О. Н. ВЕСЕЛОВСКИЙ, Л. М. БРАСЛАВСКИЙ

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия для студентов радиотехнических
специальностей вузов

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1977

6П2.1
В38
УДК 621.3 (075)

Рецензенты:

Кафедра автоматических приводов Рязанского радиотехнического института (зав. кафедрой докт. техн. наук, проф. В. П. Миловзоров);

докт. техн. наук, проф. П. Н. Матханов.

Олег Николаевич Веселовский и Лев Моисеевич Браславский

Основы электротехники и электротехнические устройства радиоэлектронной аппаратуры

Редактор И. Г. Волкова. Художник Шавард А. И. Художественный редактор Т. М. Скворцова. Технический редактор Н. Н. Баранова. Корректор В. В. Кожуткина

ИБ № 710

Т-16534. Сдано в набор 23/III-77 г. Подп. к печати 4/X-77 г. Формат $60\times90^{1}/_{16}$. Бум. тип. № 3, Объем 19,5 п. л. (Усл. п. л. 19,5). Уч.-изд. л. 18,44. Изд. № ЭР—219. Тираж 35 000 экз. Цена 80 коп. Зак. 1137.

План выпуска литературы издательства «Высшая школа» (вузы и техникумы) на 1977 г. Позиция № 109.

Издательство «Высшая школа». Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Гатчинская ул., 26.

Веселовский О. Н., Браславский Л. М.

В38 Основы электротехники и электротехнические устройства радиоэлектронной аппаратуры. Учеб. пособие для вузов. М., «Высш. школа», 1977.

312 с. с ил.

Учебное пособие состоит из двух частей. В первой части изложены основные свойства и методы расчета электрических цепей при различных воздействиях; большое внимание уделено линейным цепям с сосредоточенными параметрами в установившихся и переходных режимах и физическим основам рассматриваемых явлений. Во второй части рассмотрены основы теории и даются описания наиболее распространенных устройств: электрических машин, трансформаторов, выпрямителей, стабилизаторов, фильтров и т. п.

$$\text{В}\ \frac{30306-473}{001(01)-77}\ 109-77$$

6П2.1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основы электротехники являются первым специальным курсом среди учебных дисциплин, изучаемых студентами электротехнических и радиотехнических специальностей. Вместе с тем этот курс является базовым для изучения последующих специальных дисциплин. Отсюда вытекают две основные задачи, решаемые введением электротехнических курсов в учебный план подготовки радиоинженеров: во-первых, заложить научно-практический фундамент, т. е. ввести в сферу понятий, принципов, идей, конструкций, целей и возможностей электротехнических устройств, и, во-вторых, дать теоретические основы для более глубокого изучения частных вопросов электротехники и радиотехники.

Книга предназначена в первую очередь для студентов, специализирующихся в области разработки, конструирования и технологии производства радиоаппаратуры, в качестве учебного пособия по курсам «Основы радиоэлектроники», «Основы электротехники и электротехнические устройства РЭА», «Электропитание радиоустройств», «Электротехнические устройства радиосистем». Она может быть также рекомендована студентам неэлектротехнических специальностей, изучающим курс «Электротехника», и может оказаться полезной для инженеров и техников, занимающихся исследованием, проектированием и эксплуатацией электротехнических устройств.

В основу книги положены курсы лекций, читаемые авторами в Новосибирском электротехническом институте.

Главы 1—8, 16, 17 написаны О. Н. Веселовским, главы 9—15 — Л. М. Браславским.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность рецензентам книги докт. техн. наук, проф. П. Н. Матханову, докт. техн. наук, проф. В. П. Миловзорову, доц. А. К. Мусолину и ст. преподавателю З. И. Миловзоровой, весьма внимательно прочитавшим рукопись и сделавшим замечания, которые способствовали улучшению книги.

Критические замечания и пожелания просим направлять в адрес издательства «Высшая школа» (Москва, Неглинная ул., 29/14).

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Исторически радиотехника выделилась из электротехники, но две эти научно-технические области тесно связаны. По существу, нет ни одного радиотехнического устройства, которое не являлось бы устройством электротехническим, поскольку в основе и тех и других лежат принципы получения, использования электромагнитной энергии и ее преобразований. Условной границей между электротехникой и радиотехникой, если иметь в виду физические процессы, могут быть области частот: низкие частоты — сфера электротехнических устройств, высокие — сфера радиотехники. Кроме того, основная задача электротехнических устройств — производство, распределение, преобразование и использование электрической энергии, тогда как назначение радиотехнических устройств — генерировани бразование, передача и прием информации в виде системы радиосигналов. Насколько условны эти границы, можно судить по тому, что в электрических цепях, например, систем электроавтоматики могут быть использованы весьма малые количества энергии низких и высоких частот, тогда как по специальным радиоканалам могут быть переданы огромные количества энергии.

К электротехническим устройствам современных радиотехнических систем принято относить первичные источники питания (электрическая сеть, автономные электростанции с их электрическими машинами, гальванические, термоэлектрические и другие элементы); вторичные источники питания (трансформаторы, выпрямители, электромашинные усилители и преобразователи, стабилизаторы, регуляторы напряжения и тока); электродвигатели и специальные электрические машины систем автоматики, электродвигатели для привода вентиляторов охлаждения и т. п., а также различную коммутационную и защитную аппаратуру.

В течение последних 100 лет электротехника заняла важнейшее место в жизни человеческого общества. Проникновение электричества в промышленность, транспорт, сельское хозяйство, быт, медицину, культуру коренным образом изменило экономические и социальные условия жизни общества.

Известно, что электрификация всегда являлась основным стержнем развития экономики СССР. На XXV съезде КПСС было вновь подчеркнуто, что электрификация проявляет себя как важный фактор и могучий ускоритель научно-технического прогресса, повышения качественного уровня и эффективности производства, роста производительности общественного труда и народного благосостояния.

Часть первая

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

Глава 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

§ 1.1. Электрические цепи и схемы

Электрическая цепь — понятие собирательное и весьма общее. Оно охватывает совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе, токе и напряжении *.

Все электротехнические устройства по назначению, принципу действия и конструктивному оформлению можно разделить на три основные группы:

1) источники электрической энергии, т. е. электротехнические устройства, в которых происходит преобразование первичной, неэлектрической энергии, в электрическую (химические элементы, термоэлементы, фотоэлементы, генераторы);

2) приемники электрической энергии, т. е. электротехнические устройства, в которых электрическая энергия преобразуется в иной, необходимый для достижения цели, вид энергии (электродвигатели, электропечи, электролитические ванны, электромагнитные механизмы, излучатели, электролампы и т. п.); иногда вместо термина «приемники» употребляют равнозначные термины «потребители» или «нагрузка»;

3) проводники, а также различная коммутационная аппаратура, преобразователи энергии и арматура (провода линии, выключатели, релейно-контакторные элементы автоматики, трансформаторы, выпрямители, грозозащитные тросы, изоляторы).

Все составные части электрической цепи во время ее работы охвачены единым электромагнитным процессом, характеризующимся сложной совокупностью физических явлений, которые всегда сопутствуют процессам производства, распределения и использования электроэнергии.

Задача исследования множества реальных электротехнических устройств и цепей была бы практически неосуществимой, если бы

---

* Все определения основных понятий электротехники даны в соответствии с ГОСТ 19880—74.

не были найдены способы упрощения сложной картины физических явлений и способы обобщенных представлений о структурах и элементах электрических цепей. Построенная определенным образом идеализация процессов в цепях и абстрактные представления о ее элементах позволили разработать теорию анализа и синтеза электрических цепей.

В теории цепей предполагается, что электрические токи и напряжения (или электродвижущие силы — э. д. с.) суть величины скалярные, а не векторные. Напряжения и токи в теории цепей могут рассматриваться как функции времени или частоты, а иногда и как функции пространственных координат. Далее будем пользоваться понятиями «векторов» напряжений или токов, но смысл их будет совсем иной. В качестве следующего допущения предполагаем, что излучение электромагнитной энергии в замкнутых участках электрических цепей отсутствует. Отдельные электротехнические устройства и их совокупности могут характеризоваться при помощи небольшого числа обобщенных параметров.

Электрические цепи классифицируются по нескольким признакам. Укажем некоторые из них.

1. Если ни один параметр не зависит от значений и направлений токов и напряжений в цепи, то такую электрическую цепь называют л и н е й н о й. Электромагнитные процессы в ней могут быть описаны с помощью линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. Если хотя бы один параметр какого-либо участка цепи зависит от значений или от направлений токов и напряжений в этом участке, то цепь называют н е л и н е й н о й.

2. Цепи, в которых напряжения и токи не зависят от времени, называют ц е п я м и   п о с т о я н н о г о   т о к а. В ц е п я х п е р е м е н н о г о   т о к а напряжения и токи являются периодическими или непериодическими функциями времени.

3. Электрические цепи, в которых формируются и действуют импульсные, длящиеся малый интервал времени, э. д. с. и токи, называют и м п у л ь с н ы м и   с и с т е м а м и.

4. Цепи, в которых производство, распределение, преобразование и использование энергии является основным их функциональным назначением, называют э н е р г е т и ч е с к и м и   ц е п я м и. В тех случаях, когда энергетические преобразования играют лишь вспомогательную роль и являются средством формирования, передачи и использования сигналов или информации, электрические цепи называют и н ф о р м а ц и о н н ы м и.

Графическое изображение электрической цепи, содержащее условные обозначения ее элементов и показывающее соединения этих элементов, называют с х е м о й   э л е к т р и ч е с к о й   ц е п и.

То обстоятельство, что электромагнитные процессы в различных по конструктивным признакам и назначению электротехнических устройствах можно описать одинаковыми математическими уравнениями, позволяет создавать *математические модели* реальных цепей. В свою очередь для каждой математической модели можно подобрать некоторое графическое изображение, показывающее не только последовательность соединений участков и элементов, но и отображающее обобщенные свойства реальной цепи. Поскольку в этом случае и реальная цепь, и идеализированная, абстрагированная от конкретных свойств реальных устройств, схема имеют одну и ту же математическую модель, можно считать, что такая схема *замещает реальную цепь*. Предметом анализа и синтеза в теории электрических цепей и являются не реальные цепи с генераторами, лампами, электродвигателями, антеннами и т. п., а схемы замещения электрической цепи или, короче, *схемы замещения,* отображающие свойства цепи при определенных условиях.

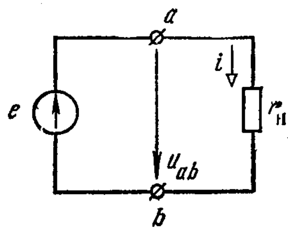


Рис. 1.1

Наконец, схема замещения (иногда для краткости мы будем пользоваться просто словом «схема») может быть видоизменена, упрощена, но так, чтобы величины, подлежащие рассмотрению, имели те же значения, что и в исходной схеме замещения. В этом случае говорят об *эквивалентной схеме замещения.*

Различают *активные* и *пассивные* цепи, участки и элементы цепей. Активными называют электрические цепи, содержащие источники электрической энергии, пассивными — электрические цепи, не содержащие источников электрической энергии.

Для работы электрической цепи необходимо наличие активных элементов, т. е. источников энергии. В любом источнике электрической энергии за счет сторонних (некулоновских) сил создается *электродвижущая сила.* На зажимах источника возникает *разность потенциалов,* или *напряжение,* под воздействием которого во внешней, т. е. присоединенной к источнику, части цепи возникает электрический ток.

Примем в качестве положительного направления э. д. с. то направление, в котором внутри источника перемещаются положительные заряды. Это направление указывается стрелкой (рис. 1.1). В качестве положительного направления напряжения на зажимах источника удобно принять направление от положительного зажима к отрицательному или, в более общем случае, от точки высшего потенциала к точке низшего потенциала, причем $u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$, где φ_a и φ_b — потенциалы точек (зажимов) a и b. В случае переменного тока выбранные направления сохраняются, но по своему смыслу они становятся *условно-положительными.* Это означает, что в те отрезки времени, когда потенциал точки a является высшим, а потенциал точки b — низшим, будем считать э. д. с. и напряжение положительными, в другие отрезки времени будем считать э. д. с. и напряжение отрицательными. Выбор условно-положительных направлений э. д. с., напряжений, токов, магнитных потоков и т. д. необходим для однозначности математического описания схем.

Если теперь к зажимам источника подключить внешнюю часть цепи, то под действием э. д. с. источника во всей цепи возникнет электрический ток. Положительным направлением тока считается направление движения положительных зарядов, следовательно, во внешней части цепи — это направление от точки высшего потенциала к точке низшего потенциала. Таким образом, положительное направление тока в сопротивлении нагрузки ($r_н$) совпадает с положительным направлением падения напряжения (u_{ab}) на этом сопротивлении.

§ 1.2. Пассивные элементы и участки схем

Простейшими пассивными элементами схемы замещения являются *сопротивление, индуктивность* и *емкость*. С определенной степенью приближения они замещают реальные элементы цепи — *резистор, индуктивную катушку* и *конденсатор* соответственно.

В реальной цепи электрическим сопротивлением обладает не только резистор или реостат как устройства, предназначенные для использования их электрических сопротивлений, но и любой проводник, катушка, конденсатор, обмотка любого электромагнитного элемента и т. д. Но общим свойством всех устройств, обладающих электрическим сопротивлением, является необратимое преобразование электрической энергии в тепловую. Действительно, из курса физики известно, что при токе i в резисторе, обладающем сопротивлением r, за время dt в соответствии с законом Джоуля—Ленца выделяется энергия

$$dw = ri^2\,dt,$$

или можно сказать, что в этом резисторе потребляется мощность

$$p = dw/dt = ri^2 = ui,$$

где u — напряжение на зажимах резистора.

Собственно, потребляется энергия, а не мощность. Физически мощность характеризует изменение энергии (математически — это скорость изменения энергии) и потребляться она не может. Однако в мировой электротехнической литературе в целях большего лаконизма установилась неправильная, но удобная терминология, согласно которой допускаются выражения: «генерируемая (установленная, располагаемая и т. д.) мощность», «передаваемая (излучаемая, трансформируемая и т. д.) мощность», «потребляемая мощность». Мы тоже будем пользоваться этим своеобразным электротехническим жаргоном. Далее, вместо того чтобы говорить «в резисторе, обладающем сопротивлением r», для краткости будем говорить «в сопротивлении r», «на зажимах сопротивления» и т. д.

В Международной системе единиц (СИ) напряжение и электродвижущая сила измеряются в вольтах (В), ток — в амперах (А), мощность — в ваттах (Вт) и энергия (или работа) — в джоулях (Дж). 1 джоуль равен 1 ватт-секунде (Вт·с).

Тепловая энергия, выделяемая в сопротивлении, полезно используется или рассеивается в пространстве. Но поскольку преобразование электрической энергии в тепловую в пассивном элементе носит необратимый характер, то в схеме замещения во всех случаях, когда необходимо учесть необратимое преобразование энергии, включается сопротивление. В реальном устройстве, например в электромагните, электрическая энергия может быть преобразована в механическую (притяжение якоря), но в схеме замещения это устройство заменяется сопротивлением, в котором выделяется эквивалентное количество тепловой энергии. И при анализе схемы нам уже безразлично, *что* в действительности является потребителем энергии: электромагнит или электроплитка.

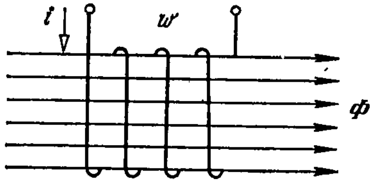


Рис. 1.2

Сопротивление или обратная ему величина, называемая п р о в о д и м о с т ь ю, проводника длиной l и сечением S, изготовленного из материала с удельным сопротивлением ρ или удельной проводимостью σ, могут быть подсчитаны по известным формулам:

$$r=\rho\frac{l}{S}=\frac{l}{\sigma S};\quad g=\frac{1}{r}=\frac{S}{\rho l}=\frac{\sigma S}{l}. \tag{1.1}$$

Сопротивление измеряется в омах (Ом), а проводимость — в сименсах (См).

Величина, равная отношению постоянного напряжения на участке пассивной электрической цепи к постоянному току в нем при отсутствии на участке э. д. с., называется э л е к т р и ч е с к и м с о п р о т и в л е н и е м п о с т о я н н о м у т о к у. Оно отличается от сопротивления переменному току, определяемого делением активной мощности пассивной электрической цепи на квадрат действующего тока. Дело в том, что при переменном токе из-за поверхностного эффекта, сущность которого состоит в вытеснении переменного тока из центральных частей к периферии сечения проводника, сопротивление проводника возрастает и тем больше, чем больше частота переменного тока, диаметр проводника и электрическая и магнитная проводимости его материала. Иначе говоря, в общем случае проводник всегда оказывает большее сопротивление переменному току, чем постоянному. В цепях переменного тока сопротивление называется а к т и в н ы м. Цепи, характеризующиеся только электрическими сопротивлениями их элементов, называются р е з и с т и в н ы м и.

Индуктивность L, измеряемая в генри (Г), характеризует свойство участка цепи или катушки накапливать энергию магнитного поля. В реальной цепи индуктивностью обладают не только индуктивные катушки, как элементы цепи, предназначенные для использования их индуктивности, но и провода, и выводы конденсаторов, и реостаты. Однако в целях упрощения во многих случаях полагают, что вся энергия магнитного поля сосредоточивается только в катушках.

Если идеализированная катушка имеет w витков (рис. 1.2) и все они «сцеплены» с одним и тем же *магнитным потоком* Φ, возбуждаемым током i, то величина *потокосцепления*

$$\Psi=w\Phi,$$

а индуктивность

$$L = \Psi / i.$$

Потокосцепление и магнитный поток измеряются в веберах (Вб). 1 вебер равен 1 вольт-секунде (В·с).

При переменном токе в соответствии с законом электромагнитной индукции в каждом витке катушки возникает *э. д. с. самоиндукции*

$$e_{L\text{в}} = -d\Phi/dt.$$

В линейных цепях ($L = \mathrm{const}$) э. д. с. самоиндукции всей катушки, состоящей из w витков,

$$e_L = w e_{L\text{в}} = -w\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d[w\Phi]}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}. \qquad (1.2)$$

В том случае, если катушка сцеплена с магнитным потоком, возбуждаемым током другой катушки, возникает *э. д. с. взаимной индукции:*

$$e_M = \mp w\frac{d\Phi_{12}}{dt} = \mp\frac{d\Psi_{12}}{dt} = \mp\frac{d[M_{12}i_2]}{dt} = \mp M_{12}\frac{di_2}{dt},$$

где $M_{12} = \Psi_{12}/i_2$ — взаимная индуктивность, измеряемая в генри (Г) и характеризующая возбуждение э. д. с. в первой катушке при изменении тока (и потокосцепления) второй катушки.

Очевидно, что при постоянном токе $di/dt = 0$ и, следовательно, э. д. с. самоиндукции и взаимной индукции не возникают.

При возрастании тока в катушке запасается энергия магнитного поля, которая может быть определена как

$$w_\text{м} = Li^2/2.$$

Емкость C, измеряемая в фарадах (Ф), характеризует способность участка цепи или конденсатора накапливать энергию электрического поля. В реальной цепи электрическая емкость существует не только в конденсаторах, как элементах, предназначенных специально для использования их емкости, но и между проводниками, между витками катушек (межвитковая емкость), между проводом и землей или каркасом электротехнического (радиотехнического) устройства. Однако в схемах замещения принято, что емкостью обладают только конденсаторы.

В конденсаторе, точнее в диэлектрике, разделяющем пластины или проводники, может существовать ток электрического смещения, в точности равный току проводимости в проводниках, присоединенных к обкладкам конденсатора: $i = dq/dt$, где q = заряд на обкладках конденсатора, измеряемый в кулонах (Кл) и пропорциональный напряжению на конденсаторе u_c:

$$q = Cu_c \quad \text{и при} \quad C = \mathrm{const} \quad dq = C\,du_c.$$

Тогда ток, проходящий через конденсатор,

$$i = C\frac{du_c}{dt}, \qquad (1.3)$$

а энергия электрического поля, запасаемая в конденсаторе при возрастании напряжения,

$$w_э = Cu_c^2/2.$$

Очевидно, что при постоянном напряжении $du_c/dt = 0$ и постоянный ток через конденсатор проходить не может.

Если предположить, что электрические сопротивления, индуктивности и электрические емкости сосредоточены на отдельных участках цепи, то в таких случаях говорят о *цепях с сосредоточенными параметрами*. Токи и напряжения в таких цепях являются только функциями времени. В противном случае рассматривают *цепи с распределенными параметрами,* где токи и напряжения являются функциями не только времени, но и расстояния.

Далее будем рассматривать только цепи с сосредоточенными параметрами.

Иногда анализ схемы требует более детального рассмотрения каких-то ее участков, тогда остальную часть цепи представляют как некоторую обобщенную, лишенную деталей схему. В простейшем случае — это *двухполюсник,* т. е. такая часть цепи, которая к другой части присоединяется двумя зажимами или полюсами. Если двухполюсник не содержит источников энергии, то он называется пассивным. Для анализа работы всей цепи, в которую в качестве составной части входит пассивный двухполюсник, достаточно знать его характеристику. В качестве характеристики в одном случае может выступать зависимость напряжения от тока на входе двухполюсника (вольт-амперная характеристика), в другом случае — так называемая входная функция частоты или времени (входное сопротивление или входная проводимость).

Другим примером может служить *четырехполюсник,* т. е. такая часть схемы, которая присоединяется к другим ее частям с помощью четырех зажимов или полюсов. Если четырехполюсник не содержит источников энергии, то он называется пассивным. Одна пара зажимов называется входом четырехполюсника, вторая пара — выходом. Для анализа работы цепи, в которую в качестве составного элемента входит четырехполюсник, достаточно иметь характеристику четырехполюсника. В качестве характеристики могут выступать различные соотношения между выходными и входными величинами в функции времени или частоты. Например, отношение выходного напряжения к входному называется передаточной функцией или коэффициентом передачи по напряжению.

Во многих случаях сложные схемы двухполюсников и четырехполюсников могут быть при определенных условиях заменены очень простыми эквивалентными схемами замещения.

§ 1.3. Активные элементы и участки схем

Под действием э. д. с. в цепи (см. рис. 1.1) возникает ток, величина которого может быть определена по закону Ома:

$$i = u_{ab}/r_н.$$

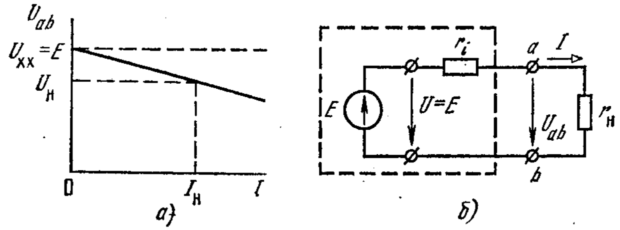


Рис. 1.3

Однако в реальных цепях напряжение u_{ab} определяется не только величиной э. д. с. e, но и зависит от величины тока. Действительно, любой источник энергии имеет внутреннее сопротивление. Рассмотрим частный, но характерный пример. Электромашинный генератор постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов имеет медную обмотку на якоре, вращающемся между полюсами магнитов. В обмотке якоря индуктируется э. д. с. E (в цепи постоянного тока принято обозначать э. д. с., напряжения и токи большими буквами). При включенной нагрузке ток I будет существовать не только во внешней части цепи, но и внутри источника, т. е. в обмотке якоря, обладающей некоторым сопротивлением r_i.

Следовательно, величина напряжения на зажимах источника будет отличаться от э. д. с. E на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении $r_i I$, т. е.

$$U_{ab} = U_{ab}(I) = E - r_i I. \tag{1.4}$$

Зависимость напряжения на зажимах источника от тока U_{ab} (I) называют внешней характеристикой. Если при заданной скорости вращения якоря $E = \text{const}$, то выражение (1.4) представляет собой уравнение прямой линии (рис. 1.3, *а*, сплошная линия). Рассматривая внешнюю характеристику и уравнение (1.4), видим, что при отсутствии тока ($I = 0$), т. е. при холостом ходе источника, его напряжение $U_{ab}(0) = U_{х.х} = E$. Эта зависимость напряжения источника от тока, т. е. от величины нагрузки, затрудняет анализ цепей. Было бы значительно проще, если бы напряжение на зажимах источника не зависело от тока нагрузки, при этом внешняя характеристика представляла бы собой пунктирную прямую $U_{ab} = E$ на рис. 1.3, *а*. Поскольку таких источников на практике не существует, в теории цепей приходится прибегать к некоторым допущениям, ведущим к идеализации источника.

Предположим, что внутреннее сопротивление r_i весьма мало ($r_i \approx 0$), тогда вычитаемым в уравнении (1.4) можно пренебречь. В этом случае получаем внешнюю характеристику в виде пунктирной линии на рис. 1.3, *а*, а источник энергии превращается в *идеальный источник электродвижущей силы,* внутреннее электрическое сопротивление которого равно нулю. Э. д. с. такого источника не зависит от тока нагрузки и равна электродвижущей силе реального источника.

Если все же необходимо учесть величину внутреннего сопротивления, то последнее можно мысленно «вынести» из источника энергии и включить последовательно с внешней частью цепи (рис. 1.3, *б*). Получившаяся схема, обведенная на рис. 1.3, *б* пунктиром, представляет собой *источник электродвижущей силы,* т. е. такой источник электромагнитной энергии, который характеризуется электродвижущей силой и внутренним электрическим сопротивлением. Очевидно, что чем меньше внутреннее сопротивление реального источника, тем «ближе» он к идеальному источнику э. д. с.

Возможен и другой способ идеализации реального источника. Если все члены уравнения (1.4) разделить на r_i, то получим новое выражение

$$E/r_i = U_{ab}/r_i + I, \tag{1.5}$$

где все члены представляют собой токи.

Будем считать, что ток I является тем же током нагрузки, что и в схеме рис. 1.3, *б*. Тогда величина $E/r_i = I_{к.з} = J$ представляет собой значение тока короткого замыкания источника. Действительно, если в схеме рис. 1.3, *б* принять $r_н = 0$, т. е. если внешние зажимы ab источника энергии замкнуть накоротко, то в цепи возникнет ток $I_{к.з} = E/r_i$. Следовательно, подбирая для математической модели, выражаемой равенством (1.5), электрическую схему, необходимо допустить существование еще одного пути для тока U_{ab}/r_i, который в сумме с током нагрузки I дает ток короткого замыкания источника $I_{к.з}$. Такому условию соответствует схема рис. 1.4, *а*.

Предположим, что внутреннее сопротивление r_i настолько велико, что внутренней проводимостью $g_i = 1/r_i$ источника можно пренебречь. Тогда из уравнения (1.5) следует, что ток нагрузки I будет практически при любом значении сопротивления нагрузки $r_н$ равен току источника J, и внешняя характеристика такого источника может быть представлена прямой пунктирной линией, показанной на рис. 1.4, *б*. Источник электромагнитной энергии, внутренняя проводимость которого равна нулю, а следовательно, ток которого не зависит от сопротивления внешней части цепи, называется идеальным источником тока.

Ток идеального источника может быть подсчитан делением э. д. с. реального источника на его внутреннее сопротивление.

Если все же необходимо учесть внутреннюю проводимость источника, то она мысленно может быть «вынесена» из самого источника и включена параллельно ему. На рис. 1.4, *а* пунктиром обведен источник тока, характеризующийся величиной тока в нем и внутренней проводимостью, а на рис. 1.4, *б* сплошной линией показана внешняя характеристика этого источника тока. Очевидно, что чем меньше внутренняя проводимость реального источника, тем «ближе» он к идеальному источнику тока.

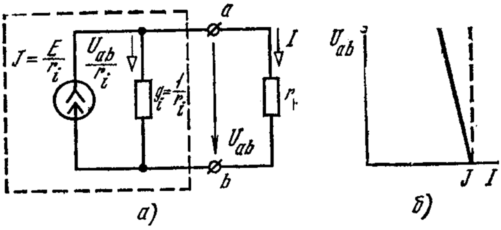


Рис. 1.4

В случае необходимости в расчетных схемах можно производить замену участков цепей с источниками э. д. с. на участки с источниками тока и наоборот. Любые преобразования схем, при которых напряжения и токи в частях схемы, не подвергшихся преобразованию, остаются неизменными, называются э к в и в а л е н т н ы м и. Следовательно, поскольку в схемах рис. 1.3, *б* и 1.4, *а* напряжение U_{ab} и ток I не изменились, то преобразования источников являются эквивалентными.

Замечание. При эквивалентных преобразованиях источников энергия (или мощность) в цепи не остается неизменной. Так, при обрыве цепи нагрузки в схеме рис. 1.3, *б* генерируемая энергия равна нулю, а в схеме рис. 1.4, *а* генерируемая энергия источника расходуется в ветви с проводимостью g_i, включенной параллельно источнику.

§ 1.4. Основные определения, относящиеся к схемам

Различают *неразветвленные* и *разветвленные* схемы. Пример неразветвленной схемы показан на рис. 1.3, *б*. Разветвленная схема может представлять собой более или менее сложную комбинацию соединений пассивных и активных элементов и участков. На рис. 1.5 представлена разветвленная схема, содержащая источник э. д. с. $e(t)$ и источник тока $i(t)$, а также 8 пассивных элементов, обозначенных цифрами. В данном случае нас не интересует характер каждого элемента (сопротивление, емкость или индуктивность) и поэтому все они обозначены на схеме прямоугольниками. Линии, соединяющие между собой элементы, в схеме замещения потеряли смысл проводников реальной цепи и служат лишь соединительными линиями схемы. Если требуется учесть параметры проводников реальной цепи, то считается, что они уже включены в состав элементов *1, 2, 3* ...

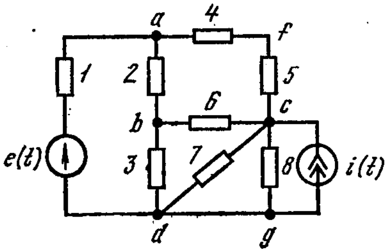


Рис. 1.5

Участок электрической цепи, по которому проходит один и тот же ток, называют в е т в ь ю. Место соединения ветвей электрической цепи называют у з л о м. Обратим внимание, что линия *dg* является соединительной, разность потенциалов между точками d и g существовать не может, следовательно, ветви 7, 8 и ветвь с источником тока включены параллельно (на их зажимах действует одно и то же напряжение). Можно вычертить схему рис. 1.5 заново, где точки d и g, сближаясь, сольются в одну.

Напоминание. Последовательным называется такое соединение участков цепи, при котором через все участки проходит один и тот же ток. При параллельном соединении все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т. е. находятся под действием одного и того же напряжения.

Любой замкнутый путь, включающий в себя несколько ветвей, называют **контуром** электрической цепи или схемы.

§ 1.5. Основные законы электрических цепей

В основу анализа линейных электрических цепей положены известные из курса физики законы Ома и Кирхгофа.

Закон Ома для пассивного участка резистивной цепи (см. рис. 1.1)

$$i = u_{ab}/r_{н},$$

где $u_{ab} = r_{н} i$ представляет собой падение напряжения на сопротивлении $r_{н}$, или разность потенциалов между точками a и b.

Первый закон Кирхгофа исходит из того, что ни в одном узле не могут накапливаться электрические заряды и поэтому *алгебраическая сумма токов в любом узле равна нулю*

$$\boxed{\sum i = 0.}$$

Условимся токам, направленным к узлу, присваивать знак «плюс», а токам, направленным от узла, — знак «минус», тогда для рис. 1.6, *а* получим

$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0.$$

Второй закон Кирхгофа, являясь следствием закона сохранения энергии, формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма э. д. с. вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме падений напряжений в том же контуре:*

$$\boxed{\sum e = \sum u.}$$

Для составления уравнения по второму закону Кирхгофа следует произвольно выбрать направление обхода контура и в тех случаях, когда направления э. д. с. и падений напряжений на пассивных элементах совпадают с направлением обхода контура, соответствующие слагаемые в левой и правой частях уравнения берутся со знаком «плюс», если не совпадают, то берется знак

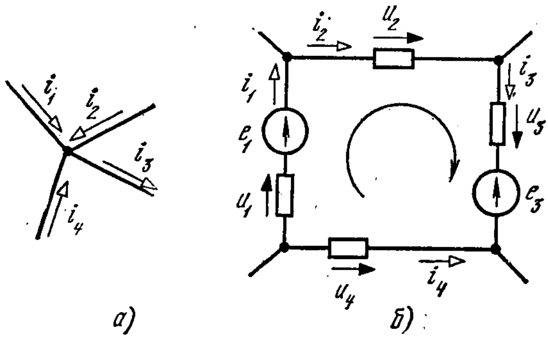


Рис. 1.6

«минус». Например, для контура рис. 1.6, *б* при указанном стрелкой направлении обхода (по часовой стрелке) получаем

$$e_1 - e_3 = u_1 + u_2 + u_3 - u_4.$$

Часто при анализе цепей требуется определить ток в активной ветви, т. е. в ветви, содержащей не только пассивные элементы, но и источники. В этом случае удобно пользоваться так называемым **обобщенным законом Ома**. Математическое выражение этого закона может быть получено путем следующих рассуждений. Пусть некоторая активная резистивная ветвь включена между узлами a и g и ток i направлен от узла a к узлу g (рис. 1.7). Мысленно перемещаясь от точки g к точке a, т. е. двигаясь *против тока,* переходим в область более высоких потенциалов. Учитывая направления э. д. с. источников, получим следующие соотношения:

$$\varphi_f = \varphi_g + r_3 i; \quad \varphi_d = \varphi_f + e_2; \quad \varphi_c = \varphi_d + r_2 i;$$

$$\varphi_b = \varphi_c - e_1; \quad \varphi_a = \varphi_b + r_1 i; \quad \varphi_a = \varphi_g + r_3 i + e_2 + r_2 i - e_1 + r_1 i.$$

Перегруппировав слагаемые, получим:

$$\varphi_a - \varphi_g = u_{ag} = e_2 - e_1 + r_1 i + r_2 i + r_3 i,$$

$$i = \frac{\varphi_a - \varphi_g + e_1 - e_2}{r_1 + r_2 + r_3}. \qquad (1.6)$$

Выражение (1.6) можно получить и иным путем. Достаточно для схемы рис. 1.7 применить второй закон Кирхгофа, «включив» стрелку напряжения u_{ag} между точками a и g в качестве замыкающей ветви. В общем случае, когда между узлами *1* и *2* включена активная резистивная ветвь и ток направлен от узла *1* к узлу *2*, можно записать:

$$\boxed{i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \Sigma e}{\Sigma r}.} \qquad (1.7)$$

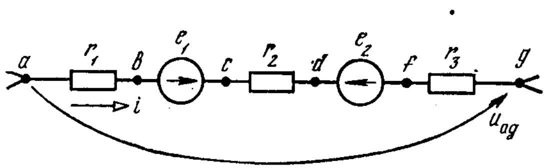


Рис. 1.7

Здесь Σe — алгебраическая сумма э. д. с., причем э. д. с., направление которых совпадает с направлением тока, берутся со знаком «плюс», если же эти направления не совпадают, то соответствующие э. д. с. берутся со знаком «минус».

§ 1.6. Основные режимы электрических цепей

В зависимости от частоты можно выделить следующие режимы работы цепей: а) при постоянных э. д. с. и токах; б) при переменных э. д. с. и токах. При кратковременных действиях э. д. с. и токов рассматривают импульсные режимы.

В зависимости от характера протекающих в цепи электромагнитных процессов различают *установившийся* (стационарный) и *переходный* (или нестационарный) режимы. Наконец, в зависимости от нагрузки можно указать четыре основных режима работы: номинальный, согласованный, холостого хода и короткого замыкания.

При *номинальном* режиме все электротехнические устройства данной цепи работают в нормальных для них условиях. Чаще всего эти условия определяются степенью нагрева токонесущих элементов и изоляции. Заводы-изготовители, указывая в паспорте или на щитке устройства номинальные величины (напряжение, ток, мощность и др.), гарантируют длительную безотказную работу данного устройства, пока не превышаются указанные значения. Превышение номинальных величин обычно приводит к необратимым процессам, выводящим устройство и всю цепь из строя. Иногда допускаются кратковременные перегрузки, т. е. кратковременное превышение номинальных величин. Длительные или чрезмерные перегрузки обычно ведут к аварии. Поэтому режимы больших перегрузок называют аварийными режимами.

Когда говорят о нагрузке цепи, то имеют в виду либо нагрузочное устройство (приемник), либо *ток нагрузки,* но не величину сопротивления нагрузки. Так, в неразветвленной цепи постоянного тока (рис. 1.8, *а*), для которой

$$I = \frac{E}{r_i + r_н},$$

нагрузка (ток) тем больше, чем меньше сопротивление внешней цепи. Стрелка, пересекающая сопротивление, означает, что данное сопротивление — переменное, его можно регулировать. Если

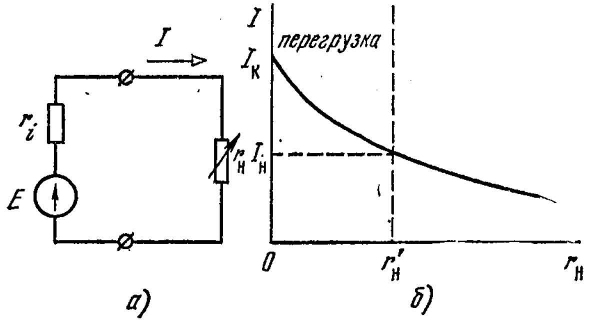


Рис. 1.8

номинальному значению тока $I_н$ соответствует значение сопротивления нагрузки $r_н'$, то для всех $r_н > r_н'$ ток будет меньше номинального и цепь недогружена, для всех $r_н < r_н'$ ток будет больше номинального и цепь перегружена (рис. 1.8, *б*).

Согласованным называют режим передачи от источника к приемнику наибольшего количества энергии или режим выделения в нагрузке наибольшей мощности.

Режим холостого хода возникает при отключении нагрузки, при обрывах цепи ($r_н = \infty$).

Режим короткого замыкания в энергетических цепях обычно является аварийным. Ток короткого замыкания $I_{к.з}$ может значительно (иногда во много раз) превышать номинальный. В электротехнических установках принимают специальные меры для защиты от перегрузки и особенно от токов короткого замыкания.

§ 1.7. Задача анализа цепей

Электрическая цепь находится под *воздействием* источников энергии. Воздействия вызывают в цепи *отклики*; под откликами понимают, например, значения и направления токов в ветвях, мощность, выделяющуюся в той или иной ветви, и т. д. В установившемся и переходном режимах отклики зависят от параметров источников, от параметров схемы и от их изменений. Типовыми задачами анализа цепи являются определение отклика при заданном воздействии, или обратная задача — определение воздействия при заданном отклике. Например, типичной является задача определения токораспределения в схеме, когда заданы э. д. с. и токи источников и параметры схемы. Вместе с тем возможны различные вариации этих задач.

Глава 2. СВОЙСТВА ЦЕПЕЙ ПРИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ

§ 2.1. Синусоидальный ток и его основные характеристики

Синусоидальным называют периодический ток, являющийся синусоидальной функцией времени. Этот род тока широко используется и весьма удобен для изучения, поэтому анализ более сложных процессов, связанных с несинусоидальным и непериодическим токами, обычно сводится к приемам, разработанным в теории цепей синусоидального тока. Исследование цепей постоянного тока также может быть представлено как частный случай теории цепей синусоидального тока, период которого равен бесконечности. В силу указанных причин в теории цепей главное внимание уделяется изучению свойств и методов расчета цепей при синусоидальных токах.

Из курса физики известно, что синусоидальный ток, который математически может быть представлен в виде $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, характеризуется амплитудой, частотой (или периодом) и фазой.

Значение электрического тока в рассматриваемый момент времени называют мгновенным электрическим током i. Наибольшее значение синусоидального тока I_m называют его амплитудой. Наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенные значения периодического электрического тока повторяются, называют его периодом T. Величину, обратную периоду электрического тока, называют частотой f. Аргумент синусоидального тока, отсчитываемый от точки перехода тока через нуль к положительному значению, называют фазой синусоидального электрического тока $(\omega t + \psi_i)$. Значение фазы в начальный момент времени (при $t = 0$) называют начальной фазой ψ_i. Скорость изменения фазы тока $\frac{d}{dt}(\omega t + \psi_i) = \omega$ называют угловой частотой синусоидального электрического тока.

Период измеряется в секундах (с), частота — в герцах (Гц), фаза — в радианах (рад) или градусах, угловая частота — в радианах в секунду (рад/с).

Все, что было сказано о синусоидальном токе, может быть отнесено к синусоидальным э. д. с., напряжению, магнитному потоку и т. д.

Известно, что проекция отрезка, вращающегося с постоянной угловой скоростью, на любую ось, проведенную в плоскости вращения, изменяется по синусоидальному закону. Пусть отрезок I_m (рис. 2.1) начинает вращение вокруг оси O из положения, когда он образует с горизонтальной осью угол ψ_i, и вращается с постоянной угловой скоростью ω против часовой стрелки. Проекция его на

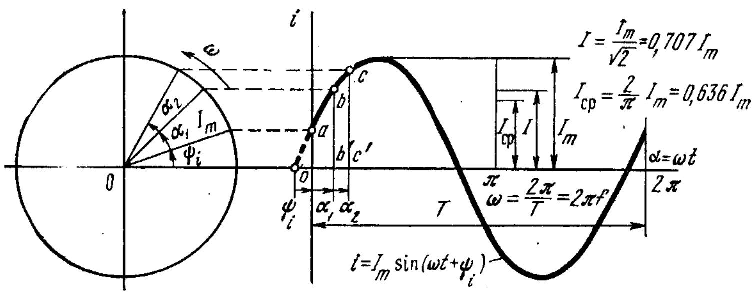


Рис. 2.1

вертикальную ось в начальный момент времени представляет собой отрезок $a0 = I_m \sin \psi_i$. Когда отрезок повернется на угол α_1, его проекция на вертикальную ось будет $bb' = I_m \sin (\alpha_1 + \psi_i)$. Откладывая углы α_1, α_2, ... по оси абсцисс, можно получить ряд точек синусоиды a, b, c ... Угол ψ_i представляет собой начальную фазу. Повороту отрезка на угол 2π соответствует период синусоиды T; тогда поворот на некоторый угол α будет происходить за время t. Из пропорции получаем

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t = \omega t; \qquad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,}$$

где величина ω представляет собой угловую скорость вращения отрезка. Эта же величина представляет собой скорость изменения фазы гармонического колебания, т. е. является угловой частотой синусоидального колебания, которая равна частоте, умноженной на 2π.

Пример. Для следующего закона изменения тока

$$i = 14{,}2 \sin (314t + \pi/6)$$

имеем: $I_m = 14{,}2$А — амплитуда; $\omega = 2\pi f = 314$, $f = \omega/2\pi = 314/2\pi = 50$ Гц, $(314t + \pi/6)$ — фаза, рад; $\pi/6 = 30°$ — начальная фаза; мгновенное значение при $t = 0: i_1 = 14{,}2 \sin \frac{\pi}{6} = 7{,}1$ А; мгновенное значение при $t = 0{,}002$ с : $i_2 = $ $= 14{,}2 \sin (314 \cdot 0{,}002 + \pi/6) = 14{,}2 \sin (0{,}628 + \pi/6) = 14{,}2 \sin (36° + 30°) = $ $= 13$ А.

Величиной, характеризующей энергетическое действие тока, является действующее его значение. Действующим периодическим электрическим током или **действующим током** называют среднее квадратичное периодическое значение электрического тока за период; это значение численно равно такому постоянному току, который в некотором сопротивлении за время, равное периоду T переменного тока, выделяет такое же количество тепла. Действующий ток

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T i^2\,dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T I_m^2\sin^2\omega t\,dt}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\approx 0{,}707 I_m .$$

Среднее значение синусоидальной функции за период всегда равно нулю. Поэтому условились под *средним значением синусоидального тока* понимать среднее арифметическое его значение за положительный полупериод:

$$I_{ср}=\frac{1}{T/2}\int\limits_0^{T/2} i\,dt=\frac{2}{T}\int\limits_0^{T/2} I_m\sin\omega t\,dt=\frac{2}{\pi}I_m\approx 0{,}636 I_m .$$

Аналогично определяются действующие и средние значения э. д. с. и напряжений. На рис. 2.1 показаны все величины, характеризующие синусоидальный ток.

§ 2.2. Изображение синусоидальных функций времени при помощи векторных диаграмм и комплексных чисел

При расчете электрических цепей часто приходится складывать, вычитать или просто качественно сопоставлять величины токов, напряжений, э. д. с., являющихся синусоидальными функциями времени. Известно, что графические построения или тригонометрические преобразования в этих случаях могут оказаться весьма громоздкими. Однако задача упрощается, если оперировать не с синусоидальными функциями времени, а с отрезками, проекции которых на некоторую ось при их вращении образуют данные синусоидальные функции (см. рис. 2.1). Так, два отрезка, которые могут в соответствующем масштабе изображать амплитудные значения токов I_{m1}, I_{m2} (рис. 2.2), вращаясь против часовой стрелки с одинаковой угловой скоростью ω, образуют две волновые (синусоидальные) диаграммы токов i_1 и i_2. Отрезок I_m, представляющий собой геометрическую сумму отрезков I_{m1} и I_{m2}, вращаясь с той же скоростью ω, образует волновую диаграмму тока i, являющегося суммой токов i_1 и i_2. Если необходимо знать только амплитудное (или действующее) значение результирующего тока и его фазу, нет необходимости строить волновые диаграммы. Можно обойтись их изображениями в виде отрезков, которым придается смысл вращающихся временны́х (не пространственных) радиусов-векторов. Будучи «остановленными» для рассмотрения, эти векторы и образуют *векторную диаграмму*.

Замечания. 1. Положительное вращение радиус-векторов векторной диаграммы всегда осуществляется против часовой стрелки. Это позволяет судить о том, «отстает» данный вектор от другого или «опережает». 2. Поскольку при построении векторных диаграмм нас интересует лишь относительный сдвиг по фазе между синусоидальными функциями, то один из векторов мы можем расположить как угодно на плоскости, например по горизонтали, тогда все остальные векторы будут «привязаны» к первому.

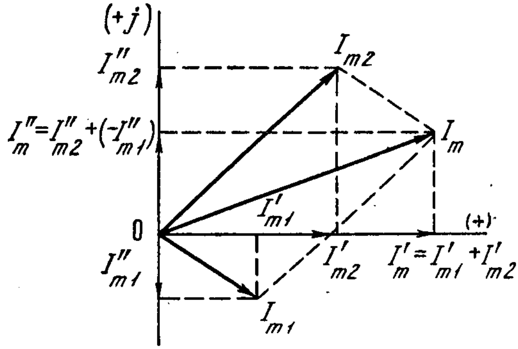


Рис. 2.2

Векторные диаграммы являются весьма эффективным и удобным средством качественного анализа электрических цепей. В некоторых случаях они могут быть использованы и для расчета. Однако для этого удобнее пользоваться не геометрическими построениями векторов (правила параллелограмма, многоугольника, вычитания векторов), а алгебраическим суммированием их проекций на две взаимно перпендикулярные оси. Так, каждый из слагаемых векторов I_{m1} и I_{m2} на рис. 2.2 может быть представлен в виде двух проекций на оси координат I'_{m1} и I''_{m1}, I'_{m2} и I''_{m2}. Затем можно алгебраически сложить соответствующие проекции, получив проекции результирующего вектора I_m.

Приведенные здесь рассуждения положены в основу двух методов анализа цепей синусоидального тока. Первый — метод разложения векторов токов и напряжений на две составляющие, которые при соответствующем выборе расположения осей координат называют активными и реактивными.

Второй метод заключается в следующем. Разместим векторную диаграмму рис. 2.2 на комплексной плоскости: пусть горизонтальная ось будет осью вещественных величин, а вертикальная — осью мнимых величин (в отличие от математики в электротехнике мнимую единицу обозначают не i, а $j = \sqrt{-1}$, чтобы не путать с обозначением тока). Тогда координаты конца вектора I_m могут быть записаны в комплексной форме как $I'_m + jI''_m$. Аналогично могут быть записаны координаты конца и любого другого вектора. На этом основан *символический метод* анализа цепей, в котором действия над вещественными функциями времени заменяются более простыми действиями над комплексными числами.

В следующем параграфе этот метод будет обоснован другими соображениями, вытекающими из преобразования Эйлера.

§ 2.3. Комплексные функции времени и комплексные амплитуды

Символический метод расчета цепей синусоидального тока является самым распространенным. Он позволяет при различных действиях с электрическими величинами учитывать как абсолютные значения этих величин (модули), так и их фазы (аргументы).

На рис. 2.3. изображены 3 одинаковых по абсолютной величине отрезка, но расположенных различным образом на комплексной плоскости. Отрезок *1* может быть описан с помощью комплексных выражений одним из следующих способов:

$$\dot{c}=a+jb=c\cos\alpha+jc\sin\alpha=ce^{j\alpha}.$$

Первая форма записи называется алгебраической, вторая — тригонометрической, третья — показательной.

Напоминания. 1. В основе взаимного перехода показательной и тригонометрической форм записи лежит формула Эйлера:

$$e^{\pm j\alpha}=\cos\alpha\pm j\sin\alpha.$$

2. Модуль комплексного числа $c=\sqrt{a^2+b^2}$, а аргумент $\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{b}{a}$.

3. Сопряженный комплекс $\overset{*}{c}=a-jb=ce^{-j\alpha}$ (отрезок *3*, рис. 2.3).

4. Вещественная часть комплекса $a=\mathrm{Re}\,[\dot{c}]=\dfrac{1}{2}\left(\dot{c}+\overset{*}{c}\right)$.

5. Мнимая часть комплекса $b=\mathrm{Im}\,[\dot{c}]=\dfrac{1}{2j}\left(\dot{c}-\overset{*}{c}\right)$.

Отрезок *2* рис. 2.3 может быть описан в комплексной форме следующим образом:

$$\dot{c}e^{j\gamma}=\dot{c}e^{j(\alpha+\beta)}=ce^{j\alpha}e^{j\beta}.$$

Отсюда следует, что умножение комплексного числа на множитель типа $e^{\pm j\beta}$ равнозначно повороту отрезка (вектора) на комплексной плоскости на угол $\pm\beta$. Поэтому множитель $e^{\pm j\beta}$ называется **поворотным**. В частном случае, когда $\beta=\pm\pi/2$, т. е. когда поворот вектора осуществляется на угол $\pm\pi/2$, из формулы Эйлера следует:

$$e^{\pm j\frac{\pi}{2}}=\cos\frac{\pi}{2}\pm j\sin\frac{\pi}{2}=\pm j.$$

Таким образом, умножение комплексного числа на множитель $\pm j$ означает поворот соответствующего вектора на угол $\pm\pi/2$. Если аргумент поворотного множителя сделать функцией времени, например $\beta=\omega t$, то вектор, будучи умноженным на **множитель вращения** $e^{j\omega t}$, превратится во вращающийся со скоростью ω радиус-вектор, а выражение

$$ce^{j(\omega t+\alpha)}=ce^{j\alpha}e^{j\omega t}$$

называется **комплексной функцией времени** или **комплексным мгновенным значением** и свидетельствует о том, что вектор $\dot{c}$ вращается вокруг начала координат, начиная с исходного положения *1* (см. рис. 2.3). Производная от комплексной функ-

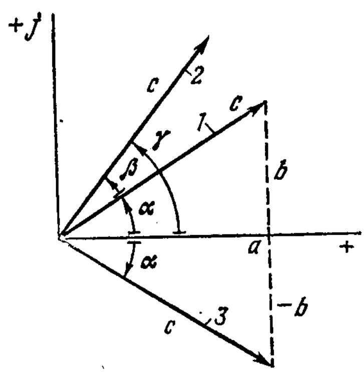


Рис. 2.3

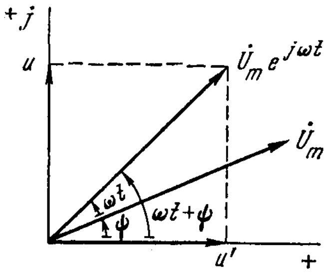


Рис. 2.4

ции времени

$$\frac{d}{dt}\left[ce^{j(\omega t+\alpha)}\right]=\frac{d}{dt}\left[ce^{j\alpha}e^{j\omega t}\right]=$$
$$=j\omega ce^{j\alpha}e^{j\omega t}=j\omega ce^{j(\omega t+\alpha)}.$$

Интеграл от комплексной функции времени

$$\int ce^{j(\omega t+\alpha)}\,dt=\int ce^{j\alpha}e^{j\omega t}\,dt=$$
$$=\frac{1}{j\omega}ce^{j\alpha}e^{j\omega t}=\frac{1}{j\omega}ce^{j(\omega t+\alpha)}.$$

Следовательно, *дифференцирование и интегрирование функций времени в символической форме заменяют умножением или делением на $j\omega$ исходных комплексных функций.* Это обстоятельство позволяет алгебраизировать интегродифференциальные уравнения и существенно упростить расчеты.

Если теперь изложенные математические основы символического метода перевести на «электротехнический язык», то применительно к напряжению получим (рис. 2.4): $U_m e^{j\psi}e^{j\omega t}=\dot{U}_m e^{j\omega t}$ — комплексное мгновенное синусоидальное напряжение; $U_m e^{j\psi}=\dot{U}_m$ — комплексная амплитуда напряжения (исходное положение вектора на комплексной плоскости);

$$u=U_m\sin(\omega t+\psi)=\operatorname{Im}\left[\dot{U}_m e^{j\omega t}\right]=\operatorname{Im}\left[U_m e^{j\psi}e^{j\omega t}\right]=\operatorname{Im}\left[U_m e^{j(\omega t+\psi)}\right]=$$
$$=\operatorname{Im}\left[U_m\cos(\omega t+\psi)+jU_m\sin(\omega t+\psi)\right].$$

Таким образом, *мгновенное синусоидальное напряжение (ток, э. д. с.) является мнимой частью комплексной функции времени.* Следовательно, если имеем комплексное действующее напряжение (ток, э. д. с.) и хотим получить выражение для мгновенного значения, то нужно предварительно заданный комплекс умножить на $\sqrt{2}$ (получим комплексную амплитуду), затем умножить его на $e^{j\omega t}$ (получим комплексную функцию времени) и взять от полученного комплекса мнимую часть.

Примеры. 1. Дано $\dot{U}=100e^{j\frac{\pi}{2}}$, тогда $u=\operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\,\dot{U}e^{j\omega t}\right]=\operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\times\right.$ $\left.\times 100e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\omega t}\right]=141\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right).$

2. Дано $u=100\sin(\omega t-30°)$, тогда комплексная амплитуда $\dot{U}_m=100e^{-j30°}$, а комплексное действующее напряжение $\dot{U}=\frac{100}{\sqrt{2}}e^{-j30°}$.

Замечание. В теоретической электротехнике принято над комплексными амплитудами и комплексами действующих значений синусоидальных величин ставить точку. Иногда точки не ставят, но символы этих величин набирают «жирным» шрифтом.

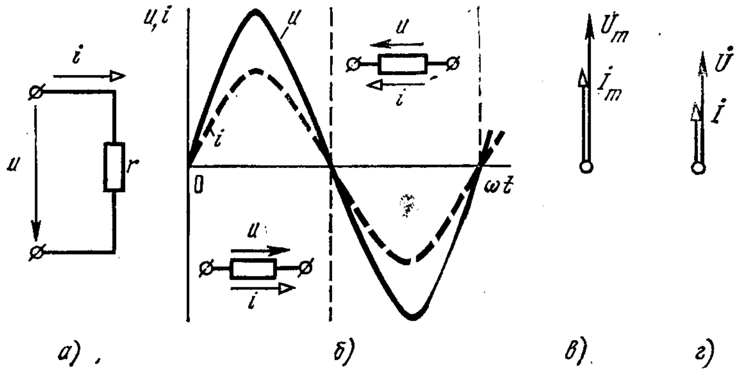


Рис. 2.5

§ 2.4. Сопротивление в цепи синусоидального тока

Пусть в цепи рис. 2.5, *а* установился синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$. Выясним, какое при этом должно действовать напряжение на зажимах этой цепи.

В соответствии с законом Ома для мгновенных значений

$$u = ri = rI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t.$$

Из этого выражения видим, что на зажимах исследуемой цепи должно действовать синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m = rI_m$, совпадающее по фазе с током, поскольку начальные фазы напряжения и тока одинаковы. Следовательно, ток и напряжение в резистивной цепи одновременно изменяют направления, что отмечено на рис. 2.5, *б*. На рис. 2.5, *в* построена соответствующая векторная диаграмма. На рис. 2.5, *г* построена векторная диаграмма для действующих тока и напряжения (оба вектора уменьшены в $\sqrt{2}$ раз).

Вывод. Поскольку в любых ветвях резистивных цепей, равно как и на входе всей цепи, токи и напряжения совпадают по фазе, расчет этих цепей может проводиться в действующих значениях и ничем не отличается от расчета цепей постоянного тока.

§ 2.5. Индуктивность и сопротивление в цепи синусоидального тока (цепь rL)

Пусть в цепи, содержащей последовательное соединение резистора и катушки (или катушку с сопротивлением r и индуктивностью L), существует синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$ (рис. 2.6, *а*). Выясним, какое при этом должно действовать напряжение на зажимах цепи.

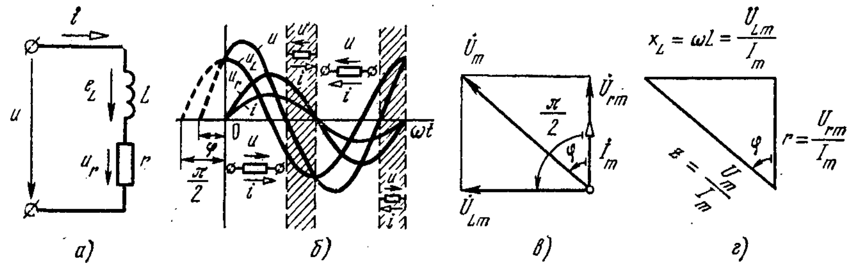


Рис. 2.6

Переменный ток вызовет падение напряжения на активном сопротивлении $u_r = ri$ и э. д. с. самоиндукции в индуктивности

$$e_L = -L\frac{di}{dt}. \tag{2.1}$$

Выберем условно-положительное направление напряжения на сопротивлении, совпадающим с условно-положительным направлением тока. Таким же выберем и условно-положительное направление э. д. с. самоиндукции. Знак «—» в равенстве (2.1) для выбора условно-положительного направления э. д. с. значения не имеет, так как он связывает не э. д. с. и ток, а э. д. с. и *скорость изменения тока,* что вытекает из закона Ленца: когда ток нарастает по абсолютной величине, э. д. с. самоиндукции направлена против тока, а когда ток спадает, не изменив еще своего направления, э. д. с. направлена согласно с током и стремится задержать его уменьшение.

На основании второго закона Кирхгофа для исследуемой цепи при обходе ее по часовой стрелке получим

$$e_L = u_r - u,$$

или напряжение на зажимах цепи

$$u = u_r - e_L = u_r + (-e_L) = u_r + u_L. \tag{2.2}$$

В выражении (2.2) напряжение u, подведенное к цепи, состоит из двух слагаемых u_r и u_L, первое из которых представляет собой падение напряжения на активном сопротивлении, а второе уравновешивает э. д. с. самоиндукции

$$u_r = ri; \quad u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}.$$

В результате получаем дифференциальное уравнение электрического состояния цепи rL:

$$\boxed{u = ri + L\frac{di}{dt}.} \tag{2.3}$$

Подставив в (2.3) выражение тока, получим напряжение на зажимах цепи в виде суммы двух синусоидальных напряжений, которое представляет собой тоже синусоиду:

$$u = rI_m \sin \omega t + L \frac{d[I_m \sin \omega t]}{dt} = rI_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t =$$

$$= U_{rm} \sin \omega t + U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t + \varphi), \qquad (2.4)$$

где $U_{rm} = rI_m$; $U_{Lm} = \omega L I_m = x_L \cdot I_m$;

$$U_m = \sqrt{U_{rm}^2 + U_{Lm}^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{U_{Lm}}{U_{rm}}.$$

На рис. 2.6, *б* представлены все синусоиды, входящие в любое из выражений (2.4), причем учтено, что отсчет времени ведется от момента прохождения кривой тока через нуль, т. е. ток имеет нулевую начальную фазу. Из выражений (2.4) и из рис. 2.6, *б*, *в* следует, что напряжение на сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\pi/2$, а напряжение на зажимах цепи опережает ток на угол φ.

Выводы. 1. Ток в ветви с индуктивностью или в цепи, носящей индуктивный характер, всегда о т с т а е т по фазе от напряжения на зажимах ветви или соответственно цепи. 2. Наибольший угол, на величину которого ток может отставать по фазе от напряжения, составляет $\pi/2$; это случай идеальной индуктивной катушки, не содержащей активного сопротивления (например, в условиях сверхпроводимости). 3. Напряжения на элементах цепи rL складываются не алгебраически, а геометрически. Например, если $U_r = 60$ В, $U_L = 80$ В, то $U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$ В (но не 140 В!).

Разделим все стороны треугольника напряжений на рис. 2.6, *в* на одну и ту же величину, равную амплитуде тока в цепи I_m. Получим подобный треугольник (см. рис. 2.6, *г*), стороны которого по физическому смыслу и по размерности представляют собой в некотором масштабе сопротивления. Величина

$$r = U_{rm}/I_m = U_r/I,$$

является а к т и в н ы м с о п р о т и в л е н и е м, в котором выделяется энергия, безвозвратно уходящая из цепи;

$$x_L = \omega L = U_{Lm}/I_m = U_L/I$$

представляет собой р е а к т и в н о е с о п р о т и в л е н и е и н д у к т и в н о с т и, или и н д у к т и в н о е с о п р о т и в л е н и е; это сопротивление учитывает реакцию электрической цепи на изменение магнитного поля в индуктивности и является линейной функцией частоты;

$$z = U_m/I_m = U/I$$

называется **полным электрическим сопротивлением** цепи, представляющим собой отношение действующего напряжения на зажимах пассивной цепи к действующему току на входе этой цепи.

Из треугольника сопротивлений вытекают следующие соотношения:

$$z=\sqrt{r^2+x_L^2}=\sqrt{r^2+(\omega L)^2}; \quad r=z\cos\varphi; \quad x_L=z\sin\varphi;$$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{x_L}{r}. \tag{2.5}$$

Вывод. Сопротивления в цепи переменного тока складываются в общем случае геометрически; например, если в цепи $r = 3$ Ом, $x_L = 4$ Ом, то $z=\sqrt{r^2+x_L^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ Ом (но не 7 Ом).

§ 2.6. Емкость в цепи синусоидального тока

Пусть к зажимам цепи, содержащей идеальный конденсатор, т. е. конденсатор с идеальным диэлектриком, в котором не существует тока проводимости и, следовательно, не существует тепловых потерь, приложено синусоидальное напряжение $u_C=U_{Cm}\times\times\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$. Найдем ток в этой цепи (рис. 2.7, *а*).

Напоминание. Постоянный ток в цепи с идеальным конденсатором существовать не может, поскольку явления в таком конденсаторе могут быть связаны лишь с током смещения. Конденсатор представляет собой разрыв цепи для постоянного тока.

В случае синусоидального напряжения источника согласно выражению (1.3):

$$i=C\frac{du_C}{dt}=C\frac{d\left[U_{Cm}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\right]}{dt}=C\frac{d\left[-U_{Cm}\cos\omega t\right]}{dt}=$$

$$=\omega CU_{Cm}\sin\omega t=I_m\sin\omega t. \tag{2.6}$$

Равенство (2.6) и рис. 2.7, *б* и *в* показывают, что под действием синусоидального напряжения в цепи с конденсатором устанавливается синусоидальный ток, причем этот ток **опережает** по фазе приложенное напряжение на угол $\pi/2$. В случае, если последовательно с конденсатором включено активное сопротивление (например, сопротивление, учитывающее несовершенство диэлектрика реального конденсатора), сдвиг по фазе между напряжением и током тоже отрицательный (напряжение отстает от тока), но меньший $\pi/2$.

Выводы. 1. Ток в ветви с емкостью или в цепи, носящей емкостный характер, опережает по фазе напряжение на зажимах ветви или соответственно цепи. 2. Наибольший сдвиг по фазе между напряжением и током в цепи с конденсатором составляет $\pi/2$ (случай идеального конденсатора). 3. Напряжения на элементах цепи rC складываются геометрически,

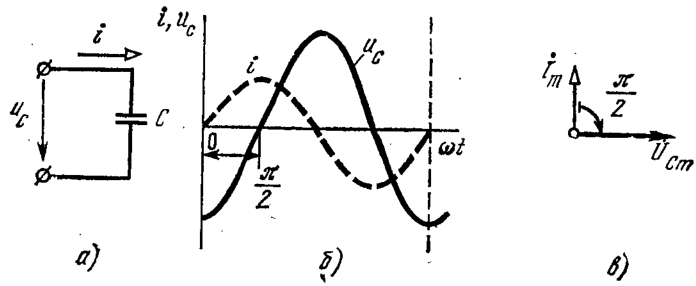


Рис. 2.7

В выражении (2.6) $I_m = \omega C U_{Cm}$, тогда

$$x_C = 1/(\omega C) = U_{Cm}/I_m = U_C/I.$$

Величина $x_C = 1/(\omega C)$ называется **реактивным сопротивлением емкости** или **емкостным сопротивлением**; это сопротивление учитывает реакцию электрической цепи на изменение электрического поля в конденсаторе и является обратно пропорциональной функцией частоты.

§ 2.7. Последовательное соединение индуктивности, сопротивления и емкости (последовательная цепь LrC)

Для мгновенных значений напряжений можно записать в соответствии с рис. 2.8, *а*:

$$u_L + u_r + u_C = u,$$

или, выразив все составляющие через мгновенные значения тока,

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = u.} \tag{2.7}$$

Равенство (2.7) является интегродифференциальным уравнением электрического состояния цепи LrC.

Из предыдущих параграфов известно, что по фазе напряжение на индуктивности опережает ток в цепи на угол $\pi/2$, напряжение на активном сопротивлении совпадает с током, а напряжение на емкости отстает от тока на угол $\pi/2$. Если $U_L > U_C$, или, что то же самое, $x_L I > x_C I$, т. е. $x_L > x_C$, иначе говоря, если в цепи преобладает индуктивность, то этому случаю соответствует векторная диаграмма рис. 2.8, *б*. Напряжения $\dot{U}_L$ и $\dot{U}_C$ находятся *в противофазе*, т. е. отличаются по фазе на угол π, и, следовательно, частично взаимно компенсируют друг друга так, что результирующее напряжение на двух реактивных элементах (см. рис. 2.8, *в*)

$$U_x = U_L - U_C.$$

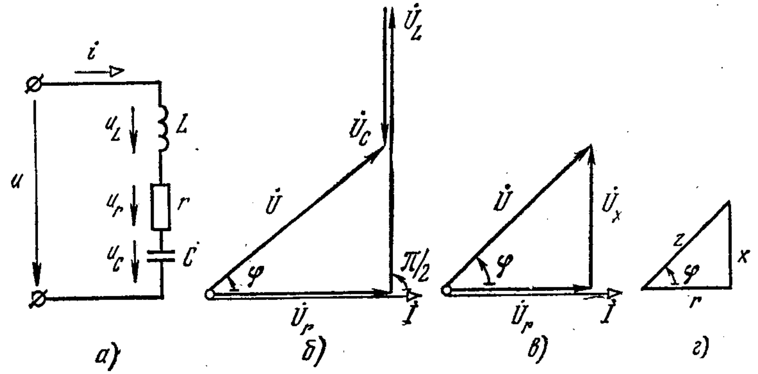


Рис. 2.8

Последнему равенству можно придать следующий вид:

$$xI = x_L I - x_C I,$$

или, сократив на I, получим результирующее *реактивное сопротивление* всей цепи, которое можно считать *входным* реактивным сопротивлением данного двухполюсника:

$$x = x_L - x_C = \omega L - 1/(\omega C).$$

Поскольку в рассматриваемом случае $x_L > x_C$ и угол $\varphi > 0$, вся цепь ведет себя как цепь rL. Из треугольника сопротивлений (рис. 2.8, *г*) получим значение полного входного сопротивления двухполюсника LrC:

$$\boxed{z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.} \quad (2.8)$$

Выводы. 1. Реактивное сопротивление является параметром электрической цепи или ее схемы, равным корню квадратному из разности квадратов полного и активного сопротивлений цепи, *взятому со знаком «плюс»*, если ток отстает по фазе от напряжения, и *со знаком «минус»*, если ток опережает по фазе напряжение:

$$x = \sqrt{z^2 - r^2}.$$

2. Если в цепи LrC $x_L = x_C$, то напряжения на индуктивности и на емкости полностью компенсируют друг друга, $U_x = U_L - U_C = 0$ и треугольник сопротивлений вырождается в прямую линию ($\varphi = 0$). Цепь ведет себя так, как будто реактивные сопротивления в ней отсутствуют и ток ограничивается только активным сопротивлением:

$$I_0 = U/r. \quad (2.9)$$

Поскольку ток в цепи LrC может быть подсчитан как

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}},$$

то величина I_0 из выражения (2.9) является наибольшим возможным значением тока. Цепь в данном случае ведет себя как резистивная, но на реактивных элементах могут возникнуть напряжения, во много раз превышающие напряжение на входе цепи, поскольку каждое напряжение равно току I_0 (а он наибольший), умноженному на соответствующее реактивное сопротивление (а реактивные сопротивления могут быть большими). Иначе говоря, может получиться, что

$$U = rI_0 \ll x_L I_0 = x_C I_0.$$

В связи с возможностью возникновения напряжений, превышающих напряжение источника, этот режим называется резонансом напряжений. Резонанс возникает при $x_L = x_C$, т. е. при $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, откуда получаются известные из курса физики формулы для резонансных частот и периода:

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.}$$

§ 2.8. Мощность в цепи синусоидального тока

Мгновенная мощность в любой электрической цепи может быть определена как скорость поступления в цепь (в двухполюсник) электромагнитной энергии в данный момент времени. Мощность равна произведению мгновенных тока и напряжения на входе цепи: $p = ui$.

Примем для простоты начальную фазу тока равной нулю $i = I_m \sin \omega t$, тогда в некоторой цепи (rL, rC или LrC) $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$. Знак угла φ зависит от характера цепи, а его величина может быть определена из треугольника сопротивлений [см. выражение (2.5)]. Тогда

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi)\, I_m \sin \omega t$$

и, учитывая, что

$$U_m I_m = \sqrt{2}\, U \sqrt{2}\, I = 2UI, \quad \text{а} \quad \sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)],$$

$$\boxed{p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi).} \tag{2.10}$$

Выражение (2.10) показывает, что мгновенная мощность в цепи синусоидального тока имеет постоянную составляющую $UI\cos\varphi$

и составляющую — $UI \cos(2\omega t + \varphi)$, изменяющуюся во времени по синусоидальному закону с двойной частотой.

Подвергнем дальнейшему анализу выражение (2.10). Среднее значение мгновенной мощности за период синусоидального тока

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{UI}{T}\int_0^T [\cos\varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]\,dt = UI\cos\varphi,$$

поскольку интеграл от второго слагаемого подынтегрального выражения за период равен нулю.

Если учесть, далее, что из треугольника сопротивлений $\cos\varphi = r/z$, а $U/z = I$, то

$$\boxed{P_{\text{ср}} = UI\cos\varphi = rI^2 = P.}$$

Среднее арифметическое мгновенной мощности за период называют *активной мощностью* и обозначают буквой P. Эта мощность целиком расходуется на нагрев сопротивления r, т. е. характеризует необратимое преобразование электрической энергии в реальной цепи.

Учитывая, что $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$, преобразуем выражение (2.10):

$$p = UI\cos\varphi - UI(\cos 2\omega t\cos\varphi - \sin 2\omega t\sin\varphi) =$$
$$= UI\cos\varphi(1 - \cos 2\omega t) + UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$

и, принимая во внимание, что $\sin\varphi = x/z$ (из треугольника сопротивлений),

$$p = rI^2(1 - \cos 2\omega t) + xI^2\sin 2\omega t = p_1 + p_2. \qquad (2.11)$$

Слагаемым выражения (2.11) можно придать конкретный физический смысл, если рассмотреть какой-нибудь частный случай цепи. Для примера возьмем цепь rL. Можно показать, что мощность p_1 расходуется в активном сопротивлении этой цепи и может быть обозначена $p_r = ri^2$, а мощность p_2 характеризует изменение энергии магнитного поля в катушке и может быть обозначена p_L. Действительно, при отсутствии индуктивности, когда $\varphi = 0$, из выражения (2.10) следует

$$p_r = UI(1 - \cos 2\omega t) = rI^2(1 - \cos 2\omega t) = p_1,$$

а при отсутствии активного сопротивления, когда $\varphi = \pi/2$, из (2.10) следует, что $p_L = UI\cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI\sin 2\omega t = xI^2\sin 2\omega t = p_2$.

На рис. 2.9 построены кривые тока, напряжения, мощностей p_r, p_L, $p = p_r + p_L$ и средняя (активная) мощность P для цепи rL при $\varphi = 60°$. Из рисунка и из выражения (2.11) следует, что мощность в активном сопротивлении никогда не принимает отрица-

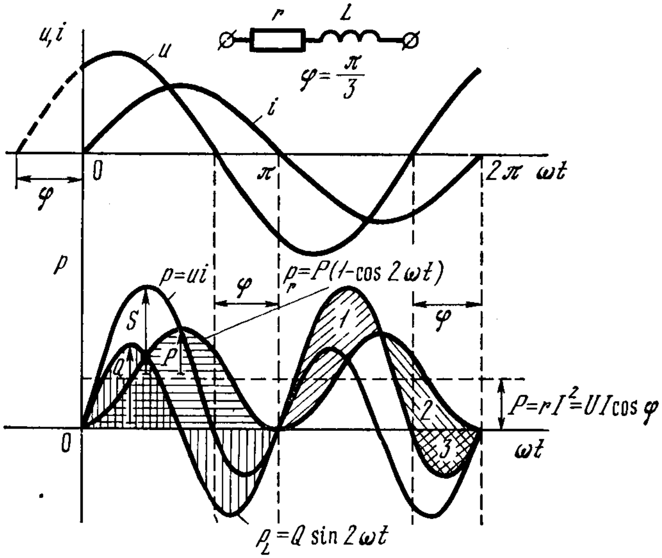


Рис. 2.9

тельных значений, ее мгновенные значения колеблются с амплитудой P и двойной частотой относительно среднего значения rI^2.

Мгновенная мощность, характеризующая изменения энергии, запасенной в магнитном поле катушки (или в электрическом поле конденсатора в случае цепи rC), колеблется по синусоидальному закону с двойной частотой, принимая то положительные, то отрицательные значения. Амплитуда этих колебаний $Q = xI^2$ называется реактивной мощностью. Из рис. 2.9 следует, что мощность p_L положительна, пока ток в цепи нарастает, т. е. пока усиливается магнитное поле в катушке. Когда ток начинает уменьшаться и магнитное поле ослабляется, мощность p_L становится отрицательной.

Наконец, суммарная мощность $p = ui = p_r + p_L$ колеблется с двойной частотой относительно среднего значения $P = rI^2$, что следует из выражения (2.10), причем амплитуда колебаний, равная произведению действующих тока и напряжения

$$S = UI,$$

называется полной мощностью, т. е. мощность S характеризует предельные возможности источника энергии. Практически использовать всю эту мощность можно только в резистивных цепях, в которых $\varphi = 0$ и $\cos\varphi = 1$. В любой другой цепи, угол φ которой отличается от нуля, можно использовать только часть этой мощности $P = UI\cos\varphi = S\cos\varphi$. Поэтому величину

$$\boxed{\cos\varphi = P/(UI) = P/S}$$

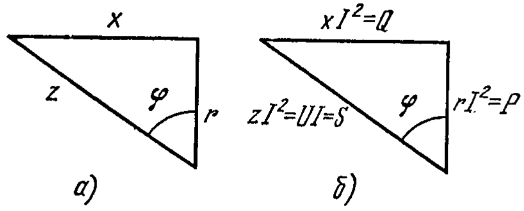


Рис. 2.10

называют **коэффициентом мощности**. Коэффициент мощности (или cos φ) является одной из важнейших энергетических характеристик электротехнических устройств. В энергетических системах принимают специальные меры для «улучшения» cos φ.

Физическая сущность энергетических процессов в цепи с углом $0 < \varphi < \pi/2$ может быть пояснена с помощью рис. 2.9, где отмечены различной штриховкой области *1*, *2* и *3*. Область *1* соответствует тому времени, когда ток нарастает, а мощность $p_L > 0$. Заштрихованная область *1* характеризует избыток энергии источника по сравнению с той энергией, которая расходуется в сопротивлении r ($p > p_r$). В течение времени, соответствующего области *2*, в сопротивлении r расходуется мощность, превышающая мощность источника ($p_r > p$). Следовательно, в это время в сопротивлении расходуется часть энергии, которая на участке *1* была запасена в магнитном поле катушки и которая теперь преобразуется в энергию электрического тока и выделяется в виде тепла. Наконец, область *3* характеризует так называемую обменную энергию: излишек энергии, ранее запасенной в магнитном поле и неизрасходованной в сопротивлении, возвращается источнику (на участке *3* мощность отрицательна, $p < 0$), загружая провода линии, обмотки генераторов. Далее все процессы будут повторяться. Из рис. 2.9 видно, что величина обменной энергии зависит от угла φ; чем больше φ, т. е. чем меньше cos φ, тем большую протяженность во времени имеет участок *3*, тем ниже «опускается» вся кривая $p = f(\omega t)$ и тем меньше среднее значение $P = S\cos\varphi$.

Для запоминания соотношений между активной, реактивной и полной мощностями удобно пользоваться *треугольником мощностей*. На рис. 2.10, *а* воспроизведен треугольник сопротивлений для цепи rL, а на рис. 2.10, *б* построен подобный ему треугольник, все стороны которого умножены на квадрат тока в цепи. Из получившегося таким образом треугольника мощностей следуют соотношения:

$$\boxed{P=S\cos\varphi;\quad Q=S\sin\varphi;\quad S=\sqrt{P^2+Q^2};\quad \cos\varphi=P/S;\quad \operatorname{tg}\varphi=Q/P.}$$

Физической единицей любой мощности, как известно, является ватт (Вт). Однако для удобства реактивную мощность измеряют в вольт-амперах реактивных (вар), а полную мощность — в вольт-амперах (В·А).

При анализе цепей символическим методом удобно воспользоваться выражением мощности в комплексной форме, которое получают умножением комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока:

$$\dot{U}\overset{*}{I} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UI\,e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI\,e^{j\varphi} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi;$$

$$\boxed{\tilde{S} = \dot{U}\overset{*}{I} = P + jQ.}$$

Выводы. При умножении комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока получается комплексное число, вещественная часть которого равна активной мощности, а мнимая — реактивной. Если перед мнимой частью стоит знак «минус», это значит, что расчет относится к емкостным цепям. Знак «плюс» является признаком индуктивной цепи.

§ 2.9. Пассивный двухполюсник в цепи синусоидального тока и две его схемы замещения

Пусть схема некоторого пассивного двухполюсника неизвестна и пусть, далее, из опыта, показанного на рис. 2.11, *а*, имеем значения напряжения, тока и активной мощности на входе двухполюсника. Пусть, наконец, известно, что цепь имеет индуктивный характер (имеются практические приемы для установления характера нагрузки при неизвестной ее схеме). Покажем, что во-первых, любой пассивный двухполюсник можно заменить при заданной частоте простой двухэлементной схемой и, во-вторых, существуют две эквивалентные двухэлементные схемы такого двухполюсника.

Вычертим дважды (рис. 2.11, *б* и *в*) векторную диаграмму цепи для данного случая ($\varphi > 0$) и произведем следующие графические

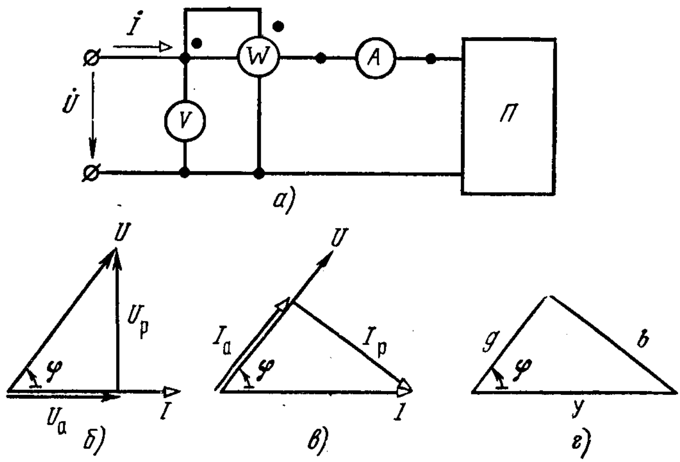


Рис. 2.11

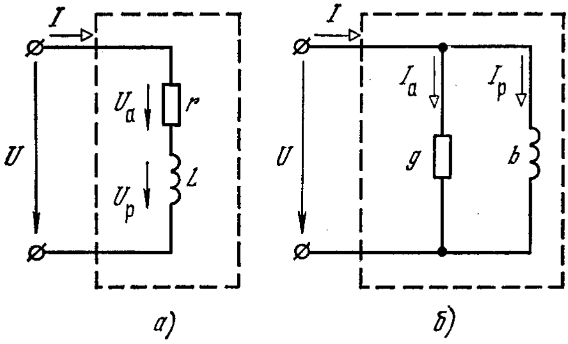


Рис. 2.12

построения: на рис. 2.11, *б* разложим вектор напряжения на две взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых совпадает с вектором тока; на рис. 2.11, *в* разложим вектор тока на две взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых совпадает с вектором напряжения.

Анализ слагаемых напряжения согласно рис. 2.11, *б* приводит к известной последовательной цепи rL

$$U_a = U\cos\varphi = Iz\cos\varphi = Ir = U_r;$$

$$U_p = U\sin\varphi = Iz\sin\varphi = Ix = U_L;$$

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = I\sqrt{r^2 + x^2} = Iz.$$

Следовательно, слагаемые U_a и U_p представляют собой падения напряжения на активном и реактивном сопротивлениях цепи и соответственно называются **активной и реактивной составляющими** напряжения. Обратим внимание, что активная составляющая напряжения совпадает по фазе с током. Таким образом, векторной диаграмме рис. 2.11, *б* соответствует последовательная двухэлементная схема замещения исходного пассивного двухполюсника, представленная на рис. 2.12, *а*.

Проанализируем слагаемые тока согласно рис. 2.11, *в*:

$$I_a = I\cos\varphi = \frac{U}{z}\cdot\frac{r}{z} = U\frac{r}{z^2} = Ug;\quad I_p = I\sin\varphi = \frac{U}{z}\cdot\frac{x}{z} = U\frac{x}{z^2} = Ub;$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = U\sqrt{g^2 + b^2} = Uy.$$

Здесь введены новые обозначения, которые по смыслу и по размерности являются проводимостями и называются соответственно **активная, реактивная и полная проводимости**:

$$\boxed{g = r/z^2;\quad b = x/z^2;\quad y = \sqrt{g^2 + b^2}.} \tag{2.12}$$

Составляющая тока, совпадающая по фазе с напряжением, называется **активной**, перпендикулярная составляющая —

реактивной. Представленный здесь анализ приводит к двухэлементной параллельной схеме замещения исходного двухполюсника, представленной на рис. 2.12, *б*.

Если все стороны треугольника токов рис. 2.11, *в* разделить на одну и ту же величину напряжения U, то получим подобный треугольник проводимостей (рис. 2.11, *г*), из которого следуют очевидные соотношения:

$$\boxed{g = y\cos\varphi; \quad b = y\sin\varphi; \quad y = \sqrt{g^2 + b^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{g}.}$$

Поскольку ток и напряжение на входе схем 2.12, *а* и *б*, а также сдвиг по фазе между ними одинаковы, то эти схемы являются эквивалентными (напряжения и токи в частях схемы, не подвергшихся преобразованию, не изменились).

Аналогичный анализ для двухполюсника, имеющего емкостный характер, приведет к схемам замещения, отличающимся от схем рис. 2.12 лишь тем, что вместо индуктивностей будут включены емкости.

Следствия. 1. Для любой последовательной схемы при заданной частоте можно подобрать эквивалентную параллельную схему, воспользовавшись формулами перехода (2.12).

2. Возможен и обратный переход: от параллельной схемы к последовательной, для которой справедливы формулы обратного перехода

$$\boxed{r = g/y^2; \quad x = b/y^2.}$$

Знак сопротивления x соответствует знаку проводимости, т. е. при индуктивном характере проводимости схемы 2.12, *б* характер схемы 2.12, *а* будет тоже индуктивным.

Обратим внимание на то, что в цепи переменного тока активная проводимость не есть величина, обратная активному сопротивлению, а реактивная проводимость не есть величина, обратная реактивному сопротивлению. Но полная проводимость y есть величина, обратная полному сопротивлению z, поскольку они связывают между собой для одного и того же двухполюсника одни и те же величины напряжения и тока:

$$z = U/I; \quad y = I/U; \quad \boxed{y = 1/z.}$$

Только в частных случаях резистивных или чисто реактивных двухполюсников все указанные проводимости и соответствующие им сопротивления являются величинами взаимно-обратными.

§ 2.10. Параллельное соединение двухполюсников в цепи синусоидального тока

Пусть параллельно включены три двухполюсника (рис. 2.13, *а*). В общем случае они могут быть различными по величине сопротивления ($z_1 \neq z_2 \neq z_3$) и неоднородными, разность фаз между током и напряжением на входе которых различна ($\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$). На рис. 2.13, *б* построена векторная диаграмма для такого соединения, причем принято, что $\varphi_1 > 0$; $\varphi_2 > 0$ и $\varphi_3 < 0$. При параллельном соединении напряжение U является общим для всех двухполюсников и для цепи в целом, поэтому построение векторной диаграммы удобно начать именно с вектора напряжения. Затем откладывают под соответствующими углами векторы токов I_1, I_2 и I_3. Результирующий вектор тока I в неразветвленной части цепи представляет собой геометрическую сумму векторов токов в параллельных ветвях.

Геометрическое (графическое) суммирование векторов I_1, I_2 и I_3 может быть заменено алгебраическим суммированием отдельно активных и реактивных составляющих (рис. 2.13), что позволяет определить ток в неразветвленной части цепи, не производя графических построений. Действительно

$$I_а = I_{а1} + I_{а2} + I_{а3} = Ug_1 + Ug_2 + Ug_3 = U(g_1 + g_2 + g_3) = Ug;$$
$$I_р = I_{р1} + I_{р2} - I_{р3} = Ub_1 + Ub_2 - Ub_3 = U(b_1 + b_2 - b_3) = Ub;$$
$$I = \sqrt{I_а^2 + I_р^2} = U\sqrt{g^2 + b^2} = Uy.$$

Следовательно, при параллельном соединении n ветвей (или двухполюсников) можно подсчитать *входную активную проводимость* как а р и ф м е т и ч е с к у ю с у м м у активных проводимостей ветвей, *входную реактивную проводимость* как а л г е б р а и ч е с к у ю с у м м у реактивных проводимостей ветвей (при емкостном характере приемника берется знак «минус») и *полную входную про-*

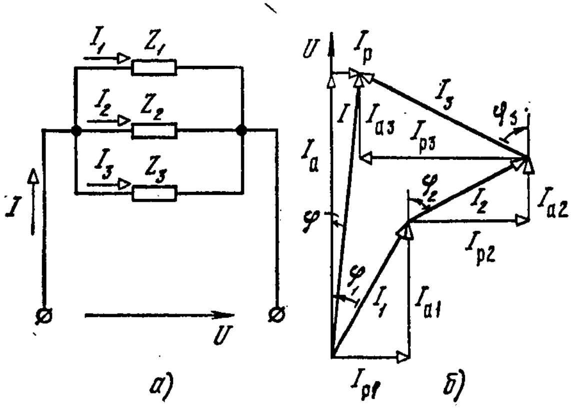


Рис. 2.13

водимость, что позволяет определить входной ток I

$$\boxed{g=\sum_{k=1}^{n} g_k; \quad b=\sum_{k=1}^{n} b_k; \quad y=\sqrt{g^2+b^2}.}$$

Активная, реактивная и полная мощности при параллельном соединении могут быть подсчитаны с использованием проводимостей:

$$P=UI\cos\varphi=UI_а=UUg=U^2g; \qquad Q=UI\sin\varphi=UI_р=UUb=U^2b;$$

$$\boxed{P=U^2g; \quad Q=U^2b; \quad S=\sqrt{P^2+Q^2}.}$$

Следствия. 1. Если на рис. 2.13, *б* все стороны треугольников токов умножить на одну и ту же величину U, то получатся подобные треугольники мощностей, из рассмотрения которых можно сделать следующие выводы: активная мощность, потребляемая всей цепью, равна арифметической сумме активных мощностей всех двухполюсников; реактивная мощность — равна алгебраической сумме реактивных мощностей, потребляемых двухполюсниками (при емкостном характере двухполюсника берется знак «минус»); на полную мощность правила алгебраического суммирования не распространяются:

$$\boxed{P=\sum_{k=1}^{n} P_k; \quad Q=\sum_{k=1}^{n} Q_k; \quad S=\sqrt{P^2+Q^2}.}$$

2. Если в двух параллельных ветвях содержатся разнородные реактивные элементы, то возможно возникновение режима *резонанса токов,* при котором ток в неразветвленной части цепи может быть меньше токов ветвей, а по фазе — сов-

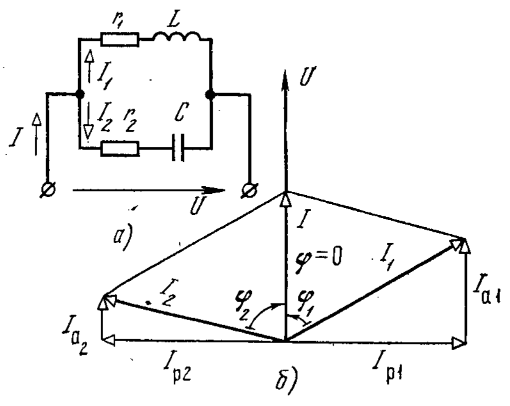


Рис. 2.14

падать с напряжением ($\varphi = 0$). Соответствующие иллюстрации приведены на рис. 2.14, *а*, *б*. Из векторной диаграммы (рис. 2.14, *б*) следует, что при резонансе токов $I_{p1} = I_{p2}$, т. е. $Ub_1 = Ub_2$, следовательно:

$$\boxed{b_1 = b_2.}$$

Если в идеализированном случае $r_1 = r_2 = 0$, то $y_{вх} = b_1 - b_2 = 0$ и $z_{вх} = \infty$, т. е. ток в неразветвленной части цепи $I = 0$. Такая схема называется фильтр-пробка.

§ 2.11. Передача энергии от источника к нагрузке. Согласование источника с нагрузкой

Активная мощность может выделяться только в активных сопротивлениях цепи переменного тока. Пусть внутреннее сопротивление генератора (рис. 2.15, *а*) имеет активную и индуктивную составляющие $\left(z_i = \sqrt{r_i^2 + x_i^2}\right)$. Нагрузка может рассматриваться как двухполюсник, схема замещения которого имеет активное и реактивное (индуктивное или емкостное) сопротивления (например, при последовательной схеме замещения $z = \sqrt{r^2 + x^2}$).

Активная мощность, выделяемая в нагрузке,

$$P_2 = rI^2 = \frac{rE^2}{z^2_{общ}} = \frac{rE^2}{(r_i + r)^2 + (x_i + x)^2}. \qquad (2.13)$$

Активная мощность, развиваемая генератором,

$$P_1 = (r + r_i)\, I^2.$$

Одной из энергетических характеристик цепи является *коэффициент полезного действия,* который для рассматриваемой схемы

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{r}{r + r_i} = \frac{1}{1 + r_i/r}.$$

Исследуем полученные выражения. Из выражения (2.13) можно сделать вывод, что максимальная мощность в нагрузке будет выделяться, когда максимальным будет ток I, т. е. когда знаменатель минимален. Последнее имеет место при $x_i + x = 0$, т. е. при $x = -x_i$. Иначе говоря, при индуктивном характере внутреннего сопротивления источника реактивное сопротивление нагрузки должно быть равным ему по величине и противоположным по знаку, т. е. емкостным. Итак,

$$P_{2\,max} = \frac{rE^2}{(r + r_i)^2}. \qquad (2.14)$$

Если, далее, изменять величину сопротивления r, то можно найти максимум функции (2.14), т. е. установить условия, при которых от источника к нагрузке будет передаваться наибольшая максимальная мощность $\frac{dP_{2\,max}}{dr} = E^2 \frac{1\,(r + r_i)^2 - r2\,(r + r_i)}{(r + r_i)^4} = 0,$

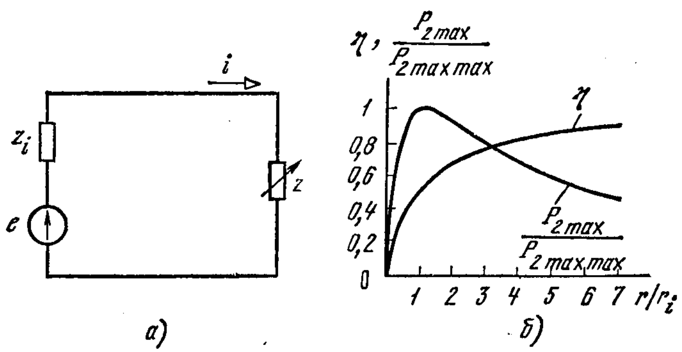


Рис. 2.15

отсюда $r = r_i$. Таким образом, от источника к нагрузке передается наибольшая максимальная мощность, когда

$$\boxed{x = -x_i; \quad r = r_i,} \tag{2.15}$$

при этом величина мощности [подставим $r = r_i$ в выражение (2.14)]:

$$P_{2\,\max\,\max} = \frac{r_i E^2}{(r_i + r_i)^2} = \frac{E^2}{4r_i}.$$

Режим передачи наибольшей мощности от источника к нагрузке называется **согласованным режимом**, а подбор сопротивлений согласно равенствам (2.15) — **согласованием** источника с нагрузкой.

В согласованном режиме

$$\eta = \frac{1}{1 + r_i/r_i} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

На рис. 2.15, *б* представлены в относительных единицах зависимости к. п. д. и максимальной мощности, выделяемой в нагрузке, в функции активного сопротивления нагрузки.

Замечание. В реальных энергетических цепях сопротивление нагрузки обычно намного больше внутреннего сопротивления генератора. Поэтому от источника к нагрузке передается не наибольшая мощность, но зато с высоким к. п. д., что весьма важно с точки зрения экономики. Напротив, в цепях автоматики и в информационных цепях, где мощности могут быть весьма малыми, решающими становятся не соображения экономичной передачи сигнала, а максимальная мощность сигнала в приемнике; в этом случае наиболее благоприятным является согласованный режим, несмотря на то, что к. п. д. составляет лишь 0,5 и половина мощности теряется внутри источника.

§ 2.12. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме. Комплексные сопротивления и проводимости

Пусть на входе некоторого пассивного двухполюсника действуют синусоидальные напряжение u и ток i. Запишем отношения их комплексных функций времени и сократим получившуюся дробь на множитель вращения $e^{j\omega t}$

$$\frac{\dot{U}_m e^{j\omega t}}{\dot{I}_m e^{j\omega t}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{U_m e^{j\psi_u}}{I_m e^{j\psi_i}} = \frac{\sqrt{2}\,U}{\sqrt{2}\,I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = ze^{j\varphi} = Z.$$

Формальный математический прием сокращения на множитель $e^{j\omega t}$ приводит к новой качественной форме: мы получили комплексное число, независящее от времени. Выражение

$$\boxed{\dot{I} = \dot{U}/Z}$$

представляет собой *закон Ома в комплексной форме*, который связывает между собой комплексы действующих напряжения и тока или комплексные амплитуды напряжения и тока с помощью *комплексного электрического сопротивления*

$$\boxed{Z = ze^{j\varphi} = z\cos\varphi + jz\sin\varphi = r + jx.}$$

Весьма удобно для расчетов то обстоятельство, что вещественной частью комплексного сопротивления является активное сопротивление, а мнимой частью — реактивное сопротивление.

Величина, обратная комплексному сопротивлению, называется **комплексной проводимостью**:

$$\boxed{Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{ze^{j\varphi}} = ye^{-j\varphi} = y\cos\varphi - jy\sin\varphi = g - jb.}$$

Вещественной частью комплексной проводимости является активная проводимость, а мнимой — реактивная проводимость, взятая с обратным знаком. Обобщенный закон Ома для ветви, содержащей любые сопротивления, записывают в символической форме следующим образом [сравните с выражением (1.7)]:

$$\dot{I} = \frac{\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 + \Sigma\dot{E}}{\Sigma Z}.$$

Законы Кирхгофа справедливы для постоянных, а также для мгновенных переменных токов, э. д. с. и напряжений. Можно суммировать и действующие или амплитудные значения токов, э. д. с. и напряжений, однако это можно делать только в векторной форме, т. е. суммировать геометрически. Учитывая, что геометрическая сумма нескольких векторов равна нулю, когда равны нулю суммы проекции этих векторов на любые две взаимно перпендикулярные оси, т. е. и на оси комплексной плоскости, запишем первый и второй законы Кирхгофа в комплексной форме

$$\boxed{\Sigma\dot{I} = 0; \quad \Sigma\dot{E} = \Sigma Z\dot{I}.}$$

Поскольку производится алгебраическое суммирование комплексных чисел, следует выбирать (задаваться) положительные направления комплексов токов, э. д. с., напряжений и для составления уравнений по второму закону Кирхгофа выбирать направление обхода контура.

Замечания. 1. Изменению направления тока соответствует изменение аргумента комплексного числа на угол π: $-Ie^{j\psi_i} = Ie^{j(\psi_i \pm \pi)}$. 2. Математическую операцию сокращения множителя $e^{j\omega t}$ в уравнениях цепей, записанных в комплексной форме, можно рассматривать как способ перехода от анализа цепей во временной области к анализу цепей в частотной области, где исключается функция времени, а комплексные величины рассматриваются в функции частоты.

Глава 3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМ

§ 3.1. Расчет цепей путем непосредственного применения законов Кирхгофа

Рассмотрим пример разветвленной схемы, содержащей несколько источников (рис. 3.1). Эта схема содержит 6 ветвей: три активных и три пассивных. Сопротивления в ветвях могут иметь любой характер (активный, индуктивный, емкостный, смешанный), поэтому на схеме они обозначены как комплексные величины. Будем считать заданными все сопротивления и комплексы э. д. с. Требуется определить все 6 токов в ветвях. Для этого необходимо составить 6 независимых уравнений.

Задавшись произвольно направлениями токов в ветвях, составим уравнения в комплексной форме по первому закону Кирхгофа для узлов a, b и c:

$$\left.\begin{aligned} \dot I_1 - \dot I_2 - \dot I_5 &= 0, \\ \dot I_5 - \dot I_4 - \dot I_6 &= 0, \\ \dot I_2 + \dot I_6 - \dot I_3 &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

Можно составить уравнение по первому закону Кирхгофа и для узла d, но это уравнение не будет независимым: оно может быть получено путем суммирования трех уже составленных уравнений. Общее число независимых уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, равно *числу узлов схемы q минус единица*: $q - 1$.

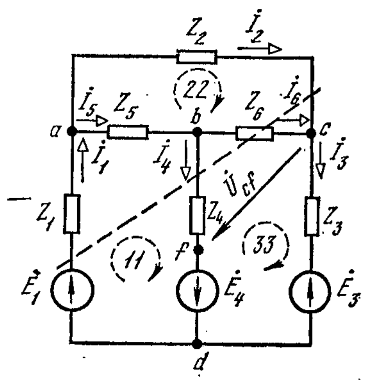


Рис. 3.1

Необходимо еще составить три уравнения по второму закону Кирхгофа. Выберем контуры обхода, например, по ячейкам схемы. Можно выбрать и любые другие контуры, однако нужно следить, чтобы в каждом новом контуре содержалась хотя бы одна новая ветвь, не входившая в другие, ранее рассмотренные контуры. При таком выборе контуров можно быть уверенным, что все уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа, будут независимыми. В общем случае удобнее выбирать контуры по ячейкам, как это указано на рис. 3.1 стрелками *11*, *22* и *33*, и тогда получим следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} Z_1\dot{I}_1+Z_5\dot{I}_5+Z_4\dot{I}_4&=\dot{E}_1+\dot{E}_4,\\ -Z_5\dot{I}_5+Z_2\dot{I}_2-Z_6\dot{I}_6&=0,\\ -Z_4\dot{I}_4+Z_6\dot{I}_6+Z_3\dot{I}_3&=-\dot{E}_3-\dot{E}_4.\end{aligned}\right\} \qquad (3.2)$$

Таким образом, если схема содержит p ветвей и q узлов, то по второму закону Кирхгофа следует составить $p-(q-1)$ уравнений. Решив совместно уравнения (3.1) и (3.2), найдем все искомые токи.

Следствия. 1. Первый закон Кирхгофа можно записать не только относительно узла, но и относительно любой секущей, разделяющей схему на две части: алгебраическая сумма токов, пронизывающих секущую, равна нулю. Например, для секущей, обозначенной на рис. 3.1 пунктиром, имеем (токи, пересекающие секущую сверху вниз, снабдим знаком «плюс»):

$$-\dot{I}_1+\dot{I}_4+\dot{I}_6+\dot{I}_2=0.$$

2. Уравнение по второму закону Кирхгофа можно составить и для части контура, если между точками «разрыва» контура учесть разность потенциалов. Для удобства между указанными точками можно «включить» стрелку соответствующего напряжения. Использование этого следствия позволяет найти разность потенциалов между любой парой точек в сложной схеме. Например, найдем напряжение $\dot{U}_{cf}=\varphi_c-\varphi_f$:

$$-\dot{U}_{cf}+Z_3\dot{I}_3=-\dot{E}_3-\dot{E}_4; \quad \dot{U}_{cf}=\dot{E}_3+\dot{E}_4+Z_3\dot{I}_3.$$

Замечание. Пассивную ветвь, включенную параллельно идеальному источнику э. д. с., при расчете токораспределения (но не распределения мощности) не рассматривают, так как напряжение на зажимах этой ветви всегда равно э. д. с. источника и, следовательно, ток в ней можно считать известным. Пассивное сопротивление, включенное последовательно с источником тока, не изменяет тока в данной ветви; поскольку ток в ветви, содержащей источник тока, известен, то нет необходимости составлять уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, включающего эту ветвь.

