

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

А.С. КАРИМОВ

НАЗАРИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(I қисм. Электромагнит майдон ҳамда электр ва магнит занжирларига
оид асосий тушунча ва қоидалар. II қисм. Чизиқли электр
занжирлар назарияси)

I Т О М

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги
олий ўқув юрглари талабалари учун дарслик
сифатида тавсия этган.

4/5282

Тошкент — 2003

УДК 621.30(083)

А.С. Каримов. Назарий электротехника: икки томли дарслик. I том.
Т., «ЎАЖБНТ» Маркази, 2003. 405 б.

Дарслик икки томдан иборат бўлиб, унинг биринчи томида чизиқли электр ва магнит занжирлари назарияси асослари ёритилган. У олий ўқув юр்தларининг энергетика ва электромеханика мутахассислиги талабалари учун мўлжалланган ва энг замонавий ўқув дастурига асосланган.

Дарслиқдан бакалаврият ва магистратурада ўқийдиган талабалар, аспирантлар ва муҳандислар ҳам фойдаланишлари мумкин.

Абу Райҳон Беруний номидаги Тошкент Давлат техника университети илмий-услубий кенгаши қарорига кўра chop этилди.

Тақризчилар: техника фанлари доктори, профессор Қ.Р. Аллаев,
техника фанлари доктори, профессор Т.М. Қодиров,
техника фанлари доктори, профессор М.И. Ибодуллаев.

МУКАДДИМА

Ҳар қандай мустикал ва ривожланган давлатнинг иқтисодий ва индустриал қудратига баҳо беришда унинг энергетикаси ва энергоресурслари (кўмир, нефт, газ ва ҳ.к.) ҳисобга олинади. Бу маънода Ўзбекистон Республикасининг саноати, кишлок ҳўжалиги ва халқ фаровонлиги табиат бойликларига асосланган бўлиб, тобора ривожланувчи энергетикаси билан таъминланиб бораётир. Айни шу кунларда республика миқёсида ўрнатилган ва узлуксиз электр энергия берувчи электростанцияларнинг қуввати қарийб 12 млн. киловаттни (12×10^6 кВт) ташкил этади. Йил мобайнида улар ишлаб чиқадиған электр энергияси 70-75 млрд.киловатт-соатга тенгдир. Аммо республика аҳолисининг киши бошига тўғри келадиган, яъни ишлатиладиган йиллик энергияси 4000 киловатт-соатдан ошмайди, буни эса Европа мамлакатларидаги ўртача кўрсаткичдан (10-12 минг кВт-соат) анча паст деб билиш керак. Бу республикамиз ресурсларини янада кўпроқ ишга солиб, электр станцияларнинг сонини ва қувватини тобора кўпайтиришга мажбур этади. Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, йирик иссиқлик ва гидравлик электростанциялар қаторида куёш энергияси ва сув қувватидаи фойдаланишга мўлжалланган кичик ва ҳатто майда электростанцияларни кенг масштабда қуриш лозим.

Электрэнергетиканинг бундай суръатда ривожланиб боришини унинг илмий - назарий асоси бўлмиш, назарий электротехникасиз тасаввур қилиб бўлмайди. Умуман олганда электротехника (шу жумладан, назарий электротехника) ҳамма замонавий электротехник илмий йўналишлар (электромеханика ва электродинамика, электроника ва яримўтказгич техникаси, автоматика, алоқа ва ҳисоблаш техникаси, радио ва телевидение ва ҳ.к.) учун фундаментал фан тармоғи ҳисобланади. Шунинг учун ҳам XX асрнинг 30-йилларида электротехника фанини чегаралаш мақсадида унга махсус физик ва математик сайқал берилиб, асосан электр ва электромагнетизм қонунларини ўраниш ва уларнинг назарияларини чуқурлаштириш топширилган. Натижада янги ва тез кунда тараккий

топган назарий электротехника фани вужудга келди.

Электротехника назарий асосларини ўзлаштирмаган инженер энергетика соҳасида замонавий мутахассис бўлиб етишиши мумкин эмас. У ҳозирги кунда яратилаётган электроэнергетика ва электроника асбоб-ускуналарини саводли равишда ишлата олмаслиги аниқ. Бўлажак инженер ўз онги билан электр занжирлар ва магнит майдонлардаги физик жараёнларни чуқур ўрганган ҳолдагина фаол ижодкор бўла олади.

Электротехника тарихи ўз илдизлари билан қадим замонларга кириб кетган. У мусбат ва манфий зарядланган электр заррачалар ва оҳанграбо темирлар (магнитлар) хусусиятларини ўрганишдан бошланган. Аммо шунга қарамай, XIX асрнинг бошларига қадар, 300-400 йил мобайнида, ҳеч ким электр ва магнит ҳодисаларини бир-бири билан ҳамбарчас боғланганлигини айтиб бералмаган. Айнан электр ва магнит ҳодисалари ягона табиатли электромагнит майдонининг икки турли, икки томонли хусусияти эканлиги исботланганидан кейин электротехника қудратли техника соҳасига айлана бошлади.

Биринчи изланишлар - электр ва магнит ҳодисаларини ўрганишдаги дастлабки ютуқлар сабабчилари сифатида инглиз физиги У.Гильберт (1544-1603 й.), рус олимлари М.В. Ломоносов (1711-1765 й.) ва Ф. Энипус (1724-1802 й.), француз физиги Ш.Кулон (1736-1806 й.) ва бошқаларни кўрсатиш ўринлидир. Улар туфайли инсоният ҳаёти билан ҳамбарчас боғланган табиатнинг вужуди тўла-тўқис электромагнит ҳодисалардан иборатлиги исботланди. Қолаверса, бу олимлар очган қонун-қоидалар ҳозирги замонавий фундаментал фанларга ҳам асос бўлди.

1735 йилда Ш.Кулон ҳар қандай иккита q_1 ва q_2 электрланган заррачалар (зарядлар) ўртасида электр майдон қучлари ҳосил бўлишини исботлаб, улар ўртасидаги ўзаро тортишиш (ёки итарилиш) қучи шу зарядларнинг массаларига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тесқари пропорционаллигини кўрсатиб берди. Ундан ташқари Кулон электр зарядларини ток ўтказгичларининг фақат сиртидагина жойлашишини айтиб берди. Магнит моменти ва зарядларнинг қутбланиши тўғрисидаги маълумотларни ҳам ушбу олим қолдирган.

1820 йилда даниялик физик Х.Эрстед (1777-1851 й.) ҳаракатдаги заряд (ёки электр токи) ўз атрофида магнит майдони ҳосил қилишини исботлади: бу ҳодиса электр ва магнит

майдонларининг ўзаро боғланган ҳолатда вужудга келишини тажрибада тасдиқлади.

Худди ўша 1820 йилда француз олими А.Ампер (1775-1836 й.) думалок ғалтак (соленоид) атрофида, ўзгармас ток ўтиши натижасида, ҳосил бўлган магнит майдони табиий темир магнитларининг майдонидан фарқ қилмаслигини кўрсатди. Демак ўзгармас магнитлар майдони ҳам улар таркибидаги молекуляр тоқлар оқими натижасида вужудга келади деб хулоса қилди олим. Шуниси қизиқарлики, ер магнетизми тўғрисидаги замонавий назариялар ҳам ер атрофидаги магнит майдонининг ер юзидаги тоқлар билан боғлайди.

Кейинги ўта муҳим кашфиёт - 1831 йилда топилган электромагнит индукция ҳодисаси, яъни магнит майдонида ҳаракат қилаётган ўтказгич сим чеккаларида электр юритувчи куч ҳосил бўлиши ҳисобланади. Бу физикавий фундаментал қонунни яратган инглиз олими М.Фарадей (1791-1867 й.) яна бир бор магнит ва электр ҳодисалари бир-биридан ажралган ҳолатда мавжуд бўла олмаслигини исботлади.

1833 йилда рус олими Э.Х.Ленц (1804-1865 й.) электр токи ҳосил қилган магнит майдони компас милини ҳаракатлантириши ва магнит майдонида ҳаракатда бўлган ўтказгичда э.ю.к. ҳосил бўлиши қонуниятларига ягона электромагнит ва ўзаро тескари жараёнлар деб баҳо берди. Аммо шу билан бирга бу изланишлар Х.Эрстед ва М.Фарадей яратган қонунларнинг бир-бирига боғлиқлигини намоён этган.

Электр манбалари яратишда ва улар энергиясининг истеъмол қилиниши, бошқа турли энергияларга айланиши назариясини ишлаб чиқишда яна бир гуруҳ олимлар фаол ижод қилганлар. Булар ичида: итальян физиги А.Вольта (1745-1824 й.) ўзининг кашфиёти билан дунёда биринчи электр кимёвий генератор яратган (1799 й.); рус академиги В.В. Петров (1761-1834 й.) тарихда биринчи бўлиб (1822 й.) электр ёй кашф этган; немис физиги Г.С. Ом (1787-1854 й.) электр тоқининг кучини занжир қаршилиги билан боғлаган (Ом қонуни - 1826 й.); немис олими Г.Р. Кирхгоф (1824-1887 й.) ўз ватандоши Г.С. Омнинг гальваник электр занжирларига бағишлаган назариясини музаффақият билан давом эттириб, 1847 йилда

ўзининг машҳур "I ва II Кирхгоф қонунлари"ни яратди. Натижада XIX асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб электротехника ҳам назарий, ҳам амалий жиҳатдан жуда ривожланиб кетди. Европанинг деярли ҳамма йирик давлатларида (Франция, Англия, Германия, Россия, Италия ва х.к.) саноат энергетикаси оёққа тура бошлади: электр машиналар, трансформаторлар, электр узатувчи линиялар ва бошқа энергетика техникаси яратилиши авж олди. Шу билан бир қаторда электр алоқа техникаси (телеграф, телефон ва х.к.) ва автоматика элементлари пайдо бўла бошлади.

Электротехника назарияси эса йилдан-йилга бойиб борди ва ниҳоят буюк инглиз олими Ж.К. Максвелл (1831-1879 й.) бу фаннинг тўла-тўқис галаба қозонишига асосий сабабчи бўлди. М.Фарадей асослаган электромагнетизмга тегишли порлок ҳоялар Ж.Максвелл ижросида янги кучли сифатларга эга бўлди. Натижада табиатнинг бошқа соҳаларига ҳам электромагнит қисфа берилди; шу жумладан ёруғлик тарқалиши қонуниятларига ҳам электромагнит сайқал берилди. Хуллас, кўп йиллар мобайнида ҳар хил илмий йўналишларда тўпланиб қолган талай муаммолар Максвелл назариялари ёрдамида ечила бошлади. Физика тарихида биринчи марта "Электромагнит майдони фазонинг шундай бир қисмики, у ўзини ва ўз ичига олган моддаларни (нарсаларни) электрланган ёки магнитланган ҳолатда ушлаб туради" - деб хулосага келинди. Ж.Максвеллнинг машҳур бўлган тўртта дифференциал тенгламаси электродинамика фанининг янада ривожланишига асос бўлди. Чуқур тушунчалар бериб тўхталмаганда, бу тенгламалар тегишлича: Гаусс теоремаси, электромагнит индукция ҳодисаси, магнит куч қизиклари узлуксизлиги ва тўла ток қонунларини дифференциал кўринишда акс эттиради.

Ж.Максвеллнинг электромагнит майдон назарияси XIX асрнинг охири ва XX асрнинг бошларида буюк олимлар Генрих Герц (1857-1894 й.), П.Н.Лебедев (1866-1912 й.), А.С.Попов (1859-1906 й.) томонидан амалий тасдиқланиб, электромагнит тўлқинлар (радио тўлқинлари) ҳисобига электротехника, радио ва телевидение вужудга келишига сабабчи бўлди.

Электротехниканинг ривожланиши XX асрнинг бошларида фан ва техниканинг йирик ва амалий соҳаларини кашф қилиш билан нишонланди. Электр энергиясини ишлаб

чиқаришда катта-катта электрогенераторлар, уни масофага узатишда эса йирик ва юқори кучланишли трансформаторлар кашф этилди. Электр юритгичлар (моторлар) завод ва фабрикаларда буғ машиналарининг ўрнини эгаллади ва секин-аста транспортда электр юритма вазифасини ҳам бажара бошлади. Бу эса электротехникадан "электр машина ва трансформаторлар", "электр юритма", "корхона ва шаҳарларни электрлаштириш", "электр станциялар, электр тармоқлар ва системалар" каби янги йўналишлар ажратиб чиқиб, уларнинг мустақил фан соҳаларига айланишига олиб келди.

Кучсиз тоқлар электротехникаси эса алоқа техникаси (телефон ва телеграф), радиотехника ва телевидение, автоматика ва телемеханика, электроника ва ҳисоблаш техникаси каби йўналишларнинг пайдо бўлишига сабабчи бўлди. Натижада электротехника фани чегарасиз ва катта ҳажмли илм хазинасига айланди ва уни соҳаларга ажратмасдан туриб ўзлаштириб бўлмайдиган бўлиб қолди. Шунинг учун ҳам энергетика ва электротехника мутахассисликларида ўқийдиган олий ва ўрта махсус ўқув юртларининг талабалари учун "Назарий электротехника (ёки электротехниканинг назарий асослари)" деган фан ўқитилади.

Назарий электротехника фани Ўзбекистон Олий ўқув юртларида асосан 1930-1935 йиллардан бошлаб ўқитилиб келинаётир. Илм-фаннинг бу йўналишига Ўрта Осиё индустриал институти қошидаги энергетика факультетида асос солинган. Юртимиздаги барча ўқув юртларида ўқитиладиган электротехника фани ўқув дастурларидан ўрин олиб, бошқа техник фанлар қаторида муҳандисларнинг илмий савиясини оширишда ўзбек олимлари - проф. Ғ.Р. Раҳимов, проф. Х.Ф. Фозилов, проф. М.З.Хомидхоновларнинг хизматлари жуда катта бўлган. Шунинг ҳам айтиш лозимки иккинчи жаҳон уруши йилларида (1941-1945 й.) собиқ иттифокнинг марказий шаҳарларидан Тошкентга вақтинча кўчиб келган рус олимларидан - академик Л.Р. Нейман ва Академия муҳбир аъзоси М.А. Шателенлар ҳам бизнинг электротехника фанимизнинг ривожланишига сезиларли ҳисса қўшганлар.

"Назарий электротехника" фанини Ўзбекистонда биринчи бўлиб талабаларга ўргатган, дастлабки лабораториялар ташкил этган, бу соҳада кўплаб юқори малакали мутахассислар тайёрлаган ва ниҳоят ўзидан кейин йирик илмий мактаб қолдирган

олим - Ўзбекистон ФА мухбир аъзоси, профессор Гофир Раҳимович Раҳимовдир. Айнан шу муътабар олим ва тараққийпарвар инсон туфайли Тошкент политехника институти (ҳозир эса техника университети) "Назарий электротехника" кафедраси кўл қўшни давлатлар доирасида (Россия федерацияси, Украина, Белорус, Қозоғистон, Кавказ давлатлари ва ҳ.к.) обрўли маориф даргоҳига айланди. Профессор Г.Р.Раҳимов фаолияти натижасида ТошПИ собиқ СССР мамлакатлари миқёсида назарий электротехниканинг "Ночизик электротехника йўналиши" бўйича илмий марказга айланди.

Мазкур китобда ёритилган назарий маълумотлар тўртта асосий қисмдан иборатдир:

I қисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН, ХАМДА ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА ҚОИДАЛАР

II қисм. ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

III қисм. НОЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

IV қисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН НАЗАРИЯСИ.

I ҚИСМ. **ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ҲАМДА ЭЛЕКТР ВА** **МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА** **ВА ҚОИДАЛАР**

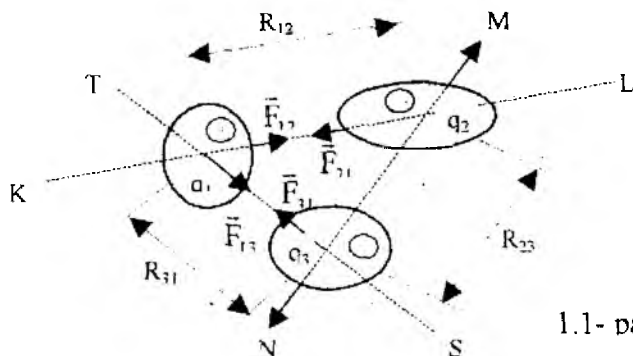
I БОБ. **ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ВА УНИНГ** **ХУСУСИЯТЛАРИ**

1.1. Электр майдони (қисқача тавсиф)

Физикадан маълумки, ҳар қандай электр ва магнит ҳодисалари электр ва магнит майдонларида содир бўлади.

Энг содда мисолларда кўрганда, электр кучлари деб, икки заряд (ёки бир неча зарядлар) ўртасида ҳосил бўладиган кучларни тушунамиз. Бу кучлар механикавий кучларга ўхшаб, ўзаро таъсир этувчи зарядлар миқдорига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратиغا тескари пропорционал бўлади (Кулон қонуни).

Ўзаро тортишувчи F_{12} ва F_{21} , F_{13} ва F_{31} кучлари тескари ишорали зарядларни, яъни q_1 билан q_2 ни ва q_1 билан q_3 ни бир-бирига яқинлаштиришга интилади. Ўзаро тарқалиш кучлари F_{23} ва F_{32} эса бир хил ишорали q_2 ва q_3 зарядларни бир-биридан узоклаштиришга интилади. Бу кучлар тегишлича - KL ,



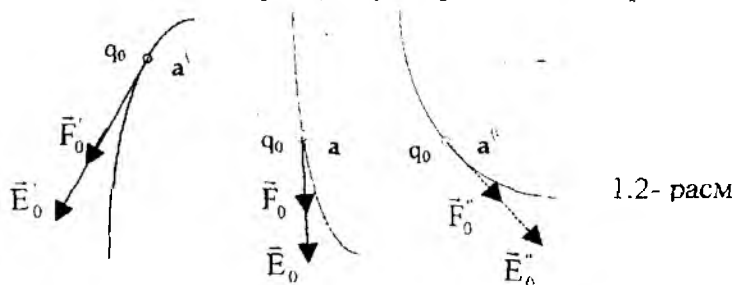
1.1- расм

MN ва ST чизиклари бўйлаб йўналган бўлади. Кучларнинг ўзаро $F_{12} = -F_{21}$, $F_{23} = -F_{32}$ ва $F_{31} = -F_{13}$ бўлганини ҳисобга олсак, уларни фақат абсолют кийматларига мурожаат қилсак ҳам бўлади. Шундай қилиб, Кулон қонунига асосланиб, ёзамиз:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{q_1 q_2}{2\pi\epsilon_a R_{12}^2}; \quad F_{23} = F_{32} = \frac{q_2 q_3}{2\pi\epsilon_a R_{23}^2};$$

$$F_{31} = F_{13} = \frac{q_1 q_3}{2\pi\epsilon_a R_{31}^2}.$$

Агар зарядларни бирор фазо ичида ихтиёрый тартибда жойлашган деб ва уларнинг сонини ҳам ихтиёрый деб олсак, уларнинг ўзаро таъсири остида кўп томонга йўналган куч чизиклари KL, MN, ST ва ҳ.к. ҳосил бўлиши аниқдир. Энди фараз қилайлик, $q_1, q_2, \dots, q_n$ зарядлар жойлашган фазо, яъни электр майдон ичидаги бирор "а" нуктада $q_0 = 1$ заряд ҳам жойлашган (1.2-расм). Бу шартли синов зарядни бирга



тенг деб оламиз ва унинг микдорини шунчалик кичик деб ҳисоблаймизки, унинг $q_1, q_2, \dots, q_n$ зарядлар билан ўзаро таъсирланиши натижасида ҳосил бўлган куч F_0 фақат шу q_0 заряднигина ҳаракатлантира олади. Яъни заряд q_0 бошқа зарядларни жойидан силжити олмайди деб тушунамиз. q_0 синов зарядга таъсир этувчи натижавий куч қуйидагича аниқланади:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \frac{q_1 q_0}{4\pi\epsilon_a R_1^2} + \frac{q_2 q_0}{4\pi\epsilon_a R_2^2} + \dots + \frac{q_n q_0}{4\pi\epsilon_a R_n^2}$$

яъни унинг йўналиши ва микдори фазонинг қайси жойида манзил топишига боғлиқ. Масалан, q_0 манзили a' нукта бўлса,

унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0'$ га тенг. Агар q_0 ўз жойини a' дан a'' га ўзгартирса, унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0''$ га тенг бўлади (1-2-расм). Табиийки, $\vec{F}_0 \neq \vec{F}_0' \neq \vec{F}_0''$, чунки $R_1 \neq R_1' \neq R_1''$, $R_2 \neq R_2' \neq R_2''$ ва ҳ.к. Демак, фазонинг ҳар бир қисмида (участкасида, нуқтасида ва ҳ.к.) заряд ҳар хил ҳолатда бўлиб, масофаларга боғлиқ ўзгарувчан кучлар таъсирида бўлади. Агар энди ҳар бир нуқтадаги куч микдорини ушб синов заряд q_0 га

бўлган нисбатини олсак, у $\frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_0 = \sum_{m=1}^{m=n} \frac{q_m}{4\pi\epsilon_0 \vec{R}_m^2}$ бўлади. Бу

ерда $\vec{E}_0$ электр майдонининг кучланганлигини ифодалайди. Масалани соддалаштириш мақсадида q заряди ҳосил қилган майдондаги R га тенг масофада жойлашган q_0 зарядга

$\vec{F} = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \vec{R}^2}$ кучи таъсир этаётган бўлса, майдон кучланганли-

ги $\vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \vec{R}^2}$ га тенг бўлади. Ифодадан кўриниб турибди-

ки; q_1 асосий заряд q дан қанча узоқлашса, ўшанча майдон кучланганлиги камайиб боради. Фақатгина $R = \infty$ бўлгандагина $F_0 = E_0 = 0$ бўлади, яъни q_0 электр майдони таъсирдан чиқиб кетган бўлади.

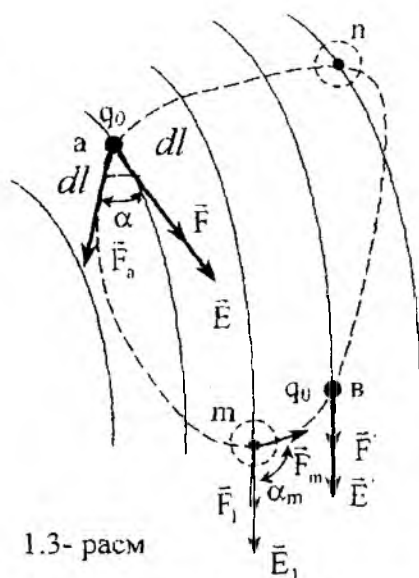
Электр майдонини тавсифловчи параметрларнинг ўлчов бирликларини қуйидагича ифодалаш лозим:

- заряд q [Кл] - Кулон; 1 Кл=1А 1с (Ампер секунд),
- диэлектрикнинг абсолют сингдирувчанлиги $\epsilon_a = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ [Ф/м]
- Фарада тақсим метр,
- ростловчи масофа R [м] - метр,
- куч F [Ж/м] - Жоул тақсим метр,
- кучланганлик E [В/м] - Вольт тақсим метр.

1.2. Электр майдони кучлари ва улар бажарадиган иш.

Электр потенциали

Юқорида кўриб чиқилган оддий электр майдонида (1.2-расм) бизнинг асосий диққатимиз электр куч чизиқлари ва майдон таъсирига тушган синов заряди q_0 га берилган эди.



1.3- расм

$\vec{F}_a$ томонга йўналган бўлади. Қисқача йўл бўлмиш $\Delta l = dl$ ни босиб ўтган q_0 заряд $\Delta A = F_a \Delta l = F \cos \alpha \cdot dl$ ишни бажарди (бу ерда $\Delta l = dl$). Агарда зарядни "а" дан "в"гача ўтказишдаги электр майдон сарф қилган энергия ёки ишни тўла-тўқис ҳисоблайдиган бўлсак, унда

$$A = \int_a^b \vec{F} d\vec{l} \quad (1.1)$$

(бу ерда $\vec{F}$ ҳар бир нуктада олинган куч вектори; $d\vec{l}$ - ҳар бир бир боскичда ҳисобга олинган йўналишли масофа қисми).

Бу ишнинг синов заряди миқдorigа нисбатан кўриб чиқсак, унда

$$A/q = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ ёки } A = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (\text{чунки } q_0 = 1) \quad (1.2)$$

Синов зарядининг траекториясини "m" ёки "n" нукталаридан ўтишини ҳисобга олинганда (1-2) ўрнига

$$A = \int_a^m \vec{E} d\vec{l} + \int_m^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ ёки } A = \int_a^m \vec{E} d\vec{l} + \int_m^b \vec{E} d\vec{l} \quad (1.3)$$

Лекин биз бир нарсани ҳисобга олмадикки, агар $\vec{F}_0$ кучи синов зарядини бир нуктадан иккинчи нуктага силжитса нима ўзгаради? Табиийки, ҳар қандай ҳаракат иш бажариш билан боғлиқдир. Буцдан электр майдонидаги ҳодисалар ҳам бундан мустасно эмас. Фараз қилайлик, синов заряди q_0 "а" нуктадан "в" нуктага "m" нукта орқали олиб ўтилади. Силжиш траекторияси а-м-В ни ҳисобга олганда, биринчи боскич dl , куч $\vec{F}$, ёки кучланганлик $\vec{E}$ йўналиш-ларига нисбатан α бурчак остидаги

яъни электр майдон томонидан бажарила диган иш икки нукта: "а" ва "б" ўртасидаги йўл траекториясига (яъни унинг шакли ёки узунлигига) боғлиқ эмас. Масалан, электр майдон бирор q заряд туфайли ҳосил бўлган бўлса ва шу манбага нисбатан "а" нукта R_1 га ва "б" нукта R_2 га тенг масофаларда жойлашган бўлса, q_0 ни "а" дан "б" га кўчиришга сарфланган иш қуйидагига тенг бўлади:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{R} \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (1.4)$$

Кўриниб турибдики, заряд q_0 манба q дан узоқлашганда ($R_2 > R_1$) бажариладиган иш, $A > 0$. Агарда q_0 "б" дан "а" га ўтказиладиган бўлса:

$$A = \int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} dR = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) < 0,$$

яъни бунинг учун манба кўчига қарши йўналган ташки куч (ёки энергия) сарфланиши керак. Айтилган фикр 1.3-расмдан ҳам кўриниб турибдики: "m" нуктада кузатилаётган ҳаракат $\vec{E}$ векторга нисбатан $\alpha_m > \pi/2$ бурчак остида бажарилаяпти, яъни $\Delta A = F \cos \alpha_m dl < 0$.

Юқорида келтирилган (1.1) - (1.4) ифодалардан келиб чиқадики, электр майдонида жойлашган ҳар бир нукта ўзига хос потенциал энергиясига, ёки соддалаштирганда, **п о т е н ц и а л** га эга. Шунинг учун ҳам (1.2) билан ифодаланган бирламчи (солиштирма) иш **п о т е н ц и а л л а р ф а р қ** и деб аталади, яъни

$$\varphi_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (1.5)$$

Кўриниб турибдики, агар q_0 "б" дан "а" га қайтариладиган бўлса (1.3-расм) бажариладиган иш ёки потенциаллар фарқи

$$\varphi_{ba} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}; \quad \text{яъни у (1.5) дагига тенг, ammo}$$

тескари ишорада бўлади. Бошқача қилиб айтганда $\varphi_{ab} + \varphi_{ba} = 0$, яъни синов заряди q_0 "а" нуктадан чиқиб, ҳар қандай траекторияли йўл босиб яна шу нуктага қайтиб келса, у бажарган иш нолга тенг бўлади.

Аммо потенциаллар фарқидан (яъни $\varphi_a - \varphi_b$ дан) уларнинг мутлоқ қийматини билиб бўлмайди, чунки майдондаги ихтиёрый равишда олинган ҳар қандай икки нукта q ва S ҳам бир хил фарққа эга бўлиши мумкин: $\varphi_a - \varphi_b = \varphi_c - \varphi_d$, лекин $\varphi_a \neq \varphi_c$ ва $\varphi_b \neq \varphi_d$.

Иккинчи томондан, электр майдонининг таъсир этиш чегаралари чекланган бўлмайди: масалан, яккаланган q манбанинг q_0 га нисбатан

таъсир кучи $\vec{F}_0$ фақатгина

$R = \dots$ да нолга тенг

бўлади. Бу албатта, назарий

қараганда шундай; амалда

эса ҳар қандай кучли заряд

ҳам чексиз ёйилган майдонга

эга бўлолмайди. Шунга қарамай,

бирор аниқ нукта "к" учун майдон

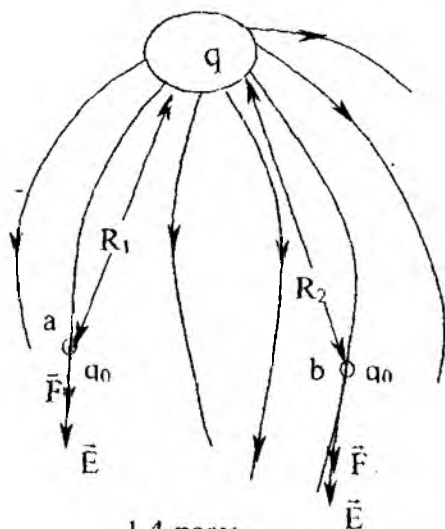
потенциали назария асосида

топилгани маъқул деб биламиз.

Фараз қилайлик, шу нуктадан q_0 заряд

манбага нисбатан чексиз масофага

олиб чиқилади. Унда майдон бажарган иш



1.4-расм

$$A = \varphi_k - \varphi_\infty = \int_{R_k}^{\infty} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_k} - \frac{1}{\infty} \right] = \varphi_k$$

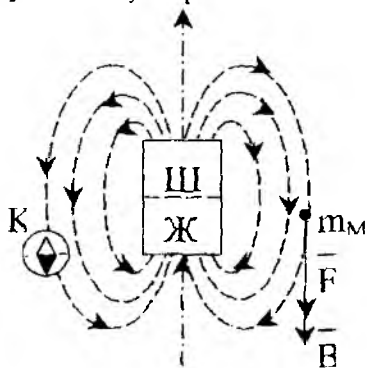
Яъни манба q дан тўғри чизикли масофаси R_k бўлган "к" нуктанинг потенциали

$$\varphi_k = \int_{R_k}^{\infty} \vec{E} d\vec{e} = \int_{R_k}^{\infty} \frac{q dR}{4\pi\epsilon_0 R^2} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_k}.$$

Потенциал ёки икки потенциал фарқи ўлчам бирлиги Вольт (В).

1.3. Магнит майдони ва унинг хусусиятлари

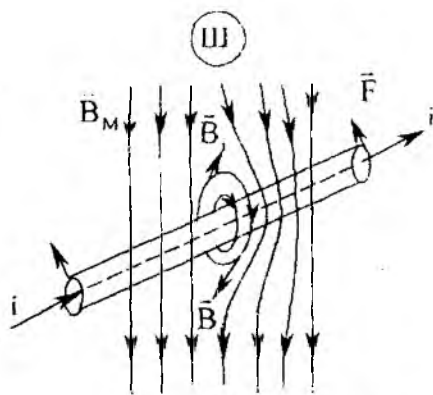
Табиатда шундай моддалар ҳам учрайдики, улар ўз атрофида фақат ўзига хос бўлган к у ч л а р м а й д о н и н и ҳосил қилади. Бу кучлар худди шундай бошқа кучлар майдонига ёки ўхшаш кучлар майдонига нисбатан механик куч билан таъсир



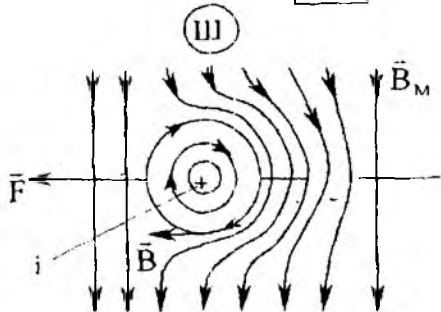
1.5- расм

эта олади. Бундай кучлар манбаи бўлмиш моддалар магнит деб аталади. Энг оддий магнит 1.5-расмда кўрсатилган. Унинг куч чизиқлари шимол (Ш) кутбидан чиқиб, жануб (Ж) кутбига кирган бўлади. Электр заряд ҳосил қилган электр майдондан магнит майдони шу билан фарқланадики, заряднинг ишорасига қараб, электр куч чизиқлари ёки заряддан тарқалган, ёки унга йиғилиб келган бўлади. Магнит куч чизиқлари эса манбанинг бир

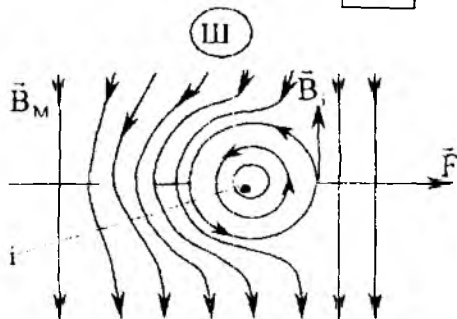
қисмидан тарқалиб, иккинчи қисмига тўпланади, яъни улар узлуксиздир. Магнитнинг икки кутбга бўлиниши ҳам шартлидир: алоҳида шимол ва алоҳида жануб кутблар мавжуд бўла олмайди. Магнитни қанча парчаламанг, барибир ҳар қандай бўлими яна бир бора икки кутбдан иборат бўлиб қолаверади. Магнит майдонининг таъсир кучини икки усул билан синаш мумкин. Биринчиси, майдон таъсирида бирор синов магнит массаси m_M , ёки компас стрелкаси ҳаракатга тушади (1.5-расм). Бу ҳаракат куч чизиқлар бўйлаб ҳосил бўлади. Ҳар бир нуктадаги куч вектори $\vec{F}$ ва уни ҳосил қилувчи магнит индукция $\vec{B}$ нинг йўналишини кўрсатувчи восита сифатида компас стрелкаси ишлатилиши мумкин.



Ж а)



Ж б)



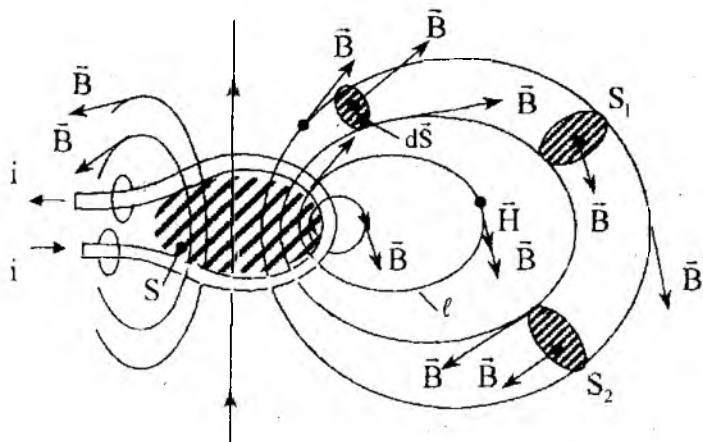
Ж в)

Иккинчиси, агар майдон ичига электр токли сим киритилса, асосий магнит майдони ва қўшимча (ток ҳосил қилган) майдон ўртасидаги ўзаро таъсир кучини кузатиш мумкин (1.6-а,б,в расм). Шимол кутбидан чиқиб жануб кутбига йўналган ва $\vec{B}$ индукцияга эга бўлган асосий магнит куч чизиклари майдонидан жой олган сим ичидан ток i ўтаётган бўлса, унинг атрофида ҳосил бўладиган $\vec{B}$ индукцияли қўшимча магнит майдони асосий магнит майдони билан ўзаро ҳаракатда тушади. 1.6.а-расмдан кўриниб турибдики, симнинг чап томонида B_M ва B_i магнит индукциялари бир-бирига қарши йўналган бўлса, симнинг ўнг томонида улар бири-бирига мос тушган. Натижада симнинг ўнг томонида йиғинди магнит куч чизиклари зичланади, чап томонида эса - сийрақлашади. ўз навбатида магнит майдони ўз шаклининг бузилишига қаршилиқ кўрсатади ва куч чизиклари энг қисқа йўл орқали бир кутбдан иккинчи кутбга ўтишга

нитилгани туфайли "бегона" магнит объект сиқиб чиқарила бошлайди: токли сим ўнгдан чапга ҳаракатланади. Туртиб чиқариш $\vec{F}$ кучининг йўналиши ва катталиги симдаги ток i нинг кучи ва йўналишига боғлиқ. Кучнинг йўналиши тўғрисидаги хулоса 1.6-"б" ва "в"-расмлардан яққол кўриниб турибди. Расмлар ўртасидаги доирачалар симнинг қўндаланг кесимини ифодаласа, уларнинг ичидаги белгилар - токнинг йўналишини белгилайди. Агар ток биздан расм "ичига" оқаятган бўлса, уни $\oplus$, яъни найзанинг думи шаклида, агар у расм "ичидан" бизга қараб оқаятган бўлса, уни $\bullet$ яъни найзанинг учи шаклида тасвирлаш одатга айланган. Шу ҳолда ток атрофида ҳосил бўладиган ўз магнит куч чизиклари тегишлича соат милага мос (1.6-б расм) ва тескари (1.6-в расм) йўналишда ўралган бўлади. Шунинг учун биринчи расмда майдондан токли симни чиқариб ташловчи куч $\vec{F}$ чапга, иккинчи расмда эса ўнгга йўналган бўлади.

1.4. Магнит оқим, магнит индукция ва магнит майдонининг кучланганлиги

Юқорида кўриб чиқилган магнит хусусиятларини чуқурроқ ўрганиш кўзда тутиладиган бўлса, албатта, биринчи навбатда магнит майдонининг асосий кўрсаткичларини, яъни уни тўла-



1.7-расм

тўқис тавсифлайдиган магнит катталикларини ўрганишимиз шарт. Булар эса - магнит оқим Φ , магнит индукция вектори $\vec{B}$ ва магнит майдонининг қушланганлиги вектори $\vec{H}$ дир. Фараз қилайлик, оддий магнит майдонини бир ўрамли симдан ўтаётган ток i ҳосил қилган (1.7-расм). Назарияга асосланганда бу магнит майдон фазода чексиз жойлашган бўлади. Амалда эса ҳар қандай катта ток i ҳам бир неча метрдан узокқа тарқалмаган магнит майдонини ҳосил қила олади холос. Шундай экан, токнинг магнит майдони асосан ток ўтаётган симга яқин масофада таъсир этади ва унинг куч чизиклари токли сим яқинида зичроқ ва аксинча, ундан йироқда сийрак бўлади. Айни шу кўрсаткич, яъни магнит куч чизикларининг бирор жуда кичик ва йўналган кесим $d\vec{s}$ ичидаги зичлиги магнит индукциясининг миқдорини билдиради. Умуман олганда иккита ёнма-ён олинган куч чизиклари ҳам бир йўналишда бўлмайдилар, шунинг учун магнит майдонининг таъсир кучининг йўналишини индукция билан боғлар эканмиз, кесимини йўналган деб олганимиз маъқул. Ушбу нуқтаи назардан қараганда, S га тенг бўлган ихтиёрий юзадан ўтаётган индукция векторлари тўплами $\int_S \vec{B} d\vec{s} = \Phi$ "магнит индукция вектор-

ларининг оқими", ёки қисқароқ айтганда, "магнит оқими" деб аталади. Магнит оқими веберда ўлчанади: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}$, ёки Вольт-секунд. Магнит оқимини тасаввур қилишда 1.7- расмдан фойдаланиб, токли сим ўрамининг ичида жойлашган юза s ни олиш мумкин: шу ҳалқасимон тешикка пастдан кириб тепадан чиқиб кетаётган барча куч чизиклар тўпламини "магнит оқими" дейиш мумкин. Кўриниб турибдики, ҳамма куч чизиклари ҳалқанинг тепа қисмида атроф фазога тарқалаётган бўлса, улар шу ҳалқанинг паст томонида қайтадан йиғилади. Яъни магнит куч чизиклари у з л у к с и з д и р: улар ҳеч қаердан бошланмайди ва ҳеч қаерда тамом бўлмайдилар. Математика нуқтаи назаридан қаралганда, магнит куч чизикларининг узлуксизлигини $\oint \vec{B} d\vec{s} = 0$. тенглама билан ифодалаш мумкин:

Яъни кесимдан кесимга ўтиб, берк контур бўйлаб магнит оқимини кузатиб чиқсак, унинг интеграл (йиғиндиси) полга тенг бўлади. Буни 1.7- расмда белгиланган S_1 ва S_2 кесимли

магнит куч чизиклари ичидан ўтган магнит оқимининг шаклидан ҳам хулоса қилса бўлади, чунки S_1 га кирган оқим S_2 дан чиқиб кетяпти. Энди худди шу расмдаги пунктир билан кўрсатилган ва узунлиги l га тенг бўлган магнит куч чизиғини кўриб чиқайлик. Фараз қилайлик, бу ғилдираксимон берк эгри чизик кўп томонли кўпбурчақдан ташкил топган бўлсин. Унда ҳар бир томоннинг узунлигини Δl деб олсак, берк айланани

ҳосил қилган магнит куч чизиғини $\oint \vec{B} d\vec{l} = Bl$, га тенг деб

ҳисобласак ҳам бўлади (бу ерда $\Delta l \cong dl \rightarrow 0$). Бу интеграл магнит оқимига ўхшаш скаляр миқдорга эга, яъни $\oint \vec{B} d\vec{l} = Bl$

чунки айлана бўйлаб олинган берк йўлнинг ҳар бир нуқтасида индукция векторининг модули ўзгармас деб ҳисобланган. Бу куч чизиғининг таъсир миқдорини тавсифлашда уни ҳосил қилган ток кучи i ва магнит майдонидаги муҳит хусусияти билан боғлаш табиийдир. Жуда кўп тажрибаларда кўрилганига биноан ҳақиқатдан ҳам $Bl = \mu i$ (1.7-расм учун). Агар магнит майдон w -ўрамли ғалтақда ташкил топган бўлса, унда

$Bl = \mu w i$ эки $\vec{B} = \mu \frac{wi}{l} = \mu \vec{H}$. Бу ерда: $H = \frac{wi}{l}$ - магнит

майдонининг кучланганлиги ва μ магнит сингдирувчанлиги деб аталади.

Ўлчов бирликларига ўтаётган бўлсак ва $B = \frac{d\Phi}{dS}$ ни

ҳисобга олсак, индукция - бу магнит майдонининг аниқ нуқтасидаги зичлиги - вебер таксим метр квадрат, ёки тесла да ўлчанади ($1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб/м}^2$). Магнит майдонининг кучланганлиги эса ампер таксим метр да ўлчанади (А/м). Бундан қуринадики, магнит сингдирувчанлиги μ ўлчов бирлиги қуйидагича топилади:

$$\frac{\text{Тл}}{\text{А м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{А}} = \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{Г}}{\text{м}} \quad (\text{генри/метр}).$$

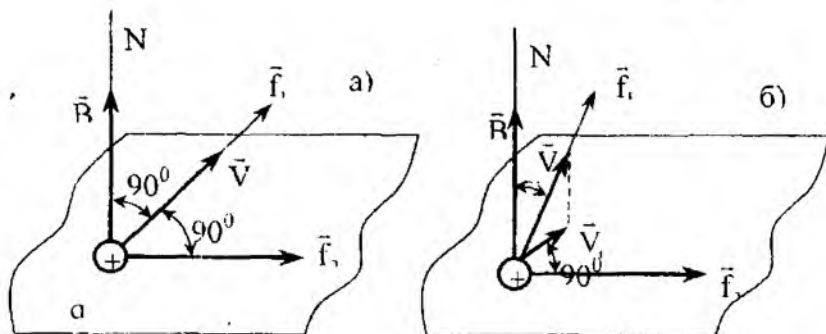
Магнит майдонининг характеристикаларини таърифлашни тугатишдан олдин яна бир марта шуни эслатиш лозимки, уму-

мий тарзда одинган майдоннинг ихтиёрий нуқтасидаги магнит индукция ва кучланганлик вектор микдорлардир. Улар орасидаги боғланиш ҳам $\vec{B} = \mu \vec{H}$ деб ёзилиши шарт.

1-5. Магнит майдонидаги ҳаракатланувчи электр заряд. Лоренц кучи

Агар бирор ўзгармас магнит майдон мавжуд бўлган фазода ихтиёрий микдордаги q заряд жойлашган бўлса ва у ҳаракатда бўлмаса, магнит майдони унга ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Аммо шу зарядни бирор ташки куч $\vec{f}_1 = q\vec{E}$ (масалан, электр кучланганлиги $\vec{E}$ га тенг бўлган электр майдони) $\vec{V}$ тезликда ҳаракатлантирадиган бўлса, унда магнит майдони ҳам зарядга қўшимча $\vec{f}_2$ куч билан таъсир қила бошлайди.

Агар магнит майдони индукция вектори $\vec{B}$ 1.8-а расмда кўрсатилгандек заряд ҳаракатланаётган тезлик $\vec{v}$ (ёки куч $\vec{f}_1$) йўналишига перпендикуляр йўналган бўлса, магнит майдон таъсир кўрсатаётган куч $\vec{f}_2 = q[\vec{v}\vec{B}]$ максимал қийматга эга бўлади ва ўз навбатида $\vec{B}$ га ҳам, $\vec{V}$ га ҳам перпендикуляр йўналган бўлади. Умумий ҳолатда тезлик $\vec{V}$ вектори индукция вектори $\vec{B}$ жойлашган чизиқ N билан ихтиёрий $\alpha \neq 90^\circ$ бурчагини ташкил этиши мумкин (1.8-б расм): унда магнит майдонининг таъсир этувчи кучининг вектори $\vec{f}_2 = q[\vec{V}\vec{B}]$, унинг



1.8- расм

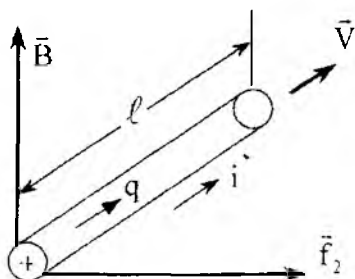
модули эса $f_2 = qv$, $B = qvB \sin \alpha$. Яъни заряд ҳаракатининг йўналишини N чизик йўналишига яқинлашган сари магнит кучи f_2 камайиб, нолга интила бошлайди, 1.8- а ва б расмдан кўриниб турибдики, куч вектори $\vec{f}_2$ қандай катта бўлмасин, у

$\vec{B}$ ва $\vec{V}$ векторлар ётган текисликка нисбатан ҳамма вақт перпендикуляр бўлгани туфайли заряд тезлиги $\vec{v}$ ни ўзгартира олмайди. Бу куч фақат q заряд ҳаракатланаётган траекториясини ўзгартиради ҳолос. Шунинг учун ҳам зарядни ҳаракатлантирувчи электр майдон кучи $\vec{f}_1$ билан магнит майдонининг таъсир кучи $\vec{f}_2$ нинг йиғиндисин

$\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = q(\vec{E} + \vec{V}B)$ - Лоренц кучи, деб аталади. Яна бир бор эслатамизки, магнит майдон таъсири f_2 фақатгина ҳаракатда бўлган заряд учун мавжуддир; ундан ташқари худди шу йўналиш ва тезлик билан маъкур магнит майдонида манфий заряд ҳаракатланса, унга таъсир этувчи магнит кучи f_2 тескари йўналишда ҳосил бўлади. Лоренц кучи тенгламасидан яна бир қизик хулосага келиш мумкин: агар магнит кучининг модули $f_2 = qvB$ бўладиган бўлса, демак магнит индукцияси

$$B = \frac{f_2}{qv}$$

Демак, индукцияга 1.1-да берилган тавсифни қуйидагича тўлдириш мумкин: магнит индукцияси магнит майдонини тавсифловчи шундай вектор катталики, у магнит таъсир кучининг заряди ва унинг ҳаракат тезлиги кўпайтмасига бўлган миқдорий нисбатини кўрсатади.



1.9- расм

Кўриб чиқилган Лоренц тенгламасидан яна бир муҳим хулоса чиқариш мумкин. Фараз қилайликки, бир текис ҳаракатда бўлган заряд q бирор вақт мобайнида қандайдир электр симидан ўтиб бораётди (1.9-расм). Демак, ўзгармас ток учун заряд

микдори $q=It$ бўлса, иккинчи томондан ушбу заряд электр симининг l га тенг бўлган қисмини шу t вақт ичида ўтган деб олсак, ҳам бўлади, яъни $l = vt$. У ҳолда $f_2 = qvB$ ўрнига:

$$f_2 = I \cdot t \cdot \frac{1}{t} \cdot B = BIl \text{ деб ёзиш мумкин. Бу ифода эса}$$

ўзгармас ток I ўтказётган ва l узунликка эга бўлган электр сими B индукцияли магнит майдонига жойлаштирилганда, у магнит майдон томонидан $F=BIl$ мик-дорга эга механик куч таъсири остида бўлишлигини кўрсатади.

Ўлчов бирлигига ўтсак,

$$|F| = |B \cdot I \cdot l| = \left[\frac{B \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot A \cdot \text{м} \right] = \left[\frac{v \cdot c}{\text{м}} A \right] = \left[\frac{\text{Жоул}}{\text{метр}} \right] = \{ \text{Ньютон} \}$$

1.6. Электромагнит индукция ҳодисаси

Бу муҳим электромагнит ҳодиса магнит майдонида ҳаракатланган электр ўтказгичда (симда) э.ю.к. ҳосил бўлишини намоён қилади ва биринчи марта М.Фарадей томонидан 1831 йилда тажриба асосида исботланган. Юқорида кўриб чиқилган Лоренц кучларини ҳисобга олган ҳолда 1.10-расмда кўрсатилган ҳолатни ўрганайлик. Фараз қилайлик, бирор ўзгармас магнитнинг юқори томонида жойлашган N - шимол қутби Φ магнит оқимини ҳосил қилади. Демак, магнит қутби яқинидаги нукталарда индукция вектори $\vec{B}$ тик тепага йўналган бўлади. Энди оқим Φ таркибидаги магнит куч чизикларини кўндаланг йўналишда рамка (тўртбурчакли берк сим ҳалқа) $\vec{v}$ тезликда кесиб ўтсин. Биз биламизки, рамка металлдан ишланганлиги туфайли унинг ички таркибидаги эркин электронлар ҳисобига q_0 заряд жой олади ва у рамка билан $\vec{v}$ тезликда магнит майдонида ҳаракатда бўлади. Унга тегишли Лоренц кучи $f_2 = q_0 [\vec{v} \vec{B}]$ га тенг бўлади. Аммо бу ҳодисани кузатувчи рамка билан бир хил тезликда ҳаракатда бўлса, унга мазкур куч $f_2 = q_0 [\vec{v} \vec{B}]$ бўлиб, гўё кучланганлиги $\vec{E}_0$ га тенг бўлган ташқи электр майдон таъсирида ҳосил бўлгандек туюлади.

Шунинг учун ҳам ҳаракатдаги рамканинг кучланганлиги $\vec{E}_0 = [\vec{v}\vec{B}]$ бўлган электр майдон таъсирида деб ҳисоблаш мумкин.

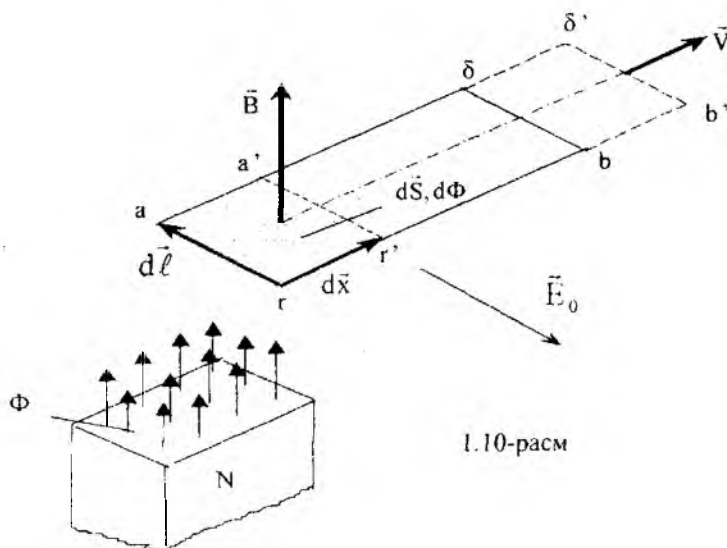
Энди Δt вақт ичида рамка Δx оралиғига сурилди деб ҳисобласак, унинг тезлиги $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \approx \frac{d\vec{x}}{dt}$ бўлиб чиқади ва

ташқи сунъий электр майдон кучланганлиги $\vec{E}_0 = \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B} \right]$

бўлади. Иккинчи томондан, рамка сурилиш натижасида магнит куч чизиқлари кесиб ўтаётган кесим $\Delta S = \Delta l \cdot \Delta x$ миқдорига, магнит оқими эса $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S$ миқдорига ўзгаради. Магнит индукциясини ва рамка тезлигини конкрет йўналишга эга эканлигини, яъни вектор сон бўлганлигини ва $\Delta l \approx dl$, $\Delta x \approx dx$, $\Delta \Phi \approx d\Phi$ ҳамда тенгликларни ҳисобга олсак, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$d\Phi \approx \oint \vec{B} d\vec{S} = \oint \vec{B} [d\vec{x} d\vec{l}] = - \oint [d\vec{x} \vec{B}] d\vec{l} \quad (*)$$

(Охирги ифодадаги ишора ўзгариши вектор қўпайтмасидаги қўпайтирувчи векторлар ўрни алмашгани ҳисобиға бўлди). Бу



1.10-расм

тенгламанинг иккала томонини dt га бўлсак.

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_e \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B} \right] d\vec{l} = - \oint_e E_0 d\vec{l}, \text{ ёки } \oint_e \vec{E}_0 d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

бўлади. Кўриниб турибдики, нолга тенг эмас ва 1.2. да берилган назарияга биноан мазкур ифодани потенциал тушунчасига тенглаштириб бўлмайди. Демак, бу рамкани магнит майдонидаги ҳаракатлантирувчи куч эвазига унинг сими бўйлаб электр юритувчи куч ҳосил бўлади:

$$e = \oint \vec{E}_0 d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (**)$$

Магнит майдонида ҳаракатланувчи ҳар қандай ўтказгич унинг шакли ва берк занжир ҳосил қилиш-қилмаслигидан қатъи-назар, бирор микдорли э.ю.к.га эга бўлади. Ҳосил бўлган, ёки и н д у к ц и я л а н г а н э.ю.к. катталиги ўтказгичнинг ҳаракат тезлигига боғлиқдир. Масалан, 1.10-расмда кўрсатилган вазиятда э.ю.к. рамканинг фақат "аг" ва "бв" қисмларида ҳосил бўлади, чунки "аб" ва "вг" қисмлари магнит куч чизикларини умуман кесиб ўтмайди. Ваҳоланки, "бв" қисмида ҳам э.ю.к. жуда кичик микдорда, ёки мутлақо нолга тенг бўлиб чиқиши мумкин; бу эса рамканинг узок чеккаси магнит майдони билан сустр равишда боғланганлигини кўрсатади.

Тенглама (**) дан кўриниб турибдики: ўтказгич қанча катта тезлик билан магнит майдонини кесиб ўтса, ўшанча катта э.ю.к. ҳосил бўлади: бир текис ўзгармас тезликдаги ҳаракат учун $e = \text{const}$, тўхтаб турган рамка учун $e = 0$. Шунинг ҳам таъкидлаш лозимки, рамкани кесиб ўтаётган магнит оқими

$\Phi(t)$ вақт мобайнида ошиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0 \right)$, индукцияланган

э.ю.к. абсолют қиймати нолдан катта бўлиб ўзгариб туради. аммо унинг микдори манфий бўлади. Агарда $\Phi(t)$ вақт бўйлаб

камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0 \right)$, индукцияланган э.ю.к. мусбат

микдорларга эга бўлиб, ўзгариб туради. Бу жуда муҳим қонуниятнинг мазмуни шундан иборатки, магнит майдон оқимининг микдорий ўзгариши магнит энергиясининг рамка

атрофида ўзгаришини ақс эттиради: магнит оқимининг зўраиши магнит майдон энергиясини рамкага нисбатан кўпайишига олиб келадиған бўлса, унда ҳосил бўлған э.ю.к. тескари йўналған бўлиб, энергетик мувозанатни сақлашга ин-

тилади. Магнит оқими камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$, ушбу э.ю.к.

ўз ишорасини ўзгартириб уни олиб кирған энергиясини сақлаб қолишга ҳаракат қилади.

Яна бир нарсани айтиб ўтиш керакки, юқорида кўриб чиқилған ҳодиса фақатгина рамқа ҳаракатда бўлғанда эмас, ваҳоланки, жойидан қўзғалмас рамкага нисбатан ўзгармас магнит (ёки тоқли рамқа) ҳаракатда бўлса ҳам содир бўлаверади. Шундай ҳолат ҳам юз бериши мумкинки, ўтказгич ёпиқ контур (рамқа) ўзгарувчан тоқ ҳосил қилған магнит майдонда ҳаракатда бўлади. Натижада индукцияланған э.ю.к. иккита ташкил этувчидан таркиб топади, яъни:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \oint [\vec{v}\vec{B}]d\vec{l}$$

Бу ерда: $(-\partial\Phi/\partial t)$ қўзғалмас рамкадаги магнит майдонининг ўзгариши: $\oint [\vec{v}\vec{B}]d\vec{l}$ - рамкани ҳаракатда бўлғани ҳисобига ҳосил бўлған э.ю.к. қисмидир.

Энди (**) кўринишдаги тенгламага қайтиб келсак ва берк контурда пайдо бўлған э.ю.к.нинг мазкур занжирда тоқ i ҳосил қилишини эътиборга олсак, ундаги ўрин олған кучланиш $u = e = R \cdot i$ бўлиб чиқади. Бу ерда R - занжирнинг актив қаршилиғи. Шундай қилиб,

$$Ri = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{ёки} \quad idt = -\frac{d\Phi}{R}, \quad \text{ёки} \quad dq = -\frac{d\Phi}{R}$$

Айнан шунга яқин шаклида, тўғрироғи $\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R}$

кўринишда ушбу қонуният М.Фарадей томонидан аниқланған эди. Олим Φ тушунчасига бир неча магнит куч чизиқларининг

ΔN ўзгаришини тенглаштирган, яъни $e = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ деб баҳо бер-

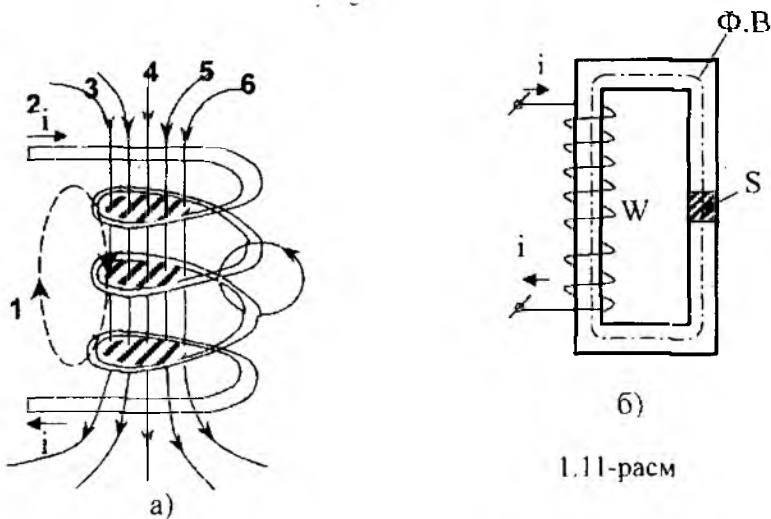
ган. Бу ифода билан электромагнит индукция қонуниятини

тушунтиришда шу жойи қўлайки, магнит майдонининг куч чизикларини кесиб ўтувчи ўтказгич берк контурни ташкил этиши шарт эмас (масалан, $\vec{B}$, $\vec{v}$ ва $\vec{E}_0$ векторлари бир-бирига нисбатан перпендикуляр бўлгани туфайли $e_{\text{д}} = vBl_{\text{д}}$). Умумий ҳолатда бир текис магнит майдонида v тезлик билан ҳаракатланувчи ва l узунликка эга бўлган ўтказгичлар учларида $e = vBl$ га тенг э.ю.к. ҳосил бўлади. Унинг йўналишини ўнг қўл қоидаси билан аниқласа бўлади.

Юқорида кўриб чиқилган назариядан шундай ҳулоса чиқариш мумкин: электр ва магнит майдонлари бир-биридан мутлақо айрим ҳолатларда мавжуд бўла олмайдилар, улар ўзаро бирлаштирувчи умумий электромагнит жараёнлар билан чамбарчас боғланганлар.

1.7. Илашган магнит оқим. Ўзиндукция ва ўзароиндукция э.ю. кучлари

Маълумки, ҳар қандай магнит майдонида магнит куч чизиклари чекланган масофада тарқалган бўлиб, берк траекториялар бўйлаб жойлашган бўлади (1.7-расм). Маз-



1.11-расм

кур майдоннинг ихтиёрий жойида ўлчанган магнит оқими куч чизиклар "тешиб" ўтаётган ва ихтиёрий равишда танлаб олин-

ган кесим "S" га боғлиқдир, яъни $\Phi_k = \int \vec{B} d\vec{S}$. Аммо бир ўрамли токли симни (контурни) магнит майдонининг манбаи деб олсак, тўла магнит оқимини $\Phi_k = \int \vec{B} \vec{S}$ деб олишимиз

шарт (бу ерда "S" эслатилган токли контурнинг юзаси). Энди фараз қилайлик, токли сим бир неча ўрамли ғалтак шаклида тузилган (1.11-а расм). Шу сабабли магнит куч чизиклари йўлида ҳар бир ўрамга тегишли кесим "S" бир неча маротаба учрайди. Ундан ташқари, магнит куч чизиклари ҳар хил траекториялардан ўтгани туфайли айрим ўрамларга нисбатан бошқабоника зичликда кесиб ўтган (шартли чизиклар 1,2,...,7). Расмдан кўриниб турибдики, i токли кўп ўрамли манбага ғалтакка нисбатан магнит оқимини $\Phi = BS$ деб олиб бўлмайди, чунки куч чизикларининг сонини токка пропорционал деб ҳисобласак, ҳар бир янги ўрам эвазига бу чизиклар қаррали кўпайиб бораётти. Шундай қилиб, ҳақиқий магнит оқими

$$\Phi_{\Sigma} = B \sum_1^N S_k, \text{ ёки } \psi = \Phi_{\Sigma} = w\Phi = wBS \text{ (бу ерда } w \text{ -ўрамлар}$$

сони). Натўжавий, ёки қарраланган магнит оқими $\psi = w\Phi$ илашган магнит оқими деб аталади. Оддий магнит оқими Φ деб, бир ўрамга (масалан, ўртадаги ўрамга) тегишли куч чизиклар йиғиндисини ҳисоблаймиз. Агар магнит оқими йўлида махсус магнит ўтказгич темир ўзак жойлашган бўлса (1.11-б расм), w - ўрамли ғалтакнинг ҳар бир ўрами деярли бир хил оқим $\Phi = BS$ билан илашган бўлади. ғалтакка тегишли илашган магнит оқими учун олинган $\psi = w\Phi$ ифода ҳақиқатга янада яқинроқ бўлади, чунки деярли ҳамма магнит куч чизиклари "S" кесимли темир ўзак ичида ихчам жойлашиб олади.

Юқорида (1.6) кўрсатилганидек, магнит оқими магнит куч чизиклари зичлигини тавсифлайдиган кўрсаткичдир, яъни $w\Phi = N$. Шунинг учун илашган магнит оқими $\psi = N = w\Phi$ ва унинг вақт мобайнида ҳар қандай ўзгариши кўп ўрамли контурда (ғалтакда) электромагнит индукция қонуниятига биноан қуйидаги микдорли э.ю.к. ҳосил қилади:

$$e = - \frac{dN}{dt} = - \frac{d\psi}{dt} = -w \frac{d\Phi}{dt} \quad (*)$$

Илашган магнит оқими тўла-тўқис ғалтакдан ўтаётган ток-ка тўғри пропорционалдир, яъни $\Psi = I \cdot L$. Пропорционаллик коэффициенти L - ҳусусий индуктивлик ёки тўғридан-тўғри индуктивлик деб аталади. Унинг ўлчов бирлиги:

$$[L] = \frac{[\Psi]}{[i]} = \frac{Wb}{A} = \frac{V \cdot s}{A} = \text{Om} \cdot s = \text{Г (генри)}$$

Индуктивлик магнит майдон ҳосил қилувчи индуктив контурининг (ғалтакнинг) геометрик ўлчовлари g ва магнит куч чизиклари ёйилган муҳитнинг магнит синдирувчанлигига боғлиқ, яъни $L = f(g, \mu)$. Шундай қилиб, илашган магнит оқими вақт ўзгариши натижасида ҳосил бўладиган (индукцияланадиган) э.ю.к., яъни ўзиндукция э.ю.к.

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (**)$$

ҳам, ток i , ҳам индуктивлик L ўзгарувчанлиги ҳисобига вужудга келиши мумкин. Агарда $L = \text{const}$ бўлса $e = -L \frac{di}{dt}$ бўлади.

1.11-а расмда кўрсатилган магнит майдони атроф-муҳитда шундай жойлашганки, унинг куч чизиклари фақат манба ролини ўйновчи индуктив ғалтак ўрамлари билан илашган. Лекин шундай ҳам бўлиши мумкинки, магнит куч чизиклари йўлида бошқа индуктив контури (ёки контурлар) жойлашган бўлади. Узга контурларнинг хусусий (ўз манбаидан чиққан) тоқлари бўлиши ёки бўлмаслигидан қатъи назар, асосий магнит майдонининг куч чизиклари ўша контурларни кесиб ўтиб, уларда э.ю.к. ҳосил қилиши ҳам мумкин. Мисол учун 1.12-а ва б расмда кўрсатилган магнит майдонларини кўриб чиқайлик. Агар ўрамлар сони w_1 тенг бўлган индуктив ғалтакдан i_1 ток ўтаётган бўлса, у ҳосил қилган магнит куч чизиклари 1.12-а расмда кўрсатилгандек, қисман w_2 ва w_3 ўрамли иккинчи ва учинчи индуктив ғалтаклар билан илашган бўлади.

Табиийки, энг кўп куч чизиклари w_1 ўрамли асосий ғалтак билан боғланган бўлади, чунки уларнинг талай қисми w_2 ва w_3 ғалтакларга етиб бормаслиги аниқдир. Қандай бўлмасин, агар магнит майдони фақат i_1 тоқи туфайли ҳосил

бўлса, унда ғалтакларга илашган магнит оқимларининг микдори қуйидагича аниқланади:

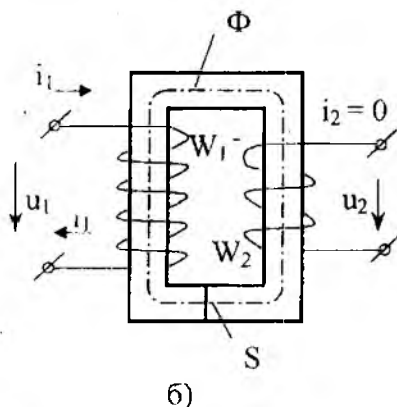
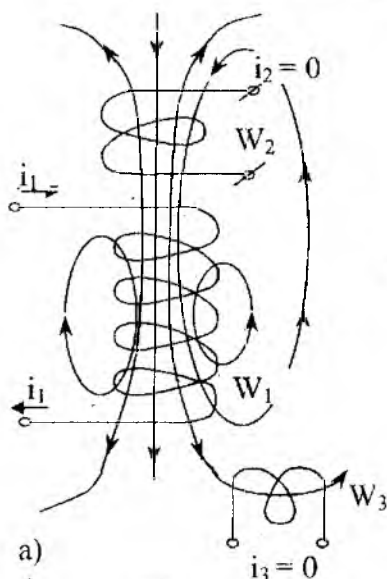
биринчи контур учун $\psi_{11} = L_{11} i_1$

иккинчи контур учун $\psi_{21} = M_{21} i_1$

учинчи контур учун $\psi_{31} = M_{31} i_1$ ва ҳ.к.

Бу ерда: ψ_{11} , ψ_{21} ва ψ_{31} - тегишли контурга илашган магнит оқими, L_{11} - биринчи контурнинг (ғалтакнинг) индуктивлиги, M_{21} ва M_{31} - тегишлича биринчи ва иккинчи, ҳамда биринчи ва учинчи ғалтаклар орасидаги ўзаро индуктивлик л а р и . Иккинчи ва учинчи контурлардаги тоқлар нолга тенг бўлса ҳам ($i_2=i_3=0$), мазкур ғалтакларда ўзаро индукция э.ю.к.лар ҳосил бўлади:

$$e_{2u} = -\frac{d\psi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}, \quad (***)$$



1.12- расм

$$e_{3u} = -\frac{d\psi_{31}}{dt} = -M_{31} \frac{di_1}{dt},$$

Агар (*), (**) ва (***) ифодаларда келтирилган э.ю.к.ларнинг (-) (минус) ишорасини тушунтиришга ўтсак, бу Э.Х.Ленц очган муҳим қонуният, яъни э л е к т р о м а г н и т и н е р ц и я қонунияти билан боғлангандир. Яъни ҳар қандай

индукцияланган э.ю.к. ўз контурида шундай ток ҳосил қиладики, унинг ҳаракати бошқа магнит оқимининг ўзгаришига қарама-қарши йўналган бўлади: оқим кўпайишига интилса, индукцияланган ток уни сусайтиришга ҳаракат қилади, оқим камайишига интилса, мазкур ток уни эски миқдорда сақлаб қолишга ҳаракат қилади.

Ўзаро индукцияланиб ҳосил бўладиган э.ю.к.ларни таърифлашда шуни ҳам айтиб ўтиш лозимки, бу ҳодиса электр энергиясини магнит майдон воситасида узатишда ўта муҳим роль ўйнайди. 1.12-б расмда ўзаро индуктив боғланган w_1 ва w_2 ғалтаклар ягона темир ўзакка ўрнатилган. Шу сабабли магнит куч чизиқлари атроф-муҳитга тарқок бўлмаган ҳолда деярли тўла-тўқис ғалтаклар ўрамлари билан илашган. ҳар бир ўрам кесими «S» дан бир хил бўлган магнит оқими Φ ўтиб тургани туфайли, ғалтаклардаги илашган магнит оқимлари тегишлича $\psi_1 = w_1 \Phi$ ва $\psi_2 = w_2 \Phi$ га тенг бўлади. Ғалтаклардаги ички қаршилиқларни $R_1 = R_2 = 0$ деб олсак: уларнинг қисмларидаги

кучланишлар $u_1 = -e_1 = w_1 \frac{d\Phi}{dt}$ ва $u_2 = -e_2 = w_2 \frac{d\Phi}{dt}$. Яъни

электр токини бир контурдан иккинчи контурга магнит майдон орқали (яъни электр уланишсиз) ва унинг кучланишларини $U_1 : U_2 = w_1 : w_2$ нисбатда ўзгартириб туриб, узатиш мумкин экан. Бу эффект трансформаторлар назариясида кенг қўлланилади.

1.8. Тўлиқ ток қонуни

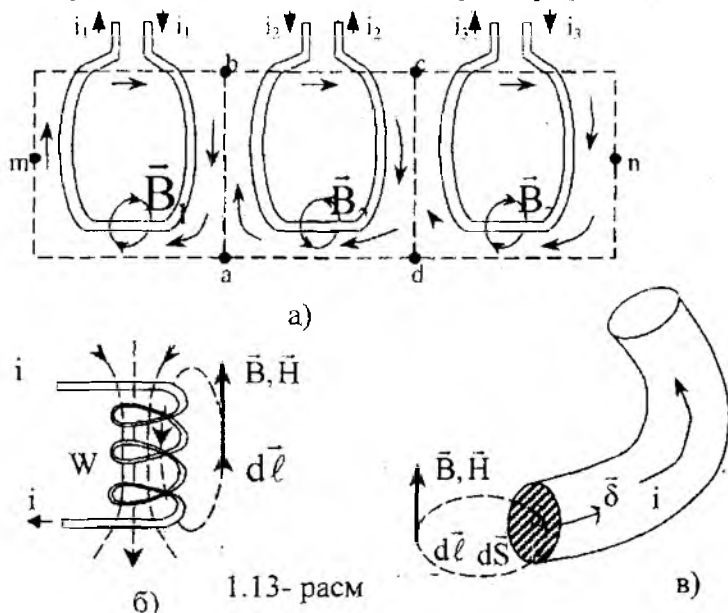
Юқорида (1.4) кўрсатилдики, ҳар қандай ток ўтаётган ўтказгич (сим, контур, ўрам ва ҳ.к.) атрофида магнит майдони ҳосил бўлади. Ўз навбатида шу магнит майдонини ташкил этувчи магнит куч чизиқлари (магнит оқим йўллари) мазкур токли симни қўшаб олган бўлади (1.7- расм). Бирор ихтиёрий равишда танланган куч чизиғи учун магнит ҳолатни

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu i \quad (*)$$

тенгламаси билан тавсифласа бўлади. Агарда магнит майдони бир неча токли контурлар иштирокида ташкил топган бўлса, магнит куч чизиқлар шакллари ҳам анча мураккаб бўлади ва

уларни тавсифловчи берк интеграл $\oint \vec{B} d\vec{l}$ миқдори танланган траекторияга боғлиқ бўлади.

Фараз қилайлик, бирор магнит майдони i_1 , i_2 ва i_3 токлари ўтаётган бир ўрамли контурлар атрофида вужудга келган (1.13-расм). Айрим магнит майдон манбалари атрофидаги магнит



1.13- расм

ҳолатига баҳо берадиган бўлсак, қуйидагиларни ёзишга ҳақлимиз:

$$\oint_{amba} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_1, \quad \oint_{abcda} \vec{B} d\vec{l} = -\mu i_2, \quad \text{ва} \quad \oint_{acnd} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_3,$$

Кўриниб турибдики,

$$\oint_{amba} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{abcda} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{acnd} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{ambcnda} \vec{B} d\vec{l} = \mu(i_1 - i_2 + i_3),$$

(**)

Чунки берк контурлар бўйича олинган интегралларни участкаларга (қисмларга) ёйиб туриб, қўшиш натижасида

$$\int_a^b \vec{B} d\vec{l} + \int_b^a \vec{B} d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} d\vec{l} + \int_d^c \vec{B} d\vec{l} = 0 \quad \text{чиқади. Иккинчи токнинг}$$

минус ишорали (яъни, $-i_2$) олишимизнинг сабаби интеграллашда олинган йўналиш бу контурдаги $\vec{B}_2$ индукция йўналишига қарама-қарши бўлганлигидир. Агар интеграллаш

траекторияси ихтиёрый йўналган $i_1, i_2, \dots, i_k$ тоқлар контурларини қуршаб олган бўлса, юқоридаги тенглама

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu \sum_1^k i_k \quad (***)$$

кўринишда ёзилиши лозим.

Амалда, яъни магнит майдонини ҳисоб-китоб қилишда, бизни кўпроқ индукция B эмас, балки магнит майдони кучланганлиги H қизиқтиради. Шунинг учун $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ифодадан фойдаланиб, (*), (**) ва (***) ўрнига тегишлича

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = i \quad (I)$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = i_1 + i_2 + i_3 \quad (II)$$

ва

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_1^k i_k \quad (III)$$

I-III тенгламалар тўлиқ ток қонунини акс эттиради, яъни бирор берк контур бўйлаб олинган ва магнит кучланганликка тегишли интеграл шу контур қуршаган кесимдан ўтган барча тоқларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир. Тоқлар йиғиндиси деб, кўп ўрамли индуктив ғалтак ёрдамида ҳосил бўлган магнит майдони учун $\sum i = \sum w_i$ ни қабул қилиш ўринлидир (1.13 - б. расм). Бу ҳолда тўлиқ ток қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum w_i \quad (IV)$$

Шундай бўлиши ҳам мумкинки, интеграл олинаётган берк траектория ток ўтган симнинг кесимини ўз ичига қисман олган бўлади (1.13-в. расм). Бу ҳолда тўлиқ ток қонуни

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{\delta} d\vec{s} = \Delta i \quad \text{шаклида ёзилади.}$$

Бу ерда: $\vec{\delta}$ - сим кесимидаги ток зичлиги вектори

$\left[\frac{A}{m^2} \right] d\vec{s}$ - конкрет йўналишдаги элементар юза вектори, Δi -

симдаги тўла ток i нинг интеграл доирасига тушган қисми.

Магнит занжирлар анализида $\oint \vec{H} d\vec{l}$ ёрдамида топилган микдор магнит юритувчи куч (м.ю.к.) сифатида

ҳам ишлатилади. М.ю.к. учун олинадиган интеграл берк контур ташкил қилиши шарт эмас. Масалан, ихтиёрий икки нукта А ва Б оралиғида мазкур катталик қуйидаги кўринишда бўлади:

$$F = \int_A^B \vec{H} d\vec{l}$$

Тўлиқ ток қонунини ўрганиш натижасида яна бир бора шу хулосага келамизки, электр майдонида содир бўладиган ҳар қандай ҳодиса ўзига оид магнит ҳодиса вужудга келишига сабабчи бўлади, ва аксинча, электр майдони магнит майдонидан мустасно вужудга кела олмайди - ҳамма ҳодисалар электромагнит табиатга эгадир.

1.9. Электр токи ва унинг турлари

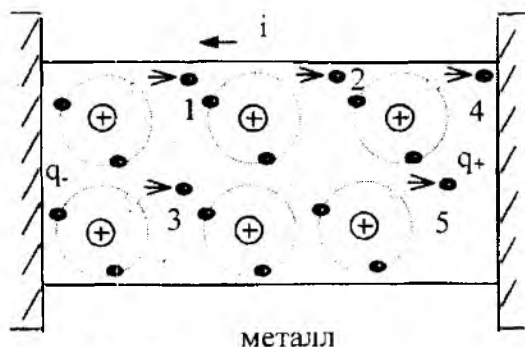
Юқорида (1.1) электр майдонини тавсифлаш жараёнида асосий диққат-эътиборимизни электр зарядларда тўхтатган эдик. Ҳақиқатдан ҳам электр кучларининг негизида зарядлар туради. Аммо зарядларнинг бир-бирига бўлган таъсир кучларини баён эта туриб, уларнинг ҳаракатдаги хусусиятларини ёритмаган эдик. Шу сабабли биз кўриб чиққан электр майдон кўзгалмас зарядлар майдони эди: бундай электр майдони - э л е к т р с т а т и к м а й д о н деб аталади.

Энди фараз қилайликки, манба заряди q таъсирида q_0 синов заряди ҳаракатга келади, яъни у бир нуктадан Δt вақт ичида иккинчи нуктага ўтди. Демак, электр майдонидаги мувозанат бузилди: зарядлар тузумида $i = \Delta q / \Delta t$ га тенг ўзгариш пайдо бўлди (бу ерда кичик заряд $q = q_0$ эса э л е к т р т о к, ёки з а р я д л а р о қ и м и д и р). Заряднинг бир жойдан иккинчи жойга ўтиши эса биринчи жойда электрнинг камайиши, иккинчи жойда кўпайишига олиб келади. Бу эса электр энергиясининг алмашинувиға сабаб бўлади. Шундай қилиб, электр токи - бу зарядлар ҳаракатининг натижасидир.

1. Ўтказувчанлик токи.

Электр майдонидаги зарядлар ҳаракати, яъни электр ток ҳар хил сабаблар билан боғлиқ бўлиши мумкин. Булардан бири - ўтказувчанлик омилли. Маълумки, ҳар қандай материявий моддалар атом структураға эга бўладилар, яъни уларнинг заррачалари атомлардан иборат бўлади.

Ўз навбатида ҳар бир атом мусбат ядро + ва унинг атрофида жойлашган бир неча - электронлардан ташкил топган бўлади.



1.14-расм

Ядро (ёки протон) ва электронлар элементар (оддий) электр зарядларга эга бўладилар, аммо уларнинг ишораси ҳар хил бўлгани туфайли атом ҳажмида заряд ролини ўтай олмайдилар ($+q_{\text{прот}} + q_{\text{элек}} = 0$). Лекин бу электр мувозанат пухталиги модданинг кимёвий

хусусиятларига боғлиқ: айрим ҳолларда мувозанат бузилиши ҳам мумкин. Мисол сифатида металлarnи келтириш мумкин: бу кимёвий элементлардаги атом заррачалари ўз электронларидан бир қисmini ташқи кучлар таъсирида масалан, қизиш, нурланиш ва электрланиш натижасида) йўқотиши мумкин.

Шу сабабли ўз атом орбитасини ташлаб чиқиб кетувчи электронлар - эркин электронлар деб аталади. Айни шу назарияда биз кўриб чиқадиган ток асос топган.

Фараз қилайлик, ҳар хил ишорали иккита заряд $q_1 = q$ ва $q_2 = q$ орасида металл, яъни электр ўтказувчан модда жойлашган (1.14-расм). Ташқи майдон таъсирида металл атомларининг элементар заррачалари ҳаракатга келади; электронлар q_1 томонга, протонлар эса q_2 томонга интила бошлайди. Натижада эркин электронлар (1,2,3,4, ва ҳ.к.) атомлар орасидан ўнг томонга юра бошлайди. Аммо уларнинг ҳаммаси q_1 зарядга етиб бориши шарт эмас, ваҳоланки, етиб бормайди ҳам. Улар йўлда учраган бошқа атом орбиталаридаги эркин электронлардан бўшаган жойларни эгаллайди. Яъни, электронларнинг ўнгга сурилиши тикка ва ёнма-ён терилган гишталарнинг бир-бирини тўлқинсимон йиқитишига ўхшаш жараён ҳисобланади. Фақат электронлар юриш тезлиги деярли нур тезлигига тенг бўлади. Шунини ҳам эслатиш керакки, q га тақалган қатламда атомлардан чиқиб кетган эркин электронлар

ўрни шу ташки манфий заряд ҳисобига қопланади. Шу туфайли ток $i = dq/dt$ ўтган сари q - манба зарядининг абсолют қиймати камайиб боради. Худди шунингдек, металл ўтказгичнинг ташки заряд q_+ га тақалган қатламидаги ортикча ва манфий зарядли эркин электронлари шу мусбат зарядни қисман нейтраллайди ва кучсизлантиради. Яъни, q заряднинг ҳам абсолют қиймати камайиб боради. Агар зарядларнинг қийматларини тўхтовсиз тиклаб турадиган куч - восита (масалан, электр юритувчи куч) бўлмаса, ток секин-аста камаяди ва нолга тенг бўлиб қолади. Мисол сифатида кимёвий элементлардан ташкил топган ўзгармас ток батареяларини келтириш мумкин.

Шуни ҳам эслатиш лозимки, ўтказувчан токнинг катталиги q_+ ва q_- зарядлар ҳосил қилган ва металл ўтказгичнинг учларидан ўрин олган $\varphi = \varphi_+ - \varphi_-$ потенциаллар фаркига ва ўтказгичнинг қаршилигига боғлиқдир. Шуни ҳам таъкидлаш керакки, токнинг катталиги қанчалик ортиб борса, ўшанча кўпроқ атомлар эркин электронлар чиқаришда иштирок этади ва аксинча. Ток q_+ дан q_- га йўналган бўлади.

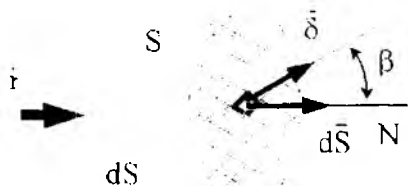
1.14-расмга кўра, ҳаракатланган элементар зарядлар (яъни ток) мазкур ўтказгичнинг кесимидан маълум бир зичлик билан ўтиб туради. Агар эслатилган кесимни S деб олсак ва

ўтаётган ток $i = \frac{dq}{dt}$ ни скаляр микдор деб ҳисобласак, ҳар

бир элементар юзача ΔS дан ўтаётган зарядлар конкрет йўналишга эга бўлади (1.15-расм). Юзача ΔS қанча кичик бўлса ($\Delta S \rightarrow 0$), ўша даражада унга тегишли ток қисми Δi конкрет йўналишга эга бўлиб боради. Шунинг учун ҳам зарядларнинг ўтказгич ичида жойлашганлиги ва уларнинг ҳаракат йўналишларини аниқлаш мақсадида ток зичлиги вектор и тушунчаси киритилади.

$$\vec{j} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{di}{\Delta S} = \frac{di}{ds} \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

Бу вектор мусбат зарядлар ҳаракат қилаётган томонга йўналган бўлади. Агарда унинг йўналиши dS юзага нормал бўлган N чизик билан β бурча-тини ташкил этса, тўла юза S - дан ўтаётган ток.



1.15- расм

$$i = \int \delta \cos \beta ds = \int \delta d\bar{s} \quad (**)$$

Шу нарса ҳам маълумки, агар ўтказгич бир текис моддадан иборат бўлса (яъни, бир жинсли ўтказувчан мухит ташкил этган бўлса) ўзгармас ҳаракатли шароитда ток зичлиги ташқи электр майдон кучланганлигига пропорционал дир:

$$\vec{\delta} = \gamma \vec{E} \quad (**)$$

Бу ердаги пропорционаллик коэффициентини γ - ўтказгичнинг солиштирама ўтказувчанлиги. Унинг ўлчов бирлиги $[1/\text{Ом}\cdot\text{м}] = [\text{См}/\text{м}] = [\text{Сименс}/\text{метр}]$. Унга тескари бўлган солиштирама қаршилиқ $\rho = 1/\gamma$ $[\text{Ом}\cdot\text{м}]$ катталигидан фойдаланиб, электр кучланганлигини

$$\vec{E} = \rho \vec{\delta}$$

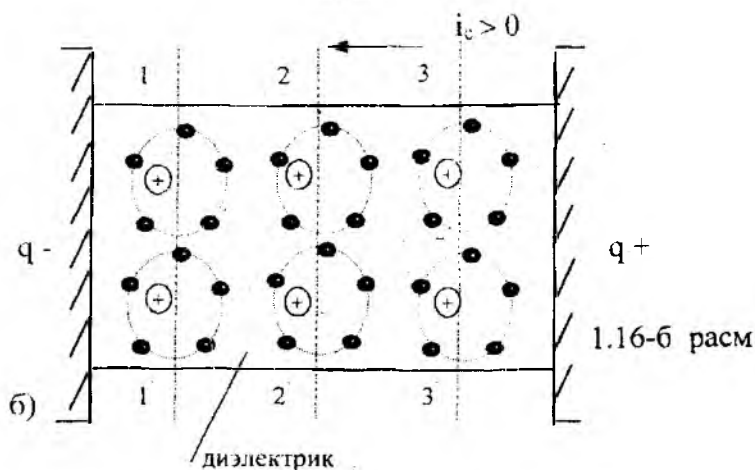
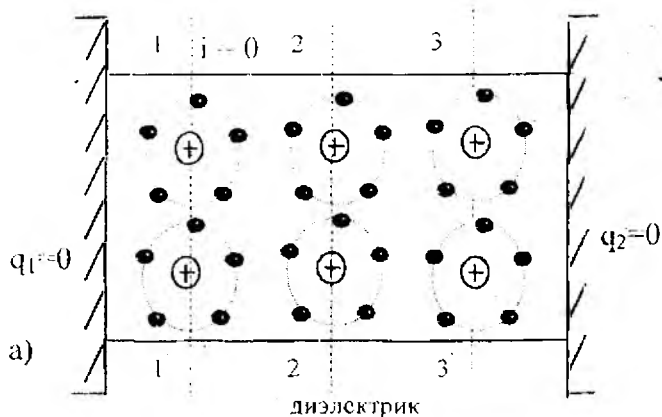
тенгламаси билан ифодалаш мумкин.

Ўтказувчанлик токи асосан металлларда, айрим суюқлик ва газларда кузатилади.

II. С и л ж и ш т о к и.

Фараз қилайлик, электр майдонини ҳосил қилувчи q_+ ва q_- зарядлар орасига диэлектрик, яъни ўтказувчанлик хусусиятига эга бўлмаган модда жойлаштирилган бўлсин. Агар ташқи заряд манбалари диэлектрикка бириктирилган бўлмаса, яъни $q_1 + q_2 = 0$ бўлса, ток ўтказмас модда атомлари дастлабки тинч ҳолатларида қолаверади (1.16-а расм). Бу ихтиёрий 1-1', 2-2', 3-3' ва ҳ.к. шартли (назарий) қатламлар ёки чизикларга нисбатан ҳеч қандай электрланиш кузатилмайди, демакдир. Ток нолга тенг ($i=0$).

Энди худди шу диэлектрик 1.16-расм чегараларига q_+ ва q_- зарядлар бириктирайлик, яъни уни ташқи потенциал манбаига улайлик (1.16-б расм).



Диэлектрик ўтказувчанликка эга бўлмагани сабабли, яъни унинг атомлари эркин электронларга эга бўлмаганлиги туфайли узлуксиз оқадиган ўзгармас ток пайдо бўлмайди. Аммо ташқи электр майдонининг таъсири остида боғланган (яъни орбитасидан чиқиб кета олмайдиган) электронлар q_+ томонга интила бошлайди. Электронлар бир боғламда қола туриб, ўз орбитасини икки томонга чўзиб, доира шаклидан эллипс шаклига келтиради (1.16-б расм). Натижада 1-1', 2-2' ва х.к. чизикларга нисбатан электр мувозанат бузилади: ҳар қатламнинг икки томони ҳар хил зарядга эга бўлиб қолади, яъни улар орасида $\Delta\varphi$ потенциали пайдо бўлиб қолади. Мувозанат бузилиши элмен-

тар зарядлар жойлашиши тартиби бузилгани туфайли бўлгани учун, бирор Δt вақт ичида Δq заряд ташқаридан кириб келиши шарт бўлади, чўнки ички зарядлар силжиши ташқи электр кучи ҳисобига бўлиши мумкин. Шундай қилиб, элементар зарядлар (атом электронлари) силжиши натижасида ва айнан

шу ҳаракат даврида $i_c = \frac{\Delta q}{\Delta t} \equiv \frac{dq}{dt}$ с и л ж и ш т о к и куза-

тилади. Бу ток фақат электрон орбиталари деформацияланаётганда (яъни орбита чўзилиши мобайнида) оқади холос ва $\Sigma \Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ бўлиши билан нолга яқинлашади (бу ерда $\Delta \varphi$ - қатламларда ҳосил бўлган микропотенциаллар, $\varphi_1 = \varphi_2$. q_+ ва q_- зарядлари ҳосил қилган ташқи кучланишидир).

Диэлектрикдаги элементар зарядлар махсус тартибда жойлашганлиги туфайли (1.16-б расм), атомлар таркибида э л е к т р к у ч л а н и ш содир бўлади. Ҳар бир молекула дипол, яъни икки ҳар хил ишорали q_+ ва q_- зарядлар жуфти тарзида қаралиши мумкин. Диэлектрик муҳитнинг қутбланиши даражаси қ у т б л а н г а н л и к $\vec{P}$ вектори билан ифодаланади. Уз навбатида бу вектор электр майдонининг кучланганлигига пропорционал, яъни:

$$\vec{P} = X\vec{E} \left[\frac{\text{ж}}{\text{м}^2} \right]$$

Бу ерда: $X = X_n \cdot \epsilon_0$ - абсолют диэлектрик киритувчанлик $[\text{Ф/м}] = [\text{Фарад/метр}]$, X_n - нисбий диэлектрик киритувчанлик (ўлчовсиз сон) ϵ_0 - диэлектрик доимий $[\text{Ф/м}]$.

1.16-б расмга қайтар эканмиз, ташқи асосий заряд q_+ га энг яқин бўлган 3-3 қатлам атрофидаги дипол қутблари q_+ (чап томонда) ва q_- (ўнг томонда) жойлашганлигини қайд қиламиз. Шу қатламнинг кесим юзасини S деб олсак, қутбланиш натижасида чапга силжиган зарядни қуйидагича ифодалашимиз мумкин:

$$q_+ = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

Қатламнинг ўнг томонида силжиган заряд эса

$$q_- = -q_+ = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

чўнки диэлектрикнинг ҳар бир молекула ва атоми учун электр мувозанати доим сақланиб қолиши лозим, яъни $q_+ + q_- = 0$.

Демак, натижавий электр майдон E кучланганлиги содир бўлишига q_+ ва q_- зарядлар сабаб бўлаётганлигини инобатга олсак,

$$\oint \epsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q_+ + q_- = q_+ - \oint \vec{P} d\vec{S}$$

кўринишдаги тенгламани ёзиш ўринли бўлади. Унинг асосида

$$\oint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_+$$

га ўтсак ҳам бўлади. Энди $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ифодали вектор қабул қиламиз ва уни электр силжиш вектори деб атаёмиз. Шундай қилиб

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q_+$$

тарздаги тенглама (ёки умумий ҳолда $\oint \vec{D} d\vec{S} = q_+$) Максвелл-

нинг электромагнит майдонига оид тузган асосий тенгламаларидан бири ҳисобланади. Максвелл постулати номига ҳам эга бўлган бу тенглама, ҳар қандай берк юза S ичида жойлашган ҳажмдан тарқалаётган электр силжиш векторлари оқими шу ҳажмдаги эркин зарядга тенглигини кўрсатади. Электр силжиш векторини $\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{P}$

кўринишида ҳам ёзиш мумкин ва унинг таркибидаги $\vec{D}_0$ вектори вакуум ҳолатида пайдо бўладиган электр зарядлар силжишини кўрсатади.

Агарда электр зарядларни (эркин ва боғланган бўлишидан катъий назар) вақт мобайнида ўзгаришини ҳисобга олсак, ҳар бир нуктадаги ток зичлиги

$$\vec{\delta}_{\text{силж}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{D}_0}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{\delta}_0 + \vec{\delta}'$$

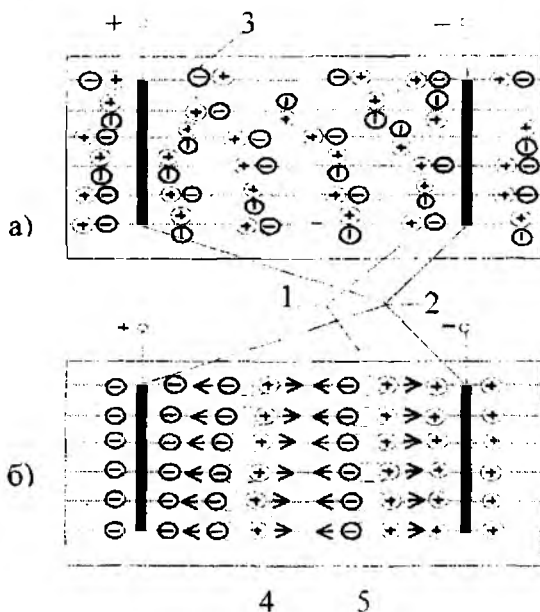
(бу ерда: $\vec{\delta}_0$ - вакуумдаги силжиш ток зичлиги вектори, $\vec{\delta}'$ - боғланган зарядлар ташкил қилган ток зичлигининг вектори).

Силжиш токи асосан конденсаторларга хос жараёндир, лекин у айрим ҳолларда бўшлиқ шароитида ҳам кузатилиши мумкин.

III. Кўчма ток

Кўчма ток (ёки кўчиш токи) ўтказувчанлик ва силжиш тоқидан шу билан фаркланадики, у фақатгина заряд ҳарикатидан иборат бўлмайди. Хар қандай токдек бу ток ҳам заряднинг вақт ичида ўзгариш тезлигини қабул этади. Аммо кўчма ток зарядлари бирор кимёвий элементлар воситасида ҳарикатда бўлади. Яъни бу ток олиб ўтган мусбат ва манфий зарядлар тегишлича зарядланган (ионланган) кимёвий заррачалар ёрдамида кўчирилган бўлади. Шунинг учун ҳам унинг номи кўчма (ёки кўчиш) токидир. Бу физик ҳодисанинг назариясини қуйидаги мисолда яққол намоён қилиш мумкин.

Фараз қилайлик, бирор махсус илмшга мис купорос эритмаси қуйилган (1.17-расм). Кимё назариясидан маълумки,



1.17-расм

мис купорос CuSO_4 сақич қатрони (H_2SO_4) билан мис (Cu) ва манфий (SO_4) ионларидан ташкил топган бўлиб, қўшма ҳолатда зарядга эга бўлмайди, яъни нейтрал бўлади. Агарда эритма ичида жойлаштирилган иккита электродга ташқи

электр манбаи уланмаган бўлса (1.17-а расм) эритма ҳар қандай электр ҳаракатлардан мустасно бўлиб қолаверади. Энди электродларнинг биринчисига мусбат ва иккинчисига манфий зарядлар берамиз (1.17-б расм). Натижада молекулалар парчаланган бошлайди ва манфий зарядланган кислота қолдиги (анионлар) чап электродга, мусбат зарядланган мис атомлари (катионлар) ўнг электродга тарқала бошлайди. Бу эса электр ток ўта бошлаганидан дарак беради. Мазкур кўчма ток қанча узок вақт оқаркан, шунчалик кўп миқдорда икки электрод кимёвий моддалар Cu ва SO билан қопланади. Кўчма токнинг бу хусусияти электрод сифатида ишлатиладиган бир турли металл буюмларнинг иккинчи турли металллар билан қоплашда ишлатилади (масалан, гальваник жараёнлар). Кўчма токнинг электрод юзасига нисбатан зичлиги эритманинг (электролитнинг) ҳажмий заряд зичлигига ва ионларнинг ҳаракат тезлигига пропорционалдир:

$$\vec{\delta}_{\text{н-}} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-$$

Бу ерда: ρ_+ - катионлар ҳажмий солиштирма зичлиги $[\text{Кл}/\text{м}^3]$

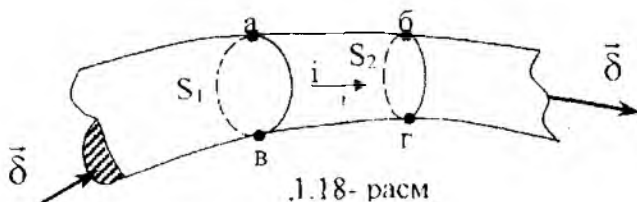
ρ_- - анионлар ҳажмий солиштирма зичлиги $[\text{Кл}/\text{м}^3]$

v_+ - тегишлича мусбат ва манфий ионлар кўчиш тезлиги;

$\vec{\delta} = \frac{i_{\text{ку}}}{S}$ - ток зичлиги вектори $[\text{А}/\text{м}^2]$ S - электрод юзаси $[\text{м}^2]$

1.10. Электр токининг узлуксизлигига оид назария

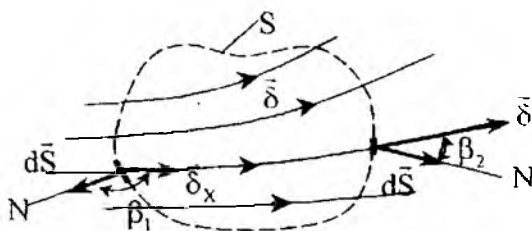
Магнит майдонининг куч чизиклари (магнит оқими) каби электр токи ҳам узлуксиз тарзда намоён бўлади: электр зарядлар оқимининг бошланиш жойи ҳам, охири ҳам бўлмайди. Мазкур принцигни (назарияни, қонуниятни) ўзгармас ток ўтиш жараёни мисолида намоён қилиш мумкин. Фараз қилайлик, бирор потекис кесимли ўтказгичдан i токи ўтаётган бўлсин (1.18-расм). Агар ихтиёрий равишда олинган кесимлар $s_1 \neq s_2$,



яъни бир-бирига тенг бўлмаса, уларни "тешиб" ўтаётган зарядлар оқимини қуйидагича ифодалашимиз керак бўлади:

$$i_1 = - \int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} \quad \text{ва} \quad i_2 = - \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s}. \quad (*)$$

чунки S_1 га кираётган зарядлар манфий, S_2 дан чиқаётган зарядлар мусбат ҳисобланади. Икки кесим орасидаги ўтказгич ҳажми "абв" - электр зарядлар манбаи деб қаралгани сабабли, i_1 ва i_2 тоқлар ўз миқдорлари билан фарқланса, яъни



1.19- расм

$|i_1| \neq |i_2|$ бўлса, мазкур ҳажмдаги электр мувозанат бузилади. Масалан, $|i_1| > |i_2|$ бўлса ва тоқлар узок вақт давомида оқиб турадиган бўлса, S_1 ва S_2 кесимлар орасида зарядлар тўплана бошлайди ва улар-

нинг ҳажми чексизликка интилади. Бу эса ғайритабиий ҳисобланади. Худди шунингдек, $|i_1| < |i_2|$ бўлганда ҳам кўпроқ зарядлар олиб кетаётган тоқ i_2 га тоқ i_1 зарядларни етказиб беролмайди. Агар ягона тоқ i ўтказаетган берк занжирнинг ҳар қандай участкасини олмайлик, унга кириб келаётган тоқ ундан чиқиб кетаётган тоқ билан тенг бўлади, яъни $i_1 + i_2 = 0$, ёки $i_1 = -i_2 = i$. Юқоридаги (*) ифодага қайтсак бу қоида (аниқроғи қонуният)

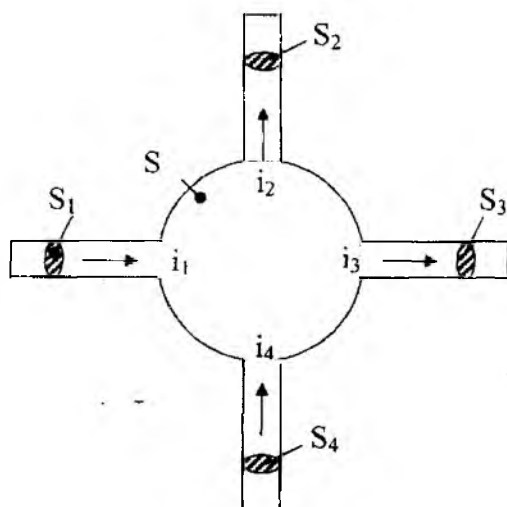
$$- \int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} = 0, \quad \text{ёки} \quad \int_S \vec{\delta} d\vec{s} = 0$$

(бу ерда $\vec{\delta}$ - умумий тоқ зичлиги вектори). Тенглама (**) электр тоқининг ўзлуксизлигига оид қонуниятни (принципни) ифодалайди. У шуни ҳам кўрсатадики, бирор заряд ўтаётган ихтиёрий ҳажм олинадиган бўлса (1.19-расм), уни қопловчи S юзасининг ҳар қандай қисмларидан кириб келган зарядлар миқдори ўша юзанинг бошқа қисмларидан чиқиб кетаётган зарядлар миқдорига тенгдир. Кўриниб турибдики, танланган ҳажм юзасига қанча тоқ кучлари чизиклари кириб келаётган бўлса, шунча чизиклар чиқиб кетаётганидир.

Тепадан учинчи бўлган токни ҳисоблайдиган бўлсак, у кириш ҳолатида $i_1 = \int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int_{S_1} \delta \cos \beta_1 ds < 0$. чунки $\beta_1 > \pi/2$,

ва чиқиш ҳолатида $i_2 = \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} = \int_{S_2} \delta \cos \beta_2 ds > 0$.

Лекин $i_1 + i_2 = 0$, чунки $\oint \vec{\delta} d\vec{s} = 0$.



1.20- расм

Энди аниқроқ (конкрет бўлган) мисол сифатида занжирнинг тўртта токли тармоқларини бирлаштирувчи тугунни кўрайлик (1.20-расм). Тугунга боғланган симларнинг кесимини S_1, S_2, S_3 ва S_4 деб, улардаги тоқлар зичлигини $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ ва δ_4 деб қабул қилсак, тугуннинг қопловчи юзаси S га нисбатан олинган зарядлар оқимининг мувозанати қуйидагича ифодаланади:

$$\int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} + \int_{S_3} \vec{\delta}_3 d\vec{s} - \int_{S_4} \vec{\delta}_4 d\vec{s} = \int_S \vec{\delta} d\vec{s} = 0 \quad (***)$$

Бу тенгламани бошқача қилиб ёзганда, $i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$ чиқади: яъни тугунга боғланган барча тоқларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг (Кирхгофнинг 1-қонуни). Демак, электр занжирининг мувозанат тенгламаларидан бири электр тоқнинг узлуксизлик принциpidан келиб чиқар экан.

II БОЪ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИГА ОИД ТУШУНЧА ВА ҚОНУНИЯТЛАР

2.1. Электр занжир ва унинг таркибидаги элементлар

Қиёбнинг олдинги бобида кўрсатилдики, ҳар қандай электромагнит ҳодиса фазонинг бирор қисмида ҳамда электр ва магнит жараёнларининг ҳамбарчас боғланган ҳолатида кузатилади. Шу сабабли электр (ёки магнит) ҳодисаси энергия ўзгартириши (алмашинуви) жараёни билан боғланган бўлиб, бирор берк контур (траектория, ихтиёрий чизикли йўл) бўйлаб кузатилади. Масалан, магнит майдони (ёки унинг куч чизиклари) маълум бир мураккаб берк чизик билан чекланган бўлиб, ўз йўлида ҳар хил магнит хусусиятига эга бўлган муҳит ва элементларни кесиб ўтади. Ўз навбатида магнит майдони бирор (ёки бир неча) манбалар туфайли ҳосил бўлган бўлади. Мазкур майдоннинг ушбу ҳолатда ушлаб турган барча манба, муҳит ва элементлар магнит занжирини ташкил этади.

Шунга ўхшаш электр ҳодисалари ҳам электр зарядлар (ёки тоқлар) ҳосил қиладиган манбаларидан бошлаб, ҳар хил электр хусусиятига эга бўлган муҳит ва элементлар туфайли аён бўлади. Электр зарядлари ҳаракати натижасида вужудга келган тоқлар бир неча (ёки бирор) берк контурлардан иборат бўлган электр занжир орқали оқди.

Айтилган тушунчалар асосида қуйидаги иккита муҳим таърифий хулосага ўтиш мумкин:

1. Магнит юритувчи куч ва магнит оқими каби тушунчалар ёрдамида ифодаланадиган, ҳамда магнит жисмлардан ташкил топган ҳар қандай қурилмалар тўплами **магнит занжир**и деб аталади.

2. Электромагнит жараёнлари электр юритувчи куч, ток ва кучланиш каби тушунчалар ёрдамида ифодаланадиган ҳамда ток ўтиш йўлларини таъминловчи ҳар қандай қурилма ва воситалар тўплами **электр занжир**и деб аталади.

Аммо электр занжирга доир тўла-тўқис маълумотга эга бўлмасдан туриб, унинг хусусиятларини ўрганиб бўлмайди. Ундан ташқари электр занжирлардаги электромагнит жараёнлари электромеханика назарияси учун фундаментал тушунча ва қоидалар манбандир.

Электромагнит энергия манбаларин, электромагнит энергиясини ўзгартирувчи ва узатувчи қурилмалар шу энергияни қабул (исстеъмо) қилувчи объектлари электр занжирларнинг асосий элементлари ҳисобланади.

Иссиқлик, кимёвий, ядровий, механик, дарё сувлари ва қуёш энергияларини электромагнит энергиясига айлантириб берувчи генераторлар электр омагнит энергия манбалари сифатида хизмат қилади (лотинча: "generator" - ишлаб чиқарувчи).

Масалан, иссиқлик энергиясидан фойдаланганда, даставвал сув иситилиб буғга айлантирилади, буғ эса буғ турбинасини катта тезликда айлантиради. Ундан олинган механик энергия эса электр генератори орқали электр энергиясига айланади. Бундай электр генератори турбогенератор деб аталади. Ядровий ва қуёш энергиялари ҳам асосан сув буғи воситасида турбогенераторлар орқали электр энергиясига айланади. Шуни ҳам айтиб ўтиш керакки, дунё миқёсида ишлаб чиқариладиган барча электр энергиянинг 85% дан зиёди иссиқлик энергиясидан олинади.

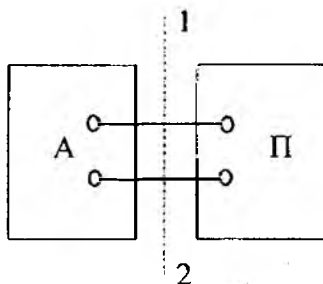
Кимёвий электр манбаларига ҳар хил гальваник, яъни кимёвий реакциялар ҳисобига ток ҳосил қилувчи элементлар киради. Бу қаторга электр энергиясини вақтинча жамғариб қўйувчи электр акумуляторлари ҳам киради.

Умуман олганда механик энергияни сув турбиналари, шамол парраклари, кучли денгиз тўлқинлари ва шу каби кучлар ҳисобига олиш мумкин. Ҳар бир ҳолда ҳам механик энергия барибир электр энергиясига айланади.

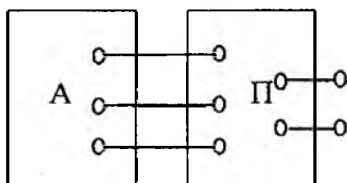
Электр токини узатувчи линияларни, электр тармоқлар ва улагич-узгичлар электромагнит ёки соддарок қилиб айтганда, электр энергиясини узатувчи элементлар (қурилмалар) деб аталади. Электр энергиясини ўзгартиришда эса ҳар хил трансформатор, инвертор, ток тўғрилагич, частота ўзгартиргич ва шу каби аппарат ва асбоблар қатнашади. Булар ичида масалан, энг кўп тарқалган трансформаторлар ёрдамида ўзгарувчи ток ва қучланишларнинг амплитудаларини ихтиёрий миқёсда ўзгартириш мумкин. Ярим ўтказгичли тўғрилагич ўзгарувчан токни ўзгармас токка айлантирса, инвертор шунга тескари вазифани бажаради ва ҳ.к.

Ва ниҳоят электр энергиясини исстеъмо қилувчи элементларга ўтадиган бўлсак, биринчи навбатда металл

симлардан ясалган актив қаршиликларни олишимиз керак. Бу қаршиликларда (ёки резисторларда) электр энергияси иссиқлик энергиясига айланади: электр лампалари, электр печлар (ўчоқлар), электр дазмолари ва сув қайнатгичлари бунга яққол мисол бўла олади. Электр истеъмолчиларидан яна бири электр юритгичлар (моторлар, двигателлар)дир. Улар электр энергиясини механик энергияга айлантиради. Электр энергияси истеъмолчилар ёрдамида энергиянинг яна бошқа турларига (радио орқали - товуш энергиясига, аккумуляторда - кимёвий энергияга ва ҳ.к.) айланиши мумкин. Умуман олганда электр занжир элементлари кўп функционал (яъни кўп вазифа бажарадиган) бўлгани сабабли улар зиммасига турли талаблар (энергияни аниқ миқдорда ўзгартириш (ёки узатиш), уни сифатини сақлаш, юқори фойдали иш коэффициентига ва давомли иш бажариш қобилиятига эга бўлиш, ишончлилик гарови ва ҳ.к.) қўйилган бўлади. Ҳар қандай мураккаб электр занжир, ўз таркибидаги элементлар сони ва уланиш шаклидан қатъи назар, асосан икки туркумга бўлинган бўлади. Агар занжир (ёки унинг бирор қисми) ўз таркибига э.ю.к. ёки ток манбаларини олган бўлса, бундай занжир (ёки унинг қисми) **а к т и** в ҳисобланади. Агарда уларнинг таркибида электр манбалари бўлмаса, (ёки бўла туриб, бир-бирига қарама-қарши ва тенг таъсирли бўлса), занжир (ёки унинг қисми) **п а с с и** в ҳисобланади.



2.1-расм



2.2-расм

2.1-расмдаги занжир актив ва пасив қисмлардан иборат. Улар тегишлича А ва П ҳарфлар билан белгиланган.

Агар занжирни "1-2" чизик ёрдамида иккига ажратсак, иккита мустақил - актив ва пасив занжирлар чиқади.

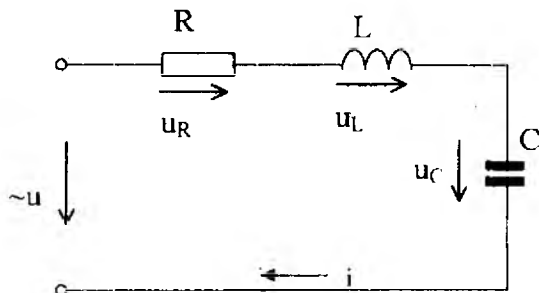
Бундай занжирларни актив ва пасcив икки кутбликлар деб ҳам айтамыз.

Кўриниб турибдики, кутблар (ёки ташки занжирга уланувчи симлар) ихтиёрий бўлиши мумкин. Масалан, 2.2-расмда актив учкутблик билан пасcив бешкутблик ягона мураккаб занжир ташкил қилганлар.

2.2. Электр занжирларнинг параметрлари ва уларнинг тавсифлари

Электр занжирларда электр энергиясининг бошқа тур (иссиқлик, ёруғлик, механика, кимё ва бошқа) энергияларга айланиши каби мураккаб жараён рўй беради. Бундай ўзгаришнинг муҳим кўрсаткичи занжир-даги бирор элемент-нинг физик хусусия-тига боғлиқ бўлиб, бошқа турга айлан-тирилган энергия занжирнинг ана шу элементига миқдорий жиҳатдан боғлиқдир.

Масалан, электр занжир кетма-кет уланган қаршилик (резистор) R , индуктивлик (галтак) L ва сўғим (конденсатор) C дан тузилган бўлсин (2.3-расм). Манба токи ёки қучланишнинг вақт бўйича ўзгаришига занжирнинг ҳар бир элементи параметрининг таъсири турлича бўлади. Ўтказувчи элемент-нинг қаршилиги R (параметри) ўтказгичдаги эркин электронларнинг тартибли ҳаракатига ва ўтказиш токида қатнашмаётган боғлиқ электронлар ҳаракатига тўсқинлик қилади. Эркин ва боғлиқ электронларнинг ўзаро тўқнашиши натижасида механик иш бажарилиб, ишқаланиш қучи ҳосил бўлади-да, иссиқлик ажралиб чиқади. Бу иш R элементдаги $U_R=IR$, қучланишга боғлиқ. Агар боғлиқ ва эркин электронлар-



2.3-расм

нинг тўқнашишлари эҳтимоли эркин электронларга боғлиқ бўлмаса, ўтказгичлардаги ток унинг қисмларидаги кучланишнинг тушувига пропорционал бўлади. Бу ҳолда бундай элементнинг вольт-ампер характеристикаси ва параметри чизиқли (2.4-а расм) бўлади (1-тавсиф).

Ҳақиқий шароитда ўтказгичнинг қаршилиги R ундан ўтаётган ток кучи i га боғлиқ. Чунки ток кучининг ортиши билан иссиқликка айланаётган энергия ва у билан боғлиқ электронларнинг қаршилик кўрсатиш таъсири ҳам орта боради. Бундан ташқари, ўтказгичдаги ток зичлиги вектори $\vec{\delta}$ солиштирма ўтказувчанлик γ ва электр майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га боғлиқ бўлиб, улар орқали ток i қуйидагича ифодаланади:

$$i = \int \vec{\delta} d\vec{s}.$$

бу ерда

$$\vec{\delta} = r \vec{E} \quad \left[\frac{A}{M^2} = \left(\frac{1}{U \cdot M} * \frac{1}{M} \right) * \left(\frac{B}{M} \right) \right]$$

ва ўтказгичнинг қўндаланг кесими S нинг геометрик ўлчамлари билан ҳам аниқланади. Шундай қилиб, R параметри солиштирма ўтказувчанлик γ , ҳарорат t° ва геометрик ўлчамлари g га боғлиқ равишда бирор функция тарзида ифодаланади:

$$r = f_1(\gamma, t^\circ, g)$$

Агар γ , t° ва g ток i га ва майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га боғлиқ бўлмаса, у ҳолда R параметри чизиқли бўлади. Акс ҳолда параметр эгри чизиқли бўлади (2.4-а расм) (2-тавсиф).

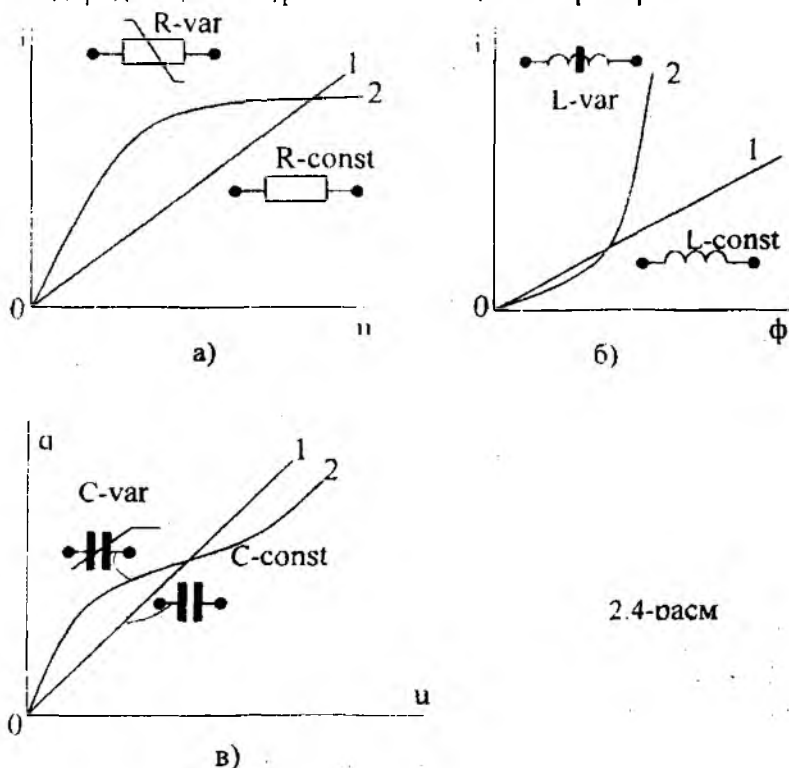
Индуктивлик занжирнинг параметри тарзида ғалтакдан ўтаётган ток ҳосил қилган магнит майдоннинг зичлигини (ғалтакни қуршаб олган фазода) билдиради. Параметр L (ғалтакнинг ўзиндукция коэффициенти) қанчалик катта бўлса, ҳар хил қийматдаги ток учун магнит оқим Φ шунчалик катта бўлади:

$$\Phi = L * i$$

Электромагнит индукция қонунига биноан, индукция ғалтакдаги ток i нинг ҳар қандай ўзгариши тесқари (қарама-қарши йўналган) э.ю.к.ни ҳосил қилади:

$$\epsilon = - \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

Бу э.ю.к.нинг ғалтак қисматарига берилган кучланиш $u_L = L \frac{di}{dt}$ компенсациялайди. Э.ю.к. нинг йўналиши (яъни индукцияси) ғалтакдаги токнинг ўзгариш тезлигига ва йўналишига боғлиқ. Ток орта борган сари э.ю.к. манфий бўлиб, ғалтакдан токнинг ўтишига тўсқинлик қилади. Ток камая борган сари э.ю.к. мусбат бўлиб, ғалтакдаги токнинг қийматида дастлабки миқдориди тутиб туришга интилади. Кирхгофнинг иккинчи



2.4-расм

конунига биноан $\epsilon = -u_L$, яъни э.ю.к. ғалтакка берилган кучланишни доимо мувозанатлайди. Демак, токнинг ўзгариш тезлиги di/dt (ёки оқим учун $d\phi/dt$) чекланган бўлади. Ғалтакдаги ток ҳам, унинг оқими ҳам сакраб ўзгармайди, яъни магнит май-

доннинг ҳосил бўлиши ва йўқолиши инерцияли жараён ҳисобланади (Ленц принципи).

Агар ғалтакдан вақт бўйича ўзгармас ток $I = \text{const}$ оқиб ўтса, тескари э.ю.к. $\mathcal{E}$ ва унинг қисмларидаги кучланиш нолга тенг бўлади ($U_L = 0$), яъни ғалтакнинг қаршилиги ўзгармас ток учун назарий жихатдан нолга тенг. Ғалтак ток ўтказувчи металл симлардан ўралгани учун у хусусий (Ом қонунига биноан) ички қаршилиқ r_n га эга. Бунда $U = I_n \cdot r_n$ кучланишнинг пасайиши ҳосил бўлади. Бу эса ўзининг абсолют миқдори жихатидан токнинг вақт бўйича ўзгариши туфайли (масалан, занжирни электр тармоғига улаш ва узиш пайтида) ҳосил

бўладиган тескари э. ю. к. $\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$ дан ҳар доим бир оз

кичик. Индуктивлик L асосан ғалтакнинг геометрик ўлчамлари (ўрама сони, унинг ички ва ташқи диаметри ҳамда симларнинг қўндаланг қесими ва ҳ.к. (g) га ва ғалтак токини қўзғатган магнит оқим туташган муҳитнинг магнит киритувчанлиги (μ) га боғлиқ:

$$L = f_2(\mu, g)$$

Бу катталиклар ўзгармас бўлиб, ғалтакдаги токка ва магнит оқимга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда параметр L ўзгармас ва унинг характеристикаси чизикли (2.4-б расм) бўлади (1-тавсиф). Амалда L нинг ортиши учун магнит сингулчанлиги (киритувчанлиги) юқори бўлган ферромагнит ўзақлар ишлатилади. Бу ўзақлар орқали ғалтакнинг магнит майдони оқими туташади. Аммо бу ҳолда $i = f(\Phi)$ боғланиш тўйиниш эффекти туфайли эгри чизикли бўлади. Шунингдек, параметр L ҳам бу ҳолда эгри чизик билан ифодаланади (2.4-б расм) (2-тавсиф).

