O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT ARXITEKTURA QURILISH INSTITUTI

K. KENJAYEV

NAZARIY MEXANIKA

Misol va masalalarda

I qism

STATIKA

Cho‘lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi

Toshkent – 2018

UDK 531.1(075)
BBK 22.21ya7
K 37

O'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2017-yil 24-avgustdagi 603-sonli buyrug'iga asosan 5340200 «Bino va inshootlar qurilishi (sanoat va fuqaro binolari) ta'lim yo'nalishining talabalari uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etilgan.

Taqrizchilar:

A.T. Mamadalimov *— O'zFA akademigi, Abu Rayhon Beruniy nomidagi O'zbekiston Davlat mukofoti sovrindori, f m.f d., Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti professori;*
D. Matrasulov *— f m.f d., Toshkent shahridagi Turin politexnika universiteti professori*

Mas'ul muharrir: ***Sh.A. Rahimova***

Kenjayev, K.
K 37 Nazariy mexanika misol va masalalarda. I qism. Statika [Matn] o'quv qo'llanma K. Kenjayev/Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. — T.: Cho'lpon nomidagi NMIU, 2018. — 304 b.
ISBN 978-9943-5379-9-6

O'quv qo'llanmada «Nazariy mexanika» fani «Statika» bo'limining kesishuvchi kuchlar, kuchning momenti va juft kuchlar nazariyasi, tekislikda va fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimi, parallel kuchlar tizimi, og'irlik markazi mavzulari bo'yicha nazariy ma'lumotlar, masalalar yechish tartibi, namunalari va mustaqil ishlash uchun keyslar, muammolar, ko'p variantli masalalar taqdim etilgan.

O'quv qo'llanmani tuzishda: J.L. Meriam, L.G. Kraige «Engineering mechanics statics» (2007), R.C. Hibbeler «Statics and Dynamics» (2013), Vasile Szolga «Theoretical mechanics» (2010), R.S. Khurmim, «Engineering mechanics» (2011) kabi xorijiy adabiyotlardan foydalanildi.

O'quv qo'llanma TAQI o'quv ishlari bo'yicha prorektori tomonidan 2015-yil 26-iyulda tasdiqlangan «Nazariy mexanika» fani bo'yicha ishchi o'quv dasturi asosida tuzilgan.

UDK 531.1(075)
BBK 22.21ya7

ISBN 978-9943-5379-9-6

Padari buzrukvorim
Oxunjonov Kenjaning
yorqin xotirasiga bag'ishlayman

SO'Z BOSHI

«Nazariy mexanika» fundamental fan bo'lib, uning qonun-qoidalari ko'p sohalar bo'yicha muhandislik masalalarini yechishda keng qo'llanilib kelinadi.

«Nazariy mexanika» fanining «Statika» bo'limi «Bino va inshootlar qurilishi» yo'nalishi bo'yicha ta'lim oluvchi talabalar uchun «Materiallar qarshiligi», «Qurilish mexanikasi» va boshqa qator maxsus fanlarni o'rganishda nazariy va amaliy asos bo'lib xizmat qiladi.

Mazkur fanni chuqurroq o'rganish bo'lajak mutaxassislarning kasbiy faoliyatda hal etishi lozim bo'lgan masalalarni har tomonlama texnik-iqtisodiy va konstruktiv tahlil qilish yo'li bilan yechish, loyihalash, qurish hamda undan foydalanishga safarbar eta olish malakalariga ega bo'lishini ta'minlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Ushbu o'quv qo'llanma talabalarda «Nazariy mexanika» fanini chuqurroq o'rganishga qiziqish uyg'otish maqsadida tuzilgan bo'lib, uni yozishda rivojlangan xorijiy mamlakatlar ta'lim texnologiyasidan, darslik va o'quv qo'llanmalaridan keng foydalanilgan. O'quv qo'llanmada mavzular bo'yicha qisqa nazariy ma'lumotlar, masalalar yechish tartibi, namunalari va mustaqil ishlash uchun keyslar, muammolar, hisob chizma ishlari mavzulari bo'yicha ko'p variantli masalalar taqdim etilgan.

O'quv qo'llanma o'zining tuzilishi va mazmuniga ko'ra, talabalarning o'z bilimlarini mustaqil ravishda mustahkamlashlarida, amaliy mashg'ulotlar jarayonida qisqa vaqt ichida reyting nazoratlarini o'tkazishda qo'shimcha vosita bo'lib xizmat qilishga qaratilgan.

Qo'llanma qo'lyozmasini o'qib chiqib, undagi kamchiliklarni tuzatishdagi qimmatli maslahatlari uchun texnika fanlari doktori prof. T.M. Mavlonovga, prof. Q.S. Abdurashidovga, Toshkent Arxitektura qurilish instituti «Qurilish mexanikasi va inshootlar zilzilabardoshligi» kafedrasi mudiri, texnika fanlari nomzodi Z.S. Shadmanovaga, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent S.A. Abduqodirovga hamda qo'llanma qo'lyozmasini tayyorlashda beg'araz yordamini ayamagani uchun muhandis-quruvchi Nurbek Xatamovga muallif o'zining chuqur tashakkurini izhor etadi.

O'quv qo'llanmani mazmunan boyitish, foydalanish samaradorligini oshirish, kamchiliklarni bartaraf etish bo'yicha bildirilgan taklif va mulohazalar uchun muallif kitobxonlarga o'z minnatdorchiligini bildiradi.

KIRISH

Moddiy jismlarning o'zaro ta'siri va mexanik harakati o'rganiladigan bir qator fanlar mexanika nomi bilan bog'liqdir. «Mexanika» fanlari turkumiga kiruvchi «Nazariy mexanika» fani texnika oliy o'quv yurtlarida boshqa ta'lim sohalari qatorida «Arxitektura va qurilish» ta'lim sohasiga tegishli deyarli barcha ta'lim yo'nalishlarida o'qitiladigan mutaxassislik fanlarining nazariy va amaliy asosi bo'lib xizmat qiladi. Bunday fanlar qatoriga materiallar qarshiligi, qurilish mexanikasi va boshqa qator fanlar kiradi.

Nazariy mexanika moddiy jismlarning bir-biriga mexanik ta'siri va mexanik harakatning umumiy qonunlari haqidagi fandir. Vaqt o'tishi bilan moddiy jismlarning bir-birlariga nisbatan ko'chishiga *mexanik harakat* deyiladi.

Mexanikada moddiy jismlar o'zaro ta'sirining miqdoriy o'lchoviga kuch deyiladi. Yaqin vaqtgacha nazariy mexanikada, asosan, sayyoralarning o'zaro tortilish kuchi, muhit (tuproq, havo yoki suv)ning qarshilik kuchi, suyuqlik yoki gazning bosimi, jismlarning bir-biriga tegib turadigan sirtida hosil bo'ladigan kuchlar kabi mexanik tabiatga ega bo'lgan kuchlar ta'siridagi harakatlar tekshirilar edi.

Hozir yadro energetikasi, kosmonavtika va elektronikaning rivojlanishi natijasida mexanikada turlicha fizik tabiatga xos: elektromagnit, issiqlik, yorug'lik va kimyoviy xususiyatlarga ega bo'lgan kuchlar ta'siridagi sistemalarning harakatini o'rganishda oid masalalar qo'yilmoqda.

Mexanikada mazkur kuchlarning miqdoriy o'zgarishigina asosiy ahamiyatga ega bo'lib, ularning fizik tabiati o'rganilmaydi.

Jismning barcha xossalarini hisobga olgan holda sodir bo'ladigan mexanik hodisalarni nazariy va amaliy jihatdan tekshirish ancha murakkabdir. Shu sababli masalaning qanday qo'yilishiga qarab, mexanikada jismning ayrim xususiyatlari e'tiborga olinmaydi. Masalan, jism deformatsiyalanishini e'tiborga olmay, absolut qattiq jism tushunchasi kiritiladi. Xuddi shuningdek, moddiy nuqta, ideal suyuqlik kabi tushunchalar ham soddalashtirilgan modelga taalluqlidir. Mexanikada bunday abstrakt usuldan keng foydalaniladi.

Nazariy mexanikaning asosiy qonunlari ham kuzatish va amaliyot natijalariga asoslanadi va u hayotiy zaruriyat tufayli yuzaga kelgan.

Biz o'rganadigan nazariy mexanika Galiley-Nyuton qonunlariga asoslangan bo'lib, odatda, *klassik mexanika* deb ataladi. Klassik mexanikada vaqt va fazo jismlarning harakatiga bog'liq emas deb qaraladi. Shuningdek, jismning massasi uning tezligiga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas miqdor deb qaraladi.

Mexanikaga doir dastlabki ilmiy asarlarni qadimgi yunon olimlari yozganlar. Jumladan, miloddan avvalgi 287—212-yillarda yashagan Arximed jismlarning muvozanati va og'irlik markazini aniqlagan, shuningdek, suvda suzadigan jismlarning muvozanatiga oid nazariyalarni ishlab chiqqan.

Mexanikaning rivojlanishida Sharq olimlari olib borgan ilmiy ishlar alohida o'rinni egallaydi. Abu Rayhon Beruniy (973—1048), Abu Ali ibn Sino (980—1037), Muhammad Tarag'ay Ulug'bek (1394—1449) kabi mutafakkirlar ana shular jumlasidandir. Ular matematika va astronomiya bo'yicha qator ilmiy ishlarning mualliflari bo'lishlari bilan birga, mexanikaga ham munosib hissalarini qo'shganlar.

Beruniy va Ibn Sino asarlarida, umuman, harakat (shu jumladan, mexanik harakat) hamda sayyoralarning harakati haqida ajoyib fikrlar bayon etilgan. Ibn Sino ta'rifiga ko'ra, jism holatining o'zgarib borishi harakatni ifodalaydi; jismlarning fazodagi harakati (mexanik harakat) esa bu harakatning xususiy holidir. Ulug'bek sayyoralar harakatini, jumladan, Quyosh va Oyning harakatini katta aniqlikda hisoblay olgan.

Italiyalik olim Galileo Galiley (1564—1642) inersiya qonunini kashf etgan. Bundan tashqari, Galiley o'zi o'tkazgan tajribalar asosida jismning og'ma tekislikdagi harakati, gorizontga ma'lum burchak ostida otilgan jismning harakati, erkin tushish haqidagi qonunlarni kashf qilgan.

Mexanikaning asosiy qonunlarini 1687-yilda mashhur ingliz olimi Isaak Nyuton (1643–1727) kashf etgan. Nyutonning «Butun olam tortilish qonuni» mexanikada alohida o'rin egallaydi. Nyuton qonunlari hozirgi kunda ham o'z aktualligini yo'qotmagan.

Mexanika fanining rivojlanishiga katta hissa qo'shgan rus olimlaridan M.V. Ostrogradskiy (1801–1862) analitik mexanika sohasidagi ilmiy ishlari bilan shuhrat qozongan; P.L. Chebishev (1821–1891) mashina va mexanizmlar nazariyasiga asos solgan; S.V. Kovalevskaya (1850–1891) qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jism tenglamalarini integrallash sohasidagi ilmiy ishlari bilan nom chiqargan; N.Y. Jukovskiy (1847–1921) aerodinamikaning rivojlanishida muhim ahamiyatga ega bo'lgan qator asarlarning muallifi, «rus aviatsiyasining otasidir»; K.E. Siolkovskiy (1857–1935) raketa nazariyasi va suyuq yonilg'ida ishlaydigan raketa dvigateli nazariyasiga asos solgan; I.V. Meshcherskiy (1859–1935) asarlari o'zgaruvchan massali jismlarning harakati, reaktiv texnika va osmon mexanikasining qator muammolarini hal qilishda ilmiy asos bo'ldi; S.A. Chapligin (1869–1942) aerodinamika hamda bog'lanishdagi mexanik sistemalarning harakatini tekshirish sohasidagi ilmiy ishlari bilan mashhurdir; A.N. Krilov (1863–1945) kemalarning ustivor harakati va tashqi ballistikaga oid muhim ilmiy ishlari bilan tanilgan; S.P. Korolev (1906–1966) rahbarligida ballistik va geofizik raketalar, Yerning sun'iy yo'ldoshlari, «Vostok», «Vosxod» kosmik kemalar yaratilgan; M.B. Keldishning (1911–1978) aerogidrodinamika, tebranishlar nazariyasi va kosmonavtika sohalaridagi tadqiqotlari alohida ahamiyatga ega.

Mexanika fanining rivojlanishiga ulkan hissa qo'shgan o'zbek olimlaridan M.T. O'rozboyev (1906–1972) ip mexanikasi va inshootlarning seysmik mustahkamligi nazariyasiga oid qator ilmiy ishlarning muallifidir; X.A. Raxmatullin (1909–1988) inshootlar zaminini hisoblashda va ularni loyihalashda qator tadqiqotlar olib borgan bo'lsa, V.Q. Qobulovning tutash muhitlar mexanikasi masalalarini algoritmlash, avtomatik boshqarish sistemalarini yaratish sohasidagi ilmiy ishlari muhim amaliy ahamiyatga ega.

«Nazariy mexanika» fani uch qisimdan iborat***: statika, kinematika*** va ***dinamika***.

Statika moddiy jismlar muvozanatiga oid qonunlarni o‘rganadi. Statikada kuchlarni qo‘shish, ayirish, boshqa ekvivalent kuchlar bilan almashtirish masalalari keng yoritiladi. Kesuvchi, tekislik va fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanati, jismlarning og‘irlik markazini aniqlash masalalari keng o‘rganiladi.

Kinematika jism harakati qonunlarini ana shu harakatni vujudga keltiruvchi yoki o‘zgartiruvchi sababga bog‘lamay tekshiradi. Bundan ko‘rinadiki, kinematika jism harakatini faqat geometrik nuqtayi nazardan tekshiradi, ya’ni u harakatni vujudga keltiruvchi sababga e’tibor bermaydi.

Shuning uchun kinematikani to‘rt o‘lchovli geometriya deb atash mumkin. Bunda uchta fazoviy o‘zgaruvchilarga ***vaqt*** ham qo‘shiladi.

Dinamika jismlar harakatini bu harakatni vujudga keltiruvchi, o‘zgartiruvchi sababga bog‘lab tekshiradi.

Dinamikada uning asosiy tushunchalari, qonunlari, ikki asosiy masalalari, nuqtaning tebranma harakati bayon etiladi. Moddiy nuqta, mexanik sistema uchun dinamikaning umumiy teoremalari, analitik mexanika asoslari va boshqa qator masalalar batafsil o‘rganiladi.

I BOB

QATTIQ JISM STATIKASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AKSIOMALARI

1-§. Statikaning asosiy tushunchalari

Qadimgi yunon olimi Arximed statikaning asoschilaridan biri hisoblanadi. U parallel kuchlar ta'siridagi richagning muvozanati, jismlarning og'irlik markazini aniqlash nazariyasini yaratish bilan birga, gidrostatikaga ham asos solgan. Geometrik statikaning rivojlanishiga fransuz olimlari P. Varinyon (1654—1722) va L. Puanso (1777—1859) katta hissa qo'shdilar.

Analitik statikaning asoschisi J. Lagranj hisoblanadi. Statikaning aksiomatik metodlarini rivojlantirishda rus olimlari N.Y. Jukovskiy va S.A. Chapliginlarning roli kattadir.

Nazariy mexanikaning statika bo'limida moddiy jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni qo'shish, ayirish va kuchlarni ta'sir jihatdan teng bo'lgan boshqa ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish masalalari o'rganiladi.

Statikaning asosiy tushunchalari quyidagilardan iborat:

1. Moddiy nuqta. Harakati yoki muvozanati o'rganilayotgan jismning o'lchamlari va shaklini e'tiborga olmaslik, massasini bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilish mumkin bo'lgan jism moddiy nuqta deyiladi.

2. Absolut qattiq jism. Agar jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa doimo o'zgarmas holda qolsa, bunday jism absolut qattiq jism deyiladi.

Nazariy mexanikada barcha jismlar absolut qattiq deb qabul qilinadi, ya'ni jismlar harakat davomida yoki muvozanat holatida o'zining geometrik shaklini o'zgartirmaydi deb faraz qilinadi.

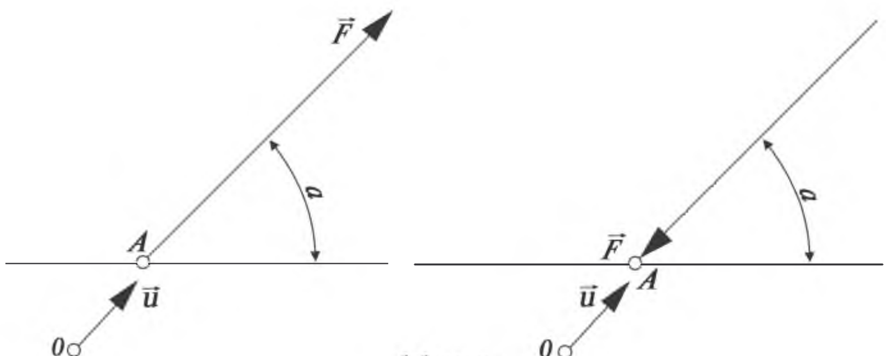
Aslida esa tabiatdagi barcha qattiq jismlar ularga ko'rsatilgan tashqi ta'sirlar (kuchlar) natijasida o'zlarining geometrik shakllarini ma'lum miqdorda o'zgartiradilar. Bunday o'zgarishlar jismning egilishi, siqilishi, buralishi, cho'zilishi, qiyshayishi bo'lishi mumkin va ular jismning deformatsiyalanishi deyiladi. Jismning deformatsiyalanishi uning qaysi moddadan tarkib topganiga, shakliga temperaturasiga va ularga ta'sir etayotgan kuchlarga bog'liq bo'ladi. Inshootlarni qurishda, mashina va mexanizmlarni konstruksiyalashda ularning mustahkamligini ta'minlash maqsadida bunday deformatsiyalar iloji boricha sezilarli bo'lmagan miqdorda bo'lishini ko'zda tutish zarur hisoblanadi.

Shu sababli qattiq jismlarning harakati yoki muvozanatini o'rganishga, sezilarli bo'lmagan miqdordagi deformatsiyalarni e'tiborga olmaslik qoida sifatida qabul qilinib, ular deformatsiyalanmaydigan yoki absolut qattiq jism deb hisoblanadi. Statika masalalarini yechishda barcha jismlarni absolut qattiq deb qarash uning harakati o'rganilishini soddalashtiradi.

3. Kuch. Bir jismning ikkinchi jismga ko'rsatadigan mexanik ta'sirini ifodalovchi kattalik kuch deb ataladi. Kuch vektor kattalik bo'lib, moduli (son qiymati), yo'nalishi va quyilish nuqtasi bilan xarakterlanadi.

Kuchning moduli, birlik sifatida qabul qilingan (etalon) qiymatga solishtirish orqali aniqlanadi.

Texnik birliklar sistemasi deb ataluvchi MKGSS birliklar sistemasida kuch birligi uchun 1 kilogramm-kuch (1 kgk), xalqaro (SI) birliklari sistemasida. 1 Nyuton (1 *N*) qabul qilingan; bunda 1 *kgk* = 9,81 *N*, 1 *N* = 0,102 *kgk*. Kuchlarni statik o'lchashda dinamometr (kuch o'lchagich) nomli fizik o'lchov asbobidan foydalaniladi.

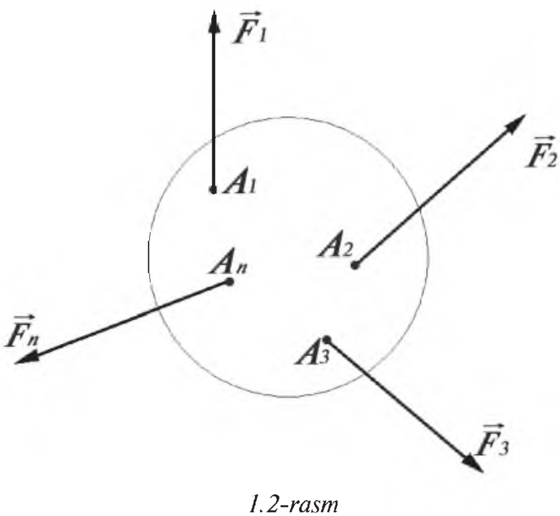


1.1-rasm

1.1-rasmda $\vec{F}$ orqali kuch vektori tasvirlangan, A nuqta – kuchning jismga qo‘yilgan nuqtasi, F kuchning ta’sir chizig‘i, $\vec{u}$ kuchning birlik vektori. Kuch quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{F} = \pm\vec{u}F.$$

4. Agar bir vaqtda jismga bir nechta kuch ta’sir etsa, ular kuchlar sistemasi deb ataladi. Agar barcha $(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ kuchlarning ta’sir chiziqlari bir nuqtadan o‘tsa, ular kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi. Agarda kuchlarning ta’sir chiziqlari bir tekislikda yotsa, bunday kuchlar tekislikda yotgan kuchlar sistemasi deyiladi. Agarda barcha kuchlarning ta’sir chiziqlari bir tekislikda yotmasa, bunday kuchlar fazoviy kuchlar sistemasi deb ataladi. Agar kuchlarning ta’sir chiziqlari o‘zaro parallel bo‘lsa, bunday kuchlar parallel kuchlar sistemasi deb ataladi. Kuchlar sistemasi shaklda quyidagicha belgilanadi *(1.2-rasm).*



1.2-rasm

5. Teng ta’sir etuvchi kuch. Kuchlar sistemasining jismga ta’sirini yolg‘iz bir kuch bera olsa, bunday kuchga mazkur kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi deyiladi. Jismga qo‘yilgan

$(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini $\vec{R}$ bilan belgilasak, u quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n) <=> \vec{R}.$$

6. Ekvivalent kuchlar sistemasi. Jismga qo'yilgan $(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasining ta'sirini boshqa $(\vec{Q}_1+\vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n)$ kuchlar sistemasi bera olsa, bunday kuchlar sistemasi ekvivalent sistema deb ataladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n) <=> (\vec{Q}_1+\vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n).$$

7. Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi. Muvozanat holati deb biror jismning boshqa jismga nisbatan tinch holatiga, masalan, yerga nisbatan harakatsiz holatiga aytiladi.

Tinch holatda bo'lgan jism unga qo'yilgan $(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sirida ham tinch holatda qolsa, bunday kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasi deyiladi. Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi nolga ekvivalent bo'ladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$(\vec{F}_1+\vec{F}_2, ..., \vec{F}_n) <=> 0.$$

8. Erkin jism. Boshqa jismlar bilan biriktirilmagan yoki fazoda istalgan tomonga harakatlana oladigan, ixtiyoriy vaziyatni egallashi mumkin bo'lgan jism erkin jism deyiladi (masalan, ichiga yengil gaz to'ldirilgan sharning havodagi harakati).

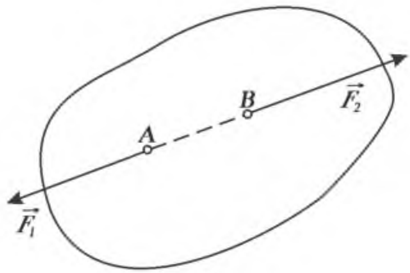
9. Sanoq sistemasi. Berilgan jismning vaziyati (o'rni) boshqa biror jism bilan bog'langan koordinata o'qlari sistemasiga nisbatan aniqlanadi. Bunday koordinatalar sistemasi sanoq sistemasi deyiladi. Bunda vaqt o'tishi ham e'tiborga olinadi. Statikada jismning harakati yoki muvozanati Yer bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan o'rganiladi.

2-§. Statikaning asosiy aksiomalari

Statikada jismga yoki o'zaro ta'sirda bo'lgan jismlarga ta'sir etuvchi kuchlar haqidagi umumiy qonunlar insoniyat tarixida tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan quyidagi aksiomalar tarzida ifodalanadi.

Birinchi aksioma — Ikki kuchning o'zaro muvozanatlashishi aksiomasi.