Метод применения законов Кирхгофа обладает наглядностью и физической ясностью, однако он является весьма трудоемким, поскольку требует решения системы из числа уравнений, равного числу ветвей. Имеется две возможности уменьшить число совместно решаемых уравнений: либо уравнения (3.1) заранее ввести в систему (3.2) и отсюда вытекает метод контурных токов, либо в системе (3.1) использовать выражения токов в соответствии с обобщенным законом Ома и отсюда вытекает метод узловых потенциалов.

§ 3.2. Метод контурных токов

Обозначим в схеме рис. 3.1 токи $\dot I_1 = \dot I_{11}$, $\dot I_2 = \dot I_{22}$, $\dot I_3 = \dot I_{33}$ и в соответствии с выражением (3.1)

$$\begin{aligned} &\dot I_5 = \dot I_1 - \dot I_2 = \dot I_{11} - \dot I_{22}; \quad \dot I_6 = \dot I_3 - \dot I_2 = \dot I_{33} - \dot I_{22}; \\ &\dot I_4 = \dot I_5 - \dot I_6 = \dot I_{11} - \dot I_{22} - \dot I_{33} + \dot I_{22} = \dot I_{11} - \dot I_{33}. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Подставим новые выражения токов в систему (3.2):

$$\left.\begin{aligned} &Z_1 \dot I_{11} + Z_5 (\dot I_{11} - \dot I_{22}) + Z_4 (\dot I_{11} - \dot I_{33}) = \dot E_1 + \dot E_4 = \dot E_{11}, \\ &-Z_6 (\dot I_{33} - \dot I_{22}) + Z_2 \dot I_{22} - Z_5 (\dot I_{11} - \dot I_{22}) = 0, \\ &-Z_4 (\dot I_{11} - \dot I_{33}) + Z_6 (\dot I_{33} - \dot I_{22}) + Z_3 \dot I_{33} = -\dot E_3 - \dot E_4 = \dot E_{33}. \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

В системе (3.4) введены обозначения для э. д. с. $\dot E_{11}$ и $\dot E_{33}$, представляющих собой алгебраические суммы э. д. с. в соответствующих контурах и называемых поэтому контурными э. д. с. Во втором контуре $\dot E_{22} = 0$. Перегруппируем слагаемые в уравнениях (3.4):

$$\left.\begin{aligned} &(Z_1 + Z_5 + Z_4) \dot I_{11} - Z_5 \dot I_{22} - Z_4 \dot I_{33} = \dot E_{11}, \\ &-Z_5 \dot I_{11} + (Z_2 + Z_5 + Z_6) \dot I_{22} - Z_6 \dot I_{33} = 0, \\ &-Z_4 \dot I_{11} - Z_6 \dot I_{22} + (Z_3 + Z_4 + Z_6) \dot I_{33} = \dot E_{33}. \end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

В полученной системе уравнений токи $\dot I_{11}$, $\dot I_{22}$, $\dot I_{33}$ приобрели смысл *контурных,* т. е. таких расчетных токов, которые, замыкаясь по «своим» контурам *11*, *22* и *33* (см. рис. 3.1), создают соответствующие падения напряжения на пассивных элементах контура, алгебраические суммы которых равны контурным э. д. с. Уравнения (3.5) могут быть составлены непосредственно по схеме. Проследим порядок составления первого уравнения системы (3.5): первое слагаемое представляет собой сумму падений напряжений на *собственных* сопротивлениях первого контура, возникающих под действием первого контурного тока $\dot I_{11}$; второе слагаемое учитывает падение напряжения на сопротивлении первого контура, являющемся общим для первого и второго контуров, и вызванное током второго контура, а знак «минус» учитывает, что токи $\dot I_{11}$ и $\dot I_{22}$ в общем сопротивлении Z_5 направлены навстречу друг другу; третье слагаемое учитывает падение напряжения на общем для первого и третьего контуров сопротивлении Z_4, вызванное током третьего контура, а знак минус учитывает, что токи $\dot I_{11}$ и $\dot I_{33}$ в общем сопротивлении направлены навстречу друг другу.

Систему (3.5) можно записать в общей форме для любой схемы, содержащей n контуров:

$$\left.\begin{aligned} &Z_{11} \dot I_{11} + Z_{12} \dot I_{22} + \ldots + Z_{1n} \dot I_{nn} = \dot E_{11}, \\ &Z_{21} \dot I_{11} + Z_{22} \dot I_{22} + \ldots + Z_{2n} \dot I_{nn} = \dot E_{22}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &Z_{n1} \dot I_{11} + Z_{n2} \dot I_{22} + \ldots + Z_{nn} \dot I_{nn} = \dot E_{nn}, \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

или, для сокращения записи, — в матричной форме:

$$\boxed{\|Z\| \cdot \|\dot{I}\| = \|\dot{E}\|.} \tag{3.7}$$

В уравнении (3.7) $\|Z\|$ — квадратная матрица сопротивлений:

$$\|Z\| = \begin{Vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{Vmatrix},$$

причем сопротивления с одинаковыми индексами (Z_{11}, Z_{22} ... Z_{nn}) являются собственными сопротивлениями контуров и имеют знак «плюс», сопротивления с различными индексами являются общими для соответствующих контуров и если все контурные токи направлены в одну сторону (только по часовой стрелке или только против часовой стрелки), то все общие сопротивления имеют знак «минус» (если направления контурных токов выбраны так, что в общем сопротивлении эти токи совпадают, то соответствующее общее сопротивление имеет знак «плюс»).

$\|\dot{I}\|$ представляет собой матрицу-столбец контурных токов, а $\|\dot{E}\|$ — матрицу-столбец контурных э. д. с.

Матрицу токов можно определить, умножив обе части уравнения (3.7) на матрицу, обратную матрице $\|Z\|$:

$$\|\dot{I}\| = \|Z\|^{-1} \cdot \|\dot{E}\|.$$

Искомые контурные токи могут быть также найдены из (3.6) с помощью определителей

$$\dot{I}_{11} = \Delta_1/\Delta, \ \dots, \ \dot{I}_{kk} = \Delta_k/\Delta, \ \dots, \ \dot{I}_{nn} = \Delta_n/\Delta,$$

где Δ — определитель системы, элементами которого являются собственные и общие сопротивления со своими знаками:

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix},$$

а Δ_k — тот же определитель, k-й столбец которого заменен столбцом контурных э. д. с. (правая часть уравнений).

Определители и матрицы могут быть записаны непосредственно по схеме без составления уравнений. Токи в общих ветвях находят путем алгебраического суммирования контурных токов [см. равенства (3.3)].

Следствие. Поскольку контурные токи могут замыкаться по любым контурам, то, следовательно, ток в любой ветви сложной схемы можно сделать контурным, нужно только, чтобы по выбранной ветви не замыкался ни один другой контурный ток.

Рекомендации. 1. Контуры для составления контурных уравнений выбирают произвольно, но если не иметь в виду специальные задачи, целесообразнее выбирать контуры по ячейкам. 2. В целях формализации записи (однотипная расстановка знаков в матрице сопротивлений) целесообразно все контурные токи направлять одинаково (по часовой стрелке или против). 3. Если требуется методом контурных токов определить ток только в одной ветви сложной схемы, то целесообразно сделать искомый ток контурным. 4. Если в схеме имеется ветвь с известным током, то этот ток следует сделать контурным, благодаря чему число уравнений становится на одно меньше.

§ 3.3. Метод узловых потенциалов

Рассмотрим схему рис. 3.2. Эта схема содержит 7 ветвей с неизвестными токами, для определения которых потребовалось бы составить 7 уравнений по законам Кирхгофа. Воспользовавшись методом контурных токов, число совместно решаемых уравнений можно сократить до 4: ветвь с источником тока не образует контура, для которого было бы необходимо составить уравнение; известный ток источника учитывают только при составлении уравнений по первому закону Кирхгофа для соответствующих узлов, а в методе контурных токов его учитывают как контурный и известный.

Метод узловых потенциалов позволяет составить систему уравнений, из которой можно определить потенциалы всех узлов схемы, а затем по известным разностям узловых потенциалов определить все токи в ветвях. В рассматриваемой схеме — четыре узла, но неизвестных потенциалов узлов только три, так как *потенциал любой одной точки схемы можно принять равным любому числу, например нулю.*

Действительно, ток в любой ветви зависит не от абсолютного значения потенциалов узлов, между которыми она включена, а от *разности потенциалов.* Подобно тому как в геодезии за точку отсчета принят уровень моря, так в электротехнике принято вести отсчет потенциалов от потенциала земли, который принимают равным нулю. Узел, величину потенциала которого выбирают произвольно, называют б а з и с н ы м.

Примем для нашей схемы $\varphi_4 = 0$ (на схеме это показано условным знаком заземления узла *4*). Тогда токи в ветвях, сходящихся в узле *1*, могут быть выражены следующим образом:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_1 + \dot{E}_1}{Z_1} = (\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_1)\,Y_1; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2}{Z_2} = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)\,Y_2;$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_4}{Z_3} = \dot{\varphi}_1 Y_3. \tag{3.8}$$

По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{J} = 0. \tag{3.9}$$

Подставим в уравнение (3.9) выражения токов из соотношений (3.8) и преобразуем полученное равенство:

$$\begin{gathered}(\dot{E}_1 - \varphi_1)\,Y_1 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)\,Y_2 - \dot{\varphi}_1 Y_3 + \dot{J} = 0,\\ \dot{E}_1 Y_1 + \dot{J} = \dot{\varphi}_1 Y_1 + \dot{\varphi}_1 Y_2 + \dot{\varphi}_1 Y_3 - \dot{\varphi}_2 Y_2 = 0,\\ (Y_1 + Y_2 + Y_3)\,\dot{\varphi}_1 - Y_2 \dot{\varphi}_2 = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{J}.\end{gathered} \tag{3.10}$$

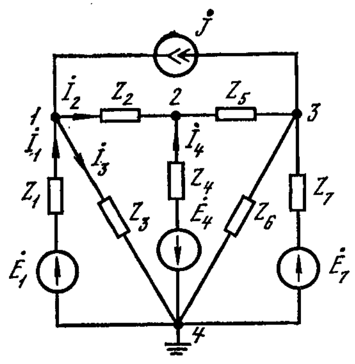


Рис. 3.2

В получившемся выражении потенциал узла *1* умножен на сумму проводимостей всех ветвей, сходящихся в этом узле, потенциал узла *2*, имеющего связь с узлом *1* через ветвь *2*, умножен на проводимость этой ветви и соответствующее слагаемое берется со знаком «минус». С узлом *1* связан и узел *4* через ветви *1* и *3*, но соответствующие слагаемые исключены, так как $\varphi_4 = 0$. В правой части равенства (3.10) записана сумма токов источников, действующих в ветвях, сходящихся в узле *1* (источник э. д. с. $\dot{E}_1$ с последовательным сопротивлением Z_1 в результате математических операций оказался преобразованным в источник тока $\dot{E}_1/Z_1 = \dot{E}_1 Y_1$).

По аналогии, опустив операции типа (3.8) и (3.9), можно сразу записать уравнения типа (3.10) для узлов *2* и *3*:

$$(Y_2 + Y_4 + Y_5)\,\dot{\varphi}_2 - Y_2\dot{\varphi}_1 - Y_5\dot{\varphi}_3 = -\dot{E}_4 Y_4, \tag{3.11}$$

$$(Y_5 + Y_6 + Y_7)\,\dot{\varphi}_3 - Y_5\dot{\varphi}_2 = \dot{E}_7 Y_7 - \dot{J}. \tag{3.12}$$

В правой части уравнений (3.11) и (3.12) знаки «минус» объясняются тем, что токи источников $\dot{E}_4 Y_4$ и $\dot{J}$ направлены *от* соответствующих узлов *2* и *3*.

Из уравнений (3.10), (3.11) и (3.12) могут быть определены все три неизвестных узловых потенциала ($\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$ и $\dot{\varphi}_3$), а затем по закону Ома (для активных ветвей — по обобщенному закону Ома) определяют токи в соответствующих ветвях, как это, например, записано в выражениях (3.8).

В общем случае, для любой схемы, содержащей $n + 1$ узлов, «узловые» уравнения могут быть записаны в канонической форме:

$$\left.\begin{array}{l} Y_{11}\dot{\varphi}_1 + Y_{12}\dot{\varphi}_2 + \ldots + Y_{1n}\dot{\varphi}_n = \dot{J}_{11}, \\ Y_{21}\dot{\varphi}_1 + Y_{22}\dot{\varphi}_2 + \ldots + Y_{2n}\dot{\varphi}_n = \dot{J}_{22}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_{n1}\dot{\varphi}_1 + Y_{n2}\dot{\varphi}_2 + \ldots + Y_{nn}\dot{\varphi}_n = \dot{J}_{nn}, \end{array}\right\} \tag{3.13}$$

или в матричной форме

$$\boxed{\|Y\| \cdot \|\dot{\varphi}\| = \|\dot{J}\|.}$$

Искомые потенциалы можно записать в виде матрицы

$$\|\dot{\varphi}\| = \|Y\|^{-1} \cdot \|\dot{J}\|$$

или найти из системы (3.13) с помощью определителей

$$\dot{\varphi}_1 = \Delta_1/\Delta, \ \ldots, \ \dot{\varphi}_k = \Delta_k/\Delta, \ \ldots, \ \dot{\varphi}_n = \Delta_n/\Delta,$$

где Δ — определитель системы, состоящий из собственных проводимостей Y_{ii}, представляющих собой суммы проводимостей всех ветвей, сходящихся в i-м узле, и общих проводимостей Y_{ij}, представляющих собой сумму проводимостей всех ветвей, соединяющих i-й и j-й узлы и взятых со знаком «минус»; Δ_k — тот же определитель, k-й столбец которого заменен столбцом узловых токов (правая часть уравнений).

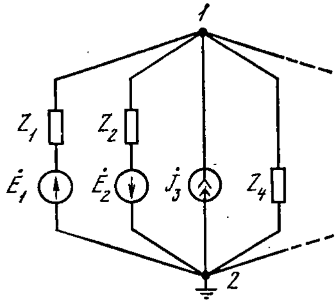


Рис. 3.3

Узловые токи $\dot{J}_{kk}$ образуются в виде алгебраической суммы токов источников, действующих в ветвях, сходящихся в k-м узле.

При соответствующем навыке определители (и матрицы) могут быть записаны непосредственно по схеме без составления уравнений (3.13).

Замечание. Если в какой-либо ветви содержится идеальный источник э. д. с. (сопротивление в этой ветви равно нулю, т. е. проводимость ветви равна бесконечности), то целесообразно один из двух узлов, между которыми включена эта ветвь, выбрать в качестве базисного, тогда потенциал второго узла становится также известным и равным величине э. д. с. (с учетом знака). При этом число составляемых узловых уравнений уменьшается на единицу.

Следствие. В частном случае, когда схема имеет всего два узла, метод узловых потенциалов позволяет составить всего одно уравнение, независимо от числа активных и пассивных ветвей, включенных параллельно (рис. 3.3). Если принять $\varphi_2 = 0$, то получаем

$$(Y_1 + Y_2 + Y_4 + \ldots)\dot{\varphi}_1 - (Y_1 + Y_2 + Y_4 + \ldots)0 = \\ = \dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_2 Y_2 + \dot{J}_3 + \ldots .$$

Из этого равенства определяем *узловое напряжение*

$$\dot{U}_{12} = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = \frac{\dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_2 Y_2 + \dot{J}_3 + \ldots}{Y_1 + Y_2 + Y_4 + \ldots}.$$

В общем случае, если $\dot{J}_k$ — ток источника (или $J_k = \dot{E}_k Y_k$), то

$$\boxed{\dot{U}_{12} = \sum \dot{J}_k / \sum Y_k; \; \dot{I}_k = (\pm \dot{U}_{12} \pm \dot{E}_k)\, Y_k.} \qquad (3.14)$$

§ 3.4. Входные и взаимные проводимости и сопротивления

Пусть в некоторой разветвленной схеме нас интересуют лишь два контура, в одном из которых действует источник э. д. с., а во всех остальных $n - 1$ контурах источники отсутствуют. Восполь-

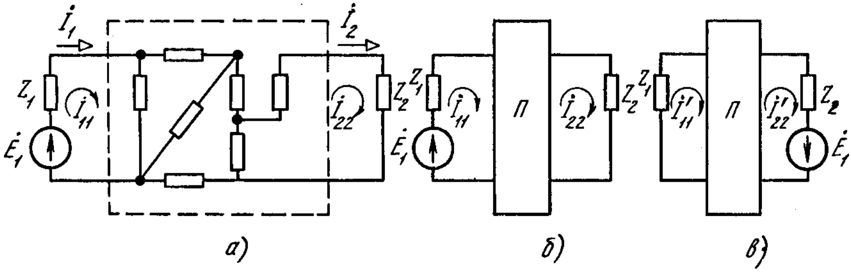


Рис. 3.4

зуемся удобным приемом: представим всю остальную часть схемы, за исключением выделенных двух контуров, в виде пассивного четырехполюсника. На рис. 3.4, *а* эта, не интересующая нас часть схемы обведена пунктиром, а на рис. 3.4, *б* вся схема представлена в более простой форме. Буква *П* на четырехполюснике напоминает, что он пассивный.

Из метода контурных токов следует:

$$\dot I_1 = \dot I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} \dot E_1 & Z_{12} \ldots Z_{1n} \\ 0 & Z_{22} \ldots Z_{2n} \\ \ldots & \ldots \\ 0 & Z_{n2} \ldots Z_{nn} \end{vmatrix} = \dot E_1 \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \dot E_1 Y_{(11)},$$

где Δ_{11} — алгебраическое дополнение, получаемое в результате вычеркивания первой строки и первого столбца в определителе Δ_1.

Величина $Y_{(11)} = \Delta_{11}/\Delta$ имеет размерность проводимости; ее называют входной проводимостью:

$$\boxed{Y_{\text{вх}} = Y_{(11)} = \dot I_1/\dot E_1.}$$

Входная проводимость может быть определена как ток на входе цепи, когда комплексная э. д. с., действующая на входе, равна 1 В.

Величину, обратную входной проводимости, называют входным сопротивлением:

$$\boxed{Z_{\text{вх}} = 1/Y_{\text{вх}} = \dot E_1/\dot I_1.}$$

Ток во втором контуре

$$\dot I_2 = \dot I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} Z_{11} & \dot E_1 & \ldots & Z_{1n} \\ Z_{21} & 0 & \ldots & Z_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_{n1} & 0 & \ldots & Z_{nn} \end{vmatrix} = \dot E_1 \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = \dot E_1 Y_{(12)}, \quad (3.15)$$

где Δ_{12} — алгебраическое дополнение, получаемое в результате вычеркивания первой строки и второго столбца в определителе Δ_2

(с учетом знака). Величину

$$\boxed{Y_{(12)} = \dot{I}_2/\dot{E}_1}$$

называют **взаимной** или **передаточной электрической проводимостью** (между ветвями *2* и *1*). Эта проводимость может быть определена как величина, равная отношению выходного тока к входному напряжению (в комплексной форме) или как *ток во втором контуре, когда комплексная э. д. с., действующая в первом контуре, равна* 1 В.

Величину, равную отношению выходного напряжения к входному току (в комплексной форме), называют **взаимным электрическим сопротивлением**.

§ 3.5. Свойство обратимости

В схеме рис. 3.4, *б*:

$$\dot{I}_{22} = \dot{E}_1 \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = \dot{E}_1 Y_{(12)}.$$

Перенесем теперь источник э. д. с. $\dot{E}_1$ из первого контура во второй и направим его согласно с положительным направлением тока $\dot{I}_{22}$ (рис. 3.4, *в*). Воспользовавшись методом контурных токов, найдем ток в первом контуре $\dot{I}'_{11}$

$$\dot{I}'_{11} = \frac{\Delta'_1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 0 & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ \dot{E}_1 & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix} = \dot{E}_1 \frac{\Delta_{21}}{\Delta} = \dot{E}_1 Y_{(21)}.$$

Можно показать, что в линейной цепи $Y_{(12)} = Y_{(21)}$. Действительно, алгебраические дополнения Δ_{12} и Δ_{21} отличаются тем, что одно получается путем вычеркивания первой строки и второго столбца в определителе системы уравнений, а второе — путем вычеркивания второй строки и первого столбца. Однако определитель системы контурных уравнений симметричен относительно главной диагонали, поскольку $Z_{ij} = Z_{ji}$, так как это физически одно и то же сопротивление, общее для i-го и j-го контуров.

В таком симметричном относительно главной диагонали определителе перемена местами строк и столбцов не изменяет величину определителя. Следовательно, $\Delta_{12} = \Delta_{21}$, т. е. $Y_{(12)} = Y_{(21)}$, а это означает, что

$$\dot{I}'_{11} = \dot{I}_{22}.$$

Доказанное *свойство обратимости* можно сформулировать следующим образом: *если э. д. с., находящаяся в одном из контуров схемы, вызывает ток в другом контуре, то та же э. д. с., перенесенная в этот другой контур, вызовет в первом такой же ток, какой был во втором контуре.*

Использование свойства обратимости полезно при расчете некоторых схем, когда перенос источника ведет к заметным упрощениям.

§ 3.6. Принцип суперпозиции (наложения)

При анализе линейных электрических цепей широко используется *принцип суперпозиции*, представляющий собой частный случай известного из физики принципа независимости действия сил.

Пусть некоторая схема содержит n контуров и любое число источников. Тогда ток в произвольно выбранной k-й ветви, если считать его контурным, можно определить из системы контурных уравнений:

$$\dot I_k = \dot I_{kk} = \frac{\Delta_k}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & \dot E_{11} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & \dot E_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & \dot E_{nn} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= \dot E_{11}\frac{\Delta_{1k}}{\Delta} + \dot E_{22}\frac{\Delta_{2k}}{\Delta} + \dots + \dot E_{nn}\frac{\Delta_{nk}}{\Delta} = \dot E_{11} Y_{(1k)} +$$

$$+ \dot E_{22} Y_{(2k)} + \dots + \dot E_{nn} Y_{(nk)} = \dot I'_k + \dot I''_k + \dots + \dot I_k^{(n)}.$$

Следовательно, *ток в любой ветви сложной схемы может быть представлен в виде алгебраической суммы частичных токов, вызываемых действием каждой э. д. с. в отдельности.*

Принцип суперпозиции справедлив и для напряжений, а также в том случае, если в цепи действуют источники тока. Действительно, потенциал любого (k-го) узла можно определить из системы узловых уравнений

$$\dot\varphi_k = \frac{\Delta_k}{\Delta} = \dot I_{11}\frac{\Delta_{1k}}{\Delta} + \dot I_{22}\frac{\Delta_{2k}}{\Delta} + \dots + \dot I_{nn}\frac{\Delta_{nk}}{\Delta} = \dot\varphi'_k + \dot\varphi''_k + \dots + \dot\varphi_k^{(n)}.$$

Аналогичная запись может быть сделана и для разности потенциалов.

При расчете цепей методом суперпозиции (наложения) поочередно рассматривают действие каждого в отдельности источника или группы источников. Остальные источники при этом исключаются из схемы, однако их внутренние сопротивления (проводимости) сохраняются. Следовательно, при исключении источника э. д. с. его зажимы мысленно (не в эксперименте) закорачивают, а ветви

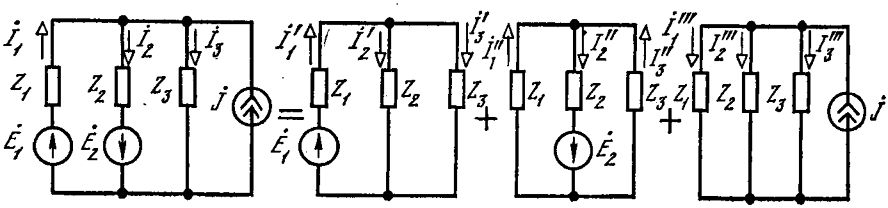


Рис. 3.5

с идеальными источниками токов размыкают. На рис. 3.5 схематически представлено определение токов исходной схемы методом суперпозиции. Если наложить друг на друга три правых схемы, то получится исходная схема, причем

$$\dot{I}_1=\dot{I}_1'+\dot{I}_1''-\dot{I}_1'''; \ \dot{I}_2=\dot{I}_2'+\dot{I}_2''+\dot{I}_2'''; \ \dot{I}_3=\dot{I}_3'-\dot{I}_3''+\dot{I}_3'''.$$

Замечание. Нужно иметь в виду, что расчет методом суперпозиции требует высокой точности определения частичных токов, поскольку алгебраическое суммирование их может привести к большой погрешности. Так, если в некоторой схеме действительный ток равен разности двух частичных: $I = I' - I'' = 110-108 = 2А$, то ошибка в определении каждого частичного тока только в третьем знаке может дать значительную погрешность, например: $111-107 = 4$ А.

§ 3.7. Эквивалентные преобразования схем

Часто удается существенно упростить расчет цепи, если предварительно произвести ее преобразование.

Напоминание. Эквивалентным называют такое преобразование, при котором напряжения и токи в частях схемы, не подвергшихся преобразованию, не изменяются.

К числу хорошо известных из курса физики относятся преобразования последовательных и параллельных соединений пассивных элементов схем или участков схем, которые позволяют «свернуть» схему. В цепях синусоидального тока сложение последовательных сопротивлений и отыскание общего сопротивления параллельных пассивных ветвей производится обычно в комплексной форме. Часто приходится решать и обратную задачу: «развертывание» схемы, т. е. по найденному на входе преобразованного участка (или всей схемы) току определить токи в ветвях первоначальной схемы.

Рассмотрим еще два часто встречающихся случая эквивалентных преобразований схем.

Преобразование схемы с параллельными активными (и пассивными) ветвями

Схема рис. 3.6 содержит в общем случае произвольное число ветвей с источниками э. д. с., с источниками тока и пассивных ветвей. Преобразуем сначала ветви с источниками э. д. с. в участки с источниками тока, затем сложим алгебраически токи источников и свернем пассивную часть схемы. Все эти действия показаны последовательно на рис. 3.6, причем результатом преобразования может быть либо схема с эквивалентным источником тока, либо схема с эквивалентным источником э. д. с.

Приведем расчет всех величин, встречающихся при преобразовании, в соответствии с рис. 3.6:

$$\dot{J}_1=\dot{E}_1Y_1=\dot{E}_1/Z_1; \ \dot{J}_э=\dot{J}_3-\dot{J}_1+\ldots=\sum\dot{J};$$

$$Y_э=Y_1+Y_2+Y_3+\ldots=\sum Y; \ \dot{E}_э=\dot{J}_э/Y_э=\sum\dot{J}/\sum Y; \ Z_э=1/Y_э.$$

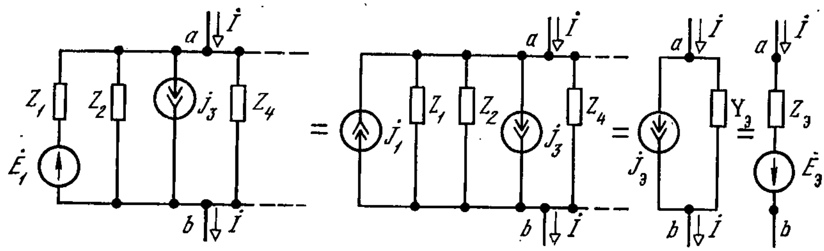


Рис. 3.6

Взаимные преобразования треугольника и звезды сопротивлений

Встречаются такие комбинации в соединениях элементов схем, которые нельзя отнести ни к случаю последовательных соединений, ни к случаю параллельных. Например, к такого рода соединениям относится широко распространенная *мостовая* схема (рис. 3.7, *а*). В этой схеме нет ни одной пары сопротивлений, о которых можно было бы сказать, что они соединены параллельно или последовательно. Эту схему упомянутыми ранее методами свернуть нельзя. Вместе с тем, если заменить *треугольник* сопротивлений Z_{12} — Z_{23} — — Z_{31}, включенных между узлами (вершинами) *1—2—3*, трехлучевой *звездой* сопротивлений, лучи которой расходятся из точки *0* и подходят к тем же вершинам *1—2—3*, то получившаяся схема рис. 3.7, *б*, легко свертывается: сопротивления Z_2 и Z_{24}, как и Z_3 и Z_{43}, соединены между собой последовательно, а ветви (*0—2—4*) и (*0—3—4*) соединены параллельно.

Иногда полезна обратная замена: преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник.

Из условий эквивалентности вытекает необходимость сохранения при преобразованиях (см. рис. 3.7) неизменными потенциалов узлов *1*, *2* и *3*. Поскольку преобразование не должно зависеть от режима работы цепи, от распределения токов в исходной схеме, то ради простоты рассуждений рассмотрим три случая:

1. Пусть ток $I_2 = 0$ (обрыв ветви *2—4*), тогда в схеме рис. 3.7, *а* между узлами *1* и *3* будут включены две параллельные ветви (*1—2—3*) и (*1—3*) с общим сопротивлением $Z'_\Delta = \frac{(Z_{12}+Z_{23})\,Z_{31}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}}$. При тех же условиях в схеме рис. 3.7, *б* между узлами *1* и *3* будут включены два последовательно соединенных сопротивления $Z'_Y = Z_1 + Z_3$ (при обрыве ветви *2—4* сопротивление Z_2 никакого влияния на работу схемы не оказывает). Из условий эквивалентности следует, что в рассматриваемом случае $\dot{I}_1 = \dot{I}_3 = \dot{U}_{13}/Z'_\Delta = \dot{U}_{13}/Z'_Y$, т. е. $Z'_\Delta = Z'_Y$. Таким образом, первый рассмотренный случай дает нам следующее равенство:

$$\frac{(Z_{12}+Z_{23})\,Z_{31}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} = Z_1+Z_3. \tag{3.16}$$

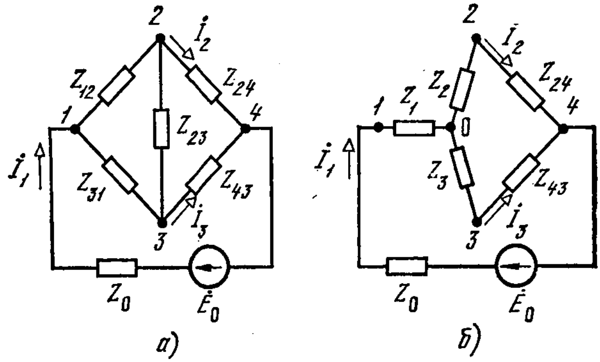


Рис. 3.7

2. Пусть ток $I_3 = 0$ (обрыв ветви *3—4*), тогда $I_1 = I_2$ и аналогичное предыдущему рассуждение приводит к равенству

$$\frac{(Z_{23}+Z_{31})\,Z_{12}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} = Z_1+Z_2. \tag{3.17}$$

3. Наконец, в некоторой (другой) схеме возможен случай $I_1 = 0$ (в нашей схеме рассмотрение теряет смысл, так как разрывается ветвь с источником), тогда получим третье равенство

$$\frac{(Z_{12}+Z_{31})\,Z_{23}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} = Z_2+Z_3. \tag{3.18}$$

Совместное решение уравнений (3.16), (3.17) и (3.18) дает выражения для сопротивлений как треугольника (если считать неизвестными сопротивления лучей звезды), так и звезды (если считать неизвестными сопротивления сторон треугольника):

$$\boxed{\begin{aligned} Z_1 &= \frac{Z_{12}Z_{31}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}},\\ Z_2 &= \frac{Z_{12}Z_{23}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}},\\ Z_3 &= \frac{Z_{31}Z_{23}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}}. \end{aligned}} \tag{3.19}$$

$$\boxed{\begin{aligned} Z_{12} &= Z_1+Z_2+\frac{Z_1Z_2}{Z_3},\\ Z_{23} &= Z_2+Z_3+\frac{Z_2Z_3}{Z_1},\\ Z_{31} &= Z_3+Z_1+\frac{Z_3Z_1}{Z_2}. \end{aligned}} \tag{3.20}$$

Приведенные уравнения легко запомнить, если пользоваться следующими логическими правилами:

1. Сопротивление луча эквивалентной звезды сопротивлений равно произведению сопротивлений прилегающих сторон треугольника, деленному на сумму сопротивлений всех сторон треугольника (3.19).

2. Сопротивление стороны эквивалентного треугольника сопротивлений равно сумме сопротивлений двух прилегающих лучей звезды плюс произведение этих же сопротивлений, деленное на сопротивление оставшегося (противолежащего) луча (3.20).

§ 3.8. Метод эквивалентного генератора

Одним из удобных расчетных приемов, когда необходимо определить ток в одной (выделенной) ветви, является метод эквивалентного генератора, в основе которого лежит *теорема об активном двухполюснике:*

> Активный двухполюсник в расчетном отношении можно заменить эквивалентным генератором, э. д. с. которого равна напряжению холостого хода на зажимах двухполюсника, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению того же двухполюсника, но из схемы которого устранены все источники.

При исключении источников из схемы, т. е. при превращении активного двухполюсника в пассивный, предполагают, что собственные сопротивления источников э. д. с. в схеме сохраняются, а ветви с идеальными источниками тока размыкаются.

Прежде чем доказать сформулированную теорему, убедимся в том, что в любую разомкнутую ветвь сколь угодно сложной схемы можно включить идеальный источник э. д. с., и ток в этой ветви (как и до включения) будет отсутствовать, если э. д. с. источника равна напряжению между точками разрыва и направлена противоположно этому напряжению. Обратимся к рис. 3.8, *а*, где выделена из сложной активной схемы разомкнутая ветвь. Напряжение между точками разрыва a и b назовем *напряжением холостого хода* $\dot{U}_{\text{х.х}}$. Очевидно, что ток в разомкнутой ветви $\dot{I} = 0$, а $\dot{U}_{\text{х.х}} = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b$. На рис. 3.8, *б* приведена та же схема, но между точками разрыва включен источник э. д. с. $\dot{E} = \dot{U}_{\text{х.х}}$. Поскольку в этой схеме $\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_b + \dot{E}$, следовательно, $\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b = \dot{E} = \dot{U}_{\text{х.х}}$, и так как потенциалы точек a и b не изменились, то и ток в рассматриваемой ветви по-прежнему будет отсутствовать ($\dot{I} = 0$).

Теперь при помощи нескольких схемных преобразований, приведенных на рис. 3.9, докажем теорему.

Пусть некоторая сложная активная схема рассматривается относительно выделенной ветви как активный двухполюсник (рис. 3.9, *а*) и пусть ток в этой ветви $\dot{I}$. Токораспределение в схеме не нарушится, если в выделенную ветвь навстречу друг другу включить два одинаковых источника э. д. с. $\dot{E} = \dot{U}_{\text{х.х}}$. При этом будем считать, что $\dot{U}_{\text{х.х}}$ — напряжение на зажимах рассматриваемого двухполюсника, когда выделенная ветвь разомкнута. В соответствии с принципом суперпозиции схему рис. 3.9, *б* можно представить как результат наложения схем *в* и *г*, если в схеме *в* действуют все источники «внутри» двух-

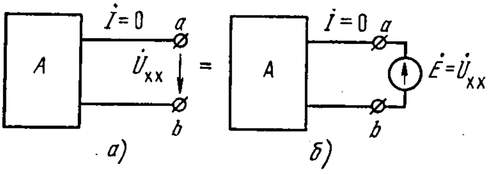


Рис. 3.8

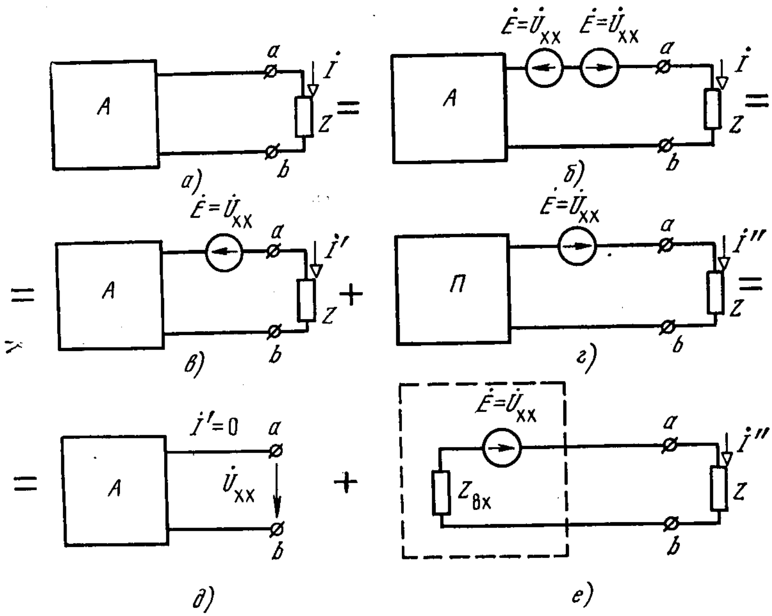


Рис. 3.9

полюсника и один из двух вновь включенных ($\dot{E} = \dot{U}_{х.х}$), а в схеме *г* действует лишь второй из вновь включенных источников, а все остальные исключены; при этом активный двухполюсник превратился в пассивный. Но схема *в* согласно доказанному ранее может быть представлена в виде схемы *д*, где выделенная ветвь разомкнута, а схема *г* может быть превращена в схему *е*, поскольку пассивный двухполюсник всегда можно в расчетном отношении заменить его входным сопротивлением.

Согласно принципу суперпозиции действительный ток в выделенной ветви можно представить как алгебраическую сумму частичных токов и учитывая, что $\dot{I}' = 0$, получаем

$$\dot{I} = \dot{I}' + \dot{I}'' = 0 + \dot{I}'' = \dot{I}''.$$

Следовательно, вместо расчета сложной схемы рис. 3.9, *а* можно при определении тока в одной ветви воспользоваться простой схемой рис. 3.9, *е*, где пунктиром обведен эквивалентный генератор:

$$\boxed{\dot{I} = \frac{\dot{U}_{х.х}}{Z_{вх} + Z}.}$$

Параметры эквивалентного генератора ($\dot{U}_{х.х}$ и $Z_{вх}$) могут быть определены опытным или расчетным (когда известна схема активного двухполюсника) путем.

Рекомендации. При определении параметров эквивалентного генератора расчетным путем следует вычертить две схемы. Одна служит для определения $\dot{U}_{х.х}$ и отличается от исходной тем, что исследуемая ветвь разрывается. Каким-либо методом (контурных токов, по законам Кирхгофа и т. д.) определяют напряжение между точками разрыва. Вторая схема — для определения $Z_{вх}$; в ней в соответствии с правилами, указанными в начале этого параграфа, исключают источники и находят входное сопротивление относительно зажимов выделенной ветви. Если выделенная ветвь содержит источник э. д. с., то последнюю учитывают при определении $\dot{U}_{х.х}$.

§ 3.9. Потенциальная диаграмма

Потенциальной диаграммой называется график распределения потенциала вдоль контура электрической цепи.

Для цепи постоянного тока график распределения потенциала строят таким образом, что по оси абсцисс откладывают в выбранном масштабе все сопротивления контура, встречающиеся при его последовательном (от элемента к элементу) обходе. По оси ординат откладывают потенциалы соответствующих точек. На рис. 3.10 приведена схема цепи и потенциальная диаграмма для внешнего контура. Потенциал узла *0* принят равным нулю. Поскольку э. д. с. повышает потенциал, то $\varphi_a = E_1$. $\varphi_1 = \varphi_a - r_1 I_1$, так как потенциал узла *1* ниже потенциала точки *a* на величину падения напряжения на сопротивлении r_1 (обход контура в данном случае совершается «по току», следовательно, в сторону уменьшения потенциала). Точки *a* и *1* потенциальной диаграммы можно соединить прямой линией.

Потенциал узла *2* меньше потенциала узла *1* на величину падения напряжения на сопротивлении $r_2 : \varphi_2 = \varphi_1 - r_2 I_2$. Далее, $\varphi_b = \varphi_2 + r_3 I_3$, потенциал повышается (движение «против тока»), а $\varphi_0 = \varphi_b + E_3$. При правильном построении диаграмма должна замкнуться, поскольку при обходе контура мы пришли к исходной точке.

Следствия. 1. Потенциальная диаграмма позволяет отыскать в схеме точки равного потенциала, которые в случае необходимости могут быть соединены друг с другом без нарушения токораспределения. Например, у резистора r_2 можно найти точку, потенциал которой равен нулю — это соответствует точке пересечения графика с осью абцисс. Могут быть также найдены точки, разность потенциалов между которыми равна заданной величине.

2. По наклону отрезка графика к оси абцисс можно судить о величине тока на данном участке. Действительно,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{bB}{B2} = \frac{\varphi_b - \varphi_2}{m_u} : \frac{r_3}{m_r} = \frac{\varphi_b - \varphi_2}{r_3} \cdot \frac{m_r}{m_u} = I_3 \frac{m_r}{m_u}; \quad I_3 = \frac{m_u}{m_r} \operatorname{tg}\alpha,$$

где m_u, m_r — масштабы напряжения и сопротивления.

Для цепи синусоидального тока потенциальную диаграмму строят на комплексной плоскости, на которую наносят потенциалы

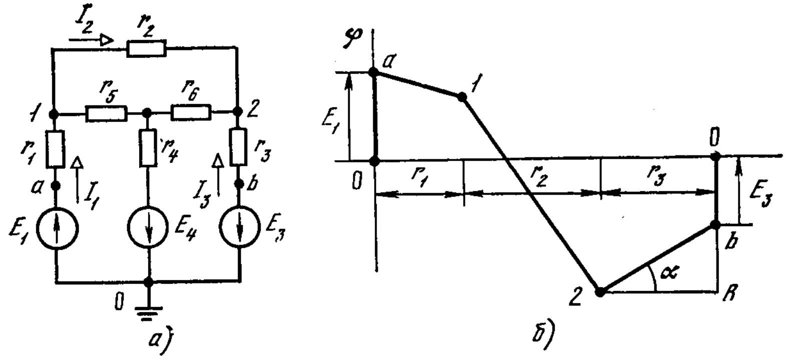


Рис. 3.10

всех точек исследуемой схемы. При этом, если соединить эти точки линиями, представляющими собой векторы напряжений, получится векторная диаграмма, порядок чередования векторов на которой строго соответствует последовательности элементов схемы.

На рис. 3.11 изображена схема и потенциальная диаграмма для нее. Для построения диаграммы выбирают точку, потенциал которой удобно принять равным нулю (точка *5*). Разместим вектор тока $\dot{I}_2$ на оси вещественных величин: как выбор базисного потенциала может производиться произвольно, точно так же при построении качественных векторных диаграмм на комплексной плоскости, а иногда и при расчете цепей синусоидального тока (см. § 3.10) фаза любой из величин может быть принята произвольной (например, равной нулю), а фазы всех других величин в процессе расчета или построения будут зависеть от выбранной.

Потенциал точки *4* может быть определен как

$$\dot{\varphi}_4=\dot{\varphi}_5+j\omega L_2\dot{I}_2=0+j\omega L_2\dot{I}_2=j\omega L_2\dot{I}_2. \tag{3.21}$$

Чтобы построить вектор потенциала $\dot{\varphi}_4$, необходимо в соответствии с (3.21) вектор $\dot{I}_2$ увеличить в ωL_2 раз и повернуть на угол $\pi/2$

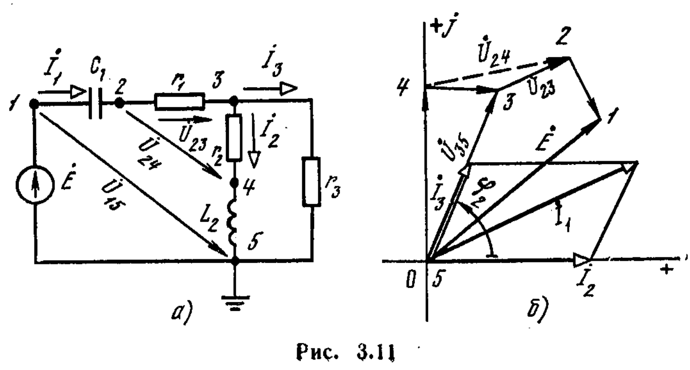


Рис. 3.11

вперед (умножить на j):

$$\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4 + r_2 \dot{I}_2; \quad \dot{U}_{34} = \dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4 = r_2 \dot{I}_2.$$

Вектор напряжения $\dot{U}_{34}$ откладывают параллельно вектору тока $\dot{I}_2$, поскольку они совпадают по фазе. Вектор напряжения $\dot{U}_{35}$ находим как геометрическую сумму $\dot{U}_{45} + \dot{U}_{34}$. Теперь можно построить вектор тока $\dot{I}_3$, учитывая, что в нашем случае в третьей ветви включен только резистор r_3 и поэтому вектор $\dot{I}_3$ совпадает по фазе с вектором $\dot{U}_{35}$. Далее находим

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 + r_1 \dot{I}_1; \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + \left(-j\frac{1}{\omega C_1}\right)\dot{I}_1 =$$
$$= \dot{\varphi}_2 - j\frac{1}{\omega C_1}\dot{I}_1; \quad \dot{U}_{12} = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = -j\frac{1}{\omega C_1}\dot{I}_1.$$

Вектор напряжения $\dot{U}_{12}$ откладывают в сторону «отставания» (умножение на $-j$). Вектор $\dot{E}$ замыкает диаграмму.

Замечания. 1. При построении потенциальной диаграммы на комплексной плоскости в силу правила вычитания векторов положительное направление результирующего вектора всегда обращено в сторону уменьшаемого.

$$\dot{U}_{23} = \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3,$$

тогда как на схеме условно-положительное направление напряжения $\dot{U}_{23}$ отмечают стрелкой, направленной от точки *2* к точке *3*. Только направление вектора э. д. с. на потенциальной диаграмме совпадает с условно-положительным направлением э. д. с. в схеме.

2. С помощью потенциальной диаграммы можно графически определить модуль и фазу напряжения, не участвовавшего в построении диаграммы, например напряжения $\dot{U}_{24}$. Потенциальную диаграмму на комплексной плоскости иногда называют топографической диаграммой.

§ 3.10. Метод пропорционального пересчета

Схему, содержащую один источник, рассчитывают методом пропорционального пересчета.

В случае постоянного тока задаются произвольной величиной тока в одной из удаленных от источника ветвей (например, $I'_n = 1A$) и затем, последовательно «перемещаясь» от избранной ветви к источнику, подсчитывают все напряжения на разветвлениях и токи в ветвях. В результате получается некоторое значение напряжения (или тока) источника, которое вероятнее всего будет отличаться от заданного. Определив *коэффициент подобия*

$$k = \frac{U_{\text{источника заданное}}}{U_{\text{источника расчетное}}} \left(\text{или } \frac{J_{\text{источника заданное}}}{J_{\text{источника расчетное}}}\right),$$

легко подсчитать действительные токи и напряжения на всех участках цепи, умножив расчетные величины на коэффициент подобия

$$I_n = kI'_n.$$

Правомерность такого пересчета для линейных цепей может быть легко обоснована, если воспользоваться передаточными проводимостями: действительно, при одном источнике ток в любой ветви может быть представлен как э. д. с. источника, умноженная на передаточную проводимость в соответствии с выражением (3.15). Следовательно, изменение э. д. с. источника (тока источника) в k раз приводит к изменению тока в любой ветви тоже в k раз.

В случае синусоидального тока аналогичный расчет выполняется в комплексной форме, либо сопровождается построением векторной диаграммы.

Пусть требуется рассчитать токи в ветвях и напряжения на участках цепи, представленной на рис. 3.11, *а*. Задаемся током $I'_2 = 1\text{A}$ и одновременно приступаем к построению векторной диаграммы, окончательный вид которой приведен на рис. 3.11, *б*:

$$U'_{35} = z_2 I'_2 = \sqrt{r_2^2 + (\omega L_2)^2}\, I'_2; \quad \varphi_2 = \operatorname{arctg}\frac{\omega L_2}{r_2};$$

$$I'_3 = \frac{U'_{35}}{r_3}; \; I'_1 = I'_2 + I'_3; \; U'_{23} = r_1 I'_1; \; U'_{12} = \frac{1}{\omega C_1} I'_1; \quad \bar{U}'_{15} = \bar{U}'_{35} + \bar{U}'_{23} + \bar{U}'_{12};$$

$$k = \frac{E}{U'_{15}}; \qquad I_2 = kI'_2 = k; \; I_3 = kI'_3; \; I_1 = kI'_1; \; U_{35} = kU'_{35}.$$

§ 3.11. Баланс мощностей

На основе закона сохранения энергии можно утверждать, что количество потребляемой в цепи энергии равно количеству энергии, генерируемой источниками. Это утверждение справедливо и в отношении активной мощности. Однако в цепи переменного тока следует иметь в виду и реактивную мощность. Возникает вопрос: существует ли для реактивной мощности закон сохранения? Для ответа на этот вопрос воспользуемся простым и наглядным составлением баланса мощности.

Рассмотрим схему рис. 3.12. По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0. \tag{3.22}$$

Равенство (3.22) не изменится, если вместо алгебраической суммы комплексов токов взять алгебраическую сумму сопряженных комплексов то́ков:

$$\overset{*}{I}_1 - \overset{*}{I}_2 - \overset{*}{I}_3 = 0. \tag{3.23}$$

Умножим равенство (3.23) на величину, общую для всех трех ветвей — на комплекс напряжения $\dot{U}_{ab}$, предварительно выразив это напряжение для каждой ветви через токи:

1-я ветвь: $\dot{U}_{ab} = \dot{E}_1 - Z_1\dot{I}_1$; 2-я ветвь: $\dot{U}_{ab} = \dot{E}_2 + Z_2\dot{I}_2$; 3-я ветвь: $\dot{U}_{ab} = Z_3\dot{I}_3$.

$$(\dot{E}_1 - Z_1\dot{I}_1)\overset{*}{I}_1 - (\dot{E}_2 + Z_2\dot{I}_2)\overset{*}{I}_2 - Z_3\dot{I}_3\overset{*}{I}_3 = 0,$$

$$\dot{E}_1\overset{*}{I}_1 - \dot{E}_2\overset{*}{I}_2 = Z_1\dot{I}_1\overset{*}{I}_1 + Z_2\dot{I}_2\overset{*}{I}_2 + Z_3\dot{I}_3\overset{*}{I}_3.$$

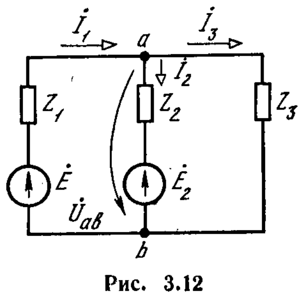


Рис. 3.12

Поскольку сопротивления в ветвях в общем случае могут быть представлены как $Z_1 = r_1 \pm jx_1$; $Z_2 = r_2 \pm jx_2$;

$Z_3 = r_3 \pm jx_3$, произведение комплексного тока на сопряженный комплекс тока дает квадрат модуля этого же тока, а в левой части записаны выражения генерируемых мощностей в комплексной форме (см. § 2.8), то получим:

$$P_{1г} \pm jQ_{1г} - (P_{2г} \pm jQ_{2г}) = (r_1 \pm jx_1) I_1^2 + (r_2 \pm jx_2) I_2^2 + (r_3 \pm jx_3) I_3^2;$$

$$\Sigma P_г \pm j\Sigma Q_г = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + j(\pm x_1 I_1^2 \pm x_2 I_2^2 \pm x_3 I_3^2);$$

$$\Sigma P_г \pm j\Sigma Q_г = \Sigma P_п \pm j\Sigma Q_п. \qquad (3.24)$$

В последнем выражении слева записаны алгебраические суммы генерируемых мощностей, а справа — алгебраические суммы активных и реактивных мощностей в пассивных двухполюсниках цепи.

Два комплексных числа равны, если по отдельности равны их вещественные и мнимые части, следовательно, равенство (3.24) распадается на две части:

$$\boxed{\Sigma P_г = \Sigma P_п} \text{ и } \boxed{\Sigma Q_г = \Sigma Q_п.} \qquad (3.25)$$

Полученные равенства выражают законы сохранения активных и реактивных мощностей.

Замечания. 1. При составлении баланса мощностей следует помнить, что активные мощности складываются арифметически, а реактивные — алгебраически. 2. Закон сохранения не распространяется на полные мощности. Полная мощность на входе сложной цепи определяется одним из двух следующих способов: $S = U_{вх} I_{вх}$ или $S = \sqrt{(\Sigma P)^2 + (\Sigma Q)^2}$. 3. Составление баланса мощностей может быть использовано как средство проверки правильности расчета цепи.

Глава 4. РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ. ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫЕ ЦЕПИ

§ 4.1. Частотная избирательность цепей

В основе работы широкого класса цепей, в частности радиотехнических цепей, лежит *частотная избирательность*. Поскольку величины реактивных сопротивлений $x_L = \omega L$, $x_C = 1/\omega C$ зависят от частоты, то сопротивление любой комбинации этих, а также активных сопротивлений является более или менее сложной функцией частоты. То же можно сказать и о проводимостях. Наиболее удобно характеризовать частотные свойства цепей при помощи *частотных характеристик*.

Так, частотные свойства двухполюсников можно характеризовать зависимостями *входных функций* от частоты:

$$z_{вх}(\omega), \quad y_{вх}(\omega), \quad \varphi(\omega),$$

где $z_{вх}$, $y_{вх}$ — входные сопротивление и проводимость двухполюсника; φ — разность фаз напряжения и тока на входе двухполюсника.

С входными функциями $z_{вх}(\omega)$ и $y_{вх}(\omega)$ связана зависимость амплитуды входного тока от частоты при постоянной амплитуде входного напряжения:

$$I = U/z_{вх};\ I = Uy_{вх}.$$

Частотные свойства четырехполюсников (рис. 4.1) удобно характеризовать при помощи *передаточной функции*

$$K = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{U_2 e^{j\psi_2}}{U_1 e^{j\psi_1}} = \frac{U_2}{U_1} e^{j(\psi_2-\psi_1)} = |K| e^{j\psi}. \qquad (4.1)$$

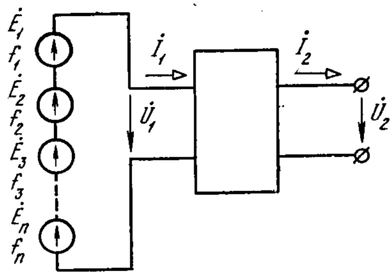


Рис. 4.1

Зависимости модулей входных или передаточных функций от частоты называются амплитудно-частотными характеристиками: $z_{вх}(\omega)$, $y_{вх}(\omega)$, $I(\omega)$, $|K| = f(\omega)$.

Зависимости аргументов входных или передаточных функций от частоты называются фазо-частотными характеристиками: $\varphi(\omega)$, $\psi(\omega)$.

Пусть, например, на входную цепь радиоприемного устройства, представленную на рис. 4.1 в виде четырехполюсника, поступают сигналы n различных частот. Это равносильно тому, что на входе четырехполюсника включено n источников э. д. с. Поскольку в соответствии с выражением (4.1) $\dot U_2 = K\dot U_1$, то модуль и фаза напряжения на выходе четырехполюсника будут зависеть соответственно от модуля и аргумента передаточной функции.

Условимся, что если частотно-избирательная система (двухполюсник или четырехполюсник) в пределах некоторой полосы частот *пропускает* более половины максимально возможной активной мощности, то данную область частот будем называть полосой пропускания. Область частот, лежащую вне полосы пропускания, называют полосой задерживания или подавления.

Если принять, что максимальная мощность $P_{max} = r_{нг}I_0^2$, где $r_{нг}$ — сопротивление нагрузки; I_0 — наибольшее значение тока, то половине от максимального значения мощности будет соответствовать величина тока $I_{гр}$ на границе полосы пропускания

$$r_{нг}I_{гр}^2 = 0{,}5P_{max} = 0{,}5r_{нг}I_0^2,$$

откуда

$$\boxed{I_{гр}/I_0 = \sqrt{0{,}5} = 1/\sqrt{2} \approx 0{,}707.}$$

В связи с этим полосе пропускания можно дать другое определение: *полосой пропускания называется область частот, в пределах которой отклик не становится меньше* $1/\sqrt{2} = 0{,}707$ *от своего наибольшего значения.*

Воздействуя на входную цепь радиоприемного устройства, можно из n сигналов (рис. 4.1) выделить желательный, т. е. «настроиться» на ту или иную частоту радиопередающих станций.

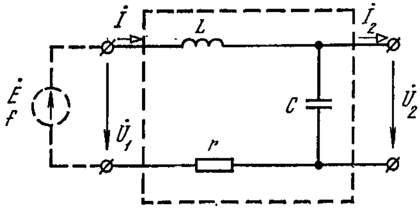


Рис. 4.2

§ 4.2. Последовательный колебательный контур

Последовательным колебательным контуром называют цепь, составленную из катушки и конденсатора, соединенных последовательно относительно входных зажимов. Нагрузку контура присоединяют параллельно к одному из реактивных элементов, чаще всего к конденсатору (рис. 4.2). Сопротивление r в радиотехнических контурах представляет собой обычно собственные сопротивления радиодеталей: катушки и конденсатора; иначе говоря — это неизбежное сопротивление, называемое иногда **сопротивлением потерь контура**.

Рассмотрим работу схемы рис. 4.2 без нагрузки ($U_2 = U_{2х.х}$) или, что практически одно и то же, будем считать, что сопротивление нагрузки весьма велико и током I_2 можно пренебречь. Тогда эта схема превращается в двухполюсник.

В рассматриваемой цепи входной ток

$$I = \frac{U_1}{z_{вх}} = \frac{U_1}{\sqrt{r^2+(x_L-x_C)^2}}.$$

Резонанс в цепи наступает, когда $x_{вх} = x_L - x_C = 0$ (см. § 2.7), т. е. при частоте $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Равные друг другу при резонансе реактивные сопротивления

$$x_{Lр} = \omega_0 L = L/\sqrt{LC} = \sqrt{L/C} = \rho;\quad x_{cр} = 1/(\omega_0 C) = \sqrt{LC}/C = \sqrt{L/C} = \rho$$

называют **характеристическими сопротивлениями** контура. Отношение характеристического сопротивления к сопротивлению потерь называют **добротностью**:

$$\boxed{Q = \rho/r,}$$

а величину, обратную добротности, называют **затуханием**:

$$\boxed{d = 1/Q = r/\rho.}$$

На рис. 4.3 построены частотные характеристики входных сопротивлений последовательного колебательного контура и его фазо-частотная характеристика. Характеристика $z_{вх}(\omega)$ получена путем геометрического суммирования кривых $x_{вх}(\omega)$ и $r(\omega)$, причем для простоты принято, что в некотором ограниченном диапазоне частот активное сопротивление r практически не зависит от частоты (на самом деле оно возрастает с частотой из-за поверхностного эффекта).

Фазо-частотная характеристика $\varphi(\omega)$ построена на основании уравнения

$$\boxed{\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x_{\text{вх}}}{r},}$$

полученного из треугольника сопротивлений [см. выражение (2.5)].

Составим уравнение амплитудно-частотной характеристики для тока

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{r^2 + x_{\text{вх}}^2}} = \frac{U_1}{r\sqrt{1 + (x_{\text{вх}}/r)^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + (x_{\text{вх}}/r)^2}}, \qquad (4.2)$$

где I_0 — наибольшее для данной цепи значение тока, которое имеет место при резонансе, когда $x_{\text{вх}} = 0$,

$$a = \frac{x_{\text{вх}}}{r} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{r} = \frac{\omega_0 L}{r}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 L \omega C}\right) = \frac{\rho}{r}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right). \qquad (4.3)$$

Подставим полученное выражение в равенство (4.2):

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}.$$

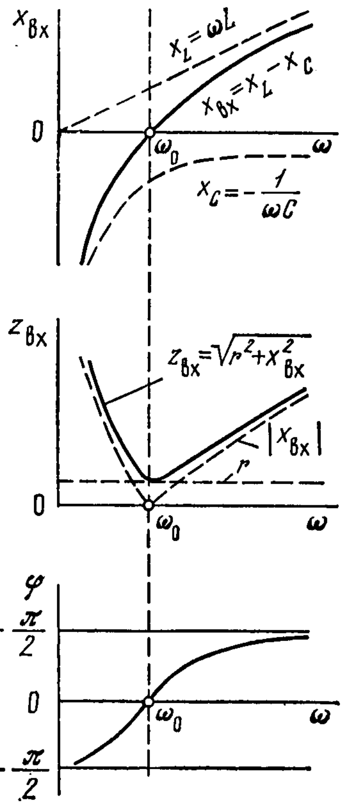


Рис. 4.3

Удобно пользоваться выражением тока в относительных единицах, которое называют **нормированным током**:

$$\boxed{n = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}.} \qquad (4.4)$$

Мы получили уравнение амплитудно-частотной характеристики тока, в котором учтена добротность контура. На рис. 4.4, *а* приведен примерный вид амплитудно-частотных характеристик для контуров различной добротности. Чем выше добротность, тем более острой и узкой становится характеристика, тем выше избирательные свойства контура: полоса пропускания для контура, имеющего добротность $Q = 1$, обозначена S_a, а полоса пропускания для контура с $Q = 10$ заштрихована.

Величина

$$a = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

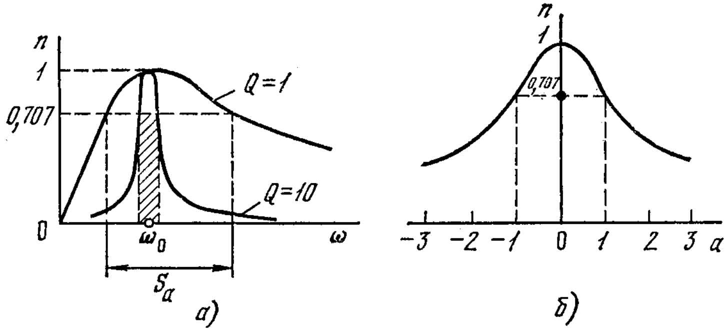


Рис. 4.4

является функцией частоты и обращается в нуль, когда $\omega = \omega_0$, т. е. когда частота собственных колебаний контура ω_0 совпадает с частотой сигнала источника. Отклонение частоты источника в любую сторону от резонансной (ω_0) ведет к возрастанию величины a. Когда $\omega = \omega_0$, то говорят, что контур *настроен*. Когда $\omega \neq \omega_0$, то говорят, что контур *расстроен*. О степени расстройки контура удобно судить по величине a, которую и называют обобщенной расстройкой. Контур можно настроить, изменяя частоту источника или параметры самого контура.

Степень расстройки можно также характеризовать двумя другими величинами: $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ — абсолютная расстройка; $\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ — относительная расстройка.

Для небольших расстроек, когда $\omega \approx \omega_0$, можно получить приближенное значение обобщенной расстройки

$$a = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = Q\,\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0\omega} = Q\,\frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0\omega} \approx$$

$$\approx Q\frac{\Delta\omega 2\omega_0}{\omega_0^2} = 2Q\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q\delta. \qquad (4.5)$$

Наконец, можно построить обобщенную амплитудно-частотную характеристику последовательного колебательного контура любой добротности по уравнению (4.4), если по оси абсцисс откладывать не частоту, а обобщенную расстройку a (рис. 4.4, *б*).

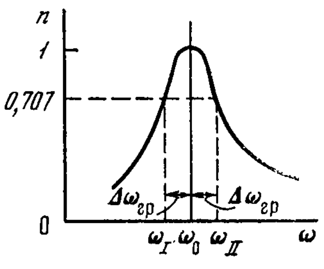


Рис. 4.5

На границе полосы пропускания обобщенная расстройка:

$$n_{гр} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_{гр}^2}}; \quad \boxed{a_{гр} = \pm 1.} \qquad (4.6)$$

Абсолютное значение полосы пропускания (рис. 4.5)

$$S_a = \omega_{II} - \omega_I.$$

Относительное значение полосы пропускания

$$S_0 = \frac{S_a}{\omega_0} = \frac{\omega_{II} - \omega_I}{\omega_0} \approx \frac{2\Delta\omega_{гр}}{\omega_0}.$$

Сопоставив выражения (4.6) и (4.5), получаем

$$a_{гр} = 1 = Q\frac{2\Delta\omega_{гр}}{\omega_0} = QS_0, \qquad \boxed{S_0 = \frac{1}{Q} = d.}$$

Следовательно, относительная полоса пропускания колебательного контура численно равна его затуханию.

§ 4.3. Параллельный колебательный контур

Параллельным колебательным контуром называют параллельное относительно входных зажимов соединение двух ветвей, содержащих различные комбинации реактивных сопротивлений противоположных знаков. Простейшим видом такого контура является параллельное соединение катушки и конденсатора (рис. 4.6).

Входное сопротивление контура

$$Z_{вх} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r_1 + j\omega L)\,[r_2 + 1/(j\omega C)]}{r_1 + r_2 + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}}. \tag{4.7}$$

Если принять во внимание, что сопротивления r_1 и r_2 в радиотехнических контурах малы и представляют собой обычно собственные сопротивления радиодеталей (сопротивления потерь), то без большой погрешности можно пренебречь величинами этих сопротивлений в числителе выражения (4.7). В знаменателе пренебречь этими величинами нельзя, так как при настройке контура мнимая часть знаменателя приближается к нулю. В результате получаем

$$Z_{вх} \approx \frac{L/C}{r + j\,[\omega L - 1/(\omega C)]}; \qquad r = r_1 + r_2.$$

В полученном выражении знаменатель представляет собой входное сопротивление последовательного колебального контура, составленного из тех же радиодеталей, что и рассматриваемый параллельный контур. Но для последовательного контура (§ 4.2):

$$\frac{L}{C} = \rho^2; \quad r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = r\left[1 + j\frac{\omega L_0}{r}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] =$$
$$= r\left[1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] = r\,(1 + ja).$$

Тогда

$$Z_{вх} = \frac{\rho^2}{r\,(1 + ja)}.$$

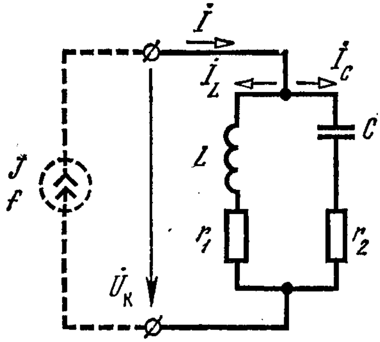


Рис. 4.6

При резонансе, когда расстройка $a = 0$, входное сопротивление

$$\boxed{Z_{вх.\,р} = \rho^2/r = Q\rho = R_э.}$$

Сопротивление $R_э$ называют **резонансным** или **эквивалентным** сопротивлением параллельного контура. Резонансное сопротивление является принципиально большой величиной, при добротностях $Q = 100 \div 300$ и характеристических сопротивлениях $\rho = 100 \div 500$ Ом это сопротивление имеет величину порядка $10 \div 150$ кОм. Поскольку нормальным для колебательных контуров является режим резонанса и малых расстроек, то в целях согласования источника с нагрузкой (параллельный контур часто играет роль нагрузочного сопротивления) этот контур целесообразно питать от источника с большим внутренним сопротивлением, т. е. от источника тока.

Построим частотные характеристики входных сопротивлений и напряжения на контуре:

$$Z_{вх} = r_{вх} + jx_{вх} = \frac{\rho^2}{r(1+ja)} = \frac{R_э}{1+ja} =$$
$$= \frac{R_э(1-ja)}{(1+ja)(1-ja)} = \frac{R_э}{1+a^2} - j\frac{aR_э}{1+a^2};$$

$$\left.\begin{aligned} r_{вх} = \frac{R_э}{1+a^2};\quad x_{вх} = -\frac{aR_э}{1+a^2};\quad z_{вх} = \sqrt{r_{вх}^2 + x_{вх}^2} = \frac{R_э}{\sqrt{1+a^2}},\\ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{x_{вх}}{r_{вх}} = \operatorname{arctg}(-a). \end{aligned}\right\} \tag{4.8}$$

На рис. 4.7 представлены амплитудно-частотные характеристики $r_{вх}(a)$, $x_{вх}(a)$, $z_{вх}(a)$ и фазо-частотная характеристика $\varphi(a)$, построенные в соответствии с уравнениями (4.8).

Если рассматриваемый контур питается от источника тока, т. е. если ток источника J не зависит от нагрузки, тогда напряжение на контуре

$$U_k = Jz_{вх} = \frac{JR_э}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{U_{к\cdot р}}{\sqrt{1+a^2}},$$

где $U_{к.р} = JR_э$ — напряжение на контуре при резонансе, которое является наибольшим ($a = 0$). Тогда получаем амплитудно-частотную характеристику напряжения на контуре в относительных единицах

$$\boxed{n = \frac{U_к}{U_{к.р}} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}}.$$

Полученное уравнение ничем не отличается от уравнения (4.4) нормированной амплитудно-частотной характеристики тока в последовательном колебательном контуре (см. рис. 4.4, *б*). Следовательно, все рассуждения, относившиеся к характеристике тока в последовательном контуре (расстройки, полоса пропускания) могут быть применены для частотной характеристики напряжения в случае параллельного контура.

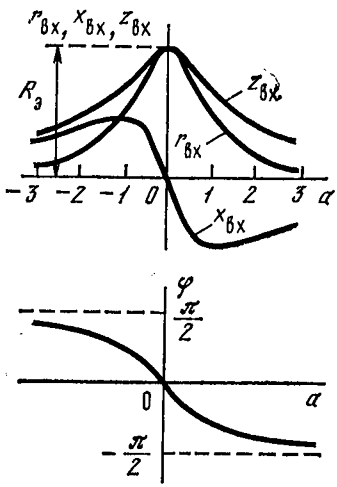


Рис. 4.7

§ 4.4. Индуктивно связанные цепи

В электрических цепях могут возникать *потокосцепления взаимной индукции,* т. е. потокосцепления одних элементов, обусловленные электрическими токами в других элементах электрических цепей. Изменения этих потокосцеплений вызывают возбуждение э. д. с. взаимной индукции. Цепи, в которых возбуждаются э. д. с. взаимной индукции, называют индуктивно связанными цепями.

Две индуктивно связанные катушки, к каким бы ветвям или цепям они не принадлежали, могут быть включены двумя способами: *согласно* или *встречно.* При согласном включении потокосцепления (и э. д. с.) самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению. При встречном включении потокосцепление (и э. д. с.) взаимной индукции направлено навстречу потокосцеплению (и э. д. с.) самоиндукции. Для того чтобы различать в схемах согласное и встречное включения катушек, производят разметку их зажимов.

Направление магнитного потока в расположенной определенным образом катушке определяется двумя факторами: направлением тока в обмотке и направлением намотки катушки. Положительные

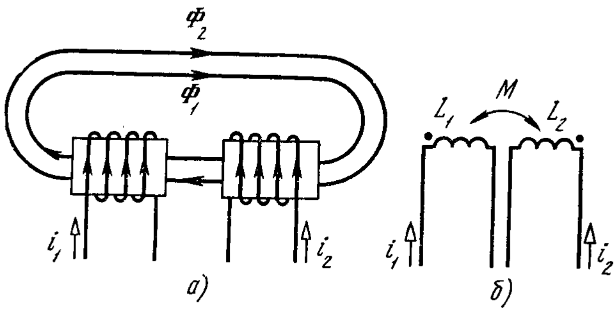


Рис. 4.8

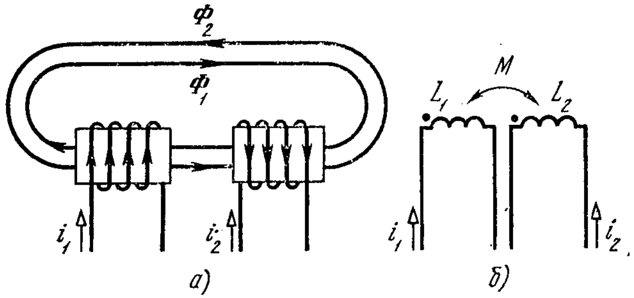


Рис. 4.9

направления тока и создаваемого им магнитного потока связаны правилом правоходового винта. Так, на рис. 4.8, *а* две катушки хотя и имеют противоположные направления намотки, но включены согласно, так как их магнитные потоки совпадают по направлению. На рис. 4.9, *а* показаны те же катушки, но условно-положительное направление тока во второй катушке изменено на противоположное, магнитные потоки катушек теперь направлены навстречу друг другу, катушки включены встречно.

Для того чтобы на схеме не изображать катушки с четким указанием направлений их намотки, условились обозначать одинаковыми метками (точками, звездочками и т. п.) *одноименные зажимы*. В случае согласного включения условно-положительные направления токов двух катушек должны быть *одинаковым образом ориентированы* относительно одноименных зажимов (рис. 4.8, *б*): либо оба тока должны входить в зажимы, обозначенные одинаковыми метками, либо оба тока должны выходить из этих зажимов. В случае встречного включения условно-положительные направления токов двух катушек должны быть *разным образом ориентированы* относительно одноименных зажимов (рис. 4.9, *б*).

При согласном включении двух катушек к э. д. с. самоиндукции добавляется э. д. с. взаимной индукции:

$$e_{\text{согл}} = e_L + e_M = -L\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}.$$

При встречном включении э. д. с. взаимной индукции вычитается из э. д. с. самоиндукции:

$$e_{\text{встр}} = e_L - e_M = -L\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}.$$

Рассмотрим два практически важных примера индуктивно связанных цепей: последовательное и параллельное соединение катушек. В этих примерах катушки имеют не только магнитную, но и электрическую связь. На примере двухконтурной колебательной системы рассмотрим случай трансформаторной связи двух катушек (когда они связаны магнитным потоком, но не связаны электрически).

Последовательное соединение двух катушек

Схема согласного включения приведена на рис. 4.10, *а*, схема встречного включения — на рис. 4.10, *б*. Составим уравнение для напряжений, причем учтем э. д. с. взаимной индукции с их знаками (в зависимости от способа включения), введя соответствующие напряжения, компенсирующие эти э. д. с.

$$u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + r_1 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + r_2 i.$$

Верхние знаки относятся к схеме согласного включения катушек, нижние — к схеме встречного включения. Запишем это же уравнение в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = j\omega L_1 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} + r_1 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} \pm$$
$$\pm j\omega M \dot{I} + r_2 \dot{I} = \dot{I}\,[r_1 + r_2 + j(\omega L_1 + \omega L_2 \pm 2\omega M)]. \qquad (4.9)$$

Величина ωM, измеряемая в омах, называется **сопротивлением взаимной индукции**, а $Z_M = j\omega M$ — **комплексным сопротивлением взаимной индукции.**

Выражение (4.9) может быть представлено в виде:

$$\dot{U} = \dot{I}\,(r_э + j\omega L_э) = \dot{I} Z_{вх},$$

где $Z_{вх} = r_э + j\omega L_э$ — комплексное входное сопротивление цепи, содержащей последовательное соединение индуктивно связанных катушек, вещественной частью которого является эквивалентное

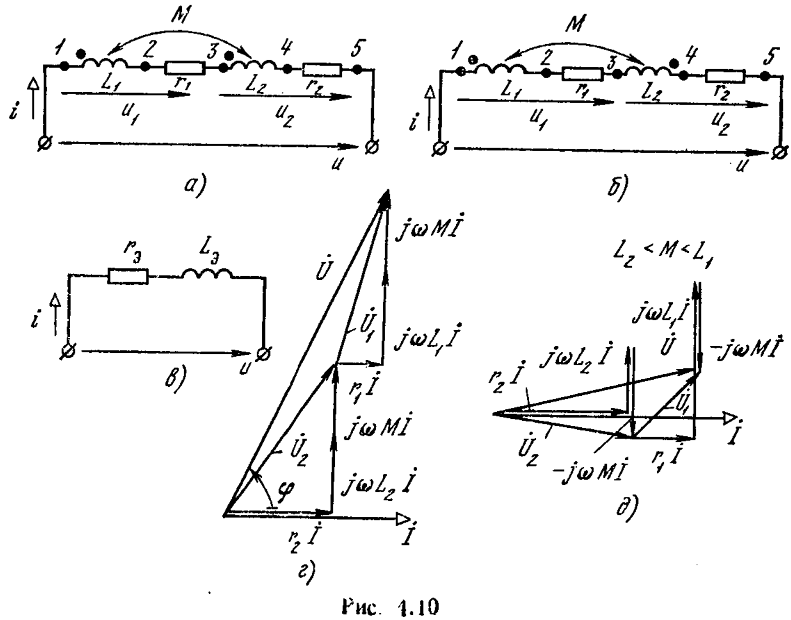


Рис. 4.10

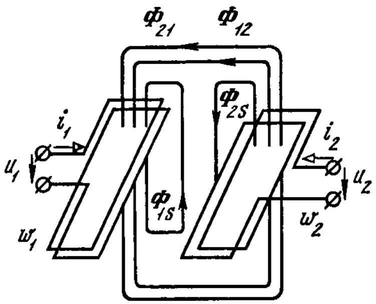


Рис. 4.11

активное сопротивление $r_э = r_1 + r_2$, а мнимой частью — эквивалентное индуктивное сопротивление $\omega L_э = \omega (L_1 + L_2 \pm 2M)$. Наличие взаимной индукции при согласно включенных катушках увеличивает эквивалентную индуктивность, а при встречном включении одна катушка стремится ослабить магнитное поле другой; при этом говорят, что катушки действуют «размагничивающим» образом друг на друга.

На рис. 4.10, *в* показана эквивалентная схема замещения последовательно соединенных катушек, а на рис. 4.10, *г* и *д* приведены топографические диаграммы для случаев согласного и встречного включения катушек.

На рис. 4.10, *д* диаграмма построена для случая, когда $L_2 < M < L_1$. При таком соотношении параметров возникает *емкостный эффект,* заключающийся в том, что на одном из участков цепи, не содержащей конденсаторов, напряжение отстает по фазе от тока ($\dot{U}_2$ отстает от $\dot{I}$). Вместе с тем ни при каких обстоятельствах напряжение на входе цепи, не содержащей конденсаторов, не может отставать по фазе от входного тока (φ всегда положителен). Иначе говоря, всегда $L_э = L_1 + L_2 \pm 2M > 0$. Последнее утверждение вытекает из простого физического соображения: в реальных цепях сумма потокосцеплений самоиндукции всегда больше суммы потокосцеплений взаимной индукции на величину потокосцеплений рассеяния. Потоком рассеяния в индуктивно связанных цепях называют ту часть магнитного потока, которая сцеплена только с витками «собственной» катушки и не оказывает влияния на работу других катушек. На рис. 4.11 показаны потоки взаимной индукции Φ_{21} и рассеяния Φ_{1S}, которые создаются током первой катушки; поток самоиндукции этой катушки $\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{1S}$.

Параллельное соединение двух катушек

На рис. 4.12, *а* показано параллельное соединение индуктивно связанных катушек. Составим уравнения для обеих ветвей, причем верхние знаки будут относиться к случаю согласного, а нижние — к случаю встречного включения:

$$u = L_1\frac{di_1}{dt} \pm M\frac{di_2}{dt} + r_1 i_1; \quad u = L_2\frac{di_2}{dt} \pm M\frac{di_1}{dt} + r_2 i_2;$$

$$\dot{U} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 + r_1 \dot{I}_1; \quad \dot{U} = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 + r_2 \dot{I}_2.$$

Обозначим $r_1 + j\omega L_1 = Z_1; \quad r_2 + j\omega L_2 = Z_2; \quad j\omega M = Z_M.$

Из получившейся системы уравнений

$$Z_1 \dot{I}_1 \pm Z_M \dot{I}_2 = \dot{U}, \quad \pm Z_M \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2 = \dot{U}$$

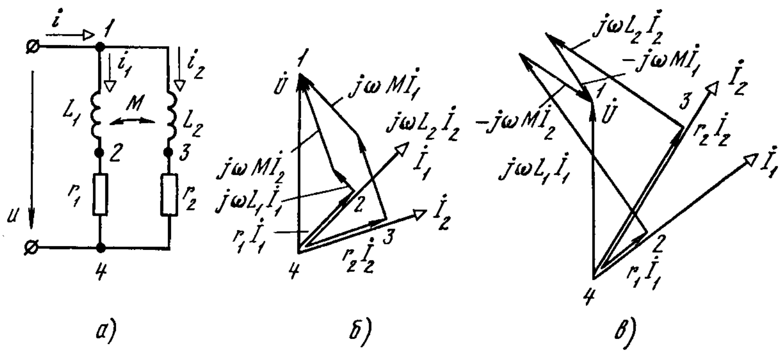


Рис. 4.12

находим

$$\dot I_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\dot U\,(Z_2\mp Z_M)}{Z_1Z_2-Z_M^2};\quad \dot I_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{\dot U\,(Z_1\mp Z_M)}{Z_1Z_2-Z_M^2}.$$

Для параллельного соединения

$$\dot I=\dot I_1+\dot I_2=\dot U\,\frac{Z_1+Z_2\mp 2Z_M}{Z_1Z_2-Z_M^2}=\dot U Y_{\text{вх}};$$

$$Z_{\text{вх}}=\frac{1}{Y_{\text{вх}}}=\frac{Z_1Z_2-Z_M^2}{Z_1+Z_2\mp 2Z_M}. \qquad (4.10)$$

На рис. 4.12, *б* построена топографическая диаграмма для случая согласного включения катушек, а на рис. 4.12, *в* — для встречного включения. Анализ выражения (4.10) показывает, что входное сопротивление схемы рис. 4.12, *а* имеет бо́льшую величину при согласном включении и меньшую — при встречном. Если индуктивная связь отсутствует, то выражение (4.10) превращается в известную формулу входного сопротивления при параллельном соединении двух ветвей ($Z_M = 0$).

Общий случай расчета индуктивно связанных цепей

В общем случае при расчете цепей, содержащих индуктивные связи, используют либо метод непосредственного применения законов Кирхгофа (что особенно удобно, если в задаче требуется построить топографическую диаграмму), либо метод контурных токов. Другие методы имеют ограниченное применение (например, метод эквивалентного генератора применяется, если выделенная ветвь не связана индуктивно с другими ветвями), либо вовсе не могут быть применены (например, метод узловых потенциалов).

Покажем на примере схемы рис. 4.13 составление уравнений по законам Кирхгофа и по методу контурных токов. При составлении уравнений следует учитывать напряжения, уравновешивающие

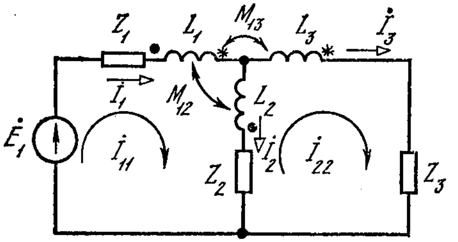


Рис. 4.13

э. д. с. самоиндукции и взаимоиндукции, а также сопоставлять направления обхода контура с условно-положительным направлением тока и принимать во внимание схемы включения индуктивно связанных катушек (согласно или встречно). На схеме рис. 4.13 катушки размечены попарно соответствующими знаками (точки и звездочки), между катушками *2* и *3* индуктивной связи нет.

По законам Кирхгофа

$$\dot I_1 - \dot I_2 - \dot I_3 = 0,$$

$$Z_1\dot I_1 + j\omega L_1\dot I_1 - j\omega M_{12}\dot I_2 + j\omega M_{13}\dot I_3 + j\omega L_2\dot I_2 - j\omega M_{12}\dot I_1 + Z_2\dot I_2 = \dot E_1,$$

$$-Z_2\dot I_2 - j\omega L_2\dot I_2 + j\omega M_{12}\dot I_1 + j\omega L_3\dot I_3 + j\omega M_{13}\dot I_1 + Z_3\dot I_3 = 0.$$

Уравнения для контурных токов

$$\dot I_{11}(Z_1 + Z_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega M_{12}) +$$
$$+ \dot I_{22}(-Z_2 - j\omega L_2 + j\omega M_{12} + j\omega M_{13}) = \dot E_1,$$

$$\dot I_{11}(-Z_2 - j\omega L_2 + j\omega M_{12} + j\omega M_{13}) + \dot I_{22}(Z_2 + Z_3 + j\omega L_2 + j\omega L_3) = 0.$$

§ 4.5. Резонанс в цепях со смешанным соединением сопротивлений

Если электрическая цепь содержит только реактивные элементы, то признаком резонанса является обращение в нуль или в бесконечность входного сопротивления (или входной проводимости). Частными случаями таких цепей являются последовательный и параллельный идеальные колебательные контуры.

На рис. 4.14 построены частотные характеристики входных сопротивлений реактивных двухполюсников. Частотная характеристика входного сопротивления идеального последовательного контура построена на рис. 4.14, *а*. Резонанс напряжений в этой схеме наступает при $\omega^1 = 1/\sqrt{L_1C_1}$, когда входное сопротивление обращается в нуль.

На рис. 4.14, *б* построена частотная характеристика входной проводимости идеального параллельного колебательного контура. Резонанс токов в этой схеме наступает при $\omega_2 = 1\sqrt{L_2C_2}$, когда входная проводимость обращается в нуль. На рис. 4.14, *в* приведена частотная характеристика входного сопротивления параллельной схемы, полученная путем «обращения»: $jx_{вх} = 1/(jb_{вх}) = -j1/b_{вх}$.

На рис. 4.14, *г* построены частотные характеристики четырехэлементного реактивного двухполюсника, полученного в результате соединения последовательного и параллельного идеальных контуров. Частотные характеристики входного сопротивления найдены путем графического суммирования характеристик последовательного и параллельного двухполюсников. Рассмотрение частотной характеристики четырехэлементного реактивного двухполюсника показывает, что его входное сопротивление дважды (при частотах ω_1 и ω_3) обращается в нуль и один раз (при частоте ω_2) — в бесконечность. Следовательно, в рассматриваемой схеме на двух частотах наблюдается резонанс напряжений и на одной — резонанс токов. По аналогии с рассмотренным можно построить частотные характеристики входного сопротивления любого более сложного многоэлементного реактивного двухполюсника.

В двухполюсниках, содержащих кроме реактивных также активные сопротивления (в так называемых двухполюсниках с потерями), явления существенно усложняются. Входные сопротивления и проводимости не обращаются при резонансах ни в нуль, ни в бесконечность. Признаком резонанса в любых цепях, содержащих активные и разнородные реактивные сопротивления, а также в индуктивно связанных цепях, содержащих конденсаторы, является *совпадение по фазе напряжения и тока на входе цепи*. Математическим выражением этого является *равенство нулю мнимой части комплекса входного сопротивления (или входной проводимости)*.

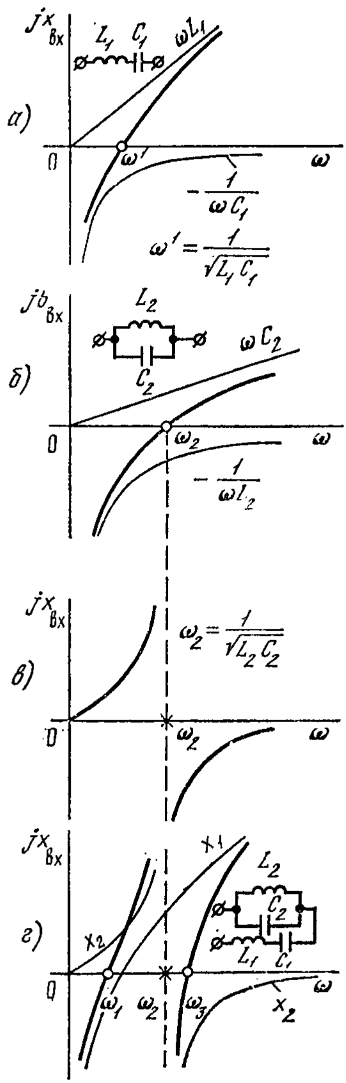


Рис. 4.14

§ 4.6. Связанные колебательные контуры

Совокупность двух или более колебательных контуров, между которыми существует электрическая и (или) магнитная связь и энергия из одного контура может передаваться в другой, называется связанными колебательными контурами. Из всех возможных многоконтурных колебательных систем рассмотрим в качестве примера двухконтурную схему с *трансформаторной связью*.

На рис. 4.15, *а* представлена схема связанных контуров, где индексом *1* помечены все величины, относящиеся к *первичному* контуру, на зажимы которого включен источник питания, а индексом *2* — все величины *вторичного* контура. Первичная и вторичная индуктивно связанные катушки, не имеющие сердечника или сердечник которых не является ферромагнитным, образуют так называемый в о з д у ш н ы й т р а н с ф о р м а т о р.

Количественно степень связи между контурами оценивается с помощью *коэффициента связи*

$$\boxed{k_{св} = M/\sqrt{L_1 L_2}.} \tag{4.11}$$

Величина взаимной индукции M связана с величинами потокосцеплений взаимной индукции, а величины L_1 и L_2 — с потокосцеплениями самоиндукции. Но поскольку сумма (или произведение) потокосцеплений взаимной индукции всегда меньше суммы (или произведения) потокосцеплений самоиндукции из-за наличия потокосцеплений рассеяния (см. рис. 4.11), то числитель выражения (4.11) всегда меньше знаменателя. Следовательно, коэффициент связи

$$0 \leqslant k_{св} < 1.$$

Если коэффициент связи равен нулю, то цепи магнитно не связаны. Это значит, что либо оба контура в теоретическом смысле разделены бесконечно большим расстоянием (в практическом смысле — значительно удалены друг от друга), либо оси двух катушек взаимно перпендикулярны. Во втором случае линии потока одной катушки не пронизывают плоскости витков другой катушки и, следовательно, их потокосцепление взаимной индукции равно нулю. Прибор, представляющий собой две катушки, одна из которых может поворачиваться внутри другой, благодаря чему изменяется их взаимная индуктивность, называется в а р и о м е т р о м.

Составим и преобразуем уравнения для схемы, представленной на рис. 4.15, *а*:

$$\left.\begin{aligned} r_1\dot I_1 + j\omega L_1\dot I_1 - j\frac{1}{\omega C_1}\dot I_1 + j\omega M\dot I_2 &= \dot U_1,\\ r_2\dot I_2 + j\omega L_2\dot I_2 - j\frac{1}{\omega C_2}\dot I_2 + j\omega M\dot I_1 &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{4.12}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(r_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}\right)\dot I_1 + j\omega M\dot I_2 &= \dot U_1,\\ j\omega M\dot I_1 + \left(r_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}\right)\dot I_2 &= 0, \end{aligned}\right\}\quad \left.\begin{aligned} Z_{11}\dot I_1 + Z_{12}\dot I_2 &= \dot U_1,\\ Z_{21}\dot I_1 + Z_{22}\dot I_2 &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

где $Z_{11} = r_1 + j[\omega L_1 - 1/(\omega C_1)]$ — собственное комплексное сопротивление первичного контура; $Z_{22} = r_2 + j[\omega L_2 - 1/(\omega C_2)]$ — собственное комплексное сопротивление вторичного контура; $Z_{12} = Z_{21} = j\omega M = Z_{св}$ — общее комплексное сопротивление первичного и вторичного контуров, называемое с о п р о т и в л е н и е м с в я з и.

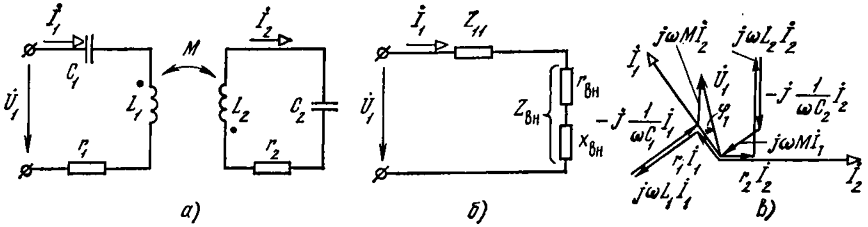


Рис. 4.15

Из последней системы уравнений

$$\dot I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\dot U_1 Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{св}^2} = \frac{\dot U_1}{Z_{11} - Z_{св}^2/Z_{22}} = \frac{\dot U_1}{Z_{вх}}.$$

Знаменатель последнего выражения обозначен $Z_{вх}$ исходя из того, что величина, на которую нужно разделить входное напряжение, чтобы получить входной ток, может быть только входным сопротивлением. Исследуем подробнее входное сопротивление.

$$Z_{вх} = Z_{11} - Z_{св}^2/Z_{22} = Z_{11} + Z_{вн},$$

где $Z_{вн}$ — комплексное сопротивление, «вносимое» из вторичного контура в первичный (если вторичный контур разомкнуть, то $Z_{вх.х.} = Z_{11}$, следовательно, $Z_{вн}$ и есть та величина добавочного сопротивления, которая учитывает наличие вторичного контура).

Вносимое сопротивление

$$Z_{вн} = -\frac{Z_{св}^2}{Z_{22}} = -\frac{(j\omega M)^2}{r_{22} + jx_{22}} = \frac{(\omega M)^2 (r_{22} - jx_{22})}{(r_{22} + jx_{22})(r_{22} - jx_{22})} =$$
$$= \frac{(\omega M)^2}{r_{22}^2 + x_{22}^2} r_{22} - j\frac{(\omega M)^2}{r_{22}^2 + x_{22}^2} x_{22} = r_{вн} + jx_{вн}.$$

Таким образом, мы выделили вещественную и мнимую части комплекса вносимого сопротивления, получив вносимые активное и реактивное сопротивления:

$$\boxed{r_{вн} = \frac{(\omega M)^2}{r_{22}^2 + x_{22}^2} r_{22}, \quad x_{вн} = -\frac{(\omega M)^2}{r_{22}^2 + x_{22}^2} x_{22},} \qquad (4.14)$$

причем $r_{22} = r_2$, $x_{22} = \omega L_2 - 1/(\omega C_2)$, $z_{22} = \sqrt{r_{22}^2 + x_{22}^2}$.

Замечание. Введение понятия о вносимых сопротивлениях позволяет построить неразветвленную схему замещения связанных контуров, приведенную на рис. 4.15, *б*. Схема замещения удобна для решения различных вопросов анализа цепи, в частности, с ее помощью можно изучать энергетические процессы в связанных контурах. Например, можно подсчитать активную мощность, выделяемую во вторичной цепи, выразив ее через ток первичной цепи:

$$P_2 = r_2 I_2^2 = r_{вн} I_1^2,$$

подсчитать к. п. д. связанных контуров:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{r_{вн} I_1^2}{(r_{11} + r_{вн}) I_1^2} = \frac{r_{вн}}{r_{вн} + r_{11}} = \frac{1}{1 + r_{11}/r_{вн}},$$

убедиться, что в согласованном режиме, когда $r_{вн} = r_{11}$ и $P_2 = P_{2\,max\,max}$, $\eta = 0{,}5$.

Реактивное сопротивление «вносится» в первичный контур с противоположным знаком: при индуктивной расстройке вторичного контура в первичный вносится емкостное сопротивление, и наоборот. На рис. 4.15, *в* представлена векторная диаграмма для схемы рис. 4.15, *а* при индуктивной расстройке вторичного контура и настроенном первичном контуре $[\omega L_2 > 1/(\omega C_2),\ \omega L_1 = 1/(\omega C_1)]$. Построение начато с вектора тока $\dot{I}_2$ по второму уравнению системы (4.12), вектор $j\omega M\dot{I}_1$ направлен таким образом, чтобы выполнялось второе уравнение, в правой части которого стоит нуль. Зная направление вектора $j\omega M\dot{I}_1$, можно построить вектор тока $\dot{I}_1$, отстающий от $j\omega M\dot{I}_1$ на угол $\pi/2$. Векторная диаграмма показывает, что при индуктивной расстройке вторичного контура ток первичного контура опережает входное напряжение, т. е. вся система, рассматриваемая как двухполюсник относительно входных зажимов, носит емкостный характер.

Рис. 4.15, *в* иллюстрирует также построение векторной диаграммы для воздушного трансформатора.

§ 4.7. Резонанс в связанных колебательных контурах

При настройке связанных колебательных контуров добиваются наибольшего значения тока I_2 во вторичном контуре. Следовательно, если в качестве примера взять схему с трансформаторной связью (рис. 4.16.), то при настройке нужно следить за амперметром во вторичном контуре, добиваясь максимума его показаний.

Настройку контуров можно вести путем изменения емкости конденсатора C_1 (при этом изменяется реактивное сопротивление первичного контура x_{11}), емкости конденсатора C_2 (изменяется реактивное сопротивление вторичного контура x_{22}) и коэффициента связи $k_{св}$ (изменяется сопротивление связи $x_{св} = \omega M$).

Осуществим настройку в следующем порядке. При разомкнутом вторичном контуре настроим в резонанс первичный контур, т. е. получим равенство $x_{11} = 0$. При этом показание амперметра A_1 будет максимальным. Затем при некотором небольшом значении коэффициента связи (при «слабой» связи) настроим вторичный контур, добившись равенства $x_{22} = 0$. При этом показание амперметра A_2 будет макси-

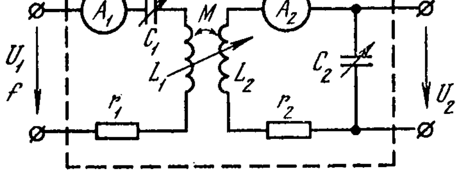


Рис. 4.16

мальным [при настройке вторичного контура по мере уменьшения x_{22} будет возрастать активное вносимое сопротивление (4.14) и ток I_1 будет уменьшаться]. После этого начнем регулировать коэффициент связи, стремясь еще более увеличить ток I_2.

Из выражения (4.13) находим вторичный ток с учетом того, что $Z_{21} = Z_{\text{св}} = j\omega M = jx_{\text{св}}$,

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-\dot{U}_1 Z_{\text{св}}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{\text{св}}^2} = \frac{-\dot{U}_1 j\omega M}{Z_{11}Z_{22} + (\omega M)^2}.$$

Когда оба контура настроены ($x_{11} = 0$ и $x_{22} = 0$), то $Z_{11} = r_{11}$ и $Z_{22} = r_{22}$, тогда модуль вторичного тока

$$I_{2\max} = \frac{U_1 x_{\text{св}}}{r_{11} r_{22} + x_{\text{св}}^2}, \tag{4.15}$$

а его наибольшее значение $I_2 = I_{2\max\max}$ будет иметь место при некотором значении сопротивления связи, которое называется о п т и м а л ь н ы м. Приравняв нулю производную

$$\frac{d}{dx_{\text{св}}}\left(\frac{x_{\text{св}}}{r_{11} r_{22} + x_{\text{св}}^2}\right) = 0,$$

найдем *оптимальное сопротивление связи*

$$\boxed{x_{\text{св. опт}} = \sqrt{r_{11} r_{22}}.}$$

Подставив его значение в выражение (4.15), получим

$$\boxed{I_{2\max\max} = U_1/(2\sqrt{r_{11} r_{22}}).}$$

Когда оба контура настроены в отдельности, а затем достигнута оптимальная связь, то говорят, что связанные контуры настроены в *полный резонанс*.

Если после настройки системы в полный резонанс усилить связь, то возрастут вносимые сопротивления [см. (4.14)]. Теперь уже сопротивление $r_{\text{вн}} \neq r_{11}$ и во вторичном контуре не выделяется наибольшая мощность. Однако можно вновь достичь выделения наибольшей мощности, если несколько расстроить вторичный контур: в этом случае возрастает реактивное сопротивление x_{22}, что уменьшает вносимое активное сопротивление $r_{\text{вн}}$, и вновь можно добиться равенства $r_{\text{вн}} = r_{11}$, но уже при некоторых частотах, больших или меньших резонансной. Эти частоты называют ч а с т о т а м и с в я з и (ω_{I} и ω_{II} на рис. 4.17). Амплитудно-частотная характеристика, представленная на рис. 4.17, вследствие этого при «сильной» связи становится двугорбой. Из-за качественного изменения формы кривой амплитудно-частотной характеристики оптимальную связь при одинаковых связанных контурах называют к р и т и ч е с к о й (при неодинаковых контурах оптимальная и критическая связи несколько различаются).

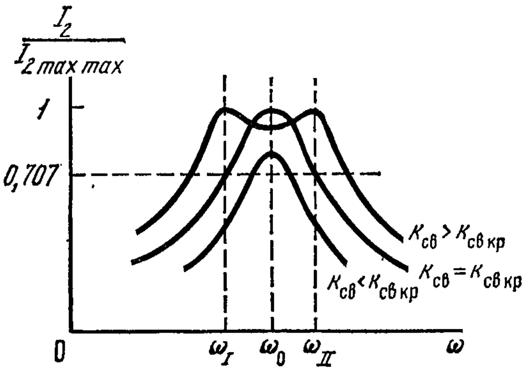


Рис. 4.17

При ослаблении связи (после настройки в полный резонанс) амплитудно-частотная характеристика вторичного тока имеет тот же характер, что и при полном резонансе, но максимум тока находится ниже. Следовательно, путем изменения связи можно регулировать ширину полосы пропускания связанных контуров. Однако нужно иметь в виду, что при некотором значении сильной связи седловина амплитудно-частотной характеристики может опуститься ниже уровня 0,707 (в относительных единицах), и тогда понятие о полосе пропускания теряет смысл. При полном резонансе индуктивные сопротивления контуров являются характеристическими (каждый из контуров, взятый в отдельности, можно рассматривать как последовательный). Тогда *оптимальный коэффициент связи*

$$k_{св.\,опт} = \frac{M_{опт}}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\omega_0 M_{опт}}{\sqrt{\omega_0 L_1 \omega_0 L_2}} = \frac{x_{св.\,опт}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{r_{11} r_{22}}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} = \sqrt{\frac{r_{11}}{\rho_1} \cdot \frac{r_{22}}{\rho_2}} = \sqrt{d_1 d_2},$$

где d_1 и d_2 — затухания контуров.