Конденсаторнинг сиғими C бу элементнинг ўзида қандайдир q миқдордаги мусбат ва манфий электр зарядларини йиға олишини (концентрацияларини) тавсифловчи параметр ҳисобланади.

Конденсатор қисмларидаги кучланишнинг миқдори ўзгармас бўлгани ҳолда, унинг C сиғими қанчалик катта бўлса, конденсатор қопламалари орасида йиғилаётган q электр зарядлари ҳам шунчалик кўп бўлади, яъни

$$q = C \cdot u.$$

Заряд ўзгариши билан кучланиш u ҳам миқдори ва йўналиши бўйича ўзгаради. Бошқа томондан, заряд q нинг ҳар

қандай ўзгариши бирор микдордаги электр зарядини манбадан сиғимга ёки сиғимдан манбага олиб ўтиши билан боғлиқ. Албатта бу жараён электр занжирда i ток ҳосил қилади; бу сон жиҳатидан Δq заряд ўсишининг Δt вақтга нисбати билан ифодаланади:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

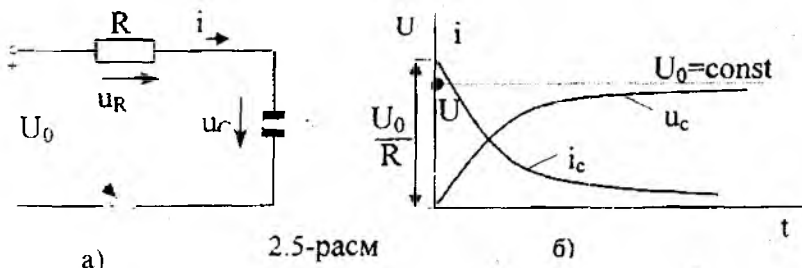
$\Delta t \rightarrow 0$ бўлганда бу ток:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \quad [*]$$

У ҳолда конденсатор қисмларидаги кучланиш:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

Агар конденсаторнинг қисмлари (қопламалари) даги кучланиш $u_c = U_c = \text{const}$ (вақт бўйича ўзгармас бўлса), у ҳолда (*) ифодага биноан конденсатордаги ток нолга тенг бўлади. Шунинг учун ўзгармас токда конденсаторнинг қаршилиги чексизга тенг. Конденсатор қисмларидаги кучланиш ўзгартирилганда (орттирилганда ёки камайтирилганда) ахвол бирмунча бошқача бўлади. Масалан, бошланғич заряди $q = 0$ бўлган конденсатор C га R қаршилик орқали U кучланиш берилса (2.5-а расм), дастлаб $t=0$ бўлган пайтда унинг қаршилиги нолга тенг (қутбланишнинг бошланиши) бўлиб, ундан зудлик билан $I_0 = U_0/R$ ток ўта бошлайди (2.5-б расм). Бу токнинг микдори конденсаторга берилган кучланишнинг ва унга кетма-кет уланган R қаршиликнинг қиймати билан аниқланади. q зарядлар конденсатор диэлектригида электр майдон ҳосил қилганлиги



туфайли бу ток (конденсаторнинг заряд токи) вақт ўтиши билан тезда ғойиб бўлади. Конденсатор пластинкалари орасидаги потенциаллар айирмаси $U_c = q/C$ га етганда $u_c = U_0$ қийматга эришилади, ток тамомилан йўқ бўлади. Энди конденсатордан

ташки U_0 кучланишни ажратиш мумкин. У ҳолда конденсаторда йиғилган q заряд назарий жиҳатдан чексиз узоқ вақт сақланади. Агар занжирга U_0 кучланиш уланган ҳолда (2.5-а расм) $U_0^* = U_0$ қийматгача камайтирилса, заряд q нинг ва кучланиш $u_c = q/C$ нинг камайиши конденсатордаги электр энергиянинг бир қисмининг яна манбага қайтарувчи қарама-қарши йўналишдаги ток (конденсаторнинг зарядсизланиш токи) пайдо бўлади. Ташқи кучланиш узлуксиз равишда орттириб ва камайтириб турилса, сизим токи ҳам миқдори ва йўналиши бўйича узлуксиз ўзгаради.

Шундай қилиб, конденсаторнинг берилган кучланишга (ёки токка) кўрсатадиган қаршилиги қарама-қарши йўналишдаги зарядсизланиш токининг таъсири билан белгиланади. Бу эса индуктивликда тескари э. ю. к. нинг ҳосил бўлишига айнан ўхшаш (эквивалент) бўлади. Шунга кўра, конденсаторнинг зарядсизланиши ва унинг қопламаларидаги кучланиш сакраб ўзгара олмайди, яъни электр майдонининг пайдо бўлиши ва йўқ бўлиши инерцияли жараён ҳисобланади.

Конденсаторнинг сизими C асосан унинг геометрик ўлчамларига ва қопламаларининг тузилиши g (пластинка юзаси, шакли ва бошқ.)га ҳамда пластинкалар орасига жойлаштирилган диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ϵ га боғлиқ, яъни:

$$C = f_3(\epsilon, g)$$

Масалан, яссин конденсаторнинг (2.6-а расм) сизими $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$, сферик конденсаторнинг (2.6-б расм) сизими $C = 4\pi\epsilon r_0$ ва цилиндрик конденсаторнинг (2.6-в расм) сизими

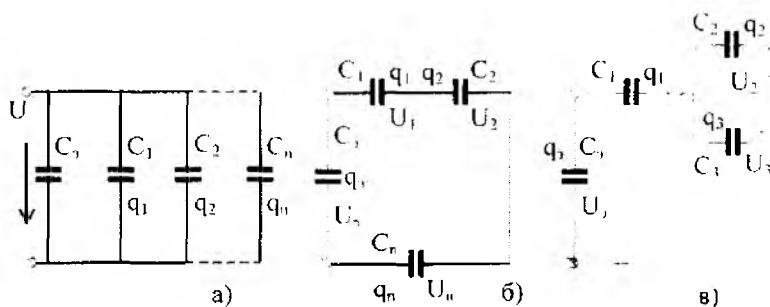
$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln r_2 / r_1}$$

ифодадалар билан аниқланади.

Агар диэлектрикнинг диэлектрик киритувланлиги ϵ ва геометрик ўлчамлари заряд q ўзгариши билан ўзгармаса, у ҳолда C сиғим ўзгармас бўлиб, унинг тавсифи (2.4-в расм) тўғри чизикдан иборат бўлади.

Агар сиғим заряд миқдорига боғлиқ бўлса (ϵ -ваг), кулон-вольт тавсифи эгри чизикли бўлади (2.4-в расм) (2-тавсиф).

Электр занжир схемаларида айрим $C_1, C_2, \dots, C_n$ конденсаторлар (сиғимлар) алоҳида-алоҳида ўзаро параллел (2.7-а расм) ҳамда кетма-кет (2.7-б расм) ва аралаш (2.7-в расм) уланади.



2.7-расм

Биринчи ҳолда сиғимлар бир хил кучланишнинг таъсирида бўлиб, бир-бирларидан миқдор жиҳатидан фарқ қилувчи $q_1 = C_1 U$, $q_2 = C_2 U$, ..., $q_n = C_n U$ зарядларга эга бўлади. Шунинг учун барча зарядларнинг йиғиндиси $\Sigma q = q_0$ бутун занжирнинг эквивалент сиғими C_0 га тупланadi. Демак,

$$q_0 = q_1 + q_2 + \dots + q_n \text{ ёки } C_0 U = C_1 U + C_2 U + \dots + C_n U, \\ \text{у ҳолда (2.7-арасм) даги занжирнинг эквивалент сиғими:} \\ C_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad [**]$$

Конденсаторлар кетма-кет уланганда бир хил ток (демак, бир хил q заряд) билан зарядланади. Аммо кучланишлар $U_1, U_2, \dots, U_n$ ўзаро фарқли бўлиб, уларнинг йиғиндиси C_0 эквивалент сиғимга берилади. Демак,

$$U = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

Ёки

$$\frac{q}{C_0} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \dots + \frac{q}{C_n}$$

2.7-б расмдаги занжирнинг эквивалент сиғими:

[**] ва [***]лар ҳисобга олинган ҳолда (2.7-в расм) даги аралаш уланган занжирнинг эквивалент сифими хусусий ҳолда қуйидагича бўлади:

$$C_0 = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Юқорида айтилганидек, сифимнинг ўлчов бирлиги Фарада (Ф)=Кулон (К) : Вольт (В) бўлиб, бу жуда катта миқдор ҳисобланади. Аммо амалда ишлатиладиган конденсаторларнинг сифимлари Фараданинг миллиондан ёки миллиарддан бир улушларини, яъни микрофарада (мкФ) ва пикофарада (пФ)ни ташкил этади:

$$1 \text{ Ф} = 10^6 \text{ мкФ} = 10^{12} \text{ пФ}.$$

2.3. Мужассам (йиғиқ) ва тарқоқ параметрли занжирлар тўғрисида тушунчалар

Юқорида уч хил конкрет (R, L, ва C) параметрларга эга бўлган электр занжир қурилган эди (2.3-расм). Бу занжир мужассам (ёки йиғиқ) параметрли занжир ҳисобланади, яъни унинг ҳар бир элементи ягона хусусиятга эга деб қабул қилинган. Қаршилик R га сифим ёки индуктивлик ҳос эмас, индуктивлик L га эса сифим ва актив қаршилик ҳос эмас ва ҳ.к.. Амалда эса элементларни бундай идеал (мукаммал) қилиб кўрсатиш ҳақиқатни назария нуқтаи назаридан бузишга олиб келади. Чунки аслида якка хусусиятли элемент, аниқроғи кўрсатилган параметрли буюм (реостат, индуктив ғалтак ёки конденсатор), тайёрлаб бўлмайди.

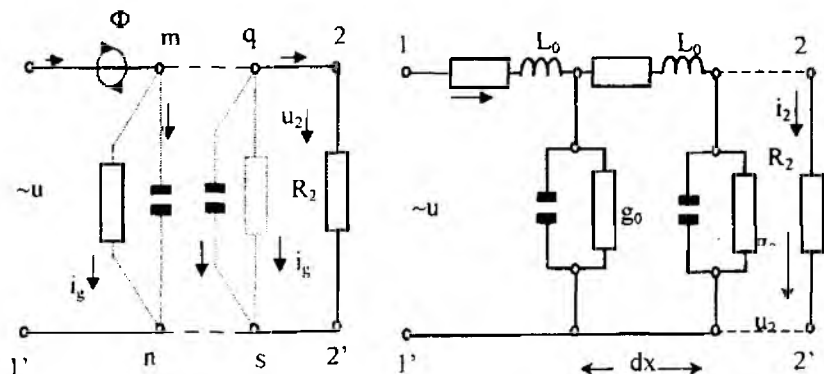
Масалан, реостатни олайлик. "У фақат актив қаршиликка эга" деб ҳисоблаб бўлмайди. Чунки унинг симлари цилиндрик юзада ғалтаксимон жойлашган бўлади. Демак, реостат атрофида кучсиз бўлсада магнит майдони ҳосил бўлади. Бу - "реостат L_R индуктивликка эга" деганидир. Энди ҳар бир ўрам ёндош ўрамдан ўтказгич бўлмаган восита ёрдамида ажратилганини (изоляцияланганини) ҳисобга олсак, улар ўртасида элементар (жуда кичик бўлган) сифим C_R пайдо бўлишини инкор этиб бўлмайди. Бундан чиқадики, оддий реостат уччала параметрга ҳам эга экан. Аммо махсус материалдан ясалгани ту-

файли актив қаршилик шунчалик R - параметрга бой бўладики, унинг олдида L_R ва C_R параметрлари ҳисобга олиб бўлмайдиган даражада кичрайиб кетади. Шунини ҳам таъкидлаб ўтиш керакки, реостатнинг L_R ва C_R параметрлари асосан катта (бир неча юз килогерцли) частоталарда сезилади холос.

Шунга ўхшаш; индуктив ғалтак симдан ясалгани учун у R_L актив қаршилигига эга бўлмасдан иложи йўқ. Реостат каби ўрамлараро C_L - сиғимдан ҳам озод эмас. Ва ниҳоят, диэлектрикдан иборат конденсатор идеал сиғим бўла олмайди. Чунки унда бироз бўлсада ўтказгич токи (эркин электронлар ҳисобига) бўлади. Демак, унда R_c қаршилик, ёки тўғрироғи g_c ўтказувчанлик йўқ эмас. Лекин R_L , C_L ва g_c параметрлар ўта кичик микдорда бўлгани сабабли, улар билан ҳисоблашилмайди.

Мужассам параметрли занжирлар тавсифи кўрсаткич-лари реал электр занжирларга жуда яқин бўлади. Ундан ташқари айрим даражада занжир параметрларини идеаллаштириш мақсадга мувофиқдир. Чунки занжир тахлитини талайгина соддалаштиради ва шу билан бирга ҳисоблаш аниқлигига кўп таъсир этмайди.

Аммо шундай занжирлар борки, уларнинг параметрларини занжирнинг у ёки бу қисмида жойлашган деб ҳисоблаб бўлмайди. Мисол сифатида электр узатиш ёки телефон линиясини кўрсатиш мумкин (2.8-расм). Линия бир неча километр-



2.8-расм

дан бошлаб, бир неча юз ва ҳатто минглаб километрларга қўзилган бўлиши мумкин. Табиийки, линиянинг бошидаги, маънаи уланиш 1-1 нукталар орасидаги u_1 қучланиш билан линиянинг охиридаги R_2 қаршилиқдаги, яъни 2-2 нукталар орасидаги $u_2 = R_2 \cdot I_2$ қучланишни тенглаштириб бўлмайди. Чунки ўртадаги бориш ва қайтиш симларининг қаршилиғи нолга тенг

эмас. Уларда Au га тенг қучланиш ҳосил бўлади, яъни $u_1 - u_2 = Au$. Лекин 1-1 ва 2-2 оралиғидаги линияда R_2 дан бошқа нэътемолич уланимаган бўлса ҳам I_1 ва I_2 тоқлар ўзаро тенг эмас. Сабаби шундаки, линиянинг иккала сими ўзаро яқин жойлашгани туфайли улар ўртасида ҳаво орқали ҳам ўтказувчанлик, ҳам сиғим тоқлари ўтиб туради. Бу тоқлар бир неча метр масофасида ҳисобга олишга арзимайдиган миқдорда бўлсада кўп километрли оралиқда йиғилган миқдорда талай бўлиб чиқади. Ундан ташқари ҳар бир тоқли сим атрофида магнит оқим Φ мавжуд (2.8-а расм). Шу сабабли узун линия атрофидаги магнит майдони сезиларли индуктивлик ташкил этиши равшандир. Шундай қилиб, линия бўйлаб ҳар бир танланган участкада (кичик оралиқда) R_0 ва L_0 тенг қаршилиқ ва индуктивлик ўрин олган бўлса, унинг ҳар қандай масофадаги ихтиёрий нукталари (m-л, q-s ва ҳ.к.) орасида ўтказувчанлик i_e ва сиғим i_c тоқлари оқиб туради. Шу сабабли бутун линия учун умумий бўлган қаршилиқ R_1 , индуктивлик L_1 , ўтказувчанлик q_1 ва сиғим C_1 параметрлари асосида тузилган мужассам параметрли эквивалент занжирини тузиб бўлмайди. Узун линиялардаги параметрлар масофа билан чамбарчас боғланган бўлади ва масофа қилинадиган ҳисоб-китоб инобатга олиниши шарт. Эквивалент схемага келганда, у 2.8-б расм да келтирилган. Ундаги R_0 , L_0 , g_0 ва C_0 параметрлар линиянинг Δx (масалан, 1 км) қисмига ҳисобланган. Бундай усулда таҳлил қилинадиган электр занжирлар тарқоқ параметрли занжирлар қаторига киради. Улар тўғрисидаги чуқурроқ бўлган маълумотлар кейинги бобларда келтирилади.

2.4. Электр занжирдаги элементларнинг ток ва қучланишлари

Уч хил параметрли энг оддий занжирга қайтиб келар эканмиз (2.3-расм), улардаги ток ва қучланишларнинг ўзаро

боғланганлиги тўғрисида аниқ тушунча беришимиз лозим. Маъкур занжир кетма-кет уланганлиги туфайли унинг ҳар қайси элементи учун ягона бўлган i токи ўтади. Шунинг учун элементлар чеккаларида (қисматларида) тўпланган u_R , u_L ва u_C кучланишларни ушбу ток билан боғлаш мақсадга мувофиқдир.

Ом қонунидан фойдаланган ҳолда резистордаги (ёки актив қаршиликдаги) кучланиш қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$u_R = R \cdot i$$

У шу элементнинг қаршилигини енгиб ўтиб, ток i ўрнатишга сарф қилнади.

Иккинчи элемент, яъни индуктивлик L параметрига эга индуктив ғалтак қисматларида ҳосил бўлган кучланиш u_L ни топишда эса Ом қонунидан бевосита фойдаланиб бўлмайди. Бу кучланиш токини ўзига эмас, балки унинг ўзгариш тезлигига боғлиқдир. Ҳап шундаки, индуктив ғалтакдан ўтаётган ток унинг атрофидаги магнит майдонининг микдорини ростлайди, чунки бу майдон ҳосил қилувчи илашган магнит оқими $\psi = L \cdot i$. Ток ўзгарган сари ғалтак қисмаларида

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

қийматга эга э.ю.к ҳосил бўлади. Буни қоплаш учун

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} \text{ га тенг ташки кучланиш талаб этилади. Шун-}$$

дай қилиб, индуктив ғалтакда ҳосил бўладиган кучланиш билан ток ўртасидаги боғланиш қуйидагича ифодаланади:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} = W \frac{d\Phi}{dt}.$$

Агар ток ғалтак кучланишига боғлиқ бўлса:

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt + i(0)$$

ёки

$$Li = \Psi = \int_0^t u_L dt + L \cdot i(0) = \int_0^t u_L dt + \Psi_L(0)$$

(бу ерда: $i(0)$ ва $Li(0) = \Psi_L(0)$ - ток ва илашган магнит оқимининг $t=0$ ондаги қийматлари).

Учинчи элемент, яъни сизим C параметрига эга бўлган конденсатор қисмларида ҳосил бўладиган u_c кучланиши ҳам энергия (аниқроғи электр зарядлар энергияси) ўзгариши билан боғлиқдир. Конденсатор токи унинг қобиклари орасидаги зарядлар ҳаракати тезлиги билан аниқланади, яъни:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$$

Шу сабабли конденсаторнинг заряд ва кучланишини тегишлича:

$$q = \int_0^t i dt + q(0)$$

ва

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + \frac{q(0)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u(0)$$

(бу ерда: $q(0)$ ва $u(0)$ - конденсатордаги заряд ва кучланишнинг $t=0$ ондаги қийматлари) деб ёзамиз.

2.5. ЭЮК ва ток манбалари

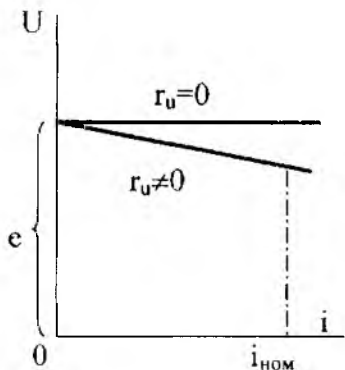
Электр занжирида ток (тоқлар) ўтиши учун уни электр энергия манбаига улаш шартдир. Ўз навбатида манба бирор ўзгармас (ёки нисбатан ўзгармас) ички кучланиш (э.ю.к) ёки тоққа эга бўлиши керак. Шу кўрсаткичларга кўра электр манбалари э.ю.к. ва ток манбаларига бўлинади.

"ЭЮК манбаи" деб шундай манба тушуниладики, ундан энергия истеъмол қилаётган занжирдаги ток қанчалик ўзгармасин, манба қисмларидаги э.ю.к. (кучланиш) ўзгармай (деярли ўзгармай) қолаверади. Занжирнинг кириш қисмидаги токни i ва кучланишни u деб олганда, манбанинг ташқи в о л ь т - а м п е р т а в с и ф и 2.9-расмда кўрсатилгандек бўлади.

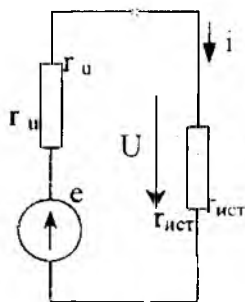
Тоқнинг миқдори нолдан бирор мўлжалланган мувозанат (номинал) i_n қийматигача ўзгарган шароитда кучланиш u деярли ўзгармайди, яъни $u \approx e$. Агар манба ички қаршилиги $r_n = 0$ бўлса, ташқи кучланиш $u = e - \text{const}$ бўлади: сбу ҳолда

э.ю.к. манбаи чексиз қувватга эга электр манбаи ёки идеал э.ю.к манбаи ҳисобланади.

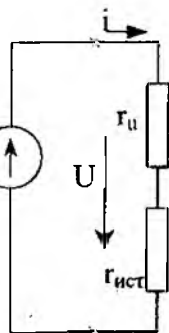
Реал э.ю.к манбаи (яъни $r_u \neq 0$) ташқи занжирнинг қаршилиги ягона (эквивалент) $R_{ист}$ (яъни истеъмолчи) қаршилигига тенг деб олинган ҳолатда 2.10- а расмдаги схема



2.9-расм



а)



б)

2.10-расм

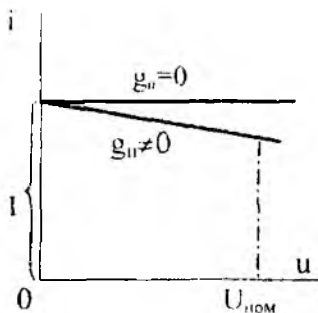
келтирилган. Истеъмолчи қаршиликдаги ташқи кучланиш $u=e-r_u \cdot i=R_{ист} \cdot i$. Манбанинг ички қаршилиги r_u ни истеъмолчи қаршилиги R билан бирлаштирсак шартли идеал э.ю.к. манбаи чиқади (2.10-б расм):

$$U' = (R_{ист} + r_u) i = e$$

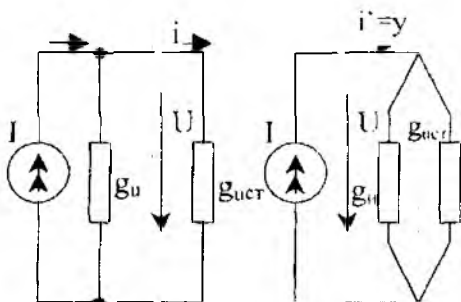
Ток манбаи деб шундай манба тушуниладики, унга уланган истеъмолчининг қаршилиги $R_{ист}$, ёки ўтказувчанлиги $q_{ист}$, қанчалик ўзгармасин манбадан чиқаётган ток i ўзгармай (деярли ўзгармай) қолаверади, яъни $i = const$.

Манбанинг ички ўтказувчанлиги нолга тенг бўлиш ёки бўлмаслигига боғлиқ ташқи ампер-вольт тавсифи 2.11-расмда келтирилган. Ток манбаининг ички қаршилиги деярли чексиз бўлади, яъни $R_u = \infty$. ёки унинг ички ўтказувчанлиги $g_u = 1/R_u \cong 0$. Шунинг учун ҳам истеъмолчи қисмаларида ҳосил бўлган кучланиш $U=I/g_{ист}$ катта диапазонда ўзгариши мумкин ва унинг номинал қиймати шу истеъмолчининг қаршилигига боғлиқдир, яъни $U_{ном} = R_{ист} \cdot I$. Агар ток

манбаининг ички ўтказувчанлиги $g_{\text{и}} = 0$ бўлса, ташқи занжирдаги тула ток манба токига тенг бўлади ($i = I = \text{const}$) ва бундай манба идеал ток манбаи ҳисобланади. Агар манбаининг ички ўтказувчанлиги нолдан фарқ қилса ($g_{\text{и}} \neq 0$), истеъмолчиға бораётган ток i манба токидан кичикроқ бўлади ($i < I$). Бу тарздаги манба ва истеъмолчи уланishi 2.12-а расмда кўрсатилган. Истеъмолчи қаршилигининг қисмаларида ҳосил бўлган кучланиш $U = I : (g_{\text{и}} + g_{\text{ист}})$ бўлади, яъни идеал манбаникидан фарқ қилади (идеал манба учун $U = I : g_{\text{ист}}$). Келтирилган схемадаги реал ток манбаини идеаллаштирмоқчи бўлсак, унинг ички ўтказувчанлигини истеъмолчи ўтказувчанлиги билан бирлаштиришимиз керак бўлади (2.12-б расм). Энди умумий ток $i = I = \text{const}$ гўё идеал манбадан чиқаётган бўлиб туюлади. Реал ток манбаи шартли идеал ток манбаига айланади.



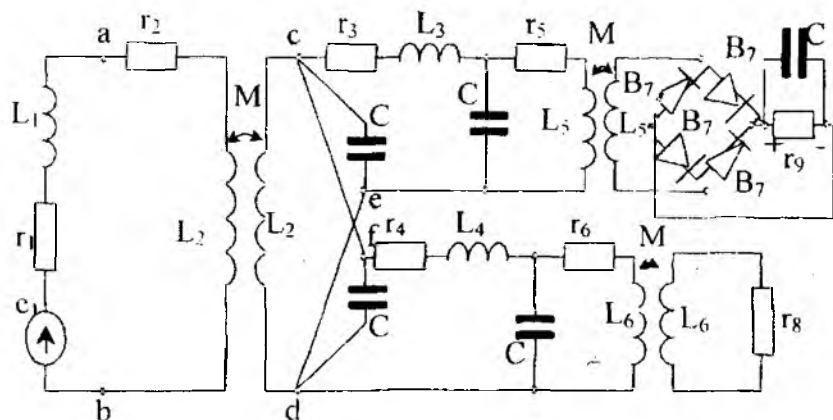
2.11-расм



2.12-расм

2.6. Электр занжир схемалари (шакллари)

Электр занжирларини ҳисоб-китоб чизма воситаларида график тасвирлаш маъносида схемалар, ёки шартли белгилардан иборат шакллар билан ифодалаш одатга кирган. Қисқача қилиб айтганда, ҳар қандай занжир маълум бир схема ёрдамида ифодаланади. Ўз навбатида, ҳар қандай схема иккита асосий кўринишда тузилиши мумкин, яъни ягона таркибли электр занжир ҳам структуравий, ҳам элементли схемаларга эга бўлиши мумкин. Мисол учун 2.13-а ва б расмдаги схемаларни



6) 2.13-расм

61

Натижада ҳосил бўлган схема (2.13-б расм) алмашинув ёки эквивалент схема деб аталади.

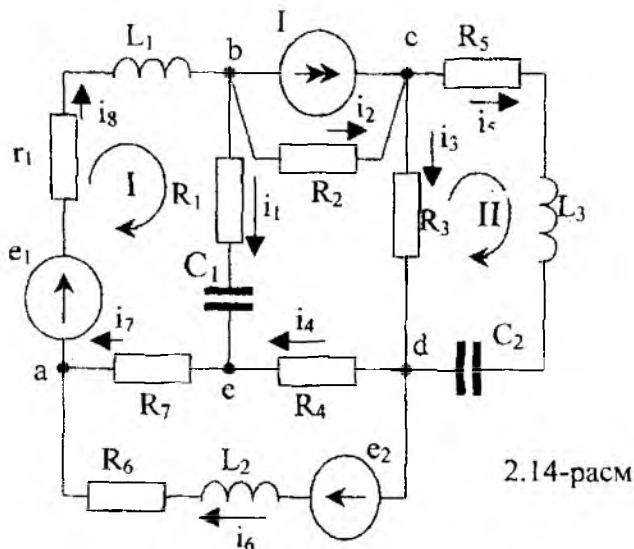
Эквивалент схемалаги элементлар параметрлари қуйидаги конун-қоидаларга (принципларга) асосланиб топилган ва тузилган. Генератор 1 ўрнига э.ю.к. манбаи e_1 ўзининг ички актив қаршилиги r_1 ва индуктивлиги L_1 билан биргаликда олинган. Трансформатор 2 - авсд нуқталари орасида жойлашган тўрткутблик шаклида кўрсатилган ва унинг асосий параметрлари сифатида актив қаршилик r_2 , бирламчи чулғамининг индуктивлиги L_{21} , иккиламчи чулғам индуктивлиги L_{22} ва улар орасидаги магнит боғланиш кўрсаткичи M_2 (ўзаро индуктивлик) келтирилган. Электр узатиш линиялари (3 ва 4) тегишлича "се" ва "fd" нуқталари орасида жойлашган бўлиб, эквивалент параметрлар r_3 , L_3 , C_3 ва r_4 , L_4 , C_4 ёрдамида ифодаланган. Трансформатор 5 ва 6 тегишлича r_5 , L_{51} , M_5 ва r_6 , L_{61} , M_{62} параметрларга алмаштирилган бўлиб, бири тўғрилагич "кўприги" - B_{71} , B_{72} , B_{73} , B_{74} (вентиллар) орқали R_9 - C_9 юкламага (истеъмолчига), иккинчиси - бевосита истеъмолчи қаршилиги R_9 га уланган ҳолда кўрсатилган.

Схемани 2.13-б расмда келтирилган шаклда олишдан мақсад - берилган параметрлардан фойдаланиб, маълум катталиқдаги э.ю.к. манбаи таъсирида берилган занжирнинг ҳамма элементларида ҳосил бўлган ток ва кучланишларни аниқлашдир. Жумладан, асосий аниқланувчи тоқлар сифатида R_8 ва R_9 қаршиликлардан ўтаётган тоқлар ҳисобланади. Шунини ҳам таъкидлаб ўтиш лозимки, B_{71} - B_{74} белгили вентиллар эгри чизикли вольт-ампер тавсифларга эга бўлади. Улардан ўтган ток ўзгарувчандан ўзгармасга айланади ва шу сабабли ночизикли тенгламалар ёрдамида аниқланади. Бу масалага тегишли назария китобнинг махсус бобида келтирилган.

Электр занжирини умумий таҳлил этиш масалаларига ўтадиган бўлсак, унинг ҳамма тузилиш белгилари ва хусусиятларини батафсил қараб чиқишимиз лозимдир. Шу мақсадда

2.14-расмда кўрсатилган кўп манбали ва кўп элементли ихтиёрий занжирни кўриб чиқайлик. Мазкур мураккаб шаклли занжир учта энергия манбаи (e , e ва l) ва ўн учта R , L ва C параметрларга эга элементлардан ташкил топган. Занжирнинг ҳар бир участкасида (қисмида) унинг ўзига хос микдорда ток ўтади ва тегишлича кучланишлар ҳосил бўлади. Занжирнинг ток ўтказаётган йўллариининг бир-бири билан боғланган, би-

риккан жойлари т у г у н деб аталади. 2.14-расмдаги занжирда масалан, бешта тугун бор. Булар - а, б, с, d, e нукталардир. Ихтиёрий бир жуфт тугун орасидаги ҳар қандай мустақил ток ўтказувчи йўллар "з а н ж и р т а р - м о қ л а р и" ёки ш а х о б ч а л а р и" деб аталади. Масалан, 2.14-расмдаги занжирда тўққизта тармок (шахобча) бор: "а" ва



2.14-расм

"б" тугунлар орасида - r_1 , L_1 , e_1 элементлардан иборат (токи i):

"б" ва "с" тугунлар орасида - ток манбаи I ва R_2 элементли (токи i_2) иккита мустақил тармок;

"с" ва "d" тугунлар орасида - яна иккита мустақил тармок, яъни i_3 ток ва R_3 қаршиликка эга ва R_5 , L_3 , C_2 элементларга эга (токи i);

"d" ва "e" тугунлари орасида - i_4 ток ва R_4 қаршиликка эга;

"e" ва "а" тугунлари орасида - I_7 ток ва R_7 қаршиликка эга;

"а" ва "d" тугунлари орасида - e_2 манба ва R_6 , L_2 элементлардан иборат (токи i_6);

"б" ва "e" тугунлари орасида - R_1 ва C_1 элементлардан иборат (токи i_1)

Агар тугундан тугунга ўтиб, ток йўлларини бирор берк траектория бўйлаб айланиб, яна қайтиб бошланғич тугунга келсак - берк электр контур ифодалаган бўламиз. Контур

ташқил қилишда айланиш йўналиши ихтиёрий бўлиши мумкин. Масалан, 2.14-расмдаги схема учун О белгиси билан кўрсатилган берк контур соат миқдига мос айланиб олинган. Натижада контурдаги элементлар: э.ю.к. e_1 , r_1 , L_1 , R_1 , C_1 ва R_7 кетма-кетликда келади. Шу билан бир вақтда айланиш йўналиши э.ю.к. ва ҳамма тоқлар i_0 , i_1 ва i_7 йўналишларига мос тушади.

Занжирнинг айрим участкаларида унинг элементлари ўзаро кетма-кет ёки параллел уланган бўлиши мумкин. Кетма-кет уланган занжирда (ёки унинг бирор тармоғида) уланишни ташқил қилган барча элементлардан ягона ток ўтади. Кетма-кет уланган занжирлар қаторига масалан, 2.3-расмдаги R , L ва C элементли занжир киради. Кетма-кет уланган тармоқ сифатида 2.14-расмдаги занжир учун i_5 ток ўтаётган R_5 , L_3 , C_2 тармоғини кўрсатиш мумкин. Параллел уланган тармоқлар деб бир жуфт тугун орасидаги мустақил тоқларга эга иккита (ёки бир неча) тармоқни айтадилар. 2.14-расмдаги занжирни мисол қилиб олганда, ундаги i_3 ва i_5 тоқларни, ёки i_2 ва I тоқларни ўтказайтган тармоқлар ўзаро параллел уланган ҳисобланади. Бир хил тугунлар орасида жойлашгани туфайли параллел уланган тармоқларнинг кучланиши бир-бирига тенг бўлади; чунки бу кучланишлар тугунлараро кучланишлар демакдир.

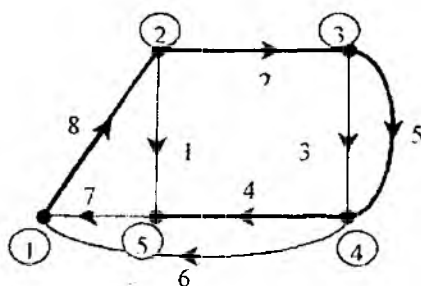
2.7. Электр занжирлар топологияси. Схема графи тўғрисида тушунчалар

Электр занжирни схемалар ёрдамида тасвирлашда бир қанча шартли белгилар ишлатилиши ҳаммага маълумдир. Шу белгилар ичида тугунларни йирик (қалин бўлган) нуқталар билан белгилаш одатга кирган. Умуман эса шундай нуқталар билан иккита (ёки бир неча) электр тармоқларининг бир-бирига уланган жойи белгиланади. Шу туфайли схемалардаги ҳамма нуқталар ҳам мустақил нуқталар ролини ўйнайвермайди. Масалан, 2.13-расмдаги схемада c , d , e ва f нуқталар мустақил тугунларга ўхшаб тузилган: аммо c ва f , шунингдек, d ва e нуқталари ўртасида ҳеч қандай қаршилик уланмаган, яъни улар ўзаро тўғридан-тўғри бириктирилган ва мустақил тугун бўла олмайди. Яъни “ c ” билан “ f ” ягона тугундир (“ d ” билан “ e ”

ҳам худди шундайдир). Шу нуқтаи назардан қараганда схемаларнинг элементларини акс этмаган ҳолда, фақат тугун ва тармоқларни белгилаш йўли билан ифодалаш усулини кўриб чиқиш мақсадга мувофиқдир. Бундай топологик усул электр схемаларни графлаш усулига қарашлидир. Схеманинг мазкур кўриниши — унинг графи деб аталади. 2.15-расмда 2.14-расмдаги мураккаб занжирнинг графи келтирилган. Топлогик схемада энг аввал кўзга ташланадиган хусусият — э.ю.к. ва ток манбалари мутлақо кўрсатилмайди. Ундан ташқари, ток манбаи жойлашган тармоқнинг ўтказувчанлиги нолга тенг бўлганлиги туфайли, тармоқнинг ўзи ҳам график тасвирда келтирилмайди. Оддий схемага ўхшаш бу ерда ҳам тугун ва граф тармоқлари деб аталади. Фақат схема графида тугунлар айлана ичида олинган рақамлар билан белгиланади. 2.15-расмда 2.14-расмдаги а, b, с, d ва е тугунлар ўрнига тегишлича 1, 2, 3, 4 ва 5 келтирилган. Улар ораларидаги тармоқлар тўғри ёки эгри чизиқлар билан кўрсатилган — булар туфайли граф боғланган деб ҳисобланади. Агар схема графи тузилаётганда тармоқлардаги ток ва э.ю.к. лар йўналиши маълум бўлса, у ҳолда граф йўналишли деб аталади.

Ўз навбатида граф ёрдамида тасвирланган схемаларда тармоқлар оддий рақамлар билан белгиланади: 1, 2 ..., 8 (2.15-расм). Ҳар қандай графнинг дарахти, яъни ҳамма тугунларни ўзаро боғловчи чизиқлар йиғиндисини бўлади. Схема графининг дарахти қалинроқ чизиқ билан белгиланади. Кўриниб турибдики, граф дарахти бошқача шаклда, масалан, 7, 1, 2 ва 3, ёки 8, 2, 7 ва 4 тармоқлар ёрдамида ҳам тузилиши мумкин эди. Дарахт таркибига қирмай қолган тармоқлар — граф алоқа алари деб аталади.

Агар граф “р” та тармоқ ва “q” та тугунга эга бўлса, унинг дарахти (q-1) тармоқ ҳисобига тузилган бўлади, алоқалар сонини $n=p-(q-1)$ га тенг бўлади.



2.15-расм

2.8. Электр схемадаги уланишлар матрицаси

Энди юқорида кўрилган ва 2.14-расмда тасвирланган электр занжири элементларининг ўзаро уланиши ва боғланишга математик сиймо бериб кўрайлик.

Жадвал

	1	2	3	4	5	6	7	8
1						-	-	+
2						1	1	1
3	+	+						-
4	1	1						1
5		1	1	+		+		
6			1	-	+			
7			1	1	1	+		
8	1	-		1	-		1	+

Яъни ундаги элементларнинг параметрларидан катъи назар, занжирдаги (схемадаги) боғланишлар тартибига эътибор берайлик. Шундай жадвал тузайликки, унинг қаторлар сони графли схеманинг тугунлар сонига, устунлар сони эса - схема графининг тармоқлар сонига тенг бўлсин. Қаторлар ва устунларни тегишлича тугунлар ва тармоқлар тартиб сонлари билан белгилаймиз.

Тугунлар ва тармоқлар сонидан қатъи назар, жадвалнинг ихтиёрий катакчаси "j" қаторда ва "k" устун бўйлаб жойлашган бўлса (jk) деб ҳисобланади. Шу ихтиёрий катакчага агар, "j" тугун билан "k" тармоқ боғланган бўлса [+1], ёки [-1] рақамини кўямиз. Шу билан бирга қуйидаги қоидага риоя қиламиз: агар тармоқ алоқа белгиси (йўналиши) j тугундан ташқарига қараган бўлса, [+1]; тугун томонга қараган бўлса [-1] олинади. Агар "j" тугун "k" тармоқ билан алоқадор бўлмаса, тегишли катакча бўш қолиши лозим (масалан, жадвалимизда [14], [25], [38] ва ҳ.к. катаклар).

$$A = \|a_{jk}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & & & & & -1 & -1 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & & & & & -1 \\ \hline 3 & & -1 & 1 & & 1 & & \\ \hline 4 & & & -1 & 1 & -1 & 1 & \end{array} \quad -1 \cdot q - 1 = 4 \text{ та катор}$$

$P=8$ та устун

Коидалар ичига шу ҳам кирадики, жадвалнинг ҳар бир устунида фақатгина иккита каток тўлдирилган бўлади. Шу туйфайли мазкур жадвалдан матрица маъносида фойдаланиш мумкин.

Уланишлар матрицаси сифатида шундай тўғрибурчак матрица олиниши керакки, унинг каторлар сони схемадаги тугунлар сонидан биттага кам бўлиб, устунлар сони тармоқлар сонига тенг бўлсин. Матрица элементлари тегишлича: агар тугун тармоқ билан боғланмаган бўлса, нолга тенг, плюс бирга тенг; агар боғланган ҳолда тармоқ йўналиши тугундан чиққан бўлса; йўналиши тугунга қараган бўлса, минус бирга тенг. Ушбу шарт-шароитлар бажарилган ҳолда 2.15-расм графи учун қуйидаги матрица тузилиши мумкин:

Юкорида келтирилган мисолдаги матрица тартиби $(q-1)$ $p=4 \cdot 8$ га тенг (бу кўпайтма шартлидир, яъни матрица тартиби $4 \cdot 8=32$ эмас). Ниҳоят мазкур матрицани тескари ўгирилган (ағдарилган) шаклини кўриб чиқайлик: бу тузилишда каторлар ва устунлар жой алмашади (русча - транспонирование матрицы). 2.15-расмдаги граф ағдарилган матрица:

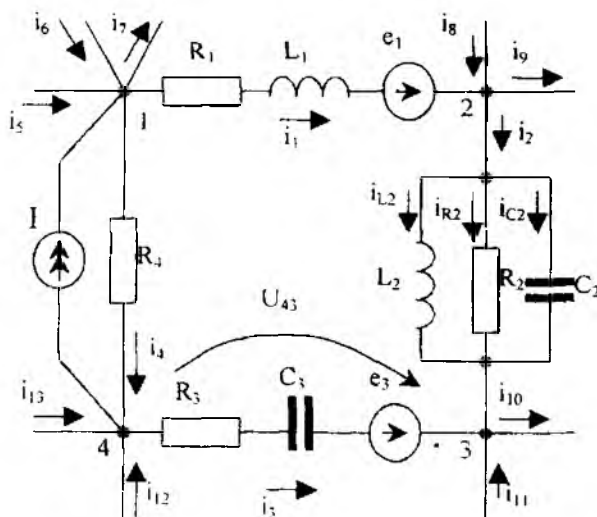
$$A' = \|a_{ij}'\| = \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 & \\ \hline 0 & 1 & -1 & 0 & \\ \hline 0 & 0 & 1 & -1 & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline 0 & 0 & 1 & -1 & \\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 & \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad \quad \quad 1 \\ \hline 2 \quad \quad \quad 1 \quad -1 \\ \hline 3 \quad \quad \quad \quad 1 \quad -1 \\ \hline 4 \quad \quad \quad \quad \quad 4 \\ \hline 5 \quad \quad \quad \quad 1 \quad -1 \\ \hline 6 \quad -1 \quad \quad \quad \quad 1 \\ \hline 7 \quad -1 \quad \quad \quad \quad \quad \\ \hline 8 \quad 1 \quad -1 \quad \quad \quad \end{array}$$

шаклда тузилган бўлиши керак.

2.9. Электр занжирларига оид қонунлар

Электр занжирининг ҳар бир қисми (элементи, тармоғи, участкаси) учун иккита электромагнит тавсиф (ёки кўрсаткич) - ток ва кучланишнинг мавжудлигидир. Агар "биринчи кўрсаткич (яъни ток) занжирдаги электр зарядларнинг мувозанатини акс эттиради", десак; иккинчиси (яъни, кучланиш) занжирнинг айрим элементларидаги энергия айланиш суръатининг тавсифи ҳисобланади. Ўз навбатида иккала кўрсаткич ҳам занжирга уланган энергия манбалари кучига ва занжир элементларининг параметрларига боғлиқ бўлади. Шу қонуниятларнинг миқдорий муносабатларини намоён қилишда Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунлари қўлланилади.

Кирхгофнинг биринчи қонуни токнинг узлуксизлигини акс эттирган бўлиб (1.10), занжирнинг ҳар қандай тугунидаги барча тохларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенглигини бил-



2.16-расм

диради. Мисол сифатида 2.16-расмда кўрсатилган мураккаб электр занжирининг 1,2,3 ва 4 тугунилари орасида жойлашган

бирор контурни кўриб чиқайлик. Унга 8 та пассив R, L ва C элементлар, 2 та э.ю.к. ва 1 ток манбаи қирган. Занжирнинг ички (яъни элементлари аниқ кўрсатишган) қисмида i_1, i_2, i_3, i_4 ва 1 тоқлар оқаётганини таъкидласак, унинг ташқи тармоқларида $i_5, i_6, \dots, i_{13}$ тоқлар оқишини ҳисобга олишимиз лозимдир.

Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан тўртта тугун учун қуйидаги тенгламаларни ёзиш мумкин:

$$I - i_1 - i_4 + i_5 + i_6 - i_7 = 0 \quad (1\text{-туғун учун})$$

$$i_1 - i_2 + i_8 - i_9 = 0 \quad (2\text{-туғун учун})$$

$$i_2 + i_3 - i_{10} + i_{11} = 0 \quad (3\text{-туғун учун})$$

$$-I + i_4 + i_{12} + i_{13} = 0 \quad (4\text{-туғун учун})$$

Иккинчи тармоқдаги i_2 тоқни, ўз навбатида, учта параллел уланган тармоқлардаги i_{L2}, i_{R2} ва i_{C2} тоқлардан ҳосил бўлганини ҳисобга олсак, Кирхгофнинг биринчи қонунини яна бир марта ишлатсак бўлади, яъни:

$$i_2 - i_{L2} - i_{R2} - i_{C2} = 0, \quad \text{ёки } i_{L2} + i_{R2} + i_{C2} = i_2$$

Шундай қилиб, тугунга боғланган тармоқлар сонидан қатъий назар, тоқларнинг алгебраик йиғиндисини ҳамма вақт ва ҳар бир онда нолга тенг бўлади, яъни

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (\text{бу ерда: } k - \text{тармоқ сони тартиби, } n - \text{тармоқлар сони}).$$

Кирхгофнинг иккинчи қонуни электр тоқлари ўтаётган ихтиёрий контурда ҳосил бўлган кучланишларнинг алгебраик йиғиндисини ўша контурда жойлашган э.ю.к. лар йиғиндисига тенглигини кўрсатади. 2.16-расмдаги мураккаб занжирнинг 1,2,3 ва 4 тугунлари орасида жойлашган контур учун Кирхгофнинг бу қонунига оид қуйидаги мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_{L2}}{dt} - R_3 i_3 - \frac{1}{C_3} \int_0^t i_3 dt - R_4 i_4 = e_1 - e_3 \quad (*)$$

(Тенгламани тузишда контурни соат милига мос айланишига нисбатан олинган кучланишлар келтирилган).

Асосий тенглама (*) га қўшимча 2 ва 3-туғунлар орасидаги параллел уланган R_2, L_2 ва C_2 элементлар учун ягона бўлган кучланиш U учун қуйидагини келтириш мумкин:

$$u_{23} = R_3 i_{R3} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{C_2} \int_0^t i_{C2} dt \quad (**)$$

Аммо шуни ҳам айтиб ўтиш зарурки, Кирхгофнинг иккинчи қонунига оид тенглама тузиш учун танланган контур фақатгина ток ўтган йўллар орқали беркитилган бўлиши шарт эмас. Масалан, 2-16-расмдаги 3 ва 4-тугунлар орасидаги кучланишни

$$u_{43} = \tilde{u}_3 = u_3 - e_3 = R_3 i_3 + \frac{1}{C_3} \int_0^t i_3 dt - e_3$$

шаклда кўрсатсак ва уни 4- тугундан 3- тугунга йўналган деб олсак, мазкур контурнинг ташқи қисми занжирнинг қайси элементларини айланиб ўтганининг ҳеч қандай аҳамияти йўқ. Ундан ташқари тармоқнинг йиғинди кучланишини $\tilde{u}_3 = u_3 - e_3$ тарзда, яъни ундаги э.ю.к. ни ичига олиб, ёзилиши граф усулини ишлатишда жуда қўл келади.

Шундай қилиб, ҳар қандай мураккаб занжирнинг ихтиёрий танланган контури учун Кирхгофнинг иккинчи қонуни

$$\sum_{k=1}^{k=n} u_k = \sum_{k=1}^{k=n} e_k$$

тарзда ёзилиши лозим бўлса, шу ифоданининг ўзини граф усулига мослаганда,

$$\sum_{k=1}^p \tilde{u}_k = 0$$

(бу ерда p - тармоқлар сони) шаклда келтириш мумкин, чунки ҳар қандай тартибга эга "к" - тармоқни U_k кучланишда унининг таркибидаги э.ю.к. лар ҳисобга олинган бўлади.

Худди шунга ўхшаш, танланган тармоқ ток манбаи I_k билан параллел уланган бўлса, граф усулида таҳлил олиб борилаётган тармоқдаги ток $i_k = i_k + I_k$ бўлади ва унга нисбатан Кирхгофнинг биринчи қонуни қуйидагича тузилади:

$$\sum_{k=1}^p i_k = 0$$

Масалан, 2.16-расмдаги занжирнинг 4- тармоғи учун граф токи $\tilde{i}_4 = (i_4 - I)$ га тенг бўлади.

2.10. Занжир тоқларининг тугун тенгламалари (граф-схемалари асосида)

Энди юқорида келтирилган ва граф-схемалар учун мосланган Кирхгофнинг биринчи қонуни асосида 2.14-расмдаги занжир тоқларининг матричасини тузайлик.

Занжирда $q=5$ та тугун бор. Аммо улар учун $q-1=4$ та мустақил тенглама тузиш мумкин. Чунки ҳар қандай бешинчи тенглама олдинги тўрттадан келиб чиққан бўлади. Ундан ташқари, ҳар қандай "к"- тармоқдаги i_k ток, "к"- тугунлар орасида жойлашган бўлса, у тугунларнинг биридан чикиб, иккинчисига кириб кетаётган бўлади. Умумий ҳолатда ихтиёрий тармоқ токи $a_{jk}\tilde{i}_k = \pm\tilde{i}_k$ тарзда ёзилиши лозим бўлади (бу ерда: $\alpha_{jk} = \pm 1$, ёки 0; агар танланган тугунга тасодифий олинган тармоқ токи алоқадор бўлмаса). Мазкур шартлар бажарилган ҳолда Кирхгофнинг биринчи қонуни қуйидагича таърифланади:

$$\sum_{k=1}^p a_{jk}\tilde{i}_k = 0 \quad (\text{бу ерда } j=1,2,\dots, (q=1))$$

Яна бир марта эслатамизки, "к"- тармоқдаги ток i тегишлича "j"- тугундан чиқаётган бўлса $a_{jk} = 1$, унга кираётган бўлса $-a_{jk} = -1$, ва ниҳоят мазкур тугунга алоқадор бўлмаса $-a_{jk} = 0$ бўлади. Мисол учун 2.14-расмдаги занжир учун ёки унинг 2.15-расмдаги граф схемаси учун қуйидагилар мансубдир:

$$\begin{aligned} \text{1-тугун} \quad \text{учун} \quad -\tilde{i}_6 - \tilde{i}_7 + \tilde{i}_8 &= 0 & a_{10} &= -1, \\ a_{17} &= -1, a_{18} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2-тугун} \quad \text{учун} \quad \tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 + \tilde{i}_8 &= 0 & a_{21} &= 1, \\ a_{22} &= -1, a_{28} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3-тугун} \quad \text{учун} \quad -\tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{i}_5 &= 0 & a_{32} &= -1, \\ a_{33} &= -1, a_{35} &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4-тугун} \quad \text{учун} \quad -\tilde{i}_6 - \tilde{i}_3 - \tilde{i}_5 + \tilde{i}_6 &= 0 & a_{43} &= -1, \\ a_{46} &= 1, a_{45} &= -1 & a_{46} &= 1 \end{aligned}$$

Мазкур қоидалар 2-8 да келтирилган матрица тузиш қоидаларига мос бўлгани туфайли граф-схема учун ҳам ток-

ларни бир устунли матрица шаклида "P" қаторга ёйиб кўрсатишимиз мумкин:

$$\tilde{i} = \|\tilde{i}_k\| = \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ -\tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_p \end{bmatrix}, \quad (k=1,2,\dots,p)$$

Бундай устунсимон матрицанинг тартиби $(P \times 1)$ деб ҳисобланса, у p ўлчамли вектор деб ҳам аталади. Ушбу матрицанинг ҳар бир қатори учун номери тегишли тугун номерига тўғри келган ва Кирхгофнинг биринчи қонунига оид тузилган тенглама коэффицентларидан тузилгандир.

Бошқача айтганда, ихтиёрий тугун учун тузиладиган тугун тенгламаси матрицавий кўпайтма шаклида қуйидагича бўлади:

$$\begin{bmatrix} a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jp} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_p \end{bmatrix} = a_{j1} \cdot \tilde{i}_1 + \dots + a_{jk} \cdot \tilde{i}_k + \dots + a_{jp} \cdot \tilde{i}_p = \sum a_{jk} \tilde{i}_k = 0$$

Агар тугунлар сони q бўлса, бундай тенгламалардан $(q-1)$ та тузишга тўғри келади, яъни қаторлар сони $(q-1)$ га тенг бўлади. 2.15-расмда келтирилган граф-схема учун қуйидаги матрицани тузиш мумкин: $A\tilde{i} = 0$, ёки

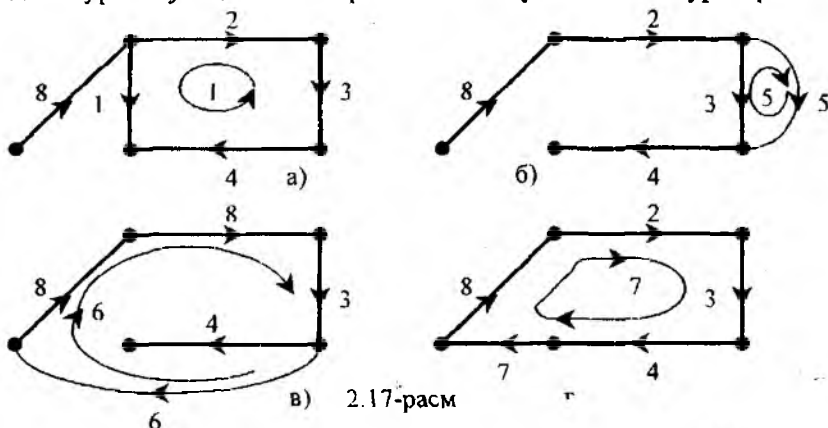
$$A\tilde{i} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 1 & & & & -1 & -1 & 1 \\ 3 & & -1 & 1 & & 1 & & & \\ 4 & & & -1 & -1 & -1 & & & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_3 \\ \tilde{i}_4 \\ \tilde{i}_5 \\ \tilde{i}_6 \\ \tilde{i}_7 \\ \tilde{i}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{i}_6 - \tilde{i}_7 + \tilde{i}_8 \\ \tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 - \tilde{i}_8 \\ -\tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{i}_5 \\ -\tilde{i}_3 + \tilde{i}_4 + \tilde{i}_6 - \tilde{i}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

Охирги тенгламанинг ҳар бир қатори тегишли тугун учун Кирхгофнинг биринчи қонунини акс эттиради.

2.11. Занжир граф-схемасининг контур тенгламалари. Контурлар матрицаси

Хар қандай мураккаб занжир учун унинг қаторларига ўрнатилган кучланишларга оид Кирхгофнинг иккинчи қонунини қўллар эканмиз, занжирдаги мувозанат тўғри акс этилиши учун тузилган тенгламалар ўзаро мустақил бўлиши керак. Бу эса, ўз навбатида, танланган контурларнинг ўзаро мустақил бўлишини талаб қилади. Маълумки, бундай талабни бажариш учун танланган контурлар ҳеч бўлмаганда ўзаро битта янги тармоққа фаркланиши шарт. Иккинчи томондан, биз яхши биламизки, таҳлилга керак тенгламалар сони номаълум тоқлар сонига, яъни тармоқлар сонига тенг бўлиши керак. Агар занжирнинг тугунлар сони q ва тармоқлар сони p бўлса, Кирхгофнинг биринчи қонуни асосида $(q - 1)$ тенглама, иккинчи қонуни асосида эса $[p - (q - 1)]$ тенглама тузилади. Юқорида айтиб ўтилган фикрга кўра, мазкур масала занжирнинг граф-схемасига нисбатан жуда осон ечилади. Ҳақиқатдан шундай эканлиги 2.14-расмдаги занжирнинг 2.15-расмдаги граф-схемасидан кўриниб турибди: графнинг дарахти қандай тузилган бўлмасин, у очиқ контур бўлиб қолаверади. Демак, бу дарахтнинг (ёки унинг тармоқлар қисмини) бирор граф алоқа тармоғи билан беркитса, дарҳол мустақил контур ташкил топади.

Буни 2.17-расмда келтирилган мустақил графли контурлардан кўрса бўлади. 2.17-а расм 1-нчи мустақил контур дарахти-



нинг 2,3 ва 4- тармоқларига 1-граф алоқа тармоғи қўшилиши натижасида ҳосил бўлган; расм 2.17,б 5- мустақил контур да-

рахтининг 3-тармоғи ва графнинг 5- алоқа тармоғи ўртасида ҳосил бўлган; 2.17-в расмдаги 6- мустақил контур дарахтининг 8,2 ва 3- тармоқларини 6- алоқа тармоғи билан беркитиш натижасида ва 2.17-г расмдаги 7- мустақил контур тўла дарахтга 7-алоқа тармоқ қўшилиши натижасида ҳосил бўлган.

Шундай қилиб, биз кўриб чиқаётган занжир учун (2.14-расм) $n = p - (q - 1) = 8 - (5 - 1) = 4$ та мустақил контурга нисбатан Кирхгофнинг иккинчи қонуни асосида тенгламалар тузиш мумкин. Энди граф-схемалар учун контур тенгламалар тузайлик. Бу тенгламалар 1,5,6 ва 7- контурларга тегишлидир. Танланган контур ичига кирган ихтиёрий "к"- тармоқнинг кучланишини u_k деб оламиз ва унинг ишорасини айланиш йўналишига боғлаймиз. Мазкур йўналиш эса алоқа тармоқнинг йўналишига мос келади, яъни ихтиёрий тармоқ кучланиши $b_{sk} \tilde{u}_k = \pm \tilde{u}_k$ тарзда ёзилиши лозим бўлади (бу ерда $b_{sk} = 1$, ёки 0; агар "к"- тармоқ "s"- контурга кирмаса). Натижада, Кирхгофнинг иккинчи қонуни граф-схема учун

$$\sum_{k=1}^p b_{sk} \tilde{u}_k = 0, \quad s=q \div p$$

шаклида ёзилади. Масалан, 1- контур учун (2.17-а расм)

$$\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2 - \tilde{u}_3 - \tilde{u}_4 = 0; \quad b_{11} = 1, \quad b_{12} = -1, \quad b_{13} = -1, \quad b_{14} = -1.$$

Бешинчи контур учун (2.17-б расм):

$$-\tilde{u}_3 + \tilde{u}_5 = 0; \quad b_{53} = -1, \quad b_{55} = 1,$$

Олтинчи контур учун (2.17-в расм)

$$\tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_6 + \tilde{u}_8 = 0; \quad b_{62} = 1, \quad b_{63} = 1, \quad b_{64} = 1, \\ b_{66} = 1, \quad b_{68} = 1,$$

Еттинчи контур учун (2.17-г расм):

$$\tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_7 + \tilde{u}_8 = 0; \quad b_{72} = 1, \quad b_{73} = 1, \\ b_{74} = 1, \quad b_{77} = 1, \quad b_{78} = 1,$$

Энди коэффициентлардан шундай жадвал-матрица В тузаямизки, унинг қаторлар сони мустақил контурлар сонига, устунлар сони эса - тармоқлар сонига тенг бўлади. Жадвал каталаридаги сонлар +1,-1 ва 0 бўлиши мумкин: биринчи ҳолда "к"- тармоқдаги йўналиш "s"- контур йўналишига мос, иккинчи ҳолда - улар бир-бирига тескари ва учинчи ҳолда "к"- тармоқ "s"- контурга кирмаган бўлади.

Бундай матрица - к о н т у р л а р м а т р и ц а с и деб аталади.

Агар гармоқлардаги кучланишларни бир устун ва "Р" қатордан иборат матрица шаклида ифодаламоқчи бўлсак, унда

$$\tilde{u} = \left\| u_k \right\| = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_p \end{bmatrix}, \quad (k=1,2,\dots, p)$$

шакли матрицанинг тартиби (рх1) деб ҳисобланади. Шундай қилиб, ихтиёрий контур (қатор) учун тузиладиган контур тенг-ламаси матрицавий кўпайтма шаклида қуйидагидек бўлади:

$$s[b_{s1}]b_{s2} \left\| b_{sp} \right\| * \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_k \\ \tilde{u}_p \end{bmatrix} = b_{s1}\tilde{u}_1 + b_{s2}\tilde{u}_2 + \dots + b_{sp}\tilde{u}_p = \sum_{k=1}^p b_{sk}\tilde{u}_k = 0$$

вектор қатор (Рх1) вектор-устун (Рх1) матрица (1х1).

Мазкур тенглама ихтиёрий мураккабликка эга бўлган граф-схема учун - алоқали структурали матрица тузишда ишлатили-ши мумкин.

Натижавий матрица умумий ҳолда B_n кўринишда ёзилади.

2.14-расмдаги схема учун қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & & & & \tilde{u}_1 \\ & & & & & & & \tilde{u}_2 \\ & & & & & & & \tilde{u}_3 \\ & & & & & & & \tilde{u}_4 \\ \tilde{B}\tilde{u} = & 5 & & -1 & 1 & & & \tilde{u}_5 \\ & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \tilde{u}_6 \\ & 7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \tilde{u}_7 \\ & & & & & & & \tilde{u}_8 \end{array} \times \begin{array}{l} \tilde{u}_1 - \tilde{u}_2 - \tilde{u}_3 - \tilde{u}_4 = 0 \\ -\tilde{u}_3 + \tilde{u}_5 = 0 \\ \tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_6 + \tilde{u}_8 = 0 \\ \tilde{u}_2 + \tilde{u}_3 + \tilde{u}_4 + \tilde{u}_7 + \tilde{u}_8 = 0 \end{array} = \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} = 0$$

Бу ердаги $\tilde{B}\tilde{u}$ матрица кўпайтмасининг ҳар биё қатори те-гишли контурнинг Кирхгофнинг иккинчи қонуни асосида ёзил-ган тенгламасини акс эттиради. Яна бир марта шуни эслатиб ўтамизки, занжирдаги э.ю.к ларни тегишли тармоқнинг умумий кучланиши ўз ичига олган: $\tilde{u}_k = u_k - e_k$

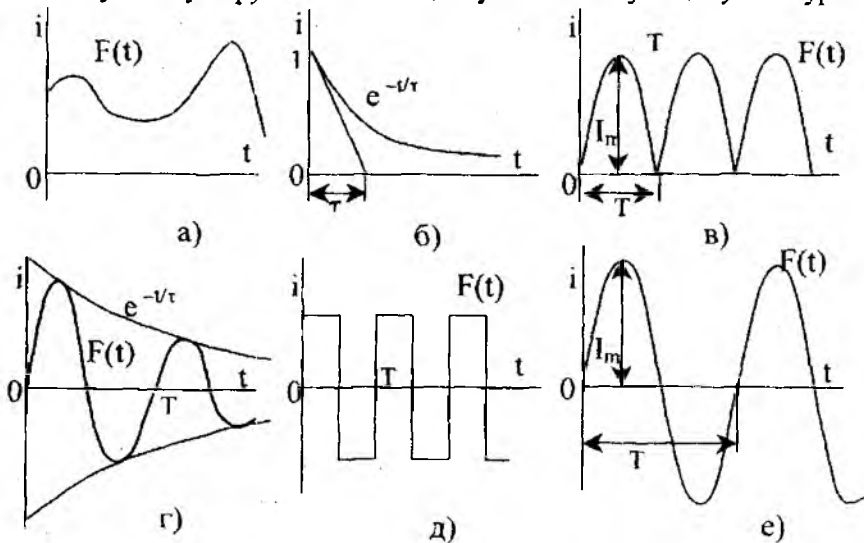
II ҚИСМ. ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ

III БОБ БИР ФАЗАЛИ СИНУСОИДАЛ ЎЗГАРУВЧАН ТОҚ ЗАНЖИРЛАРИ

3.1. Синусоидал ўзгарувчан электр юритувчи куч ва тоқлар

Амалда электромагнит энергияни бир турдан бошқа турга айлантиришнинг барча физик жараёнлари ҳозирги замон электротехникасининг (электр машиналар, электроника, радиотехника, алоқа, электроавтоматика, ярим ўтказгичлар, ҳисоблаш техникаси ва бошқалар) асосини ташкил этади; яъни э.ю.к., кучланиш, тоқ ва бошқа электромагнит миқдорларнинг вақт бўйича ўзгариши билан боғлиқ бўлади. Бундай миқдорларни ўзгарувчан тоқнинг асосий тушунчалари билан умумлаштириб, ўзгарувчан тоқ қонуниятлари шунга ўхшаш ўзгарувчан миқдорларга ҳам тааллуқли эканлигини айтиб ўтамиз.

Умуман, ўзгарувчан тоқ вақт бўйича маълум қонунга қура



3.1-расм

ўзгаради, яъни токнинг микдори вақтнинг функциясиدير:

$$i = F(t)$$

бунда i - токнинг оний қиймати, t - вақт,

Ўзгарувчан токни учта турга бўлиш мумкин:

1) микдори ўзгарувчан, аммо йўналиши ўзгармас (пульсацияланувчи) ток (3.1-а,б ва в расм);

2) микдори ва йўналиши ўзгарувчан ток (3.1- г,д ва е расм);

3) даврий ўзгарувчан ток (3.1- в,д ва е расм).

Даврий ўзгарувчан токнинг оний қийматлари давр деб аталадиган тенг вақтлар ичида маълум қонуниятлар билан такрорланиб туради, яъни:

$$i = F(t) = F(t + kT), \quad (k=1,2,...,n)$$

Масалан, 3.1- е расмдаги даврий синусоидал токнинг ифодаси қуйидагича:

$$i = I_m \sin 2\pi / T^* t = I_m \sin 2\pi f^* t = I_m \sin \omega t$$

бунда $f = 1/T$ - токнинг частотаси (такрорийлиги), (герц): 1 Гц - 1/сек.

Бу ҳолда, токнинг йўналиши биринчи ярим давр ($0 < t < T/2$) давомида мусбат, иккинчи ярим давр ($T/2 < t < T$) давомида манфий деб ҳисобланади. Вақт $t = 0, T/2, T$ ва ҳ.к. бўлганда занжирдаги ток нолга тенг.

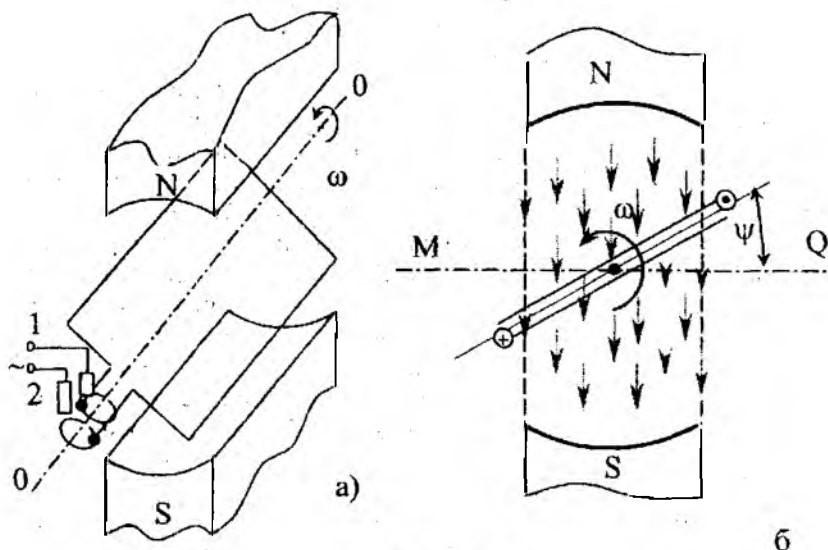
Электротехникада ишлатиладиган даврий тоқларнинг частоталари доираси жуда кенг бўлиб, герцнинг ўндан биридан тортиб, то миллиардларга тенг бўлган қийматларни ташкил этади. Электротехникадаги стандарт частоталар Ўрта Осиё ва Европада 50 Гц, АҚШда, Осиё ва Африкадаги айрим мамлакатларда 50 - 60 Гц частота ишлатилиши қуйидагилар билан боғлиқ: частоталарнинг 50 - 60 Гц дан кичик қийматларида электр машиналар ва трансформаторларнинг ўлчамлари катталашиб, таннарни ортади. Шунингдек, электр лампочкалар ёруғлигининг липиллаши кўзга сезиларли бўлади. Частотани 50 Гц дан бирмунча орттириш электр машиналарида энергия исрофининг органишига сабаб бўлиб, ҳосил бўладиган ўзиндукция э.ю.к. ва электр сизими ҳодисалари ўзгарувчан ток қурилмаларининг ишига салбий таъсир қилади.

Симли алоқа техникасида ва саноат электроникасида частотаси 100 Герцдан 10 000 Герцгача бўлган тоқлар ишлатилади. Радиотехника ва телевидениеда частотаси ўнлаб килогерц

ва мегагерцларгача ($1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$) бўлган тоқлардан фойдаланилади.

3.2. Бир фазали синусоидал ўзгарувчан тоқ

Ўзгарувчан тоқнинг энг кўп тарқалган манбаларидан бири механик энергияни электр энергиясига айлантириб бeрувчи (синхрон) генератордир. Кўзгалмас магнитли (электромагнитли) электр машина оддий бир фазали ўзгарувчан тоқ генератори бўлиб, унинг магнит майдонида рамка кўринишидаги ўрамли ғалтак OO' ўқ атрофида айланади (3.2-а расм). ғалтакнинг иккала учи айланаётган ҳалқаларга уланган, бу ҳалқаларга эса 1-2 қисмаларига уланган чўткалар тегиб туради. 3.2-б расмда битта ўрамдан иборат рамканинг кўндаланг кесими кўрсатилган, у бурчак тезлик билан соат мили йўналишига тескари йўналишда айланса, рамкада унинг юзасига пропорционал бўлган э.ю.к. $\epsilon = -d\Phi/dt$ ҳосил бўлади, бунда Φ - рамка юзасига тик ўтган магнит оқим. Ифода олдидаги манфий ишора э.ю.к. нинг уни ҳосил қилган кучга нисбатан ҳар доим қарама-қарши йўналганлигини билдиради. Ўрамнинг юқори кесимидаги • ишора шартли равишда унда индуктивланган



3.2-расм

э.ю.к. йўналишининг расмдан бизга, пастки кесимидаги ишора $\oplus$ эса биздан расмга бўлганини билдиради.

Рамка текислиги горизонтал вазиятни эгаллаганда (рамканинг бошланғич бурилиш бурчаги $\Psi = 0$) унинг юзасини магнит оқим куч чизиклари энг кўп миқдорда кесиб ўтиб, магнитавий оқимнинг оний қиймати рамка текислигига нисбатан

$$\Phi = \Phi_{\max} \cos \omega t$$

қонуният билан, рамканинг айланиши ҳисоблаш ўқи MQ га нисбатан ψ бурчак остида бўлганда айлана бошласа, $\Phi = \Phi_m \cos(\omega t + \Psi)$ (бунда $\Phi_m = \Phi_{\max}$) қонуният билан ўзгаради. Бу оқим қуйидаги э.ю.к.ни индукциялайди:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_m \sin(\omega t + \Psi_e) = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) \quad (3.1)$$

бунда: $E_m = \omega \Phi_m$ - э.ю.к. амплитудаси, чунки ω [1/сек] нинг оқимга кўпайтмаси ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ сек}$) ўлчов бирлиги бўйича 1 Вольт. Бу ерда: ω - ўзгарувчан синусоидал э.ю.к.нинг бурчак частотаси (рад/сек); $(\omega t + \Psi_e)$ - t вақтдаги э.ю.к.нинг фазаси; Ψ_e - бошланғич фаза, яъни $t=0$ бўлгандаги фаза.

Агар генераторнинг 1-2 қисмаларига юклама қаршилигини уласак, ундан қуйидаги ток ўта бошлайди:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (3.2)$$

бунда I_m - ток амплитудаси; ψ_i - унинг бошланғич фазаси. Юклама қисмаларида ҳосил бўлган кучланишнинг тушуви:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (3.3)$$

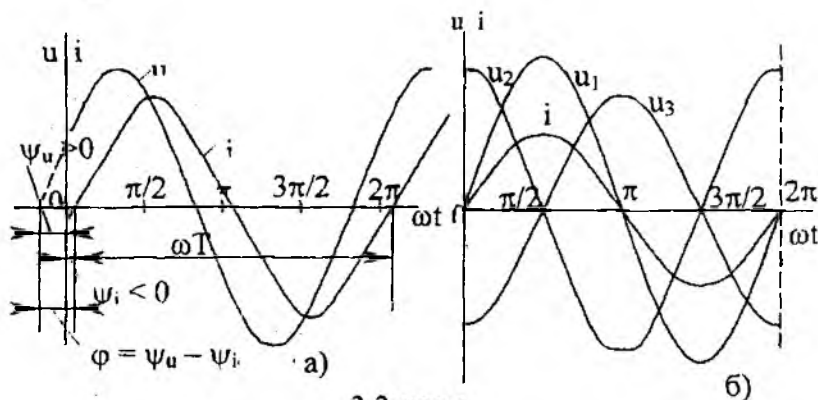
бунда: U_m - кучланиш амплитудаси; ψ_u - унинг бошланғич фазаси. Юқорида кўрсатилганидек, ўзгарувчан токнинг бурчак частотасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (3.4)$$

(бу ерда: $f = 1/T$ чизикли частота, ёки соддалаштирилганда - частота). Бу ифода ўзгарувчан ток фазасининг 1 секундда неча радиан ўзгаришини кўрсатади. Масалан, $f=50$ Гц частота учун бурчак частота $\omega = 314$ рад/сек. Тажриба шуни кўрсатадики, э.ю.к., кучланиш ва тоқлар оний қийматларининг вақт бўйича эмас, балки ωt (рад) бурилиш бурчагига (фазасига) боғлиқ равишда графиклар (диаграммалар) ёрдамида кўриш

қулайроқдир. 3.3-расмга кўра мусбат бошланғич фазалар ($\psi_u > 0$) координаталар бошидан чапга, манфийлари ($\psi_i < 0$) эса ўнгга қўйилиши керак. Бунда манфий кийматлардан мусбат кийматларга ўтиш нуктасидан функциянинг мусбат йўналишдаги синусоидаси бошланади.

Агар иккита бир хил частотали $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$ ва $i = I_m \sin \omega t$ синусоидал микдорлари бир хил бошланғич $\psi_{u1} = \psi_i = 0$ фазаларга эга бўлса, уларнинг йўналишлари фаза жиҳатдан мос дейилади (3.3-расм). Агар синусоидал кучланишлар u_2 ва u_3 нинг бошланғич фазалари фарқи $\psi_{u2} - \psi_{u3} = \pm \pi$ га тенг бўлса, у ҳолда, улар қарама-қарши фазали дейилади (3.3-расм) ва ниҳоят $\psi_i - \psi_{u2}$, ёки $\psi_i - \psi_{u3} = \pm \pi/2$ бўлса, у ҳолда ток i ва



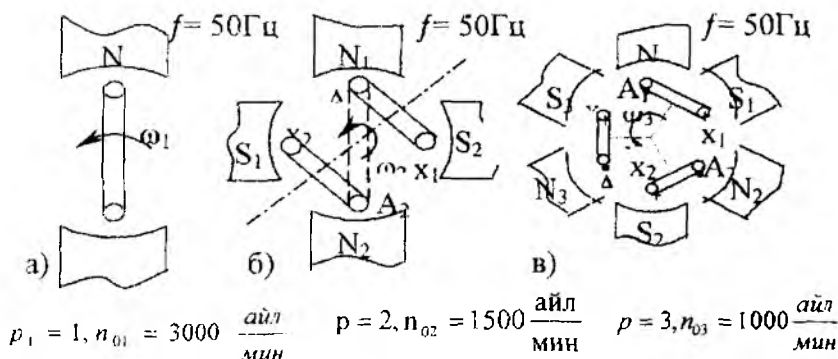
3.3-расм

кучланиш u_2 (ёки u_3) квадратурада (3.3-расм) бўлади. 3.3-расмдаги ҳолда u кучланишнинг оний қиймати i токнинг оний қийматига нисбатан $\phi = \psi_u - \psi_i$ бурчакка ўтади.

Юқорида айтилганидек, бизнинг халқ хўжалигимизда ишлатиладиган электр ток частотаси $f=50$ Гц. Бу ўзгармас катталикка эга бўлган параметр барча электростанциялардаги генераторларнинг айланиш тезлиги ҳар хил бўлишига қарамасдан бир меъёрда ушлаб турилади. 3.2-б расмдаги бир жуфт кутбли генераторнинг ток ҳосил қилувчи рамкаси ўз ўқи атрофида 1 секунд вақт ичида 50 марта айланса, ундаги ток (э.ю.к.) частотаси $f = 50$ Гц бўлади. Худди шу тезликда (яъни $n_0 = 50$

айл/сек, ёки $n_0 = 3000$ айл/мин.), иссиқлик электростанциялардаги турбогенераторлар буғ турбиналари ёрдамида айлантирилади. Аммо бу жуда катта тезлик ҳисобланади ва ҳар қандай шароитларда механик энергиянинг электр энергияга айланишини бу тезликда таъминлаб бўлмайди. Масалан, жуда катта қудратга эга бўлган ва дарё сувлари ёрдамида ишлайдиган сув турбиналари (гидротурбиналари) ҳам минутига энг кўпи билан бир неча юз марта айлана олади, холос. Демак, 3.2-б расмдаги генератор токи бундай кичик тезликларда 5-15 Гц дан ошиқ частотага эга бўла олмайди. Генератор ишлаш принциpidан кўриниб турибдики, уни ҳосил қилаётган э.ю.к. (ёки ток) частотаси фақатгина айланиш тезлигига боғлиқ бўлмай, балки магнит кутблар сонига ҳам боғлиқдир. 3.4-а расмда келтирилган бир жуфт ($p=1$) кутбга эга бўлган генераторда $f=50$ Гц частотали ток олиш учун рамкани 1 секунд ичида эллик марта айлантириш керак бўлса, икки жуфт ($p=2$) кутбли генераторда (3.4-б расм) бир секунд ичида йигирма беш марта айлантириш кифоя. Ҳақиқатан ҳам, рамканинг тегишлича N_1 ва S_1 (яъни, шимол ва жануб) кутблар тагида жойлашган A ва X томонлари бир марта тўла айланиб чиқиб, ўз жойига қайтиб келса, ўрамдаги ток икки тўла даврли ўзгаришдан ўтади.

Яъни, бир хил тезликда айланувчи рамка икки кутбли



3.4 - расм

генераторга нисбатан тўрт кутбли генераторда частотаси икки баробар катта э.ю.к. (ёки ток) ҳосил қила олади. Лекин ток частотаси иккала генераторда ҳам бир хил бўлсин десак, тўрт кутбли генераторнинг ток ҳосил қилувчи ўрамларини икки марта кичикроқ тезликда айлантириш керак бўлади. Худди

шундай генераторнинг кутблар сони олтига бўлса (3.4-в расм) бир кутбли генератор билан бир хилда частота ишлаб чиқариш учун унинг тезлигини уч баробар камроқ олиш лозим ва ҳ.к. Бундан чиқадики, генератор токининг частотаси унинг кутблар сони ва тезлиги билан қуйидагича боғланган:

$$f = \frac{p n_0}{60}$$

(бу ерда p - жуфт кутблар сони, n_0 - айланиш тезлиги; айл/мин).

Жумлани якунлаб, шуни эслатиб ўтамизки, кутблар сони ошган сари генератор ичида айланувчи рамкалар сонини ҳам ошириб бориш мақсадга мувофиқдир. Улардаги бир хил э.ю.к. га эга бўлган элементар рамкалар ($A_1 x_1, A_2 x_2, \dots, A_p x_p$) ўзаро кетма-кет, ёки параллел уланган ҳолда ишлаб чиқарилаётган умумий э.ю.к. ёки токни зўрайтиришга сабаб бўлади.

3.3. Ўзгарувчан токнинг эффектив ва ўртача кийматлари

Ўзгарувчан ток ҳам ўзгармас ток каби электр занжирда маълум ишни бажаради: симларни қиздиради, магнит ва электр майдонлар ҳосил қилади, электр қучларини ҳосил қилишга сабабчи бўлади ва ҳ.к. Кўп ҳолларда электр токи бажарган иш шу ток кучининг квадратига пропорционалдир. Масалан, қаршилиги R бўлган ўтказгичдан T вақт давомида ўзгармас ток I ўтганда ажралиб чиққан иссиқликнинг бажарган иши

$$A = I^2 R T \quad (3.5) \quad \text{бўлади.}$$

Шу занжирдан ўша T вақт (аввалгига тенг вақт) давомида миқдори ўзгармас токнинг иссиқлик эффектини берувчи ўзгарувчан ток ўтганда унинг бажарган иши

$$A = \int_0^T i^2 R dt \quad (3.6)$$

бўлади.

Агар t вақтни даврий ўзгарувчан токнинг даври T га тенг десак, у ҳолда ўзгармас ва ўзгарувчан токларнинг бажарган ишлари бўйича эквивалентлик шarti:

$$I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt$$

ёки

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

бундан:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

Бу синусоидал (ўзгарувчан) токнинг ўрта квадратик ёки эффектив қиймати дейилади ва шундай микдордаги ўзгармас токка эквивалент бўлади. Синусоидал ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ учун

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T [1 - \cos(2\omega t + 2\psi_i)] dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (3.8)$$

чунки $\int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi_i) dt = 0$, яъни синусоида (ёки косинусоида) мусбат ва манфий ярим тўлқинлари юзаларининг йиғиндиси нолга тенг.

Шундай қилиб, синусоидал токнинг эффектив қиймати унинг амплитуда (максимал) қийматидан $\sqrt{2}$ марта кичик. Шунга ўхшаш, синусоидал э.ю.к ва кучланишларнинг ҳам эффектив қийматлари тегишлича

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad \text{ва} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (3.9) \text{ бўлади.}$$

Синусоидал микдор амплитудасининг унинг эффектив қийматига нисбати $k_a = \sqrt{2}$ амплитуда коэффициентидеб аталади.

Занжирдан ўзгарувчан ток ўтганда унда

$$q = \int_0^t i dt$$

куйидаги микдордаги электр заряд айланиб (циркуляцияланиб) юради:

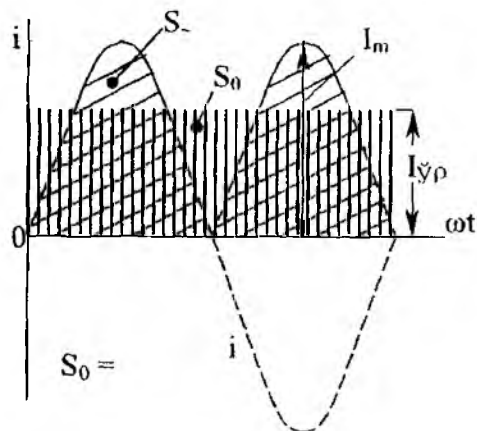
Бу катталиқ сон жиҳатидан ток синусоидасининг (3.1-е расм) $t = T/2$ вақт оралиғи учун олинган ярим тўлқин билан чегараланган юзаса тенг. Аммо ўзгарувчан токнинг тўла даврида занжирга қандай микдордаги электр заряди келтирилса, манбага шунча микдордаги электр заряди қайтарилади. Шу туфайли электр зарядлари микдорларининг йиғиндиси:

$$\sum q = \int_0^T idt = \int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i) dt = -\frac{I_m}{\omega} \left| \cos(\omega t + \Psi_i) \right|_0^{2\pi} = 0$$

Демак, ўзгарувчан токнинг тўла даври ўртача қиймати нолга тенг; чунки

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i) dt = -\frac{I_m}{\omega T} \left| \cos(\omega t + \Psi_i) \right|_0^{2\pi} = 0$$

Агар ўзгарувчан токнинг иккала йўналишида ҳам қандайдир микдорда электр заряди олиб ўтилиши ҳисобга



3.5-расм

олинса, у ҳолда унинг ўртача қий-матини ўшандай вақтда шунча мик-дордаги электр за-ряди олиб ўтувчи ўзгармас токнинг ўртача қиймати би-лаш солиштириш мақсадга мувофиқ. Масалан, ўзгарув-чан токни (3.5-расм) ўзгармас токка айлантириш зан-жирларида ўзгарув-чан токнинг даври учун ўртача қийма-ти асоси T бўлган тўғри тўртбурчакнинг баланд-

лигини ифодалайди, унинг юзаси эса ток $i = I_m \sin \omega t$ нинг мус-бат ярим тўлқин чегаралаган юзасига тенг, яъни

$$I_{yp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t * dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \approx 0,91 \quad (3.10)$$

Шундай қилиб, ўзгарувчан токнинг ўртача қийматини мусбат ярим тўлқиннинг бирлик вақти учун, яъни (3.10) бўйича ҳисоблаш қабул қилинган. Ток эффектив қийматининг ўртача қийматига нисбати I : $I_{ур}$ синусоида шаклининг эгри-лиги, яъни форма коэффициенти K_{Φ} ни ифодалайди:

$$K_{\Phi} = \frac{I}{I_{ур}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11 \quad (3.11)$$

Шунга ўхшаш э.ю.к. ва кучланишнинг ўртача қийматлари:

$$E_{ур} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} E \quad \text{ва} \quad U_{ур} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U$$

Амалда даврий ўзгарувчан магнит оқим (Φ)дан ҳосил бўлган э.ю.к. нинг ўртача қиймати илашган магнит оқим Ψ - нинг максимал ва минимал қийматлари орқали ифодаланади:

$$E_{ур} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} e dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left(-\frac{d\Psi}{dt}\right) dt = -\frac{2}{T} \int_{\Psi_{maks}}^{\Psi_{min}} d\Psi =$$

$$= 2f(\Psi_{maks} - \Psi_{min}),$$

чунки э.ю.к. $\Psi = \Psi_{max}$ ва $\Psi = \Psi_{min}$ бўлганда нол қийматлардан ўтиб, магнит оқим максимум ва минимум оралиқда ўзгарганда у мусбат бўлади. Симметрик эгри чизик $\Psi(\omega t)$ учун: $\Psi_{maks} = -\Psi_{min} = \Psi_m$, у ҳолда $E_{ур} = 4f \Psi_m = 4f w \Phi$, бунда w - э.ю.к. индуктивланадиган чулғамнинг ўрамлари сон; Φ - магнит оқим.

Бу э.ю.к.нинг эффектив қиймати тегишлича:

$$E = K_{\Phi} * E_{ур} = 4,44 f w \Phi \quad (3.12)$$

бўлади.

Тўғрилагич схемали магнитоэлектрик система асбобларидан ташқари (булар ўртача қийматни ўлчайди), ўзгарувчан токни ўлчаш учун мўлжалланган барча асбоблар (электромагнит, электродинамик ва б.) унинг эффектив қийматини ўлчайди.

3.4. Синусоидал функцияларни айланувчи векторлар ёрдамида ифодалаш. Вектор диаграммалар

Синусоидал ўзгарувчан ток электр занжирларини ҳисоблаш, ўзармас ток занжирларини ҳисоблаш каби тригонометрик

функциялардан иборат турли алгебраик амалларни (масалан, тоқларни, кучланишларни ва э.ю.к.ларни Кирхгоф қонунлари бўйича қўшиш ва айириш амалларини) бажариш билан боғлиқ. Хатто бир хил частотали иккита

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1) \quad \text{ва} \quad i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

синусоидал микдорни оддий усулда қўшиш (ёки айириш) уларнинг ҳар бирини синусоидал ва косинусоидал ташкил этувчиларга ажратиш билан боғлиқ бўлган мураккаб тригонометрик алмаштиришларни талаб қилади. Масалан, юқоридаги иккита синусоидал функциянинг йиғиндисини олсак,

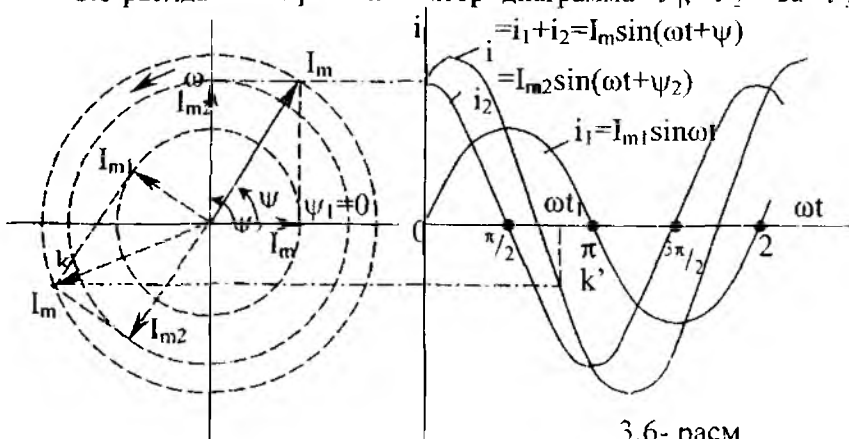
$$i = i_1 + i_2 = (I_{m1} \cos \psi_1 + I_{m2} \cos \psi_2) \sin \omega t + (I_{m1} \sin \psi_1 + I_{m2} \sin \psi_2) \cdot \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

бунда $I_m = \sqrt{I_{m1}^2 + I_{m2}^2 + 2I_{m1}I_{m2} \cos(\psi_1 - \psi_2)}$ - тоқнинг амплитудаси,

$$\psi = \arctg \frac{I_{m1} \sin \psi_1 + I_{m2} \sin \psi_2}{I_{m1} \cos \psi_1 + I_{m2} \cos \psi_2} - \text{унинг бошланғич фазаси.}$$

Бу ҳолда, тоқнинг амплитудасини ва бошланғич фазасини аниқлаш векторларни геометрик қўшишдан иборат бўлади. Уларнинг модули тоқларнинг амплитудасига тенг бўлиб, тоқларнинг бошланғич фазасининг силжиш бурчақлари бирор ўққа нисбатан олинади (3.6-расм).

3.6-расмда келтирилган вектор диаграмма i_1 , i_2 ва i_3



3.6- расм

токларнинг $t=0$ вақтда олинган амплитуда ва фаза нисбатларининг геометрик ифодаси бўлади. Вақт ўзгариши билан бу тоқларнинг фазалари бир хилдаги ωt бурчакка ортиб боради. Бу эса уччала векторларнинг $+I$ ўққа нисбатан соат стрелкасига тескари йўналишда бир вақтда ωt бурчакка бурилишига тенг. Бошқача қилиб айтганда, тоқларнинг вақт бўйича ҳаракатини бурчак частотага тенг ω бурчак тезлик билан айланаётган векторларнинг даврий функцияси тарзида ифодалаш мумкин. Тоқ векторлари ҳаракат траекториясининг проекциясини i ўққа $i(t)$ [ёки $i(\omega t)$] эгри чизиклар тарзида тушириб, синусоидал миқдорларни айланувчи векторлар билан алмаштириш мумкинлигига тўла ишонч ҳосил қиламиз (масалан, K нуктадан K' нуктагача ўтишни кўринг). Демак, синусоидал э.ю.к. кучланиш ва тоқлар (сонидан қатъи назар) устида ҳар қандай алгебраик амалларни (уларни берилган шартли векторлар билан алмаштириб) бажариш мумкин. Векторларга ўтишда қуйидаги шарт ва қоидаларни доимо ёдда тутиш керак:

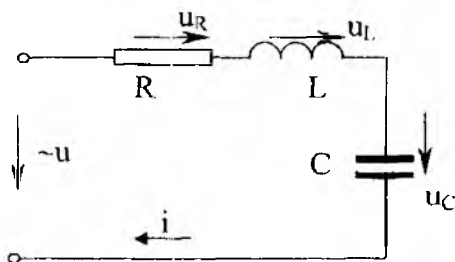
1. Векторларга фақат бир хил ω частотали синусоидал миқдорлар бўлгандагина ўтиш мумкин.

2. Ифодаловчи векторлар назарий механикадаги каби фазовий векторлар бўлмасдан, вақт бўйича ўзгарадиган векторлардир. Уларнинг модуллари тегишлича амплитудавий миқдорларни ифодаласа, йўналишлари орасидаги бурчаклар берилган синусоидал миқдорларнинг (вақт бўйича) фазавий силжишини ифода қилади. Масалан фаза $\Pi/2$ ни ташкил этса, ўзгарувчи миқдорлар $T/4$ даврга силжиганини билдиради.

3. Векторли ифодага $t=0$ да ўтилади, барча тегишли ҳисоблашларни ω частотани ҳисобга олмасдан бажариш мумкин; чунки ҳар қандай $t \neq 0$ да векторларнинг ўзаро жойланиши ўзгармайди (3.6-расм, $\omega t = \omega t$ фазадаги ҳолатни кўринг).

3.5. Резистор, индуктив ғалтак ва конденсатор кетмакет уланган занжирдаги турғун (ўрнашган) тоқ

Параметрлари R, L ва C бўлган ва кетма-кет уланган оддий занжир $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ синусоидал кучланиш маъбаиға уланган леб фараз қилайлик (3.7-расм). Бу кучланиш туфайли занжирдан $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ тоқ ўта бошлайди.



3.7- расм

Занжир параметр-
лари чизикли
бўлганлиги туфайли
ток синусоидал конун
бўйича ўзгаради.
Умуман олганда, бу
токнинг фазаси манба
кучланиши фазасига
нисбатан $\varphi = \psi_u - \psi_i$,
бурчакка силжиган
бўлиши мумкин. Бу
бурчак с и л ж и ш

б у р ч а г и φ деб аталади. Ҳисоб-лашни соддалаштириш мақсадида $\psi_i = 0$ (ёки $\psi_u = \varphi$) деб оламиз. У ҳолда занжирдаги токнинг амплитудасини ва занжир элементларидаги (қисмаларидаги) оний кучланишларни аниқлаш осонлашади. Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра

$$u_R + u_L + u_C = u \quad \text{ёки}$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.12)$$

бунда: u_R - резистор R даги кучланишнинг пасайиши; u_L ғалтак L нинг қисмаларидаги кучланиш; u_C - конденсатор C нинг қопламаларидаги кучланиш. (3.12) тенгликда $i = I_m \sin \omega t$ деб олинса, қуйидаги келиб чиқади:

$$RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \cos \omega t - \frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \varphi) = U_m \cos \varphi \cdot \sin \omega t + U_m \sin \varphi \cdot \cos \omega t \quad (3.13)$$

(3.13) тенгликнинг чап ва ўнг қисмаларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left. \begin{aligned} RI_m &= U_m \cos \varphi \\ \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m &= U_m \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

бўлади. (3.14) даги φ бурчакни йўқ қилиш мақсадида уни квадратга оширсак ва қўшсак қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$I_m^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] = U_m^2$$

ёки

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (3.15)$$

Бу ўзгарувчан токнинг амплитуда миқдори бўлиб, кетма-кет уланган занжир учун Ом қонунини ифодалайди. Эффе́ктив қийматларга ўтсак,

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (3.16)$$

бўлади. Илдиз остидаги ифода занжирнинг қаршилик бирлиги-да ўлчанадиган тула қаршилиги (Z) деб аталади:

$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (3.17)$$

бунда: R - актив қаршилик (Ом); $x = (x_L - x_C)$ - занжирнинг реактив қаршилиги (Ом); $x_L = \omega L$ - ғалтакнинг индуктив қаршилиги (Ом); $x_C = 1/\omega C$ - конденсаторнинг сифим қаршилиги (Ом).

(3.14) дан кучланиш u билан ток i орасидаги фазавий силжиш бурчаги

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (3.18)$$

бўлади. Шунингдек, (3.13) дан айрим R , L ва C элементлардаги оний кучланишларнинг қийматларини аниқлаш мумкин:

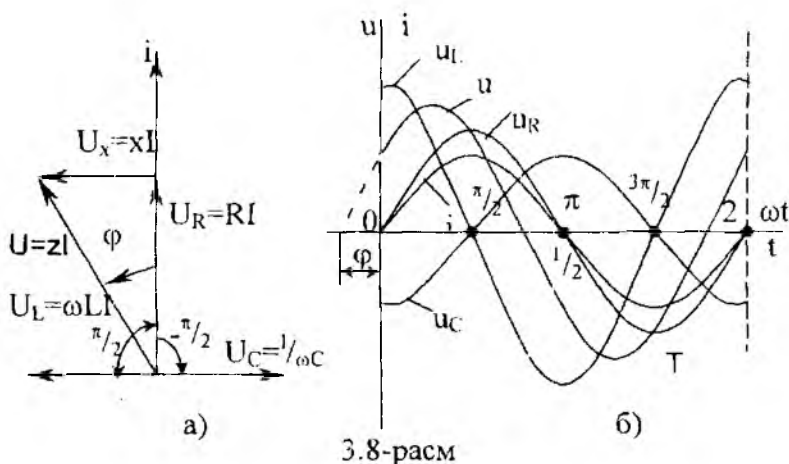
$$U_R = Ri = RI_m \sin \omega t = U_{Rm} * \sin \omega t \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} u_L = I \frac{di}{dt} &= \omega L I_m \cos \omega t = U_{L \max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ u &= \frac{1}{C} \int i dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = U_{C \max} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Бу кучланишларнинг фазаларини ток $i = I_m \sin \omega t$ нинг фазаси билан таққослаб, қуйидаги хулосага келиш мумкин. Резистордаги кучланиш фазаси ток фазаси билан мос тушади, индуктивлик ва сифимдаги u_L , u_C кучланишлар эса u билан квадратурада бўлади.

Бунда индуктив кучланиш U_L токдан $\pi/2$ бурчакка (ёки вақт бўйича $T/4$ даврга) ўзиб боради, сифим кучланиш U_C эса токдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолади.

3.8-расмда ток ва кучланишларнинг эффектив миқдорлари



3.8-расм

учун вектор диаграммаси ва оний қийматлари учун эгри чизиклар берилган.

Расмдан актив қаршилик $R \neq 0$ бўлганда занжир учун берилган кучланишнинг бошланғич фазаси $\psi_u = \varphi$ реактив элементлардаги кучланишларнинг нисбатига боғлиқ бўлиши кўриниб турибди:

1) $U_L > U_C$ (ёки $X_L > X_C$) бўлганда, u мусбат ($\varphi > 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка орқада қолади;

2) $U_L < U_C$ (ёки $X_L < X_C$) бўлганда, u манфий ($\varphi < 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $U_L = U_C$ (ёки $X_L = X_C$) бўлганда, u нолга тенг ($\varphi = 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланиш билан устма-уст гушади.

Биринчи ҳолда занжир актив-индуктив, иккинчи ҳолда актив-сигим ва учинчи ҳолда эса актив резонансли деб аталади. Резонансли ҳолат кейинроқ кўриб чиқилади. Шундай қилиб φ бурчак $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ ораликда (чегарада) ўзгаради.

Энди (3.14), (3.17) ва (3.18) тенгламалар асосида актив R , индуктив X_L ва сигим X_C қаршиликлар кетма-кет уланган занжир учун қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = IZ \\ U_L &= IX_L; U_C = IX_C \text{ ва } U_X = IX = I(X_L - X_C) \\ U_R &= U \cos \varphi; U_X = U \sin \varphi \text{ ва } \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_X}{U_R} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

(занжир қисмларидаги кучланишлар учун);

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ X_L &= \omega L; X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ ва } X = X_L - X_C \\ R &= Z \cos \varphi; X = Z \sin \varphi \text{ ва } \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

(барча занжир ва элементларнинг қаршиликлари учун).

3.1-мисол. 3.7-расмдаги занжирга $u = 160 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right)$

кучланиш берилган. $R = 20$ Ом, $L = 0,1$ Г ва $C = 48,4$ мкФ; занжир элементларидаги ток ва кучланишларнинг оний қийматлари аниқлансин.

Е ч и ш: Занжирнинг индуктив, сиғим ва тўла қаршиликлари мос равишда қуйидагига тенг:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ м},$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 48,4} = 66 \text{ м},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + (31,4 - 66)^2} = 40 \text{ м}.$$

Силжиш бурчаги

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} = \operatorname{arctg} \frac{-34,6}{20} = \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

Демак, занжирдаги ток:

$$i = \frac{U_m}{Z} \sin\left(314t + \frac{\pi}{4} - \varphi\right) = 3 \sin\left(314t + \frac{7}{12} \pi\right)$$

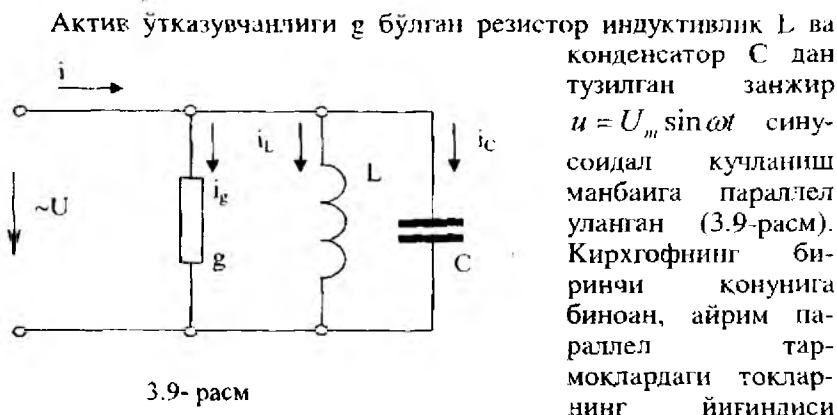
Занжир элементларидаги кучланишлар:

$$u_R = Ri = 80 \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12}\right)$$

$$u_L = I_m X_L \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 125,6 \sin\left(314t + \frac{13\pi}{12}\right)$$

$$u_C = I_m X_C \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = 264 \sin\left(314t + \frac{\pi}{12}\right)$$

3.6. Резистор, индуктив ғалтак ва конденсатор параллел уланган занжирдаги ўрнашган ток



3.9- расм

манбадан келаётган токка, яъни i га тенг:

$$i_g + i_L + i_C = i,$$

бунда: $i_g = gu$ резистордаги ток; $i_L = \frac{1}{L} \int u dt$ индуктивлик L даги ток (чунки $u = L di / dt$); $i_C = C du / dt$ - сиғим C даги ток (чунки $u = \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt$). Занжир параметрлари қизикли

бўлганлиги туфайли йиғинди ток i ҳам берилган куч-даниш каби синусоидал бўлади, аммо ундан фаза бўйича ϕ бурчакка фарқ қилади, яъни

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (3.25)$$

$u = U_m \sin \omega t$ ни ҳисобга олган ҳолда (3.25) ни (3.24) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$gU_m \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \\ = I_m \cos \varphi \cdot \sin \omega t - I_m \sin \varphi \cos \omega t \quad (3.26)$$

(3.26) нинг чап ва ўнг қисмларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left. \begin{aligned} gU_m &= I_m \cos \varphi \\ \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) U_m &= I_m \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

бўлади. (3.27) тенгламани квадратга кўтариб, сўнгга қўшсак, ундаги φ йўқолади:

$$\left[g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2 \right] U_m^2 = I_m^2$$

ёки

$$I_m = U_m \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} \quad (3.28)$$

(3.28) нинг иккала томонини $\sqrt{2}$ га бўлганда

$$I = U \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} = U \cdot \gamma \quad (3.29)$$

бўлади. Бу тенглама бутун занжир учун ток ва қушланишнинг эффектив қийматлари орасидаги боғланишни ифодалайди ва синусоидал токнинг параллел занжири учун Ом қонунининг ифодаси бўлади:

$$\gamma = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2}. \quad (3.30)$$

Олинган микдор ўтказувчанлик ўлчами ($1/\text{Ом}$) билан ўлчанганлиги учун g , L ва C элементли параллел занжирнинг ўла ўтказувчанлиги деб аталади. Бунда $b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C$

реактив ўтказувчанлик бўлиб, ўз навбатида, индуктив $b_L = 1/\omega L$ ва сифим $b_C = \omega C$ ўтказувчанликларига бўлинади.

(3.27) га биноан, фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g} = \arctg \frac{b}{g}$$

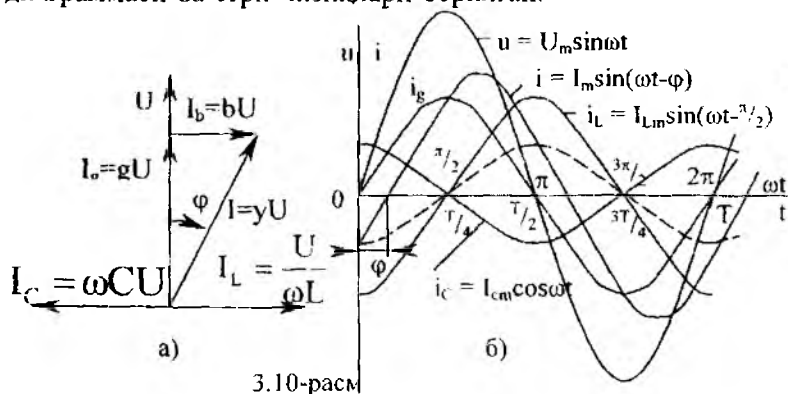
Занжирнинг айрим тармоқларидаги оний тоқлар:

$$i_g = gu = gU_m \sin \omega t = I_{gm} \sin \omega t \quad (3.31)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t = I_{Lm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.32)$$

$$i_C = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_{Cm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.33)$$

Демак, резистордаги ток i_g занжирга берилган кучланиш билан фаза бўйича устма-уст тушади (йўналиши бир хил); индуктивликдаги ток i_L кучланишдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолади; сифимдаги ток i_C эса ундан $\pi/2$ бурчакка ўзиб боради. 3.10-расмда занжир тармоқларидаги тоқларнинг вектор диаграммаси ва эгри чизиклари берилган.



3.10-расм

Агар умумий ҳолда $g \neq 0$ бўлса, фаза силжиш бурчаги φ реактив тоқлар $I_L = 1/\omega L U$ ва $I_C = \omega C U$ нинг нисбатларига боғлиқ, яъни:

1) $I_L > I_C$ (ёки $b_L > b_C$) бўлганда $\varphi > 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка орқада қолади;

2) $I_L < I_C$ (ёки $b_L < b_C$) бўлганда $\varphi < 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $I_L = I_C$ (ёки $b_L = b_C$) бўлганда $\varphi = 0$ бўлиб, ток кучланиш U билан фаза бўйича устма-уст тушади.

Бу ҳолларда занжир тегишлича актив-индуктив, актив-сигим ва актив резонансли деб аталади. Резонанс ҳолати кейинчалик алоҳида кўриб кўриб чиқилади. Шундай қилиб, R , L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирдаги каби g , L ва C элементлари параллел уланган занжирда ҳам бурчак

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \text{ оралиғида ўзгаради.}$$

3.10-а расмдаги вектор диаграммага кўра актив g , индуктив b_L ва сигим b_C ўтказувчанликлар параллел уланган занжир тоқлар учун асосий нисбатлар қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} I &= \sqrt{I_g^2 + I_b^2} = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2} = YU \\ I_L &= b_L U, I_C = b_C U, I_b = bU = (b_L - b_C)U \\ I_g &= gU = I \cos \varphi; I_b = bU = I \sin \varphi; \\ \operatorname{tg} \varphi &= I_b / I_g \end{aligned} \right\} \quad \text{ABUJ} \quad \text{TE'P'N'N'N'} \quad (3.34)$$

Ўтказувчанликлар учун эса:

$$\left. \begin{aligned} Y &= \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \\ b_L &= \frac{1}{\omega L}, b_C = \omega C, b = b_L - b_C; g = Y \cos \varphi; b = Y \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

3.2-мисол. 3.9-расмдаги занжирга $u=141\sin 314t$ кучланиш берилган. Параметрлари $g=0,04$ 1/Ом, $L=0,01$ Гн ва $C=159$ мкФ бўлган занжирнинг параллел тармоқларидаги I_g , I_L ва I_C тоқларнинг эффектив қийматлари ва бутун занжирдаги токнинг оний қиймати топилсин.

Ечиш: Занжирнинг индуктив b_L ва b_C ўтказувчанликлари турлича

$$b_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{314 \cdot 0,01} = 0,08,$$

$$b_C = \omega C = 314 \cdot 159 \cdot 10^{-6} = 0,05.$$

Занжир қисмаларидаги эффектив кучланиш:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В}.$$

Тармоқлардаги эффектив токлар:

$$I_g = gU = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ А},$$

$$I_L = b_L U = 0,08 \cdot 100 = 8 \text{ А},$$

$$I_C = b_C U = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ А}.$$

Занжирнинг тармокланмаган қисмидаги (умумий) ток

$$I = \sqrt{4^2 + (8-5)^2} = 5 \text{ А},$$

кучланиш U ва ток I векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{0,08 - 0,05}{0,04} = \arctg \frac{3}{4} = 36^\circ 50'$$

Бутун занжирнинг оний токи (манбадан келаётган ток)

$$i = I_m \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(314t - 36^\circ 50') = \\ = 7,07 \sin(314t - 36^\circ 50').$$

3.7. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток қуввати

Занжирга ҳар қандай синусоидал ўзгарувчан ток i берилганда u кучланиш таъсирида t вақтда

$$A = \int_0^t u i dt$$

иш бажарилади. Бу иш миқдор жиҳатидан кучланиш u , ток i ҳамда вақт t нинг кўпайтмаси билан аниқланади. Яъни, ишнинг интенсивлиги $p = u i$ кўпайтмага боғлиқ бўлиб, манбадан занжирга келаётган (истеъмол қилинаётган) қувватнинг оний қиймати деб аталади. Агар умумий ҳолда

$$u = U_m \sin \omega t \quad \text{ва} \quad i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad \text{бўлса,}$$

$$p = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] = \\ = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \quad (3.36)$$

бўлади, яъни оний қувват иккита ташкил этувчидан иборат бўлиб, улардан биринчиси вақтга боғлиқ бўлмай, иккинчиси вақт (давр) ичили миқдор ва йўналиш бўйича иккиланган час-

тота (2ω) билан ўзгарали. $P > 0$ бўлганда занжир манбадан энергия қабул қилади. $P < 0$ бўлганда эса қабул қилинган энергия манбага (қисман, ёки тўла) қайтарилади. Агар $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ бўлса, занжирга келаётган энергия қайтарилган энергиядан донимо ортиқ бўлади. (3.36) дан кўриниб турибдики, фақат $\varphi = \pm \pi/2$ ҳолда бу улушлар бараварлашади: чунки $UI \cos \varphi = 0$ ва $p = \pm UI \sin 2\omega t$.

Шундай қилиб, манбадан келаётган энергия қуввати T давр ичида ўзининг ўртача қиймати атрофида ўзгаради. Бу қиймат сон жиҳатидан қуйидагича аниқланади:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{UI}{T} \int_0^T [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] dt = UI \cdot \cos \varphi \quad \text{чунки}$$

$$\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi) \cdot dt = 0.$$

Яъни, қувватнинг ўртача қиймати:

$$P = UI \cos \varphi \quad (3.37)$$

Бу қувват синусоидал ток занжирининг актив (ёки фойдали) қуввати деб аталади. СИ системасида актив қувват В а т т (Вт), киловатт (кВт) ва мегаватт (МВт) ҳисобида ўлчанади (бу ерда $1 \text{ кВт} = 10^3 \text{ Вт}$ ва $1 \text{ МВт} = 10^6 \text{ Вт}$). Қувват сон жиҳатидан t вақт бирлиги ичида электр энергиясининг бошқа тур (иссиқлик, механик, кимёвий ва ҳ.к.) энергияларига айланиш интенсивлигини аниқлайди. Кўпайтирувчи $\cos \varphi$ қ у в в а т к о э ф ф и ц и е н т и деб аталади. Ўзгарувчан ток занжири энергия тўловчи реактив L ва C элементларга эга бўлганлиги туфайли ҳамма вақт $\cos \varphi < 1$ (ёки $P < UI$) бўлади. Шунга кўра, ўзгармас ток занжиридан фаркли ўлароқ, синусоидал ток занжирининг қуввати кўп ҳолларда т ў л а қ у в в а т деб аталадиган $S = UI$ микдордан кичик бўлади. Тўла қувват энергия қурилмаларни (электр машиналар, трансформаторлар, узатиш линиялари ва ҳ.к. нинг) ишлатиш вақтида қучланиш ва ток бўйича бера оладиган номинал қийматларини ифодалайди. Тўла қувват S СИ системасида вольтампер (ВА) (асосий birlik), киловольтампер (кВА) ва мегавольтампер (мВА)

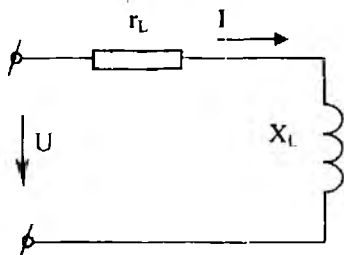
ҳисобида ўлчанади ($1 \text{ кВА} = 10^3 \text{ ВА}$, $1 \text{ мВА} = 10^6 \text{ ВА}$). (3.37)-тенгламага биноан қувват коэффициенти $\cos\varphi$ тўла қувватдан фойдаланиш эффектининг мезони ҳисобланади; чунки $\cos\varphi=1$ бўлганда қувват S бутунлай иш бажариш учун сарф бўлади. Аксинча $\cos\varphi$ қанча кичик бўлса, бир хил миқдордаги ишни бажариш учун S нинг қийматини кўпроқ қилиб олиш керак бўлади. Масалан, $U=500 \text{ В}$ қучланишда $P=4,5 \text{ кВт}$ бўлган актив қувватни таъминлаш учун гармоқдан истеъмол қилинадиган ток I тенг бўлиши керак:

$\cos\varphi=1$ бўлганда $I=9 \text{ А}$,

$\cos\varphi=0,9$ бўлганда $I=10 \text{ А}$,

$\cos\varphi=0,6$ бўлганда $I=15 \text{ А}$,

$\cos\varphi=0,5$ бўлганда $I=18 \text{ А}$ ва ҳ.к.



3.11-расм

Шундай қилиб занжирдаги фойдали ишни токнинг фақат бир қисмигина, яъни $I_g = I \cos\varphi$ га тенг бўлган актив ташкил этувчиси бажаради. Токнинг реактив ташкил этувчиси $I_b = I \sin\varphi$ электр ва магнит майдонини ҳосил қилиш учун сарф бўлиб, уларнинг энергияси L ва C элементларда даврий равишда йиғилиб, яна манбага қайтарилади.

Шу сабабдан «реактив қувват» тушунчаси киритилиб, у сон жихатидан қуйидагича қабул қилинган:

$$Q = UI \sin\varphi$$

Бу қувват СИ системасида реактив вольтампер (асосий бирлик), киловольтампер, мегавольтампер ҳисобида ўлчанади. Кетма-кет ва паралел уланган занжирлар учун тузилган нисбатларга асосланиб қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$P = UI \cos\varphi = U_R I = I^2 R,$$

$$Q = UI \sin\varphi = U_L I = I^2 X \quad (R/L \text{ ва } C \text{ занжир учун}),$$

$$S = UI = I^2 Z,$$

$$P = UI \cos\varphi = UI_g = gU^2,$$

$$Q = UI \sin\varphi = UI_b = bU^2 \quad (g, L \text{ ва } C \text{ занжир учун}),$$

$$S = UI = YU^2.$$

Доимо мусбат бўлган P ва S лардан фаркли ўларок, реактив Q қувват $\varphi > 0$ бўлганда мусбат (индуктив режим), $\varphi < 0$ бўлганда эса манфий (сигим ҳолат) дир.

3.3-мисол. Актив r_L ва x_L қаршиликли индуктив ғалтак, частотаси $f=50$ Гц ва эффектив кучланиши $U=130$ В бўлган манбада $I=2$ А ток истеъмол қилади. Агар шу ғалтакнинг ўзи ўзгармас кучланишга улан-са, илгариги ток $I=2$ А ўрнатилиши учун $U=50$ В кифоя. Ғалтак индуктивли-гини тоининг.

Ечиш. Ғалтакнинг тўла қаршилиги

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{130}{2} = 65 \text{ Ом};$$

Ғалтакнинг актив қаршилиги ўзгармас ток учун:

$$r_L = Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{50}{2} = 25 \text{ Ом}.$$

Ғалтакнинг индуктив қаршилиги:

$$x_L = \sqrt{Z_L^2 - r_L^2} = \sqrt{65^2 - 25^2} = 60 \text{ Ом}.$$

Ғалтакнинг индуктивлиги:

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{60}{2\pi \cdot 50} = 0,191 \text{ Г}.$$

3.8. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток.

Ток энергиясининг тебраниши. Занжир элементларидаги оний қувватлар

Юқорида кўрсатилганидек, актив ва реактив элементлардан тузилган занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток қуввати ўзининг ўртача қиймати $P=UI\cos\varphi$ атрофида 2ω га тенг частота билан ўзгаради. Энди 3.9-расмда келтирилган занжирнинг элементларидаги энергетик муносабатларни таҳлил қилайлик. Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра манбадан келаётган ток

$$i = i_g + i_L + i_c = gi + \frac{\psi}{L} + C \frac{du}{dt}$$

бўлади: бунда $\psi = \int u dt$ ғалтакдаги i_L ток ҳосил қилган магнит оқимнинг илашиши. Занжирнинг элементларида оний қувватлар қуйидагича тақсимланади:

$$P = ui = p_g + p_L + p_c = gu^2 + \frac{\psi}{L} \cdot \frac{d\psi}{dt} + Cu \frac{du}{dt} =$$

$$= gu^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi^2}{2L} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2}{2} \right) = gu^2 + \frac{dw_M}{dt} + \frac{dw_c}{dt} \quad (3.38)$$

дан келиб чиқадики, актив ўтказувчанлик g , тармоқдаги $p_g = gu^2$ қувват доимо нолдан катта бўлиб, электр энергиясининг иссиқлик энергиясига фақат қайтмас тарздагина айланишини кўрсатади.

Индуктивликдаги

$$p_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi^2}{2L} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} \right)$$

қувват ғалтак магнит майдони билан манба орасидаги энергиянинг циркуляцияланиши тезлигини кўрсатади: $p_L > 0$ бўлганда манбадан келаётган энергия индуктивликда магнит майдонга ўтади: $p_L < 0$ бўлганда эса манбага қайтади. Худди шунингдек, сиғимда йиғиладиган оний қувват

$$p_c = \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2}{2} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} \right)$$

унинг электр майдони билан манба

орасида энергиянинг циркуляцияланиши тезлигини аниқлайди: $p_c > 0$ бўлганда манбадан келаётган энергия сиғимдаги электр майдонга ўтади, $p_c < 0$ бўлганда эса, у манбага қайтади.

Агар умумий ҳолда параллел занжирга (3.9-расм) берилаётган кучланишни $u = U_m \sin \omega t$ деб олсак, занжирнинг айрим тармоқларидаги (элементларидаги) тоқларни қуйидагича ифода-лаймиз:

$$i_g = gU_m \sin \omega t, \quad i_L = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t \quad \text{ва} \quad i_c = \omega C g U_m \cos \omega t.$$

У ҳолда занжирнинг тармоқларидаги оний қувват тегишлича

$$p_g = ui_g = gU_m^2 \sin^2 \omega t = gU^2 (1 - \cos 2\omega t) = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) \quad (3.39)$$

$$p_L = ui_L = -\frac{U^2}{\omega L} \sin \omega t \cdot \cos \omega t = -b_L U^2 \sin 2\omega t = -UI_L \sin 2\omega t \quad (3.40)$$

$$p_c = ui_c = \omega C U_m^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t = -b_c U^2 \sin 2\omega t = UI_c \sin 2\omega t \quad (3.41)$$

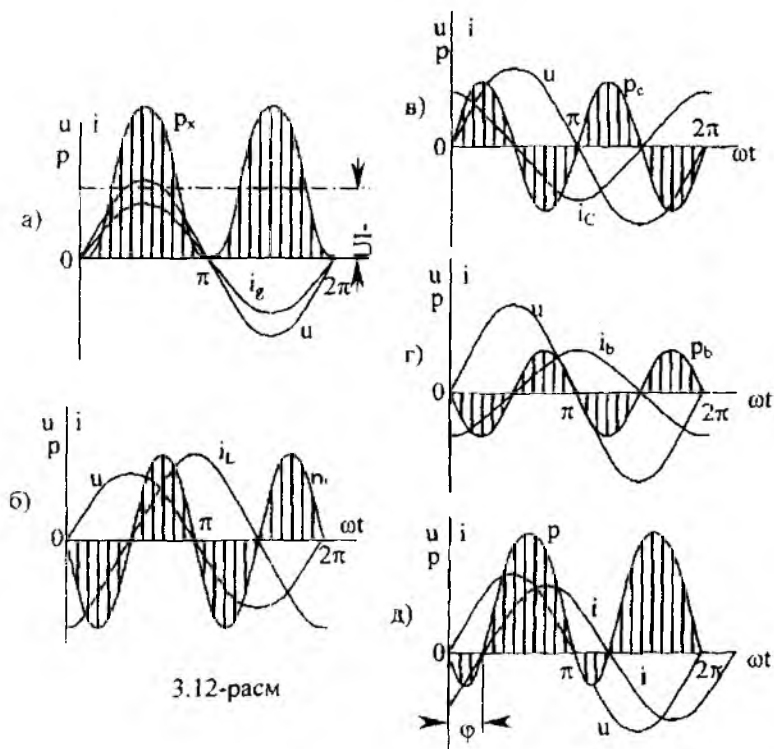
бўлади. Реактив элементларнинг йиғинди қуввати:

$$P_b = p_i + p_c = -(I_L - I_C)U \sin 2\omega t = -bU^2 \sin 2\omega t = -UI \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t \quad (3.42)$$

Бутун занжирнинг оний қуввати:

$$P = p_g + p_L + p_C = p_g + p_b = UI \cos \varphi - UI \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t - UI \cos \varphi \cos 2\omega t = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

(3.40) ва (3.41) ифодаларга қўра, бир давр ичида реактив элементлар қувватларининг ўртача қиймати нолга тенг. Бунга i_g , i_L ва i_C токларнинг ва кучланиш u нинг вақт бўйича ўзгарадиган диаграммаларини қуриб (3.12-расм), ишонч ҳосил қилиш мумкин.



