рассогласования, оставшегося от поиска, подсистема переходит в режим точной синхронизации (слежения), который сопровождает весь процесс приема сообщения. На этом этапе обнаружитель захвата обычно не отключается, но его функция видоизменяется; теперь он служит для контроля состояния захвата. Поскольку состояние захвата должно поддерживаться в течение всего времени приема сообщения, то необходимы меры для того, чтобы обнаружитель не допускал преждевременного пропуска сигнала. С этой целью на этапе слежения может быть повышена вероятность обнаружения сигналов как за счет снижения уровня порога обнаружения (что допустимо, поскольку вероятность наличия сигнала теперь высока), так и за счет увеличения времени интегрирования сигнала, т.е. числа суммируемых скачков частоты (что также допустимо, поскольку это не увеличивает время поиска). Отсюда следует, что блок управления, в памяти которого хранится программа действий, должен быть связан с обнаружителем захвата и ГПС кода. Необходимость последней связи возникает в том случае, когда программа перестройки частоты на этапе передачи сообщения изменяется.

6.2.2. Типовые структурные схемы и алгоритмы функционирования основных устройств подсистемы синхронизации

Рассмотрим типовые структурные схемы и алгоритмы устройств подсистемы синхронизации применительно к СРС с двоичной ЧМ. В таких СРС используется согласованная фильтрация с помощью двух полосовых фильтров (частоты f_1 и f_2) с шириной полосы каждого фильтра F_h (рис.6.5).

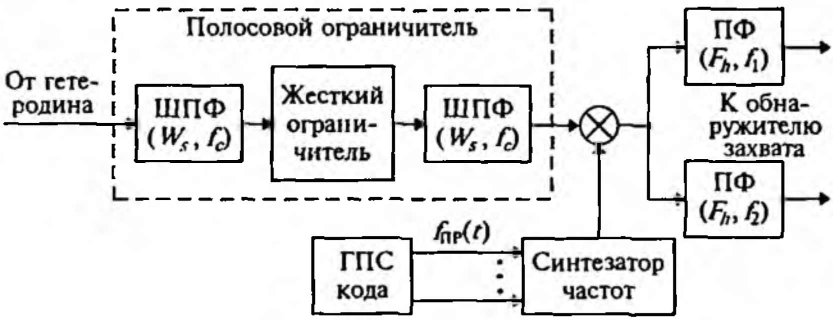


Рис. 6.5.

Входные цепи коррелятора включают полосовой ограничитель, предназначенный для подавления импульсных помех и уменьшения динамического диапазона сигналов. Ограничитель состоит из двух ШПФ, полосы пропускания которых в общем случае равны полному спектру сигнала с ППРЧ W_s, и включенного между ними жесткого ограничителя.

Важно отметить, что алгоритм циклического поиска, использующий одноканальную схему, реализуется наиболее просто среди всех методов поиска. Но так как этот алгоритм является последовательным, то время поиска сравнительно большое, что становится особенно заметным, если область начальной неопределенности момента прихода сигнала велика. Возможный путь ускорения поиска заключается в переходе от одноканального коррелятора к многоканальному коррелятору, т.е. к параллельному методу поиска (текущему методу поиска). Применительно к СРС с ППРЧ это означает что перемножитель (смеситель) (см. рис.6.5) заменяется совокупностью из $K_п$ параллельно включенных перемножителей (по числу используемых при перестройке различных частот), частоты опорных сигналов которых упорядочены в соответствии с программой ППРЧ $f_{\text{пр}}(t)$ [4]. В результате, когда на вход приемника поступает передаваемая программа ППРЧ, каждый ее частотный элемент длительностью T_h упорядоченно переносится на общую промежуточную частоту (с разнесением по двум каналам, соответствующим двоичной ЧМ).

Далее выходные сигналы перемножителей задерживаются последовательно убывающей (на длительность частотного элемента) величиной задержки (начиная с задержки, равной $K_{\text{п}}/T_h$, если программа состоит в точности из $K_{\text{п}}$ элементов) и складываются. В результате по мере поступления скачкообразного сигнала „пассивным" путем формируется вся ВКФ. Текущий поиск посредством многоканального коррелятора протекает в реальном масштабе времени, но его реализация более сложна (число каналов в $K_{\text{п}}$ раз больше, чем при циклическом поиске). Известны и комбинированные (двухуровневые) методы, объединяющие достоинства двух основных методов [61].

В большинстве же случаев (особенно в сочетании с системой единого времени) наиболее целесообразным является применение в СРС с ППРЧ циклического метода поиска и синхронизации.

Решение о том, совпадает ли опорная ПСП с приходящей ПСП принимается в обнаружителе захвата, простейшая структурная схема которого изображена на рис.6.6.

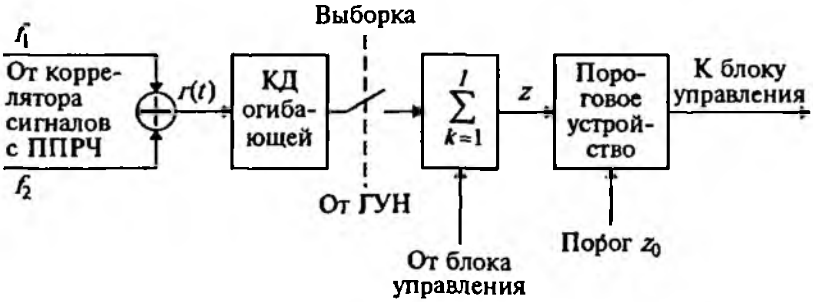


Рис. 6.6.

Поскольку для синхронизации информационная модуляция несущественна, то оба информационных канала СРС, разнесенные по частоте на $\Delta f = |f_1 - f_2|$, объединяются в один, и, кроме того, становится возможным суммировать (некогерентным путем) множество элементов сигнала, не обращая внимание на длительность разряда (бита) информационного кода. Число частотных элементов, по которым устанавливается синхронизация, может охватывать либо всю программу перестройки рабочей частоты, либо только ее часть в целях ускорения вхождения в синхронизм. Полное число суммируемых элементов при межсимвольной

ППРЧ составляет nl, а при внутрисимвольной ППРЧ - l. Соответственно время суммирования (интегрирования) равно

$$T = \begin{cases} nlT_h & \text{при межсимвольной ППРЧ;} \\ lT_h & \text{при внутрисимвольной ППРЧ,} \end{cases}$$

где l - протяженность синхропоследовательности, выраженная числом скачков частоты.

Тактовые импульсы от ГУН определяют моменты отсчета при формировании выборки, когда достигают пика автокорреляционные функции частотных элементов. Обработка синхропоследовательности в обнаружителе захвата завершается сравнением полученного значения напряжения z с пороговым уровнем z_0. Обнаружение сигнала считается состоявшимся, если через время T выходное напряжение обнаружителя z превысит пороговый уровень z_0.

Квадратичный детектор, включенный в схему обнаружителя захвата (рис.6.6), позволяет реализовать близкий к оптимальному приемник при малых отношениях сигнал-шум и белом гауссовском шуме на входе [62]. В целом *обнаружитель захвата подсистемы синхронизации представляет собой типичный некогерентный приемник*. Выходное напряжение z в рассматриваемой схеме формируется путем суммирования огибающей квадратичного детектора за l скачков рабочей частоты сигнала. Поэтому при действии смеси сигнала и помехи в виде БГШ с нулевым средним одномерная плотность распределения вероятности $f_s(z_н)$ выходного напряжения может быть описана выражением

$$f_s(z_н) = \frac{1}{2}\left(\frac{z_н}{\lambda_s}\right)^{\frac{l-1}{2}} \exp\left(-\frac{z_н + \lambda_s}{2}\right) I_{l-1}\left(\sqrt{z_н \lambda_s}\right), \quad z_н \geq 0, \qquad (6.5)$$

где $z_н$ - нормированная переменная; λ_s - параметр нецентральности, $\lambda_s = 2lP_s/\sigma_0^2$; P_s - средняя мощность принятого сигнала; σ_0^2 - дисперсия гауссовского шума, $I_{l-1}(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода.

В этом случае вероятность обнаружения сигнала (или синхронизации)

$$P_D = P\{z_н \geq z_0\} = \int_c^\infty f_s(z_н)\,dz_н\,, \qquad (6.6)$$

где c - значение нормированного порога, $c = z_0/\sigma_0^2$.

Интеграл в (6.6) может быть представлен в виде обобщенной Q-функции Маркума. В результате получим [61,63]

$$P_D = Q_l(\sqrt{\lambda_s}, \sqrt{c}). \qquad (6.7)$$

Вероятность пропуска обнаружения синхронизации $P_{\text{пр}}$ можно определить как

$$P_{\text{пр}} = 1 - Q_I(\sqrt{\lambda_s}, \sqrt{c}). \qquad (6.8)$$

В свою очередь, вероятность ложного обнаружения синхронизации P_F определяется вероятностью того, что порог c превышается выходным напряжением z при отсутствии сигнала

$$P_F = Q_I(0, \sqrt{c}). \qquad (6.9)$$

Для поддержания синхронного состояния приемника СРС во время выделения информации (т.е. во время слежения) используется временной дискриминатор (схема автоматической подстройки времени), структурная схема которого изображена на рис.6.7.

Рис. 6.7.

Дискриминатор обеспечивает работу почти всех устройств подсистемы синхронизации (исключая обнаружитель захвата). В подсистеме синхронизации с циклическим поиском работа дискриминатора происходит следующим образом (рис.6.8). Пусть после завершения поиска остаточная ошибка синхронизации составляет τ_0 (опорная последовательность опережает входную). На выходе полосовых фильтров коррелятора (см.рис.6.5) имеет место сигнал произведения программ перестройки в случае, когда эти программы перекрываются во времени, и отсутствует сигнал в противном случае. Следовательно, сигнал $U_d(t)$ на выходе амплитудного ограничителя дискриминатора (см.рис.6.7) равен единице, когда программы $f_{\text{пр}}(t)$ перекрываются, и нулю - в противном случае. На смеситель дискриминатора вместе с сигналом $U_d(t)$ подается сигнал от ГУН $U_c(t)$, представляющий собой клиппированную синусоиду с частотой $2/T_h$ (расщепленный строб). На выходе смесителя образуется трехуровневый сигнал $U_g(t)$, который после прохождения через низкочастотный фильтр превращается в сигнал ошибки $U_f(t)$. Под его воздействием ГУН линейно изменяет частоту следования тактовых импульсов

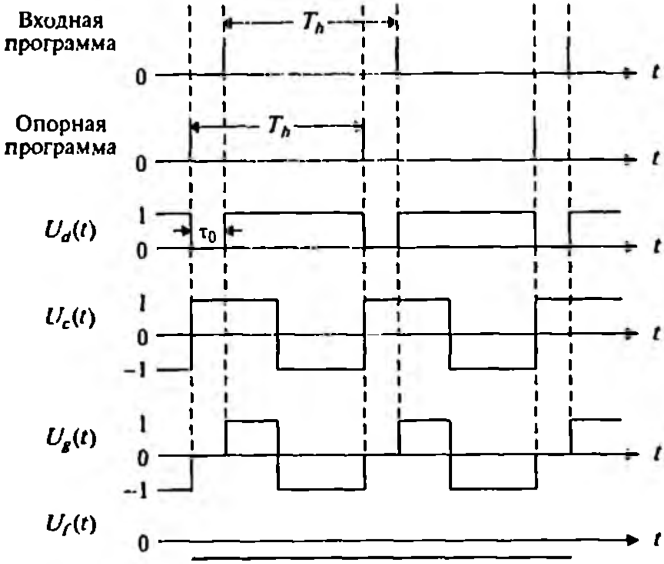


Рис. 6.8.

$$\omega_h(t) = \omega_{h,0} + KU_f(t), \tag{6.10}$$

где $\omega_{h,0}$ - собственная частота ГУН, K - коэффициент пропорциональности.

Разность тактовых частот $\Delta\omega(t)$ опорной $\omega_h(t)$ и приходящей $\omega_{h,\text{пр}}(t)$ программ ППРЧ имеет вид:

$$\Delta\omega(t) = \omega_h(t) - \omega_{h,\text{пр}}(t) = \omega_{h,0} - \omega_{h,\text{пр}}(t) + KU_f(t). \tag{6.11}$$

Относительное положение во времени тактовых импульсов (фаза) $\tau(t)$ может быть определено из соотношения

$$\Delta\omega_h(t) = d\tau(t)/dt. \tag{6.12}$$

Следовательно,

$$\tau(t) = \tau_0 + \int_0^t \Delta\omega_h(u)\,du, \tag{6.13}$$

где τ_0 - начальное смещение синхропоследовательностей после завершения поиска (начальная фаза), $|\tau_0| \le T_h/2$.

Учитывая (6.13) и считая, что на протяжении времени приема сообщения тактовая частота приходящей программы не изменяется (т.е. $\omega_{h,\text{пр}}$=const), имеем:

$$\tau(t) = \tau_0 + (\omega_{h,0} - \omega_{h,\text{пр}})t + K\int_0^t U_f(u)\,du. \tag{6.14}$$

Из полученного выражения следует, что если знак сигнала ошибки $U_f(t)$ противоположен знаку суммы двух первых слагаемых в (6.14), то система стремится к состоянию, в котором $\tau(t)=0$. Именно это и происходит в схеме автоматической подстройки времени (дискриминаторе), как это видно из эпюр напряжений на рис.6.8 и дискриминационной характеристики $U_f(t)$, изображенной на рис.6.9.

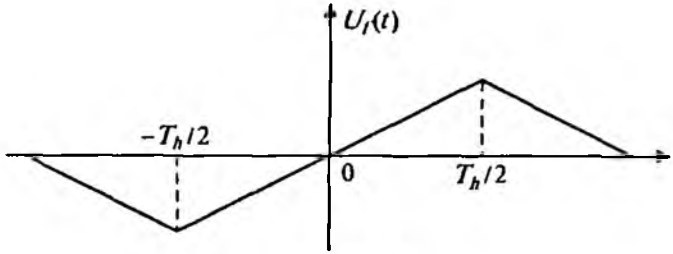


Рис. 6.9.

Поскольку обычно $\omega_{h,0} \cong \omega_{h,\text{пр}}$, то основной функцией подсистемы синхронизации в режиме слежения является поддержание ошибки синхронизации τ_0 вблизи нуля.

Для реализации стратегии поиска-захвата и управления параметрами подсистемы синхронизации в основные моменты ее переходов из одного состояния в другое служит блок управления. Этот блок обеспечивает следующие переходы: из состояния поиска в состояние необнаружения (совершение шага поиска); из состояния поиска в состояние захвата (переход к слежению); из состояния захвата в состояние необнаружения (срыв слежения, переход к поиску с совершением одного шага). Блок управления, структурная схема которого изображена на рис.6.10, состоит из программируемых элементов, в память которых заложена требуемая логика поиска-захвата, и управляющих элементов, формирующих необходимые команды.

Рис. 6.10.

Выбор стратегии поиска-захвата оказывает большое влияние на время, требуемое для достижения синхронизации. Так как желательно быстрое обнаружения сигнала на каждом цикле поиска, то полное время накопления частотных элементов в обнаружителе захвата должно быть как можно короче, но, вполне очевидно, что для обеспечения высокой вероятности требуется большое время. Компромисс между этими противоречивыми требованиями может быть найден путем оптимизации среднего времени поиска.

Одна из типовых стратегий поиска-захвата показана на рис.6.11 в виде схемы состояний и переходов [64], на которой обозначено: l_0, l_1 - число частотных элементов ПСП, интегрируемых на каждом этапе в режимах поиска и слежения.

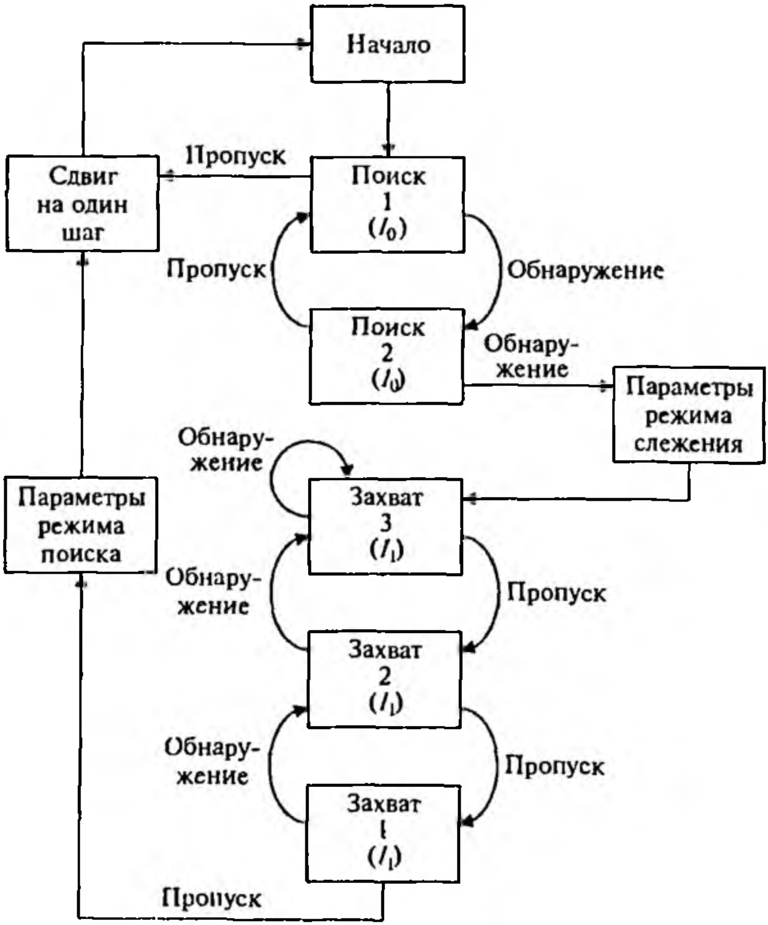


Рис. 6.11.

Этот тип стратегии называют стратегией счета „вверх-вниз". Начальному состоянию - поиск 1 - присваивается счет 1. Каждое обнаружение увеличивает счет на единицу, а пропуск (непревышение порога) уменьшает счет на единицу. Достижение счета 0 означает, что опорная программа перестройки должна быть сдвинута на один шаг ($T_h/2$) при параметрах системы, соответствующих режиму поиска, после чего счет возвращается к 1. При этом логика поиска-захвата следующая: захват считается состоявшимся (и система переходит в режим слежения), если произошло два обнаружения подряд при одном положении программы перестройки (достижение счета 3); захват считается сорвавшимся (и система вновь переходит к поиску), если произошло подряд три непревышения порога в обнаружителе захвата (достигается счет 0).

Важной особенностью данной стратегии является то, что при переходе из одного режима в другой изменяются параметры обнаружителя захвата (время суммирования от $l_0 T_h$ к $l_1 T_h$ и значение порога), ГПС кода (программы ППРЧ), а также логика поиска-захвата. Это обусловлено тем, что в режиме слежения подсистема синхронизации находится продолжительное время (время приема сообщения) и недостаточно высокая вероятность обнаружения здесь может вызвать преждевременное (ложное) решение о срыве захвата, в результате чего синхронизация будет нарушена.

Поскольку переход в режим слежения эквивалентен предположению о правильной синхронизации, то представляется целесообразным уменьшить величину порога z_0 с тем, чтобы повысить вероятность обнаружения. Процедура решения заключается в испытании отношения правдоподобия, величина порога при этом в общем случае зависит от априорной вероятности гипотезы о наличии сигнала (с тем или иным положением программы ППРЧ) [61]. В режиме поиска эта вероятность обычно мала и наиболее подходящим критерием при проверке гипотез является критерий Неймана-Пирсона (фиксируется на заданном уровне вероятность ложной тревоги). Для случая, когда захват состоялся, большее значение приобретает апостериорная вероятность правильной синхронизации (т.е. вероятность наличия сигнала с конкретным положением программы ППРЧ). Эта вероятность является априорной при испытании гипотез в режиме слежения, и, очевидно, порог обнаружения может быть понижен, чтобы отдать предпочтение более вероятной гипотезе.

В режиме слежения, как отмечалось, также может быть увеличено время интегрирования (суммирования) в обнаружителе захвата, поскольку время поиска при этом не увеличивается, а среднее время поддержания захвата растет. Конечно, с увеличением времени нахождения в захвате вероятность потери захвата (срыва слежения) в конечном счете приближается к 1, но для разумных интервалов времени вероятность сохранения захвата может быть сделана достаточно высокой для практических целей [64].

Увеличение времени фиксации факта потери захвата приводит и к тому, что изменяется процесс выхода из ложного захвата, обусловленного ложными тревогами, что увеличивает время поиска. Однако, если вероятность ложного захвата невелика, что может быть достигнуто и за счет усложнения логики захвата, то среднее время поиска не будет существенно увеличено.

На рис.6.12 приведена одна из наиболее простых для технической реализации структурных схем подсистемы синхронизации сигналов с ППРЧ, в которой схема обнаружения ступенчатого последовательного поиска объединена со схемой слежения [63].

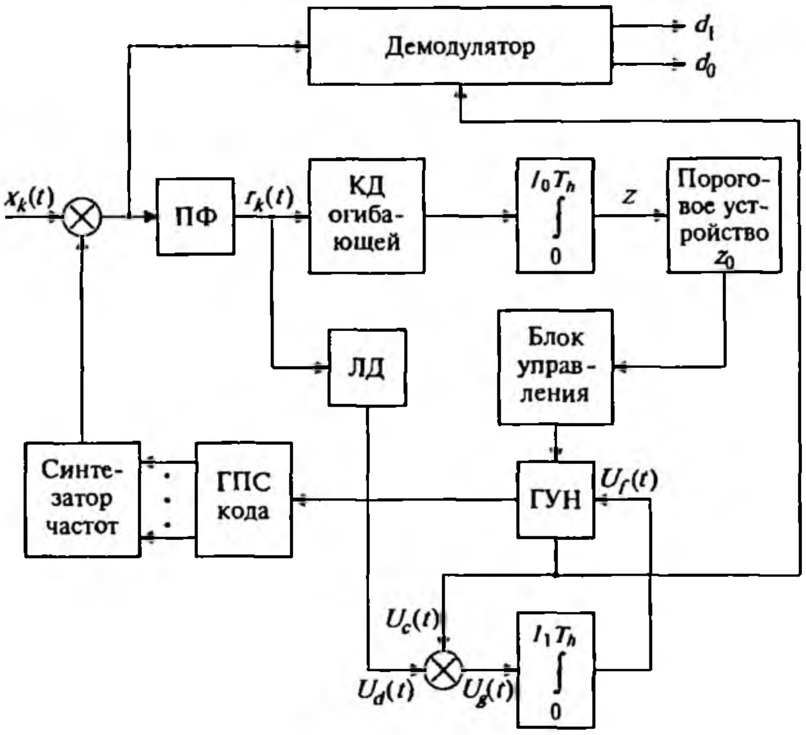


Рис. 6.12.

Схема грубого обнаружения обеспечивает обнаружение принимаемой программы ППРЧ примерно до половины кодового бита (или частотного элемента $T_h/2$), а для более точного обнаружения и устойчивой синхронизации имеется схема слежения, в качестве которой может быть использован контур, применяемый в радиолокационных станциях, обеспечивающих сопровождение целей по дальности [63].

Другие возможные схемы слежения за задержкой сигналов, применяемые в СРС с ППРЧ, подробно рассмотрены в [58].

Простейшей стратегией для рассматриваемой подсистемы синхронизации является: возврат подсистемы синхронизации в режим поиска при одиночном непревышении порога z_0 выходным напряжением z; для более сложной стратегии управления (для перехода подсистемы синхронизации в режим поиска) требуется несколько случайных непревышений порога z_0 выходным напряжением z.

6.3. Показатели и оценка эффективности циклических процедур поиска

Как отмечалось выше, назначением подсистемы синхронизации является введение СРС в работоспособное состояние и поддержание этого состояния в течение передачи сообщения. Исходя из назначения подсистемы синхронизации, определяются показатели эффективности и их характеристики.

Рассмотрим эффективность циклических процедур поиска с поочередным алгоритмом обзора поискового пространства Ω. Правила функционирования таких процедур поиска подробно описаны в [56,57,59,65,66] и имеющейся в них библиографии. Далее используются модель, терминология и обозначения, принятые в [66].

Будем рассматривать упрощенную математическую модель, когда случайный процесс $\theta(t)\in\Omega$, $t\geq 0$, аппроксимируется дискретным марковским процессом $\theta(k)\in\Omega^{(m)}$, $k\in[1,\infty)$ с конечным числом состояний из дискретного множества $\Omega^{(m)} \triangleq \{\theta_\nu\}_{\nu=1}^{m}$, полагая $\theta(t)=\theta(k)$ при $t\in[kT_A,(k+1)T_A]$, T_A - длительность одного шага поиска (рис.6.13).

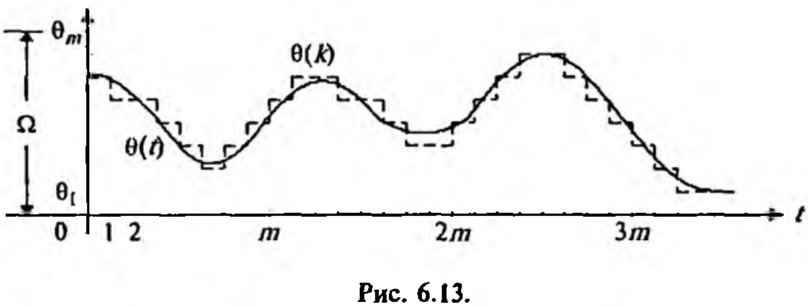


Рис. 6.13.

При этом на каждом шаге поиска анализируется только одна точка из $\Omega^{(m)}$. Диаграмма циклического поиска для этого случая изображена на рис.6.14, где пунктиром показан процесс $\theta(k)$, а сплошной линией - траектория сканирования поисковой системы; $\delta(k)$ - правило обзора точек $\Omega^{(m)}$: если $\delta(k)=\theta_j$, то на k-м шаге анализируется точка $\theta_j\in\Omega^{(m)}$.

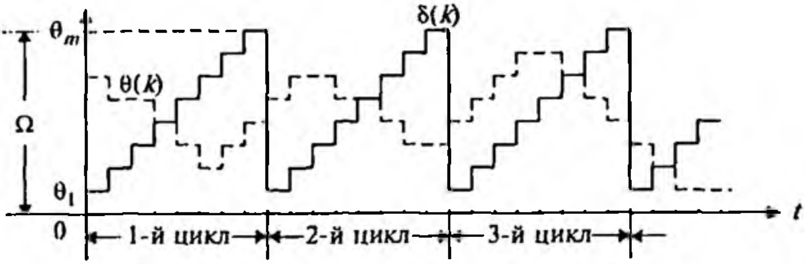


Рис. 6.14.

В общем случае [67] статистические характеристики дискретного марковского процесса $\theta(k)\in\Omega^{(m)}$, $k\in[1,\infty)$, задаются вектором вероятностей начальных состояний

$$\mathbf{P}(1) \triangleq [P_1(1),\dots,P_m(1)]^T \tag{6.15}$$

и совокупностью матриц переходных вероятностей состояний процесса $\theta(k)$ от k-го шага к $(k+1)$-у шагу

$$\pi(k,k+1) \triangleq [\pi_{ij}(k,k+1)], \quad 1\le i,j\le m, \quad k\in[1,\infty), \tag{6.16}$$

где $(\cdot)^T$ обозначает транспонирование;

$$P_\nu(1) \triangleq P\{\theta(1)=\theta_\nu\}, \quad \nu=\overline{1,m}, \quad \sum_{\nu=1}^{m} P_\nu(1)=1; \tag{6.17}$$

$$\pi_{ij}(k,k+1) \triangleq P\{\theta(k+1)=\theta_j|\theta(k)=\theta_i\}, \quad \sum_{j=1}^{m}\pi_{ij}(k,k+1)=1.$$

Здесь и далее символом $P\{A\}$ обозначается вероятность события A, а символом $P\{A|B\}$ - условная вероятность.

Для упрощения дальнейших выкладок и возможности получения обозримых результатов примем ряд ограничений на класс рассматриваемых марковских процессов. Будем полагать, что матрицы (6.16) могут быть различны на разных шагах поиска внутри одного цикла обзора, но повторяются от цикла к циклу

$$\pi(k,k+1)\equiv\pi(Nm+k,\,Nm+k+1), \quad k=\overline{1,m-1}, \quad N\in[1,\infty).$$

Кроме того, исключим возможность перехода процесса $\theta(k)$ через траекторию обзора $\delta(k)=\theta_k$ на каждом цикле $(k=\overline{1,m})$ без совпадения горизонтальных участков (см. рис.6.14), а также - возможность многократных пересечений на одном цикле процесса $\theta(k)$ с траекторией обзора $\delta(k)=\theta_k$, $k=\overline{1,m}$ и - возможность "скольжения" по ней. Для дискретных марковских процессов такого типа элементы матриц $\pi(k,k+1)$ должны удовлетворять внутри цикла $(k=\overline{1,m-1})$, например, следующей системе ограничений:

$$\pi_{k+1,k}(k,k+1)\equiv 0,\quad \pi_{k,k+1}(k,k+1)\equiv 0,\quad \pi_{ij}(k,k+1)\equiv 0 \qquad (6.18)$$

при $|i-j|\geq 2$, $1\leq i,j\leq m$, $k=\overline{1,m-1}$.

Элементы матриц $\pi(m,m+1)$ могут быть любыми, удовлетворяющими обычным ограничениям (6.17). Решение о наличии (отсутствии) сигнала на каждом шаге поиска (т.е. в каждой точке $\Omega^{(m)}$) выносится по правилу бинарного обнаружения, оптимальному в смысле критерия Неймана-Пирсона [54]. При этом вероятности β - пропуска сигнала в точках $\Omega^{(m)}$, содержащих сигнал, и вероятности α - ложного обнаружения в точках $\Omega^{(m)}$, несодержащих сигнал, полагаем постоянными на всех шагах и циклах поиска. Наблюдаемые реализации помех полагаем статистически независимыми на разных шагах поиска [68].

Эффективность поиска при гипотезе H_1 - о наличии сигнала, будем характеризовать вероятностями $P_{\text{ОБ}}$ - правильных и P_E - ошибочных решений о значении параметра сигнала и средним временем поиска $\bar{t}_{\text{п1}}$; при гипотезе H_0 - об отсутствии сигнала - вероятностью $P_{\text{лт}}^{(N)}$ - ложного обнаружения (ложных тревог) за N циклов обзора и средним временем $\bar{t}_{\text{п0}}$ до окончания поиска ложным обнаружением [68].

Определим вероятности $P_{\text{ОБ}}$ и P_E. Вероятность окончания поиска на первых N циклах правильным обнаружением равна

$$P_{\text{ОБ}}^{(N)}=\sum_{n=1}^{N}P\left\{C_n\middle|B^{n-1}\right\}P\left\{B^{n-1}\right\},\qquad N\in[1,\infty), \qquad (6.19)$$

где C_n - событие правильного обнаружения на n-м цикле; $B^{n-1}\triangleq\bigcap\limits_{i=0}^{n-1}B_i$, B_i - событие - пройти без остановки i-й цикл; $P\{B_0\}\triangleq 1$.

Вероятность окончания поиска на первых циклах ошибочным решением -

$$P_E^{(N)}=1-P_{\text{ОБ}}^{(N)}-P_{\text{ПР}}^{(N)}, \qquad (6.20)$$

где $P_{\text{ПР}}^{(N)}\triangleq P\{B^N\}$.

Поскольку наблюдаемые реализации предполагаются статистически независимыми, а α и β - постоянными на всех шагах и циклах поиска, $P\{B_i\}=\beta(1-\alpha)^{m-1}$ для $\forall i\in[1,\infty)$,

$$P_{\text{ПР}}^{(N)}\triangleq P\left\{\bigcap_{i=0}^{N}B_i\right\}=\prod_{i=0}^{N}P\{B_i\}=[\beta(1-\alpha)^{m-1}]^N. \qquad (6.21)$$

Вероятности $P\{C_n|B^{n-1}\}$ в (6.19) можно представить как

$$P\{C_n | B^{n-1}\} = \sum_{k=1}^{m} P\{C_n(k) | B^{n-1}\}, \qquad (6.22)$$

где $C_n(k)$ - событие правильного обнаружения на k-м шаге n-го цикла обзора, $C_n(k) \cap C_n(j) = \varnothing$, $1 \le k \ne j \le m$, $\bigcup_{k=1}^{m} C_n(k) = C_n$.

Пусть A_k - событие остановки на k-м шаге n-го цикла. Тогда

$$P\{C_n(k) | B^{n-1}\} = P\{A_k | \theta(k) = \theta_k | B^{n-1}\} P\{\theta(k) = \theta_k | B^{n-1}\}, \qquad (6.23)$$

где для $\forall n \in [1, \infty)$ вероятность

$$P\{A_k | \theta(k) = \theta_k | B^{n-1}\} = (1 - \beta)(1 - \alpha)^{k-1}, \quad 1 \le k \le m. \qquad (6.24)$$

Используя известные соотношения [67,69], получим для вероятностей

$$P\{\theta(k) = \theta_k | B^{n-1}\} = \sum_{j=1}^{m} P_j(n) \cdot \{D_k\}_{jk}, \quad 1 \le k \le m, \qquad (6.25)$$

где $\{D_k\}_{jk}$, $1 \le k, j \le m$ - элементы матрицы

$$D_k \triangleq \prod_{r=0}^{k-1} \pi(r, r+1), \quad k = \overline{1, m}, \quad D_1 \triangleq I, \qquad (6.26)$$

переходных вероятностей процесса $\theta(\nu)$, $\nu \in [1, \infty)$ на k-м шаге $(n-1)$-го цикла; I - единичная матрица [69];

$$P_j(n) = \{(D^{n-1})^T \mathbf{P}(1)\}_j, \quad 1 \le j \le m, \qquad (6.27)$$

координаты вектора

$$\mathbf{P}(n) = (P_1(n), \ldots, P_m(n)) \triangleq (D^{n-1})^T \mathbf{P}(1) \qquad (6.28)$$

вероятностей начального состояния процесса $\theta(\nu)$ на n-м цикле,

$$D \triangleq D_m \cdot \pi(m, m+1). \qquad (6.29)$$

Подставляя (6.26), (6.27) в (6.25) и (6.23)-(6.25) в (6.22), получим для (6.19)

$$P_{\text{ОБ}}^{(N)} = (1 - \beta) \sum_{k=1}^{m} (1 - \alpha)^{k-1} \times$$

$$\times \left\{ D_k^T [I - \gamma^N (D^T)^N] \cdot [I - \gamma D^T]^{-1} \mathbf{P}(1) \right\}_k, \qquad (6.30)$$

где $[I-\gamma D^T]^{-1}$ - матрица, обратная к $[I-\gamma D^T]$;

$$\gamma \triangleq \beta(1-\alpha)^{m-1}. \tag{6.31}$$

Финальные вероятности $P_{\text{ОБ}}$ и P_E равны пределам

$$P_{\text{ОБ}} = \lim_{N\to\infty} P_{\text{ОБ}}^{(N)}, \quad P_E = \lim_{N\to\infty} P_E^{(N)}. \tag{6.32}$$

Поскольку, как это следует из (6.21), $\lim\limits_{N\to\infty} P_{\text{ПР}}^{(N)}=0$, то из (6.20) имеем

$$P_{\text{ОБ}} + P_E = 1 \tag{6.33}$$

и, следовательно, поиск всегда заканчивается с вероятностью единица. Из (6.30), (6.32) и (6.33) окончательно получим

$$\begin{aligned} &P_{\text{ОБ}} = (1-\beta)\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}\left\{D_k^T[I-\gamma D^T]^{-1}\mathrm{P}(1)\right\}_k; \\ &P_E = 1 - P_{\text{ОБ}}. \end{aligned} \tag{6.34}$$

В отсутствие сигнала (гипотеза H_0) вероятность ложных тревог N первых циклов равна [68]

$$P_{\text{ЛТ}}^{(N)} = 1-(1-\alpha)^{mN}. \tag{6.35}$$

Определим среднее время поиска. Если условия регулярности ($0<\alpha,\beta<1$) при обнаружении выполнены, то среднее время поиска $\bar{t}_{\text{п}i}$, $i=0,1$, можно представить как условное (при H_1 и H_0) математическое ожидание

$$\bar{t}_{\text{п}i} = E\left\{\sum_{n=1}^{N} t_n | H_i\right\}, \quad i=0,1, \tag{6.36}$$

суммы случайного числа N случайных величин - длительностей циклов t_n, где $E\{\cdot|H_i\}$ - математическое ожидание по $N\in[1,\infty)$, $t_n\in[T_A, mT_A]$.

В рассматриваемой поисковой модели (см.рис.6.14) целочисленная случайная величина N - число циклов - не зависит от будущего и $t_n\geq 0$. Тогда, согласно теореме Колмогорова-Смирнова [70], имеет место тождество

$$E\left\{\sum_{n=1}^{N} t_n | H_i\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} P\{N\geq n|H_i\}\, E\{t_n|H_i\}, \quad i=0,1, \tag{6.37}$$

которым воспользуемся для вычисления (6.36).

Определим среднее время поиска $\bar{t}_{\text{п}i}$ при гипотезе H_1. Среднюю длительность $\bar{t}_{\text{ц}1}(n) \triangleq E\{t_n|H_1\}$ произвольного n-го цикла можно представить как

$$\bar{t}_{\text{ц}1}(n)=\sum_{k=1}^{m}P\{\theta(k)=\theta_k|B^{n-1}\}\cdot\bar{t}_{\text{ц}1}\{n|\theta(k)=\theta_k|B^{n-1}\},\quad(6.38)$$

где $$\bar{t}_{\text{ц}1}\left\{n|\theta(k)=\theta_k|B^{n-1}\right\}=T_{\text{A}}\sum_{i=1}^{m}iP_k\left\{i|B^{n-1}\right\}+\gamma mT_A,\quad(6.39)$$

$P_k\{i|B^{n-1}\}$ - вероятность остановки поиска на i-м шаге n-го цикла при условии, что $\theta(k)=\theta_k$ и пройдено без остановки $n-1$ циклов.

Можно показать, что вероятность $P_k\{i|B^{n-1}\}$ не зависит от события B^{n-1} и определяется следующим выражением:

$$P_k\{i|B^{n-1}\}=\begin{cases}(1-\alpha)^{i-1}\alpha, & 1\le i<k;\\(1-\alpha)^{k-1}(1-\beta), & i=k;\\(1-\alpha)^{i-2}\beta\alpha, & k<i\le m.\end{cases}\quad(6.40)$$

Подставляя (6.40) в (6.39), получим для (6.38)

$$\bar{t}_{\text{ц}1}(n)=T_A\left[\frac{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}}{\alpha}-\right.$$

$$\left.-\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha}\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}P\{\theta(k)=\theta_k|B^{n-1}\}\right].\quad(6.41)$$

Выражение в квадратных скобках в (6.41) равно среднему числу поисковых шагов на n-м цикле, которое обозначим $\bar{\mu}_{\text{ц}1}(n)$. Тогда

$$\bar{t}_{\text{ц}1}(n)=T_A\cdot\bar{\mu}_{\text{ц}1}(n).\quad(6.42)$$

Используя (6.25)-(6.28), получим

$$\bar{\mu}_{\text{ц}1}(n)=\frac{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}}{\alpha}-$$

$$-\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha}\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}\{D_k^T(D^T)^{n-1}\mathbf{P}(1)\}_k.\quad(6.43)$$

Для вероятности $P_1\{N\ge n\}\triangleq P\{N\ge n|H_1\}$ в (6.37) имеем с учетом (6.31)

$$P_1\{N\ge n\}=P_1\{(N=n)\cup(N>n)\}=$$

$$=P_1\{N=n\}+P_1\{N>n\}=\gamma^{n-1}.\quad(6.44)$$

Подставляя (6.42)-(6.44) в (6.37), получим для среднего времени поиска

$$\bar{t}_{п1} = \sum_{n=1}^{\infty} P_1\{N \geq n\} \bar{t}_{ц1}(n) = T_A \bar{R}_{п1}, \tag{6.45}$$

где
$$\bar{R}_{п1} \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^{n-1} \bar{\mu}_{ц1}(n) \quad - \tag{6.46}$$

среднее число поисковых шагов длительностью T_A (среднее нормированное время поиска) при наличии сигнала [68]. Подставляя (6.43) в (6.46), окончательно получим

$$\bar{R}_{п1} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha} \sum_{k=1}^{m} (1-\alpha)^{k-1} \left\{ D_k^T [I - \gamma D^T]^{-1} \mathrm{P}(1) \right\}_k . \tag{6.47}$$

Сопоставляя выражения (6.34) и (6.43), можно видеть, что при H_1 среднее время поиска $\bar{t}_{п1}$ и вероятность правильного обнаружения $P_{ОБ}$ связаны простыми соотношениями

$$\bar{t}_{п1} = \frac{T_A}{\alpha}\left[1 - \frac{1-\alpha-\beta}{1-\beta} P_{ОБ}\right]; \qquad P_{ОБ} = \frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}\left[1 - \alpha \frac{\bar{t}_{п1}}{T_A}\right],$$

которые удобны при оптимизации параметров α, β, T_A циклических процедур поиска.

Вычислим среднее время $\bar{t}_{п0}$ до окончания поиска ложным обнаружением. Средняя длительность одного цикла обзора при гипотезе H_0

$$\bar{t}_{ц0} = T_A \bar{\mu}_{ц0},$$

где среднее число шагов на одном цикле -

$$\bar{\mu}_{ц0} = \sum_{k=1}^{m} k(1-\alpha)^{k-1} + m(1-\alpha)^m = \frac{1-(1-\alpha)^m}{\alpha}.$$

Среднее нормированное время

$$\bar{R}_{п0} = \bar{\mu}_{ц0} \sum_{n=1}^{\infty} (1-\alpha)^{m(n-1)} = \frac{1}{\alpha} \tag{6.48}$$

и, следовательно,

$$\bar{t}_{п0} = T_A/\alpha. \tag{6.49}$$

Если на каждом шаге поиска используется несмещенное правило обнаружения [54], т.е. когда

$$1 - \beta \geq \alpha, \tag{6.50}$$

то при $\forall \alpha, \beta \in (0,1)$ выполняется неравенство

$$\bar{R}_{п1} \leq \bar{R}_{п0} \quad \text{или} \quad \bar{t}_{п1} \leq \bar{t}_{п0}. \tag{6.51}$$

Следовательно, $\overline{R}_{п0}$ является верхней границей для $\overline{R}_{п1}$ при всех возможных значениях параметров несмещенных алгоритмов обнаружения (6.50); в частности, при любых значениях отношения сигнал-помеха. Доказательство этого факта дано в приложении П.6.1.

Рассмотрим конкретные примеры использования соотношений (6.34), (6.47). Выражения (6.36) и (6.48) для $P_{лт}^{(N)}$ и $\overline{R}_{п0}$ остаются неизменными для всех рассматриваемых ниже примеров.

Пример1. Пусть параметры обнаруживаемого сигнала $s(t;\theta(t))$ не изменяются в процессе поиска ($\theta(t) = \underset{0 \le t < \infty}{\text{const}}\,(t) = \theta \in \Omega$) и с вероятностью $P_k \triangleq P_k(1)$, $k = \overline{1, m}$, $\sum\limits_{k=1}^{m} P_k = 1$, могут находиться в одной из точек множества $\Omega^{(m)}$ (рис.6.15).

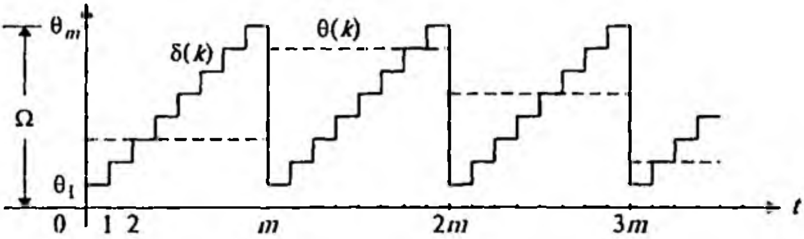


Рис. 6.15.

Выражения для $P_{ОБ}$ и $\overline{R}_{п1}$ в этом случае получим из (6.34), (6.47), подставляя в них матрицы переходных вероятностей (6.16), заданные в форме: $\pi(k,k+1) \equiv I$ для $\forall k \in [1,\infty)$. После соответствующих преобразований получим

$$P_{ОБ} = \frac{1-\beta}{1-\beta(1-\alpha)^{m-1}} \sum_{k=1}^{m} P_k\,(1-\alpha)^{k-1}; \tag{6.52}$$

$$\overline{R}_{п1} = \frac{1}{\alpha}\left[1 - \frac{1-\beta-\alpha}{1-\beta} P_{ОБ}\right]. \tag{6.53}$$

Для случая равномерного распределения θ на Ω, когда $P_k = m^{-1}$, $k = \overline{1, m}$, получим из (6.52), (6.53) соотношения:

$$P_{ОБ} = \frac{(1-\beta)[1-(1-\alpha)^{m}]}{m\alpha[1-\beta(1-\alpha)^{m-1}]}; \tag{6.54}$$

$$\overline{R}_{\text{п}1} = \frac{1}{\alpha}\left[1 - \frac{(1-\alpha-\beta)[1-(1-\alpha)^{m}]}{m\alpha[1-\beta(1-\alpha)^{m-1}]}\right]. \tag{6.55}$$

Пример 2. Пусть процесс $\theta(k)$, $k\in[1,\infty)$, не изменяется в течение одного цикла обзора, но изменяется как марковская последовательность от цикла к циклу, т.е. $\theta(k)=\text{const}(k)=\overline{\theta}(i)$ при $k\in[mi,\, m(i+1)]$, $i\in[1,\infty)$, (рис.6.16).

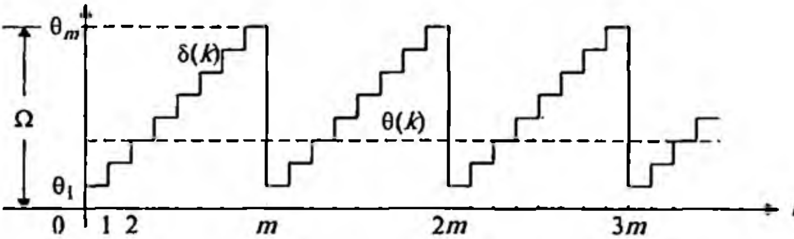


Рис. 6.16.

Требование постоянства процесса $\theta(k)$ внутри цикла формально означает, что $\pi(k,k+1)=I$ для $k=\overline{1,m-1}$. Тогда из (6.26), (6.29) имеем: $D_k=I$, $k=\overline{1,m}$; $D=D_m\pi(m,m+1)\equiv\pi(m,m+1)$. Будем полагать, что процесс $\overline{\theta}_i\in\Omega^{(m)}$, $i\in[1,\infty)$, однородный [67,69], т.е.

$$\pi(m,m+1)\equiv\pi(im,i(m+1))\triangleq G,\quad i\in[1,\infty).$$

Подставляя $D_k=I$ и $D=G$ в (6.34), (6.47), получим для $P_{\text{ОБ}}$ и $\overline{R}_{\text{п}1}$ следующие выражения:

$$P_{\text{ОБ}} = (1-\beta)\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}\left\{[I-\gamma G]^{-1}\mathbf{P}(1)\right\}_k, \tag{6.56}$$

$$\overline{R}_{\text{п}1} = \frac{1}{\alpha}\left[1-\frac{1-\alpha-\beta}{1-\beta}P_{\text{ОБ}}\right]. \tag{6.57}$$

Соотношения (6.56), (6.57) являются более общими по сравнению с (6.34), (6.47), поскольку в данном случае на элементы матриц переходных вероятностей $G\triangleq[G_{ij}]$, $1\le i,j\le m$, никаких ограничений, кроме обычных (6.16), не накладывается. Для иллюстрации этого факта рассмотрим следующие примеры.

Пример 3. Пусть случайный процесс $\overline{\theta}(i)$, $i\in[1,\infty)$, флуктуирует независимо от цикла к циклу. Это означает [67], что элементы матрицы G удовлетворяют условию $G_{ij}=P_j(1)$, $i,j=\overline{1,m}$. Тогда $G^T\mathbf{P}(1)=\mathbf{P}(1)$ и из (6.56), (6.57) получим, что выражения для $P_{\text{ОБ}}$ и

$\overline{R}_{\text{п}1}$ в этом случае совпадают с (6.52), (6.53). Таким образом, эффективность циклического поиска оказывается одинаковой как в случае неизменяющегося параметра сигнала, так и при независимых флуктуациях от цикла к циклу.

Пример 4. Процесс $\overline{\theta}(k)\in\Omega^{(m)}$, $k\in[1,\infty)$, независимо флуктуирует от шага к шагу поиска. Это означает [67], что элементы матрицы $\pi(k,k+1)$ (6.16) внутри цикла ($k=\overline{1,m-1}$) должны удовлетворять условию $\pi_{ij}(k,k+1)\equiv P_j(1)$, $1\le i,j\le m$. Получить в этом случае выражения для $P_{\text{ОБ}}$ и $\overline{R}_{\text{п}1}$ непосредственно из (6.34), (6.47) нельзя, поскольку ограничения (6.18), при которых справедливы (6.34), (6.47), теперь не выполняются.

Определим вероятности $P_{\text{ОБ}}$ и P_E. Из (6.19)-(6.30), с учетом статистической независимости флуктуаций процесса $\theta(k)$, $k\in[1,\infty)$, после преобразований, аналогичных тем, которые описаны в примере 3, получим для $P_{\text{ОБ}}^{(N)}$ (6.19)

$$P_{\text{ОБ}}^{(N)}=P_{\text{ОБЦ}}\frac{1-P_{\text{ПРЦ}}^{N}}{1-P_{\text{ПРЦ}}},\tag{6.58}$$

где $P_{\text{ОБЦ}}\triangleq P_{\text{ОБ}}\{C_n|B^{n-1}\}$ и $P_{\text{ПРЦ}}=P\{B_i\}$ для $\forall n,i\in[1,\infty)$.