Erkin absolut qattiq jismga qo'yilgan ikki kuch muvozanatlashishi uchun bu kuchlar miqdor jihatdan teng bo'lib, kuchlar qo'yilgan nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonlarga yo'nalgan bo'lishi zarur va yetarlidir (2.1-rasm).



2.1-rasm

Bunday ikki kuch nollik sistemani tashkil etadi:

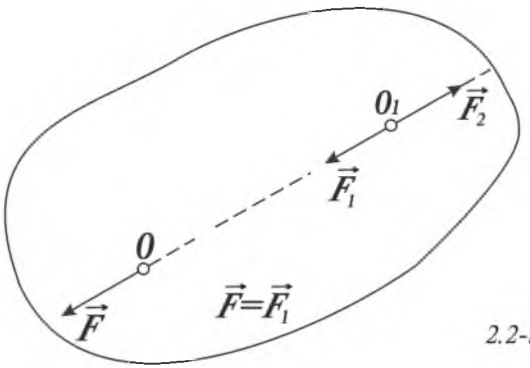
$$(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2) \Leftrightarrow 0.$$

1-aksioma eng sodda muvozanatlashgan kuchlar sistemasini ifodalaydi, chunki erkin jism, tajribalarning ko'rsatishicha, bitta kuch ta'sirida muvozanatda bo'la olmaydi.

Ikkinchi aksioma — Muvozanatlashuvchi kuchlarni qo'shish yoki ayirish aksiomasi

Absolut qattiq jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi qatoriga o'zaro muvozanatlashuvchi kuchlar sistemasini qo'shsak yoki undan ayirsak, kuchlar sistemasining jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Faraz qilaylik, jismning O nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. Bu kuch jismga ma'lum ta'sir ko'rsatadi. Jismning O nuqtasidan o'tuvchi $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'ida O_1 nuqtani olib, shu nuqtaga miqdorlari $F = F_1 = F_2$ bo'lgan hamda mazkur chiziqda yotuvchi $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)\infty O$ sistemasini qo'shamiz *(2.2-rasm)*. Birinchi aksiomaga ko'ra $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2) \Leftrightarrow O$ bo'lganidan ularni tashlab yuborsak, O_1 nuqtada faqat $\vec{F}_1$ kuch qoladi. Natijada, jismning O nuqtasiga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch o'rniga, O_1 nuqtasiga qo'yilgan xuddi shunday $\vec{F}=\vec{F}_1$ kuchga ega bo'lamiz. Bu kuchning jismga ta'siri O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch ta'siri bilan bir xil bo'ladi.



2.2-rasm

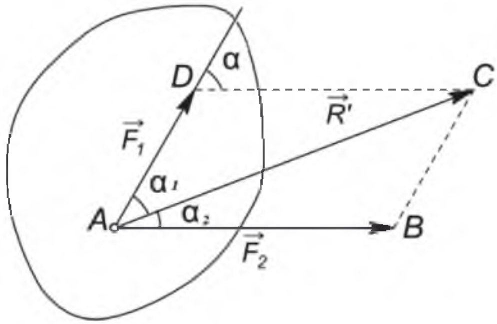
Birinchi va ikkinchi aksiomalardan quyidagi natija kelib chiqadi: kuch o'z ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga miqdori va yo'nalishi o'zgartirilmay ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Uchinchi aksioma — Parallelogramm aksiomasi

Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan turli yo'nalishdagi ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi miqdor va yo'nalish jihatdan shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan nuqtasidan o'tuvchi diagonali bilan ifodalanadi *(2.3-rasm)*:

$$\vec{R}' = \vec{F} + \vec{F}_2.$$

Jismning A nuqtasiga qo'yilgan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarga qurilgan parallelogramm kuchlar parallelogrammi deyiladi, kuchlarni bu usulda qo'yish esa parallelogramm usuli deb ataladi.



2.3-rasm

Teng ta'sir etuvchi kuchning moduli kosinuslar teoremasiga asosan aniqlanadi:

$$R' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180 - a)}$$

yoki

$$R' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos a}.$$

Bunda $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

Agar a) $\alpha = 0$ bo'lsa,

$$R' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2} = \sqrt{(F_1 + F_2)^2} = F_1 + F_2; \qquad (2.1)$$

b) $\alpha = 180°$ bo'lsa,

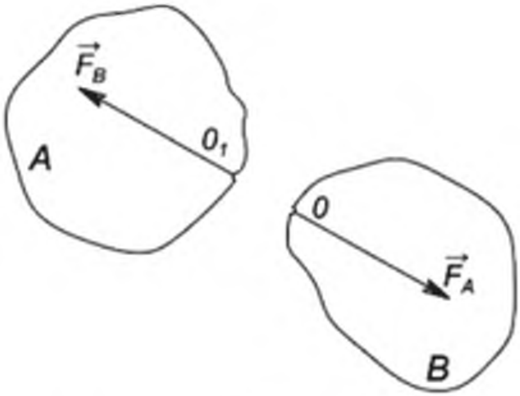
$$R' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2} = \sqrt{(F_1 - F_2)^2} = F_1 - F_2; \qquad (2.2)$$

c) $\alpha = 90°$ bo'lsa,

$$R' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ bo'ladi.} \qquad (2.3)$$

(2.1) va (2.2)dan ko'rinib turibdiki, bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi ularning algebraik yig'indisiga teng bo'lar ekan.

Teng ta'sir etuvchi kuch $\vec{R'}$ ning $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlar bilan tashkil qilgan α_1 va α_2 burchaklari sinuslar teoremasidan aniqlanadi (*2.3-rasm*):



2.4-rasm

$$\frac{F_1}{\sin\alpha_2} = \frac{F_2}{\sin\alpha_1} = \frac{R'}{\sin(180-\alpha)}. \qquad (2.4)$$

To'rtinchi aksioma – Ta'sir va aks ta'sirning tengligi haqidagi aksioma

Ikkita jism bir-biriga miqdor jihatdan teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan o'zaro ta'sir ko'rsatadi (2.4-rasm).

Masalan, A va B jismlar o'zaro ta'sirda bo'lsin (Quyosh va Yer). A jismning B jismga ko'rsatadigan $\vec{F}_A$ ta'sir kuchi B jismning O nuqtasiga, B jismning A jismga ta'sir kuchi $\vec{F}_B$ A jismning O_1 nuqtasiga qo'yiladi. $\vec{F}_A$ va $\vec{F}_B$ kuchlar miqdor jihatdan bir-biriga teng bo'lib, bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'naladi:

$$F_A = F_B, \; \vec{F}_A = -\vec{F}_B.$$

Bu aksioma Nyutonning uchinchi qonunini ifodalaydi va tabiatda kuchlarning bir tomonlama ta'siri mavjud bo'lmasligini ta'kidlaydi. $\vec{F}_A$ va $\vec{F}_B$ kuchlar turli jismlarga qo'yilgan kuchlar bo'lganligi uchun o'zaro muvozanatda bo'lgan kuchlar sistemasini tashkil etmaydi.

Beshinchi aksioma — Qattiq bo'lmagan jismlar muvozanatining saqlanishi qonuni

Berilgan kuchlar ta'sirida deformatsiyalanadigan jism muvozanat holatida absolut qattiq jismga aylansa, uning muvozanati o'zgarmaydi.

Bu aksiomaning mohiyati absolut qattiq jismga qo'yilgan kuchlarning muvozanat sharti deformatsiyalanadigan jismga qo'yiladigan kuchlar uchun ham o'rinli bo'lishidan iborat. Shuning uchun deformatsiyalanadigan jismlarning muvozanatiga oid (ip, zanjir, qayish, sterjen) masalalarni yechishda yuqoridagi aksiomadan foydalaniladi.

3-§. Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari

Qattiq jism unga ta'sir etayotgan kuchlar ta'sirida fazoning ixtiyoriy tomoniga harakat qila olsa, bunday jism erkin jism deb ataladi.

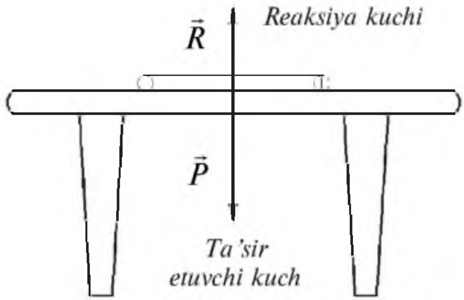
Agar jismning holati yoki harakati biror sabab bilan cheklangan bo'lsa, bunday jism bog'lanishdagi jism deyiladi. Jismning holati yoki harakatini cheklovchi sabab esa bog'lanish deyiladi. Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siriga bog'lanish reaksiya kuchi deyiladi. Bog'lanish reaksiya kuchi bog'lanishdagi jismning harakati cheklangan tomonga teskari yo'naladi.

Bog'lanishdagi jismlarning bog'lanish reaksiya kuchlarini aniqlash statikaning asosiy masalalaridan hisoblanadi. Bu masalani yechishda bog'lanishdagi jismning harakatini yoki muvozanatini erkin jismning harakati yoki muvozanatiga keltirib tekshirish lozim bo'ladi. Bu hol quyidagi aksioma bilan ifodalanadi.

Oltinchi aksioma — Bog'lanishdagi jismni erkin jism shakliga keltirish aksiomasi

Bog'lanishdagi jismni erkin jism shakliga keltirish uchun jismga ta'sir etuvchi kuchlar qatoriga bog'lanish reaksiya kuchini ham qo'shish kerak. Bu aksioma jismni bog'lanishdan bo'shatish aksiomasi deyiladi.

Bog'lanish reaksiyasi ham vektor-kuch bo'lib, ushbu kuch faqat aks ta'sir sifatidagina mavjud bo'ladi. Agar bog'lanish olib tashlansa, uning reaksiyasi nolga teng bo'ladi *(3.1-rasm)*.



3.1-rasm

Shuning uchun reaksiya kuchlari ko'p hollarda passiv kuchlar deb ataladi.

Bog'lanishlarning turlari juda ko'p, shunga ko'ra ularning reaksiyalari ham turlicha bo'ladi. Reaksiya kuchlarining son qiymatlari har bir masalada jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasiga bog'liq ravishda aniqlanadi.

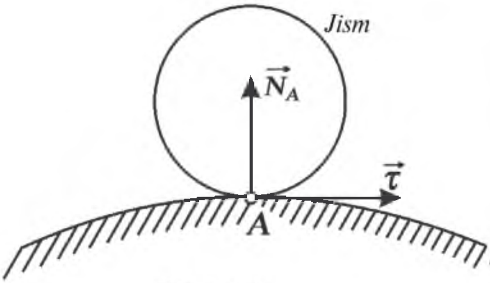
Shuning uchun bog'lanishlarning reaksiya kuchlari yo'nalishlarini aniqlash yo'llari bilan tanishib o'taylik.

Bog'lanishlarning asosiy turlari va ularning reaksiya kuchlari

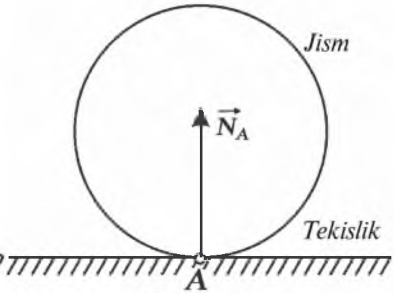
I. Silliq yassi yuzadan iborat bog'lanish:

a) jism qo'zg'almas silliq sirtga A nuqtada tayanadi. Silliq sirt jismning shu sirtga o'tkazilgan normal chiziq bo'yicha harakatini cheklaydi. Bu holda sirtning reaksiya kuchi $\vec{N}_A$ jismning A nuqtasiga qo'yilgan bo'lib, shu nuqtada sirtga yoki tekislikka o'tkazilgan urinmaga perpendikular holda yo'nalgan bo'ladi *(3.2-a, b rasmlar);*

b) jism tayanch tekisligiga bitta nuqtasi bilan tayangan bo'lsin. Masalan, jism (balka — tayanchlarga qo'yilgan jism) A nuqtada polga, B nuqtada vertikal devorga, C nuqtada ikki yoqli burchak qirrasiga tayanadi *(3.3-a rasm).* Pol va devorning reaksiya kuchlari $\vec{N}_A$ va $\vec{N}_B$, A va B nuqtalarda mos ravishda pol va devorga o'tkazilgan



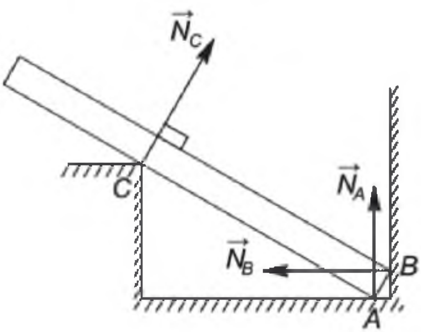
3.2-a rasm



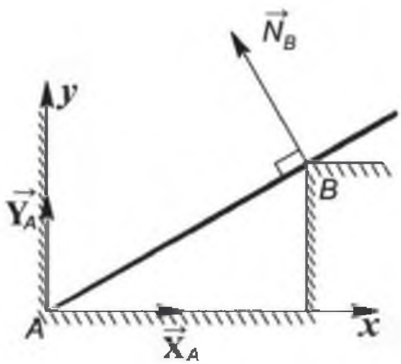
3.2-b rasm

perpendikular bo‘yicha yo‘naladi. Ikki yoqli burchakdan tashkil topgan qirraning reaksiya kuchi $\vec{N}_C$ C nuqtada balka sirtiga o‘tkazilgan perpendikular bo‘yicha yo‘naladi.

Yuqoridagi misolda balkaning ko‘ndalang o‘lchamlari hisobga olinmasa, uni bitta A nuqtaga tayangan deb qarash mumkin *(3.3-b rasm)*. Bunday holda reaksiya kuchi A nuqtadan o‘tadi, lekin uning yo‘nalishi ma’lum emas.

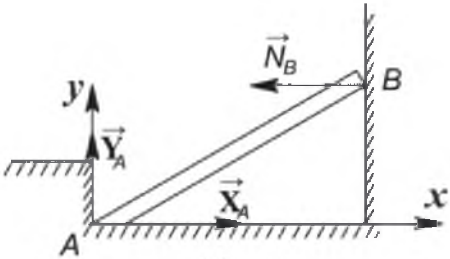


3.3-a rasm



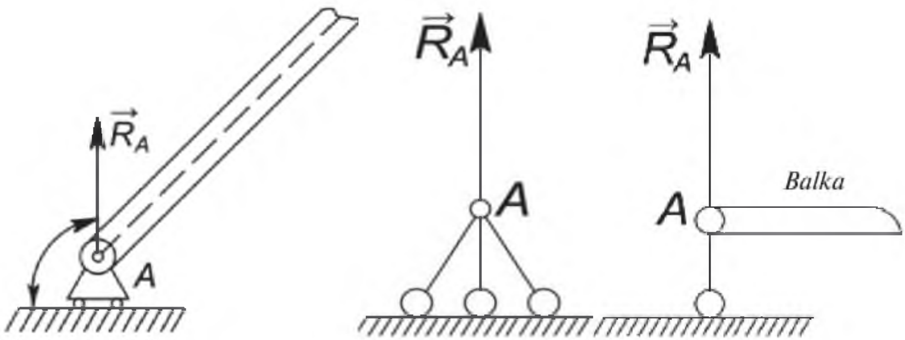
3.3-b rasm

Masalani yechishda A nuqtadagi reaksiya kuchini tanlab olingan koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratib, ularning qiymatlarini jismning muvozanat tenglamalaridan aniqlash lozim bo‘ladi. A to‘siqning reaksiya kuchlari ham xuddi shu usulda aniqlanadi *(3.3-c rasm);*



3.3-c rasm

c) jism qo‘zg‘almas silliq sirtga g‘altaklar (qo‘zg‘aluvchan sharnirlar) vositasida tayanib tursa, reaksiya kuchi tayanch harakatlanishi mumkin bo‘lgan tekislikka o‘tkazilgan perpendikular bo‘yicha yo‘naladi. Darsliklarda qo‘zg‘aluvchan sharnir uch ko‘rinishda ifodalanadi *(3.4-a, b, c rasmlar).*

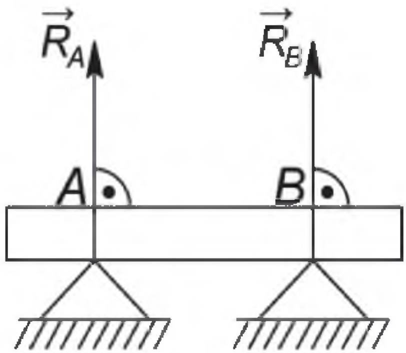


3.4-a rasm *3.4-b rasm* *3.4-c rasm*

3.5-rasmda balka *A* va *B* nuqtalarda tekislikka o‘rnatilgan sharnirsiz qo‘zg‘almas tayanchlarga tayanib turibdi. Bunday tayanchlar reaksiya kuchlari balka yoki tayanchlar sirtiga o‘tkazilgan perpendikular bo‘ylab yo‘naladi *(3.5-rasm).*

II. Sharnirli bog‘lanishlar.

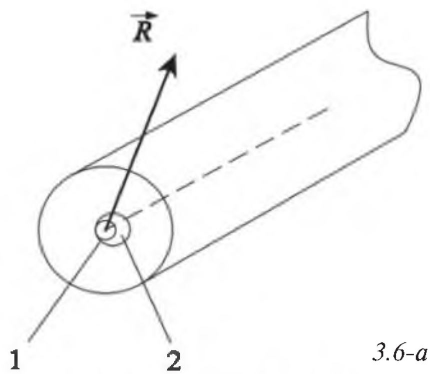
Umumiy o‘q yoki nuqta atrofida aylana oladigan ikki jism orasidagi bog‘lanish sharnir (zoldirli g‘ildirak-podshipnik) deyiladi. Silindrik sharnir bolt (1) va kiygizilgan vtulka (2) dan iborat bo‘ladi. Uning diametri jism bilan mahkam biriktirilgan vtulkaning ichki diametri



3.5-rasm

bilan barobar bo‘ladi. Jism shakl tekisligiga perpendikular bo‘lgan sharnir o‘qi atrofida aylanishi mumkin *(3.6-a rasm).*

a) silindrik sharnir. Qo‘zg‘almas asosga o‘rnatilgan silindrik sharnirning reaksiya kuchi $\vec{R}_A$ aylanish o‘qiga perpendikular bo‘ladi, lekin uning miqdori va yo‘nalishi oldindan ma’lum bo‘lmaydi. Bunday holda reaksiya kuchi R_A koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘nalgan X_A va Y_A tashkil etuvchilarga ajratiladi. Ular jismning muvozanat shartlarini ifodalovchi tenglamalardan aniqlangandan so‘ng, sharnir reaksiyasining moduli



3.6-a rasm

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{X_A^2+Y_A^2} \tag{3.1}$$

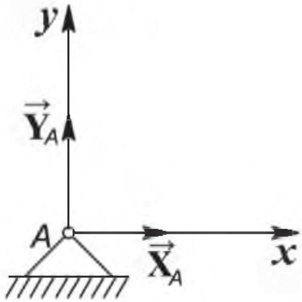
formula asosida aniqlanadi.

Sharnir reaksiyasining yo‘nalishi esa yo‘nalturuvchi kosinuslari orqali quyidagicha aniqlanadi:

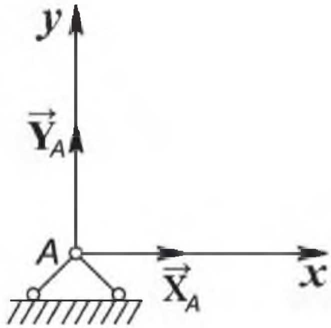
$$\cos\left(\vec{R}_A \hat{\ } \vec{i}\right) = \frac{R_x}{R} = \frac{X_A}{R}; \quad \cos\left(\vec{R}_A \hat{\ } \vec{j}\right) = \frac{R_y}{R} = \frac{Y_A}{R}. \tag{3.2}$$

Bunda $\vec{i}$, $\vec{j}$ – koordinata o‘qlarining birlik vektorlari.

Darsliklarda ko‘zg‘almas sharnir ikki ko‘rinishida ifodalanadi *(3.6-b, c rasmlar)*;

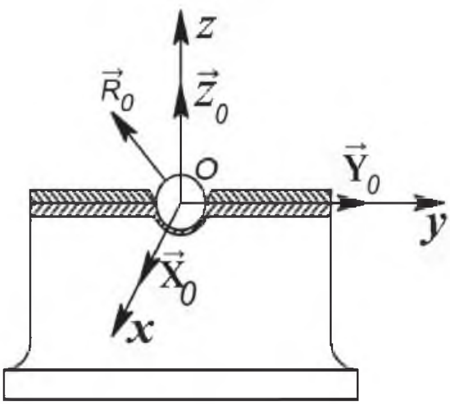


3.6-b rasm



3.6-c rasm

b) sferik sharnir. Jism sferik sharnir vositasida bog‘langan bo‘lsa *(3.7-a rasm)*, bunday sharnir jismni o‘z markazi *O* nuqtadan o‘tuvchi har qanday o‘q atrofida aylanishiga imkon beradi. Sferik



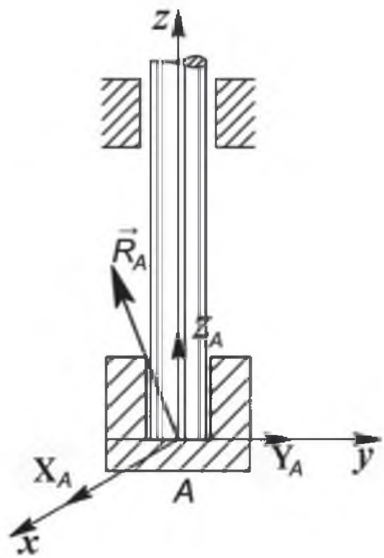
3.7-a rasm

sharnir reaksiyasi O nuqtadan o'tadi, lekin uning miqdori va yo'nalishi oldindan ma'lum bo'lmaydi.

Masalani yechishda sferik sharnir reaksiyasi $\vec{R}_0$ tanlab olingan koordinata o'qlari bo'ylab yo'nalgan $\vec{X}_0$, $\vec{Y}_0$, $\vec{Z}_0$ tashkil etuvchilarga ajratiladi.

Ularning qiymatlari muvozanat shartini ifodalovchi muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi. Aniqlangan $\vec{X}_0$, $\vec{Y}_0$, $\vec{Z}_0$ tashkil etuvchilar qiymatlari orqali R_0 ning miqdori va yo'nalishi topiladi *(3.7-a rasm).*

Podpyatnik (tagtavon – tiralib turgan podshipnik) reaksiya kuchi ham xuddi shu usulda aniqlanadi *(3.7-b rasm).*



3.7-b rasm

$$\vec{R}_A = \vec{i}X_A + \vec{j}Y_A + \vec{k}Z_A \qquad (3.3)$$

($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – lar koordinata o'qlarining birlik vektorlari).

Sferik (zoldirli) sharnirga fotoapparatlarning shtatividagi zuxbirli tutgich, inson va hayvonlarning ko'pgina suyaklarining birlashgan joylari misol bo'la oladi.

III. Vaznsiz sterjenlar vositasidagi sharnirli bog'lanish.

Uchlaridan boshqa nuqtalariga kuch qo'yilmagan, o'z og'irligi hisobga olinmaydigan sterjen vaznsiz sterjen deyiladi. Odatda, sterjenlar to'g'ri chiziqli bo'ladi.

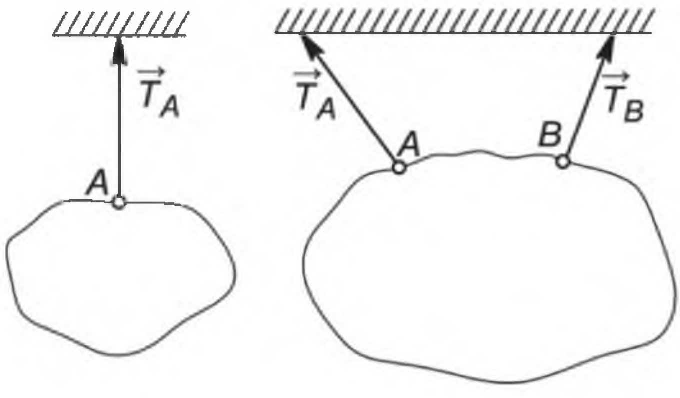
Agar jism bunday sterjenlar vositasida bog'langan bo'lsa, sterjenlarning reaksiyalari sterjenlar uchlaridagi sharnirlar o'qlari orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar – sterjenlar bo'ylab ular bog'langan nuqta tomon yo'naladilar.