3.12-расм

Актив элементнинг P_a оний қуввати (3.12-а расм) истаган оний вақтда [$u = i_x = 0$ ($\omega t = 0, \pi, 2\pi$ ва х.к.) дан ташқари] нолдан катта бўлиб, ўзининг ўртача $P = UI \cdot \cos \varphi$ қиймати атрофида иккиланган частота 2ω билан ўзгариб туради. Унинг

бундай ўзгариши (3.39) дан келиб чиқади. Бунинг сабаби шуки, i ток йўналиши кучланиш u йўналиши билан устма-уст тушади.

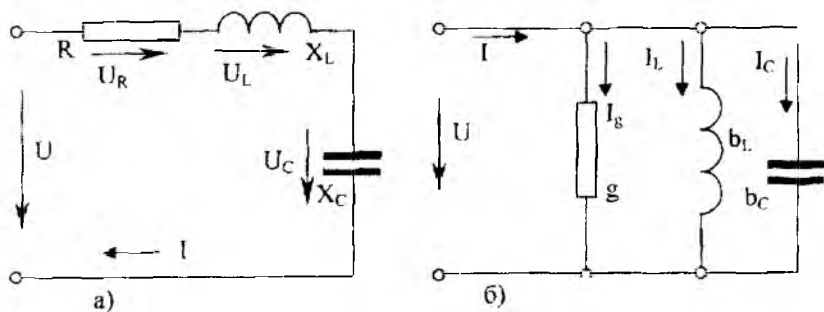
Индуктив элементнинг оний қуввати $p_i = ui_L$ (3.12-б расм) ҳар чорак ($T/4$) даврда ўзининг ишорасини тескарасига ўзгариради: кучланиш u ва ток i_L нинг йўналишлари мос бўлган чоракларда унинг ишораси мусбат, улар йўналишлари қарама-қарши бўлган чоракда эса манфий бўлади. U ва i_L лар нол қийматлардан ўтган оний вақтларда қувват $p_i = 0$. Кучланиш u ва ток i_L нинг орасида фаза силжиши бурчаги $\pi/2$ га тенг бўлгани учун оний қувват p нинг мусбат ва манфий ярим тўлқинлари ўзаро тенг, яъни ғалтакнинг магнит майдонига қанча энергия келиб тушса (мусбат ярим тўлқин), ундан ўшанча энергия манбага қайтарилади (манфий ярим тўлқин).

Худди шунга ўхшаш, сиғим элементларидаги оний қувват p_c (3.12-в расм) индуктив қувватга қарама-қарши фазада ўзгаради. Кейинги икки ҳолатда, шунингдек (3.40) ва (3.41) тенгламаларга кўра, қувватнинг ўртача қиймати нолга тенг. Магнит энергия ғалтакда токнинг мутлоқ миқдори ортган чоракларда йиғилиб, камайган чоракларда манбага қайтади. Сиғимдаги электр энергиянинг айланиш йўналиши эса унинг қопламаларидаги кучланиш мутлоқ қийматнинг ортиши ёки камайиши билан аниқланади. Энергия тўпловчи элементларнинг реактив қуввати йиғиндиси 3.12-расмда кўрсатилган. Индуктив I_L ва сиғим I_c тоқларнинг эффектив қийматлари бири-бирига қанчалик яқин бўлса, бу йиғинди шунчалик катта бўлади. Бу ҳол (3.42) тенгламадан кўриниб турибди. Нихоят $I_L = I_c$ бўлганда, бу қувват нолга тенг. Демак, ғ а л - т а к н и н г м а г н и т м а й д о н и э н е р г и я с и к о н д е н с а т о р н и н г э л е к т р м а й д о н и э н е р г и я с и г а д а в р и й р а в и ш д а ў т а д и в а к с и н ч а: бу ҳолда манбадан истеъмол қилинаётган энергия фақат актив ўтказувчанликдаги энергия сарфини қоплашга кетади. 3.12-д расмда $I_L > I_c$ ҳолати учун бутун занжир оний қувватининг ўзгариш диаграммаси берилган, ундан кўриниб турибдики, манбадан келаётган энергиянинг бир қисми ўзига қайтпти. (3.42-тенглама) га биноан, қайтарилаётган энергия қисми (қувват) сон жихатидан фаза силжиши φ нинг

миқдориға боғлиқдир. 3.12-г расмдаги $p(\omega t)$ қувват синусоида-си тўлкини пастки қисмининг юзаси манбага қайтарилаётган энергияни тасвирлайди. Силжиш бурчаги қанча катта бўлса, бу энергия шунча катта бўлади. Давр ичида манба қучланиши (ёки истеъмоган тармоқдаги ток) бир марта ўзгарса, занжир айрим элементлардаги (3.12, а, б, в ва г расм), шунингдек, бутун занжирдаги (3.12-д расм) оний қувват тўла икки марта ўзгаради. Демак, оний қувват занжирда ва унинг элементларида иккиланган частота 2ω билан ўзгаради. Юқорида келтирилган мулоҳазалар R , L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирларга ҳам тегишлидир. Ҳар қандай кетма-кет уланган занжирни параллел уланган занжирга ёки тескарисига алмаштириш мумкинлиги қуйида кўрсатилган.

3.9. Кетма-кет ва параллел уланган синусоидал ўзгарувчан ток занжирларини эквивалент занжирларга алмаштириш принципи

Бир фазали манбадан таъминланаётган ўзгарувчан ток мураккаб занжирлари кўриб чиқиляётганда занжирга бериляётган қучланиш u , истеъмоқ қилинаётган ток I ва фаза силжиш бурчаги φ нинг миқдори ва йўналиши асосий параметрлар ҳисобланади. Агар бу занжирни қандайдир пасив икки қутблилик тарзида тасаввур қилсак, у кетма-кет (3.13-а расм)



3.13-расм

ва параллел (3.13-б расм) уланган, занжирларнинг бир хил эҳтимоллик ва аниқликдаги ифодаси бўлади. Агар бу занжир учун U , I ва φ қийматлар маълум бўлса, у ҳолда икки қутблиликнинг параметрлари занжир қисмларининг қарши-

ликлари ёки ўтказувчанликлари бўйича аниқланади. Биринчи ҳолда,

$$\underline{Z} = \frac{U}{I}, \quad R = \underline{Z} \cos \varphi; \quad x = x_L - x_C = \underline{Z} \sin \varphi$$

(бунда $\varphi > 0$ бўлса, $X_L > X_C$, ва $\varphi < 0$ бўлса, $X_L < X_C$). Улар асосида кетма-кет (3.13-а расм) ва параллел (3.13-б расм) уланган иккита занжирнинг бир-бирига эквивалентлиги аниқланади. Бунинг учун қуйидаги эквивалентлик шартлари бажарилиши керак:

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} \quad \text{ва} \quad Y = \frac{I}{U}, \quad \text{яъни} \quad \underline{Z} = \frac{1}{Y} \quad (3.43)$$

$$\sin \varphi = \frac{x}{\underline{Z}} = \frac{b}{y} \quad (3.44)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{\underline{Z}} = \frac{g}{y} \quad (3.45)$$

Аралаш уланган мураккаб занжирларни ҳисоблашда, баъзан занжирнинг барча элементларини кетма-кет ёки параллел улашга келтириш зарур бўлади. Бу келтириш (3.43) – (3.45) тенгламалар асосида бажарилади. Агарда y , g ва p эквивалент бўлган кетма-кет занжирнинг қаршиликлари

$$\underline{Z} = \frac{1}{y}; \quad R = \frac{g \underline{Z}}{y} = \frac{g}{y^2}; \quad x = \frac{b \underline{Z}}{y} = \frac{b}{y^2}$$

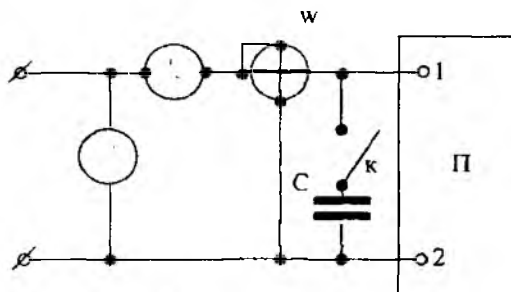
Аксинча, кетма-кет уланган ва Z , x ва R қаршиликлари маълум бўлган занжир берилган бўлса, унга эквивалент параллел занжир ўтказувчанликлари қуйидагича топилади:

$$y = \frac{1}{\underline{Z}}; \quad g = \frac{R}{\underline{Z}^2} \quad \text{ва} \quad b = \frac{x}{\underline{Z}^2}.$$

Баъзан, амалий ҳисобларда ички уланиш схемаси номаълум занжирнинг эквивалент қаршилиги (ёки ўтказувчанлиги) ва силжиш фазаси φ ни аниқлаш керак бўлади. Бу ҳолда берилган занжирнинг ташқи қисмлари 1 ва 2 билан белгиланиб, пасив икки кутблилик П (3.14-расм) шаклида кўрсатилади. Вольтметр V , амперметр A ва ваттметр W кўрсатишлари бўйича қучланиш U , ток I ва қувват P ни аниқлаймиз. Агар бунда $P < UI$ бўлса, $\varphi \neq 0$ бўлиб, унинг мутлоқ қиймати қуйидагича ҳисобланади,

$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI}$$

φ нинг ишорасини фазометр ёрдамида, фазометр бўлмаса, қуйидагича аниқлаш мумкин. Текширилаётган занжирнинг 1-2 кириш қисмаларига фазани аниқловчи сиғим C уланади (3.14-расм): бу сиғимдан ўтадиган ток умумий ток I ни ўзгартириши керак. Агар занжир индуктивлик характерда бўлса ($\varphi > 0$), индуктив ташкил этувчини қисман компенсациялаш ҳисобига умумий ток $I' < I$ гача қамаяди. Агар занжир актив-сиғим ($\varphi < 0$) характерига эга бўлса, реактив сиғим токининг ортиши ҳисобига умумий ток $I' > I$ гача ортади. Юқоридагидек аниқлашда тажриба натижаси занжир элементларини икки қутблилик ичида улаш усулига боғлиқ бўлмайди.

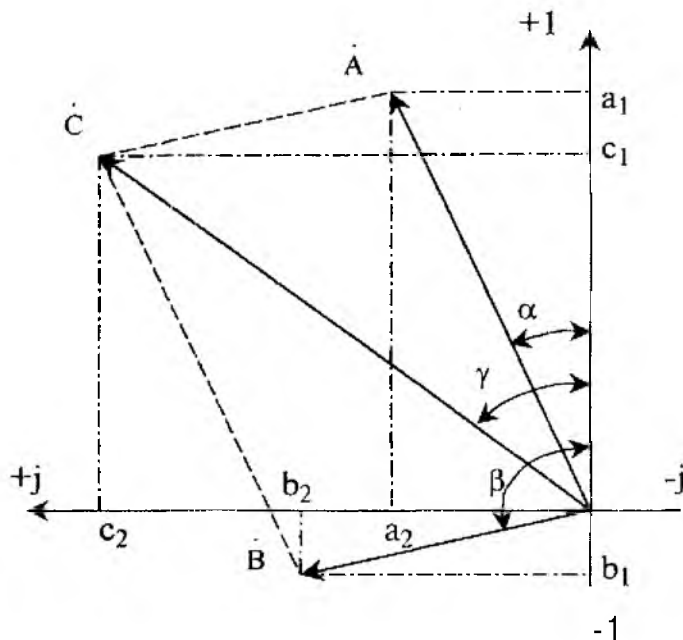


3.14-расм

IV БОБ **УЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИНИ КОМПЛЕКС** **УСУЛДА ХДСОБЛАШ**

4.1. Хисоблашнинг комплекс усули хакида тушунча

Маълумки, синусоидал узгарувчан ток занжирларида тургунлашган ҳолатлар (э.ю.к., кучланиш ва х.к.) дифференциал тенгламаларнинг хусусий ечимларидан иборат бўлиб, улар билан занжирларнинг мувозанат ҳолатлари тавсифланади. Параметрлари чизикли бўлган занжирга узгарувчан кучланиш берилганда унинг ҳамма тармоклари ва қисмларида худди шундай шаклдаги реакция руй беради. Бошқача қилиб айтганда, занжирнинг мувозанат ҳолати Кирхгоф қонунларига биноан узгарувчан электр ва электромагнит микдорларнинг баланси билан ифодаланади. Мураккаб синусоидал узгарувчан ток занжирларини оддий математик усул билан ҳисоблаш ноқулай ва қўп меҳнат талаб қилади ва ундан амалий



4.1-раем

хисоблашда фойдаланиш кийин. Бундай хисоблашдаги асосий нокулайлик хар бир синусоидал микдор (э.ю.к., кучланиш ва ток) узининг амплитудаси ва бошлангач фазаси билан аникданишидан келиб чиқади. Узгарувчан микдорларни геометрик усулда айланувчи векторлар тарзида ифодалаш (3.4) ҳам уз навбатида мураккаб занжирлар учун бажариш кийин булган мураккаб вектор диаграммалар тузишни талаб этади. Шунга карамасдан бу усул узгарувчан ток занжирларини комплекс усул, яъни айланувчи векторларни комплекс сонлар ёрдамида ифодалаш геометрик ясашларни талаб қилмай, комплекс сонлар устида амаплар бажаришга имкон беради. 4.1-расмда хакикий (+1) ва мавхум (+j) ортогонал уқларда комплекс текислик курсатилган булиб, унда A, B ва C комплекс сонлар тасвирланган (электротехникада бундай векторлар нукта билан белгиланади). Бу сонларнинг тасвири координата боши 0 дан чиқиб, A, B, C модулларга эга булган векторларни ифодалайди. Векторларнинг ҳолати +1 уқдан бошлаб соат милига тескари йўналишда хисобланган бошлангич a, p ва u фазалар (аргументлар) билан ёки бу векторларнинг тегишли уқларга булган проекциялари: a_1 ва a_2 ; B_1 ва B_2 ; C_1 ва C_2 , орқали белгиланади. Биринчи ҳолда векторлар куйидагича курсаткичли шаклда берилган деб хисобланади:

$$A = Ae^{j\alpha}, \quad B = Be^{j\beta} \quad \text{ва} \quad C = Ce^{j\gamma},$$

бунда: e - натурал логарифмларнинг асоси, $j = \sqrt{-1}$. Иккинчи ҳолда тасвир алгебраик (ёки тригонометрик) шаклда берилган хисобланади:

$$A = a_1 + ja_2, \quad B = b_1 + jb_2, \quad \text{ва} \quad C = c_1 + jc_2,$$

ёки

$$A = A(\cos \alpha + j \sin \alpha), \quad B = B(\cos \beta + j \sin \beta) \quad \text{ва}$$

$$C = C(\cos \gamma + j \sin \gamma).$$

Келтирилган шаклдаги ёзишлар Эйлернинг комплекс сонлар учун берилган формулаларидан келиб чиқади, яъни:

$$e^{jZ} = \cos Z + j \sin Z$$

$$e^{-jZ} = \cos Z - j \sin Z$$

$\dot{A} = A e^{j\alpha} = a_1 + j a_2$ комплекс сонлар учун куйидаги нисбатларни келтириш мумкин:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{a_2}{a_1}$$

бунда: $a_1 = A \cos \alpha = \operatorname{Re}(\dot{A})$ - комплекс соннинг ҳақиқий қисмини ифодалайди, $a_2 = A \sin \alpha = \operatorname{Im}(\dot{A})$ - комплекс соннинг мавҳум қисмини ифодалайди.

Хусусий ҳолда:

- 1) $\alpha=0$ бўлса, $\dot{A} = A = a_1$; $a_2=0$
- 2) $\alpha=\pm\pi/2$ бўлса, $\dot{A} = \pm j A = \pm j a_2$; $a_1=0$
- 3) $\alpha=\pm\pi$ бўлса, $\dot{A} = -A = -a_1$; $a_2=0$ ва ҳ.к. Шунингдек,

$$e^{\pm\pi/2} = \pm j, \quad \frac{1}{j} = -j; \quad j^2 = -1; \quad j^3 = -j \quad \text{ва} \quad j^4 = 1$$

эканлиги кўриниб турибди. Энди бизга қандайдир комплекс сон берилган бўлсин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \Psi_i) + j I_m \sin(\omega t + \Psi_i);$$

уни куйидагича ёзиш мумкин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m e^{j\omega t} \cdot e^{j\Psi_i} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Бу эса бурчак тезлик билан айланаётган бирор $\dot{I}_m$ векторнинг тасвиридир. Бошқа томондан $I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)}$ векторнинг мавҳум қисми оддий синусоидадир, яъни:

$$\operatorname{Im} [I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)}] = I_m \sin(\omega t + \Psi_i).$$

Демак, биз бошланғич фазаси ва амплитудаси I_m бўлган ω частотали синусоидани комплекс шаклда тасвирладик. Агар синусоидал ўзгарувчан токнинг оний қийматининг худди ана шундай шаклда кўрсатилишини ҳисобга олсак, комплекс сон

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

ток $i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$ нинг символик тасвири бўлиб чиқади. Бу ерда $I_m = I_m e^{j\Psi_i}$ - токнинг комплексли амплитудаси. Кўпайтирувчи $e^{j\omega t}$ комплекс сонни ўзининг бошланғич ўқи атрофида ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган вектор

эканлигини кўрсатади. 3.3 да кўрсатилганидек, бир хил частоталардаги электр микдорлар векторларининг бир вақтда айланиши бу векторлар орасидаги фазавий ҳамда амплитудавий нисбатларни бузмайди. Демак, $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ токка комплекс текисликда I_m амплитуда ва ψ_i аргумент билан аникланадиган $I_m = I_m e^{j\psi_i}$ вектор мос келади деб ҳисоблаш мумкин. Худди шунингдек э.ю.к. $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ ва кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ учун тегишлича

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$$

га эга бўламиз.

Ҳақиқий ҳисоблашда тоқлар, э.ю.к.лар ва кучланишларнинг эффектив қийматлари бериледи; у ҳолда тегишли комплекслар қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi_i}, \quad \dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = E e^{j\psi_e}, \quad \text{ва} \quad \dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = U e^{j\psi_u},$$

Шундай қилиб, комплекс усул синусоидал функциялардан (оригиналлардан) комплекс сонларга (уларнинг тасвирига) ўтиш имконини беради.

Агар энди ушбу усул функциядан, яъни оригиналдан, комплекс тасвирга ўтишни $\times$ белгиси билан ифодаладиган бўлсак, унда қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \times I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \times U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = \dot{U}_m e^{j\omega t}$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \times E_m e^{j(\omega t + \psi_e)} = \dot{E}_m e^{j\omega t}$$

ва ҳ.к.

Электр занжирларини комплекс усулда ҳисоблаш жараёнида ток, кучланиш ва э.ю.к. лар фақатгина вақт функцияси тарзида эмас, балки унинг ҳосиласи ёки интеграл тарзида учраши мумкин. Масалан,

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2});$$

демак, мазкур функциянинг тасвири қуйидагича топилади:

$$\omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \omega I_m e^{j(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})} =$$

$$= j\omega I_m e^{j\psi_i} \cdot e^{j\omega t} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Демак:

$$\frac{d i}{d t} = j \omega \dot{I}_m e^{j \omega t},$$

яъни комплекс усули қўлланаётганда функциядан ҳосила олиш — ушбу функциянинг тасвирини " $j\omega$ " га кўпайтириш операциясига тўғри келади. Худди шунга ўхшаш, функциянинг " n "-нчи даражали ҳосиласи тасвири

$$\frac{d^n i}{d t^n} = (j \omega)^n \dot{I}_m e^{j \omega t}$$

кўринишда тузилиши аниқдир.

Энди шу токни интеграллашга ўтсак,

$$q(t) = \int_0^t i dt = \int_0^t I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\omega t + \psi_i) + q(0) =$$

$$= \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}) + q(0)$$

(Бу ерда: $q(0)$ - конденсаторли элемент учун бошланғич заряд).

Комплекс усули фақатгина ўзгарувчан (айнан синусоидал) микдорларга нисбатан ишлатилиши мумкинлигини эътиборга олсак, $q(0)$ ни ҳисобга олмаймиз. Шу шарт билан интегралланган ток тасвири қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\int_0^t i dt = \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{I_m}{\omega} e^{j(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{I_m}{\omega} e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} \cdot e^{j\omega t} =$$

$$= \frac{I_m}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\omega t} = \frac{I_m}{j\omega} e^{j\omega t}$$

Демак, комплекс шаклда берилган ҳар қандай синусоидал функциянинг тасвири $\dot{I}_m e^{j\omega t}$ бўлса, у функциянинг

интегралини тасвирлаш функция тасвирини " $j\omega$ " га бўлиш билан баробар экан.

4.2. Ом ва Кирхгоф қонуларининг комплекс шаклда ифодаланиши. Комплекс қаршиликлар ва ўтказувчанликлар

Берилган бирор пассив занжир $u=U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ кучланиш манбаига уланган деб фараз қилайлик. Занжир элементларининг уланиш усулларидан катъий назар, бутун занжирнинг токини $i=I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ десак, кучланиш ва ток эффектив қийматларининг комплекслари

$$\dot{U} = U \cdot e^{j\psi_u} \quad \text{ва} \quad \dot{I} = I \cdot e^{j\psi_i}$$

бўлади. Ом қонунига биноан, бу занжирнинг тўла қаршилиги комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi} = R + jx,$$

бунда $\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = R + jx$ - занжирнинг комплекс қаршилиги; R , X ва Z - мос равишда занжирларнинг актив, реактив ва тўла қаршиликларининг модуллари (мутлақ қийматлари).

Занжирнинг комплекс ўтказувчанлиги ҳам худди шундай аниқланади:

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I}{U} e^{-j\varphi} = y * \cos \varphi - jy \sin \varphi = g - jb,$$

бунда g , b ва y - занжирнинг мос ҳолда актив, реактив ва тўла ўтказувчанликларининг модуллари.

Шундай қилиб, Ом қонунини умумий кўринишда қуйидаги шаклларда ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, \quad \dot{U} = \dot{I} \underline{Z}; \quad \dot{I} = Y \dot{U} \quad \text{ва} \quad \dot{U} = \frac{\dot{I}}{Y},$$

Агар занжирнинг элементлари ва уларни улаш усуллари маълум бўлса, у ҳолда комплекс қаршилиқни (кетма-кет улаш учун) ёки комплекс ўтказувчанликни (параллел улаш учун) янада аниқ шаклда ёзиш мумкин:

$$\underline{Z} = R + jx = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Y = g - jb = g - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = g + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C.$$

Кирхгофнинг биринчи қонуни комплекс шаклда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

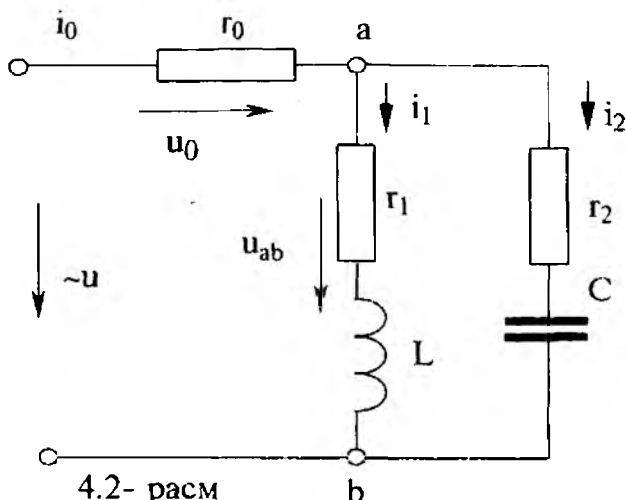
яъни занжир тугуни учун комплекс тоқларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг. Айрим комплекс тоқларнинг олдидаги ишораси схемадаги тоқларнинг шартли қабул қилинган йўналишларига боғлиқ; масалан, тугунга келаётган тоқлар "+", тугундан чиқиб кетаётганлари эса "-" ишорага эга.

Танланган контур учун Кирхгофнинг иккинчи қонуни комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\sum_1^n \dot{E}_k = \sum_1^n U_k = \sum_1^n \dot{I}_k Z_k,$$

яъни контурга кирувчи барча э.ю.к. ларнинг комплекс йиғиндиси шу контурнинг кетма-кет қисмла-ридаги кучланишлар паса-йишининг комплекслари йиғиндисига тенг.

4.1-м и с о л. 4.2-расмдаги занжирга синусоидал $u=107,5 \sin(400t - 30^\circ)$ В кучланиш берилган. Зан-жирнинг параметрлари:



$r_0=0,6$ Ом, $r_1=5$ Ом; $L = 0,0125$ Г; $r_2=15$ Ом ва $C=125$ мкФ. Комплекс усулдан фойдаланиб, занжир тармоқларидаги тоқларнинг оний қийматлари ва қисмларидаги кучланишларнинг пасайиши аниқлансин.

Е ч и ш . Занжирнинг тўла қаршилиги:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = r_0 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0,6 + \frac{(5 + j5)(15 - j20)}{20 - j15} =$$

$$= 6,8 + j3,4 = 7,6e^{j25^{\circ}30'} \text{ Ом}$$

Йиғинди ток эффектив қийматининг комплекси:

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{107,5 e^{-j30^{\circ}}}{\sqrt{2} \cdot 7,6 e^{j25^{\circ}30'}} = 10 e^{-j56^{\circ}30'} \quad [A]$$

Тармоқларидаги тоқларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^{\circ}30'} \cdot \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10^{-j72^{\circ}50'} \quad [A]$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^{\circ}30'} \cdot \frac{5 + j5}{20 - j15} = 10^{-j72^{\circ}50'} \quad [A]$$

r_0 қаршилиқдаги ва ab тугунлар орасидаги кучланишларнинг комплекслари тегишлича

$$\dot{U}_0 = \dot{I}_0 r_0 = 10 e^{-j56^{\circ}30'} \cdot 0,6 = 6 e^{-j56^{\circ}30'} \quad [B]$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_0 \underline{Z}_{ab} = 10 e^{-j56^{\circ}30'} \cdot 5 \sqrt{2} e^{j28^{\circ}40'} =$$

$$= 50 \sqrt{2} e^{-j27^{\circ}50'} \quad [B]$$

бўлади.

Ток ва кучланишларнинг оний қийматларига ўтиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

тоқлар учун:

$$i_0 = 10 \sqrt{2} \sin(400 t - 56^{\circ}30') \quad [A]$$

$$i_1 = 10 \sqrt{2} \sin(400 t - 72^{\circ}50') \quad [A]$$

$$i_2 = 4 \sin(400 t + 25^{\circ}20') \quad [A]$$

кучланишлар учун:

$$u_0 = 6 \sqrt{2} \sin(400 t - 56^{\circ}30') \quad [B]$$

$$u_{ab} = u_1 - u_2 = 100 \sin(400 t - 27^{\circ}50') \quad [B]$$

4.3. Қувват комплекси.

Синусоидал ток занжиридаги актив, реактив ва тўла қувватларни кучланиш U ва ток I нинг берилган эффектив кийматлари, шунингдек, бу микдорларнинг векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги $\varphi = \Psi_u - \Psi_i$ орқали ҳисоблаш юкорида кўрсатилган эди, яъни $P=UI\cos\varphi$, $Q=UI\sin\varphi$ ва $S=UI$. Аммо қувват комплексини ҳисоблаш мақсадида кучланиш $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ ва ток $\dot{I} = Ie^{j\Psi_i}$ векторларини тўғридан-тўғри кўпайтирсак, тўғри модулли $S=UI$ билан бир қаторда физик реал (ҳақиқий) бўлмаган аргумент $\varphi' = \Psi_u + \Psi_i$ га дучор бўламиз. Агар $\dot{S} = \dot{U}\dot{I}$ кўпайтманинг комплекслари $\dot{U}$ (ёки $\dot{I}$) дан бирортасининг аргументи тескари ишорали қилиб олинса, кўпайтма векторининг аргументи $\pm\varphi$ га тенг бўлади, яъни:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{U}\dot{I} = Ue^{-j\Psi_u} * Ie^{j\Psi_i} = UIe^{-j\varphi} = \\ &= UI\cos\varphi - jUI\sin\varphi = P - jQ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{U}\dot{I} = Ue^{j\Psi_u} * Ie^{-j\Psi_i} = UIe^{j\varphi} = \\ &= UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ \end{aligned}$$

Шундай қилиб, кучланиш ва токнинг ишорада олинган аргументли комплекслари, яъни аргументнинг ишорасини сунъий равишда тескарисига алмаштириш комплекси $\dot{S}$ нинг модулига тенг тўла қувватни ва унинг актив P , реактив Q ташкил этувчиларини бир вақтда ҳисоблашга имкон беради. Бу ҳолда P ва Q тегишлича олинган комплекс соннинг ҳақиқий ва мавҳум қисмларига тенг. Гарчи $\dot{U}$ ва $\dot{I}$ комплексларнинг иккала ўзгартириш варианты тенг кучли бўлса ҳам, занжир характерини аниқлашнинг қуйидаги қоидаларини ёдда тутиш лозим. Агар кучланиш комплекси $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ нинг ўрнига $\dot{U} = Ue^{-j\Psi_u}$ ни олсак, манфий мавҳум $-Q$ қисм занжирларнинг индуктив характерига, $+Q$ қисм эса сиғим характерига, ток комплекси $\dot{I} = Ie^{j\Psi_i}$ нинг ўрнига $\dot{I} = Ie^{-j\Psi_i}$ ни олсак, аксинча $-Q$ қисм занжирнинг сиғим характерига, $+Q$ эса индуктив характерга эга эканлигига мос келади.

4.4. Оддий ва мураккаб занжирларни комплекс усул билан ҳисоблаш

Қаршиликларнинг кетма-кет улангандаги комплекс кўриниши (ифодаси).

Кетма-кет уланган қаршиликлардан тузилган оддий занжир ўзгарувчан кучланиш манбаига уланган деб фараз қилайлик (4.3 расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бўлган ток $\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_n$ қаршиликларда тегишлича кучланишлар ҳосил қилади:

$$\dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_1, \quad \dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_1, \dots, \dot{U}_n = \dot{I} \underline{Z}_n.$$

Бу комплекс кучланишлар векторларининг геометрик йиғиндиси манба кучланишининг $\dot{U}$ комплексига тенг. Комплекс белгилашларга ўтилганда уни қуйидагича ёзиш

мумкин:
$$\dot{U} = \sum_1^n \dot{U}_k = \sum_1^n \dot{I} \underline{Z}_k = \dot{I} \sum_1^n \underline{Z}_k$$

бунда $Z_k = R_k + jX_k$ k -қисмнинг комплекс қаршилиги. Агар тўла

қаршиликлар $\underline{Z}_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}, \quad \underline{Z}_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}, \dots,$

$\underline{Z}_n = \sqrt{R_n^2 + X_n^2}$, нинг ташкил этувчилари берилган бўлса, у

ҳолда бутун занжирнинг комплекс қаршилигини қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$\underline{Z} = \sum_1^n \underline{Z}_k = \sum_1^n R_k + j \sum_1^n X_k = R + jX$$

бунда R - бутун занжирнинг актив қаршилиги ($R_1, R_2, \dots, R_n$ қаршиликларнинг алгебраик йиғиндисига тенг); X - бутун занжирнинг реактив қаршилиги [мусбат (индуктив) ва манфий (сигим) $x_1, x_2, \dots, x_n$ қаршиликларнинг алгебраик йиғиндисига тенг].

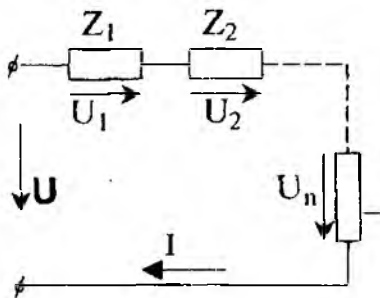
Кучланиш U ва ток I нинг векторлари орасидаги силжиш бурчаги: $\varphi = \arctg X/R$.

Агар $\dot{U} = Ue^{j\varphi_0}$ комплекс кўринишдаги кучланиш берилган бўлса, у ҳолда занжирдаги токнинг комплекси

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{Ue^{j\varphi_0}}{\underline{Z}e^{j\varphi}} = Ie^{j\psi},$$

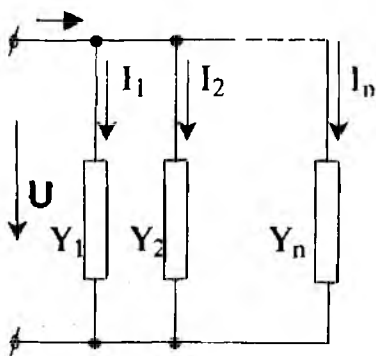
бўлади. Энди занжирнинг айрим қисмаларидаги $\dot{U}_1 = IZ_1$, $\dot{U}_2 = IZ_2$ ва ҳ.к. эффектив кучланишларнинг комплексларини аниқлаш қийин эмас.

II. Ўтказувчанликларни параллел ланишдаги комплекс кўриниши (ифодаси).



4.3-расм

қилади. Бу тоқлар эффектив қийматлари векторларининг геометрик йиғиндиси занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги I эффектив токнинг векторига тенг.



4.4-расм

берилган бўлса, у ҳолда бутун занжирнинг комплекс ўтказувчанлигини қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$Y = \sum_{k=1}^n Y_k = \sum_{k=1}^n g_k - j \sum_{k=1}^n b_k = g - jb$$

Параллел уланган $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ ўтказувчанликлардан тузилган оддий занжир ва ўзгарувчан кучланиш U манбаи берилган (4.3-расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бўлган U эффектив кучланиш тармоқларининг ўтказувчанликларига пропорционал бўлган $I_1 = Y_1 U$, $I_2 = Y_2 U$, $\dots$, $I_n = Y_n U$ тоқларни ҳосил

Комплекс белгилашларга ўтиб, уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = \sum_{k=1}^n Y_k \dot{U} = \dot{U} \sum_{k=1}^n Y_k = Y \dot{U}$$

бунда: $Y_k = g_k - jb_k$ - "k" - тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги.

Агар тўла ўтказувчанликлар

$$Y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \dots, Y_n = \sqrt{g_n^2 + b_n^2}$$

нинг ташкил этувчилари

берилган бўлса, у ҳолда бутун занжирнинг комплекс ўтказувчанлигини қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

бунда: g - бутун занжирнинг актив ўтказувчанлиги (алоҳида тармоқлар актив ўтказувчанликларининг йиғиндисига тенг); b - бутун занжирнинг реактив ўтказувчанлиги [мусбат (индуктив) ва манфий (сигим) - реактив $b_1, b_2, \dots, b_n$ ўтказувчанликларнинг алгебранк йиғиндисига тенг].

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг векторлари орасидаги силжиш бурчаги: $\varphi = \arctg b/g$

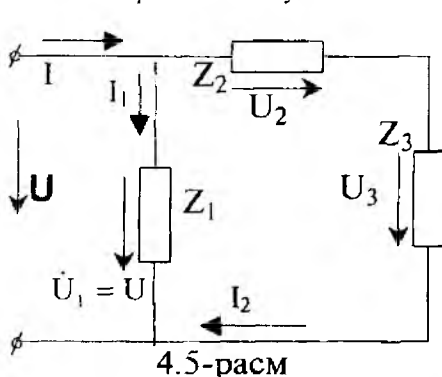
Агар комплекс кўринишдаги $\dot{U} = Ue^{j\psi}$ кучланиш берилган бўлса, у ҳолда занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги ток комплекси

$$\dot{I} = Y \dot{U} = ye^{-j\varphi} * Ue^{j\psi} = Ie^{j\psi}$$

бўлади. Тегиншли тармоқлардаги токларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1 = \dot{U} Y_1, \quad \dot{I}_2 = \dot{U} Y_2 \text{ ва х.к.}$$

III. Аралаш уланган занжир.



Аралаш уланган занжирларни (яъни элементлари кетма-кет ва параллел уланган занжирларни) комплекс усул билан ҳисоблашда юқорида баён қилинган қоидалар занжир айрим қисмларининг уланиш усулларига кўра асос қилиб олинади. Мисол тариқасида кучланиши U бўлган манбага (4.5-расм) параллел (Z_1) ва кетма-кет

(Z_2 ва Z_3) уланган учта $Z_1(R_1, X_1, \varphi_1), Z_2(R_2, X_2, \varphi_2)$ ва $Z_3(R_3, X_3, \varphi_3)$ қаршилиқдан тузилган занжирни кўриб чиқайлик. Бутун занжирнинг токи I_1 ва I_2 токларнинг йиғиндисига тенг; $U_2 = I_2 Z_2$ ва $U_3 = I_3 Z_3$ кучланишлар тушувининг йиғиндисига тенг.

Бу комплекс шаклда шундай ёзилади:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \quad \dot{U} = \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 Z_3$$

бунда $\dot{I}_1 = \dot{U} / Z_1$ биринчи тармоқнинг комплекс токи;

$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = (R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)$ кетма-кет уланган занжир қисмининг комплекс қаршилиги.

Иккала тенгламани бирлаштириб, куйидагини ҳосил қиламиз:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}Y_1 + \dot{U}Y_{23} = \dot{U}(Y_1 + Y_{23}) = \dot{U}Y$$

бунда:

$$Y = Y_1 + Y_{23} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2 + Z_3} = \frac{1}{R_1 + jX_1} + \frac{1}{(R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)} = g - jb$$

– бутун занжирнинг тўла ўтказувчанлиги;

$$Y_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{R_1}{Z_1^2} - j\frac{X_1}{Z_1^2} = g_1 - gb_1$$

биринчи тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги;

$$Y_{23} = \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)^2 + (X_2 + X_3)^2} - j\frac{X_2 + X_3}{(R_2 + R_3)^2 + (X_2 + X_3)^2} = \text{иккинчи} \\ = g_{23} - jb_{23}$$

тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги.

Занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги комплекс ток:

$$\dot{I} = Y \dot{U} = (Y_1 + Y_{23}) \dot{U}$$

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ векторлари орасидаги силжиш бурчаги:

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{b_1 + b_{23}}{g_1 + g_{23}}$$

Тармоқлардаги тоқлар тегишлича

$$\dot{I}_1 = Y_1 \dot{U} = y_1 e^{-j\varphi_1} \dot{U}$$

$$\left[y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \varphi_1 = \arctg \frac{b_1}{g_1} \right]$$

$$\dot{I}_2 = Y_{23} \dot{U} = y_{23} e^{-j\varphi_{23}} \dot{U}$$

$$\left[y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2}, \varphi_{23} = \arctg \frac{b_{23}}{g_{23}} \right]$$

бўлади. Элементлари кетма-кет уланган занжирнинг кучланиш комплекси:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = \dot{I}_2 (R_2 + jX_2) \text{ ва } \dot{U}_3 = \dot{I}_2 Z_3 = \dot{I}_2 (R_3 + jX_3)$$

Демак, уланиш схемалари турлича бўлган занжирларни ҳисобдашга оид юқоридаги мисолларга мувофиқ, синусоидал ўзгарувчан ток занжирларини ҳисоблаш учун комплекс усул татбиқ этилганда ўзгармас ток занжирларидаги каби ток ва кучланишга оид ўшандай оддий математик амалларни бажаришга тўғри келади, дейиш мумкин. Актив ва реактив ташкил этувчиларни, шунингдек ток ва кучланишлар орасидаги фаза силжиши бурчагини ҳисоблаш автоматик равишда бажарилади; чунки бу амал комплекс сонлар тузилиши ва таҳлили асосининг ташкил қилади. Ўзгармас ток занжирларини ҳисоблашнинг ўзгарувчан ток занжирларини ҳисоблашдан фарқи шундаки, $R_1, R_2, \dots, R_n$ қаршиликлар ўрнига $Z_1 = R_1 + jX_1, Z_2 = R_2 + jX_2, \dots, Z_n = R_n + jX_n$ тўла қаршиликлар олинади, шунингдек, ток I_k ва кучланиш U_k комплекс сонлар $I_k = I_k e^{j\psi_k}$ ва $U_k = U_k e^{j\psi_k}$ тарзида кўрсатилади.

4.5. Э.ю.к. манбаларини комплекс усулда ток манбаларига ва ток манбаларини э.ю.к. манбаларига алмаштириш

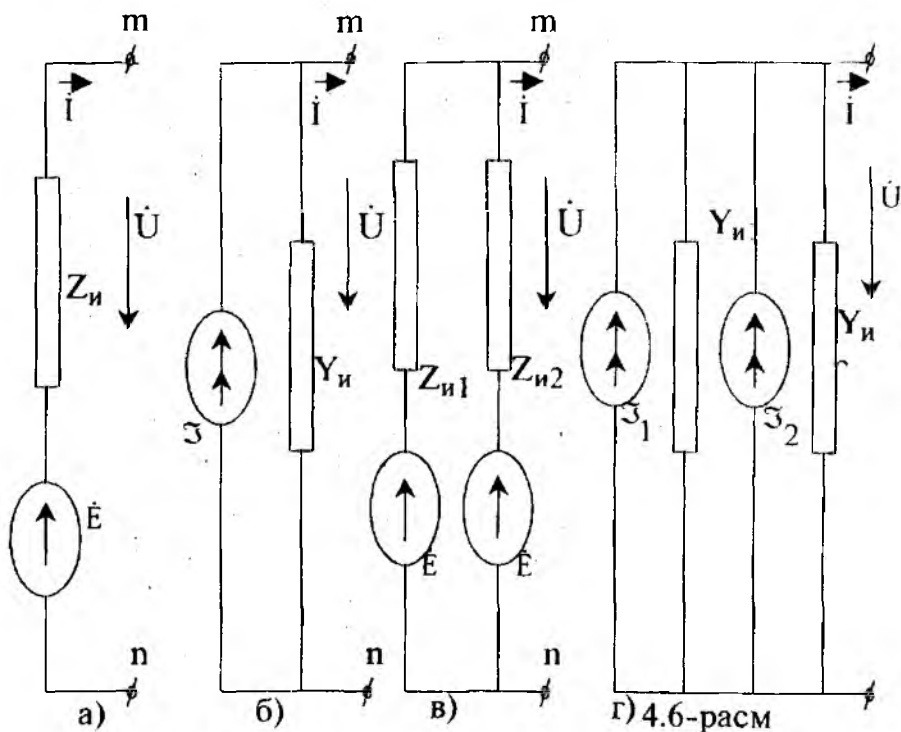
Амалда э.ю.к. ва ток манбаларини (2.6) алмаштиришга имкон берувчи, нолдан фарқ қиладиган ички параметрлар ($r \neq 0$ ва $g \neq 0$) мавжуд; шу туфайли уларни ўзаро эквивалент алмаштириш мумкин. Масалан, э.ю.к. манбаларини ток манбаларига алмаштириш тугун кучланишлари (потенциаллари) усулида тенгламалар системасига асос қилиб олинган эди. Э.ю.к. ва ток манбаларининг эквивалент алмаштиришнинг мураккаб занжирлар тузилишини соддалаштириш имконини бериши куйида кўрсатилади. Масалан, э.ю.к. Е манбаи билан генераторнинг $Z_n = r_n + jX_n$ ички қаршилигидан (4.6-а расм) иборат мураккаб занжирнинг m - n тармоғи берилган бўлсин. m - n тармоқнинг ташқи қисмларидаги кучланиш юклама истеъмол қилаётган ток кучи I га боғлиқ, яъни:

$$\dot{U} = E - \dot{I} Z_n$$

Ўз навбатида ташқи занжирга бу манба бераётган ток куйидаги кўринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_{\Sigma}} - \frac{\dot{U}}{Z_{\Sigma}} \quad (*)$$

Энди Y_{Σ} ички ўтказувчанликка эга бўлган қандайдир I ток манбаини (4.6-б расм) олайлик. У ташқи занжирга ток I бериб, худди э.ю.к. манбаи (4.6-а расм) каби m - n қисмларда U кучланишни ҳосил қилсин.



Бу ҳолда юклама токи

$$\dot{I} = \dot{I} - \dot{U} Y_{\Sigma} \quad (**)$$

бўлади.

Бу икки манбани ўзаро алмаштириш юклама токи I нинг ўзгариш қонунияти ва унинг қисмаларидаги кучланиш

U юклама қаршилигининг миқдори ва характериға боғлиқ бўлмаган ҳолдагина мумкин бўлади. Демак, (*) ва (**) ифодалар бир хилдир:

$$\frac{\dot{E}}{Z_m} = J; \quad \dot{E} = \frac{1}{Y_m} J \quad \text{ва} \quad \frac{1}{Z_m} = Y_m \quad (***)$$

$\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбалари бўлган иккита параллел тармокни (4.6-в расм) $\dot{J}_1$ ва $\dot{J}_2$ ток манбалари бўлган параллел тармокка (4.6-г расм) алмаштириш учун (***) ифодадан фойдаланамиз. Агар э.ю.к. манбаларнинг ички қаршиликлари Z_{1u} ва Z_{2u} берилган бўлса, (***) га биноан,

$$Y_{1u} = \frac{1}{Z_{1u}}, \quad Y_{2u} = \frac{1}{Z_{2u}} \quad \text{ва тегишлича}$$

$$\dot{J}_1 = Y_{1u} \dot{E}_1, \quad \dot{J}_2 = Y_{2u} \dot{E}_2 \quad \text{бўлади.}$$

Энди ток комплекслари ва ички ўтказувчанликларини қўшиш йўли билан (4.6-г расм) да кўрсатилган занжирдан унга эквивалент бўлган (4.6-б расм) тармокка ўтиш қийин эмас:

$$\dot{J} = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 \quad \text{ва} \quad Y_n = Y_{1u} + Y_{2u}$$

Аmmo 4.6-а расмга 4.6-в расм эквивалентдир, у холда: $\dot{E} = \dot{J} : Y_u = (\dot{J}_1 + \dot{J}_2) : (Y_{1u} + Y_{2u}) = (\dot{E}_1 Y_{1u} + \dot{E}_2 Y_{2u}) : (Y_{1u} + Y_{2u})$.

Шубҳасиз, иккита параллел э.ю.к. манбаини битта эквивалент манбага алмаштиришнинг юқорида баён қилинган усули ички қаршиликлари $Z_{1u}, Z_{2u}, \dots, Z_{nu}$ бўлган $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_n$ манбалар учун ҳам татбиқ қилинади. Эквивалент манбанинг э.ю.к. қуйидагича аниқланади:

$$\dot{E} = (\dot{E}_1 Y_{1u} + \dot{E}_2 Y_{2u} + \dots + \dot{E}_n Y_{nu}) : (Y_{1u} + Y_{2u} + \dots + Y_{nu}) = \frac{\sum_{k=1}^n \dot{E}_k Y_{ku}}{\sum_{k=1}^n Y_{ku}}$$

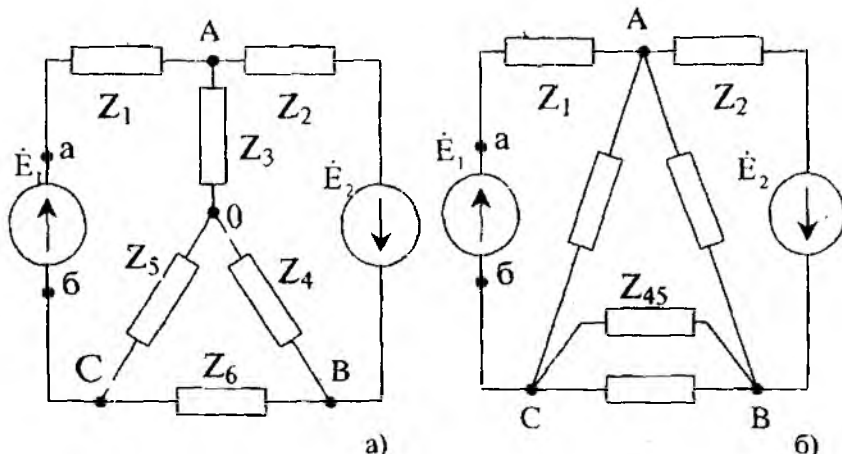
Унинг ички қаршиликлари эса:

$$Z_u = \frac{1}{Y_{1u} + Y_{2u} + \dots + Y_{nu}}.$$

бўлади.

4.6. Юлдуз ва учбурчак тарзида уланган тармоқларни ўзаро алмаштириш усули

Мураккаб электр занжирларни турли усуллар билан ҳисоблашда баъзан занжирнинг ёки унинг қисмининг эквивалент қаршилигини (эквивалент ўтказувчанлигини) ихтиёрий олинган иккита қисмага (тугунга) нисбатан аниқлаш



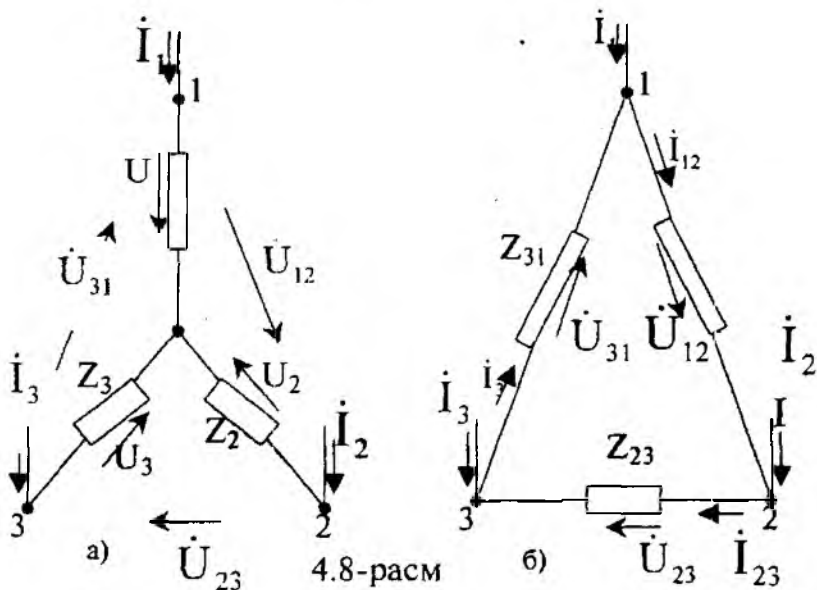
зарур бўлади. Аммо барча ҳолларда ҳам мураккаб уланишни оддий кетма-кет ва параллел уланиш билан алмаштириб бўлмайди. Масалан: 4.7- а расм даги занжирнинг эквивалент қаршилигини (а-б қисмаларга ва э.ю.к. манбаи $\dot{E}$ га нисбатан) унинг А, О, В ва С тугунлари орасидаги элементларининг қаршиликларини бир-бирига қўшиш билан аниқлаб бўлмайди. Ҳақиқатан ҳам бу ерда уланган қаршиликларни ўзаро кетма-кет ёки параллел уланган деб бўлмайди.

Масалани ҳал этиш учун А, В ва С тугунлари орасида юлдуз усулида уланган (4.7-а расм) Z_3 , Z_4 ва Z_5 қаршиликларни учбурчак усулида уланган Z_{34} , Z_{45} ва Z_{56} (4.7-б расм)

4.7-расм

қаршиликлар билан алмаштириш керак. Бошиқа вазиятда эса О, В ва С тугунлари орасида (4.7-а расм) учбурчак усулида уланган Z_4 , Z_5 ва Z_6 қаршиликлар-ни унга эквивалент бўлган юлдуз усулида уланган Z_D , Z_B ва Z_C қаршиликларга алмаштира сак (4.7-в расм), худди аввалгидек эффект олиш мумкин.

Энди юлдуз усулидан учбурчак усулига ва учбурчак усулидан юлдуз усулига ўтишнинг эквивалент шартларини аниқлайлик. Фараз қилайлик, умумий ҳолда занжирнинг бирор қисми юлдуз усулида уланган Z_1 , Z_2 ва Z_3 қаршиликлар бўлиб, уларга ташқи занжирдан ихтиёрий I_1 , I_2 ва I_3 (4.8-а расм) тоқлар келаётган бўлсин.



Энди унга эквивалент бўлган учбурчак усулида (4.8-б расм) уланган занжир, қаршиликлари Z_{12} , Z_{23} ва Z_{31} бўлган 1, 2 ва 3 тугунлар ичига жойлашган бўлиб, сифатан янги режимда ишлайди: лекин барча занжирнинг аввалги иш режимини ўзгартирмайди. Бундан шундай хулоса қилиш мумкин:

1) 1, 2 ва 3 тугунларга келаётган I_1 , I_2 ва I_3 тоқлар ўзларининг аввалги йўналишлари ва миқдорларини саклаши керак.

2) тугунлар орасида $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$ кучланишлар ўзларининг аввалги йўналишлари микдорларини ўзгартирмасликлари керак.

Биринчи шарт 4.8-а,б расмдаги ток ва кучланишларнинг берилган йўналишлари бўйича тузилган тенгламалар системасини ўз ичига олади:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 &= 0 \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Иккинчи шарт бўйича:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \\ \dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} &= 0 \\ \dot{I}_{23} &= \dot{I}_2 - \dot{I}_3 \\ \dot{I}_{31} &= \dot{I}_3 - \dot{I}_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Энди (4.1) ва (4.2) тенгламалар системасига кўра, юлдуз усулидан учбурчак усулига ўтиш шартларини ёзайлик:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} &= \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 - \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_3) \underline{Z}_2 = \\ &= \dot{I}_1 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \dot{I}_3 \underline{Z}_2; \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{23} &= \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = (-\dot{I}_1 - \dot{I}_3) \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = \\ &= -\dot{I}_1 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3); \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.4) тенгламага асосланиб ва $\dot{I}_3$ токини $\dot{I}_3$ орқали белгилаб,

$$\dot{I}_3 = - \frac{\dot{U}_{23} + \dot{I}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \quad (4.5)$$

(4.3) ни қуйидаги кўринишга келтирамыз:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{D} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \frac{\dot{U}_{23}}{D} \underline{Z}_2 \quad (4.6)$$

Бунда: $D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$ (4.6) тенгламада

ифодаланган мураккаб касрнинг умумий махражи.

(4.6) тенгламани ҳисобга олган ҳолда (4.5) тенгламани қайта ёзамиз:

$$\dot{I}_3 = -\dot{U}_{12} \frac{\underline{Z}_2}{D} - \dot{U}_{23} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D} \quad (4.7)$$

Бошқа томондан, юлдуз усулида уланган занжир тоқларининг учбурчак усулида уланган занжир тоқларига нисбати қуйидагича:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} - \dot{U}_{31} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} + (\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23}) \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \\ &= \dot{U}_{12} \left(\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} \right) + \dot{U}_{23} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{231} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = -\frac{(\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23})}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \\ &= \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} - \dot{U}_{23} \left(\frac{1}{\underline{Z}_{31}} + \frac{1}{\underline{Z}_{23}} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.6) тенгламани (4.8) тенглама билан ва (4.7) тенгламани (4.9) тенглама билан солиштириб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D} \quad (4.10)$$

Энди булардан кўринадики:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \frac{\underline{Z}_3}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{\underline{Z}_1}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D}$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{D}{\underline{Z}_3} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{Z}_{23} &= \frac{D}{\underline{Z}_1} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \\ \underline{Z}_{31} &= \frac{D}{\underline{Z}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Шундай қилиб, берилган учта юлдуз усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ бўйича унга эквивалент

бўлган учбурчак усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ ва $\underline{Z}_{31}$ аниқланади. Худди шундай йўл билан учбурчак усулида уланган занжирнинг берилган қаршиликлари бўйича унга эквивалент бўлган юлдуз усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ ни аниқлаш мумкин. (4.11) тенгламадан:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}, \\ \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Демак, юлдуз уланишдаги қаршиликлар:

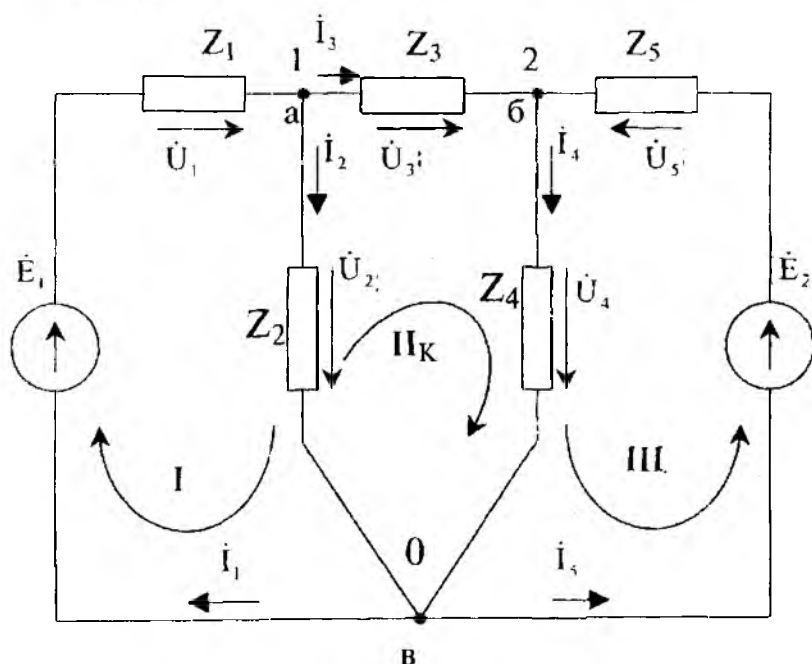
$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \\ \underline{Z}_2 &= \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}, \\ \underline{Z}_3 &= \frac{\underline{Z}_{23} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Юлдуз ва учбурчак усулида уланишларни ўзаро алмаштиришдан фақат занжир элементларининг соддалаштирилган аралаш уланишини олиш мумкин бўлибгина қолмасдан, балки юқоридаги усулларнинг бирортаси билан мураккаб занжир ҳисобланганда унинг контури ва тугунларининг сонини ўзгартиришда ҳам фойдаланилади. Шунинг эътиборига эриштириш керакки, бунда эквивалент улашнинг қаршиликларидagi токлар бошланғич улашнинг реал тармоқларидagi (берилган) токлардан фарқ қилади. Бошланғич уланишнинг реал тармоқларидagi токларни аниқлаш учун (4.1) ва (4.2) тенгламаларга биноан, токларни қайта ҳисоблаш керак.

Шунинг ҳам эътиборига эриштириш керакки, юлдуз усулидан учбурчак усулига ўтказиш принципини янада мураккаброқ - кўп учли юлдуз ва кўпбурчак усулида улашга татбиқ қилиш мумкин.

4.7. Кирхгоф қонуларини бевосита татбиқ этиш усули

Бу усул билан электр занжир таҳлил қилинганда айрим тармоқларидаги тоқларни ва шу тармоқлардаги қаршиликларда кучланишнинг пасайишини ҳисоблаш учун Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунига биноан берилган занжирнинг тенгламаси (электр мувозанат тенгламаси) тузилади. Тузилган тенгламалар сони номаълум тоқларнинг, яъни тармоқларнинг сонига тенг бўлиши керак. Масаланинг шартига биноан, э.ю.к. (ёки тоқлар) манбаларининг ва занжир қаршиликларининг микдорлари берилади. Агар занжирнинг тармоқлар сони p га, тугунлар сони q га тенг бўлса, у ҳолда Кирхгофнинг биринчи қонуни бўйича $(q-1)$, иккинчи қонуни бўйича эса $(p-q+1)$ та занжирнинг мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламалар системасини биргаликда ечиш натижасида p та номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_p$ тоқлар аниқланади. Занжирнинг бир қисми учун



4.9-расм

Ом қонунига биноан ихтиёрий $\underline{Z}_k$ қаршилиқда кучланишнинг тушуви $\underline{U}_k = \dot{I}_k \underline{Z}_k$ ни аниқлаймиз.

Фараз қилайлик, иккита $\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбаидан таъминланаётган уч тугун ва бешта тармоқдан таркиб топган (4.9-расм) мураккаб занжир берилган бўлсин. $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_5$ қаршилиқлардан ўтаётган тоқларни $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_p$ ихтиёрий равишда (4.9-расмда кўрсатилганидек) йўналитирамиз.

Агар тоқларнинг йўналишлари уларнинг ҳақиқий йўналишига тескари бўлса, унда ҳисобланган тоқлар ишораси манфий (-) бўлиб чиқади. Аммо бу шартли йўналиш ҳисоблашда хатога олиб келмайди.

Тугунлар сони учта (а, б ва в) бўлгани учун Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0, \quad (4.14)$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0 \quad (4.15)$$

0-ёки в" тугун учун тузилган $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0$ тенглама (4.14) ва (4.15) тенгламаларда тақрорлангани учун мустақил бўлмайди.

Номаълум тоқлар сонидан (улар бешта) тенгламалар сони кам; шу сабабли Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра I, II ва III контурлар учун схемада стрелка билан кўрсатилган йўналиш бўйича тенгламалар тузамиз, яъни

$$\dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{E}_1, \quad (4.16)$$

$$-\dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{I}_4 \underline{Z}_4 = 0, \quad (4.17)$$

$$\dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{I}_5 \underline{Z}_5 = \dot{E}_2. \quad (4.18)$$

(4.14) - (4.18) тенгламаларни биргаликда ечиб, номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_5$ тоқларни аниқлаймиз. Булар орқали эса $\underline{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1, \quad \underline{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2, \dots, \quad \underline{U}_5 = \dot{I}_5 \underline{Z}_5,$ кучланишларнинг тушувларини ҳам аниқлаймиз.

Аммо кўп тармоқли занжирларни ҳисоблашда бу усул ноқулай ва мураккаб бўлганлигидан кам татбиқ қилинади.

4.8. Контур токлари ўсули

Бу усул берилган занжирни Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан тузилган тенгламалар бўйича таҳлил қилишга асосланган. 4-9-расмдаги I, II ва III контурлардан фақат контур тоқлари деб аталадиган $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ тоқлар ўтаяпти ва бу тоқлар занжирнинг қаршиликларида кучланишнинг тушувини ҳосил қилади, дейлик. Агар бирор Z_k қаршилиқ орқали фақат битта $\dot{I}_{kk}$ контур тоқи ўтса, бу тоқ шу тармоқнинг ҳақиқий тоқи ҳисобланади. Агар Z_q қаршилиқдан иккита контур тоқи ўтса, устлаш (суперпозиция) принципіга кўра, ҳақиқий I_q тоқ (йўналишлари ихтиёрий олинган) ўша контур тоқларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ контур тоқлари $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_5$ ҳақиқий тоқлар билан қуйдагидек боғланган:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{k1}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{k1} - \dot{I}_{k2}, \dot{I}_3 = \dot{I}_{k2}, \dot{I}_4 = \dot{I}_{k2} + \dot{I}_{k3} \text{ ба } \dot{I}_5 = \dot{I}_{k3}.$$

Агар тенгликлардан i_2 ва i_3 тоқларни i_1, i_3 ва i_5 тоқлар билан алмаштирсак, учта номаълум тоқ бўлиб, учта тенгламадан тuzилган системани ҳосил қилиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{k1}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{I}_{k2}\underline{Z}_2 &= \dot{E}_1 \\ -\dot{I}_{k1}\underline{Z}_2 + \dot{I}_{k2}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) + \dot{I}_{k3}\underline{Z}_4 &= 0 \\ \dot{I}_{k2}\underline{Z}_4 + \dot{I}_{k3}(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) &= \dot{E}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Бу тенгламалар контур тоқларининг тенгламалари деб аталади.

Умумий ҳолда контур тоқлари тенгламаларининг сони $(p-q+1)$ га тенг деб ҳисобланади. Бу ерда: q - занжирдаги тутунлар сони, p - тармоқлар сони.

Агар занжир n та контур тоқларига эга бўлса, унинг тенгламалари қуйидагича тузилади:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{k1} \underline{Z}_{11} + \dot{I}_{k2} \underline{Z}_{12} + \dots + \dot{I}_{kn} \underline{Z}_{1n} &= \dot{E}_{11} \\ \dot{I}_{k1} \underline{Z}_{21} + \dot{I}_{k2} \underline{Z}_{22} + \dots + \dot{I}_{kn} \underline{Z}_{2n} &= \dot{E}_{22} \\ \dots &\dots \\ \dot{I}_{k1} \underline{Z}_{n1} + \dot{I}_{k2} \underline{Z}_{n2} + \dots + \dot{I}_{kn} \underline{Z}_{nn} &= \dot{E}_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Бунда $\underline{Z}_{nn}$ - n - контурнинг хусусий қаршилиги бўлиб, микдор жиҳатидан ана шу контурга кирувчи барча қаршиликларнинг йиғиндисига тенг; $\underline{Z}_{qs}$ - q- ва s- ёндош контурларнинг ўзаро қаршилиги бўлиб, микдор жиҳатидан шу иккала контурга умумий бўлган тармоқнинг қаршилигига тенг. Бу тармоқ орқали бир вақтда ёндош контурларнинг I_{kq} ва I_{ks} токлари ўтади. Агар ёндош контур тоқларининг йўналиши мос бўлса, тармоқнинг қаршилиги (4.20) тенгламалар системасига (+) ишора, қарама-қарши бўлса (-) ишора билан киритилади.

$\dot{E}_{nn}$ - n- контурнинг хусусий э.ю.к.; у микдор жиҳатидан шу контурдаги барча э.ю.к.ларнинг алгебраик (контур тоқининг йўналишини ҳисобга олган ҳолда) йиғиндисига тенг. Агар q - контурда энергия манбаи йўқ бўлса, $E_{qq}=0$ деб ҳисобланади.

(4.20) тенгламага аниқловчи ва минорлар усулини татбиқ қилиб, $\dot{I}_{k1}, \dot{I}_{k2}, \dots, \dot{I}_{kn}$ тоқларни қуйидагидек топамиз:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{k1} &= \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{E}_{22} + \dots + \frac{\Delta_{1n}}{\Delta} \dot{E}_{nn} \\ \dot{I}_{k2} &= \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{E}_{22} + \dots + \frac{\Delta_{2n}}{\Delta} \dot{E}_{nn} \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{I}_{kn} &= \frac{\Delta_{n1}}{\Delta} \dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{n2}}{\Delta} \dot{E}_{22} + \dots + \frac{\Delta_{nn}}{\Delta} \dot{E}_{nn}\end{aligned}$$

бунда:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \dots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \dots & \underline{Z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \dots & \underline{Z}_{nn} \end{vmatrix} \quad - \text{ бош аниқловчи,}$$

$\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ - бош аниқловчининг алгебраик тўлдирувчиси (минори) бўлиб, Δ - нинг q-қатори ва s-устунини (ёки аксинча) ўчириб.

(-1) га кўпайтириш йўли билан олинган. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1, \dot{E}_{22} = 0$ ва $\dot{E}_{33} = \dot{E}_2$ ҳамда

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 & 0 \\ -\underline{Z}_2 & (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 +$$

$$+ \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_2^2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2);$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \cdot (-1)^{(1+2)} = \\ = \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4);$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & 0 \\ 0 & (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{32} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \underline{Z}_2 & \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{Z}_4(-1)^5 =$$

$$= -(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \end{vmatrix} =$$

$$= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) - \underline{Z}_2^2.$$

Энди $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ контур тоқларини топиш қийин эмас, яъни

$$\dot{I}_{k1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{13}}{\Delta} \dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{23}}{\Delta} \dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k3} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta} \dot{E}_1 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta} \dot{E}_2$$

4.9. Тугун кучланишлар усули

Шундай кўп элементли мураккаб занжирлар борки, уларнинг тармоқлари сони талайгина бўлсада, тугунлар сони чекланган бўлади. Бундай занжирлар учун тугунлараро кучланишларни топиш осонроқ ҳисобланади. Ҳисоблаш усули эса тугун кучланишлари усули деб аталади.

Энди ихтиёрий электр занжирдаги $q=(n+1)$ тугунлардан биттасини (масалан, $(n+1)$ - тугунни) ажратиб олиб, унинг нисбий кучланишини нолга тенг деб олсак ($\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_0 = 0$), у ҳолда қолган барча тугунларнинг кучланиши ана шу тугунга нисбатан аниқланиши осонлашади ва қуйидагини беради:

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_0, \quad \dot{U}_{20} = \dot{U}_{(2)} - \dot{U}_0, \dots, \dot{U}_{n0} = \dot{U}_{(n)} - \dot{U}_0.$$

Бунда q ва s тугунлари орасига жойлашган $q-s$ тармоқнинг қисмаларидаги кучланишлар айирмаси $\dot{U}_{qs} = \dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}$, бўлади. $\dot{U}_{10}, \dot{U}_{20}, \dots, \dot{U}_{n0}$ тугун кучланишлари маълум бўлса, улар орасидаги айирма ҳар доим шундай аниқланади. Энди Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан, занжирнинг "п"-та мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламадаги тегишли тармоқлар тоқларини шу тармоқ ўтказувчанлигининг унинг элементидаги кучланишнинг пасайишига кўпайтмаси тарзида ифодалаймиз.

Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун бундай тенгламалар сони иккита, яъни (4.14) ва (4.15) бўлади. Тугунларнинг кучланишларини мос равишда

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{10}, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_{20} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_n = \dot{U}_0$$

орқали белгилаб, бутун занжирнинг тоқлари учун қуйидаги тенгламаларни тузамиз:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_1} (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_1 (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10})$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{Z_2} \dot{U}_{10} = Y_2 \dot{U}_{10},$$

$$\dot{I}_3 = \frac{1}{Z_3} (\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_3 \dot{U}_{12} \quad \dot{I}_4 = \frac{1}{Z_4} \dot{U}_{20} = Y_4 \dot{U}_{20},$$

$$\dot{I}_5 = \frac{1}{Z_5} (\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = Y_5 (-\dot{U}_{20} + \dot{E}_2),$$

бунда: $Y_1, Y_2, \dots, Y_5$ - занжирнинг тегишли тармоқларининг комплекс ўтказувчанликлари.

Бу тоқларнинг қийматларини (4.14) ва (4.15) тенгламаларга қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_2 \dot{U}_{10} - Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = 0,$$

$$Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_4 \dot{U}_{20} + Y_5(\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = 0,$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10}(Y_1 + Y_2 + Y_3) - \dot{U}_{20}Y_3 &= Y_1\dot{E}_1 = \dot{\mathcal{S}}_1 \\ -\dot{U}_{10}Y_3 + \dot{U}_{20}(Y_3 + Y_4 + Y_5) &= Y_5\dot{E}_2 = \dot{\mathcal{S}}_2 \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$Y_{11} = Y_1 + Y_2 + Y_3$ - биринчи тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги (1/Ом)

$Y_{22} = Y_3 + Y_4 + Y_5$ - иккинчи тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги (1/Ом)

$Y_{12} = Y_{21} = -Y_3$ - биринчи ва иккинчи тугунларнинг ўзаро ўтказувчанлиги (1/Ом).

Улар туфайли (*) ни қуйидагича соддалаштириш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} Y_{11} + \dot{U}_{20} Y_{12} &= \dot{\mathcal{S}}_1 \\ \dot{U}_{10} Y_{21} + \dot{U}_{20} Y_{22} &= \dot{\mathcal{S}}_2 \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

Равшанки, худди шу тарзда n та тугун қучланишли ихтиёрий мураккаб занжир учун тенгламалар системасини умумлашган кўринишда қуйидагича тузиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} Y_{11} + \dot{U}_{20} Y_{12} + \dots + \dot{U}_{n0} Y_{1n} &= \dot{\mathcal{S}}_1 \\ \dot{U}_{10} Y_{21} + \dot{U}_{20} Y_{22} + \dots + \dot{U}_{n0} Y_{2n} &= \dot{\mathcal{S}}_2 \\ \dots &\dots \\ \dot{U}_{10} Y_{n1} + \dot{U}_{20} Y_{n2} + \dots + \dot{U}_{n0} Y_{nn} &= \dot{\mathcal{S}}_n \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Тенгламанинг чап қисмида фақат биттадан $\dot{U}_{k0} Y_{kk}$ мусбат кўпайтма қолганлари $\dot{U}_{q0} Y_{qs}$ кўринишдаги манфий кўпайтмадир. Ҳар бир тенгламанинг ўнг қисмида "к" тугунга бевосита боғлиқ бўлган энергия манбаларидан келаётган тоқларнинг йиғиндиси $\dot{I}_k$ ёзилган.

Агар э.ю.к. манбаи бўлса, у ҳолда $\dot{I}_k$ га барча э.ю.к. ларнинг уларга уланган тармоқлар ўтказувчанликлари кўпайтмасининг алгебраик йиғиндиси киради. $\dot{E}_q Y_q$ нинг ҳосил қилган токи тугунга қараб йўналса, кўпайтманинг ишораси мусбат ва тугундан кетаётган бўлса, манфий бўлади. Тоқлар манбаи мавжуд бўлганда $\dot{I}_k$ йиғиндисининг миқдорлари тармоқнинг ўтказувчанлигига боғлиқ бўлмайди (к-тугунга нисбатан йўналишини ҳисобга олганда агар s тугунга э.ю.к. ҳам, тоқ манбаи ҳам тегишли бўлмаса, унда $\dot{I}_k = 0$ бўлади).

Контур тоқлари усулига ўхшаш, бу ерда ҳам (4.20) тенгламанинг ечими аниқловчилар ёрдамида топилади, яъни:

$$\dot{U}_{k0} = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta} \dot{I}_1 + \frac{\Delta_{k2}}{\Delta} \dot{I}_2 + \dots + \frac{\Delta_{kn}}{\Delta} \dot{I}_n, \quad \text{бундаги}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{vmatrix} - \text{бош аниқловчи}$$

$\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ - унинг минорлари бўлиб, ишораси $(-1)^{q+s}$ га кўпайтириш йўли билан аниқланади.

Тармоқлардаги ҳақиқий тоқлар қуйидагича аниқланади: яъни к, q...S тугунларни нолинчи тугун билан уловчи тармоқлар учун

$$\dot{I}_k = \dot{U}_{k0} Y_k, \quad \dot{I}_q = \dot{U}_{q0} Y_q, \dots, \quad \dot{I}_s = \dot{U}_{s0} Y_s$$

ва худди шундай k ва q, q ва S ва ҳ.к. тугунларни уловчи тармоқлар учун

$$\dot{I}_{kq} = \dot{U}_{kq} Y_{kq} = (\dot{U}_{k0} - \dot{U}_{q0}) Y_{kq},$$

$$\dot{I}_{qs} = \dot{U}_{qs} Y_{qs} = (\dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}) Y_{qs} \text{ ва х.к.}$$

Юқорида келтирилган усул амалда энг кўп тарқалган, электр энергетик тармоқларининг ўрнашган тоқларини ҳисоблашда жуда катта миқёсда жорий этилади. Кўп тармоқли электр узатувчи занжирларнинг шакли маълум структурага эга бўлганлиги сабабли мазкур ҳисоблашлар граф-схемалар ва матрицалар ёрдамида бажарилади.

Масалан, ихтиёрий "k"- ва "m"- тугунлар орасида жойлашган "s"- тармоқни оладиган бўлсак (4.10-расм), унда ўрнашган кучланиш $\dot{U}_{km}$ тугунлардаги $\dot{U}_{k0}$ ва $\dot{U}_{m0}$ кучланишлар айирмасига тенг бўлади, яъни:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_{km} = \dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0} = \alpha_{sk} \dot{U}_{k0} + \alpha_{sm} \dot{U}_{m0} \quad (*)$$

бу ерда: $\alpha_{sk} = 1$, чунки $\dot{U}_s$ вектор сифатида "k"-дан чиққан,

$\alpha_{sm} = -1$, чунки $\dot{U}_s$ "m"-га йўналган).

Агарда (*) тенглама тузилиш қондасини матрицалар тўлдириш қондаси билан таққосласак, шуни яққол кўрамизки, графланган схеманинг тармоқлардаги кучланишлар устун-матрицаси тугун кучланишлари устун матрицасига нисбатан қуйидаги кўпайтма орқали ифодаланади:

$$\underline{\tilde{U}} = \underline{A}^t \underline{U}_0 = \underline{A}^t \begin{pmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \\ \vdots \\ \dot{U}_{n0} \end{pmatrix}$$

Ҳақиқатдан ҳам $\underline{A}^t$ матрицанинг қаторлари графланган схеманинг тармоқлари сонига, устунлари эса схема тугунлари сонига боғлиқдир. Шу сабабли гарчи танланган тармоқ "0"-тугунга (яъни базис тугунга) уланган бўл-маса, тегишли қатордан фақатгина икки-та қарама-қарши ишорали бирламчи элемент жой олади. Бундай қатор-матрицанинг тегишлича тугун кучланишлар устун-матрицасига нисбатан олинган кўпайтмаси иккита тугун орасидаги кучланишни беради.

Керакли тенгламалар системасини тузишдан олдин кучланиш $\tilde{U}$ нинг ўзига тегишли тармоқнинг актив ва-passив элементларининг параметрлари орқали боғлайлик: чунки

умумий ҳолда тармоқ таркибида ҳам э.ю.к. ҳам, ток манбалари бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, $\tilde{U} = U - E$; $\tilde{I} = I + \mathfrak{I}$ ва $I = YU$.

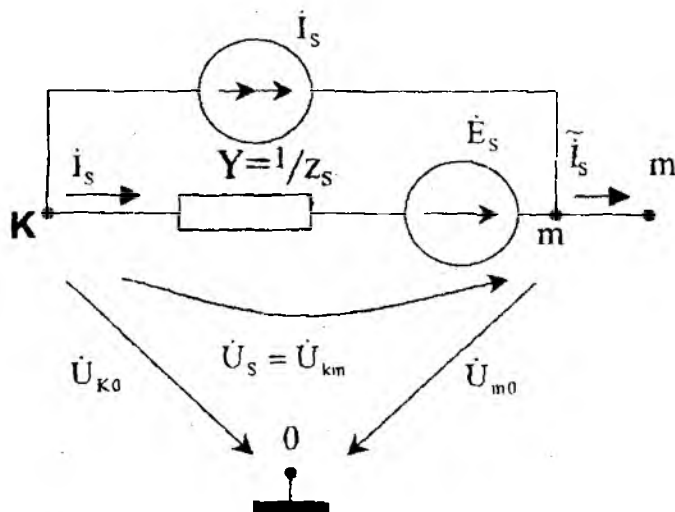
Кирхгофнинг биринчи қонунига асосан граф-схеманинг тугунлари учун қуйдагини ёзиш мумкин:

$$A\tilde{I} = AI + A\mathfrak{I} = 0, \quad \text{ёки} \quad AYU = -A\mathfrak{I}$$

Лекин $U = \underline{U} + E \approx A'U_0 + E$ ни ҳисобга олсак,

$$AY A' U_0 = -A(\mathfrak{I} + YE).$$

Қўриниб турибдики, $AY A'$ - $n \times n$ тартибли тугун ўтказувчанликлар квадрат матрицаси ва уни қуйдагича ифодалаш мумкин:



4.10-расм

$$AY A' = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{vmatrix}$$

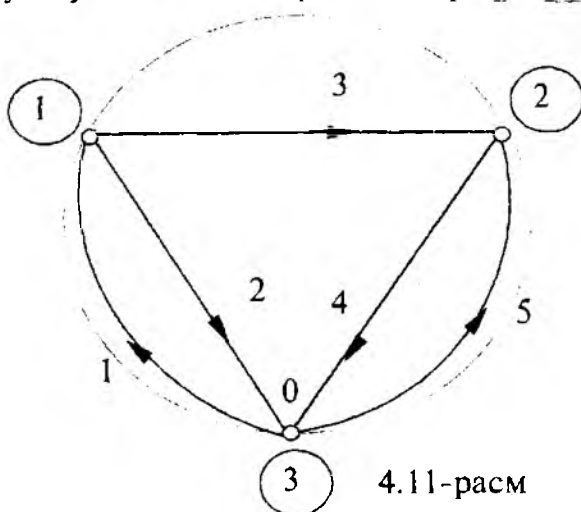
(бу ерда Y_{kk} - "k"- тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги, Y_{km} - "k" ва "m"- тугунлар орасидаги умумий ўтказувчанликдир).

Шуни ҳам эслатамизки, $A\tilde{I}$ - $n \times 1$ тартибли устун-матрица ва унинг элементлари ўз номерларига мос номерли тугунларга боғланган ток манбалари тоқларининг йиғиндисидан ташкил топган бўлади. $A(\underline{Y}\underline{E})$ эса - шундай $n \times 1$ тартибли устун-матрицаки, унинг элементлари сунъий ток манбаи $(\underline{Y}\underline{E})$, яъни э.ю.к. манбаларидан тармоқ ўтказувчанлиги Y орқали тегишли тугунга келаётган тоқлар йиғиндисидир. Шу туфайли

$$-A(\tilde{I} + \underline{Y}\underline{E}) = \begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ \vdots \\ \tilde{I}_n \end{pmatrix}$$

бўлади.

Ушбу усул билан ташкил топган тенгламалар системасини ечиш натижасида ҳар бир граф-схема тармоқларидаги кучланишларни $\tilde{U} = A'U_0$ орқали, пассив элементлардаги кучланишларни $\underline{U} = \underline{E} + \tilde{U}$ орқали топиш қийин бўлмайди. Худди шунга ўхшаш элементлардаги тоқлар $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$ тарзида,



4.11-рasm

умумий тармоқ токлари эса $\underline{\tilde{I}} = \underline{I} + \underline{J}$ кўринишида топилиши табиийдир.

Мисол сифатида 4.9-расмдаги схема учун тугун кучланишлар усулини ушбу схеманинг графига нисбатан матрицавий таҳлилини кўздан кечирайлик. Бунинг учун энг аввало схеманинг графини кўрайлик (4.11-расм). Кўриниб турибдики, бу граф-схема учун боғланишлар матрицаси қуйидагича бўлади:

$$A = \begin{matrix} 1 & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 1 & & \\ \hline \end{array} \\ 2 & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \end{matrix}$$

Кучланиш, э.ю.к. ва тоklar матрицаларини ағдарилган шакллари

$$\underline{\tilde{U}}' = \|\underline{\tilde{U}}_1 \underline{\tilde{U}}_2 \underline{\tilde{U}}_3 \underline{\tilde{U}}_4 \underline{\tilde{U}}_5\|,$$

$$\underline{E}' = \|\dot{E}_1 \quad 000 \quad \dot{E}_2\|, \quad \underline{Y} = \text{diag} (Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5),$$

$$\underline{I}' = \|\dot{i}_1 \dot{i}_2 \dot{i}_3 \dot{i}_4 \dot{i}_5\|,$$

$$\underline{U}_0' = \|\dot{U}_{10} \quad \dot{U}_{20}\|.$$

$\underline{AY}$ – матрицанинг хусусиятларини ва $\underline{Y}$ – матрицанинг диагонал характерга эгаллигини ҳисобга олсак, қуйидагини ёзишимиз мумкин:

ва

$$\underline{AY} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & -Y_1 & & Y_3 & & \\ & & Y_2 & & & \\ 2 & & & -Y_3 & Y_4 & -Y_5 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{AY} \underline{A}' = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & Y_1+Y_2+Y_3 & -Y_3 \\ \hline 2 & -Y_3 & Y_3+Y_4+Y_5 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Шунга ўхшаш } (\underline{Y} \underline{E}') = \|Y_1 \quad \dot{E}_1 \quad 000 \quad Y_5 \dot{E}_2\|$$

$$A(\mathfrak{Z} + YE) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -Y_1 E_1 \\ -Y_5 \dot{E}_2 \end{vmatrix} = - \frac{|J|}{|J|}$$

чунки ток манбаи занжирда йўқ ва $\underline{J} = 0$. Ҳамма ёзувларни умумлаштириш натижасида қуйидагини оламиз:

$$\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \frac{\dot{U}}{U}_{10} + \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \frac{\dot{U}}{U}_{20} = \frac{\dot{\mathfrak{Z}}_1}{\mathfrak{Z}_2},$$

яъни юқорида (**) белгиси билан кўрсатилган тенгламалар системасини такроран ҳосил қилдик, чунки $Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$,

$Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$, $Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$, шунингдек $J_1 = Y_1 \dot{E}_1$ ва $J_2 = Y_5 \dot{E}_2$.

$$A(\mathfrak{Z} + YE) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -Y_1 E_1 \\ -Y_5 \dot{E}_2 \end{vmatrix} = - \frac{|J|}{|J|}$$

чунки ток манбаи занжирда йўқ ва $\underline{J} = 0$. Ҳамма ёзувларни умумлаштириш натижасида қуйидагини оламиз:

$$\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \frac{\dot{U}}{U}_{10} + \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \frac{\dot{U}}{U}_{20} = \frac{\dot{\mathfrak{Z}}_1}{\mathfrak{Z}_2},$$

яъни юқорида (**) белгиси билан кўрсатилган тенгламалар системасини такроран ҳосил қилдик, чунки $Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$,

$Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$, $Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$, шунингдек $J_1 = Y_1 \dot{E}_1$ ва

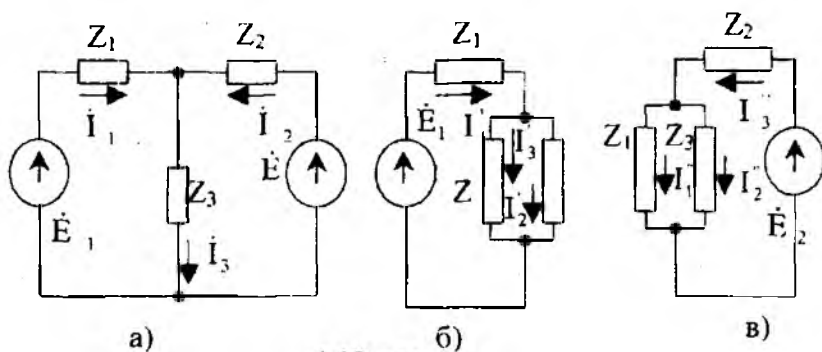
$J_2 = Y_5 \dot{E}_2$.

4.10. Суперпозиция ёки устлаш принципи ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қондалари

Юқорида кўриб чиқилган электр занжирларини ҳисоблаш усуллари шуни кўрсатадики, ҳар қандай занжирнинг ихтиёрий тармоқ токи $\dot{I}_k$ шу занжирнинг барча э.ю.к. ва ток манбаларининг таъсирида ҳосил бўлади. Демак, мазкур токнинг миқдори ва йўналиши аниқланишида ҳар бир манбанинг ўз улуши бор деб ҳисоблаш керак. Шу нуқтаи назардан фараз қилайликки, алоҳида олинган манба улуши ушбу манбадан

шбошқа барча манбалар олиб ташланган шароитда аниқланади. Бунинг учун куйидаги иккита э.ю.к. манбага эга бўлган соддагина занжирни кўриб чиқайлик (4.12-а расм).

Агар номаълум токларни $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ деб оладиган бўлсак, уларнинг $\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ манбалардан ҳосил бўлган ташкил этувчиларини мос равишда $\dot{I}'_1$, $\dot{I}''_1$ ва $\dot{I}'_2$ ҳам-



4.12-расм

да $\dot{I}''_2$, $\dot{I}'_3$ ва $\dot{I}''_3$ билан ажратамиз. 4.12-б расмда тўла занжир фақатгина $\dot{E}_1$ таъсирида ҳосил бўлган $\dot{I}'_1$, $\dot{I}'_2$ ва $\dot{I}'_3$ токларга эга. 4.12-в расмда эса фақатгина манба $\dot{E}_2$ таъсирида оқаётган $\dot{I}''_1$, $\dot{I}''_2$ ва $\dot{I}''_3$ тоқлар кўрсатилган. Агар занжирни тўла кўринишига қайтадиган бўлсак (4.12-а расм), ундаги ҳақиқий тоқлар "улуш тоқлари" билан куйидаги муносабатда бўлади: $\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 - \dot{I}''_1$, $\dot{I}_2 = -\dot{I}'_2 - \dot{I}''_2$ ва $\dot{I}_3 = \dot{I}'_3 - \dot{I}''_3$

(тоқ ташкил этувчиларининг ишораси асосий тоқ йўналишига боғлиқ олинган: мос келганда (+) билан, қарама-қарши келганда (-) билан). Тоқларнинг бу тарзда ёзилиши суперпозиция (ёки устлаш) принциپига асослангандир: бу принцип чизикли занжирларнинг энг муҳим қонун-қоидаларидан бири ҳисобланади. Энди мазкур принципнинг ҳақиқийлигини мисоллар билан тасдиқлайлик.

4.12-б расмдаги схема учун:

$$\dot{I}_1 = \dot{E}_1 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \right] = \dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) : [\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1] = - \frac{\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{D},$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_3}{D} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_1' \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2}{D}$$

(бу ерда: $D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$)

4.12-в расмдаги схема учун:

$$\dot{I}_2'' = \dot{E}_1 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \right] = \frac{\dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)}{D}, \quad \dot{I}_1'' = \dot{I}_2'' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_2 \underline{Z}_3}{D} \quad \text{ва}$$

$$\dot{I}_3'' = \dot{I}_2'' \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D}$$

Ҳақиқий тоқларга ўтсак:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' - \dot{I}_1'' = [\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_2 \underline{Z}_3] : D \quad (*)$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_2' - \dot{I}_2'' = [-\dot{E}_2 \underline{Z}_3 + \dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)] : D \quad (**)$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' - \dot{I}_3'' = (\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1) : D \quad (***)$$

бўлиб чиқади. Бу тоқларни аниқ топилганига ишонч ҳосил қилиш учун асосий занжирни (4.12-а расм) тугун кучланишлар усули билан ҳисоблаб кўрайлик. Ягона мустақил тугун (1) учун тенглама қуйидагича кўринишда бўлади:

$$Y_{11} \dot{U}_{10} = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2},$$

$$\text{ёки} \quad (Y_1 + Y_2 + Y_3) \dot{U}_{10} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2},$$

$$\text{ёки} \quad \dot{U}_{10} = \left[\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1 \right] \frac{\underline{Z}_3}{D}$$

Демак, $\underline{Z}_1$ қаршилиқдаги ток $\dot{I}_3 = Y_3 \dot{U}_{10} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D}$ яъни (***)

даги ифодани тасдиқлайди. Шунга ўхшаш биринчи тармоқдаги

$$\text{ток } \dot{I}_1 = Y_1 (\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}). \quad \text{ёки} \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \cdot \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D} = \frac{1}{D} [\dot{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_2 \underline{Z}_3],$$

яъни (*) даги ифодани тасдиқлайди.

Иккинчи тармоқдаги ток $\dot{I}_2 = Y_2 (\dot{E}_2 - \dot{U}_{10})$, ёки

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \cdot \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 + \dot{E}_2 \underline{Z}_1}{D} = \frac{1}{D} [\dot{E}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \dot{E}_1 \underline{Z}_3]$$

яъни (**) даги ифодани тасдиқлайди.

4.12-а расмдаги икки манбали занжирни икки маротаба бир манбали қилиб кўрсатиш (4.12-б ва в расм) ҳар қандай "n" та манбали мураккаб занжирни соддалаштиришда қўлланилиши мумкин. Шу билан бир вақтда шуни эсда тутиш керакки, занжирдаги йўқ қилиб кўрсатилган э.ю.к. манба ўринлари агар уларнинг ички қаршиликлари нолга тенг бўлса қисқа туташув шаклида олинishi лозим. Манбалар сони кўп бўлмагандагина устлаш принципи занжир ҳисоблаш усули сифатида қўлланилиши мумкин. Аке ҳолда "улушли" тоқлар топилиши мураккаблашади ва сунъий (бир манбали) схемалар сони кўпайиб кетади.

4.11. Мутаюсиблик принципи ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қоидалари

Чизиқли занжирлар учун Максвелл киритган м у т а н о - с и б л и к п р и н ц и п и тааллуқлидир. Бу принципга кўра: ҳар қандай мураккаб занжирнинг "ав" тармоғида жойлашган $\dot{E}_{ab} = \dot{E}$ э.ю.к. манбаи бошқа манбалар бўлмаган шароитда шу занжирни ўзидаги ихтиёрий "cd" тармоғида $\dot{I}_{cd} = \dot{I}$ тоқ ҳосил қилган бўлса, шу э.ю.к. манбаининг ўзи "cd" тармонига кўчирилган ҳолда (энди $\dot{E}_{cd} = \dot{E}$) биринчи тармокда $\dot{I}_{ab} = \dot{I}$ токни ҳосил қилади.

Бу қоидаи ҳаққонийлигига контур тоқлар усулини ишлатиб, ишорич ҳосил қиламиз. "ав" тармоқ занжирнинг "q"-нчи контурига, "cd" тармоғи эса "s"-нчи контурига кирган деб фараз қилайлик. Шундай экан, контурлардаги контур тоқлари $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q$ ва $\dot{I}_{cd} = \dot{I}_s$ бўлади ва э.ю.к. манбаининг жойлашган тармоғидан қатъий назар уларнинг микдорлари тегишлича:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q = \dot{E} \frac{\Delta_{qs}}{\Delta} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_{cd} = \dot{I}_s = \dot{E} \frac{\Delta_{sq}}{\Delta}$$

ни ташкил этади. Кўриниб турибдики, $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_{cd} = \dot{I}$, чунки $\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ ва тегишли нисбат $\dot{E}_{ab} : \dot{I}_{cd} = \dot{E}_{cd} : \dot{I}_{ab} = \dot{E} : \dot{I}$ "q" ва "s" контурлар орасидаги ўзаро қаршилиқ Z_{qs} ни беради.

Айтилган назарияни тасдиқлаш мақсадида 4.10 даги мисолга мурожаат қилишимиз мумкин, шу шарти биланки, 4.12-б ва в расмдаги схемаларда $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = \dot{E}$, яъни манба биринчи контурдан иккинчи контурга кўчирилади. Бу ҳолда $\dot{E}_1 = \dot{E}$ биринчи контурда жойлашганда, иккинчи контурдаги ток

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta}{\Delta} \dot{E}_1 = \frac{Z_1}{D} \dot{E}_1 = \frac{Z_1}{D} \dot{E} \quad [D = \Delta = Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3]$$

Тескари ҳолда, яъни $\dot{E}_2 = \dot{E}$ иккинчи контурда жойлашганда, биринчи контурдаги ток

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{E}_2 = \frac{Z_3}{D} \dot{E}_2 = \frac{Z_3}{D} \dot{E},$$

яъни $I_1 = I_2 = I = \frac{Z_3}{D} \dot{E}$ - мутаносиблик принципи тасдиқланди.

4.12. Эквивалент генератор усули

Бу усул билан электр занжирни таҳлил қилиш компенсациялаш тўғрисидаги теоремага ва устлаш (суперпозиция) принципага асосланган. Энергия манбаига эга бўлган ихтиёрий мураккаб занжир (4.13-а расм) берилган деб фараз қилайлик. Бу занжир тармоқларининг биридан ўтаётган токни ушбу усул билан аниқлаш керак (масалан, Z_{ab} уланган қисмида).

Занжирнинг э.ю.к. (ёки ток) манбати чап қисми Z_{ab} қаршиликли "а-в" қисмаларига нисбатан актив иккикутблилик А тарзида кўрилиши мумкин.

Иккикутблилик А нинг эквивалент э.ю.к. миқдорини аниқлаш учун "а" ва "в" қисмалари орасидаги ташқи занжирни узиб, ҳисоблаш (ёки тажриба йўли билан "а" ва "в" (4.13-б расм) нуқталар кучланишлар айирмаси (салт ишлаш кучланиши) $\dot{U}_0$ аниқланади.

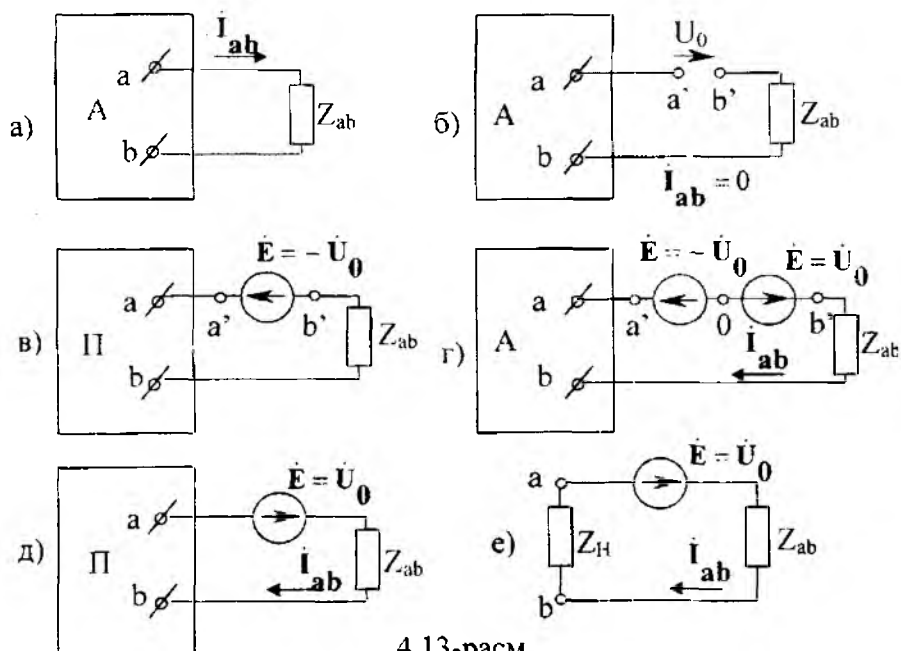
Агар "а" ва "в" (4.13-в расм) нуқталар орасига тескари йўналган э.ю.к. $\dot{E}' = -\dot{U}_0$ киритиш орқали тармоқни қайтадан

уласак, тармоқдаги ток $\dot{I}_{ab} = 0$ (режим) ўзгармай қолади.

Агар миқдори $\dot{E}' = \dot{U}_0$ бўлган яна битта э.ю.к. манбаи (йўналиши $\dot{U}_0$ билан мос бўлган) (4.13-г расм) киритсак, зан-

жирнинг (умуман тармоқнинг) нормал режими қайта тикланади. Энди тескари э.ю.к. $[-E]$ ни актив иккиқутблилик А нинг ичига киритсак, тескари йўналишли э.ю.к. иккиқутблиликнинг эквивалент э.ю.к.ни компенсациялаши натижасида актив иккиқутблилик "а" ва "в" қисмаларига нисбатан пассив бўлиб қолади (4.13-д расм).

Энди (манбалар ажратилган ҳолатда) иккиқутблилик П нинг барча қаршиликларини Z_{ab} га нисбатан ички ҳисобланган (4.13-е расм) қандайдир эквивалент Z_n қаршилик билан алмаштириш мумкин. Бу ҳолда Z_{ab} ва Z_n қаршиликлар кетма-



4.13-расм

кет уланган занжирда манба $E = U_0$ ҳосил қилган ток қуйидагини беради:

$$i_{ab} = \frac{E}{Z_{ab} + Z_n} = \frac{U_0}{Z_{ab} + Z_n}.$$

Бу тенглама актив иккикутблиликка оид теорема (ёки эквивалент генератор ҳақидаги теорема) нинг математик ифодасишир.

Ушбу теоремадан занжирларни ҳисоблашда салт ишлаш кучланишини ҳисоблаш учун бошқа усулларга асосланган мураккаб ҳисоблашлар талаб этилмаганда ва токи изланаётган тармокни ажратиш, текширилатган занжирнинг тугунлар ва контурлар сони кескин камайтирилганда фойдаланилади.

Эквивалент генератор усули билан бошқа усуллар асосида топилган тоklarнинг қийматлари текширилади. Масалан 4.9-расмда берилган занжирдаги $\dot{I}_3$ токни аниқлаш учун шу ток ўтаётган "а-б" тармокни схемадан ажратсак, занжир $\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ манбалари бўлган иккита мустақил контурга айланади. Салт ишлаш режимида бу контурларнинг тармоқларидаги тоklar тегишлича:

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_{20} = \dot{E}_1 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2),$$

$$\dot{I}_{40} = \dot{I}_{50} = \dot{E}_2 : (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5),$$

Салт ишлаш кучланиши $\dot{U}_{30} = U_{20} - \dot{U}_{10}$, яъни

$$\dot{U}_{30} = \dot{I}_{20}\underline{Z}_2 - \dot{I}_{10}\underline{Z}_1 = \dot{E}_1\underline{Z}_2 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{E}_1\underline{Z}_1 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \text{ "а-в"}$$

тармокдан ташқарида унга нисбатан ҳосил бўлган иккикутблиликнинг ички қаршилиги

$$Z_{\text{и}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_5}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5}$$

бўлади; а-в тармокдаги $\dot{I}_3$ токни аниқлаймиз:

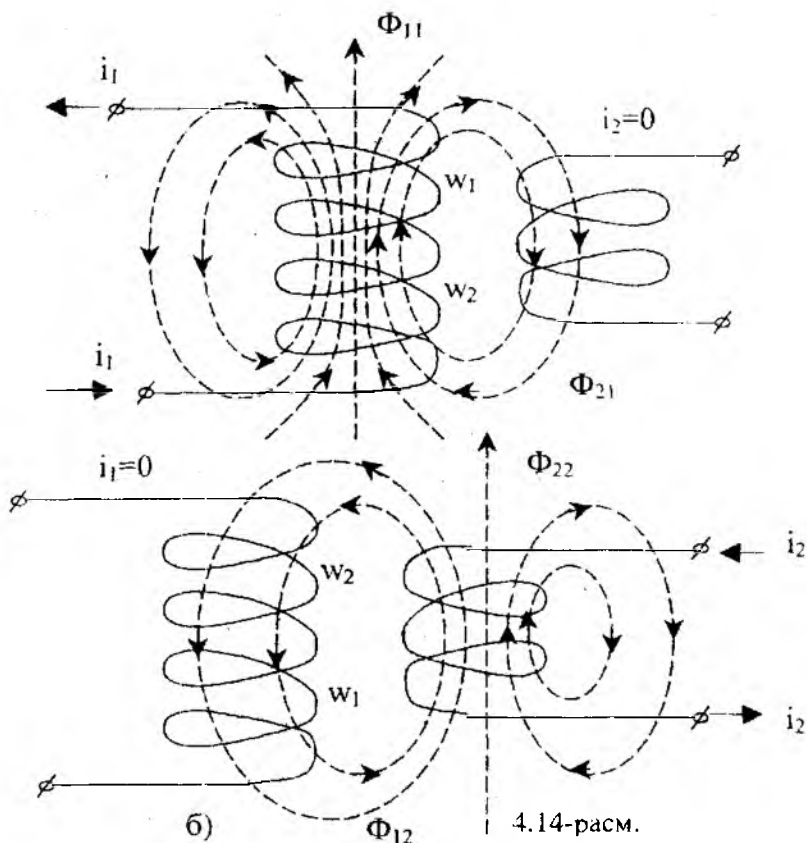
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{30}}{\underline{Z}_3 + Z_{\text{и}}} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_2 (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \dot{E}_2 \underline{Z}_4 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) + \underline{Z}_4 \underline{Z}_5 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)}$$

4.13. Индуктив боғланган занжирларни ҳисоблаш усуллари

Электромагнит майдон назариясига кўра, ҳар қандай ток-лик ўтказгич ундаги ток ҳосил қилган магнит майдон билан қуршалган. Бу токнинг (шунингдек, шу ток ҳосил қилган магнит майдоннинг ҳам) вақт бўйича ҳар қандай ўзгариши ўтказгичда ўзиндук ция э.ю.к. ҳосил қилади:

$$e_L = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

Агар шу токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонда бошқа ўтказгич ҳам бўлса, унинг қисматарида ўз а р о н д у к ц и я л а н у в ч и э.ю.к. ҳосил бўлади:



$e_{\dots} = -M \frac{di}{dt}$ Биринчи ўтказгичдаги токнинг вақт мобайнида ўзгариши $\frac{di}{dt}$ билан, иккинчи ўтказгичдаги индукцияланган

э.ю.к. орасидаги пропорционаллик коэффициентни ўзаро индуктивлик M_{12} деб, ўтказгичлардан гузилган занжирлар эса индуктив боғланган занжирлар деб аталади.

Мисол тариқасида ўрамлар сони w_1 ва w_2 бўлган индуктив боғланган иккита контурни кўриб чиқайлик. Улардаги i_1 ва i_2 тоқлар мос равишда Φ_{11} ва Φ_{22} магнит оқимларни ҳосил қилади (4.14-расм). Биринчи ҳолда иккала контурни i_1 тоқ ҳосил қилган магнит майдон қуршаб олган ва $i_2=0$ деб, фараз қиламиз (4.14-а расм). У ҳолда илашган магнит оқим ва ўзиндукция коэффициентлари мос ҳолда

$$\Psi_{11} = w_1 \Phi_{11} \quad \text{ва} \quad L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1}$$

бўлади.

Занжирлараро индуктив боғланиш шарти бўйича умумий оқим Φ_{11} нинг Φ_{21} га тенг бўлган қисми ($\Phi_{21} < \Phi_{11}$) w_2 контурда илашган магнит оқимнинг ўзаро индукциясини ҳосил қилади:

$$\Psi_{21} = w_2 \Phi_{21}$$

У сон жиҳатидан ўзаро индукция коэффициентлари билан аниқланади:

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}$$

Худди шунга ўхшаш $i_2 \neq 0$ ва $i_1 = 0$ (4.14-б расм) бўлган ҳолда илашган магнит оқим ва ўзаро индукция коэффициентлари мос равишда

$$\Psi_{22} = w_2 \Phi_{22} \quad \text{ва} \quad L_2 = \frac{\Psi_{22}}{i_2}$$

бўлади. Бунда умумий оқим Φ_{22} нинг Φ_{12} га тенг қисми ($\Phi_{12} < \Phi_{22}$) контурда илашган магнит оқимнинг ўзаро индукциясини ҳосил қилади: $\Psi_{12} = w_1 \Phi_{12}$ У сон жиҳатидан ўзаро индукция коэффициентлари билан аниқланади:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}$$

Ўзаро магнит оқимлар Φ_{21} ва Φ_{12} бир хил масофада магнит қаршилиги R_m бир хил бўлган мухит орқали туташади; демак,

$$\Phi_{12} = \frac{i_2 w_2}{R_\mu} \quad \text{ва} \quad \Phi_{21} = \frac{i_1 w_1}{R_\mu}$$

Бунда

$$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu} \quad \text{ва} \quad M_{21} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu} \quad \text{чиқад}$$

и, яъни ўзаро индуктивлик $M=M_{12}=M_{21}$ исталган ҳар бир индуктив боғланиш контурларда бир хил бўлади. Контурларнинг хусусий индуктивликлари L_1 ва L_2 доимий мусбат, чунки i_1 ва i_2 тоқлар Φ_{11} ва Φ_{22} магнит оқимларига шартли равишда мосдир (ўнақай парма қоида). Ўзаро индуктивлик M нинг ишораси эса контурларнинг ўзаро уланиш схемасига боғлиқ. Агар $i_1 \neq 0$ ва $i_2 \neq 0$ бўлганда, ўзаро магнит оқимлар Φ_{21} ва Φ_{12} контурларнинг хусусий оқимлари Φ_{11} ва Φ_{22} йўналиши билан мос тушса, бундай контурлар мос равишда уланган дейилади ва $M>0$ бўлади. Агар ўзаро магнит оқимлар контурларнинг хусусий оқимларига қарши йўналган бўлса, бундай контурлар **к а р а м а - к а р ш и у л а н г а н** дейилади ва $M<0$ бўлади.

Хусусий индуктивликлари L_1 ва L_2 ўзаро индуктивлиги M бўлган икки контурнинг индуктив боғлиқлик даражаси боғланиш коэффициентини $K_{\text{боғ}}$ орқали аниқланади:

$$K_{\text{боғ}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Бунда доимо $K_{\text{боғ}} < 1$, чунки $\Phi_{11} > \Phi_{21}$ ва $\Phi_{22} > \Phi_{12}$, яъни биринчи контурнинг хусусий магнит майдони иккинчи контурни тўла қуршаб ола олмайди.

4.14. Индуктив боғланган занжирлардаги турғунлашган ҳолатларни (режимларни) ҳисоблаш

Мисол тариқасида, битта манбадан таъминланаётган, элементлари индуктив боғланган энг оддий занжирни ҳисоблашни кўриб чиқайлик (4.15-расм). Биринчи ҳолда актив қаршиликлари r_1 ва r_2 , индуктивликлари L_1 ва L_2 ўзаро индуктивлиги M бўлган икки ғалтак ўзаро кетма-кет уланган ҳамда ўзгарувчан кучланиш u манбаи билан туташтирилган, деб фараз қилайлик (4.15-а расм) (Иккала ғалтак мос уланганда

кириш қисмаларини шартли равишда юлдузча билан белгилаймиз). Индуктив боғланган элементлари мос уланган занжирнинг тенгламаси:

$$u = u_1 + u_2 = \left(r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) + \left(r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) = \\ = (r_1 + r_2) i + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

(бунда: $e_{L1} = -L_1 \frac{di}{dt}$ ва $e_{L2} = -L_2 \frac{di}{dt}$ ўзиндукция э.ю.к.). Буни комплекс шаклда қуйидагича ҳам ёзиш мумкин:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2) \dot{I}_{\text{мос}} + j\omega(L_1 + L_2 + 2M) \dot{I}_{\text{мос}} = \\ = [(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)] \dot{I}_{\text{мос}} = Z_{\text{мос}} \cdot \dot{I}_{\text{мос}}$$

(бунда $Z_{\text{мос}}$ - занжирнинг комплекс тўла қаршилиги,

$\dot{E}_M = j\omega M \dot{I}_{\text{мос}}$ - комплекс ўзаро индукция э.ю.к.; $\dot{I}_{\text{мос}}$ - комплекс ток).

Занжир элементлари қарама-қарши уланганда (4.15-б расм) (L_1 ғалтакнинг кириш қисмаси ва L_2 ғалтакнинг чиқиш қисмаси уланиш схемасида юлдузча билан кўрсатилган) ўзаро индукцияни ҳисобга олган ҳолда занжирнинг турғунлашган режимдаги мувозанат тенгламаси:

$$u = u_1 + u_2 = \left(r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} \right) + \left(r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} \right) = \\ = (r_1 + r_2) i + (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt},$$

ски комплекс шаклда:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2) \dot{I}_{\text{кк}} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) \dot{I}_{\text{кк}} = \\ = [(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)] \dot{I}_{\text{кк}} = Z_{\text{кк}} \cdot \dot{I}_{\text{кк}}$$

бунда $Z_{\text{кк}}$ - элементлари қарама-қарши улангандаги занжирнинг комплекс тўла қаршилиги; $\dot{I}_{\text{кк}}$ - комплекс ток.

Келтирилган нисбатларга кўра, элементлари мос уланган схемада бутун занжирнинг қаршилиги ўзининг индуктив ташкил этувчиси $2X_L = 2\omega M$ микдорлари ортиши ҳисобиға бирмунча ортади. Элементлари қарама-қарши уланганда, аксинча ин-

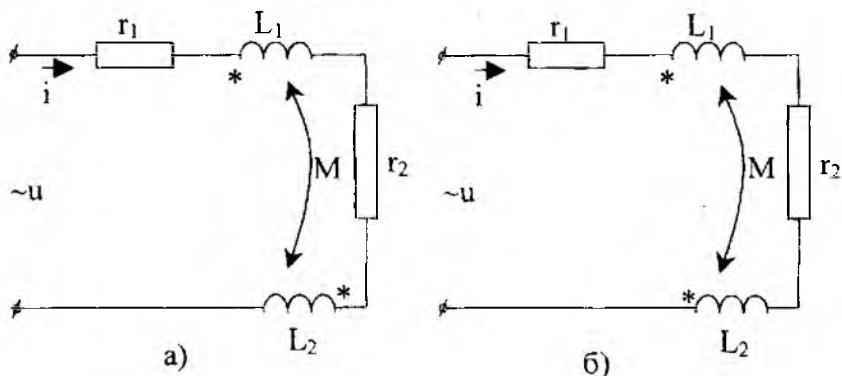
дуктив ташкил эгувчининг $2X_m = 2\omega M$ миқдори камайиши ҳисобига занжирнинг қаршилиги камаяди. Элементлари мос уланганда контурдаги магнит оқимлар ўзаро кучайиб, токнинг вақт жиҳатидан ўзгаришида индуктив элементларнинг умумий реакцияси ортади ва занжирдаги ток камаяди. Қарама-қарши уланган схемада эса контурлардаги оқимлар ўзаро кучсизланади; бунинг натижасида ғалтакдаги тесқарн э.ю.к. камайиб, занжирдаги ток ортади. Тўла қаршилиқ $Z_{\text{мос}} > Z_{\text{кк}}$ ($I_{\text{мос}} < I_{\text{кк}}$) фактидан иккита индуктив боғланган контурнинг уланиш схемаси усулини ва ўзаро индуктивлиги миқдори M ни экспериментал аниқлашда фойдаланиш мумкин. Масалан, 4.15-расмдаги занжир учун берилган кучланиш U да $I_{\text{мос}}$ ва $I_{\text{кк}}$ тоқлар экспериментал равишда ўлчаниб, сўнгра

$$Z_{\text{мос}} = \frac{U}{I_{\text{мос}}} \quad \text{ва} \quad Z_{\text{кк}} = \frac{U}{I_{\text{кк}}}$$

ҳисобланади. Ўзаро индукция коэффиценти M қуйидагича аниқланади:

$$M = (Z_{\text{мос}} - Z_{\text{кк}}) : 4\omega$$

чунки $Z_{\text{мос}} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$



4.15-расм.

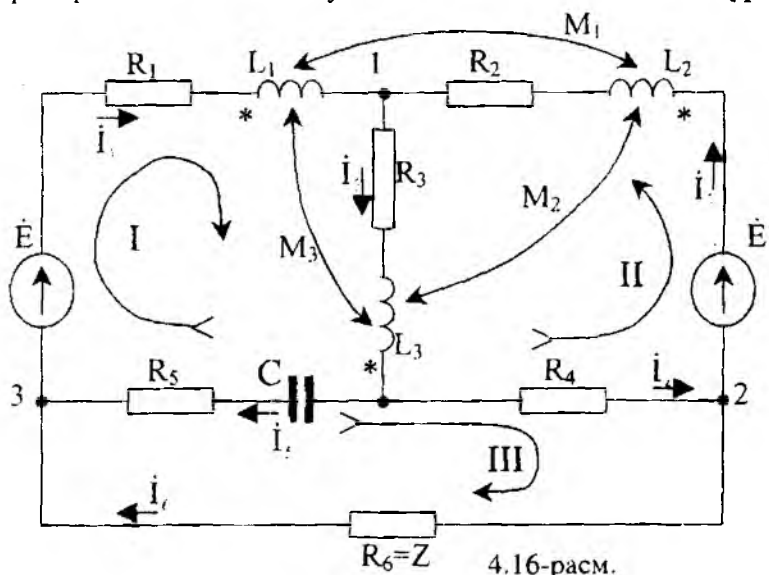
ва $Z_{\text{кк}} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$

Энди 4.16-расмдаги мураккаб занжирни ҳисоблаш мақсадида Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунларига биноан тенгламалар системасини тузайлик. Схемада

I_1 , I_2 ва I_3 тоқларнинг қабул қилинган йўналишлари бўйича L_1 ва L_2 ғалтаклар мос уланган ($M_{21}=M_{12}>0$), аммо L_3 ғалтак L_1 ва L_2 ларга нисбатан қарама-қарши уланган ($M_{13}=M_{31}<0$ ва $M_{23}=M_{32}<0$). Агар занжирнинг бошқа параметрлари каторида ўзаро индуктивликнинг ҳам абсолют миқдори $|M_{12}|$, $|M_{23}|$ ва $|M_{31}|$ берилган бўлса, тенглама гузилганда бу миқдорлар олдидаги ишора ғалтакларнинг уланиш схемасига кўра аниқланади. У ҳолда 1,2 ва 3- тугунлар учун Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad -\dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_6 = 0 \quad -\dot{I}_1 + \dot{I}_5 + \dot{I}_6 = 0$$

Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, I, II ва III контурлар



4.16-расм.

учун (стрелкалар билан кўрсатилган йўналишлар бўйича айланиб чиқиб) қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 = & (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M_{12}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_3 + (R_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 - \\ & - j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}\right)\dot{I}_5; \end{aligned}$$

$$E_2 = (R_2 + j\omega L_2)I_2 + j\omega M_{21}I_1 - j\omega M_{23}I_3 + (R_3 + j\omega L_3)I_3 - j\omega M_{32}I_2 - j\omega M_{31}I_1 + R_4I_4.$$

$$0 = R_4I_4 - \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C_5} \right) I_5 + R_6I_6$$

Олинган тенгламалар системасига кўра, ўша номаълум токларнинг сонига занжир айрим элементлари орасидаги ўзаро индуктив боғланиш ҳисобга олинганда ўзаро индуктив э.ю.к.нинг ҳисобига ҳосил бўлган қўшимча кучланиш тушувлари занжирни мураккаблаштиради. Индуктив боғланишда мураккаб занжирларнинг юқорида баён қилинган усулларнинг бири билан ҳисобланади.

4.2-мисол. Параметрлари бир хил бўлган, индуктив боғланган иккита кетма-кет уланган, аввал $U_0=12\text{В}$ ўзгармас кучланиш манбаига уланганда ток $I_0=1\text{ А}$ ни ташкил этади. Шу занжир эффектив қиймати $U=60\text{ В}$ бўлган синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига уланганда $I_{\text{мос}}=3\text{А}$ (ғалтаклар мос уланганда) ва $I_{\text{кк}}=4\text{А}$ (ғалтаклар карама-қарши уланганда) истеъмолат қилади. Индуктив боғланиш коэффициенти $K_{\text{бог}}$ аниқлансин.

Ечиш: Алоҳида олинган ҳар бир ғалтак $Z_F=r_F+jX_F$ комплекс қаршиликка эга деб, ўзгармас ток занжирида $X_F=0$ эканлигини эътиборга олсак:

$$2r_F = \frac{U_0}{I_0} = 12 \text{ Ом},$$

яъни ҳар бир ғалтакнинг актив қаршилиги $r_F=6\text{ Ом}$. Ўзгарувчан токда эса занжирнинг тўла қаршилиги мос уланган

$$\text{да } \underline{Z}_{\text{мос}} = \frac{U}{I_{\text{мос}}} = 20 \text{ Ом карама-қарши уланганда эса}$$

$$\underline{Z}_{\text{кк}} = \frac{U}{I_{\text{кк}}} = 15 \text{ Ом бўлади. Бу режимлар учун занжирнинг}$$

индуктив қаршилиги тегишлича:

$$X_{\text{мос}} = 2\omega(L+M) = \sqrt{\chi_{\text{мос}}^2 - 4r_F^2} = 16 \text{ Ом},$$

$$X_{\kappa\kappa} 2\omega(L - M) = \sqrt{\chi_{\kappa\kappa}^2 - 4r_F^2} = 9 \text{ Ом.}$$

Хар бир ғалтакнинг хусусий индуктив каршилиги:

$$x_L = \omega L = \frac{1}{4}(x_{\text{мос}} + x_{\kappa\kappa}) = 6,25 \text{ Ом}$$

Хар бир ғалтакнинг ўзаро индуктив каршилиги:

$$x_M = \omega M = \frac{1}{4}(x_{\text{мос}} - x_{\kappa\kappa}) = 1,75 \text{ Ом}$$

Индуктивлик $L_1=L_2=L$ ҳисобга олинганда боғланиш коэффициенти

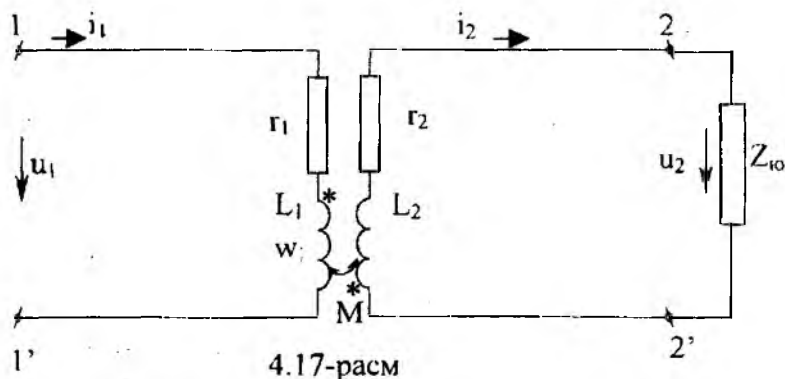
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{L} = \frac{1,75}{6,25} = 0,28$$

4.15. Ўзаксиз трансформатор. Трансформаторнинг эквивалент схемаси ва вектор диаграммаси

Бирор занжирда э.ю.к.нинг индукцияланиши фақат ўзидаги токнинг вақт бўйича ўзгариши натижасидагина бўлмасдан, балки у билан индуктив боғланган бошқа занжирдаги токнинг ҳам ўзгариши натижасида вужудга келиши юқорида айтилган эди. Бу ҳолда занжирлардан бирортасининг хусусий энергия манбаи бўлмаса, бошқа занжирдаги ток таъсиридан индукцияланган ўзаро индукция э.ю.к. унинг учун манба ва энергия етказиб берувчи вазифасини бажариши мумкин. Шундай қилиб, бир занжирдан иккинчи занжирга энергия фақат ўтказгичлар воситасида узатилмай, балки магнит майдон билан билвосита боғланган шу занжирнинг элементлари орқали ҳам узатилади.

