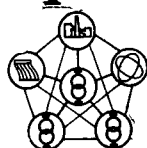


Д. А. АРЗАМАСЦЕВ
А. В. ЛИПЕС
А. Л. МЫЗИН

Модели ОПТИМИЗАЦИИ развития ЭНЕРГОСИСТЕМ



Под редакцией
проф. Д. А. АРЗАМАСЦЕВА

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника
для студентов
электроэнергетических
специальностей вузов*



Москва
„Высшая школа“
1987

ББК 31.27
А 80
УДК 621.311

Рецензенты:

кафедра электрических систем Московского энергетического института (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. В. А. Веников); д-р техн. наук, проф. Л. С. Беляев (зав. отделом Сибирского энергетического института АН СССР)

Арзамасцев Д. А. и др.

А 80 Модели оптимизации развития энергосистем: Учеб. для электроэнергет. спец. вузов/Д. А. Арзамасцев, А. В. Липес, А. Л. Мызин/Под ред. Д. А. Арзамасцева. — М.: Высш. шк., 1987. — 272 с.: ил.

В книге рассмотрены основные положения и методология применения системного подхода к анализу развития электроэнергетических систем (ЭЭС); основы многоцелевой оптимизации; критерии оптимизации развития; технологические аспекты планирования развития ЭЭС; методы прогнозирования нагрузок и электропотребления. Теоретическое изложение иллюстрируется примерами.

А 2302040000(4309000000)—435 23—87
001(01)—87

ББК 31.27
6П2

Учебное издание

Аркадий Вениаминович Липес,
Дмитрий Александрович Арзамасцев,
Анатолий Леонидович Мызин

МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Зав. редакцией Н. И. Хрусталева. Редактор В. С. Ермакова. Мл. редактор Н. М. Иванова. Художник А. А. Камаев. Художественный редактор В. И. Мешалкин. Технический редактор Т. А. Новикова. Корректор И. Л. Казеко

ИБ № 5447

Изд. № Стд—462. Сдано в набор 10.03.87. Подп. в печать 27.07.87 Т-10266. Формат 84×108^{1/32}. Бум. кн-журн. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 14,28 усл. печ. л. 14,28 усл. кр.-отт. 14,51 уч.-изд. л. Тираж 6000 экз. Зак. № 1069. Цена 90 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7

© Издательство «Высшая школа», 1987

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга посвящена одному из актуальных вопросов планирования развития народного хозяйства страны — оптимальному планированию энергосистем и их объединений и написана в соответствии с типовой программой дисциплины «Модели оптимизации развития энергосистем».

Цель данной книги — научить применять методы системного анализа и математического программирования при решении специальных электроэнергетических задач.

В отечественной и зарубежной литературе отсутствуют книги, содержащие систематизированное изложение вопросов применительно к упомянутой учебной дисциплине. Поэтому данная книга не имеет аналогов.

Материал учебника охватывает три основные группы вопросов. В нем рассмотрены: общетеоретическая база формирования оптимизационных моделей (основные черты системного подхода, особенности больших систем, системного анализа, проблема многокристальности и главные критерии развития энергосистем) (гл. 1—3); конкретное моделирование для оптимизации развития энергосистем и размещения тепловых электростанций (технология, планирования развития энергосистем, прогнозирования нагрузок, модели размещения электростанций) (гл. 4—6); основные модели и методы оптимизации развития электрических сетей энергосистем (гл. 7—8).

Весь материал книги написан авторами совместно.

Авторы приносят глубокую благодарность рецензентам — сотрудникам кафедры электрических систем МЭИ (зав. кафедрой проф. В. А. Веников) и проф. Л. С. Беляеву за полезные советы и замечания. Авторы признательны также сотрудникам кафедры автоматизированных электрических систем УПИ — В. М. Агафонову, В. А. Гологузову, В. Г. Неуймину, Н. М. Никашиной, А. В. Паздерину, М. П. Упчер, Е. П. Шалиной за помощь в работе над книгой.

Замечания и пожелания по улучшению содержания книги просим направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

В Программе Коммунистической партии Советского Союза (новая редакция) записано: «Партия считает необходимым повысить действенность планирования как инструмента реализации своей экономической политики. Планирование призвано быть активным рычагом ускорения социально-экономического развития страны, интенсификации производства на базе научно-технического прогресса, осуществления прогрессивных хозяйственных решений, обеспечивать сбалансированный и динамичный рост экономики» *.

В условиях современной научно-технической революции возрастает роль научных методов планирования, опирающихся на достижения технических и социально-экономических наук, математики (в первую очередь методов вычислительной математики) и вычислительной техники. Эти методы получили название методов оптимального планирования. Они применяются в задачах функционирования и развития как всего народного хозяйства, так и входящих в него отдельных производственных систем, в том числе энергосистем и их объединений. Решение математическими методами любой из подобных задач содержит три главные составные части:

- 1) выбор цели и критериев развития систем и их математическая формализация;
- 2) разработка математической модели изучаемой системы;
- 3) выбор методов согласования целей и отыскания решения.

Первая часть не только учитывает особенности изучаемой системы, но и носит общий характер, отражая требования со стороны народного хозяйства в целом к каждой отдельной системе. Поэтому здесь сохраняются все основные принципиальные черты системного подхода

* Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза. — М.: Политиздат, 1986. С. 148.

при планировании самых различных производственных систем. Вторая и третья части существенно зависят от особенностей изучаемой системы и типа решаемой задачи и в разных случаях могут быть различными.

В настоящее время задачи оптимизации приобрели большое значение, особенно для таких отраслей, как электроэнергетика. Эта отрасль пронизывает все народное хозяйство и образует иерархию больших кибернетических систем, управление развитием и функционированием которых возможно только на основе современных методов оптимизации.

Все задачи оптимизации развития можно разделить на две основные группы.

Для первой группы заранее задаются затраты — подлежащие реализации ограниченные ресурсы производства, которые следует использовать оптимально для получения максимального результата (например, максимального выпуска продукции). Иначе говоря, это задачи на определение максимума результата при заданных затратах.

Для второй группы задач заранее задается требуемый результат производства (например, объем выпускаемой продукции), который следует получить с наименьшими затратами ресурсов производства. Эти задачи кратко формулируются как задачи на определение минимума затрат при заданном результате.

На уровне народного хозяйства эти задачи взаимно согласуются: располагаемые ресурсы должны обеспечить получение максимально возможного при их реализации результата (при данных ресурсах невозможно получить еще больший результат). Кроме того, для максимального результата указанные ресурсы являются минимально возможными (данный результат нельзя получить при еще меньших ресурсах). Заметим, что широко известная формулировка «получить максимальный результат при минимуме затрат» нужно трактовать не буквально, а в соответствии с указанным согласованием затрат и результатов. В конечном счете, в основе всех оптимизационных технико-экономических задач лежит положение о том, что при прочих равных условиях увеличение затрат приводит к увеличению оптимальных (максимальных) результатов.

При оптимизации различных локальных систем, в том числе и систем электроэнергетики и их составных частей, приходится решать, как правило, задачи второй группы.

Поэтому в книге главное внимание уделено обоснованию, математическим моделям и методам решения именно таких задач.

В предлагаемом учебнике в основу изложения положены системный подход и методы системного анализа, которые служат теоретической базой решения любых оптимизационных технико-экономических задач развития производственных систем. Это особенно относится к энергосистемам как типичным представителям сложных больших систем кибернетического типа.

Материал книги охватывает основные вопросы, возникающие при постановке и решении оптимизационных задач развития энергосистем и их объединений на основе использования различных математических моделей и методов и ЭВМ. Именно это направление в настоящее время весьма перспективно. Однако следует подчеркнуть, что современные оптимизационные модели во многих случаях еще далеки от совершенства, что предопределяет необходимость разработки новых, более эффективных моделей и методов. Поэтому при рассмотрении известных моделей и методов в книге обращается внимание не только на их достоинства, но и на недостатки.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

§ 1.1. Основные понятия и определения

Прежде чем приступить непосредственно к изучению общих положений проблемы оптимизации развития энергосистем, познакомимся с некоторыми важными понятиями и определениями, такими, как искусственная система, прогнозирование и планирование, оптимальный план, критерий, математическая модель системы, информация.

Искусственная система (в дальнейшем — просто система) — это созданная человеком совокупность объектов, взаимно связанных некоторыми общими целями и режимами работы, характерными для этой совокупности. Можно также сказать, что система есть объединение элементов, образующих связное целое в некотором заранее принятом смысле. Заметим, что когда объекты, в совокупности образующие систему, называют элементами, то тем самым обычно предполагают, что внутренняя структура этих объектов не рассматривается и они учитываются лишь внешними характеристиками и свойствами. Иначе говоря, под *элементом* понимают объект, не подлежащий разложению на составляющие его более мелкие объекты. Эти элементы — объекты, с одной стороны, имеют свои особенности, свойства и характеристики и, с другой, их поведение определенным образом согласовано, причем каждый из них играет подчиненную роль по отношению к системе в целом. В свою очередь, отдельный объект или некоторую часть системы — локальную группу объектов — в задачах более низкого уровня можно снова представить в виде системы, состоящей из элементарных объектов.

Одним из важных следствий объединения элементов в систему является появление у последней таких системных свойств, которых нет у образующих ее элементов. Наличие таких системных свойств называют *эмерджентностью*, а сами свойства — *эмерджентными*. Это явление представляет собой форму реализации одного из главных положений диалектики о переходе количественных изменений в качественные. При объединении элементов в систему они приобретают иные качества, которых нет у

этих элементов, находящихся в изолированном состоянии. Это легко установить на примере энергосистемы и ее элементов — электрических станций, подстанций, линий электропередачи. В частности, свойство системы осуществлять одновременно и взаимосвязанно процессы производства, передачи и распределения электроэнергии присуще системе, но не отдельным ее элементам. Сами же эти элементы выполняют в системе функции и приобретают отдельные свойства, которых нет при их изолированном рассмотрении. Например, поток мощности по линии, соответствующий пределу статической устойчивости системы, обычно не равен предельному потоку этой же линии, взятой отдельно.

Структура системы — это строение, устройство системы, определяемое составом основных частей системы, их взаимосвязью и взаиморасположением. На основании структуры системы можно составить представление об основных свойствах и показателях работы и развития системы. Под структурой энергосистемы понимают ее основной состав — электрические станции и основная электрическая сеть. Последнюю обычно называют *системообразующей сетью*, т. е. такой, которая характеризует главные связи между станциями и основными узлами потребления электроэнергии. Сюда же включаются и связи данной энергосистемы с другими энергосистемами.

Все производственно-экономические системы можно условно разделить на два типа — динамические и статические.

Динамическая система в технико-экономическом смысле — это система с переменными во времени составом параметров и характеристиками, что является следствием изменения во времени требований, предъявляемых к системе. Издержки производства ее объектов в общем случае изменяются во времени и могут зависеть от параметров и режима работы не только данного, но и других объектов, а сами объекты могут входить в строй действующих в различные моменты времени. Динамическая система в общем случае не имеет конечного, неизменного, установившегося состояния внутри любого конечного отрезка времени ее существования и, как правило, представляет собой развивающуюся систему.

В задачах развития системы требования к ней обычно формируются в виде показателей выпускаемой продукции: заданных во времени количества и качества, а также возможных вариантов размещения пунктов произ-

водства и потребления. Эти показатели получили название *условий тождества эффекта* (УТЭ) [1].

Упомянутые пункты иногда задаются как фиксированные, но часто на данной территории возможно различное их расположение и тогда приходится их выбирать в ходе решения оптимизационной задачи. Более того, при создании новых особо крупных народнохозяйственных комплексов или при решении вопросов создания новой технологии, оптимизируются и первые два показателя и даже определяется вид продукции. Эти задачи нас интересовать не будут и дальнейшее изложение посвящено другому классу задач — задачам сравнительной эффективности использования ресурсов, которые решаются на основе заранее заданных условий тождества эффекта, т. е. все варианты должны удовлетворять одним и тем же требованиям по количеству и качеству продукции, заданным в виде тех или иных функций времени и места производства.

Статическая система не обладает качествами изменчивости, в ней все постоянно во времени — условия тождества эффекта, издержки производства всей системы и каждого объекта, режим работы, состав и параметры объектов. Понятие о такой системе является определенной идеализацией, загромождением действительной картины и используется как упрощение лишь в тех случаях, когда это не приводит к заметным ошибкам.

Прогнозирование — это деятельность по выполнению прогноза, под которым обычно понимают предсказание исходов и изменений в развитии каких-либо событий, процессов, явлений, научно обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем и (или) альтернативных путях и сроках их осуществления. Здесь подразумевается, что человек выступает как пассивный наблюдатель того или иного процесса и выводит ожидающее его будущее из известных данных о настоящем и прошлом.

Планирование — это выбор состава мероприятий и последовательности их осуществления в будущем для выполнения поставленной цели. Планирование предполагает активное вмешательство человека в процесс для придания ему требуемых свойств в будущем.

Оптимальное планирование — это способ получения оптимального плана (наилучшего в заданном смысле) — множества необходимых и достаточных предписаний, которыми устанавливаются состав и сроки изменения

параметров и характеристик системы, определяющие в главных чертах оптимальное поведение системы в целом.

Критерий — это показатель, с помощью которого можно установить, соответствует ли полученное решение (план) заранее поставленной цели, а также дать сравнительную оценку качества различных планов в смысле большей или меньшей их близости к оптимальному плану. В литературе можно встретить и другое определение: *критерием* называется правило сравнения альтернатив, т. е. возможных решений или планов. В числе основных критериев народного хозяйства и входящих в него отдельных систем можно назвать критерии экономические, надежность, социально-политические, оборонные, демографические, экологические и др. Их конкретные формы и важность могут быть различными для различных систем и решаемых задач. Однако эти критерии сохраняют принципиальные черты на всех уровнях иерархии народного хозяйства. Так, критерий экономичности требует, чтобы любая система была наиболее экономически выгодна с позиций всего народного хозяйства (а не с позиций данной системы или данного региона). Математическое выражение критерия называют по-разному: *критериальным* или *целевым функционалом* (или в более простых случаях — функцией), *функционалом* (функцией) *цели* или *качества*. Во многих случаях функционалу дают название в соответствии со смыслом критерия. Например, если оценка производится по экономическому показателю (с помощью критерия экономичности), то применяют термин «экономический функционал», если по надежности — «функционал надежности» и т. д.

Обычно в экономических задачах критериальный функционал есть число φ , которое принимает разные значения в зависимости от вида функции $\bar{X}(t)$ параметров состояния системы $\bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и функции $\bar{Y}(t)$ параметров управления этой системы $\bar{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ при интегрировании на отрезке $[0, T]$ по независимому параметру t (времени):

$$\varphi = \int_0^T F(\bar{X}(t), \bar{Y}(t)) dt. \quad (1.1)$$

Отметим, что здесь речь идет об изменениях не только векторов параметров $\bar{X}$ и $\bar{Y}$, но и вида функций $\bar{X}(t)$, $\bar{Y}(t)$. Именно последнее отличает функционал от слож-

ной функции. При интервальной по времени t кусочно-постоянной аппроксимации изучаемого процесса, когда отрезок $[0, T]$ делится на $T = \{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$ интервалов длительностью Δt и в определенном масштабе задается $\Delta t = 1$ (например, $\Delta t = 1$ год), вместо формулы (1.1) запишем:

$$\varphi = \sum_{t=1}^T F_t(\bar{X}_t, \bar{Y}_t), \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1.2)$$

здесь $\bar{X}_t, \bar{Y}_t, F_t$ принимают дискретные постоянные значения на каждом интервале $t = 1, 2, \dots, T$ и изменяются скачками на стыках соседних интервалов.

Этот вид экономического функционала получил наибольшее распространение и рассмотрен далее. Для решения задач экономической оптимизации в качестве экономического функционала (функции) используют так называемые приведенные затраты — специальная функция для соизмерения выгодности различных вариантов исполнения системы, имеющих разные капиталовложения и разные издержки производства.

В ряде случаев может быть, что φ имеет некоторое множество локальных экстремумов. Среди них имеется один, превосходящий все остальные — глобальный экстремум. План системы, обеспечивающий этот экстремум, называют *оптимальным*, т. е. наилучшим в смысле данного критерия (именно он и является искомым). Иногда глобальный экстремум называют *критерием оптимальности*.

Необходимо указать, что как словесная, так и математическая формулировка критерия всегда подчинены единственной (и только единственной) и непротиворечивой цели. Если оптимизация преследует несколько не сводимых одна с другой целей, то для каждой из них должен существовать свой функционал. Такую оптимизацию называют *многоцелевой*, или *многокритериальной*.

Математическая модель системы — математическое описание таких основных свойств системы-оригинала, которые в совокупности достаточно полно и правильно характеризуют эту систему. Математическая модель планирования состоит из критериального (целевого) функционала (1.2) (функции), записанного с учетом характерных свойств данной системы и вместе с тем учитывающего общие свойства критерия для соответствующего

класса задач, уравнений связи между параметрами системы

$$f_j(\{x_{it}\})=0, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad t=1, 2, \dots, T; \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (1.3)$$

а также ограничений, указывающих на допустимые пределы изменения параметров или некоторых их функций (функциональные ограничения),

$$x_{i,t\min} \leq x_{it} \leq x_{i,t\max}, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T; \quad (1.4)$$

$$\Phi_{l\min} \leq \Phi_l(\{x_{it}\}) \leq \Phi_{l\max}, \quad l=1, 2, \dots, L. \quad (1.5)$$

Все переменные параметры подразделяют на две группы: зависимые и независимые. Число зависимых параметров равно J — числу независимых уравнений связи (1.3). Все остальные параметры образуют группу независимых переменных: их можно изменять в пределах заданных ограничений. Эти ограничения образуют так называемую допустимую область решения, в которой задан критериальный функционал.

Математические модели обычно формируются в таком общем виде, чтобы они были применимы не только к какой-то одной конкретной системе, но и ко всему классу аналогичных систем при решении данного вида задачи. Совместный учет в модели общих свойств данного класса систем применительно к данному типу задач и частных свойств каждой конкретной системы придает модели качества универсальности и конкретности. Так как в разных задачах для одной и той же системы могут быть существенными разные ее свойства, то для одной и той же системы можно сконструировать несколько различных моделей. При этом все они являются приближенными, упрощенными (голоморфными или не вполне изоморфными). Однако в любом случае модель должна отражать все главные, определяющие свойства системы в рассматриваемом смысле, с точки зрения поставленной цели, и вместе с тем желательно, чтобы в ней не присутствовали показатели, характеристики и параметры, которые не требуются для решения данной задачи и не оказывают заметного влияния на решение.

Управление — это совокупность воздействий на систему (или объект) с целью достижения заранее поставленной цели. Оптимальное управление — наилучшее в каком-то заранее принятом смысле.

Информация — это полученные для тех или иных целей сведения о каком-либо событии. Использование информации увеличивает наши знания об этом событии. Без информации невозможно существование так называемых организованных систем. Использование информации о процессах и явлениях, происходящих во внешнем мире и внутри системы, определяет организованность системы, т. е. ее способность выполнять поставленные перед ней задачи. В кибернетике установили количественную меру информации, исходя из представления, что количество используемой информации и организованность системы находятся в прямой зависимости. Такой мерой служит *энтропия*, с помощью которой можно измерить вероятность перехода системы от одного уровня организованности к другому (понятие энтропии непосредственно связано с вторым законом термодинамики, однако в кибернетике его трактуют более широко, соотнося энтропию не только с термодинамическим, но и любым другим состоянием системы). С повышением организованности, что связано с увеличением принятой и использованной информации, уменьшается энтропия системы.

§ 1.2. Методология системного подхода

Зародившись в конце первой половины нашего века, кибернетика, или наука об общих законах управления, информации и связях в механизмах, организмах и обществах, в настоящее время глубоко проникла в самые различные сферы деятельности человеческого общества. Одной из основных ветвей кибернетики является *техническая кибернетика* или общая теория управления искусственными техническими системами, куда включаются и производственно-экономические системы. Развитие технической кибернетики идет по нескольким основным направлениям. Сюда включаются теории сложных, адаптивных и оптимальных систем управления. Последняя теория является важнейшей. В ней исследуются общие законы и принципы оптимального управления самых разнообразных искусственных и в первую очередь так называемых *больших систем* и на их основе разрабатываются предписания (программы, алгоритмы) действия, которые бы наилучшим образом отвечали поставленным целям управления системой как в самом ближайшем, так и в отдаленном будущем. В этом смысле техническая киберне-

тика — наука предвидения оптимального управления искусственными техническими системами. Методологической основой такого предвидения является так называемый *системный подход*, который в качестве «рабочего инструмента» использует системный анализ.

Техническая кибернетика имеет дело с техническими свойствами искусственных систем. Применительно к энергосистемам речь может идти об обеспечении оптимальных условий поддержания или создания технических средств и параметров системы, например, надежности, качества электроэнергии (частоты, напряжения). Аналогично технической кибернетике, развивается так называемая экономическая кибернетика, которая является соединением кибернетики, экономики и математики. В СССР эта наука развивается на основе общих законов диалектического материализма. Она имеет дело с экономическими свойствами и параметрами систем. Ее назначение — дать законы и правила оптимального экономического функционирования и развития искусственных человеко-машинных систем. Ее иногда называют *эконометрикой*, или теорией оптимального экономического управления производственно-экономическими системами.

Одна и та же система может иметь разные наименования в зависимости от постановки задачи и типа изучаемых ее свойств — технических, экономических, информационных и т. д.

Употребленный в заголовке параграфа термин «системный подход» относится к числу основополагающих и нуждается в пояснениях.

Системный подход есть формализованная технико-экономическая реализация основных положений диалектического материализма о единстве, взаимосвязанности, целостности явлений и вечного движения материи во времени и пространстве [2, 3, 4]. Системный подход опирается на признание объективного характера всеобщей связи, причинной обусловленности явлений, господства необходимости, правильного сочетания необходимости и случайности. Методология системного подхода опирается на четыре главных положения:

1) окружающая действительность должна изучаться в ее единстве, развитии и целостности;

2) наши знания окружающей действительности всегда относительны, ибо они отражают неполную информацию о совокупности тех или иных событий, явлений, свойств изучаемых явлений;

3) в природе и обществе, в производительных силах и производственных отношениях всегда прослеживаются причинно-следственные связи, которые являются проявлением объективных законов развития природы и общества;

4) все события, явления должны изучаться с учетом конкретных и исторических условий, их социальной сущности, социальных связей и связей во времени.

Применительно к задачам оптимизации системный подход опирается на важнейшее положение о том, что в основе оптимизации всего народного хозяйства и всех его частей лежит *общий критерий оптимальности*, который сформулирован в Программе КПСС следующим образом: *«Вся система управления должна быть нацелена на увеличение вклада каждого звена народного хозяйства в достижение высшей цели — наиболее полное удовлетворение потребностей общества. Всемерное наращивание этого вклада при наименьших затратах всех видов ресурсов — непреложный закон социалистического хозяйствования, основной критерий оценки деятельности отраслей, объединений и предприятий, всех производственных ячеек»* *.

Подход к любым задачам оптимизации развития любых входящих в народное хозяйство производственно-экономических систем должен быть подчинен указанному общему критерию и именно это является отправным моментом системного подхода в современных условиях. Этот подход представляет собой органическое единство следующих основных принципов исследования:

1) система должна рассматриваться именно как система, как единое целое, а не как простая совокупность составляющих ее элементов. Именно отсюда и возник термин «системный подход»;

2) система всегда находится, с одной стороны, в окружении других систем, в том числе систем других типов, и испытывает на себе их влияние, с другой стороны, она находится на некотором уровне иерархии систем данного типа и ее управление также обладает свойствами иерархичности;

3) в основе оптимизации должны лежать предварительно и достаточно четко сформулированные цели решения. Эти цели должны быть конкретным выражением

* Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза. — М.: Политиздат, 1986. С. 148.

общего критерия оптимальности народного хозяйства применительно к данной системе и данной задаче;

4) оптимизационная модель системы должна учитывать все определяющие свойства системы (не вообще все без разбора, но именно определяющие), с помощью которых можно составить достаточно полную картину поведения системы в заданном смысле. Должны быть также учтены и соответствующие связи системы с окружающей средой;

5) полученное решение в ходе его реализации должно с течением времени корректироваться и дополняться с учетом вновь появившихся, ранее неучтенных обстоятельств или возможных уточнений использованной ранее информации. Иначе говоря, реализация решений должна быть адаптивной.

Первым классическим примером системного подхода к общегосударственной задаче планирования явился ленинский план ГОЭЛРО, который был подчинен цели электрификации — решающему шагу на пути быстрого развития народного хозяйства, учитывал главные черты и возможности последнего и в ходе выполнения корректировался и улучшался. Системный подход ярко проявляется также и во всех последующих планах развития и функционирования народного хозяйства нашей страны.

Системный подход определяет концепцию изучения систем. Однако для получения тех или иных решений требуется определенная последовательность изучения, при которой используется совокупность методов, предназначенных для изучения сложных систем. Эта совокупность методов получила специальное название — системный анализ. В дальнейшем на этом остановимся несколько подробнее.

§ 1.3. Большие системы

Все искусственные системы, т. е. созданные человеком, развивающиеся под его управляющим воздействием и состоящие из совокупности овеществленного и живого труда, обладают некоторыми физико-техническими и экономическими свойствами. Первые подчиняются физическим и химическим законам, не зависящим от социального строя, местоположения системы и времени их применения. Наоборот, экономические свойства этих систем являются прямым результатом деятельности организован-

ных коллективов людей. Из этого вытекает их социальная природа и зависимость от социального строя, местоположения и времени. В тех случаях, когда изучаются преимущественно экономические свойства искусственных систем, принято называть эти системы *производственно-экономическими*. Большие производственно-экономические системы (к ним относятся и электроэнергетические системы) обладают рядом свойств, которые, собственно, и позволяют называть их большими. Термин *«большая система»* относится лишь к такой динамической системе, которая может быть изучена только на основе системного подхода и с применением системного анализа. В настоящее время нет общепринятого развернутого определения понятия «большая система», однако можно назвать следующие ее главные свойства (которые, вообще говоря, не являются исчерпывающе полными):

- 1) *организованность и управляемость на основе адаптации и эргатичности;*
- 2) *двойственность природы;*
- 3) *иерархичность и взаимосвязанность с внешней средой;*
- 4) *многокритериальность;*
- 5) *большое разнообразие состояний и свойств;*
- 6) *многовариантность функционирования и развития;*
- 7) *устойчивый динамизм развития.*

Рассмотрим эти свойства.

1. *Организованность и управляемость на основе адаптации и эргатичности.* Под *организованной* понимается система, обладающая следующими тремя свойствами:

а) некоторой упорядоченностью ее элементов, т. е. элементы системы расположены не хаотично, а в определенном порядке, благодаря чему система в состоянии выполнять целенаправленные действия;

б) наличием функционально разных, но взаимосвязанных частей, позволяющих различать структуру и назначения элементов системы, определять характер взаимодействия их между собой и окружающей средой;

в) непрерывно реализуемой способностью получать извне информацию и использовать ее для поддержания упорядоченности на определенном уровне. Без информации о внешнем мире любая система рано или поздно утратит свою организованность.

Если система получает и использует информацию в таком размере и такими способами, что повышает свою

организованность, то такая система называется *самоорганизующейся*. Процесс самоорганизации тесно связан с адаптацией, приспособлением системы к внешней среде. В частности, к самоорганизующимся системам относятся живые организмы и их совокупности, а также искусственные человеко-машинные системы, в которых управление осуществляется при руководящей роли человека. Процесс повышения организованности такой системы есть результат целенаправленной деятельности человека. Задача оптимизации развития искусственных систем как раз и преследует цель найти такие способы, с помощью которых человек наилучшим образом повышает совершенство, организованность этих систем. Большие технико-экономические системы — всегда *управляемые* системы, т. е. их движение является целенаправленным на основе некоторого алгоритма управления.

В целом можно сказать, что управление такой системой выполняется с некоторым приближением и является *адаптивным*, т. е. приспосабливается к изменяющимся во времени свойствам системы и воздействующим на систему внешним условиям.

Особо важным для большой системы является обязательное присутствие человека в системе управления, который играет главную роль и без участия которого система существовать и выполнять свои функции не может. Такие управляемые при решающем участии человека системы называют *эргатическими*.

2. Двойственность природы. Эти системы, с одной стороны, являются причинно обусловленными: их движение (т. е. выполнение определенных функций в каждый момент времени и дальнейшее развитие) обусловлено некоторыми объективными причинами. С другой стороны, большие системы не являются строго детерминированными и обладают вероятностными и частично неопределенными свойствами вследствие случайных воздействий окружающей среды. В результате в любой момент времени нельзя точно описать состояние системы.

3. Иерархичность и взаимосвязанность с внешней средой. Все народное хозяйство является большой системой, которую можно представить состоящей из подчиненных систем. Каждую из этих систем, которые также являются большими, можно разделить на подчиненные системы и т. д. В результате, народное хозяйство выглядит как некоторая иерархически построенная совокупность больших систем.

4. Многокритериальность. Существование и развитие большой системы подчинено выполнению такой общей цели (см. цитированный выше общий критерий оптимальности), математическая формализация которой невозможна с помощью какого-то единственного критерия. Оценку соответствия между поведением системы и общей целью можно дать с помощью некоторой совокупности частных критериев, довольно часто не сводимых один к другому. Возможные пути решения оптимизационных задач в условиях многокритериальности будут рассмотрены в гл. 2.

5. Большое разнообразие состояний и свойств. Чтобы создать алгоритм точного оптимального управления, нужно прежде всего иметь точные сведения о параметрах и поведении системы. Однако полноценное наблюдение большой системы невозможно из-за большого числа параметров и, главное, очень большого разнообразия ее состояний и свойств. В результате удастся определить состояние и свойства системы лишь приблизительно. Но это значит, что алгоритм управления такой системой должен обладать свойством адаптации к появляющимся все новым и новым сведениям о системе и без этого вообще не может быть и речи об управлении, хотя бы приближенном к оптимальному (субоптимальном).

6. Многовариантность развития и функционирования. При изучении возможной будущей структуры и возможных отдельных объектов системы обнаруживается, что ожидаемый темп роста глобальных показателей системы можно обеспечить далеко не единственным способом, т. е. можно указать несколько допустимых вариантов развития системы, отличающихся между собой по структурным показателям, составу и параметрам объектов, затратам материальных и трудовых ресурсов. Более того, среди них часто имеется несколько лучших, примерно одинаково удовлетворяющих данному критерию оптимальности, но существенно разных не только в деталях, но и по основной структуре. Именно в этом смысле понимается многовариантность развития. Аналогичная ситуация имеет место и для текущего функционирования системы. Здесь также возможна многовариантность при приблизительно одинаковом удовлетворении критерия данного качества.

7. Устойчивый динамизм развития. Большие производственно-экономические системы всегда ди-

намически развиваются во времени. При этом темп их развития является устойчивым, медленно изменяющимся от года к году. Внезапные и быстрые скачки в развитии системы не являются свойством большой системы. Они могут появиться лишь в особых условиях под действием факторов, формируемых на более высоком иерархическом уровне. Устойчивость развития существенно облегчает решение проблемы прогноза этого развития. Однако сам факт динамического развития порождает проблему взаимозависимости прошлого и будущего состояний системы. С одной стороны, состояние системы в будущем зависит не только от требований к ней на данном отрезке времени, но и от состояния ее в прошлом. С другой стороны, это будущее состояние зависит также от требований, которые должны быть предъявлены системе в более отдаленном будущем. Таким образом, динамизм развития диктует целесообразность рассмотрения прошлых и будущих состояний совместно. Разделение процесса развития системы во времени на отдельные независимые между собой отрезки всегда основывается на более или менее значительных допущениях.

§ 1.4. Понятие о системном анализе

Как отмечалось, большие системы самой различной природы имеют много общего. Это в полной мере относится и к энергосистемам. Поэтому имеет смысл рассмотреть некоторые самые общие положения о тех научных подходах, которые в настоящее время развиваются для изучения больших систем.

В связи с возрастанием роли больших технико-экономических систем в общем процессе прогресса общества все острее встают вопросы оптимального управления этими системами с позиций удовлетворения *общего критерия оптимальности развития социалистического общества* (см. § 1.2).

Этот *глобальный критерий* развития социалистического общества находит свое выражение в совокупности так называемых *частных критериев*. К ним относятся отдельные социальные, экономические, военные, технические, демографические и др. Частные критерии должны соответствовать указанной выше глобальной цели. На этом этапе широко привлекаются различные формальные методы.

В силу указанных свойств больших систем применяемые к ним управляющие воздействия являются результатом совокупности решений самых разнообразных задач, требующих использования различных, как строгих формальных математических, так и неформальных методов. Именно этой цели и служит синтезирующая дисциплина — *системный анализ* [5]. Само название «системный анализ» указывает на то, что эта дисциплина предназначена для анализа состояний систем. Однако анализ как таковой важен не только для понимания системы и протекающих в ней процессов, но и для принятия решений, т. е. задач синтеза. Именно это является одной из центральных проблем, которыми занимается системный анализ. В математическом плане системный анализ опирается на все многообразие современных методов исследования операций с использованием ЭВМ, включая линейное, нелинейное и динамическое программирование, теорию игр, теорию распознавания образа, теорию планирования экспериментов и др. Широко используется математическая статистика. Вместе с формальными методами математики, системный анализ использует и неформальные методы, включая логические процедуры, эвристические приемы и итеративные диалоговые процедуры, экспертные методы и оценки, опирающиеся на творческие возможности, опыт и интуицию исследователя и *лица, принимающего решение* (ЛПР).

Таким образом, системный анализ выходит за рамки только формальных математических методов. Основные принципы этого заключаются в следующем. Системный анализ предполагает, что для получения решения необходимо выполнить следующие основные *этапы исследования*.

1. Постановка задачи — выбор исследуемой системы и определение ее границ, формулировка целей управления.

2. Составление математической модели системы:

а) определение параметров системы и управления и допустимых областей их изменения;

б) формирование целевых (критериальных) функционалов (или функций) для оценки соответствия поведения системы поставленным целям.

3. Выбор метода решения задачи.

4. Прогнозирование движения системы — определение множества возможных траекторий (альтернатив) поведения системы в зависимости от управляющих возможностей.

5. Планирование оптимального движения системы и управляющих воздействий на основе принятых критериев.

Формирование каждого из перечисленных этапов использует как формальные, так и неформальные процедуры и методы.

Каковы бы ни были исходные условия и цели решения, всегда неизменным и обязательным является условие согласованности между математической моделью системы и математическими методами решения. Выбор модели и метода решения выполняется всегда совместно и согласованно, хотя, конечно, главным здесь является выбор модели. Энергосистемы относятся к числу таких систем, структуры которых считаются достаточно хорошо известными (применительно к оптимизационным задачам). Поэтому при их исследовании большую роль играют формальные математические модели и методы. Далее будут рассмотрены некоторые самые общие и начальные положения о формировании таких моделей. Начальные сведения о методах оптимизации изложены в других параграфах. *Оптимизация* — это такое действие, которое отвечает на вопрос: что надо сделать, чтобы получить наилучший результат с точки зрения поставленной цели?

Решение оптимизационной задачи означает отыскание оптимальной альтернативы (или, что то же самое, варианта, плана, траектории движения системы и др.). Если это невозможно, то находят конечное множество рациональных альтернатив, т. е. в определенном смысле более хороших, чем остальные альтернативы, однако не обязательно самых лучших. В зависимости от свойств априорной информации, каждой альтернативе может быть поставлен в соответствие либо один, либо несколько исходов (оцениваемых с помощью целевой функции).

Различают три основных типа исходов:

1. Каждой альтернативе соответствует единственное и четко определенное состояние системы и его единственная оценка по значению целевой функции (единственный исход), т. е. существует однозначная и вполне определенная связь между альтернативой и исходом. В этом случае говорят, что принятие решения происходит в условиях определенности (детерминированных условиях).

2. Каждой альтернативе соответствует несколько исходов, причем каждый из них имеет некоторую вероятность появления. Считают, что решение осуществляется

в вероятностных условиях, или, как иногда говорят, в условиях риска.

Поясним это на примере задачи развития энергосистем. Пусть ожидаемая нагрузка потребителей системы P_n задана с помощью плотности распределения $p(P_n)$ и пусть оптимальная альтернатива будет определяться по математическому ожиданию нагрузки MP_n . Наилучшим исходом для нее будет случай, когда нагрузка системы действительно равна MP_n и критерий — приведенные затраты — минимален. Однако есть риск, что действительная нагрузка не будет равна MP_n и, следовательно, данной альтернативе будет соответствовать другой исход — приведенные затраты не минимальны. В рассматриваемом случае существует некоторое множество исходов, имеющих свои вероятности появления.

3. Каждой альтернативе может соответствовать несколько исходов, для которых не определены вероятности появления или какие-либо предпочтения. Говорят, что решение осуществляется в условиях неопределенности (точнее — в условиях частичной неопределенности).

Чтобы представить себе этот тип исходов, достаточно в предыдущем примере заменить вероятностную характеристику нагрузки на частично неопределенную, т. е. заданную с помощью отрезка $[P_n^{\min}, P_n^{\max}]$, причем неизвестны вероятности любых нагрузок P_n на этом интервале. Тогда каждой альтернативе можно поставить в соответствие число исходов n , равное числу возможных нагрузок, на которое предварительно разбит отрезок $[P_n^{\min}, P_n^{\max}]$ для оценки поведения системы при разных

$$P_i = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}, \text{ где } P_1 = P_n^{\min}, P_n = P_n^{\max}.$$

Указанные типы исходов непосредственно зависят от той информации о системе, которой располагает исследователь, приступая к решению. Более подробно вопрос о типах информации рассмотрен далее.

§ 1.5. Информация о большой системе

Ранее было отмечено, что энергетические системы (ЭС) и их объединения относятся к классу больших систем (БС). Более того, на любой ступени иерархии они являются одними из наиболее ярко выраженных представителей больших систем технико-экономического типа.

ЭС обладает всеми главными свойствами БС, которые существенны при выработке решений о их поведении.

Ознакомление с любой БС и дальнейшее принятие тех или иных решений всегда начинаются с изучения имеющейся предварительной (априорной) информации о БС. Процесс принятия решений можно всегда истолковать как процесс преобразования информации. Под *информацией* понимают полученные для тех или иных целей сведения о каком-либо событии (или объекте изучения). Использование информации обогащает наши знания об этом событии, уменьшает неопределенность этих знаний. Кроме понятия «информация» пользуются еще и другими терминами — «сведения» или «данные». Сведения — это полученные сообщения, для которых отсутствует какая-либо оценка их полезности для лица, получившего эти сообщения. Поэтому иногда можно встретить упрощенное понятие информации, как полезные сведения.

Информация всегда как-то отражает свойства тех или иных событий. В практических задачах различают *полную* и *неполную* информации. Первая описывает события достаточно полно в смысле удовлетворения требованиям данной задачи. Ее использование практически полностью снимает неопределенность представления о событии. Поэтому часто ее называют *определенной*. Соответственно неполная информация сохраняет некоторую частичную неопределенность представления о событии. Поэтому ее можно назвать еще и *частично неопределенной*. Во многих работах довольно часто встречается термин «неопределенная информация», который надо понимать как синоним частично неопределенной информации. Строго говоря, неопределенные сообщения не являются информацией, поскольку они не отражают свойства события и поэтому не могут быть использованы в целях обобщения наших знаний о событии.

Все события можно разделить на два класса — *детерминированные* и *случайные*. Поэтому информацию о детерминированных событиях называют детерминированной, а о случайных — вероятностной. Таким образом, следует различать четыре группы информации: *детерминированная полная*, *детерминированная частично неопределенная*, *вероятностная полная* и *вероятностная частично неопределенная*. Здесь вероятностная полная понимается в статистическом смысле: эта информация достаточна, чтобы получить вероятностные характеристики о том

или ином событии при наличии допустимых для данной задачи доверительных интервалов.

Обращаясь к частично неопределенной информации, можно заметить одну общую черту для обеих ее разновидностей. Частичная неопределенность означает, что эта информация ставит в соответствие данному состоянию события не точку, а некоторую область определения в пространстве состояний. Внутри этой области состояние не определено ни как детерминированное, ни как вероятностное. Более того,

границы областей оказываются «размытыми» или «расплывчатыми», их не удастся четко зафиксировать. В результате о состоянии события можно судить лишь с большей или меньшей погрешностью, определяемой этими расплывчатыми границами области определения состояния. На рис. 1.1

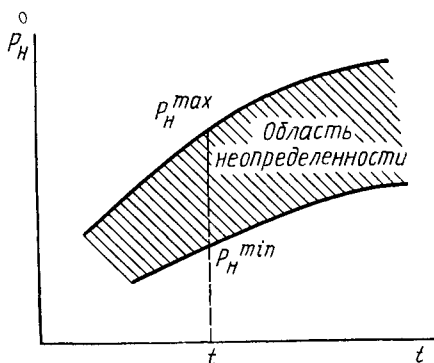


Рис. 1.1

представлена область прогноза нагрузки энергосистемы $P(t)$. Между границами этой области для каждого t нельзя отдать предпочтение ни одному из значений P ни в детерминированном, ни в вероятностном смысле. Именно эта область и определяет частичную неопределенность сведений о $P(t)$.

Важным методическим следствием является то обстоятельство, что использование частично неопределенной информации оказывается одинаковым, вне зависимости от принадлежности события к детерминированным или случайным. Поэтому можно упростить терминологию, объединить обе группы в одну и назвать ее для обоих случаев частично неопределенной или даже неопределенной (если есть уверенность, что этот последний термин не может привести к недоразумениям). Но тогда и две другие группы информации можно назвать проще — детерминированная и вероятностная, опустив за ненужностью термин «полная» или «определенная».

Применительно к прогнозу $P(t)$ детерминированная информация представляется единственной кривой $P(t)$,

а вероятностная — вероятностными характеристиками $P(t)$ для всех t . Для неопределенной информации весь спектр $P(t)$ в пределах зоны неопределенности не имеет ни вероятностных, ни детерминированных характеристик.

Наконец, существуют единичные, уникальные события, встречающиеся так редко, что объективно невозможно поставить им в соответствие какие-либо вероятности их появления. Тогда в одних случаях их относят к неопределенным, а в других, на основе общих соображений, глубины понимания системы и решаемой задачи, интуиции и личных вкусов исследователь может приписать им «субъективную» вероятность, если это кажется необходимым.

Неопределенность информации не означает принципиальную невозможность познания события, которое она отражает. Неопределенность есть следствие двух обстоятельств: неполноты полученных сведений и ошибок при формировании, передаче, приеме и обработке информации. Источниками ошибок информации для технико-экономических систем являются: объект и средства наблюдения, передачи и обработки данных, внешняя среда и, наконец, сам исследователь («индивид»). Эти источники объективно существуют, но их влияние может быть уменьшено по мере совершенствования мер борьбы с ними.

Неопределенность и неточность информации часто уменьшается в процессе реализации решения, принятого на ее основе. Дело в том, что процесс реализации может сопровождаться получением дополнительной информации за счет обратных связей от управляемой системы к системе управления. Это может служить источником внесения корректив в решение, т. е. использования адаптации к изменяющейся информации и изменяющимся рассматриваемым явлениям.

Особо следует остановиться на том типе неточности, который обычно называют *расплывчатостью*. Расплывчатость является основным источником неточности не только информации, но и многих процессов принятия решений. Приведенная на рис. 1.1 зона неопределенности нагрузки $P(t)$ при расплывчатых границах является одним из примеров расплывчатой информации. Однако расплывчатость относится не только к информации, но и ко многим другим понятиям, которые характеризуются нечетко выраженными общими свойствами или признаками. Например, само понятие «большая система» является рас-

плавчатым, так как термин «большая» не определен точно по размерности, поскольку нет четких границ между «большой» и «небольшой» системами. Понятия «значительный экономический эффект», «практически экономичный режим» и многие другие — все это примеры расплывчатых понятий. Поскольку каждое из них является собирательным и относится не к одному, а к множеству явлений, объединенных общим расплывчатым признаком, то обычно применяют термин «расплывчатое множество». Кроме термина «расплывчатый» используют его равноправные заменители — «нечеткий», «размытый», «нечетко определенный».

Легко видеть, что в любой деятельности человека встречается очень много жизненных ситуаций, когда приходится сталкиваться с необходимостью принятия решений в расплывчатых условиях, где даже цели решения, а также ограничения и последствия принятия тех или иных альтернативных действий точно не известны. Все эти ситуации можно разделить на два класса — *вероятностные* и *размытые*, причем разница между ними достаточно существенна. Задачи в расплывчатых условиях, особенно при несколько нечетких целях, не могут быть решены точно. В этих случаях говорят лишь о сужении множества альтернатив, подлежащих сравнению и выбору из них той, которая считается лучшей с точки зрения лица, принимающего решение. Однако на практике часто общие задачи в расплывчатых условиях стремятся заменить частными задачами в более определенных условиях. При этом, если возможно, то игнорируется факт расплывчатости.

§ 1.6. Вероятно-оптимальные планы

Теперь рассмотрим одно из важнейших следствий неопределенности информации, которая в совокупности с некоторыми другими рассмотренными ниже обстоятельствами создает предпосылки существования так называемых *вероятно-оптимальных планов*.

Прогресс науки и техники предопределяет на каждом историческом отрезке времени наличие различных технологических способов и типов устройств, обеспечивающих производство продукции хотя и по-разному, но соразмерно затратам материальных и трудовых ресурсов.

Старые способы и типы устройств некоторое время соперничают с новыми с переменным успехом и появление

последних никогда не приводит к немедленному исчезновению первых. Кроме того, каждый способ часто может быть реализован с помощью различных устройств, отличающихся теми или иными элементами. Все перечисленное создает объективные условия для упомянутой ранее многовариантности развития каждой большой системы. Но многовариантность появляется не только по этим причинам. Если бы задачи развития можно было сформулировать как строго детерминированные, то для каждой задачи можно было бы точно определить самый лучший вариант. Однако наличие недетерминированной и особенно неопределенной информации приводит к появлению погрешностей нашего предвидения о путях развития системы, что формально выражается в погрешностях функционалов, соответствующих тем или иным критериям оптимальности. Эти погрешности приводят к тому, что некоторые планы, мало отличающиеся между собой по значениям данного функционала, становятся неразличимыми с точки зрения данного критерия и ни одному из них нельзя отдать предпочтения без дополнительных исследований, не привлекая какие-либо вспомогательные критерии и способы оценки (дополнительные условия).

Таким образом, внутри множества допустимых планов можно выделить подмножество таких лучших планов, которые неразличимы по своим глобальным оценкам с точки зрения данного критерия оптимальности. Такое подмножество называют *множеством равнооптимальных планов*. Этот термин получил довольно широкое распространение. Однако он не совсем строг, так как в действительности эти планы не являются равнооптимальными: применение дополнительных условий обычно приводит к сокращению их числа за счет отсеивания менее «хороших» с точки зрения этих условий. Правильнее было бы их назвать *неразличимыми* или *вероятно-оптимальными по данному критерию* (или данным критериям). В дальнейшем используется последний термин. Случайные факторы, воздействующие на систему со стороны окружающей среды не позволяют определять систему как строго детерминированную. Двойственность природы системы приводит к тому, что информация о текущем функционировании и возможных путях развития большой системы всегда состоит из трех названных ранее групп: детерминированной, вероятностной и частично неопределенной. Наличие третьей группы информации приводит к тому, что совокупная информация о большой системе всегда

есть неполная информация. Следовательно, математическая модель системы в принципе не может быть точной и не полностью отражает свойства самой системы. Точность модели снижается при увеличении срока, в пределах которого рассматривается план развития системы, так как увеличивается погрешность информации и, следовательно, погрешность прогноза.

Исходная информация о данной системе и окружающей среде, используемая при конструировании модели большой системы, может быть двух типов: *обобщенная* и *численная*. На основе информации первого типа функционал и систему уравнений связи и ограничений записывают в общем виде без конкретных численных значений коэффициентов соответствующих функций от параметров системы и параметров условий тождества эффекта. Здесь определяют лишь общие правила формирования математической модели и определяют пригодный метод решения для данного типа задач применительно к данному классу систем. После конструирования общих свойств модели она наполняется численным содержанием: чтобы получить оптимальное или какое-либо рациональное решение необходимо знать численные значения параметров модели и образующих ее функций. Для этого привлекают информацию второго типа — численную информацию о данной системе и окружающей ее среде. Как обобщенная, так и численная информация имеет погрешности в силу двойственности природы системы и окружающей среды, состоящей из систем различного рода — экономических, социальных, технических и др. В результате при любых моделях и методах решения неизбежно появление погрешностей решения и его реализации при практическом исполнении. В большинстве случаев главным источником последней погрешности является недостаточно полное знание о воздействии на данную систему со стороны окружающей среды, т. е. погрешность априорной информации об окружающей среде.

Помимо указанных информационных погрешностей имеются собственная погрешность модели и погрешность метода решения. При формировании модели приходится считаться с двумя обычно противоречивыми обстоятельствами: с одной стороны, естественным является стремление учесть в модели как можно полнее априорную информацию о системе и окружающей среде, а с другой — приходится считаться с арсеналом возможных методов решения, которыми располагает исследователь. Напри-

мер, можно сконструировать довольно точную модель, но она теряет смысл, если для нее нельзя подобрать подходящий метод решения данной задачи. В результате появляется тесная взаимосвязь между моделью и методом: первичной, разумеется, является модель, однако ее выбор зависит от принимаемого метода решения. Метод влияет на модель, загроуляя и упрощая ее против возможной по обобщенной информации настолько, чтобы она стала пригодной для решения данной задачи этим методом. Следовательно, в процессе формирования модели в общем виде обычно появляется некоторое искажение исходной обобщенной информации. Затем используется принятый метод решения. Но и метод тоже может быть неточным и давать погрешность.

Таким образом, суммарная погрешность полученного решения образуется из трех групп погрешностей — за счет априорной информации, модели и метода решения. Заметим, что в указанной суммарной погрешности учитывается и погрешность реализации решения.

Из сказанного можно сделать принципиальный вывод о том, что при оптимизации большой системы можно и должно говорить только о такой стратегии, которая характеризуется некоторым множеством вероятно-оптимальных планов и в общем случае неверно говорить о существовании «единственно оптимального» плана, как некоторой особой точки в пространстве стратегий текущего функционирования или развития системы.

§ 1.7. Иерархия и относительная обособленность систем

Можно легко убедиться, что в рамках единой модели нельзя решать задачу оптимизации всего народного хозяйства во всех деталях даже по одному какому-либо критерию.

С математической точки зрения причины этого следующие: 1) огромная размерность задачи, которая сама по себе является непреодолимым препятствием для выяснения всех деталей развития народного хозяйства в рамках только одной модели; 2) разномасштабность параметров и разная погрешность отдельных групп информации о разных частях этой большой системы.

Последнее приводит к нарушению правила равноточности. Это правило не имеет единой количественной формулировки для всех случаев, но обычно трактуется в ви-

де следующих приближенных практических требований к параметрам и их погрешностям: влияние на решение со стороны учитываемых параметров желательно иметь примерно одного порядка, а относительные погрешности параметров — по крайней мере первого, а еще лучше более высоких порядков малости.

Вследствие этого появляется потребность решения задачи оптимизации всего народного хозяйства по частям, которая удовлетворяется благодаря иерархичности больших технико-экономических систем: каждая такая система может быть представлена в виде совокупности подчиненных систем более низкого уровня с более узкими целями развития. Это позволяет для народного хозяйства избрать стратегию решения, основанную на иерархическом построении множества моделей в соответствии с представлением народного хозяйства в виде *иерархии систем*.

Высшим уровнем (или ступенью) иерархии считается народнохозяйственный уровень, на котором все народное хозяйство представляется системой, объекты которой выражают, например, отдельные отрасли с их главными, определяющими характеристиками. На этом уровне как исходная, так и получаемая в результате решения информация очень сильно агрегированы, т. е. более мелкие информационные сведения объединены в весьма крупные, с помощью которых можно определить лишь общую стратегию развития народного хозяйства и его основные показатели — национальный доход, темп его роста и распределение на главные составные части, пропорции между отраслями и общие объемы продукции, основные количественные и качественные характеристики материальных и трудовых ресурсов и другие глобальные показатели народного хозяйства в целом. Такая глобальная система народного хозяйства является наиболее общей социально-экономической системой. Ее оптимизация не может быть полностью формализована. Более того, на этом уровне формальные методы оптимизации часто играют лишь вспомогательную роль.

На втором, более низком уровне, располагаются отраслевые (т. е. функционально разные) системы, которые, в свою очередь, объединяют системы третьего уровня и т. д. Отраслевое (или функциональное) построение иерархии систем переплетается с другим иерархическим построением, а именно с территориальным, когда вся территория страны иерархически делится на экономиче-

ские районы. Последние содержит несколько функционально разных систем, расположенных на данной территории. В результате получается иерархическое построение систем и по отраслевому, и по территориальному признакам.

Систему более высокого уровня иерархии называют *глобальной* по отношению к входящим в нее системам более низких уровней. Последние же называют *локальными* относительно данной глобальной системы. Глобальная система отличается от каждой из ее образующих локальных систем не только размерами, но и функциями, связанными с новыми качествами, придаваемыми ей именно благодаря объединению. При этом обнаруживается, что некоторые вопросы, существенные для развития локальной системы, не играют особой роли для глобальной. В свою очередь, для глобальной системы приходится решать вопросы, выпадающие из поля зрения при отдельном изучении локальных систем.

Каждая система имеет более или менее сильные *прямые и обратные связи* с другими системами: вертикальные — с системами соседних уровней и горизонтальные — с системами того же уровня. Эти связи могут быть как между функционально подобными, так и функционально разными системами. По связям передается влияние одних систем на другие и оно должно учитываться при формировании модели той или иной системы. Возможны два основных пути изучения развития систем.

Первый путь заключается в совместном рассмотрении группы функционально разных систем, принадлежащих одному и тому же уровню территориальной иерархии и охватывающих весь промышленный комплекс данной территории — экономического района (при более крупном делении — экономического региона). Объединение таких систем назовем территориально-производственным комплексом или комплексной системой. Для ее рассмотрения ее выделяют, обособляют от других подобных систем внутри региона. Ведущим признаком такого выделения является территориальная иерархия, хотя входящие в комплексную систему региона функциональные системы принадлежат некоторым ступеням функциональных иерархий.

Второй путь использует главным образом функциональную иерархию. Здесь обособленному изучению подвергается функционально однородная система для некоторого экономического района или региона (например

электроэнергетическая система). Второй путь приводит к более глубокому обособлению: вместо модели комплектной системы большой размерности формируется несколько отдельных моделей функционально однородных систем меньшей размерности.

Каждый из рассмотренных путей имеет свои особенности, достоинства и недостатки. Но оба они обладают и общим свойством: какую бы мы систему ни рассматривали — комплексную или функционально однородную, ее обособление нельзя считать абсолютным. Действительно, развитие любой системы определяется не только ее внутренними закономерностями, но и зависит от условий связи с другими системами и соответствующих ограничений. Развитие данной системы всегда подчинено развитию глобальных систем более высоких степеней иерархии (в первую очередь — ближайшей ступени). Кроме того, развитие системы обязательно должно согласовываться с развитием других смежных систем данной ступени иерархии. Все это означает, что обособленное рассмотрение системы является лишь относительным и поэтому такую систему называют *относительно обособленной*.

Характер и свойства вертикальных и горизонтальных связей данной системы обычно таковы, что существование и развитие этой системы в основном зависит от глобальной системы ближайшей более высокой степени иерархии и смежных систем данной ступени. Именно поэтому довольно часто удается либо вообще отказаться от учета взаимного влияния с более удаленными системами, либо считать условия связи с ними и соответствующие «внешние» ограничения фиксированными, не зависящими от плана развития данной системы.

Если сформулировать требования, которые предъявляются к локальной системе со стороны глобальных и других внешних систем, то это позволит рассмотреть локальную систему самостоятельно. Анализ показывает, что такой подход возможен, если предварительно правильно очертить границы локальной системы. Поэтому, говоря об оптимизации какой-либо системы, мы будем иметь в виду не любую произвольно избранную совокупность объектов, а только такую, для которой справедливы высказанные положения.

Пусть при оптимальном плане глобальной системы ее функционал Φ имеет экстремальное (например, минимальное) значение $\min \Phi = \omega$. Пусть также функционалы

для данной системы φ_m и остальной части глобальной системы φ_0 при раздельной оптимизации этих систем имеют экстремумы (минимумы) соответственно $\min \varphi_m$ и $\min \varphi_0$. Формальным условием допустимости отдельной оптимизации системы m является равенство:

$$\omega = \min \varphi = \min \varphi_0 + \min \varphi_m. \quad (1.6)$$

Условие (1.6) означает, что найденный отдельно оптимальный план системы m входит составной частью в оптимальный план глобальной системы. На практике это условие выполняется с некоторой погрешностью, которая тем меньше, чем лучше выбраны границы локальной системы и чем полнее учтены требования к этой системе со стороны «внешних» систем. Эти требования обычно формализуются в виде систем ограничений и уравнений связи типа (1.3)—(1.5).

ГЛАВА 2

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МНОГОЦЕЛЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

§ 2.1. Проблема многоцелевой оптимизации

Развитие и текущее функционирование энергосистем, как и любых других больших систем, преследует выполнение большого числа самых разнообразных целей. Энергосистема должна быть экономичной, обеспечивать полное и надежное снабжение потребителей электроэнергией и не должна вредно влиять на окружающую среду. К этим важнейшим, глобальным целям добавляется еще множество других, большей частью локальных целей.

При наличии многих, да еще и противоречивых целей, а также различных типов исходной информации о системе, естественно, появляются различные *альтернативы решения*. Термин «альтернатива» имеет ряд синонимов, в зависимости от конкретных особенностей задачи. В частности, употребляются следующие термины: вариант, план, траектория движения системы и др. Заметим, что один и тот же вариант (альтернатива) в разных условиях оценивается по-разному. Говорят, что одна и та же альтернатива имеет разные исходы в зависимости от внешних условий существования системы. Естественно-

но, что среди возможных альтернатив желательно выбрать наилучшую в определенном смысле, или как принято говорить, найти оптимальное решение задачи.

При этом даже без особого анализа ясно, что если различные цели противоречивы и не взаимозаменяемы, то их «примирение», отыскание какого-то компромисса — очень непростая задача. Кроме того, к противоречивости целей следует добавить еще одно крайне неприятное свойство большой системы — отсутствие достаточно полных сведений как о ней самой, так и о ее взаимодействии с окружающей средой.

Даже не обсуждая многие другие трудности (большая размерность системы, многоэкстремальность целевых функций и др.) можно понять, что только за счет противоречивости целей и неполноты информации решение проблемы многоцелевой оптимизации сильно осложняется.

Однако в настоящее время достигнуты несомненные успехи в анализе подобных ситуаций, выработке важных рекомендаций по отысканию решений. В относительно простых случаях эти решения могут быть названы оптимальными, в более сложных приходится на этапе использования математики ограничиваться выявлением лишь некоторого подмножества более хороших альтернатив, по сравнению с рассмотренными. Эти альтернативы для различных ситуаций называют по-разному — *рациональными, эффективными, вероятно-оптимальными, оптимальными по Парето*. Общим их свойством является то, что они лучше других к какому-то смыслу, но выделить среди них еще более хорошие в этом же смысле с помощью регулярных математических методов уже не удастся. Здесь по существу заканчивается строгий математический этап изучения, после чего приходится прибегать к различным неформальным (с точки зрения математики) процедурам, которые могут обладать большей или меньшей регулярностью и доказательностью (диалоговые процедуры «человек-ЭВМ», игровые критерии, экспертные оценки и т. д.). На этом этапе существенное значение имеет опыт, интуиция и талант исследователей и особенно лица, принимающего решение (ЛПР).

Далее кратко рассмотрены начальные сведения о способах одно- и многокритериальной оптимизации в условиях, когда критерии дают количественные оценки, и при отсутствии последних, т. е. качественном представлении критериев.

§ 2.2. Одноцелевая оптимизация в условиях определенности

Вопреки тому, что развитие и деятельность энергосистемы всегда подчинены и должны удовлетворять многим целям, самое широкое распространение имеют задачи *одноцелевой оптимизации*. В подавляющем большинстве случаев исследователь не располагает достаточно хорошими методами многоцелевой оптимизации и подобные задачи упрощает, сводя их к одноцелевым. Делают это следующим образом. Среди всех целей выделяют одну, которую считают главной, доминирующей. Все остальные цели заменяют некоторыми минимально необходимыми требованиями (ограничениями), выполнение которых считают во всех случаях обязательным. Например, при отыскании плана развития системы, т. е. определении состава, параметров и очередности ввода новых объектов (электростанций, линий электропередачи и др.) главной целью считают экономичность. Но при этом отыскивают такой самый экономичный план, который удовлетворяет обязательным требованиям (нормативам) надежности электроснабжения, качества электроэнергии, охраноспособности окружающей среды. Дальнейшее улучшение указанных критериев сверх принятых норм осуществляется лишь по мере возможности и не в ущерб экономичности.

При одноцелевой оптимизации используют математическую модель (1.2) — (1.5). Задача формулируется следующим образом: найти условный минимум (или максимум, что зависит от характера задачи) целевой функции (1.2) при условиях (1.3) — (1.5). Целевая функция несет на себе две смысловые нагрузки: во-первых, она характеризует свойства системы с точки зрения поставленной цели и, во-вторых, служит критерием, т. е. инструментом для измерения качества того или иного решения с точки зрения поставленной цели. Простейшим примером целевой функции является хорошо известная функция *приведенных затрат* — экономический критерий для статической системы:

$$Z = E_n K + I \rightarrow \min. \quad (2.1)$$

С одной стороны, для экономической оптимизации необходимо сопоставление капитальных вложений K и текущих годовых издержек производства I ; что, собственно, и должно быть учтено функцией (2.1). С другой

стороны, критерием оптимального решения служит минимум этой функции. Сравнив значения Z для разных решений — планов системы, получим их характеристику с точки зрения экономичности.

После того как сформулирована задача и записана целевая (критериальная) функция, уравнения связи между параметрами и ограничения, определяющие допустимую область решений, привлекают соответствующий метод для отыскания оптимального решения. Для этого используют два основных типа моделей — *оценочные и оптимизирующие*.

Метод *оценочных моделей* получил очень широкое распространение и в подавляющем большинстве случаев является единственным для решения задач планирования развития и проектирования энергосистем.

На первом его этапе намечается несколько вариантов развития (размещения и параметров электростанций, конфигурации и параметров электрической сети), «хороших» с точки зрения экономичности и достаточно удовлетворительных по надежности, качеству электроэнергии и другим требуемым критериям. Последнее проверяют специальными проверочными расчетами, с помощью которых устраняют явные дефекты варианта по требованиям перечисленных критериев. Затем подсчитывают экономический показатель — приведенные затраты Z . Вариант с наименьшими затратами считают оптимальным.

Достоинством метода оценочных моделей является возможность тщательной, глубокой и многосторонней проработки каждого сравниваемого варианта. Это зависит от опытности и профессиональной подготовки проектировщика. Кроме достоинств, данному типу моделей свойствен серьезный недостаток: в простых случаях опытный проектировщик обычно включает в число «хороших» и действительно оптимальный вариант, но по мере усложнения системы уменьшается вероятность сохранить среди сравниваемых вариантов оптимальный и снижается строгость доказательства того, что этот вариант — действительно оптимальный. В самом деле, для сложной системы число возможных вариантов исчисляется сотнями и даже тысячами, а сравнению подвергаются лишь 3—5 вариантов и это сокращение целиком зависит от проектировщика. Ясно, что в такой ситуации ошибки, и очень серьезные, вполне возможны. Это является одним из решающих обстоятельств использования так называемых *оптимизационных математических мо-*

делей, использование которых основано на математических методах поиска экстремума функции многих переменных.

Основные оптимизационные модели и методы рассмотрены далее.

§ 2.3. Одноцелевая оптимизация при вероятностной и неопределенной информации

Приведем основы решения для двух основных случаев — когда информация является вероятностной (вероятностно-определенной) и неопределенной (частично неопределенной).

Оптимизация при вероятностной информации. Рассмотрим простейший пример, когда различные параметры системы и ее состояний заданы плотностями распределения и не имеют между собой корреляционных связей (или ими можно пренебречь). В этом случае расчеты в принципе мало чем отличаются от расчетов при детерминированной информации, хотя по сложности могут их превосходить значительно.

Примем, что различные функции параметров, в том числе и целевая функция, являются однозначными, т. е. каждому сочетанию параметров ставится в соответствие единственное и определенное значение той или иной функции. При этих условиях оптимизационная задача может быть решена следующим образом. Пусть поиск оптимального плана $U^{оп}$ ведется на множестве допустимых планов U_i , $i=1, 2, \dots, m$. Каждый такой план U_i реализуется при условиях, характеризуемых параметром x , и при этом известно, что x принимает любое

из значений x_j , $j=1, 2, \dots, n$ с вероятностью p_j , $\sum_{j=1}^n p_j=1$.

Для плана U_i при условиях x_j приведенные затраты равны $З_{ij}$. Так как x_j реализуются с вероятностью p_j , то для плана U_i математическое ожидание приведенных затрат

$$MЗ_i(U_i) = \sum_{j=1}^n p_j З_{ij}(x_j). \quad (2.2)$$

Предположим, что оптимальный вариант $U^{оп}$ соответствует минимуму M среди всех планов i :

$$MЗ^{оп}(U^{оп}) = \min MЗ_i(U_i), \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (2.3)$$

Если оптимизация выполняется по двум параметрам x_j^1, x_k^2 с вероятностями p_j и p_k , то при независимых параметрах для плана U_i математическое ожидание затрат

$$M\mathcal{Z}_i(U_i) = \sum_j \sum_k p_j p_k \mathcal{Z}_{ijk}(x_j^1, x_k^2). \quad (2.4)$$

Оптимальное решение находится минимизацией $M\mathcal{Z}_i(U_i)$ по всем i .

При большом числе параметров $x_r^r, r=1, 2, \dots, R$ задача становится очень громоздкой, но в принципе разрешимой, лишь бы позволили возможности ЦВМ. Однако рассмотренный случай известных вероятностей встречается редко, а для больших систем (в том числе и энергосистем) в «чистом» виде не наблюдается. Поэтому практические задачи обычно решаются с дополнительными погрешностями, вызванными приближенными значениями функций распределения параметров, полученными из статистических данных, найденных опытным путем. Область применения рассматриваемого способа расчета существенно сокращается при учете фактически имеющих место корреляционных связей между параметрами. Учет последних значительно усложняет решение, хотя в принципе и выполним, лишь бы эти корреляционные связи были известны.

На практике обычно избегают решать задачи в стохастической постановке в тех случаях, когда при загрузлении информации — представлении всех параметров только их математическими ожиданиями — не ожидаются серьезные ошибки. В этом случае задача ставится как детерминированная, поскольку такое решение получить значительно проще. Однако этот путь далеко не всегда приемлем. Соответствующий анализ показал, что отказ от решения задач в стохастической постановке может в ряде случаев привести к недопустимым ошибкам. Интересно, что до выполнения такого анализа считалось, что детерминированные расчеты дают приемлемую погрешность. Для примера можно сослаться на задачу определения потерь электроэнергии в электрической сети системы. В настоящее время доказано, что широко распространенные методы, при которых используются максимальные нагрузки системы и время максимальных потерь, или среднеквадратичные значения нагрузок, а также некоторые другие методы, ставшие традиционными, во многих случаях приводят к серьезным ошибкам. Именно

поэтому предложены более совершенные методы, опирающиеся на методы математической статистики.

Оптимизация при неопределенной информации.