Если связанные контуры имеют одинаковые параметры, то $d_1 = d_2$ и

$$\boxed{k_{св.\,опт} = d = 1/Q,}$$

т. е. при одинаковых контурах оптимальный (критический) коэффициент связи численно равен затуханию любого из связанных контуров.

Замечание. Кроме полного в рассматриваемой схеме возможны еще 5 резонансов. Два сложных резонанса возникают, когда настройка производится только одного из двух контуров (первичного или вторичного) при оптимальной связи. Индивидуальный резонанс наступает, когда оба контура настроены в отдельности, но при произвольном (не оптимальном) значении коэффициента связи. Два частных резонанса возникают, если настраивается один из двух контуров при произвольной (не оптимальной) связи.

Глава 5. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

§ 5.1. Образование трехфазной системы э. д. с. Основные определения

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных цепей. Совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные э. д. с. одной и той же частоты, создаваемые общим источником энергии и сдвинутые друг относительно друга по фазе, называется **многофазной системой электрических цепей**. Часть многофазной системы электрических цепей, в которой может протекать один из токов многофазной системы токов, называется **фазой**. Таким образом, в многофазных системах одновременно существуют два понятия фазы, однако это не создает трудностей, так как по смыслу выражения всегда ясно, идет речь об электрической цепи или о стадии колебательного процесса.

В электротехнике нашли применение двухфазные системы цепей, трехфазные, шестифазные и др. Однако наибольшее распространение в энергетике получили *трехфазные системы* электрических цепей, а в автоматике и в электроизмерительной технике часто применяются *двухфазные системы.* В настоящей главе будут рассмотрены трехфазные системы, т. е. такие многофазные системы, число фаз в которых равно трем.

Если три одинаковые катушки, оси которых смещены друг относительно друга на 120° и начала которых обозначены буквами A, B и C (рис. 5.1, *а*) заставить вращаться в равномерном магнитном поле с угловой скоростью ω, то в катушках возникает трехфазная система э. д. с. Действительно, если рассмотреть отдельно взятую катушку A, то она представляет собой элементарный генератор синусоидального тока, и э. д. с.

$$e_A = E_m \sin \omega t.$$

Катушка B отличается от катушки A только тем, что она смещена в пространстве относительно катушки A на 120°. Следовательно, в ней будет индуктироваться точно такая же э. д. с., что и в катушке A, но все явления в ней будут запаздывать на время, которое необходимо, чтобы катушка B заняла в пространстве место катушки A.

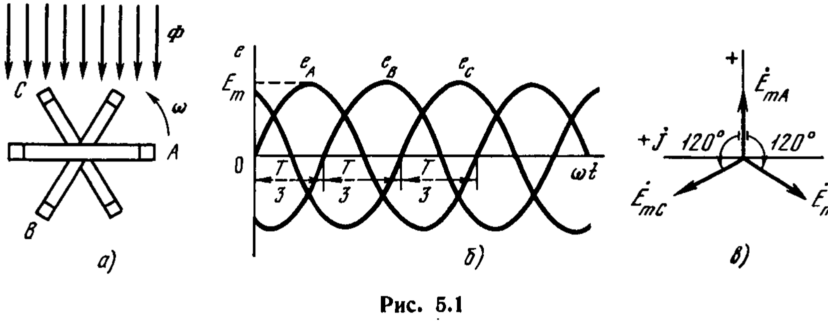


Рис. 5.1

Поскольку полному обороту катушки соответствует один период T синусоидальной э. д. с., то повороту на 120° будет соответствовать время $T/3$. Следовательно,

$$e_B = E_m \sin \omega \left(t - \frac{T}{3}\right) = E_m \sin \left(\omega t - \frac{\omega T}{3}\right) = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3}\right) =$$
$$= E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = E_m \sin (\omega t - 120°).$$

Наконец, все явления в катушке C по сравнению с катушкой A будут запаздывать на $\frac{2}{3}$ T и

$$e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) = E_m \sin (\omega t - 240°) = E_m \sin (\omega t + 120°).$$

Реальный трехфазный генератор отличается от рассмотренного элементарного тем, что катушки A, B, и C распределяются обычно в пазах статора, а магнитное поле создается полюсами вращающегося ротора. Во всех трехфазных генераторах индуктируется симметричная трехфазная система э. д. с., т. е. такая система, в которой отдельные э. д. с. равны по амплитуде и отличаются по фазе друг относительно друга на угол $2\pi/3 = 120°$.

На рис. 5.1, *б* и *в* показаны график изменения мгновенных э. д. с. трехфазного генератора и векторная диаграмма. Запишем комплексные действующие э. д. с., учитывая, что вектор э. д. с. фазы A совмещен с осью вещественных величин комплексной плоскости:

$$E_A = E;$$

$$E_B = \dot{E}_A e^{-j120°} = E e^{-j120°} = E \cos 120° - jE \sin 120° = -\frac{1}{2} E -$$
$$- j\frac{\sqrt{3}}{2} E;$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{j120°} = E e^{j120°} = E \cos 120° + jE \sin 120° = -\frac{1}{2} E + j\frac{\sqrt{3}}{2} E.$$

Особенностью симметричной трехфазной системы э. д. с. (токов, напряжений, магнитных потоков) является то обстоятельство, что сумма их мгновенных значений в любой момент времени равна нулю, так же как и сумма векторов амплитуд или действующих значений:

$$e_A + e_B + e_C = 0; \quad \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E\,(1 + e^{-j120°} + e^{j120°}) = 0.$$

Последовательность чередования фаз, представленная на рис. 5.1, называют прямой. Достаточно поменять местами две любые фазы, как возникнет обратная последовательность чередования фаз. На векторной диаграмме векторы при обратной последовательности фаз чередуются в направлении против часовой стрелки. От последовательности чередования фаз зависит направление вращения трехфазных электродвигателей.

На схемах трехфазных цепей каждая фаза обмотки генератора вычерчивается как обычное условное обозначение катушки, причем начала катушек, как и наименования фаз, обозначают первыми буквами латинского алфавита (A, B, C), а концы катушек — соответственно последними буквами (X, Y, Z). Условно-положительные направления э. д. с. принимают от конца фазы обмотки генератора к ее началу.

Существует два способа соединения трехфазных цепей: в звезду и в треугольник.

§ 5.2. Соединение в звезду

Схема и определения

Соединение в звезду получается, если концы всех фаз генератора соединить в общий узел и начала фаз соединить с нагрузкой, образующей звезду сопротивлений (рис. 5.2, *а*). В этом случае три обратных провода «сливаются» в один, называемый *нейтральным* и обозначаемый буквой N. Сопротивления проводов линии, связывающей источник с нагрузкой, при соединении в звезду могут быть учтены в сопротивлениях нагрузки (добавлены к сопротивлениям нагрузки Z_A, Z_B, Z_C). Сопротивление нейтрального провода обозначают Z_N. Условно-положительные направления *линейных токов* $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$ принимают от источника к нагрузке, а тока в нейтральном проводе — от нагрузки к источнику.

При соединении в звезду фазы генератора оказываются последовательно соединенными с фазами нагрузки, поэтому линейные токи (токи в линии электропередачи) одновременно являются и *фазными токами* (токами в фазах генератора и нагрузки)

$$\boxed{I_ф = I_л.}$$

Напряжение между началом фазы и нейтральной точкой генератора называется *фазным напряжением* источника. Напряжения между началами фаз генератора называются *линейными напряжениями*. Мы будем рассматривать только симметричные источники, для которых $U_A = U_B = U_C = U_ф$, $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_л$.

Если принять потенциал нейтрали генератора за нулевой $\varphi_N = 0$, то потенциалы начал фаз будут равны фазным напряжениям источника: $\dot{U}_A = \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_N = \dot{\varphi}_A$; $\dot{U}_B = \dot{\varphi}_B - \dot{\varphi}_N = \dot{\varphi}_B$; $\dot{U}_C = \dot{\varphi}_C - \dot{\varphi}_N = \dot{\varphi}_C$, тогда линейные напряжения равны разности фазных напряжений источника:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B = \dot{U}_A - \dot{U}_B, \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{\varphi}_B - \dot{\varphi}_C = \dot{U}_B - \dot{U}_C, \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{\varphi}_C - \dot{\varphi}_A = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{aligned}\right\} \quad (5.1)$$

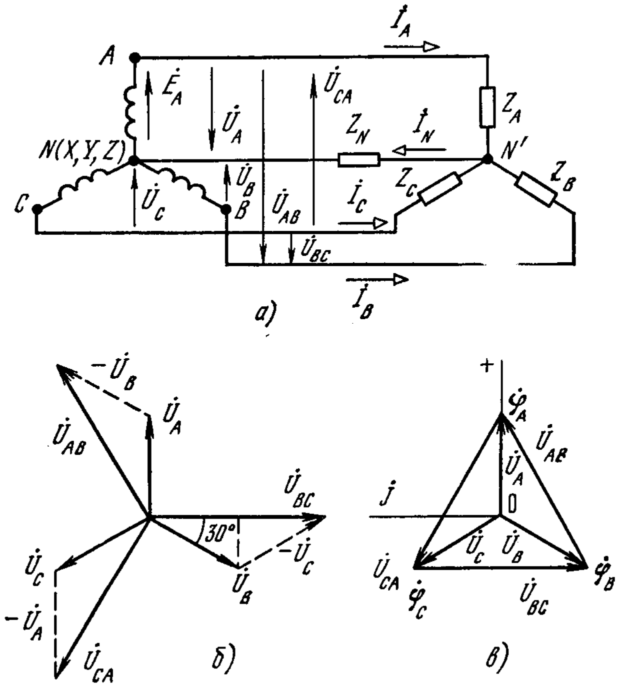


Рис. 5.2

Построения, соответствующие равенствам (5.1), приведены на рис. 5.2, *б* и *в*, из которых следует, что при симметричном источнике звезда линейных напряжений повернута относительно звезды фазных напряжений на 30° *вперед,* а линейное напряжение в $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ раза больше фазного напряжения генератора $U_{\text{ф.г}}$:

$$U_{\text{л}} = U_{BC} = 2U_B \cos 30° = 2U_{\text{ф.г}} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\, U_{\text{ф.г}}.$$

Вывод. Возможность использования двух напряжений — линейного и фазного — расширяет область применения четырехпроводной трехфазной цепи. Например, в цепи с линейным напряжением 380 В можно использовать фазное напряжение $380/\sqrt{3} = 220$ В.

Замечание. На потенциальной диаграмме, построенной на комплексной плоскости (рис. 5.2, *в*), векторы линейных напряжений образуют замкнутый треугольник и каждый из них направлен в соответствии с правилом вычитания векторов в сторону первого индекса (в сторону уменьшаемого): $\dot U_{AB} = \dot U_A - \dot U_B = \dot\varphi_A - \dot\varphi_B$ и т. д. (см. § 3.9).

Напряжения на каждой фазе нагрузки, как и токи, в общем случае не образуют симметричной системы из-за возможной несимметрии нагрузки.

Расчет трехфазной цепи при соединении в звезду

Трехфазные цепи, являясь цепями синусоидального тока, могут быть рассчитаны любым из рассмотренных в гл. 3 методов. Рассмотрим некоторые особенности трехфазных цепей, которые позволяют сделать расчет наиболее экономным методом.

На рис. 5.3, *а* изображена цепь, в которой источники э. д. с. представлены в более привычной форме. Если необходимо учесть внутренние сопротивления источников, то будем считать, что они уже включены в сопротивления нагрузки, каждое из которых представляет собой последовательное соединение сопротивлений источника, линейного провода и собственно нагрузки.

Очевидно, что схему рис. 5.3, *а* удобно рассчитать методом узловых потенциалов (случай двух узлов).

Общий случай. Нагрузка несимметричная: $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ и нейтральный провод имеет конечное сопротивление Z_N. Узловое напряжение, согласно выражению (3.14),

$$\boxed{\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A Y_A+\dot{U}_B Y_B+\dot{U}_C Y_C}{Y_A+Y_B+Y_C+Y_N},} \tag{5.2}$$

где $\dot{U}_A=U_A$, $\dot{U}_B=U_A e^{-j120°}$, $\dot{U}_C=U_A e^{j120°}$, $Y_A=1/Z_A$, $Y_B=1/Z_B$, $Y_C=1/Z_C$, $Y_N=1/Z_N$.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа и рис. 5.3, *а*, где для одной из фаз (A) показаны все напряжения, получаем напряжения на фазах нагрузки:

$$\dot{U}_{AN'}=\dot{E}_A-\dot{U}_{N'N}=\dot{U}_A-\dot{U}_{N'N},\quad \dot{U}_{BN'}=\dot{E}_B-\dot{U}_{N'N}=\dot{U}_B-\dot{U}_{N'N},$$
$$\dot{U}_{CN'}=\dot{E}_C-\dot{U}_{N'N}=\dot{U}_C-\dot{U}_{N'N}.$$

Токи в схеме:

$$\dot{I}_A=\dot{U}_{AN'}/Z_A=(\dot{U}_A-\dot{U}_{N'N})Y_A,\quad \dot{I}_B=\dot{U}_{BN'}/Z_B=(\dot{U}_B-\dot{U}_{N'N})Y_B,$$
$$\dot{I}_C=\dot{U}_{CN'}/Z_C=(\dot{U}_C-\dot{U}_{N'N})Y_C,$$
$$\dot{I}_N=\dot{U}_{N'N}/Z_N=\dot{U}_{N'N}Y_N=\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C.$$

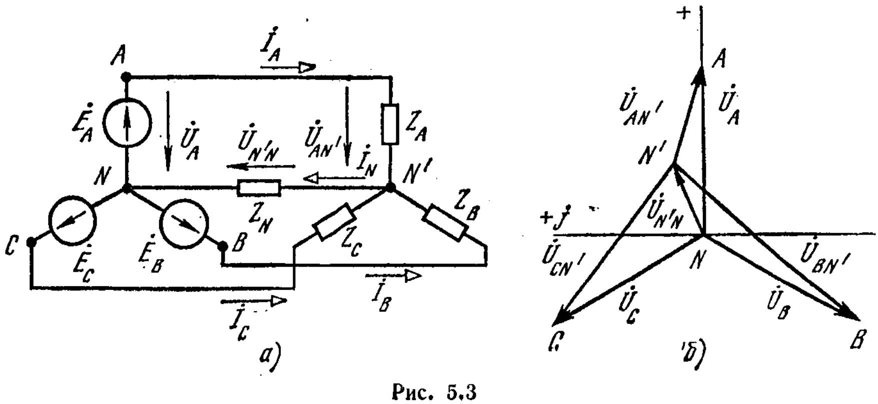


Рис. 5.3

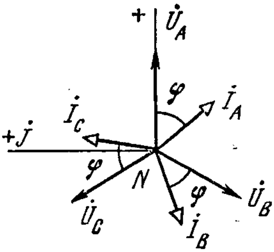


Рис. 5.4

Задача решена. На рис. 5.3, *б* построена топографическая диаграмма, на которой видны все напряжения, в том числе и вектор узлового напряжения $U_{N'N}$.

Частные случаи. А. С и м м е т р и ч н а я н а г р у з к а: $z_A = z_B = z_C$.

Равенство комплексных сопротивлений предполагает, что эти сопротивления равны по модулю $z_A = z_B = z_C$ (нагрузка фаз *равномерная*) и имеют одинаковые аргументы $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$ (нагрузка фаз *однородная*). В этом случае узловое напряжение равно нулю. Действительно, в числителе выражения (5.2) имеем $Y_A = Y_B = Y_C$ (можно вынести за скобку), а $\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C = \dot U_A\,(1 + e^{-j120°} + e^{j120°}) = 0$. Таким образом, разности потенциалов между узлами N и N' не существует, и на каждую фазу нагрузки приходится фазное напряжение источника. Расчет можно вести «по одной фазе»:

$$\dot I_A = \dot U_A/Z_A; \quad \dot I_B = \dot I_A e^{-j120°}; \quad \dot I_C = \dot I_A e^{j120°}; \quad \dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 0.$$

Векторная диаграмма напряжений и токов при симметричной нагрузке приведена на рис. 5.4 (нагрузка имеет индуктивный характер).

Замечание. Если сравнить диаграммы напряжений рис. 5.3, *б* и 5.4, то обнаруживается, что несимметрия нагрузки приводит к смещению нейтральной точки N на комплексной плоскости в точку N', следствием чего является искажение звезды фазных напряжений на нагрузке и появление тока в нейтральном проводе $\dot I_N$. Поэтому величину узлового напряжения, подсчитанную по формуле (5.2), обычно называют с м е щ е н и е м н е й т р а л и. При симметричной нагрузке смещение нейтрали отсутствует.

Б. Н а г р у з к а н е с и м м е т р и ч н а я, н о с о п р о т и в л е н и е н е й т р а л ь н о г о п р о в о д а $Z_N = 0$. В этом случае разность потенциалов между точками N и N' существовать не может, т. е. смещение нейтрали в этом случае также равно нулю. На каждую фазу приходится фазное напряжение источника и расчет можно вести по каждой фазе отдельно:

$$\dot I_A = \dot U_A/Z_A; \quad \dot I_B = \dot U_B/Z_B; \quad \dot I_C = \dot U_C/Z_C, \quad \dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C.$$

В. С о п р о т и в л е н и е н е й т р а л ь н о г о п р о в о д а $Z_N = \infty$, т. е. нейтральный провод отсутствует (или оборван). Это довольно распространенный случай трехпроводной трехфазной цепи. При несимметричной нагрузке вычисляется смещение нейтрали согласно формуле (5.2), причем $Y_N = 0$, а при симметричной нагрузке расчет ведется по одной фазе.

§ 5.3. Соединение в треугольник

Схема и определения

Если конец каждой фазы обмотки генератора соединить с началом следующей фазы, то образуется соединение в треугольник, от вершин которого идут три линейных провода к нагрузке (рис. 5.5.). С учетом сопротивлений линейных проводов Z_A, Z_B, Z_C потенциалы вершин треугольника нагрузки будут отличаться от потенциалов зажимов генератора; поэтому зажимы треугольника сопротивлений нагрузки обозначены малыми буквами a, b, c.

Как видно из рис. 5.5, напряжение на каждой фазе генератора является одновременно и линейным напряжением

$$\boxed{U_ф = U_л.}$$

Аналогично напряжение на каждой фазе нагрузки является одновременно и линейным напряжением на нагрузке. Линейные и фазные токи нагрузки связаны между собой первым законом Кирхгофа для каждой вершины треугольника нагрузки:

$$\dot I_A = \dot I_{ab} - \dot I_{ca}; \quad \dot I_B = \dot I_{bc} - \dot I_{ab}; \quad \dot I_C = \dot I_{ca} - \dot I_{bc}.$$

Если нагрузка (включая сопротивления проводов линии) симметрична, т. е. $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$ и $Z_A = Z_B = Z_C$, то фазные токи различаются по фазе на 120°, звезда линейных токов повернута относительно звезды фазных токов на 30° *назад* и линейные токи в $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ раза больше фазных (рис. 5.6).

$$\boxed{I_л = \sqrt{3} I_ф \text{ при симметричной нагрузке.}}$$

В общем случае фазные токи и напряжения на нагрузке не образуют симметричной системы из-за возможной несимметрии нагрузки.

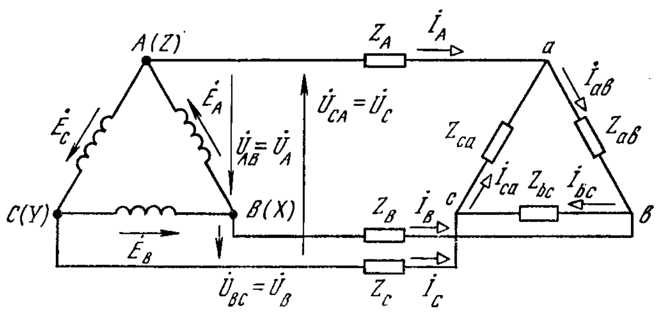


Рис. 5.5

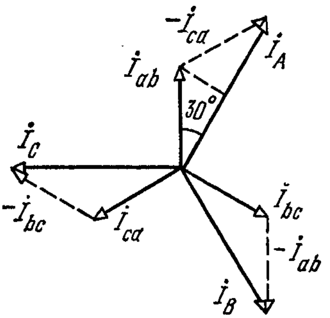


Рис. 5.6

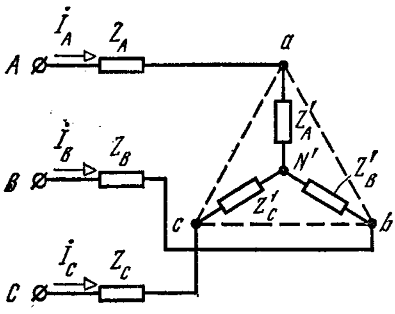


Рис. 5.7

Примечание. Может показаться, что соединение обмоток генератора в треугольник недопустимо, так как образуется совместное короткое замыкание трех источников (см. рис. 5.5). Однако при полной геометрической и электромагнитной симметрии генератора сумма трех э. д. с., сдвинутых по фазе на 120°, в любой момент времени равна нулю (см. рис. 5.1), и замыкание фаз по схеме рис. 5.5 не вызывает тока в замкнутой цепи треугольника. В реальных машинах возможна некоторая несимметрия, которая влечет за собой возникновение тока небаланса в обмотках генератора даже при отключенной нагрузке. Поэтому на практике избегают соединять обмотки трехфазных генераторов в треугольник.

Расчет трехфазных цепей при соединении в треугольник

В общем случае, когда нагрузка несимметрична и требуется учесть сопротивления проводов Z_A, Z_B и Z_C (см. рис. 5.5), предварительно необходимо преобразовать треугольник сопротивлений нагрузки в эквивалентную звезду (рис. 5.7). После этого рассчитывают линейные токи так же, как в общем случае соединения в звезду. Зная линейные токи, можно определить линейные напряжения на фазах нагрузки, а затем — и фазные токи:

$$\dot U_{ab}=Z'_A\dot I_A-Z'_B\dot I_B;\quad U_{bc}=Z'_B\dot I_B-Z'_C\dot I_C;\quad \dot U_{ca}=Z'_C\dot I_C-Z'_A\dot I_A;$$
$$\dot I_{ab}=\dot U_{ab}/Z_{ab};\quad \dot I_{bc}=\dot U_{bc}/Z_{bc};\quad \dot I_{ca}=\dot U_{ca}/Z_{ca}.$$

В частном случае, когда сопротивления линейных проводов можно не учитывать ($Z_A = Z_B = Z_C = 0$), расчет упрощается, так как его можно вести по каждой фазе в отдельности. Это вытекает из того, что $\varphi_a=\varphi_A$, $\varphi_b=\varphi_B$ и $\varphi_c=\varphi_C$ (см. рис. 5.5), следовательно, на каждую фазу нагрузки приходится линейное напряжение симметричного источника. Тогда

$$\dot I_{ab}=\dot U_{AB}/Z_{ab};\quad \dot I_{bc}=\dot U_{BC}/Z_{bc};\quad \dot I_{ca}=\dot U_{CA}/Z_{ca};$$
$$\dot I_A=\dot I_{ab}-\dot I_{ca};\quad \dot I_B=\dot I_{bc}-\dot I_{ab};\quad \dot I_C=\dot I_{ca}-\dot I_{bc}.$$

Если же при $Z_A = Z_B = Z_C = 0$ нагрузка симметрична, то расчет ведется по одной фазе:

$$\dot I_{ab}=\dot U_{AB}/Z_{ab};\quad \dot I_{bc}=\dot I_{ab}e^{-j120°};\quad \dot I_{ca}=\dot I_{ab}e^{j120°};\quad I_л=\sqrt{3}\,I_ф.$$

§ 5.4. Общие замечания к расчету трехфазных цепей

1. При расчете трехфазных цепей исходят из предположения, что генератор дает симметричную систему напряжений. На практике несимметрия нагрузки практически не влияет на систему напряжений генератора в том случае, если мощность нагрузки весьма мала по сравнению с мощностью генератора (или сети электроснабжения). В этом случае говорят, что рассматривается система с источником бесконечно большой мощности.

2. Схема соединения обмоток трехфазного генератора не предопределяет схему соединения нагрузки. Так, при соединении фаз генератора в звезду нагрузка может быть соединена в звезду с нейтральным проводом, в звезду без нейтрального провода или, наконец, в треугольник.

3. В числитель формулы (5.2) для определения смещения нейтрали подставляют фазные напряжения, а не линейные. Это особенно важно помнить при расчете цепи, когда фазы генератора соединены в треугольник или когда на входе нагрузки заданы линейные напряжения.

§ 5.5. Мощность в трехфазных цепях

Рассматривая трехфазную цепь как обычную цепь синусоидального тока с несколькими источниками, запишем выражение для мощности в комплексной форме

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \overset{*}{I}_A + \dot{U}_B \overset{*}{I}_B + \dot{U}_C \overset{*}{I}_C = P + jQ, \tag{5.3}$$

а также вытекающие отсюда выражения для активной, реактивной и полной мощностей:

$$\left.\begin{aligned} &P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_c = P_A + P_B + P_C,\\ &Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C = Q_A + Q_B + Q_C,\\ &S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned}\right\} \tag{5.4}$$

Выражения (5.4) позволяют подсчитать мощность в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке. При соединении нагрузки в треугольник для подсчета мощности следует либо предварительно треугольник преобразовать в звезду, либо, что проще, подсчитать мощности каждой фазы нагрузки и сложить их (реактивные — алгебраически). Например, $P_{ab} = U_{ab} I_{ab} \cos\varphi_{ab}$ (см. рис. 5.5) и т. д.

При симметричной нагрузке

$$P = 3P_ф = 3U_ф I_ф \cos\varphi_ф; \quad Q = 3Q_ф = 3U_ф I_ф \sin\varphi_ф.$$

Замечание. Обычно в качестве паспортных данных для трехфазных цепей приняты линейные напряжения, а не фазные. Поэтому, когда указывается, например, напряжение линии электропередачи 500 кВ (ЛЭП-500), то имеется в виду линейное напряжение. При таком условии индекс «л» у линейного напряжения может быть опущен.

Поскольку при соединении в треугольник симметричной нагрузки

$$U_ф = U_л = U, \quad I_ф = I_л/\sqrt{3} = I/\sqrt{3},$$

а при соединении в звезду симметричной нагрузки

$$U_ф = U_л/\sqrt{3} = U/\sqrt{3}, \quad I_ф = I_л = I,$$

то произведение $U_ф I_ф = UI/\sqrt{3}$ в обоих случаях оказывается одинаковым. Следовательно, независимо от схемы соединения симметричной нагрузки

$$\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi; \quad Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi; \quad S = \sqrt{3}UI.}$$

§ 5.6. Вращающееся магнитное поле

Особенностью многофазных систем является возможность создать в механически неподвижном устройстве (например, в статоре электрической машины) *вращающееся магнитное поле*. Будучи помещенным в такое поле, любое электропроводящее тело или магнит испытывает вращающий момент. Это явление положено в основу действия асинхронных и синхронных электродвигателей.

Вдоль оси катушки, обтекаемой переменным током, существует пульсирующее магнитное поле. Действительно, если принять для некоторого момента времени направление тока таким, как это показано в сечении катушки на рис. 5.8, *а* (крестик — ток направлен от наблюдателя, точка — к наблюдателю), то в соответствии с правилом правоходового винта магнитный поток и магнитная индукция будут направлены вдоль оси катушки в направлении, обозначенном знаком «плюс». Пусть этот момент времени t_1 приходится на полупериод синусоидального тока, когда ток имеет положительные значения (рис. 5.8, *б*). Допустим, наконец, что магнитная индукция изменяется пропорционально току (это может иметь место только в линейной цепи). Тогда с дальнейшим ростом тока индукция магнитного поля будет нарастать, достигнет максимума, затем начнет спадать, оставаясь направленной так же, как и в момент t_1, и лишь после перехода тока через нуль изменится направление магнитного поля (индукции). Таким образом, в рассмотренном примере накладываются друг на друга два процесса: изменение магнитной индукции в о в р е м е н и (по синусоидальному закону $B = B_m \sin \omega t$) и в п р о с т р а н с т в е.

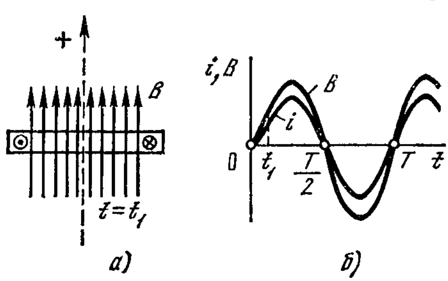


Рис. 5.8

Теперь обратимся к трехфазной системе. Возьмем три катушки с тремя токами, образующими трехфазную систему, и разместим их в про-

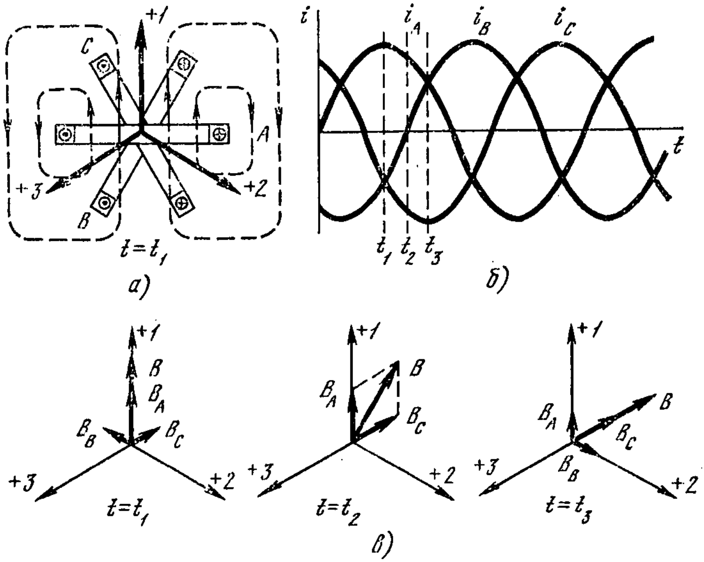


Рис. 5.9

странстве под углом 120° друг относительно друга (рис. 5.9, *а—в*). Положительные направления осей трех катушек обозначены $+1$, $+2$ и $+3$. Вдоль оси каждой катушки образуется пульсирующее магнитное поле, однако все три поля будут накладываться друг на друга, и в активной зоне катушек будет существовать единое р е з у л ь т и р у ю щ е е магнитное поле, характеризующееся вектором суммарной магнитной индукции.

На рис. 5.9, *в* рассмотрены последовательно три момента времени t_1, t_2 и t_3, для которых построены векторы магнитной индукции каждой фазы и результирующий вектор $\bar{B}$. В момент t_1 ток в катушке A (и магнитная индукция) положителен и максимален, а токи в катушках B и C одинаковы, отрицательны и составляют половину от тока в катушке A. Результирующий вектор магнитной индукции направлен по оси той катушки, в которой ток максимален: в данном случае по оси катушки A. В момент t_2 ток в катушке A уменьшился: $I_m \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m$, ток в катушке C равен ему, но отрицателен, ток в катушке B равен нулю; результирующий вектор магнитной индукции «повернулся» на угол 30° в сторону, соответствующую чередованию фаз (по часовой стрелке). В момент t_3 токи в катушках A и B одинаковы, положительны и равны половине амплитудного значения, а ток в катушке C отрицателен и максимален. Результирующий вектор магнитной индукции размещается в отрицательном направлении оси катушки C. За период синусоидального тока вектор результирующей магнитной индукции сделает полный поворот на 360°, следовательно, он будет вращаться с угловой скоростью, соответствующей частоте переменного тока.

Магнитное поле, вектор магнитной индукции которого вращается в пространстве, называется вращающимся магнитным полем. Вращающееся магнитное поле, вектор магнитной индукции которого не изменяется по величине и вращается с постоянной угловой скоростью, называется круговым. Если нарушена геометрическая или электромагнитная симметрия в трехфазной электрической машине (амплитуды токов отдельных фаз не одинаковы, отсутствует ток в одной из фаз, обмотка одной из фаз включена неправильно и т. п.), то вращающееся магнитное поле становится эллиптическим, т. е. вектор результирующей магнитной индукции изменяется по величине и вращается с переменной угловой скоростью. Наилучшие условия для работы электрических машин создает круговое вращающееся магнитное поле.

Глава 6. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

§ 6.1. Основные определения

Четырехполюсником называется часть электрической цепи, имеющая две пары зажимов, которые могут быть *входными* или *выходными*. К четырехполюсникам могут быть отнесены такие части цепи, как двухпроводная линия, соединяющая источник с нагрузкой; мостовая схема, в одну из диагоналей которой включен источник, а в другую — нагрузка, и т. п. Могут рассматриваться как четырехполюсники и такие электротехнические устройства, как трансформаторы, потенциометры, электрические частотные фильтры, усилители, выпрямители, некоторые электрические машины и т. д.

На одной или на обеих парах разомкнутых зажимов линейного *активного* четырехполюсника обнаруживается напряжение. На разомкнутых зажимах отключенного от источника *пассивного* четырехполюсника напряжение отсутствует.

Четырехполюсник называется симметричным, если перемена местами входных и выходных зажимов не изменяет режима работы участков цепей, присоединенных к четырехполюснику. В противном случае четырехполюсник называется несимметричным.

Теория четырехполюсников позволяет, пользуясь некоторыми обобщенными параметрами, связать между собой напряжения и токи на входе и на выходе, не производя расчетов токов и напряжений в схеме самого четырехполюсника.

§ 6.2. Уравнения пассивных четырехполюсников. Первичные параметры

Поскольку имеется две входных величины ($\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$) и две выходных величины ($\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$), то существует шесть вариантов связи между ними (сочетания из 4 элементов по два). При этом предполагается,

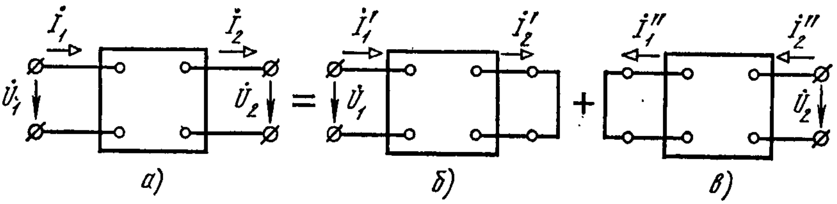


Рис. 6.1

что изменениям каждой пары величин (воздействиям) соответствуют изменения другой пары величин (откликов). Например, в качестве воздействий можно рассматривать изменения напряжений $\dot U_1$ и $\dot U_2$, а в качестве откликов — изменения токов $\dot I_1$ и $\dot I_2$.

Применим к схеме рис. 6.1, *а* принцип суперпозиции, считая, что в схеме *б* действует только напряжение $\dot U_1$, а $\dot U_2 = 0$, в схеме *в* действует напряжение $\dot U_2$, учитывающее влияние нагрузки (которая мысленно может быть заменена источником э. д. с. $\dot E_2 = \dot U_2$ с внутренним сопротивлением, равным нулю), а $\dot U_1 = 0$. Тогда для линейных цепей рис. 6.1, *б* и *в* можно записать следующие линейные соотношения:

$$\dot I_1' = Y_{(11)}\dot U_1, \quad \dot I_1'' = Y_{(12)}\dot U_2;$$
$$\dot I_2' = Y_{(21)}\dot U_1, \quad \dot I_2'' = Y_{(22)}\dot U_2,$$

где $Y_{(11)}$, $Y_{(22)}$ — входные, а $Y_{(21)} = Y_{(12)}$ — передаточные проводимости (равенство последних для цепей, удовлетворяющих принципу обратимости, доказано в § 3.5).

Произведем «наложение» схем *б* и *в*:

$$\left.\begin{aligned} \dot I_1 = \dot I_1' - \dot I_1'' = Y_{(11)}\dot U_1 - Y_{(12)}\dot U_2 = Y_{11}\dot U_1 + Y_{12}\dot U_2, \\ \dot I_2 = \dot I_2' - \dot I_2'' = Y_{(21)}\dot U_1 - Y_{(22)}\dot U_2 = Y_{21}\dot U_1 + Y_{22}\dot U_2. \end{aligned}\right\} \quad (6.1)$$

Мы получили уравнения четырехполюсника в форме «Y», где в роли комплексных коэффициентов при напряжениях выступают так называемые «Y-параметры». В матричной форме уравнения (6.1) могут быть записаны следующим образом:

$$\boxed{\left\| \begin{matrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \end{matrix} \right\| = \| Y \| \cdot \left\| \begin{matrix} \dot U_1 \\ \dot U_2 \end{matrix} \right\| .}$$

Y-параметры, физически представляющие собой входные и передаточные проводимости (с учетом знаков), могут быть определены экспериментальным или расчетным путем.

Если систему уравнений (6.1) решить относительно $\dot U_1$ и $\dot I_1$, то можно получить вторую форму уравнений четырехполюсника. Найдем из второго уравнения системы (6.1) величину $\dot U_1$, а затем подставим ее в первое уравнение той же системы:

$$\dot U_1=\frac{Y_{(22)}}{Y_{(21)}}\dot U_2+\frac{1}{Y_{(21)}}\dot I_2=A_{11}\dot U_2+A_{12}\dot I_2,$$

$$\dot I_1=\frac{Y_{(22)}Y_{(11)}}{Y_{(21)}}\dot U_2+\frac{Y_{11}}{Y_{(21)}}\dot I_2-Y_{(12)}\dot U_2=$$

$$=\frac{Y_{(22)}Y_{(11)}-Y_{(12)}Y_{(21)}}{Y_{(21)}}\dot U_2+\frac{Y_{(11)}}{Y_{(21)}}\dot I_2=A_{21}\dot U_2+A_{22}\dot I_2.$$

Мы получили уравнения в форме «A», где в роли комплексных коэффициентов при $\dot U_2$ и $\dot I_2$ выступают так называемые «A-параметры». Запись этих уравнений может быть выполнена в матричной форме

$$\boxed{\left\|\begin{matrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{matrix}\right\|=\|A\|\cdot\left\|\begin{matrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{matrix}\right\|.}$$

Часто с целью упрощения записи (чтобы не путать индексы) A-параметры обозначают как A, B, C и D:

$$A=A_{11}=\frac{Y_{(22)}}{Y_{(21)}};\quad B=A_{12}=\frac{1}{Y_{(21)}};\quad C=A_{21}=\frac{Y_{(22)}Y_{(11)}-Y_{(21)}Y_{(12)}}{Y_{(21)}};$$

$$D=A_{22}=\frac{Y_{(11)}}{Y_{(21)}}.$$

Тогда уравнения в форме «A» выглядят так:

$$\boxed{\begin{aligned}\dot U_1&=A\dot U_2+B\dot I_2,\\ \dot I_1&=C\dot U_2+D\dot I_2.\end{aligned}}\qquad(6.2)$$

Физический смысл и один из способов определения A-параметров следуют из опытов холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника. Действительно, из опыта холостого хода ($\dot I_2=0$) и системы уравнений (6.2) следует

$$A=\dot U_{10}/\dot U_{20};\quad C=\dot I_{10}/\dot U_{20}.$$

Из опыта короткого замыкания ($\dot U_2=0$) и системы уравнений (6.2) следует:

$$B=\dot U_{1\,\text{к.з}}/\dot I_{2\,\text{к.з}};\quad D=\dot I_{1\,\text{к.з}}/\dot I_{2\,\text{к.з}}.$$

Комплексные коэффициенты A и D являются безразмерными величинами. Комплексный коэффициент B измеряется в омах, комплексный коэффициент C — в сименсах. A-параметры обратимых четырехполюсников (удовлетворяющих принципу обратимости), которые называют также постоянными четырехполюсника, связаны между собой важной и простой зависимостью: *определитель, составленный из коэффициентов системы уравнений (6.2), равен единице.*

Действительно,

$$|A|=\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}=AD-BC=\frac{Y_{(22)}}{Y_{(21)}}\cdot\frac{Y_{(11)}}{Y_{(21)}}-\frac{Y_{(22)}Y_{(11)}-Y_{(12)}Y_{(21)}}{Y_{(21)}Y_{(12)}}=1,$$

$$\boxed{AD-BC=1.} \qquad (6.3)$$

Равенство (6.3) называют уравнением связи А-параметров.

Вывод. Только три параметра четырехполюсника могут быть заданы независимо друг от друга, четвертый же параметр однозначно определяется из уравнения связи. Этот вывод относится не только к A-параметрам, но и к любым другим, так как все параметры четырехполюсника могут быть выражены через A-параметры, поскольку все они имеют в качестве исходной систему уравнений (6.1).

При анализе схем замещения электронных и полупроводниковых приборов и устройств (например, усилителей) обычно пользуются системой «H-параметров». Из системы уравнений (6.1) найдем $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_2$:

$$\dot{U}_1=\frac{1}{Y_{11}}\dot{I}_1-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}\dot{U}_2=H_{11}\dot{I}_1+H_{12}\dot{U}_2,$$

$$\dot{I}_2=\frac{Y_{21}}{Y_{11}}\dot{I}_1-\frac{Y_{21}Y_{12}}{Y_{11}}\dot{U}_2+Y_{22}\dot{U}_2=$$

$$=\frac{Y_{21}}{Y_{11}}\dot{I}_1+\frac{Y_{22}Y_{11}-Y_{21}Y_{12}}{Y_{11}}\dot{U}_2=H_{21}\dot{I}_1+H_{22}\dot{U}_2.$$

В матричной форме

$$\boxed{\begin{Vmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_2\end{Vmatrix}=\|H\|\cdot\begin{Vmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{U}_2\end{Vmatrix}.}$$

Аналогично можно получить три оставшихся формы записи уравнений четырехполюсника и получить соответственно Z-параметры, B-параметры и G-параметры. Все формы записи для первичных параметров сведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Отклики	$\dot{I}_1, \dot{I}_2$	$\dot{U}_1, \dot{U}_2$	$\dot{U}_1, \dot{I}_1$
Воздействия	$\dot{U}_1, \dot{U}_2$	$\dot{I}_1, \dot{I}_2$	$\dot{U}_2, \dot{I}_2$
Наименование параметров	Y	Z	A
Уравнения	$\begin{Vmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{Vmatrix}=\|Y\|\cdot\begin{Vmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{Vmatrix}=\|Z\|\cdot\begin{Vmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{Vmatrix}=\|A\|\cdot\begin{Vmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{Vmatrix}$

Отклики	$\dot U_2$, $\dot I_2$	$\dot U_1$, $\dot I_2$	$\dot I_1$, $\dot U_2$
Воздействия	$\dot U_1$, $\dot I_1$	$\dot I_1$, $\dot U_2$	$\dot U_1$, $\dot I_2$
Наименование параметров	B	H	G
Уравнения	$\begin{Vmatrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{Vmatrix}=\Vert B\Vert\cdot\begin{Vmatrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix}\dot U_1\\ \dot I_2\end{Vmatrix}=\Vert H\Vert\cdot\begin{Vmatrix}\dot I_1\\ \dot U_2\end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix}\dot I_1\\ \dot U_2\end{Vmatrix}=\Vert G\Vert\cdot\begin{Vmatrix}\dot U_1\\ \dot I_2\end{Vmatrix}$

Выражение одних параметров через другие может быть получено при выводе той или иной формы уравнений из исходной.

§ 6.3. Обратное включение четырехполюсника

Если у обратимого четырехполюсника, характеризующегося некоторыми параметрами А, B, C и D, поменять местами источник энергии и нагрузку, то получится схема, представленная на рис. 6.2. Поскольку параметры линейной цепи не зависят от направления потока энергии, то в уравнениях (6.2) изменяются только знаки перед величинами токов (рис. 6.2 и 6.1, *а*):

$$\dot U_1 = A\dot U_2 + B(-\dot I_2) = A\dot U_2 - B\dot I_2,$$
$$-\dot I_1 = C\dot U_2 + D(-\dot I_2) = C\dot U_2 - D\dot I_2.$$

Решим полученную систему уравнений относительно $\dot U_2$ и $\dot I_2$ с учетом уравнения (6.3):

$$\dot U_2 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix}\dot U_1 & -B\\ -\dot I_1 & -D\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A & -B\\ C & -D\end{vmatrix}} = \frac{-D\dot U_1 - B\dot I_1}{-AD+BC} = D\dot U_1 + B\dot I_1.$$

$$\dot I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix}A & \dot U_1\\ C & -\dot I_1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A & -B\\ C & -D\end{vmatrix}} = \frac{-A\dot I_1 - C\dot U_1}{-AD+BC} = C\dot U_1 + A\dot I_1.$$

Итак, при обратном включении четырехполюсника в уравнениях формы «A» постоянные A и D меняются местами; получается форма «B»:

$$\boxed{\begin{aligned}\dot U_2 &= D\dot U_1 + B\dot I_1 = B_{11}\dot U_1 + B_{12}\dot I_1,\\ \dot I_2 &= C\dot U_1 + A\dot I_1 = B_{21}\dot U_1 + B_{22}\dot I_1.\end{aligned}}$$

Следствие. Из определения симметричного четырехполюсника следует, что уравнения при прямом и обратном его включении должны быть одинаковыми, а это имеет место при условии $A=D$. Таким образом, в случае симметричного четырехполюсника независимых параметров остается лишь два, а уравнение связи параметров приобретает вид

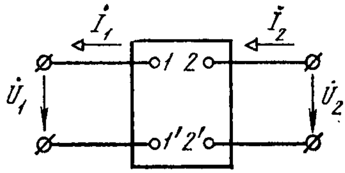


Рис. 6.2

$$\boxed{A=D; \quad A^2-BC=1.}$$

§ 6.4. Входное сопротивление четырехполюсника. Опытное определение первичных параметров

Работа четырехполюсника *при произвольной нагрузке* может быть исследована с помощью системы уравнений (6.2). Если рассматривать четырехполюсник вместе с его нагрузкой как двухполюсник, то входное сопротивление всей схемы при прямом включении четырехполюсника (рис. 6.3, *а*)

$$Z_{1н}=\frac{\dot{U}_{1н}}{\dot{I}_{1н}}=\frac{A\dot{U}_2+B\dot{I}_2}{C\dot{U}_2+D\dot{I}_2}=\frac{A\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}+B}{C\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}+D}=\frac{AZ_н+B}{CZ_н+D};$$

$$\boxed{Z_{1н}=\frac{AZ_н+B}{CZ_н+D}.} \tag{6.4}$$

При обратном включении четырехполюсника (рис. 6.3, *б*)

$$Z_{2н}=\frac{\dot{U}_{2н}}{\dot{I}_{2н}}=\frac{D\dot{U}_1+B\dot{I}_1}{C\dot{U}_1+A\dot{I}_1}=\frac{D\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}+B}{C\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}+A}=\frac{DZ_н+B}{CZ_н+A};$$

$$\boxed{Z_{2н}=\frac{DZ_н+B}{CZ_н+A}.} \tag{6.5}$$

Как и следовало ожидать, при симметричном четырехполюснике, т. е. при $A=D$, $Z_{1н}=Z_{2н}$.

При *холостом ходе* ($Z_н=\infty$) сопротивления четырехполюсника

$$Z_{10}=\dot{U}_{10}/\dot{I}_{10}=A/C; \quad Z_{20}=\dot{U}_{20}/\dot{I}_{20}=D/C. \tag{6.6}$$

При *коротком замыкании* ($Z_н=0$) сопротивления четырехполюсника

$$Z_{1к.з}=\dot{U}_{1к.з}/\dot{I}_{1к.з}=B/D; \quad Z_{2к.з}=\dot{U}_{2к.з}/\dot{I}_{2к.з}=B/A. \tag{6.7}$$

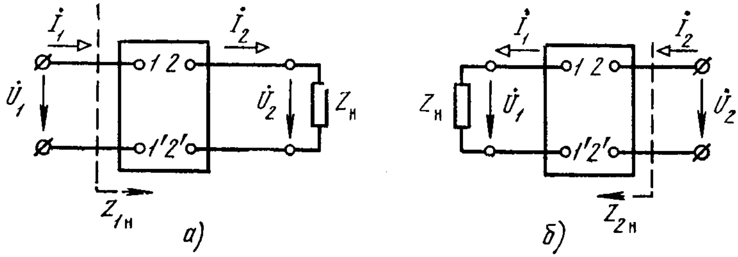


Рис. 6.3

Примечание. В теории четырехполюсников принят следующий порядок написания индексов величин. Первый индекс указывает, к каким зажимам относится рассматриваемая величина: к входным (*1*) или выходным (*2*); второй индекс характеризует нагрузку на другой паре зажимов: произвольная нагрузка (н), холостой ход (о) или короткое замыкание (кз).

Соотношения (6.6) и (6.7) позволяют определить параметры четырехполюсника опытным путем. Достаточно провести три из четырех возможных опытов холостого хода (при прямом и при обратном включении) и короткого замыкания (при прямом и при обратном включении), каждый раз измеряя напряжение, ток и мощность на входе схемы. Четвертый опыт был бы лишним, так как имеются только три независимых параметра, что видно и из сопоставления выражений (6.6) и (6.7): $Z_{1к.з}/Z_{10} = Z_{2к.з}/Z_{20}$.

Измеренные напряжение и ток позволяют определить модуль входного сопротивления, а показание ваттметра используется для определения аргумента комплекса входного сопротивления. Например, из опыта холостого хода имеем $z_{10} = U_{10}/I_{10}$, $\cos\varphi_{10} = P_{10}/U_{10}I_{10}$, $Z_{10} = z_{10}e^{j\varphi_{10}}$.

Аналогичным образом можно определить, скажем, $Z_{2к.з}$ и Z_{20}. Тогда из (6.6) и (6.7) имеем

$$C = A/Z_{10};\quad B = AZ_{2к.з};\quad D = CZ_{20} = AZ_{20}/Z_{10}, \tag{6.8}$$

а подставив полученные выражения в уравнение связи параметров (6.3), получим

$$AD - BC = A^2\frac{Z_{20}}{Z_{10}} - A^2\frac{Z_{2к.з}}{Z_{10}} = 1;\quad A = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20} - Z_{2к.з}}}.$$

Определив A, из (6.8) найдем все остальные параметры.

Примечание. Входные сопротивления Z_{10}, $Z_{1к.з}$, Z_{20} и $Z_{2к.з}$ при известной схеме четырехполюсника можно найти расчетным путем, замыкая накоротко или размыкая соответствующие зажимы и подсчитывая сопротивления путем «свертывания» схемы.

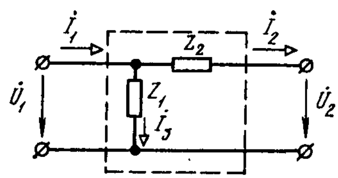


Рис. 6.4

Рекомендация. Для простой схемы нет необходимости определять параметры четырехполюсника из опытов холостого хода и короткого замыкания. Проще составить уравнения для заданной схемы по законам Кирхгофа и, придав им вид системы (6.2), определить параметры A, B, C и D путем сравнения коэффициентов. Например, для четырехполюсника, приведенного на рис. 6.4 (так называемая Г-образная схема), имеем

$$\dot{U}_1=\dot{U}_2+Z_2\dot{I}_2=A\dot{U}_2+B\dot{I}_2;\quad A=1,\quad B=Z_2,$$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_2+\dot{I}_3=\dot{I}_2+\frac{\dot{U}_1}{Z_1}=\dot{I}_2+\frac{\dot{U}_2+Z_2\dot{I}_2}{Z_1}=\dot{I}_2+\frac{Z_2}{Z_1}\dot{I}_2+\frac{1}{Z_1}\dot{U}_2=$$

$$=\frac{1}{Z_1}\dot{U}_2+\left(1+\frac{Z_2}{Z_1}\right)\dot{I}_2=C\dot{U}_2+D\dot{I}_2;\quad C=\frac{1}{Z_1},\quad D=1+\frac{Z_2}{Z_1}.$$

Проверка $AD-BC=1\left(1+\frac{Z_2}{Z_1}\right)-Z_2\frac{1}{Z_1}=1+\frac{Z_2}{Z_1}-\frac{Z_2}{Z_1}=1.$

§ 6.5. Характеристические параметры четырехполюсника

При анализе работы четырехполюсников в некоторых случаях, в частности при исследовании цепей с распределенными параметрами (линий), фильтров, цепных схем, удобно пользоваться так называемыми характеристическими параметрами, к которым относятся характеристические сопротивления и мера (постоянная) передачи.

Характеристические сопротивления

Для любого четырехполюсника можно подобрать два таких сопротивления, которые будут удовлетворять следующим условиям (рис. 6.5, *а*, *б*): 1) при включении на выход четырехполюсника сопротивления Z_{2c} его входное сопротивление равно Z_{1c}; 2) при включении на вход четырехполюсника сопротивления Z_{1c} его входное сопротивление со стороны выходных зажимов равно Z_{2c}. Такие сопротивления называются характеристическими.

Характеристические сопротивления можно выразить через первичные параметры, например через параметры A. Подставим в (6.4) и (6.5) в соответствии с определением характеристические сопротивления и решим получившуюся систему уравнений относительно Z_{1c} и Z_{2c}:

$$\left.\begin{aligned} Z_{1c}&=\frac{AZ_{2c}+B}{CZ_{2c}+D},\\ Z_{2c}&=\frac{DZ_{1c}+B}{CZ_{1c}+A},\end{aligned}\right\}\quad \boxed{Z_{1c}=\sqrt{\frac{AB}{CD}},} \tag{6.9}$$

$$\boxed{Z_{2c}=\sqrt{\frac{DB}{CA}}.} \tag{6.10}$$

Характеристические сопротивления можно определить из опытов холостого хода и короткого замыкания. Действительно, подставив в (6.9) и (6.10) выражения (6.6) и (6.7), получим

$$\boxed{Z_{1c}=\sqrt{Z_{10}Z_{1\text{к.з}}},}\quad \boxed{Z_{2c}=\sqrt{Z_{20}Z_{2\text{к.з}}}.} \tag{6.11}$$

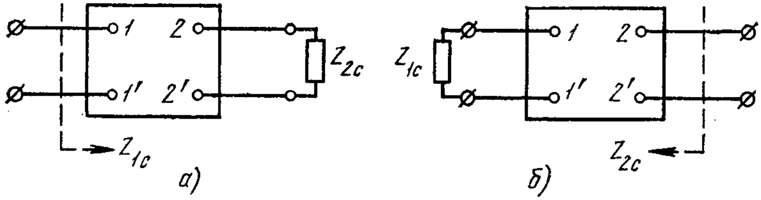


Рис. 6.5

Таким образом, каждое характеристическое сопротивление представляет собой среднее геометрическое из соответствующих входных сопротивлений при холостом ходе и коротком замыкании четырехполюсника.

Замечание. Характеристические сопротивления являются такими параметрами, которые непосредственно измерить нельзя. Они не представляют собой нечто такое, что содержалось бы «внутри» четырехполюсника, а являются параметрическими величинами, которые определяются косвенным путем, например по формулам (6.9), (6.10) и (6.11).

Четырехполюсник, сопротивление нагрузки которого равно характеристическому сопротивлению Z_{2c}, называется согласованным на выходе. Если внутреннее сопротивление источника энергии равно характеристическому сопротивлению Z_{1c}, то четырехполюсник будет также согласован и на входе.

Для симметричного четырехполюсника, у которого $A = D$, $Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{B/C}$ [см. выражения (6.9) и (6.10)]. Следовательно, если симметричный четырехполюсник согласован на выходе, то его входное сопротивление равно сопротивлению нагрузки. Четырехполюсник в этом случае как бы повторяет сопротивление нагрузки, поэтому характеристическое сопротивление симметричного четырехполюсника иногда называют повторным.

Поскольку входные сопротивления четырехполюсника являются дробно-линейными функциями сопротивлений нагрузки [см. соотношения (6.4) и (6.5)], то это обстоятельство позволяет использовать четырехполюсник в качестве *трансформатора сопротивлений,* в частности, для согласования источника с нагрузкой. Действительно, если согласовать четырехполюсник с нагрузкой (на выходе) и с источником (на входе), то отношение входных сопротивлений [разделим (6.9) на (6.10)]:

$$Z_{1c}/Z_{2c} = A/D = m^2; \quad \boxed{m = \sqrt{Z_{1c}/Z_{2c}} = \sqrt{A/D}.} \qquad (6.12)$$

Величина m называется коэффициентом трансформации четырехполюсника. Очевидно, что симметричный четырехполюсник, у которого $A = D$ и $m = 1$, трансформатором сопротивлений быть не может.

Мера передачи

Как указывалось, для характеристики несимметричного четырехполюсника необходимы три независимых первичных параметра. Характеристических параметров тоже должно быть три: два из них — характеристические сопротивления — мы уже получили. Займемся третьим.

Будем считать, что четырехполюсник согласован на выходе, т. е. $\dot{U}_2/\dot{I}_2 = Z_{2c} = \sqrt{BD/AC}$, и найдем отношения $\dot{U}_1/\dot{U}_2$ и $\dot{I}_1/\dot{I}_2$.

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = A + B\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = A + B\frac{1}{Z_{2c}} =$$

$$= A + B\sqrt{\frac{AC}{BD}} = \sqrt{\frac{A}{D}}\cdot(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = m(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}),$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2}{\dot{I}_2} = C\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + D = CZ_{2c} + D =$$

$$= C\sqrt{\frac{BD}{AC}} + D = \sqrt{\frac{D}{A}}(\sqrt{BC} + \sqrt{AD}) = \frac{1}{m}(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}).$$

Мы получили, что выражения $\frac{1}{m}\cdot\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}$ и $m\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$ равны между собой, поскольку они равны одной и той же величине $\sqrt{AD} + \sqrt{BC}$, представляющей собой в общем случае некоторое комплексное число.

Это число удобно представить в показательной форме:

$$\sqrt{AD} + \sqrt{BC} = ke^{jb} = e^{a}e^{jb} = e^{a+jb} = e^{g}.$$

Величина $g = a + jb$ называется **характеристической постоянной передачи** или **мерой передачи** и является третьим характеристическим параметром четырехполюсника. Из выражения

$$g = a + jb = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC})$$

следует, что мера передачи, равно как и характеристические сопротивления [см. выражения (6.9) и (6.10)], полностью определяются первичными параметрами и именно поэтому они сами являются параметрами — *вторичными* параметрами четырехполюсника.

Возьмем произведение двух равных величин $\frac{1}{m}\cdot\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}$ и $m\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$: $\dot{U}_1\dot{I}_1/(\dot{U}_2\dot{I}_2) = e^{2g}$, тогда

$$g = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot{U}_1\dot{I}_1}{\dot{U}_2\dot{I}_2} = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1e^{j\psi_{u1}}I_1e^{j\psi_{i1}}}{U_2e^{j\psi_{u2}}I_2e^{j\psi_{i2}}} =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left[\frac{U_1I_1}{U_2I_2}e^{j(\psi_{u1}-\psi_{u2})}e^{j(\psi_{i1}-\psi_{i2})}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{U_1I_1}{U_2I_2} + j\frac{1}{2}[(\psi_{u1}-\psi_{u2}) + (\psi_{i1}-\psi_{i2})].$$

Таким образом, вещественная часть меры передачи

$$\boxed{a = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{S_2}} \tag{6.13}$$

представляет собой половину натурального логарифма отношения полных мощностей на входе и на выходе четырехполюсника и называется собственным затуханием.

Мнимая часть меры передачи

$$\boxed{b = \frac{1}{2}[(\psi_{u1} - \psi_{u2}) + (\psi_{i1} - \psi_{i2})]}$$

представляет собой полусумму фазовых сдвигов между напряжениями на входе и выходе и между токами на входе и выходе четырехполюсника. Эта величина называется коэффициентом фазы или фазовой постоянной.

Мера передачи g (следовательно, и ее составляющие a и b) является безразмерной величиной. Единицей измерения коэффициента фазы является радиан (рад), а в качестве единицы измерения затухания в радиотехнике принят *бел* (Б) или, чаще, *децибел* (дБ). Децибел в 10 раз меньше бела. Затухание в белах вычисляется как *десятичный* логарифм отношения полной мощности на входе четырехполюсника к полной мощности на его выходе:

$$a = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \ [\text{Б}].$$

Следовательно, затуханию в 1 Б соответствует уменьшение полной мощности сигнала при его прохождении через четырехполюсник в 10 раз. Затуханию в 1 дБ соответствует уменьшение мощности в 1,26 раза.

Для *симметричного* четырехполюсника имеем:

$$A = D, \ m = 1, \ \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = A + \sqrt{BC} = e^g;$$

$$g = a + jb = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}.$$

Таким образом, в симметричном четырехполюснике отношение комплексных амплитуд или комплексных действующих напряжений на входе и выходе равно отношению комплексных амплитуд или комплексных действующих токов. Иначе говоря, как напряжение, так и ток изменяются в одинаковое число раз по модулю и изменяют свою фазу на один и тот же угол:

$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2}; \ \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = e^a, \tag{6.14}$$

$$b = \frac{1}{2} [(\psi_{u1} - \psi_{u2}) + (\psi_{i1} - \psi_{i2})] = \psi_{u1} - \psi_{u2} = \psi_{i1} - \psi_{i2}. \tag{6.15}$$

Коэффициент фазы b считается положительным, если напряжение (ток) на выходе *отстает* от напряжения (тока) на входе по фазе.

Примечание. Поскольку в основе математического понятия о затухании лежат натуральные (неперовы) логарифмы [см. выражения (6.13) и (6.14)], то во многих случаях удобно пользоваться другой единицей затухания — *непером* (Нп). Затуханию в 1 Нп у симметричного четырехполюсника соответствует изменение модуля напряжения или тока в $e = 2{,}718$ ...раза. 1 Нп = 8,688 дБ, 1 дБ = 0,115 Нп. *При вычислении меры передачи в формулу $g = a + jb$ собственное затухание подставляется в неперах.*

Вносимое затухание четырехполюсника

Когда между источником и нагрузкой включен четырехполюсник, то он «вносит» в систему передачи энергии (сигнала) затухание. В том случае, когда четырехполюсник согласован на входе (с источником) и на выходе (с нагрузкой), вносимое затухание равно собственному затуханию четырехполюсника, определяемому по формуле (6.13), причем S_1 и S_2 — полные мощности на входе и выходе.

Из-за несогласованности четырехполюсника на входе или на выходе или и на входе и на выходе затухание более или менее существенно отличается от собственного. Для характеристики прохождения сигнала (передачи энергии) через четырехполюсник в этом случае пользуются понятием *вносимого затухания*, которое определяют, сопоставляя полную мощность, поступающую в нагрузку, с той полной мощностью, которую источник энергии отдавал бы в нагрузку при их непосредственном соединении.

Подсчет вносимого затухания может быть произведен в неперах или в децибелах по формулам:

$$a_{\text{вн}} = \frac{1}{2}\ln\frac{S'_1}{S_2}\ [\text{Нп}];\qquad a_{\text{вн}} = 10\lg\frac{S'_1}{S_2}\ [\text{дБ}],$$

где S'_1 — полная мощность, которую источник отдавал бы нагрузке *при отсутствии* четырехполюсника; S_2 — полная мощность на выходе нагруженного четырехполюсника.

Связь между первичными и характеристическими параметрами четырехполюсника

Поскольку $e^g = \sqrt{AD} + \sqrt{BC}$ и $AD - BC = 1$, то $e^{-g} = \frac{1}{e^g} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{AD}+\sqrt{BC}} = \frac{\sqrt{AD}-\sqrt{BC}}{(\sqrt{AD}+\sqrt{BC})(\sqrt{AD}-\sqrt{BC})} =$$

$$= \frac{\sqrt{AD}-\sqrt{BC}}{AD-BC} = \sqrt{AD} - \sqrt{BC}.$$

Теперь удобно ввести гиперболические функции

$$\operatorname{ch} g=\frac{e^{g}+e^{-g}}{2}=\frac{\sqrt{AD}+\sqrt{BC}+\sqrt{AD}-\sqrt{BC}}{2}=\sqrt{AD},$$

$$\operatorname{sh} g=\frac{e^{g}-e^{-g}}{2}=\sqrt{BC}.$$

Учтем, что коэффициент трансформации $m=\sqrt{A/D}=\sqrt{Z_{1c}/Z_{2c}}$ [см. выражения (6.12)]:

$$m \operatorname{ch} g=\sqrt{A/D}\sqrt{AD}=A; \quad \operatorname{ch} g/m=\sqrt{D/A}\sqrt{AD}=D;$$

$$mZ_{2c} \operatorname{sh} g=\sqrt{A/D}\sqrt{BD/AC}\sqrt{BC}=B; \tag{6.16}$$

$$\operatorname{sh} g/mZ_{2c}=\sqrt{BC}\sqrt{D/A}\sqrt{AC/BD}=C.$$

Если теперь вместо первичных параметров $|A|$ в (6.2) подставить их выражения через характеристические параметры (6.16), то получим уравнения для несимметричного четырехполюсника при произвольной нагрузке:

$$\dot U_1=A\dot U_2+B\dot I_2=m(\dot U_2 \operatorname{ch} g+Z_{2c}\dot I_2 \operatorname{sh} g)=$$
$$=\sqrt{Z_{1c}/Z_{2c}}(\dot U_2 \operatorname{ch} g+Z_{2c}\dot I_2 \operatorname{sh} g),$$
$$\dot I_1=C\dot U_2+D\dot I_2=\frac{1}{m}\left(\dot U_2\frac{\operatorname{sh} g}{Z_{2c}}+\dot I_2 \operatorname{ch} g\right)=\sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}}\left(\dot U_2\frac{\operatorname{sh} g}{Z_{2c}}+\dot I_2 \operatorname{ch} g\right).$$

Для часто встречающегося случая симметричного четырехполюсника ($m=1$ и $Z_{1c}=Z_{2c}=Z_c$):

$$\boxed{\begin{aligned} U_1&=\dot U_2 \operatorname{ch} g+Z_c\dot I_2 \operatorname{sh} g,\\ \dot I_1&=\frac{\dot U_2}{Z_c}\operatorname{sh} g+\dot I_2 \operatorname{ch} g,\end{aligned}}$$

$$\boxed{A=D=\operatorname{ch} g=\operatorname{ch}(a+jb).} \tag{6.17}$$

Можно показать [см. (6.6) и (6.7)], что мера передачи может быть, так же как и характеристические сопротивления, определена из опытов холостого хода и короткого замыкания

$$\operatorname{th} g=\frac{\operatorname{sh} g}{\operatorname{ch} g}=\frac{\sqrt{BC}}{\sqrt{AD}}=\sqrt{\frac{B}{D}\cdot\frac{C}{A}}=\sqrt{\frac{Z_{1к.з}}{Z_{10}}}; \qquad \boxed{\operatorname{th} g=\sqrt{\frac{Z_{1к.з}}{Z_{10}}}.}$$

Рекомендация. Вычисление меры передачи удобно производить, воспользовавшись следующим преобразованием:

$$\operatorname{th} g=\frac{(e^{g}-e^{-g})e^{g}}{(e^{g}+e^{-g})e^{g}}=\frac{e^{2g}-1}{e^{2g}+1}; \quad e^{2g}=\frac{1+\operatorname{th} g}{1-\operatorname{th} g};$$

$$g=\frac{1}{2}\ln\frac{1+\operatorname{th} g}{1-\operatorname{th} g}=\frac{1}{2}\ln\frac{1+\sqrt{Z_{1к.з}/Z_{10}}}{1-\sqrt{Z_{1к.з}/Z_{10}}}.$$

§ 6.6. Каскадное соединение четырехполюсников

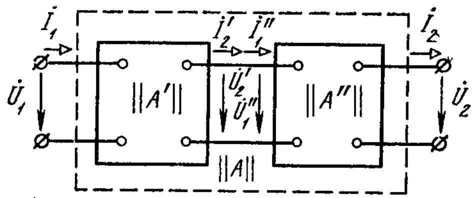


Рис. 6.6

Каскадное соединение четырехполюсников (цепные схемы)

Каскадным называется такое соединение четырехполюсников, при котором к выходным зажимам каждого из нескольких четырехполюсников присоединяются входные зажимы последующего. Такое соединение называется также цепной схемой. На рис. 6.6 представлено каскадное соединение двух четырехполюсников с параметрами $|A'|$ и $|A''|$, которые вместе образуют новый четырехполюсник с параметрами $\|A\|$, обведенный пунктиром.

Для каждого из двух четырехполюсников запишем уравнения в матричной форме

$$\left\|\begin{matrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{matrix}\right\| = \|A'\|\cdot\left\|\begin{matrix}\dot U_2'\\ \dot I_2'\end{matrix}\right\|; \qquad \left\|\begin{matrix}\dot U_1''\\ \dot I_1''\end{matrix}\right\| = \|A''\|\cdot\left\|\begin{matrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{matrix}\right\|.$$

Но поскольку $\dot U_1'' = \dot U_2'$ и $\dot I_1'' = \dot I_2'$, то второе из записанных уравнений можно подставить в первое, что приведет к уравнению нового четырехполюсника, образованного из двух звеньев

$$\left\|\begin{matrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{matrix}\right\| = \|A'\|\cdot\|A''\|\cdot\left\|\begin{matrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{matrix}\right\| = \|A\|\cdot\left\|\begin{matrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{matrix}\right\|,$$

где матрица параметров нового четырехполюсника равна произведению матриц параметров четырехполюсников, из которых образовано каскадное соединение

$$\|A\| = \|A'\|\cdot\|A''\|.$$

Напоминание. Матрицы перемножаются по правилу «строка на столбец». Для нашего случая

$$\left\|\begin{matrix}A' & B'\\ C' & D'\end{matrix}\right\|\cdot\left\|\begin{matrix}A'' & B''\\ C'' & D''\end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix}A'A''+B'C'' & A'B''+B'D''\\ C'A''+D'C'' & C'B''+D'D''\end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix}A & B\\ C & D\end{matrix}\right\|,$$

т. е. $A = A'A''+B'C''$, $B = A'B''+B'D''$, $C = C'A''+D'C''$, $D = C'B''+D'D''$.

Следствие. Указанный метод определения параметров можно применить и для более сложной схемы каскадного соединения, содержащей в общем случае n звеньев (рис. 6.7). Параметры результирующего четырехполюсника могут быть найдены путем последовательного попарного перемножения матриц параметров соседних звеньев. Не следует забывать, что умножение матриц

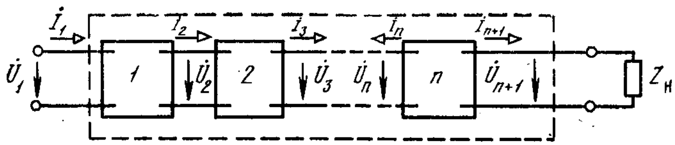


Рис. 6.7

не подчиняется переместительному закону, поэтому перемножаемые матрицы должны записываться строго в соответствии с порядком следования звеньев каскадной схемы. (На рис. 6. 7 направление тока $\dot I_n$ должно совпадать с направлениями токов $\dot I_1$, $\dot I_2$, $\dot I_3$, $\dot I_{n+1}$).

Согласованное каскадное соединение

Большой практический интерес представляет согласованное каскадное соединение. Если в схеме, представленной на рис. 6.7, вход каждого четырехполюсника согласован с выходом предыдущего, а сопротивление нагрузки согласовано с выходом последнего четырехполюсника, то входное сопротивление всей схемы будет характеристическим, а мера передачи

$$g = a + jb = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_{n+1}\dot I_{n+1}} = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2}\cdot\frac{\dot U_2 \dot I_2}{\dot U_3 \dot I_3}\cdots\frac{\dot U_n \dot I_n}{\dot U_{n+1}\dot I_{n+1}} =$$
$$= \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2} + \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_2 \dot I_2}{\dot U_3 \dot I_3} + \ldots + \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_n \dot I_n}{\dot U_{n+1}\dot I_{n+1}} =$$
$$= g_1 + g_2 + \ldots + g_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + j\,(b_1 + b_2 + \ldots + b_n).$$

Таким образом, мера передачи согласованного каскадного соединения равна сумме мер передачи всех включенных в каскад четырехполюсников:

$$\boxed{g = \sum_{k=1}^{n} g_k, \quad a = \sum_{k=1}^{n} a_k, \quad b = \sum_{k=1}^{n} b_k.}$$

Наконец, если каскадное соединение образовано из n одинаковых четырехполюсников, каждый из которых характеризуется мерой передачи $g' = a' + jb'$, то мера передачи, затухание и коэффициент фазы цепной схемы:

$$\boxed{g = ng', \quad a = na', \quad b = nb'.} \tag{6.18}$$

Цепные схемы широко используются для образования линий задержки, в которых искусственно увеличивается время прохождения сигнала, в фильтрах, в корректирующих устройствах и т. п.

§ 6.7. Передаточные функции четырехполюсников

Отношение комплекса тока или напряжения на выходе четырехполюсника к комплексу тока или напряжения на входе называется передаточной функцией. Это отношение, как указывалось (см. гл. 4), является достаточно удобной амплитудно-фазовой характеристикой четырехполюсника.

Существует четыре возможных отношения выходной и входной величин:

$K_U = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{U_2}{U_1} e^{j(\psi_{u2}-\psi_{u1})} = |K_U| e^{j\psi_u}$ — коэффициент передачи по напряжению;

$K_I = \frac{\dot I_2}{\dot I_1} = \frac{I_2}{I_1} e^{j(\psi_{i2}-\psi_{i1})} = |K_I| e^{j\psi_i}$ — коэффициент передачи по току;

$K_Z = \frac{\dot U_2}{\dot I_1} = \frac{U_2}{I_1} e^{j(\psi_{u2}-\psi_{i1})} = z_{(21)} e^{j(\psi_{u2}-\psi_{i1})}$ — передаточное сопротивление;

$K_Y = \frac{\dot I_2}{\dot U_1} = \frac{I_2}{U_1} e^{j(\psi_{i2}-\psi_{u1})} = y_{(21)} e^{j(\psi_{i2}-\psi_{u1})}$ — передаточная проводимость.

Передаточные функции могут быть выражены через первичные параметры четырехполюсника (например, в форме $\| A \|$) и сопротивление нагрузки:

$$K_U = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{\dot U_2}{A\dot U_2 + B\dot I_2} = \frac{1}{A + B\frac{\dot I_2}{\dot U_2}} = \frac{Z_н}{AZ_н + B};$$

$$K_I = \frac{\dot I_2}{\dot I_1} = \frac{\dot I_2}{C\dot U_2 + D\dot I_2} = \frac{1}{C\frac{\dot U_2}{\dot I_2} + D} = \frac{1}{CZ_н + D};$$

$$K_Z = \frac{\dot U_2}{\dot I_1} = \frac{\dot U_2}{C\dot U_2 + D\dot I_2} = \frac{1}{C + D\frac{\dot I_2}{\dot U_2}} = \frac{Z_н}{CZ_н + D};$$

$$K_Y = \frac{\dot I_2}{\dot U_1} = \frac{\dot I_2}{A\dot U_2 + B\dot I_2} = \frac{1}{A\frac{\dot U_2}{\dot I_2} + B} = \frac{1}{AZ_н + B}.$$

При холостом ходе ($Z_н = \infty$): $K_{U0} = 1/A$ и $K_{Z0} = 1/C$.

При коротком замыкании ($Z_н = 0$) : $K_{I к.з} = 1/D$ и $K_{Y к.з} = 1/B$.

Коэффициенты передачи по напряжению и по току при согласованной нагрузке можно выразить через меру передачи g. Например, для симметричного четырехполюсника

$$g = \ln\frac{\dot U_1}{\dot U_2} = \ln\frac{\dot I_1}{\dot I_2} = \ln\frac{1}{K_U} = \ln\frac{1}{K_I}, \qquad K_U = K_I = e^{-g},$$

или, приняв во внимание (6.14) и (6.15), заключаем, что собственное затухание симметричного четырехполюсника есть логарифм величины, обратной модулю коэффициента передачи по напряжению или по току $a = \ln\frac{1}{|K|}$, а коэффициент фазы b равен аргументу коэффициента передачи по напряжению или по току, взятому с обратным знаком.

Глава 7. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

§ 7.1. Возникновение и общая характеристика переходных процессов

Переходным называют электромагнитный процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому вследствие непериодического изменения э. д. с. в цепи или напряжения, приложенного к цепи, или вследствие изменения каких-либо пассивных элементов цепи (сопротивлений, индуктивностей, емкостей).

Изменение режима может возникать *произвольно*, когда в цепи производятся те или иные переключения: включение цепи под напряжение, отключение цепи, включение или отключение части цепи и т. п. Возможны также непроизвольные (аварийные) изменения режима (обрыв провода, короткое замыкание, удар молнии в линию электропередачи и т. п.).

Любые изменения в цепи можно представить в виде тех или иных переключений, которые будем называть коммутацией. Характер коммутации на схеме указывается при помощи рубильника со стрелкой, причем по направлению стрелки легко судить о том, замыкается рубильник или размыкается.

Установившийся режим в цепи при заданных и неизменных ее параметрах полностью определяется источниками энергии. Очевидно, что источники постоянного напряжения (или тока) вызывают постоянный ток в цепи, источники синусоидального напряжения (или тока) вызывают синусоидальный ток той же частоты, что и частота источника. Во время переходного процесса токи в цепи и напряжения на ее участках определяются не только «внешними», но и «внутренними» источниками-накопителями энергии (индуктивности и емкости). В режиме, который существовал *до коммутации*, в катушках и конденсаторах было запасено определенное количество энергии или, если цепь не была подключена к источникам, запас энергии отсутствовал. *В момент коммутации*, с которого ведется отсчет времени переходного процесса ($t = 0$), начинается перераспределение энергии между внутренними накопителями в цепи, а также между ними и внешними источниками; часть энергии при этом необратимо преобразуется в неэлектрические формы (например, в тепловую). По истечении какого-то времени установится новый режим, который будет обусловлен только внешними вынуждающими причинами — внешними источниками энергии. При отключении цепи от внешних источников переходный процесс будет существовать полностью за счет энергии внутренних источников; новый «установившийся режим» в этом случае будет характеризоваться отсутствием токов в цепи.

Задача исследования переходного процесса заключается в том, чтобы выяснить: 1) по какому закону и 2) как долго будет наблюдаться заметное отклонение токов в ветвях и напряжений на участках цепи, от их установившихся значений. Так, например, если в исследуемой ветви некоторой цепи до коммутации существовал постоянный ток I_1, а в установившемся режиме после коммутации он стал равен I_2, то нас будет интересовать закон изменения переходного тока i между моментом коммутации ($t = 0$) и тем неизвестным нам моментом времени t_1, когда переходный процесс можно считать закончившимся.

Изменения энергии, накопленной в катушках и конденсаторах, не могут происходить мгновенно, скачком, так как в этом случае мощность, равная производной, т. е. скорости изменения энергии $p = dw/dt$, обращалась бы в бесконечность, что физически невозможно. Следовательно, внутренние накопители энергии ведут себя в электрической цепи подобно маховикам в механических системах, в силу инерции не позволяющим мгновенно изменить скорость вращения вала. Попытка мгновенно остановить вал с маховиком лишь приведет к аварии — к разрыву кинематической цепи. Равным образом безуспешна любая попытка мгновенно прервать ток в цепи с индуктивностью или мгновенно зарядить конденсатор. Возникновение электрической дуги при размыкании контактов рубильника или выключателя — свидетельство того, что в реальной цепи имеется индуктивность и она «не позволяет» разорвать цепь мгновенно.

Полный учет всех сложных явлений, возникающих при коммутации, в том числе учет возникновения электрической дуги, являющейся нелинейным элементом, весьма затруднителен. Допустимые упрощения состоят в следующем: 1) будем считать, что рубильники замыкаются и размыкаются мгновенно и без возникновения электрической дуги; 2) время переходного процесса, теоретически бесконечно длительное, ибо переходный режим асимптотически приближается к новому установившемуся, ограничим *условным пределом* (см. далее); 3) установившийся режим после коммутации будем рассчитывать при теоретическом условии $t = \infty$, т. е. когда после коммутации прошло бесконечно большое время. Установившийся режим до коммутации рассчитываем в предположении, что цепь была образована при $t = -\infty$, т. е. полагаем, что к моменту коммутации в цепи закончился предыдущий переходный процесс. Впрочем, часто приходится анализировать и переходные процессы, возникающие в цепи, когда предыдущий переходный процесс, вызванный прежними коммутациями, еще не закончился; однако это не изменяет теоретическую постановку задачи.

Несмотря на то что теоретически переходные процессы длятся бесконечно долгое время, практически — это быстропротекающие процессы, продолжительность которых измеряется редко секундами, а чаще милли- и даже микросекундами. Изучение этих скоротечных процессов представляет собой весьма важную задачу, так как в малые промежутки времени могут произойти непоправимые нарушения производственных функций: выход из строя оборудования (например, при коротком замыкании), потеря или искажение информации, отказ в срабатывании и т. д.

§ 7.2. Математические основы анализа переходных процессов

Пусть в некоторой цепи (рис. 7.1, *а*) внезапно изменяется сопротивление. До коммутации в цепи существовало сопротивление $r_0 + r$, после коммутации останется только r. Требуется определить переходный ток i. Электрическое состояние схемы *после коммутации* описывается интегродифференциальным уравнением

$$L\frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e.$$

Если это уравнение продифференцировать по времени, получим дифференциальное уравнение второго порядка, у которого в качестве коэффициентов выступают параметры цепи или их комбинации

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + r\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = \frac{de}{dt}. \qquad (7.1)$$

Из математики известно, что полное решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами находят в виде суммы *частного* решения неоднородного уравнения и *общего* решения соответствующего однородного уравнения.

Поскольку в правой части дифференциальных уравнений, описывающих электрическое состояние цепей, обычно находится напряжение (или ток) источника (внешняя *вынуждающая сила*), то частное решение находят из анализа установившегося режима после коммутации. Поэтому этот режим называют принужденным и соответственно токи или напряжения, найденные в этом режиме, называют принужденными. Расчет принужденного режима, когда внешние источники дают постоянную или гармоническую э. д. с. (ток), не представляет трудностей и рассмотрен в предыдущих главах.

Однородное дифференциальное уравнение получают из (7.1) путем «освобождения» его от правой части. Физически это означает, что исследуемая цепь «освобождается» от внешней, вынуждающей силы. Токи или напряжения, найденные при решении однородного уравнения, называют свободными. Свободные токи и напряжения являются результатом действия внутренних источников схемы: э. д. с. самоиндукции, возникающих в катушках, и э. д. с. конденсаторов, когда и те и другие не уравновешены внешними источниками.

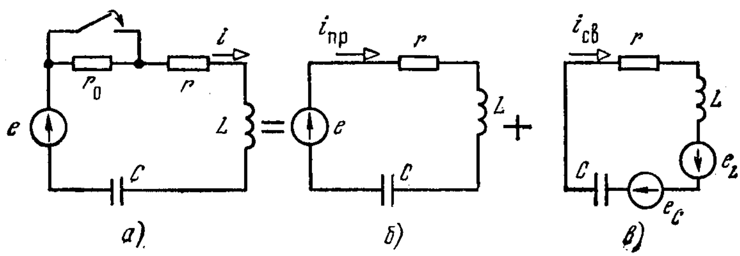


Рис. 7.1

Схематически анализ переходного процесса может быть представлен как результат наложения двух режимов: принужденного и свободного. Схема рис. 7.1, *б* должна быть рассчитана в установившемся (принужденном) режиме, а схема рис. 7.1, *в* — в режиме, когда цепь освобождена от внешних источников. Действительный (переходный) ток в соответствии с принципом суперпозиции равен сумме принужденного и свободного:

$$\boxed{i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}}.}$$

Существуют различные методы решения однородного дифференциального уравнения, полученного из выражения (7.1):

$$\frac{d^2 i_{\text{св}}}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{di_{\text{св}}}{dt} + \frac{1}{LC} i_{\text{св}} = 0. \qquad (7.2)$$

Классический метод состоит в отыскании решения в виде суммы экспонент

$$i_{\text{св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где число слагаемых равно порядку дифференциального уравнения. После подстановки экспонент $A_k e^{p_k t}$ в исходное уравнение (7.2) и дифференцирования можно получить характеристическое уравнение, из которого определяют корни p_1, p_2. Если встречаются кратные корни (например, $p_1 = p_2 = p$), то решение имеет вид

$$A_1 e^{pt} + A_2 t e^{pt}.$$

Постоянные интегрирования A_1, A_2 определяются из начальных условий. Непосредственное интегрирование дифференциальных уравнений составляет содержание классического метода расчета переходных процессов.

Операционное исчисление позволяет интегродифференциальные уравнения привести к алгебраическим. В этом случае анализ переходного процесса сводится к решению алгебраических уравнений, но отыскивают не функции действительного переменного, каковым является время, а функции иного, комплексного переменного (изображения), переход к которым осуществляется с помощью преобразования Лапласа. Основанный на этом преобразовании *операторный метод* расчета переходных процессов приводит к простым операторным схемам, описываемым законами Ома и Кирхгофа в операторной форме. В этих схемах находят свои изображения и внутренние э. д. с. e_L и e_C. Операторный метод исключает трудоемкую процедуру отыскания постоянных интегрирования.

§ 7.3. Классический метод анализа неразветвленных цепей с одним реактивным элементом. Законы коммутации

Короткое замыкание цепи rL

Пусть к зажимам цепи до коммутации было приложено *постоянное напряжение* $u = U_0$ (рис. 7.2, *а*). После коммутации возникает замкнутый на себя контур rL, в котором принужденный ток суще-

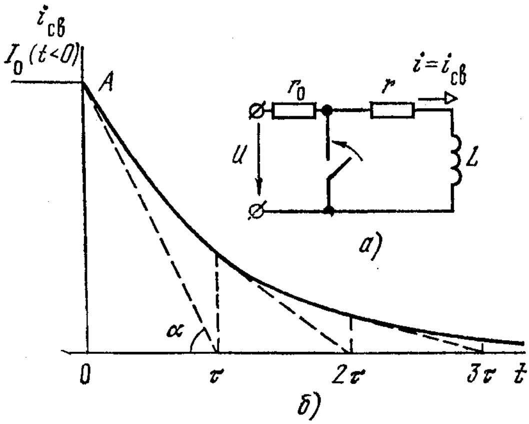


Рис. 7.2

ствовать не может: ток внешнего источника будет замыкаться через рубильник (сопротивление рубильника считаем равным нулю). Следовательно, $i = i_{пр} + i_{св} = 0 + i_{св} = i_{св}$; в данном случае в цепи существует только свободный ток.

Уравнение для свободного тока (без правой части)

$$L\frac{di_{св}}{dt} + ri_{св} = 0, \quad (7.3)$$

решением которого является экспонента (рис. 7.2, *б*):

$$i_{св} = Ae^{pt} \quad \text{и} \quad \frac{di_{св}}{dt} = pAe^{pt} = pi_{св}.$$

После подстановки последних выражений в уравнение (7.3) имеем: $pLi_{св} + ri_{св} = i_{св}(pL + r) = 0$, откуда получаем характеристическое уравнение $pL + r = 0$, корень которого $p = -r/L$. Обозначим величину $-1/p = L/r = \tau$, размерность которой — секунда: Г/Ом = Ом·с/Ом = с.

Следовательно, свободный ток

$$i_{св} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{r}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Построим график свободного тока. В момент коммутации $i_{св}(0) = Ae^0 = A$; по истечении времени $t = \tau$ свободный ток составит $i_{св}(t = \tau) = Ae^{-1} = A/e = A/2{,}718 \approx 0{,}368A$, т. е. за время τ он уменьшится в e раз. По истечении времени, равного 2τ, $i_{св}(t = 2\tau) = A/e^2 \approx 0{,}135A$. Иначе говоря, через каждый промежуток времени, равный τ, ток будет уменьшаться в e раз. Величина τ, характеризующая электрическую цепь, в которой свободный ток является экспоненциальной функцией времени, и равная интервалу времени, в течение которого ток в этой цепи убывает в e раз, называется постоянной времени электрической цепи.

Поскольку $e^{4,6} = 99{,}5 \approx 100$, то по истечении с момента коммутации времени $t > 4{,}6\tau$ величина свободного тока будет составлять менее 1% от начального значения. *Условимся переходный процесс при этом считать закончившимся.* В инженерных расчетах обычно принимают время переходного процесса равным $(4 \div 5)\,\tau$.

Постоянной времени можно придать геометрический смысл: она равна подкасательной в любой точке графика $i_{св} = Ae^{-t/\tau}$. Действительно: $di_{св}/dt = pi_{св} = -i_{св}/\tau$, следовательно, $\tau = -\frac{i_{св}}{di_{св}/dt} = -\frac{i_{св}}{\operatorname{tg}\alpha}$.

Для того чтобы закончить анализ переходного процесса, нам следует из начальных условий найти постоянную интегрирования A:

$$\text{при } t=0 \quad A = i_{\text{св}}(0). \tag{7.4}$$

Значение свободного тока в момент коммутации находим с помощью первого закона коммутации. *Ток в ветви с индуктивностью при конечной мощности в цепи не может измениться скачком и в момент коммутации остается равным тому значению, которое он имел в момент, непосредственно предшествовавший коммутации.*

Условно первый закон коммутации, вытекающий из невозможности скачкообразного изменения энергии, запасенной в магнитном поле индуктивности $w_{\text{м}} = Li^2/2$, записывается так:

$$i_L(0) = i_L(0-), \tag{7.5}$$

где $i_L(0-)$ — ток в момент, непосредственно предшествовавший коммутации.

В рассматриваемой цепи (рис. 7.2, *а*) ток до коммутации ограничивается только активными сопротивлениями, поскольку на цепь воздействовал источник постоянного напряжения

$$i(0-) = I_0(t<0) = \frac{U_0}{r_0+r},$$

где $I_0(t<0)$ — постоянный ток в установившемся режиме до коммутации.

В соответствии с первым законом коммутации определяем постоянную интегрирования, исходя из следующего:

1) закон коммутации относится к переходному (а не свободному!) току;

2) для любого момента времени после коммутации справедливо выражение $i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}}$, следовательно, оно справедливо и для момента коммутации:

$$\boxed{i(0) = i_{\text{пр}}(0) + i_{\text{св}}(0).} \tag{7.6}$$

Из выражений (7.4), (7.5) и (7.6), учитывая, что $i_{\text{пр}} = 0$, т. е. $i_{\text{пр}}(0) = 0$, находим $A = i_{\text{св}}(0) = i(0-) - i_{\text{пр}}(0) = \frac{U_0}{r_0+r} - 0 = \frac{U_0}{r_0+r}$. Итак, ток в исследуемой цепи

$$i = \frac{U_0}{r_0+r} e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Для полного анализа цепи можно найти напряжение на активном сопротивлении

$$u_r = ri = \frac{rU_0}{r_0+r} e^{-\frac{r}{L}t}$$

и напряжение на индуктивности

$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt} = L\left(-\frac{r}{L}\right)\frac{U_0}{r_0+r}e^{-\frac{r}{L}t} = -\frac{rU_0}{r_0+r}e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Как и следовало ожидать, в замкнутом контуре $u_r + u_L = 0$.

Если к рассматриваемой цепи до коммутации было приложено *синусоидальное напряжение* $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, то на характере свободного процесса это не скажется, так как свободный ток существует в цепи, «освобожденной» от внешнего источника. Изменится постоянная интегрирования. Действительно, ток до коммутации

$$i = \frac{U_m}{z}\sin(\omega t + \psi - \varphi) =$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{(r_0+r)^2 + (\omega L)^2}} \cdot \sin\left(\omega t + \psi - \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{r_0+r}\right).$$

В момент коммутации ($t = 0$)

$$i(0) = i(0-) = \frac{U_m}{z}\sin(0 + \psi - \varphi) = \frac{U_m}{z}\sin(\psi - \varphi).$$

Обратим внимание, что $\frac{U_m}{z}\sin(\psi - \varphi)$ — число, а не функция (время исключено). Тогда

$$i = Ae^{-\frac{r}{L}t} = \frac{U_m}{z}\sin(\psi - \varphi)e^{-\frac{r}{L}t}.$$

График для $t > 0$ получается тот же, что и на рис. 7.2, *б*, но величина A зависит от момента замыкания рубильника. Так, если рубильник замкнется в момент прохождения тока через нуль ($\psi = \varphi$), свободного тока не будет, а значит не будет и переходного процесса.

Включение цепи rL под напряжение

Пусть цепь rL включается под *постоянное напряжение* $u = U_0$ (рис. 7.3, *а*). При свободном режиме, когда внешний источник исключен, рассматриваемая цепь ничем не отличается от цепи рис. 7.2,*а*.

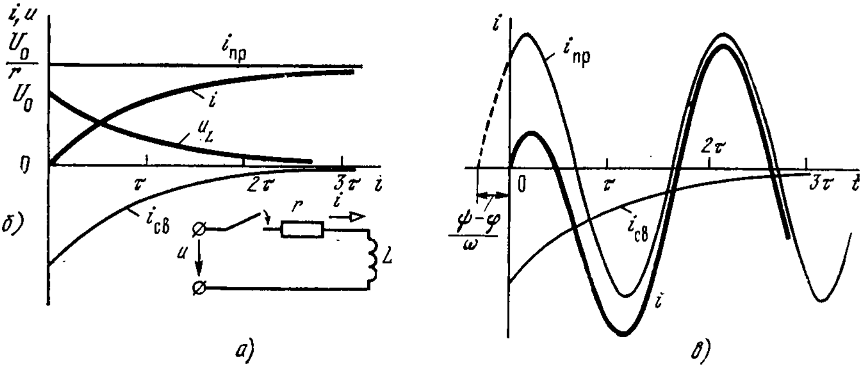


Рис. 7.3

Такое же, как и в предыдущем случае, однородное дифференциальное уравнение (7.3) имеет своим решением:

$$i_{св}=Ae^{pt}=Ae^{-\frac{r}{L}t}=Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Принужденный ток (при $t=\infty$) $i_{пр}=U_0/r$ и переходный ток

$$i=i_{пр}+i_{св}=\frac{U_0}{r}+Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

До коммутации цепь была разомкнута и поэтому $i(0)=i(0-)=0$, следовательно, $A=i_{св}(0)=i(0)-i_{пр}(0)=0-U_0/r=-U_0/r$. Искомый ток

$$i=\frac{U_0}{r}-\frac{U_0}{r}e^{-\frac{r}{L}t}=\frac{U_0}{r}\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right).$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L=L\frac{di}{dt}=L\left(-\frac{r}{L}\right)\left(-\frac{U_0}{r}\right)e^{-\frac{r}{L}t}=U_0e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Графики i, $i_{пр}$, $i_{св}$ и u_L приведены на рис. 7.3, *б*.

Если та же цепь включается под *синусоидальное напряжение* $u=U_m\sin(\omega t+\psi)$, то свободный ток по характеру не изменится; принужденный же ток будет синусоидальным:

$$i_{пр}=\frac{U_m}{z}\sin(\omega t+\psi-\varphi),\quad z=\sqrt{r^2+(\omega L)^2};\quad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{\omega L}{r}.$$

Замечание. Принужденный синусоидальный ток может быть найден и символическим методом (в более сложных цепях так и поступают):

$$i_{пр}=\operatorname{Im}\left[\frac{\dot{U}_m e^{j\omega t}}{Z}\right]=\operatorname{Im}\left[\frac{U_m e^{j(\omega t+\psi)}}{r+j\omega L}\right]=I_m\sin(\omega t+\psi-\varphi).$$

$$A=i_{св}(0)=i(0)-i_{пр}(0)=i(0-)-i_{пр}(0)=$$
$$=0-\frac{U_m}{z}\sin(0+\psi-\varphi)=-\frac{U_m}{z}\sin(\psi-\varphi).$$

Имея в виду, что $-\frac{U_m}{z}\sin(\psi-\varphi)$ — *число*, а не функция, получим

$$i=i_{пр}+i_{св}=\frac{U_m}{z}\sin(\omega t+\psi-\varphi)+\left[-\frac{U_m}{z}\sin(\psi-\varphi)\right]e^{-\frac{r}{L}t}. \quad (7.7)$$

График выражения (7.7) приведен на рис. 7.3, *в*. Из этого графика видно, что ток в цепи с индуктивностью при ее включении начинается с нуля, дает «всплески», превышающие амплитуду установившегося тока, но по мере того как свободная составляющая тока уменьшается, переходный ток все более и более приближается к установившемуся синусоидальному току. Всплески тока, называемые сверхтоками, в энергетических цепях опасны из-за пиковых возрастаний динамических усилий между токонесущими

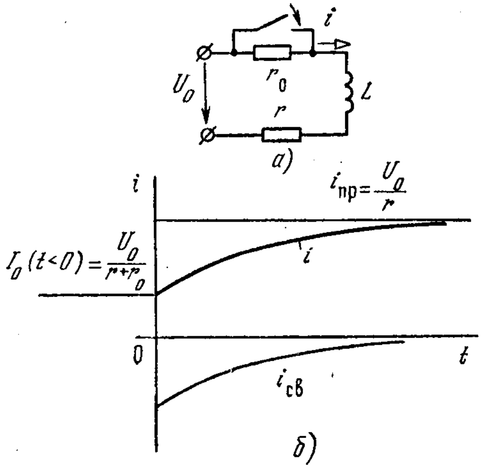


Рис. 7.4

элементами и вызывают перенапряжения на участках цепи. Чем больше постоянная времени цепи по сравнению с периодом принужденного тока, тем более длительное время появляются сверхтоки, однако их самая большая величина меньше двойной амплитуды принужденного тока.

Анализ выражения (7.7) и графика рис. 7.3, *в* показывает, что величина свободного тока в момент коммутации $i_{св}(0)$, а следовательно, и величина сверхтоков и перенапряжений зависят от момента включения цепи. Наиболее неблагоприятным с этой точки зрения является момент включения, когда принужденный ток проходит через свое максимальное значение; в этот момент $i_{св}(0) = -i_{пр}(0) = -I_m = -U_m/z$. Если же включение произошло при прохождении принужденного тока через нуль, когда $\sin(\psi-\varphi) = 0$, т. е. $\psi = \varphi$, свободного тока не будет и в цепи сразу же установится переходный ток, равный принужденному.

Внезапное изменение сопротивления в цепи rL

При внезапном изменении сопротивления в цепи rL, включенной под *постоянное напряжение* $u = U_0$ (рис. 7.4, *а, б*) переходный ток

$$i = i_{пр} + i_{св} = \frac{U_0}{r} + Ae^{-\frac{r}{L}t},$$

где свободная составляющая вновь оказывается такой же, как и в предыдущих случаях, так как после коммутации схема не отличается от схемы рис. 7.3, *а*. Отличие от предыдущего случая состоит в начальном значении свободного тока

$$A = i_{св}(0) = i(0) - i_{пр}(0) = i(0-) - i_{пр}(0) = \frac{U_0}{r+r_0} - \frac{U_0}{r},$$

так как предполагаем, что до коммутации существовал установившийся режим, и $I_0(t<0) = \frac{U_0}{r+r_0}$. Искомый переходный ток

$$i = \frac{U_0}{r} + \left[\frac{U_0}{r+r_0} - \frac{U_0}{r}\right]e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Короткое замыкание цепи rC (разряд конденсатора)

Пусть цепь с конденсатором до коммутации была включена под *постоянное напряжение* $u = U_0$ и конденсатор полностью зарядился, т. е. напряжение на конденсаторе к моменту коммутации было равно напряжению источника (рис. 7.5, *а*, *б*). После коммутации цепь rC образует замкнутый контур, в котором конденсатор будет разряжаться, причем при полностью разряженном конденсаторе $u_C = 0$. Следовательно, принужденный ток в цепи и принужденное напряжение на конденсаторе (при $t = \infty$) равны нулю. Уравнение для свободного тока:

$$ri_{св} + \frac{1}{C}\int i_{св}\,dt = 0.$$

Рекомендация. При расчете переходных процессов в тех случаях, когда цепь содержит конденсатор, часто удобнее отыскать сначала не ток, а напряжение на конденсаторе u_C, а затем найти ток через конденсатор

$$i = C\frac{du_C}{dt}.$$

С учетом последней рекомендации перепишем уравнение для свободного процесса:

$$u_{Cсв} + ri_{св} = u_{Cсв} + rC\frac{du_{Cсв}}{dt} = 0. \qquad (7.8)$$

Решение уравнения (7.8) находим в виде экспоненты

$$u_C = u_{Cсв} = Ae^{pt} \quad \text{и} \quad \frac{du_{Cсв}}{dt} = pAe^{pt} = pu_{Cсв}.$$

После подстановки последних выражений в уравнение (7.8): $u_{Cсв} + rCpu_{Cсв} = 0$, получаем характеристическое уравнение и его корень:

$$1 + rCp = 0, \quad p = -1/(rC).$$

Постоянная времени цепи $\tau = -1/p = rC$.

Общее выражение для свободного напряжения на конденсаторе

$$u_{Cсв} = Ae^{-t/(rC)} = Ae^{-t/\tau}.$$

Для отыскания постоянной интегрирования воспользуемся вторым законом коммутации: *напряжение на конденсаторе при конечной мощности в цепи*

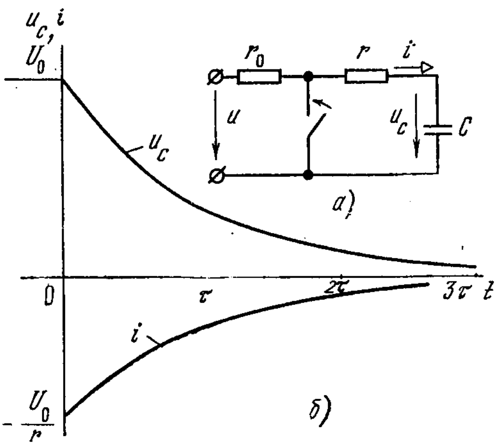


Рис. 7.5

не может измениться скачком и в момент коммутации остается равным тому значению, которое оно имело в момент, непосредственно предшествовавший коммутации:

$$\boxed{u_c(0) = u_c(0-).}$$

Второй закон коммутации вытекает из невозможности скачкообразного изменения энергии, запасенной в электрическом поле конденсатора $w_э = cu_c^2/2$.