Трансформатор (ўзгарувчан кучланиш ва тоқларнинг миқдорини ўзгартувчи статик қурилма) индуктив боғланган занжирлар орасида энергияни узатиш асосида ишлайди. Оддий трансформатор умумий магнит оқими билан индуктив боғланган (4.17-расм) ўрамлар w_1 ва w_2 бўлган иккита қўзғалмас ғалтак (чулғам) дан иборат бўлади. Чулғамлараро индуктив боғланишни яхшилаш мақсадида, чулғамлар w_1 ва w_2 бир-биридан изоляцияланиб, юпқа электротехник пўлат тунукалардан дасталанган умумий ферромагнит ўзакка кийдирилади.

Ўзгарувчан токнинг юқори (ўн ва юз килогерц) частоталарида трансформатор ўзаксиз қилиб ясалади. Занжир тахлилини қулайлаштириш учун худди шундай турдаги трансформаторни кўриб чиқайлик (4.17-расм).



Расмда кўрсатилганидек, ғалтакнинг ҳар бир қутбларини юлдузча билан белгилаб, параметрлари r_1 ва L_1 бўлган бирламчи w_1 чулғамни u_1 синусоидал кучланишга улаймизда, трансформаторнинг мувозанат ҳолати тенгласини тузамиз. Параметрлари r_2 ва L_2 бўлган иккиламчи w_2 чулғам қаршилиги $Z_{ю}$ га тенг юкламага уланган. Ҳар бир чулғамдан ўтаётган i_1 ва i_2 тоқлар тегишлича кучланиш манбаи u_1 нинг ва w_2 чулғамда i_1 ток индукцияланган ўзаро индукция э.ю.к.

$e_M = M \frac{di_1}{dt}$ нинг таъсири натижасида пайдо бўлади.

Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра бирламчи ва иккиламчи занжирлар учун қуйидагини ёзамиз:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + u_2$$

(бунда: u_2 - юкламанинг $Z_{ю}$ қаршилиги қисмаларидаги кучланиш). Бу тенгламалар комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$

$$0 = r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + \dot{U}_2$$

Юклама қаршилигини $\underline{Z}_{\text{юк}} = R_{\text{юк}} + jX_{\text{юк}}$ кўринишда оламиз ва қуйидаги белгилашлар киритамиз:

$$\omega L_1 = X_1, \quad r_2 + R_{\text{юк}} = r_{\text{II}}; \quad \omega L_2 + X_{\text{юк}} = X_{\text{II}} \quad \text{ва} \quad \omega M = X_M$$

Энди тенгламалар системасини қуйидаги кўринишга келтира-
миз:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (r_1 + jX_1) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \\ -jX_M \dot{I}_1 &= (r_{\text{II}} + jX_{\text{II}}) \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Токлардан $\dot{I}_2 = -jX_M \dot{I}_1 : (r_{\text{II}} + jX_{\text{II}})$ ни тушириб, $\dot{U}_1$ ва $\dot{I}_1$ ларнинг орасидаги боғланишни ҳосил қиламиз:

$$\dot{U}_1 = \left[(r_1 + jX_1) + \frac{X_M^2}{r_{\text{II}} + jX_{\text{II}}} \right] \cdot \dot{I}_1$$

Унча мураккаб бўлмаган ўзгартиришларни киритиб, кириш токи $\dot{I}_1$ нинг трансформатор параметрларига боғлиқлигини аниқлаш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{\left[r_{\text{II}}^2 + r_{\text{II}} \cdot X_M^2 : (r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2) \right] + j \left[X_1 - X_{\text{II}} \cdot X_M^2 : (r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2) \right]} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{\text{кир}}} \end{aligned}$$

Трансформаторнинг кириш қисмаларидаги тўла комплекс қаршилиқ

$$Z_{\text{кир}} = R_{\text{кир}} + jX_{\text{кир}} = \left(r_1 + \frac{r_{\text{II}} \cdot X_M^2}{r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2} \right) + j \left(X_1 - \frac{X_{\text{II}} \cdot X_M^2}{r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2} \right)$$

кучланиш манбаидан истеъмол қилинаётган I_1 ток фақат бир-ламчи занжирнинг r_1 ва x_1 қаршилигига боғлиқ бўлмай, у билан индуктив боғланган иккиламчи занжирнинг r_{II} ва x_{II} қаршилигига ҳам боғлиқ эканлигини кўрсатади.

Трансформаторнинг иккала занжирини ягона тенглама билан бирлаштириш натижасида ҳосил бўлган тўла кириш қаршилиги $Z_{\text{кир}}$ нинг актив ва реактив (Δr ва Δx) орттирмалари,

$$\text{яъни} \quad \Delta r = \frac{r_{\text{II}} X_M^2}{r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2} \quad \text{ва} \quad \Delta x = - \frac{x_{\text{II}} X_M^2}{r_{\text{II}}^2 + X_{\text{II}}^2} \quad \text{тегишлича}$$

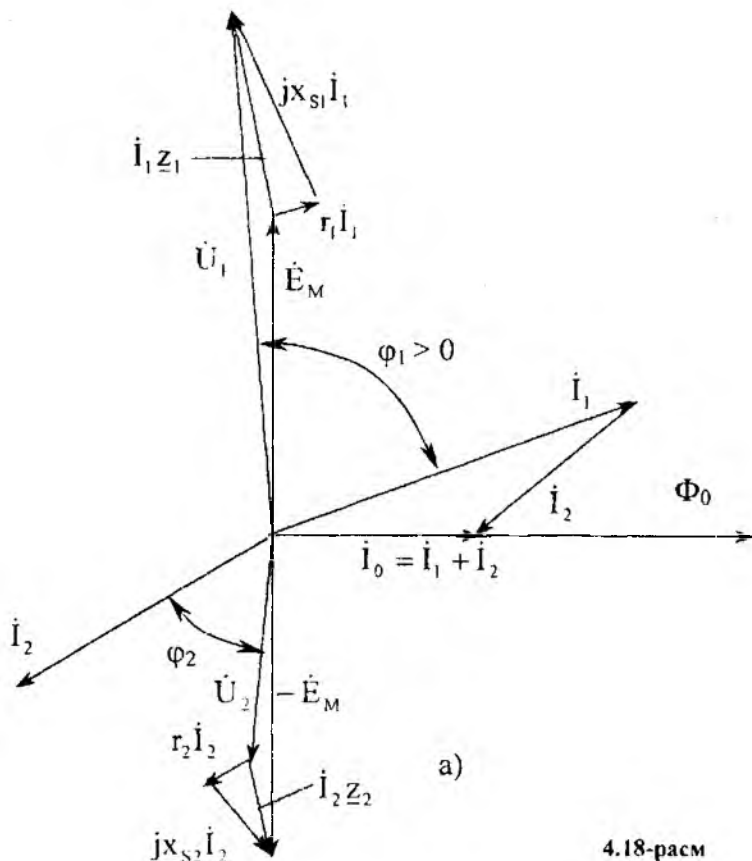
трансформаторнинг к и р и т и л г а н а к т и в в а р с -
а к т и в к а р ш и л и к л а р и д е б а т а л а д и .

Энди трансформаторнинг олдинги тенгламалар система-
сини қуйидагича ёзсак бўлади:

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$$

$$0 = r_2 \dot{I}_2 + j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_{\text{юб}} \dot{I}_2$$

Демак, трансформаторнинг схемасини индуктив
боғланишсиз, яъни занжир элементлари орасида тўғри электр
боғланишли (4.18-расм) бирор эквивалент схема билан алмаш-
тириш мумкин.



4.18-расм

Эквивалент схемасига кўра, ток $I_0 = I_1 + I_2$ трансформаторнинг салт ишлаш режимидаги ($Z_m = \infty$ ва $I_2 = 0$ бўлганда) магнит оқим Φ_0 нинг миқдорини аниқлайди. Аслида U_1 кучланиш манбасидан истеъмол қилинаётган салт ишлаш токи

$$I_{10} = I_0 = \frac{U_1}{r_1 + j\omega L_1}$$

бўлади ва унинг миқдори I_2 токка боғлиқ бўлмайди. Оқим Φ_0 чулғам w_1 билан тўла илашган бўлиб, унда салт ишлашга мос тескари э.ю.к. ни ҳосил қилади:

$$\dot{E}_{10} = -j\omega L_1 \dot{I}_0$$

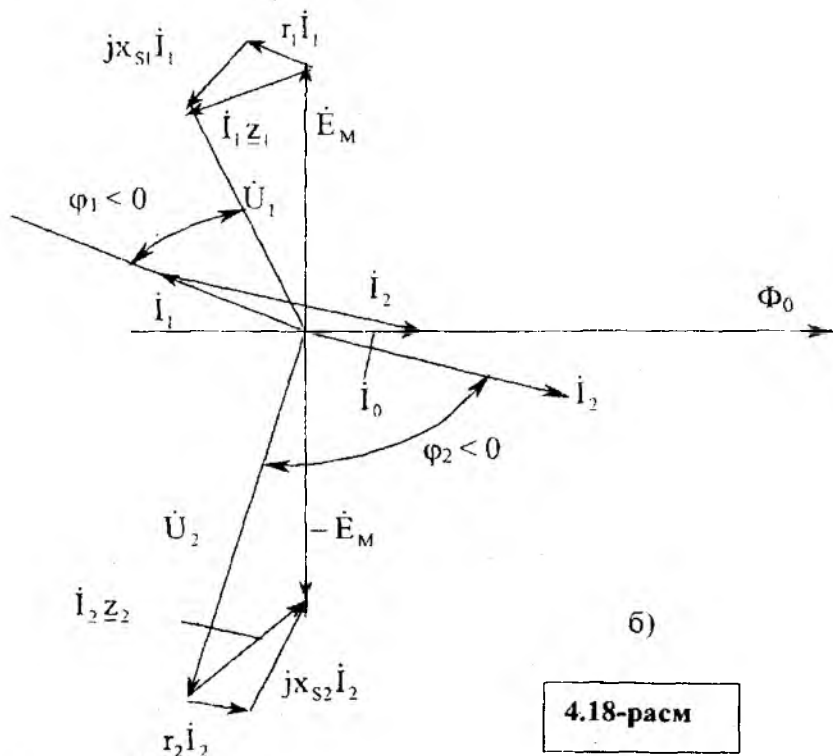
Оқим Φ_0 нинг Φ_M га тенг бўлган бир қисми w_2 чулғамни кесиб ўтиб, унда тескари ўзиндукция э.ю.к.ни индуктивлайди: $\dot{E}_M = -j\omega M \dot{I}_0$

Аммо реал шароитда $M < 1$, бўлганидан $|E_M| < |E_{10}|$

бўлади. Э.ю.к. лар айирмаси $\dot{E}_{10} - \dot{E}_M = \dot{E}_s = -jx_s \dot{I}_0$ ташқи тарқалган оқимга доир хусусий индуктивлик $L_{s1} = (L_1 - M)$ дан илашган оқим

$\Psi_{11} = w_1 L_1 I_1$ нинг $\Psi_{s1} = w_1 L_{s1} I_1$ га тенг бирламчи w_1 чулғам билан илашган қисмидан ҳосил бўладиган ва тарқалган оқимга сарфланаётган тескари ўзиндукциянинг э.ю.к. деб аталади. Шундай қилиб, эквивалент алмаштириш схемасидаги (4.18-расм) $(L_1 - M)$ ва $(L_2 - M)$ индуктивликлар w_1 ва w_2 ғалтаклардаги L_{s1} ва L_{s2} индуктивликларни ифодалайди. Ток I_2 нинг миқдори фақат бирламчи занжирнинг параметрларига боғлиқ бўлмай, иккиламчи занжирнинг параметрларига ҳам боғлиқлиги юқорида айтилган эди. Демак, I_2 токнинг ортиши (масалан, $\varphi_2 > 0$ ли актив-индуктив юкламада I_1 токнинг ҳам ортишига олиб келади. Аммо йиғинди ток $I_0 = I_1 + I_2$ ўзгармасдан қолиши учун I_1 ва I_2 тоқларнинг орасидаги бурчак 90° дан катта бўлади. 4.19 - расм, а да актив-индуктив характерли юклама $Z_{\text{юб}} = \underline{Z} e^{j\varphi_2}$ билан юклан-

ган трансфор-маторнинг ток ва кучланишлар вектор диаграм-масы берилган. Диаграм-мада $\dot{I}_1$ ва $\dot{I}_2$ токларнинг вектор-лари деярли қарама-қарши фазада, демак, I_2 токнинг ҳар қандай ортиши (ёки камайиши) трансформаторнинг U_1 куч-ланишли манбаидан истеъмол қилаётган I_0 токининг худди



ўшандай ўзгаришига олиб келади: чунки ток I_0 ва у ҳосил қилган оқим Φ_0 ўзгаришсиз қолиши керак. 4-18,б-расмда актив-сиғим юкламали ($Z_{ю\eta} = \underline{Z}e^{-j\varphi_2}$) ли трансформаторнинг ток ва кучланишлар вектор диаграммасы кўрсатишган. Диа-граммада кириш токи $\dot{I}_1$ трансформаторнинг фақат истеъмол токи миқдориغا боғлиқ бўлмай, фазасига ҳам боғлиқ. Демак, $\dot{I}_2$ сиғим токининг анчагина катта қийматларида, трансформа-тор (электро-магнит аппарат бўлишига қарамай) таъминловчи

тармоққа нисбатан актив-сигим юклама ҳисобланиши мумкин ($\varphi_1 < 0$).

Юкланган трансформаторда асосий илашган оқим $w_1 \cdot \Phi_0$ бирламчи ва иккиламчи магнитловчи кучларнинг таъсиридан ҳосил бўлади:

$$\dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2 = \dot{I}_0 w_1 \quad \dot{I}_1 w_1 = -\dot{I}_2 w_2 + \dot{I}_0 w_1, \quad (*)$$

яъни бирламчи токнинг магнитловчи кучи иккиламчи токнинг магнитсизлаш таъсирини мувозанатлаб, иккала чулғам учун умумий бўлган оқим Φ_0 ни микдорий жиҳатдан ўзгаришсиз ушлаб туради. Тенглама (*) ни тоқлар тенгламасига келтира-

миз: $\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} + \dot{I}_0 = \dot{I}_2' + \dot{I}_0$, бунда $\dot{I}_2' = -\dot{I}_2 : n$ - келти-

рилган иккиламчи ток; $n = \frac{w_1}{w_2}$ нисбат трансформатор-нинг т

р а н с ф о р м а ц и я л а ш к о э ф ф и ц и е н т и

Агар реал шароитда $I_0 \ll I_1$ бўлишини ҳисобга олсак, у ҳолда

$$I_1 \approx I_2', \quad \text{ёки} \quad I_1 \approx I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I}{n}, \quad \text{ёки} \quad I_1 : I_2 = w_2 : w_1,$$

яъни чулғамлардаги тоқларнинг нисбати трансформатор чулғамлари ўрамлар сонининг нисбатига тесқари пропорционалдир.

Бошқа томондан, салт ишлаш режимида трансформатор-нинг тегишлича бирламчи ва иккиламчи чулғамларида индуктивланган э.ю.к. ларнинг эффектив қийматлари

$$E_1 = 4,44 w_1 f \Phi_0 \quad \text{ва} \quad E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_0$$

ёки

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = n$$

Агар бу режимда $U_{20} = E_2$ ва $U_{10} \approx E_1$ ни ($X_{s1} \ll X_M$ ва $I_0 \approx 0$ бўлгани учун) ҳисобга олсак,

$$U_{10} : U_{20} \approx \frac{w_1}{w_2} = n$$

деб ёзиш мумкин, яъни трансформатор бирламчи ва иккиламчи чулғамлари кучланишларининг нисбати шу чулғамлар ўрамлар

сонининг нисбатига тўғри пропорционал (ёки трансформация коэффициентига тенг). Демак, трансформаторнинг трансформация коэффициентини етарлича аниқлик билан салт ишлаш режимида топиш мумкин: $n = U_{10} : U_{20}$.

Трансформаторда бўладиган физик жараёнларнинг муҳим хусусиятларидан бири шуки, унинг ёрдамида чиқиш қисмида ўзгарувчан токни камайтириш ҳисобига кучланишни ортириш мумкин ва аксинча:

$$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{E_2}{E_1} \approx \frac{I_1}{I_2}, \quad \text{яъни} \quad U_1 I_1 \approx U_2 I_2$$

Бунинг сабаби шуки, трансформатор занжирнинг ўз энергия манбаи бўлмаган пассив элементидир, яъни у манбадан бирламчи занжирга келтирилган энергияни тахминан ўшандай миқдорда иккиламчи занжирга узатади (трансформациялайди). Трансформатор фақат ток I_1 ва кучланиш U_1 нинг миқдорларини тегишлича I_2 ва U_2 га ўзгартиради, лекин келтириладиган энергия миқдорини ўзгартирмайди.

Манбадан келтириладиган энергиянинг миқдори трансформаторнинг чиқиш қисмидаги юклама билан ростланади.

Трансформатор электротехника соҳасида энг кўп тарқалган аппаратдир. Унинг ёрдамида турли энергия истеъмолчиларнинг кучланишлари стандарт (0,22 кВ, 0,38 кВ, 1 кВ, 3 кВ, 6 кВ, 35 кВ, 110 кВ, 220 кВ ва ҳ.к.) кучланишларга келтирилиб 50 Гц частотали манба кучланишлари билан мослаштирилади.

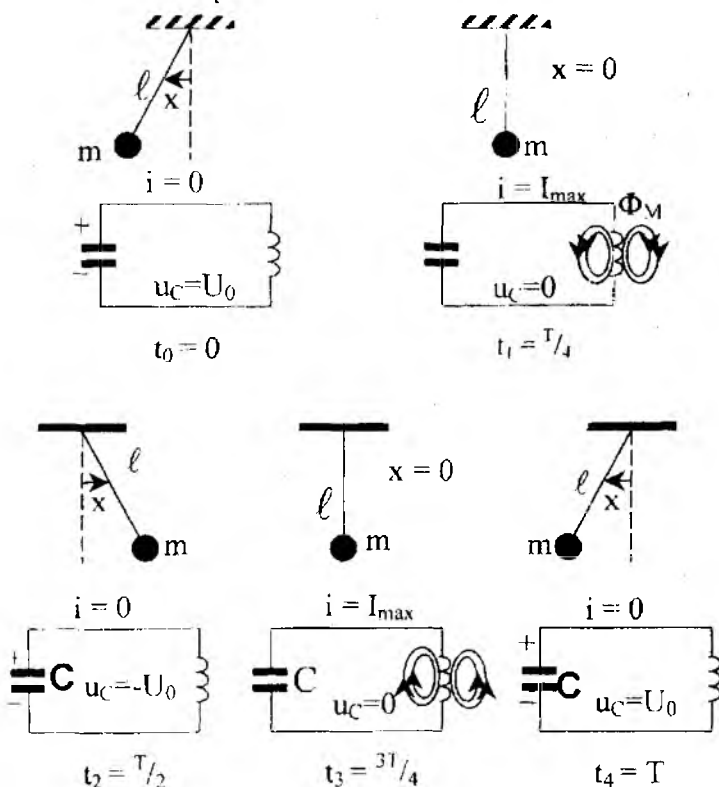
Катта қувватли трансформаторда w_1 ва w_2 чулғамлар махсус магнит ўтказгич (нўлат ўзак) орқали бирлаштирилган бўлиб, у орқали чулғамларaro индуктив боғланиш ҳосил қилинади. Улардаги физик жараёнлар юқорида кўриб ўтилганларга нисбатан анча мураккабдир. Бу тўғрида тегишли маълумотлар кейинги бобларда баён қилинади.

V Б О Б

ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИДАГИ РЕЗОНАНС ҲОДИСАЛАРИ

5.1. Тебраниш системаси ва резонанс ҳодисаси (умумий тушунчалар)

Резонанс ҳодисалар тебраниш системаларида, яъни энергиянинг тебраниб ўзгариши рўй берадиган элементли (энергия тўпловчи) системаларда содир бўлади. Математик маятник билан электр тебраниш контури техникада энг кўп тарқалган тебраниш системалари ҳисобланади (5.1-рasm). Маятникнинг ҳаракати (ишқаланиш кучларини ҳисобга олмаганда) қуйидаги тенглама билан ифодаланади:



5.1-рasm

$$m \ell \frac{d^2 x}{dt^2} + mgx = 0 \quad (5.1)$$

бунда: m - маятникнинг массаси (кг); ℓ - маятникнинг узунлиги (м); g - ернинг тортини кучи тезланиши (м/с^2); x - оғиш бурчаги (рад.). (5.1) ни қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз:

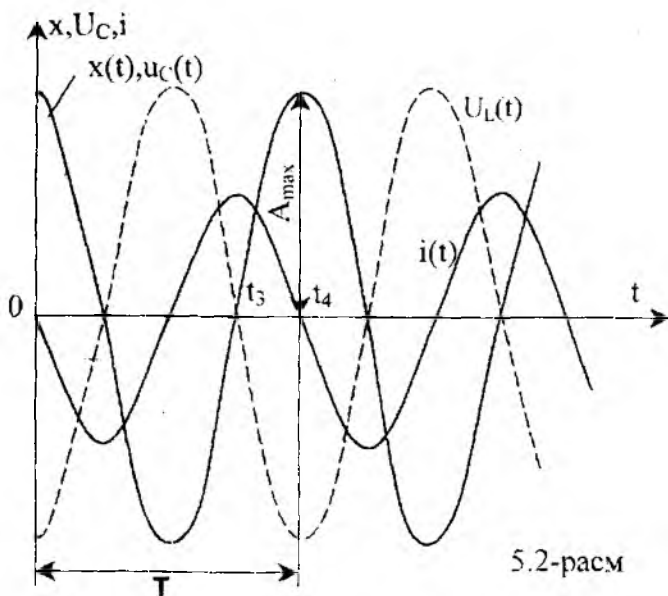
$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad \left[\omega_0^2 = \frac{g}{\ell} \right] \quad (5.2)$$

бунинг ечими эса

$$x = A_{\max} \cos \omega_0 t = X_{\max} \cos \omega t \quad (5.3)$$

бўлади, яъни тебраниш ҳаракат ҳам $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ (рад/с) частотали синусоидал қонуният билан ўзгаради (5.2-расм).

Худди шунга ўхшаш, C сифимга бошланғич $q_0 = CU_0$ (U_0 - конденсатор коилмаларидаги бошланғич кучланиш) заряд берилган L - C тебраниш контурида электр ўшандай тебранади. Запжирнинг мувозанат ҳолати тенгламаси



5.2-расм

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0,$$

$$\text{ёки} \quad \frac{d^2 u_c}{dt^2} + \omega_0^2 u_c = 0, \quad (5.4)$$

бўлади; бунда - u_c - С сиғимдаги олий кучланиш (В); L - контурнинг индуктивлиги (Г); C - сиғим (Ф); $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - контурнинг хусусий тебраниш частотаси (рад/с). (5.4)нинг ечими

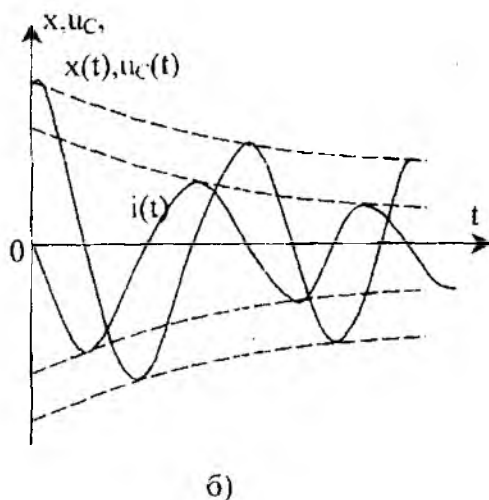
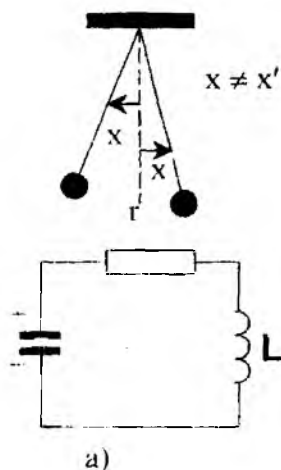
$$u_c = A_{\max} \cos \omega_0 t = U_0 \cos \omega_0 t$$

бўлади, яъни С сиғимдаги кучланишнинг тебраниши аввалги ҳолдагига ўхшаш частота билан синусоидал конун асосида ўзгаради (5.2-расм).

Иккала система учун ҳам $t_0=0$, $t_2=T/2$, $t_4=T$ ва ҳ.к. пайтларда системанинг энергияси потенциал бўлиб, $t_1=T/4$, $t_3=3T/4$ ва ҳ.к. пайтларда улар кинетик шаклга ўтиши муҳимдир.

Электр контурида конденсаторнинг электр майдони энер-

$$\text{гияси} \quad W, = \frac{CU_0^2}{2}$$



5.3-расм

Ғалтакнинг магнитавий майдони энергияси $W_M = L \frac{I_{\max}^2}{2}$ га

даврий равишда айланиб туради. Аммо реал тебраниш системаларида (5.3-а расм) тебранишнинг амплитудаси A_m ўзгармай қолишига қаршилик кўрсатувчи кучлар доимо мавжуд. Бу эса ишқаланиш кучлари ва тебраниш контурининг актив қаршилиги туфайли иссиқлик исрофи бўлади демакдир. Ана шуларга системада тўпланган энергиянинг бир қисми сарф бўлади. Бу эса тебраниш амплитудасининг ҳар бир циклда монотон камая боришига олиб келади, яъни тебраниш i - u в ч и т е б р а н и ш дейилади.

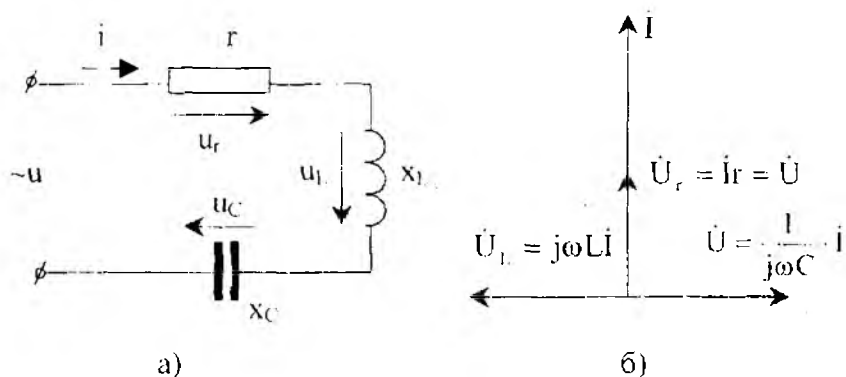
Юқорида баён қилинган тебраниш системаларида тебранишлар қатъий, аниқ частотада содир бўлиб, бу частота системанинг фақат ички параметрларидан аниқланиб, ташқи энергия киритган бошланғич импульснинг миқдорига боғлиқ эмас. Шунинг учун бундай тебранишлар э р к и н т е б - р а н и ш л а р деб аталади.

Тебраниш системаларидаги эркин тебранишларни ўзгармас амплитудадан қилиб тутиб туриш учун унда исроф бўладиган энергия ўрнини ташқи манбадан тўлдириб туриш керак. Агар манбанинг таъсир этувчи ω частотаси тебраниш системасининг хусусий тебранишлар частотаси ω_0 га тенг бўлса, у ҳолда тебранишлар ташқаридан минимал энергия истеъмол қилиш ҳисобига сакланади. Бу эса резонанс ҳолати демакдир. Шундай қилиб, резонансли тебранишлар системаси деганда хусусий тебранишлар частотасининг ташқи кучлар (энергия манбаи) частотаси билан мос тушиш ҳодисаси тушунилади.

Энди кетма-кет, параллел ва аралаш уланган, энергия тўпловчи L ва C элементли электр занжирларда резонанс ҳодисаси рўй беришининг айрим хусусиятларини кўриб чиқайлик.

5.2. R , L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирда резонанс (кучланишлар резонанси)

$u = U_m \sin \omega t$ кучланиш манбаига актив r , индуктив $x_L = \omega L$ ва сиғим $x_C = \frac{1}{\omega C}$ қаршиликлар кетма-кет уланган занжир берилган, деб



5.4-расм

фараз қилайлик (5.4-а расм). Занжирнинг мувозанат тенгламаси (Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра)

$$u_r + u_L + u_C = u$$

ёки

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + mgx = 0 \quad (5.5)$$

Тенглама комплекс шаклда ёзилганда

$$r\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \dot{U} \quad (5.6)$$

бўлади. Занжирнинг комплекс қаршилиги:

$$Z = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = r + jx = \underline{Z}e^{j\varphi}$$

Занжирда резонанс ҳодисаси содир бўлганда, унга берилаётган қучланиш актив қаршиликдаги U_r қучланишнинг пасайишини тўлдирлиб туриши керак:

$$\dot{U}_r = r\dot{I} = \dot{U}$$

Бу $j\dot{I}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$ бўлганда, ёки

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$, яъни реактив элементларнинг қаршиликлари ўзаро тенг ($x_L = x_C$) бўлганда мумкин. Резонанс вақтида $Z_{\min} = r$ ва $\varphi = 0$ бўлиб, занжирдаги ток I билан манба кучланиши U бир хил фазада туради. Резонанс пайти учун ток ва кучланишларнинг вектор диаграммаси 5.4-б расмда берилган. Резонанс ҳолатига асосан иккита усул билан эришилади:

а) тебраниш контурининг параметрлари ўзгармас ($L = \text{const}$ ва $C = \text{const}$) бўлганда, манба частотаси ω ни ўзгартириб (роста-лаб) хусусий тебранишлар частотаси билан тенглаштирилади: $\omega = \omega_0$ ёки

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad \omega_0^2 LC = 1;$$

б) манба частотаси ўзгармас ($\omega = \text{const}$) бўлганда тебраниш контури параметрлари L (ёки C) бирортасини ўзгартириб, куйидаги тенглик ҳосил қилинади:

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}, \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L};$$

Бунда $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ частота резонанс частота с и дейилади. Резонанс вақтида занжирнинг тўла қаршилиги минимал қийматга эришади: $Z_{\min} = r$, ($X_L - X_C = 0$ бўлгани учун). Бу вақтда манбадан максимум ток истеъмол қилинади:

$$I_{\max} = I_{\text{рез}} = \frac{U}{r}$$

Бу ток ўз навбатида катта миқдордаги реактив $U_L = I x_L$ ва $U_C = I x_C$ кучланишларни ҳосил қилади: бу кучланишлар манба кучланиши U дан бир неча марта катта бўлиши мумкин. Кучланишлар резонанси дейиш ҳам ана шундан келиб чиққан.

Реактив кучланишлар миқдорий жиҳатдан манба (ёки актив) кучланишдан неча марта катта бўлишига боғлиқ. Резонанс вақтида

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho.$$

яъни ғалтак ва конденсатор реактив қаршилигининг микдорлари ($L : C$) нисбатга боғлиқ:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{Ом}$$

Бу нисбат қаршилиқ бирлиги ўлчамига эга бўлганидан тебраниш контурининг тўлқин қаршилиги деб аталади.

Реактив кучланишлар $U_{L0} = U_{C0}$ нинг U дан неча марта катталиги қуйидаги нисбатдан аниқланади:

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{\rho}{r},$$

бунда: Q - контурнинг сархиллиги ёки сифат коэфффициенти дейилади, унга тесқари бўлган микдор

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho}$$

контурнинг сўниши дейилади.

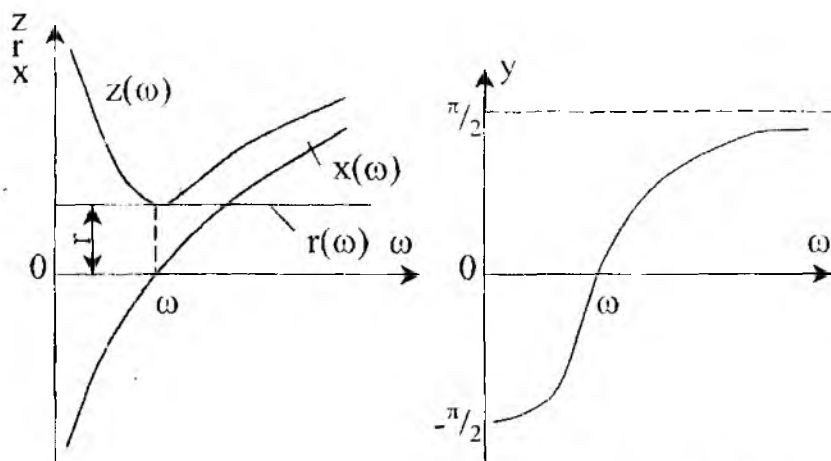
5.3. Кетма-кет уланган резонанс занжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиклари)

5.5-расмда занжирнинг тўла қаршилиги Z ва унинг таъкил этувчилари r ва X , шунингдек, бурчак силжиши φ ни манба частотасининг ўзгариши $\omega = Var$ га (манба кучланиши ўзгармас $U = \text{const}$ бўлганда) боғлиқлигининг эгри чизиклари

кўрсатилган. $Z(\omega) = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ функцияли эгри чизик ω

нинг 0 дан ∞ гача ўзгарганда $r(\omega)$ тўғри чизик ва $x(\omega)$ эгри чизикларнинг координаталарини геометрик қўшиш натижасида ҳосил қилинган (5.5-а расм).

Актив қаршилиқ r нинг қиймати токнинг частотасига боғлиқ эмас (бундан радио частотали занжирлар мустасно), яъни $r(\omega)$ абциссалар ўқидан r масофада жойлашган тўғри чизикдир. x реактив қаршилиқ $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаради, яъни $X(0) = -\infty$ ва $X(\infty) = \infty$ бўлган $X(\omega)$ эгри чизини билан инфо-



5.5-расм

ифодаланади. Резонанс пайтида ($\omega = \omega_0$), $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ бўлгани учун $X=0$. Шу туфайли тўла каршилик $Z(\omega)$ нинг минба частотасига боғлиқлиги $Z(0) = -\infty$, $Z(\omega_0) = r$ ва $Z(\infty) = \infty$ тегишлича нол, резонанс ва чексиз катта частоталарга мос келувчи учта характерли қийматга эга. Шунга мос равишда фаза силжиши бурчаги φ ҳам ўзгаради:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

Бу 5.5-б расмдаги $\varphi(\omega)$ эгри чизикдир. Агар $\omega=0$ бўлса, занжир сиғим характерига эга, яъни $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; $\omega \rightarrow \infty$ да у индуктив

характерга эга, яъни $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Резонанс нуктасида ($\omega=\omega_0$) занжир

актив характерга эга, яъни $\varphi = 0$ бўлиб, ток минба кучланиши билан фаза жиҳатидан устма-уст тушади. Шундай қилиб, $\omega=\omega_0$ нуктасида занжир характери сиғимдан индуктивга ўзгаради. Энергия сароф бўлмайдиган идеал ($r=0$) контур кўриб чиқилганда занжир характери сакраш билан ўзгариб, ($\omega=\omega_0$)

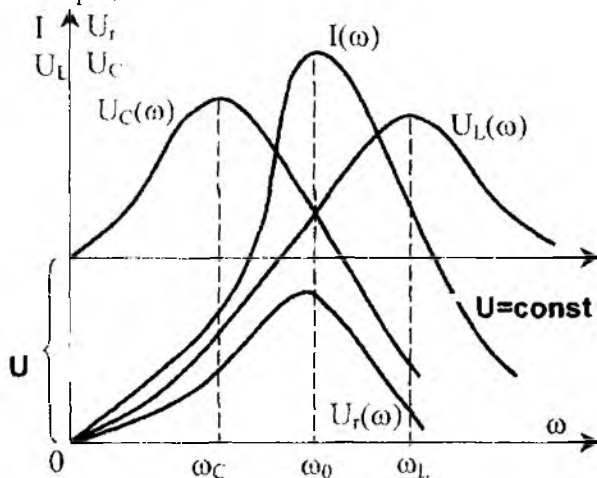
нуктада силжиш бурчаги $\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$ дан $\varphi_c = \frac{\pi}{2}$ гача ўзгаради,

яъни "фаза тўнгарилиши" содир бўлади. Энди ток $I(\omega)$ ва кучланиш $U_C(\omega)$ ва $U_L(\omega)$ ларнинг занжир қисмаларидаги кучланиш эффектив қиймати ўзгармас ($U=\text{const}$) бўлганда, уларнинг манба частотасига боғлиқлигини кўриб чиқамиз.

Эгри чизик $Z(\omega)$ га биноан (5.5-а расм) ток

$I = U / \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ частота $\omega=0$ бўлганда, $Z(0) = \infty$ бўлгани

учун нолга тенг. Нолдан бошлаб $I(\omega)$ эгри чизиги $\omega=\omega_0$ нуқтада максимумга эришади; чунки бу ерда $Z(\omega_0) = r$, яъни минималдир. Шундан сўнг $Z(\omega) \rightarrow \infty$ (5.6-расм) туфайли нолгача монотон камая боради.



5.6-расм

Эгри чизик $U_L(\omega)=rI(\omega)$ қандайдир ўзга масштабда $I(\omega)$ эгри чизикни такрорлайди ва унинг максимуми бўлганда (резонанс) кириш кучланиши U га тенг. Индуктивлик ва сигимдаги кучланишлар тегишлича қуйидаги функциялар билан ифодаланади:

$$U_L = \omega L \cdot I = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = U_L(\omega);$$

$$U_L = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\omega C \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = U_C(\omega).$$

Частота $\omega=0$ ва $\omega=\infty$ бўлганда уларнинг миқдори тегишлича $U_L(0)=0$; $U_C(0)=U$ ва $U_L(\infty)=U$, $U_C(\infty)=0$ бўлади. Бунинг сабаби қуйидагича: $\omega=0$ бўлганда ток $I=0$ ва манбанинг барча кучланиши конденсатор C нинг қисмаларига тўпланади; чунки унинг қаршилиги ўзгармас ток бўйича ∞ га тенг. Частота $\omega \rightarrow \infty$ да ток яна нолгача камайиб, манбанинг кучланиши ғалтак қисмаларига тўпланади; чунки унинг қаршилиги $X_L = \omega L$ чексиз катта бўлади. Резонанс нуктасида ($\omega=\omega_0$) U_L ва U_C кучланишлар ўзаро тенг ва бир-бирини компенсациялайди, чунки $I_{X_L}=I_{X_C}=I_r$, манбанинг кучланиши эса актив қаршилик r нинг қисмаларида тушади. Тўлқин қаршилиги $\rho > r$ ($Q>1$ ва $d<1$) бўлганда, $U_L=U_C > U$ бўлиши юқорида айтилган эди. Демак, $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ функциялар аён ифодаланган максимумларга эга бўлиши керак. Бу функциялар $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ экстремумларини мавжуд шартларидан аниқлаш қийин эмас:

$$\frac{dU_L(\omega)}{d\omega} = 0 \quad [*] \quad \frac{dU_C(\omega)}{d\omega} = 0 \quad [**]$$

Бу тенгламаларнинг ечимлари қуйидагича:

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}} \quad \text{ва} \quad \omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}$$

Демак, $U_L(\omega)$ функциянинг максимуми $\omega_L > \omega_0$ ва $U_C(\omega)$ функциянинг максимуми $\omega_C < \omega_0$ частоталарга тўғри келади (5.6-расм).

Агар $d \geq 1$ бўлса, $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ ларнинг эгри чизиклари монотон характерга эга бўлиб, абсциссалар ўқи билан $U=\text{const}$ тўғри чизик оралиғига жойлашади.

5.6-расмда келтирилган $I(\omega)$, $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ ларнинг боғланишлари резонанс занжирининг частотавий характеристика ёки резонанс эгри чизиклари дейилади.

Инженерлик ҳисоблашларда $I(\omega)$ эгри чизигининг частота-вий характеристикаси $I/I_0=f(\eta)$ кўпроқ амалий аҳамиятга эга,

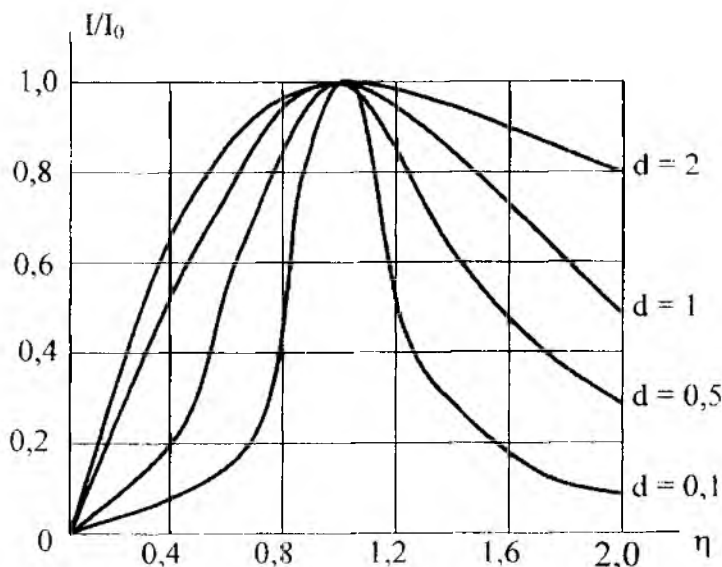
яъни ток I ўрнига I/I_0 нисбат, частота ω ўрнига эса $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$

нисбат олинган (бу ерда $I_0 = \frac{U}{r}$ ва $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$); у ҳолда:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{U}{Z} : \frac{U}{r} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{\omega_0 L}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + d^2 \left(\eta - \frac{1}{\eta} \right)^2}},$$

5.7-расмда $0 < d < 2$ қийматлари учун қурилган $I/I_0 = f(\eta)$ частотавий характеристикалар берилган. Эгри чизиқларнинг шакли



5.7-расм

фақат контурнинг сўнишига боғлиқлиги графикадан кўриниб турибди. Контурнинг сўниши қанчалик катта

бўлса, $I/I_0=f(\eta)$ эгри чизик шунчалик ётиқ бўлади ва аксинча, контурнинг сўниши d кичик бўлганда (ёки Q катта бўлганда) резонанс эгри чизикларнинг тиклиги бир мунча ортади, яъни частотанинг ўзгаришига токнинг реакциясисскинрок бўлади. Бу ҳолларда резонанс аён ифодаланган бўлиб, U_L ва U_C кучланишлар миқдори жиҳатидан манба кучланишидан кескин фарк қилади. Бу тебраниш контурини манбанинг умумий частоталари спектридан бирорта аниқ частотага созлаганда муҳим аҳамиятга эга.

5.1-мисол. Параметрлари $r=0,5$ Ом, $L=0,01$ Г ва $C=10^{-4}$ Ф бўлган занжирда (5.4-а расм) кучланишлар резонанси мавжуд. Занжирга берилаётган кучланишнинг эффектив қиймати $U=1$ В. Занжир элементларидаги ток ва кучланиш манба токининг частотаси, занжирнинг тўлқин қаршилиги ρ , контурнинг аслик коэффициенти (Q) ва сўниш (d) аниқлансин.

Е ч и ш. Резонанс пайтидаги занжирдаги ток;

$$I_0 = \frac{U}{r} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ А}$$

Занжирнинг r , L ва C элементларидаги кучланишлар тегишлича;

$$U_r = I \cdot r = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ В}$$

$$U_L = I x_L = I \cdot \omega_0 L = I \cdot \rho = 2 \sqrt{\frac{0,01}{10^{-4}}} = 20 \text{ В}$$

$$U_C = U_L = 20 \text{ В}$$

Манба токининг частотаси

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-4}}} = 10^3 \text{ Рад/с}$$

Тебраниш контурининг тўлқин қаршилиги:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{10^{-2}} = 10 \text{ Ом}$$

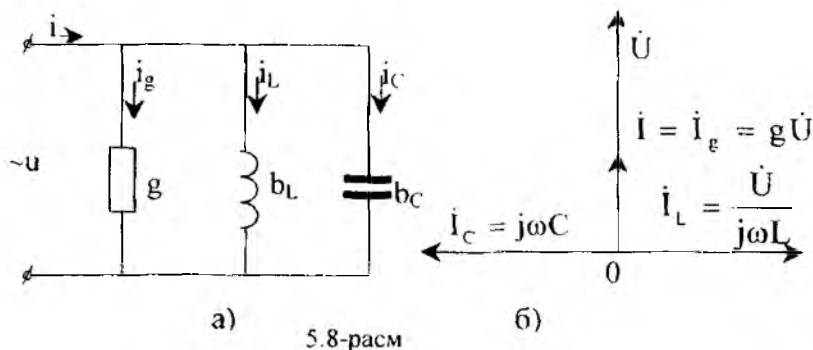
Тебраниш контурининг аслик коэффициенти ва сўниш тегишлича

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{10}{0,5} = 20, \quad d = \frac{1}{Q} = 0,05$$

бўлади.

5.4. g , L ва C элементлари параллел уланган занжирда резонанс (токлар резонанси)

Ўтказувчанликлари тегшишча g , $b_L = 1/\omega L$ ва $b_C = \omega C$ бўлган актив, индуктив ва сифим тармоқлардан тузилган параллел занжир $u = U_m \sin \omega t$ кучланиш манбаига уланган (5.8 а-рasm) деб



фараз қилайлик. Занжирнинг мувозанат ҳолати тенгламаси (Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра):

$$i = i_g + i_L + i_C \quad \text{ёки}$$

$$i = gu + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt} \quad (5.7)$$

(5.7) тенгламани комплекс шаклда қайта ёзсак,

$$g \dot{U} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + j\omega C \dot{U} = \dot{I} \quad (5.8)$$

Занжирнинг комплекс тўла ўтказувчанлиги:

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = g - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = g - jb = ye^{-j\varphi}$$

Резонанс шarti бўйича бутун занжирнинг токи I актив тармоқдаги I_g токка тенг:

$$i_g = g \dot{U} = \dot{I}$$

Бу фақат ғалтак ва сифимнинг реактив ўтказувчанликлари тенг

($b_L = b_C$) бўлганда, яъни $b = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = 0$ да мумкин бўлади. У

ҳолда $Y = g$ ва $\varphi = 0$ бўлади.

Демак, резонанс пайтида занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги ток I манба қуқланиш U билан фаза жиҳатидан устма-уст тушади. Резонанс пайти учун ток ва қуқланишнинг вектор диаграммаси 5.8-б расмда берилган. Элементлари кетма-кет уланган занжирдаги каби, параллел уланган занжирда ҳам резонанс икки усулда:

а) занжирнинг параметрлари L ва C ўзгармас ($L=\text{const}$ ва $C=\text{const}$) бўлса, манбанинг ростланувчи частотасини (ω) тебраниш контурининг хусусий частотасига ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) ростлаш;

б) тебраниш контурининг частотаси ω_0 ни L (ёки C) параметрларидан бирортасини ўзгартириш ҳисобига манба частотаси ω нинг қийматига $L = \frac{1}{\omega^2 C}$ (ёки $C = \frac{1}{\omega^2 L}$) бўладиган қилиб ўзгартириш усули билан ҳосил қилинади. Бунда $\omega = \omega_0$ - резонанс частотаси.

Резонанс пайтида ($b_L - b_C$)=0 бўлгани учун занжирнинг ўтказувчанлиги минимал $Y_{\min}=g$ қийматга эришади. Бу вақтда занжирнинг манбадан истисмол қилаётган токи ҳам минимал бўлади:

$$I_{\min} = I_{\text{р.н.к}} = gU$$

Аммо ўзаро компенсацияланган $I_L=U/\omega L$ ва $I_C=\omega CU$ реактив тоқлар микдорлари жиҳатидан манбадан келаётган умумий ток I дан бир мунча ортиб кетиши мумкин. Шунинг учун ҳам бу ҳодиса тоқлар резонанси деб аталади. Реактив ўтказувчанлик b_L ва b_C лар қанчалик катта бўлса, I_L ва I_C тоқлар ҳам шунчалик катта бўлади:

$$b_L = b_C = \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\frac{C}{L}} = \gamma \quad \left[\frac{1}{\Omega^*} \right],$$

бунда γ - резонансли параллел уланган занжирнинг (тебраниш контурининг) тўлқин ўтказувчанлиги дейилади.

$I_{L0} = I_{C0}$ нинг $I = I_{\text{р.н.к}}$ дан неча қарра катталиги қуйидаги нисбатдан аниқланади:

$$Q = \frac{I_{L0}}{I} = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{\gamma U}{gU} = \frac{\gamma}{g}$$

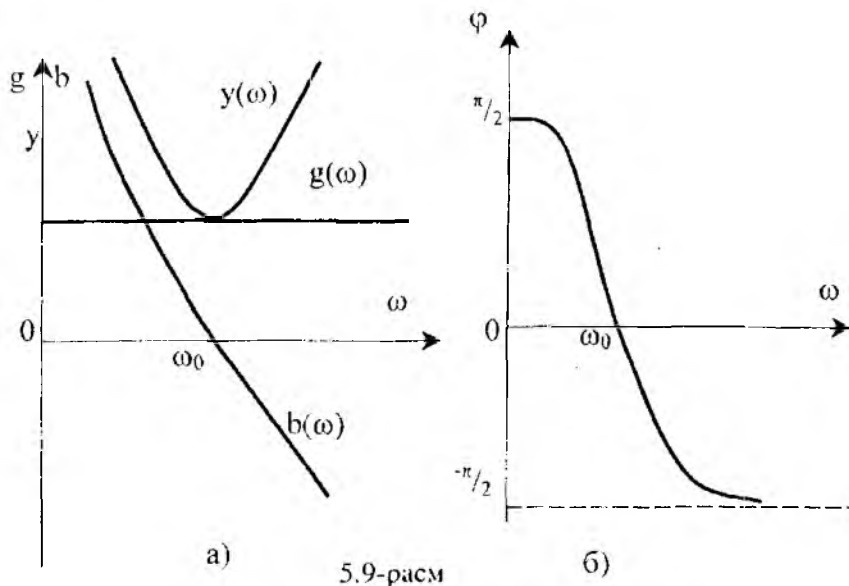
бунда: Q -контурнинг сархиллиги ёки сифат коэфффициенти, унга тескари микдор

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{g}{\gamma}$$

контурнинг сўниши дейилади.

5.5. Резонансли параллел уланган заңжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиклари)

5.9-расмда заңжирнинг тўла ўтказувчанлиги y ва унинг ташкил эгувчилари g ва b , шунингдек фаза силжиши бурчаги φ нинг (манба кучланиши ўзгармас $U=\text{const}$ бўлганда) ўзгарувчан частотага $\omega=\text{var}$ боғлиқлигини кўрсатувчи эгри чизиклар берилган. Эгри чизик $y(\omega) = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$ частота ω нини 0 дан ∞ гача ўзгаришидан келиб чиққан тўғри чизик $g(\omega)$ ва эг-



ри чизик $b(\omega)$ ларнинг ординаталарини геометрик кўшиш

натижасида олинади (5.9-а расм). Актив ўтказувчанлик g нинг қиймати манба токининг частотасига боғлиқ эмас (бундан радио частотали занжирлар мустасно) яъни $g(\omega)$ абциссалар ўқидан g масофада жойлашган тўғри чизикдир. Реактив

ўтказувчанлик $b = \frac{1}{\omega L} - \omega C$, $b(0) = \infty$ дан $b(\infty) = -\infty$ гача

ўзгаради ва 5.9-а расмдаги $b(\omega)$ эгри чизикдан иборат бўлади.

Резонанс пайтида ($\omega = \omega_0$ бўлганда) $\frac{1}{\omega_0 L} - \omega_0 C = 0$ бўлгани

учун у нолга тенг. Шу туфайли тўда ўтказувчанлик $Y(\omega)$ билан манба частотаси орасидаги боғланишлар

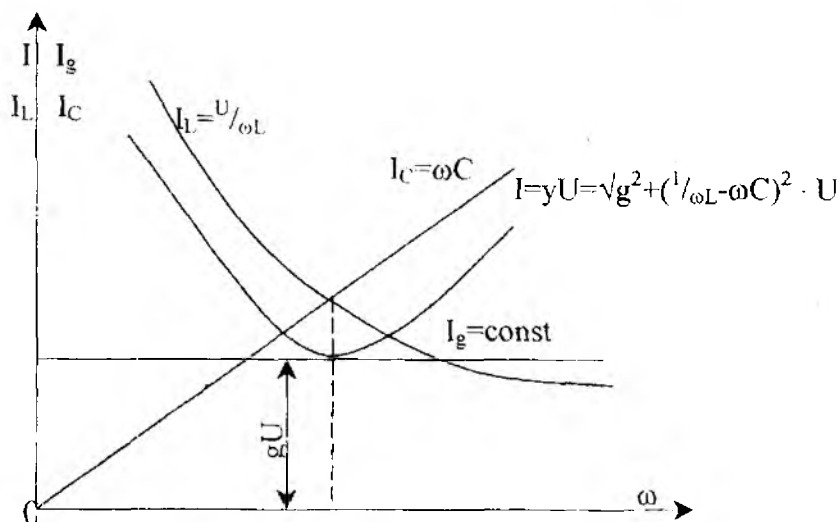
$Y(0) = \infty$, $Y(\omega_0) = g$ ва $Y(\infty) = \infty$ тегишлича нол, резонанс ва

чексиз катта частоталарга мос келувчи учта характерли

қийматга эга. Шунга мос равишда фаза силжиши бурчаги φ ҳам ўзгаради:

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g}$$

ва 5.9-б расмдаги $\varphi(\omega)$ эгри чизикдан иборат бўлади. Частота



5.10-расм.

$\omega=0$ бўлганда занжир индуктив характерга ($\varphi=\pi/2$), $\omega \rightarrow \infty$ да эса у сиғим характерга эга ($\varphi=-\pi/2$) бўлади. Резонанс пайтида ($\omega=\omega_0$) занжир актив характерга эришади ($\varphi=0$), бутун занжирнинг токи манба кучланиши билан фаза бўйича устма-уст тушади. Кучланишлар резонанси каби частотанинг $\omega=\omega_0$ нуктасидан ўтиши занжир характерининг ўзгариши билан бирга содир бўлади. Аммо бунда занжир индуктив характердан сиғим характерига ўтади. Актив ўтказувчанлик $g=0$ бўлганда (исрофсиз контур) бу ўтиш сакрашсимон бўлади. Резонанс нуктасида ($\omega=\omega_0$) фаза силжиши бурчаги $\varphi=\pi/2$ дан $\varphi=-\pi/2$ гача сакраб ўзгаради, яъни фаза "тўнтарилиши" содир бўлади. Манба кучланиши билан занжирнинг параметрлари ўзгармас ($U=\text{const}$, $L=\text{const}$ ва $C=\text{const}$) бўлганда ва манба частотаси $\omega=0 \div \infty$ гача ўзгарганда олинган $I(\omega)$, $I_g(\omega)$, $I_L(\omega)$ ва $I_C(\omega)$ каби частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари) 5.10-расмда кўрсатилган. Актив ўтказувчанликдаги ток I_g частотага боғлиқ бўлмагани туфайли $I_g=\text{const}$ тўғри чизиқдир. Индуктивликдаги ток $I_L=U/\omega L$ манба токнинг частотасига тескари пропорционал, яъни $\omega=0$ бўлганда, чексизликка тенг ва $\omega \rightarrow \infty$ да нолга тушади. Сиғимдаги ток $I_C=\omega C U$ частотага тўғри пропорционал бўлиб, ушанг боғланиши тўғри чизиқ билан ифодаланади. Ўзининг ташкил аъзоларидан фарқли ўлароқ, тўла токнинг эгри чизиғи $I(\omega) = U \cdot \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$ резонанс нуктасида $\omega=\omega_0$ частотага мос келувчи аён ифодаланган минимумга эга $I_{\min} = Ug$; $\omega=0$ ва $\omega \rightarrow \infty$ да $I(\omega)$ нинг қиймати чексизликка интилади.

5.6. Элементлари кетма-кет ва параллел уланган резонансли занжирда энергиянинг тебраниши

Тебраниш системалари резонанс режимида ўзига хос хусусиятга эга бўлиб, бу системаларнинг энергия тўпловчи элементларида (тебраниш контурининг L ва C элементларида) энергия манбага қайтарилмасдан, элементлар орасида айланиб юради. Бунга занжирдаги тебранишнинг бир даври ичида L ва C элементларда оний қувватнинг ўзгаришини кўриб чиқиб ишонч ҳосил қилиш мумкин. Масалан, элементлари кетма-кет

уланган занжирда (5.4-а расм) кучланишлар резонанси рўй берганда оний ток $i = I_m \sin \omega t$ манбанинг оний кучланиши $u = U_m \sin \omega t$ билан фаза бўйича устма-уст тушади. Реактив элементларидаги кучланишлар қуйидаги қонун билан ўзгаради:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega_0 L I_m \cos \omega_0 t \quad \text{ва} \quad u_C = - \frac{1}{\omega_0 C} \cos \omega_0 t$$

яъни қарама-қарши фазада бўлади. Индуктив ва сифим элементларидаги оний қувватлар тегишлича қуйидагича бўлади:

$$P_L = u_L i = \omega_0 L I_m^2 \sin \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 t = \omega_0 L I_m^2 \sin 2\omega_0 t = U_L I \sin 2\omega_0 t$$

$$P_C = u_C i = - \frac{1}{\omega_0 C} \sin \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 t = - \frac{1}{\omega_0 C} \sin 2\omega_0 t = - U_C I \sin 2\omega_0 t$$

Аммо резонанс пайтида $U_L = U_C$ бўлгани учун истаган вақтда $P_L + P_C = 0$ бўлади. Бошқача тил билан, оний қувватлар

$$P_L = u_L i = L i \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(L \frac{i^2}{2} \right) = \frac{dW_M}{dt},$$

$$P_C = u_C i = C u_C \frac{du_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \frac{u_C^2}{2} \right) = \frac{dW_C}{dt}$$

микдор жиҳатидан ғалтак магнит майдони $\left[W_M = \frac{LI^2}{2} \right]$ ва кон-

денсаторнинг электр майдони $\left[W_C = \frac{CU^2}{2} \right]$ энергиянинг кириб

келиш тезлиги билан аниқланади. Бу, $\frac{dW_M}{dt} + \frac{dW_C}{dt} = 0$ ёки

$W_M + W_C = \text{const}$, яъни майдонлар энергияларининг йиғиндиси истаган вақтда ўзгармас демакдир. 5.11-расмда ғалтакдаги ток i , сифимдаги кучланиш u ва индуктив L ҳамда сифим C элементларида тўпланган энергиялар оний қийматларининг ўзгариш қонуниятлари кўрсатилган.

Эгри чизик $w_M(t)$ ва $w_C(t)$ лардан оний қийматлари йиғиндиси ўзгармас эканлиги яққол кўриниб турибди:

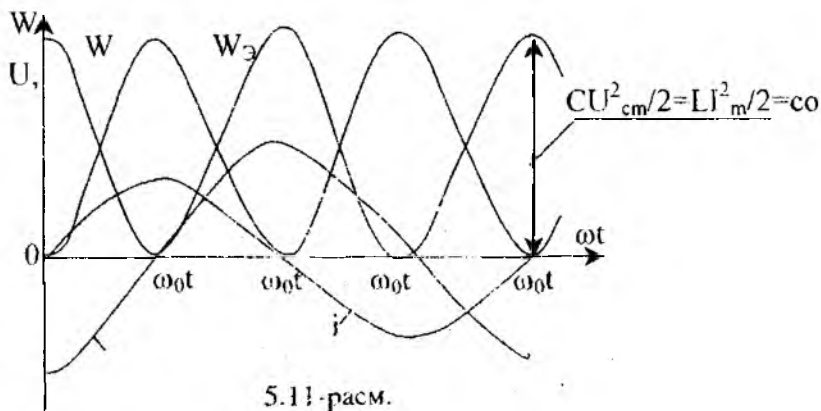
$$W_M + W_C = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2 \omega_0 t + \frac{CU_m^2}{2} \cos^2 \omega_0 t = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} = \text{const}$$

чунки частота $\omega = \omega_0$ да

$$\rho^2 = \frac{L}{C} = \frac{U_C^2}{I^2},$$

$$\frac{LI_m^2}{2} = LI^2 = CU_C^2.$$

Конденсаторнинг электр майдони энергияси $t_0 = 0$, $t_2 = T/2$, $t_4 = T$ ва ҳ.к. (кучланиш $u_c(t)$ ўзининг амплитудавий $\pm U_{cm}$ кийматига эришган) пайтларида максимумга эришади, яъни $W_{э\max} = C \frac{U_{cm}^2}{2}$. Оний кучланиш $u_c(t)$ нолдан ўтаётган пайтда юқорида кўрсатилган энергия ҳам нолга тенг. Ғалтакнинг маг-



5.11-расм.

нит майдони энергияси $t_1 = T/4$, $t_3 = 3T/4$, $t_5 = 5T/4$ ва ҳ.к. пайтларида, яъни $i(t)$ токнинг максимумларида максимал $\left(W_{m\max} = L \frac{I_m^2}{2} \right)$ бўлиб, бутун занжирнинг оний токи нолга

тенг бўлганда, у ҳам нолга тенг (5.11-расм). Конденсатордаги кучланиш u_c мутлоқ кийматининг камая бориши билан электр майдон энергияси $W_{э}$ ҳам камая бешлайди, аммо W нинг камая бориши натижасида магнит майдон энергияси W_m нинг орта бориши билан бир вақтда давом этади ва аксинча. Шундай қилиб, тебраниш контурининг электромагнит майдон энергиясининг йигиндиси $LI^2 = CU_c^2 = \text{const}$ бўлиб, ўзгаришсиз қолади, яъни энергия гоҳ конденсаторда, гоҳ ғалтакда навбатма-навбат тўпланади. Актив қаршилик r да иссиқликка айланаётган энергиянинг ўрни манбадан узлуксиз тўлдирилиб туради. Шундай қилиб, бутун занжирнинг қуввати $P = UI = U_c I = I^2 r$ элемент r да истеъмол қилаётган актив қувватга тенг.

Параллел тебраниш контурида ҳам энергиянинг айланиб юриш қонунияти юқорида баён этилганлардан ҳеч қандай фарқ қилмайди.

5.7. Элементлари аралаш уланган занжирда резонанс ҳодисалар

Умуман айтганда, резонанс ҳодисалари таркибида L ва C энергия тўпловчи элементлар (уларнинг сони ва уланиш усулидан, шунингдек, резисторли элементларнинг сони ва уланишидан қатъи назар) бўлган ҳар қандай мураккаб занжирда пайдо бўлиши мумкин. Аралаш уланган резонанслик занжирлардан энг кўп тарқалганлари тарзида 5.12-а расмда берилган схемани кўриб чиқайлик. Бундай занжирнинг тўла комплекс қаршилиги:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r_1 + j\omega L) \left(r_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{(r_1 + r_2) + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

Касрнинг сурат ва махражини $\left[(r_1 + r_2) - j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$ га кўпайтириб, мураккаб бўлмаган ўзгаришлар киритиб, қуйидагини ҳосил қилиш мумкин;

$$Z = \frac{r_1 \left(r_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) + r_2 \left(r_1^2 + \omega^2 L^2 \right) - \omega^2 LC \left(r_2^2 - \frac{1}{C} \right) - \left(r_1^2 - \frac{L}{C} \right)}{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = r_3 + jX_3$$

бунда: r_3 ва X_3 - бутун занжирнинг эквивалент актив ва реактив қаршиликлар.

Ҳар қандай занжирда резонанс ҳосил бўлишининг асосий белгиси бутун занжирдаги токнинг манба кучланиши билан фаза бўйича устма-уст тушишидир, шу туфайли кўриб чиқиладиган занжир учун $X_3=0$ шарт бажарилиши лозим, яъни:

$$\omega^2 LC \left(r_2^2 - \frac{L}{C} \right) - \left(r_1^2 - \frac{L}{C} \right) = 0$$

Демак, 5.12-а расмдаги занжирнинг резонанс частотаси:

$$\omega_{\text{РРК}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{r_1^2 - \frac{L}{C}}{r_2^2 - \frac{L}{C}}} \quad (*)$$

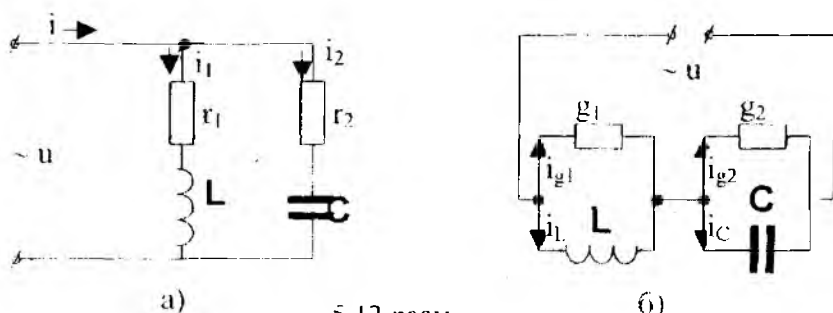
Кетма-кет ва параллел уланган оддий занжирлардан фарқли уларок бу частота фақатгина энергия тўловчи L ва C элементлардан параметрларига боғлиқ бўлмасда, r_1 ва r_2 актив қаршиликларга ҳам боғлиқ. Реал тебраниш контурини ҳисоблашда буни билиш муҳим аҳамиятга эга, чунки идеаллаштирилган занжирга қандай хусусият бермайлик, бари бир реал индуктив ғалтак L ва синим C идеал фаза сиғишига эга бўлмайди. Амалда ҳар қандай индуктивлик симдан ўралган ғалтак бўлиб, унинг актив қаршилиги нолга тенг эмас. $r_1 \neq 0$, шунингдек, реал конденсаторнинг қопламалари орасидаги ҳар қандай диэлектрик бир оз бўлсада, актив ўтказувчанликка эга ($g_c \neq 0$). Мухандислик ҳисоблашларида 5.12-а расм да берилган занжирдаги актив қаршилик r_2 ни кўпинча нол деб олинади, яъни $r_2 = 0$. У ҳолда (*) қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{\sqrt{1 - r_1^2 C \cdot L}}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{r_1^2}{L^2}}}{\sqrt{LC}} \quad (**)$$

Актив қаршиликлар $r_1 = r_2 = r = \sqrt{\frac{L}{C}}$ бўлган ҳолат алоҳида қизиқиш туғдиради. (*) тенглик бўйича резонанс частотаси

$\omega_{\text{рез}} = 0$ нолга тенг, яъни занжир манбаинини ҳар қандай час-

тотасида резонанс бўла олади. Бу $r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ шартига риоя қилинганда 5.12-а расмдаги занжир манбаининг частотасига



5.12-расм

боғлиқ бўлмай, актив характерга эга бўлини таъминланади, демакдир. Бу ҳолда бутун занжирнинг қаршилиги:

$$Z_{\text{с}} = r_{\text{с}} = r = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ мунки}$$

$$r_{\text{с}} = r \frac{\omega^2 L^2 + 2r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}{4r^2 + \omega^2 L^2 + 2\frac{1}{\omega^2 C^2}} = r \frac{\left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}{\left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2} = r.$$

Агар занжирнинг кириш қисмаларидаги кучланиш $\dot{U} = U$ бўлса, у ҳолда бутун занжирдаги ток:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = I_1 e^{-j\varphi_1} + I_2 e^{-j\varphi_2} = \frac{U}{r}$$

Сигим C даги кучланиш:

$$\dot{U}_C = I_2 \frac{1}{\omega C} e^{-j\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Фаза силжish бурчаклари φ_1 ва φ_2 тегишлича

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L}{r} = \arctg \omega \sqrt{LC}$$

ва
$$\varphi_2 = \arctg \left(-\frac{1}{r\omega C} \right) = \arctg \left(-\frac{1}{\omega \sqrt{LC}} \right)$$

ёки
$$\tg \varphi_1 = -\ctg \varphi_2 = \tg \left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2} \right)$$

демак, $\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{\pi}{2}$ яъни L индуктивликдан ўтаётган ток

$$\dot{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1} \text{ ва } C \text{ сигимдаги кучланиш } \dot{U}_C = \dot{I}_2 / \omega C \cdot e^{-j\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)}$$

фазалари бўйича устма-уст тушади. Энергетик нуктаи назардан, ғалтакнинг магнит майдони ва сигимнинг электр майдонидаги энергиялари бир вақтда (синфазавий) ортади ва камади. 5.12-а расмдаги занжирнинг L ва C энергия тўпловчи элементлари орасида энергия алмашиниш жараси содир бўлмайди. Манбадан олинаётган энергия чорак давр давомида ғалтак ва конденсаторнинг электромагнит майдонларида тўпланиб, қисман r_1 ва r_2 қаршиликларда сарфланади. Кейинги чорак давр давомида

хам манбадан уша мнқдорда энергия олинйб, г, ва т элементларида сарф булади. Аввалги чорак даврда галтак ва конденсате) рд а тупланган энергиянинг бир киём и иу чорак даврда г, ва | \ элементларида сарср булади. Учинчи чорак даврда биринчи чорак давридаги энергетик жараён такрорланади, туртинчи чорак даврда эса нккинчи чорак даврдаги энергетик жараён такрорланади ва хк.

5.12-6 раемда берилган аралаш занжир уз характери жихатидан 5.12-а раемдаги занжир билан бир хил булиб, резонанс холатининг генгламалари юкорида олинганларга ухшашдир. Масалан, айрим параллел контурнинг эквивалент реактив каршиликлари тегишлича

$$X_B = bL : |g| + \frac{1}{1 + d)1} \gg \frac{J = \frac{1}{g} \frac{1}{g^2 + b^2} - \frac{1}{g^2 + c^2} \sim 2 \sim 7jr^2$$

булади.

Резонанс шарты буйича $\omega = \omega_0$, 1Γ яъни

$$\cos \left(\frac{2}{g}, \frac{1}{+}, \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, \frac{1}{+} \right) \left| \frac{1}{g^2 + b^2} - \frac{1}{g^2 + c^2} \right|$$

бундан резонанс частотаси:

$$\omega_{\text{РБК}} \approx \omega_0 \left(1 + \frac{b^2 - c^2}{2g^2} \right)$$

Каршиликлари g , $-g$, $-j$ булган 5.12-а раемдаги занжир-

га хос хусусиятлар утказувчанликлари $g^2 = g$, $-j\omega$ булган бу занжирга хам тегишлидир.

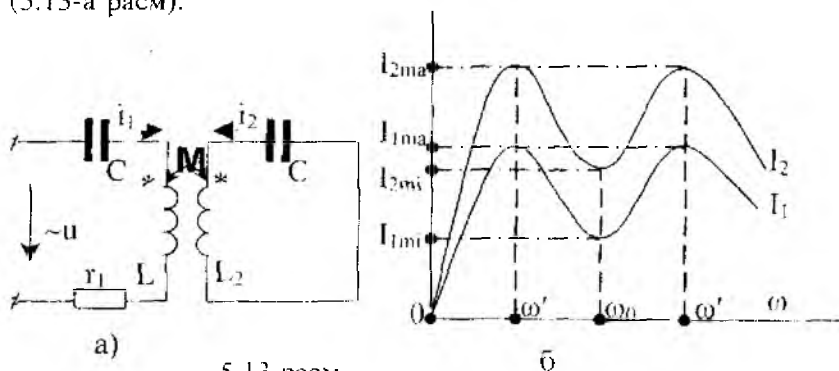
5.8. Индуктив боғланган занжирлардаги резонанс ҳодисалари

Трансформаторнинг юкланган режимдаги вектор диаграммасига (4.19-расм) кур', занжирнинг кириш-кисмаларидаги ток билан кучланиш орасидаги фаза силжиш бурчаги йккиламчи занжирдаги юкламанинг характериға боғлиқ холда мусбат (ϕ , $>$

0), ёки манфий ($\phi_2 < 0$) бўлиши мумкин. Демак, иккиламчи занжир параметрларини

$$Z_{\text{кпр}} = R_{\text{кпр}}, \quad X_{\text{кпр}} = 0 \quad \text{ва} \quad \phi_1 = 0$$

қилиб танлаш мумкин. Реактив қаршилик $X_{\text{кпр}}=0$ бўлиши учун индуктив боғланган иккала контурдан бирортасида C_1 (ёки C_2) ситим бўлиши керак. Таҳлил қилиш қулай бўлиши учун иккиламчи занжирда исроф ($r_{11}=0$) йўқ; бўйлама ситимий компенсация эса иккала ғалтакда ҳам бор, деб фараз қиламиз (5.13-а расм).



5.13-расм

Резонанс шартидан занжирининг кириш қисмида

$$X_{\text{кпр}} = X_1 \frac{X_M^2}{X_{11}} = 0 \quad \text{га эга бўламиз. Аммо}$$

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}; \quad X_M = \omega M \quad \text{ва} \quad X_{11} = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_2}$$

$$\text{бўлгани учун} \quad \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{\omega^2 M^2}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}} = 0 \quad \text{ёки}$$

$$\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) - \omega^2 M^2 \quad (*)$$

бўлади. Агар L_1 ва C_1 , L_2 ва C_2 параметрларини ихтиёрий деб оласак, (*) нинг ω га нисбатан ечими мураккаб резонансни

НФОДАЛОВЧИ $AS.O^4 - b VCO^2 + C = 0$ БИКВАДРАТ ТЕНГЛАМА БИЛАН
БОГЛАНГАН БУЛАДИ. ЭНДИ АМАЛИЙ АХАМИЯТГА ЭГА ХУСУСИЙ
ХОЛПАРНИ КУРИБ ЧИКАМИЗ.

Б И Р И Н Ч И Х О Л. СИГИМ. $C = 0$ ДА РЕЗОНАНСГА C , НИ РО-
СТЛАШ НУЛИ БИЛАН ЭРИШИЛАДИ. У ХОЛДА ХУСУСИЙ РЕЗОНАНС
КУЙИДАГИ ЧАСТОТАДА ХОСИЛ БУЛАДИ:

$$\omega_0$$

$$K_{\text{BOG}}$$

БУНДА: $\{O_{01} - - - - \text{КОНТУР } L, - C\}$ НИШ ХУСУСИЙ ТЕБРАНИШ

ЧАСТОТАСИ; $U (= J CO L I - \text{БОГЛАНИШ КОЭФФИЦИЕНТА.}$

И К К И Н Ч И Х О Л. СИГНИМ $CP=0$ ДА РЕЗОНАНСГА C_2 НИ РО-
СТЛАШ ЙУЛИ БИЛАН ЭРИШИЛАДИ. ЭНДИ ХУСУСИЙ РЕЗОНАНС

$$PEI \quad \omega_0 \quad 1 - \frac{2}{BOG}$$

ДА РУЙ БЕРАДИ; БУНДА $CO_{02} \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} - \text{КОНТУР } L_2 - C_2$ НИНГ

ХУСУСИЙ ТЕБРАНИШ ЧАСТОТАСИ.

ИККАЛА ХОЛДА ХАМ РЕЗОНАНС НУКТАСИДА ТОКЛАР МАКСИМУМГА
ЭРИШАДИ:

$$I_1 \quad U, \quad I_2 \quad IJ.COM \\ \Gamma, \quad \Gamma^2 X^2$$

У Ч И Н Ч И Х О Л. СИГИМЛАР $C, ^0$ ВА $C_2 \Phi 0$, АММО $L, -C$,
ВА $L_2 - C_2$ КОНТУРЛАРНИНГ ХУСУСИЙ ТЕБРАНИШ ЧАСТОТАЛАРИ УЗАРО
ТЕНГ:

$$CO_0 - \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

У ХОЛДА МАНБАНИНГ ЧАСТОТАСИ $CO = CO_0$ БУЛГАНДА $X_{K1\Phi} = -X$ ВА
 $I_1 = 0$ БУЛАДИ. РЕАЛ ЗАНЖИРЛАРДА $\Phi 0$ БУЛГАНИ ТУФАЙЛИ I_1 ВА I_2
ТОКЛАР НОЛГА ТЕНГ БУЛМАЙ, ТЕГИШЛИЧА $I_{1\text{max}}$ ВА $I_{2\text{min}}$ - МИНИМАЛ
КИЙМАТЛАРГА ЭРИШАДИ. (5.13-6 РАЕМ). АГАР ТО ΦCO_0 ЧАСТОТАДА
 $X_{K1} = 0$ ШАРТГА ЭРИШИЛСА, ЗАНЖИРДА

$$CO = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \pm \frac{1}{K_{\text{ПО}}}$$

ЕКИ АНИКРОГИ

$$\omega' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + K_{\text{отк}}}} \quad \text{ва} \quad \omega'' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - K_{\text{отк}}}}$$

частоталарда кучланишлар резонанс ҳодисаси содир бўлади. Ток I_1 ва I_2 ларнинг манба частотасига боғлиқлиги 5.13-б расмда кўрсатилган. Бунда:

$$I_{1\text{max}} = \frac{U_1}{r_1} \quad \text{ва} \quad I_{2\text{max}} = \frac{\omega M U_1}{r_1 x_2}.$$

5.9. Электр занжирлардаги резонансларнинг амалий аҳамияти

Юқорида баён этилганларга кўра, кучланиш ва тоқлар резонансининг сабаби - манба ўзгарувчан тоқи частотаси тебраниш контурининг хусусий тебранишлар частотаси билан мос тушганда улардаги реактив кучланиш ва тоқлар тебраниш амплитудаларининг ортишидир. Демак, L ва C параметрларида ростланидиган тебраниш контуридаги резонансдан аниқ частотали сигналларни кучайтириш учун фойдаланиш мумкин. Ягона занжирда бирлашиб ишлаётган турли частотали сигналлардан (тоқлардан) керакли частотали сигнални ажратиб олиш худди ана шу хусусиятга асосланган. Шунга кўра, барча радио ва телевизион приёмникларнинг кириш қисмаларида ташқи антенна билан уланган тебраниш контури бор. Бу антенна радио ва телевизион станциялар тарқатаётган электромагнит тўлқинлар майдонига жойлашиб, приёмникнинг L - C тебраниш контуридаги индуктивликда э.о.к. ҳосил қилади. Параметр C ни (ёки L ва C ни бир вақтда) бир текис (радиоприёмникларда), ёки поғонали (телевизорларда) ростлаб, тебраниш контурининг хусусий тебранишлар частотаси танланган станциянинг частотасига мосланади. Бу, резонанс ҳодисаси ҳисобиға, приёмникда қабул қилинаётган станциянинг сигнални олдиндан кучайтириб беради. Сўнгра сигнал махсус электрон кучайтиргичлар ёрдамида яна ҳам кучайтирилиб, ҳамда ҳалақит берувчи ўзга сигналлардан "тозаланиб" приёмникларнинг чиқиш қисмаларига товуш ёки тасвир тарзида берилади.

Кўп каналли узок масофали телефон алоқасида ҳам кучланишлар резонанси ҳодисаси асос қилиб олинган. Бунда узатилаётган товуш сигналлари частоталарнинг амплитудаси ўзгариш

конунияти бўйича ўзгарувчи (элувчи) частоталарга эга бир неча ток бир жуфт симдан юборилади. Ахборот қабул қилинаётган жойида юборилаётган сигнал (ток)лар тегишлича "элувчи" частоталарга созланган алоҳида резонанс контурлари-га киради ва ҳаёқит берувчи ёт сигналлардан "тозаланиб", ўзларининг каналлари бўйича тегишли абонентнинг телефон ашпаратига берилади. Кучланишлар резонанси ҳолисаси 50 Гц частотали электр тармоқларининг айрим қисмларида ҳам содир бўлиши мумкин. Бу ҳолда индуктив ғалтак ролини ҳар хил трансформаторлар (реакторлар), конденсатор ролини эса узат-кич симлар оралиғидаги снгим, кабелларда унинг симлари ора-сидаги снгим, кабелнинг ўзи билан ер орасидаги снгим бажара-ди. Бундай ҳолларда резонанс ҳолисаси ўта кучланиш ҳосил қилиб, электр тармоқнинг номинал кучланишига мўлжалланган электр ашпаратлар, машиналар ва системаларнинг бошқа эле-ментлари бузилишига сабаб бўлади. Резонанснинг олдини олиш учун хусусий тебранишлар частотасида ҳосил бўладиган тебра-ниш контурининг "созини бузиш" мақсадида электр тар-моқларига сунъий равишда реактив қаршилиқлар ва ўтказувчанлиқлар киритилади.

Ақсинча, тоқлар резонанси ҳолисаси эса электр системала-рининг ишлаши учун бир мунча қулай бўлиб, энергия манбалари-рининг қувват имкониятидан тўла фойдаланишга ёрдам беради. Тоқлар резонансида реактив энергия фақат L ва C элементлар орасида циркуляцияланиб, шунга қўра "манба" - "истеъмолчи" узатиш линиясини қўшимча тоқлар билан юкламайди. Масала-н, қуввати $P=600$ кВт ва қувват коэффициенти $\cos\varphi=0,8$ бўлган индуктив характерли бир фазали истеъмолчи $U_{ном}=3$ кВ номинал кучланишда $I_{ном}=25$ А ток истеъмол қилаётган бўлсин. Агар унинг реактив қуввати параллел уланган C снгим билан компенсацияланса, бутун қурилманинг қувват коэффи-циенти $\cos\varphi'=1$ гача қўтарилиб, аввалги фойдали қувват $I_n=20$ А ток кучида ҳам таъминланади. Бу ҳолда истеъмолчининг таъминланаётган электр узатиш линияси, аввалги $I_n=25$ А ток билан эндиликда яна қўшимча $S_{қўш}=3000 \times 5=15$ кВА фойдали қувватни узата олади. Шундай қилиб, тоқлар резонанси (ёки реактив қувватларни параллел компенсациялаш) ҳолисаси электр энергиясини генераторларининг ва электр узатиш линия-ларининг (ЭҰЛ) қувват манбаларидан тўлароқ фойдаланиш им-кониятини беради. Бу ҳолисадан амалда кенг тарқалган син-

хрон компенсаторлар саноат аҳамиятига эга бўлган энергетик қурилмаларнинг қувват коэффициентни $\cos\varphi$ ни оширишда кўпроқ фойдаланилади.

5.2-мисол. Қуввати $P_H=1,65$ кВт бўлган бир фазали асинхрон юриткич (мотор) $U_H=220$ В номинал қўлавишли манбага ulangan. Қувват коэффициенти $\cos\varphi_H = 0,75$ ва тармоқ частотаси $f=50$ Гц бўлган ушбу қурилма тоқлар резонанси режимида ($\cos\varphi'=1$) ишлаши учун моторга параллел қандай синимли конденсатор улаш керак?

Ечнш. Моторнинг манбадан истеъмоя қилаётган токи:

$$I_H = P_H : (U \cdot \cos\varphi_H) = 1650 : 220 \cdot 0,75 = 10 \text{ А}$$

Синимдаги тоққа тенг бўлган ($I_C=I_p$) юриткичнинг компенсацияланадиган реактив токи:

$$I_p = I_H \cdot \sin\varphi_H = 10 \cdot 0,66 = 6,6 \text{ А.}$$

Конденсаторнинг қаршилиги:

$$X_C = \frac{U_H}{I_p} = \frac{220}{6,6} = 33,3 \text{ Ом}$$

Бурчак частота $\omega = 2\pi f = 314$ рад/с да конденсаторнинг синими

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 33,3} = 95,5 \cdot 10^{-6} \text{ ф} = 95,5 \text{ мкФ.}$$

VI БОБ УЧ ФАЗАЛИ ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИ

6.1. Кўп фазали ўзгарувчан ток занжирлари хақида тушунча

Истеъмолчи манбадан узоқ масофада бўлганда, электр энергиясини узатиш учун бошланғич фазалари турлича, аммо частота ҳамда амплитудалари бир хил бўлган бир нечта ўзгарувчан э.ю.к. манбаларини ягона системага бирлаштириш анча самарали бўлади. Бундай ўзгарувчан ток электр занжирларининг йиғиндиси **кўп фазали электр система**си дейилади. 6.1-а расмда $e_1, e_2, \dots, e_m$ э.ю.к. ларнинг кўп фазали системаси кўрсатилган. Уларнинг ҳар бири ўзларининг автоном $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ истеъмолчиларига бориш ва қайтиш симлари орқали уланган ҳамда тегишли генераторларнинг бошланғич ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$) ва охири ($O_1, O_2, \dots, O_m$) кесмаларига туташтирилган. Бундай кўп фазали система **боғланмаган система** дейилиб, энергияни истеъмолчига узатиш учун $2m$ та линия сими керак бўлади. Ассинча, 6.1-б расмда кўрсатилган э.ю.к. ларнинг кўп фазали системаси **боғланган система** дейилади. Бу ҳолда э.ю.к. манбаларининг системаси билан истеъмолчи $(m+1)$ та линия симлари ёрдамида боғланган. Бунда $(m+1)$ - сим "н с й - т р а л с и м" деб аталади.

Умумий ҳолда кўп фазали система, э.ю.к. (ёки ток) манбаларидан тузилган бўлиб, бир хил частотали ток ҳосил қилган ҳолда бир-бирларидан амплитуда ва бошланғич фазалари билан фарқ қилади. Бундай система **кўп фазали носимметрик система** деб аталади. Агар умумий кўп фазали системага кирувчи э.ю.к. лар бир хил амплитудаларга эга бўлиб, ҳар бир кейинги э.ю.к. e_k олдинги $e_{(k-1)}$ га нисбатан

фаза бўйича $\frac{2\pi}{m}q$ бурчакка силжиган бўлса, у ҳолда бундай

э.ю.к. лар системаси **симметрик система** деб аталади (бунда $q=1,2,\dots,m$ - айрим э.ю.к.лар фазаларининг алмашиниш тартиби). Масалан, m -фазали э.ю.к.ларнинг симметрик системаси $q=1$ учун (фазаларнинг тўғри кетма-кетлиги) қуйидагича ёзилади:

$$e_1 = E_m \sin \omega t,$$

$$e_2 = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{m}\right),$$

$$e_3 = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{m}\right),$$

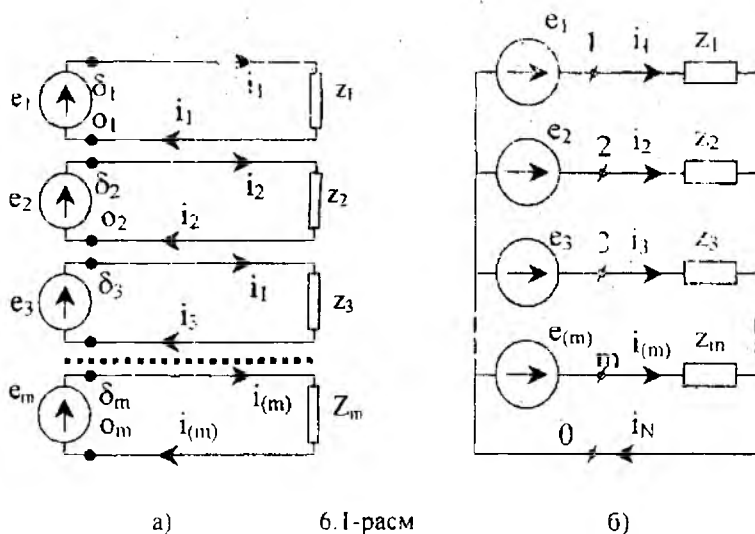
$$e(m) = E_m \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{m}(m-1)\right] = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{m}\right),$$

ёки комплекс шаклда

$$E_1 = E, \dots, \dots, \quad E_3 = Ee^{-j\frac{4\pi}{m}},$$

$$E_2 = Ee^{-j\frac{2\pi}{m}}, \quad E_{(m)} = Ee^{j\frac{2\pi}{m}},$$

Яъни ҳар бир кейинги э.ю.к. олдинисига нисбатан $\frac{2\pi}{m}$ бурчакка орқада қолган бўлади. Шундай қилиб, 6.1-б расмдаги



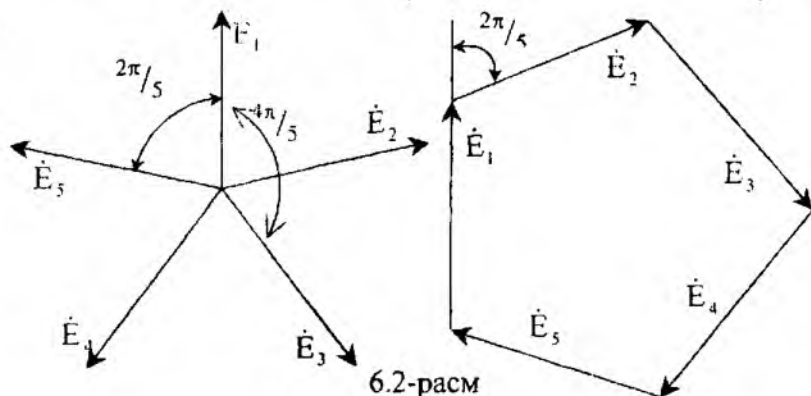
кўп фазали занжирнинг ҳар бир тармоғи ўзининг истеъмолчиси билан автоном э.ю.к. манбаига эга бўлиб, унинг ток кучи бошқа тармоқларнинг на параметрларига ва на ундаги э.ю.к.нинг миқдорига боғлиқ. Айрим тармоқларнинг э.ю.к.лари фақат бошланғич фазалари билан фарқ қилгани учун, улар фаза э.ю.к.лари деб, тармоқларидаги тоқлар эса ф а з а т о қ л а р и деб аталади. Кўп фазали системалардаги автоном манба ва истеъмолчиси бўлган тармоқлар кўпинча ф а з а деб аталади. Бу ҳолда кўп фазали системанинг фазаси дейилганда, э.ю.к.ларнинг (ёки тоқларнинг) векторлари орасидаги фаза силжиши тушунилмасдан, шу системани ташкил этувчи айрим занжир (тармоқ) лар тушунилади.

Кўп фазали симметрик системалар учун фаза э.ю.к.ларининг йиғиндиси нолга тенг эканлигини кўрсатиш мумкин (6.1-б расм), яъни

$$\sum_{k=1}^m e_k = 0 \quad \text{ёки} \quad \sum_{k=1}^m \dot{E}_k = 0,$$

чунки бу миқдорларнинг векторлари йиғиндиси нолга тенг бўлган m -нурли симметрик юлдузни ташкил этади (6.2-а расм). Беш нурли симметрик юлдузнинг векторлари (фаза э.ю.к.лари) $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_5$ бир-бирлари билан кўшчиқиб, ёпиқ (мунтазам) бешбурчаклик ҳосил қилади (6.2-б расм), демак

$$\sum_{k=1}^5 \dot{E}_k = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 + \dot{E}_4 + \dot{E}_5 = \dot{E} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{5}} + e^{-j\frac{4\pi}{5}} + e^{-j\frac{6\pi}{5}} + e^{-j\frac{8\pi}{5}} \right) = 0$$



6.2-расм

Фаза э.ю.к.ларидан фаркли бўлган тарзда, кўп фазали симметрик системасининг фаза токлари бир-биридан ўзларининг амплитуда миқдорлари, ҳамда бошланғич фазалари билан фарк қилиши мумкин. Бу айрим фаза истеъмолчиларининг параметрларига боғлиқ бўлиб, умумий ҳолда

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_{(m)} = \sum_{k=1}^m \dot{I}_k \neq 0 \text{ бўлади. Шу сабабли 6.2-б расмдаги}$$

занжир учун: $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_m = I_0$, яъни фаза тоklarининг йиғиндиси нейтрал симдаги токка тенг. Агар $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \dots = \underline{Z}_m = \underline{Z}_{\text{юк}} e^{j\varphi_{\text{ю}}}$ бўлса, фаза токлари ҳам ўзларининг оний миқдорлари билан симметрик система ҳосил қилади:

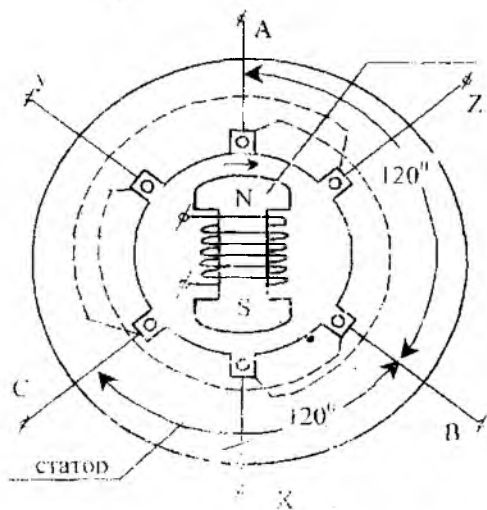
$$\begin{aligned} i_1 &= I_m \sin(\omega t - \varphi_{\text{ю}}), \\ i_2 &= I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{m} - \varphi_{\text{ю}}\right) \\ &\dots \dots \dots \\ i_{(m)} &= I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{m} - \varphi_{\text{ю}}\right) \end{aligned}$$

ва уларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлади. Нейтрал симдаги ток $I_0 = 0$ бўлгани туфайли m фазали симметрик системада генераторлар истеъмолчиларга m та сим билан уланиши мумкин.

6.2. Уч фазали ўзгарувчан ток системаси

Кўп фазали системанинг амалда энг кўп тарқалгани синусоидал ўзгарувчан уч фазали ток системасидир. Уч фазали системага асос қилиб, уч фазали генератор олинган (6.3-расм). Бу генератор ичига учта бир фазали генератор жойлаштирилган синхрон электр машинадир. Машина пазларига генераторнинг учта чулғами (фазалари) А, В ва С жойлаштирилган кўзгалмас цилиндрик статордан ва ω бурчак тезлик билан айланувчи ротор (электромагнит) дан иборат. Машинанинг ишлаш принципини ўрганиш қулай ва аён бўлиши учун генераторнинг ҳар бир фазаси статорнинг диаметрал қарама-қарши пазларига

жойлаштирилган бўлиб, битта ўрам ҳосил қилувчи жуфт симлар тарзида кўрсатилган. Статорнинг олд томонида ҳар бир ўрам симларининг учлари тегишлича генератор айрим фазаларининг бошланиш (A,B,C) ва охириги (x,y,z) учларини ташкил этади. Статорнинг орқа томонида эса ярим ўрамлар ташки симларга уланган (бу 6.3-расмда пунктир чизик билан кўрсатилган). Бунда айрим фазаларнинг ўрамлари шундай



6.3-расм

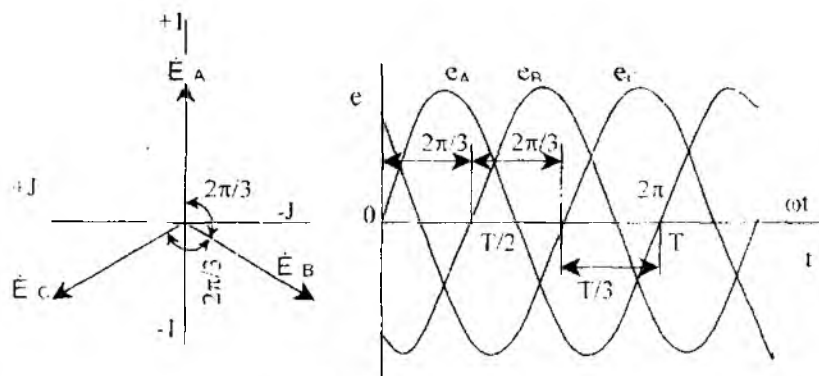
жойлаштирилганки, В фазанинг ўрам текислиги А фазанинг ўрам текислигига нисбатан (соат стрелкаси бўйича) 120° , С фазанинг ўрам текислиги эса В фазанинг ўрам текислигига нисбатан ўша йўналишда 120° га фазо бўйлаб силжиган.

Генераторнинг фазаларида фаза чулғамларини ротор билан айланаётган ўзгармас (роторни магнитлаб турувчи ўзгармас ток ҳосил қилувчи) магнит оқимни кесиб ўтиши натижасида

э.ю.к. ҳосил бўлади. Роторнинг чулғами m иккита контакт ҳалқа ва графит чўтка ёрдамида ташки ўзгармас кучланиш манбаига уланади. Бундай конструкцияли машина ҳар бир фазда электромагнит микдорининг тебраниши бир хил частота ва амплитуда бўлишини таъмин этади, чунки роторнинг тўла бир марта айланиши айрим фазалардаги э.ю.к. нинг тўла циклик (синусоида конуни бўйича) ўзгарishi бир давр T га тенг вақтда содир бўлади. Аммо генераторнинг фазаларидаги (чулғамларидаги) э.ю.к. нинг оний микдори роторнинг фазовий ўрни, бирор чулғам (ўрам) билан илашган магнит оқимнинг йўналиши ва микдори билан аниқланади. Агар роторнинг фазовий ўрнига А фазадаги э.ю.к.нинг максимуми тўғри келса, В фазада э.ю.к.нинг худди шундай максимумига роторнинг учдан

бир марта айланишидан (ёки $T/3$ вақтдан) кейин эришелади (6.3-расм).

Шунга ўхшаш С фазада ҳам э.ю.к.нинг максимуми яна учдан бир давр $2T/3$ дан сўнг ҳосил бўлади. Шундай қилиб, А,В,С фазаларда э.ю.к.нинг ўзгариши синусоида конули бўйича содир бўлса, уларни тасвирловчи синусоидалар ҳам вақт бўйича $T/3$ қадар силжиган бўлади (6.4-расм) Фаза



6.4-расм

э.ю.к.ларнинг векторлари символлик (комплекс) шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\vec{E}_A = E, \quad \vec{E}_B = E e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad \vec{E}_C = E e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

Фазалардаги оний э.ю.к.лар тегинлича

$$e_A = E_m \sin \omega t, \quad e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

бўлади. Уч фазали занжирни таҳлил қилишда қўпинча А фаза - бириинчи фаза, В фаза - иккинчи фаза, С фаза - учинчи фаза

деб олинади, у ҳолда:

$$e_1 = E_m \sin \omega t; \quad e_2 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad e_3 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

ёки комплекс шаклда:

$$\vec{E}_1 = E, \quad \vec{E}_2 = E e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad \text{ва} \quad \vec{E}_3 = E e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

бўлади (бунда ва бундан кейин А,В,С фазалар тегинлича 1,2 ва 3 рақамлари билан белгиланади).

Юқорида кўп фазали симметрик система э.ю.к. (кучланиш, тоқлар) векторлари системасидан иборат эканлиги тўғрисида таъриф берилганидек, ҳар бир кейинги вектор олдингисидан $\frac{2\pi}{m}$ бурчакка орада қолади (m - фазалар сони; $q=0,1,2,3,\dots,m$).

Шу нуқтаи назардан уч фазали симметрик системани айрим фаза электр миқдорлари векторларининг ўзаро жойлашувига кўра уч хил кетма-кетликдаги системага ажратиш мумкин. Бошқача айтганда, фазаларнинг алмашиниш тартиби q нинг қийматига боғлиқ. Масалан, $q=1$ бўлганда фазалардаги э.ю.к.лар максимумдан қунидаги тартиб номерлари бўйича ўтади (1,2,3; 1,2,3 ва ҳ.к.) (6.5-а расм), $q=2$ бўлганда тескари тартибда боради (1, 3, 2; 1, 3, 2 ва ҳ.к.) (6.5-б расм) ва нихоят, $q=3$ бўлганда (ёки $q=0$ да) фаза э.ю.к.ларининг векторлари мос тушади (6.5-в расм). Бу векторларнинг симметрик системаси тегишлича "тўғри, тескари ва нол кетма-кетликдаги система-лар" деб аталади.

Векторларни комплекс шаклда қисқа ёзиш учун "фазавий кўпайтирувчи" деб аталадиган $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ белгилаш

киритилади. У ҳолда:

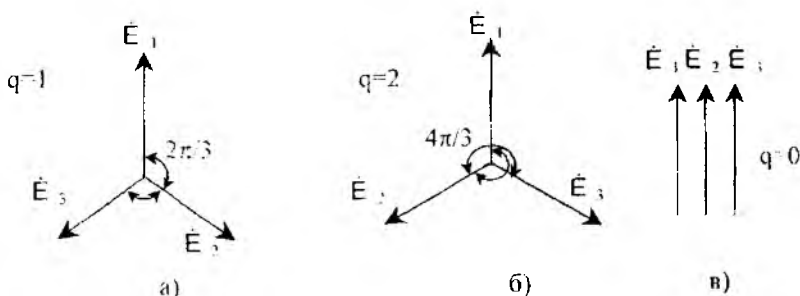
а) тўғри кетма-кетлик учун:

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = a^2 \cdot E \quad \text{ва} \quad \dot{E}_3 = a \cdot E$$

б) тескари кетма-кетлик учун:

$$\dot{E}_1 = E, \quad \dot{E}_2 = a \cdot E \quad \text{ва} \quad \dot{E}_3 = a^2 \cdot E,$$

бунда:



6.5-расм.

$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad a^3 = e^{j2\pi} = 1, \quad a^4 = a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ ва
х.к. Шу маънода: $a + a^2 + a^3 = 0$, ёки $1 + a + a^2 = 0$

Шундай қилиб, векторларни a га қўлайтириш, уни соат стрелкаси йўналишида $2\pi/3$ бурчакка буриш деган маънони билдиради; a^2 га қўлайтириш эса уни ўша йўналишда $4\pi/3$ бурчак, ёки тескари йўналишда ($-2\pi/3$) бурчакка буриш демакдир.

Худди шунга ўхшаш амални ҳар қандай бошқа (кучланиш, ток ва х.к.) векторларнинг уч фазали симметрик системаси билан ҳам бажариш мумкин.

6.3. Уч фазали занжирларни улаш усуллари "Юлдуз-юлдуз" шаклида улаш

Уч фазали системада генераторларни ва истеъмолчиларни улаш усули истеъмолчи фазасининг номинал кучланиш қиймати, яъни энергия истеъмолчисининг нормал иш режими-ни таъминловчи кучланиш билан аниқланади. 6.6-а расмда иол симли "юлдуз-юлдуз" усулида улаш кўрсатилган. Бунда уч фазали генераторнинг ҳар бир фазаси истеъмолчининг фаза қаршилиги билан бевосита боғланишда бўлади. Генератор чулғамлари юлдуз шаклида уланганда унинг бошланғич қисмалари (А, В ва С) тегишлича 1-, 2- ва 3-линия симларига уланади. Охирги (х, у, з) қисмаларини эса ягона 0 тугунга, шунингдек, ерга улаш мумкин. Бу ҳол фаза э.ю.к.ларининг микдорлари уч фазали истеъмолчининг фаза қисмаларидаги кучланишга (ёки улаш симларининг қаршилигини ҳисобга олиш керак бўлганда) тахминан тенг дейиш мумкин бўлган ҳол учун яроқлидир. Агар улаш (линия ва нейтрал) симларининг қаршилиги нолга тенг деб ҳисобланса, у ҳолда юклама қаршиликларидаги фаза кучланишларининг эффектив қийматлари U_1 , U_2 ва U_3 тегишлича фазалар э.ю.к.ларининг E_1 , E_2 ва E_3 эффектив қийматларига тенг. Бу комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

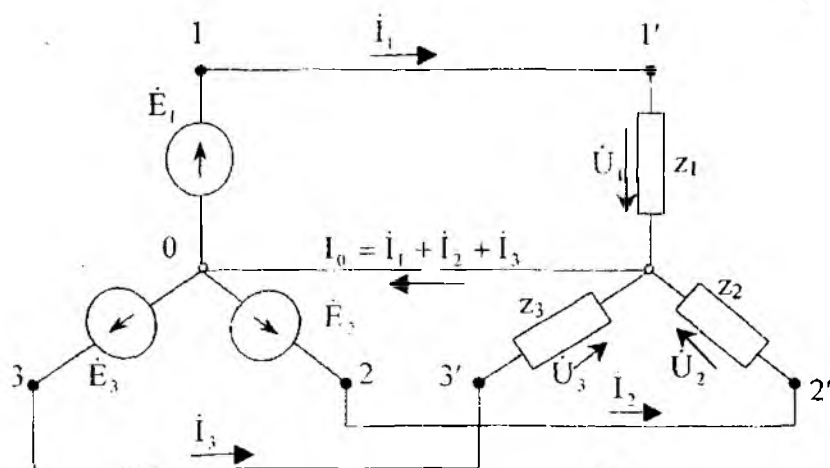
$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 = E_\phi, \quad \dot{U}_2 = \dot{E}_2 = E_\phi e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{U}_3 = \dot{E}_3 = E_\phi e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Шундай қилиб, генератор ва истеъмолчининг нейтрал нукталари (нейтраллари): 0 ва 0' ни ягона тугунга улаш уч

фазали истеъмолчида кучланишнинг фазалари бўйича симметрик тақсимланишини таъминлайди, яъни:

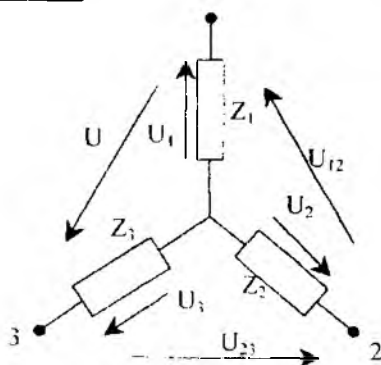
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_\phi. \quad \text{буерда} \quad U_\phi = E_\phi.$$

1', 2' ва 3' тугунларнинг ҳар бири билан истеъмолчининг 0' нейтрали орасида содир бўлган (6.6-а расм) $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ ва $\dot{U}_3$



a)

6.6-расм



фаза кучланишларидан ташқари яна 1', 2' ва 3' тугунларидан истаган иккитасининг орасида ҳосил бўлувчи (6.6-б расм) $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$ линия кучланишлари содир бўлади. Линия кучланишлари фаза кучланишларининг айирмаси ҳисоблангани учун фаза кучланишларидан ўзларининг миқдорлари ва йўналиши жihatидан фарқ қилади.

Фаза кучланишларининг ($\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ ва $\dot{U}_3$) векторлари 6.6-а расмда кўрсатишнинг бўйича 1', 2' ва 3' нуқталардан шартли "нол кучланиш" (системанинг 0 нуқтаси ерга уланганда) 0' нуқтага уланган бўлади. Агар U_{12} , U_{23} ва U_{31} линия кучланишларининг векторларини тегишлича 1' дан 2' га, 2' дан 3' га ва 3' дан 1' га йўналган деб қабул қилсак, у ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = U_\phi(1 - a^2) = \sqrt{3}U_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_\phi e^{j\frac{\pi}{6}}.$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = U_\phi(a^2 - a) = -j\sqrt{3}U_\phi = U_\phi e^{j\frac{\pi}{2}},$$

$$\dot{U}_{31} = \dot{U}_3 - \dot{U}_1 = U_\phi(a - 1) = \sqrt{3}U_\phi \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_\phi e^{j\frac{5\pi}{6}}.$$

Юқоридagi формулаларга кўра, U_{12} , U_{23} ва U_{31} линия кучланишларининг миқдорлари ўзаро тенг, шунингдек, $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$ векторлари ҳам ўзаро $2\pi/3$ бурчакка сйлжиган. Келтирилган нисбатларга биноан, уч фазали кучланишларнинг симметрик системасида линия кучланиши фаза кучланишидан $\sqrt{3}$ марта катта, яъни $U_l = \sqrt{3}U_\phi$.

Шунга ўхшаш муносабатларни генераторнинг э.к.к. векторлари учун ҳам ёзиш мумкин:

$$\dot{E}_{12} = \sqrt{3}E_\phi e^{j\frac{\pi}{6}} = E_\phi e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad \dot{E}_{31} = E_\phi e^{j\frac{5\pi}{6}},$$

$\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ ва $\dot{U}_3$ векторларининг ҳақиқий йўналишларига кўра 6.6-б расмда қабул қилинган кучланишларнинг шартли белгиланиши жуда қулай деб ҳисоблаш мумкин. Бу эса 6.6-а расмда кўрсатилган векторларнинг ўзаро жойлашувини бузмайди.

Фаза кучланишларининг таърифидан истеъмолчининг фаза қаршиликларида I_1 , I_2 ва I_3 фаза токлари ҳосил бўлиб, уларнинг қийматлари Z_1 , Z_2 ва Z_3 қаршиликларнинг миқдорларига боғлиқ. Умумий ҳолда фаза қаршиликлари модуллари ва аргу-

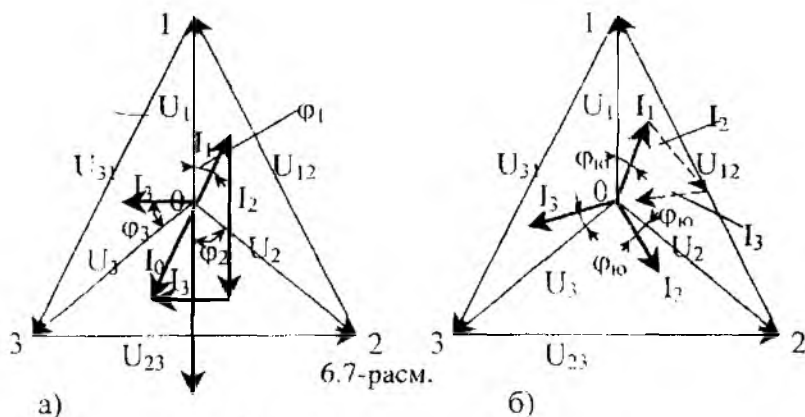
менглари жихатидан бир хил бўлмаслиги мумкин. Унда бу токларнинг векторлари қуйидагича бўлади:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{U_\phi}{Z_1} e^{-j\varphi_1} = I_1 e^{-j\varphi_1}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = I_2 e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi_2\right)} = I_2 e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi_2\right)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{Z_3} = I_3 e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi_3\right)}$$

Бу токларнинг йиғиндиси эса нейтрал симда O' нуктадан O нуктага оқиб ўтаётган I_0 токни ҳосил қилади, унинг вектори эса $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ бўлади. Фазалар бўйича носимметрик юклама учун ток ва қучланишларнинг вектор диаграммаси 6.7-а расмда кўрсатишган. Вектор диаграммага кўра нол симдаги I_0 ток векторининг йўналиши ва модули ҳар бир фазалаги токнинг характериға ва микдорига боғлиқ.



Агар фазалар бўйича юкловчи қаршилиқлар Z_1 , Z_2 ва Z_3 микдори бир хил бўлмай, характери жихатидан бир хил бўлса

(масалан, $0 \leq \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \leq \frac{\pi}{2}$), ток I_0 нинг модули доимо энг

катта фаза токидан кичик бўлади (6.7-а расм). Бу хусусиятдан амалда уч фазали токни тўрт симли линия билан узатишда энг

кўп фойдаланилади. Шунинг учун рангли металлларни тежаш мақсадида нол сим диаметри фаза (линия) симларига нисбатан бир оз кичик қилиб олинади. Агар юклама фазалар бўйича ҳар хил характерли бўлса (масалан, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 \approx -\frac{\pi}{2}$ ва $\varphi_3 \approx \frac{\pi}{2}$), назарий жиҳатдан ток I_0 ўзининг миқдори бўйича ҳар қандай фаза токидан бирмунча катта бўлиши мумкин. Фазалар бўйича симметрик юклама ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_{\text{юк}} = \underline{Z}_{\text{юк}} e^{j\varphi_{\text{ю}}}$) бўлган ҳолда $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ фаза токлари фаза кучланишлари векторларининг симметрик системаси каби ўша кетма-кетликда ток векторларининг симметрик системасини ташкил қилади, яъни:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{\text{ю}}} = \frac{U_{\text{тм}}}{\underline{Z}_{\text{ю}}} e^{-j\varphi_{\text{ю}}} = I_{\text{тм}} e^{-j\varphi_{\text{ю}}};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{\text{ю}}} = I_{\text{тм}} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi_{\text{ю}}\right)};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_{\text{ю}}} = I_{\text{тм}} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi_{\text{ю}}\right)}.$$

Бу ҳол учун қурилган вектор диаграммада (6.7-б расм) фаза токларининг йиғиндиси нолга тенг бўлиб, нейтрал симда ток I_0 бўлмайди. Бу эса ана шу уч фазали истеъмолчилар группаларининг электр энергияси билан таъминлашни фақат уч симли электр узатиш линиялари орқали бажаришга имкон беради ва уч симли системада битта линия сими тежалди. Уч фазали симметрик истеъмолчилар категориясига амалда кенг тарқалган уч фазали асинхрон двигателларни, катта қувватли (кучли) трансформаторларни, электр печларни, ўзгарувчан токни ўзгармас токка айлантирувчи тўғрилагичларни ва бошқаларни қиритиш мумкин.

Уч фазали токни тўрт симли линия билан узатишдан асосан, электр ёритиш гармоқларини, майший корхоналарни ва турар жойларни электр энергияси билан таъминлашда фойдаланилади. Уч фазали манбани уч фазали истеъмолчи билан "юлдуз-юлдуз" усулида улашда линия симларидаги тоklar (линия токлари) бир вақтда истеъмолчиларнинг фаза токлари ҳисобланади, яъни $I_n = I_{\text{ф}}$.

6.4. Уч фазали истеъмолчини "учбурчак" шаклида улаш

Уч фазали истеъмолчи "учбурчак" шаклида уланганда, фаза қаршиликларнинг боши ва охири тегишлича уч фазали генератордан келаётган линия симларининг 1'-2', 2'-3', 3'-1' қисмаларига уланади (6.8-расм). Энди генератор чулғамларини улаш усулидан қатъи назар, истеъмолчи томонидан фақат линия U_{12} , U_{23} ва U_{31} кучланишларининг системаси ҳосил бўлади. Бу кучланишлар билан бир вақтда уч фазали юкламанинг фаза кучланишлари ҳам ҳисобланади. Агар э.ю.к. ва линия симларининг қаршиликлари ҳисобга олинмаслиги мумкин бўлса, юклама қаршиликлари ($Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31} \neq 0$) нинг исалган қийматида линия (фаза) кучланишларининг симметрияси сақланади. Истеъмолчининг фазатари бўйича юклама носимметриклиги фақат генератор айрим фазаларининг қувват бўйича турлича юкланишига олиб келади. Истеъмолчиларни учбурчак усулида улашнинг яна бир афзаллиги шундаки, истеъмолчи манбага фақат учта сим билан уланади. Э.ю.клари

$\dot{E}_1 = E_{1m}$, $\dot{E}_2 = \dot{E}_{1m} e^{-j\frac{2\pi}{3}}$, $\dot{E}_3 = \dot{E}_{1m} e^{j\frac{2\pi}{3}}$ бўлган генераторнинг чулғамини улаш усули истеъмолчининг фаза қаршилиги қандай номинал кучланишга ($U_{ф.ном}$) мўлжалланганлигига боғлиқ. Агар $U_{1m-ном} = \dot{E}_1 = \sqrt{3}\dot{E}_{1m}$ бўлса, генераторнинг чулғами (фазалари) юлдуз шаклида уланади (6.8-расм, йўғон чизиклар). Агар уч фазали истеъмолчининг фаза кучланиши фаза э.ю.к.га тенг, яъни $U_{ф.ном} = E_{\phi}$ бўлса, у ҳолда генератор фазалари учбурчак шаклида уланади (6.8-расм, пунктир чизиклар). Занжирларнинг таҳлилини осонлаштириш мақсадида генераторнинг 1, 2 ва 3 қисмалари орасидаги линия кучланишларини "симметрик системанинг фазатари" деб ҳисоблаймиз. Бу система

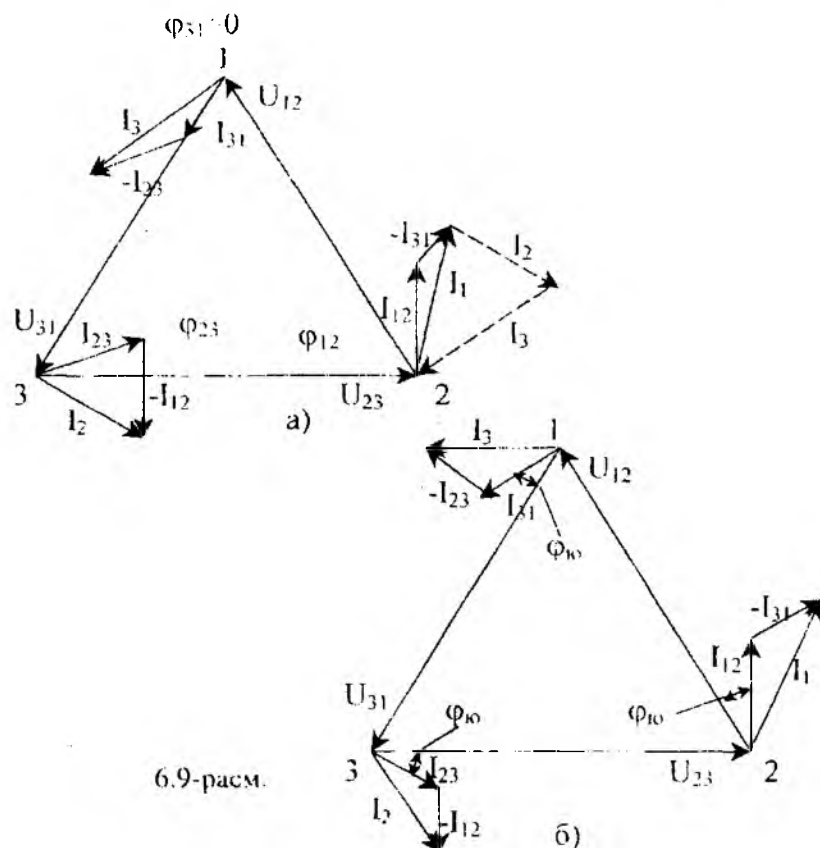
$$\dot{U}_{12} = U_{12} = U_{1m}, \quad \dot{U}_{23} = U_{1m} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_{31} = U_{1m} e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

дан иборат бўлиб, уларнинг векторларидан тенг томонли учбурчаклик ҳосил бўлади (6.9-а расм). 6.8-расмдаги занжирнинг схемасига кўра истеъмолчиларнинг $\dot{I}_{12}$, $\dot{I}_{23}$ ва $\dot{I}_{31}$ фаза токлари Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра, линия симларидаги $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ тоklar (линия токлари) билан қўйидагича боғланган бўлади:

яъни линия тоқларининг геометрик йининдиси ҳар доим нолга тенг. Бу эса генератор фазалари юлдуз усулида уланганда 0 тутундаги тоқларнинг балансида ҳам келиб чиқади. Бу ҳолда яна $\underline{Z}_{11}$, $\underline{Z}_{12}$ ва $\underline{Z}_{13}$ қаршиликларни учбурчак шаклидан $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ ва $\underline{Z}_3$ қаршиликлардан иборат эквивалент "юлдуз" шаклига алмаштириш билан ҳам келиш мумкин.

Бу ҳолда ҳосил бўлган нолличи тугунда $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$ шартга риоя қилинади.

6.9-б расмда уч фазали системанинг фазалари бўлишига но-



симметрик юклама ($Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31}$) ҳолати учун ток ва қуват-
таъсирларнинг вектор диаграммаси кўрсатилган. Учбурчакнинг
томонларини ташкил этувчи тармоқларидаги тоқлар, яъни фаза
тоқлари тегинишича

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{12}}, \quad \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{Z_{31}}$$

бўлиб, бир-биридан миқдорлари ҳамда фазалари жиҳатидан
фарқ қилади. Агар истеъмолчининг ҳар бир фазасининг
қаршилиги $Z_m = Z_m e^{j\varphi_m}$ бўлса, фаза тоқлари ўзаро тенг
бўлади, яъни:

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_m.$$

Бу фаза тоқларининг векторлари эса симметрик система таш-
кил этади:

$$\dot{I}_{12} = I_m e^{-j\varphi_m}, \quad \dot{I}_{23} = I_m e^{-j\left(\varphi_m + \frac{2\pi}{3}\right)}, \quad \dot{I}_{31} = I_m e^{-j\left(\varphi_m - \frac{2\pi}{3}\right)}$$

ёки 6.9-б расмда тасвирланган вектор диаграммидан

$$\dot{I}_{12} = I_m e^{-j\varphi_m}, \quad \dot{I}_{23} = a^2 \dot{I}_{12} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_{31} = a \dot{I}_{12}$$

бўлиб, бу векторларнинг йиғиндиси нолга тенг, чунки:

$$\dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} = (1 + a^2 + a) \cdot I_m e^{-j\varphi_m} = 0.$$

Линия тоқлари $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ нинг векторлари симмет-
рик юлдуз ташкил қилади, чунки:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = I_m e^{-j\varphi_m} (1 - a) = \sqrt{3} I_m e^{-j\left(\varphi_m - \frac{\pi}{3}\right)} = I e^{-j\left(\varphi_m + \frac{\pi}{6}\right)}$$

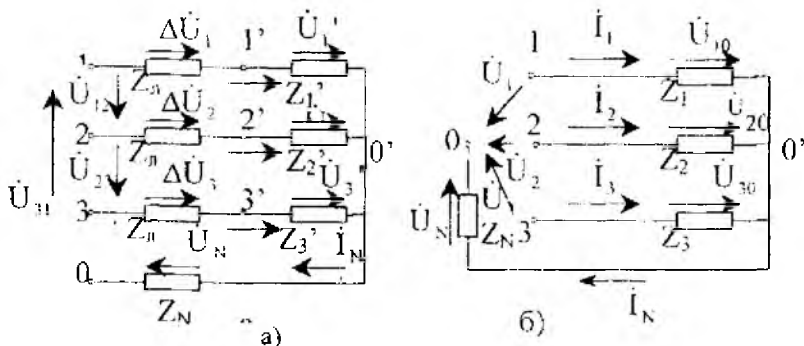
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} = I_m e^{-j\varphi_m} (a^2 - 1) = I e^{-j\left(\varphi_m + \frac{5\pi}{6}\right)}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = I_m e^{-j\varphi_m} (a - a^2) = I e^{-j\left(\varphi_m + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Бунга кўра, юклама симметрик бўлганда линия симларида-
ги тоқлар миқдор жиҳатдан ўзаро тенг бўлиб, уларнинг век-
торлари фаза бўйича бир-бирига нисбатан $2\pi/3$ бурчакка сил-
жийди, чунки линия тоқининг миқдори фаза тоқидан $\sqrt{3}$
марта катта: $I = \sqrt{3} I_m$, аммо шу билан бир вақтда $U_{\phi} = U_{\phi\phi}$.