В этом случае отыскание единственного оптимального плана только строгими формальными методами в принципе невозможно. Да это и понятно: если имеется изначальная неопределенность, то она может быть ослаблена или даже исключена из решения (исхода) либо с помощью уточняющей информации, получаемой в ходе реализации решения, либо с помощью неформальных, эвристических процедур, основанных на опыте и интуиции ЛПР. В последнем случае упомянутый оптимальный план является оптимальным уже не в строгом математическом смысле, а с позиций индивидуального представления ЛПР. Далее рассмотрены основные идеи оптимизации при неопределенной информации без изложения конкретных алгоритмов и процедур. Основные особенности идей рассмотрим на типичной ситуации, наблюдаемой в задачах развития энергосистемы. Эти задачи условно можно разделить на две группы — *статические* и *динамические*. Для простоты рассмотрим только статические планы развития, которые ориентируются на нагрузку системы P_n для какого-либо расчетного года. Эта нагрузка задается в виде некоторого отрезка $[P_{\min}, P_{\max}]$, причем нагрузкам внутри отрезка не приписываются какие-либо вероятностные характеристики, поскольку они неизвестны. Тогда естественно отрезок заменить некоторым множеством возможных значений нагрузки $\{P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_n\}$, где $P_1 = P_{\min}$, $P_n = P_{\max}$, причем число нагрузок определяется не каким-либо строгим методом, а с помощью соображений о допустимом объеме расчетов, желательной детализации анализа и т. д.

Выполним детерминированный расчет для каждой нагрузки $P_j = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$. Пусть для нагрузки P_k будет найден оптимальный план U_k , для которого получены минимальные приведенные затраты $Z(U_k, P_k) = Z_{kk}$. Эту процедуру повторим для всех P_j и получим n альтернатив U_i , $i = 1, 2, \dots, n$, причем каждая альтернатива U_i оптимальна только при нагрузке P_i . Далее, для альтернатив U_i определим исходы — приведенные затраты при всех возможных нагрузках P_j , т. е. $Z(U_i, P_j) = Z_{ij}$, $j = 1, 2, \dots, n$. Повторим расчеты для всех альтернатив U_i , $i = 1, 2, \dots, n$. При выполнении расчетов следует учитывать, что альтернатива U_i для какой-либо нагрузки P_j может оказаться непригодной для реализации без ее из-

менений. Учтем эти изменения так, чтобы U_i все же оказалась пригодной для условия P_j . Эти изменения, очевидно, вызовут дополнительные затраты, которые называют затратами на адаптацию альтернативы U_i к условиям P_j . Все полученные значения с учетом адаптации $Z_{ij}=Z(U_i, P_j)$, $i=1, 2, \dots, n$, $j=1, 2, \dots, n$, сведем в табл. 2.1, называемую *платежной матрицей*. В ней Z_{ij} поме-

Таблица 2.1

Планы развития	Возможные нагрузки								
	P_1	P_2	...	P_i	...	P_j	...	P_{n-1}	P_n
U_1	Z_{11}	Z_{12}	...	Z_{1i}	...	Z_{1j}	...	$Z_{1, n-1}$	Z_{1n}
U_2	Z_{21}	Z_{22}	...	Z_{2i}	...	Z_{2j}	...	$Z_{2, n-1}$	Z_{2n}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
U_i	Z_{i1}	Z_{i2}	...	Z_{ii}	...	Z_{ij}	...	$Z_{i, n-1}$	Z_{in}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
U_j	Z_{j1}	Z_{j2}	...	Z_{ji}	...	Z_{jj}	...	$Z_{j, n-1}$	Z_{jn}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
U_{n-1}	$Z_{n-1, 1}$	$Z_{n-1, 2}$	...	$Z_{n-1, i}$	...	$Z_{n-1, j}$	...	$Z_{n-1, n-1}$	$Z_{n-1, n}$
U_n	Z_{n1}	Z_{n2}	...	Z_{ni}	...	Z_{nj}	...	$Z_{n, n-1}$	Z_{nn}

щена на пересечении строки i и столбца j . По главной диагонали располагаются все условно оптимальные решения (оптимальные при данных условиях j).

Так как разным условиям соответствуют разные значения Z_{ij} и разные условно оптимальные планы, то найти с помощью всех Z_{ij} действительно оптимальный план при неизвестных вероятностях появления условий P_j можно лишь привлекая какие-либо дополнительные критерии. Эти критерии рассмотрим на простом примере.

Пусть платежная матрица имеет вид, представленный в табл. 2.2, где даны численные значения всех Z_{ij} .

1. *Критерий минимакса* (критерий Вальда). Будем исходить из предположения, что какой бы план мы не приняли, условия реализации его будут обязательно самыми плохими (как будто бы «природа» злонамеренно чинит нам козни). Если, например, мы примем U_1 (оптимальный для P_1), то обязательно появится нагрузка не P_1 , а P_3 .

В такой ситуации разумно предположить, что надо принять план, для которого максимальные приведенные затраты меньше, чем максимальные приведенные затраты для любого другого плана:

$$Z^{\text{оп}} = \min_i \max_j Z_{ij}. \quad (2.5)$$

Найдем максимумы Z_{ij} для всех i :

$$\max Z_{1j} = Z_{13} = 85; \quad \max Z_{2j} = Z_{23} = 80; \quad \max Z_{3j} = Z_{33} = 75.$$

Тогда оптимальное решение

$$Z^{\text{оп}} = Z_{33} = 75.$$

Оптимальным считаем план U_3 .

Критерий минимакса (критерий пессимизма) ориентируется на самые плохие перспективы реализации плана. Тем самым как бы гарантируются наименьшие затра-

Т а б л и ц а 2.2

Планы развития	Возможные нагрузки		
	P_1	P_2	P_3
U_1	45	60	85
U_2	60	55	80
U_3	65	70	75

ты в этих самых плохих условиях. Он может использоваться в особо ответственных случаях, когда требуется минимальный риск получить большие затраты. Здесь реализуется стратегия максимальной осторожности, при которой пренебрегают возможностью получить более хорошие условия из-за опасения, что вместо этих хороших условий непременно появятся другие, самые плохие условия. Поэтому говорят, что критерий минимакса реализует принцип осторожности. Можно считать, что для этого критерия каждому U_i приписывается наибольшая вероятность появления таких самых плохих условий P_j , для которых получается $\max Z_{ij}$. При этом для всех i принимают равные вероятности появления таких самых плохих условий. Приведем пример. Пусть выполняются расчеты для отыскания предельных режимов по статической устойчивости с помощью последовательного утяжеления режимов. Различным путям утяжеления соответствуют разные точки на границе области устойчивости и,

следовательно, разные запасы устойчивости. Спрашивается, на какой запас устойчивости нужно ориентироваться при известных вероятностях перехода из данного нормального режима в разные точки границы области устойчивости? Очевидно здесь следует проявить «разумную» (а фактически максимальную) осторожность и ориентироваться на самый неблагоприятный случай. Заметим также, что особенно актуальным становится использование максимальной осторожности, когда речь идет об опасности для жизни людей.

2. *Критерий минимина.* Этот критерий реализует стратегию «азартного игрока», полного оптимизма. Здесь как бы ожидается, что природа непременно предоставит нам наилучшие условия. Тогда следует принять план, дающий минимальные затраты в самых благоприятных условиях:

$$Z^{\text{оп}} = \min_i \min_j Z_{ij}. \quad (2.6)$$

Для рассматриваемого случая имеем:

$$\min Z_{1j} = Z_{11} = 45; \min Z_{2j} = Z_{22} = 55; \min Z_{3j} = Z_{31} = 65; \\ Z^{\text{оп}} = Z_{11} = 45; U^{\text{оп}} = U_1.$$

Здесь фактически каждый план $\min_j Z_{ij}$ считается наиболее вероятным для каждого i , а планы $\min_j Z_{ij}$ для разных i — равновероятными.

Для реализации жизненных условий этот критерий по принципу «авось получится» может давать очень серьезные просчеты и поэтому не получил распространения, хотя иногда близкий подход к нему имеет место, например, когда при выборе схемы питания потребителей третьей категории надежности пренебрегается возможностью весьма длительных перерывов в питании из-за повреждения оборудования.

3. *Критерий Гурвица.* Этот критерий называется критерием пессимизма-оптимизма и опирается на следующие рассуждения. Каждая из стратегий j имеет свой риск. Пусть наибольший риск приводит к проигрышу $Z_{\text{пк}}(U_n, P_k) = \max_j Z_{ij}$, а наименьший риск к проигрышу $Z_{\text{мл}}(U_m, P_l) = \min_j Z_{ij}$. Образует функцию вида

$$Z = \alpha \max_j Z_{ij} + (1 - \alpha) \min_j Z_{ij}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Будем искать план, доставляющий $Z^{\text{оп}} = \min Z$:

$$Z^{\text{оп}} = \min_j [\alpha \max_i Z_{ij} + (1 - \alpha) \min_i Z_{ij}]. \quad (2.7)$$

При $\alpha=1$ получаем критерий минимакса, а при $\alpha=0$ — критерий минимина. Таким образом, при разных α получаем разные сочетания осторожности (пессимизма) и азартности (оптимизма). Можно представить, что при каком-то α будут иметь место наиболее вероятные условия. Тогда данный критерий дает возможность найти наилучший план для этих условий. Таким образом, задача сводится к отысканию наиболее вероятного значения α .

Однако сама по себе исходная информация о зоне неопределенности не дает оснований для выбора какого-либо способа отыскания α . Поэтому практически можно говорить о выборе α лишь на основе накопленной статистики для аналогичных задач в прошлом или с помощью интуитивных соображений.

4. Критерий недостаточного основания — минимума средних затрат (критерий Лапласа — Байеса). В этом случае считают, что нет достаточных оснований предпочесть одни условия другим, т. е. $P_j = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ принимают равновероятными. Исходя из этого определяют среднее значение затрат для плана i для всех условий j :

$$\text{med}_j Z_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Z_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (2.8)$$

В качестве решения принимают план, обеспечивающий наименьшее значение средних затрат:

$$Z^{\text{оп}} = \min_i \text{med}_j Z_{ij}. \quad (2.9)$$

Для рассматриваемого случая имеем:

$$\text{med } Z_{1j} = (45 + 60 + 85)/3 = 63,3;$$

$$\text{med } Z_{2j} = (60 + 55 + 80)/3 = 65;$$

$$\text{med } Z_{3j} = (65 + 70 + 75)/3 = 70;$$

$$Z^{\text{оп}} = \min_i \text{med}_j Z_{ij} = \text{med } Z_{1j} = 63,3; \quad U^{\text{оп}} = U_1.$$

Этот критерий получил наиболее широкое распространение. Однако принятая в нем равномерная плотность распределения на отрезке $[P_{\min}, P_{\max}]$ встречает следующие возражения. Более резонно предположить, что по мере приближения P_j к границе $P_{\min}$ или $P_{\max}$ вероятность появления P_j должна уменьшаться, поскольку за

этой границей она практически равна нулю. Поэтому вместо критерия недостаточного основания запрашивается другой критерий, который основан на эвристическом предположении о неравномерном распределении вероятностей внутри отрезка $[P_{\min}, P_{\max}]$. В этом случае полезно сопоставить решения при различных распределениях. Это позволяет выяснить меру устойчивости того или иного решения при различных распределениях и в ряде случаев усилить убедительность выбора варианта.

5. *Критерий минимаксного риска (критерий Севиджа)*. На основании платежной матрицы составляют «матрицу рисков», в которой записаны не приведенные затраты Z_{ij} , а «риски» R_{ij} — разности между Z_{ij} и минимальными затратами при данных условиях j . Для каждого столбца j отыскивают строку k , где имеет место наименьшее значение $\min_i \{Z_{ij}\} = Z_{kj}$. Для нее принимают риск $R_{kj} = 0$, а во всех остальных строках столбца j вместо Z_{ij} записывают разности (риски) $R_{ij} = Z_{ij} - Z_{kj}$ (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Планы развития	Возможные нагрузки		
	P_1	P_2	P_3
U_1	0	5	10
U_2	15	0	5
U_3	20	15	0

В критерии Севиджа используется матрица рисков совершенно так же, как и в критерии Вальда — матрица затрат:

$$R^{\text{оп}} = \min_i \max_j R_{ij}. \quad (2.10)$$

Для рассматриваемого случая

$$\max R_{1j} = R_{13} = 10; \max R_{2j} = R_{21} = 15;$$

$$\max R_{3j} = R_{31} = 20; R^{\text{оп}} = R_{13} = 10;$$

$$U^{\text{оп}} = U_1.$$

Заметим, что критерии Севиджа и Вальда имеют иногда совпадающие, а иногда несовпадающие решения (как это имеет место в рассматриваемом примере). Од-

нако без дополнительных соображений отдать предпочтение какому-то одному из них затруднительно.

Рассмотренные критерии использовались для задачи в статической постановке. Очевидно они в принципе сохраняются и для динамических задач, когда вместо единственного значения P_j принимают функцию $P_j(t)$ и строят динамический план развития системы. В этих задачах, как и в статических, выбор критерия осуществляется на основании дополнительных соображений.

В ряде случаев полезно осуществить поиск оптимальных планов с помощью нескольких критериев и затем проанализировать полученные результаты с точки зрения сокращения множества сравниваемых вариантов и выявления устойчивых тенденций развития системы.

§ 2.4. Основные идеи многоцелевой оптимизации

Во всех без исключения сферах своей деятельности человек сталкивается с проблемой многоцелевой оптимизации [15]. При этом в подавляющем большинстве случаев он принимает решения не на основании каких-то строгих математических построений, а используя предшествующий опыт (чаще всего — неосознанно) и интуицию (которая сама по себе есть некоторый синтез этого опыта, умноженный на талант ЛПР).

Однако в последние десятилетия многоцелевая оптимизация все более и более становится предметом исследования математическими методами, которые развиваются и используются в двух основных направлениях: для анализа неопределенности и анализа полезности. Суть анализа полезности состоит в следующем. Обычно полностью обеспечить выполнение разных целей невозможно. Всегда в какой-то мере приходится жертвовать полным выполнением одних ради выполнения других целей, т. е. довольствоваться некоторым компромиссным решением. Причиной этого является противоречивость целей. Характерным примером являются две цели — экономичность и надежность. Как правило, повышение надежности осуществляется за счет ухудшения экономичности и наоборот.

Таким образом, поиск компромиссных решений является центральной задачей многоцелевой оптимизации. При этом различные цели имеют в разных ситуациях различную ценность. Следовательно, компромиссное решение должно осуществляться на основе предпочтений

одних целей над другими. Но как это сделать? Ведь во всех главных случаях предпочтения не имеют численной меры, т. е. отсутствуют условия, опираясь на которые можно было бы математически строго соизмерить разные цели в каком-либо едином масштабе. В этих условиях математические методы должны быть направлены на такой предварительный отбор и такое описание оставшихся альтернатив, чтобы ЛПР получил по возможности ясное представление по крайней мере о качественной стороне достоинств и недостатков этих альтернатив. На этой основе ЛПР может уже принять более или менее мотивированное решение о выборе оптимальной альтернативы (с точки зрения ЛПР).

Ниже кратко рассмотрены методы, предназначенные для анализа предпочтений.

Множество Парето-оптимальных альтернатив. Первые работы по проблеме многоцелевой оптимизации относятся к началу XX в. и среди них получили значительное дальнейшее развитие идеи В. Парето. В настоящее время понятие множества оптимальных по Парето решений относится к числу основополагающих в общей теории принятия решений. Это множество используется в случаях, когда в многокритериальных задачах разные критерии несопоставимы, или, как обычно говорят, для них отсутствуют какие-либо предпочтения. Это означает, что улучшение решения по одному какому-либо критерию допустимо и оправдано лишь в случае, когда наряду с этим не происходит ухудшения решения хотя бы по одному другому критерию. Под множеством Парето-оптимальных решений понимают такое, когда ни одно из решений этого множества не может быть заменено другим, более хорошим по какому либо критерию без того, чтобы не ухудшить решение хотя бы по одному другому критерию. Следовательно, каждое решение, принадлежащее множеству Парето, лучше других из этого же множества по каким-то одним и хуже — по другим критериям. Так как критерии несопоставимы, то среди этих решений нет ни одного, которое было бы лучше других во всех отношениях. Что же касается решений, не принадлежащих множеству Парето, то все они хуже по крайней мере по одному критерию. Именно поэтому множество Парето называют эффективным и дальнейший поиск с привлечением каких-либо дополнительных условий или процедур естественно выполняется только на множестве Парето.

Поясним сказанное с помощью простейшей задачи, когда имеются два несопоставимых критерия x и y , и оптимизация означает максимизацию обоих критериев (принципиальная сторона вопроса сохраняется и при минимизации).

Пусть все множество допустимых решений образует представленную на рис. 2.1 область, ограниченную осями x и y в положительном квадранте и кривой $abcdef$ (включая и точки, лежащие на этой кривой). При этом

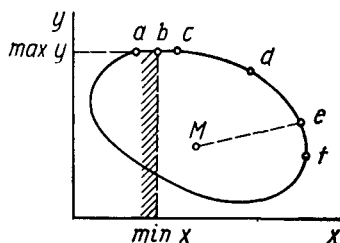


Рис. 2.1

будем помнить, что метрики критериев x и y несопоставимы. Примем в качестве начальной некоторую альтернативу — точку M с значениями критериев x_m и y_m . Очевидно, что переход из точки M в одну из точек кривой, ограниченной точками c и f , означает улучшение решения хотя бы по одному критерию без ухудшения по другому критерию. Все промежуточные точки на кривой $c-f$

лучше точек внутри области по обоим критериям совместно. Однако переход из точки c в точку f или наоборот невозможен без ухудшения одного из критериев. Все решения, соответствующие точкам на кривой $c-f$, принадлежат множеству Парето-оптимальных решений. При этом каждому решению, соответствующему любой другой точке допустимой области, всегда можно противопоставить не менее одного решения из множества Парето, которое лучше по крайней мере по одному и не хуже по другому критерию. Для случаев нескольких критериев принципиальная картина сохраняется, разумеется, для многомерного пространства критериев.

Заметим одно важное обстоятельство. Как было сказано, на множестве Парето обязательно наблюдается противоречивость критериев: хотя бы один критерий противоречит другим критериям. Что же касается всей остальной области допустимых решений, то для нее критерии непротиворечивы: из любой точки этого множества всегда возможен переход во множество Парето без ухудшения критериев.

Выделение из множества допустимых альтернатив подмножества альтернатив, эффективных по Парето естественно приводит к уменьшению числа альтернатив,

подлежащих дальнейшему рассмотрению. Именно в этом проявляется одно из весьма полезных свойств множества Парето. В однокритериальных задачах, где все критерии кроме одного заменены ограничениями, множество Парето вырождается в множество вероятно-оптимальных планов по оптимизируемому критерию, а при детерминированной постановке задачи — в единственный формальный оптимальный план.

В заключение рассмотрим частный случай однокритериальной оптимизации, когда один из критериев, например, x , заменяется ограничением (см. рис. 2.1) $x \geq \geq \min x$ и оптимизация выполняется только по критерию y . Решение считают одинаково приемлемым независимо от значения критерия $x \geq \min x$, лишь бы выполнялось условие $y \rightarrow \max$.

В результате вместо множества Парето получаем единственный план (точка b на рис. 2.1). В зависимости от значения $\min x$ точка b может принадлежать или не принадлежать множеству Парето.

Метод скаляризации. Примем, что существует некоторое многомерное векторное пространство целей (или критериев), в котором разным целям (или критериям) ставятся в соответствие различные и не совпадающие между собой векторы, значения модулей которых определяются в одном и том же масштабе измерений и поэтому модули можно сопоставлять по значению. В частном случае можно представить, что эти векторы близки по направлениям и различаются лишь модулями (более важной цели ставят в соответствие вектор с большим модулем). Тогда появляется возможность алгебраического соизмерения полезности и установления численных предпочтений одних целей над другими. Говорят, что в этом случае возможна скаляризация — замена векторов скалярными функциями. Если все цели i можно охарактеризовать критериальными функциями φ_i , то скаляризация означает замену всех φ_i одной общей функцией φ . Эта замена выполняется чаще всего следующим образом:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n b_i \varphi_i^0 \rightarrow \text{extr.} \quad (2.11)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i = 1; \quad \varphi_i^0 = \frac{\varphi_i}{\varphi_{i \max(\min)}} , \quad (2.12)$$

где b_i — весовые коэффициенты критериев, с помощью

которых соизмеряются ценности (полезности) всех критериев; φ_i^0 — критерии, записанные в безразмерном виде.

Переход от φ_i разных размерностей к безразмерным φ_i^0 позволяет их включать в качестве составляющих функций φ с безразмерными коэффициентами b_i .

В результате скаляризации (замены всех φ_i^0 единой φ) оптимизация становится однокритериальной при некоторой синтетической цели. Известным примером скаляризации является замена критерия надежности (точнее, критерия безотказности) электроснабжения потребителей критерием экономичности с помощью экономических ущербов от перерывов электроснабжения. В этом случае критерий безотказности входит составной частью в критерий экономичности — приведенные затраты:

$$Z = (E_n K + I + Y) \rightarrow \min,$$

где Y — математическое ожидание экономического ущерба от перерывов в питании потребителей при данной схеме электроснабжения.

Идея скаляризации очень заманчива и привлекает простотой поиска оптимального плана после получения синтетической функции φ . Поэтому не случайно, что этот метод (его часто называют *методом весовых коэффициентов*) получил широкое распространение, к сожалению значительно более широкое, чем он этого заслуживает. Часто во имя простоты расчетов скаляризацию применяют в условиях, когда делать этого нельзя, когда численные значения весовых коэффициентов выбирают таким экспертным путем, в котором гораздо больше не очень обоснованного волюнтаризма, нежели логически обоснованных экспертных оценок. При этом обычно упускают из виду не только несоизмеримость разных целей, но и опасность подмены одних целей другими и потенциальную возможность полного отказа от удовлетворения тех целей, критерии которых имеют малые весовые коэффициенты b_i при оптимизации в виде $\varphi \rightarrow \max$ и большие b_i при оптимизации в виде $\varphi \rightarrow \min$.

Проиллюстрируем этот метод на примере множества допустимых планов (рис. 2.2). Пусть критериальные функции x и y соизмеримы с помощью весовых коэффициентов A и B . Тогда общую критериальную функцию запишем в виде уравнения прямой:

$$\varphi = (Ax + By) \rightarrow \max.$$

На рис. 2.2 представлена эта прямая при некотором $\varphi = \text{const}$, $A < B$. Оптимизация может быть осуществлена с помощью параллельного смещения этой прямой в сторону увеличения φ . Оптимальный план будет представлен точкой d , образуемой пересечением границы области допустимых решений и прямой $\varphi = Ax + By$. При данном отношении A и B точка d оказалась на кривой множества Парето, однако при другом отношении A к B точка d может оказаться и вне этой кривой. Следует отметить, что в целях выявления устойчивости решений по этому методу бывает полезно выполнить несколько вариантов расчетов, варьируя весовые коэффициенты в пределах «разумного по мнению ЛПР». Упомянутый выше крайний случай, когда при оптимизации возможен отказ от удовлетворения некоторой цели, т. е. один из критериев при $\varphi = \max \varphi$ обращается в нуль, проиллюстрируем на следующей задаче отыскания $\max \varphi$. Пусть имеются ограничения:

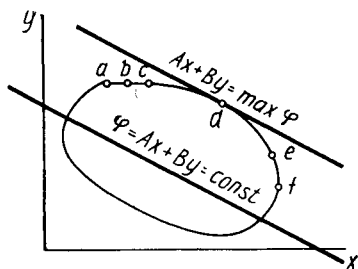


Рис. 2.2

Если $A < B$, то $\max \varphi = BC$ при $x = 0$, $y = C$ (см. рис. 2.3). Если же $B < A$, то $\max \varphi = AC$ при $y = 0$, $x = C$. Следовательно, один из критериев оказывается ненужным, что вступает в противоречие с первоначальной постановкой задачи оптимизации по обоим критериям.

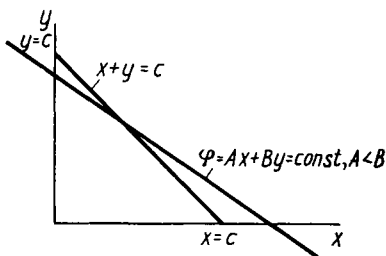


Рис. 2.3

Как отмечалось, слабым местом метода скаляризации является выбор численных значений коэффициентов b_i . Для лучшего их определения иногда используют следующий метод.

1. Вместо (2.11) записывают функцию

$$\Phi = \sum_{i=1}^n B_i \varphi_i^0, \quad (2.13)$$

где B_i — не нормированы условием (2.12).

2. Назначают численные значения B_i в порядке убывания ($B_1 > B_2 > \dots > B_n$). Например, для $n=4$; $B_1=1,00$; $B_2=0,80$; $B_3=0,50$; $B_4=0,30$.

3. Устанавливают (экспертизой), является ли критерий 1 более важным, чем сумма всех остальных критериев. Затем уточняют значения всех B_i , сохраняя значение B_1 . Пусть принято, что $B_1 > (B_2 + B_3 + B_4)$. Тогда можно, например, принять: $B_1=1,00$; $B_2=0,40$; $B_3=0,30$; $B_4=0,20$.

4. Устанавливают, является ли критерий 2 более важным, чем сумма всех остальных критериев. На основе этого уточняют значения всех B_i , сохраняя значение B_1 и неравенство п. 3. Пусть $B_2 > (B_3 + B_4)$ и для этого принято: $B_1=1,00$; $B_2=0,45$; $B_3=0,25$; $B_4=0,15$.

5. Подобную процедуру сравнения и уточнения значений B_i выполняют для всех критериев по рекуррентному правилу:

$$B_i \geq \sum_{j=i+1}^n B_j, \quad i=1, 2, \dots, n-1. \quad (2.14)$$

6. Выполняется нормирование b_i :

$$b_i = B_i / \sum_{j=1}^n B_j. \quad (2.15)$$

После этого записывают функцию (2.11). В рассматриваемом случае, $b_1=0,541$; $b_2=0,243$; $b_3=0,135$; $b_4=0,081$.

Данная процедура определения b_i плохо реализуется при $n > 7$. В этом случае используют следующий уточняющий прием.

1. Устанавливают только качественную предпочтительность весовых коэффициентов, не называя их численных значений:

$$B_i > B_{i+1}, \quad i=1, 2, \dots, n-1. \quad (2.16)$$

2. Выбирают какой-либо B_j в качестве базиса для сравнения. Ему приписывают некоторое численное значение.

3. Все B_i (без B_j) разбивают на группы по 5 или менее коэффициентов и каждую группу дополняют B_j , который служит связующим звеном между группами.

4. Для каждой группы применяется описанная процедура определения B_i при неизменном значении B_j .

5. Полученные значения всех B_i проверяют на выполнение условия (2.16). Если оно не выполняется, то изменяют оценки B_i . Затем нормированием определяют b_i .

В дополнение к рассмотренным процедурам иногда используют прием полного попарного сравнения B_i , что несколько облегчает процедуру отыскания численных значений.

Из описания процедур легко видеть, что b_i допускают некоторые вариации их значений. Для ослабления этого недостатка иногда выполняют поиск решений при разных значениях b_i с целью выявления вероятно-оптимальных решений и проверки их на устойчивость при вариациях b_i .

Метод предпочтений. Этот метод опирается на отмеченное объективное существование множества вероятно-оптимальных планов по каждому критерию. Схема расчета выглядит следующим образом.

1. Принимают минимально допустимые значения всех критериев $y_i = y_2, y_3, \dots, y_n$, кроме одного y_1 — самого важного. На основании этих значений $y_i \geq \min y_i$ формируют множество допустимых планов так же, как и при однокритериальной оптимизации.

2. С помощью избранного самого важного критерия y_1 осуществляется обычная однокритериальная оптимизация и формируется указанное ранее множество вероятно-оптимальных планов R_1 по данному критерию. При детерминированной информации для единственного значения P_n такое множество может оказаться относительно небольшим, а при неопределенной информации — существенно большим. В этом случае можно применить один из двух приемов:

а) если отрезок неопределенности нагрузки $[P_n^{\min}, P_n^{\max}]$ невелик, то можно не использовать платежную матрицу и вероятно-оптимальные планы принять сразу для всего отрезка неопределенности $[P_n^{\min}, P_n^{\max}]$;

б) если отрезок неопределенности велик и необходимо использовать платежную матрицу, то весь отрезок $[P_n^{\min}, P_n^{\max}]$ разбивают на отрезки $[P_i, P_{i+1}]$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, и для каждого отрезка определяют свое множество вероятно-оптимальных планов. Длины отрезков принимают, сообразуясь с возможными погрешностями модели и метода решения.

3. Все критерии, которые были заменены ограничениями, выстраивают в ряд по предпочтительности удов-

летворения $y_1 = y_2, y_3, \dots, y_n$, где y_2 — первый по важности критерий (вслед за y_1) и т. д.

4. На множестве R_1 выполняют оптимизацию по критерию y_2 . В результате получается подмножество $R_2 \subseteq R_1$, которое является вероятно-оптимальным не только для критерия y_1 , но и для критерия y_2 .

5. Эту процедуру повторяют для всех остальных критериев, что ведет к последовательному сокращению множества вероятно-оптимальных планов по схеме

$$R_{\text{оп}} = R_n \subseteq R_{n-1} \subseteq \dots \subseteq R_2 \subseteq R_1. \quad (2.17)$$

6. Если в результате такой оптимизации окажется, что R_n содержит несколько планов, то R_n можно назвать конечным множеством вероятно-оптимальных планов $R_{\text{оп}}$. Все планы $P_{\text{оп}} \in R_{\text{оп}}$ считаются вероятно-оптимальными по всем критериям и выбор среди них лучшего с помощью данной системы критериев уже невозможен. Однако такой план $P_{\text{оп}} \in R_{\text{оп}}$ должен быть все же определен. Естественно, что для этого ЛПР необходимо привлечь какие-либо дополнительные условия и соображения.

7. Практически ситуация п. 6 почти не встречается и обычно оптимизация прекращается на критерии y_m , $m < n$, когда $P_{\text{оп}} = R_m$, т. е. когда после использования критерия y_m остается всего один план $P_{\text{оп}}$, который и считают оптимальным.

В этом случае все последующие критерии $y_i, i > m$ удовлетворяются только на уровне принятых ранее ограничений, как и в простейшем случае однокритериальной оптимизации.

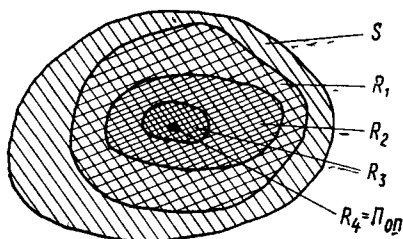


Рис 2.4

На рис. 2.4 показано множество допустимых планов S и соответствующие подмножества вероятно-оптимальных планов: R_1 — по критерию y_1 , R_2 — по критериям y_1 и y_2 ; R_3 — по критериям y_1, y_2, y_3 ; $P_{\text{оп}} = R_4$ — по критериям y_1, y_2, y_3, y_4 (рассматривают задачу при четырех и более критериях).

Могут быть случаи, когда избранная последовательность по предпочтительности критериев $\{i\}$ допускает альтернативы. Например, о некоторых критериях вооб-

ще не удастся составить мнение (какова их предпочтительность, какие из них важнее). Может быть и другая ситуация, когда целесообразно оценить перестановку очередности отдельных критериев в ходе самой оптимизации, как по мере приближения к оптимуму по этим критериям, так и на основании полученных результатов оптимизации по нескольким первым критериям и т. д. Тогда кроме последовательности $\{i\}$ можно рассматривать аналогично другие последовательности $\{i'\}$. Полученные таким образом множества $R_{\text{оп}}$ и $R_{\text{оп}}'$ считают вероятно-оптимальными. Если их пересечение не пусто, то тогда оптимальный план $P_{\text{оп}}$ по всем критериям принадлежит этому пересечению: $P_{\text{оп}} \in (R_{\text{оп}} \cap R_{\text{оп}}')$.

Этот результат, естественно, сильнее полученных при использовании только $\{i\}$ или $\{i'\}$. Если же $R_{\text{оп}} \cap R_{\text{оп}}' = \emptyset$, то $P_{\text{оп}}$ можно взять как из $R_{\text{оп}}$, так и из $R_{\text{оп}}'$.

Теперь попытаемся дать некоторые пояснения к идее о предпочтении одних критериев над другими. Определение последовательности $\{i\}$, реализующей идею предпочтительности удовлетворения тех или иных критериев играет очень важную роль, но обычно плохо формируется. Главной (но не единственной) причиной этого является очень большое разнообразие критериев, представляющих различные несоизмеримые качественные свойства больших систем и не позволяющих применять к ним в полной мере формальные математические методы. Поэтому в большей или меньшей степени приходится прибегать к экспертным оценкам. Конечно, использование экспертных оценок не гарантирует от ошибок. Однако в отличие от количественного сопоставления критериальных функций в методе весовых коэффициентов последствия этих ошибок менее опасны, а возможности довести решение до конца в ряде случаев богаче. Суть дела в том, что применяемые для образования последовательности чисто качественные условия «критерий более важен» и «критерий менее важен» выясняются, как правило, проще, чем условие «один критерий важнее другого во столько-то раз». Но сам по себе факт использования экспертных оценок в методе предпочтений уже указывает на несовершенство этого метода и это надо иметь в виду.

Другой особенностью метода является то, что его эффективность зависит от качества исходной информации. Чем шире ее зона неопределенности, тем больше элементов содержится во множествах вероятно-оптимальных

планов R_1 , R_2 и т. д. и тем эффективнее применение этого метода. Он как бы использует неопределенность для ее же сокращения. Естественно, что чем определеннее ситуация, тем менее эффективно применение этого метода.

В целях сопоставления вновь вернемся к множеству допустимых планов, для которого отыскивалось подмножество Парето и применялись однокритериальная оптимизация и оптимизация с помощью весовых коэффициентов.

Пусть первым по важности будет критерий y , а на критерий x наложено ограничение как и при однокритериальной оптимизации в виде $x \geq \min x$. Оптимизируя

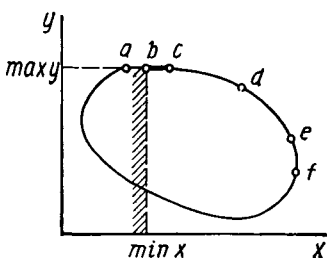


Рис. 2.5

решение по y , получим подмножество вероятно-оптимальных планов, которому соответствует отрезок bc (рис. 2.5). В отличие от однокритериальной оптимизации, где процесс был остановлен в точке b , здесь мы имеем возможность выполнить оптимизацию $x \rightarrow \max$ при $y = \max y$. Это позволяет перейти в точку c , кото-

рая соответствует оптимальному плану для данного метода. Очевидно, этот план лучше, чем найденный при однокритериальной оптимизации.

Из сопоставления результатов оптимизации с помощью рассмотренных методов следует, что разные методы могут приводить к разным решениям. Причина этого кроется в несовершенстве методов и разных представлениях в них о сравнимости критериев. В связи с этим выбор того или иного метода должен быть предварительно тщательно обоснован. Это в особенности относится к методу скаляризации (весовых коэффициентов), область корректного использования которого более узкая, чем может показаться при поверхностном подходе.

§ 2.5. Методы экспертных оценок

Выбор решений в условиях многокритериальности и неопределенности обычно выполняется ЛПР с учетом мнения экспертной комиссии. Оно формируется с помо-

щью определенного метода получения *экспертных оценок* отдельных экспертов и итоговой экспертной оценки комиссии. Ниже кратко рассмотрены несколько таких методов.

Метод балльных оценок. Эксперты ставят свои оценки каждому критерию (весовые коэффициенты) в единой шкале относительных оценок. Затем исследователь, отвечающий за обработку экспертных оценок, выводит по определенному правилу итоговую относительную оценку каждого критерия. Известно несколько таких правил.

1. Все эксперты считаются равнокомпетентными. В этом случае итоговая оценка является среднеарифметической.

2. Предварительно каждый эксперт анонимно (как правило, при соблюдении тайны) ставит относительные балльные оценки компетентности экспертов по одному из двух вариантов (принятому в данной процедуре): оценки ставятся или только себе, или всем экспертам, кроме себя. Во втором варианте выводятся средние оценки. Оценки критериев, представленные экспертами, умножаются на нормированные весовые коэффициенты компетентности экспертов и после этого подсчитываются итоговые оценки.

Второй вариант оценки экспертов достаточно деликатен в психологическом плане и пригоден не для каждого состава экспертов.

К рассмотренным правилам 1 и 2 добавляют еще одно: перед определением итоговых оценок критериев отбрасываются верхние и нижние оценки каждого критерия.

Метод балльных оценок обычно находит применение в случаях сопоставления простых критериев, когда их можно не представлять в виде совокупности частных критериев более низкого ранга. Если же критерии сложные (например, критерий надежности), то их предварительно разделяют на более простые частные критерии, для которых определяют оценки. Затем осуществляется формальный переход к оценкам исходных критериев.

Для выполнения предпочтений часто используют так называемые бинарные отношения, когда выполняется попарное сравнение всех критериев.

Метод Борда — Лапласа. Для более детального представления о методе балльных оценок рассмотрим одну из его разновидностей, предназначенную для опре-

деления предпочтительных альтернатив A или B (метод можно использовать и для нескольких альтернатив).

В дополнение к альтернативам A и B группе экспертов $r=1, 2, \dots, R$ предъявляются вспомогательные альтернативы $C_i, i=1, 2, \dots, n$ и предлагается для A и B совместно с C_i назначить числа $x_m^r, m=1, 2, \dots, n+2$ на отрезке $[0, 1]$. Условно принимают, что меньшие числа означают большие предпочтения. Затем определяются средние баллы предпочтительностей альтернатив A и B :

$$x_A = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R x_A^r; \quad x_B = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R x_B^r.$$

Их разность указывает на предпочтительность одной из этих альтернатив и дает представление об интенсивности этого предпочтения. Считается, что увеличение числа экспертов и вспомогательных альтернатив повышает правдоподобность решения.

Наиболее сомнительное решение будет в предельном случае при двух экспертах и противоречивости их мнe-

Таблица 2.4

Первый эксперт	Альтернативы	A	C_1	C_3	C_4	C_2	C_5	B
	x_m^1	0	0,1	0,3	0,5	0,6	0,8	1,0
Второй эксперт	Альтернативы	B	C_1	C_4	A	C_2	C_3	C_5
	x_m^2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0

ний. В табл. 2.4 представлен такой пример при $n=5$, причем предпочтительности убывают слева направо.

Из табл. 2.4 можно понять, что эксперты приняли разные интенсивности предпочтений: первый эксперт считает более интенсивным предпочтение A над B ($x_B^1 - x_A^1 = 1,0$), второй эксперт — предпочтение B над A ($x_A^2 - x_B^2 = 0,6$).

Решение принимается на основе принципа минимакса (см. § 2.3), который в данном случае требует, чтобы при ошибочном решении ущерб был минимальным. Если считать, что он пропорционален разности баллов для

A и B отвергнутой рекомендации, то решение должно быть принято в пользу более интенсивного предпочтения, т. е. следует считать A предпочтительнее B . Слабым местом в этом приеме является использование пропорциональности между ущербом и разностью баллов, поскольку последняя является субъективной и ее правдивость не гарантирована.

В дальнейшем была предложена вероятностная модель метода Борда — Лапласа. В ней используются те же данные экспертизы и поэтому качественный вывод о предпочтительности одной альтернативы над другой сохраняется.

Кроме того, иногда считают, что упорядоченный набор чисел в порядке возрастания, выставленный каждым экспертом всем $n+2$ альтернативам, является одной из реализаций $(n+2)$ -мерной случайной величины x , равномерно распределенной в области своих значений. Такая модель позволяет получить численные значения доверительных вероятностей предпочтений одних альтернатив над другими, что несколько улучшает представление о количественных характеристиках предпочтений. Однако применение этой модели при малом числе альтернатив и особенно при малом числе экспертов сомнительно из-за использования весьма малой выборки.

Таким образом, при любой модели объективность решения зависит от числа сопоставляемых оценок и квалификации экспертов.

Метод дерева целей. Если решаемая проблема (не обязательно сводящаяся к оценке критериев) настолько сложна, что эксперты не в состоянии дать ей достаточно определенную оценку, то такую проблему разделяют на последовательность более простых задач или вопросов (строят дерево целей), находящихся в компетенции экспертов. К подобным проблемам относятся, в частности, некоторые вопросы прогнозирования и отыскания оптимальных аспектов дальнейшей деятельности общества или его отдельных подсистем. Вообще же речь идет обычно о сложных многокритериальных проблемах, которые плохо прогнозируются с помощью формальных математических процедур. Однако все эти проблемы должны обладать одним важным свойством — они должны допускать их расчленение на такие более простые цели, каждая из которых зависит только от одной цели более высокого ранга, т. е. цели образуют дерево, не имеющее контуров (рис. 2.6).

Экспертные оценки выставляют для простейших целей, причем не обязательно в виде балльных оценок. Они могут быть в виде, например, так называемых «интуитивных вероятностей», когда каждому простому событию эксперт ставит в соответствие некоторую вероятность его существования. Оценки простых событий распространяются на более сложные, составные сообщения и т. д. вплоть до оценок всей проблемы в целом.

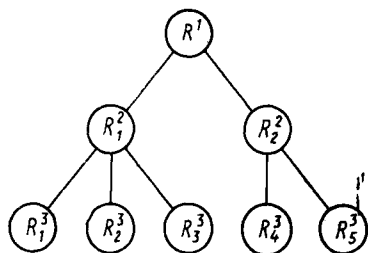


Рис. 2.6

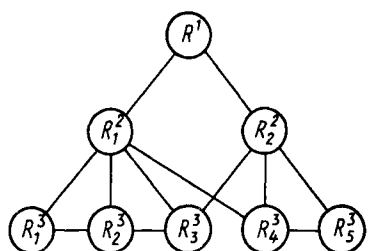


Рис. 2.7

лей. В этом случае в соответствии со сложным графом целей (рис. 2.7) строят матрицы, элементы которых отражают представления экспертов о долях влияния одних мероприятий на выполнение других. Затем мероприятия соответствующим образом группируют относительно важности этих групп. В результате все первоначально сформулированные мероприятия или цели ранжируются по важности, что затем учитывает ЛПР при выборе решения.

Методы дерева целей и решающих матриц содержат одну общую процедуру — разделение сложных целей на более простые, которые в состоянии оценить эксперты. Из этого следует, что качество разделения сложных целей на простые решающим образом влияет на результа-

Метод решающих матриц. Существуют проблемы, где формирование дерева целей невозможно из-за наличия пересекающихся связей, которые отражают взаимные зависимости мероприятий (или целей). Такие задачи возникают, например, при распределении ресурсов на выполнение сложных мероприятий, предпочтительность которых не может быть установлена непосредственно, без разложения этих мероприятий на более простые и установление зависимостей как внутри каждой ступени, так и между разными ступенями иерархии целей.

ты экспертизы. Поэтому естественно иметь на этот счет какие-то общие рекомендации. Однако пока они не разработаны и задача разделения целей остается эвристической, а качество ее решения зависит от квалификации и таланта исследователей, которые ее решают.

Методы организации взаимодействия экспертов. Во всех рассмотренных методах может быть по-разному организован способ *взаимодействия экспертов*. Они могут, например, до выставления оценок свободно обмениваться мнениями (схема круглого стола), или этот обмен может быть как-то регламентирован, или даже вообще отсутствовать. В конечном счете это решает исследователь по поручению ЛПР или непосредственно ЛПР.

Каждый из способов имеет свои достоинства и недостатки. При свободном обмене мнениями происходит взаимное обогащение экспертов за счет идей других экспертов, но при этом возможно «подавление авторитетом», что отрицательно сказывается на независимости мнений экспертов, важность которой очевидна.

Для ослабления этого недостатка используется какая-либо регламентация обмена мнениями. Одним из известных в этом смысле методов является *метод «мозгового штурма»* или «мозговой атаки». Этот метод был предложен для выдвижения новых предложений в области научно-технического прогресса и их оценки. Его сущность состоит в том, что первоначально все желающие эксперты высказывают свои мнения и предложения, причем они не обсуждаются и тем более не подвергаются критике, даже если среди них есть самые «дерзкие» и даже фантастические. После того как каждый эксперт обдумает, осмыслит эти предложения осуществляются их критика и обоснование. Что же касается самой процедуры получения оценок предложений, то она может быть организована по-разному.

Другим методом, регламентирующим выработку результирующего решения, является метод, при котором используется итерационная стратегия на основе обратной связи. Схема этого метода примерно следующая. Первоначальные оценки экспертов обрабатываются и обобщаются одним из рассмотренных методов и итоговые оценки с какой-либо появившейся дополнительной информацией сообщаются экспертам. Затем эксперты уточняют и аргументируют свои новые оценки и т. д. до получения устойчивого решения.

Наибольшую известность получила разновидность этого метода, называемая *методом Дельфи*. Здесь исследователь ставит перед экспертами вопросы, которые он считает необходимым решить. Ответы экспертов с их аргументацией изучаются, обобщаются и устанавливается степень их согласованности. Если она недостаточна, то экспертам сообщаются аргументы других экспертов и возможные дополнительные сведения. После этого выполняется второй тур обобщения новых ответов и аргументов экспертов и т. д. вплоть до получения удовлетворительной согласованности мнений.

В заключение отметим один общий органический недостаток всех без исключения коллективных экспертиз. Они имеют сильно выраженную тенденцию к получению некоторых средних оценок и почти всегда исключают выбор крайних оценок. Но в задачах, связанных с научно-техническим прогрессом, не так уж редко именно «крайние» решения являются наиболее верными и вполне может быть, что «крайнее» мнение какого-либо талантливого эксперта с «нестандартным» мышлением более верно, чем «среднее» мнение всей экспертной комиссии. Однако методов выявления такого «крайнего» мнения не существует.

ГЛАВА 3

ОСНОВНЫЕ КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

§ 3.1. Постановка задачи сравнительной экономической эффективности капитальных вложений

Развитие народного хозяйства происходит за счет увеличения и совершенствования производства продукции как на действующих предприятиях за счет их реконструкции и расширения, так и путем создания новых предприятий. Этот процесс расширенного производства осуществляется с помощью реализации располагаемых на каждом отрезке времени материальных и трудовых ресурсов, созданных в ходе предшествующего производства. Экономическое планирование оптимального развития народного хозяйства заключается в отыскании такого плана использования ресурсов и производства продукции,

который бы наилучшим образом удовлетворял критерию оптимальности.

Генеральным направлением современной теории и практики экономического планирования развития народного хозяйства в целом и всех его подсистем является разработка и использование системы иерархически построенных и взаимосвязанных экономико-математических моделей разных функциональных и территориальных уровней.

При этом все параметры модели и исходная информация для более высоких уровней иерархии представляются в укрупненном (агрегированном) виде. На рис. 3.1 представлена укрупненная схема такой системы моделей. Все

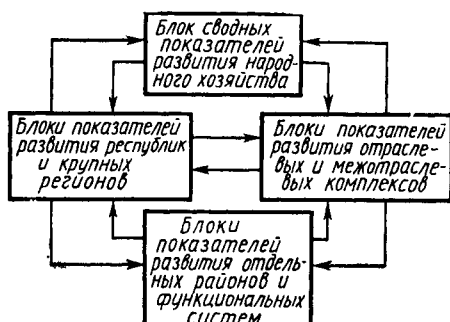


Рис. 3.1

ее блоки работают совместно. Стрелками показаны прямые и обратные связи между блоками, а каждый блок содержит некоторую совокупность моделей с вертикальными и горизонтальными связями.

Несмотря на очевидные достоинства рассматриваемой системы моделей (назовем их моделями первого типа), в практике планирования и проектирования повсеместно возникают задачи, для решения которых такие модели не предназначены. Эти задачи связаны с выявлением и конкретизацией структуры системы, определением конкретного состава ее объектов и их параметров и характеристик при заранее принятых *условиях тождества эффекта (УТЭ)* для данной системы. Напомним, что под УТЭ понимают заданные одинаково для всех вариантов развития основные показатели производимой продукции: количество, качество, время и место ее производства (место может иметь множество вариантов). Иначе гово-

ря, в этих задачах задан результат (УТЭ) и, следовательно, требуется найти минимальные затраты *ресурсов* для обеспечения УТЭ. Подобные задачи возникают на разных уровнях иерархии. Характерным их признаком является не совместный, а двухэтапный последовательный расчет оптимального плана развития системы. На первом этапе определяются УТЭ, а на втором, на основе принятых УТЭ — указанные выше данные о развитии системы и ее объектов, с выбором как этих объектов и их параметров, так и связей между ними. Такие задачи получили общее название задач определения *сравнительной эффективности* использования ресурсов. Модели, предназначенные для решения подобных задач, назовем моделями сравнительной эффективности или моделями второго типа. Упомянутая двухэтапность имеет как сильную, так и слабую сторону. Сила этих моделей в том, что предварительный выбор УТЭ значительно упрощает модель, так как, во-первых, облегчает выделение изучаемой системы из всего комплекса систем в целях обособленного ее рассмотрения и, во-вторых, сокращает размерность модели, поскольку УТЭ являются фиксированными.

Главная слабость моделей второго типа заключается в том, что в них нет прямого учета взаимного влияния между УТЭ всех локальных систем и способами использования ресурсов, как это делается в моделях первого типа. В действительности же УТЭ зависят от способов использования ранее созданных производственных ресурсов, а создаваемые в дальнейшем производственные ресурсы зависят от предшествующего выпуска продукции. Эта динамика взаимного влияния оказывается разорванной в моделях второго типа, так как УТЭ задаются заранее, еще до отыскания оптимальных планов развития системы.

При формировании моделей сравнительной эффективности учитываются следующие общие для них положения.

Учет ограниченности капиталовложений народного хозяйства. При планировании народного хозяйства на некоторый *расчетный срок* $T \{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$ приходится иметь дело с использованием суммарных *капитальных вложений* (ресурсов вновь создаваемых основных фондов) всего народного хозяйства для каждого года t . Их значения определяются из прогноза глобальных показателей народного хозяйства и могут быть приближенно заданы в виде фиксированной величины для каждого го-

да. В связи с многовариантностью развития капитальные вложения можно распределить между объектами народного хозяйства многими различными способами. Выбор наилучшего распределения капиталовложений в целом для народного хозяйства является, очевидно, задачей на определение максимального эффекта использования заданной их общей величины. Перераспределяя их между локальными системами и внутри них (в последнем случае — при заданных УТЭ этих систем) в соответствии с возможными вариантами исполнения систем и объектов, можно получить больший или меньший экономический эффект. Так как в основе задачи лежит сравнение различных вариантов реализации капиталовложений с помощью определения эффектов их использования, то именно отсюда и появился термин «сравнительная эффективность» капитальных вложений.

Для каждой отдельно взятой (локальной) системы оптимизационная задача развития формулируется как отыскание при заданных УТЭ минимума некоторой функции капиталовложений и издержек производства при их оптимальном сочетании и при условии соблюдения заданных лимитов капиталовложений для всего народного хозяйства (но не для данной системы!). В дальнейшем будет показано, что эта задача по своей сути означает определение минимума некоторой функции затрат при заданном результате (см. Введение). Подчеркнем, что выбор оптимальных капитальных вложений для данной локальной системы должен выполняться при обязательном учете лимита капиталовложений всего народного хозяйства. Это важнейшее условие оптимизации развития локальных систем представляет значительные трудности и в настоящее время в литературе можно встретить на этот счет различные предложения. В ряде случаев они не совпадают с указаниями официальных методик и имеют основания считать, что методики, видимо, нуждаются либо в более тщательных обоснованиях, либо в тех или иных изменениях. Некоторые стороны этого вопроса будут рассмотрены в дальнейшем.

Прогнозы УТЭ и выбор расчетных сроков. При прогнозировании УТЭ выявляются два противоречивых обстоятельства. С одной стороны, всегда желательно задаваться большим расчетным сроком, чтобы учесть возможные отдаленные результаты развития системы (так называемое «последствие»). С другой стороны, чем больше T , тем ниже точность прогноза для более отдаленных сроков.

ленных лет срока T , и это ухудшает точность решения. Поэтому современное планирование идет по пути компромисса между этими обстоятельствами с помощью метода скользящего или адаптивного планирования. Его сущность сводится к многократному повторению плановых расчетов со сдвигами на небольшие сроки (например, год, два, пять). При этом расчеты выполняются для довольно большого срока T , а решение по выбору тех или иных параметров принимается лишь для его сравнительно короткой начальной части $T_{\text{дост}}$ — *срока достаточно достоверного прогноза*, поскольку для всего срока T точность решения оказывается недостаточной.

Однако ограничиваться результатами расчета только по выбору параметров для $T_{\text{дост}}$ было бы неправильно. Всегда имеется потребность составить представление о более длительных сроках развития системы, чтобы правильно выбрать стратегию этого развития. Поэтому все задачи развития условно разграничены по основным типам в соответствии с различными расчетными сроками прогнозирования и планирования.

Различают четыре основных типа задач и соответствующих им сроков: перспективного прогнозирования ($T = 20 \dots 30$ лет), долгосрочного планирования ($T = 10 \dots 15$ лет), среднесрочного планирования и проектирования ($T = 5 \dots 7$ лет), краткосрочного планирования и проектирования ($T = 1 \dots 2$ года) (подробнее об этом см. в гл.4).

Следует подчеркнуть, что задачи второго и третьего, а также третьего и четвертого этапов часто могут быть решены совместно, когда используется упомянутый ранее адаптивный подход к решению. Например, внутри задачи, сформулированной как задача перспективного планирования, выполняется одновременно уточненное решение для начального срока $T = 5$ лет, т. е. решается задача конкретного планирования развития.

Таким образом, деление задач в аспекте времени на второй и третий этапы часто оказывается «размытым», не имеющим четкой границы. Более того, математические модели системы и методы, используемые при решении этих задач, опираются на общие для них принципы и различаются лишь в деталях.

Согласованность целевых функций локальной системы и народного хозяйства. Задача экономической оптимизации локальной системы должна удовлетворять требованиям к ней со стороны народного хозяйства. Следовательно, экономический критерий локальной системы подчинен

глобальному экономическому критерию народного хозяйства. Поэтому прежде всего нужно так сформулировать этот глобальный критерий, чтобы затем можно было на его основе найти критерий для любой локальной системы. Вопрос формирования такой критериальной функции очень сложен и в настоящее время на этот счет нет единого мнения и имеется много разных и противоречивых предложений. В официальных методиках принят критерий минимума так называемых приведенных затрат. Некоторые стороны его обоснованности рассмотрены далее.

Учет фактора времени. Экономическая целевая функция учитывает не менее двух показателей каждого ресурса, вовлекаемого в процесс производства: относительную ценность единицы ресурса и его количество. При этом оказывается, что на относительную ценность ресурса влияет так называемый *фактор времени*. Последним называют совокупное влияние двух обстоятельств: более раннее или более позднее начало реализации ресурса и длительность его воздействия на производство. Относительные оценки ресурсов тем больше, чем раньше они вовлекаются в производство и чем длительнее их воздействие на производство. Иначе говоря, фактор времени отражает экономическую эффективность (полезность) участия ресурсов в производстве в условиях динамического развития народного хозяйства.

Учет фактора времени выполняют следующим образом. Все подлежащие оценке и сравнению ресурсы или затраты включают в критериальную функцию своими стоимостями при известных постоянных их ценах. Затем эти стоимости умножают на коэффициенты учета фактора времени (они называются также *коэффициентами приведения разновременных затрат* в сопоставимый вид или просто коэффициентами приведения). Эти коэффициенты тем больше, чем раньше используется данный ресурс и чем больше длительность его использования в производстве. В результате все ресурсы можно сопоставить с учетом их фактической полезности для производства.

Таким образом, правильное формирование модели любой задачи развития локальной системы должно правильно учитывать перечисленные исходные положения (ограниченность капиталовложений, выбор расчетного срока, иерархия систем и согласованность критериев, фактор времени).

§ 3.2. Экономический критерий статической системы

В официальных методиках [13, 14] для оптимизационных задач на сравнительную эффективность капиталовложений, т. е. задач второго типа — на определение минимума затрат при заданном результате (условиях тождества эффекта) обычно используется формула *приведенных затрат*:

$$Z = (E_n K + C) \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

где K , C — соответственно *капиталовложения* и *годовая себестоимость* продукции того или иного варианта исполнения статического объекта.

Считают, что K реализуются полностью до начала работы объекта, а объект выпускает постоянный годовой объем одной и той же продукции с постоянной годовой себестоимостью; E_n — *нормативный коэффициент* сравнительной эффективности капиталовложений (норматив эффективности), одинаковый для всех объектов всех отраслей народного хозяйства.

Оптимизация статической системы значительно проще, чем динамической и поэтому в случаях, когда динамизм системы без больших погрешностей можно не учитывать, такие системы упрощенно представляют в виде статических. Этот прием используется весьма широко и поэтому указанная формула получила широкое распространение.

Формула (3.1) обычно популярно обосновывается следующим образом [1]. Пусть имеется статическая система, состоящая из отдельных не связанных между собой объектов $i = 1, 2, \dots, n$, каждый из которых можно выполнить с помощью нескольких вариантов с различными капиталовложениями K_i и соответствующими им годовыми себестоимостями C_i . Так как объекты независимы, то C_i каждого объекта зависит от K_i только этого объекта.

При решении используется условие, что для всех объектов совместно задан обязательный для реализации лимит капиталовложений $K_{\Sigma} = \text{const}$, неизменный при любых вариантах исполнения объектов. Требуется выбрать такие варианты, чтобы лимит K_{Σ} был использован наиболее экономично, что означает наименьшую суммарную

годовую себестоимость продукции для всей системы в целом. Следовательно, требуется найти

$$\sum_{i=1}^n C_i \rightarrow \min \quad (3.2)$$

при уравнении связи

$$\sum_{i=1}^n K_i - K_{\Sigma} = 0, \quad K_{\Sigma} = \text{const.} \quad (3.3)$$

Для решения этой задачи запишем функцию Лагранжа:

$$L = \sum_{i=1}^n C_i + \lambda \left(\sum_{i=1}^n K_i - K_{\Sigma} \right) \rightarrow \min. \quad (3.4)$$

Так как C_i зависит только от данного K_i , то получим для каждого i отдельно:

$$\frac{\partial L}{\partial K_i} = \frac{dC_i}{dK_i} + \lambda = 0, \quad \forall i. \quad (3.5)$$

Обозначим

$$\lambda = E_{\Sigma} = -dC_i/dK_i \quad (3.6)$$

и подставим в (3.4), сгруппировав соответствующие члены:

$$L = \sum_{i=1}^n (E_{\Sigma} K_i + C_i) - E_{\Sigma} K_{\Sigma} \rightarrow \min. \quad (3.7)$$

Отбросим $E_{\Sigma} K_{\Sigma}$ как постоянную, не влияющую на выбор K_i и C_i (влияние величины K_{Σ} уже учтено при определении E_{Σ}) и тогда для каждого объекта i в отдельности получим формулу (3.1):

$$Z = (E_{\Sigma} K + C) \rightarrow \min.$$

Эта формула представляет собой критерий эффективности: для любого объекта i оптимальным является вариант, имеющий наименьшее значение приведенных затрат Z .

Рассмотренный способ имеет несколько слабых мест. Главными среди них можно назвать следующие.

1. Прежде всего возникает вопрос, что собой представляет лимит годовых капиталовложений K_{Σ} в формуле (3.3). Если это лимит для данной статической системы, то

в постановке задачи отсутствует обоснование его соответствия лимиту капиталовложений народного хозяйства. Из-за этого E_n не отражает требования народного хозяйства к данной системе, т. е. задача сформулирована некорректно, с нарушением основных положений системного подхода. Кроме того, не исключено, что для использования в этом случае формулы (3.1) нужно предварительно знать значение индивидуального для этой системы норматива E_n , причем не видно путей для его определения до решения оптимизационной задачи.

Если же K_Σ — лимит для всего народного хозяйства, то задача опять-таки сформулирована некорректно, так как совершенно недопустимо представлять все народное хозяйство в виде такой простой статической системы. Народное хозяйство — ярко выраженная динамическая система с перекрещивающимися экономическими связями между отдельными объектами и подсистемами, а также сильными прямыми и обратными связями между состояниями народного хозяйства в различные годы: капиталовложения и издержки производства различных объектов и разных лет взаимно связаны, в народное хозяйство ежегодно вкладываются все новые и новые капиталовложения, объекты и себестоимости продукции разных лет различны, для развивающихся объектов капиталовложения и себестоимости изменяются во времени. Все эти обстоятельства полностью игнорируются в модели (3.2) — (3.3), что несомненно указывает на нарушение принципов системного подхода.

2. Если все же считать, что K_Σ — годовой лимит для всего народного хозяйства и закрыть глаза на рассмотренный недостаток, то можно заметить, что критериальная функция (3.2) записана неточно.

Как известно, фонд капиталовложений народного хозяйства образуется за счет части национального дохода — фонда накопления и реновационных отчислений от стоимости действующих основных фондов. Поэтому реновационные отчисления использовать еще раз в себестоимости уже нельзя и вместо C_i следовало бы взять I_i — годовые издержки производства, которые меньше C_i на величину реновационных отчислений. Впрочем, в связи с небольшим относительно I_i значением реновационных отчислений, погрешности использования C_i вместо I_i обычно мало существенны.

3. Задача (3.2) — (3.3) сформулирована некорректно в том смысле, что в ней участвуют C_i только одного года

и поэтому отсутствует условие постоянства C_i во все годы расчетного срока. Учесть это условие можно путем замены (3.2) выражением

$$\sum_i \sum_t C_{it} b_t \rightarrow \min, \quad \forall i, \quad \forall t, \quad (3.8)$$

где b_t — коэффициенты приведения, используемые для учета фактора времени.

Перечисленные замечания указывают на недостаточную обоснованность рассмотренного популярного способа доказательства формулы приведенных затрат (3.1). К счастью, это не привело к ошибочности формулы (3.1), которая может быть получена более строгим путем (см. § 3.5).

Для получения правильных результатов по формуле (3.1) очень важно знать истинное значение E_n , в противном случае могут быть грубые ошибки, искажающие оптимизацию. Этот коэффициент учитывает ограничение (3.3), т. е. E_n зависит от K_Σ . Можно показать, что чем больше K_Σ , тем меньше E_n . Из (3.5) следует, что под E_n понимают предел экономии себестоимости, т. е. он соответствует наименьшей экономии себестоимости от реализации предельной единицы капиталовложений оптимального плана. Поэтому под E_n понимают наименьшую эффективность капиталовложений оптимального плана. Он является как бы барьером, не допускающим в оптимальный план капиталовложения с более низкой эффективностью.

В разное время были предложены различные модели и схемы определения E_n для всего народного хозяйства. Как показал анализ, ни одна из них не оправдала надежд и в настоящее время E_n задается директивно на основе экспертных оценок специалистов. Поэтому точность используемого значения E_n не гарантирована. Однако ошибка в значении E_n может привести (и не исключено, что приводит) к значительному ущербу для всего народного хозяйства. При ошибочном E_n все решения отклоняются от оптимальных, так как не выполняется уравнение связи (3.3) и для всех объектов i потребуются либо слишком большие (при малом E_n), либо слишком малые капиталовложения. К сожалению, в настоящее время пока не накоплен достаточный статистический материал, который мог бы помочь правильно выбрать E_n опытным путем.

Кроме формулы приведенных затрат (3.1) в методиках рекомендуется формула срока окупаемости:

$$З' = (K + T_n C) \rightarrow \min, \quad (3.9)$$

где T_n — нормативный срок окупаемости капиталовложений.

Принимают, что $T_n = 1/E_n$ и поэтому (3.9) и (3.1) дают тождественные результаты. Исторически (3.9) появилась раньше (3.1) и обосновывается с помощью следующего приема попарного сравнения вариантов.

Пусть имеются два варианта с капиталовложениями $K_1 > K_2$ и годовыми себестоимостями $C_1 < C_2$. Дополнительные капиталовложения $\Delta K = K_1 - K_2$ в первом варианте по сравнению со вторым окупаются в течение срока окупаемости $T_{ок}$ за счет ежегодной экономии на себестоимости ΔC :

$$T_{ок} = \Delta K / \Delta C = (K_1 - K_2) / (C_2 - C_1), \quad (3.10)$$

или

$$T_{ок} \Delta C = \Delta K. \quad (3.11)$$

Чем меньше $T_{ок}$, тем больше шансов у первого варианта оказаться экономически выгодным.

Критерием выгодности того или иного варианта является неравенство

$$T_{ок} \geq T_n, \quad (3.12)$$

где T_n — нормативный срок окупаемости.

Если $T_{ок} < T_n$, то выгоднее первый, а если $T_{ок} > T_n$, то второй вариант.

На основании (3.10) — (3.12) запишем

$$K_1 + T_n C_1 \geq K_2 + T_n C_2. \quad (3.13)$$

Распространяя эту формулу на любое число вариантов, легко получить критерий экономической оптимальности в виде (3.9):

$$З' = (K + T_n C) \rightarrow \min,$$

т. е. экономически оптимальный вариант имеет наименьшее значение $З'$.

Легко видеть, что формула (3.9) опирается на условие, что на основании когда-то ранее доказанных общих положений для всего народного хозяйства, известен нормативный срок окупаемости T_n . В действительности в литературе нет его строгого обоснования и рассмотрена

лишь качественная сторона для упрощенной статической системы [1]. Соответствующая народному хозяйству динамическая модель для определения T_n отсутствует и сказанное относительно E_n полностью относится и к T_n . Все недостатки рассмотренного доказательства формулы (3.1) в полной мере относятся и к (3.9). Очевидно, что попарное сравнение вариантов не является достаточно корректным общим методом отыскания критерия экономической эффективности не только для общего случая, но даже и для рассмотренной простейшей статической задачи.

Вместе с этим необходимо сделать одно существенное замечание. Метод срока окупаемости появился несколько десятков лет назад и в то время был несомненно прогрессивным, так как это был все же метод, по тому времени значительно лучше обоснованный, чем другие ранее существовавшие положения. Именно этот метод явился началом развивающейся теории приведенных затрат и с этих позиций он должен быть оценен по достоинству.

Попутно заметим, что само понятие «срок окупаемости» является весьма доходчивым, легко воспринимается и в этом его несомненное практическое достоинство. Однако для теоретических построений оно непригодно по высказанным выше соображениям.

§ 3.3. Объективно обусловленные оценки

Среди фундаментальных понятий, находящихся в основе математической теории экономической оптимизации, большое значение имеют так называемые *объективно обусловленные оценки ресурсов* * (сокращенно о. о. оценки) или проще — оптимальные оценки.

В общем случае о. о. оценками называют коэффициенты, которым пропорциональны теоретически оптимальные цены используемых ресурсов и получаемой продукции для оптимального и только оптимального плана, т. е. они объективно обусловлены этим планом. Именно поэтому они и получили название о. о. оценок. Если бы удалось найти о. о. оценки, то это обусловило бы принципиальную возможность с их помощью найти оптимальные цены ресурсов. Тогда задача определения минимума затрат для достижения заданного результата (УТЭ) све-

* Канторович Л. В., Горстко А. В. Оптимальные решения в экономике.— М.: Наука, 1972.— 232 с.

лась бы к сопоставлению стоимостей ресурсов (т. е. суммарных затрат) по различным вариантам для получения заданных УТЭ, причем оптимальному плану соответствовал бы минимум суммарных затрат. Однако в реальных условиях определение оптимальных оценок крайне затруднено и в настоящее время эта задача до конца не решена. Поэтому ниже рассмотрим лишь некоторые качественные характеристики свойств о. о. оценок.