Тогда из (6.32), (6.33) для рассматриваемого случая (6.58) имеем

$$P_{\text{ОБ}}=\lim_{N\to\infty}P_{\text{ОБ}}^{(N)}=\frac{P_{\text{ОБЦ}}}{1-P_{\text{ПРЦ}}};\tag{6.59}$$

$$P_E=1-P_{\text{ОБ}}.$$

Вероятность пройти без остановки один цикл обзора -

$$P_{\text{ПРЦ}}=P_{\text{ПР}}^{(m)},\tag{6.60}$$

где
$$P_{\text{ПР}}^{(\nu)}\triangleq\prod_{k=1}^{\nu}P_{\text{ПРЦ}}(k),\quad 1\le\nu\le m;\tag{6.61}$$

$$P_{\text{ПРЦ}}(k)\triangleq P_{\text{ПРЦ}}\{k|\theta(k)=\theta_k\}P\{\theta(k)=\theta_k\}+$$
$$+P_{\text{ПРЦ}}\{k|\theta(k)\ne\theta_k\}P\{\theta(k)\ne\theta_k\}.\tag{6.62}$$

Подставляя в (6.62) для рассматриваемого случая $P\{\theta(k)=\theta_k\}=$ $=P_k(1)\triangleq P_k$, $\sum\limits_{k=1}^{m}P_k=1$, $P_{\text{ПРЦ}}\{k|\theta(k)\}=\beta$, $P_{\text{ПРЦ}}\{k|\theta(k)\ne\theta\}=1-\alpha$, получим

$$P_{\text{ПРЦ}}^{(\nu)} = \prod_{i=1}^{\nu} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_i], \quad i \le \nu \le m. \tag{6.63}$$

Вероятность $P_{\text{ОБЦ}}$ определяется выражением (6.25), где, с учетом независимости флуктуаций процесса $\theta(k)$, $P_{\text{ОБЦ}}\{C_n(k) | B^{n-1}\} \equiv P_{\text{ОБ}}\{C_n(k)\} \triangleq P_{\text{ОБЦ}}(k)$ и из (6.26) имеем

$$P_{\text{ОБЦ}}(k) = P_{\text{ОБЦ}}\{k | B^{k-1}\} P_{\text{ПРЦ}}^{(k-1)}, \quad 1 \le k \le m;$$

B^{k-1} - событие: пройти без остановки $k-1$ шагов одного цикла обзора.

Представляя $P_{\text{ОБЦ}}\{k | B^{k-1}\}$ в форме, аналогичной (6.23), можно показать, что

$$P_{\text{ОБЦ}}(k) = (1 - \beta) P_k P_{\text{ПР}}^{(k-1)}, \quad 1 \le k \le m,$$

и, следовательно, вероятность $P_{\text{ОБЦ}}(k)$ определяется из (6.25) в виде:

$$P_{\text{ОБЦ}}(k) = (1 - \beta) \sum_{k=1}^{m} P_k \prod_{\nu=1}^{k-1} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_\nu]. \tag{6.64}$$

Подставляя (6.60), (6.63) и (6.64) в (6.59), получим для $P_{\text{ОБ}}$

$$P_{\text{ОБ}} = \frac{(1 - \beta) \sum\limits_{k=1}^{m} P_k \prod\limits_{\nu=1}^{k-1} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_\nu]}{1 - \prod\limits_{k=1}^{m} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_k]}. \tag{6.65}$$

Определим среднее время поиска $\bar{t}_{\text{П}1}$ при гипотезе H_1. В рассматриваемом случае распределения числа шагов в цикле одинаковы на всех циклах обзора, так что $\bar{t}_{\text{Ц}1}(n) = \bar{t}_{\text{Ц}1}$ для $\forall n \in [1, \infty)$. Тогда равенство (6.37) переходит в тождество Вальда [70] и среднее время поиска

$$\bar{t}_{\text{П}1} = \bar{N}_1 \bar{t}_{\text{Ц}1}, \tag{6.66}$$

где $\bar{N}_1 \triangleq \sum\limits_{n=1}^{\infty} P_1\{N \ge n\} = (1 - P_{\text{ПРЦ}})^{-1}$ - среднее число циклов [68].

Из (6.38)-(6.41) получим

$$\bar{t}_{\text{Ц}1} = T_{\text{А}} [\sum_{k=1}^{m} k P_{\text{ПРЦ}}^{(k-1)} (1 - P_{\text{ПРЦ}}(k)) + m P_{\text{ПРЦ}}^{(m)}]. \tag{6.67}$$

Подставляя (6.60), (6.63) в (6.67), имеем для

$$\overline{R}_{\text{п}1} = \frac{m\prod_{k=1}^{m}[1-\alpha-(1-\alpha-\beta)P_k] + \sum_{k=1}^{m} k[\alpha+(1-\alpha-\beta)P_k]\prod_{i=1}^{k-1}[1-\alpha-(1-\alpha-\beta)P_i]}{1-\prod_{k=1}^{m}[1-\alpha-(1-\alpha-\beta)P_k]}. \tag{6.68}$$

В частном случае равномерного распределения значений случайного процесса $\theta(k)$ на $\Omega^{(m)}$, т.е. $P_1=\ldots=P_n=m^{-1}$, получим из (6.65), (6.68)

$$P_{\text{ОБ}} = \frac{1-\beta}{1-\beta+\alpha(m-1)}; \qquad P_E = \frac{\alpha(m-1)}{1-\beta+\alpha(m-1)}; \tag{6.69}$$

$$\overline{R}_{\text{п}1} = \frac{m}{1-\beta+\alpha(m-1)} = \frac{m}{1-\beta}P_{\text{ОБ}}; \qquad \overline{R}_{\text{п}0} = \frac{1}{\alpha}. \tag{6.70}$$

И в этом случае при выполнении условия несмещенности (6.50) для $\forall\alpha,\beta\in(0,1)$ справедливо неравенство $\overline{R}_{\text{п}1}\le\overline{R}_{\text{п}0}$ (6.51).

Для случая равномерного распределения значений случайного процесса сравним показатели эффективности (6.54), (6.55) при постоянном (нефлуктуирующем) параметре сигнала (пример 3) с показателями эффективности (6.69), (6.70) при независимых флуктуациях процесса $\theta(k)$ (пример 4).

Сначала рассмотрим асимптотический случай $\alpha,\beta\to 0$ (очень большое отношение сигнал-помеха). Обозначим через $P'_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta)$, $\overline{R}'_{\text{п}1}(\alpha,\beta)$ показатели эффективности (6.54), (6.55) при постоянном параметре сигнала, а через $P''_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta)$, $\overline{R}''_{\text{п}1}(\alpha,\beta)$ - для случая независимых флуктуаций (6.69), (6.70). Устремляя α и β к нулю, получим из (6.54), (6.55) и (6.69), (6.70)

$$\lim_{\alpha,\beta\to 0} P'_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) = 1; \qquad \lim_{\alpha,\beta\to 0} \overline{R}'_{\text{п}1}(\alpha,\beta) = (m-1)/2;$$

$$\lim_{\alpha,\beta\to 0} P''_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) = 1; \qquad \lim_{\alpha,\beta\to 0} \overline{R}''_{\text{п}1}(\alpha,\beta) = m.$$

Таким образом, в этом предельном случае при одинаковых вероятностях правильного обнаружения среднее время поиска при нефлуктуирующем параметре сигнала в два раза меньше, чем при флуктуирующем (для $m\ge 10$).

Сравнение в этом частном случае для произвольных $\forall\alpha,\beta\in[0,1]$ показывает (см. приложение П.6.2), что всегда

$$P''_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) \le P'_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) \quad \text{и} \quad \overline{R}''_{\text{п}1}(\alpha,\beta) \ge \overline{R}'_{\text{п}1}(\alpha,\beta).$$

Другими словами, флуктуации параметра θ, по которому осуществляется поиск сигнала $s(t,\theta)$, приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения и возрастанию среднего времени поиска, т.е. - к снижению эффективности циклических процедур поиска рассмотренного вида.

Приложение П.6.1

Верхняя граница среднего нормированного времени поиска

Покажем, что при выполнении условия (6.50) неравенство (6.51) выполняется при $\forall\alpha,\beta\in(0,1)$. Для этого достаточно показать, что

$$\overline{R}_{\text{п}0}-\overline{R}_{\text{п}1}=$$

$$=\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha}\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}\left\{D_k^T[I-\gamma D^T]^{-1}\mathrm{P}(1)\right\}_k\geq 0. \quad (\text{П.6.1.1})$$

Обозначим $\left\{D_k^T[I-\gamma D^T]^{-1}\mathrm{P}(1)\right\}_k\triangleq a_k$. Используя (6.25)-(6.29), непосредственной проверкой убеждаемся, что $a_k\geq 0$, $k=\overline{1,m}$. Очевидно,

$$\min_{1\leq k\leq m}\{(1-\alpha)^{k-1}\}\sum_{k=1}^{m}a_k\leq\sum_{k=1}^{m}(1-\alpha)^{k-1}a_k\leq\max_{1\leq k\leq m}\{(1-\alpha)^{k-1}\}\sum_{k=1}^{m}a_k.$$

(П.6.1.2)

Найдем нижнюю границу в (П.6.1.2). Поскольку $\alpha\in(0,1)$, то $\min\limits_{1\leq k\leq m}\{(1-\alpha)^{k-1}\}=(1-\alpha)^{m-1}$. Найдем $\sum\limits_{k=1}^{m}a_k$. Используя известное соотношение [69]

$$\sum_{n=1}^{N}(\gamma D^T)^{n-1}=[I-(\gamma D^T)^N][I-\gamma D]^{-1},\quad N\in[2,\infty),$$

получим [66]

$$\sum_{k=1}^{m}a_k=\sum_{k=1}^{m}\left\{D_k^T\left[\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^{n-1}(D^T)^{n-1}\right]\mathrm{P}(1)\right\}_k=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^{n-1}\sum_{k=1}^{m}\{D_k^T(D^T)^{n-1}\mathrm{P}(1)\}_k=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^{n-1}=1-\gamma. \quad (\text{П.6.1.3})$$

Следовательно, для $\forall\alpha,\beta\in(0,1)$ при выполнении (6.50)

$$\overline{R}_{\text{п}0}-\overline{R}_{\text{п}1}\geq\frac{(1-\alpha-\beta)(1-\alpha)^{m-1}}{\alpha[1-\beta(1-\alpha)^{m-1}]}\geq 0,$$

что и требовалось доказать (П.6.1.1).

Приложение П.6.2

Верхняя граница вероятности правильного обнаружения

Покажем, что

$$P''_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta)\leq P'_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) \tag{П.6.2.1}$$

и
$$\overline{R}''_{\text{п}1}(\alpha,\beta)\geq\overline{R}'_{\text{п}1}(\alpha,\beta)\quad\text{при}\quad\forall\alpha,\beta\in[0,1]. \tag{П.6.2.2}$$

Введем для доказательства (П.6.2.1) и (П.6.2.2) вспомогательные функции

$$\varphi(\alpha,\beta)\triangleq P'_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta)-P''_{\text{ОБ}}(\alpha,\beta) \tag{П.6.2.3}$$

и
$$\psi(\alpha,\beta)\triangleq\overline{R}''_{\text{п}1}(\alpha,\beta)-\overline{R}'_{\text{п}1}(\alpha,\beta). \tag{П.6.2.4}$$

При любом непоследовательном алгоритме обнаружения α и β функционально связаны, т.е. $\beta=\beta(\alpha)$. Поэтому рассмотрим поведение функций $\varphi(\alpha,\beta)$ и $\psi(\alpha,\beta)$ на кривой $(\beta(\alpha),\alpha)$. Непосредственной проверкой убеждаемся, что при выполнении (6.50) функция $\varphi(\alpha,\beta)>0\Leftrightarrow\tilde{\varphi}(\alpha)>0$, где $\tilde{\varphi}(\alpha)\triangleq 1-(1-\alpha)^{m-1}-[1+\alpha(m-1)]$. При $\alpha=0$ имеем $\tilde{\varphi}(0)=0$ и $\tilde{\varphi}'(\alpha)>0$. Следовательно, $\varphi(\alpha)$ - возрастающая по α функция и при $\alpha=0$ неравенство (П.6.2.1) всегда выполняется. Тогда (П.6.2.1) выполняется в любой точке $(\alpha,\beta)\in[0,1]\times[0,1]$ и, в частности на кривой $(\beta(\alpha),\alpha)$. Докажем (П.6.2.4). Дифференцируя по β, имеем для частной производной $\psi'_{\beta}(\alpha,\beta)>0$. Непосредственной проверкой убеждаемся, что $\psi(\alpha,0)>0$. Следовательно, $\psi(\alpha,\beta)\geq 0$ на всем единичном квадрате $(\alpha,\beta)\in[0,1]\times[0,1]$, т.е. и на кривой $(\beta(\alpha),\alpha)$ и, таким образом, имеет место неравенство (П.6.2.1).

Глава 7

АДАПТИВНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

7.1. Влияние сигналов с ППРЧ на характеристики адаптивной антенной решетки

Одним из эффективных комбинированных (совместных) способов повышения помехозащищенности СРС в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки является одновременное применение адаптивных антенных решеток (ААР) и сигналов с ППРЧ.

В зависимости от характера выполняемых операций по обработке принимаемых сигналов совместное использование пространственной обработки с помощью ААР и сигналов с перестройкой частоты может быть реализовано тремя основными способами [71,72]: 1) последовательным выполнением операций "пространственная обработка сигналов - устранение скачков частоты" (ПОС-УСЧ); 2) последовательным выполнением операций "устранение скачков частоты - пространственная обработка сигналов" (УСЧ-ПОС); 3) параллельным выполнением операций "пространственная обработка сигналов - устранение скачков частоты" (ПОС $\|$ УСЧ).

В первом случае пространственная обработка сигналов должна осуществляться в широкой полосе частот, соответствующей полосе расширенного спектра сигнала с ППРЧ. Поэтому при реализации способа ПОС-УСЧ необходимо обеспечение высокого быстродействия алгоритмов пространственной обработки сигналов. В расширенной полосе частот СРС с ППРЧ, как правило, находятся мешающие сигналы. В силу этого, для решения задачи повышения помехозащищенности СРС необходимо формирование нулей диаграммы направленности ААР на все посторонние источники, работающие на фиксированных частотах.

Таким образом, недостаток первого способа обработки состоит в необходимости формирования большого числа нулей диаграммы направленности (ДН) антенны в пространственно-частотной области, которая определяется шириной полосы частот и ее загрузкой мешающими источниками радиоизлучений.

При втором способе обработки сначала осуществляется устранение скачков частоты, что позволяет обеспечить в дальнейшем *узкополосную пространственную обработку сигналов, повышающую эффективность применения ААР.* На рис.7.1 изображена структурная схема приемного устройства СРС с ППРЧ и ААР, реализующая 2-й способ обработки (УСЧ-ПОС). На рисунке обозначено: $s_h(t)$ - сигнал с ППРЧ на выходе антенных элементов; $s_{пр}(t)$ - сигнал на промежуточной частоте. При дальнейшем изложении будет рассматриваться 2-й способ пространственно-временной обработки сигналов.

Рис. 7.1.

Синтезатор частот и смеситель преобразовывают скачкообразно изменяемые по частоте сигналы $s_h(t)$ на сигналы с промежуточной частотой $s_{пр}(t)$. При этом на каждом скачке частоты, в течение которого осуществляется адаптация антенной решетки (АР), число мешающих сигналов значительно меньше, чем во всей расширенной полосе частот W_s, что позволяет уменьшить число антенных элементов (АЭ) в СРС. Однако при применении способа УСЧ-ПОС возникает задача обеспечения малой длительности переходных процессов при пространственной обработке сигналов. Преимущество первоначальной свертки сигналов (УСЧ) с последующей их пространственной обработкой (ПОС) состоит еще и в том, что ширина спектра сигналов после устранения скачков частоты становится значительно уже расширенного спектра сигнала с ППРЧ. Это приводит к тому, что обеспечивается подавление определенной части шума и помех до их поступления в адаптивные пространственные фильтры. Кроме того, на промежуточной частоте значительно проще реализовать полосовые и режекторные фильтры и обеспечить большие коэффициенты усиления.

Наиболее перспективным, но и достаточно сложным для реализации способом является параллельное использование пространственной обработки сигналов и устранения скачков частоты (ПОС‖УСЧ). При этом возможны различные варианты построения ААР: так, например, устранение скачков частоты сигналов с ППРЧ может осуществляться либо в трактах каждого АЭ, либо на выходе сумматора антенной решетки.

Так как спектр информационного сигнала при ППРЧ занимает очень малую часть всего расширенного диапазона частот, то формирование диаграммы направленности может осуществляться традиционным путем комплексного взвешивания [73,74].

Однако непосредственное применение классических алгоритмов пространственной обработки при их совместном использовании с перестраиваемыми по частоте сигналами не позволяет получить суммарного выигрыша в повышении помехозащищенности СРС за счет применения сигналов с ППРЧ и ААР. Это объясняется влиянием скачков частоты на рабочие характеристики ААР, проявляющемся в появлении паразитной модуляции как амплитуды, так и фазы выходного сигнала ААР. Наличие такой модуляции приводит к изменению во времени и уменьшению отношения сигнал-(помеха+шум) (ОСПШ) на выходе ААР и, как следствие этого, к увеличению вероятности ошибки принимаемого сигнала.

Причиной возникновения модуляции выходного сигнала ААР является то, что скачок частоты принимаемого сигнала эквивалентен изменению его угла прихода. Действительно, при изменении угла прихода сигнала θ на величину $\Delta\theta$ при постоянной несущей частоте ω фазовый сдвиг за счет межэлементного расстояния для двухэлементной АР изменится на $\Delta\Phi_\theta$ радиан

$$\Delta\Phi_\theta = \frac{\omega}{C_p} D\sin(\theta+\Delta\theta) - \frac{\omega}{C_p} D\sin\theta,$$

где C_p - скорость распространения радиоволн; D - расстояние между АЭ.

При скачке несущей частоты принимаемого сигнала на величину $\Delta\omega$ фазовый сдвиг за счет межэлементного расстояния для двухэлементной АР изменится на $\Delta\Phi_\omega$ радиан

$$\Delta\Phi_\omega \approx \frac{\Delta\omega}{C_p} D\sin\theta.$$

Таким образом, скачок несущей частоты принимаемого сигнала ААР при том же угле его прихода θ приводит к аналогичному результату, который получается за счет изменения угла прихода сигнала. Приравнивая значения фазовых сдвигов $\Delta\Phi_\theta$ и $\Delta\Phi_\omega$, получим условие эквивалентности, вызванное скачком несущей частоты и изменением угла прихода сигнала,

$$\sin(\theta+\Delta\theta) = \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}+1\right)\sin\theta.$$

Для малых значений $\Delta\theta$, используя первый член ряда Тейлора в разложении функции $\sin(\theta+\Delta\theta)$, имеем:

$$\Delta\theta \approx \frac{\Delta\omega}{\omega} tg\theta, \ |\Delta\theta| << 1.$$

В результате, если адаптация осуществляется путем использования только адаптивных весовых коэффициентов, то ААР не может отличать изменения фазового сдвига, вызванные этими разными причинами.

Для анализа влияния сигналов с ППРЧ на рабочие характеристики ААР воспользуемся результатами работ [75,76], в которых рассматривается трехэлементная АР с адаптацией по критерию минимума среднеквадратической ошибки (МСКО). На рис.7.2 изображена структурная схема такой ААР.

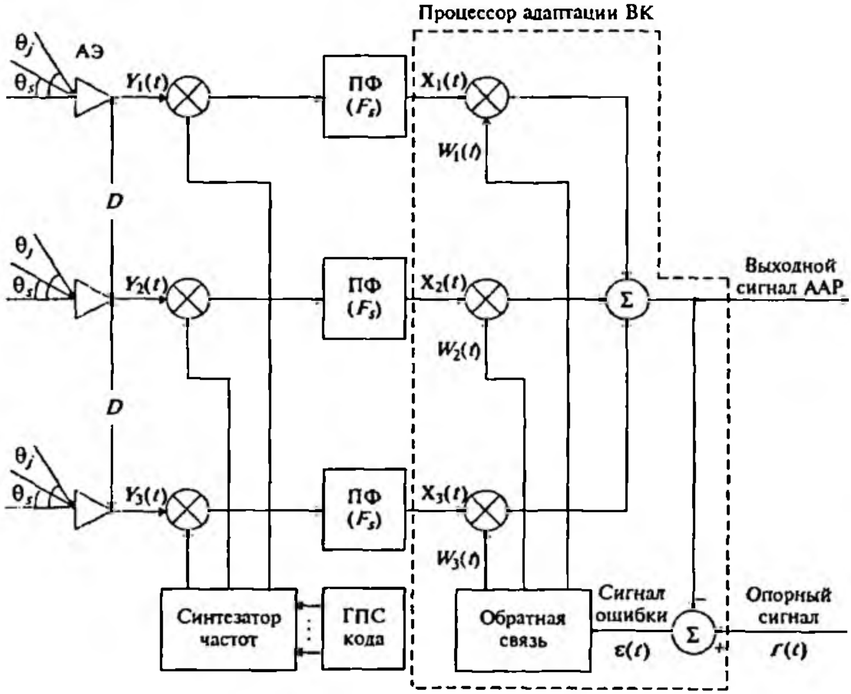


Рис. 7.2.

На рисунке обозначено: θ_s, θ_j - углы прихода сигнала и помехи; D - расстояние между АЭ, равное половине длины волны; $\mathbf{Y}_i(t)$ - сигнал на выходе i-го АЭ; ПФ - полосовой фильтр; $\mathbf{X}_i(t)$ - входной сигнал, поступающий в i-й канал процессора адаптации весовых коэффициентов (ВК); $\mathbf{W}_i(t)$ - весовой коэффициент в i-м канале процессора адаптации; $r(t)$ - опорный сигнал; $\varepsilon(t)$ - сигнал ошибки.

Весовые коэффициенты в процессоре, реализующем критерий МСКО, формируются с помощью цепей корреляционной обратной связи, минимизирующей среднюю мощность сигнала ошибки $\varepsilon(t)$, представляющего собой разность опорного сигнала $r(t)$ и выходного сигнала ААР. Опорный сигнал определяет, какие из принятых сигналов пропускаются на выход ААР, а какие из них подавляются. При этом сигналы, коррелированные с опорным сигналом, проходят на выход ААР, а некоррелированные сигналы не проходят.

Положим, что АР принимает полезный сигнал $\mathbf{Y}_s(t)$, помеху $\mathbf{Y}_j(t)$ и, кроме того, на выходе АЭ действуют собственные шумы $\mathbf{Y}_{\text{ш}}(t)$. Тогда на выходе АЭ результирующий сигнал

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{Y}_s(t) + \mathbf{Y}_j(t) + \mathbf{Y}_{\text{ш}}(t). \tag{7.1}$$

На входе процессора адаптации суммарный сигнал можно записать в виде:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_s(t) + \mathbf{X}_j(t) + \mathbf{X}_{\text{ш}}(t). \tag{7.2}$$

Полезный сигнал $\mathbf{Y}_s(t)$ на интервале времени одного частотного элемента (скачка частоты) $T_{n-1} \le t \le T_n$, где n - целое число, обозначающее номер скачка частоты, $1 \le n \le p$, можно представить как немодулированный радиоимпульс с постоянной частотой ω_h и длительностью T_h, $T_n = nT_h$.

Для устранения скачков частоты полезного сигнала $\mathbf{Y}_s(t)$ используется синтезатор частот, который перестраивается синхронно с частотой принимаемого сигнала. Выходное напряжение синтезатора частот имеет вид:

$$U_{cr}(t) = U_{cr} \exp[j(\omega_{cr} + \Delta\omega_h)t], \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h, \tag{7.3}$$

где U_{cr}, ω_{cr} - амплитуда и средняя частота сигнала синтезатора частот; $\Delta\omega_h$ - разность между текущей частотой ω_h и средней частотой ω_c сигнала с ППРЧ

$$\Delta\omega_h = \omega_h - \omega_c. \tag{7.4}$$

Для проведения дальнейшего анализа положим: $\omega_{cr} < \omega_c$; средняя частота ПФ равна $\omega_c - \omega_{cr}$; ширина полосы частот F_s всех трех ПФ одинакова и составляет величину, меньшую разности частот между соседними скачками частоты, $F_s < (\omega_h - \omega_{h-1})$.

При сделанных предположениях и введенных обозначениях вектор сигнала $\mathbf{Y}_s(t)$ и помехи $\mathbf{Y}_j(t)$, которая представляет собой немодулированное колебание на частоте ω_j, можно записать в виде:

$$\mathbf{Y}_s(t) = A_s \begin{vmatrix} \exp\{j[(\omega_c + \Delta\omega_h)t + \psi_s]\}; \\ \exp\{j[(\omega_c + \Delta\omega_h)(t - T_{3s}) + \psi_s]\}; \\ \exp\{j[(\omega_c + \Delta\omega_h)(t - 2T_{3s}) + \psi_s]\}; \end{vmatrix}, (n-1)T_h \le t \le nT_h; \quad (7.5)$$

$$\mathbf{Y}_j(t) = A_j \begin{vmatrix} \exp\left\{j\left[\omega_j t + \psi_j\right]\right\}; \\ \exp\left\{j\left[\left(\omega_j t - T_{3j}\right) + \psi_j\right]\right\}; \\ \exp\left\{j\left[\omega_j\left(t - 2T_{3j}\right) + \psi_j\right]\right\}; \end{vmatrix}, \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h, \quad (7.6)$$

где $A_s, A_j; \psi_s, \psi_j; T_{3s}, T_{3j}$ - амплитуды, начальные фазы и время задержки сигнала и помехи между двумя соседними АЭ, соответственно; $\psi_s \in [0,2\pi]$; $\psi_j \in [0,2\pi]$; $T_{3s} = \dfrac{\pi}{\omega_c}\sin\theta_s$; $T_{3j} = \dfrac{\pi}{\omega_j}\sin\theta_j$.

В результате устранения скачков частоты вектор полезного сигнала на входе процессора адаптации

$$\mathbf{X}_s(t) = A_s \exp\{j[(\omega_c - \omega_{cr})t + \psi_s]\}\mathbf{U}_s(n), \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h, \quad (7.7).$$

где
$$\mathbf{U}_s(n) = \{1; \exp[-j\Phi_s(n)]; \exp[-j2\Phi_s(n)]\}^T; \quad (7.8)$$

T - знак транспонирования, поэтому $\mathbf{U}_s(n)$ - фактически вектор-столбец; $\Phi_s(n)$ - межэлементный фазовый сдвиг сигнала для n-го скачка частоты,

$$\Phi_s(n) = (\omega_c + \Delta\omega_h)T_{3s}. \quad (7.9)$$

После смещения по частоте и фильтрации в ПФ вектор помехи $\mathbf{X}_j(t)$ на входе процессора адаптации

$$\mathbf{X}_j(t) = A_j(n)\exp\left\{j\left[\left(\omega_j - \omega_{cr} - \Delta\omega_h\right)t + \psi_j\right]\right\}\cdot\mathbf{U}_j, \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h, \quad (7.10)$$

где
$$A_j(n) = \begin{cases} A_j, & |\omega_j - \omega_{cr} - \Delta\omega_h| \le \dfrac{F_s}{2}; \\ 0, & |\omega_j - \omega_{cr} - \Delta\omega_h| > \dfrac{F_s}{2}; \end{cases} \quad (7.11)$$

$$\mathbf{U}_j = [1; \exp(-j\Phi_j); \exp(-j2\Phi_j)]^T; \quad (7.12)$$

Φ_j - межэлементный фазовый сдвиг помехи между соседними АЭ,

$$\Phi_j = \frac{\omega_j}{\omega_c}\pi\sin\theta_j. \quad (7.13)$$

Из (7.10) и (7.12) видно, что немодулированная непрерывная помеха с выхода АЭ в результате смещения по частоте преобразуется в импульсную помеху на входе процессора адаптации. Длительность такой помехи зависит от продолжительности работы на одной частоте, а ее скважность определяется законом формирования ППРЧ. Аналогичная ситуация будет иметь место и при условии присутствия в расширенном диапазоне частот двух и более разнесенных в пространстве источников узкополосных помех.

Собственные шумы $\mathrm{Y}_{\text{ш}}(t)$ после смещения по частоте и фильтрации в ПФ на входе процессора адаптации представляют собой узкополосный БГШ, вектор которого имеет вид:

$$\mathrm{X}_{\text{ш}}(t)=[\mathrm{n}_{\text{ш}1}(t),\mathrm{n}_{\text{ш}2}(t),\mathrm{n}_{\text{ш}3}(t)]^{T}, \tag{7.14}$$

где $\mathrm{n}_{\text{ш}i}(t)$, $i=1,2,3$ - случайный гауссовский процесс с нулевым средним и спектральной плотностью G_0; считается, что $\mathrm{n}_{\text{ш}i}(t)$ - статистически независимы друг от друга, а также от ψ_s и ψ_j.

Подставляя (7.7), (7.10) и (7.14) в (7.2), получим результирующий сигнал на входе процессора адаптации ВК.

Зная вектор результирующего сигнала $\mathrm{X}(t)$ (7.2) на входе процессора адаптации, можно определить весовые коэффициенты $\mathrm{W}_i(t)$, которые для критерия МСКО удовлетворяют системе дифференциальных уравнений вида [74,75]:

$$\frac{d\mathrm{W}(t)}{dt}+K_y\Phi(t)\mathrm{W}(t)=K_yS_{\text{оп}}(t), \tag{7.15}$$

где $\mathrm{W}(t)$ - вектор ВК,

$$\mathrm{W}(t)=[\mathrm{W}_1(t),\mathrm{W}_2(t),\mathrm{W}_3(t)]^{T}; \tag{7.16}$$

$K_{\text{у}}$ - коэффициент усиления цепи корреляционной обратной связи; $\Phi(t)$ - ковариационная матрица,

$$\Phi(t)=E[\mathrm{X}^{*}(t)\,\mathrm{X}^{T}(t)]; \tag{7.17}$$

* - знак комплексного сопряжения; $S_{\text{оп}}(t)$ - опорный корреляционный вектор,

$$S_{\text{оп}}(t)=E\Big[\mathrm{X}^{*}(t)\,r(t)\Big]; \tag{7.18}$$

$E[\cdot]$ - знак математического усреднения.

Так как вектор полезного сигнала $\mathrm{X}_s(t)$ (7.7), помехи $\mathrm{X}_j(t)$ (7.10) и шумов $\mathrm{X}_{\text{ш}}(t)$ (7.14) на входе процессора являются некоррелированными между собой случайными процессами, то ковариационная матрица $\Phi(t)$ (7.17) сводится к выражению:

$$\Phi(t) = E[\mathbf{X}_s^*(t)\,\mathbf{X}_s^T(t)] + E[\mathbf{X}_j^*(t)\,\mathbf{X}_j^T(t)] + E[\mathbf{X}_ш^*(t)\,\mathbf{X}_ш^T(t)] =$$

$$= A_s^2 U_s^*(n) U_s^T(n) + A_j^*(n) U_j^* U_j^T + \sigma_0^2 I,\ (n-1)T_h \le t \le nT_h, \quad (7.19)$$

где I - единичная матрица, элементы которой представляют символ Кронекера

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \ne j. \end{cases}$$

Для определения опорного корреляционного вектора $S_{оп}(t)$ примем, что опорный сигнал $r(t)$ имеет ту же форму, что и полезный сигнал на входе 1-го канала процессора адаптации, но с амплитудой A_r

$$r(t) = A_r \exp\{j[(\omega_c - \omega_{cr})t + \psi_s]\},\ (n-1)T_h \le t \le nT_h. \quad (7.20)$$

В этом случае опорный корреляционный вектор $S_{оп}(t)$ (7.18) примет вид:

$$S_{оп}(t) = A_r A_s \mathbf{U}_s^*(n). \quad (7.21)$$

Как видно из (7.19) и (7.21), ковариационная матрица $\Phi(t)$ и опорный корреляционный вектор $S_{оп}(t)$ зависят только от номера скачка частоты n_k, поэтому они являются постоянными величинами для n-го частотного элемента, $\Phi(t) \equiv \Phi(n)$, $S_{оп}(t) \equiv S_{оп}(n)$ при $(n-1)T_h \le t \le nT_h$.

Таким образом, за время одного периода скачка частоты из всей комбинации частот сигнала $1 \le n \le p$ весовые коэффициенты в соответствии с (7.15) удовлетворяют следующей системе уравнений [75]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\mathbf{W}(t)}{dt} + K_y \Phi(1)\mathbf{W}(t) = K_y S_{оп}(1), \quad T_0 \le t < T_1; \\
&\frac{d\mathbf{W}(t)}{dt} + K_y \Phi(2)\mathbf{W}(t) = K_y S_{оп}(2), \quad T_1 \le t < T_2; \\
&\qquad \vdots \\
&\frac{d\mathbf{W}(t)}{dt} + K_y \Phi(p)\mathbf{W}(t) = K_y S_{оп}(p), \quad T_{p-1} \le t < T_p.
\end{aligned}\right\} \quad (7.22)$$

Допустим, что вектор ВК $\mathbf{W}(T_{n-1})$ есть значение вектора ВК $\mathbf{W}(t)$ после окончания действия частотного элемента $(n-1)$. Так как $\mathbf{W}(t)$ есть величина непрерывная, то $\mathbf{W}(T_{n-1})$ является начальным значением весового коэффициента $\mathbf{W}(T_n)$ для n-го скачка частоты.

Используя [75] и приведенные выражения, решение системы дифференциальных уравнений (7.22) для $1 \le n \le p$ можно записать в форме:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{W}(t) = \exp\left[-K_y\Phi(1)(t-T_0)\right]\times\left[\mathbf{W}(T_0)-\Phi^{-1}(1)S_{\text{оп}}(1)\right]+\\
&\quad+\Phi^{-1}(1)S_{\text{оп}}(1), \qquad\qquad T_0 \le t < T_1;\\
&\mathbf{W}(t) = \exp\left[-K_y\Phi(2)(t-T_1)\right]\times\left[\mathbf{W}(T_1)-\Phi^{-1}(2)S_{\text{оп}}(2)\right]+\\
&\quad+\Phi^{-1}(2)S_{\text{оп}}(2), \qquad\qquad T_1 \le t < T_2;\\
&\qquad\vdots\\
&\mathbf{W}(t) = \exp\left[-K_y\Phi(p)(t-T_{p-1})\right]\times\left[\mathbf{W}(T_{p-1})-\Phi^{-1}(p)S_{\text{оп}}(p)\right]+\\
&\quad+\Phi^{-1}(p)S_{\text{оп}}(p), \qquad\qquad T_{p-1} \le t < T_p.
\end{aligned}\right\} \tag{7.23}$$

Начальные значения ВК для каждого частотного элемента сигнала с ППРЧ (скачка частоты) при данном начальном значении $\mathbf{W}(T_0)$ определяются рекуррентным методом из условия непрерывности $\mathbf{W}(t)$ по формулам (7.23).

В случае, если $\mathbf{W}(T_0), \mathbf{W}(T_1), \ldots, \mathbf{W}(T_{p-1})$ известны, то можно определить вектор ВК из системы уравнений (7.23) для любого промежутка времени. Если комбинация перестраиваемых частот сигнала $1 \le n \le p$ имеет периодический характер, то $\Phi(t)$ и $S_{\text{оп}}(t)$ являются периодическими функциями времени. В силу этого $\mathbf{W}(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению с периодическими коэффициентами и периодическими свободными членами [75]. Решение такого уравнения также будет периодической функцией времени после затухания начальных переходных процессов, которые далее не учитываются. Положив, что вектор ВК $\mathbf{W}(t)$ находится в установившемся режиме, можно найти исходные значения ВК $\mathbf{W}(T_0), \mathbf{W}(T_1), \ldots, \mathbf{W}(T_{p-1})$. Используя при этом периодичность $\mathbf{W}(t)$, можно вектор $\mathbf{W}(T_p)$ заменить на $\mathbf{W}(T_0)$. Таким образом, применяя (7.23) для определения $\mathbf{W}(t)$ в конце действия скачка частоты, можно получить следующие отношения между начальными векторами $\mathbf{W}(nT_h)$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\mathbf{W}_1 = \exp\left[-K_y\Phi(1)(T_1-T_0)\right]\times\left[\mathbf{W}_0-\Phi^{-1}(1)S_{оп}(1)\right]+\\
&\qquad+\Phi^{-1}(1)S_{оп}(1);\\
&\mathbf{W}_2 = \exp\left[-K_y\Phi(2)(T_2-T_1)\right]\times\left[\mathbf{W}_1-\Phi^{-1}(2)S_{оп}(2)\right]+\\
&\qquad+\Phi^{-1}(2)S_{оп}(2);\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&\mathbf{W}_{p-1} = \exp\left[-K_y\Phi(p-1)(T_{p-1}-T_{p-2})\right]\times\\
&\qquad\times\left[\mathbf{W}_{p-2}-\Phi^{-1}(p-1)S_{оп}(p-1)\right]+\Phi^{-1}(p-1)S_{оп}(p-1);\\
&\mathbf{W}_p = \mathbf{W}_0 = \exp\left[-K_y\Phi(p)(T_p-T_{p-1})\right]\times\\
&\qquad\times\left[\mathbf{W}_{p-1}-\Phi^{-1}(p)S_{оп}(p)\right]+\Phi^{-1}(p)S_{оп}(p),
\end{aligned}
\right\} \tag{7.24}
$$

где для упрощения обозначений использовались $\mathbf{W}_i = \mathbf{W}(T_i)$; кроме того, в последнем уравнении $\mathbf{W}_p$ заменено на $\mathbf{W}_0$.

Запись последней системы уравнений (7.24) после перегруппировки элементов может быть представлена в стандартной матричной форме [75]:

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0-\exp\left[-K_y\Phi(p)(T_p-T_{p-1})\right] & \\
-\exp\left[-K_y\Phi(1)(T_1-T_0)\right] & 1 & \cdots & 0 & 0\\
0 & -\exp\left[-K_y\Phi(2)(T_2-T_1)\right] & \cdots & 0 & 0\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & \cdots & -\exp\left[-K_y\Phi(p-1)(T_{p-1}-T_{p-2})\right] & 1
\end{bmatrix}\times
$$

$$
\times\begin{bmatrix}\mathbf{W}_0\\ \mathbf{W}_1\\ \vdots\\ \mathbf{W}_{p-1}\end{bmatrix}=
\begin{bmatrix}
\left\{1-\exp\left[-K_y\Phi(p)(T_p-T_{p-1})\right]\right\}\Phi^{-1}(p)S_{оп}(p)\\
\left\{1-\exp\left[-K_y\Phi(1)(T_1-T_0)\right]\right\}\Phi^{-1}(1)S_{оп}(1)\\
\vdots\\
\left\{1-\exp\left[-K_y\Phi(p-1)(T_{p-1}-T_{p-2})\right]\right\}\Phi^{-1}(p-1)S_{оп}(p-1)
\end{bmatrix}. \tag{7.25}
$$

Систему уравнений (7.25) относительно вектора начальных данных можно решить численно, а $\mathbf{W}(t)$ определить из (7.23).

Из изложенного следует, что весовые коэффициенты изменяются во времени, следовательно, ААР осуществляет модуляцию выходного полезного сигнала.

Полезный сигнал на выходе ААР можно представить в виде:

$$
S_s(t) = \mathbf{W}^T(t)\,\mathbf{X}_s(t), \tag{7.26}
$$

или, учитывая выражение (7.7),

$$\dot{S}_s(t) = A_s \mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_s(n)\exp\left\{j\left[(\omega_c - \omega_{cr})t + \psi_s\right]\right\}, (n-1)T_h \le t \le nT_h. \quad (7.27)$$

Мощность полезного сигнала $P_s(t)$ и мощность помехи $P_j(t)$ на выходе ААР изменяются во времени в соответственно с зависимостями вида:

$$P_s(t) = \frac{1}{2} A_s^2 \left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_s(n)\right|^2, \quad (n-1)T_h \le t < nT_h; \quad (7.28)$$

$$P_j(t) = \frac{1}{2} A_j^2(n) \left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_j(n)\right|^2, \quad (n-1)T_h \le t < nT_h. \quad (7.29)$$

Выражения для модуляции огибающей $a_s(t)$ и фазовой модуляции $h_s(t)$ полезного сигнала $S(t)$ на выходе ААР могут быть представлены в виде:

$$a_s(t) = A_s \left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_s(n)\right|, \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h; \quad (7.30)$$

$$h_s(t) = \arg\left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_s(n)\right|, \quad (n-1)T_h \le t \le nT_h. \quad (7.31)$$

Используя $P_s(t)$ (7.28) и $P_j(t)$ (7.29), а также выражение для мощности шума

$$P_{ш}(t) = \frac{\sigma_0^2}{2}|\mathbf{W}(t)|^2, \quad (7.32)$$

отношение сигнал-(помеха+шум) на выходе ААР запишется следующим образом:

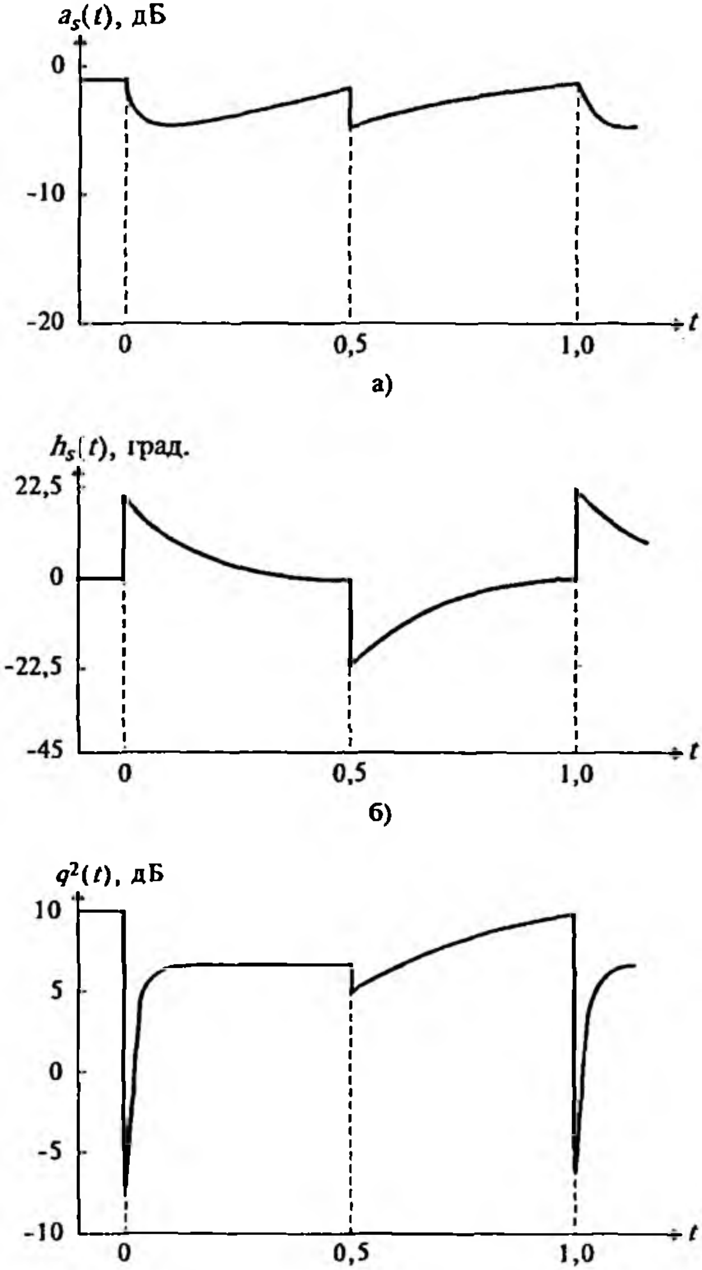
$$q^2 = \frac{P_s(t)}{P_j(t) + P_{ш}(t)} = \frac{q_{вх}^2(\text{с–ш})\left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_s(n)\right|^2}{q_{вх}^2(\text{п–ш})\left|\mathbf{W}^T(t)\mathbf{U}_j\right|^2 + |\mathbf{W}(t)|^2}, \quad (7.33)$$

$$(n-1)T_h \le t \le nT_h.$$

Здесь $q_{вх}^2(\text{с–ш})$ - входное отношение сигнал-шум (ОСШ) для n-го скачка частоты, $q_{вх}^2(\text{с–ш}) = A_s^2/\sigma_0^2$; $q_{вх}^2(\text{п–ш})$ - входное отношение помеха-шум (ОПШ) в течение n-го скачка частоты (только в том случае, когда помеха появляется на выходе ПФ),

$$q_{вх}^2(\text{п–ш}) = \begin{cases} A_j^2/\sigma_0^2, & \left|\omega_j - \omega_{cr} - \Delta\omega_h\right| \le F_s/2; \\ 0, & \left|\omega_j - \omega_{cr} - \Delta\omega_h\right| > F_s/2. \end{cases}$$

В [75] моделированием на ЭВМ получены многочисленные графические зависимости, характеризующие воздействие сигналов с ППРЧ, имеющей две частоты, на трехэлементную ААР, реализующую критерий МСКО. В качестве примера на рис.7.3,а-в изображены графики зависимости огибающей (7.30) и фазы (7.31)



$a_s(t)$, дБ
0
-10
-20
0
0,5
1,0
t
а)
$h_s(t)$, град.
22,5
0
-22,5
-45
0
0,5
1,0
t
б)
$q^2(t)$, дБ
10
5
0
-5
-10
0
0,5
1,0
t
в)

Рис. 7.3.

выходного полезного сигнала $S(t)$, а также ОСПШ (7.33) для двух скачков частоты, $p=2$, от нормированного времени, при котором первый частотный элемент (скачок частоты) начинается при $t_{\text{н}}=0$ и заканчивается при $t_{\text{к}}=0,5$, а второй - соответственно при $t_{\text{н}}=0,5$ и $t_{\text{к}}=1,0$.

При моделировании было принято: $\theta_s=15°$; $\theta_j=30°$; $q^2_{\text{вх}}(\text{с–ш})=$ $=6$ дБ; $q^2_{\text{вх}}(\text{п–ш})=20$ дБ; $\omega_{c1}=0,95\omega_c$ для $0 \le t \le 0,5$; $\omega_{c2}=1,05\omega_c$ для $0,5 \le t \le 1,0$; помеха действует на частоте $\omega_j=0,95\omega_c$.

Как видно на рис.7.3, огибающая и фаза сигнала, а также ОСПШ имеют ступенчатый характер. Это объясняется тем, что, как указывалось выше, скачок частоты сигнала при данном направлении его прихода эквивалентен изменению угла прихода сигнала. Скачок частоты на $\Delta\omega$ приведет к тому, что сформировавшийся минимум ДНА сместится на величину $\Delta\theta$. Таким образом, помеха выйдет из области нуля ДН антенны, в результате ОСПШ на выходе ААР скачкообразно уменьшится и потребуется некоторое время, чтобы ОСПШ снова достигло своего оптимального значения. Выходное отношение сигнал-(помеха+шум), в свою очередь, определяет собой вероятность ошибки в приеме сигнала.

Приведенные выше анализ и графические зависимости (рис.7.3,а-в) наглядно показывают негативное воздействие сигналов с ППРЧ на рабочие характеристики ААР, реализующей критерий МСКО.

7.2. Максиминный алгоритм обработки сигналов и помех

Уменьшение отрицательного влияния приведенных выше нежелательных последствий, возникающих при совместном использовании сигналов с ППРЧ и ААР, позволяет обеспечить разработанный в [77-80] максиминный алгоритм, который при скачках частоты достаточно быстро восстанавливает способность подавления помех.

Алгоритм назван максиминным потому, что он максимизирует ОСПШ посредством итеративной регулировки ВК с помощью двух корреляторов, один из которых используется для максимизации мощности полезного сигнала, а другой - для минимизации мощности помехи. Ниже кратко рассматривается сущность максиминного алгоритма и его возможности.

При этом предполагается, что полезный сигнал и помеха являются стационарными стохастическими процессами.

Если $\mathbf{W}$ - вектор ВК адаптивной антенной решетки, а $S(t)$ и $n(t)$ - вектор полезного сигнала и вектор помеха+шум на входах

АЭ, то сигнальную $Y_{sa}(t)$ и помеховую $Y_{na}(t)$ составляющие на выходе ААР можно представить в виде:

$$Y_{sa}(t) = W^T S(t) = S^T(t) W; \tag{7.34}$$

$$Y_{na}(t) = W^T n(t) = n^T(t) W. \tag{7.35}$$

Мощность выходного полезного сигнала при детерминированном векторе ВК определяется из выражения

$$P_s = \frac{1}{2} E\left\{\left|Y_{sa}(t)\right|^2\right\} = \frac{1}{2} W^H R_{ss} W, \tag{7.36}$$

где H - символ транспонирования и комплексного сопряжения; R_{ss} - корреляционная матрица вектора полезного сигнала $S(t)$,

$$R_{ss} = E\left\{S^*(t) S^T(t)\right\}. \tag{7.37}$$

Выражение для мощности составляющей помеха+шум на выходе ААР имеет вид:

$$P_n = \frac{1}{2} W^H R_{nn} W, \tag{7.38}$$

где R_{nn} - корреляционная матрица вектора помеха+шум $n(t)$,

$$R_{nn} = E\left\{n^*(t)\, n^T(t)\right\}. \tag{7.39}$$

Следовательно, выходное ОСПШ будет определяться равенством

$$q^2 = \frac{P_s}{P_n} = \frac{W^H R_{ss} W}{W^H R_{nn} W}. \tag{7.40}$$

С целью максимизации ОСПШ на выходе ААР применяется градиентный алгоритм корректировки весовых коэффициентов, который для дискретно-временных систем имеет вид [74,77]:

$$W(k+1) = W(k) + \mu_0(k) \nabla_W\left[q^2(k)\right], \tag{7.41}$$

где k - текущие моменты дискретизации; $\mu_0(k)$ - константа, регулирующая скорость сходимости алгоритма; $\nabla_W\left(q^2\right)$ - градиент.