6.5. Тўрт симли уч фазали носимметрик юкламали занжирни ҳисоблаш

6.10-а раемда фазаларида юклама қаршиликлари Z_1', Z_2', Z_3' ва Z_N бўлган уч фазали занжир схемаси кўрсатилган. Фазалардаги



6.10-расм

юклама қаршиликлари линия симларининг B^a қаршиликлари орқали юлдуз усулида уч фазали генераторнинг 1-, 2- ва 3-фазаларига уланади. Истеъмолчининг нул ($0'$) нуқтасини генераторнинг 0 нуқтаси билан уловчи нуқталарнинг қаршилиги Z_N га тенг. Бу ҳисоблашдан мақсад, генераторнинг қисмаларидаги қучланиш маълум бўлганда, занжир тармоқларидаги тоқларнинг ва занжир қисмаларидаги қучланишнинг тақсимланишини аниқлашдир.

Занжирни таҳлил қилиш қулай бўлиши учун уч фазали генераторнинг қучланишларини симметрик, линия симларининг қаршиликларини эса узаро тенг деб қабул қиламиз. Биринчи шартга қўра генераторнинг 1, 2 ва 3 фазалари билан нуқталар 0 орасида таъсир этувчи фаза қучланишлари

$$0, = u\phi, \quad \dot{u}^2 = u\phi e^{j\omega t}, \quad 0^3 = u\phi e^{j\omega t}.$$

бўлади. Демак, линия бош қисмаларидаги линия қучланиши:

$$U_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{12} e^{-j\frac{\pi}{6}}, \quad U_{23} = U_{12} e^{-j\frac{\pi}{6}}, \quad U_{31} = U_{12} e^{j\frac{\pi}{6}}.$$

$$U_{31} = U_{12} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Занжир тахлилини бoshлашдан аввал уни соддалаштириш мақсадида ҳар бир фаза учун $Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$, $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$ йнгинди қаршиликларни ҳосил қилиб. 6.10-6 раeмдаги занжирга алмаштираимиз. Энди 0' тугун учун Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4, \quad (6.1)$$

Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан (фаза-нейтрал қонунлар бўйлаб):

$$U_1 = U_1^0 + I_1 Z_1, \quad (6.2)$$

$$U_2 = U_2^0 + I_2 Z_2, \quad (6.3)$$

$$\text{ва } U_3 = U_3^0 + I_3 Z_3. \quad (6.4)$$

Фазалардаги тоқлар тегишлича

Л = $Y_1 U_1^0 + Y_2 U_2^0 + Y_3 U_3^0$ бўлгани учун, (6.2), (6.3) ва (6.4) юнғламаларни ҳисобга олган ҳолда (6.1) тенгламанинг урнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$>; (I_1 - I_2) + Y_1^2 \Phi - C(I_1 + I_2) = 0$. (6.5)
бунда: $Y_1 = 1/Z_1$, $Y_2 = 1/Z_2$ ва $Y_3 = 1/Z_3$, - фазаларнинг комплекс утқазувчанликлари, $Z_N = 1/Z_N$ - нейтрал симнинг тула комплекс утқазувчанлиги, (6.5) тенгликка м ра, 0 ва 0' нуқталар орасидаги қучланиш вектори, ёки нейтрал симдаги қучланиш сил- жишининг вектори:

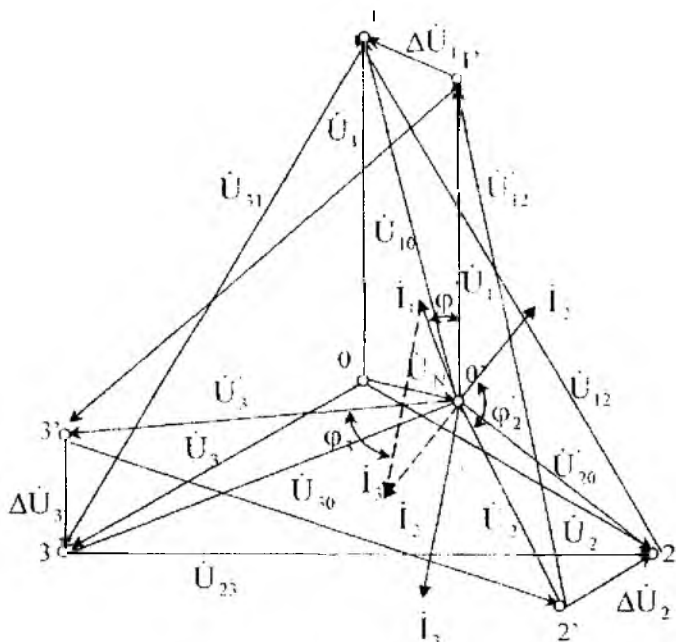
Энди $I_1 = U_1 - U_N$, $U_2 = -U_N$ ва $U_3 = U_3 - U_N$ нис- батлардан $I_1 = Y_1(U_1 - U_N)$, $I_2 = -Y_2 U_N$, $I_3 = Y_3(U_3 - U_N)$ кучланишларни аниқлаш қийин эмас.

Юклама қаршиликлардаги фаза қучланишлари тегишли- ча $U_1 = I_1 Z_1$, $U_2 = -I_2 Z_2$, $U_3 = I_3 Z_3$ ва $U_N = I_N Z_N$ бўлади.

Линия симларидаги қучланиш **1арнинг** камайишини (иеро- фни) занжир қием и учу) Ом қонунига биноан $I_1 = U_1 / Z_1$, $I_2 = -U_2 / Z_2$ ва $I_3 = U_3 / Z_3$ аниқлаш

$\Delta U_1 = U_1^0 - U_1$, $\Delta U_2 = U_2^0 - U_2$, булади.

6.11-раемда нейтрал симнинг тула қаршилиги бўлиб, занжир истеъмолчиларининг фаза қаршиликлари



6.11-раем

$$Zi = z, e^{j\phi} \quad \phi < 0, \quad \phi > 0, \quad \phi = 0 \quad C = [\phi 2 = -y].$$

$$Z^* = z e^{j\phi^*}, \quad (\phi^* < 0)$$

сигим характериға ва линия симларининг қаршиликлари $Z, = z e^{j\phi^*}$, ($\phi^* > 0$) индуктив характериға эға бўлган \ол учун ток ва қуқланишларнинг вектор диаграммаси қурсатилган. Бу ҳол амалий жихатдан катта аҳамиятға эға бўлиб, носимметрик юқламада нейтрал симнинг узилиб, тез-тез бўлиб турадиган авария ҳолатини акс эттиради. Бу ҳолда юқламалардаги фаза қуқланишларининг ассиметрияси энг катта булади.

Топографик деб аталадиган бу диаграммадан юкламанинг фаза каршиликларининг энг нокулай ($z/z^2/z$) нисбатларида уларнинг характерлари бир хил булса ҳам, 0 нукта учбурчак 1-2-3 нинг ичида қолишини куриш мумкин. Бунда фаза кучланишлари $0'$, $U^?$ ва U^3 уз микдорлари жихатидан доимо генератор линия кучланишидан кичик булади. $2, ', 2j$ ва z каршиликларни шундай танлаш мумкинки (масалан, $\varphi' < 0$ ва $\varphi^3 > 0$), натижада юкламанинг нейтрал $0'$ учбурчак 1-2-3 нинг ташқирисига чикиб қолади. Бу юкламанинг битта (ёки иккита) фаза кучланиши генераторнинг линия кучланишидан катта булишига олиб келади. Бундай ҳолларда нейтрал симнинг узилишига сира йул қуйиб булмайди.

Яна текширилаётган занжирнинг иккита характерли иш режимига тухтаб утамиз.

1. Уч фазали юклама симметрик, яъни $Y_1=Y_2=Y_3=Y_N$, аммо $Y_N \neq 0$.

2. Уч фазали юклама носимметрик, нейтрал симнинг каршилиги эса $z_N=0$ ($Y_N=0$).

(6.6) ифодада кура $>$ иккала ҳолда ҳам $U_N=0$, яъни $U_1()=U_2$, $U_3=0$, ва $U^3=U^3$ ёки истеъмоличининг фазаларидаги U_j -- $U^2=U^3=U^N$ кучланишлари бир хил.

Биринчи ҳолда фаза кучланишларининг симметрияси нейтрал симнинг каршилигига боғлиқ эмас; чунки $i_1+i^2+i^3=0$. Иккинчи ҳолда фаза кучланишларининг симметрияси айнан $z_N=0$ булгани туфайли таъминланади, чунки $i_1+i^2+i^3=1N \neq 0$.

6.6. Уч фазали занжирдаги узгарувчан ток қуввати ва уни улчаш усуллари

Умумий ҳолда уч фазали носимметрик занжирниш к фазасидаги оний қувват қуйидагича аниқланади:

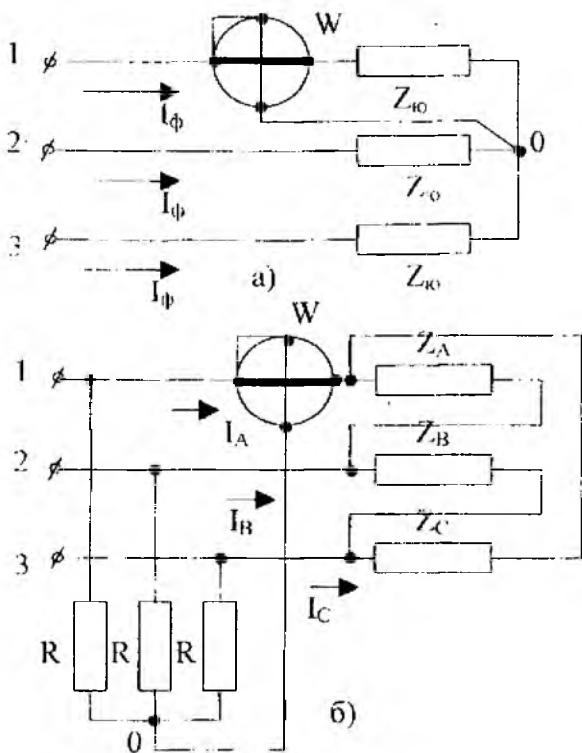
$$p_k = u_k i_k = V_2 I^k \sin(\cot + \varphi/k) V_2 I^4, \sin(\cot + \varphi/k \sim \phi^k) ^ \\ = I^k \Phi^k \Phi^k \cos \Phi^k - \cos (2\cot + \phi^k - \phi^k)]$$

бунда; i^k ва I^k к - фаза токи ва кучланишининг эффектив қийматлари; φ , кучланишнинг бошланғич фазаси; ϕ^k - i^k ва

$I_{\Phi K}$ орасидаги фаза силжиши бурчаги. Лна шу фазадаги кувватнинг уртача ёки актив киймати:

$$P_K = \frac{1}{T} \int_0^T I_{\Phi K} i_K dt = U_{\Phi K} I_{\Phi K} \cdot \cos \phi$$

Бутун занжирнинг куввати айрим фазалар кувватларининг йигиндисига тенг:



6.12-расм

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = I_{\Phi 1} I_{\Phi 1} \cos \phi_1 + I_{\Phi 2} I_{\Phi 2} \cos \phi_2 + I_{\Phi 3} I_{\Phi 3} \cos \phi_3$$

Юклама симметрик булганда,

$$I_{\Phi 1} = I_{\Phi 2} = I_{\Phi 3} = I_{\Phi} \quad I_{\Phi 1} = I_{\Phi 2} = I_{\Phi 3} = I_{\Phi}$$

булиб, бутун занжирнинг куввати эса

$$P = 3R\Phi = 3I\Phi \cos \phi$$

Бу кувватни қўлланиш ва токнинг линия қийматлари орқали ифодаласак, а) "юлдуз" усулида улаш учун:

$$I_{\text{ли}} = \frac{U_{\text{ли}}}{\sqrt{3} Z_{\text{ли}}} = \frac{U_{\text{ли}}}{\sqrt{3} \cdot \frac{U_{\text{ли}}}{I_{\text{ли}} \cos \phi}} = I_{\text{ли}} \cos \phi$$

б) "учбурчак" усулида улаш учун:

$$P_{\text{ли}} = 3 \left(\frac{U_{\text{ли}}}{\sqrt{3}} \cos \phi \right) I_{\text{ли}} \cos \phi$$

яъни кувватнинг бутун система учун бундай қўлланишидаги формуласи юлдуз ва учбурчак усулларида улаш учун бир хил.

Уч фазали симметрик системанинг тула ва реактив кувватлари худди шунга ухшаш ифодаланиши мумкин:

$$S = 3S_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} = \sqrt{3} U_{\text{ли}} I_{\text{ли}}$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{ли}} I_{\text{ли}} \sin \phi = \sqrt{3} U_{\text{ли}} I_{\text{ли}} \sin \phi$$

Юкорида кайд қилинганларга кура, бир фазали занжирларнинг оний куввати иккиланган частота 2ω билан тебранувчи ташкил этувчилар $p = UI \cos(2\omega t)$ га эга. Бундан фаркли уларок уч фазали симметрик занжирнинг оний куввати вақт t га боғлиқ бўлмай, қуйидагича аниқланади:

$$P_{\text{ли}} = 3UI \cos \phi = P = \text{const.}$$

чунки йиғиндининг қуйидаги ташкил этувчилари нолга тенг, яъни:

$$P_{\text{ли}} = 3UI \cos \phi = 3UI \left(\cos \phi \cos 2\omega t + \sin \phi \sin 2\omega t \right) = 0$$

Бундай системалар "мувозанатлашган системалар" дейилади. Булар а икки фазали ортогонал симметрик системадан ташқари $n > 2$ булган барча n фазали системалар ҳам қиради. 6.12-а раемда юли "юлдуз" усулда уланган уч фазали симметрик зан-жирнинг кувватини улчаш схемаси қўрилган. Бир фазали ваттметр W нинг ток чулгами, амперметр каби, фазалардан бирор'л ишга кетма-кет, қўлланиш чулгами эса шу фазанинг қўллашшига параллел (масалан 6.12-а ра мда

кўрсатилганидек, 1 - фаза билан 0 орасига) уланган. Ваттметрнинг кўрсатиши шу фазанинг U_ϕ кучланишига, I_ϕ токига ва $\cos\phi_\phi$ кувват коэффициентига пропорционал бўлади. Бутун занжирнинг кувватний аниқлаш учун ўлчанган $P_\phi = U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos\phi_\phi$ кувватни учга кўпайтириш kifоя. Амалда манба томонда нейтрал симсиз симметрик система тез-тез учраб туради. Юклама учбурчак (6.12-б расм) ёки ноли ташкарига чиқарилмаган юлдуз усулида уланиши мумкин.

Бундай ҳолларда ваттметр учун 0 сунъий равишда олиниши мумкин. Бунинг учун учта бир хил ва катта кийматли R қаршилиқни юлдуз усулида улаб, фақат ўлчаш пайтидагина уланадиган қўшимча занжир ҳосил қилинади.

6.13-а расмда ноли "юлдуз" усулида уланган уч фазали нонсимметрик юкламанинг кувватини ўлчаш схемаси кўрсатилган. Бундай схемада ҳар бир фазанинг куввати алоҳида W_1 , W_2 ва W_3 ваттметрлар ёрдамида ўлчанади. Бутун занжирнинг куввати учала ваттметр кўрсатишининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни $p = p_1 + p_2 + p_3$. Кувватни бундай ўлчаш усули **у ч в а т т м е т р у с у л и** дейилади.

Энди, юкламаларни улаш усулидан қатъи назар, уч фазали занжирнинг кувватини иккита ваттметр ёрдамида ҳам ўлчаш мумкинлигини кўриб чиқайлик. Ҳақиқатдан ҳам уч фазали манбанинг оний кувватлари йиғиндиси (6.13-б расм) қуйидагича бўлади:

$$P = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3,$$

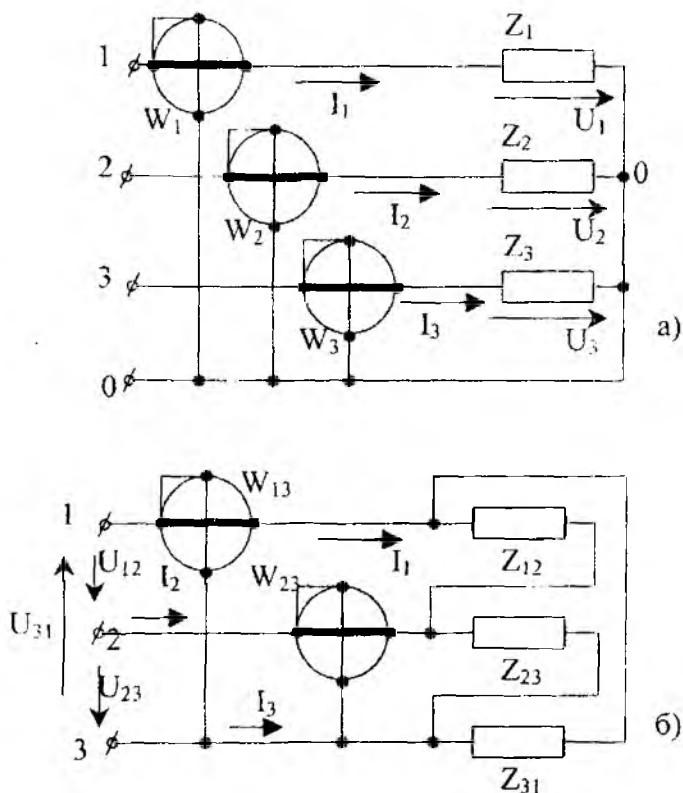
бунда: u_1 , u_2 ва u_3 - генератор фаза кучланишларининг оний қийматлари; i_1 , i_2 ва i_3 - системанинг линия симларидаги оний тоқлар.

Нейтрал сим бўлмаганда, линия тоқларининг йиғиндисидоимо нолга тенг $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ бўлгани учун кувват p ифода сидан тоқ i_3 ни тушириб қолдириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} p &= u_1 i_1 + u_2 i_2 - u_3 (-i_1 - i_2) = (u_1 - u_3) i_1 + (u_2 - u_3) i_2 = \\ &= u_{13} i_1 + u_{23} i_2 \end{aligned}$$

Бу демак, тоқ чулғамлари i_1 ва i_2 линия тоқлари билан таъминланаётган иккита ваттметрнинг тегишли кучланиш чулғамлари u_{13} ва u_{23} линия кучланишларига уланган бўлса,

бу ваттметрлар бутун занжирнинг кувватини ўлчай олади (6.13-б расм). Умуман айтганда, ваттметрлар ток бўйича исталган иккита фазага уланган бўлиб, кучланиш чулғамлари ўз фазаси-



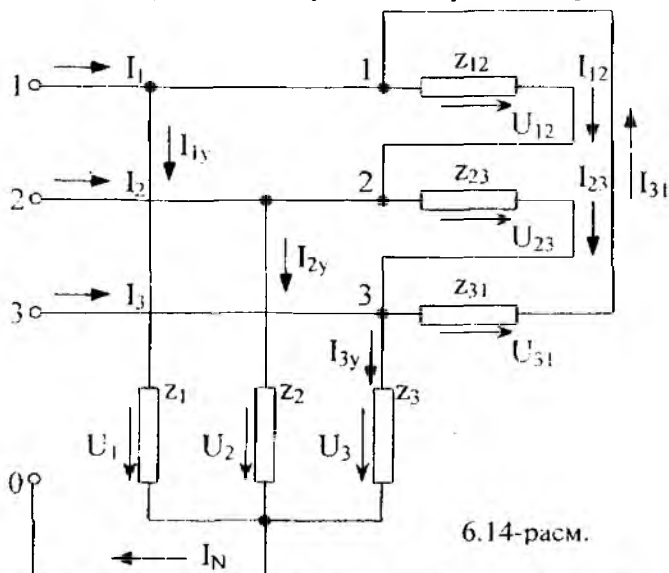
6.13-расм

дан ташқари ток ваттметрдан ўтмаётган фазага (линия симига) уланиши керак. Кувватни ўлчашнинг бундай усули иккита

ваттметр усули дейилади. Ўлчашнинг баён этилган схемалари фақат уч симли системанинг фаза истеъмолчилари ихтиёрий уланган носимметрик (ёки симметрик) юклараси учун фойдаланилади. Амалда ўз ичига иккита ваттметр жойлаштирилган ягона конструкцияли уч фазали ваттметрлар кўпроқ ишлатилади. Бундай уч фазали ваттметр иккита ток чулғами (ғалтак) билан иккита кучланиш чулғамига эгадир.

6.1-мисол. Линия қучланиши $U_{\phi}=380$ В бўлган симметрик уч фазали генераторга тегишлича нол симли «юлдуз» ва «уч-бурчак» усулида икки гуруҳ истеъмолчи уланган. 6.14-расмдаги истеъмолчиларнинг фаза қаршиликлари: $Z_1=55$ Ом, $Z_2=(33-$

$j44)$ Ом, $Z_3=(44+j33)$ Ом, $Z_{12}=Z_{23}=Z_{31}=Z_{\Delta}=38e^{j\frac{\pi}{6}}$ Ом (линия ва нейтрал симларнинг қаршиликлари эътиборга



олинмайди). Бугун системанинг тўла, актив ва реактив қувватлари аниқлансин.

Ечиш: 1) Генераторнинг фаза қучланишларининг комплекслари:

$$\dot{U}_1 = 220\text{В}, \quad \dot{U}_2 = 220e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ В} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_3 = 220e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ В},$$

чунки
$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{ли}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В},$$

Занжирнинг кириш қисмаларидаги линия қучланишларининг комплекслари эса:

$$\dot{U}_{12} = 380e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad \dot{U}_{23} = 380e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_{31} = 380e^{j\frac{5\pi}{6}} \quad \text{«Учбурчак»}$$

усулида уланган истеъмолчиларнинг фаза токлари:

$$I_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_A} = \frac{380 e^{-j\frac{\pi}{6}}}{38 e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10 \text{ A}, \quad I_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_A} = \frac{380 e^{-j\frac{\pi}{2}}}{38 e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ A},$$

$$I_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{Z_A} = \frac{380 e^{j\frac{5\pi}{6}}}{38 e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10 e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ A}.$$

4) Юктамалар истеъмол қилаётган линия тоқлари эса:

$$I_{1A} = I_{12} - I_{31} = 10(1 - a) = 10 \left(\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10\sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \text{ A},$$

$$I_{2A} = I_{23} - I_{12} = 10(a^2 - 1) = 10 \left(-\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10\sqrt{3} e^{-j\frac{5\pi}{6}} \text{ A},$$

$$I_{3A} = I_{31} - I_{23} = 10(a - a^2) = 10(0 + j\sqrt{3}) = 10\sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{2}} \text{ A}.$$

5) «Юлдуз» усулида уланган истеъмолчиларнинг фаза (линия) тоқлари тегишлича:

$$I_{1\lambda} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{220}{55} = 4 \text{ A};$$

$$I_{2\lambda} = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{55 e^{-j53^\circ 10'}} = 4 e^{-j66^\circ 50'} \text{ A};$$

$$I_{3\lambda} = \frac{\dot{U}_3}{Z_3} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{55 e^{j36^\circ 50'}} = 4 e^{j83^\circ 10'} \text{ A}.$$

Нейтрал симдаги ток:

$$I_N = I_{1\lambda} + I_{2\lambda} + I_{3\lambda} = 4 \left(1 + e^{-j66^\circ 50'} + e^{j83^\circ 10'} \right) = 4(1.513 + j0.07) \approx 6 \text{ A}.$$

6) Линия симларидаги йиғинди (ёки генераторнинг фаза тоқлари)

$$I_1 = I_{12} + I_{1A} = 4 + 17.3 e^{-j30^\circ} = 20.8 e^{-j24^\circ 30'} \text{ A}.$$

$$I_2 = I_{2\lambda} + I_{2\Delta} = -13,42 - j12,33 = 18,3e^{-j133^{\circ}30'} \text{ A.}$$

$$I_3 = I_{3\lambda} + I_{3\Delta} = 0,48 + j21,26 \approx 21,3e^{j90^{\circ}} \text{ A.}$$

7) Генераторнинг фазалари бўйича қувватларнинг комплекслари:

а)

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \hat{U}_1 \dot{I}_1 = 220 \cdot 20,8e^{-j240^{\circ}30'} = 4180 - j1900 = P_1 - jQ_1 = \\ &= 4580e^{-j240^{\circ}30'} \end{aligned}$$

[$P_1=4,18$ кВт, $Q_1=1,9$ квар (индуктив характерли) ва $S_1=4,58$ кВА];

б)

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= \hat{U}_2 \dot{I}_2 = 220e^{j120^{\circ}} \cdot 18,3e^{-j137^{\circ}30'} = 4026e^{-j17^{\circ}30'} = \\ &= 3840 - j1208 \end{aligned}$$

[$P_2=3,84$ кВт, $Q_2=1,2$ квар (инд.хар) ва $S_2=4,03$ кВА].

в)

$$\begin{aligned} \dot{S}_3 &= \hat{U}_3 \dot{I}_3 = 220e^{-j120^{\circ}} \cdot 21,3e^{j90^{\circ}} = 4686e^{-j30^{\circ}} = 4060 - j2343 \\ [P_3 &= 4,06 \text{ кВт, } Q_3 = 2,34 \text{ квар (инд.хар) ва } S_3 = 4,69 \text{ кВА}]. \end{aligned}$$

г) Бутун занжирнинг тўла қуввати:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 13,3 \text{ кВА.}$$

Бутун занжирнинг актив қуввати:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 12,08 \text{ кВт.}$$

Бутун занжирнинг реактив (индуктив характерли) қуввати:

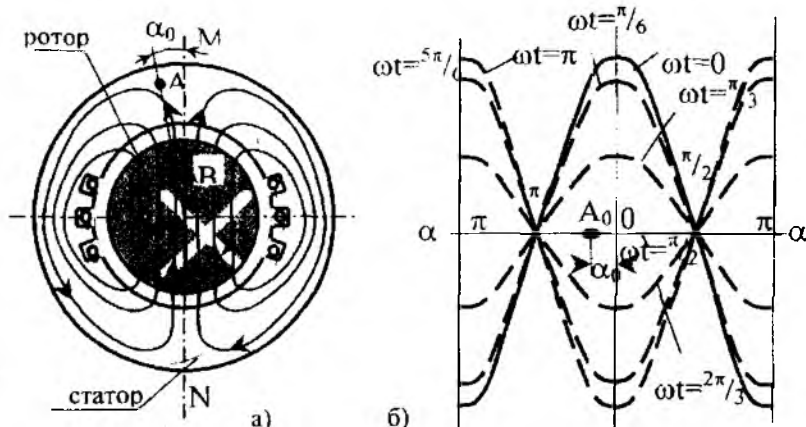
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 5,45 \text{ квар.}$$

6.7. Уч фазали ток ёрдамида айланувчи магнит майдон ҳосил қилиш

Юқорида айтилганларга кўра (6.2), ўзгарувчан ток генераторининг ишлаш принципи унинг кўзгалмас чулғамларини айланма ҳаракатда бўлган магнит майдоннинг куч қизиклари кесиб ўтганда (электромангнит индукция қонунига биноан) э.ю.к. индуктивланишига асосланган. Шунингдек, уч фазали ток генераторида электромангнит (ротор тарзида) ўзининг ай-

ланма ҳаракати давомида айланувчан магнит майдони ҳосил қилади. Ундаги айланувчи магнит майдон электр энергиясига айлантириладиган ташқи механик куч таъсирида ҳосил қилинади. Агар шундай машинанинг статор чулғамлари уч фазали э.ю.к. манбаига уланса, ташқаридан истеъмол қилинадиган ток ҳисобига унда хусусий айланувчи магнит майдон ҳосил бўлади. Бу магнит майдон роторнинг кўзгалмас магнит майдони билан ўзаро таъсирлашади, роторни статорнинг магнит майдони йўналишида айланишга мажбур этувчи механик куч ҳосил қилади. Бу режим ю р и т г и ч р е ж и м и дейилиб, барча электр машиналарга хос қайтувчанлик принциpigа дахлдордир. Синхрон ва асинхрон ўзгарувчан ток юритгичларининг ишлаши ана шу принципга асосланган. Энди бир ва уч фазали машиналарда айланувчи магнит майдонининг ҳосил қилиниш жараёнини кўриб чиқайлик.

1. Пульсацияланувчи магнит майдон.



6.15-расм

6.15-а расмда бир фазали ўзгарувчан ток машинаси кўрсатишган. (уни уч фазали машинанинг бир фазаси деб қараш мумкин). Кўриб чиқилаётган онда статорнинг ташқи манбаига уланган чулғамларидан ўтаётган ток унинг ўнг томонидаги ярим ўрамларида кириб бораётган (крестчалар), чап томондаги ярим ўрамларида эса чиқиб келаётган (нуқталар) бўлсин. У ҳолда чулғамлардан ўтган токнинг магнит майдони

куч чизиклари парма кондасига биноан унинг ўнг томонида соат стрелкаси ҳаракати йўналишида чап томонида эса соат стрелкасига тескари йўналишда бўлади.

Агар ташқи синусоидал ток манбаи ҳосил қилган магнит индукцияси $b=B_m \cos \omega t$ қонуният асосида ўзгаради деб қабул қилсак, у ҳолда 6.16-расмда акс эттирилган $t=0$ вақт пайтида у B_m га тенг бўлиб, пастдан юқорига йўналган бўлади. Вақт ўтиши билан магнит индукциянинг оний қиймати ва йўналиши ўзгаради. Масалан, $\omega t=\pi/2$ да у нолга тенг, $\omega t=\pi$ да эса максимум бўлиб, тескари йўналишга эга. Агар $b=B_m \cos \omega t$ ни комплекс шаклда ифодаласак,

$$\dot{B}_m = \frac{1}{2} B_m (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) = \frac{B_m}{2} e^{j\omega t} + \frac{B_m}{2} e^{-j\omega t}$$

бўлади, демак уни электр машина ичида ҳосил бўлган магнит майдони ω ва $(-\omega)$ бурчак тезликлар билан қарама-қарши йўналишда айланаётган иккита модули $B_m/2$ га тенг бўлган индукция вектори тарзида тасаввур қилиш мумкин.

Булардан ҳар бирининг айланувчи магнит майдони ўзига тегишли айланувчи моментни ҳосил қилади. Аммо бу моментларнинг йўналиши бир-бирига қарама-қарши бўлгани учун ҳаракатланувчи куч ҳосил бўлмайди. Шундай қилиб, бир фазали ўзгарувчан ток генератори двигатель режимида ишлай олмайди. Амалда ишлатиладиган бир фазали двигателлар махсус равишда ясалган бўлиб, улардаги бир йўналишли айланувчи магнит майдонга с у н ь и й ф а з а га бўлиш йўли билан эришилади.

Энди, t вақтда машинанинг статори айланаси бўйлаб бир фазали ток ҳосил қилган магнит майдонининг тақсимланишини кўриб чиқайлик. Статорнинг ички айланаси томонида нормал MN га нисбатан α_0 бурчак ҳосил қилиб жойлашган бирор A_0 нуктани танлайлик. Магнит индукциянинг вақт жиҳатидан ўзгариш қонуниятига кўра, шу нуктадаги индукция миқдори $b = B_m \cos \omega t \cdot \cos \alpha$ булади.

Статорнинг ҳалқасини фикран nN га бўламизда, уни 6.15-6 расмда кўрсатилганидек, α - $(-\alpha)$ ўк бўйлаб «тўғрилаймиз». У ҳолда $t=0$ вақтда магнит индукциянинг тақсимланиш қонунияти синусоидал шаклдаги узлуксиз эгри чизик билан тасвирланади-да, максимуми $\alpha=0$ га тўғри келади

(MN чизик бўйлаб). Вакт t га 0 дан $\frac{2\pi}{\omega}$ гача (ёки $\omega t=0$ дан

$\omega t=2\pi$ гача) турли қийматлар бериб, бир нечта синусоидал эгри чизикларни (пунктир шаклда кўрсатилган) ҳосил қиламиз. Бу эса магнит индукциянинг статорнинг турли нуқталари учун бир хил бўлмаган (музбат ва манфий) максимумлари орасида тебранишини кўрсатади. Бундай магнит майдон **п у л ь с а ц н я- л а н у в ч и м а й д о н** дейилади.

2. **А й л а н у в ч и м а г н и т м а й д о н**. Энди уч фаза-ли электр машинанинг статор чулғамларидан ўтаётган фаза тоқларининг бир вақтдаги таъсири натижасида ҳосил бўлган магнит майдонининг пайдо бўлишини ва унинг фаза - вақт жиҳатидан ўзгаришини кўриб чиқайлик. 6.16-расмда шундай машинанинг модели кўрсатилган, унинг статори ички айланаси бўйлаб ўқлари бир-биридан фазовий 120° бурчакка силжиган учта симметрик А-х, В-у ва С-з фаза чулғамлари жойлаштирилган. Бунда в ва с фазалар чулғамларининг биринчи ўрамлари (боши) жойлашган пазлар (конуссимон арикчалар)нинг радиал ўқлари а фаза биринчи ўрами пазининг радиал ўқига нисбатан (соат стрелкаси ҳаракати томониға) 120 ва 240 бурчакларга силжиган.

Машинанинг статор чулғамларини симметрик уч фаза-ли кувланиш манбаига уласак, улардаги тоқларнинг симметрик системаси ҳосил бўлади:

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t, \quad i_B = I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad i_C = \\ &= I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned}$$

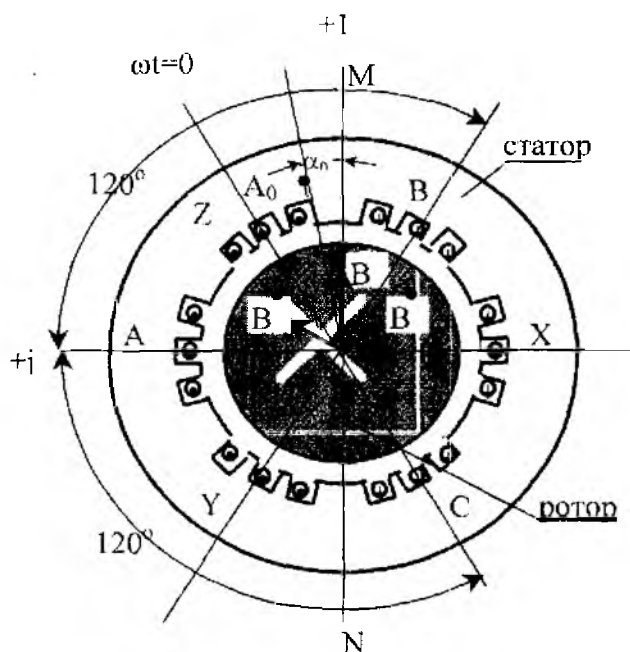
Бу тоқлар ўз навбатида индукцияси куйидаги конуният билан ўзгарувчи магнит майдони ҳосил қилади:

$$\begin{aligned} b_A &= B_m \cos \omega t, \quad b_B = B_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad b_C = \\ &= B_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned}$$

Индукция оний қийматлари b_A , b_B ва b_C нинг йиғиндиси, худди i_A , i_B ва i_C тоқларнинг йиғиндисига ўхшаш, нолга тенг. Аммо бу фақат вақт жиҳатидан фазаси силжиган тоқлар учун тўғри бўлиб, ҳам вақт бўйича, ҳам фазавий силжиган индукция учун тўғри келмайди. Ҳақиқатан ҳам А-х,

B-y ва C-z фаза чулғамларининг ўқлари фазавий силжигандаги $t=0$ вақтда магнит индукциялари $b_A=B_m$, $b_B=B_m \cos(\omega t-120^\circ)=B_m \cos(-120^\circ)$ ва $b_C=B_m \cos(\omega t-240^\circ)=B_m \cos(-240^\circ)$ бўлиб, уларнинг йиғиндиси $\Sigma b=0$ бўлади.

Биз кўриб чиқаётган ҳолда чулғамлар статор айланаси бўйлаб фазавий силжиганлиги туфайли (6.16-расм) магнит индукциялар комплекс текисликда фазавий векторлар билан кўрсатилади:



6.16-расм

$$\dot{B}_A = B_m, \quad \dot{B}_B = \frac{1}{2} B_m e^{j60^\circ} \quad \text{ва} \quad \dot{B}_C = \frac{1}{2} B_m e^{-j60^\circ}$$

Бу векторларнинг йиғиндиси

$$\dot{B}_\Sigma = \dot{B}_A + \dot{B}_B + \dot{B}_C = B_m \left(1 + \frac{1}{4} + j \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} - j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2} B_m$$

бўлади ва $t=0$ вақт учун йўналиши жиҳатидан $+1$ ўқ билан мос

тушади. Исталган вақтда магнит индукциялар оний кийматларининг йигиндиси $\vec{B} = B_m \cos(\omega t - \alpha) \vec{e}_x + B_m \sin(\omega t - \alpha) \vec{e}_y$ эканлигини ҳам

исботлаш мумкин. Аммо йигинди индукция вектори $\vec{B}$ нинг йуналиши вақт утиши билан айланиш қонуни бўйича бирор уқ атрофида узгармас бурчак тезлик со билан узгаради. Бунинг учун юкорида пульсацияланувчи майдонни тахлил қилиш учун келтирилган мулохазалардан фойдаланамиз. Худди бир фазали машиналардагига ухшаш уқ фазали машинанинг статорида ҳам MN уққа (+1 уққа) нисбатан а, бурчак ҳосил қилиб жойлашган бирор A^0 кузгалмас нуктани танлаймиз (6.16-расм). Айрим фаза индукциялари B_A , B_B ва B_C нинг бу нуктага нисбатан фазо ҳамда вақт жиҳатидан таъсири қуйидаги қрунийатлар билан ифодаланади:

$$\begin{aligned} B_A &= B_m \cos(\omega t - \alpha) \cdot \cos(\alpha - \alpha_0), \\ B_B &= B_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 120^\circ), \\ B_C &= B_m \cos(\omega t - 240^\circ) \cdot \cos(\alpha_0 + 240^\circ). \end{aligned}$$

Статорнинг тенг таъсир этувчи магнит майдони индукциясининг йигиндиси

$$\begin{aligned} &= B_m [\cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha - \alpha_0) + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\alpha_0 + 120^\circ) + \\ &+ \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\alpha_0 + 240^\circ)] \quad \text{булади.} \end{aligned}$$

$$\cos X \cdot \cos Y = \frac{1}{2} [\cos(X + Y) + \cos(X - Y)]$$

Формула бўйича тригонометрик узгартиришларни бажариб, уни қуйидаги қуринишга келтираимиз:

$$\begin{aligned} B_Q &= [\cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha - \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha - \alpha_0 - 120^\circ) + \\ &+ \cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha - \alpha_0 + 120^\circ)] = B_m \cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha - \alpha_0) \end{aligned}$$

чунки $\cos(\alpha - \alpha_0) + \cos(\alpha - \alpha_0 - 120^\circ) + \cos(\alpha - \alpha_0 + 120^\circ) = 0$ бўлиши худди тесқари кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилувчи уқта векторнинг йигиндисини тасвирлайди.

Шундай қилиб, A^0 нукта статорда кузгалмас бўлиб, MN уққа (+1 уққа) нисбатан CX^0 бурчак ҳосил қилиб жойлашган бўлса (6.16-расм) магнит майдоннинг йигинди индукцияси унга нисбатан қуйидаги қрунийат билан узгаради:

$$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha_0).$$

Энди бу нуктани статор бўйлаб $[-\omega]$ бурчак тезликда айланади. деб фараз қилсак, у ҳолда $\alpha_0 = -\omega t$ ва тенг таъсир этувчи магнит майдоннинг индукцияси исталган вақтда A_0 нуктага нисбатан ўзгармас ва микдор жиҳатидан

$$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m = \text{const} \quad \text{бўлади.}$$

Демак, микдори жиҳатидан ўзгармас магнит индукциянинг вектори $\vec{B}_0$ статор ўқи атрофида соат стрелкаси ҳаракати томонга $(+\omega)$ бурчак тезлик билан айланади. Натижада машинанинг статори бўйлаб айланувчи магнит майдони ҳосил бўлади.

Манба токлари i_A , i_B ва i_C фазаларининг кетма-кетлик тартиби ўзгартирилганда (бунинг учун, масалан, В ва С чулғамларининг учларини ташқи манбанинг С ва В фазаларига улаш кифоя) йиғинди индукциянинг оний қиймати қуйидаги кўринишни олади:

$$b_0 = B_m [\cos \omega t \cdot \cos \alpha_0 + \cos(\omega t + 120^\circ) + \\ + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\alpha_0 - 120^\circ)] = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t - \alpha_0).$$

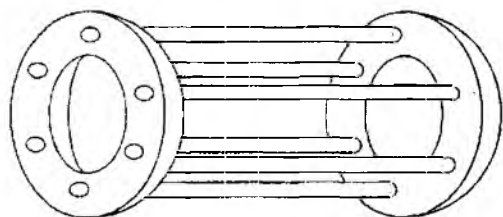
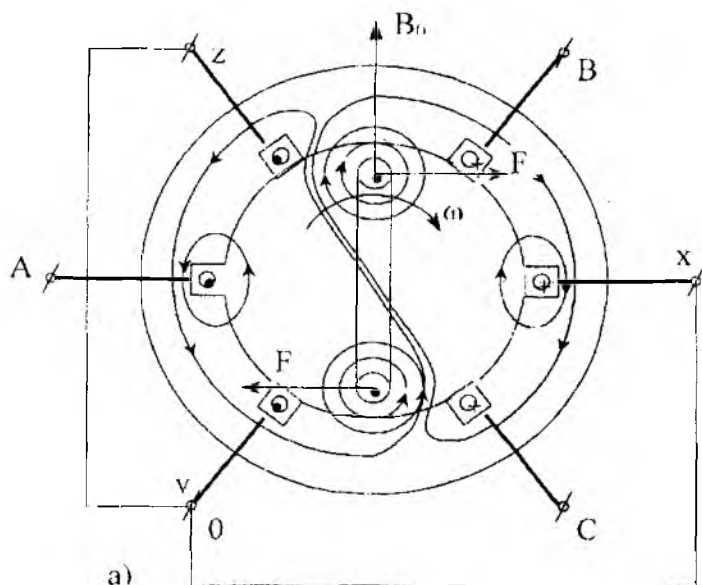
яъни тенг таъсир этувчи магнит майдоннинг индукция вектори ўзининг айланиш йўналишини тескарасига ўзгартиради, чунки

$\alpha = \omega t$ бўлганда $b_0 = 3/2 B_m = \text{const}$ бўлади.

Демак, уч фазали машинанинг статорида ҳосил бўлган айланувчи магнит майдоннинг айланиш йўналишини ўзгартириш учун статор чулғамларини уч фазали кучланиш манбаи билан уловчи учта фаза симларидан истаган иккитасини манбага улаиш жойларини алмаштириш кифоя.

3. И ш л а ш п р и н ц и п и в а а й л а н у в ч а н м а г н и т м а й д о н г а а с о с л а н г а н ў з г а р у в ч а н т о к ю р и т к и ч л а р и.

Кўп фазали (хусусан уч фазали) ўзгарувчан ток занжирларининг асосий афзалликларидан бири шуки, бунда улар ўзгарувчан ток двигателлари яратиш учун зарур бўлган айланувчи магнит майдон ҳосил қилади. 6,17-а расмда уч фазали оддий двигателнинг модели кўрсатилган, унинг айланувчи магнит майдонида чулғамлари (рамкаси) кичка туташган ротор жойлашган.



б)
6.17-расм

Физик жараёнларнинг тадқиқини соддалаштириш мақсадида, статорнинг А-х, В-у ва С-з чулғамларини ягона ўрамлар билан алмаштирамиз. Чулғамларнинг бош учлари А, В, С гашқи уч фазали манбага, охириги учлари х, у, з битта тугунда уланган бўлиб, 0 нейтрални ҳосил қилади.

Ротор чулғами битта ўрам тарзида кўрсатилган бўлиб, те-
кислиги вертикал ўқ билан мос тушади. 6.17-а расмда $b_{100} = Bm$, $b_{200} = Bm/2$ ва $b_{300} = -Bm/2$ (худди шундай вақт 6.15-а рас-
мда кўрсатилган) бўлган, $t=0$ вақт учун йиғинди индукцияси B_0
бўлган магнит майдоннинг тасвири кўрсатилган.

«Йиғинчи индукция вектори $B_0 = 3/2 B_m$ ўзгармас « бурчак тезлик билан соат стрелкаси ҳаракати томонга айланимда» деб олиб, тормозланган ротор чулғамининг кўзғалмас берк ўтказгичига айланувчи магнит майдоннинг таъсирини кўриб чиқайлик. Айланувчи магнит майдоннинг берилган йўналишида айланиши билан статорнинг кўзғалмас магнит майдонида ротор рамкасининг ярим ўрамларида э.ю.к. индуктивланади: токнинг йўналиши эса ўнг қўл қондасига биноан юқори ўтказгичда биздан, пасткисиди эса бизга қараб йўналади. Ўз навбатида бу ток ҳосил қилган янги магнит майдоннинг куч чизиқлари юқорида соат стрелкаси юрадиган томонга, пастда эса унга тескари йўналишида туташади. Бу магнит майдонининг статор майдони билан ўзаро таъсири натижасида йиғинчи магнит куч чизиқлари ротор ўтказгичининг чап ва ўнг томонларида бир текис тақсимланмаганлиги туфайли (6.17-а расмга қаранг) магнит майдоннинг бошланғич кўриниши бирмунча деформацияланган бўлади. Статор магнит майдонининг ротор магнит майдони томонидан деформацияланиши статор чулғамларидан ўтаётган токнинг ортишига ва шу билан бирга, манбадан яна қўшимча энергия келтиришига сабаб бўлади. Бу қўшимча энергия B_0 индукциянинг дастлабки қийматини ва магнит куч чизиқларининг яна аввалги тақсимланишини тиклашга сарфланади. Натижада статорнинг магнит майдони таъсирида токли ўтказгични суриб чиқариш жараёни содир бўлади.

Ротор ўрамининг статорнинг айланувчи магнит майдони йўналишида буришга интилувчи $F \cdot h$ жуфт куч ҳосил бўлади. Натижада рамка айланувчи магнит майдоннинг айланиш тезлиги n_1 га яқин бўлган n_2 тезлик билан статор майдони йўналишида айлана бошлайди. Бундай айланувчи магнит майдоннинг айланиш тезлиги $n_1 = 60f_1/p$ тармоқ токнинг частотаси f_1 га ва статорнинг уч фазали чулғами ҳосил қилган жуфт кутблар сонини p га боғлиқ. Қисқа туташган рамканинг (двигатель роторининг) тезлиги эса ана шу микдорларга билвосита боғлиқ; чунки ҳаракатланаётган рамканинг механик кучи шу рамкадан ўтаётган ток кучига ҳам боғлиқ бўлади. Қисқа туташган рамкада (6.17-б расм) ток ҳосил бўлиши учун энергия манбаи рамка ярим ўрамларининг статор айланувчи магнит майдони куч чизиқларини кесиб ўтиши натижасида ҳосил бўлган э.ю.к. ҳисобланади. Демак, айланувчи магнит майдон

йўналишида рамканинг тезлиги ортиб борган сари бу э.ю.к.нинг миқдори камая боради, $n_2=n_1$ бўлганда, у нолга тенглашади. Бу деган сўз, рамкадаги ток ва у ҳосил қилган иккиламчи магнит оқим ҳам нолга тенглашади, демакдир. Бинобарин, $n_2=n_1$ режим ҳеч қачон содир бўлмайди, чунки бунга ротор ўқида нолга тенг бўлган айланувчи магнит майдон тўғри келади. Қисқа туташган чулғамли роторнинг тезлиги доимо айланувчи магнит майдонининг айланиш тезлигидан кичик, яъни $n_2 < n_1$ бўлади. Статорнинг айланувчи магнит майдони тезлиги билан вақт жиҳатдан бир хил бўлмаганлиги туфайли бу хил конструкцияли ўзгарувчан ток машиналари асинхрон м а ш и н л а р деб аталади. Асинхронлик даражаси сирпаниш деб аталувчи қуйидаги нисбат билан аниқланади:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}.$$

Двигателни юргизиш пайтида $n=0$ ва $S=1$ бўлиб, салт ишлаш режимида $n_2 \rightarrow n_1$, $S \rightarrow 0$. Бунда ротордаги токнинг частотаси $f_2=f_1 \cdot S$ бўлиб, у статордаги токнинг частотасига ва сирпанишига боғлиқ. Бу асинхрон машинадан частота ўзгартиргич электр машина сифатида ҳам фойдаланиш мумкин, демакдир.

Юқорида баён қилинган ўзгарувчан ток двигатели роторининг чулғами ўзгармас ток манбаига уланса, у $n_2=n_1$ режимда ҳам ишлай олади. Бу ҳолда ротор чулғамидан ўтаётган ток ҳосил қилган ўзгармас магнит майдон айланувчи магнит майдонга боғлиқ бўлмайди, уларнинг фазодаги ўзаро таъсири қатъий аниқ бўлиб, статор ва ротор магнит майдонлари бир хил тезлик билан айланади. Шунинг учун бундай двигателлар синхрон д в и г а т е л л а р деб аталади.

6.8. Носимметрик системаларнинг ташкил этувчилари.

Симметрик ташкил этувчилар усули

Кўп фазали (шунингдек, уч фазали) ҳар қандай носимметрик э.ю.к., кучланиш ва тоқлар векторлари системаси фазаларининг кетма-кетлик тартибини олдиндан белгиланган тартибда алмашинадиган симметрик системалар йиғиндиси билан алмаштириш мумкин.

Бунн умумий ҳолда нол, тўғри ва тескари тартибдаги ($\vec{A}_0 = \vec{B}_0 = \vec{C}_0$) симметрик ташкил этувчиларга ажратиш мумкин бўлган уч фазали носимметрик системалар мисолида кўриб чиқамиз. 6.18-а расмда ихтиёрий уч фазали носимметрик система $\vec{A}$, $\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторлар системаси тарзида ифода-даланган. Бу системани симметрик ташкил этувчиларга ажратиш мақсадида ундаги ҳар бир векторни ўз навбатида

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2,$$

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ ва $\vec{C} = \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2$ ташкил этувчи векторлар йиғиндисини тарзида тасаввур қилиш мумкин. Шу билан бир вақтда қуйидаги шартлар бажарилиши

керак деб биламиз:

$$\vec{A}_0 = \vec{B}_0 = \vec{C}_0,$$

$$\vec{B}_1 = a^2 \vec{A}_1; \quad \vec{C}_1 = a \vec{A}_1, \quad (6.7)$$

$$\vec{B}_2 = a \vec{A}_2; \quad \vec{C}_2 = a^2 \vec{A}_2$$

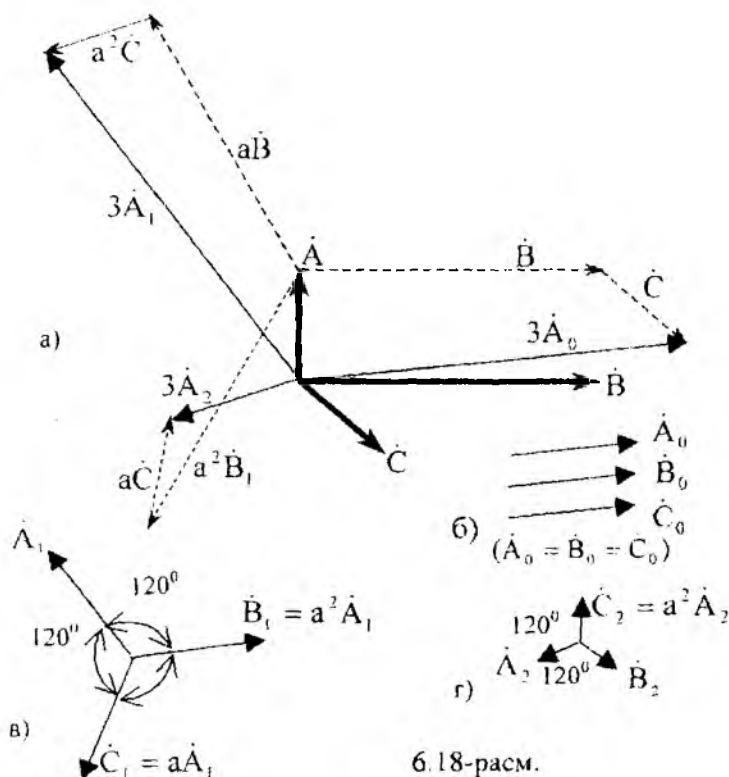
(бунда

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad a^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

эканлигини эслатиб ўтамиз).

Умумий ҳолда 6.18-а расмда берилган $\vec{A}$, $\vec{B}$ ёки $\vec{C}$ векторларни саноқсиз кўп (ихтиёрий йўналган) векторларга ажратиш мумкин. Аммо (6.7) ифодада келтирилган шартларга риоя қилинса, векторларнинг мўлжалланган йўналишда ажратишнинг ягона варианты чиқади. Бунда $\vec{A}$, $\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторларнинг тегишли ташкил этувчилари нолинчи ($\vec{A}_0$, $\vec{B}_0$, $\vec{C}_0$), тўғри ($\vec{A}_1$, $\vec{B}_1$ ва $\vec{C}_1$) ва тескари ($\vec{A}_2$, $\vec{B}_2$ ва $\vec{C}_2$) кетма-кетликдаги симметрик системаларни ҳосил қилади. Симметрик ташкил этувчилар усули деган ном ана шундан келиб чиққан.

Уч фазали носимметрик системани симметрик ташкил этувчиларга аналитик ҳамда график усулда ажратиш мумкин.



6.18-рasm.

1. Аналитик усул. Берилган $\vec{A}$, $\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторларнинг аниқланадиган компоненталарининг балансини қуйидаги тенгламалар системаси кўринишида ифодаalayмиз:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2, \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \\ \vec{C} &= \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2,\end{aligned}\quad (6.8)$$

(6.7) даги шартларни ҳисобга олганда (6.8) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2, \\ \vec{B} &= \vec{A}_0 - a^2\vec{A}_1 + a\vec{A}_2, \\ \vec{C} &= \vec{A}_0 + a\vec{A}_1 + a^2\vec{A}_2.\end{aligned}\quad (6.9)$$

Энди $\vec{A}_0$, $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ ни аниқлаш учун кетма-кет учта амални бажарамиз:

1) (6.9) тенгламалар системасининг ўнг ва чап қисмларини қўшиш натижасида $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 3\vec{A}_0$ га эга бўламиз. $1 + a + a^2 = 0$ бўлгани учун:

$$\vec{A}_1(1 + a^2 + a) = \vec{A}_2(1 + a + a^2) = 0.$$

Шундай қилиб

$$\vec{A}_0 = \frac{1}{3}(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) \quad (6.10)$$

келиб чиқади.

2) (6.9) системанинг иккинчи ва учинчи тенгламаларини тегишлича a ва a^2 га кўпайтириб, шу системанинг биринчи тенгламасига қўшсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C} = 3\vec{A}_1. \quad (6.11)$$

чунки $\vec{A}_0(1 + a + a^2) = \vec{A}_2(1 + a^2 + a^4) = 0$

Демак, $\vec{A}_1 = \frac{1}{3}(\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C}) \quad (6.11-a)$

3) (6.9) системанинг иккинчи ва учинчи тенгламаларини тегишлича a^2 ва a га кўпайтириб, шу системанинг биринчи тенгламасига қўшсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{A} + a^2\vec{B} + a\vec{C} = 3\vec{A}_2, \quad (6.12)$$

$$\vec{A}_2 = \frac{1}{3}(\vec{A} + a^2\vec{B} + a\vec{C}).$$

Шундай қилиб, (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда (6.10) - (6.12) ларга биноан, $\vec{A}$, $\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторлар маълум бўлса, $\vec{A}_0$, $\vec{A}_1$ ва $\vec{A}_2$;

$\vec{B}_0$, $\vec{B}_1$ ва $\vec{B}_2$, шунингдек $\vec{C}_0$, $\vec{C}_1$ ва $\vec{C}_2$ ларнинг симметрик ташкил этувчиларини аниқлаш мумкин.

2. Г р а ф и к у с у л . Бу усул $\vec{A}$, $\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторлар билан бажариладиган алгебраик амалларни уларнинг текисликдаги тасвирлари билан бажариладиган геометрик амалларга алмаштириш имконини беради. Бу ҳолда баён қилинган уч амал 6.18-расмда келтирилган геометрик амаллардан иборат бўлади.

1) $\vec{B}$ векторнинг боши $\vec{A}$ векторнинг охирига, $\vec{C}$ векторнинг боши $\vec{B}$ векторнинг охирига (6.18-а расмда $\vec{B}$ ва $\vec{C}$

векторларнинг янги вазиятлари пунктир чизиклар билан кўрсатилган) кўчириб қўямиз. Йиғинди вектор $3\vec{A}_0$ бўлиб, улар асосида нол кетма-кетликда йўналган $\vec{A}_0$, $\vec{B}_0$ ва $\vec{C}_0$ (6.18-б расм) симметрик системани тузиш мумкин;

2) $\vec{A}$ векторнинг охиридан соат стрелкасига тескари йўналишда 120° бурчакка бурилган $\vec{B}$ векторни қўямиз (бу $\vec{A} = a\vec{B}$ амалга тўғри келади). Бунга яна соат стрелкаси ҳаракати йўналишига 120° бурчак бурилган вектор $\vec{C}$ ни қўшамиз (бу эса вектор $a^2\vec{C}$ ни қўшишга мос келади). Йиғинди вектор $3\vec{A}_1$ бўлиб унинг асосида, (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда, тўғри кетма-кетликда йўналган $\vec{A}_1$, $\vec{B}_1$ ва $\vec{C}_1$ (6.18-в расм) симметрик системани тузиш мумкин;

3) иккинчи пунктдагига ўхшаш йўл билан (6.12) тенгламага мос геометрик ясашларни бажариш натижасида $\vec{A}$, $a^2\vec{B}$ ва $\vec{C}$ векторларни қўшиб, $3\vec{A}$ га тенг векторни ҳосил қиламиз (6.18-а расм). Система (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда, $\vec{A}$ векторнинг миқдори ва йўналишини билиб, тескари кетма-кетликда йўналган симметрик системани тузамиз (6.18-г расм).

Энди ҳақиқий уч фазали электр занжирларда э.ю.к., кучланиш ва тоқларнинг системаларида носимметрия пайдо бўлиши муҳим физик жараён эканлиги ҳақида тўхталиб ўтамиз. Бунда ҳар қандай уч фазали ўзгарувчан тоқ системасининг энг яхши ишлаш режими генератор э.ю.к.ларининг истеъмолчи фазалари тўла (узатиш линия симларининг қаршиликлари билан биргаликда) қаршиликларнинг тамомида симметрияда бўлиши ҳисобланади. Бу ҳолда барча линиявий ва фазавий э.ю.к., кучланиш ва тоқларнинг векторлари симметрик ёпик учбурчак ва уч нурли юлдуз ҳосил қилади. Бундай системалар таркибида нол ва тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчилар бўлмайди. Аммо катта қувватли электр системаларда бундай идсал режимни амалда ҳосил қилиб бўлмайди.

Генераторнинг фазалари ва электр узатиш линиялари (ЭУЛ (ЛЭП)) симметрияда бўлганига қарамасдан, система носимметрик, чунки унинг фазаларида тўла қаршиликларнинг миқдори ва характери ҳар хил. Уч фазали генераторнинг фазаларида

юклама қаршиликлари асимметрияси пайдо бўлишининг асосий сабаби шуки, уч фазали системанин айрим фазаларига уланган қаршиликлар турлича ва кўпчилиги бир фазали истеъмолчилар (индукцион печлар, бир фазали юриткичлар, электр ёритиш системаси, майший корхоналар ва бошқалар) бўлади. Шу туфайли фаза ва линия токлари кескин асимметрия режимини ташкил этади. Фазаларнинг параметрлари бир-биридан кескин фарқ қилганда фаза ва линия кучланишлари векторларининг системасида нол (фаза кучланишлари учун) ҳамда тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг улуши сезиларли даражада ортади. Фаза кучланишлари векторлари системасида нолинчи кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг бўлиши генератор билан истеъмолчининг нол нукталари орасидаги $\dot{U}_N = \dot{U}_{00}$ тескари кучланишнинг пайдо бўлганлигини билдиради (6.10-расм). Тескари кетма-кетликда йўналган симметрик ташкил этувчиларнинг бўлиши электр тармоғига фазалари тартиби тескари кетма-кетликда бўлган янги уч фазали манбани улаш билан барабардир. Бу, ўз навбатида, бундай носимметрик системадан электр энергияси истеъмол қилувчи уч фазали ўзгарувчан ток двигателларида асосий айланувчи магнит майдондан ташқари, яна унга қарама-қарши йўналишда айланувчи магнит майдон ҳосил қилади (тормозловчи моментни вужудга келтиради). Бундай шароитда кучланишлар, шунингдек тоklar системаси учун микдорлари анчагина бўлган тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг бўлишига йўл қўйиб бўлмайди. Уч фазали системаларнинг реал ишлаши шароитида фаза ва линия токларининг симметриясини амалда бир текис ушлаб туриш имконияти бўлмаганлигидан, тегишли симметриялаш шартлари фаза ва линия кучланишлари системасига нисбатан қўйилади. Электр энергиясининг бу муҳим сифат кўрсаткичи а с и м - м е т р и я к о э ф ф и ц и е н т и деб аталадиган коэффициент билан аниқланади. Бу коэффициент симметрик системалардаги тескари кетма-кетликда йўналган $\dot{U}_{(2)}$ ташкил этувчилар билан тўғри кетма-кетликда йўналган ташкил этувчилар $\dot{U}_{(1)}$ эффектив қийматларининг нисбатига тенг, яъни

$$\epsilon_n = \frac{U_{(2)}}{U_{(1)}}.$$

Худди шунга ўхшаш йўл билан тоқлар векторларининг асимметрия коэффициентини $\varepsilon_i = \dot{I}_{(2)} : \dot{I}_{(1)}$ аниқланади. Катта қувватли уч фазали системаларнинг линия қучланишлари асимметрия коэффициентининг ГОСТ бўйича мумкин бўлган энг катта қиймати $\varepsilon_{n(\max)} = 0,02$ бўлиб, тоқ асимметрия коэффициентини ε_i (алоҳида ҳоллардан ташқари) аниқ чегарага эга эмас.

Электр энергиясининг сифати ва энергосистема қучланиши ва тоқларининг мўтадиллиги махсус автоматик қурилмалар билан назорат қилинади ҳамда қучланиш ва тоқларнинг асимметрия даражаси техник ўнчаш асбоблари ёрдамида қайт қилинади. Бу қурилмаларга с и м м е т р и я л о в ч и т а ш к и л э т у в ч и л а р н и н г э л е к т р ф и л ь т л а р и асос қилиб олинган.

6.9. Симметриқ ташкил этувчиларнинг электр филътлари

Симметриқ ташкил этувчиларнинг электр филътрлари фазани силжитиш хусусиятига эга бўлган электр занжирлардан иборат бўлиб, уч фазали системанинг бирор симметриқ ташкил этувчисининг микдорини бевосита ўлчаш мақсадида бу ташкил этувчини ажратиб олишда фойдаланилади.

1. Н о л и н ч и к е т м а - к е т л и к л и т а ш - к и л э т у в ч и л а р н и н г ф и л ь т р л а р и . 6.19-а расмда юлдуз усулида уланган носимметриқ уч фазали система қучланишининг нолинчи кетма-кетликли ташкил этувчи филътрининг схемаси кўрсатилган. Қурилма қучланишни ўлчовчи учта бир хил икки қулғамли КТ трансформатордан иборат бўлиб, унинг бирламчи қулғами w_1 юкламанинг Z_1 , Z_2 ва Z_3 фаза қаршилиқларига параллел уланган.

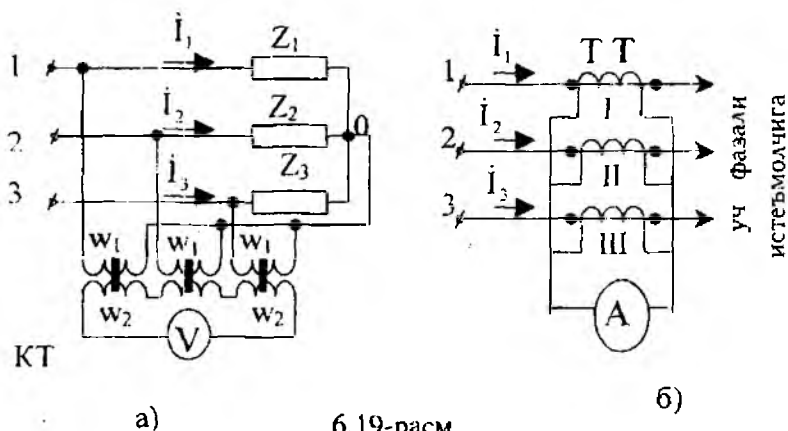
Трансформаторнинг иккиламчи қулғами w_2 мос кетма-кетлик билан туташтирилган бўлиб, очиқ қисмларига вольтметр V_0 уланган. Фаза қучланишлари тўла симметрияда бўлганда

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0, \quad \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1, \quad \dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2, \quad \dot{U}_3 = \dot{I}_3 Z_3$$

бўлиб, иккиламчи қулғамда индуктивланган э.ю.к.нинг йиғиндисини ҳам нолга тенг. Буни вольтметр V_0 кўрсатади. Фаза

кучланишлари ўзаро тенг бўлмаган ($U_1 \neq U_2 \neq U_3$) ҳолда иккиламчи чулғамдаги э.ю.к.нинг йиғиндиси нолдан фарқ қилади ва U_{00} векторнинг модулига пропорционал, яъни $\vec{U}_{00} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 = 3\vec{U}_0$ нолинчи кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг учланганлигига тенг бўлади. Агар ўлчаш трансформаторининг чулғами ўрамлари сони $w_1:w_2=3$ нисбатда қилиб танланса, вольтметр V_0 кучланиш U_0 нинг нолинчи кетма-кетликдаги ташкил этувчиларини бевосита ўлчайди.

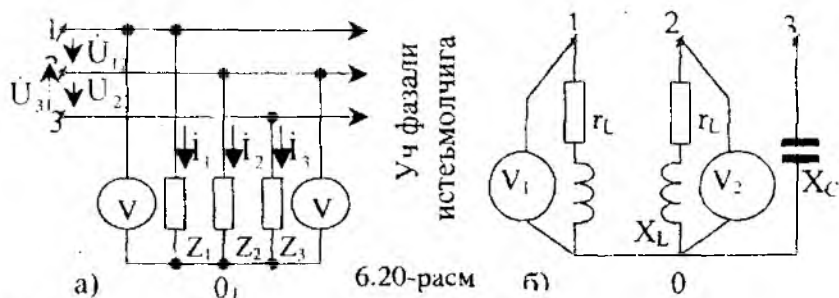
6.19-б расмда нолинчи симли юлдуз усулида уланган уч фазали носоимметрик система тоқларининг нолинчи кетма-кетликдаги электр филтрларининг схемаси кўрсатилган. Ку-



6.19-расм.

Курилма учта бир хил ток ўлчовчи трансформатор (ТТ) дан иборат; трансформаторларнинг бирламчи чулғамлари юкламанинг фаза қаршиликлари билан кетма-кет уланган; иккиламчи чулғамлари эса ўзаро параллел уланиб, умумий амперметр A_0 га тугаштирилган. Худди кучланиш филтридаги каби (6.19-а расм) амперметрнинг кўрсатиши $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 3\vec{I}_0 \neq 0$ бўлганда нолдан фарқ қилади. Ток трансформаторининг трансформациялаш коэффициентини ва амперметрга улангани шунт қаршилигини танлаш билан ўлчанган тоқларнинг нолинчи кетма-кетликдаги I_0 ташкил этувчилари билан амперметр A_0 кўрсатишининг бир хил бўлишига эришиш мумкин.

2. Тўғри ва тескари кетма-кетликли ташкил этувчиларнинг филтрларини. Бу турдаги филтрларнинг асосини нолинчи симсиз юлдуз усулида уланган, фаза қаршиликлари Z_1 , Z_2 ва Z_3 носимметрик бўлган уч фазали истеъмолчилар ташкил этади (6.20-а расм). Фаза қаршиликлари Z_1 , Z_2 ва Z_3 нинг миқдори ва характери



$U_1 = I_1 Z_1$ ва $U_2 = I_2 Z_2$ кучланишлари тегишлича тўғри ва тескари кетма-кетликдаги линия кучланишлари U_{12} , U_{23} ва U_{31} носимметрик системасининг ташкил этувчиларига тенг қилиб олинishi керак. Бошқача айтганда, Z_1 ва Z_2 қаршиликларга параллел уланган V_1 ва V_2 вольтметрлар аниқланадиган ташкил этувчиларнинг эффе́ктив қийматини бевосита ўлчаши керак. Агар линия кучланишлари системаси симметрик бўлса ва унинг фазаларининг тўғри алмашиниш тартиби $\dot{U}_{12} = U_1$, $\dot{U}_{23} = a^2 U_1$, $\dot{U}_{31} = a U_1$ лар билан ифодаланса, у ҳолда вольтметр V_1 нинг кўрсатиши U_1 га, вольтметр V_2 нинг кўрсатиши нолга тенг бўлади. Ана шу симметрик системанинг фазалари тескари тартибда алмашиниб,

$$\dot{U}_{12} = U_1, \quad \dot{U}_{23} = a U_1, \quad \dot{U}_{31} = a^2 U_1$$

бўлганда вольтметрнинг кўрсатиши тескари, яъни $U_1 = I_1 Z_1 = 0$ ва $U_2 = I_2 Z_2 = U_1$ бўлади. Демак, Z_1 ва Z_2 қаршиликлар ўзаро тенг бўлиши керак. Шундай қилиб, юқорида қайд қилинган шартларга биноан, 6.20-а расмдаги филтрларнинг занжир параметрларини ҳисоблаш тенгламасини тузишимиз мумкин. $\dot{U}_1$ ва $\dot{U}_2$ кучланишларга тўғри келган линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги ташкил этувчиларининг тенглигини қуйидагича ифодалаймиз:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{(1)} &= \frac{1}{3} [\dot{U}_{12} + a\dot{U}_{23} + a^2\dot{U}_{31}] = \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{(2)} &= \frac{1}{3} [\dot{U}_{12} + a^2\dot{U}_{23} + a\dot{U}_{31}] = -\dot{U}_2\end{aligned}\quad (6.13)$$

ёки

$$\begin{aligned}3\dot{U}_1 &= \dot{U}_1 - \dot{U}_2 + a(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) + a^2(\dot{U}_3 - \dot{U}_1) \\ 3\dot{U}_2 &= \dot{U}_1 - \dot{U}_2 + a^2(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) + a(\dot{U}_3 - \dot{U}_1)\end{aligned}\quad (6.14)$$

(6.14) тенгламалар системасидан $\dot{U}_1 Y_1 + \dot{U}_2 Y_2 + \dot{U}_3 Y_3 = 0$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$\dot{U}_1 (Y_3 - aY_1) + \dot{U}_2 (Y_3 - aY_2) = 0 \quad (6.15)$$

бўлади: бунда $Y_1 = \frac{1}{Z_1}$, $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$ ва $Y_3 = \frac{1}{Z_3}$ - филтларининг

фазавий комплекс ўтказувчанликлари. Аммо $Y_1 = Y_2$, шунинг учун (6.15) дан $Y_3 - aY_1 = Y_3 - aY_2 = 0$, ёки $Y_1 = Y_2 = a^2 Y_3$, ёки $Z_1 = Z_2 = aZ_3$ эканлиги келиб чиқади. Масалан, учинчи фазанинг қаршилигини сиғим характериға эга десак, яъни

$Z_3 = -jX_C = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}}$ бўлса, у ҳолда симметрик биринчи ва ик-

кинчи фазаларнинг қаршиликлари $Z_1 = Z_2 = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} =$

$= X_C e^{j\frac{\pi}{6}} = X_C \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)$ бўлади. Демак бу фазалардан ҳар

бирининг қаршилиги актив-индуктив бўлиши керак, яъни:

$$Z_1 = Z_2 = r_L + jX_L$$

бундан $r_L = \frac{\sqrt{3}}{2} X_C$, $X_L = \frac{1}{2} X_C$

Бундай параметрли филтларнинг схемаси 6.20-б расмда кўрсатилган.

6.10. Кўп фазали системаларнинг фазаларини парчалаш ва асимметриялаш назариясига оид тушунчалар

Ўзгарувчан ток истеъмолчиларининг электр энергияси билан таъминлашда энергия манбаининг фазалари билан истеъмолчининг фазалари сонини мослаштириш кўпгина муҳандислик ма-

савалари ичида муҳимдир. Бинобарин, саноатда электр энергиясидан фойдаланишнинг кўпчилик ҳолатларида манба (генераторлар) ва истеъмолчиларнинг (моторлар, тўғрилагичлар, трансформаторлар ва ҳ.к.) фазалари ўзаро симметрик система ташкил этганлиги туфайли уларнинг фазалари сонини ўзаро мослаштириш зарур бўлмайди. Аммо реал шароитларда уч фазали симметрик кучланишлар системасига катта қувватли бир ёки икки фазали истеъмолчилар уланиши мумкин. Буларни бир фазали индукцион печлар, бир ва икки фазали ўзгарувчан ток юриткичлари, олти ва ўн икки фазали тўғрилагичлар ва бошқалар ташкил этади.

Баъзан уч фазали гармоқнинг йўқлиги ёки уч симдан фойдаланиш маъқул эмаслиги (уч фазали электр пармалаш моторлари), ёки мумкин эмаслиги туфайли уч фазали асинхрон моторларни электр энергияси билан таъминлаш учун бир фазали манбалардан фойдаланишга тўғри келади. Умумий ҳолда m фазали симметрик (ёки носимметрик) системадан n фазали кучланиш ва тоқларнинг симметрик (ёки носимметрик) системасига ўтиш ўзгарувчан ток фазаларини ўзгартириш деб аталади. Агар $m < n$ (генераторнинг фазалари сони истеъмолчининг фазалари сонидан кам) бўлса, фаза ўзгартириш жараёнида генераторга етишмовчи $(n-m)$ фазани сунъий йўл билан ҳосил қилиш «фазани парчалаш» (бўлиш) дейилади. Агар $m > n$ бўлса, n фазали генераторни m фазалар орасида бир текис тақсимлаш жараёни симметриялаш дейилади. Синусоидат ўзгарувчан ток занжирларида фазаларни ўзгартиришни мисоллар билан кўриб чиқамиз.

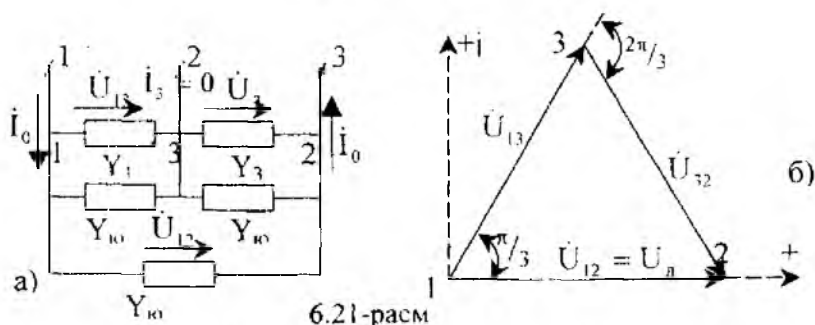
1. Бир фазали ўзгарувчан токни уч фазали токка айлантириш. «Учбурчак» усулида уланган уч фазали симметрик истеъмолчинини электр энергияси билан таъминлаш учун бир фазали U_{12} ўзгарувчан кучланишни U_{12} , U_{32} ва U_{31} уч фазали симметрик кучланишга айлантириш лозим, деб фараз қилайлик (6.21-а расм). Энди U_{13} ва U_{32} кучланиш векторлари орасида 120° га тенг зарурий фаза бурилишни таъминловчи фаза буриш элементларининг (ФБЭ) параметрларини аниқлаймиз (6.21-б расм). Берилган бир фазали кучланишнинг эффектив қиймати $U_{12} = U_1$ да ва юкламанинг ўтказувчанлиги $Y_{\text{ю}} = g_{\text{ю}} - jb_{\text{ю}}$ да фаза бурувчи элементларнинг параметрлари қуйидаги шартларни қаноатлантириши лозим:

$$(Y_{10} + Y_{13})\dot{U}_{13} = (Y_{10} + Y_{32})\dot{U}_{32}.$$

ёки

$$[(g_{10} + g_{13}) - j(b_{10} + b_{13})]\dot{U}e^{j\frac{\pi}{3}} = [(g_{10} + g_{32}) - j(b_{10} + b_{32})]\dot{U}e^{-j\frac{\pi}{3}} \quad (6.16)$$

буида: $Y_{13} = g_{13} - j b_{13}$ ва $Y_{32} = g_{32} - j b_{32}$ фаза - бўлувчи элементларнинг комплекс тўла ўтказувчанликлари.



6.21-расм

Занжирдаги қўшимча қувват исрофини йўқотиш учун

$g_{13} = g_{32} = 0$ деб қабул қиламиз. У ҳолда (6.16) ифоданинг ўрнига қуйидагини оламиз:

$$[g_{10} - j(b_{10} + b_{13})]e^{j\frac{\pi}{3}} = [g_{10} - j(b_{10} + b_{32})]e^{-j\frac{\pi}{3}} \quad (6.17)$$

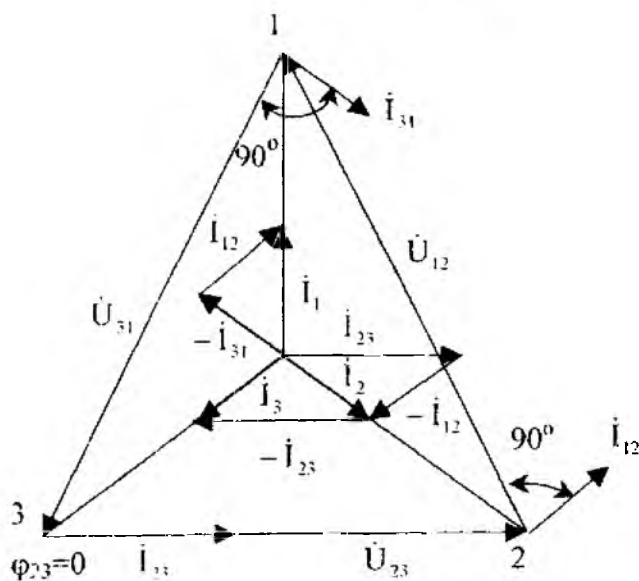
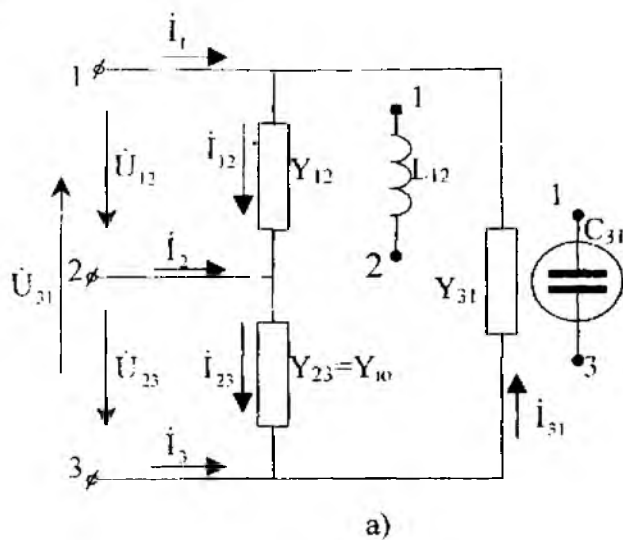
Оддий ўзгартиришлар ёрдамида юклама параметрлари билан фаза бўлувчи элементларнинг параметрлари орасидаги қуйидаги муносабатлар ҳосил қилинади:

$$\begin{aligned} b_{13} &= \sqrt{3} g_{10} - b_{10} \\ b_{32} &= -\sqrt{3} g_{10} - b_{10} \end{aligned} \quad (6.18)$$

«Уч фазали истеъмолчининг ҳар бир фазасидаги юклама актив ўтказувчанлик $g_{10}(b_{10}=0)$ дан иборат» деб фараз қилайлик. Унда (6.18)-ифодага биноан, бир фазали токни уч фазали токка айлантириш учун биринчи сунъий фаза 1-3 га ўтказувчанлиги $b_{13} = \sqrt{3} g_{10}$ бўлган индуктивлик L , иккинчи сунъий фаза 3-2 га ўтказувчанлиги $b_{32} = -\sqrt{3} g_{10}$ бўлган сигим C уланади.

2. Бир фазали юкламадаги уч фазали системанинг линия тоқларини симметриялаш. Уч фазали қучланишлар

($\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$) симметрик системасининг (6.22-а расм)



2- ва 3-фазалари орасига ўтказувчанлиги

$$Y_{23} = Y_{ю} = g_{ю} - jb_{ю} = Y e^{-j\varphi_{ю}}$$

бўлган бир фазали юклама уланган (умумий ҳолда $-90^\circ \leq \varphi < 90^\circ$), деб фараз қилайлик. Қолган икки фазада қувват истеъмоли йўқ ($Y_{12} = Y_{31} = 0$) дейлик; у ҳолда линия симларидаги тоқлар

$$\dot{I}_1 = 0, \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_{23} Y_{ю} = \dot{I}_{ю}, \quad \dot{I}_3 = -\dot{I}_{ю}$$

бўлиб, уларнинг векторлари носимметрик система ҳосил қилади. Чунки улар $\dot{I}_1 = I$; $\dot{I}_2 = a^2 I$ ва $\dot{I}_3 = a I$ шартин қаноатлантирмайди, аммо шунга қарамасдан, бу тоқларнинг симметриясига, ҳатто $Y_{12} \neq Y_{23} \neq Y_{31}$ бўлганда ҳам эришиш мумкин эканлигини кўрсатиш кийин эмас. Бунда юқоридаги шартлар қуйидагича бўлади:

$$\dot{I}_{(2)} = \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + a \dot{I}_3 = 0$$

$$\text{ёки} \quad Y_{12} + a Y_{23} + a^2 Y_{31} = 0 \quad (6.19)$$

Занжирдаги қўшимча актив исрофни йўқ қилиш учун фаза бўлувчи элементларнинг ўтказувчанликлари Y_{12} ва Y_{31} ни фақат реактив деб қабул қиламиз, яъни $Y_{12} = \pm jb$ ва $Y_{31} = \pm jb_{31}$. ФБЭ микдори ва характери юкламанинг параметрлари асосида аниқланади: $Y_{23} = Y_{ю} = g_{ю} - jb_{ю} = y_{ю} e^{-j\varphi_{ю}}$. Агар $Y_{ю} = g_{ю}$ бўлиб, $Y_{12} = Y_{31} = b$ бўлса, (6.19) ифодага биноан қуйидаги нисбатга эга бўламиз:

$$g_{ю} + \epsilon Y_{31} + a^2 Y_{12} = 0$$

$$g_{ю} + b \left[e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right] = 0, \quad (6.20)$$

ёки $\sqrt{3}b = g_{ю}$ яъни сунъий фазалардаги тоқлар юкламадаги ток $\dot{I}_{ю} = U_1 Y_{ю}$ дан $\sqrt{3}$ марта кичик. Шунингдек, (6.20) тенглама фақат

$$Y_{12} = b_e e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad \text{ва} \quad Y_{31} = b_c e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \left(b_e = b_c = g_{ю} / \sqrt{3} \right)$$

буландагина қаюатлангирини мумкин эканлигини кўрсатиб ўтамиз. (6.22-б) да танланган хусусий хол учун вектор диаграмма кўрсатилган.

6.2-мисол. Занжирнинг режими фавқулотда ўзгариш натижасида қуйидагича миқдорларни ташкил этган линия кучланишлари тегишлича $U'_{23}=U'_{31}=0.8U$, ва $U_{12}=U_1=U_{ном}$. Уч фазали асинхрон двигателда берилган кучланишнинг асимметрия коэффициентини ва мотор юриткич валига (ўқиға) берилган моментнинг нисбий камайиши аниқлансин.

Ечиш. 1. Линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик ташкил этувчиларини аниқлаш учун $\vec{U}_{12}$, $\vec{U}_{23}$ ва $\vec{U}_{31}$ векторларни комплекс текис-

ликда бир-бирига нисбатан 6.23-расмда кўрсатилгандек қилиб жойлаштирамиз. Вектор диаграммага биноан:

$$\vec{U}_{12} = U \cdot \vec{U}_{12}' = 0.8U e^{-j\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}, \quad -\vec{U}_{12}' = 0.8U e^{j\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)},$$

булади. Бу ерда $\alpha = \arcsin 0.625$. 2. Линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик ташкил этувчилари тегишлича:

$$\vec{U}_{(1)} = \frac{1}{3} \left(\vec{U}_{12} + a\vec{U}_{12}' + a^2\vec{U}_{31}' \right) = \frac{U}{3} \left[1 + 0.8e^{-j\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)} + 0.8e^{j\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)} \right] =$$

$$= \frac{U}{3} \left[1 + 1.6\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right] = 0.86U.$$

$$\vec{U}_{(2)} = \frac{1}{3} \left(\vec{U}_{12} + a^2\vec{U}_{12}' - a\vec{U}_{31}' \right) = \frac{U}{3} \left[1 - 0.8e^{-j\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)} - 0.8e^{j\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)} \right] =$$

$$= \frac{U}{3} \left[1 - 1.6\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \right] = 0.14U.$$

3. Линия кучланишларининг асимметрия коэффициентини:

$$K_u = \frac{U_{(2)}}{U_{(1)}} = \frac{0.14}{0.86} = 0.163 \quad \text{ва} \quad K_u \% = 15.3\%$$

4. Мотор валидаги момент статор чулғамларининг симларидаги кучланишнинг квадратиға пропорционал, яъни

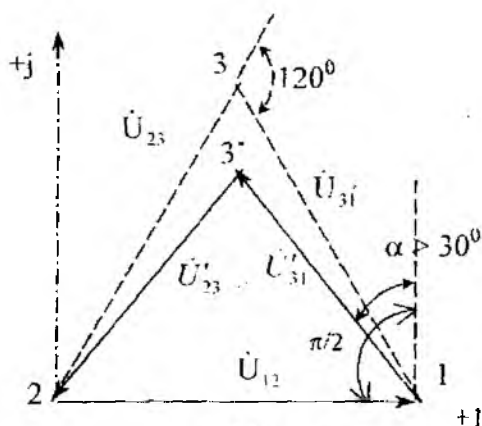
$M_{ном} = K_M U_{л}^2$ симметрия ҳосил бўлиши натижасида
тўғри айлантурувчи момент

$$M_1 = K_M U_{л(1)}^2 = K_M (0.86 U_{л})^2 = 0.74 M_{ном}$$

кадар камайди.

Шундай йилиб, фазаларнинг асимметрияси қисобига двигателъ валидаги моментнинг нисбий камайиши (номинал режимга

нисбатан) $\frac{M_1}{M_{ном}} = 0.74$ ни ташкил этди, яъни моторнинг тортиш кучи 26 % га камайди.

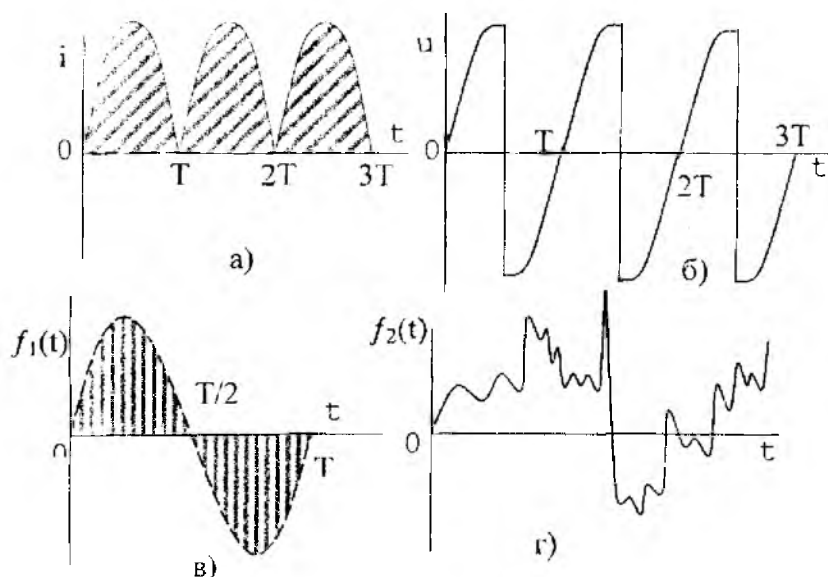


6.23-расм

VII БОБ НОСИНУСОИДАЛ ДАВРИЙ КУЧЛАНИШ ВА ТОКЛАР

7.1. Умумий тушунчалар

Деярли барча ҳолларда даврий ўзгарувчан ток дейилганда ҳар доим синусоидал қонуният билан ўзгарувчи ток тушунилади. Аммо, асосан саноат частотасидаги э.ю.к., кучланиш ва тоқлар синусоидал шаклга эга бўлади. Чунки микдорларнинг бундай даврий қонуният бўйича ўзгариши чизикли электр занжирларда электр энергиясининг бошқа тур энергияга айланиши учун қулай. Агар электротехникага оид радиотехника, электроника, алоқа, автоматика ва телемеханика, ҳисоблаш техникаси ва автоматик бошқариш соҳаларини олиб кўрсак, буларда фойдаланиладиган ўзгарувчан электр микдорлари деярли ҳеч қачон синусоидал бўлмайди. 7.1-расмда носинусоидал



7.1-расм

деб аталадиган электр микдорлари тоқларининг характерли ва тез-тез учраб турадиган эгри чизиклари кўрсатилган.

Бу ўзгарувчан микдорларнинг оний қийматлари умумий ҳолда $i=f(t)$ қонуният билан ўзгариши мумкин. Носинусоидал

микдорлар ҳам маълум вақт ораллигида ўша фазода қайта так-
рорланганлиги учун у даврий хисобланади. яъни бу $F(t) = F(t + kT)$ шартни қаноатлантирувчи формула вақт функциясидир. Бунда T - шу функциянинг даври; k - ҳар қандай бутун мус-
бат сон. Масалан, тўғриланган ўзгаручан ток $i(t)=i(t+kT)$ (7.1-а
расм) тиристорлар билан бошқариладиган синусоидал манба-
нинг кучланиши $u(t)=u(t+kT)$ (7.1-б расм) шунингдек, амплиту-
да - импурс модуляция натижасида автоном инвенторларнинг
ташки қисмларида ҳосил бўлган эгри чизиклар (7.1-в расм)
ана шулар жумласидандир. Даврий бўлмаган микдорлар (сиг-
наллар) тоифасига микрофон орқали электр тўлқинларига ай-
лантирилган товуш тўлқинларини киритиш мумкин (7.1-г
расм).

Олий математика курсидан маълумки, Дирихле шартини
қаноатлантирувчи ҳар қандай узлуксиз даврий функция $f(t)$ ни
Фурье қаторига ёйиш мумкин:

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots + A_k \sin(k\omega t + \alpha_k) + \dots \quad (7.1)$$

Бунда: $A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ - ўзгармас ташкил этувчи;

$A_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$ - асосий ёки биринчи гармоника; $A_k \sin(k\omega t + \alpha_k)$ -
"к" - тартибли юқори гармоника (ёки "к"- гармоника), A_k ва
 α_k - унинг амплитуда ва бошланғич фазаси; $\omega = 2\pi/T$ ва T -
берилган функциянинг бурчак частотаси ва ўзгариш даври.

Амалда электр ва электрон занжирларнинг элементларида
ҳосил бўлган барча даврий носинусоидал электромагнит
микдорлар (э.ю.к, кучланиш, ток, магнит оқим ва бошқалар)
Дирихле шартини қаноатлантиради.

Шунинг учун Фурье қаторини ҳосил қилувчи ўзгармас ва
синусоидал ташкил этувчилар эквивалент тарзда алмаштири-
лиши мумкин. Назарий жиҳатдан олганда, Фурье қатори чек-
сиз ($k \rightarrow \infty$) бўлиб, амалда ҳар қандай ўта мураккаб даврий чи-
зикларни етарлича катта аниқликда (ташкил этувчилари сони
ўнтадан ортиқ бўлмаган) Фурье қатори билан кўрсатиш мум-
кин.

Фурье қаторининг коэффициентини аниқлаш учун (7.1) ни
қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos \alpha_1 \cdot \sin \omega t + A_1 \sin \alpha_1 \cdot \cos \omega t + A_2 \cos \alpha_2 \cdot \sin 2\omega t + A_2 \sin \alpha_2 \cdot \cos 2\omega t + \dots + A_k \cos \alpha_k \cdot \sin k\omega t + A_k \sin \alpha_k \cdot \cos k\omega t + \dots = A_0 + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + B_k \sin k\omega t + \dots + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + \dots + C_k \cos k\omega t \quad (7.2)$$

Энди k -гармоника ташкил этувчиларнинг қуйидагича эканлигини кўриш қийин эмас:

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t \, dt \quad \text{ва} \quad C_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t \, dt$$

Ташкил этувчилар B_k ва C_k нинг миқдорларини билгач, " k "-гармониканинг амплитудасини ва бошланғич фазасини қуйидагидек аниқлаймиз:

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \quad \text{ва} \quad \alpha_k = \operatorname{arctg} \frac{C_k}{B_k}$$

Шундай қилиб, носинусоидал э.ю.к., кучланиш, тоқларнинг оний қийматларини қуйидаги аналитик йиғинди кўринишида ифодалаш мумкин:

$$\begin{aligned} e &= e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots \\ u &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots \\ i &= i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots \end{aligned}$$

Бу қаторлардаги э.ю.к., кучланиш, тоқлар гармоникаларининг тартиби тегишли қатор ҳадининг индекси билан кўрсатилган. Ана шу гармоникалар таъсир этаётган занжир чизикли бўлса, устма-устлаш (суперпозициялаш) усулини татбиқ этиб, берилган сигнал бўйича ҳар доим унинг айрим элементлари реакциясини аниқлаш мумкин. Аммо ягона гармоникали э.ю.к ва ток манбали чизикли занжирга нисбатан турлича частоталар спектри таъсирида бўлган занжир реакцияси ушбу занжир элементларининг параметрларига ва улаш усулларига (занжир структурасига) боғлиқ. Агар R , L , C элементлари кетма-кет уланган бирорта мураккаб занжир

$$\begin{aligned} u &= U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u2}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{u2}) + \dots \\ &\dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) + \dots \end{aligned}$$

кучланиш таъсирида бўлса, манбадан истеъмол қилинаётган

ток $i = \sum_0^n i_k$ занжирга берилган кучланишдан эгри чизигининг

шакли жиҳатидан фарқ қилади. Бунинг сабаби шуки, гармоника таркиби бир хил бўлмайди. Бу эса занжирнинг тўла қаршилиги турли гармоникалар учун турлича эканлигидан келиб чиқади.

Масалан, « k »-гармоника тоқининг оний қиймати қуйидагича бўлади:

$$i_k = I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_k).$$

Бунда $I_{km} = U_{km} / Z_k$ - ток амплитудаси қиймати;

$Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}$ - занжирнинг «k»-гармоникадаги тўла

қаршилиги; $\varphi_k = \arctg\left[\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right) : R\right]$ - кучланиш u_k ва ток i_k

орасидаги фаза силжиши бурчаги.

Бу ифодаларга кўра, R , L , C элементлари кетма-кет уланган занжирда $Z_0 = \sqrt{R^2 + (0 - \infty)^2} = \infty$ бўлгани учун токда ўзгармас ташкил этувчилар бўлмайди, чунки ўзгармас ток учун $\omega = 0$.

7.2. Носинусоидал электр микдорларнинг максимал, эффектив ва ўртача қийматлари

Носинусоидал э.ю.к., кучланиш ва токли занжирларни ҳисоблашда носинусоидал электр микдорларининг занжир элементларига таъсири фойдали бўлишини билишда даврий функциянинг амплитудаси ва унинг эффектив ҳамда ўртача қийматларини аниқлаш муҳим аҳамиятга эга.

Даврий носинусоидал функция $f(\omega t)$ нинг амплитуда қиймати учун бир давр ичидаги ўзгариши натижасида эришган оний қийматларидан энг каттаси олинади.

Функция $f(\omega t)$ нинг эффектив қиймати деб, синусоидал функциялардагига ўхшаш бўлган бир давр ичидаги ўртача квадратик қиймати олинади:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(\omega t) dt}. \quad (7.3)$$

Умуман, носинусоидал э.ю.к., кучланиш ва тоklarнинг микдорлари ҳақида гапирилганда, $f(\omega t)$ функциянинг (7.2. формула ёрдамида топилган қиймати тушунилади. Электр ўлчаш асбобларининг кўрсатиши ана шу микдорга мосланган бўлади.

Ихтиёрий даврий носинусоидал кучланишнинг ўзгариш қонунияти ва спектр таркиби берилган, деб фараз қилайлик:

$$u(\omega t) = \sum_0^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})$$

(7.3)-тенгеламага биноан бу кучланишларнинг эффектив киймати куйидагича бўлади:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\sum_{k=0}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}) \right)^2 dt} = \quad (7.4)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku}) dt + \frac{1}{T} \sum_{\substack{q=0, \\ s=0, \\ q \neq s}}^{\infty} \int_0^T U_{qm} \cdot U_{sm} \sin(k\omega t + \psi_{qu}) \cdot \sin(s\omega t + \psi_{su}) dt}$$

3.3 да кўрсатилганидек, илдиз остидаги ифоданинг иккинчи ташкил этилувчисининг интеграли нолга тенг. Демак, берилган кучланиш эффектив кийматининг квадрати энди куйидагича бўлади:

$$U^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku}) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_0^2 dt + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{km}^2}{2} [1 - \cos(2k\omega t + 2\psi_{ku})] dt =$$

$$= U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \quad (7.5)$$

чунки ҳар бир $k\omega$ частотали гармониканинг эффектив кучланиши $U_k = \frac{U_{km}}{\sqrt{2}}$.

Агар кучланиш куйидаги кўринишда берилган бўлса,

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1u}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{2u}) + \dots$$

$$\dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}) + \dots$$

у ҳолда эффектив киймат (7.5) га биноан:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \quad (7.6)$$

Э.ю.к. ва тоқларнинг эффектив кийматлари шунга ўхшаш йўл билан ҳисоблаб топилади:

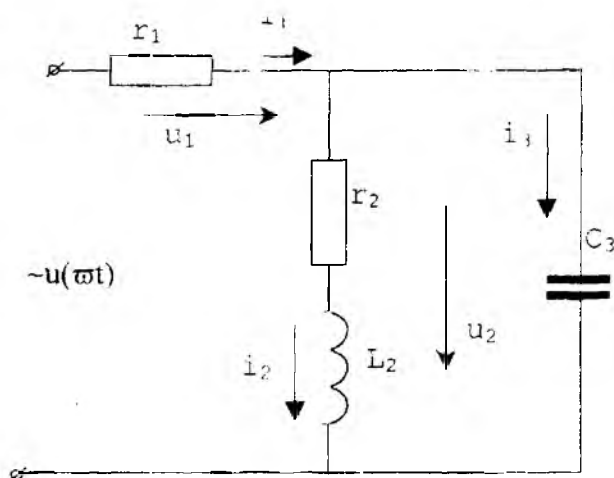
$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2 + \dots} \quad (7.7)$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots} \quad (7.8)$$

Носинусоидал даврий функция $f(\omega t)$ нинг ўртача киймати

умумий ҳолда $A_{\text{--}p} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt, \quad (7.9)$

яъни бу киймат асоси T даврга тенг бўлган шартли тўғри тўртбурчакнинг баландлигига баробар. Бу тўғри



7.2 - расм

тўртбурчакнинг юзи эса $(\omega t, -\omega t) = \omega T$ оралиғида $f(\omega t)$ эгри чизик билан чегараланган юзаларнинг арифметик йиғиндисига тенг. Агар $f(\omega t)$ эгри чизик ωt ўқиға нисбатан симметрик бўлса, у ҳолда:

$$A_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(\omega t) dt. \quad (7.10)$$

7.1-мисол. 7.2-расмда электр занжирига $u(\omega t) = 60 + 100 \sin 100t + 80 \sin(300t - 60^\circ) \text{ В}$ носинусоидал кучланиш берилган. Занжирнинг параметрлари $r_1 = 8 \text{ Ом}$; $r_2 = 12 \text{ Ом}$, $L = 0,16 \text{ Г}$ ва $C = 50 \text{ мкФ}$ бўлса, занжир қисмаларидаги токларнинг оний ва эффектив қийматлари аниқлансин.

Ечиш. 1. Аввал r_2 ни қалтак L_2 нинг тўла қаршилиғи Z_2 нинг актив ташкил этувчиси деб ҳисоблаб, гармоникалар бўйича занжир қисмаларининг комплекс тўла қаршиликларини аниқлаймиз:

$$\underline{Z}_{(0)} = r_1 = 8; \underline{Z}_{(2)} = r_2 = 12 \quad \text{ва} \quad \underline{Z}_{(3)} = -jX_{(3)} = -j\infty,$$

чунки $\omega_0 = 0$,

$$\underline{Z}_1(1) = r_1 = 8; \underline{Z}_2(1) = r_2 + j\omega_1 L_2 = 12 + j16 = 20e^{j53^\circ 10'}$$

$$\underline{Z}_{3(1)} = -jX_{C3(1)} = -j \frac{10^6}{100 \cdot 50} = -j200$$

чунки $\omega_1 = 100$;

$$\underline{Z}_{1(3)} = r_1 = 8; \underline{Z}_{2(3)} = r_2 + j\omega_2 L_2 = 12 + j48 = 49,6e^{j76^\circ}$$

$$\underline{Z}_{3(3)} = -jX_{C3(3)} = -j \frac{1}{\omega_2 C_3} = -j66,7$$

чунки $\omega_2 = 300$.

2. Гармоқлардаги тоқларнинг ва занжир қисмаларидаги кучланишларнинг эффе́ктив ва оний қийматларини аниқлаш учун тегишли гармоникаларнинг бутун занжир учун тўла қаршилиги комплексларини топамиз:

$$\underline{Z}(0) = r_1 + r_2 = 8 + 12 = 20 \text{ м}''$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}(1) &= \underline{Z}_{1(1)} + \frac{\underline{Z}_{2(1)} \cdot \underline{Z}_{3(1)}}{\underline{Z}_{2(1)} + \underline{Z}_{3(1)}} = 8 + \frac{20e^{j53^\circ 10'} \cdot 200e^{-j90^\circ}}{12 + j16 - j200} = \\ &= 21 + j17,4 = 27,3e^{j39^\circ 36'}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}(3) = \underline{Z}_{1(3)} + \frac{\underline{Z}_{2(3)} \cdot \underline{Z}_{3(3)}}{\underline{Z}_{2(3)} + \underline{Z}_{3(3)}} = 116 + j104 = 156e^{j42^\circ}$$

3. Тоқ i_1 нинг гармоникалар бўйича комплекслари:

$$\begin{aligned} i_{1(0)} = i_{1(0)} &= \frac{U_0}{Z_0} = \frac{60}{20} = 3 \text{ А}, i_{1(1)} = \frac{U_{1(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot 27,3e^{j39^\circ 36'}} = \\ &= 2,6e^{-j39^\circ 36'} \text{ А}, \end{aligned}$$

$$i_{1(3)} = \frac{80e^{-j60^\circ}}{\sqrt{2} \cdot 156e^{j42^\circ}} = 0,364e^{-j102^\circ} \text{ А}.$$

Тоқ i_1 нинг оний қиймати

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{1(0)} + i_{1m(1)} \sin(\omega t + \varphi_{1u} - \varphi_{11}) + i_{1m(3)} \sin(3\omega t + \varphi_{3u} - \varphi_{13}) = \\ &= 3 + 3,67 \sin(100t - 39^\circ 36') + 0,515 \sin(300t - 102^\circ) \text{ А} \end{aligned}$$

Тоқ i_1 нинг эффе́ктив қиймати эса

$$I_1 = \sqrt{3^2 + 2,6^2 + 0,364^2} \approx 4,4 \text{ .}$$

r_1 қаршиликдаги оний кучланиш

$$u_1 = r_1 i_1 = 24 + 29,48 \sin(100t - 39^\circ 36') + 4,12 \sin(300t - 102^\circ) \text{ В}$$

бўлиб, унинг эффе́ктив қиймати: $U_1 = r_1 I_1 = 8 \cdot 4 = 32 \text{ В}$

5. Гармоникалар бўйича конденсатор қобик қисмларидаги комплекс кучланишлар:

$$U_{2(0)} = U_0 - U_{1(0)} = 60 - 24 = 36 \text{ В}$$

$$U_{2(1)} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_{1(1)} = \frac{100}{\sqrt{2}} - 8 \cdot 2.6 e^{-j39^\circ 36'} = 56.5 e^{j13^\circ 30'} \text{ В}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2(3)} &= \dot{U}_{(3)} - U_{1(3)} = \frac{80}{\sqrt{2}} e^{-j60^\circ} - 2.9 e^{-j102^\circ} = 28.9 - j46.2 = \\ &= 54.5 e^{j58^\circ 48'} \text{ В} \end{aligned}$$

Бу кучланишнинг тегишли оний ва эффектив қийматлари:

$$u_2 = 36 + 80 \sin(100t + 13^\circ 30') + 77 \sin(300t - 58^\circ 48') \text{ В},$$

$$U_2 = \sqrt{U_{2(0)}^2 + U_{2(1)}^2 + U_{2(3)}^2} = \sqrt{36^2 + 56.5^2 + 54.5^2} = 85.7 \text{ В}.$$

6. Актив-индуктив тармоқдаги i_2 токнинг гармоник ташкил этувчиларининг комплекслари қуйидагича аниқланади:

$$i_{2(0)} = I_{2(0)} = 36 : 12 = 3 \text{ А}$$

$$\dot{I}_{2(1)} = \frac{U_{2(1)}}{Z_{2(1)}} = 56.5 e^{j13^\circ 30'} : 20 e^{j53^\circ 10'} = 2.825 e^{-j39^\circ 40'} \text{ А}$$

Бу токнинг тегишли оний ва эффектив қийматлари:

$$i_2 = 3 + 4 \sin(100t - 39^\circ 40') + 1.54 \sin(300t - 134^\circ 48') \text{ А}$$

$$I_2 = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1.09^2} = 4.25 \text{ А}.$$

$$I_{2(3)} = \dot{U}_{2(3)} : Z_{2(3)} = 54.5 e^{-j58^\circ 48'} : 49.6 e^{j76^\circ} = 1.09 e^{-j134^\circ 48'} \text{ А}$$

7. Сигим тармоқдаги комплекс ток i_3 гармоник ташкил этувчилар бўйича қуйидагича аниқланади:

$$i_{3(0)} = I_{3(0)} = U_{3(0)} : \infty = 0,$$

$$\dot{I}_{3(1)} = \frac{\dot{U}_{2(1)}}{Z_{3(1)}} = 56.5 e^{j13^\circ 30'} : 200 e^{-j90^\circ 30'} = 0.28 \cdot e^{j103^\circ 30'}$$

$$I_{3(3)} = \dot{U}_{2(3)} : Z_{3(3)} = 54.5 \cdot e^{-j58^\circ 48'} : 66.7 \cdot e^{-j90^\circ 12'} = 0.815 e^{j31^\circ 2'} \text{ А}$$

Бу токнинг оний ва эффектив қийматлари:

$$i_3 = 0.4 \sin(100t + 103^\circ 30') + 1.15 \sin(300t + 31^\circ 12') \text{ А},$$

$$I_3 = \sqrt{I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2} = \sqrt{0.28^2 + 0.815^2} = 0.86 \text{ А}.$$

8. Занжирнинг кириш қисмларидаги кучланишнинг эффектив қиймати:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2} = \sqrt{60^2 + \frac{1}{2}100^2 + \frac{1}{2}80^2} = 108,63 \text{ В}$$

7.3. Даврий носинусоидал токнинг қуввати

Занжирдаги (ёки унинг айрим қисмларидаги) ўзгарувчан кучланишнинг оний қуввати ток i билан (эгри чизик шаклидан қатъи назар) у ҳосил қилган кучланиш u тушувининг кўпайтмасига тенг, яъни $p=ui$. Бу қувватнинг бир давр ичидаги ўртача қиймати ёки актив қувват:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

Агар носинусоидал ўзгарувчан кучланиш ва ток қийматини иккита тригонометрик қаторга ёйсак,

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}), i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$$

бўлади. Қувват қуйидагича ифодаланadi:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) \right] \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) \right] dt = \\ &= U_0 I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} I_{km} \cos \varphi_k dt = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + \\ &+ U_k I_k \cos \varphi_k + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots \end{aligned}$$

Турли ω ва $S\omega$ частоталарнинг синус ташкил этувчилари йиғиндиларининг интегрални нолга тенг бўлгани учун (7.2):

$$\begin{aligned} P &= U_0 I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} U_{km} I_{km} (\cos(\psi_{uk} - \psi_{ik}) - \cos(2\omega t + \psi_{uk} + \psi_{ik})) dt = \\ &= U_0 I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k dt = U_0 I_0 + U_k I_k \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + \\ &+ U_k I_k \cos \varphi_k + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots, \end{aligned} \quad (7.11)$$

яъни даврий носинусоидал ўзгарувчан токнинг актив қуввати кучланиш ва ток спектрларига кирувчи ўзгармас ва ташкил этувчи барча гармоникларнинг актив қувватлари йиғиндисига тенг.

Синусоидал токдагига ўхшаш, яна тўла ва реактив қувватлар ҳақидаги тушунчани киритамиз;

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots}; \quad (7.12)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_k + \dots = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots + U_k I_k \sin \varphi_k + \dots \quad (7.13)$$

Актив қувватнинг тўла қувватга нисбатини α билан белгиласак:

$$\alpha = \frac{P}{S} = \frac{P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots}{\sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2 + \dots} \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 + \dots}} \quad (7.14)$$

уни даврий носинусоидал ўзгарувчан токли занжирнинг қувват коэффициен-
т-
н-
ти деб атаيمиз. Даврий носинусоидал ўзгарувчан токли занжир қувват коэффициентидан фаркли равишда α кучланиш билан ток орасидаги фаза силжиши бурчагининг косинусига тенг эмас. Занжирдаги кучланиш ва ток носинусоидал ўзгарувчан бўлгани туфайли "фаза силжиши" тушунчаси физик маънога эга бўлмай қолади. Шунга қарамадан муҳандислик ҳисобларида "косинус фи" ўрнига, кўпинча

$$\alpha = \cos \theta = \frac{P}{S}$$

ифода ишлатилади. Бу ерда: θ - (7.6) ва (7.8) бўйича носинусоидал ўзгарувчан кучланиш ва токнинг эффектив қийматларига эквивалент кучланиш ток синусоидалари орасидаги шартли силжиш бурчагини билдиради.

Ҳар қандай ихтиёрий параметрларга эга бўлган занжирга ўзгарувчан носинусоидал кучланиш ва ток таъсир этса, бу занжирнинг тўла қуввати $s > \sqrt{p^2 + Q^2}$ бўлиши (7.11), (7.12) ва (7.13) дан кўриниб турибди. Занжир фақат резистордан иборат бўлганда $Q=0$ бўлгани туфайли, яъни $S = P$ бўлгани учун қувват коэффициенти $\alpha = 1$; қолган барча ҳолларда $\alpha < 1$ бўлади. Шундай қилиб, кучланиш ва токларнинг эгри чизикларида юқори гармоникаларнинг бўлиши занжир қувват коэффициентининг пасайишига олиб келади. Шу нуқтани назардан катта қувватли электро-энергетик системаларда манба кучланиши эгри чизигининг шакли иложи борица синусоидага яқин бўлиши муҳим аҳамиятга эга. Электр энергиясининг сифатига бўлган бу талаб йирик синхрон генераторларни лойиҳалашда ҳисобга олинади.

7.2-мисол. 7.1-мисолда берилганлар асосида 7.2-расмдаги занжир учун актив, реактив ва занжирнинг кириш қисмасидаги

тўла қувват, шунингдек, бутун занжирнинг қувват коэффициентни аниқлансин.

Ечиш. 1. Занжирнинг кириш қисмаларидаги актив қувват:

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = U_0 I_0 + U_{(1)} I_{(1)} \cos \varphi_1 + U_{(3)} I_{(3)} \cos \varphi_3 = \\ = 60 \cdot 3 + 70,7 \cdot 2,6 \cos 39^\circ 36' + 56,6 \cdot 0,364 \cos 42^\circ = 336,3 \text{ Вт}$$

2. Манба билан занжир орасидаги циркуляцияланувчи реактив қувват:

$$Q = U_{(1)} \cdot I_{(1)} \sin \varphi_1 + U_{(3)} \cdot I_{(3)} \sin \varphi_3 = 117 + 13,8 = 130,8 \text{ вар}$$

3. Тўла қувват: $S = UI_1 = 108,63 \cdot 4 = 434 \text{ ВА}$

4. Занжирнинг қувват коэффициенти: $\alpha = \frac{P}{S} = \frac{336,3}{434} = 0,775$

7.4. Носинусоидал ўзгарувчан токли занжирдаги резонанс ҳодисалари

Резонанс ҳодисаси таърифига кўра, "резонанс" деганда носинусоидал ўзгарувчан қуқланишли занжирда тебраниш контури хусусий частотасининг манба қуқланиши (ёки токи) частотаси билан мос тушуви тушунилади. Частоталарнинг бундай мос тушуви фақат асосий гармоникада содир бўлмасдан, балки ҳар қандай юқори гармоникада ҳам рўй бериши мумкин. Агар R , L ва C чизикли элементлари кетма-кет уланган занжирнинг $k\omega$ частотасида тўла қаршилик

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C} \right)^2}$$

бўлса, шу частотада резонанс ҳосил бўлганда

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C}, \quad \text{ёки} \quad k^2 \omega^2 L C = 1 \quad (7.15)$$

бўлади. Гармоникаларнинг тартиби k , яъни уларнинг частотаси $k\omega$ аввалдан берилган бўлса, L ва C параметрлар $k\omega L = 1/k\omega C$ шартга кўра танланади. Резонансли гармоникада занжирнинг қаршилиги минимал ($Z_k = R$), унинг токи эса максимал бўлади. Агар актив қаршилик R кичик бўлса, k гармоникадаги резонанс пайтида бутун занжирдаги токнинг эффектив қиймати

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 + \dots}$$

бир оз ортиб боради. Резонанс натижа-сида k -гармоника токининг амплитудаси бошқа гармоника тоқларининг амплитудасидан анча ортиб кетиши мумкин. Бу

ҳолда бугун занжир умумий токининг эффектив киймати асосан k -гармоника токининг амплитудаси билан аниқланади:

$$I \approx I_k = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}} = \frac{U_k}{R}$$

Акс ҳолда мураккаб занжирларнинг параметрлари шундай бўлиши мумкинки, бунда $k\omega$ резонанс частотали занжирнинг тўла ўтказувчанлиги амалда нолга тенг бўлиб қолади:

$$Y_k = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{k\omega L} - k\omega C\right)^2} = g \approx 0$$

У ҳолда бу гармониканинг токи бошқа гармоникаларнинг токига нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлади. Бу иккала эффектдан фойдаланиб, частотавий филтрларининг схемаларини ҳисоблашда истеъмолчининг занжирида танланган сигнал частоталарини ажратиш ва уни кучайтириш ҳамда истеъмолчи учун "бегона" бўлган (халақит берувчи) частоталарни тутиб қолиш ишлари бажарилади.

7.5. Уч фазали ток занжиридаги юқори гармоник ташкил этувчилар

Саноат частотасидаги катта қувватли ўзгарувчан ток генераторларида индукцияланаётган э.ю.к. нинг шакли синусоидага яқин эканлиги юқорида айtilган эди. Энг мукамал конструкцияли уч фазали генераторлар ҳам идеал шаклдаги синусоидал э.ю.к. ҳосил қилмайди. Агар занжирда тавсифлари чизикли бўлмаган элементлар бўлса, истеъмол қилинаётган ток таркибида юқори гармоникалар янада кўчади. Тавсифлари чизикли бўлмаган элементлар носинусоидал тебранишларнинг манбаи эканлиги кейинроқ алоҳида кўрсатиб ўтилади. Уч фазали ўзгарувчан ток занжирларида юқори гармоник ташкил этувчиларнинг бўлиши уч фазали занжирларнинг айрим хусусиятларини ўрганишни талаб этади.

Уч фазали занжирлар симметрик бўлгани туфайли, уччала фазада ҳам гармоникаларнинг амплитудавий ва частотавий таркиби бир хил бўлади. Фазалардаги э.ю.к. ларнинг эгри чизиклари ўзаро $2\pi/3$ бурчакка ёки носинусоидал функция T дав-

рининг учдан бирига силжиган. Давр T бир вақтда биринчи гармониканинг ҳам даври бўлгани учун k - тартибдаги юқори гармоникалар кўшни иккала фазада $k \cdot \frac{2\pi}{3}$ га қадар (ёки вақт

жихатидан $\frac{1}{3}kT$ га қадар) силжиган бўлади. Шундай қилиб,

k - ва q - гармоникалар учун генераторнинг иккита кўшни фазаларидаги фаза силжиши бурчаклари тенг бўлмайди. Масалан, A фазанинг фаза э.ю.к. қуйидагича гармоник ташкил этувчиларга эга дейлик:

$$e_A = E_{1m} \sin \omega t + E_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + E_{5m} \sin(5\omega t + \psi_5) + E_{7m} \sin(7\omega t + \psi_7)$$

(Эслатма: симметрик уч фазали системаларда жуфт гармоникалар ва ўзгармас ташкил этувчилар бўлмайди.)

Фаза э.ю.к. e_B нинг e_A дан $2\pi/3$ га қадар орқада қолишини ва e_C нинг e_A га нисбатан $2\pi/3$ бурчак олдин келишини билгач, қуйидагиларни ёза оламиз:

$$\begin{aligned} e_B &= E_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m} \sin\left(3\omega t + \psi_3 - 3\frac{2\pi}{3}\right) + \\ &+ E_{5m} \sin\left(5\omega t + \psi_5 - 5\frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m} \sin\left(7\omega t + \psi_7 - 7\frac{2\pi}{3}\right) = \\ &= E_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \\ &+ E_{5m} \sin\left(5\omega t + \psi_5 + \frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m} \sin\left(7\omega t + \psi_7 - \frac{2\pi}{3}\right); \\ e_C &= E_{1m} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \\ &+ E_{5m} \sin\left(5\omega t + \psi_5 - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m} \sin\left(7\omega t + \psi_7 + \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

Фаза силжишларидаги фарқ айрим гармоникаларнинг фазалари алмашилиши тартиби бир хил эмаслиги сабаб бўлганини ёзилганлардан кўриш қийин эмас. Масалан, тартиби учга тенг ёки унга қаррали бўлган ($k=3, 6, 9, 12, 15$ ва х.к.), гармоникалар долинчи кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади, яъни бу гармоникаларнинг оний э.ю.к.лари учала фа-

зада фаза жиҳатидан мос тушади (синфазали бўлади). Агар гармониканинг тартиби k бўлиб ва $(k-1)$ учга бўлинса ($k=4,7,10,13$ ва ҳ.к.), бундай тартибли гармоникалар тўғри кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади. Бу гармоника э.к.к. ларининг векторлари биринчи гармоника каби бир-биридан ўшандай кетма-кетликда силжинан бўлади.

Агар $(k+1)$ учга бўлинса ($k=2,5,8,11$ ва ҳ.к.), бу гармоникалардаги фаза э.ю.клари тескари кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади.

Энди юқорида қайд қилинган ҳоссаларга биноан, симметрик уч фазали занжирнинг ўзига ҳос бир қанча хусусиятларини кўрсатиб ўтамыз.