В качестве основного показателя, критерия оптимального плана примем *оптимальный национальный доход*. Он является глобальным показателем уровня развития народного хозяйства и поэтому его можно использовать в качестве необходимого условия оптимального плана народного хозяйства: если этот план оптимален, то и национальный доход тоже оптимален. Следовательно, о. о. оценку ресурса можно найти на основе экономического участия этого ресурса в создании национального дохода. Чем большая доля оптимального национального дохода создается предельной единицей данного ресурса, тем ценнее этот ресурс и, следовательно, тем выше должна быть как его цена, так и оптимальная оценка.

Оптимальные оценки определяются для оптимального плана народного хозяйства, поэтому и национальный доход как показатель оптимальности плана народного хозяйства должен быть тоже оптимальным. Разумеется, при этом и реализация ресурсов также оптимальна.

В соответствии с этим сформулируем следующую задачу: найти такие ресурсы $y_{i\tau}$ для каждого вида i и каждого года τ , чтобы их реализация обеспечила получение оптимальных национальных доходов $D_t^{\text{оп}}$ для всех лет t расчетного срока $T \{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$. Математическая запись этой задачи следующая.

Найти максимум функции ресурсов

$$D(Y) \rightarrow \max \quad (3.14)$$

при ограничениях на каждый ресурс

$$0 \leq y_{i\tau} \leq a_{i\tau}, \quad \forall i, \tau = 0, 1, 2, \dots, T-1, \quad (3.15)$$

где Y — вектор ресурсов, $Y = \{y_{i\tau}, \forall i, \forall \tau\}$; τ — годы создания ресурсов; t — годы использования ресурсов, $t \geq \tau + 1$, $t = 1, 2, \dots, T$.

В соответствии с высказанным соображением об оптимальности национальных доходов $D_t^{\text{оп}}$ всех лет t , можно принять, что в оптимальном плане условный максимум

целевой функции $D(Y)$ равен сумме оптимальных национальных доходов для всего срока T :

$$\max D(Y) = \sum_{t=1}^T D_t^{\text{оп}} \quad (3.16)$$

В модели (3.14)—(3.16), как и во всех других последующих моделях, использована широко распространенная приближенная кусочно-постоянная аппроксимация процесса производства с годовыми интервалами постоянства затрат $y_{i\tau}$ и результатов $D_t^{\text{оп}}$. При этом считается, что ресурс $y_{i\tau}$ года τ реализуется на стыке лет τ и $\tau+1$ и участвует в производстве начиная с года $t=\tau+1$, причем число лет этого участия (использования ресурса) зависит от его назначения.

Остановимся на функции $D(Y)$. Эта функция записана в неявном виде и должна учитывать все многообразие и сложность влияния ресурсов на формирование национальных доходов, что в виде аналитических зависимостей выразить невозможно. К счастью, в этом нет необходимости и для поставленной цели достаточно только знать, что при оптимальном плане имеет место условный максимум этой функции в виде суммы оптимальных годовых национальных доходов $D_t^{\text{оп}}$.

Для определения условного максимума функции $D(Y)$ при ограничениях (3.15) принимаем $D(Y)$ гладкой и выпуклой, что позволяет записать функцию Лагранжа в виде:

$$L = D(Y) - \sum_{\tau} \sum_i \lambda_{i\tau} y_{i\tau}. \quad (3.17)$$

Условие абсолютного максимума L и относительного максимума $D(Y)$ имеет вид:

$$\frac{\partial L}{\partial y_{i\tau}} = \frac{\partial D(Y)}{\partial y_{i\tau}} - \lambda_{i\tau} = 0, \quad \forall i, \quad \forall \tau. \quad (3.18)$$

При $L_{\max}$ имеем $D(Y) = \sum_{t=1}^T D_t^{\text{оп}}$, поэтому вместо (3.18) запишем

$$\lambda_{i\tau} = \partial \sum_{t=1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial y_{i\tau}. \quad (3.19)$$

Так как $y_{i\tau}$ реализуется на стыке лет τ и $\tau+1$, то он воздействует на $D_t^{\text{оп}}$ начиная только с года $t=\tau+1$ и поэтому:

$$\lambda_{i\tau} = \partial \sum_{t=\tau+1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial y_{i\tau}. \quad (3.20)$$

Из (3.20) видно, что $\lambda_{i\tau}$ есть сумма приростов оптимальных национальных доходов разных лет под воздействием предельной единицы $y_{i\tau}$ при оптимальном количестве этого ресурса. Следовательно, $\lambda_{i\tau}$ характеризует полезность или ценность данного ресурса в оптимальном плане. Поэтому цена ресурса должна быть пропорциональна $\lambda_{i\tau}$ и, следовательно, $\lambda_{i\tau}$ есть о. о. оценка ресурса. Из анализа формулы (3.20) можно установить следующие свойства оптимальных оценок.

1. Чем раньше используется $y_{i\tau}$, тем больше (при прочих равных условиях) его ценность и поэтому больше его оптимальная оценка. Из (3.20) легко видеть, что ресурс, реализуемый начиная с года $\tau+1$, принесет больший доход, чем этот же ресурс, реализуемый позже.

2. Чем длительнее участвует ресурс в производстве, тем больше (при прочих равных условиях) его полезность, больше приносимый им доход и, следовательно, больше его ценность и оптимальная оценка.

Для полноты представления укажем еще два почти очевидных свойства о. о. оценок.

3. Чем больше народнохозяйственные затраты для получения участвующего в оптимальном плане ресурса, тем больше его цена и оптимальная оценка. Если использование равных ресурсов $y_{s\tau}$ и $y_{r\tau}$ дает один и тот же эффект, то более дорогой ресурс, например $y_{r\tau}$, использовать невыгодно. Он становится достаточно выгодным и будет включен в оптимальный план только если полезность его будет соответственно выше полезности $y_{s\tau}$. Соответственно будет выше его цена и оптимальная оценка.

4. Чем «дефицитнее» ресурс, т. е. чем больше разрыв между спросом на него и возможностью его получения, тем больше его оптимальная оценка. Действительно, чем больше спрос на ресурс, тем больше различных способов его использования и поэтому среди них должен быть избран наиболее эффективный, который характеризуется наибольшим приростом национального дохода и, соответственно, наибольшей оптимальной оценкой. Как следствие повышенных оценок дефицитных ресурсов появляется по-

нятие «плата за дефицитность», т. е. повышенные цены на дефицитные ресурсы — понятие, которое получило признание благодаря теории оптимальных оценок.

На основе свойств оптимальных оценок можно было бы установить и оптимальные цены на продукцию производства: цены должны быть пропорциональны оптимальным оценкам или, как иногда пишут, должны быть равны оптимальным оценкам с точностью до постоянного множителя. Серьезным практическим недостатком такой концепции является необходимость непрерывной во времени корректировки цен из-за свойств 1 и 2 оптимальных оценок, ибо одинаковые по своим физическим свойствам ресурсы разных лет имеют разные оптимальные оценки. В настоящее время цены устанавливаются постоянными для ряда лет, т. е. в практической деятельности свойства 1 и 2 оптимальных оценок при установлении цен не учитываются. При оптимальном планировании это можно частично компенсировать записью ресурсов в математической модели с помощью постоянных цен, учитывающих свойства 3 и 4 оптимальных оценок, и затем умноженных на коэффициенты, учитывающие свойства 1 и 2. В результате все ресурсы приводятся в сопоставимый вид. Легко видеть, что свойства 1 и 2 являются отражением влияния фактора времени. Поэтому определение указанных коэффициентов является необходимым условием любой задачи оптимизации использования ресурсов в динамической постановке. Эти коэффициенты есть не что иное, как упоминавшиеся ранее коэффициенты учета фактора времени или коэффициенты приведения стоимостей ресурсов в сопоставимый вид (в литературе иногда их называют также коэффициентами дисконтирования).

§ 3.4. Экономический критерий для динамической системы на основе нормативных коэффициентов

Экономическое развитие и функционирование динамической системы внутри расчетного срока T $\{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$ обеспечивается переменными во времени годовыми капиталовложениями K_t и ресурсами годовых издержек производства I_θ , $\tau, \theta = 0, 1, 2, \dots, T-1$ (упрощенно считается, что за счет K_τ создаются к началу года $t = \tau + 1$ основные фонды, участвующие в производстве в течение всего отрезка $[t, T]$, а I_θ полностью реализуются в виде годовых издержек производства I_t в течение одного года $t = \theta + 1$).

При формировании *приведенных затрат* Z для различных вариантов развития динамической системы следует, очевидно, при оценках K_t и I_0 учитывать фактор времени. Далее рассмотрены некоторые наиболее известные способы.

Учет фактора времени с помощью норматива E_n . Известно два приема такого учета: на основе попытки использовать теорию о. о. оценок и на основе прямого подсчета экономических эффектов.

При первом приеме используются следующие условия.

1. Темп падения о. о. оценок для годовых капиталовложений K_t и себестоимостей C_t одинаков (несмотря на их различные роли в процессе производства).

2. Темп падения о. о. оценок характеризуется коэффициентом E_n :

$$E_n = \partial D_{t+1} / \partial K_t, \quad (3.21)$$

который равен предельному приросту годового национального дохода оптимального плана. Величина E_n приближенно считается постоянной для всех лет срока T . В соответствии с этим годовой коэффициент учета фактора времени равен $(1 + E_n)^{-1}$ и поэтому для приведения затрат года t к году $t=0$ коэффициент приведения b_t определяют по формуле сложных процентов:

$$b_t = (1 + E_n)^{-t}. \quad (3.22)$$

Коэффициент E_n не только характеризует темп падения о. о. оценок, но и обеспечивает учет ограниченности капиталовложений всего народного хозяйства (подобно тому, как это показано в § 3.2).

Тогда приведенные затраты

$$Z = \sum_{t=0}^T (K_t + C_t) (1 + E_n)^{-t}, \quad (3.23)$$

где все K_t и C_t приведены к году $t=0$.

В рассмотренном приеме используется несколько необоснованных условий. Подробнее вопрос о коэффициентах приведения рассмотрен в § 3.5, а здесь обратим внимание на очевидные недостатки этого приема:

— ошибочно принят b_t одинаковым для капиталовложений и годовых текущих издержек производства (или годовых себестоимостей), поскольку их роли в производстве принципиально различны, вследствие чего длительности их использования в общем случае различны;

— ошибочно принято, что коэффициент учета фактора времени одновременно является и нормативным коэффициентом учета ограниченности капиталовложений народного хозяйства;

— не доказано (и не может быть доказано), что формула сложных процентов в виде (3.22) для учета фактора времени является единственно возможной для учета уменьшения во времени о. о. оценок.

Второй прием состоит в следующем.

Пусть основные фонды, созданные за счет капиталовложений K_0 года $t=0$ функционируют в годы $t=1, 2, \dots, T$. Тогда в соответствии (с 3.21) каждая единица их стоимости должна ежегодно приносить доход не менее E_n . Общий эффект для года $t=1$ от K_0 оказывается не менее $\Delta D_1 = E_n K_0$. Считают, что ΔD_1 будет полностью использован в виде новых капиталовложений. Тогда справедливо утверждение, что для народного хозяйства K_0 года $t=0$ эквивалентны капиталовложениям K_1^0 года $t=1$ в размере

$$K_1^0 = (1 + E_n) K_0. \quad (3.24)$$

Для $t=2$ доход от K_0 вновь будет $\Delta D_2 = E_n K_0$. К нему добавляется доход от полученного при $t=1$ дохода $\Delta D_1 = E_n K_0$. Этот дополнительный доход «доход от дохода» $\Delta \Delta D_2 = E_n^2 K_0$. Тогда за годы $t=1, 2$ общий доход составит $(2E_n + E_n^2) K_0$. Прибавим сюда K_0 и получим эквивалентные капиталовложения года $t=2$:

$$K_2^0 = (1 + E_n)^2 K_0.$$

Продолжая эту схему для любого года t , получим

$$K_t^0 = (1 + E_n)^t K_0.$$

K_t^0 — «приведенные» к году t капиталовложения K_0 года $t=0$.

Соответственно «приведенные» к году $t=0$ капиталовложения K_t

$$K_t^{np} = K_t (1 + E_n)^{-t}. \quad (3.25)$$

Далее без доказательства принимают, что этот же коэффициент приведения следует использовать и для себестоимостей (или годовых издержек производства).

Для доказательства соответствия (3.23) и (3.1) используют переход от (3.23) и (3.1) при бесконечно боль-

шом расчетном сроке, т. е. в формуле (3.23) принимают $T = \infty$, $K_t = K_0$, $C_t = C = \text{idem}$, $\forall t$.

Тогда

$$Z = K_0 + C \sum_{t=0}^{T=\infty} (1 + E_n)^{-t} = K_0 + C/E_n, \quad (3.26)$$

что эквивалентно (3.1).

Учет фактора времени с помощью нормативного коэффициента приведения $E_{\text{нп}}$. При анализе рассмотренного способа обоснования (3.21) иногда учитывают следующее обстоятельство. Поскольку эффект капиталовложений $\Delta D_1 = E_n K_0$ является частью национального дохода, его следует представить, как и весь национальный доход, состоящим из двух частей: накопления $\gamma \Delta D_1$ и потребления $(1 - \gamma) \Delta D_1$. Накопление реализуется в виде новых капиталовложений $\Delta K_1 = \gamma E_n K_0$, а потребление используется для иных целей и «дохода от дохода» не приносит. Поэтому была предложена другая схема получения коэффициента приведения. Как и в предыдущей схеме, капиталовложения K_0 года $t=0$ обеспечивают начиная с первого года ежегодные приросты национального дохода в размере $E_n K_0$ вплоть до конца расчетного срока T . Из этих приростов следует выделить для каждого года часть $\gamma E_n K_0$, соответствующую доле γ производственного накопления в национальном доходе. Эти ежегодные части $\gamma E_n K_0$ рассматриваются как дополнительные капиталовложения $\Delta K = \gamma E_n K_0$ для каждого года $t = 1, 2, \dots, T$. Они обеспечивают создание дополнительных ежегодных приростов национальных доходов для $t = 2, 3, \dots, T$ в размерах $\Delta \Delta D = E_n \Delta K$, части которых $\gamma \Delta \Delta D = \gamma^2 E_n^2 K_0$ опять рассматриваются как дополнительные капиталовложения и т. д. В результате прирост $\Delta D_{1,t}$ национального дохода на любом отрезке $[1, t]$ за счет K_0

$$\Delta D_{1,t} = K_0 \frac{1}{\gamma} [(1 + \gamma E_n)^t - 1]. \quad (3.27)$$

Прибавим $\Delta D_{1,t}$ к самим капиталовложениям K_0 и получим их значение, приведенное к году t :

$$K_t^* = K_0 \frac{1}{\gamma} [(1 + \gamma E_n)^t - 1 + \gamma], \quad (3.28)$$

откуда коэффициент приведения к году t

$$B_t^* = \frac{1}{\gamma} [(1 + \gamma E_n)^t - 1 + \gamma]. \quad (3.29)$$

В этой схеме приведения учитываются все части приростов национального дохода, идущие как на накопление, так и на потребление. Те части, которые идут на производственное накопление, считаются создающими дополнительные приросты национального дохода, а остальные части не участвуют в их создании. На основе различия функций этих двух частей иногда рассматривается другая схема. В ней учитываются лишь те эффекты капиталовложений, которые соответствуют доле производственного накопления в национальном доходе. В результате в первый год учитываемый эффект равен не $E_n K_0$, как ранее, а только $\gamma E_n K_0$ и т. д., т. е. полезность эффекта $(1-\gamma)E_n K_0$, идущего на потребление, не учитывается. При такой схеме учета эффекта капиталовложений формула приведения имеет вид:

$$B_t^* = (1 + \gamma E_n)^t. \quad (3.30)$$

Не выполняя полный анализ формулы (3.30) ограничимся замечанием, что эта схема покоится на принципиально ошибочном представлении о бесполезности для народного хозяйства тех долей национального дохода, которые направляются на потребление, а не на производственное накопление. Несмотря на это ради упрощения (3.29) предлагается формула, дающая промежуточное между (3.29) и (3.30) значение коэффициента приведения:

$$B_t^* = (1 + E_{np})^t, \quad (3.31)$$

где

$$\gamma E_n < E_{np} < E_n. \quad (3.32)$$

Соответственно для приведения капиталовложений года t к начальному моменту используется следующая формула:

$$b_t = (1 + E_{np})^{-t}. \quad (3.33)$$

Коэффициент b_t используется в [13, 14] как для капиталовложений, так и для годовой себестоимости.

Для динамической системы «Методика» предписывает вместо постоянных K и C в (3.1) подставить суммы K_t и C_t для разных лет, приведенные с помощью (3.33) к какому-либо одному году. В «Методике» отсутствует формула для динамической системы, вытекающая из этой

рекомендации. Но в этом случае она должна иметь следующий вид:

$$Z = \sum_{t=0}^T (E_n K_t + C_t) (1 + E_{nn})^{-t}. \quad (3.34)$$

Чтобы показать ошибочность такого приведения, достаточно перейти назад от динамической к статической системе, подставив в (3.34) $K_t = K_0$ при $t=0$, $K_t=0$ при $t=1, 2, 3, \dots, T$, $C_t=0$, при $t=0$, $C_t=C=\text{idem}$ при $t=1, 2, \dots, T$. Тогда получим явно ошибочный результат:

$$Z = E_n K + C \sum_{t=1}^T (1 + E_{nn})^{-t} \neq E_n K + C. \quad (3.35)$$

Заметим, что если из (3.23) при $T=\infty$ можно было получить (3.1), то из (3.34) это не удастся ни при каких T .

Для энергетики «Инструкция» рекомендует другую формулу. В ней вместо себестоимости используются годовые приросты издержек производства $\delta I_t = I_t - I_{t-1}$. По своему воздействию на производство δI_t подобны K_t , так как каждый такой прирост участвует в производстве в течение всего отрезка $[t, T]$ в отличие от I_t , участвующего только в течение года (рис. 3.2). В результате использо-

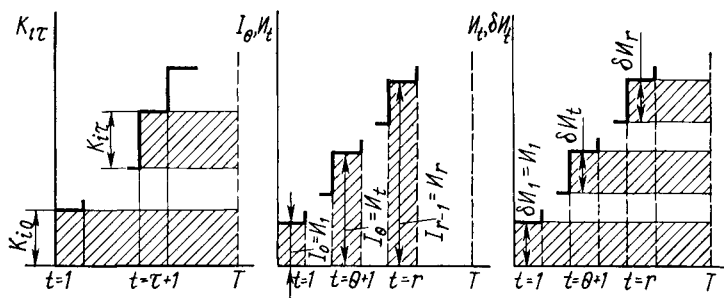


Рис. 3.2

вание одинакового коэффициента приведения для K_t и δI_t оказывается вполне оправданным (не ревируя пока вид этого коэффициента). Предлагаемая формула формулируется также на основе (3.1) и имеет вид:

$$Z_{\text{нд}} = \sum_{t=0}^T (E_n K_t + \delta I_t) (1 + E_{nn})^{-t}. \quad (3.36)$$

Эта формула предназначена для анализа так называемых *полудинамических систем*, у которых развитие (переменные K_t и δI_t) ограничивается годом r , т. е. для всех $t=r, r+1, \dots, T$ капиталовложения отсутствуют, а годовые издержки производства I_t одинаковы: $I_t = \text{idem}$, $t \geq r^*$. При этом принимают $T = \infty$, что при фактически больших сроках r (15—20 лет) обычно дает ошибку в пределах допустимой погрешности. Поэтому (3.36) пригодна и для динамических систем (по-прежнему не обсуждая пока вопрос о коэффициенте приведения).

В начале данного параграфа были сформулированы условия получения формулы (3.22). Для формулы (3.33) условие 2 изменяется с учетом разделения национального дохода на накопление и потребление. В результате темп падения о. о. оценок определяется не нормативным коэффициентом эффективности капиталовложений E_n , а так называемым *нормативным коэффициентом приведения* E_{np} , который меньше E_n . Замена E_n на E_{np} в определенной степени справедлива, однако относительно обоих предложений можно высказать следующие соображения.

1. При получении (3.22) и (3.33) рассматривается эффект капиталовложений по национальному доходу вне связи между капиталовложениями и издержками производства. В действительности используемые ресурсы издержек производства всегда функционально зависят от капиталовложений. Поэтому любые, как конечные, так и дифференциальные приросты капиталовложений, обязательно влекут за собой соответствующие изменения ресурсов издержек производства. Последние влияют на национальные доходы срока T иначе, чем капиталовложения, хотя бы потому, что полностью расходуются в течение лишь одного цикла производства (для принятой аппроксимации — в течение года). Следовательно, при определении коэффициентов учета фактора времени с помощью приростов национального дохода нужно учитывать совместное изменение (при разном воздействии на национальный доход) этих двух групп ресурсов. Использованное в (3.23) и (3.34) допущение об одинаковости коэффициентов приведения для капиталовложений и издержек производства ошибочно, так как не учитывает

* Шавелев Д. С. Динамические приведенные затраты гидроэнергетических объектов. — Изв. вузов СССР. Энергетика. 1975. № 12. С. 98—102.

различную длительность участия в производстве основных фондов и издержек производства и зависимость последних от капиталовложений.

2. Представление о том, что E_n одновременно выполняет две функции — для учета ограниченности капиталовложений народного хозяйства и для учета темпа падения о. о. оценок вряд ли правильно принимать на веру, а упомянутый ранее переход от (3.22) к (3.1) при $T = \infty$ нельзя считать доказательством: в (3.22) E_n принимается в виде предела прироста национального дохода, а в (3.1) является пределом снижения издержек производства. Поэтому следует либо доказать, либо отвергнуть их равенство. Кроме того, сам по себе факт получения частного случая (3.1) из общего случая (3.23) не может быть доказательством этого общего случая.

3. Нетрудно видеть, что темп падения о. о. оценок определенным образом зависит от темпа роста народного хозяйства и, в частности, от темпа роста национального дохода. Чем мощнее народное хозяйство, тем легче воспринимается та или иная затрата ресурса. Это значит, что тем меньше относительная ценность единицы ресурса (при прочих равных условиях). Следовательно, чем выше темп развития народного хозяйства, тем выше и темп падения о. о. оценок. Однако ни в (3.22), ни в (3.33) это обстоятельство в явном виде никак не отражено, что, естественно, приводит к неуверенности в законности формулы приведения.

Перечисленные соображения приводят к необходимости такой постановки задачи, при которой не должны использоваться принятые ранее допущения. Этот вопрос рассмотрен в § 3.5.

§ 3.5. Экономический критерий на основе двухресурсной функции национального дохода

Поставим задачу оптимального распределения ресурсов народного хозяйства для получения заданной продукции во все годы $t = 1, 2, \dots, T$.

При этом будем использовать широко применяемую кусочно-постоянную годовую аппроксимацию процесса производства при годовом цикле производства, когда все изменения происходят на стыках соседних лет $t, t+1$, где $t = 0, 1, 2, \dots, T$.

Все ресурсы народного хозяйства объединим в две изменяющиеся во времени сильно агрегированные группы:

капиталовложений K , т. е. ресурсов основных фондов и ресурсов издержек производства I , которые являются убывающими функциями капиталовложений (при одних и тех же УТЭ, чем дороже основные фонды объекта, тем меньше издержки производства). Следовательно, функцию национального дохода $D(Y)$ можно представить в виде сложной функции $K, I(K), t$:

$$D(Y) = D(K, I(K), t). \quad (3.37)$$

Обозначим $K_{i\tau}$ — капиталовложения объектов i каждого года τ ($\tau = 0, 1, \dots, T-1$), полностью используемые для создания основных фондов в годы $t = 1, 2, \dots, T$. Примем сроки службы основных фондов выходящими за год T ; I_θ — ресурсы годовых издержек производства всех объектов каждого года $\theta = 0, 1, 2, \dots, T-1$, полностью используемые в виде издержек производства I_t в течение одного года $t = \theta + 1, t = 1, 2, \dots, T$.

На рис. 3.2 заштрихованные площади условно соответствуют значениям и длительностям участия $K_{i\tau}$ и I_θ в производстве. Будем считать предварительно заданными на основе прогноза значения годовых капиталовложений народного хозяйства K_τ , распределяемых между объектами i :

$$\sum_i K_{i\tau} = K_\tau, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, T-1, \quad \forall i. \quad (3.38)$$

Ресурсы I_θ могут зависеть от капиталовложений разных объектов нескольких предыдущих лет $K_{i\tau}$:

$$I_\theta = I_\theta(K_{i\tau}, \theta) \geq 0, \quad \forall \theta, \tau \leq \theta. \quad (3.39)$$

Необходимым условием отыскания ресурсов оптимального плана является такое распределение всех K_τ между объектами и такие значения I_θ , которые обеспечивают максимум функции $D(Y)$, равный заранее заданной на основе прогноза сумме оптимальных национальных доходов (см. § 3.3):

$$\max D(Y) = \sum_{i=1}^T D_i^{\text{оп}}. \quad (3.40)$$

Для решения используем метод неопределенных множителей Лагранжа.

Найдем

$$D(Y) \rightarrow \max \quad (3.41)$$

при условиях

$$\sum_i K_{i\tau} - K_{\tau} = 0, \tau = 0, 1, 2, \dots, T-1; \forall i; \quad (3.42)$$

$$I_{\theta} \geq 0, \theta = 0, 1, 2, \dots, T-1. \quad (3.43)$$

Функция Лагранжа имеет вид:

$$L = D(Y) - \left(\sum_{\tau=0}^{T-1} h_{\tau} \sum_i K_{i\tau} + \sum_{\theta=0}^{T-1} g_{\theta} I_{\theta} \right). \quad (3.44)$$

Условия максимума:

$$\frac{\partial L}{\partial K_{i\tau}} = \frac{\partial D(Y)}{\partial K_{i\tau}} - h_{\tau} = 0; \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{\theta}} = \frac{\partial D(Y)}{\partial I_{\theta}} - g_{\theta} = 0. \quad (3.46)$$

В точке максимума L функция $D(Y)$ также максимальна [см. (3—40)]. Поэтому множители Лагранжа

$$g_{\theta} = \partial \sum_{t=\theta+1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial I_{\theta}; \quad (3.47)$$

$$h_{\tau} = \partial \sum_{t=\tau+1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial K_{i\tau}. \quad (3.48)$$

Нижние пределы сумм $t = \theta + 1$ и $t = \tau + 1$ указывают годы, начиная с которых $D_t^{\text{оп}}$ зависит от I_{θ} и $K_{i\tau}$.

Сделаем подстановку (3.40) в (3.44) в точке относительного максимума $D(Y)$:

$$\max L = \max \left[\sum_{t=0}^T D_t^{\text{оп}} - \left(\sum_{\tau=0}^{T-1} h_{\tau} \sum_i K_{i\tau} + \sum_{\theta=0}^{T-1} g_{\theta} I_{\theta} \right) \right]. \quad (3.49)$$

Из совместного анализа (3.40) и (3.49) можно сформулировать необходимые и достаточные условия получения оптимального плана распределения всех K_{τ} .

1. Выше было принято, что при оптимальном плане должны быть оптимальными национальные доходы. Назовем это первым необходимым условием.

2. При соблюдении этого условия оптимальным является план, когда при заданной функции (3.40) реализует-

ся минимум приведенных ресурсов (согласно критерию «минимум затрат при заданном результате»). Суть этого условия состоит в следующем.

Один и тот же заданный результат (3.40) можно получить не только при минимальных, но и увеличенных приведенных значениях I_θ (и заданных K_τ), когда этим увеличением I_θ как бы компенсируется неэкономичное распределение K_τ между объектами [именно поэтому (3.40) является лишь необходимым условием]. Функция L в (3.49) при фиксированном значении $D(Y)$ [см. (3.40)] может иметь разные значения при разных распределениях K_τ и соответственно разных I_θ . Очевидно, что чем меньше сумма приведенных I_θ в (3.49), тем больше L . Следовательно,

$$L_{\max} = \sum_{t=1}^T D_t^{\text{оп}} - Z_{\min}^{\text{нх}},$$

$$Z_{\min}^{\text{нх}} = \min \left(\sum_{\tau=0}^{T-1} h_\tau \sum_t K_{t\tau} + \sum_{\theta=0}^{T-1} g_\theta I_\theta \right), \quad (3.50)$$

где $Z_{\min}^{\text{нх}}$ — минимальные приведенные затраты для оптимального плана динамической системы народного хозяйства; h_τ и g_θ — объективно обусловленные оценки (см. § 3.3), называют коэффициентами приведения ресурсов. Они характеризуют экономический эффект, получаемый за счет $K_{t\tau}$ и I_θ с учетом фактора времени.

Таким образом, необходимые условия (3.40) и (3.50) совместно являются достаточными условиями оптимального плана распределения ресурсов.

Для определения g_θ и h_τ подставим (3.42), (3.39) в (3.37). Запишем дифференциал этой неявной функции двух групп переменных. В точке абсолютного максимума $D(Y) = D_{\max}$ этот дифференциал равен нулю при любых дифференциалах независимых переменных. Используем дифференциал $dK_{t\tau} > 0$ только одного произвольного $K_{t\tau}$. Тогда

$$dD_{\max} = \left[\partial D_{\max} / \partial K_{t\tau} + \sum_{\theta=\tau}^{T-1} (\partial D_{\max} / \partial I_\theta) \partial I_\theta / \partial K_{t\tau} \right] dK_{t\tau} = 0.$$

В этой формуле учтено, что в общем случае от $K_{t\tau}$ зависят все I_θ начиная с года $\theta = \tau$.

Подставим сюда (3.40) с учетом того, что $D_t^{\text{оп}}$ зависит от $K_{i\tau}$ начиная с года $t=\tau+1$, а от I_θ — начиная с года $t=\theta+1$:

$$dD_{\max} = \left[\partial \sum_{t=\tau+1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial K_{i\tau} + \sum_{\theta=\tau}^{T-1} \left(\partial \sum_{t=\theta+1}^T D_t^{\text{оп}} / \partial I_\theta \right) \times \right. \\ \left. \times \partial I_\theta / \partial K_{i\tau} \right] dK_{i\tau} = 0. \quad (3.51)$$

Коэффициентом эффективности капиталовложений по издержкам производства называют отношение предела снижения I_θ к предельному приросту $K_{i\tau}$:

$$E_{\theta\tau} = -\partial I_\theta / \partial K_{i\tau}. \quad (3.52)$$

Подставим в (3.51) коэффициенты g_θ и h_τ из (3.47) и (3.48) и с учетом равенства нулю правой части (3.51) при $dK_{i\tau} > 0$ получим

$$h_\tau = \sum_{\theta=\tau}^{T-1} g_\theta E_{\theta\tau}.$$

Заменим все $E_{\theta\tau}$ средневзвешенным E :

$$h_\tau = E \sum_{\theta=\tau}^{T-1} g_\theta. \quad (3.53)$$

Для определения g_θ учтем следующие обстоятельства.

1. Ресурс I_θ используется в виде издержек производства I_t полностью в течение года $t=\theta+1$ и поэтому непосредственно влияет только на $D_{\theta+1}^{\text{оп}}$. Влияние I_θ на более поздние $D_t^{\text{оп}}$, $t > \theta+1$ осуществляется в виде последствия, когда I_θ уже израсходован.

2. Полученная в течение года $t=\theta+1$ за счет I_θ доля национального дохода, как и весь $D_{\theta+1}^{\text{оп}}$, используется в виде накопления и потребления. Накопление обеспечивает капитальные вложения, дающие приросты национальных доходов в годы $t=\theta+2, \theta+3, \dots, T$. Части этих приростов снова используются как капиталовложения и т. д. [см. пояснения к формуле (3.27)].

При прочих равных условиях создаваемый таким образом экономический эффект на отрезке $[\theta+1, T]$ тем больше, чем меньше θ . Именно это выражает фактор времени для I_θ и должно учитываться при определении g_θ . Рассмотренная здесь схема не очень хороша для отыскания удобного вида g_θ и поэтому лучше использовать следующий прием.

3. Для моделей различной природы при отсутствии некоторых ограничений обычно можно считать, что в точке оптимального решения равны между собой эффективности разных взаимозаменяемых ресурсов (ибо менее эффективный ресурс можно заменить более эффективным). Отсюда можно приближенно принять, что годовые K_t и I_θ обеспечивают одинаковые темпы (не объемы, а только темпы) возрастания зависящих от них гипотетических долей оптимального национального дохода. Но тогда этот темп характерен для всего национального дохода. Приближенно примем его постоянным, откуда

$$D_{t+1}^{\text{оп}} = (1 + \alpha) D_t^{\text{оп}}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3.54)$$

а также

$$D_{t+n}^{\text{оп}} = (1 + \alpha)^n D_t^{\text{оп}}, \quad (3.55)$$

где α — средневзвешенный оптимальный коэффициент прироста национального дохода.

4. Прирост национального дохода создается за счет повышения производительности труда и увеличения объемов используемых ресурсов, откуда

$$\alpha = p + v,$$

где p , v — коэффициенты прироста за счет повышения производительности труда и увеличения объемов ресурсов соответственно.

Пусть имеются два ресурса $I_{\theta, T}$ и $I_{\theta+1, T}$, одинаковые по всем показателям и участвующие в производстве до конца срока T , т. е. на отрезках $[\theta+1, T]$ и $[\theta+2, T]$, а не в течение только одного года. Тогда разность полученных от них удельных эффектов как раз и будет равна g_θ — удельному эффекту от I_θ с учетом последействия (см. выше, п. 2).

Поскольку при постоянных значениях $I_{\theta, T}$ и $I_{\theta+1, T}$ приросты национальных доходов определяются только повышением производительности труда, то в качестве коэффициента прироста в (3.55) следует использовать p , а не α . Разность удельных эффектов от $I_{\theta, T}$ и $I_{\theta+1, T}$ при использовании (3.55) с учетом замены α на p :

$$\begin{aligned} g_\theta = & \partial \left(D_{\theta+1}^{\text{оп}} \sum_{t=\theta+1}^T (1+p)^{t-(\theta+1)} \right) \bigg/ \partial I_{\theta, T} - \\ & - \partial \left(D_{\theta+2}^{\text{оп}} \sum_{t=\theta+2}^T (1+p)^{t-(\theta+2)} \right) \bigg/ \partial I_{\theta+1, T}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Примем с точностью до величин второго порядка малости равенство следующих коэффициентов эффективно-сти:

$$\sigma_{\theta} = \partial D_{\theta+1}^{\text{он}} / \partial I_{\theta, T} = \sigma_{\theta+1} = \partial D_{\theta+2}^{\text{он}} / \partial I_{\theta+1, T} = \sigma. \quad (3.57)$$

В этом случае после преобразований (3.56) получим:

$$g_{\theta} = \sigma (1+p)^{T-(\theta+1)}; \quad (3.58)$$

$$h_{\tau} = \frac{E\sigma}{p} [(1+p)^{T-\tau} - 1]. \quad (3.59)$$

Для удобства расчетов по формуле приведенных затрат (3.50) заменим g_{θ} и h_{τ} коэффициентами G_{θ} и H_{τ} , полученными делением g_{θ} и h_{τ} на h_0' для $\tau=0$, но без учета E , т. е.

$$h_0' = \frac{\sigma}{p} [(1+p)^T - 1].$$

Этим делением преследуется цель получить такую формулу для Z , в которой капиталовложения K_{i0} записаны без учета фактора времени в виде $E \sum K_{i0}$, т. е. все капиталовложения оказываются приведенными к началу расчетного срока.

Кроме того, заменим индексы θ и τ одним общепринятым индексом t , а ресурс I_{θ} — смещенными на один год издержками производства $H_t = I_{\theta}$, $t = \theta + 1$. Для K_{it} сохраняется $t = \tau$. Теперь запишем окончательно

$$G_t = pR (1+p)^{-t} / (R-1); \quad (3.60)$$

$$H_t = E [R (1+p)^{-t} - 1] / (R-1); \quad (3.61)$$

где

$$R = (1+p)^T. \quad (3.62)$$

Вместо (3.50) получим:

$$Z^{\text{нх}} = \left(\sum_{t=0}^{T-1} H_t \sum_i K_{it} + \sum_{t=1}^T G_t H_t \right) \rightarrow \min. \quad (3.63)$$

На практике известно много частных случаев, когда вместо общей формулы (3.63) лучше применять более простые формулы.

1. *Локальная динамическая система.* Если для такой системы можно считать издержки производства не зависящими от капиталовложений других систем, то формула (3.63) полностью применима к этой локальной системе отдельно от всего народного хозяйства. Это непосредственно следует из формулы (1.6).

2. *Локальная статическая система.* Для нее задаются только постоянные для всех t издержки производства $I_t = I$ и капиталовложения K_0 только для года $t=0$.

После подстановки этих условий в (3.62) получим общеизвестную формулу

$$Z = EK + I. \quad (3.64)$$

Ее особенностью является то, что в ней E — коэффициент эффективности капиталовложений по издержкам производства, а не по национальному доходу, как это ошибочно принято для E_n в методиках, инструкциях и различных публикациях на эту тему. Заметим, что отыскание численного значения норматива E на основе статистических данных не так уже безнадежно, как это имеет место для E_n .

3. *Локальная полудинамическая система.* Для такой системы считают (см. § 3.4), что капиталовложения осуществляются в годы $t=1, 0, \dots, r-1$ и в дальнейшем их нет. Издержки производства изменяются в годы $t=1, 2, \dots, r$, а в дальнейшем постоянны и равны I_r издержкам года r . Расчетный срок принимают равным бесконечности: $T = \infty$.

При подстановке в (3.61) и (3.62) $T = \infty$ получим

$$G_t = p(1+p)^{-t}; \quad H_t = E(1+p)^{-t}. \quad (3.65)$$

Для простоты все K_{it} данной системы заменим их суммой K_t . Тогда

$$Z = \sum_{t=0}^T (EK_t + pI_t)(1+p)^{-t}. \quad (3.66)$$

Заменим все I_t суммами годовых приростов δI_t [см. рис. (3.2)]:

$$\left. \begin{aligned} I_t &= \sum_{i=1}^t \delta I_i, \quad t=1, 2, \dots, r; \\ I_t &= I_r, \quad t=r+1, \dots, T. \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

Для суммы приведенных значений всех I_t получим

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T pI_t(1+p)^{-t} &= p[\delta I_1(1+p)^{-1} + (\delta I_1 + \delta I_2)(1+p)^{-2} + \dots \\ &\dots + \sum_{i=1}^r \delta I_i(1+p)^{-r} + \dots + \sum_{i=1}^r \delta I_i(1+p)^{-T}]. \end{aligned}$$

После преобразований имеем

$$\sum_{t=1}^T pI_t(1+p)^{-t} = \sum_{t=1}^T \delta I_t [(1+p)^{1-t} - (1+p)^{-T}]. \quad (3.68)$$

Подставив этот результат в (3.66), при $T=\infty$ получим формулу приведенных затрат для полудинамической системы:

$$Z_{\text{нд}} = \sum_{t=0}^r [EK_t + (1+p)\delta I_t](1+p)^{-t}. \quad (3.69)$$

Эта формула по своей конструкции мало отличается от (3.36), но входящие в нее E и p не эквивалентны E_n и $E_{\text{нп}}$ в (3.36). Кроме того, в (3.36) не учтено, что ресурсы издержек производства I_0 года $\theta=t-1$ участвуют в производстве на год позже, т. е. не в год $t-1$, а в год t . В (3.69) это учтено сомножителем $(1+p)$ у δI_t в квадратных скобках, который ошибочно отсутствует в (3.36).

Подведем краткие итоги выполненного исследования.

1. Применяемый в методиках и инструкциях в качестве сомножителя капиталовложений нормативный коэффициент эффективности по национальному доходу E_n следует заменить нормативным коэффициентом эффективности по издержкам производства E .

2. Используемый для учета фактора времени коэффициент $E_{\text{нп}}$ и ранее применявшийся E_n для этой цели непригодны. Они игнорируют важнейшее положение о том, что коэффициент приведения обязательно должен зависеть от темпа роста национального дохода, как главного фактора влияния развития народного хозяйства на относительную ценность ресурсов. Для этой цели следует применять коэффициент p , который по своему смыслу должен быть несколько меньше коэффициента прироста национального дохода α .

3. Принципиально ошибочно использовать для капиталовложений и издержек производства одинаковые коэффициенты приведения. Капиталовложения в виде основных фондов непосредственно влияют на производство в течение срока службы объекта, а издержки производства — только в течение одного цикла производства (одного года).

4. Простейшая формула приведенных затрат для статической системы справедлива для любого конечного рас-

четного срока T и не требует допущения о $T = \infty$, как это делается в некоторых исследованиях.

5. При выборе конечного расчетного срока $T < \infty$ в расчетах для динамической системы фактически используется допущение о том, что для всех $t > T$ приведенные затраты одинаковы во всех сравниваемых вариантах и поэтому их можно не учитывать, тем самым ограничившись только сроком T .

Для полудинамической системы вместо такого допущения принимают два других: конечный срок развития r и бесконечный срок $T = \infty$ работы системы с неизменными издержками производства и без капиталовложений.

Для практических задач следует предварительно решить, какой из этих двух подходов лучше в данном конкретном случае. Например, для отдельной электростанции лучше второй подход (полудинамическая система), а для более сложных динамических систем — первый подход (динамическая система) с принятием решения не для всего срока T , а только для его начальной части $T_{\text{дост}}$ [срока достаточно достоверного прогноза (см. § 3.1)].

6. Во всех формулах были сделаны два допущения: срок строительства объекта или его части с капиталовложениями K_{it} равен одному году, т. е. основные фонды стоимостью K_{it} участвуют в производстве с начала года $t + 1$; срок службы объекта выходит за предел расчетного срока T . Можно показать, что эти два допущения не являются обязательными. Ценой довольно существенного усложнения формула приведенных затрат может быть получена для любых сроков строительства и любых сроков службы.

Во всех формулах приведенных затрат используется единый нормативный коэффициент E при решении задач с заданным УТЭ. Однако при более полной формулировке таких задач следовало бы учесть также и ограничения капиталовложений отдельных отраслей и объектов, обусловленные, например, правительственными решениями по распределению капиталовложений между отраслями или различием в физических составах основных фондов разных отраслей, из-за чего ограничивается перераспределение фондов между отраслями. Для всех объектов в принципе всегда существуют ограничения капиталовложений из-за ограниченного числа вариантов их исполнения.

Можно показать [15], что наличие ограничений капиталовложений отраслей и совместно с этим объектов со-

здает предпосылки к тому, что вместо единого норматива E для некоторых отраслей правильнее использовать иные отраслевые нормативы E_m , где m — номер отрасли.

§ 3.6. Критерии надежности

Надежность энергосистем является основополагающим свойством этих систем, которое по своей важности не уступает ни одному другому свойству, в том числе экономичности, качеству работы, охраноспособности окружающей среды, а в части анализа не имеет равных по трудности отыскания и учета различных характеристик.

Именно поэтому проблеме надежности посвящены тысячи статей и сотни книг, но, несмотря на широкий фронт исследований, эта проблема таит в себе еще много «белых пятен». Общее представление о проблеме надежности энергосистем можно получить из [6, 7].

При определении экономичности обычно удается все варианты исполнения или функционирования системы так или иначе представить в виде определенного ряда по изменению обобщенного экономического критерия — приведенных затрат (в задачах развития) или эксплуатационных расходов (в задачах функционирования). Для надежности как обобщенного свойства такой подход невозможен. Дело в том, что надежность состоит из нескольких свойств более низкого уровня, причем каждое из них сложно рассчитывается и поэтому трудно поддается углубленному анализу.

Одной из главных причин этих трудностей является свойство *эмерджентности* системы (т. е. появление у системы свойств, не наблюдаемых у ее элементов). Сюда следует добавить сложность прямых и обратных связей между частями системы и разнородность ее элементов, что резко усложняет эмерджентные свойства системы.

Под надежностью принято понимать свойство системы (или объекта) выполнять заданные функции в заданном объеме при определенных условиях функционирования. Иначе говоря, система считается надежной, если она работает без срывов и неправильных действий, устойчиво выполняет возложенные на нее задачи функционирования, несмотря на внешние или внутренние возмущения. Указанное устойчивое функционирование понимают как обеспечение заданных во времени

(для энергосистемы — непрерывных во времени) показателей количества и качества выпускаемой продукции (электроэнергии) и недопущение ситуаций, опасных для людей, окружающей среды и самой системы.

Следует помнить, что не существует абсолютно надежных систем и всегда имеется, пусть даже очень небольшая, вероятность отказов в работе, срывов, неправильных действий. Поэтому при проектировании или эксплуатации систем всегда речь идет о некоторой рациональной, целесообразной надежности, удовлетворяющей тем или иным разумным требованиям.

Надежность системы обычно представляют как совокупность следующих основных общесистемных свойств:

1) *безотказность* — свойство непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени;

2) *устойчивоспособность* — свойство непрерывно сохранять устойчивость в течение некоторого времени;

3) *режимная управляемость* — свойство поддерживать нормальный режим посредством управления;

4) *живучесть* — свойство противостоять возмущениям, не допуская их каскадного развития с массовым нарушением питания потребителей (в дальнейшем это определение конкретизировано);

5) *безопасность* — свойство не допускать ситуаций, опасных для людей и окружающей среды.

Кроме этих пяти главных свойств, характеризующих надежность системы в целом, известны еще три свойства, которые относятся главным образом к отдельным объектам, входящим в систему (элементам системы). Сюда относятся долговечность работы, ремонтпригодность и сохраняемость работоспособности при хранении или транспортировке. Из-за ограниченного объема книги эти свойства рассматривать не будем и лишь упомянем, что они считаются приемлемыми для системы и отдельных объектов, если удовлетворяют некоторым заранее заданным нормативным показателям. В противном случае эти элементы должны быть заменены или переделаны, реконструированы, отремонтированы.

В конечном счете, все перечисленные свойства можно считать учитываемыми свойствами системы при решении внутри общей проблемы надежности трех главных задач, стоящих перед энергосистемой. Это обеспечение: 1) необходимой и достаточной работоспособности оборудования; 2) бесперебойности электро- и тепло-

снабжения; 3) надлежащей живучести. Решение этих задач должно идти по пути учета перечисленных выше отдельных критериев надежности (безотказности, устойчивости и др.).

Работоспособность оборудования обеспечивается надлежащим контролем режима работы оборудования, организацией диагностики неисправностей и ремонтом оборудования.

Бесперебойность электроснабжения является одной из важнейших характеристик работы энергосистемы и обеспечивается надежностью оборудования и схем сети, наличием и возможностью использования резервов мощности и энергии, применением автоматических устройств (АРВ, АПВ и т. п.).

Живучесть системы означает сохранение работоспособности и выполнение главных функций системы в целом при аварийном нарушении функционирования части системы или даже ее разрушении. Этому служат мероприятия (прежде всего — построение структуры самой системы), предотвращающие развал системы при наиболее тяжелых авариях, обеспечивающие динамическую устойчивость системы, локализацию аварий в основной сети или электростанциях, гарантирующие предотвращение развития этих аварий в общесистемные.

Естественно, что такое деление задач по признакам работоспособности, бесперебойности и живучести условно и все указанные задачи тесно связаны. К примеру, развал энергосистемы, т. е. потеря живучести, влечет за собой нарушение питания большого числа потребителей электроэнергии.

Объединение энергосистем способствует повышению надежности электроснабжения потребителей при пониженном общем резерве мощности. Живучесть объединенной энергосистемы выше, чем живучесть отдельной энергосистемы, так как отказ какого-либо элемента системы зачастую не приводит к отказу системы в целом.

Главные показатели системы — надежность, экономичность, обеспечение качества электроэнергии и охраноспособность окружающей среды, тесно связаны между собой и характеризуются взаимопроникновением. Это особенно ярко проявляется на примере связи надежности и экономичности. Надежность и экономичность, как правило, неантагонистически противоречивы, т. е. их противоречивость такова, что позволяет найти приемлемое решение, но лишь на пути компромисса, взаим-

ных уступок. Дело в том, что по мере повышения показателей надежности практически всюду прослеживается тенденция к удорожанию сооружения и эксплуатации системы. Иначе говоря, за надежность надо платить, и тем больше, чем выше эта надежность. Однако было бы неправильно сводить проблему надежности только к проблеме экономичности.

Утрата надежности и ее следствие — нарушение нормальной работы системы всегда сопровождается отрицательными последствиями. Сюда включаются экономические народнохозяйственные ущербы, ущербы, наносимые окружающей среде, а также различные воздействия на людей: моральные, дискомфортные, опасные и даже пагубные для жизни. Таким образом, все отрицательные последствия утраты надежности можно до некоторой степени условно разделить на два класса — экономические и внеэкономические. При этом в каких-то случаях наблюдается только один класс последствий, например, экономические народнохозяйственные ущербы, а в других — оба класса совместно. В свою очередь, экономические ущербы можно условно разделить на две группы — простые или измеримые и сложные, или неизмеримые. Под первой группой — простых измеримых ущербов понимаются такие, для которых разработана теоретически более или менее правильная методика их оценки в виде экономического народнохозяйственного ущерба, математическое ожидание $\bar{Y}$ которого имеет вид

$$Y = \int_0^{t_{\Pi}} y_0(P_{\Pi}, t_{\Pi}) P_{\Pi}(t_{\Pi}) dt \approx y_0 t_{\Pi} M P_{\Pi}, \quad (3.70)$$

где $y_0(P_{\Pi}, t_{\Pi})$ — функция удельного ущерба для того или иного вида утраты надежности (обычно — ущерб из-за недополученного потребителем 1 кВт·ч электроэнергии); t_{Π} — математическое ожидание длительности перерыва или ограничения электроснабжения потребителя (обычно — число часов в течение одного года); $P_{\Pi}(t_{\Pi})$ — функция нагрузки P_{Π} потребителя в течение времени перерыва или ограничения t_{Π} (обычно — математическое ожидание $M P_{\Pi}$ для этого отрезка).

Функцию $y_0 = (P_{\Pi}, t_{\Pi})$, зависящую, строго говоря, от нагрузки P_{Π} и длительности перерыва или ограничения t_{Π} , обычно упрощенно принимают в виде некоторой средней y_0 , независимо от значений P_{Π} и t_{Π} .

Для рассматриваемой группы ущербов главная сложность заключается в отыскании прежде всего y_0 для каждого конкретного потребителя при каждом конкретном виде утраты надежности. Но если это удается сделать, то задачу определения рациональной надежности можно решать как подзадачу экономической оптимизации. В этом случае ущерб Y записывают (аналитически или численно) в виде некоторой убывающей функции капиталовложений K в систему электроснабжения. В результате обычный критерий экономичности — приведенные затраты Z дополняется экономическим критерием надежности Y и образуется общий экономический критерий Z_z , минимум которого

$$Z_z = (Z + Y) \rightarrow \min \quad (3.71)$$

является показателем оптимального экономического решения с учетом поддержания экономически оправданной (рациональной) надежности. На рис. 3.3 схематически представлены Z , Y и Z_z в виде функций капиталов-

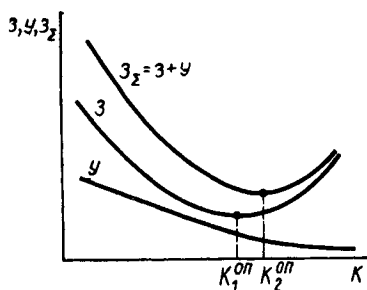


Рис. 3.3

вложений и показаны оптимальные капиталовложения $K^{оп}$ и $K_z^{оп}$ без учета и с учетом рациональной надежности. Естественно, что $K_z^{оп} > K^{оп}$, и ясно также, что оптимальный вариант без учета ущерба Y имеет ухудшенную надежность.

В настоящее время разрабатаны и продолжают разрабатываться методы определения народнохозяйственного ущерба от нарушения

надежности энергосистемы. Методика определения его базируется на расчетных оценках и на анализе фактических затрат энергосистем и потребителей. Знание обоснованной величины ущерба позволяет производить технико-экономическое обоснование уровня надежности схемы электроснабжения.

Народнохозяйственный ущерб целесообразно анализировать на основе разделения его по составляющим: 1) из-за ограничений потребителей; 2) внезапных отказов системы электроснабжения; 3) выработки некондиционной энергии. Очевидно, что перечисленные состав-

ляющие ущербов включают ущерб в энергосистеме и ущерб у потребителей.

Это деление ущерба является условным и допустимо лишь для выявления отдельных составляющих. Заметим, что реальные ущербы часто бывает сложно разделить на составляющие.

Основной причиной ущерба являются ограничения из-за длительного дефицита электроэнергии в энергосистеме или отдельных ее узлах вследствие отставания развития энергосистемы от роста электропотребления. Возникающий ущерб влечет за собой невыполнение годовых планов, недоиспользование оборудования и сырья, непроизводительное использование рабочей силы и т. д. Средний удельный ущерб при длительных дефицитах можно оценочно принять в целом для промышленности 0,46 руб/кВт·ч.

Ущерб, связанные с внезапными отказами энергосистемы, можно структурно подразделить на основной ущерб, обусловленный недовыработкой продукции, и дополнительный, вызванный браком продукции.

Кроме этого, ущерб можно подразделить на два типа: прямой ущерб, обусловленный внеплановыми ремонтами отказавшего оборудования или его заменой, и косвенный ущерб, причиняемый народному хозяйству недоиспользованием основных и оборотных фондов.

Исследования показали, что значения составляющих народнохозяйственного ущерба изменяются в широких пределах. Их минимальные значения приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Группа народнохозяйственного ущерба	Составляющие ущерба, руб/кВт·ч			Всего
	Основной ущерб	Дополни- тельный ущерб	Косвенный ущерб	
Системный ущерб	0,04	0,02	0,09	0,15
Ущерб потребителей	0,13	0,20	0,07	0,40
Итого	0,17	0,22	0,16	0,55

Если учесть ожидаемый прямой ущерб, то минимальный народнохозяйственный ущерб, вызванный внезап-

ными отказами системы электроснабжения, составляет не менее 0,75—0,80 руб/кВт·ч.

Структура и величина ущерба зависят от вида ограничения, его длительности, чувствительности технологического процесса к перерывам в электроснабжении, величины ограничения нагрузки потребителей и режима их работы, а также времени восстановления технологии производства.

Методы расчетов ущербов или их составляющих, используемые в проектной практике, в основном разработаны. Однако количественные оценки ущербов, определяемые различными исследованиями, существенно отличаются, что обычно объясняется решением задач при различных допущениях и различием в структуре приемников энергии.

Как отмечалось, определение достаточно надежных конкретных численных оценок весьма затруднительно. Поэтому формула (3.70) используется для относительно скромной группы потребителей и при наличии довольно простых сетей (обычно радиальных или простейших кольцевых). Существует большая категория потребителей, для которой (3.70) практически нельзя применять в случае длительных перерывов в электроснабжении, поскольку они недопустимы не только из-за заведомо больших ущербов, но и из-за опасности для жизни людей. Имеется и такая категория потребителей, для которой ущерб от перерывов заведомо меньше затрат на их недопущение. Эти и некоторые другие обстоятельства привели к тому, что кроме использования приведенных затрат для сравнения вариантов с учетом народнохозяйственного ущерба применяются качественные оценки схем электроснабжения, основанные на опыте проектирования и эксплуатации.

При проектировании электрических сетей оценку уровня надежности, необходимой для данного потребителя, производят в соответствии с известными [19] *категориями надежности* по техническим характеристикам.

Кратко рассмотрим сложные или неизмеримые ущербы. Для них не определяется зависимость (3.70) и не решается оптимизационная задача (3.71). Эти ущербы возникают, например при утратах надежности системы в целом (что означает потерю живучести системы) или существенной ее части (следствием чего оказываются длительные нарушения статической или синхронной динамической устойчивости), а также другие тяжелые си-

стемные аварии — отключения важных системообразующих линий, больших генерирующих мощностей, приводящих к отключениям и ограничениям многих потребителей. Экономические ущербы этой группы столь велики, что вызывающие их утраты надежности либо вообще недопустимы, либо допустимы в весьма ограниченных размерах. В этих случаях экономическое сопоставление ущербов и затрат на их недопущение не имеет смысла и задача ставится иначе: найти минимальные затраты при соблюдении заданных показателей надежности для тех или иных условий развития и функционирования энергосистемы или объединенной энергосистемы (ОЭС).

Сказанное о неизбежности нормирования надежности тем более относится к классу внеэкономических последствий снижения надежности ниже некоторого уровня.

Таким образом, обоснование рационального уровня надежности с помощью экономического сравнения ущербов с затратами на их недопущение имеет довольно ограниченное применение лишь в относительно простых случаях. Генеральным же направлением сохранения надлежащей надежности является нормирование ее допустимых и необходимых значений, которые обязательно должны быть обеспечены. Это достигается нормированием пропускных способностей электрической сети в нормальных, ремонтных и аварийных режимах, нормированием коэффициентов запасов статической устойчивости для наиболее важных случаев, проверкой схем системы на сохранение синхронной динамической устойчивости, нормированием резервов генерирующей мощности и т. д.

Следовательно, при экономической оптимизации развития и функционирования энергосистем критерии надежности выступают в виде системы ограничений. Сложность учета этой системы такова, что она сильно ограничивает использование упомянутых ранее оптимизирующих моделей и чаще всего приводит к использованию оценочных моделей со всеми их достоинствами и недостатками. Разумеется, это не исключает получение множества вероятно-оптимальных планов по экономическому критерию и его сужения за счет отбора наиболее надежных вариантов.

В заключение кратко рассмотрим некоторые основные *нормативы надежности*.

Например, в соответствии с [7] схемы проектируемых основных сетей ОЭС должны удовлетворять следующим требованиям по надежности: при плановых ремонтах оборудования электроснабжение потребителей должно обеспечиваться при нормативных уровнях устойчивости и качества энергии при отключении любого из элементов сети; при совпадении аварийного отключения одной линии с плановым отключением другой схема электроснабжения должна обеспечить 90% нагрузки; при одновременном отключении двух линий электропередачи электроснабжение дефицитной части ОЭС должно обеспечиваться не менее чем на 80% от ее максимальной нагрузки; при отключении в приемной части ОЭС генерирующей мощности в размере 120% расчетного аварийного резерва при полной схеме основной сети должно обеспечиваться нормальное электроснабжение при нормативных условиях по устойчивости; при отключении в этом режиме одной из линий электроснабжение приемной части ОЭС должно обеспечивать не менее 80% максимума нагрузки этой части.

Для статической устойчивости нормативы имеют следующие значения:

а. Коэффициент запаса статической устойчивости по напряжению должен быть не менее 10%:

$$K_U = [(U_n - U_k)/U_k] 100 \geq 10\%, \quad (3.72)$$

где U_n , U_k — напряжения в узловой точке системы, соответственно длительно поддерживаемое при нормальных режимах и критическое, при котором нарушается устойчивость.

б. Коэффициент запаса статической устойчивости по мощности k_P , % для электропередачи между электростанцией и системой

$$k_P = [(P_{пр} - P)/P] 100 \quad (3.73)$$

должен быть не менее 20% в нормальном и 8% в кратковременном послеаварийном режиме. Здесь $P_{пр}$ — предел статической устойчивости; P — передаваемая мощность.

в. Этот коэффициент k_P , %, имеет такие же значения (20 и 8%) и для межсистемных связей:

$$k_P = [(P_{пр} - \Delta P - P)/P] 100, \quad (3.74)$$

где ΔP — нерегулярное колебание потока мощности по связи (за счет колебаний нагрузки и частоты), определяемое опытом или расчетом.

Синхронная динамическая устойчивость должна обеспечиваться с учетом действия основных защит при характерных возмущениях — коротких замыканиях, отключении наиболее мощных генераторов и линий электропередачи. Для сетей различных напряжений нормируются и различные виды коротких замыканий.

Следует заметить, что в некоторых случаях не удается обеспечить синхронную динамическую устойчивость и тогда допускается в виде исключения кратковременный асинхронный режим с последующей ресинхронизацией.

Кроме нормативов по устойчивости большое значение для предотвращения опасных режимов и потери устойчивости имеют нормативы по резервной генерирующей мощности. Общий резерв подразделяют на народнохозяйственный и технический. Народнохозяйственный резерв предназначен для устранения непредвиденного при планировании дисбаланса между мощностью станций и нагрузкой потребителей. Технический резерв предназначен для обеспечения нормальной работы энергосистемы и состоит из ремонтного, нагрузочного и аварийного резервов.

§ 3.7. Критерии качества электроэнергии и охраны окружающей среды

Критерии качества электроэнергии. Качество электроэнергии определяется состоянием двух основных параметров — частоты и напряжения. Существуют такие их оптимальные значения, при которых создаются наиболее благоприятные условия работы токоприемников, элементов системы и системы в целом. Если же их значения не оптимальны, то это приводит к ухудшению экономичности и надежности работы энергосистемы и ее подсистем электроснабжения потребителей.

Частота является глобальным параметром, влияющим одновременно в разных точках системы на экономичность и надежность самой системы и всех подсистем электроснабжения.

Значения и уровни напряжений в системе играют двоякую роль — как общесистемный фактор, сказывающийся на режиме всей системы или значительных ее частей, и как локальный фактор, влияющий на режим работы отдельного узла и отдельных потребителей.

В первом случае имеется в виду, что уровни напряжения в системообразующей сети влияют на экономичность и надежность ее работы. Во втором случае значение и характер изменения напряжения в каком-либо узле энергосистемы или подсистемы электроснабжения влияет на условия работы примыкающих к этому узлу генераторов, линий передачи и токоприемников.

Качество частоты и напряжения в основном определяются двумя показателями их изменения — *отклонениями* и *колебаниями*. Первые характеризуют относительно длительные и медленные изменения, а вторые — быстрые и чаще всего кратковременные. Кроме этого, качество напряжения зависит от его несимметрии и несинусоидальности (наличия высших гармоник).

Все эти показатели нормируются и если они находятся в норме, то считается, что качество электроэнергии не требует улучшения. Выход любого показателя за пределы норматива приводит прежде всего к экономическому ущербу, а также, в ряде случаев, — к снижению надежности.

Установление нормативов качества электроэнергии означает, что выход за их пределы недопустим по соображениям экономичности и надежности. Но из этого сразу же следует, что причиняемый народному хозяйству при нарушении норматива ущерб заведомо больше затрат на недопущение этого нарушения. Если бы это было не так, то мы имели бы дело с обычной оптимизационной экономической задачей, когда нормативы перестают быть обязательными и допустимость степени их нарушения зависит от соотношения между ущербом и затратами на его предотвращение.

Таким образом, в обычных оптимизационных задачах развития и эксплуатации систем, где предполагаются нормальные условия их эксплуатации, все сравниваемые варианты должны удовлетворять всем нормативам качества электроэнергии, т. е. критерий качества электроэнергии представляется в виде системы ограничений.

Однако в реальных условиях эксплуатации приходится иметь дело с ситуациями, когда нормативы качества электроэнергии по тем или иным причинам нарушаются и требуется выяснить экономические последствия. Эти задачи не относятся к классу оптимизационных и поэтому здесь не рассматриваются. Тем не менее следует подчеркнуть их важность — они оценивают серьезность последствий нарушения норм на качество электро-

энергии, как в смысле экономики (в первую очередь), так и в смысле надежности.

В заключение кратко остановимся на этих нормативах.

Согласно государственному стандарту (ГОСТ 1309—67) «Нормы качества электроэнергии» различают следующие основные характеристики качества частоты и напряжения: отклонения и колебания относительно номинальных значений, а также несимметрию и несинусоидальность напряжения.

Отклонение частоты — средняя разность между номинальной f_n (50 Гц) и фактической f частотами, подсчитанная на отрезке $t=10$ мин. Отклонения f могут приводить к экономическому ущербу на предприятиях за счет снижения количества и качества (в том числе брака) выпускаемой продукции и даже возможного повреждения оборудования. Это особенно относится к таким предприятиям, у которых взаимодействие механизмов и их частей отрегулировано на стандартную частоту. Отклонение f обычно означает ее снижение из-за дефицита мощности в системе и это неблагоприятно не только для токоприемников, но и для электростанций (снижается производительность насосов и вентиляторов, экономичность паровых турбин, а при больших снижениях f возникает опасность повреждения лопаток турбины из-за резонанса).

Допустимые отклонения f нормированы в размере $\pm 0,1$ Гц в нормальных условиях и $\pm 0,2$ Гц кратковременно при условии, что синхронное время будет отличаться от астрономического не более 2 мин. в сутки.

Колебание частоты — разность между наибольшим и наименьшим значениями f при скорости ее изменения не более 0,2 Гц/с. Колебания f допускаются не более 0,2 Гц от нормированных отклонений f . Экономическая роль таких колебаний мала и обычно не учитывается.

Отклонение напряжения ΔU — разность между номинальным U_n и фактическим U напряжениями при скорости изменения U менее 1 %/с.

Ущерб от ΔU считают несущественным, если ΔU не выходит за пределы: — 2,5+5% для освещения, — 5+10% для двигателей, $\pm 5\%$ для других токоприемников, $\pm 7,5\%$ для сельскохозяйственных потребителей.

Колебание напряжения δU — разность между максимальным и минимальным напряжениями при ско-

рости изменения не менее 1 %/с. Считают, что δU до 1,5% не вызывает ущербов.

Несимметрия трехфазного U возникает из-за несимметричной нагрузки фаз однофазными токоприемниками и несимметрии параметров сети. Различают несимметрии параметрическую (практически неизменную во времени) и изменяющуюся во времени. Несимметрия характеризуется отнесенными к U_n значениями напряжений обратной U_2 и нулевой U_0 последовательностей. ГОСТ нормирует их допустимые значения, не вызывающие ущерба.

Несинусоидальность U возникает под влиянием потребителей с нелинейными вольтамперными характеристиками. Несинусоидальность увеличивает потери мощности и энергии, снижает сроки службы оборудования за счет ускоренного старения изоляции, может приводить к ложной работе релейной защиты и автоматики. Несинусоидальность считается допустимой, если действующее значение всех высших гармоник не превышает 5% от действующего значения напряжения основной частоты.

Критерии охраны окружающей среды. Их часто называют экологическими, эколого-экономическими, биосферными или биосферическими. Все эти названия тождественны и означают, как правило, конфликтные ситуации между человеком и природой из-за отрицательного влияния деятельности экономики человеческого общества на окружающую среду, угнетение жизни животного и растительного мира. Различают антропогенное и техногенное воздействия на среду обитания человека. Далее нас будет интересовать второй вид, непосредственно относящейся к энергетике как одной из технико-экономических систем, влияющих на окружающую среду. По мере развития промышленности в последние десятилетия проблема этого влияния и связанные с ней отрицательные, а в ряде случаев губительные последствия стали настолько острыми и тревожными, что эта проблема теперь относится к числу самых важнейших социально-экономических проблем.

Промышленность выбрасывает ежегодно на нашей планете более 100 млн т пыли, 150—200 млн т сернистого ангидрида, 400 млн т оксида углерода, 70 млн т оксидов азота, 5 млрд т углекислого газа, значительное количество канцерогенных веществ. Только отвалы золы от сжигания угля ежегодно составляют до 1—1,5 млрд т.

Современная мощная конденсационная электростанция ежедневно сжигает до 50 тыс. т низкосортного угля с содержанием золы 30—50%. Легко понять последствия этого, если бы на КЭС не было мощной системы золоудаления.

За всю свою историю человечество потребило примерно 550—600 млрд т кислорода, в том числе за последние 50 лет — около 450—500 млрд т. Потребление кислорода в 1980 г. на физиологические процессы человечества составило примерно 1 млрд т, а на сжигание топлива — более 35 млрд т. Природа пока еще справляется с восстановлением кислорода, но при современных темпах роста потребления уже через 50 лет возможно снижение его содержания в атмосфере на 1%, и это может привести к нарастающему нарушению кислородного баланса.