Вектор ВК в терминах действительной W_R и мнимой W_J составляющих имеет вид:

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_R + j\mathbf{W}_J, \quad j = \sqrt{-1}. \tag{7.42}$$

Градиент $\nabla_{\mathbf{W}}\left(q^2\right)$ в (7.41), соответствующий данному вектору ВК $\mathbf{W}$, так же может быть представлен в комплексной форме

$$\nabla_{\mathbf{W}} = \nabla_{R\mathbf{W}_R} + j\nabla_{J\mathbf{W}_J}. \tag{7.43}$$

Непосредственное вычисление градиента $\nabla_{\mathbf{W}}\left(q^2\right)$ с учётом (7.36) и (7.38) приводит к следующему выражению

$$\nabla_{\mathbf{W}}\left(q^2\right) = \left(\frac{P_s}{P_n}\right)'_{\mathbf{W}} = \left(\frac{\mathbf{W}^H R_{ss}\mathbf{W}}{\mathbf{W}^H R_{nn}\mathbf{W}}\right)'_{\mathbf{W}} = q^2(k)\left[\frac{R_{ss}\mathbf{W}}{P_s} - \frac{R_{nn}\mathbf{W}}{P_n}\right]. \tag{7.44}$$

На основе (7.44) уравнение для вектора ВК $\mathbf{W}(k+1)$ может быть представлено в виде:

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \mu_0(k)q^2(k)\left[\frac{R_{ss}\mathbf{W}(k)}{P_s(k)} - \frac{R_{nn}\mathbf{W}(k)}{P_n(k)}\right]. \tag{7.45}$$

Заметим, что если полезный сигнал и помеха представляют собой узкополосные процессы, то $\mu_0(k)$ является постоянной величиной, а правая часть уравнения (7.45) линейна относительно $\mathbf{W}(k)$.

Входящие в (7.45) составляющие $R_{ss}\mathbf{W}(k)$ и $R_{nn}\mathbf{W}(k)$ могут быть записаны в виде следующих выражений:

$$R_{ss}\mathbf{W} = 2E\left\{S^*(t)\mathbf{Y}_{RS}(t)\right\}; \tag{7.46}$$

$$R_{nn}\mathbf{W} = 2E\left\{n^*(t)\mathbf{Y}_{Rn}(t)\right\}; \tag{7.47}$$

где $\mathbf{Y}_{RS}(t)$ и $\mathbf{Y}_{Rn}(t)$ - действительные составляющие сигнала $\mathbf{Y}_{sa}(t)$ и помехи $\mathbf{Y}_{na}(t)$, представленных в комплексной форме

$$\mathbf{Y}_{sa}(t) = \mathbf{Y}_{RS}(t) + j\mathbf{Y}_{JS}(t); \tag{7.48}$$

$$\mathbf{Y}_{na}(t) = \mathbf{Y}_{Rn}(t) + j\mathbf{Y}_{Jn}(t). \tag{7.49}$$

В максиминном алгоритме математические ожидания $E\left\{S^*(t)\mathbf{Y}_{RS}(t)\right\}$ и $E\left\{n^*(t)\mathbf{Y}_{Rn}(t)\right\}$ оцениваются на k-й итерации путём усреднения по времени на конечных интервалах, что обозначим как $\overline{S^*\mathrm{Y}_s(k)}$ и $\overline{n^*\mathrm{Y}_n(k)}$.

Используя эти оценочные значения, выражение (7.45) можно записать в виде:

$$\mathrm{W}(k+1)=\mathrm{W}(k)+\mu(k)\left[\frac{\overline{S^*\mathrm{Y}_s(k)}}{\hat{P}_s(k)}-\frac{\overline{n^*\mathrm{Y}_n(k)}}{\hat{P}_n(k)}\right], \qquad (7.50)$$

где $\hat{P}_s(k), \hat{P}_n(k)$ - оценки мощности сигнала P_s и мощности помехи P_n на k-й итерации; $\mu(k) \triangleq 2\mu_0(k)\hat{q}^2(k)$; $\hat{q}^2(k)$ - оценка ОСПШ на k-й итерации.

Вектор полезного сигнала $S(t)$ и вектор помеха+шум $n(t)$ на входе АЭ могут быть представлены через действительную и мнимую составляющие

$$S(t)=S_R(t)+jS_J(t); \qquad (7.51)$$

$$n(t)=n_R(t)+jn_J(t). \qquad (7.52)$$

С учётом соотношений (7.50)-(7.52) можно записать действительную W_R и мнимую W_J составляющие вектора ВК в виде:

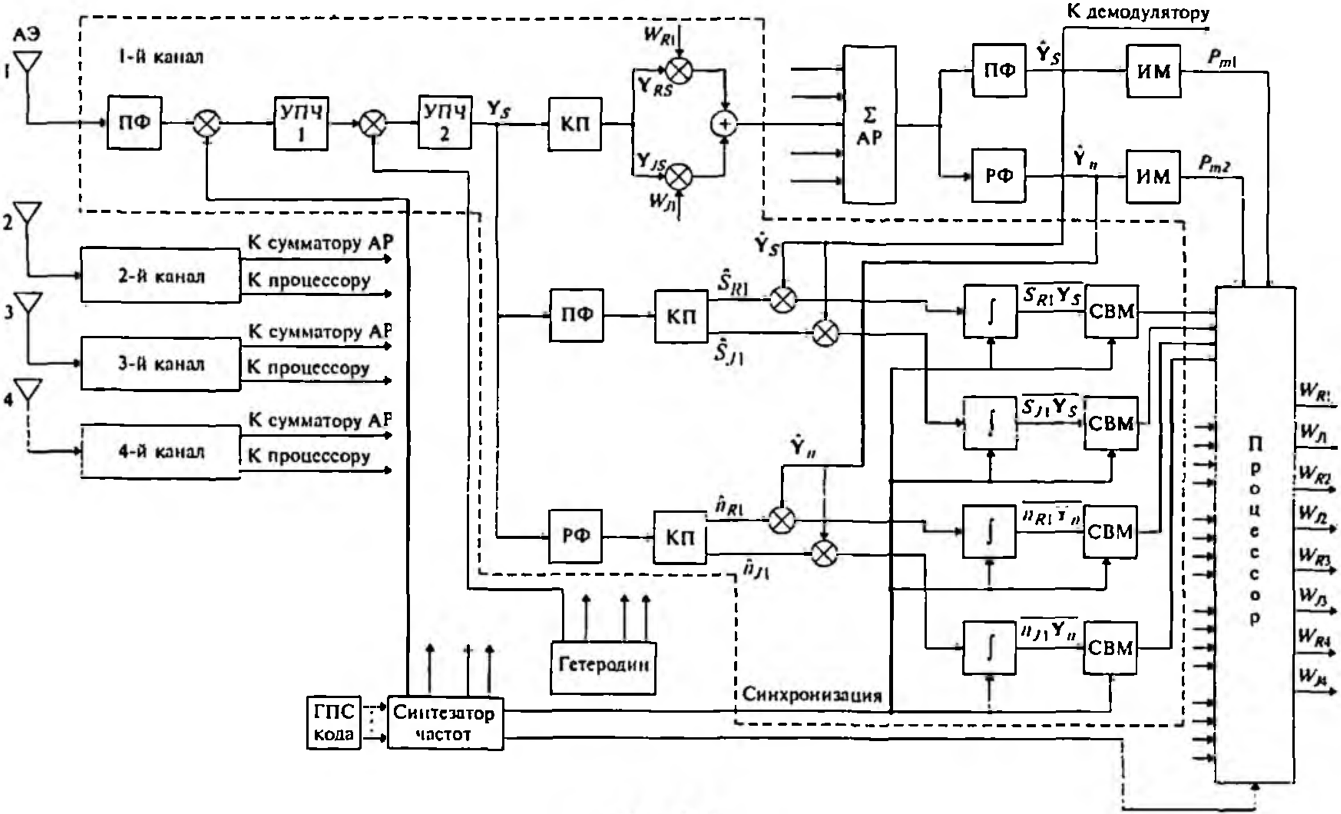
$$\mathrm{W}_R(k+1)=\mathrm{W}_R(k)+\mu(k)\left[\frac{\overline{S_R\mathrm{Y}_s(k)}}{\hat{P}_s(k)}-\frac{\overline{n_R\mathrm{Y}_n(k)}}{\hat{P}_n(k)}\right], \qquad (7.53)$$

$$\mathrm{W}_J(k+1)=\mathrm{W}_J(k)+\mu(k)\left[\frac{\overline{S_J\mathrm{Y}_s(k)}}{\hat{P}_s(k)}-\frac{\overline{n_J\mathrm{Y}_n(k)}}{\hat{P}_n(k)}\right]. \qquad (7.54)$$

Полученные выше соотношения (7.53) и (7.54), описывающие действительную и мнимую части вектора ВК, лежат в основе реализации максиминного алгоритма.

7.3. Реализация и возможности максиминного алгоритма

Одна из возможных структурных схем максиминного алгоритма для ААР, имеющей четыре АЭ, изображена на рис.7.4 [77]. В общем случае ААР может иметь N антенных элементов. В этом случае число каналов ААР, структурная схема одного из которых показана на рис.7.4 внутри штрихового контура, увеличивается до N. Скачки частоты принимаемого каждым АЭ сигнала устраняются за счёт синтезатора частот и смесителя, а с помощью



АЭ
1
2
3
4
1-й канал
ПФ
УПЧ 1
УПЧ 2
Y_S
КП
W_{R1}
Y_{RS}
Y_{JS}
W_{J1}
Σ АР
ПФ
РФ
$\hat{Y}_S$
$\hat{Y}_n$
ИМ
ИМ
P_{m1}
P_{m2}
К демодулятору
2-й канал
3-й канал
4-й канал
К сумматору АР
К процессору
К сумматору АР
К процессору
К сумматору АР
К процессору
ПФ
КП
РФ
КП
$\hat{S}_{R1}$
$\hat{S}_{J1}$
$\hat{n}_{R1}$
$\hat{n}_{J1}$
$\hat{Y}_S$
$\hat{Y}_n$
$\overline{S_{R1}Y_S}$
$\overline{S_{J1}Y_S}$
$\overline{n_{R1}Y_n}$
$\overline{n_{J1}Y_n}$
СВМ
СВМ
СВМ
СВМ
Процессор
W_{R1}
W_{J1}
W_{R2}
W_{J2}
W_{R3}
W_{J3}
W_{R4}
W_{J4}
Гетеродин
Синхронизация
ГПС кода
Синтезатор частот

Рис. 7.4.

гетеродина сигнал переносится на промежуточную частоту. Выходной сигнал 2-го усилителя промежуточной частоты (УПЧ-2) трансформируется в синфазную и квадратурную составляющие квадратурным преобразователем (КП). Далее сигнал взвешивается комплексным весовым коэффициентом $W_1(k)$ на k-й итерации путем перемножения синфазной компоненты с действительной частью $W_{R1}(k)$ и квадратурной компоненты с мнимой частью $W_{J1}(k)$. Затем обе компоненты суммируются для получения взвешенного выходного сигнала от первого АЭ.

Аналогичные взвешенные выходные сигналы от остальных АЭ складываются в сумматоре АР (Σ), таким образом создавая выходной сигнал АР, который после фильтрации с помошью ПФ поступает на демодулятор для выделения информации. В соответствии с (7.53) и (7.54) ВК корректируются на каждой итерации путём добавления корректирующих составляющих, которые зависят от вариации корреляционных оценок.

С целью разделения полезного сигнала и помехи+шум сигналы с выходов УПЧ в каналах АЭ и с выхода сумматора АР подаются на ПФ и режекторные фильтры (РФ). Полоса пропускания ПФ F_s согласована с шириной спектра полезного сигнала, поэтому на его выходе будут наблюдаться полезный сигнал, а также помеха+шум, попавшие в эту полосу. Полоса пропускания РФ F_r состоит из двух смежных полос пропускания, симметрично расположенных относительно центральной промежуточной частоты, и имеет провал в полосе частот полезного сигнала (рис.7.5).

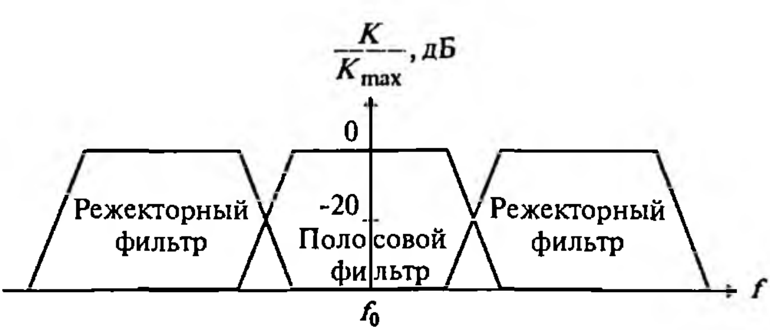


Рис. 7.5.

Чтобы обеспечить достаточный уровень развязки полезного сигнала от помехи, амплитудно-частотные характеристики ПФ и РФ должны обеспечивать затухание более 20 дБ в точках их пересечения [77]. С выхода ПФ, подключенного к выходу 2-го УПЧ, полезный сигнал от АЭ трансформируется с помощью квадратурного преобразователя в оценку синфазной $\hat{S}_{R1}$ и квадратурной $\hat{S}_{J1}$ составляющих полезного сигнала. Аналогично с выхода РФ, подключённого к выходу 2-го УПЧ, помеха+шум от АЭ трансформируется квадратурным преобразователем в оценку синфазной $\hat{n}_{R1}$ и квадратурной $\hat{n}_{J1}$ составляющих помеха+шум.

Сигнал с выхода сумматора АР (Σ) также разделяется на оценку составляющей полезного сигнала $\hat{Y}_s$ и оценку составляющей помеха+шум $\hat{Y}_n$ с помощью ПФ и РФ, соответственно. Составляющие сигнала $\hat{S}_{R1}$ и $\hat{Y}_s$ перемножаются и усредняются во времени для получения величины $\hat{S}_{R1}\hat{Y}_s$. При этом точность оценки увеличивается по мере того, как ВК сходятся к своим оптимальным значениям. Другие составляющие $\hat{S}_{J1}\hat{Y}_s$, $\hat{n}_{R1}\hat{Y}_n$, $\hat{n}_{J1}\hat{Y}_n$ получаются аналогичным путем (рис.7.4).

Составляющие $\overline{S_{R1}Y_s(k)}$, $\overline{S_{J1}Y_s(k)}$ и $\overline{n_{R1}Y_n(k)}$, $\overline{n_{J1}Y_n(k)}$ формируются с помощью интегрирования:

$$\overline{S_{R1}Y_S(k)} = \frac{1}{T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{S}_{R1}(t)\hat{Y}_S(t)dt; \tag{7.55}$$

$$\overline{S_{J1}Y_S(k)} = \frac{1}{T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{S}_{J1}(t)\hat{Y}_S(t)dt; \tag{7.56}$$

$$\overline{n_{R1}Y_n(k)} = \frac{1}{\beta T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{n}_{R1}(t)\hat{Y}_n(t)dt; \tag{7.57}$$

$$\overline{n_{J1}Y_n(k)} = \frac{1}{\beta T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{n}_{J1}(t)\hat{Y}_n(t)dt, \tag{7.58}$$

где $T_0 = t_{k+1} - t_k$ - интервал интегрирования; t_k - время окончания k-й итерации; β - отношение ширины полос пропускания РФ и ПФ.

Блоки измерения мощности (ИМ) на рис.7.4 представляют собой устройства, предназначенные для оценки мощности полезного сигнала P_{m1} и мощности составляющей помеха+шум P_{m2}. Оценка P_{m1} и P_{m2} проводится по формулам

$$P_{m1}=\frac{1}{T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\hat{Y}_s^2(t)dt; \qquad (7.59)$$

$$P_{m2}=\frac{1}{T_0}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\hat{Y}_n^2(t)dt. \qquad (7.60)$$

С использованием полученных выше зависимостей весовые коэффициенты вычисляются цифровым информационным процессором в соответствии с выражениями (7.53) и (7.54).

Полагая, что составляющая помеха+шум имеет равномерную спектральную плотность во всей ширине полосы частот, получаем

$$\beta \triangleq F_r/F_s; \qquad (7.61)$$

$$P_{m1}=P_s+P_n=P_s+F_sG_r; \qquad (7.62)$$

$$P_{m2}=F_rG_r=\beta P_n, \qquad (7.63)$$

где G_r - односторонняя спектральная плотность мощности помеха+шум.

В результате оценки мощности полезного сигнала $\hat{P}_s$ и мощности помеха+шум $\hat{P}_n$ в полосе полезного сигнала определяются из следующих выражений:

$$\hat{P}_s(k)=\begin{cases} P_{m1}(k)-\dfrac{P_{m2}(k)}{\beta} & \text{при} \quad \beta P_{m1}(k)\ge P_{m2}(k); \\ 0 & \text{при} \quad \beta P_{m1}(k)<P_{m2}(k); \end{cases} \qquad (7.64)$$

$$\hat{P}_n(k)=\frac{P_{m2}(k)}{\beta}. \qquad (7.65)$$

Соответствующая оценка для ОСПШ находится по формуле

$$\hat{q}^2(k)\triangleq\frac{\hat{P}_s(k)}{\hat{P}_n(k)}=\begin{cases} \dfrac{\beta P_{m1}}{P_{m2}}-1 & \text{при} \quad \beta P_{m1}(k)\ge P_{m2}(k); \\ 0 & \text{при} \quad \beta P_{m1}(k)<P_{m2}(k). \end{cases} \qquad (7.66)$$

Проверка работоспособности и оценка возможностей максиминного алгоритма, структурная схема которого изображена на рис.7.4, выполнены в [77] путем моделирования на ЭВМ. При этом использовались исходные данные, приведённые в табл.7.1.

Таблица 7.1

Параметры сигнала и помех

Центральная частота	15 ГГц
Ширина полосы ППРЧ	1,5 ГГц
Ширина полосы, занимаемая скачком частоты	100 кГц
Скорость переключения несущей частоты	6,25 кГц
Интервал (время) интегрирования	160 мкс
Промежуточная частота	70 МГц
Направление прихода полезного сигнала	0,0 град
Вид помехи	Широкополосный белый шум
Число источников помех	Не более трех, расположенных под разными углами к направлению прихода полезного сигнала
Отношение мощностей помехи и сигнала (ОПС)	От 20 до 50 дБ, изменяемое для каждой помехи
Отношение мощностей сигнала и шума (ОСШ)	20 дБ

При этом моделировалась четырехэлементная АР с ненаправленными АЭ, расположенными в вершинах квадрата со стороной, равной длине волны, соответствующей центральной частоте сигнала. Источники сигнала и помех располагались в плоскости АР, а направление прихода полезного сигнала совпадало с направлением нормали к одной из сторон квадрата. Сигнал с ППРЧ полагался некогерентным, следовательно, скачок частоты имел начальную фазу, равномерно распределённую в интервале $[0,2\pi]$. Дискретность скачка частоты принималась равной 100 кГц при равномерном распределении скачков во всём диапазоне ППРЧ. Полосовые и режекторные фильтры моделировались как трехполюсные фильтры Баттерворта с АЧХ, показанными на рис.7.6.

При этом центральные частоты обеих полос пропускания РФ были смещены на 200 кГц от центральной частоты f_0 ПФ. Полоса пропускания ПФ на уровне 3 дБ равнялась 100 кГц, а полоса пропускания каждого из РФ на уровне 3 дБ была равной 50 кГц.

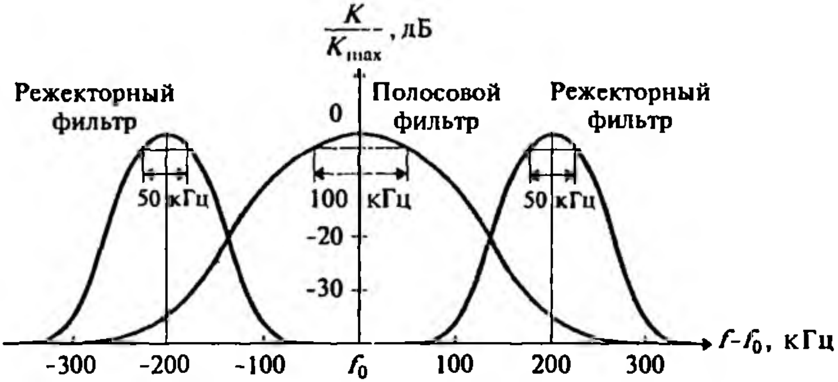


Рис. 7.6.

При моделировании предполагалось, что обеспечивается идеальная синхронизация приходящего сигнала с ППРЧ и опорного сигнала синтезатора частот. Для всестороннего изучения свойств максиминного алгоритма варьировались различные начальные условия: число источников помех и их угловое положение относительно полезного сигнала; отношение помеха-сигнал для каждого источника помех; начальные значения ВК; коэффициент усиления петли обратной связи; скорость скачков частоты.

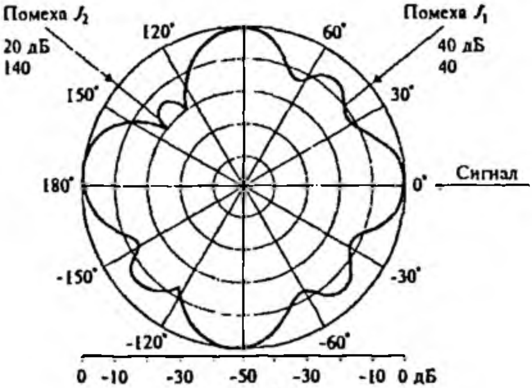
На рис.7.7,а-в показана последовательность формирования диаграммы направленности в процессе 3-х итераций при воздействии на ААР двух источников помех: один с ОПС в 40 дБ с направления 40°, другой - с ОПС в 20 дБ с направления 140°. В исходном состоянии антенная система имеет всенаправленную ДН в азимутальной плоскости, полученную посредством приравнивания к нулю трех весовых коэффициентов, а четвёртого весового коэффициента - к единице, т.е.

$$\mathbf{W}_R(0)=[1,0,0,0]; \quad \mathbf{W}_J(0)=[0,0,0,0].$$

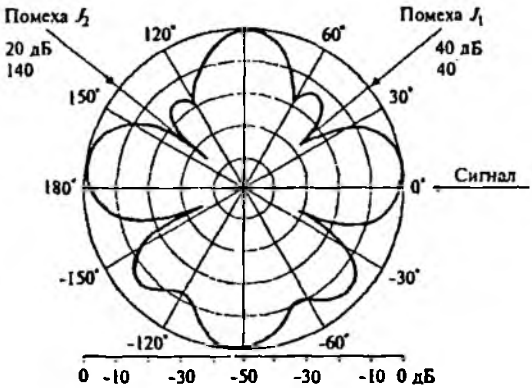
Каждая последующая ДН иллюстрирует постепенную её трансформацию; кроме того, на третьей ДН показано, что глубина нулевых провалов в направлении источников помех превышает 40 дБ.

При моделировании коэффициент μ_k выбирался из условия обеспечения устойчивости и быстрой сходимости алгоритма. Среди различных вариантов лучшим оказалось соотношение

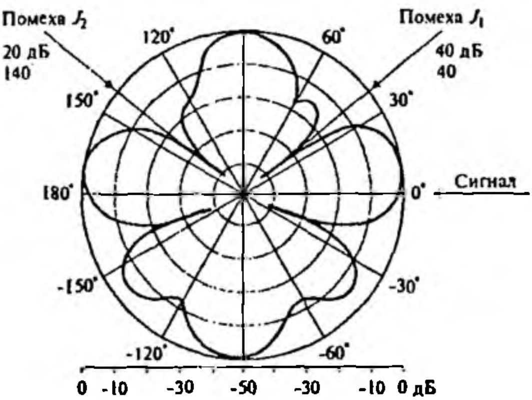
$$\mu(k)=\begin{cases} 1/\hat{q}^2(k) & \text{при} \quad \hat{q}^2(k)<1; \\ \left[1/\hat{q}^2(k)\right]^{3/2} & \text{при} \quad \hat{q}^2(k)\ge 1. \end{cases} \qquad (7.67)$$


Помеха J_2
20 дБ
140
Помеха J_1
40 дБ
40
120°
60°
150°
30°
180°
0°
Сигнал
-150°
-30°
-120°
-60°
0 -10 -30 -50 -30 -10 0 дБ

а)


Помеха J_2
20 дБ
140
Помеха J_1
40 дБ
40
120°
60°
150°
30°
180°
0°
Сигнал
-150°
-30°
-120°
-60°
0 -10 -30 -50 -30 -10 0 дБ

б)


Помеха J_2
20 дБ
140
Помеха J_1
40 дБ
40
120°
60°
150°
30°
180°
0°
Сигнал
-150°
-30°
-120°
-60°
0 -10 -30 -50 -30 -10 0 дБ

в)

Рис. 7.7.

Таким образом, контролируя $\hat{q}^2(k)$ во время каждой итерации и регулируя коэффициент усиления μ_k в соответствии с (7.67), можно с помощью описываемого алгоритма обеспечить высокую скорость сходимости весовых коэффициентов.

Изменение ОСПШ q^2 как функции числа итераций представлено в табл.7.2.

Таблица 7.2

Зависимость значения ОСПШ от числа итераций и мощности помех

Номер итерации	ОСПШ q^2, дБ 1-й вариант	ОСПШ q^2, дБ 2-й вариант
	Включена помеха J_1, q^2=20 дБ с направления 40°	Включена помеха J_1, q^2=40 дБ с направления 40°
1	3,0	-16,0
2	18,2	-12,2
3	18,5	-8,9
4	18,9	-2,8
5	19,2	5,2
6	19,6	6,5
7	19,8	12,0
8	20,1	25,3
9	20,3	25,4
	Дополнительно включена помеха, q^2=40 дБ с направления 140°	Дополнительно включена помеха, q^2=20 дБ с направления 140°
10	-12,5	11,4
11	-8,8	11,4
12	7,0	11,5
13	14,4	11,6
14	16,6	11,7
15	16,7	11,8
16	16,8	11,8
17	16,9	11,9
18	16,9	12,0
19	17,0	12,0
20	17,0	12,1

При помехе мощностью 20 дБ с направления 40° значение q^2 устанавливалось равным 20,3 дБ на девятой итерации, затем включалась помеха мощностью 40 дБ с направления 140°. Следующая итерация показывала уменьшение q^2 на 32,8 дБ (20,3 дБ - -(-12,5 дБ)=32,8 дБ); однако возврат к исходному значению происходил довольно быстро: уже после четырёх итераций значение q^2 возвращалось к уровню 16,6 дБ. Когда начальная мощность источника помех с направления 40° равнялась 40 дБ, а мощность второго источника помех, который также включался после девятой итерации, была равной 20 дБ, то после включения второй помехи значение q^2 снижалась лишь на 14 дБ (25,4 дБ - 11,4 дБ= =14 дБ). Последующее увеличение q^2 происходило медленнее, чем в предыдущих случаях, а это свидетельствовало о том, что чувствительность системы повышалась с увеличением мощности помех.

В табл.7.3 показано повышение ОСПШ как функции от числа итераций при трех источниках помех равной мощности.

Таблица 7.3

Чувствительность к воздействию помех с различных направлений

Номер итерации	ОСПШ q^2, дБ
	Включены помехи J_1, J_3
1	-14,62
22	6,23
	Включена помеха J_2
23	-6,13
27	15,3
120	19,64
	Выключена (включена) помеха J_2
121	19,64
139	19,64
	Выключена (включена) помеха J_2
140	19,64 (изменение угла 0°); 10,9 (изменение угла на 2°); 6,85 (изменение угла на 4°)
145	19,64 19,32 19,41

При этом первый источник излучал помеху с направления 40°, второй - 140° и третий - 80°. В этом случае использовалась пятиэлементная АР, в которой один АЭ размещался в центре квадрата, образованного четырехэлементной АР, для увеличения числа степеней свободы.

При включенных источниках помех J_1 и J_3 значение ОСПШ $q^2 = 6{,}23$ дБ принимает после 22 итераций, затем включался источник помех J_2 с направления 140°. После четырех итераций q^2 достигает 15,3 дБ и стабилизировалось на уровне 19,64 дБ при 120 итерациях. Последующее выключение или включение второго источника помех J_2 не оказывало влияния на ОСПШ, указывая тем самым, что глубокий нуль сформирован и остаётся в направлении 140°. Однако, если перед повторным включением источника второй помехи J_2 ее угловое положение изменялось на 2° или 4° (что равносильно движению источника помехи относительно антенной системы), то q^2 сначала имело тенденцию к уменьшению, а затем быстро возвращалось к значению, превышающему 19 дБ, всего за пять итераций.

В табл.7.4 приведены значения ОСПШ как функции числа итераций для узкой полосы частот сигнала, равной 0,17% от центральной частоты.

Таблица 7.4

Воздействие ППРЧ с узкой полосой перестройки

Номер итерации	ОСПШ q^2, дБ				
	Без ППРЧ	Число итераций на скачок частоты			
		10	5	3	1
1	-16	-16	-16	-16	-16
4	-2,7	-2,7	-2,7	-2,7	-2,7
8	7,7	7,7	7,7	7,5	8,3
10	12,3	12,3	12,3	12,2	12,2
20	12,9	12,9	12,9	12,8	12,9

Различные скорости скачков частоты почти не сказывались на выходную характеристику. В случае, когда ширина полосы частот сигнала составляла уже 10% от центральной частоты, эффект влияния этих скачков становился очевидным, что отображено на рис.7.8,а. Уменьшение ОСПШ q^2 на каждом скачке частоты очевидно, но среднее значение q^2 стабилизировалось приблизительно после 40 итераций.


ОСПШ, дБ
Сигнал - 0 дБ; полоса ППРЧ - 10 %;
5 итераций приходится на один скачок
частоты ППРЧ; три источника помех, каждый
по 54 дБ с направлений: 40°, 140°, -80°;
Число итераций

а)


ОСПШ, дБ
Число итераций

б)


ОСПШ, дБ
Относительная вариация частоты

в)

Рис. 7.8.

На рис.7.8,б,в приведены характеристики максиминного алгоритма при действии БГШ в полосе сигнала с ППРЧ, приходящего с направления 140° относительно направления на источник полезного сигнала. Отношение мощности сигнала к мощности шума равнялось 20 дБ, а отношение мощности помехи к мощности сигнала -46 дБ. Интервал времени интегрирования T_0 устанавливался равным длительности скачка частоты $T_h = 160$ мкс, при этом каждый момент начала интегрирования совпадал с началом скачка частоты. На рис.7.8,б показано изменение ОСПШ на выходе АР как функции числа итераций. На рисунке видно, что после 50...80 итераций адаптивная система достигает устойчивого состояния, в течение которого ОСПШ флуктуирует приблизительно в пределах 10 дБ.

Изменение ОСПШ во время установившегося состояния при отклонении частоты от центрального значения несущей (относительное смещение от центральной частоты) изображено на рис.7.8,в. На рисунке видно, что когда мгновенная частота находится вблизи границы полосы скачкообразного изменения частоты, значение ОСПШ уменьшается почти на 10 дБ относительно своего максимального значения.

Результаты моделирования максиминного алгоритма показали относительно быструю его сходимость к устойчивому состоянию при различных исходных данных для моделей сигналов и помех, соотношений мощностей сигналов и помех и углов прихода помех. Полученные результаты показывают, что при малых значениях скорости скачков частоты сигнала адаптивная система быстро восстанавливает способность подавления помех. При больших значениях скорости скачков частоты для подавления помехи требуется более длительная адаптация, вследствие чего выигрыш от адаптивной обработки снижается.

7.4. Модернизация максиминного алгоритма

Максиминный алгоритм разделяет помеху и сигнал на основе различия спектральных характеристик сигналов с ППРЧ и помех, используя свойства корреляционной обработки максимизировать мощность полезного сигнала и одновременно минимизировать мощность помехи на выходе ААР. Тем не менее, в максиминном алгоритме не удается полностью устранить влияние скачков частоты сигнала с ППРЧ на рабочие характеристики ААР.

Одним из путей улучшения характеристик максиминного алгоритма является компенсация частотной зависимости характеристик алгоритма от параметров скачкообразной перестройки рабочей частоты. При этом основными направлениями совершенствования максиминного алгоритма являются: *параметрическая обработка на основе использования линий задержки с отводами; спектральная обработка на основе разделения всей ширины спектра сигнала с ППРЧ на некоторое число спектральных зон; обработка с упреждением, при которой адаптация ВК осуществляется с упреждением на скачок частоты.*

7.4.1. Параметрическая обработка

В соответствии с максиминным алгоритмом устранение скачков частоты сигнала должно предшествовать адаптивной пространственной фильтрации, что определяется использованием относительно узкополосных полосовых и режекторных фильтров. Преимущество устранения скачков частоты перед обеспечением адаптивной пространственной фильтрации заключается также в том, что используются УПЧ с шириной полосы пропускания, равной сумме полос пропускания полосовых и режекторных фильтров, обеспечивающих подавление некоторой части шума и помех до их поступления в адаптивные фильтры. Устранение скачков частоты преобразует скачкообразно изменяемые сигналы на промежуточную частоту с необходимой для адаптации информацией, сохраняющейся в фазе полученного сигнала.

Адаптивные фильтры могут конструироваться на базе различных структур, таких, как, например, решетчатые фильтры, фильтры с бесконечной импульсной характеристикой или же на линиях задержки с отводами. Из-за успешного применения в широкополосных ААР линий задержек с отводами они могут использоваться и в ААР, реализующих максиминный алгоритм с параметрической обработкой. На рис.7.9 изображена структурная схема ААР с применением линий задержки с тремя отводами (с двумя элементами задержки) [73,74,78]. Поскольку сложность канала обработки пропорциональна числу отводов линии задержки, то желательно ограничиваться возможно меньшим числом отводов.

Линию задержки с отводами характеризуют три параметра: общее (полное) время задержки линии T_D; время задержки между отводами Δ; число отводов N. Эти параметры связаны соотношением

$$T_D = (N-1)\Delta. \tag{7.68}$$

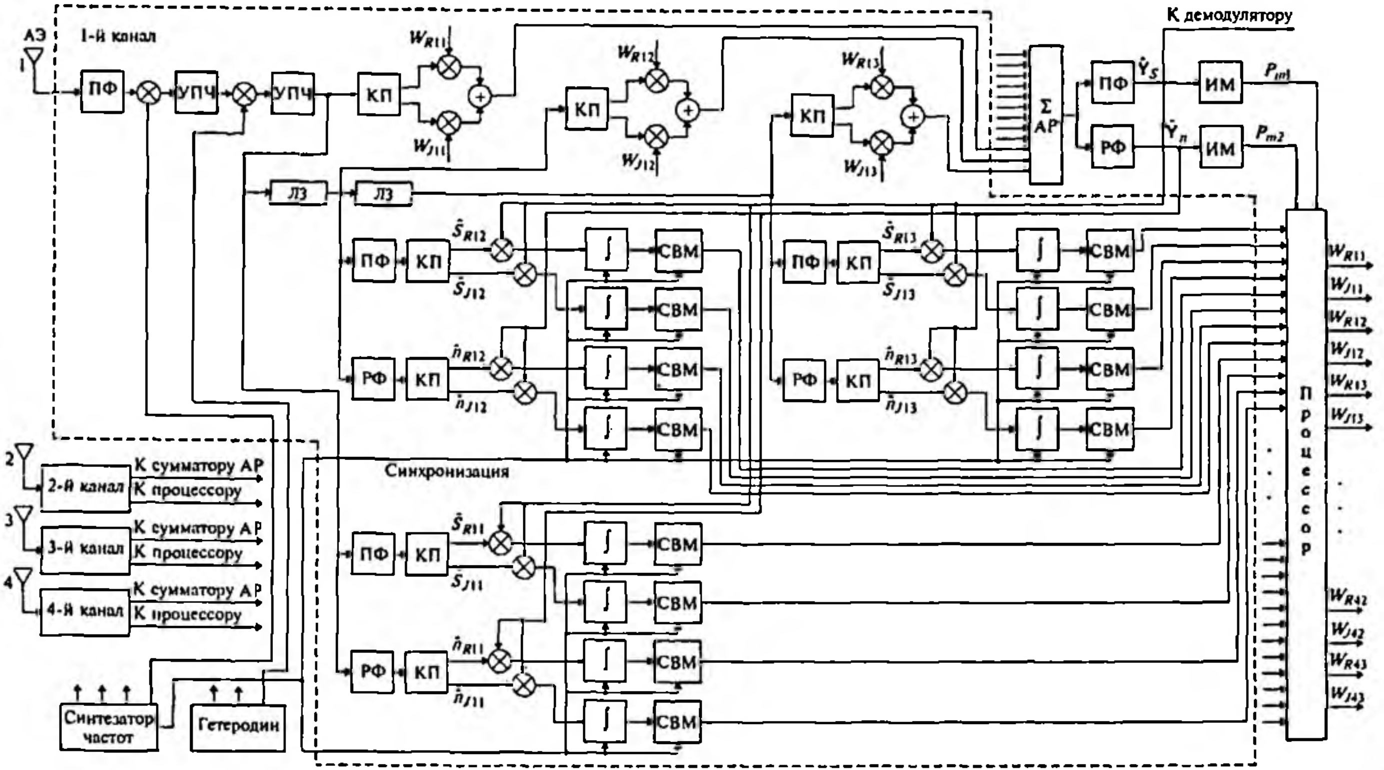
Для того, чтобы линия задержки с отводами обеспечивала формирование нуля во всей полосе частот W_s, занимаемой сигналом с ППРЧ, необходимо выполнение условия

$$\Delta \le 1/W_s. \tag{7.69}$$

Свойства параметрической обработки изучались путём моделирования на ЭВМ. Результаты оценивались в средних значениях и вариациях ОСПШ как функции от смещения частоты в установившемся режиме и скорости сходимости к установившемуся режиму. Наилучшие результаты были получены при

$$\Delta = \frac{1}{N f_{\text{пр}}}, \tag{7.70}$$

где $f_{\text{пр}}$ – промежуточная частота.



К демодулятору
АЭ
1
1-й канал
ПФ
УПЧ
УПЧ
КП
W_{R11}
W_{J11}
КП
W_{R12}
W_{J12}
КП
W_{R13}
W_{J13}
Σ
АР
ПФ
РФ
$\hat{Y}_S$
$\hat{Y}_n$
ИМ
ИМ
P_{m1}
P_{m2}
ЛЗ
ЛЗ
$\hat{S}_{R12}$
$\hat{S}_{J12}$
$\hat{n}_{R12}$
$\hat{n}_{J12}$
$\hat{S}_{R13}$
$\hat{S}_{J13}$
$\hat{n}_{R13}$
$\hat{n}_{J13}$
СВМ
Процессор
W_{R11}
W_{J11}
W_{R12}
W_{J12}
W_{R13}
W_{J13}
W_{R42}
W_{J42}
W_{R43}
W_{J43}
2
2-й канал
К сумматору АР
К процессору
3
3-й канал
К сумматору АР
К процессору
4
4-й канал
К сумматору АР
К процессору
Синхронизация
$\hat{S}_{R11}$
$\hat{S}_{J11}$
$\hat{n}_{R11}$
$\hat{n}_{J11}$
Синтезатор частот
Гетеродин

Рис. 7.9.

При применении условия (7.70) узкополосный частотный элемент сигнала на каждом отводе линии задержки сдвинут по фазе на $2\pi/N$ по отношению к частотному элементу на предыдущем отводе, а общий фазовый сдвиг будет меньше 2π радиан.

На рис.7.10,а,б представлены результаты работы максиминного алгоритма с параметрической обработкой при $N = 3$ [78]. Из рис.7.10,а следует, что для достижения установившегося режима необходимо приблизительно 600 итераций, что гораздо больше, чем для случая, когда параметрическая обработка не применяется (см. рис.7.8,а). Сравнение данных, приведенных на рис.7.8,б и рис. 7.10,б, показывает, что изменения ОСПШ с вариацией частоты получаются меньше приблизительно на 4 дБ, когда используются линии задержки с отводами.

При $N = 5$ разброс ОСПШ в установившемся режиме немного уменьшается при незначительном увеличении среднего значения ОСПШ, что отображено на рис.7.10,в,г. Однако число итераций, требуемых для достижения установившегося режима, существенно увеличивается.

7.4.2. Спектральная обработка

Спектральная обработка основана на разбиении всей полосы скачкообразного изменения частоты W_s на определенное число спектральных зон (участков) и независимой адаптации вектора ВК в пределах каждой зоны, т.е. когда частота сигнала с ППРЧ находится в одной из таких зон. Структурная схема ААР, реализующая максиминный алгоритм со спектральной обработкой в трех спектральных зонах, изображена на рис.7.11 [79,80]. Выбор номера спектральной зоны зависит от значения рабочей частоты принимаемого сигнала и осуществляется с помощью селектора частотных участков, обеспечивающего выделение спектральной зоны, под управлением ГПС кода. После преобразования частотных элементов сигнала (скачков частоты) на промежуточную частоту формируются ВК. При этом ВК, связанные с предшествующими анализируемыми спектральными зонами, пересылаются в память процессора адаптации ВК. Пересылка значений ВК между памятью и адаптивными фильтрами управляется ГПС кода.

Для ослабления влияния переходных процессов следующие за сумматором АР (Σ) полосовые и режекторные фильтры должны выполняться раздельно для каждой спектральной зоны. С увеличением числа спектральных зон (частотных участков) $N_{уч}$ можно также ожидать пропорционального увеличения числа итераций, требуемых для достижения устойчивого состояния, так как только $1/N_{уч}$ скачков частоты попадают в каждый частотный участок. Однако при увеличении числа частотных участков ширина полосы каждого частотного участка уменьшается, что способствует лучшей сходимости алгоритма. Это, в свою очередь, нейтрализует увеличение требуемого числа итераций для достижения установившегося режима.

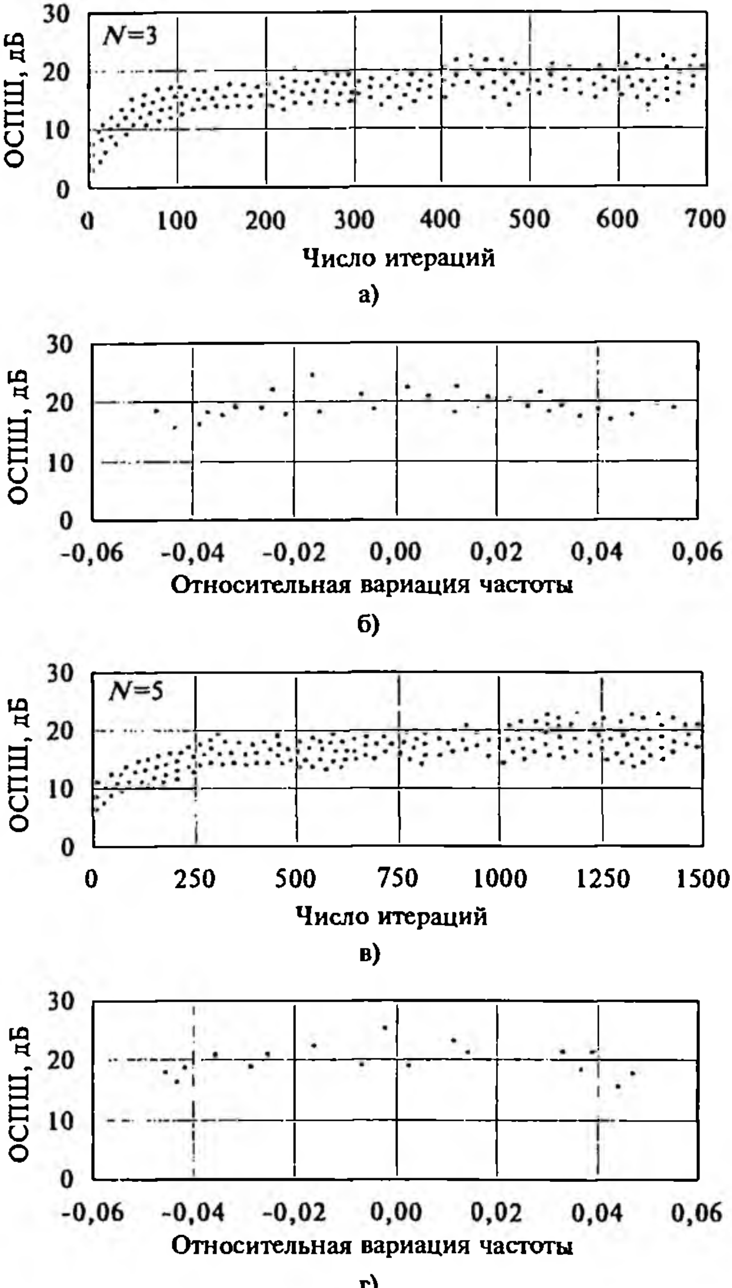

N=3
ОСПШ, дБ
30
20
10
0
0
100
200
300
400
500
600
700
Число итераций
а)
ОСПШ, дБ
30
20
10
0
-0,06
-0,04
-0,02
0,00
0,02
0,04
0,06
Относительная вариация частоты
б)
N=5
ОСПШ, дБ
30
20
10
0
0
250
500
750
1000
1250
1500
Число итераций
в)
ОСПШ, дБ
30
20
10
0
-0,06
-0,04
-0,02
0,00
0,02
0,04
0,06
Относительная вариация частоты
г)

Рис. 7.10.

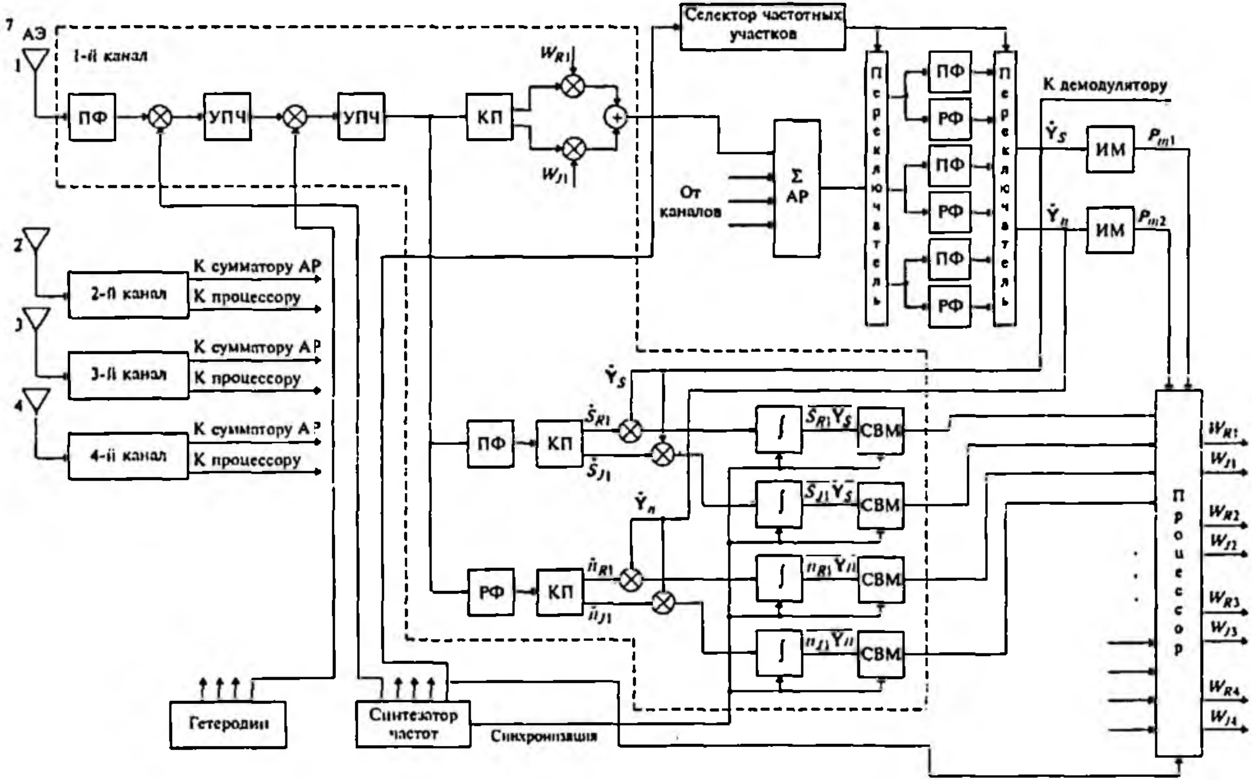

АЭ
1-й канал
ПФ
УПЧ
УПЧ
КП
Селектор частотных участков
Переключатель
ПФ
РФ
ПФ
РФ
ПФ
РФ
Переключатель
К демодулятору
ИМ
ИМ
Σ АР
От каналов
2-й канал
К сумматору АР
К процессору
3-й канал
К сумматору АР
К процессору
4-й канал
К сумматору АР
К процессору
ПФ
КП
РФ
КП
СВМ
СВМ
СВМ
СВМ
Процессор
Гетеродин
Синтезатор частот
Синхронизация

Рис. 7.11.

Рабочие характеристики ААР в виде ОСПШ при использовании максиминного алгоритма с двумя и тремя спектральными зонами изображены на рис.7.12,а,б и рис.7.12,в,г, соответственно. Анализ приведенных зависимостей говорит о том, что, как и ожидалось, сходимость к устойчивому состоянию оказывается более быстрой при использовании двух спектральных зон. Сравнение данных, приведённых на рис.7.10,а и рис.7.12,а, показывает, что максиминный алгоритм со спектральной обработкой превосходит максиминный алгоритм с параметрической обработкой по скорости сходимости и не имеет преимущества в установившемся среднем значении ОСПШ. Вариации установившегося ОСПШ в функции изменения несущей частоты в обоих случаях остаются приблизительно равными 6 дБ.