Agar sterjenjismga qo'yilgan kuchlar ta'sirida cho'zilsa, sterjen reaksiyasi sterjen o'qi bo'ylab jismdan sterjen mahkamlangan nuqta tomon yo'naladi.

Agar sterjen siqilsa, reaksiya kuchi sterjen o'qi bo'ylab sterjendan jism tomon yo'naladi.

IV. Ip, zanjir va qayishlar vositasidagi bog'lanishlar.

Agar jism ip, zanjir va qayishlar vositasida bog'langan bo'lsa, ularda hosil bo'ladigan $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ reaksiya kuchlariga taranglik kuchlari deyiladi. Taranglik kuchlari ip, zanjir, qayish bo'ylab, ular osilgan nuqta tomon yo'naladi *(3.8-rasm)*.



3.8-rasm

Takrorlash uchun savollar:

1. Statikaning asosiy tushunchalarini ta'riflang.

2. Kuch deb nimaga aytiladi?

3. *Kuchni xarakterlovchi elementlarni nomlang.*
4. *Kuch vektorini o'z ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirish mumkinmi?*
5. *Kuchlar sistemasi, ekvivalent kuchlar sistemasi nima?*
6. *Teng ta'sir etuvchi kuch, muvozanatlashgan kuchlar sistemasi nima?*
7. *Qanday jism erkin jism deb ataladi?*
8. *Kran qismlariga qo'yilgan kuchlar haqida mulohazangizni bildiring.*
9. *Statikaning asosiy aksiomalarini ta'riflang.*
10. *Bog'lanish deb nimaga aytiladi?*
11. *Silliq gorizontal tekislikdan iborat bog'lanishning reaksiyasi qanday yo'naladi?*
12. *Egiluvchan bog'lanishlarning (arqon, tros, ip kabilar) reaksiyalari qanday yo'naladi?*
13. *Silindrik sharnirdan iborat qo'zg'almas va qo'zg'aluvchan bog'lanishlarning reaksiyalari qanday yo'naladi?*
14. *Sferik sharnirdan iborat bog'lanishlarning reaksiyalari qanday yo'naladi?*
15. *Ingichka vaznsiz sterjenlardan iborat bog'lanishlarning reaksiyalari qanday yo'naladi?*
16. *Bog'lanishlar aksiomasi nimadan iborat?*

II BOB

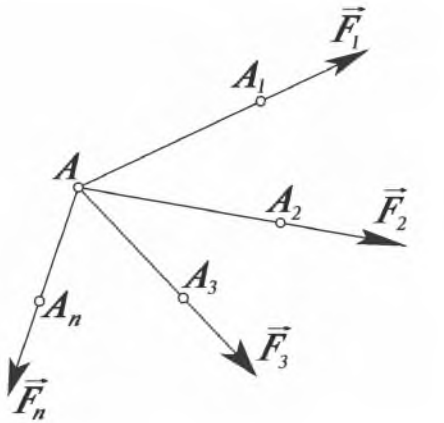
KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASI

4-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining ta'rifi

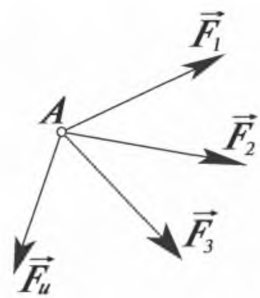
Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar sistemasi bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi (4.1-rasm).

Jismga qo'yilgan kuchlarni ta'sir chiziqlari bo'ylab ko'chirish mumkinligi tufayli, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni doimo bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi bilan almashtirish mumkin *(4.2-rasm).*

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar, odatda, kesishuvchi kuchlar ham deyiladi.



4.1-rasm

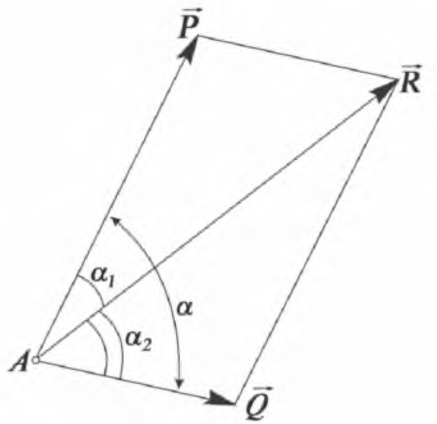


4.2-rasm

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni geometrik yoki analitik usulda qo'shish mumkin.

5-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini geometrik usulda aniqlash

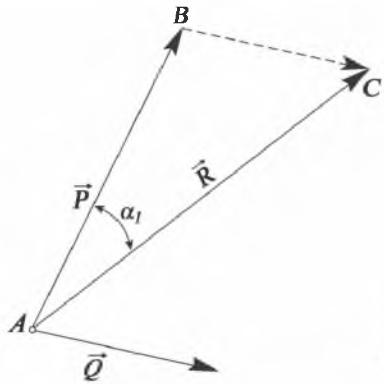
Jismning A nuqtasiga o'zaro α burchak tashkil etuvchi $\vec{P}$ va $\vec{Q}$ kuchlar qo'yilgan bo'lsin. Kuchlar parallelogrammi aksiomasiga ko'ra, kuchlarning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan A nuqtasidan o'tuvchi diagonali orqali ifodalanadi *(5.1-rasm)*. Demak, bir nuqtaga qo'yilgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lar ekan.



5.1-rasm

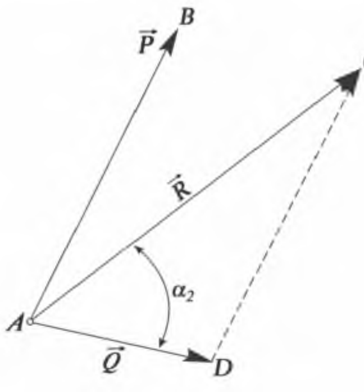
Bir nuqtaga qo'yilgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisini kuchlar uchburchagi usulida ham aniqlash mumkin *(5.2-a rasm)*. Bunda A nuqtaga $\vec{P}$ kuchni qo'yib, uning uchi B_1 nuqtaga $\vec{Q}$ kuchni o'ziga parallel holda ko'chiramiz. Birinchi kuchning boshi A va ikkinchi kuchning uchi C_1 nuqtalarni birlashtiruvchi $\vec{R}$ vektor A nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisini ifodalaydi *(5.2-a rasm)*. Kesishuvchi kuchlarni bu usulda qo'shish kuchlar uchburchagi usuli deyiladi.

Teng ta'sir etuvchi kuchning moduli kosinuslar teoremasiga asosan aniqlanadi.



5.2-a rasm

Xuddi shunday natijaga *A* nuqtaga qo'yilgan *Q* kuchning uchi *D* nuqtaga $\vec{P}$ kuchni o'ziga parallel holda ko'chirish orqali ham erishish mumkin *(5.2-b rasm).*



5.2-b rasm

Bunday holda:

$$\vec{R}=\vec{P}+\vec{Q}. \tag{5.1}$$

Teng ta'sir etuvchi $\vec{R}$ kuchning moduli quyidagi formula asosida aniqlanadi:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos(180^\circ - a)} \tag{5.2}$$

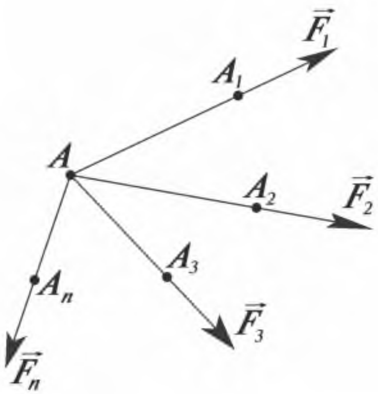
yoki

$$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\ \cos a}. \qquad (5.3)$$

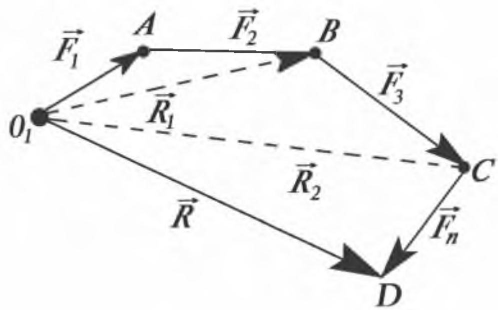
Teng ta'sir etuvchi kuchning $\vec{Q}$ va $\vec{P}$ kuchlar bilan hosil qilgan α_1 va α_2 burchaklari esa sinuslar teoremasiga ko'ra aniqlanadi $(\alpha = \alpha_1 + \alpha_2)$:

$$\frac{P}{\sin a_2}=\frac{Q}{\sin a_1}=\frac{R}{\sin(180°- a)}. \qquad (5.4)$$

Jismning A_1, A_2, ..., A_n nuqtalariga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ kuchlarning *(5.3-rasm)* teng ta'sir etuvchisini aniqlash uchun ketma-ket kuchlar uchburchagi usulidan foydalaniladi. Natijada, O_1ABCD kuchlar ko'pburchagi hosil bo'ladi *(5.4-rasm)*.



5.3-rasm



5.4-rasm

Hosil bo'lgan kuchlar ko'pburchagida $\vec{F}_1$ kuchning boshi bilan $\vec{F}_n$ kuchning uchini birlashtiruvchi $\vec{R}$ vektor berilgan – $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini ifodalaydi:

$$\vec{R}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+, ..., +\vec{F}_n \qquad (5.5)$$

yoki

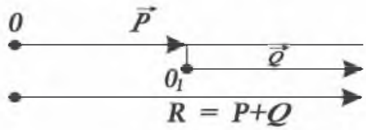
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Ya'ni, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lib, kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yiladi *(5.4-rasm).*

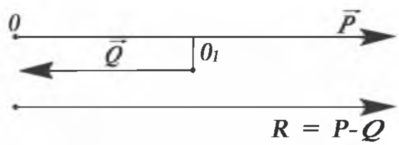
Xususiy holda qo'shiluvchi kuchlar kollinlar bo'lib, bir tomonga *(5.5-a rasm)* yoki qarama-qarshi tomonlarga *(5.6-rasm)* yo'nalgan bo'lsa, yuqorida keltirilgan qoidaga ko'ra, kuchlarning teng ta'sir etuvchisi quyidagicha aniqlanadi:

$$R = P + Q, \tag{5.6}$$

$$R = P - Q. \tag{5.7}$$



5.5-rasm



5.6-rasm

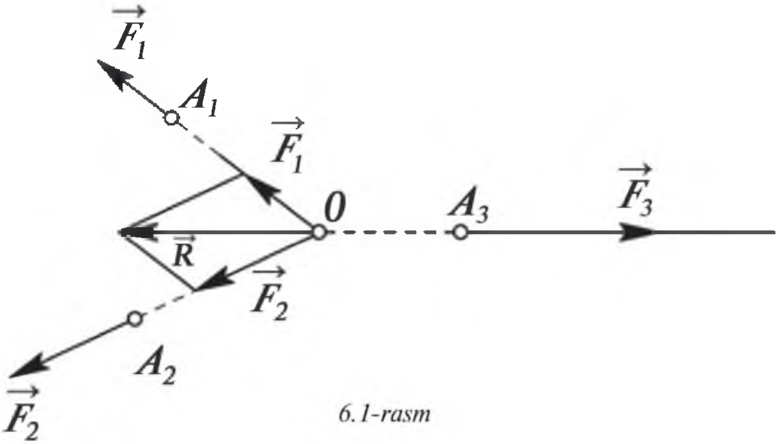
6-§. Uch kuchning muvozanatiga oid teorema

Teorema: *bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.*

Isboti. Jismning A_1, A_2, A_3 nuqtalariga bir tekislikda yotuvchi, o'zaro parallel bo'lmagan $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ kuchlar qo'yilgan bo'lsin *(6.1-rasm).*

Teoremaga ko'ra: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3) \Leftrightarrow 0$.

Kuchlar parallel bo'lmagani uchun ulardan ixtiyoriy ikkitasining (masalan, $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$) ta'sir chiziqlari kesishgan O nuqtani aniqlab, kuchlarni ta'sir chiziqlari bo'ylab, shu nuqtaga keltiramiz.



6.1-rasm

Parallelogramm qoidasiga ko‘ra, bu kuchlarni qo‘shib, ularning teng ta’sir etuvchisi $\vec{R}$ ni aniqlaymiz:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \tag{6.1}$$

Natijada, $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ \vec{F}_3)$ kuchlar sistemasi o‘rniga, unga ekvivalent $(\vec{R},\ \vec{F}_3)$ kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz:

$$(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ \vec{F}_3) \Leftrightarrow (\vec{R},\ \vec{F}_3). \tag{6.2}$$

1-aksiomaga ko‘ra, $\vec{R}$ va $\vec{F}_3$ kuchlar miqdor jihatdan teng bo‘lib, bir to‘g‘ri chiziq bo‘ylab, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgandagina o‘zaro muvozanatlashadi. Binobarin, $\vec{F}_3$ kuchning ta’sir chizig‘i ham ***0*** nuqtadan o‘tadi.

7-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining geometrik sharti

Bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ \ldots,\ \vec{F}_n$ kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi nolga teng bo‘lsa, bunday kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘ladi, aksincha, kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘lsa, kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi nolga teng bo‘ladi:

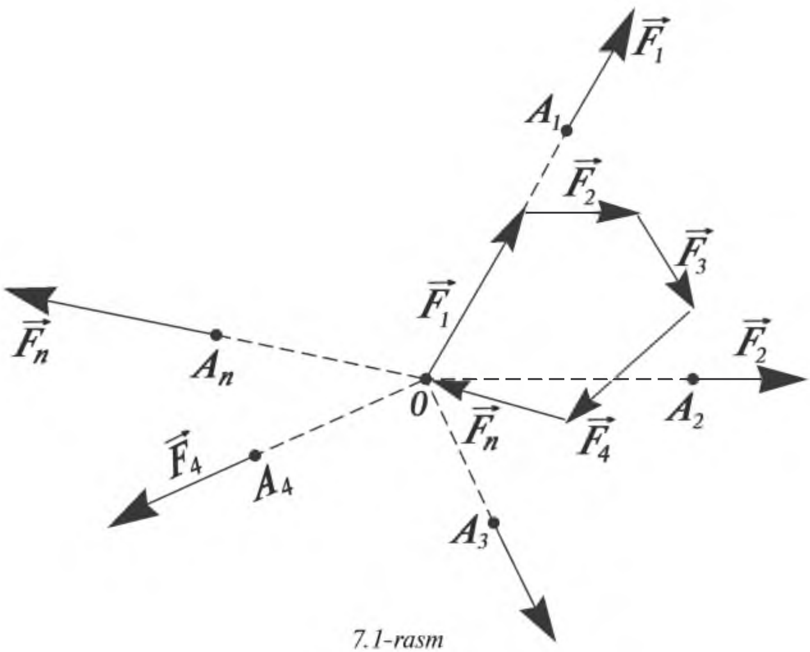
$$\vec{R}=0 \tag{7.1}$$

yoki

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0. \tag{7.2}$$

(7.1) yoki (7.2) tenglamalar kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining vektor ko‘rinishdagi zaruriy va yetarli shartlarini ifodalaydi.

Binobarin, kesishuvchi kuchlar sistemasi ta’siridagi erkin jism muvozanatda bo‘lishi uchun mazkur sistemani tashkil qiluvchi kuchlarning geometrik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi zarur va yetarli ekan. (7.2) tenglamaning geometrik ma’nosi quyidagicha: R =0 shart bajarilishi uchun kesishuvchi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$ kuchlardan qurilgan kuchlar ko‘pburchagi yopiq bo‘lishi kerak, ya’ni mazkur ko‘pburchakda birinchi kuchning boshi bilan oxirgi kuchning uchi ustma-ust tushishi kerak *(7.1-rasm).*



7.1-rasm

Demak, *bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlardan qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarli ekan.*

Mazkur shart bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining geometrik shartini ifodalaydi.

Shu sababli (7.1), (7.2) tenglamalarda berilgan kuchlar bilan bir qatorda bog'lanishlar reaksiya kuchlari ham qatnashadi.

8-§. Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik muvozanat shartiga oid masalalarni yechish uchun uslubiy ko'rsatmalar

Umuman, statikada jismning muvozanatiga oid masalalar, jismga ta'sir etayotgan kuchlarning o'zaro qanday joylashishidan qat'iy nazar, quyidagi tartibda yechiladi:

1) muvozanati o'rganilayotgan jism (yoki nuqta) aniqlanadi;

2) koordinatalar sistemasi tanlab olinadi;

3) jismga ta'sir etayotgan berilgan kuchlar ko'rsatiladi;

4) jismni bog'lanishlardan bo'shatib, ularning ta'sirlari bog'lanish reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi;

5) muvozanati o'rganilayotgan jism berilgan kuchlar va bog'lanishlar reaksiya kuchlari ta'siridagi erkin jism deb qaraladi;

6) jismga ta'sir etayotgan kuchlar qanday kuchlar sistemasini tashkil etishiga qarab, ularga xos muvozanat tenglamalari tuziladi;

7) tuzilgan muvozanat tenglamalarini yechib, aniqlanishi lozim bo'lgan noma'lum kattaliklar topiladi.

Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil etsa, mavzuga doir masalalar quyidagi usullarda yechiladi:

Geometrik usul.

Masalada berilgan va noma'lum kuchlar soni ikkitaga teng bo'lganda bu usuldan foydalanish qulay bo'ladi. Bunda yuqorida bayon etilgan masalalar yechish tartibidagi 1—5-amallar bajariladi. Keyin:

1) bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining geometrik shartidan foydalaniladi, ya'ni kuchlardan yopiq kuchlar uchburchagi chiziladi. Kuchlar uchburchagini chizishni miqdori va

yo‘nalishi ma’lum bo‘lgan kuchdan boshlash maqsadga muvofiq bo‘ladi;

2) chizilgan kuchlar uchburchagini yechib, aniqlanishi lozim bo‘lgan noma’lumlar topiladi.

Bunda quyidagi ikki yo‘ldan foydalanish mumkin:

a) *grafik yo‘l.* Bu yo‘lda kuchlar uchburchagi masshtabda chiziladi. Uchburchakning noma’lum kuchni ifodalovchi tomoni, tanlangan masshtab birligida, noma’lum kuch modulini ifodalaydi;

b) *trigonometrik yo‘l.* Bu yo‘lda kuchlar uchburchagining burchaklari aniqlanadi va trigonometrik formulalar (sinuslar, kosinuslar teoremalari) yordamida noma’lum kuch moduli aniqlanadi.

9-§. Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik muvozanat shartiga oid masalalar

1-masala: $V_1 = 4N$, $V_2 = 3N$ kuchlar berilgan *(9.1-rasm).*

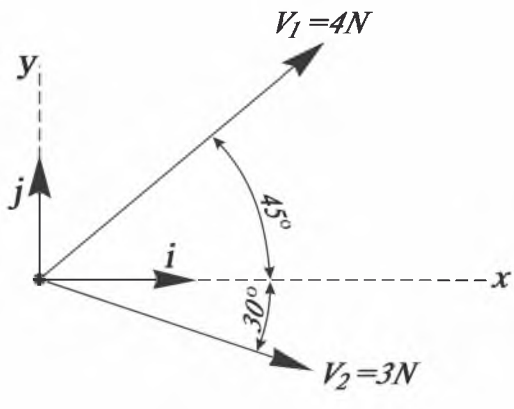
Quyidagilar aniqlansin:

a) kuchlarning teng ta’sir etuvchisining moduli;

b) kuchlarning teng ta’sir etuvchisining x o‘qi bilan hosil qilgan burchagi;

c) kuchlarni teng ta’sir etuvchisining vektor ko‘rinishida yozing;

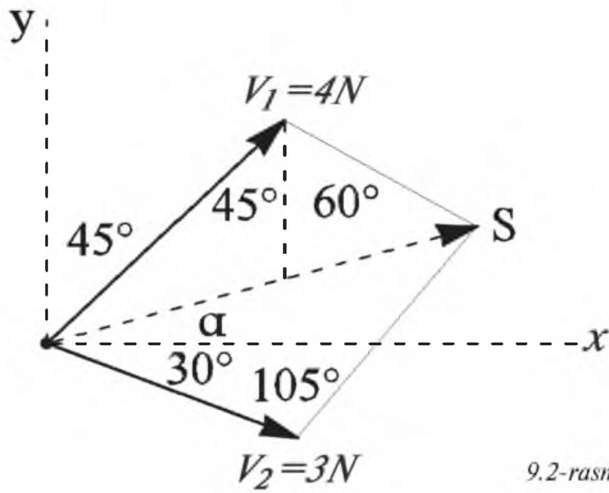
d) vektorlarning ayirmasini toping.



9.1-rasm

Yechimi:

a) $\vec{V}_1$ va $\vec{V}_2$ kuchlardan parallelogramm chizamiz *(9.2-rasm)*, kosinuslar teoremasiga ko‘ra, kuchlarning teng ta’sir etuvchining moduli quyidagicha aniqlanadi:



9.2-rasm

$$S = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos 105^\circ} = 5{,}59N;$$

b) pastdagi uchburchakdan sinuslar teoremasiga ko‘ra,

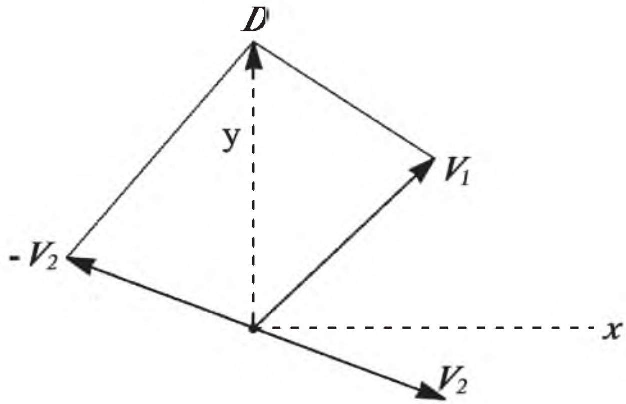
$$\frac{\sin(a+30)^\circ}{V_1} = \frac{\sin 105^\circ}{S},$$

$$\sin(a+30)^\circ = \frac{V_1 \cdot \sin 105^\circ}{S}; \ \ (a+30)^\circ = 43{,}76^\circ, \ \ a = 13{,}76^\circ;$$

c) $\vec{S} = \vec{i}X + \vec{j}Y = (5{,}43\vec{i} + 1{,}328\vec{j}),$

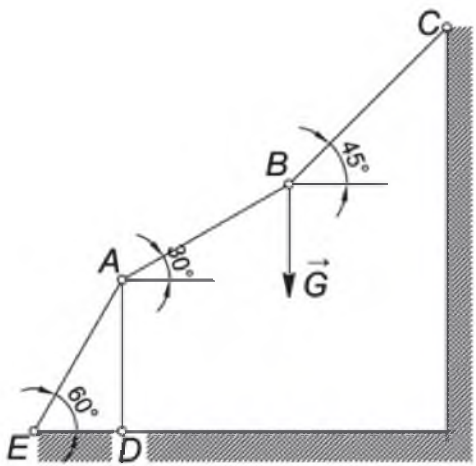
$$\vec{D} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = 4(\vec{i}\cos 45^\circ + \vec{j}\sin 45^\circ) -$$
$$- 3(\vec{i}\cos 30^\circ + \vec{j}\sin 30^\circ) = 0{,}230\vec{i} + 4{,}33\vec{j};$$

d) $\vec{D} = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2).$



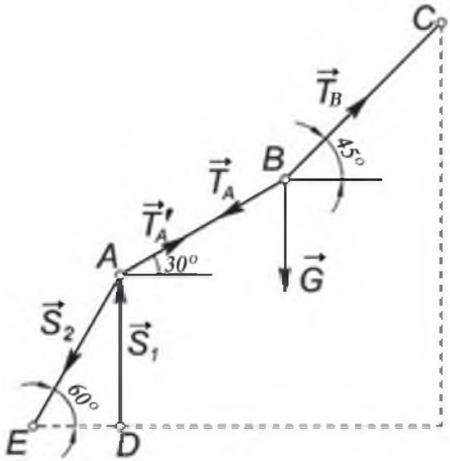
9.3-rasm

2-masala: og'irligi G =518 N bo'lgan yuk ABC kanatning B nuqtasiga qo'yilgan. Kanatning AB uchastkasi gorizont bilan $30°$ burchak, BC qismi esa $45°$ burchak hosil qiladi. Kanat A nuqtada vertikal AD ustunga bog'langan va gorizont bilan $60°$ burchak hosil qiluvchi tirgak yordamida ushlab turiladi. Kanatning AB, BC qismlaridagi taranglik kuchlari hamda ustun va tirgaklardagi zo'riqishlar aniqlansin *(9.4-a rasm)*.