Все сказанное ставит две важнейшие задачи — переход на безотходную технологию, когда практически устраняются вредные отходы и *выбросы* (примером этого служат атомные электростанции) и осуществление мер по уменьшению потребления и регенерации кислорода.

В СССР и странах — членах СЭВ проблема охраны окружающей среды возведена в ранг общегосударственной проблемы и для ослабления и устранения отрицательных последствий влияния экономики на природу выделяются огромные средства. Разрабатывается целая система мероприятий, не остаются без внимания все стороны деятельности человека и созданной им промышленности. Это дает ощутимые результаты, хотя пока острота проблемы полностью не снимается в силу динамического характера развития промышленности, требующего все больших и больших усилий для охраны природы, а также из-за определенным образом ограниченных средств, выделяемых для этой цели. Однако во многих случаях уже удалось преодолеть отрицательные последствия ранее нанесенного природе ущерба. В целом можно констатировать, что у нас в стране отрицательное техногенное воздействие на природу не увеличивается, хотя и не во всех его проявлениях, а в некоторых регионах уменьшается.

Иначе обстоит дело в капиталистическом мире. Хотя в капиталистических странах многие передовые ученые и здравомыслящие люди хорошо понимают необходимость борьбы за сохранение природы и предпринимают

определенные меры, однако хищнический способ ведения капиталистической экономики оказывается сильнее.

Как сообщает печать, крупнейшая река Западной Европы Рейн давно мертва, а на отдельных ее участках в воде содержится такое количество химикатов, что можно проявлять фотопленки. Ежедневно в Рейн сбрасывается более 50 тыс. т вредных жидких отходов. Специальная комиссия установила, что во Франции ежегодно выбрасывается в атмосферу более 30 млн т вредных веществ. Французские реки ежегодно сбрасывают в море 18 млрд м³ сильно загрязненной воды. В воды Средиземного моря ежегодно сбрасывается свыше 100 тыс. т нефти. Вблизи итальянского побережья на каждый квадратный километр поверхности моря приходится 500 л плавающей загустевшей нефти, которая пагубно влияет на все живое в прибрежной части моря, где сосредоточена значительная часть рыбы и моллюсков. По данным журнала «Панорама», один итальянец ежегодно вдыхает в среднем 10 кг цементной пыли. По свидетельству итальянского журнала «Эпока», в Италии каждые две минуты умирает человек, смерть которого была либо прямо вызвана, либо ускорена заражением окружающей среды. Особенно тяжелое положение создалось в больших городах (Лос-Анджелес, Нью-Йорк, Лондон, Токио и др.), где смог (главным образом за счет выхлопных газов автомобилей) стал постоянной и усиливающейся причиной тяжелых заболеваний и гибели людей. Добавим, что в США уже 95% гидрологических бассейнов существенно загрязнены.

Если сравнить природоохранные мероприятия в странах социализма и капитализма, то легко заметить принципиальную разницу. Страны СЭВ обеспечивают 35% мирового промышленного производства и дают лишь 15% выброса загрязнений в окружающую среду. На долю всех развитых капиталистических стран приходится соответственно 50% и 60%. Таким образом, на каждый процент производства в капиталистических странах выбросы в три раза больше, чем в странах СЭВ. Это является следствием самой капиталистической системы, где почти отсутствуют общегосударственные меры по охране природы, поскольку они вступают в противоречие с выгодами предпринимателей. Практически всюду отсутствует плата или иные санкции за загрязнение среды.

Как отмечалось, проблема охраны окружающей среды является одной из важнейших социально-экономических

проблем. Подчеркнем, что речь идет не только об экономических последствиях вредного воздействия на природу, но и самой жизнедеятельности фауны и флоры, включая и человека. Вред, нанесенный среде обитания человека, не может и не должен измеряться только экономическим ущербом. Более того, даже если подходить к проблеме воздействия на природу только с позиций экономического ущерба, то он сам по себе, как правило, превосходит затраты на его предотвращение. Отсюда следует, что экономическое сопоставление затрат на охрану природы с ущербом от недостаточной охраны природы если и возможно, то лишь в ограниченных случаях, при относительно слабом отрицательном воздействии на природу. При этом ущерб оценивается по затратам на восстановление нормального состояния среды. Поэтому задача охраны природы в своей основе обычно формулируется иначе: как с наименьшими затратами обеспечить соблюдение допустимых нормативов отрицательного влияния на среду обитания. В СССР во всех отраслях народного хозяйства, в том числе в энергетике, действует система строго обязательных нормативов, которая по своей идее должна обеспечивать нормальное функционирование среды обитания человека.

Конечно, эта система нормативов по мере развития соответствующих исследований постепенно уточняется и приобретает все более и более обоснованный характер. Для оценки же оптимальных затрат и ресурсов по соблюдению нормативов используются те или иные экономико-математические модели. С их помощью решаются задачи оптимального размещения предприятий и установления ограничений на вредные выбросы. В связи с тем что на природоохранные мероприятия затраты в целом по народному хозяйству хотя и весьма велики, но все же строго ограничены, их определение и распределение по отраслям, регионам и предприятиям в условиях ограниченности всех ресурсов представляет собой очень важную и сложную задачу. Для этой цели разрабатываются различные экономические модели с экологическими блоками как на уровне всего народного хозяйства, так и на уровнях регионов, отраслей и предприятий. Различают два основных типа таких моделей — *имитационные* и *оптимизационные*. На рис. 3.4 показана простейшая укрупненная имитационная модель некоторого региона, где учитывается обратная связь от блока реализации программы природоохранных мероприятий,

с помощью которого выясняются возможности и целесообразность тех или иных экономических мероприятий по снижению техногенных факторов загрязнения. Функционирование модели следует непосредственно из рис. 3.4. С помощью подобных моделей «проигрываются» различные ситуации и вырабатываются соответствующие решения.

Отметим, что более или менее строгие попытки решить оптимизационную задачу техногенного влияния встречают большие трудности и прежде всего из-за

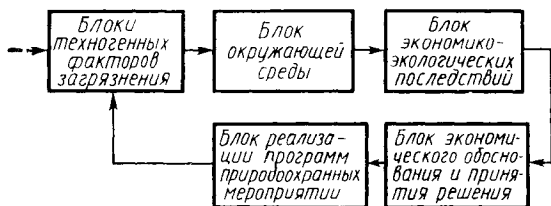


Рис. 3.4

различных характеров экономической функции предприятий с одной стороны и экологических функций среды обитания человека — с другой. Математическая запись этих функций, учитывающих экологический вред от отходов производства и выбросов аэрозолей с учетом более или менее отдаленных последствий является исключительно сложной и эта задача пока решается весьма упрощенно. В настоящее время как в СССР, так и за рубежом разрабатываются различные оптимизационные эколого-экономические модели размещения предприятий. Они обычно преследуют две основные цели: глобальная оценка загрязнения среды для всего региона; оценка загрязнения экологически значимых зон.

Для каждой из целей находится область допустимых решений, удовлетворяющих определенным нормативам загрязнения региона и соответствующих зон. Пересечение этих областей указывает на подобласть субоптимальных решений. Если такое пересечение пусто, то решается задача снижения уровней загрязнения за счет создания дополнительных устройств очистки и улавливания загрязняющих отходов производства.

Известны такие модели, в которых сопоставляются затраты на снижение уровней загрязнения с затратами на восстановление природы, животного и растительного

мира. Однако определение этих затрат на восстановление с учетом ущерба природе в период восстановления является исключительно сложным и в настоящее время выполняется весьма упрощенно, а в ряде случаев — примитивно. Здесь встречается не только теоретическая трудность формирования соответствующих функций экономического вида, но и практическая трудность определения численных значений коэффициентов и параметров этих функций, характеризующих ущерб от угнетения жизни флоры и фауны и вред здоровью людей.

Обращаясь к природоохранным мероприятиям в области энергетики, прежде всего следует указать на одну из важнейших задач, где учет экологии является обязательным. Речь идет о выборе оптимальных мест размещения электростанций, особенно пылеугольных. Эти электростанции в настоящее время в целом по стране выбрасывают в атмосферу большое число вредных газов и аэрозолей. Об этом свидетельствуют следующие данные о вредных выбросах тепловых электростанций в течение года (отнесенные к пылеугольной электростанции мощностью 1000 МВт).

Вредные выбросы	Количество, т
сернистые газы	138 000
диоксид азота	20 900
оксид углерода	500
углеводороды	210
альдегиды	50
золовая пыль	4 500

Попутно заметим, что атомные электростанции практически не имеют аналогичных выбросов.

Энергетика, точнее — теплоэнергетика по количеству вредных выбросов в атмосферу занимает, к сожалению, первое место среди всех отраслей промышленности, о чем свидетельствует табл. 3.2.

Количество вредных веществ, выделяемое при сжигании основных видов топлива, указано в табл. 3.3.

Согласно некоторым исследованиям уровни загрязнения атмосферы мазутом и природным газом относительно угля (1,0) составляют соответственно 0,6 и 0,2. Среди углеводородов (C_nH_m) имеются канцерогенные вещества (особо опасен бензпирен $C_{20}H_{12}$), причем наибольшая их концентрация образуется при сжигании мазута.

Таблица 3.2

Отрасль промышленности	Вредные выбросы, %
Теплоэнергетика (электростанции и котельные)	27
Черная металлургия	24,3
Цветная металлургия	10,5
Нефтедобыча и нефтехимия	15,5
Автомобильный транспорт	13,3
Промышленность строительных материалов	8,1
Химическая промышленность	1,3
Всего	100

Таблица 3.3

Вид топлива	Содержание вредных веществ, мг/м ³				
	SO ₂	NO _x	CO	C _n H _m	пыль, зола, сажа
Уголь	80	14	30	0,06	30
Мазут	70	15	6	0,3	5
Природный газ	0	10	0,5	^	0,5

Отдельные вредные вещества оказывают различное угнетающее действие. Сернистый ангидрид SO₂ в малых концентрациях разрушает слизистую оболочку, а в больших является ядом, в том числе и для флоры, а соединяясь с водой атмосферы образует сернистую кислоту. Оксиды азота (NO_x=NO+NO₂) еще более опасны для животного и растительного мира, а оксид углерода CO является отравляющим газом, нарушает питание организма кислородом и ухудшает сердечно-сосудистую деятельность, а при больших концентрациях вызывает смерть.

Упомянутая задача размещения электростанций с учетом экологического влияния решается пока не в полной мере, так как учет материальных и жизненно важных последствий угнетения среды обитания человека, растительного и животного мира значительно затруднен. Обычно эта задача решается путем экономического сравнения по экологическим и техническим показателям возможных мест размещения. При равных экономических и технических показателях предпочтение отдается

более благоприятным экологическим условиям размещения.

Известны также предложения решать близкую к этой многокритериальную задачу сравнительной оценки ГЭС и КЭС с учетом экологических и других факторов.

ГЛАВА 4

ОБЗОР ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 4.1. Организационная структура управления развитием и проектная документация

Организационная структура управления развитием электроэнергетических систем (ЭЭС) построена на основе функциональной иерархии решаемых задач. На рис. 4.1 представлены основные подразделения, а также вертикальные (сплошные линии) и горизонтальные (пунктирные линии) связи между ними.

Конкретное проектирование осуществляется проектными организациями. Энергосетьпроект (ЭСП) выпол-

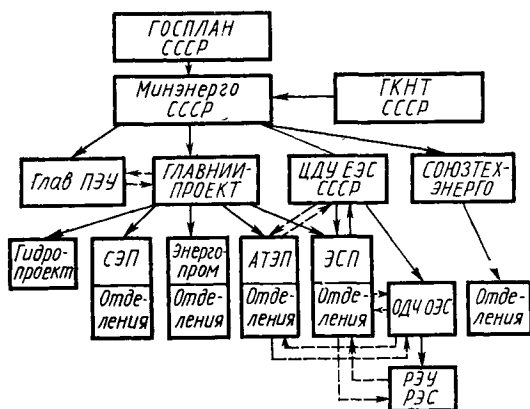


Рис. 4.1

няет проекты развития ЭЭС на всех уровнях, вырабатывает предложения по перспективам развития энергетики, выполняет прогнозные расчеты на отдаленную перспективу. Атомтеплоэлектропроект (АТЭП) выполняет проекты сооружения крупных тепловых (конден-

сационных и атомных) электростанций. ВНИПИ Энергопром выполняет проекты сооружения ТЭЦ и небольших КЭС, а также разрабатывает схемы электроснабжения промышленных предприятий. Гидропроект разрабатывает проекты строительства ГЭС, ГАЭС и других гидротехнических сооружений. Сельэнергопроект (СЭП) выполняет проекты развития сельской электрификации.

Свою работу проектные организации осуществляют в тесном взаимодействии с Центральным диспетчерским управлением (ЦДУ) ЕЭС СССР, Объединенными диспетчерскими управлениями (ОДУ) ОЭС и Районными энергетическими управлениями (РЭУ) РЭС.

Разработка планов развития электроэнергетики представляет собой итерационный процесс. Сначала на верхнем уровне (Госплан СССР) устанавливаются контрольные показатели потребностей электроэнергии в целом по стране и ее регионам, а также другие показатели, характеризующие связи со смежными отраслями. Эти показатели доводятся до соответствующих подразделений (проектных институтов, энергетических управлений).

Показатели потребителей и разрабатываемые на их основе проекты и планы развития энергосистем согласуются с отделами перспективного развития РЭУ и ОДУ, главными управлениями по эксплуатации Минэнерго СССР, ЦДУ ЕЭС СССР. Затем они проходят экспертизу в Главниипроекте, передаются в Главное планово-экономическое управление (ГлавПЭУ) Минэнерго СССР, которое передает согласованные планы и прогнозы развития в Госплан СССР.

Госплан СССР в отраслевых, межотраслевых и сводных отделах увязывает поступающие предложения с планами развития других отраслей страны, согласовывает их с предложениями территориальных и республиканских органов, корректирует данные по потребностям народного хозяйства в энергии, топливе, развитию транспортной сети, по движению трудовых ресурсов, по перспективам материальных ресурсов и возвращает представленные планы на доработку. Проектные материалы могут быть возвращены на доработку в проектные организации с любого этапа согласования. Подготовленные таким итерационным путем решения представляются в директивные органы на утверждение, после чего начинается этап реализации решений.

Для реализации проектных решений в настоящее время используются следующие основные виды исходной проектной документации.

Схема развития отрасли или технико-экономический доклад (ТЭД) по развитию энергетики и электрификации СССР. Это высший в иерархической лестнице этап проекта развития. Соответственно ТЭД охватывает большую группу задач развития: выделяемые размеры ресурсов для развития ЭЭС; перспективы развития топливно-энергетических балансов страны и ее регионов; прогнозное потребление энергии; структура генерирующих мощностей; перспективные параметры энергетических и электротехнических установок; основные принципы развития ЭЭС СССР; развитие средств управления эксплуатацией ЭЭС.

Технико-экономическое обоснование (ТЭО) сооружения энергетического объекта, вошедшего в ТЭД. Наиболее существенными объектами в ЭЭС, по которым составляются ТЭО, являются электрические станции, межсистемные (МСС) и основные системообразующие линии электропередачи, как правило, сверхвысокого напряжения. ТЭО электрической станции включает обоснование площадки сооружения электростанции, сроков строительства, числа и единичной мощности агрегатов, вида топлива, системы водоснабжения и т. д.

Схема развития ЭЭС. В зависимости от уровня иерархии различают задачи разработки схемы развития ЭЭС СССР и ОЭС (на перспективу 10—12 лет), схемы развития РЭС (на перспективу 5 лет), а также схемы развития распределительных сетей. В схемах обосновываются решения по развитию соответствующих электрических сетей, соответствующих средств управления и автоматизации.

Технический проект (ТП). После разработки ТЭО и схем составляет ТП электростанций и сетевых объектов ЭЭС, в которых разрабатываются технические решения по компоновке необходимого оборудования, организации работ по строительству и монтажу, объемам необходимых материальных и людских ресурсов.

Рабочие чертежи представляют собой заключительную стадию проектирования объекта. На этой стадии выполняются чертежи строительных конструкций, энергетического оборудования, указания по их сборке и монтажу.

ТЭД и схемы относятся к так называемым внестадийным работам. Внестадийные работы выполняются один раз в 5 лет. При необходимости производится разработка «уточнений». На основе проведения внестадийных работ плановыми органами составляются титульные списки объектов, подлежащих вводу в планируемый период.

Создание каждого энергетического объекта проходит сложный путь, определяемый сочетанием проектных, исследовательских и производственных мероприятий. Их последовательность, как правило, следующая: проведение научных исследований по разработке нового оборудования и технологии его производства; выбор параметров и конструирование нового оборудования; организация производства и выпуск опытных образцов головных агрегатов, а затем налаживание серийного производства; разработка типового проекта объекта; выполнение ТЭО конкретного объекта; разработка техпроекта объекта; изготовление рабочих чертежей, строительство объекта, монтаж и наладка оборудования.

Сложность решаемых задач вызывает необходимость разработки автоматизированных систем управления

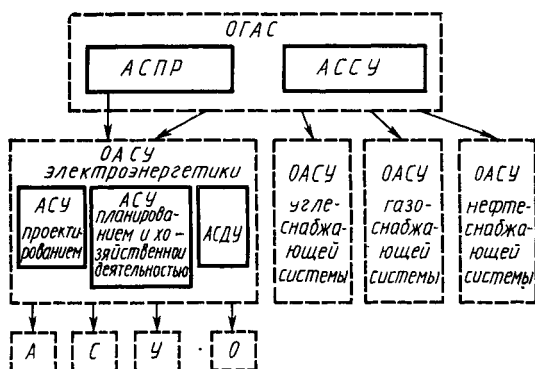


Рис. 4.2

(АСУ) развитием. АСУ можно определить как комплекс мероприятий (в том числе организационно-технических), направленных на использование математических методов и ЭВМ для формализации работ по сбору, переработке и анализу информации и выработке на этой основе оптимальных решений.

Как и вся система народного хозяйства нашей страны, АСУ состоит из ряда иерархически связанных систем. На рис. 4.2 показан состав и связи основных АСУ. На высшем уровне иерархии находится общегосударственная автоматизированная система управления народным хозяйством (ОГАС). Ее основные составные части: автоматизированная система плановых расчетов (АСПР) и автоматизированная система статистического учета (АССУ). Они, в свою очередь, состоят из подсистем, соответствующих отраслям народного хозяйства. Соответственно образуются отраслевые АСУ (ОАСУ). ОАСУ электроэнергетики включает в себя в качестве основных подсистем АСУ проектированием ЭЭС и энергообъектов, АСУ планированием и хозяйственной деятельностью и автоматизированную систему диспетчерского управления (АСДУ). ОАСУ электроэнергетики подразделяется на АСУ энергообъединениями (АСУО) с аналогичными подсистемами. Для АСПР в СССР установлены четыре основных временных разреза: долгосрочное планирование (10—15 лет), среднесрочное планирование (5 лет), краткосрочное планирование (1 год) и текущее управление.

§ 4.2. Иерархия задач развития

Электроэнергетика, будучи сама по себе большой системой, является системой открытого типа, т. е. имеет тесные связи со многими отраслями народного хозяйства. В первую очередь следует отметить связь с топливным хозяйством, поскольку электростанции являются одним из основных потребителей топлива. Связь эта настолько тесная, что можно говорить о существовании единого *топливно-энергетического комплекса* (ТЭК) страны. Из других смежных отраслей наиболее существенными являются транспортная система, энергомашиностроение, электромашиностроение и аппаратостроение. Существенное значение имеет также связь электроэнергетики с окружающей природной средой.

Анализ *больших систем энергетики* (БСЭ) показывает их иерархический характер. Деление БСЭ на подсистемы осуществляется по производственному и территориальному признакам. Подсистемы БСЭ связаны вертикальными (в случае подчиненной связи) и горизонтальными (в случае равнозначного отношения) связями. Можно выделить шесть главных БСЭ: межотраслевую

энергетическую (ТЭК) и входящие в нее отраслевые системы: электроэнергетическая, углеснабжающая, нефтеснабжающая, газоснабжающая и ядерно-энергетическая.

Подсистемы народного хозяйства территориально подразделяются на уровни. В верхнему территориальному уровню относится вся страна, к подчиненным уровням (в порядке возрастания подчиненности) относятся экономические районы, административные области, административные районы. Электроэнергетика также имеет деление по территориальному признаку, ЕЭС СССР состоит из объединенных энергосистем (ОЭС), которые, в свою очередь, состоят из районных энергетических систем (РЭС). РЭС состоят из элементов энергосистем — электростанций, электросетевых объектов. Все это определяет территориальную иерархию ЭЭС.

При решении проблем развития ЭЭС помимо иерархии (производственной и территориальной) следует учитывать их динамический, разворачивающийся во времени характер. При этом особенно важна инерционность, с которой могут быть реализованы принимаемые решения, возрастающая при переходе к задачам развития подразделений более высоких иерархических уровней. Эта инерционность различна для отдельных объектов энергосистем, что объясняется существенными различиями в сроках строительства объектов, которые в среднем составляют 10—15 лет для ГЭС, 8—12 лет для КЭС, 3—5 лет для уникальных и 1—3 года для прочих ЛЭП.

Связи ЭЭС с другими народнохозяйственными подсистемами заставляют учитывать инерционность развития также и других подсистем народного хозяйства. Связь с топливными системами требует учитывать, что время от проведения поисковых работ до полного освоения полезных ископаемых составляет 15—30 лет. Создание новых энергетических комплексов в малоосвоенных районах требует перемещения значительных масс населения, строительства транспортной сети, создания соответствующих бытовых условий для жизни населения. На это требуется значительное время — 15—20 лет. Электроэнергетика требует от энерго- и электромашиностроения новых типов оборудования. Их разработка, изготовление опытных образцов и освоение массового производства занимают порой 5—15 лет.

Указанные обстоятельства заставляют принимать решения заблаговременно. В соответствии с относительной автономностью подсистем электроэнергетики и их производственной и территориальной иерархией, а также временной иерархией принимаемых решений можно выделить ряд относительно самостоятельных задач развития электроэнергетики, имеющих иерархическую структуру. Состав основных типовых задач, характер принимаемых в них решений, сроки и характер взаимного соответствия задач показаны в табл. 4.1, где представлены только основные задачи, главным образом относящиеся к верхним уровням иерархии. Из таблицы видно, что особое положение в иерархической структуре задач развития занимают задачи прогнозирования электропотребления, результаты которого используются во всех задачах развития. В то же время необходимо учитывать, что прогнозы электропотребления и его характеристик имеют значительную неопределенность, резко возрастающую с увеличением срока прогнозирования. В сочетании с инерционностью реализации принимаемых решений (см. выше) это требует при постановке задач выполнения принципа минимальной заблаговременности и использования принципа адаптации решения и скользящего планирования по мере уточнения исходной информации.

Введенная классификация задач позволяет выделить следующие основные задачи по временной иерархии (при этом учитывается принятый в СССР принцип пятилетнего планирования, когда за 1—2 года до конца пятилетки составляют планы развития на следующую пятилетку с определением перспектив развития еще на одну-две пятилетки).

1. *Перспективное прогнозирование на период 20—30 лет вперед.* Здесь определяются принципы и основные направления развития с учетом главных функций системы и перспективы технического прогресса. При таком большом сроке конкретная численная информация оказывается очень приближенной и поэтому математические модели и методы играют лишь вспомогательную роль, а основным инструментом исследования является экспертная оценка.

2. *Долгосрочное планирование на период 10—15 лет вперед.* Применительно к энергосистемам для этого этапа отыскивают целесообразную структуру системы, типы и места размещения **основных электростанций,**

Таблица 4.1

Задача	Производственный и территориальный уровень	Решения, обосновываемые в задаче	Рассматриваемый временной период, лет
1. Прогнозирование нагрузок и электропотребления			
1.1 То же	ЕЭС, страна	Перспективная потребность в электроэнергии. Графики электрической нагрузки	До 25—30
1.2. »	ОЭС, экономический район	Перспективная потребность в электроэнергии. Графики электрической нагрузки. Балансы мощности и энергии	До 20
1.3. »	РЭС	То же	До 10—15
1.4. »	Узел на- грузки	Максимальные нагрузки. Характерные показатели графиков нагрузки	До 10
2. Разработка и создание новых типов генерирующего и электротехнического оборудования	ЕЭС	Новые классы напряжения. Новые типы, единичные мощности и экономические показатели оборудования	10—20
2.1. Разработка			
2.2. Создание опытных образцов			
2.3. Серийное производство			
3. Определение перспективной потребности в основном оборудовании и материалах		Объемы производства генерирующего и электросетевого оборудования по напряжениям, типам и единичным мощностям	
3.1. То же	ЕЭС		10—20
3.2. »	ОЭС		10—15
4. Разработка топливно-энергетического баланса (ТЭБ)		Размеры выделяемых топливных ресурсов, их экономическая	

Продолжение табл. 4.1

Задача	Производственный и территориальный уровень	Решения, обосновываемые в задаче	Рассматриваемый временной период, лет
4.1. То же	ТЭК страны, ЕЭС ТЭК экономического района, ОЭС	оценка, варианты возможной структуры генерирующей мощности	20—25
4.2. »			15—20
5. Определение структуры генерирующих мощностей	ЕЭС	Объемы ввода генерирующих мощностей по типам электростанций	15—20
5.1. То же			
5.2. »	ОЭС	Уточнение решений по структуре	10—15
6. Оптимизация размещения и мощностей электростанций	ЕЭС	Размещение, размеры и ориентировочные сроки ввода мощностей энергокомплексов, ГЭС и ТЭЦ. Районирование сооружения КЭС	15—20
6.1. Размещение энергокомплексов и электростанций			
6.2. Уточнение решений по размещению и мощности вводимых электростанций	ОЭС	Пункты и площадки ввода генерирующей мощности	10—15
7. Оптимизация схем развития электрических сетей	ЕЭС	Варианты развития основной сети ЕЭС, схемы межсистемных связей	10—15
7.1. То же			
7.2. »	ОЭС	Варианты развития	5—10
7.3. »	РЭС		5—10
		Разработка вариантов развития сети РЭС	

классы напряжений и конфигурацию основной системообразующей электрической сети, примерные сроки изменения основной структуры системы. Подобные задачи иногда называют структурными.

3. *Среднесрочное конкретное планирование или проектирование развития на период 5—7 лет вперед.* Для этого этапа определяют конкретные параметры и сроки ввода объектов. Для энергосистем — это станции, подстанции, линии передачи. Такие задачи иногда называют параметрическими.

4. *Краткосрочное планирование и проектирование на период 1—2 года для принятия окончательных решений о начале проектирования и строительства объектов системы и сроках ввода их в эксплуатацию.*

§ 4.3. Содержание планирования и проектирования развития

Планирование развития электроэнергетики имеет специфические особенности. В электроэнергетике планирование — не только экономическая, но и важная физико-техническая задача.

Отметим лишь некоторые основные особенности проектирования развития ЭЭС.

Задачи прогнозирования нагрузок и электропотребления ЭЭС и энергоузлов (см. задачу 1 в табл. 4.1) составляют иерархическую систему прогнозирования для уровней ЕЭС — ОЭС — РЭС — узел с учетом согласования прогнозов для разных уровней иерархии. В зависимости от уровня иерархии используются различные методы прогнозирования. Для крупных подразделений (ЕЭС, ОЭС, РЭС) характерны устойчивые темпы роста и поэтому прогнозирование может быть основано на изучении предыстории, выявлении и экстраполяции тенденций процесса.

Экстраполяция сложившихся тенденций приводит к нарастающей во времени ошибке прогноза вследствие глубоких структурных изменений в народном хозяйстве. Поэтому получила распространение также группа методов эконометрического характера. Эти методы основаны на изучении связи прогнозируемого параметра с показателями развития народного хозяйства, имеющими более устойчивые тенденции или легче прогнозируемые. Последняя группа методов представляется наиболее перспективной и вытесняющей до сих пор распростра-

ненные методы «прямого счета», основанные на применении удельных норм электропотребления на единицу продукции. Они являются довольно наглядными, но обычно страдают неточностью и очень трудоемки, так как помимо прогнозов выпуска продукции большой номенклатуры требуется иметь прогнозы изменения удельных показателей электропотребления.

Задача оптимизации ТЭК (см. задачу 4 в табл. 4.1) выходит за рамки рассмотрения собственно ЭЭС, но ее решение настолько предопределяет пути развития ЭЭС, что должно рассматриваться во взаимосвязи с вопросами развития ЭЭС. *Основным содержанием задачи является оптимизация топливно-энергетического баланса (ТЭБ).* Это означает определение объема топлива (по видам), выделяемого для электроэнергетики и распределение его по районам страны с учетом рационализации топливных перевозок. Здесь же выполняются оценки замыкающих затрат на топливо и электроэнергию.

Задача оптимизации структуры генерирующих мощностей (см. задачу 5 в табл. 4.1) включает определение объемов ввода генерирующей мощности на разных типах электростанций, где используются различные виды топлива. Решается в рамках составления ТЭДов и уточняется при выполнении проектов ЭЭС. Основой является прогноз суточных графиков нагрузки ЭЭС и ОЭС и показатели экономичности и маневренности блоков электростанций различных типов. При решении задачи приходится учитывать значительную неопределенность ряда прогнозных показателей, прежде всего, технико-экономических характеристик генерирующего оборудования, показателей энергетического топлива, характеристики графиков нагрузки. Велико взаимное влияние данной задачи и задачи развития ТЭК. Электроэнергетика является столь крупной составляющей ТЭК, что оптимизацию структуры и ТЭБ необходимо решать путем неоднократной итерационной увязки.

Практически эта увязка идет в два этапа. На первом этапе выполняется грубая оптимизация структуры ЭЭС в задаче оптимизации ТЭК. В данной задаче ОЭС представлена в виде узлов, связанных МСС. На втором этапе производится уточненная оптимизация структуры при фиксированных (на основе расчетов предыдущего этапа) экономических характеристиках топливных связей. На данном этапе учитываются особенности режимов электростанций, эффекты резервов по ОЭС и совмещения графика-

ков нагрузки. Наибольшим уточнениям подвергается пиковая и полупиковая зоны графиков нагрузки.

Задачу оптимизации размещения и выбора мощности электростанций (см. задачу 6 в табл. 4.1) решают после определения структуры генерирующих мощностей, которая дает основу для анализа вопросов размещения и мощности электростанций.

В задаче оптимального размещения и выбора генерирующей мощности вновь сооружаемых и расширяемых электрических станций решаются следующие вопросы: выявляются районы, наиболее благоприятные для сооружения электростанций; определяются пункты и площади оптимального размещения электростанций; оптимизируются установленные мощности и основные технические параметры электростанций (число и единичная мощность блоков, вид топлива, схема техводоснабжения и т. д.); определяются целесообразные сроки ввода блоков электростанций.

Трудности, сопровождающие задачу размещения, определяются обилием факторов, влияющих на экономическую оценку сооружения электростанций. В первых моделях размещения использовалась лишь *энерго-экономическая информация*: число и единичная мощность блоков, вид топлива, вид системы техводоснабжения. Этот вид информации, несомненно, присутствует на всех стадиях анализа, но он образует лишь начальный, первый информационный уровень. Более глубокий анализ показывает, что условия размещения электростанций определяются как связями ЭЭС с другими системами народного хозяйства (транспортом, строительством, сельским хозяйством), так и ее влиянием на окружающую среду.

Совокупность этих параметров можно назвать *инженерно-географической*, так как она определяет как народнохозяйственные связи, так и связи с окружающей средой. Совокупность инженерно-географических параметров целесообразно разбить на несколько *блоков* по смысловому признаку:

1. *Экономико-географический блок*. В него входят параметры, характеризующие население, транспортные связи, характеристики электропотребления, замыкающие затраты на топливо и пр.

2. *Физико-географический блок*. К нему относятся параметры, определяющие рельеф местности, климатические условия. Например, удельный вес сильно пересеченной местности, средняя температура наиболее

холодного месяца, продолжительность отопительного периода и пр.

3. Гидрологический блок. Параметры этого блока определяют условия техводоснабжения электрической станции, такие как модуль стока, испарение с поверхности воды, экономическая оценка воды и т. д.

4. Биogeографический блок. К нему относятся параметры, характеризующие земляные ресурсы и санитарные условия в районе сооружения электрической станции. Например, экономическая оценка пашни, глубина промерзания грунта, относительная влажность воздуха и т. д.

5. Инженерно-строительный блок. Включает в себя параметры, относящиеся к условиям строительства электростанции. Это, например, удельный объем строительно-монтажных работ, стоимость земляных работ и др.

Общее число инженерно-географических параметров составляет несколько десятков. Обилие параметров до последнего времени не позволяло выработать достаточно строгий подход к оптимизации размещения электрических станций. В гл. 6 показаны возможности применения регулярных методов к учету инженерно-географических параметров.

На первом этапе выявления условий сооружения электростанций достаточно находить усредненные значения параметров для сравнительно крупных районов (соизмеримых с административными областями). Совокупность таких параметров образует *второй информационный уровень*.

На следующем этапе, выходящем за рамки ТЭДа и приближающемся к стадии разработки схем, область решений еще более сужается за счет перехода от районов к пунктам сооружения электростанций. При этом привлекаются новые параметры, характеризующие условия сооружения электростанций в пунктах и уточняются ранее усредненные параметры, которые характеризовали районы. Таким образом образуется *третий информационный уровень*. По-видимому этот уровень достаточен для полного решения проблемы размещения электростанций в системном плане и может быть совмещен с разработкой ТЭО сооружения электростанции.

Задачи оптимизации схем развития электрических сетей (см. задачу 7 в табл. 4.1) подчинены иерархической структуре ЭЭС. Их решение разбивают на несколько ста-

дий. На первой стадии оптимизируется развитие основных сетей ЭЭС страны. Сюда относятся МСС, соединяющие ОЭС; наиболее крупные магистральные электропередачи внутри ОЭС; электропередачи, выдающие мощность с наиболее крупных перспективных электрических станций ЭЭС, с номинальным напряжением не ниже 500 кВ. Необходимость сооружения подобных линий электропередач обосновывается в рамках ТЭДа на перспективу 10—15 лет.

Однозначные решения по проектированию конкретных линий электропередачи принимаются только для начальной части этого срока. Для более поздних лет определяются лишь возможные альтернативы. Выбор одной из них производят в ходе реализации решений ТЭДа.

Задачей первой стадии планирования является выявление основных принципов и тенденций формирования основных связей в ЭЭС СССР.

На второй стадии планирования развития электрических сетей ЭЭС рассматриваются электрические сети ОЭС, включающие системообразующие линии электропередачи.

Третья стадия планирования и проектирования включает оптимизацию развития электрических сетей РЭС.

В настоящее время большинство задач развития решают главным образом с помощью оценочных моделей. Однако в ряде случаев можно с несомненной пользой применить оптимизирующие модели. Тенденция углубленной разработки последних и более широкого их применения наблюдается повсеместно, хотя на этом пути предстоит преодолеть еще очень много трудностей.

§ 4.4. Детерминированная линейная модель оптимизации структуры генерирующих мощностей ЭЭС

Первыми и получившими наиболее полную разработку были линейные модели оптимизации развития ЭЭС. Среди них важное место занимает линейная модель оптимизации структуры генерирующей мощности ЭЭС. Значительные сроки оптимизации, наличие сложных технологических связей, обилие оптимизируемых параметров требуют разработки упрощенных моделей. Поэтому наибольшее применение в данной задаче получили линейные модели. Разработка линейных моделей оптимизации

структуры генерирующей мощности ЭЭС прошла два этапа развития.

На первом этапе были заложены принципы формирования линейных моделей ЭЭС [8]. При этом было предложено решение таких вопросов, как эквивалентирование ЭЭС, планирование и учет балансов мощности и энергии, учет некоторых нелинейностей, ограничений по топливным ресурсам, разработка моделей электрических передач.

Второй этап характеризовался усовершенствованиями линейных моделей ЭЭС. К ним относятся учет режима электрической системы методом позонной оптимизации и с помощью характерных суточных графиков нагрузки, методы исследования моделей в условиях неопределенности развития, учет динамики путем поэтапной оптимизации статических моделей с последующей итеративной увязкой их решений, учет связей ЭЭС с отраслями народного хозяйства.

Ниже рассмотрена одна из возможных линейных моделей оптимизации структуры ЭЭС.

Необходимые исходные данные можно разделить на технические и экономические. К первым относятся основные характеристики обобщенных узлов нагрузки: места расположения $e=1, 2, \dots, E$ и мощности P_{eh} в период максимума нагрузки.

Значения величин даются на каждом из интервалов развития $h=1, 2, \dots, H$ периода оптимизации T . При длительности каждого интервала t_h лет имеем
$$\sum_{h=1}^H t_h = T.$$

Для каждого из пунктов потребления считают известной годовую потребность в энергии $\mathcal{E}_{eh}$.

В каждом из эквивалентных узлов могут размещаться электрические станции различных типов $j=1, 2, \dots, J$. К ним относятся конденсационные, атомные, гидравлические и др. По каждому из типов может быть определена предельно допустимая установленная мощность $P_{eji \max}$, которая ограничивается условиями техводоснабжения, санитарными нормами и т. д. Для гидроэлектростанций требуется учитывать ограничения на отпуск энергии с шин $\mathcal{E}_{ejh}$. Требуется также иметь сведения о расположении топливных баз $i=1, 2, \dots, I$ и значениях предельно допустимых уровней $B_{ih \text{ доп}}$ потребления топлива.

Для ЭЭС в целом требуется иметь ориентировочную оценку потерь α_n в электрических сетях в долях суммар-

ного потребления и значения резерва активной мощности на электрических станциях $\alpha_{рез\ h}$ в долях от суммарной установленной мощности. Для станций помимо этого следует иметь сведения о расходе мощности на собственные нужды $\alpha_{сн\ j_i}$ в долях от установленной мощности P_{ejh} , удельном расходе топлива b_{j_ih} и времени использования установленной мощности T_{j_ih} .

Недостатком линейных моделей является отказ от учета ряда фактически имеющих место нелинейностей. В частности, приходится не учитывать зависимость b_{j_ih} и $\alpha_{сн\ j_i}$ от установленной мощности электростанции. Впрочем, некоторые нелинейности все же можно учесть путем определенного усложнения решения.

Ограниченность производственных мощностей энергостроительных организаций заставляет вводить предел по допустимому вводу установленной мощности на электростанциях данного типа $\Delta P_{ej\ доп}$ за один этап развития. К экономическим данным относятся коэффициенты приведения капиталовложений α_{kh} и текущих издержек производства α_{ch} (с учетом нормы эффективности и коэффициентов разновременности). Необходимо также знать удельные капиталовложения k_{ej_i} и эксплуатационные расходы c_{ej_i} на производство электроэнергии (без топливной составляющей) на электростанциях. Для станций надо знать коэффициенты амортизационных отчислений α_{ej_i} в долях от капиталовложений. Топливно-транспортная составляющая затрат определяется на основе известных удельных капиталовложений по добыче и транспортировке $k_{теi}$ и удельной себестоимости добычи и транспортировки $c_{теi}$ топлива из топливной базы i в узел e . Затраты на передачу электрической энергии учитываются приближенно заданием удельных капиталовложений по усилению электрических связей k_{ee} , а также отчислениями от капиталовложений α_{ee} , входящими в себестоимость передачи электроэнергии. Линейная модель реализуется с помощью одного из алгоритмов линейного программирования. Одним из условий задачи линейного программирования является требование неотрицательности переменных. Так как для многих межсистемных связей нельзя заранее указать направление электрического потока, то целесообразно введение для каждого участка двух противоположно направленных потоков мощности $P_{ee\ h}$ и $P_{e\ eh}$. В оптимальном плане один из этих потоков равен нулю, что является следствием неэкономичности встречных перевозок.

Возможно задание предельного значения капиталовложений $K_{h \max}$, осваиваемых на строительстве энергообъектов на этапе h . В качестве критерия оптимальности примем минимум функции приведенных затрат по сооружению и эксплуатации ЭЭС. В соответствии с исходными данными и допущениями приведенные затраты можно записать как сумму трех составляющих:

$$Z = Z_{\text{эс}} + Z_{\text{т}} + Z_{\text{л}}, \quad (4.1)$$

где $Z_{\text{эс}}$ — приведенные затраты по сооружению и эксплуатации электростанций (без топливной составляющей); $Z_{\text{т}}$ — приведенные затраты по добыче и транспортировке топлива; $Z_{\text{л}}$ — приведенные затраты на создание обменных потоков электрической энергии.

Составляющие функции (4.1) определяются следующим образом:

$$Z_{\text{эс}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^I k_{ejl} (P_{ejlh} - P_{ejl,h-1}) + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^I (\alpha_{ejl} k_{ejl} P_{ejlh} + c_{ejl} P_{ejlh} T_{jlh}) \right\}; \quad (4.2)$$

$$Z_{\text{т}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{l=1}^I \sum_{e=1}^E k_{tel} \sum_{j=1}^J b_{jlh} (P_{ejlh} - P_{ejl,h-1}) T_{jlh} + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{l=1}^I \sum_{e=1}^E c_{tel} \sum_{j=1}^J b_{jlh} P_{ejlh} T_{jlh} \right\}; \quad (4.3)$$

$$Z_{\text{л}} = \sum_{h=1}^H \left\{ a_{kh} \sum_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} - P_{ee',h-1} + P_{e'eh} - P_{e'e,h-1}) + \right. \\ \left. + a_{ch} \sum_{ee'} \alpha_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} + P_{e'eh}) \right\}. \quad (4.4)$$

Наличие членов типа $P_{ee'} + P_{e'e}$ в функции (4.4) обеспечивает оптимальность решения. Соотношения (4.2) — (4.4) позволяют учесть существующую часть ЭЭС, если обозначить начальное состояние индексом $h=0$. Экономический функционал (4.1) с помощью представления (4.2) — (4.4) записан в линейной форме относительно переменных.

Минимизация (4.1) производится на области, определяемой следующими условиями.

1. Условия обеспечения требуемой мощности в эквивалентных узлах:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{сн ji}) + \sum_{e'} P_{e'eh} - \sum_{e'} P_{ee'h} \leq P_{eh}, \quad (4.5)$$

$$h = 1, 2, \dots, H; \quad e = 1, 2, \dots, E.$$

2. Условие баланса энергии для каждого узла:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{сн ji}) T_{jih} + \sum_{e'} P_{e'eh} T_{ee'} - \quad (4.6)$$

$$- \sum_{e'} P_{ee'h} T_{ee'} = \mathcal{E}_{eh}, \quad h = 1, 2, \dots, H; \quad e = 1, 2, \dots, E.$$

Здесь время использования максимальной мощности межсистемных связей $T_{ee'}$ определяют заранее, исходя из предполагаемых характеристик передач.

3. Условия предельной мощности и предельной энергии (главным образом для ГЭС) электростанций:

$$P_{ejih} \leq P_{ejih \max}, \quad (4.7)$$

$$e = 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots; \quad i = 1, 2, \dots;$$

$$P_{ejih} T_{ejih} \leq \mathcal{E}_{ejih}, \quad (4.8)$$

$$e = 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots; \quad i = 1, 2, \dots; \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

4. Ограничения по приросту установленной мощности на электростанциях данного типа

$$\sum_{l=1}^I (P_{ejih} - P_{ejih-1}) \leq \Delta P_{ejih \text{ доп}}, \quad (4.9)$$

$$e = 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, \dots; \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

5. Ограничения по использованию некоторых видов топлива:

$$\sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J P_{ejih} T_{jih} b_{jih} \leq B_{ih \text{ доп}}, \quad (4.10)$$

$$i = 1, 2, \dots; \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

6. Условие обеспечения спроса мощности в период максимальных нагрузок:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}}) \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} (1 - \alpha_{\text{сн}ji}) \geq P_h, \quad (4.11)$$

$$h = 1, 2, \dots, H; \quad P_h = (1 + \alpha_{\pi}) \sum_{e=1}^E P_{eh}.$$

7. Аналогичное условие следует записать для энергии

$$(1 - \alpha_{\text{рез}}) \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I P_{ejih} T_{jih} (1 - \alpha_{\text{сн}ji}) \geq \mathcal{E}_h, \quad (4.12)$$

$$h = 1, 2, \dots, H; \quad \mathcal{E}_h = (1 + \alpha_{\pi}) \sum_{e=1}^E \mathcal{E}_{eh}.$$

Отметим, что в неравенствах (4.11), (4.12) $\alpha_{\text{рез}}$, $\alpha_{\text{сн}}$, α_{π} для энергии могут отличаться от соответствующих показателей, введенных для мощности.

8. Возможен учет ограниченности капиталовложений, выделенных для ввода новых энергообъектов:

$$\sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I k_{eji} (P_{ejih} - P_{eji, h-1}) + \sum_{ee'} k_{ee'} (P_{ee'h} - P_{ee', h-1} + P_{ee'h} - P_{e'e, h-1}) \leq K_{h\text{max}}, \quad h = 1, 2, \dots, H. \quad (4.13)$$

Наконец, необходимо учитывать условия неотрицательности приращений мощности

$$\left. \begin{aligned} P_{ejih} - P_{eji, h-1} &\geq 0; \\ P_{ee'h} - P_{ee', h-1} &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Последние условия записывают для всех номеров.

Количество условий (4.14) для реальных задач очень велико. Оно сопоставимо с числом остальных условий. От записи условий (4.14) можно избавиться, если вместо абсолютных значений мощности P ввести их приращения ΔP (типа $\Delta P_{ee'h} = P_{ee'h} - P_{ee', h-1}$). Тогда, учитывая автоматическое требование неотрицательности переменных в задачах линейного программирования, можем не записывать условия (4.14). Разумеется, в функции (4.1) и ограничениях необходимо все мощности выразить через их приращения.

Количество условий (4.2) — (4.14) даже для сильно эквивалентированных систем слишком велико. Поэтому важно так правильно сформировать математическую модель, чтобы не включать в нее лишние связи. Явно неэкономичные топливные и электрические связи следует предварительно отсеивать.

Приведенные соотношения таковы, что не позволяют в пределах линейной модели оптимизировать выработку электроэнергии на электростанциях. Чтобы сохранить линейность функции и ограничений, приходится жестко задавать число часов использования установленной мощности электростанций. Ценой увеличения размерности задачи удается преодолеть этот недостаток.

Пусть необходимо оптимизировать число часов использования в пределах

$$T_{ji \min} \leq T_{ji} \leq T_{ji \max}.$$

Представим установленную мощность электростанции состоящей из двух частей: базисной, имеющей время использования $T_{ji \max}$ и установленную мощность P'_{ji}

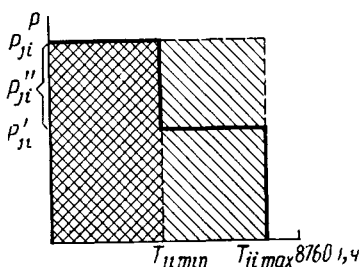


Рис. 4.3

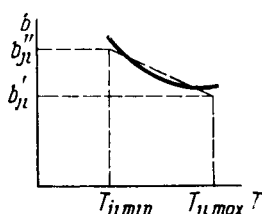


Рис. 4.4

и пиковой, имеющей время использования $T_{ij \min}$ и установленную мощность P''_{ji} так, что $P'_{ji} + P''_{ji} = P_{ji}$. Тогда годовая выработка энергии станций может быть записана следующим образом:

$$P_{ji} T_{ji} = P'_{ji} T_{ji \max} + P''_{ji} T_{ji \min}. \quad (4.15)$$

В выражении (4.15) в условиях нелинейности левой части сохраняется линейность правой.

На рис. (4.3) заштрихованные площадки показывают пределы изменения годовой выработки энергии. Опреде-

ление оптимальных значений P'_{ji} и P''_{ji} означает аппроксимацию годового графика нагрузки электростанций по продолжительности двухступенчатой кривой (см. рис. 4.3). Если заменить мощность электростанции тремя и более переменными, то можно учесть график работы электростанции более точно.

Разделение установленной мощности электростанций на части позволяет также учесть зависимость удельного расхода топлива от времени использования установленной мощности. Способ учета понятен из рис. 4.4. Действительная нелинейная характеристика $b(T)$ при этом линеаризуется, например, по методу наименьших квадратов.

Выше была изложена упрощенная модель структуры генерирующей мощности. В современных постановках [11] модель дополняется соотношениями, учитывающими межсистемный эффект и оптимизирующими выпуск энергоемкой продукции в энергосистемах.

Для задачи оптимизации структуры существенное значение имеет учет режима работы ЭЭС. Для этого применяется метод позонной оптимизации [20]. Сущность метода заключается в следующем. Суточный и годовые графики нагрузки ЭЭС по продолжительности представляют как совокупность определенного числа зон с заданным временем использования t_l и T_l соответственно и мощностью P_l , где l — индекс номера зоны. Обычно в графике выделяют три зоны: базисную, полупиковую и пиковую, как показано на рис. 4.5. К уже введенным ограничениям (4.5) — (4.14) добавляются условия вписывания оптимизируемых мощностей в зоны графика нагрузки ЭЭС. Для каждой из зон составляют условия обеспечения заданной мощности:

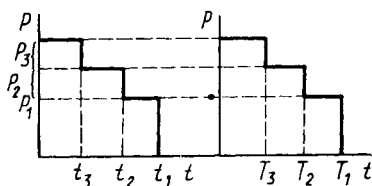


Рис. 4.5

Здесь $\{j_l\}$ — множество индексов типов станций, вписываемых в зону l графика.

$$(1 - \alpha_{\text{рес}l}) \sum_{j \in \{j_l\}} \sum_{i=1}^E \sum_{l=1}^I P_{ejlh} (1 - \alpha_{\text{сн}jl}) \geq P_{lh}, \quad (4.16)$$

$$l=1, 2, \dots; \quad h=1, 2, \dots, H.$$

Здесь $\{j_l\}$ — множество индексов типов станций, вписываемых в зону l графика.

Условия (4.16) записывают вместо условий (4.11). Условия баланса энергии записывают как условия обеспечения баланса энергии по зонам:

$$(1 - \alpha_{\text{рез}l}) \sum_{j \in \{j_l\}} \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^I P_{ejlih} T_{jih} (1 - \alpha_{\text{сн}jl}) \geq \partial_{lh}, \quad (4.17)$$

$$l = 1, 2, \dots; \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

Станции с лимитируемыми энергоресурсами (ГЭС, ГАЭС) также должны быть вписаны в суточный график нагрузки ЭЭС:

$$\sum_l P_{ejln} T_{ejh\text{сут}} \leq \partial_{ejh}^{\text{сут}}. \quad (4.18)$$

Модель (4.1) — (4.18) содержит условия связи и ограничения всех видов и ее рассматривают как общую задачу *линейного программирования*. Схематически она может быть записана так:

$$F = C_{\text{тр}} X \rightarrow \min; \quad (4.19)$$

$$A_1 X = B_1; \quad (4.20)$$

$$A_2 X \geq B_2; \quad (4.21)$$

$$0 \leq X \leq X_{\text{max}}. \quad (4.22)$$

Здесь C — вектор коэффициентов минимизируемого функционала F ; X — n -мерный вектор оптимизируемых параметров; A_1 и A_2 — матрицы коэффициентов в условиях связи и ограничениях; B_1 и B_2 — соответственно m и $(p-m)$ -мерные неотрицательные векторы правых частей условий связи (4.20) и ограничений (4.21); X_{max} — вектор максимально допустимых значений параметров.

Методика решения общей задачи линейного программирования подробно описана в литературе [16].

Кратко схему решения можно представить следующим образом.

1. Вводя дополнительные неотрицательные переменные

$$x_{n+l}, \quad i = 1, 2, \dots, p-m, \quad p-m+1, \dots, n+p-m,$$

обращаем ограничения — неравенства (4.21) и (4.22) в равенства. Например,

$$-x_{n+l} + \sum_{j=1}^n a_{m+l,j} x_j = b_{m+l}, \quad i = 1, \dots, p-m;$$

$$-x_{n+p-m+j} + x_j = x_{j\text{max}}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Дополнительные переменные не входят в выражение для минимизируемого функционала, поэтому полученная стандартная форма задачи имеет вид

$$F = C_{\text{тр}} X \rightarrow \min; \quad (4.23)$$

$$AX_n = B; \quad (4.24)$$

$$X_n \geq 0. \quad (4.25)$$

Здесь $X = \begin{bmatrix} X \\ X_d \end{bmatrix}$ — вектор, состоящий из векторов

исходных и дополнительных переменных; $B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ X_{\max} \end{bmatrix}$ —

вектор компонентов всех правых частей.

2. Находим начальное базисное решение стандартной задачи линейного программирования (4.23) — (4.25). Для этого составляем вспомогательную задачу линейного программирования путем введения вспомогательных неотрицательных переменных z_j , $j = 1, 2, \dots, n+p$. Их количество равно числу ограничений равенств стандартной задачи (4.23) — (4.25).

Вспомогательная задача формулируется как задача нахождения минимума функции

$$\Phi = \sum_{j=1}^{n+p} z_j \rightarrow \min \quad (4.26)$$

при условиях $Z + AX_n = B; \quad (4.27)$

$$Z \geq 0; X_n \geq 0. \quad (4.28)$$

Начальное базисное решение вспомогательной задачи следующее:

$$Z = B; X_n = 0.$$

Решение вспомогательной задачи может быть выполнено симплекс-алгоритмом. В результате последовательного применения симплекс-алгоритма из базиса должны быть выведены все вспомогательные переменные вида z_j . При этом будет получено оптимальное решение $\Phi_{\text{опт}} = 0$ вспомогательной задачи. Ненулевое значение $\Phi_{\text{опт}} \neq 0$ означает, что исходная задача линейного программирования не имеет решения. Следовательно, либо исходные условия задачи сформулированы некорректно, либо в решении допущена ошибка.

3. Оптимальное решение вспомогательной задачи дает начальное базисное решение основной задачи, приведенной к стандартному виду. Последовательно применяя симплекс-алгоритм к основной задаче, определяем ее оптимальное решение.

§ 4.5. Модель динамического программирования для размещения и выбора мощностей тепловых электрических станций

После оптимизации структуры ставится задача оптимального размещения электрических станций, где определяются установленные мощности, очередность и сроки ввода основного генерирующего оборудования. Данная задача является динамической, многопараметрической, требует учета топливных и электрических связей. Поэтому при ее решении широко используется метод декомпозиции, заключающийся в разделении сложной задачи на ряд относительно самостоятельных задач. Применение метода декомпозиции позволяет решать отдельно задачи оптимизации размещения генерирующих мощностей и электрической сети. Это объясняется различием в сроках оптимизации (10—12 лет для электростанций и 4—5 лет для сетевых объектов).

Применение линейных моделей для решения поставленной задачи имеет существенные недостатки, которые могут приводить к неверным решениям. Главным из них является практическая невозможность в рамках линейной модели учесть нелинейность и дискретность основной характеристики — затрат на сооружение электри-

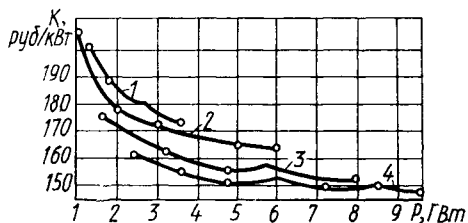


Рис. 4.6

ческой станции. Из рис. 4.6 видно, что удельные капиталовложения по сооружению электростанции уменьшаются с увеличением их установленной мощности (номера характеристик на рисунке относятся к блокам К-300, К-500; К-800 и К-1200 соответственно установленной мощности).

Более точной является модель динамического программирования (ДП) [4]. Эта модель опирается на

принцип оптимальности, введенный впервые Р. Беллманом*. Он формулируется так: оптимальная стратегия обладает тем свойством, что каковы бы ни были начальное состояние и принятое начальное решение, последующие решения, должны составлять оптимальную стратегию относительно состояния, возникшего в результате первоначального решения.

Метод ДП с успехом применяется для оптимизации аддитивных функций, т. е. функций, представленных в виде суммы функций оптимизируемых параметров. Например, требуется определить оптимальную стратегию ввода генерирующих мощностей P_j на J электрических станциях ($j=1, 2, \dots, J$) системы. Пусть критерием оптимальности является минимум приведенных затрат Z по заданному суммарному вводу установленной мощности $P_{\Sigma \max}$ на всех станциях. Тогда математически задача формулируется так. Найти минимум функции

$$\min Z(P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_J) \quad (4.29)$$

при выполнении условия связи

$$\sum_{j=1}^J P_j = P_{\Sigma \max}. \quad (4.30)$$

Заметим, что в оптимальном плане некоторые значения могут оказаться равными нулю, что означает нецелесообразность строительства электрической станции в соответствующих пунктах. Аддитивность функции (4.29) означает возможность ее записи в виде

$$Z(P_1, P_2, \dots, P_J) = \sum_{j=1}^J g_j(P_j). \quad (4.31)$$

Здесь $g_j(P_j)$ — приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию электрической станции j .

Одной из основных идей ДП является замена однократной оптимизации функции многих переменных многократной оптимизацией функций одной переменной (в некоторых случаях двух-трех). В данном примере это означает замену однократной оптимизации функции (4.29) многократной оптимизацией функций $g_j(P_j)$ одной переменной. Для осуществления этой идеи и требуется аддитивность функции (4.29).

* Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. — М.: Наука, 1965. — 458 с.

Процесс оптимизации разворачивается по шагам, соответствующим значениям независимого параметра j . В нашем случае этот параметр принимает дискретные целочисленные значения $j=1, 2, \dots, J$. В данной задаче установленные мощности электрических станций также могут принимать лишь дискретные значения P_j , соответствующие количеству введенных блоков на станции. Подобные задачи относятся к классу задач дискретного ДП.

Для облегчения понимания механизма метода динамического программирования рассмотрим упрощенный числовой пример задачи размещения электростанции и определение ее мощности.

Пусть необходимо определить наивыгоднейшие мощности новых электростанций, которые могут сооружаться в четырех пунктах $j=1, 2, 3, 4$, и установить суммарную генерирующую мощность $P_{\Sigma \max} = \sum_{j=1}^4 P_j = 4_{\text{отн.ед}}$, причем мощность каждой электростанции ограничена сверху:

$$P_j \leq 4, \quad j=1, \dots, 4.$$

В качестве критерия оптимальности выберем минимум приведенных затрат по сооружению и эксплуатации электростанций:

$$\min Z = \min \sum_{j=1}^4 g_j(P_j),$$

где $g_j(P_j)$, $j=1, \dots, 4$ — известные функции приведенных затрат по каждой электростанции. Пусть также мощно-

Таблица 4.2

j	Значение P_j				
	0	1	2	3	4
1	0	10	20	25	30
2	0	8	22	26	29
3	0	7	16	29	34
4	0	6	13	24	31

сти электростанций изменяются дискретно с шагом 1. Исходные экономические характеристики — затраты $g_j(P_j)$ приведены в табл. 4.2.

Процесс оптимизации разворачивается по шагам, соответствующим возрастающему количеству рассматриваемых электрических станций. Геометрическая иллюстрация применения метода показана на рис. 4.7 и 4.8. На первом шаге рассматривается часть системы, состоящая из одного пункта возможного сооружения электрической

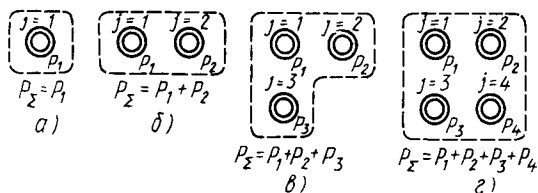


Рис. 4.7

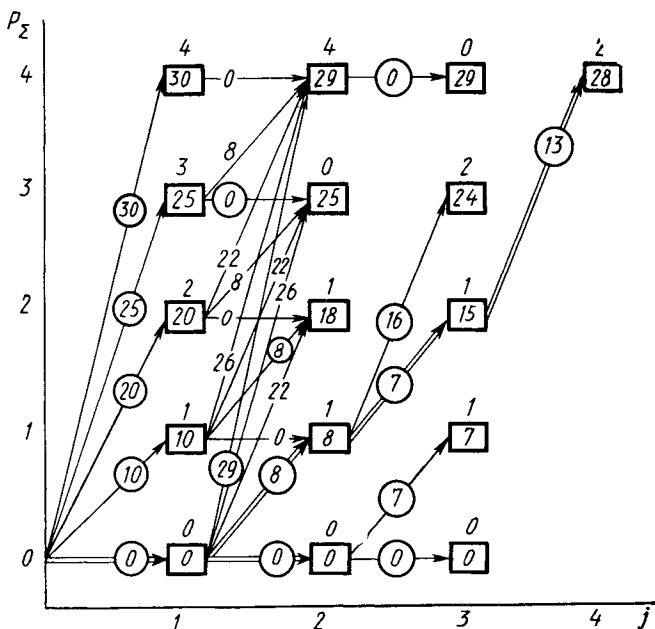


Рис. 4.8

станции (рис. 4.7, а). Рассмотрим все возможные стратегии развития такой «системы» мощностью P_{Σ} , меняя значение мощности станции в первом пункте P_1 во всем возможном диапазоне. Соответствующие значения затрат

обозначим f_1 . Так как «система» состоит лишь из одной электростанции, то можно записать.

$$f_1(P_2) = g_1(P_1), \quad (4.32)$$

$$P_2 = P_1; \quad 0 \leq P_2 \leq P_{2\max}.$$

Здесь f_1 — условно-оптимальное значение затрат первого шага; P_2 — параметр состояния системы; P_1 — значение переменной на первом шаге.

Как видно, на первом шаге нет собственно оптимизации. Тем не менее данные результаты нужны для последующих шагов. Чтобы унифицировать запись промежуточных результатов, составим для первого шага табл. 4.3.

Таблица 4.3

P_2	0	1	2	3	4
$f_1(P_2)$	0	10	20	25	30
$P_{1y.o.}$	0	1	2	3	4

Примечание. $P_{1y.o.}$ — условно-оптимальная мощность электростанции в первом пункте.

Перейдем ко второму шагу. Рассмотрим систему, состоящую из двух пунктов сооружения электростанций $j=1, 2$ (рис. 4.7, б). Снова поставим задачу определения минимальных затрат по системе мощностью P_2 для всевозможных значений этого параметра состояния. Очевидно

$$f_2(P_2) = \min_{P_1, P_2} [g_1(P_1) + g_2(P_2)].$$

Как видим, минимизацию необходимо выполнять по двум переменным P_1 и P_2 . Однако, используя результаты расчетов на первом шаге, сведем задачу к минимизации функции от одной переменной. Так как $P_1 = P_2 - P$, а $g_1(P_1) = f_1(P_1) = f_1(P_2 - P_2)$, то

$$f_2(P_2) = \min [g_2(P_2) + f_1(P_2 - P_2)]. \quad (4.33)$$

При этом $0 \leq P_2 \leq P_2; \quad 0 \leq P_2 \leq P_{2\max}.$ (4.34)

Результаты оптимизации запишем в табл. 4.4

Геометрическая интерпретация процесса оптимизации изображена на рис. 4.8. В прямоугольниках даны значе-

ния условно-оптимальных затрат на каждом шаге оптимизации. Цифры над прямоугольниками показывают условно оптимальные мощности в соответствующих пунктах. Стрелки иллюстрируют приращения мощности по сравнению с состояниями на предыдущем шаге (т. е. мощность в последнем рассматриваемом на данном шаге

Таблица 4.4

P_2	0	1	2	3	4
$f_2(P_2)$	0	8	18	25	29
$P_2^{y.o}$	0	1	1	0	4

пункте). Числа на стрелках указывают затраты по вводу мощности в последнем рассматриваемом пункте, в том числе в кружках — затраты условно-оптимального плана.

Рассмотрим, например, оптимизацию для $P_x=2$ на втором шаге $j=2$. В соответствии с соотношениями (4.33) и (4.34)

$$f_2(P_x=2)=$$

$$= \min \begin{cases} g_2(P_2=0) + f_1(P_x - P_2 = 2 - 0 = 2) = 0 + 20 = 20; \\ g_2(P_2=1) + f_1(P_x - P_2 = 2 - 1 = 1) = 8 + 10 = 18; \\ g_2(P_2=2) + f_1(P_x - P_2 = 2 - 2 = 0) = 22 + 0 = 22. \end{cases}$$

Выбор из трех возможных стратегий показан стрелками на рис. 4.8. Очевидно нет нужды запоминать неудачные стратегии $P_2=0$ и $P_2=2$. В то же время, следует запомнить условно-оптимальную стратегию ввода мощности $P_2=1$ (стрелка с цифрой 8 в кружке на рис. 4.8). Рассмотрим как применяется принцип оптимальности Беллмана для выбора условно-оптимальных траекторий на третьем и последующих этапах. Если система из двух пунктов $j=1, 2$ имеет мощность $P_x=2$ (начальное состояние), то каковы бы ни были мощности в пунктах $j=3, \dots$, (каково бы ни было принятое начальное решение), мощности в пунктах $j=2$ и $j=1$ должны быть оптимальны (последующие решения должны составлять оптимальную стратегию возникшего состояния). Применение принципа оптимальности на каждом следующем шаге позволяет предельно упростить процесс оптимизации.

Оптимизирующее соотношение записывают одинаково для каждого шага оптимизации, начиная со второго:

$$f_j(P_{\Sigma}) = \min [g_j(P_j) + f_{j-1}(P_{\Sigma} - P_j)]; \quad (4.35)$$

$$0 \leq P_2 \leq P_{\Sigma}; \quad 0 \leq P_{\Sigma} \leq P_{\Sigma \max}. \quad (4.36)$$

Для последнего шага следует учесть, что $P_{\Sigma} = P_{\Sigma \max}$. По результатам оптимизации на третьем шаге составим табл. 4.5.

Таблица 4.5

P_{Σ}	0	1	2	3	4
$f_3(P_{\Sigma})$	0	7	15	24	29
$P_3^{y.o}$	0	1	1	2	0

На последнем шаге для $P_{\Sigma \max} = 4$ имеем $f_4(4) = 28 = \min 3$, $P_4^0 = 2$ (P_4^0 — оптимальная мощность электростанции $j=4$).

Оптимальное решение получаем так называемым обратным ходом. Табл. 4.5 содержит условно-оптимальные планы для системы, состоящей из пунктов $j=1, 2, 3$. Так как суммарная установленная мощность в оптимальном плане равна $P_{\Sigma j=1,2,3} = P_{\Sigma} - P_4^0 = 2$, то из табл. 6.4 имеем $P_3^0 = 1$. Аналогично из табл. 4.4 для $P_{\Sigma j=1,2} = P_{\Sigma j=1,2,3} - P_3^0 = 1$ имеем $P_2^0 = 1$. Следовательно, мощность первой станции равна нулю (в табл. 4.3 имеем $P_{\Sigma j=1} = P_{\Sigma j=1,2} - P_2^0 = 0$).

Для упрощения на рис. 4.8 для шагов $j=3, 4$ показаны лишь условно-оптимальные стратегии. Оптимальная стратегия, соответствующая абсолютному минимуму, показана жирными стрелками.

Сокращение количества расчетов в методе ДП по сравнению с простым перебором может быть очень существенным. Поясним это на примере. Пусть в задаче ДП выполняется n -шаговая оптимизация, причем на каждом шаге рассматривается m состояний переменной. Тогда число элементарных расчетов составит $m^2 n$, так как на каждом шаге для каждого из m состояний необходимо проанализировать m состояний предыдущего шага. Если же использовать простой перебор вариантов, то их число составит m^n . Таким образом, преимущество многошаго-

вой оптимизации заключается в том, что число элементарных расчетов зависит линейно от количества шагов, а не находится в степенной связи, как при простом переборе.