7.4.3. Обработка с упреждением

Сущность обработки с упреждением состоит в том, что адаптивная система начинает осуществлять адаптацию ВК в сторону их оптимальных значений для скачка частоты, предшествующего скачку частоты, поступившему на вход приемника.

В силу этого при реализации максиминного алгоритма с упреждением необходимы два процессора: главный и вспомогательный. Главный процессор рассчитывает значения оптимальных ВК для формирования выходного сигнала на принимаемом скачке частоты в текущий момент. Вспомогательный процессор рассчитывает значения ВК, являющиеся близкими к оптимальным, для последующего скачка частоты сигнала с ППРЧ.

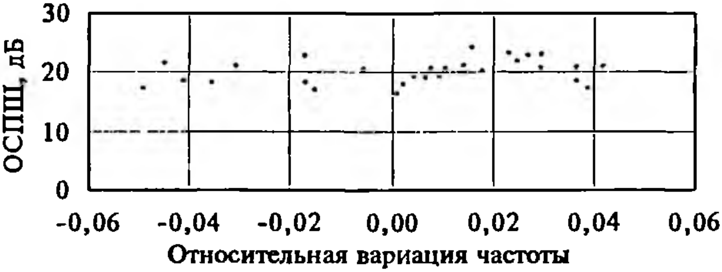
При каждом скачке частоты значения ВК, рассчитанные вспомогательным процессором, передаются в главный процессор, тем самым обеспечивая формирование на рабочей частоте выходного сигнала ААР с оптимальными ВК. При формировании ВК в основном процессоре с целью синхронизации используется опорная псевдослучайная последовательность местного ГПС кода. При решении этой задачи в вспомогательном процессоре используется опережающая псевдослучайная последовательность ГПС кода. При этом, как правило, опережение в выработке вспомогательных ВК принимается равным длительности одного скачка частоты.

Структурная схема ААР, реализующая максиминный алгоритм с упреждающей обработкой, изображена на рис.7.13 [78-80]. В реальной ААР передача информации о значениях ВК между вспомогательным и главным процессорами должна осуществляться в течение переходных процессов между скачками частоты. При моделировании же предполагалось, что время переходных процессов равнялось нулю.

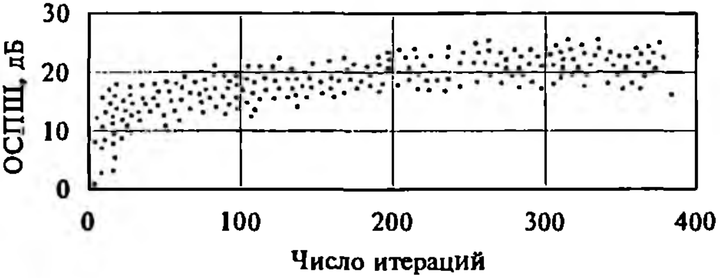
На рис.7.14 показаны характеристики максиминного алгоритма с упреждением обработки. Сходимость ОСПШ к установившемуся значению оказалась более быстрая, чем при использовании спектральной обработки с разделением спектра сигнала на


30
20
10
0
ОСПШ, дБ
0
50
100
150
200
250
300
Число итераций

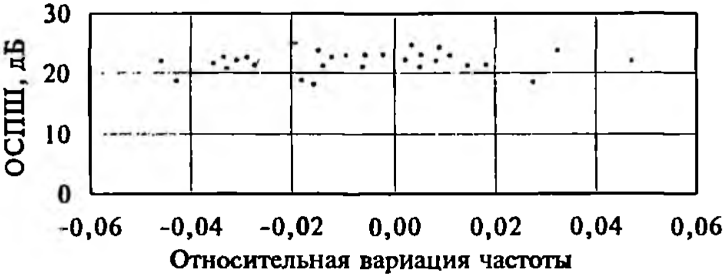
а)


30
20
10
0
ОСПШ, дБ
-0,06
-0,04
-0,02
0,00
0,02
0,04
0,06
Относительная вариация частоты

б)


30
20
10
0
ОСПШ, дБ
0
100
200
300
400
Число итераций

в)


30
20
10
0
ОСПШ, дБ
-0,06
-0,04
-0,02
0,00
0,02
0,04
0,06
Относительная вариация частоты

г)

Рис. 7.12.

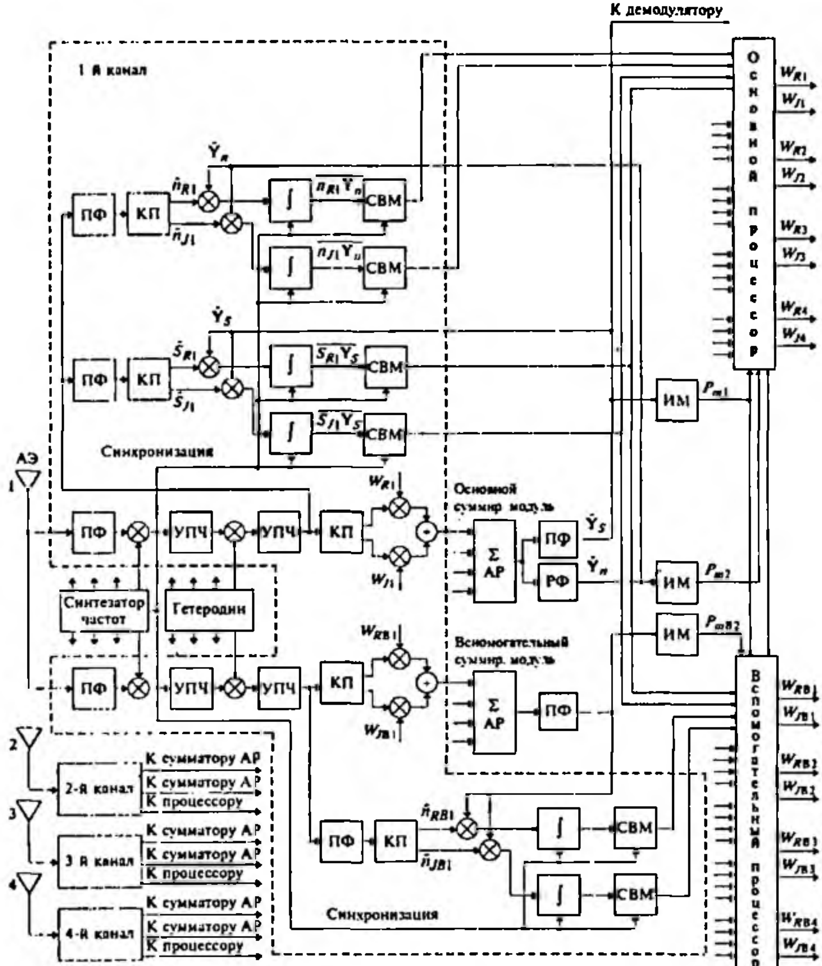


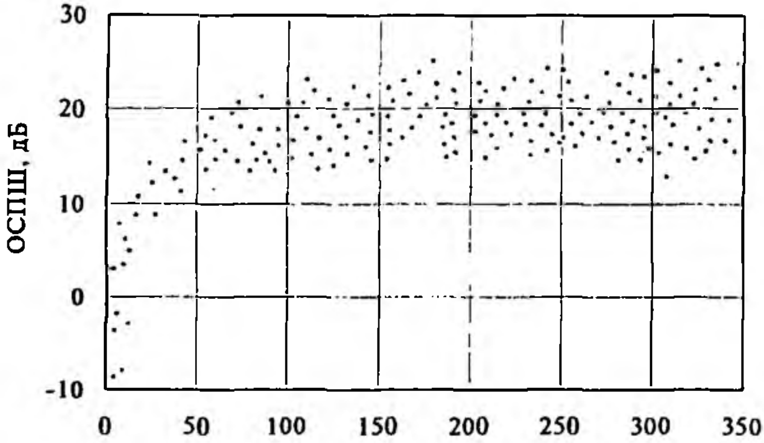
Рис. 7.13.

две зоны, однако разброс ОСПШ в установившемся режиме в функции смещения частоты приблизительно на 3 дБ больше, чем при спектральной обработке.

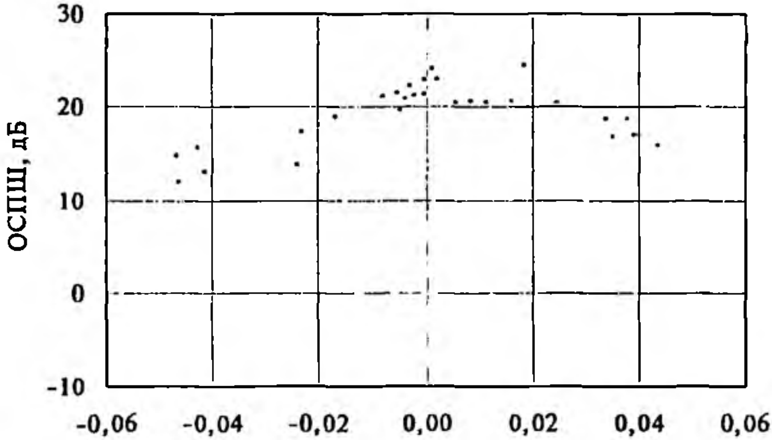
Среди рассмотренных трех способов модернизации максиминного алгоритма спектральная обработка обеспечивает наилучшее среднее значение ОСПШ в установившемся режиме и является наиболее простой при реализации.

Обработка с упреждением обеспечивает наиболее быструю сходимость к установившемуся значению ОСПШ, но имеет наибольшее рассеяние ОСПШ в установившемся режиме.

Параметрическая обработка представляет наименьший интерес из-за ее чрезмерно большого времени сходимости и наиболее сложной реализации.



а) Число итераций



б) Относительная вариация частоты

Рис. 7.14.

Проведенный аналитический анализ показал принципиальную возможность максиминного алгоритма при совместном использовании в СРС сигналов с ППРЧ и ААР.

Глава 8

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

8.1. Обнаружение сигналов неизвестной структуры

Эффективное воздействие организованных помех на СРС с ППРЧ (впрочем, как и на СРС с другими видами сигналов) может быть обеспечено при условии, что постановщик помех, используя станцию РТР, успешно осуществляет перехват сигналов с ППРЧ. Под перехватом сигналов в общем случае понимается обнаружение, измерение соответствующих параметров сигналов СРС, например, мощности сигнала, рабочей частоты, ширины спектра, длительности скачка частоты, а также пеленгование (или определение местоположения) СРС [34]. Перечисленные этапы процесса перехвата в существующих станциях РТР, как правило, объединены. В дальнейшем рассматривается только этап обнаружения сигналов с ППРЧ, который иногда именуется перехватом.

При решении задачи обнаружения в качестве модели используем сигнал с ППРЧ и двоичной ЧМ, представляющий собой последовательность радиоимпульсов со случайной начальной фазой, частоты которых перестраиваются в соответствии с заданным псевдослучайным кодом в диапазоне W_s. Модель такого сигнала за время j-го скачка частоты длительностью T_h может быть представлена в виде:

$$s(t) = \sqrt{2P_s}\cos[(\omega_j + i\Omega)t + \varphi_i]\, g(t - jT_h), \qquad (8.1)$$

где P_s - мощность сигнала; $\omega_j = \overline{1, M_f}$, M_f - число рабочих частот (с учетом ЧМ); Ω - частота модуляции; $i = 0,1$; φ_i - начальная фаза скачка частоты, $\varphi_i \in [0, 2\pi]$; $g(t)$ - единичная функция,

$$g(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \le t \le T_h; \\ 0, & \text{при } t < 0,\ t > T_h. \end{cases}$$

Основными характеристиками и параметрами СРС с ППРЧ являются: мощность передатчика P_s; время передачи сообщения T_M; число рабочих частот M_f (число частотных каналов), которые равномерно распределены в диапазоне W_s и выбираются генератором псевдослучайного кода, по крайней мере, один раз на протяжении времени T_M; f_0 - центральная частота передаваемого элемента сигнала; число интервалов (скачков частоты) N_t длительностью T_h за время передачи T_M, $N_t = T_M / T_h$; скорость передачи информации в битах $R_в = 1/T_в$; скорость скачкообразного изменения частоты $R_h = 1/T_h$; мгновенная полоса частот F_s, определяемая в общем случае длительностью либо бита информации T_b, либо скачка частоты T_h.

При РТР обнаружение сигналов усложняется тем, что структура и ряд характеристик и параметров сигналов СРС, как правило, неизвестны постановщику помех. Это лишает возможности использования в станциях РТР согласованных способов приема сигналов. Поэтому в станциях РТР применяются такие алгоритмы приема и обработки сигналов, которые, с одной стороны, для своей реализации требуют минимальной априорной информации о сигналах СРС, с другой стороны, должны обеспечивать высокую вероятность обнаружения и низкую вероятность ложной тревоги, обусловленную собственными шумами обнаружителя. Шумы обнаружителя представим в виде АБГШ с односторонней спектральной плотностью G_0, значение которой известно. Типовыми значениями вероятностей обнаружения P_D и ложной тревоги P_F при перехвате сигналов СРС являются: $P_D = 0{,}5 \cdots 0{,}9$; $P_F = 10^{-3} \cdots 10^{-6}$ [81].

Проектируя СРС для работы в условиях РЭП, разработчик стремится обеспечить высокую энергетическую скрытность сигналов СРС, или малую вероятность их перехвата станцией РТР в течение заданного интервала времени.

Для эффективного решения поставленной задачи разработчик СРС должен располагать некоторой априорной информацией о возможностях обнаружителя станции РТР. Аналогично, при разработке обнаружителей для станций РТР требуется определенная априорная информация о характеристиках и параметрах сигналов разведываемых СРС. Однако в конфликтной ситуации двух противоборствующих сторон „система радиосвязи - система радиоэлектронного подавления" можно только предполагать о том или ином уровне осведомленности. В [82] для анализа эффективности обнаружителей по перехвату сигналов СРС и, соответственно, для выбора возможных способов обработки сигналов в СРС, повышающих их энергетическую скрытность, достаточно условно рассматриваются пять уровней априорной осведомленности, представленных в табл.8.1. В таблице P_i $(i = 1,2,3,4,5)$ обозначает вероятность того, что РТР имеет соответствующие априорные сведения о характеристиках и параметрах СРС на i-м уровне осведомленности.

Таблица 8.1

Уровни осведомленности о характеристиках и параметрах СРС

Уровни осведомленности РТР	Объем знаний о характеристиках и параметрах СРС радиотехнической разведкой
I; P_1 Наименьший объем данных о характеристиках и параметрах СРС.	РТР ничего не знает о сигналах СРС и лишь имеет предположение о центральной частоте f_s, диапазоне частот W_s, времени начала $t_н$ и конца $t_к$ передачи.
II; P_2	РТР имеет сведения о центральной частоте f_s, диапазоне частот W_s, времени начала $t_н$ и конца $t_к$ передачи. Однако значения этих характеристик известны с ошибками.
III; P_3	РТР имеет сведения о центральной частоте f_s, диапазоне частот W_s, времени начала $t_н$ и конца $t_к$ передачи. В станции РТР обеспечивается согласование с сигналом СРС по времени и частоте.
IV; P_4	РТР имеет сведения о центральной частоте f_s, диапазоне частот W_s, времени начала $t_н$ и конца $t_к$ передачи, мгновенной полосе частот передаваемого сигнала F_s. В станции РТР обеспечивается согласование с сигналом СРС по времени и частоте.
V; P_5 Наибольший объем данных о характеристиках и параметрах СРС.	РТР имеет сведения практически о всех характеристиках и параметрах СРС. Однако РТР не известна частотно-временная матрица (ЧВМ) сигнала, т. е. нет сведений о том , какую позицию в ЧВМ будет занимать сигнал при последующем скачке частоты. В станции РТР обеспечивается оптимальное согласование с сигналом СРС по времени и частоте.

Предельным случаем априорной неопределенности относительно структуры перехватываемых сигналов СРС является задача обнаружения стохастических сигналов $s_c(t)$ на фоне АБГШ $n(t)$ [83-85], когда наблюдаемые реализации имеют вид:

$$y(t)=\begin{cases} s_c(t)+n(t) & \text{при } H_1; \\ n(t) & \text{при } H_0, \end{cases} \tag{8.2}$$

$$t \in [(n-1)T_0, nT_0],$$

где H_1 и H_0 - гипотезы о наличии и отсутствии сигнала.

В [83-85] показано, что если сигнал и шум представляют собой практически произвольные стохастические процессы, то функционал отношения правдоподобия можно записать в виде:

$$\Lambda=\exp\left[\int_0^{T_0} y(t)\hat{s}_c(t)dt-\frac{1}{2}\int_0^{T_0}\hat{s}_c^{\,2}(t)dt\right], \tag{8.3}$$

где $\hat{s}_c(t)$ - оценка стохастического сигнала $s_c(t)$ по критерию минимума среднеквадратической ошибки (МСКО).

Структурная схема обнаружения сигнала $s_c(t)$ на основе алгоритма (8.3) изображена на рис.8.1.

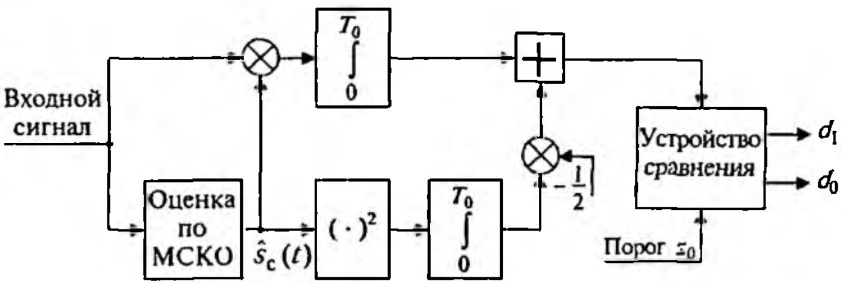


Рис. 8.1.

Как следует из анализа схемы, оптимальный алгоритм обнаружения стохастических сигналов достаточно сложен при реализации. Более простым с точки зрения технической реализации является алгоритм энергетического обнаружителя Прайса-Урковица [86,87]. Энергетические обнаружители получили широкое распространение на практике и эффективно используются в станциях РТР для обнаружения неизвестных сигналов, включая и детерминированные сигналы с ППРЧ.

Существующее структурное разнообразие энергетических обнаружителей можно разделить на два класса [34,81]:

1. *Одноканальные широкополосные обнаружители*, параметры которых в той или иной степени согласованы с передаваемым сообщением по ширине полосы частот и по времени передачи сообщения.

2. *Многоканальные обнаружители*, в которых полоса пропускания и время интегрирования каждого узкополосного канала в той или иной степени согласованы с полосой частот и длительностью частотного элемента (скачка частоты) сигнала с ППРЧ.

Применительно к указанным классам энергетических обнаружителей на рис.8.2 изображены два метода обнаружения сигналов с ППРЧ [88].

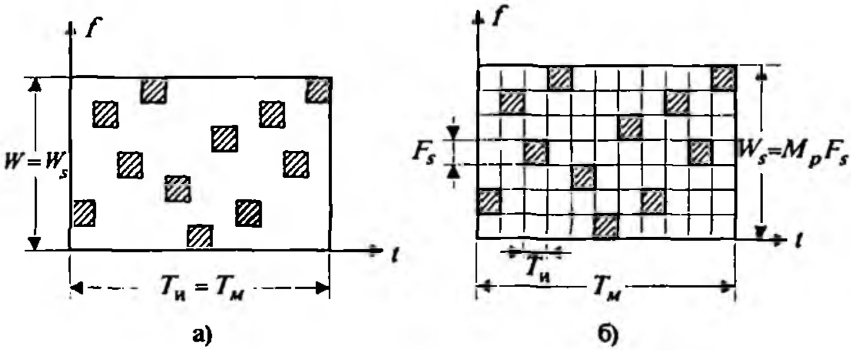


Рис. 8.2.

При первом методе (рис.8.2,а) накопление энергии (интегрирование) сигнала осуществляется по всему рабочему диапазону частот $W = W_s$ и в течение всего времени передачи сообщения $T_и = T_м$, где $T_и$ - время интегрирования. При втором методе (рис.8.2,б) накопление энергии частотных элементов происходит по полосе частот F_s в течение длительности скачка частоты $T_и = T_h$.

Второй класс обнаружителей предполагает использование отдельных каналов для каждой из возможных частот сигнала с ППРЧ. С целью уменьшения числа каналов и простоты реализации применяются различные структурные схемы многоканальных обнаружителей. Основное различие между ними заключается в процедуре принятия решения, позволяющей преобразовать данные об обнаружении отдельных частотных элементов сигнала в решение о передаче сообщения.

Наличие априорной информации о значениях тех или иных параметров сигналов с ППРЧ позволяет обеспечить согласование энергетического обнаружителя с принимаемым сигналом по времени и частоте и получить хорошие рабочие характеристики. *Энергетические обнаружители, согласованные с параметрами принимаемого сигнала на 5-м уровне осведомленности, дают наилучшие рабочие характеристики. Такие обнаружители далее называются квазиоптимальными.*

8.2. Широкополосный энергетический обнаружитель

Структурная схема широкополосного (одноканального) энергетического обнаружителя изображена на рис.8.3 и содержит: широкополосный полосовой фильтр (ШПФ) со средней частотой f_s и полосой пропускания W_s, равной полосе частот сигналов с ППРЧ, квадратичный детектор $(\cdot)^2$, интегратор и устройство сравнения.

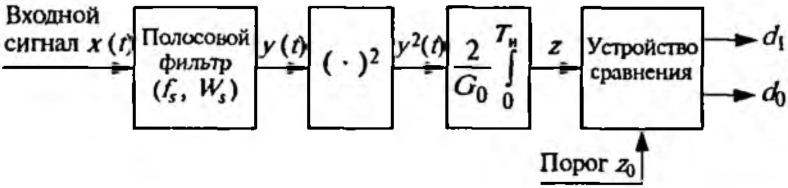


Рис. 8.3.

Такой обнаружитель обеспечивает измерение энергии принятой реализации в пределах конечного времени интегрирования $T_и$ и сравнивает выходной сигнал интегратора z с порогом z_0 для принятия решения. Алгоритм обнаружения имеет вид: принимается решение d_1 о наличии сигнала $s(t)$, если статистика $z \ge z_0$, и решение d_0 об отсутствии сигнала, если $z < z_0$, т.е.

$$z = \frac{2}{G_0}\int_0^{T_и} y^2(t)dt \begin{cases} \ge z_0 \Rightarrow d_1, & \text{сигнал есть;} \\ < z_0 \Rightarrow d_0, & \text{сигнала нет,} \end{cases} \qquad (8.4)$$

где $y(t)$ - выходной сигнал полосового фильтра,

$$y(t) = \begin{cases} s(t) + n(t), & \text{сигнал плюс шум;} \\ n(t), & \text{шум,} \end{cases}$$
$$0 \le t \le T_и;$$

$2/G_0$ - множитель нормировки статистики z (для удобства анализа).

Так как сигнал $s(t)$ и шум $n(t)$ на выходе ШПФ ограничены по частоте полосой $|f| \le W_s/2$, то $s(t)$ и $n(t)$ можно представить в виде квадратурных составляющих:

$$\left.\begin{aligned} s(t) &= s_c(t)\cos\omega_0 t - s_s(t)\sin\omega_0 t; \\ n(t) &= n_c(t)\cos\omega_0 t - n_s(t)\sin\omega_0 t. \end{aligned}\right\} \tag{8.5}$$

Применив теорему отсчетов В.А. Котельникова, выходную статистику z (8.4) при наличии сигнала (гипотеза H_1) можно записать в виде:

$$z = \frac{1}{G_0 W_s}\left\{\sum_{i=1}^{T_и W_s}\left[s_c\left(\frac{i}{W_s}\right) + n_c\left(\frac{i}{W_s}\right)\right]^2 + \sum_{i=1}^{T_и W_s}\left[s_s\left(\frac{i}{W_s}\right) + n_s\left(\frac{i}{W_s}\right)\right]^2\right\}, \tag{8.6}$$

где $n_c\left(\frac{i}{W_s}\right)$, $n_s\left(\frac{i}{W_s}\right)$ - независимые гауссовские случайные величины с нулевым средним.

Из (8.6) следует, что выходная статистика обнаружителя z описывается нецентральным χ^2-распределением с $2T_и W_s$ степенями свободы и параметром нецентральности

$$\lambda = \frac{2E_s}{G_0}, \tag{8.7}$$

где E_s - энергия сигнала в полосе частот W_s и в интервале времени $T_и$. Среднее значение $M[z]$ и дисперсия $D[z]$ статистики z определяются формулами

$$M[z] = \lambda_s + 2T_и W_s; \tag{8.8}$$

$$D[z] = 4\lambda_s + 4T_и W_s. \tag{8.9}$$

При отсутствии сигнала (гипотеза H_0) выходная статистика z описывается центральным χ^2-распределением с $2T_и W_s$ степенями свободы.

Вероятности ложной тревоги P_F и обнаружения P_D для рассматриваемого обнаружителя описываются известными выражениями:

$$P_F = \int_{z_0}^{\infty} p_0(z)dz; \; P_D = \int_{z_0}^{\infty} p_1(z)dz, \tag{8.10}$$

где $p_0(z)$, $p_1(z)$ - функции плотности вероятности, которые имеют вид [48]:

при отсутствии сигнала (гипотеза H_0)

$$\left. \begin{aligned} &p_0(z) = \frac{1}{2^L \Gamma(L)} z^{L-1} \exp\left(-\frac{z}{2}\right), \; z \ge 0; \\ &p_0(z) = 0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad z < 0; \end{aligned} \right\} \tag{8.11}$$

при наличии сигнала (гипотеза H_1)

$$\left. \begin{aligned} &p_1(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{z}{\lambda}\right)^{\frac{L-1}{2}} \exp\left(-\frac{z+\lambda}{2}\right) I_{L-1}\left(\sqrt{z\lambda}\right), \;\; z \ge 0; \\ &p_1(z) = 0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad z < 0, \end{aligned} \right\} \tag{8.12}$$

$I_n(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода n-го порядка; $\Gamma(L)$ - гамма-функция, $\Gamma(L) = (L-1)!$; $L \triangleq \lfloor T_и W_s \rfloor$ - число степеней свободы, скобки $\lfloor x \rfloor$ означают целую часть числа.

Выражения для вероятностей ложной тревоги P_F и обнаружения сигнала P_D находятся путем интегрирования (8.11) и (8.12). Интегральные выражения от функций плотности вероятности (8.11) и (8.12) в общем случае могут быть сведены к обобщенным Q-функциям Маркума [30]

$$Q_M(a,b) = \frac{1}{a^{M-1}} \int_b^{\infty} x^M \exp\left(-\frac{x^2+a^2}{2}\right) I_{M-1}(ax)\,dx.$$

В случае, если произведение времени интегрирования на полосу частот $T_и W_s \gg 1$, то, в силу центральной предельной теоремы, выходная статистика z может быть аппроксимирована случайной величиной с гауссовским распределением.

В противном случае, если при перехвате сигналов с ППРЧ условие $T_и W_s \gg 1$ не выполняется, гауссовская аппроксимация выходной статистики z становится неприемлемой. В общем случае для расчета рабочих характеристик (РХ) обнаружителя могут быть использованы алгоритмы, основанные на разложении обобщенной Q-функции Маркума в степенные ряды и в ряды по бесселевым функциям. Наиболее распространенные алгоритмы расчета центрального и нецентрального χ^2-распределения приведены в Приложении 8.1 [89].

В приложении 8.2 приводится анализ вероятностно-временных характеристик основных типов обнаружителей сигналов при многошаговой процедуре обнаружения. Показано, что существует оптимальное значение времени наблюдения на одном шаге, при котором среднее время многошаговой процедуры обнаружения минимально.

Учитывая (8.10), (8.11) и (8.12), выражения для вероятностей P_F и P_D можно представить в виде:

$$P_F = Q\left[\frac{z_0 - 2T_и W_s}{2\sqrt{T_и W_s}}\right]; \tag{8.13}$$

$$P_D = Q\left[\frac{z_0 - 2T_и W_s - \lambda}{2\sqrt{T_и W_s + \lambda}}\right], \tag{8.14}$$

где $Q(x)$ - дополнительная функция к гауссовскому интегралу вероятности (см. табл.3.1).

Выражения (8.13) и (8.14) позволяют определить требуемое для обнаружения сигнала СРС отношение сигнал-шум E_s/G_0 при заданных значениях вероятностей P_F и P_D. С этой целью обозначим функцию, обратную $Q(x)$, через $Q^{-1}(x)$

$$\beta_0 \triangleq Q^{-1}(P_F); \quad \varepsilon_0 \triangleq Q^{-1}(P_D). \tag{8.15}$$

Так как по определению

$$Q^{-1}(P_F) \triangleq \frac{z_0 - 2T_и W_s}{2\sqrt{T_и W_s}}; \tag{8.16}$$

$$Q^{-1}(P_D) \triangleq \frac{z_0 - 2T_и W_s - \lambda}{2\sqrt{T_и W_s + \lambda}}, \tag{8.17}$$

то, решая (8.16) и (8.17) относительно z_0, можно получить, что

$$2\sqrt{T_и W_s + \lambda}\,\varepsilon_0 = 2\sqrt{T_и W_s}\,\beta_0 - \lambda. \tag{8.18}$$

Найдя из (8.18) значение λ и разлагая далее полученное выражение в ряд Тейлора по переменным $\beta_0/\sqrt{T_и W_s}$,

$\varepsilon_0/\sqrt{T_и W_s}$, получим [34]

$$\frac{E_s}{G_0}=\sqrt{T_и W_s}\left(\beta_0-\varepsilon_0\right),\quad T_и W_s \gg \max\left(\beta_0{}^2,\varepsilon_0{}^2\right). \quad (8.19)$$

Так как время интегрирования $T_и$ в обнаружителе станции РТР может быть равно, больше или меньше длительности сообщения $T_м$, то на основе (8.19) мощность перехватываемого сигнала СРС, необходимая для достижения заданных значений P_F и P_D, может быть представлена в виде:

$$P_s=\begin{cases} G_0\sqrt{\dfrac{W_s}{T_и}}\left(\beta_0-\varepsilon_0\right), & T_м \ge T_и;\; T_и W_s \gg \max\left(\beta_0^2,\varepsilon_0^2\right); \quad (8.20а)\\ G_0\sqrt{\dfrac{W_s T_и}{T_м{}^2}}\left(\beta_0-\varepsilon_0\right), & T_м < T_и;\; T_и W_s \gg \max\left(\beta_0^2,\varepsilon_0^2\right). \quad (8.20б)\end{cases}$$

Как следует из (8.19) и (8.20а,б) широкополосный обнаружитель не требует априорных сведений о скорости скачков частоты R_h, ширине полосы F_s и значениях центральных частот элементов сигнала.

Если полоса частот и время интегрирования обнаружителя равны соответственно общей полосе частот сигнала W_s и длительности передачи сообщения $T_м$, то такой широкополосный обнаружитель является квазиоптимальным.

На рис.8.4 изображен график зависимости требуемой мощности для обнаружения сигнала P_s (20а,б) от относительного времени интегрирования $T_и / T_м$ при G_0 = const [90].

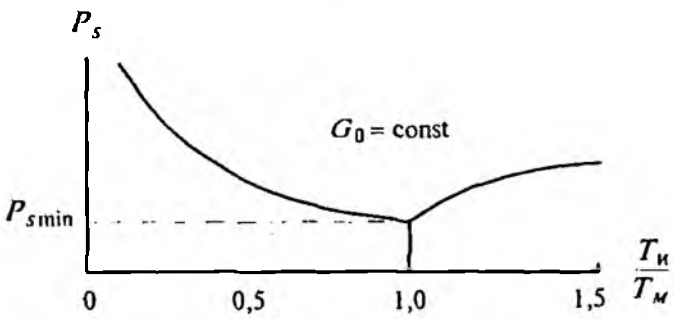


Рис. 8.4.

Из графика следует: 1) увеличение времени интегрирования $T_и$ до длительности сообщения $T_м$ приводит к уменьшению требуемой для обнаружения мощности сигнала P_s до минимального значения $P_{s_{\min}}$ (в этом случае интегрированию подвергаются все частотные элементы сигнала, его энергия полностью используется для обнаружения); 2) дальнейшее увеличение времени интегрирования $T_и > T_M$ ведет к увеличению требуемой для обнаружения сигнала мощности P_s, что объясняется возрастанием влияния мощности интегрируемых шумов обнаружителя.

Для проведения расчетов по формуле (8.20а) на рис.8.5 приведены графики зависимости вероятности обнаружения P_D от аргумента $d_0 = (\beta_0 - \varepsilon_0)$ для различных значений вероятности ложной тревоги P_F [81].

Как следует из рис.8.5, для заданных вероятностей, например, $P_F = 10^{-6}$ и $P_D = 0{,}9$ аргумент $d_0 = 7{,}8$ дБ. Используя d_0 и значения параметров W_s и T_M, с помощью (8.20а) можно определить минимальное значение $P_{s_{\min}}$, выше которого сигналы СРС становятся обнаруживаемыми.

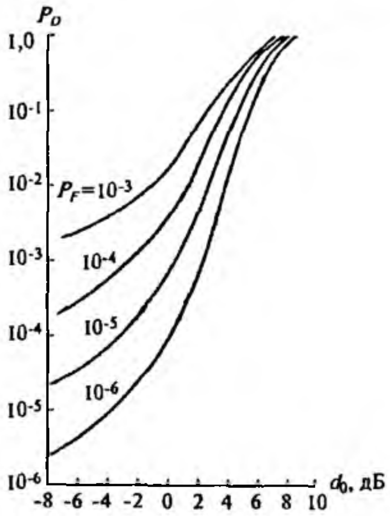


Рис. 8.5.

Если структура и параметры разведываемого сигнала СРС известны, оптимальное обнаружение такого сигнала на фоне гауссовского шума может быть выполнено согласованным фильтром (или коррелятором). При этом требуемое для обеспечения заданных вероятностей ложной тревоги P_F и правильного обнаружения P_D отношение сигнал-шум

$$\frac{E_s}{G_0} = (\beta_0 - \varepsilon_0)^2. \tag{8.21}$$

Из сравнения (8.19) и (8.21) видно, что для получения одних и тех же вероятностей P_D и P_F энергетический обнаружитель требует отношения сигнал-шум в $\sqrt{T_и W_s}/(\beta_0 - \varepsilon_0)$ раз больше, чем обнаружитель на согласованном фильтре. Таковы потери отношения E_s/G_0 энергетического обнаружителя, которыми приходится расплачиваться за незнание структуры сигналов.

Энергетический обнаружитель, принимающий решение о наличии сигнала по полной энергии входной реализации, не может отличить различные сигналы по их структуре и происхождению [81,87]. В то же время для успешного решения задач РЭП требуется знание того, что сигнал принадлежит подлежащей подавлению СРС с ППРЧ. Кроме того, в условиях сложной радиоэлектронной обстановки на входе обнаружителя помимо сигналов подавляемой СРС присутствуют и другие сигналы, преднамеренно создаваемые или попавшие в тот же диапазон частот, в котором осуществляется обнаружение. В этом случае энергия мешающих сигналов добавляется к энергии разведываемого сигнала, что может способствовать обнаружению сигнала СРС. Однако при отсутствии сигналов разведываемой СРС на входе станции РТР имеется возможность принять ложное решение о наличии сигнала, так как мешающие сигналы в этом случае могут создать такое напряжение на выходе интегратора, которое превысит заданный пороговый уровень.

Таким образом, *для использования классического энергетического обнаружителя в станции РТР требуется его модификация, обеспечивающая, с одной стороны, отнесение принятых сигналов к классу сигналов с ППРЧ , а с другой стороны, равенство вероятности ложной тревоги в каждом частотном канале в условиях воздействия мешающих сигналов.* Указанные направления модификации могут быть осуществлены за счет применения в обнаружителях соответствующих правил принятия решения, а также адаптивной регулировки порогового уровня. При этом наиболее конструктивно достижение задач модификации может быть осуществлено в многоканальных энергетических обнаружителях.

8.3. Многоканальные энергетические обнаружители

Из (8.19) следует, что требуемое для обнаружения сигнала с ППРЧ отношение E_s/G_0 пропорционально квадратному корню из расширенной полосы частот сигнала W_s. Следовательно, для повышения эффективности обнаружителя, т.е. уменьшения требуемой мощности обнаружения сигнала P_s при заданной спектральной плотности мощности шумов G_0, целесообразно иметь набор из K параллельно включенных одноканальных обнаружителей с шириной полосы каждого канала $F_k = W_s/K$, значительно меньшей W_s.

На рис.8.6 изображена обобщенная структурная схема многоканального обнаружителя, в которой каждый канал имеет полосу частот W_s/K и является смежным по отношению к соседним каналам.

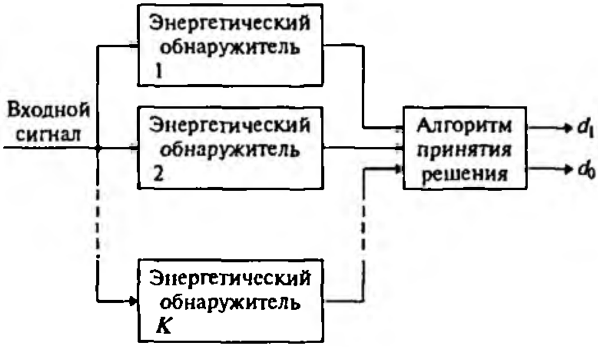


Рис. 8.6.

Однако, как показано в [81], произвольный выбор числа каналов K без учета ширины полосы частот F_s и длительности T_h частотных элементов сигнала с ППРЧ приводит к ухудшению РХ многоканального обнаружителя, требуя большего отношения E_s/G_0, по сравнению с широкополосным обнаружителем.

На основе результатов [81] далее будут рассмотрены РХ некоторых типов многоканальных обнаружителей.

8.3.1. Квазиоптимальный многоканальный обнаружитель

Многоканальный обнаружитель является квазиоптимальным, если он содержит W_s/F_s каналов, каждый из которых согласован с частотными элементами сигнала по ширине полосы $F_s = F_h$ и по времени интегрирования $T_и = T_h$, и использует алгоритм принятия решения на основе отношения правдоподобия.

Структурная схема квазиоптимального многоканального обнаружителя приведена на рис.8.7 [81].

Каждый частотный канал представляет собой энергетический обнаружитель. Выходы всех каналов соединены со счетной схемой обнаружителя. Выходные сигналы каналов сначала суммируются в конце периода каждого частотного элемента, а полученные суммы для всех N_t частотных элементов далее перемножаются. Результирующее напряжение сравнивается с порогом L_n для принятия решения.

Используя гауссовскую аппроксимацию выходных статистик при $N_t >> 1$, $F_hT_h = 1$ и $L_n = 1$, требуемая для перехвата многоканальным обнаружителем мощность сигнала СРС определяется из выражения:

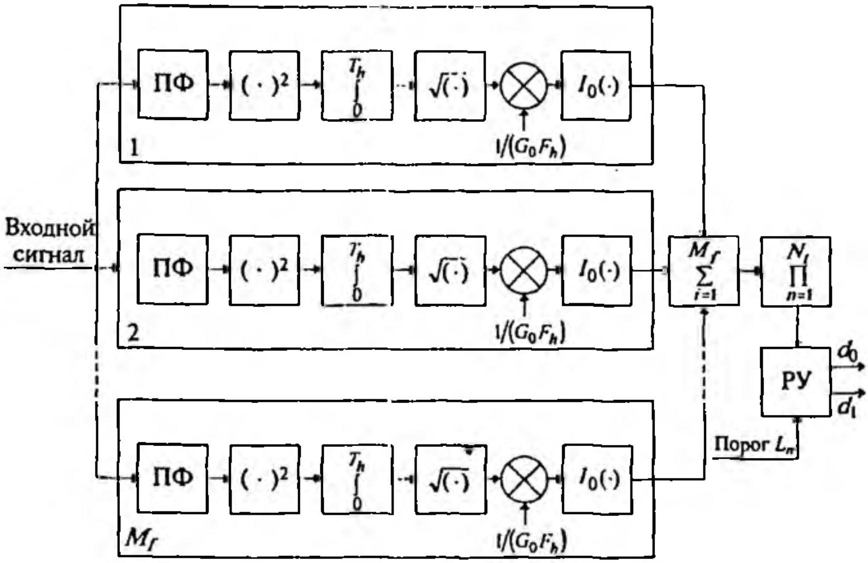


Рис. 8.7.

$$P_s = \frac{G_0 W_s}{2 M_f} I_0^{-1}\left[1 - M_f + M_f \exp\left(\frac{d_0^2 M_f}{W_s T_M}\right)\right], \qquad (8.22)$$

где $I_0^{-1}(x)$ - обратная величина модифицированной функции Бесселя нулевого порядка первого рода.

Для сравнения эффективности различных типов обнаружителей необходимо задаться определенными исходными данными. Как следует из (8.20а) и (8.22), для проведения анализа требуется знание таких параметров, как: произведение W_s на T_M ; общее число частотных каналов M_f в полосе W_s ; вероятность ложной тревоги P_F ; вероятность обнаружения сигнала P_D. Воспользуемся данными, приведенными в [81], и примем: $W_s T_M = 8 \cdot 10^9$; $M_f = 10^6$; $P_F = 10^{-6}$; $P_D = 0{,}9$.

Сравнение (8.20а) с (8.22) при заданных значениях $W_s T_M$, M_f, P_D и P_F показывает, что квазиоптимальный многоканальный обнаружитель более эффективен, чем широкополосный обнаружитель, и обеспечивает выигрыш отношения сигнал-шум, равный 11,1 дБ. Однако реализация квазиоптимального многоканального обнаружителя требует наличия априорной информации о характеристиках и параметрах сигналов с ППРЧ, например, такой, как на 5-м уровне осведомленности, которой постановщик помех, как правило, не располагает. Кроме того, создание многоканального обнаружителя с числом каналов $M_f = 10^6$ с точки зрения габаритов, мощности и стоимости невозможно даже при использовании современных интегральных схем и больших интегральных схем. *Поэтому квазиоптимальный многоканальный обнаружитель целесообразно рассматривать как предельный случай.*

8.3.2. Многоканальный обнаружитель типа сумматора с блоком фильтров

Более простым с точки зрения реализации вариантом многоканального обнаружителя является так называемый обнаружитель типа сумматора с блоком фильтров (СБФ). Структурная схема обнаружителя приведена на рис.8.8.

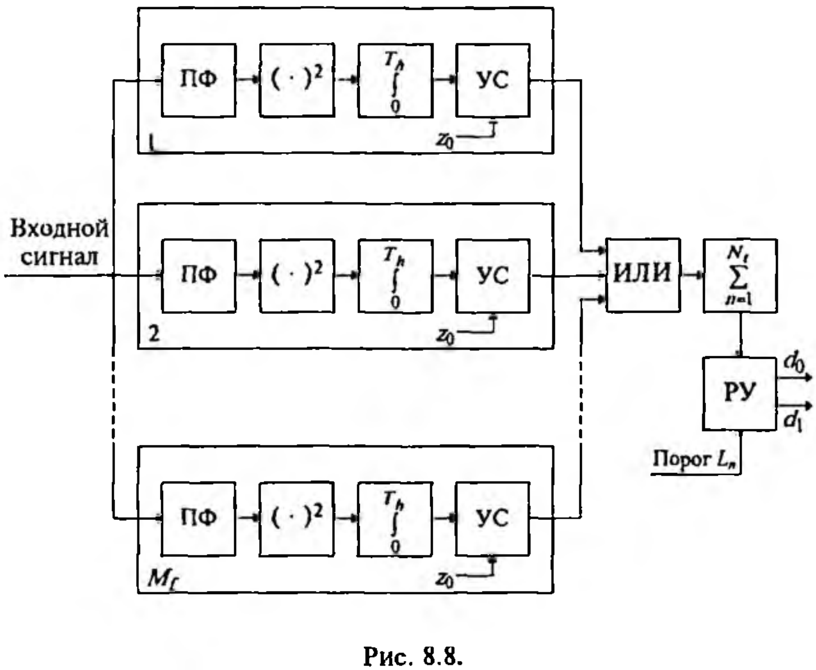


Рис. 8.8.

В этом обнаружителе в каждом канале по истечении времени T_h принимается жесткое решение относительно наличия входного сигнала, основанное на сравнении выходной статистики интегратора z с порогом z_0. На выходе устройства сравнения каналов формируется соответственно 1 или 0. Решения со всех каналов последовательно подвергаются операции ИЛИ (т.е. на выходе схемы ИЛИ появляется логическая 1, если в любом из каналов имела место логическая 1). Далее полученный результат сравнивается со вторым порогом L_n. Здесь принимается окончательное решение относительно гипотезы H_1 или H_0.

Из сравнения схем обнаружителя типа СБФ (рис.8.8) и квазиоптимального многоканального обнаружителя (рис.8.7) следует:

1) в части обнаружения энергии сигнала оба типа обнаружителей идентичны; 2) сложные функциональные операции в обнаружителе типа СБФ отсутствуют и заменены принятием решения относительно частотного элемента в каждом канале на основе сравнения с порогом; 3) в обнаружителе типа СБФ упрощена процедура формирования правила принятия решения в целом по всему сообщению.

Достоинства обнаружителя типа СБФ, полученные за счет упрощения и сокращения функциональных операций, вполне очевидно должны привести к увеличению требуемого для обнаружения сигнала отношения E_s/G_0 при заданных вероятностях P_F и P_D. Из-за наличия двух порогов принятия решения z_0 и L_n и негауссовского характера случайных переменных не представляется возможным получить в явном виде выражение для требуемого отношения E_s/G_0. В частном случае при $L_n = 1$, когда задача практически сводится к определению вероятностей обнаружения P_{D_1} и ложной тревоги P_{F_1} для каждого канала, требуемая для обнаружения мощность сигнала может быть вычислена по формуле [81]

$$P_s = \frac{G_0 W_s}{M_f} \eta\, d_1 \sqrt{\frac{1}{F_h T_h}} = \frac{G_0 W_s}{M_f} \eta\, d_1; \tag{8.23}$$

$$d_1 = Q^{-1}\left(P_{F_1}\right) - Q^{-1}\left(P_{D_1}\right), \tag{8.24}$$

где η - поправочный коэффициент в случае аппроксимации выходного сигнала обнаружителя гауссовским распределением.

Использование гауссовского распределения вместо распределения χ^2 дает результаты, при которых вычисленное отношение сигнал-шум будет меньше истинного значения.

В качестве примера на рис.8.9 приведены зависимости поправочного коэффициента η для гауссовской аппроксимации как функции $F_h T_h$ при $P_{D_1} = 0{,}9$ и $P_{F_1} = 10^{-4}; 10^{-6}$ [81]. Вероятности P_{D_1} и P_{F_1} для каждого из каналов обнаружителя связаны с вероятностями P_D и P_F для обнаружения сообщения в целом при $L_n = 1$ соотношениями:

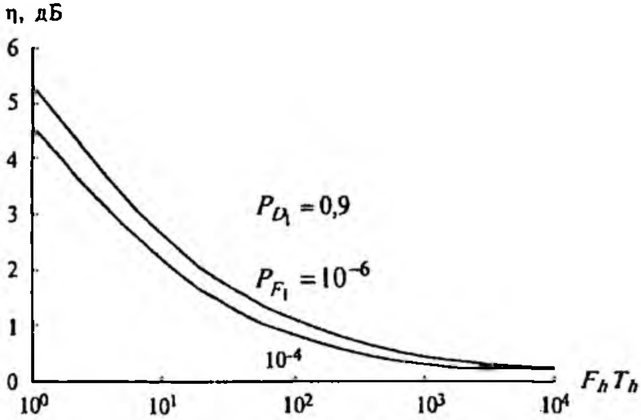


Рис. 8.9.

$$P_{D_1} \approx \frac{P_D}{N_t} = \frac{P_D\, M_f}{W_s\, T_M}, \quad N_t >> 1, \quad M_f >> 1; \tag{8.25}$$

$$P_{F_1} \approx \frac{P_F}{N_t\, M_f} = \frac{P_F}{W_s\, T_M}, \quad N_t >> 1, \quad M_f >> 1. \tag{8.26}$$

Сравнение РХ обнаружителя типа СБФ (8.23) и квазиоптимального многоканального обнаружителя (8.22) при $P_D = 0,9$ и $P_F = 10^{-6}$, $L_n = 1$ и одних и тех же данных ($W_s T_M = 8 \cdot 10^9$, $M_f = 10^{-6}$) показывает, что требуемое отношение сигнал-шум для обнаружителя типа СБФ на 3,2 дБ больше, чем для квазиоптимального многоканального обнаружителя.

Из приведенного анализа следует, что обнаружитель типа СБФ, незначительно уступая по отношению сигнал-шум квазиоптимальному многоканальному обнаружителю, имеет более простую структурную схему.

8.3.3. Модель обнаружителя типа сумматора с блоком фильтров при перехвате сигналов с медленной ППРЧ

Несмотря на широкую известность описанного выше обнаружителя типа СБФ, устанавливаемое в нем значение порога обнаружения четко не определено. Известно лишь, что порог имеет квазиоптимальное значение, при котором РХ обнаружителя типа СБФ (вероятность обнаружения сигнала при фиксированной вероятности ложной тревоги) оказывается наилучшей. В то же время в известной литературе значение порога приводится иногда с таким разбросом, что практическая ценность этих сведений минимальна. Так, например, в [81] указывается, что квазиоптимальное значение порога лежит между 5 и 25. Одной из причин такого положения является сложность модели обнаружителя, используемой для оценки его эффективности.

Ниже рассмотрена аналитическая модель квазиоптимального обнаружителя типа СБФ при перехвате сигналов с медленной ППРЧ [91]. При этом делаются некоторые предположения, позволяющие более четко отразить основные этапы обработки сигналов в обнаружителе.