9.4-a rasm

Yechish: masalada *B* va *A* nuqtalarning muvozanati alohida-alohida o‘rganiladi. *B* nuqtaga qo‘yilgan yuk og‘irligi $\vec{G}$ hamda *B* nuqta uchun bog‘lanishlar bo‘lmish *CB* va *BA* kanat qismlarining reaksiya kuchlari $\vec{T}_B$ va $\vec{T}_A$ lar ta’sir etadi. *A* tugunga esa *BA* kanat qismining reaksiyasi $\vec{T}_A$ hamda *AD* ustun, *AE* tirgakdagi zo‘riqishlar $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ lar ta’sir etadi *(9.4-b rasm).*



9.4-b rasm

B nuqta muvozanatda bo‘lishi uchun tugunga qo‘yilgan $\vec{G}$, $\vec{T}_B$, $\vec{T}_A$ kuchlarning geometrik yig‘indisi *0* ga teng bo‘lishi kerak:

$$\vec{G}+\vec{T}_B+\vec{T}_A=0,$$

ya’ni, $\vec{G}$, $\vec{T}_B$, $\vec{T}_A$ kuchlardan chizilgan kuchlar uchburchagi yopiq bo‘lishi lozim.

Kuchlar uchburchagini chizish uchun masshtab tanlab, miqdori va yo‘nalishi ma’lum bo‘lgan $\vec{G}$ kuchni *B′* nuqtaga o‘ziga parallel ravishda ko‘chiramiz, *(9.4-c rasm).* $\vec{G}$ kuchning boshi *B′* va uchi *A′* nuqtalardan kanatning *BA*, *BC* qismlariga parallel chiziqlar o‘tkazamiz. Bu chiziqlarning kesishgan nuqtasini C' bilan belgilasak, hosil bo‘lgan $A'BC'$ uchburchak izlanayotgan yopiq kuchlar uchburchagini ifodalaydi. Bunda $\overline{A'C'}$ va $\overline{B'C'}$ vektorlar $\vec{T}_C$ va $\vec{T}_A$ taranglik kuchlarini ifodalaydi. Taranglik kuchlarining modullarini aniqlash uchun quyidagi ikki yo‘ldan foydalanamiz:

a) grafik yo‘l.

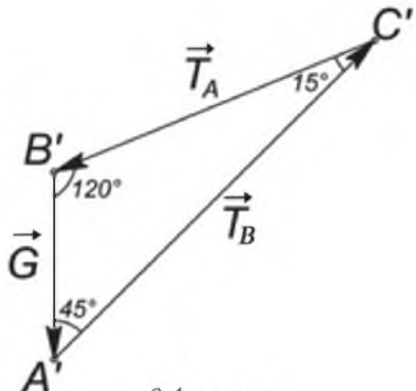
Bunda $A'B'C'$ kuchlar uchburchagining $A'C'$ va $B'C'$ tomonlarini tanlangan masshtab birligida o‘lchab, $\vec{T}_B$ va $\vec{T}_A$ larning modullari aniqlanadi (1 sm — 200 N):

$$A''C''=8,66\ sm,\ \ T_B=1732\ \ N,$$

$$B''C''=7,07\ sm,\ \ T_A=1414\ \ N;$$

b) trigonometrik yo‘l.

Bunda, hosil bo‘lgan kuchlar uchburchagining burchaklarini bilgan holda, reaksiya kuchlarining modullarini trigonometrik formulalar asosida aniqlash mumkin. *9.4-c rasm* va $A'B'C'$ uchburchaklardan foydalansak, $AB//B'C'$, $BC//A'C'$ bo‘lganligi uchun P $B'A'C'=45°$, P $A'B'C'=120°$, P $A'C'B'=15°$ ekanligi ma’lum bo‘ladi.



9.4-c rasm

Sinuslar teoremasidan:

$$\frac{G}{\sin 15°}=\frac{T_A}{\sin 45°}=\frac{T_B}{\sin 120°}.$$

Bundan:

$$T_A = \frac{G \cdot \sin 45^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{518 \cdot 0,707}{0,259} = 1414 \ N,$$

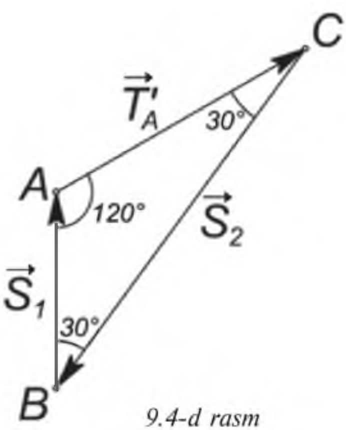
$$T_B = \frac{G \cdot \sin 120^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{518 \cdot 0,866}{0,259} = 1732 \ N.$$

A nuqtaning muvozanatini o‘rganamiz. *A* nuqtaga kanat *AB* qismining taranglik kuchi $\vec{T}'_A$ hamda ustun va tirgakdagi $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ zo‘riqishlar ta’sir etadi. *A* tugun muvozanatda bo‘lishi uchun $\vec{T}'_A$, $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ kuchlarning geometrik yig‘indisi *0* ga teng bo‘lishi kerak:

$$\vec{T}'_A + \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = 0,$$

ya’ni, $\vec{T}'_A$, $\vec{S}_1$, $\vec{S}_2$ kuchlar uchburchagi yopiq bo‘lishi lozim.

Kuchlar uchburchagini chizish uchun masshtab tanlab, *A* nuqtaga miqdori va yo‘nalishi ma’lum bo‘lgan $\vec{T}'_A$ kuchni ko‘chiramiz. Kuchning boshi *A* va uchi *C* nuqtalardan ustun va tirgakka parallel chiziqlar o‘tkazamiz. Bu chiziqlar *B* nuqtada kesishadi. Hosil bo‘lgan *ABC* uchburchak izlanayotgan yopiq kuchlar uchburchagini tashkil etadi *(9.4-d rasm)*. Bunda uchburchakning *AB* va *BC* tomonlari ustun va tirgakda hosil bo‘ladigan $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ zo‘riqishlarni ifodalaydi.



9.4-d rasm

Zo‘riqishlarning modullarini aniqlash uchun *B* tugundagidek quyidagi ikki yo‘ldan foydalanamiz:

a) grafik yo‘l.

Bunda *ABC* kuchlar uchburchagining *AB* va *BC* tomonlarini tanlangan masshtab birligida o‘lchab, $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ zo‘riqishlar modullari aniqlanadi:

$$AB = 7{,}07 \ sm; \ S_1 = 1414 \ N,$$

$$BC = 12{,}24 \ sm; \ S_2 = 2449 \ N;$$

b) trigonometrik yo‘l.

Bunda hosil bo‘lgan kuchlar uchburchagining burchaklarini aniqlash lozim. Kuchlar uchburchagida *AB*, *BC* tomonlar ustun va tirgakka parallel holda chizilganligini e’tiborga olsak, $\angle ACB$=30°, $\angle BAC$=120°, P ABC=30° ekanligi ma’lum bo‘ladi. Burchaklarning qiymatlaridan *ABC* kuchlar uchburchagi teng yonli uchburchak ekanligi ma’lum bo‘ladi.

Shuning uchun $S_1 = T'_A = T_A = 1414 \ N$.

Sinuslar teoremasidan:

$$\frac{S_2}{\sin 120^\circ} = \frac{T'_A}{\sin 30^\circ} = \frac{S_1}{\sin 30^\circ}$$

Bundan:

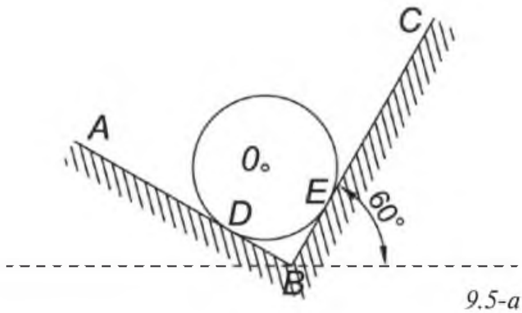
$$S_2 = \frac{T'_A \cdot \sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} = 1414 \cdot \frac{0{,}866}{0{,}5} = 2494 \ N.$$

9.4-d rasmdan ko‘rinib turibdiki, haqiqatan ham, qo‘yilgan kuchlar ta’sirida ustun siqilib, tirgak cho‘zilar ekan.

3-masala.

Bir-biriga tik bo‘lgan ikkita silliq *AB* va *BC* og‘ma tekisliklarda og‘irligi 60 *N* bo‘lgan bir jinsli *O* shar turibdi. *BC* tekislik bilan gorizont orasidagi burchak *60°*. Sharning har qaysi tekislikka ko‘rsatadigan bosimi aniqlansin *(9.5-a rasm)*.

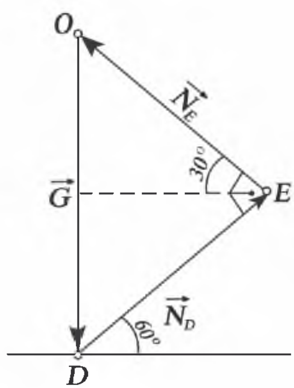
Yechish: sharning og‘irlik markazi *O* nuqtasining muvozanatini o‘rganamiz. *O* nuqtaga sharning og‘irlik kuchi $\vec{G}$ ta’sir etadi. Bir-



9.5-a rasm

biriga tik bo‘lgan ikkita silliq AB va BC tekisliklar shar uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga asosan, ularning sharga ta’sirini bog‘lanishlar reaksiya kuchlari $\vec{N}_D$ va $\vec{N}_E$ lar bilan almashtiramiz. Bu kuchlar silliq AB va BC tekisliklarga perpendikular holda yo‘naladi va ta’sir chiziqlari sharning og‘irlik markazi O nuqtadan o‘tadi. Natijada, O nuqtada kesishuvchi $(\vec{G},\ \vec{N}_D,\ \vec{N}_E)$ kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz *(9.5-b rasm).*

Koordinata boshi sifatida B nuqtani tanlab, x o‘qini $\vec{N}_D$ reaksiya kuchiga parallel holda yo‘naltiramiz. Hosil bo‘lgan bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanatning geometrik shartidan foydalanamiz. Buning uchun miqdori va yo‘nalishi ma’lum



9.5-b rasm

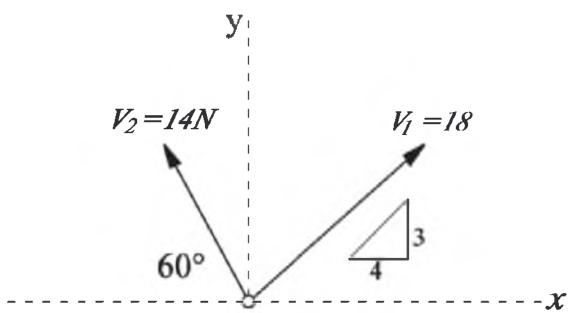
bo‘lgan og‘irlik kuchini O nuqtaga qo‘yib, kuchning boshi O nuqtadan $\vec{N}_E$ kuchning, uchi d nuqtadan, $\vec{N}_D$ kuchning ta’sir chizig‘iga parallel chiziqlar o‘tkazamiz. Mazkur chiziqlar e nuqtada kesishadi. Bunday holda uchburchakning OE tomoni $\vec{N}_E$ kuchni, DE tomoni $\vec{N}_D$ kuchni ifodalaydi. Natijada, ODE yopiq uchburchak hosil bo‘ladi. Reaksiya kuchlarining miqdorlarini ODE uchburchakning noma’lumlarini yechish yo‘li bilan aniqlaymiz:

$$\frac{N_E}{G} = \sin 30°, \quad N_E = G \cdot \sin 30° = 60 \cdot 0,5 = 30\ N,$$

$$\frac{N_D}{G} = \sin 60°, \quad N_D = G \cdot \sin 60° = 60 \cdot 0,86 = 51,6\ N.$$

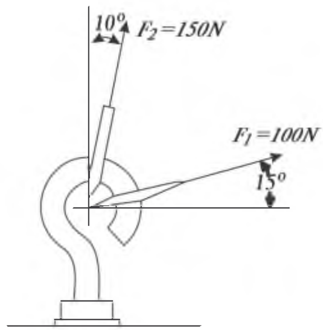
10-§. Mustaqil o‘rganish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

Muammo № 1. *10.1-rasmda* ko‘rsatilgan $V_1 = 18\ N$, $V_2 = 148\ N$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi hamda uning x o‘qi bilan hosil qilgan burchagi aniqlansin.



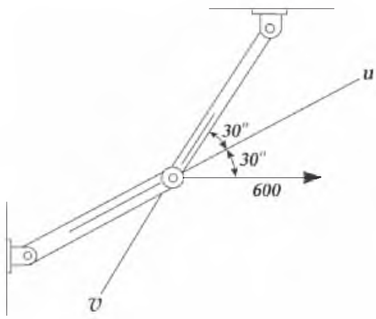
10.1-rasm

Muammo № 2. *10.2-rasmda* ko‘rsatilgan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi va uning yo‘nalishi aniqlansin.



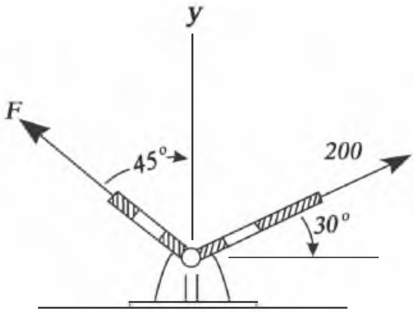
10.2-rasm

Muammo № 3. Gorizontal holda miqdori $F = 600\ N$ bo‘lgan kuchning u va v o‘qlardagi tashkil etuvchilari aniqlansin.



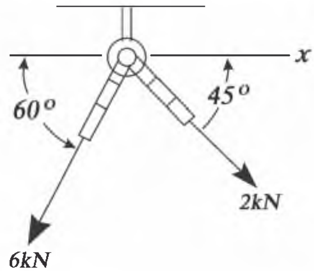
10.3-rasm

Muammo № 4. *10.4-rasmda* ko‘rsatilgan $\vec{F}$ tashkil etuvchi kuchning miqdori, hamda kuchlarnung F_R teng ta’sir etuvchisi aniqlansin. $\vec{F}_R$ y o‘qida yotib, uning musbat yo‘nalishi bo‘yicha yo‘nalgan bo‘ladi.



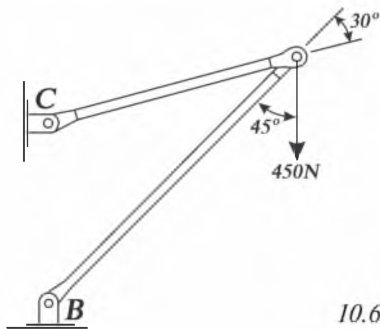
10.4-rasm

Muammo № 5. *10.5-rasmda* ko'rsatilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi aniqlansin.



10.5-rasm

Muammo № 6. $F = 450\ N$ kuch qurilmaning A nuqtasiga qo'yilgan. AB va AC sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin.



10.6-rasm

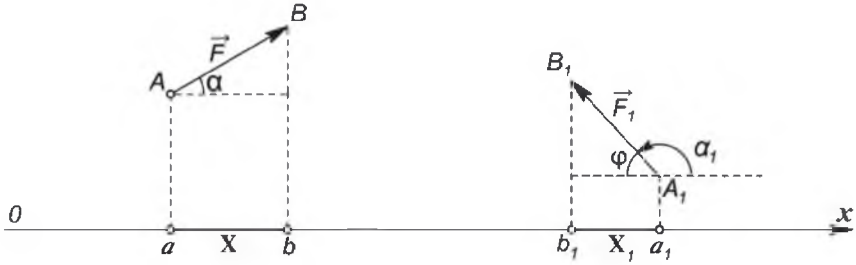
11-§. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proyeksiyasi

Kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli hamda kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchagi kosinusining ko'paytmasiga teng bo'ladi (11.1-rasm):

$$X = ab = F\cos\alpha \qquad (11.1)$$

$$X_1 = a_1 b_1 = F_1 \cos a_1 = \vec{F}_1 \cos(180° - j) = -F_1 \cos j.$$

Kuchning o'qdagi proyeksiyasi ta'rifidan quyidagi natijalar kelib chiqadi:



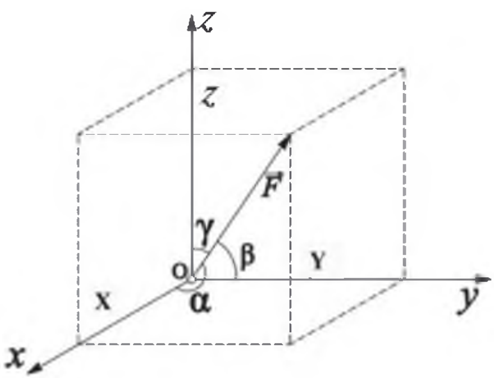
11.1-rasm

a) kuchning parallel va bir xil yo'nalgan o'qlardagi proyeksiyalari o'zaro teng bo'ladi;

b) kuchning kuch yo'nalishiga perpendikular bo'lgan o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'ladi ($\cos 90°=0$, $X=0$);

c) kuchning kuch yo'nalishiga parallel bo'lgan o'qdagi proyeksiyasi kuch moduliga teng bo'ladi ($\cos 0°=1$, $X=F$).

$\vec{F}$ kuchning *Oxyz* Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlash uchun koordinatalar boshi sifatida $\vec{F}$ kuch qo'yilgan *O* nuqtani olamiz. *(11.2-rasm)*. Agar $\vec{F}$ kuchning *Ox*, *Oy*, *Oz* o'qlar bilan hosil qilgan burchaklarini α, β, γ bilan belgilasak, diagonali berilgan $\vec{F}$ kuchga teng bo'lgan parallelopiped tomonlarining mos



11.2-rasm

ishoralar bilan olingan uzunligi (11.1)ga asosan, $\vec{F}$ kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini ifodalaydi *(11.2-rasm):*

$$X = F\cos\alpha,\ \ Y = F\cos\beta,\ \ Z = F\cos\gamma. \qquad (11.2)$$

Koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari orqali kuchning miqdori:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \qquad (11.3)$$

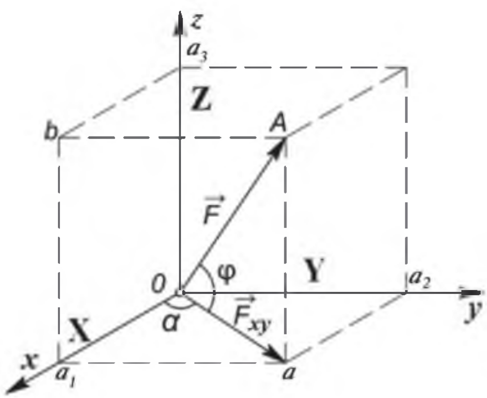
formula asosida, yo‘nalishi esa

$$\cos a = \frac{X}{F},\ \ \cos b = \frac{Y}{F},\ \ \cos g = \frac{Z}{F} \qquad (11.4)$$

formulalar yordamida aniqlanadi.

Kuch miqdori va yo‘nalishini uning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari orqali aniqlash, uni analitik usulda aniqlash deyiladi.

Agar kuch bilan o‘q bir tekislikda yotmasa va ular orasidagi burchak ham berilmagan bo‘lsa *(11.3-rasm)*, kuchning o‘qdagi proyeksiyasini aniqlash uchun koordinatalar boshini F kuch qo‘yil-gan O nuqtada olib, kuchning uchi A nuqtadan xoy tekislikka perpendikular Aa chiziqni o‘tkazamiz.



11.3-rasm

Bunday holda:

$$\vec{F}_{xy} = \overrightarrow{oa}.$$

Mazkur vektor $\vec{F}$ kuchning *xoy* tekisligidagi proyeksiyasini ifodalaydi.

$\vec{F}_{xy}$ vektorning *Ox* va *Oy* o‘qlardagi proyeksiyalarini aniqlash uchun *a* nuqtadan *Ox* va *Oy* o‘qlarga mos ravishda aa_1 va aa_2 perpendikular chiziqlarni o‘tkazamiz. *U* paytda oa_1 va oa_2 kesmalar mos ravishda $\vec{F}$ kuchning *Ox* va *Oy* o‘qlardagi proyeksiyalarini ifodalaydi:

$$X=oa_1=F_{xy}\cos\alpha=F\cos\varphi\cos\alpha,$$

$$Y=oa_2=F_{xy}\cos(90-\alpha)=F\cos\varphi\sin\varphi.$$

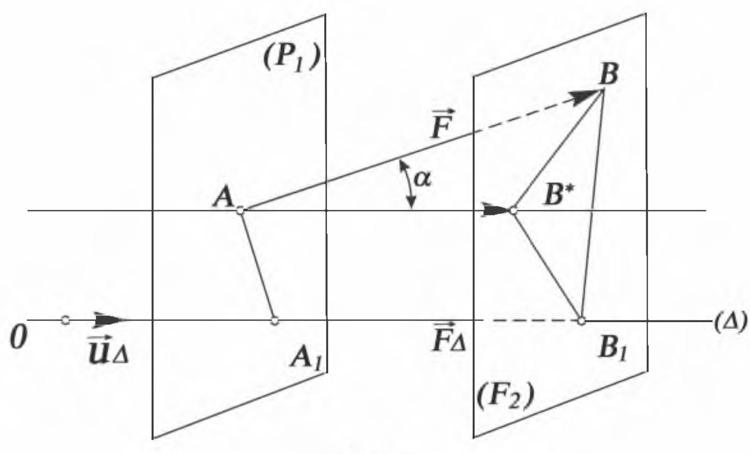
11.4-rasmda A nuqtaga qo‘yilgan $\vec{F}_A$ kuch ko‘rsatilgan yo‘nalishidagi $\vec{F}$ kuchning proyeksiyasini ifodalaydi:

$$A_1B_1=pro_{\Delta}\vec{F}=F_{\Delta},$$

$$A_1B_1 = AB^*.$$

Bundan

$$F_D=F\cdot\cos a.$$



11.4-rasm

Agar Δ o‘qning birlik vektorini U_Δ orqali belgilasak, $\vec{F}$ kuchning Δ o‘qdagi proyeksiyasi kuch vektori $\vec{F}$ va o‘qning birlik vektorini skalyar ko‘paytmasi shaklida ifodalanadi.

$$F_\Delta = \vec{F} \cdot \vec{U}_\Delta.$$

12-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisini analitik usulda aniqlash

Bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_4$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi shu kuchlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$\overrightarrow{R'} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i. \tag{12.1}$$

Bu vektorli tenglikni koordinata o‘qlariga proyeksiyalab, teng ta’sir etuvchi kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari aniqlanadi:

$$R'_x = \sum_{i=1}^{n} X_i,\ R'_y = \sum_{i=1}^{n} Y_i,\ R'_z = \sum_{i=1}^{n} Z_i. \tag{12.2}$$

Teng ta’sir etuvchining moduli uning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$R' = \sqrt{(R'_x)^2 + (R'_y)^2 + (R'_z)^2}, \tag{12.3}$$

yo‘nalishi esa quyidagicha topiladi:

$$\left.\begin{aligned} cos\left(\overrightarrow{R'} \cdot \vec{i}\right) &= \frac{R_x}{R}, \\ cos\left(\overrightarrow{R'} \cdot \vec{j}\right) &= \frac{R_y}{R}, \\ cos\left(\overrightarrow{R'} \cdot \vec{k}\right) &= \frac{R_z}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{12.4}$$

Mazkur usul bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash hisoblanadi.