В исследуемой цепи до коммутации конденсатор был заряжен до напряжения U_0, тогда

$$u_c(0) = u_c(0-) = U_0 \quad \text{и} \quad \text{при } t = 0$$
$$A = u_{c\,св}(0) = u_c(0) - u_{c\,пр}(0) = u_c(0-) - u_{c\,пр}(0) = U_0 - 0 = U_0.$$

Искомое напряжение на конденсаторе

$$u_c = u_{c\,пр} + u_{c\,св} = u_{c\,св} = U_0 e^{-t/(rC)}$$

и ток в цепи

$$i = C\frac{du_c}{dt} = C\left(-\frac{1}{rC}\right)U_0 e^{-t/(rC)} = -\frac{U_0}{r}e^{-t/(rC)}.$$

Знак минус свидетельствует о том, что ток разряда конденсатора направлен против напряжения на конденсаторе.

Замечание. Значения напряжений, токов, зарядов, потокосцеплений в момент коммутации называются начальными условиями. Но законы коммутации справедливы только для переходного тока через индуктивность (и потокосцепления) и для переходного напряжения на конденсаторе (и заряда). Все остальные начальные условия (ток через конденсатор, напряжение на индуктивности, ток и напряжение в ветви с резистором, производные от токов и напряжений) *не подчиняются закону непрерывности изменения* и могут изменяться скачком. Начальные условия, вытекающие из законов коммутации, называются независимыми. Все остальные начальные условия являются зависимыми.

Следствия. Наличие ветви, содержащей индуктивность, в цепи, включаемой под напряжение, равносильно разрыву цепи в этом месте в момент коммутации, так как $i(0) = i(0-) = 0$. Наличие в цепи, включаемой под напряжение, ветви, содержащей разряженный конденсатор, равносильно короткому замыканию в этом месте в момент коммутации, так как $u_c(0) = u_c(0-) = 0$, т. е. разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю.

При коротком замыкании цепи rC, включенной до коммутации на синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, характер переходного процесса не изменится, но постоянная интегрирования и, следовательно, u_c (0) будут зависеть от момента замыкания рубильника:

$$i=\frac{U_m}{z}\sin(\omega t+\psi-\varphi);\quad z=\sqrt{(r_0+r)^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\left[-\frac{1}{\omega C\,(r_0+r)}\right];$$

$$u_c=I_m\,[\dot I_m Z_c e^{j\omega t}]=\operatorname{Im}\left[\dot I_m\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)e^{j\omega t}\right]=$$

$$=\frac{1}{\omega C}\cdot\frac{U_m}{z}\sin\left(\omega t+\psi-\varphi-\frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_c(0)=u_c(0-)=\frac{U_m}{\omega C z}\sin\left(\psi-\varphi-\frac{\pi}{2}\right).$$

Включение цепи rC под напряжение (заряд конденсатора)

Пусть цепь rC включается под постоянное напряжение $u=U_0$ (рис. 7.6, *а*).

Замечание. При анализе цепей, содержащих конденсаторы, необходимо знать, до какого напряжения был заряжен конденсатор до коммутации не только замкнутой, но и разомкнутой цепи, поскольку даже в разомкнутой цепи может находиться заряженный конденсатор. Если в задаче нет специальных указаний, то принято считать, что в разомкнутой цепи конденсатор был полностью разряжен, т. е. $u_C(0)=u_C(0-)=0$.

Расчет переходного процесса в предположении, что $u_c(0-)=0$, дает следующие результаты:

$$u_{c\,\text{пр}}=U_0;\quad u_{c\,\text{св}}=Ae^{-t/(rC)}=u_{c\,\text{св}}(0)\,e^{-t/(rC)};$$

$$u_{c\,\text{св}}(0)=u_c(0)-u_{c\,\text{пр}}(0)=u_c(0-)-u_{c\,\text{пр}}(0)=0-U_0=-U_0;$$

$$u_c=u_{c\,\text{пр}}+u_{c\,\text{св}}=U_0+(-U_0)\,e^{-t/(rC)}=U_0\,(1-e^{-t/(rC)});$$

$$i=C\frac{du_c}{dt}=C\left(-\frac{1}{rC}\right)(-U_0)e^{-t/(rC)}=\frac{U_0}{r}e^{-t/(rC)}.$$

Соответствующие графики приведены на рис. 7.6, *б*.

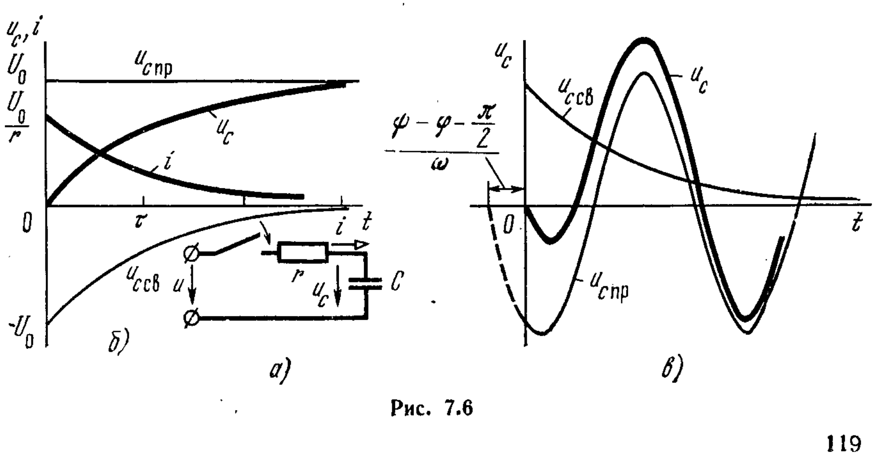


Рис. 7.6

Если цепь rC включается под *синусоидальное напряжение* $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, то расчет дает следующие результаты:

$$i_{пр} = \operatorname{Im}\left[\frac{\dot{U}_m e^{j\omega t}}{Z}\right] = \frac{U_m}{z}\sin(\omega t + \psi - \varphi);$$

$$z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\omega C r}\right);$$

$$u_{спр} = \operatorname{Im}[\dot{I}_{mпр} Z_c e^{j\omega t}] = \operatorname{Im}\left[\dot{I}_{mпр}\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)\cdot e^{j\omega t}\right] =$$

$$= \frac{U_m}{z\omega C}\sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right); \quad u_{c\,св} = A e^{-t/(rC)} = u_{cсв}(0)\, e^{-t/(rC)};$$

$$A = u_{c\,св}(0) = u_c(0) - u_{c\,пр}(0) = u_c(0\,-) - u_{c\,пр}(0) =$$

$$= 0 - \frac{U_m}{z\omega C}\sin\left(0 + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{U_m}{z\omega C}\sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_c = u_{c\,пр} + u_{c\,св} = \frac{U_m}{z\omega C}\sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) +$$

$$+ \left[-\frac{U_m}{z\omega C}\sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right] e^{-t/(rC)}.$$

Графики напряжений на конденсаторе приведены на рис. 7.6, *в*. В этом случае, так же как и при включении цепи rL, можно ожидать появления перенапряжений и сверхтоков, причем их величина и продолжительность действия зависят от момента включения цепи и ее параметров: чем больше величины сопротивления r и емкости C, тем больше постоянная времени и тем продолжительнее будет переходный процесс. Наибольшее значение перенапряжений меньше удвоенной амплитуды принужденного напряжения.

§ 7.4. Переходные процессы в одиночном колебательном контуре (цепь rLC)

Свободный процесс в колебательном контуре (в цепи rLC) описывается однородным дифференциальным уравнением второго порядка. Пусть рубильник на схеме рис. 7.7 переключается из левого положения в правое, причем до коммутации конденсатор зарядился до напряжения источника U_0. После коммутации образуется замкнутый контур rLC, для которого имеем:

$$L\frac{di_{св}}{dt} + ri_{св} + \frac{1}{C}\int i_{св}\,dt = 0$$

или, поскольку $i_{св} = C\dfrac{du_{c\,св}}{dt}$, то

$$LC\frac{d^2u_{c\,св}}{dt^2} + rC\frac{du_{c\,св}}{dt} + u_{cсв} = 0. \qquad (7.9)$$

Пусть, далее, $u_{cсв} = Ae^{pt}$; $\dfrac{du_{c\,св}}{dt} = pAe^{pt} = pu_{c\,св}$; $\dfrac{d^2u_{c\,св}}{dt^2} = p^2u_{c\,св}$, тогда после подстановки в уравнение (7.9) получаем характеристическое уравнение

$$LCp^2 + rCp + 1 = 0, \quad \text{или} \quad p^2 + \frac{r}{L}p + \frac{1}{LC} = 0. \qquad (7.10)$$

Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

В колебательном контуре резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; обозначим $r/(2L) = \delta$, тогда корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (7.11)$$

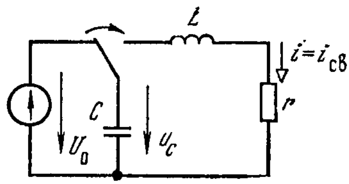


Рис. 7.7

Характер свободного процесса зависит от вида корней характеристического уравнения, которые в свою очередь зависят от соотношения параметров контура. Очевидно, что при $\delta > \omega_0$, т. е. если $r/(2L) > 1/\sqrt{LC}$, или $r > 2\sqrt{L/C} = 2\rho = r_{кр}$, получается пара вещественных и разных корней; при $\delta = \omega_0$, т. е. при $r = 2\sqrt{L/C}$, получается пара вещественных и равных корней, а при $\delta < \omega_0$, т. е. при $r < 2\sqrt{L/C}$, получается пара комплексных и сопряженных корней. Величина $r_{кр} = 2\sqrt{L/C} = 2\rho$ называется **критическим сопротивлением контура**. Все возможные случаи и соответствующие им общие выражения свободной составляющей напряжения на конденсаторе сведены в табл. 7.1 (в принципе так же выглядят и свободные составляющие тока, напряжения на индуктивности и т. д.).

Таблица 7.1

Условие	Вид корней характеристического уравнения	Характер свободного процесса	Свободная составляющая (общий вид решения дифференциального уравнения)
$r > r_{кр} = 2\sqrt{L/C}$	$p_1 \neq p_2$ — корни вещественные и разные	Апериодический	$u_{Cсв} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$
$r = r_{кр} = 2\sqrt{L/C}$	$p_1 = p_2 = p$ — корни вещественные и равные	Предельный случай апериодического процесса	$u_{Cсв} = A_1 e^{pt} + A_2 t e^{pt} = (A_1 + A_2 t)\, e^{pt}$
$r < r_{кр} = 2\sqrt{L/C}$	$p_{1,2} = \delta \pm j\omega_{св}$ — корни комплексные и сопряженные; $\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	Периодический (колебательный) процесс	$u_{Cсв} = (A_1 \cos \omega_{св} t + A_2 \times \sin \omega_{св} t)\, e^{-\delta t} = A e^{-\delta t} \times \sin(\omega_{св} t + \vartheta)$. $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$; $\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{A_1}{A_2}$

Апериодический разряд конденсатора в колебательном контуре

Пусть сопротивление колебательного контура выше критического ($r > r_{кр} = 2\sqrt{L/C}$). Тогда общее выражение напряжения на конденсаторе

$$u_{cсв} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \tag{7.12}$$

Поскольку цепь после коммутации отключена от внешнего источника (рис. 7.7), то $u_{cпр} = 0$, $i_{пр} = 0$.

$$i_{св} = C\frac{du_{c\,св}}{dt} = Cp_1A_1e^{p_1 t} + Cp_2A_2e^{p_2 t}. \tag{7.13}$$

Для определения постоянных интегрирования A_1 и A_2 запишем выражения (7.12) и (7.13) при $t = 0$, приняв во внимание, что

$$u_{cсв}(0) = u_c(0) - u_{cпр}(0) = U_0; \quad i_{св}(0) = i(0) - i_{пр}(0) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} A_1 + A_2 &= U_0, \\ p_1A_1 + p_2A_2 &= 0. \end{aligned}\right\}$$

Из получившейся системы уравнений определяем A_1 и A_2:

$$A_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} U_0 & 1 \\ 0 & p_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix}} = \frac{p_2U_0}{p_2 - p_1}; \quad A_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & U_0 \\ p_1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix}} = \frac{-p_1U_0}{p_2 - p_1}.$$

Теперь получим все интересующие нас выражения

$$u_c = u_{cсв} = \frac{U_0}{p_2 - p_1}(p_2e^{p_1 t} - p_1e^{p_2 t}); \tag{7.14}$$

$i = i_{св} = \dfrac{U_0Cp_1p_2}{p_2 - p_1}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$, но в соответствии с теоремой Виетта $p_1p_2 = 1/LC$

$$\text{и } i = i_{св} = \frac{U_0}{L(p_2 - p_1)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}); \tag{7.15}$$

$$u_L = u_{Lсв} = L\frac{di_{св}}{dt} = \frac{U_0}{p_2 - p_1}(p_1e^{p_1 t} - p_2e^{p_2 t}). \tag{7.16}$$

Каждая из кривых, выраженных формулами (7.14), (7.15) и (7.16), представляет собой сумму двух экспонент.

Выводы. Выражения (7.10) и (7.11) показывают, что для электрических цепей коэффициенты характеристического уравнения представляют собой комбинации параметров, т. е. комбинации вещественных положительных чисел, следовательно, корни характеристического уравнения всегда отрицательны. Если же они комплексные, то являются попарно сопряженными с отрицательной вещественной частью. Поскольку корни характеристических уравнений входят в показатели экспонент, то свободные процессы в цепях всегда затухают и тем быстрее, чем больше абсолютная величина корня характеристического уравнения или его вещественной части.

На рис. 7.8 приведены графики, построенные в соответствии с выражениями (7.14), (7.15) и (7.16) в предположении (для определенности), что $|p_2| > |p_1|$ (но $p_2 < 0$ и $p_1 < 0$). Например, при построении экспонент $\frac{U_0 p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t}$ и $\frac{-U_0 p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}$ учтено, что величина $p_2 - p_1 < 0$, $\frac{p_2}{p_2 - p_1} > 0$, но $\left|\frac{p_2}{p_2 - p_1}\right| > \left|\frac{p_1}{p_2 - p_1}\right|$, экспонента с коэффициентом затухания p_2 затухает быстрее, чем экспонента с коэффициентом p_1, так как соответствующие постоянные времени $\tau_1 = -1/p_1 > \tau_2 = -1/p_2$. Пунктирная вертикаль, построенная для момента времени $t = t_1$, отмечает особые точки кривых: точку перегиба для кривой $u_c(t)$, точку максимума для кривой $i(t)$ и точку, в которой кривая $u_L(t)$ меняет свой знак, что понятно, если вспомнить, что $i = C\frac{du_c}{dt}$ и $u_L = L\frac{di}{dt}$. Можно также найти соответствие между максимумом кривой $u_L(t)$ и точкой перегиба кривой $i(t)$. Максимум кривой $u_c(t)$ совпадает с началом координат, где $i(t) = 0$. Кривая тока оказалась в отрицательной области, так как происходит разряд конденсатора.

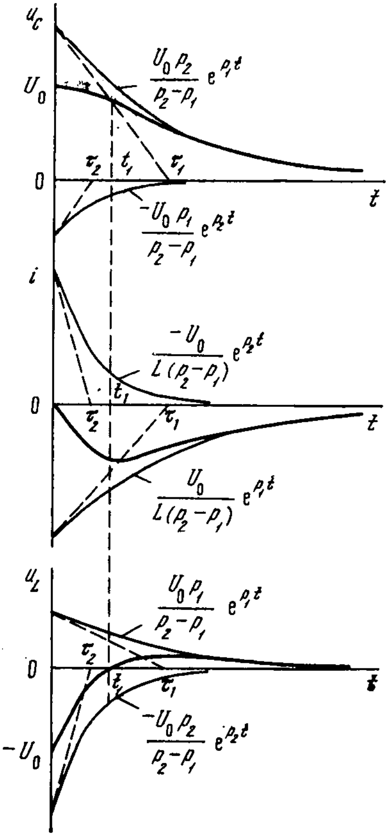


Рис. 7.8

Предельный случай апериодического процесса

При равенстве корней характеристического уравнения, т. е. при сопротивлении потерь контура, равном критическому, разряд конденсатора в колебательном контуре еще остается апериодическим и характер кривых напряжений и тока не отличается от изображенных на рис. 7.8. Выражения для напряжений и тока получают следующим образом:

при $r = r_{кр} = 2\sqrt{L/C}$

$p_1 = p_2 = -r/(2L)$, $u_{c\,св} = (A_1 + A_2 t)\,e^{pt}$ и

$i_{св} = C\frac{du_{c\,св}}{dt} = C(A_2 + pA_1 + pA_2 t)\,e^{pt}$;

при $t=0$

$$u_{c\text{св}}(0)=u_c(0)=U_0 \text{ и } i_{\text{св}}(0)=i(0)=0 \quad \left.\begin{matrix} A_1=U_0 \\ A_2+pA_1=0 \end{matrix}\right\} A_2=-pU_0$$

$$u_c=u_{c\text{св}}=U_0(1-pt)\mathrm{e}^{pt};\quad i=i_{\text{св}}=-Cp^2U_0 t\mathrm{e}^{pt}=-\frac{U_0}{L}t\mathrm{e}^{pt},$$ так как $p^2=\dfrac{1}{LC}$;

$$u_L=u_{L\text{св}}=L\frac{di}{dt}=-U_0(1+pt)\mathrm{e}^{pt}.$$

Периодический (колебательный) разряд конденсатора

Рассматриваемый свободный процесс в колебательном контуре возникает при его сопротивлении, меньшем критического: $r<r_{\text{кр}}=2\sqrt{L/C}=2\rho$. В этом случае $\delta=r/(2L)<\omega_0=1/\sqrt{LC}$ и подкоренное выражение в (7.11) становится отрицательным, что превращает корни характеристического уравнения в комплексные и сопряженные:

$$p_{1,2}=-\delta\pm\sqrt{\delta^2-\omega_0^2}=-\delta\pm\sqrt{(-1)(\omega_0^2-\delta^2)}=$$
$$=-\delta\pm j\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}=-\delta\pm j\omega_{\text{св}},$$

где $\omega_{\text{св}}=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$ — угловая частота собственных *затухающих* или *свободных* колебаний контура;

$T_{\text{св}}=2\pi/\omega_{\text{св}}$ — период собственных затухающих или свободных колебаний.

Из-за наличия потерь в контуре $\omega_{\text{св}}<\omega_0$. Напомним, что ω_0 — резонансная частота, являющаяся собственной частотой *незатухающих* колебаний.

Общее выражение для свободного напряжения на конденсаторе запишем в виде

$$u_{c\text{св}}=A\mathrm{e}^{-\delta t}\sin(\omega_{\text{св}}t+\vartheta), \tag{7.17}$$

где A и ϑ — постоянные интегрирования.

Ток в контуре

$$i_{\text{св}}=C\frac{du_{c\text{св}}}{dt}=CA[-\delta\sin(\omega_{\text{св}}t+\vartheta)+\omega_{\text{св}}\cos(\omega_{\text{св}}t+\vartheta)]\mathrm{e}^{-\delta t}. \tag{7.18}$$

Постоянные интегрирования находим из начальных условий: при $t=0$ $u_{c\text{св}}(0)=u_c(0)=U_0$ и $i_{\text{св}}(0)=i(0)=0$; подстановка последних в выражения (7.17) и (7.18) дает при $CA\neq 0$:

$$A\sin\vartheta=U_0,\quad -\delta\sin\vartheta+\omega_{\text{св}}\cos\vartheta=0.$$

Из последнего равенства получаем $\sin\vartheta/\cos\vartheta=\operatorname{tg}\vartheta=\omega_{\text{св}}/\delta$. Этому выражению можно придать геометрический смысл (рис. 7.9), что позволяет из прямоугольного треугольника определить:

1) гипотенузу $\sqrt{\delta^2+\omega_{св}^2}=\omega_0$, так как $\omega_{св}=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$ (см. ранее); 2) $\sin\vartheta= = \dfrac{\omega_{св}}{\sqrt{\delta^2+\omega_{св}^2}}=\dfrac{\omega_{св}}{\omega_0}=\omega_{св}\sqrt{LC}$. Итак, постоянные интегрирования

$$A=\frac{U_0}{\sin\vartheta}=\frac{U_0}{\omega_{св}\sqrt{LC}} \quad \text{и} \quad \vartheta=\operatorname{arctg}\frac{\omega_{св}}{\delta}.$$

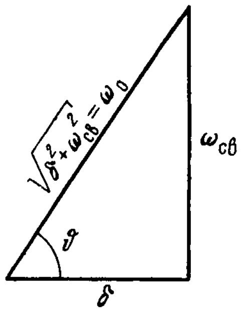


Рис. 7.9

Теперь получим интересующие нас выражения, подставив постоянные интегрирования в (7.17) и (7.18):

$$u_c=u_{c\,св}^{\mathrm{I}}=\frac{U_0}{\omega_{св}\sqrt{LC}}\,e^{-\delta t}\sin(\omega_{св}t+\vartheta); \qquad (7.19)$$

$$i=i_{св}=C\frac{U_0}{\omega_{св}\sqrt{LC}}[-\delta\sin(\omega_{св}t+\vartheta)+\omega_{св}\cos(\omega_{св}t+\vartheta)]\,e^{-\delta t}=$$

$$=-C\frac{U_0}{\omega_{св}\sqrt{LC}}[\delta\sin(\omega_{св}t+\vartheta)-\omega_{св}\cos(\omega_{св}t+\vartheta)]\,e^{-\delta t}=$$

$$=-C\frac{U_0e^{-\delta t}}{\omega_{св}\sqrt{LC}}\sqrt{\delta^2+\omega_{св}^2}\sin(\omega_{св}t+\vartheta-\beta).$$

В последнем преобразовании из суммы двух гармонических колебаний одинаковой частоты ($\omega_{св}$) получено новое гармоническое колебание той же частоты, амплитуда которого равна корню квадратному из суммы квадратов амплитуд слагаемых колебаний, а начальную фазу определяют с учетом соотношения $\operatorname{tg}\beta=\omega_{св}/\delta$. Но $\sqrt{\delta^2+\omega_{св}^2}=\omega_0=1/\sqrt{LC}$, а $\omega_{св}/\delta=\operatorname{tg}\vartheta=\operatorname{tg}\beta$, т. е. $\beta=\vartheta$ и тогда выражение для тока приобретает вид

$$i=i_{св}=$$
$$=-\frac{U_0}{\omega_{св}L}\,e^{-\delta t}\sin\omega_{св}t=$$
$$=\frac{U_0}{\omega_{св}L}\,e^{-\delta t}\sin(\omega_{св}t+\pi). \qquad (7.20)$$

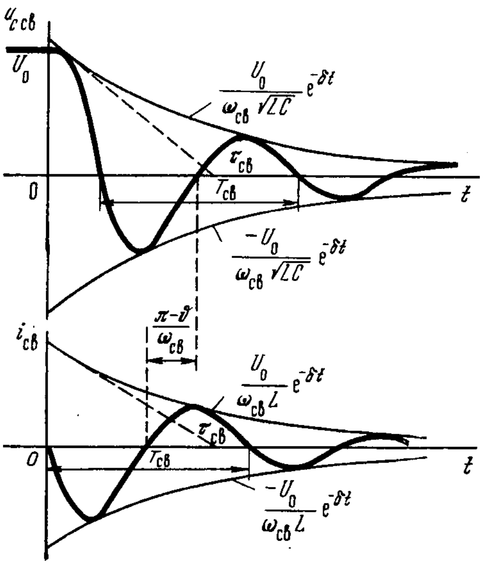


Рис. 7.10

Каждое из выражений (7.19) и (7.20) представляет собой некоторый колебательный процесс с периодом $T_{св}=2\pi/\omega_{св}$. Амплитуда этого процесса затухает по экспоненциальному закону. На рис. 7.10 приведены графики кривых напряжения на конденсаторе и тока в контуре.

О скорости затухания свободного процесса в колебательном контуре можно судить по постоянной времени контура $\tau_{св} = 1/\delta = 2L/r$ или по логарифмическому декременту колебания.

Логарифмическим декрементом колебания тока называется характеристика затухания колебательной составляющей свободного тока, равная натуральному логарифму отношения двух следующих друг за другом максимальных значений тока одного знака. Максимальные значения тока $i_{свm}$ находим из уравнения (7.20), приняв $\sin(\omega_{св}t_k + \pi) = 1$. Тогда для моментов времени $t_к$ и $t_{k+1} = t_k + T_{св}$ получим логарифмический декремент колебания тока

$$\theta = \ln\frac{i_{свm}(t_к)}{i_{свm}(t_{к+1})} = \ln\frac{e^{-\delta t_к}\sin\omega_{св}t_к}{e^{-\delta(t_к+T_{св})}\sin\omega_{св}(t_к+T_{св})} =$$

$$= \ln\frac{e^{-\delta t_к}\sin\omega_{св}t_к}{e^{-\delta t_к}e^{-\delta T_{св}}\sin(\omega_{св}t_к+2\pi)} = \ln e^{\delta T_{св}} = \delta T_{св}.$$

Можно связать $\omega_{св}$ с добротностью контура

$$\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2-\delta^2} = \omega_0\sqrt{1-(\delta/\omega_0)^2} = \omega_0\sqrt{1-[r/(2\omega_0 L)]^2} =$$

$$= \omega_0\sqrt{1-[r/(2\rho)]^2} = \omega_0\sqrt{1-[1/(2Q)]^2}.$$

Для контуров высокой добротности $\omega_{св} \approx \omega_0$ и логарифмический декремент колебания $\theta = \delta T_{св} \approx \delta T_0 = r2\pi\sqrt{LC}/(2L) = \pi r\sqrt{C/L} = \pi r/\rho = \pi/Q = \pi d$ — в π раз больше затухания контура d.

Включение колебательного контура под напряжение

При включении колебательного контура под напряжение рассмотренный ранее свободный процесс накладывается на принужден-

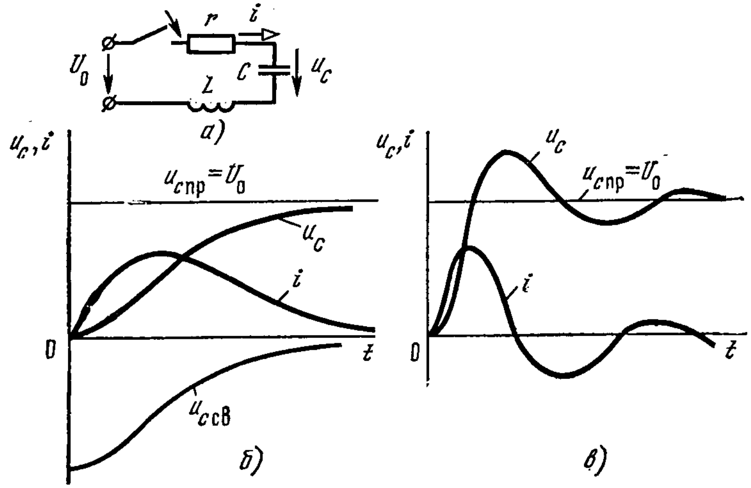


Рис. 7.11

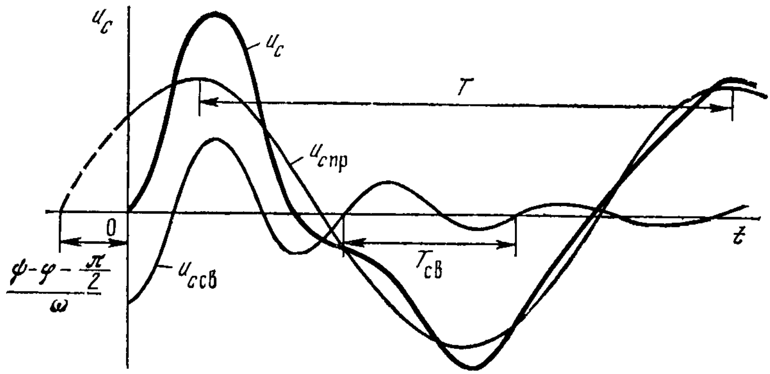


Рис. 7.12

ный. Если колебательный контур включается под *постоянное напряжение* U_0 (рис. 7.11, *а*), то $u_{C\,пр} = U_0$ и $u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св} = U_0 + u_{C\,св}$, причем для апериодического случая

$$u_C = U_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

для периодического

$$u_C = U_0 + A e^{-\delta t} \sin(\omega_{св} t + \vartheta).$$

Ход решения задачи не отличается от предыдущего. Следует только учесть, что при включении контура с разряженным конденсатором $u_C(0) = 0$. На рис. 7.11, *б*, *в* представлены графики изменения напряжения на конденсаторе и тока в контуре для апериодического и периодического процессов.

Если *апериодический контур* включается под *синусоидальное напряжение* $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, то общее выражение для напряжения на конденсаторе приобретает вид

$$u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св} = U_{Cm} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t};$$

затухающая апериодическая кривая свободной составляющей накладывается на принужденную синусоидальную составляющую, и график выглядит так, как если бы кривая свободного процесса стала криволинейной осью синусоидальных колебаний. По мере затухания свободного процесса криволинейная ось колебаний переходит в ось абсцисс.

При включении *периодического контура* под *синусоидальное напряжение* происходит наложение гармонического принужденного процесса и свободного процесса затухающих колебаний.

$$u_C = u_{C\,пр} + u_{C\,св} = U_{Cm} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A e^{-\delta t} \sin(\omega_{св} t + \vartheta).$$

Вид кривой существенно зависит от соотношения частот собственных свободных колебаний $\omega_{св}$ и вынужденных колебаний ω, задаваемых источником. Колебание меньшей частоты становится криволинейной осью для другого колебания (рис. 7.12). Если частоты $\omega_{св}$ и ω достаточно близки друг другу, то возникает специфический процесс биений.

При включении контура под синусоидальное напряжение переходный процесс зависит от момента включения.

§ 7.5. Общий случай расчета переходных процессов классическим методом

Если имеется разветвленная цепь, содержащая любое число накопителей энергии (реактивных элементов), анализ переходного процесса сводится к решению системы интегродифференциальных уравнений, составленных в соответствии с законами Кирхгофа или по методу контурных токов. Однако предварительно следует привести схему к минимальному числу накопителей энергии, исключив параллельные и последовательные соединения однородных реактивных элементов (индуктивностей или емкостей). Система уравнений может быть сведена затем путем подстановки к одному дифференциальному уравнению, которое используется для составления характеристического уравнения.

Порядок дифференциального, а следовательно, и характеристического уравнения зависит от числа реактивных элементов приведенной схемы, и главная трудность в решении задачи классическим методом для уравнений высоких порядков состоит в отыскании корней характеристических уравнений и постоянных интегрирования. Поэтому для решения уравнений второго, а тем более высших порядков стараются применять такие методы, которые упрощают расчеты, в частности операторный метод.

Для практических целей при анализе переходных процессов в любой схеме классическим методом может быть рекомендован следующий алгоритм.

Алгоритм расчета. 1. Рассчитать принужденный (установившийся) режим при $t = \infty$. Определить принужденные токи и напряжения.

2. Рассчитать режим до коммутации. Определить токи в ветвях с индуктивностью и напряжения на конденсаторах. Значения этих величин в момент коммутации являются независимыми начальными условиями.

3. Составить дифференциальные уравнения для свободного процесса в схеме после коммутации по законам Кирхгофа или по методу контурных токов. Алгебраизировать эти уравнения, получить характеристическое уравнение и найти корни последнего. Существуют приемы, упрощающие операцию отыскания корней характеристического уравнения, например приравнивание нулю входного операторного сопротивления схемы (см. замечание в конце § 7.7).

4. Записать общие выражения для искомых напряжений и токов в соответствии с видом корней характеристического уравнения.

5. Переписать величины, полученные в п. 4, и производные от них при $t = 0$.

6. Определить зависимые начальные условия, для чего: а) составить уравнения по законам Кирхгофа для $t=0$; б) если исходное уравнение имеет n-й порядок, то эти уравнения $n-1$ раз продифференцировать; в) опираясь на независимые начальные условия, найденные в п. 2, определить необходимые зависимые начальные условия.

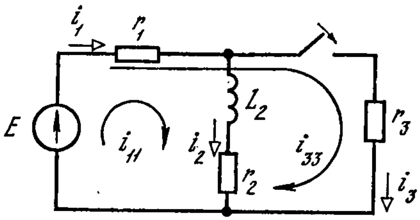


Рис. 7.13

7. Подставив начальные условия в уравнения п. 5, найти постоянные интегрирования.

Рассмотрим в качестве примера расчет разветвленной цепи с одним реактивным элементом при ненулевых начальных условиях.

Пусть в схеме рис. 7.13 действует источник постоянной э. д. с. и заданы величины всех сопротивлений и индуктивности. Требуется определить токи и напряжение на индуктивности. Очевидно, что $i_1 = i_{1пр} + i_{1св}$; $i_2 = i_{2пр} + i_{2св}$; $i_3 = i_{3пр} + i_{3св}$; $u_L = u_{L\,св}$ ($u_{L\,пр}$ при источнике постоянной э. д. с. равно нулю).

Проведем расчет в общем виде в соответствии с предложенным выше алгоритмом:

1. $i_{1пр} = \dfrac{E}{r_{вх}} = \dfrac{E}{r_1 + \dfrac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}}$; $\quad i_{2пр} = i_{1пр}\dfrac{r_3}{r_2 + r_3}$; $\quad i_{3пр} = i_{1пр} - i_{2пр}$.

2. $i_1(t<0) = i_2(t<0) = \dfrac{E}{r_1 + r_2}$; $\quad i_2(0) = i_2(0-) = i_2(t<0)$.

3. Составим дифференциальные уравнения для контурных токов $i_{11св} = i_{1св}$ и $i_{33св} = i_{3св}$ при условии, что $E = 0$ (свободный процесс):

$$(r_1 + r_2)\, i_{1св} + L_2 \frac{di_{1св}}{dt} + r_1 i_{3св} = 0,$$

$$r_1 i_{1св} + (r_1 + r_3)\, i_{3св} = 0.$$

Алгебраизируем эту систему уравнений, приняв во внимание, что $\dfrac{di_{св}}{dt} = p i_{св}$:

$$(r_1 + r_2)\, i_{1св} + pL_2 i_{1св} + r_1 i_{3св} = 0, \quad r_1 i_{1св} + (r_1 + r_3)\, i_{3св} = 0.$$

Составим характеристическое уравнение, приравняв нулю определитель последней системы:

$$\begin{vmatrix} r_1 + r_2 + pL_2 & r_1 \\ r_1 & r_1 + r_3 \end{vmatrix} = 0,$$

$$(r_1 + r_2 + pL_2)(r_1 + r_3) - r_1^2 = 0; \quad p = -\frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{L_2 (r_1 + r_3)}.$$

4. $i_1 = i_{1пр} + Ae^{pt}$; $\quad i_2 = i_{2пр} + Be^{pt}$;
$i_3 = i_{3пр} + Ce^{pt}$; $\quad u_L = u_{Lсв} = De^{pt}$.

5. $i_1(0) = i_{1пр}(0) + A$; $\quad i_2(0) = i_{2пр}(0) + B$;
$i_3(0) = i_{3пр}(0) + C$; $\quad u_L(0) = D$.

Производные от токов записывать необходимости нет, так как порядок характеристического уравнения равен единице (в схеме всего один реактивный элемент).

$$6.\ r_1 i_1(0) + u_L(0) + r_2 i_2(0) = E, \quad r_1 i_1(0) + r_3 i_3(0) = E,$$
$$i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0.$$

Примечание. Если бы требовалось найти только ток во второй ветви, то задача была бы крайне простой. Дело в том, что по первому закону коммутации $i_2(0) = i_2(0-) = i_2(t < 0)$, т. е. начальное значение тока i_2 уже известно (из п. 2), и, подставив его в соответствующее выражение п. 5, найдем постоянную интегрирования $B = i_2(0) - i_{2пр}(0)$. Если же, как в нашей задаче, требуется найти токи *в других ветвях, к которым нельзя применить законы коммутации*, то необходимо составлять записанные ранее уравнения (по законам Кирхгофа).

Из полученной в п. 6 системы уравнений, считая $i_2(0) = i_2(0-)$ известным, находим зависимые начальные условия $i_1(0)$, $i_3(0)$ и $u_L(0)$. 7. Подставив полученные начальные значения в уравнения п. 5, определяем постоянные интегрирования:

$$A = i_1(0) - i_{1пр}(0); \quad B = i_2(0) - i_{2пр}(0);$$
$$C = i_3(0) - i_{3пр}(0); \quad D = u_L(0).$$

Напряжение на индуктивности при известном токе i_2 можно найти и как $u_L = L_2 \dfrac{di_2}{dt}$.

Примечание. Если в схеме действует источник синусоидальной э. д. с., то расчет принужденных составляющих и расчет схемы до коммутации выполняют символическим методом. Начальные значения получают путем подстановки в синусоидальные функции времени $t = 0$, например, если $i_{1пр} = I_{1пр\,m} \sin(\omega t + \psi_1)$, то $i_{1пр}(0) = I_{1прm} \sin \psi_1$. В этом случае $u_L = u_{L\,пр} + u_{Lсв}$.

§ 7.6. Преобразование Лапласа. Изображения некоторых электротехнических функций

В основе операторного метода анализа переходных процессов лежит интеграл или преобразование Лапласа

$$\boxed{F(p) = \int_0^\infty f(t)\, e^{-pt}\, dt,}$$

причем для всех реальных электротехнических функций интеграл Лапласа имеет конечное значение.

Сущность преобразования состоит в том, что функция вещественного переменного $u(t)$, $i(t)$, $e(t)$... заменяется функцией комплексного переменного $p = \sigma + j\omega$: $U(p)$, $I(p)$, $E(p)$... В таком случае говорят, что оригиналу $f(t)$ соответствует изображение $F(p)$ и ставится не знак равенства, а знак соответствия

$$f(t) \doteqdot F(p).$$

Особенность преобразования Лапласа заключается в том, что операциям дифференцирования и интегрирования оригиналов соответствуют алгебраические операции над изображениями, что приводит к замене интегродифференциальных уравнений для оригиналов алгебраическими уравнениями для изображений. Учет начальных условий при этом, используемых в классическом методе для определения постоянных интегрирования, производится как бы автоматически.

Расчет переходных процессов операторным методом сводится к двум противоположным действиям: 1) заменить заданные функции времени операторными изображениями и путем расчета определить изображения искомых величин; 2) «интерпретировать» результат, т. е. перейти от операторных функций к временны́м, определив искомые значения токов, напряжений и т. д.

Часто для пояснения внешнего характера операторного метода приводят аналогию операторных изображений с логарифмами: операцию перемножения чисел можно заменить суммированием их логарифмов и по найденному логарифму вновь вернуться к числу.

Следствия. Поскольку в основе перехода от оригинала к изображению лежит интеграл (Лапласа), то, исходя из известных свойств интегралов, можно сформулировать следующие основные свойства преобразования Лапласа и изображений: 1) изображение суммы функций-оригиналов равно сумме изображений слагаемых функций; 2) умножение оригинала на постоянный коэффициент влечет за собой умножение на этот же коэффициент и изображения.

Найдем изображения некоторых типичных функций, наиболее часто встречающихся в теории цепей.

1. Пусть $f(t) = A = \text{const}$, тогда $F(p) = \int\limits_0^\infty A e^{-pt}\,dt = -\frac{A}{p} e^{-pt}\Big|_0^\infty = \frac{A}{p}$, следовательно, $\boxed{A \doteqdot A/p.}$

2. Пусть $f(t) = e^{at}$, тогда $F(p) = \int\limits_0^\infty e^{at} e^{-pt}\,dt = \int\limits_0^\infty e^{-t(p-a)}\,dt = -\frac{1}{p-a} e^{-t(p-a)}\Big|_0^\infty = \frac{1}{p-a}$, таким образом, $\boxed{e^{at} \doteqdot \frac{1}{p-a}.}$

3. Аналогично предыдущему получим $\boxed{e^{-at} \doteqdot \frac{1}{p+a}.}$

4. Пусть $f(t) = 1 - e^{-at}$, тогда $F(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+a} = \frac{a}{p(p+a)}$;

$$\boxed{1 - e^{-at} \doteqdot \frac{a}{p(p+a)}.}$$

5. Если в п. 2 принять $a = j\omega$, то $\boxed{e^{j\omega t} \doteqdot \frac{1}{p - j\omega},}$

но $e^{j\omega t} = \cos\ \omega t + j\ \sin\ \omega t \doteqdot \frac{1 \cdot (p + j\omega)}{(p - j\omega)(p + j\omega)} = \frac{p}{p^2 + \omega^2} + j\ \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$

следовательно, $\boxed{\sin \omega t \doteqdot \frac{\omega}{p^2 + \omega^2},}$ $\boxed{\cos \omega t \doteqdot \frac{p}{p^2 + \omega^2},}$

$$\sin(\omega t + \psi) = \sin \omega t \cos \psi + \cos \omega t \sin \psi,$$

а поскольку $\sin \psi = \text{const}$ и $\cos \psi = \text{const}$, то

$$\boxed{\sin(\omega t + \psi) \doteqdot \frac{\omega \cos \psi + p \sin \psi}{p^2 + \omega^2}.}$$

6. Найдем изображение производной $f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$. Пусть имеется функция $f(t)$, которой соответствует изображение $F(p)$; кроме того, известно значение этой функции в начальный момент $f(0)$, т. е. в первый момент после коммутации. $f'(t) \doteqdot \int\limits_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-pt}\, dt = \int\limits_0^\infty e^{-pt}\, df(t)$; интегрируем по частям, обозначив $e^{-pt} = u$ и $df(t) = dv$, $\int u\, dv = uv - \int v\, du$:

$$\int\limits_0^\infty e^{-pt}\, df(t) = e^{-pt} f(t) \Big|_0^\infty - \int\limits_0^\infty f(t)(-p)\, e^{-pt}\, dt =$$

$$= -f(0) + p \int\limits_0^\infty f(t)\, e^{-pt}\, dt.$$

Второе слагаемое представляет собой умноженный на p интеграл Лапласа, т. е. $pF(p)$, следовательно,

$$\boxed{f'(t) \doteqdot pF(p) - f(0).}$$

Без доказательства приведем изображение второй производной:

$$\boxed{f''(t) \doteqdot p\,[pF(p) - f(0)] - f'(0).}$$

Пример. Если $i(t) \doteqdot I(p)$ и известно $i(0)$, то изображение напряжения $L\frac{di}{dt}$ на индуктивности: $pLI(p) - Li(0)$.

Замечание. При нулевых начальных условиях $f(0) = 0$, $f'(0) = 0, \ldots$; тогда $f'(t) \doteqdot pF(p)$, $f''(t) \doteqdot p^2F(p)$.,,

7. Найдем изображение интеграла $\int_0^t f(t)\,dt$. Пусть известно, что подынтегральной функции $f(t) \doteqdot F(p)$; если обозначить функцию $\int_0^t f(t)\,dt = \psi(t)$ и искомое изображение $\Psi(p) \doteqdot \psi(t)$, то $\psi'(t) = f(t)$ и изображение производной $\psi'(t) \doteqdot p\Psi(p) - \psi(0)$, но поскольку рассматриваемый интеграл от ограниченной функции при $t = 0$ равен нулю, т. е. $\psi(0) = 0$, то

$$\psi'(t) \doteqdot p\Psi(p), \tag{а}$$

с другой стороны,

$$\psi'(t) = f(t) \doteqdot F(p). \tag{б}$$

Сопоставив (а) и (б), приходим к выводу, что $p\Psi(p) = F(p)$ и

$$\boxed{\int_0^t f(t)\,dt \doteqdot \Psi(p) = F(p)/p.}$$

Пример. Если $i(t) \doteqdot I(p)$ и напряжение на конденсаторе $u_C = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$, то изображение этого напряжения $U_C(p) = \frac{u_C(0)}{p} + \frac{I(p)}{Cp}$.

§ 7.7. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Операторные схемы

Рассмотрим уравнение для цепи LrC, в которой внезапно изменяется сопротивление (рис. 7.14), иначе говоря, рассмотрим переходный процесс в неразветвленной цепи с ненулевыми начальными условиями:

$$L\frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = e(t).$$

Замечание. Подставив в качестве нижнего предела интеграла, входящего в выражение для напряжения на конденсаторе, «бесконечность», тем самым принимаем, что конденсатор до коммутации был заряжен до некоторого напряжения $u_C(0)$ и что предыдущий переходный процесс в цепи к моменту коммутации уже закончился. Из этого рассуждения следует:

$$\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i\,dt + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i\,dt = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i\,dt.$$

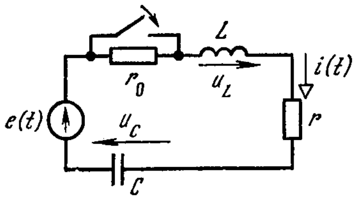


Рис. 7.14

Пусть известны изображения тока и э. д. с. $i(t) \doteqdot I(p)$, $e(t) \doteqdot E(p)$, тогда, вспомнив свойства преобразования Лапласа (см. § 7.6), получим

$$L[pI(p) - i(0)] + rI(p) + \frac{u_C(0)}{p} + \frac{I(p)}{Cp} = E(p).$$

Перенеся в правую часть величины, связанные с независимыми начальными условиями, $i(0)$ и $u_C(0)$, найдем изображение тока $I(p)$:

$$pLI(p) + rI(p) + \frac{I(p)}{C(p)} = E(p) + Li(0) - \frac{u_C(0)}{p};$$

$$\boxed{I(p) = \frac{E(p) + Li(0) - \dfrac{u_C(0)}{p}}{Z(p)}.} \tag{7.21}$$

Полученное выражение представляет собой **закон Ома в операторной форме**, где $Z(p) = pL + r + \frac{1}{pC}$ — *операторное сопротивление* цепи; $Li(0)$ и $-\frac{u_C(0)}{p}$ — изображения внутренних (расчетных) э. д. с. схемы с ненулевыми начальными условиями.

Для схемы с нулевыми начальными условиями закон Ома в операторной форме приобретает очень простой вид

$$\boxed{I(p) = E(p)/Z(p).}$$

Вывод. Операторное сопротивление цепи очень просто получается из комплексного сопротивления путем замены $j\omega$ на p.

Рассматривая выражение (7.21) как математическую модель некоторого процесса, можно составить схему, соответствующую этой модели. Такая операторная схема представлена на рис. 7.15.

Правила образования операторной схемы. 1. Индуктивность реальной схемы заменяют операторным сопротивлением pL и внутренней э. д. с. $Li(0)$, учитывающей энергию, накопленную в индуктивности до коммутации. 2. Активное сопротивление реальной схемы заменяют операторным сопротивлением r, не отличающимся по величине от активного сопротивления r (в преобразовании Лапласа это сопротивление сыграло роль постоянного коэффициента, вынесенного из-под знака интеграла). 3. Емкость реальной схемы заменяют операторным сопротивлением $1/(pC)$ и внутренней э. д. с. $-\frac{u_C(0)}{p}$, учитывающей энергию, накопленную в конденсаторе до коммутации. 4. Положительное направление внутренних э. д. с. $Li(0)$ или $-\frac{u_C(0)}{p}$ совпадает с направлением операторного тока.

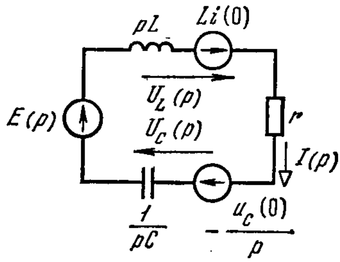


Рис. 7.15

В соответствии с указанными правилами можно составить операторную схему не только для неразветвленной, но и для цепи любой сложности.

Воспользовавшись свойствами преобразования Лапласа и с учетом изложенного, легко записать выражения законов Кирхгофа в операторной форме.

Если $i_k(t) \doteqdot I_k(p)$ и для узла, в котором сходится n ветвей,

$$\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0, \text{ то } \boxed{\sum_{k=1}^{n} I_k(p) = 0.}$$

Если $i_k(t) \doteqdot I_k(p)$ и $e_k(t) \doteqdot E_k(p)$, то для замкнутого контура, содержащего n ветвей,

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} I_k(p)\, Z_k(p) = \sum_{k=1}^{n} \left[E_k(p) + L_k i_k(0) - \frac{u_{Ck}(0)}{p}\right].}$$

Вывод. Если в операторной форме могут быть записаны законы Ома и Кирхгофа, то, следовательно, в расчете переходных процессов с помощью преобразования Лапласа могут быть использованы все методы, основанные на этих законах (наложения, эквивалентного генератора, контурных токов, узловых потенциалов и т. д.).

Замечание. В практических расчетах классическим методом часто исключают процедуру составления системы дифференциальных уравнений для свободного процесса, служащей для образования характеристического уравнения. Значительно быстрее удается найти корни характеристического уравнения, приравняв нулю определитель системы, составленной для операторной схемы, или, еще проще, приравняв нулю входное операторное сопротивление схемы. Действительно, для схемы рис. 7.13:

$$Z_{вх}(p) = r_1 + \frac{(r_2 + pL_2)\, r_3}{r_2 + pL_2 + r_3} = \frac{r_1 r_2 + r_1 pL_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_3 pL_2}{r_2 + pL_2 + r_3} = 0,$$

откуда

$p = -\frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{L_2 (r_1 + r_3)}$. Сравните с результатом, полученным в § 7.5.

§ 7.8. Общий случай расчета переходных процессов операторным методом

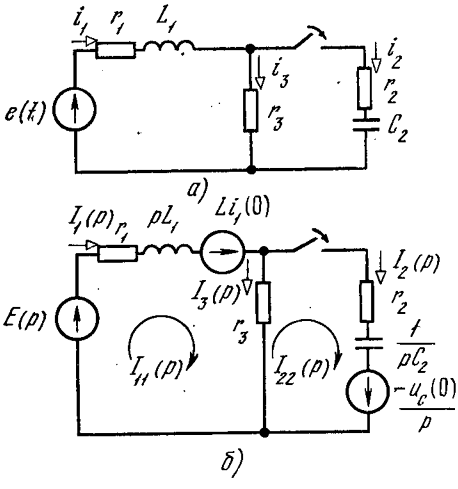


Рис. 7.16

Рассмотрим в качестве примера расчет схемы второго порядка с ненулевыми начальными условиями, приведенной на рис. 7.16, *а*. Для этой схемы в соответствии с правилами, изложенными в предыдущем параграфе, построим операторную схему, представленную на рис. 7.16, *б*. Здесь два контура, два узла и три источника энергии: один внешний и два внутренних. Составим в качестве примера уравнения по методу контурных токов:

$$I_{11}(p)[r_1 + pL_1 + r_3] - I_{22}(p) r_3 = E(p) + Li_1(0),$$

$$-I_{11}(p) r_3 + I_{22}(p)\left[r_2 + r_3 + \frac{1}{pC_2}\right] = -\frac{u_C(0)}{p}.$$

Из этой системы уравнений, если известно изображение $E(p)$, и рассчитаны $i_1(0)$ и $u_C(0)$ в докоммутационном режиме $[i_1(0) = i_1(0-)$ и $u_C(0) = u_C(0-)]$, остается найти изображения контурных токов.

Изображения токов ветвей $I_1(p) = I_{11}(p)$, $I_2(p) = I_{22}(p)$, $I_3(p) = I_{11}(p) - I_{22}(p)$. Задача практически решена; остается осуществить последний этап расчета — перейти от изображений искомых токов к оригиналам. Об этом — в следующем параграфе.

Рассмотрим некоторые особенности и частные случаи.

1. Если схема имеет нулевые начальные условия, а полученные в результате расчета изображения токов имеют табличную форму, то расчет переходного процесса операторным методом становится предельно простым и почти не отличается по трудоемкости от расчета такой же схемы в установившемся режиме.

2. При расчете цепи, в которой действует гармоническая э. д. с., изображение этой э. д. с. получается довольно сложным, а вычисления — громоздкими. В этом случае удобно воспользоваться комбинирован-

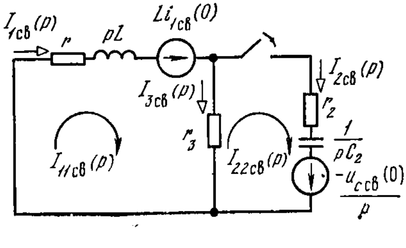


Рис. 7.17

ным приемом: вести расчет классическим методом, определяя каждый искомый ток как $i_k = i_{k\,пр} + i_{k\,св}$ и каждое искомое напряжение как $u_k = u_{kпр} + u_{kсв}$, принужденные составляющие рассчитать, например, символическим методом (установившийся режим), а свободные составляющие — операторным методом. Операторная схема при этом (рис. 7.17) не содержит внешнего источника, а начальные значения свободного тока в индуктивности и свободного напряжения на конденсаторе для внутренних э. д. с. определяются так:

$$i_{1св}(0) = i_1(0) - i_{1пр}(0), \quad u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0).$$

3. Наличие взаимной индуктивности в схеме приводит к появлению в дифференциальных уравнениях слагаемых типа $\pm M\frac{di}{dt}$, которые не повышают порядок этих уравнений. В операторной форме этим слагаемым соответствуют изображения

$$\pm M\frac{di}{dt} \doteq \pm M[pI(p) - i(0)] = \pm pMI(p) \mp Mi(0).$$

§ 7.9. Отыскание оригиналов. Формула разложения

В самом простом случае при расчете переходных процессов операторным методом изображения искомых величин получаются в табличной форме или приводятся к ней. Тогда следует воспользоваться таблицей изображений по Лапласу, приводимой в различных справочниках, и перейти от изображений к оригиналам.

Однако значительно чаще не получается табличной формы или не видны пути приведения к ней. В этом случае следует воспользоваться *формулой разложения*, смысл которой состоит в том, что любое изображение может быть представлено в виде суммы простейших однотипных слагаемых, оригиналы для которых хорошо известны.

Изображение искомой величины в результате расчета операторной схемы любым методом обычно получается в виде рациональной дроби

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1}p^{m-1} + \ldots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1}p^{n-1} + \ldots + b_0}.$$

Из математики известно, что рациональная дробь такого типа может быть представлена в виде суммы простых дробей

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{A_1}{p-p_1} + \ldots + \frac{A_k}{p-p_k} + \ldots + \frac{A_n}{p-p_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{p-p_k}, \quad (7.22)$$

где p_k — корни уравнения $F_2(p) = 0$.

В правой части выражения (7.22) находятся дроби, каждая из которых представляет собой некоторый постоянный коэффициент A_k, умноженный на изображение $\frac{1}{p-p_k}$, которое является простой табличной формой: $\frac{1}{p-p_k} \risingdotseq e^{p_k t}$ (см. § 7.6). Следовательно, задача сводится к нахождению коэффициента A_k. Умножим обе части равенства (7.22) на $(p - p_k)$:

$$(p-p_k)\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = (p-p_k)\frac{A_1}{p-p_1} + \ldots + A_k + \ldots + (p-p_k)\frac{A_n}{p-p_n}$$

и устремим p к p_k, в результате чего в правой части последнего выражения все слагаемые, кроме искомого A_k, обратятся в 0, а в левой части получим неопределенность вида 0/0, $[F_2(p_k) = 0$, поскольку p_k есть корень уравнения $F_2(p) = 0]$.

Раскроем неопределенность по правилу Лопиталя:

$$A_k = \lim_{p\to p_k} \frac{\frac{d}{dp}[(p-p_k)F_1(p)]}{\frac{d}{dp}[F_2(p)]} = \lim_{p\to p_k} \frac{1F_1(p) + (p-p_k)F_1'(p)}{F_2'(p)} = \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)}. \quad (7.23)$$

В результате получаем формулу разложения

$$\boxed{X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \risingdotseq \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}.} \quad (7.24)$$

Частный случай. Часто в составе знаменателя изображения имеется множитель p, т. е. знаменатель рациональной дроби имеет один нулевой корень. В этом случае формуле разложения (7.24) можно придать вид

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{\Psi(p)} = \frac{F_1(p)}{pF_2(p)} = \frac{A_0}{p-p_0} + \frac{A_1}{p-p_1} + \ldots + \frac{A_k}{p-p_k} + \ldots + \frac{A_n}{p-p_n},$$

где $p_0 = 0$, а $p_1, \ldots p_k, \ldots p_n$ — корни уравнения $F_2(p) = 0$. $\frac{A_0}{p} \risingdotseq A_0$, $\frac{A_k}{p-p_k} \risingdotseq A_k e^{p_k t}$, причем согласно (7.23)

$$A_0 = \frac{F_1(p)_{p=0}}{\frac{d}{dp}[\Psi(p)]_{p=0}} = \frac{F_1(0)}{\frac{d}{dp}[pF_2(p)]_{p=0}} = \frac{F_1(0)}{[1\cdot F_2(p) + pF_2'(p)]_{p=0}} = \frac{F_1(0)}{F_2(0)},$$

$$A_k = \frac{F_1(p)_{p=p_k}}{\frac{d}{dp}[\Psi(p)]_{p=p_k}} = \frac{F_1(p_k)}{\frac{d}{dp}[pF_2(p)]_{p=p_k}} = \frac{F_1(p_k)}{[1\cdot F_2(p) + pF_2'(p)]_{p=p_k}} =$$

$$= \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)}, \text{ так как } F_2(p_k) = 0.$$

Следовательно,

$$\boxed{X(p) = \frac{F_1(p)}{pF_2(p)} \risingdotseq \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} e^{p_k t}.}$$

Пример. Пусть при расчете переходного процесса операторным методом изображение искомого тока получилось в следующем виде:

$$I(p)=\frac{756p+6000}{p(500p+5000)}=\frac{F_1(p)}{pF_2(p)}.$$

Применим формулу разложения с учетом, что знаменатель имеет один нулевой корень (т. е. имеем частный случай формулы разложения): $F_1(0)=6000$; $F_2(0)=5000$; $F_2(p_1)=500\,p_1+5000=0$, откуда $p_1=-10$; $F_2'(p)=500$;

$$i(t)=\frac{F_1(0)}{F_2(0)}+\frac{F_1(p_1)}{p_1F_2'(p_1)}\,e^{p_1t}=$$

$$=\frac{6000}{5000}+\frac{756(-10)+6000}{(-10)\cdot 500}\,e^{-10t}=1{,}2+0{,}312e^{-10t}.$$

Глава 8. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

§ 8.1. Катушки с ферромагнитными сердечниками и их применение. Потери на перемагничивание

Во многих электротехнических устройствах применяются катушки, имеющие ферромагнитные сердечники. При этом используется свойство ферромагнитного материала концентрировать и усиливать магнитное поле за счет собственной намагниченности. Примерами устройств с ферромагнитными сердечниками могут служить электрические машины, трансформаторы, электромагнитные реле и контакторы, дроссели, магнитные усилители и феррорезонансные стабилизаторы, ферродинамические электроизмерительные приборы, электромагнитные элементы автоматических устройств и вычислительных машин и т. д.

При анализе электротехнических устройств, содержащих катушки с ферромагнитными сердечниками, помимо электрических цепей рассматривают магнитные цепи.

Магнитной цепью называют совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий *магнитодвижущей силы, магнитного потока* и *разности магнитных потенциалов.*

Часто проводят аналогию между электрическими и магнитными цепями, сопоставляя источник магнитодвижущей силы (м. д. с.) с источником э. д. с., разность магнитных потенциалов с напряжением в электрической цепи, магнитный поток с электрическим током и магнитное сопротивление с сопротивлением электрическим. Эта аналогия удобна, так как позволяет изобразить такую схему магнитной цепи, которая по внешним признакам не отличается от электрической и к анализу которой можно применить привычные законы Ома и Кирхгофа. Однако аналогия эта чисто внешняя и не относится к физическому содержанию электрических и магнитных явлений: в магнитной цепи нет ничего такого, что бы двигалось вдоль цепи подобно электронам, ионам в электрической цепи и нельзя представить себе источник м. д. с. без магнитного потока, как может существовать без тока источник э. д. с. с разомкнутыми зажимами.

Источником магнитодвижущей силы в магнитной цепи может служить либо постоянный магнит, либо катушка, обтекаемая током (электромагнит). Задачей настоящей главы является исследование простейшего электромагнитного устройства — катушки с ферромагнитным сердечником.

Ранее рассмотрена катушка с неферромагнитным («воздушным») сердечником. В такой катушке индуктивность не зависит от тока, потокосцепление пропорционально току $\Psi = Li$, совпадает с ним по фазе, а э. д. с. самоиндукции $e_L = -d\Psi/dt$ отстает от потокосцепления и тока на угол $\pi/2$. Действительно, при $i = I_m \sin \omega t$, $\Psi_t = \Psi_m \sin \omega t$, $e_L = -d\Psi/dt = -\omega\Psi_m \cos \omega t = -\omega L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Действие э. д. с. самоиндукции в линейных цепях учитывается введением в схемы замещения реактивного сопротивления $x_L = \omega L$.

При наличии ферромагнитного сердечника действующие значения напряжения и тока уже не могут быть связаны между собой линейной зависимостью, поскольку пропорциональные им величины магнитной индукции и напряженности магнитного поля связаны между собой нелинейной *кривой намагничивания* $B(H)$.

Из курса физики известно, что при перемагничивании ферромагнитного материала кривая $B(H)$ образует *петлю циклического перемагничивания* (рис. 8.1). Явление запаздывания изменения B от изменения H называется магнитным гистерезисом. Если ферромагнитный материал был полностью размагничен, то сначала процесс намагничивания идет по кривой *o—a—b*, которая называется кривой первоначального намагничивания. Размеры петли зависят от материала и от того значения B_{max}, до которого производится намагничивание. Однако в сильных полях наступает такое явление, что увеличение напряженности магнитного поля свыше H_{max} не вызывает увеличения площади петли — так образуется кривая предельного цикла. Кривая, представляющая собой геометрическое место вершин семейства циклов перемагничивания, полученных при различных значениях H_{max} (но всегда $+H_{max} = -H_{max}$), называется основной кривой намагничивания. Практически основная кривая намагничивания весьма близка к кривой первоначального намагничивания.

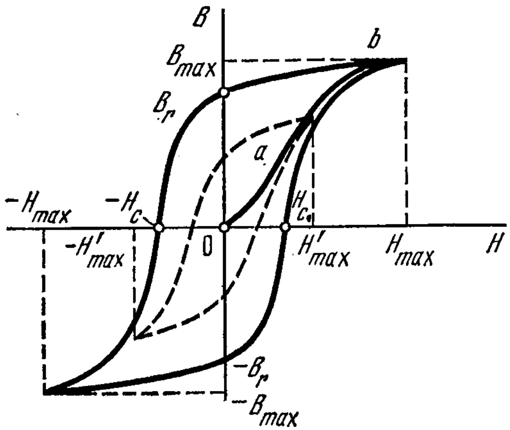


Рис. 8.1

Петля предельного цикла перемагничивания отсекает на оси ординат значение *остаточной индукции* B_r, а на оси абсцисс — значение *коэрцитивной силы* H_c. Напряженность магнитного поля в системе СИ измеряется в амперах на метр — А/м.

После сравнительно быстрого возрастания магнитной индукции с увеличением напряженности магнитного поля, за так называемым «коленом» кривой (участок перегиба между точками a и b на рис. 8.1), наступает область *насыщения* материала; дальше материал начинает вести себя подобно неферромагнитному: индукция практически линейно зависит от напряженности магнитного поля, гистерезис отсутствует.

Из курса физики известно, что площадь петли кривой $B(H)$ зависит от частоты перемагничивания. Если хотят учесть только магнитный гистерезис, то снимают так называемую статическую петлю, когда перемагничивание ведется крайне медленно $f \to 0$). С ростом частоты перемагничивания начинает сказываться действие вихревых токов, вызываемых электродвижущими силами в ферромагнитном сердечнике. Поле вихревых токов в соответствии с законом Ленца препятствует изменению внешнего намагничивающего поля, создаваемого обмоткой, благодаря чему усиливается явление гистерезиса. Петлю циклического перемагничивания, учитывающую гистерезис и вихревые токи, называют динамической. Чем больше площадь петли, тем больше полные потери на перемагничивание, нагревающие сердечник.

Потери на перемагничивание могут быть подсчитаны по следующим формулам:

потери от вихревых токов пропорциональны *квадрату частоты*

$$\boxed{P_в = \sigma_в f^2 B_m^2 G,}$$

потери от гистерезиса пропорциональны *первой степени частоты*

$$\boxed{P_г = \sigma_г f B_m^n G.}$$

В этих формулах $\sigma_в$ и $\sigma_г$ — коэффициенты, определенные и имеющиеся в справочной литературе для различных сортов ферромагнитных материалов; f — частота; B_m — амплитуда магнитной индукции, для $B_m = 0{,}1 \div 1{,}0$Т $n \approx 1{,}6$, для $B_m = 1{,}0 \div 1{,}6$ Т $n \approx 2$; G — масса сердечника, кг.

С целью уменьшения потерь от вихревых токов сердечники делают наборными, состоящими из тонких листов ферромагнитного материала, изолированных друг от друга и размещенных вдоль пути магнитного потока. Обычно толщина листов составляет 0,5 и 0,35 мм в устройствах, работающих при частоте 50 Гц, более тонкие листы (до 0,1 мм) применяют при частоте 400 ÷ 1000 Гц, при частотах до 20 кГц применяют ленты толщиной 0,1 ÷ 0,03 мм. В радиотехнических устройствах применяются магнитодиэлектрики и ферриты, обладающие весьма низкими потерями на перемагничивание. С целью снижения потерь от вихревых токов в состав электротехнических сталей добавляют присадки кремния, повышающие их электрическое сопротивление.

§ 8.2. Идеализированная катушка с ферромагнитным сердечником. Трансформаторная э. д. с.

Реальная катушка с ферромагнитным сердечником представляет определенные трудности для теоретического исследования. Действительно, в катушке без сердечника нам приходилось учитывать только два явления: 1) активное сопротивление катушки и связанный с ним нагрев, 2) магнитное поле катушки и связанная с ним э. д. с. самоиндукции (или реактивное сопротивление в схеме замещения). В катушке с ферромагнитным сердечником необходимо учесть, кроме того, потери на перемагничивание и найти им эквивалент в схеме замещения; эти потери восполняются за счет энергии, подводимой к катушке от источника.

Для упрощения анализа допустим некоторую идеализацию. Во-первых, магнитный поток разделим на две части: основной поток Φ, замыкающийся в сердечнике, и поток рассеяния Φ_S, линии индукции которого часть пути проходят по воздуху. На рис. 8.2 условно показаны линии этих потоков. Такое разделение удобно в связи с тем, что поток рассеяния в схеме замещения можно учесть введением л и н е й н о й и н д у к т и в н о с т и. Дело в том, что магнитное сопротивление воздуха в тысячи раз больше магнитного сопротивления стали (в μ раз, если μ — относительная *магнитная проницаемость* вещества, представляющая собой отношение магнитной индукции B в ферромагнитном материале к магнитной индукции $\mu_0 H$ в вакууме при одном и том же значении напряженности H намагничивающего поля). Поэтому, если линии потока рассеяния проходят по воздуху даже малую часть пути, определяющим является магнитное сопротивление воздуха, а малым сопротивлением ферромагнитного материала можно пренебречь. Следовательно, полагая, что поток рассеяния замыкается по воздуху ($B = \mu_0 H$, где μ_0 — магнитная постоянная), потокосцепление можно считать линейной функцией тока $\Psi_S = L_S i$, и индуктивность рассеяния $L_S = \text{const}$.

Во-вторых, исключим временно из катушки ее активное сопротивление, сосредоточив все собственное активное сопротивление проводника обмотки *до катушки,* на входе схемы замещения. Соответствующая схема с идеализированной катушкой представлена на рис. 8.3, *а*.

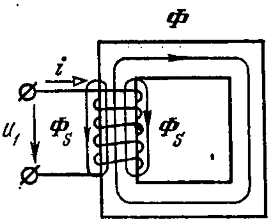


Рис. 8.2

Таким образом, идеализированная катушка не имеет собственного активного сопротивления и потока рассеяния.

На зажимах идеализированной катушки действует фиктивное (расчетное) напряжение u. Это напряжение физически не

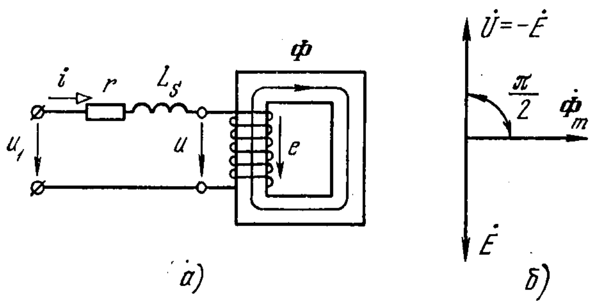


Рис. 8.3

существует, его нельзя измерить, так как нельзя физически «вынести» из катушки ее активное сопротивление и поток рассеяния.

Пусть $u = U_m \cos \omega t$, а катушка содержит w витков. Напряжение u будет в точности (активного сопротивления в катушке нет) уравновешивать э. д. с. самоиндукции $e = -\frac{d\Psi}{dt} = -w\frac{d\Phi_t}{dt}$, где Φ_t — мгновенное значение магнитного потока. Следовательно,

$$u = U_m \cos \omega t = w\frac{d\Phi_t}{dt},$$

$$\Phi_t = \frac{1}{w}\int U_m \cos \omega t\, dt = \frac{1}{w\omega} U_m \sin \omega t + C.$$

Поскольку магнитная цепь в нашем случае не содержит постоянного магнита, а переменный ток не имеет постоянной составляющей, то постоянная интегрирования $C = 0$.

Обозначив $\Phi_m = U_m/w\omega$, получим

$$\Phi_t = \Phi_m \sin \omega t$$

$$\text{и} \quad U_m = w\omega\Phi_m;\ U = \frac{w 2\pi f\ \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4{,}44 f w \Phi_m.$$

По абсолютной величине

$$\boxed{E = U = 4{,}44 f w \Phi_m,} \tag{8.1}$$

а по фазе E и U смещены на 180°, т. е. находятся в противофазе. Соотношение (8.1) называется *формулой трансформаторной* э. д. с.

Выводы. 1. При синусоидальном напряжении на зажимах катушки ее магнитный поток также синусоидален и отстает по фазе от напряжения на угол $\pi/2$, опережая по фазе индуктированную э. д. с. тоже на $\pi/2$. 2. Амплитуда магнитного потока жестко связана с величиной напряжения на зажимах идеализированной катушки формулой трансформаторной э.д.с., в которой величина $4{,}44 f w$ является константой для данной катушки при заданной частоте. Никакие изменения в магнитопроводе, включая введение в него воздушного зазора, *не могут изменить величину магнитного потока, пока не изменится напряжение* на зажимах идеализированной катушки. Далее увидим, что величина U обычно близка величине U_1 и для приближенных расчетов можно принять $U_1 \approx 4{,}44 fw\Phi_m$.

На рис. 8.3, *б* представлена векторная диаграмма идеализированной катушки. На этой диаграмме не хватает вектора тока. Этот вопрос рассмотрен далее.

§ 8.3. Ток в цепи катушки с ферромагнитным сердечником. Понятие об эквивалентном синусоидальном токе

Будем считать, что в сердечнике идеализированной катушки нет потерь на перемагничивание. Это позволит петлю цикла перемагничивания заменить основной кривой намагничивания. Можно также предположить, что потери на перемагничивание настолько малы, что петля, сужаясь, выродилась в линию основной кривой намагничивания.

Нанесем на график рис. 8.4 синусоидальные кривые напряжения u на зажимах идеализированной катушки и магнитного потока Φ_t. Чтобы построить кривую тока $i\,(t)$, необходима вспомогательная кривая $\Phi_t\,(i)$, которая может быть получена путем пересчета (изменения масштаба) основной кривой намагничивания $B\,(H)$ на основе следующих рассуждений. Из определения потока вектора магнитной индукции $\Phi = \int\limits_S \bar{B} d\bar{S}$, если принять, что поток распределен равномерно по сечению S сердечника и линии индукции везде перпендикулярны плоскостям его поперечного сечения, получим соотношение $\Phi = BS$. Из закона полного тока $\oint \bar{H} d\bar{l} = iw$, если допустить, что напряженность магнитного поля $\bar{H}$ во всех сечениях сердечника одинакова и совпадает по направлению с элементом

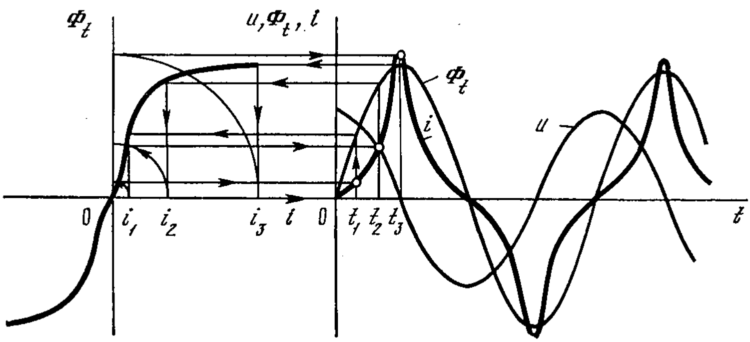


Рис. 8.4

пути dl, а $l_{ср}$ — средняя линия магнитопровода, получим второе, необходимое для пересчета соотношение $i = H\frac{l_{ср}}{w}$.

Кривую тока i строят следующим образом. Для некоторого момента времени t_1 проводят вертикаль до пересечения с кривой Φ_t. Полученную величину $(\Phi_t)_{t=t_1}$ переносят на левый вспомогательный график, масштаб которого по оси ординат выбран таким же, как и на правом графике. Найденному значению $(\Phi_t)_{t=t_1}$ на левом графике соответствует значение тока i_1, которое переносят на вертикальную ось и откладывают на ординате t_1. На рис. 8.4 показаны построения трех точек: при t_1, t_2 и t_3.

Получившаяся периодическая кривая тока из-за нелинейности графика Φ_t (i) оказалась несинусоидальной. Острота «пиков» в средних частях каждого полупериода зависит от того, насколько далеко за коленом кривой намагничивания, т. е. в области насыщения, оказываются максимальные значения потока.

Поскольку кривая тока является несинусоидальной, то на векторной диаграмме рис. 8.3, *б* нельзя построить вектор тока, так как сам принцип векторных диаграмм в теории цепей исходит из синусоидальных функций времени. Это обстоятельство лишает исследователя и расчетчика такого сильного средства анализа, как векторная диаграмма. Устранить этот недостаток можно, заменив несинусоидальный ток эквивалентным синусоидальным.

Эквивалентным синусоидальным током (напряжением) называется такой синусоидальный ток (напряжение), действующее значение которого равно действующему значению несинусоидального тока (напряжения).

Действующее значение любого периодического переменного тока равно его среднему квадратичному значению за период

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}.$$

Следовательно, среднее квадратичное (действующее) значение несинусоидального тока можно подсчитать методом графического интегрирования кривой $i^2(t)$, разбив на определенное число интервалов период (или половину периода) тока и возведя в квадрат среднюю ординату каждого участка. Чем на большее число интервалов будет разбит период тока, тем точнее будет подсчет *.

Итак, воспользовавшись описанным расчетным приемом, заменим несинусоидальный ток эквивалентным синусоидальным, имеющим тот же период. Обратим внимание, что нули и максимумы

---

* Для определения действующего значения несинусоидального тока можно воспользоваться и разложением кривой в ряд Фурье, подсчитать действующие значения гармонических составляющих тока, а затем действующее значение несинусоидального тока определить как корень квадратный из суммы квадратов действующих значений гармоник:

$$I = \sqrt{\sum I_k^2}.$$

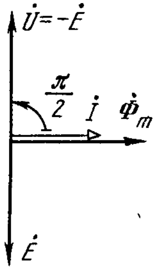


Рис. 8.5

несинусоидального тока совпадают с нулями и максимумами магнитного потока (рис. 8.4). Следовательно, и кривая эквивалентного синусоидального тока *совпадает* по фазе с кривой магнитного потока. Поэтому на векторную диаграмму можно нанести вектор эквивалентного синусоидального тока, совпадающий с вектором магнитного потока Φ_m (рис. 8.5). Этот ток отстает по фазе от напряжения $\dot U$ на угол $\pi/2$, т. е. является реактивным, намагничивающим током. В цепи идеализированной катушки ($r = 0$) с сердечником без потерь ($P_в + P_г = 0$) не может быть активного тока, активная энергия нигде не расходуется.

Теперь от идеализированной схемы начнем постепенно возвращаться к реальной катушке. Учтем вначале потери в сердечнике (от вихревых токов и от гистерезиса). Для этого нужно повторить построения, аналогичные рис. 8.4, но в левой части использовать не кривую намагничивания, а динамическую петлю цикла перемагничивания, пересчитанную в координаты $\Phi_t\,(i)$. На рис. 8.6 подробно показаны построения трех точек кривой $\Phi_t\,(t)$ для t_1, t_2 и t_3.

Из рисунка видим, что кривая получилась тоже несинусоидальной и переходит через нулевые значения раньше кривой магнитного потока на время α/ω, где ω — частота, а α — у г о л п о т е р ь н а п е р е м а г н и ч и в а н и е. Чем шире динамическая петля цикла перемагничивания, тем больше потери и тем больше угол потерь α.

Заменим несинусоидальную кривую тока рис. 8.6 эквивалентной синусоидой той же частоты ω, нули которой совпадают с нулями несинусоидальной кривой. При этом условии можно построить векторную диаграмму рис. 8.7, на которой вектор тока опережает вектор магнитного потока на угол α. Теперь ток отстает от напряжения по фазе на угол $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha$, следовательно, у тока появилась активная составляющая I_a. Полные потери на перемагничи-

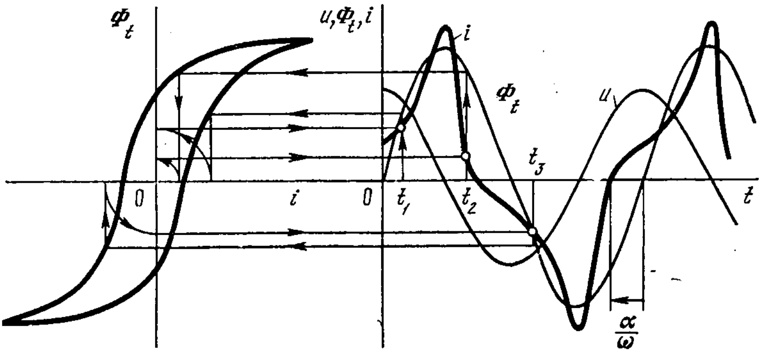


Рис. 8.6

вание — будем их называть *потери в стали* $P_{ст} = P_в + P_г$ — компенсируются энергией, получаемой от источника, мощность которой $I_a U = UI \cos \varphi$.

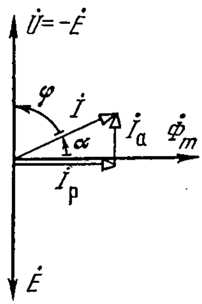


Рис. 8.7

§ 8.4. Векторная диаграмма и схема замещения реальной катушки. Расчет тока

На рис. 8.7 построена векторная диаграмма идеализированной катушки, на зажимах которой действует расчетное напряжение U. Если принять, что ток в цепи катушки синусоидальный, то векторную диаграмму можно «достроить» так, чтобы она соответствовала схеме рис. 8.3, *а*. В соответствии с этой схемой

$$\dot{U}_1 = \dot{U} + r\dot{I} + j\omega L_s \dot{I} = \dot{U} + (r + j\omega L_s)\,\dot{I}, \tag{8.2}$$

где $(r + j\omega L_S)\dot{I}$ — падение напряжения на собственном активном сопротивлении катушки r и на индуктивности рассеяния L_S, учитывающей магнитный поток рассеяния.

На рис. 8.8, *а* построена векторная диаграмма реальной катушки, полученная из диаграммы рис. 8.7 путем добавления к напряжению $\dot{U}$ падений напряжения согласно выражению (8.2). На рис. 8.8, *б* изображена соответствующая этой векторной диаграмме схема замещения реальной катушки. Очевидно, что та часть схемы, на входе которой действует напряжение $\dot{U}$, представляет собой схему замещения идеализированной катушки. Активная проводимость (нелинейная) в схеме замещения учитывает полные потери на перемагничивание (потери в стали) $P_{ст} = UI_a = U^2 g_э$. Ток I_a в ветви с проводимостью $g_э$ выделяет такое же количество тепла, какое выделяется в сердечнике катушки. Реактивная нелинейная проводимость $b_э$ в схеме замещения учитывает образование основного магнитного потока. Реактивная мощность, связанная с образова-

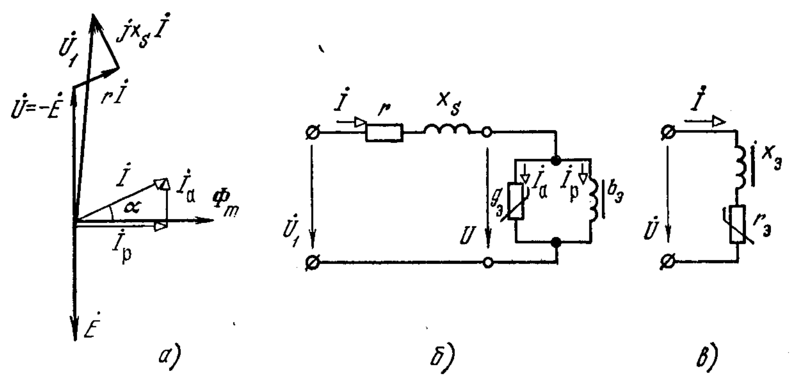


Рис. 8.8

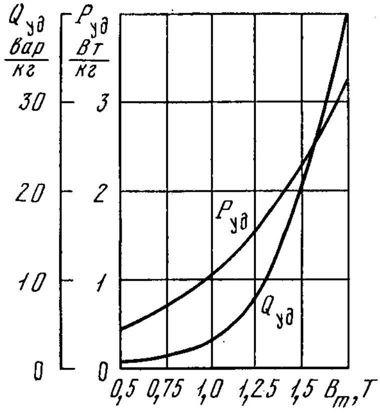


Рис. 8.9

нием основного потока, называется **намагничивающей мощностью**: $Q = UI_р = U^2 b_э$.

Параллельная схема замещения идеализированной катушки может быть при необходимости заменена эквивалентной последовательной схемой (рис. 8.8, *в*), где $r_э$ — нелинейное сопротивление, учитывающее потери в стали, $x_э$ — нелинейное индуктивное сопротивление, учитывающее основной магнитный поток.

Расчет тока в цепи катушки с ферромагнитным сердечником можно выполнить методом последовательных приближений. Прямой расчет невозможен из-за нелинейности кривой $B(H)$ или, что по существу то же самое, из-за нелинейности вольт-амперной характеристики катушки $U(I)$.

При расчете в первом приближении задаются расчетным напряжением $U = U_1$, заведомо завышая все результаты последующего расчета, так как из схемы замещения очевидно, что $U < U_1$. Затем определяют $B_m = \Phi_m/S = U/(4{,}44 f w S)$, где S — сечение сердечника. По кривым удельных потерь, которые приведены в справочниках по магнитным материалам, для получившегося значения B_m определяются удельные (на килограмм массы сердечника) потери в стали $P_{уд}$ и удельная намагничивающая мощность $Q_{уд}$. На рис. 8.9 в качестве примера приведены кривые удельных потерь для электротехнической холоднокатаной стали с повышенной проницаемостью марки Э310. Зная массу сердечника G исследуемой катушки, найдем $P_{ст} = P_{уд} G$ и $Q = Q_{уд} \cdot G$, а затем активную и реактивную слагающие тока и полный ток:

$$I_а = \frac{P_{ст}}{U}; \quad I_p = \frac{Q}{U}; \quad I = \sqrt{I_а^2 + I_р^2}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{I_р}{I_а} = \operatorname{arctg} \frac{Q_{уд}}{P_{уд}}.$$

Далее строят векторную диаграмму рис. 8.8, *а* и находят $\dot{U}_1' = \dot{U} + r\dot{I} + jx_S\dot{I}$. Эта величина получится больше заданной в $k = U_1'/U_1$ раз. Уменьшим расчетное напряжения U в k раз и проведем весь расчет во втором приближении. Так продолжается до тех пор, пока полученное из векторной диаграммы напряжение U_1 не совпадет с достаточной степенью приближения с заданным. Величина тока, определенная в последнем приближении, и является искомой.

§ 8.5. Явление феррорезонанса

Резонанс в цепи, содержащей катушку с насыщенным ферромагнитным сердечником и конденсатор, называется **феррорезонансом**. При последовательном соединении катушки и конденсатора возникает *феррорезонанс напряжений,* при параллельном — *феррорезонанс токов.* Особенностями феррорезонанса являются: 1) возможность настроить цепь в резонанс не только путем изменения частоты или параметров цепи, но и путем изменения напряжения (или тока) источника; 2) возможность получения *релейного эффекта,* т. е. эффекта скачкообразных изменений тока или напряжения.

Для качественного анализа сложных явлений будем считать, что несинусоидальный ток в цепи заменен эквивалентным синусоидальным, а потери как в обмотках, так и в сердечниках весьма малы.

Феррорезонанс напряжений. Пусть последовательно соединены катушка с ферромагнитным сердечником и линейная емкость (рис. 8.10, *а*). Вольт-амперная характеристика конденсатора является прямой линией, а вольт-амперная характеристика нелинейной индуктивности $U_L(I)$ подобна кривой намагничивания $B(H)$ (рис. 8.10, *б*).

Если бы все потери в цепи были равны нулю, то напряжения на катушке и на конденсаторе находились бы в противофазе (рис. 8.10, *в*), т. е. для любого значения тока равенство $\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C$ можно заменить равенством $|U| = |U_L - U_C|$. Соответствующая кривая построена на рис. 8.10, *б*. Резонанс наступил бы в точке *p*, в которой $U = 0$; в реальной цепи при резонансе напряжение не равно нулю (как и в последовательной линейной цепи LrC), а равно падению напряжения на эквивалентном сопротивлении потерь контура. Действительная вольт-амперная характеристика исследуемой цепи пойдет выше построенной, но при малых потерях она будет примерно такой, как показано на рис. 8.10, *б*, сплошной линией, и резонансу соответствует точка, находящаяся несколько левее и выше точки *p*. Слева от точки резонанса характеристика соответствует индуктивному характеру цепи ($U_L > U_C$), справа — емкостному ($U_L < U_C$).

Если плавно от нуля увеличивать напряжение на входе цепи, то процесс нарастания тока будет тоже плавным, пока не достигнута точка *a* вольт-амперной характеристики. Дальнейшее весьма малое повышение входного напряжения приведет к скачку тока от величины I_a до величины I_c, процесс «сместится» в точку *c* и дальнейшему повышению напряжения будет соответствовать плавное возрастание тока по участку характеристи-

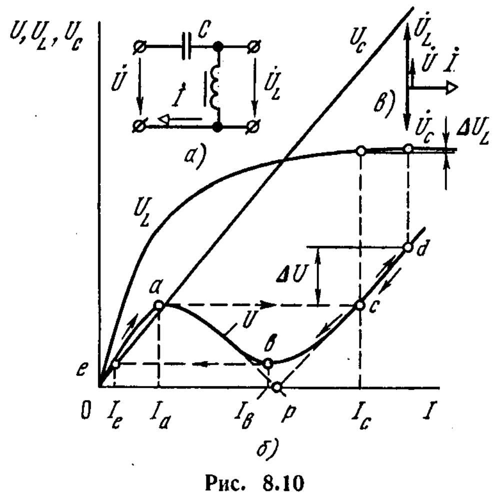


Рис. 8.10

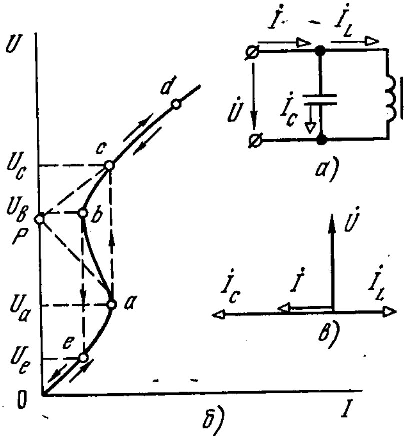


Рис. 8.11

ки *cd*. Плавному снижению напряжения будет соответствовать движение по характеристике от точки *d* к точке *c* и затем далее до точки *b*. Дальнейшее сколь угодно малое понижение напряжения приведет к скачку тока от величины I_b до величины I_e; вслед за этим движение происходит плавно по участку *e*0. Скачки тока сопровождаются опрокидыванием их фазы, т. е. изменением фазы практически на 180°.

Скачкообразное изменение тока называют релейным эффектом: происходит как бы включение или отключение цепи (без контактов), если считать сравнительно малые значения токов I_e и I_a соответствующими отключенному состоянию.

Падающий участок характеристики *ab* является неустойчивым. Ни одно значение тока, относящееся к участку *ab*, без специальных искусственных мер получено быть не может.

Последовательная цепь, содержащая катушку с ферромагнитным сердечником и линейный конденсатор, может быть использована для стабилизации напряжения. Действительно, если напряжение на катушке сделать выходным напряжением стабилизатора, как это показано на рис. 8.10, *а*, то изменению входного напряжения ΔU будет соответствовать незначительное изменение выходного напряжения ΔU_L (см. рис. 8.10, *б*). Стабилизирующие свойства цепи объясняются насыщением магнитопровода катушки, следствием чего является пологий участок ее вольт-амперной характеристики.

Феррорезонанс токов возникает в цепи, принципиальная схема которой показана на рис. 8.11, *а*. На рис. 8.11, *б* приведены вольт-амперные характеристики этой цепи: пунктиром — для случая цепи без потерь, сплошной линией — для цепи с малыми потерями. Соответствующая векторная диаграмма приведена на рис. 8.11, *в*. Если питать рассматриваемую схему от источника тока, то происходят скачки напряжения, показанные на характеристике. Фаза напряжения при скачках изменяется практически на 180°.

§ 8.6. Влияние воздушного зазора и подмагничивания постоянным током на индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником. Дроссели

Среди разнообразных электротехнических устройств, применяемых в радиотехнике, получили распространение катушки с регулируемой индуктивностью — дроссели.

Дросселем называется статический электромагнитный аппарат, представляющий собой индуктивное сопротивление и используемый в цепях переменного, пульсирующего и изменяющегося постоянного токов.

Различают несколько разновидностей дросселей. Основными из них являются: дроссели переменного тока (катушки индуктивности), сглаживающие дроссели и дроссели насыщения.

Дроссели переменного тока применяются в цепях переменного тока в качестве балластных и токоограничивающих сопротивлений, а также для получения различных вольт-амперных характеристик электрических цепей.

Сглаживающие дроссели предназначены для ослабления пульсации выпрямленного напряжения и применяются в цепях пульсирующего и изменяющегося тока в качестве элемента сглаживающего фильтра.

Дроссели насыщения и выполненные на их основе магнитные усилители предназначены для регулирования и стабилизации напряжения и тока, а также используются в качестве усилителей и модуляторов.

Общим для дросселей любого типа является то, что они представляют собой катушку с ферромагнитным сердечником. Различаются же они числом обмоток, формой тока, протекающего по обмоткам, и в связи с этим физическими процессами и основными соотношениями.

Как указывалось, вольт-амперная характеристика катушки с ферромагнитным сердечником является нелинейной, повторяющей в ином масштабе основную кривую намагничивания (см., например, кривую U_L на рис. 8.10, *б*). Следовательно, полное сопротивление цепи $z=\sqrt{r^2+(\omega L)^2}=U/I$ тоже изменяется с изменением U. Но можно воздействовать на индуктивность и полное сопротивление при заданном неизменном напряжении U.

Рассмотрим катушку с кольцевым сердечником. Ее индуктивность является линейной функцией абсолютной магнитной проницаемости. Действительно, учтя, что согласно закону полного тока для кольцевого сердечника $iw=Hl$, т. е. $i=Hl/w$, получим

$$L=\frac{\Psi}{i}=\frac{w\Phi}{i}=\frac{w^2BS}{Hl}=\frac{w^2\mu_aS}{l}, \tag{8.3}$$

где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость вещества.

Из выражения (8.3) следует, что для данной катушки, у которой величина w^2S/l является конструктивной постоянной, индуктивность прямо пропорциональна абсолютной магнитной проницаемости. Одновременно отметим, что по аналогии с электрическим сопротивлением $r=l/(\sigma S)$ проводника длиной l и сечением S, выполненного из материала с удельной проводимостью σ, величину $R_м=l/(\mu_aS)$ называют **магнитным сопротивлением сердечника**, имеющего длину средней линии l, сечение S и выполненного из материала с абсолютной магнитной проницаемостью μ_a.

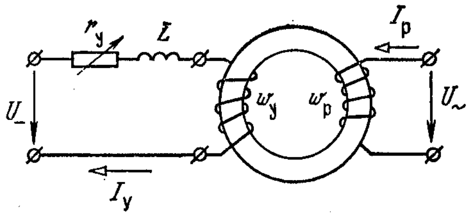


Рис. 8.12

Воздействовать на индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником можно двумя путями, которые ведут к одному эффекту: к увеличению магнитного сопротивления $R_м$, т. е. к уменьшению индуктивности. При этом надо помнить, что уменьшение индуктивности влечет за собой уменьшение полного сопротивления цепи и, следовательно, при неизменном напряжении U — увеличение тока в цепи.

Первый путь — введение в магнитную цепь воздушного зазора δ в дросселях с регулируемым воздушным зазором.

Если пренебречь для качественного анализа активным сопротивлением обмотки и потоком рассеяния, то

$$U_1 \approx E = 4{,}44\, fw\Phi_m,$$

а из $Hl = Iw$ найдем $I = \dfrac{Hl}{w} = \dfrac{Bl}{\mu_a w} = \dfrac{\Phi_m l}{\sqrt{2}\, S\mu_a w} = \dfrac{\Phi_m R_м}{\sqrt{2}\, w}$.

Тогда полное сопротивление обмотки катушки с ферромагнитным сердечником, равное при принятом условии индуктивному сопротивлению,

$$x_э = \omega L_э \approx z = \frac{U_1}{I} \approx \frac{4{,}44 fw\Phi_m \sqrt{2}\, w}{\Phi_m R_м} = \frac{6{,}28 w^2 f}{R_м}. \qquad (8.4)$$

Учитывая, что при введении воздушного зазора в магнитную цепь магнитным сопротивлением магнитопровода можно пренебречь по сравнению с большим магнитным сопротивлением даже небольшого воздушного зазора, $R_м \approx R_{м\delta} = \delta/(\mu_0 S)$ и тогда эквивалентное индуктивное сопротивление и эквивалентная (при разных зазорах) индуктивность катушки

$$\omega L_э \approx \frac{6{,}28 w^2 f}{\delta}\mu_0 S, \text{ т. е. } L_э \approx \frac{6{,}28 w^2 f \mu_0 S}{\omega\delta}. \qquad (8.5)$$

Формула (8.5) неточна, но для качественной характеристики ясно, что с ростом величины воздушного зазора полное сопротивление электрической цепи катушки уменьшается.

Вторая возможность воздействия на индуктивность катушки связана с подмагничиванием сердечника постоянным током в дросселях насыщения.

Принцип действия дросселя насыщения поясним с помощью принципиальной схемы, изображенной на рис. 8.12. На ферромагнитный сердечник намотана кроме рабочей $w_р$ еще управляющая обмотка $w_у$. В цепи управления, питающейся от источника постоянного напряжения, включен регулировочный реостат $r_у$ и дроссель L, служащий для ограничения до минимума переменного тока, индуктированного в обмотке управления током рабочей обмотки. Будем считать, что в цепи управления существует только постоянный ток.

Если ток в цепи управления $I_у = 0$, то устройство ведет себя как обычная катушка с ферромагнитным сердечником, обладающая при заданном $U_\sim$ некоторым сопротивлением переменному току и некоторой эквивалентной индуктивностью $L_э$:

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L_э)^2},$$

где r — собственное активное сопротивление рабочей обмотки.

Будем подмагничивать сердечник постоянным током, материал сердечника насыщается, его магнитная проницаемость падает, что влечет за собой уменьшение индуктивности $L_э$ и полного сопротивления z рабочей обмотки.

Последний вывод поясняется еще и тем, что при неизменном напряжении $U_\sim$ магнитный поток в соответствии с формулой трансформаторной э. д. с. при появлении управляющего тока не может существенно измениться, но из-за насыщения сердечника магнитное сопротивление возросло, следовательно, должен возрасти и рабочий ток, чтобы через цепь с большим магнитным сопротивлением провести прежний магнитный поток. Это же следует из выражения (8.4). Увеличение магнитного сопротивления влечет за собой уменьшение индуктивного сопротивления катушки. На рис. 8.13 показана зависимость эквивалентного индуктивного сопротивления рабочей обмотки дросселя от тока управления.

Ранее указывалось, что для того чтобы уменьшить переменную составляющую тока, в цепи управления включается индуктивность L (см. рис. 8.12). Однако есть и другой путь: можно изготовить дроссель на двух сердечниках и каждую из обмоток разделить пополам, намотав их таким образом, чтобы магнитные потоки рабочих и управляющих обмоток в одном сердечнике совпадали, а в другом были направлены навстречу друг другу (рис. 8.14). В этом

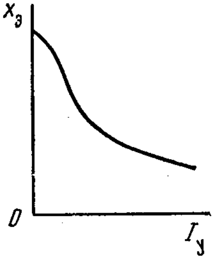


Рис. 8.13

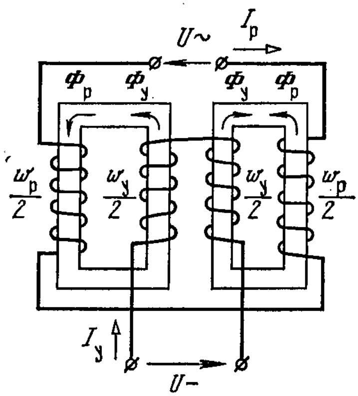


Рис. 8.14

случае индуктированные переменные э.д.с. в двух половинах обмотки управления будут направлены навстречу друг другу и взаимно компенсироваться. Имеются конструкции трехстержневых дросселей, у которых две половины рабочей обмотки размещаются на крайних стержнях и включаются последовательно и согласно, а обмотка управления — на среднем; в этом случае по среднему стержню переменный магнитный поток не замыкается.

Если в цепь рабочей обмотки включить последовательно сопротивление нагрузки, то, изменяя ток в цепи управления, можно регулировать в широких пределах ток (и мощность) нагрузки. На этом принципе построен м а г н и т н ы й у с и л и т е л ь.

Часть вторая

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Глава 9. ТРАНСФОРМАТОРЫ

§ 9.1. Назначение, области применения и классификация трансформаторов

Трансформатором называют статический электромагнитный аппарат, преобразующий параметры электрической энергии переменного тока и передающий эту энергию из одной цепи в другую.

С помощью трансформаторов можно преобразовать основные параметры электрической энергии (напряжение, ток, частоту, число фаз и форму кривой напряжения или тока) в цепях переменного или изменяющегося тока. Часто трансформаторы используют для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого (других) напряжения без изменения частоты. Каждое из преобразований обычно осуществляется вместе с передачей энергии электромагнитным путем из одной электрической цепи в другую.

Часто трансформатор выполняет функцию электрической развязки цепей и называется изолирующим. Возможен и комбинированный (электромагнитно-электрический) способ передачи энергии, когда источник и потребитель электромагнитной энергии электрически связаны через трансформатор. Такой тип трансформатора называется автотрансформатором.

В электротехнических устройствах радиоэлектронной аппаратуры широко применяются трансформаторы малой мощности (до нескольких киловольт-ампер) различного назначения и устройства.

В основу классификации трансформаторов положены различные признаки, определяемые их схемным назначением, электрическими параметрами, конструкцией и т. д.

По схемному назначению трансформаторы подразделяют на три основные группы: силовые, согласующие и импульсные.

Силовые трансформаторы служат для электропитания устройств радиоэлектронной аппаратуры (микродвигателей, обмоток реле, ...итных усилителей, выпрямителей, устройств контроля и инди- осветительных и нагревательных приборов и т. д.) перемен-

Согласующие трансформаторы предназначены для согласования сопротивлений между звеньями (каскадами) в радиоприемной, радиопередающей, усилительной и иной аппаратуре. Эти трансформаторы можно подразделить на входные, промежуточные и выходные. Они работают на фиксированной частоте или в полосе частот.

Импульсные трансформаторы предназначены для передачи импульсов напряжения или тока из одной электрической цепи в другую. Они широко используются в импульсной технике и в устройствах управления тиратронами и тиристорами.

По схемному исполнению (числу обмоток) трансформаторы делят на одно-, двух- и многообмоточные.

Однообмоточный трансформатор — автотрансформатор, в котором между первичной (входной) и вторичной (выходной) стороной существует не только магнитная, но и прямая электрическая связь.

Двухобмоточный трансформатор имеет одну первичную и одну вторичную электрически не связанные обмотки. Он весьма распространен и является базой при теоретическом анализе. В таких трансформаторах ток и э. д. с. первичной обмотки связаны однозначными соотношениями с током и напряжением вторичной обмотки.

Многообмоточный трансформатор имеет одну первичную и несколько электрически не связанных вторичных обмоток. Количество обмоток может быть любым. Многообмоточные трансформаторы наиболее часто встречаются среди силовых.

По рабочей частоте трансформаторы условно можно разделить на трансформаторы *пониженной частоты* (ниже 50 Гц), *промышленной частоты* (50 Гц), *повышенной частоты* ($100 \div 10\,000$ Гц), *высокой частоты* (свыше 10 000 Гц). Трансформаторы промышленной частоты широко применяются в общепромышленной, радиоэлектронной, широковещательной и бытовой аппаратуре. Трансформаторы других типов применяются в основном в специальной аппаратуре.

По числу фаз трансформаторы делят на *однофазные* и *многофазные* (трехфазные, шестифазные и т. д.). Число фаз первичной стороны трансформатора определяется числом фаз первичного источника переменного тока, а число фаз вторичной стороны — схемным назначением трансформатора.

По напряжению трансформаторы можно разделить на *низковольтные* (рабочее напряжение ни одной из обмоток не превышает $1000 \div 1500$ В), *высоковольтные* (рабочее напряжение хотя бы одной из обмоток выше $1000 \div 1500$ В) и *высокопотенциальные* (обмотки низковольтные, но между ними или относительно корпуса существуют высокие разности потенциалов).