§ 4.6. Современные тенденции в моделировании развития генерирующих мощностей ЭЭС

Разбивка периода оптимизации на ряд интервалов, т. е. учет динамики развития, приводит к резкому возрастанию трудоемкости вычислительного процесса оптимизации. В то же время, отказ от учета динамики в большинстве задач дает существенные погрешности в решениях. Приближенную оценку влияния динамики на качество принимаемых решений можно получить, сопоставляя доли совпадающих объектов при статических и динамических расчетах. Опыт выполнения таких сопоставлений [3] для задач развития ОЭС показывает, что различия в составе объектов достигают 30—40%. При анализе динамики следует учитывать влияние как прямых, так и обратных временных связей.

Учет прямых временных связей означает учет влияния предшествующих этапов развития на последующие, а обратных (т. е. связей последствий) и более поздних этапов на предшествующие. Наиболее трудную задачу представляет собой учет связей последствий. Рассмотрим применяющиеся подходы к учету динамики.

При записи оптимизируемых параметров объектов через приращения для каждого этапа h имеем

$$x_{ih} = x_{i,h-1} + \Delta x_{ih}.$$

Для унификации записи параметров, относящихся к одному периоду развития, обозначим индексом d производительность действующей к началу этапа h части объекта $x_{i,h-1} = x^d_{ih}$, а индексом n — производительность новой части объекта $\Delta x_{ih} = x^n_{ih}$. Введем понятие вектора X_h параметров действующих и новых частей объектов на этапе h .

Тогда совокупность уравнений, характеризующих технологические и территориальные связи баланса производства, распределения и потребления сырья и продукции для каждого этапа h может быть записана в матричном виде:

$$A_h X_h = B_h. \quad (4.37)$$

Эти условия должны быть дополнены условиями связи между переменными смежных этапов. Для первого этапа по каждому объекту имеем известную производительность к началу периода оптимизации:

$$x_{i1}^A = R_{i0}, \quad (4.38)$$

а для следующих этапов — соотношения типа

$$x_{ih}^A = x_{i,h-1}^A + x_{i,h-1}^H. \quad (4.39)$$

Обозначив часть линейного критерия оптимальности, относящуюся к этапу h , как $C_{h \text{ тр}} X_h$, запишем структурную форму задачи в виде табл. 4.6.

Таблица 4.6

Блоки	Этапы периода оптимизации	Функционал модели по этапам					Ограничение
		$C_{1 \text{ тр}} X_1$	$C_{2 \text{ тр}} X_2$	...	$C_{N-1, \text{ тр}} X_{N-1}$	$C_{N, \text{ тр}} X_N$	
Статические по этапам периода оптимизации	1	$A_1 X_1$					B_1
	2		$A_2 X_2$				B_2
	...	...	...		...	...	...
	$N-1$				$A_{N-1} X_{N-1}$		B_{N-1}
	N					$A_N X_N$	B_N
Динамические	1	x_1^A					R_0
	2	$-x_1^A x_1^H + x_2^A$					0
	3		$-x_2^A - x_2^H +$	...			0
	...	...	...		...	...	...
	$N-1$			...	$+ x_{N-1}^A$		0
	N			...	$-x_{N-1}^A - x_{N-1}^H + x_N^A$		0

Рассматриваемый способ [11] записи условий связи является более громоздким, чем модель, приведенная в § 4.4. Однако он хорошо поясняет структуру модели. Как видно из табл. 4.6, модель состоит из блоков, относящихся к определенным этапам (статических блоков) и блока, связывающего между собой отдельные этапы (динамического блока). Наличие динамического блока заставляет

решать всю задачу в целом, что крайне неудобно из-за большой размерности задачи.

Анализируя запись модели в виде табл. 4.6, можно заметить, что непосредственные связи между отдельными временными блоками существуют лишь для смежных этапов времени. Введя промежуточные переменные $z_{j,h-1}$, означающие производительность объекта j в начале этапа h , можно представить условия связи смежных этапов следующим образом:

$$x_{i,h-1}^A + x_{i,h-1}^H - z_{i,h-1} = 0, \quad (4.40)$$

Соответствующая модель показана в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Этапы периода оптимизации	Функционал модели по этапам						Ограничение		
	$C_{1,тр}$	x_1	$C_{2,тр}$	x_2	...	$C_{N-1,тр}$		x_{N-1}	$C_{N,тр}$
1	A_1 x_1^A $-x_1^A$ x_1^H $+Z_1$								B_1 R_0 0
2		$-Z_1^+$	A_2 x_2^A $-x_2^A$ x_2^H $+Z_2$						B_2 0 0
...	...		...		...	...		...	...
N-1						A_{N-1} x_{N-1}^A $-Z_{N-2}^+$ $+x_{N-1}^A$ $-x_{N-1}^A$ $-x_{N-1}^H$ $+Z_{N-1}$			B_{N-1} 0 0
N							A_N x_N^A $-Z_{N-1}^+$ $+x_N^A$		B_N 0

Для решения полученной линейной модели применимы методы *блочного программирования**. Рассмотрим один из возможных подходов к решению сформулированной выше задачи [11].

Выполняют итеративное решение динамической задачи как ряда статических. Каждая итерация состоит из

* Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании.— М.: Советское радио, 1966.— 326 с.

двух этапов последовательного решения статических задач. На первом этапе выполняют прямые связи, учитывающие влияние решений, принимаемых на предшествующих этапах, на последующее функционирование системы. Тем самым обеспечивается сбалансированное развитие системы в течение всего периода оптимизации. Решение статических задач первого этапа позволяет определить условно-оптимальные оценки производительности объектов z_{ih}^{yo} . Для последнего этапа H определяется эффективность φ_{iH} каждого объекта как замыкающая оценка. Для получения аналогичных оценок на промежуточных этапах выполняют оптимизацию «ходом назад». В результате выявляются *обратные связи* системы, отражающие влияние последующих условий на оценку качества принимаемых заблаговременно решений. Тем самым обеспечивается оптимальность принимаемых решений.

Учет обратных динамических связей позволяет получить условно-оптимальные экономические оценки φ_{ih} , $h = H-1, \dots, 2, 1$ эффективности выбранных вариантов объектов. Здесь принципиально важно, что экономические последствия ввода новых объектов могут быть оценены только в условиях их использования на последующих этапах периода оптимизации в соответствии с вновь появляющимися объектами.

Полученные на одной итерации условно-оптимальные решения оценивают экономические последствия ввода объектов на каждом этапе. Точнее, полученные экономические оценки φ_{ih} справедливы лишь в некоторых диапазонах варьирования производительности:

$$\underline{z}_{ih} \leq z_{ih} \leq \bar{z}_{ih}. \quad (4.41)$$

Поэтому при выходе ряда параметров за пределы диапазона (4.42) требуется выполнение следующей итерации, на которой в качестве исходной информации используют рассчитанные экономические показатели развития объектов.

Детерминированные модели оптимизации развития ЭЭС исторически явились первыми оптимизационными моделями и достигли наиболее детальной разработки. В то же время им присущи следующие недостатки:

— детерминированный подход искажает понимание реальных процессов развития, определяя их как строго однозначные. То же относится и к способам представле-

ния исходной информации, которая в реальных задачах часто носит выраженный вероятностный и неопределенный характер;

— затруднено выявление решений, близких к формально-оптимальным;

— решения принимаются по одному критерию оптимальности (обычно по минимуму приведенных затрат). В результате они оказываются плохо приспособлены к изменению условий развития;

— точность детерминированных расчетов одинакова для ближайших и удаленных периодов, что не соответствует возрастающей во времени степени неопределенности условий развития;

Детерминированные модели не учитывают вероятностный характер природных явлений (температура окружающего воздуха, водоток рек и т. д.), что может приводить к просчетам в решениях.

Поэтому в последнее время прикладываются значительные усилия для разработки моделей ЭЭС, учитывающих вероятностные и неопределенные условия их развития.

Для задач оптимизации структуры генерирующих мощностей ЕЭС значительным достижением явилось создание программно-информационного комплекса СОЮЗ*. Основные особенности подхода, предлагаемого авторами комплекса, следующие:

— учет неопределенности внешних условий развития выполняется на основе выделения представительных сочетаний исходных условий $y_s, s = 1, \dots, S$, как «сквозных стратегий» развития;

— ставится задача определения рациональных диапазонов мощностей x_j каждой группы оборудования j :
 $x_{j \text{ рац}}^{\min} \dots x_{j \text{ рац}}^{\max}$;

— в экономический функционал вводится стоимость подстроечных мероприятий z_k по повышению пропускных способностей ВЛ, демонтажу и установке нового генерирующего оборудования и т. д.;

оптимизация структуры генерирующих мощностей выполняется сразу на всем множестве условий развития из области неопределенности.

* Труфанов В. В., Ханаев В. А. Выбор рациональной структуры генерирующих мощностей ЕЭС по типам оборудования с формализованным учетом неоднозначности исходной информации. — Электрическое моделирование, 1984, № 6.

Минимизируемый функционал имеет вид:

$$\min_{x_j, z_k} \sum_t \bar{Z}_{st}(x_{j,t-1}, x_{jt}, y_{st}, z_{kt}).$$

Метод получения оптимального решения близок к двухэтапной стохастической постановке Данцига — Маданского * решения задачи линейного программирования с тем отличием, что для первого этапа развития не принимают однозначного решения, а выбирают диапазоны значений основных переменных. Несмотря на значительную размерность задачи удается существенно сократить время на вычисления за счет отказа от применения традиционного симплекс-метода решения задачи линейного программирования. В комплексе СОЮЗ используется метод вспомогательных функций **.

На следующем иерархическом уровне — оптимизация мощности размещения генерирующих источников — учет неопределенности исходной информации становится еще более актуальным. Это обуславливает необходимость применения статистических методов исследования и оптимизации.

ГЛАВА 5

МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАГРУЗОК И ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ В ЭЭС

§ 5.1. Общая характеристика методов прогнозирования нагрузок и электропотребления

Одной из задач оптимизации развития ЭЭС является *прогнозирование нагрузок и электропотребления*.

Окончательное решение задачи не может быть получено только формализованными методами. Однако последние могут использоваться в качестве мощного средства, облегчающего переработку больших объемов информации. Формализованные методы могут неплохо приближать устойчивую составляющую изменения прогно-

* Юдин Ю. Д. Математические методы управления в условиях неполной информации (задачи и методы стохастического программирования) — М.: Сов. радио, 1974. — 400 с.

** Поляк В. Г., Третьяков Н. В. Об одном методе линейного программирования и его экономической интерпретации. — Экономика и математические методы, 1972. Т. 8. Вып. 5. С. 740—752.

зируемых показателей. Однако они плохо оценивают качественные изменения в характере нагрузок. Такие изменения могут быть предсказаны с привлечением экспертных оценок специалистов различных отраслей энергетики.

Сложность прогнозирования особенно возрастает из-за необходимости учитывать не только рост потребления, но и возможности его покрытия. В настоящее время инженеры, занимающиеся проектированием развития электрических систем, вынуждены тратить на составление балансов мощности и энергии примерно половину своего времени. Широкое внедрение машинных методов прогнозирования и особенно алгоритмов и программ моделирования графиков нагрузки позволит существенно сократить время выполнения балансов и повысить качество прогнозов.

Один из способов упрощения задачи прогнозирования заключается в разделении ее на составные части. Используя иерархическое строение ЭЭС, ставят как относительно самостоятельные задачи прогнозирования потребления для ЭЭС страны и ее подразделений: (ОЭС, РЭС) и входящих в них энергоузлов.

Задача прогнозирования нагрузок и электропотребления на основе изучения и *экстраполяции предыстории* состоит из трех этапов.

1. Описание динамического ряда прогнозируемого показателя. Обычно это описание сводится к выявлению тенденции тренда изменения показателя на основании имеющихся сведений о таких изменениях в прошлом. Подобную процедуру называют *сглаживанием динамического ряда*. Для сглаживания обычно используют некоторые известные математические функции, например, многочлены. Эти моделирующие функции называют *предикторами*. Отрезок времени, на котором производится сглаживание динамического ряда, называют *отрезком моделирования*, а соответствующие ему значения показателя — *обучающей выборкой*;

2. Проверка статистической обоснованности гипотез, использованных при моделировании. Смысл данной операции заключается в сравнении дисперсии исходного динамического ряда с остаточной, представляющей собой погрешность моделирования. Если остаточная погрешность, рассматриваемая как случайная величина, обладает значительно меньшей дисперсией, чем дисперсия исходного показателя, то при-

нятый способ моделирования правильно угадывает основные тенденции изменения моделируемой обучающей выборки;

3. Прогнозирование изменения показателей для будущих периодов времени. Обычный подход при этом заключается в экстраполяции выявленной тенденции. Этот этап представляет собой прогноз по модели. Отрезок времени, на котором составляется прогноз, называют *промежутком прогнозирования*.

При решении задач прогнозирования годовых максимумов нагрузок или годовых уровней электропотребления на предварительном этапе обычно используют простейшие прогнозы на основе временных многочленов первого или второго порядков:

$$Y(t) \approx a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \quad (5.1)$$

Когда моделируемый участок ряда обладает существенной нелинейностью и необходимо приближение многочленами высших порядков, целесообразен переход к специально подобранным линейным комбинациям (так называемым *ортogonalными многочленам*) G_i . Приближенная формула моделирования на основе $n+1$ ортогональных многочленов-предикторов выглядит так:

$$Y(t) \approx a_0 G_0 + a_1 G_1 + \dots + a_n G_n. \quad (5.2)$$

Особенности и преимущества такой модели рассмотрены далее. Приведем несколько других примеров построения моделей прогнозирования.

а. Моделирование месячных максимумов нагрузки выполняется на основе уравнения, учитывающего сезонные колебания прогнозируемого параметра

$$Y(t) \approx a_0 + a_1 t + a_2 \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (5.3)$$

где T — период сезонных колебаний нагрузки, равный одному году.

б. Прогнозирование связей между выработкой электроэнергии и некоторыми показателями спроса на нее выполняется центральными планирующими органами на основе эконометрической модели множественной регрессии:

$$Y(t) \approx a_0 + \sum_{j=1}^n x_j(t) a_j. \quad (5.4)$$

Здесь $x_j(t)$ — независимые (экзогенные) параметры, формирующие значения прогнозируемого показателя, как правило, легко предсказуемые. Можно заметить, что в моделях (5.1) — (5.4) прогнозируемый показатель линейно зависит от оцениваемых коэффициентов a_j . Такие модели регрессии называют *линейными*.

в. В отдельных случаях прогнозирование изменяющихся во времени показателей приходится выполнять на основе моделей, нелинейно зависящих от оцениваемых коэффициентов. Такие модели относятся к *нелинейной* регрессии. Примером функции такого рода является кривая с насыщением:

$$Y(t) \approx a_0 + a_1 \exp(-a_2 t). \quad (5.5)$$

Регрессионный анализ на основе нелинейных предикторов выполняется итерационным методом, каждая итерация которого представляет собой линейное оценивание параметров. Например, для рассматриваемой функции можно задаться некоторыми начальными приближениями оцениваемых коэффициентов модели (a_0^1, a_1^1, a_2^1) и в окрестности этих приближений записать линеаризованное приближение для поиска оптимальных поправок $\Delta a_0, \Delta a_1, \Delta a_2$ к начальным приближениям параметров:

$$Y(t) - a_0^1 - a_1^1 \exp(-a_2^1 t) \approx \Delta a_0 + \exp(-a_2^1 t) \Delta a_1 - a_1^1 a_2^1 \exp(-a_2^1 t) \Delta a_2. \quad (5.6)$$

Вводя обозначения

$$Y'(t) = Y(t) - a_0^1 - a_1^1 \exp(-a_2^1 t); \quad x_1(t) = \exp(-a_2^1 t); \\ x_2(t) = -a_1^1 a_2^1 \exp(-a_2^1 t),$$

получаем обычное выражение для линейной регрессии:

$$Y'(t) \approx \Delta a_0 + x_1(t) \Delta a_1 + x_2(t) \Delta a_2. \quad (5.7)$$

Решая данное уравнение, находим новое приближение для величин $a_j^2 = a_j^1 + \Delta a_j$ ($j=0, 1, 2$), с которого можно продолжить итерационный процесс определения оптимальных оценок a_j .

Приведенные формулы определения временных зависимостей укладываются в общую систему линейного регрессионного анализа, имеющую следующую структуру [17].

1. Оценка значений коэффициентов модели. Рассмотрим некоррелированные наблюдения прогнозируемого

показателя $Y_1, Y_2, \dots, Y_w$, заданные своими выборочными значениями $y_{1\alpha}, y_{2\alpha}, \dots, y_{N\alpha}$ и связанные условием

$$MY_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}(t) a_j, \quad \sigma^2 Y_i = \sigma^2, \quad (5.8)$$

где $MY_i, \sigma^2 Y_i$ — соответственно математические ожидания и дисперсии случайной величины Y_i ; x_{ij} — известные значения параметров; a_j — неизвестные коэффициенты.

Для случаев прогнозирования временных зависимостей $y_{i\alpha}$ — наблюдения прогнозируемого показателя, соответствующие моментам времени $t_1, \dots, t_N$; x_{ij} — рассчитанные для тех же моментов значения моделирующих функций (предикторов). Подбор моделирующих временных функций осуществляется инженером, однако существуют некоторые правила такого подбора, которые позволяют увеличить точность и надежность получаемых результатов моделирования.

Задачей *регрессионного анализа* является наилучший в статистическом смысле набор коэффициентов $a_1, \dots, a_n$ на основе имеющейся выборки $y_{1\alpha}, \dots, y_{N\alpha}$, которую можно связать со своими математическими ожиданиями следующей матричной системой уравнений

$$Y_\alpha = XA + E, \quad (5.9)$$

где Y_α — вектор наблюдений (величин $y_{i\alpha}$); A — вектор искомых коэффициентов $a_1, \dots, a_n$; E — вектор отклонений $\epsilon_i = y_{i\alpha} - MY_i$ наблюдений от своих математических ожиданий.

Матрицу X , состоящую из коэффициентов x_{ij} уравнений (5.8), называют *план-матрицей*. Она содержит N строк по числу наблюдений и n столбцов по числу функций-регрессоров x_j .

Можно показать, что оптимальным оценкам параметров соответствует минимум функции

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 = (Y_\alpha - XA)_{\text{тр}} (Y_\alpha - XA). \quad (5.10)$$

Выражение (5.10) называют «критерием наименьших квадратов», оно широко применяется в математической статистике.

Дифференцируя выражение (5.10) по вектору A и приравнивая нулю выражение градиента $\nabla \Phi$, получаем:

$$(X_{\text{тр}} X) A = X_{\text{тр}} Y_\alpha. \quad (5.11)$$

Линейные уравнения (5.11), которые позволяют найти искомые значения компонент вектора $\mathbf{A}$, носят название *системы нормальных уравнений*.

2. Оценка точности моделирования и интервальные оценки параметров. Для оценки точности вычисляют так называемую «кажущуюся погрешность моделирования» s^2 . Например, для эконометрических моделей

$$s^2 = \sum_{i=1}^N \left(y_i - \sum_{j=1}^n x_j(t_i) a_j - a_0 \right)^2. \quad (5.12)$$

Для остальных типов моделей s^2 вычисляют аналогично.

Как известно [17], доверительный интервал ($I_\beta(X)$) определяет диапазон возможных колебаний случайной величины X в окрестности математического ожидания MX , вероятность попадания в который равна достаточно близкой к единице величине (уровню достоверности β). Доверительные интервалы, оцениваемые по выборке для параметров a_j и модельные значения исходных величин $\hat{y}_i$ определяются формулами:

$$\hat{y}_i = a_0 + \sum_{j=1}^n x_{ij} a_j;$$

$$I_\beta(a_j) = [a_j - \lambda_\beta s \sqrt{c_{jj}/(N-n)};$$

$$a_j + \lambda_\beta s \sqrt{c_{jj}/(N-n)}];$$

$$I_\beta(\hat{y}_i) = [\hat{y}_i - \lambda_\beta s \sqrt{d_{ii}/(N-n)}; \hat{y}_i + \lambda_\beta s \sqrt{d_{ii}/(N-n)}],$$

$$(5.13)$$

где λ_β — доверительный интервал распределения Стьюдента с $N-n$ степенями свободы для доверительного уровня β ; c_{ii} — элемент, стоящий на главной диагонали матрицы $\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1} = (\mathbf{X}_{\text{тр}} \mathbf{X})^{-1}$; $d_{ii} = \mathbf{X}_{i\text{тр}} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{X}_i$, где $\mathbf{X}_i$ — столбец i матрицы $\mathbf{X}$.

Формулы (5.11) — (5.13) позволяют сформулировать некоторые требования к структуре матрицы $\mathbf{X}$. Важнейшим требованием, предъявляемым к план-матрице, является линейная независимость ее столбцов и хорошая определенность матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{X}_{\text{тр}} \mathbf{X}$. Именно этим и определяется эффективность перехода к *ортонормированному базису* при моделировании многочленами высоких порядков. Для эконометрических моделей целесообразно

ность перехода к ортонормированному базису проверяется непосредственно по свойствам матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{X}_{\text{тр}} \mathbf{X}$. Если последняя вырождена или обладает большой разницей между максимальным и минимальным собственными значениями [16], то это свидетельствует о том, что первоначально выбранные функции-предикторы $x_i(t)$ на множестве точек моделирования линейно зависимы или близки к таковым. В данном случае необходим переход к некоторым линейным комбинациям исходных функций-предикторов, не зависящим друг от друга, обладающим диагональной матрицей $\mathbf{M}$ и поэтому обеспечивающим более точную оценку моделирующих параметров. Описанное преобразование выполняется методами факторного анализа [17, 21].

Как видно из выражения (5.13), плохая определенность матрицы $\mathbf{M}$ не только затрудняет вычисление точечных оценок параметров a_i , но и делает эти оценки «расплывчатыми», обладающими большими доверительными интервалами и поэтому не имеющими ценности для последующего прогнозирования. В самом деле, плохая определенность $\mathbf{M}$ ведет к увеличению нормы матрицы $\mathbf{M}^{-1}$, а следовательно, к росту коэффициентов c_{ii} , определяющих доверительные интервалы.

Для ортонормированных планов матрица $\mathbf{M}$ является единичной и формулы интервальной оценки существенно упрощаются. При этом точность оценки всех параметров становится одинаковой и пропорциональной величине $\lambda_{\text{вс}}$. Оценки параметров, обеспечивающие одинаковую точность, называют рототабельными оценками.

В связи с перечисленными преимуществами ортонормированных план-матриц рассмотрим простейший способ их получения.

Напомним, что ортонормированные векторы $\mathbf{X}_i(t) = (x_i(t_1), \dots, x_i(t_N))$; и $\mathbf{X}_j(t) = (x_j(t_1), \dots, x_j(t_N))$ обладают следующими свойствами:

$$(\mathbf{X}_i \mathbf{X}_i) = \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 = 1; \quad (\mathbf{X}_i \mathbf{X}_j) = \sum_{r=1}^N x_{ir} x_{jr} = 0. \quad (5.14)$$

В качестве ортогональных функций-регрессоров в задачах прогнозирования временных зависимостей наиболее часто используют алгебраические многочлены G_0 нулевого порядка; G_1 первого порядка, G_2 второго порядка и т. д.

Многочлены G_0 и G_1 , удовлетворяющие свойствам (5.14) на множестве точек $t_1, t_2, \dots, t_N$, подобрать достаточно легко:

$$G_0 = 1/\sqrt{N}, \quad G_1 = (t - \bar{t})/[s(t)]. \quad (5.15)$$

Здесь

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i; \quad s(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2}.$$

Чтобы получить ортонормированные многочлены более высокого порядка, используют рекуррентную формулу, позволяющую выразить новый многочлен G_n через предварительно найденные многочлены G_{n-1} и G_{n-2} низших степеней:

$$\lambda G_n = x G_{n-1} - \alpha G_{n-1} - \beta G_{n-2}, \quad (5.16)$$

где

$$\alpha = \sum_{i=1}^N t_i G_{n-1}^2(t_i); \quad \beta = \sum_{i=1}^N t_i G_{n-1}(t_i) G_{n-2}(t_i),$$

константу λ определяем из условия $\sum_{i=1}^N G_n^2(t_i) = 1$.

Выражения (5.16) называют *соотношениями Форсайта*.

Поскольку матрица $\mathbf{M}$ системы нормальных уравнений с ортонормированной системой регрессоров является единичной, то уравнение (5.11) резко упрощается:

$$a_i = \sum_{j=1}^N y_j G_i(t_j). \quad (5.17)$$

Выражения для интервальных оценок в рассматриваемом случае также упрощаются:

$$\begin{aligned} I_{\beta}(a_i) &= \left[a_i - \frac{\lambda_{\beta} s}{\sqrt{N-n}}; \quad a_i + \frac{\lambda_{\beta} s}{\sqrt{N-n}} \right]; \\ I_{\beta}(Y_i) &= \left[\hat{Y}_i - \frac{\lambda_{\beta} s r}{\sqrt{N-n}}; \quad \hat{Y}_i + \frac{\lambda_{\beta} s r}{\sqrt{N-n}} \right]; \\ r &= \sum_{j=1}^n G_j^2(t_i). \end{aligned} \quad (5.18)$$

3. Проверка статистической состоятельности построенных регрессионных моделей. Подробное описание такой проверки приведено в [17], ниже приводятся только две основные формулы, которые при этом используются: *проверка нулевой гипотезы и критерий Дарбина — Ватсона.*

Проверка нулевой гипотезы. Проверка статистических гипотез выполняется методом от противного. Наиболее простой критерий такого рода — «нулевая гипотеза». Она опровергает гипотезу, положенную в основу моделирования, т. е. предполагает, что построенная модель не улавливает закономерностей изменения случайных величин и, следовательно, выборочные дисперсии исходных наблюдений y_{i3} и остаточных случайных величин примерно равны друг другу. Для проверки нулевой гипотезы вычисляют следующее выражение:

$$F_n = \frac{\sum_{i=1}^N (y_{i3} - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} \cdot \frac{N-n}{N-1}; \quad \left(\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i3} \right). \quad (5.19)$$

Найденное число представляет собой значение случайной величины, которая при справедливости нулевой гипотезы распределена по закону F -распределения с $N-1$ степенью свободы числителя и $N-n$ степенями свободы знаменателя. Задаваясь достаточно близким к единице доверительным уровнем $\beta=0,95$ ($\beta=0,99$), можно найти верхнюю границу для отношения (5.19). Если значение F_n превышает верхнюю границу, то нулевая гипотеза неверна, а исходные предположения, послужившие основой регрессионной модели, считаются обоснованными и наоборот.

Проверка отсутствия авторегрессионных связей. Авторегрессией называют статистическую связь между погрешностями отклонений от математических ожиданий соседних измерений (ε_i и ε_{i+1}). Такая зависимость проявляется в случаях, если неучтенные при статистическом моделировании колебания по отношению к предсказанному моделью уровню обладают достаточно большими постоянными времени. Характерным источником авторегрессионных связей являются температурные колебания, оказывающие существенное влияние на нагрузку. Наличие авторегрессионных связей нарушает одно из основных допущений, использующихся

при построении модели регрессии — независимость ошибок моделирования. Поэтому после выполнения моделирования следует проверить значения отклонений на отсутствие корреляционных связей. Для этого применяется критерий Дарбина — Ватсона *:

$$D = 2 \left(1 - \frac{\sum_{i=2}^N \epsilon_i \cdot \epsilon_{i-1}}{\sum_{i=2}^N \epsilon_i^2} \right). \quad (5.20)$$

Если коэффициент, подсчитанный по формуле (5.20), лежит в пределах 1,5—2,5, то тогда можно считать, что авторегрессия отсутствует, в противном случае величины ϵ_i , ϵ_{i+1} нельзя считать независимыми и для статистического моделирования необходимо применить *авторегрессионную модель*, в которой предикторами являются разности между ближайшими наблюдениями моделируемого участка временного ряда:

$$Y(t) = a_0 + a_n y_{s, t-1} + \dots + a_n y_{s, t-n}, \quad (5.21)$$

где $y_{(t-s),s}$ — значение временного ряда для значения временного параметра $t-s$.

Построение авторегрессионной модели вида (5.21) имеет некоторые особенности. Прежде всего из формулы (5.21) следует, что в авторегрессионных моделях строка i матрицы наблюдений X содержит n ближайших предшественников самого моделируемого параметра $y_{t,s}$. В связи с этим выборка наблюдаемых значений параметров должна иметь длину $N+n$ и содержать элементы $y_{(-n),s}$; $y_{(1-n),s}$; ... ; $y_{(-1),s}$; ... $y_{N,s}$, где первые n наблюдений $y_{s,s}$, для которых $s < 0$, не входят в вектор $\vec{Y}_s$, а используются в матрице X . Матричная форма уравнений авторегрессии, аналогичная (5.9), выглядит следующим образом:

$$\begin{vmatrix} y_{1s} \\ y_{2s} \\ \dots \\ y_{Ns} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1; & y_{(1-n),s}; & y_{(2-n),s}; & \dots & y_{1s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1; & y_{(N-n),s}; & y_{(N-n+1),s}; & \dots & y_{(n-1),s} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ a_n \\ \dots \\ a_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \dots \\ \epsilon_N \end{vmatrix}. \quad (5.22)$$

* Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. — М.: Мир, 1973. — 957 с.

4. **Прогнозирование изменения элементов временного ряда.** Основной целью регрессионного анализа является распространение модели на будущее и предсказание на ее основе предстоящих значений анализируемых величин. Точечный прогноз моделируемого параметра выполняют подстановкой в найденную методом наименьших квадратов формулу для математических ожиданий (5.8) интересующих нас моментов участка прогнозирования. Например, для моделирования многочленом и с помощью эконометрической модели значения $y(t_0)$ в точке t_r , принадлежащей участку прогнозирования ($t > t_N$), получаем формулы

$$y(t_r) = a_0 + a_1 t_r + a_2 t_r^2 \quad (5.23)$$

или

$$y(t_r) = a_0 + \sum_{j=1}^{n-1} x_j(t_r) a_j.$$

Прогнозирование авторегрессионных зависимостей с помощью выражения (5.21) имеет важную особенность. Оно не может быть выполнено сразу для интересующей нас точки t_r , а должно выполняться последовательно, вначале для точки y_{N+1} в формуле:

$$y_{N+1} = a_0 + a_n y_{(N-n+1)s} + \dots + a_1 y_{N,s}, \quad (5.24)$$

а затем для всех последующих y вплоть до интересующего нас значения $y(t_r)$ по формулам, аналогичным (5.24).

Для получения интервальных оценок модели используется формула

$$I(y(t_r)) = (y(t_r) - s' \lambda \sqrt{d/(N-n)}; y(t_r) + s' \lambda \sqrt{d/(N-n)}), \quad (5.25)$$

где $y(t_r)$ — точечная оценка; s' и d — определяются следующим образом:

$$s' = s \sqrt{1 + X(t_r)_{\text{тр}} M^{-1} X(t_r)}; \quad d = X(t_r)_{\text{тр}} M^{-1} X(t_r). \quad (5.26)$$

Здесь $X(t_r)$ — вектор-столбец, структура которого определяется видом модели, его компоненты $x_i(t_r)$ равны значениям функций-регрессоров в интересующей точке t_r отрезка прогнозирования.

Заканчивая общую характеристику этапов регрессионного анализа, еще раз обратим внимание на то, что с помощью данных методов можно моделировать только

устойчивые тенденции. Чтобы выделить такие тенденции, участок моделирования должен быть длиннее участка прогнозирования. Однако слишком длинные участки моделирования могут уменьшить точность прогноза, поскольку при этом на будущее перенесутся некоторые тенденции изменения временного ряда, характерные для далекого прошлого и нехарактерные для прогнозируемых частей траектории. Чтобы иметь возможность вести прогнозирование на основании достаточно длинной обучающей выборки и одновременно избежать указанного недостатка такой выборки, часто выполняют «взвешивание» наблюдений, при этом вместо исходных наблюдений $y_{i\alpha}$ рассматривают величины $y_{i\alpha}\omega_i$. Если при этом «свежим» наблюдениям присвоить веса, существенно большие, чем начальным наблюдениям, последние, хотя и будут учитываться, но окажут меньшее влияние на целевую функцию Φ , а значит, и на выбор вектора параметров A . Задача назначения весов не может быть строго формализована, здесь применяются эвристические приемы и методы, описанные в гл. 1.

§ 5.2. Пример прогнозирования электропотребления для электрической системы

В табл. 5.1 приведены данные электропотребления, отнесенные к уровню 1970 г. Для иллюстрации методов прогнозирования на основе первых десяти чисел ($N=10$) приведенного в таблице ряда выполнен прогноз электропотребления, о качестве которого можно судить, сравнивая прогнозные значения электропотребления 1980, 1981, 1982 гг. с фактическими значениями. Таким образом, данные, относящиеся к 1970—1979 гг. составляют отрезок моделирования, 1980—1982 гг. являются отрезком прогнозирования.

Определение структуры модели. Подбор функций-предикторов. Поскольку, как видно из рис. 5.1, тенденция изменения значений временного ряда близка к линейной, в качестве функций-предикторов выбираем ортонормированные многочлены. Ортонормированные многочлены первого и нулевого порядков вычисляем по формулам

$$G_0 = 1/\sqrt{N} = 0,3162 \quad (N = 10),$$

$$G_1 = \frac{1}{\sqrt{N}} (t - \bar{t}) / \sqrt{\sum (t_i - \bar{t})^2} = 0,60549 + 0,11t,$$

где

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i.$$

Таблица 5.1

Годы	Отрезок моделирования										Отрезок прогнозирования		
	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$G_0(t)$	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162	0,3162
$G_1(t)$	-0,4954	0,03853	0,02752	-0,1651	-0,0550	0,0550	0,1651	0,2752	0,3853	0,4954	0,605	0,715	0,825
$G_2(t)$	-0,5222	-0,1741	-0,0870	-0,2611	-0,3482	-0,3482	-0,2611	-0,0870	0,1741	0,5222	0,9573	1,4803	2,087
$y_s(t)$	1,0	1,0463	1,0922	1,1330	1,1500	1,1690	1,2540	1,2966	1,3064	1,3300	1,3543	1,4102	1,4308
$\hat{Y}_1(t)$	1,0087	1,0463	1,0891	1,1214	1,1590	1,1965	1,2342	1,2717	1,3093	1,3468	1,3836	1,4212	1,4588
$\hat{Y}_2(t)$	1,021	1,0437	1,0850	1,1248	1,1364	1,2009	1,2375	1,2782	1,3071	1,3402	—	—	—
$e_1(t)$	-0,0087	-0,0001	0,0031	0,0116	0,0090	0,0267	-0,2200	-0,0238	0,0030	0,0168	$S_1^2 = 0,00212$		
$e_2(t)$	0,0021	-0,0025	-0,0072	-0,0070	0,0130	0,0311	-0,0165	-0,0184	0,0011	0,0100	$S_2^2 = 0,00196$		
$I_1(t)$	0,987 1,031	1,027 1,065	1,073 1,105	1,107 1,135	1,147 1,171	1,184 1,208	1,220 1,238	1,256 1,288	1,290 1,328	1,324 1,365	1,351 1,414	1,384 1,458	1,414 1,502

Построение ортонормированных на отрезке моделирования многочленов высших порядков выполняем по приведенному выше соотношению Форсайта:

$$\lambda G_i(t) = t G_{i-1}(t) - \alpha G_{i-1}(t) - \beta G_{i-2}(t) = G_i^0(t),$$

где

$$\alpha = \sum_{i=1}^N t_i G_{i-1}^2(t); \quad \beta = \sum_{i=1}^N t_i G_{i-2}(t) \cdot G_{i-1}(t);$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (G_i^0(t))^2}}.$$

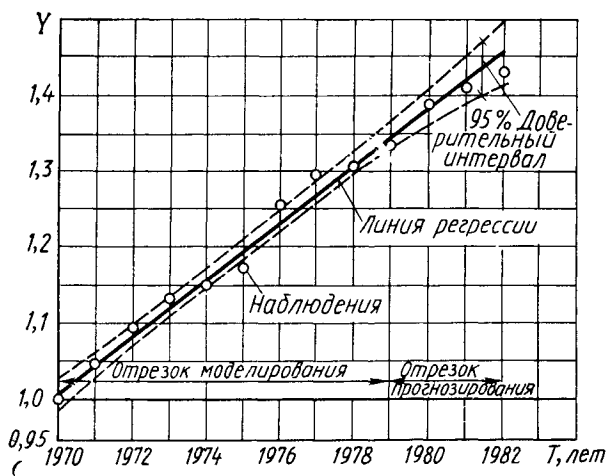


Рис. 5.1

Расчет дал следующие значения коэффициентов: $\alpha=5,5$; $\beta=2,8733$; $\lambda=2,5298$. Таким образом, многочлен

$$G_2(t) = \frac{1}{2,5298} [(-0,60549 + 0,11t)t - 5,5(-0,60549 + 0,11t) - 2,8733 \cdot 0,3162] = 0,9573 - 0,4787t + 0,04352t^2.$$

Значения многочлена $G_2(t)$ на точках моделирования приведены в табл. 5.1. Моделирование временного ряда ведем по линейному и квадратичному приближениям с помощью формул:

$$Y(t) \approx G_0(t)a_0 + G_1(t)a_1;$$

$$Y(t) \approx G_0(t)a_0 + G_1(t)a_1 + G_2(t)a_2.$$

Коэффициенты a_0, a_1, a_2 определяют из системы «нормальных уравнений» (5.11). Строку i матрицы наблюдений образуют значе-

ния ортонормированных многочленов-предикторов $G_0(t_i)$, $G_1(t_i)$, $G_2(t_i)$, посчитанные в точке t_i . Транспонированная матрица наблюдений X_{tr} приведена в табл. 5.1. Решая уравнение (5.11), находим $a_0=3,724633$; $a_1=0,34122$; $a_2=-0,0127$. Подставляя найденные значения параметров в формулы (5.2), находим «скорректированные» наблюдения $\hat{y}_{i1}$, $\hat{y}_{i2}$ для приближения первого и второго порядков. Соответствующие значения $\hat{y}_i$, $\varepsilon_i = y_{i3} - \hat{y}_i$ приведены в табл. 5.1.

Проверка статистической состоятельности построенных регрессионных моделей. В соответствии с выражением (5.19) для проверки «нулевой гипотезы» определяем кажущиеся погрешности приближений первого и второго порядков:

$$s_1^2 = \sum_{i=1}^N (y_{i1} - \hat{y}_{i1})^2; \quad s_2^2 = \sum_{i=1}^N (y_{i2} - \hat{y}_{i2})^2$$

и сумму квадратов отклонений исходных наблюдений:

$$s^2(Y) = \sum_{i=1}^N (y_{i3} - \bar{y})^2; \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i3}.$$

Подставляя цифры, приведенные в табл. 5.1, находим

$$s_1^2 = 0,00212; \quad s_2^2 = 0,00196; \quad s^2(Y) = 0,08798.$$

Задаваясь уровнем достоверности $\beta=0,95$ для F -распределений с числом степеней свободы числителя $n_1=9$ и числами степеней свободы знаменателя $n_2=8$, $n_2=7$, находим для построенных моделей первого и второго порядков $F_{n1}=41,4$, $F_{n2}=44,8$. Значения F_{n1} , F_{n2} намного больше граничных, следовательно, нулевая гипотеза неверна, обе построенных модели угадывают основную тенденцию изменения значений временного ряда. Чтобы окончательно определить наиболее соответствующий исходным данным тип регрессионной модели, необходимо сравнить остаточные дисперсии приближений первого и второго порядков. Сравнивая s_1^2/s_2^2 с верхней 95% границей F -распределения $n_1=8$, $n_2=7$, равной 3,5, приходим к выводу, что моделирование многочленом второго порядка статистически не обосновано, следует ограничиться линейным приближением.

$$Y(t) \approx a_0 G_0 + a G_1(t) = 0,9704 + 0,03756t.$$

Проверка статистического ряда на отсутствие авторегрессионной составляющей. Применяем критерий Дарбина — Ватсона и находим

$$D = 2 \left(1 - \frac{\sum_{i=2}^{10} \varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i-1}}{\sum_{i=2}^{10} \varepsilon_i^2} \right) = 2(1 - 0,106) = 1,788.$$

Сравнение с критическими значениями критерия показывает, что в данном случае авторегрессионная связь отсутствует и переход к модели типа авторегрессии не нужен.

Определение доверительных интервалов значений временного ряда для участков моделирования и прогнозирования. Точечные оценки

значений временного ряда для отрезка прогнозирования. Подставляя в формулу линейной регрессии (5.2) значения времени, относящиеся к отрезку прогнозирования, находим: $\hat{y}_1(11)=1,3836$; $\hat{y}_1(12)=1,4212$; $\hat{y}_1(13)=1,4588$. Для определения доверительных интервалов изменения величины используем формулы (5.25), (5.26). Результаты расчета приведены в табл. 5.1. График приближения вместе с доверительными интервалами $I_{0,95}(\hat{y}_1(t))$ показан на рис. 5.1.

§ 5.3. Прогнозирование в иерархических системах

Приведенные модели прогнозирования позволяют анализировать автономную систему и не учитывают взаимосвязи между объектами и иерархический характер связей между крупными узлами, РЭС и объединенными энергосистемами.

Рассмотрим простейший метод прогнозирования временных зависимостей, учитывающий указанные связи*.

Пусть имеется N наблюдений $y_{i0}(t_s)$ прогнозируемого показателя системы i , входящей в объединение ($i=1, 2, \dots, m$). Наряду с наблюдением показателей y_{i0} каждой из энергосистем выполняются и наблюдения $y_{00}(t_s)$ того же показателя для всего объединения в целом. Ставится задача создания согласованного прогноза отдельных энергосистем и объединения, для любой точки которого выполнялось бы условие

$$\sum_{i=1}^m \hat{y}_i(t_s) = y_0(t_s), \quad s=1, \dots, N. \quad (5.27)$$

Предположим, что в качестве регрессоров, как при прогнозировании показателя отдельных подсистем, так и объединенной энергосистемы в целом, используется система полиномов $1, t, t^2, \dots$. При этом математические ожидания моделируемых величин удовлетворяют соотношениям, вытекающим из общей формулы регрессионного анализа:

$$My_i(t_s) = \sum_{j=0}^n a_{ij} t_s^j, \quad i=0, 1, \dots, m. \quad (5.28)$$

Чтобы обеспечить согласованность прогноза отдельных энергосистем и объединения в целом достаточно к

* Л. И. Мардер, А. Л. Мызин. Регрессионные и авторегрессионные модели прогнозирования показателей развития электроэнергетических систем. Электричество, 1975. № 2. С. 14—18.

уравнениям (5.28) добавить следующую систему ограничений:

$$a_{0j} = \sum_{i=1}^m a_{ij}, \quad j=0, 1, \dots, n. \quad (5.29)$$

По аналогии с общим подходом к решению задачи регрессионного анализа введем векторы $Y_{iэ}$ и $Y_{0э}$ наблюдений прогнозируемого параметра отдельных энергосистем и объединения в целом, E_i и E_0 — векторы отклонений $(y_{is} - My_{is})$ и $(y_{0s} - My_{0s})$, а также матрицу факторов X , постоянную для каждой регрессионной модели (5.28) и имеющую вид

$$X = \begin{vmatrix} 1; t_1; t_1^2; \dots; t_1^n \\ 1; t_2; t_2^2; \dots; t_2^n \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ 1; t_N; t_N^2; \dots; t_N^n \end{vmatrix}. \quad (5.30)$$

С учетом ограничений (5.29) для каждой энергосистемы i и объединения в целом можно записать следующие матричные уравнения:

$$Y_{iэ} - XA_i = E_i, \quad (5.31)$$

$$Y_{0э} - XA_0 = E_0, \quad (5.32)$$

где A_0, A_i — искомые векторы коэффициентов моделирования a_{0j}, a_{ij} , обеспечивающие оптимальную в статистическом смысле оценку взаимосвязей (5.28) на основании имеющейся выборки.

Применяя метод наименьших квадратов к системе (5.31), переходим к следующей оптимизационной задаче:

$$\Phi = \min \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^N \varepsilon_{is}^2 = \sum_{i=1}^m (Y_{iэ} - XA_i)_{\text{тр}} (Y_{iэ} - XA_i) + \\ + \left(Y_{0э} - X \sum_{j=1}^m A_j \right)_{\text{тр}} \left(Y_{0э} - X \sum_{j=1}^m A_j \right). \quad (5.33)$$

Дифференцируя (5.33) по искомым переменным a_{is} или векторам $A_i (i=1, \dots, m; s=1, \dots, N)$, приходим к системе «нормальных» уравнений:

$$(X_{\text{тр}} X) \left(A_i + \sum_{j=1}^m A_j \right) = X_{\text{тр}} (Y_{iэ} + Y_{0э}), \quad i=1, \dots, m. \quad (5.34)$$

Чтобы упростить решение системы (5.34) введем обозначения:

$$X_{\text{тр}} X = M; \quad M \left(\sum_{i=1}^m A_i \right) - X_{\text{тр}} Y_{0s} = Z_0, \quad (5.35)$$

с учетом которых находим:

$$MA_1 = X_{\text{тр}} Y_{1s} - Z_0, \quad (5.36)$$

$$MA_i = X_{\text{тр}} Y_{is} - Z_0, \quad i = 2, \dots, m. \quad (5.37)$$

Вычитая левые и правые части уравнения (5.36) из уравнений (5.37), выразим разницу ΔA_i между векторами A_i и вектором A_1 :

$$M \Delta A_i = X_{\text{тр}} (Y_{is} - Y_{1s}). \quad (5.38)$$

Подставляя выражение (5.38) в систему (5.34), находим формулу для оптимальной оценки вектора:

$$(m+1) MA_1 = X_{\text{тр}} \left(Y_{1s} + Y_{0s} - \sum_{j=2}^m \Delta Y_{js} \right), \quad (5.39)$$

где $\Delta Y_{is} = Y_{is} - Y_{1s}$.

Формулы (5.39), (5.38) и (5.29) позволяют найти согласованную точечную оценку параметров прогноза.

ГЛАВА 6

СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ИМИТАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

§ 6.1. Характеристика проблемы

Оптимизация развития ЭЭС встречает значительные трудности вследствие неоднозначности условий развития, многоэкстремальности, многопараметричности, наличия большого числа условий связи и ограничений, имеющих зачастую нелинейный характер. Ряд параметров при этом имеет дискретный характер. Эти обстоятельства приводят к тому, что регулярные оптимизационные методы удается применить лишь к решению задач на самых верхних уровнях иерархии, когда высокая степень агрегирования информации позволяет рассматривать модели относительно простой структуры, например, ли-

нейные модели. Однако и в этих случаях неопределенность прогнозных значений условий развития ЭЭС (параметров объектов, их экономических характеристик) требует привлечения специальных методов анализа ситуационной матрицы и принятия решений в условиях неопределенности, включая эвристические процедуры. В гл. 5 была рассмотрена одна из таких задач — задача оптимизации структуры генерирующих мощностей. Подобные подходы применяются и к выбору основных направлений развития ТЭК.

При переходе к задаче следующего уровня иерархии — задаче оптимизации размещения и мощности электрических станций трудности решения резко возрастают. С одной стороны, для этой задачи сохраняются все сложности, вызываемые неоднозначностью условий развития, так как она, как и предыдущие, относится к классу задач долгосрочного планирования. С другой стороны, здесь мы переходим к рассмотрению конкретных объектов — электрических станций, поэтому для них не может быть использован метод агрегирования и эти объекты должны рассматриваться с учетом всех взаимосвязей: с топливно-транспортной системой, с электропотребляющей системой, с природной средой. При этом только информация по топливно-транспортным связям в значительной части задается как результат оптимизации на верхних ступенях иерархии (особенно как результат оптимизации топливно-энергетического баланса).

Наиболее перспективными подходами к преодолению возникающих при этом трудностей являются методы статистического анализа и имитационный подход. Работы в этом направлении начаты только в последние годы, поэтому в данной главе излагаются только основные принципы этих подходов. Изложение ведется на примере задачи оптимизации размещения электрических станций в энергосистемах.

§ 6.2. Блоки оптимизационной модели размещения электрических станций

Основным критерием оптимальности принимаемых решений следует считать минимум приведенных народнохозяйственных затрат по сооружению и эксплуатации ЭЭС. Учитывая упомянутые выше связи задачи, критерий оптимальности целесообразно представить как сум-

му трех составляющих — затрат по электростанциям, топливоснабжающей и электроснабжающей системам:

$$Z = Z_{sc} + Z_r + Z_d. \quad (6.1)$$

Соответственно можно выделить три блока задачи: *станционный, топливный и электросетевой*.

Учет связей с электропотребляющей системой, или учет развития электрической сети, осложняется тем, что на столь дальнюю перспективу невозможны достоверные прогнозы нагрузок отдельных узлов, а значит, не может ставиться задача разработки конкретных вариантов развития электрической сети. Задача оптимизации развития электрической сети относится к более низкому уровню временной иерархии — среднесрочному планированию.

В то же время, учет электрической сети обязателен при решении задачи размещения генерирующих мощностей, так как оптимальность местоположения электрической станции во многом определяется сравнительной стоимостью транспортировки топлива и электроэнергии. Методы учета электрической сети при решении задачи рассмотрены в § 6.5.

Задача оптимизации размещения и мощности электрических станций, как отмечалось в гл. 4, это прежде всего задача размещения конденсационных и атомных электростанций. Формирование экономических показателей их сооружения во многом определяется региональными и местными условиями сооружения, характеризующимися информационными параметрами, образующими второй и третий информационные уровни (см. гл. 4). Многочисленность параметров (несколько десятков) и случайный характер взаимосвязей заставляет применить специальные методы конструирования математических моделей экономических характеристик электростанций (§ 6.4). Сложность задачи не позволяет получить ее прямое аналитическое решение, поэтому оно осуществляется итерационно-поэтапным способом на основе комплекса экономико-статистических моделей. Совокупность моделей может быть представлена в виде следующих четырех взаимосвязанных блоков: выявление внешних условий развития ЭЭС и степени агрегирования исходной информации; моделирование размещения и экономических характеристик электростанций; моделирование экономических характеристик электрических сетей; моделирование приведенных затрат по развитию и распре-

делению генерирующей мощности ЭЭС и оптимизация развития и размещения электрических станций.

В *первом блоке* формируются внешние связи моделей развития ТЭС как связи с ТЭК страны и природной средой. Особенностью учета связи с ТЭК является высокая степень агрегирования информации и наличие зон неопределенности.

Внешние условия развития определяются следующими показателями: прогнозные характеристики электро- и теплопотребления, режимы электропотребления, балансы производства и потребления электроэнергии для ЭЭС; состав и размещение топливных баз и варианты размеров топливопотребления для электростанций; варианты структуры энергогенерирующих мощностей.

Таким образом, характерной особенностью данной задачи является установление целесообразной степени агрегирования показателей развития ЭЭС и реализация способов учета неопределенности условий развития. Учет неопределенности условий развития осуществляется путем формирования и анализа ситуационной матрицы условий развития ОЭС. Вследствие большой размерности ситуационной матрицы целесообразно группировать исходные ситуации по некоторым результирующим признакам, например, потребности в суммарной генерирующей мощности.

Во *втором блоке* формируются модели экономических характеристик КЭС. Специфику данного блока составляет учет особенностей сооружения КЭС на уровне пунктов размещения. Капиталовложения в КЭС рассматривают как функцию многих (нескольких десятков) параметров, характеризующих условия местоположения электростанции. В результате моделирование с применением традиционных методов математической статистики становится невозможным и приходится привлекать специальные методы. Далее показана возможность применения для этой цели методов факторного анализа.

Третий блок образуют модели экономических характеристик электрических сетей. Отмеченные трудности, связанные с высокой степенью неопределенности исходной информации, требуют построения имитационных моделей электросетевого блока, основанных на использовании методов планирования активного эксперимента (см. § 6.5).

В *четвертом блоке* на основе объединения моделей, полученных в предыдущих блоках, формируется общая

модель приведенных затрат по развитию генерирующих мощностей КЭС:

$$Z = f(N_{jih}, j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I; P_{eh}, e = 1, \dots, E; h = 1, \dots, H). \quad (6.2)$$

Здесь N — установленные мощности электрических станций;

P — мощности и потребления в агрегированных районах ОЭС.

Сложность функционала (6.2) заставляет применять для его определения методы имитационного подхода (см. § 6.6). Одновременно с формированием модели целесообразно осуществлять оптимизацию размещения и мощности КЭС. При этом следует учитывать ограничения, диктуемые инженерно-строительными и экологическими факторами. Процесс оптимизации является развитием имитационного подхода [24], а его особенностью является применение методов планирования экстремальных экспериментов [26].

§ 6.3. Районирование территории по условиям сооружения электрических станций

Задачи моделирования характеристик электрических станций для определения их оптимального размещения образуют станционный блок. К таким задачам относятся:

— определение наивыгоднейших типов и мощностей электростанций по видам и составу основных агрегатов. Данная задача относится к первому, энергоэкономическому информационному уровню. Количество входящих в него параметров сравнительно невелико, не более восьми — десяти;

— анализ региональных условий сооружения электростанций, выявление и резервирование территорий для их сооружения. Данная задача представляет собой первый этап определения условий оптимального размещения электростанций. Ее решение основано на анализе информации по инженерно-географическим параметрам, относящимся к территориальным районам возможного сооружения и образующим второй информационный уровень (см. § 4.3). Методы, используемые при этом, рассмотрены в данном параграфе;

— выявление пунктов, наиболее благоприятных по условиям сооружения электростанций, а также получение

ние моделей приведенных затрат для станционного блока. В данной задаче определяются экономические характеристики сооружения электростанций, предназначенные для использования в технико-экономическом обосновании пунктов их сооружения. Для получения таких характеристик используются показатели местных условий сооружения электростанций, включающие условия рельефа площадки, дорожного строительства, степень удаленности от крупных населенных пунктов, условия водоснабжения и др., образующие так называемый третий информационный уровень. Модели показателей сооружения электростанций строят с привлечением информации всех трех уровней. Соответствующие методы рассмотрены в § 6.4.

Особенностью второго и третьего информационных уровней является значительное количество входящих в них факторов. Например, второй информационный уровень включает факторы экономико-географического блока (плотность населения, густоту железных дорог, удельное валовое производство промышленности и т. д.), физико-географического (площадь района, средняя температура и скорость ветра и т. д.) и других блоков. Общее число факторов, учитываемых на данных уровнях, колеблется в пределах 80—100.

Рассмотрим методы, применяемые при анализе региональных условий сооружения электростанций. Огромное количество параметров, характеризующих условия сооружения электростанций, требует выявления синтетических показателей районов возможного сооружения, позволяющих установить сходство и различие районов по условиям строительства станций. Так возникает задача дифференциации территории страны или ее крупных регионов по всей совокупности инженерно-географических параметров и по отдельным блокам этой совокупности (см. § 4.3). Представляет также интерес дифференциация (районирование) территории и по другим показателям, например, по экономическим условиям. Существо дифференциации территории по любому блоку или группе параметров заключается в выделении районов (называемых таксонами), внутри которых условия сооружения объектов практически не различаются.

Для дифференциации (районирования) территории целесообразно применять *статистические методы таксономии*.

Таксономия — объединение наблюдений, рассматриваемых как точки пространства параметров, в группы (таксоны), внутри которых существует сходство между наблюдениями в противовес заметному различию между различными таксонами, точнее между наблюдениями, входящими в разные таксоны.

Существуют три группы процедур таксономии: иерархические процедуры, основу которых составляют алгоритмы пошагового объединения объектов в таксоны; параллельные процедуры, которые реализуются с помощью итерационных алгоритмов, где на каждом шаге рассматриваются все объекты; последовательные процедуры, отличающиеся от параллельных тем, что на каждом шаге используется лишь часть совокупности.

Для задач таксономии условий сооружения электрических станций наиболее подходящими являются алгоритмы иерархических процедур, дающие наглядную интерпретацию результатов. Рассмотрим один из возможных алгоритмов. Он использует пошаговую группировку наблюдений в таксоны. На каждом шаге решается вопрос, какое очередное наблюдение (или таксон) должно быть присоединено к одному из уже выделенных таксонов. Решение зависит от степени близости рассматриваемого наблюдения к таксону, точнее, к его центру тяжести. Под центром тяжести таксона понимают средневзвешенное положение в пространстве параметров всех наблюдений, входящих в таксон. Взвешивание производят по весам, которые придаются параметрам. Если рассматриваются нормированные параметры, то центр тяжести таксона i ($i=1, \dots, I$) совпадает с геометрическим центром всех наблюдений, т. е. его координата j определяется по формуле

$$x_{ij} = \frac{1}{N_i} \sum_{t=1}^{N_i} x_{it}, \quad j=1, \dots, n. \quad (6.3)$$

Здесь N_i — количество наблюдений, входящих в таксон i .

К началу первого шага исходная совокупность представляется в виде N таксонов, состоящих каждый из одного наблюдения.

Наиболее общим критерием качества разбивки исходной совокупности на таксоны следует считать * отно-

* Классификация и кластер/Под ред. Дж. Вэн Райзина.— М.: Мир, 1980.— 389 с.

шение межгрупповой дисперсии совокупности объектов к суммарной дисперсии наблюдений, входящих в таксоны (точнее, их оценок)

$$W = s_{\text{межгр}}^2 / s_{\text{внутр}}^2 \quad (6.4)$$

Здесь $s_{\text{межгр}}^2$ — оценка межгрупповой дисперсии таксонов; $s_{\text{внутр}}^2$ — оценка дисперсии наблюдений, входящих в таксон i ($s_{\text{внутр}}^2$ имеет число степеней свободы $\nu_2 = N - I$, $s_{\text{межгр}}^2$ имеет число степеней свободы $\nu_1 = I - 1$).

Оценки дисперсий вычисляют как обычно, причем центр тяжести можно рассматривать как оценку математического ожидания наблюдений. Если принять гипотезу нормального распределения параметров, то W име-

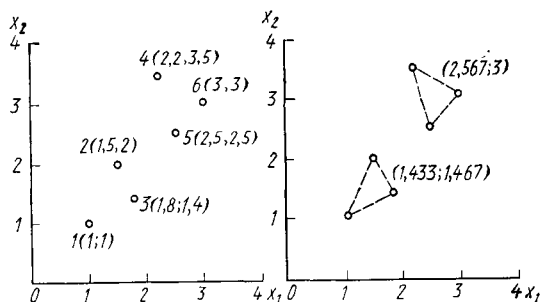


Рис. 6.1

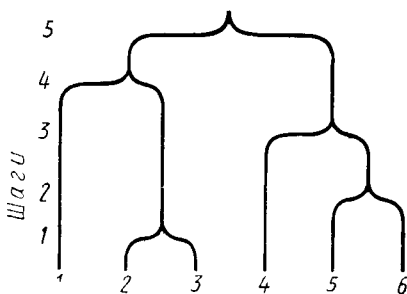


Рис. 6.2

ет распределение Фишера. Сравнение значения W с табличным значением F -распределения дает критерий остановки процесса разбиения.

Поясним изложенный алгоритм на простом примере. Пусть имеется совокупность из шести наблюдений, представленная в пространстве двух параметров (рис. 6.1). Процесс последователь-

ного объединения наблюдений в таксоны показан на рис. 6.2 в виде дерева. Результаты расчета по шагам приведены в табл. 6.1.

Расчет показывает, что разделение совокупности на два таксона приводит к статистически значимой группировке наблюдений. Иначе говоря, группировка наблюдений в два таксона является неслучайной, так как межгрупповая дисперсия значительно больше внутригрупповой.

С применением изложенного метода было выполнено [25] районирование территории 50 областей и районов СССР по инженерно-географическим условиям. Рассматривалось 38 параметров второго информационного уровня. В результате проведения таксономии выделено 12 таксонов с относительно однородными условиями сооружения электростанций.

Непосредственное применение алгоритмов таксономии к исходной совокупности наблюдений — весьма тру-

Т а б л и ц а 6.1

Номер шага	Число таксонов	$s^2_{\text{межгр}}$	ν_1	$s^2_{\text{внутр}}$	ν_2	W	$F_{\text{табл}}$ ($\alpha=0,05$)
1	5	1,714	4	0,225	1	7,62	224,6
2	4	2,212	3	0,237	2	9,33	19,16
3	3	3,029	2	0,351	3	8,63	9,55
4	2	5,448	1	0,415	4	13,13	7,72

доемкий процесс вследствие значительного числа параметров. Заметное отличие здесь может дать применение методов факторного анализа. Применение факторного анализа к исходной совокупности наблюдений позволяет заменить значительное количество порой сильно коррелированных исходных параметров сравнительно небольшим числом некоррелированных (ортогональных) факторов, называемых главными. Расположение факторов в порядке убывания доли суммарной дисперсии совокупности, объясняемой ими, приводит к тому, что несколько первых факторов статистически полно отражают совокупную вариацию всех параметров. Например, применение метода к совокупности, включающей 38 параметров второго информационного уровня, показало, что всего шесть первых факторов имеют вклад в суммарную дисперсию параметров, равный 76%. Это количество факторов явилось статистически достаточным, что подтвердила проверка по критерию Неймана — Пирсона. Замена многомерных векторов наблюдений их проекциями на главные факторы значительно упрощает процедуру таксономии вследствие резкого уменьшения размерности исследуемого пространства.

§ 6.4. Применение факторного анализа для моделирования показателей сооружения тепловых электрических станций

При переходе от регионального к локальному уровню исследования условий сооружения тепловых электрических станций возникает задача моделирования условий на уровне пунктов размещения станций. На этом этапе характеристиками условий сооружения являются не только параметры I и II, но также параметры III информационного уровня моделирования. Для этих инженерно-географических параметров также применимы методы анализа, в которых используется таксономия площадок. Методы таксономии могут с успехом применяться на этой стадии и при анализе экономических условий сооружения электростанций. При этом полностью применимы подходы, изложенные в предыдущих параграфах.

Основной задачей, решаемой на этой стадии, является моделирование экономических показателей сооружения электростанций. Чтобы полнее выявить влияние локальных параметров на стоимостные показатели сооружения ТЭС, целесообразно представить капиталовложения в ТЭС в виде двух составляющих: постоянной $k_{\text{пост}}$ и переменной $k_{\text{пер}}$. Первая составляющая определяет стоимость сооружения электростанции только в зависимости от ее типа (числа и мощности блоков, вида топлива, системы техводоснабжения и др., образующих первую группу информационных параметров, относящуюся к энергоэкономическим параметрам), независимо от места сооружения электростанции. Вторая составляющая образует стоимость, определяющуюся конкретными инженерно-географическими условиями сооружения ТЭС. Ряд этих условий носит региональный характер (II информационный уровень), а ряд — локальный (III информационный уровень). Количество переменных, формирующих капиталовложения в ТЭС, соответственно числу параметров II и III информационных уровней, может достигать 80—100. Ввиду отсутствия явной аналитической связи между стоимостью сооружения и исходными параметрами моделирование приходится вести на основе изучения статистических взаимосвязей. Кроме обычных трудностей получения модели от такого количества переменных, связанных с объемами вычислений, необходимо принимать во внимание следующее.

1. Известно, что параметры регрессионной модели (а предполагается статистическое моделирование $k_{\text{пер}}$) определяются достаточно достоверно лишь при условии, что число наблюдений примерно на порядок превышает число определяемых коэффициентов. Даже при построении линейной модели (а для моделирования удельных капиталовложений $k_{\text{пер}}$ можно рассматривать линейную модель) требуется иметь около 1000 наблюдений. Это практически нереализуемо (в качестве наблюдений целесообразно рассматривать результаты уже выполненных проектов или ТЭО электростанций), так как затраты на предпроектную подготовку составляют до нескольких десятков тыс. руб. на одну площадку ТЭС.

2. Среди коэффициентов парной корреляции параметров имеются весьма значительные, в том числе $|R| > 0,8$. Между тем известно, что при очень сильных корреляционных связях достоверность регрессионной модели становится ненадежной.

3. Среди всех параметров имеется много таких, влияние которых на результирующую функцию статистически незначимо. Поэтому непосредственное их включение в регрессионную модель некорректно. Однако неучет этих параметров приведет к резкому снижению качества модели, так как совокупное влияние этих параметров существенно.

Выполнение факторизации исходной совокупности параметров позволяет резко упростить модель, сделать ее статически достоверной. Идеи применения факторного анализа [21, 22] к моделированию $k_{\text{пер}}$ продемонстрируем на упрощенном примере. Пусть моделируемый показатель зависит всего от двух аргументов ($n=2$): x_1 — синтетический показатель, учитывающий условия водоснабжения; x_2 — то же строительство. Пусть также известна исходная статистическая совокупность из десяти наблюдений ($N=10$), представленная в верхней части табл. 6.2.

Эту совокупность можно представить в виде матрицы X (ее строки — это строки x_1, x_2 в табл. 6.3) или матрицы нормированных наблюдений Z (строки Z_1, Z_2 в табл. 6.3). Исходные наблюдения вследствие их случайного характера можно представить в виде «облака наблюдений» в пространстве параметров (рис. 6.3). Мысленно проведем ось в направлении наибольшего рассеяния (максимальной дисперсии) наблюдений, т. е. в направлении наибольшей вытянутости

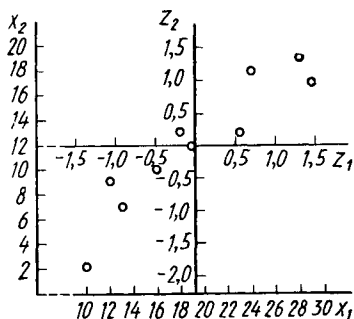


Рис. 6.3

«облака наблюдений». В общем случае направление этой оси (назовем ее осью первого главного фактора f_1) не совпадает с направлениями осей x_1, x_2 , что указывает на корреляцию параметров x_1, x_2 (в нашем примере $r_{12}=0,836$). Как известно, коэффициенты парной корреляции r_{ij} образуют корреляционную матрицу R , связанную с исходной матрицей наблюдений Z формулой

$$R = \frac{1}{N} Z Z_{\text{тр}}. \quad (6.5)$$

Так как первый фактор концентрирует в себе наиболее общие свойства исходной совокупности наблюдений, то проекции наблюдений на ось f_1 , с наименьшей погрешностью представляют исходную совокупность. Если эта погрешность статистически незначима, то модель

$$k_{\text{пер}} = b_0 + b_1 f_1 \quad (6.6)$$

статистически не менее достоверна, чем регрессионная модель

$$k_{\text{пер}} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (6.7)$$

При большом числе n исходных параметров выделение единственного фактора f_1 может быть недостаточным. Тогда в неучтенной части совокупности (разности векторов наблюдений и векторов их проекции на ось f_1) выделяют следующий главный фактор по тому же принципу и т. д. Исходная совокупность n параметров может быть разложена на такое же количество факторов, а их связь линейна и определяется матрицей нагрузок A :

$$Z = A F. \quad (6.8)$$

Из (6.5) и (6.8) следует соотношение

$$R = A A_{\text{тр}}. \quad (6.9)$$

Коэффициенты матрицы нагрузок A определяются на основе вычисления собственных чисел (с.ч.) λ_j , $j=1, 2, \dots, n$, и собственных векторов (с.в.) корреляционной матрицы R по формуле

$$a_{ij} = \alpha'_{ij} \sqrt{\lambda_j} / \sqrt{a_{1j}^2 + \dots + a_{nj}^2}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (6.10)$$

где a_{ij} — i -я координата j -го с.в.

Первому главному фактору соответствует первый с.в. и наибольшее с.ч.

В рассматриваемом примере матрица

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,836 \\ 0,836 & 1 \end{bmatrix} \text{ имеет с. ч. } \lambda_1 = 1,836, \lambda_2 = 0,164.$$

Подсчет коэффициентов матрицы нагрузок дает результат

$$A = \begin{bmatrix} 0,958 & -0,286 \\ 0,958 & 0,286 \end{bmatrix}.$$

Сумма квадратов коэффициентов столбцов матрицы нагрузок равна дисперсии наблюдений V_j^2 , объясняемой соответствующим фактором j . Как видно, вклад первого фактора в суммарную дисперсию составляет $(0,958^2 + 0,958^2) 100/2 = 91,8\%$, т. е. первый фактор объясняет практически всю вариацию параметров.