13-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining analitik sharti

Ma'lumki, bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi $\overrightarrow{R'}$ nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Agar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchi $\overrightarrow{R'} = 0$ bo'lsa, (12.3)ga asosan:

$$R'_x=0, \ R'_y=0, \ R'_z=0 \tag{13.1}$$

bo'lishi lozim.

Buning uchun bir vaqtda

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_{i=1,}^{n} X_i &= 0, \\ \Sigma_{i=1,}^{n} Y_i &= 0, \\ \Sigma_{i=1,}^{n} Z_i &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{13.2}$$

bo'lishi darkor.

(13.2) tenglamalar kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanat shartining analitik ifodasidir.

Demak, kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarli ekan.

Kesishuvchi kuchlar bir tekislikda, masalan, *oxy* tekisligida yotsa, mazkur tekislikda yotgan kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat shartining analitik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 0, \ \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0. \tag{13.3}$$

Agar muvozanatdagi jism erkin bo'lmasa, bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra, bog'lanishlarning jismga ko'rsatadigan ta'sirini bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtirish lozim. Natijada, bunday jism berilgan kuchlar va bog'lanishlar reaksiya kuchlari ta'siridagi erkin jism deb qaraladi. Shu sababli (13.2), (13.3) tenglamalarda berilgan kuchlar bilan bir qatorda bog'lanishlar reaksiya kuchlari ham qatnashadi.

14-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartiga oid masalalarni yechish uchun uslubiy ko'rsatmalar

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartiga oid masalalar, jismga ta'sir etayotgan kuchlarning o'zaro qanday joylashishidan qat'iy nazar, quyidagi tartibda yechiladi:

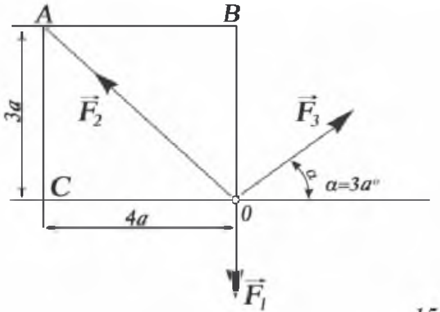
1. Muvozanati o'rganilayotgan jism (yoki nuqta) aniqlanadi.
2. Koordinatalar sistemasi tanlab olinadi.
3. Jismga ta'sir etayotgan berilgan kuchlar ko'rsatiladi.
4. Jismni bog'lanishlardan bo'shatib, ularning ta'sirlari bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.
5. Muvozanati o'rganilayotgan jism berilgan kuchlar va bog'lanishlar reaksiya kuchlari ta'siridagi erkin jism deb qaraladi.
6. Jismga ta'sir etayotgan kuchlar qanday kuchlar sistemasini tashkil etishiga qarab, ularga xos muvozanat tenglamalari tuziladi.
7. Tuzilgan muvozanat tenglamalarini yechib, aniqlanishi lozim bo'lgan noma'lum kattaliklar topiladi.

15-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartiga oid masalalar

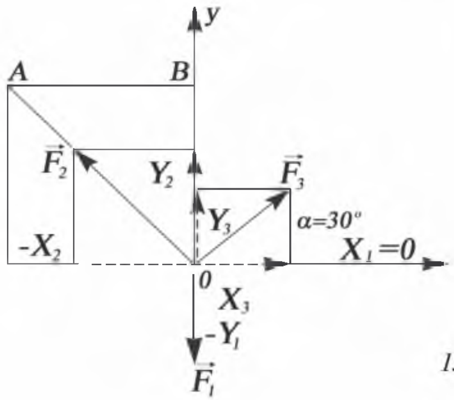
1-masala: *15.1-a rasmda* ko'rsatilgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisining miqdori va yo'nalishi aniqlansin. Masofalar chizmada ko'rsatilgan.

Berilgan: $\vec{F}_1=10N$, $\vec{F}_2=20N$, $\vec{F}_3=17{,}3N$.

Yechimi: kuchlar qo'yilgan O nuqtaning muvozanatini o'rganamiz. Koordinata boshi sifatida O nuqtani tanlab, koordinata o'qlari O_x va O_y larni o'tkazamiz (*15.1-b rasm*).



15.1-a rasm



15.1-b rasm

1. O nuqtaga qo'yilgan kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$X_1 = 0; \; Y_1 = -F_1 = -10N,$$

$$X_2 = F_2 \frac{OC}{OA} = 20\frac{4a}{5a} = 16N; \; Y_2 = F_2 \frac{OB}{OA} = 20\frac{3a}{5a} = 12N,$$

$$X_3 = F_3 \cos\alpha = 17{,}3\frac{\sqrt{3}}{2} = 15N; \; Y_3 = F_3 \sin\alpha = F_3 \frac{1}{2} = 8{,}65N.$$

2. Berilgan kuchlar teng ta'sir etuvchisining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$X = \sum X_i = -X_2 + X_3 = -16 + 15 = -1N,$$

$$Y = \sum Y_i = -Y_1 + Y_2 + Y_3 = -10 + 12 + 8,65 = 10,65N.$$

Demak, berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi quyidagicha izohlanadi:

$$\vec{R} = -\vec{i} + 10,65\vec{j}.$$

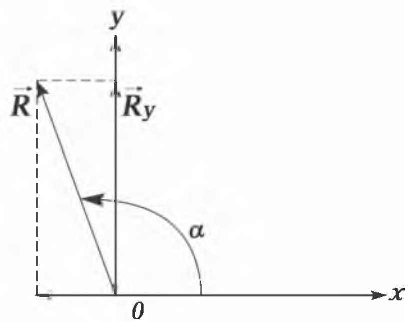
Uning moduli quyidagiga teng bo'ladi:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{1^2 + 10,65^2} = 10,75N.$$

3. Berilgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisining yo'nalishini aniqlaymiz (*15.1-c rasm*):

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{Y}{X} = \frac{10,65}{-1} = -10,65.$$

$$\alpha = 96°.$$



15.1-c rasm

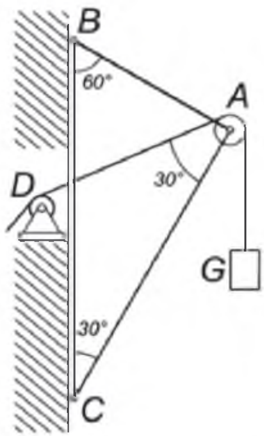
2-masala:

og'irligi G=20N bo'lgan yuk A va D bloklar orqali o'tkazilgan zanjir vositasida BAC magazinli kran bilan ko'tariladi. D blok devorga shunday mahkamlanadiki, burchak CAD=30°. Kranning sterjenlari orasidagi burchaklar:

$$\angle ABC = 60°, \quad \angle ACB = 30°.$$

AB va AC sterjenlardagi $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ zo'riqishlar aniqlansin (*15.2-a rasm*).

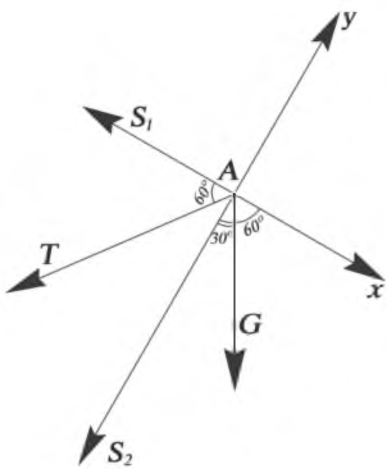
Yechish: A blok va u orqali o'tkazilgan zanjir qismini bir butun deb qarab, ularning muvozanatini o'rganamiz. A blok va u orqali



15.2-a rasm

o'tkazilgan zanjir qismiga yuk og'irligi $\vec{G}$ va *AD* zanjir taranglik kuchi $\vec{T}$ ta'sir etadi. *A* blok uchun *AB* va *AC* sterjenlar – bog'la-nishlar hisoblanadi.

Ularning *A* blokka ta'sirini bog'lanishlar – sterjenlar reaksiya kuchlari $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ bilan almashtiramiz *(15.2-b rasm).*



15.2-b rasm

Natijada, *A* blok yuk og'irligi $\vec{G}$, zanjir *AD* qismidagi taranglik kuchi $\vec{T}$ ($T = G$), sterjenlar reaksiyalari $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ lar ta'sirida bo'ladi.

Sterjenlar reaksiya kuchlari sterjenlar bo'ylab yo'naladi. Mazkur kuchlar sistemasi A nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil etadi (A blok o'lchamlari hisobga olinmadi) *(15.2-b rasm).*

Koordinata boshi sifatida A nuqtani tanlab, A_x o'qini AB sterjen bo'ylab, o'ng tomonga yo'naltiramiz. A_y o'qi unga perpendikular holda yo'naladi. Kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -S_1 + G\cos 60° - T\cos 60° = 0, \qquad (15.1)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad -S_2 - G\cos 30° - T\cos 30° = 0. \qquad (15.2)$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:
(15.1) tenglamadan:

$$S_1 = G(\cos 60° - \cos 60°) = 0,$$

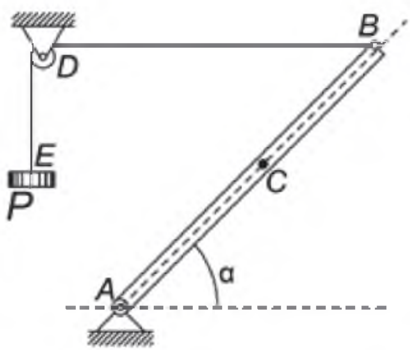
(15.2) tenglamadan:

$$S_2 = -G(\cos 30° + T\cos 30°) = -20 \cdot \sqrt{3} = -34,6N.$$

Hisoblashlardan ko'rinib turibdiki, mazkur masalada AB sterjen yuklanmas ekan. Binobarin $S_1 = 0$, AC sterjen esa siqilar ekan.

3-masala:

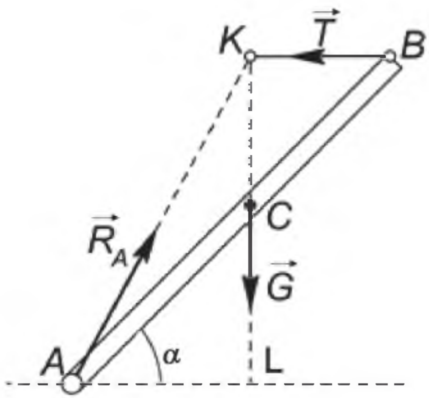
og'irligi G = 1,5 N bo'lgan AB balka A sharnir o'qi atrofida aylanishi mumkin. Balkaning og'irlik markazi C nuqta, bunda AC=2CB. Balka BDE arqon yordamida gorizont bilan α=45° burchak tashkil etgan holda ushlab turiladi. Arqonning E uchiga P yuk osilgan. Arqonning BD qismi gorizontal. P yuk og'irligi va A sharnir reaksiyasi aniqlansin. Blokdagi ishqalanish hisobga olinmasin *(15.3-a rasm).*



15.3-a rasm

Yechish: *AB* balkaning muvozanatini o‘rganamiz. Balkaga uning og‘irlik kuchi $\vec{G}$ ta’sir etadi. Bu kuch vertikal pastga yo‘nalgan bo‘lib, balkaning og‘irlik markazi *C* nuqtaga qo‘yiladi. Balka uchun bog‘lanishlar *A* sharnir va *BDE* arqon hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga asosan, ularning balkaga ta’sirini bog‘lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Bunda arqon reaksiyasi $\vec{T}_B$ nuqtaga qo‘yiladi va *BD* arqon bo‘ylab yo‘naladi.

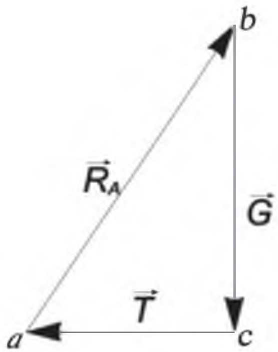
A sharnir reaksiyasi *A* nuqtaga qo‘yilgan, lekin uning yo‘nalishi noma’lum. *A* sharnir reaksiyasining yo‘nalishini aniqlash uchun uch kuch muvozanatiga oid teoremadan foydalanamiz. Teoremaga ko‘ra, o‘zaro parallel bo‘lmagan, bir tekislikda yotuvchi uch kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi. Shuning uchun dastlab, balka og‘irligi $\vec{G}$ va arqon taranglik kuchi $\vec{T}$ larning ta’sir chiziqlari kesishgan *K* nuqtani aniqlaymiz *(15.2-b rasm)*.



15.3-b rasm

U paytda sharnir reaksiya kuchining ta’sir chizig‘i shu nuqtadan o‘tishi ma’lum bo‘ladi. *K* nuqtada kesishuvchi uchta kuchdan yopiq kuchlar uchburchagini chizamiz *(15.3-c rasm)*.

Hosil bo‘lgan kuchlar uchburchagini yechib, masala shartida talab etilgan noma’lum kattaliklarni aniqlaymiz.



15.3-c rasm

Dastlab ALK uchburchak tomonlarini aniqlaymiz. Buning uchun $\Delta CKB \infty \Delta CAL$ ekanligini e'tiborga olamiz. Agar $CL = AL = \ell$, $\alpha = 45^\circ$ bo'lsa, uchburchaklarning o'xshashligidan:

$$\frac{KC}{CL}=\frac{CB}{AC};\quad \frac{KC}{CL}=\frac{CB}{2CB};\quad KC=\frac{1}{2}CL=\frac{1}{2}\ell=0,5\ell,$$

$$KL=KC+CL=\frac{1}{2}\ell+\ell=\frac{3}{2}\ell=1,5\ell,$$

$$AK=\sqrt{(AL)^2+(KL)^2}=\sqrt{\ell^2+\frac{9}{4}\ell^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}\ell=1,8\ell.$$

abc kuchlar uchburchagi *AKL* uchburchakka o'xshash: D*abc* Г D*AKL*.

Shuning uchun

$$\frac{T}{AL}=\frac{G}{KL}=\frac{R_A}{AK}$$

yoki

$$\frac{T}{\ell}=\frac{G}{1,5\ell}=\frac{R_A}{1,8\ell}.$$

Bu ifodalardan noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz:

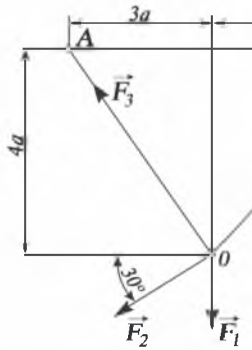
$$T=\frac{G}{1,5}=1\ kN,\ R_A=\frac{1,8\ G}{1,5}=1,8\ kN.$$

D blokda ishqalanish kuchi hisobga olinmasa, $P = T = 1\ kN$ bo‘ladi.

16-§. Mustaqil o‘rganish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

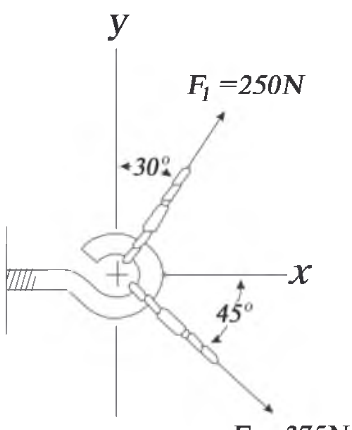
Muammo № 1. *16.1-rasmda* ko‘rsatilgan kuchlar sistemasi teng ta’sir etuvchisining miqdori va yo‘nalishi aniqlansin.

Berilgan: $F_1=3F$; $F_2=5F$; $F_3=5F$; $F_4=5\sqrt{2}F$.



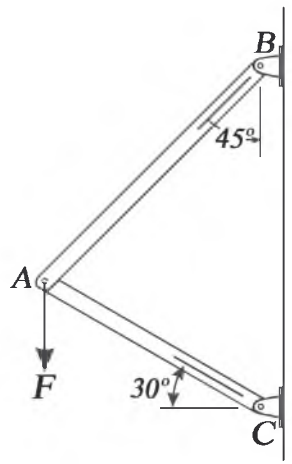
16.1-rasm

Muammo № 2. *16.2-rasmda* ko‘rsatilgan kuchlar sistemasi teng ta’sir etuvchisining miqdori va yo‘nalishi aniqlansin.



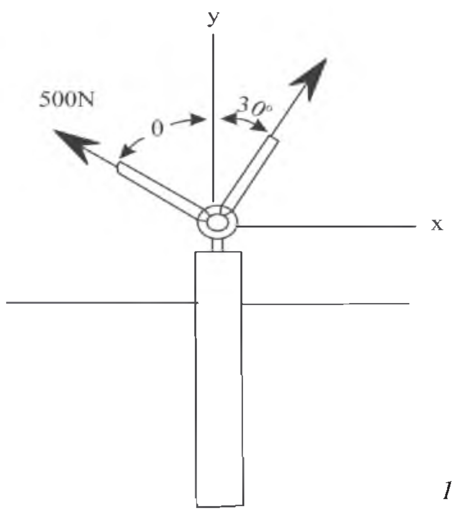
16.2-rasm

Muammo № 3. Qurilmaning A nuqtasiga vertikal pastga yo‘nalgan $\vec{F}$ kuch qo‘yilgan. AC va AB sterjenlardagi zo‘riqishlar aniqlansin *(16.3-rasm)*.



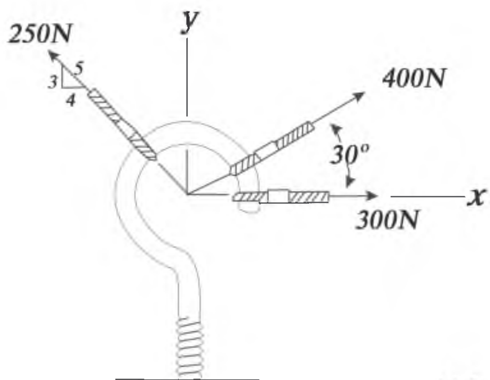
16.3-rasm

Muammo № 4. *16.4-rasmda* vintga qo‘yilgan kuchlar ko‘rsatilgan. Agar F=600N bo‘lsa, kuchlar teng ta’sir etuvchisining miqdori va uning vertikal bilan hosil qilgan burchagi topilsin.



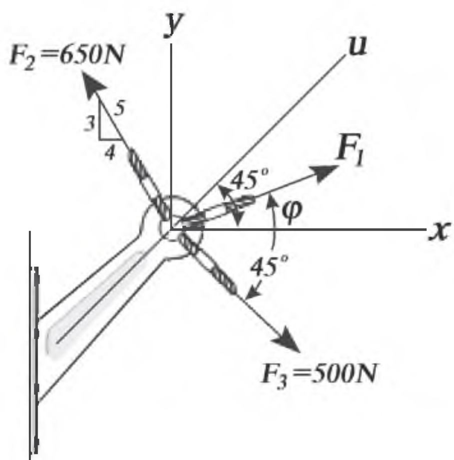
16.4-rasm

Muammo № 5. *16.5-rasmda* ko'rsatilgan mexanizmga ta'sir etayotgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi va uning yo'nalishi aniqlansin.



16.5-rasm

Muammo № 6. *16.6-rasmda* ko'rsatilgan kronshteynga ta'sir etuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi aniqlansin. φ=30° deb qabul qilinsin.



16.6-rasm

Takrorlash uchun savollar:

1. *Kesishuvchi kuchlar sistemasi deb qanday kuchlarga aytiladi?*
2. *Kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisining yo'nalishi qanday aniqlanadi?*
3. *Kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisining moduli qanday aniqlanadi?*
4. *Kuch ko'pburchagi qanday chiziladi?*
5. *Oxirgi kuchdan boshlab kuch ko'pburchagini qurish mumkinmi?*
6. *Qaysi hollarda sinuslar teoremasidan foydalanib masala yechiladi?*
7. *Qaysi hollarda kosinuslar teoremasidan foydalaniib masalalar yechiladi?*
8. *Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik muvozanat shartini ko'rsating.*
9. *Uch kuch teoremasi qanday ta'riflanadi?*
10. *Kuchning o'qqa proyeksiyasi qanday aniqlanadi?*
11. *Qaysi holda kuchning o'qqa proyeksiyasi nolga teng bo'ladi?*
12. *Kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik muvozanat shartini ta'riflang.*
13. *Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi qanday aniqlanadi?*

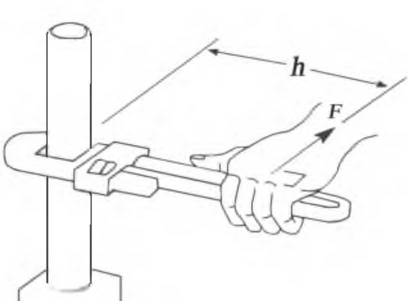
III BOB

MOMENTLAR VA TEKISLIKDAGI JUFT KUCHLAR NAZARIYASI

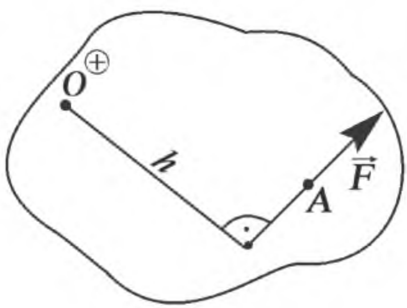
17-§. Kuchning nuqtaga nisbatan algebraik momenti

Jismning qo'zg'almas nuqta yoki o'q atrofida aylanishi unga qo'yilgan kuchning momentiga bog'liq bo'ladi. Bunda jismga qo'yilgan kuchning momenti hisoblanadigan nuqta moment markazi, kuchning bu nuqtaga nisbatan momenti — moment markaziga nisbatan kuch momenti deyiladi.

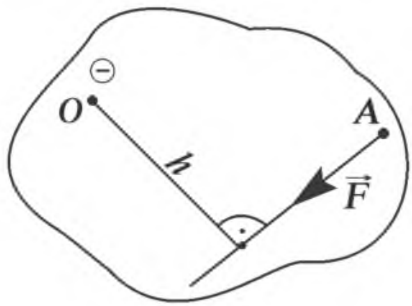
Faraz qilaylik, shakl tekisligiga perpendikular o'q atrofida aylana oladigan jismning A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. O'qning shakl tekisligi bilan kesishgan nuqtasini O bilan belgilaymiz. Bunday holda, *jismning **A** nuqtasiga qo'yilgan* $\vec{F}$ *kuchning **O** nuqtaga nisbatan momenti deb, mos ishora bilan olingan kuch moduli **F** ni kuch yelkasi **h** ga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi (17.1-a, b, c rasmlar).* Bunda O nuqtadan $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikularning uzunligi $\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan yelkasi deyiladi.



17.1-a rasm



17.1-b rasm



17.1-c rasm

Kuch momentining algebraik qiymati $M_0(\vec{F})$ bilan belgilanadi va u quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$M_0(\vec{F}) = \pm F \cdot h. \tag{17.1}$$

Agar $\bar{F}$ kuch jismni moment markazi atrofida soat strelkasi yo'nalishida aylantirsa, kuch momenti manfiy, aks holda, musbat hisoblanadi *(17.1-c, 17.1-b rasmlar)*:

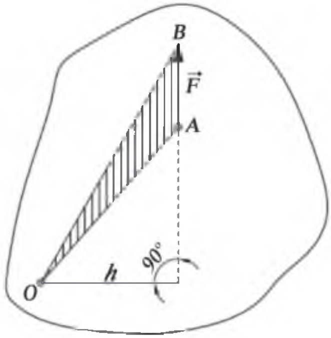
Kuchning nuqtaga nisbatan momenti quyidagi xossalarga ega:

1. Kuchning miqdori va yo'nalishini o'zgartirmay, ta'sir chizig'i bo'ylab ixtiyoriy nuqtaga ko'chirishdan, kuch yelkasi o'zgarmay qolishi tufayli, kuch momenti o'zgarmaydi.