По коэффициенту трансформации напряжения трансформаторы делят на *понижающие* и *повышающие*. По конструкции магнитопровода — на *стержневые, броневые* и *кольцевые*, а по конструкции обмоток — на *катушечные, галетные* и *тороидальные*. В целом по конструктивным признакам трансформаторы подразделяются на *открытые, закрытые* и *герметизированные*. Эти признаки определяют способы охлаждения, изоляции и защиты от воздействия внешней среды.

§ 9.2. Основы теории двухобмоточного трансформатора

Принцип действия и режим работы трансформатора

На рис. 9.1, *а* изображена принципиальная схема простейшего трансформатора, состоящего из замкнутого магнитопровода и двух обмоток (рис. 9.1, *б*): первичной, которая подключается к источнику напряжения переменного тока, и вторичной, к которой подключается нагрузка.

Принцип действия трансформатора основан на электромагнитном взаимодействии двух или нескольких обмоток. Если одну обмотку подключить к источнику переменного напряжения, то под действием переменного магнитного поля, создаваемого этой обмоткой в магнитопроводе, в другой обмотке (или в нескольких остальных), магнитно связанной с первой, будет наводиться э. д. с. При подключении к зажимам второй обмотки нагрузки по цепи этой обмотки под воздействием наведенной э. д. с. будет проходить переменный ток, и энергия из цепи первичной обмотки будет передаваться в цепь вторичной обмотки без электрической связи между ними.

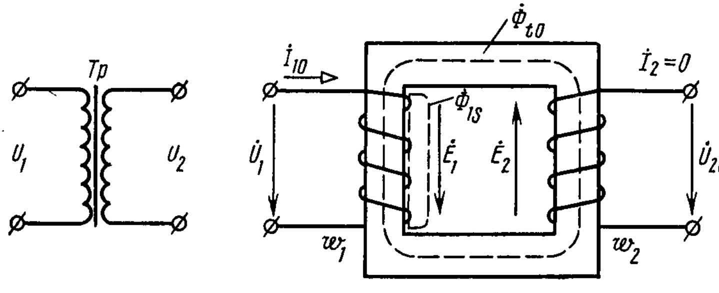
Для трансформатора характерны три режима работы: режим холостого хода, рабочий (номинальный) режим и режим короткого замыкания.

Режим холостого хода трансформатора позволяет определить коэффициент трансформации, потери холостого хода («потери в стали») и входное сопротивление на холостом ходу.

Рабочий (номинальный) режим трансформатора дает возможность найти основные параметры трансформатора и определить взаимосвязь между токами и напряжениями, с одной стороны, и магнитным состоянием сердечника — с другой.

Режим короткого замыкания трансформатора позволяет определить потери короткого замыкания («потери в меди»), а также напряжение короткого замыкания и входное сопротивление трансформатора в этом режиме.

Работа трансформатора в режиме холостого хода, когда нагрузка отключена от вторичной обмотки, ничем не отличается от



а) *б)*

Рис. 9.1

работы катушки с ферромагнитным сердечником, рассмотренной в гл. 8. Рассмотренные там же электрические и магнитные соотношения, векторная диаграмма и схема замещения полностью относятся к случаю холостого хода трансформатора.

Поэтому при синусоидальной форме напряжения U_1 действующие значения индуктируемых в обмотках э. д. с. (рис. 9.1, *б*) будут

$$E_1 = 4{,}44 f w_1 \Phi_m; \tag{9.1}$$

$$E_2 = 4{,}44 f w_2 \Phi_m. \tag{9.2}$$

Из формул (9.1) и (9.2) видно, что э. д. с. прямо пропорциональны числам витков w_1 и w_2 этих обмоток. Поэтому, разделив выражение (9.1) на (9.2), получим *коэффициент трансформации*:

$$K_{\text{тр}} = E_1/E_2 = w_1/w_2. \tag{9.3}$$

Если пренебречь потерями энергии в первичной обмотке и в магнитопроводе и считать, что весь магнитный поток замыкается только по магнитопроводу, то э. д. с. $\dot{E}_1$, индуктированная потоком $\dot{\Phi}_{t0}$, будет на основании закона Ленца противоположна по знаку и равна по абсолютной величине приложенному напряжению $\dot{U}_1$, т. е. $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$. Однако на практике нельзя пренебрегать потерями энергии и рассеянием магнитного потока. Это связано с тем, что в реальном трансформаторе ток холостого хода, кроме намагничивающей (реактивной) составляющей $\dot{I}_{10\text{р}}$, создающей в сердечнике трансформатора магнитный поток $\dot{\Phi}_0$, содержит также и активную составляющую этого тока $\dot{I}_{10\text{а}}$, обусловленную потерями энергии в сердечнике. Поэтому

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_{10\text{а}} + \dot{I}_{10\text{р}}. \tag{9.4}$$

Первичная обмотка реального трансформатора обладает активным сопротивлением r_1, на котором при прохождении тока $\dot{I}_{10}$ будет падать напряжение $\dot{I}_{10} r_1 = \dot{U}_{1\text{а}}$.

При прохождении тока по первичной обмотке создается не только основной магнитный поток $\dot{\Phi}_0$, но и магнитный поток рассеяния $\dot{\Phi}_{1s}$, который замыкается в основном по воздуху (рис. 9.1, *б*). Этот поток индуктирует в первичной обмотке э. д. с. рассеяния

$$\dot{E}_{1s} = -\dot{U}_{1s} = -jx_1 \dot{I}_{10},$$

где x_1 — фиктивное сопротивление, называемое индуктивным сопротивлением рассеяния первичной обмотки.

На основании второго закона Кирхгофа приложенное напряжение $\dot{U}_1$ должно уравновешиваться геометрической суммой всех остальных падений напряжений в первичной цепи:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + r_1 \dot{I}_{10} + jx_1 \dot{I}_{10}, \tag{9.5}$$

или, обозначив $r_1 + jx_1 = Z_1$, получим

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + Z_1 \dot{I}_{10}, \tag{9.6}$$

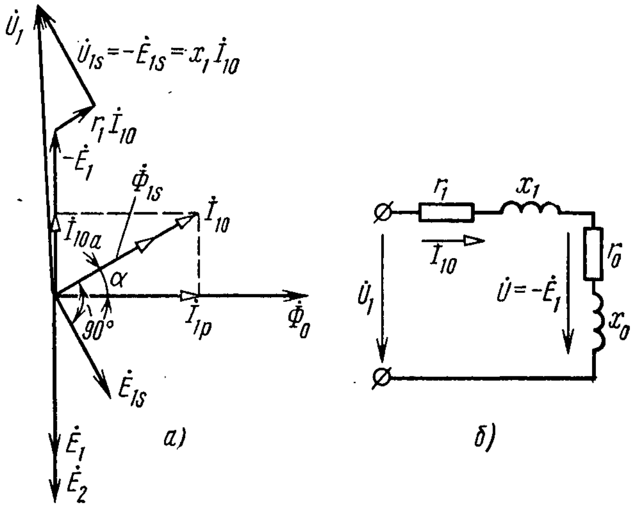


Рис. 9.2

причем $z=\sqrt{r_1^2+x_1^2}$ — полное сопротивление первичной обмотки трансформатора.

На основании полученных соотношений можно построить векторную диаграмму и соответствующую ей схему замещения трансформатора (рис. 9.2), которые позволяют уяснить взаимную связь между величинами магнитных потоков, токов и э. д. с. в режиме холостого хода.

Построение диаграммы удобно начинать с вектора магнитного потока $\dot\Phi_0$, откладываемого в произвольном направлении. Если $\dot\Phi_0$ меняется по синусоидальному закону, то индуктируемые им $\dot E_1$ и $\dot E_2$ отстают от потока по фазе на 90°.

Реактивная составляющая тока холостого хода $\dot I_{10р}$ совпадает по направлению с создаваемым ей потоком $\dot\Phi_0$, а его активная составляющая $\dot I_{10а}$ опережает $\dot\Phi_0$ на 90°. Вектор $\dot I_{10}$ строят из точки 0 согласно уравнению (9.4).

Угол α зависит от величины потерь в стали сердечника.

Вектор потока рассеяния $\dot\Phi_{1s}$ совпадает по направлению с током $\dot I_{10}$, а индуктируемая этим потоком э. д. с. рассеяния $\dot E_{1s}$ отстает от него на 90°. Вектор приложенного напряжения $\dot U_1$ строят из точки 0 на основании уравнения (9.5).

Из векторной диаграммы видно, что в режиме холостого хода векторы э. д. с. $\dot E_1$ и $\dot E_2$ сдвинуты относительно приложенного напряжения $\dot U_1$ на угол, близкий к 180°. Так как при холостом ходе падение напряжения в первичной обмотке обычно сравнительно невелико (кроме трансформаторов промышленной частоты весьма малой мощности), то векторы $\dot U_1$ и $\dot E_1$ лишь незначительно отличаются друг от друга. В этом случае коэффициент трансформации можно приближенно определить как отношение напряжений на зажимах обмоток при холостом ходе, т. е.

$$K_{тр} \approx U_{10}/U_{20}.$$

Вектор $-\dot{E}_1$ в уравнении (9.6) можно представить в виде произведения тока $\dot{I}_{10}$ на некоторое фиктивное сопротивление z_0. Так как ток $\dot{I}_{10}$ отстает от напряжения $-\dot{E}_1$, то сопротивление z_0 должно содержать как индуктивную (x_0), так и активную (r_0) составляющие.

Энергия, выделяемая в сопротивлениях x_0 и r_0, затрачивается на создание основного магнитного потока в магнитопроводе и на покрытие возникающих в нем активных потерь. С учетом этого выражение (9.6) преобразуется к виду:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_{10}Z_0 + \dot{I}_{10}Z_1 = \dot{I}_{10}(Z_0 + Z_1)$$

и может быть реализовано в схеме замещения трансформатора, приведенной на рис. 9.2, *б*.

Входное сопротивление трансформатора на холостом ходу определяется суммой Z_0 и Z_1, где комплексные сопротивления

$$Z_0 = Z_0 e^{j\varphi_0} = r_0 + jx_0, \quad Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1} = r_1 + jx_1.$$

Рассмотрим теперь физические процессы в трансформаторе в рабочем режиме при активно-индуктивном характере нагрузки.

Если к первичной обмотке трансформатора подвести напряжение $\dot{U}_1$, а вторичную обмотку соединить с нагрузкой, то в обмотках появятся токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$. При протекании этих токов по обмоткам трансформатора в его магнитопроводе появляются магнитные потоки $\dot{\Phi}_1$ и $\dot{\Phi}_2$, которые на основании закона Ленца направлены встречно.

При увеличении тока нагрузки $\dot{I}_2$ поток $\dot{\Phi}_2$ увеличивается, а суммарный магнитный поток в магнитопроводе уменьшается. Вследствие этого индуктированные суммарным потоком э. д. с. $\dot{E}_1$ и $\dot{E}_2$ уменьшаются. Уменьшение $\dot{E}_1$ согласно (9.6) вызывает увеличение тока $\dot{I}_1$. При увеличении тока $\dot{I}_1$ увеличивается поток $\dot{\Phi}_1$ ровно настолько, чтобы скомпенсировать размагничивающее действие потока $\dot{\Phi}_2$. Вновь восстанавливается равновесие практически при прежнем значении суммарного потока.

Очевидно, что и при уменьшении тока $\dot{I}_2$ вплоть до нуля суммарный магнитный поток практически остается неизменным. Отсюда следует, что суммарный поток равен потоку при холостом ходе трансформатора:

$$\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_0.$$

Следовательно, будет неизменна и намагничивающая сила (н.с.), создающая этот поток, что позволяет записать:

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_н, \tag{9.7}$$

где $\dot{F}_0 = w_1 \dot{I}_{10}$ — н.с. при холостом ходе.

Если трансформатор работает под нагрузкой, то на его магнитопровод будет действовать сумма н.с. первичной и вторичной обмоток:

$$\dot F_{\text{н}} = \dot I_1 w_1 + \dot I_2 w_2.$$

Подставив в (9.7) значения н.с. холостого хода и нагруженного трансформатора, получим

$$\dot I_{10} w_1 = \dot I_1 w_1 + \dot I_2 w_2.$$

Это уравнение описывает магнитное состояние трансформатора и называется уравнением равновесия намагничивающих сил. Разделив правую и левую части этого уравнения на число витков первичной обмотки, получим

$$\dot I_{10} = \dot I_1 + \frac{w_2}{w_1} \dot I_2 = \dot I_1 + \frac{1}{K_{\text{тр}}} \dot I_2. \qquad (9.8)$$

В нагруженном трансформаторе, кроме основного магнитного потока $\dot\Phi_0$, имеются потоки рассеяния $\dot\Phi_{1s}$ и $\dot\Phi_{2s}$, которые замыкаются по воздуху. Эти потоки индуктируют в первичной и вторичной обмотках э. д. с. рассеяния:

$$\dot E_{1s} = -\dot I_1 x_1, \quad \dot E_{2s} = -\dot I_2 x_2.$$

Поэтому для контура, образованного источником напряжения и первичной обмоткой, можно записать:

$$\dot U_1 = -\dot E_1 + r_1 \dot I_1 + j x_1 \dot I_1 = -\dot E_1 + Z_1 \dot I_1. \qquad (9.9)$$

Вторичная обмотка трансформатора, являющаяся источником э. д. с. $\dot E_2$, и нагрузка образуют второй контур, для которого справедливо выражение:

$$\dot E_2 = \dot U_2 + r_2 \dot I_2 + j x_2 \dot I_2 = \dot U_2 + Z_2 \dot I_2, \qquad (9.10)$$

где $Z_2 = r_2 + jx_2$ — сопротивление вторичной обмотки трансформатора, модуль которого $z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2}$.

Полученные соотношения позволяют построить векторную диаграмму нагруженного трансформатора. На рис. 9.3 она изображена при активно-индуктивном характере нагрузки.

Из диаграммы видно, что вектор приложенного напряжения $\dot U_1$ сдвинут по отношению к вектору тока $\dot I_1$ на угол φ_1 больший, чем угол сдвига φ_2 между напряжением $\dot U_2$ и током $\dot I_2$. Увеличение

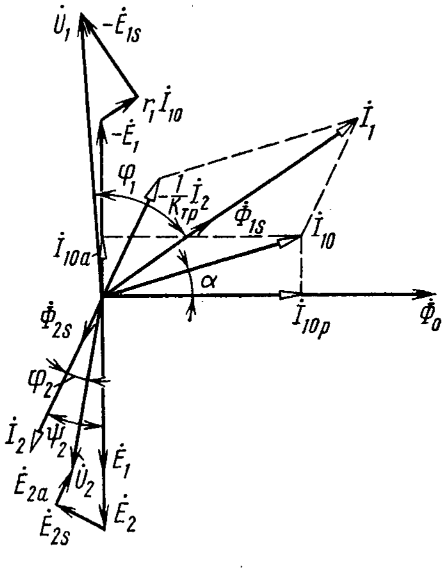


Рис. 9.3

сдвига фаз при передаче энергии через трансформатор объясняется тем, что его обмотки обладают индуктивным сопротивлением. Из этой же диаграммы видно, что токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ сдвинуты по фазе на угол, близкий к 180°. Нетрудно также заметить, что с увеличением тока нагрузки $\dot{I}_2$ напряжение $\dot{U}_2$ на зажимах вторичной обмотки уменьшается.

Режим короткого замыкания трансформатора (короткое замыкание выводов вторичной обмотки) в эксплуатационных условиях является аварийным. Поэтому такой режим может быть осуществлен для определения параметров трансформатора экспериментально при малом напряжении питания первичной обмотки. Величина этого напряжения $U_1 = U_{к.з}$ должна быть такой, чтобы в обмотках трансформатора проходили номинальные токи I_1 и I_2. Это напряжение называется напряжением короткого замыкания и измеряется в процентах от номинального значения, т. е.

$$U_{к.з} = \frac{U_{к.з}}{U_2} 100\%,$$

и составляет небольшую величину (порядка 5÷10%). При этом магнитный поток в сердечнике будет весьма мал и можно считать, что $I_{10} \approx 0$. Тогда н.с. первичной обмотки будет лишь компенсировать н.с. вторичной обмотки и уравнение магнитного равновесия может быть записано в следующем виде:

$$\dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2 = 0. \qquad (9.11)$$

Поскольку в этом случае ($I_{10} \approx 0$) токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ находятся в противофазе, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим $I_1 w_1 + I_2 w_2 = 0$ и

$$I_1 = -\frac{w_2}{w_1} I_2 = -\frac{1}{K_{тр}} I_2. \qquad (9.12)$$

В режиме короткого замыкания входное сопротивление трансформатора

$$Z_{к.з} = r_1 + jx_1 + r_2' + jx_2' = r_{к.з} + jx_{к.з},$$

где r_2' и x_2' — приведенные параметры вторичной обмотки трансформатора.

Приведенный трансформатор

При расчете схем с трансформаторами бывает необходимо определить активное, индуктивное и полное сопротивления трансформатора, а также ряд других его параметров. Это может быть сделано с помощью так называемого метода приведения. Сущность этого метода заключается в том, что число витков одной из обмоток (например, вторичной) приравнивается к числу витков другой (например, первичной). При равенстве чисел витков обеих обмоток будут равны и их э. д. с., и поэтому электромагнитная связь между обмотками может быть заменена чисто электрической связью.

Обозначим приведенное значение э. д. с. вторичной обмотки через E_2'. Тогда

$$E_2' = E_1. \quad (9.13)$$

Пользуясь выражениями (9.3) и (9.13), получаем

$$E_2' = K_{\text{тр}} E_2. \quad (9.14)$$

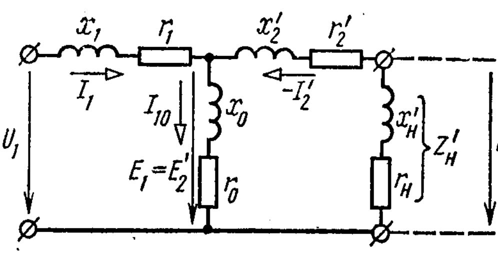


Рис. 9.4

Приведенным током вторичной обмотки будем считать такое его значение, при котором существует равенство полных мощностей:

$$E_2' I_2' = E_2 I_2. \quad (9.15)$$

Пользуясь выражениями (9.14) и (9.15), находим

$$I_2' = \frac{1}{K_{\text{тр}}} I_2. \quad (9.16)$$

Приведенное активное сопротивление вторичной обмотки определяют из условия, по которому потери в ней при приведении остаются неизменными, т. е.

$$I_2^2 r_2 = (I_2')^2 r_2'. \quad (9.17)$$

Пользуясь выражениями (9.16) и (9.17), находим

$$r_2' = K_{\text{тр}}^2 r_2. \quad (9.18)$$

Приведенное индуктивное сопротивление вторичной обмотки определяют из условия неизменного фазового сдвига между током и напряжением в этой обмотке:

$$x_2/r_2 = x_2'/r_2'. \quad (9.19)$$

Пользуясь выражением (9.18) и (9.19), находим

$$x_2' = K_{\text{тр}}^2 x_2.$$

На основании полученных формул могут быть определены параметры трансформатора при коротком замыкании:

а) активное сопротивление $r_{\text{тр}} = r_1 + r_2' = r_1 + K_{\text{тр}}^2 r_2$;

б) индуктивное сопротивление $x_{\text{тр}} = x_1 + x_2' = x_1 + K_{\text{тр}}^2 x_2$;

в) полное сопротивление $z_{\text{тр}} = \sqrt{r_{\text{тр}}^2 + x_{\text{тр}}^2}$.

Использование метода приведения позволяет построить схему замещения для нагруженного трансформатора рис. 9.4, где $z_н'$ — приведенное сопротивление нагрузки, а U_2' — приведенное напряжение на нагрузке.

Приведение возможно и ко вторичной обмотке трансформатора. Оно производится таким же образом.

Параметры трансформаторов

При проектировании трансформаторов отправной является формула мощности, которая связывает габариты трансформатора с проходящей через него полной мощностью. Габариты трансформатора определяются потерями в нем, так как его поверхность должна быть достаточной для передачи в окружающую среду выделяемого тепла при допустимом перегреве.

Различают *электромагнитную, полезную, расчетную* и *типовую мощности трансформатора.*

Электромагнитной мощностью трансформатора называется мощность, передаваемая из первичной обмотки во вторичную электромагнитным путем; ее определяют по формуле $S_{эм} = E_2 I_2$.

Полезной или отдаваемой мощностью называется произведение действующих значений напряжения и тока вторичной обмотки: $S_2 = U_2 I_2$. (При активном характере нагрузки трансформатора вся мощность, отдаваемая в нагрузку, является активной и ее обозначают P_2.)

Расчетной мощностью называется произведение действующего значения тока, проходящего по обмотке, на величину напряжения на ее зажимах. Эта мощность характеризует габаритные размеры обмотки: число витков определяется напряжением, а сечение провода — действующим током. Для первичной обмотки

$$S_1 = U_1 I_1, \tag{9.20}$$

для вторичной обмотки

$$S_2 = U_2 I_2. \tag{9.21}$$

Типовой или габаритной называется мощность, определяющая размеры трансформатора. Она равна полусумме расчетных мощностей всех обмоток:

$$S_{тип} = \frac{1}{2}(S_1 + S_2 + S_3 + \ldots). \tag{9.22}$$

Если не учитывать потери в трансформаторе и считать, что плотность тока δ во всех обмотках одинакова, то (9.22) можно записать в виде:

$$S_{тип} = 2kk_c f S_c S_o B_m \delta\sigma, \tag{9.23}$$

где $k_c = S/S_c$ — коэффициент заполнения сердечника сталью или другим ферромагнитным материалом; $k = 1{,}11$; S — площадь сечения стали; S_c — площадь сечения всего сердечника; $\sigma = S_м/S_o$ — коэффициент заполнения окна сердечника медью или другим материалом обмоток; $S_м$ — общая площадь материала обмоток; S_o — площадь окна сердечника.

Таким образом, типовая или габаритная мощность трансформатора пропорциональна произведению площади его окна на площадь сечения сердечника, т. е. при увеличении линейных размеров трансформатора в первой степени его габаритная мощность возрастает в четвертой степени, а вес и объем — в третьей степени. Следовательно, удельные весовые и объемные показатели трансформатора улучшаются с увеличением его габаритной мощности.

Формула мощности (9.23) позволяет спроектировать на одну габаритную мощность трансформаторы с различными сечениями окна и сердечника. Наиболее удачными получаются трансформаторы с примерно равными площадями сердечника и окна. Они обладают наибольшим к. п. д.

Под коэффициентом полезного действия трансформатора понимают отношение активной мощности, отдаваемой в нагрузку, к активной мощности, потребляемой трансформатором от источника:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{ст} + P_{м}}, \tag{9.24}$$

где $P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2$; $P_{ст}$ — мощность потерь в сердечнике на гистерезис и вихревые токи; $P_{м} = r_{тр} I_2^2$ — мощность активных потерь в обмотках трансформатора (здесь сопротивление трансформатора приведено ко вторичной обмотке: $r_{тр} = r_2 + \frac{1}{K_{тр}^2} r_1$).

Из (9.24) видно, что с изменением тока нагрузки I_2 изменяются потери в обмотках. Напомним, что потери в сердечнике не зависят от тока нагрузки. Следовательно, к. п. д. должен иметь максимум при определенном соотношении между $P_{ст}$ и $P_{м}$, которое определяем, разделив числитель и знаменатель выражения (9.24) на I_2 и приравняв нулю производную по току от знаменателя. Получим $P_{ст} = P_{м}$, что обеспечивает максимум коэффициента полезного действия.

§ 9.3. Конструкция трансформаторов

Трансформаторы используются в радиоэлектронной аппаратуре, работающей в самых разнообразных условиях: в стационарных и наземных подвижных объектах, на борту кораблей, самолетов и ракет, на космических объектах. В процессе эксплуатации трансформаторы подвергаются различным механическим воздействиям (ускорениям, вибрации, ударам); они используются в весьма тяжелых климатических условиях: при изменении температуры окружающей среды в широких пределах (от —65 до +250° С), при высокой относительной влажности воздуха (до 98% при температуре до 40°С) и при пониженном атмосферном давлении (до 5 мм рт. ст.).

Конструкция трансформаторов должна обеспечивать их надежную работу в течение всего заданного срока службы. Поэтому к конструкции предъявляют следующие основные требования: *механическая прочность, нагревостойкость, влагостойкость и электрическая прочность.*

Кроме того, в зависимости от назначения аппаратуры, в которой применяются трансформаторы, последние должны иметь или наименьшую *массу*, или наименьший *объем*, или наименьшую с т о и м о с т ь. Эти технико-экономические требования существенно влияют на конструкцию трансформаторов.

И, наконец, еще одно важное требование — т е х н о л о г и ч н о с т ь конструкции трансформаторов, т. е. возможность изготовления их с применением наиболее экономичных технологических процессов.

Главные части конструкции, определяющие электромагнитную основу трансформатора, — *сердечник* (магнитопровод) и *обмотки с изоляцией*.

М а г н и т о п р о в о д ы предназначены для создания замкнутого пути для магнитного потока с возможно меньшим магнитным сопротивлением. Поэтому они изготовляются из материалов, обладающих высокой магнитной проницаемостью в сильных переменных магнитных полях и имеющих малые потери на перемагничивание и вихревые токи.

Для магнитопроводов трансформаторов промышленной и повышенной рабочей частоты используются магнитомягкие материалы: электротехнические трансформаторные стали, стали с повышенной магнитной проницаемостью, никелевые и кобальтовые сплавы (пермаллой, перминвар, пермендюр и др.). Для магнитопроводов высокочастотных трансформаторов используются магнитодиэлектрики, ферриты различных составов (альсиферы, оксиферы и др.).

Основные размеры магнитопровода зависят от расчетной мощности трансформатора, максимальной индукции и рабочей частоты и определяются в процессе расчета трансформатора.

О б м о т к и предназначены для создания электрических цепей на первичной и вторичной сторонах трансформатора и для преобразования совместно с магнитопроводом электрической энергии в электромагнитную (эту функцию выполняет первичная обмотка) и обратно — из электромагнитной в электрическую (это преобразование выполняет вторичная обмотка).

Для изготовления обмоток используется широкая номенклатура обмоточных проводов и большое количество разнообразных изоляционных материалов.

Обмоточные провода представляют собой или проволоку круглого или прямоугольного сечения, покрытую изоляцией, предохраняющей от межвиткового замыкания, или тонкую ленту, или фольгу.

Основным материалом для изготовления обмоточного провода является медь, так как она имеет малое удельное сопротивление. В последнее время стал применяться алюминий, как менее дефицитный и имеющий малый удельный вес.

Отечественная промышленность выпускает круглую проволоку с эмалевой изоляцией, например: для работы при температуре до 105°C — ПЭЛ, ПЭВ-1, ПЭВ-2 с диаметром по меди от 0,05 до 2,44 мм; для работы при температуре +120°C — ПЭВТЛ-1 и ПЭВТЛ-2 с диаметром по меди 0,06÷1,56 и 0,06÷2,44 мм соответственно; для работы при температуре +220°C — ПНЭТ — имид на основе полиимидов с диаметром по меди от 0,125 до 1,38 мм. Производят также провода с волокнистой (ПСД, ПСДК и др.) и эмалево-волокнистой (ПЭЛШО, ПЭПЛО и др.) изоляцией.

Медную фольгу изготовляют толщиной от 0,015 до 0,05 мм при ширине ленты от 20 до 150 мм. Алюминиевую фольгу изготовляют толщиной от 0,005 до 0,2 мм при ширине ленты от 10 до 600 мм. Медную фольгу покрывают изоляционным лаком, а алюминиевую — оксидируют.

Существует два принципиально различных способа изготовления обмоток. Первый способ состоит в том, что провод в виде цельной многослойной обмотки располагают на гильзе или катушке вдоль всей длины стержня магнитопровода или его части. При втором способе обмотку выполняют в виде совокупности отдельных элементов (галет), каждый из которых представляет собой законченную конструкцию. Галеты нанизывают на стержень сердечника одна за другой и соединяют между собой электрически последовательно-параллельно для обеспечения требуемых токов и напряжений. Галеты могут быть изготовлены из фольги, что является весьма перспективным.

Совокупность обмоток и системы изоляции (междувитковой, междуслоевой, междуобмоточной и внешней) представляет собой катушку трансформатора.

Кроме магнитопровода и обмоток, трансформаторы содержат ряд дополнительных элементов: детали для сборки отдельных частей сердечника и крепления собранного трансформатора; детали для подключения трансформатора к схеме; детали для охлаждения магнитопровода и катушек; внешняя электроизоляция, влагозащита и механическая защита.

Конструкции этих дополнительных элементов определяются типом магнитопровода и катушек и условиями окружающей среды.

§ 9.4. Специальные типы трансформаторов

К специальным типам трансформаторов можно отнести: многообмоточные, трехфазные, понижающие и повышающие автотрансформаторы, трансформаторы для преобразования числа фаз и автотрансформаторы с подмагничиванием.

Рассмотрим типы трансформаторов, наиболее часто используемых в электротехнических устройствах.

Многообмоточные (одна первичная и несколько вторичных) трансформаторы применяются в радиотехнических схемах для получения нескольких, часто различных по величине, напряжений.

В режиме холостого хода работа таких трансформаторов не отличается от двухобмоточных.

Под нагрузкой для них справедливо соотношение

$$I_1 = \sum_{i=2}^{n} \left(\frac{1}{K_{\text{тр}i}} I_i \right),$$

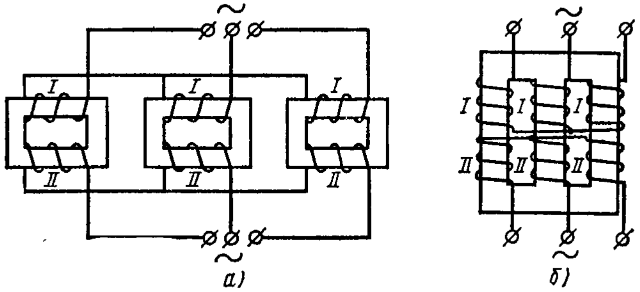


Рис. 9.5

где $K_{трi}$, I_i — коэффициент трансформации и ток каждой обмотки вторичной стороны трансформатора соответственно; n — число обмоток на вторичной стороне трансформатора.

Если не учитывать потери в сердечнике и обмотках, то мощность первичной обмотки многообмоточного трансформатора можно считать равной сумме мощностей его вторичных обмоток.

Следует отметить характерное для многообмоточных трансформаторов взаимное влияние вторичных обмоток. При изменении тока в одной из вторичных обмоток меняются ток и падение напряжения в первичной обмотке, в результате чего напряжение на зажимах остальных обмоток также изменится. Это обстоятельство следует иметь в виду и учитывать при питании от одного трансформатора нескольких нагрузок различного характера.

При трехфазной сети переменного тока преобразование напряжения можно производить или с помощью трех одинаковых однофазных трансформаторов с отдельными магнитопроводами (рис. 9.5,*а*), или с помощью одного трехфазного трансформатора с общим для всех фаз сердечником (рис. 9.5,*б*). На рис. 9.5 изображены возможные схемы включения обмоток: звезда — звезда. Возможны и другие схемы включения: звезда — треугольник, треугольник — звезда и треугольник — треугольник.

Каждый трансформатор в трехфазной системе работает в таких же условиях, как и обычный однофазный. Поэтому физические процессы в этих трансформаторах ничем не отличаются от рассмотренных ранее.

В трехфазном трансформаторе с одним общим магнитопроводом геометрическая сумма магнитных потоков в отдельных его стержнях в любой момент времени равна нулю. Поэтому отпадает необходимость в специальных участках магнитопровода, предназначенных лишь для замыкания магнитной цепи каждой фазы. Магнитный поток любой из фаз может замыкаться через стержни, на которых расположены обмотки двух других фаз. Это является большим достоинством такой конструкции, так как позволяет уменьшить общую массу магнитопровода.

Глава 10. ПРИНЦИПЫ ВЫПРЯМЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

§ 10.1. Преобразование переменного тока в постоянный

Требования к источникам питания со стороны нагрузки

Современные радиоэлектронные устройства содержат большое число вакуумных и газонаполненных ламп, полупроводниковых приборов (диодов различных типов, транзисторов, тиристоров, интегральных схем), электроннолучевых приборов и фотоэлементов. Нормальная работа этих приборов и выполненных на их основе устройств связана с потреблением электрической энергии в большинстве случаев постоянного и реже переменного токов.

Устройства, вырабатывающие и преобразующие электрическую энергию для питания радиоэлектронной аппаратуры, называются источниками электропитания. Их принято подразделять на *первичные* и *вторичные*.

Первичные источники электропитания преобразуют неэлектрическую энергию в электрическую. К таким источникам относятся, например, электромашинные генераторы, термоэлектрогенераторы, солнечные и атомные батареи, электрохимические источники энергии.

Таблица 10.1

Потребители энергии	Требования к источнику питания			
	род тока	пределы напряжений, В	наибольший потребляемый ток, мА	допустимый коэффициент пульсации $K_п$, %
Приемники на лампах с питанием от сети:				
анодные цепи ламп	Постоянный	150 ÷ 450	200	0,1 ÷ 0,2
накальные цепи ламп	Переменный	2 ÷ 6,3	4000	—
транзисторные приемники	Постоянный	1,2 ÷ 12	50	0,1 ÷ 0,05
Телевизоры:				
анодные цепи ламп	»	до 750	200	0,1 ÷ 0,05
аноды трубок	»	до 15 000	10	0,001
коллекторные цепи транзисторов	»	12 ÷ 24	200	0,1 ÷ 0,05
накальные и сигнальные цепи	Переменный	2 ÷ 6,3	5000	—
Мощные транзисторные усилители, генераторы и т. п.	Постоянный	12 ÷ 24	2000	0,5 ÷ 0,01
Микрофонные цепи	»	12 ÷ 60	5000	0,01 ÷ 0,0001
Транзисторные передатчики	»	24	500	0,1 ÷ 0,05
Устройства на интегральных схемах	»	1,2—24	От единиц мА до десятков А	0,5 ÷ 0,01

Вторичные источники электропитания (ВИП) преобразуют только электрическую энергию (род тока, уровень напряжения, качество напряжения постоянного тока и т. д.). Такими источниками являются выпрямители, инверторы, сглаживающие фильтры, стабилизаторы напряжения переменного и постоянного тока, регуляторы напряжения и тока.

Особое место среди вторичных источников питания занимают выпрямители. Они используются самостоятельно и в сочетании с инверторами, сглаживающими фильтрами и стабилизаторами как основной функциональный элемент. Это объясняется, с одной стороны, тем, что большинство первичных источников вырабатывает электрическую энергию в виде переменного тока, к тому же ограниченного уровня напряжений (115, 127, 220 и 380 В), промышленной (50 Гц) и повышенной (400, 1000 Гц) частоты. С другой стороны, радиоэлектронные потребители электрической энергии требуют для нормальной работы напряжение постоянного тока различного уровня (от десятых долей вольта до десятков тысяч вольт) и часто самого высокого качества (допустимая пульсация выпрямленного напряжения лежит в пределах от нескольких процентов до тысячных долей процента). Обобщенные требования к источникам питания со стороны потребителей приведены в табл. 10.1.

Методы и способы преобразования переменного тока в постоянный

В настоящее время преобразование переменного тока в постоянный осуществляется двумя методами. *Первый метод* — преобразование переменного тока в постоянный через промежуточное преобразование энергии. Этот метод в радиоэлектронике широкого применения не нашел. *Второй метод* — преобразование переменного тока в постоянный при непосредственной передаче электрической энергии от первичного источника потребителю путем применения нелинейных устройств — электрических вентилей. Это так называемый статический метод. По сравнению с первым он обладает рядом преимуществ: отсутствуют подвижные элементы, высокий к. п. д., высокая надежность, возможность микроминиатюризации и др. Этот метод является основным для радиоэлектронной аппаратуры. Так как напряжение переменного тока за период знакопеременное (например, синусоидальное или любой другой формы), то этот метод может быть реализован в зависимости от числа используемых полуволн напряжения переменного тока двумя способами. *Первый способ* основан на использовании одной полуволны напряжения переменного тока и называется однотактным или однополупериодным. При *втором способе* преобразования используются обе полуволны и называется он двухтактным или двухполупериодным.

Однотактное преобразование. Пусть имеется генератор напряжения переменного тока $U_2 = U_{2m}\sin\omega t$ с внутренним сопротивлением,

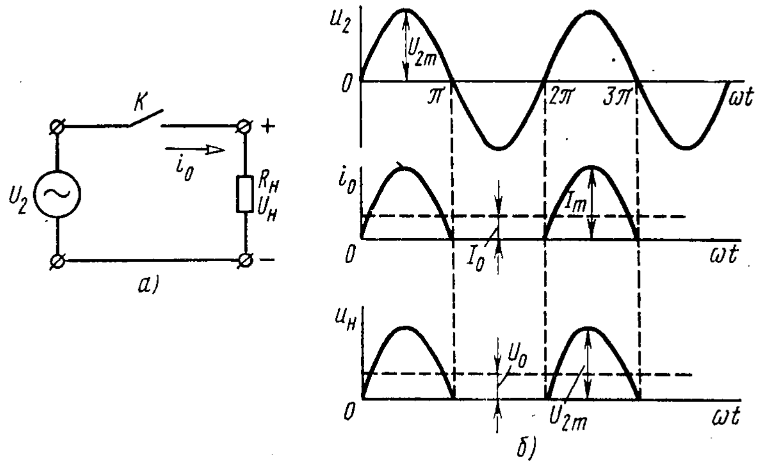


Рис. 10.1

равным нулю. Подключим к этому генератору через ключ K нагрузку $R_н$ (рис. 10.1,*а*) и рассмотрим преобразование рода тока в течение одного периода приложенного напряжения. Если в течение первого полупериода $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi$ (рис. 10.1,*б*) ключ K замкнут, а в течение второго полупериода $\pi \leqslant \omega t \leqslant 2\pi$ он разомкнут, то в нагрузке будет протекать ток i_0 только в первом полупериоде и в одном направлении и на нагрузке будет выделяться напряжение $U_н$, полярность которого показана на рис. 10.1,*а*. При активном характере нагрузки формы напряжения $u_н$ и тока i_0 совпадают и соответствуют форме преобразуемого напряжения U_2. Так как этот процесс повторяется каждый период, то на нагрузке будет наблюдаться пульсирующее (как и ток i_0) напряжение постоянного тока. Это напряжение представляет собой периодическую функцию времени, которая удовлетворяет условиям разложения в ряд Фурье, и, следовательно, его можно представить в виде суммы постоянной составляющей U_0 (среднее значение) и ряда гармонических составляющих (пульсации).

Таким образом, для однотактного преобразования необходимо, чтобы ключ синхронно с частотой первичного источника подключал нагрузку к генератору на время одной полуволны (положительной или отрицательной) напряжения переменного тока.

Однотактное преобразование напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока характеризуется следующими особенностями:

1) на нагрузке получается пульсирующее напряжение; 2) частота появления импульсов тока в нагрузке равна частоте преобразуемого напряжения; 3) за период преобразуемого напряжения через источник и нагрузку проходит только один импульс тока и в одном направлении.

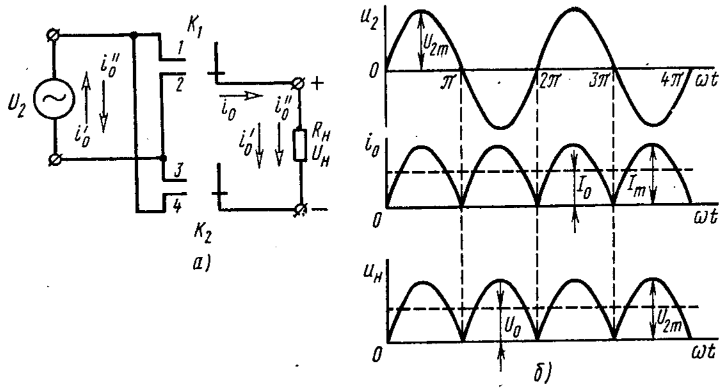


Рис. 10.2

Двухтактное преобразование. Как и в первом случае, нагрузка подключается к генератору напряжения переменного тока, но так, чтобы с помощью синхронных ключей K_1 и K_2 (рис. 10.2,*а*) можно было коммутировать ток в нагрузке в зависимости от полярности U_2. Принцип преобразования рода тока заключается в следующем. Пусть при $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi$ нагрузка подключается к клеммам *1—3*. Тогда в цепи возникает ток i_0' (направление и его форма показаны на рис. 10.2). Он будет создавать на нагрузке напряжение $u_н$, полярность которого показана на схеме. При смене полярности напряжения первичного источника переключим нагрузку на клеммы *2—4*. Тогда в нагрузке возникает ток i_0'', который в течение $\pi \leqslant \omega t \leqslant 2\pi$ будет образовывать на нагрузке напряжение $u_н$ той же полярности, что и в первом полупериоде, так как направление токов i_0' и i_0'' в нагрузке одинаково. Таким образом, для получения напряжения на нагрузке используется каждый полупериод напряжения переменного тока.

Этот способ преобразования позволяет получать более качественное напряжение на нагрузке.

Двухтактное преобразование напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока характеризуется следующими особенностями:

1) за период преобразуемого напряжения через нагрузку и источник проходят два импульса тока, причем через нагрузку — в одном направлении, а через источник — в противоположных направлениях; 2) частота появления импульсов тока в нагрузке и, следовательно, частота первой гармоники пульсации выпрямленного напряжения в два раза выше частоты преобразуемого напряжения.

§ 10.2. Структурная схема неуправляемого выпрямителя

Устройство, реализующее статический метод одно- и двухтактного преобразования напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока, называется выпрямителем. При этом различают *неуправляемые* и *управляемые* выпрямители.

Выпрямитель называется неуправляемым, если в процессе его работы не регулируется выходное напряжение и оно определяется соотношением

$$U_0 = kU_2,$$

где k — постоянный коэффициент, характеризующий схему выпрямления.

Структурная схема неуправляемого выпрямителя приведена на рис. 10.3. Она состоит из трех основных функциональных элементов: трансформатора *1*, системы вентилей *2* и сглаживающего фильтра *3*.

Трансформатор предназначен для преобразования величины напряжения U_1 первичного источника до значения U_2, необходимого для получения среднего выпрямленного напряжения U_0, преобразования числа фаз переменного тока и обеспечения электрической развязки потребителя от первичного источника.

Система электрических вентилей предназначена для преобразования рода тока (из переменного в пульсирующий) и для преобразования числа фаз выпрямления.

Под числом фаз выпрямления понимают

$$m = pq,$$

где p — число фазных обмоток вторичной цепи силового трансформатора; q — количество импульсов тока, проходящих по одной фазной обмотке за один период преобразуемого напряжения.

При однотактном способе преобразования рода тока $q = 1$, а при двухтактном — $q = 2$.

Сглаживающий фильтр предназначен для уменьшения (сглаживания) пульсации выпрямленного напряжения или тока до вели-

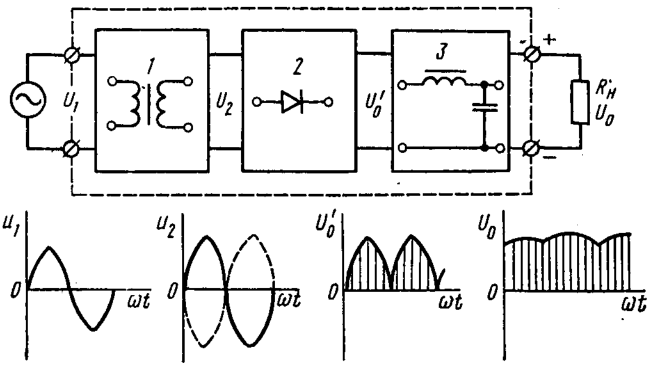


Рис. 10.3

чины, допустимой для нормальной работы потребителя, т. е. для преобразования пульсирующего напряжения в постоянное.

Часто структурная схема выпрямителя видоизменяется за счет исключения трансформатора или сглаживающего фильтра или за счет введения дополнительных элементов, выполняющих функции пуска, управления, защиты, контроля и сигнализации.

§ 10.3. Электрические вентили

При технической реализации любого способа преобразования напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока в качестве ключей (K, K_1 и K_2 на рис. 10.1 и 10.2) используются электрические вентили.

Электрическим вентилем называется прибор, проводящий электрический ток преимущественно в одном направлении: от анода к катоду. Такое направление считается прямым, при этом потенциал анода выше потенциала катода. Другое направление тока, от катода к аноду, считается обратным, и в этом случае потенциал анода ниже потенциала катода.

Основные электрические свойства вентиля выражаются вольт-амперной характеристикой $i_в = \varphi(u_в)$, показывающей зависимость тока через вентиль от приложенного к нему напряжения (рис. 10.4) при прямом (первый квадрант) и обратном (третий квадрант) включениях.

Идеальным считается вентиль, обладающий нулевым сопротивлением для тока $i_{пр}$ прямого направления и бесконечно большим сопротивлением для тока $i_{обр}$ обратного направления, т. е. имеющий нелинейную характеристику, показанную на рис. 10.4,*а*. При указанной характеристике возможно осуществить преобразование рода тока без потерь энергии в вентиле и напряжения на нем. Прямой ток возникает в цепи вентиля при малой величине приложенного к нему прямого напряжения $U_{пр}$, так как вентиль не оказывает току сопротивления ($r_{пр} = 0$). В этом случае величина тока $i_{пр}$ через вентиль не ограничена. При любой величине обратного напряжения $U_{обр}$ тока через вентиль нет ($r_{обр} = \infty$).

Реальные вентили имеют отличную от идеальных вольт-амперную характеристику (рис. 10.4,*б*). Поэтому процесс преобразования пе-

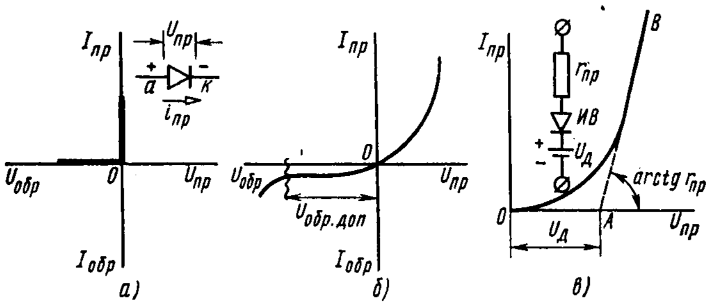


Рис. 10.4

ременного тока в постоянный сопровождается потерями энергии и напряжения на вентиле.

Расчетные соотношения для выпрямителей при использовании реальных вольт-амперных характеристик получаются весьма сложными и неудобными. Поэтому часто бывает целесообразным использовать один из возможных способов кусочно-линейной аппроксимации характеристики вентиля ломаной $0AB$ (рис. 10.4,*в*). В этом случае реальный вентиль замещается идеальным (*ИВ*), который в схеме замещения может быть представлен дифференциальным сопротивлением $r_{пр}$, равным тангенсу угла наклона касательной AB к оси абсцисс, и источником напряжения $U_д$, которое равно отрезку $0A$. При таком способе аппроксимации точность расчета выпрямителей удовлетворительная в широком диапазоне выходных напряжений и токов нагрузки.

Электрические вентили могут быть классифицированы по ряду признаков. Основным из них является характер проводимости, определяющейся средой, в которую помещены электроды вентиля. По этому признаку вентили делятся на четыре группы: а) вакуумные — диоды (кенотроны), многоэлектродные лампы (триоды, тетроды, пентоды); б) газонаполненные — газотроны, тиратроны, ртутные вентили; в) жидкостные — алюминиевые, железные, танталовые; г) полупроводниковые — купроксные, сульфидные, танталовые, селеновые, германиевые и кремниевые (диоды и тиристоры).

Последняя группа электрических вентилей в силу своих преимуществ по сравнению с другими широко применяется в современных устройствах электропитания радиоэлектронной аппаратуры. Вентили всех типов других групп применяются лишь в ранее разработанной аппаратуре и в специальных случаях.

К электрическим вентилям предъявляют следующие требования.

1. Вентиль должен обеспечивать определяемые схемой выпрямления среднее значение $I_{ср.\,пр}$ и амплитудное значение $I_{пр\,m}$ прямого тока.

2. Вентиль должен обладать наименьшим дифференциальным сопротивлением прямому току $r_{пр}$ и падение напряжения на нем $U_д$ должно составлять небольшую часть выходного напряжения выпрямителя. В противном случае к. п. д. вентиля будет мал, что следует из соотношения

$$\eta_в = \frac{P_0}{P_0 + P_{пр}} = \frac{I_0 U_0}{I_0 U_0 + I_0 U_д + r_{пр} I_0^2},$$

где $P_{пр} = I_0 U_д + r_{пр} I_0^2$ — потери на вентиле от прямого тока; I_0 — среднее значение выпрямленного тока.

3. Вентиль должен обладать наименьшим обратным током $i_{обр}$ при действующем в схеме выпрямителя обратном напряжении, так как наличие этого тока приводит к дополнительным потерям, уменьшению общего коэффициента полезного действия и ухудшению качества выпрямленного напряжения.

4. Вентиль должен обладать высокой электрической прочностью, определяемой величиной обратного допустимого напряжения $U_{обр.доп}$.

5. Электрические параметры вентиля должны минимально отличаться от номинальных значений при заданных пределах изменения условий окружающей среды (температуры, влажности, давления); вентиль должен обладать длительным сроком службы, взаимозаменяемостью, устойчивостью к механическим воздействиям; его обслуживание должно быть простым.

Эти требования почти всегда удается обеспечить путем выбора соответствующего типа вентиля. Однако в ряде случаев бывает целесообразно ограничить количество типономиналов вентилей, применяемых в конкретной радиоэлектронной аппаратуре, и повысить их надежность. Тогда для обеспечения заданного тока нагрузки и повышения электрической прочности вентили могут включаться параллельно и последовательно друг относительно друга.

§ 10. 4. Принципы построения неуправляемых выпрямителей

Неуправляемые выпрямители строятся по структурной схеме рис. 10.3. В зависимости от способа соединения между собой вторичных обмоток трансформатора, электрических вентилей и нагрузки различают два основных принципа построения схем выпрямителей: *лучевой* и *мостовой*.

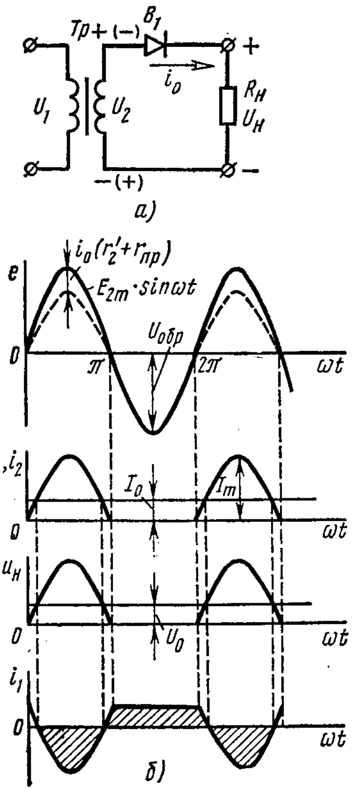


Рис. 10.5

В первом случае вентили включаются в цепь источника переменного тока и нагрузки последовательно. Такое включение возможно при одно- и многофазной сети с нулевым проводом и без него.

В лучевой схеме вентили могут быть соединены между собой катодами и полученный узел соединен с нагрузкой (рис. 10.5÷10.8). Такое соединение называется к а т о д н ы м, а группа вентилей, соединенная катодами, — к а т о д н о й г р у п п о й.

Если вентили соединены анодами, то получится а н о д н о е соединение и а н о д н а я г р у п п а вентилей.

Мостовой принцип построения выпрямителей заключается в том, что анодная и катодная лучевые группы включаются на общую нагрузку (рис. 10.9, 10.10). При таком построении схемы нулевой полюс (общая точка соединения вторичных обмоток или нулевой провод многофазной сети) выпадает, и мостовая схема может быть выполнена при любом числе фаз источника переменного тока.

Рассмотрим наиболее характерные и широко используемые в радиоэлектронной аппаратуре простые схемы выпрямителей.

На рис. 10.5,*а* приведена *однофазная однотактная* схема выпрямления. Она состоит из однофазного двухобмоточного ($m_1 = 1$, $m_2 = 1$) трансформатора *Тр*, электрического вентиля $В_1$ и нагрузки выпрямителя $R_н$.

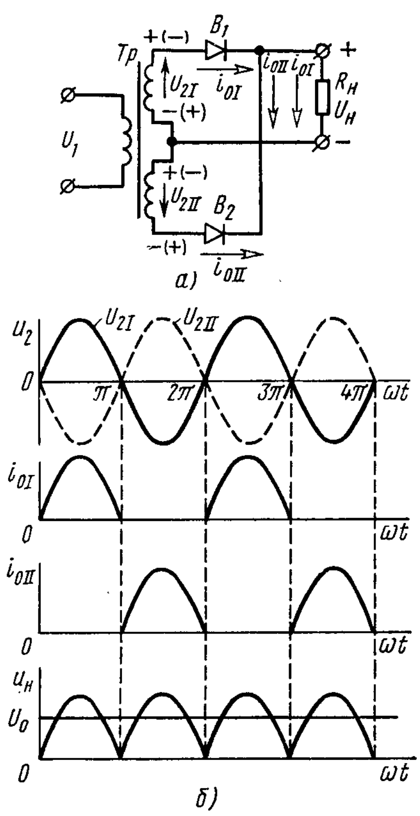


Рис. 10.6

Действие схемы поясняется рис. 10.5,*б*, где показаны формы токов и напряжений в разных сечениях схемы, и заключается в следующем. Пусть напряжение на вторичной обмотке трансформатора изменяется во времени по гармоническому закону. Тогда в течение первого полупериода при $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi$ вентиль будет находиться под воздействием прямого напряжения, полярность которого указана на схеме без скобок знаками «+» и «—», и в цепи, образованной вторичной обмоткой трансформатора, вентилем и нагрузкой, будет проходить импульс тока i_0. Форма этого тока при идеальных трансформаторе и вентиле будет повторять форму вынуждающего его напряжения U_2. Проходя через нагрузку $R_н$, импульс тока i_0 выделит на ней напряжение $u_н$ такой же формы. При $\omega t = \pi$ происходит смена полярности напряжения на вторичной обмотке (полярность указана на схеме знаками «+» и «—» в скобках) и вентиль в течение второго полупериода при $\pi \leqslant \omega t \leqslant 2\pi$ оказывается под воздействием обратного напряжения, а ток в цепи нагрузки отсутствует. Таким образом, за период преобразуемого напряжения ток в цепи нагрузки не меняет своего направления и на нагрузке выделяется напряжение постоянного тока пульсирующего характера, полярность которого указана на схеме. Выпрямленное напряжение $u_н$ содержит постоянную составляющую U_0 и бесконечный ряд гармонических составляющих, частота первой гармоники которого равна частоте преобразуемого напряжения.

Необходимо отметить, что в этой схеме за период преобразуемого напряжения ток i_0 не меняет своего направления и во вторичной обмотке трансформатора, что приводит к постоянному подмагничиванию сердечника.

Дальнейшим развитием однофазной однотактной схемы выпрямления при однофазном первичном источнике является *двухфазная однотактная* схема (рис. 10.6,*а*), схема Миткевича. Она состоит из трансформатора *Тр* и двух вентилей B_1 и B_2. Формы токов и напряжений приведены на рис. 10.6,*б*.

Работу этой схемы можно рассматривать как сочетание двух однофазных однотактных выпрямителей, работающих на общую нагрузку, у которых питающие напряжения U_{2I} и U_{2II} сдвинуты по фазе на 180° относительно общей точки. За период преобразуемого напряжения каждая фаза работает один раз, длительность импульса тока в цепи каждой фазы и ее вентиля равна $2\pi/m = \pi$. Через нагрузку проходят два импульса тока в одном направлении, выделяя на ней пульсирующее напряжение $u_н$, состоящее из постоянной составляющей U_0 и бесконечного ряда гармонических составляющих, частота первой гармоники которого равна mf, где f — частота преобразуемого напряжения. Кроме того, следует отметить, что в трансформаторе двухфазной однотактной схемы выпрямления отсутствует постоянное подмагничивание, так как постоянные составляющие токов i_{0I} и i_{0II} проходят по вторичным обмоткам во взаимно противоположных направлениях.

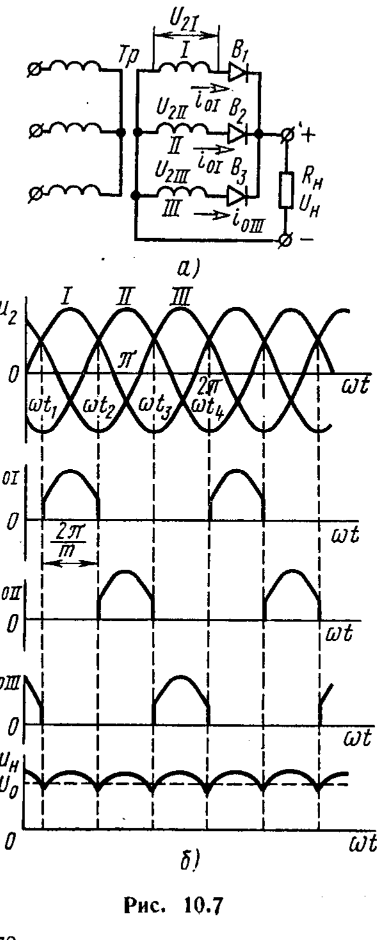


Рис. 10.7

Примером простейшей схемы выпрямления, построенной по лучевому принципу при трехфазной системе напряжений первичного источника, является *трехфазная однотактная* схема (схема Миткевича), которая приведена на рис. 10.7,*а*. Она состоит из трансформатора *Тр*, вторичные обмотки которого соединены звездой и создают трехфазную систему э. д. с., симметричных по отношению к точке 0, трех вентилей B_1, B_2 и B_3, образующих катодную группу, и нагрузки выпрямителя $R_н$.

Действие схемы поясняется графиками рис. 10.7,*б*, где показаны формы токов и напряжений в разных сечениях идеализированного выпрямителя.

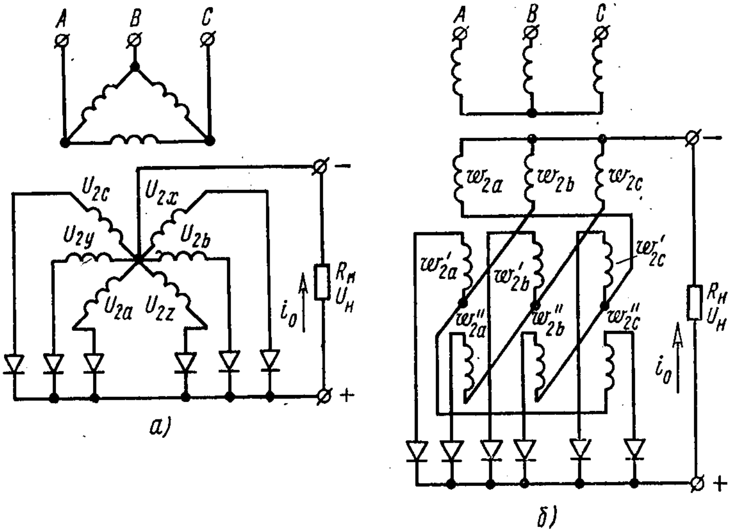


Рис. 10.8

Работу трехфазной однотактной схемы можно рассматривать как сочетание трех однофазных однотактных выпрямителей, работающих на общую нагрузку, у которых питающие напряжения U_{2I}, U_{2II} и U_{2III} сдвинуты по фазе на 120° друг относительно друга (или относительно общей точки 0). В любой момент времени действует лишь одна фаза вторичной стороны трансформатора, которая на аноде своего вентиля создает наибольший положительный потенциал относительно общей точки 0. Импульс тока i_{0I}, i_{0II} или i_{0III} проходит в цепи соответствующей фазы в течение $1/m$-й части периода преобразуемого напряжения. Переключение фаз, т. е. переход тока с одной фазы на другую, происходит в моменты равенства напряжений этих фаз (ωt_1, ωt_2 и т. д.), а чередование их соответствует порядку следования фаз вторичной стороны трансформатора. Выпрямленный ток (как и выпрямленное напряжение $u_н$), являющийся суммарным током всех поочередно действующих фаз выпрямителя, имеет форму огибающей кривой фазных напряжений. Частота первой гармоники пульсации в три раза выше частоты преобразуемого напряжения.

В трехфазной однотактной схеме выпрямления трансформатор работает с постоянным подмагничиванием, так как токи в фазах не меняют направления за период преобразуемого напряжения, а магнитные потоки, создаваемые ими, не компенсируются.

При трехфазной системе напряжений первичного источника можно построить более сложные однотактные схемы выпрямления с бо́льшим числом фаз выпрямления. На рис. 10.8 приведены две схемы *шестифазных однотактных* выпрямителей: *а* — треугольник — звезда и *б* — звезда — двойной зигзаг. Их общим достоинством является отсутствие постоянного подмагничивания в трансформаторе и более высокая частота пульсаций выпрямленного напряжения.

Трансформаторы в этих схемах кроме своих основных функций еще преобразуют трехфазную систему напряжений в шестифазную: угол сдвига фаз между напряжениями вторичных обмоток равен 60°.

Работу таких схем можно рассматривать как сочетание шести однофазных однотактных выпрямителей, работающих на общую нагрузку с временным сдвигом, равным 1/6 периода друг относительно друга.

Таким образом, обобщая работу рассмотренных ранее схем, можно сделать следующие выводы:

1. В m-фазном однотактном выпрямителе без потерь при работе на нагрузку активного характера в любой момент работает только одна фаза — та, которая обеспечивает наибольший положительный потенциал на аноде своего вентиля. 2. Каждая фаза работает в течение периода только один раз, причем длительность ее работы равна $1/m$ части периода. 3. Форма тока в цепи каждой фазы соответствует форме вынуждающего напряжения. 4. Выпрямленный ток является суммарным током всех поочередно действующих фаз. 5. Выпрямленное напряжение имеет форму огибающей кривой, совпадающей с формой напряжения фаз. 6. Частота первой гармоники пульсации выпрямленного напряжения кратна числу фаз выпрямления. 7. При нечетном числе фаз выпрямления ($m = 1,3,...$) трансформатор работает с постоянным подмагничиванием, а при четном ($m = 2,6...$) — постоянное подмагничивание отсутствует.

На рис. 10.9,*а* приведена *однофазная двухтактная схема* выпрямления (схема Герца), построенная по мостовому принципу. Она состоит из однофазного двухобмоточного трансформатора $Тр$, четырех вентилей B_1, B_2, B_3 и B_4, включенных по мостовой схеме, и нагрузки выпрямителя $R_н$.

Действие схемы поясняется рис. 10.9,*б*, где показаны формы токов и напряжений для идеализированной схемы в разных ее сечениях, и заключается в следующем. Пусть напряжение на вторичной обмотке трансформатора изменяется во времени по гармоническому закону. Тогда в течение первого полупериода при $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi$ вентили B_1 и B_3 будут находиться под воздействием прямого напряжения и в цепи, образованной вторичной обмоткой трансформатора, вентилями B_1 и B_3 и нагрузкой, будет проходить импульс тока i_{0I}. Форма этого тока в идеализированном выпрямителе будет повторять форму вынуждающего его напряжения U_2. Проходя через нагрузку $R_н$, импульс тока i_{0I} выделит на ней напряжение $u_н$ такой же формы. В течение первого полупериода вентили B_2 и B_4 заперты, так как находятся под воздействием обратного напряжения. При $\omega t = \pi$ происходит смена полярности напряжения на вторичной обмотке трансформатора. Теперь в течение второго полупериода при $\pi \leqslant \omega t \leqslant 2\pi$ под воздействием прямого напряжения будут находиться вентили B_2 и B_4, а вентили B_1 и B_3 будут заперты. В цепи вторичной обмотки трансформатора, открытых вентилей B_2 и B_4 и нагрузки будет проходить импульс тока i_{0II} такой же формы, как и тока i_{0I}, выделяя на нагрузке импульс напряжения, полярность которого такая же, как и в первом полупериоде.

Таким образом, за период преобразуемого напряжения в цепи нагрузки проходят два импульса тока, не меняя своего направления, и на нагрузке выделяется напряжение постоянного тока пульсирующего характера. Выпрямленное напряжение $u_н$ содержит постоянную составляющую U_0 и бесконечный ряд гармонических составляющих, частота первой гармоники которого равна удвоенной частоте преобразуемого напряжения ($m = pq = 1 \cdot 2 = 2$). Импульсы токов i_{0I} и i_{0II} во вторичной обмотке трансформатора направлены навстречу друг другу, поэтому их постоянные составляющие компен-

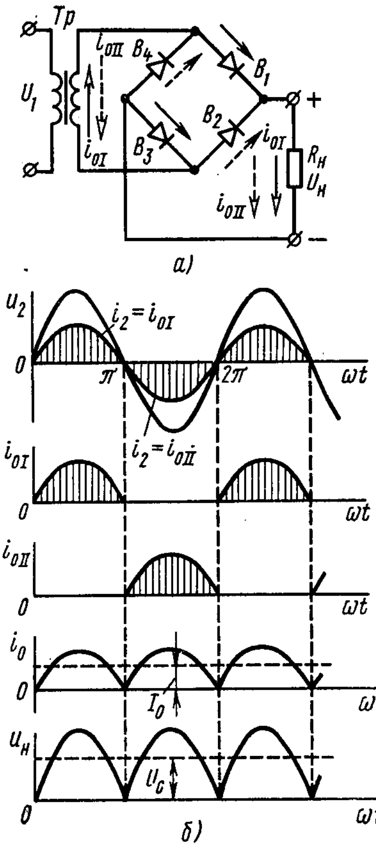


Рис. 10.9

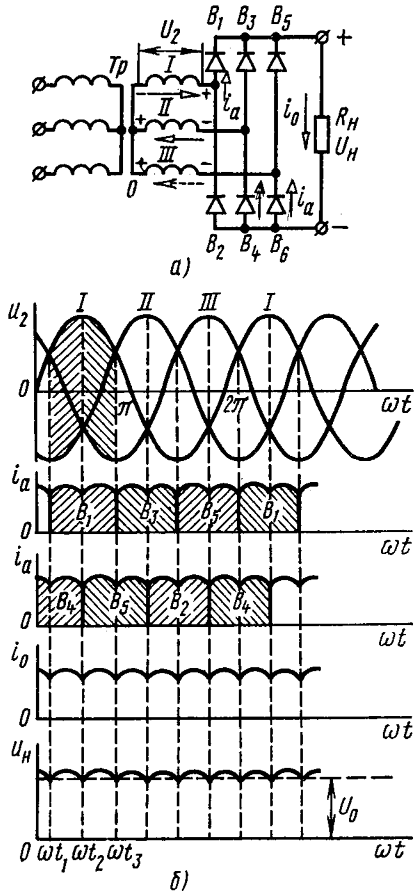


Рис. 10.10

сируются, а трансформатор работает в режиме без постоянного подмагничивания.

На рис. 10.10,*а* приведена *трехфазная двухтактная* схема выпрямления (схема Ларионова), построенная по мостовому принципу. Состав и назначение элементов аналогичны предыдущей схеме.

Рассмотрим работу идеализированного выпрямителя, пользуясь графиками рис. 10.10,*б*, где фазные напряжения вторичных обмоток трансформатора показаны в предположении, что потенциал общей их точки 0 равен нулю.

Пусть с момента времени, соответствующего ωt_1, полярность напряжений на *I* и *II* фазах будет такой, как указано на схеме. Тогда под воздействием линейного напряжения этих фаз в интервале от ωt_1 до ωt_2 в цепи *I* фаза — вентиль B_1 — нагрузка $R_н$ — вентиль B_4 — *II* фаза будет проходить импульс тока i_0, направление которого указано стрелками на схеме, длительностью $^1/_6$ периода преобразуемого напряжения. С момента времени, соответствующего ωt_2, наибольшее линейное напряжение будет между фазами *I* и *III*. В интервале ωt_2 — ωt_3 ток i_0 будет замыкаться через вентиль B_1, сопротивление нагрузки $R_н$, вентиль B_6 и последовательно соединенные фазные обмотки *I* и *III*. Длительность импульса этого тока составит также $^1/_6$ часть периода. Таким образом, в первую треть периода фаза *I* поочередно работает с фазами *II* и *III* в течение $^1/_6$ части периода с каждой. В следующую треть периода аналогичным образом будет работать *II* фаза поочередно с *III* и *I*. В последнюю треть периода уже *III* фаза будет работать с *I* и *II*. Из графиков рис. 10.10,*б* следует, что за период через нагрузку проходит шесть импульсов тока длительностью в 1/6 часть периода в одном направлении. Форма выпрямленного тока i_0 определяется огибающими положительных и отрицательных полуволн фазных напряжений вторичных обмоток трансформатора, а форма выпрямленного напряжения $u_н$ при активном характере нагрузки повторяет форму выпрямленного тока. Кратность пульсаций выпрямленного напряжения по отношению к частоте преобразуемого напряжения равна шести ($m = 3 \cdot 2 = 6$).

Обобщая работу выпрямителя за период, можно сделать следующие выводы:

1) в каждый данный момент времени под воздействием наибольшего линейного напряжения двух фаз импульс выпрямленного тока $i_а = i_0$ пропускают два вентиля: в катодной группе тот, анод которого имеет наиболее высокий потенциал (например, B_1 в интервале ωt_1 — ωt_3), а в анодной группе тот, потенциал катода которого наиболее отрицателен (например, B_4 в интервале ωt_1 — ωt_2 и B_6 в интервале ωt_2 — ωt_3); 2) коммутация тока с одного вентиля на следующий, очередной в данной группе, происходит в моменты равенства мгновенных значений фазных напряжений смежных фаз вторичной стороны трансформатора (например, в момент ωt_1 ток i_0 переключается с вен-

тиля B_5 на вентиль B_1, в момент ωt_2 ток i_0 переключается с вентиля B_4 на вентиль B_6 и т. д.); 3) в трансформаторе выпрямителя отсутствует постоянное подмагничивание, так как каждая фаза работает два раза за период (например, I фаза работает в первую треть периода и в последнюю треть периода), причем направление токов в ней встречное и постоянные составляющие компенсируются.

Глава 11. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ В НЕУПРАВЛЯЕМЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЯХ

§ 11.1. Общая методика анализа выпрямителей

Основная задача анализа выпрямителей состоит в нахождении расчетных соотношений, позволяющих по заданным значениям выпрямленного напряжения, тока нагрузки и пульсации выпрямленного напряжения, с одной стороны, и по известным параметрам первичного источника переменного напряжения, с другой стороны, определить электрические параметры всех функциональных элементов схемы и произвести их расчет или выбор по справочникам.

Общая методика анализа выпрямителей состоит в следующем:

1) на основании структурной схемы и принципа действия составляют эквивалентную схему выпрямителя; 2) вводят допущения и предпосылки, позволяющие упростить эквивалентную схему и в то же время получить достаточно точные для конкретных условий соотношения; 3) по упрощенной эквивалентной схеме с помощью известных методов анализа электрических цепей находят токи и напряжения в различных сечениях схемы; 4) по найденным значениям токов и напряжений с помощью гармонического анализа находят параметры элементов схемы выпрямителя в зависимости от его входных и выходных параметров.

§ 11.2. Анализ выпрямителей с активным характером нагрузки

Соотношения токов и напряжений на примере однофазного однотактного выпрямителя

На основании структуры схемы однофазного однотактного выпрямителя (см. рис. 10.5) и его принципа действия составляем полную эквивалентную схему. Она приведена на рис. 11.1,*а*. С целью упрощения анализа введем следующие допущения: индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток трансформатора равны нулю, характеристику вентиля аппроксимируем линейно-ломаной линией (см. рис. 10.4) и учтем только дифференциальное сопротивление прямому току. Тогда после приведения трансформатора

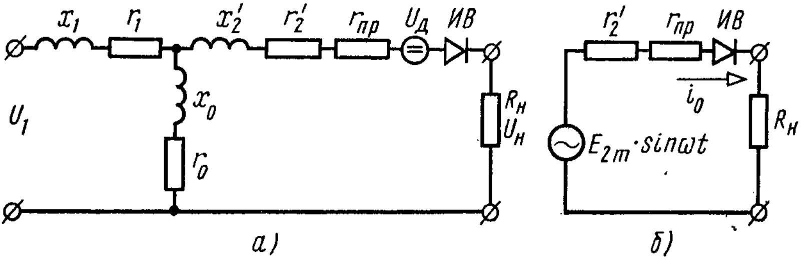


Рис. 11.1.

ко вторичной стороне эквивалентная схема выпрямителя будет иметь вид, показанный на рис. 11.1,*б*.

Под действием э. д. с. вторичной обмотки трансформатора $e_2 = E_{2m}\sin\omega t$ (см. рис. 10.5,*б*) ток в цепи нагрузки будет только в те полупериоды, когда анод вентиля будет находиться под положительным потенциалом относительно катода. Следовательно, мгновенное значение выпрямленного тока можно представить следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= i_0(\omega t) = \frac{E_{2m}}{R_н + r_2' + r_{пр}} \sin\omega t \ \text{ при } e_2 > 0\,[0 < \omega t < \pi]; \\ i_0 &= 0 \quad \text{при} \quad e_2 < 0 \ [\pi < \omega t < 2\pi]. \end{aligned}\right\} \tag{11.1}$$

Здесь $\frac{E_{2m}}{R_н + r_2' + r_{пр}} = I_m$ — максимальное значение выпрямленного тока; $(r_2' + r_{пр}) = r_в$ — сопротивление фазы выпрямления.

Выразим I_m через среднее значение выпрямленного тока I_0. Для этого найдем постоянную составляющую разложения функции $i_0(\omega t)$ в ряд Фурье:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_0(\omega t)\, d\omega t = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} I_m \sin\omega t d\omega t + \int_{\pi}^{2\pi} 0 d\omega t\right] = \frac{1}{\pi} I_m, \tag{11.2}$$

откуда

$$I_m = \pi I_0. \tag{11.3}$$

Таким образом, при однофазном однотактном выпрямлении максимальное значение тока через вентиль в 3,14 раза больше среднего выпрямленного тока через нагрузку.

Мгновенное значение выпрямленного напряжения $u_0 = u_0(\omega t) = i_0 R_н$ при $[0 \leqslant \omega t \leqslant \pi]$. Поэтому среднее значение выпрямленного напряжения U_0 можно определить аналогично тому, как было вычислено среднее значение тока

$$U_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} u_0(\omega t)\, d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{E_{2m} R_н}{R_н + r_2' + r_{пр}} \sin\omega t d\omega t = \frac{\eta_а}{\pi} E_{2m}, \tag{11.4}$$

где $\eta_а = \frac{R_н}{R_н + r_2' + r_{пр}}$ — к. п. д. анодной цепи, учитывающий потери напряжения в фазе выпрямления.

Из соотношения (11.4) амплитудное значение э. д. с. вторичной обмотки

$$E_{2m}=\frac{\pi}{\eta_а}U_0,$$

а амплитудное значение напряжения на вторичной обмотке трансформатора под нагрузкой при $r_2'\gg r_{пр}$, что всегда имеет место в практических схемах, определяется выражением

$$U_{2m}=\pi U_0. \tag{11.5}$$

Максимальное обратное напряжение на вентиле, как следует из рис. 10.5,*б*, достигает амплитудного значения э. д. с. вторичной обмотки трансформатора и, следовательно, более чем в 3,14 раза выше среднего значения напряжения на нагрузке:

$$U_{обр}=\frac{\pi}{\eta_а}U_0.$$

По максимальному (I_m) и среднему (I_0) значениям тока и по обратному напряжению выбирается тип вентиля.

Проанализируем гармонический состав выпрямленного напряжения.

Переменная составляющая выпрямленного напряжения, как следует из рис. 10.5,*б*, велика, причем основная гармоника пульсаций ($k=1$) имеет частоту, равную частоте преобразуемого напряжения: $f_{п(1)}=f$.

Для вычисления амплитуды основной гармоники пульсаций $U_{m(1)}$ выберем начало координат в точке, где выпрямленное напряжение имеет максимальное значение. Тогда

$$u_0=U_{2m}\cos\omega t \quad \text{при} \quad -\pi/2\leqslant\omega t\leqslant\pi/2;$$
$$u_0=0 \quad \text{при} \quad \pm[\pi/2<\omega t<\pi].$$

Так как $u_0(\omega t)$ — функция четная, то ряд Фурье будет содержать только косинусоидальные члены и

$$U_{m(1)}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}u_0(\omega t)\cos\omega t\,d\omega t=\frac{1}{2}U_{2m}.$$

Выразим в этом соотношении U_{2m} через U_0 с помощью формулы (11.5). Тогда

$$U_{m(1)}=\frac{\pi}{2}U_0=1{,}57U_0$$

и коэффициент пульсаций по первой гармонике будет

$$K_{п(1)}=\frac{U_{m(1)}}{U_0}=1{,}57, \text{ или } 157\%.$$

Большая величина пульсаций при низкой частоте является серьезным недостатком однофазной однотактной схемы выпрямления. Уменьшение пульсаций при такой схеме требует больших средств и ведет к увеличению веса и габаритов выпрямителя.

Рассмотрим режим работы трансформатора. Так как ток во вторичной обмотке трансформатора i_2 имеет сложную форму (см. рис. 10.5,*б*), то по известному аналитическому выражению $i_2 = i_0(\omega t)$ его действующее значение находят как среднеквадратичное значение за период:

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_0^2(\omega t)\, d\omega t}. \qquad (11.6)$$

Подставляя сюда $i_2 = i_0(\omega t)$ из выражения (11.1), найдем

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} I_m^2 \sin^2 \omega t\, d\omega t} = \frac{1}{2} I_m.$$

После замены I_m на I_0 из (11.3) получим

$$I_2 = \frac{\pi}{2} I_0. \qquad (11.7)$$

Следовательно, действующее значение тока вторичной обмотки трансформатора превышает среднее значение тока нагрузки выпрямителя более чем в полтора раза, что необходимо учитывать при выборе сечения провода вторичной обмотки и при измерениях.

Так как напряжение источника переменного тока синусоидальное, то действующие значения э. д. с. и напряжения вторичной обмотки, учитывая соотношения (11.4) и (11.5), можно записать в виде

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\eta_a \sqrt{2}} U_0; \quad U_2 = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_0.$$

Расчетная мощность вторичной обмотки на основании соотношения (9.21)

$$S_2 = U_2 I_2 = \frac{\pi^2}{\eta_a 2\sqrt{2}} U_0 I_0 = 3{,}49 \frac{1}{\eta_a} P_0, \qquad (11.8)$$

т. е. примерно в 3,5 раза превышает мощность постоянного тока на выходе выпрямителя.

Рассмотрим теперь ток в первичной обмотке i_1 (см. рис. 10.5,*б*) в предположении, что намагничивающим током трансформатора можно пренебречь. Так как первичная цепь трансформатора не содержит вентилей и постоянная составляющая тока вторичной обмотки не трансформируется, то в первичной обмотке ток будет чисто переменный. Из уравнения магнитного равновесия трансформатора (9.11), если пренебречь током холостого хода, следует, что н. с. первичной обмотки должна равняться н. с., созданной переменной составляющей тока вторичной обмотки, т. е.

$$i_1 w_1 = -(i_2 - I_0)\, w_2. \qquad (11.9)$$

Отсюда следует, что форма первичного тока должна быть подобна форме вторичного тока, если из последнего исключить постоянную составляющую I_0 и диаграмму рис. 10.5,*б* развернуть на 180° относительно оси абсцисс.

Действующее значение первичного тока найдем из формулы (11.9) как среднеквадратичное значение за период:

$$I_1 = \frac{w_2}{w_1} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} (i_2 - I_0)^2 \, d\omega t} = \frac{1}{K_{\text{тр}}} \sqrt{I_2^2 - I_0^2}.$$

Если в этом соотношении I_2 заменить на I_0, выраженное из формулы (11.7), то после преобразований получим

$$I_1 = 1{,}21 \frac{1}{K_{\text{тр}}} I_0.$$

Тогда расчетная мощность первичной обмотки трансформатора согласно уравнению (9.20) с учетом того, что

$$U_1 = K_{\text{тр}} E_2 = \frac{\pi}{\eta_{\text{а}} \sqrt{2}} K_{\text{тр}} U_0,$$

будет

$$S_1 = U_1 I_1 = 1{,}21 \frac{\pi}{\eta_{\text{а}} \sqrt{2}} U_0 I_0 = 2{,}69 \frac{1}{\eta_{\text{а}}} P_0, \qquad (11.10)$$

а типовая (габаритная) мощность всего трансформатора согласно формуле (9.22) определится выражением

$$S_{\text{тип}} = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) = 3{,}09 \frac{1}{\eta_{\text{а}}} P_0. \qquad (11.11)$$

Из (11.10), (11.8) и (11.11) следует, что коэффициенты использования первичной обмотки $k_1 = P_0/S_1$, вторичной обмотки $k_2 = P_0/S_2$ и трансформатора в целом $k = P_0/S_{\text{тип}}$ весьма низкие. Это является недостатком однофазного однотактного выпрямителя и приводит к увеличению его веса и габаритов.

Помимо неполного использования трансформатора необходимо обратить внимание на следующий недостаток однотактного выпрямителя. Постоянная составляющая тока вторичной обмотки создает добавочный магнитный поток, насыщающий сердечник трансформатора. Так как сердечник работает в этом случае на пологом (насыщенном) участке кривой намагничивания, то намагничивающий ток (ток холостого хода) возрастает в несколько раз по сравнению с током, имеющим место при нормальном режиме. Возрастание тока холостого хода в свою очередь связано с увеличением сечения провода первичной обмотки и размеров трансформатора в целом.

Влияние числа фаз выпрямления на основные параметры выпрямителя

Определим влияние числа фаз выпрямления m на основные параметры выпрямителя и его элементов. Для этого воспользуемся m-фазной однотактной схемой выпрямления, например, трехфазной однотактной схемой, изображенной на рис. 10.7. Так как в этой схеме каждая фаза выпрямления работает $1/m$ часть периода преобразуемого напряжения, то эквивалентная схема каждой фазы выпрямления при тех же допущениях, которые были сделаны для однофазной однотактной схемы, будет аналогична схеме рис. 11.1,*б*. Тогда ток в фазе

$$i_0(\omega t) = I_m \sin \omega t$$

будет существовать в пределах фазового угла от $\omega t_1 = a = \pi/2 - \pi/m$ до $\omega t_2 = b = \pi/2 + \pi/m$ (см. рис. 10.7,*б*), а среднее значение выпрямленного тока в нагрузке I_0 будет определяться, согласно общей методике, соотношением

$$I_0 = \frac{m}{2\pi} \int_a^b i_0(\omega t)\, d\omega t = \frac{m}{2\pi} \int_a^b I_m \sin \omega t\, d\omega t = \frac{m}{\pi} I_m \sin \frac{\pi}{m}. \quad (11.12)$$

Отсюда импульс тока через вентиль

$$I_m = \frac{\pi}{m} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\pi}{m}} I_0. \quad (11.13)$$

Следовательно, с увеличением числа фаз выпрямления уменьшается импульс тока через вентиль, приближаясь к среднему значению тока нагрузки. Поэтому при больших токах в нагрузке целесообразно применять многофазные схемы выпрямления.

Действующее значение тока во вторичной обмотке трансформатора

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_a^b i_0^2(\omega t)\, d\omega t} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{m}}$$

или, после подстановки сюда I_m из выражения (11.13),

$$I_2 = \frac{\pi}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{m}} I_0 \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{m}}.$$

Отсюда следует, что при увеличении числа фаз выпрямления действующее значение тока каждой вторичной обмотки трансформатора уменьшается, а это ведет к уменьшению сечения обмоточных проводов и к уменьшению веса и габаритов трансформатора.

По аналогии с предыдущим среднее выпрямленное напряжение

$$U_0 = \frac{m}{2\pi} \int_a^b u_0(\omega t)\, d\omega t = \frac{m}{\pi} \eta_a E_{2m} \sin \frac{\pi}{m}, \quad (11.14)$$

или

$$U_0 = \frac{m}{\pi} U_{2m} \sin \frac{\pi}{m} = \sqrt{2} \frac{m}{\pi} U_2 \sin \frac{\pi}{m},$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} E_{2m}&=\frac{\pi}{m}\cdot\frac{1}{\eta_a \sin\frac{\pi}{m}}U_0;\\ U_2&=\frac{\pi}{m}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{m}}U_0.\end{aligned}\right\} \qquad (11.15)$$

Из (11.15) следует, что с увеличением числа фаз выпрямления э. д. с. вторичной обмотки и напряжение на ней при заданном значении U_0 уменьшаются. Следовательно, при высоких выходных напряжениях выпрямитель целесообразно выполнять с большим числом фаз выпрямления, так как это приведет к уменьшению числа витков и к уменьшению расхода изоляционных материалов, что в конечном счете даст выигрыш в весе и габаритах.

Максимальное обратное напряжение, приложенное к вентилю в непроводящую часть периода, равно сумме абсолютных значений напряжений на нагрузке и на зажимах вторичной обмотки в режиме наименьшего потребления тока нагрузкой, т. е.

$$U_{\text{обр max}}=|U_0|+|E_{2m}|.$$

Так как с увеличением числа фаз выпрямления согласно выражению (11.15) значение э. д. с. вторичной обмотки, требующееся для обеспечения заданного среднего выпрямленного напряжения, уменьшается, то и обратное напряжение будет уменьшаться.

Отношения напряжений $U_{\text{обр}}/U_0$ для каждого вентиля в различных схемах выпрямления приведены в табл. 11.1.

Определим влияние числа фаз выпрямления на пульсацию выпрямленного напряжения и, следовательно, на коэффициент пульсации.

При тех же допущениях, что и для однофазной однотактной схемы выпрямления, пользуясь общей методикой, амплитудное значение k-й гармоники можно записать в виде

$$U_{m(k)}=\frac{m}{\pi}\int\limits_{-\pi/m}^{\pi/m}U_{2m}\cos\omega t\cos km\omega t\,d\omega t.$$

При решении этой зависимости изменим пределы интегрирования (0—$+\pi/m$) и поменяем местами косинусные функции. Тогда

$$U_{m(k)}=\pm\frac{m}{\pi}\sin\frac{\pi}{m}\,\frac{2}{k^2m^2-1}\,U_{2m}.$$

Заменяя в этой формуле U_{2m} на U_0, выраженное из соотношения (11.14), имеем

$$U_{m(k)}=\frac{2}{k^2m^2-1}U_0, \qquad (11.16)$$

из которого следует, что с увеличением числа фаз выпрямления (и номера гармоники) амплитудное значение пульсации уменьшается. Знаки перед правой частью в выражении (11.16) опущены. Они

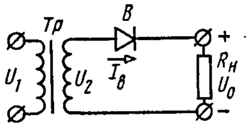
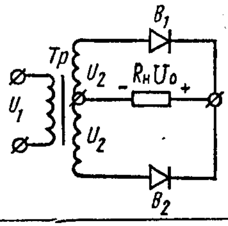
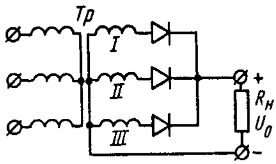
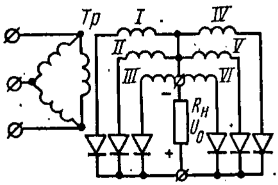
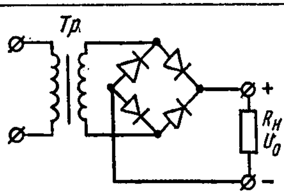
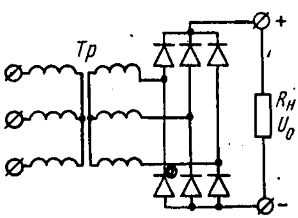
Название схемы (тип)	Схема выпрямителя	Основные			
		m	U_2/U_0	$U_{обр}/U_0$	I_m/I_0
Однофазная однотактная		1	2,22	3,14	3,14
Двухфазная однотактная		2	1,1	3,14	1,57
Трехфазная однотактная звезда — звезда		3	0,85	2,1	1,21
Шестифазная однотактная треугольник — звезда		6	0,74	2,1	1,05
Однофазная двухтактная (мостовая)		2	1,11	1,57	0,57
Трехфазная двухтактная звезда — звезда (мостовая)		6	0,43	1,05	1,05

Таблица 11.1

соотношения в схеме выпрямления

I_2/I_0	$I_в/I_0$	$I_л/I_0$	I_1/I_0	P_2/P_0	$P_{1р}/P_0$	$P_{тр}/P_0$	$K_{п(1)}$	$K_{п(2)}$	$K_{п(3)}$	$f_{п(1)}/f_c$
1,57	1,57	$\frac{1,21}{K_{тр}}$	$\frac{1,21}{K_{тр}}$	3,5	2,7	3,1	1,57	0,667	0	1
0,78	0,78	$\frac{1,1}{K_{тр}}$	$\frac{1,1}{K_{тр}}$	1,74	1,21	1,48	0,67	0,133	0,057	2
0,58	0,58	$\frac{0,47}{K_{тр}}$	$\frac{0,47}{K_{тр}}$	1,48	1,21	1,35	0,25	0,057	0,025	3
0,41	0,41	$\frac{0,82}{K_{тр}}$	$\frac{0,58}{K_{тр}}$	1,82	1,28	1,55	0,057	0,014	0,006	6
1,11	0,78	$\frac{1,11}{K_{тр}}$	$\frac{1,11}{K_{тр}}$	1,21	1,21	1,21	0,67	0,133	0,057	2
0,82	0,58	$\frac{0,82}{K_{тр}}$	$\frac{0,82}{K_{тр}}$	1,05	1,05	1,05	0,057	0,014	0,006	6

означают, что пульсация выпрямленного напряжения происходит относительно уровня U_0.

Коэффициент пульсации

$$K_{\text{п}(k)} = \frac{U_{m(k)}}{U_0} = \frac{2}{k^2m^2-1}. \qquad (11.17)$$

Это выражение справедливо при $k = 1,2,3...$ и $m \geqslant 2$.

Из (11.17) следует, что коэффициент пульсации при активном характере нагрузки выпрямителя не зависит от величины тока нагрузки и уменьшается с увеличением числа фаз выпрямления и номера гармоники.

В табл. 11.1 приведены численные значения коэффициентов, показывающие влияние числа фаз выпрямления на различные параметры выпрямителя. Данные этой таблицы могут быть использованы при расчете выпрямителя с активным характером нагрузки.

§ 11.3. Анализ выпрямителей с индуктивным характером нагрузки

Влияние индуктивного характера нагрузки на физические процессы в выпрямителе

Индуктивная реакция нагрузки на выпрямитель имеет место при питании выпрямленным током обмоток различных электромагнитов (например, обмоток реле, обмоток возбуждения электрических машин и т. д.) или при использовании дросселей в качестве первого элемента сглаживающего фильтра. В этих случаях, как правило, выполняется условие $m\omega L \gg R_{\text{н}}$.

Известно, что индуктивные элементы в цепи с изменяющимся током обусловливают отставание во времени изменения тока от изменения напряжения. При периодическом изменении напряжения отставание тока может быть не более чем на четверть периода. Поэтому индуктивность L в цепи тока нагрузки различно влияет на работу однофазного однотактного выпрямителя и многофазных выпрямителей.

В однофазной однотактной схеме выпрямления процесс нарастания и убывания тока i_0 заканчивается в пределах одного периода. Каждый раз при появлении напряжения на вторичной обмотке трансформатора ток в цепи нарастает от нулевого значения. В m-фазных выпрямителях к концу $1/m$ части периода (к моменту перехода тока с одного вентиля на другой) энергия магнитного поля, запасенная в индуктивном элементе, повлияет на прохождение тока в начале следующей $1/m$ части периода. В результате ток в этот момент времени будет отличаться от тока, который был бы при активном характере нагрузки.

Поэтому рассмотрим влияние индуктивности в цепи нагрузки на работу выпрямителей отдельно для однофазного однотактного выпрямителя и для всех других схем с числом фаз выпрямления $m \geqslant 2$.

На рис. 11.2,*а* изображена однофазная однотактная схема выпрямления с индуктивным характером нагрузки, который определяется индуктивностью L дросселя *Др* сглаживающего фильтра. Этому выпрямителю соответствует упрощенная эквивалентная схема рис. 11.2,*б*.

Пусть выпрямитель подключается к источнику синусоидального напряжения U_1 в момент, когда э. д. с. вторичной обмотки трансформатора e_2 равна нулю (рис. 11.2,*в*). После включения вентиль начинает пропускать ток i_0, который сначала увеличивается под действием э. д. с. вторичной обмотки, а затем уменьшается. Форма кривой тока будет несинусоидальна, так как кроме э. д. с. e_2 в цепи действует э. д. с. индуктивной катушки

$$e_L = -L\frac{di_0}{dt},$$

которая при увеличении тока отрицательна, т. е. замедляет процесс нарастания тока, а при уменьшении тока положительна и, действуя согласно с направлением тока, замедляет процесс его уменьшения.

Первой стадии — увеличению тока — соответствует процесс накопления энергии в магнитном поле дросселя, а во второй стадии за счет высвобождения этой энергии становится возможным прохождение тока и в течение части отрицательного полупериода. Таким образом, характерным результатом наличия индуктивности является «затягивание» тока — вентиль пропускает ток в течение времени, бóльшего половины периода.

Эти явления иллюстрирует уравнение

$$i_0R + \omega L\frac{di_0}{d\omega t} = E_{2m}\sin\omega t, \qquad (11.18)$$

где $R = r_2' + r_{\text{пр}} + R_{\text{н}}$.

Решение этого дифференциального уравнения, как известно, состоит из двух слагаемых: $i_{0\text{пр}}$ — принужденный ток и $i_{0\text{св}}$ — свободный ток.

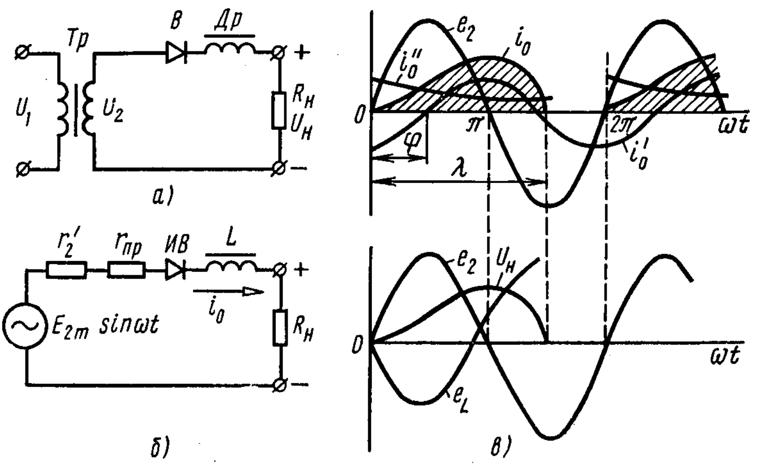


Рис. 11.2

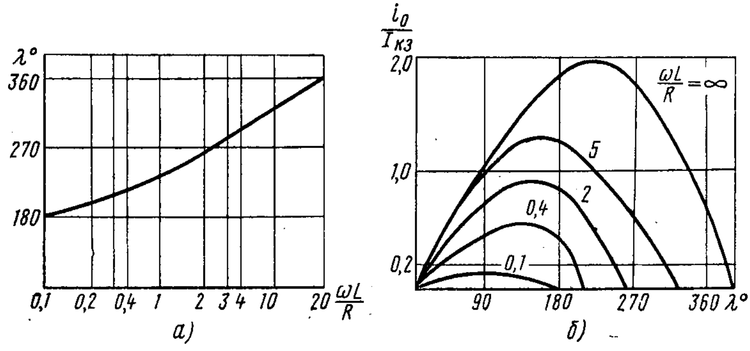


Рис. 11.3

Полный ток в цепи нагрузки выпрямителя

$$i_0 = i_{0пр} + i_{0св} = \frac{E_{2m}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left[\sin(\omega t - \varphi) + \sin\varphi e^{-\frac{R\omega t}{\omega L}}\right]. \quad (11.19)$$

Из этого уравнения можно найти время прохождения λ тока через вентиль и определить, от каких параметров элементов схемы оно зависит.

Из рис. 11. 2, *в* видим, что при $\omega t = \lambda$ ток через вентиль прекращается. Тогда уравнение (11.19) будет иметь вид:

$$\sin(\lambda - \varphi) + \sin\varphi\, e^{-\frac{R\lambda}{\omega L}} = 0. \quad (11.20)$$

Отсюда следует, что время протекания тока через вентиль зависит только от соотношения между реактивным и активным сопротивлением цепи, т. е. $\lambda = \psi(\omega L/R)$, и при индуктивном характере нагрузки всегда больше половины периода.

На рис. 11.3 приведены решение уравнения (11.20) (*а*) и форма кривой выпрямленного тока и его относительные значения по сравнению с током короткого замыкания $I_{к.з} = E_{2m}/(\omega L)$ для разных соотношений индуктивного и активного сопротивлений (*б*).

Как следует из рис. 11.3, при $\omega L/R \to \infty$ диаграмма выпрямленного тока представляет собой синусоиду, смещенную относительно оси абсцисс на величину амплитуды переменной слагающей тока. Следовательно, даже при $\omega L \gg R$ пульсации выпрямленного тока и напряжения на нагрузке велики. В то же время постоянная составляющая выпрямленного напряжения на нагрузке (при сопротивлении фазы выпрямления, много меньшем сопротивления нагрузки)

$$U_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\lambda} (e_2 + e_L)\, d\omega t = \frac{1}{\pi} E_{2m} \frac{1 - \cos\lambda}{2} \quad (11.21)$$

уменьшается с увеличением $\omega L/R$ более резко, чем пульсация, что приводит к увеличению коэффициента пульсации.

Из (11.21) следует, что для получения заданного значения U_0 эффективное значение напряжения на вторичной обмотке трансформатора

$$U_2 = \frac{\pi\sqrt{2}}{1-\cos\lambda} U_0$$

должно быть выше, чем при активном характере нагрузки, и оно увеличивается с увеличением $\omega L/R$: при $\omega L/R \to \infty$ $U_2 \to \infty$. Поэтому при индуктивном характере нагрузки для преобразования рода тока применяются, как правило, многофазные схемы выпрямления ($m \geqslant 2$).

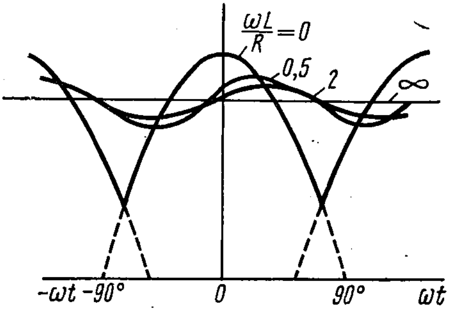


Рис. 11.4

Если в m-фазном выпрямителе с индуктивным характером нагрузки пренебречь сопротивлением вентилей и трансформатора, то затягивания тока в фазе выпрямления не будет и переключение тока i_0 с одного вентиля (фазы) на другой будет происходить мгновенно при равенстве напряжений соответствующих фаз.

При этих условиях будет справедливо уравнение (11.18) для времени работы каждого вентиля. Для решения этого уравнения удобно принять за начало координат момент, когда $e_2 = E_{2m}$. Тогда $e_2 = E_{2m}\cos\omega t$ и общее решение уравнения (11.18) примет вид:

$$i_0 = \frac{E_{2m}}{R}\cos\varphi\left[\cos(\omega t-\varphi) + \frac{2\sin\frac{\pi}{m}\sin\varphi}{e^{+\frac{R}{\omega L}\cdot\frac{\pi}{m}} - e^{-\frac{R}{\omega L}\cdot\frac{\pi}{m}}} e^{-\frac{R\omega t}{\omega L}}\right]. \quad (11.22)$$

Так же, как и при однофазном однотактном выпрямлении, ток i_0 имеет две составляющие: косинусоидальную и экспоненциальную. Первая составляющая имеет частоту первичного источника и отстает по фазе от напряжения U_2 работающей фазы на угол φ. Из (11.22) видно, что φ не зависит от числа фаз выпрямления m и типа схемы выпрямления.

На рис. 11.4 изображены кривые тока нагрузки при различных соотношениях $\omega L/R$. Они построены по формуле (11.22) для трехфазного однотактного выпрямителя ($m = 3$). Из рисунка и из (11.22) следует, что с увеличением $\omega L/R$ пульсации тока уменьшаются и в пределе при $\omega L/R \to \infty$ ток нагрузки становится строго постоянным, а ток через вентиль приобретает форму прямоугольных импульсов длительностью $2\pi/m$ с амплитудой, равной среднему выпрямленному току нагрузки I_0 (так как переход тока с одного вентиля на другой происходит в моменты равенства напряжений соответствующих фаз).

Основные соотношения при индуктивном характере нагрузки

В реальных многофазных выпрямителях с индуктивным характером нагрузки переключение цепи тока с одного вентиля на другой не может происходить мгновенно. Это объясняется наличием индуктивности рассеяния обмоток трансформатора, которая при резком изменении тока создает э. д. с. самоиндукции, препятствующую этому изменению. В результате ток нагрузки в течение некоторого времени проходит по двум вентилям, включенным в разные фазы выпрямителя.

Явление одновременного прохождения тока через два вентиля под воздействием индуктивностей, сосредоточенных в анодных цепях вентилей, принято называть **перекрытием токов фаз**, а угол, соответствующий времени совместной работы двух фаз на общую нагрузку, — **углом перекрытия** γ.

Это явление существенно сказывается не только на качественных, но и на количественных соотношениях между токами и напряжениями, действующими в схеме.

Определим угол перекрытия γ для m-фазного выпрямителя рис. 11.5, *а*, у которого индуктивность дросселя очень велика ($L = \infty$), активное сопротивление фазы выпрямления $r_в = r'_2 + r_{пр} \ll R_н$, а индуктивность рассеяния L_s каждой фазы сосредоточена во вторичной обмотке трансформатора. Таким условиям соответствуют формы токов и напряжений, показанные на рис. 11.5, *б*.