Поэтому можно предположить, что без существенной потери точности при моделировании можно пренебречь влиянием второго фактора. Это эквивалентно замене матрицы A на редуцированную $A' = \begin{bmatrix} 0,958 \\ 0,958 \end{bmatrix}$, а исходной корреляционной матрицы на матрицу вычисленных коэффициентов корреляции

$$R_{\text{выч}} = A'A'_{\text{тр}} = \begin{bmatrix} 0,918 & 0,918 \\ 0,918 & 0,918 \end{bmatrix}.$$

Значение элементов остаточной корреляционной матрицы $R_{\text{ост}} = R - R_{\text{выч}}$ также является критерием допустимости замены исходной совокупности параметров на меньшее число факторов.

Значения факторов для наблюдений определяют по формуле:

$$F = WZ, \quad (6.11)$$

где W — матрица связи, вычисляемая на основе *регрессионного метода Томсона* по формуле

$$W = A_{\text{тр}}R^{-1}. \quad (6.12)$$

Вычисленные значения первого фактора f_1 показаны в табл. 6.2.

На заключительном этапе с применением регрессионного анализа определяют *факторно-регрессионную модель* (6.6). В нашем примере

$$k_{\text{пер}} = 63,32 + 8,035f_1.$$

В табл. 6.3 приведены вычисленные значения $k_{\text{пер, выч}}$. Сравнение с исходной совокупностью показывает, что средняя погрешность моделирования составила всего 2,4%.

Таким образом, основная идея факторного анализа состоит в выявлении наиболее общих для всех наблюдений свойств (называемых факторами), а в факторном методе используется связь этих факторов с собственными векто-

Таблица 6.2

Параметры	Номер наблюдения									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k_{\text{пер}}$	48	55	57	59	67	64	65	72	72	74
x_1	10	12	13	16	18	19	23	24	28	29
x_2	2	9	7	10	13	12	13	18	19	17
z_1	-1,384	-1,083	-0,933	-0,481	-0,181	-0,030	0,572	0,722	1,234	1,474
z_2	-1,898	-0,569	-0,949	-0,380	0,190	0	0,190	1,139	1,328	0,949
f_1	-1,713	-0,862	-0,982	-0,449	0,005	-0,057	0,398	0,971	1,393	1,265
$k_{\text{пер выч}}$	49,56	56,4	55,43	59,71	63,36	63,86	66,52	71,12	74,51	73,48

рами корреляционной матрицы наблюдений. Приведем основные характеристики модели [25] переменных удельных капиталовложений в КЭС $k_{\text{пер}}$, полученной на основе факторизации корреляционной матрицы параметров II и III информационных уровней с включением следующих энергоэкономических параметров: $N_{\text{ст}}$ — установлен-

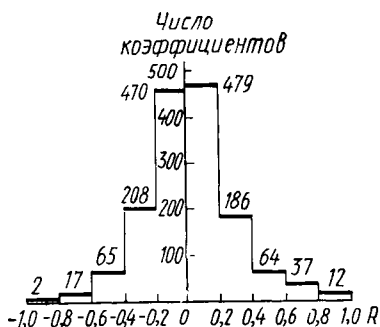


Рис. 6.4

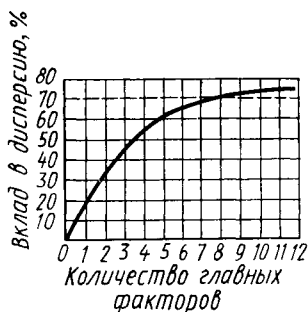


Рис. 6.5

ная мощность станций, $N_{\text{бл}}$ — единичная мощность блоков, T — вид топлива. Исходное число параметров — 56, число наблюдений — 99, число выделенных главных факторов — 8, доля суммарной дисперсии, объясняемой главными факторами, — 69%, число членов регрессионной модели — 13, средняя погрешность моделирования — 7%, значимость модели по критерию Фишера — удовлетворительная. В качестве иллюстрации на рис. 6.4 и 6.5 показаны гистограмма коэффициентов парной корреляции $R_{\text{II-III}}$ матрицы исходных параметров и зависимость вкладов факторов от их числа.

§ 6.5. Понятие о планировании эксперимента и его применении в задачах развития ЭЭС

Для оптимизации процессов развития ЭЭС необходимо знать взаимосвязи между оптимизируемыми функциями и формирующими их параметрами. Представление ЭЭС как большой системы кибернетического типа приводит к формированию кибернетических моделей системы, где параметры рассматриваются как входы, а функ-

ции — как выходы модели со сложной и во многом неизвестной внутренней структурой (рис. 6.6).

При неизвестной внутренней структуре связь входов и выходов модели определяют экспериментально. По результатам экспериментов можно предпринять попытку установить аналитическую связь между входными и выходными параметрами, т. е. получить аналитическую модель системы. Способы решения этой задачи изучает теория планирования эксперимента (ТПЭ) [26, 27]. В ТПЭ входные параметры называют факторами, а выходной параметр — откликом. Пространство, в котором определены значения факторов и отклика, называют *факторным*.

Примером задачи, в которой практически невозможно установить прямую аналитическую связь между входом и выходом, является задача моделирования влияния будущей системообразующей электрической сети на оптимальность размещения и выбор мощностей сооружения электрических станций в ОЭС. Для долгосрочной перспективы (12—15 лет), на которую принимаются решения по сооружению электростанций, неопределенность информации по нагрузкам отдельных узлов не позволяет рассматривать традиционные методы формирования оптимальных затрат в электрическую сеть, выражающиеся через оптимизацию конкретных схем электроснабжения. В то же время можно выделить ряд показателей, которые оказывают влияние на формирование будущих схем развития и при этом поддаются прогнозированию на более отдаленную перспективу, нежели нагрузки конкретных узлов. Выполненные исследования позволяют выделить в качестве таких обобщенных параметров следующие:

· суммарная вводимая генерирующая мощность по ОЭС (P_{Γ});

· средняя плотность нагрузок по территории (ρ_n);

· степень неравномерности распределения нагрузок по территории, выражающаяся коэффициентом неравномерности (α);

· удельная протяженность существующих электрических сетей (γ);

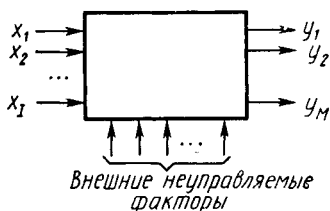


Рис. 6.6

момент электрических станций относительно центров потребления (M);

число сооружаемых электростанций (n).

Здесь показатели ρ_n и α позволяют оценить характер распределения и развития потребления по территории ОЭС. Показатель γ позволяет установить влияние уровня предшествующего развития ОЭС на формирование будущих затрат в электрическую сеть. Показатель M характеризует степень удаленности генерирующих источников от основных центров потребления.

Введенные обобщенные параметры формируют оптимальные приведенные затраты в *электросетевой блок* (ЭСБ):

$$Z_d = f(P_r, \rho_n, \alpha, \gamma, M, n). \quad (6.13)$$

Однако установление формы и численных значений коэффициентов функции (6.13) — непростая задача. Для установления этой связи можно применить метод *имитационного моделирования*, характеристика которого дана в § 6.6. Идея построения *имитационной модели* для электросетевого блока состоит в следующем. Каждое фиксированное сочетание значений параметров, входящих в (6.13), само по себе не позволяет получить определенную схему электрической сети, которая может реализоваться лишь через конкретное расположение узлов генерации и нагрузок. Однако фиксированному сочетанию обобщенных параметров соответствует определенное множество возможных реализаций конкретного расположения узлов генерации и нагрузок. Следовательно, выполнив серию оптимизационных расчетов и определив значения параметров для каждой оптимизированной сети, мы опосредованным образом свяжем оптимальные электросетевые затраты с обобщенными параметрами. Установить такую связь можно проводя *эксперименты* с моделями электрических сетей, имитирующими возможные будущие условия их развития.

Различают *пассивный* и *активный эксперимент*. При проведении пассивного эксперимента никаких целенаправленных действий по приданию факторам нужных значений не предпринимается. Примером проведения пассивного эксперимента может служить обычный статистический сбор информации с функционального объекта. На основе пассивного эксперимента модели формируются с применением методов математической статистики. Так, для получения модели затрат в ЭСБ можно было бы рас-

смотреть, например, анализируя уже выполненные проекты, значительное количество конкретных планов развития электрических сетей, отвечающих различным значениям нагрузок узлов, расположения электрических станций и т. д.

Достоинством пассивного эксперимента обычно является дешевизна, так как проведение наблюдений над естественно функционирующим объектом обычно не требует больших затрат. В то же время пассивный эксперимент имеет неоптимальное расположение наблюдений, что заставляет значительно увеличить число опытов. В результате применения активного эксперимента стремятся минимизировать количество экспериментов, оптимально использовать факторное пространство, уменьшить влияние на поверхность отклика посторонних случайных факторов, максимально упростить расчет статистических оценок.

Далее показано, что активное планирование эксперимента обычно приводит к построению ортогональных планов, для которых характерна возможность независимой оценки коэффициентов модели. Одновременно удовлетворяется важное требование регрессионного анализа — малая коррелированность параметров. Применение активного эксперимента имеет и другие преимущества, о которых сказано далее.

Проведение активного эксперимента включает следующие этапы:

1. Формулировка цели эксперимента и выдвижение гипотез.

Обычно выдвигается гипотеза о виде модели. Несмотря на преимущества активного эксперимента перед пассивным последний обычно используется на начальной стадии исследования. В частности, он позволяет выдвинуть обоснованную гипотезу относительно состава влияющих факторов и формы связи отклика с факторами.

2. Определение методики эксперимента (с учетом ресурса на проведение эксперимента).

3. Установление пределов варьирования факторов X .

4. Формирование набора планов эксперимента, т. е. точек в пространстве $\{X\}$, соответствующих опытам.

5. Определение повторяемости опытов.

Повторяемость опытов устанавливается для учета влияния случайных факторов с целью оценки элемента неопределенности модели.

6. Установление порядка проведения опытов.

Как правило, выбирают случайный порядок проведения опытов исходя из стремления снизить отрицательное влияние систематических ошибок эксперимента.

7. Проведение эксперимента и обработка его результатов.

Поясним сказанное на примере поставленной выше задачи моделирования ЭСБ. При выборе вида модели следует стремиться к получению возможно более простых моделей, например, линейных. Введение нелинейности следует использовать лишь в том случае, когда линейная модель оказывается неадекватной (т. е. не соответствующей действительной взаимосвязи) или если введение нелинейного члена обусловлено его существенным влиянием на моделируемый процесс.

Выбор методики эксперимента зависит от вида модели и трудоемкости проведения опытов. Методика постановки эксперимента раскрыта далее.

Пределы варьирования факторов эксперимента устанавливаются исходя из ожидаемых в оптимизационной задаче. Например, в задаче получения ЭСБ эти пределы могут быть получены на основе анализа планов будущего развития той ОЭС, для которой намечается использование модели.

Порядок проведения опытов при формировании моделей ЭСБ не имеет значения, так как эксперимент ставится не над реальной системой, а над ее моделью, т. е. используется метод имитационного моделирования.

При планировании методом *факторного эксперимента* (ФЭ) обычно рассматривают значения параметров i , принадлежащие крайним уровням их варьирования в данном эксперименте, или граничные значения $X_{i\min}$, $X_{i\max}$. При таком варьировании обследуемая зона факторного пространства представляет собой многомерный параллелепипед (гиперпараллелепипед). Целесообразно проводить центрирование и масштабирование переменных X , получая безразмерные *факторы* x :

$$x_i = (X_i - X_{i0}) / \Delta X_i, \quad (6.14)$$

где $X_{i0} = 0,5(X_{i\max} + X_{i\min})$, $\Delta X_i = 0,5(X_{i\max} - X_{i\min})$.

$$x_{i\min} = -1; \quad x_{i\max} = +1,$$

а новое кодированное факторное пространство ограничено гиперкубом с координатами вершин $x_i = |1|$.

Так как на отклик наряду с управляемыми входными действуют внешние неуправляемые факторы, то связь выходной функции с входными параметрами является статистической. Повторение опытов даже с одним и тем же сочетанием значений входных параметров даст различные значения отклика. Например, в задаче моделирования затрат в электросетевой блок каждому сочетанию u значений обобщенных параметров $P_{г. u}$, $\rho_{н. u}$, α_u , γ_u , M_u , n_u соответствует множество возможных конкретных схем развития электрической сети. Иначе говоря, отклик y_u и факторы x_{iu} , $i=1, \dots, I$, различаются не только планами $u=1, \dots, U$ эксперимента, но и конкретными реализациями $v=1, \dots, N$ в пределах каждого плана. Выполнение таких дублирующих экспериментов (опытов) $v=1, \dots, N$ позволяет определить ошибку воспроизводимости отклика. Численной мерой ошибки воспроизводимости является дисперсия воспроизводимости

$$S_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{v=1}^N (y_{uv} - y_{u, \text{ср}})^2, \quad (6.15)$$

где среднее значение отклика

$$y_{u, \text{ср}} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N y_{uv}. \quad (6.16)$$

В задачах развития энергосистем ошибка воспроизводимости обычно является единственной причиной проведения дублирующих опытов. В задачах исследования режимов ЭЭС, кроме того, необходимо считаться с наличием ошибок измерения параметров. Основной задачей проведения активного эксперимента и обработки его результатов является получение модели в виде аналитической функции зависимости отклика от факторов. Так как предметом ФЭ является изучение статистической связи отклика с факторами, то обработка результатов эксперимента выполняется методами регрессионного анализа. Чтобы проследить связь между регрессионным анализом и планированием эксперимента, вспомним основные соотношения регрессионного анализа, записав их с учетом введенных обозначений. Одновременно будут использованы обозначения, специфичные для ФЭ. Рассмотрим для простоты линейные модели. Эксперимент характери-

зуется матрицей значений факторов $\mathbf{X}$ и вектором функции отклика $\mathbf{Y}$:

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_{01} & x_{11} & \dots & x_{i1} & \dots & x_{I1} \\ x_{02} & x_{12} & \dots & x_{i2} & \dots & x_{I2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{0u} & x_{1u} & \dots & x_{iu} & \dots & x_{Iu} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{0U} & x_{1U} & \dots & x_{iU} & \dots & x_{IU} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_u \\ \dots \\ y_U \end{vmatrix}.$$

Например, при $I=1$ рассматривается модель $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1$. Здесь $\hat{y}$ — теоретическое значение отклика y . Применение МНК приводит к системе уравнений

$$\left. \begin{aligned} Ua_0 + \left(\sum_{u=1}^U x_{1u} \right) a_1 &= \sum_{u=1}^U y_u; \\ \left(\sum_{u=1}^U x_{1u} \right) a_0 + \left(\sum_{u=1}^U x_{1u}^2 \right) a_1 &= \sum_{u=1}^U x_{1u} y_u. \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

Введем обозначения

$$U = (00); \quad \sum_u x_{iu} = (i0); \quad \sum_u x_{iu}^2 = (ii);$$

$$\sum_u x_{iu} y_u = (iY); \quad \sum_u x_{iu} x_{ju} = (ij); \quad \sum_u y_u = (0Y).$$

Тогда уравнения (6.17) в матричной форме можно записать так

$$\begin{bmatrix} (00) & (10) \\ (10) & (11) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0Y \\ 1Y \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

или в более краткой форме

$$\mathbf{M}\mathbf{A} = \mathbf{Y}_m. \quad (6.19)$$

Здесь $\mathbf{M}$ — информационная матрица параметров. Информационная матрица и вектор правых частей определяются по формулам

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}_{tr} \mathbf{X}; \quad \mathbf{Y}_m = \mathbf{X}_{tr} \mathbf{Y}.$$

Решение уравнения (6.19) определяется как функция ковариационной матрицы параметров: $\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1}$.

В пассивном эксперименте отсутствуют средства воздействия на матрицу исходных наблюдений. Поэтому ин-

формационная матрица имеет произвольную структуру и ее обращение является весьма трудоемкой операцией. В активном эксперименте имеются возможности спланировать эксперимент так, чтобы придать желаемые свойства матрице M . Очевидно, наиболее желательно иметь матрицу диагонального вида, тогда ее обращение не составляет труда, так как элементы ковариационной матрицы C — это величины обратные диагональным элементам M :

$$M = \begin{bmatrix} (00) & & 0 \\ & (11) & \\ 0 & \cdots & (11) \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} c_{00} & & 0 \\ & c_{11} & \\ 0 & \cdots & c_{11} \end{bmatrix}.$$

Условия, при которых информационная матрица приобретает диагональную форму, следующие:

$$\sum_{u=1}^U x_{iu} x_{ju} = 0, \quad (6.20)$$

$$i \neq j; \quad i, j = 0, 1, \dots, I,$$

или, что то же самое, $(ij) = 0$.

Очевидно, это условия ортогональности планов эксперимента.

Основная задача планирования эксперимента — ответ на вопрос, как расположить наблюдения в факторном

Т а б л и ц а 6.3

Номер опыта u	Планирование					Кодовое обозначение строк
	x_{0u}	x_{1u}	x_{2u}	$x_{1u}x_{2u}$	y_u	
1	+1	-1	-1	+1		(1)
2	+1	+1	-1	-1		a
3	+1	-1	+1	-1		b
4	+1	+1	+1	+1		ab
Сумма по столбцам	4	0	0	0		
Обозначение суммы	(00)	(10)	(20)	(12)		

пространстве, чтобы получить информационную матрицу с заданными свойствами. Наиболее просто это сделать в эксперименте с двухуровневыми планами. Пример такого эксперимента для $I=2$ приведен в табл. 6.3.

Элементы предпоследней строки табл. 6.3 иллюстрируют свойство ортогональности планов. С учетом свойств эксперимента нетрудно дать формулы для решения уравнений (6.17):

$$a_0 = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U y_u = \frac{(0Y)}{U}; \quad a_i = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U x_{iu} y_u = \frac{(iY)}{U}. \quad (6.21)$$

Общий вид получаемой линейной модели следующий:

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{i=1}^I a_i x_i. \quad (6.22)$$

В эксперименте, представленном в табл. 6.3, показаны все возможные опыты, дающие ортогональные планы. При двух факторах число таких опытов $2^2 = 4$. В общем случае их число равно 2^I . Подобные эксперименты носят название *полных факторных экспериментов* (ПФЭ). В факторном эксперименте 2^2 четыре опыта и три определяемых коэффициента линейной модели a_0, a_1, a_2 . Так как для возможности определения коэффициентов модели требуется, чтобы число уравнений в системе (6.19) было не более числа опытов, то имеется возможность в рамках эксперимента 2^2 моделировать уравнение

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2, \quad (6.23)$$

т. е. получить неполную квадратичную модель. Значение коэффициента a_{12} нетрудно вычислить на основе эксперимента табл. 6.3 по формуле $a_{12} = (12 Y/U)$. Нетрудно видеть, что в общем случае коэффициенты неполных квадратичных моделей можно подсчитать по формулам вида

$$a_{ij} = (ijY)/U. \quad (6.24)$$

Исследователь всегда стремится уменьшить стоимость эксперимента, если погрешность моделирования остается в допустимых пределах. Таким образом, правомерно поставить вопрос: нельзя ли провести сокращенный факторный эксперимент, сохраняя его преимущества, вытекающие из ортогональности планов? Оказывается, такие сокращенные факторные эксперименты возможны. Они называются *дробными факторными экспериментами* (ДФЭ).

Рассмотрим в качестве примера ПФЭ 2^3 . Он полностью описывается в табл. 6.4, где краткости +1 и -1 заменены на знаки «+» и «-».

Таблица 6.4

Номер опыта	Планирование					Код строк	Планирование		
	x_0	x_1	x_2	x_3	y		x_1x_2	x_1x_3	x_2, x_3
1	+	-	-	-	y_1	(1)	+	+	+
2	+	+	-	-	y_2	a	-	-	+
3	+	-	+	-	y_3	b	-	+	-
4	+	+	+	-	y_4	ab	+	-	-
5	+	-	-	+	y_5	c	+	-	-
6	+	+	-	+	y_6	ac	-	+	-
7	+	-	+	+	y_7	bc	-	-	+
8	+	+	+	+	y_8	abc	+	+	+

Для построения линейной модели (четыре коэффициента $a_0, \dots, a_3$) ПФЭ 2^3 явно избыточен, так как минимально необходимое число опытов равно четырем. В то же время опыты 1, 6, 7, 4 представляют собой ортогональную совокупность, достаточную для вычисления всех коэффициентов модели. Такую же совокупность представляют собой остальные опыты 5, 2, 3, 6. Так как каждая из совокупностей требует количества опытов вдвое меньшее, чем ПФЭ, то они называются *полурепликами*, а представляемый ими эксперимент является ДФЭ.

Планы ДФЭ изображены в табл. 6.5.

Таблица 6.5

Первая полуреплика 2^{3-1}						Вторая полуреплика 2^{3-1}					
Планирование					Код строк	Планирование					Код строк
x_0	x_1	x_2	x_3	y		x_0	x_1	x_2	x_3	y	
+	-	-	-	y_1	(1)	+	-	-	+	y_5	c
+	+	-	+	y_6	ac	+	+	-	-	y_2	a
+	-	+	+	y_7	bc	+	-	+	-	y_3	b
+	+	+	-	y_4	ab	+	+	+	+	y_8	abc

Обязательное условие постановки ДФЭ — ортогональность планов. Из табл. 6.5 видно, что это условие выполнено. На рис. 6.7 показано расположение опытов ДФЭ

2^{3-1} в факторном пространстве. Крестиками обозначены планы первой полуреплики, кружками — планы второй полуреплики. Для большого количества факторов можно представить возможность дальнейшего сокращения относительного числа опытов, т. е. применения *дробных реплик* вида 2^{I-k} , $k < I$. Дробные реплики можно применять лишь, если есть уверенность в отсутствии влияния соответствующих взаимодействий факторов.

Рассмотрим применение планирования эксперимента на примере моделирования электросетевого блока. Так как проведение активного эксперимента над конкретной

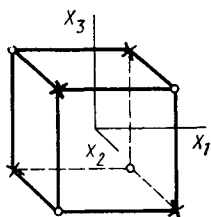


Рис. 6.7

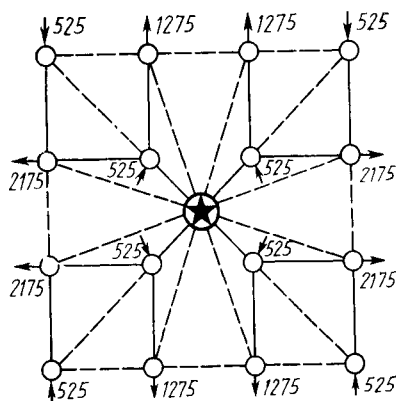


Рис. 6.8

ЭЭС с неопределенными условиями будущего развития невозможно, то предлагается выполнять эксперимент с моделями гипотетических ЭЭС, обладающими сходными характеристиками с исследуемой ЭЭС, т. е. охватывающими реальные условия развития исследуемой ЭЭС. Для проведения эксперимента используются методы геометрического моделирования. В качестве объекта для удобства расчетов рассмотрим систему простой структуры, например, занимающую площадь в виде квадрата с распределением нагрузок в узлах равномерной решетки. Исследования показывают, что достаточно рассмотреть сетку с 16 узлами. Меньшее число узлов слишком загружает модель, а большее — значительно повышает трудоемкость расчетов, не приводя к заметному повышению точности. Варьируя значения нагрузок узлов и расположение электростанций, можно добиться установки лю-

бого сочетания обобщенных параметров, соответствующего заданному плану эксперимента. На рис. 6.8 показаны расположение нагрузок и источников, соответствующие следующему набору обобщенных параметров:

$$P_r = 6000 \text{ МВт}, \quad \rho_n = 48 \text{ кВт/км}^2, \quad \gamma = 4,94 \text{ м/км}^2,$$

$$M = 0, \quad n = 1, \quad \alpha = 0.$$

Сплошные линии на рис. 6.8 относятся к существующим, а прерывистые — к возможным для сооружения электрическим связям. Размеры гипотетической системы должны быть выбраны соответствующими зоне влияния современной крупной КЭС, т.е. площади до 1 млн. км². Поэтому в эксперименте рассматривают площадь квадрата со стороной 1000 км.

Следующим этапом моделирования является установление диапазонов варьирования обобщенных параметров. Анализ схем возможного развития рассматриваемой ОЭС на 1980—2000 гг., проведенный в рамках пассивного эксперимента, позволил рекомендовать следующие интервалы варьирования:

$$P_r = 6 \div 18 \text{ ГВт}, \quad \rho_n = 24 \div 48 \text{ кВт/км}^2, \quad \gamma = 4,94 \div 8 \text{ м/км}^2,$$

$$M = (0 \div 660) 10^4 \text{ МВт} \cdot \text{км}, \quad n = 1 \div 4, \quad \alpha = 0 \div 0,25 \text{ отн. ед.}$$

Расчет обобщенных параметров выполняют по следующим формулам:

$$P_r = \sum_{j=1}^n P_{rj}, \quad \rho_n = \frac{P_n}{F}, \quad P_n = \sum_{e=1}^E P_{n.e}, \quad \gamma = \frac{\sum_i L_i k_i^2}{F},$$

$$M = \sum_{j=1}^n P_{rj} l_j, \quad \alpha = \sqrt{[D(P_n)]/D(P_n)_{\text{н.р.}}}$$

Здесь через j обозначены номера генерирующих станций, e — нагрузок узлов, i — существующих электропередач, F — площадь территории ЭЭС, L_i — длина i -й электропередачи, l_j — расстояние от станции j до центра нагрузок. Удельную протяженность существующих сетей γ вычисляют путем приведения к одному базисному напряжению через квадрат коэффициента трансформации.

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки вычисляют через отношение дисперсии распределения нагрузки рассматриваемого варианта к дисперсии край-

не неравномерного варианта (когда вся нагрузка сосредоточена в одном узле). Теоретически значения коэффициента α могут лежать в диапазоне 0 — 1.

Для получения модели выполнялся ПФЭ 2⁶. План-матрица эксперимента изображена в табл. 6.6. Проведение

Таблица 6.6

Номер варианта	P_r , ГВт	P_n , кВт/км ²	γ , м/км ²	M , 10 ⁻⁴ МВт-км	N , шт.	α , отн. ед.
1	6	24	4,94	0	1	0
2	18	24	4,94	0	1	0
3	6	48	4,94	0	1	0
4	18	48	4,94	0	1	0
5	6	24	8	0	1	0
6	18	24	8	0	1	0
7	6	48	8	0	1	0
8	18	48	8	0	1	0
9	6	24	4,94	660	1	0
10	18	24	4,94	660	1	0
11	6	48	4,94	660	1	0
12	18	48	4,94	660	1	0
13	6		8	660	1	0
14	18		8	660	1	0
15	6		8	660	1	0
16	18		8	660	1	0
...	...	...	...	...	...	...
50	18	24	4,94	0	3	0,25
51	6	48	4,94	0	3	0,25
52	18	48	4,94	0	3	0,25
53	6	24	8	0	3	0,25
54	18	24	8	0	3	0,25
55	6	48	8	0	3	0,25
56	18	48	8	0	3	0,25
57	6	24	4,94	660	3	0,25
58	18	24	4,94	660	3	0,25
59	6	48	4,94	660	3	0,25
60	18	48	4,94	660	3	0,25
61	6	24	8	660	3	0,25
62	18	24	8	660	3	0,25
63	6	48	8	660	3	0,25
64	18	48	8	660	3	0,25

ние каждого испытания (строка план-матрицы) состоит из следующих этапов:

- 1) задают расположение узлов нагрузок по территории;
- 2) намечают места сооружения электростанций;
- 3) задают граф существующей электрической сети;

4) намечают избыточный граф сети с учетом фактора надежности;

5) выполняют оптимизацию электрической сети.

На первых трех этапах определяются значения обобщенных параметров, соответствующих данному испытанию. Оптимизация электрической сети может быть выполнена любым из известных методов (см. гл. 8). Для оптимизации сети в данном примере использовался вычислительный комплекс ФЭИ АН Латвийской ССР [12]. На основе проведенного эксперимента методом регрессионного анализа рассчитывают параметры модели приведенных затрат ЭСБ. Например, в рассмотренной задаче численная модель имеет вид

$$Z = 66057 + 3579P_r + 333,2\rho_n - 1010\gamma + 60,36M - \\ - 15\,523u - 7\,634a.$$

Средняя погрешность моделирования получилась равной 14 %, что приемлемо для задач долгосрочного планирования.

§ 6.6. Основы методологии имитационного подхода

Рассмотрение задач оптимизации развития энергосистем, которое было дано в гл. 4—6, показывает, что применение оптимизационных моделей встречает значительные трудности. Основные причины этих трудностей заключаются в следующем.

Неопределенность исходной информации. Применение методов теории принятия решений лишь частично снимает эту проблему, так как их трудоемкость многократно возрастает при увеличении числа параметров, характеризующихся неопределенностью.

Многокритериальность задачи (неопределенность цели). Для ЭЭС как БИС, кроме того, следует учитывать возможность несовпадения целей системы и подсистем.

Невозможность строгой формализации цели и (или) системы ограничений и связей.

Возможные динамические изменения структуры ЭЭС и ее взаимосвязей с внешней средой.

Сказанное заставляет искать новые пути решения задач прогнозирования и планирования БИС. Одним из перспективных направлений является бурно развивающийся в последние годы *имитационный подход*, который можно рассматривать как методологию изучения БИС,

являющуюся одной из разновидностей системного подхода и в специфических условиях реализующую принципы системного подхода.

Одной из характерных черт имитационного подхода является применение *имитационного моделирования* (ИМ). По Р. Шеннону ИМ — это процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью понять поведение системы либо оценить различные стратегии, обеспечивающие функционирование этой системы. Более короткое определение дает Т. Нейлор *, определяя ИМ как экспериментирование с моделью во времени. Таким образом, сложность описания реальной системы заставляет отказаться от применения формальных методов решения типа математического программирования. Принятие решений облегчается конструированием и многократным «прогоном» имитационных моделей. При этом становится весьма эффективным использование ФЭ. Как можно заметить, рассмотренные в предыдущих параграфах модели, например, модель электросетевого блока, несут многие черты ИМ.

Для решения задачи с применением имитационного подхода характерны следующие этапы.

1. *Формулировка задачи.* Сюда относятся определение целей, установление характера их взаимного соответствия и способов представления. Определение состава параметров, выявление эндогенных, экзогенных и управляющих параметров. Нахождение связей между переменными и границ их допустимого изменения на основе физических закономерностей и нормативных показателей. Использование экспертной информации.

Завершается этап агрегированием информации (выделением уровней описания и блоков параметров) и составлением структурного представления и функционального описания системы.

2. *Сбор и обработка данных с реальной системы.* Выполняется наблюдение за объектом моделирования, измерение его параметров, выявление диапазонов варьирования, выяснение механизма функционирования и свойств моделируемой системы. Для этих целей на данном этапе возможно широкое применение пассивного эксперимента (например, для выполнения диапазонов

* Нейлор Т. и др. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем.— М.: Мир, 1975.— 500 с.

варьирования обобщенных параметров ЭСБ, упомянутое в § 6.5). На данном этапе возможно создание базы данных, причем желательна ориентация на имеющиеся банки данных АСУ и программно-вычислительных комплексов. Значительная часть полученной информации носит статистический характер и анализируется с целью выяснения законов и функций распределения параметров. Для обработки исходной информации могут быть применены методы корреляционного, регрессионного, факторного анализа и др.

3. *Формирование модели.* На основе полученных представлений о характере изменения параметров системы выдвигаются гипотезы о виде взаимосвязей. Осуществляется формализация связей между параметрами. При этом стремятся к разработке возможно более простых моделей. Разработка моделей облегчается использованием теории подобия, составлением сценариев явления. Выдвигаются предложения о способах и приемах моделирования (методы Монте-Карло, геометрического моделирования, планирования факторного эксперимента и т. д.). Например, в задаче моделирования ЭСБ выявляются связи между обобщенными параметрами и функцией цели, а также выдвигается гипотеза о характере взаимозависимостей.

4. *Составление программы для ЦВМ.* Возможно использование как универсальных языков программирования (PL-1, ФОРТРАН, АЛГОЛ), так и специальных языков ИМ (ДИНАМО, СИМУЛА, GPSS и др.). На этом этапе создается банк данных и подготавливаются возможности диалога человека с ЦВМ. Осуществляется трансляция модели. Например, в задаче моделирования ЭСБ разрабатываются программы оптимизации схем развития электрических сетей.

5. *Прогон модели.* Прогон модели означает реализацию одного из возможных путей развития системы на модели с целью предварительной оценки пригодности модели. Выполняется верификация, т. е. сравнение результатов моделирования с результатами функционирования реального объекта, оценка чувствительности и устойчивости модели.

6. *Подготовка к экспериментированию с моделью.* На данном этапе может быть эффективно планирование эксперимента, применение шагового подхода (последовательного анализа) к планированию и анализу имитационных экспериментов. Намечаются необходимые объемы

выборки и разрабатываются способы оценки статистической надежности результатов.

7. Экспериментирование. В процессе осуществления имитационного эксперимента обрабатываются его результаты, определяются параметры модели, выполняется оценка ее адекватности, точности. При этом применяются обучающие и контрольные выборки, а обработка ведется на основе применения критериев согласия. Выявляются недостатки модели и осуществляется (обычно в диалоговом режиме) ее совершенствование. Главная цель на данном этапе, как правило, заключается в достижении функционального подобия модели и оригинала. Результаты ИМ анализируются и интерпретируются. Разрабатываются подходы к оптимизации. Здесь может быть эффективно планирование экстремальных экспериментов.

Например, в рассматриваемом примере создается модель ЭСБ и оценивается ее качество.

8. Эксплуатация имитационной модели. Полученная ИМ может использоваться как фрагмент при решении сложных оптимизационных задач развития, подобно тому, как модель ЭСБ используется при оптимизации размещения и выбора установленной мощности электростанций.

Указанные этапы являются наиболее характерными в имитационном подходе, но в конкретных задачах они или их содержание могут взаимноизменяться. Однако в любом случае к имитационному моделированию предъявляется ряд требований, в том числе:

полнота решения главных задач;

гарантия от абсурдных выводов (последнее обычно связано с трудностями моделирования редких событий);

простота и удобство работы для пользователя;

адаптивность, возможность совершенствования.

Применение имитационного подхода перспективно, например, для формирования четвертого блока комплекса экономико-статистических моделей оптимизации размещения и мощности электрических станций. Используя планирование ФЭ, можно сформировать представительный набор стратегии развития генерирующих мощностей (по пунктам сооружения, размерам и темпам ввода). Существенное значение имеет также конструирование блока учета внешних условий развития ЭЭС, где упор должен быть сделан на учет неопределенности. Специализированная программа осуществляет «проигрывание»

развития ЭЭС и определение приведенных затрат. При использовании программы целесообразно применять диалоговый режим работы, чтобы осуществлять корректировку вариантов развития и выявлять чувствительность модели к изменению факторов.

Имитационный подход перспективен в плохо формализуемых задачах, в которых система представляется в виде «черного ящика» с известными входами и выходами, но с неизвестным (или плохо известным) механизмом взаимосвязи между входными и выходными параметрами. Поэтому для имитационного подхода характерны:

итеративный характер моделирования, когда модель формируется по мере экспериментирования с нею и сопоставления получаемых результатов с процессами, происходящими в реальной системе;

использование статистических методов моделирования и обработки информации. ИМ формируется как модель системы, подверженной воздействию случайного механизма. В результате статистический подход приводит к имитации как звену между анализом и принятием решений;

широта, превращающая его в один из заметных разделов системного подхода. Охватывая практически весь процесс исследования БИС, начиная с изучения механизма вплоть до принятия решений, имитационный подход опирается на три источника информации: эксперимент, моделирование и экспертизу.

ГЛАВА 7

ПОСТАНОВКА И ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

§ 7.1. Порядок проектирования развития сетей электрических систем

Задача проектирования развития сетей объединенных электрических систем (ОЭС) относится к *задачам среднесрочного прогнозирования или перспективного планирования с расчетным сроком $T=15-20$ лет и сроком достоверного прогноза $T_{\text{дост}}=5$ лет*. Периодичность выполнения расчетов также равна пяти годам.

В ходе решения этой задачи намечают мероприятия по реконструкции системообразующей сети, составляют схему развития объединенной энергосистемы (ОЭС) и внутренних сетей каждой из входящих в нее районных энергосистем (РЭС). Сети различных РЭС имеют относительно слабые связи между собой, поэтому развитие сети каждой из них определяется самостоятельно. К началу проектирования электрической сети энергосистемы обычно уже определен план ввода генерирующих мощностей, содержащиеся в нем решения наряду с прогнозом нагрузок составляют основную информацию рассматриваемой оптимизационной задачи.

В промежутках между двумя решениями задачи оптимального развития ОЭС или РЭС выполняют проекты реконструкции основных нагрузочных узлов электрической системы, при этом прогнозируют нагрузки, разрабатывают внутреннюю распределительную сеть узла, выбирают необходимые устройства компенсации реактивной мощности. Полученные решения о сроках ввода объектов реконструкции узлов, намеченные к выполнению в данной пятилетке составляют основу для рабочего проектирования. Решения, относящиеся к периоду $T > T_{\text{дост}}$, используются на следующих этапах оптимизации развития ОЭС и РЭС, поскольку они содержат прогнозы нагрузок узлов, составленные с учетом заявок потребителей и учитывают основные требования к параметрам питающей сети, обеспечивающей электроснабжение проектируемого узла.

Нетрудно заметить, что три иерархических уровня проектирования развития сети электрической системы (ОЭС, РЭС, узел) образуют общий комплекс, объединенный информационными каналами, направленными от высших уровней к низшим, по которым передаются основные исходные установки решения соответствующих задач и каналами обратного направления, передающими прогнозы нагрузок узлов и объединений.

Далее в общих чертах представлено основное содержание работ по проектированию развития электрической сети на примере ОЭС.

1. Исходным пунктом проекта развития сети ОЭС является *баланс мощностей всей системы*, входящих в нее РЭС и их наиболее крупных узлов. При составлении баланса мощностей используется информация как нижних, так и верхних уровней единой иерархической системы электроэнергетического хозяйства. С нижних уровней

иерархии поступают обработанные в ходе проектирования узлов данные об их максимальных мощностях и характерных графиках суточной и сезонной загрузки. Информация, поступающая с верхних иерархических уровней, содержит контрольные цифры, определяемые развитием всей отрасли в целом и отдельных ее частей. Эти две группы информации согласуются с целью составления объективного прогноза темпов роста нагрузки, основной информации, определяющей решение задачи развития сети электрической системы.

2. Задачей проектирования является разработка мероприятий по развитию *системообразующей электрической сети*. В настоящее время для решения этой задачи чаще всего используют оценочные модели — сравнение нескольких интуитивно намеченных вариантов развития электрической сети. Применение оптимизационных математических методов решения оптимизационных задач на основе широкого использования ЦВМ в проектировании позволило разработать формализованные математические алгоритмы оптимизации развития электрических сетей. В начальный период применения такого формализованного подхода к проектированию предполагалось, что на его основе удастся полностью автоматизировать процесс принятия решений о развитии сети. Однако опыт показал, что процесс проектирования — сложнейшая кибернетическая задача, которая может решаться только с использованием арсенала методов системного анализа на основе взаимодействия человека и ЦВМ, являющейся советчиком инженера, средством хранения, получения и преобразования информации.

Сложность решения задачи выбора оптимальной конфигурации электрической сети определяется необходимостью учета следующих четырех главных положений:

задача оптимизации электрической сети является многокритериальной, поскольку ее решение должно учитывать условия экономичности, надежности, качества электроэнергии и охраны окружающей среды. Попытки свести все критерии к одному, например, критерию экономичности, до настоящего времени не дали положительных результатов;

методы оптимального проектирования должны учитывать динамический характер развития электрической системы и ее сети. Для этого обычно срок проектирования разбивают на три-четыре дискретных этапа и поиск опти-

мального решения ведут на состояниях системы промежуточных и конечного этапов;

даже упрощенная постановка задачи развития, в которой оптимизация ведется только на основе экономического критерия, а остальные критерии учитываются в виде системы ограничений, сводится к оптимизационной задаче с многоэкстремальной и содержащей разрывы целевой функцией, решение которой связано с весьма серьезными и трудоемкими вычислениями;

информация о параметрах проектируемой системы имеет вероятностный и частично неопределенный характер. Примером частично неопределенной информации являются сведения об условиях тождества эффекта от мероприятий по реконструкции сети для промежутка времени $T > T_{\text{дост.}}$.

Таким образом, проектируемая развивающаяся электрическая сеть обладает основными качествами большой кибернетической системы. Применяемые для ее оптимизации методы по своей сути должны быть методами системного анализа.

Изучение различных оптимизационных моделей и методов отыскания оптимального плана развития электрической сети на основе формализованных методов математического программирования показало, что:

1. Известные формализованные оптимизационные модели и методы не в состоянии учесть все свойства большой системы и поэтому не могут обеспечить решение задачи с начала до конца. Поэтому их следует рассматривать только как один из полезных элементов всей системы проектирования.

2. Основным назначением указанных моделей и методов является предварительное сужение с их помощью области рациональных решений, получение подмножества вероятно-оптимальных планов, которое далее должно быть изучено с помощью оценочных моделей.

3. В результате поиска оптимальной стратегии развития сети из исходного множества допустимых вариантов может быть найдено подмножество вероятно-оптимальных вариантов (планов). В процессе такого поиска параметры режимов электрических сетей и ограничения, связанные с обеспечением надежности, качества электроэнергии и охраны окружающей среды оцениваются приближенно. Поэтому множество вероятно-оптимальных вариантов развития электрических сетей, прошедших через сито алгоритмов оптимизации, должно быть подвергнуто

дополнительной проверке по условиям устойчивости, надежности, качества электроэнергии и т. д. На этапе проверочных расчетов помимо режимов максимальных и минимальных нагрузок учитываются некоторые специальные, например, паводковые режимы. Во всех случаях оцениваются и прогнозируются потери электроэнергии как один из важнейших показателей экономического сравнения вариантов.

После выполнения проверочных расчетов вероятно-оптимальные варианты развития электрических систем подвергаются некоторой коррекции. При этом часть вариантов, не обеспечивающая надлежащего выполнения основных критериев, должна быть исключена из дальнейшего рассмотрения.

4. Последним этапом проектирования является утверждение проекта, которое выполняется на основе экспертной оценки работы. Такая оценка делается не только в организации, выполнившей проект (соответствующем отделении института «Энергосетьпроект»), но и в службе перспективного развития проектируемой энергосистемы. Окончательно проект утверждается головным институтом «Энергосетьпроект» после чего передается в Госплан, где используется при составлении титульных списков на строительство объектов предстоящей пятилетки.

В последующих параграфах данной главы рассмотрены основные вопросы, связанные с постановкой и решением задачи оптимального развития электрической сети энергосистемы.

При описании оптимизационных моделей и методов используется следующий подход к решению многокритериальной задачи развития сети: в качестве основного оптимизационного критерия принимают экономический, а другие критерии (бесперебойности, устойчивости, качества электроэнергии и т. д.) на этапе первоначального выбора множества вероятно-оптимальных планов развития сети учитывают приближенно, например, как ограничения на минимально допустимое число связей, питающих нагрузки первой и второй категории по надежности. Более детально критерии надежности и качества электроэнергии учитывают на этапе уточняющих проверочных расчетов в оценочных моделях.

§ 7.2. Экономический критерий эффективности

Первоначально будем рассматривать задачу определения оптимальной электрической сети в упрощенном виде, без учета динамики изменения нагрузок, т. е. в статической постановке. Критерий оптимальности

$$Z = E_n K + I. \quad (7.1)$$

Отметим, что ежегодные издержки I можно разделить на две составляющие, зависящие от капитальных затрат K и суммарных годовых потерь электроэнергии ΔA :

$$I = \gamma K + \beta \Delta A, \quad (7.2)$$

где γ и β — коэффициенты, отражающие постоянную часть эксплуатационных расходов и затрат, связанных с компенсацией потерь ΔA .

Экономические интервалы и различные формы аналитического представления функции приведенных затрат. При решении задачи оптимального развития электрической системы весьма эффективным является применение метода «экономических интервалов», позволяющего исключить при решении задачи локальные параметры, определяемые только мощностями, протекающими по отдельному элементу системы (линии или трансформатору). Мы рассмотрим данный метод только применительно к линиям передачи, однако его можно применять и для экономических интервалов трансформаторов [4].

Выражение для приведенных затрат на сооружение и эксплуатацию линии электропередачи заданного типа при номинальном напряжении U сечения q имеет вид:

$$Z_{0q} \approx AK_{0q} + (S/U)^2 \beta R_{0q} \tau \quad (S \neq \Phi); \quad Z_{0q} = 0 \quad (S = 0), \quad (7.3)$$

где A — постоянный множитель, учитывающий нормативный коэффициент эффективности E_n и годовые эксплуатационные расходы; K_{0q} , R_{0q} — капиталовложения и сопротивление на единицу длины линии сечением q ; β — стоимость единицы потерь энергии; S — полная протекающая по линии мощность режима максимальных нагрузок; τ — время максимальных потерь.

Функция (7.3) представляет собой параболу:

$$Z_{0q} = a_{0q} + b_{0q} S^2. \quad (7.4)$$

Точки пересечения $S_{q/q+1}$ этих парабол для разных сечений q и $q+1$ или чисел цепей являются границами целесообразного применения соответствующих сечений

(рис. 7.1), а промежутки между ними — экономическими интервалами мощности, внутри которых целесообразно применять данное сечение. Кривая, проведенная на рис. 7.1 жирной линией, представляет собой функцию оптимальных приведенных затрат в передачу. Эта функция зависит только от мощности, протекающей по линии, и не зависит от сечения. В некоторых алгоритмах оптимизации показанные на рис. 7.1 негладкие зависимости приведенных затрат в линию заменяют более простыми:

$$Z = a + b|S|, \quad (S \neq 0); \quad Z = 0 (S = 0). \quad (7.5)$$

Хотя аппроксимация (7.5) и является приближенной, она учитывает основную качественную особенность функции приведенных затрат в линию — наличие разрыва в нуле $\lim_{S \rightarrow 0} Z(S) = Z(0)$. Оптимизация функций, имеющих раз-

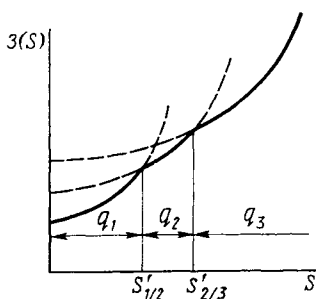


Рис. 7.1

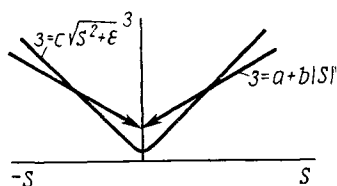


Рис. 7.2

рывы, при большом числе переменных не может быть выполнена на современных ЦВМ, поэтому во многих случаях решения оптимизационных задач большой размерности приходится идти на дальнейшее закругление целевой функции — замену зависимости (7.4) непрерывной функцией:

$$Z = c\sqrt{S^2 + \epsilon}, \quad (7.6)$$

где ϵ — малое положительное число, обеспечивающее непрерывность производной (7.6) в точке $S = 0$.

Аппроксимации (7.5) и (7.6), показанные на рис. 7.2, выполняют методом наименьших квадратов, т. е. так, чтобы обеспечить минимальную среднеквадратичную погрешность аппроксимации.

Сравнивая формулы (7.5) и (7.6), отметим еще раз их основные достоинства и недостатки. Аппроксимация

(7.5) заметно точнее в области малых S , но наличие члена a , отличного от нуля только при ненулевых потоках мощности линии, учитывает разрыв в нуле функции затрат. Методы оптимизации, в которых используется данная аппроксимация, позволяют осуществлять поиск минимума многоэкстремальной функции. Возможности некоторых из методов данной группы ограничиваются поиском одного или нескольких локальных экстремумов. С помощью других ищут глобальный минимум. Первая группа методов легко реализуется на ЦВМ, позволяет решать задачи достаточно большой размерности, мало уступая в этом отношении методам выпуклого математического программирования (см. далее). Вторая группа методов требует значительных затрат времени и памяти ЦВМ и может применяться только к задачам сравнительно скромных размеров, однако возможность получения глобального минимума окупает вычислительные издержки, если размерность задачи допускает применение таких методов.

Аппроксимация (7.6) неудовлетворительно моделирует целевую функцию в зоне малых нагрузок линии, поэтому основанные на ее применении алгоритмы не гарантируют нахождения глобального минимума. Однако данная аппроксимация обеспечивает выпуклость приближенной функции цели, поэтому для решения оптимизационной задачи может быть применен эффективный арсенал методов выпуклого программирования, позволяющих решать задачи большой размерности с малыми затратами памяти и времени ЦВМ. Применение такой аппроксимации и соответствующих методов можно рекомендовать в случаях, когда требуется только приближенное решение задачи развития электрической сети, например, когда данная задача является частью общего комплекса оптимизации структуры энергосистемы на длительную перспективу (15—20 лет).

§ 7.3. Упрощение уравнений установившегося режима в задачах оптимального развития электрических систем

Основной операцией большинства методов оптимизации электрической сети являются расчеты параметров электрического режима и потерь электроэнергии. Специфика их применения для решения основной оптимизаци-

онной задачи определяет следующие требования к выполнению упомянутых расчетов:

при анализе потокораспределения и особенно при расчетах потерь энергии должен учитываться фактор многорежимности проектируемой системы (суточные максимумы и минимумы, сезонная неравномерность, наличие особых, например, паводковых режимов);

оптимизационные алгоритмы, как правило, связаны с выполнением вариантных расчетов. В большинстве из них изменяется только несколько элементов некоторой базовой сети. Для таких расчетов целесообразно использовать специализированные алгоритмы коррекции режима, обеспечивающие высокую скорость получения решения;

эффективность большинства методов выбора структуры питающей сети может быть существенно повышена за счет предварительного отбора мероприятий, приводящих к наиболее сильному уменьшению потерь энергии, как по абсолютному значению, так и на единицу вложенных капитальных затрат. Такие оценки рассчитываются на основе алгоритмов корректировки режимов при включении или отключении некоторых линий;

вероятностный и частично неопределенный характер информации о параметрах режимов проектируемой сети ограничивает возможную точность и достоверность результатов расчета. С помощью таких расчетов определяют только основные решения о развитии проектируемой сети, следовательно, для проектных задач целесообразно использовать упрощенные модели и системы уравнений.

Существующие программы расчета установившегося режима, предназначенные для решения задач эксплуатации электрических сетей, не удовлетворяют перечисленным требованиям, поэтому необходимо создание специализированных алгоритмов расчета установившегося режима. Далее описаны некоторые предложения по формированию таких алгоритмов, в основе которых используется упрощение системы уравнений узловых напряжений (УУН) в форме баланса мощностей:

$$\varphi_i = V_i^2 g_{ii} \sum_{j=1}^{n+1} V_i V_j [b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] + \\ + P_i = 0; \quad (7.7)$$

$$\phi_i = V_i^2 b_{ii} - \sum_{j=1}^{n+1} V_i V_j [b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] + Q_i = 0,$$

где V_i , δ_i — модуль и фаза напряжения узла i ; g_{ii} , b_{ii} — взятые с обратным знаком вещественная и мнимая составляющие комплекса собственной проводимости матрицы Y УУН [$Y_{ii} = -(g_{ii} - jb_{ii})$]; g_{ij} , b_{ij} — соответствующие части комплекса взаимной проводимости матрицы Y ; $n+1$ — количество узлов сети, последним из которых является балансирующий.

Питающие сети номинальных напряжений от 1150 до 330 кВ обладают следующими свойствами, позволяющими упростить систему УУН, не внося существенных погрешностей в результаты расчета режима:

для расщепленных проводов, применяемых в питающих сетях, реактивные слагающие сопротивлений намного больше активных, поэтому в (7.7) с допустимой погрешностью можно принять $g_{ii} = g_{ij} = 0$ — схемы замещения питающих сетей включают крупные нагрузочные и генераторные узлы, содержащие устройства регулирования напряжения, поэтому на этапе предварительного выбора схемы развития питающей сети модули напряжений узлов можно считать фиксированными и равными номинальным значениям. Расчеты потокораспределения целесообразно вести в системе относительных единиц и принимать $V_i = 1$;

система УУН с фиксированными модулями напряжения может быть разделена на две части, рассчитываемые раздельно: уравнения баланса активных мощностей (из которых определяются фазовые углы напряжений) и баланса реактивных мощностей. При решении проектных задач используется только первая часть УУН, а реактивные мощности определяются по средневзвешенному значению коэффициента мощности проектируемой системы. С учетом сделанных замечаний запишем системы (7.7) в виде:

$$\sum_{i \neq j}^{n+1} \sin(\delta_i - \delta_j) b_{ij} + P_i = 0. \quad (7.8)$$

Если дополнительно учесть, что разность фазовых углов смежных узлов, как правило, не превышают величины 30° , в системе (7.8) синусы разностей углов можно заменить самими разностями и получить окончательно следующее выражение:

$$\left(- \sum_{j=1}^{n+1} b_{ij} \right) \delta_i + \sum_{j=1}^n b_{ij} \delta_j = P_i. \quad (7.9)$$

Уравнения (7.9) можно записать в матричной форме:

$$\mathbf{B}\theta = \mathbf{P}, \quad (7.10)$$

где $\mathbf{B}$ — матрица, образованная мнимыми частями соответствующих элементов матрицы проводимостей $\mathbf{Y}$; θ — вектор фазовых углов напряжений.

Выражения (7.10) называют *уравнениями модели постоянного тока*. Они могут применяться как для определения исходного режима сети, так и для корректировки некоторого базового режима с параметрами $\mathbf{P}_0$, θ_0 . В этом случае система, позволяющая проанализировать отклонения от базового режима $\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P} - \mathbf{P}_0$; $\Delta \theta = \theta - \theta_0$, принимает вид:

$$\mathbf{B}\Delta \theta = \Delta \mathbf{P}. \quad (7.11)$$

Уравнения (7.11) применяются на этапе уточненных расчетов для проверки сети по условиям надежной работы и качества электроэнергии.

§ 7.4. Статистический метод определения потерь энергии

В большинстве статистических алгоритмов оптимизации электрической сети использует знакомый из дисциплины «Электрические системы и сети» простейший способ определения потерь энергии, основанный на единственном расчете установившегося режима, соответствующего совмещенному максимуму нагрузки энергосистемы, и определения числа часов «максимальных потерь» τ . В большинстве проектных задач точность решения, обеспечиваемая этим методом, вполне соответствует точности исходных данных, но в ряде случаев, например, при проектировании систем, формы графиков нагрузки и генерации которых сильно отличаются друг от друга, расчеты по τ чреваты недопустимыми погрешностями. В таких случаях целесообразно использовать статистические способы определения потерь энергии, учитывающие всю совокупность режимов электрической системы. Традиционная форма статистического выражения потерь энергии в электрической системе весьма громоздка, однако существует эффективный метод упрощения соответствующего выражения, применение которого резко снижает трудоемкость расчетов, сохраняя их точность.

Далее приводится вывод простейшей статистической формулы расчета потерь энергии, основанный на исполь-

зовании «уравнений модели постоянного тока» (7.10), (7.11). Более точные уравнения могут быть получены аналогично с помощью исходной системы УУН (7.7).

Потери мощности в отдельной линии, соединяющей узлы i и j электрической сети запишем в виде:

$$\begin{aligned}\Delta P_{ij} &= (\dot{U}_i - U_j)(\dot{U}_i^* - \dot{U}_j^*) g_{ij} = \\ &= (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j)) g_{ij}.\end{aligned}\quad (7.12)$$

Для перехода от потерь мощности к потерям энергии необходимо проинтегрировать выражения (7.12) на интересующем нас временном интервале T . Поскольку величины V_i , V_j , δ_i , δ_j определяются случайными колебаниями нагрузок узлов $P_k = Q_k$ электрической сети, то и сами эти параметры являются случайными величинами с математическими ожиданиями MV_i , MV_j , $M\delta_i$, $M\delta_j$. Обозначим отклонения модулей напряжений V_i , V_j от своих математических ожиданий через Δx_1 , Δx_2 , а соответствующие отклонения величин δ_i , δ_j через Δx_3 , Δx_4 :

$$\begin{aligned}V_i &= MV_i + \Delta x_1; \quad V_j = MV_j + \Delta x_2; \\ \delta_i &= M\delta_i + \Delta x_3; \quad \delta_j = M\delta_j + \Delta x_4.\end{aligned}\quad (7.13)$$

Разложим выражение (7.12) в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий напряжений, ограничившись членами второго порядка малости:

$$\begin{aligned}\Delta P_{ij} &\approx \Delta P_{ij}(MV, M\delta) + \sum_{k=1}^4 \frac{\partial \Delta P_{ij}}{\partial x_k} \Delta x_k + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \frac{\partial^2 \Delta P_{ij}}{\partial x_k \partial x_l} \Delta x_k \Delta x_l,\end{aligned}\quad (7.14)$$

где $\Delta P_{ij}(MV, M\delta)$ — потери мощности, соответствующие режиму математических ожиданий напряжений узлов.

Рассмотрим процесс интегрирования выражений (7.14) на отрезке определения случайных величин $0 - T$. Первый член выражения остается на этом отрезке постоянным, поэтому

$$\int_0^T \Delta P_{ij}(MV, M\delta) dt = T \Delta P_{ij}(MV, M\delta).$$

Интегралы вида $\int_0^T \frac{\partial \Delta P_{ij}}{\partial x_k} \Delta x_k$ оказываются равными

нулю, так как Δx_k — центрированные случайные величины. Интегрирование величин

$$\frac{\partial^2 \Delta P_{ij}}{\partial x_k \partial x_l} \Delta x_k \Delta x_l$$

приводит к появлению вторых собственных моментов ($\sigma^2 x_k$), называемых *дисперсиями* ($\sigma^2 x_1 = \sigma^2 v_i$; $\sigma^2 x_2 = \sigma^2 V_j$; $\sigma^2 x_3 = \sigma^2 \delta_i$; $\sigma^2 x_4 = \sigma^2 \delta_j$) и взаимных моментов $\text{cov}(x_i, x_j)$, называемых *ковариациями*, или *ковариационными моментами* [17]. После несложных алгебраических преобразований результат интегрирования выражений (7.14) можно представить в следующем виде:

$$\Delta E_{ij} \approx [\Delta P_{ij}(MV, M\delta) + MV_i MV_j g_{ij} \cos(M\delta_i - M\delta_j) \times \\ \times (\sigma^2 \delta_i + \sigma^2 \delta_j - 2 \text{cov}(\delta_i - \delta_j))] T, \quad (7.15)$$

где $\sigma^2 \delta_i$, $\sigma^2 \delta_j$ — дисперсия фазовых углов напряжений U_i , U_j ; $\text{cov}(\delta_i - \delta_j)$ ковариационный момент величин $\delta_i - \delta_j$.

Суммируя выражения (7.15) для всех линий, получим статистическую формулу потерь энергии в проектируемой сети. Участвующие в (7.15) математические ожидания MV_i , $M\delta_j$ приближенно находят из расчета установившегося режима электрической сети для средних нагрузок узлов электрической системы MP_i , определяемых на основании прогноза электропотребления узлов по формулам:

$$MP_i = W_i / T, \quad (7.16)$$

где W_i — прогноз электропотребления узла i проектируемой системы за период T (например, за год).

Дисперсии и корреляционные моменты характеризуют степень изменчивости и взаимной связи напряжений узлов. Эти величины можно рассчитать на основе прогноза графиков мощностей узлов следующим образом.

1. Определяем матрицу выборочных корреляционных моментов мощностей узлов $\text{COV}(\mathbf{P})$. Данная матрица включает выборочные дисперсии $\sigma^2 P_i$ и корреляционные

моменты $\text{cov}(P_i, P_j)$, которые определяем следующим образом:

$$\sigma^2 P_i \approx \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (P_{it} - \bar{P}_i)^2;$$

$$\text{cov}(P_i, P_j) \approx \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (P_{it} - \bar{P}_i)(P_{jt} - \bar{P}_j), \quad (7.17)$$

где P_{it} — мощность узла i для момента времени t , $t = 1, 2, \dots, T$; $\bar{P}_i$ — выборочное среднее значение мощности узла i .

2. Матрицу корреляционных моментов $\text{COV}(\theta)$ фаз напряжений узлов находим на основе линейаризованных в точке математических ожиданий мощностей уравнений узловых напряжений (7.11), отражающих связь между векторами $\Delta\theta$ и ΔP . Компонентами этих векторов являются разности:

$$\Delta\delta_i = \delta_i - MP_i; \quad \Delta P_i = P_i - MP_i.$$

Для определения $\text{COV}(\theta)$ справедлива формула [17]:

$$\text{COV}(\theta) = B^{-1} \text{COV}(P) B^{-1}. \quad (7.18)$$

Диагональные элементы матрицы $\text{COV}(\theta)$ равны дисперсиям $\sigma^2\delta_i$, а недиагональные — корреляционным моментам $\text{cov}(\delta_i\delta_j)$ из выражения (7.15).

Непосредственное применение формулы (7.18) неудобно, поскольку входящие в нее матрицы имеют большую размерность и малое число нулевых элементов. Упростить выражение (7.18) можно с помощью факторного моделирования графиков нагрузок и матрицы корреляционных коэффициентов узлов [17].

Исходные формулы факторного анализа подобны рассмотренным в гл. 5 формулам регрессионного анализа. В том и другом случае исходную совокупность случайных величин (под ними в данном параграфе понимаем центрированные своими математическими ожиданиями графики нагрузок узлов) предполагаем зависящей от небольшого числа функций-регрессоров Γ_i , которые в рассматриваемом нами случае называются *обобщенными типовыми графиками*

$$P_i - MP_i = \sum_{j=1}^R a_{ij} \Gamma_j, \quad (7.19)$$

где a_{ij} — подлежащие оценке постоянные коэффициенты; Γ_i — обобщенные типовые графики.

Принципиальное различие регрессионного и факторного анализа заключается в том, что в первом из них функции-регрессоры задаются априори, а в факторном анализе они неизвестны заранее и находятся в процессе построения модели.

Обобщенные типовые графики находим таким образом, чтобы наиболее точно моделировать матрицы исходных случайных величин $\text{COV}(\mathbf{P})$ и зависимых $\text{COV}(\theta)$. Их построение связано с определением *первых R собственных чисел и векторов матрицы $\text{COV}(\mathbf{P})$* .

Напомним, что собственный вектор $\mathbf{H}_i$ и собственное число λ_i матрицы $\text{COV} \mathbf{P}$ обладают следующим свойством:

$$\text{COV}(\mathbf{P}) \mathbf{H}_i = \lambda_i \mathbf{H}_i. \quad (7.20)$$

Собственные векторы $\mathbf{H}_i$ ортогональны между собой и с помощью деления на модуль вектора могут быть сделаны ортонормальными, для которых соблюдаются соотношения:

$$(\mathbf{H}_{i\text{тр}} \mathbf{H}_i) = 1; \quad (\mathbf{H}_{i\text{тр}} \mathbf{H}_j) = 0; \quad (i \neq j). \quad (7.21)$$

Обобщенные типовые графики Γ_i представляют собой независимые случайные величины. Их выражают через компоненты h_{ij} соответствующих собственных векторов $\mathbf{H}_i$:

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^n h_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{P} \mathbf{M}_j). \quad (7.22)$$

Те же коэффициенты, только относящиеся к различным собственным векторам, приближенно выражают любой исходный центрированный график через R обобщенных Γ_j :

$$(\mathbf{P}_i - \mathbf{M} \mathbf{P}_i) \approx \sum_{j=1}^R h_{ji} \Gamma_j \quad (7.23)$$

Из формулы (7.23) с учетом независимости Γ_j вытекает следующая формула для корреляционных моментов:

$$\text{COV}(\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_j) = \sum_{k=1}^R h_{ki} h_{kj} \lambda_k + \varepsilon(\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_j), \quad (7.24)$$

где $\varepsilon(\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_j)$ — погрешность определения корреляционного момента при замене $(\mathbf{P}_i - \mathbf{M} \mathbf{P}_i)$ по формуле (7.23).

Объединяя все возможные коэффициенты $\text{COV}(P_i, P_j)$ и $\varepsilon(P_i, P_j)$ в матрицы $\text{COV}(\mathbf{P})$ и $\mathbf{E}(\mathbf{P})$, из (7.24) получаем следующее матричное выражение:

$$\text{COV}(\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^R \lambda_k \mathbf{H}_k \mathbf{H}_{k\text{тр}} + \mathbf{E}(\mathbf{P}). \quad (7.25)$$

Формула, аналогичная (7.25), справедлива при любой приближенной замене исходных случайных величин $(P_i - EP_i)$ линейной комбинацией R независимых случайных величин Y_j , однако выражения (7.23) обладают экстремальным свойством — они обеспечивают минимальную норму матрицы $\mathbf{E}(\mathbf{P})$, т. е. максимально возможная погрешность определения корреляционного момента любой линейной комбинации случайных величин

$\sum_{i=1}^n \alpha_i (P_i - MP_i)$ при использовании формулы (7.23) меньше, чем при использовании любых других линейных регрессоров.

Таким образом, метод факторного анализа, применительно к моделированию узловых нагрузок электрических систем позволяет наиболее полно выделить общие закономерности изменения графиков нагрузок на основе обобщенных типовых графиков G_i , если только такие закономерности существуют. Нагрузки узлов подчинены общему суточному циклу изменения мощностей, определяемому сменностью предприятий, закономерностью суточных включений осветительных и отопительных приборов и т. д.

Существуют также единые недельный и годовой циклы изменения мощности электрических систем, которым подчинено подавляющее большинство узловых нагрузок, поэтому можно было предполагать, что применение факторного анализа для моделирования нагрузок окажется достаточно эффективным.

Для проверки этой гипотезы были проведены обширные статистические эксперименты, включающие большое количество реальных выборок графиков нагрузок узлов Европейской части, СССР, Урала и Сибири*. Экспериментальные исследования подтвердили эффективность

* Арзамасцев Д. А., Липес А. В., Ухалов В. А. Алгоритм статистического определения интегральных характеристик установившихся режимов электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, № 6. С. 39—49.

применения факторного моделирования нагрузок для решения как эксплуатационных, так и для проектных задач и показали, что:

моделирование графиков нагрузок узлов для расчета потерь энергии позволяет рассчитать дисперсионную составляющую потерь с точностью не менее 10%, при этом общая погрешность метода определения потерь энергии не превышает 1—2%. Необходимое для обеспечения такой точности количество обобщенных типовых графиков (ОГ) не превышает четырех. В большинстве случаев достаточно учесть два обобщенных типовых графика;

для получения ОГ нет необходимости определять матрицу корреляционных моментов всех узлов проектируемой сети. Для этого достаточно использовать представительную обучающую выборку узлов сети, включающую основные электрические станции, перетоки мощности между системами по линиям 500 кВ и более, наиболее крупные нагрузочные узлы, а также суммарные графики нагрузки отраслей промышленности, которые ежегодно рассчитываются и анализируются специализированным органом контроля распределения электроэнергии потребителям — «Энергосбытом»;

ОГ обладают статистической устойчивостью, поэтому они поддаются прогнозированию так же, как максимальные нагрузки и электропотребление. Следует отметить, однако, что применение описываемой дополнительной информации о форме графиков мощности узлов целесообразно выполнять только для уточненных расчетов потерь энергии для моментов времени $T \leq T_{\text{дост}}$. Учет формы графиков нагрузок необходим, например, в расчетах проверки критерия качества электроэнергии, а также при выполнении краткосрочных проектов развития крупных нагрузочных узлов.