В качестве объекта РТР будем анализировать некогерентную СРС с медленной ППРЧ, в которой для передачи информации используется M-ичная ЧМ. „Медленность" ППРЧ предполагает, что интервал между скачками частоты T_h в несколько раз превышает длительность символа данных T_s, так что в течение одного интервала (скачка) ППРЧ передается $N_s = T_h / T_s$ символов.

На входе обнаружителя типа СБФ переданный сигнал СРС в l-м символе данных на i-м интервале ППРЧ имеет вид:

$$\begin{gathered} s(t) = \sqrt{2P_s}\cos\left\{2\pi\left[f_i + \left(m-1/2\right)F_s\right]t - \varphi\right\}, \\ (i-1)\,T_h + (l-1)\,T_s \le t < (i-1)\,T_h + lT_s, \end{gathered} \tag{8.27}$$

где P_s - мощность сигнала в полосе приема (энергия символа $E_s = P_s T_s$); f_i - центральная частота ППРЧ на i-м интервале $i \in \{1, 2, \ldots, K\}$; F_s - мгновенная полоса частот одного символа (скорость передачи, $F_s = 1/T_s$); φ - случайная фаза символа; m - одно из M значений символов $\{0, 1, \ldots, M-1\}$.

Отводимая СРС для передачи полоса частот W_s разбивается на M_f информационных каналов, каждый с полосой F_s, $M_f = W_s / F_s$. Все информационные каналы примыкают один к другому без перекрытия и совместно перестраиваются на любую центральную частоту в полосе W_s.

Конкретная центральная частота ППРЧ f_i на i-м интервале равновероятно принимает одно из $K = W_s / MF_s$ значений равноразнесенных частот, которые статистически независимы от скачка к скачку. Приведенные определения проиллюстрированы на рис.8.10 для случая двоичной ЧМ (M=2).

Любой l-й символ данных на i-м интервале ППРЧ, обозначаемый как m, равновероятно принимает одно из значений $\{0, 1; \ldots, M-1\}$ и является статистически независимым от символа к символу. Полагаем, что фаза принимаемого сигнала φ в течение l-го символа на i-м интервале ППРЧ постоянна и равномерно распределена в пределах $(0, 2\pi)$ и независима от символа к символу.

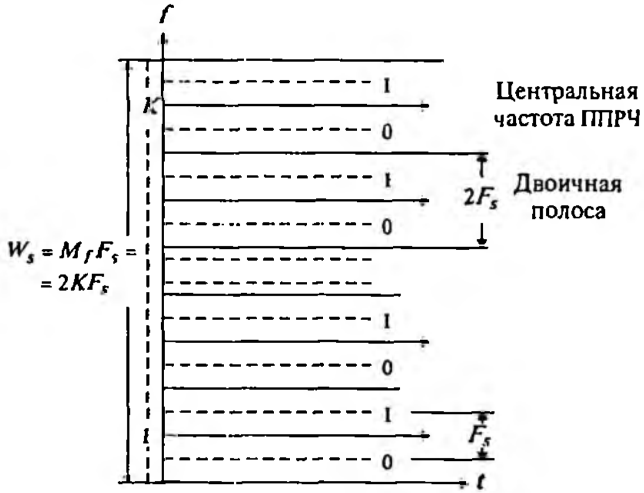


Рис. 8.10.

Ограниченный по полосе сигнал $s(t)$ принимается обнаружителем типа СБФ на фоне АБГШ $n(t)$ с двусторонней спектральной плотностью $G_0/2$.

В течение каждого интервала наблюдения $(0, T)$ за принимаемым сигналом $y(t)$ должно быть принято решение в пользу одной из гипотез:

$$y(t) = \begin{cases} s(t) + n(t) & \text{при } H_1; \\ n(t) & \text{при } H_0. \end{cases} \tag{8.28}$$

В целях упрощения анализа положим, что в интервале наблюдения $(0, T)$ содержится целое число интервалов (скачков) ППРЧ, $N_t = T/T_h$. Предполагается также, что в обнаружителе установлена частотная и временная синхронизация с принимаемым сигналом, т.е. известны M, F_s, T_h, положение каналов ППРЧ в частотной области, время начала и окончания скачков частоты. В этом случае РТР располагает 5-м уровнем осведомленности о параметрах СРС. При приведенных выше предположениях результаты обнаружения являются наихудшими для СРС, т.е. сигналы СРС будут обнаруживаться с высокой вероятностью.

Структурная схема обнаружителя типа СБФ изображена на рис.8.11 [91]:

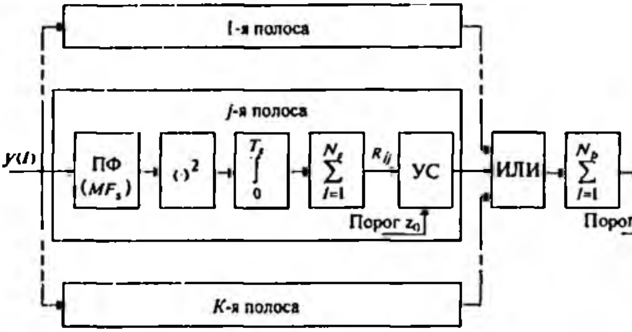


Рис. 8.11.

Данный обнаружитель является многоканальным, каждый фильтр которого перекрывает одну M-ичную полосу шириной MF_s из K полос ППРЧ. Таким образом, могут быть обработаны все M информационных сигналов, если они присутствуют на входе обнаружителя. В каждом канале производится формирование квадрата огибающей сигнала с интегрированием по длительности символа, если полоса пропускания фильтра превышает ширину полосы сигнала (при M-ичной ЧМ – в M раз). Затем N_s символов данных, содержащихся в одном интервале ППРЧ, суммируются и по окончании каждого такого интервала принимается „жесткое" решение относительно наличия входного сигнала, основанное на сравнении с порогом z_0 суммарного сигнала R_{ij}. Если порог z_0 превышается хотя бы в одном канале на данном интервале, то принимается решение о наличии сигнала и вентиль ИЛИ генерирует 1, в противном случае на его выходе появляется 0. Эти промежуточные жесткие решения суммируются по всем N_t интервалам в течение времени наблюдения $(0,T)$ и полученный результат сравнивается со вторым порогом L_n. В решающем устройстве принимается окончательное решение относительно гипотезы H_1 или H_0. Таким образом, *задача обнаружителя состоит в совместной оптимизации двух порогов для получения наилучшей РХ, т.е. минимальной вероятности пропуска сигнала P_M при фиксированной вероятности ложной тревоги P_F*. Фактически независимым является только порог L_n, поскольку порог z_0 определяется через P_F и L_n.

Приведенная на рис.8.11 структурная схема обнаружителя имеет определенное сходство со схемой радиолокационного обнаружителя, реализующего метод обнаружения по совпадению (метод "k из n"). Отличием рассматриваемого обнаружителя является его многоканальность, в связи с чем он содержит два дополнительных элемента: сумматор по l и вентиль ИЛИ. Это усложняет аналитическую модель и не в полной мере позволяет использовать разработанную в теории радиолокации методику.

Рассмотрим последовательно формирование вероятностных характеристик обнаружителя типа СБФ на каждом из этапов обработки сигнала.

Первый этап завершается сравнением случайной переменной R_{ij} с порогом z_0 в каждом канале. Случайная переменная R_{ij}, полученная в результате преобразований, показанных на рис.8.11, распределена по закону χ^2 с $2N_s$ степенями свободы, причем это распределение является центральным при отсутствии сигнала и нецентральным - при его наличии. Ранее указывалось, что при большом числе суммируемых независимых отсчетов ($N_s \geq 30$) χ^2-распределения с высокой точностью могут быть аппроксимированы гауссовскими распределениями. С учетом гауссовской аппроксимации вероятность ложной тревоги $P_{F,R}$ и вероятность обнаружения $P_{D,R}$ запишем в виде:

$$P_{F,R} = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi(X)\right]; \quad P_{D,R} = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi(Y)\right]; \tag{8.29а}$$

$$X = \frac{z_0 - a_{ш}}{\sigma_{ш}}; \; Y = \frac{z_0 - a_{сш}}{\sigma_{сш}} = \frac{X - \left(a_{сш} - a_{ш}\right)/\sigma_{ш}}{\sigma_{сш}/\sigma_{ш}}, \tag{8.29б}$$

где $\Phi(X)$ - функция Крампа (см. табл. 3.1), $a_{сш}$, $a_{ш}$ и $\sigma^2{}_{сш}$ $\sigma^2{}_{ш}$ - среднее значение и дисперсия переменной R_{ij} при наличии и отсутствии сигнала, соответственно.

В свою очередь, с учетом ряда преобразований можно показать, что

$$a_{сш} = MN_s P_{ш}\left(1 + q^2\right); \; \sigma_{сш} = \left(1 + 2q^2\right), \tag{8.30}$$

где $P_{ш}$ - мощность шума в полосе фильтра MF_s, $P_{ш} = G_0/(MF_s)$; q^2 - отношение сигнал-шум в полосе фильтра, $q^2 = P_s/P_{ш}$.

С учетом (8.29б) и (8.30) получаем

$$Y = \frac{X - \sqrt{MN_s}\, q^2}{\sqrt{1 + 2q^2}}. \tag{8.31}$$

На втором этапе обработки выходные сигналы всех каналов подаются на вход вентиля ИЛИ. Как отмечено выше, на выходе вентиля образуется 1 (сигнал присутствует), если хотя бы в одном из K каналов превышен порог, и 0 (сигнал отсутствует) - в противном случае. Этот процесс приводит к обнаружению с вероятностью $P_{D,K}$ и ложной тревоге - с вероятностью $P_{F,K}$. Известно, что

$$P_{F,K} = 1-\left(1-P_{F,R}\right)^{K}; \tag{8.32а}$$

$$P_{D,K} = P_{D,R} + \left(1-P_{D,R}\right)\left[1-\left(1-P_{F,R}\right)^{K-1}\right] = 1-\left(1-P_{D,R}\right)\left(1-P_{F,R}\right)^{K-1}. \tag{8.32б}$$

На последнем, третьем этапе обработки производится суммирование единиц, генерируемых вентилем ИЛИ, на протяжении N_t скачков частоты, имевших место в течение времени наблюдения T, и сравнение полученной суммы с порогом L_n. Случайная величина на выходе сумматора по i интервалам ППРЧ подчиняется биноминальному закону, и полные вероятности ложной тревоги P_F и пропуска сигнала P_M, характеризующие обнаружитель в целом, приобретают вид:

$$P_F = \sum_{l=L_n}^{N_t} \binom{N_t}{l} P_{F,K}^{l} \left(1-P_{F,K}\right)^{N_t-l}; \tag{8.33а}$$

$$P_M = 1-\sum_{l=L_n}^{N_t} \binom{N_t}{l} P_{D,K}^{l} \left(1-P_{D,K}\right)^{N_t-l} = \sum_{l=0}^{L_n} \binom{N_t}{l} P_{D,K}^{l} \left(1-P_{D,K}\right)^{N_t-l}. \tag{8.33б}$$

Таким образом, получены все необходимые выражения, описывающие аналитическую модель обнаружителя типа СБФ и позволяющие определять его РХ, т.е. зависимость вероятности пропуска P_M (или вероятности обнаружения P_D, которая равна $1-P_M$) от отношения сигнал-шум при фиксированном значении вероятности ложной тревоги P_F. Для конкретных расчетов должны задаваться значения следующих системных параметров: K, N_s, N_t, а также какое-либо значение порога L_n (его оптимизация осуществляется перебором).

Процедура расчета РХ обнаружителя типа СБФ имеет следующий порядок:

1. Исходя из заданных значений P_F, N_t и L_n, из уравнения (8.33а) численным методом определяется $P_{F,K}$.

2. С использованием найденного значения $P_{F,K}$ и заданного значения K из уравнения (8.32а) находится $P_{F,R}$

$$P_{F,R} = 1 - \left(1 - P_{F,K}\right)^{1\,K}. \qquad (8.34)$$

3. С использованием полученного значения $P_{F,R}$, из уравнения (8.29а) определяется нормированный порог X.

4. После подстановки в (8.31) найденного значения порога X, заданного значения N_s и одного из текущих значений q^2 из уравнения (8.29а) определяется $P_{D,R}$.

5. Применяя вычисленные значения $P_{D,R}$ и $P_{F,R}$, а также заданное значение K, из уравнения (8.32б) находится $P_{D,K}$.

6. Учитывая полученное значение $P_{D,K}$ и заданные значения N_t и L_n, из уравнения (8.33б) находим искомое значение P_M, которое и определяет одну точку на РХ обнаружителя типа СБФ (точку, соответствующую одному из значений q^2).

Для получения следующих точек на РХ последовательно задаются значения q^2, и с использованием этапов 4-6 изложенной процедуры определяются соответствующие значения $P_M = f\left(q^2\right)$ до тех пор, пока не будет построена вся РХ обнаружителя при данном значении порога L_n. Аналогично определяются РХ обнаружителя при других значениях L_n, пока не будет найдена наилучшая из них, т.е. лежащая ниже других. Во избежание потери информации расчеты следует начинать с $L_n = 1$ с последовательным приращением на единицу.

Отметим важное обстоятельство. На практике часто требуется не только провести оптимизацию того или иного типа обнаружителя, но и выбрать сам этот тип, исходя из предъявляемых к нему требований. В этом случае сравнение РХ, построенных в виде функций отношения q^2, невозможно, поскольку это отношение является индивидуальным свойством каждого типа обнаружителя, отличающегося от других шириной полосы пропускания канала и временем наблюдения (напомним, что $q^2 = P_S/(G_0 MF_S)$, где MF_S - ширина полосы фильтра.) В связи с этим используют так называемое эквивалентное отношение сигнал-шум $q^2_{\text{экв}}$, имеющее вид

$$q^2_{\text{экв}} = P_S/(G_0 W_s). \qquad (8.35)$$

Это отношение отражает исходное соотношение мощностей сигнала и шума и не зависит от типа обнаружителя. Очевидно

$$q^2 = W_s\, q^2_{\text{экв}} \big/ (MF_s) = K q^2_{\text{экв}}. \qquad (8.36)$$

Пример расчета РХ обнаружителя типа СБФ по изложенной выше методике. Пусть осуществляется перехват сигналов СРС с медленной ППРЧ и двоичной ЧМ со следующими параметрами [92]:

$$W_s = 10 \text{ МГц}; \quad T_h = 10^{-2}\text{ с}; \quad T_s = 10^{-4}\text{ с}; \quad M = 2.$$

Отсюда следует, что

$$F_s = 1/T_s = 10\text{ кГц}; \quad K = W_s/(MF_s) = 500;$$

$$N_s = T_h/T_s = 100 \text{ симв./интервал ППРЧ}.$$

Интервал наблюдения T в обнаружителе типа СБФ принимается равным 0,2 с. Отсюда число последовательных интервалов ППРЧ $N_t = T/T_h = 20$.

На рис.8.12 показаны РХ обнаружителя типа СБФ, рассчитанные в соответствии с приведенной выше процедурой при $P_F = 10^{-3}$ и L_n=1;4;10.

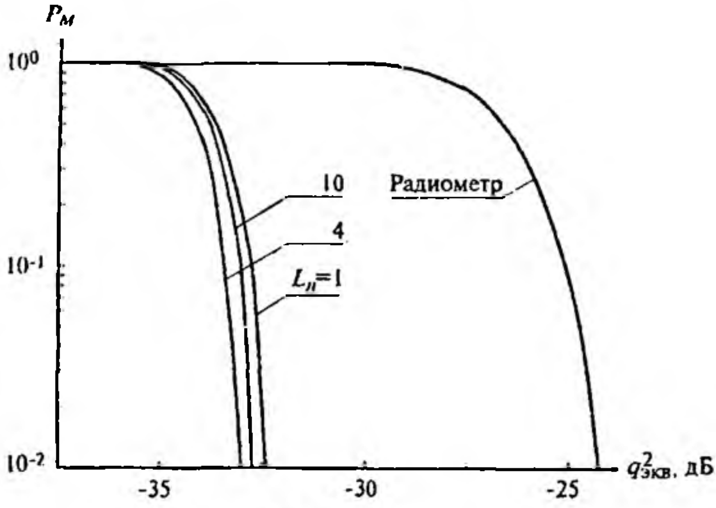


Рис. 8.12.

Для сравнения на рис.8.12 изображена РХ широкополосного обнаружителя (радиометра), охватывающего весь диапазон частот 10 МГц с интегрированием в течение 0,2 с. Дополнительно, в целях иллюстрации наличия квазиоптимального значения порога L_n на рис.8.13 приведены срезы РХ обнаружителя типа СБФ (зависимости P_M от L_n) при значениях $q^2_{экв}$, равных -33 дБ и -33,8 дБ.

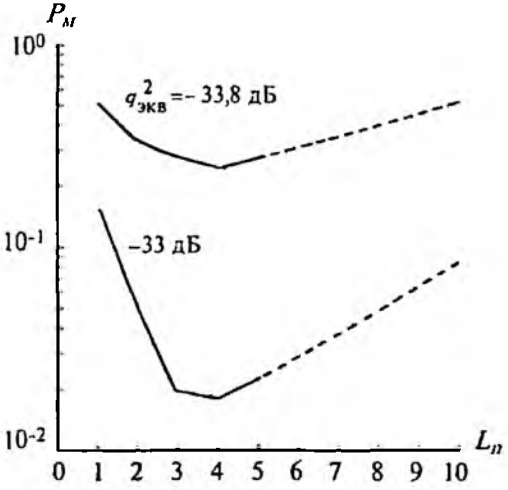


Рис. 8.13.

Приведенные графики, помимо иллюстрации применимости изложенной методики, позволяют сделать следующие выводы:

1) квазиоптимальное значение порога обнаружения L_n существует: в данном случае оно равно 4; 2) несмотря на незначительность сдвига РХ по оси $q^2_{экв}$ их высокая крутизна является причиной того, что отступление от квазиоптимальности при установлении порога L_n может значительно ухудшить РХ обнаружителя: так, опорная точка РХ ($P_M = 10^{-2}$) в оптимуме (при L_n=4) достигается при $q^2_{экв}$ = -32,9 дБ, и отступление от оптимума к L_n=1 и L_n=10 увеличивает P_M до $1{,}4 \cdot 10^{-1}$ и $6{,}3 \cdot 10^{-1}$, соответственно; 3) в рассматриваемом случае обнаружитель типа СБФ значительно эффективнее радиометра; так, например, в опорной точке РХ ($P_M = 10^{-2}$) требуемое $q^2_{экв}$ для обнаружителя типа СФБ - на 8,7 дБ меньше, чем для радиометра; 4) имеется основание полагать, что для данной модели обнаружителя сигналов с медленной ППРЧ квазиоптимальное значение порога L_n близко к целой части $\sqrt{N_t}$, где $N_t = T/T_h$, T - интервал наблюдения за принимаемым сигналом.

8.3.4. Многоканальный обнаружитель типа сумматора с блоком фильтров в части полосы

Вполне закономерно поставить вопрос, какими возможностями по обнаружению сигналов с ППРЧ может обладать энергетический обнаружитель с меньшим числом каналов, чем в квази-

оптимальном многоканальном обнаружителе. Предположим, что в обнаружителе используется M'_f каналов, $M'_f < M_f$, каждый из которых согласован с одной из рабочих частот сигнала с ППРЧ. Коэффициент сокращения числа каналов определяется отношением $K_{ск} = M'_f / M_f$. Так как обнаружитель содержит всего M'_f каналов, то некоторые частотные элементы сигнала окажутся за пределами диапазона блока фильтров. В этом случае процесс обнаружения усложняется, появление частотного элемента в одном из каналов носит случайный характер с некоторой вероятностью совпадения. При равновероятном распределении рабочих частот по диапазону W_s, когда в одном из каналов обнаружителя присутствует частотный элемент, вероятность совпадения на сообщение $P(n)$ определяется биномиальным распределением

$$P(n) = \frac{N_t!}{n!(N_t - n)!}(P_c)^n (1 - P_c)^{N_t - n}, \qquad (8.37)$$

где P_c - вероятность совпадения; если предположить, что каждая из M_f возможных частот передается с равной вероятностью в течение времени T_M, то $P_c = K_{ск}$. Очевидно, что полная вероятность обнаружения сигнала с ППРЧ P_D будет зависеть от числа совпадений n

$$P_D(n) = 1 - (1 - P_{D_1})^n (1 - P_{F_1})^{N_t - n}. \qquad (8.38)$$

В [81] показано, что среднее число совпадений на одно сообщение $\bar{n} = N_t K_{ск}$. Отбросив из-за малости P_{F_1} множитель $\left(1 - P_{F_1}\right)^{N_t - n}$ в (8.38) и выполнив соответствующие преобразования, получим, что вероятность обнаружения

$$P_D \approx 1 - (1 - P_{D_1})^{N_t K_{ск}}. \qquad (8.39)$$

Теория и возможности обнаружителя типа сумматора с блоком фильтров в части полосы (СБФ-ЧП) подробно изложены в [81]. В работе показано, что для обнаружения всего сообщения, состоящего из M_f частот, требуемое значение мощности сигнала P_s может быть определено из выражений (8.23) и (8.24), в которых вместо вероятностей P_{D_1} и P_{F_1} для каждого канала обнаружителя типа СБФ необходимо использовать соответствующие вероятности для каждого канала обнаружителя типа СБФ-ЧП. На основе (8.39) вероятность обнаружения для каждого канала обнаружителя типа СБФ-ЧП получим в виде:

$$P_{D_1} \approx 1-\left(1-P_D\right)^{\frac{1}{N_t K_{\text{ск}}}} = 1-\left(1-P_D\right)^{\frac{M_f}{W_s T_M K_{\text{ск}}}}. \qquad (8.40)$$

Вероятность ложной тревоги P_{F_1} для каждого канала обнаружителя типа СБФ-ЧП выражается через вероятность ложной тревоги P_F обнаружителя в целом зависимостью

$$P_{F_1} \approx \frac{P_F}{M_f N_t K_{\text{ск}}} = \frac{P_F}{W_s T_M K_{\text{ск}}}. \qquad (8.41)$$

Расчеты показывают [81], что для практически реализуемого числа каналов обнаружителя, например, M'_f=1000 и M'_f=500 и заданных вероятностей $P_D = 0{,}9$, P_F=10^{-6} проигрыш обнаружителя типа СБФ-ЧП по сравнению с квазиоптимальным многоканальным обнаружителем (M_f=10^6) составляет 7,1 дБ и 7,7 дБ, соответственно, а по сравнению с обнаружителем типа СБФ (M_f = 10^6) - 3,81 дБ и 4,5 дБ. При этих же исходных данных обнаружитель типа СБФ-ЧП с $M'_f = 1000$ и $M'_f = 500$ имеет выигрыш в отношении сигнал-шум по сравнению с широкополосным обнаружителем на 4,1 дБ и 3,4 дБ, соответственно.

Зададимся вопросом, каков же возможный нижний предел числа каналов в обнаружителе типа СБФ-ЧП, т.е. насколько малым может быть коэффициент сокращения числа каналов $K_{\text{ск}}$? При этом примем, что для обнаружения сигнала требуется, как минимум, одно совпадение на каждое сообщение. В [81] высказано предположение, что $K_{\text{ск}}$ должно быть больше или равно $1/N_t$. Для этого случая вероятность одного или более совпадений на каждое сообщение

$$P_{\text{с}} = 1 - (1-1/N_t)^{N_t}. \qquad (8.42)$$

В пределе при очень больших значениях N_t величина $P_{\text{с}}$ стремится к $1-e^{-1} \approx 0{,}63$. Если вероятность одного или более совпадений на одно сообщение должна составлять, например, 0,9, то минимальный коэффициент сокращения числа каналов $K_{\text{ск}} = 2{,}3/N_t$. В табл.8.2 [81] приведены требуемые значения увеличения отношения сигнал-шум для обнаружителя типа СБФ-ЧП относительно обнаружителя типа СБФ, имеющего полосу частот W_s ($M_f = 10^6$), в зависимости от коэффициента сокращения числа каналов $K_{ск}$ при $P_D = 0{,}9$, $P_F = 10^{-6}$; $P_с = 0{,}63$; $L_n = 1$; $W_s T_M = 8 \cdot 10^9$.

Таблица 8.2

Требуемые значения увеличения отношения сигнал-шум для обнаружителя типа СБФ-ЧП

$K_{ск}$	Число каналов	Отношение сигнал-шум, дБ
1	10^6	0
10^{-2}	10^4	+2,8
10^{-3}	10^3	+3,8
$5 \cdot 10^{-4}$	500	+4,5
$2{,}88 \cdot 10^{-4}$	288	+5,4
$1{,}25 \cdot 10^{-4}$	125	+5,6

Из таблицы видны потери отношения сигнал-шум , особенно, когда число каналов обнаружителя типа СБФ-ЧП уменьшается до 10^3 и менее, что как раз и представляет практический интерес.

При реализации обнаружителя типа СБФ-ЧП встает и такой вопрос: каким образом в общем диапазоне частот сигнала W_s разместить частотные каналы обнаружителя, число которых $M'_f \ll W_s / F_h$? Если принять, что распределение частот в ЧВМ сигнала с ППРЧ равновероятно, то в обнаружителе целесообразно использовать принцип произвольно разбросанных каналов по всему разведываемому диапазону частот. Этот принцип не позволяет разработчику СРС принять меры, направленные на уменьшение вероятности попадания частотных элементов сигнала в каналы обнаружителя.

По результатам [81] в табл.8.3 приведена сравнительная оценка рассмотренных выше типов обнаружителей.

Из табл.8.3 следует, что 1000-канальный и 500-канальный обнаружители типа СБФ-ЧП, представляющие класс реализуемых на практике обнаружителей, требуют для перехвата сигналов отношения сигнал-шум на 7 дБ и на 7,7 дБ больше по сравнению с квазиоптимальным многоканальным обнаружителем. Для *этих же обнаружителей требуется отношение сигнал-шум на 4,1 дБ и на 3,4 дБ меньше, чем для квазиоптимального широкополосного обнаружителя.*

Таблица 8.3

Сравнительная оценка различных типов обнаружителей

Тип обнаружителя	Число каналов	Отношение сигнал-шум, дБ	Возможности практической реализации
Квазиоптимальный многоканальный обнаружитель с полосой W_s.	10^6	-11,1	Обнаружитель существует теоретически и позволяет получить оптимальные РХ.
Многоканальный обнаружитель типа СБФ с полосой W_s.	10^6	-7,9	Обнаружитель существует теоретически и позволяет получить квазиоптимальные РХ.
Многоканальный обнаружитель типа СБФ-ЧП в части полосы.	1000 500	-4,1 -3,4	Обнаружитель реализуем с использованием современной элементной базы и микропроцессорной техники.
Квазиоптимальный широкополосный обнаружитель с полосой W_s.	1	0	Самый простой обнаружитель; широко используется на практике.

8.3.5. Рассогласование по времени и частоте между характеристиками сигнала с ППРЧ и параметрами обнаружителя

Рассмотренные выше РХ энергетических обнаружителей справедливы при условии полного согласования по времени и частоте (по терминологии [81] при условии идеальной временной и частотной синхронизации) между характеристиками перехватываемого сигнала СРС с ППРЧ и параметрами энергетического обнаружителя.

Идеальная временная синхронизация означает, что постановщик помех точно знает время начала передачи сообщения и его продолжительность, длительность частотного элемента сигнала с ППРЧ. Кроме того предполагается, что время прихода и момент окончания действия частотного элемента совпадает с началом интегрирования и моментом сбрасывания накопленной энергии сигнала.

Идеальная частотная синхронизация предполагает, что центральные частоты элемента сигнала и соответствующего полосового фильтра обнаружителя станции РТР совпадают и нет попадания мощности элемента сигнала из данного канала в соседние каналы обнаружителя.

Такие допущения для практических условий функционирования энергетических обнаружителей недостаточно корректны. Более реальными являются условия обнаружения, при которых отсутствует априорная информация о времени начала передачи сообщения и о моментах прихода частотных элементов сигнала с ППРЧ на вход интеграторов, а также нет совпадения между центральными частотами соответствующих элементов сигналов и частотных каналов обнаружителей.

8.3.5.1. Рассогласование по времени

При анализе влияния рассогласования по времени на РХ обнаружителей предположим, что постановщику помех известны длительности сообщения T_M и частотного элемента T_h. Начало сообщения и образующих его частотных элементов предполагаются неизвестными. С целью уменьшения влияния негативных последствий из-за отсутствия временной синхронизации необходимы соответствующие доработки структурных схем рассмотренных выше классических типов обнаружителей. Так, например, в широкополосном обнаружителе наиболее целесообразно использовать в качестве интегратора RC-фильтр. Для такого модифицированного обнаружителя при большом значении $W_S T_M$ выходной сигнал RC-фильтра представляет собой гауссовский процесс. В этом случае вероятность ложной тревоги P_F описывается известным выражением

$$P_F = Q\left[\frac{z_{\text{н}} - 2W_S T_M}{2\sqrt{W_S T_M}}\right], \tag{8.43}$$

где $z_{\text{н}}$ - нормированный порог, который связан с пороговым уровнем z_0 соотношением

$$z_{\text{н}} = \frac{2T_M}{G_0} z_0. \tag{8.44}$$

Максимальная вероятность обнаружения P_D для рассматриваемого обнаружителя имеет место, когда выходной сигнал RC-фильтра пересекает порог в момент окончания сообщения. В этом случае имеем [81]

$$P_{D\max} = Q\left[\frac{z_{\text{н}} - 2W_s T_M \left\{1 + \lambda_s\left[1 - \exp(-2)\right]\right\}}{2\sqrt{W_s T_M \left\{1 + 2\lambda_S\left[1 - \exp(-4)\right]\right\}}}\right]. \qquad (8.45)$$

Исключив $z_{\text{н}}$ из (8.43) и (8.45) и выполнив преобразования, аналогичные (8.15)-(8.19), получим выражение для требуемой мощности, обеспечивающей обнаружение сигнала,

$$P_s = \frac{G_0\sqrt{W_s T_M}\left(\beta_0 - \varepsilon_0\right)}{1 - e^{-2}}, \quad W_s T_M \gg \max\left(\beta_0^{\,2}, \varepsilon_0^{\,2}\right). \quad (8.46)$$

Из сравнения (8.46) и (8.20а), следует, что при заданных значениях W_s, T_M, P_F и P_D для модифицированного широкополосного обнаружителя с рассогласованием по времени требуемое отношение сигнал-шум примерно на 0,63 дБ больше по сравнению с квазиоптимальным широкополосным обнаружителем.

Пример модификации многоканального энергетического обнаружителя типа СБФ-ЧП при неидеальной временной синхронизации рассматривается в последующих материалах. Здесь только отметим, что максимальные энергетические потери отношения сигнал-шум для модифицированного 125-канального обнаружителя типа СБФ-ЧП при отсутствии временной синхронизации составляют (0,8...1,4) дБ по сравнению с таким же немодифицированным обнаружителем при идеальной временной синхронизации [81].

8.3.5.2. Рассогласование по частоте

Вполне очевидно, что влияние рассогласования по частоте должно оцениваться применительно к многоканальным обнаружителям. Прежде чем перейти к оценке влияния частотного рассогласования отметим, что рассмотренные выше РХ обнаружителей не учитывали потери мощности частотных элементов из-за их конечной длительности T_h. Если принять, что эквивалентная передаточная функция полосового фильтра нижних частот $H(f)$ имеет прямоугольную форму

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{для } |f| \le \dfrac{1}{2T_h}; \\ 0 & \text{для всех других } f, \end{cases}$$

то мощность сигнала на выходе такого фильтра определяется из выражения [81]:

$$\alpha_0 = \int\limits_{-\frac{1}{2T_h}}^{\frac{1}{2T_h}} T_h \operatorname{sinc}^2(\pi f T_h)\, df, \tag{8.47}$$

где $\operatorname{sinc}^2(\pi f T_h)$ - спектральная плотность мощности частотного элемента; $\operatorname{sinc}(x) = \sin x / x$. Перейдя к переменной $x = \pi f T_h$, получим из (8.47)

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sinc}^2(x)\, dx \approx 0{,}77\,(-1{,}1\ \text{дБ}). \tag{8.47a}$$

Кроме того, часть мощности сигнала из канала, в котором имеется частотный элемент, поступает в соседние каналы. Величина мощности полезного сигнала в i-м соседнем канале пропорциональна коэффициенту

$$\alpha_i = \int\limits_{-\left(i+\frac{1}{2}\right)/T_h}^{-\left(i-\frac{1}{2}\right)/T_h} T_h \operatorname{sinc}^2(\pi f T_h)\, df = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\left(i+\frac{1}{2}\right)\pi}^{-\left(i-\frac{1}{2}\right)\pi} \operatorname{sinc}^2(x)\, dx. \tag{8.48}$$

В случае, когда имеет место рассогласование по частоте (например, из-за эффекта Доплера) между частотным элементом и соответствующим каналом (полосовым фильтром) обнаружителя на величину Δf_0, происходит уменьшение энергии принятого частотного элемента сигнала, которое по аналогии с (8.47) и (8.48) определяется коэффициентами

$$\alpha_0(\Delta f_0 T_h) = \int\limits_{-\left(\frac{1}{2T_h}+\Delta f_0\right)}^{\frac{1}{2T_h}+\Delta f_0} T_h \operatorname{sinc}^2(\pi f T_h)\, df = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\pi\left(\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)}^{\pi\left(\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)} \operatorname{sinc}^2(x)\, dx; \tag{8.49}$$

$$\alpha_i(\Delta f_0 T_h) = \int\limits_{-\left(i+\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)/T_h}^{-\left(i-\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)/T_h} T_h \operatorname{sinc}^2(\pi f T_h)\, df = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\left(i+\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)\pi}^{-\left(i-\frac{1}{2}+\Delta f_0 T_h\right)\pi} \operatorname{sinc}^2(x)\, dx, \tag{8.50}$$

В табл.8.4 приведены значения потерь $\alpha_0(\Delta f_0 T_h)$, вызванные сдвигом по частоте (8.49), [81].

Таблица 8.4

Потери, обусловленные сдвигом по частоте

$\Delta f_0 T_h$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\alpha_0(\Delta f_0 T_h)$	в разах	0,78	0,76	0,71	0,64	0,55	0,45
	в дБ	-1,11	-1,21	-1,48	-1,94	-2,60	-3,45

Из таблицы следует, что наибольшие потери энергии частотного элемента для данного канала имеют место при рассогласовании $\Delta f_0 T_h = 0{,}5$. В этом случае два соседних канала обнаружителя в течение действия частотного элемента будут иметь одинаковую энергию сигнала. Потери для каждого канала составляют 0,45 (-3,45 дБ).

Таким образом, *приведенные результаты свидетельствуют о том, что при частотном рассогласовании для обнаружения сигнала с ППРЧ необходимо увеличение требуемой мощности сигнала* P_s. Так, например, для обнаружителя типа СБФ-ЧП частотная погрешность потребует увеличения отношения сигнал-шум на коэффициент $\alpha_0(0)/\alpha_0(\Delta f_0 T_h)$.

В [81] указывается, что доплеровские эффекты превращают частотный сдвиг Δf_0 в случайную переменную, равномерно распределенную в пределах $[-T_h/2, T_h/2]$. Средний коэффициент, на который требуется увеличить отношение сигнал-шум для обнаружения сигналов с ППРЧ с заданными вероятностями P_F и P_D, равен 1,55 (1,9 дБ) и состоит из двух коэффициентов $1/\alpha_0(0) = 1{,}1$ дБ и $1/\alpha_0(\Delta f_0 T_h) = 0{,}8$ дБ.

8.4. Многоканальный адаптивный энергетический обнаружитель в условиях воздействия мешающих сигналов

8.4.1. Структурная схема многоканального адаптивного энергетического обнаружителя с регулировкой порогового уровня

Как указывалось выше, в реальных условиях функционирования станции РТР на вход энергетического обнаружителя могут поступать и мешающие сигналы. В качестве мешающего сигнала рассмотрим полигармоническую помеху (сетку гармонических помех), представляющую собой набор немодулированных узкополосных сигналов, разнесенных по частоте,

$$J(t) = \sum_{i=1}^{I} \sqrt{\frac{2P_j}{I}} \sin\left(\omega_{ji} t + \varphi_{ji}\right). \qquad (8.51)$$

Для дальнейшего анализа полагаем, что в одном частотном канале обнаружителя может действовать не более одной гармонической помехи. Общее число гармонических помех I может быть меньше или равно числу частотных каналов обнаружителя M_p.

На рис.8.14, изображающем фрагмент ЧВМ разведываемого сигнала с ППРЧ, показана гармоническая помеха в i-м канале на частоте f_{ij}.

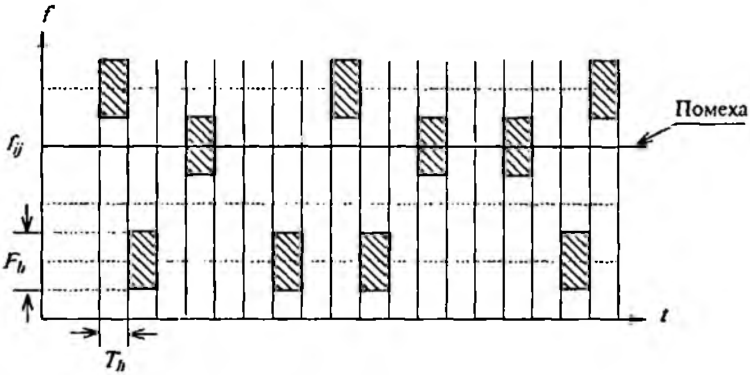


Рис. 8.14.

Время воздействия гармонической помехи в канале обнаружителя много больше длительности скачка частоты T_h, что является своеобразным отличительным признаком помехи от частотных элементов сигнала.

Структурная схема обнаружителя изображена на рис.8.15 [90,93]. Она содержит M_p параллельно включенных одноканальных энергетических обнаружителей. Если принять, что полоса пропускания каждого канала F_s, то общая разведываемая полоса частот $W_p = M_p F_s$. В каждом канале обнаружителя применяется интегратор с временем интегрирования $T_и$. *Для формирования соответствующего правила принятия решения о приеме сигналов с ППРЧ в каждом канале осуществляется* $N_н$ *интервалов интегрирования* (наблюдения), в итоге суммарное время наблюдения в канале $T_p = T_и N_н$. Разведываемая область обнаружителя в координатах „время-частота" будет составлять величину $T_p W_p = M_p N_н T_и F_s$.

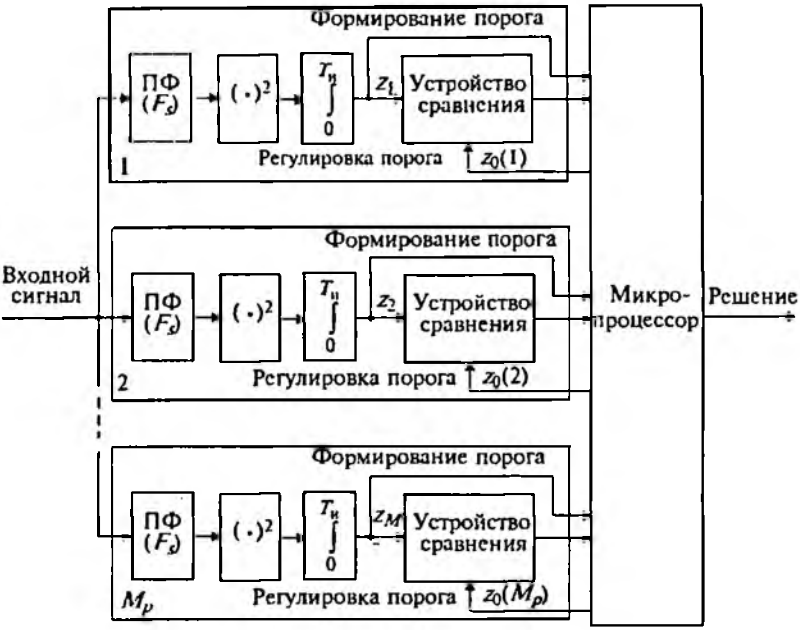


Рис. 8.15.

Для обеспечения равенства ложной тревоги в каждом канале обнаружителя имеется схема адаптивной регулировки порогового уровня в зависимости от мощности присутствующей в нем узкополосной помехи и собственных шумов. Адаптивное регулирование порогового уровня, реализация выбранного правила принятия решения о наличии сигнала с ППРЧ и выбор частотного канала, в котором присутствует сигнал, наилучшим образом могут быть выполнены с использованием современной микропроцессорной техники.

Выходная статистика i-го канала, так же как и для широкополосного обнаружителя, описывается нецентральным χ^2-распределением с $2T_и F_s$ степенями свободы и параметром нецентральности

$$\lambda_h = \frac{2E_h}{G_0}, \tag{8.52}$$

где E_h - энергия сигнала в полосе частот F_s и интервале интегрирования $T_и$.

Среднее значение $M[z]$ и дисперсия $D[z]$ статистики z_i при отсутствии мешающего сигнала описываются выражениями (8.8) и (8.9), в которых W_s заменяется на F_s.

В случае присутствия на входе i-го канала только узкополосной помехи выходная статистика этого канала $z_j(i)$ также описывается нецентральным χ^2-распределением с $2T_и F_s$ степенями свободы, параметром нецентральности λ_j

$$\lambda_j = \frac{2E_j}{G_0}$$

и со средним значением и дисперсией

$$M\left[z_j(i)\right] = \lambda_j(i) + 2T_и F_s; \tag{8.53}$$

$$D\left[z_j(i)\right] = 4\lambda_j(i) + 4T_и F_s, \tag{8.54}$$

где E_j - энергия узкополосной помехи на интервале интегрирования $T_и$.

При отсутствии и сигнала и помехи выходная статистика i-го канала описывается центральным χ^2-распределением с $2T_и F_s$ степенями свободы.

Для дальнейшего анализа примем, что произведение времени интегрирования на ширину полосы частот для каждого канала $T_и F_s \gg 1$, что позволяет аппроксимировать выходную статистику каждого канала z_i случайной величиной с гауссовским распределением.

8.4.2. Вероятность ложной тревоги и адаптивная регулировка порогового уровня

В случае аппроксимации выходной статистики z_i гауссовским распределением вероятность того, что собственные шумы превысят пороговый уровень z_0 при одном наблюдении определяется зависимостью, аналогичной (8.13), при замене в ней W_s на F_s

$$P_F = Q\left[\frac{z_0 - 2T_и F_s}{2\sqrt{T_и F_s}}\right]. \tag{8.55}$$

Полная вероятность ложной тревоги $P_F(M_p, N_н)$, т.е. вероятность ложной тревоги многоканального обнаружителя в целом зависит от выбранного правила принятия решения. Рассмотрим простую ситуацию, при которой предполагается, что частотный элемент сигнала присутствует в любом интервале интегрирования $T_{и}$, если превышается порог z_0 только в одном из M_p каналов. Вероятность такой ситуации определяется формулой Бернулли

$$P_F\left(M_p\right) = M_p P_F\left(1 - P_F\right)^{M_p - 1}. \tag{8.56}$$

Выше, при описании структурной схемы обнаружителя указывалось, что необходимо учитывать $N_{н}$ интервалов интегрирования. Примем, что наличие сигнала фиксируется, если наблюдается единственное превышение порога в каждом из k интервалов интегрирования. При таком правиле принятия решения полная вероятность ложной тревоги обнаружителя равна вероятности того, что было точно k -1 превышений порогового уровня z_0 в предыдущих $N_{н}$ -1 интервалах интегрирования, и что имеет место единичное превышение порогового уровня в $N_{н}$-м интервале. Вероятность такого события соответствует полной вероятности ложной тревоги многоканального обнаружителя и может быть определена с использованием так называемого "скользящего окна" [88,93]

$$\begin{aligned} P_F\left(M_p, N_{н}\right) &= \binom{N_{н}-1}{k-1} P_F^{k-1}\left(M_p\right)\left[1 - P_F\left(M_p\right)\right]^{N_{н}-1-(k-1)} \times \\ &\times P_F\left(M_p\right)\left[1 - P_F\left(M_p\right)\right] = \\ &= \binom{N_{н}-1}{k-1} P_F^{k}\left(M_p\right)\left[1 - P_F\left(M_p\right)\right]^{N_{н}-k+1}. \end{aligned} \tag{8.57}$$

Выше отмечалось, что обязательным условием функционирования многоканального энергетического обнаружителя при воздействии на него узкополосных помех является адаптивная регулировка порогового уровня, обеспечивающая равенство вероятности ложной тревоги. В случае действия узкополосной помехи в i-м канале вероятность ложной тревоги по аналогии с (8.55) определяется формулой [90,93]

$$P_F = Q\left[\frac{z_0(i) - \lambda_j(i) - 2T_{и} F_s}{2\sqrt{\lambda_j(i) + T_{и} F_s}}\right], \tag{8.58}$$

где $z_0(i)$ - порог в i-м канале.

Для определения порогового уровня при заданной вероятности P_F воспользуемся, как и ранее, функцией $Q^{-1}(x)$, обратной к функции $Q(x)$. Применяя обратную функцию к правой и левой частям выражения (8.55), для случая отсутствия узкополосной помехи в i-м канале получим

$$Q^{-1}(P_F) \triangleq \frac{z_0(i) - 2T_и F_s}{2\sqrt{T_и F_s}}. \tag{8.59}$$

Пороговый уровень $z_0(i)$ на основе (8.59) должен устанавливаться в соответствии с равенством

$$z_0(i) = 2T_и F_s + 2\sqrt{T_и F_s}\, Q^{-1}(P_F). \tag{8.60}$$

Используя обратную функцию $Q^{-1}(x)$ применительно к выражению для вероятности P_F (8.58) в случае присутствия в i-м канале узкополосной помехи, получим, что пороговый уровень должен регулироваться в соответствии с формулой:

$$z_0(i) = \lambda_j(i) + 2T_и F_s + 2\sqrt{\lambda_j(i) + T_и F_s}\, Q^{-1}(P_F). \tag{8.61}$$

При этом вероятность P_F для каждого i-го канала должна определяться из условия обеспечения требуемой полной вероятности ложной тревоги многоканального энергетического обнаружителя $P_F(M_p, N_н)$ (8.57). Из (8.61) следует, что для адаптивной регулировки порогового уровня в каждом из каналов обнаружителя требуется знание среднего значения $M[z_j]$ (8.53) и дисперсии $D[z_j]$(8.54) статистики $z_j(i)$ в случае присутствия узкополосной помехи. С этой целью представим нормированное напряжение на выходе интегратора i-го канала при действии узкополосной помехи в виде:

$$V_n(i) = \frac{2}{G_0}\int_0^{T_и} y^2(t,i,n)\,dt, \quad P_s = 0, \tag{8.62}$$

где $y(t,i,n)$ - сигнал на выходе полосового фильтра i-го канала во время n-го интервала интегрирования.

Наиболее приемлемым методом определения рекуррентной статистической оценки $V_n(i)$ является итеративный метод, при котором оценка уточняется на каждом интервале интегрирования по формулам:

$$\hat{x}_{n+1} = \frac{n}{n+1}\hat{x}_n + \frac{1}{n+1}x_{n+1};$$

$$\hat{\sigma}_{n+1}^2 = \frac{n-1}{n}\hat{\sigma}_n^2 + \frac{1}{n}\left[x_{n+1} - \hat{x}_n\right]^2.$$

При данном методе оценка среднего $\hat{V}_n(i)$ и оценка дисперсии $\hat{\sigma}_n^2(i)$ напряжения на выходе i-го интегратора на $(n+1)$ интервале интегрирования определяются из выражений [92,93]:

$$\hat{V}_{n+1}(i) = \frac{n}{n+1}\hat{V}_n(i) + \frac{1}{n+1}V_{n+1}(i), \quad 1 \le n \le N_{\text{н}}; \quad (8.63)$$

$$\hat{\sigma}_{n+1}^2(i) = \frac{n-1}{n}\hat{\sigma}_n^2(i) + \frac{1}{n}\left[V_{n+1}(i) - \hat{V}_n(i)\right]^2, \quad 1 \le n \le N_{\text{н}}. \quad (8.64)$$

Начальные условия при $n = 1$ для приведенных уравнений (8.63)-(8.64) имеют вид:

$$\hat{V}_1(i) = V_1(i). \quad (8.65)$$

Учитывая зависимости (8.61), (8.63) и (8.64), пороговый уровень i-го канала обнаружителя на любой стадии итеративного процесса должен регулироваться напряжением $\hat{V}_{\text{ад}}$

$$\hat{V}_{\text{ад}}(n) = \hat{V}_{n+1}(i) + \hat{\sigma}_{n+1}(i)Q^{-1}(P_F). \quad (8.66)$$

Структурная схема формирования адаптивного порогового уровня в i-м канале обнаружителя, реализующая алгоритм (8.66), приведена на рис.8.16 [90].

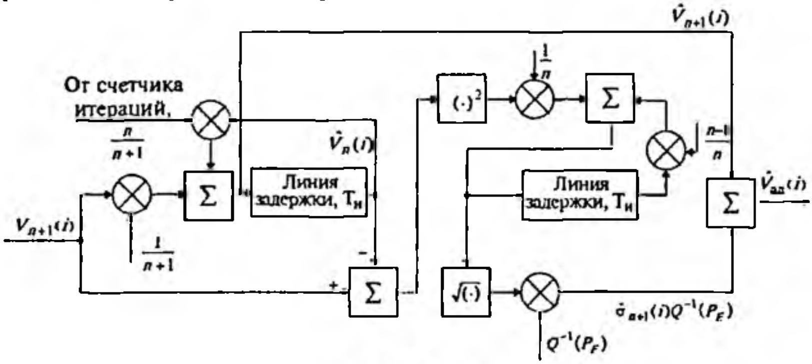


Рис. 8.16.