Для двух совместно работающих фаз (например, первой и второй) уравнения Кирхгофа будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} e_{2I} - \omega L_s \frac{di_{0I}}{d\omega t} &= I_0 R_н; \\ e_{2II} - \omega L_s \frac{di_{0II}}{d\omega t} &= I_0 R_н. \end{aligned}\right\} \quad (11.23)$$

Эта система справедлива при $0 \leqslant \omega t \leqslant \gamma$, и в течение времени перекрытия фаз

$$i_{0I} + i_{0II} = I_0 = \mathrm{const}.$$

Отсюда

$$\frac{di_{0I}}{d\omega t} = -\frac{di_{0II}}{d\omega t}.$$

Подставим значение производной тока первой фазы в первое уравнение системы (11.23) и вычтем из второго уравнения первое. Тогда система уравнений (11.24) может быть представлена в виде:

$$e_{2II} - e_{2I} - 2\omega L_s \frac{di_{0II}}{d\omega t} = 0,$$

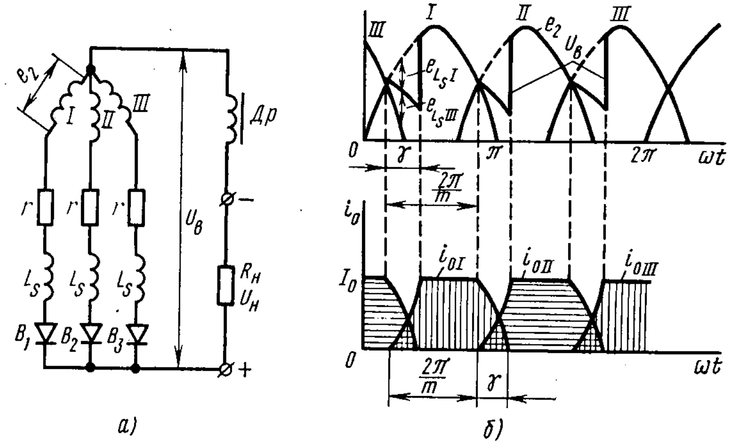


Рис. 11.5

где разность фазных э. д. с. представляет собой линейную э. д. с.

$$e_{2л} = 2\omega L_s \frac{di_{0II}}{d\omega t}, \tag{11.24}$$

где $e_{2л} = E_{2л} \sin \omega t$.

Уравнение (11.24) решаем методом разделения переменных и интегрирования по частям в пределах от 0 до ωt.

При этом получим

$$i_{0II} = \frac{E_{2л}}{2\omega L_s}(1 - \cos \omega t). \tag{11.25}$$

Это уравнение описывает закон изменения тока фазы в пределах угла перекрытия. Так как все фазы идентичны, то он справедлив для любой, вступающей в работу, фазы.

Выразим в (11.25) $E_{2л}$ через выпрямленное напряжение холостого хода выпрямителя $U_{0х.х}$. Согласно соотношению (11.14)

$$U_{0х.х} = \frac{m}{\pi} E_{2m} \sin \frac{\pi}{m}, \text{ а } E_{2л} = 2E_{2m} \sin \frac{\pi}{m}.$$

Тогда

$$i_{0II} = \frac{\pi}{m x_{тр}} U_{0х.х}(1 - \cos \omega t), \tag{11.26}$$

где

$$x_{тр} = \omega L_s.$$

Из (11.26) можно найти γ. Для этого воспользуемся граничным условием: при $\omega t = \gamma$ ток в фазе равен среднему выпрямленному току нагрузки, т. е. $i_{0II} = I_0$. Тогда

$$I_0 = \frac{\pi}{m x_{тр}} U_{0х.х}(1 - \cos \gamma).$$

Отсюда

$$1-\cos\gamma = I_0 \frac{mx_{\text{тр}}}{\pi U_{0\text{х.х}}}. \qquad (11.27)$$

Из уравнения (11.27) следует, что угол перекрытия токов фаз тем больше, чем больше ток нагрузки и индуктивное сопротивление обмоток трансформатора. Практически перекрытие токов фаз сильнее проявляется в многофазных мощных выпрямителях, где перекрытием может быть охвачено более двух фаз.

Увеличение длительности импульса тока в фазе на γ и совместная работа двух фаз приводит к уменьшению действующего значения тока во вторичной обмотке трансформатора.

Согласно рис. 11.5, *б* для трех участков импульса тока любой фазы имеем:

$$i_0' = I_0 \frac{1-\cos\omega t}{1-\cos\gamma} \quad \text{при } 0 \leqslant \omega t \leqslant \gamma;$$

$$i_0'' = I_0 \quad \text{при } \gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{2\pi}{m};$$

$$i_0''' = I_0 \frac{\cos\omega t - \cos\gamma}{1-\cos\gamma} \quad \text{при } \frac{2\pi}{m} \leqslant \omega t \leqslant \frac{2\pi}{m} + \gamma.$$

Эти соотношения получены при подстановке $\frac{\pi}{mx_{\text{тр}}} U_{0\text{х.х}}$ из (11.27) в (11.26) и соответствующих преобразований.

Поэтому действующее значение тока фазы

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} i_0^2\, d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\int\limits_0^{\gamma}\left(I_0 \frac{1-\cos\omega t}{1-\cos\gamma}\right)^2 d\omega t + \int\limits_{\gamma}^{2\pi/m} I_0^2\, d\omega t + \int\limits_{2\pi/m}^{2\pi/m+\gamma}\left(I_0 \frac{\cos\omega t - \cos\gamma}{1-\cos\gamma}\right)^2 d\omega t\right]} = \frac{I_0}{\sqrt{m}}\sqrt{1 - m\psi(\gamma)}, \qquad (11.28)$$

где

$$\psi(\gamma) = \frac{(2+\cos\gamma)\sin\gamma - (1+2\cos\gamma)\gamma}{2\pi(1-\cos\gamma)^2}.$$

Сомножитель $\sqrt{1-m\psi(\gamma)}$ в (11.28), учитывающий уменьшение тока фазы, показывает, что влияние перекрытия нужно учитывать в многофазных мощных выпрямителях.

Определим влияние индуктивности рассеяния обмоток трансформатора на среднее выпрямленное напряжение и внешнюю характеристику выпрямителя.

Так как среднее выпрямленное напряжение на нагрузке U_0 равно среднему выпрямленному напряжению до сглаживающего дросселя $U_{\text{в}}$, то согласно рис. 11.5, *б*, поместив начало отсчета фазового угла в точку $e_2 = E_{2m}$, имеем

$$U_0 = \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} e_2 d\omega t - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi/m}^{-\pi/m+\gamma} e_{L_s} d\omega t =$$

$$= \frac{m}{\pi} \int_0^{\pi/m} E_{2m} \cos \omega t \, d\omega t - \frac{m}{2\pi} \int_0^{I_0} x_{\text{тр}} \, di_0 = U_{0\text{х.х}} - \frac{m x_{\text{тр}}}{2\pi} I_0. \quad (11.29)$$

Первый член этого уравнения представляет собой напряжение выпрямителя, работающего без перекрытия фаз, а второй член учитывает падение напряжения, вызванное действием индуктивности рассеяния обмоток трансформатора. Уравнение (11.29) описывает внешнюю характеристику выпрямителя, имеющую вид падающей прямой.

Ее наклон определяется величиной $m x_{\text{тр}}/(2\pi)$, которую можно рассматривать, как внутреннее сопротивление выпрямителя.

Если необходимо учесть активное сопротивление фазы выпрямления, то внешнюю характеристику можно с достаточной точностью представить уравнением

$$U_0 = U_{0\text{х.х}} - \left(\frac{m x_{\text{тр}}}{2\pi} + r_{\text{в}}\right) I_0.$$

Если требуется выпрямитель с падающей внешней характеристикой (зарядка аккумуляторов, питание электрической дуги), то в цепи анодов вентилей целесообразно включать специальные дроссели, что уменьшит потери энергии.

При определении коэффициента пульсаций выпрямленного напряжения $U_{\text{в}}$ (см. рис. 11.5) нельзя ограничиться вычислением амплитуд только косинусоидальных членов разложения, как это делалось до сих пор, так как кривая $U_{\text{в}}$ несимметрична относительно оси ординат. Следовательно, амплитуды синусоидальных и косинусоидальных членов разложения в ряд Фурье следует находить в общем виде:

$$\left.\begin{aligned} U_{sk} &= \frac{m}{\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} u_{\text{в}} \sin km\omega t \, d\omega t; \\ U_{ck} &= \frac{m}{\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} u_{\text{в}} \cos km\omega t \, d\omega t, \end{aligned}\right\} \quad (11.30)$$

где

$$u_{\text{в}} = E_{2m} \cos \omega t - x_{\text{тр}} \frac{di_0}{d\omega t} \quad \text{при} \quad -\frac{\pi}{m} \leqslant \omega t \leqslant -\frac{\pi}{m} + \gamma;$$

$$u_{\text{в}} = E_{2m} \cos \omega t \quad \text{при} \quad -\frac{\pi}{m} + \gamma \leqslant \omega t \leqslant \frac{\pi}{m}.$$

Если $x_{\text{тр}} \frac{di_0}{d\omega t}$ выразить через фазное напряжение согласно (11.24) и (11.14) и подставить значения $u_{\text{в}}$ в систему (11.30), то после интегрирования и преобразований получим

$$U_{sk} = -U_{0x.x} \frac{1 + \cos km\gamma \cos \gamma + km \sin km\gamma \sin \gamma}{k^2m^2 - 1};$$

$$U_{ck} = +U_{0x.x} \frac{km \cos km\gamma \sin \gamma - \sin km\gamma \cos \gamma}{k^2m^2 - 1}.$$

Амплитуда k-й гармоники будет равна

$$U_{п(k)} = \sqrt{U_{sk}^2 + U_{ck}^2} = \frac{U_{0x.x}}{k^2m^2 - 1} f(\gamma),$$

где

$$f(\gamma) = \sqrt{1 + \sin \gamma (k^2m^2 \sin \gamma + 2km \sin km\gamma) + \cos \gamma (\cos \gamma + 2 \cos km\gamma)}.$$

Коэффициент пульсаций на входе сглаживающего фильтра при индуктивном характере нагрузки может быть записан в виде:

$$K_{п(k)\gamma} = \frac{U_{п(k)}}{U_{0x.x}} = K_{п(k)} \frac{f(\gamma)}{2},$$

где $K_{п(k)} = \frac{2}{k^2m^2 - 1}$ — коэффициент пульсации m-фазного выпрямителя, работающего без перекрытия фаз.

Из этого выражения следует, что с увеличением индуктивности рассеяния обмоток трансформатора возрастает коэффициент пульсации. Это необходимо учитывать при расчете сглаживающего фильтра.

Таким образом, из анализа m-фазных выпрямителей с индуктивным характером нагрузки можно сделать следующие выводы.

1. Индуктивная составляющая сопротивления нагрузки, в том числе и индуктивное сопротивление сглаживающего фильтра, должна быть соразмерна с сопротивлением нагрузки: чем меньше сопротивление нагрузки, тем меньше индуктивная составляющая. Следовательно, сглаживающие фильтры, начинающиеся с дросселя, целесообразно применять в выпрямителях с большими токами нагрузки и при ионных и полупроводниковых вентилях, обладающих малым внутренним сопротивлением.

2. Все фазы выпрямителя поочередно участвуют в выпрямлении тока, причем длительность работы каждой фазы не зависит от величины индуктивного сопротивления в цепи нагрузки, а определяется числом фаз выпрямления и индуктивностью рассеяния обмоток трансформатора.

3. Индуктивность рассеяния обмоток трансформатора приводит к перекрытию токов фаз. Это явление вызывает уменьшение амплитуды и действующего значения токов через вентиль и во вторичной обмотке трансформатора, а также уменьшает среднее выпрямленное напряжение и увеличивает пульсацию на входе сглаживающего фильтра.

§ 11.4 Анализ выпрямителей с емкостным характером нагрузки

Влияние емкостного характера нагрузки на физические процессы в выпрямителе

Емкостный характер нагрузки выпрямителя имеет место, когда сглаживающий фильтр начинается с конденсатора и его емкостное сопротивление на частоте первой гармоники пульсации меньше сопротивления последующих звеньев фильтра или активного сопротивления нагрузки (потребителя).

Включение конденсатора на выходе выпрямителя меняет режим работы вентиля и схемы в целом по сравнению с работой на активную нагрузку. Это связано с тем, что конденсатор в определенные промежутки времени заряжается через вентиль от обмотки трансформатора и затем, когда вентиль заперт, разряжается через сопротивление нагрузки, поддерживая в ней ток.

Сущность происходящих при этом явлений поясняется рис. 11.6, *а—г*, где изображены однофазная однотактная схема выпрямления с емкостным характером нагрузки и формы токов и напряжений в установившемся режиме.

В течение времени, определяемого углом $2\theta = \omega t_2 - \omega t_1$, э.д.с. вторичной обмотки трансформатора e_2 больше напряжения на конденсаторе u_c и анод вентиля находится под положительным потенциалом относительно катода. Вентиль пропускает ток $i_в$, часть которого ответвляется в нагрузку, а другая большая его часть представляет собой зарядный ток конденсатора $i_{сз}$.

Напряжение на заряжающемся конденсаторе u_c и равное ему выпрямленное напряжение на нагрузке $u_н$ повышаются вплоть до момента времени, соответствующего ωt_2. Напряжение u_c меньше э. д. с. e_2, так как часть напряжения теряется на сопротивлении фазы выпрямления. При $\omega t > \omega t_2$ э. д. с. вторичной обмотки трансформатора становится меньше, чем напряжение на конденсаторе, анод вентиля приобретает более низкий потенциал, чем катод, и вентиль прекращает проводить ток раньше, чем заканчивается положительный полупериод. Поэтому, начиная с момента ωt_2, конденсатор и сопротивление на-

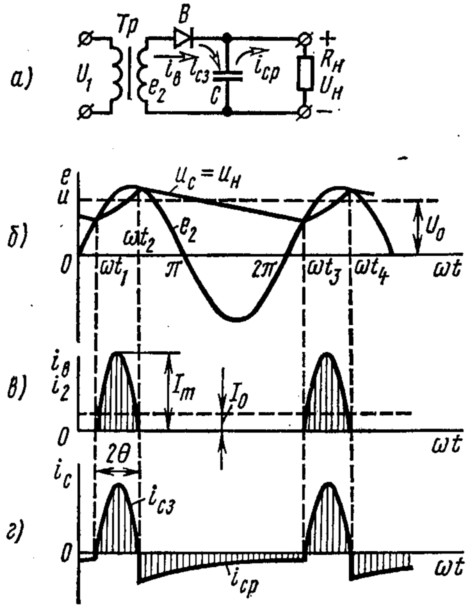


Рис. 11.6

грузки отключены от трансформатора. В течение интервала времени $\omega t_2 \div \omega t_3$ происходит разряд конденсатора на сопротивление нагрузки, при котором напряжение на емкости и разрядный ток изменяются по экспоненциальному закону.

Направление разрядного тока $i_{\text{ср}}$ через конденсатор противоположно направлению зарядного тока, но по сопротивлению нагрузки разрядный ток проходит в том же направлении, что и ток в период проводимости вентиля.

Если емкость конденсатора выбрана достаточно большой, то постоянная времени разряда $\tau_{\text{р}} = CR_{\text{н}}$ велика и конденсатор не успевает разрядиться полностью к моменту времени ωt_3, начиная с которого явления повторяются. Выпрямленное напряжение содержит меньший уровень гармонических составляющих, чем при чисто активной нагрузке.

Если постоянная времени заряда конденсатора $\tau_{\text{з}} = Cr_{\text{в}}$ меньше постоянной времени разряда, что всегда имеет место в выпрямителях при емкостном характере нагрузки, то промежуток времени (2θ), в течение которого вентиль проводит ток, значительно меньше той части периода, когда он ток не проводит.

Уменьшение времени протекания тока через вентиль связано с явлением **отсечки** анодного тока. В выпрямителях с емкостным характером нагрузки используется режим работы вентиля только **с нижним углом отсечки**, который определяется напряжением на конденсаторе.

В многофазных выпрямителях с емкостным характером нагрузки каждая фаза выпрямления работает аналогично описанному ранее. При этом за период преобразуемого напряжения происходит m циклов процесса заряда и разряда конденсатора.

Основные соотношения при емкостном характере нагрузки

Пусть имеем m-фазный выпрямитель с емкостным характером нагрузки. Для упрощения основных соотношений введем следующие допущения: 1) емкость конденсатора настолько велика, что пульсациями напряжения можно пренебречь; 2) индуктивность рассеяния трансформатора мала и не влияет на работу выпрямителя; 3) вольт-амперные характеристики реального вентиля аппроксимируют линейно-ломаной линией и учитывают только дифференциальное сопротивление прямому току.

Тогда каждая фаза выпрямления в интервале времени заряда конденсатора может быть представлена эквивалентной схемой, изображенной на рис. 11.7, *а*, где через $u_{\text{с}}(0) = U_0$ обозначено напряжение на конденсаторе (напряжение смещения).

Определим угол отсечки θ — половину интервала времени работы вентиля в угловом измерении.

Согласно схеме рис. 11.7 мгновенное значение тока в цепи вентиля в течение проводящей части полупериода будет

$$i_0 = \frac{e_2 - u_c(0)}{r_в},$$

где $e_2 = E_{2m} \cos \omega t$ (рис. 11.7, *б*); $u_c(0) = U_0 = E_{2m} \cos \theta$, так как при $\omega t = \theta$ $e_2 = u_c(0)$.

В развернутом виде закон изменения тока i_0 в интервале $-\theta \leqslant \omega t \leqslant \theta$ можно записать так:

$$i_0 = \frac{E_{2m}}{r_в} (\cos \omega t - \cos \theta). \quad (11.31)$$

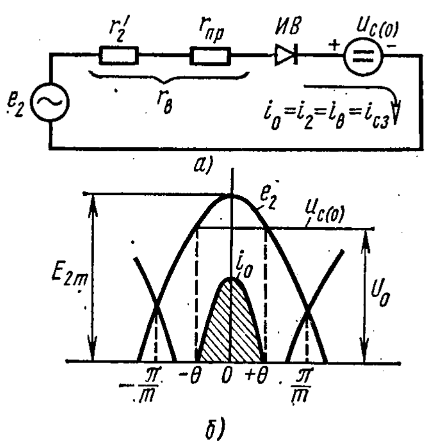


Рис. 11.7

Поскольку в установившемся режиме работы выпрямителя среднее значение напряжения на конденсаторе постоянно, то площади, ограниченные кривыми $i_{сз}$ и $i_{ср}$ (см. рис. 11.6, *г*), равны и среднее значение тока нагрузки I_0 и тока заряда конденсатора одинаковы.

Тогда

$$I_0 = \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi/m}^{\pi/m} i_0 \, d\omega t = \frac{m}{2\pi} \int_{-\theta}^{\theta} \frac{E_{2m}}{r_в} (\cos \omega t - \cos \theta) \, d\omega t =$$

$$= \frac{mE_{2m}}{\pi r_в} (\sin \theta - \theta \cos \theta). \quad (11.32)$$

Выразим в этом уравнении E_{2m} через U_0 по формуле $U_0 = E_{2m} \cos \theta$, получим

$$I_0 = \frac{m}{\pi} \cdot \frac{U_0}{r_в} \cdot \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{m}{\pi} \cdot \frac{U_0}{r_в} A(\theta).$$

Коэффициент $A(\theta) = \operatorname{tg} \theta - \theta$ используется при расчете в качестве величины, связывающей угол отсечки с параметрами выпрямителя. Зная $r_в$, U_0, I_0 и тип схемы выпрямления (m), можно определить $A(\theta)$:

$$A(\theta) = \frac{\pi r_в I_0}{mU_0} = \frac{\pi}{m} \cdot \frac{r_в}{R_н} \quad (11.33)$$

и по кривой рис. 11.8 найти угол отсечки θ.

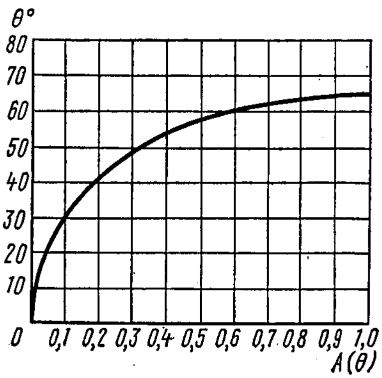


Рис. 11.8

Из формулы (11.33) и рис. 11.8 следует, что угол отсечки определяется числом фаз выпрямления и соотношением сопротивления потерь и сопротивления нагрузки. С увеличением числа фаз выпрямления и с уменьшением тока нагрузки угол отсечки уменьшается: при холостом ходе $\theta = 0$, а при коротком замыкании $\theta \to \pi/(2m)$. Поэтому при емкостном характере нагрузки не рекомендуется применять инерционные вентили (например, газонаполненные), так как возможен пропуск фазы, что приведет к изменению выходных параметров выпрямителя.

Определим импульс тока через вентиль. Для этого обратимся к рис. 11.7, *б*, из которого следует, что через вентиль проходит максимальный ток, когда э. д. с. вторичной обмотки трансформатора принимает амплитудное значение. Полагая в (11.31) $\omega t = 0$, получим

$$\underset{\omega t = 0}{i_0} = I_m = \frac{E_{2m}}{r_\text{в}}(1 - \cos\theta). \tag{11.34}$$

Из выражения (11.32) найдем E_{2m} как функцию I_0:

$$E_{2m} = I_0 \frac{r_\text{в}}{m} \cdot \frac{\pi}{\sin\theta - \theta\cos\theta}$$

и подставим это значение в (11.34). Получим

$$I_m = \frac{I_0}{m} F(\theta),$$

где

$$F(\theta) = \frac{\pi(1 - \cos\theta)}{\sin\theta - \theta\cos\theta}.$$

Отсюда следует, что с уменьшением угла отсечки импульс тока через вентиль возрастает: при $\theta \to 0$ $I_m \to \infty$. Это значит, что в выпрямителях с емкостным характером нагрузки должны применяться вентили, допускающие большие импульсы тока, превышающие средний ток вентиля примерно в $5 \div 10$ раз.

Перейдем к определению электрических параметров трансформатора. Действующее значение тока вторичной обмотки найдем по формуле

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_0^2 \, d\omega t},$$

где подынтегральная функция определяется выражением (11.31). Тогда

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\theta}^{\theta} \left(\frac{E_{2m}}{r_\text{в}}\right)^2 (\cos\omega t - \cos\theta)^2 \, d\omega t}.$$

Заменив E_{2m} на I_0 с помощью формулы (11.32) и взяв интеграл, получим

$$I_2 = \frac{I_0}{m} D(\theta),$$

где

$$D(\theta) = \frac{\sqrt{\pi[\theta(1 + 0{,}5\cos 2\theta) - 0{,}75\sin 2\theta]}}{\sin\theta - \theta\cos\theta}.$$

Из этих выражений следует, что при емкостном характере нагрузки действующее значение тока вторичной обмотки трансформатора зависит от угла отсечки: с уменьшением θ возрастает I_2. Сравнивая выпрямители с активным, индуктивным и емкостным характером нагрузки при одинаковых средних значениях тока нагрузки, нетрудно установить, что в последнем случае требуется рассчитывать вторичную обмотку на больший ток (примерно на 30 ÷ 40%).

Действующее значение э. д. с. вторичной обмотки трансформатора можно выразить через выпрямленное напряжение и угол отсечки следующей формулой:

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}\cos\theta} U_0 = U_0 B(\theta).$$

В этом выражении функция $B(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\cos\theta}$ для маломощных выпрямителей (до 100 ÷ 200 Вт) лежит в пределах 0,7 ÷ 1,0, т. е. действующее значение э. д. с. вторичной обмотки должно быть меньше, чем в выпрямителях с активной или индуктивной нагрузкой при равных значениях выпрямленного напряжения. С физической точки зрения это объясняется тем, что конденсатор может зарядиться до амплитудного значения э. д. с. вторичной обмотки (при холостом ходе).

Определим пульсацию выпрямленного напряжения. Так как в реальных выпрямителях величина емкости конечная и выполняется условие $\frac{1}{km\omega C} \ll R_н$, то конденсатор работает в режиме частичного разряда и небольшой пульсации напряжения на нем. Поэтому импульс зарядного тока мало отличается от отрезка косинусоиды и можно воспользоваться зависимостью (11.31). Разложив ток i_0 в ряд Фурье и умножив полученные значения переменных составляющих тока на емкостное сопротивление конденсатора, найдем переменные составляющие выпрямленного напряжения. Таким образом, задача состоит в определении гармонических составляющих выпрямленного тока. Так как ток i_0 является четной функцией фазового угла, то разложение в ряд Фурье содержит только косинусоидальные члены. Основная гармоника выпрямленного тока с амплитудой $I_{m(1)}$ и частотой $m\omega$ создает на конденсаторе напряжение

$$U_{m(1)} = \frac{I_{m(1)}}{m\omega C},$$

где

$$I_{m(1)} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} i_0 \cos m\omega t \, d\omega t = \frac{1}{\pi}\int_{-\theta}^{\theta} \frac{E_{2m}}{r_в}(\cos\omega t - \cos\theta)\cos m\omega t \, d\omega t =$$
$$= \frac{2mE_{2m}}{\pi r_в}\left[\frac{\sin(m+1)\theta}{2(m+1)} + \frac{\sin(m-1)\theta}{2(m-1)} - \frac{\cos\theta\cos m\theta}{m}\right].$$

Выразив в этом уравнении E_{2m} через $U_0/\cos\theta$ и сделав преобразования, получим

$$I_{m(1)} = \frac{2U_0}{\pi r_в} \cdot \frac{\cos\theta\sin m\theta - m\cos m\theta\sin\theta}{(m^2-1)\cos\theta}.$$

Тогда напряжение на конденсаторе, созданное основной гармоникой тока,

$$U_{m(1)} = \frac{H(\theta)}{r_в C} U_0,$$

где

$$H(\theta) = \frac{10^6}{m\omega} \cdot \frac{2(\cos\theta \sin m\theta - m \cos m\theta \sin\theta)}{\pi(m^2-1)\cos\theta}$$

(множитель 10^6 введен, чтобы выразить емкость в микрофарадах); а коэффициент пульсации будет иметь вид

$$K_{п(1)} = U_{m(1)}/U_0 = H(\theta)/(r_в C), \qquad (11.35)$$

откуда

$$C = \frac{H(\theta)}{K_{п(1)} r_в} \ [мкФ].$$

Таким образом, величина емкости конденсатора является функцией угла отсечки: с уменьшением θ величина C уменьшается, но при этом всегда должно выполняться условие $1/(m\omega C) \ll R_н$.

Рассмотрим внешнюю характеристику выпрямителя. Ее вид зависит не только от сопротивления фазы выпрямления $r_в$, но и от величины емкости C. Так как при холостом ходе напряжение на конденсаторе резко возрастает, достигая амплитуды э. д. с. вторичной обмотки трансформатора, то внешняя характеристика имеет падающий характер. Наклон ее тем больше, чем меньше величина емкости.

Для определения внешней характеристики могут быть использованы ранее найденные соотношения

$$U_0 = E_{2m} \cos\theta, \quad I_0 = \frac{mE_{2m}}{\pi r_в}(\sin\theta - \theta\cos\theta).$$

Из этих формул видно, что зависимость $U_0 = f(I_0)$ будет подобна зависимости между функциями угла отсечки: $\cos\theta = f(\sin\theta - \theta\cos\theta)$.

Это выражение можно рассматривать как обобщенное уравнение внешней характеристики выпрямителя с емкостным характером нагрузки. При известных параметрах m, $r_в$ и E_{2m} нетрудно вычислить точки внешней характеристики, умножая левую часть на E_{2m}, а правую на $mE_{2m}/(\pi r_в)$.

Выпрямитель с емкостным характером нагрузки весьма чувствителен к изменению тока нагрузки. Эта чувствительность проявляется в изменении напряжения на нагрузке с изменением тока нагрузки. Обычно номинальное выпрямленное напряжение на $25 \div 30\%$ меньше напряжения холостого хода. Поэтому такие выпрямители рекомендуется применять при относительно малом и не изменяющемся со временем токе нагрузки.

Методика инженерного расчета выпрямителей с емкостным характером нагрузки при принятых допущениях основана на использовании графических зависимостей коэффициентов $B(\theta)$, $F(\theta)$,

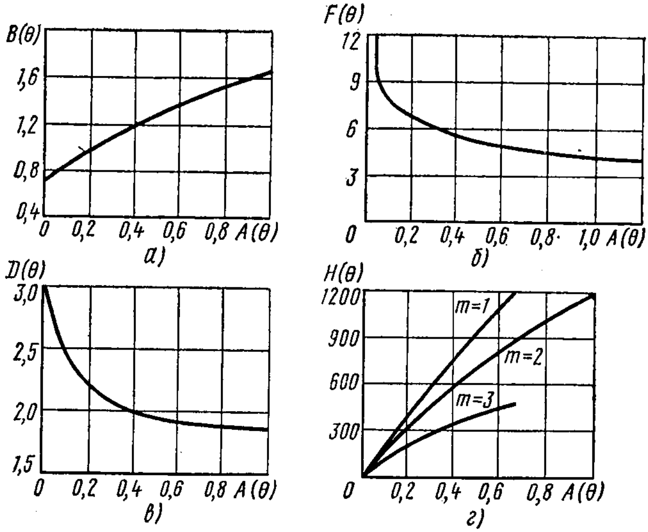


Рис. 11.9

$D(\theta)$ и $H(\theta)$ от коэффициента $A(\theta)$ (рис. 11.9, *а—г*), так как они являются функциями общего аргумента — угла отсечки θ.

Эта методика позволяет обеспечить точность расчета в пределах 10%. Если необходимо повысить точность расчета, то могут быть учтены индуктивность рассеяния трансформатора и реальная величина емкости, при этом расчетные соотношения резко усложнятся, но по форме останутся такими же.

Специальные схемы выпрямления с емкостным характером нагрузки

К специальным схемам выпрямления относятся *трансформаторные схемы с умножением напряжения* и *бестрансформаторные схемы с умножением и делением напряжения.*

Принцип действия основных трансформаторных схем умножения напряжения сводится к тому, что на нагрузку разряжаются несколько последовательно включенных конденсаторов, каждый из которых заряжается через выпрямитель до сравнительно невысокого напряжения. Таким образом, эти схемы представляют собой неуправляемые выпрямители с емкостным характером нагрузки и обладают всеми их свойствами. Основным достоинством их является то, что требования к электрической прочности изоляции обмоток трансформатора, конденсаторов и к допустимому обратному напряжению вентилей оказываются менее жесткими, чем в обычных схемах при равных выходных напряжениях, что дает возможность уменьшить вес и габариты выпрямителей.

Трансформаторные схемы выпрямления с умножением напряжения целесообразно применять для получения достаточно высоких

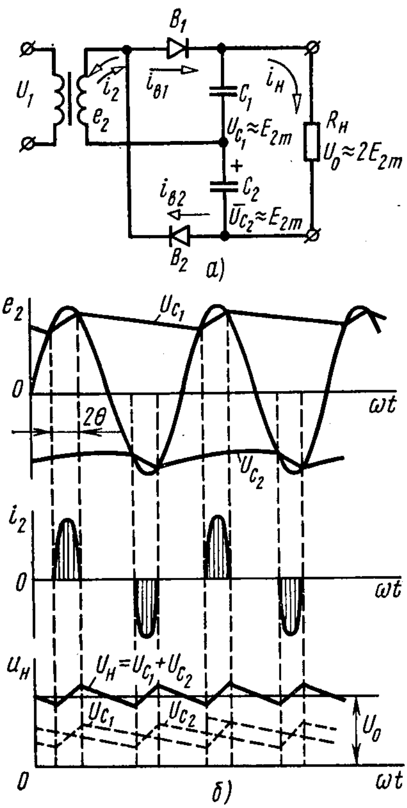


Рис. 11.10

напряжений (свыше 1 кВ) при весьма малых токах нагрузки (от мкА до десятков мА). Они оказываются выгодными при питании кинескопов, электронно-лучевых трубок, рентгеновских трубок и различных бытовых радиоэлектронных приборов, особенно в сочетании с преобразователями напряжения.

Наибольшее распространение получили однофазные *симметричные* и *несимметричные* схемы умножения.

С и м м е т р и ч н а я схема удвоения напряжения (рис. 11.10, *а*) представляет собой комбинацию из двух однополупериодных выпрямителей с емкостным характером нагрузки, работающих от одной и той же обмотки трансформатора.

В первом выпрямителе конденсатор C_1 заряжается через вентиль B_1 во время положительных полуволн э. д. с. вторичной обмотки, а во втором выпрямителе конденсатор C_2 заряжается через вентиль B_2 во время отрицательных полуволн э. д. с. обмотки. Выходы выпрямителей оказываются включенными последовательно, т. е. напряжения на конденсаторах складываются, и поэтому напряжение на нагрузке U_0 равно удвоенной величине напряжения однополупериодного выпрямителя. На рис. 11.10, *б* показаны формы токов и напряжений для этой схемы. Нетрудно заметить, что с точки зрения пульсаций и использования вторичной обмотки трансформатора этот выпрямитель подобен однофазному двухтактному (мостовому).

Для расчета схемы удвоения напряжения пригодна методика с использованием функций угла отсечки. При этом необходимо расчетное напряжение выбирать вдвое меньшим действительного и $H(\theta)$ определять по кривой $m = 2$.

Н е с и м м е т р и ч н ы е схемы умножения напряжения (рис. 11.11, *а—б*) представляют собой несколько однотактных выпрямителей, включенных так, что на каждый последующий выпрямитель подается напряжение, равное сумме э. д. с. вторичной обмотки трансформатора и выпрямленного напряжения предыдущего выпрямителя, т. е. каждый конденсатор, начиная со второго,

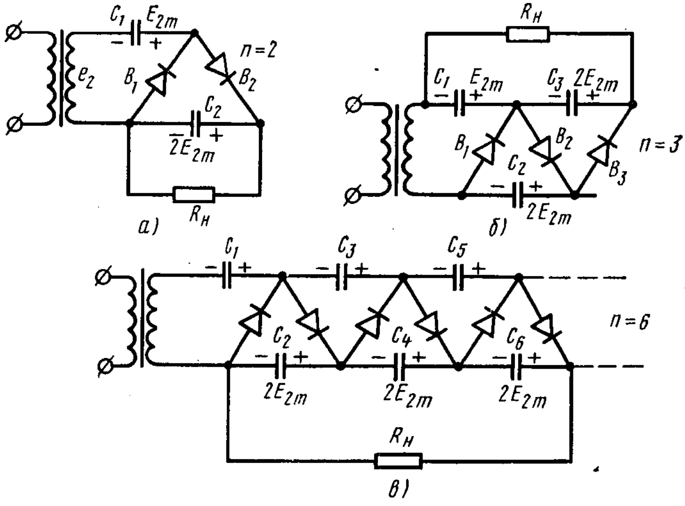


Рис. 11.11

заряжается до удвоенного значения э. д. с. вторичной обмотки трансформатора.

Нагрузка может быть подключена к любой группе (четной или нечетной) последовательно включенных конденсаторов. При этом для умножения напряжения в n раз требуется n вентилей и n конденсаторов.

Такие схемы применяются при весьма малых токах, когда конденсаторы работают в режиме частичного разряда.

С точки зрения уменьшения веса и габаритов выпрямителей более эффективными являются бестрансформаторные схемы умножения напряжения, изображенные на рис. 11.12. В основе их лежит *схема накопления — умножения* (рис. 11.12, *в*), выполненная на конденсаторно-диодных ячейках с управляемыми ключами.

Принцип действия схемы накопления — умножения заключается в том, что конденсаторы C_1, C_2, ..., C_n при подключении напряжения U_1 и разомкнутых ключах K_1, K_2, ..., K_{n-1} заряжаются параллельно и одновременно через соответствующие зарядные диоды ($Д_{1-i}$ и $Д_{2-i}$) до максимального значения напряжения U_1, после чего источник напряжения U_1 отключается, ключи K переводятся в проводящее состояние и конденсаторы, соединенные теперь уже последовательно, разряжаются на нагрузку. Если конденсаторно-диодные ячейки идентичны, то напряжение на выходе схемы накопления — умножения U_2 будет примерно в n раз выше напряжения на входе U_1.

Для обеспечения работы схемы накопления — умножения и для электрической развязки потребителя от первичного источника в каждую входную и выходную шину должен быть включен управляемый ключ (K_1 и K_2 на схемах рис. 11.12, *а* и *б*), который в закрытом состоянии будет находиться под воздействием полного выходного напряжения.

Бестрансформаторная схема умножения напряжения *с синхронизацией от сети* (рис. 11.12, *а*) состоит из следующих функциональных элементов: 1) системы вентилей *СВ*, предназначенной для преобразования рода тока и числа фаз выпрямления; 2) управляемых ключей K_1 и K_2 (транзисторы, тиристоры), служащих для обеспечения электрической развязки и создания условий для переключения конденсаторов в схеме накопления — умножения из параллельной цепи в последовательную, и наоборот; 3) схемы накопления — умножения *СНУ*, повышающей уровень напряжения и сглаживающей пульсацию; 4) сглаживающего фильтра (емкостного) $СФ_2$, обеспечивающего допустимый уровень пульсаций на нагрузке *Н*; 5) схемы управления *СУ*, предназначенной для обеспечения синхронной работы управляемых ключей.

Бестрансформаторная схема умножения напряжения *с повышенной частотой преобразования* (рис. 11.12, *б*) включает в себя дополнительно сглаживающий фильтр $СФ_1$ и задающий генератор *ЗГ*, вырабатывающий синхронизирующие импульсы с повышенной частотой следования (относительно частоты сети) $f_п \gg mf_с$.

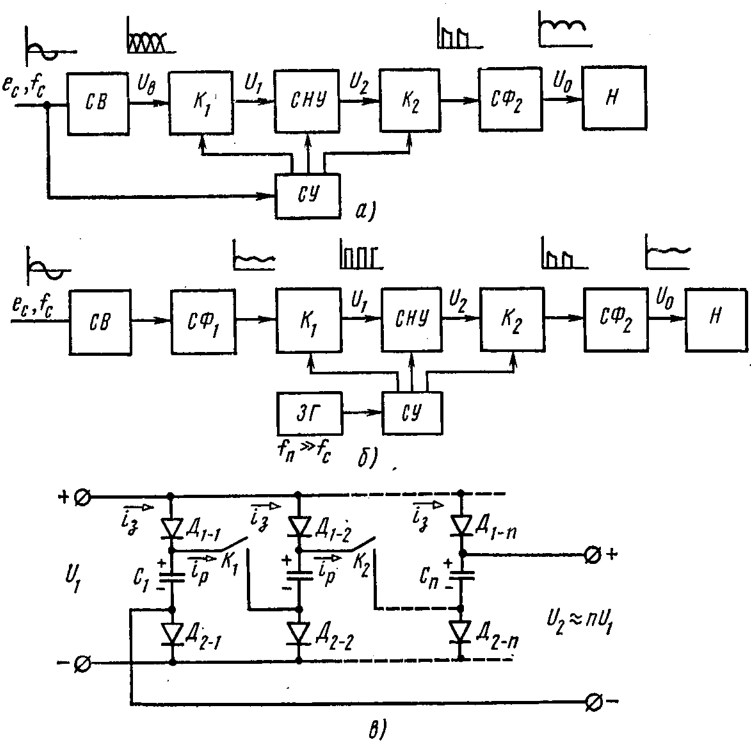


Рис. 11.12

Работа выпрямителей основана на заряде n конденсаторов схемы накопления — умножения, соединенных параллельно, от первичного источника с последующим их разрядом на нагрузку при последовательном соединении. Количество таких циклов за период преобразуемого напряжения в схеме рис. 11.12, *а* определяется числом фаз выпрямления m, а в схеме рис. 11.12, *б* — отношением $f_п/(mf_с)$. Повышенная частота преобразования может дать существенный выигрыш в весе и габаритах высоковольтного выпрямителя, кроме того, местная синхронизация желательна при работе выпрямителя в бортовой аппаратуре, где частота первичного источника меняется в широких пределах.

Бестрансформаторные схемы выпрямления с *делением напряжения* предназначены для получения низкого уровня (единицы — десятки вольт) выпрямленного напряжения, необходимого для питания радиоэлектронной аппаратуры в интегральном исполнении.

Принцип преобразования высокого напряжения переменного тока (напряжения первичного источника или сети) в низкое напряжение постоянного тока основан на *делении напряжения с помощью конденсаторов*. Он заключается в том, что n конденсаторов, соединенных последовательно, заряжаются от первичного источника, перестраиваются в параллельное соединение и затем разряжаются на нагрузку. При этом напряжение на нагрузке будет примерно в n раз меньше амплитудного значения напряжения переменного тока.

Схема, реализующая этот принцип преобразования, показана на рис. 11.13, *а*. Она состоит из n конденсаторов C_i, $(n - 1)$ зарядных диодов $Д_{3-i}$ и $2n$ разрядных диодов $Д_{1-i}$ и $Д_{2-i}$. Работает схема следующим образом. При подаче на вход напряжения с указанной на рисунке полярностью конденсаторы C_i, включенные последовательно через зарядные диоды, будут заряжаться током $i_з$ в течение времени 2θ. При этом каждый конденсатор зарядится примерно до $1/n$ части максимального значения приложенного напряжения. Если теперь отключить первичный источник и к выходным клеммам схемы подключить нагрузку, то каждый конденсатор через свои разрядные диоды будет разряжаться на нагрузку, создавая на ней напряжение, в n раз меньшее входного. Таким образом, конденсаторы с элементами перестройки цепи заряда в цепь разряда (и наоборот) представляют собой *схему накопления энергии и деления напряжения* (*СНД*).

На рис. 11.13, *б*, *в*, *г*, *д* приведены структурные схемы четырех основных методов построения бестрансформаторных низковольтных выпрямителей, в основе которых лежит *СНД* — *с синхронизацией от сети, с повышенной частотой преобразования, каскадные* и *двухканальные* с разделением времени разряда *СНД* на нагрузку.

П е р в ы й м е т о д характеризуется тем, что работа управляемых ключей K_1 и K_2 синхронизируется частотой первичного источника и количество циклов «заряд — разряд» конденсаторов схемы накопления — деления за период преобразуемого напряжения определяется числом фаз выпрямления.

Второй метод построения бестрансформаторных выпрямителей отличается от первого тем, что в схему добавлен сглаживающий фильтр $СФ_1$ и задающий генератор $ЗГ$, вырабатывающий синхронизирующие импульсы с частотой следования $f_п \gg mf_с$. Так как преобразование уровня выпрямленного напряжения осуществляется с более высокой частотой (количество циклов «заряд — разряд» конденсаторов $СНД$ равно $f_п/(mf_с)$, то вес и габариты таких выпрямителей будут меньше, чем выпрямителей с синхронизацией от сети.

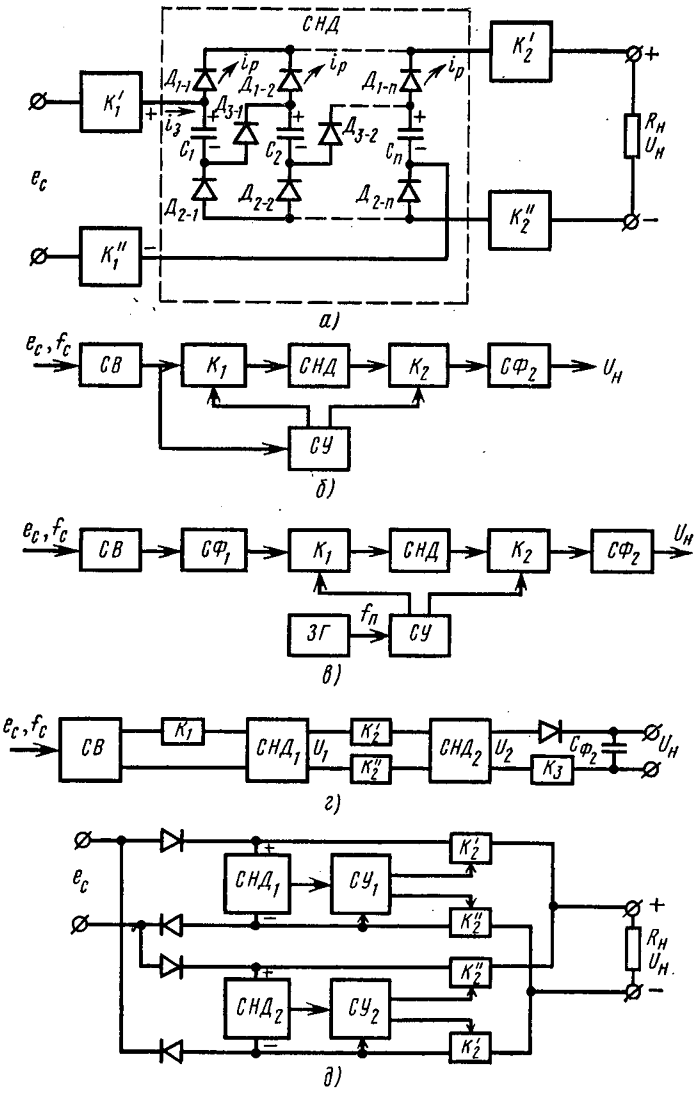


Рис. 11.13

Выпрямители с синхронизацией от сети и с повышенной частотой преобразования принципиально позволяют получать сколь угодно низкие выходные напряжения. Однако при высоких входных напряжениях (110 ÷ 380 В эффективного значения) и весьма низких выходных напряжениях (ниже 10 В) потребуется большое количество конденсаторно-диодных ячеек в схеме накопления — деления. Уменьшить количество конденсаторно-диодных ячеек можно путем каскадного включения обычных бестрансформаторных выпрямителей как с синхронизацией от сети, так и с повышенной частотой преобразования (рис. 11.13, *г*), что составляет третий метод построения бестрансформаторных выпрямителей.

Четвертый метод построения бестрансформаторных выпрямителей заключается в том, что однокаскадные бестрансформаторные выпрямители с синхронизацией от сети включаются параллельно нагрузке. Функции управляемых ключей K_1 выполняют в таких схемах неуправляемые вентили (рис. 11.13, *д*). Принцип действия двухканальных выпрямителей состоит в разделении времени работы каналов на нагрузку. Схема накопления — деления каждого канала работает на нагрузку в течение половины периода, что обеспечивается соответствующей схемой управления ключами K_2. Основное достоинство этого метода — уменьшение потерь за счет исключения управляемых ключей K_1.

Рассмотренные методы построения бестрансформаторных выпрямителей позволяют реализовать их в микроминиатюрном и интегральном исполнении, что резко уменьшит вес и габариты вторичных источников питания.

§ 11.5. Сглаживающие фильтры

Сглаживающие фильтры на реактивных элементах

Сглаживающим фильтром называется устройство, предназначенное для уменьшения переменной составляющей выпрямленного напряжения.

Сглаживающий фильтр, являясь необходимым функциональным элементом выпрямителя, включается между системой вентилей и потребителем. Поэтому он оказывает существенное влияние как на режим работы элементов выпрямителя, так и на питаемое от него радиоэлектронное устройство.

Сглаживающий фильтр характеризуется *коэффициентом сглаживания,* под которым понимают отношение коэффициента пульсаций на входе фильтра $K_{п(k)вх}$ к коэффициенту пульсаций на его выходе $K_{п(k)вых}$:

$$K_{сгл} = \frac{K_{п(k)вх}}{K_{п(k)вых}} = \frac{U_{m(k)вх}}{U_{m(k)вых}}\lambda, \tag{11.36}$$

где $\lambda = U_0/U_0'$ — коэффициент, характеризующий потери постоянного напряжения на фильтре; U_0', U_0 — постоянные составляющие

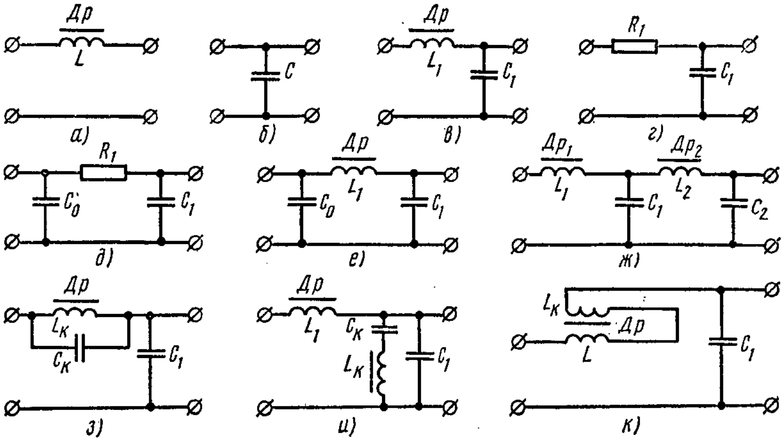


Рис. 11.14

выпрямленного напряжения соответственно на входе и выходе фильтра.

Обеспечение такого коэффициента сглаживания, чтобы коэффициент пульсаций на выходе фильтра не превышал допустимого для нормальной работы потребителя, — является основным требованием к сглаживающему фильтру. Кроме того, к нему предъявляют ряд дополнительных требований: минимально возможное падение постоянной составляющей напряжения на элементах фильтра; фильтр не должен вносить искажений в работу потребителя; минимальные габариты, вес и стоимость; высокая надежность. Удовлетворение этих требований зависит от схемы фильтра и параметров ее элементов.

Современные сглаживающие фильтры подразделяются на *фильтры, построенные на реактивных элементах,* и *электронные сглаживающие фильтры.* В свою очередь фильтры на реактивных элементах (рис. 11.14) можно разделить на *простые,* в том числе индуктивные (рис. 11.14, *а*) и емкостные (рис. 11.14, *б*); *сложные,* в том числе однозвенные типа *LC* и *RC* (рис. 11.14, *в*, *г*), многозвенные (рис. 11.14, *д*, *е*, *ж*), резонансные (рис. 11.14, *з*, *и*) и компенсированные (рис. 11.14, *к*).

Методы построения сглаживающих фильтров на реактивных элементах заключаются в следующем: последовательно в цепь тока нагрузки включают элемент, обладающий большим сопротивлением для изменений тока и малым сопротивлением для постоянной составляющей тока (например, реактивная катушка с сердечником, обладающая индуктивностью *L*, параллельный резонансный контур), параллельно нагрузке включают элемент, обладающий малым сопротивлением для изменений тока и большим сопротивлением для неизменного тока (например, конденсатор, последовательный резонансный контур). Принцип действия этих фильтров основан на способности реактивных элементов накапливать и отдавать электрическую энергию.

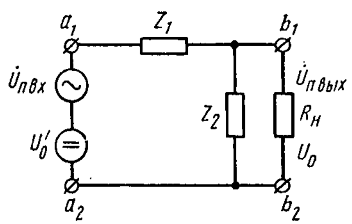


Рис. 11.15

Простые и сложные однозвенные фильтры могут быть представлены в виде четырехполюсника a_1, a_2, b_1, b_2, состоящего из сопротивлений Z_1 и Z_2 (рис. 11.15).

К входным зажимам этого четырехполюсника приложено выпрямленное напряжение. К выходным зажимам подключена нагрузка $R_н$. Так как первая гармоника представляет наибольшие трудности для сглаживания, то для нее

$$\frac{\dot{U}_{пвх}}{\dot{U}_{пвых}}=\frac{Z_1+Z_э}{Z_э}=1+\frac{Z_1}{Z_э}, \qquad (11.37)$$

где $Z_э$ — сопротивление между точками b_1 и b_2:

$$1/Z_э=1/Z_2+1/R_н. \qquad (11.38)$$

Подставив (11.38) в (11.37), получим

$$\dot{U}_{пвх}/\dot{U}_{пвых}=1+Z_1(1/Z_2+1/R_н). \qquad (11.39)$$

Для заданной схемы фильтра, взяв модуль выражения (11.39) и подставив его в (11.36), можно найти величину коэффициента сглаживания.

Для индуктивного фильтра (см. рис. 11.14, *а*) $Z_1=r_{др}+jm\omega L$ и $Z_2=\infty$, где $r_{др}$ — активное сопротивление обмотки дросселя. Подставив эти значения в (11.39) и найдя модуль, получим

$$\left|\frac{\dot{U}_{пвх}}{\dot{U}_{пвых}}\right|=\frac{1}{R_н}\sqrt{(r_{др}+R_н)^2+(m\omega L)^2}.$$

Подставим это выражение в (11.36), имея в виду, что $U_0'-U_0=I_0r_{др}$.

Тогда после преобразований получим

$$K_{сгл}=\frac{1}{R_н+r_{др}}\sqrt{(R_н+r_{др})^2+(m\omega L)^2}. \qquad (11.40)$$

При заданной схеме выпрямления (m) требующаяся величина индуктивности дросселя L, необходимая для обеспечения заданного $K_{сгл}$, может быть найдена из формулы (11.40)

$$L=\frac{R_н+r_{др}}{m\omega}\sqrt{K_{сгл}-1}.$$

Емкостной фильтр (рис. 11.14, *б*) можно рассматривать как неотъемлемую часть выпрямителя с емкостным характером нагрузки. Коэффициент сглаживания в этом случае определяется отношением коэффициента пульсаций при отключенном конденсаторе [см. формулу (11.17)] к коэффициенту пульсаций при наличии конденсатора [см. выражение (11.35)], т. е.

$$K_{\text{сгл}} = \frac{2}{m^2-1} \cdot \frac{r_{\text{в}} C}{H(\theta)}. \tag{11.41}$$

Сравнение выражений (11.40) и (11.41) показывает, что сглаживающее действие емкостного фильтра при увеличении $R_{\text{н}}$ увеличивается, а индуктивного — уменьшается. Поэтому емкостной фильтр выгоднее применять при малых, а индуктивный при больших токах нагрузки.

В многофазных выпрямителях ($m \gg 2$) малой и средней мощности широко применяется индуктивно-емкостной фильтр типа LC (см. рис. 11.14, *в*). Для него $Z_1 = r_{\text{др}} + jm\omega L_1$, $Z_2 = -j\frac{1}{m\omega C_1}$,

$$K_{\text{сгл}} = \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} + r_{\text{др}}} \sqrt{\left(1 + \frac{r_{\text{др}}}{R_{\text{н}}} - m^2\omega^2 L_1 C_1\right)^2 + m^2\omega^2\left(r_{\text{др}} C_1 + \frac{L_1}{R_{\text{н}}}\right)^2}.$$

Обычно $r_{\text{др}} \ll R_{\text{н}}$, $r_{\text{др}} \ll m\omega L_1$ и $R_{\text{н}} \gg 1/(m\omega C_1)$, поэтому

$$K_{\text{сгл}} \approx m^2\omega^2 L_1 C_1 - 1,$$

или

$$L_1 C_1 = \frac{K_{\text{сгл}} + 1}{m^2\omega^2}. \tag{11.42}$$

Выбор величин L_1 и C_1 при обязательном выполнении соотношения (11.42) является инженерной задачей оптимизации по одному из критериев: минимальная стоимость, минимальные вес или габариты. Но в любом случае должны выполняться условия

$$m\omega L_1 > \frac{1}{m\omega C_1}, \quad m\omega \geqslant \frac{2}{\sqrt{L_1 C_1}},$$

что обеспечивает индуктивный характер нагрузки выпрямителя и отсутствие резонансных явлений на частотах, близких к частоте пульсации.

Аналогичным образом может быть найден коэффициент сглаживания для резистивно-емкостных фильтров типа RC (рис. 11.14,*г*):

$$K_{\text{сгл}} \approx m\omega R_1 C_1 \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} + R_1}.$$

Эти фильтры отличаются большими потерями. Их коэффициент полезного действия

$$\eta_{\text{ф}} = \frac{P_0}{P_0 + P_{\text{ф}}} = \frac{I_0^2 R_{\text{н}}}{I_0^2 R_{\text{н}} + I_0^2 R_1} = \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} + R_1}.$$

Поэтому они применяются при весьма малых токах нагрузки.

Многозвенные сглаживающие фильтры можно рассматривать как последовательное соединение нескольких звеньев. Общий коэффициент сглаживания многозвенного фильтра равен произведению коэффициентов сглаживания отдельных звеньев. На практике обычно ограничиваются двумя-тремя звеньями, выбирая при этом параметры элементов звеньев равными.

Резонансные фильтры являются разновидностью индуктивно-емкостных фильтров. Они обеспечивают хорошее сглаживание одной из гармоник выпрямленного напряжения, на которую контуры настроены в резонанс. Избирательные свойства таких фильтров и сложность настройки ограничивают область их применения.

В некоторых случаях при больших токах нагрузки могут быть эффективны фильтры с компенсационной обмоткой. Действие компенсационной обмотки сводится к дополнительной компенсации переменных составляющих напряжения за счет отрицательной обратной связи.

Полупроводниковые сглаживающие фильтры

Сглаживающие фильтры на реактивных элементах обладают рядом существенных недостатков: большой вес и габариты, зависимость коэффициента сглаживания от тока нагрузки, возникновение переходных процессов, создание электромагнитных помех. От этих недостатков свободны электронные сглаживающие фильтры, выполненные на вакуумных лампах и полупроводниковых приборах.

Более перспективными являются *полупроводниковые* фильтры, выполненные на транзисторах. Они могут быть использованы самостоятельно, в сочетании с фильтрами на реактивных элементах и в составе компенсационных стабилизаторов напряжения постоянного тока.

Принцип действия полупроводниковых фильтров основан на свойстве транзистора создавать в определенных режимах работы различные сопротивления для переменного и постоянного токов. Это свойство транзистора, а также способы задания режима его работы и определяют способы построения сглаживающих фильтров.

Относительно широко распространены полупроводниковые фильтры с последовательно включенным относительно нагрузки транзистором. При этом характерны два метода построения фильтров.

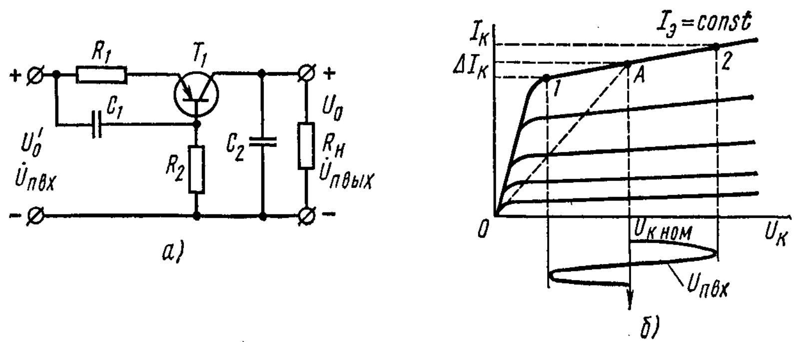


Рис. 11.16

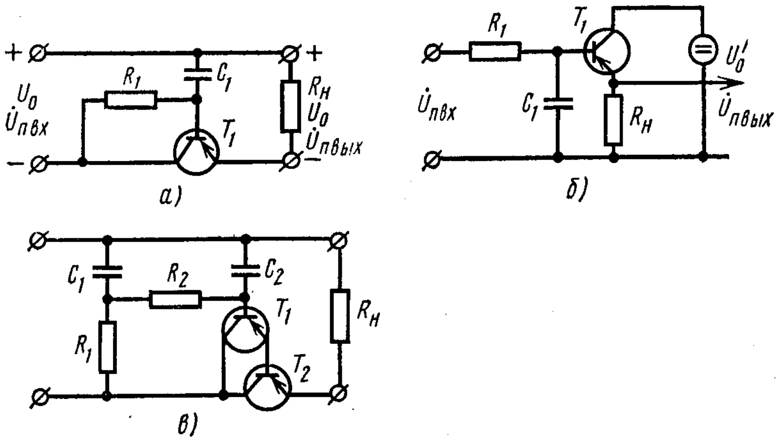


Рис. 11.17

Первый метод состоит в том, что транзистор включается по схеме с общей базой (рис. 11.16, *а*), а его режим работы определяется постоянной времени R_1C_1-цепочки. Эта цепочка стабилизирует ток эмиттера при условии, что ее постоянная времени много больше периода пульсации входного напряжения, в результате чего, рабочая точка *А* (рис. 11.16, *б*) под воздействием пульсации входного напряжения будет перемещаться по пологому участку коллекторной характеристики, коллекторный ток транзистора будет изменяться незначительно, а пульсация выходного напряжения будет меньше входного. В этом режиме транзистор обладает большим дифференциальным сопротивлением и малым статическим, что делает его эквивалентным дросселю в фильтрах типа *LC*.

Коэффициент сглаживания определяется параметрами транзистора и R_1C_1-цепочки:

$$K_{сгл} \approx \frac{m\omega r_к C_2}{\sqrt{1+\left[\left(1+\frac{\alpha r_к}{R_2}\right)\frac{1}{m\omega R_1 C_1}\right]^2}}\,\lambda,$$

где α — коэффициент усиления транзистора по току в схеме с общей базой; $r_к$ — дифференциальное сопротивление коллектора Т-образной эквивалентной схемы транзистора.

Второй метод состоит в том, что транзистор включается по схеме с общим коллектором (рис. 11.17, *а*), а элементы R_1 и C_1 совместно с транзистором обеспечивают разделение путей для пульсаций тока (источник — C_1 — R_1 — источник) и постоянной составляющей тока нагрузки (источник — нагрузка — транзистор — источник). Такое разделение путей для токов возможно при условии, что входное сопротивление эмиттерного повторителя (рис. 11.17, *б*) будет больше, чем сопротивление R_1C_1-цепочки. В практических схемах такое условие всегда можно выполнить. Поэтому пульсация на выходе фильтра будет определяться коэффициентом передачи эмиттерного повторителя (он близок к единице) и сглаживающими свойствами R_1C_1-цепочки, которая представляет собой сглаживающий фильтр RC-типа. Коэффициент сглаживания такого полупроводникового фильтра можно увеличить путем увеличения коэффициента сглаживания RC-фильтра и каскадного включения транзисторов (рис. 11.17, *в*).

При проектировании полупроводниковых фильтров следует учитывать температурную зависимость параметров фильтра и необходимость защиты транзистора в нестационарных режимах по току, напряжению и рассеиваемой на коллекторе мощности.

Глава 12. УПРАВЛЯЕМЫЕ ВЫПРЯМИТЕЛИ

§ 12.1. Принцип выпрямления с одновременным регулированием уровня напряжения

Регулировать выпрямленное напряжение можно как на стороне переменного, так и на стороне постоянного тока, включая соответствующие регуляторы напряжения, которые осуществляют регулирование путем *поглощения энергии* (реостаты), *трансформации* (делители, регулируемые трансформаторы и автотрансформаторы), *изменения запаса реактивной энергии* (дроссели насыщения) и *изменения интервалов времени подачи энергии* (выпрямители на управляемых вентилях).

Наиболее экономичным и перспективным является способ регулирования, основанный на изменении интервалов времени подачи энергии. Реализуется этот способ в *управляемых выпрямителях*.

Управляемым называют такой выпрямитель, у которого при неизменном входном напряжении можно регулировать выходное напряжение за счет изменения времени прохождения тока через вентиль, т. е. в таких выпрямителях осуществляется преобразование рода тока с одновременным регулированием уровня выходного напряжения.

Принцип преобразования рода тока с одновременным регулированием уровня напряжения заключается в следующем. Пусть имеется генератор напряжения переменного тока $u_2 = U_{2m} \sin \omega t$ с внутренним сопротивлением, равным нулю. Подключим к

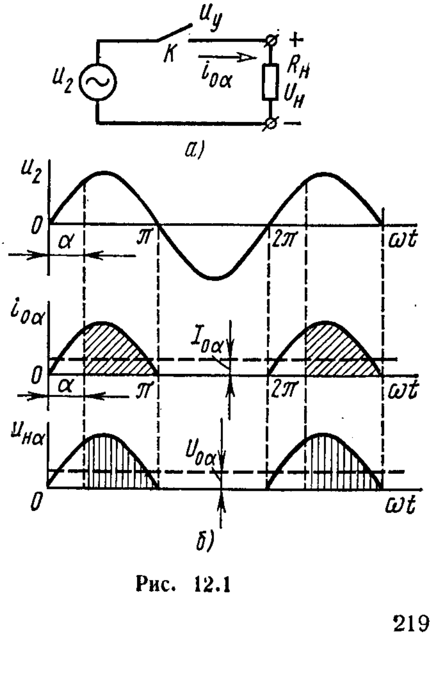


Рис. 12.1

этому генератору через управляемый ключ K (функцию управления ключом осуществляет сигнал u_y) нагрузку $R_н$ (рис. 12.1, *а*) и рассмотрим преобразование рода тока в течение одного периода приложенного напряжения. Если в течение первого полупериода, начиная с момента, соответствующего $\omega t = \alpha$, ключ K замкнут, а в течение второго полупериода он разомкнут, то в нагрузке будет проходить ток $i_{0\alpha}$ только в первом полупериоде в течение времени, соответствующего $(\pi - \alpha)$, в одном направлении (рис. 12.1, *б*). На нагрузке будет выделяться напряжение $u_{н\alpha}$, полярность которого показана на рис. 12.1, *а*. При активном характере нагрузки форма этого напряжения такая же, как и форма тока $i_{0\alpha}$, которая представляет собой усеченный по фазовому углу (на величину $\omega t = \alpha$) отрезок синусоиды (рис. 12.1, *б*). Так как этот процесс повторяется каждый период, то на нагрузке будет пульсирующее напряжение постоянного тока. Это напряжение представляет собой периодическую функцию времени, которая удовлетворяет условиям разложения в ряд Фурье, и, следовательно,

$$U_{0\alpha} = \frac{U_{2m}}{2\pi} \int\limits_{\alpha}^{\pi} \sin \omega t \, d\omega t = U_0 \frac{1+\cos\alpha}{2},$$

где $U_0 = \frac{1}{\pi} U_{2m}$ — среднее выпрямленное напряжение в неуправляемом режиме работы выпрямителя (при $\alpha = 0$).

Изменяя угол запаздывания α (момент включения ключа K) от 0 до π, можно регулировать уровень напряжения $U_{0\alpha}$ от U_0 до 0 при неизменном напряжении U_2 первичного источника.

Таким образом, для преобразования рода тока с одновременным регулированием уровня напряжения необходимо, чтобы ключ K синхронно с частотой первичного источника подключал нагрузку к генератору на время части $(\pi - \alpha)$ одной полуволны (положительной или отрицательной) напряжения переменного тока с запаздыванием на угол α.

§ 12.2. Управляемые вентили

В качестве управляемых ключей используются *управляемые вентили*: ртутные, игнитроны, тиратроны, тиристоры.

В выпрямителях для питания радиоэлектронной аппаратуры в настоящее время применяются только тиристоры.

Тиристоры — это кремниевые управляемые вентили, обладающие двумя устойчивыми состояниями равновесия: состоянием с низкой проводимостью и состоянием с высокой проводимостью. Переход из одного состояния равновесия в другое обусловлен действием внешних факторов: напряжения, света, температуры и др.

Тиристоры подразделяются на полностью и не полностью управляемые приборы. Не полностью управляемые тиристоры называются так потому, что с их помощью можно управлять лишь моментом начала прохождения тока через прибор

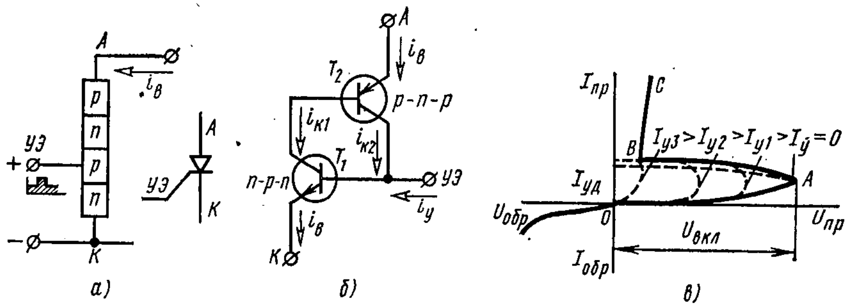


Рис. 12.2

и невозможно прекратить начавшийся процесс со стороны цепи управления, если не выключить питающее напряжение в рабочей цепи.

Не полностью управляемые тиристоры с однополярным управлением представляют собой четырехслойную структуру типа *n*-*p*-*n*-*p* с дополнительным выводом управляющего электрода *УЭ* (рис. 12.2, *а*). Буквами *А* и *К* обозначены анод и катод вентиля.

Для объяснения принципа действия тиристор представим состоящим из двух транзисторов: одного — типа *p*-*n*-*p*, другого — типа *n*-*p*-*n* (рис. 12.2, *б*). На основе анализа схемы составного транзистора ток вентиля

$$i_в = \frac{I_{к0} + \alpha_1 I_у}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2)},$$

где α_1, α_2 — коэффициенты усиления по току условных транзисторов при их включении по схеме с общей базой; $I_{к0}$ — обратный ток запертого перехода или ток утечки; $I_у$ — ток управляющего электрода.

Из этого уравнения следует, что при $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ток через вентиль определяется только параметрами внешней цепи. Такое состояние соответствует полностью проводящему (открытому) тиристору. Запертому (непроводящему) тиристору соответствует условие $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$.

Изменение коэффициентов усиления достигается за счет тока управления в одной из баз структуры (*УЭ*).

На рис. 12.2, *в* показаны типичные вольт-амперные характеристики тиристора.

При отсутствии управляющего тока $I_у$ прямой ток тиристора мал и слабо возрастает с повышением прямого напряжения (кривая *ОА*). Включение тиристора осуществляется лишь при достаточно большом напряжении $U_{вкл}$. Этому соответствует точка *А* на характеристике. В этой точке происходит переключение тиристора и его переход из состояния низкой проводимости в состояние высокой проводимости. Данный процесс характеризуется резким снижением прямого падения напряжения и переходом на участок *АВ*. После перехода в состояние высокой проводимости (кривая BC) тиристор мало отличается от неуправляемого вентиля.

Если в цепи управления имеется управляющий ток $I_у$, то переход тиристора из одного состояния в другое (включение) осуществляется при прямом напряжении, меньшем $U_{вкл}$, как это показано пунктирными линиями.

Если ток внешней цепи станет меньше удерживающего тока вентиля $I_{уд}$, то коэффициенты α_1 и α_2 настолько уменьшаются, что тиристор возвращается в запертое состояние, соответствующее прямой низкой проводимости.

Участок характеристики при обратном направлении приложенного напряжения сходен с обратной ветвью характеристики неуправляемых вентилей.

Обычно к тиристору бывает приложено напряжение, которое меньше напряжения включения, а отпирание вентиля осуществляется путем пропускания тока в цепи управляющего электрода. Управляющий сигнал может иметь любую форму. В управляемых выпрямителях применяются обычно импульсные сигналы. При этом резко уменьшается мощность на управление. Если импульс управления обеспечил отпирание, то дальше тиристор уже не управляется и для запирания необходимо понижение анодного напряжения, чтобы ток вентиля стал меньше удерживающего тока.

Тиристор — инерционный прибор. Он характеризуется временем включения (не более $0{,}08 \div 12$ мкс) и временем выключения (порядка $100 \div 2{,}5$ мкс). Эти параметры определяют возможность применения тиристора на повышенных частотах, а также в импульсных и переключающих схемах.

§ 12.3. Принципы построения управляемых выпрямителей

Управляемые выпрямители строятся по тем же двум принципам, что и неуправляемые выпрямители. Лучевой принцип построения лежит в основе однотактных схем (рис. 12. 3, *а, б, в*), а мостовой — двухтактных (рис. 12.3, *г, д*). В лучевых схемах все вентили управляемые, а в мостовых схемах одна группа (анодная или катодная) может быть выполнена и на неуправляемых вентилях.

Принцип действия управляемых выпрямителей отличается от неуправляемых только тем, что переключение фаз выпрямления происходит не в момент равенства фазных э. д. с., а позже на угол запаздывания α.

Управляемые выпрямители, как правило, работают при индуктивном характере нагрузки. Поэтому с целью повышения коэффициента мощности ($\cos\varphi$) выпрямителя в него вводится нулевой вентиль B_0 (обратный диод).

Действие нулевого вентиля рассмотрим на примере двухфазной однотактной схемы выпрямления (рис. 12.3, *б*) с помощью графиков рис. 12.4, *а—д*.

В момент ωt_1 управляемый вентиль $УB_1$ открывается и через него в интервале $\omega t_1 \div \pi$ будет проходить прямой ток $i_{в1}$ (показан-

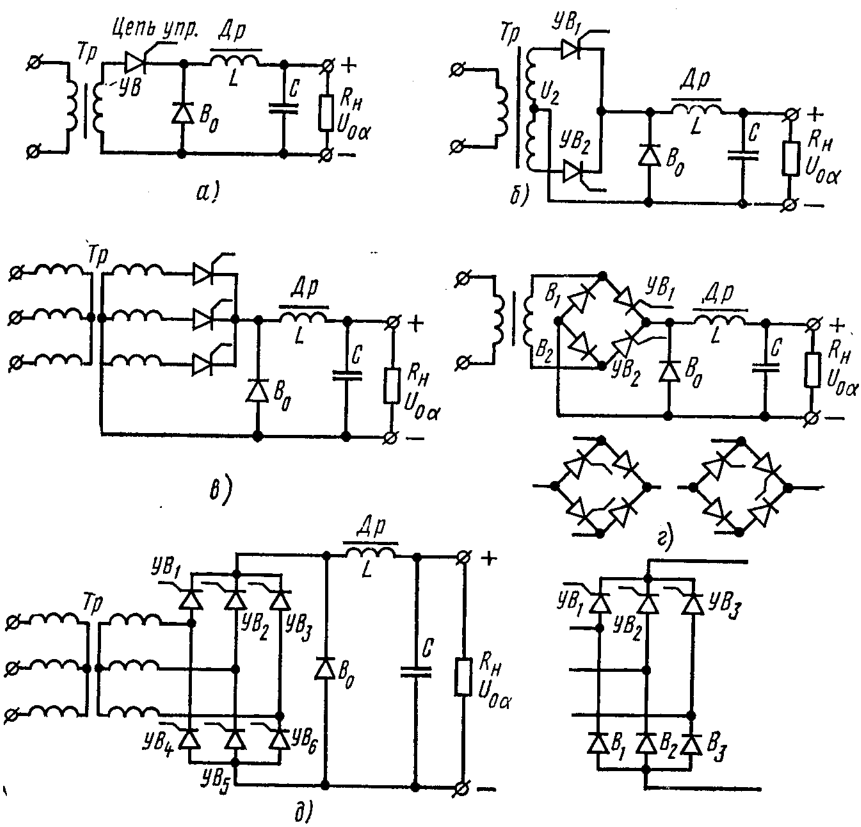


Рис. 12.3

ная на рис. 12.4, *б* форма тока соответствует значению $L \to \infty$). В этом же интервале времени нулевой вентиль B_0 заперт, так как он включен в обратном направлении. В момент $\omega t_2 = \pi$ происходит смена полярности напряжения U_2, вентиль $УВ_1$ запирается, а нулевой вентиль оказывается включенным в проводящем направлении по отношению к э. д. с. самоиндукции дросселя и через него замыкается цепь нагрузки. Дроссель будет разряжаться через нагрузку и нулевой вентиль током $i_{в0}$ (рис. 12.4, *г*) в течение α до момента ωt_3, т. е. до тех пор, пока не начнет проводить ток вентиль $УВ_2$. Как только откроется вентиль $УВ_2$, нулевой вентиль B_0 окажется включенным в обратном направлении. Вентиль проводит ток $i_{в2}$ в течение $\omega t_3 \div \omega t_4 = 2\pi$ и затем снова вступает в действие B_0.

Работа нулевого вентиля приводит к тому, что основная гармоника тока первичной обмотки трансформатора оказывается смещенной относительно напряжения на угол $\alpha/2$ (рис. 12.4, *д*). При отсутствии же нулевого вентиля сдвиг фаз между током и напряжением в первичной цепи трансформатора составляет угол α. Отсюда сле-

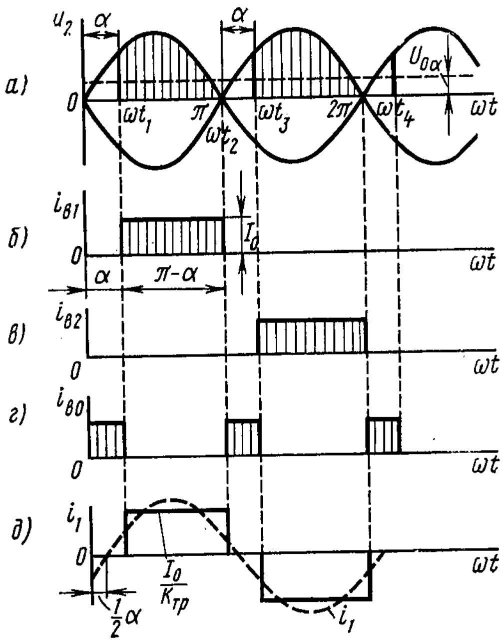


Рис. 12.4

дует, что управляемые выпрямители с нулевым вентилем имеют более высокий коэффициент мощности, чем выпрямители без нулевого вентиля.

Кроме того, в выпрямителях с нулевым вентилем пульсация выпрямленного напряжения меньше, так как ток в нагрузке не имеет разрывов.

§ 12.4. Основные соотношения в m-фазном управляемом выпрямителе

При активном характере нагрузки m-фазного выпрямителя возможны режимы непрерывного и прерывистого тока в цепи нагрузки. В зависимости от угла запаздывания (регулирования) эти режимы могут переходить один в другой. Переход от режима непрерывного тока к режиму прерывистого тока определяется критическим углом регулирования: $\alpha_{кр} = \pi/2 - \pi/m$.

При малых углах регулирования ($\alpha < \alpha_{кр}$) в режиме непрерывного тока среднее значение выпрямленного напряжения

$$U_{0\alpha} = \frac{m}{2\pi} \int\limits_{-\pi/m+\alpha}^{\pi/m+\alpha} U_{2m} \cos \omega t \, d\omega t = U_{2m} \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha = U_0 \cos \alpha, \quad (12.1)$$

где U_0 — постоянная составляющая выпрямленного напряжения при $\alpha = 0$.

При больших углах регулирования ($\alpha > \alpha_{кр}$) в режиме прерывистого тока

$$U_{0\alpha} = \frac{m}{2\pi} \int\limits_{-\pi/m+\alpha}^{\pi/2} U_{2m} \cos \omega t \, d\omega t =$$

$$= \frac{m}{2\pi} U_{2m} \left[1 - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{m}\right)\right] = U_0 \frac{1 - \sin(\alpha - \pi/m)}{2 \sin \pi/m}.$$

Так как при активном характере нагрузки кривая выпрямленного тока повторяет кривую напряжения, то справедливы соотношения:

$$U_{0\alpha}/U_0 = I_{0\alpha}/I_0 = \cos\alpha \quad \text{при} \quad \alpha < \alpha_{кр};$$

$$U_{0\alpha}/U_0 = I_{0\alpha}/I_0 = \frac{1 - \sin(\alpha - \pi/m)}{2 \sin \pi/m} \quad \text{при} \quad \alpha > \alpha_{кр},$$

представляющие собой регулировочные характеристики управляемых выпрямителей с числом фаз выпрямления $m \geqslant 2$.

На режим работы многофазных управляемых выпрямителей оказывают сильное влияние индуктивность сглаживающего дросселя L и индуктивность рассеяния обмоток трансформатора L_s.

В выпрямителе с индуктивным фильтром в цепи катода при $\omega L \gg R_н$ и $L_s = 0$ выпрямленный ток проходит непрерывно, имеет место затягивание процесса прохождения тока через вентили и кривая напряжений содержит отрезки с отрицательными значениями (рис. 12.5, *а*). Здесь вентиль приобретает возможность пропускать ток при отрицательном напряжении на обмотке данной фазы трансформатора за счет накопленной энергии в магнитном поле дросселя. В этом случае среднее значение выпрямленного напряжения будет такое же, как и при активном характере нагрузки [см. выражение (12.1)].

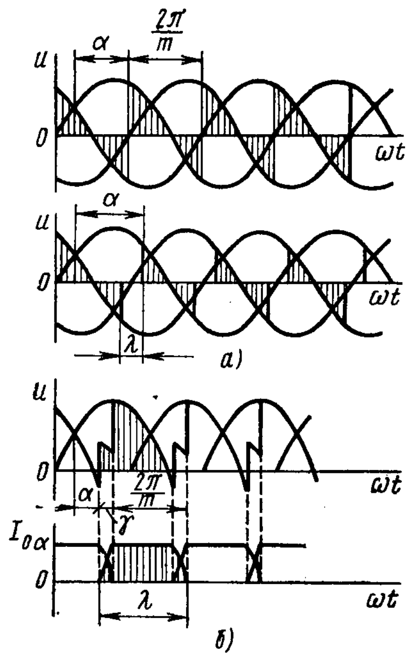


Рис. 12.5

Если индуктивность дросселя в цепи катода относительно невелика, то при больших углах регулирования может наступить режим прерывистого тока, при котором длительность действия каждой фазы λ становится меньше $2\pi/m$. В этом случае каждый вентиль выпрямителя работает в режиме однофазного управляемого выпрямителя и

$$U_{0\alpha} = \frac{m}{2\pi} \int\limits_{-\pi/m+\alpha}^{\pi/m+\alpha} U_{2m} \cos \omega t \, d\omega t = U_0 \frac{\sin(\alpha+\lambda) - \sin(\alpha - \pi/m)}{2 \sin \frac{\pi}{m}}.$$

В результате действия индуктивности рассеяния обмоток трансформатора ($L_s > 0$) искажается форма кривых тока и напряжения (рис. 12.5, *б*).

Перекрытие токов фаз приводит к уменьшению среднего выпрямленного напряжения

$$U_{0\alpha} = U_{0\alpha х.х} - \Delta U_0 = U_0 \cos \alpha - I_0 \frac{m\omega L_s}{2\pi}.$$

Это уравнение описывает внешнюю характеристику управляемого выпрямителя.

Из анализа формы выпрямленного напряжения можно сделать вывод, что в управляемых выпрямителях пульсация выпрямленного напряжения на входе сглаживающего фильтра выше, чем в аналогичных по типу неуправляемых выпрямителях, так как форма огибающей фазных напряжений искажена за счет запаздывания времени включения вентилей. Действительно, пользуясь общей методикой анализа, можно получить выражение для коэффициента пульсаций

$$K_{п(k)\alpha}=\frac{U_{m(k)\alpha}}{U_{0\alpha}}=\frac{2}{k^2m^2-1}\sqrt{1+k^2m^2\operatorname{tg}^2\alpha}.$$

В этом выражении сомножитель $\sqrt{1+k^2m^2\operatorname{tg}^2\alpha}$ показывает, во сколько раз коэффициент пульсаций управляемого выпрямителя возрастает по сравнению с коэффициентом пульсации неуправляемого выпрямителя за счет регулирования.

§ 12.5. Устройства фазового управления вентилями

Важной составной частью управляемых выпрямителей является устройство фазового управления тиристорами, которое должно обеспечивать выполнение следующих функций: 1) формирование формы управляющих импульсов; 2) смещение фазы управляющих импульсов в функции управляющего сигнала; 3) размножение управляющих импульсов по числу управляемых вентилей. В некоторых устройствах эти функции выполняются конструктивно обособленными элементами, в других они совмещены.

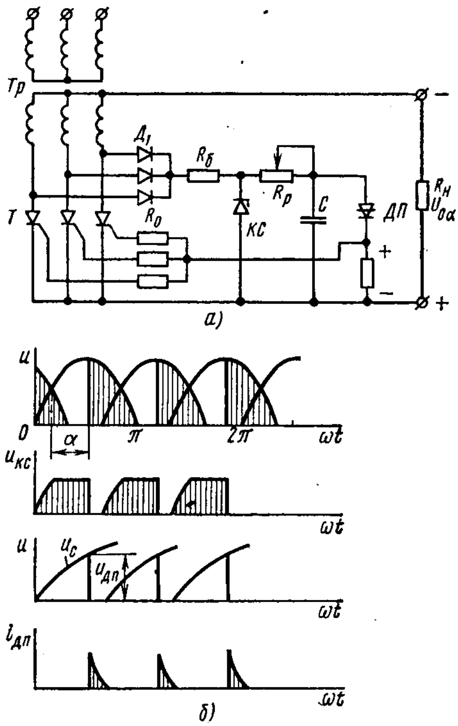


Рис. 12.6

На рис. 12.6, *а* приведена схема трехфазного однотактного управляемого выпрямителя с простейшим электронным устройством фазового управления.

Регулирование угла включения α тиристоров осуществляется формирующей фазоимпульсной цепочкой, подключенной к трем фазам вторичной стороны трансформатора через разделительные диоды $Д_1$. Работа устройства фазового управления поясняется линейными диаграммами, приведенными на рис. 12.6, *б*, для промежуточного значения α.

Выпрямленное трехфазное напряжение подается на стабилитрон KC, на котором формируется трапецеидальное напряжение $u_{кс}$. Под действием напряжения $u_{кс}$ конденсатор C заряжается до напряжения переключения динистора $ДП$. После включения динистора импульс разрядного тока $i_{ДП}$ подается на управляющие электроды всех трех тиристоров T, но открывает тот из них, к которому приложено положительное анодное напряжение. Поскольку в рассматриваемый момент времени к устройству фазового управления приложено то же самое анодное напряжение, что и к тиристору, то при открытии одного из тиристоров напряжение $u_{кс}$ становится близким к нулю и динистор закрывается. Такое состояние будет продолжаться до начала полупериода в следующей фазе, после чего все процессы для второго тиристора будут повторяться со сдвигом на 120°. Аналогично со сдвигом на 240° открывается и третий тиристор.

Регулировать угол включения тиристоров α можно путем изменения постоянной времени цепи заряда конденсатора с помощью переменного резистора $R_р$.

Глава 13. СТАБИЛИЗАТОРЫ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

§ 13.1. Определения, параметры, классификация

Стабилизаторами напряжения или тока называются устройства, автоматически поддерживающие в заданных пределах напряжение или ток на стороне потребителя электрической энергии при воздействии любых дестабилизирующих факторов: изменения напряжения питающей сети, тока нагрузки, условий окружающей среды (изменение температуры, давления, влажности), времени и т. д.

Сущность работы любого стабилизатора состоит в том, что при воздействии дестабилизирующих факторов автоматически происходит такое изменение параметров одного или нескольких элементов стабилизатора, при котором напряжение (ток) на зажимах потребителя поддерживается с заданной степенью точности на требуемом уровне.

Включаются стабилизаторы между источником электрической энергии и потребителем.

В общем случае стабилизаторы могут быть представлены многополюсником, имеющим главный вход, на который подается напряжение $U_{вх1}$ (ток), подлежащее стабилизации, главный выход, с которого снимается стабилизированное напряжение $U_н$ (ток), и множество дополнительных входов, на которые воздействуют дестабилизирующие факторы: $\Delta U_{вхi}$ — изменение напряжения питания отдельных функциональных элементов стабилизатора, $\Delta I_н$ — изменение тока нагрузки, $\Delta t°C$ — изменение температуры окружающей среды, Δt — изменение времени, $\Delta В$ и $\Delta Д$ — изменение влажности и давления окружающей среды. Дестабилизирующие воздействия могут быть приложены ко входу, выходу и в любых других точках схемы стабилизатора.

Стабилизаторы напряжения (в дальнейшем для стабилизаторов тока различия будут оговариваться особо) характеризуются *входными, выходными* и *собственными параметрами*. К входным параметрам относятся: номинальное входное напряжение $U_{вх1}$ и его изменения в абсолютных ($-\Delta U_{вх1}$, $+\Delta U_{вх1}$) или относительных ($a = -\Delta U_{вх1}/U_{вх1}$, $b = \Delta U_{вх1}/U_{вх1}$) величинах, частота первичного источника питания, абсолютное значение напряжения пульсации на входе $U_{пвх1}$ или коэффициент пульсации $K_{пвх1}$ на частоте $\omega_п$ для стабилизаторов напряжения постоянного тока. К выходным параметрам относятся: номинальное выходное напряжение $U_н$, абсолютная $\pm\Delta U_{нi}$ или относительная $\delta_i = \Delta U_{нi}/U_н$ допустимая нестабильность выходного напряжения при воздействии каждого дестабилизирующего фактора отдельно, номинальный ток нагрузки $I_н$ и пределы его изменения, характер и величина выходного сопротивления стабилизатора $z_{вых.\,сн}$. К собственным параметрам относятся: показатели переходного процесса или полоса пропускания стабилизатора, коэффициент сглаживания $K_{сгл}$ пульсации, коэффициент полезного действия η и частные коэффициенты стабилизации.

Частным коэффициентом стабилизации называется коэффициент, показывающий, во сколько раз относительное изменение выходного параметра меньше относительного изменения входного (дестабилизирующего) параметра:

$$K_{снi} = \frac{\Delta U_{вхi}}{U_{вхi}} : \frac{\Delta U_{нi}}{U_н}, \tag{13.1}$$

где $U_{вхi}$ и $\Delta U_{вхi}$ — любое дестабилизирующее воздействие и его изменение относительно номинального значения; $U_н$ и $\Delta U_{нi}$ — выходной параметр стабилизатора (напряжение или ток) и его изменение, вызванное дестабилизирующим воздействием.

Для потребителя представляют интерес выходные параметры стабилизатора и в ряде случаев некоторые собственные параметры.

Для разработчиков стабилизаторов представляют интерес все параметры, так как они, выраженные через параметры элементов схемы, дают возможность выбрать тип стабилизатора и рассчитать его.

Тип стабилизатора определяется методом стабилизации. Известно три метода стабилизации: *параметрический*, *компенсационный* и *комбинированный* (компенсационно-параметрический).

Параметрический метод стабилизации основан на том, что управление исполнительным (регулирующим) элементом производится тем же внешним воздействием, которое нарушает постоянство выходной величины стабилизатора. Стабилизаторы, построенные по этому методу, называются параметрическими. В них используются неуправляемые нелинейные элементы цепей (газоразрядные стабилитроны, кремниевые стабилитроны, термочувствительные нелинейные сопротивления, насыщенные дроссели и др.), которые в силу своих нелинейных свойств компенсируют дестабилизирующие факторы.

К о м п е н с а ц и о н н ы й метод стабилизации основан на том, что на исполнительный (регулирующий) элемент воздействует отклонение выходной величины от заданного значения независимо от того, какие внешние воздействия нарушают постоянство режима. Стабилизаторы, построенные по этому методу, называются к о м п е н с а ц и о н н ы м и. В качестве регулирующих элементов в них используются управляемые приборы: многоэлектродные вакуумные лампы (триоды, тетроды, пентоды), транзисторы, тиристоры, электромагнитные устройства.

При к о м б и н и р о в а н н о м методе стабилизации одновременно используются эффекты стабилизации обоих предшествующих методов. Стабилизаторы, построенные по этому методу, не нашли широкого распространения, так как они сложны в настройке и имеют относительно низкий коэффициент полезного действия.

Стабилизаторы напряжения принято условно классифицировать по нестабильности выходного напряжения следующим образом: низкой точности ($\delta = 2 \div 5\%$), средней точности ($\delta = 0{,}5 \div 2\%$), высокой точности ($\delta = 0{,}1 \div 0{,}5\%$) и прецизионные ($\delta < 0{,}1\%$).

§ 13.2. Параметрические стабилизаторы напряжения постоянного тока

Принцип построения параметрических стабилизаторов

Параметрические стабилизаторы строятся на *неуправляемых нелинейных элементах* (*НЭ*), ток через которые является нелинейной функцией напряжения. По виду характеристики нелинейные элементы можно разделить на два типа. Элементы первого типа характеризуются постоянством напряжения на их зажимах при широких пределах изменения проходящего через них тока (рис. 13.1, *а*). Их условно назовем *НЭ* типа R_U. Элементы второго типа характеризуются постоянством тока, проходящего через них, при широких пределах изменения приложенного напряжения (рис. 13.1, *б*). Их условно назовем *НЭ* типа R_I.

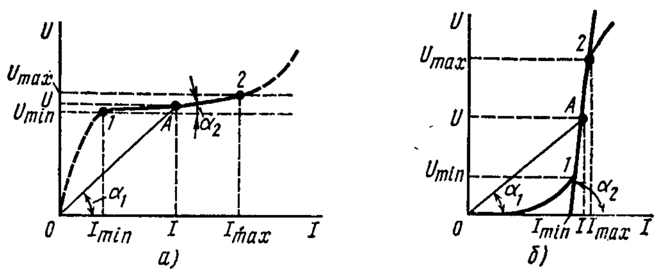


Рис. 13.1

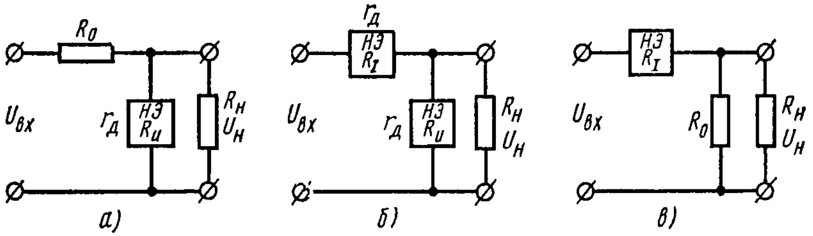


Рис. 13.2

Для элементов типа R_U дифференциальное сопротивление в пределах рабочего участка *1—2* вольт-амперной характеристики

$$r_д = \frac{U_{max} - U_{min}}{I_{max} - I_{min}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \operatorname{tg} \alpha_2 \qquad (13.2)$$

меньше статического

$$r_{ст} = U/I = \operatorname{tg} \alpha_1 \qquad (13.3)$$

в любой точке этого участка (на рис. 13.1, *б* показано для точки *А*). Т. е. нелинейный элемент типа R_U представляет собой малое сопротивление для приращений тока, проходящего через него, и большое сопротивление для постоянного тока ($\operatorname{tg} \alpha_2 \ll \operatorname{tg} \alpha_1$). Это свойство нелинейного элемента типа R_U используется для стабилизации напряжения на зажимах потребителя, который должен подключаться параллельно нелинейному сопротивлению. Тогда при изменении тока через *НЭ* в пределах I_{min} — I_{max} (см. рис. 13.1, *а*) рабочая точка *А*, соответствующая номинальному режиму, будет перемещаться по вольт-амперной характеристике в пределах отрезка *1—2* и изменение напряжения (U_{max} — U_{min}) на *НЭ* и потребителе будет меньше, чем то изменение входного напряжения, которое вызвало изменение тока. Для ограничения тока через *НЭ* типа R_U последовательно в цепь тока этого *НЭ* и потребителя включают линейное сопротивление R_0 или *НЭ* типа R_I (рис. 13.2, *а, б*).

Таким образом, принцип построения схем параметрических стабилизаторов заключается в параллельном включении *НЭ* типа R_U относительно потребителя (нагрузки стабилизатора) и в последовательном включении в цепь тока *НЭ* типа R_U и потребителя линейного сопротивления или *НЭ* типа R_I (см. рис. 13.2, *в*).

Для *НЭ* типа R_I дифференциальное сопротивление в пределах отрезка *1—2* вольт-амперной характеристики

$$r_д = \frac{U_{max} - U_{min}}{I_{max} - I_{min}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} \doteq \operatorname{tg} \alpha_2 \qquad (13.2')$$

больше статического

$$r_{ст} = U/I = \operatorname{tg} \alpha_1 \qquad (13.3')$$

в любой точке этого отрезка. Т. е. *НЭ* типа R_I представляет собой большое сопротивление для приращений тока и малое сопротивление для постоянного тока. Это свойство используют для стабилизации тока потребителя путем последовательного включения *НЭ* типа R_I в цепь этого тока.

Нелинейные элементы

В качестве нелинейных элементов в параметрических стабилизаторах напряжения широко применяются *газоразрядные* и *кремниевые стабилитроны*.

Газоразрядный стабилитрон представляет собой ионный прибор тлеющего или коронного разряда, в стеклянном баллоне которого, наполненном инертным газом (водород, азот, гелий, неон, аргон или их смесь), находятся два металлических активированных электрода — катод в виде цилиндра и анод в виде стержня. Характерной особенностью нормального тлеющего разряда является постоянство напряжения между электродами при изменении тока через стабилитрон в широких пределах. Величина разрядного напряжения является физической константой для данной пары металл — инертный газ. В целях расширения рабочего диапазона токов стабилитроны имеют большую поверхность катода по сравнению с другими газоразрядными лампами. Стабильность разрядного напряжения существенно зависит от химической чистоты поверхности электродов, баллона и особенно газа, заполняющего прибор.

Статическая вольт-амперная характеристика стабилитрона тлеющего разряда показана на рис. 13.3. Она представляет собой типичную нелинейную характеристику типа R_U со следующими параметрами: $U_з$ — напряжение зажигания, при котором происходит ионизация газа и наступает тлеющий разряд (точка *3*); $U_{ст}$ — напряжение горения (стабилизации), почти равное нормальному катодному падению потенциала, при токе через стабилитрон $I_{ст}$; $U_{ст\,min}$, $U_{ст\,max}$ — минимальное и максимальное напряжения стабилизации (точки *1* и *2*); $I_{ст\,min}$ — минимальный ток стабилитрона, при котором еще возможен тлеющий разряд; $I_{ст\,max}$ — максимальный ток стабилитрона, при котором сохраняется тлеющий разряд и он не переходит в дуговой, разрушающий стабилитрон (отрезок *2—4*).

По характеристике стабилитрона могут быть определены дифференциальное (при медленных изменениях тока) и статическое сопротивления согласно формулам (13.2) и (13.3).

Стабилитроны тлеющего разряда зажигаются почти мгновенно, при возникновении на них необходимого напряжения $U_з$, т. е. они безынерционны для токов промышленной частоты. С повышением частоты ра-

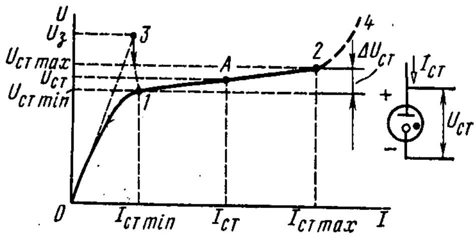


Рис. 13.3

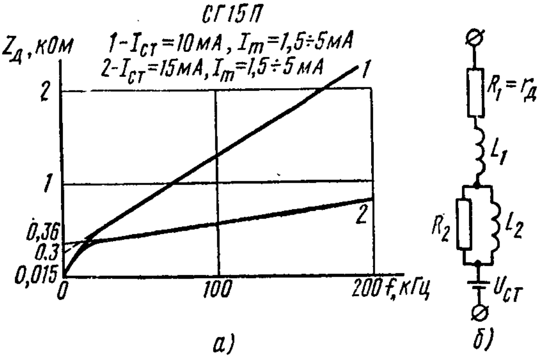


Рис. 13.4

бочего тока дифференциальное сопротивление стабилитрона растет, при этом по характеру оно становится индуктивным. Эквивалентная схема стабилитрона и зависимость дифференциального сопротивления от частоты приведены на рис. 13.4, *а, б*. Изменение характера и величины дифференциального сопротивления обусловлены инерционностью ионных процессов в стабилитроне. Практически это означает ухудшение стабилизирующих свойств стабилитронов тлеющего разряда с повышением частоты рабочего тока. Особенно это важно, когда входное напряжение стабилизатора содержит гармонические составляющие (например, при питании стабилизатора от выпрямителя) или при импульсном потреблении тока потребителем.

Стабилитроны коронного разряда отличаются от стабилитронов тлеющего разряда более высоким напряжением стабилизации, очень малым током стабилизации, большим дифференциальным сопротивлением и очень большой инерционностью (15 — 30 с).

Таблица 13.1

Тип стабилитрона	Напряжение стабилизации $U_{ст}$, В	Напряжение зажигания $U_з$, В	Диапазон рабочих токов $I_{ст}$, мА	Дифференциальное сопротивление $r_д$, кОм	ТКН, мВ/°С
СГ16П	80—86	150	5—30	0,12	± 8
СГ15П	102—110	160	5—30	0,13	$+1$ / -6
СГ2П	104—112	150	5—30	0,1	4,5 ÷ 6
СГ1П	143—155	170	5—30	0,1	± 50
СГ311С	385—415	430	0,05—1	22	± 100
СГ303С-1	1220—1280	1320	$(10—100) \cdot 10^{-3}$	330	± 830
СГ305К	$(9{,}5—10{,}5)\ 10^3$		$(50—1500) \cdot 10^{-3}$	480	800
СГ306К	$(24—26)\ 10^3$		$(50—1500) \cdot 10^{-3}$	1020	2000

Газоразрядные стабилитроны малочувствительны к вибрациям, ускорениям, изменениям положения. Однако они обладают большим разбросом электрических параметров, что ограничивает и в ряде случаев исключает их применение.

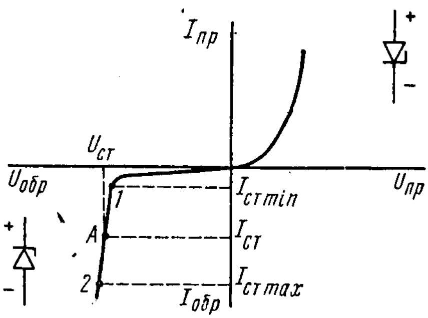


Рис. 13.5

Очень важным недостатком газоразрядных стабилитронов является ненормированный знак и большая величина температурного коэффициента напряжения (ТКН).

Основные электрические параметры некоторых современных газоразрядных стабилитронов приведены в табл. 13.1.

Кремниевый стабилитрон — это плоскостной диод, у которого *n*- *p*-переход имеет явно выраженную нелинейную характеристику типа R_U. На участке *1—2* (рис. 13.5) значительному изменению тока соответствует малое изменение напряжения. Этот участок получается при обратном смещении и характерен для режима так называемого электрического пробоя. Электрический пробой является обратимым, и пологий участок характеристики повторяется от включения к включению с высокой точностью. Электрический пробой объясняется двумя эффектами. Первый из них — это *эффект ударной ионизации*, а второй — *эффект Зенера.* Оба они приводят к увеличению проводимости перехода и резкому излому обратной ветви вольт-амперной характеристики.