Замена исходных графиков узлов электрической сети энергосистемы линейными комбинациями небольшого числа ОГ резко упрощает процесс определения корреляционных коэффициентов зависимых величин $\text{cov}(\delta_i, \delta_j)$. Чтобы убедиться в этом, достаточно подставить в формулу (7.18) выражения (7.25) без учета их последнего члена $E(P)$. Результат такой подстановки можно записать следующим образом:

$$\text{COV} \theta = \sum_{i=1}^R \lambda_i B^{-1} H_i H_{i, \text{тп}} B^{-1}. \quad (7.26)$$

Введем обозначение

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{H}_i = \gamma_i. \quad (7.27)$$

Для определения вектора γ_i вовсе не обязательно выполнять обращение матрицы $\mathbf{B}$, гораздо проще решить следующую систему уравнений:

$$\mathbf{B}\gamma_i = \mathbf{H}_i. \quad (7.28)$$

Поскольку матрица $\mathbf{B}$ триангулирована на этапе расчета параметров режима математических ожиданий, решение системы (7.28) менее трудоемко, чем в общем случае.

После того как определены все векторы γ_i , легко находят и матрицу $\text{cov}(\theta)$ по формуле (7.26). Следует отметить, однако, что вычисление всех элементов матрицы $\text{cov}(\theta)$ нецелесообразно, поскольку в формулах определения потерь энергии по линиям передачи (7.15) используются не все коэффициенты данной матрицы, а только небольшая их часть. Несложные алгебраические преобразования выражения (7.26) позволяют получить отдельные формулы для любого диагонального $\sigma^2(\sigma_i)$ и недиагонального элемента $\text{cov}(\delta_i\delta_j)$:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta_i\delta_j) &= \sum_{k=1}^R \gamma_{ik} \cdot \gamma_{jk} \lambda_k, \\ \sigma^2(\delta_i) &= \sum_{k=1}^R \gamma_{ik}^2 \lambda_k, \end{aligned} \quad (7.29)$$

где γ_{ik} — компонента i вектора γ_k .

Выражения (7.29) подставляют в формулу (7.15). Таким образом, для определения потерь энергии статистическим методом, при котором используется факторное моделирование графиков нагрузки, необходимо выполнить единственный расчет установившегося режима системы в точке математических ожиданий нагрузок, а также от 2 до 4 решений систем линейных уравнений (7.28), чтобы получить коэффициенты γ_{ik} и для каждой линии выполнить вычисления по формулам (7.29), (7.15). Решение линейной системы (7.28) — гораздо менее трудоемкая операция, чем расчет исходной системы уравнений (7.7). Для определения дисперсионной составляющей потерь по формулам (7.15) также не требуется существенных вычислительных затрат. Общий объем вычислений по описанной методике лишь на 20—30% больше

объема вычислений при расчете потерь энергии по числу часов максимальных потерь τ . Однако, как показали многочисленные расчеты, описанный метод значительно точнее и поэтому он может найти широкое применение в практике оптимизационных расчетов.

§ 7.5. Пример расчета потерь энергии

Рассмотрим электрическую сеть, показанную на рис. 7.3, содержащую четыре узла с фиксированным модулем напряжения $V_i=1$. Математические ожидания нагрузок узлов и параметры режима сети, соответствующие этим значениям нагрузок, приведены на рис. 7.3, а графики мощностей узлов показаны на рис. 7.4.

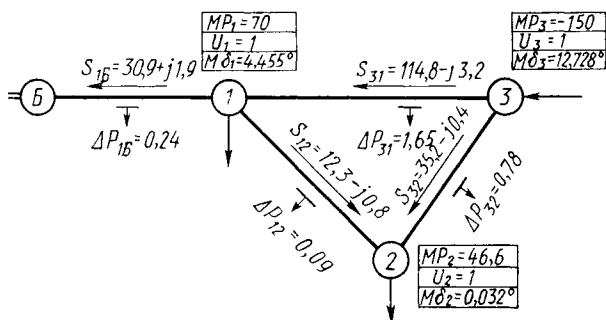


Рис. 7.3

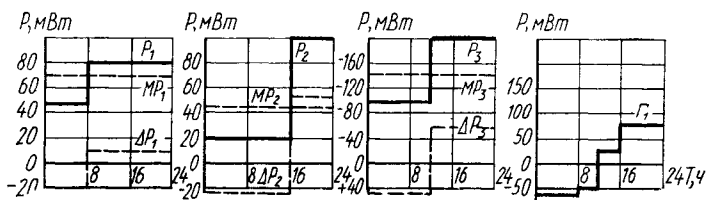


Рис. 7.4

Для расчета потерь энергии применяется статистический метод с факторным моделированием графиков нагрузок. Прежде всего определим элементы матрицы корреляционных моментов нагрузок $\text{cov}(P)$, используя для этого формулу:

$$\text{cov}(P_i, P_j) = \frac{1}{23} \sum_{t=1}^{24} (P_{it} - \bar{P}_i)(P_{jt} - \bar{P}_j). \quad (7.30)$$

где P_{it} — нагрузка часа t узла i ; $\bar{P}_i$ — выборочные математические ожидания нагрузок соответствующих узлов.

Выполняя численные расчеты по формуле (7.30), получаем матрицу выборочных корреляционных моментов:

$$\text{cov}(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} 200; & 226; & 500; \\ 266; & 1422,2; & 1333,3; \\ 500; & 1333,3; & 2500. \end{bmatrix}.$$

Главные факторы, объясняющие закономерности изменения совокупности случайных величин, определяются собственными числами λ_i и векторами $\mathbf{H}_i$ матрицы корреляционных моментов. Собственные числа и векторы матрицы $\text{cov}(\mathbf{P})$ определены степенным методом [16] и оказались равными: $\lambda_1 = 3495,65$; $\lambda_2 = 530,7$; $\lambda_3 = 95,8$. $\mathbf{H}_1 = [0,168; 0,7584; 0,819]$; $\mathbf{H}_2 = [-0,1313; 0,836; -0,533]$; $\mathbf{H}_3 = [0,976; -0,2129; 0,0177]$.

Поскольку первое собственное число намного больше остальных, то при расчете потерь энергии ограничимся только одним обобщенным типовым графиком Γ_1 , являющимся следующей комбинацией исходных:

$$\Gamma_1 = h_{11}\Delta P_1 + h_{12}\Delta P_2 + h_{13}\Delta P_3,$$

где ΔP_i — отклонения нагрузок от своих математических ожиданий $\bar{P}_i$; h_{ij} — компоненты первого собственного вектора матрицы $\mathbf{H}_1$. Подставляя соответствующие цифры, находим:

$$\Gamma_1 = 0,168\Delta P_1 + 0,7584\Delta P_2 + 0,819\Delta P_3.$$

Графики отклонений и обобщенный типовый график Γ_1 приведены на рис. 7.4. Для определения потерь энергии используется формула (7.15), в которую входят корреляционные моменты зависимых случайных величин — фазовых углов напряжений $\text{cov}(\delta_i, \delta_j)$. Величины $\text{cov} \delta_i, \delta_j$ также выражаются через введенный нами обобщенный типовый график нагрузки в соответствии с формулой (7.29) при $R=1$

$$\text{cov}(\delta_i, \delta_j) = \gamma_{ij}\gamma_{j1}\lambda_1; \quad \sigma^2(\delta_i) = \gamma_{i1}^2\lambda_1.$$

Для определения коэффициентов γ_{ij} необходимо составить и решить систему уравнений вида (7.28) для сети, показанной на рис. 7.3. Матрица $\mathbf{B}$ этой системы составлена из мнимых частей проводимостей линий. Правую часть системы уравнений образуют найденные выше компоненты вектора $\mathbf{H}$. Подставляя численные значения, находим:

$$\begin{bmatrix} 1360; & -160, & -800, \\ -160; & 320, & -160, \\ -800; & -160, & 960. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\gamma}_{11} \\ \vec{\gamma}_{12} \\ \vec{\gamma}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,168 \\ 0,548 \\ 0,819 \end{bmatrix}.$$

Решение данного уравнения:

$$\gamma_{11} = 0,003877; \quad \gamma_{12} = 0,0053757; \quad \gamma_{13} = 0,0060824.$$

Подставляя значения в формулы (7.29) для дисперсий и корреляционных моментов, находим:

$$\sigma^2(\delta_1) = \gamma^2\lambda = (0,003977)^2 \cdot 3495,65 = 0,0060824; \quad ,$$

$$\sigma^2(\delta_2) = \gamma_{12}^2\lambda_1 = 0,10102; \quad \sigma^2(\delta_3) = \gamma_{13}^2\lambda_1 = 0,12932;$$

$$\text{cov}(\delta_1\delta_2) = \gamma_{11}\gamma_{12}\lambda_1 = 0,07285; \quad \text{cov}(\delta_1\delta_3) = \gamma_{11}\gamma_{13}\lambda_1 = 0,08243;$$

$$\text{cov} \delta_2\delta_3 = \gamma_{12}\gamma_{13}\lambda_1 = 0,11430.$$

Найденные значения дисперсий и корреляционных моментов подставляем в (7.15) для определения потерь энергии в каждой линии ΔE_{ij} :

$$\begin{aligned}\Delta E_{15} &= (0,243 + 2,193) T = 2,437 T; \quad \Delta E_{12} = (1,663 + 0,539) T = \\ &= 2,202 T; \quad \Delta E_{13} = (0,096 + 0,246) T = 0,588 T; \quad \Delta E_{23} = (0,78 + \\ &+ 0,028) T = 0,808 T; \quad \Delta E_{\Sigma} = (2,782 + 3,006) T = 5,7875 T.\end{aligned}$$

В приведенных выражениях для наглядности отдельно показаны составляющие потерь энергии, зависящие от математического ожидания (первый член суммы) и от корреляционных моментов. Отметим, что в данном случае корреляционная составляющая больше составляющей, зависящей от математических ожиданий. Как правило, в таких системах расчет по числу часов максимальных потерь дает большую погрешность. Для оценки точности приведенного статистического решения задачи выполнен прямой расчет всех режимов рассмотренной сети, результаты которого сведены в табл. 7.1.

Т а б л и ц а 7.1

S, МВА; ΔP , (МВт); T, ч; ΔE , МВ·ч	Временной интервал, ч			
	0—8	8—12	12—16	16—24
S_{31}	172,5	172,5	81,81	44,13
S_{12}	7,0	7,0	1,9	47,44
S_{32}	27,49	27,5	18,3	56,2
S_{16}	125,2	95,8	1,0	85,4
ΔP_{31}	3,72	3,72	0,84	0,24
ΔP_{12}	0,03	0,03	0,0	1,41
ΔP_{32}	0,47	0,47	0,21	1,97
ΔP_{12}	3,97	2,22	0,00	1,82
ΔP_{Σ}	8,19	6,52	1,05	5,45
T_i	8	4	4	8
ΔE_{Σ}^T	2,731 T	1,086 T	0,174 T	1,816 T

Суммарные потери за отрезок времени T: $\Delta E_{\Sigma} = 5,807 T$

Сравним теперь результаты точного расчета с результатами определения потерь энергии на основе времени максимальных потерь т. При этом [19] выполним два расчета: один для режима максимальных нагрузок, другой — для максимальной выдачи станции 3 и загрузки линии 1—Б, связывающей рассчитываемый район с системой. Как видно из графиков, приведенных на рис. 7.4, режиму максималь-

ных нагрузок соответствует промежуток 16—24 ч, а режиму максимальной выдачи станции и загрузки линии 1—Б соответствует ночной режим 0—8 ч. Для определения ΔP_{Σ} каждого из режимов на

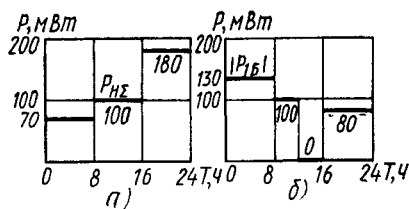


Рис. 7.5

ности максимального режима и приведенным значениям τ_1 и τ_2 . Подставляя цифры, получаем:

$$\Delta E_{\Sigma}^1 = 5,45 \frac{\tau_1}{8760} T = 2,176T; \quad \Delta E_{\Sigma}^2 = 8,18 \frac{\tau_2}{8760} T = 3,46T.$$

Погрешности определения потерь для приведенных расчетов составляют:

$$\Delta \Delta E_{\Sigma}^1 = \frac{5,807 - 2,176}{5,807} 100 = 62,53\%,$$

$$\Delta \Delta E_{\Sigma}^2 = \frac{5,807 - 3,46}{5,807} 100 = 40,42\%.$$

Преимущества статистического метода расчета потерь для рассмотренного примера очевидны.

§ 7.6. Методы корректировки параметров установившегося режима электрической сети

При определении оптимальной стратегии развития электрической сети основная часть схемы замещения остается постоянной, изменения касаются лишь сравнительно небольшого числа линий. Для ускорения выполнения вариантных расчетов необходим алгоритм, позволяющий корректировать параметры режима, а не выполнять расчет заново. Алгоритмы корректировки установившегося режима в электроэнергетике известны довольно давно, в основе большинства из них лежит формула Вудбери, позволяющая откорректировать обратную матрицу проводимости Y^{-1} или обратную матрицу линеаризованных УУР при изменении параметров одной или нескольких линий передач. Необходимость применения обратной матрицы Y^{-1} являлась существенным недостатком первых алгоритмов корректировки

режима. Этот недостаток затруднял их использование и взаимодействие с промышленными программами расчета установившегося режима, в которых не применяется матрица Y^{-1} , содержащая большое количество отличных от нуля элементов, неудобная для хранения в памяти ЦВМ. В последние годы разработаны более эффективные алгоритмы корректировки режимов, которые как и программы расчета базовых режимов используют треугольное разложение матрицы проводимостей, обеспечивающее значительно более высокую скорость выполнения операций и более экономно использующие оперативную память ЦВМ*. Далее рассмотрен метод корректировки режима электрической сети при изменении сопротивления одной из линий, основанный на применении треугольного разложения матрицы проводимостей.

Для определения изменения параметров режима используем систему (7.11), которая в данном случае может быть записана следующим образом:

$$(\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B}) \Delta \mathbf{0} = \Delta \mathbf{P}. \quad (7.31)$$

Чтобы определить структуру матрицы $\Delta \mathbf{B}$, рассмотрим сеть, приведенную на рис. 7.3, и проследим, как изменяется матрица $\mathbf{B}$ при отключении линии 1—3. Очевидно, что в новой матрице $\mathbf{B}'$ отсутствуют недиагональные элементы b'_{13} , b'_{31} , а коэффициенты b'_{11} , b'_{33} изменяются следующим образом:

$$b'_{11} = b_{11} + b_{13}; \quad b'_{33} = b_{33} + b_{13}.$$

В матричной форме изменение $\mathbf{B}$ можно представить в виде:

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{13} & 0 & -b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ -b_{13} & 0 & b_{13} \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим теперь, как изменяются правые части уравнения, если базовый режим системы (без отключений) рассчитан и для него первый закон Кирхгофа соблюдается во всех узлах. Отключение линии 1—3 без изменения параметров базового режима приводит к небалансам ΔP_1 , ΔP_3 в узлах 1 и 3:

$$\Delta P_1 = -\Delta P_3 = P_{13}.$$

* Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений.— М.: Мир, 1984.— 333 с.

Как видно из рассмотренного примера матрица поправок $\Delta \mathbf{B}$ содержит два отличных от нуля столбца $\Delta \mathbf{B}_i, \Delta \mathbf{B}_j$:

$$\Delta \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ 0 & & & 0 \\ \dots & \dots & \Delta \mathbf{B}_i & \dots & -\Delta \mathbf{B}_j & \dots & \dots \\ 0 & \dots & & \dots & & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Каждый из столбцов $\Delta \mathbf{B}_i, \Delta \mathbf{B}_j$, в свою очередь, имеет два отличных от нуля элемента и определяется следующим образом:

$$\Delta \mathbf{B}_i = -\Delta \mathbf{B}_j = b_{ij} \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \end{matrix}.$$

Вектор поправок $\Delta \mathbf{P}$, как и столбцы $\Delta \mathbf{B}_i, \Delta \mathbf{B}_j$, имеет две отличных от нуля компоненты $\Delta p_i, \Delta p_j$ и линейно зависит от $\Delta \mathbf{B}_i$:

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{P}_{ij} \Delta \mathbf{B}_i / b_{ij}.$$

Рассмотрим теперь решение системы (7.31). Для этого умножим обе части уравнения на $\mathbf{B}^{-1}$, тогда

$$(\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{B}) \Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}, \quad (7.32)$$

где $\mathbf{E}$ — единичная матрица.

Умножение правой и левой частей системы (7.32) на матрицу $(\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{B})^{-1}$ позволяет получить решение исходной системы (7.31):

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = (\mathbf{E} + \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}. \quad (7.33)$$

Хотя выражения (7.31), (7.33) и дают решение системы, они не применяются в современных алгоритмах корректировки УУН, поскольку используют обратную матрицу $\mathbf{B}^{-1}$. Вместо этих уравнений применяется следующий алгоритм, основу которого составляет операция триангуляции матрицы $\mathbf{B}$, т. е. представления ее в виде произведения нижней ($\mathbf{L}$) и верхней ($\mathbf{W}$) треугольных матриц [16]

$$\mathbf{B} = \mathbf{L} \mathbf{W}. \quad (7.34)$$

Решение системы (7.31) находят с помощью следующих операций. 1. *Определение первого вспомогательного вектора θ с помощью системы уравнений*

$$\mathbf{B}\theta_1 = \Delta\mathbf{P}. \quad (7.35)$$

Очевидно, что решение системы (7.35) эквивалентно определению правой части уравнения (7.32). Чтобы убедиться в этом, достаточно ввести обозначение

$$\theta_1 = \mathbf{B}^{-1} \Delta\mathbf{P}. \quad (7.36)$$

Умножая обе части равенства (7.36) на матрицу $\mathbf{B}$, приходим к выражению (7.35).

2. Получение матрицы $\mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{B}$. Матрица $\mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{B}$ содержит два отличных от нуля столбца $\theta_2 = \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{B}_i$ и $-\theta_2 = -\mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{B}_j$, соответствующих векторам $\Delta\mathbf{B}_i$ и $\Delta\mathbf{B}_j$. Как показано выше, получение каждого из этих столбцов эквивалентно решению системы уравнений:

$$\mathbf{B}\theta_2 = \Delta\mathbf{B}_i. \quad (7.37)$$

Поскольку векторы $\Delta\mathbf{P}$ и $\Delta\mathbf{B}_i$ связаны линейной зависимостью, решать систему (7.37) не нужно, проще воспользоваться формулой, вытекающей из упомянутой линейной зависимости,

$$\theta_2 = b_{ij}\theta_1 P_{ij}. \quad (7.38)$$

3. *Решение уравнения (7.33)*. С учетом введенных обозначений и пользуясь приемом, рассмотренным в п. 1, систему (7.33) можно свести к следующей:

$$\begin{aligned} \Delta\delta_i + \theta_{21}(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j) &= \theta_{11}; \\ \Delta\delta_2 + \theta_{22}(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j) &= \theta_{12}; \\ \Delta\delta_i(1 + \theta_{2i}) - \theta_{2i}\Delta\delta_j &= \theta_{1i}; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta\delta_j\theta_{2j} + (1 - \theta_{2j})\Delta\delta_j &= \theta_{1j}; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta\delta_n + \theta_{2n}(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j) &= \theta_{1n}, \end{aligned} \quad (7.39)$$

где θ_{1i} , θ_{2i} — соответствующие компоненты векторов θ_1 и θ_2 .

Выделим и решим совместно уравнения i и j системы (7.39):

$$\begin{aligned} (1 + \theta_{2i})\Delta\delta_i - \theta_{2i}\Delta\delta_j &= \theta_{1i}; \\ \theta_{2j}\Delta\delta_i + (1 - \theta_{2j})\Delta\delta_j &= \theta_{1j}. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Найденные из системы (7.40) неизвестные $\Delta\delta_i$ и $\Delta\delta_j$ подставляем в остальные уравнения и таким образом заканчивается решение системы (7.39).

Таким образом, корректировка базового решения системы УУН при изменении параметров линии сводится к одному решению системы (7.35) с матрицей **B**, предварительно представленной в виде произведения треугольных матриц ($\mathbf{B}=\mathbf{LW}$), умножением этого решения на постоянный множитель и решению уравнений (7.39).

Каждому базовому режиму может соответствовать k корректировок вариантных расчетов. Серия вариантных расчетов может выполняться, например, для определения k наиболее эффективных мероприятий реконструкции сети (см. § 7.9) или на этапе уточненных расчетов для учета ограничений, связанных с надежностью работы сети в аварийных и ремонтных режимах и т. д.

Выполнение серии из k вариантных расчетов требует одной триангуляции матрицы и k решений системы уравнений (7.31) с постоянной и триангулированной матрицей **B**. Решение системы уравнений (7.31) зависит от порядка системы n и количества недиагональных, отличных от нуля элементов p в матрицах L и W . Число p определяется количеством линий сети m и приближенно оценивается следующим образом: $p \approx 4m$ *. Триангуляция матрицы **B** требует примерно в 4 раза большего количества операций, чем решение системы (7.31). С учетом приведенных оценок общее количество арифметических операций (КОП), необходимых для выполнения k вариантных расчетов сети из n узлов и m линий.

$$\text{КОП} \approx (6m + 5n)(k + 4).$$

В частности, для сети, содержащей 500 узлов и 750 линий для выполнения 10 вариантных расчетов требуется менее 100 тысяч операций. На ЦВМ ЕС-1040 выполнение такой серии займет менее 1 с.

§ 7.7. Пример корректировки параметров режима сети после отключения линии

Рассмотрим сеть, представленную на рис. 7.3. Оценим параметры послеаварийных режимов этой сети, связанных с отключением одной цепи линии 1—3, с увеличением сопротивления соответствующей

* Арзамасцев Д. А., Бартоломей П. И., Липес А. В. Расчеты и анализ установившихся режимов больших энергосистем, Часть II.— Изв. вузов СССР. Энергетика, 1975. № 1. С. 3—10.

щего участка в два раза и отключением обеих цепей на данном участке.

Расчет для отключения одной цепи. Изменения фазовых углов при отключении одной цепи с индуктивной проводимостью $b_{13}=400$ и мощностью, приходящейся на данную цепь $P_{13}=57,4$ МВ·А определяют решением системы уравнений, вытекающей из (7.31):

$$\begin{bmatrix} 1360 & -160 & -800 \\ -160 & 320 & -160 \\ -800 & -160 & 960 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -400 & 0 & 400 \\ 0 & 0 & 0 \\ 400 & 0 & -400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -57,4 \\ 0 \\ 57,4 \end{bmatrix}$$

1. *Решение системы уравнений (7.35).* Подставляя численные значения элементов матрицы $\mathbf{B}$ и вектора $\Delta \mathbf{P}$, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1300 & 160 & -800 \\ -160 & 320 & -160 \\ -800 & -160 & 960 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -57,3 \\ 0 \\ 57,3 \end{bmatrix}.$$

Решив систему, находим: $\theta_{11}=0$; $\theta_{12}=0,0326$; $\theta_{13}=0,0652$.

Составим уравнение (7.37):

$$\begin{bmatrix} 1300 & 160 & -800 \\ -160 & 320 & -160 \\ -800 & -160 & 960 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -400 \\ 0 \\ 400 \end{bmatrix}.$$

Решив это уравнение находим: $\theta_{21}=0$; $\theta_{22}=0,227$; $\theta_{23}=0,454$.

2. *Определение приращений углов $\Delta\delta_1$, $\Delta\delta_3$.* Данная операция выполняется в соответствии с уравнением (7.40), записанным для узлов 1 и 3:

$$(0+1)\Delta\delta_1 - 0\Delta\delta_3 = 0;$$

$$\Delta, 454\Delta\delta_1 + (1-0,454)\Delta\delta_3 = 0,06525;$$

$$\Delta\delta_1 = 0,1195 (6,85^\circ); \Delta\delta_3 = 0.$$

Подставляя значения $\Delta\delta_1$, $\Delta\delta_2$ в систему (7.39), находим:

$$\Delta\delta_2 = 0,0326 (1,87^\circ).$$

По найденным значениям $\Delta\delta$, определяем вектор фазовых углов послеаварийного режима:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,045^\circ + 0^\circ \\ 0,032^\circ + 1,87^\circ \\ 12,728^\circ + 6,85^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,045^\circ \\ 1,90^\circ \\ 19,58^\circ \end{bmatrix}.$$

Потоки линий послеаварийного режима рассчитываемой сети находим по формулам, учитывающим активные составляющие проводимостей:

$$P_{12} = V_1^2 g_{12} + V_1 V_2 (b_{12} \sin \delta_{12} - g_{12} \cos \delta_{12});$$

$$P_{13} = V_1^2 g_{13} + V_1 V_3 (b_{13} \sin \delta_{13} - g_{13} \cos \delta_{13});$$

$$P_{23} = V_2^2 g_{23} + V_2 V_3 (b_{23} \sin \delta_{23} - g_{23} \cos \delta_{23});$$

$$P_{1B} = V_1^2 g_{1B} + V_1 V_B (b_{1B} \sin \delta_{1B} - g_{1B} \cos \delta_{1B}).$$

Сравнение приближенных расчетов мощностей по линиям с точным расчетом, выполненным по промышленной программе приведены в табл. 7.2. Максимальная ошибка в оценке потерь по мощности линии составляет 2,43 МВт. Такая точность вполне приемлема при выполнении оценок существования и устойчивости послеаварийных режимов.

Таблица 7.2

Виды расчета	Линии			
	3—1	3—2	1—2	1—Б
Оценочный расчет, МВт	103,8	45,05	0,5	31,1
Точный расчет, МВт	105,1	44,9	2,9	29,2

Расчет для полного отключения линии. Расчет, аналогичный предыдущему, выполненный для полного отключения линии, показывает, что в ряде случаев точность оценочных расчетов неудовлетворительна и вместо упрощенных уравнений необходимо воспользоваться точными (7.7). В самом деле, оценки для полного отключения линии дают следующие результаты: $\delta_1 = 4,045^\circ$; $\delta_2 = 23,36^\circ$; $\delta_3 = 95,23^\circ$. Найденные значения углов соответствуют режиму, в котором не соблюдаются допущения, позволяющие применить уравнения (7.10) и (7.11), поэтому упрощенную оценку системы необходимо заменить точным решением. Практика проектных расчетов показывает, что данная ситуация является достаточно редкой, поэтому алгоритм корректировки режима в настоящее время становится основным средством анализа для проектировщика. Такой алгоритм весьма прост в реализации, не требует больших затрат памяти ЦВМ и может войти в состав математического обеспечения для проектирования электрических систем, создаваемого в настоящее время на базе использования микропроцессоров и ЦВМ серии СМ. Сравнительно редкие расчеты установившихся режимов по точным уравнениям проводятся по заявке проектировщика на головной ЦВМ, обслуживающей организацию, ведущую проектирование электрических сетей энергосистем.

§ 7.8. Определение исходного графа проектируемой сети и оценка эффективности мероприятий по ее реконструкции

На первых этапах применения формализованных алгоритмов оптимизации электрической сети предполагалось, что процедура оптимизации будет выполняться на множестве всех возможных вариантов реконструкции сети, такое множество носит название полного графа исходных вариантов развития. Однако очень скоро стало

ясно, что такой подход не может обеспечить определение глобального экстремума даже в задачах сравнительно скромной размерности (при включении 5—10 новых узлов).

Опыт работы показал, что, прежде чем решать упомянутую задачу какими-либо формальными методами, необходим тщательный предварительный анализ конкурентоспособных вариантов развития электрической сети. Данный этап проектирования называется разработкой исходного графа проектируемой электрической сети. Полностью формализовать процесс поиска исходного графа проектируемой сети в ближайшем будущем вряд ли удастся. Однако эффективность данного метода, определяющаяся уровнем знаний и интуицией проектировщика, очень велика. Только на основе такого предварительного анализа возможно решение реальных

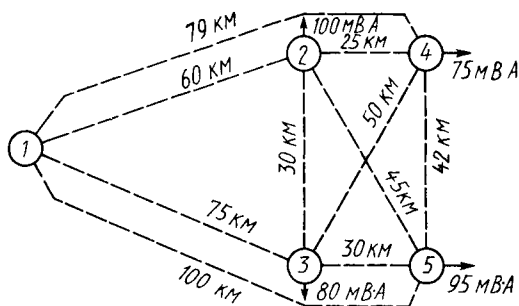


Рис. 7.6

задач проектирования электрических систем, включающих десятки вновь присоединяемых узлов формальными методами математического программирования.

Рассмотрим некоторые простейшие приемы определения исходного графа сети на примере графа, представленного на рис. 7.6. Основой определения множества линий, входящих в исходный граф сети из полного графа (рис. 7.6) является операция определения кратчайшей сети, присоединяющей новые узлы к узлу связи с системой 1. Для определения первой линии такой сети выберем наиболее короткую линию 1—3, подключающую один из новых узлов к системе. После выполнения данного шага образуется множество *A* присоединенных к системе узлов и множество *B* узлов, еще не присоединен-

ных к системе. Все дальнейшие шаги по построению кратчайшей сети выполняют одинаково, на каждом из них ищут кратчайшую линию, подключающую один из узлов множества B к множеству узлов, присоединенных к системе. После того как множество B исчерпано, процесс определения кратчайшей сети заканчивается. Схема, соответствующая кратчайшей сети, приведена на рис. 7.8. Для определения дополнительных линий исходного графа сети целесообразно отобрать линии, наиболее сильно уменьшающие потери энергии в кратчайшей сети.

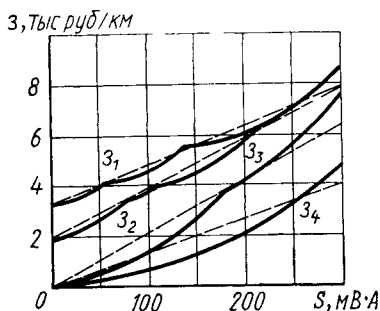


Рис. 7.7

220 кВ (кривая Z_2). На том же рисунке приведены удельные затраты в существующие линии сечением 300 мм² (кривая Z_3) и 500 мм² (кривая Z_4). Кроме того, на рис. 7.7 нанесены результаты линейной аппроксимации каждой из приведенных кривых. Аналитические зависимости для которых имеют вид:

$$Z_1 = 3,5 + 0,014 |S| ; \quad Z_2 = 2,0 + 0,02 |S| ;$$

$$Z_3 = 0,022 |S| ; \quad Z_4 = 0,013 |S| ,$$

где $|S|$ — модуль мощности, проходящей по линии. Ориентировочная оценка эффективности тех или иных реконструкций электрической сети выполняют по приближенным зависимостям. Поскольку при этом рассматривают разомкнутые варианты сетей, затраты рассчитывают по формуле Z_1 для двухцепных линий, за счет чего удовлетворяются требования обеспечения надежности. Численный анализ возможных подключений дополнительных линий показывает, что наибольший эффект дает подключение линии 1—3 с одновременным отключением

Подключение таких линий может разгрузить те или иные линии кратчайшей сети, за счет отключения которых создается экономия капитальных затрат. Чтобы оценить экономический эффект указанной реконструкции кратчайшей сети, на рис. 7.7 построены экономические интервалы для вновь сооружаемых двухцепных линий 220 кВ (кривая Z_1) и одноцепных линий

линии 2—3, по которой в новом режиме проходит нулевой поток. Приведенные затраты кратчайшего варианта и варианта с подключением линии 1—3 приведены на рис. 7.8 и 7.9. Как следует из приведенных расчетов, варианты сетей, показанные на рисунках, являются примерно равноэкономичными, следовательно, подключение дополнительной цепи 1—3 к множеству линий, соответствующих кратчайшей сети, вполне оправдано. Проверка

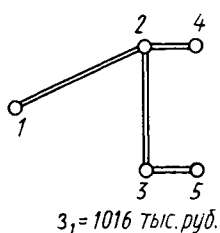


Рис. 7.8

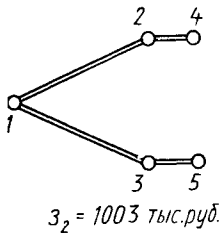


Рис. 7.9

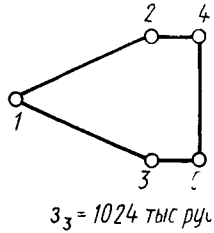


Рис. 7.10

подключения к кратчайшей сети всех остальных линий полного графа приводит к существенному удорожанию варианта, на основании чего можно сделать вывод о том, что линия 1—3 является единственной, подключение которой может уменьшить затраты в сеть за счет уменьшения ее потерь.

Выполненный предварительный анализ возможностей уменьшения потерь не единственный шаг по отбору конкурентоспособных реконструкций сети. Отметим, что рассмотренные варианты представляют собой разомкнутые сети, каждый элемент которых выполняется двухцепными линиями передачи. Можно найти линию, которая замыкает сеть и позволяет уменьшить расчетные затраты заменой части линий сети одноцепными. Легко убедиться в том, что наибольший экономический эффект от мероприятия такого рода для рассматриваемой сети будет в том случае, если удастся выполнить одноцепными линии 2—4 и 4—5, по которым проходят мощности 75 и 95 МВт, поскольку затраты в одноцепные линии существенно меньше затрат в двухцепные (см. рис. 7.7). Переход от двухцепных линий к одноцепным на линиях 1—2 и 1—3 не даст существенного экономического эффекта, поскольку при мощностях 150 МВ·А затраты в одноцепные и двухцепные линии мало различаются. Поэтому наиболее целесообразной мерой обеспечения требуемой

надежности за счет образования замкнутой сети является включение линии 4—5, позволяющей выполнить всю сеть одноцепными линиями. Соответствующий вариант показан на рис. 7.10, где также приведены и его расчетные затраты, которые также примерно равны затратам варианта с кратчайшей электрической сетью. Проведенный предварительный анализ позволил исключить из рассмотрения 40% первоначально принятых к рассмотрению элементов развивающейся сети. В сетях большего размера экономия может быть и большей. Отметим, что проведенный анализ является очень приближенным, он не учитывает аварийных режимов работы энергосистемы, возможного экономического эффекта от включения не одной линии, а некоторой последовательности линий и т. д. Однако даже этот простейший анализ дает представление о возможностях предварительной сортировки вариантов и показывает важность разработки экспресс-алгоритмов оценки параметров вариантных режимов и потерь энергии, описанных в данной главе.

ГЛАВА 8

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

§ 8.1. Общая характеристика описываемых методов оптимизации

При изучении материала данной главы читатель должен ясно представлять себе, что ни один из описываемых алгоритмов не позволяет решить весь комплекс вопросов, связанный с созданием автоматизированной системы проектирования развития электрических систем. Это объясняется в первую очередь тем, что само описание преследует учебные цели и поэтому дается упрощенно. В частности, здесь не рассмотрен учет требований надежности электрических систем, многорежимности, качества электроэнергии и т. д.

В первых параграфах главы рассмотрены простейшие оптимизационные методы, в которых используется выведенный в гл. 7 статический критерий оптимизации приведенных экономических затрат. Эти методы ориентированы на поиск локальных экстремумов. Статический критерий оптимизации используется и при описании бо-

лее сложного метода «ветвей и границ», позволяющего отыскать глобальный экстремум функции приведенных экономических затрат.

Параграфы 8.5—8.8 посвящены достаточно подробному описанию наиболее распространенного в настоящее время метода оптимизации электрической сети, учитывающего динамику ее развития и основанному на идеях динамического программирования.

§ 8.2. Метод проектирования градиента *

Пусть исходный граф оптимизируемой системы, построенный на предварительном этапе оптимизации, содержит N элементов $(1, 2, \dots, n, n+1, \dots, N)$, среди которых $N-n(n+1, \dots, N-n)$ существуют, а $n(1, 2, \dots, n)$ образованы совмещением различных конкурирующих вариантов развития сети. Стоимость годовых потерь электроэнергии в элементе m существующей сети можно представить формулой, аналогичной (7.3):

$$Z_m = b_m S_m^2, \quad (8.1)$$

где

$$b_m = (\tau R_m \beta) / U_m^2,$$

где τ — число часов максимальных потерь для системы; β — стоимость единицы потерь энергии; R_m, U_m — сопротивление и номинальное напряжение линии.

Заметим, что в формулу (8.1) не включены постоянные расходы в существующие элементы, так как они сохраняются неизменными и поэтому решение задачи от них не зависит. Используя выражение (7.6) для определения затрат в каждую новую линию, запишем годовые приведенные затраты для всей схемы:

$$Z = \sum_{m=1}^n c_m \sqrt{S_m^2 + \varepsilon} + \sum_{m=n+1}^N b_m S_m^2. \quad (8.2)$$

В качестве условия связи необходимо принять прежде всего условие баланса потоков по узлам новым и существующим. К этим выражениям нужно добавить уравнения второго закона Кирхгофа для контуров суще-

* Складов Ю. С. Некоторые вопросы применения градиентных методов оптимизации при проектировании электрических систем. — В кн.: «Вопросы оптимизации развития и эксплуатации энергосистем». — Свердловск, 1966. Тр. УПИ им. С. М. Кирова. Сб. № 154. С. 21—30.

ствующей сети и для вновь появляющихся контуров. Однако для однородной сети переменного тока в оптимальном варианте развития электрической сети, доставляющем минимум функции (7.7), уравнения второго закона Кирхгофа выполняются автоматически. Следовательно, в данном случае их можно и не вводить. Если сеть неоднородна, то потокораспределение оптимального варианта развития сети соответствует распределению мощностей линии пропорционально активным сопротивлениям. Такое распределение мощностей можно обеспечить за счет введения трансформаторов с поперечным регулированием. Стоимость этих трансформаторов существенно меньше основных затрат в сеть и в приближенных процедурах, какой является рассматриваемая методика, основанная на грубой аппроксимации затрат (8.2), данную составляющую можно и не учитывать. Таким образом, приняв в качестве условий связи только уравнения баланса мощностей в узлах, получаем следующую систему уравнений:

$$\sum S_{mi} - S_{ni} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, J, \quad (8.3)$$

где S_{mi} — поток мощности по элементу m , присоединенному к узлу i ; S_{ni} — нагрузка узла i ; J — общее число узлов без балансирующего.

Выражения (8.2) и (8.3) определяют задачу квадратичного программирования, имеющую единственный экстремум. Наиболее удобный алгоритм решения такой

задачи удается получить, используя метод проектирования градиентов. Сущность его заключается в следующем. Траектория спуска к минимуму, начинающаяся в некоторой исходной точке P_0 , удовлетворяющей системе ограничений (8.3), должна лежать на гиперплоскости, определяемой линейными связями, соответствующими каждому уравнению

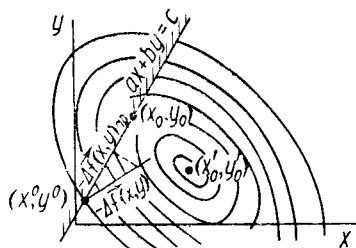


Рис. 8.1

данной системы. Поэтому, найдя градиент ∇Z в некоторой точке P , необходимо его спроектировать на гиперплоскости (8.3), т. е. найти $\nabla Z_{пр}$ и осуществить шаг в направлении, противоположном $\nabla Z_{пр}$. Это обеспечит спуск

к минимуму с учетом ограничений. Сказанное иллюстрируется изображенной на рис. 8.1 минимизируемой функцией $f(x, y)$ двух переменных и линейного уравнения связи $ax + by = c$ при выборе исходной точки (x^0, y^0) . Замкнутые кривые на рис. 8.1 являются линиями одного уровня функции двух переменных $f(x, y)$. Минимум без учета уравнений связи лежит в точке (x_0', y_0') , с учетом этих уравнений — в точке (x_0, y_0) . Рассмотрим формальные операции метода проектирования градиентов при линейных условиях связи. Пусть минимизируемая функция имеет вид:

$$Z = Z(x_1, x_2, \dots, x_N),$$

а переменные $x_1, x_2, \dots, x_N$ подчинены J линейным условиям связи, которые запишем в форме

$$\varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0,$$

$$\varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0,$$

$$\varphi_J(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0.$$

Выбрав исходную точку x_0 , удовлетворяющую условиям связи, необходимо организовать спуск к минимуму таким образом, чтобы, с одной стороны, он осуществлялся в направлении убывания функции, а с другой стороны, принадлежал пересечению гиперплоскостей φ_i , т. е. в направлении проекции антиградиента — ΔZ на подпространство условий связи.

Любой перпендикуляр к вектору-градиенту $\Delta \varphi_i$ в точке $x_0 \in \varphi_i$ целиком принадлежит данной плоскости. Следовательно вектор

$$M = -\nabla Z + \sum_{i=1}^J \lambda_i \nabla \varphi_i, \quad (8.4)$$

коэффициенты которого определены так, что M ортогонален всем градиентам $\nabla \varphi_i$, $i = 1, 2, \dots, J$, лежит на пересечении условий связи и представляет собой искомую проекцию — ∇Z . Два вектора X и Y перпендикулярны, если их скалярное произведение равно нулю. Отсюда

для определения коэффициентов $\lambda_i = 1, 2, \dots, J$ можно воспользоваться следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}, \nabla \varphi_1) &= -(\mathbf{Z}, \nabla \varphi_1) + \sum_{i=1}^J \lambda_i (\nabla \varphi_i, \nabla \varphi_1) = 0; \\ &\dots \dots \dots (8.5) \\ (\mathbf{M}, \nabla \varphi_J) &= -(\mathbf{Z}, \nabla \varphi_J) + \sum_{i=1}^J \lambda_i (\nabla \varphi_i, \nabla \varphi_J) = 0, \end{aligned}$$

из которой коэффициенты λ_i определяются однозначно.

Таким образом, в каждой точке, удовлетворяющей условиям связи, могут быть найдены векторы $\nabla \mathbf{Z}$, $\nabla \varphi_1, \dots, \nabla \varphi_J$ и коэффициенты λ_i . Тем самым определяется вектор $\mathbf{M}$ — проекция антиградиента $\nabla \mathbf{Z}$ на пересечение гиперплоскостей-ограничений в данной точке, т. е. искомое направление спуска.

Рассмотрим алгоритм метода применительно к сформулированной выше задаче выбора конфигурации сети.

1. Выбираем исходный вектор потоков мощностей по линиям $\mathbf{S}_0 = (S_1, S_2, \dots, S_N)$, удовлетворяющий условиям связи (8.3).

2. Определяем градиент $\nabla \mathbf{Z}$ функции (8.2) в точке

$$\nabla \mathbf{Z} = \{\partial \mathbf{Z} / \partial S_1; \partial \mathbf{Z} / \partial S_2; \dots; \partial \mathbf{Z} / \partial S_N\};$$

где, например, $\partial \mathbf{Z} / \partial S_1 = c_1 S_1 / \sqrt{S_1^2 + E}$; $\partial \mathbf{Z} / \partial S_{n+1} = 2b_{n+1} S_{n+1}$.

3. Составляем и решаем линейную систему уравнений (8.5) для определения множителей Лагранжа λ_i .

4. По найденным значениям λ_i в соответствии с формулой (8.4) вычисляем вектор $\mathbf{M}$ — проекция антиградиента на допустимую область изменения переменных.

5. Выполняем шаг в направлении $\mathbf{M}$, пропорциональный его модулю. Длину шага определяют методами минимизации одномерной функции, поскольку значение целевой функции при изменении вектора мощностей в направлении антиградиента зависит только от длины вектора $\mathbf{M}^*$.

6. Критерий окончания расчета для рассматриваемой задачи квадратичного программирования выполняется, если вектор антиградиента целевой функции оказывается

* Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир. — 1975, 564 с.

перпендикулярным всем плоскостям действующих ограничений и направлен вне области. Практически это означает, что все дальнейшие шаги приводят к увеличению функции Z .

Еще раз отметим, что метод позволяет относительно быстро найти решение, однако оно чаще всего оказывается приближенным из-за приближенного вида целевой функции. Последнее ограничивает область применения метода случаями, когда требуется быстро получить не обязательно точное решение, а лишь достаточно близкое к нему.

§ 8.3. Метод поконтурной оптимизации

Метод поконтурной оптимизации* опирается на использование одного из методов математического программирования, получившего название покоординатной оптимизации.

Основную идею этого метода легко понять из рассмотрения следующей задачи. Пусть имеются независимые параметры (координаты) x_1 и x_2 и задана выпуклая функция $\psi(x_1, x_2)$. Требуется найти такие оптимальные x_1^p, x_2^p , при которых $\psi = \psi_{\min}$.

На рис. 8.2 представлены линии равных уровней функции $\psi = \psi_{\text{const}}$ и показана точка P , для которой $\psi = \psi_{\min}$. Для отыскания координат этой точки примем в качестве начального приближения какую-нибудь точку $O(x_1^0, x_2^0)$ при $\psi = \psi^0$. Затем зафиксируем значение x_2^0 и путем изменения x_1 найдем

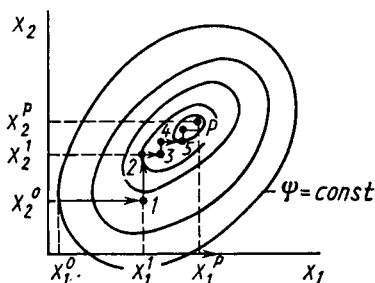


Рис. 8.2

точку с координатами x_1^1, x_2^0 , для которой ψ меньше всех других на линии $x_2^0 = \text{const}$. Переход от точки O в точку 1 назовем шагом по координате x_1 . Теперь зафиксируем $x_1 = \text{const}$ и путем изменения x_2 найдем точку $2 (x_1^1, x_2^1)$, для которой ψ меньше всех других на прямой $x_1^1 = \text{const}$. Переход от точки O в точку 2 , состоящий из шагов по обе-

* Моцкус И. Б. Многоэкстремальные задачи в проектировании. — М.: Наука, 1967.—215 с.

им координатам, назовем шагом в пространстве параметров или просто шагом.

Дальнейшие шаги аналогичны. Характерной чертой метода является поиск наименьшего значения ψ с помощью шагов отдельно по каждой координате при фиксированном значении другой координаты. Именно это и дало название методу. По мере приближения к экстремуму P разница δ^m между ψ^m и ψ^{m+1} для двух соседних шагов m и $m+1$ постепенно уменьшается. Поиск можно считать оконченным, если $|\delta^m| \leq \varepsilon$, где ε — допустимая погрешность определения ψ . Тогда считают, что $\psi^{m+1} = \psi_{\min}$ (хотя это может быть не совсем так). Соответствующие x_1^{m+1} и x_2^{m+1} принимают в качестве искомым x_1^p и x_2^p .

В случае многоэкстремальной $\psi(x_1, x_2)$, имеющей несколько локальных минимумов (рис. 8.3), спуск по каждой координате может обеспечить отыскание наиболее глубокого локального минимума (условно назовем

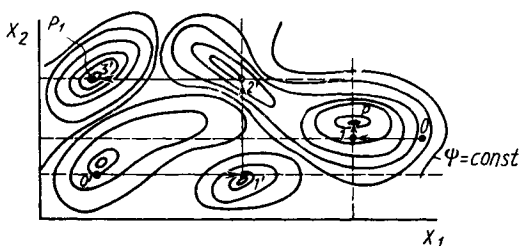


Рис. 8.3

его абсолютным) по данной прямой $x_2 = \text{const}$ или $x_1 = \text{const}$. Для этого нужно использовать метод, позволяющий просмотреть все значения x_1 при данном x_2 и все x_2 при данном x_1 . Однако это не гарантирует отыскания глобального минимума. В частности, на рис. 8.3 по координатная оптимизация из начальной точки приводит в локальный минимум P , а глобальный минимум P_1 можно было бы найти, например, при движении из начальной точки O' (которая, как правило, неизвестна).

Важным преимуществом метода является следующее. Поскольку на каждом шаге можно просматривать все значения данной координаты и подсчитывать отвечающие им значения целевой функции ψ , то можно не накладывать каких-либо особых ограничений на вид этой

функции, лишь бы ее можно было подсчитать при любых значениях независимых переменных. Это выгодно отличает данный метод от некоторых других. Например, в методе проектирования градиента используются гладкая и выпуклая аппроксимации функции приведенных затрат, тогда как здесь можно воспользоваться более точной аппроксимацией, и ее выбор связан главным образом лишь с объемом вычислений, а не с принципиальными возможностями метода. Более точная аппроксимация целевой функции в принципе позволяет находить более глубокий локальный экстремум, т. е. более хорошее решение по сравнению с решением метода проектирования градиента. Однако объем вычислений при этом увеличивается. Идейная сторона метода сохраняется и в случае, если ψ является функцией не двух, а многих переменных x_r , $r=1, 2, \dots, R$. Здесь также спуск по каждой координате выполняется при фиксированных значениях всех остальных координат. Если переменные подчиняются некоторой системе уравнений связи:

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_R) = 0, \quad j = 1, \dots, J,$$

то, очевидно, число независимых координат, по которым должны осуществляться спуски, равно $K = R - J$. При изменении любой из них зависимые координаты в общем случае тоже будут как-то изменяться в соответствии с уравнениями связи.

При выполнении координатного спуска не обязательно сохранять до конца одни и те же принятые вначале независимые переменные. Если это полезно, то можно, например, после спуска по некоторым координатам часть из них перевести в состав зависимых, а из ранее принятых зависимых такое же число переменных принять в качестве независимых и затем продолжить спуск уже по ним. Такой прием иногда бывает удобным.

Теперь перейдем непосредственно к рассмотрению метода поконтурной оптимизации для проектирования электрической сети при заданном расчетном уровне нагрузок.

Постановка оптимизационной задачи в методе покоординатной оптимизации имеет много общего с соответствующей частью метода проектирования градиента. В обоих методах используются экономические интервалы, поэтому приведенные затраты являются функциями только мощностей, а не сечений линий. В обоих методах по сходным причинам не учитывается второй закон

Кирхгофа и уравнения связи ограничиваются системой (8.3). Основные отличия постановки оптимизационной задачи методом поконтурной оптимизации от постановки ее методом проектирования градиента заключается в более точной аппроксимации целевой функции.

Метод поконтурной оптимизации менее критичен к способу аппроксимации целевой функции, чем рассмотренный выше вариант градиентного метода. В частности, он допускает использование непосредственно кривой экономических интервалов (7.3). В нашем изложении метода будем рассматривать более простой вид целевой функции (7.5):

$$Z = \sum_{m=1}^N \delta_m a_m + \sum b_m |S_m|, \quad (8.6)$$

где $\delta_m = 0$ при $S_m = 0$, $\delta_m = 1$ при $S_m \neq 0$.

Аппроксимация (8.6) учитывает наличие разрывов в нуле — основную принципиальную особенность функции затрат Z — и в то же время позволяет получить простой и наглядный алгоритм оптимизации.

Как и в методе проектирования градиента, система ограничений сводится к уравнениям первого закона Кирхгофа (8.3), которые содержат J уравнений (по числу узлов без балансирующего) и N неизвестных (по числу линий сети). Следовательно, $K = N - J$ неизвестных в системе являются независимыми, остальные неизвестные — зависимыми. В дальнейшем для описания электрической сети будем пользоваться следующими обозначениями, заимствованными из теории графов: каждую линию *исходной сети* (*исходного графа*) будем называть *дугой*; совокупность дуг, соответствующих зависимым переменным из (8.3), образует разомкнутый подграф, который соединяет все узлы и называется *деревом сети*; дуги, соответствующие независимым переменным, называются *хордами*. Число хорд равно числу независимых контуров. Напомним, что варьируя множество хорд, можно получить разные деревья. Присоединение любой хорды r к дереву образует один из независимых контуров Γ_r . Полная система независимых контуров получается присоединением к дереву всех хорд. Если условия связи ограничиваются уравнениями первого закона Кирхгофа (8.3), то изменение мощности хорды приводит к изменению мощностей только тех линий, которые входят в контур (при неизменных потоках мощностей по

всем другим хордам). Поэтому допустимо выполнять оптимизацию каждого контура сети отдельно. Как видно из дальнейшего, это обстоятельство является очень важным для данного метода. Если бы контуры не были взаимосвязанными, то такая оптимизация позволила бы получить глобальный экстремум за конечное число шагов. Однако на самом деле существуют линии, входящие в разные контуры. При последовательной оптимизации контуров поток в смежных линиях меняется и условия оптимизации предыдущих контуров нарушаются. Следовательно, процесс в общем случае является итерационным и при невыпуклой функции затрат ведет к локальному экстремуму. Тем не менее, поскольку в реальных случаях взаимное влияние потоков разных контуров довольно часто проявляется слабо, то последовательное применение поконтурной оптимизации достаточно быстро приводит к получению локального экстремума.

Оптимизация сети с помощью рассматриваемого метода состоит в следующем.

1. Запись формулы приведенных затрат. Пусть для хорды контура Γ поток мощности равен S_r , тогда приведенные затраты для этого контура

$$Z(\Gamma_r) = Z_r(S_r) + \sum Z_j[f_j(S_r)], \quad (8.7)$$

где суммирование выполняется по всем линиям j контура Γ , кроме хорды r ; $f_j(S_r)$ — нагрузка линии j в функции нагрузки хорды r , приведенные затраты для которой равны $Z_j(S_j)$.

В (8.7) независимой переменной является нагрузка хорды r . Подчеркнем, что выражение (8.7) справедливо лишь при фиксированных нагрузках хорд всех независимых контуров.

2. Получение исходного режима. Процесс оптимизации начинается с определения некоторого режима сети, удовлетворяющего системе (8.3). Такой режим можно получить, например, приравняв нулю все потоки в хордах сети.

3. Оптимизация контура. Как видно из уравнения (8.7), оптимизация контура сводится к определению минимума функции $Z(\Gamma_r)$, зависящей от одной переменной S_r . Из теории математического программирования известно, что для определения минимума кусочно-линейной функции (8.7) достаточно просмотреть только точки излома такой функции, причем не все, а те из них, в окрестности которых функция не убывает. В дальнейшем

их будем называть особыми точками функции. Эти точки соответствуют локальным минимумам. Для аппроксимации (7.5) такой точкой будет только $S_i=0$. Следовательно, особые точки функции $Z(\Gamma_r)$ будут при равенстве нулю потока мощности либо по хорде, либо по одной из дуг этого контура. Сравнением приведенных затрат, полученных каждый раз простым суммированием затрат для линий разомкнутого контура при последовательном отключении всех дуг, найдем ту дугу (или хорду), при отключении которой приведенные затраты (8.7) минимальны.

4. Изменение системы независимых переменных. Можно показать, что для увеличения эффективности метода по координатной оптимизации целесообразно после выполнения шага предусмотреть возможность изменения системы независимых переменных (дерева и хорд).

Изменение дерева осуществляется, если результатом оптимизации контура является нулевая загрузка некоторой дуги $j(S_j^r=0)$, а не хорды. В этом случае хорду следует причислить к дереву графа, заменив ее дугой j таким образом, чтобы сам контур Γ_r не изменился (остальные контуры при этом меняются). Отказ от замены системы независимых переменных на шаге может привести к тому, что одна и та же линия при оптимизации контура r будет считаться отключенной, а при оптимизации другого контура — включенной.

5. Критерий окончания оптимизационного процесса. Последовательная оптимизация отдельно всех контуров проектируемой сети образует цикл оптимизации. Он обычно не приводит к решению задач, поскольку на каждом шаге цикла оптимизируется только один контур без учета влияния изменившегося потока хорды данного контура на потоки других контуров. Однако, если на двух соседних циклах оптимизации система независимых контуров не изменится, то не изменится и потокораспределение в проектируемой сети, следовательно, постоянство множества хорд на двух соседних циклах оптимизации является достаточным признаком получения решения, соответствующего локальному минимуму.

Пример применения метода поконтурной оптимизации сети. На рис. 8.4 приведена исходная схема развития сети 220 кВ. Существующая сеть показана сплошной линией, а возможные трассы новых передач — пунктиром. Приведенные удельные затраты в линии сети

$$Z_0 = 0,148K_n + 1,135S_n^2 r_0 \cdot 10^{-3} \text{ (т.р.)},$$

где 0,148 — множитель, учитывающий коэффициент $E_n=0,12$ и отчис-

ления на амортизацию и обслуживание, принятые равными $0,028 K_{\text{л}}$; $K_{\text{л}}$ — капитальные затраты на 1 км линии; 1,135 — стоимость потерь электроэнергии при единичной длине линии и единичном потоке мощности при времени потерь $\tau=5000$ ч для линии 220 кВ; $S_{\text{л}}$ — полная мощность линии в максимальном режиме; r_0 — активное сопротивление 1 км линии. Графики затрат в линии и их аппроксимация приведены на рис. 7.9. Линейные аппроксимации приведенных затрат (7.5) имеют следующие численные значения:

для вновь вводимых линий $3 \approx 2 + 0,02|S|$, ($S \neq 0$) $3=0$, ($S=0$);

для существующих линий АСО-300 $3 \approx 0,022|S|$;

для существующей линии АСО-500 $3 \approx 0,013|S|$;

Решение. В качестве дерева сети на первом шаге оптимизации выбираем линии 4—1, 4—2 и 4—3. Линии 1—2 и 2—3 являются хордами. В первый контур входит хорда 1—2 и дуги 4—1 и 4—2, а во второй — хорда 2—3 и дуги 4—2 и 4—3. Начальный режим оптимизируемой сети соответствует нулевой загрузке всех хорд сети.

Первый цикл оптимизации. Как показано выше, для процесса оптимизации следует сравнить все критические режимы контура, в каждом из которых нагрузка какой-либо дуги (линии) равна нулю. Приведенные затраты для каждого из конкурирующих вариантов приведены в табл. 8.1.

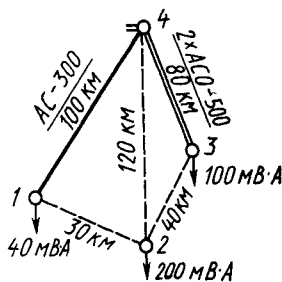


Рис. 8.4

Таблица 8.1

Показатели режима	Режим № 1	Режим № 2	Режим № 3
Нагрузка линий, МВт	0	40	240
41	40	0	200
12	240	200	0
24			
Затраты, тыс. руб.	$=30 \cdot 2,8=84$ $+120 \cdot 6,8=816$ 900	$+100 \cdot 0,88=88$ $=120 \cdot 6,0=720$ 808	$=100 \cdot 5,28=528$ $=30 \cdot 6,0=180$ 708

Расчет мощности для приведенных в табл. 8.1 режимов сделан при нулевой нагрузке хорды второго контура. Как видно из таблицы, оптимальным вариантом первого контура является режим № 3 с нулевой нагрузкой дуги 2—4, т. е. при отключении этой дуги (в качестве хорды первого контура выбираем линию 2—4, контур образуется линиями 4—1, 1—2 и хордой 2—4, а второй контур — линиями 4—1, 1—2, 4—3 и хордой 2—3).

При оптимизации второго контура поочередно размыкаются все его дуги, причем нагрузку хорды 2—4 первого контура во всех случаях принимают равной нулю. Приведенные затраты для разных отключаемых дуг второго контура даны в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Показатели режима	Режим № 1	Режим № 2	Режим № 3	Режим № 4
Нагрузка линий, МВт				
41	0	40	240	340
12	40	0	200	300
23	240	200	0	100
43	340	300	100	0
Затраты, тыс. руб.	708	640	812	1150

Таблица 8.3

Показатели режима	Режим № 1	Режим № 2	Режим № 3
Нагрузка линий, МВт			
42	0	200	300
23	200	0	100
43	300	100	0
Затраты, тыс. руб.	552	824	1120

Оптимальным вариантом для второго контура является отключение линии 1—2. Поэтому линия 1—2 снова включается в число хорд, а линия 2—3 исключается из этого числа. Дерево сети образуют ветви 4—1, 4—2 и 2—3. Хорда первого контура — 2—4, а сам контур образует ветви 2—4, 2—3 и 4—3. Второй контур остался без изменений: 4—1, 1—2, 2—3, 4—3. Изменилась только его хорда.

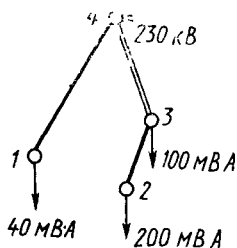


Рис. 8.5

Второй цикл оптимизации. Результаты расчета рассмотренных в этом цикле вариантов приведены в табл. 8.3. При рассмотрении первого контура оптимальным оказалось его исходное состояние, т. е. отключение хорды 2—4. Изменения системы независимых переменных и контуров на данном шаге оптимизации не происходит, поэтому не происходит и изменения контура 2, а также

потокораспределения в этом контуре. Следовательно, оптимизационная таблица второго контура на втором шаге совпадет с соответствующей таблицей первого шага. В результате оптимизации состояние сети не изменится.

Второй цикл оптимизации не привел к изменению состояния сети, следовательно, на первом цикле оптимизации получен локальный минимум. Оптимальная конфигурация сети, полученная методом покомтурной оптимизации, приведена на рис. 8.5. Приведенные затраты оптимального варианта, рассчитанные по линейаризованным характеристикам, составляют 640 тыс. руб.

§ 8.4. Метод ветвей и границ

Задача оптимизации электрической сети сводится к поиску минимума невыпуклой, имеющей разрывы и зависящей от дискретных переменных функции приведенных затрат. При оптимизации таких функций рассмотренные ранее методы, в которых используются идеи выпуклого программирования, имеют ограниченное применение и не позволяют найти глобальный экстремум. Точное решение статической задачи развития электрической сети можно получить на основе методов дискретного программирования, связанных с направленным перебором вариантов развития сетей или их групп. Среди них наиболее распространен *метод ветвей и границ* (МВГ)*.

Основной идеей МВГ является последовательное разделение множества допустимых вариантов на подмножества, выделение и исключение из рассмотрения бесперспективных подмножеств, не содержащих искомый оптимальный вариант.

На основе МВГ был разработан специальный алгоритм отыскания оптимальной электрической сети [18]. По качеству решения он превосходит рассмотренные выше, но требует значительного объема вычислений. Суть метода состоит в следующем.

1. Формирование исходного графа сети. Данный граф содержит множество N всех возможных элементов (линий и трансформаторов). Все допустимые варианты развития сети, которые можно оставить из принятых к сравнению элементов образуют исходное множество γ_0 . Среди них присутствует и оптимальный вариант, которому соответствует минимум приведенных затрат.

2. Деление подмножества вариантов на непересекающиеся части. В методе ветвей и границ используется операция дихотомии — деления множества γ_0 или некоторого его подмножества на две непересекающиеся части. Для выполнения дихотомии выделим какой-либо эле-

* Лихтенштейн В. Е. Модели дискретного программирования. М.: Наука, 1977.—260 с.

мент $r_1 \in N$, не принадлежащий существующей части сети, и рассмотрим подмножество $\gamma(r_1)$ всех вариантов развития сети, включающих r_1 и дополнительное подмножество $\gamma(r_1)$, состоящее из возможных вариантов развития сети, не включающих r_1 . Очевидно, что описанный процесс деления вариантов на непересекающиеся подмножества с помощью операции дихотомии можно про-

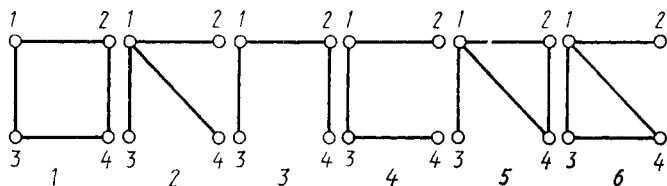


Рис. 8.6

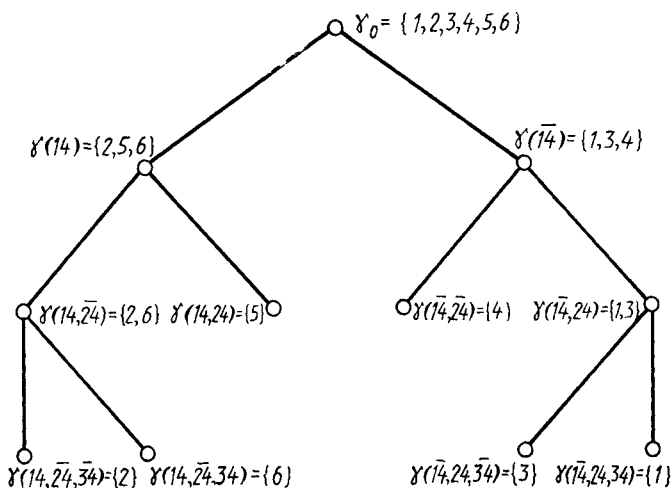


Рис. 8.7

должить, выбрав для этого другие элементы исходного графа сети $r_2, \dots, r_k$. Когда число элементов исходного графа сети невелико, на основе операции дихотомии можно выполнить перебор всех возможных вариантов развития сети. Такой перебор иллюстрируется рис. 8,6, 8.7. На первом из них показаны шесть возможных вариантов присоединения нового узла № 4 к существующей части системы. Приведенные на рисунке схемы составляют множество γ_0 , а элементы 1—4, 1—2, 1—3, 2—4, 3—4 образуют множество N . Деление множества вариантов на

подмножества выполняют с помощью линий 1—4, 2—4, 3—4, которые могут принадлежать или не принадлежать некоторому варианту развития сети. В дальнейшем такие линии называют *управляемыми элементами* проектируемой системы. Процесс деления представлен на рис. 8.7 с помощью графа, вершины которого соответствуют подмножествам, полученным после некоторого шага деления. Для первого шага выбирают линию 1—4. Множество $\gamma(14)$, содержащее данную линию, составляют второй, пятый и шестой варианты развития системы. Для краткого обозначения элементов этого множества принято обозначение:

$$\gamma(14) = \{2, 5, 6\},$$

где цифры в скобках соответствуют номерам вариантов развития сетей, показанным на рис. 8.6. Второй шаг деления выполняют с помощью линии 2—4, в результате его выполнения образуются подмножества: $\gamma(\overline{14}, \overline{24})$; $\gamma(\overline{14}, 24)$; $\gamma(14, \overline{24})$; $\gamma(14, 24)$, два из которых $\gamma(14, 24)$, $\gamma(\overline{14}, 24)$ подлежат дальнейшему делению, а два других $\gamma(\overline{14}, \overline{24})$, $\gamma(14, \overline{24})$ состоят из единственных элементов. После третьего шага, выполняемого с помощью линии 3—4, образуются множества: $\gamma(14, \overline{24}, \overline{34})$; $\gamma(14, \overline{24}, 34)$; $\gamma(\overline{14}, 24, \overline{34})$; $\gamma(\overline{14}, 24, 34)$, каждое из которых содержит единственный элемент. На этом процесс деления и перебора вариантов развития сети заканчивается. Всего выделено восемь различных вариантов развития сети, что вполне соответствует максимально возможному количеству NV вариантов для сети с m управляемыми элементами.

$$NV \leq 2^m. \quad (8.8)$$

Формула (8.8) показывает, что с увеличением m значение NV стремительно растет и уже при $m = 15 \dots 20$ рассмотренный полный перебор вариантов не может быть выполнен на существующих ЦВМ. Следовательно, для реализации метода необходим эффективный алгоритм исключения бесперспективных групп вариантов, получаемых на этапах деления.