Следует заметить, что при нахождении выражения (8.66) не учитывалось влияние на пороговый уровень частотного элемента сигнала с ППРЧ. В действительности при одновременном приеме сигнала и узкополосной помехи пороговый уровень в i-м канале будет отличаться от значения порога, определяемого формулой (8.66). Однако, учитывая, как указывалось выше, что время воздействия узкополосной помехи значительно больше длительности частотного элемента сигнала, то в процессе адаптации статистические оценки среднего значения и дисперсии напряжения на выходе i-го интегратора (8.62) будут сходиться к оцениваемым параметрам.

В общем случае для устранения влияния узкополосных помех на энергетический обнаружитель можно применять фильтры подавления помех, расположив их до квадратичных детекторов. При этом могут быть использованы: аналоговые режекторные фильтры; устройства, осуществляющие режекцию в спектральной области с использованием преобразования Фурье; адаптивные цифровые фильтры [94-96]. При этом пороговый уровень z_0 в каждом канале определяется из выражения (8.60).

8.4.3. Вероятность обнаружения

При аппроксимации выходной статистики z_i случайной величиной с гауссовским распределением вероятность обнаружения для случая, когда частота скачков известна, начало интегрирования совпадает с моментом прихода частотного элемента и отсутствует узкополосная помеха, может быть представлена выражением (8.14) при замене в нем W_s на F_s и λ_s на λ_h

$$P_D = Q\left[\frac{z_0(i) - 2T_и F_s - \lambda_h}{2\sqrt{T_и F_s + \lambda_h}}\right]. \tag{8.67}$$

Учитывая (8.59), выражение (8.67) можно переписать в виде:

$$P_D = Q\left[\frac{Q^{-1}(P_F) - \dfrac{\lambda_h}{2\sqrt{T_и F_s}}}{\sqrt{1 + \dfrac{\lambda_h}{T_и F_s}}}\right]. \tag{8.68}$$

В случае, если в i-м канале обнаружителя одновременно с частотным элементом сигнала присутствует и узкополосная помеха, то вероятность превышения порога определяется выражением, аналогичным (8.68), в которое включается параметр λ_j, характеризующий влияние помехи,

$$P_D(\lambda_j) = Q\left[\frac{Q^{-1}(P_F) - \dfrac{\lambda_h}{2\sqrt{\lambda_j + T_и F_s}}}{\sqrt{1 + \dfrac{\lambda_h}{\lambda_j + T_и F_s}}}\right]. \tag{8.69}$$

Если узкополосные помехи с равной мощностью P_j присутствуют в l из M_p каналов, то условная вероятность того, что один и только один порог будет превышен при любом одном скачке частоты, определяется из выражения [93]

$$P_D(l)=\left\{(1-P_F)\frac{lP_D(\lambda_j)+(M_p-l)P_D}{M_p}+\right.$$
$$\left.+(M_p-1)P_F\frac{l\left[1-P_D(\lambda_j)\right]+(M_p-l)(1-P_D)}{M_p}\right\}(1-P_F)^{M_p-2} \qquad (8.70)$$

В соответствии с алгоритмом принятия решения, сигнал с ППРЧ обнаруживается, если k или большее число из $N_н$ наблюдений приводит к превышению порога. *Таким образом, полная вероятность обнаружения сигнала многоканальным обнаружителем может быть найдена из соотношения*

$$P_D(l,N_н)=\sum_{m=k}^{N_н}\binom{N_н}{m}P_D^{\,m}(l)\left[1-P_D(l)\right]^{N_н-m}. \qquad (8.71)$$

Полученные результаты позволяют вычислить вероятность обнаружения сигнала с ППРЧ $P_D(l,N_н)$ M_p-канальным обнаружителем при действии l узкополосных помех равной мощности.

На рис.8.17,а-в приведены графики $P_D(l,N_н)$ в зависимости от отношения сигнал-шум E_s/G_0 при вероятности ложной тревоги обнаружителя $P_F=10^{-3}$ и частоте следования частотных элементов $F_h=1000$ скачков/с для различного числа каналов M_p=512, 1024, 2048.

При этом квазиптимальное значение числа наблюдений $N_н$ в каждом канале определялось, исходя из полученного расчетным путем графика зависимости вероятности обнаружения P_D от $N_н$; при $P_D=P_{D\max}$ число наблюдений $N_н\approx16...18$. С целью сопоставления полученных на рис.8.17,а-в графиков $P_D(l,N_н)$ с результатами [93] при расчете вероятности $P_D(l,N_н)$ было принято $m=N_н/2$. При проведении расчетов было принято также, что имеет место согласование по времени начала интегрирования и момента прихода частотного элемента, а также по интервалу интегрирования и длительности скачка частоты. На графиках видно, что увеличение числа узкополосных помех от l=0 до числа каналов в обнаружителе $l=M_p$ при сохранении вероятности

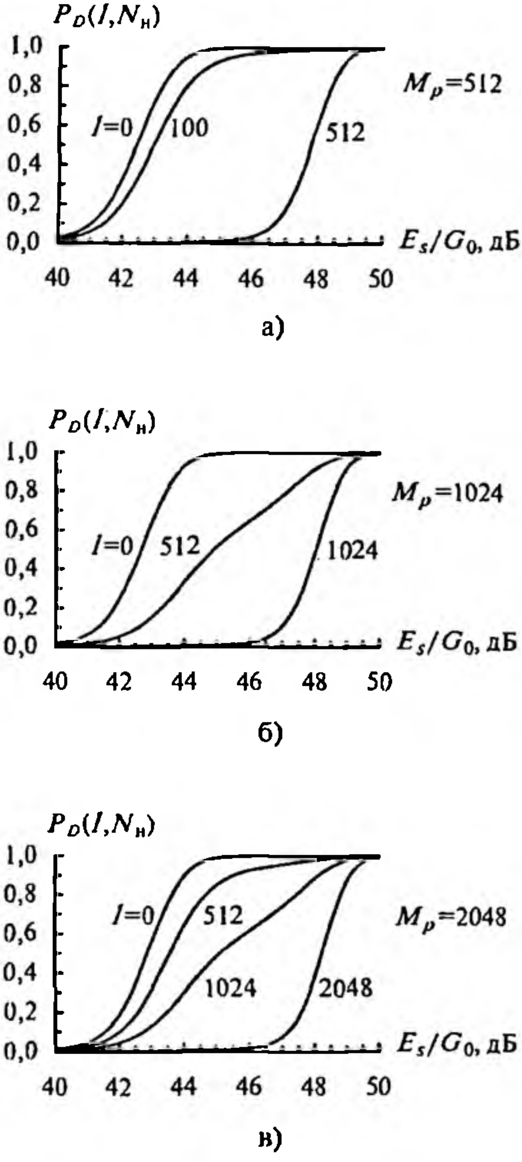


Рис. 8.17.

обнаружения на уровне $P_D = 0{,}5$ потребует повышения отношения сигнал-шум на 5...5,5 дБ. Такой результат достигается благодаря тому, что все каналы с адаптивной регулировкой порогового уровня активно участвуют в процессе формирования статистики обнаружения. Полученные характеристики M_p-канального обнаружителя полностью подтверждаются приведенными в [93] результатами моделирования.

8.4.4. Влияние рассогласования по времени на обнаружение сигналов

Рабочие характеристики обнаружителя (P_F, P_D) рассматривались выше, исходя из предположения о том, что интервал интегрирования $T_и$ и начало интегрирования согласованы соответственно с длительностью скачка частоты T_h и моментом его прихода на вход i-го канала. Как указывалось выше, в реальных условиях функционирования СРС и станции РТР такого согласования не существует, что приводит в станции РТР к увеличению требуемого для обнаружения уровня сигнала при заданных вероятностях P_F и P_D.

Случай А. Рассмотрим вначале достаточно простой случай, когда известна частота скачков (при этом $T_и = T_h$), но момент прихода частотного элемента сигнала не согласован с началом интегрирования. При такой ситуации в каждом канале обнаружителя частотный элемент будет интегрироваться на двух соседних интервалах (рис.8.18).

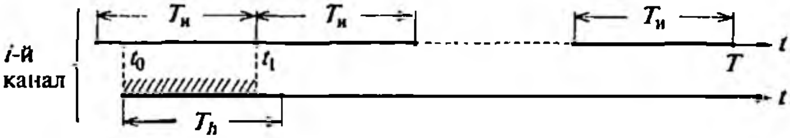


Рис. 8.18.

Если t_0 - начало данного частотного элемента, t_1 - начало следующего интервала интегрирования, то нормированное рассогласование по времени определяется соотношением:

$$a_t = \frac{|t_1 - t_0|}{T_h}. \tag{8.72а}$$

Параметр a_t пропорционален части энергии частотного элемента в i-м канале на данном скачке частоты в одном интервале интегрирования, а в другом, последующем интервале часть энергии частотного элемента пропорциональна

$$b_t = 1 - a_t. \tag{8.72б}$$

Следует также отметить, что в рассматриваемом случае на одном интервале интегрирования могут присутствовать два частотных элемента в различных каналах обнаружителя (рис.8.19,а,б).

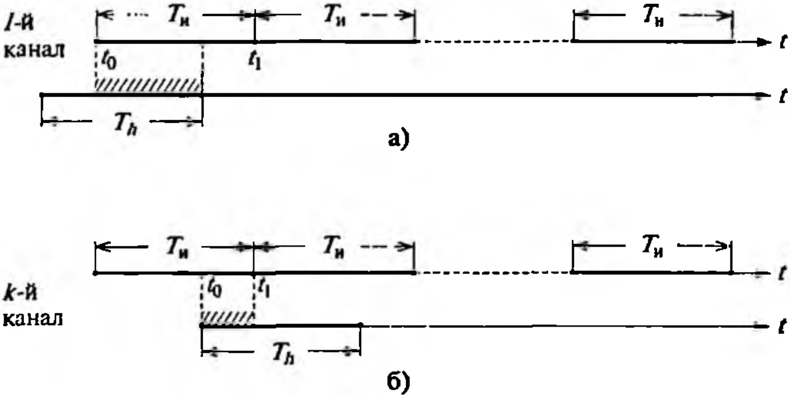


Рис. 8.19.

При этом в одном канале энергия части одного частотного элемента будет пропорциональна a_l, в другом канале энергия части другого частотного элемента - b_l. Таким образом, одновременно на выходе двух каналов будут присутствовать напряжения, относительно которых необходимо принять решения. Это приведет к изменению пороговых уровней в каналах обнаружителя и повлияет, в конечном счете, на величину вероятности ложной тревоги.

С целью использования всей энергии частотного элемента для обнаружения сигнала с ППРЧ необходимо модифицировать рассмотренный выше „идеальный“ алгоритм обнаружения таким образом, чтобы решить присутствует ли частотный элемент в любом одном интервале интегрирования, если превышается один или два пороговых уровня, но не больше. При этом, как и в „идеальном“ алгоритме, окончательное решение об обнаружении сигнала с ППРЧ принимается на основе правила k из $N_н$ превышений порогового уровня. Для совершенствования алгоритма необходимо определить вероятность $P_F(M_p)$ того, что имеет место одно или два превышения порогового уровня в M_p каналах. Напомним, что при „идеальном“ согласовании аналогичная величина $P_F(M_p)$ (8.56) определялась для случая, когда частотный элемент присутствует в любом интервале интегрирования $T_н$, если превышается один и только один пороговый уровень в M_p каналах. Для рассматриваемой ситуации рассогласования по времени вероятность ложной тревоги [93]

$$P_F(M_p)=\binom{M_p}{1}P_F(1-P_F)^{M_p}+\binom{M_p}{2}P_F^2(1-P_F)^{M_p-2}=$$

$$=M_pP_F(1-P_F)^{M_p-2}\left(1+\frac{M_p-3}{2}P_F\right). \qquad (8.73)$$

Учитывая (8.57) и (8.73), величина полной вероятности ложной тревоги многоканального обнаружителя при рассогласовании по времени определяется из выражения [88,93]:

$$P_F(M_p,N_{\text{н}})=\binom{N_{\text{н}}-1}{k-1}P_F{}^k(M_p)\left[1-P_F(M_p)\right]^{N_{\text{н}}-k+1}. \qquad (8.74)$$

Далее перейдем к определению полной вероятности обнаружения $P_D(l,N_{\text{н}})$ многоканальным обнаружителем при условии использования k интервалов из общего числа $N_{\text{н}}$ интервалов интегрирования. В связи с имеющимся рассогласованием и наличием двух частотных элементов в разных каналах на одном интервале интегрирования появляются четыре условные вероятности обнаружения частотного элемента, которые однозначно связаны с выражениями (8.68) и (8.69) путем умножения в них параметра нецентральности λ_h на параметры рассогласования по времени a_t (8.72а) и b_t (8.72б). Эти условные вероятности обозначим следующим образом: $P_D^{a_t}$, $P_D^{b_t}$ - вероятности превышения порогового уровня при отсутствии узкополосных помех; $P_D^{a_t}(\lambda_j)$, $P_D^{b_t}(\lambda_j)$ - вероятности превышения порогового уровня в случае присутствия узкополосных помех. Средние условные вероятности превышения и ,соответственно, непревышения порогового уровня по всем M_p каналам можно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&P_{a_t}=\frac{l\,P_D^{a_t}(\lambda_j)+(M_p-l)P_D^{a_t}}{M_p};\ \ P_{a_t}^{\times}=1-P_{a_t};\\
&P_{b_t}=\frac{l\,P_D^{b_t}(\lambda_j)+(M_p-l)P_D^{b_t}}{M_p};\ \ P_{b_t}^{\times}=1-P_{b_t}.
\end{aligned}\right\} \qquad (8.75)$$

С учетом (8.75) вероятность того, что за один интервал интегрирования при наличии l узкополосных помех пороговый уровень будет превышен в одном или двух каналах, но не более, определяется из выражения [90,93]:

$$P_D(l)=\left(P_{a_t}P_{b_t}+P_{a_t}P_{b_t}^{\times}+P_{a_t}^{\times}P_{b_t}\right)\left(1-P_F\right)^{M_p-2}+$$

$$+\left(M_p-2\right)P_F\left(P_{a_t}^{\times}P_{b_t}^{\times}+P_{a_t}P_{b_t}^{\times}+P_{a_t}^{\times}P_{b_t}\right)\left(1-P_F\right)^{M_p-3}+$$

$$+\frac{1}{2}\left(M_p-2\right)\left(M_p-3\right)P_{a_t}^{\times}P_{b_t}^{\times}P_F^2\left(1-P_F\right)^{M_p-4}. \qquad (8.76)$$

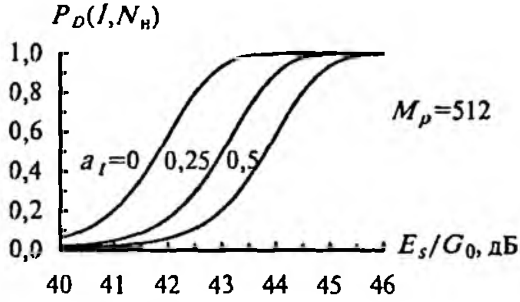
По аналогии с (8.71) и учитывая (8.76), получим выражение для полной вероятности обнаружения сигнала с ППРЧ, когда при наличии сигнала превышение порогового уровня происходит k и более раз из $N_н$ наблюдений

$$P_D(l,N_н)=\sum_{m=k}^{N_н}\binom{N_н}{m}P_D^m(l)\left[1-P_D(l)\right]^{N_н-m}. \qquad (8.77)$$

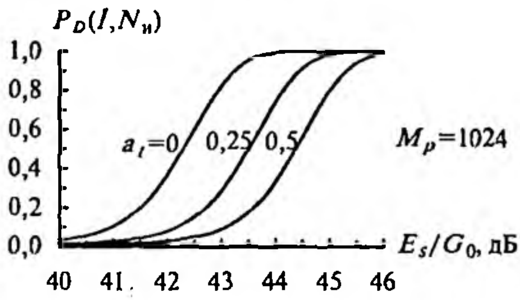
В соответствии с (8.77) на рис.8.20,а-в изображены графики вероятности обнаружения $P_D(l,N_н)$ M_p-канальным обнаружителем при рассмотренном выше виде рассогласования по времени в зависимости от отношения сигнал-шум E_s/G_0 при $M_p=512,1024,2048$ каналах, вероятность ложной тревоги обнаружителя $P_F=10^{-3}$, $N_н=16$, m=8, l=0; нормированное время рассогласования $a_t=0;\,0{,}25;\,0{,}5$. Заметим, что для значений $b_t=1-a_t$ получаются такие же зависимости, что и для значений a_t.

На графиках видно, что для обеспечения вероятности обнаружения $P_D=0{,}5$ максимальное рассогласование между временем прихода частотного элемента и началом интегрирования $a_t=0{,}5$ требует увеличения отношения сигнал-шум примерно на 2 дБ. Приведенные данные соответствуют результатам, полученным в [93].

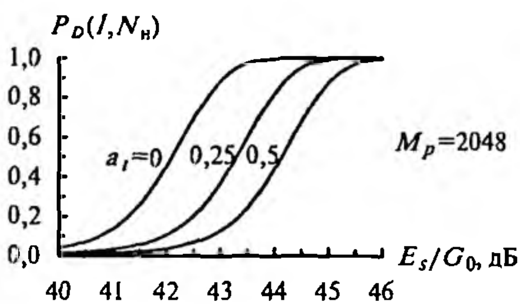
Случай Б. Более сложная ситуация для обнаружения сигналов с ППРЧ имеет место, когда неизвестна длительность частотного элемента T_h и момент прихода частотного элемента не согласован с началом интегрирования. Время интегрирования $T_и$, как указывалось выше, может быть больше или меньше длительности частотного элемента T_h. При этом рассогласование между началом интегрирования и моментом прихода частотного элемента изменяется от одного скачка частоты к другому и зависит от начального рассогласования. Если время интегрирования $T_н$ отличается от длительности частотного элемента T_h, то существует вероятность того, что на одном интервале интегрирования могут присутствовать несколько скачков частоты, действующих в различных каналах обнаружителя. Указанные обстоятельства в сильной мере усложняют определение РХ многоканального обнаружителя.



а)



б)



в)

Рис. 8.20.

Используя результаты [93], проведем анализ РХ обнаружителя при условии, что время интегрирования $T_и$ и длительность частотного элемента связаны соотношением $T_и = dT_h$, где d - положительная величина, принимающая значения $d \le 1$ и $d > 1$. Если $d \le 1$, то имеются два временных отрезка на интервале интегрирования, которые можно определить таким же способом, как и для случая А. Однако значения этих отрезков изменяются в процессе наблюдения. Так, в течение n-го интервала интегрирования параметры частичного перекрытия могут быть определены из выражения:

$$\begin{aligned} a_{t_n} &= \left[a_{t_0} + n(1-d)\right] && \bmod d; \\ b_{t_n} &= \left[d - a_{t_n}\right] && \bmod d, \end{aligned} \tag{8.78}$$

где a_{t_0} - начальное частичное рассогласование между началом интегрирования и моментом прихода сигналов; a_{t_n} и b_{t_n} находятся как остаток от деления на величину d.

Примем что d =2, тогда при $1 \le d \le 2$ частичные перекрытия интервала интегрирования определяются следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} a_{t_n} &= \left[a_{t_0} + n(d-1)\right] && \bmod d; \\ b_{t_n} &= \left[d - a_{t_n}\right] && \bmod 1; \\ c_{t_n} &= d - a_{t_n} - b_{t_n} \ge 0, && n = 1,2,\ldots,N_н, \end{aligned}\right\} \tag{8.79}$$

где значения a_{t_n}, b_{t_n} следует понимать как дробную часть числа.

Для случая, когда d =2 возможно не более трех скачков частоты в разных каналах на одном интервале интегрирования. В связи с этим, как и в случае А, требуется модификация алгоритма обнаружения, для которого необходимо изменить правило принятия решения о наличии сигнала с ППРЧ, если наблюдается одно, два или три превышения порогового уровня на любом интервале интегрирования. При гипотезе H_0 вероятность того, что имеется один, два или три превышения порогового уровня в M_p каналах определяется из выражения [90]

$$P_F(M_p) = \binom{M_p}{1} P_F (1-P_F)^{M_p - 1} + \binom{M_p}{2} P_F^2 (1-P_f)^{M_p-2} + \\ + \binom{M_p}{3} P_F^3 (1-P_f)^{M_p-3},$$

которое в результате преобразования примет вид [93]:

$$P_F(M_p)=M_pP_F(1-P_F)^3\left[1+\frac{1}{2}P_F(M_p-3)+\frac{1}{6}(11-6M_p+M_p^2)P_F^2\right]. \tag{8.80}$$

Используя (8.57) и (8.80), получим выражение для полной вероятности ложной тревоги $P_F(M_p,N_н)$ многоканального обнаружителя для случая рассогласования по времени и $T_и = 2T_h$.

При рассматриваемом виде рассогласования между интервалом интегрирования и длительностью скачков частоты появляются шесть условных вероятностей обнаружения частотного элемента на одном интервале интегрирования: $P_D^{a_t}$; $P_D^{b_t}$; $P_D^{c_t}$; $P_D^{a_t}(\lambda_j)$; $P_D^{b_t}(\lambda_j)$; $P_D^{c_t}(\lambda_j)$.

Условные вероятности могут быть получены из (8.68) и (8.69) путем умножения параметра нецентральности λ_h на соответствующие значения a_{t_n}, b_{t_n} и c_{t_n} (8.79). По аналогии со случаем А, в котором были рассмотрены вероятности P_{a_t}, $P_{a_t}^x$, P_{b_t}, $P_{b_t}^x$ (8.75), введем еще две средние вероятности:

$$P_{c_t}=\frac{lP_D^{c_t}(\lambda_j)+(M_p-l)P_D^{c_t}}{M_p};\quad P_{c_t}^x=1-P_{c_t}. \tag{8.81}$$

Вероятность того, что на любом одном интервале интегрирования превысится пороговый уровень в одном, двух или трех частотных каналах, может быть определена из выражения [93]

$$\begin{aligned}P_D(l)&=(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)(1-P_F)^{M_p-3}+\\&+(M_p-3)(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_0)P_F(1-P_F)^{M_p-4}+\\&+\frac{1}{2}(M_p-3)(M_p-4)(\alpha_1+\alpha_0)P_F^2(1-P_F)^{M_p-5}+\\&+\frac{1}{6}(M_p-3)(M_p-4)(M_p-5)\alpha_0P_F^3(1-P_F)^{M_p-6},\end{aligned} \tag{8.82}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_1 &= P_{a_t} P_{b_t}^{\times} P_{c_t}^{\times} + P_{a_t}^{\times} P_{b_t} P_{c_t}^{\times} + P_{a_t}^{\times} P_{b_t}^{\times} P_{c_t};\\
\alpha_2 &= P_{a_t} P_{b_t} P_{c_t}^{\times} + P_{a_t} P_{b_t}^{\times} P_{c_t} + P_{a_t}^{\times} P_{b_t} P_{c_t};\\
\alpha_3 &= P_{a_t} P_{b_t} P_{c_t};\\
\alpha_0 &= P_{a_t}^{\times} P_{b_t}^{\times} P_{c_t}^{\times}.
\end{aligned}\right\} \quad (8.83)$$

В силу особенности рассматриваемого вида рассогласования, вероятность $P_D(l)$ (8.82) может иметь различную величину на каждом интервале интегрирования. Отсюда следует, что полную вероятность обнаружения сигнала с ППРЧ $P_D(l, N_{\text{н}})$ для многоканального обнаружителя нельзя получить на основании (8.71). Как уже отмечалось, сигнал с ППРЧ обнаруживается, если в k из $N_{\text{н}}$ или более интервалах интегрирования наблюдалось превышение порога. Вероятность того, что в k интервалах интегрирования будет превышен порог, состоит из таких слагаемых, в которых вероятность превышения порога войдет сомножителем k раз, а вероятность противоположного события войдет сомножителем $(N_{\text{н}} - k)$ раз, число таких слагаемых равно числу сочетаний из $N_{\text{н}}$ по k. Аналогично вычисляются вероятности для $k+1$, $k+2,\ldots,N_{\text{н}}$ интервалов интегрирования. Число таких слагаемых достаточно велико. Ввиду этого, при данном виде рассогласования расчет РХ модифицированного алгоритма обнаружения требует значительного числа вычислительных операций.

Как следует из проведенного анализа, реализация модифицированного алгоритма обнаружения сигналов с ППРЧ, рассмотренного для случая Б, достаточно сложна. Этот алгоритм упрощается до приведенного для случая А алгоритма, если по заранее известной длительности частотного элемента T_h подавляемой СРС с ППРЧ устанавливать интервал интегрирования $T_{\text{и}}$, $T_{\text{и}} = T_h$. Определение длительности частотных элементов T_h (частоты следования) сигналов с ППРЧ не представляет особых сложностей и может быть обеспечено различными способами, например, [81]. На рис.8.21 приведена структурная схема так называемого обнаружителя частоты следования частотных элементов.

В этой схеме разведываемая полоса частот $W_{\text{р}}$ делится на две равные подполосы: верхнюю $W_{\text{р}}{}^{\text{в}}$ и нижнюю $W_{\text{р}}^{\text{н}}$, $W_{\text{р}}{}^{\text{в}} = W_{\text{р}}^{\text{н}} = W_{\text{р}}/2$. Выходной сигнал ШПФ подвергается квадратичному детектированию и фильтрации в ФНЧ, а далее осуществляется операция вычитания. Считая, что скачки частоты равновероятны по диапазону $W_{\text{р}}$, а в каждой подполосе число скачков по времени примерно одно и тоже, разностный сигнал $U_{\text{р}}$ будет иметь двухуровневую (биполярную) форму и содержать периодическую составляющую на частоте следования частотных элементов.

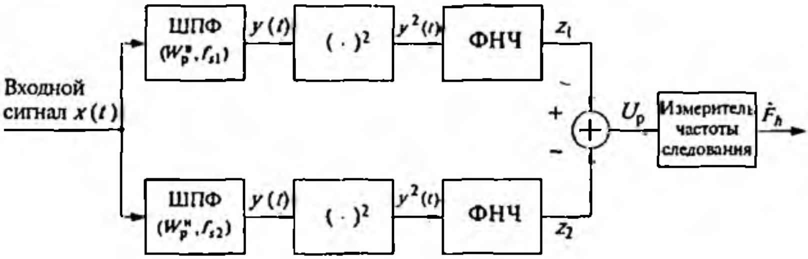


Рис. 8.21.

Заметим, что приведенный на рис.8.21 обнаружитель, обеспечивая достаточно точное измерение частоты скачков ППРЧ, значительно проигрывает широкополосному обнаружителю по величине требуемого отношения сигнал-шум для обнаружения сигналов с заданными вероятностями P_F и P_D.

8.5. Другие возможные типы обнаружителей сигналов с ППРЧ

8.5.1. Корреляционный радиометр

На рис.8.22 изображена структурная схема корреляционного радиометра, который содержит две независимые антенны A_1 и A_2, перекрывающие одну и ту же геометрическую площадь [34,81].

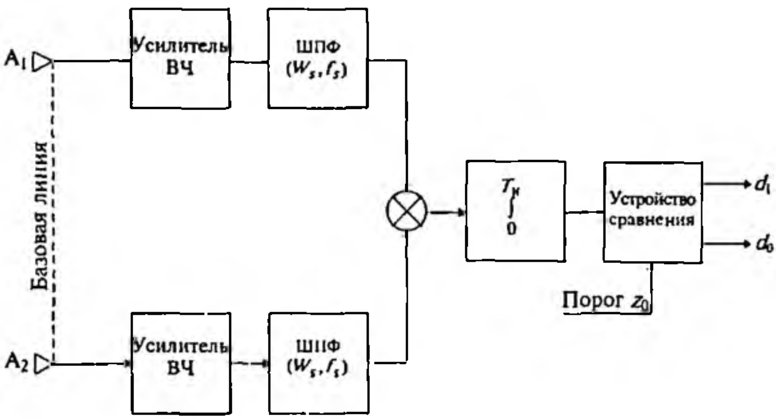


Рис. 8.22.

В случае присутствия сигнала полезные составляюшие, поступающие на вход умножителя из каждого параллельного канала, являются коррелированными (в сущности, идентичными по амплитуде и фазе), в то время как шумовые составляющие являются некоррелированными. На выходе интегратора только взаимно коррелированные сигналы дают постоянное напряжение. Преимущество корреляционного радиометра по сравнению с энергетическим обнаружителем заключается в том, что корреляционный радиометр для обнаружения сигнала требует отношения сигнал-шум на 3 дБ меньше при одних и тех же вероятностях P_F и P_D.

Кроме того, корреляционый радиометр с двумя антеннами A_1 и A_2 позволяет получать информацию относительно направления на источник излучения (передатчик СРС). При вращении базовой линии, соединяющей антенны, выходное напряжение корреляционного радиометра становится максимальным при условии, что базовая линия перпендикулярна направлению на источник излучения. В случае, если выходное напряжение превышает порог обнаружения, то принимается решение о наличии сигнала и одновременно определяется направление на источник излучения. Если вращение базовой линии не представляется возможным, то в каналах корреляционного радиометра можно использовать линии задержки. Изменяя соответствующим образом время задержки, тем самым можно имитировать вращение базовой линии.

В [34,81] указывается, что корреляционный радиометр с точки зрения требуемой для обнаружения мощности сигнала СРС эквивалентен двум независимо работающим широкополосным энергетическим обнаружителям. При этом каждая из антенн обнаружителя должна "охватывать" половину заданной для корреляционного радиометра геометрической площади обзора.

8.5.2. Цифровой анализатор спектра

Алгоритм работы анализатора спектра при обнаружении сигналов с ППРЧ изображен на рис.8.23.

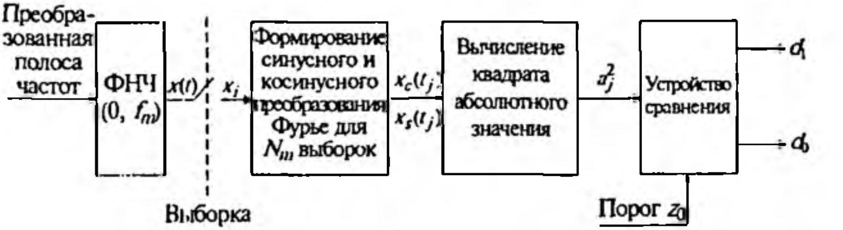


Рис. 8.23

С теоретической точки зрения выходные сигналы анализатора спектра дискретных частот эквивалентны выходным сигналам квазиоптимального многоканального обнаружителя с некогерентным накоплением [81].

Реализация анализатора спектра требует преобразования высокой частоты от f_a в область нижних частот до f_b таким образом, чтобы $f_a \to 0$, а $f_b \to f_m$, где $f_m = f_b - f_a$. Перевод полосы высокой частоты в диапазон нижних частот $(0, f_m)$ предполагает, что перестраиваемые частоты f_i имеют значения $f_1 = F_h$, $f_2 = 2F_h$, $f_3 = 3F_h$ и т.д., а общее число частот (каналов) будет равно f_m / F_h. Низкочастотный сигнал вместе с шумом подвергается выборке с частотой $2f_m$ выборок/с в течение T_hс для получения последовательности, состоящей из $N_m = 2f_m T_h$ выборок. Затем производится вычисление дискретного преобразования Фурье с использованием последовательности выборок для каждой перестраиваемой частоты. Одним из путей реализации дискретного преобразования Фурье является использование цифрового фильтра и алгоритма быстрого преобразования Фурье. При этом косинусное и синусное преобразования Фурье имеют вид

$$\left.\begin{aligned} x_c(t_j) &= \sum_{i=1}^{N_m} x_c \cos\left(i\frac{\pi}{f_m}t_j\right); \\ x_s(t_j) &= \sum_{i=1}^{N_m} x_s \sin\left(i\frac{\pi}{f_m}t_j\right). \end{aligned}\right\} \quad (8.84)$$

Далее вычисляется квадрат абсолютного значения преобразования Фурье

$$a_j^2 = x_c^2(t_j) + x_s^2(t_j), \quad j = 1, 2, 3, \ldots, \left(\frac{f_m}{F_h}\right). \quad (8.85)$$

Абсолютное значение преобразования Фурье a_j^2 на каждой частоте сравнивается с порогом z_0 с целью определения является ли ее спектральное значение достаточным для принятия решения о присутствии частотного элемента сигнала. Такая процедура повторяется для каждого скачка частоты. Для перекрытия всего частотного диапазона W_s разведываемой СРС необходимо иметь многоканальный анализатор спектра, содержащий $M_f = W_s / F_h$ одноканальных анализаторов.

8.5.3. Метод вскрытия частотно-временной матрицы сигнала с ППРЧ

Наиболее радикальным способом повышения эффективности радиоэлектронного подавления СРС с ППРЧ является способность станции РТР вскрывать ЧВМ сигналов. Теоретически такая возможность существует. Эта возможность основана на методе, включающем в себя операции автокорреляции во временной области в пределах частотного элемента T_h принятого сигнала. Сущность метода заключается в следующем [81].

Предположим, что временная функция $x(t)$ с конечной дисперсией имеет спектр мощности $S_x(f)$ и что наибольшее спектральное значение имеет место на чистоте $f = f_{max}$. Определим нормированную функцию автокорреляции от $x(t)$ с помощью зависимости

$$R_0(\tau) = \frac{\int x(t)\,x(t+\tau)\,dt}{\int x^2(t)\,dt}. \tag{8.86}$$

Далее вычислим следующую функцию автокорреляции от функции автокорреляции (8.86), а именно,

$$R_1(\tau) = \frac{\int R_0(\lambda)\,R_0(\lambda+\tau)\,d\lambda}{\int R_0^2(\lambda)\,d\lambda} \tag{8.87}$$

и продолжим этот процесс снова и снова.

Таким образом, n-я итерация будет иметь вид:

$$R_n(\tau) = \frac{\int R_{n-1}(\lambda)\,R_{n-1}(\lambda+\tau)\,d\lambda}{\int R_{n-1}^2(\lambda)\,d\lambda}. \tag{8.88}$$

Далее в [81] доказывается, что при $n \to \infty$ можно получить следующий предельный результат

$$\lim_{n\to\infty} R_n(\tau) = \cos(2\pi f_{\max}\tau), \tag{8.89}$$

т.е. после бесконечного числа итераций будет получена чистая косинусная функция, частота которой соответствует местоположению спектрального максимума $x(t)$.

Таким образом, становится возможным определить местоположение наибольшего спектрального значения скачка частоты, не вычисляя самого спектра. При применении данного метода слежения за скачками частоты необходимо иметь в виду следующее: 1) частотный элемент имеет ограниченную длительность T_h; 2) окончательное решение должно быть получено через приемлемое число итераций. В результате потребуется обеспечить некоторый компромисс между временем и точностью оценки. Если анализ каждой из функций автокорреляции проводить в течение T_h-секундного интервала, то каждая последующая итерация будет удваивать объем памяти, требуемый для хранения результатов. Следовательно, для того чтобы объем памяти оставался в разумных пределах необходимо усечение итерационного процесса таким образом, чтобы время анализа стало практически приемлемым. Это вызовет дальнейшее снижение точности полученного результата по определению значения перестраиваемой частоты. Тем не менее, существует способ, позволяющий вычислять с достаточной точностью оценку $\hat{f}_{\max}$ после всего лишь n_0 итераций, например, [97]. Получаемые последовательные частотные оценки рассматриваются как позиции ЧВМ сигнала с ППРЧ, используемые передающим устройством СРС. При наличии собственных шумов обнаружителя ЧВМ сигналов с ППРЧ может быть восстановлена со случайными ошибками, которые зависят от отношения сигнал-шум и ограничений при обработке, о которых было сказано выше.

Приложение П.8.1

Алгоритмы вычисления обобщенной Q - функции Маркума

П.8.1.1. Постановка задачи

При обнаружении сигналов в гауссовском шуме с равномерной спектральной плотностью мощности в пределах рассматриваемой полосы частот статистика, по которой принимается решение, имеет нецентральное χ^2-распределение. При этом параметр нецентральности равен удвоенному отношению сигнал-шум ($\lambda=2q^2$), число степеней свободы равно удвоенному произведению длительности наблюдения на ширину полосы пропускания входных цепей обнаружителя ($N=2T$, $W=2L$). В отсутствии сигнала статистика имеет центральное χ^2-распределение. Поэтому для расчета вероятностей ложной тревоги и обнаружения сигналов требуется вычислять интегралы от плотности вероятностей χ^2-распределения с N степенями свободы, которое определяется следующим образом. Если $X_1, X_2, ..., X_N$ - независимые нормально распределенные случайные величины с параметрами (m_1,σ^2), (m_2,σ^2), ..., (m_N,σ^2), соответственно, то распределение случайной величины

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} X_i^2 \qquad (\text{П.8.1.1})$$

называется нецентральным χ^2-распределением с N степенями свободы и параметром нецентральности

$$\lambda = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} m_i^2. \qquad (\text{П.8.1.2})$$

При $\lambda=0$ распределение называется центральным χ^2-распределением.

Классические алгоритмы расчета нецентрального χ^2-распределения, применяемые в математической статистике, становятся малоэффективными при тех значениях параметров, которые имеют место в задачах обнаружения. Поэтому в настоящее время не ослабевает интерес к разработке эффективных алгоритмов расчета функции нецентрального χ^2-распределения с высокой точностью, о чем свидетельствует ряд публикаций [87,98-106]. При этом расчет рабочих характеристик обнаружителей выделен в специфическую задачу, связанную с вычислением обобщенной Q-функции Маркума или P-функции. Алгоритмы расчета указанных функций используют разложение в степенные ряды [100,101] или ряды по функциям Бесселя (ряды Неймана) [102,103], численное интегрирование, основанное на методе перевала вычисления контурных интегралов [105,106], а также различные варианты гауссовской аппроксимации.

Ниже приводятся систематизация разрозненных подходов к расчету распределения χ^2, модификация алгоритмов, анализ вычислительной устойчивости и границ применимости, сравнение результатов, полученных по различным алгоритмам.

Как известно [87,98,99], рабочие характеристики энергетических обнаружителей: вероятности $P_f=\alpha$ – ложного обнаружения, P_d - обнаружения и $P_M=1-P_d$ - пропуска сигнала выражаются через интегральные функции центрального и нецентрального χ^2-распределения

$$\alpha = 1-F_0(z_0|N);\;\; P_d = 1-F_1(z_0|N,\lambda);\;\; P_M = F_1(z_0|N,\lambda), \qquad (\text{П.8.1.3})$$

где

$$F_0(z|N) = \int_0^z f_0(t|N)\,dt = \frac{1}{2^N\Gamma(N/2)}\int_0^z t^{(N-2)/2}e^{-t/2}\,dt \;\; - \qquad (\text{П.8.1.4})$$

интегральная функция центрального χ^2-распределения;

$$F_1(z|N,\lambda)=\int_0^z f_1(t|N,\lambda)\,dt=$$

$$=\frac{e^{-\lambda/2}}{2\lambda^{(N-2)/2}}\int_0^z t^{(N-2)/4}e^{-t/2}I_{N/2-1}(\sqrt{\lambda t})\,dt \quad - \qquad (\text{П}.8.1.5)$$

интегральная функция нецентрального χ^2-распределения; z_0 - порог обнаружения; N - число степеней свободы ($N=2TW_0$, T - время, W_0 - ширина полосы).

В классическом варианте нецентральное χ^2-распределение выражается через центральное. Действительно, плотность вероятностей для нецентрального χ^2-распределения с учетом представления функции Бесселя в виде степенного ряда

$$I_\nu(z)=\left(\frac{z}{2}\right)^\nu\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(z^2/4)^k}{k!\,\Gamma(\nu+k+z)} \qquad (\text{П}.8.1.6)$$

запишется следующим образом

$$f_1(z|N,\lambda)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^k e^{-\lambda/2}\,\frac{z^{(2k+N-2)/2}\,e^{-z/2}}{2^{(2k+N)/2}\,\Gamma(k+N/2)}=$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^k e^{-\lambda/2}f_0(z|2k+N), \qquad (\text{П}.8.1.7)$$

где

$$f_0(z|N)=\frac{z^{N/2-1}\,e^{-z/2}}{2^{N/2}\,\Gamma(N/2)}, \qquad z\ge 0 \quad - \qquad (\text{П}.8.1.8)$$

плотность вероятностей центрального χ^2-распределения. После интегрирования (П.8.1.7) получим выражение для функции распределения

$$F_1(z|N,\lambda)=e^{-\lambda/2}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^k\frac{1}{k!}\,F_0(z|N+2k), \qquad (\text{П}.8.1.9)$$

где для четных $N=2L$

$$F_0(z|N)=1-e^{-z/2}\sum_{k=0}^{N/2-1}\frac{z^{2k}}{k!\,2^k}. \qquad (\text{П}.8.1.10)$$

Таким образом, после подстановки (П.8.1.10) в (П.8.1.9) получим выражение для $F_1(z|N,\lambda)$ в виде степенного ряда

$$F_1(z|N,\lambda) = 1 - e^{-(\lambda+z)\,2} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{N/2+k-1} \frac{z^i \lambda^k}{k!\, i!\, 2^{i+k}}. \quad (П.8.1.11)$$

Исторически сложилось, что наряду с распространенным в математической статистике центральным и нецентральным χ^2-распределением в задачах обнаружения рассматриваются обобщенная Q - функция Маркума и $P_N(x,y)$ - функция, которые с помощью замены переменных сводятся к распределению χ^2. Для этих функций имеют место следующие интегральные представления [100-102]:

$$Q_M(a,b) = \frac{1}{a^{M-1}} \int_b^{\infty} x^M \exp\left(-\frac{x^2+a^2}{2}\right) I_{M-1}(ax)\,dx, \quad (П.8.1.12)$$

где M, a и b - параметры;

$$P_N(x,y) = \int_y^{\infty} \left(\frac{u}{Nx}\right)^{(N-1)/2} \exp\{-(u+Nx)\} I_{N-1}(2\sqrt{uNx})\,du \quad (П.8.1.13)$$

обозначает вероятность некогерентного обнаружения N импульсов; x - отношение сигнал-шум для одного импульса; y - нормированный порог обнаружения.

Между указанными функциями существует взаимосвязь:

$$\left.\begin{array}{ll} Q_M(a,b) = P_M(x,y) & \text{при } M = N/2, a = \sqrt{2Mx}, b = \sqrt{2y}; \\ F_1(z|N,\lambda) = 1 - Q_M(a,b) & \text{при } M = N/2, a = \sqrt{\lambda}, b = \sqrt{z}; \\ F_1(z|N,\lambda) = 1 - P_M(x,y) & \text{при } M = N/2, x = \lambda/N, b = z/2. \end{array}\right\} \quad (П.8.1.14)$$

Таким образом, имея расчетные формулы для одной из функций, можно рассчитать другие функции, а, следовательно, и рабочие характеристики обнаружителей.

Для расчета обобщенной Q-функции Маркума хорошо известно представление в виде ряда Неймана [102]:

$$Q_M(a,b) = \exp\left\{-\frac{(a-b)^2}{2}\right\} \sum_{i=1-M}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^i \exp(-ab)\, I_i(ab),\ a < b; \quad (П.8.1.15)$$

$$1 - Q_M(a,b) = \exp\left\{-\frac{(a-b)^2}{2}\right\} \sum_{i=M}^{\infty} \left(\frac{b}{a}\right)^i \exp(-ab)\, I_i(ab),\ a \ge b. \quad (П.8.1.16)$$

Представления через степенные ряды (П.8.1.11) и ряды Неймана (П.1.15), (П.1.16) являются основой для построения целого ряда эффективных вычислительных алгоритмов.

Для удобства сравнения с результатами, опубликованными в первоисточниках, сохраним обозначения, используемые в них.

П.8.1.2. Представление степенными рядами

Для вычисления $P_N(x,y)$ и $[1-P_N(x,y)]$ - функций применяются разложения в степенные ряды. Наиболее известны два варианта разложения в степенные ряды функции $P_N(x,y)$ и два варианта - для функции $[1-P_N(x,y)]$ [100]. Отметим, что важно иметь отдельно выражения для $[1-P_N(x,y)]$ и при необходимости использовать именно их, а не находить $P_N(x,y)$ и затем вычитать ее из единицы, так как при этом можно уменьшить точность вычисления. В [100] представлены следующие разложения:

$$P_N(x,y) = \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-Nx)\frac{(Nx)^k}{k!}\sum_{m=0}^{N-1+k}\exp(-y)\frac{y^m}{m!}; \qquad (\text{П.8.1.17})$$

$$P_N(x,y) = \sum_{m=0}^{N-1}\exp(-y)\frac{y^m}{m!} + \sum_{m=N}^{\infty}\exp(-y)\frac{y^m}{m!}\left[1-\sum_{k=0}^{m-N}\exp(-Nx)\frac{(Nx)^k}{k!}\right]; \qquad (\text{П.8.1.18})$$

$$1-P_N(x,y) = \sum_{m=N}^{\infty}\exp(-y)\frac{y^m}{m!}\sum_{k=0}^{m-N}\exp(-Nx)\frac{(Nx)^k}{k!}; \qquad (\text{П.8.1.19})$$

$$1-P_N(x,y) = \sum_{k=0}^{\infty}\exp(-Nx)\frac{(Nx)^k}{k!}\left[1-\sum_{m=0}^{N-1+k}\exp(-y)\frac{y^m}{m!}\right]. \qquad (\text{П.8.1.20})$$

Основная вычислительная сложность, связанная со степенным рядом, это исчезновение значащих разрядов при вычислении $\exp(-z)$ или недостаточная точность, возникающая при вычислении произведения большого числа на малое. Поэтому для вычисления k-го члена ряда целесообразно использовать тождество

$$\exp(-y)\frac{y^k}{k!} = \exp\{-y + k\ln y - \ln(k!)\}, \qquad (\text{П.8.1.21})$$

а $\ln(k!)$ вычислять приближенно по формулам, аналогичным формулам Стирлинга

$$\ln(k!) \approx \ln\sqrt{2\pi} + \left(k + \frac{1}{2}\right)\ln(k+1) - (k+1) + J(k+1), \quad (\text{П}.8.1.22)$$

где $J(x)$ представляется в виде непрерывной дроби следующим образом

$$J(x) = \frac{1}{12x+}\,\frac{2}{5x+}\,\frac{53}{42x+}\,\frac{1170}{53x+}\,\frac{53}{x}.$$

Ошибка округления при этом не превышает 10^{-5}. Для $k < 7$ значение $\ln(k!)$ можно получить обычным способом.

Теоретически можно использовать любую формулу (П.8.1.17)-(П.8.1.20), однако на практике они не всегда дают точный результат из-за потери значащих цифр при малых значениях членов ряда. Поэтому, чтобы выбрать наиболее подходящее разложение, значения $P_N(x,y)$ (или $[1-P_N(x,y)]$) оцениваются с помощью границы Чернова

$$P_r(N,x,y) = \exp\{-\mu y + Nx\mu/(1-\mu) - N\ln(1-\mu)\}, \quad (\text{П}.8.1.23)$$

где

$$\mu = 1 - \frac{N}{2y} - \left\{\left(\frac{N}{2y}\right)^2 + \frac{Nx}{y}\right\}^{1/2}. \quad (\text{П}.8.1.24)$$

Граница Чернова удовлетворяет следующим неравенствам:

$$P_N(x,y) < P_r(N,x,y) \quad \text{при} \quad y > N(x+1);$$

$$1 - P_N(x,y) < P_r(N,x,y) \quad \text{при} \quad y < N(x+1).$$

При заданной величине абсолютной ошибки ε_α ($\varepsilon_\alpha \sim 10^{-8}$) проверяется неравенство $P_r(N,x,y) < \varepsilon_\alpha$. Если неравенство выполняется, то $P_N(x,y)$ приравнивается к нулю при $y > N(x+1)$, или единице при $y < N(x+1)$. Тем самым достигается требуемая точность без дополнительных вычислений. В зависимости от того, где находится граница Чернова при данных значениях x, y, N, выбирается та или иная форма в разложении (П.8.1.17)-(П.8.1.20).

Ниже приведена процедура выбора аппроксимирующих формул для $[1-P_N(x,y)]$ [100]:

1) Если $P_r(N,x,y) < \varepsilon_\alpha$ и $y < N(x+1)$, то $1 - P_N(x,y) = 0$.

2) Если $P_r(N,x,y) < \varepsilon_\alpha$ и $y > N(x+1)$, то $1 - P_N(x,y) = 1$.

3) Если $\varepsilon_\alpha < P_r(N,x,y) < 0.01$ и $y < N(x+1)$, то рекомендуется использовать (П8.1.19).

4) В остальных случаях применять разложение (П.8.1.20).

При расчете $P_N(x,y)$ рекомендуется следующая процедура выбора:

1) Если $P_r(N,x,y) < \varepsilon_\alpha$ и $y > N(x+1)$, то $P_N(x,y) = 0$.

2) Если $P_r(N,x,y) < \varepsilon_\alpha$ и $y < N(x+1)$, то $P_N(x,y) = 1$.

3) Если $\varepsilon_\alpha < P_r(N, x, y) < 0.01$ и $y > N(x+1)$, то рекомендуется использовать разложение (П.8.1.17);

4) В остальных случаях используется разложение (П.8.1.18).

Рекуррентный алгоритм Макги. Представляя степенные ряды (П.8.1.17), (П.8.1.19) в виде:

$$P_N(s,y) = e^{-s-y} \sum_{k=0}^{\infty} b_k g_{k+N-1}, \qquad (П.8.1.25)$$

$$1 - P_N(s,y) = e^{-s-y} \sum_{k=0}^{\infty} h_k d_{k+N}, \quad s = Nx, \qquad (П.8.1.26)$$

Макги предложил рекуррентный алгоритм пересчета параметров по формулам [101]:

$$\begin{aligned} &b_k = \frac{s}{k} b_{k-1}, \qquad d_k = \frac{y}{k} d_{k-1}, \\ &g_k = g_{k-1} + d_k, \quad h_k = h_{k-1} + b_k, \qquad k = 1,2,\ldots,n \end{aligned} \qquad (П.8.1.27)$$

при начальных условиях $b_0 = d_0 = g_0 = h_0 = 1$.