Уч фазали генераторнинг фаза чулғамлари "юлдуз" усулида уланганда фаза кучланишининг эффектив қиймати

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_9^2 + U_{11}^2 + \dots}$$

бўлса, фаза кучланишларининг таркибига кирувчи учга қаррали гармоникалар линия кучланишлари $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$, $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$ ва $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$ ларнинг таркибида бўлмайди. Шунинг учун линия кучланишининг эффектив қиймати:

$$U = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_1^2 + 0 + U_3^2 + U_5^2 + 0 + U_{11}^2 + \dots}$$

яъни

$$U_A < \sqrt{3} \cdot U_{\phi}$$

бўлади. Таркибида тоқ юқори гармоникалар бўлган э.ю.к. манбаига нол симсиз юлдуз усулида уланган уч фазали симметрик истеъмолчининг фазаларидаги кучланишнинг таркибида ҳам учга қаррали гармоникалар бўлмайди:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_{11}^2 + \dots}$$

Бунинг сабаби шуки, учга қаррали гармоникалар бўлганда фаза тоқлари йиғиндиси нолга тенг бўлмайди. Бу гармоникалар генераторнинг фаза э.ю.к. лари таркибида бўлгани учун занжирдаги мувозанат, Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, генератор билан истеъмолчининг 0 ва 0' нукталари 3-, 9- ва ҳоказо гармоникаларнинг ҳосил бўлиши ҳисобига вужудга келади:

$$U_{00'} = \sqrt{U_3^2 + U_9^2 + U_{15}^2 + \dots}$$

Агар уч фазали истеъмолчи нол симли "юлдуз" усулида уланса, унинг фазаларидаги кучланиш ўзининг гармоника тартиби бўйича генераторнинг фаза э.к.к. лари билан бир хил бўлади:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots}.$$

Худди шу гармоникалар фаза (линия) тоқларининг таркибида ҳам бўлади:

$$I_{\phi} = I_{\lambda} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots}.$$

Бунда симметрик режимида тоқларнинг асосий частоталари ва учга қаррали бўлмаган барча юқори гармоникалари оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг, чунки улар тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик система ҳосил қилади. Учга қаррали бўлган тоқларнинг гармоникалари нолинчи кетма-кетликдаги система ҳосил қилиб, нейтрал сим орқали туташади. Бу йиғинди токнинг эффектив қиймати эса бетараф

$$I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

бўлади.

Уч фазали генераторнинг фаза чулғамларини учбурчак усулида улаганда гармоникалари учга қаррали бўлган э.к.к. ларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлмайди. Агар чулғамлар вольтметр билан кетма-кет уланса, унда вольтметр ўлчаган кучланишнинг эффектив қиймати

$$U_N = 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2 + \dots}$$

бўлади. Бу кучланиш, генератор юкланганлигидан катти назар, унинг чулғамлари юқори тартибли гармоникали ток таъсирида бўлади. Бунга истеъмолчининг қисмаларидаги фазавий кучланишлар ҳам, линиявий кучланишлар ҳам учга қаррали гармоникаларга эга эмас, ваҳоланки, бу хил режимга генератор чулғамларининг ортиқроқ кизиши ҳисобига эришилади.

7.6. Даврий носинусоидал функцияларнинг симметриклик аломатлари. Носинусоидал симметрик эгри чизикларнинг гармоника таркиблари

Амалда учрайдиган даврий носинусоидал ўзгарувчан электр миқдорлари берилган координаталар системасида бирор симметрик аломатларга эга бўлган эгри чизиклар билан ифодлана-

ди. Куйида қандай кўринишдаги симметрик эгри чизикларнинг тез-тез учраб гурадиган турлари ва уларни Фурье қаторига ёйишнинг хусусиятлари баён қилинади.

Агар $f(t)$ носинусоидал даврий ўзгарувчан функция $f(t)=-f(t+T/2)$ шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиги абсциссалар ўқига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7.1-в расмдаги эгри чизик ана шундай симметриклик аломатига эга, чунки унинг манфий ярим тўлқини ярим даврдан кейинги мусбат ярим тўлқиннинг аксидир. Фурье қаторига ёйганда эгри чизикнинг гармоникалари таркибида ўзгармас ташкил этувчилар ва жуфт гармоникалар бўлмайди. Ҳақиқатан π фаза силжиши бурчагига мос ярим даврдан сўнг (7.2) Фурье қаторидаги токнинг барча гармоникалари ишораси тескарисига алмашилиб, $f(t)=-f(t + T/2)$ шартни қаноатлантиради. Ўзгармас ташкил этувчилар ва жуфт гармоникалар нол ёки бутун бир даврга силжиса ҳам ўзининг аввалги ишорасини сақлаши туфайли юқоридаги симметрия шартини қаноатлантирмайди. Демак, улар абсцисса ўқига нисбатан симметрик бўлган эгри чизикларнинг таркибида учрайди. Агар $f(t)$ даврий носинусоидал ўзгарувчан функция $f(t)=f(-t)$ шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиги ординаталар ўқига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7.1-а расмдаги эгри чизик ана шундай симметриклик аломатига эга, чунки функциянинг манфий ярим $(-t)$ вақт ўқидаги тасвири унинг ўнг томонидаги $(+t)$ мусбат ярим тўлқин тасвири билан бир хил. Эгри чизикни Фурье қаторига ёйганда, (7.2)-тенгламага биноан, унинг гармоникалари таркибида синусли ташкил этувчилар бўлмайди, чунки ўзгармас ташкил этувчи A вақтга боғлиқ бўлмай, косинусли ташкил этувчилари кўйилган симметрик шартни қаноатлантиради: ҳар доим $C_k \cos k\omega t = C_k \cos(-k\omega t)$. Демак, ординаталар ўқига нисбатан симметрик бўлган эгри чизикларни (7.2) кўринишдаги қаторга ёйганда, синусоидал ташкил этувчилар амплитудаларининг нолга тенглигини кўрамыз, яъни:

$$B_1 = B_2 = \dots = B_k = \dots = 0.$$

Агар $f(t)$ носинусоидал даврий функция $f(t)=-f(-t)$ шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиги координаталар системасининг марказий нуқтасига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7.1-б расмдаги эгри чизик ана шундай симметрия белгисига эга, унинг $u(t)$ функцияси орқали тасвирланувчи оний қийматлари мусбат ва манфий ишорали вақт ўқларида абсолют

миқдорлари бўйича бир хил бўлиб, ишоралари жихатидан қарама-қаршидир, яъни $u(t) = -u(-t)$. Фурье қаторига ёйиш (7.2) формуласида симметрия шартларини фақат унинг синусли ташкил этувчилари қаноатлантиради, яъни

$$f(t) = B_1 \sin \omega_1 t + B_2 \sin 2\omega_1 t + B_3 \sin 3\omega_1 t + \dots + B_k \sin k\omega_1 t + \dots$$

Ҳақиқатан ҳам, ўзгармас ташкил этувчилар вақтга боғлиқ бўлмай, косинусли ташкил этувчилари аргументининг ишораси ўзгарганда ҳам ўзининг ишорасини ўзгартирмайди, яъни $C_k \cos k\omega t = C_k \cos(-k\omega t)$. Демак, координаталар ўқлари марказига нисбатан симметрик бўлган эгри чизиклар Фурье қаторида ўзгармас ва косинусли ташкил этувчиларга эга бўлмайди.

7.7. Даврий чекланган носинусоидал эгри чизиклар. Пульсация. Модуляцияланган тебранишлар

Бир даврий тебранишига бошқа даврий тебранишнинг таъсири натижасида олинган тебраниш эгри чизиклари “**д а в - р и й ч е к л а н г а н э г р и ч и з и к л а р**” дейилади. Бу тебранишлар ташқи белгилари ва даврийлик хусусиятлари жихатидан носинусоидал функцияларнинг алоҳида турини ташкил этади. Мисол тариқасида пульсацияни ва амплитудаси бўйича модуляцияланган синусоидал тебранишларни кўриб чиқамиз.

1. **П у л ь с а ц и я**. Пульсация-амплитудалари бир-бирига тенг бўлган, аммо частоталари ўзаро яқин, лекин тенг бўлмаган ($\omega_1 > \omega_2$) синусоидал тебранишларнинг бир-бирларига устма-уст тушиши натижасида олинган даврий тебранишларнинг мураккаб тури ҳисобланади. Пульсация эгри чизиги вақт жихатидан қуйидаги қонун асосида ўзгаради:

$$f(t) = A_m (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t). \quad (7.16)$$

Тригонометрик функцияларга оид $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$ дан фойдаланган ҳолда (7.16) ни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

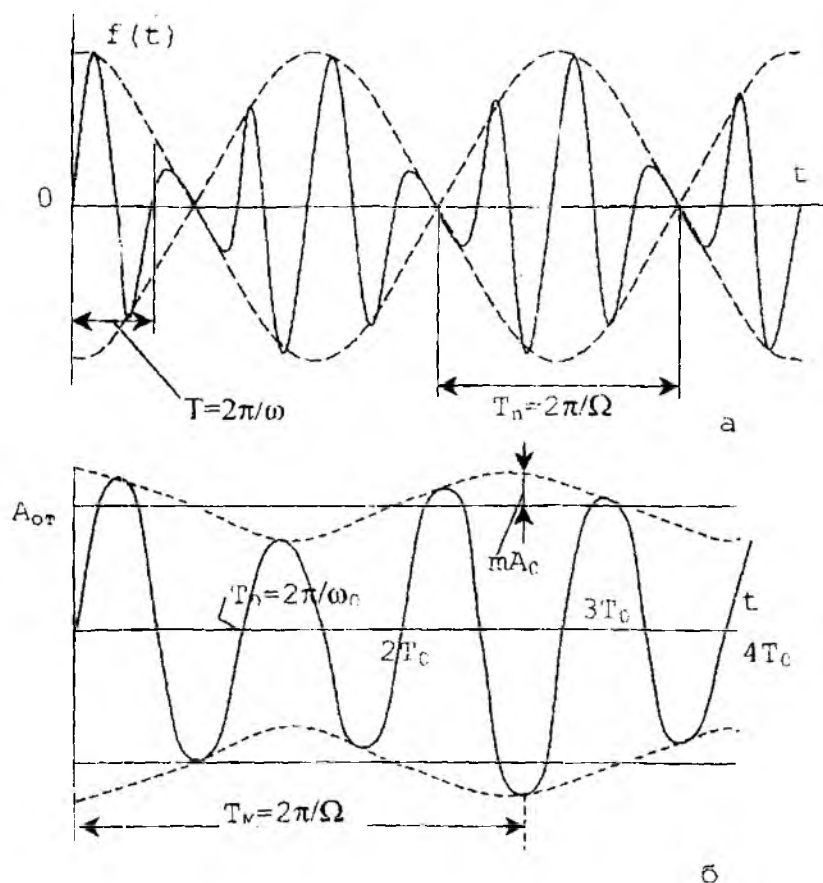
$$f(t) = 2A_m \cdot \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t + \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t = 2A_m \cos \Omega t \cdot \sin \omega t \quad (7.17)$$

бунда: $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ - функция $f(t)$ нинг оний қийматини ўзгарирадиган бурчак частота; $\Omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ - носинусоидал $f(t)$

нинг асосий тўлқинининг амплитудасини ўзгартирадиган бурчак частота.

Шундай қилиб, микдори жиҳатидан даврий ўзгарувчан кўпайтувчи $\cos \Omega t$ ни амплитудаси $2A_m$ га тенг бўлган эгри чизик $f(t)$ нинг вақт жиҳатидан ўзгарувчан коэффициснти деб қарагади.

Натижавий эгри чизик (7.3-а расм) даври $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ва тебраниш амплитудаси косинусонда $2A_m \cos \Omega t$ билан чекланган синусоидани ифодалайди. $f(t)$ функция $f(t)$ даврий бўлиб, ҳар



7.3-расм

бир тенг T_n вақтдан сўнг, $\sin$ ол функциясининг аргументидан катти назар нолдан ўтади, чунки $t = \frac{\pi}{2} \Omega, \frac{3\pi}{2} \Omega, \frac{5\pi}{2} \Omega$ ва ҳаказо онларда функция $2 A_m \cos \Omega t = 2 A_m \cos \left(\frac{\pi}{2} + k\pi \right) = 0$.

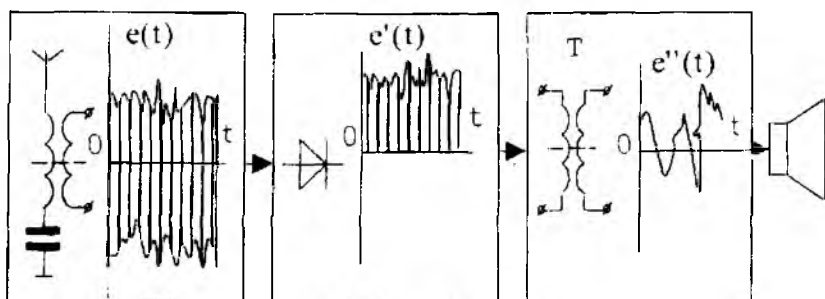
яъни нолга тенг. "Пульсация даври" деб аталадиган худди шундай $T_1 = \frac{\pi}{\Omega}$ вақт оралигидан сўнг $f(t)$ функция ўзининг максимал амплитудаси $2A_m$ га эришади. Қўшиладиган синусоидаларнинг частоталари ω_1 ва ω_2 ўзларининг миқдорлари жихатидан бир-биридан қанчалик кам фарқ қилса, пульсация даври T_n шунчалик катта бўлади.

2. А м п л и т у д а в и й м о д у л я ц и я. Бу ўзгармас ω_0 частотали синусоидал функция амплитудасини аввалдан берилган $A_m(t)$ конун бўйича бошқариш демакдир. Вақт бўйича ўзгариш қонуни, яъни $A_m(t)$ амплитуданинг модуляцияси умумий ҳолда ихтиёрли бўлиб, даврий ёки даврий эмас. Оддий мисол тариқасида амплитудаси $A_m(t) = (1 + m \cos \Omega t) \cdot A_{0m}$ конун бўйича ўзгарувчи $f(t) = A_m \sin \omega_0 t$ функцияни кўриб чиқамиз:

$$f(t) = A_{0m} (1 + m \cdot \cos \Omega t) \cdot \sin \omega_0 t \quad (7.18)$$

бунда ω_0 - ўзгартириладиган сигналнинг асосий ёки элтувчи частотаси; Ω - амплитуданинг ўз ўртача миқдори атрофидаги ўзгариш частотаси; m модуляциялаш коэффициентини $[0 < m < 1]$.

7.3-6 расмда частоталарнинг нисбати $\omega_0 : \Omega = 3$ ва модуляциялаш коэффициентини $m=0,25$ бўлган модуляцияланган тебранишларнинг эгри чизиги кўрсатилган. Модуляцияланган сигналлар ҳосил бўлишининг барча амалий ҳолларида $m < 1$ бўлгани учун даврий чекланган $A_{0m}(1+m \cos \Omega t)$ вақт ўқиға нисбатан нолдан ўтмайдиган бир жуфт симметрик эгри чизикни ифодалайди. Амплитудавий модуляциялаш алоқа техникасида, радиода, телевидениеда, ахборот узатиш ва объектда бошқариш сигналларини ҳосил қилишда энг кўп тарқалган. 7.4-расмда товуш сигналини радиоканал орқали узатишнинг соддалаштирилган блок-сизмаси кўрсатилган. Амплитудавий модуляцияланган товуш тебранишлари юқори частотали синусоидал сигнал тарзида узаткич орқали эфирга тарқалади.



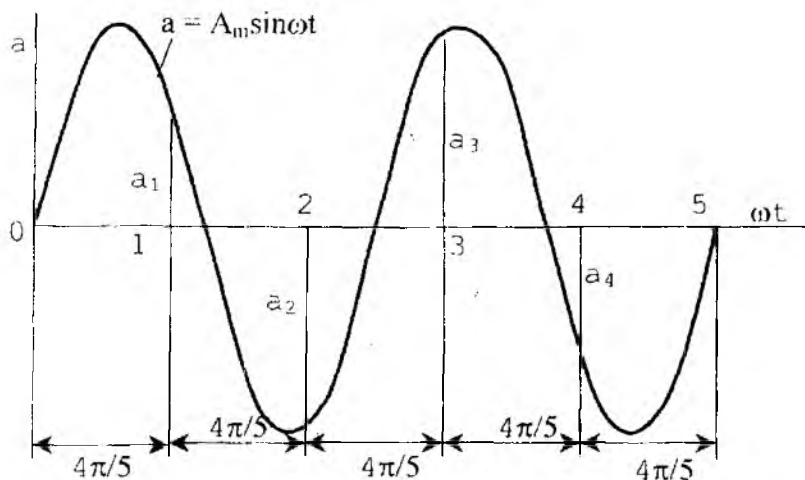
7.4-расм

Эфирга таркатилган бу сигнал кейинчалик антенна оркали приёмникнинг $L - C$ тебраниш контурига тушади (I блок). Узатилаётган сигнал частотаси билан резонансга созланган тебраниш контури бошқа радиосигналлар тўғрисида керакли сигнални ажратиб, уни синусоидал э.ю.к. - $e(t)$ тарзида дастлабки кучайтириш чизмасига узатади. Сўнгра сигнал детекторланади, яъни тўғриланиб, натижада унинг йўналиши ўзгармайди ва микдори пульсацияланувчи бўлади (II блок). Сўнгра сигнал қувват бўйича кучайтирилиб, ўзгармас ташкил этувчини ушлаб қолувчи конденсаторли ёки трансформаторли филтрлардан ўтади (III блок). Приёмникка кирган бошланғич сигналлар бегона сигналлардан "тозаланиши" натижасида фақат фойдали товуш сигнали қолдирилиб у динамикка (радиокарнайга) узатилади.

7.8. Носинусоидал ўзгарувчан функция эгри чизикларини Фурье қаторига ёйишнинг график усули (Чебишев усули).

Маълум шароитда $f(t)=f(t+kT)$ турдаги барча даврий узлуксиз функциялар фақат аналитик усул билан эмас, шунингдек, график усул билан ҳам Фурье қаторига ёйилади. График усулларнинг энг кўп тарқалган турларидан бири, абсцисса ўқларига нисбатан симметрик бўлган функция эгри чизикларини ёйишда татбиқ қилинадиган Чебишев усулидир. Бу усул синусоидаларнинг қуйидаги хусусиятларига асосланган. Агар $a=A_m \sin \omega t$ синусоиданинг k та тўла даври p та тенг қисмларга бўлинса, у ҳолда бўлиниш нуқталаридаги ординаталарнинг алгебранг йиғиндиси (бунинг учун k/p бутун сон бўлмаслиги шарт) нолга тенг. Масалан, иккита тўла даврли

синусоидани бешта қисмга бўлсак (7.5-расм), ординаталарнинг



7.5-расм

йиғиндиси $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) = 0$, чунки $a_1 = -a_4$, $a_2 = -a_3$ ва $a_5 = 0$. Агар k/p нисбат бутун сон бўлса, бўлиниш нуқталарида нолдан фарқ қиладиган ўзаро тенг (бунинг учун бўлиниш нуқталари синусоидаларнинг нолли қийматларидан ўтмаслиги шарт) ординаталарни оламиз.

Шундай қилиб, координаталар бошига нисбатан қандайдир бурчакка қадар (7.6-а расм) силжиган ихтиёрий ток даврий носинусоидал $f(\omega t)$ функцияни олиб, уни p та тенг қисмларга бўлсак, у ҳолда бўлиниш нуқталаридаги ординаталарнинг йиғиндиси фақат унинг p та тенг ёки унга қаррали гармоникалари учун нолга тенг бўлмайди. Мисол учун "р бешта тенг", деб фараз қилайлик. У ҳолда (7.2) формулага ва 7.6-а расмда бажарилган бўлинишларга биноан, ординаталарнинг йиғиндиси $M_5 = \sum_{i=1}^5 a_i$ бешинчи ва унга қаррали косинусоидалар

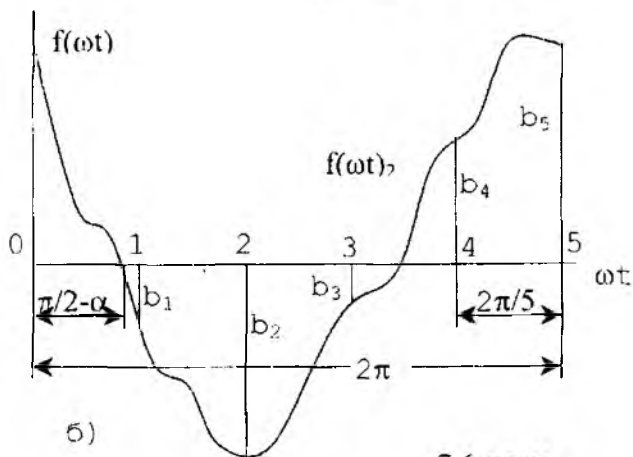
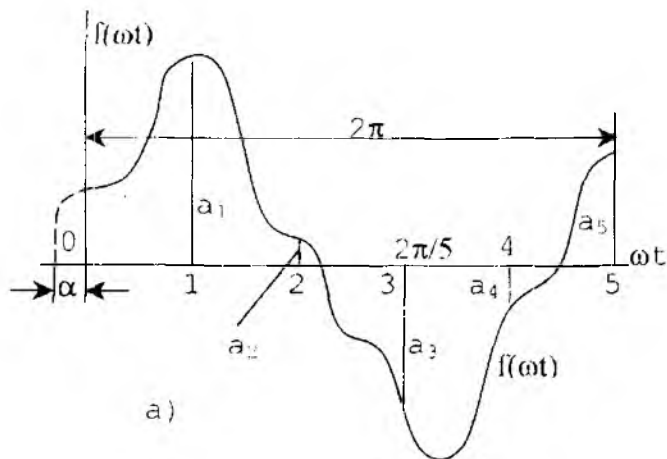
ординаталарининг йиғиндиси га тенг. Энди берилган эгри чизик $f(\omega t)$ - ни 7.6-а расмда кўрсатилганидек, тўртдан бир даврга суриб, уни яна бешта тенг қисмга бўлсак, у ҳолда, ординаталарнинг янги йиғиндиси $N_5 = \sum_{i=1}^5 b_i$ ўша ташкил этувчилари

гармоникалари синусоидалари ординаталарининг йиғиндиси га тенг бўлади.

Ихтиёрый симметрик ток функция

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + B_5 \sin 5\omega t + \dots + C_1 \cos \omega t + C_3 \cos 3\omega t + C_5 \cos 5\omega t + \dots$$

учун бу ҳолини умумлаштириб, 7.6-а расмда тасвирланган эгри чизикнинг қандай гармоникалардан тузилганлигини ку-



7.6-расм

йидагича аниқлаймиз. $\omega t=0$ да барча гармоникалар ординаталарининг йиғиндиси $M_1=f(0)=C_1 + C_3 + C_5 + \dots = a_5$; бу эса эгри чизикни бир давр ичида бирга бўлиш демакдир. Бунда $f(\omega t)$ эгри чизикнинг синусли ташкил этувчилари полга тенг. Эгри

чирик $f(\omega t)$ ни урта тенг қисмга бўлиб, бўлиниш нукталарида ординаталарининг урта таъкил этувчисини оламиз, уларнинг шуниндиси эса

$$M_3 = 3(C_3 + C_9 + C_{15} + \dots) = \sum_{i=1}^3 a_i,$$

бўлади.

Худди шунга ўхшаш, эгри чирик $f(\omega t)$ ни беш, етти, тўққиз ва ҳ.к. қисмларга бўлганда тегишли равишда қуйидагиларга эга бўламиз:

$$M_5 = 5(C_5 + C_{15} + C_{25} + \dots) = \sum_{i=1}^5 a_i,$$

$$M_7 = 7(C_7 + C_{21} + C_{35} + \dots) = \sum_{i=1}^7 a_i,$$

$$M_9 = 9(C_9 + C_{27} + C_{45} + \dots) = \sum_{i=1}^9 a_i, \text{ ва ҳ.к.}$$

Эгри чирик $f(\omega t)$ нинг синусли таъкил этувчиларидаги $B_1, B_3, \dots, B_k$ коэффициентларни аниқлаш учун уни координаталар бошига нисбатан $\pi/2$ бурчакка (ёки тўртдан бир даврга) сурамиз (7.6-б расм). Энди берилган эгри чирикнинг бир даврини бирга, учга, бешга, еттига, тўққизга ва ҳақога қисмларга булганда янги бўлиниш нукталарида мос равишда қуйидагиларга эга бўламиз:

$$N_1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9 + \dots = B_1,$$

$$N_3 = 3(-B_3 + B_9 - B_{15} + \dots) = \sum_{i=1}^3 b_i,$$

$$N_5 = 5(B_5 - B_{15} + B_{25} - \dots) = \sum_{i=1}^5 b_i,$$

$$N_7 = 7(-B_7 - B_{21} - B_{35} + \dots) = \sum_{i=1}^7 b_i,$$

ва ҳ.к.

Юқори тартибдаги гармоникаларнинг амплитудалари унчалик катта эмаслигини ҳисобга олган ҳолда, эгри чирикларни ёйишнинг етарлича аниқлигини таъминловчи n -тартибли гар-

моникани қўриш билан чекланамиз. Масалан, $k=9$ да қуйидаги нисбатларга эгамиз:

$$M_1 = C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9, \quad N_1 = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9;$$

$$M_3 = 3(C_3 + C_9), \quad N_3 = 3(-B_3 + B_9)$$

$$M_5 = 5C_5, \quad N_5 = 5B_5;$$

$$M_7 = 7C_7, \quad N_7 = -7B_7;$$

$$M_9 = 9C_9, \quad N_9 = 9B_9;$$

булардан k -гармониканинг синусли ва косинусли ташкил этувчиларидаги B_k ва C_k коэффициентларни осонгина аниқлаш мумкин, демак, бу гармоникаларнинг тўла синусоидасига ўтиш мумкин:

$$f_n(\omega t) = A_n \sin(k\omega t + \psi_n)$$

бунда: $A_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2}$ n -гармониканинг амплитудаси;

$\psi_n = \arctg C_n / B_n$ n -гармониканинг бошланғич фазаси. Бунда A_n

дан фаркли, ψ_n фазаси C_n ва B_n ларнинг ишораларига боғлиқ, яъни эгри чизикни p -та қисмга бўлиш нукталаридаги координаталарнинг ишораларига боғлиқ бўлади.

VIII БОБ ЙИҒИҚ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

8.1. Умумий тушунчалар

Электр занжирларининг битта турғунлашган ҳолатидан бошқасига ўтишини ифодаловчи жараён ўткнчн жарён деб аталади. Электр занжирининг асосий иш ҳолати (режими) қуйидаги омиллар: манбага уланиши ва ундан ажрати-лиши, занжир ўлчамларининг кескин ўзгариши (юкламанинг кескин ортиши ёки камайиши), ишлаётган занжирга қўшимча манбаларнинг уланиши, занжир таркибий қисмларининг қисқа туташуви, алоҳида тармоқларнинг узилиши ва бошқалар туфайли ўзгариши мумкин. Электр занжирларининг иш ҳолатларини ўзгаришга олиб келувчи барча сабаблар оддий равишда коммутация ёки коммутацион жараёнлар натижасида вужудга келади. Мухандислик ҳисобларида, электр занжирдаги ўрганилган ҳолат коммутация содир бўлган ондан (занжирга юклама улангандан ёки узилгандан) кейин бошланади, деб тахмин қилинади. Аммо бундай тахмин занжир фақат биргина актив қаршиликдан иборат бўлгандагина тўғри, агар занжирда битта бўлса ҳам энергия тўпловчи элемент (индуктивлик ёки снгим) бўлса, бундай тахмин нотўғри ҳисобланади. Гап шундаки, индуктивлик ва снгим учун бир турғунлашган ҳолатдан бошқасига ўтиши шу элементларнинг магнит ва электр майдонларида тўпланган электромагнит энергиясининг миқдор жиҳатидан ўзгаришига боғлиқ. Энергиянинг сон жиҳатидан чекли миқдорга ўзгариши бир зумда содир бўла олмаслиги туфайли занжирнинг турғунлашган ҳолатдан бошқасига ўтиши маълум (нолдан фарқ қиладиган) вақтни талаб этади. Электр занжирларининг ўткнчн ҳолати реактив элемент: L ва C ларнинг хусусиятларидан келиб чиқувчи коммутация қонунлари (қонунлари) орқали изоҳланади.

Коммутациянинг биринчи қонуни. **Хар қандай индуктивликка эга тармоқдаги ток ва магнит оқим коммутация пайтида ўзининг коммутацияга қадар бўлган қийматини сақлайди ва бундан сўнг**

ана шу кийматларидан бошлаб ўзгаради.

Бу ҳол математик қуйидагича ифодаланади:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-), \quad \text{ёки} \quad \Phi(0_+) = \Phi(0_-)$$

Буни индуктив ғалтакни ўзгармас кучланиш манбаига улаш мисолида кўриб чиқамиз. Агар илгари (коммутацияга қадар) ғалтакдан ток ўтмаган бўлса $i_L(-0) = 0$ ва $\Phi(-0)=0$, коммутация пайтида ғалтакдан ўтаётган ток ва унинг ҳосил қилган магнит оқими нолга тенг бўлади $i_L(+0)=0$ ва $\Phi(+0)=0$. Бу микдорларнинг нолдан то барқарор кийматлари i' ва Φ' гача бирданига ортиб кетиши назарий жиҳатдан мумкин эмас. Чунки бунинг учун ток ва магнит оқимининг ўзгариш тезликлари чексиз катта бўлиши керак; бошқача қилиб айтганда, коммутация пайтида $u_L(0)=(Ldi/dt)=\infty$ бўлиши лозим. Электр занжирининг мувозанати нуқтаи назаридан эса Кирхгофнинг иккинчи қонуни бузилади.

Энергетик нуқтаи назардан бу қонун ғалтак магнит майдонини энергияси $\frac{1}{2}Li^2$ нинг бирданига маълум микдорга ўзгариши мумкин эмаслигидан келиб чиқади, чунки бу ҳолда манбадан чексиз катта қувват талаб қилинади.

2. Коммутациянинг иккинчи қонуни. Ҳар қандай тармоқда сифимдаги кучланиш ва заряд коммутация пайтида ўзининг коммутацияга қадар бўлган кийматини сақлайди ва бундан сўнг ана шу кийматларидан бошлаб ўзгаради.

Бу ҳол математик қуйидагича ифодаланади:

$$u_C(+0) = u_C(-0), q(+0) = q(-0)$$

Буни сифим C ни ўзгармас кучланиш манбаига улаш мисолида кўриб чиқамиз. Агар коммутацияга қадар конденсаторда ҳеч қандай заряд бўлмаса $U_C(-0) = 0$ ва $q(-0)=0$, коммутация пайтида кучланиш каби заряд ҳам нолга тенг бўлиб қолаверади $U_C(+0)=0$ ва $q(+0)=0$. Кучланиш U_C ва заряд q нинг $t=0$ пайтда бирданига ўзгариши мумкин эмас. Чунки бундай ҳолда

$$i = dq/dt = \left(C \frac{du_C}{dt} \right)_{t=0} = \infty \text{ бўлиши туфайли занжирнинг мувозанат}$$

ҳолати бузилади.

Энергетик нуқтан назаридан бу конун конденсатор электр майдони энергиясини $\frac{1}{2} C u_c^2$ нинг бирданига сакраб утаришининг мумкин эмаслиги билан тасдиқланади: чунки манбадан бу ҳолда чексиз катта қувват талаб қилинади.

8.2. Ўткинчи, турғунлашган ва эркин ҳолатлар ҳақида тушунчалар

Юқорида кўрсатиб ўтилганидек, электр занжирининг бир турғунлашган ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтиши бир зумда содир бўлмасдан, энергия манбаи билан занжирнинг энергия тўловчи элементлари орасидаги энергиянинг тақсимланиш жараёнига кетган вақт қадар давом этади. Модомики, чегаравий оний вақтда (коммутация пайтида $t=0$) электромагнит энергиясининг оний миқдорлари коммутацияга қадар бўлган ва ундан кейинги турғунлашган режимларда ўзаро тенг эмас экан, демак занжирда ана шу энергия фарқини компенсацияловчи куч мавжуд бўлиши керак. Масалан, резистор R ва индуктив L кетма-кет уланган занжирни ўзгармас кучланиш U_0 манбаига улаш $t=0$ чегарада бир-бирига тенг бўлмаган иккита турғунлашган ток ўзаро "туташуви" керак. Булар тегишлича коммутацияга қадар ва ундан кейин $i_{тур}(-0)=0$ ва $i_{тур}=U_0/R$ қийматларга эга. Коммутациянинг биринчи қонунига биноан $i(-0)=i(0)=0$; демак, ўткинчи ток вақт бўйича ўзгарувчан яна битта эркин ташкил этувчи $i_{эрк}(t)$ га эга бўлади. Унинг оний қиймати $t=0$ пайтида $i_{эрк}(0)=-U_0/R$ бўлади. Бу ҳолда коммутация қонуни индуктивлик тармоқ учун қуйидагича ёзилади:

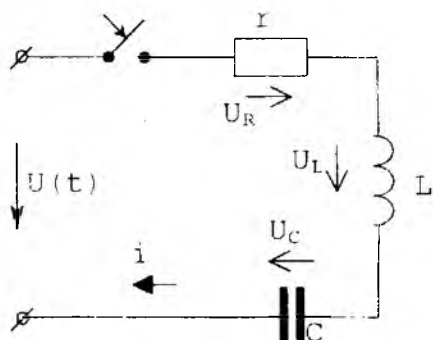
$$i(-0) = i(0) = i_{тур}(0) + i_{эрк}(0) = 0.$$

Вақт ўтиши билан токнинг эркин ташкил этувчиси камая бориб, $t=\infty$ бўлганда нолга тенг бўлиши керак. Чунки бу вақт ичида занжирда энергиянинг қайта тақсимланиши ва ўткинчи жараён тугалланади. Ток эркин ташкил этувчисининг ёки оддий қилиб айтганда, эркин токнинг ўзгариш ва сўниш тезлигининг қонуни ташки таъсирнинг миқдори ва характерига боғлиқ бўлмай, занжир ўлчамларига боғлиқдир. Бу қонунни ва ундан келиб чиқадиغان миқдорларни аниқлаш учун берилган занжирнинг дифференциал мувозанат тенгламаси тузилган ва ечилган бўлиши керак.

Мисол тариқасида актив каршилик R , индуктивлик L ва сифим C кетма-кет уланган занжирнинг қучланиш манбаи $u(t)$ га уланганини кўриб чиқамиз (8.1-расм).

Берилган занжирнинг электр мувозанат тенгласи Кирихгофнинг иккинчи қонунига биноан:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t) \quad (8.1)$$



8.1-расм

бўлади: бунда: i - токнинг $t=0$ дан то $t=\infty$ гача бўлган вақтдаги оний қиймати ёки оддий қилиб айтганда, ўткинчи ток: $u(t)$ - манба қучланишининг аналитик кўринишдаги, вақтга боғлиқ узлуксиз функцияси (масалан $u=U_m \sin(\omega t + \Psi_0)$).

Занжирда ўткинчи жараён тулали билан манба қучланишининг

ўзгариш қонуни $u(t)$ га бўйсунадиган турғулашган мажбурий режим бошланади. У ҳолда (8.1)нинг ўрнига

$$Ri_{\text{тур}} + L \frac{di_{\text{тур}}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{\text{тур}} dt = u(t) \quad (8.2)$$

ни ёзиш мумкин.

Аммо ўткинчи ток i мажбурий $i_{\text{тур}}$ турғун ва эркин $i_{\text{эрк}}$ ташкил этувчилардан иборат, яъни $i=i_{\text{тур}}+i_{\text{эрк}}$ бўлса, унда (8.1) дан (8.2) ни айтириб,

$$Ri_{\text{эрк}} + L \frac{di_{\text{эрк}}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{\text{эрк}} dt = 0 \quad (8.3)$$

ёки

$$u_{R_{\text{эрк}}} + u_{L_{\text{эрк}}} + u_{C_{\text{эрк}}} = 0$$

ни ҳосил қиламиз, яъни қучланишлар тушуви эркин ташкил этувчиларининг йиғиндиси ёки қучланишнинг эркин тушуви нолга тенг. Демак, қучланиш манбаи занжирда эркин тебранишлар ҳосил қилмайди. Аслида бундай эркин тебранишлар

коммутация пайтида занжирдаги энергия жамловчи элементларнинг ташқи таъсирига булган реакцияси натижасида пайдо бўлади. Шундай қилиб, занжир элементларидаги ўткинчи кучланишларни худди ток каби, турғунлашган ва эркин ташкил этувчилардан иборат деб қараш мумкин, яъни:

$$u_R = u_{R_{\text{эрк}}} + u_{R_{\text{тур}}}$$

$$u_L = u_{L_{\text{эрк}}} + u_{L_{\text{тур}}}$$

$$u_C = u_{C_{\text{эрк}}} + u_{C_{\text{тур}}}.$$

Энди 8.1-расмда кўрсатилган занжирдаги ўткинчи жараён ифодасини олиш учун, (8.3) тенгламанинг ечимига муурожаат қиламиз. Бунинг учун (8.3) тенгламани аввал қуйидаги кўринишга келтириб оламиз:

$$\frac{d^2 i_{\text{эрк}}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_{\text{эрк}}}{dt} + \frac{i_{\text{эрк}}}{LC} = 0. \quad (8.4)$$

$2\delta = \frac{R}{L}$ ва $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ белгилар киритиб, тавсифий тенгламага ўтамиз:

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0 \quad (8.5).$$

Унинг илдизлари $\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ бўлади.

Шундай қилиб, бир жинсли дифференциал тенглама (8-4) нинг умумий ечими:

$$i_{\text{эрк}} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t},$$

бунда A_1 ва A_2 - коммутация конунларининг чегаравий (бошланғич) шартлардан келиб чиқадиган интеграллаш доимийлари.

Эркин токнинг ўзгариш конуни $i_{\text{эрк}}(t)$ тавсифий тенгламанинг илдизлари α_1 , α_2 нинг қиймати ва характерига боғлиқ. Аммо $i_{\text{эрк}}(t)$ функция доимо $t \rightarrow \infty$ да нолгача сўнувчи эгри чизик билан ифодаланади.

Занжирлар мураккаб бўлган сари ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш янада юқори тартибдаги дифференциал тенгламаларни ечишга олиб келади. Масалан, шундай занжирнинг k -тармоғидаги ўткинчи ток n -тартибли дифференциал тенглама билан ифодаланади:

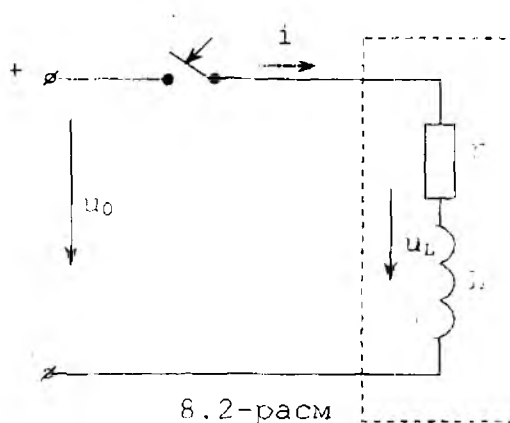
$$a_n \frac{d^n i_k}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} i_k}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 i_k}{dt^2} + a_1 \frac{d i_k}{dt} + a_0 i_k = f(t) \quad (8.6)$$

Эркин ток эса куйидагича бўлади:

$$i_{\text{Р.э.р.}} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + \dots + A_n e^{\alpha_n t} \quad (8.7)$$

Занжирдаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблашнинг дифференциал тенгламаларини таҳлил қилишга асосланган усул классик усул дейилади. Бу усулни куйидаги мисолларда кўриб чиқамиз.

8.3. Индуктив ғалтакни ўзгармас кучланишга улаш



8.2-расмда вақт $t=0$ да ўзгармас кучланиш U_0 га уландиган r, L ўлчамларга эга индуктив ғалтак схемаси берилган. Ана шу занжирдаги ўткинчи жараённи текширамиз.

Занжирнинг дифференциал тенгламаси

$$r i + L \frac{di}{dt} = U_0$$

бўлиб, унга мос бир жинсли тенглама

$$L \frac{d i_{\text{э.р.к.}}}{dt} + r i_{\text{э.р.к.}} = 0 \text{ кўринишга эга. Бу тенглама}$$

ёрдамида эркин ток $i_{\text{э.р.к.}}$ аниқланади: унинг тавсифий тенгламаси.

$L \cdot \alpha + r = 0$ бўлади, у биргина ҳақиқий ва манфий $\alpha = -r/L$ илдизга эга. Демак, эркин ток қонун бўйича

ўзгаради $i_{\text{э.р.к.}} A e^{-\frac{r}{L} t} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ унда: $|\alpha| = r/L$ - сўниш ко-

эффициенти, унга тескари қиймат $\tau = \frac{L}{r}$ (с) - вақт доимийси.

Интеграл-лаш доимийси A ни аниқлаш учун бошланғич шартларга мурожаат қиламиз, яъни коммутацияга қадар занжирдан ток ўтмаган [$i(-0)=0$]. Демак, занжирни улаш пайтида ҳам у нолга тенг бўлган $i(0)=0$. Занжирда ўткинчи жараён туғатгандан сўнг, фақат τ нинг қаршилиги билан аникланадиган ва миқдори жиҳатидан барқарор бўлган ток $i_{\text{тур}} = U_0/r$ бўлади. Шунинг учун:

$$i(0) = i_{\text{тур}}(0) + i_{\text{эрк}}(0) = \frac{U_0}{r} + A = 0.$$

Шундай қилиб, $A = -U_0/r$ бўлиб, ўткинчи ток i эса

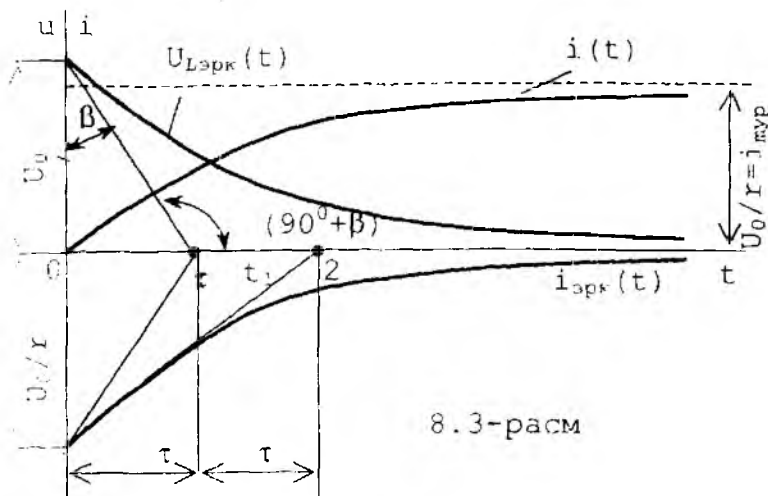
$$i(t) = i_{\text{тур}} + i_{\text{эрк}} = \frac{U_0}{r} - \frac{U_0}{r} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.8)$$

бўлади. Занжирнинг айрим элементларидаги ўткинчи кучланишларни (8.8)-тенгламага кўра, қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$u_R(t) = ri = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (8.9)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{L}{r} U_0 \left[0 - \left(-\frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.10)$$

8.3-расмда кўрсатилган i ва u_L нинг ўзгариш графиклари



8.3-расм

нолдан бошланувчи ва қандайдир ўзгармас микдорга интилувчи ёки тескариси бўлган бир хилда (монотон) ўзгарувчи экспоненталарни ифодалайди. Агар $t=0$ да $u_L(t)$ эгри чизикка уринма ўтказсак, у t ўқида вақт доимийси τ га тенг кесмани ажратади;

чунки нистаган вақтда $\frac{du_L}{dt} = -\frac{u_L}{\tau}$ бўлади. Ҳақиқатдан ҳам кучланиш $u_L(t)$ нинг биринчи ҳосиласи $u_L'(t)$ $t=0$ да:

$$\left. \frac{du_L}{dt} \right|_{t=0} = \left. \left(\frac{U_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right|_{t=0} = -\frac{U_0}{\tau} = -U_0 \operatorname{ctg} (90^\circ + \beta) = -U_0 \operatorname{ctg} \beta$$

бўлади; бундан $\operatorname{ctg} \beta = \frac{U_0}{\tau}$, ёки $\tau = U_0 \operatorname{tg} \beta$. Бу эса графикдан ҳам кўриниб турибди. Вақт τ ичида ўткинчи кучланиш

$u_L = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ нинг оний микдори $e=2.718\ldots$ марта камаяди, яъни

$t=\tau$ бўлганда $u_L(\tau) = U_0 e^{-1} = \frac{U_0}{e}$. Бундан кейинги τ вақтда ўткинчи кучланиш яна ўшанча марта камаяди. Шу сабабли йиғинди вақт $t=kt$ давомида u_L микдор e^k марта камаяди. Вақт доимийси τ фақат $t=0$ нуқтада уринма остидаги чизикнинг узунлиги бўлиб қолмасдан, ихтиёрий $t=t$, да ҳам $i_{\text{рк}}$ учун 8.3-расмда кўрсатилгандек график усулда топилади. Ўткинчи микдорлар $i(t)$ ва $u_L(t)$ нинг ўзгариш графикларига кўра, занжирдаги ўткинчи жараённинг давом этиш вақти фақат назарий ҳисоблашларда чексизга тенг. Амалда эса занжирдаги турғунлашган ҳолат бир неча τ тенг, нисбатан жуда қисқа вақт оралиғида содир бўлади. Масалан, 8.2-расмдаги занжир параметрларининг микдорлари тегишлича: $r=50$ Ом ва $L=0.1$ Гн ни ташкил этса, кучланиш $U_0=200$ В да занжирдаги турғунлашган ток $i_{\text{рк}}=I_0=U_0/r=200/50=4$ А ни ташкил этади. Назарий жиҳатдан ток бундай қийматга занжир улангандан

кейин $t=\infty$ вақтдан сўнг эришади, чунки $i=I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$; бунда

$\tau = L/r = 0.002$ сек. Амалда эса ўткинчи ток $t=5\tau=0.01$ сек. дан сўн $i = 4(1 - e^{-5}) = 4 * 0.99325 = 3.97$ А микдорга эришиб,

турғунашган кийматининг 1 % дан камроқ фарқ қилади. Аммо шундай r , L элементли занжирдаги L нинг индуктивлиги катталиги (масалан, йирик электромагнитлар ёки катта қувватли электр машиналарининг ва трансформаторларнинг чулғамлари) ва r қаршилигининг кичиклиги туфайли вақт доимийси секундлар ҳисобида ўлчаниб, бундай занжирдаги ўткинчи жараёнлар ҳатто бир неча секунд давом этиши мумкин.

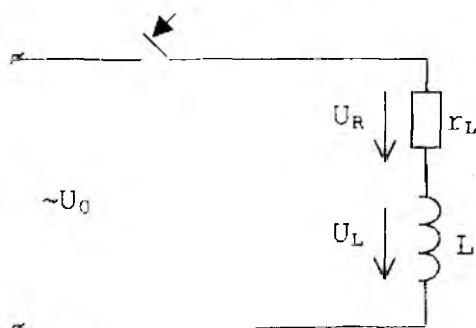
8.4. Индуктив ғалтакни синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига улаш

Актив қаршилиги r ва индуктивлиги L бўлган ғалтакнинг синусоидал кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$ манбаига улашдаги ўткинчи жараённи кўриб чиқамиз (8.4-расм). Бундай занжирнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлиб,

$$L \frac{di}{dt} + ri = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

хусусий ечими турғунашган ток

$$i_{L-p} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$



8.4-расм

га тенг бўлади; бунда:

$$Z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$$

занжирнинг тўла қаршилиги:

$$\varphi = \arctg \omega L / r$$

кучланиш u ва ток $i_{\text{тур}}$ орасидаги силжиш бурчани.

Олдинги параграф-

дан маълумки, токнинг эркин ташкил этувчиси

$$i_{\text{эрк}} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

бўлади. Демак, занжирдаги ўткинчи ток қуйидаги конуният бўйича ўзгаради:

$$i = i_{\Gamma} + i_{\text{эп}} = -\frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Интеграллаш доимийси A ни аниқлаш учун бошланғич шартларга мурожаат қиламиз: коммутациянинг биричи қонунига кўра

$$i(-0) = i(0) = -\frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) + A = 0.$$

яъни $A = \frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi)$. Шундай қилиб, занжирдаги ўткинчи ток:

$$i(t) = -\frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.11)$$

Ғалтакнинг қисмаларидаги ўткинчи индуктив кучланиши:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{\omega L}{z} U_m \cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{r}{z} U_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

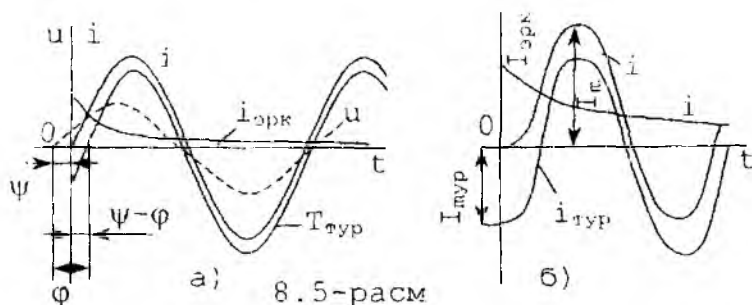
$$= U_m \left[\sin \varphi \cdot \sin \left(\omega t + \psi_u - \varphi + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \varphi \cdot \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (8.12)$$

Индуктивликдаги ўткинчи ток ва кучланишлар учун олишган ифодаларнинг тўғрилигига вақт t га 0 дан ∞ гача чегаравий қийматлар бериб ишонч ҳосил қилиш мумкин. Масалан, вақт $t=0$ бўлганда (8.11) тенгламанинг ўнг қисми нолга айланади, у эса индуктивли тармоқдаги ток учун коммутация қонуни билан тасдиқланади: $i(-0)=i(0)=0$. Ўткинчи жараён тугагандан сўнг ($t=\infty$, $i=i_{\text{эп}}=U_m/Z \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$; чунки $i_{\text{эп}}=0$. (8.12) тенгламага кўра, коммутация пайтида

$u_L(0) = U_m [\sin \varphi \cdot \cos(\psi_u - \varphi) + \cos \varphi \cdot \sin(\psi_u - \varphi)] = U_m \sin \psi$ бўлади, яъни вақт $t=0$ да ғалтак қисмаларидаги кучланиш занжирга берилган кучланишнинг оний қийматига тенг. 8.5-а расмда $\Psi > 0$, $\varphi > 0$ ва $\Psi - \varphi < 0$ ҳоллар учун занжирга берилган кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ нинг (пунктир чизик) ва ўткинчи ток i нинг (йўгон чизик) эгри чизиклари кўрсатилган.

Булардан кўринадики, эркин ток $i_{\text{эп}} = -\frac{U_m}{Z} \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}$.

нинг миқдори ва йўналиши коммутация пайтидаги турғунлашган токнинг бошланғич фазаси $\psi_i = \psi_u - \varphi$ га боғлиқ. Агар коммутация пайтида занжирга берилган кучланишнинг бошланғич фазаси ψ_u силжиш бурчагига тенг бўлиб қолса, у ҳолда ўтқинчи ток i фақат турғунлашган ток $i_{\text{тур}}$ нинг



қийматларидан иборат бўлади; чунки 8.11 тенгламага биноан $i_{\text{эрк}} = 0$. Бу, занжирни улагандан сўнг дарҳол унда ҳеч қандай оралик эркин тебранишларсиз синусоидал ток $i = \frac{U_m}{Z} \sin \omega t$ турғунлашади ва аксинча, демакдир. Агар занжирни улаш $\psi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$ да содир бўлса, эркин токнинг бошланғич қайқалиши ўзининг мумкин бўлган энг юқори қийматига эришади $i_{\text{эрк}}(0) = \pm \frac{U_m}{Z}$ (8.5-б расм). Шу туфайли занжирга берилган кучланиш даврининг ярмига тенг бўлган вақтдан сўнг ўтқинчи ток ҳам ўзининг энг катта қиймати $i_{\text{макс}}$ га эришади. Аммо назарий жиҳатдан токнинг бу максимуми ҳатто вақт донмийси t нинг энг катта қийматларида ҳам турғунлашган ток амплитудавий қийматини иккиланганидан ортмайди.

8.1-м и с о л. Параметрлари $r_L = 10$ Ом ва $L = 0,2$ Г бўлган индуктив қайтак $t = 0$ да $U_0 = 100$ В ўзгармас кучланиш манбаига уланган. Ўтқинчи ток оний қийматининг $i(t_1) = 7,5$ А бўлиш вақти аниқлансин.

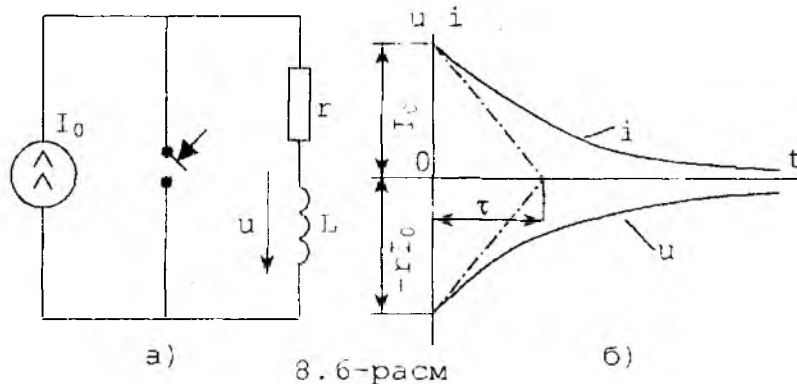
Е ч и ш. Занжирдаги ўткинчи ток қуйидаги конун бўйича ўзгаради:

$$i = \frac{U_0}{r_L} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 10 \left(1 - e^{-50t} \right)$$

бунда: $\tau = L/r_L = 0,02$ с, t_1 вақтдаги ўткинчи ток $i(t_1) = 7,5 = 10 - 10e^{-50t_1}$ булади; бундан $e^{-50t_1} = 0,25$ ёки $e^{50t_1} = 4$. Демак: $t_1 = \ln 4 / 50 = 1,385 / 50 = 0,0277$ сек.

8.5. Қолдик токка эга бўлган индуктив ғалтакдаги қисқа туташув

Энди, бошланғич (қолдик) токи $i(0) \neq 0$ бўлган ғалтакни қисқа туташганда вужудга келувчи ўткинчи жараёнларни кўриб чиқамиз. Бу занжир коммутацияга қадар ўзгармас ток манбаи I_0 га уланган бўлиб, $t=0$ пайтида қисқа туташади, деб фараз қилайлик (8.6-а расм). Агар коммутацияга қадар турғунлашган



ток I_0 бўлса, коммутациядан сўнг u нолга тенг, чунки контур манбадан ажралган бўлиб, илгари ғалтакка ток I_0 олиб кирган магнит майдоннинг энергияси $W_M = \frac{1}{2} L I_0^2$ ғалтакнинг актив қаршилиги r да иссиқлик энергиясига айланиб, аста-секин нолгача камаяди. Ўткинчи жараёндаги занжирнинг дифференциал тенгламаси

$$L \frac{di_{\text{эпб}}}{dt} + r i_{\text{эпб}} = 0 \quad \text{ўткинчи ток эса } i = i_{\text{эпб}} = A e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Интеграллаш доимийси A ни $i(-0)=i(0)$ шартидан топамиз: яъни $A=I_0$, шундай қилиб

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (8.13)$$

бўлади.

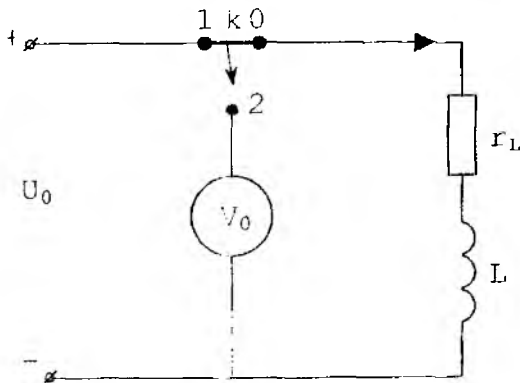
Индуктив ғалтакдаги кучланиш:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -r I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.14)$$

яъни у миқдор жихатидан қаршилиги r даги кучланишнинг

тушуви: $u_r = r \cdot i = r I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ га тенг, ишораси карама-қарши бўлади. Коммутация пайтида ўткинчи токнинг аввалги қиймати $i(-0)=i(0)=I_0$ ни сақлаган ток i дан фаркли, ғалтакдаги индуктив кучланиш $u_L(-0)=0$ дан $u_L(+0)=r I_0$ гача сакраб ўзгариши мумкин

(8.6-б расм). Ғалтакдаги э.ю.к. $e_L = -L \frac{di}{dt}$ нинг қутб ишоралари кучланишга ва токнинг вақт бўйича ўзгаришига боғлиқ:



8. -расм

агар индуктивликка эга тармоқдаги ток орта борса, э.ю.к. нинг ишораси $e_L = -u_L$ манфий (8.3-расм), камая борса, мусбат бўлади (8.6-б расм). Шундай қилиб, индуктив ғалтакни ўзгармас кучланиш манбаига улаш ва ажратиш натижасида индуктив тармоқдан токнинг ҳар қандай ўзгариши э.ю.к.ни ҳосил қилишга ва

унинг занжирдан бошланғич мувозанат ҳолатини сақлаб туришга сабаб бўлади.

Энди индуктив ғалтакни энергия манбадан ажратганда ундаги коммутацияга қадар турғунлашган ток I_0 билан уни ихтиёрий R_0 қаршиликка қайта улаш жараёни қатор ҳолларда назарий масаладан муҳандислик ишлари муҳим бўлган амалий масалага айланишини кўриб чиқамиз. Масалан, хусусий актив қаршилиги r_L бўлган реал индуктив ғалтак турғунлашган ток $I_0 = U_0/r_L$ ва $t=0$ да ички қаршилиги $r_k = R_0 \gg r_L$ бўлган вольтметр-га қайта уланган бўлсин (8.7-расм). У ҳолда (8.13) ифодага биноан коммутация пайтида ($t=0$) вольтметрнинг қисмаларида илгари занжирга берилган кучланиш U_0 дан R_0/r_L марта ортик бўлган кучланиш $u_k(0) = R_0 I_0$ бир зумда пайдо бўлади. Бу кучланиш фақат вольтметр учун хавфли бўлиб қолмасдан, ғалтак учун ҳам хавфлидир; бунинг сабаби шуки, (8.14) тенгламага биноан, ғалтак қисмаларидаги кучланишнинг киймати бирданига $I_0 R_0$ гача ортиб кетиши мумкин. Ғалтакни манбадан токли занжирни бевосита узниш билан ажратиш янада хавфли, бунда I_0 токли индуктив тармоқ $R_0 \approx \infty$ қаршиликка улангандек бўлади. Бундай ҳолларда ғалтак қисмаларида пайдо бўлган ҳаддан ташқари катта электр юритувчи куч (ўта кучланиш) унинг чулғамлари изоляциясини емириши мумкин. Чулғамнинг индуктивлиги катта бўлиб, аммо актив қаршилиги кичик бўлган катта қувватли электр машиналар ҳамда трансформаторлар билан коммутацион ишлар бажарилганда бу ҳодиса ҳар доим ҳисобга олинishi керак.

Энди 8.6-а расмдаги занжирда қисқа туташув ҳодисаси содир бўлгандан кейин r қаршиликдан иссиқлик тарзида ажралиб чиққан энергияни ҳисоблаймиз. Занжир қисқа туташув пайти-

дан бошлаб то ўткинчи жараён тугагунча ток $i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ қонуни бўйича ўзгариши туфайли аниқланаётган энергия

$$W_r = \int_0^{\infty} r i^2 dt = \int_0^{\infty} r I_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = -\frac{r I_0^2 \tau}{2} \left| e^{-\frac{2t}{\tau}} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

бўлади; бунда: $\tau = \frac{L}{r}$ қисқа туташган контур r , L нинг вақт доимийси.

Иссиқликка айланаётган энергиянинг катта-кичиклиги бошланғич вақт ($t=0$) да I_0 токка уланган индуктив ғалтакнинг

актив қаршиилигига боғлиқ бўлмай, магнит майдоннинг энергияси $W_M = L \frac{I_0^2}{2}$ миқдори билан аниқланади.

8.2 - м и с о л. Параметрлари $r = 40$ Ом ва $L=0,022$ Г бўлган индуктив ғалтак $t=0$ вақтда $u=120$ ($314t - 30^\circ$)В синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига уланган. Аммо $t=0,01$ с. дан сўнг индуктив ғалтак манбадан ажралиб, занжир қисқа туташтирилган. Шу иккинчи коммутациядан кейин ғалтакнинг r_L қаршиилигида ажралган иссиқлик миқдори аниқлансин.

Е ч и ш . 1. Ғалтакнинг ўзгарувчан токдаги тўла қаршиилиги:

$$Z = \sqrt{r_L^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{40^2 + 69,1^2} = 80 \text{ Ом}$$

2. Занжирдаги турғунлашган ток ва кучланиш орасидаги силжиш бурчаги:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r} = \arctg \frac{69,1}{40} = 60^\circ$$

3. Занжирдаги турғунлашган ток:

$$i_{\square-p} = \frac{U_m}{Z} \sin(314t - 30^\circ - \varphi) = 1,5 \sin(314t - 90^\circ)$$

4. Токнинг эркин ташкил этувчиси:

$$i_{\text{э.р.к}} A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{t}{5,5 \cdot 10^{-4}}}$$

бунда $A = -i_{\square-p}(0) = -1,5 \sin(-90^\circ) = 1,5$

5. Занжирдаги ўткинчи ток:

$$i = i_{\square-p} + i_{\text{э.р.к}} = 1,5 \sin(314t - 90^\circ) + 1,5 e^{-\frac{10^4}{5,5} t}$$

6. Занжир қисқа туташтирилгандаги ўткинчи токнинг оний қиймати:

$$\begin{aligned} i(t_1) &= 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_1 - \frac{\pi}{2}\right) + 1,5 e^{-\frac{10^4}{5,5} t_1} = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi \cdot 0,01}{0,02} - \frac{\pi}{2}\right) + 1,5 e^{-\frac{10^4 \cdot 10^{-2}}{5,5}} = \\ &= 1,5 \sin \frac{\pi}{2} + 1,5 e^{-18,2} = 1,5 \text{ А} \end{aligned}$$

7. Иккинчи коммутациядан кейин ғалтакнинг r_L

қаршилигида ажралган иссиқлик энергияси индуктив ғалтакнинг магнит майдони энергиясига тенг:

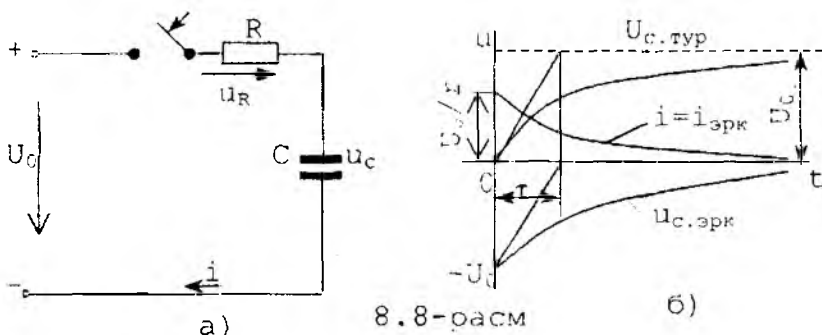
$$W_r = W_L = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{0,22 \cdot 1,5^2}{2} = 0,2475 \approx 0,25 \text{ Жоул}$$

чунки қисқа туташув пайтидаги бирламчи ток:

$$I_0 = i(t_1) = 1,5 \text{ A.}$$

8.6. Конденсаторни резистор оркали ўзгармас кучланиш манбаига улаш

8.8-а расмда вақтнинг $t=0$ пайтида R, C элементлари кетма-кет уланган занжирни ўзгармас кучланиш U_0 манбаига улаш



8.8-расм

схемаси кўрсатилган. Энди ана шу занжирдаги ўткинчи жараённи текшираимиз. Бунинг учун сифимдаги кучланиш u_c ни ўзгарувчан ҳисоблаб, занжирнинг дифференциал тенгламасини тузамиз:

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = U_0$$

бунда: $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$ - конденсатор C қопламаларидаги ўткинчи ток.

Сифимдаги ўткинчи кучланиш $u_c = u_{c, \text{тур}} + u_{c, \text{эрк}}$ ни билгач, эркин ҳолат учун занжир тенгламасини тузамиз:

$$RC \frac{du_{c, \text{эрк}}}{dt} + u_{c, \text{эрк}} = 0$$

Бунга мос тавсифий тенглама $RC \cdot \alpha + 1 = 0$ дан частота ўлчови с. га эга бўлган $\alpha = -\frac{1}{RC}$ илдишни топамиз. С ў - н и ш к о э ф ф и ц и е н т и нинг ишорасига кўра, сифимдаги эркин кучланиш $u_{\text{с.эрк}} = A e^{\alpha t} = A e^{-\frac{t}{RC}}$ вақт ўтиши билан (назарий жиҳатдан $t=\infty$ да) нолгача камаяди. Интеграллаш доимийсини аниқлаш учун сифимли занжир қисми учун коммутация қонунларидан келиб чиқадиган бошланғич шартлардан фойдаланамиз. Шунга биноан $u_{\text{с}}(-0) = u_{\text{с}}(0)$ бўлади, яъни:

$$u_{\text{с}}(-0) = 0 = u_{\text{с.тур}}(0) + u_{\text{с.эрк}}(0) = U_0 + A, \text{ ёки } A = -U_0,$$

чунки коммутацияга кадар сифимдаги кучланиш нолга тенг эди [$u_{\text{с}}(0) = 0$]. Ўткинчи жараён тугагандagi турғунлашган кучланиш $u_{\text{с.тур}} = U_0$, чунки ўзгармас токдан конденсаторнинг қаршилиги ∞ га тенг, занжирдаги ток $i_{\text{тур}} = 0$. Шундай қилиб, сифимдаги ўткинчи кучланиш:

$$u_{\text{с}} = u_{\text{с.тур}} + u_{\text{с.эрк}} = U_0 - U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (8.15)$$

бунда $\tau = RC$ - ўткинчи жараёнинг интенсивлигини тавсифловчи вақт доимийси (с). τ қанчалик катта бўлса, конденсатор С нинг зарядланиши шунчалик секин боради ва аксинча.

Ўткинчи ток $i = C \frac{du_{\text{с}}}{dt}$ (8.15) тенгламага биноан

$$i = C U_0 \left[0 - \left(-\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right] = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8.16)$$

бўлади. (8.16) тенгламадан занжирнинг қисқа туташуви пайтида ток $i(0) = U_0 / R$ максимал бўлиши, манбанинг барча кучланиши қаршилик R да тушиши, сифим эса қисқа туташган симдек бўлиб қолиши куришиб турибди. 8.8-б расмда текширилаётган занжирдаги ўткинчи кучланиш ва тоқлар графиклари кўрсатилган. Графиклардан, сифимдаги кучланишдан фарқли ўларок, ўткинчи ток i коммутация пайтида нолдан U_0 / R қийматгача сакраш билан ортишини билса бўлади.

8.3 - м и с о л. Сигим $C=100 \cdot 10^{-6}$ Ф бўлган конденсатор каршилиги $R=40$ Ом резистор орқали $U_0=200$ В ўзгармас кучланиш манбаига уланган. Агар уланшандан кейин $t_1=0,001$ с. вақт утган бўлса, конденсаторнинг заряди ва кучланиши қанча бўлади?

Е ч и ш. t_1 вақтда сигимдаги ўткинчи кучланиш

$$u_c(t_1) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) = 200 \left(1 - e^{-\frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}}} \right) = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ В}$$

бўлади (бунда $\tau = R \cdot C = 40 \cdot 10^{-4} = 0,004$ с.)

2. Ўша вақт давомида сигимда тўпланган заряд:

$$q(t_1) = C u_c(t_1) = 10^{-4} \cdot 44 = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

8.7. Конденсаторни резистор орқали синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига улаш

R , C элементлари кетма-кет уланган занжирни синусоидал кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ манбаига улашда (8.9-расм) ҳосил бўлган ўткинчи кучланиш ва тоқларнинг ўзгариш қонунларини аниқлаш керак, деб фараз қилайлик. Ўткинчи кучланиш $u_c = u_{c, \text{тур}} + u_{c, \text{эрк}}$ иккита ташкил этувчидан иборат бўлиб, улардан биринчиси занжирдаги турғунлашган ток $i_{\text{тур}}$ га боғлиқ,

иккинчиси эса $u_{c, \text{эрк}} = A e^{-t/\tau}$ га тенг. Занжирдаги турғунлашган

ток $i_{\text{тур}} = U_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$ бўлади; бунда: $z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

занжирнинг тўла қаршилиги; $\varphi = \arctg\left(-\frac{1}{R \omega C}\right)$ - ўткинчи жараён тутагандан кейин занжирдаги кучланиш билан ток орасидаги силжиш бурчаги.

Сигимдаги турғунлашган кучланиш:

$$u_{c, \text{эрк}} = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

чунки у токдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолаяпти. Шундай қилиб, ўткинчи кучланиш вақт жиҳатидан қуйидаги қонун бўйича

ўзгаради: $u_c = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A e^{-t/\tau}$

Интеграллаш доимийси A ни аниқлаш учун 8.6 да келтирилган бошланғич шартлардан фойдаланамиз:

$$u_-(0) = -\frac{U_m}{z \cdot \omega C} \cdot \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A = 0,$$

ёки

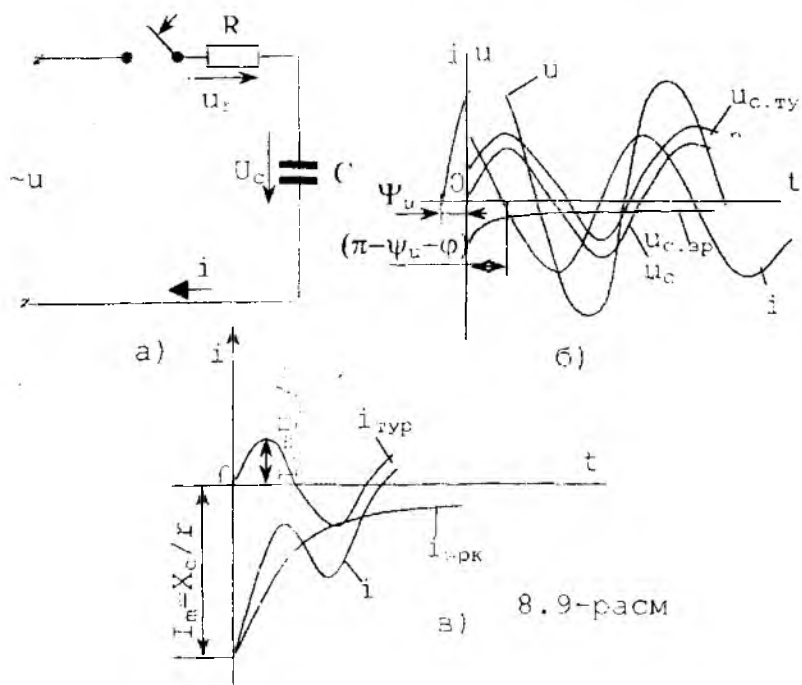
$$A = -\frac{U_m}{z \cdot \omega C} \cdot \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Кучланиш u_c учун қуйидаги ифодага эгамиз:

$$u_c(t) = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{U_m}{z \cdot \omega C} \cdot \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8.17)$$

Бундан ўткинчи ток $i = C \cdot \frac{du}{dt}$ ни топамиз:

$$i = \frac{U}{z} \sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi\right) + \frac{U}{z} \cdot \frac{1}{RC} \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (8.18)$$



8.9-расм

8.9-б расмда кўрсатилган ўткинчи микдорларнинг эгри чизикларида шифтдаги ўткинчи кучланиш u_c ўткинчи жараён давомида ўзининг оний қиймати бўйича (худди g , L занжирда кузатилаётгандек) турғунлашган режимда ушбу кучланиш амплитудасидан анча ортиши мумкин; аммо назарий жиҳатдан иккиланган амплитуда қийматида камлигича қолади. Аммо бу кучланишнинг ўзгариш қонуни (8.17) формулага кўра, берил-

ган кучланишнинг бошланғич фазаси қилиб $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{2}$ танланса, нисбий ўта кучланиш умуман пайдо бўлмаслиги мумкин. Бу ҳолда эркин тебранишлар тамомила бўлмайди; чунки $u_{c, \text{эрг}} = 0$ шифтдаги турғунлашган режим коммутациядан сўнг бирданига содир бўлади. Бинобарин, ўткинчи ток i нинг пайдо бўлиши ва унинг характери эркин ташкил этувчисининг ўзгариш қонуни билан боғлиқ. (8.18) тенгламага биноан, бу эркин ташкил этувчининг максимал қиймати

$$i_{\text{эрг}} = \frac{U_m}{z} \cdot \frac{1/\omega C}{R} \cdot \sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot e^{-\gamma t}.$$

синуснинг аргументи фақат $\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ га боғлиқ бўлмай

$\frac{1/\omega C}{R}$ ёки X_C/R нисбатларга ҳам боғлиқ. Борди-ю, $\psi - \varphi = 0$ бўлса, $i=0$ коммутация пайтида ўткинчи ток

$$i(0) = -\frac{U_m}{z} \cdot \frac{X_C}{R}.$$

яъни турғунлашган ток U_m/Z нинг амплитудасидан X_C/R марта ортиқ (8.9-в расм). Бу эса шифти ўзгармас ва ўзгарувчан кучланиш манбаига улашдаги фарқдан иборат. X_C/R катталик тегишли муҳандислик ҳисобларида эътиборга олинади. Ток тебранишининг энг катта амплитудаси ҳар қандай шароитда ҳам $I_m = U_m/R$ қийматдан ортиб кетмайди.

8.8. Зарядланган конденсаторни резисторга улаш

Фараз қилайлик, бошланғич (қолдиқ) кучланиш U_0 га эга бўлган конденсатор C қаршилиги R га тенг резисторга улансин

(8.10-расм). Сигимдаги турғунлашган ҳолатда ток ва заряднинг нолга тенглигини билгач, ўткинчи ёки эркин кучланиш $U_{0\text{эрк}}$ учун қуйидаги ифодани ёзамиз:

$$u_c = u_{\text{т.ээр}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} (\tau = RC)$$

Интеграллаш доимийси бошланғич шартлардан яъни

$$u_c(-0) = u_c(0) = U_0$$

дан аниқланади. Демак, $u_c(0)=A=U_0$ бўлади, ёки

$$u_c = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (8.19)$$

Занжирдаги ўткинчи ток эса:

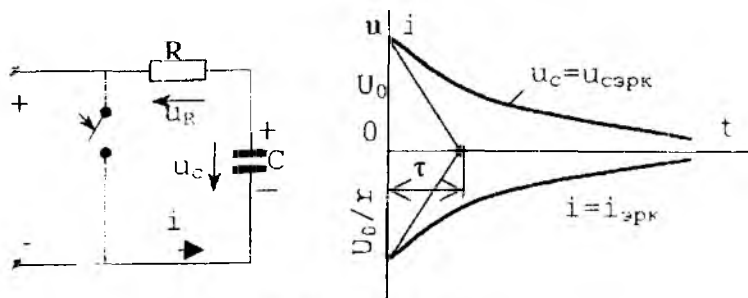
$$i = i_{\text{эрк}} = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (8.20)$$

Иккала ўткинчи миқдорлар вақт ўтиши билан экспонента қонуни бўйича сўниши ва $t=\infty$ да нолга тенг бўлиши яққол кўриниб турибди. Аммо кучланиш u_c дан фарқли ўлароқ, ўткинчи ток олдидаги манфий ишора конденсаторнинг зарядсизланишини билдиради. Ўткинчи кучланиш u_c ва токларнинг ўзгариш эгри чизиги 8.10-б расмда кўрсатилган.

Ўткинчи жараён (яъни $t=0$ дан $t=\infty$ гача) давомида қаршилиқ R да ажралиб чиққан иссиқлик энергияси

$$W_r = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = -\frac{U_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = \frac{CU_0^2}{2}$$

бўлади. Демак, конденсаторнинг зарядсизланиши пайтида ундан ажралиб чиқаётган иссиқлик энергияси миқдори зарядсиз-



8.10-расм

ланиш қаршилигининг миқдориға боғлиқ бўлмай, конденсаторнинг зарядсизланишига унда тўпланган электр энергияси $W_3 = C U_0^2/2$ нинг миқдориға боғлиқдир.

8.4-м и с о л. Сигими $C=400$ мкФ бўлган конденсатор бошланғич кучланиш $U_0=400$ В гача зарядланиб, сўнгра энергиянинг манбаидан ажратилган. Агар конденсаторнинг ички қаршилиги $r_0=100$ кОм бўлса, унинг ўз-ўзидан зарядсизланиши натижасида кучланиши $U_0'=10$ В га пасайгунча қанча вақт ўтади?

Е ч и ш. 1. Сигимдаги ўткинчи кучланиш:

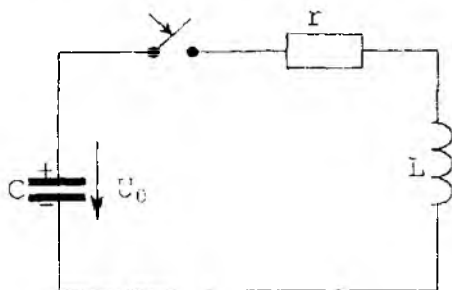
$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 400 e^{-0,025t}$$

чунки $\tau = r_0 C = 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 40$ с

2. t_1 вақтда кучланиш $u_c = U_0' = 10$ В, демак,
 $u_c(t_1) = 400 e^{-0,025t_1} = 10$. АҲҚ $e^{-0,025t_1} = 40 \text{ АҲҚ } 0,025t_1 = \ln 40$; бундан $t_1 = 40 \ln 40 = 148$ с. = 2 мин. 28 с

8.9. Конденсаторнинг R, L занжирга зарядсизланиши

Заряди нолга тенг бўлмаган $[q_0 (0) \neq 0]$ C сигимли конденсаторнинг резистор R ва индуктивлиги L га тенг ғалтакка кетмакет уланиши 8.11-расмда кўрсатилган. Конденсаторнинг зарядсизланиш қонуни ва R, L ҳамда C параметрларнинг қийматлари турлича бўлганда ўткинчи жараёнтар қандай бўлишини кўриб чиқайлик. Ўткинчи жараён тугагандан сўнг



8.11-расм

конденсаторнинг электр майдон энергияси

$$W_3 = \frac{1}{2} C U_c^2(0) \text{ резистор}$$

R да тамомила иссиқлик энергиясига айланади. Шу туфайли занжирдаги ток ва кучланишларнинг турғунлашган қийматлари нолга тенг. Демак, барча ўткинчи ва эркин миқдорлар

ўртасида ҳеч қандай фарқ бўлмайди. Ўзгарувчан микдор эркин ўткинчи ток i бўлса, занжирнинг дифференциал тенгламаси

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + R/L \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0 \text{ курунишда ёзилади:}$$

$2\delta = R/L$ ва $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ белгилашларни киритиб, (8.21) га мос тавсифий тенглама тузамиз.

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0, \quad (8.22)$$

унинг илдизлари $\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ бўлади.

Демак, ўткинчи ток: $i = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$. Коммутация пайтида индуктивлик L токнинг сакраб ўзгаришига йўл қўймаслиги сабабли $i(0)=0$ ёки $A_1 + A_2 = 0$ ёки $A_1 = -A_2 = A$. Коммутациянинг иккинчи қонунига биноан, худди шу вақтда $u_c(0) = U_0 \neq 0$ бўлади. Кирхгофнинг иккинчи қонунига қура

$$u_R + u_L + u_C = 0. \text{ Демак, } t=0 \text{ вақт учун } \left[Ri + L \frac{di}{dt} + u_C \right]_{t=0} = 0.$$

$$\text{яъни } \left[L \frac{di}{dt} \right]_{t=0} = -u_C(0) = -U_0 \text{ Аг } U = LA [\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}]_{t=0} = -U_0.$$

Бундан $A = -U_0/L(\alpha_1 - \alpha_2)$ бўлиб, ўткинчи ток:

$$i = -\frac{U_0}{L} \frac{e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (8.23)$$

Индуктив ғалтакдаги ўткинчи кучланиш:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -U_0 \frac{\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (8.24)$$

Сингмдаги ўткинчи кучланишни занжирнинг электрик мувозанат тенгламаси $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$ дан аниқлаймиз.

Шунга кўра:

$$\begin{aligned} u_C &= -Ri - L \frac{di}{dt} = \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \left[\frac{R}{L} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) + \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t} \right] = \\ &= \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \left[(-\alpha_1 - \alpha_2) (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) + \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t} \right] \end{aligned}$$

$$= -\frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \cdot (\alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_1 e^{\alpha_1 t}) = \frac{U_0 (\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t})}{\alpha_1 - \alpha_2}, \quad (8.25)$$

чунки

$$R : L = -(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\delta.$$

Энди (8.23) - (8.25) ифодалар орқали тасвирланган $i(t)$, $u_c(t)$ ва $u_L(t)$ эгри чизиклар кўринишнинг (8.22) тавсифий тенглама илдизлари билан боғлиқлигини кўриб чиқамиз.

Бошқача айтганда, занжирдаги ўткинчи жараён тамомила R , L ва C параметрларнинг миқдорлари нисбати билан аниқланади. Бу нисбатнинг учта вариантыни кўриб чиқамиз;

1) α_1 ва α_2 илдизлар ҳақиқий ва турлича, яъни $\delta^2 - \omega_0^2 > 0$;

2) α_1 ва α_2 илдизлар ҳақиқий ва тенг, яъни $\delta^2 - \omega_0^2 = 0$;

3) $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$; бўлганда $\alpha_1 = -\delta + j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ илдизлар кўшма (боғлиқ) комплекслардан иборат.

Дастлабки икки вариантда конденсаторнинг зарядсизланиши нодаврий равишда ўтса, учинчи вариантда бу жараён даврий (ёки тебранма) бўлади.

А. Конденсаторнинг нодаврий (апериидик) зарядсизланиши.

Энди ўткинчи жараёни $\delta > \omega_0$, ёки $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ҳуд

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ёки $R > R_{кр}$ ҳоллар учун текширамиз (бунда $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ - конденсаторнинг нодаврий тарзда зарядсизланишини сақлаб қоладиган чегаравий қаршилик). Шундай қилиб, ҳақиқий ва турлича илдизларга эга бўламиз:

$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ шу билан бирга, $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 < 0$ ва $|\alpha_2| > |\alpha_1|$. Бу ўз навбатида (8.23) ифодадаги кирувчи $(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t})$ айирманинг сўниш коэффициентларидан кескин фарқ қилувчи иккита экспонентанинг айирмасини ифодалайди (8.12-а расм).

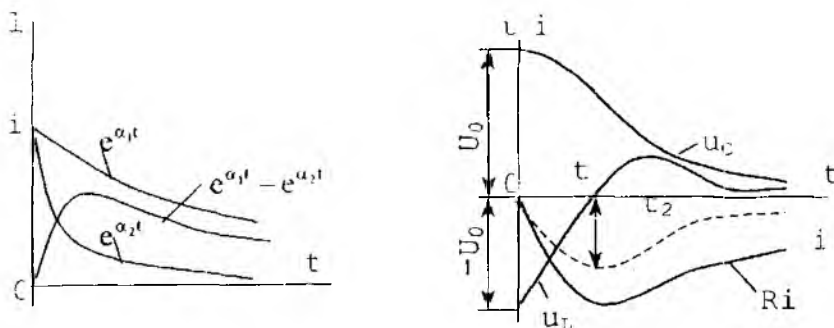
Аммо $(\alpha_1 - \alpha_2) > 0$; $U_0 > 0$ ва $L > 0$ бўлгани учун ток i нинг (8.23) ифодадаги ишораси исбатланган вақт учун манфийлигича қолади.

Шунинг учун $i(t)$ эгри чизик (пунктир чизик) ёки, бошқачароқ масштабда чизилган $Ri(t)$ эгри чизиклар, вақт ўқи t остида жойлашган бўлиши керак (8.12-б расм). Сигимдаги

ўткинчи кучланиш тоқдан фарқли ўлароқ, микдор жиҳатидан ҳамма вақт мусбат бўлиб, максимумга эга бўлмай, нолгача бир хилда камая боради. Кучланиш u_c нинг мусбатлиги ва ўткинчи ток i нинг манфийлиги занжирдаги конденсаторнинг зарядсизланишини билдиради.

Бундай бир томонлама зарядсизланиш "нодаврий зарядсизланиш" дейилади. Ҳалтақ қисматаридаги кучланиш u_L нинг (u_c ва i лардан фарқли равишда) вақт бўйича ўзгариши бирмунча бошқачароқ. Ўткинчи кучланиш $u_L(0) = -U_0$ қийматдан бошлаб, нолгача кескин камаяди [$u_L(t_1)=0$], сўнгра қандайдир маълум максимумга эришиб, яна нолгача монотон камайиб боради (8.12-б расм). Функция $u_L(t)$ нинг экстремал қийматларига мос t_1 ва t_2 вақтлар қуйидаги шартлардан аниқланади:

$$1) u_L(t_1) = 0 \text{ ёки } \alpha_1 e^{\alpha_1 t_1} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t_1} = 0, \text{ ёки } e^{(\alpha_1 - \alpha_2)t_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1},$$



8.12-расм

бундан $t_1 = \left[\ln(\alpha_2/\alpha_1) \right] : (\alpha_1 - \alpha_2)$;

$$2) u_L(t) \big|_{t=t_2} = 0, \text{ ёки } \alpha_1^2 e^{\alpha_1 t_2} - \alpha_2^2 e^{\alpha_2 t_2} = 0, \text{ ёки } e^{(\alpha_1 - \alpha_2)t_2} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^2$$

$$\text{бундан } t_2 = 2 t_1 \cdot \frac{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{\alpha_1 - \alpha_2}$$

Демак $u_L = L \frac{di}{dt}$ бўлгани туфайли $u_L(t_1) \approx 0$ да $t=t_1$ бўлади ва токнинг максимум бўлган пайтига мос келади. Уму-

ман, текширилаётган занжирдаги эркин жараён вақтини иккита ўзига хос даврга ажратиш мумкин:

а) $0 < t < t_1$, бўлганда, ток i мутлоқ қиймати жиҳатидан ўзининг максимумигача ортади; кучланиш u_c эса $U_R = Ri$ ва $u_L = L \frac{di}{dt}$ кучланишнинг тушуви билан мувозанатлашади (конденсаторнинг электр энергияси актив қаршилиқ R да иссиқлик энергиясига айланиб, бир қисми ғалтакда магнит энергияси тарзида тўпланади).

б) $t_1 < t < \infty$ бўлганда, ток i нолгача монотон камайиб бориб, кучланишлар u_c ва u_L эса кучланиш тушуви $u_R = Ri$ билан мувозанатлашади (конденсатордаги қолдик электр энергияси каби, ғалтакда қисман тўпланган магнит майдон энергияси резистор R да иссиқлик энергиясига айланади).

Б. Н о д а в р и й з а р я д с и з л а н и ш н и н г ч е г а р а в и й х о л а т и.

Юқорида кўрсатилганидек, $R = R_{\text{гр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ бўлганда ҳам нодаврий зарядсизланиш рўй беради. Ана шунда физик жараён ўзгармаса ҳам, аммо илдизлар $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta[\delta = \omega_0]$ нинг нисбатлари микдори бирмунча бошқача бўлишини кўрсатиб ўтамиз. Ҳолбуки, ўтқинчи микдорлар учун олинган (8.23), (8.24) ва (8.25) ифодаларнинг суръат ва маҳражлари нолга тенг бўлганида ноаниқликка олиб келади. Лопитал қоидадан фойдаланиб, бу ноаниқликларни ечамиз. Унда (8.23) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$i = -\frac{U_0}{L} \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2} \frac{\frac{d}{d\alpha_1} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t})}{\frac{d}{d\alpha_1} (\alpha_1 - \alpha_2)} = -\frac{U_0}{L} t e^{-\delta t}$$

яъни α_1 ни ўзгарувчи ҳисоблаб, уни $\alpha_2 = -\delta$ га интилувчи деб фараз қиламиз. (8.26) ифода бўйича u_L ва u_c ни аниқлаймиз:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -U_0 (e^{-\delta t} - \delta t e^{-\delta t}) = -U_0 (1 - \delta t) e^{-\delta t} \quad (8.27)$$

$$\begin{aligned} u_c &= -Ri - u_L = \frac{R}{L} U_0 e^{-\delta t} + U_0 (1 - \delta t) e^{-\delta t} = \\ &= U_0 e^{-\delta t} (2\delta t - \delta t + 1) = U_0 (1 + \delta) e^{-\delta t} \end{aligned} \quad (8.28)$$

Конденсаторнинг зарядсизланиш характери нодаврий бўлиб, i , u_L ва u_c ларнинг вақт бўйича ўзгариш қонуни 8-

12- расмда кўрсатилган эгри чизикларга ўхшаш бўлади. Бунда олдинги ҳолдан фаркли, $t_1 = 1/\delta$, $t_2 = 2/\delta$ бўлади.

В. Конденсаторнинг даври (тебрана) зарядсизланиши.

(8-21)-тенгламанинг илдизлари кўшма комплекс бўлганда $\delta < \omega_0$, ёки $\tau < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ҳоллар учун конденсаторнинг зарядсизланиш характерини текшираамиз. Демак:

$$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta + j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta + j\omega' = \omega_0 e^{j\theta}$$

$$\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta - j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta - j\omega' = \omega_0 e^{-j\theta} \text{ бунда:}$$

$$\theta = \arctg\left(-\frac{\omega'}{\delta}\right) \quad \text{Бурчак} \quad 90^\circ < \theta < 180^\circ, \quad \text{чунки}$$

$$\sin\theta = \omega'/\omega_0 > 0, \cos\theta = -\delta/\omega_0 < 0.$$

Буларни (8.23) ифодага қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$i = \frac{U_0 e^{-\delta t} e^{j\omega t} - e^{-\delta t} e^{-j\omega t}}{L(-\delta + j\omega) - (-\delta - j\omega)} = \frac{U_0 (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})}{\omega' L} e^{-\delta t} =$$

$$= -\frac{U_0}{\omega' L} e^{-\delta t} \cdot \sin\omega' t = -I_0 e^{-\delta t} \cdot \sin\omega' t \quad (8.29)$$

(8.29) ни ҳисобга олган ҳолда, индуктивликдаги ўткинчи кучланиш

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{U_0}{\omega'} \left[e^{-\delta t} \cdot \omega' t - \delta e^{-\delta t} \sin\omega' t \right] = \frac{U_0 \omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \cdot$$

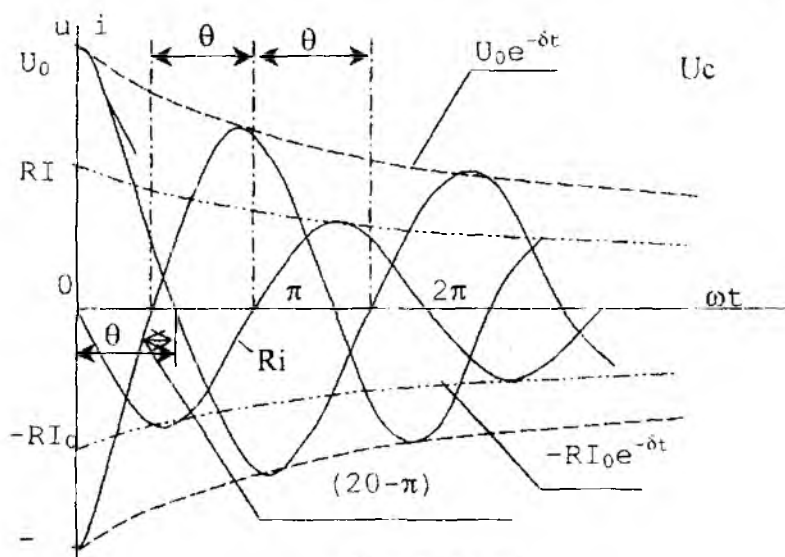
$$\cdot \delta t \left[-\frac{\delta}{\omega_0} \sin\omega' t + \frac{\omega'}{\omega_0} \cos\omega' t \right] = -\frac{U_0 \omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} [\sin\omega' t \cdot \cos - \cos\omega' t \cdot \sin] =$$

$$= U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega' t + \theta) \quad (8.30)$$

бўлади. Сигимдаги ўткинчи кучланиш $u_C = \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2} (\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t})$ бўлгани учун

$$\begin{aligned}
 u_c &= \frac{U_0}{\omega'} \frac{R}{L} e^{-\delta t} \sin \omega' t + U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \left(-\frac{\delta}{\omega_0} \sin \omega' t + \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \omega' t \right) - \frac{U_0}{\omega'} \omega_0 e^{-\delta t} \\
 &\left(-\frac{2\delta}{\omega_0} \sin \omega' t - \frac{\delta}{\omega_0} \sin \omega' t + \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \omega' t \right) = -U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \left(-\frac{\delta}{\omega_0} \sin \omega' t - \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \omega' t \right) = \\
 &= -U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} (\sin \omega' t \cdot \cos \theta - \cos \omega' t \cdot \sin \theta) = -U_0 \frac{\omega_0}{\omega'} e^{-\delta t} \sin(\omega' t - \theta) \quad (8.31)
 \end{aligned}$$

Графикда (8.13-расм) бу ўткинчи микдорлар тебраниш дав-



8.13-расм

ри $T' = \frac{2\pi}{\omega'}$ бўлиб, амплитудалари вақт ўтиши билан $e^{-\delta t}$

қонун бўйича камаювчи синусоидаларни ифодалайди. Бунда Ri , u_L ва u_c оний қиймат-ларнинг исталган вақтдаги ийғиндиси нолга тенг. 8.13-расмдаги эри чизиклардан кўринадики, ток i билан реактив элементлардаги кучланиш u_L ва u_c орасидаги фазавий ситжиш турғунлашган ҳолатдагидек 90° га тенг бўлмай, $\theta > 90^\circ$ бўлади. Бунинг сабаби шуки, ўткинчи кучланиш u ва ток i амплитудаларининг кўпайтма

коэффициенты $e^{-\delta t}$ бўлади. Шу тўғайли ҳақиқий амплитудалари вақт бўйича синусоида ярим тўлқини асосининг ўртасидан чапга силжиган бўлади. Шунга қарамаздан, ток максимал бўлган пайтларда кучланиш u_L нолдан ўтади, кучланиш u_C нинг максимуми эса вақт бўйича ток i нинг нолга тенг бўлган пайтларга мос келади. Бунинг сабаби вақтнинг исталган пайтда

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad \text{ва} \quad i = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{бўлади. Шундай қилиб, конденсатор-}$$

нинг аввалдаги зарядсизланишидан ($R > R_{кр}$ да) фарқли ўлароқ, ўткинчи ток i вақт ўтиши билан ўзининг оний миқдорини ҳам, йўналишини ҳам такрор ўзгартиради. Токнинг сизими орқали мусбат йўналиши конденсаторнинг зарядсизланишини билдирса, ўткинчи жараён ғалтак магнит майдони энергиясининг даврий равишда конденсаторнинг электр-майдони энергиясига ўтиши билан кузатиладиган аксинча. Токнинг иккала йўналишидаги даврий тебранишда учрайдиган қаршилик R нинг миқдори қанчалик кичик бўлса, конденсатор бир цикл тебранишда шунчалик кам энергия йўқотади, ўткинчи жараён шунчалик узоқ давом этади. Конденсаторнинг бундай зарядсизланиш жараёни даврий ёки тебранма ўткинчи ҳаракати дейилади. Тебранма ўткинчи жараённинг сўниш даражасини ўткинчи миқдорнинг ўзаро бир давр $T = 2\pi/\omega'$ масофада жойлашган иккита қушни максимумларнинг нисбати билан аниқлаш мумкин. Бу нисбат тебраниш декременти

$$\text{ти деб аталади ва у } \frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+T')}} = e^{-\delta T'} = \Delta \quad \text{бўлади.}$$

Кўпинча тебранишнинг логарифмик декременти

$$\ln \Delta = \ln e^{-\delta T'} = -\delta T'$$

дан фойдаланилади, $T \approx T_0$ да $\ln \Delta = -\pi d$ бўлади.

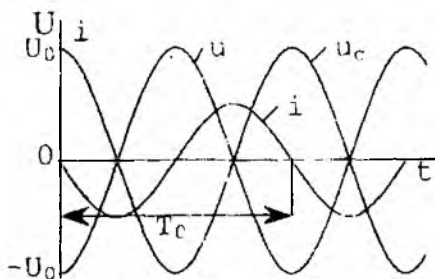
$$\text{Бунда } d = R : \sqrt{\frac{L}{C}} \quad - \text{ контурнинг сўниш коэффициенти.}$$

Демак, эркин тебранишларнинг сўниш тезлиги сизимдаги бошланғич кучланиш $u_C(0)$ билан аниқланмасдан, занжирнинг

параметрлари R , L ва C билан аникланади. Агар $R=0$ бўлса, эркин тебранишлар чексиз узок давом этади. Ҳақиқатан $R=0$ бўлганда $\delta=0$; $\alpha_{1,2} = \pm j\omega_0$; $\omega'=\omega_0$, $\theta=90^\circ$ га эгамиз. Демак, ўткинчи ток

$$i = -\frac{U_0}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t = -I_m \sin \omega_0 t$$

бўлади, индуктивлик ва сифимдаги кучланишлар мос равишда



8.14-расм

$$u_L = -U_0 \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_C = -U_0 \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right).$$

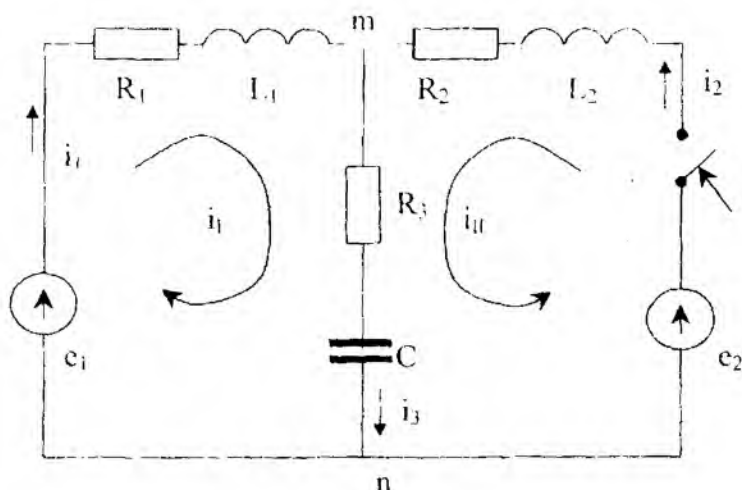
Занжирда бўладиган барча сўнмас тебранишларнинг бурчак частотаси $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ва даври $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ бўлган сўнмас (синусоидан) теб-

ранишлардир (8.14-расм).

8.10. Мураккаб занжирлардаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш

8.15-расмда э.ю.к. e_1 манбага эга бир контурли занжирга $t=0$ вақтда R_2 , L_2 тармоқ орқали иккинчи ўзгарувчан э.ю.к. манбаи $e_2 = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ уланадиган мураккаб ҳолат кўрсатилган. Занжирнинг параметрлари, шунингдек, э.ю.к. $e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ нинг миқдори берилган бўлиб, коммутация натижасида занжирда пайдо бўлган ўткинчи ток ва кучланишларни топиш талаб этилади.

Қўйилган масалани контур токлари i_1 ва i_2 (тоқларнинг йўналиши ёйсимон қизиқлар билан кўрсатилган) усули билан ечамиз. Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, занжирнинг электр мувоzanати тенгламаси қуйидагича бўлади:



8.15-расм

$$(R_1 + R_3)i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_1 dt + R_3 i_{II} + \frac{1}{C_3} \int i_{II} dt = e_1, \quad (8.32)$$

$$R_3 i_1 + \frac{1}{C_3} \int i_1 dt + (R_2 + R_3)i_{II} + L_2 \frac{di_{II}}{dt} + L_2 \frac{1}{C_3} \int i_{II} dt = e_2 \quad (8.33)$$

Модомики. (8.32) ва (8.33) дифференциал тенгламалар чикли экан, дифференциаллаш операцияси d/dt ни p симболи билан, интеграллаш операцияси $\int dt$ ни эса $1/p$ симболи билан алмаштириб, олинган тенгламалар системасини қайта ёзамиз:

$$\begin{aligned} \left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3} \right) i_1 + \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right) i_{II} &= e_1, \\ \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right) i_1 + \left(R_2 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3} \right) i_{II} &= e_2 \end{aligned} \quad (8.34)$$

(8.34) системанинг биринчи тенгласидан олинган токнинг қиймати $i_{II} = \frac{1}{R_3 + \frac{1}{pC_3}} \left[e_1 - \left(R_1 + R_3 pL_1 + \frac{1}{pC_3} \right) i_1 \right]$ ни иккинчи тенгламага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right)^2 i_1 - \left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3} \right) \left(R_1 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3} \right) i_1 &= \\ = \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right) e_2 - \left(R_2 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3} \right) e_1 \end{aligned} \quad (8.35)$$

(8.35) тенгламанинг иккала қисмини p га кўпайтириб, мураккаб бўлмаган ўзгаришлардан сўнг қуйидагига эга бўламиз:

$$L_1 L_2 p^3 i_1 + [(R_2 + R_3)L_1 + (R_1 + R_3)L_2] p^2 i_1 + \left((R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + \frac{L_1}{C_3}) p i_1 + \frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3} i_1 \right) = p^2 L_2 e_1 + (R_2 + R_3) p e_1 + \frac{1}{C_3} e_1 - R_3 p e_2 - \frac{1}{C_3} e_2$$

ёки

$$a_3 \frac{d^3 i_1}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + a_1 \frac{di_1}{dt} + a_0 i_1 = b_2 \frac{d^2 e_1}{dt^2} + b_1 \frac{de_1}{dt} + b_0 e_1 - c_1 \frac{de_2}{dt} - c_0 e_2, \quad (8.36)$$

бу ерда:

$$a_0 = \frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3}; a_1 = \left(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + \frac{L_1}{C_3} \right);$$

$$a_2 = (R_2 + R_3)L_1 + (R_1 + R_3)L_2; a_3 = L_1 L_2; b_0 = \frac{1}{C_3}; b_1 = (R_2 + R_3);$$

$$b_2 = L_2; c_0 = \frac{1}{C_3}; c_1 = R_3; p^3 i_1 = \frac{d^3 i_1}{dt^3}; p^2 i_1 = \frac{d^2 i_1}{dt^2}; p i_1 = \frac{di_1}{dt}$$

Шундай қилиб, (8.36) тенглама биринчи контур токи i_1 га нисбатан 3-тартибли дифференциал тенгламадир. Бу токнинг коммутациядан кейинги турғунлашган қиймати $i_{f \rightarrow p} = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1})$ (8.36) тенгламанинг хусусий ечими бўлиб, унинг амплитудаси I_{1m} ни ва бошланғич фазаси ψ_{i1} ни топамиз. Ўткинчи ток i_1 нинг эркин ташкил этувчилари (8.36) тенгламанинг ўнг қисмисиз ечиш йўли билан топилади. Бунинг учун аввал унинг тавсифий тенгламасини тузамиз:

$$a_3 \alpha^3 + a_2 \alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 = 0. \quad (8.37)$$

Ўткинчи ток $i_1 = i_{1\text{твр}} + i_{1\text{эрк}}$ эканлигини билгач, қуйидагига эга бўламиз:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + A_3 e^{\alpha_3 t} \quad (8.38)$$

Интеграллаш доимийларини аниқлаш учун қуйидаги шартлардан фойдаланамиз:

$$1) i_1(-0) = i_1(+0); 2) i_{11}(-0) = 0; 3) u_{c3}(0) = u_{c3\text{твр}}(-0).$$

Биринчи шартга кўра, коммутацияга қадар турғунлашган токнинг қиймати маълум бўлиши лозим:

$$i_{I\text{гyp}}(-0) = \frac{E_{1m}}{Z_{11}} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) = \frac{E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1)}{\sqrt{(R_1 + R_3)^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_3}\right)^2}} =$$

$$= I_{1m}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1).$$

бу ерда:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_3}}{R_1 + R_3}, I_{1m}^{(1)} = \frac{E_{1m}}{Z_{11}}.$$

Шундай қилиб, (8.38) га биноан, биринчи шартга кўра $t=0$ да:

$$i_1(0) = I_{1m} \sin \psi_{11} + A_1 + A_2 + A_3 = I_{1m}^{(1)} \sin(\psi_1 - \varphi_1) \quad (8.39)$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = I_{1m}^{(1)} \sin(\psi_1 - \varphi_1) - I_{1m} \sin \psi_{11}$$

Иккинчи контурнинг турғунлашган токи қиймати (коммутациядан кейингиси)

$$i_{II \text{ -- p}} = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2})$$

маълум деб, $i_{II} \left(R_3 + \frac{1}{pC_3} \right) = e_1 - \left(R_1 + R_3 pL_1 \frac{1}{pC_3} \right) i_1$ тенгламадан

унинг амплитудавий қиймати I_{2m} ни ва бошланғич фазаси ψ_{i2} ни топамиз. Ана шу муносабатдан иккинчи контурнинг эркин токини аниқлаймиз:

$$i_{II \text{ эрг}} = A_1' e^{\alpha_1 t} + A_2' e^{\alpha_2 t} + A_3' e^{\alpha_3 t} = k_1 A_1 e^{\alpha_1 t} + k_2 A_2 e^{\alpha_2 t} + k_3 A_3 e^{\alpha_3 t}$$

бунда

$$k_1 = - \frac{R_1 + R_3 + \alpha_1 L_1 + \frac{1}{\alpha_1 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_1 C_3}}, k_2 = - \frac{R_1 + R_3 + \alpha_2 L_1 + \frac{1}{\alpha_2 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_2 C_3}},$$

$$k_3 = - \frac{R_1 + R_3 + \alpha_3 L_1 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}}{R_3 + \frac{1}{\alpha_3 C_3}}.$$

Шу туфайли, иккинчи бошланғич шарт қуйидагини билдирадиган: $i_{II}(0) = I_{2m} \sin \psi_{i2} + k_1 A_1 + k_2 A_2 + k_3 A_3 = 0$

С, сизимли тармоқдаги турғунлашган (коммутациядан кейинги) ток

$$i_3 = i_{1L-p} + i_{1L-3} = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2}) = I_{3m} \sin(\omega t + \psi_{i3})$$

Демак, сизимдаги турғунлашган кучланиш:

$$u_{с,1-p} = -\frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin\left(\omega t + \psi_{i3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

сизимдаги эркин кучланиш эса:

$$u_{с,эрк} = \frac{1}{C_3} \int i_{3,эрк} dt = \frac{1}{C_3} \int i_{1,эрк} dt + \frac{1}{C_3} \int i_{2,эрк} dt = \\ = \frac{A_1}{\alpha_1 C_3} (1 + k_1) e^{\alpha_1 t} + \frac{A_2}{\alpha_2 C_3} (1 + k_2) e^{\alpha_2 t} + \frac{A_3}{\alpha_3 C_3} (1 + k_3) e^{\alpha_3 t}$$

(коммутацияга қадар) турғунлашган кучланиш киймати:

$$u_{с,1-p} = -\frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin\left(\omega t + \psi_{i1} - \phi_1 - \frac{\pi}{2}\right)$$

Шу сабабли ушунчи бошланғич шарт қуйидагини билдирадиган:

$$u_c(0) = -\frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin\left(\psi_{i3} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{k_1 + 1}{\alpha_1 C_3} A_1 + \frac{k_2 + 1}{\alpha_2 C_3} A_2 + \frac{k_3 + 1}{\alpha_3 C_3} A_3 = \\ = -\frac{I_{3m}}{\omega C_3} \sin\left(\psi_{i3} - \phi_1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (8.39),$$

(8.40) ва (8.41) тенгламаларни биргаликда ечиш интеграллаш доимийси A_1 , A_2 ва A_3 ларни ва шу билан бирга, барча эркин ўткинчи ток ва кучланишларни аниқлаш имконини беради.

8.11. Ихтиёрий шаклдаги кучланиш таъсир этган занжирдаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш (Дюамел интеграл)

Пассив занжирлар ўзгармас (ёки синусоидал) кучланишга уланганда бўладиган ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш нисбатан оддий, чунки коммутациядан кейин турғунлашган шунингдек, эркин ток ва кучланишлар оддий ҳафта яхши ўрганилган

конушлар бўйича ўзгаради. Лекин манбанинг кучланиши вақт жиҳатидан ихтиёрли конушга кўра ўзгарса (8.16-расмда кўрсатилганидек), масала бирмунча мураккаблашади. Аммо ана шу кучланишга уланган пасив занжирнинг структураси маълум бўлса, у ҳолда бу масалани қуйидагича ҳал қилиш мумкин. Масалан, шу занжир $t=0$ вақтда қандайдир ўзгармас кучланиш U_0 га уланган, деб фараз қилайлик. Занжир истеъмол қиладиган ўткинчи ток шу кучланишнинг ўткинчи ўтказувчанлик деб аталадиган $Y(t)$ га кўпайтмасини ифодаловчи қандайдир вақт функцияси бўлсин:

$$i(t) = Y(t) \cdot U_0.$$

Функция $Y(t)$ фақат занжирнинг структурасига боғлиқ бўлиб, берилган кучланиш U_0 нинг миқдорига боғлиқ эмас. Масалан, пасив икки қутблилик кетма-кет уланган R ва L элементлардан иборат бўлса,

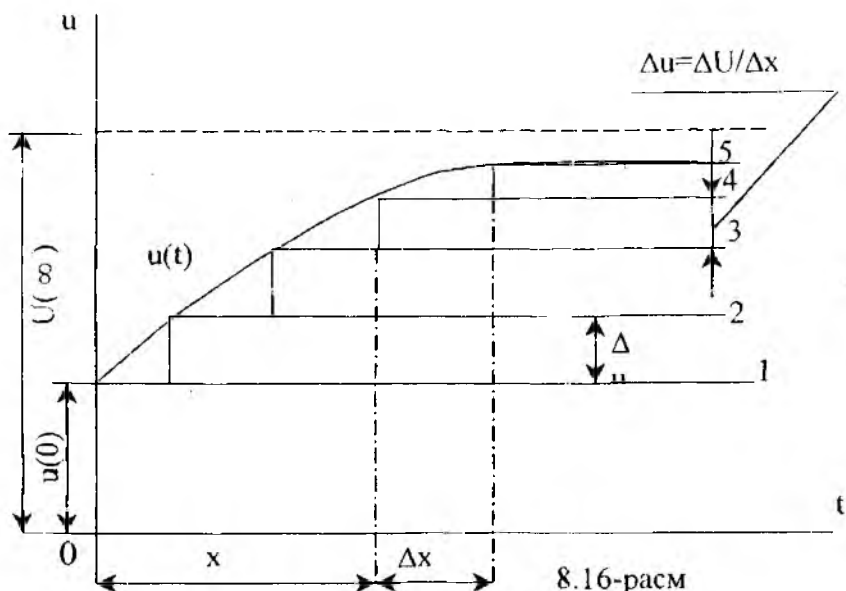
$$i(t) = U_0 \cdot Y(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

ва ток $i(t)$ нинг ўзгариш конуши ушбу занжир ўткинчи ўтказувчанлигининг ўзгариш конуви $Y(t) = 1/R \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ да акс эттирилган бўлади. Кучланиш U_0 ни ягона (яъни 1 В га тенг бўлган) импულс билан алмаштирсак,

$$i(t) = 1 \cdot Y(t) = Y(t)$$

га эга бўламиз. $Y(t)$ иситилган пайтда ўткинчи ток $i(t)$ нинг оний қийматини сон жиҳатдан аниқлайди.

Худди ана шу хусусият берилган кучланишнинг узлуксиз функцияси $u(t)$ ни (8.16-расм) вақтнинг маълум Δx оралиғидан сўнг икки қутблиликка бериладиган поғонали функциянинг элементар импүүлси Δu га сакрашди тўғри бурчаклар билан алмаштиришга имкон беради. Бошланғич шартларни нолга бўлганда, шахобчалардаги барча ток ва кучланишларни нолга тенглаштириб, занжирнинг юқоридаги Δu импүүлсга уланishiдаги ўткинчи жараёни вақт жиҳатидан бир неча бурчакларга ёямиз. Кучланиш $u(0)$ нинг биринчи сакраши ўткинчи ток $i(t)$ нини $u(0)Y(t)$ га тенг биринчи ташкил этувчисини беради. Оралиқ Δx вақтдан сўнг Δu га сакраш бўлиб ўткинчи токни $\Delta u \cdot Y(1 - \Delta x)$ ташкил этувчи билан тўлдиради. Оралиқ x вақтдан сўнг ўткинчи ток $Y(t - x) \Delta u$ нинг ҳосил



килувчи навбатдаги сакраш пайдо бўлади ва x, k . (бу жараён $t \rightarrow \infty$ да ҳам давом этади). Кучланиш $u(t)$ нинг занжирга натижавий таъсири қуйидаги ўткинчи ток билан ифодаланadi:

$$i(t) \equiv u(0) \cdot Y(t) + \sum_{x=0}^{x=t} Y(t-x) \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta x, \quad (8.42)$$

Орттирма Δu ва Δx қанчалик кичик бўлса, (8.42)-ифода ўткинчи жараённинг ҳақиқий манзарасини шунчалик аниқ ифода этади.

$$\Delta x \rightarrow 0 \text{ бўлса,} \quad u'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \left(\frac{du}{dx} \right)_{x=t}$$

бўлади. Энди (8.42) ифоданинг ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$i(t) = u(0) \cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x) \cdot u'(x) dx \quad (8.43)$$

Олинган ифода “Дюамел формуласи ёки интеграл” деб аталади ва занжир ихтиёрий шаклдаги кучланиш $u(t)$ га уланганда юқорида келтирилган ўткинчи токнинг ўзгариш қонуниятини аниқлашга имкон беради.

8.5 - м и с о л. Вақт жиҳатдан узлуксиз ўзгарувчан кучланиш $u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{t}{T}}$ нинг таъсирида 8.17-расмдаги ($U_0=100\text{В}$, $U_1=220\text{ В}$ ва $T = 0,02\text{ с}$) R , C занжирда ҳосил бўладиган ўткинчи ток аниқлансин. Агар занжирнинг параметрлари $R = 10^3\text{ Ом}$ ва $C = 80\text{ мкФ}$ бўлса, ўткинчи жараён давомида R қаршиликда иссиқлик тарзида ажралиб чиққан энергия миқдори ҳам ҳисоблансин.

Е ч и ш. 1) Занжир R , C нинг ўткинчи ўтказувчанлиги қуйидагича:

$$Y(t) = \frac{1}{R} e^{-\frac{t}{T}} = 10^{-3} e^{-12,5t} \left[\frac{1}{\text{М}^2} \right]$$

бунда:

$$\tau = RC = 0,08\text{с}.$$

2) Занжирнинг кириш қисмларидаги кучланишнинг ўзгариш қонуни:

$$u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{t}{T}},$$

ёки бу ҳам вақтнинг номаълум оралиғи x нинг функциясида

$$u(x) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{x}{T}} = 220 - 120e^{-50x}$$

бўлади.

3) Дюамел формуласига биноан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$i(t) = u(0) \cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x) \cdot u(x) dx = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{T}} + \int_0^t \frac{1}{R} e^{-\frac{t-x}{T}} \cdot \frac{U_1 - U_0}{T} e^{-\frac{x}{T}} dx =$$

$$= \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{U_1 - U_0}{T} \int_0^t e^{-\frac{x}{T}} e^{-\frac{t-x}{T}} dx = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{(U_1 - U_0)\tau}{R(\tau - T)} e^{-\frac{x}{T}} \cdot \left[e^{-\frac{t}{T}} e^{\frac{x}{T}} - 1 \right] =$$

$$= 0,1e^{-12,5t} + \frac{120 \cdot 0,08}{10^3 \cdot 0,06} \left[e^{-12,5t} - e^{-50t} \right] = 0,26e^{-12,5t} - 0,16e^{-50t}$$

Занжирни улаш пайтида истеъмол қилинаётган ток максимал бўлади, яъни

$$i(0) = 0,26 - 0,16 = 0,1\text{ А}$$

ўткинчи жараённинг охирида у нолга тенг, яъни $i(\infty)=0$.

8.12. Чизикли электр занжирлардаги ўткинчи жараёнларни оператор усулида ҳисоблаш

Ўткинчи жараёнларни классик усул билан ҳисоблашда асосий қийинчилик шундаки, занжир мураккаблашган сари, унинг мувозанат ҳолатини аниқлашчи дифференциал тенгламанинг даражаси орта боради. Бу эса интеграллаш доимийси $A_1, A_2, \dots, A_k$ ларни аниқлаш билан боғлиқ бўлган ҳисоблаш ишларининг орта боришини билдиради. Ўтган асрнинг ўрталарида рус математиги М.Е. Вапченко-Захарченко чизикли дифференциал тенгламаларни ечишнинг Лаплас алмаштириш формуласига асосланган символик усулини тавсия этади. Унинг моҳияти шундан иборатки, вақт функцияси $f(t)$ нинг интеграллаш ва дифференциаллаш ўрнига унинг оператор тасвири деб аталадиган функцияси $F(p)$ билан алгебраик амаллар бажарилади. Агар системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи дифференциал тенглама чизикли бўлса, бундай ўтишнинг ҳаққонийлиги исботланган. Бунда тенглама ҳадларининг коэффицентлари ўзгармас ёки ўзгарувчан бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, оригинал деб аталувчи ҳар қандай вақт функцияси $f(t)$ ни унга эквивалент бўлган комплекс ўзгарувчан $p = s + j\omega$ аргументли $F(p)$ функция билан алмаштириш мумкин. Шу билан бирга оригинал функция $f(t)$ нинг тасвир функцияси $F(p)$ га тенг бўлмай, балки мос бўлишини эсда тутиш лозим. Бу ҳол математик кўринишда қуйидагича ифодаланади:

$$f(t) \stackrel{\Delta}{=} F(p) \quad \text{ёки} \quad F(p) \stackrel{\Delta}{=} f(t)$$

Берилган функция $f(t)$ нинг тасвири $F(p)$ “Лаплас алмаштириши” деб аталадиган формула

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \quad (8.44)$$

билан аниқланади. Бу формула бўйича алмаштиришни ҳар қандай $t < 0$ да фақат нолга тенг ва пировард оралиқ вақтда Дирхле шартининг қаноатлантирувчи $f(t)$ функциялар учунгина бажариш мумкин. Бунда вақтнинг исбатланган пайтида оригинал функция $f(t)$ нинг мутлоқ қиймати бўйича у билан солиштириладиган бошқа функция Me^{st} дан кичиклигича қолиши керак (яъни $|f(t)| < Me^{st}$; бу ерда $S > S_0 > 0$). Бу шартларга риоя

қилиш Лаплас интегралини аниқ қийматли функция деб қаралишига имкон беради.

Оригинал $f(t)$ дан унинг тасвири $\varphi(p)$ га ўтиш учун “Карсон-Хевисайд алмаштириши” деб аталувчи

$$\varphi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \quad (8.45)$$

формуладан ҳам фойдаланилади, бу формула (8.44) формуладан оператор кўпайтирувчи билан фарқ қилади. Бунда $\phi(p) = pF(p)$ эканлигини кўриш қийин эмас. Азимо бу ерда ва бундан сўнг (хисоблаш масалаларида) биз асосан Лаплас алмаштиришларидан фойдаланмиз.

8.13. Оддий функцияларни Лаплас формуласи бўйича алмаштириш

Берилган оддий функция $f(t) = U_0$ бўлганда унинг тасвири $F(p)$ ни топиш талаб этилади деб фараз қилайлик. Унда (8.44) формулага биноан

$$F(p) = \int_0^{\infty} U_0 e^{-pt} \cdot dt = -\frac{U_0}{p} \left[e^{-pt} \right]_0^{\infty} = \frac{U_0}{p}$$

бўлади, яъни ўзгармас катталиқнинг тасвири шу катталиқнинг оператори p га бўлинганига тенг.

Шунингдек, экспоненциал функция $f(t) = e^{\alpha t}$ нинг тасвири

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{\alpha t} \cdot e^{-pt} \cdot dt = -\frac{1}{p - \alpha} \left[e^{-(p - \alpha)t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{p - \alpha}$$

бўлади, яъни $\frac{1}{p - \alpha}$. Худди шунга ўхшаш, қуйидагиларни

ҳам исбот этиш мумкин:

$$1) \quad e^{-\alpha t} = \frac{1}{p + \alpha}; \quad 2) \quad 1 - e^{-\alpha t} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \alpha} = \frac{\alpha}{p(p + \alpha)};$$

$$3) \quad e^{j(\omega t + \varphi)} = e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} = \frac{e^{j\varphi}}{p - j\omega};$$

$$4) \quad \text{Sinc} \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j2} = \frac{1}{j2} \left[\frac{1}{p - j\omega} - \frac{1}{p + j\omega} \right] = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2};$$

$$5) \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{p - j\omega} + \frac{1}{p + j\omega} \right] = \frac{p}{p^2 + \omega^2} \quad \text{ва х.к.}$$

Куйидаги жадвалда ўткинчи жараёнларни ҳисоблашда қўн учраб турадиган вақтли функциялар ва уларнинг тасвирлари кўрсатилган. Жадвал вақтли функцияларидан уларнинг тасвирига бевосита ўтиш имконини беради. Тасвирлар билан тегишли операциялар бажарилгандан сўнг оригиналлар $f_1(t)$; $f_2(t)$ ва бошқа функцияларнинг оригиналларига қайта ўтиши мумкин.