2. Kuchning ta'sir chizig'i moment markazidan o'tsa, uning shu nuqtaga nisbatan momenti, kuch yelkasi nolga teng bo'lganligi uchun nolga teng bo'ladi.

3. 17.2-rasmga ko'ra, kuchning nuqtaga nisbatan momentining absolut qiymati kuchning boshi va uchini moment markazi bilan tutashtirishdan hosil bo'lgan OAB uchburchak yuzasining ikkilanganiga teng bo'ladi.

$$\left|M_0(\vec{F})\right| = 2S_{\Delta OAB} = \left|F \cdot h\right| \tag{17.2}$$

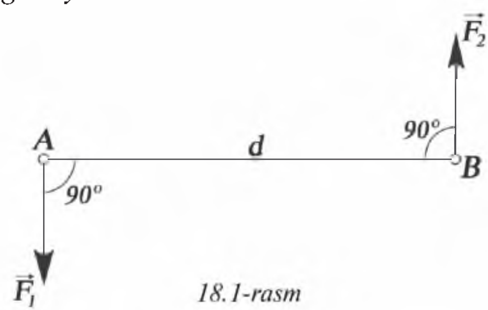


17.2-rasm

18-§. Juft kuch. Juft kuch momenti

***Juft kuch** deb miqdor jihatdan teng, bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuchdan iborat sistemaga aytiladi.* Juft kuch $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ bilan belgilanadi *(18.1-rasm).*

*Juft kuchni tashkil etgan kuchlar orasidagi eng qisqa masofa juft kuch yelkasi deyiladi va u **d** bilan belgilanadi. Juft kuch yotgan tekislik juft kuch tekisligi deyiladi.*



18.1-rasm

Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlar teng ta'sir etuvchiga ega emas. Juft kuchni bitta kuch bilan almashtirib bo'lmaydi. Shu sababli faqat juft kuch ta'sirida bo'lgan jism ilgarilanma harakat qila olmaydi. Juft kuch statikaning mustaqil elementi hisoblanadi.

Juft kuch momenti. Juft kuch ta'sirida jism juft tekisligida aylanma harakatda bo'ladi. Juft kuchning aylantirish effekti:

1) juft kuchni tashkil etuvchi kuchlarning moduli $|\vec{F_1}|$, $|\vec{F_2}|$ va juft yelkasining uzunligi ***d*** ga;

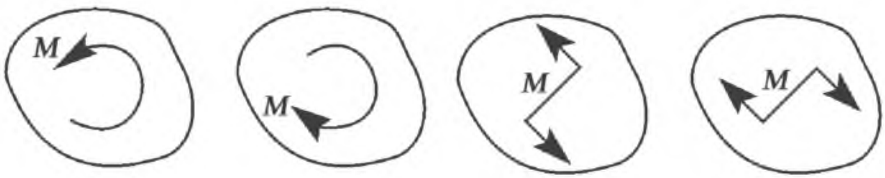
2) juft kuch tekisligining egallagan holatiga;

3) juft kuch ta'siridagi jismning aylanish yo'nalishiga bog'liq bo'ladi.

Juft kuchning aylantirish effektini aniqlash va baholash uchun juft kuch momenti tushunchasi kiritiladi. ***Juft kuchning momenti*** deb, *mos ishora bilan olingan juft kuchni tashkil qilgan kuchlardan birining miqdorining juft kuch yelkasining uzunligiga ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi*. Juft kuch momenti M bilan belgilanadi:

$$M = \pm F_1 d = \pm F_2 d. \qquad (18.1)$$

Juft kuch jismni soat milining aylanishiga teskari yo'nalishda aylantirishga intilsa, uning momenti musbat, aks holda manfiy hisoblanadi *(18.2-rasm)*. Shartli ravishda juft kuchlar yoysimon strelkalar orqali tasvirlanadi. Bunda juft kuch momentining kattaligi M orqali, uning ishorasi esa strelka yo'nalishi orqali ifodalanadi.



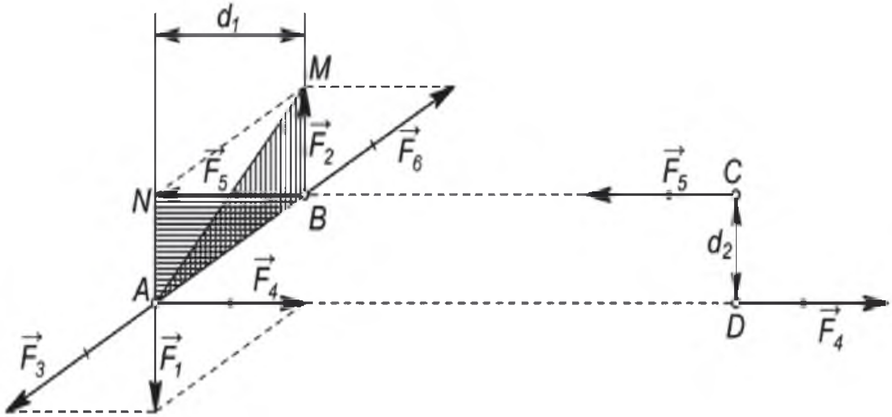
18.2-rasm

19-§. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlarning ekvivalentligi haqida teorema

Berilgan juft kuchning jismga ko'rsatadigan ta'sirini boshqa juft kuch bera olsa, bunday juft kuchlar ekvivalent juft kuchlar deyiladi.

Juft kuchning asosiy xossalari quyidagi teoremada ifodalangan:

Teorema. Agar juft kuch, shu juft kuch tekisligida yotuvchi va momenti berilgan juft kuchning momentiga teng bo'lgan juft kuch bilan almashtirilsa, juft kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi.



19.1-rasm

Isboti. Jismga yelkasi d_1 va momenti M_1 ga teng bo‘lgan $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)$ juft kuch qo‘yilgan bo‘lsin *(19.1-rasm)*. $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar qo‘yilgan *A* va *B* nuqtalardan o‘zaro parallel *AD* va *BC* chiziqlarni o‘tkazamiz. Bu chiziqlar orasidagi eng qisqa masofani d_2 bilan belgilaymiz. $\vec{F}_1$ kuchni *AB* va *AD* chiziqlar bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ tashkil etuvchilarga, $\vec{F}_2$ kuchni *BC* va *BA* chiziqlar bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{F}_5$ va $\vec{F}_6$ tashkil etuvchilarga ajratamiz:

$$\vec{F}_1=\vec{F}_3+\vec{F}_4, \quad \vec{F}_2=\vec{F}_5+\vec{F}_6. \tag{19.1}$$

Natijada, $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)$ kuchlar sistemasi o‘rniga, unga ekvivalent $(\vec{F}_3,\ \vec{F}_4,\ \vec{F}_5,\ \vec{F}_6)$ kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz. Kuchlarning qo‘yilishiga ko‘ra:

$$\vec{F}_3=-\vec{F}_6,\ \vec{F}_4=-\vec{F}_5. \tag{19.2}$$

Bunda $\vec{F}_3$ va $\vec{F}_6$ kuchlar miqdor jihatdan teng va bir to‘g‘ri chiziq bo‘ylab qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalganligi uchun:

$$(\vec{F}_3,\ \vec{F}_6) \Leftrightarrow 0$$

bo‘ladi.

$\vec{F}_4$ va $\vec{F}_5$ kuchlar esa yelkasi d_2 ga teng bo‘lgan juft kuchni tashkil etadi. $\vec{F}_4$ va $\vec{F}_5$ kuchlarni ta’sir chiziqlari bo‘ylab, D va C nuqtalarga keltirsak, $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)$ juft kuch o‘rniga, $(\vec{F}_4,\ \vec{F}_5)$ juft kuchga ega bo‘lamiz:

$$(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2) \Leftrightarrow (\vec{F}_4,\ \vec{F}_5). \tag{19.3}$$

Bu juft kuchlar jismni bir tomonga aylantiradi, ya’ni momentlarining ishoralari bir xil. $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)$ juft kuch momentini M_1, $(\vec{F}_4,\ \vec{F}_5)$ juft kuch momentini M_2 bilan belgilasak, shakldan:

$$M_1 = F_2 \cdot d_1 = 2S_{\Delta ABM},$$

$$M_2 = F_4 \cdot d_2 = 2S_{\Delta ABN}. \tag{19.4}$$

Lekin, ABM va ABN uchburchaklarda AB tomon umumiy, $MN \parallel BA$ bo‘lgani uchun ular bir xil balandlikka ega. Demak, bu uchburchaklarning yuzalari ham bir xil.

Binobarin,

$$M_1 = M_2.$$

Shunday qilib, teorema isbotlandi.

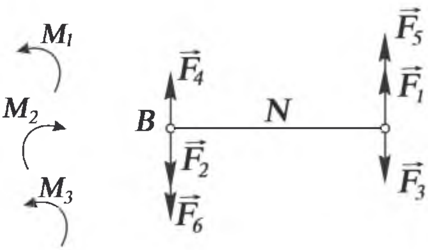
Isbotlangan teoremadan quyidagi natijalar kelib chiqadi:

1) juft kuch momentini o‘zgartirmay, o‘z ta’sir tekisligida ixtiyoriy joyga ko‘chirilsa, uning jismga ta’siri o‘zgarmaydi;

2) juftning momenti va aylanish yo‘nalishini o‘zgartirmay, uning tashkil etuvchilari va yelkasi o‘zgartirilsa, juft kuchning jismga ta’siri o‘zgarmaydi.

20-§. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlarni qo‘shish

Jismga bir tekislikda yotuvchi va momentlari M_1, M_2, M_3 bo‘lgan juft kuchlar ta’sir etsin. Juft kuchlarni shartli ravishda yoysimon strelkalar bilan almashtiramiz *(20.1-rasm)*.



20.1-rasm

Ekvivalent juftlar haqidagi teoremaga asosan, jismga ta'sir etayotgan uchta juftni momentlarini o'zgartirmay, umumiy d yelkaga ega bo'lgan, tashkil etuvchilari $AB=d$ kesmaning A va B nuqtalariga, juft kuch momentlarining ishoralarini e'tiborga olingan holda qo'yilgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$, $(\vec{F}_3, \vec{F}_4)$, $(\vec{F}_5, \vec{F}_6)$ juftlarga keltiramiz.

Bunda juft kuchlarni tuzuvchi kuchlarning miqdorlari quyidagicha aniqlanadi:

$$F_1=\frac{M_1}{d},$$

$$F_3=\frac{M_2}{d}, \tag{20.1}$$

$$F_5=\frac{M_3}{d}.$$

A va ***B*** nuqtalarga qo'yilgan kuchlarni alohida-alohida qo'shib, A nuqtada $\vec{R}_1$, B nuqtada $\vec{R}_2$ kuchlarga ega bo'lamiz.

Bunda:

$$R_1 = F_1 - F_3 + F_5,$$

$$R_2 = F_2 - F_4 + F_6. \tag{20.2}$$

Bu kuchlar berilgan juft kuchlarga ekvivalent bo'lgan $(\vec{R}_1, \vec{R}_2)$ juft kuchni tashkil etadi. Uning momenti:

$$M = R_1 d = M_1 - M_2 + M_3 = F_1 \cdot d - F_3 \cdot d + F_5 \cdot d \tag{20.3}$$

formuladan aniqlanadi. Xuddi shuningdek, bir tekislikda yotuvchi va momentlari M_1, M_2, ..., M_n bo‘lgan juftlar sistemasini qo‘shib, ularga ekvivalent bo‘lgan juft kuchga ega bo‘lish mumkin.

Uning momenti:

$$M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = \sum_{i=0}^{n} M_i \tag{20.4}$$

formuladan aniqlanadi.

21-§. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasining muvozanat sharti

Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlarni qo‘shib, ularni momenti M bo‘lgan ekvivalent juftga keltirish mumkin ekanligini yuqorida bayon etdik. Binobarin, *tekislikdagi juftlar sistemasi muvozanatda bo‘lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir:*

$$\sum_{i=0}^{n} M_i = 0. \tag{21.1}$$

(21.1) ifoda bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasining muvozanat shartini ifodalaydi.

22-§. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalar yechish uchun uslubiy ko‘rsatmalalar

Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi:

1. Muvozanati o‘rganiladigan jism aniqlab olinadi.
2. Jismga ta’sir etuvchi juft kuchlar ko‘rsatiladi.
3. Bog‘langan jismni erkin jism shakliga keltirishi uchun bog‘lanishlarning jismga ko‘rsatadigan ta’sirini bog‘lanishlar reaksiyalari bilan almashtirish lozim.
4. Jism muvozanatda bo‘lganligi uchun bog‘lanishlar reaksiya kuchlari, jismga qo‘yilgan juft kuchlarni muvozanatiga keltirishi

lozim bo'lgan juft kuchlarni tashkil qilishi kerakligini e'tiborga olish darkor.

5. Hosil bo'lgan bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamasini tuzish lozim.

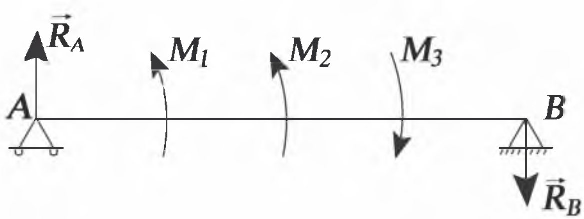
6. Tuzilgan tenglamadan noma'lumlarni aniqlash lozim.

23-§. Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalar

1-masala. Uzunligi 2 *m* bo'lgan *AB* brus chap tomondan qo'zg'aluvchan sharnirli, o'ng tomondan qo'zg'almas sharnirli tayanchlarga tayanadi.

AB brusga momentlari M_1=24 *km*, M_2=36 *km*, M_3=50 *km* bo'lgan juft kuchlar ta'sir etadi. *AB* brusning tayanch reaksiyalari aniqlansin.

Yechimi: *AB* brusning muvozanatini o'rganamiz. *AB* brusga momentlari $M_1 = 24\ kN \cdot m$, $M_2 = 36\ kN \cdot m$, $M_3 = -50\ kN \cdot m$ bo'lgan juft kuchlar ta'sir etadi. *AB* brusga chap tomondagi qo'zg'aluvchan, o'ng tomondagi qo'zg'almas sharnirli tayachlar bog'lanishlar hisoblanadi. Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch reaksiyasi $\vec{R}_A$ brus harakatlanadigan tekislikka perpendikular holda yoqoriga yo'naladi. *AB* brus muvozanatda bo'lishi uchun qo'zg'almas tayanch reaksiyasi $\vec{R}_B$ ham *B* nuqtada brusga perpendikular holda pastga qarab yo'naladi. Natijada, $\left(\vec{R}_A,\ \vec{R}_B\right)$, juft kuch hosil bo'ladi (*23.1-rasm*).



23.1-rasm

Uning momenti quyidagicha aniqlanadi:

$$M = -R_A \cdot AB = -R_B \cdot B_A.$$

Shunday qilib, AB brus momentlari M_1, M_2, M_3 va M bo‘lgan juft kuchlar ta’sirida muvozanatda bo‘lishi aniqlanadi. Juft kuchlar sistemasining muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$\sum M_i = 0.$ $M_1 + M_2 - M_3 - M = 0.$ Muvozanat tenglamasiga juft kuchlar momentlarining qiymatlarini qo‘ysak:

$$24 + 36 - 50 - R_A \cdot 2 = 0$$

ifoda hosil bo‘ladi, tenglamadan R_A=5kN. R_B va R_A=5kN.

2-masala. Muvozanatlashgan uchta juft bir tekislikda yotadi. Bu juftlarni tashkil etuvchi kuchlarning miqdori mos ravishda 2N, 3N, va 5N, yelkalari 3 m, x m va 6 m. Birinchi va uchinchi juftlarning momentlari musbat qiymatga ega. Ikkinchi juft yelkasi x topilsin.

Yechimi: juftlarning momentlari quyidagiga teng:

$M_1 = 2 \cdot 3 = 6\ N \cdot m,$ $M_2 = -3x\ N \cdot m,$ $M_3 = 5 \cdot 6 = 30\ N \cdot m.$

Juft kuchlar muvozanatda bo‘lgani uchun

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

yoki

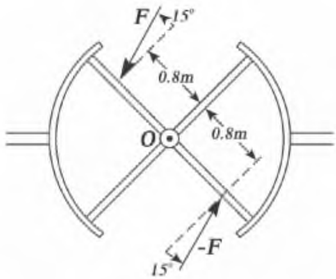
$$6 - 3x + 30 = 0$$

Bundan

$$x = \frac{36}{3} = 12\ m.$$

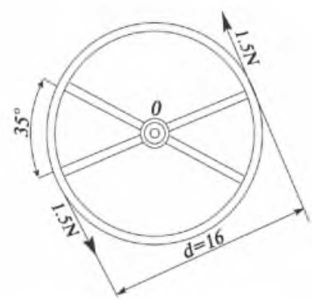
24-§. Mustaqil o‘rganish uchun talabalarga tavsiya qilinadigan muammolar

Muammo № 1. Rasmda aylanma kirish eshigining tepadan ko‘rinishi tasvirlangan. Ikki kishi eshikka bir vaqtda miqdorlari bir xil bo‘lgan kuchlar bilan ta’sir ko‘rsatadi. Agar mazkur kuchlardan eshik o‘qida yotuvchi O nuqtaga nisbatan hisoblangan natijaviy moment 25 Nm bo‘lsa, eshikka qo‘yilgan F kuchning miqdori aniqlansin *(24.1-rasm)*.



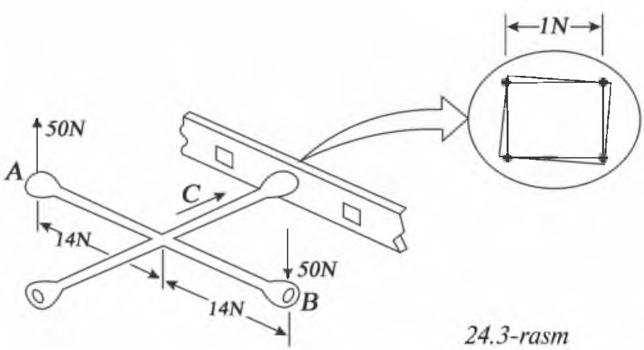
24.1-rasm

Muammo № 2. Haydovchi mashina rulini chap tomonga burish uchun miqdorlari 1,5 *N* bo'lgan ikki kuch bilan rulni aylantiradi. Rulga qo'yilgan kuchlardan hosil bo'lgan natijaviy moment aniqlansin. Rul diametri o'zgarishining rulni aylantirishga ta'sirini izohlang *(24.2-rasm)*.



24.2-rasm

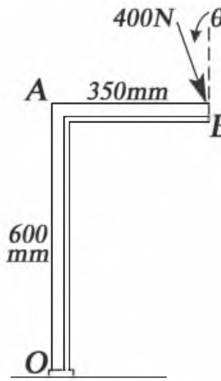
Muammo № 3. Rasmda ko'rsatilgan gaykali kalit kvadrat boshli boltlarni qotirish uchun ishlatiladi. Agar gaykali kalit dastasiga rasmda ko'rsatilgandek miqdori 50 *N* bo'lgan kuchlar ta'sir etsa, bolt



24.3-rasm

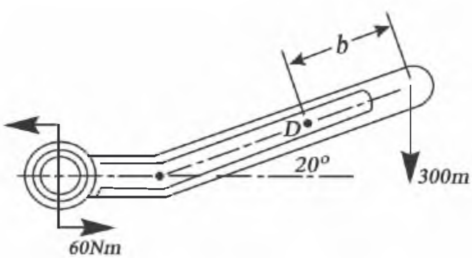
boshining to‘rt nuqtasiga mazkur kuchlar tufayli ta’sir etuvchi kuchlar aniqlansin. Bu kuchlarning aylantiruvchi ta’sirlari kalit dastasiga qo‘yilgan miqdorlari 50 N bo‘lgan kuchlar ta’siriga ekvivalent bo‘ladi. Kuchlar bolt boshi tekisliklariga perpendikular holda yo‘naladi *(24.3-rasm)*.

Muammo № 4. Miqdori 400 N bo‘lgan kuch AB sterjenga $\theta = 20°$ burchak ostida ta’sir etadi. Mazkur kuchning ta’siriga ekvivalent bo‘lgan va konstruksiyaning O va A nuqtalariga ta’sir ko‘rsatuvchi juft kuch sistemasi aniqlansin. Burchak θ ning qanday qiymatida konstruksiyaning O va A nuqtalariga qo‘yiladigan ta’sirlar o‘zaro teng bo‘ladi *(24.4-rasm)*.



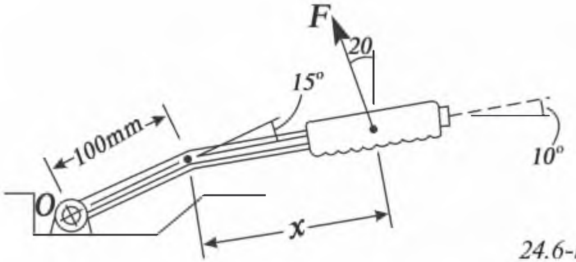
24.4-rasm

Muammo № 5. Rasmda ko‘rsatilgan konstruksiyaga ta’sir etuvchi juft kuch va kuch konstruksiyasining D nuqtasiga qo‘yilgan F kuchga keltirilsin. V masofa aniqlangach, D nuqtaning o‘rni aniqlansin *(24.5-rasm)*.



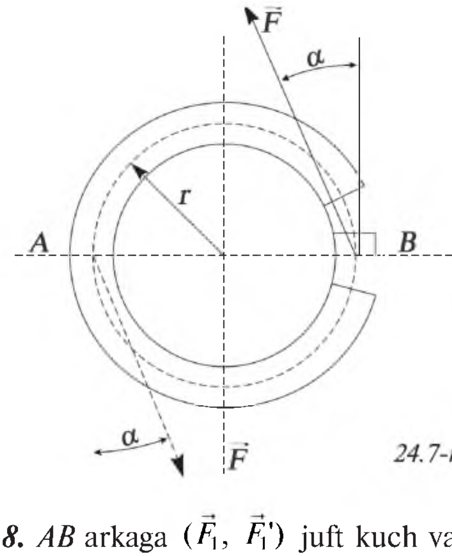
24.5-rasm

Muammo № 6. Avtomobil tormozi dastasiga x = 250 *mm* bo‘lganda F = 50 N kuch ta’sir etadi. Mazkur kuchni tormoz dastasining O aylanish nuqtasiga qo‘yilgan kuch – juft kuch sistemasi bilan almashtirilsin *(24.6-rasm)*.



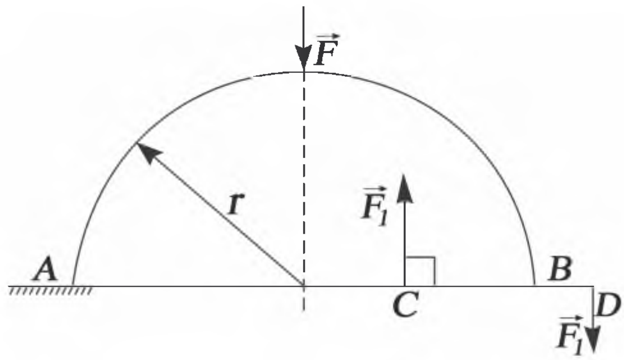
24.6-rasm

Muammo № 7. Radiusi r =0,04 m bo‘lgan tishli g‘ildirakka α=20° burchak ostida $F=F=100N$ juft kuchlar ta’sir etadi. Juft kuchning momentini toping *(24.7-rasm)*.



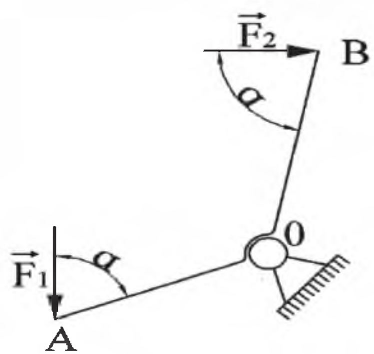
24.7-rasm

Muammo № 8. *AB* arkaga ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_1'$) juft kuch va $\vec{F}$ kuchi ta’sir etadi. Agar kuchlarning miqdori F=4N, F_1=2N, arka radiusi r=2 *m*, juft kuch yelkasi CD=1,5m bo‘lsa, ularning A nuqtaga nisbatan momentlarining yig‘indisini aniqlang *(24.8-rasm)*.