3. Отбраковка бесперспективных вариантов. Для выполнения операции отбраковки групп бесперспективных вариантов введем следующие обозначения:

приведенные затраты оптимального варианта исходного множества γ_0 или некоторого подмножества $\gamma(r)$ или $\gamma(\bar{r})$ обозначим: $z(\gamma_0)$; $z(r)$; $z(\bar{r})$;

значение $z(\gamma_0)$ до получения решения задачи, конечно, неизвестно, однако сам процесс решения можно упростить, если иметь способ достаточно точно оценивать значения $z(r)$; $z(\bar{r})$ снизу и сверху, введя для каждого подмножества $\gamma(r)$, $\gamma(\bar{r})$ по две оценки: *нижние (или внешние)*

$$y(r) \leq z(r), \quad y(\bar{r}) \leq z(\bar{r}); \quad (8.9)$$

верхние (или внутренние)

$$x(r_1) \geq z(r_1), \quad x(\bar{r}_1) \geq z(\bar{r}_1). \quad (8.10)$$

Пусть существуют простые приемы определения оценок, достаточно близких к самим оцениваемым значениям [иначе говоря, разности $y(r_1) - y(r_1)$; $x(\bar{r}_1) - y(\bar{r}_1)$ достаточно малы]. При этом верхняя оценка одной группы вариантов может оказаться меньше нижней оценки другой группы, т. е.

$$x(r_1) \leq y(\bar{r}_1) \text{ или } x(\bar{r}_1) \leq y(r_1),$$

откуда

$$z(r_1) \leq x(r_1) \leq y(\bar{r}_1) \leq z(r_1) \text{ или } z(\bar{r}_1) \leq x(\bar{r}_1) \leq y(r_1) \leq z(r_1). \quad (8.11)$$

Соотношения (8.11) показывают, что множество $\gamma(\bar{r}_1)$ или $\gamma(r_1)$ не содержит оптимального варианта, процесс его дальнейшего дробления не нужен.

Неравенство (8.11) на первом шаге деления выполняется достаточно редко. Как правило, при этом обе внутренние оценки оказываются лучше, чем минимальная из внутренних $x_{\min} = \min(x(r_1), x(\bar{r}_1))$:

$$x_{\min} \geq y(r_1), \quad x_{\min} \geq y(\bar{r}_1). \quad (8.12)$$

При выполнении неравенства (8.12) оба подмножества $\gamma(r_1)$ и $\gamma(\bar{r}_1)$ подвергаются дальнейшему дроблению с помощью нового элемента r_2 . Для полученных подмножеств $\gamma(r_1, r_2)$; $\gamma(r_1, \bar{r}_2)$; $\gamma(\bar{r}_1, r_2)$; $\gamma(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$ определяются внешние оценки $y(r_1, r_2)$; $y(r_1, \bar{r}_2)$; $y(\bar{r}_1, r_2)$; $y(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$, которые вновь сравниваются со значением $x_{\min}$. Отметим, что в получении внутренних оценок x на втором и последующих шагах деления нет необходимости, так как ни одна из таких оценок не может быть меньше $x_{\min}$. При

выполнении для некоторой подгруппы неравенства вида (8.11) соответствующая подгруппа относится к бесперспективным подмножествам и исключается из дальнейшего рассмотрения.

4. Критерий окончания процесса оптимизации. Процесс дробления вариантов продолжается до тех пор, пока соответствующие подмножества не смогут быть подвергнуты дальнейшему делению (будут содержать только один элемент) или будут содержать группу эквивалентных оптимальных вариантов. Напомним, что в электроэнергетике варианты, отличающиеся по затратам менее, чем на пять процентов, считаются равноэкономичными, поэтому, если после некоторого шага деления для ряда внутренних оценок выполняются соотношения

$$(x_{\min} - \min y_i) \leq 0,05 \min y_i, \quad (8.13)$$

где y_i — минимальная из внешних оценок, то варианты, соответствующие данным оценкам можно считать оптимальными и процесс дальнейшего решения прекратить.

5. Определение внутренних и внешних оценок. Эффективность метода ветвей и границ существенно зависит от простоты отыскания внутренних и внешних оценок и от точности приближения этими оценками соответствующих оптимальных значений.

Для отыскания внутренних оценок можно использовать рассмотренные в § 7.8 интуитивные методы определения достаточно хорошего варианта развития сети. Еще более эффективно использование для этой цели описанных в § 8.2, 8.3 методов определения локальных экстремумов функции приведенных затрат. Для получения внешних оценок целевой функции в описываемом методе используется следующий алгоритм [18].

Представим целевую функцию в упрощенной форме (7.5):

$$Z = \sum_{m=1}^n a_m \delta_m + \sum_{m=1}^N b_m |S_m|. \quad (8.14)$$

при условиях связи

$$\sum S_m + S_{nI} = 0; \quad I = 1, 2, \dots, J. \quad (8.15)$$

Определим приведенные затраты для *кратчайшей сети*, которая имеет минимальный первый член правой части (8.14) для данного

$$y_1(\gamma_k) = \sum_{m=1}^{n_1} a_m \delta_m, \quad (8.16)$$

где n_1 — число элементов сети, из которых составляются варианты подмножества γ_k .

Критерий (8.16) соответствует оптимизационной задаче, однако, как показано в § 7.9, решение этой задачи много проще, чем решение основной. Приведенные затраты сети, соответствующей варианту с наиболее короткой сетью, в общем случае не являются оптимальными за счет влияния второго члена суммы, который не участвовал в процедуре оптимизации.

Для получения второй составляющей внешней оценки подгруппы вариантов отыскивают сеть, обращающую в минимум вторую составляющую функции приведенных затрат:

$$y_2(\gamma_k) = \sum_{m=1}^{N_1} b_m |S_m|, \quad (8.17)$$

где суммирование, как и в предыдущей формуле, распространяется только на элементы сети, определяющие подмножество γ_k .

Критерий (8.17) соответствует *транспортной задаче линейного программирования*, решение которой хорошо алгоритмизировано и может быть найдено достаточно быстро для любой проектируемой сети [16].

Сумма оценок $y_1(\gamma_k)$ и $y_2(\gamma_k)$ не превышает размера приведенных затрат оптимального варианта данной подгруппы:

$$y_1(\gamma_k) + y_2(\gamma_k) \leq z(\gamma_k). \quad (8.18)$$

Соотношение (8.18), которое легко доказывается от противного, показывает, что $y_1(\gamma_k) + y_2(\gamma_k)$ представляет собой нижнюю оценку группы вариантов, эта оценка и используется в методе ветвей и границ.

Практическое применение метода ветвей и границ для оптимизации электрических сетей показало, что его использование наиболее эффективно для проектирования новых районов, не содержащих существующих сетей. Применение метода ветвей и границ для решения опти-

мизационной задачи большой размерности может потребовать недопустимого для современных ЦВМ объема вычислений. В таких случаях метод можно использовать для получения приближенных решений. Для этого в процессе дробления множества вариантов минимальную внутреннюю оценку $x_{\min}$ сравнивают с минимальной внешней оценкой $y_{\min}$. Разница между значениями $x_{\min}$ и $y_{\min}$ определяет наибольшее возможное уменьшение целевой функции по сравнению со значением $x_{\min}$. Следовательно, неравенство $x_{\min} - y_{\min} \leq \varepsilon$ можно использовать как критерий приближенной оптимизации. Это значит, что процесс оптимизации прекращается, если для некоторого шага оптимизации наилучшая внешняя оценка отличается от наилучшей внешней меньше, чем на ε .

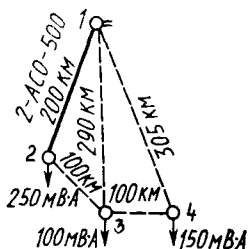


Рис. 8.8

Перейдем теперь к изложению метода на примере простой сети, исходный график которой показан на рис. 8.8.

Рассмотрим пример оптимизации развития электрической сети методом ветвей и границ.

Исходные данные. На рис. 8.8 дана схема проектируемой сети. В пунктах 2, 3, 4 заданы расчетные нагрузки $S_2=250$ МВ·т, $S_3=100$ МВ·т, $S_4=150$ МВ·т. Расстояния между пунктами следующие: $l_{12}=200$ км, $l_{13}=290$ км, $l_{14}=305$ км, $l_{23}=100$ км, $l_{34}=100$ км. Для учета приведенных затрат в существующую двухцепную линию используют приближенное выражение, полученное в § 7.9; $Z_0=0,013 |S|$.

Для приведенных затрат в новые линии используем формулу $Z_0=0,02 |S| + 2$, также полученную в § 7.9.

Решение. По исходным данным сети, показанной на рис. 8.8, определим характеристики, необходимые для получения оценок x и y .

1. Определяем кратчайшую сеть, состоящую из элементов, показанных на рис. 8.8. Это можно сделать непосредственно по схеме. Такой сетью является: 1—2, 2—3, 3—4. Для этой сети $y_1 = a_{12} + a_{23} + a_{34} = 400$ тыс. руб.

2. Решаем задачу линейного программирования для полного графа сети. Для этого достаточно найти сеть, обеспечивающую для каждого потребителя минимальный потенциал, под которым будем понимать значение $l_j = \sum b_{mj} |S_j|$, где b_{mj} — коэффициенты тех линий, которые встречаются на возможном пути от источника до потребителя j . Тогда минимальное «расстояние» $l_{3\min}$ до точки 3 составляет $(2,6+2)100=460$ тыс. руб., $l_{2\min}=2,6 \cdot 250=650$ тыс. руб., $l_{4\min}=6,10 \cdot 150=915$ тыс. руб. Отсюда $y_2=2025$ тыс. руб. Следовательно, $y(y)=2025+400=2425$ тыс. руб.

3. Определяем внутреннюю оценку, в качестве которой примем приведенные затраты варианта, имеющего кратчайшую сеть; $x(12; 23; 34)=2,6 \cdot 500 + 2 \cdot 250 + 2 \cdot 150 + 400=2500$ тыс. руб.

4. Определяем первое ветвление, для чего рассмотрим множество сечей, включающих линию 1—2 $\gamma(12)$ и не включающих эту линию $\gamma(1\bar{2})$. Для обеих групп вариантов вычислим внешние и внутренние оценки таким же образом, как для полного множества γ . В результате получим $\bar{y}(1\bar{2})=4425$, $y(12)=2425$, $x(12)=2500$. Внутренняя оценка группы вариантов, содержащих линию 1—2, оказалась ниже внешней оценки вариантов, не содержащих линии 1—2. Следовательно, множество $\gamma(1\bar{2})$ является множеством бесперспективных вари-

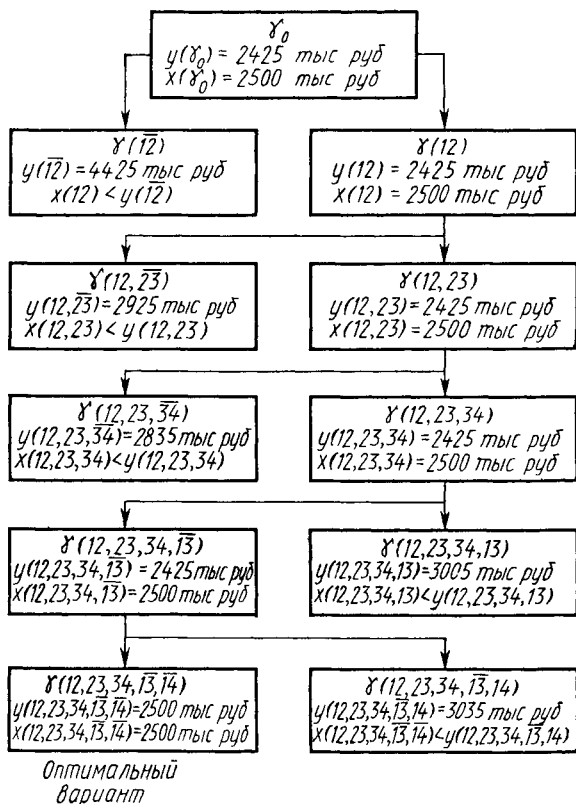


Рис. 8.9

антов. Процесс дальнейшего ветвления можно видеть на рис. 8.9. Для второго этапа деления используют линию 2—3. При этом рассматривают только перспективные варианты, т. е. те, которые обязательно включают линию 1—2. Линия 2—3 позволяет разделить множество перспективных вариантов на два подмножества $\gamma(12, 23)$, $\gamma(12, \bar{2}\bar{3})$. Как видно из рис. 8.9, внешняя оценка $y(12, \bar{2}\bar{3})$ оказывается хуже внутренней $x(12, 23)$ для группы вариантов $\gamma(12, 23)$. Следовательно,

группа вариантов, не включающая линию 2—3, является бесперспективной и для дальнейшего дробления используются варианты, включающие как линию 1—2, так и 2—3. Далее дерево вариантов, дробится с помощью линии 3—4 и аналогично тому, как это делалось в двух предыдущих случаях показывается, что эта линия также должна быть включена в множество перспективных вариантов. Дальнейшее дробление, для которого используется линия 3—1, имеет некоторые особенности. Дело в том, что кратчайшая сеть для группы вариантов γ (12, 23, 34, 31) обязательно должна содержать все перечисленные в обозначении группы линии, в связи с этим оценка увеличивается. Как показано на рис. 8.9 включение линий 4—1 и 3—1 является нецелесообразным. Оптимальным вариантом остается $\gamma(12, 23, 34)$ с внутренней оценкой $x(12, 23, 34) = 2500$ тыс. руб., меньшей внешних оценок всех остальных групп вариантов. Оптимальный вариант развития сети показан на рис. 8.10.

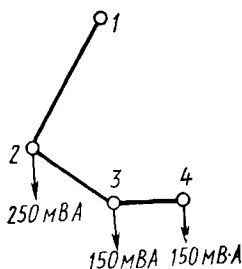


Рис. 8.10

§ 8.5. Основы применения динамического программирования для сетевых оптимизационных задач

Динамическое программирование — наиболее эффективный метод решения оптимизационной задачи развития электрической сети. Она позволяет учесть динамический характер развития энергосистемы и допускает применение целевой функции любого вида, лишь бы она удовлетворяла марковскому свойству и была аддитивной на различных этапах развития процесса.

Марковское свойство заключается в том, что при переходе системы от предшествующего состояния в последующее изменение целевой функции зависит только от этих состояний и не зависит от «предыстории» — траектории, по которой система пришла в данное предшествующее состояние.

Пусть имеется R этапов развития сети, $R = \{1, 2, \dots, t, \dots, T\}$. Состояние системы на этапе t обозначим e_t^i . Тогда изменение (прирост) приведенных затрат при переходе из предшествующего состояния e_{t-1}^j в состояние e_t^i для функции, обладающей марковским свойством запишем в виде $z_t(e_{t-1}^j, e_t^i)$. Для всего срока проектирования приведенные затраты

$$Z = z \left(\sum_{i=1}^R (e_{t-1}^j, e_t^i) \right). \quad (8.19)$$

Аддитивность функции приведенных затрат означает, что ее значение для любой совокупности следующих друг за другом переходов из e'_{t-1} в e'_t , $t=1, 2, \dots, R$ равно сумме приведенных затрат для каждого перехода в отдельности:

$$Z\left(\sum_{t=1}^R (e'_{t-1}, e'_t)\right) = \sum_{t=1}^R Z_t(e'_{t-1}, e'_t). \quad (8.20)$$

Динамическое программирование основано на *принципе оптимальности* (см. гл. 4), который применительно к рассматриваемой целевой функции можно сформулировать так: любой участок оптимальной траектории является оптимальным.

На рис. 8.11 представлена оптимальная траектория $cabcd$. Из принципа оптимальности следует, что любой ее участок abc также оптимален. В самом деле, если бы отрезку $a'fc$ соответствовал меньший вклад в целевую функцию, рассчитываемый по формуле 8.2, то траектория $cafcd$ была бы лучше оптимальной, что невозможно по определению. Для выполнения принципа оптимальности необходима аддитивность функции и соблюдение марковского свойства.

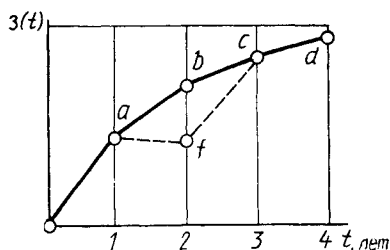


Рис. 8.11

Для выполнения принципа оптимальности необходима аддитивность функции и соблюдение марковского свойства.

На основании принципа оптимальности можно сформулировать алгоритм решения задачи динамического программирования. Этот вопрос подробно рассмотрен в [12], а здесь представлена лишь общая схема решения.

Пусть имеется три этапа развития, для которых на рис. 8.12 представлены допустимые состояния. Схема решения состоит из следующих шагов.

Первый шаг. На первом шаге возможны три перехода из исходного состояния e_0 в состояния первого этапа развития системы e_1^1, e_1^2, e_1^3 , для которых приведенные затраты соответственно равны: $Z_1(e_0, e_1^1), Z_1(e_0, e_1^2), Z_1(e_0, e_1^3)$. Пока неизвестно, какой из возможных переходов оптимален, поэтому все три найденные на первом этапе значения функции следует запомнить и назвать *условно-оптимальными затратами* (УОЗ), т. е. оптималь-

ными при условии, что соответствующее состояние первого этапа принадлежит оптимальной траектории. УОЗ обозначим так: $\tilde{Z}_1(e_0, e_1^i)$ $i=1, 2, 3$.

Второй шаг. Предположим, что состояние e_2^i принадлежит оптимальной траектории и попасть в него можно из любого состояния первого этапа. Тогда условно опти-

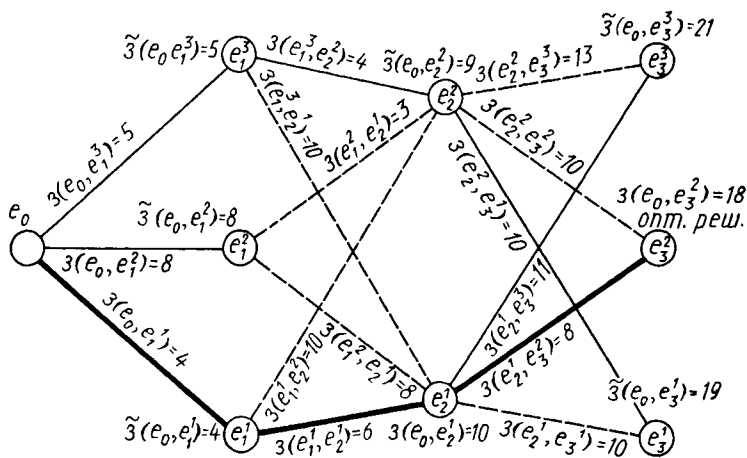


Рис. 8.12

мальным затратам для состояния e_2^i будет соответствовать участок траектории, обеспечивающий минимальную сумму затрат при переходе от e_0 в некоторое состояние e_1^i первого этапа, а от него в e_2^i . Выражение для получения УОЗ состояния e_2^i второго этапа запишем следующим образом:

$$\tilde{Z}(e_0, e_2^i) = \min_{e_1^i} (Z_2(e_1^i, e_2^i) + \tilde{Z}(e_0, e_1^i)). \quad (8.21)$$

Например, для определения УОЗ состояния e_2^2 на рис. 8.12 необходимо сравнить между собой три суммы: $Z_2(e_1^1, e_2^2) + \tilde{Z}(e_0, e_1^1)$; $Z_2(e_1^2, e_2^2) + \tilde{Z}(e_0, e_1^2)$ и $Z_2(e_1^3, e_2^2) + \tilde{Z}(e_0, e_1^3)$, минимальной из которых является последняя, она и определяет значение $\tilde{Z}(e_0, e_2^2) = 9$. Заметим, что для получения $\tilde{Z}(e_0, e_2^i)$ нужно вычислить и сравнить между собой столько сумм вида (8.21), сколько имеется состояний e_1^i на предыдущем этапе, из которых можно попасть в e_2^i . УОЗ вычисляются для любого состояния этапа i . Если считать, что на каждом этапе развития

имеется m состояний, то общее число вычислений сумм вида (8.21) может составить m^2 .

Формула, аналогичная (8.21), справедлива для любого промежуточного этапа развития системы и позволяет вычислить условно-оптимальные затраты произвольного состояния e_t^i :

$$\tilde{Z}_t(e_0, e_t^i) = \min_{e_{t-1}^j} [Z_t(e_{t-1}^j, e_t^i) + \tilde{Z}(e_0, e_{t-1}^j)]. \quad (8.22)$$

Последнее общее выражение называют *рекуррентной формулой динамического программирования*. Получение УОЗ каждого промежуточного состояния системы показано на рис. 8.12, где переходы между состояниями общего вида обозначены пунктирными, а переходы, соответствующие условно-оптимальным значениям целевой функции — сплошными линиями.

Условно-оптимальные оценки последнего этапа развития получают точно так же, как на предыдущих этапах, однако в данном случае минимальным УОЗ соответствует абсолютный минимум расчетных затрат в развивающуюся систему. Соответствующая траектория и является оптимальной. На рис. 8.12 она выделена жирной линией.

Приведенный алгоритм решения задачи динамического программирования показывает, что для получения решения необходимо хранить вектор условно-оптимальных значений функции предыдущего шага и, кроме того, запоминать условно-оптимальные участки траектории для каждого состояния системы. На рис. 8.12 такие участки выделены сплошными линиями. При условии, что процесс оптимизации имеет R этапов и не более m состояний на каждом из них, для получения решения необходимо одновременно хранить в памяти ЦВМ Rm чисел.

Динамическое программирование является мощным средством решения задач выбора оптимальных стратегий развития систем с аддитивными функциями вида

$$\sum_{t=1}^R Z_t(e_{t-1}^j, e_t^i), \text{ который позволяет находить глобальный}$$

экстремум независимо от свойств функции-слагаемых $Z_t(e_{t-1}^j, e_t^i)$. Однако у данного метода имеется и существенный недостаток, образно называемый *проклятием размерности*. Как было показано, для получения решения необходим перебор всех возможных переходов между состояниями соседних этапов $t-1$ и t . Искусство исследователя, ставящего и решающего задачу динамиче-

ского программирования в своей прикладной области, заключается в умении обойти указанный подводный камень метода. С интересным подходом, направленным на преодоление проклятия размерности при решении задачи оптимального развития сети, познакомимся далее. Прежде, чем перейти к детальному описанию приемов увеличения эффективности применения динамического программирования для решения сетевой задачи, подробно описанных в [12], выделим основной смысл этих преобразований.

Наиболее простым шагом увеличения эффективности описываемого метода является разумный способ записи целевой функции. В § 8.6 функция приведенных затрат для задачи динамической оптимизации записана таким образом, что ее приращение при переходе с одного этапа к другому: $Z_t(e^{j_{t-1}}, e_t^i)$ зависит только от конечного состояния e_t^i , поэтому сама функция обозначается упрощенно: $Z_t(e_t^i)$. Описанный прием резко уменьшает трудоемкость выполнения каждого шага динамического программирования. Если в общем случае для выполнения шага, как было показано, требуется m^2 вычислений всех возможных приращений $Z_t(e^{j_{t-1}}, e_t^i)$, то в нашем случае потребуется только m таких вычислений. Напомним, что через m обозначено число состояний системы на шагах $t-1$, t , и в общем случае необходимо перебрать все возможные сочетания состояний двух соседних этапов, а в нашем перебираются состояния только одного этапа t .

Полученный результат имеет важное значение, но задача оптимизации остается чрезвычайно громоздкой. Если выше говорилось о трудностях получения одноединственного состояния системы на фиксированном этапе развития, соответствующего глобальному минимуму приведенных затрат, то в данной задаче используются **все** состояния каждого этапа развития.

Важным шагом увеличения эффективности динамической оптимизации электрической сети является переход от поиска оптимальной стратегии на полном множестве промежуточных состояний электрической системы к поиску на сокращенном множестве так называемых, *оптимальных исходных состояний*. Как показано в § 8.7, такой переход позволяет свести выполнение каждого шага динамической оптимизации к решению нескольких статических оптимизационных задач. Полученный результат имеет важнейшее теоретическое значение, поскольку его

использование позволяет объединить в единый алгоритм задачи статической и динамической оптимизации.

Для получения оптимальных исходных состояний в принципе можно использовать любой из рассмотренных в данной главе методов статической оптимизации. Однако специфика динамической оптимизации позволяет получить специализированный алгоритм решения статической оптимизационной задачи на каждом этапе развития системы [12], на основе которого разработан наиболее эффективный из применяемых в настоящее время динамических алгоритмов оптимизации электрической сети. Описанию такого алгоритма посвящен § 8.9.

§ 8.6. Запись целевой функции в сетевой задаче динамического программирования

При расчетах методом динамического программирования удобно использовать формулу приведенных затрат для полудинамической системы (см. § 3.4):

$$Z = \sum_{t=1}^R (E_n \Delta K_t + \delta H_t) (1 + E_{np})^{-t}, \quad (8.23)$$

где R — последний год развития, после которого $\delta H = 0$ при $T = \infty$, ΔK_t , δH_t — капиталовложения и прирост издержек производства года t .

Эта формула предписывается для использования в энергетике, поэтому не будем возвращаться к обсуждению коэффициентов приведения (см. § 3.5), так как рассматриваемые преобразования справедливы при любом E_{np} .

Для применения в методе динамического программирования формулу (8.23) целесообразно преобразовать с учетом того, что изменения нагрузок, соответствующие изменения издержек и капитальных вложений для нашей модели происходят не каждый год, а отнесены к определенным временным этапам t , $t = 1, 2, \dots, R$.

Кроме того, следует учитывать, что капитальные затраты, обеспечивающие определенное изменение конфигурации сети каждого этапа развития системы, вкладываются раньше, чем начинают функционировать новые участки линий и изменяются нагрузки сети (об этом подробно говорится в § 3.5). При выводе формулы приведенных затрат полагаем время сдвига между капиталовложениями и изменением издержек постоянным, обозна-

чая его $\Delta\tau$. С учетом сделанных замечаний общую формулу (8.23) перепишем следующим образом:

$$Z = \sum_{t=1}^R (E'_H \Delta K_t (1 + E_{\text{нн}})^{-\tau_t + \Delta\tau} + \delta I_t (1 + E_{\text{нн}})^{-\tau_t}), \quad (8.24)$$

где $t=1, 2, \dots, R$ — этапы развития системы; τ_t — момент наступления соответствующего этапа.

Обозначим:

$$\Delta K_t = K_t - K_{t-1}; \quad \delta I_t = I_t - I_{t-1}, \quad (8.25)$$

где I_t — годовые издержки этапа t , K_t — суммарные капиталовложения для срока $[r_t - \Delta\tau; \tau_t]$ ($K_0=0$; I_0 — издержки существующей сети для периода, предшествующего проектированию).

Введем еще одно обозначение

$$(1 + E_{\text{нн}})^{\tau_t} = s_t. \quad (8.26)$$

Перепишем (8.24) с учетом (8.25, 8.26)

$$Z = \sum_{t=1}^R [E'_H (K_t - K_{t-1}) (1 + E_{\text{нн}})^{\Delta\tau} + (I_t - I_{t-1})] s_t. \quad (8.27)$$

Введем обозначение $E'_H = E_H (1 + E_{\text{нн}})^{\Delta\tau}$ и преобразуем суммы первых и вторых членов выражения (9.27) с учетом $K_0=0$:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^R E'_H (K_t - K_{t-1}) s_t &= E'_H [K_1 (s_1 - s_2) + \\ &+ K_2 (s_2 - s_3) + \dots + K_R s_R], \end{aligned} \quad (8.28)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^S (I_t - I_{t-1}) s_t &= -I s_1 + I_1 (s_1 - s_2) + \\ &+ I_2 (s_2 - s_3) + \dots + I_R s_R. \end{aligned}$$

Подставляя полученные значения в формулу (8.27), находим:

$$Z = -I_0 + \sum_{t=1}^{R-1} (E'_H K_t + I_t) (s_t - s_{t+1}) + (E'_H K_R + I_R) s_R. \quad (8.29)$$

Выражение (8.29) и будет использовано в качестве критерия оптимальности решения сетевой задачи при учете динамики развития системы.

§ 8.7. Пример решения сетевой задачи динамического программирования

Формирование экономического критерия. Рассмотрим подробно процесс решения сетевой оптимизационной задачи проектирования развития электрической сети, показанной на рис. 8.13. Процесс оптимизации разделен на три периода. Изменения нагрузок и возможные реконструкции сети относятся к каждому из этих периодов: нулевому, пятому и десятому годам проектирования.

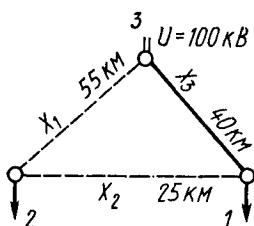


Рис. 8.13

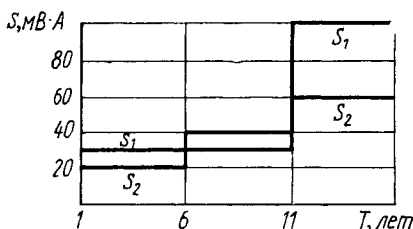


Рис. 8.14

Графики нагрузок приведены на рис. 8.14. Предполагается, что до начала проектирования нагрузка узла 1 равна нагрузке нулевого года проектирования. Коэффициент мощности нагрузок принят равным единице. Как видно из рис. 8.13, к проектированию принимаются линии 110 кВ длиной 25—55 км. Нормативный срок строительства таких линий 6—10 мес. С учетом распределенности капиталовложений в линии во времени сдвиг Δt в рассматриваемом случае следует принять равным порядка 6—7 мес. Учет коэффициента $(1 + E_{\text{нп}})^{\Delta t}$ в данном случае оказывает незначительное влияние на результаты решения оптимизационной задачи и поэтому в дальнейшем приближенно принимается $E_{\text{нп}}' = E_{\text{нп}}$.

Затраты в электрическую сеть приводят к нулевому году проектирования, при этом формула приведенных затрат принимает вид:

$$Z = -\beta \Delta P_0 + (E_{\text{н}} K_1 + I_1)(s_1 - s_2) + (E_{\text{н}} K_2 + I_2)(s_2 - s_3) + (E_{\text{н}} K_3 + I_3) s_3, \quad (8.30)$$

где β — коэффициент пропорциональности между потерями мощности в максимальном режиме и стоимостью потерь энергии; $\beta = 56$; для случая, когда потери мощности выражаются в МВт, а затраты — в тыс. руб.; K_i , I_i — капиталовложения и издержки периода проектирования; s_i — коэффициенты приведения издержек разных лет к нулевому году. В нашем случае $s_1 = 1$; $s_2 = (1 + E_{\text{нп}})^{-5}$; $s_3 = (1 + E_{\text{нп}})^{-10}$.

Расчеты проведены для следующих значений коэффициентов, входящих в формулу (8.30):

$$E_{\text{нп}} = 0,08; E_{\text{н}} = 0,12; I = 0,028K + \beta \Delta P.$$

В результате получаем следующую числовую формулу оптимизации:

$$Z = 0,443 (0,148K_3 + 56\Delta P_3) + 0,237 (0,148K_2 + 56\Delta P_2) + 0,32 (0,148K_1 + 56\Delta P_1) - 56\Delta P_0. \quad (8.31)$$

Описание возможных состояний электрической сети e_i^t на всех этапах развития системы. Для этого каждому ее управляемому элементу ставят в соответствие целочисленную переменную x_i . Напомним, что управляемыми называют элементы исходного графа сети, которые могут принадлежать или отсутствовать в вариантах развития сети.

Рассмотрим данный метод применительно к описанию состояний сети, показанной на рис. 8.13. Как видно из рисунка, предусмотрена возможность включения двух новых линий Л2-1 и Л3-2, а также возможность реконструкции существующей линии Л1-3. Если вариант развития сети не содержит некоторой линии r_i , то соответствующей переменной x_i придается значение, равное нулю. Каждому варианту выполнения линии r_i соответствует, отличное от нуля, целое число (табл. 8.4).

Таблица 8.4

	Линия 3—2		Линия 2—1		Линия 1—3
x_i	Состояние		Состояние		Состояние
0	Линия не проведена	0	Линия не проведена	0	Сечение линии не изменено
1	Проведена линия АС-240	1	Проведена линия АС-240	1	Добавлена линия АС-240
2	Проведена двухцепная линия 2АС-240			2	Добавлена двухцепная линия 2АС-240

В качестве примера кодировки состояний системы по табл. 8.4 рассмотрим сеть, образованную линией 2—1 сечением АС-240 и существующей линией 1—3, на трассе которой добавлена двухцепная линия 2 АС-240. Соответствующие значения переменных: $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=2$, а вектор $X=(0, 1, 2)$. Описанный способ кодировки состояний системы использован на рис. 8.15, на котором показан процесс решения задачи динамического программирования.

Решение. Условно-оптимальные состояния первого этапа определяются приведенными затратами соответствующих состояний e_1^t электрической сети системы:

$$\tilde{Z}(0, e_1^t) = 0,32 (0,148K_1 (e_1^t) + 56\Delta P_1 (e_1^t)) - 56\Delta P_0.$$

Получение условно-оптимальных состояний второго этапа складывается из двух шагов. Вначале находят статические приведенные затраты для каждого состояния, соответствующие новым нагрузкам. Затем для каждого e_2^t определяются все состояния предыдущего этапа, от которых возможен переход в e_2^t . Выбирая из полученного

множества состояние e_1^j с минимальной условно-оптимальной оценкой, находим условно-оптимальный переход в состояние e_2^i и УОЗ:

$$Z(0, e_2^i) = 0,237 [0,148K(\bar{e}_2^i) + 5\Delta P(e_2^i)] + \\ + \min_{e_1^j} [Z(e_0, e_1^j)].$$

Условно-оптимальные переходы и УОЗ для каждого состояния второго этапа приведены на рис. 8.15. Рассмотрим, например, как получена условно-оптимальная оценка состояния e_2 (112) ($x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=2$). Данное состояние соответствует вводу одноцепных линий сечением АС-240 по трассам 1—2 и 3—2 и добавлению одной цепи по трассе 3—1. Если не рассматривать явно невыгодные варианты, связанные с демонтажом тех или иных линий, то в состояние 112 можно прийти из состояний первого этапа: 010, 012, 100, 102, 112. Сравнивая условно-оптимальные оценки выделенного множества состояний первого этапа, приходим к выводу, что минимальным затратам соответствует переход от состояния 010, которому соответствует оценка:

$$Z(0, 112) = 64,5 + 14 = 78,5 \text{ тыс. руб.}$$

Аналогично получены условно-оптимальные оценки других состояний. УОЗ для третьего этапа выбирают так же, как для второго, при этом находят абсолютный минимум. В рассматриваемой задаче он соответствует состоянию (012), условно-оптимальные переходы, ведущие в это состояние, определяют оптимальную стратегию развития электрической сети: (010; 010; 012) и приведенные затраты:

$$Z(010; 010; 012) = 241,1 \text{ тыс. руб.}$$

Легко проверить, что полученное значение равно приведенным затратам описанной стратегии развития электрической сети, рассчитанным по исходной формуле (8.24).

Анализ решения задачи динамического программирования. Рассматривая простейший пример применения задачи динамического программирования для оптимизации электрической сети, легко увидеть сильные и слабые стороны метода и, что самое важное, найти дополнительные возможности для увеличения его эффективности. Сильной стороной метода является возможность найти стратегию, соответствующую глобальному экстремуму и несколько траекторий, ближайших к оптимальной. Рассмотренные в § 8.2, 8.3 методы поиска локального экстремума в этом отношении значительно уступают методу динамического программирования.

Основной недостаток метода также виден из приведенного решения простейшей задачи с тремя переменными. Если решение данной задачи потребовало 45 расчетов установившегося режима, то легко себе представить насколько возрастет трудоемкость при решении задач с десятками управляемых переменных.

Для увеличения эффективности применения динамического программирования к оптимизации электрических сетей необходимо решить две основные задачи: уменьшить необходимое число расчетов установившегося режима за счет отказа от анализа явно неэкономичных состояний сети и увеличить скорость расчета установившегося режима для каждого состояния. Методы решения последней из упомянутых задач описаны в гл. 7, а решение первой задачи рассмотрено ниже.

§ 8.8. Метод оптимальных исходных состояний

Этот метод разработан специально для сокращения трудоемкости применения динамического программирования к решению сетевых задач [12]. Поясним кратко его сущность на рассмотренном численном примере, результаты которого приведены на рис. 8.15. Каждому состоянию сети соответствует элемент условно-оптимальной траектории, который начинается с некоторого состояния e_{i-1} предыдущего этапа. Глядя на рисунок, легко убедиться, что далеко не все состояния предыдущего этапа являются источниками одного или нескольких условно оптимальных переходов. В дальнейшем состояния системы, являющиеся источником условно оптимальных переходов будем называть *оптимальными исходными состояниями* ω_{i-1} . Все состояния данного этапа такого вида составляют множество оптимальных исходных состояний Ω_{i-1} .

Если известны все оптимальные исходные состояния, то остальные состояния системы в процессе оптимизации без всякого ущерба для получения конечного результата могут быть исключены. Например, для решенной задачи поиск на множестве оптимальных исходных состояний показан на рис. 8.16, из которого видно, что даже в данном случае количество исходных оптимальных состояний значительно меньше, чем общее количество таких состояний.

Приведенные рассуждения показывают, что принципиально решение задачи динамического программирования может быть упрощено, если получить простой критерий нахождения всех исходных оптимальных состояний этапа t . Оказывается, элементы множества Ω_t могут быть определены сразу после выполнения этапа t оптимизации. Этот вывод следует непосредственно из выра-

Вектор состояний	$f_1(e_0, e_1^i) =$ $= 0,3233 f_1(e_1^i) -$ $- 56 \Delta P_0$	$f_2(e_0, e_2^j) =$ $= 0,2183 f_2(e_2^j) +$ $+ \text{млн } f_1(e_0, e_1^i)$	$f_3(e_0, e_3^k) =$ $= 0,4643 f_3(e_3^k) +$ $+ \text{млн } f_2(e_0, e_2^j)$
$\vec{X} = (x_1, x_2, x_3)$		$0,2183 \cdot$ $f_2(e_2^j)$	$0,4643 \cdot$ $f_3(e_3^k)$
212	114,5	77,5	91,5
211	100	67	81
210	58,7	56	70
202	72	69	108,2
201	57,5	58,5	97,7
200	39,2	44,5	73,7
112	64,8	64,5	78,5
111	50	55,5	69,5
110	38,4	41,3	55,3
102	49,5	60	79,5
101	37,4	48,3	67,7
100	42,5	38,3	57,7
012	37,5	50	64
011	24,8	43,5	57,5
010	14	43,1	57,1
			222 279
			219 276,1
			210 267,1
			203 276,7
			200 273,7
			231 304,7
			205 260,3
			216 271,3
			248 293,3
			201 258,7
			199 256,7
			230 287,7
			Опти мум
			184 241,1
			205 262,1
			Запрещенное по условиям надежности состояние

Рис. 8.15

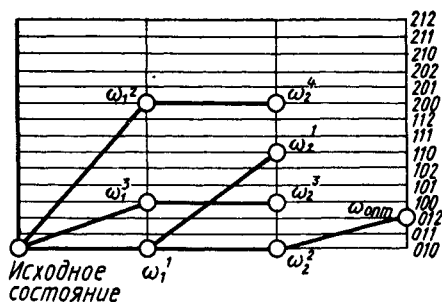


Рис. 8.16

жения условно-оптимального значения функции на этапе t :

$$\tilde{Z}(0, e_{t+1}^i) = (E_{\pi} K_{t+1}(e_{t+1}^i) + H_{t+1}(e_{t+1}^i))(s_{t+1} - s_{t+2}) + \\ + \min(\tilde{Z}(0, e_{t+1}^j)) = \min_{e_t^j}(\tilde{Z}(0, e_t^j)) + \Delta Z(e_{t+1}^i), \quad (8.32)$$

где $\Delta Z(e_{t+1}^i) = (E_{\pi} K(e_{t+1}^i) + H(e_{t+1}^i))(s_{t+1} - s_{t+2})$ — приращение УОЗ на шаге $t+1$.

Рассмотрим состояние ω_t^1 , соответствующее минимальному значению условно-оптимальных затрат на этапе t . Поскольку в соответствии с (8.32) ΔZ этапа $t+1$ зависит только от приведенных затрат этого этапа, то для всех состояний e_{t+1}^i , которые могут быть получены усилением ω_t^1 , условно-оптимальные затраты:

$$\tilde{Z}(0, e_{t+1}^i) = (E_{\pi} K(e_{t+1}^i) + H(e_{t+1}^i))(s_{t+1} - s_{t+2}) + \\ + \tilde{Z}(0, \omega_t^1), \quad (8.33)$$

т. е. для них соответствующий элемент условно-оптимальной траектории обязательно начнется из состояния ω_t^1 . Множество состояний этапа t , включающее ω_t^1 и все варианты его усиления обозначим, $G(\omega_t^1)$.

Очевидно, ω_t^1 — единственное оптимальное исходное состояние для множества $G(\omega_t^1)$. Рассмотрим, например, условно-оптимальные переходы от первого ко второму этапу для решенной задачи. Как видно из рис. 8.15, минимальные условно-оптимальные затраты имеет состояние (010) первого этапа, множество $G(0, 1, 0)$ в нашем случае образуют состояния

$$G(0, 1, 0)_1 = \{(0, 1, 0); (0, 1, 1); (0, 1, 2); \\ (1, 1, 0); (1, 1, 1); (1, 1, 2); (2, 1, 0); (2, 1, 1); (2, 1, 2)\}.$$

Рис. 8.15 подтверждает утверждение, что единственным оптимальным исходным состоянием, входящим в множество $G(0, 1, 0)_1$ является (0, 1, 0). Чтобы продолжить поиск оптимальных исходных состояний, необходимо из общего множества состояний этапа t исключить подмножество $G(\omega_t^1)$ и для нового подмножества

$$\Omega_t^1 = \Omega_t - G(\omega_t^1). \quad (8.34)$$

найти состояние ω_t^2 , обеспечивающее минимум УОЗ на Ω_t^1 .

Очевидно, ω_t^2 также является оптимальным исходным состоянием, ему соответствует подмножество $G(\omega_t^2)$, аналогичное $G(\omega_t^1)$. Процесс получения оптимальных исходных состояний можно продолжать до тех пор, пока множество $\Omega_t^k = \Omega_t^{k-1} - G(\omega_t^k)$ останется пустым на некотором шаге k . Состояния $\omega_t^1, \omega_t^2, \dots, \omega_t^k$ составляют множество Ω_t всех оптимальных исходных состояний шага t .

Метод оптимальных исходных состояний объединяет решение статической и динамической оптимизационных сетевых задач в единый алгоритм. Для его реализации необходимо на каждом шаге найти несколько экстремумов статической задачи оптимизации и необязательно вычислять приведенные затраты для всех возможных состояний системы на этапах. Строгое решение задачи динамического проектирования с использованием описанного метода возможно для задач, размерность которых не превышает 10—15 управляемых переменных. При таком числе переменных возможно применение методов статической оптимизации, обеспечивающих нахождение глобального экстремума, например, метода ветвей и границ.

Для решения динамических задач большего объема применяют приближенные методы нахождения оптимальных исходных состояний, один из которых рассмотрен в § 8.9.

§ 8.9. Градиентный метод поиска оптимальных исходных состояний

Изменения структуры сети на каждом этапе ее развития в значительной степени определяются появлением новых узлов и нарушением ограничений на потоки мощности линий. Число мероприятий r , которое целесообразно провести за один шаг оптимизации, направленных на обеспечение электроснабжения новых узлов и уменьшения перетоков по перегруженным линиям обычно невелико (порядка 1—5), общее число эффективных мероприятий на шаге тоже невелико. Если ограничить максимальное число новых элементов на каждом этапе, то удастся существенно сократить общее количество просмотров состояний электрической сети. Однако и в этом случае число необходимых логических операций остается слишком большим. Поэтому для решения задач, включающих несколько десятков управляемых переменных, необходимо применение направленных методов поиска оптимальных исходных состояний.

Рассмотрим некоторое оптимальное исходное состояние e^0_{t-1} этапа $t-1$ и комплекс мероприятий по усилению этого состояния, характеризующийся изменением целочисленных переменных $x_1, x_2, \dots, x_r$. Если рассмотренные реконструкции сети являются эффективными на последующем этапе t , то применение хотя бы одной из них позволит уменьшить приведенные затраты этапа t по сравнению с затратами состояния e^0_t , не связанного с реконструкцией. При последующих усилениях сети за счет введения новых эффективных мероприятий изменение целевой функции имеет характерный вид U-образной кривой, показанной на рис. 8.17. Вид этой кривой легко

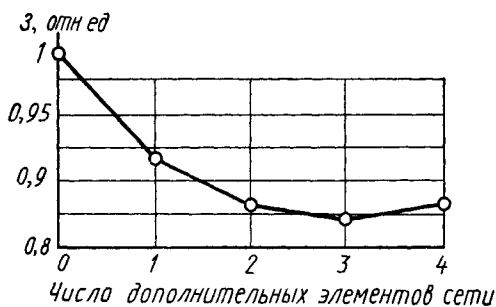


Рис. 8.17

объяснить следующим образом. Поскольку на этапе t сеть системы нуждается в усилении, существует хотя бы один вариант развития, позволяющий снизить приведенные затраты исходного варианта этапа t . В противном случае состояние является оптимальным исходным не только для этапа $t-1$, но и для последующего. Таким образом, если состояние предыдущего этапа не является таким же состоянием для последующего этапа, то хотя бы для одной реконструкции сети можно получить уменьшение целевой функции, показанное на рисунке 8.17. Если мероприятия по усилению сети применяются в порядке уменьшения их эффективности, то понятен и последующий характер изменения $Z(X)$. Эффективность определяет скорость изменения функции. В некоторой точке уменьшающаяся скорость проходит через нуль, соответствующий экстремуму функции. Состояние, удовлетворяющее этому экстремуму, может оказаться оптимальным исходным состоянием. Очевидно, состояния, соответ-

ствующие нарастающему участку U-образной кривой, не могут быть оптимальными исходными.

Рассмотрим теперь множество $G(e_i^0)$ возможных состояний, связанных с усилением e_i^0 . Достаточно правдоподобным является следующее предположение. Любого оптимального исходного состояния ω_i^t , связанного с таким усилением, можно достигнуть с помощью последовательности включения новых элементов, для которой функция приведенных затрат монотонно убывает.

Рассмотрим множество $G_k(e_0)$, состоящее из всех возможных вариантов реконструкции $G_k(e_i^0)$, требующих включения ровно k новых элементов и предположим, что любая зависимость изменения целевой функции при включении элементов, приводящая к состоянию $e_i^t \in G_k(e_0)$ является U-образной кривой. Очевидно, в этом случае дальнейшее утяжеление вариантов сети (т. е. добавление дополнительных линий) не может привести к появлению оптимальных исходных состояний, если сделанное допущение справедливо.

Данное предположение и использует градиентный метод определения оптимальных исходных состояний [12]. Рассмотрим оптимальное исходное состояние этапа e_{t-1}^0 и возможные варианты его усиления за счет включения новых элементов, определяемых вектором управляемых параметров X . Целевая функция при переходе от шага $t-1$ к шагу t принимает значение:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}(t, e_m) = \mathcal{Z}(0, e_i^m) = \tilde{\mathcal{Z}}(0, e_{t-1}^0) + (E_n K(e_i^m) + \\ + H(e_i^m))(s_t - s_{t+1}). \end{aligned} \quad (8.35)$$

В формуле (8.35) символом e_m обозначено состояние системы на шаге t после проведения m элементарных усилений варианта e_{t-1}^0 , что соответствует изменению каких-либо m компонент вектора X от 0 до 1. Множество всевозможных реконструкций варианта может быть представлено, как сумма его подмножеств вида $E_0, E_1, \dots, E_m, \dots, E_R$, где E_0 — подмножество, включающее только исходное состояние, E_m — подмножество состояний, полученное при включении ровно m новых элементов. Для любых e_m и e_{m-1} , принадлежащих соседним подмножествам, можно определить разность, называемую *градиентом целевой функции в точке e_m* :

$$\text{grad } \mathcal{Z}(t, e_m) = \mathcal{Z}(t, e_{m-1}) - \mathcal{Z}(t, e_m). \quad (8.36)$$

Положительное значение градиента означает, что модернизация, связанная с переходом от состояния e_{m-1} к состоянию e_m , уменьшает приведенные затраты. Если градиент функции в точке e_m положителен для любого возможного перехода от состояния предыдущего уровня, то состояние e_m относится к оптимальным исходным состояниям, т. е. e_m — оптимальное исходное состояние, если

$$G(e_m) = \min_i [Z(t, e_{m-1}^i) - Z(t, e_m)] \geq 0. \quad (8.37)$$

Поиск минимального значения градиента в точке e_m на всех состояниях этапа t можно заменить поиском на множестве оптимальных исходных состояний ω_{m-1}^i подмножества E_{m-1} , из которых можно перейти в точку e_m :

$$G(e_m) = \min_i [Z(t, \omega_{m-1}^i) - Z(t, e_m)] \geq 0. \quad (8.38)$$

Критерий (8.38) может быть использован для определения всех оптимальных исходных состояний этапа t , порождаемых модернизацией варианта e_0^t . При этом оказывается, что выполнение наиболее трудоемкой операции расчета установившегося режима и градиентов целевой функции приходится выполнять для сравнительно малого количества потенциально эффективных вариантов развития электрической сети.

Критерием бесперспективности варианта e_m сети служит отсутствие прямых связей с оптимальным исходным состоянием предыдущего множества E_{m-1} . В самом деле, для рассматриваемого варианта все траектории постепенного перехода от исходного состояния к состоянию e_m содержат участки с отрицательным значением градиента. В соответствии со сделанным допущением такое состояние не может принадлежать классу оптимальных исходных состояний. Процесс определения оптимальных исходных состояний продолжается до тех пор, пока не будет определено подмножество E_s , среди которого нет оптимальных исходных состояний.

В заключение параграфа рассмотрим следующий численный пример получения оптимальных исходных состояний на первом шаге процесса, который начинается с исходного состояния, показанного на рис. 8.18, и может изменяться за счет включения линий, приведенных на рисунке пунктиром. Состояния сети, связанные с реконструкцией, изображают вектором X с четырьмя компонентами, последняя из которых соответствует линии 1, третья — линии 2 и т. д. Элементам множества E_1 , связанным с включением одной линии, соответствуют значения вектора X : 0,0,0,1; 0,0,1,0; 0,1,0,0 и 1,0,0,0. Приведен-

ные затраты для каждого варианта сети показаны на рис. 8.19. Вычисляя для каждого состояния сети e_1 градиент целевой функции по формуле (8.21), находим, что три из четырех точек подмножества E_1 представляют собой оптимальные исходные состояния.

Подмножество E_2 , включающее все возможные варианты добавления двух линий к исходной сети, имеет шесть элементов, приведенные затраты которых даны на рис. 8.18. Для каждой точки этого подмножества можно найти два значения градиента, поэтому для определения оптимальных исходных состояний нужно пользоваться выражением (8.22), которое позволяет выделить единственное оптимальное исходное состояние — 0101.

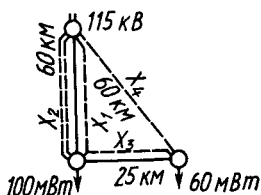


Рис. 8.18

Обратим внимание на выполнение третьего шага, состоящего из четырех состояний: 0111, 1011, 1101, 1110. Два из этих состояний 1011 и 1110 не могут быть получены усилением оптимального исходного состояния множества E_2 . Это озна-

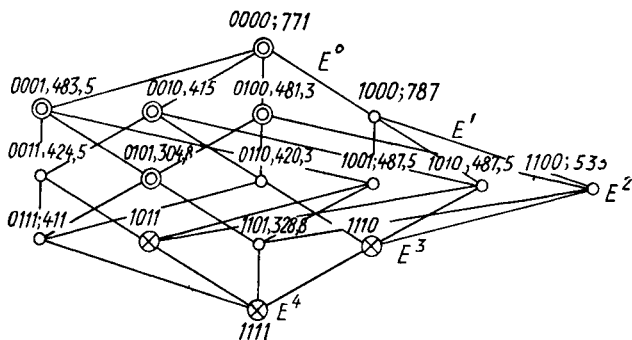


Рис. 8.19

чает, что указанные точки не могут принадлежать классу оптимальных исходных состояний, для них не рассчитывают установившийся режим и не находят приведенные затраты. Как видно из рис. 8.19, ни одна точка подмножества E_3 не является оптимальным исходным состоянием, следовательно, на данном этапе процесс поиска оптимальных исходных состояний может быть закончен.

Применение градиентного метода позволяет решать оптимизационные задачи, включающие десятки управляемых переменных. Однако нужно иметь в виду, что данный метод не всегда позволяет определить глобальный экстремум, так как лежащее в основе его допущение в некоторых случаях не выполняется [12]. Однако по мнению авторов метода вероятность выбора варианта, не соответствующего глобальному экстремуму, достаточно мала и метод широко применяется в практике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучая те или иные частные задачи, важно помнить, что их успешное решение невозможно, если исследователь не обладает достаточным общенаучным потенциалом в данной области, фундаментальными знаниями, пониманием всей проблемы в целом. Только при этом есть надежда на правильную формулировку конкретной задачи как подчиненной соответствующей общей проблеме.

Важными слагаемыми упомянутых фундаментальных знаний применительно к проблеме оптимизации больших систем являются системный подход и системный анализ, включающие общие положения теории принятия решений и методы вычислительной математики, в том числе математического программирования.

Помимо общих положений системного подхода и системного анализа в книге на этой основе кратко рассмотрены наиболее важные задачи, входящие в общую проблему оптимального развития энергосистем (ЭС):

- оптимизация структуры и размещения генерирующих мощностей ЭС;

- оптимизация развития внутрисистемных электрических сетей.

При решении как этих, так и других задач развития встречаются значительные трудности, вызванные следующими свойствами ЭС, как больших человеко-машинных систем:

- разнородность и неопределенность исходной информации;

- многокритериальность, как следствие многоцельного назначения ЭС при противоречивости целей;

- сложные функциональные зависимости оптимизируемых параметров и разнородность последних;

- многовариантность решений.

С помощью конкретных примеров этих свойств в книге сделана попытка показать читателю важность подхода и многообразие средств системного анализа, а

также обсуждено формирование оптимизационных моделей и выбор методов решения.

Упомянутые выше свойства ЭС в той или иной мере присущи вообще всем большим искусственным (человеко-машинным) системам. Сложность их учета привела к тому, что в последние десятилетия весьма интенсивно разрабатывается соответствующая теория как средство преодоления возникающих трудностей. При этом становится все более ясным, что с помощью только математических методов не удастся решить большую группу задач, где существенную роль играют многокритериальность и неопределенность условий. Этим объясняется разработка различных эвристических методов и приемов, в результате чего теория принятия решений представляет собой симбиоз математики и эвристики.

Естественно, что в учебнике невозможно, да и не нужно подробно излагать и даже перечислять все известные методы и приемы. Задача учебника другая: изложить кратко и просто, но достаточно строго только фундаментальные положения и понятия, привлекаемые для понимания основных задач развития ЭС. Именно поэтому в книге даны лишь начальные сведения о системном подходе, системном анализе и больших системах, рассмотрены только основные идеи многоцелевой оптимизации и кратко обсуждены главные критерии оптимизации (более подробно рассмотрен критерий экономичности в связи с распространенными ошибками его математических выражений). Различные математические методы изложены лишь в объеме, необходимом для понимания задачи и критического анализа той или иной оптимизационной модели, ее сильных и слабых сторон.

Наконец, имеет смысл еще раз подчеркнуть, что современная теория оптимизации, несмотря на ее очевидную важность, обладает многими недостатками по причине сложности оптимизационных моделей больших систем. Однако именно этой теории принадлежит будущее при решении сложных задач оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов В. В. Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании.— М.: Экономика, 1967.— 376 с.
2. Мелентьев Л. А. Системные исследования в энергетике. Элементы теории, направления развития. 2-е изд.— М.: Наука, 1983.— 454 с.
3. Мелентьев Л. А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики.— М.: Высшая школа, 1982.— 319 с.
4. Арзамасцев Д. А., Липес А. В., Мызин А. Л. Модели и методы оптимизации развития энергосистем.— Свердловск: Изд. УПИ, 1976.— 146 с.
5. Мойсеев Н. Н. Математические задачи системного анализа.— М.: Наука, 1981.— 488 с.
6. Руденко Ю. Н., Ушаков И. А. Надежность систем энергетики.— М.: Наука, 1986.— 252 с.
7. Автоматизация управления энергообъединениями/В. В. Гончуков, В. М. Горнштейн, Л. А. Крумм и др.; Под ред. С. А. Совалова.— М.: Энергия, 1979.— 432 с.
8. Волькенгау И. М., Зейлигер А. Н., Хабачев Л. Д. Экономика формирования электроэнергетических систем.— М.: Энергия, 1981.— 320 с.
9. Системный подход при управлении развитием электроэнергетики/Л. С. Беляев, Г. В. Войцеховская, В. А. Савельев и др.— Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1980.— 232 с.
10. Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессии.— М.: Финансы и статистика, 1981.— 302 с.
11. Макаров А. А., Мелентьев Л. А. Методы исследования и оптимизации энергетического хозяйства.— Новосибирск: Наука. Сиб. отд., 1973.— 274 с.
12. Дале В. А., Кришан З. П., Паэгле О. Г. Динамические методы анализа развития сетей энергосистем.— Рига: Зинатне, 1979.— 259 с.
13. Методика определения экономической эффективности капитальных вложений.— Экономическая газета, 1981. № 2, 3.
14. Инструкция по определению экономической эффективности капитальных вложений в развитие энергетического хозяйства (генерирование, передача и распределение электрической и тепловой энергии).— М.: Энергия, 1973.
15. Арзамасцев Д. А. Введение в многоцелевую оптимизацию энергосистем.— Свердловск: Изд. УПИ, 1984.— 82 с.
16. Липес А. В. Математические задачи энергетики.— Свердловск: Изд. УПИ, 1981.— 86 с.
17. Липес А. В. Применение методов математической статистики для решения электроэнергетических задач.— Свердловск: Изд. УПИ, 1983.— 86 с.

18. Лазебник А. И. Применение методов ветвей и границ для выбора оптимальной электрической сети. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1969 № 2. С. 138—144

19. Справочник по проектированию электроэнергетических систем/Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро.— М.: Энергоатомиздат, 1985.

20. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике: Учебное пособие для вузов/О. В. Щербачев, А. Н. Зейлигер и др.— Л.: Энергия, 1980.— 240 с.

21. Иберла К. Факторный анализ.— М.: Статистика, 1980.— 308 с.

22. Математические модели размещения тепловых электростанций/Д. А. Арзамасцев и др.— Свердловск: Изд. УПИ, 1985.—85 с.

23. Электрические системы: Автоматизированные системы управления режимами энергосистем/Под ред. В. А. Веникова.— М.: Высшая школа, 1979.— 447 с.

24. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука.— М.: Мир, 1978.—418 с.

25. Ананичева С. С., Арзамасцев Д. А., Мардер Л. И., Мызин А. Л. Применение факторного анализа для исследования региональных условий сооружения тепловых электрических станций. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1977, № 2. С. 119—125.

26. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов.— М.: Наука, 1976.— 340 с.

27. Вознесенский В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях.— М.: Статистика, 1974.— 192 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Адаптация 17
Аддитивность функции приведенных затрат 137
Анализ регрессионный 148
— системный 20
— факторный 175, 177

Базис ортонормированный 153
Баланс топливно-энергетический (ТЭБ) 123
Безопасность 95
Безотказность 95
Бесперебойность 96
Блоки моделей 96

Взаимодействие экспертов 61
Вложения капитальные 36
Выбросы вредных веществ 106, 112
— тепловых электростанций 111

Граф электрической сети 222, 234
Графики мощности обобщенные типовые 208

Двойственность природы системы 18
Дерево графа электрической сети 234
Дихотомия 239
Доклад технико-экономический (ТЭД) 115
Доход национальный оптимальный 74, 85
Дуги и хорды графа электрической сети 234

Живучесть 97

Задача оптимизации 5, 22
Затраты приведенные 36, 68, 200
— условно-оптимальные 140

Иерархичность систем 15, 30
Информация 23
— энергоэкономическая 124

Категории надежности 100
Кибернетика 13
— техническая 13
Колебание напряжения 104
— частоты 104
Комплекс топливно-энергетический 117
Коэффициент годового прироста национального дохода 89
— запаса статической устойчивости 102
— нормативный 68, 77
— приведения 78, 81, 87
Критерий 10
— глобальный 20
— Гурвица 43
— Дарбина — Ватсона 157
— качества электроэнергии 103
— Лапласа — Байеса 44
— минимакса 41
— минимина 43
— надежности 94
— общий народного хозяйства 15
— оптимальности 11
— охраны окружающей среды 103
— Сэвиджа 45
— экономический динамической системы 77, 84
— статической системы 68, 94

Метод балльных оценок 57
— Борда — Лапласа 57
— ветвей и границ 239
— весовых коэффициентов 50
— Дельфи 62
— дерева целей 59
— мозгового штурма 61
— оптимального проектирования 37
— покоординатной и поконтурной оптимизации 231
— предпочтений 53
— проектирования градиента 277
— регрессионный Томсона 177
— решающих матриц 60
— скаляризации 49
Модель авторегрессионная 157

- имитационная 180, 192
- линейная 126
- математическая 11
- нелинейная 182
- оптимизационная 37
- оценочная 37
- факторно-регрессионная 177
- Многовариантность системы 19
- Многокритериальность системы 11, 19
- Многочлен ортогональный 155
- Множество Парето 47
- Неопределенность информации** 24
- Несимметрия напряжения 106
- Несинусоидальность напряжения 106
- Нормативы надежности 101
- Обоснование технико-экономическое (ТЭО)** 115
- Оптимизация 5, 22
 - одно 36
 - многоцелевая 46
- Отклик 179, 183
- Отклонение напряжения 105
 - частоты 105
- Оценка балльная 57
 - объективно обусловленная 73
 - рототабельная 154
 - экспертная 61
- Параметры инженерно-географические** 124
- Планирование 9, 119
- Планы вероятно-оптимальные 28
- Подход имитационный 191
 - системный 13
- Полуреплика 187
- Принцип оптимальности 137, 248
- Прогнозирование 9, 119, 148
- Программирование блочное 145
 - динамическое 136, 247
 - линейное 134
- Работоспособность** 19
- Разнообразие системы 17
- Расплывчатость 25
- Регрессия линейная, нелинейная 148, 151
- Реплика дробная 188
- Ресурсы 84
 - издержек производства 85

- Свойство марковское** 247
- Связи системы 113, 146
- Себестоимость продукции годовая 68
- Система большая 13, 16
 - глобальная 31
 - динамическая 8
 - искусственная 7
 - кибернетическая 14
 - локальная 32
 - самоорганизующаяся 17
 - организованная 17
 - статическая 9
 - управления автоматизирования (АСУ) 116
 - энергетики большая 117
- Соотношение Форсайта 155
- Состояния оптимальные исходные 251
- Срок достаточно достоверного диагноза 66
 - окупаемости 72
 - расчетный 65
- Структура системы 8, 123
- Схема развития ЭЭС 115
- Таксономия** 171
- Управление** 12
- Управляемость режимная 95
- Уравнения модели постоянного тока 205
- Уравнения связи 12, 229
- Условия тождества эффекта (УТЭ) 9
- Устойчивостепособность 95
- Устойчивость статическая 102
 - динамическая 103
- Ущерб народнохозяйственный 98
- Фактор** 176, 182
- Фактор времени** 67
- Формула рекуррентная динамического программирования 250
- Функционал критериальный** 10
- Функция аддитивная** 137
- Функция Лагранжа** 69
- Эксперимент** 180, 182, 186
- Элемент системы** 7
- Энтропия** 13
- Эргатичность** 17
- Эффективность сравнительная** 62

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
Глава 1. Системный подход	
§ 1.1. Основные понятия и определения	7
§ 1.2. Методология системного подхода	13
§ 1.3. Большие системы	16
§ 1.4. Понятие о системном анализе	20
§ 1.5. Информация о большой системе	23
§ 1.6. Вероятно-оптимальные планы	27
§ 1.7. Иерархия и относительная обособленность систем	30
Глава 2. Общие сведения о многоцелевой оптимизации	
§ 2.1. Проблема многоцелевой оптимизации	34
§ 2.2. Одноцелевая оптимизация в условиях определенности	36
§ 2.3. Одноцелевая оптимизация при вероятностной и неопределенной информации	38
§ 2.4. Основные идеи многоцелевой оптимизации	46
§ 2.5. Методы экспертных оценок	56
Глава 3. Основные критерии оптимизации развития энергосистем	
§ 3.1. Постановка задачи сравнительной экономической эффективности капитальных вложений	62
§ 3.2. Экономический критерий статической системы	68
§ 3.3. Объективно обусловленные оценки	73
§ 3.4. Экономический критерий для динамической системы на основе нормативных коэффициентов	77
§ 3.5. Экономический критерий на основе двухресурсной функции национального дохода	84
§ 3.6. Критерии надежности	94
§ 3.7. Критерии качества электроэнергии и охраны окружающей среды	103
Глава 4. Обзор основных задач развития электроэнергетических систем	
§ 4.1. Организационная структура управления развитием и проектная документация	113
§ 4.2. Иерархия задач развития	117
§ 4.3. Содержание планирования и проектирования развития	122
§ 4.4. Детерминированная линейная модель оптимизации структуры генерирующих мощностей ЭЭС	126
§ 4.5. Модель динамического программирования для размещения и выбора мощностей тепловых электрических станций	136
§ 4.6. Современные тенденции в моделировании развития генерирующих мощностей ЭЭС	143
	271

Глава 5. Методы прогнозирования нагрузок и электропотребления в ЭЭС

§ 5.1. Общая характеристика методов прогнозирования нагрузок и электропотребления	148
§ 5.2. Пример прогнозирования электропотребления для электрической системы	159
§ 5.3. Прогнозирование в иерархических системах	163

Глава 6. Статистические и имитационные подходы к оптимизации развития энергосистем

§ 6.1. Характеристика проблемы	165
§ 6.2. Блоки оптимизационной модели размещения электрических станций	166
§ 6.3. Районирование территории по условиям сооружения электрических станций	169
§ 6.4. Применение факторного анализа для моделирования показателей сооружения тепловых электрических станций	174
§ 6.5. Понятие о планировании эксперимента и его применении в задачах развития ЭЭС	178
§ 6.6. Основы методологии имитационного подхода	191

Глава 7. Постановка и основные особенности задачи проектирования оптимального развития электрической сети

§ 7.1. Порядок проектирования развития сетей электрических систем	195
§ 7.2. Экономический критерий эффективности	200
§ 7.3. Упрощение уравнений установившегося режима в задачах оптимального развития электрических систем	202
§ 7.4. Статистический метод определения потерь энергии	205
§ 7.5. Пример расчета потерь энергии	213
§ 7.6. Методы корректировки параметров установившегося режима электрической сети	216
§ 7.7. Пример корректировки параметров режима сети после отключения линии	220
§ 7.8. Определение исходного графа проектируемой сети и оценка эффективности мероприятий по ее реконструкции	222

Глава 8. Методы оптимизации развития электрической сети

§ 8.1. Общая характеристика описываемых методов оптимизации	226
§ 8.2. Метод проектирования градиента	227
§ 8.3. Метод поконтурной оптимизации	231
§ 8.4. Метод ветвей и границ	239
§ 8.5. Основы применения динамического программирования для сетевых оптимизационных задач	247
§ 8.6. Запись целевой функции в сетевой задаче динамического программирования	252
§ 8.7. Пример решения сетевой задачи динамического программирования	254
§ 8.8. Метод оптимальных исходных состояний	257
§ 8.9. Градиентный метод поиска оптимальных исходных состояний	260

Заключение	265
Литература	267
Предметный указатель	269