Энди вақт жиҳатидан x га силжиган оригинал функциянинг (бундай функцияни ўткинчи ўтказувчанлик $Y(t - x)$ кўринишида Дюамель интегралида учраган эди) тасвирини кўриб чиқамиз. Шундай қилиб, агар $f(t) \div F(p)$ бўлса, 8.44-формулага биноан,

$$\begin{aligned} f(t-x) &= \int_0^{\infty} f(t-x) e^{-pt} dt = e^{-px} \int_0^{\infty} f(t-x) e^{-p(t-x)} d(t-x) = \\ &= e^{-px} \int_0^{\infty} f(t') e^{-pt'} dt' = e^{-px} \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = e^{-px} \cdot F(p) \end{aligned}$$

бўлади, яъни $f(t-x) = e^{-px} F(p)$ (бунда $t-x = t > 0$ - янги координаталар боши $t+x=0$ дан ҳисобланадиган шартли вақт, шунингдек $(t-x)$ нолдан кичик бўлмаслиги керак).

8.1-жадвал.

Оригинал (асли)	Тасвир	Оригинал (асли)	Тасвир
A	$\frac{A}{p}$	$\sin(\omega t + \psi)$	$\frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$
$e^{\pm \alpha t}$	$\frac{1}{p \mp \alpha}$	$\cos(\omega t + \psi)$	$\frac{p \cos \psi - \omega \sin \psi}{p^2 + \omega^2}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p + \alpha)}$	$e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$e^{j(\omega t + \psi)}$	$\frac{e^{j\psi}}{p - j\omega}$	$e^{-\alpha t} \cdot \cos \omega t$	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	t	$\frac{1}{p^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$

8.14. Функция ҳосиласи ва интегралнинг Лаплас бўйича тасвири

Берилган ҳосила функциясининг $\frac{d}{dt}[f(t)] = f'(t)$ тасвирини топиш талаб этилади, деб фараз қилайлик. (8.44) га биноан:

$$f'(t) = \int_0^{\infty} f'(t) \cdot e^{-pt} dt. \quad (*)$$

Қисмлар бўйича интеграллаш қоидаси

$$\int_0^1 (uv)' dt = \int_0^1 uv' dt + \int_0^1 vu' dt$$

дан фойдаланиб, (*) ифоданинг ўрнига қуйидагини ёзамиз

$$f'(t) = e^{-pt} \cdot f(t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} f(t)(e^{-pt})' dt = p \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt - f(0) = pF(p) - f(0)$$

чунки

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = F(p), [f(t)] < M^{su} \text{ ва } [e^{-pt} \cdot f(t)]_{t=\infty} = 0$$

га биноан $f(t)_{t \rightarrow \infty} \neq \infty$. Агар $f(0) = 0$ бўлса, у ҳолда

$$f'(t) = pF(p)$$

бўлади, яъни $f(t)$ дан ҳосила олиш унинг тасвирини оператор - p га кўпайтириш билан баробар.

Худди шунга ўхшаш, оригинал $f(t)$ нинг иккинчи ҳосиласи қуйидаги тасвирга эга эканлигини ҳам кўрсатиш мумкин:

$$f''(t) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0) = p^2 \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} \right]$$

$f(t)$ функция дан n - ҳосила

$$f^{(n)}(t) = p^n \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} - \dots - \frac{f^{(n-1)}(0)}{p^n} \right]$$

бўлади. Чунки, $t=0$ пайтда функциянинг ўзи ва унинг барча

ҳосилалари 0 га тенг бўлса, $f^{(n)}(t) = p^n F(p)$ бўлади. Агар

эндиги $f(t)$ функциядан интеграл олинадиган бўлса, $\varphi(t) = \int_0^t f(t) dt$

унинг Лаплас бўйича тасвири, (8.44) формулага биноан:

$$\psi(p) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{pt} dt \quad (**)$$

Бўлаклаб интеграллаш қондасига биноан (**) ни қуйидагича қайта ёзамиз:

$$\psi(p) = -\frac{e^{-pt}}{p} \int_0^{\infty} f(t) dt \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-pt}}{p} \cdot f(t) dt = 0 + \frac{1}{p} F(p).$$

Шунинг учун $\varphi(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt = F(p)/p$, яъни функция интегралнинг тасвири функция тасвирининг оператор p га бўлинганига тенг. Бироқ шуни ҳисобга олиш лозимки, бошланғич шартлар нолга тенг бўлмаган $f(0) \neq 0$ ҳолда, функциянинг интегралда бу ўзгармас катталик $f(0)$ ҳам катнашиш лозим. У ҳолда (**) ифодага $\varphi(t)$ тарзида $\left[\int_0^t f(t) dt + f(0) \right]$ функцияни киритиш керак бўлади. Унинг тасвири эса қуйидагича ифодаланади:

$$\psi(p) = \frac{1}{p} F(p) + \frac{f(0)}{p}.$$

Сигимдаги кучланиш $u_c = \int_0^t i dt + u_c(0)$ ни аниқлашда бундай кўринишдаги интеграл илгари ҳам учраган эди. Агар умумий ҳолда $u_c(0) = 0$ бўлса, бу кучланишнинг тасвири:

$$u_c(p) = \frac{I(p)}{p} + \frac{u_c(0)}{p}.$$

8.15. Кирхгоф ва Ом қонунларининг оператор шаклдаги тасвири

Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра, занжир тугунидаги тоқлар овий қийматларининг йиғиндиси нолга тенг:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Аммо ҳар қандай тармоқдаги $i_k(t)$ токни $I_k(p)$ каби оператор шаклда ифодалаш мумкин. Шундай экан, Кирхгофнинг биринчи қонунини оператор шаклда қуйидагича ёза оламиз:

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0$$

Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра, берк контурнинг айрим қисмларидаги кучланишлар йиғиндиси шу контурдаги

э.ю.к. лар йиғиндисига тенг $\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^m e_k$. Демак,

юқоридагига ўхшаш, оператор шаклида қуйидагини ёза оламиз:

$$\sum_{k=1}^n U_k(p) = \sum_{k=1}^m E_k(p)$$

Бу тенглама Кирхгофнинг иккинчи қонунини оператор шаклда ифодалайди.

Энди кучланиш $u(t)$ таъсиридаги R , L , C занжирга қайтамиз (8.1-расм). Бу занжирнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_c(0) = u(t) \quad (8.46)$$

Умумий ҳолда вақт бўйича ўзгарувчан ток $i(t)$ нинг дифференциал тенгламаси (8.46) дан Лапласнинг оператор тасвири бўйича алгебраик тенгламасига ўтиш мумкин:

$$R \int_0^{\infty} i(t) e^{-pt} \cdot dt + L \int_0^{\infty} i(t) e^{-pt} \cdot dt + \frac{1}{C} \int_0^{\infty} \left[\int_0^t i dt \right] e^{-pt} \cdot dt + \int_0^{\infty} u_c(0) e^{-pt} \cdot dt = \int_0^{\infty} u(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

Буни 8.14 да баён қилинганини ҳисобга олган ҳолда, қуйидагича қайта ёзиш мумкин:

$$RI(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = U(p) \quad (8.47)$$

Чунки (8.44) га биноан, $i(t) = I(p)$ ва $u(t) = U(p)$.

(8.47) тенгламадан қуйидагини аниқлаймиз:

$$I(p) = \frac{U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p}}{R + pL + \frac{1}{pC}} = \frac{U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p}}{Z(p)} \quad (8.48)$$

Бунда: $I(p)$ ва $U(p)$ - занжирнинг тегишли кириш қисмларидаги ток ва кучланишнинг оператор шакли;

$Z(p) = R + pL + 1/pC$ - о п е р а т о р қ а р ш и л и к . Шундай қилиб, (8.48) тенглама Ом қонунининг оператор шаклидаги ифодасидир. Айрим бошланғич шартларда

$$I(p) = U(p) / Z(p)$$

бўлади; Бу эса R , L , C занжирни $i(0)$ ток ва $u(0)$ кучланиш нолга тенг бўлган ҳолда $u(t)$ кучланишга улаш жараёнини тасвирлайди.

Қаршиликлари

$$Z_1(p) = R_1 + pL_1 + 1/pC_1 \quad \text{ва} \quad Z_2(p) = R_2 + pL_2 + 1/pC_2 \quad \text{бўлган}$$

иккита параллел тармоқ кучланиш $U(p)$ га улангандаги умумий оператор ток

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) = \frac{U(p) + L_1 i_1(0) - u_{c1}(0)}{R_1 + pL_1 + 1/pC_1} + \frac{U(p) + L_2 i_2(0) - u_{c2}(0)}{R_2 + pL_2 + 1/pC_2}$$

бўлиб, уни оддий ҳолда занжирнинг тўла ўтказувчанлиги $Y(p)$ нинг $U(p)$ га кўпайтмаси, деб бўлмайди, чунки касрларнинг суратлари $I_1(p)$ ва $I_2(p)$ бошланғич шартлари нолга тенг бўлмаса, ўзаро тенг бўлмайди; аммо $i_1(0)$, $u_{c1}(0)$, $i_2(0)$ ва $u_{c2}(0)$ нолга тенг бўлса,

$$I(p) = U(p) \left[\frac{1}{Z_1(p)} + \frac{1}{Z_2(p)} \right] = U(p) [Y_1(p) + Y_2(p)]$$

бўлади; бунда $Y_1(p)$ ва $Y_2(p)$ - тармоқларнинг оператор ўтказувчанликлари.

Бу ҳолда бутун занжирнинг эквивалент оператор қаршилиги қуйидагича бўлади:

$$Z(p) = \frac{Z_1(p) \cdot Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}$$

8.16. Ўткинчи жараёнларни оператор усули билан ҳисоблашга доир мисоллар

Ўткинчи жараёнларнинг илгари классик усул билан ҳисобланган баъзи мисолларини кўриб чиқамиз.

1. r, L занжирни ўзгармас кучланиш U_0 га улаш (8.2-расм). Занжирдаги ўткинчи ток $i(t)$ Ом конунига биноан, оператор шаклида

$$I(p) = \frac{U_0(p)}{Z(p)} = \frac{U_0}{r + pL} = \frac{U_0}{r} \left[\frac{r}{p(r + pL)} \right] = \frac{U_0}{r} \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{r}{L}} \right]$$

бўлади, бу эса оригинал $i(t) = \frac{U_0}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right)$ га мос келади.

2. r, L занжирни синусоидал кучланиш $u(t)$ га улаш (8.4-расм). 8.1-жадвалга биноан, занжирга берилган кучланиш $u(t)$ нинг функцияси қуйидаги тасвирга мос келади:

$$U(p) = U_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$$

Демак, оператор шаклидаги ўткинчи ток

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = i_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{(p^2 + \omega^2)(r + pL)} = \frac{U_m}{(p + j\omega)(p - j\omega)} \left(p + \frac{r}{L} \right)$$

Қўриб турибмизки, бу ифода оригиналдан бевосита тасвирга ўтиш учун имкон бермайдиган ва қисқартириб бўлмайдиган мураккаб тасвирдир:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} \quad (8.49)$$

(бунда $n > m$).

Бундай ҳолларда олий математика курсида маълум бўлган ёйиш теоремасидан фойдаланилади. Унинг моҳияти шундаки, илдишлар ўзаро тенг бўлмаган кўп ҳадли функция $F_2(p)$ нинг илдишларини ёйиб, уни оддий касрларнинг йиғиндисига тарзида ифодалаш мумкин:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \dots + \frac{A_n}{p - p_n} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{p - p_k} \quad (8.50)$$

бунда $A_1, A_2, \dots, A_n$ ёйиш коэффициентларини ифодаловчи оддий ҳақиқий сонлар; $p_1, p_2, \dots, p_n$ эса $F_2(p) = 0$ тенгламанинг илдишлари.

Коэффициент A_k қуйидагича аникланади

$$A_k = F_1(p_k) \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{p - p_k}{F_2(p)} = F_1(p_k) \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{\frac{d}{dp}(p - p_k)}{\frac{d}{dp} F_2(p)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad (8.50)$$

(бунда Лопиталь қондасидан яна фойдаланилади, чунки

$\lim_{p \rightarrow p_k} \frac{p - p_k}{F_2(p)}$ да $0/0$ туридаги ноаниклик ҳосил бўлади).

Кўриб чиқилаётган мисолда текширилаётган оператор функция қуйидаги касрни ифодалайди:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{U_m L(p \sin \psi + \omega \cos \psi)}{(p + j\omega)(p - j\omega)(p + r/L)},$$

махражнинг $F_2(p)$ илдизлари: $p_1 = -j\omega$, $p_2 = j\omega$ ва $p_3 = -r/L$.

Демак, (8.51) га биноан, бизнинг мисолда ёйиш коэффициентлари қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{U_m (-j\omega) \sin \psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L} \cos \psi}{\left(p^3 + \frac{r}{L} p^2 + \omega^2 p + \omega^2 \frac{r}{L} \right) \Big|_{p_1 = -j\omega}} = \frac{\frac{\omega}{L} U_m (\cos \psi - j \sin \psi)}{\left(3p^2 + 2 \frac{r}{L} p + \omega^2 \right) \Big|_{p = -j\omega}} = \\ &= \frac{U_m L \omega e^{-j\psi}}{2\omega^2 + j2\omega \frac{r}{L}} = \frac{U_m e^{-j\psi}}{2(\omega L + jr)} = \frac{U_m e^{-j\psi}}{j2ze^{-j\varphi}} = \frac{U_m e^{-j(\psi - \varphi)}}{j2z}; \\ A_2 &= \frac{U_m \omega (\cos \psi + j \sin \psi)}{L \left(3p^2 + 2 \frac{r}{L} p + \omega^2 \right) \Big|_{p_2 = j\omega}} = \frac{U_m e^{j\psi}}{2j(r + j\omega L)} = \frac{U_m e^{j\psi}}{j2ze^{j\psi}} = \frac{U_m e^{j(\psi - \varphi)}}{j2z}; \\ A_3 &= \frac{U_m L \left(-\frac{r}{L} \right) \sin \psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L} \cos \psi}{\left(3p^2 + 2 \frac{r}{L} p + \omega^2 \right) \Big|_{p_3 = -r/L}} = \frac{U_m (r \sin \psi - \omega L \cos \psi)}{L^2 \left(\omega^2 + \frac{r^2}{L^2} \right)} = \\ &= \frac{U_m z (\sin \psi \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi)}{z^2} = -\frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi). \end{aligned}$$

(бунда $z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ - занжирнинг тўла қаршилиги, ёки $ze^{j\varphi}$ нинг модули, шу сабабли $Z = r + j\omega L$, $r = Z \cos \varphi$ ва $\omega L = Z \sin \varphi$).

Энди (8.50) ифодага биноан,

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = - \frac{U_m e^{-j(\psi-\varphi)}}{j2z(p+j\omega)} + \frac{U_m e^{j(\psi-\varphi)}}{j2z(p-j\omega)} = \frac{U_m \sin(\psi-\varphi)}{z(p + \frac{r}{L})}$$

8.1-жадвалдан оддий касрлар йиғиндисининг ҳар бир ташкил этувчисига мос оригинални танлаймиз:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{U_m}{j2z} e^{-j(\psi-\varphi)} \cdot e^{-j\omega t} + \frac{U_m}{j2z} e^{j(\psi-\varphi)} \cdot e^{j\omega t} = \frac{U_m}{z} \sin(\psi-\varphi) e^{-\frac{r}{L}t} = \\ &= \frac{U_m}{j2z} \left[e^{j(\omega t + \psi - \varphi)} - e^{-j(\omega t + \psi - \varphi)} \right] = \frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} = \\ &= \frac{U_m}{z} \left[\sin \omega t + \psi - \varphi - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} \right] \end{aligned}$$

Бу ифоданинг илгари (8.4) ифодада олинган натижалари билан бир хиллиги кўриниб турибди.

3. R, C занжирни қисқа туташтириш. (8.10-расм).

Занжирнинг ўткинчи режимдаги дифференциал тенгламаси:

$$Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0.$$

Бунга мос алгебраик оператор тенглама

$$R \cdot I(p) + \frac{U_c(0)}{pC} = 0.$$

[$U_c(0)$ ҳад бошланғич шарт нолга тенг бўлмаганидан пайдо бўлди; чунки коммутацияга қадар снгим зарядланган бўлиб, бошланғич кучланиш $U_c(0) = U_0$ эди].

Шунинг учун занжирдаги оператор ток:

$$I(p) = - \frac{U_0}{p \left(R + \frac{1}{pC} \right)} = - \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{RC}}.$$

8.1-жадвалдан шу функциянинг оригиналини топамиз:

$$I(p) = i(t) = - \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad \text{бунда } RC = \tau.$$

бу 8.8 даги (8.20) ифода билан бир хиллиги яққол кўриниб турибди.

4. R, L занжирга конденсаторнинг нод аврий зарядсизланиши (8.11- расм).

Занжирнинг дифференциал тенгламаси $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$.

Бунга мос алгебраик оператор тенглама:

$$R \cdot I(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = 0.$$

$i(0) = 0$ ва $u_c(0) = U$ эканлиги бошланғич шартдан маълум.

Демак,

$$I(p) = - \frac{U_0}{p(R - pL + \frac{1}{pC})} = - \frac{U_0}{L} \cdot \frac{1}{p^2 + 2\delta p + \omega^2} = - \frac{U_0}{L} \cdot \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

бунда $F_1(p) = 1$ ва $F_2(p) = p^2 + 2\delta p + \omega^2$ ёйиш теоремасига мослаштирилган функциялар. $F_2(p) = 0$ нинг илдизлари:

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = -\alpha_1 \quad \text{ва} \quad p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = -\alpha_2.$$

Функция $F_2(p)$ нинг биринчи ҳосиласи эса $F'_2(p) = 2p + 2\delta$, шунинг учун ёйиш коэффициентларини қуйидагича аниқлаймиз:

$$A_1 = \frac{1}{(p - \alpha_1)(2\alpha_1 + 2\delta)} \quad \text{ва} \quad A_2 = \frac{1}{(p - \alpha_2)(2\alpha_2 + 2\delta)}.$$

Энди функциянинг оригиналини янги ва унга эквивалент тасвирдан излаймиз:

$$I(p) = - \frac{U_0}{L} \left[\frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - \alpha_1)} + \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1)(p - \alpha_2)} \right] =$$

$$= - \frac{U_0}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} \left[\frac{1}{(p - \alpha_1)} - \frac{1}{(p - \alpha_2)} \right]$$

чунки
$$\begin{aligned} 2\alpha_1 + 2\delta &= 2\alpha_1 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_2; \\ 2\alpha_2 + 2\delta &= 2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_1 = -(\alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned}$$

Функция $I(p)$ нинг тасвирига қараганда, унинг оригинали

$$I(p) = i(t) = - \frac{U_0}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} \left[e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t} \right]$$

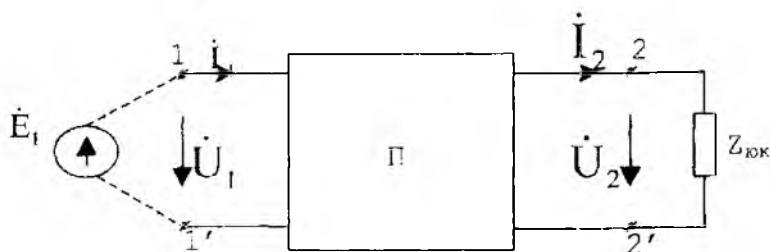
бўлади; бу эса 8.9 дан олинган (8.23) ифодага мос келади.

IX Б О Б

ТЎРТКУТБЛИКЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

9.1. Пассив тўрткутбликларнинг асосий тенгламаси

Иккита кириш 1-1' ва иккита чиқиш 2-2' қисмлари (қутблари) бўлган ҳар қандай мураккаб электр занжир т ў р т -қ у т б л и к деб аталади (9.1-расм). Тўрткутбликнинг кириш қутблари (1-1') кучланиш манбаи U_1 га, чиқиш қутблари (2-2')



9.1-расм

эса электр энергиясининг қабул қилувчи юклама қаршилиги $Z_{\text{юк}}$ га уланади. Кўпқутбликлар (ёки бизнинг мисолимизда тўрткутблик) кўринишидаги мураккаб занжирларни ўрганишдан асосий мақсад, кўпқутбликлар (тўрткутбликлар) нинг ички тузилишларини ташкил этувчи элементларнинг иш режимларидан қатъи назар, (занжирнинг кириш ва чиқиш қисмлари орасидаги функционал боғланишни аниқлашдан иборат). Бошқача қилиб айтганда (тўрткутбликлар бўлган ҳолда), бунинг маъноси манбанинг кучланиши U_1 ва токи I_1 маълум бўлса, истеъмолчининг кучланиши U_2 ва токи I_2 ни аниқлашнинг қонуниятларини ва боғланишини топиш демакдир. Занжир ички параметрларининг тавсифларига кўра, тўрткутбликнинг кириш ва чиқиш қисмаларини боғловчи тенглама чизикли ёки ноқизикли бўлиши мумкин. Шунинг учун тўрткутблик биринчи ҳолда чизикли, иккинчи ҳолда эса ноқизикли бўлади. Ички тармоқларида э.ю.к. ва ток манбаи бўлмаган тўрткутблик п а с с и в бўлади. Тўрткутбликларнинг бу туркумига иккита симли электр узатиш ва алоқа линиялари, трансформаторлар, тўғрилагичнинг кўприк

(9.2)

(9.2) системанинг

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}$$

$$I_1 = \Delta_{11} / \Delta \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{U}_2; \quad I_2 = \Delta_{21} / \Delta \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{U}_2$$
$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

313

тўрткутбликнинг Y -параметрлар оркали ёзилган тенгламасини ифодалайди. Бунда пасив тўрткутбликнинг параметрлари чизикли бўлганлиги туфайли $Y_{12} = -Y_{21}$; чунки $\Delta_{12} = \Delta_{21}$.

(9.3) муносабатни қаршилиқ ўлчамларини кўрсатувчи Z -параметрлар оркали ҳам ифодалаш мумкин, у ҳолда:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21} \cdot \dot{I}_1 + Z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

бу ерда:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{Y_{11}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, Z_{22} = \frac{Y_{22}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, \\ Z_{12} &= \frac{Y_{12}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, Z_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}}, Z_{12} = -Z_{21}. \end{aligned}$$

Энди тўрткутбликнинг кириш комплекс микдорлари $\dot{U}_1$ ва $\dot{I}_1$ нинг чиқиш комплекс микдорлари: $\dot{U}_2$ ва $\dot{I}_2$ билан боғланишини бевосита ифодаловчи иккита тенгламалар ситемасига ўтиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{22}}{Y_{12}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{Z_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Z_{22}}{Z_{12}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{12}} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.5)$$

$$\text{ёки} \quad \left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.5, a)$$

$$\text{бунда:} \quad A = \frac{Y_{22}}{Y_{12}} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}}, B = \frac{\Delta}{\Delta_{21}}, C = \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12} \cdot \Delta}, D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$$

тўрткутбликнинг доимий параметрлари. Булар ҳам (яъни A, B, C ва D) Y ва Z параметрлар каби комплекс сонлардир.

(9.5) тенгламадан B параметрнинг ўлчов бирлиги Ом, C параметрнинг ўлчов бирлиги $1/\text{Ом}$ эканлигини, A ва D параметрларнинг ўлчов бирлиги эса йўқлигини кўриш осон. Бу параметрлар қуйидаги тенглама воситасида ўзаро боғланган:

$$AD - BC = 1 \quad (9.6)$$

Шунинг учун булардан ўзаро боғланишсиз фақат учтаси берилиши мумкин; тўртинчисини эса (9.6) тенглама ёрдамида аниқласа бўлади.

(9.6) тенгламанинг тўғрилигига А, В, С ва D нинг қийматларини уларнинг аниқловчиси ва алгебраик тўлдирувчиси орқали қўйиб ишонч ҳосил қилиш мумкин:

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}} - \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \cdot \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12} \cdot \Delta} = 1$$

Агар кучланиш манбаи $\dot{U}_1$ тўрткутбликнинг чиқиш қисми 2-2' га, юклама $Z_{\text{юк}}$ га эса унинг кириш қисми 1-1' га уланган бўлса, у ҳолда, аввалги ток $\dot{I}_1$ ўрнига истеъмолчининг тескари йўналишидаги токи $-(-\dot{I}_2)$ оқиб ўтади. Бунда ток $\dot{I}_2$ нинг ўрнига занжирнинг аввалги чиқиш (ҳозирги кириш) тармоғи 2-2' га кучланиш $\dot{U}_1$ бераётган ток $(-\dot{I}_1)$ маълум бўлади. Шу сабабли (9.5) тенгламанинг ўрнига қуйидаги системани оламыз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= A\dot{U}_1 - B\dot{I}_1 \\ -\dot{I}_2 &= C\dot{U}_1 - D\dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

Тенгламаларнинг биргаликдаги ечими:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{A} + \frac{B}{A}\dot{I}_1 = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{A}\left[\frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2\right]$$

ёки

$$\dot{U}_1\left(1 - \frac{BC}{AD}\right) = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{AD}\dot{I}_2$$

Аммо $AD - BC = 1$ бўлгани учун

$$\dot{U}_1 = D\dot{U}_2 + B\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + \left(\frac{BC}{D} + \frac{1}{D}\right)\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + A\dot{I}_2 \quad (9.7)$$

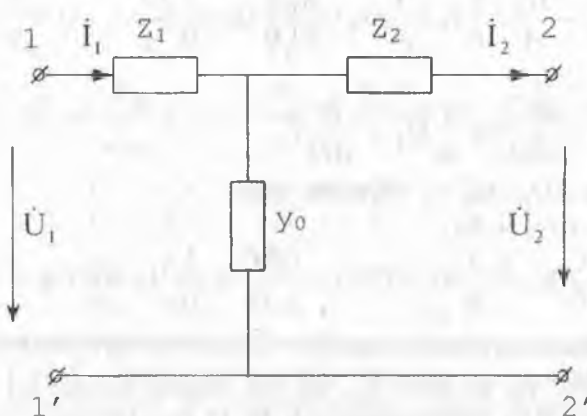
бўлади, яъни кучланиш манбаи $\dot{U}_1$ ни тўрткутбликнинг чиқиш қисми 2-2' га, юклама $Z_{\text{юк}}$ ни эса кириш қисми 1-1' га қайта уланганда (9.5) тенгламадаги А ва D параметрлар ўрин алмашади. Агар бу параметрлар ўзаро тенг бўлса, 9.5 ифода ўз кучини сақлаб, тўрткутблик “кириш--чиқиш” йўналишида ва, шунингдек, тескари йўналишда энергия узатишда ўзини бир хил тутати. Параметрлари $A=D$ бўлган тўрткутбликлар симметрик ҳисобланади.

9.2. Пассив тўрткутбикларнинг алмашиниш схемаси бўйича параметрларини аниқлаш

Электр машиналарда, трансформаторларда, электр узатиш ва алоқа линияларида ва бошқа амалий ҳолларда учрайдиган физик жараённинг таҳлилни қулайлаштириш учун тўрткутбик тарзида кўриб чиқиладиган қурилманинг реал схемасини унга эквивалент бўлган алмаштириш схемасига келтириш мумкин. Тузилиши жиҳатидан энг оддий схема Т - шаклли (9.2-рasm) ва П-шаклли (9.3-рasm) алмашиниш схемаси бўйича тузилган уч элементли тўрткутбикдир. Бу тўрткутбикларнинг ички тузилишини ташкил этувчи қаршилиқ ва ўтказувчанликнинг берилган қийматлари орқали аниқлаймиз. 9.2-рasm занжир учун Кирхгофнинг қонунларига биноан тузилган қуйидаги тенгламалар системасини оламиз:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_1 \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + (\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2) Y_0\end{aligned}$$

иккинчи тенгламадан $\dot{I}_1$ нинг қийматини биринчи тенгламага қўйсак,



9.2-рasm

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 Y_0 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 Z_2 Y_0 = (1 + Z_2 Y_0) \dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_2 Z_2 Y_0) \dot{I}_2$$

ҳосил бўлади. Олинган натижавий ифодани (9.5) тенглама кўринишида қайта ёзамиз:

$$\dot{U}_1 = (1 + Z_1 Y_0) \dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0) \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2$$

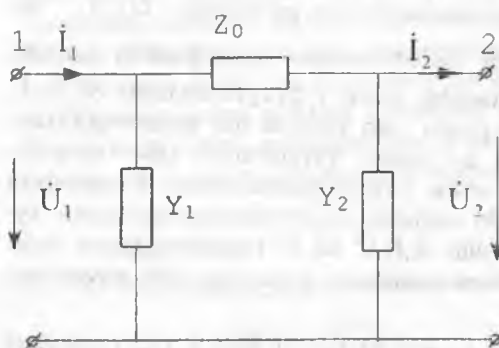
$$\dot{I}_1 = Y_0 \dot{U}_2 + (1 + Z_2 Y_0) \dot{I}_2 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2$$

Бу ерда мос равишда:

$$A=1+ZY_0; B=Z_1+Z_2+ZZ_2Y_0; C=Y_0 \quad D=1+Z_2Y_0$$

Шундай қилиб, тўрткутблик-нинг параметрлари Т-шаклли алмаши-ниш схемаси бўйи-ча бевосита пасив тўрткутблик тарзида берилган занжир ички элементлари қаршиликларининг ва ўтказувчанликларининг қийматлари-дан аниқлаш мум-кин. Аммо, кўпинча тескари масала қўйи-либ, бунда ички тузилиши мураккаб бўлган пасив тўрткутблик-нинг берилган А, В, С ва D параметрлари бўйича унинг Т-шаклли алмаши-ниш схемасини тузиб (9.2-расм), ва унинг учун Z_1 , Z_2 ва Y_0 ларнинг қийматларини аниқлаш талаб этилади. Юқоридаги тенгламаларга кўра:

$$Z_1 = \frac{A-1}{C}, Z_2 = \frac{D-1}{C} \quad \text{ва} \quad Y_0 = C$$



9.3-расм

Агар $Z_1=Z_2$ бўлса, Т-шаклли схема симметрик бўлади; чунки бу ҳолда $A=D$.

П-шаклли алмаши-ниш схемаси (9.3-расм) учун қуйидаги тенгламалар системасига эга-миз:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + Z_0(\dot{I}_2 + Y_2 \dot{U}_2), \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + Y_2 \dot{U}_2 + Y_1 \dot{U}_1, \end{aligned}$$

бу тенгламаларни бир-галикдаги ечими (9.5) система кўринишидаги

ифодани беради:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (1 + Z_0 Y_2) \dot{U}_2 + Z_0 \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= (Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 Z_0) \dot{U}_2 + (1 + Y_1 Z_0) \dot{I}_2 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2, \end{aligned}$$

яъни:

$$A=1+Z_0Y_2; B=Z_0; C=Y_1+Y_2+Y_1Y_2Z_0 \quad \text{ва} \quad D=1+Y_1Z_0$$

Агар шу параметрлардан фойдаланиб, тўрткутбликнинг П-шаклли эквивалентини тузиш талаб этилса, у ҳолда:

$$Y_1 = \frac{D-1}{B}, Y_2 = \frac{A-1}{B} \quad \text{ва} \quad Z_0 = B$$

П-шаклли алмашиниш схемаси бўйича тўрткутбликнинг симметрия шарти $Y_1 = Y_2$ дир, чунки бунда $A = D$.

9.3. Тўрткутбликларнинг параметрларини тажриба йўли билан аниқлаш

Пассив занжирларни, умуман олганда кўпкутбликлар, хусусий ҳолда эса тўрткутбликлар нуқтаи назаридан таҳлил қилишнинг асосий афзаллиги шуки, бу кўпкутбликлар (тўрткутбликлар)нинг ички тузилишидаги мураккаб занжир ва элементларни алоҳида таҳлил қилиш шарт эмас. Ички занжирларнинг катталиклари ўзгармас ва параметрларининг характерлари чизиқли бўлганда (9.5) тенглама билан аниқланадиган тўрткутбликнинг кириш ва чиқишидаги катталиклар орасидаги боғланиш занжирнинг ҳар қандай иш режимида $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ ва $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ ларнинг миқдорий нисбатларини тавсифловчи қатъий математик қонуниятга айланади, яъни тўрткутбликнинг A, B, C ва D параметрлари занжирнинг ҳар қандай иш режимида, шунингдек, салт ишлашида ва қисқа туташганда ҳам (агар бу режим тўрткутбликнинг ички структурасинининг ўзгаришига сабаб бўлмаса) ўзгаришсиз қолади. Салт ишлаш ва қисқа туташиш тажрибалари асосида A, B, C ва D параметрларни тажриба ўтказиш йўли билан аниқлаш учун ана шу вазиятдан фойдаланамиз.

Салт ишлаш ҳолатида $Z_{\text{юк}} = \infty$ ва $I_{2c} = 0$ бўлса, (9.5) система ўрнига қуйидаги ифодани оламиз:

$$\dot{U}_{1c} = A \dot{U}_{2c};$$

$$\dot{I}_{1c} = C \dot{U}_{2c}.$$

(“с” индекс тегишли кучланиш ва тоқларнинг қаршилиги $Z_{\text{юк}} = \infty$ бўлиб, тўрткутбликнинг салт ишлаш режимида ўлчанганлигини билдиради).

Қисқа туташиш ҳолатида занжирнинг ташқи (чиқиш) қисмларида $Z_{\text{юк}} = 0$ ва $U_{2k} = 0$ бўлса, (9.5) система ўрнига

қуйидагини оламиз:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1F} &= B \dot{I}_{2K} \\ \dot{I}_{1K} &= D \dot{I}_{2K} \end{aligned}$$

(“к” индекс тегишли ток ва кучланишларни тўртқутбликнинг қисқа туташуш режимида ўлчанганлигини билдиради).

Шундай қилиб, тўртқутбликнинг параметрлари қуйидагича аниқланиши мумкин:

$$A = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{U}_{2c}}; B = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}; C = \frac{\dot{I}_{1c}}{\dot{U}_{2c}} \quad \text{ва} \quad D = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}.$$

Бу параметрлар тўртқутбликнинг кириш ва чиқишларида турғунлашган кучланиш ва тоқларга боғлиқ бўлмаганлиги туфайли юқоридаги тажрибаларни кучланиш U_1 ва ток I_1 нинг ўлчашга қулай бўлган ҳар қандай қийматларида бажариш мумкин. Умумий ҳолда A, B, C ва D параметрлар қуйидаги кўринишдаги комплекс сонлардир:

$$\dot{A} = ae^{j\psi_a}, \quad \dot{B} = be^{j\psi_b}, \quad \dot{C} = ce^{j\psi_c} \quad \text{ва} \quad \dot{D} = de^{j\psi_d},$$

юқорида бажарилган ўлчашлар бу микдорларнинг $a; b; c$ ва d модулларини аниқлашга имкон беради. ψ_a, ψ_b, ψ_c ва ψ_d аргументларни аниқлаш учун бу тажрибаларни бошқа частотада бажариб, олинган натижаларни таққослаб, номаълум параметрларни аниқлашнинг тўла комплексига ўтиш мумкин.

Умуман A, B, C ва D параметрларни экспериментал аниқлаш тўртқутбликнинг иккита ихтиёрий ишчи ҳолати учун бажарилган ўлчашларни таққослашга асосланган бўлиши мумкин. Бу ҳолда, (9.5) системага биноан қуйидагига эга бўламиз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{ва} \quad \left. \begin{aligned} \dot{U}_1' &= A\dot{U}_2' + B\dot{I}_2' \\ \dot{I}_1' &= C\dot{U}_2' + D\dot{I}_2' \end{aligned} \right\}$$

Бу тенгламалар системасининг биргаликдаги ечими:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\dot{U}_1\dot{I}_2' - \dot{U}_1'\dot{I}_2}{\dot{U}_2\dot{I}_2' - \dot{U}_2'\dot{I}_2} \quad B = \frac{\dot{U}_1\dot{I}_2' - \dot{U}_2'\dot{U}_1}{\dot{U}_2\dot{I}_2' - \dot{U}_2'\dot{I}_2} \\ C &= \frac{\dot{I}_1\dot{I}_2' - \dot{I}_1'\dot{I}_2}{\dot{U}_2\dot{I}_2' - \dot{U}_2'\dot{I}_2} \quad D = \frac{\dot{U}_2\dot{I}_1' - \dot{U}_2'\dot{I}_1}{\dot{U}_2\dot{I}_2' - \dot{U}_2'\dot{I}_2} \end{aligned}$$

бунда $\dot{U}_1\dot{I}_1$ ва $\dot{U}_2\dot{I}_2$ - тўртқутбликнинг кириш ва чиқишидаги биринчи ихтиёрий ҳолатда ўлчанган кучланиш ва тоқлар; $\dot{U}_1'\dot{I}_1'$ ва $\dot{U}_2'\dot{I}_2'$ - бошқа ихтиёрий режимида U_1 ёки $Z_{\text{юк}}$ нинг ўзгариши туфайли юзага келган катталиклар.

9.4. Тўрткутбликнинг узатувчанлик функцияси хақида тушунча

Тўрткутбликларни дифференциаллаш ва интеграллаш хусусиятлари

Тўрткутбликнинг кириш $\dot{U}_1$ $\dot{I}_1$ ва чиқиш $\dot{U}_2$ $\dot{I}_2$ катталиклари орасидаги боғланишни ифодаловчи асосий тенгламаси бўлган (9.5) тенглама шундай ўзгартирилиши мумкинки, бунда тўрткутбликнинг берилган А, В, С ва D параметрларида истеъмолчининг $Z_{\text{юл}}$ қаршилигида унинг битта кириш ва битта чиқиш катталиклари орасидаги боғланиш бевосита ифода этилган бўлади. $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$ бўлгани туфайли (9.5) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \left(A + B \frac{1}{Z_{\text{юл}}} \right) \dot{U}_2 = f_1(\dot{U}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{U}_2 = F_1(j\omega) \dot{U}_1 \\ \dot{U}_1 &= (AZ_{\text{юл}} + B) \dot{I}_2 = f_2(\dot{I}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{I}_2 = F_2(j\omega) \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 &= \left(C + D \frac{1}{Z_{\text{юл}}} \right) \dot{U}_2 = f_3(\dot{U}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{U}_2 = F_3(j\omega) \dot{I}_1 \\ \dot{I}_1 &= (CZ_{\text{юл}} + D) \dot{I}_2 = f_4(\dot{I}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{I}_2 = F_4(j\omega) \dot{I}_1 \end{aligned} \right\} (*)$$

бунда:

$$F_1(j\omega) = F_1(\omega)e^{j\alpha_1} = \frac{1}{A + B \frac{1}{Z_{\text{юл}}}}, F_2(j\omega) = F_2(\omega)e^{j\alpha_2} = \frac{1}{AZ_{\text{юл}} + B};$$

$$F_3(j\omega) = F_3(\omega)e^{j\alpha_3} = \frac{1}{C + D \frac{1}{Z_{\text{юл}}}}; F_4(j\omega) = F_4(\omega)e^{j\alpha_4} = \frac{1}{CZ_{\text{юл}} + D}$$

-комплекс кўпайтувчилар; уларнинг ёрдамида берилган кириш катталигидан номаълум чиқиш катталигига ўтилади.

Умуман, мураккаб занжирлар таҳлил қилинганда занжирнинг қандайдир тармоғига берилган (маълум) ток $i_1(t)$ ёки кучланиш $U_1(t)$ таъсирида бошқа тармоқларда ҳосил бўлган ток $i_2(t)$ ни ёки кучланиш $U_2(t)$ ни аниқлаш зарурати туғилади. Биринчи тармоқни қандайдир тўрткутбликнинг кириш ва иккинчи тармоқни эса чиқиш қисмлари деб қабул қилиб, берилган ва номаълум катталиклар орасидаги зарур боғланишни олиш учун (*) тенгламалар системасининг биронтасидан фойдаланиш мумкин. Кириш катталиклари $i_1(t)$ ва $u_1(t)$ ларни умумлашган функция $x_2(t)$ орқали, чиқиш катталиклари $i_2(t)$ ва

$u_2(t)$ ни эса $x(t)$ орқали белгилаб, бу ўзгарувчан катталиклар орасидаги боғланишни ифодаловчи ва узатувчанлик функцияси деб аталадиган $F(t)=x_2(pt): x_1(pt)$ ни топамиз. Агар $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ нинг ўрнига уларнинг оператор тасвири олинса, бу боғланиш оператор шаклида қуйидагича ёзилади:

$$F(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)}, \quad (**)$$

бунда $F(p)$ - оператор шаклидаги узатувчанлик функцияси.

(*) ва (**) ифодаларни таққослаб, комплекс кўпайтирувчилар $F_1(j\omega)$, $F_2(j\omega)$ ва ҳоказоларнинг $p=j\omega$ да $F_1(p)$, $F_2(p)$ ва ҳоказо узатувчанлик функциялари маъносига эга бўлишини кўрамиз.

Фурье қаторини бевосита алмаштириш шаклини олиб,

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} \cdot dt$$

уни вақт $t < 0$ да $f(t) = 0$ шартни қаноатлантирувчи вақт функцияси учун Лаплас алмаштириши

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} \cdot dt$$

ни таққослашдан кейин ҳам шундай хулосага келиш мумкин.

(*) ва (**) ифодалардан кўринадики, тўрткутбликнинг кириш қисмларидаги кучланиш $u_1(t)$ дан унинг чиқиш қисмларидаги кучланиш $u_2(t)$ га ёки ток $i_1(t)$ дан ток $i_2(t)$ га ўтишда узатувчанлик функцияси $F(j\omega)=F(p)$ нинг ўлчами нолга тенг. Агар $x_1(t)=i_1(t)$ ва $x_2(t)=u_2(t)$ бўлса, у ҳолда $F(p)$ функция қаршилиқ ўлчамига эга бўлиб, тўрткутбликнинг кириш ва чиқиш кутблари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро қаршилиқни ифодалайди. Агар $x_1(t)=u_1(t)$ ва $x_2(t)=i_2(t)$ бўлса, узатувчанлик ўлчамига эга бўлиб, кўриб чиқиладиган занжирнинг қисмалари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро ўтказувчанликни ифодалайди.

Юқорида киритилган тушунчаларнинг қаршилиги $Z_1=Z_2=j\omega L$ ва ўтказувчанлиги $Y=j\omega C_0$ бўлган Т-шаклли конкрет симметрик тўрткутбликнинг (9.2-расм) мисолида кўрамиз. Бу тўрткутбликнинг параметрлари

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + j\omega L \cdot j\omega C_0 = 1 - \omega^2 L C_0; B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0 = j2\omega L - j\omega^3 L^3 C_0 = j\omega L (2 - \omega^2 L C_0); C = j\omega C_0 \quad D = A = 1 - \omega^2 L C_0$$

бўлади. Тўрткутбликнинг чиқиш кутбларидаги приёмникнинг қаршилигини $Z_{\text{юк}} = \infty$ деб ҳисоблаб (салт ишлаш режими) (9.4) системани келтирилган Z -параметрли тенглама орқали бу ҳол учун мумкин бўлган барча узатувчанлик функциясини ифода-лаймиз. Тўрткутбликнинг (9.4) системаси бўйича ёзилган тенг-ламасининг оператор тасвири қуйидагича бўлади:

$$U_1(p) = Z_{11}(p)I_1(p) + Z_{12}(p)I_2(p).$$

$$U_2(p) = Z_{21}(p)I_1(p) + Z_{22}(p)I_2(p).$$

бунда $Z_{\text{юк}} = \infty$ ва $I_2(p) = 0$ бўлгани туфайли

$$F_1(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{21}(p)}{Z_{11}(p)} = \frac{1}{pC_0 \left(pL + \frac{1}{pC_0} \right)} = \frac{1}{1 + p^2 LC_0}$$

бўлади, аммо (*) га биноан:

$$F_1(j\omega) = \frac{1}{A + B Z_{\text{юк}}} = \frac{1}{A} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_0}$$

$p = j\omega$ бўлганда $F(p)$ билан $F(j\omega)$ бир-бирига муносиб бўлади.

Тўрткутбликнинг кириш ва чиқиш кутблари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро қаршилиги:

$$F_3(p) = \frac{U_2(p)}{I_1(p)} = Z_{21}(p) = \frac{1}{pC_0}.$$

бу эса (*) га биноан:

$$F_3(j\omega) = \frac{1}{C + D Z_{\text{юк}}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

занжирнинг умумлашган (операторли) ўзаро ўтказувчанлиги

$$F_2(p) = \frac{I_2(p)}{U_1(p)} = 0, \quad \text{шунингдек,} \quad F_2(j\omega) = \frac{1}{A \cdot Z_{\text{юк}} + B} = 0 \quad (\text{демак,}$$

занжирнинг умумлашган (операторли) ўзаро қаршилиги ва ўтказувчанлиги бир-бирига қарама-қарши катталиклар эмас).

Узатувчанлик функцияси

$$F_4(p) = \frac{I_2(p)}{I_1(p)} \text{ ЛfЦ} \quad F_4(j\omega) = \frac{1}{CZ_{\text{юк}} + D}$$

ток $I_2(p) = 0$ ёки $Z_{\text{юк}} = \infty$ бўлганидан нолга тенг.

Энди тўрткутбликнинг кириш оператор қаршилиги тўғрисида тушунча киритамиз; шунга кўра,

$$Z_{\text{IгЦр}}(p) = \frac{U_1(p)}{I_1(p)} \text{ бу эса } I_2(p) = \frac{U_2(p)}{Z_{\text{юг}}} \neq 0$$

бўлган умумий ҳолда, (9.8) дан қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$Z_{\text{IгЦр}}(p) = \frac{Z_{11}(p) \cdot Z_{\text{юг}}(p) - Z_{11}(p)Z_{22}(p) + Z_{12}(p) \cdot Z_{21}(p)}{Z_{\text{юг}}(p) - Z_{22}(p)}$$

Юкорида келтирилган мисол учун (салт юриш режимида ишлаётган Т-шаклли симметриқ тўртқутблик) (9.8) га биноан, қуйидагига эгамиз:

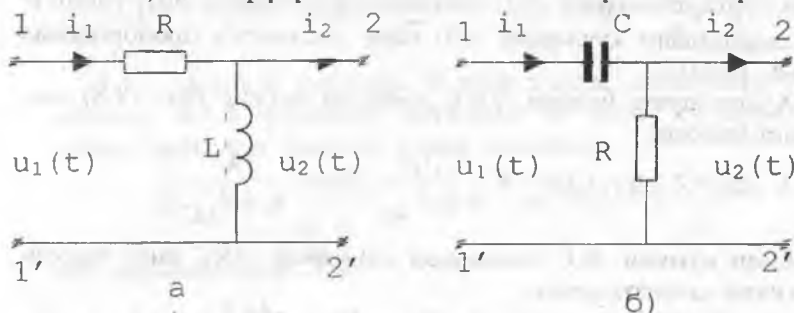
$$Z_{\text{IгЦр}}(p) = \frac{U_1(p)}{I_1(p)} = Z_{11}(p) = pL + \frac{1}{pC_0}$$

ёки комплекс шаклда

$$Z_{\text{кпр}}(p) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} = Z_1 + \frac{1}{Y_0} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C_0} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_0}\right)$$

Шундай тўртқутбликлар қуриш мумкинки, уларнинг чиқиш қисмларидаги кучланишлар вақт жихатидан кириш қисмларидаги кучланишларнинг ҳосиласини ёки интегралини беради.

Бу тўртқутбликлар алоҳида тоифани ташкил этади. Улар дифференциалловчи ва интегралловчи занжирлар деб аталади ва ўлчаш ҳамда ҳисоблаш техникасида, автоматика ва электроникада кенг қўлланилади. 9.4-а,б расмда R, L ва R, C параметрлардан тузилган оддий (икки элементли) дифференциалловчи занжир тасвирланган.



9.4-расм

Тўртқутбликнинг чиқиш қисмларидаги қаршилик $Z_{\text{юк}} = \infty$ ва ток $i_2 \equiv 0$ деб олинганда (реал занжирларда $i_2 \neq 0$ бўлади,

аммо $i_2 < i_1$). 9.4-а расмдаги занжирда бу нолли бошлангич шартларига биноан ва (9.8) ифодани ҳисобга олганда қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = pL I_1(p) = \frac{pL}{R + pL} U_1(p)$$

Бу боғланиш эса ўтиш функцияси орқали амалга оширилиши мумкин:

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{pL}{R + pL}.$$

Агар R, L звенонинг вақт доимийси $\tau = L/R$ унчалик катта бўлмаса, яъни кучланиш $u_1(t)$ нинг сезиларли ўзгариши учун кетган вақт интегралидан бирмунча кам деб олинса, у ҳолда тахминан $I(p) \cong \frac{U_1(p)}{R}$ деб қабул қилиш мумкин. Де-

мак, $U_2(p) = \frac{L}{R} p U_1(p)$ ва $F(p) = \frac{L}{R} p$ бўлади. Нолли бошлангич шартларда $p U_1(p) = \frac{d}{dt} u_1(t)$ эканлигини ҳисобга олган ҳолда, қуйидагини ёзамиз:

$$u_2(t) \cong \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt} u_1(t),$$

яъни тўрткутбикнинг 2-2' чиқишидаги кучланиш $u_2(t)$ унинг 1-1' киришидаги кучланиш $u_1(t)$ нинг ҳосиласига пропорционал (9.4-а расм).

Худди шунга ўхшаш, 9.4-б расмдаги занжир учун (9.8) системага биноан

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = R \frac{U_1(p)}{R + \frac{1}{pC}}, F(p) = \frac{R}{R + \frac{1}{pC}}$$

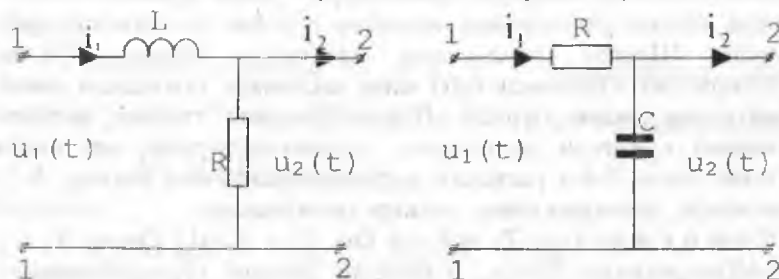
ни ёзиш мумкин. R, C звено вақт доимийси $\tau = RC$ нинг етарлича кичик қийматларида

$I_1(p) \cong pC U_1(p), U_2(p) \cong RC p U_1(p)$ ва $F(p) \cong RC p$ деб қабул

қилиш мумкин; демак $u_2(t) \cong RC \frac{d}{dt} u_1(t)$ бўлади, яъни занжир-

нинг чиқиш қисмларидаги кучланиш $u_2(t)$ 9.4-б расмда ҳам унинг кириш қисмларидаги кучланиш $u_1(t)$ нинг ҳосиласига пропорционал.

9.5-а,б расмда R , L ва C параметрлардан тузилган оддий (икки элементли) интегралловчи занжир тасвирланган. Диффе-



9.5-расм

ренциални татбиқ этиб, занжирнинг кириш ва чиқиш қисмлари орасидаги катталикларнинг боғланишини ифодаловчи тенглама тузамиз.

9.5-а расмдаги занжир учун (9.8) га биноан,

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = R \frac{U_1(p)}{R + pL}, F(p) = \frac{R}{R + pL}$$

9.5-а,б расмдаги занжир учун ҳам

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = \frac{1}{pC} \cdot \frac{U_1(p)}{R + 1/pC}, F(p) = \frac{1/pC}{R + 1/pC}$$

9.5-а-расмдаги занжирда R нинг кичик қийматлари учун ва аксинча 9.5-б расмдаги занжирда R нинг етарлича катта қийматлари учун биринчи ҳолда тахминан

$$U_2(p) \cong \frac{R}{L} \frac{1}{p} U_1(p) \quad \text{ва} \quad F(p) \cong \frac{R}{pL}$$

деб, иккинчи ҳолда эса

$$U_2(p) \cong \frac{1}{RC} \frac{1}{p} U_1(p) \quad \text{ва} \quad F(p) \cong \frac{1}{pRC}$$

деб қабул қилиш мумкин. Аммо $\frac{1}{p} U_1(p) = \int_0^t u_1(t) dt$

бўлгани учун 9.5-а,б расмдаги занжирда кириш кучланиши $u_1(t)$ ни интеграллаш жараёни содир бўлади.

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, кириш кучланиши $u_1(t)$ ни дифференциаллаш ва интеграллашнинг эффектига R , L ва C параметрларнинг микдорий нисбатлари бўйича қўйилган шартга кўра кириш сигналнинг анчагина сўниши натижасида эришилади. Шунинг учун аниқ шароитда фазаси бўйича ўзгартирилган кучланиш $u_2(t)$ нинг юкламага узатишдан аввал кучайтириш лозим бўлади. Параметрларини танлаш нуктаи-назаридан қўйилган шартларни қаноатлантирувчи энг яхши оптимал схема 9.4-а расмдаги дифференциалловчи занжир, 9.5-б расмдаги интегралловчи занжир ҳисобланади.

9.1-мисол. Агар $Z_1 = 3 + j4$ Ом, $Z_2 = 5 + j12$ Ом ва $Y_0 = j0,1$ 1/Ом маълум бўлса, Т-шаклли пассив тўрткүтбикнинг (9.2-расм) параметрлари аниқлансин.

Е ч и ш.

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + (3 + j4)j0,1 = 0,6 + j0,3 = 0,671 \cdot e^{j26^{\circ}30'}$$

$$B = Z_1 + Z_2 + Z_1 \cdot Z_2 Y_0 = 8 + j16 + 6,5e^{j210^{\circ}40'} = 2,4 + j12,7 = 12,9e^{j79^{\circ}20'}$$

$$C = Y_0 = j0,1 = 0,1e$$

$$D = 1 + Z_2 Y_0 = -0,2 + j0,5 = 0,54e^{j111^{\circ}48'}$$

ни текшириш: $AD - BC = (0,6 + j0,3) \cdot (-0,2 + j0,5) - (2,4 + j12,7) \cdot j0,1 = -0,12 - j0,06 + j0,3 - 0,15 - j0,24 + 1,27 = 1$

9.2-мисол. Кучланиши $\dot{U}_1 = 220$ вольтли мўътадил манбага пассив симметрик тўрткүтбик (9.1-расм) уланган, унинг 2-2' чиқиш кутбига қаршилиги $Z_{\text{юк}} = 30e^{j60^{\circ}}$ Ом бўлган юкламага уланган. Номинал режимда у орқали $\dot{I}_2 = -j4$ А ток оқиб ўтади. Юклама ажратилганда (салт ишлашда) занжирнинг чиқиш қисмларидаги кучланиш $\dot{U}_{2c} = 180e^{-j60^{\circ}}$. Қуйидагилар аниқлансин: 1) тўрткүтбикнинг A, B, C ва D параметрлари;

2) тўрткүтбикнинг салт ишлаш, қисқа тугашиш ва номинал режимларда унинг кириш қаршилиги;

3) тўрткүтбикнинг номинал режимда унинг узатувчанлик функцияси;

Е ч и ш : 1. А параметрини куйидаги шартдан топамиз

$$\dot{U}_{1c} = A \cdot \dot{U}_{2c} (\dot{I}_2 = 0)$$

Шунинг учун

$$A = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{U}_{2c}} = -\frac{220}{180e^{-j60^\circ}} = 1,22e^{j60^\circ} = 0,61 + j1,05$$

бўлади.

2. Номинал режимда $\dot{U}_2 = Z_{\text{юк}} \dot{I}_2$ эканлигини билган ҳолда $\dot{U}_2 = 30e^{j60^\circ} \cdot 4 \cdot e^{-j90^\circ} = 120e^{-j30^\circ}$ га эга бўламиз; демак,

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2.$$

Бу срдан

$$B = \frac{\dot{U}_1 - A\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{220 - 1,22e^{j60^\circ} \cdot 120e^{-j30^\circ}}{4e^{-j90^\circ}} = 29,6e^{j51^\circ 48'}$$

3. Тўрткутбликнинг симметриклиги ($A=D$) ҳисобга олинган ҳолда боғланиш тенгламаси $AD-BC=1$ дан куйидагига эга бўламиз:

$$C = \frac{A^2 - 1}{B} = \frac{1,22^2 e^{j120^\circ} - 1}{29,6e^{j51^\circ 48'}} = \frac{-1,75 + j1,3}{29,6e^{j51^\circ 48'}} = 0,074e^{j137^\circ 8'} \approx j0,074.$$

Тўрткутбликнинг кириш қаршилиги:

а) салт ишлаш режимда:

$$Z_{\text{IffUp}} = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{I}_{1c}} = \frac{A}{C} = \frac{1,22e^{j60^\circ}}{0,074e^{j60^\circ}} = 16,6e^{-j30^\circ} \text{ М}^{\text{“}}$$

б) қисқа туташиш режимда:

$$Z_{\text{IffUp}} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{B}{D} = \frac{29,62e^{j51^\circ 48'}}{1,22e^{j60^\circ}} = 24,1e^{-j8^\circ 12'} \text{ М}^{\text{“}}$$

в) номинал режимда:

$$\begin{aligned} Z_{\text{IпЦ}} &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_1}{(CZ_{\text{юк}} + D)\dot{I}_2} = \frac{220e^{j90^\circ}}{(0,074e^{j137^\circ 8'} \cdot 30e^{j60^\circ} + 1,22e^{j60^\circ}) \cdot 4} = \\ &= \frac{220}{10,1e^{j31^\circ}} = 21,8e^{-j31^\circ} \text{ М}^{\text{“}} \end{aligned}$$

4. Тўрткутбликнинг номинал режимдаги узатувчанлик коэффиценти:

а) кучланиш бўйича:

$$F_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{120e^{-j30^\circ}}{220} = 0,54e^{-j30^\circ}$$

ёки оператор шаклида: $F_u(p) = 0,545 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{p}{2\omega} \right);$

б) ток бўйича: $F_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{4e^{-j90^\circ}}{10,1e^{j31^\circ}} = 0,4e^{-j121^\circ}$

ёки оператор шаклида: $F_i(p) \equiv 0,4 \left(-0,5 - \frac{\sqrt{3}p}{2\omega} \right);$

в) умумлашган ўзаро қаршилиги:

$$F_z(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_L} = \frac{120e^{-j30^\circ}}{10,1e^{j31^\circ}} = 11,9e^{-j61^\circ} \approx 11,9 \left(0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

ёки $F_z(p) = 11,9 \left(0,5 - \frac{\sqrt{3}p}{2\omega} \right);$

г) умумлашган ўзаро ўтказувчанлиги:

$$F_y(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{4e^{-j90^\circ}}{220} = -j0,01818$$

ёки $F_y(p) = -0,01818 \frac{p}{\omega}.$

Х Б О Б

ЗАНЖИРСИМОН (КАСКАДЛИ) СХЕМЛАР ВА ЧАСТОТААЖРАТГИЧ ЭЛЕКТР ФИЛЬТРАРИ

10.1. Занжирсимон схемалар ва уларнинг асосий тенгламалари ҳамда тавсифлари

Бир қанча муҳандислик масалаларида (алоқа канали бўйлаб ахборот узатиш, электр узатиш линиялари ва ҳ.к.) мураккаб занжирларни таҳлил қилишда уларнинг айрим звеноларини (занжирсимон) улаш зарурати туғилади. Кўпинча бундай тўрткутбликлар пассив бўлиб, ҳар бир каскаднинг чиқиш қисми кейинги каскаднинг кириш қисми ҳисобланади (10.1-расм). Бундай занжирлар “занжирсимон схемалар” деб аталади. Ҳар қанча звеноли барча занжирсимон схемалар кириш қисмларига $\dot{U}_1$ кучланиш ва $\dot{I}_1$ ток, чиқиш қисмларига эса $\dot{U}_{n+1}$ кучланиш ва $\dot{I}_{n+1}$ ток таъсир этаётган ягона тўрткутблик деб қаралиши мумкин.

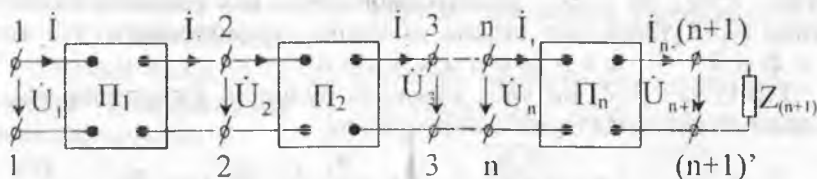
Бундай тўрткутбликнинг параметрларини 9.3 да кўрсатилганидек, назарий ҳисоблаш йўли билан, шунингдек, тажриба йўли билан аниқлаш мумкин. Тўрткутбликнинг звеноси алоҳида кўриб чиқилганда шу звенонинг ички структурасига боғлиқ бўлган A, B, C ва D параметрларга эга. Шундай қилиб, k -нчи пассив тўрткутблик Π_k қуйидаги боғланиш тенгламаси билан ифодаланади:

$$\dot{U}_k = A_k \cdot \dot{U}_{k+1} + B_k \dot{I}_{k+1}$$

$$\dot{I}_k = C_k \cdot \dot{U}_{k+1} + D \dot{I}_{k+1}$$

Бу звенонинг кириш томонидаги тўла қаршилиги:

$$Z_{\text{к.кир}} = \frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} = \frac{A_k \cdot Z_{k+1} + B_k}{C_k Z_{k+1} + D_k}$$



10.1-расм

бунда: $Z_{k+1} = \frac{U_{k+1}}{I_{k+1}}$ - тўрткүтблик P_k нинг чиқиш томонидаги қаршилиги; A_k , B_k , C_k ва D_k - шу тўрткүтбликнинг доимий параметрлари.

Шундай қилиб, доимо ҳар бир кейинги звенодан олдингисига ўтиш йўли билан барча занжирли схеманинг 1-1' қисмларига нисбатан кириш қаршилигини аниқлаш мумкин:

$$Z_{\text{кпр.1}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \cdot Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1}.$$

Бунда A_1 , B_1 , C_1 ва D_1 - тўрткүтблик P_1 нинг биринчи звеноси параметрлари; $Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$ - занжирсимон схеманинг 2-2' қисмларига нисбатан кириш қаршилиги ёки биринчи тўрткүтбликнинг чиқишидаги қаршилиги.

Занжирсимон схемаларнинг звеноларини мослаштириш амалда кенг тарқалган, яъни алоҳида олинган тўрткүтбликларнинг параметрларини бундай танлаш (10.1-расм), занжирсимон схеманинг чиқиш томонидаги қаршилиқ Z_{n+1} ни кучланиш манбаи $\dot{U}_{n+1}$ билан, кучланиш манбаи $\dot{U}_n$ ни эса қаршилиқ $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$ билан алмаштирсак, кучланиш комплексларининг ток комплексларига нисбатлари барча қисмларда, бу мураккаб занжир манбага тўғри уланганидек ўзгаришсиз қолади. Биринчи тўрткүтблик учун бу қуйидагини билдиради:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \dot{U}_2 + B_1 \dot{I}_2}{C_1 \dot{U}_2 + D_1 \dot{I}_2} = \frac{A_1 Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1} = Z_1 \text{ (тўғри улаш),} \quad (10.1)$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{D_1 \dot{U}_1 + B_1 \dot{I}_1}{C_1 \dot{U}_1 + A_1 \dot{I}_1} = \frac{D_1 Z_1 + B_1}{C_1 Z_1 + A_1} = Z_2 \text{ (тесқари улаш),} \quad (10.2)$$

бунда: $Z_1 = Z_{1c}$ ва $Z_2 = Z_{2c}$ занжирсимон схема мос равишда ишлаганда тўрткүтбликнинг кириш ва чиқиш томонларидаги таъсир қаршилиқлари.

(10.1) ва (10.2) ни унча мураккаб бўлмаган ўзгартириш натижасида қуйидагиларни олиш мумкин:

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{A_1 B_1}{C_1 D_1}}; Z_{2c} = \sqrt{\frac{B_1 D_1}{A_1 C_1}}; Z_{1c} \cdot Z_{2c} = \frac{B_1}{C_1} \cdot Z_{1c}; Z_{2c} = A_1 \cdot D_1; \quad (*)$$

Тўрткутбликнинг параметрлари орасидаги $A_1 D_1 - B_1 C_1 = 1$ боғланиш тенгламасига мос бўлган $Ch^2 \gamma = A_1 D_1$ ва $Sh^2 \gamma = B_1 C_1$ белгилашларни киритиб ва характеристик қаршиликлар орқали кўриб чиқиладиган қайтувчан тўрткутбликнинг параметрларини аниқлашга имкон берувчи қуйидаги муносабатларни ёза оламиз:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \sqrt{Z_{1c}/Z_{2c}} \cdot ch \gamma, & B_1 &= \sqrt{Z_{1c} \cdot Z_{2c}} \cdot sh \gamma, \\ C_1 &= \frac{1}{\sqrt{Z_{1c} \cdot Z_{2c}}} \cdot sh \gamma & \text{ва} & D_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \cdot ch \gamma \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

“Тўрткутбликнинг узатиш ўлчови” деб аталувчи параметр умумий ҳолда комплекс микдор бўлиб, қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad (10.3)$$

бунда: α - тўрткутбликнинг сўниш коэффициенти; β - фазавий коэффициенти.

Тўрткутблик симметрик ($A_1 = D_1$) бўлган ҳолда, (**) га биноан, занжирнинг умумий тавсифий қаршилиги

$$Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{\frac{B_1}{C_1}}$$

бўлади.

Бу қаршилик, бошқача айтганда “*тўрткутбликнинг такрорий қаршилиги*” деб аталади, чунки у тўрткутбликнинг юкламаси сифатида уланганда кейинги тўрткутбликнинг кириш томонида худди шу Z_c қаршиликка эга бўлади. Агар занжирсимон схеманинг звенолари (10-1-расм) фақат мосланган бўлмай, симметрик ҳам бўлганда юкламанинг қаршилиги $Z_{\text{юк}} = Z_c$ бўлса, занжирли схеманинг кириш томонидаги қаршилиги Z_1 ҳам Z_c га тенг бўлади.

Умумий ҳолда $Z_{1c} \neq Z_{2c}$ бўлганда, биринчи тўрткутбликнинг узатиш коэффициенти γ ни қуйидаги нисбатлардан ҳам аниқлаш мумкин:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_1 + \frac{B_1}{Z_{2c}} \quad \text{ва} \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = C_1 Z_{2c} + D_1$$

Буларни бирлаштириб, тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = A_1 C_1 Z_{2c} + A_1 D_1 + B_1 C_1 + B_1 D_1 \frac{1}{Z_{2c}} =$$

$$= \left(\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1} \right)^2 = (\operatorname{ch} \gamma + \operatorname{sh} \gamma)^2 = e^{2\gamma}$$

чунки $\operatorname{ch} \gamma = \frac{1}{2}(e^{\gamma} + e^{-\gamma})$ ва $\operatorname{sh} \gamma = \frac{1}{2}(e^{\gamma} - e^{-\gamma})$

Шундай қилиб номаълум параметрлар

$$\gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} = \ln \left[\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1} \right]$$

бўлади. Тўртқутблик симметрик бўлганда, яъни $A_1 = D_1$ ва $\frac{C_1}{I_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z$, да $\gamma = \ln(A_1 + \sqrt{B_1 C_1})$ бўлади. Аммо

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_1 + \frac{B_1}{Z_1} = A_1 + \sqrt{B_1 C_1} \quad \text{ва} \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = A_1 + \sqrt{B_1 C_1}$$

бўлгани туфайли

$$\gamma = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}, \quad \text{ёки} \quad \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^{\gamma}$$

ни ҳосил қиламиз. Амплитудавий ва фазавий нисбатларни ҳисобга олганда

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{u1} - \psi_{u2})}$$

ва энди (10.3) ифода ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \ln \left[\frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{u1} - \psi_{u2})} \right] = \ln \frac{U_1}{U_2} + j(\psi_{u1} - \psi_{u2}) \quad (10.4)$$

Коэффициент γ нинг ҳақиқий қисми $\alpha = \ln(U_1/U_2)$ кириш кучланиши U_1 (ёки токи I_1) кўриб чиқиладиган занжирсимон схемадаги (10.1-расм) Π_1 тўртқутбликдан ўтганда унинг модули қанча ўзгаришини кўрсатади. Тўртқутбликнинг кириш ва чиқиш қисмларидаги оний кучланишлар $u_1(t)$ ва $u_2(t)$ нинг бошланғич фазалари айирмасига тенг бўлган мавҳум қисми $\beta = \psi_{u1} - \psi_{u2}$ тўртқутбликка берилган кучланиш фазаларининг ўзгариш даражасини белгилайди.

Сўниш коэффициенти α непер (неп) ёки децибелл (дБ) ҳисобида, фазалар коэффициенти β эса радиан (рад) ҳисобида ўлчанади. Сигналнинг 1 неп сўниши чиқиш кучланиш модули U_2 нинг (ёки ток I_2 нинг) кириш кучланиши U_1 (ёки ток I_1)

модулидан $c=2,718$ марта кичиклигини билдиради, яъни $U_1/U_2 = I_1/I_2 = c$. Сўниш бирликлари 1 нег билан 1 дБ орасидаги боғланиш қуйидагича аниқланади:

$$1 \text{ нег} = 8,086 \text{ дБ}, \quad \text{ёки} \quad 1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ нег}.$$

10.2. Частота ажратувчи электр филтрлар

9.4 да кўрсатиб ўтилганидек, тўртқутбликнинг кириш томонидаги $x_1(t)$ сигнал билан унинг чиқиш томонидаги реакцияси $x_2(t)$ орасидаги микдор ва сифат нисбатлар узатувчанлик функцияси $F(j\omega)$ билан аниқланади. Узатувчанлик функцияси $F(j\omega)$ нинг частотаси ўз навбатида тўртқутбликнинг ички параметрлари R , L ва C га боғлиқ бўлади. Параметрларнинг шундай нисбатини танлаш мумкинки, бунда узатувчанлик функцияси $F(j\omega)$ сигнал $x_1(t)$ билан кираётган айрим частоталар ва частоталар ҳудуди учун танлаш хусусиятига эга. Частота танлаш хусусиятига эга бўлиб, айрим тўртқутбликлар ёки занжирли схемалар тарзида тузилган қурилмалар частота ажратувчи электр филтрлар деб аталади. Баъзи частоталар ўз диапазони билан аниқланиб, ўтказиш чегаралари (ёқитириклик зонаси) деб аталадиган ҳудудда электр филтр сигнал $x_1(t)$ нинг бошланғич амплитудасини деярли камайтирмай (бунда сўниш коэффициент $\alpha \rightarrow 0$ бўлади) ўтказиши мумкин. Ақсинча, тутиб қолиш ҳудудида (яъни, ўтказиш чегараларидан ташқарида) сигналнинг сўниши максимал бўлиб, филтрнинг чиқиш томонида сигнал $x_2(t)$ нинг амплитудаси сигнал $x_1(t)$ нинг амплитудасига нисбатан ҳисобга олмаслик даражасида кичик бўлади. Электр филтрлар алоқа техникасида, радиотехникада, автоматика ва телемеханика қурилмаларида ва бошқаларда кенг қўламда ишлатилади. Масалан, ўта сезгир частота филтри бир жуфт сим орқали бир неча ўнчага телефон сигналларини узатишга, яъни кўп каналли алоқани амалга оширишга имкон беради. Филтрларнинг танланган сиқик чегаралари частоталарига таъсири шаҳар радио тармоқлари орқали уч каналли радио узатишга ҳам асос қилиб олинган.

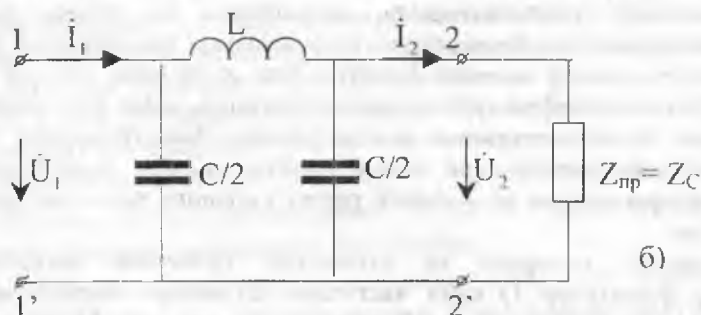
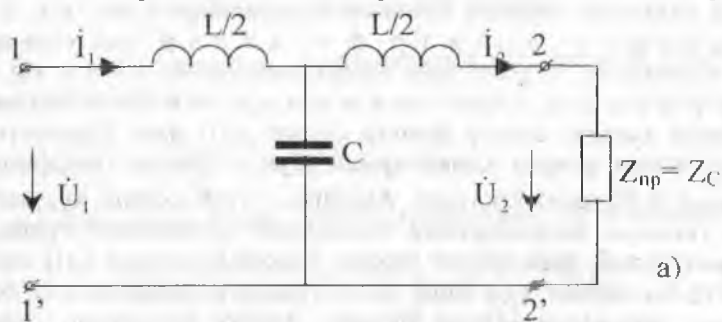
Ўзининг вазифаси ва схеманинг тузилиши жиҳатидан электр филтрлар 1) қуйи частотали; 2) юқори частотали; 3) ҳудудли (частоталараро) ва 4) тўсувчи филтрларга бўлинади.

Частота ажратувчи фильтрларнинг ишлаш принципи индуктивлик ва сизимлар қаршиликларининг (ёки ўтказувчанликларнинг) сигнал частотаси ω қийматига боғлиқ ҳолда ўзгаришига асосланган. Частота ажратувчи фильтрларнинг реактив элементи L ва C лардан тузилганлигининг яна бир сабаби шуки, уларда актив энергия исрофи минимал бўлади.

10.3. Қуйи частота фильтрлари

Нолдан ω_0 гача бўлган частоталардаги сигналларнинг эркин (бемалол) ўтишини таъминлаб, частотаси бир мунча юқори бўлган сигналларнинг ўтишига тўсқинлик қилувчи фильтрлар қуйи частота филтърлари деб аталади.

Қўйилган шартларни юқори частотали тоқларнинг максимал сўнишини таъминловчи кетма-кет индуктив ва параллел сизим элементларидан тузилган тўрткутблик филтърлари қаноатлантиради. 10.2-а ва б расмда тегишлича идеал реактив



10.2-расм

элемент L ва C дан тузилган “Т” ва “П” - шаклли қўйи частота филтрлари кўрсатилган. Бу тўртқутбликларнинг филтрлаш хусусиятини аниқлаш учун уларнинг сўниш ва фазалар коэффициентини, шунингдек, тавсифий қаршиликларини филтрларнинг кириш томонидаги сигналнинг частоталарига боғлиқлигини текшираемиз. Тавсифий қаршилиқ $Z_{\text{вх}}=Z_c$ га юкланган симметрик ва мосланган Т-шаклли тўртқутблик (10.2-а расм) учун (***) формула 10.1 га биноан,

$$A = \text{ch}\gamma = \text{ch}(\alpha + j\beta) = \text{ch}\alpha \cdot \cos\beta + j\text{sh}\alpha \cdot \sin\beta \quad (10.5)$$

бўлади; бунда A - тўртқутблик доимийси.

9.2 да баён қилинганига биноан 10.2-а расмдаги Т-шаклли тўртқутблик учун

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + j\omega_0 L/2 \cdot j\omega C = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2}$$

га эга бўламиз. Демак, (10.5) тенгламанинг мавҳум қисми нолга тенг, шунинг учун:

$$A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \text{ch}\alpha \cdot \cos\beta \quad (10.5, a)$$

Тиниқлик (эркин ўтказиш) зонасида филтрнинг сўниш коэффициенти $\alpha = 0$, демак, $\text{Ch}\alpha = 1$ (10.5,а) нинг ўрнига

$A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \cos\beta$ ни ёзиш мумкин; A -катталиқ -1 дан $+1$ гача ($\beta=0 \div \pi$) ўзгара олади.

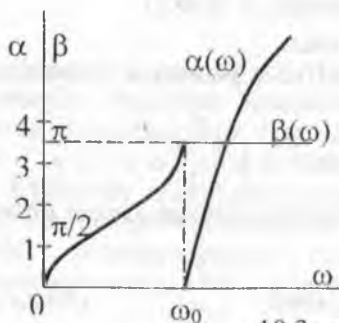
Энди $-1 \leq 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \leq 1$ нисбатга асосланиб, текширилаётган филтрнинг қандай частоталар диапазонида ишлаётганини аниқлаш қийин эмас.

Филтр $\omega=0$ дан то $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ гача диапазондаги частоталарни сўндирмай ($\alpha=0$) ўтказилади. Бунда фаза коэффициенти $\omega=0$ $\beta=0$ ва $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ бўлганда $\beta=\pi$, тавсифий қаршилиги $\omega=0$ бўлганда $Z_{\text{вх}} = \sqrt{L/C}$ ва $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ бўлганда $Z_{\text{вх}} = 0$ бўлади, чунки

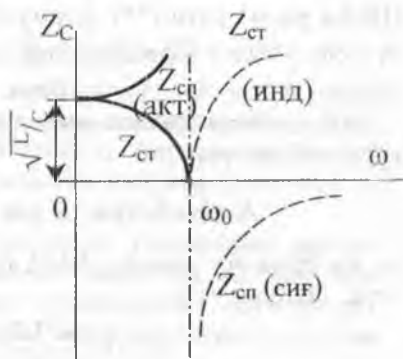
$$Z_{\text{вх}} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{1}{Y_0} (Z_1 + Z_2 + Y_0 \cdot Z_1 Z_2)} = \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}$$

(бунда, $Z_1 = Z_2 = j\omega L/2$, $Y_0 = j\omega C$, формуладаги индекс Т-фильтрнинг схемаси Т-шаклли эканлигини билдиради).

Сўлиш коэффициентлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ нинг филтрнинг кириш томонидаги сигналнинг частотасига боғлиқлигини ифодаловчи эгри чизиклар 10.3-расмда, боғланиш $Z_{ст}(\omega)$ нинг эгри чизиғи эса 10.4-расмда кўрсатилган.



10.3- расм



10.4-расм

Т-шаклли филтрнинг (10.2-б расм) тавсифлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ ҳам худди 10.3-расмда кўрсатилганидек бўлади; чунки

улар $A = 1 + Z_0 Y_2 = 1 + j\omega L \cdot j \frac{\omega C}{2} = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \cos \beta$ га асос-

ланган. Бунда $Y_2 = j\omega C/2$ параллел уланган снгимли тармоқларнинг ўтказувчанлиги; $Z_0 = j\omega L$ кетма-кет уланган индуктив элементнинг қаршилиги.

Шундай қилиб, 10.2-а ва б расмдаги филтрларнинг схемалари ўзаро эквивалент бўлиб, фақат бир-биридан 10.4-расмдагига боғланиш $Z_c(\omega)$ билан фарк қилади; чунки:

$$Z_{сп} = \sqrt{B/C} = \sqrt{Z_0} : \sqrt{Y_1 + Y_2 + Y_1 \cdot Y_2 \cdot Z_c} = \frac{1}{\sqrt{C/L - (\omega C/2)^2}}$$

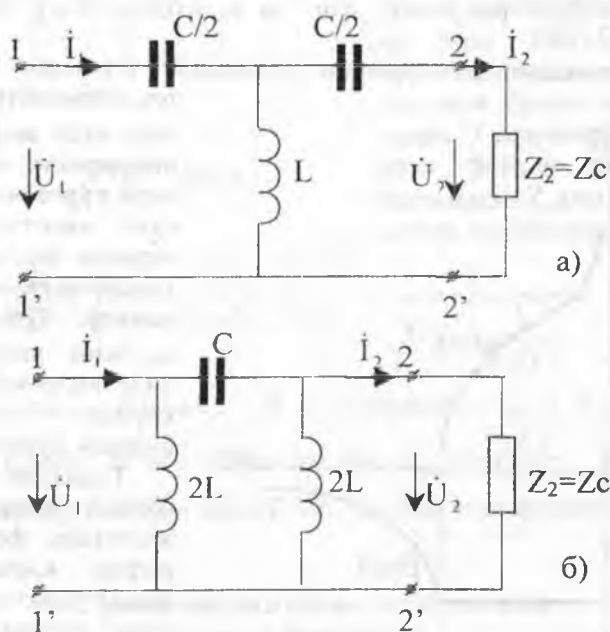
Кўриниб турибдики, $\omega = 0$ бўлганда П-шаклли тўрткутбикнинг тавсифий қаршилиги $Z_{сп} = \sqrt{L/C}$ бўлади, аммо $\omega = \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ бўлганда тегишлича $Z_{сп} = \infty$ га эга бўламиз.

10.4. Юкори частота филтрлари

Тиниклик зонаси $\omega=\omega_0$ дан то $\omega=\infty$ гача бўлган частоталар диапазонида ётган филтрлар юкори частота филтрлари деб аталади. Ушбу частоталар диапазонидаги сўниш коэффициенти α нолга тенг бўлганидан бу хил филтрларга асос қилиб олинган тўрткутбликларнинг доимийси

$$A = ch\gamma = ch(j\beta) = \cos\beta \quad (*)$$

бўлиб, частоталарга боғлиқ ҳолда -1 дан $+1$ гача ўзгаради. Энди 10-5, а ва б-расмда тасвирланган Т ва П шаклли схема-



10.5-рasm

лар учун $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ ва $Z_c(\omega)$ боғланишларни текшираимиз. Занжирларнинг структураларидан кўриниб турибдики, кетма-кет уланган сиғимли элементлар қуйи частотали тоқларнинг амплитудаларини имкони борича камайтириб, параллел уланган индуктивликлар эса ўша тоқларнинг манба занжири билан туташувининг қисқа йўлини ҳосил қилади.

9.2 да баён қилинганига биноан, Т-шаклли тўрт-қутбликнинг (10.5-а расм) параметри А қуйидагидек аниқланади

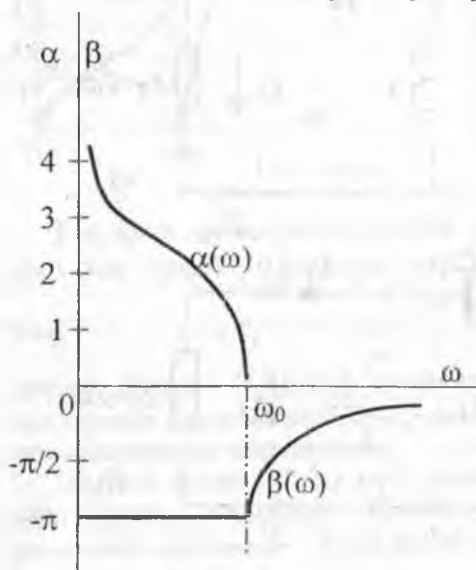
$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + \frac{1}{j2\omega C} \cdot \frac{1}{j\omega L} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} (**)$$

Аммо фаза коэффициенти $\beta(*)$ бўйича, 0 дан π гача ўзгарганлиги туфайли $-1 \leq 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} \leq 1$

бўлади. Демак фильтр

$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad (\cos \beta = -1) \quad \text{дан} \quad \omega = \infty \quad (\cos \beta = 1) \quad \text{гача бўлган}$$

диапазондаги частоталарни сўндирмай ўтказади. 10.6-расмда



10.6-расм

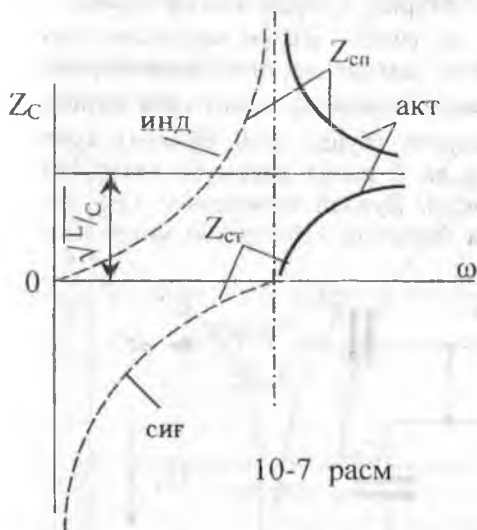
тек-ширилаётган занжир учун $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ боғланишларнинг эгри чизиклари кўрсатилган; ун-дан қуйи частотали сигналларнинг энг кўп сўниши тавсифларининг бошланишида бўлиб, частота ω_0 нинг яқинида уларнинг юкла-ма занжирига кириши сезиларли бўлиши кўринади.

Т-шаклли схема бўйича йиғилган юқори частотали филтри тавсифий қаршилиги Z_{cr} нинг частотага боғлиқлиги қуйидагича аниқланади:

$$Z_{cr} = \sqrt{B/C} = \sqrt{\frac{Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}}$$

Бу формулага биноан $\omega = 0$ бўлганда $Z = -\infty$, $\omega = \omega_0$ бўлганда $Z_{cr} = 0$,

$\omega \rightarrow \infty$ бўлганда эса $Z_{\text{сн}} = \sqrt{L/C}$ бўлади. Буларга оид



10-7 расм

$Z_{\text{сн}}(\omega)$ эгри чизиғи 10.7-расмда тасвирланган. П-шаклли схема бўйича йиғилган (10.5-6 расм) юкори частота фильтри ўтказиш қо-билияти жиҳатидан бундан олдин баён қи-линган фильтр-га экви-валент бўлиб унинг тавсифлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ 10.6 расмда кўр-сатилган эгри чи-зиқ-лари билан мос ту-шади. Т-шаклли фильт-рдан фарқли равишда боғланиш $Z_{\text{сн}}(\omega)$ қуйи-дагича ҳисобланади:

$$Z_{\text{сн}} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_1 + Y_2 + Y_1 \cdot Y_2 Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{C/L - \frac{1}{4\omega^2 L^2}}};$$

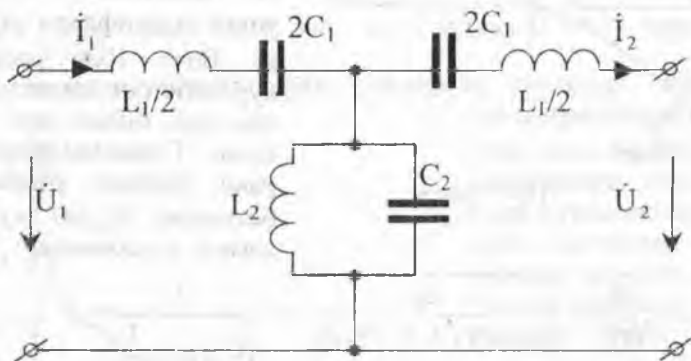
Бу формулага биноан $\omega = 0$ бўлганда $Z_{\text{сн}} = 0$, $\omega = \omega_0$ бўлганда $Z_{\text{сн}} = \infty$, $\omega \rightarrow \infty$ бўлганда эса $Z_{\text{сн}} \rightarrow \sqrt{L/C}$ бўлади. Буларга оид $Z_{\text{сн}}(\omega)$ эгри чизиғи 10.7-расмда тасвирланган.

10.5. Икки частота билан чегараланган (худудли) фильтрлар

ω_1 дан ω_2 гача бўлган диапазондаги частотали сигналларни сўндирмай (бунда $\alpha = 0$ бўлади), ўтказувчи фильтрлар ҳудудли, ёки частотавий чекланган фильтрлар деб аталади. Бундай фильтрлар алоқа техникасида ва объектларни бошқариш системаларида кенг кўламда ишлатилади. Бу хил юкори частота фильтрлари частоталарнинг умумий спектридан фойдали сигнални элтувчи жуда сиқик частоталар

полосасини (чегараларини) ажратишга ҳамда Одан ω_1 гача ва ω_2 дан ∞ гача бўлган барча частоталарни тўсишга имкон беради.

Оддий ҳудудли филтър ω_1 ва унинг юқори частотали сигналларни сўндирмай ўтказувчи юқори частота филтърларини (10.5-а расм) ва $\omega=0$ дан $\omega=\omega_2$, (бунда $\omega_2 > \omega_1$) гача бўлган сигналларни сўндирмай ўтказувчи (бунда $\alpha=0$ бўлади) куйи частота филтърларини (10.2-а ва б расм) каскадли кетма-кет улаш йўли билан тузиш мумкин. Бундай каскаднинг хусусиятини Т-шаклли схема бўйича йиғилган (10.8-расм) ягона схе-



10.8-расм

мада мужассамлаштириш мумкин. Бу тўрткутбикнинг доимий-си A бир томоннинг бўйлама қаршилиги $Z_1=Z_2= j (\omega L_1/2 - 1/2\omega C_1)$ ва кўндаланг ўтказувчанлиги $Y_0 = -j (1/\omega L_2 - \omega C_2)$ дан куйидагича аниқланади:

$$A = 1 + ZY = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{L_1}{L_2} - \omega^2 L_1 C_2 - \frac{1}{\omega L C} + \frac{C_1}{C} \right), \quad (*)$$

фазавий коэффициент β нинг ўзгариш частоталари бўйича:

$$-1 \leq \cos \beta \leq 1$$

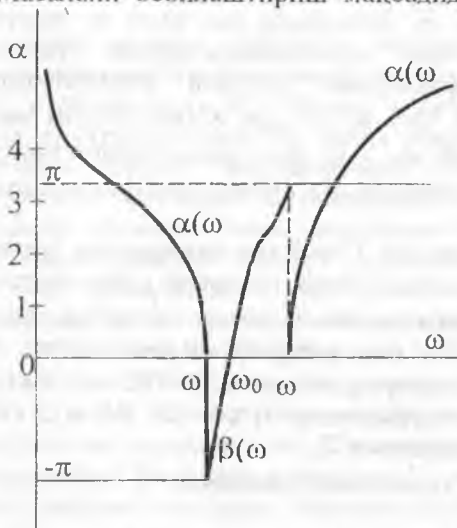
демак, $-1 \leq A \leq +1$ ни билган (*) тенгламани аввал битта $A=-1$ чегаравий қиймат учун

$$\omega^4 - \frac{L_1 C_1 + 4 L_2 C_1 + L_2 C_2}{L_1 L_2 C_1 C_2} \omega^2 + \frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2} = 0 \quad (**)$$

кўринишида, сўнгра бошқа $A = 1$ чегаравий қиймат учун

$$\omega^4 - \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2}{L_1 L_2 C_1 C_2} \omega^2 + \frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2} = 0 \quad (***)$$

кўринишда ечиб, ω_1 ва ω_2 чегаравий частоталарни топамиз. Масалани осонлаштириш мақсадида $L_1 C_1 = L_2 C_2 = 1/\omega_0^2$ деб



10.9-расм

$L_2/L_1 = C_1/C_2$. Бу биквадрат тенгламани ечиш натижасида қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\omega_{1,2}^2 = \left[(1 + 2m^2) \pm 2m \sqrt{1 + m^2} \right] \omega_0^2 = \left[\sqrt{m^2 + 1} \pm m \right]^2 \omega_0^2$$

Демак,

$$\omega_1 = \omega_0 \left(\sqrt{m^2 + 1} - m \right) \quad \omega_2 = \omega_0 \left(\sqrt{m^2 + 1} + m \right)$$

(манфий илдизларни тушириб қолдирамиз, чунки ω - мусбат катталиқдир).

Кўриниб турибдики, $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$. Бу эса, ўз навбатида, резонансли частота ω_0 нинг текширилаётган филтрнинг тиниқлиги зонасидаги частота диапазониға тегишли эканлигини билдиради. Ягона $\omega = \omega_0$ илдизли тенглама (***) ни ечиб, бунга ишонч ҳосил қилишимиз мумкин. 10.9-расм сўниш $\alpha(\omega)$ ва фаза $\beta(\omega)$ коэффициентлари эгри чизикларининг филтрнинг кириш томонидаги сигналнинг частотаға боғлиқлиги кўрсатилган. Эгри

кабул қиламиз. У ҳолда частоталар

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

учун қаршиликлар Z_1 , Z_2 ва ўтказувчанлик Y_0 нолға тенг бўлади, бу эса $\dot{U}_2 = \dot{U}_1$ ва

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1$$
 эканлигини билдиради. Демак, бу частота филтрининг ўтказиш йўлиға кирар экан ($\omega_1 < \omega_0 < \omega_2$). Энди (**) нинг ўрниға

$$\omega^4 - 2(1 + 2m^2) \omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

$$\omega_0^2 \omega + \omega_0^4 = 0$$

чизиклардан кўриниб турибдики, ω частота ω_0 частотадан ўтганда β нинг ишораси ўзгариб “фаза тўнтариш” содир бўлади.

Ниҳоят, шуни айтиш мумкинки, тўсувчи филтрлар сигналларнинг ω_1 дан то ω_2 гача диапазондаги частоталарни тўсиш учун мўлжалланган бўлиб, бу филтрлар ҳам қуйи ва юқори частота филтрларини ўзида мужассамлаштирган. Ишлаш жиҳатидан олганда бу филтрнинг ҳудудий филтрлардан фарқи шуки, улар 0 дан ω_1 гача ва ω_2 дан ∞ гача бўлган частоталар учун “тиник” бўлиб, $\omega_1 \div \omega_2$ гача диапазондаги частоталар учун катта ($\alpha \gg 1$) қийматга эга сўниш коэффициентини таъминлайди.

10.1-мисол. Тўрткутбликнинг П-шаклли алмашилиш (эквивалент) схемаси (10.2-б расм) бўйича йиғилган қуйи частота филтри $f = 0 \div 1$ кГц диапазондаги частотада тиниклик зонасига эга бўлганда, $L = 0,05$ Г учун қуйидагилар аниқлансин: 1) филтрнинг параллел тармоқларидаги сизим $C' = C/2$ 2) $f_1 = 1,2$ кГц частотадаги сўниш коэффициенти; 3) $f = 0,2; 0,6; 1,2$ кГц частоталардаги тавсифий қаршилиқ Z_c .

Е ч и ш: 1. Параллел тармоқнинг сизимини $\frac{\omega^2 LC}{2} = 1$ дан қуйидагича аниқлаймиз:

$$C' = \frac{C}{2} = \frac{4}{2 \Gamma \cdot \omega_0^2} = \frac{2}{0,05 (2\pi \cdot 10^3)^2} \approx 10^{-6} \text{ ф} = 1 \text{ мкФ}$$

2. Тўрткутбликнинг $\omega_1 = 2\pi f = 6,28 \cdot 1200 = 7550$ радиан/с. частотадаги доимийси

$$\Lambda = 1 - \frac{\omega_1^2 LC}{2} = 1 - \frac{57 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2} = -1,85$$

Аммо $\omega \geq \omega_0$ частотада $\beta = \pi - \text{const}$ бўлгани туфайли

$$\text{Ch } \alpha = \frac{A}{\cos \beta} = 1,85 \text{ ёки } \alpha = 1,225 \text{ бўлади;}$$

3. Филтрнинг тавсифий қаршилиги қуйидагича топилади:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2 LC/2}} = 158 : \sqrt{1 - (f/f_0)^2}$$

Шу сабабли, $f_1 = 200$ Гц, $f_2 = 600$ Гц ва $f_3 = 1200$ Гц частоталар учун у мос равишда қуйидагича бўлади;

$$Z_{c1} = 158 : \sqrt{1 - 0,2^2} = 161 \text{ м}^{\cdot}; \quad Z_{c2} = 158 : \sqrt{1 - 0,6^2} = 198 \text{ м}^{\cdot};$$

$$Z_{c3} = 158 : \sqrt{1 - 1,2^2} = -j238 \text{ м}^{\cdot}.$$

XI БОБ

ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР

11.1 Умумий тушунчалар

Биз олдинги бобларда, асосан, йиғик параметрли, яъни элементлари бир-биридан яққол фарқ қилувчи ва аниқ R , L ва C параметрларга эга бўлган занжирларни кўриб чиқдик. Занжир структурасини бу ҳилда идеаллаштириш унда кечаётган муҳим физик жараёнларнинг таҳлилини соддалаштириб, кўпгина ҳолларда муҳандислик ҳисобларининг аниқлигига таъсир этмайди. Аммо занжирнинг айрим қисмларида R , L ва C параметрларни “йиғиқ” деб қараш тўғри бўлавермайди, бир қанча ҳолларда хато ҳам бўлиб, текшириляётган занжирдаги ҳақиқий физик манзарани бузиб кўрсатади.

Бунга электр энергиясини узатиш (ёки алоқа) линияси яққол мисол бўлиб, унинг узунаси бўйлаб исалган нуқтасида R , L ва C параметрлардан бирортасининг намоён бўлишини кўрсатиш мумкин эмас. Линиянинг охиридаги кучланиш U_2 линиянинг бошидаги кучланиш U_1 га тенг эмас; чунки борувчи ва қайтувчи симларда уларнинг актив, индуктив қаршиликлари ҳисобига кучланишнинг ΔU пасайиши юз беради. Ана шу қаршиликлар линиянинг бутунлай узунаси бўйлаб тақсимланган, чунки линиянинг ҳар қандай бўлаги актив қаршилик R ва симдаги токнинг ўз магнит майдони билан таъсири ҳисобига ҳосил бўлган индуктивлик L га эга. Худди шунга ўхшаш, линиянинг охиридаги ток I_2 унинг бошланишидаги ток I_1 га тенг эмас, чунки асосий токдан ташқари, симларнинг изоляцияси мукамал бўлмаганлигидан уларнинг орасидаги ўтказувчанлик токи, шунингдек, сиғимларда ва симлараро ҳамда симлар билан ер орасида пайдо бўлувчи силжиш токи ҳам бўлади. Линия бўйлаб унинг ҳар бир бўлагига (масалан, ҳар бир километрида) унинг индуктивлиги ва сиғими ҳисобига кучланиш U ва ток I кучланиш U_1 дан ва ток I_1 дан фазалари Ψ_u ва Ψ_i жиҳатидан фарқ қилади.

Шундай қилиб, бундай занжирлардаги кучланиш ва ток фақатгина вақт функцияси $u(t)$ ва $i(t)$ деб қаралмасдан, манба (ёки юклама) жойлашган ердан бошлаб масофа (линиянинг узунлиги) функцияси $u(x)$ ва $i(x)$ тарзида ҳам қаралиши ло-

зим. Линия қанчалик узун бўлса, унинг R , L , G ва C параметрларини йиғик деб ҳисоблаб бўлмайди.

Кўриб чиқиладиган ҳолда линиянинг “фақат тарқок параметрли занжир” деб қараш лозим. Кўрсатилган категориядаги занжирларни ҳисоблашга бундай ёндошишнинг иккинчи муҳим омили вақт омилидир, чунки линия узайган сари энергиянинг манбадан истеъмолчига етиб бориш вақти сезиларли даражада орта боради. Гап шундаки, электр узатиш (ёки алоқа) линияси узунлигининг ортиб кетиши ёки ўзгарувчан ток генератори частотасининг ортиши билан линия бўйлаб сигналнинг тарқалиш тезлиги ва сигналнинг ўзгариш тезлиги бир-бирига таққослаб бўладиган ўзаро яқин катталикларга айланади. Масалан, алоқа электр линияларида даврий ўзгарувчан сигнал манбаини уланган пайтидан бошлаб, уни истеъмолчи қабул қилгунга қадар шу сигналнинг бир нечта ўзгариш даврига тенг бўлган вақт ўтиши мумкин.

Энди тарқок параметрли занжирлар учун ҳосил бўлган асосий физик қонушларни узун линиялар деб аталадиган линиялардаги турғунлашган жараёнларни таҳлил қилиш мисолида кўриб чиқамиз. Бунда масофа ва сигналнинг тарқалиш вақти (тезлиги) электр энергиясини (ёки алоқа сигналларини) узатиш линиялари учун муҳим омил ҳисобланади.

11.2. Бир жинсли линиянинг дифференциал тенгламалари

Параметрлари линиянинг бутун узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган линия бир жинсли деб аталади. 11.1-расмда линиянинг бошланишидан x масофада жойлашган икки симли узун линия элементар dx қисмининг эквиваленти, алмашилиш схемаси кўрсатилган. Барча линия жуда кўп элементар қисмлардан иборат бўлиб, бу қисмларнинг ҳар бири қаршилиги $R_0 dx$ га, линия симларининг индуктивлик $L_0 dx$ га, актив ўтказувчанлик $G_0 dx$ га ва симлараро ҳамда симлар билан ер орасидаги сўғим $C_0 dx$ га эга. Агар элементар қисмнинг “а-в” кириш томонидаги оний кучланиш u бўлса, унинг с-д чиқиш томонидаги кучланиш $\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right)$ бўлади;

чунки элементар қисм dx нинг чегараларида кучланишнинг

$\Delta u = \left(R_0 dx i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t} \right)$ га тенг пасайиши содир бўлади. Худди

шундай элементар қисмнинг кириш томонидаги ток i унинг чиқиш томонидаги ток $\left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx\right)$ га тенг эмас; чунки умумий

токнинг $\Delta i = \left(G_0 dx + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t}\right)$ қисми бир симдан бошқасига

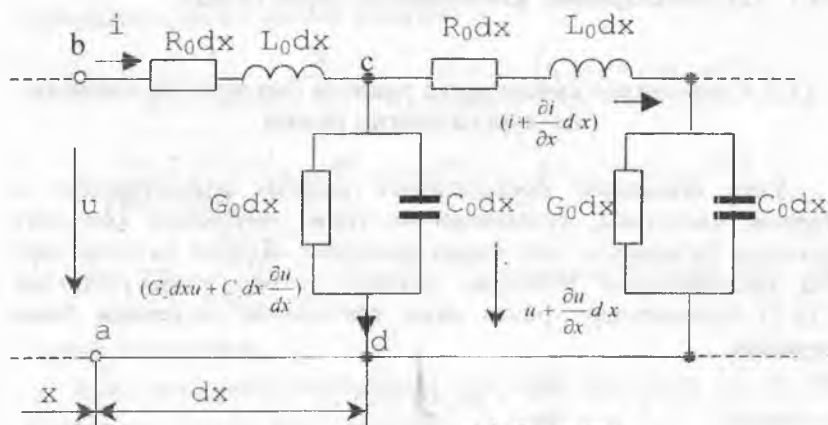
ўтказувчанлик токи $G_0 dx$ ва силжиш токи $C_0 dx \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$ тарзида тармокланади. Шундай қилиб, ток i каби симлараро кучланиш u фақат вақт t га боғлиқ бўлмай, линиянинг кўриб чиқиладиган қисми жойлашган масофа x га ҳам боғлиқ.

Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, $abcd$ берк контурдаги кучланишлар йиғиндиси нолга тенг; яъни:

$$-u + \left(R_0 dx \cdot i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t}\right) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) = 0$$

ёки
$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \quad (11.1)$$

бунда $-\frac{\partial u}{\partial x}$ кучланишнинг x нуқтадан $(x + dx)$ нуқтага ўтишдаги орттирмаси; R_0 - боровчи ва қайтувчи симларнинг линия узунлик бирлигига тўғри келган актив қаршилиги (Ом/км); L_0 - симларнинг линия узунлик бирлигига тўғри келган индуктивлиги (Г/км).



11.1-расм

Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан, “с” тугундаги тоқлар оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг:

$$i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) - \left(G_0 dx \cdot u + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

ёки

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (11.2)$$

бунда: $\left(-\frac{\partial i}{\partial x} \right)$ тоқнинг “х” нуқтада (х + dx) нуқтага ўтишдаги ортирмаси; G_0 - линиянинг узунлик бирлигига тўғри келган симлараро ўтказувчанлиги (1/Ом.км); C_0 - узунлик бирлигига тўғри келган симлараро ва симлар билан ер орасидаги сиғим (Ф/км).

Узун линиянинг R_0 , L_0 , G_0 ва C_0 параметрлари унинг бирламчи параметрлари деб аталади. Агар линия бир жинсли бўлса, улар линиянинг узунлигига боғлиқ бўлмайди, линиянинг геометрик параметрлари (симларнинг ердан баландлиги, диаметри ва улар орасидаги масофа, ҳамда материали ва уни изоляцияловчи модда ва мухит)дан аниқланади.

(11.1) даги кучланиш $\frac{\partial u}{\partial x}$ ва тоқ $\frac{\partial i}{\partial x}$ (11.2) даги ортирмалари олдидаги манфий ишора масофа х ортиши билан u ва i катталикларининг камайишидан дарак беради.

11.3. Синусоидал кучланишга уланган бир жинсли линиядаги турғунлашган режим

Узун линиянинг бошланишига уланган генераторнинг ω бурчак частотали, кучланиши ва тоқи синусоидал қонуният асосида ўзгармокда, деб фараз қилайлик. Даврий катталикларни ҳисоблашнинг комплекс усулини татбиқ этиб, (11.1) ва (11.2) тенгламалар ўрнига икки тенгламали системани ёзиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\dot{U}}{dx} &= R_0 \dot{I} + j\omega L_0 \dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} &= G_0 \dot{U} + j\omega C_0 \dot{U} \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

Бунда кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг комплекслари фақат линиянинг узунлиги x нинг функциялари ҳисобланади; чунки вақт t бу ифодаларда яққол намоён бўлмайди. Шунинг учун хусусий ҳосила тенгламаларидан кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ учун оддий дифференциал тенгламаларга ўтиш мумкин.

Биринчи тенгламани x бўйича дифференциаллаб, сўнгра иккинчи тенгламадан унга $\frac{d\dot{I}}{dx}$ нинг қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)\dot{U} = \gamma^2 \dot{U}. \quad (11.4)$$

Бунга мос тавсифий тенглама $\alpha^2 - \gamma^2 = 0$ иккита $\alpha_1 = \gamma$ ва $\alpha_2 = -\gamma$ илдизларга эга. Бу ерда

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$$

линиянинг тарқалиш коэффициентлари бўлиб, унинг α ва β ташкил этувчилари тегишлича сўниш ва фаза коэффициентлари ҳисобланади. Шундай қилиб, (11.4) тенгламанинг умумий ечими қуйидагича бўлади:

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}. \quad (11.5)$$

Токнинг ўзгариш қонуниятини (11.3) системадан қуйидагича ҳосил қилиш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \\ &= \sqrt{\frac{G_0 + j\omega C_0}{R_0 + j\omega L_0}} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \frac{1}{Z_c} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}), \end{aligned}$$

бу ерда: $Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = Z_c e^{j\theta}$ линиянинг тўлқин ёки тав-

сифий қаршилиги.

Агар линиянинг бошланиши $x=0$ даги кучланиш $\dot{U}_1$ ва ток $\dot{I}_1$ маълум бўлса, ёки линиянинг охири ($x = l$, l - линиянинг узунлиги) га уланган истеъмолчининг қисмларидаги кучланиш

U_2 ва ундан ўтаётган ток I_2 берилган бўлса, интеграллашнинг A_1 ва A_2 доимийларини бошланғич шартлардан аниқлаш мумкин. Масалан, $x=0$ бўлганда

$$\dot{U}_1 = A_1 + A_2 \quad \text{ва} \quad \dot{I}_1 Z_c = A_1 - A_2$$

бўлади, бундан эса

$$A_1 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) \quad \text{ва} \quad A_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)$$

келиб чиқади. Демак, бу линиянинг исталган x нуқтасидаги кучланиш ва ток қуйидагича бўлади:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (11.7)$$

Энди $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) = ch \gamma x$ ва $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) = sh \gamma x$ лигини билган ҳолда, (11.7) системани ёзилиши ихчамроқ бўлган гиперболик функцияли қуйидаги тенгламалар системаси билан айтмаштириш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 ch \gamma x - \dot{I}_1 Z_c sh \gamma x \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 ch \gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} sh \gamma x \end{aligned} \quad (11.8)$$

Линиянинг охири $x=l$ даги кучланиш ва ток, (11.8) тенгламага биноан, қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U}_1 ch \gamma l - \dot{I}_1 Z_c sh \gamma l \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 ch \gamma l - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} sh \gamma l \end{aligned} \quad (11.8,a)$$

Биринчи тенгламани $ch \gamma l$ га, иккинчисини эса $Z_c sh \gamma l$ га кўпайтириб ва уларни қўшиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\dot{U}_1 (ch^2 \gamma l - sh^2 \gamma l) = \dot{U}_2 ch \gamma l + \dot{I}_1 Z_c sh \gamma l.$$

Энди биринчи тенгламани $\frac{1}{Z_c} sh \gamma l$ га, иккинчисини эса $ch \gamma l$ га аввал кўпайтириб, сўнгра уларни қайтадан қўшсак,

натижада қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\dot{I}_1 (\operatorname{ch}^2 \gamma l - \operatorname{sh}^2 \gamma l) = \dot{U}_2 \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma l$$

$\operatorname{ch}^2 \gamma l - \operatorname{sh}^2 \gamma l = 1$ бўлгани учун:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma l \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l \end{aligned} \right\} \quad (11.9)$$

Бу системанинг ташқи кўринишидан фойдаланиб, уни доимийлари (параметрлари) $A = D = \operatorname{ch} \gamma l$, $B = Z_c \operatorname{sh} \gamma l$ ва $C = \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma l$ бўлган симметрик тўрткутблик деб фарз қиламиз. Ҳақиқатан ҳам, тўрткутбликларга оид $AD - BC = \operatorname{ch}^2 \gamma l - \operatorname{sh}^2 \gamma l = 1$ шарт қаноатлантиряпти.

Бундан келиб чиқадики, узун линияни унга эквивалент бўлган тўрткутбликни Т ёки П-шаклли схема билан алмаштириш мумкин. Бундай алмаштириш фақат занжирнинг кириш томонидаги кучланиш U ва ток I билан унинг чиқиш томонидаги кучланиш U ва ток I орасидаги нисбатлар бизни қизиқтирганда амалга оширилиши мумкин. Линиянинг айрим нукталаридаги кучланиш ва токларни билиш керак бўлган ҳолларда узун линия, одатда, занжирсимон алмаштириш схема-си билан эквивалентлаштирилади. Звенолар сони ортган сари бажарилаётган ҳисобнинг аниқлик даражаси ҳам ортиб боради.

11.4. Югурма тўлқинлар

Линиянинг ҳар қандай нуктасидаги кучланиш учун ёзилган (11.7) ифодадан кўринадики, линиянинг бошидан масофа x орта борган сари унинг ўзгариш қонунияти иккита ташкил этувчи билан тавсифланади, улардан бири

$$\dot{U}_q = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) e^{-\gamma x} \quad (*)$$

масофа x ортиши камаяди, иккинчиси

$$\dot{U}_s = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c) e^{\gamma x} \quad (**)$$

эса аксинча ортади. Уларни мос ҳолда

$$\dot{U}_q = \dot{U}_{q1} e^{-\gamma x} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_s = \dot{U}_{s1} e^{\gamma x}$$

векторлар билан белгилаб, (11.7) системанинг биринчи тенгламаси ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{q1} e^{-\gamma x} + \dot{U}_{s1} e^{\gamma x} = \dot{U}_{q1} e^{j\psi_q} \cdot e^{-\gamma x} + \dot{U}_{s1} e^{j\psi_s} \cdot e^{\gamma x} = \\ &= U_{q1} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_s - \beta x)} + U_{s1} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x)} \end{aligned}$$

Кучланишнинг комплекс қийматларидан унинг оний қийматларига ўтиб, қуйидагини оламиз:

$$u = u_q + u_s = \sqrt{2} U_{q1} e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \psi_q - \beta x) + \sqrt{2} U_{s1} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \psi_s + \beta x)$$

Бундан келиб чиқадики, линиянинг истаган нуқтасидаги кучланишнинг оний қиймати бир томондан, вақт t нинг, бошқа томондан эса линиянинг бошланишидан ҳисобланган x масофанинг синусоидал функцияси бўлади. Агар $x = x_0 - \text{const}$ деб қабул қилсак, у ҳолда, линиянинг танланган нуқтасидаги кучланиш вақт t нинг

$$u = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \psi_1)$$

кўринишидаги синусоидал функцияси бўлиб қолади, бунда $\dot{U}_1$ - натижавий вектор

$$\dot{U}_1 = \left[U_{q1} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_q - \beta x_0)} + U_{s1} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x_0)} \right] = U_1 e^{j\psi_1}$$

нинг модули ва ψ_1 - унинг бошланғич фазаси.

Худди шунга ўхшаш, $\alpha = 0$ ва $t = t_0 - \text{const}$ бўлганда, линия бўйлаб кучланиш $u(x)$ нинг тақсимланиш қонунияти линиянинг бошланишидан унинг охирига қараб x масофанинг синусоидал функцияси бўлади. Ана шу тақсимланиш қонунияти акс эттирувчи синусоидал тўлқиннинг узунлиги λ ни ташкил этувчи βx ни ҳосил қилган ва 2π га тенг фаза силжиши бурчаги тарзида аниқланиши мумкин, яъни:

$$\beta x_2 - \beta x_1 = \beta \lambda = 2\pi,$$

бунда $x_2 - x_1 = \lambda$. Демак, тўлқиннинг узунлиги:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (11.10)$$

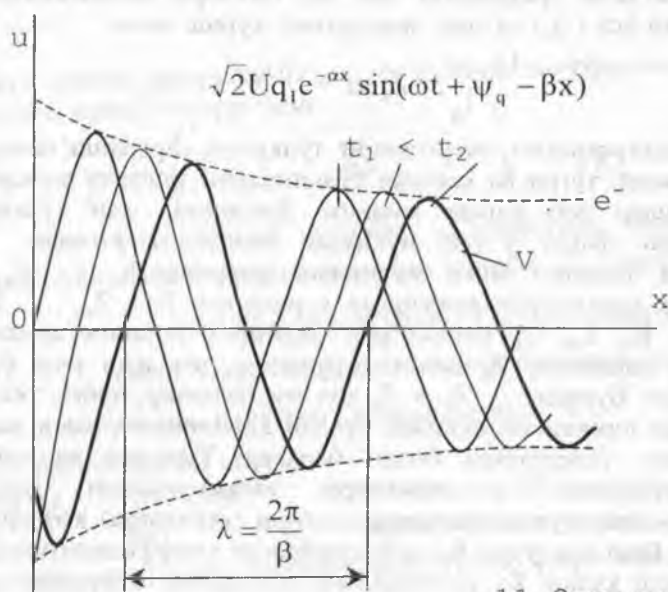
Вақт ўтиши билан линия бўйлаб кучланишнинг тақсимланиш тўлқини қуйидаги ўзгармас тезлик v билан та-

рқалади. Унинг қийматини аниқлаш учун кучланишнинг фаза-сини ўзгармас деб оламиз: $\omega t + \varphi_q - \beta x = \text{const}$ Бунга биноан:

$$\frac{d}{dt}(\omega t + \varphi_q - \beta x) = \omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0.$$

Бунда $v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$, яъни тўлқин тарқалишининг фаза тез-

лиги деб аталадиган тезлик v бурчак частота ω нинг фаза ко-эффиценти β га бўлган нисбатига тенг. Шундай қилиб, узун линиянинг ихтиёрий нуктасидаги кучланишнинг ўзгариш ха-рактери тўлқинлидир. Шу сабабдан, линия бўйлаб (бирор йўналишда) бораётган кучланиш тўлқинининг тақсимланиши ю г у р м а т ў л қ и н л а р деб аталади (11.2-расм).



11.2-расм

Линиянинг бошланишидан унинг охирига қараб бораётган тўлқинлар т ў ў р и ё к и т у ш у в ч и тўлқинлар деб аталади. Линиянинг охиридан унинг бошланишига қараб келаётган тўлқинлар э с а т е с к а р и ё к и а к с тўлқинлар дейилади.

Кучланишнинг тарқалиши тўғрисида юқорида келтирилган мулоҳазалар линиянинг ихтиёрий нуқтасидаги ток $\dot{I}$ га ҳам тегишлидир. Дарҳақиқат, 11.7 системага биноан, ток ифодасини қуйидаги кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \dot{I}_q + \dot{I}_s$$

бунда

$$\dot{I}_q = \frac{1}{2Z_c} (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) e^{-\gamma x} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_s = \frac{1}{2Z_c} (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c) e^{\gamma x}$$

Демак, кучланиш каби, ток $\dot{I}$ ҳам тўғри $\dot{I}_q$ ва қайтган $\dot{I}_s$ тўлқинлардан иборат. Тўғри тўлқин кучланиши комплексининг тўғри тўлқин токи комплексига бўлган нисбати қаршилиги Z_c га, қайтувчи тўлқиннинг ана шу микдори комплексларининг нисбати эса ($-Z_c$) га тенг эканлигини кўриш осон:

$$\dot{U}_q / \dot{I}_q = Z_c \quad \text{ва} \quad \dot{U}_s / \dot{I}_s = -Z_c \quad (11.11)$$

Электромагнит энергиянинг тўлқинли тарқалиш назариясига биноан, тўғри ва қайтган тўлқинларни тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар деб қараш мумкин. Ҳақиқатан ҳам тўлқиннинг қайтиши фақат у бир муҳитдан бошқасига ўтганда содир бўлади. Бизнинг ҳолда муҳитнинг ўзгариши R_0 , L_0 , G_0 ва C_0 тармоқ параметрли занжирдан қаршилиги $Z_2 = Z_{\text{юк}}$ бўлган йиғиқ R_0 , L_0 , C_0 параметрли занжирга ўтишига эквивалент. Бунда қаршилиқ Z_2 нолга, шунингдек, чексизга тенг бўлиши мумкин. Бундан $Z_2 = Z_c$ ҳол мустаснодир, чунки текширилаётган линиянинг охирида бундай қаршилиқни улаш линияни чексизга ўзгартириш билан барабар. Тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг кучланишлари амплитудасини микдорий тақсимлаш учун кучланишни қайтиш (аксланиш) коэффициентини K_v (ёки ток учун K_i) деб аталадиган коэффициентидан фойдаланиш қулай. Бу коэффициент линиянинг охиридан қайтган тўлқин $\dot{U}_{s2}$ нинг тўғри тўлқин $\dot{U}_{q2}$ (ёки $\dot{I}_{s2}$ нинг $\dot{I}_{q2}$) га нисбатига тенг. Шу сабабли, линиянинг охиридаги кучланиш $\dot{U}_2 = \dot{U}_{q2} + \dot{U}_{s2}$ (илгари келтирилган $\dot{U}_1 = \dot{U}_{q1} + \dot{U}_{s1}$ га ўхшаш), ток эса

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{q2} + \dot{I}_{s2} = \frac{\dot{U}_{q2}}{Z_c} - \frac{\dot{U}_{s2}}{Z_c} \quad \text{бўлса, у ҳолда:}$$

$$2\dot{U}_{s2} = \dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{\text{юк}} - Z_c)$$

$$2\dot{U}_{q2} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{\text{юк}} + Z_c)$$

(бу ерда: $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\text{юк}}$), бундан:

$$K_u = \frac{\dot{U}_{s2}}{\dot{U}_{q2}} = \frac{Z_{\text{юк}} - Z_c}{Z_{\text{юк}} + Z_c} \quad \text{ва} \quad K_i = \frac{\dot{I}_{s2}}{\dot{I}_{q2}} = \frac{Z_c - Z_{\text{юк}}}{Z_c + Z_{\text{юк}}} = -K_u \quad (11.12)$$

чунки $\dot{I}_{s2} = -\dot{U}_{s2}/Z_c$ бўлиб, $\dot{I}_{q2} = -\dot{U}_{q2}/Z_c$, яъни $k_i/k_u = -1$.

Салт ишлан режимда ($Z_{\text{юк}} = \infty$) қайтиш коэффициентлари тегишлича қуйидагиларга тенг:

$$k_u = \frac{1 - Z_c/Z_{\text{юк}}}{1 + Z_c/Z_{\text{юк}}} = 1 \quad \text{ва} \quad k_i = -k_u = -1$$

яъни ўзаро тенг бўлган тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар қўшилиб, линиянинг охирида тушувчи тўлқин $\dot{U}_{q2}$ нинг иккиланган қийматига тенг бўлган кучланиш $\dot{U}_{2s}$ ни ҳосил қилади. Ток $\dot{I}_2 = 0$, чунки ўзаро тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлган тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг $\dot{I}_{q2}$ ва $\dot{I}_{s2}$ тоқлар йиғиндисидан иборат.

Қисқа туташув режимида ($Z_{\text{юк}} = 0$): $k_u = -1$ ва $k_i = 1$ яъни амплитудалари бўйича тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлиб, ўзаро тенг бўлган тушувчи $\dot{U}_{q2}$ ва қайтувчи $\dot{U}_{s2}$ тўлқинлар йиғиндиси $\dot{U}_2 = 0$, ток $\dot{I}_{2k}$ эса тушувчи тўлқин $\dot{I}_{q2}$ нинг иккиланган қийматига тенг. Истеъмољчининг қаршилиги линиянинг тавсифий қаршилигига тенг бўлган $Z_{\text{юк}} = Z_c$ ҳол алоҳида ўзига хос режимдир. (11.12) формулага биноан, қайтиш коэффициентлари нолга тенг бўлиб, линияда қайтувчи тўлқинлар бўлмади,

яъни линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги кучланишнинг токка нисбати характеристик қаршилиқ Z_c га тенг:

$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_q}{\dot{I}_q} = Z_c$. Бундай режим “мосланган режим” деб аталади.

11.5. Бир жинсли линиянинг тавсифи.

Сигналнинг шаклини бузмайдиган линиялар

Узун линиянинг энг муҳим параметрлари узун линия бўйлаб энергияни узатишни таъминловчи электромагнит тўлқинларнинг миқдор ва сифатининг ўзгаришини тавсифловчи сўниш коэффициентини α , фаза коэффициентини β ва тавсифий қаршилиғи Z_c дир. Булар бир жинсли линиянинг иккиламчи параметрлари ёки, оддий қилиб айтганда, тавсифлари деб аталади.