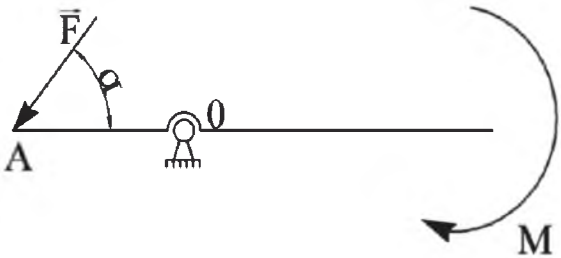
24.8-rasm

Muammo № 9. *O* nuqtada sharnir yordamida mahkamlangan richagga α=70° burchak ostida F_1=6*N* va F_2 kuchlar ta'sir etadi. Agar masofalar *OA*=0,3*m* va *OB*=0,4 *m* bo'lib, richag muvozanatda bo'lsa, kuchning qiymatini toping *(24.9-rasm).*



24.9-rasm

Muammo № 10. *O* nuqtada sharnir yordamida mahkamlangan richagga α=45° burchak ostida $\vec{F}$ kuch va momenti M=3*N m* bo'lgan juft kuch ta'sir etadi. Agar richag muvozanatda bo'lib, masofa *OA* =0,3 *m* bo'lsa, *F* kuchining miqdorini aniqlang *(24.10-rasm).*



24.10-rasm

Muammo № 11. *ABC* arkaga ($\vec{F_1}$, $\vec{F_1}'$) juft kuch va $\vec{F}$ kuchi ta'sir etadi. Agar juft kuch miqdori F_1=3*N*, arka radiusi *r*=1 *m*, juft kuchning yelkasi *DE*=1,2 *m* α=45° bo'lsa, *B* nuqtaga nisbatan ularning momentlari yig'indisining miqdorini aniqlang *(24.8-rasm)*.

Takrorlash uchun savollar:

1. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti deb nimaga aytiladi?
2. Kuch yelkasi deb nimaga aytiladi?
3. Kuch momenti qanday nolga teng bo'ladi?
4. Kuch momentining ishorasi qanday aniqlanadi?
5. Juft kuch deb nimaga aytiladi?
6. Juft kuch teng ta'sir etuvchiga ega bo'ladimi?
7. Juft momenti qanday aniqlanadi?
8. Juft yelkasi deb nimaga aytiladi?
9. Tekislikdagi juftlar qanday qo'shiladi?
10. Tekislikdagi juftlarning muvozanat shartini ta'riflang?

IV BOB

TEKISLIKDAGI KUCHLAR SISTEMASI

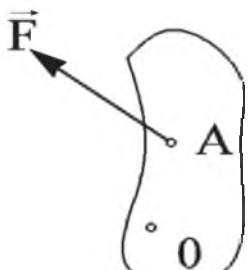
25-§. Kuchni o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma

Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuchni uning ta'sir chizig'i bo'ylab boshqa nuqtaga ko'chirganda, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi. Ammo, o'ziga parallel holda ta'sir chizig'ida yotmaydigan boshqa biror nuqtaga ko'chirilsa, kuchning jismga ta'siri o'zgaradi. Kuch o'ziga parallel ravishda jismning qaysi nuqtasiga keltirilsa, shu nuqta keltirish markazi deyiladi.

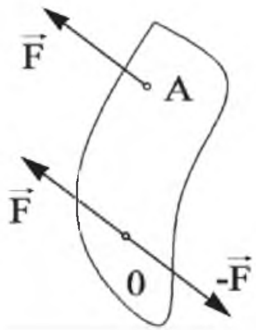
Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay, o'ziga parallel ravishda, bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirish masalasi, 1804-yilda fransuz olimi Lui Puanso (1777–1859) tomonidan o'rganilgan va quyidagi lemmada ifodalangan.

Lemma. *Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuch jismda olingan ixtiyoriy keltirish markaziga qo'yilgan xuddi shunday kuchga va momenti berilgan kuchning keltirish markaziga nisbatan momentiga teng bo'lgan juft kuchga ekvivalent bo'ladi.*

Isboti. Jismning A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin *(25.1-a rasm)*, uning jismga ta'sirini o'zgartirmay, parallel ravishda ixtiyoriy O nuqtaga ko'chirish talab etilsin. Buning uchun O nuqtaga ta'sir chizig'i $\vec{F}$ ga parallel $(\vec{F}', \vec{F}'') \Leftrightarrow 0$ kuchlar sistemasini qo'yamiz *(25.1-b rasm)*.



25.1-a rasm

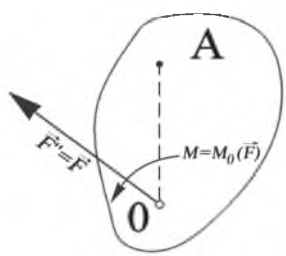


25.1-b rasm

Bu nollik sistemani tashkil etuvchi kuchlar $|\vec{F}'| = |\vec{F}''| = |\vec{F}|$ bo'lsin. Natijada, A nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch $(\vec{F},\ \vec{F}',\ \vec{F}'')$ kuchlar sistemasiga ekvivalent bo'ladi. Lekin $(\vec{F},\ \vec{F}',\ \vec{F}'')$ kuchlar sistemasi o'z navbatida, O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}'' = \vec{F}$ kuchga va $(\vec{F},\ \vec{F}')$ juftga ekvivalent bo'ladi. $(\vec{F},\ \vec{F}')$ juftning momenti $\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momentiga teng ekanligi juft kuchlar nazariyasidan ma'lum:

$$M = M_0(\vec{F}). \tag{25.1}$$

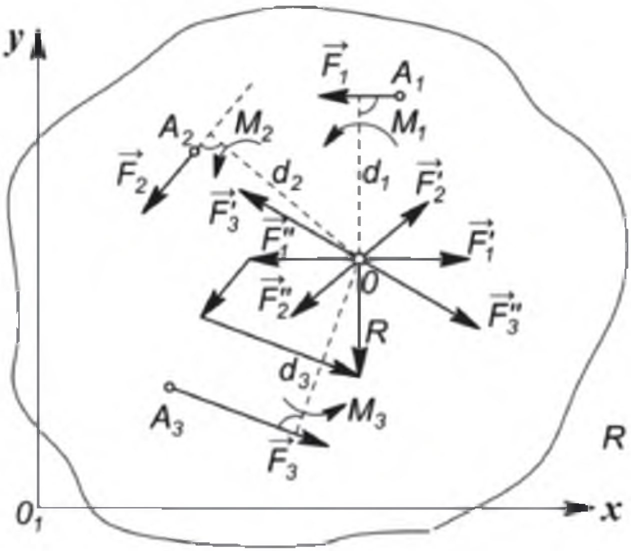
Binobarin, A nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch, keltirish markazi O ga qo'yilgan $\vec{F}'' = \vec{F}$ kuchga va momenti $M = M_0(\vec{F})$ bo'lgan juft kuchga ekvivalent bo'lar ekan *(25.1-c rasm)*, bu juft qo'shilgan juft kuch deyiladi. Shu bilan lemma isbotlandi.



25.1-c rasm

26-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasini bir markazga keltirish. Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti

Jismning A_1, A_2, ..., A_n nuqtalariga bir tekislikda yotuvchi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etsin *(26.1-rasm).*



26.1-rasm

Bu kuchlarni Puanso lemmasiga ko'ra keltirish markazi O ga keltirishda, berilgan kuchlar O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_1'' = \vec{F}_1$, $\vec{F}_2''=\vec{F}_2, ...,$ $\vec{F}_n'' = \vec{F}_n$ kuchlar va momentlari:

$$M_1=M_0(\vec{F}_1),\ M_2=M_0(\vec{F}_2),\ ...,\ M_n=M_0(\vec{F}_n)$$

bo'lgan qo'shilgan

$$(\vec{F}_1,\ \vec{F}_1'),\ (\vec{F}_2,\ \vec{F'}_2),\ ...,\ (\vec{F}_n,\ \vec{F}_n')$$

juftlarga ekvivalent bo'ladi.

O markazga qo‘yilgan $\vec{F}''_1$, $\vec{F}_2''$, ..., $\vec{F}_n''$ kuchlarni geometrik qo‘shib, kuchlar sistemasining bosh vektori deb ataladigan bitta $\vec{R}$ kuchga ega bo‘lamiz:

$$\vec{R} = \vec{F}_1'' + \vec{F}_2'' + ... + \vec{F}_n'' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i. \qquad (26.1)$$

Binobarin, *kuchlar sistemasining bosh vektori berilgan kuchlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi.*

Bir tekislikda yotuvchi juftlarni qo‘shib, momenti $M = M_0$ ga teng bo‘lgan bitta juftga ega bo‘lamiz.

Bu juftning momenti mazkur juftlar momentlarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$M = M_0 = \sum M_0(\vec{F}_i). \qquad (26.2)$$

M_0 kattalik tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh momenti deyiladi. Demak, *tekislikdagi kuchlar sistemasining biror markazga nisbatan bosh momenti berilgan kuchlarning shu markazga nisbatan momentlarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘lar ekan.*

Shunday qilib, tekislikdagi kuchlar sistemasini bir markazga keltirish natijasida bu kuchlar keltirish markaziga qo‘yilgan bosh vektor $\vec{R}$ ga teng bitta kuch hamda momenti bosh moment M_0 ga teng bo‘lgan bitta juftga ekvivalent bo‘lar ekan.

Bunday usul bilan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish Puanso usuli bilan kuchlarni berilgan markazga keltirish deyiladi.

Bosh vektor berilgan kuchlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘lishi tufayli keltirish markazining tanlanishiga bog‘liq bo‘lmaydi. Bosh moment esa keltirish markazini o‘zgartirish natijasida kuch yelkasi o‘zgarishi tufayli keltirish markazining tanlanishiga bog‘liq bo‘ladi.

Bosh vektor $\vec{R}$ ning miqdor va yo‘nalishini analitik usulda aniqlash uchun keltirish markazi O nuqtadan kuchlar yotgan tekislikda Ox va Oy o‘qlarini o‘tkazamiz. Agar $\vec{F}_i$ kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini X_i, Y_i va $\vec{R}$ bosh vektorning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini R_x, R_y bilan belgilasak, bosh vektorning miqdori quyidagi formula asosida hisoblanadi:

$$R_x = \sum X_i,\ \ R_y = \sum Y_i, \tag{26.3}$$

$$R = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2}.$$

Tekislikdagi kuchlar sistemasi bosh vektorining yo‘nalishi esa quyidagicha aniqlanadi:

$$\cos(\vec{R},\hat{\ }\vec{i}\,) = \frac{R_x}{R},$$

$$\cos(\vec{R},\hat{\ }\vec{j}\,) = \frac{R_y}{R}, \tag{26.4}$$

bunda $\vec{i}$, $\vec{j}$ lar *Ox* va *Oy* o‘qlarining birlik vektorlari.

27-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasini sodda ko‘rinishga keltirish

Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentining qiymatlariga bog‘liq holda, kuchlar sistemasini quyidagi sodda ko‘rinishlarga keltirish mumkin:

1) Agar berilgan tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun:

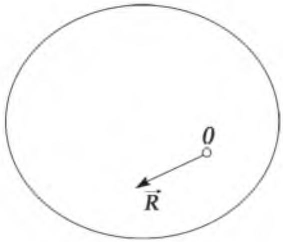
$$\vec{R} = 0,\ \ M_0 = \sum M_0(\vec{F}_i) \neq 0$$

bo‘lsa, kuchlar sistemasi momenti M_0 bo‘lgan juft kuchga keltiriladi. Bunda, M_0 qiymati keltirish markazi *O* ning vaziyatiga (tanlanishiga) bog‘liq bo‘lmaydi.

2) Agar berilgan tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun:

$$\vec{R} \neq 0,\ \ M_0 = \sum M_0(\vec{F}_i) = 0$$

bo‘lsa, kuchlar sistemasi bitta kuchga, ya’ni teng ta’sir etuvchiga keltiriladi. Teng ta’sir etuvchining ta’sir chizig‘i keltirish markazi *O* nuqtadan o‘tadi (*27-a rasm*).



27-a rasm

3) Agar berilgan kuchlar sistemasi uchun:

$\vec{R} \neq 0,\ M_0 = \sum M_0(\vec{F}_i) \neq 0$ bo‘lsa, momenti M_0 bo‘lgan juft kuchni $\vec{R}'$ va $\vec{R}''$ kuchlardan tashkil topgan deb faraz qilamiz.

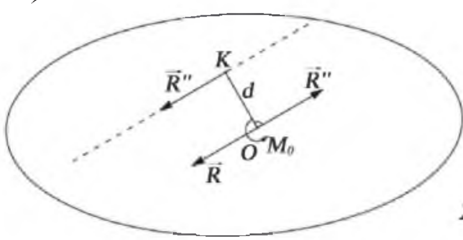
Bunda:

$$|\vec{R}| = |\vec{R}|,\ \vec{R} = -\vec{R}$$

bo‘lgani uchun, juft yelkasi:

$$OK = d = \frac{M_0}{R}$$

bo‘ladi *(27-b rasm).*



27-b rasm

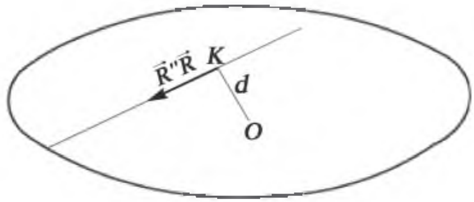
Natijada, *O* nuqtadagi $\vec{R}$ va $\vec{R}'$ kuchlarni o‘zaro muvozanatda bo‘lgan kuchlar sifatida tashlab yuborsak, tekislikdagi kuchlar sistemasi keltirish markazi *O* dan

$$OK = d = \frac{|M_0|}{R}$$

masofa uzoqlikda yotuvchi *K* nuqtaga qo‘yilgan

$$\vec{R}'' = \vec{R}$$

teng ta’sir etuvchi kuchga keltiriladi *(27-c rasm).*



27-c rasm

Shunday qilib, muvozanatda bo‘lmagan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi $\vec{R}\neq 0$ bo‘lganda bitta teng ta’sir etuvchi kuchga, $M_0\neq 0$ va $\vec{R}\neq 0$, $M_0 \pm 0$ bo‘lganda bitta juftga keltirilar ekan.

28-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisining momenti haqida Varinyon teoremasi

Teorema. *Tekislikdagi kuchlar sistemasi teng ta’sir etuvchisining shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti tashkil etuvchi kuchlardan mazkur nuqtaga nisbatan hisoblangan momentlarning algebraik yig‘indisiga teng:*

$$M_0(\vec{R}) = \sum M_O(\vec{F}_i). \qquad (28.1)$$

Isbot. *27-c rasmdan* ko‘ramizki, R teng ta’sir etuvchining O nuqtaga nisbatan momenti quyidagicha yoziladi:

$$M_0(\vec{R}) = R \cdot d. \qquad (28.2)$$

(28.2)ni e’tiborga olsak:

$$M_0(\vec{R}) = \frac{R \cdot M_0}{R} = M_0.$$

O‘z navbatida, tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh momenti quyidagicha aniqlanadi:

$$M_0\left(\vec{R}\right) = \sum M_O(\vec{F}_i).$$

Oxirgi ikkita tenglikni solishtirib, (28.1) o‘rinli ekanligini ko‘ramiz.

29-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari

Yuqorida, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirishda, kuchlar sistemasi bosh vektorga teng bo‘lgan bitta kuchga va momenti bosh momentga teng bitta juftga keltirilishini ko‘rib o‘tdik. Bunday kuchlar sistemasi $\vec{R}\neq 0$ bo‘lsa, teng ta’sir etuvchi kuchga, $\vec{R}=0$, $M_0\neq 0$ bo‘lganda bitta juftga ekvivalent bo‘ladi.

Lekin, tekislikdagi kuchlar sistemasini shu tekislikdagi ixtiyoriy O nuqtaga keltirish natijasida, bir vaqtning o‘zida bosh vektor $\vec{R}$, bosh moment M_0 ham nolga teng bo‘lishi mumkin:

$$\vec{R}=0, \; M_0=0, \tag{29.1}$$

yoki

$$\sum \vec{F}_i = 0, \; \sum M_O(\vec{F}_i) = 0. \tag{29.2}$$

(29.1) va (29.2) tenglamalar tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatining zarur va yetarli shartlarini ifodalaydi.

Shartlarning zarurligi shundan iboratki, ularning birortasi bajarilmasa, kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘la olmaydi. Shartlarning yetarliligi shundan iboratki, $\vec{R}=0$ bo‘lsa, tekislikdagi kuchlar sistemasi momenti M_0 ga teng bo‘lgan juftga keltiriladi, lekin $M_0 = 0$ bo‘lgani uchun bu kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘ladi.

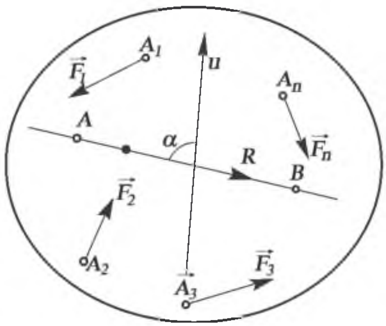
Bosh vektorning moduli $R = \sqrt{(2X_i)^2 + (\sum Y_i)^2}$ formula asosida aniqlanishini e’tiborga olsak, (29.1) yoki (29.2) tenglamalar o‘rniga, tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanati shartlarining analitik ifodasi uchun quyidagi tenglamalarga ega bo‘lamiz:

$$\sum X_i = 0, \; \sum Y_i = 0, \; \sum M_O(\vec{F}_i) = 0. \tag{29.3}$$

Demak, *tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘lishi uchun bir vaqtda kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ikkita koordinata o‘qlariga proyeksiyalarining algebraik yig‘indilari alohida-alohida* *nolga teng bo'lishi va shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisining ham nolga teng bo'lishi zarur va yetarli bo'lar ekan.*

Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatining yana quyidagi ikki sharti ham mavjud:

1) *tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ixtiyoriy ikki nuqtaning har biriga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi va mazkur nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lmagan u o'qdagi proyeksiyalarining algebraik yig'indisi ham nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir (29-rasm):*



29-rasm

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum U_i = 0. \qquad (29.4)$$

Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bu shartlarning zarurligi shundaki, (29.4)dagi shartlardan birortasi bajarilmasa, bunday kuchlar sistemasi muvozanatlashmaydi.

(29.4)dagi shartlarning tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun yetarliligini isbotlaylik. (29.4)dagi shartlardan birinchi tenglikning bajarilishi A nuqtaga nisbatan bosh momentning nolga tengligini ifodalaydi: $M_A = 0$. Bunday holda, tekislikdagi kuchlar sistemasi A nuqtadan o'tuvchi teng ta'sir etuvchiga keltirilishi mumkin.

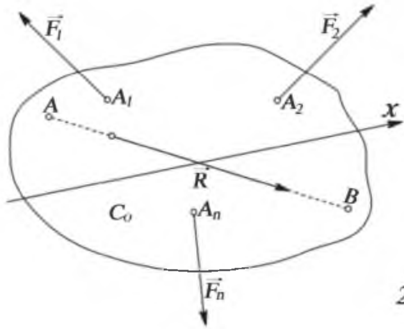
(29.4)ning ikkinchi ifodasi va teng ta'sir etuvchi kuchning momenti haqida Varinyon teoremasiga asosan:

$$M_B(R) = \sum M_B(\vec{F}_i) = 0,$$

tenglik bajariladi. Binobarin, $\vec{R}$ ning ta'sir chizig'i B nuqtadan o'tadi, ya'ni AB da yotadi. (29.4)ning uchinchi shartiga ko'ra, $R_u = \sum U_i = 0$. U o'q AB ga perpendikular bo'lmagani uchun bu tenglik faqat $\vec{R}_u = 0$ bo'lgandagina bajariladi. Demak, (29.4) shart bajarilganda tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lar ekan;

2) *tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtaning har biriga nisbatan hisoblangan momentlarining yig'indilari alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir:*

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_C(\vec{F}_i) = 0. \qquad (29.5)$$



29.2-rasm

Kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bu shartlarning zarurligi bevosita (29.5)dan kelib chiqadi. Chunki bu shartlarning birortasi bajarilmasa, kuchlar sistemasi muvozanatlashmaydi. (29.5) shartning tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun yetarli ekanligi, teskarisini faraz qilish bilan isbotlanadi. (29.5) shartlarning bajarilishiga qaramay, tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lmasligi uchun berilgan kuchlar sistemasi bir vaqtning o'zida A, B, C nuqtalardan o'tuvchi teng ta'sir etuvchiga keltirilishi kerak.

Bunday hol bo'lishi mumkin emas, chunki A, B, C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. Shuning uchun (29.4) shartlar bajarilsa, tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Kuch vektorini o‘ziga parallel ko‘chirish uchun nima qilish zarur?

2. Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh momenti qanday aniqlanadi?

3. Agar bosh moment nolga teng bo‘lsa bu nimani anglatadi?

4. Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh vektori qanday aniqlanadi?

5. Agar bosh vektor nolga teng bo‘lsa bu nimani anglatadi?

6. Varinyon teoremasi nimani ifodalaydi?

7. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlarini ayting.

8. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini yozib bering.

30-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalarni yechish uchun uslubiy ko‘rsatmalar

Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi.

1. Muvozanati o‘rganilayotgan jism (yoki nuqta) aniqlanadi.

2. Koordinatalar sistemasi tanlab olinadi.

3. Jismga ta’sir etayotgan, kuchlar ko‘rsatiladi.

4. Jismni bog‘lanishlardan bo‘shatib, ularning ta’sirlari bog‘lanish reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.

5. Muvozanati o‘rganilayotgan jism berilgan kuchlar va bog‘lanishlar reaksiya kuchlari ta’siridagi erkin jism deb qaraladi.

6. Berilgan masala statik aniq masala ekanligi tekshiriladi, ya’ni masaladagi algebraik noma’lum kattaliklar soni uchtadan oshmasligi aniqlanadi.

7. Koordinata o‘qlarining boshi, yo‘nalishi va moment hisoblanadigan nuqta (yoki nuqtalar) tanlanadi.

8. Qattiq jismga qo‘yilgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalari tuziladi.

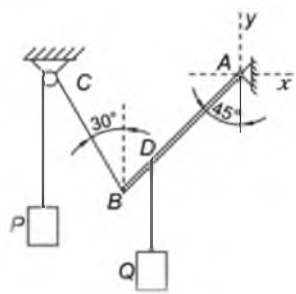
9. Tuzilgan muvozanat tenglamalari yechiladi va noma’lum kattaliklar aniqlanadi.

Muvozanat tenglamalarini tuzishda har bir tenglamada faqat bittadan noma’lum kattalik qatnashishiga e’tibor berish lozim. Chunki bunda har bir noma’lum kattalik bevosita shu noma’lum kattalik qatnashgan tenglamani yechish orqali aniqlanadi. Bunday hol masalani yechishni soddalashtiradi. Buning uchun koordinata o‘qlarini shunday o‘tkazish lozimki, bunda ba’zi noma’lum kuchlar o‘qqa perpendikular holda yo‘nalgan bo‘lsin. Bunday holda ularning mazkur o‘qdagi proyeksiyalari nolga teng bo‘ladi.

Moment hisoblanadigan nuqta sifatida, odatda, ikki noma’lum kuchning ta’sir chiziqlari kesishadigan nuqtani olish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Bu hol tuziladigan momentlar tenglamasidan bevosita uchinchi noma’lum kuchni aniqlashga imkon beradi. Agar masalada bog‘lanish reaksiyasining yo‘nalishi aniq bo‘lmasa, uni koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalish bo‘ylab yo‘nalgan tashkil etuvchilarga ajratish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Hisoblash natijasida kuchning miqdori manfiy ishorali chiqsa, bu hol mazkur kuchning yo‘nalishi dastlab chizmada ko‘rsatilgan yo‘nalishiga teskari ekanligidan darak beradi.