Стабилитроны, в которых основным процессом, приводящим к излому характеристики, является процесс ударной ионизации, имеют положительный температурный коэффициент напряжения. Это обусловлено тем, что при повышении температуры длина свободного пробега подвижных носителей заряда уменьшается. Для того чтобы на интервале пробега носитель заряда набрал энергию, достаточную для ионизации при следующем соударении, внешнее поле должно быть сильнее.

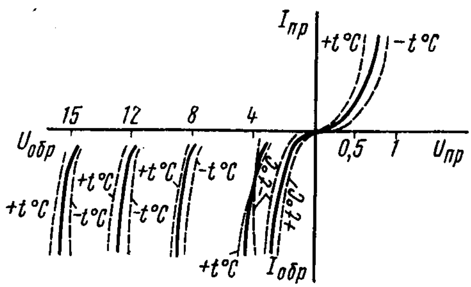


Рис. 13.6

Эффект Зенера заключается в том, что сильное электрическое поле вызывает внутреннюю электронную эмиссию и электроны переходят из заполненной зоны в свободную, благодаря чему и возрастает проводимость *n*-*p*-перехода. С ростом температуры переход электронов в свободную зону облегчается. Поэтому у стабилитронов, в которых основную роль играет эффект Зенера, с ростом температуры напряжение стабилизации уменьшается.

На рис. 13.6 показана зависимость вольт-амперных характеристик стабилитронов от температуры. Стабилитроны с напряжением стабилизации до 4 В имеют отрицательный температурный коэффициент, а с напряжением стабилизации выше 4 В — положительный. На этом же рисунке показана зависимость прямой ветви вольт-амперной характеристики от температуры. Она может быть использована как для целей стабилизации, так и для термокомпенсации.

Кремниевые стабилитроны в настоящее время используются шире, чем газоразрядные. Связано это с их достоинствами: более широкий диапазон напряжения стабилизации (от десятых долей В до сотен В) и токов через стабилитрон (от мА до нескольких А), более высокие стабильность, надежность и срок службы, меньшие вес и габариты, лучшие частотные свойства. Стабилитрон можно считать безынерционным до частот порядка 1 мГц, так как величина емкости перехода $C_п$ составляет $1 \div 7$ пФ, а дифференциальное сопротивление мало.

Основные электрические параметры некоторых современных кремниевых стабилитронов приведены в табл. 13.2.

Таблица 13.2

Тип стабилитрона	Напряжение стабилизации $U_{ст}$, В	Ток стабилизации			$r_д$, Ом		$ТКН$, %/°С	Наибольшая рассеиваемая мощность P_{max}, Вт
		$I_{ст\ min}$, мА	$I_{ст\ max}$		при $I_{ст\ min}$	при $I_{ст\ max}$		
			при t °С < 50	при t °С = 100				
Д808			33	8				0,28
Д814	7,75 ± 0,75	1	40	11,5	12	6	0,07	0,34
Д810			26	6,5				0,28
Д814В	9,75 ± 0,75	1	32	9,5				0,34
Д815А	5,6 ± 0,56	50	1400	360	20		0,045	8
Д815Г	10 ± 1	25	800	200	15		0,08	8
Д816А	22 ± 2,2	10	230	90	120		0,12	5
Д817А	56 ± 5,6	5	90	35	200	13	0,12	5
Д817Г	100 ± 10	5	50	25	300		0,14	5
Д818Е	9 ± 0,45	3	33	11	70	10	± 0,001	0,3

Простейшие схемы параметрических стабилизаторов напряжения

Простейшие схемы параметрических стабилизаторов напряжения (ПСН) постоянного тока изображены на рис. 13.7, *а, б*. Они состоят из стабилитронов $Л_1$ и $КС_1$ и ограничительных резисторов R_0.

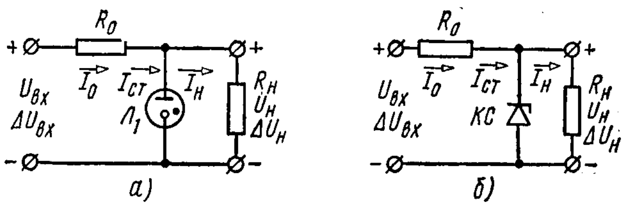


Рис. 13.7

Принцип действия схем на газоразрядном и кремниевом стабилитронах одинаков. Заключается он в следующем. Пусть схема находится в номинальном режиме. Этот режим характеризуется номинальным входным напряжением $U_{вх}$, номинальным током нагрузки $I_н$ и положением точки A на вольт-амперных характеристиках стабилитронов (см. рис. 13.3 и 13.5). Тогда при увеличении входного напряжения и неизменном токе нагрузки возрастает входной ток стабилизатора I_0 на величину ΔI_0. Большая часть этого приращения тока пройдет через стабилитрон (так как $r_д \ll R_н$, что всегда имеет место в практических схемах стабилизаторов) и рабочая точка A переместится в сторону точки 2. При этом напряжение на стабилитроне и на нагрузке возрастает прямо пропорционально изменению тока и дифференциальному сопротивлению стабилитрона. А так как $r_д < R_0$, то изменение выходного напряжения стабилизатора будет меньше изменения входного напряжения. При уменьшении входного напряжения процессы аналогичны, но ток через стабилитрон и выходное напряжение стабилизатора уменьшаются.

При неизменном входном напряжении и изменении тока нагрузки от $I_н$ до $I_{н\,min}$ ток через стабилитрон возрастает на величину $(I_н - I_{н\,min})$. Рабочая точка A переместится по вольт-амперной характеристике в сторону точки 2, и выходное напряжение стабилизатора увеличится относительно номинального значения. Это изменение выходного напряжения будет тем меньше, чем меньше дифференциальное сопротивление стабилитрона.

При одновременном изменении входного напряжения и тока нагрузки оба процесса также протекают одновременно.

Эти простейшие схемы *ПСН* широко применяются как вторичные источники питания радиоэлектронной аппаратуры и как источники эталонного напряжения в компенсационных стабилизаторах и в измерительной технике. Достоинства и недостатки таких схем будут выявлены при их анализе.

Анализ обобщенной схемы

Проанализируем обобщенную схему рис. 13.8 при медленных изменениях дестабилизирующих воздействий.

Цель анализа: определить потенциальные возможности, достоинства и недостатки параметрических стабилизаторов. требования

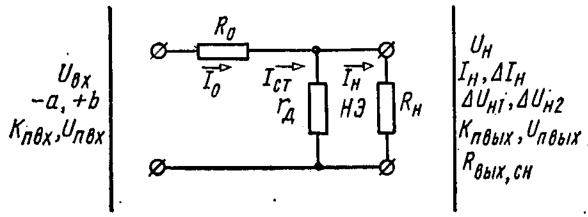


Рис. 13.8

к элементам схемы, наметить пути улучшения параметров стабилизаторов.

Предпосылки и допущения: 1) внутреннее сопротивление первичного источника электропитания стабилизатора включено в величину ограничительного сопротивления R_0; 2) не учитываются тепловые и частотные свойства *НЭ*; 3) *НЭ* имеет характеристику типа R_U, причем рабочая точка *А* под воздействием дестабилизирующих факторов перемещается в пределах отрезка *1—2* рис. 13.1, *а*, 13.3 и 13.5.

Выразим частный коэффициент стабилизации по напряжению

$$K_{сн1} = \frac{\Delta U_{вх1}}{\Delta U_{н1}} \cdot \frac{U_н}{U_{вх1}} \qquad (13.4)$$

через параметры элементов схемы. Для этого найдем изменение входного тока ΔI_0, вызванное изменением входного напряжения,

$$\Delta I_0 = \frac{\Delta U_{вх1}}{R_0 + (r_д \| R_н)},$$

откуда

$$\Delta U_{вх1} = \Delta I_0 [R_0 + (r_д \| R_н)]. \qquad (13.5)$$

При этом выходное напряжение стабилизатора изменится на величину

$$\Delta U_{н1} = \Delta I_0 (r_д \| R_н). \qquad (13.6)$$

Подставляя значения изменения напряжений из формул (13.5) и (13.6) в (13.4), получим

$$K_{сн1} = \frac{R_0 + (r_д \| R_н)}{(r_д \| R_н)} \cdot \frac{U_н}{U_{вх1}}. \qquad (13.7)$$

Так как в реальных стабилизаторах всегда $R_0 \gg r_д$ и $r_д \ll R_н$ (это справедливо уже при $K_{сн1} > 5$), то выражение (13.7) можно упростить и записать в виде

$$K_{сн1} \approx \frac{R_0}{r_д} \cdot \frac{U_н}{U_{вх1}} = \frac{R_0}{r_д} \lambda. \qquad (13.8)$$

Таким образом, для увеличения $K_{сн1}$ необходимо выбирать стабилитрон с меньшим дифференциальным сопротивлением и увеличивать R_0. Однако с увеличением R_0 для сохранения режима по постоянному току *НЭ* приходится увеличивать входное напряжение стабилизатора $U_{вх.1}$, что ведет к уменьшению коэффициента λ, характеризующего потери постоянного напряжения при стабилизации, и, следовательно, к уменьшению коэффициента стабилизации. Таким образом, коэффициент стабилизации для простых параметрических стабилизаторов — величина ограниченная.

Определим потенциальные возможности увеличения коэффициента стабилизации. Для этого введем коэффициенты $M_1 = -a - K_{п.вх}$ и $M_2 = b + K_{п.вх}$, которые характеризуют изменение входного напряжения стабилизатора с учетом пульсации этого напряжения. Тогда при $|M_1| = M_2 = M$ минимальное входное напряжение определится выражением

$$U_{вх1}(1-M) = (I_н + I_{ст\min})R_0 + U_н,$$

откуда

$$R_0 = \frac{U_{вх1}(1-M) - U_н}{(I_н + I_{ст\min})}.$$

Подставим это значение сопротивления ограничительного резистора в выражение (13.8). Получим

$$K_{сн1} = \frac{U_{вх1}(1-M) - U_н}{(I_н + I_{ст\min})\, r_д} \cdot \frac{U_н}{U_{вх1}} = K_{сн\max}\left[1 - \frac{U_н}{(1-M)\,U_{вх1}}\right], \quad (13.9)$$

где

$$K_{сн\max} = \frac{(1-M)\,U_н}{(I_н + I_{ст\min})\, r_д} \quad (13.10)$$

и является максимально возможным коэффициентом стабилизации при бесконечно большом входном напряжении.

Из (13.9)

$$U_{вх1} = \frac{U_н}{(1-M)(1 - K_{сн1}/K_{сн\max})}. \quad (13.11)$$

Легко заметить, что с увеличением $K_{сн1}/K_{сн\max}$ возрастает номинальное входное напряжение стабилизатора, что ведет к увеличению веса и габаритов выпрямителя, и, кроме того, увеличивается максимальный ток через стабилитрон (в режиме холостого хода стабилизатора и максимального входного напряжения), так как

$$I_{ст\max} = \left[1 + \frac{2M}{(1-M)(K_{сн1}/K_{сн\max})}\right](I_н + I_{ст\min}), \quad (13.12)$$

и уменьшается коэффициент полезного действия стабилизатора

$$\eta = \frac{U_н I_н}{U_{вх1} I_0} = \frac{I_н}{I_н + I_{ст\min}} \cdot \frac{(1-M)^2\left(1 - \dfrac{K_{сн1}}{K_{сн\max}}\right)}{1 + M\left(\dfrac{K_{сн\max}}{K_{сн1}} - 1\right)}. \quad (13.13)$$

Поэтому нецелесообразно выбирать $K_{сн1}$ больше $(0{,}7 \div 0{,}8)\, K_{сн\max}$.

Из анализа полученных соотношений следует, что простейшие параметрические стабилизаторы обладают рядом существенных недостатков: ограниченный и весьма малый коэффициент стабилизации, низкий коэффициент полезного действия, большой ток через стабилитрон, высокое входное напряжение. Эти недостатки взаимосвязаны и определяются линейным ограничительным резистором R_0.

К достоинствам параметрических стабилизаторов можно отнести: простоту схемы, малое количество элементов и, следовательно, высокую надежность.

Пути улучшения параметров

Согласно формулам (13.9) ÷ (13.13) улучшить параметры стабилизатора можно путем выбора стабилитрона с меньшим дифференциальным сопротивлением $r_д$ и начальным током стабилизации $I_{ст\,min}$. Однако это не всегда возможно, так как выбор типа стабилитрона определяется требуемым уровнем напряжения стабилизации и максимальным током через стабилитрон.

Существенно увеличить коэффициент стабилизации можно путем каскадного включения простейших параметрических стабилизаторов. В этом случае коэффициент стабилизации многокаскадного стабилизатора равен произведению коэффициентов стабилизации отдельных каскадов. Обычно ограничиваются двумя каскадами (рис. 13.9, *а*), так как с увеличением числа каскадов резко падает к. п. д. и увеличивается входное напряжение, что в конечном счете ведет к увеличению веса и габаритов в целом вторичного источника питания. Поэтому многокаскадные стабилизаторы применяются при весьма малых токах нагрузки, в основном, для получения эталонного напряжения в измерительных устройствах радиоэлектронной аппаратуры.

Для этих же целей применяются и мостовые схемы параметрических стабилизаторов (рис. 13.9, *б*), которые также обладают высоким коэффициентом стабилизации по входному напряжению, но и они имеют низкий к. п. д.

Недостатки простейших, многокаскадных и мостовых стабилизаторов можно исключить, если вместо ограничительного резистора R_0 включить токостабилизирующий двухполюсник, выполненный по схеме простейшего компенсационного стабилизатора тока.

Схема параметрического стабилизатора напряжения с токостабилизирующим двухполюсником приведена на рис. 13.9, *в*. Принцип действия схемы заключается в стабилизации входного тока при

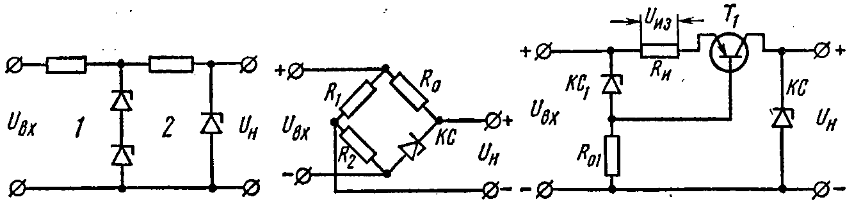
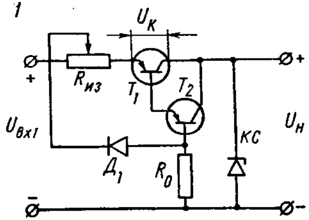
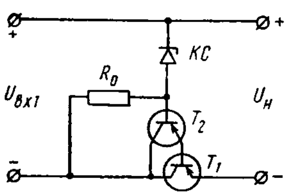
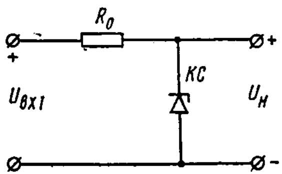


Рис. 13.9

Таблица 133

Тип схемы	Параметры											Примечание
	$U_н$, В	$I_н$, мА	$I_{ст}$, мА	$U_{к\,ном}$, В	$U_{п\,вх}$, В	$\tilde{U}_{п\,вх}$, мВ	$K_{сгл}$	$U_{вх1\,ном}$, В	M	$K_{сн}$	η, %	
1 	45	100	21	8	0,88	1,5	450	58	0,13	450	59	КС-Д816Д Д1-Д815Б T_1-П217 T_2-МП13Б $R_{из} \approx 50$ Ом $R_0 = 4,7$ кОм
2 	45,4	100	33	9	0,88	34	26	54	0,13	9,3	62,5	КС-Д816Д T_1-П217 T_2-МП136 $R_0 = 330$ Ом
3 	45	100	39					58	0,13	1,4	56	$R_0 = 42$ Ом
	45	100	89					70	0,13	1,7	34	В оптимальном по к. п. д. режиме $R_0 =$ $= 132$ Ом
	45	100	54					236	0,13	5	12,3	$R_0 = 1,32$ кОм

изменении входного напряжения. А так как этот ток, проходя через стабилитрон KC, вызывает изменение выходного напряжения стабилизатора, то с увеличением коэффициента стабилизации стабилизатора тока (регулирующий транзистор T_1, измерительный резистор $R_и$, источник эталонного напряжения KC_1, резистор R_{01}) или его выходного сопротивления $R_{вых.ст}$ нестабильность выходного напряжения уменьшается.

Для таких стабилизаторов справедливы соотношения:

$$K_{сн1} = \frac{R_{вых.ст}}{r_д}\lambda; \quad R_{вых.ст} = r_к\left(1 - \frac{\alpha}{1 + R_и/r_б}\right);$$

$$U_{вх1} = \frac{U_н + U_{из} + U_{к.нас}}{1 - M}; \quad \eta = \frac{I_н}{I_н + I_{ст.ном} + I_{вн}}\lambda,$$

где $r_к$, $r_б$, α — параметры Т-образной эквивалентной схемы транзистора; $U_{к.нас}$ — напряжение насыщения транзистора; $U_{из}$ — падение напряжения на измерительном сопротивлении.

В табл. 13.3 приведены параметры трех схем: *1* — параметрического стабилизатора с токостабилизирующим двухполюсником, *2* — простейшего компенсационного стабилизатора и *3* — простейшего параметрического стабилизатора. Эффективность первой схемы очевидна.

§ 13.3. Компенсационные стабилизаторы напряжения постоянного тока непрерывного регулирования

Принципы построения схем стабилизаторов

Принципы построения схем компенсационных стабилизаторов напряжения постоянного тока непрерывного регулирования различаются способом включения **регулирующего элемента** относительно нагрузки.

На рис. 13.10 приведены две структурные схемы, соответствующие двум принципам построения схем стабилизаторов: с **последовательно** включенным регулирующим элементом (рис. 13.10, *а*) и с **параллельно** включенным регулирующим элементом (рис. 13.10, *б*). На этих структурных схемах показаны основные функциональные элементы: 1) измерительный элемент *ИЭ*, вырабатывающий раз-

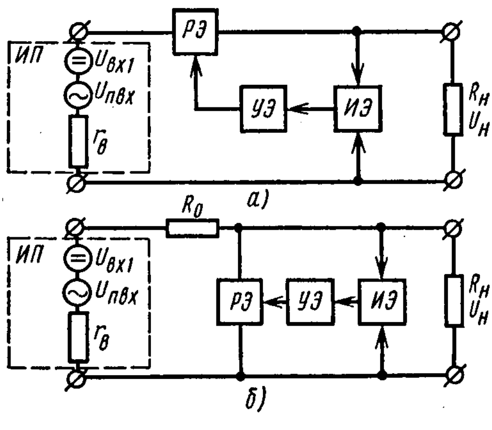


Рис. 13.10

ность между заданным и действительным значениями выходного напряжения стабилизатора; 2) усилительный элемент *УЭ*, обеспечивающий усиление выходного напряжения *ИЭ* до величины, достаточной для управления регулирующим (исполнительным) элементом; 3) регулирующий элемент *РЭ*, осуществляющий регулирование выходного напряжения стабилизатора; 4) источник питания стабилизатора *ИП*.

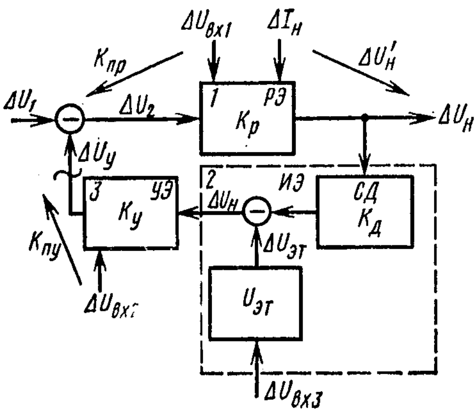


Рис. 13.11

Действие стабилизатора независимо от принципа построения схемы основано на том, что непрерывно производится измерение разности между заданным и текущим значением выходного напряжения, и в зависимости от величины и знака этой разности оказывается автоматическое воздействие на регулирующий элемент, в результате которого разность уменьшается до допустимо малой величины. Регулирование (стабилизация) выходного напряжения в схеме рис. 13.10, *а* осуществляется за счет изменения падения напряжения на регулирующем элементе, а в схеме рис. 13.10, *б* — за счет изменения падения напряжения на балластном (ограничительном) резисторе R_0.

Обе структурные схемы идентичны и отличаются только способом включения *РЭ*. Поэтому анализ всего класса компенсационных стабилизаторов проведем на примере схемы рис. 13.10, *а*.

Из назначения стабилизатора и его функциональных элементов, структурной схемы и принципа действия вытекают следующие особенности:

1. Задачей компенсационного стабилизатора является автоматическое поддержание выходного напряжения $U_н$, равного заданному, с требуемой степенью точности при воздействии любых дестабилизирующих факторов. Заданное значение $U_н$ определяется величиной эталонного напряжения $U_{эт}$, которое вырабатывается в *ИЭ* или поступает извне.

2. Идея решения задачи заключается в том, чтобы независимо от числа и характера внешних дестабилизирующих факторов, оказывающих воздействие на $U_н$, осуществлять процесс стабилизации (или регулирования), руководствуясь лишь значениями самой величины $U_н$.

3. Компенсационный стабилизатор представляет собой замкнутую цепь прохождения сигналов. Структурную схему стабилизатора можно изобразить так, как показано на рис. 13.11.

Здесь сигналы показаны в приращениях относительно номинальных уровней. Направления прохождения сигналов показаны стрелками. Нестабильность выходного напряжения $\Delta U_н$, являющаяся выходным напряжением *РЭ* с нагрузкой, поступает на вход *ИЭ*, выходное напряжение которого $\Delta U_и$ является входным для *УЭ*. В свою очередь, выходное напряжение *УЭ* $\Delta U_у$ поступает на вход *РЭ*. Сюда же поступает приведенное дестабилизирующее напряжение ΔU_1 при воздействии любого дестабилизирующего фактора на любой элемент схемы. Цепь, состоящую из *ИЭ* и *УЭ*, назовем главной обратной связью (*ОС*), в отличие от цепей обратной связи, которые могут быть в каждом функциональном элементе.

Эти особенности характеризуют компенсационный стабилизатор как *одноконтурную систему автоматического регулирования*. Поэтому при анализе его воспользуемся аппаратом теории автоматического регулирования.

Основные соотношения

Определим основные соотношения, связывающие изменение выходного напряжения с воздействием дестабилизирующих факторов через параметры функциональных элементов стабилизатора, в предположении, что он работает в статическом режиме и представляет собой линейную систему с однонаправленными звеньями. Каждое звено обладает соответствующим коэффициентом передачи по напряжению: $K_р$, $K_д$, $K_у$, которые представляют собой отношение выходного сигнала к входному. Индексы «р», «д» и «у» относятся соответственно к регулирующему, измерительному и усилительному элементам.

В разомкнутом состоянии (место разрыва *ОС* указано на структурной схеме волнистой линией) при воздействии на вход первого звена возмущения $\Delta U_2 = \Delta U_1$ процесс регулирования может быть описан уравнением:

$$\Delta U_н = K_р \Delta U_1. \tag{13.14}$$

Выходное сопротивление стабилизатора будет равно выходному сопротивлению *РЭ*:

$$R_{вых.сн} = R_{вых.р}. \tag{13.15}$$

Анализ соотношений (13.14) и (13.15) дает важную предпосылку для синтеза регулирующего элемента: для обеспечения лучших параметров стабилизатора его *РЭ* должен одновременно обладать малыми коэффициентом передачи и выходным сопротивлением. Тогда цепь *ОС* может иметь меньший коэффициент передачи для обеспечения требуемых параметров стабилизатора, что благоприятно скажется на его устойчивости.

Если замкнуть цепь *ОС*, то процесс регулирования может быть описан системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_{\text{н}} &= K_{\text{р}}\,\Delta U_2, \\ \Delta U_{\text{и}} &= K_{\text{д}}\,\Delta U_{\text{н}}, \\ \Delta U_{\text{у}} &= K_{\text{у}}\,\Delta U_{\text{и}}, \end{aligned}\right\} \qquad (13.16)$$

где

$$\Delta U_2 = \Delta U_1 - \Delta U_{\text{у}}. \qquad (13.17)$$

Знак минус в выражении (13.17) взят потому, что *ОС* в стабилизаторе отрицательная.

Решая систему (13.16) относительно $\Delta U_{\text{н}}$, найдем

$$\Delta U_{\text{н}} = \frac{K_{\text{р}}}{1 + K_{\text{р}}K_{\text{у}}K_{\text{д}}}\,\Delta U_1. \qquad (13.18)$$

Это уравнение определяет нестабильность выходного напряжения стабилизатора при изменении напряжения, приложенного ко входу регулирующего элемента. Оно является основным уравнением стабилизатора, работающего в установившемся режиме. С помощью этого уравнения могут быть получены основные расчетные соотношения и определены параметры стабилизатора.

М е т о д и к а получения основных соотношений заключается в следующем. Так как места приложения дестабилизирующих воздействий не совпадают в общем случае ни с входом, ни с выходом соответствующего звена, то дестабилизирующие воздействия приводятся через *коэффициенты приведения* на вход или выход звеньев или системы по каждому дестабилизирующему фактору отдельно. Направление приведения в каждом конкретном случае определяется простотой дальнейших преобразований при выводе функциональных зависимостей.

Определим влияние изменения напряжения источника питания стабилизатора $\Delta U_{\text{вх}1}$ на выходное напряжение $U_{\text{н}}$. Для этого приведем $\Delta U_{\text{вх}1}$ на вход *РЭ* через коэффициент приведения $K_{\text{пр}}$. Полагая

$$K_{\text{пр}} = \Delta U_1/\Delta U_{\text{вх}1} \qquad (13.19)$$

и решая совместно уравнения (13.18) и (13.19), получим

$$\Delta U_{\text{н}1} = \frac{K_{\text{пр}}K_{\text{р}}}{1 + K_{\text{р}}K_{\text{у}}K_{\text{д}}}\,\Delta U_{\text{вх}1}. \qquad (13.20)$$

Это выражение определяет абсолютную погрешность регулирования при изменении $U_{\text{вх}1}$.

При $K_{\text{р}}K_{\text{у}}K_{\text{д}} \gg 1$, а это условие в большинстве практических случаев выполняется, получим

$$\Delta U_{\text{н}1} \approx \frac{K_{\text{пр}}}{K_{\text{у}}K_{\text{д}}}\,\Delta U_{\text{вх}1}.$$

Отсюда следует, что для уменьшения нестабильности выходного напряжения стабилизатора его *РЭ* должен обладать малым коэффициентом приведения, а коэффициенты передачи усилительного и измерительного элементов необходимо увеличивать.

Частный коэффициент стабилизации (13.1) с учетом соотношения (13.20)

$$K_{\text{сн}1} = \frac{1+K_\text{р}K_\text{у}K_\text{д}}{K_\text{пр}K_\text{р}}\lambda_1 \approx \frac{K_\text{у}K_\text{д}}{K_\text{пр}}\lambda_1,$$

где $\lambda_1 = U_\text{н}/U_{\text{вх}1}$ — коэффициент, характеризующий потери постоянного напряжения на *РЭ*.

Таким же образом может быть получено выражение для абсолютной нестабильности выходного напряжения стабилизатора при изменении напряжения питания усилительного элемента:

$$\Delta U_{\text{н}2} = \frac{K_\text{пу}K_\text{р}}{1+K_\text{р}K_\text{у}K_\text{д}}\Delta U_{\text{вх}2}, \qquad (13.21)$$

где $K_\text{пу} = \Delta U_1/\Delta U_{\text{вх}2}$ — коэффициент приведения *УЭ*.

Определим влияние изменения эталонного напряжения $\Delta U_\text{эт}$ на выходное напряжение стабилизатора. Для этого $\Delta U_\text{эт}$ пересчитаем на вход системы через коэффициент приведения, который будет равен коэффициенту передачи усилительного элемента:

$$\Delta U_1 = K_\text{у}\Delta U_\text{эт}.$$

Тогда согласно выражению (13.18)

$$\Delta U_{\text{н}3} = \frac{K_\text{у}K_\text{р}}{1+K_\text{р}K_\text{у}K_\text{д}}\Delta U_\text{эт} \approx \frac{1}{K_\text{д}}\Delta U_\text{эт}. \qquad (13.22)$$

Отсюда можно сделать весьма важные выводы для синтеза стабилизатора и измерительного элемента: 1) абсолютная нестабильность выходного напряжения стабилизатора не может быть меньше абсолютной нестабильности источника эталонного напряжения; так как всегда

$$K_\text{д} = U_\text{эт}/U_\text{н} < 1,$$

то $\Delta U_{\text{н}3} > \Delta U_\text{эт}$; 2) для уменьшения $\Delta U_{\text{н}3}$ необходимо увеличивать $K_\text{д}$; 3) относительное изменение эталонного напряжения полностью передается на выход стабилизатора.

Влияние изменения тока нагрузки на выходное напряжение стабилизатора определим следующим образом. Сначала преобразуем изменение тока $\Delta I_\text{н}$ в соответствующее ему изменение выходного напряжения *РЭ* (в разомкнутой системе):

$$\Delta U'_\text{н} = -R_{\text{вых.р}}\Delta I_\text{н},$$

где $R_{\text{вых.р}}$ — выходное сопротивление регулирующего элемента, а затем пересчитаем его на вход системы по кратчайшему пути через коэффициент приведения, равный обратному коэффициенту передачи *РЭ*:

$$\Delta U_1 = \frac{1}{K_\text{р}}\Delta U'_\text{н} = -\frac{R_{\text{вых.р}}}{K_\text{р}}\Delta I_\text{н}.$$

Тогда в замкнутой системе согласно выражению (13.18) будем иметь

$$\Delta U_{н4} = -\frac{R_{вых.р}}{1+K_р K_у K_д}\Delta I_н. \qquad (13.23)$$

Это уравнение определяет абсолютную погрешность регулирования при изменении тока нагрузки. Знак минус перед правой частью указывает на то, что изменение выходного напряжения стабилизатора противоположно по знаку изменению тока нагрузки.

Дробь в правой части выражения (13.23) представляет собой выходное сопротивление стабилизатора

$$R_{вых.сн} = \frac{R_{вых.р}}{1+K_р K_у K_д}.$$

Выходное сопротивление стабилизатора и абсолютную погрешность регулирования при изменении тока нагрузки можно уменьшить путем уменьшения выходного сопротивления регулирующего элемента и увеличения коэффициентов передачи звеньев в цепи *ОС*.

Обобщенные схемы компенсационных стабилизаторов напряжения (*КСН*)

На рис. 13.12 приведены обобщенные схемы *КСН* на электронных лампах (*ЛКСН*) и полупроводниковых приборах (*ТКСН*), которые включают в себя все элементы схемы рис. 13.10, *а*. Так, *РЭ* выполнены на электронной лампе $Л_1$ и транзисторе T_1, *УЭ* — однокаскадные *УПТ* собраны соответственно на лампе $Л_2$ и транзисторе T_2, *ИЭ* мостового типа состоят из источника эталонного напряжения (параметрические стабилизаторы напряжения на стабилитронах $Л_3$ и $Д_1$ с ограничительными резисторами R_0) и следящего делителя на резисторах $R_{д1}$ и $R_{д2}$. Остальные обозначения понятны из схем. Для общности анализа *УЭ* и *ИЭ* подключены к дополнительным источникам с напряжением $U_{вх2}$ и $U_{вх3}$ соответственно.

В схеме *ЛКСН* происходят следующие физические процессы. При увеличении выходного напряжения стабилизатора возрастает

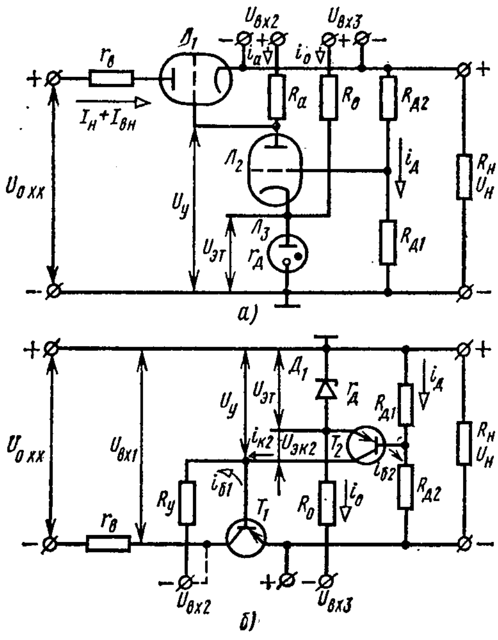


Рис. 13.12

ток $i_д$ через следящий делитель, что при постоянном напряжении $U_{эт}$ эталонного источника вызывает уменьшение отрицательного смещения на сетке усилительной лампы $Л_2$. Это приводит к увеличению ее анодного тока и к уменьшению выходного напряжения усилителя $U_у$, которое подается на вход сетка — анод регулирующей лампы $Л_1$. Последняя включена для этого сигнала по схеме с общим анодом. Поэтому при уменьшении входного напряжения *РЭ* его выходное напряжение также уменьшается и тем самым компенсирует увеличение $U_н$. Эта компенсация происходит за счет увеличения напряжения анод — катод регулирующей лампы.

В схеме *ТСКН* при увеличении $U_н$ физические процессы протекают следующим образом. Увеличение тока $i_д$ через следящий делитель при постоянном $U_{эт}$ вызывает увеличение отрицательного смещения на базе относительного эмиттера транзистора T_2. Это приводит к увеличению его токов базы $i_{б2}$ и коллектора $i_{к2}$ и к уменьшению выходного напряжения усилителя $U_у$, которое подается на вход база — коллектор регулирующего транзистора T_1. Последний включен для этого сигнала по схеме с общим коллектором. Следовательно, при уменьшении входного напряжения *РЭ* его выходное напряжение также уменьшается и компенсирует увеличение $U_н$. При этом ток базы $i_{б1}$ уменьшается, а компенсация происходит за счет увеличения напряжения коллектор — эмиттер регулирующего транзистора. Необходимо заметить, что увеличение $i_{б2}$, $i_{э2}$ и уменьшение $i_{б1}$ действуют дестабилизирующе, т. е. уменьшают степень компенсации изменения выходного напряжения.

Аналогично работают схемы и при уменьшении выходного напряжения. Только в этом случае изменения токов и напряжений в схемах происходят с обратными знаками.

По своему назначению, структуре и принципу действия *ЛКСН* и *ТКСН* идентичны и не имеют принципиальных различий. Это утверждение базируется еще и на ранее полученных основных соотношениях, справедливых для всего класса *КСН*, независимо от типа усилительного элемента (электронная лампа или транзистор).

Но так как физические процессы в лампах и транзисторах различны по своей природе, то это влечет за собой количественные отличия параметров функциональных элементов, и, следовательно, для обеспечения одинаковых выходных параметров стабилизаторы на лампах и транзисторах будут иметь непринципиальные схемные изменения.

Функциональные элементы

Регулирующие элементы в большинстве случаев выполняют на основе катодного повторителя для ламповых стабилизаторов и на основе эмиттерного повторителя для полупроводниковых стабилизаторов. При таком их исполнении стабилизаторы обладают лучшими параметрами.

На рис. 13.12, *а* приведена схема *РЭ* на основе катодного повторителя ($Л_1$). С учетом выходного сопротивления источника электропитания стабилизатора $r_в$ в цепи анода и при $\Delta U_{вх1} = 0$ для нее справедливы следующие соотношения:

$$K_р = \frac{\mu R_н}{R_i + r_в + (1+\mu) R_н}; \qquad (13.24)$$

$$R_{вых.р} = \frac{R_i + r_в}{1+\mu}, \qquad (13.25)$$

где μ — статический коэффициент усиления лампы по напряжению; R_i — внутреннее сопротивление лампы.

Входное сопротивление *РЭ* при работе $Л_1$ в области отрицательных сеточных смещений будет определяться только током утечки управляющей сетки. Поэтому $R_{вх.р} \gg R_а$ и регулирующий элемент не нагружает усилительный элемент.

Коэффициент приведения $K_{пр}$ дестабилизирующего воздействия $\Delta U_{вх1}$ из анодной цепи в сеточную (на вход *РЭ*) при эквивалентности по выходу будет определяться выражением

$$K_{пр} = 1/\mu, \qquad (13.26)$$

так как эффективность сеточной цепи лампы в μ раз больше анодной.

Соотношения (13.24) ÷ (13.26) показывают, что для обеспечения лучших параметров стабилизатора лампа в регулирующем элементе должна обладать большим μ и малым R_i. Тогда при прочих равных условиях нестабильность по сети и выходное сопротивление стабилизатора будут меньше.

Кроме триодов, в качестве регулирующих ламп могут применяться мощные тетроды и пентоды.

Если к выходному сопротивлению стабилизатора предъявляются жесткие требования, то лучший эффект могут обеспечить триоды. В случае изменения $U_{вх1}$ в широких пределах следует применять тетроды и пентоды.

На рис. 13.12, *б* приведена схема *РЭ* на основе эмиттерного повторителя (T_1). С учетом $r_в$ в цепи коллектора при $\Delta U_{вх1} = 0$ для этой схемы справедливы следующие соотношения:

$$K_р = \frac{1}{1 + \frac{r_э}{R_н} + \frac{(R_с + r_б)}{R_н}\left[\frac{r_к(1-\alpha) + r_в + r_э + R_н}{r_к + r_в}\right]}; \qquad (13.27)$$

$$R_{вх.р} = r_б + \frac{(r_к + r_в)(r_э + R_н)}{r_к(1-\alpha) + r_в + r_э + R_н}; \qquad (13.28)$$

$$R_{вых.р} = r_э + \frac{(R_с + r_б)[r_к(1-\alpha) + r_в]}{R_с + r_б + r_к + r_в}; \qquad (13.29)$$

$$K_{пр} = \frac{R_с + r_б}{r_к + r_в}, \qquad (13.30)$$

где $r_к$, $r_э$, $r_б$, α — параметры Т-образной эквивалентной схемы транзистора T_1; $R_с = \frac{R_у R_{вых.у}}{R_у + R_{вых.у}}$ — внутреннее сопротивление эквивалентного генератора э. д. с. $U_у$; $R_{вых.у}$ — выходное сопротивление усилительного элемента без учета его внутренней нагрузки $R_у$.

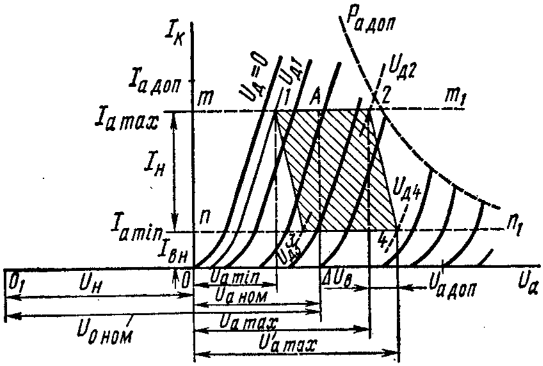


Рис. 13.13

Из выражений (13.27) ÷ (13.30) следует, что для обеспечения лучших параметров стабилизатора транзистор в *РЭ* должен обладать большим дифференциальным сопротивлением коллектора $r_к$ и большим коэффициентом усиления по току α. С увеличением $r_к$ и α возрастает $R_{вх.р}$ и уменьшается $R_{вых.р}$ и $K_{пр}$.

На параметры регулирующего элемента существенно влияют $R_с$ и $r_в$. С уменьшением $R_с$ уменьшаются $R_{вых.р}$ и $K_{пр}$. Сопротивление $r_в$ заметно увеличивает $R_{вых.р}$.

Поступление энергии в цепь потребителя регулируется регулирующим элементом *КСН*. Поэтому режим работы *РЭ* определяет основные энергетические показатели: токи и напряжения, действующие в схеме, диапазон стабилизации, коэффициент полезного действия и др., которые в свою очередь влияют на надежность, вес и габариты стабилизированного выпрямителя.

Режим работы *РЭ* характеризуется рабочей областью вольт-амперных характеристик лампы или транзистора, которая может быть получена с помощью графических построений. Исходными данными для этих построений являются: ток нагрузки и пределы его изменения, предполагаемый тип регулирующей лампы или транзистора, выходное напряжение стабилизатора, относительные изменения напряжения сети $-a$ и $+b$.

В качестве примера рассмотрим подробно построение рабочей области для *РЭ*, выполненного по обобщенной схеме рис. 13.12, *а*.

На статических вольт-амперных характеристиках предполагаемой регулирующей лампы (рис. 13.13) на уровне загиба их проводим горизонтальную линию nn_1. Получим минимальный анодный ток лампы: $I_{a\,min} = I_{вн}$. Выше линии nn_1 располагается линейная область характеристик лампы.

По оси ординат от уровня $I_{a\,min}$ откладываем максимальный ток нагрузки стабилизатора $I_н$:

$$I_{a\,max} = I_н + I_{вн}. \tag{13.31}$$

Если выполняется условие $I_{a\,max} \leqslant I_{a\,доп}$, то тип регулирующей лампы выбран правильно и можно продолжать дальнейшие построения.

На уровне $I_{a\,max}$ проводим горизонтальную линию mm_1. Искомая рабочая область *РЭ* заключена между линиями nn_1, mm_1, $U_д = 0$ и $P_{a\,доп}$. Учитывая, что регулирующая лампа должна работать без сеточных токов, выбираем минимальное отрицательное напряжение управляющей сетки согласно техническим условиям на лампу, равное $U_{д1}$. Тогда место пересечения характеристики $U_{д1}$ с линией mm_1 даст отправную точку *1*. Опуская из точки *1* перпендикуляр на ось абсцисс, получим минимальное анодное напряжение $U_{a\,min}$, которое соответствует минимальному напряжению сети и максимальному току нагрузки.

Продолжим ось абсцисс влево от точки 0 на величину $U_н$ в масштабе оси абсцисс. Получим точку 0_1 и

$$U_{0\,min} = U_н + U_{a\,min}. \tag{13.32}$$

По заданным относительным изменениям напряжения сети (a и b) находим:

$$U_{0\,ном} = \frac{U_{0\,min}}{1-a}; \tag{13.33}$$

$$U_{a\,ном} = U_{0\,ном} - U_н; \tag{13.34}$$

$$U_{0\,max} = U_{0\,ном}(1+b);$$

$$U_{a\,max} = U_{0\,max} - U_н.$$

Откладывая по оси абсцисс $U_{a\,ном}$ и восстанавливая перпендикуляр до пересечения с линией mm_1, получим точку A, соответствующую номинальному режиму. Таким же образом, откладывая по оси абсцисс $U_{a\,max}$ и восстанавливая перпендикуляр до пересечения с линией mm_1, получим точку *2* с координатами $I_{a\,max}$, $U_{a\,max}$, соответствующую максимальным напряжению сети и току нагрузки. Координаты точки *2* определяют максимальную мощность рассеяния на аноде, которая должна быть меньше допустимой для данной лампы

$$P_{a\,max} = I_{a\,max} U_{a\,max} \leqslant P_{a.доп},$$

т. е. точка *2* должна лежать левее гиперболы допустимой мощности рассеяния на аноде $P_{a\,доп} = \text{const}$.

Следовательно, при постоянном токе нагрузки и изменении напряжения сети рабочая точка A будет перемещаться по линии в пределах отрезка *1—2*.

Если ток нагрузки стабилизатора изменяется, то необходимо определить внешнюю характеристику *ИП* и нанести ее на график при $U_{0\,min}$ и $U_{0\,max}$ до пересечения с линией nn_1. Тогда координаты точек *3* и *4* определят U_a, I_a и $U_д$ при сочетаниях ($U_{0\,min}$, $I_{н\,min}$) и ($U_{0\,max}$, $I_{н\,min}$). Нетрудно заметить, что ток нагрузки может уменьшаться до нуля, и при этом рабочая точка A не выйдет из линейной области характеристик.

Внешняя характеристика *ИП* и ее определяющий параметр $r_в$ могут быть получены двумя способами. Первый способ заключается в том, что по известной методике при исходных данных, определяемых по формулам (13.31) и (13.33), рассчитывают выпрямитель и его внутреннее сопротивление. В этом случае $r_в$ может оказаться слишком велико и $U'_{a\,max} = U_{a\,max} + |\Delta U_в|$, где $\Delta U_в = -r_в (I_н - I_{н\,min}) = -r_в \Delta I_н$ будет больше $U_{a\,доп}$, а нестабильность по нагрузке и выходное сопротивление стабилизатора больше заданных. Поэтому более рациональным следует считать второй способ, который состоит в том, что $r_в$ определяют исходя из допустимых величин $R_{вых.р}$, $\Delta U_{н4}$ и $\Delta U_в$. Выпрямитель, при этом, следует рассчитывать по исходным данным: $U_{0\,ном}$, $I_{a\,max}$, $r_в$.

Область, ограниченная фигурой *1—2—3—4*, является расчетной рабочей областью регулирующей лампы. Линии, параллельные отрезкам *1—3* и *2—4*, дают представление о траектории рабочей точки *A* при изменениях тока нагрузки и неизменных промежуточных значениях напряжения сети, а линии, параллельные отрезкам *1—2* и *3—4*, определяют положение рабочей точки при неизменном промежуточном значении тока нагрузки и изменениях напряжения сети.

Рабочая область режимов *РЭ* определена при отсутствии напряжения пульсации $U_п$ на выходе *ИП*. На практике напряжение пульсации необходимо учитывать, сдвигая исходную точку *1* и все построение вправо на величину $U_п$, чтобы не выйти в область сеточных токов при минимальном напряжении сети. Кроме того, при максимальных напряжении сети и токе нагрузки следует проверить рассеиваемую мощность на аноде.

Из анализа рабочей области *РЭ* можно сделать следующие выводы:

1. Тяжелыми для регулирующей лампы являются три режима. Первый режим, при котором напряжение сети минимально, а ток нагрузки максимален. В этом режиме рабочая точка *A* находится в положении *1*. Необходимо, чтобы выполнялись условия: $U_{д1} < 0$, $I_{a\,max} \leqslant I_{a\,доп}$. Второй режим, при котором напряжение сети и ток нагрузки максимальны. В этом режиме рабочая точка *A* находится в положении *2*. При этом мощность, рассеиваемая на аноде, не должна превышать допустимого значения. Если не выполняется одно из условий: $I_{a\,max} \leqslant I_{a\,доп}$ или $P_{a\,max} \leqslant P_{a\,доп}$, то следует увеличить проходную мощность регулирующего элемента путем выбора более мощной регулирующей лампы, включения шунтирующего сопротивления параллельно лампе или параллельного включения нескольких ламп. Третий режим, при котором напряжение сети максимально, а ток нагрузки минимален. В этом режиме рабочая точка *A* находится в положении *4*. Здесь необходимо, чтобы выполнялось условие $U'_{a\,max} \leqslant U_{a\,доп}$. Если это условие не выполняется, то нужно выбрать регулирующую лампу с большим допустимым анодным напряжением.

2. Для нормальной работы *КСН* его *УЭ* должен обеспечить изменение смещения на сетке регулирующей лампы в пределах от $U_{д1}$ до $U_{д4}$.

3. К. п. д. стабилизатора определяется выражением

$$\eta = \frac{U_{н} I_{н}}{U_{0\,ном} I_0},$$

или, с учетом выражений (13.32), (13.33), (13.34) и (13.31),

$$\eta = (1-a)\frac{U_{н}}{U_{н}+U_{a\,min}}\cdot\frac{I_{н}}{I_{н}+I_{вн}}.$$

Отсюда следует, что к. п. д. при прочих равных условиях повышается с уменьшением $U_{a\,min}$. Следовательно, для повышения к. п. д. необходимо выбирать регулирующую лампу с большим μ и малым R_i, что согласуется с требованиями для обеспечения малой погрешности регулирования.

Аналогичные построения можно сделать и для *РЭ* на транзисторе (рис. 13.14). Особенностью здесь является то, что минимальное коллекторное напряжение $U_{к\,min}$ равно напряжению насыщения, а ток $I_{вн}$ должен быть больше начального тока коллектора с учетом температуры окружающей среды. Кроме того, если в *РЭ* на лампах особое внимание приходится обращать на $I_{a\,max}$ и $P_{a\,max}$ ($U_{a\,доп}$ составляет несколько сотен вольт и почти всегда обеспечивает диапазон регулирования), то в *РЭ* на транзисторах основные ограничения на рабочую область накладывают $U_{к\,доп}$ и $P_{к\,доп}$. Поэтому с целью увеличения проходной мощности *РЭ* и обеспечения заданного диапазона регулирования по сети регулирующие транзисторы целесообразно включать последовательно.

Энергетические соотношения, полученные ранее, справедливы и для транзисторного *РЭ*, только вместо индекса «а» следует подставлять индекс «к».

Усилительные элементы в компенсационных стабилизаторах напряжения постоянного тока являются усилителями напряжения постоянного тока (*УПТ*). Они могут быть одно- и многокаскадными и выполняться на электронных лампах, транзисторах и интегральных схемах.

Обращаясь к обобщенной схеме рис. 13.12, *а*, видим, что однокаскадный *УПТ* выполнен на триоде $Л_2$, который включен по схеме с общим катодом. В цепи катода включено дифференциальное сопро-

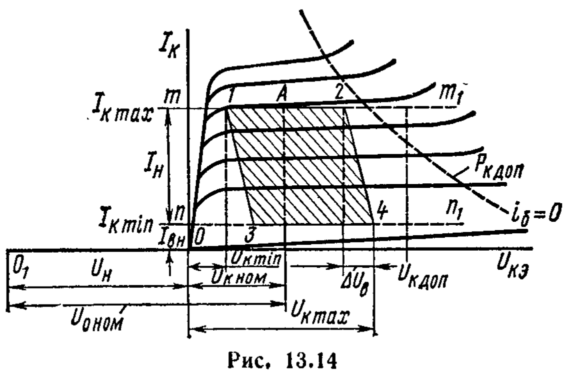


Рис. 13.14

тивление $r_д$ источника эталонного напряжения, которое создает местную отрицательную обратную связь по току $i_а$. Источником входного сигнала для усилителя является измерительный элемент. Нагружен усилитель входным сопротивлением *РЭ*, лампа $Л_1$ которого работает без сеточных токов. Поэтому

$$K_у = -\frac{\mu R_а}{R_i + (1+\mu) r_д + R_а},$$

где μ и R_i — статический коэффициент усиления и внутреннее сопротивление усилительной лампы.

Лампа $Л_2$ работает в области отрицательных сеточных смещений. Следовательно, входное сопротивление усилителя весьма велико, и *УПТ* не нагружает измерительный элемент.

Таким образом, увеличение $K_у$ однозначно уменьшает выходное сопротивление и нестабильность выходного напряжения *ЛКСН* при воздействии любых дестабилизирующих факторов.

Увеличения коэффициента усиления однокаскадного *УПТ* можно достичь увеличением $R_а$ при сохранении режима по постоянному току $Л_2$ неизменным.

Из обобщенной схемы

$$R_а = \frac{U_{вх2} + U_{д0}}{i_а}, \qquad (13.35)$$

где $U_{д0}$ — номинальное смещение $Л_2$; $i_а$ — номинальный ток анода $Л_2$.

Из формулы (13.35) следует, что увеличить $R_а$ можно за счет увеличения $U_{вх2}$. Если в качестве $U_{вх2}$ используют $U_{вх1}$ или дополнительный источник, то появляется дополнительная погрешность регулирования, прямо пропорциональная $K_{пу}$ [см. выражение (13.21)]. Так как

$$K_{пу} = 1 - K_у/\mu,$$

то с увеличением $R_а$ коэффициент усиления стремится к μ, а $K_{пу}$ и $\Delta U_{н2}$ — к нулю.

Следует отметить, что с уменьшением $r_д$ увеличивается $K_у$ и уменьшается $K_{пу}$.

Аналогично проанализируем однокаскадный *УПТ* на транзисторах. Обращаясь к обобщенной схеме рис. 13.12, *б*, видим, что усилитель выполнен на транзисторе T_2, который включен по схеме с общим эмиттером. Для него

$$K_у = \frac{\left(\frac{r_э + r_д}{r_к} - \alpha\right) R_{эн}}{(r_с + r_б)\left(1 - \alpha + \frac{r_э + r_д + R_{эн}}{r_к}\right) + (r_э + r_д)(1 + R_{эн}/r_к)},$$

$$R_{вых.у} = r_к + \frac{(r_с + r_б)(r_э + r_д - \alpha r_к)}{r_с + r_б + r_э + r_д},$$

где $R_{эн} = \frac{R_у R_{вх.р}}{R_у + R_{вх.р}}$ — эквивалентная нагрузка усилительного элемента; $r_к$, $r_б$, $r_э$, α — параметры Т-образной эквивалентной схемы транзистора T_2.

Для питания коллекторной нагрузки $R_у$ транзистора T_2 и для обеспечения режима по постоянному току регулирующего транзистора T_1 необходим источник напряжения отрицательной полярности относительно эмиттера T_1. Изменение напряжения этого источника (пусть в общем случае оно равно $\Delta U_{вх2}$) вызывает дополнительную погрешность регулирования, прямо пропорциональную $K_{пу}$. Коэффициент приведения определяется выражением

$$K_{пу} = \frac{1}{1 + R_у/R},$$

где

$$R = \frac{R_{вх.р} R_{вых.у}}{R_{вх.р} + R_{вых.у}}.$$

Из приведенных соотношений следует, что для увеличения $K_у$ и уменьшения $K_{пу}$ необходимо выбирать транзистор с лучшими усилительными свойствами, увеличивать сопротивление нагрузки в коллекторной цепи усилительного транзистора и повышать входное сопротивление *РЭ*.

Увеличить $R_у$ можно при питании усилительного элемента от дополнительного источника путем повышения напряжения $U_{вх2}$, так как

$$R_у = \frac{U_{вх2}}{i_{б1} + i_{к2}}.$$

Хотя задача улучшения параметров *УЭ* таким образом может быть решена, однако применение дополнительного источника имеет существенные недостатки: усложняется схема стабилизатора, уменьшается надежность, увеличиваются вес и габариты. Кроме того, для уменьшения нестабильности выходного напряжения стабилизатора напряжение дополнительного источника необходимо стабилизировать. Поэтому такой способ улучшения параметров не всегда рационален. Эти недостатки могут быть исключены, если вместо резистора $R_у$ использовать простейший стабилизатор тока на транзисторе T_1 (рис. 13.15), а регулирующий элемент согласовать с усилительным с помощью одного или нескольких эмиттерных повторителей (T_2). Согласование необходимо для того, чтобы входное сопротивление *РЭ* не нагружало усилительный элемент. Тогда эффективнее может быть использовано высокое выходное сопротивление стабилизатора тока.

В прецизионных стабилизаторах усилительные элементы выполняются по более сложным схемам. Для увеличения коэффициента усиления строятся многокаскадные *УПТ* (обычно 3—4 каскада) прямого усиления или с преобразованием частоты, которые обладают меньшим дрейфом нуля.

Измерительный элемент существенным образом влияет на выходные параметры стабилизатора. Во-первых, как это следует из основного уравнения стабилизатора, коэффициент передачи измерительного элемента $K_д$ входит во все соотношения, определяющие выходные параметры *КСН*. Причем, зависимость такова,

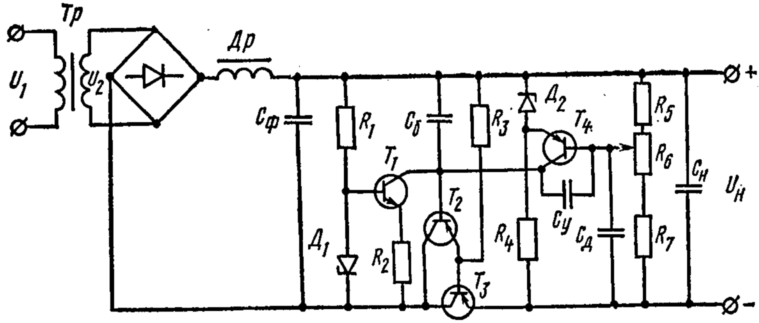


Рис. 13.15

что с увеличением $K_д$ качественные показатели стабилизатора улучшаются. Во-вторых, нестабильность эталонного напряжения $\Delta U_{эт}$ и коэффициент передачи $K_д$ определяют предельную точность работы *КСН*. В-третьих, дифференциальное сопротивление $r_д$ источника эталонного напряжения отлично от нуля. В общем случае оно ухудшает параметры *УПТ* и стабилизатора. Кроме того, в *ТКСН* приходится учитывать выходное сопротивление измерительного элемента $r_с$ и предъявлять к нему определенные требования.

Широкое распространение получили измерительные элементы мостового типа с нелинейным сопротивлением типа R_U в одном плече моста. Рассмотрим измерительный мост, где в качестве нелинейного сопротивления используется газоразрядный (см. рис. 13.12, *а*) или кремниевый (см. рис. 13.12, *б*) стабилитрон. Такое ограничение связано с тем, что более сложные схемы *ИЭ* в конечном счете могут быть сведены к простому мосту, и все соотношения и рекомендации, полученные для него, легко обобщаются.

В номинальном режиме

$$\left.\begin{aligned} U_{R_{д1}} &= \frac{R_{д1}}{R_{д1}+R_{д2}} U_н, \\ U_{R_{д1}} &= U_{эт} + U_и, \end{aligned}\right\} \tag{13.36}$$

$$\text{т. е. } U_{эт} + U_и = \frac{R_{д1}}{R_{д1}+R_{д2}} U_н.$$

Если напряжение дополнительного источника $U_{вх3}$ неизменно, то с изменением $U_н$ на величину $\Delta U_н$ выходное напряжение измерительного элемента изменится на величину

$$\Delta U_и = \frac{R_{д1}}{R_{д1}+R_{д2}} \Delta U_н. \tag{13.37}$$

Уравнение (13.37) соответствует второму уравнению из системы (13.16), поэтому согласно (13.36) коэффициент передачи *ИЭ*

$$K_д = \frac{U_{эт}+U_и}{U_н} = \frac{R_{д1}}{R_{д1}+R_{д2}}.$$

Полученные соотношения справедливы при условии, что *ИЭ* находится в режиме холостого хода.

Основной недостаток такой схемы заключается в том, что при изменении $U_{вх3}$ изменяется чувствительность *ИЭ* и его выходное напряжение. Следовательно, выходное напряжение *КСН* изменится согласно формуле (13.22) на величину, пропорциональную $\Delta U_{эт}$, которая в этом случае

$$\Delta U_{эт} = \frac{r_д}{R_0 + r_д} \Delta U_{вх3}.$$

Если вместо $U_{вх3}$ использовать стабилизированное выходное напряжение $U_н$, то прежде всего уменьшится $\Delta U_{эт}$, а *ИЭ* будет представлять собой мост постоянного тока, на одну диагональ которого подается входное напряжение $U_н$, а с другой диагонали снимается выходное напряжение $U_и$.

Соотношение (13.37) позволяет получить выходное сопротивление измерительного элемента

$$r_с = \frac{R_{д1} R_{д2}}{R_{д1} + R_{д2}}.$$

В *ТКСН* величину $r_с$ приходится согласовывать с входным сопротивлением усилителя, чтобы не потерять в коэффициенте усиления. В *ЛКСН* усилительный элемент к величине $r_с$ никаких особых требований не предъявляет, за исключением того, чтобы сопротивление в сеточной цепи первого каскада усилителя было не больше допустимого техническими условиями.

В зависимости от уровня выходного напряжения стабилизатора возможны три характерных способа построения измерительных элементов. *Первый способ* (см. рис. 13.12) применяется при высоком выходном напряжении стабилизатора, когда можно обеспечить достаточно высокий $K_д$ и нормальный режим по постоянному току усилительного элемента. Этот способ характерен тем, что классический измерительный мост запитан выходным напряжением стабилизатора. *Второй способ* (рис. 13.16, *а*) применяется при низком выходном напряжении стабилизатора, когда обеспечивается только нормальный режим усилительного элемента. Он характеризуется тем, что источник эталонного напряжения приподнят над одной из выходных шин стабилизатора, а следящий (измерительный) делитель следит за изменением суммы ($U_н + U_{эт}$). Для этой схемы *ИЭ*

$$K_д = \frac{U_{эт}}{U_н + U_{эт}} \quad \text{при} \quad U_{эт} \gg U_{эб.у}.$$

Третий способ (рис. 13.16, *б*) применяется при весьма низком выходном напряжении стабилизатора. Он характеризуется тем, что режим *УЭ* обеспечивается дополнительным источником, напряжение $U_д$ которого должно быть такое же стабильное, как и $U_{эт}$.

Для измерительного элемента, построенного по схеме рис. 13.16, *б*,

$$K_д = \frac{U_{эт}}{U_н + U_{эт} + U_д}.$$

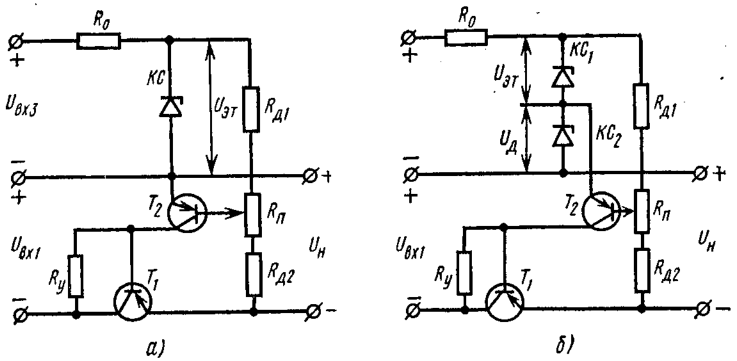


Рис. 13.16

Схемы измерительных элементов могут быть усложнены элементами термокомпенсации как в источнике эталонного напряжения, так и в следящем делителе.

Частотные свойства стабилизаторов

Компенсационные стабилизаторы напряжения, если не принято специальных мер, склонны к самовозбуждению. Это объясняется принципиально необходимой и весьма глубокой отрицательной обратной связью, частотными свойствами вакуумных, газоразрядных и полупроводниковых приборов, стоящих в схеме стабилизатора, а также наличием реактивных элементов — паразитных емкостей и индуктивностей, способных накапливать энергию и обмениваться ею. Значительную роль в стимулировании самовозбуждения, паразитной генерации, играют флюктуации напряжений и токов, поступающие на вход системы от источника питания и на выход системы со стороны нагрузки, а также зарождающиеся в усилительных приборах функциональных элементов схемы.

Поэтому, прежде чем рассматривать частотные свойства стабилизатора, необходимо обеспечить его устойчивость.

Потенциальную устойчивость (или неустойчивость) стабилизатора, а также влияние на нее параметров элементов схемы можно выяснить, если исследовать с помощью алгебраических или частотных критериев устойчивости, например, главный оператор системы

$$K(p) = \frac{U_н(p)}{U_1(p)} = \frac{K_р(p)}{1 + K_р(p) K_у(p) K_д(p)}, \qquad (13.38)$$

где $K_i(p) = \frac{M_i(p)}{N_i(p)}$ K_i — операторный коэффициент передачи i-го звена структурной схемы стабилизатора; $M_i(p)$, $N_i(p)$ — полиномы от p соответственно m-й и n-й степени ($n \geqslant m$).

Если приравнять нулю знаменатель выражения (13.38), можно записать характеристическое уравнение системы в общем виде

$$N_р(p) N_у(p) N_д(p) + K M_р(p) M_у(p) M_д(p) = 0$$

или

$$a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + a_1\lambda + a_0 = 0.$$

Если корни λ_1, λ_2, ..., λ_n характеристического уравнения линеаризированной системы имеют отрицательные вещественные части, то с течением времени свободное движение системы будет затухать и система будет устойчива.

Так как в общем случае степень характеристического уравнения весьма высока, нахождение корней представляет большие трудности, то для качественного анализа примем, что функциональные элементы стабилизатора аппроксимируются инерционными звеньями первого порядка

$$K_р(p) = \frac{K_р}{1 + p\tau_р}, \quad K_у(p) = \frac{K_у}{1 + p\tau_у}, \quad K_д(p) = \frac{K_д}{1 + p\tau_д},$$

где

$$\tau_р = R_{вых.р}C_{вых.р}, \quad \tau_у = R_{вых.у}C_{вых.у}, \quad \tau_д = R_{вых.д}C_{вых.д}.$$

Тогда характеристическое уравнение стабилизатора будет иметь вид

$$\overbrace{\tau_р\tau_у\tau_д}^{a_3}\lambda^3 + (\overbrace{\tau_р\tau_у + \tau_р\tau_д + \tau_у\tau_д}^{a_2})\lambda^2 + (\overbrace{\tau_р + \tau_у + \tau_д}^{a_1})\lambda + (\overbrace{1 + K_рK_уK_д}^{a_0}) = 0.$$

Согласно алгебраическому критерию устойчивости Гурвица стабилизатор будет устойчив, если $a_3 > 0$, $a_2 > 0$, $a_1a_2 - a_0a_3 > 0$.

Так как первые два неравенства выполняются всегда, то из третьего следует, что критический коэффициент усиления $K_{кр} = K = K_рK_уK_д$ разомкнутой цепи регулирования, при котором стабилизатор будет находиться на границе устойчивости, определится только отношением постоянных времени звеньев

$$K_{кр} = 2 + \frac{\tau_р}{\tau_у} + \frac{\tau_р}{\tau_д} + \frac{\tau_у}{\tau_р} + \frac{\tau_у}{\tau_д} + \frac{\tau_д}{\tau_р} + \frac{\tau_д}{\tau_у}. \qquad (13.39)$$

Для нескорректированных стабилизаторов (обобщенные схемы) постоянные времени звеньев одного порядка и $K_{кр}$ весьма мал и не обеспечивает высоких качественных показателей в установившемся режиме. Это обстоятельство еще более усугубляется в реальных стабилизаторах, где число инерционных звеньев и их порядок выше принятых.

Из соотношения (13.39) следует, что увеличить $K_{кр}$ и обеспечить устойчивость можно путем разноса постоянных времени: увеличить наибольшую постоянную времени или уменьшить наименьшую. Последнее ограничено частотными свойствами усилительных приборов и каскадов на них и особенно паразитными емкостями и индуктивностями. Поэтому один из эффективных способов увеличения $K_{кр}$ является увеличение наибольшей постоянной времени, что достигается с помощью корректирующих емкостей: $C_н$, $C_б$, $C_у$ и $C_д$ (см. рис. 13.15).

Для стабилизаторов безразлично, в каком функциональном элементе изменять постоянную времени. Вся совокупность корректи-

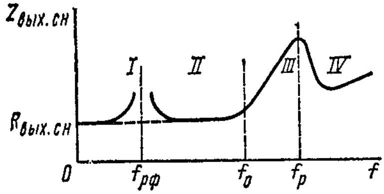


Рис. 13.17

рующих емкостей позволяет всегда обеспечить устойчивость одноконтурных стабилизаторов с высокими статическими параметрами. При этом необходимо иметь в виду следующее: с увеличением постоянных времени звеньев уменьшается полоса пропускания стабилизатора и динамические параметры ухудшаются.

Частотные свойства скорректированного, устойчивого стабилизатора наиболее ярко проявляются при изменении тока нагрузки. Это связано с тем, что стабилизатор обладает ограниченной полосой пропускания, его выходное сопротивление является функцией частоты:

$$Z_{\text{вых.сн}} = \frac{Z_{\text{вых.р}}}{1 + K_{\text{р}}(j\omega)\, K_{\text{у}}(j\omega)\, K_{\text{д}}(j\omega)}, \qquad (13.40)$$

а ток нагрузки, особенно при импульсном характере, занимает полосу частот от $f_{\text{нн}}$ до $f_{\text{вн}}$.

На рис. 13.17 приведена зависимость модуля выходного сопротивления стабилизатора от частоты, построенная согласно выражению (13.40). Эта зависимость характеризует также изменение выходного напряжения стабилизатора при гармоническом или импульсном изменении тока нагрузки.

Зависимость $Z_{\text{вых.сн}} = \varphi(f)$ имеет четыре характерные области.

Область I определяется частотными свойствами источника питания стабилизатора. Если фильтр выпрямителя обладает резонансными свойствами, то на резонансной частоте $f_{\text{рф}}$ возрастает выходное сопротивление выпрямителя для переменной составляющей тока нагрузки, что вызывает неустойчивую работу стабилизатора. Чтобы стабилизатор работал нормально, необходимо вывести резонансную частоту фильтра из полосы частот нагрузки ($f_{\text{рф}} < f_{\text{нн}}$). Это достигается изменением параметров резонансного фильтра или применением чисто емкостного фильтра.

Область II ограничивается верхней граничной частотой f_0 полосы пропускания стабилизатора. Это область нормальной работы стабилизатора. В ней модуль полного выходного сопротивления стабилизатора одного порядка с $R_{\text{вых.сн}}$.

Область III от f_0 до $f_{\text{р}}$ — область частот, в которой проявляются резонансные свойства стабилизатора в целом.

Область IV характеризуется частотными свойствами конденсатора $C_{\text{н}}$.

В полосе частот областей *III* и *IV* стабилизатор не отрабатывает изменение выходного напряжения от дестабилизирующих воздействий.

Обычно *ЛКСН* имеют полосу пропускания до единиц — нескольких десятков кГц, а *ТКСН* — до нескольких сотен Гц — единиц кГц, что явно недостаточно для нормальной работы стабилизатора при импульсном характере нагрузки.

Расширить полосу пропускания стабилизатора можно с помощью коррекции частотной характеристики цепи обратной связи (в ущерб запасу устойчивости), путем введения второго (высокочастотного) контура регулирования или второго канала усиления в цепи *ОС*.

Уменьшение динамической ошибки регулирования в некоторых случаях возможно за счет увеличения $C_н$. Для обеспечения допустимой относительной ошибки регулирования δ должно выполняться неравенство

$$C_н > \frac{\tau_и I_m}{U_н \ln\left(\frac{1}{1-\delta}\right)},$$

где $\tau_и$ — длительность импульса тока нагрузки I_m.

Скорректированный стабилизатор хорошо сглаживает пульсацию выпрямленного напряжения в полосе пропускания. В этом случае коэффициент сглаживания численно равен частному коэффициенту стабилизации по входному напряжению.

§ 13.4. Компенсационные стабилизаторы напряжения постоянного тока дискретного регулирования

Компенсационные стабилизаторы напряжения постоянного тока дискретного регулирования представляют собой *импульсные* или *релейные* системы автоматического регулирования. Их называют ключевыми, так как регулирующий элемент работает в режиме ключа.

Принцип действия ключевого стабилизатора заключается в следующем. Пусть имеем электрическую цепь (рис. 13.18), содержащую периодически замыкающийся и размыкающийся ключ. Если на вход такой цепи подать постоянное напряжение $U_{вх}$, то на ее выходе будут получаться прямоугольные импульсы напряжения, среднее значение которого

$$U_н \doteq U_{вх} t_з / T = U_{вх}/Q,$$

где T — период работы ключа; $t_з$ — время, в течение которого ключ находится в замкнутом состоянии; $Q = T/t_з$ — скважность работы ключа.

Введя в схему цепь обратной связи подобно тому, как это делалось в стабилизаторах непрерывного регулирования, но воздей-

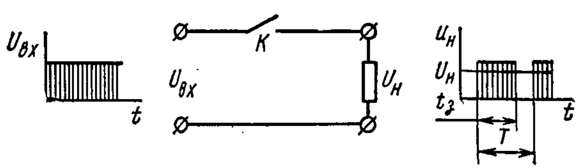


Рис. 13.18

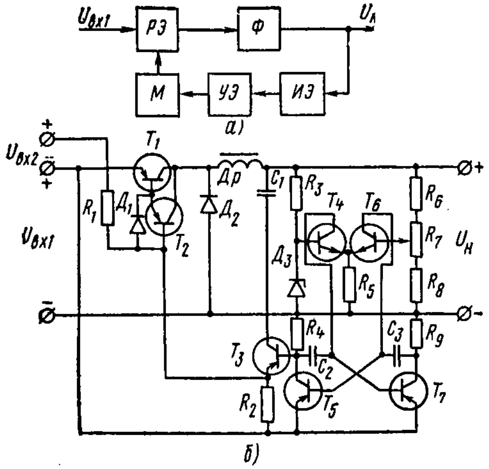


Рис. 13.19

ствуя при этом не на сопротивление регулирующего элемента, а на скважность его работы, напряжение на выходе можно поддерживать постоянным.

Из определения скважности Q следует, что регулировать ее величину, а следовательно, и выходное напряжение стабилизатора можно: 1) изменением длительности замкнутого $t_з$ и разомкнутого $t_р$ состояний ключа при постоянном значении T [широтно-импульсная модуляция (*ШИМ*)]; 2) изменением периода T при сохранении постоянным одного из значений $t_з$ или $t_р$ [частотно-импульсная модуляция (*ЧИМ*)]; 3) комбинированным использованием *ШИМ* и *ЧИМ*.

Все указанные способы регулирования скважности используются в схемах ключевых стабилизаторов.

В качестве ключей применяются транзисторы и тиристоры, а усреднение выходного напряжения и сглаживание пульсации осуществляется с помощью сглаживающего фильтра, например, типа *LC*.

В общем случае структурная схема ключевого стабилизатора имеет вид, изображенный на рис. 13.19, *а*. Здесь модулятор *М* преобразует сигнал постоянного тока, пропорциональный ошибке регулирования, в импульсы с определенной длительностью и управляет работой регулирующего элемента. Этой структурной схеме соответствует принципиальная схема (рис. 13.19, *б*) ключевого стабилизатора.

Входное напряжение $U_{вх1}$ подается на *РЭ*, выполненный в виде составного транзистора $T_1 \div T_2$. После регулирующего элемента напряжение поступает на сглаживающий фильтр (*Др*, C_1) и далее на выход стабилизатора. Частота работы ключа (T_1, T_2) определяется модулятором, выполненным в виде мультивибратора на транзисторах T_5, T_7, конденсаторах C_2 и C_3 и на резисторах R_4 и R_9. Напряжение, снимаемое с R_4, управляет транзистором T_3, эмиттер которого связан с базой составного транзистора *РЭ*. Когда T_3 разомкнут, на базу T_2 подается положительное напряжение $U_{вх3}$ от дополнительного источника, вследствие чего ключ приходит в разомкнутое состояние. При открывании T_3 на базу T_2 подается отрицательный потенциал, что переводит ключ в замкнутое состояние.

Сигнал рассогласования между заданным и действительным значениями выходного напряжения поступает от измерительного элемента ($Д_3$, R_3 и $R_6 \div R_8$) на вход усилительного элемента — дифференциальный усилитель на транзисторах T_4 и T_6. Эти транзисторы, включенные в цепи разряда конденсаторов C_2 и C_3, воздействуют на длительности замкнутого и разомкнутого состояний транзисторов мультивибратора. Тем самым регулируется скважность работы *РЭ* и выходное напряжение стабилизатора поддерживается постоянным.

Основным достоинством стабилизаторов дискретного регулирования является высокий коэффициент полезного действия (до 90—95%), который является следствием ключевого режима *РЭ*. Однако такому режиму свойственны и недостатки: большие пульсации выходного напряжения, для компенсации которых необходимы громоздкие сглаживающие фильтры; низкий коэффициент стабилизации; малое быстродействие (отработка изменения выходного напряжения начинается лишь спустя полпериода); стабилизатор не работает при импульсной нагрузке. Эти недостатки резко ограничивают область применения ключевых стабилизаторов.

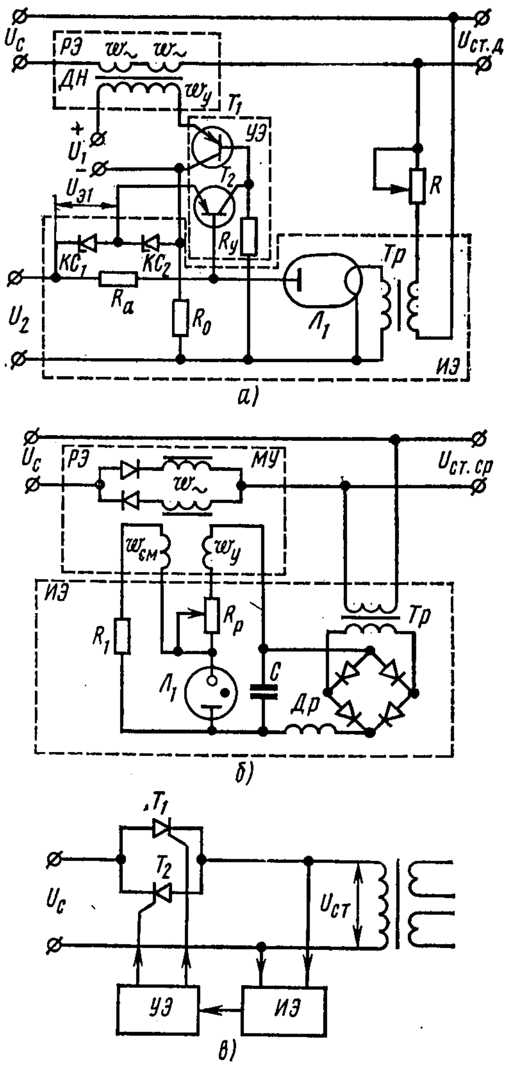


Рис. 13.20

§ 13.5. Компенсационные стабилизаторы напряжения переменного тока

Компенсационные стабилизаторы напряжения переменного тока строятся по тому же принципу, что и компенсационные стабилизаторы напряжения постоянного тока. Они состоят из регулирующего, измерительного и усилительного элементов.

Регулирующие элементы могут быть выполнены на электромагнитных аппаратах [дроссели насыщения *ДН* (рис. 13.20, *а*); магнитные усилители *МУ* (рис. 13.20, *б*); трансформаторы и автотрансформаторы с подмагничиванием] и тиристорах (рис. 13.20, *в*). В первом случае регулирование осуществляется за счет изменения реактивного сопротивления обмоток переменного тока (см. гл. 8), во втором — за счет изменения времени протекания тока в цепи нагрузки (см. гл. 12). Так как при этом на выходе *РЭ* искажается форма напряжения, то стабилизировать можно один из показателей величины переменного напряжения: амплитудное, действующее или среднее (за полпериода) значения. Стабилизируемый показатель определяется назначением стабилизатора. В стабилизаторах для питания накала ламп, электромагнитов, электродвигателей следует добиваться стабильности действующего значения напряжения; в стабилизаторах для питания гироскопов — амплитуды первой гармоники; в стабилизаторах, питающих выпрямители с индуктивным характером нагрузки, — среднего значения напряжения. Эти особенности налагают свои требования на измерительные элементы. Они должны включать в себя устройство, преобразующее напряжение переменного тока в действующее значение, амплитудное или среднее.

В качестве таких преобразователей в стабилизаторах со слежением за действующим значением напряжения могут быть использованы диоды, работающие в режиме насыщения ($Л_1$ в схеме рис. 13.20, *а*). Их анодный ток пропорционален действующему значению напряжения накала. Поэтому элементы *Тр*, $Л_1$ и $R_а$ выполняют роль следящего (измерительного) делителя.

В стабилизаторах со слежением за средним значением преобразователь в *ИЭ* представляет собой выпрямитель с индуктивным характером нагрузки (рис. 13.20, *б*). Если стабилизируется амплитудное значение напряжения, то преобразователь должен представлять собой выпрямитель с емкостным характером нагрузки.

Усилительные элементы в компенсационных стабилизаторах напряжения переменного тока ничем не отличаются от усилительных элементов компенсационных стабилизаторов напряжения постоянного тока.

§ 13.6. Стабилизаторы тока

Стабилизаторы тока широко применяются в измерительной технике и в радиоэлектронной аппаратуре для обеспечения требуемых режимов различных радиоэлектронных элементов, для питания устройств, предназначенных для возбуждения постоянного магнитного поля. Различают параметрические и компенсационные стабилизаторы тока.

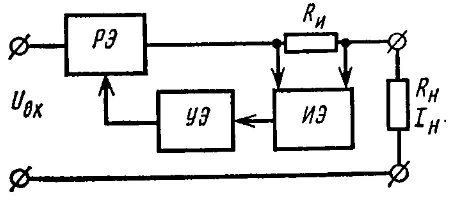


Рис. 13.21

К о м п е н с а ц и о н н ы е   с т а б и л и з а т о р ы   тока (рис. 13.21) строятся по тем же принципам, что и компенсационные стабилизаторы напряжения. Структурная схема стабилизатора тока включает в себя регулирующий, усилительный и измерительный элементы и измерительный резистор $R_и$. Принцип действия стабилизатора тока состоит в следующем. Напряжение на измерительном резисторе $R_и$, которое пропорционально току нагрузки $I_н$, сравнивается с эталонным напряжением в *ИЭ*, образуя сигнал рассогласования. Этот сигнал усиливается до требуемой величины *УЭ* и подается в соответствующей фазе на *РЭ*, который меняет свое сопротивление так, что рассогласование устраняется, т. е. схема, стабилизируя напряжение на $R_и$, осуществляет стабилизацию тока нагрузки.

В зависимости от рода стабилизируемого тока функциональные элементы могут быть выполнены по тем же схемам и на тех же элементах, что и соответствующие стабилизаторы напряжения. Так, при стабилизации постоянного тока обобщенные схемы стабилизаторов тока будут такие же, как обобщенные схемы стабилизаторов напряжения (см. рис. 13.12), но $R_{д1}$ следует заменить на $R_и$, а $R_{д2}$ — на $R_н$. Поэтому выводы, практические рекомендации и основные соотношения, полученные при анализе стабилизаторов напряжения, могут быть распространены и на стабилизаторы тока.

Глава 14. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ НАПРЯЖЕНИЯ

§ 14.1. Преобразование постоянного тока в переменный

Для питания радиоэлектронной аппаратуры от источников постоянного тока с низким напряжением (аккумуляторных и солнечных батарей, термогенераторов) используют *преобразователи постоянного тока в переменный* (инверторы) и *преобразователи постоянного тока в постоянный* другого уровня напряжения (конверторы).

В настоящее время преобразователи (и инверторы, и конверторы) выполняют на полупроводниковых приборах — транзисторах и тиристорах. Они являются статическими устройствами. В отличие от вибрационных или электромашинных преобразователей в них отсутствуют движущиеся механические части, поэтому они долговечны и надежны в работе. К достоинствам полупроводниковых преобразователей следует отнести также их высокий к. п. д., малый вес и небольшие габариты, низкий уровень помех.

Преобразователи на небольшую мощность (до 500 Вт) при питании от источников с низким напряжением (до 27 В) выполняют на транзисторах, работающих в режиме переключений. Преобразователи на большие мощности, питающиеся от источников с повышенным напряжением (выше 27 В), рационально выполнять на тиристорах.

Основным процессом при преобразовании напряжения постоянного тока в напряжение переменного тока, или в напряжение постоянного тока другого уровня, является инвертирование.

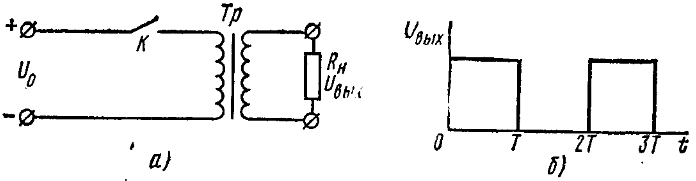


Рис. 14.1

Оно заключается в следующем. Пусть имеется цепь (рис. 14.1, *а*), состоящая из источника напряжения U_0, ключа K и трансформатора, к которому подключена нагрузка. Если периодически замыкать и размыкать ключ, то в цепи первичной обмотки трансформатора будут проходить импульсы тока и на нагрузке появится напряжение, пропорциональное коэффициенту трансформации трансформатора и уровню преобразуемого напряжения. По форме оно представляет собой прямоугольные импульсы длительностью T, разделенные паузой той же длительности. Такое преобразование называется о д н о т а к т н ы м. Более широко применяется д в у х т а к т н о е преобразование, когда первичная обмотка трансформатора состоит из двух половин, каждая из которых с помощью своего ключа периодически подключается к источнику постоянного тока. В этом случае выходное напряжение преобразователя представляет собой прямоугольные импульсы разной полярности относительно оси абсцисс.

Таким образом, ключ служит для преобразования рода тока, а трансформатор — уровня напряжения и электрической развязки нагрузки с источником постоянного тока.

Для уменьшения потерь энергии при инвертировании переключающее устройство должно иметь малое сопротивление в открытом и большое — в закрытом состояниях. Этим требованиям лучше всего удовлетворяют транзисторы и тиристоры.

§ 14.2. Способы построения силовой части инверторов

Инверторы на транзисторах можно разделить на два типа: *с самовозбуждением* и *с независимым возбуждением* (усилители мощности).

И н в е р т о р ы с с а м о в о з б у ж д е н и е м выполняют на небольшие мощности (до нескольких десятков ватт) по однотактной и двухтактной схемам. В однотактных схемах трансформатор работает с подмагничиванием, что увеличивает потери в нем. Поэтому такие схемы применяются для преобразования малых мощностей (порядка $1 \div 2$ Вт).

Наиболее широко применяются схемы двухтактных преобразователей. На рис. 14.2 изображена весьма распространенная схема инвертора, которая состоит из трансформатора *Тр*, сердечник которого выполнен из материала с прямоугольной петлей гистерезиса, и двух транзисторов T_1 и T_2, включенных по схеме с общим эмиттером.

Напряжение, снимаемое с резистора $R_б$, создает на базах транзисторов отрицательное смещение, что обеспечивает надежный запуск преобразователя. Так как параметры транзисторов не могут быть абсолютно одинаковыми, то их коллекторные токи окажутся различными и н. с. одной (*ао*) и другой (*об*) половин первичной обмотки трансформатора будут также различны. Поэтому результирующий магнитный поток в сердечнике трансформатора будет индуктировать в обмотке обратной связи (*вг*) э. д. с., направленную так, чтобы на базу транзистора, у которого при включении был бóльший ток коллектора (например, T_1), прикладывалось отрицательное напряжение, а на базу другого транзистора (например, T_2) — положительное. Это приведет к увеличению тока коллектора транзистора T_1 и уменьшению тока коллектора транзистора T_2, вследствие чего возрастают магнитный поток в сердечнике трансформатора (вплоть до насыщения) и индуктируемая в обмотке обратной связи э. д. с. При насыщении сердечника э. д. с. обмотки обратной связи становится равной нулю, отрицательное смещение на базе T_1 уменьшается, вызывая уменьшение тока коллектора и магнитного потока в сердечнике. При этом э. д. с. обмотки обратной связи изменит направление и транзистор T_2 начнет открываться, а транзистор T_1 — запираться. В дальнейшем будет происходить увеличение тока коллектора транзистора T_2 и другой половины первичной обмотки (*об*). При этом магнитный поток в сердечнике, изменив направление, начнет также увеличиваться. При достижении насыщения сердечника вновь произойдет переключение транзисторов.

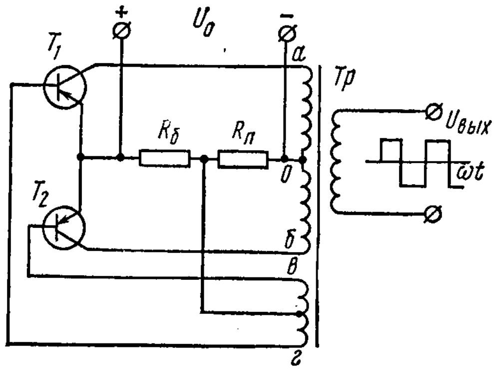


Рис. 14.2

Таким образом, транзисторы T_1 и T_2 работают в ключевом режиме, а изменяющийся магнитный поток в сердечнике трансформатора индуктирует во вторичной обмотке переменную э. д. с., форма которой близка к прямоугольной, а частота определяется параметрами насыщающегося силового трансформатора и напряжением питания.

Инверторы с независимым возбуждением представляют собой сочетание маломощного инвертора с самовозбуждением (генератора) и усилителя мощности (рис. 14.3). Они применяются, когда требуется обеспечить постоянство частоты и напряжения на выходе, а также неизменность формы кривой переменного напряжения при изменении нагрузки преобразователя.

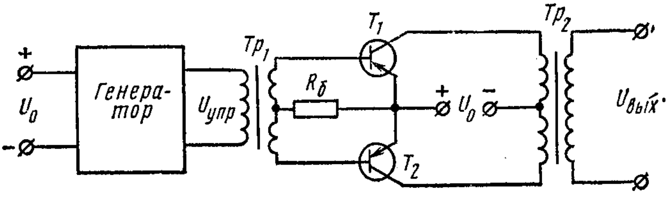


Рис. 14.3

На рис. 14.4 изображена схема инвертора на тиристорах. Она состоит из трансформатора, двух тиристоров, коммутирующего конденсатора и дросселя. Принцип действия преобразователя заключается в следующем. На управляющие электроды тиристоров от схемы управления (задающего генератора) подаются управляющие импульсы положительной полярности. Пусть в первый полупериод управляющих импульсов открыт тиристор T_1, тогда напряжение U_0 через этот тиристор оказывается приложенным к половине (*аб*) первичной обмотки трансформатора. Вследствие явления самоиндукции в другой половине (*бв*) этой обмотки наводится э. д. с., равная по величине э. д. с. первой половины обмотки и противоположная ей по знаку. Конденсатор C от двух половин первичной обмотки заряжается до напряжения $\approx 2U_0$ (полярность указана на схеме). В начале второго полупериода на управляющий электрод тиристора T_2 подается сигнал и он открывается. Положительно заряженная обкладка конденсатора оказывается подключенной через T_2 к катоду T_1. Конденсатор начинает разряжаться через тиристоры T_2 и T_1, причем его разрядный ток направлен навстречу основному току тиристора T_1. Как только ток через тиристор станет меньше тока удержания, он закроется. В течение второго полупериода напряжение питания U_0 прикладывается ко второй половине (*бв*) первичной обмотки трансформатора. Теперь уже в первой половине (*аб*) первичной обмотки наводится э. д. с., равная по величине э. д. с. второй половины обмотки и противоположная ей по знаку. Конденсатор C перезаряжается до напряжения $2U_0$ с противоположной полярностью (полярность указана на схеме в скобках), выключая своим током заряда тиристор T_2. В следуюший полупериод процессы будут повторяться.

Форма и величина напряжения на выходе преобразователя зависят от соотношения между величинами сопротивления нагрузки, емкости C и индуктивности дросселя, образующих колебательный контур.

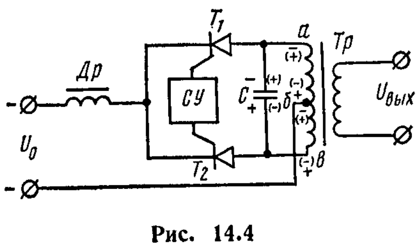


Рис. 14.4

Дроссель в таких схемах ограничивает ток, потребляемый от первичного источника, в момент переключения тиристоров.

Так как внешняя характеристика такого инвертора недостаточно жесткая, то его используют только при работе на постоянную активную нагрузку.

В качестве задающего генератора (*СУ*) в тиристорных инверторах используются транзисторные инверторы с самовозбуждением, мультивибраторы, блокинг-генераторы и т. д.

§ 14.3. Способы построения силовой части конверторов

Силовая часть конверторов состоит из инвертора *Пр* и выпрямителя *В* со сглаживающим фильтром *Ф* (рис. 14.5, *а*). Эти основные функциональные элементы могут быть выполнены по различным схемам в зависимости от конкретных требований и условий.

Часто силовая часть конверторов усложняется за счет введения стабилизаторов напряжения переменного (на выходе инвертора) или постоянного (на входе или выходе конвертора) тока. Стабилизация выходного напряжения конвертора может быть осуществлена и путем введения отрицательной обратной связи, как это делалось в компенсационных стабилизаторах напряжения.

К конверторам можно отнести и выпрямители с двойным преобразованием тока по частоте (рис. 14.5, *б*). Структурная схема такого устройства включает в себя выпрямитель B_1, который выполняется без трансформатора, сглаживающий фильтр $Ф_1$, инвертор *Пр*, частота выходного напряжения которого намного выше частоты первичного источника, и выпрямитель B_2 со сглаживающим фильтром $Ф_2$. Исключение низкочастотного трансформатора (его функции — преобразование уровня напряжения и электрическую развязку — осуществляет трансформатор инвертора, работающий на частоте $f_2 \gg f_1$) позволяет резко уменьшить вес и габариты преобразователя.

Существенным недостатком преобразователей является наличие моточных изделий: трансформаторов и дросселей, которые снижают надежность и не позволяют реализовать преобразователи в интегральном исполнении.

Весьма перспективным с точки зрения микроминиатюризации являются преобразователи, построенные на основе бестрансформаторных выпрямителей. Способы построения силовой части таких преобразователей иллюстрируют рис. 11.13, 11.12.

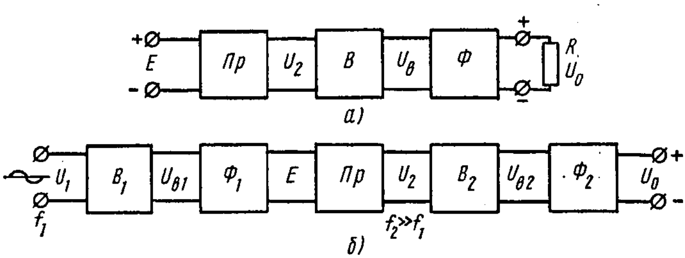


Рис. 14.5

Глава 15. ПЕРВИЧНЫЕ ИСТОЧНИКИ

§ 15.1. Химические источники электрической энергии

К химическим источникам электрической энергии относятся гальванические элементы и аккумуляторы. В них химическая энергия окислительно-восстановительных процессов преобразуется в электрическую энергию постоянного тока.

Не вдаваясь в детали устройства химических источников и протекающих в них химических реакций, остановимся на эксплуатационных показателях наиболее распространенных их типов.

Марганцево-цинковые элементы со щелочным или солевым электролитом выпускаются промышленностью в двух конструктивных разновидностях: стаканчиковой (цилиндрической) и в виде параллелепипеда или диска (галетной). Они отличаются малой стоимостью, широким температурным диапазоном и длительным сроком хранения.

Эти элементы, как и все остальные химические элементы, разового действия.

Ртутно-цинковые элементы имеют высокую механическую прочность, малый уровень саморазряда (3 ÷ 5% за месяц), срок хранения более 18 месяцев, безвредны для обслуживающего персонала, но в их производстве применяются весьма вредные вещества. Стоимость этих элементов в 12 ÷ 17 раз выше, чем марганцево-цинковых.

Медно-магниевые элементы из-за большого саморазряда применяются как резервные. Они приводятся в действие введением специального активатора непосредственно перед употреблением. После активации их срок хранения меньше суток. Разряд этих элементов сопровождается саморазогреванием, что позволяет им работать при весьма низких температурах, но активация должна производиться при положительной температуре. Стоимость таких элементов почти в 20 раз выше, чем марганцево-цинковых.

Основные параметры некоторых типов гальванических элементов приведены в табл. 15.1.

Аккумуляторы отличаются от гальванических элементов тем, что окислительно-восстановительные процессы в них обратимы. Поэтому они пригодны для многократного использования. Промышленностью выпускаются различные типы аккумуляторов, которые классифицируются *по виду электролита* — на кислотные и щелочные, *по материалу электродов* — на свинцовые, кадмиево-никелевые, серебряно-цинковые и др., *по конструкции* — на ламельные, безламельные, герметизированные и др.

Щелочные кадмиево-никелевые ламельные (*КН*) и безламельные (*КБН*) аккумуляторы (открытые, непроливаемые и герметизированные) просты в эксплуатации, имеют срок службы 50 ÷ 1000 циклов заряд — разряд, обладают самой высокой механической прочностью из всех химических источников тока, саморазряд их не превышает 20% за месяц, сохранность в залитом

Таблица 15.1

Наименование источника тока	Удельные характеристики		Отдача к. п. д., %	Сроки, лет		Предельные значения		Предельные рабочие температуры, °C
	А·ч/дм³	Вт·ч/кг		сохранности	службы	$U_н$, В	$I_н$, А	
Марганцево-цинковые батареи ФМЦ	12,5	8	90	1,5	—	3,7	0,05	$-30 \div +40$
Стаканчиковые элементы МЦ	63	46	90	0,7	—	160	0,035	$-30 \div +40$
Галетные батареи ГБ	63	50	90	2,0	—	120	0,027	$-30 \div +40$
Медно-окисные элементы	53	52	90	3,0	—	1,0	100	$-30 \div +40$
Окисно-ртутные элементы ОР	270	68	90	1,0	—	5,6	0,05	$-30 \div +50$
Серебряно-цинковые элементы в стартерном режиме	130	70	90	2,0	—	1,2	—	$-30 \div +40$
Кислотные свинцовые аккумуляторы авиационного типа	39	26	$50 \div 80$	5,0	3,0	2,0	$0,5 \div 20$	$-30 \div +40$
Ламельно-кадмиево-никелевые аккумуляторы	36	16	50	7,0	2,0	1,2	$0,2 \div 10$	$-40 \div +40$
Безламельные кадмиево-никелевые аккумуляторы	54	38	50	4,0	2,0	1,2	$0,3 \div 10$	$-20 \div +40$
Серебряно-цинковые аккумуляторы	160	120	85	2,0	0,9	1,2	$0,2 \div 20$	$-20 \div +50$
Серебряно-кадмиевые аккумуляторы	172	53	90	2,0	0,9	1,2	$0,2 \div 20$	$-20 \div +60$
Топливный элемент Давтяна	24	—	$40 \div 70$	—	0,01	0,75	$35\ \frac{мА}{см^2}$	До 700
Топливный элемент Бэкона	85	—	$50 \div 75$	—	0,01	0,6	$400\ \frac{мА}{см^2}$	До 240
Топливный элемент Юсти	48	—	$50 \div 80$	—	0,01	0,6	$500\ \frac{мА}{см^2}$	До 50
Термоэлектрогенераторы	—	1—4	$8 \div 10$	—	2,0	100	0,01	—
Солнечные батареи	—	0,2—0,5	$1 \div 10$	—	2,0	15,0	0,02	—

состоянии более двух лет. Эти аккумуляторы работают в широком диапазоне температур с относительно небольшим снижением удельных показателей. Стоимость герметичных кадмиево-никелевых аккумуляторов почти в сто раз выше, чем марганцево-цинкового элемента той же емкости, но больший срок службы снижает стоимость источника питания с таким аккумулятором при длительной эксплуатации.

Серебряно-цинковые аккумуляторы обладают наилучшими удельными характеристиками (см. табл. 15.1). Однако они выдерживают только 50 $\div$ 100 циклов перезарядки. Саморазряд их составляет 5 $\div$ 10% за месяц. Сохраняются они без электролита 5 лет, а с электролитом только 6 месяцев.

Удельные и эксплуатационные характеристики и параметры этих и некоторых других аккумуляторов приведены в табл. 15.1.

§ 15.2. Топливные элементы

Топливные элементы обеспечивают непосредственное преобразование энергии химических реакций в электрическую энергию. Их действие основано на электрохимическом окислении топлива, т. е. на реакции, аналогичной горению топлива в тепловых машинах. Однако в отличие от тепловой машины в топливных элементах окисление топлива и восстановление кислорода происходит на разных электродах, отсутствует выделение большого количества тепла и энергия реакций выделяется в виде электрической энергии в нагрузке без промежуточных преобразований с большим коэффициентом использования топлива.

В качестве топлива используется водород, пропан, метан, керосин, а в качестве окислителя — воздух. В табл. 15.1 приведены параметры некоторых типов топливных элементов.

Используются топливные элементы как дополнительные источники электрической энергии в космической технике. Их достоинствами являются бесшумность действия, отсутствие движущихся и вращающихся частей, нечувствительность к изменениям температуры окружающей среды, высокая экономичность и перспективы дальнейшего прогресса.

§ 15.3. Термоэлектрические генераторы

Термоэлектрические генераторы основаны на термоэлектрическом эффекте — эффекте Зеебека. Он заключается в том, что нагревание контакта двух полупроводниковых материалов разного типа электропроводности приводит к появлению некоторой э. д. с. на их свободных (холодных) концах.

Полупроводниковые материалы должны иметь как можно большую разность абсолютных значений коэффициентов термо-э. д. с., хорошую электропроводность и малую теплопроводность. Последнее необходимо для того, чтобы получить значительный перепад температуры между холодными и горячими контактами. Этим требованиям лучше всего удовлетворяют сильно легированные полупроводниковые материалы.

Источниками теплопитания термоэлектрических генераторов являются атомные реакторы, печи (горелки) на обычном топливе, приемники солнечной радиации.

Несмотря на малый коэффициент полезного действия, не превышающий 10%, термоэлектрические генераторы широко применяются для питания переносной и космической радиоэлектронной аппаратуры. Объясняется это низкой стоимостью, простотой эксплуатации и высокой надежностью.

§ 15.4. Солнечные батареи

Для питания радиоустройств космических аппаратов широко применяются непосредственные преобразователи энергии солнечного излучения в электрическую энергию, называемые *солнечными батареями*. Основу их составляют полупроводниковые элементы (обычно кремниевые). Основную роль в процессе преобразования энергии играет *n-p*-переход. При отсутствии освещенности суммарный ток через него равен нулю. При освещении полупроводника фотоны отдают часть своей энергии валентным электронам, поднимая уровень их энергии до величины, необходимой для перехода в зону проводимости. При этом в месте, откуда ушел электрон из заполненной зоны, образуется дырка. Таким образом, действие фотона световой (лучистой) энергии приводит к возникновению парных зарядов электрон-дырка. В результате разности концентраций носителей зарядов в полупроводниках типа *n* и *p* усиливается движение носителей зарядов и на электродах фотоэлемента возникает фото-э. д. с. Под воздействием возникшей э. д. с. в нагрузке, включенной в замкнутую внешнюю цепь фотоэлемента, проходит ток, приблизительно пропорциональный интенсивности освещения.

Современные солнечные батареи имеют к. п. д. $6 \div 8\%$ и отдают в нагрузку $0{,}6 \div 0{,}7$ Вт с квадратного дециметра освещаемой поверхности.

Солнечные батареи создаются на основе последовательно-параллельного соединения большого числа фотоэлементов, позволяющих получать нужный уровень напряжения и тока в нагрузке.

§ 15.5. Атомные батареи

Атомные батареи основаны на непосредственном преобразовании энергии распада ядер в электрическую энергию.