Обозначим через S_{1n} и S_{2n} частичные суммы рядов (П.8.1.25) и (П.8.1.26) соответственно, а через ε - требуемую относительную ошибку вычисления $P_N(s,y)$ и $[1-P_N(s,y)]$. С учетом введенных обозначений можно сформулировать условия окончания итерационного процесса.

Процесс вычисления продолжается до тех пор, пока не будут выполнены условия

$$(2\pi n)^{1/2} b_n e^y / s_{1n} < \varepsilon \qquad (П.8.1.28)$$

для вычисления $P_N(s,y)$ и

$$[2\pi(n+N)]^{1/2} d_{n+N} e^y / s_{2n} < \varepsilon \qquad (П.8.1.29)$$

для вычисления $[1-P_N(s,y)]$.

П.8.1.3. Представление в виде рядов Неймана

Следуя [102], примем за основу вычислительного алгоритма представление обобщенной Q-функции в виде ряда Неймана (П.8.1.15), (П.8.1.16). Суть вычислительного метода заключается в вычислении $Q_M(a,b)$ для $a<b$ и $[1-Q_M(a,b)]$ для $a>b$ посредством рекурсии модифицированной функции Бесселя, применяемой в обратном порядке.

При выводе алгоритма в [102] используется более общее разложение в ряд Неймана

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \exp(-z)\, I_n(z). \qquad (П.8.1.30)$$

Функции данного вида образуют широкий класс, включающий в себя и $Q_M(a, b)$, $[1-Q_M(a, b)]$ при $z = ab$, а также разложение единицы

$$2G(z) = 1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-z)\, I_n(z). \qquad (П.8.1.31)$$

Эти разложения вычисляются с помощью рекурсии бесселевых функций в обратном порядке

$$I_{n-1}(z) = I_{n+1}(z) + \frac{2n}{z} I_n(z), \qquad (П.8.1.32)$$

начиная с некоторого большого N, при предположениях $kI_N(z)=1$ и $kI_{N+1}(z)=0$. Постоянная k находится из условия разложения в ряд Неймана единицы (П.8.1.31). Возникающая ошибка связана с двумя источниками - ошибкой усечения бесконечного ряда и ошибкой от переходных процессов, возникающей при вычислении функций Бесселя по рекуррентным формулам из-за неточного задания начальных условий в обратной рекурсии. При этом, как показано в [102], ошибка переходных процессов мала по сравнению с ошибкой из-за усечения ряда Неймана.

Обозначим через $\hat{F}(z)$ и $\hat{G}(z)$ функции, аппроксимирующие $F(z)$ и $G(z)$ в результате усечения рядов (П.8.1.30), (П.8.1.31), где вместо функций Бесселя используется их аппроксимация, полученная в результате рекурсии в обратном порядке

$$g_{N,n} = \begin{cases} 0, & n > N; \\ 1, & n = N; \\ g_{N,n+2} + \dfrac{2(n+1)}{z} g_{N,n+1}, & n < N. \end{cases} \qquad (П.8.1.33)$$

С учетом сделанных обозначений $\hat{F}(z, N)$ можно представить следующим образом

$$\hat{F}(z, N) = \sum_{n=0}^{N} g_{N,n} P_n. \qquad (П.8.1.34)$$

Из (П.8.1.33) и (П.8.1.34) после преобразований получим рекуррентную формулу

$$\hat{F}(z, n) = P_n + \frac{2n}{z} \hat{F}(z, n-1) + \hat{F}(z, n-2), \quad n < N. \qquad (П.8.1.35)$$

Формула (П.8.34) позволяет рекуррентным образом получить $\hat{F}(z,N)$ при следующих начальных значениях $\hat{F}(z,-1)=0$, $\hat{F}(z,0)=P_0$. Аналогичные рекуррентные формулы можно получить и для $\hat{G}(z,N)$. Поскольку $G(z)$=0,5, то после N итераций получим аппроксимацию для $F(z)$ вида

$$F(z) \approx \frac{1}{2}\hat{F}(z,N)/\hat{G}(z,N). \qquad (П.8.1.36)$$

Выражение (П.8.1.34) применимо к $Q_M(a, b)$ в (П.8.1.15) ($a<b$) при подстановке

$$P_n = \begin{cases} 1, & n=0; \\ (a/b)^n + (b/a)^n, & 1 \le n \le M-1; \\ (a/b)^n, & n \ge M \end{cases} \qquad (П.8.1.37)$$

и к 1-$Q_M(a, b)$ в (П.8.1.16) ($a \ge b$) при подстановке

$$P_n = \begin{cases} 0, & n<M; \\ (b/a)^n, & n \ge M. \end{cases} \qquad (П.8.1.38)$$

Обозначив через $\alpha_N = \hat{F}(z,N)$, $\beta_N = \hat{G}(z, N)$, $z = ab$, $d_N = P_N$, можем сформулировать алгоритм.

Алгоритм. На первом шаге вычислений задаются начальные значения

$$\alpha_0 = 0; \quad \beta_0 = 0; \quad \beta_1 = 0.5; \quad d_0 = 1. \qquad (П.8.1.39)$$

Если $a < b$, то

$$d_n = \begin{cases} 1, & n=0; \\ (a/b)^n + (b/a)^n, & 1 \le n \le M-1; \\ (a/b)^n, & n \ge M. \end{cases} \qquad (П.8.1.40)$$

Рекуррентно пересчитываются

$$\alpha_{n+1} = d_n + 2\frac{n}{ab}\alpha_n + \alpha_{n+1};$$
$$\beta_{n+1} = 1 + 2\frac{n}{ab}\beta_n + \beta_{n+1}. \qquad (П.8.1.41)$$

Вычисления заканчиваются, если

$$1/|\beta_n| < \varepsilon, \qquad (П.8.1.42)$$

где ε - требуемая погрешность в вычислении обобщенной Q-функции.

Окончательный результат определяется из выражения

$$Q_M(a,b) = \frac{\alpha_n}{2\beta_n}\exp\left\{-\frac{(a-b)^2}{2}\right\}, \qquad (a < b). \qquad (\text{П}.8.1.43)$$

При $a > b$ имеем

$$d_n = \begin{cases} 0, & n < M; \\ (b/a)^n, & n \ge M. \end{cases} \qquad (\text{П}.8.1.44)$$

Величины α_n и β_n пересчитываются в соответствии с (П.8.1.41). Условие окончания счета такое же, как и при вычислении $Q_M(a,b)$.

Окончательный результат принимает вид:

$$1 - Q_M(a,b) = \frac{\alpha_n}{2\beta_n}\cdot\exp\left\{-\frac{(a-b)^2}{2}\right\}. \qquad (\text{П}.8.1.45)$$

В частном случае для $M = 1$ начальные условия имеют вид:

$$\alpha_0 = 0; \quad \beta_0 = 0; \quad \beta_1 = 0.5; \quad d_0 = 1;$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad a < b; \\ 0, & \text{если} \quad a \ge b; \end{cases} \qquad (\text{П}.8.1.46)$$

$$d_1 = \begin{cases} a/b, & \text{если} \quad a < b; \\ b/a, & \text{если} \quad a \ge b. \end{cases}$$

Рекуррентно пересчитываются $d_n = d_{n-1}\,d_1$. Остальные параметры пересчитываются в соответствии с (П.8.1.41)-(П.8.1.46).

Ошибка вычисления и условия останова. Общая относительная ошибка вычисления $Q_M(a, b)$ или $1-Q_M(a, b)$ определяется относительной ошибкой частного α_n/β_n, которая равна сумме относительных ошибок в α_n и β_n. Погрешность вычисления α_n и β_n связана с усечением ряда Неймана и неточностью задания начальных условий в обратной рекурсии вычисления функций Бесселя. Суммарная относительная ошибка вычисления знаменателя определяется из выражения

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\beta_n}\left(1 + \sqrt{\pi a b/2}\right). \qquad (\text{П}.8.1.47)$$

Относительная ошибка вычисления числителя

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\alpha_n}\left(1 + \sqrt{\pi a b/2}\right)\begin{cases}(a/b)^{n+1}, & a < b, \quad n \ge M-1, \\ \\ (b/a)^{n+1}, & a \ge b, \quad n \ge M.\end{cases} \qquad (\text{П.8.1.48})$$

Из сравнения (П.8.1.47) и (П.8.1.48) следует, что при $n > M$ относительная ошибка знаменателя значительно преобладает над относительной ошибкой числителя. Поэтому условие окончания счета определяется достижением заданной точности вычисления знаменателя, которое для удобства задается в виде $\beta_n > 10^p$. В [103] рассмотрены и другие условия окончания счета. Заметим, что все они приводят к одинаковому числу итераций при заданной точности вычисления Q-функции.

Границы применимости алгоритма. В [102] отмечено, что алгоритм не эффективен для больших значений M. Однако в [102] не приведены данные, касающиеся приемлемого значения M. В общем случае существуют комбинации параметров M, a, b, для которых алгоритм утрачивает эффективность. Это объясняется тем, что результаты арифметических операций над числами с плавающей точкой становятся больше или меньше допустимых в ЭВМ чисел, прежде чем достигается требуемая точность. Эмпирические результаты показывают, что минимальное значение a, при котором алгоритм работает, определяется выражением [103]

$$a_{\min} = 0{,}5 + \frac{b}{\sqrt[M]{E}}, \qquad (\text{П.8.1.49})$$

где E - наибольшее число, представляемое в ЭВМ. Для достаточно больших a алгоритм обеспечивает высокую точность вычисления как в центральной части распределения, так и в „хвостовых“ частях.

П.8.1.4. Численное интегрирование

Алгоритмы вычисления, основанные на представлении в виде степенных рядов или рядов Неймана, при больших значениях параметров теряют вычислительную устойчивость из-за переполнения или исчезновения порядка. В связи с этим вычислительный рекуррентный процесс может прерваться не достигнув заданной точности. Поэтому при определенных значениях параметров целесообразно использовать численные методы вычисления интеграла. Однако применение вычислительных процедур непосредственно к интегралу (П.8.1.12) или (П.8.1.13) не всегда гарантирует требуемую точность, особенно при больших значениях отношения сигнал-шум. Более эффективным оказался предложенный в [105,106] подход, основанный на представлении функции $P_N(x, y)$ в виде контурного интеграла, к которому применялся метод трапеций.

Суть метода состоит в том, что после применения в (П.8.1.13) к $P_N(x, y)$ как функции переменной y прямого и обратного преобразования Лапласа получим представление для $P_N(s, y)$ в виде контурного интеграла комплексной переменной $z = u + jv$

$$P_N(s,y) = -\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{1}{z}h(z)e^{yz}dz, \qquad (П.8.1.50)$$

где $s = Nx$, α - точка, лежащая на отрицательной части действительной оси между особыми точками $h(z)$ и началом координат,

$$h(z) = (1+z)^{-N}\exp\left\{-\frac{sz}{1+z}\right\} \quad - \qquad (П.8.1.51)$$

преобразование Лапласа от подынтегральной функции в (П.8.1.13). Для удобства применения идей метода перевала представим контурный интеграл (П.8.1.50) следующим образом

$$P_N(s,y) = -\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}e^{\Phi(z)}dz, \qquad (П.8.1.52)$$

где

$$\Phi(z) = yz - N\ln(1+z) - \frac{sz}{1+z} - \ln z \quad - \qquad (П.8.1.53)$$

фазовая функция.

Как следует из теоремы Коши, значение контурного интеграла не зависит от пути интегрирования в области аналитичности подынтегральной функции. Поэтому, согласно методу перевала [107], контур интегрирования следует деформировать таким образом, чтобы на небольшом его участке $\mathrm{Re}\Phi(z)$ достигала наибольшей величины, а затем быстро спадала, при этом, чтобы исключить быстрые колебания подынтегральной функции, мнимая часть должна оставаться постоянной. Для достижения этого необходимо, чтобы контур интегрирования проходил через седловые точки. Седловые точки являются корнями уравнения

$$\Phi'(z) = y - \frac{N}{1+z} - \frac{s}{(1+z)^2} - \frac{1}{z} = 0. \qquad (П.8.1.54)$$

Корни уравнения могут быть найдены численно методом Ньютона-Рафсона

$$z_n = z_{n-1} - \frac{\Phi'(z_{n-1})}{\Phi''(z_{n-1})}, \qquad (П.8.1.55)$$

где

$$\Phi''(z)=\frac{N}{(1+z)^2}+\frac{2s}{(1+z)^3}+\frac{1}{z^2}. \qquad (\text{П}.8.1.56)$$

Начальное приближение седловой точки z_0 можно выбрать исходя из гауссовской аппроксимации со средним $s+N$ и $\sigma^2=N+2s$. В этом случае

$$\Phi(z)=Dz+\frac{1}{2}\sigma^2 z^2-\ln z \qquad (\text{П}.8.1.57)$$

и начальное приближение z_0 является решением уравнения $\Phi'(z)=0$

$$z_0=\left[-D\pm(D^2+4\sigma^2)^{1/2}\right]/2\sigma^2, \qquad (\text{П}.8.1.58)$$

где $D=y-s-N$, $\sigma^2=N+2s$. Знак „-" выбирается при $D\geq 0$, а „+" - при $D<0$. Если $z_0\leq -1$, то в качестве начального приближения следует выбрать $z_0=-0{,}99$. Итеративный процесс нахождения седловой точки заканчивается, если $|z_n-z_{n-1}|<\varepsilon_1$ ($\varepsilon_1=10^{-6}$). Как правило, данной точности при вычислении седловой точки достаточно, чтобы получить малую погрешность при вычислении интеграла.

Анализ уравнения (П.8.1.54) показывает, что существует единственный корень на отрицательной части действительной оси между началом координат и -1, который обозначим $z_n=u^+$. Для $N\gg 1$ или $y\gg 1$ приемлемой оказывается асимптотическая оценка, полученная методом перевала

$$P_N(s,y)\approx\left[2\pi\Phi''(u^+)\right]^{-1/2}\exp\{\Phi(u^+)\}. \qquad (\text{П}.8.1.59)$$

Для получения более точного значения целесообразно применить численный метод вычисления контурного интеграла, например, метод трапеций.

Прямолинейный контур интегрирования. Рассмотрим сначала случай, когда контур интегрирования представляет собой вертикальную прямую, проходящую через седловую точку. Для такого контура $z=u^++jv$, $dz=jdv$, а контурный интеграл сводится к интегралу от действительной переменной, т.е.

$$P_N(s,y)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_0^\infty \exp\{\Phi(z)\}dv. \qquad (\text{П}.8.1.60)$$

При вычислении методом трапеций интеграла (П.8.1.60) существуют два типа ошибок: ошибка, возникающая из-за усечения несобственного интеграла, и ошибка метода трапеций, возникающая при вычислении определенного интеграла с конечным верхним пределом.

Верхний предел интегрирования $z_в$ определяется из условия

$$\left|\frac{1}{\pi}\int_{z_в}^{\infty}\exp\{\Phi(z)\}dv\right| < \varepsilon_{Л}, \qquad (П.8.1.61)$$

где $\varepsilon_{Л}$ - требуемая оценка отброшенной части интеграла. Как показано в [106],

$$\varepsilon_{Л} \le J|I(z_в)|, \qquad (П.8.1.62)$$

где $I(z_в) = \exp\{F(z_в)\}$.

Если $\mathrm{Re}\, z_в \ge -1$, то

$$J = \begin{cases} |z_в(1+z_в)|/v_в, & N=1; \\ |1+z_в|^2/v_в, & N=2; \\ |1+z_в|^2/(N-2)v_в, & N>2. \end{cases} \qquad v_в = \mathrm{Im}\, z_в; \quad (П.8.1.63)$$

Когда $\mathrm{Re}\, z_в \le -1$, то

$$J = y^{-1}\exp\{-\mathrm{Re}(s/(1+z_в))\}. \qquad (П.8.1.64)$$

Таким образом, при определении верхнего предела интегрирования задается ошибка $\varepsilon_{Л}$ ($\varepsilon_{Л}=10^{-8}$, 10^{-9}) и начальный шаг разбиения $\delta v=\sqrt{2/\Phi''(u^+)}$. Затем текущие значения $z_k=u^++jk\delta v$, $I(z_k)=\exp\{\Phi(z_k)\}$, множитель J вычисляются до тех пор, пока не будет выполнено условие (П.8.1.62). Значения подынтегральной функции используются для вычисления интеграла по формуле трапеций

$$I = f(t_0) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1} f(t_k) + f(t_n), \qquad (П.8.1.65)$$

где $f(t)$ - подынтегральная функция.

Точность вычисления по методу трапеций можно повысить, уменьшая шаг разбиения в два раза. При этом значения подынтегральной функции вычисляются только в промежуточных точках и добавляются к вычисленному значению интеграла.

Заметим, что рассмотренный прямолинейный контур интегрирования может значительно уклоняться от пути наискорейшего спуска, определяемого условием [107]

$$\mathrm{Im}\,\Phi(z) = \mathrm{const} = \mathrm{Im}\,\Phi(u^+), \qquad (П.8.1.66)$$

и поэтому скорость сходимости итерационного процесса недостаточно высока. С целью ускорить процесс сходимости вычислительной процедуры в [106] применяется параболический контур интегрирования.

Параболический контур интегрирования. В окрестности седловой точки контур интегрирования можно аппроксимировать параболой [105,106]

$$z = u^{+} + \frac{1}{2}cv^{2} + jv, \tag{П.8.1.67}$$

где

$$c = -\Psi'''(u^{+})/3\Psi''(u^{+}) =$$

$$= -\frac{2}{3}\left[\frac{N}{(1+z)^{3}} + \frac{3s}{(1+z)^{4}}\right] \Bigg/ \left[\frac{N}{(1+z)^{2}} + \frac{2s}{(1+z)^{3}}\right]\Bigg|_{z=u^{+}}, \tag{П.8.1.68}$$

$$\Psi(z) = \Phi(z) - \ln z.$$

С учетом (П.8.1.67) и (П.8.1.68) контурный интеграл (П.8.1.52) можно представить в виде

$$P_{N}(s,y) = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{Re}\int_{0}^{\infty}\exp\{\Phi(z)\}(1 - jcv)dv, \tag{П.8.1.69}$$

к которому применяется вычислительная процедура, описанная для прямолинейного контура. В данном случае скорость сходимости выше, чем для прямолинейного контура.

П.8.1.5. Гауссовская аппроксимация

Для $N >> 1$ центральное и нецентральное χ^2-распределение в силу центральной предельной теоремы может быть аппроксимировано гауссовским распределением с параметрами $E\{\chi^2\}=N$, $\mathrm{var}\,\chi^2=2N$ для центрального и $E\{\chi^2\}=2q^2+N$ и $\mathrm{var}\ \chi^2=8q^2+2N$ для нецентрального χ^2-распределения. Аппроксимацию гауссовским распределением χ^2-распределения можно использовать не только в асимптотическом случае. В [48] приведены аппроксимирующие формулы для нецентрального χ^2-распределения.

Первая аппроксимация нецентрального χ^2-распределения ($N \geq 100$).

$$F_{1}(z|N,q^{2}) \approx F(x), \tag{П.8.1.70}$$

где

$$x = \left[\frac{2z}{1+b}\right]^{1/2} - \left[\frac{2a}{1+b} - 1\right]^{1/2}; \tag{П.8.1.71}$$

$$a = 2q^{2} + N; \quad b = \frac{2q^{2}}{N + 2q^{2}}; \tag{П.8.1.72}$$

$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp(-t^2/2)\,dt$ - функция распределения стандартной гауссовской величины.

Вторая аппроксимация. Для $N \geq 30$ приемлемой оказывается аппроксимация вида (П.8.1.70), где

$$x=\frac{\left(\frac{z}{a}\right)^{1/3}-\left[1-\frac{2}{9}\left(\frac{1+b}{a}\right)\right]}{\sqrt{\frac{2}{9}\left(\frac{1+b}{a}\right)}}; \tag{П.8.1.73}$$

величины a и b как и раньше определяются по формуле (П.8.1.72).

Гауссовская аппроксимация центрального χ^2-распределения является частным случаем аппроксимации нецентрального χ^2-распределения. При этом параметр нецентральности $\lambda=2q^2$ следует положить равным нулю. Таким образом имеют место следующие соотношения

$$F_0(z|N)\approx F(x), \tag{П.8.1.74}$$

где

$$x=\sqrt{2z}-\sqrt{2N-1} \tag{П.8.1.75}$$

для первой гауссовской аппроксимации и

$$x=\frac{(z/N)^{1/3}-[1-2/(9N)]}{\sqrt{2/(9N)}} \tag{П.8.1.76}$$

для второй гауссовской аппроксимации.

П.8.1.6. Численные результаты

Рассмотренные алгоритмы реализованы в виде программ на языке Turbo-Pascal для персональных ЭВМ и проведены численные расчеты. Вычислительные эксперименты показывают, что все методы, за исключением второй гауссовской аппроксимации, дают весьма близкие результаты.

На рис.П.8.1.1-П.8.1.4 представлены зависимости вероятности пропуска сигнала от отношения сигнал-шум при различных значениях числа степеней свободы и при фиксированном значении вероятности ложной тревоги. На рис.П.8.1.1, П.8.1.3 показаны результаты, полученные методом Парла, другие методы дают практически такие же значения. Несколько отличаются результаты, полученные с помощью второй гауссовской аппроксимации (рис.П.8.1.2, П.8.1.4; сплошная линия соответствует первой гауссовской аппроксимации, штриховая - второй).

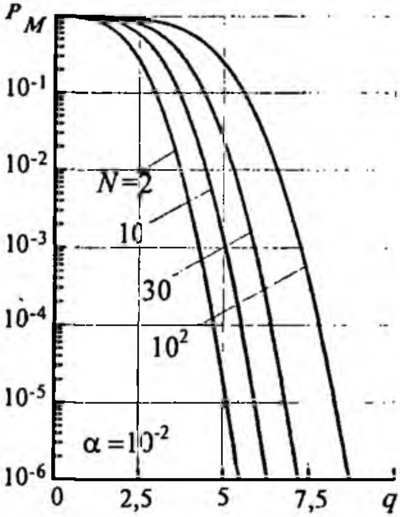


Рис. П.8.1.1.

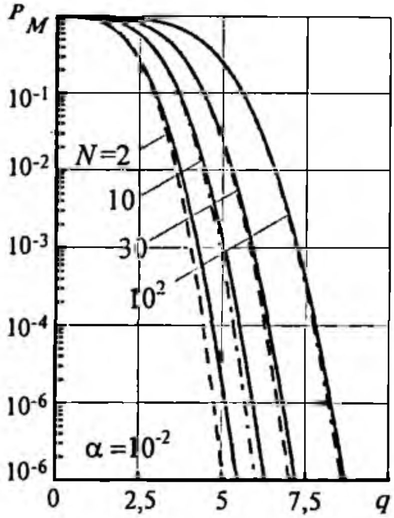


Рис. П.8.1.2.

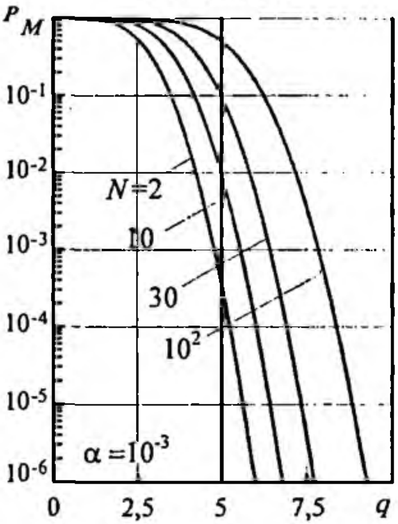


Рис. П.8.1.3.

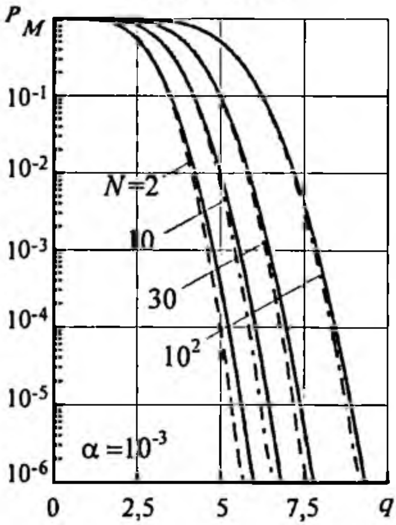


Рис. П.8.1.4.

На рисунках прослеживается, что с ростом числа степеней свободы для заданного значения вероятности пропуска сигнала, требуется увеличение отношения сигнал-шум. Этот факт был отмечен Урковицем в [87], который в своих расчетах использовал только гауссовскую аппроксимацию. Этот эффект объясняется когерентностью шума, в котором энергия сигнала как бы “растворяется”.

Для того, чтобы более точно подчеркнуть различие алгоритмов, ниже приведена таблица значений функции нецентрального χ^2-распределения, вычисленных различными методами. Во втором столбце таблицы указаны номера методов вычислений: 1 - метод Шнидмана; 2 - метод Парла; 3 - метод Макги; 4 - метод Хелстрома; 5, 6 - первая и вторая гауссовские аппроксимации, соответственно. В третьем столбце для рекуррентных методов приводится число итераций (методы 2,3). Для остальных методов в третьем столбце указано число слагаемых, взятых в частичных суммах ряда.

Таблица

Значения функции нецентрального χ^2-распределения

для q^2=10, α=0.001.

N	Метод	Число итераций	F_1	$1-F_1$
2	1	30	0.2087912045246442	0.7912087954753558
2	2	40	0.2087912045246440	0.7912087954753561
2	3	48	0.2087912045246441	0.7912087954753562
2	4	48	0.2088558180069623	0.7911441819930377
2	5	16	0.2054637607284010	0.7945362392715990
2	6	16	0.2056899723397329	0.7943100276602671
10	1	40	0.5262391444409739	0.4737608555590260
10	2	46	0.5262391444409738	0.4737608555590262
10	3	55	0.5262391444409740	0.4737608555590258
10	4	55	0.5265557677360398	0.4734442322639602
10	5	7	0.5221920690507127	0.4778079309492873
10	6	8	0.5330045135215212	0.4669954864784788
30	1	55	0.8023980054931678	0.1976019945068321
30	2	54	0.8023980054931681	0.1976019945068319
30	3	74	0.8023980054931679	0.1976019945068319
30	4	74	0.8023980054931860	0.1976019945068140
30	5	17	0.8014905137856321	0.1985094862143679
30	6	17	0.8036461558547794	0.1963538441452206
100	1	83	0.9536738302041757	0.0463261697958355
100	2	66	0.9536738302041645	0.0463261697958355
100	3	111	0.9536738302041646	0.0463261697958354
100	4	111	0.9536738302053672	0.0463261697946328
100	5	25	0.9553826597771724	0.0446173402228276
100	6	25	0.9535589124929853	0.0464410875070147

Сравнительный анализ результатов показывает, что при малых значениях числа степеней свободы малоэффективными являются гауссовская аппроксимация и метод Хелстрома. При увеличении N, несмотря на одинаковую точность вычислений, метод Парла остается более эффективным из-за меньших затрат машинного времени.

Приложение П.8.2

Анализ вероятностно-временных характеристик алгоритмов обнаружения сигналов

П.8.2.1. Вероятностно-временные характеристики основных видов обнаружителей

В задачах обнаружения и поиска сигналов рабочие характеристики обнаружителей задаются вероятностью ложной тревоги и вероятностью правильного обнаружения сигналов. Указанные РХ используются для случая, когда решение принимается в течение одного интервала наблюдения. Однако на практике в результате наблюдения конечной длительности T_0 существует ненулевая вероятность пропуска сигнала и перехода к следующему шагу обнаружения. Таким образом, процедуру обнаружения сигналов следует рассматривать как процесс, разворачивающийся во времени. В такой ситуации *важными характеристиками являются время до обнаружения T_D (т.е. промежуток времени до принятия решения „сигнал присутствует" при условии, что он действительно присутствует) и время между ложными тревогами T_F (т.е. время до принятия решения о том, что сигнал присутствует, когда его нет)*. Описанная ситуация особенно характерна, например, при перехвате сигналов с ППРЧ. В общем случае T_D и T_F являются случайными величинами. В дальнейшем для построения РХ ограничимся их средними значениями $E\{T_D\}$, $E\{T_F\}$.

Как уже указывалось ранее, в задачах обнаружения сигнала $s(t)$ на фоне аддитивной помехи $n(t)$ поступающие на вход обнаружителя реализации имеют вид:

$$y(t)=\begin{cases} s(t)+n(t) & \text{при } H_1, \\ n(t) & \text{при } H_0, \ t\in[(n-1)T_0, nT_0]. \end{cases} \tag{П.8.2.1}$$

На выходе обнаружителя наблюдается статистика z. Алгоритм обнаружения на n-м шаге можно сформулировать следующим образом: принимается решение d_1 о наличии сигнала, если $z \geq z_0$ и решение об отсутствии сигнала, если $z < z_0$, т.е.

$$z=\begin{cases} \geq z_0 \Rightarrow d_1, \\ < z_0 \Rightarrow d_0. \end{cases} \tag{П.8.2.2}$$

При этом возникает необходимость в принятии следующего решения: увеличивать время наблюдения, накапливая тем самым отношение сигнал-шум, или перейти к следующему шагу обнаружения. Критерием, по которому выносится такое решение, является минимум среднего времени до обнаружения при фиксированной вероятности ложной тревоги или среднего времени между ложными тревогами.

Предположим, что общее время для принятия решения об обнаружении сигнала не ограничено. В этом случае число шагов R будет являться случайной величиной с геометрическим законом распределения

$$P\{R=k\}=P_D P_{\text{пр}}{}^{k-1},\ \ k=1,2,\ldots, \tag{П.8.2.3}$$

где $P_{\text{пр}}=1-P_D$ — вероятность пропуска сигнала на одном шаге обнаружения.

Математическое ожидание случайной величины R [108]

$$E\{R\}=P_D\sum_{k=1}^{\infty}k\,P_{\text{пр}}^{k-1}=\frac{1}{P_D}. \tag{П.8.2.4}$$

Если длительность одного шага обнаружения равна T_0, то среднее время до обнаружения

$$E\{T_D\}=T_0\,E\{R\}=\frac{T_0}{P_D}. \tag{П.8.2.5}$$

Аналогично получаем выражение для среднего времени между ложными тревогами

$$E\{T_F\}=T_0\,/\,P_F. \tag{П.8.2.6}$$

Заметим, что в данном случае предельное значение вероятности обнаружения

$$P_D(\infty)=P_D+P_{\text{пр}}P_D+\ldots+P_{\text{пр}}^{k-1}P_D+\ldots=\frac{P_D}{1-P_{\text{пр}}}=1. \tag{П.8.2.7}$$

Дисперсия числа шагов R

$$D\{R\}=E\{R^2\}-E^2\{R\}=\sum_{k=1}^{\infty}k^2P_DP_{\text{пр}}^{k-1}-\frac{1}{P_D^2}. \tag{П.8.2.8}$$

Но, так как

$$P_D\sum_{k=1}^{\infty}k^2P_{\text{пр}}^{k-1}=\frac{1+P_{\text{пр}}}{P_D^2},$$

то из (П.8.2.8) получаем, что

$$D\{R\} = \frac{1 - P_D}{P_D^2}. \tag{П.8.2.9}$$

Дисперсия времени до обнаружения

$$D\{T_D\} = T_0^2\, D\{R\} = \frac{T_0^2\, P_{\text{пр}}}{P_D^2}. \tag{П.8.2.10}$$

Предположим, что число шагов при обнаружении ограничено величиной N. Вероятность обнаружения за N шагов обозначим через $P_D^{(N)}$. Если обнаружение производится многоканальным обнаружителем, то, наряду с вероятностями правильного обнаружения P_D и пропуска сигнала $P_{\text{пр}}$, следует рассматривать также вероятность ошибочного различения P_E. Данные вероятности удовлетворяют условию $P_{\text{пр}} + P_D + P_E = 1$. Вероятность обнаружения за N шагов определяется из выражения

$$P_D^{(N)} = P_D + P_{\text{пр}} P_D + P_{\text{пр}}^2 P_D + \ldots + P_{\text{пр}}^{N-1} P_D = \frac{P_D(1 - P_{\text{пр}}^N)}{1 - P_{\text{пр}}}, \tag{П.8.2.11}$$

предел которой при $N \to \infty$ равен

$$\lim_{N \to \infty} P_D^{(N)} = P_D^{(\infty)} = \frac{P_D}{1 - P_{\text{пр}}}. \tag{П.8.2.12}$$

Вероятность ошибочного различения за N шагов [108]

$$P_E^{(N)} = \frac{P_E(1 - P_{\text{пр}}^N)}{1 - P_{\text{пр}}}. \tag{П.8.2.13}$$

Ниже рассматривается только задача обнаружения сигналов без их различения. Обозначим через $R^{(N)}$ число шагов до обнаружения, которое при сделанных допущениях является целочисленной случайной величиной, принимающей значения $1, 2, \ldots, N$ с вероятностями

$$P\{R^{(N)} = k\} = \frac{1 - P_{\text{пр}}}{1 - P_{\text{пр}}^N} P_{\text{пр}}^k, \quad k = 1, 2, \ldots, N. \tag{П.8.2.14}$$

Среднее число шагов до обнаружения [108]

$$E\{R^{(N)}\}=\frac{1-P_{\text{пр}}}{1-P_{\text{пр}}^{N}}\sum_{k=1}^{N}k\,P_{\text{пр}}^{k-1}=\frac{1-P_{\text{пр}}^{N}\left[1+N(1-P_{\text{пр}})\right]}{(1-P_{\text{пр}})(1-P_{\text{пр}}^{N})}. \quad (\text{П}.8.2.15)$$

Дисперсия числа шагов [105]

$$D\{R^{(N)}\}=E\{(R^{(N)})^2\}-E^2\{R^{(N)}\}, \quad (\text{П}.8.2.16)$$

где

$$E\{(R^{(N)})^2\}=\frac{1-P_{\text{пр}}}{(1-P_{\text{пр}}^{N})P_{\text{пр}}}\sum_{k=1}^{N}k^2P_{\text{пр}}^{k}=$$

$$=\frac{P_{\text{пр}}(1+P_{\text{пр}})-P_{\text{пр}}^{N+1}\left[(N+1)^2-(2N^2+2N-1)P_{\text{пр}}+N^2P_{\text{пр}}^2\right]}{(1-P_{\text{пр}}^{N})P_{\text{пр}}(1-P_{\text{пр}})^2}. \quad (\text{П}.8.2.17)$$

Из (П.8.2.16) с учетом (П.8.2.15) и (П.8.2.17) получим в явном виде выражение для дисперсии

$$D\{R^{(N)}\}=\frac{P_{\text{пр}}}{(1-P_{\text{пр}})^2}\left[1-\frac{N^2P_{\text{пр}}^{N-1}(1-P_{\text{пр}})^2}{(1-P_{\text{пр}}^{N})^2}\right]. \quad (\text{П}.8.2.18)$$

При этом предел дисперсии числа шагов при $N\to\infty$

$$\lim_{N\to\infty}D\{R^{(N)}\}=\frac{P_{\text{пр}}}{(1-P_{\text{пр}})^2}=\frac{1-P_D}{P_D^2}. \quad (\text{П}.8.2.19)$$

Ниже рассматриваются алгоритмы расчета вероятностно-временных характеристик основных видов обнаружителей [108].

П.8.2.2 Алгоритмы расчета вероятностно-временных характеристик основных видов обнаружителей

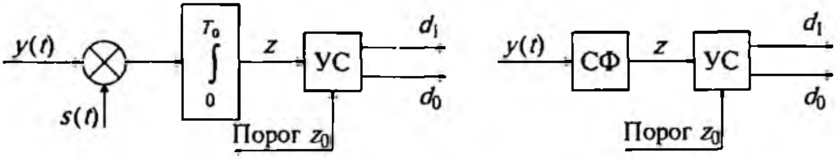
П.8.2.2.1 Обнаружитель детерминированных сигналов

В данном случае на вход обнаружителя поступает случайный процесс

$$y(t)=\gamma\,s(t)+n(t), \quad 0\le t\le T, \quad (\text{П}.8.2.20)$$

где $n(t)$ – АБГШ; $\gamma=1$ при гипотезе H_1 (H_1: сигнал присутствует) и $\gamma=0$ при гипотезе H_0 (H_0: сигнал отсутствует).

Оптимальный обнаружитель детерминированных сигналов может быть реализован на базе коррелятора или согласованного фильтра (рис.П.8.2.1,а,б, где обозначено: УС – устройство сравнения).



а) б)

Рис. П.8.2.1.

Статистика обнаружителя имеет вид:

$$z = \int_0^{T_0} y(t)\, s(t)\, dt = \begin{cases} \geq z_0 \Rightarrow d_1, \\ < z_0 \Rightarrow d_0. \end{cases} \qquad (\text{П.8.2.21})$$

Статистика z имеет гауссовское распределение с параметрами

$$E\{z\,|H_0\} = 0;\ E\{z|H_1\} = E_s; \qquad (\text{П.8.2.22})$$

$$\sigma_0^{\ 2} = D(z|H_0) = D(z|H_1) = \int_0^{T_0}\int_0^{T_0} s(u)\, s(v) \frac{G_0}{2} \delta(u-v)\, du\, dv = \frac{G_0 E_s}{2}, \qquad (\text{П.8.2.23})$$

где E_s — энергия сигнала, накопленная за время T_0.

Отношение сигнал-шум

$$q^2 \triangleq 2E_s / G_0 = 2h^2 W_s T_0, \qquad (\text{П.8.2.24})$$

где $h^2 \triangleq P_s / \sigma_0^{\ 2}$; P_s — мощность сигнала; $\sigma_0^{\ 2} = W_s G_0$ — мощность АБГШ, ограниченного полосой W_s.

Вероятности ложной тревоги и обнаружения на одном шаге можно записать в виде:

$$P_F = \int_{z_0}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_0^{\ 2}}\right) dt = 1 - F(z_{\text{н}}); \qquad (\text{П.8.2.25})$$

$$P_D = \int_{z_0}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-E_s)^2}{2\sigma_0^{\ 2}}\right] dt = 1 - F(z_{\text{н}} - q), \qquad (\text{П.8.2.26})$$

где

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp(-t^2/2)dt; \qquad (\text{П.8.2.27})$$

$z_{\text{н}} = z_0 / \sigma_0$ — нормированный порог, являющийся решением уравнения

$$P_F = \int_{z_{\text{н}}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-t^2/2)dt = 1-F(z_{\text{н}}). \qquad (\text{П.8.2.28})$$

Определим зависимость среднего времени $E\{T_D\}$, дисперсии $D\{T_D\}$ от длительности наблюдения на одном шаге обнаружения T_0 при заданных значениях W_s, h^2 и вероятности ложной тревоги P_F. На основе (П.8.2.25)-(П.8.2.28) алгоритм определения среднего времени до обнаружения рассчитывается в следующей последовательности.

1. Задаются значения величин: h^2 — отношение сигнал-шум по мощности ($h^2 = P_s / \sigma_0{}^2$); Δt — шаг дискретизации во времени, с; W_s — ширина полосы, Гц; вероятность ложной тревоги P_F=10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}.

2. Вычисляется текущее значение времени обнаружения на одном шаге $T_0 = n\Delta t$, (n=1,2,...), T_0, с.

3. Для каждого n вычисляется значение нормированного порога $z_{\text{н}}$, исходя из уравнения (П.8.2.26), $z_{\text{н}} = Q^{-1}(P_F)$, где $Q(x)+F(x)=1$. Для нахождения $Q^{-1}(P_F)$ можно воспользоваться аппроксимацией [48]

$$Q(x_p) = p, \quad 0 < p < 1/2;$$

$$x_p = t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3},$$

где $t = \sqrt{\ln(1/p^2)} = \sqrt{-\ln p^2}$;

$c_0 = 2{,}51517$; $\quad d_1 = 1{,}432788$;
$c_1 = 0{,}802853$; $\quad d_2 = 0{,}189269$;
$c_2 = 0{,}010328$; $\quad d_3 = 0{,}001308$.

4. Вычисляется отношение сигнал-шум $q^2 = 2h^2 W_s n\Delta t$ и вероятность правильного обнаружения

$$P_D = 1 - F(z_{\text{н}} - q) = \frac{1}{2}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{z_{\text{н}} - q}{\sqrt{2}}\right)\right].$$

5. Находятся среднее время T_D

$$E\{T_D\} = \frac{n\,\Delta t}{P_D} = \frac{T_0}{P_D}$$

и его дисперсия

$$D\{T_D\} = (n\,\Delta t)^2 (1 - P_D) / P_D^{\,2}.$$

П.8.2.2.2 Обнаружитель квазидетерминированных сигналов со случайной фазой

Структурная схема оптимального обнаружителя сигнала со случайной фазой, реализованного на базе коррелятора или согласованного фильтра, изображена на рис.П.8.2.2,а,б.

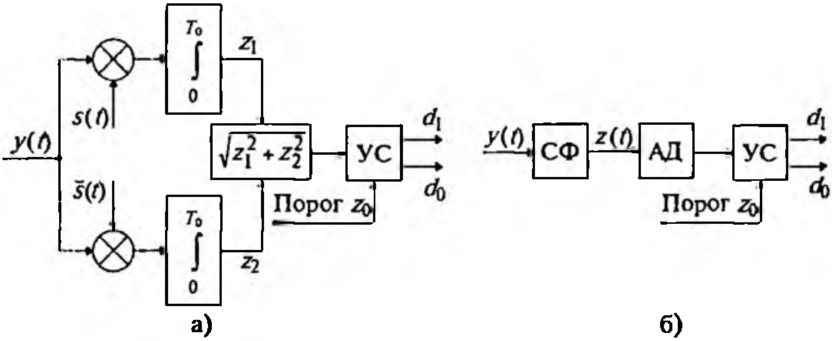


Рис. П.8.2.2.

Статистика на выходе обнаружителя при наличии шума и смеси сигнала с шумом распределена по закону Рэлея и обобщенному закону Рэлея, соответственно. Вероятность ложной тревоги определяется из выражения [90]

$$P_F = \int_{z_0}^{\infty} \frac{z}{\sigma_0^{\,2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_0^{\,2}}\right) dz = \exp\left(-\frac{z_0^{\,2}}{2\sigma_0^{\,2}}\right), \qquad (\text{П.8.2.29})$$

а вероятность обнаружения

$$P_D = \int_{z_0}^{\infty} \frac{z}{\sigma_0^{\,2}} \exp\left(-\frac{z^2 + E_s^2}{2\sigma_0^{\,2}}\right) I_0\left(\frac{zE_s}{\sigma_0^{\,2}}\right) dz. \qquad (\text{П.8.3.30})$$

Значение нормированного порога $z_{\text{н}} = z_0 / \sigma_0$ находится из (П.8.2.29)

$$z_{\text{н}} = \sqrt{-2\ln\alpha}\,, \tag{П.8.2.31}$$

где

$$E_s^2 / \sigma_0^2 = 2E_s^2 / (G_0 E_s) = 2E_s / G_0 \triangleq q^2 = 2h^2 T_0 W_s. \tag{П.8.2.32}$$

Заменой переменных $t = z^2 / \sigma_0^2$ выражение (П.8.2.30) приводится к виду:

$$P_D = \frac{1}{2}\int\limits_{z_{\text{н}}^2}^{\infty} \exp\left(-q^2\right)\exp\left(-t/2\right) I_0(q\sqrt{2t})\,dt = 1 - F_1\left(z_{\text{н}}^2 \middle| N{=}2, q^2\right), \tag{П.8.2.33}$$

где $F_1(z_{\text{н}} \mid N,\, q^2)$ – интегральная функция вероятностей нецентрального χ^2-распределения с двумя степенями свободы. Используя (П.8.2.29)-(П.8.2.33), алгоритм расчета РХ обнаружителя проводится следующим образом:

1. Задаются значения величин: Δt – шаг дискретизации во времени, с; W_s – ширина полосы, Гц; h^2 – отношение сигнал-шум по мощности, а также вероятности ложных тревог $P_F = 10^{-2}$, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}.
2. При заданной вероятности ложной тревоги по формуле (П.8.2.31) вычисляется величина нормированного порога.
3. Варьируются время наблюдения на одном шаге $T_0 = n\Delta t$ и $\lambda = 2q^2 = 4n\Delta t\, W_s h^2$.
4. По формуле (П.8.2.33) вычисляется вероятность правильного обнаружения сигнала P_D.
5. Вычисляется среднее время и дисперсия.

П.8.2.2.3 Обнаружитель сигналов неизвестной структуры

Предельным случаем априорной неопределенности относительно обнаруживаемых сигналов является задача обнаружения стохастических сигналов на фоне аддитивной гауссовской помехи $n(t)$, когда наблюдаемые реализации имеют вид

$$y(t) = \begin{cases} s_c(t) + n(t) & \text{при} \quad H_1, \\ n(t) & \text{при} \quad H_0, \;\; t \in \left[(n-1)T_0,\, nT_0\right], \end{cases} \tag{П.8.2.34}$$

где $s(t)$ - случайный гауссовский процесс.

В [83] Кайлат показал, что функционал отношения правдоподобия при обнаружении стохастического сигнала в (П.8.2.34) в общем случае имеет вид:

$$\Lambda(y(t)) = \exp\left\{ \int_0^{T_0} y(t)\, \hat{s}_c(t)\, dt - \frac{1}{2} \int_0^{T_0} \hat{s}_c^{\,2}(t)\, dt \right\}, \qquad (\text{П.8.2.35})$$

где

$$\hat{s}_c(t) = E\left\{ s(t) \,\middle|\, y(t),\ 0 < \tau \le t;\ H_1 \right\} - \qquad (\text{П.8.2.36})$$

оценка случайного сигнала $s(t)$ по критерию минимума среднеквадратической ошибки (МСКО) в момент времени t на основе прошлых значений $y(t)$ $\tau \in [0, t]$, в предположении, что имеет место гипотеза H_1.

Как было показано выше, оптимальные алгоритмы обнаружения стохастических сигналов чрезвычайно трудоемки при практической реализации (см. рис.8.1). Более простым для реализации является энергетический обнаружитель Прайса-Урковица (рис.П.8.2.3) [86, 87].

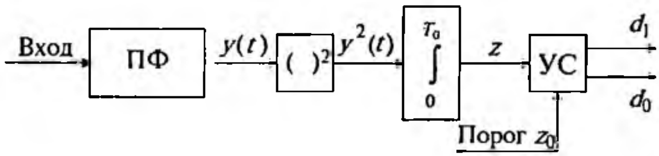


Рис. П.8.2.3.

Нормированная статистика на выходе обнаружителя имеет вид:

$$z_{\text{н}} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} y^2(t)\, dt. \qquad (\text{П.8.2.37})$$

Вероятности ложной тревоги P_F и обнаружения сигнала могут быть определены из выражений

$$P_F = 1 - F_0(z_0 | N), \qquad (\text{П.8.2.38})$$

$$P_D = 1 - F_1(z_0 | N, \lambda), \qquad (\text{П.8.2.39})$$

где $F_0(z_0|N)$, и $F_1(z_0|N,\lambda)$, - функция распределения для центрального и нецентрального χ^2-распределения с $N = 2T_0W_s$ степенями свободы и параметром нецентральности $\lambda = 2q^2 = 4T_0W_sh^2$.

Значение порогового уровня находится как решение уравнения

$$F_0(z_0|N) = 1 - \alpha. \qquad (\text{П.8.2.40})$$

Для решения данного уравнения можно использовать численные алгоритмы, в частности, алгоритм деления отрезка пополам. Для $N >> 1$ целесообразно воспользоваться аппроксимациями обратной функции для центрального χ^2-распределения [48]

$$z_0 = \frac{1}{2}\left(x_\alpha + \sqrt{2N-1}\right)^2, \qquad (\text{П.8.2.41})$$

$$z_0 = N\left(1 - \frac{2}{9N} + x_\alpha\sqrt{\frac{2}{9N}}\right)^3, \qquad (\text{П.8.2.42})$$

или более точной аппроксимацией Корниша-Фишера [109]

$$z_0 = N + x_\alpha\sqrt{2N} + \frac{2}{3}(x_\alpha^2 - 1) + \frac{1}{9\sqrt{2N}}(x_\alpha^3 - 7x_\alpha), \qquad (\text{П.8.2.43})$$

где $x_\alpha \triangleq Q^{-1}(\alpha)$. После вычисления порогового уровня z_0 вероятность обнаружения определяется из выражения (П.8.2.39), где

$$F_1(z|N{=}2L, q^2) = \frac{\exp\left(-q^2\right)}{2(2q^2)^{(L-1)/2}}\int_0^z t^{(L-1)/2}\exp\left(-t/2\right)I_{L-1}(q\sqrt{2t})\,dt. \qquad (\text{П.8.2.44})$$

Из (П.8.2.38)-(П.8.2.44) следует алгоритм расчета характеристик обнаружителя сигналов неизвестной структуры.

1. Для каждого n $(1 \le n \le N_{\text{в}})$ вычисляются $T_0 = n\Delta t$; $N = \lfloor 2n\,\Delta t\,W_s \rfloor$; $\lambda \triangleq 2q^2 = 2Nh^2$.

2. Задается вероятность ложной тревоги P_F, ($P_F = 10^{-2}$, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}). По заданной вероятности ложной тревоги вычисляется $x_\alpha = Q^{-1}(\alpha)$.

3. По найденному значению x_α по формулам (П.8.2.41)-(П.8.2.43) определяется значение порогового уровня z_0.

4. Используя одну из процедур вычисления нецентрального χ^2-распределения, вычисляется вероятность обнаружения

$$P_D = 1 - F_1(z_0|N, \lambda).$$

5. Среднее время и дисперсия T_D находятся по формулам (П.8.2.5) и (П.8.2.10).