Тарқалиш

коэффициенти

$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$ ни билгач, α ва β ни бирламчи параметрлар R_0 , L_0 , G_0 ва C_0 орқали белгилаймиз. Тарқалиш коэффициентининг мутлақ қиймати (модули)

$$|\gamma| = \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (*)$$

бўлади; бошқа томонидан унинг комплекси квадратини

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = \alpha^2 + j2\alpha\beta - \beta^2,$$

ёки

$$\gamma^2 = R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + j\omega(G_0 L_0 + R_0 C_0) \quad (**)$$

тарзида ёзиб: (*) ва (**) ни бир системага келтириш мумкин:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}, \quad (***)$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0,$$

буларнинг ечими қуйидагиларни беради:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]} \quad (11.13)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\omega^2 L_0 C_0 - R_0 G_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]}$$

(11.13) ифодадан кўринадики, α ва β тавсифлар ҳам худди тавсифий қаршилик $Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$ каби, бир жинсли линияни таъминловчи манбанинг бирламчи параметрлари ва ток частотаси ω га боғлиқ. Агар сигнал кўп частотали спектр-га эга бўлса (масалан, алоқа линияларидаги товуш сигналлари), у ҳолда турли частоталарнинг кучланиш ва тоқлари истеъмо-чига турлича амплитуда ва фазалар билан етиб келади, яъни линиянинг чиқиш томонидаги носинусоидал сигнал, линиянинг кириш томонига берилган бирламчи носинусоидал сигналдан шакл жиҳатидан фарқ қилиб, умуман ахборот бузилган бўлади. Ана шундай сигнал частотаси бўйича созилмаган узун линия-лар “сигнални бузувчи линиялар” деб аталади. Бундай линия-лардан фақат бир частотали (бир гармоникали) сигналларни (масалан, саноат частотасидаги $f = 50$ Гц ли тоқларни) узатиш мумкин.

Сўниш коэффициенти α тўлқин қаршилиги Z_c ва тўлқиннинг фазавий тарқалиши тезлиги $v = \omega/\beta$ ларнинг бурчак частотаси ω га боғлиқ бўлмаслиги учун, бирламчи па-раметрлар қуйидаги нисбатда танланиши лозим:

$$R_0 / L_0 = G_0 / C_0 \quad (11.14)$$

Ҳақиқатан ҳам, шартга биноан,

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \cdot \sqrt{\frac{R_0 / L_0 + j\omega}{G_0 / C_0 + j\omega}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (11.15)$$

ва

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(R_0 / L_0 + j\omega\right)\left(G_0 / C_0 + j\omega\right)} = \\ &= \sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(R_0 / L_0 + j\omega\right)} = \sqrt{R_0 G_0 + j\omega \sqrt{L_0 C_0}} \end{aligned} \quad (11.16)$$

Тўлқиннинг линия бўйлаб фазавий ҳаракат тезлиги

$$v = \omega / \beta = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (11.17)$$

ҳам бурчак частота ω га боғлиқ эмас. Фаза коэффициенти $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$ сигналнинг частотасига тўғри пропорционал

бўлиб, линиянинг бошланишидан берилаётган сигналнинг охирида қабул қилинаётган сигнал билан сифат жиҳатидан мослик (яъни, формаси бир хил бўлиши) шартини қаноатлантиради. (11.14) формуланинг шартларини қаноатлан-тирувчи бир жинсли линия “сигнални бузмайдиган линия” дейилиб, алоқа каналлари тарзида кенг қўламда ишлатилади. Қайтувчи тўлқинлардан ҳосил бўладиган бузилишларнинг олдини олиш мақсадида истеъмолчининг қаршилиги тўлқин қаршилигига

тенг $\left(Z_{\text{юр}} = Z_c = \sqrt{L_0/C_0} \right)$ қилиб танланади. Энди юклама билан

мосланган линия ўзини манбага нисбатан фаол қаршилиқдек тутати ва линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги оний кучланиш u ва ток i фазалари жиҳатидан мос тушиб; уларнинг нисбати

$u/i = z_c = \sqrt{L_0/C_0}$ бўлади. Бундан $\frac{L_0 i^2}{2} = \frac{C_0 u^2}{2}$, келиб

чиқади яъни юклама билан мосланган сигнални бузмайдиган линиянинг магнит майдони энергияси вақтнинг исталган пайтида электр майдоннинг энергиясига тенг.

Реал алоқа линияларида R_0/L_0 нисбат G_0/C_0 нисбатга қараганда бир мунча катта бўлиб, (11.14) формуланинг шarti бирламчи параметрлар бирортасини тўғрилаш ҳисобига қаноатлантиради. Масалан, актив қаршилиқ R_0 нинг қийматини камайтириш, симларнинг диаметрини ошириш ва қиммат турадиган рангли металллар ишлатиш ҳисобига қаноатлантирилиши мумкин, аммо бу иқтисодий жиҳатидан зарарли. Ёмон изоляция ишлатиш ҳисобига актив ўтказувчанлик G_0 ни ошириш сигналнинг кўпроқ сўнишига олиб келади, сиғим C_0 ни камайтириш амалда мумкин эмас. Шунинг учун, одатда, линиянинг маълум масофаларида индуктив ғалтак улаб, параметр L_0 ни сунъий равишда оширишга ҳаракат қилинади. Кабелли линияларда бундай эффектларга кабелнинг ташқи изоляцияси қобиғи устига пўлат тасмалар ўраш ҳисобига эришилади.

11.6. Бир жинсли линиянинг турли ҳолатларда (режимларда) ишлаши

Энди истеъмолчининг $Z_{\text{юр}} = Z_2$ ихтиёрий қаршилигига юкланган узун линиядаги турғуилашган режимларни, шунингдек

салт ишлаш ($Z_{\text{нк}} = \infty$) ва қисқа тугашиш ($Z_{\text{нк}} = 0$) режимларини кўриб чиқамиз. Таҳлил қулай бўлиши нуктаи назаридан масофа санашни линиянинг охиридан бошланиши томон $x' = l - x$ координаталар бўйича олиб борамиз (бунда $x' = 0$ бўлганда $x = l$, $x' = l$ бўлганда $x = 0$ бўлади). Айтилганларни ҳисобга олиб,

$$\begin{aligned} U &= A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} Z_c &= A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x} \end{aligned}$$

тенгламалар системасида координата x ни $(l - x)$ билан алмаштирамизда, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} U &= A_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma x} + A_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma x} = A_3 e^{\gamma x} + A_4 e^{-\gamma x} \\ \dot{I} Z_c &= A_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma x} - A_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma x} = A_3 e^{\gamma x} - A_4 e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad (11.18)$$

бунда: $A_3 = A_1 e^{-\gamma l}$ ва $A_4 = A_2 e^{\gamma l}$ ўзгарувчан x ни $(l - x)$ га алмаштиришга мос янги интеграллаш доимийлари.

Энди, (11.18) системага биноан, кучланиш ва ток масофа $x = 0$ бўлганда линиянинг охирига тегишли бўлишини билган ҳолда $\dot{U}_2 = A_3 + A_4$ ва $\dot{I}_2 Z_c = A_3 - A_4$ шартлардан A_3 ва A_4 ни аниқлашимиз мумкин; шу сабабли $A_3 = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c)$ ва $A_4 = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c)$ бўлади. Энди линиянинг охиридан x масофага жойлашган, исталган нуктасидаги кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг тегишлича қиймати қуйидагича бўлиши мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c) e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c) e^{-\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c) e^{\gamma x} + \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c) e^{-\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (11.19)$$

Системани гиперболик функцияларда ифодаласак:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (11.20)$$

Салт ишлаш режимида, яъни $Z_{\text{нк}} = \infty$ ва ток $I_2 = 0$ бўлганда линия бўйлаб (унинг охиридан бошлаб) кучланиш ва токнинг

таксимланишини кўриб чиқамиз. У ҳолда (11.20) системанинг ўрнига қуйидагига эга бўламиз:

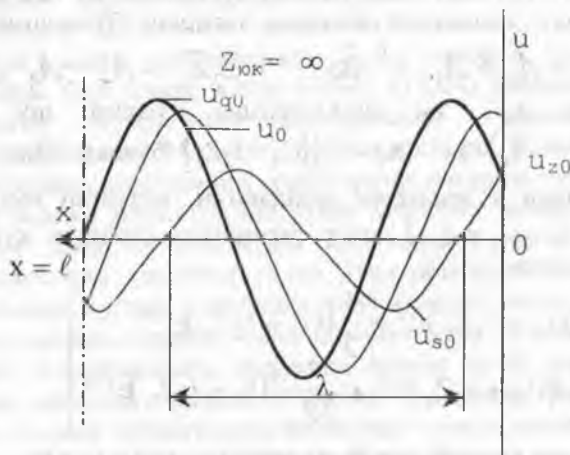
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_0 &= \dot{U}_{20} \operatorname{ch} \gamma x \\ \dot{I}_0 &= \dot{U}_{20} / Z_c \cdot \operatorname{sh} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (11.20a)$$

бунда: $\dot{U}_{20}$ - узун линиянинг охириги қисмаларидаги ($x=0$) салт ишлаш кучланиши.

(11.20a) системага биноан, линиянинг генератор томондаги кириш қаршилиги:

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{\dot{U}_{20} \operatorname{ch} \gamma l}{\dot{U}_{20} / Z_c \cdot \operatorname{sh} \gamma l} = Z_c \cdot \operatorname{cth} \gamma l = \frac{Z_c}{\operatorname{th} \gamma l} \quad (*)$$

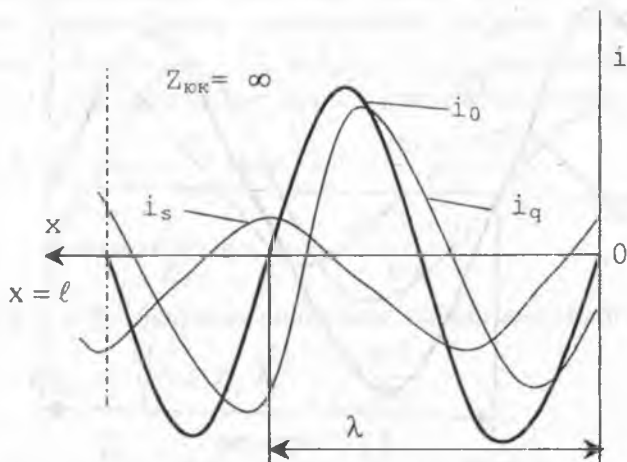
Масофа x ни линиянинг охиридан бошлаб ҳисоблаганимизда кучланишнинг линия бўйлаб тақсимланиши эгри чизиги 11.3-расмда кўрсатилган. Тўғри ва тескари тўлқинларнинг кучланиши қайтиш нуқтасида ўзларининг оний



11.3-расм

қийматлари бўйича ўзаро тенг ва ишоралари бир хил. Демак, қайтиш коэффиценти $K_u=1$ бўлиб, натижавий кучланиш $\dot{U}_{20}$ нинг оний қиймати $x=0$ нуқтада u_q ва u , оний микдорларнинг йиғиндисига тенг. Аксинча, салт ишлаш токнинг тақ-симланиш

эгри чизиги (11.4-рasm) $i_0 = 0$ қийматдан бошланади. Чунки



11.4-рasm

токнинг қайтиш коэффициенти $K_r = -1$ бўлиб, тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг токлари микдорий жиҳатидан ўзаро тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлгандан оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг.

Истеъмолчининг қисмларида қисқа туташиш ($Z_{\text{кк}} = 0$ ва $U_2 = 0$) бўлганда линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиши (11.20) тенгламалар системасига биноан қуйидаги қонундан келиб чиқади:

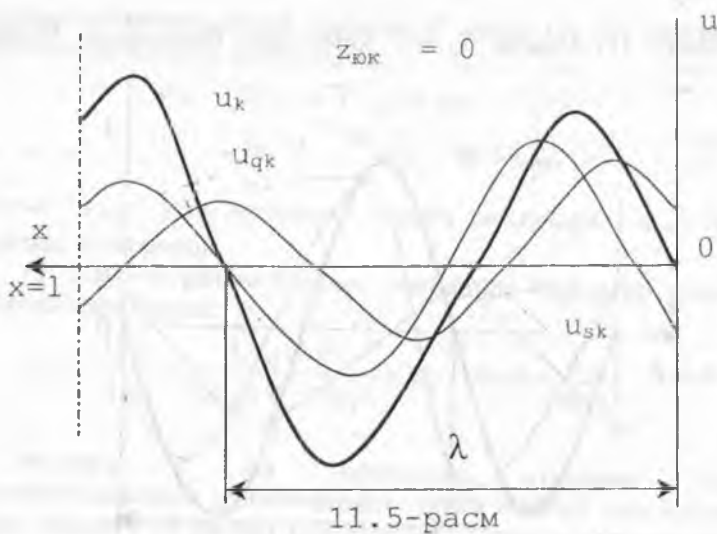
$$\begin{cases} \dot{U}_k = \dot{I}_{2k} \cdot Z_c \cdot \text{sh} \gamma x \\ \dot{I}_k = \dot{I}_{2k} \cdot \text{ch} \gamma x \end{cases} \quad (11.20 \text{ б})$$

бунда $\dot{I}_{2k}$ - линиянинг охиридаги қисқа туташиш токи.

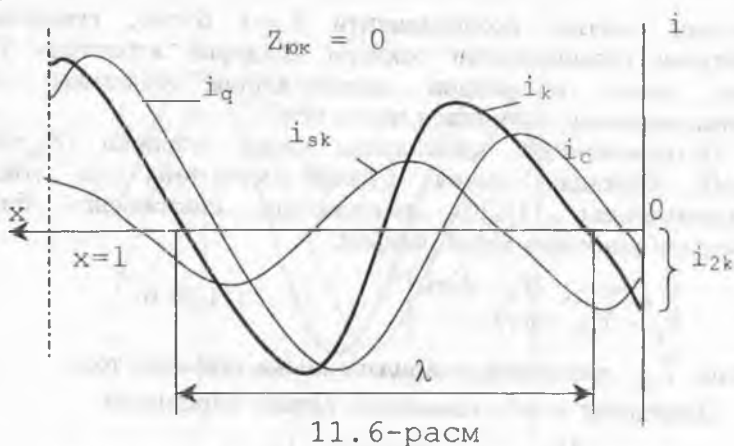
Линиянинг манба томонидан кириш қаршилиги

$$Z_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = Z_c \text{th} \gamma l \quad (**)$$

11.5 ва 11.6-рasmларда исталган пайт учун кучланиш ва токнинг тақсимланиш эгри чизиклари кўрсатилган. Салт ишлаш режимидан фарқи равишда, кучланиш бўйича қайтиш коэффициенти $K_u = -1$ ва кучланиш $u_k(x)$ нинг эгри чизиги $x=0$ да нол нуқтадан ўтади. Линиянинг охиридаги токнинг



оний қийматлари ўзаро тенг ва ишоралари бир хил бўлган тўғри ва тескари тўлқинлар тоқларининг оний қийматлари



йиғиндисига тенг бўлиб, бирор i_{2k} максимумга эришади.

(*) ва (**) формулаларга биноан, яна қуйидагиларни ёзиш мумкин: $Z_c = \sqrt{Z_0 Z_r}$ ва $\operatorname{th} \gamma l = \sqrt{\frac{Z_r}{Z_0}}$,

яъни салт ишлаш ва қисқа туташув режимларига асосланиб, узун линиянинг (агар унинг узунлиги маълум бўлса) тавсифий қаршилиги ва тарқалиш коэффициентини аниқлаш мумкин.

Энди линиянинг охири ихтиёрий қаршилик $Z_{\text{юк}} = Z_2$ га бўлган истеъмолчига уланганда линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиш қонуниятини умумий ҳолда кўриб чиқамиз. Кучланиш $U_2 = I_2 Z_2 = I_2 Z_{\text{юк}}$ эканлигини билган ҳолда, (11.20) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_2 \left(\text{ch} \gamma x + \frac{Z_c}{Z_2} \text{sh} \gamma x \right) = \dot{U}_2 \frac{\text{ch}(\gamma x + \delta)}{\text{ch} \delta} \\ \dot{I} = \dot{I}_2 \left(\text{ch} \gamma x + \frac{Z_2}{Z_c} \text{sh} \gamma x \right) = \dot{I}_2 \frac{\text{sh}(\gamma x + \delta)}{\text{sh} \delta} \end{cases} \quad (11.21)$$

бунда $Z_{\text{юк}} = Z_2$ бўлганда линиянинг кириш қаршилиги:

$$Z_{\text{кр}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_c \frac{Z_2 + Z_c \text{th} \gamma l}{Z_c + Z_2 \text{th} \gamma l}.$$

Бу ерда: $\frac{Z_c}{Z_2} = \text{th} \delta$ - шартли белги ифодаси.

11.7. Исрофсиз линия ва турғун (қўзғалмас) тўлқинлар

Кўпгина амалий ҳолларда узун линиялардан алоқа ва масофадан бошқариш каналлари тарзида фойдаланилганда унинг бирламчи параметрлари R_0 ва G_0 мос ҳолда L_0 ва C_0 га нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлади. Шунинг учун бундай линияларнинг иш режими ҳисобланганда R_0 ва G_0 параметрлар нолга тенг, деб қабул қилинади. $R_0 \cong 0$ ва $G_0 \cong 0$ шартларни қаноатлантирган линиялар “исрофсиз линиялар” деб аталади.

Энди ана шундай линияларнинг тавсифлари билан боғлиқ бўлган ўзига хос хусусиятларини кўриб чиқамиз. $R_0 \cong 0$ ва $G_0 \cong 0$ бўлганда 11.1 га биноан, қуйидагиларга эга бўламиз:

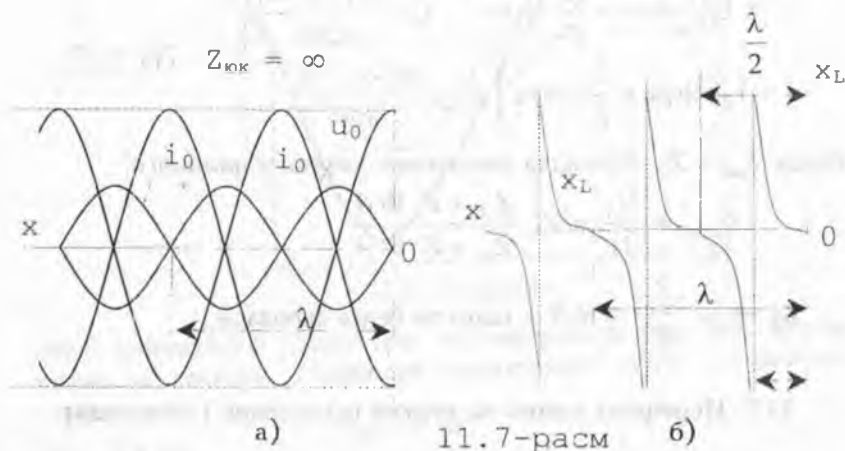
$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega \sqrt{L_0 C_0}, \quad \text{яъни} \quad \alpha = 0, \quad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}; \quad V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad \text{ва} \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

яъни исрофсиз линия сўниш ҳосил қилмайди; унинг тўлқин қаршилиги Z_c актив бўлиб, частотага боғлиқ эмас. Шу билан

бир вақтда бундай линия “сигнални бузмайдиган линия” деб ҳам ҳисобланади.

Берилган кучланиш $\dot{U}_2$ ва ток $\dot{I}_2$ бўйича линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиш қонунияти қуйидагича ёзилади:



11.7-расм

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma x = \dot{U}_2 \cos \beta x + j \dot{I}_2 Z_c \sin \beta x \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x = \dot{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \beta x \end{aligned} \right\} \quad (11.22)$$

чунки $\operatorname{Ch}(j\beta x) = \cos \beta x$; $\operatorname{Sh}(j\beta x) = j \sin \beta x$

$Z_{\text{вх}} = Z_2$ бўлганда исрофсиз линиянинг кириш қаршилиги

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_2 \cdot \cos \beta l + j Z_c \operatorname{sh} \beta l}{\cos \beta l + j \frac{Z_2}{Z_c} \sin \beta l} = Z_c \frac{Z_2 + j Z_c \operatorname{tg} \beta l}{Z_c + j Z_2 \operatorname{tg} \beta l} \quad (*)$$

бўлади. Исрофсиз линия салт ишлаганда ($Z_{\text{вх}} = \infty$, $I_2 = 0$ ва $\dot{U}_2 = \dot{U}_{20}$) (11.22) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\dot{U}_0 = U_{20} \cos \beta x, \quad \dot{I}_0 = j \frac{\dot{U}_{20}}{Z_c} \sin \beta x \quad (11.23)$$

яъни кучланиш ва ток линия бўйлаб сўнмас синусоидал қонун бўйича тақсимланиб, турғун тўлқинлар ҳосил қилади (11.7-а расм). Бу турғун тўлқинлар амплитудалари бир хил бўлган

иккита сўнмас югурувчи (тўғри ва тескари) тўлқинларни уст-лашдан иборат. Ҳақиқатан ҳам, $x=0$, $\lambda/2$, λ , $3\lambda/2$ ва ҳ.к. бўлган ҳолларда $\cos\beta x = \pm 1$ бўлиб, $x=\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ ва ҳ.к. бўлган ҳолларда $\cos\beta x$ нолга айланади. x масофада кучланиш $\dot{U}_0$ ҳам худди шундай қонуният билан ўзгариб, $\cos\beta x = \pm 1$ да кучланишлар бўртиқларини, $\cos\beta x = 0$ да кучланишлар тугунларини ҳосил қилади. Аксинча, ток I_0 исрофсиз линияда βx нинг синусли функцияси бўла туриб, $\cos\beta x = \pm 1$ бўлган барча нуқталарда нолга тенг бўлиб, тугунлар ҳосил қилади ва линиянинг $\cos\beta x = 0$ бўлган нуқталарида максимал бўлиб, тугунлар ҳосил қилади.

Исрофсиз линия салт ишлаганда, (*) формулага биноан, унинг кириш қаршилиги

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{Z_c}{j \operatorname{tg} \beta l} = -j Z_c \operatorname{ctg} \beta l = j x l \quad (**)$$

бўлади, бунда $x l = -Z_c \operatorname{ctg} \beta l$ - линия тавсифий қаршилигининг модули, шу сабабли $\theta = 0$, $Z_c = z_c$.

Реактив қаршилик x нинг қиймати ва хусусияти линиянинг узунлигига боғлиқлиги 11.7-б расмда кўрсатилган. Агар исрофсиз линиянинг узунлиги тўлқин узунлигининг тўртдан бирдан ортмаса, яъни $0 < l < \lambda/4$ бўлса, у ҳолда унинг кириш қаршилиги $x l$ ситгим хусусиятига эга, чунки $\operatorname{ctg} \beta l$ нинг қиймати нолдан ∞ гача бўлган ораликда ётади. Агар линиянинг узунлиги $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. ларни ташкил этса, унинг кириш қаршилиги нолга тенг. Бундай линия ўзини худди кучланиш резонансли идеал кетма-кет тебраниш контуридай тутати. Узунлиги $\lambda/4 < l < \lambda/2$ (ёки $3\lambda/4 < l < \lambda$ ва ҳ.к.) бўлган линиянинг кириш қаршилиги индуктив хусусиятга эга. Охири ажратилган линия $L = \lambda/2$; λ ; $3\lambda/2$ ва ҳ.к. ларда ўзини худди тоқлар резонанси режимидаги идеал параллел тебраниш контуридек тутати. Шундай қилиб, 11.7-б расмда кўрсатилганидек, истеъмолчи томонидан ажратилган линия кириш қаршилигининг қиймати ва хусусияти унинг узунлиги l га боғлиқ.

Энди исрофсиз линиядаги қиска туташув ($Z_{\text{ок}}=0$ ва $U_2=0$) режимини кўриб чиқамиз. Бундай линиянинг кириш қаршилиги (*) формулага биноан:

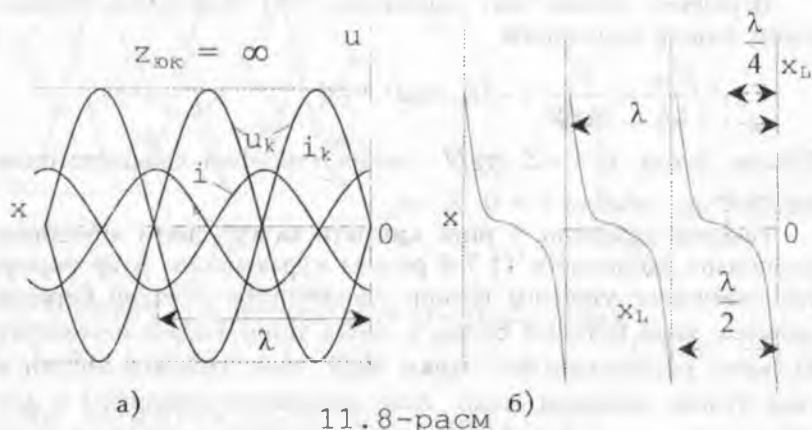
$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1k}} = jZ_c \operatorname{tg} \beta l = jx_l \quad (***)$$

Энди, линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги кучланиш ва ток куйидагидек аниқланади:

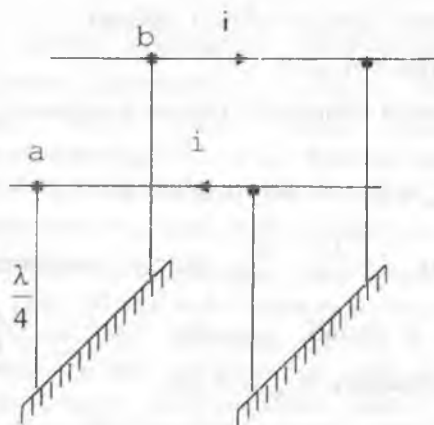
$$\left. \begin{aligned} U_k &= jI_{2k} Z_c \sin \beta x \\ I_k &= I_{2k} \cos \beta x \end{aligned} \right\} \quad (11.24)$$

бунда: I - линиянинг охиридаги қисқа тугашув токининг комплекси.

Қисқа тугашув режимида ҳосил бўлган турғун тўлкинлар ҳудуди салт ишлаш режимидагидек бўлиб, фақат фазалари



жиҳатидан $\lambda/4$ масофага (сигнал тўлкин узунлигининг тўртдан бирига) силжиган (11.8-а расм). Линиянинг узунлиги $l = 0$; $\lambda/2$; λ ва ҳ.к. бўлганда линияда ток бўртиқлари ва кучланиш тугунларининг, линиянинг охирида $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. масофаларда жойлашган нуқталарда эса кучланиш бўртиқлари u_k ва ток тугунлари i_k нинг ҳосил бўлиши кузатилади. Узунлиги $l = \lambda/2$; λ ; $3\lambda/2$ ва ҳ.к. бўлиб, охирида қисқа туташган линиянинг кириш қаршилиги $Z_{кир}$ (*) ифодага биноан, нолга тенг ва бундай линия ўзини худди кучланиш резонансли занжирдай тутади. Узунлиги $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. бўлган линиянинг кириш қаршилиги Z_k чек-сизга тенг бўлиб, ўзини худди тоқлар резонансли занжирдай тутади (11.8-б расм). Бундан ис-



11.9-расм

исрофсиз линиянинг юқори частотали қурилмалар учун соф таянч изоляторлари яшашда фойдаланилади (11.9-расм). Сигналнинг частотаси орта бориши билан исроф ҳам ортиб борадиган оддий изоляторнинг ўрнига, умумий узунлиги линиядаги ток тўлқини узунлигининг тўртдан бири $\lambda/4$ га тенг бўлган иккита ерга уланган қозикчадан фойдаланилади. Шундай қилиб, линиянинг маҳкамланган

жойларидан қиска туташган исрофсиз элементар линиялар ҳосил бўлади, уларнинг маҳкамланиш нуқталари а ва b га нисбатан кириш қаршилиги чексизга тенг. Энди, исрофсиз линия реактив қаршилиги $Z_{\text{юк}} = jx_{\text{юк}}$ бўлган юкламага уланган бўлсин. У ҳолда линиянинг охиридан масофага узоқлашган ҳар қандай нуқтадаги кучланиш ва ток мос ҳолда қуйидагича бўлади:

$$\left. \begin{aligned} U &= U_2 \left(\cos \beta x + \frac{Z_c}{X_{\text{юк}}} \cdot \sin \beta x \right) = U_2 \frac{\sin(\beta x + \sigma)}{\sin \sigma} \\ I &= I_2 \left(\cos \beta x - \frac{X_{\text{юк}}}{Z_c} \cdot \sin \beta x \right) = I_2 \frac{\cos(\beta x + \sigma)}{\cos \sigma} \end{aligned} \right\} (11.25)$$

Бунда $\tan \delta = X_{\text{юк}}/Z_c$ юклама қаршилиги модулниң линия тўлқин қаршилиги модулига нисбати.

(11.25) системага биноан, линиядаги кучланиш ва тоқлар ҳам турғун тўлқинлар ҳосил қилади, аммо салт ишлаш ва қиска туташув режимларидан фарқли равишда линиянинг охирида на бўртиқ ва на тугун ҳосил бўлади. Масалан, кучланишнинг биринчи бўртиги ва токнинг биринчи тугуни линиянинг охиридан

$$x = \frac{\pi}{2\beta} - \frac{\delta}{\beta} = \frac{\lambda}{4} - \frac{\delta}{\beta}$$

масофаларга жойлашган, чунки $\sin(\beta x + \delta) = 1$ бўлиб,

$$\cos(\beta x + \delta) = 0$$

Реактив қаршиликка уланган линиянинг кириш қаршилиги

$$Z_{\text{кпр}} = \frac{U_1}{I_1} = jX_{\text{юф}} \operatorname{tg}(\beta l + \delta) \operatorname{ctg} \delta = jZ_c \operatorname{tg}(\beta l + \delta)$$

бўлади, шу сабабли узунлиги $l = \lambda/4 - \delta/\beta$ бўлган линиянинг

кириш қаршилиги $Z_{\text{кпр}} = \infty$ бўлиб, узунлиги $l = \lambda/2 - \delta/\beta$ бўлган линиянинг кириш қаршилиги $Z_{\text{кпр}} = 0$ дир.

Энди узунлиги $l = \lambda/4$ бўлиб, актив қаршиликка ($Z_{\text{юк}} = R_{\text{юк}}$) уланган исрофсиз линияни кўриб чиқамиз. Бу ҳолда

$$\operatorname{ch} \gamma l = \cos \beta l = \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0,$$

$$\operatorname{sh} \gamma l = j \sin \beta l = j \sin \frac{\pi}{2} = j$$

бўлиб, линиянинг бошланишидаги кучланиш ва ток:

$$U_1 = jI_2 Z_c \quad \text{ва} \quad I_1 = j \frac{U_2}{Z_c} \quad \text{ёки} \quad U_1 = jU_2 \frac{Z_c}{R_{\text{юф}}} \quad I_1 = jI_2 \frac{R_{\text{юф}}}{Z_c}$$

Бундай линияни трансформациялаш коэффициентини $k = \frac{Z_c}{R_{\text{юк}}}$

бўлган соф трансформатор деб қараш мумкин; чунки $U_1 = kU_2$ ва $I_1 = I_2/k$, ундан ички қаршилиги R_L бўлган генераторни ва $R_{\text{юк}}$ қаршиликли истеъмолчининг иш режимларини мослаштириш учун фойдаланса бўлади. Кўриб чиқиладиган линиянинг

кириш қаршилиги $Z_{\text{кпр}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_c^2}{R_{\text{юф}}}$ бўлгани туфайли, генератор ва истеъмолчи мослашган режимда ишлайди:

$$Z_{\text{кпр}} = R_L = \frac{Z_c^2}{R_{\text{юф}}} \quad \text{ёки} \quad Z_c = \sqrt{R_{\text{юф}} \cdot R_L}.$$

Демак, мослашган генератор билан истеъмолчи орасидаги тўлқин қаршилиги $Z_c = \sqrt{R_{\text{юг}} R_c}$ ва узунлиги $\lambda/4$ бўлган линия улаш йўли билан амалга оширилади. Тўлқин қаршиликлари Z_{c1} ва Z_{c2} бўлган икки линияни мослаштиришда ҳам шундай операцияни бажариш мумкин. Бунинг учун уларнинг орасига тавсифий қаршилиги $Z_c = \sqrt{Z_{c1} \cdot Z_{c2}}$ ва узунлиги $l = \lambda/4$ бўлган линияни улаш лозим.

11.1-Мисол. Бошланғич параметрлари $R_0 = 0,08$ Ом/км, $G_0 = 4 \cdot 10^{-8}$ 1/Ом·км, $L_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ Г/км ва $C_0 = 8,2 \cdot 10^{-9}$ Ф/км бўлиб, узунлиги $l = 200$ км бўлган икки симли линиядан саноат частотасидаги электр энергиясини узатиш учун фойдаланилади. Линиянинг кириш томонидаги кучланиши $U_1 = 220$ кВ, унинг охириги уланган юклама қаршилиги эса $Z_{\text{юк}} = 800e^{j30^\circ}$ Ом. Куёйдагилар аниқлансин: 1) линиянинг тавсифий қаршилиги, сўниш ва фаза коэффициенти;

2) Истеъмолчининг қисмларидаги кучланиш ва ток; 3) кучланиш ва ток бўйича қайтиш коэффициенти; 4) линия фойдали иш коэффициенти.

Ечиш. 1. Линиянинг тавсифий қаршилиги:

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-2} + j314 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-8} + j314 \cdot 8,2 \cdot 10^{-9}}} = 10^3 \cdot \sqrt{\frac{8 + j741}{4 + j252}} = 432e^{-j14^\circ 48'} \text{ Ом.}$$

Тарқалиш коэффициенти:

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{(8 \cdot 10^{-2} + j314 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-8} + j314 \cdot 8,2 \cdot 10^{-9})} = (1,1 + j1,1) \cdot 10^{-4}$$

Сўниш коэффициенти: $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-4}$ НП/км

Фаза коэффициенти: $\beta = 1,1 \cdot 10^{-4}$ Рад/км

2. Истеъмолчининг қисмларидаги кучланиш:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{U_1}{\text{ctg} \gamma l + \frac{Z_c}{Z_{\text{юк}} \text{sh} \gamma l}} = \frac{220 \cdot 10^3}{\text{ctg}(2,2 \cdot 10^{-2} + j222 \cdot 10^{-2}) + 0,504e^{-j138^\circ} \text{sh}(2,2 \cdot 10^{-2} + j222 \cdot 10^{-2})} = \\ &= \frac{220 \cdot 10^3}{1,048 + j0,09} = 209,12 \cdot 10^3 e^{-j5^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

Линиянинг охиридаги ток (юклама токи):

$$I_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_{\text{юк}}} = 209,12 \cdot 10^3 e^{-j5^\circ} : 800 e^{j30^\circ} = 261,4 e^{-j36^\circ} \text{ A}$$

3. Кучланиш ва ток бўйича қайтиш коэффициентлари:

$$k_u = (z_{\text{юк}} - z_c)(z_{\text{юк}} + z_c) = 516 e^{j59^\circ 30'} : 1170 e^{j17^\circ 40'} = 0,44 e^{41^\circ 50'};$$

$$k_i = -k_u = -0,44 e^{j41^\circ 50'}$$

4. Линиянинг фойдали иш коэффициенти (Ф.И.К.):

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_{\text{юк}}}{U_1 I_1 \cos \varphi_1} = \frac{209,12 \cdot 10^3 \cdot 261,4 \cdot \cos 30^\circ}{220 \cdot 10^3 \cdot 220,9 \cdot \cos 8^\circ 21'} = 0,984 \text{ бунда: } I_1 -$$

линиянинг кириш томонидаги токнинг таъсирий қиймати; у қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$I_1 = I_2 \operatorname{ch} \gamma l + I_2 \frac{Z_{\text{юф}}}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma l = 261,4 \cdot e^{-j35^\circ} *$$

$$* \left[0,976 + j0,0044 + 1,98 e^{j35^\circ} (0,02 + j0,22) \right] = 220,9 e^{-j8^\circ 20'} \text{ A.}$$

11.2-Мисол. Олдинги мисолда берилган электр узатиш линиясидан, бир вақтнинг ўзида $f = 400$ кГц элтувчи частота алоқа ва телебошқариш сигналларини узатиш учун фойдаланилади.

Қуйидагилар аниқлансин: 1) линиянинг ана шу частотадаги тавсифлари; 2) сигналнинг фазавий тарқалиш тезлиги ва тўлқин узунлиги; 3) линиянинг приёмник томонидан салт ишлаш ва қисқа туташиш бўлганда унинг кириш қаршилиги.

Е ч и ш. Линиянинг тўлқин қаршилиги:

$$Z_c = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0) : (G_0 + j\omega C_0)} \cong \sqrt{L_0 : C_0} = \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} : 8,2 \cdot 10^{-9}} = 428 \text{ Ом}$$

Тарқалиш коэффициенти:

$$\gamma = \alpha + j\beta \cong j\omega \sqrt{L_0 C_0} = j8,83 \frac{1}{\text{км}}$$

Сўниш коэффициенти $\alpha = 0$; фаза коэффициенти

$$\beta = 8,83 \frac{\text{рад}}{\text{км}}$$

яъни алоқа сигналларининг частоталарини бузмайди ва унинг энергиясини исроф қилмайди.

2. Тўлқин фазавий тарқалиш тезлиги:

$$V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \cdot 400 \cdot 10^3}{8,83} = 284 \cdot 10^3 \text{ км/с}$$

яъни бу тезлик ёруғлик тезлиги $C = 300 \cdot 10^3$ км/сек. га яқин.
Кузатилаётган сигналнинг тўлқин узунлиги:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{6,28}{8,83} = 0,71 \text{ км}$$

3. Линиянинг салт ишлагандаги кириш қаршилиги:

$$\begin{aligned} Z_0 &= -jZ_c \operatorname{ctg} \beta l = -jZ_c \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{\lambda} l = -j428 \operatorname{ctg} \frac{400\pi}{0,71} = \\ &= -j428 \operatorname{ctg} 1,4\pi = -j428 \cdot \operatorname{ctg} 72^\circ = -j139 \text{ Ом} \end{aligned}$$

Линиянинг қисқа туташгандаги кириш қаршилиги:

$$Z_k = jZ_c \cdot \operatorname{tg} \beta l = j428 \operatorname{tg} 1,4\pi = j1317,2 \text{ Ом}$$

Шундай қилиб, салт ишлагандаги линиянинг кириш қаршилиги реактив ва сиғим, қисқа туташганда эса реактив ва индуктив хусусиятга эга.

ХП БОБ.

ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРИДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

12.1. Ўткинчи жараёнларнинг вужудга келиши ва унинг сабаблари

Энг аввал шуни айтиш лозимки, мужассам параметрли занжирларга нисбатан тарқоқ параметрли электр занжирлардаги ўткинчи жараёнлар фақатгина вақт мобайнида жойлашган бўлмай, масофа бўйлаб ёйилган ҳаракатга ҳам боғлиқ бўлади. Масалан, узун электр ёки алоқа линиясини оладиган бўлсак, унинг охирида содир бўлган қисқа туташуш линиянинг кириш қисмидаги токнинг қиймати ва шаклини ўзгартириш учун бир-мунча вақт талаб қилади. Аммо бу вақт фақатгина энергиянинг занжирнинг бир элементида иккинчисига ўтиш жараёнига сарф қилинишидан ташқари рўй бераётган ўзгаришларнинг тегишли масофани ўтиб манбага таъсир эта бошлашига ҳам кетади. Қуйида кўрсатиладики, бу жараён тўлқинсимон ва мураккаб кўринишда ўтади.

Ўткинчи жараёнларнинг вужудга келиш сабабларини таърифлайдиган бўлсак, булар асосан занжирнинг улаш ва узиш, унинг айрим участкаларидаги ўлчамларнинг ўзгариши, унинг чиқиш қисмларидаги юкламаларнинг кескин ўзгариши (масалан, қисқа туташув) ва ҳ.к.лардир. Ушбу сабаблар катта ўлчамли электр машина ва трансформаторларга ҳам хосдир. Ундан ташқари ўткинчи жараёнлар ва унга доир тўлқинсимон ўзгаришлар узун линияларнинг бир туридан (масалан, ҳаво линиясидан) иккинчи турига (масалан, кабел линиясига) ўтиш жойларида ҳам содир бўлади. Узун очик линиялардаги ўткинчи жараёнларга ташқи атмосферадаги ҳодисалар (яшин зарядлари) сабабчи бўлиши мумкин.

12.2. Ўткинчи ҳолат тенгламаларининг тузилиши ва ечими

Тарқоқ параметрли занжир сифатида узун, икки симли электр линиясини оламиз ва унинг 11.2 да келтирилган асосий (11.1) ва (11.2) дифференциал тенгламаларидан фойдаланамиз.

Ўткинчи жараёни таҳлил этишни осонлаштириш мақсадида линияни исрофсиз деб оламиз; яъни $R_0 = 0$, $G_0 = 0$ деб ҳисоблаймиз. Шунда қуйидагига эга бўламиз

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (12.1)$$

Биринчи тенгламанинг иккинчи даражали хусусий ҳосиласини қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = -L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right).$$

Энди иккинчи тенгламани ҳисобга олганда,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \right) = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (12.2)$$

келиб чиқади. Бу тенглама эса математик физикада т о р т б р а н и ш т е н г л а м а с и деб аталади ва унинг ечимини машҳур француз математиги Даламбер қуйидагича қилиб берган:

$$u = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) = u_q + u_s. \quad (12.3)$$

Бу ерда: $v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ - линияда содир бўлган тўлқиннинг

тарқалиш тезлиги ва $f_1(x - vt)$ - кучланишнинг бошидан охири томон ҳаракат қилувчи яккатанган т ў г р и т ў л қ и н и (u_q). Агарда $x - vt = \text{const}$ бўлса, бу ташкил этувчи ўзининг қийматини ўзгармас ҳолатда сақлайди; тўлқин эса $v = \frac{dx}{dt}$

тезлик билан тарқалади; чунки $\frac{d}{dt}(x - vt) = 0$. Шунга ўхшаш $f_2(x + vt)$ - кучланишнинг линия охиридан боши томон ҳаракат қилувчи яккатанган т е с к а р и т ў л қ и н и (u_s) ҳисобланади.

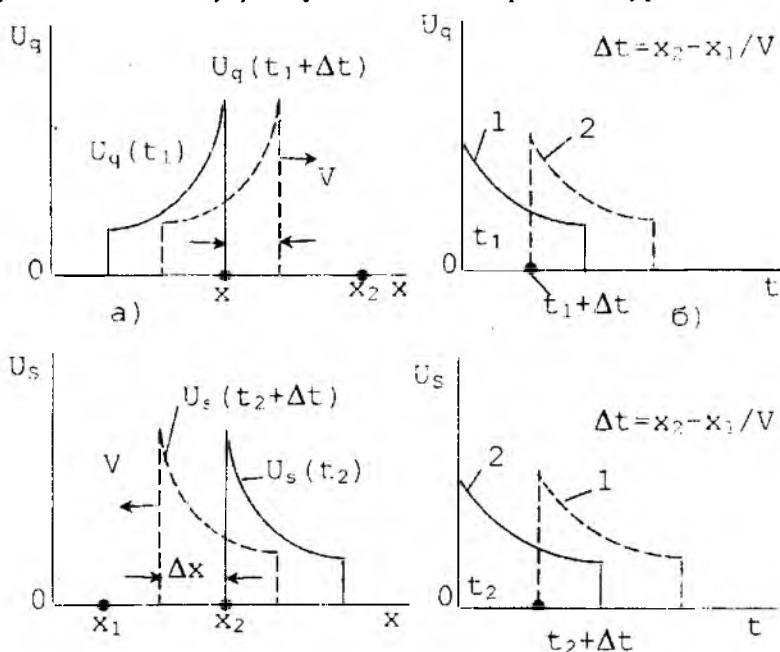
Кийин бўлмаган математик ўзгартиришлар киритиб, линиядаги ток i нинг ҳам тенгламаларини олиш мумкин яъни

$$i = \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} \cdot [f_1(x - vt) - f_2(x + vt)] = \frac{1}{Z_c} (u_q - u_s) = i_q - i_s.$$

Бу ерда: $Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ - линиянинг тавсифий ёки тўлқин қаршилиги (Ом), i_q - токнинг тўғри тўлқини ва i_s - унинг тескари тўлқини. Кўриниб турибдики,

$$u_q = Z_c i_q \quad \text{ва} \quad u_s = Z_c i_s \quad (12.5)$$

Энди тўғри ва тескари тўлқинларни вақт t ва масофа x ўзгариши билан қандай боғланганлигини қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, бирор танланган $t = t_1$ вақт учун линия бўйича кучланишининг тўғри тўлқини 12.1-а расмда кўрсатилгандек



12.1-расм

бўлиб, қуйидагига тенг бўлсин:

$$u_q(t_1) = f_1(x - vt_1) \quad (12.6)$$

Унда $t = t_1 + \Delta t$ вақтда

$$u_q(t_1 + \Delta t) = f_1(x - v \cdot \Delta t - vt_1) = f_1(x - \Delta x - vt_1)$$

бўлади (бу ерда $\Delta x = v\Delta t$). Сўнити тенгламадан кўриниб турибдики, $u_q(t_1 + \Delta t)$ эгри чизиги $u_q(t_1)$ га нисбатан ўнпроқда жойлашган, яъни вақтнинг Δt га ўсиши ҳисобига у $\Delta x = V\Delta t$ оралиғига силжиган бўлиб чиқади. Аммо линия исрофсиз ва сигнал шаклини бузмайдиган ўлчамларга эга бўлгани туфайли ($R_0=0$, $G_0=0$) кучланиш импульси ўз шаклини сақлаб қолади. Агар $t = t_1$ онда импульс $x=x_1$ нуктага ўз фронти билан кириб келган бўлса ва шу пайтдан бошлаб кучланиш u_q ўлчана бошланса, унинг вақт мобайнида жойлашиши 12.1-б расмда кўрсатилганидек бўлади (сидирға чизик 1). Агар ушбу ўлчов асбоби $x = x_2$ нуктага қўйилган бўлса, у кўрсатган кучланиш Δt вақтдан кейин сезила бошлайди 12.1-расм. (пунктир чизик 2).

Тескари тўлқин $u_s(t)$ га ўтсак ва уни акс этиш натижасида шакли ва кучи ўзгармаган деб олсак, қайтган импульснинг кўриниши 12.1-в расмда келтирилган. Кўриниб турибдики, Δt вақтда у чап томонга $\Delta x = V\Delta t$ ораликка силжийди. Энди x_2 нуктада жойлашган ўлчов асбоби (масалан, вольтметр) $t = t_2$ ондан бошлаб сидирға чизик 2 ни қайд қилади (12.1-г расм). Умуман олганда, кучланиш (ёки ток) тўлқинларини вақт ўзгаришига боғламоқчи бўлсак, уларни ўзгача кўринишда олганимиз маъқул. Масалан, (12.6) ўрнига

$$u_q = \varphi_1\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad (12.7)$$

тескари тўлқин бўлмиш $u_s = \varphi_2(x + vt)$ ўрнига

$$u_s = \varphi_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (12.8)$$

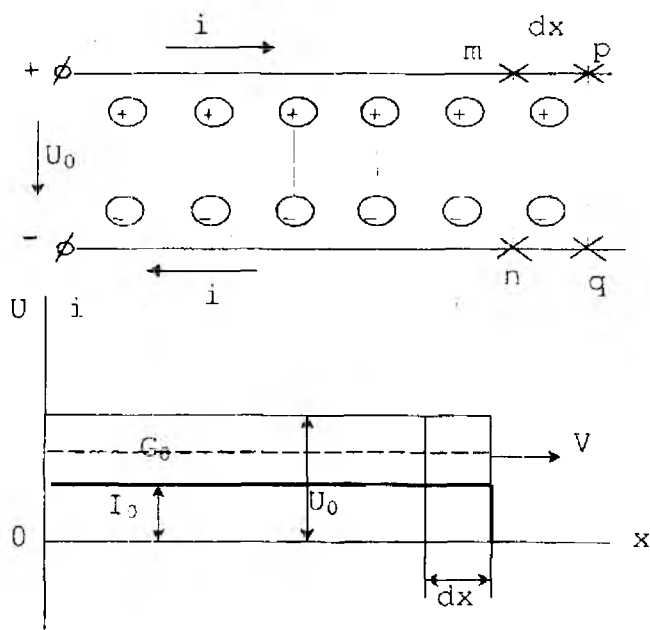
ёзилиши тавсия этилади. Агар 12.1-б ва г расмларда кўрсатилганидек, $u_q(t)$ ва $u_s(t)$ функциялар x_1 ва x_2 нукталар учун маълум бўлса, (12.3) га биноан қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned} u_q(x, t) &= u_q\left(t - \frac{x - x_1}{v}\right) \\ u_s(x, t) &= u_s\left(t + \frac{x - x_2}{v}\right) \end{aligned} \quad (12.9)$$

Энди ҳар қандай вақт учун линиядаги кучланиш ва токни икки томонга (карама-қарши) йўналган тўғри ва тескари тўлқинлар йиғиндиси деб ҳисоблаш мақсадга мувофиқдир.

12.3. Тўғри бурчакли фронтга эга бўлган тўлқинларнинг со- дир бўлиши. Линияни ўзгармас токка улаш вақтидаги ўткинчи жараёнлар

Энг кўп тарқалган ва таҳлил қилишга осон бўлган мисол сифатида икки симли узун электр линиясини ўзгармас кучла-
ниш U_0 га уланишини кўриб чиқайлик (12.2-расм). Линия



12.2-расм

уланган пайтидан бошлаб, унинг симларида манбадан юклама томон йўналган кучланиш тўғри тўлқини $u_q = u_0$ пайдо бўлади. У линия элементларини x масофа бўйлаб зарядлай бошлайди [тепада +, пастда - ишорали]. Зарядлаш (электрлаш) $V = 3 \cdot 10^8$ м/с тезлигида чапдан ўнгга тўлқинсимон тарқалади. Агар тўлқин x масофани $t = x/V$ вақтда босиб ўтиб, линияни “mn” кесимига етиб келган бўлса, бу вертикал чизик тўғри

тўлқин фронти ҳисобланади. Яъни “mn” дан чапроқ бўлган томонда $u_x = U_0$, ўнпроқ бўлган томонда эса $u'_x = 0$. Тўлқин dx оралиғига силжиши натижасида фронт “pq” кесимига ўтади. Шу туфайли “mpqn” орасидаги элемент $dq=q_0 \quad dx=C_0 U_0 dx$ микдорда зарядланади (электрланади), чунки тўлқин фронтининг чап томонида масофанинг ҳар бир бўлакчасида $q_0 = C_0 U_0$ га тенг заряд тўпланган бўлади. Заряднинг линия бўйлаб тарқалиши (ёйилиши) эса ток ҳосил қилмасдан вужудга кела олмайди. Мазкур ток, ўз навбатида, қуйидагига тенг:

$$i = \frac{dq}{dt} = q_0 \frac{dx}{dt} = C_0 U_0 v = I_0 \quad (12.10)$$

Табииyki, юқори симда мусбат зарядлар элементма-элемент чапдан ўнга сурилиб борар экан, пастдаги симда уларга қарама-қарши манфий зарядлар ҳам вужудга келаверади, чунки бусиз симлараро кучланиш U_0 пайдо бўлолмайди. Ундан таъқари, мусбат ва манфий зарядларнинг юқори ва пастки симларда V тезликда тарқалиши улардаги икки томонга йўналган ягона ток i нинг вужудга келишини таъминлайди. Демак, икки симли узун линияни чексиз узунликка эга бўлган электродлардан тузилган ва диэлектриги ҳаводан бўлган конденсатор билан таққосласак бўлади. Шундай экан, унга юқори симдан пастдагига йўналган силжиш токи ҳам мансубдир. Демак ток i симлар оралиғида сизим токи сифатида ўтади ва у ҳам тўлқинсимон линиянинг бошидан охирига қараб $V=3 \cdot 10^8$ м/с тезлик билан ҳаракатда бўлади.

Ўз навбатида линия бўйлаб тарқалаётган ток i ўз атрофида магнит куч чизиқлари ва тегишлича магнит оқимини ҳосил қилади. Ток тўлқини $dx=vdt$ оралиққа силжиши натижасида ҳосил бўлган магнит оқимининг ўсиш микдори $d\Phi=L_0 I_0 dx = L_0 I_0 v dt$. Бунинг ҳисобида вужудга келган э.ю.к.

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = -L_0 v I_0, \quad (12.11)$$

яъни у кучланиш $U_0=L_0 v I_0$ га нисбатан қарама-қарши йўналган бўлади; чунки $U_0 = I_0 Z_0 = I_0 \sqrt{L_0/C_0}$. Тўлқинлар шаклини 12.2-расм (қуйи қисми) дан кўрса бўлади: иккаласи ҳам U ва I тўғри бурчак кўринишига эга бўлиб, тик (вертикал) фронтлидир.

12.4. Тўлқинларнинг линия чегарасидан (охиридан) акс этиб қайтиши

Фараз қилайлик, кучланиш ва ток Z_c тўлқин қаршилигига эга бўлган линияни кесиб ўтиб, уни охирига етиб келди ва у ерда уланган мураккаб юклама қаршилиги Z_2 га дуч келди. Шу вазиятга қандай ўткинчи жараёнлар содир бўлади? Юқорида келтирилган ифодалардан фойдаланган ҳолда тўғри ва тескари тўлқинларни қуйидагича боғлайлик:

$$u = u_q + u_s, i = i_q + i_s = (u_q - u_s) : Z_c, \quad \text{ёки } Z_c i = u_q - u_s$$

(бу ерда $u_q = U_0$, $i_q = I = 1/Z_c U_0$). Бундан:

$$2u_q = Z_c i + u, \quad \text{ёки} \quad 2U_0 = Z_c i + u, \quad (12.12)$$

яъни, агар линия ўзгармас кучланиш манбаига уланган бўлса, уни кириш қисмида $2u_q$ қийматга эга бўлган кучланишга кетма-кет уланган $R=Z_c$ ва $Z_2=R_2=u_s/i$ (юклама қаршилиги) қаршиликлардан иборат бўлган занжирга алмаштирсак бўлади. Шундай қилиб, шу эквивалент занжир учун маълум бўлган u_q ва Z_c билан R_2 параметрлар орқали ток i ва қайтган тўлқинлар u_s ва i_s ни топа оламиз:

$$u_s = u_q - Z_c i \quad \text{ва} \quad i_s = -\frac{u_s}{Z_c}. \quad (12.13)$$

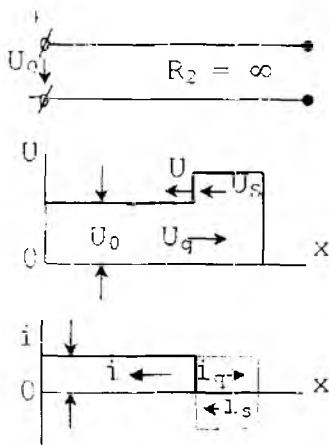
Энди бир жинсли узун линияни ташқи қаршилиқ R_2 га уланган деб олсак, унда (12.12) асосида қуйидагини ёза оламиз:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{2u_q}{Z_c + R_2}, u_s = u_q - Z_c i = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} \cdot u_q \\ i_s &= -\frac{u_s}{Z_c} = \frac{Z_c - R_2}{Z_c + R_2} \cdot i_q \end{aligned} \right\} \quad (12.14)$$

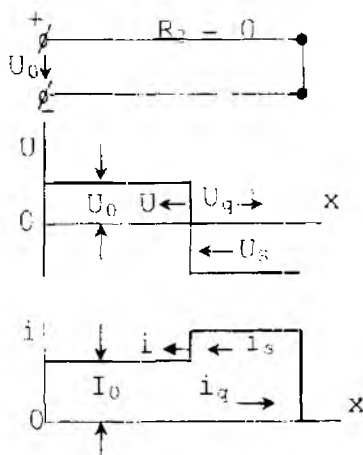
Тўғри ва тескари тўлқинлар қувватини аниқлайдиган бўлсак, линия чегарасидаги оний қувват (юклама ва истеъмол қилаётган қувват)

$$p = ui = (u_q + u_s) \frac{u_q - u_s}{Z_c} = \frac{u_q^2}{Z_c} - \frac{u_s^2}{Z_c} = p_q - p_s, \quad (12.15)$$

яъни у тўғри ва тескари тўлқинлар қувватларининг айирмасига тенг. (12.14) тенгламадан кўриниб турибдики, агар юклама қаршилиги линия тўлқин қаршилигига тенг бўлса ($R_2 = Z_c$), тескари тўлқин вужудга келмайди, яъни $u_s = 0$, $i_s = 0$. Шу ту-



12.3-расм



12.4-расм

файли $R_2 = 0$ ва линиядан етиб келган барча кувват юклама томонидан тўла-тўқис истеъмол қилинади. Юқоридаги ифодалардан фойдаланиб, линиянинг салт юриши ва қисқа туташув ҳолатларини ҳам кўриб чиқсак бўлади:

а) салт юришда $R_2 = \infty$; демак $u_s = u_q$ ва $i_s = -I_q$;

б) қисқа туташув ҳолатида $R_2 = 0$, демак $u_s = -u_q$ ва $i_s = I_q$.

Иккала ҳолатда ҳам тескари тўлқинлар қиймати тўғри тўлқинлар билан бир хил. Фақат учу очик (салт) линия чегарасидан эса қучланиш тўлқини ўз ишораларини ўзгартириб қайтадилар. Натижада, биринчи ҳолатда ўткинчи жараён тугагандан кейин ток i , иккинчи ҳолатда эса қучланиш u нолга интилиб боради.

Агар линия ихтиёрий қаршилиқ $R_2 \neq Z_c$ га уланган бўлса, қуйидаги ифодаларни ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} u_q = U_0, i_q &= \frac{1}{Z_c} U_0 = I_0, \\ u_2 - 2U_0 - i_2 Z_c &= 2U_0 - \frac{2U_0}{R_2 + Z_c} \cdot Z_c = \\ &= 2U_0 \frac{R_2}{R_2 + Z_c}, \\ i_2 &= \frac{2U_0}{R_2 + Z_c} \end{aligned} \right\} \quad (12.14)$$

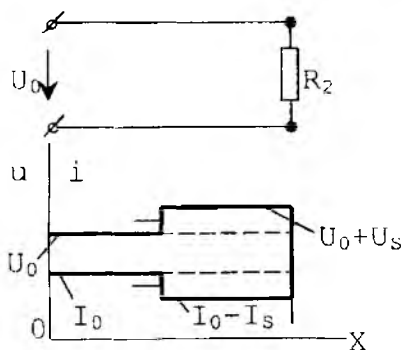
Линиянинг охиридаги кучланиш u_s тескари тўлқин u_s нинг қиймати ва ишорасига боғлиқ ва (12.14) тенгламага асосан:

$$\left. \begin{aligned} u_s &= \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} \cdot U_0 = k_a U_0 \\ \text{ток эса} \\ i_s &= \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} \cdot I_0 = k_a I_0 \end{aligned} \right\} \quad (12.17)$$

(Бу ерда: $k_a = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c}$ - акс коэффиценти; у ҳамма вақт 1

дан кичик бўлиб, фақат $R_2 = 0$ ва $R_2 = \infty$ бўлганда ± 1 га тенг бўлади). Биз олган мисолда $R_2 \neq Z_c > 0$, шу сабабли тескари тўлқинлар тўғри тўлқинлардан кичикроқ бўлади, яъни $u_s < u_0 = U_0$ ва $i_s < i_0 = I_0$. Шундай қилиб, бизни қизиқтирган линия чегарасидаги кучланиш ва ток қуйидагиларга тенг:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= U_0 + u_s = (1 + k_a) U_0 \\ i_2 &= I_0 - i_s = (1 - k_a) I_0 \end{aligned} \right\} \quad (12.18)$$



12.15-рasm

12.15-рasmда $1 > k_a > 0$, яъни $R_2 > Z_c$ ҳолат учун олинган тўлқинлар ҳаракати кўрса-тилган. Акс коэффицент $k_a > 0$ бўлгани сабабли истеъмоличига етиб келган тўлқин $u_0 = U_0$ катта қаршиликка дуч келади ва унинг зарядлари тўла нейтралланишга имкон топмайди ва қисман қайтувчи тўлқинга ўтади ($u_s > 0$).

Шунинг учун $u_2 = (1 + k_a) U_0 > U_0$. Агар < 0

бўлса (яъни $R_2 < Z_c$ бўлса), тўғри тўлқин келтирган зарядлар R_2 даги токни таъминлашга етмайди ва қўшимча зарядлар линиядан тортила бошлайди. Шунинг ҳисобига линиядаги кучланиш $u = u_0 + u_s = (1 + k_a) U_0 < U_0$ бир неча марта камаяди.

Кўриб чиқилган ўткинчи жараёнларни яна бир мисол билан яқунлайлик: линия охирига r_2 , L_2 параметрларга эга

бўлган занжир уланган ҳолатини кўрайлик. Энди тўла занжирнинг эквивалент схемаси актив қаршилик ($Z_c + R_2$) ва индуктивлик L_2 дан иборат бўлади. Демак, у ўзгармас кучланиш $u_q = U_0 - \text{const}$ га уланганда, занжирдаги ток

$$i = \frac{2u_q}{z_c + R_2} [1 - e^{-t/\tau}] = \frac{2U_0}{z_c + r_2} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (12.19)$$

бўлади (бу ерда $\tau = L_2 : (Z_c + R_2)$). (12.14) га биноан:

$$u_s = \left[\frac{r_2 - z_c}{r_2 + z_c} + \frac{2z_c}{r_2 + z_c} e^{-\frac{t}{\tau}} \right] U_0, \quad (12.20)$$

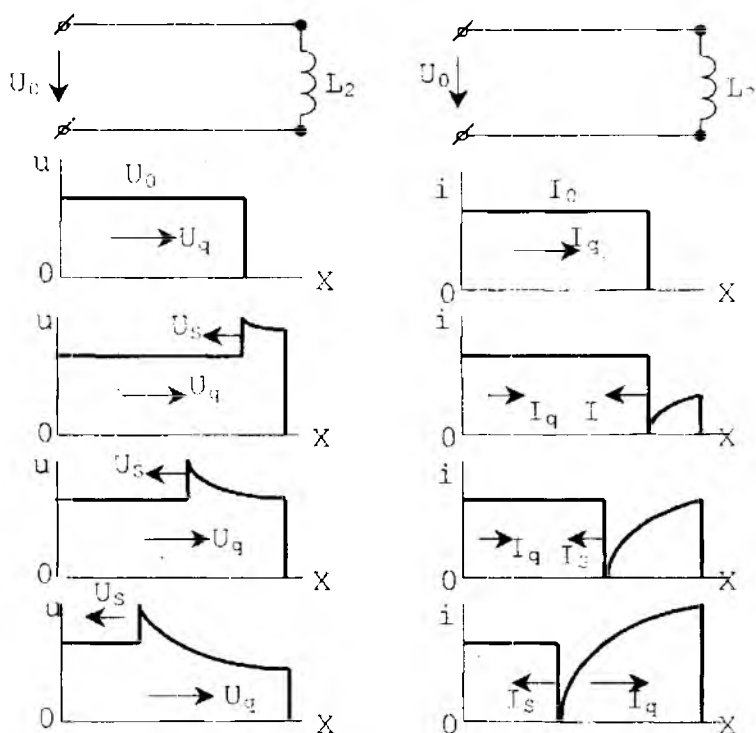
$$i_s = \left[\frac{z_c - r_2}{z_c + r_2} - \frac{2z_c}{z_c + r_2} e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \cdot \frac{U_0}{z_c}. \quad (12.21)$$

Линия уланган ондаёқ ($t=0$) R_2 , L_2 занжир акс эттириш қобилияти салт юришдаги линиядан фарқ қилмайди. Вақт ўтган сари ($t \rightarrow \infty$) ва линияга фақат R_2 улангандек ўзгара бошлайди. 12.6-расмда кучланиш ва ток тўлқинларининг тарқалиши $R_2 = 0$ учун кўрсатилган. (12.20) ва (12.21) тенгламага биноан

$$u_s = \left[-1 + 2e^{-\frac{z_c}{L_2} t} \right] U_0, \quad (12.22)$$

$$i_s = \left[1 + 2e^{-\frac{z_c}{L_2} t} \right] \frac{U_0}{Z_c} \quad (12.23)$$

12.6-а расмдан кўриниб турибдики, линия чегарасигача кучланиш U_0 катталигида етиб боради ва тескари тўлқин ҳисобига бирмунча кўпайиб, орқага қайтади. Аммо тескари тўлқин амплитудаси вақт ўтишига боғлиқ экспоненциал қонуният билан камайгани туфайли 12.6-расм. u_s нолга интила бошлайди ва ниҳоят L_2 қисмларидаги кучланиш нолга тенг бўлиб қолади ($t = \infty$). Ток тўлқинларининг ҳаракати 12.6-а расмда кўрсатилган: уларни (12.23) тенгламага қараб, тушуниш қийин эмас.



12.6-расм

12.5. Тўлқинларнинг икки линия туташган жойида акс этиши ва синиши

Тўлқинлар фақатгина линия охиридан ёки унга қаршилиқ уланган жойдан акс этмасдан, линиянинг бошқа линияга уланган жойидан ҳам қайтарилиши ёки с и н и ш и мумкин. Агар биринчи линиянинг тўлқин қаршилигини Z_{c1} , кучланишини u_1 ва токини i_1 деб олсак, иккинчи линияга тегишли қийматлар Z_{c2} , u_2 ва i_2 бўлади. Линиялар туташган жойда $u_1 = u_2$ ва $i_1 = i_2$. Агар биринчи линия манбага уланаётганда иккинчи линияда ҳеч қандай кучланиш ва ток бўлмаган бўлса, биринчи туташувчи тўлқин u_{q1} иккинчи туташувчи тўлқин u_{q2} га айланади. Биринчи тўлқинга нисбатан иккинчиси синган

тўлқин ҳисобланади ($u_{q2} \neq u_{q1}$). Шу билан бир вақтда ва $u_{c2} \neq u_{c1}$ туфайли линиялар туташган жойдан манба томон қайтувчи тескари тўлқин u_{s1} ҳам ҳосил бўлади. Айтганларни қуйидаги тенгламалар билан изоҳласа бўлади:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{q1} + u_{s1} = u_{q2} = u_2 \\ i_1 &= (u_{q1} - u_{s1}) : Z_{c1} = u_{s2} : Z_{c2} = i_2 \end{aligned} \right\} \quad (12.24)$$

Энди кўриниб турибдики,

$$\left. \begin{aligned} u_{q2} &= \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \cdot u_{q1}, u_{q1} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \cdot u_{q1} \\ i_{q2} &= \frac{2Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \cdot i_{q1}, i_{s1} = \frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \cdot i_{q1} \end{aligned} \right\} \quad (12.25)$$

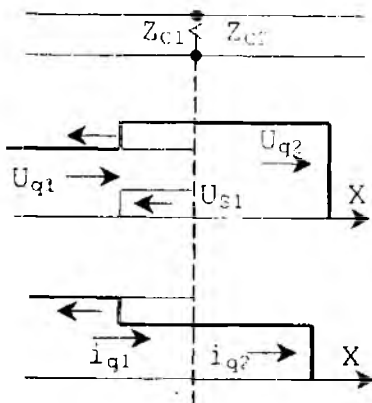
Агар (12.17) тенгламага биноан $K_a = \frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}}$ -акс коэф-

фициенти деб олинса, унда ($u_{q2} : u_{q1}$) ва ($i_{q2} : i_{q1}$) нисбатларини "с и н и ш к о э ф ф и ц и е н т л а р и" деб аташ мақсадга мувофиқ, яъни:

$$\left. \begin{aligned} K_{c(u)} &= \frac{u_{q2}}{u_{q1}} = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \\ K_{c(i)} &= \frac{i_{q2}}{i_{q1}} = \frac{2Z_{c1}}{Z_{c1} + Z_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (12.26)$$

(12.26) ифодалардан кўри-ниб турибдики, синиш натижасида тўлқин ўз ишорасини на кучланишда, на токда ўзгартирмайди. Линиялар туташган жойдан қайтган тўлқинлардан бири эса (ёки u_{s1} , ёки i_{s1}) ўз ишорасини қарама-қаршисига ўзгартиради; бу Z_{c1} билан Z_{c2} нини қийматига боғлиқдир. Масалан, $Z_{c2} > Z_{c1}$ бўлса (кабел линиядан ҳаво линияга ўтишни олганда), кучланиш тўлқини синиш натижасида зўраяди, ток тўлқини эса кучсизланиб ўтади. Линияларни туташув чегарасидан қайтувчи кучланиш тўлқини мушбатлигича қолса, токнинг тескари тўлқини манфий ишора билан қайтади.

12.7 а ва б-расмда қайтувчи ва синган тўлқинларнинг ҳаракати икки хил ўтиш шароити учун кўрсатилган. Биринчи ҳолда биринчи линиянинг тўлқин қаршидиги Z_1 кичикроқ бўлгани сабабли чегарагача бўлган кучланиш қайтувчи тўлқин

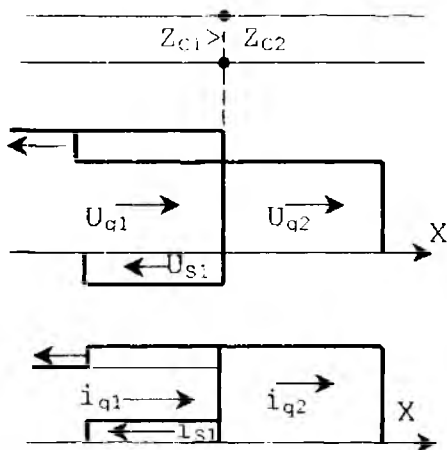


12.7-а расм

далаш мумкин:

$$P = u_1 i_1 = u_2 i_2, \quad \text{ёки}$$

$$(u_{q1} + u_{q2})(u_{q1} - u_{q2}) \cdot \frac{1}{Z_{c1}} = u_{q1}^2 : z_{c1} - u_{s1}^2 : z_{c1} = \frac{u_{q2}^2}{z_{c2}}$$



12.7-б расм

эса тескари тўлқин сифатида манба томон қайтади.

u_{s1} ҳисобига бирмунча кўпаяди, ток эса $i_{s1} < 0$ бўлгани туфайли бирмунча камаёди (12.7-а расм). Иккинчи ҳолда, яъни $Z_{c1} > Z_{c2}$ бўлгани сабабли, тескари самарани кузатамиз: u_1 камаёди, i_1 эса аксинча, кўпаяди (12.7-б расм). Шунни ҳам қайд этиб ўтиш керакки, Z_{c1} ва Z_{c2} бир-биридан қанчалик фарқ қилмасин, тўлқинлар устлашида ҳосил бўлган тўлқин қиймати икки барабардан ортиқ кўпая олмайди.

Линиядан ўтаётган қувватнинг чегарадаги қийматларини қуйидагича ифо-

демак,

$$\frac{u_{q1}^2}{z_{c1}} = \frac{u_{s1}^2}{z_{c1}} + \frac{u_{q2}^2}{z_{c2}},$$

ёки

$$P_{q1} = P_{s1} + P_{q2}$$

[бу ерда P_{q1} , P_{s1} ва P_{q2} - тегишлича тўғри (тушувчи), тескари (қайтувчи) ва синган тўлқинлар қуввати]. (12.27) ифодадан кўриниб турибдики, манбадан келаётган қувватнинг тўғри тўлқини қисман биринчи линиядан иккинчисига синиш натижасида ўтади, қисман

ХШ БОБ.

ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР СИНТЕЗИ

13.1. Умумий тушунчалар. Синтез олдидаги масалалар

Юкоридаги бобларда қўйилган таҳлил масалаларида асосан ягона саволга жавоб изланар эди: занжирнинг кириш қисмига берилган сигнал (таъсир) $f_1(t)$ қонунида ўзгараётган бўлса, унинг мураккаб таркибининг ихтиёрий элементидаги ҳаракат $f_2(t)$ қандай ўзгариш қонунига эга. С и н т е з эса тескари масалани ечишга имкон беради, яъни занжирнинг чиқиш қисми (элементи) даги ток (ёки кучланиш) қонунияти $f_2(t)$, кириш қисмида эса $f_1(t)$ бўлганда занжирнинг таркибий тузилишини аниқлайди. Синтез қилишдан олдин бирмунча шарт-шароитлар тўғрисида келишиб олиш мақсадга мувофиқдир. Биринчидан: берилган функцияларнинг ўхшашлиги шарт: яъни $f_1(t)$ ва $f_2(t)$ ҳар хил ўзгармас сон, ёки ҳар хил амплитуда ва фазаларга эга, аммо баробар даврли синусоидал функция (мас $u_1=U_{m1}\sin(\omega t+\psi_1)$ ва $u_2=U_{m2}\sin(\omega t+\psi_2)$ ва х.к. Иккинчидан, кириш сигнали $f_1(t)$ билан чиқишдаги реакция (акс таъсир) $f_2(t)$ орасидаги тахминий занжир шакли энг содда ва кам элементлардан ташкил топган бўлиши шарт. Учинчидан, тахминий занжир ички генератордан холи, яъни пассив бўлиши шарт.

Синтез масалаларини ечиш вариантларидан бири - номаълум занжирни пассив тўрткутблик билан алмаштиришдир. Ҳақиқатан ҳам, тўрткутблик таркибида ҳар қандай мураккабликда ихтиёрий шаклда актив, индуктив ва ситгим элементлари тўпланган бўлиши мумкин. Унинг кириш ва чиқиш қисмидаги кучланиш ва тоқлар турли у з а т и ш ф у н к - ц и я л а р и билан боғланган бўлади. Масалан, умумий ҳолда тўрткутбликнинг тенгламалар системаси

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

кўрinishда ёзиладиган бўлса ва чиқиш қисмидаги ташқи (юк-лама) қаршилиги Z аниқ бўлса, (13.1) ўрнига (13.2) ёзиш

мумкин. яъни, тўртгала функция ($\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2$ ва $\dot{I}_2$) ўзаро ҳар қандай вариацияда (13.2) ёрдамида боғланиши мумкин.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \left(A + \frac{B}{Z_2} \right) \dot{U}_2 = (AZ_2 + B) \dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= \left(C + \frac{D}{Z_2} \right) \dot{U}_2 = (CZ_2 + D) \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (13.2)$$

Шу боғловчи ёки узатиш функцияларидан бири

$$F(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{A + B/Z_2}$$

бўлиши мумкин. Кўриниб турибдики, берилган $\dot{U}_1, \dot{U}_2$ ва Z_2 орқали тўрткутблик доимийлари A, B, C ва D ни топиш мумкин. Ўзгармас коэффициентлар ёрдамида эса занжир шаклини ва унинг параметрларини топиш қийин эмас.

Умумий ҳолда кириш қисмидаги сигнални $f_1(t)$, чиқиш қисмидагини $f_2(t)$ деб олсак, уларнинг оператор усулида олинган тасвирлари тегишлича $F_1(p)$ ва $F_2(p)$ бўлади (бу ерда $p = s + j\omega$). Демак, оператор шаклида олинган узатиш функцияси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$K(p) = F_2(p) / F_1(p).$$

Чизиқли параметрларга эга бўлган занжирларни таҳлил қилганда, бир хил функционал вазифа бажарувчи занжир икки хил шаклда тузилган бўлиши мумкинлигини кўрдик (масалан, дифференциалловчи ва интегралловчи занжирлар, (9.4 ва 9.5-расм). Шундай бўлиши ҳам мумкинки, узатувчи функция маълум, аммо уни амалга ошириб бўлмайди, яъни унга муносиб ҳақиқий занжир мавжуд эмас. Бу саволларга жавобни $K(p)$ функциядан кидириш керак, чунки у ҳамма вақт ҳам оддий кўринишда учрайвермайди. Кўпинча биз излаётган занжирлар ҳақиқий R, L ва C элементлардан ташкил топган бўлади ва шу туфайли уларни ифодаловчи дифференциал тенгламалардаги доимий коэффициентлар ҳақиқий сонлардир. Демак, дифференциал тенгламаларга тегишли оператор тасвирлар ҳам ҳақиқий сонли коэффициентлар иштирокида тузилган алгебраик тенгламалардир.

13.2. Узатиш функцияларини оддий касрлар тарзида ифодалаш. Пассив икки кутбикларга оид кириш функцияларини ўзгартириш усуллари

Хар қандай узатиш функцияси иккита оператор сонининг бир-бирига бўлган нисбатидир, яъни u ҳам қандайдир оператор сон. Умумий ҳолда мазкур функция куйидаги каср тарзида кўрсатилиши мумкин:

$$F(p) = \frac{G(p)}{H(p)} \quad (13.3)$$

Ўз навбатида (13.3) бир неча оддий касрлар йиғиндиси билан алмаштирилиши мумкин, бу эса $G(p)$ ва $H(p)$ функцияларининг p ташкил этувчи қисмларидаги оператор p нинг энг юқори даражасига боғлиқ. Агар уларни тегишлича

$$\left. \begin{aligned} G(p) &= a_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0, \\ H(p) &= b_m p^m + A_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0 \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

кўринишда олсак, уч ҳолат содир бўлиши мумкин: $m > n$, $m = n$ ва $m < n$. Умумий ҳолда (13.3) каср куйидагича ёзилиши мумкин:

$$F(p) = \frac{G(p)}{H(p)} = A_\infty \cdot p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \dots + \frac{A_m}{p - p_m} \quad (13.5)$$

(бу ерда $p_1, p_2, \dots, p_m$ — полином $H(p)$ нинг илдизлари). Коэффициентларга келганда, $A_\infty \neq 0$, агар $n = m + 1$ бўлса; $A_\infty = 0$ ва $A_0 \neq 0$, агар $m = n$ бўлса ва нихоят $A_\infty = 0$, $A_0 = 0$, агар $m = n + 1$ бўлса. Кўриниб турибдики, $A_\infty = \left. \frac{F(p)}{p} \right|_{p=\infty} = \frac{a_n}{b_m}$;

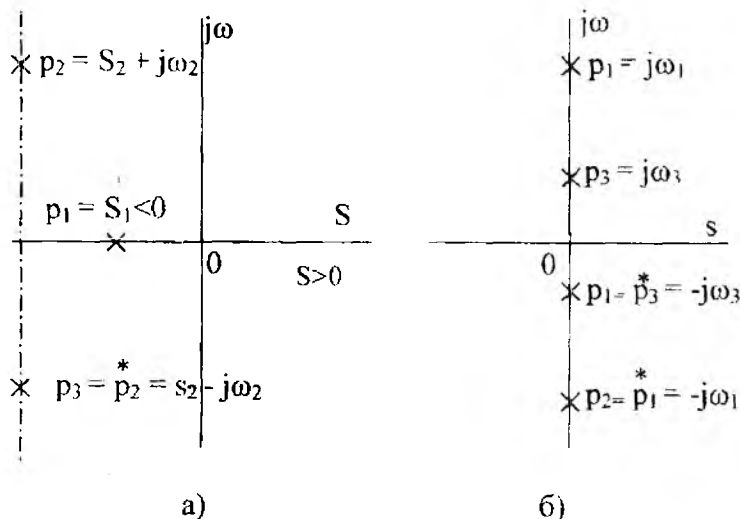
қолган коэффициентлар 8.16 да келтирилган ёйиш теорема сидан фойдаланган ҳолда топилади.

Юқорида айтилганидек, узатиш функцияси $F(p)$ нинг ўлчов бирлиги ихтиёрий бўлиши мумкин: Ом, См = 1/Ом, ёки ўлчовсиз. Буни иккикутбик синтези мисолида кўриш мумкин. Фараз қилайлик, иккикутбикнинг узатиш функцияси унинг кириш қисмидаги кучланиш $U(p)$ ток $I(p)$ га нисбати тарзида берилган. Яъни, бу ихтиёрий оператор қаршилиқ

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = A_\infty \cdot p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \dots + \frac{A_m}{p - p_m}.$$

Кўриниб турибдики, тенгламанинг дастлабки икки ҳади тегишлича қандайдир индуктив қаршилиқ $X(p) = pL$ (бу ерда $L =$

A_0) ва резистор $R_0 = A_0$. Бошқа ҳадларга келганда, уларнинг кўриниши фақатгина $p_1, p_2, \dots, p_n$ ларнинг қийматига боғлиқдир. Агар ихтиёрий илдизнинг умумий кўринишини $p_k = s_k + j\omega_k$ деб олсак, энг аввал унинг ҳақиқий қисми доимо манфийлигини эсда тутишимиз лозим, яъни $s_k < 0$. Акс ҳолда (яъни, $s_k > 0$ бўлса) бундай занжирда ўткинчи жараёнлар сўнмайди, ёки унинг ичида қўшимча энергия манбаи бор, деб тан олишга тўғри келади. Иккинчи навбатда шунини қайд қилиш лозимки, ҳар қандай $p = S_k + j\omega_k$ комплекс сонли илдизнинг $p_{k+1} = S_k - j\omega_k$ кўринишдаги боғланган комплекс сонли жуфтловчи илдизи ҳам бўлади. Бу шарт бажарилмаган ҳолда занжирдаги кучланиш $u(t)$ ва ток $i(t)$ ларга тегишли ечимлар ҳақиқий бўла олмайди. Ва ниҳоят, айрим илдизлар фақат мавҳум сонлардан ташкил топган бўлса, улар ўзаро қарралик нисбатларда (масалан, $p_4 = j\omega_4$ ва $p_1 = j7\omega_4$) бўлмаслиги шарт. (13.5) нинг илдизларини тегишли комплекс текислигида тасвирлаш мумкин (13.1- а ва б расм): илдизлар ҳақиқий ва



13.1 расм

боғланган комплекс сонлардан иборат бўлса, улар мазкур текислиkning чап томонида ($\pm j\omega$ ўқига нисбатан) жойлашган бўлади (13.1-а расм). Илдизлар мавҳум бўлса, улар мавҳум ўқ

$j\omega$ устида жойлашган бўлади (13.1-б. расм). Биринчи ҳолда операторнинг қаршилиги Z_p , резистор R , индуктивлик L ва снгим C лардан ташкил тошган бўлади.

Илдизлар фақат мавҳум бўлганда синтез қилинувчи занжир реактив элементлар ва C дан ташкил топади. Яъни бундай занжирда фаол исрофлар содир бўлмайди: ундаги магнит ва электр майдонлари энергияси ўзгариб туради ҳолос.

Энди 13.5-а расмда келтирилган узатиш функциясининг (ёки аниқроғи, к и р и ш ф у н к ц и я с и н и н г илдизларини фақат мавҳум (ёки ҳақиқий) сонлардан иборат деб оламиз. Биринчи ҳолда $p_k = j\omega_k$ ва $p_{(k+1)} = -j\omega_k$ бўлса, $A_k = \alpha_k' + j\alpha_k''$ ва $A_{(k+1)} = \alpha_k' - j\alpha_k''$ бўлади. Шу туфайли

$$\frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_{k+1}}{p - p_{k+1}} = \frac{a_k' + ja_k''}{p - j\omega_k} + \frac{a_k' - ja_k''}{p + j\omega_k} = -\frac{2a_k' \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} - \frac{2a_k'' \cdot \omega_k}{p^2 + \omega_k^2},$$

аммо $S \geq 0$ бўлганда, ҳар қандай оператор функция $F(p)$ нинг ҳақиқий қисми $\operatorname{Re} [F(p)] \geq 0$ бўлиши учун $\alpha_k'' = 0$ бўлиши шарт. Шундай экан, сўнгги тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_{k+1}}{p - p_{k+1}} = \frac{2a_k' \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} = \frac{B_k \cdot p}{p^2 + \omega_k^2} \quad (13.6)$$

(бу ерда $B_k = 2\alpha_k'$ - ҳақиқий сондир).

Иккинчи турли илдизларни ҳақиқий сонлар деб қабул қилсак, яъни $P_i = S_i = -\gamma_i$, уларга тегишли оддий касрлар қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{A_i}{p - p_i} = \frac{A_i}{p + \gamma_i} \quad (13.7)$$

Шундай қилиб, илдизлар фақат мавҳум ва фақат ҳақиқий сонлардан иборат бўлса, кириш функция оператори:

$$Z(p) = A_\infty p + A_0 + \frac{B_1 p}{p^2 + \omega_1^2} + \frac{B_3 p}{p^2 + \omega_2^2} + \dots + \frac{A_{m-1}}{p + \gamma_{m-1}} + \frac{A_m}{p + \gamma_m} \quad (13.8)$$

Қўйилган масалани аниқлаштириш мақсадида қуйидаги яққол мисолни кўрайлик: кириш функцияси

$$Z(p) = A_\infty p + A_0 + \frac{B_1 p}{p^2 + \omega_1^2} + \frac{A_3}{p + \gamma_3} = Z_\infty(p) + Z_0(p) + Z_1(p) + Z_3(p) \quad (13.8 \text{ а})$$

бўлган занжирни қандай элементлардан тузилиши мумкинлигини кўриб чиқайлик. Юқорида кўрсатилганга биноан,

$Z_{\infty}(p) = p L_{\infty}$ ($L_{\infty} = A_{\infty}$) ва $Z_0(p) = R_0$ ($R_0 = A_0$), яъни улар кетма-кет уланган индуктивлик L_{∞} ва резистор R_0 дир. Учинчи ташкил этувчи $Z_1(p)$ ни

$$\frac{B_1(p)}{p^2 + \omega_1^2} = \frac{1}{p B_1 + \frac{\omega_1^2}{p B_1}} \quad (13.9)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Энди бу қаршилик фақат реактив элементлардан ташкил топганини ҳисобга олсак, хусусий ҳолда параллел уланган индуктивлик L_1 ва сифим C_1 параметрларнинг эквивалент қаршилигини эслатади. Ҳақиқатан, бундай оператор қаршилик

$$Z_1(p) = \frac{pL_1 \cdot \frac{1}{pC_1}}{pL_1 + \frac{1}{pC_1}} = \frac{1}{pC_1 + \frac{1}{pL_1}} \quad (13.10)$$

яъни (13.9) тенглама билан солиштирилганда $C_1 = 1/B_1$ ва $L_1 = B_1/\omega_1^2$. Шунини қайд қиламизки, $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ - ушбу тебраниш контурининг хусусий бурчак частотасига тенг. Шундай қилиб, синтез ёрдами билан қидириляётган номаълум занжирнинг учинчи участкаси параллел тебраниш контури $L_1 - C_1$ дан иборат экан. Ва няхоят, $Z(p)$ нинг тўртинчи ташкил этувчиси

$$Z_3(p) = \frac{A_3}{p + \gamma_3} \quad \text{параллел уланган резистор } R_3 \text{ ва сифим } C_3$$

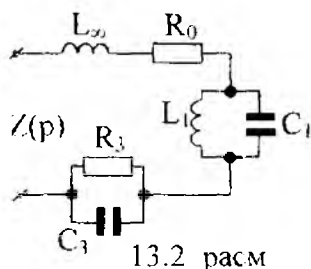
лардан иборат, деб олсак бўлади; чунки бу ҳолда

$$Z_3(p) = \frac{R_3 \frac{1}{pC_3}}{R_3 + \frac{1}{pC_3}} = \frac{1/C_3}{p + 1/R_3 C_3} \quad (13.11)$$

Кўриниб турибдики, номаълум

қаршилик $R_3 = A_3 / \gamma_3$ ва сифим

$C_3 = 1/A_3$. Шундай қилиб, (13.8 а) га муносаббат занжир 13.2 расмда келтирилган схема бўлиб чиқади. Умуман олганда, ихтиёрий занжир синтезида асосий узатиш функцияси $F(p)$ сифатида кириш



13.2 расм

ўтказувчанлиги $Y(p)$ ҳам берилиши мумкин. Бу ҳолда, синтезланувчи элементлар занжир участкаларини ташкил қилади. Тўла занжир бир неча параллел уланган тармоқлардан иборат бўлиб, улар $Y(p)$ нинг тегишлича ташкил этувчилари кўринишига қараб тузилади. Энди бир неча мисоллар кўриб чиқайлик.

13.1 - м и с о л. Пассив иккиқутбликнинг кириш функцияси (оператор қаршилиги) $Z(p) = \frac{p^4 + 4p^2 + 3}{p^3 + 2p}$ бўлса, у қандай кўринишли занжирга мутаносиб?

Е ч и ш. Берилган касрнинг суратини махражига бўлиш натижасида қуйдагини олиш мумкин:

$$Z(p) = p + \frac{1}{0.5p + \frac{1}{0.25p + 3}} = Z_1(p) + \frac{1}{Y_2(p) + Y_3(p)} \quad (*)$$

Оператор қаршилигининг биринчи ташкил этувчиси $Z_1(p) = pL_1 = p \cdot 1$, демак бу элемент индуктивлик $L=1(\Gamma)$. Тўла қаршиликнинг иккинчи қисми $z_2(p) = \frac{1}{Y_2(p) + Y_3(p)}$, яъни у ик-

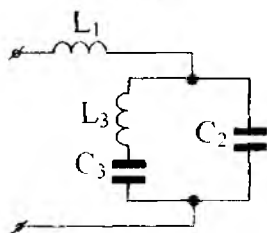
кита параллел уланган ўтказувчанлик $Y_2(p) = 0.5p$ ва $Y_3(p) = \frac{0.25p}{p^2 + 1.5}$ дан иборат. Демак, $Y_2(p) = pC_2$ - сиғим

ўтказувчанлиги. Бундан маълум бўладики, $C=0.5$ (ф). Сўнгги ўтказувчанликка келсак, у юқорида келтирилган

$G_k(p) = \frac{B_k p}{p^2 + \omega_k^2}$ ифодани эслатади. Демак, бу тенглама кетма-

кет уланган ($L_3 - C_3$) тебранма контурни тасвирлайди. Бу ҳолда

$$L_k = L_3 = \frac{1}{B_k} = \frac{1}{0.25} = 4(\Gamma) \quad \text{ва} \quad C_k = C_3 = \frac{B_k}{\omega_k^2} = \frac{0.25}{1.5} = \frac{1}{6}(\Phi)$$



13.3 - расм

Занжирнинг тўла қаршилиги ифодаси (*) га қараганда, унинг кўриниши 13.3-расмда кўрсатилгандек бўлади. Синтез қилиб олинган занжирга ишонч ҳосил қилиш учун уни тўла оператор қаршилигини занжирнинг параметрларига қараб тузайлик:

$$Z(p) = pL_1 + \frac{\left(pL_3 + \frac{1}{pC_3}\right) \frac{1}{pC_2}}{pL_3 + \frac{1}{pC_2} + \frac{1}{pC_3}} = p + \frac{\left(4p + \frac{6}{p}\right)^2}{4p + \frac{2}{p} + \frac{6}{p}} = p + \frac{2p^2 + 3}{p^3 + 2p} =$$

$$= \frac{p^4 + 4p^2 + 3}{p^3 + 2p}$$

яъни изланган занжир тўғри тузилган.

13.3. Реактив икки қутбликларнинг частотавий характеристикаси. Нол ва қутблар тўғрисида тушунчалар

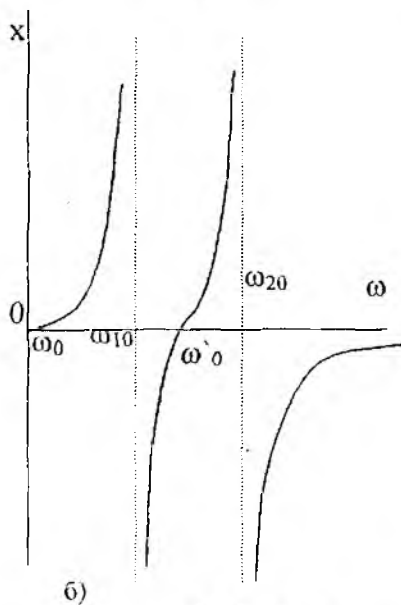
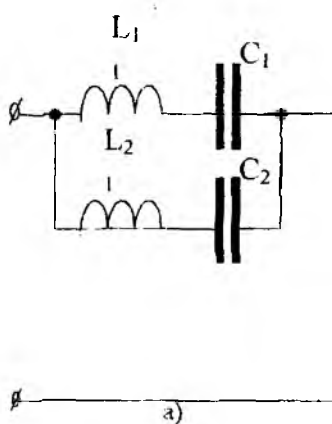
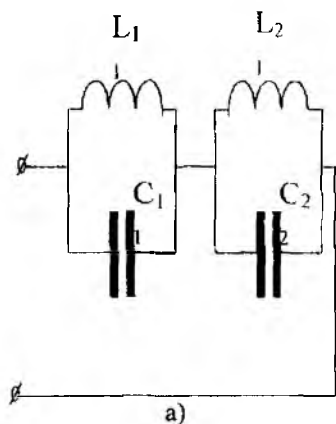
Пассив иккиқутбликларни таърифлашда келтирилган мисолларга қараганда, улар кўпинча реактив элементлардан иборат бўлади. Бунинг сабаби, кўпчилик энергия ўзгартирувчи занжир ва уларнинг элементлари олдига қўйиладиган талаблардан бири берилган қувватни сарфламасдан манбадан истеъмолчига ўтказишдир. Мазкур вазифа эса резисторсиз, яъни фақат индуктивлик ва сифимлардан ташкил топган занжир зиммасига қўйилади. Шундай экан, узатиш функцияси $Z(p)=x(p)$ мавҳум сон бўлгани туфайли оператор $p = j\omega$ деб ишлатилиши мумкин. Демак занжирнинг тўла реактив қаршилигини

$$Z(p) = x(j\omega) = jk \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \dots (\omega^2 - \omega_n^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_2^2) \dots (\omega^2 - \omega_{m-1}^2)} \quad (13.12)$$

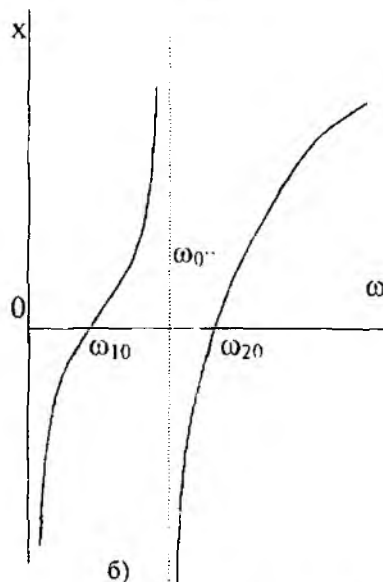
тарзда ёзиш мумкин (бу ерда $\omega_1, \omega_3, \dots - \omega_n$ - суратдаги полином илдизлари, $\omega_0, \omega_2, \dots - \omega_{m-1}$ - махраждаги полином илдизлари). $\omega_1, \omega_3, \dots$ ва х.к. лардан бирортаси ω га тенг бўлса, $x(j\omega) = 0$ бўлади, яъни шу нуктада узатиш функцияси нолдан ўтади. Агар $\omega_0, \omega_2, \dots$ ва х.к. лардан бири (ёки бир нечтаси) ω га тенг бўлса, $x(j\omega) = \pm \infty$ бўлади, яъни шу нуктада узатиш функцияси қутб атрофида жойлашади.

Айтилганларни икки хил реактив элементли перофсиз занжир мисолида кўриб чиқайлик. Биринчи ҳолда, "занжирни

иккита кетма-кет уланган параллел тебраниш контурларидан иборат” деб олсак (13.4- а расм), иккинчи ҳолда уни “иккита параллел уланган кетма-кет тебраниш контурларидан ташкил топган” деб оламиз (13.5-а расм). Занжирнинг биринчи контури учун:



13.4- расм



13.5 - расм

$$Y_1(j\omega) = b(j\omega) = -j \left[\frac{1}{\omega L_1} - \omega C_1 \right] = j \left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right)$$

ёки

$$x_1(j\omega) = \frac{1}{Y_1(j\omega)} = -j \frac{L_1 C_1}{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}} = j \frac{\omega C_1}{\omega_{10}^2 - \omega^2}$$

Худди шунга ўхшаш унинг иккинчи контури қаршилиги:

$$x_2(j\omega) = j \frac{\omega C_2}{\omega_{20}^2 - \omega^2}$$

Бу ерда $\omega_{10} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ ва $\omega_{20} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ - тебраниш контурларининг хусусий частоталари. Занжирнинг тўла қаршилиги, ёки унинг кириш функцияси:

$$z(j\omega) = x(j\omega) = x_1(j\omega) + x_2(j\omega) = j \left[\frac{\omega C_1}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega C_2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} \right] =$$

$$= j\omega \frac{\frac{1}{C_1}(\omega_{20}^2 - \omega^2) + \frac{1}{C_2}(\omega_{10}^2 - \omega^2)}{(\omega_{10}^2 - \omega^2)(\omega_{20}^2 - \omega^2)}$$

Кўриниб турибдики, $x(j\omega) = 0$ бўлиши учун ёки $\omega = 0$, ёки $\omega = \infty$ шarti бажарилиши лозим. Аммо бу яққол ҳолатлардан ташқари яна бир нуқта бор; яъни $[(\omega_{20}^2 - \omega^2) / C_1 + (\omega_{10}^2 - \omega^2) / C_2] = 0$, ёки бир қанча алгебраик ўзгартиришлардан кейин:

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} \quad (13.14)$$

Топилган илдиз қийматлари $Z(p) = x(j\omega)$ функциясининг н о л л а р и бўладиган бўлса, унинг қ у т б л а р и $x(j\omega) = \infty$ шarti бажарилганда топилади. Бу эса (13.13) нинг махражи нолга тенг бўлганда аниқланади, яъни $(\omega_{10}^2 - \omega^2)(\omega_{20}^2 - \omega^2) = 0$, ёки қутбли нуқталарда:

$$\omega^2 = \omega_{10}^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \quad \text{ва} \quad \omega^2 = \omega_{20}^2 = \frac{1}{L_2 C_2} \quad (13.15)$$

Занжир қаршилигининг частотага боғланиши $x(\omega)$ эгри чиқиқлари 13.4-б расмда кўрсатилган.

13.5-а расмда берилган занжир учун айрим қаршиликлар $Z_1(p) = x_1(j\omega)$ ва $Z_2(p) = x_2(j\omega)$ қуйидагича ифодаланади:

$$x_1(j\omega) = pL_1 + \frac{1}{pC_1} = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}, \quad x_2(j\omega) = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$$

Занжирнинг тўла қаршилиги $x(j\omega) = \frac{x_1(j\omega) \cdot x_2(j\omega)}{x_1(j\omega) + x_2(j\omega)}$, ёки

$$x(j\omega) = j \frac{(\omega^2 - \omega_{10}^2)(\omega^2 - \omega_{20}^2)}{\omega^2 \left[\frac{1}{L_1}(\omega^2 - \omega_{20}^2) + \frac{1}{L_2}(\omega^2 - \omega_{10}^2) \right]} \quad (13.16)$$

Кўриниб турибдики, функция ноллари икки нуқтада жойлашган:

$$\begin{aligned} \omega^2 = \omega_{10}^2 &= 1/L_1 C_1, & \omega_{10} &= \sqrt{1/L_1 C_1}, \\ \omega^2 = \omega_{20}^2 &= 1/L_2 C_2, & \omega_{20} &= \sqrt{1/L_2 C_2}. \end{aligned} \quad (13.17)$$

Қутбларни аниқлашдаги шартни бажариш учун (13.16) тенгламанинг махражини нолга тенг деб олишимиз керак, яъни

$$\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \omega^2 - \left(\frac{\omega_{10}^2}{L_2} + \frac{\omega_{20}^2}{L_1} \right) = 0,$$

ёки
$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{(L_1 + L_2)C_1 C_2}} \quad (13.18)$$

Тегишли эгри чизиклар $X(\omega)$ 13.5-б расмда келтирилган ва улар занжирнинг частотавий тавсифларини деб ҳам аталади.

13.4. Пассив тўртқутблик синтез асослари

Агар пассив иккиқутблик узатиш функцияси асосан кириш қаршилиқ $Z(p)$, ёки ўтказувчанлик $Y(p)$ тарзида учрайдиган бўлса, тўртқутблик учун бундай функция кучланишнинг кучланишга бўлган ўлчовсиз нисбатлари $U_2(p)/U_1(p)$ тарзида ҳам берилиши мумкин. Масалан, тўртқутблик тенгламалар системаси

$$\begin{cases} U_1(p) = AU_2(p) + BU_2'(p) \\ I_1(p) = CU_2(p) + DU_2'(p) \end{cases} \quad (13.19)$$

кўринишда ёзилган бўлса, унга тўрт хил узатиш функцияси тааллуқлидир:

$$K_u(p) = U_2(p)/U_1(p), K_1(p) = I_2(p)/I_1(p), \\ K_v(p) = I_2(p)/U_1(p) \text{ ва } K_2(p) = U_2(p)/I_1(p)$$

Умумий ҳолда ҳар бир функция ихтиёрий равишда

$$K(p) = \frac{G(p)}{N(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \quad (13.20)$$

каср тарзида берилган бўлиши мумкин (бу ерда $m < n$).

$G(p)$ полиномининг илдизларини $p_{10}, p_{20}, \dots, p_{m0}$ ва $N(p)$ полиномининг илдизларини $p_{1\infty}, p_{2\infty}, \dots, p_{n\infty}$ деб белгиласак, (13.19) ўрнига

$$K(p) = C \frac{(p - p_{10})(p - p_{20}) \dots (p - p_{m0})}{(p - p_{1\infty})(p - p_{2\infty}) \dots (p - p_{n\infty})} \quad (13.20, a)$$

ни ёзиш мумкин (бу ерда $C = b_m/a_n$). Демак, тегишлича шартлар қўйилса, занжирнинг частотавий тавсифини куриш қийин эмас. Пассив тўртқутбликлар ҳам қўпинча энергия узатувчи сифатида ўз элементларида энергия сарфламайдиган занжир ҳисобланади. Шу туфайли улар реактив элементлардан ташкил топган бўлади. Иккинчи томондан, синтез қилинаётган занжирнинг тузилиши (структураси) мутлақо номаълум деб ҳисоблаш ҳам тавсия этилмайди. Буни сабаби кўп ҳолларда учрайдиган тўртқутбликларнинг Т-П ёки кўприк шаклларидаги соддагина алмаштириш схемалари ёрдамга келади. Масалан, Т-симон алмаштириш схемасини (13.19) да кўрсатилган тенгламалар системасини оладиган бўлсак, унинг доимий коэффициентлари тегишли равишда

$$A = 1 + Z_1(p) \cdot Y_0(p) \quad B = Z_1(p) + Z_2(p) + Z_1(p) \cdot Z_2(p) \cdot Y_0(p) \text{ бўлади.} \\ C = Y_0(p) \quad \text{ва} \quad D = 1 + Z_2(p) \cdot Y_0(p)$$

Демак, узатиш функциясининг оператор тасвири (13.20) тенглама кўринишида берилган бўлса, уни (13.19) билан мослаштира сак, масала ҳал бўлади. Пассив тўртқутбликнинг айрим элементларини ташкил этувчи L ва C параметрларга келганда, уларнинг ҳаммасини $L_1 - C_1, L_2 - C_2$ ва $L_0 - C_0$ параллел резонанс контурлардан иборат деб фараз қилайлик. Бу ҳолда ҳар бир қаршилик ва ўтказувчанлик оператор шаклининг қуйидагича ёзилиши керак:

$$Z_1(p) = \frac{p}{p^2 + \omega_1^2}, Z_2(p) = \frac{p}{p^2 - \omega_2^2} \quad \text{ва} \quad Y_0(p) = \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 - \omega_0^2}$$

Энди фараз қилайлик, шундай тўрткутблик тузиш керакки, унинг узатиш функцияларидан бири $k_u(p) = U_2(p)/U_1(p)$ ва иккин-

чиси $k_i(p) = I_2(p)/I_1(p) = (p \cdot \cos \alpha - \omega \sin \alpha) : (p \cdot \sin \alpha + \omega \cos \alpha)$ аник оператор тасвирларга эга бўлсин. Энди (13.19) тенглама ўрнига

$$\left. \begin{aligned} I &= A \cdot k_u(p) + B \frac{I_2(p)}{U_1(p)} \\ I &= C \frac{U_2(p)}{I_1(p)} + D \cdot k_i(p) \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ёки} \quad [I - A \cdot k_u(p)][I - D \cdot k_i(p)] = BC \cdot k_u(p) \cdot k_i(p) \quad (13.21)$$

ни ёзиш мумкин. Тўрткутбликлар мувозанатига доир $AD - BC = 1$ тенгламани ҳисобга олганда, (13.21) тенглама ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$1 - A \cdot k_u(p) - D \cdot k_i(p) + k_u(p) \cdot k_i(p) = 0. \quad (13.22)$$

Масалани осонлаштириш мақсадида тўрткутбликни симметрик деб оламиз, яъни $Z_1(p) = Z_2(p)$, ёки

$$A = D = 1 + Z_1(p) \cdot Y_0(p) = 1 + Z_2(p) \cdot Y_0(p) = 1 + \frac{p/C_1}{p^2 + \omega_1^2} \cdot \frac{p^2 + \omega_0^2}{p/C_0} \quad (13.13)$$

(13.22)тенглама билан (13.23) тенгламаларни бирга ечиш натижасида қуйидагиларга эришамиз:

$$\frac{k_u(p) \cdot k_i(p) + 1}{k_u(p) + k_i(p)} = 1 + \frac{C_0}{C_1} \cdot \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + \omega_1^2},$$

ёки

$$\frac{(p^2 + \omega^2) \cdot \cos \alpha}{(p - \omega^2) \cdot \sin \alpha + 2p\omega \cdot \cos \alpha} = 1 + \frac{C_0}{C_1} \frac{p^2 + \omega_0^2}{p^2 + \omega_1^2}. \quad (13.24)$$

Бу ерда: ω - манба частотаси, $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ ва $\omega_0 = 1/\sqrt{L_0 C_0}$;

α - ток I_2 билан кучланиш U_2 орасидаги силжиш бурчаги. Оператор $p = j\omega$, деб олинса, (13.24)-тенгламадан

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_0 L_1} \cdot \frac{(L_0 + L_1)}{(C_0 + C_1)}} \quad (13.25)$$

чиқади. Демак, тўрткутбликдаги тебраниш контурларининг параметрлари L_0 , L_1 , C_0 ва C_1 ихтиёрий вариантда танланиши мумкин.

Электр ва магнит катталикларнинг бирликлари

Электромагнит катталиклар номи	Катталик белгиси	Бирлиги	Бирлик номи	Бирлик белгиси
I. Умумий электр ва магнит катталиклари				
Электр миқдори (ҳажми) заряд	Q, q	Ампер-секунд	Кулон	Кл
Электр майдоннинг кучланганлиги, потенциал градиенти	$E, \text{ grad}\phi$	Вольт тақсим метр	-	В/м
Электр заряд силжиши	D	Кулон тақсим метр кв.	-	Кл/м ²
Электр доимийси	ϵ_0	Фарада тақсим метр	-	Ф/м
Электр сизгим	C	Кулон тақсим метр	Фарада	Ф
Электр юритувчи куч, кучланиш, потенциал	e, u, ϕ	Вольт	Вольт	В
Электр ток	I, i	Ампер	Ампер	А
Электр токнинг зичлиги	δ	Ампер тақсим метр квадрат	-	А/м ²
Электр қаршилиқ	R, r	Вольт тақсим ампер	Ом	Ом
Электр ўтказувчанлик	G, g	Ампер тақсим вольт	Сименс	См
Электр энергия (электр бажарган иш)	W, A	Вольт-ампер-секунд (ватт-секунд)	Жоуль	Ж
Электр қувват	P, p	Вольт-ампер	Ватт	Вт
Магнит оқими Илашган магнит оқими	Φ $\Psi = w\Phi$	Вольт-секунд	Вебер	Вб Вб

Магнит индукция	B	Вольт-секунда	Вебер	Тл
Магнит майдон кучланилиши	H	Вебер тақсим метр квадрат	Тесла	А/м
Магнит доимийси	μ_0	Ампер тақсим метр	-	Г/м
Индуктивлик	L	Генри тақсим метр	-	Г
Ўзароиндуктивлик	M	Вебер тақсим ампер	Генри	Г
Магнит юритувчи куч (магнитловчи куч)	$F=H I$	Вебер тақсим ампер Ампер	Генри Ампер	А
II. Ҳазарувчан (синусоидал) токларга оид катталиклар				
Электр ток: оний	i	Ампер	Ампер	А
амплитудавий	I_m	Ампер	Ампер	А
эффeктив (амалий)	$I = I_m / \sqrt{2}$	Ампер	Ампер	А
ўрта	I_{op}	Ампер	Ампер	А
Ток даври	T	секунд	секунд	с
Ток частотаси	$f=1/T$	бир тақсим секунд	Герц	Гц
Бурчак частота	$\omega=2\pi/T$	радиан тақсим секунд	-	рад/с
Тоқнинг (э.ю.к.нинг, кучланишининг) бошланғич фаза-си	$\Psi_i(\Psi_e, \Psi_u)$	радиан (градус)	-	-
Ток ва кучланишнинг ўртасидаги фазавий сифати	$\varphi=\Psi_u-\Psi_i$	радиан (градус)	-	-

Қуыват: актив	$P=UI^* \cos \varphi$	вольт-ампер	Ватт	Вт
реактив	$Q=UI \sin \varphi$	вольт-ампер	Вольт-ам- пер реак- тив	вар
Тура	$S=UI$	вольт-ампер	Вольт-ампер	ВА
Қуыват коэф- фициенти	$\cos \varphi$	-	-	-
Резонанс час- тотасы	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	радиан тақсим секунд	-	рад/с
Тулқин қарсылық	$P = \sqrt{LC}$	вольт тақсим ампер	Ом	Ом

М У Н Д А Р И Ж А

Мукаддима.....	3
I БОБ. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ВА УНИНГ ХУСУСИЯТЛАРИ	
1.1. Электр майдон (қисқача тавсиф)	9
1.2. Электр майдон кучлари ва улар бажарадиган иш. Электр потенциаллари	11
1.3. Магнит майдон ва унинг хусусиятлари.....	15
1.4. Магнит оқим, магнит индукция ва магнит майдонининг кучланганлиги	17
1.5. Магнит майдонидаги ҳаракатланувчи электр заряд. Лоренц кучи.	20
1.6. Электромагнит индукция ҳолисаси (қонуният)	22
1.7. Илашган магнит оқим. Ўзиндукция ва ўзаро- индукция э.ю. кучлари.	26
1.8. Ҳулиқ ток қонуни	30
1.9. Электр токи ва унинг турлари	33
1.10. Электр тоқининг узлуксизлигига оид назария (қонуният)	41
II БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИ НАЗАРИЯСИГА ОИД ТУШУНЧА ВА ҚОНУНИЯТЛАР	
2.1. Электр занжири ва унинг таркибидаги элементлар.....	44
2.2. Электр занжирларининг параметрлари ва уларнинг характеристикалари (тавсифлари)	47
2.3. Мужассам (йиғиқ) ва тарқоқ параметрли занжирлар тўғрисида тушунча.....	54
2.4. Электр занжиридаги элементар ток ва кучланишлар.....	56
2.5. Э.ю.к. ва ток манбалари.....	58
2.6. Электр занжири схемалари (шакллари)	60
2.7. Электр занжирлар топологияси. Схема графи тўғрисида тушунча	64
2.8. Электр схемадаги уланишлар матрицаси	66
2.9. Электр занжирларига оид қонунлар	68

2.10. Занжир тоқларининг туғун тенгламалари (графо схемалари асосида)	71
2.11. Занжир граф-схемасининг контур тенгламалари. Контурлар матрицаси.	73

III БОБ. БИР ФАЗАЛИ СИНУСОИДАЛ ЎЗГАРУВЧАН ТОҚ ЗАНЖИРЛАРИ

3.1. Синусоидал ўзгарувчан электр юритувчи куч ва тоқлар.....	76
3.2. Бир фазали синусоидал ўзгарувчан тоқ	78
3.3. Ўзгарувчан тоқнинг эффектив ва ўртача қийматлари.....	82
3.4. Синусоидал функцияларни айланувчи векторлар ёрдамида ифодалаш. Вектор диаграммалар.....	85
3.5. Резистор, индуктив галтак ва конденсатор кетма-кет уланган занжирдаги тоқ.....	87
3.6. Резистор, индуктив галтак ва конденсатор параллел уланган занжирдаги тоқ.....	92
3.7. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан тоқ қуввати.....	96
3.8. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан тоқ энергиясининг тебраниши. Занжир элементларидаги оний қийматлар.....	99
3.9. Кетма-кет ва параллел уланган синусоидал ўзгарувчан тоқ занжирларини эквивалент занжирларга алмаштириш принципи.....	103

IV БОБ. ЎЗГАРУВЧАН ТОҚ ЗАНЖИРЛАРИНИ КОМПЛЕКС УСУЛДА ҲИСОБЛАШ

4.1. Ҳисоблашнинг комплекс усули ҳақида тушунча	106
4.2. Кирхгоф қонунларининг комплекс шаклда ифода- ланиши. Комплекс қаршилиқлар ва ўтказувчанликлар.....	111
4.3. Қувват комплекси	114
4.4. Оддий ва мураккаб занжирларни комплекс усули билан ҳисоблаш	115
4.5. Э.ю.к. манбаларини комплекс усулда тоқ манба- ларига ва тоқ манбаларини э.ю.к. манбаларига алмаштириш	119
4.6. Юлдуз ва учбурчак тарзида уланган тармоқларни ўзар алмаштириш усули	121
4.7. Кирхгоф қонунларини бевосита татбиқ этиш усули.....	127
4.8. Контур тоқ тари усули.....	129

4.9. Тугун кучланишлари усули	132
4.10. Суперпозиция ёки принципи ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қоидалари	139
4.11. Мутаносиблик принцили ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қоидалари	142
4.12. Эквивалент генератор усули	143
4.13. Индуктив боғланган занжирларни ҳисоблаш усуллари	145
4.14. Индуктив боғланган занжирлардаги турғунлашган режимларни ҳисоблаш	148
4.15. Ўзаксиз трансформатор. Трансформаторнинг эквивалент схемаси ва вектор диаграммаси	153

Ҳ Б О Б. Э Л Е К Т Р З А Н Ж И Р Л А Р И Д А Г И Р Е З О Н А Н С Ҳ О Д И С А Л А Р И –

5.1. Тебраниш системаси ва резонанс ҳодисаси (умумий тушунчалар)	161
5.2. R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирларда резонанс (кучланишлар резонанси)	164
5.3. Кетма-кет уланган резонанс занжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари)	167
5.4. R, L ва C элементлари параллел уланган занжирда резонанс (тоқлар резонанси)	173
5.5. Резонансли параллел уланган занжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари)	175
5.6. Элементлари кетма-кет ва параллел уланган резонансли занжирда энергиянинг тебраниши	177
5.7. Элементлари аралаш уланган занжирда резонанс ҳодисалари	180
5.8. Индуктив боғланган занжирдаги резонанс ҳодисалари.....	183
5.9. Электр занжирдаги резонансларнинг амалий аҳамияти.....	186

Ҳ И Б О Б. У Ч Ф А З А Л И Ў З Г А Р У В Ч А Н Т О К З А Н Ж И Р Л А Р И

6.1. Кўп фазали ўзгарувчан ток занжирлари ҳақида тушунча	188
6.2. Уч фазали ўзгарувчан ток системаси	191
6.3. Уч фазали занжирларни улаш усуллари. "Юлдуз" усулида улаш	195

6.4. Уч фазали истеъмолчини учбурчак усулида улаш	200
6.5. Тўрт симли уч фазали носимметрик юкламалар занжирни ҳисоблаш	203
6.6. Уч фазали занжирдаги ўзгарувчан ток қуввати ва уни ўлчаш усуллари	206
6.7. Уч фазали ток ёрдамида айланувчи магнит майдон ҳосил қилиниши	213
6.8. Носимметрик системаларнинг ташкил этувчилари. Симметрик ташкил этувчилар усули.	222
6.9. Симметрик ташкил этувчиларнинг электр филтрлари	228
6.10. Кўп фазали системаларнинг фазаларини парчалаш ва симметриялаш назарисига оид тушунчалар	231

ҲИ БОБ. НОСИНОСОИДАЛ ДАВРИЙ КУЧЛАНИШ ВА ТОКЛАР

7.1. Умумий тушунчалар	238
7.2. Носинусоидал электр микдорларнинг максимал, эффектив ва ўртача қийматлари	241
7.3. Даврий носинусоидал токнинг қуввати	246
7.4. Носинусоидал ўзгарувчан токли занжирдаги резонанс ҳодисалари	248
7.5. Уч фазали ток занжиридаги юқори гармоник ташкил этувчилар	249
7.6. Даврий носинусоидал функцияларнинг симметриклик аломатлари. Носинусоидал симметрик эгри чизикларнинг гармоник таркиблари	252
7.7. Даврий чекланган носинусоидал эгри чизиклар. Пульсация. Модуляцияланган тебранишлар.....	254
7.8. Носинусоидал ўзгарувчан функция эгри чизикларини фурье қаторига ёйишнинг график усули (Чебишев усули)	257

ҲИ БОБ. ЙИФИҚ ПАРАМЕТРЛИ ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

8.1. Умумий тушунчалар	262
8.2. Ўткинчи, турғунлашган ва эркин ҳолатлар ҳақида тушунчалар	264
8.3. Индуктив ғалтакни ўзгармас кучланишга улаш.....	267
8.4. Индуктив ғалтакни синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбага улаш	270

8.5. Қолдиқ токка эга бўлган индуктив ғалтакдаги қисқа туташув	273
8.6. Конденсаторни резистор орқали ўзгармас кучланиш манбаига улаш	277
8.7. Конденсаторни резистор орқали синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига улаш	279
8.8. Зарядланган конденсаторнинг резисторга уланиши.....	281
8.9. Конденсаторнинг R, L занжирга зарядсизланиши.....	283
8.10. Мураккаб занжирлардаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблашнинг умумий холи	291
8.11. Ихтиёрий шаклдаги кучланиш таъсир этган занжирдаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш (дюамел интеграл).....	295
8.12. Чизикли электр занжирлардаги ўткинчи жараёнларни оператор усулида ҳисоблаш	299
8.13. Оддий функцияларни Лаплас формуласи бўйича алмаштириш	300
8.14. Функция ҳосиласи ва интегралининг Лаплас бўйича тасвири	302
8.15. Кирхгоф ва Ом қонунларининг оператор шаклдаги тасвири	303
8.16. Ўткинчи жараёнларни оператор усули билан ҳисоблашг амисоллар	305

IX БОБ. ТЎРТҚУТБЛИКЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

9.1. Пассив тўртқутбликларнинг асосий тенгламаси	310
9.2. Пассив тўртқутбликларнинг алмашиниш схемаси бўйича уларнинг параметрларини аниқлаш	315
9.3. Тўртқутбликларнинг параметрларини тажриба усулида аниқлаш	317
9.4. Тўртқутбликнинг узатувчанлик функцияси ҳақида тушунча. Тўртқутбликларни дифференциаллаш ва интеграллаш хусусиятлари	319

X БОБ. ЗАНЖИРСИМОН (КАСКАДЛИ) СХЕМАЛАР ВА ЧАСТОТА АЖРАТГИЧ ЭЛЕКТР ФИЛЬТРЛАРИ

10.1. Занжирсимон схемалар ва уларнинг асосий тенгламалари ҳамда характеристикалари	328
10.2. Частота ажратувчи электр филътлар.....	332
10.3. Қуйи частота филътрлари	333
10.4. Юқори частота филътрлари	336

10.5. Икки частота билан чегараланган (хуудли) филтрлар.....	338

XI БОБ. ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР

11.1. Умумий тушунчалар	343
11.2. Бир жинсли линиянинг дифференциал тенгламалари.....	344
11.3. Синусоидал кучланишга уланган бир жинсли линиядаги турғунлашган режим	346
11.4. Югурма тўлқинлар	349
11.5. Бир жинсли линияларнинг характеристикалари. Сигналнинг шаклини бузмайдиган линиялар.....	354
11.6. Бир жинсли линиянинг турли ҳолатларда (режимларда) ишлаши	356
11.7. Исрофсиз линия ва турғун (қўзғалмас) тўлқинлар.....	361

XII БОБ. ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

12.1. Ўткинчи жараёнларнинг вужудга келиши ва унинг сабаблари	370
12.2. Ўткинчи ҳолат тенгламаларининг тузилиши ва ечими	370
12.3. Тўғри бурчакли фронтга эга тўлқинларнинг содир бўлиши. Линияни ўзгармас токка улаш вақтидаги ўткинчи жараёнлар	374
12.4. Тўлқинларнинг линия чегарасидан (охиридан) этиб қайтиши	376
12.5. Тўлқинларни икки линия тугашган жойида акс этиши ва синиши	380

XIII БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР СИНТЕЗИ

13.1. Умумий тушунчалар. Синтез олдидаги масалалар.....	383
13.2. Ўзатиш функцияларини оддий каср тарзида ифодалаш. Пассив иккиқутбликларга оид кириш функцияларини ўзгартириш	385
13.3. Реактив иккиқутбликларнинг частотавий характеристикаси. Нол ва қутблар тўғрисида тушунчалар.....	390
13.4. Пассив тўртқутбик синтез асослари	393

А.С.КАРИМОВ

НАЗАРИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(икки томли дарслик)

I ТОМ

Тошкент — 2003

Нашр учун масъул Н. Ҳалилов

Таҳририят мудири М. Миркомиллов

Муҳаррир Д.Саъдуллаева

Мусаҳҳиҳа О.Меденова

Босишга руҳсат этилди 25.05.2003 й. Бичими 84x108¹/₃₂.

Офсет қоғози. Шартли босма табағи 25,1. Нашр табағи 25,0.
Адади 1000. Буюртма 100.

«ЎАЖБНТ» Маркази, 700078,

Тошкент, Мустақиллик майдони, 5.

Андоза нусхаси Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг «ЎАЖБНТ» Маркази компьютер бўлимида тайёрланди.