Атомная батарея представляет собой сферический конденсатор, на внутреннем электроде которого размещен радиоактивный материал, испускающий при своем распаде электроны (например, стронций-90). Эти электроны, будучи собраны внешним электродом (коллектором), заряжают конденсатор и создают ток во внешней цепи.

Недостатком атомной батареи является очень высокое напряжение (единицы — десятки киловольт) и малый ток в нагрузке. Достоинством является большой срок службы.

Глава 16. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 16.1. Общие сведения и классификация электрических машин

Электрические машины представляют собой электромеханические устройства, предназначенные для преобразования энергии. Электрические (электромашинные) генераторы являются главными источниками электрической энергии, а электрические двигатели — основными (по мощности и по числу установленных единиц) потребителями этой энергии.

Электрическая машина обладает свойством *обратимости,* т. е. может работать как в режиме генератора, так и в режиме двигателя.

На электростанциях, входящих в состав более или менее крупных энергетических систем, в настоящее время применяются только трехфазные синхронные генераторы. В промышленности наиболее распространенными являются трехфазные асинхронные электродвигатели. Применяются также трехфазные синхронные электродвигатели. В различных автоматических устройствах, в радиосистемах, в бытовых приборах и т. п. применяются однофазные и двухфазные электродвигатели.

Главным недостатком наиболее простых в изготовлении и обслуживании трехфазных асинхронных двигателей являются трудности регулирования их частоты вращения. Поэтому в тех случаях, когда регулирование частоты вращения является обязательным требованием технологического процесса, применяются более сложные в изготовлении и требующие большего ухода, но хорошо регулируемые электродвигатели постоянного тока. С целью расширения возможностей регулирования частоты вращения некоторые электродвигатели переменного тока, так же как и машины постоянного тока, снабжают коллектором (коллекторные машины переменного тока.) Для преобразования одного вида напряжения в другой (постоянного в переменное или наоборот), а также для изменения числа фаз, частоты переменного напряжения или уровня постоянного напряжения применяют различные электромашинные преобразователи. К таким преобразователям относятся, например, двигатель-генераторы, у которых вал генератора механически соединен с валом двигателя, и так называемые одноякорные преобразователи. Для целей регулирования или усиления мощности применяют электромашинные регуляторы и усилители. В системах автоматического управления находят широкое применение микромашины (сельсины, тахогенераторы, различные микродвигатели).

§ 16.2. Принцип действия и устройство генераторов постоянного тока

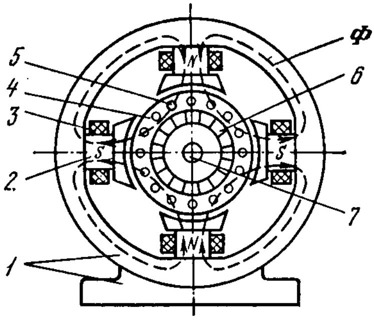


Рис. 16.1

На рис. 16.1 приведена конструктивная схема четырехполюсной машины постоянного тока. На станине *1* закреплены основные полюсы *2*, на которые насажены катушки (обмотки) возбуждения *3*. В небольших машинах вместо электромагнитов могут быть использованы постоянные магниты. Обмотки полюсов образуют магнитный поток возбуждения Ф. Между полюсами на валу машины *7* вращается якорь *4*, представляющий собой цилиндр, обычно набранный из штампованных листов электротехнической стали. Вдоль образующих цилиндра якоря имеются пазы, в которых размещаются проводники обмотки *5*. На том же валу закреплен коллектор *6*.

Если якорь вращается по часовой стрелке, то во всех проводниках, находящихся в рассматриваемый момент времени в зоне северных полюсов, индуктируются э. д. с., направленные от наблюдателя (в соответствии с правилом правой руки). В проводниках, находящихся в зоне южных полюсов, э. д. с. направлены к наблюдателю. Проводники, находящиеся точно на линии *геометрической нейтрали*, разделяющей разноименные полюсы, не пересекают линий магнитного поля, а скользят вдоль них; поэтому э. д. с. в них равна нулю.

Замечание. На рис. 16.1 проводники якоря еще не соединены друг с другом, цепь каждого проводника разомкнута и тока в них нет. Для того чтобы под действием индуктированных э. д. с. возник ток, нам еще предстоит соединить проводники тем или иным способом друг с другом и присоединить нагрузку.

Представим себе проводник aa' перемещающимся в зоне одного из полюсов (рис. 16.2, *а*) с постоянной скоростью v. Тогда при перемещении на расстояние dx в проводнике длиной l будет индуктироваться э. д. с., величина которой (модуль) может быть определена следующим образом:

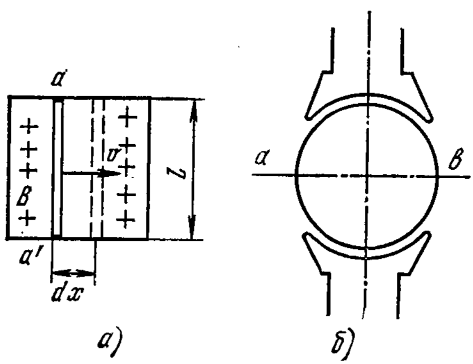


Рис. 16.2

$$|e_п| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{Bldx}{dt} = Blv. \quad (16.1)$$

Поскольку по условию $v = \text{const}$, то из (16.1) можно сделать заключе-

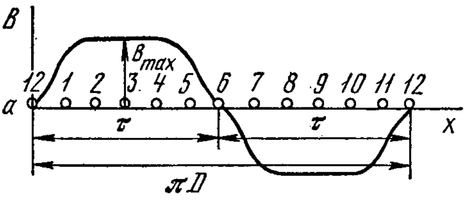


Рис. 16.3

ние, что кривая э. д. с. в функции координаты будет повторять в ином масштабе кривую магнитной индукции B. Для того чтобы индукция распределялась под полюсом более равномерно и охватывала большую часть поверхности якоря, полюсы в машинах обычно снабжают *полюсными наконечниками* (рис. 16.2, *б*). Если окружность якоря мысленно разрезать в точке *а* (рис. 16.2, *б*) и «развернуть» ее в прямую линию (рис. 16.3), то на образовавшейся оси x можно построить кривую индукции $B(x)$. Кривая рис. 16.3 близка к трапеции и может быть изменена в некоторых пределах путем изменения ширины полюсного наконечника, а также величины воздушного зазора между полюсным наконечником и якорем.

Часть длины окружности якоря, приходящаяся на долю одного полюса, называется полюсным делением

$$\tau = \pi D/(2p), \tag{16.2}$$

где D — диаметр якоря; p — число пар полюсов.

Очевидно, что при вращении якоря в каждом проводнике будет индуктироваться периодическая (переменная) э. д. с., период которой равен времени движения проводника вдоль двух соседних полюсных делений. При $p = 1$ период T будет соответствовать одному полному обороту якоря, при $p = 2$ — повороту якоря на $^1/_2$ оборота, так как на всю окружность якоря приходится $2p\,\tau = 4\tau$, и т. д.

Для того чтобы увеличить э. д. с. генератора, целесообразно соединить отдельные проводники так, чтобы их э. д. с. складывались.

Все проводники, находящиеся в данный момент времени в зоне одного полюса, имеют одинаковое направление индуктированных в них э. д. с. и нельзя соединить последовательно два соседних проводника: их э. д. с. в этом случае взаимно компенсируются. Однако можно соединить последовательно конец проводника, расположенного в зоне одного полюса, с концом проводника, расположенного в зоне полюса противоположной полярности (рис. 16.4, *а*). В этом случае э. д. с. проводников складываются. Далее следует учесть, что э. д. с. проводников, находящихся в зоне одного полюса, различны по величине: самая большая — в проводнике, находящемся под серединой полюса. Если все проводники обмотки соединены по определенному правилу последовательно, то результирующая э. д. с. некоторой группы проводников равна сумме э. д. с. отдельных проводников, входящих в группу, а результирующая э. д. с. всех проводников обмотки при полной ее симметрии равна нулю и тока в обмотке не будет.

На рис. 16.4, *б* показана одна из возможных обмоток, — так называемая петлевая. Эта обмотка образована следующим образом: начало проводника *1* соединено на передней лобовой части с началом проводника 6, конец которого на другой лобовой части соединен с концом проводника 11, затем начало проводника 11 — с началом проводника 4 и т. д.

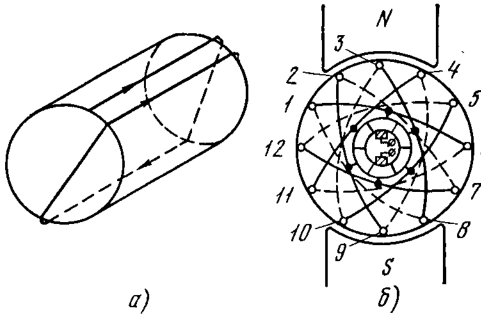


Рис. 16.4

Если теперь к точкам обмотки, лежащим на геометрической нейтрали (проводники 6 и 12), присоединить внешнюю цепь (нагрузку), то обмотка будет разделена этими точками на две параллельные ветви, и две результирующие э. д. с. половин обмоток окажутся включенными параллельно. Во внешней части цепи появляется ток $I_я$, а в каждой из двух параллельных ветвей ток $I_я/2$.

В работающей машине якорь вращается и проводники непрерывно меняют свое положение. Если оголить внешние части всех проводников и наложить на них неподвижные угольные щетки, размещенные на геометрической нейтрали, то образуется два скользящих контакта, а во внешней цепи будет существовать постоянный ток. Однако удобнее не оголять витки обмотки, а создать специальное контактное устройство — коллектор: цилиндр, состоящий из отдельных изолированных друг от друга пластин, называемых ламелями. Каждая пластина соединена с соответствующим проводником, т. е. имеет тот же потенциал, что и проводник, находящийся в пазу якоря. К коллектору с помощью пружин прижимаются щетки. На рис. 16.4, б щетки показаны условно, чтобы не затемнять чертежа, приложенными изнутри коллектора; на самом деле они приложены снаружи.

Щетки ставят так, чтобы они «собирали ток» с пластин коллектора, соединенных с проводниками, находящимися на нейтрали (в нашем случае это проводники 6 и 12). Таким образом, геометрическое размещение щеток вдоль оси полюсов соответствует их физическому расположению на нейтрали машины.

§ 16.3. Электродвижущая сила машины постоянного тока

Как указывалось, э. д. с. проводника, уложенного в паз якоря, зависит от длины проводника, являющейся конструктивной постоянной, от величины магнитной индукции в воздушном зазоре B и от скорости движения якоря v.

Магнитная индукция возбуждается в общем случае посредством электромагнитов. На рис. 16.5 представлено схематическое изображение четырехполюсной машины ($2p = 4$). Здесь же кроме главных указаны так называемые добавочные полюсы, назначение которых выясним в следующем параграфе. В случае четырехполюс-

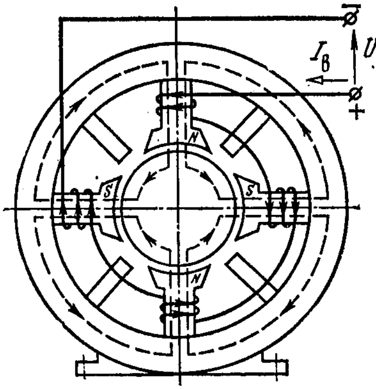


Рис. 16.5

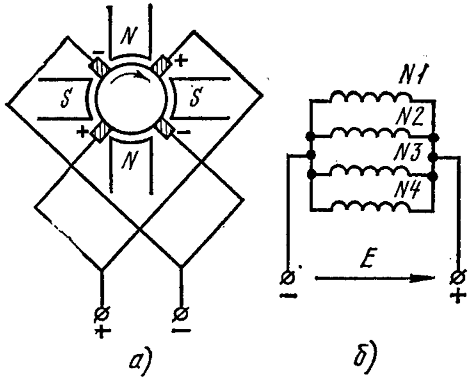


Рис. 16.6

ной машины на коллекторе устанавливают две пары щеток, которые делят обмотку якоря на четыре параллельные ветви (рис. 16.6, *а, б*). В общем случае число параллельных ветвей будем обозначать $2a$, где a — число пар параллельных ветвей. Здесь важно отметить, что э. д. с. машины равна э. д. с. одной параллельной ветви. Следовательно, если в пазы якоря уложено N активных проводников, то в одной параллельной ветви число последовательно соединенных проводников будет $N/(2a)$, а э. д. с. машины

$$E = E_{пр}\frac{N}{2a}, \tag{16.3}$$

где $E_{пр}$ — среднее значение э. д. с. одного проводника.

Эту э. д. с. легко подсчитать, если ввести в рассмотрение среднее значение магнитной индукции, представляющее собой отношение магнитного потока одного полюса к пронизываемой им площади (рис. 16.7):

$$B_{ср} = \frac{\Phi}{S} = \frac{\int_S \bar{B}\,d\bar{S}}{\tau l}, \tag{16.4}$$

тогда

$$E_{пр} = B_{ср}\,lv. \tag{16.5}$$

Учтем, что линейная скорость связана с частотой вращения n (об/с) соотношением

$$v = \pi D n,$$

тогда из выражений (16.2), (16.3), (16.4) и (16.5) получим

$$E = E_{ср}\frac{N}{2a} = B_{ср}\,lv\frac{N}{2a} = \frac{\Phi}{\tau l}\,l\pi\,Dn\frac{N}{2a} = \frac{\Phi}{\pi Dl}\,2pl\pi\,Dn\frac{N}{2a} = \frac{p}{a}\,nN\Phi.$$

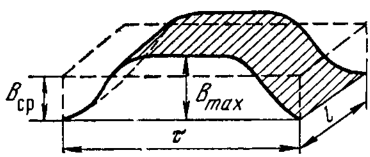


Рис. 16.7

Если принять во внимание, что величина $\frac{p}{a}N = \text{const}$ представляет собой некоторую конструктивную постоянную для данной машины, то можно получить простую и важную формулу

$$\boxed{E = C_e n \Phi.} \qquad (16.6)$$

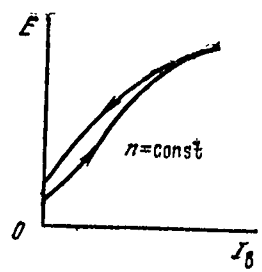


Рис. 16.8

Отсюда следует, что э. д. с. электрической машины постоянного тока прямо пропорциональна частоте вращения якоря и магнитному потоку. Для генератора, обычно вращаемого первичным двигателем с постоянной скоростью, э. д. с. пропорциональна магнитному потоку Ф, который в свою очередь связан с намагничивающим током возбуждения $I_в$ кривой, представляющей собой в ином масштабе кривую намагничивания. На рис. 16.8 приведена кривая $E(I_в)$, называемая характеристикой холостого хода генератора. Расхождение между восходящей и нисходящей ветвями объясняется явлением гистерезиса, значения э. д. с. при $I_в = 0$ определяются остаточным магнитным потоком (остаточной индукцией).

§ 16.4. Реакция якоря

Если подключить нагрузку, то появившийся в обмотке якоря ток образует собственное магнитное поле, которое будет определенным образом воздействовать на поле полюсов. Это воздействие называется реакцией якоря.

Сущность реакции якоря удобно исследовать, воспользовавшись методом наложения (метод неточный, так как явление рассматривается в нелинейной цепи). При холостом ходе, когда реакция якоря отсутствует, существующее в машине поле главных полюсов можно представить так, как показано на рис. 16.9, *а*. Пусть это поле создается номинальным током возбуждения $I_{в.н}$. На рис. 16.9, *б*

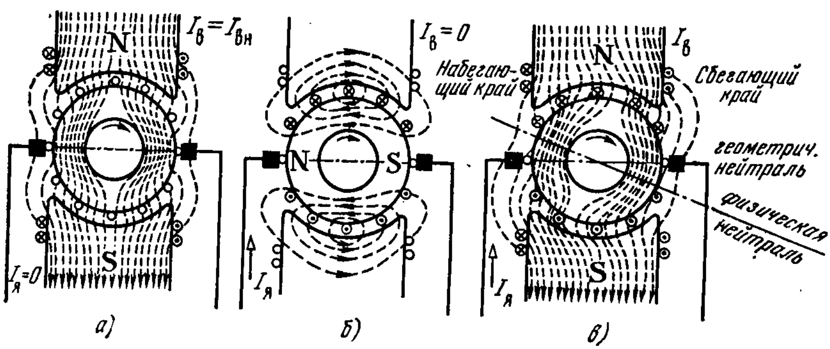


Рис. 16.9

показано поле якоря при искусственно созданных условиях: ток возбуждения в обмотке полюсов отсутствует, а через обмотку якоря от постороннего источника пропущен ток, равный, например, номинальному току якоря. В каждом проводнике обмотки якоря ток имеет то же направление, что и при нормальной работе машины. Тогда, как это видно из рис. 16.9, *б*, образовавшееся магнитное поле направлено по поперечной оси машины, т. е. вдоль геометрической нейтрали так, как если бы поперек линии главных полюсов находились полюсы другого электромагнита, роль которого и выполняет якорь. Если теперь наложить друг на друга первые два изображения, то получится картина поля, изображенная на рис. 16.9, *в*.

Из-за того что линии поля полюсов и поля якоря на стороне *сбегающего* (с якоря) края полюса совпадают, в этой части машины, работающей в режиме генератора, результирующее поле усиливается. На стороне *набегающего* (на якорь) края полюса линии поля главных полюсов и поля якоря направлены навстречу друг другу, и результирующее поле в этой части машины ослабляется. Результат получается таким, как если бы магнитное поле увлекалось вращающимся якорем в сторону вращения, «натягивая» линии поля. Это соответствует фарадеевским представлениям об упругих свойствах магнитных линий: по Фарадею, магнитные линии, будучи растянутыми, стремятся сократиться, создавая электромагнитную силу. В данном случае электромагнитная сила оказывает тормозящее действие (направлена против вращения), и она создает *тормозящий электромагнитный момент*.

В случае работы электрической машины в режиме двигателя электромагнитная сила создает *вращающий* момент.

Если бы магнитная цепь электрической машины обладала линейными свойствами, то ослабление поля под одним краем полюса было бы в точности равно усилению поля под другим краем полюса и результирующий поток не изменился бы. На самом деле из-за насыщения той части полюса, которая должна пропустить больший магнитный поток, ее магнитное сопротивление возрастает в большей степени, чем уменьшается магнитное сопротивление другой части полюса. В результате общее магнитное сопротивление машины несколько увеличивается, следовательно, уменьшается общий магнитный поток и согласно формуле (16.6) уменьшается э. д. с.

Другим следствием реакции якоря является ухудшение условий работы коллектора, связанное с *ухудшением коммутации*, т. е. с усложнением процессов переключения проводников и секций обмоток из одной параллельной ветви в другую. Из-за ухудшения коммутации, вызванной искажением магнитного поля, усиливается искрение под щетками, что ведет к ускоренному износу коллектора.

Для улучшения условий коммутации в крупных электрических машинах (обычно выше 150 кВт) применяют *компенсационную обмотку*. Эту обмотку укладывают в пазах, размещенных на обращенных к якорю поверхностях полюсных наконечников, и включают последовательно в цепь якоря. Магнитодвижущая сила компенсационной обмотки направлена навстречу м. д. с. якоря и устраняет (сводит до минимума) искажение основного поля.

Наиболее распространенным способом улучшения коммутации является применение добавочных полюсов, размещающихся вдоль геометрических нейтралей между основными полюсами. Обмотка добавочных полюсов соединяется последовательно с обмоткой якоря, а м. д. с. этих обмоток направлены навстречу друг другу. В машинах малой мощности (до 1 кВт) добавочные полюсы не применяются, а в целях уменьшения искрения на коллекторе иногда смещают щетки из геометрической нейтрали в физическую (рис. 16.9, *в*). В генераторах щетки смещают по направлению вращения, в двигателях — против.

§ 16.5. Генераторы

Классификация и основное уравнение генераторов

Генераторы постоянного тока классифицируются по способу и схемам возбуждения. В зависимости от способа возбуждения различают генераторы с *независимым возбуждением* и с *самовозбуждением* (рис. 16.10). Первые имеют одну из двух схем: с *возбуждением от постоянных магнитов* и с *электромагнитным возбуждением*. Самовозбуждающиеся генераторы имеют одну из трех схем: с *параллельным* (встречается название шунтовые), с *последовательным* (сериесные) и со *смешанным* возбуждением (компаундные).

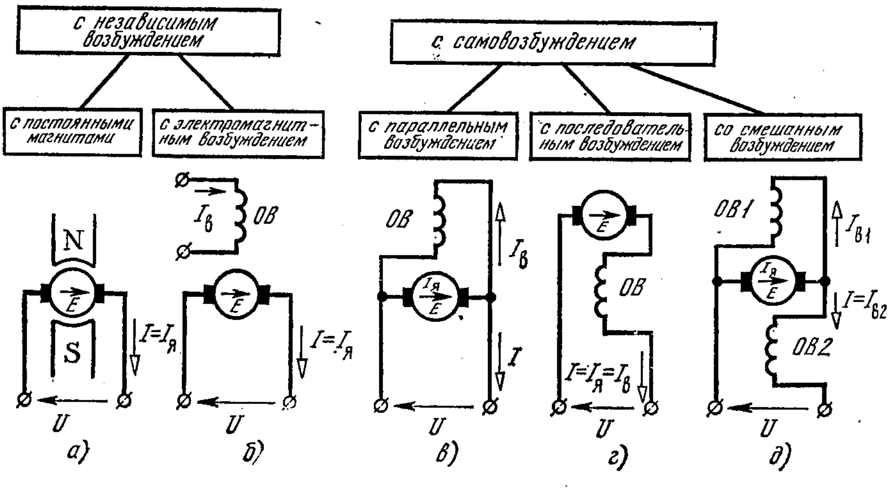


Рис. 16.10

Для первых трех схем рис. 16.10 можно записать уравнение электрического состояния главной цепи генератора:

$$\boxed{U = E - I_я R_я,} \tag{16.7}$$

где $R_я$ — сопротивление последовательно соединенных элементов обмоток, образующих цепь якоря.

Следовательно, напряжение на внешних зажимах генератора отличается в этом случае от э. д. с. на величину падения напряжения внутри машины. Для схем *г* и *д* (см. рис. 16.10) к падению напряжения на сопротивлении якоря следует добавить падение напряжения на последовательной обмотке возбуждения. Следует учесть еще падение напряжения на щеточном контакте, однако для простоты сопротивление щеток обычно включают в состав сопротивления якоря. Уравнение (16.7) называют основным уравнением генератора.

Подставив выражение (16.6) в (16.7), получим

$$U = C_e n \Phi - I_я R_я.$$

Отсюда видим, какие факторы влияют на работу генератора, в частности, на его напряжение.

Характеристики генератора независимого возбуждения

Схемы этих генераторов представлены на рис. 16.10, *а* и *б*. В случае электромагнитного возбуждения необходим специальный (дополнительный) источник питания цепи возбуждения.

Характеристика холостого хода снимается при разомкнутой внешней цепи ($I_я = 0$), постоянной частоте вращения (n = const) и представляет собой зависимость $U_{х.х} = E = f(I_в)$. Эта характеристика приведена на рис. 16.8.

Большой практический интерес представляет *внешняя характеристика* генератора (рис. 16.11, *а*), под которой понимают зависимость напряжения на внешних зажимах машины от величины тока нагрузки $U = f(I)$ при $I_в$ = const. Падающий характер кривой $U(I)$ объясняется двумя причинами: увеличением с ростом

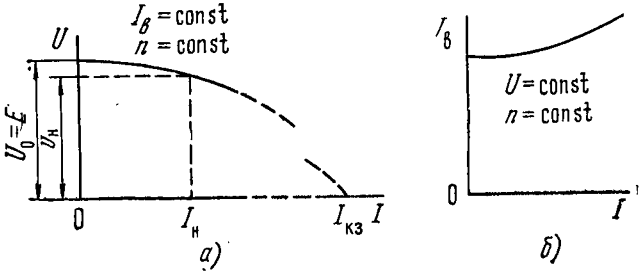


Рис. 16.11

тока нагрузки падения напряжения $I_я R_я$ и уменьшением э. д. с. из-за реакции якоря [см. выражение (16.7)]. Номинальному току нагрузки $I_н$ соответствует номинальное напряжение $U_н$. Изменение напряжения при переходе от номинального режима к режиму холостого хода подсчитывают по формуле

$$\Delta U = \frac{U_0 - U_н}{U_н} 100\%.$$

Для генераторов с независимым возбуждением оно обычно составляет $5 \div 10\%$.

Ток короткого замыкания $I_{к.з}$ может в несколько раз превышать номинальный, т. е. может привести к разрушению обмотки и коллектора. Режим короткого замыкания является недопустимым.

О том, каким должен поддерживаться ток возбуждения при различных нагрузках машины, чтобы напряжение на ее зажимах оставалось постоянным, можно судить по *регулировочной характеристике* $I_в = f(I)$ при $U = \mathrm{const}$ и $n = \mathrm{const}$ (рис. 16.11, *б*).

Принцип самовозбуждения и характеристики генератора параллельного возбуждения

Недостатком генератора с независимым возбуждением является необходимость иметь отдельный источник питания. Но при определенных условиях обмотку возбуждения можно питать током этого же генератора. Первым из этих условий является наличие остаточного магнетизма.

Первоначальное намагничивание магнитной цепи машины осуществляется на электромашиностроительном заводе. При вращении якоря остаточный поток $\Phi_{ост}$ наведет в обмотке небольшую остаточную э. д. с. ($7 \div 10$ В). Если в машине параллельного возбуждения (см. рис. 6.10, *в*) обмотка возбуждения включена согласно с остаточным потоком, то возникший под действием остаточной э. д. с. небольшой ток возбуждения увеличит магнитный поток, что приведет в свою очередь к увеличению э. д. с., и т. д. Если считать, что ток в цепи возбуждения изменяется пропорционально напряжению $I_в = U/R_в$, т. е. вольт-амперная характеристика цепи возбуждения является прямой линией, то устойчивая работа генератора возможна только в той точке *a*, где эта вольт-амперная характеристика пересечется с характеристикой холостого хода (рис. 16.12), т. е. там, где $E_0 = R_в I_в$.

Будем считать, что сопротивление цепи возбуждения состоит из сопротивления собственно обмотки возбуждения $R_{ов}$ и сопротивления регулировочного реостата $R_р$, включенного последовательно с обмоткой возбуждения. Легко видеть, что с ростом сопротивления цепи возбуждения угол α возрастает (см. рис. 16.12), так как он численно равен $\mathrm{arctg}\, U/I_в$. При некотором значении сопротивления цепи возбуждения, называемом **критическим**, когда $\alpha = \alpha_{кр}$, самовозбуждение становится невозможным. При

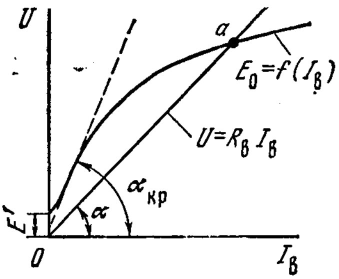


Рис. 16.12

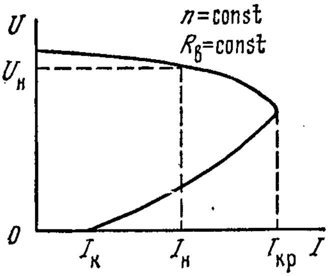


Рис. 16.13

критическом сопротивлении вольт-амперная характеристика цепи возбуждения становится касательной к прямолинейной части характеристики холостого хода, а в якоре развивается лишь небольшая э. д. с. E'.

Вывод. Для самовозбуждения генератора должны быть выполнены следующие три условия: 1) наличие остаточного магнетизма; 2) согласное включение обмотки возбуждения; 3) сопротивление цепи возбуждения при данной частоте вращения должно быть ниже критического.

Характеристика холостого хода и *регулировочная характеристика* генератора с параллельным возбуждением практически не отличаются от аналогичных характеристик генератора с независимым возбуждением. Внешняя характеристика (рис. 16.13) имеет существенное отличие. Под внешней характеристикой в этом случае понимают зависимость $U(I)$ при $n = \text{const}$ и $R_в = \text{const}$ (а не $I_в = \text{const}$, как для генератора с независимым возбуждением). Снижение напряжения на начальном участке характеристики происходит качественно так же, как и у генератора с независимым возбуждением: напряжение снижается из-за возрастания реакции якоря и величины падения напряжения на внутреннем сопротивлении якоря. Однако кривая падает круче, так как из-за снижения напряжения, вызванного первыми двумя причинами, уменьшается ток возбуждения ($I_в = U/R_в$), а следовательно, уменьшаются э. д. с. и напряжение на внешних зажимах.

При некотором значении тока нагрузки, называемом критическим ($I_{кр}$), происходит качественное изменение хода внешней характеристики. Дело в том, что в этой области напряжение на зажимах машины и, следовательно, ток возбуждения понизились уже настолько, что дальнейшее уменьшение сопротивления нагрузки (сопротивления внешней цепи) влечет за собой не пропорциональное, а значительно большее снижение э. д. с. машины, работающей теперь в области прямолинейной части характеристики холостого хода. Быстрое снижение напряжения вызывает уменьшение тока нагрузки. Ток короткого замыкания ($I_{к.з}$) обычно невелик, так как обусловливается он только небольшой э. д. с. от остаточного магнетизма.

Замечание. Несмотря на то что ток короткого замыкания невелик, внезапное короткое замыкание генератора с параллельным возбуждением весьма опасно, так как из-за большой индуктивности цепи возбуждения ток возбуждения скачком измениться не может (первый закон коммутации), э. д. с. некоторое время остается близкой к номинальной и ток внезапного короткого замыкания может в несколько раз превысить номинальный.

Характеристики генераторов с последовательным и со смешанным возбуждением

Самовозбуждение генератора с последовательным возбуждением (см. рис. 16.10, *г*) возможно при тех же условиях, что и генератора с параллельным возбуждением, но только при нагрузке, так как при холостом ходе цепь возбуждения (она же и главная цепь) разомкнута. *Внешняя характеристика* генератора имеет горбовидную форму. При холостом ходе существует некоторое напряжение, обусловленное остаточным магнетизмом. С увеличением тока нагрузки, являющегося одновременно и током возбуждения, э. д. с. и напряжение генератора возрастают (рис. 6.14), но начиная с некоторого момента, напряжение уменьшается, поскольку из-за насыщения магнитной цепи с ростом тока магнитный поток растет едва заметно, а падение напряжения в цепи якоря и возбуждения продолжает расти:

$$U = E - I(R_я + R_в).$$

Практического применения генераторы с последовательным возбуждением в обычных условиях не находят. Значительно удобнее применение смешанного возбуждения, когда соединение особенностей двух схем возбуждения позволяет получить наиболее благоприятную внешнюю характеристику.

Характеристика холостого хода генератора со смешанным возбуждением не отличается от соответствующей характеристики генератора с параллельным возбуждением, так как цепь последовательной обмотки при холостом ходе разомкнута.

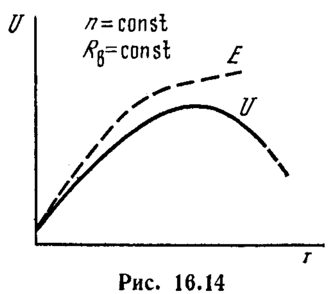


Рис. 16.14

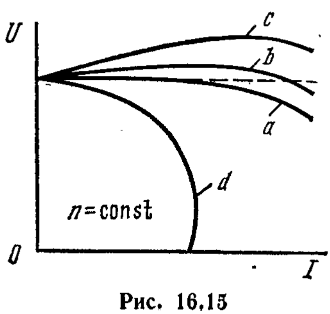


Рис. 16.15

Внешняя характеристика генератора со смешанным возбуждением может иметь при согласном включении параллельной (основной) и последовательной обмоток возбуждения вид одной из кривых *a*, *b* или *c* (рис. 16.15). В частности, при соответствующем подборе соотношения между магнитодвижущими силами параллельной и последовательной обмоток можно получить практически постоянное напряжение на зажимах машины при любой нагрузке (кривая *b*). При встречном включении обмоток (например, в генераторе, применяемом для дуговой сварки, где режим короткого замыкания является обычным явлением) внешняя характеристика резко падает (кривая *d*) и ток короткого замыкания понижается до безопасной величины.

§ 16.6. Электромашинный усилитель

Генератор постоянного тока можно рассматривать как усилитель мощности, так как мощность, отдаваемая генератором во внешнюю цепь, обычно значительно больше мощности, расходуемой в цепи возбуждения. Особенно отчетливо это свойство проявляется в генераторах с независимым возбуждением. Под коэффициентом усиления понимают отношение управляемой (выходной) мощности к мощности сигнала управления (входной):

$$k_{у} = P_{вых}/P_{вх}.$$

Генератор с независимым возбуждением обычного исполнения имеет коэффициент усиления порядка нескольких десятков.

Имеется, однако, возможность значительно увеличить коэффициент усиления (до $10^3 \div 10^4$), если образовать вторую ступень усиления в генераторе с независимым возбуждением. Этого достигают путем использования поперечного потока реакции якоря для возбуждения э. д. с. главной цепи машины. Такая электрическая машина называется электромашинным усилителем (ЭМУ) поперечного поля.

Якорь ЭМУ имеет обычное для машин постоянного тока исполнение. Магнитную систему выполняют неявнополюсной, с малым воздушным зазором и рассчитана она так, чтобы во всем диапазоне регулирования не насыщалась. Последнее качество обеспечивает линейность регулирования.

Обмотки управления (их может быть несколько) размещаются в пазах магнитной системы. Ток обмотки управления (например, обмотки $У_1$ на рис. 16.16) образует продольный (по оси $d - d$) поток возбуждения $Ф_у$. В обмотке якоря, вращаемого двигателем (обычно электрическим), образуется э. д. с. E_q. Если по геометрической нейтрали, т. е. по поперечной оси $q - q$, разместить щетки, то получился бы обычный генератор с независимым возбуждением. Однако в ЭМУ эти щетки не подключаются к нагрузке, а замыкаются накоротко. Поэтому даже небольшая по величине э. д. с. вызывает значительный ток I_q в перемычке и токи $I_q/(2a)$ в параллельных ветвях обмотки якоря.

Ток I_q образует поперечный поток реакции якоря Φ_q, который возбуждает в обмотке вращающегося якоря э. д. с. E_d. Для этой, второй ступени преобразователя мощности поток Φ_q является потоком возбуждения, а э. д. с. E_d будет наибольшей, когда щетки размещены по оси $d — d$. К этой паре щеток и подключается нагрузка. Выходная мощность $P_{вых} = U_d I_d$; входная — $P_{вх} = U_у I_у$; коэффициент усиления $k_у = U_d I_d / (U_у I_у)$.

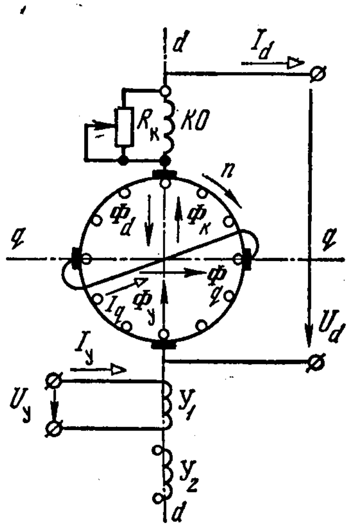


Рис. 16.16

Для нормальной работы ЭМУ необходимо скомпенсировать размагничивающую реакцию якоря второй ступени. Действительно, ток нагрузки I_d [$I_d/(2a)$ в ветвях обмотки якоря] образует поток реакции якоря Φ_d, направленный против значительно меньшего по величине потока управляющей обмотки $\Phi_у$. Для компенсации потока Φ_d в пазах магнитной системы размещается компенсационная обмотка *КО* (реостат $R_к$ служит для точной подстройки компенсации). Поток компенсационной обмотки $\Phi_к$ направлен навстречу потоку Φ_d, а для того чтобы величина компенсирующего потока изменялась так же, как величина компенсируемого потока Φ_d, компенсационная обмотка включается последовательно в цепь нагрузки.

Электромашинные усилители применяются в автоматизированных системах управления различными объектами, в частности, в схемах следящего привода, а также для стабилизации частоты вращения электродвигателей, напряжения или тока генераторов и т. п. К выходным зажимам ЭМУ часто подключается обмотка возбуждения регулируемого генератора, а сигнал обратной связи подается на одну из обмоток управления ЭМУ.

§ 16.7. Электромагнитный момент машины постоянного тока

Ток в обмотке якоря, взаимодействуя с магнитным полем полюсов, создает *электромагнитный момент*. В режиме генератора электромагнитный момент в соответствии с законом Ленца противодействует вращению якоря и является т о р м о з н ы м. В режиме электродвигателя электромагнитный момент является в р а щ а ю щ и м.

Представим себе один проводник обмотки якоря с током $I_я/(2a)$, удаленный от геометрической нейтрали на расстояние x. Электромагнитная сила, действующая на этот проводник, $F_x = B_x l \frac{I_я}{2a}$, а средняя электромагнитная сила $F_{ср} = B_{ср} l \frac{I_я}{2a} = \frac{\Phi}{\tau l} l \frac{I_я}{2a}$.

Учитывая, что $\tau = \pi D/(2p)$, а момент одного проводника равен силе, умноженной на плечо, получим

$$M_{\text{ср}} = F_{\text{ср}} \frac{D}{2} = \frac{\Phi}{\tau l} l \frac{I_{\text{я}}}{2a} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\Phi}{\pi D} \cdot \frac{2pI_{\text{я}}}{2a} \cdot \frac{D}{2} = \frac{p}{2\pi a} \Phi I_{\text{я}}.$$

Общий электромагнитный момент образуется всеми N проводниками

$$M = M_{\text{ср}} N; \quad \boxed{M = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_{\text{я}}} \quad \text{или} \quad \boxed{M = C_{\text{м}} \Phi I_{\text{я}}.}$$

Вывод. Электромагнитный момент данной машины постоянного тока определяется двумя величинами: магнитным потоком и током якоря.

§ 16.8. Электродвигатели

Принцип действия и основные уравнения электродвигателя

Электродвигатели постоянного тока конструктивно и по схемам возбуждения ничем не отличаются от генераторов постоянного тока.

Если включить двигатель постоянного тока под напряжение, то возбужденные полюса его образуют магнитный поток, а в цепи якоря установится ток $I_{\text{я}}$ (переходный процесс пуска рассмотрим далее).

Под действием вращающего электромагнитного момента двигатель приобретает такую частоту вращения n, когда вращающий момент уравновесится тормозным моментом приводимого во вращение механизма, т. е. когда установится динамическое равенство $M_{\text{вр}} = M_{\text{т}}$.

При вращении якоря в магнитном поле в его обмотке возникнет э. д. с. $E = C_e \Phi n$, которая в данном случае будет направлена против тока якоря, вызванного источником питания двигателя. На рис. 16.17, *а* схематически иллюстрируется принцип работы электродвигателя: под действием тока внешнего источника (ток показан в виде точки, т. е. направлен к наблюдателю) возникает электромагнитная сила $F_{\text{эм}}$ и проводник движется слева направо. Направление движения легко определить с помощью правила левой руки. В этом же проводнике возникнет э. д. с., направление которой определяется с помощью правила правой руки; эта э. д. с. направлена против тока.

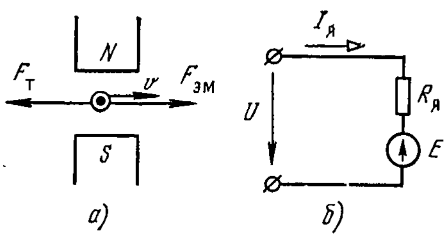


Рис. 16.17

Из схемы замещения, представленной на рис. 16.17, *б*, следует основное уравнение электродвигателя:

$$\boxed{U = E + I_я R_я.} \tag{16.8}$$

Следствия 1. Умножив левую и правую части уравнения (16.8) на ток $I_я$, получим уравнение мощностей

$$UI_я = EI_я + I_я^2 R_я, \tag{16.9}$$

из которого следует, что э. д. с. уравновешивается той долей напряжения внешнего источника, которая соответствует механической нагрузке двигателя, так как в уравнении (16.9) $UI_я$ — мощность, потребляемая двигателем; $I_я^2 R_я$ — мощность потерь в обмотке якоря, $EI_я$ — электромагнитная мощность, преобразуемая в конечном счете в механическую мощность на валу двигателя.

2. Из уравнения (16.8) можно получить важные соотношения:

$$\boxed{I_я = \frac{U - E}{R_я},} \tag{16.10}$$

$$\boxed{n = \frac{U - I_я R_я}{C_e \Phi}.} \tag{16.11}$$

Последнее соотношение получено подстановкой в выражение (16.8) равенства (16.6).

Способы пуска электродвигателей

Из соотношения (16.10) следует, что в момент включения двигателя, когда его частота вращения n еще равна нулю, а следовательно, отсутствует и э. д. с. $E = C_e n \Phi$, *пусковой ток* $I_п = U/R_я$ ограничивается только собственным сопротивлением обмотки якоря. В двигателях малой мощности (до 1 кВт) сопротивление обмотки якоря относительно велико и пусковой ток превышает номинальный примерно в 2 раза. Такое кратковременное превышение тока допустимо. По мере разгона двигателя э. д. с. возрастает пропорционально скорости и ток якоря снижается до рабочих значений.

Следовательно, для двигателей малой мощности допускается прямой пуск путем непосредственного включения двигателя в сеть.

В более мощных двигателях пусковой ток может в $15 \div 30$ раз превысить номинальный. Такое превышение недопустимо, поскольку может привести к разрушению обмотки, коллектора и вызвать механический удар ($M_п = C_м \Phi I_п$). В целях снижения значения пускового тока, как это следует из формулы (16.10), можно либо увеличить сопротивление цепи якоря, либо понизить на время пуска напряжение внешнего источника.

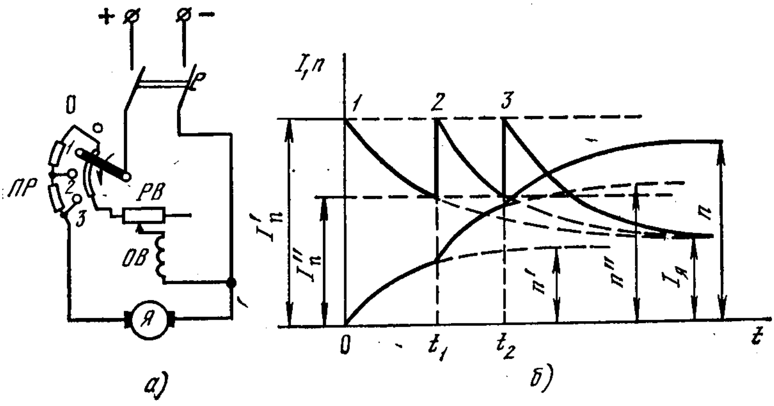


Рис. 16.18

В первом случае осуществляется так называемый р е о с т а т н ы й п у с к, когда в цепь якоря вводится пусковой реостат.

На рис. 16.18, *а* представлена схема пуска и графики изменения тока и частоты вращения двигателя параллельного возбуждения. Пусковой реостат (*ПР*), состоящий обычно из небольшого числа ступеней (в нашем случае из двух), включается последовательно в цепь якоря. Движок реостата, перемещаясь скачками и последовательно проходя позиции *0—1—2—3*, одновременно скользит по металлической полосе, включенной в цепь обмотки возбуждения (*ОВ*). Это сделано для того, чтобы цепь возбуждения всегда была включена на напряжение сети. При пуске это обеспечивает при выведенном реостате *РВ* наибольший поток и, следовательно, наибольший вращающий момент, а при переводе движка в позицию *0* цепь возбуждения, обладающая большой индуктивностью, не размыкается: запасенная в обмотке возбуждения энергия при отключении двигателя расходуется в сопротивлениях обмотки якоря и пускового реостата.

При пуске двигателя движок пускового реостата находится на холостом контакте *0*, включается рубильник *Р*. При переводе движка на контакт *1* в цепь якоря вводят две ступени реостата. Пусковой реостат выбирают таким образом, чтобы наибольший пусковой ток

$$I'_п = \frac{U}{R_я + R_п}$$

не превышал $(1{,}5 \div 1{,}75)\, I_н$. Двигатель начинает разгоняться (см. кривую частоты вращения на рис. 16.18, *б*), появляется э. д. с., пропорциональная частоте вращения, и ток снижается. Когда ток, уменьшаясь, достигнет некоторого значения $I''_п$, составляющего обычно $(1{,}1 \div 1{,}3)\, I_н$, движок реостата переводят на контакт *2*. Скачкообразное уменьшение сопротивления в цепи якоря приведет согласно равенству (16.10) к увеличению тока якоря (момент t_1). На самом деле из-за индуктивности цепи якоря ток изменяется не скачком, а более или менее плавно, но индуктивность цепи якоря обычно невелика, а сопротивление этой цепи, включая сопротивление пускового реостата, достаточно велико, поэтому для приближенного анализа можно считать изменение тока скачкообразным. Рост тока в момент t_1 вызывает возрастание вращающего момента и дальнейший разгон двигателя. Переключение движка в положение *3* выводит полностью все ступени реостата, ток снова возрастает (начиная с момента t_2), частота вращения увеличивается. Процесс пуска заканчивается, когда вращающий момент уравновесится с моментом тормозным.

Замечание. Если оставить в цепи якоря добавочное сопротивление, например задержав движок пускового реостата в позиции *2*, то со временем в цепи якоря установится такой же ток $I_я$, как и при полностью выведенном реостате (все кривые тока на рис. 16.18, *б* стремятся к значению $I_я$). Это объясняется тем, что установившийся ток цепи якоря данной машины при заданном возбуждении определяется только величиной нагрузки на валу двигателя, т. е. величиной тормозного момента:

$$M_т = M_{вр} = C_м \Phi I_я.$$

Частота вращения двигателя при наличии добавочного сопротивления в цепи якоря будет ниже: при положении движка в позиции *2* установится частота вращения n'', меньшая n, что следует из соотношения (16.11).

Для снижения напряжения источника питания на время пуска двигателя используют различные специальные схемы, из которых наибольшее распространение получила так называемая схема генератор—двигатель (схема *Г — Д*). В этой схеме двигатель независимого возбуждения питается от отдельного генератора независимого возбуждения. Схема *Г — Д* позволяет не только пускать мощные электродвигатели, но и в широких пределах регулировать их частоту вращения.

Механические характеристики и регулирование частоты вращения электродвигателей

Из выражения (16.11) следуют три возможных способа регулирования частоты вращения: 1) путем изменения сопротивления в цепи якоря $R_я$; 2) путем изменения сопротивления в цепи возбуждения, в результате чего изменяется магнитный поток Φ, 3) путем изменения напряжения внешнего источника U.

Рассмотрим электродвигатель с параллельным возбуждением (или мало отличающийся от него в отношении регулирования скорости двигатель с независимым возбуждением). Учтем, что в установившемся режиме $M_{вр} = M_т = M = C_м \Phi I_я$, тогда $I_я = M/(C_м \Phi)$, подставив который в уравнение (16.11), получим

$$n = \frac{U - I_я R_я}{C_e \Phi} = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_я}{C_e C_м \Phi^2} M. \qquad (16.12)$$

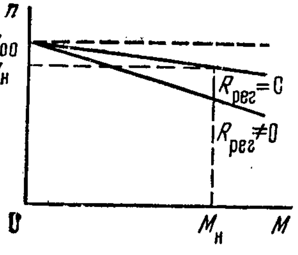


Рис. 16.19

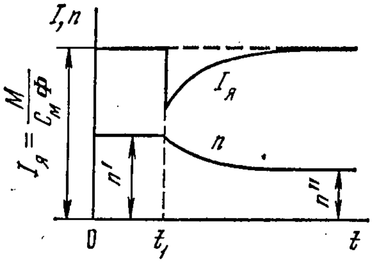


Рис. 16.20

Соотношение (16.12) представляет собой уравнение механической характеристики. Если все величины, кроме момента нагрузки M, остаются постоянными, то это равенство является уравнением прямой. Если в цепи якоря отсутствуют какие-либо добавочные сопротивления ($R_{рег} = 0$), то механическая характеристика называется естественной. На рис. 16.19 представлена естественная механическая характеристика, а также механическая характеристика двигателя, у которого в цепь якоря введено регулировочное сопротивление. Механическая характеристика двигателя, у которого частота вращения незначительно уменьшается с ростом нагрузки на валу, называется жесткой. Двигатели с независимым возбуждением и с параллельным возбуждением имеют жесткие механические характеристики. На рис. 16.19 обозначены $n_н$ и $M_н$ — номинальные частота вращения и момент на валу; n_{00} — частота вращения идеального холостого хода, когда на валу отсутствует даже момент трения в подшипниках.

При изменении величины регулировочного сопротивления развивается следующий переходный процесс (рис. 16.20). В момент t_1 в цепи якоря увеличивается сопротивление. Для этого используется регулировочный реостат, который в отличие от пускового рассчитан на длительную работу. Частота вращения якоря в силу инерции мгновенно измениться не может, следовательно, не изменяется пока и э. д. с. Согласно формуле (16.10) ток якоря снизится, вместе с ним уменьшится и вращающий момент. Вращение двигателя начнет замедляться, но вместе с уменьшением частоты вращения будет уменьшаться и э. д. с., числитель выражения (16.10) будет возрастать, т. е. будет расти ток, пока вновь не уравновесятся вращающий и тормозной моменты, но при новой, меньшей частоте вращения n''. Ток при этом достигнет практически той же величины (см. замечание на предыдущей странице).

Выводы. 1. Введение сопротивления в цепь якоря позволяет изменять (регулировать) частоту вращения вниз от естественной. 2. Способ не является экономичным, так как в регулировочном реостате выделяется значительная мощность.

Рассмотрим второй способ регулирования. Введем реостат в цепь возбуждения. В момент t_1 (рис. 16.21), когда ток и магнит-

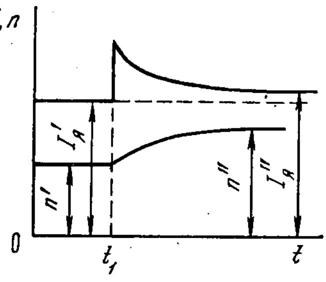


Рис. 16.21

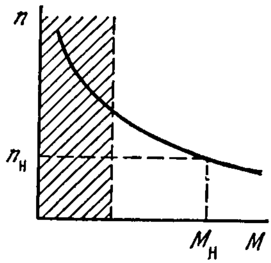


Рис. 16.22

ный поток возбуждения уменьшатся (допустим для простоты, что это происходит скачком), частота вращения якоря измениться еще не успеет, но из-за уменьшения потока уменьшится э. д. с. и, следовательно, согласно соотношению (16.10) возрастет ток якоря $I_я$. Из-за того что величины U и E обычно достаточно близки, а сопротивление цепи якоря невелико, даже незначительное изменение потока Ф и э. д. с. E приводит к большому изменению тока $I_я$. Вследствие этого возрастает вращающий момент $M_{вр} = C_м Ф I_я$ и вращение двигателя ускоряется до тех пор, пока вновь не уравновесятся моменты $M_{вр}$ и $M_т$. Теперь двигатель будет работать при новой частоте вращения n'' и новом значении тока $I''_я$, несколько большем, чем $I'_я$, поскольку уменьшился магнитный поток, а $M_{вр} = M_т = C_м I''_я Ф''$.

Выводы. 1. Введение реостата в цепь возбуждения позволяет изменять (регулировать) частоту вращения в в е р х о т е с т е с т в е н н о й. Возможности регулирования ограничиваются механической прочностью и условиями коммутации машины. 2. Способ регулирования является экономичным, так как ток в цепи возбуждения всегда сравнительно мал.

Для регулирования частоты вращения путем изменения подводимого напряжения требуется автономный источник питания. Этот способ обычно применяется в схеме генератор—двигатель (*Г — Д*): повышая напряжение генератора путем регулирования его тока возбуждения, регулируют частоту вращения двигателя от нуля до номинальной, а ослабляя затем возбуждение двигателя, можно увеличивать его частоту вращения вверх от номинальной.

Механическая характеристика двигателя п о с л е д о в а т е л ь н о г о в о з б у ж д е н и я является *мягкой*. Это объясняется тем, что ток возбуждения двигателя одновременно является и током якоря, следовательно, в грубом приближении (во всяком случае на линейном участке магнитной характеристики) вращающий момент пропорционален квадрату тока $M = C_м I_я Ф \approx C'_м I^2_я$. На рис. 16.22 приведена механическая характеристика двигателя последовательного возбуждения.

Замечание. Двигатель последовательного возбуждения не имеет конечного значения частоты вращения идеального холостого хода. С уменьшением нагрузки на валу двигатель развивает очень большую частоту вращения и может, как говорят, «пойти в разнос». Поэтому работа двигателя вхолостую и даже при нагрузке меньше определенной величины не допускается.

Регулирование частоты вращения двигателя последовательного возбуждения осуществляется теми же способами, что и двигателя параллельного возбуждения: путем введения регулировочного реостата в главную цепь, путем шунтирования обмотки возбуждения регулировочным реостатом (часть тока ответвляется в цепь реостата и ток возбуждения уменьшается) и, наконец, путем изменения подводимого напряжения.

Механическая характеристика двигателя смешанного возбуждения представляет собой нечто среднее между характеристиками двигателей параллельного и последовательного возбуждения. Она может быть «мягкой», но из-за наличия параллельной обмотки возбуждения двигатель имеет определенное значение частоты вращения идеального холостого хода. Способы регулирования частоты вращения те же, что и для рассмотренных ранее двигателей.

Глава 17. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

§ 17.1. Асинхронные машины. Принцип действия и устройство

Принцип действия асинхронных машин основан на использовании взаимодействия вращающегося магнитного поля, создаваемого первичной обмоткой машины, и короткозамкнутой в общем случае вторичной обмоткой. Передача энергии ко вторичной обмотке осуществляется только посредством электромагнитного поля, т. е. индукционным путем.

Первичная обмотка, трехфазная или в общем случае многофазная, размещается чаще всего на неподвижной части машины, называемой статором. Вторичная обмотка, замкнутая сама на себя или на некоторое сопротивление, размещается на вращающейся части, называемой ротором.

Разновидностью асинхронных машин могут быть и такие, у которых ротор не имеет обмотки и выполнен в виде массивного ферромагнитного или полого неферромагнитного цилиндра. В последнее время получают применение линейные асинхронные двигатели, у которых развернутый в плоскость статор образует бегущее поле, а вторичная часть, отделенная от первичной некоторым воздушным зазором, совершает поступательное движение и называется бегуном.

Асинхронные машины, как правило, используются в *режиме двигателя*. Поэтому, говоря об асинхронной машине, будем всегда иметь в виду асинхронный двигатель. Конструктивная схема асинхронного двигателя приведена на рис. 17.1, где обозначено: *1* — стальной сердечник статора, набранный из штампованных листов электротехнической стали; *2* — обмотка статора; *3* — корпус (станина) статора; *4* — стальной сердечник ротора, чаще всего также набранный из листов электротехнической стали; *5* — обмотка ротора; *6* — воздушный зазор между статором и ротором; *7* — вентиляционные каналы; *8* — вал.

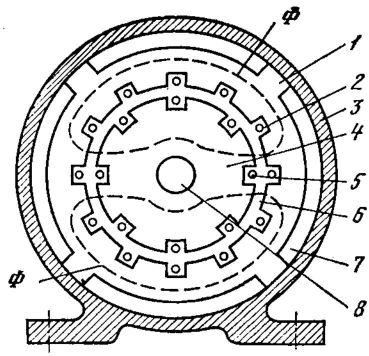


Рис. 17.1

В зависимости от конструкции обмотки ротора различают асинхронные двигатели с *короткозамкнутым* и асинхронные двигатели с *фазным* ротором.

Короткозамкнутый ротор выполняется с обмоткой, представляющей собой медные или алюминиевые стержни, уложенные без изоляции в пазы и замкнутые на торцах ротора друг с другом торцевыми кольцами. Если такую обмотку мысленно вынуть из пазов стального цилиндра ротора, то она выглядит как *беличья клетка* (рис. 17.2).

Фазный ротор имеет обмотку, выполненную так же, как и обмотка статора. Она является тоже трехфазной (для трехфазного двигателя), причем концы фаз объединены в общую точку, образуя звезду, а начала выведены к трем контактным кольцам, размещенным на валу. При помощи щеток, наложенных на кольца, в цепь обмотки ротора можно ввести добавочное сопротивление, которое используется для облегчения пуска или (и) для регулирования частоты вращения.

Поясним принцип действия асинхронного двигателя. Трехфазная обмотка статора образует вращающееся магнитное поле (см. § 5.6), которое имеет p пар полюсов. Это поле можно представить в виде модели — системы вращающихся вокруг некоторой оси постоянных магнитов, полюсы которых чередуются. Если внутри такой системы разместить короткозамкнутый или фазный ротор, ось которого совпадает с осью вращения системы магнитных полюсов, то в каждом стержне обмотки ротора индуктируется э. д. с. и в замкнутой обмотке образуется ток.

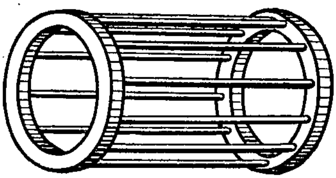


Рис. 17.2

На рис. 17.3 схематично представлен северный полюс, вращающийся по часовой стрелке с частотой вращения n_1 (об/с). Пусть ротор вначале неподвижен. Выделим для рассмотрения один стержень обмотки ротора, находящийся в данный мо-

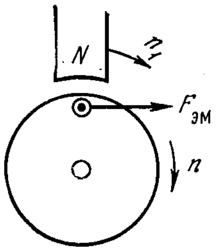


Рис. 17.3

мент под рассматриваемым полюсом. Движение полюса по часовой стрелке равносильно движению проводника под неподвижным полюсом против часовой стрелки. По правилу правой руки устанавливаем, что индуктированный в стержне обмотки ток направлен к наблюдателю (отмечен точкой). По правилу левой руки устанавливаем, что проводник с током указанного направления испытывает воздействие электромагнитной силы $F_{эм}$, увлекающей ротор во вращение в том же направлении, в каком вращаются полюсы.

При неподвижном роторе индуктированный в обмотке ротора ток, как в трансформаторе, имеет ту же частоту, что и ток в обмотке статора, иначе говоря $f_{2н} = f_1$. По мере возрастания частоты вращения ротора разность скоростей полюсов и ротора уменьшается, ротор как бы стремится догнать вращающиеся полюсы. Однако «догнать полюсы» в асинхронном двигателе, т. е. приобрести частоту вращения, синхронную с полюсами, ротор не может, поскольку при синхронной скорости исчезнет относительное движение полюсов и ротора и в обмотке ротора не будет индуктироваться ток, т. е. исчезнет и вращающий момент. Для того чтобы двигатель работал, ротор должен отставать в частоте вращения от полюсов, «скользить» относительно полюсов вращающегося поля.

Когда вращающий и тормозной моменты уравновесятся, ротор приобретет некоторую установившуюся частоту вращения n, меньшую n_1. Разность частот вращения поля и ротора, отнесенная к частоте вращения поля, называется скольжением:

$$\boxed{s = \frac{n_1 - n}{n_1},} \quad \text{или} \quad \boxed{s, \% = \frac{n_1 - n}{n_1} 100.}$$

При нормальном исполнении двигателя и номинальной нагрузке скольжение обычно невелико и составляет $0{,}02 \div 0{,}05$, т. е. частота вращения ротора $n = n_1 (1 - s)$ близка к синхронной (к n_1). Очевидно, что в общем случае величина скольжения двигателя заключена между значениями $s = 1$ при неподвижном роторе и $s = 0$ при синхронной скорости. Синхронная частота вращения может быть получена в том случае, если ротор вращать с помощью какого-либо другого двигателя. Если таким же путем увеличить частоту вращения ротора сверх синхронной, то электрическая машина перейдет в *режим генератора*. Таким образом, для генераторного режима $n > n_1$ и $s < 0$.

Замечание. Автономная работа асинхронной машины в режиме генератора затруднена; для образования магнитного поля статора машина должна потреблять от другого источника (из сети или от батареи конденсаторов) реактивную мощность.

Если, наконец, затормаживая ротор, остановить его ($s = 1$), а затем начать вращать в сторону, противоположную вращению поля, то машина перейдет в режим *электромагнитного тормоза*. В этом режиме $s > 1$.

В режиме двигателя за время, равное одному периоду переменного тока T_1, магнитное поле перемещается вдоль воздушного зазора на расстояние, равное части дуги окружности статора, приходящейся на долю пары полюсов, т. е. на расстояние двух полюсных делений. Полюсное деление при внутреннем диаметре статора, равном D, и числе пар полюсов p составляет

$$\tau = \pi D/(2p).$$

Линейная скорость вращающегося поля $v_1 = 2\tau/T_1 = 2\tau f_1$, а с другой стороны, $v_1 = \pi D n_1$, где n_1 — частота вращения поля (об/с), следовательно,

$$\pi D n_1 = 2\tau f_1 = \frac{2\pi D}{2p} f_1,$$

откуда

$$\boxed{n_1 = f_1/p} \quad \text{и} \quad \boxed{f_1 = pn_1.} \qquad (17.1)$$

Таким образом, частота вращения поля в асинхронной машине жестко связана с частотой сети f_1 и числом пар полюсов машины. При промышленной частоте $f_1 = 50$ Гц существует следующий дискретный ряд частот вращения:

p	1	2	3	4	...
n_1, об/с	50	25	$16\frac{2}{3}$	12,5	...
n_1, об/мин	3000	1500	1000	750	...

Относительно частоты вращения поля n_1 ротор движется со *скоростью скольжения* $n_s = n_1 - n$, тогда по аналогии с формулой (17.1) частота тока в роторе

$$f_2 = pn_s = p(n_1 - n) = p(n_1 - n)\, n_1/n_1 = pn_1 s = f_1 s$$

$$\boxed{f_2 = sf_1.} \qquad (17.2)$$

Вывод. Частота тока во вращающемся роторе при нормальных условиях работы незначительна: при $s = 0{,}02 \div 0{,}05$ и $f_1 = 50$ Гц $f_2 = 1 \div 2{,}5$ Гц.

Вращающееся поле движется в направлении, совпадающем с последовательностью чередования фаз (см. § 5.6). Для изменения направления вращения поля, а следовательно, и ротора, достаточно поменять местами две фазы.

§ 17.2. Э. д. с. в обмотках статора и ротора. Ток ротора

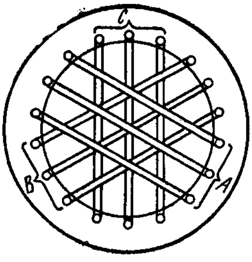


Рис. 17.4

Трехфазная обмотка статора может быть соединена звездой или треугольником. Выполняется она из медных или алюминиевых стержней, соответствующим образом соединенных на лобовых частях машины, или из катушек. Катушечные обмотки изготовляют обычно из медного изолированного провода на шаблонах. Внешнюю поверхность катушки обматывают изоляционной лентой и после этого всю катушку пропитывают компаундом и сушат. Катушки укладывают в пазы, а лобовые части при изготовлении катушек отгибают для того, чтобы ротор при сборке мог пройти в расточку статора.

Наилучший результат с точки зрения использования активных материалов машины и наиболее благоприятного распределения магнитной индукции в воздушном зазоре дают так называемые **распределенные обмотки**. В этом случае каждая фаза обмотки содержит не одну катушку, приходящуюся на один полюс магнитного поля, а группу катушек. Например, на рис. 17.4 показана двухполюсная машина, содержащая три катушки в каждой фазе.

Поскольку магнитные условия в соседних пазах несколько отличаются друг от друга (один паз, например, находится в данный момент точно под серединой полюса, а соседний — несколько сдвинут) и, кроме того, ширина катушки может не точно соответствовать полюсному делению (обмотки с так называемым укороченным шагом), при подсчете э. д. с. катушечной группы приходится учитывать эти обстоятельства: в расчет вводят так называемый **обмоточный коэффициент**. Обычно этот коэффициент для статорных обмоток асинхронных машин ненамного меньше единицы ($0{,}92 \div 0{,}96$).

Электромагнитные процессы в асинхронном двигателе весьма сходны с процессами в трансформаторе. Более того, заторможенный асинхронный двигатель собственно и представляет собой трансформатор с повышенным значением намагничивающего тока из-за наличия воздушного зазора. Это сходство дает возможность определить э. д. с. в обмотках статора (E_1) и неподвижного ротора ($E_{2н}$) в соответствии с формулой трансформаторной э. д. с. (8.1), введя в нее обмоточные коэффициенты:

$$E_1 = 4{,}44\, k_{об1} w_1 f_1 \Phi_{0m}, \quad E_{2н} = 4{,}44\, k_{об2} w_2 f_1 \Phi_{0m}.$$

В приведенных формулах $k_{об1}$ и $k_{об2}$ — обмоточные коэффициенты соответственно обмоток статора и ротора; f_1 — частота сети; Φ_{0m} — амплитудное значение основного магнитного потока, сцепленного с обмотками статора и ротора; w_1 и w_2 — число витков в одной фазе обмотки статора и ротора соответственно.

При вращающемся роторе частота тока в нем становится значительно меньше и согласно формуле (17.2) составляет $f_2 = sf_1$. Поэтому э. д. с. фазы обмотки вращающегося ротора (E_{2s}) может быть подсчитана по формуле

$$E_{2s} = 4{,}44\, k_{об2} w_2 f_2 \Phi_{0m} = 4{,}44\, k_{об2} w_2 s f_1 \Phi_{0m},$$

$$E_{2s} = sE_{2н}. \qquad (17.3)$$

Из выражения (17.3) следует, что э. д. с. вращающегося ротора при нормальных условиях составляет лишь несколько процентов от э. д. с. неподвижного ротора (вспомним, что $s = 0{,}02 \div 0{,}05$). Но именно такой э. д. с. достаточно, чтобы в короткозамкнутой обмотке ротора возникал ток, необходимый для образования потребного вращающего момента.

Ток ротора работающей машины определим, разделив э. д. с. E_{2s} на сопротивление цепи фазы ротора

$$I_2 = \frac{E_{2s}}{z_2} = \frac{E_{2s}}{\sqrt{r_2^2 + x_{2s}^2}} = \frac{sE_{2н}}{\sqrt{r_2^2 + x_{2s}^2}}. \qquad (17.4)$$

Сопротивление r_2 обычно весьма мало и практически не зависит от частоты. Индуктивное же сопротивление вращающегося ротора x_{2s} существенно зависит от частоты. Действительно, если при неподвижном роторе $x_{2н} = \omega_1 L_2 = 2\pi f_1 L_2$, то при вращающемся роторе

$$x_{2s} = \omega_2 L_2 = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi s f_1 L_2 = s x_{2н}. \qquad (17.5)$$

Следовательно, чем больше частота вращения ротора, чем ближе она к синхронной, тем меньше индуктивное сопротивление вторичной цепи машины.

Подставив выражение (17.5) в формулу (17.4), получим следующее выражение для тока ротора:

$$I_2 = \frac{sE_{2н}}{\sqrt{r_2^2 + (s x_{2н})^2}} = \frac{E_{2н}}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_{2н}^2}}. \qquad (17.6)$$

Вывод. Ток роторной цепи остается неизменным при изменении скольжения, т. е. при изменении частоты вращения, если считать, что активное сопротивление этой цепи является функцией скольжения и равно r_2/s. Можно показать, что при этом же условии сдвиг по фазе тока ротора относительно э. д. с. E_2 также остается неизменным:

$$\cos\psi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + x_{2s}^2}} = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + (s x_{2н})^2}} = \frac{r_2/s}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_{2н}^2}}. \qquad (17.7)$$

§ 17.3. Вращающий момент асинхронного двигателя

В асинхронных электродвигателях вся мощность из статора в ротор передается вращающимся полем. Эта мощность, равная подведенной к двигателю мощности за вычетом потерь в статоре (потерь в обмотке и в стали), называется электромагнитной мощностью $P_{эм}$. Именно эта мощность и образует вращающий момент M, приводящий во вращение ротор. Приняв во внимание, что поле вращается с угловой скоростью $2\pi n_1$, можем записать

$$P_{эм} = M 2\pi n_1. \qquad (17.8)$$

Переданная ротору мощность может быть определена также через электрические величины, относящиеся к неподвижному ротору (см. вывод в предыдущем параграфе):

$$P_{эм} = m_2 E_{2н} I_2 \cos\psi_2, \qquad (17.9)$$

где m_2 — число фаз обмотки ротора (для «беличьей клетки» число фаз равно числу стержней).

Из выражения (17.8) с учетом (17.3), (17.6), (17.7) и (17.9) получаем

$$M = \frac{P_{эм}}{2\pi n_1} = \frac{m_2 E_{2н}^2 \frac{r_2}{s}}{2\pi n_1 \left[(r_2/s)^2 + x_{2н}^2\right]}.$$

Представим, далее, коэффициент трансформации по напряжению заторможенного асинхронного двигателя в виде

$$k = \frac{E_1}{E_{2н}} = \frac{4{,}44\, k_{об1} w_1 f_1 \Phi_{0m}}{4{,}44\, k_{об2} w_2 f_1 \Phi_{0m}} = \frac{k_{об1} w_1}{k_{об2} w_2},$$

тогда $E_{2н} = E_1/k$. Кроме того, учитывая, что падение напряжения на сопротивлении обмотки статора невелико и при нормальной работе машины можно считать, что $E_1 \approx U_1$, получим приближенное выражение для вращающего момента

$$M = \frac{m_2}{k^2 2\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2 \frac{r_2}{s}}{(r_2/s)^2 + x_{2н}^2}.$$

Для качественного анализа, полагая, что частота сети остается постоянной, т. е. $n_1 = f_1/p = \text{const}$, удобно все постоянные величины обозначить одной константой $C_м = \frac{m_2 p}{k^2 2\pi f_1}$. Тогда получаем более простое выражение для вращающего момента

$$\boxed{M = C_м U_1^2 \frac{r_2/s}{(r_2/s)^2 + x_{2н}^2}.} \qquad (17.10)$$

На рис. 17.5 приведена в виде сплошной линии графическая зависимость $M(s)$. Проанализируем выражения (17.10) и характеристику $M(s)$.

Любой электродвигатель в установившемся режиме работает при условии равенства вращающего и противодействующего (тормозного) моментов. Представим себе, что исполнительный механизм, приводимый во вращение рассматриваемым двигателем, оказывает постоянное тормозное усилие, которому соответствует постоянный тормозной момент $M_т$. На рис. 17.5 имеются две точки, для которых справедливо равенство $M = M_т$: это точки *а* и *в*. Точка *а* характеризует устойчивую работу двигателя. Действительно, если двигатель изменит частоту вращения, например затормозится, то скольжение возрастет, вместе с ним возрастет и вращающий момент. Благодаря этому частота вращения двигателя повысится и вновь установится динамическое равновесие $M = M_т$. В точке *в* работа двигателя не может быть устойчивой: случайное отклонение частоты вращения приведет либо к остановке двигателя, либо к переходу в точку *а*.

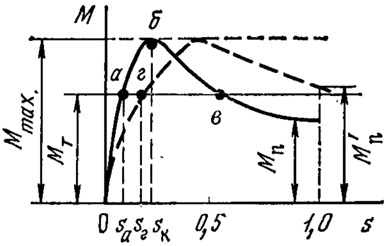


Рис. 17.5

Следовательно, вся восходящая часть характеристики является *областью устойчивой работы*, а вся нисходящая часть — *областью неустойчивой* работы. Точка *б*, соответствующая максимальному (иногда говорят «опрокидывающему») моменту, разделяет области устойчивой и неустойчивой работы.

Максимальному значению вращающего момента M_{max} соответствует так называемое критическое скольжение $s_к$. Аналитически можно найти значение критического скольжения, если производную по *s* от выражения (17.10) приравнять нулю:

$$\frac{dM}{ds} = C_м U_1^2 \frac{\dfrac{r_2^3}{s^4} - \dfrac{r_2 x_{2н}^2}{s^2}}{\left[(r_2/s)^2 + x_{2н}^2\right]^2} = 0,$$

отсюда

$$\boxed{s_к = \pm\, r_2/x_{2н}.} \qquad (17.11)$$

В формуле (17.11) знак «плюс» относится к режиму двигателя, а знак «минус» — к режиму генератора.

Подставив значение критического скольжения в формулу (17.10), найдем выражение для максимального момента

$$M_{max} = C_м U_1^2 \frac{1}{2x_{2н}}.$$

Выводы. 1. Величина максимального вращающего момента не зависит от активного сопротивления цепи ротора. 2. При изменении активного сопротивления цепи ротора изменяется величина критического скольжения, следовательно, с увеличением сопротивления r_2 максимальный момент M_{max} смещается в область больших скольжений, не изменяясь по величине (пунктирная кривая на рис. 17.5). 3. Вращающий момент пропорционален квадрату напряжения, т. е. асинхронный двигатель весьма чувствителен к понижению напряжения сети (при уменьшении напряжения вдвое вращающий момент уменьшается в четыре раза).

§ 17.4. Пуск в ход асинхронных двигателей

В момент пуска, когда $n = 0$ и $s = 1$, асинхронный двигатель находится в режиме, аналогичном короткому замыканию трансформатора. Пусковой ток при этом может в 5—7 раз превышать номинальный. Такое превышение тока неблагоприятно сказывается на двигателе, ведет к нагреву проводов, а в сетях ограниченной мощности — к заметному снижению напряжения, что может сказаться на работе других потребителей электроэнергии. Необходимо принимать меры к снижению пускового тока.

Вторая особенность пуска состоит в том, что статический тормозной момент может превышать пусковой момент двигателя, как это показано на рис. 17.5 (сплошная кривая). В таком случае без дополнительных мер двигатель под нагрузкой не запустится. Необходимо принимать меры к увеличению пускового момента.

Пуск в ход двигателей с фазным ротором

Двигатель с фазным ротором пускается при помощи пускового реостата. Ранее было показано, что увеличение активного сопротивления цепи ротора смещает максимум характеристики $M(s)$ в область больших скольжений, при этом возрастает и пусковой момент. Из рис. 17.5 видно, что $M'_{п} > M_{п}$ и если естественная характеристика при указанном на рисунке тормозном моменте не позволяет пустить двигатель, то пунктирная характеристика, построенная для двигателя с увеличенным активным сопротивлением цепи ротора, является благоприятной для пуска. В рассмотренном случае устойчивый режим работы характеризуется точкой *г*. Однако если вывести включенное на время пуска в цепь ротора сопротивление реостата, то двигатель перейдет на естественную характеристику.

Пусковой реостат подбирают таким образом, чтобы, во-первых, пусковой момент был по возможности ближе к максимальному, что ускоряет процесс пуска, во-вторых, чтобы пусковой ток не превышал номинальный более чем в 1,6—2,2 раза, в-третьих, чтобы в течение времени пуска ($1 \div 5$ с) реостат не перегревался. Последнее обстоятельство заставляет в крупных установках применять реостаты с масляным охлаждением.

Пусковой реостат обычно имеет несколько ступеней, каждой из которых соответствует своя характеристика $M(s)$. По мере того как реостат выводится (вручную или автоматически), двигатель переходит с одной характеристики на другую, а по окончании процесса пуска обмотка ротора оказывается замкнутой накоротко. Это означает, что двигатель работает на естественной характеристике.

Применение двигателя с фазным ротором, требующим контактных колец, щеток, реостата, усложняет обслуживание и делает дороже всю установку. Поэтому с ростом мощности энергетических систем постоянно повышается мощность самых простых и дешевых двигателей с короткозамкнутым ротором (до 100 кВт и выше).

Пуск при пониженном напряжении

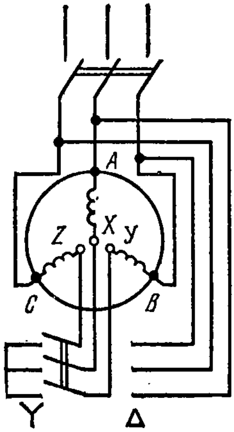


Рис. 17.6

Двигатель, нормально работающий при соединении его статорной обмотки треугольником, можно пускать при пониженном напряжении, переключив его обмотку в начале пуска на звезду. Действительно, при соединении обмотки звездой на каждую ее фазу приходится в $\sqrt{3}$ раз меньшее напряжение. При этом пусковой момент снижается примерно в 3 раза, так как вращающий момент пропорционален квадрату напряжения [см. формулу (17.10)]. Поэтому такой метод пуска применяется в том случае, когда двигатель пускается вхолостую или при неполной нагрузке. Пусковой ток в фазах двигателя при включении обмотки звездой уменьшается также в $\sqrt{3}$ раз, а в линейных проводах (т. е. в сети) — более чем в 3 раза. На рис. 17.6 показана схема пуска двигателя путем переключения его обмоток со звезды на треугольник.

Иногда применяют так называемый автотрансформаторный пуск, когда между сетью и двигателем включается понижающий автотрансформатор. После разгона двигателя автотрансформатор переводится в положение, при котором на двигатель подается полное напряжение сети. Недостатки этого метода: снижение пускового момента и удорожание установки.

Двигатели с улучшенными пусковыми свойствами

К таким двигателям относятся асинхронные машины с *двойной беличьей клеткой* и с *глубоким пазом*. Принципиальной особенностью этих двигателей является автоматическое, основанное на явлении вытеснения тока, увеличение сопротивления обмотки в период пуска.

На рис. 17.7 показаны формы пазов двухклеточных и глубокопазных двигателей. В двухклеточном двигателе (рис. 17.7, *а*) внешнюю (пусковую) клетку обычно изготавливают из материала повышенного электрического сопротивления, например, из марганцовистой латуни или бронзы. Внутреннюю (рабочую) клетку изготавливают из меди.

Двойная клетка работает следующим образом. В момент пуска, когда $n = 0$ и $s = 1$, индуктивное сопротивление обмотки ротора $x_2 = sx_{2н}$ является наибольшим. На рис. 17.7, *а* показаны линии магнитного поля, замыкающиеся вокруг стержней обмотки ротора. Из-за того что паз имеет значительно большее магнитное сопро-

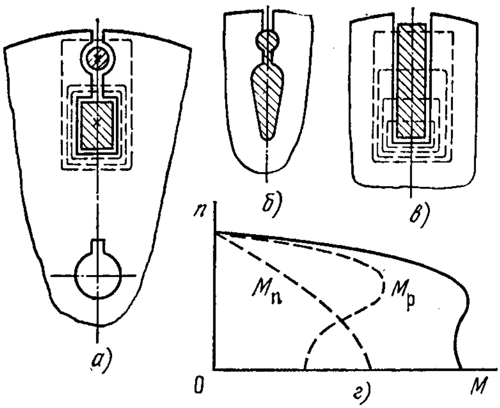


Рис. 17.7

тивление, чем сталь, линии поля распределяются таким образом, что внутренняя клетка сцеплена с бо́льшим их числом, чем внешняя. Поэтому индуктивность внутренней клетки больше, чем внешней, а поскольку при неподвижном роторе индуктивные сопротивления обмоток значительно превышают активные сопротивления, ток как бы вытесняется из внутренней к внешней клетке. Таким образом, происходит естественное увеличение активного сопротивления, что равносильно введению реостата в цепь ротора. По мере разгона ротора скольжение уменьшается, а вместе с ним уменьшаются и индуктивные сопротивления. Во вращающемся с малым скольжением роторе токи распределяются между стержнями внешней и внутренней клеток обратно пропорционально их сопротивлениям, т. е. практически работает внутренняя клетка, которая поэтому и называется рабочей.

Механическую характеристику двухклеточного двигателя можно представить как результат наложения двух характеристик: одной — для ротора, имеющего только внешнюю (пусковую) клетку, и второй — для ротора, имеющего только внутреннюю (рабочую) клетку (рис. 17.7, *г*).

На рис. 17.7, *б* представлен двухклеточный двигатель, фигурный паз которого залит алюминием. Эта разновидность является как бы переходной между двойной клеткой и глубоким пазом (рис. 17.7, *в*). Физическая картина процессов и в той и в другой конструкциях одинакова: при частоте сети, т. е. при неподвижном роторе, индуктивность внутренних частей сечения стержня больше, чем периферийных, и ток вытесняется к внешней части клетки. Происходит как бы уменьшение активного сечения проводника и, следовательно, возрастает его эквивалентное активное сопротивление. По мере разгона ротора частота тока в его цепи уменьшается и ток распределяется более равномерно по всему сечению проводника.

§ 17.5. Регулирование частоты вращения асинхронных двигателей

Трудности регулирования частоты вращения асинхронных двигателей являются их принципиальным недостатком. Из выражения для частоты вращения

$$n = n_1 (1 - s) = f_1 (1 - s) / p$$

следуют три возможных способа регулирования: изменением частоты, числа пар полюсов и скольжения.

Для регулирования скорости вращения путем изменения частоты питающего напряжения в настоящее время применяются тиристорные преобразователи.

Для регулирования частоты вращения путем изменения числа пар полюсов в пазы статора закладывают две отдельные обмотки или одну обмотку, которая допускает переключение катушек на разное число пар полюсов. Такого рода многоскоростные двигатели позволяют иметь две, три, максимум четыре ступени частоты вращения. Дальнейшее увеличение числа частот вращения становится неоправданно громоздким и дорогим.

Регулирование частоты вращения путем изменения скольжения достигается в электродвигателях с фазным ротором путем введения регулировочного реостата в цепь ротора. Это переводит работу двигателя из точки *а* в точку *г*, следовательно, скольжение изменяется от величины $s_а$ до величины $s_г$ (см. рис. 17.5). Регулировочный реостат в отличие от пускового должен быть рассчитан на длительную работу. Реостатный способ позволяет регулировать частоту вращения в широких пределах, но является неэкономичным, так как в реостате теряется значительная часть подведенной к двигателю энергии.

§ 17.6. Однофазные и конденсаторные асинхронные двигатели

Подобно тому, как две бегущие навстречу друг другу волны, имеющие одинаковые длины и амплитуды, образуют стоячую волну, так в электрической машине два вращающихся в противоположных направлениях поля ($\Phi_{пр}$ и $\Phi_{об}$) образуют пульсирующее поле (рис. 17.8). Справедливо и обратное заключение: любое пульсирующее магнитное поле, изменяющееся во времени по гармоническому закону (например, $\Phi = \Phi_m \sin \omega_1 t$), можно разложить на два вращающихся в противоположных направлениях поля, амплитуды которых будут в два раза меньше амплитуды пульсирующего поля ($\Phi_{m\,пр} = \Phi_{m\,об} = \Phi_m/2$). С учетом изложенного легко понять принцип работы однофазного асинхронного двигателя.

Однофазный двигатель имеет одну обмотку, занимающую примерно $^2/_3$ пазов и уложенную симметрично относительно некоторой поперечной оси машины. Оставшаяся часть пазов может быть использована для дополнительной обмотки, назначение которой выясним позднее. Однофазная обмотка, питаемая переменным током, создает пульсирующее магнитное поле. Поместим в это поле ротор с короткозамкнутой обмоткой в виде беличьей клетки. Два одинаковых вращающихся в противоположных на-

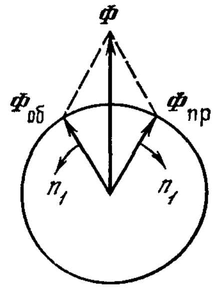


Рис. 17.8

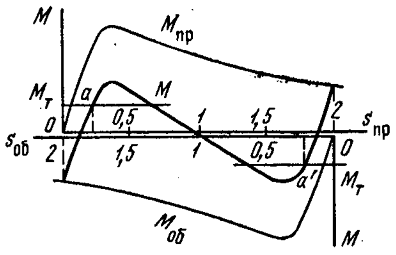


Рис. 17.9

правлениях поля образуют два равных, действующих навстречу друг другу вращающих момента. Ротор не тронется с места.

Но если раскрутить ротор за счет посторонней механической силы (например, от руки), то двигатель начнет устойчиво работать. Объяснение этому явлению можно дать следующее. Представим себе, что на одном валу находятся два одинаковых трехфазных асинхронных двигателя, включенные так, что их вращающие моменты направлены навстречу другу другу. Сложим характеристики M (s) обоих двигателей с учетом, что вращающие моменты их противоположны, и оси скольжений направлены навстречу друг другу (рис. 17.9). Если общий вал неподвижен, то скольжение каждого двигателя равно единице ($s_{пр} = 1$ и $s_{об} = 1$). Если вал за счет посторонней механической силы разгонять в одном направлении, которое будем считать прямым (а другое — обратным), то скольжение двигателя, поле которого вращается в одном направлении с валом, т. е. в прямом направлении, будет уменьшаться, приближаясь к нулю (при синхронной скорости). Скольжение второго двигателя при этом будет возрастать, так как ротор и поле вращаются в противоположных направлениях. Когда «прямой» двигатель разовьет синхронную скорость, т. е. станет $n = n_1$ и $s_{пр} = \frac{n_1 - n}{n_1} = 0$, то «обратный» двигатель будет иметь скольжение $s_{об} = \frac{n_1 - (-n)}{n_1} = \frac{2n_1}{n_1} = 2.$

Сложение характеристик дает результирующую характеристику, построенную на рис. 17.9, из которой следует, что пусковой момент ($s = 1$) однофазного двигателя равен нулю, но если раскрутить ротор в ту или другую сторону, возникает вращающий момент. Когда вращающий момент превысит момент тормозной, двигатель самостоятельно разовьет частоту вращения, при которой эти моменты уравновесятся (точки a или a'). Результирующий вращающий момент обращается в нуль (кроме момента пуска) при частоте вращения, несколько меньшей синхронной.

Для того чтобы однофазный двигатель мог пускаться в ход, предусматривают специальные *пусковые обмотки*. Обычно пусковая обмотка закладывается в остающиеся свободными от рабочей обмотки пазы. Ось пусковой обмотки оказывается смещенной относительно оси рабочей обмотки (обычно на 90°). Если фазу тока в пусковой обмотке сдвинуть относительно фазы тока рабочей обмотки, то создаются условия, при которых образуется искусственная двухфазная система и вращающееся магнитное поле. Круговое вращающееся поле образуется в двухфазной системе при сдвиге осей катушек в пространстве на 90° и токов по фазе на 90°. Если сдвиг по фазе между токами отличается от 90°

(и от 0°), то образуется *вращающееся эллиптическое поле.*

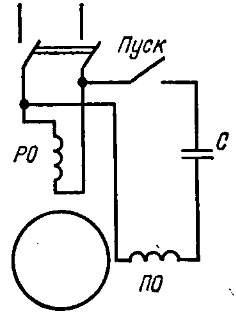


Рис. 17.10

Для сдвига фаз между токами в рабочей и пусковой обмотках в цепь пусковой обмотки может быть включено любое (активное или реактивное) сопротивление. Чаще всего для этой цели включается конденсатор (рис. 17.10). После окончания процесса пуска цепь пусковой обмотки отключается (от руки или автоматически от центробежного регулятора).

В однофазных асинхронных микродвигателях вместо пусковой обмотки иногда применяют короткозамкнутые витки на расщепленных полюсах. Эти витки, ток в которых отличается по фазе от тока в рабочей обмотке, играют роль пусковой обмотки.

Однофазные двигатели имеют более низкие энергетические характеристики (к. п. д., $\cos\varphi$), чем трехфазные, и применяются только как двигатели малой мощности (единицы и десятки ватт).

В отличие от однофазных *конденсаторные двигатели* фактически являются двухфазными. Они имеют две обмотки, оси которых смещены в пространстве. Одна обмотка включается непосредственно в сеть, а вторая включается в ту же сеть через конденсатор. Следовательно, схема конденсаторного двигателя не отличается от однофазного с пусковой обмоткой, но только вторая фаза здесь не отключается после завершения процесса пуска, а остается включенной и в рабочем режиме.

§ 17.7. Синхронные машины. Устройство и принцип действия

В отличие от асинхронной машины частота вращения ротора синхронной машины находится в строго фиксированном соответствии с частотой сети и совпадает с частотой вращения поля. Наибольшее распространение синхронные машины получили в качестве генераторов и в качестве мощных электродвигателей. Применяются также *синхронные микродвигатели.* Особой областью применения синхронных машин является использование их в качестве генераторов реактивной мощности с целью улучшения $\cos\varphi$ промышленных предприятий; в этом применении машины называются синхронными компенсаторами.

Синхронная машина состоит из двух основных частей: полюсной системы, или *индуктора,* и *якоря.* Полюсная система может быть *явнополюсной* (рис. 17.11, *а*), когда на полюса надевают обмотки возбуждения, и *неявнополюсной* (рис. 17.11, *б*), когда обмотку возбуждения укладывают в пазах, выфрезерованных в монолитном стальном цилиндре. Обмотка возбуждения питается постоянным током от отдельного генератора, называемого возбудителем и находящемся обычно на одном валу с синхрон-

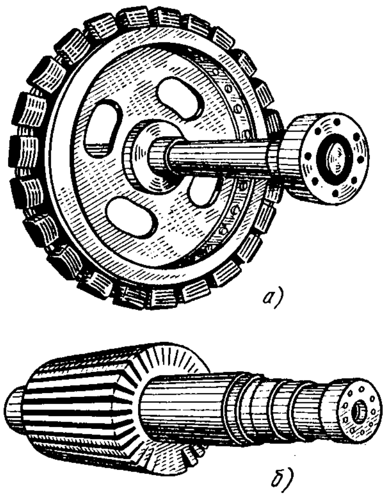


Рис. 17.11

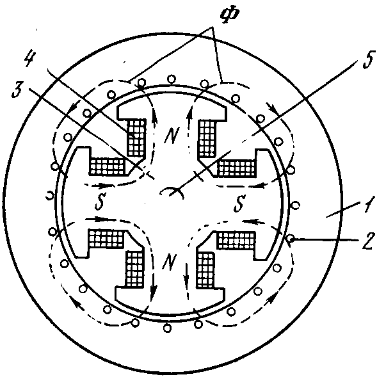


Рис. 17.12

ной машиной. Возможно также возбуждение от выпрямительной установки, а в малых машинах — от постоянных магнитов.

Обмотка якоря является трехфазной и практически ничем не отличается от обмотки статора асинхронной машины. Обычно якорь бывает неподвижным (статор), а полюсная система вращается (ротор). К обмотке вращающегося ротора энергия подводится через щетки и контактные кольца. На рис. 17.12 представлена конструктивная схема такой синхронной машины, где обозначено: *1* — статор; *2* — обмотка статора; *3* — явнополюсный ротор; *4* — обмотка ротора; *5* — вал; Ф — магнитный поток. Возможен вариант, когда якорь вращается, а полюсная система неподвижна.

При вращении полюсной системы механическим двигателем (паровая или гидравлическая турбина, дизель) в обмотке якоря индуктируется трехфазная система э. д. с., поскольку оси обмоток якоря смещены в пространстве на угол 120° относительно друг друга. При частоте вращения ротора $n_{рот}$ частота индуктированных э. д. с. определяется соотношением $f = pn_{рот}$. Когда включена нагрузка такого генератора, то трехфазная система токов образует вращающееся магнитное поле, частота вращения которого определяется согласно выражению (17.1):

$$n_{поля} = f/p = n_{рот}. \qquad (17.12)$$

Равенство (17.12) отражает сущность синхронной машины: ротор вращается синхронно с полем.

В режиме двигателя работа машины заключается в следующем: токи источника образуют в обмотке якоря (статора) вращающееся магнитное поле, а полюсная система (ротор) следует за этим полем с той же скоростью. Можно представить себе такую механическую аналогию: полюсы ротора связаны с вращающимися полюсами упругими нитями (линиями магнитного тяжения), которые с возрастанием нагрузки могут в определенных границах растягиваться, но не могут оборваться. Обрыв этих линий означает выпадение машины из синхронизма — это аварийный режим.

Синхронные двигатели не могут приходить во вращение, если не принять специальных мер. Дело в том, что при включении двигателя в сеть, полюсы вращающегося поля с большой скоростью пробегают мимо неподвижных полюсов ротора. Таким образом, относительно каждого полюсы ротора образуются знакопеременные поля и в силу инерции механических масс ротор не тронется с места.

Обычным в настоящее время является так называемый асинхронный пуск синхронных двигателей. В пазах полюсных наконечников ротора размещают стержни, замкнутые накоротко на торцах: у каждого полюса образуется таким образом часть «беличьей клетки». Полюсная система разгоняется как короткозамкнутый ротор асинхронного двигателя, и когда частота вращения ротора приближается к частоте вращения поля, происходит «втягивание ротора в синхронизм». С этого момента двигатель работает как синхронный, «беличья клетка» не перемещается относительно поля и, следовательно, теперь никакой роли не играет.

§ 17.8. Синхронные микродвигатели

Существенным недостатком синхронных двигателей является необходимость иметь две системы питания: трехфазный переменный ток и постоянный ток. Вместе с тем их достоинством является постоянство частоты вращения. Поэтому в установках малой мощности везде, где требуется постоянство скорости движения, широкое распространение получили синхронные микродвигатели с постоянными магнитами, а также синхронные реактивные микродвигатели. К таким установкам относятся различные физические приборы, устройства звукозаписи, телевидения, автоматики и телемеханики и т. п.

Поскольку синхронный двигатель с постоянными магнитами по принципу действия ничем не отличается от синхронного двигателя с возбуждением постоянным током, рассмотрим устройство и принцип действия реактивных двигателей.

Статор реактивного двигателя имеет трехфазную обмотку, но могут быть и однофазные (конденсаторные) двигатели. Ротор всегда является явнополюсным и не несет никакой обмотки. Рассмотрим работу реактивного двигателя следующей распространенной конструкции (рис. 17.13, *а*). Представим себе ротор асинхронного двигателя в виде беличьей клетки, у которого на цилиндрической поверхности сделаны выемки. Получились явно выраженные полюсы.

При включении двигателя в сеть обмотка статора образует вращающееся поле. Ротор, имеющий короткозамкнутую обмотку, приходит во вращение как в асинхронном двигателе. Когда ротор достигнет частоты вращения, близкой к синхронной, возникнет так называемый реактивный момент, который заставит ротор втянуться в синхронизм. Реактивный момент возникает

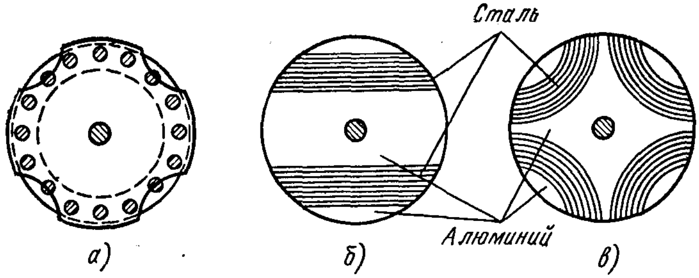


Рис. 17. 13

в связи с тем, что ротор с явно выраженными полюсами имеет неодинаковые магнитные проводимости по продольным и поперечным осям. Магнитные линии поля статора стремятся замкнуться по кратчайшим путям (по путям с наименьшим магнитным сопротивлением) и поэтому ротор будет испытывать усилия, заставляющие его полюсы следовать за вращающимися полюсами поля статора.

В некоторых случаях ротор реактивных двигателей делают цилиндрическим: в алюминиевый цилиндр при заливке закладывают полосы мягкой стали, которые играют роль явно выраженных полюсов (рис. 17.13, *б* и *в*).

§ 17.9. Сельсины

В современных устройствах автоматического управления широкое применение нашли электрические машины переменного тока с двусторонним питанием, обладающие свойством самосинхронизации. Эти машины, называемые сельсинами, позволяют осуществлять синхронную связь между двумя удаленными друг от друга механизмами. Известны два режима работы сельсинов: *индикаторный,* задачей которого является передача на расстояние угла поворота какой-либо механической системы, и *трансформаторный,* задачей которого является передача сигнала, воздействующего на исполнительный механизм таким образом, чтобы заставить его отработать заданный поворот.

Сельсины могут быть двухполюсными и многополюсными, контактными и бесконтактными. Рассмотрим принцип действия и устройство однофазных контактных двухполюсных сельсинов.

Статор сельсина выполнен в виде цилиндра с явно выраженными полюсами, на которых имеется *обмотка возбуждения.* На цилиндрическом роторе размещены три *катушки синхронизации,* оси которых смещены друг относительно друга на 120°. Таким образом, обмотка синхронизации выполнена как трехфазная, причем фазы соединены в звезду. Начала фаз выведены на контактные кольца.

Если обмотку возбуждения включить в сеть однофазного переменного тока, то в машине возникнет пульсирующий поток. Этот поток будет индуктировать трансформаторную э. д. с. в каждой из трех катушек синхронизации (рис. 17.14). Наибольшее значение э. д. с. будет иметь место в той катушке, ось которой окажется совпадающей с осью пульсирующего потока. При отклонении оси катушки э. д. с. спадает по гармоническому закону. Следовательно, величина и фаза э. д. с. в каждой катушке зависит от угла поворота ротора сельсина. На рис. 17.14 показаны направления токов в катушках, положительные направления осей которых обозначены соответственно цифрами *1*, *2* и *3*, при этом предполагается, что поток возбуждения $\Phi_в$ нарастает.

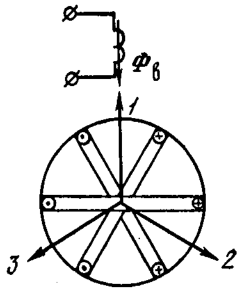


Рис. 17.14

На рис. 17.15, *а* приведена схема индикаторного режима работы сельсинов. *Сельсин-датчик (СД) и сельсин-приемник (СП)* представляют собой два совершенно одинаковых сельсина. Если роторы обоих сельсинов ориентированы одинаково относительно обмоток возбуждения (как показано на рис.), то в каждой паре катушек индуктируются одинаковые э. д. с. Из схемы видно, что линия связи (три провода) соединяет катушки встречно, так что при одинаковых э. д. с. ток в линии связи отсутствует. Такое положение сельсинов называется с о г л а с о в а н н ы м.

Если теперь повернуть ротор сельсина-датчика на некоторый угол θ, то равновесие э. д. с. нарушится, в линии связи появятся токи. Уравнительные токи образуют в сельсинах вращающие моменты. Поскольку ротор *СД* удерживается в повернутом положении, то ротор *СП* будет поворачиваться до тех пор, пока не исчезнет вращающий момент, т. е. пока не исчезнут токи в линии связи, а это произойдет, когда ротор *СП* «отработает» тот же угол θ; возникнет новое согласованное положение роторов *СД* и *СП*. Стрелка, соединенная с ротором сельсина-приемника, покажет угол поворота ротора сельсина-датчика. Так осуществляется д и с т а н ц и о н н а я п е р е д а ч а у г л а.

На рис. 17.15, *б* приведена схема трансформаторного режима работы сельсинов. Ротор сельсина-приемника закреплен. Обмотка

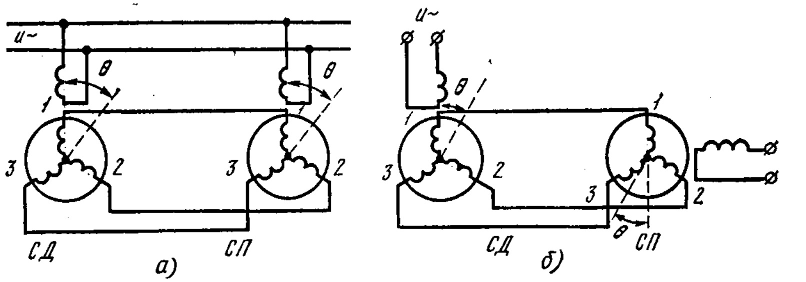


Рис. 17.15

возбуждения сельсина-датчика включена в сеть переменного тока и образует пульсирующий по вертикальной оси поток. Во всех трех катушках индуктируются э. д. с. соответствующих величин и фаз, под действием которых в цепи *СД* — линия связи — *СП* устанавливаются токи. Каждая катушка сельсина-приемника создает свой магнитный поток, а результирующий поток будет иметь такое же (вертикальное) направление, как и поток в сельсине-датчике. Обмотка возбуждения сельсина-приемника является выходным устройством: в ней индуктируется э. д. с., величина и фаза которой зависят от угла и направления потока обмотки синхронизации. Ось обмотки возбуждения сдвинута относительно вертикали на 90°, поэтому когда поток направлен вертикально, $u_{вых}$ практически равно нулю. Это — согласованное положение в трансформаторном режиме.

Если ротор сельсина-датчика повернуть на угол θ, то результирующий поток обмотки синхронизации сельсина-приемника повернется тоже на угол θ, а на его выходе появится определенное напряжение. Это напряжение обычно подается на вход усилителя и затем на обмотку управления исполнительного двигателя. Последний приходит во вращение, заставляя поворачиваться объект управления. Вал ротора сельсина-приемника связан с валом объекта управления. Когда вал объекта управления повернется на нужный угол, одновременно с ним повернется на угол θ вал сельсина-приемника. Возникнет новый согласованный режим, и движение прекратится. Так осуществляется *дистанционная передача движения* — так называемый синхронный вал.

Сельсин-приемник в трансформаторном режиме имеет повышенное сопротивление всех обмоток и называется сельсином-трансформатором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. М., «Энергия», 1969.
2. Афанасьев Б. П. и др. Теория линейных электрических цепей. М., «Высшая школа», 1973.
3. Бальян Р. Х. Трансформаторы для радиоэлектроники. «Советское радио», 1971.
4. Белопольский И. И. и др. Расчет трансформаторов и дросселей малой мощности. «Энергия», 1973.
5. Зернов Н. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Изд. 2, Л., «Энергия», 1972.
6. Иванов-Цыганов А. И. Электротехнические устройства радиосистем. М., «Высшая школа», 1973.
7. Китаев В. Е. Электротехнические устройства радиосистем. М., «Энергия», 1971.
8. Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. М., «Высшая школа», 1972.
9. Рогинский В. Ю. Электропитание радиоустройств. «Энергия», 1970.
10. Рогинский В. Ю. Расчет устройств электропитания аппаратуры электросвязи. «Связь», 1972.
11. Шебес М. Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. Изд. 2, М., «Высшая школа», 1973.

ОГЛАВЛЕНИЕ