Алгоритм вычисления динамических характеристик при ограничении на число шагов обнаружения аналогичен рассмотренным ранее случаям, где в качестве выражений для среднего времени и дисперсии следует применять (П.8.2.15) и (П.8.2.18).

П.8.2.2.4. Обнаружители сигналов с постоянным уровнем ложной тревоги

В рассмотренных выше обнаружителях процедура обнаружения сигналов сводится к сравнению статистики, основанной на выборках входной смеси сигнала и помехи, с порогом. Однако, изменение интенсивности или закона распределения вероятностей помехи существенно ухудшает РХ обнаружителей, синтезированных по критерию максимума отношения правдоподобия. Так, например, изменение интенсивности помехи на 2 дБ приводит к изменению вероятности ложной тревоги в системе с фиксированным порогом на два порядка [110]. Поэтому возникает необходимость в специальных алгоритмах обработки с постоянным уровнем ложных тревог (ПУЛТ). Первоначально алгоритмы обработки с ПУЛТ появились для гауссовских помех с неизвестной мощностью. Стабилизация уровня ложной тревоги в этом случае сводится к оценке мощности помехи и установления соответствующего порога обнаружения.

Структурная схема одного из вариантов такого обнаружителя изображена на рис.П.8.2.4.

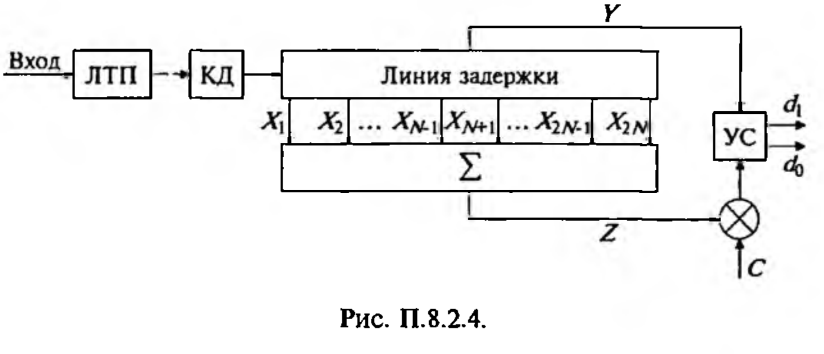


Рис. П.8.2.4.

Она содержит линейный тракт приемника (ЛТП), квадратичный детектор (КД), линию задержки (ЛЗ), реализующую „скользящее окно“, осредняющий сумматор, на выходе которого формируется сигнал, пропорциональный мощности шума, и пороговое устройство.

Величина задержки между отводами ЛЗ приблизительно равна длительности принимаемого сигнала. Сигнал с выхода центрального отвода Y сравнивается с произведением порогового коэффициента C и суммы Z. Пороговый коэффициент C зависит от вероятности ложной тревоги и величины „окна“, а также числа отводов линии задержки. Правило принятия гипотез имеет вид:

$$\begin{cases} H_0: \ Y < ZC; \\ H_1: \ Y > ZC. \end{cases} \qquad (\text{П}.8.2.45)$$

Существуют различные комбинации обнаружителей данного типа [110,111]. Здесь ограничимся рассмотрением базового обнаружителя (рис.П.8.2.4). Приведем основные выражения для расчета вероятности ложной тревоги и обнаружения на одном шаге обнаружения.

Если на вход обнаружителя поступает только гауссовский шум, то статистика на выходе КД имеет плотность распределения вероятности

$$f_0(x) = \frac{1}{2\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_0^2} \right), \qquad x > 0, \qquad (\text{П}.8.2.46)$$

где σ_0^2 – средняя мощность шума на входе детектора.

Если на вход детектора поступает смесь сигнала с шумом, то плотность распределения квадрата огибающей на выходе детектора имеет вид:

$$f_1(x) = \frac{1}{2\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{x^2 + A^2}{2\sigma_0^2} \right) I_0\left(\frac{A^2}{\sigma_0^2} \sqrt{x} \right), \qquad (\text{П}.8.2.47)$$

где A - амплитуда сигнала, $A^2/(2\sigma_0^2)$ - отношение сигнал-шум. Обозначим через X_k случайную величину на выходе k-го отвода, не совпадающего с центральным, а через Y - на выходе центрального отвода, то X_k/σ_0^2 имеет центральное χ^2-распределение с двумя степенями свободы, а Y/σ_0^2 - центральное χ^2-распределение при отсутствии сигнала и нецентральное χ^2-распределение с параметром нецентральности $\lambda = A^2/\sigma_0^2$ и двумя степенями свободы при наличии сигнала. Так как величины на отводах ЛЗ независимы, то случайная величина на выходе сумматора имеет центральное χ^2-распределение с $2N$ степенями свободы. Ее плотность определяется из выражения

$$f_z(z) = \frac{z^{N-1}}{(\sigma_0^2)^N \Gamma(N)} \exp\left(-\frac{z}{2\sigma_0^2} \right), \qquad z > 0, \qquad (\text{П}.8.2.48)$$

где $\Gamma(N)$ — гамма-функция.

Вероятность ложной тревоги

$$P_F = P_r\left\{\frac{Y}{Z} > C\right\} = P_r\left\{F' > \frac{C\nu_2}{\nu_1}\right\}, \qquad (П.8.2.49)$$

где случайная величина $F' = \dfrac{Y/\nu_1}{Z/\nu_2}$ имеет при отсутствии сигнала центральное F-распределение с $\nu_1 = 2$ и $\nu_2 = 2N$ степенями свободы. Плотность распределения вероятностей случайной величины F определяется выражением [48]

$$f_0(z|\nu_1,\nu_2) = \frac{\nu_1^{\nu_1/2}\,\nu_2^{\nu_2/2}}{B\left(\frac{\nu_1}{2},\frac{\nu_2}{2}\right)}\, z^{(\nu_1-2)/2}\left(\nu_2+\nu_1 z\right)^{-(\nu_1+\nu_2)/2}, \qquad (П.8.2.50)$$

где $B\left(\frac{\nu_1}{2},\frac{\nu_2}{2}\right)$ - бета-функция.

Из (П.8.2.50) с учетом (П.8.2.49) получим выражение для вероятности ложной тревоги

$$P_F = \int\limits_{CN}^{\infty} f_0(z|\nu_1,\nu_2)dz = \frac{2(2N)^N}{B(1,N)}\int\limits_{CN}^{\infty}\frac{dz}{(2N+2z)^{N+1}} = (1+C)^{-N}. \qquad (П.8.2.51)$$

Вероятность обнаружения также находится из (П.8.2.49) при условии, что Y/σ_0^2 имеет нецентральное χ^2-распределение с параметром нецентральности $\lambda = A^2/\sigma_0^2$ и $\nu_1 = 2$, а Z/σ_0^2 имеет центральное χ^2-распределение. Случайная величина

$$F' = \frac{Y/\nu_1}{Z/\nu_2} \qquad (П.8.2.52)$$

в данном случае имеет так называемое нецентральное F-распределение со степенями свободы ν_1, ν_2, параметром нецентральности λ и плотностью распределения [48,112]

$$f_{10}(z|\nu_1,\nu_2,\lambda) = \sum_{j=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda/2}(\lambda/2)^j(\nu_1/\nu_2)^{\nu_1/2+j}\,z^{\nu_1/2+j-1}}{j!\,B\left(\frac{\nu_1}{2}+j,\ \frac{\nu_2}{2}\right)\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}z\right)^{(\nu_1+\nu_2)/2+j}}. \qquad (П.8.2.53)$$

Вероятность обнаружения может быть представлена следующим образом:

$$P_D = P_r\left\{ F' > \frac{C\nu_2}{\nu_1} \right\} = \int\limits_{CN}^{\infty} f_{10}(z|\nu_1,\nu_2,\lambda)\,dz. \qquad (\text{П}.8.3.54)$$

После подстановки (П.8.2.53) в (П.8.2.54) и интегрирования с учетом свойств бета-функции [48] получим выражение для вероятности обнаружения в виде ряда

$$P_D = \sum_{j=0}^{\infty} e^{-\lambda/2}\,\frac{(\lambda/2)^j}{j!}\left(\frac{1}{1+C}\right)^{N+j} \sum_{i=0}^{j} \binom{N+j}{i} C^i. \qquad (\text{П}.8.2.55)$$

Формула (П.8.2.55) устанавливает функциональную зависимость между вероятностью обнаружения и величиной порогового множителя C, который определяется через вероятность ложной тревоги как решение уравнения (П.8.2.51). Заметим, что время расчета можно сократить, если использовать рекуррентные формулы для вычисления функции распределения [48].Выражение для вероятности обнаружения в этом случае можно записать в виде:

$$P_D = 1 - e^{-\lambda(1-x)/2}\; x^{\nu_1+\nu_2-2} \sum_{i=0}^{\nu_2/2-1} T_i, \qquad (\text{П}.8.2.56)$$

где $\nu_1 = 2,\ \nu_2 = 2N;$

$$x = \nu_1 F / (\nu_1 F + \nu_2) = C/(1+C);$$

$$T_0 = 1;$$

$$T_1 = \frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2 - 2 + \lambda x)(1-x)/x;$$

$$T_i = \frac{1-x}{2ix}[(\nu_1+\nu_2-2i+\lambda x)T_{i-1} + \lambda(1-x)T_{i-2}]. \qquad (\text{П}.8.2.57)$$

Выражения (П.8.2.55), (П.8.2.56) и (П.8.2.57) позволяют рассчитать вероятность обнаружения как функцию от отношения сигнал-шум при фиксированных вероятностях ложных тревог ($P_F = 10^{-2}$, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}) и числа отводов N в линии задержки.

В предельном случае при $N \to \infty$ имеем χ^2-распределение с двумя степенями свободы. Откуда следует, что пороговый коэффициент

$$C = 2\ln P_F, \qquad (\text{П}.8.2.58)$$

а вероятность обнаружения

$$P_D = 1 - F_1\left(C|2,q^2\right), \qquad (\text{П.8.259})$$

где $F_1(z|N,q^2)$ − функция распределения для χ^2 с N степенями свободы и параметром нецентральности $\lambda = 2q^2$, определяемая (П.8.2.44). Из (П.8.2.55)-(П.8.2.56) следует алгоритм расчета вероятностно-временных характеристик обнаружителей с постоянным уровнем ложной тревоги.

П.8.2.3. Численные результаты

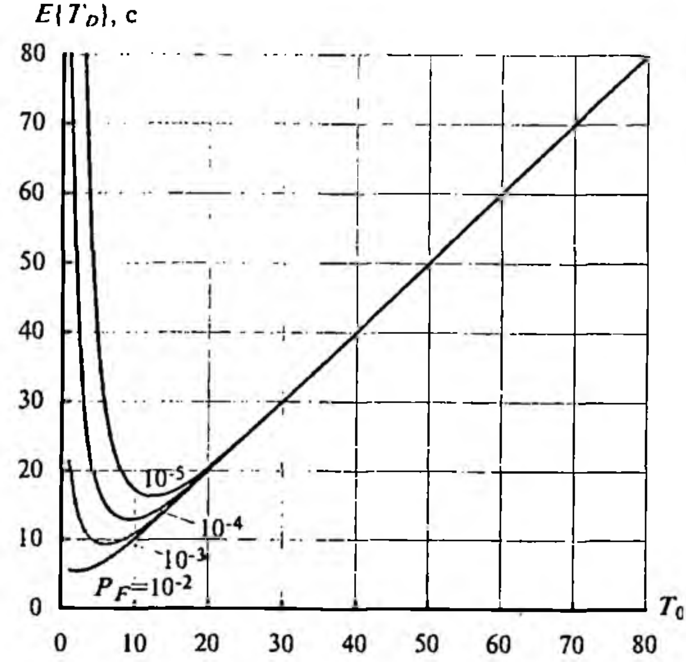
На основе полученных алгоритмов и разработанных программ проведены расчеты зависимости среднего времени до обнаружения T_D и вероятности обнаружения сигналов P_D от времени наблюдения на одном шаге $T_0 = n\Delta t$,с при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 10^{-2}$, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}.

Вероятностно-временные характеристики обнаружения детерминированных сигналов приведены на рис.П.8.2.5,а,б, для сигнала со случайной фазой - на рис.П.8.2.6,а,б;, для энергетического обнаружителя - на рис.П.8.2.7,а,б; для обнаружителя с постоянным уровнем ложных тревог - на рис.П.8.2.8,а,б. На рис.П.8.2.8 представлен случай для $P_F = 10^{-2}$ и различных значений N - размера „скользящего окна", optimum означает предельный случай при $N \to \infty$.

Как следует из рисунков, для *анализируемых видов сигналов и обнаружителей существует оптимальное (причем, минимальное) время наблюдения на одном шаге.* Это объясняется тем, что в начале наблюдения с увеличением T_0 растет отношение сигнал-шум. При этом *повышение отношения сигнал-шум приводит к резкому росту вероятности правильного обнаружения.*

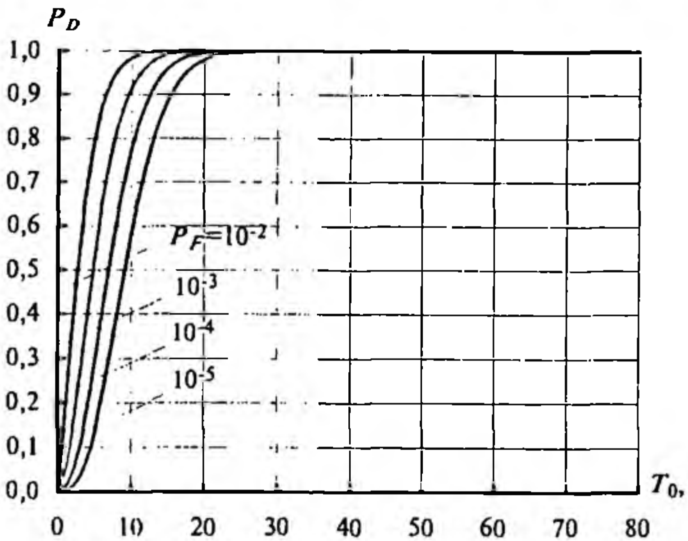
Дальнейшее повышение отношения сигнал-шум с некоторого момента наблюдения приводит уже к более медленному увеличению вероятности обнаружения сигналов. В этом случае, исходя из выражения для среднего времени, скорость роста числителя превосходит скорость роста знаменателя, что и приводит к увеличению среднего времени обнаружения сигналов.

Во многих практических задачах обнаружения, например, при обеспечении синхронизации, перехвате сигналов с ППРЧ и др., время обнаружения является одной из важнейших рабочих характеристик. Проведенный анализ позволяет сделать однозначный вывод, что *существует оптимальное значение длительности наблюдения на одном шаге, при котором среднее время до обнаружения минимально.* Дальнейшее увеличение времени наблюдения на одном шаге приводит к росту среднего времени до обнаружения, и с точки зрения анализируемого в данных материалах критерия является нецелесообразным.



$E\{T_D\}$, с
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
$P_F=10^{-2}$
T_0
0 10 20 30 40 50 60 70 80

а)



P_D
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
$P_F=10^{-2}$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
T_0,
0 10 20 30 40 50 60 70 80

б)

Рис. П.8.2.5.

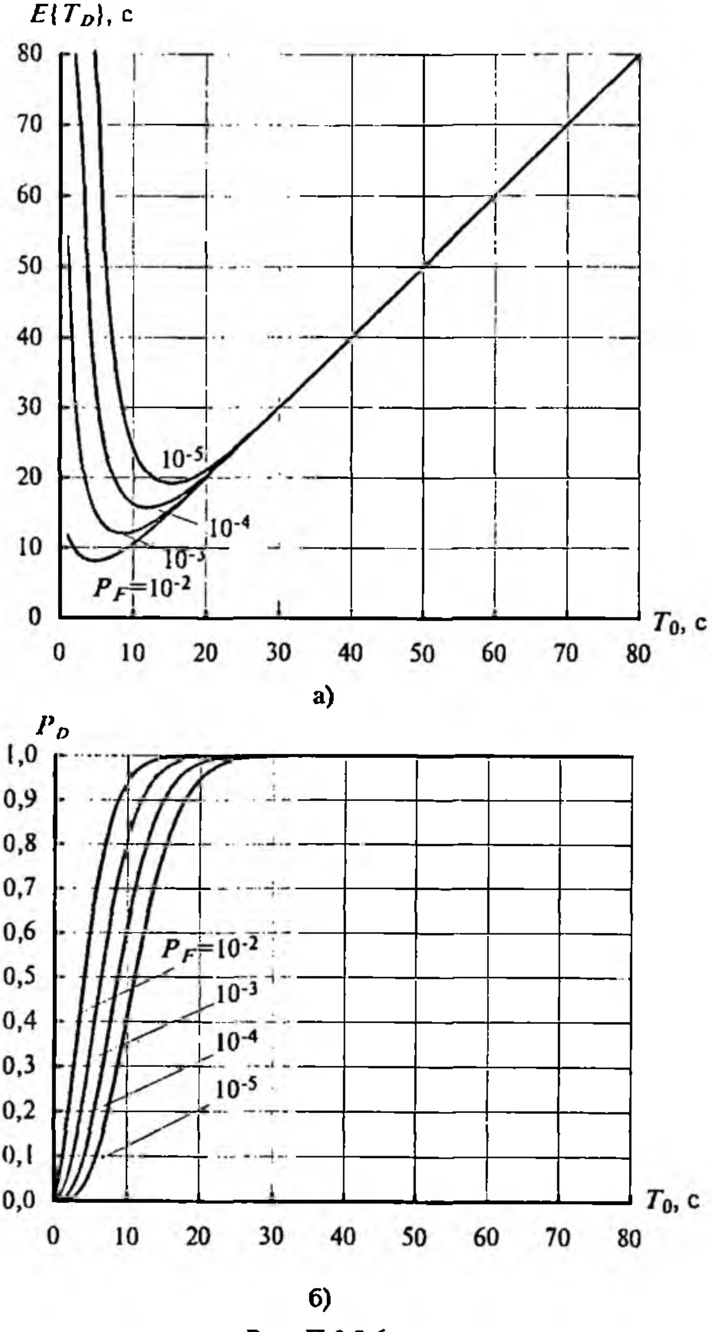
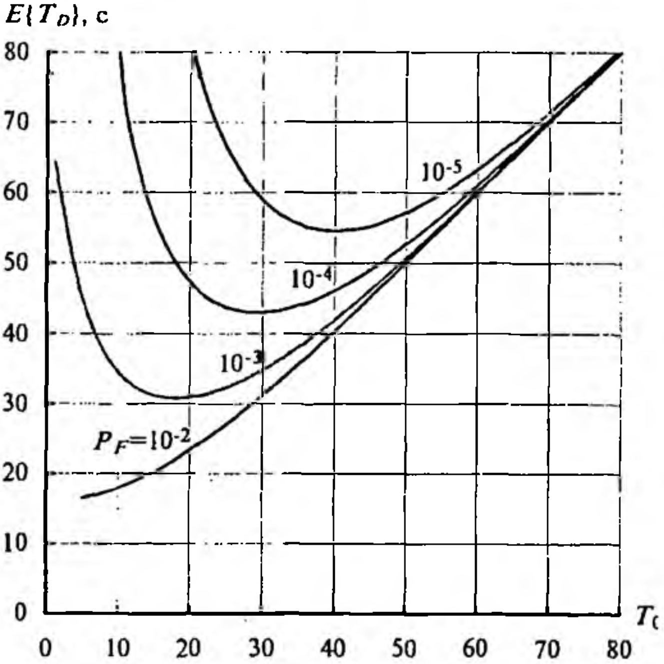
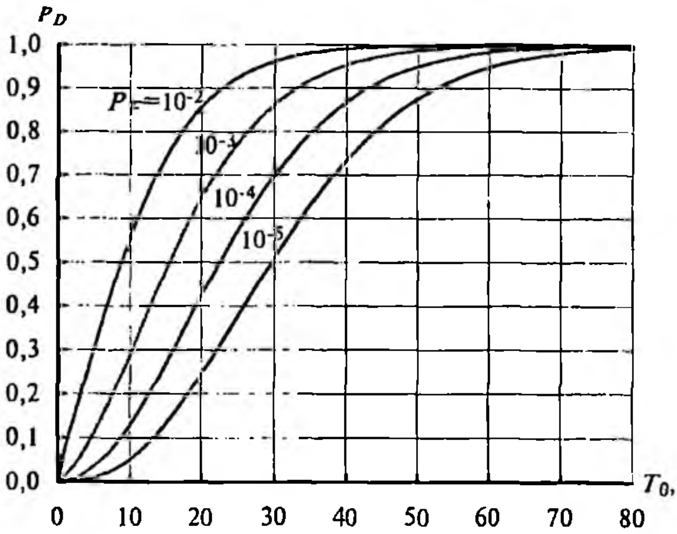


Рис. П.8.2.6.



E{T_D}, с
80
70
60
50
40
30
20
10
0
T₀
0
10
20
30
40
50
60
70
80
10⁻⁵
10⁻⁴
10⁻³
P_F=10⁻²

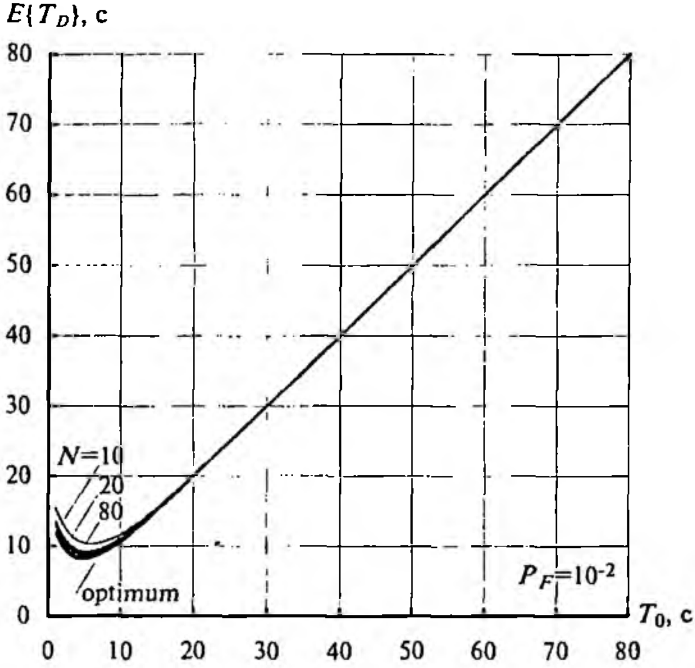
а)



P_D
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
T₀,
0
10
20
30
40
50
60
70
80
P_F=10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵

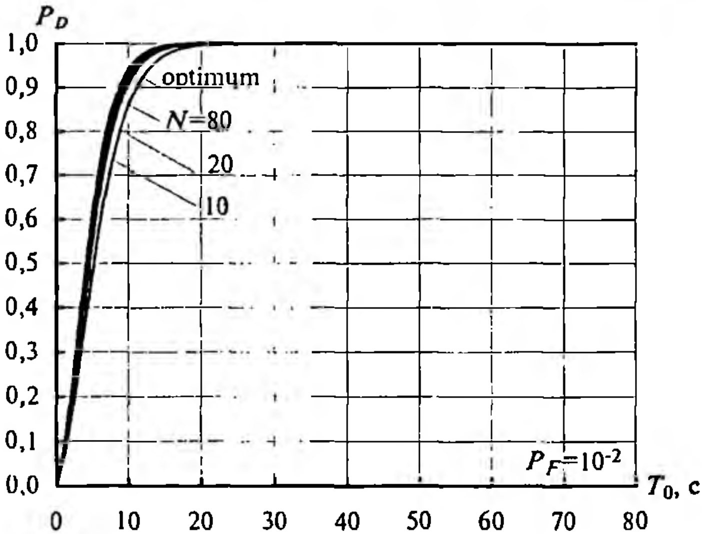
б)

Рис. П.8.2.7.



E{T_D}, c
80
70
60
50
40
30
20
10
0
N=10
20
80
optimum
P_F=10^-2
T_0, c
0
10
20
30
40
50
60
70
80

a)



P_D
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
optimum
N=80
20
10
P_F=10^-2
T_0, c
0
10
20
30
40
50
60
70
80

б)

Рис. П.8.2.8.

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

А - антенна
ААР - адаптивная антенная решетка
АР - антенная решетка
АБГШ - аддитивный белый гауссовский шум
АРУ - адаптивная регулировка усиления
АЧХ - амплитудно-частотная характеристика
АЭ - антенный элемент
ВК - весовой коэффициент
ВКФ - взаимокорреляционная функция
ВУН - вычитающее устройство напряжений
ВЧГ - высокочастотный генератор
ГОН - генератор опорного напряжения
ГПС кода - генератор псевдослучайного кода
ГУН - генератор управляемого напряжения
ДНА - диаграмма направленности антенны
ДЧМ - двоичный частотный манипулятор
ИМ - измеритель мощности
ИНТ - интегратор
КД - квадратичный детектор
КНД - коэффициент направленного действия антенны
Код **БЧХ** - код Боуза-Чоудхури-Хоквингема
КП - квадратурный преобразователь
ЛД - линейный детектор
ЛЗ - линия задержки
ЛТП - линейный тракт приемника
MAX - блок выбора максимума
МСКО - минимум среднеквадратической ошибки
ОСП - отношение сигнал-помеха
ОСШ - отношение сигнал-шум
ОСШП - отношение сигнал-шум + помеха
ОШП - ответная шумовая помеха
ПВИМ - псевдослучайная время-импульсная модуляция
ПП - постановщик помех
ППРЧ - псевдослучайная перестройка рабочей частоты
ПРД - передающее устройство
ПРМ - приемное устройство
ПСП - псевдослучайная последовательность
ПФ - полосовой фильтр
РТР - радиотехническая разведка
РУ - решающее устройство
РХ - рабочая характеристика
РФ - режекторный фильтр
РЭК - радиоэлектронный конфликт

РЭП - радиоэлектронное подавление
СВО - средняя вероятность ошибки
СВМ - схема выбора максимума
СКО - среднее квадратическое отклонение
СОП - станция ответных помех
СП - станция помех
СРС - система радиосвязи
СУ - схема управления
СУН - суммирующее устройство напряжений
СФ - согласованный фильтр
ТТХ - тактико-техническая характеристика
УВО - условная вероятность ошибки
УДН - устройство деления напряжения
УПЧ - усилитель промежуточной частоты
УС - устройство сравнения
ФМ - фазовая модуляция
ФМШПС - фазоманипулированный широкополосный с
ФНЧ - фильтр нижних частот
ЧВМ - частотно-временная матрица
ЧМ - частотная манипуляция
ШПС - широкополосный сигнал
ШПФ - широкополосный фильтр
ШШП - широкополосная шумовая помеха

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

B_s - база сигнала

C - пропускная способность

$C_{\text{р}}$ - скорость распространения радиоволн

$D[X]$, $D\{X\}$ - дисперсия случайной величины

E_s - энергия сигнала, бита

E_j - энергия помехи

F_b, F_s - ширина полосы частот информационного бита, символа

F_h - ширина полосы частот интервала (скачка частоты) ППРЧ

$G_0, G_0/2$ - односторонняя и двусторонняя спектральная плотность мощности собственных шумов приемного устройства

G_j, G_n - спектральная плотность мощности помехи

$J(t)$ - помеха

K_s - коэффициент расширения спектра сигнала

L - число частотных элементов в символе, бите

l - число подавленных частотных элементов в символе, бите

$L_{\text{п}}$ - порог энергетического обнаружителя

M - размер алфавита

M_f - число частотных каналов СРС

M_j - запас помехоустойчивости

$M[X]$, $E\{X\}$ - математическое ожидание

$n(t)$ - собственные шумы приемного устройства

N_t - число интервалов (скачков частоты) за время передачи

P_D, $P_{\text{об}}$ - вероятность обнаружения

P_F, $P_{\text{лт}}$ - вероятность ложной тревоги

P_E - средняя вероятность ошибки на бит; вероятность ошибочных решений

P_{E_0} - средняя вероятность ошибки на бит при отсутствии помехи

P_{E_1} - средняя вероятность ошибки на бит при наличии помехи

$P(A|B)$ - условная вероятность ошибки

P_j, P_n - мощность помехи

P_s - мощность полезного сигнала

q_0^2 - отношение энергии (или мощности) сигнала к спектральной плотности (или мощности) собственных шумов приемного устройства

q^2 - отношение энергии (или мощности) сигнала к спектральной плотности (или мощности) помех

R_b - скорость передачи информации в битах

R_c - относительная скорость кода

R_h - скорость переключения частот

R_p - скорость псевдослучайной последовательности

r_{ik} - выборки отсчета

T_b - длительность бита

T_h - длительность скачка частоты (время работы на одной частоте)

$T_{ср}$ - время срабатывания (реакции) станции ответных помех

$T_з$ - время запаздывания ответных помех

$T_р$ - время работы приемного устройства СРС без воздействия ответных помех

t - текущее время

W_s - диапазон рабочих частот, диапазон перестройки частоты СРС

z - выходная статистика

z_0 - пороговый уровень, порог

z_1, z_2 - статистика решения

z_{ik} - нормированные выборки (отсчеты)

γ, γ_{opt} - коэффициент, характеризующий часть (или оптимальную часть) диапазона частот, занимаемую помехой

Λ - функционал отношения правдоподобия

μ_k - коэффициент нормирования

$(k, k+1)$ - матрица переходных вероятностей

σ_0^2 - мощность (дисперсия) собственных шумов приемного устройства

σ_k^2 - мощность помехи в полосе частот на k-м скачке частоты

σ_j^2 - мощность (дисперсия) помехи

Ω - частота модуляции

ω_0, f_0 - центральная (средняя) несущая частота

$\Rightarrow$ - вытекает, следует

$\Leftrightarrow$ - если и только если

$A \cup B$ - объединение событий

$A \cap B$ - пересечение событий

$\forall$ - для любого

$\varnothing$ - пустое множество

$\triangleq$ - равенство по определению

$\equiv$ - тождественно равно

$k!$ - факториал, $0! \triangleq 1$

$\binom{L}{l}$ - биномиальный коэффициент, число сочетаний из L по l. $\binom{L}{l} \triangleq \frac{L!}{l!(L-l)!}$

$\Sigma, \oplus$ - символ суммирования на структурных схемах

$\otimes$ - символ перемножения на структурных схемах

Векторы и матрицы обозначены полужирным шрифтом.
Конкретизация условных обозначений приводится по тексту.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. - М.: Радио и связь, 1985. - 364 с.
2. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами/ Г.И. Тузов, В.А. Сивов, В.И. Прытков и др.; Под ред. Г.И. Тузова. - М.: Радио и связь, 1985. - 264 с.
3. Адресные системы управления и связи. Вопросы оптимизации/ Г.И. Тузов, Ю.Ф. Урядников, В.И. Прытков и др.; Под ред. Г.И. Тузова. - М.: Радио и связь, 1993. - 384 с.
4. Pickholtz R.L., Schilling D.L., Milstein L.B. Theory of Spread-Spectrum Communications// IEEE Trans, 1982. - V. Com-30. - № 5. - P. 855-884.
5. Conticello C. Spread Spectrum Communications: an Overview// Alta Frequenza, 1987. - V. LVI. - № 6. - P. 255-264.
6. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации/ В.Б. Пестряков, В.П. Афанасьев, В.Л. Гуревич и др.; Под ред. В.Б. Пестрякова. - М.: Сов. радио, 1973. - 424 с.
7. Бархота В.А., Горшков В.В., Журавлев В.И. Системы связи с расширением спектра сигналов// Итоги науки и техники. Связь. - М.: ВИНИТИ, 1990. - Т. 5. - С. 186-227.
8. Torrieri D.J. Principles of Secure Communication Systems. Dedham, MA.: Artech House, Inc., 1985. - 286 p.
9. Тузов Г.И., Козлов М.Р. Помехозащищенность систем связи, использующих сигналы с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты// Зарубежная радиоэлектроника, 1989. - № 3. - С. 19-32.
10. Lee J.S., French R.H., Miller L.E. Probability of Error Analyses of a BFSK Frequency-Hopping System with Diversity Under Partial-Band Jamming Interference. - Part I: Performance of Square-Law Linear Combining Soft Decision Receivers// IEEE Trans, 1984. - V. COM-32. - № 6. - P. 645-653.
11. Lee J.S., Miller L.E., Kim Y.K. Probability of Error Analyses of a BFSK Frequency-Hopping System with Diversity Under Partial-Band Jamming Interference. - Part II: Performance of Square-Law Nonlinear Combining Soft Decision Receivers// IEEE Trans, 1984. - V. COM-32. - № 12. - P. 1243-1250.
12. Miller L.E., Lee J.S., Kadrichu A.P. Probability of Error Analyses of a BFSK Frequency-Hopping System with Diversity Under Partial-Band Jamming Interference. - Part III: Performance of Square-Law Self-Normalizing Soft Decision Receiver// IEEE Trans, 1986. - V. COM-34. - № 7. - P. 669-675.
13. Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции сигналов с внутрибитовой ППРЧ/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, Н.П.

Мухин, Н.А. Рудиков// Радиотехника и электроника, 1993. - Т. 38. - Вып. 7. - С. 1153-1178.
Английский перевод.
Borisov V.I., Zinchuk V.M., Mukhin N.P., Rudikov N.A. Jamming Immunity of Demodulation Algorithm of Intrabit Frequency-Hopping (FA/BFSK) Signals// Journal of Communications Technology and Electronics, 1993. - № 14. - P. 1-22.
14. Miller L.E., French R.H., Lee J.S. Performance of Frequency-Hopped Random MFSK in Follow-on and Partial-Band Noise Jamming// IEEE Clob. Telecommun., Conf. Houston, 1986. - V. 2. - P. 21.61.
15. Lee J.S., French R.H., Miller L.E. Error-Correcting Codes and Nonlinear Diversity Combining Against Worst Case Partial-Band Noise Jamming of Frequency-Hopping MFSK Systems// IEEE Trans, 1988. - V. COM-36. - № 4. - P. 471-478.
16. Диксон Р.К. Широкополосные системы: Пер. с англ./ Под ред. В.И. Журавлева. - М.: Связь, 1979. - 304 с.
17. Системы радиосвязи с расширением спектра сигналов (аналитический обзор)/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, В.И. Николаев и др.// Теория и техника радиосвязи, 1998. - Вып. 1. - С. 18-48.
18. Кловский Д.Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973. - 376 с.
19. Torrieri D.J. Fundamental Limitations on Repeater Jamming of Frequency-Hopping Communications// IEEE Journal on Selected Areas in Commun., 1989, May. - V. 7. - № 4. - P. 569-575.
20. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ./ Под ред. Б.С. Цыбакова. - М.: Радио и связь, 1987. - 392 с.
21. Gulliver T.A. Diversity Combining and Reed-Solomon Coding for Fast Frequency-Hopped Noncoherent MFSK// IEEE Milcom'90, Conf., 1990. - P. 4.1.1-4.1.5.
22. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи: Пер. с англ./ Под ред. Р.Л. Добрушина. - М.: Мир, 1969. - 640 с.
23. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. - М.: Сов. радио, 1970. - 728 с.
24. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Радио и связь, 1989. - 656 с.
25. Каневский З.М., Литвиненко В.П. Теория скрытности. - Воронеж.: Государственный университет, 1991. - 144 с.
26. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов/ Под ред. Ю.И. Журавлева. - М.: Мир, 1978. - 402 с.
27. Седякин Н.М. Избранные вопросы теории случайных импульсных потоков. - Л.: ЛКВВИФ им. А.Ф. Можайского, 1963. - 178 с.
28. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 552 с.

29. Гремяченский С.С., Николаев В.И. Введение в теоретико-игровой анализ радиоэлектронного конфликта систем радиосвязи со средствами радиоподавления и некоторые оценки результатов конфликта. - Воронеж, Воронежский НИИ связи, 1995. - 48 с.
30. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. - М.: Радио и связь, 1999. - 252 с.
31. Blanchard J.E. A Slow Frequency-Hopping Technique That is Robust to Repeat Jamming// IEEE Milcom'82, Conf. Boston, 1982. - V. 1. - P. 14.1-14.19.
32. Levitt B.K. Use of Diversity to Improve FH/MFSK Performance in Worst Case Partial Band Noise and Multitone Jamming// IEEE Milcom'82, Conf. Boston, 1982. - P. 28.21-28.25.
33. Тузов Г.И., Козлов М.Р. Помехозащищенность каналов связи с ППРЧ и кодированием в условиях помех в части полосы// Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи, 1990. - Вып. 1. - С. 18-24.
34. Torrieri D.J. Principles of Military Communication Systems. Dedham. MA.: Artech House, Inc., 1981. - 306 p.
35. Коржик В.И., Финк Л.М., Щелкунов К.Н. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Справочник. - М.: Радио и связь, 1981. - 232 с.
36. Помехоустойчивость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, Н.П. Мухин и др.// Теория и техника радиосвязи, 1993. - Вып. 1.- С. 3-38.
37. Оценка воздействия ответных помех на системы радиосвязи с медленной ППРЧ/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, Н.П. Мухин и др.// Теория и техника радиосвязи, 1994. -Вып. 1. - С. 3-19.
38. Системные средства обработки и передачи информации за рубежом. - М.: ЦООНТИ „Экос", 1987. - 300 с.
39. Витерби А. Принципы когерентной связи: Пер. с англ./ Под ред. Б.Р Левина. - М.: Сов. радио, 1970. - 392 с.
40. Torrieri D.J. The Information-Bit Error for Block Codes// IEEE Trans, 1984. - V. COM-32. - № 4. - P. 474-476.
41. Портной С.А., Тузков А.Е., Щаев О.И. Корректирующие коды в системах связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты// Зарубежная радиоэлектроника, 1988. - № 1. - С. 26-43.
42. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Сов. радио, 1982. - 624 с.
43. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. - М.: Радио и связь, 1983. - 320 с.
44. Синтезированные алгоритмы адаптивного различения сигналов с внутрибитовой ППРЧ/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев и др.// Теория и техника радиосвязи, 1994. - Вып. 2. - С. 3-30.

45. А.с. 1693727 СССР, Н 04 В 7/00. Приемное устройство адаптивного различения дискретных сигналов с ППРЧ в системах радиосвязи/ В.М. Зинчук, Н.П. Мухин, Р.А. Потапов и др. - Опубл. 1991. - Бюл. № 43.
46. Патент 2002376 РФ, Н 04 L 27/22. Устройство для приема сигналов с ППРЧ систем радиосвязи/ В.М. Зинчук, Н.П. Мухин, Р.А. Потапов. - Опубл. 1994. - Бюл. № 39-40.
47. Патент 2007048 РФ, Н 04 L 27/22. Приемное устройство адаптивного различения дискретных сигналов/ В.М. Зинчук, Н.П. Мухин, Р.А. Потапов и др. - Опубл. 1994. - Бюл. № 2.
48. Справочник по специальным функциям: Пер. с англ./ Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
49. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Наука, 1971. - 1108 с.
50. Анализ алгоритмов различения сигналов с внутрибитовой ППРЧ/ В.М. Зинчук, Н.П. Мухин, Н.А. Рудиков и др.// Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи, 1989. - Вып. 7. - С. 3-20.
51. Патент 1741286 РФ, Н 04 L 27/14. Приемное устройство адаптивного различения дискретных сигналов/ В.М. Зинчук, Н.П. Мухин, Р.А. Потапов и др. - Опубл. 1992. - Бюл. № 22.
52. Гремяченский С.С., Мухин Н.П., Шестопалов В.И. Оптимизация степени адаптивного регулирования усиления некогерентного приемника сигналов с двоичной ЧМ и внутрисимвольной ППРЧ при наихудшей шумовой помехе// Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи, 1991. - Вып. 3. - С. 115-124.
53. Гремяченский С.С., Мухин Н.П., Шестопалов В.И. Помехоустойчивость систем радиосвязи с ППРЧ при *М*-ичной ЧМ и разнесении символов по частоте// Теория и техника радиосвязи, 1996. - Вып. 1. - С. 41-48.
54. Стиффлер Дж. Дж. Теория синхронной связи: Пер. с англ./ Под ред. Э.М. Габидулина. - М.: Связь, 1975.-310 с.
55. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. - М.: Сов. радио, 1978. - 600 с.
56. Журавлев В.И. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. - М.: Радио и связь, 1986. - 240 с.
57. Бархота В.А., Горшков В.В., Журавлев В.И. Синхронизация широкополосных систем связи// Итоги науки и техники. Связь. - М.: ВИНИТИ, 1989. - Т. 4. - С. 51-136.
58. Горшков В.В., Варламов А.В. Схемы слежения за задержкой сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты// Зарубежная радиоэлектроника, 1990. - № 1. - С. 85-97.
59. Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И. Поиск и декодирование сложных сигналов/ Под ред. В.И. Коржика. - М.: Радио и связь, 1988. - 224 с.

60. Polydoros A., Weber C.L. A Unified Approach to Serial Search Spread-Spectrum Code Acquisition. - Part I: General Theory// IEEE Trans, 1984. - V. COM-32. - № 5. - P. 542-549.
61. Putman C.A., Rappaport S.S., Schilling D.L. A Comparison of Schemes for Coarse Acquisition of Frequency-Hopped Spread-Spectrum Signals// IEEE Trans, 1983. - V. COM-31. - № 2. - P. 183-189.
62. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. - М.: Изд-во иностр. лит., 1963. - 432 с.
63. Putman C.A., Rappoport S.S., Schilling D.L. Tracking of Frequency-Hopped Spread-Spectrum Signals in Adverse Environments// IEEE Trans, 1983. - V. COM-31. - № 8. - P. 955-964.
64. Hopkins P.M. A Unified Analysis of Pseudonoise Synchronization by Envelope Correlation// IEEE Trans, 1977. - V. COM-25. - № 8. - P. 770-778.
65. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах/ В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов, Ю.А. Коломенский и др.; Под ред. Ю.М. Казаринова. - М.: Сов. радио, 1975.
66. Зинчук В.М., Черная Н.С., Журавлев В.И. Оценка эффективности циклических процедур поиска при изменяющихся во времени параметрах сигнала// Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи, 1981. - Вып. 7. - С. 39-53.
67. Карлин С. Основы теории случайных процессов. - М.: Мир, 1971. - 536 с.
68. Зинчук В.М. Показатели эффективности циклических процедур поиска с параллельно-поочередными алгоритмами обзора и случайным временем анализа на каждом шаге// Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи, 1979. - Вып. 4(21). - С. 15-22.
69. Кемени Дж.Дж., Снел Дж.Л. Конечные цепи Маркова: Пер. с англ./ Под ред. А.А. Юшкевича. - М.: Наука, 1970. - 272 с.
70. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1976. - 352 с.
71. Никитченко В.В., Смирнов П.Л. Комбинированные методы помехозащиты (Использование ААР и сигналов с ППРЧ)// Зарубежная радиоэлектроника, 1988. - № 5. - С. 24-32.
72. Совместное использование адаптивных антенных решеток и сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин// Теория и техника радиосвязи, 1995. - Вып. 2. - С. 3-27.
73. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ./ Под ред. В.В. Шахгильдяна. - М.: Радио и связь, 1989. - 440 с.
74. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1986. - 448 с.

75. Acar L., Compton R.T. The Performance of an LMS Adaptive Arrays with Frequency-Hopped Signals// IEEE Trans, 1985. - V. AES-21. - № 3. - P. 360-371.
76. Wang I.R., Ucci D.R. The Performance of Frequency- Hopped Adaptive Arrays with an Injected Pilot Signals// IEEE Milcom'87. Commun., Conf. Washington, 1987. - V. 1. - P. 2.71-2.75.
77. Bakhru K., Torrieri D.J. The Maximin Algorithm for Adaptive Arrays and Frequency-Hopping Communications// IEEE Trans, 1984. - V. AP-32. - № 9. - P. 919-928.
78. Torrieri D.J., Bakhru K. Frequency Compensation in an Adaptive Antenna System for Frequency-Hopping Communications// IEEE Trans, 1987. - V. AES-23. - № 4. - P. 448-467.
79. Torrieri D.J. Adaptive Antenna Array with a Predictive Processing for FH Communications Systems// IEEE Trans, 1988. - V. AES-24. - № 4. - P. 449-456.
80. Torrieri D.J., Bakhru K. An Anticipative Adaptive Arrays for Frequency-Hopping Communications// IEEE Milcom'87. Commun., Conf. Washington, 1987. - V. 1. - P. 276-282.
81. Spread Spectrum Communication// M.K. Simon, J.K. Omura, R.A. Scholtz, B.K. Levitt. - V. III - Rockwille, MD: Computer Science Press, 1985. - V. 1. - 402 p. - V. 2. - 358 p. - V. 3. - 423 p.
82. Chandler E.W., Cooper G.R. Development and Evaluation of an LPI Figure of Merit for Direct-Sequence and Frequency-Hop Systems// IEEE Milcom'85, Commun., Conf. Boston, 1985. - V. 2-3. - P. 20-23.
83. Kailath T. Correlation Detection of Signals Perturbed by Random Channel// Trans. IRE, 1960, June. - V. IT-6. - № 3. - P. 361-366.
84. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. - М.: Сов. радио, 1978. - 320 с.
85. Kailath T., Poor H.V. Detection of Stochastic Process// IEEE Trans, 1998. - V. IT-44. - № 6. - P. 2230-2559.
86. Price R. Optimum Detection of Random Signals in Noise with Application to Scatter-Multipath Communication// Trans. IRE, 1956, December. - V. PGIT-6. - P. 125-135.
87. Urkowitz H. Energy Detection of Unknown Deterministic Signals// Proc. IEEE, 1967. - V. COM-55. - № 4. - P. 523-532.
Русский перевод.
Урковиц. Обнаружение неизвестных детерминированных сигналов по энергии// ТИИЭР, 1967. - Т.55. - № 4. - С. 50-59.
88. Dillard P.A. Detectability of Spread-Spectrum Signals// IEEE Trans, 1979. - V. AES-15. - № 4. - P. 526-537.
89. Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Ижбахтина Е.В. Анализ эффективности алгоритмов вычисления обобщенной Q-функции Маркума// Теория и техника радиосвязи, 1999. - Вып. 2. - С. 19-34.
90. Перехват сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев,

Н.П. Мухин, В.И. Шестопалов// Теория и техника радиосвязи, 1996. - Вып. 1. - С. 3-23.
91. Гремяченский С.С., Мухин Н.П. Аналитическая модель обнаружителя типа сумматора с блоком фильтров при перехвате сигналов с медленной ППРЧ// Теория и техника радиосвязи, 1999. - Вып. 1. - С. 47-55.
92. Levitt B.K., Cheng U., Polydoros A., Simon M.K. Optimum Detection of Slow Frequency-Hopped Signals// IEEE Trans, 1994. - V. 42. - № 2/3/4. - P. 1990-2000.
93. Cooper G.R. Detection of Frequency-Hop Signals// IEEE Milcom'86, Proceedings of the, 1986. - P. 10.2.1-10.2.5.
94. Милстайн Л.Б. Методы подавления помех в системах радиосвязи с широкополосными сигналами// ТИИЭР, 1988. - Т. 76. - № 6. - С. 19-36.
95. Алгоритмы адаптивной цифровой фильтрации шумоподобных сигналов на фоне узкополосных помех и флуктуационного шума/ В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин и др.// Зарубежная радиоэлектроника, 1992. - №9. - С. 84-98.
96. Адаптивная цифровая фильтрация шумоподобных сигналов в радиотехнических системах/ В.М. Зинчук, Ю.Г. Сосулин, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин//Цифровая обработка сигналов, 2000. - № 1. - С. 4-18.
97. Марп С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ./ Под ред. И.С. Рыжика. - М.: Мир, 1990. - С. 584.
98. Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В.С. Королюк, Н.И. Петренко, А.В. Скороходов и др. - М.: Наука, 1985. - С. 640.
99. Трухачев А.А. Сравнительный анализ методов вычисления интеграла $J_N(x,y)$ // Радиотехника и электроника, 1990. - Т. 35. - № 12. - С. 2637-2640.
100. Shnidman D.A. The Calculation of the Probability of Detection and the Generalized Marcum Q- function// IEEE Trans, 1989, March . - V. IT-35. - № 2. - P. 389-400.
101. McGee W.F. Another Recursive Method of Computing the Q-function// IEEE Trans, 1970, July. - V. IT-16. - P. 500-501.
102. Parl S. A New Method of Calculating the Generalized Q- function// IEEE Trans, 1980. - V. IT-26. - № 1. - P. 121-124.
103. Kantrell P.E. On the Calculation of the Generalized Q- function Via Pearl's Method// IEEE Trans, 1986, November. - V. IT-32. - P. 817-824.
104. Сивозализов Н.А. Асимптотическое разложение интеграла Райса// Радиотехника, 1985. - № 3. - С. 80-81.
105. Helstrom C.W., Ritcey J.A. Evaluating Radar Detection Probabilities by Steepest Descent Integration// IEEE Trans, 1984, September. - V. AES-20. - P. 624-634.

106. Helstrom C.W. Computing the Generalized Marcum Q - function// IEEE Trans, 1992, July. - V. IT-38. - № 4. - P. 1422-1428.
107. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функции комплексной переменной. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
108. Анализ вероятностно-временных характеристик алгоритмов обнаружения сигналов/ В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин// Теория и техника радиосвязи, 1999. - Вып. 2. - С. 3-18.
109. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблица по математической статистике. - М.: Финансы и статистика, 1982. -278 с.
110. Бакулев П.А., Басистов Ю.А., Тугуши В.Г. Обработка сигналов с постоянным уровнем ложных тревог// Изв. вузов, Радиоэлектроника, Киев, 1989. - Т. 32. - № 1. - С. 4-15.
111. Dillard G.M. Mean-Level Detection of Nonfluctuating Signals// IEEE Trans, 1974. - V. AES-10. - № 6. - P. 795-799.
112. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение. - М.: Наука, 1968. - 547 с.