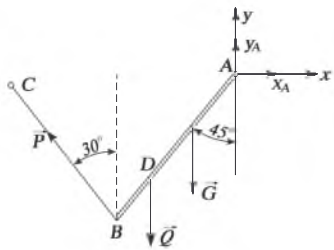
31-§. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalar

1-masala. Og‘irligi G=100 N bo‘lgan A sharnir bilan devorga mahkamlangan bir jinsli AB balkani blokdan o‘tkazilgan va bir uchiga P yuk osilgan tros vertikalga nisbatan $45°$ burchak ostida ushlab turadi. Trosning BC qismi vertikal bilan $30°$ burchak hosil qiladi. D nuqtada balkaga og‘irligi 200 N bo‘lgan Q yuk osiladi. Agar $BD=\frac{1}{4}AB$ bo‘lsa, P yuk og‘irligi va A sharnirning reaksiyasi topilsin. Blokdagi ishqalanish hisobga olinmasin *(31.1-a rasm).*



31.1-a rasm

Yechish: AB balkaning muvozanatini o‘rganamiz. AB balkaga uning og‘irligi $\vec{G}$ va D nuqtaga qo‘yilgan $\vec{Q}$ kuchlar ta’sir etadi. A sharnir va BC tros balka uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga ko‘ra, bog‘lanishlarning balkaga ta’sirini ularning reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz: A sharnir reaksiyasining yo‘nalishi oldindan noma’lum bo‘lganligi uchun uni koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalishi



31.1-b rasm

bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilariga ajratamiz. Tros BC qismidagi taranglik kuchi balkaning B nuqtasiga qo‘yiladi va tros bo‘ylab C blok tomon yo‘naladi (C blok P kuchning ta’sir chizig‘ini o‘zgartiradi). Natijada, balkaga ta’sir etuvchi ($\vec{G}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$) kuchlardan iborat tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz *(31.1-b rasm)*.

Hosil bo‘lgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0,\ X_A - P\cos 60^\circ = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A - G - Q + P\cos 30^\circ = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0,\ G\cdot\frac{AB}{2}\cos 45 + Q\frac{3}{4}AB\cos 45^\circ - \\ -P\cos 30^\circ AB\sin 45^\circ - P\cos 60^\circ AB\cos 45^\circ = 0. \qquad (3)$$

Tenglamalarni yechib noma’lum kattaliklarni aniqlaymiz:

(3) tenglamadan:

$$P = \frac{\frac{G}{2}\cos 45^\circ + Q\frac{3}{4}\cos 45^\circ}{\cos 30^\circ\cdot\sin 45^\circ + \cos 60^\circ\cdot\cos 45^\circ} = \frac{50\cdot 0{,}71 + 150\cdot 0{,}71}{0{,}17\cdot 0{,}71 + 0{,}5\cdot 0{,}71} =$$

$$= \frac{200\cdot 0{,}71}{0{,}71\cdot 1{,}37} = \frac{142}{0{,}97} = 146{,}4\ N.$$

(1) tenglamadan:

$$X_A = P\cdot\cos 60^\circ = \frac{P}{2} = 73\ N.$$

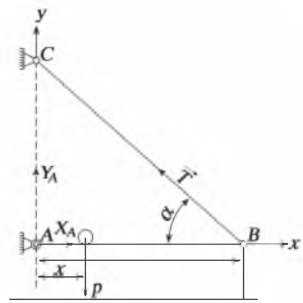
(2) tenglamadan:

$$Y_A = G + Q - P\cos 30^\circ = 100 + 200 - 146\cdot 0{,}87 = 300 - 127 = 173\ N.$$

2-masala. Kran gorizontal balkasining uzunligi l ga teng, uning bir uchi sharnir yordamida mahkamlangan, ikkinchi B uchi gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi BC tortqich vositasida devorga tortilib turadi. Balka ustida og'irligi P bo'lgan yuk siljiy oladi. Yukning holati A sharnirgacha bo'lgan o'zgaruvchi x masofaga qarab aniqlanadi. BC tortqichning tortilish kuchi T yuk holatining o'zgarishiga qarab aniqlansin. Balka og'irligi hisobga olinmasin.

Yechimi: AB balkaning muvozanatini o'rganamiz. AB balka bo'ylab P yuk harakatlanadi. Yukning balkadagi holati A sharnirdan hisoblanadigan o'zgaruvchan x masofa orqali aniqlanadi.

A sharnir va BC arqon AB balka uchun bog'lanishlar hisoblanadi. Bo'g'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra bog'lanishlarning AB balkaga ta'sirini ularning reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz: A sharnir reaksiyasi oldindan noma'lum bo'lganligi uchun uni koordinata o'qlarining musbat yo'nalishi bo'ylab yo'nalgan X_A, Y_A tashkil etuvchilarga ajratamiz.



31.2-rasm

BC arqon reaksiyasi T balkaning B nuqtasiga qo'yiladi va arqon bo'ylab C nuqta tomon yo'naladi. Natijada, balkaga ta'sir etuvchi *(R,* X_A, Y_A, *T)* kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz *(31.2-rasm).*

Koordinata o'qlarini rasmdagidek o'tkazib, hosil bo'lgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0,\ X_A - T\cos\alpha = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0,\ Y_A + T\sin\alpha - P = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0 - Px + Tl\sin\alpha = 0. \qquad (3)$$

Tenglamalarni yechib, arqondagi taranglik kuchini yuk holatiga bog'liqligini ifodalovchi munosabatni aniqlaymiz:

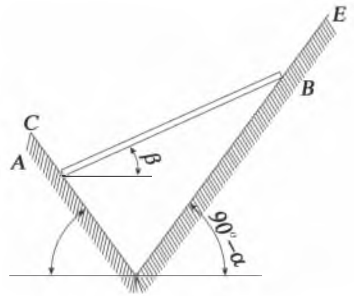
(3) tenglamadan

$$T = \frac{Px}{l\sin\alpha}.$$

Taranglik kuchini bilgan holda, (1) va (2) tenglamalardan, A sharnir reaksiyasining koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘nalgan tashkil etuvchilari X_A, Y_A aniqlanadi:

$$X_A = T\cos\alpha,$$

$$Y_A = P - T\sin\alpha.$$



31.3-a rasm

3-masala. Og‘irligi P bo‘lgan bir jinsli AB balka vertikal joylashgan silliq CD va DE og‘ma to‘g‘ri chiziqlarga tiralib turadi. Bu to‘g‘ri chiziqlardan birinchisi gorizont bilan α burchak, ikkinchi $90° - \alpha$ burchak hosil qiladi. Muvozanat holatida balkaning gorizont bilan tashkil qilgan burchagi β hamda tayanch chiziqlarga ko‘rsatgan bosimi topilsin *(31.3-a rasm).*

Yechish: bir jinsli AB balkaning muvozanatini o‘rganamiz. Balkaga uning og‘irligi $\vec{P}$ ta’sir etadi. Balka uchun CD va DE tayanch chiziqlari bog‘lanishlar hisoblanadi. Tayanch chiziqlarining reaksiya kuchlari $\vec{N}_A$ va $\vec{N}_B$ lar tayanch chiziqlarga perpendikular holda yo‘naladi. Natijada, tekislikda ixtiyoriy joylashgan $\vec{P}$, $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$ kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz *(31.3-b rasm).*

Koordinata o‘qlarini rasmdagidek o‘tkazib, hosil bo‘lgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad = 0,\ N_A\sin\alpha - N_B\sin(90° - \alpha) = 0,$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_A\cos\alpha - P + N_B\cos(90° - \alpha) = 0,$$

$$\sum M_A(\bar{F}_i) = 0, \quad -P\frac{l}{2}\cos\beta + N_B\sin(90° - \alpha)\cdot l\sin\beta + N_B\sin\alpha\cdot l\cos\alpha \ = 0.$$

Tenglamalarni o‘zgartirib yozamiz:

$$\sum X_i = 0, \ N_A\sin\alpha - N_B\cos\alpha = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0, \ N_A\cos\alpha - P + N_B\sin\alpha = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i)=0,\ -P\frac{l}{2}\cos\beta+N_B\cos\alpha\cdot l\cdot\sin\beta+N_B\sin\alpha\cdot l\cdot\cos\alpha\ \theta=0. \quad (3)$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

(1) tenglamadan:

$$N_A=\frac{N_B\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

N_A uchun topilgan ifodani (2)ga qo'ysak,

$$\frac{N_B\cos^2\alpha}{\sin\alpha}-P+N_B\sin\alpha=0$$

yoki

$$N_B(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=P\sin\alpha.$$

Bundan

$$N_B=P\sin\alpha.$$

N_B topilgani fodani(2)ga qo'ysak,

$$N_A\cos\alpha-P+P\sin^2\alpha=0$$

yoki

$$N_A\cos\alpha=P(1-\sin^2\alpha).$$

Bundan

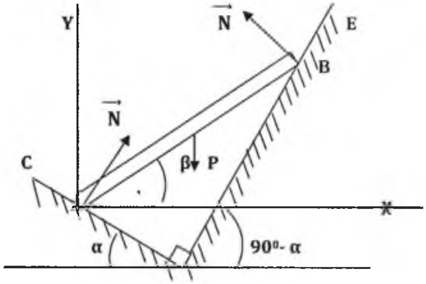
$$N_A=P\cos\alpha.$$

(3) tenglamadan:

$$\mathrm{tg}\,\beta=\mathrm{ctg}\,2\alpha$$

yoki

$$\beta=90^\circ-2\alpha.$$

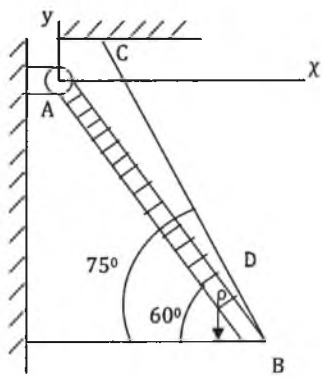


31.4-b rasm

4-masala. *A* yuk atrofida aylana oladigan, gorizont bilan 60° burchak tashkil etuvchi bir jinsli narvonning og‘irligi 2,4 kN, uzunligi 6 *m*. Narvonning *B* uchidan 2 *m* masofadagi *D* nuqtada og‘irligi 0,8 kN bo‘lgan odam turadi. Gorizont bilan 75° burchak tashkil qiluvchi *BC* arqon narvonning *B* uchini tutib turadi. Arqondagi tortilish kuchi *T* va *A* o‘qining reaksiyasi topilsin (*31.4-a rasm*).

Yechish: *AB* bir jinsli narvonning muvozanatini o‘rganamiz. Narvonga uning og‘irligi $\vec{G}$, narvonning *D* nuqtasida turgan odam og‘irligi $\vec{P}$ ta’sir etadi. Narvon uchun uni ushlab turuvchi *BC* arqon va *A* qo‘zg‘almas sharnir bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipidan foydalanib, bog‘lanishlarning narvonga ta’sirini bog‘lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Arqon reaksiyasi taranglik kuchi $\vec{T}$ narvonning *B* nuqtasiga qo‘yiladi va arqon bo‘ylab *C* nuqtaga yo‘naladi. *A* sharnir reaksiyasi oldindan noma’lum bo‘lganligi uchun uning reaksiyasini koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalishi bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Natijada, narvonga tekislikda ixtiyoriy joylashgan $(\vec{G}, \vec{P}, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A)$ kuchlar sistemasi *(31.4-b rasm)* ta’sir etadi. O‘qlarini rasmdagidek o‘tkazib, hosil bo‘lgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz.



31.4-a rasm

$$\sum X_i = 0,\ X_A - T\cos 75° = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0,\ Y_A - G - P + T\cos 15° = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_0) = 0,\ T\cos 15° \cdot AB \cdot \cos 60° - T\cos 75° \cdot AB \cdot \cos 30° -$$
$$-P(AB - BD)\cos 60° - G \cdot \frac{AB}{2}\cos 60° = 0. \qquad (3)$$

Muvozanat tenglamalarini yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

$$X_A - 0{,}26 \cdot T = 0, \qquad (1)$$

$$Y_A - 3{,}2 + 0{,}97 \cdot T = 0, \qquad (2)$$

$$1{,}55 \cdot T - 5{,}2 = 0. \qquad (3)$$

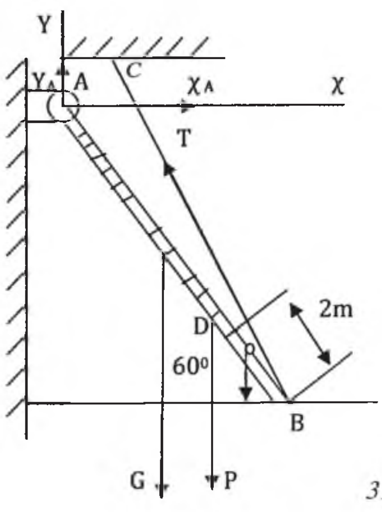
(3) tenglamadan:

$$T = \frac{5{,}2}{1{,}55} = 3{,}35\ kN,$$

$$X_A = 0{,}26 \cdot T = 0{,}26 \cdot 3{,}35 = 0{,}867\ kN.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_A = 3{,}2 - 0{,}97 \cdot T = 3{,}2 - 0{,}97 \cdot 3{,}35 = 0{,}0344\ kN.$$



31.4-b rasm

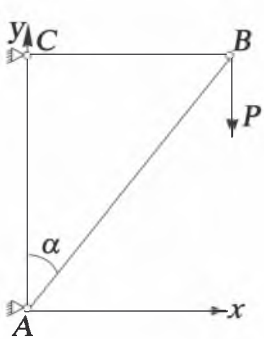
5-masala. Yuk ko'taradigan kran *AB* balkadan iborat. Balkaning pastgi *A* uchi sharnir yordamida devorga biriktirilganda yuqorigi uchini *BC* gorizontal tros ushlab turadi. Yukning og'irligi P=2 kN; *AB* balkaning og'irligi 1 kN bo'lib, balkaning o'rtasiga qo'yilgan, burchak α=45°. *BC* trosning tortilish kuchi *T* va *A* tayanchga tushadigan bosim aniqlansin *(31.5-a rasm).*

Yechish: *AB* balkaning muvozanatini o'rganamiz. *AB* balkaga uning og'irligi $\vec{Q}$, ko'tarilayotgan yuk og'irligi *P* ta'sir etadi.

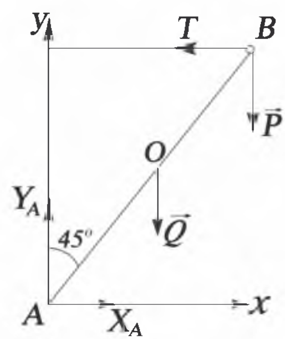
A qo'zg'almas sharnir va *BC* gorizontal arqon *AB* balka uchun bog'lanishlar hisoblanadi. Bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra, bog'lanishlarning balkaga ta'sirini bog'lanishlar reaksiyalari bilan almashtiramiz: *A* sharnir reaksiyasini koordinata o'qlarining musbat yo'nalishi bo'ylab yo'nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratamiz; *BC* gorizontal arqon reaksiyasi balkaning *B* nuqtasiga qo'yilgan bo'lib, arqon bo'ylab *C* nuqta tomon yo'naladi. Natijada, *AB* balkaga ta'sir etuvchi tekislikda ixtiyoriy joylashgan ($\vec{Q}$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{T}$) kuchlar sistemasi hosil bo'ladi *(31.5-b rasm).*

Koordinata o'qlarini rasmdagidek o'tkazib, hosil bo'lgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum X_i = 0,\ X_A - T = 0, \tag{1}$$



31.5-a rasm



31.5-b rasm

$$\sum Y_i = 0,\ \ Y_A - Q - P = 0, \tag{2}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_0) = 0,\ \ T \cdot AB \cdot \cos 45° - P \cdot AB \cdot \sin 45° - Q \cdot \frac{AB}{2} \sin 45° = 0. \tag{3}$$

Hosil bo‘lgan muvozanat tenglamalarini yechib, noma’lum kattaliklarni aniqlaymiz.

(3) tenglamadan:

$$T = P + \frac{Q}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2{,}5\ kN.$$

(1) tenglamadan:

$$X_A = T = 2{,}5\ kN.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_A = P + Q = 2 + 1 = 3\ kN.$$

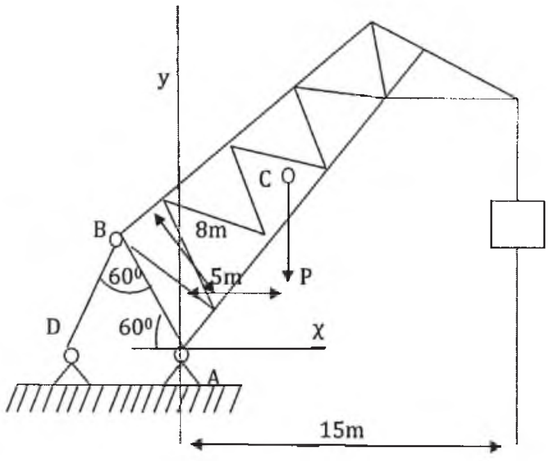
Masala shartida kran tomonidan A tayanchga ko‘rsatiladigan boshini aniqlash talab etilgan. Ko‘rsatiladigan bosim kuchlari A sharnir reaksiyasiga teng bo‘lib, unga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi. Shuning uchun

$$X'_A = -X_A = -2{,}5\ kN,$$

$$Y'_A = -Y_A = -3\ kN.$$

6-masala. Kran A, B va D nuqtalarida sharnirlarga ega bo‘lib, $AB = AD = BD = 8\ m$. Fermaning og‘irlik markazi A nuqta orqali o‘tadigan vertikaldan 5 *m* masofada. Kranning qulochi esa A nuqtadan hisoblanganda 15 *m* ga teng. Kranning ko‘rsatilgan vaziyatda A tayanch reaksiyalari va BD sterjenning zo‘riqishi aniqlansin (*31.6-rasm*).

Yechish: kran fermasining muvozanatini o‘rganamiz. Kran fermasiga uning og‘irligi $\vec{P}$, ko‘tarilayotgan Q yuk og‘irligi Q lar ta’sir etadi. Kran fermasi uchun A qo‘zg‘almas sharnir va BD sterjenlar bog‘lanishlar hisoblanadi. A qo‘zg‘almas sharnir reaksiyasini koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalishi bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratamiz. BD sterjen reaksiyasi T (uni cho‘ziladi deb faraz qilamiz). Kran fermasining B nuqtasiga qo‘yilgan bo‘lib, sterjen

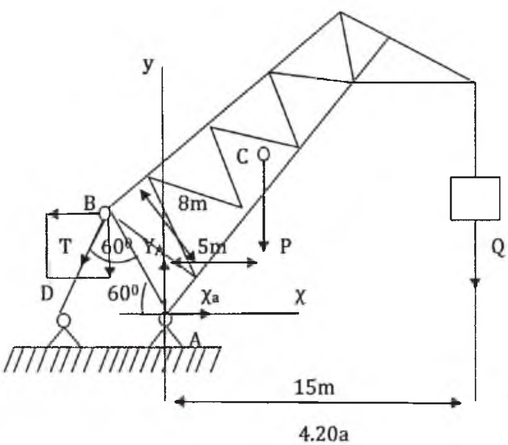


31.6-a rasm

bo'ylab D nuqta tomon yo'naladi. Natijada, kran fermasiga ta'sir qiluvchi tekislikda ixtiyoriy joylashgan ($\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{T}$) kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz *(31.6-b rasm)*.

Hosil bo'lgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum X_i = 0,\ X_A - T\cos 60° = 0, \qquad (1)$$



31.6-b rasm

4.20a

$$\sum Y_i = 0, \;\; Y_A - P - Q - T\cos 30° = 0, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \;\; T\cdot\cos 30°\cdot 8\cdot\sin 30° + \\ &+ T\cos 60°\cdot 8\cdot\cos 30° - 5P - 15Q = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Hosil bo'lgan muvozanat tenglamalaridan noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

(3) tenglamadan:

$$T = \frac{5\cdot P + 15\cdot Q}{8(\cos 30°\cdot\sin 30° + \cos 60°\cdot\cos 30°)} = 520 \; kN.$$

(1) tenglamadan:

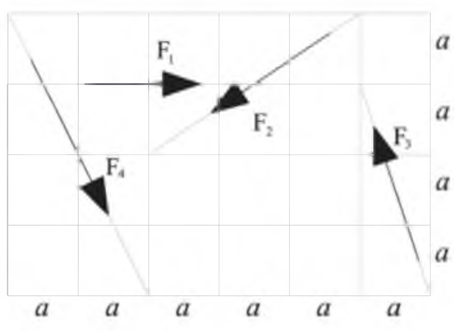
$$X_A = T\cdot\cos 60° = 520\cdot 0,5 = 260 \; kN.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_A = P + Q + T\cdot\cos 30° = 120 + 200 + 520\sqrt{\frac{3}{2}} = 770 \; kN.$$

32-§. Mustaqil o'rganish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

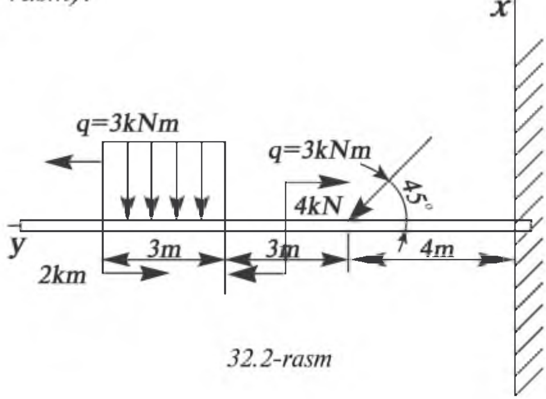
Muammo № 1. *32.1-rasmda* ko'rsatilgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini sodda ko'rinishga keltiring.



32.1-rasm

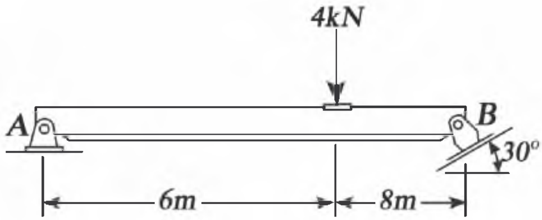
Muammo № 2. Zichligi (intensivligi) q =3 kN/m bo'lgan tekis taqsimlangan kuch, P=4 kN bo'lgan kuch va momentlari

$M_1 = +2\ kNm,\ M_2 = -3\ kN{\cdot}m$ bo‘lgan juft kuchlar ta’siridagi konsol balkaning qistirib mahkamlangan uchidagi reaksiya kuchlari aniqlansin *(32.2-rasm).*



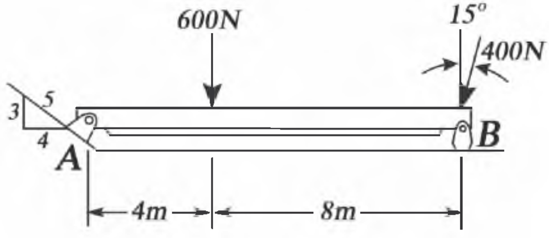
32.2-rasm

Muammo № 3. Balkaning tayanch reaksiyalari aniqlansin. Qo‘yilgan kuchlar va o‘lchamlar rasmda ko‘rsatilgan *(32.3-rasm).*



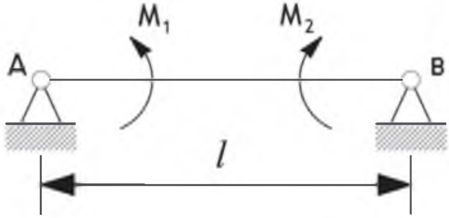
32.3-rasm

Muammo № 4. Balkaning tayanch reaksiyalari aniqlansin. Balkaga qo‘yilgan kuchlar va uning o‘lchamlari rasmda ko‘rsatilgan *(32.4-rasm).*



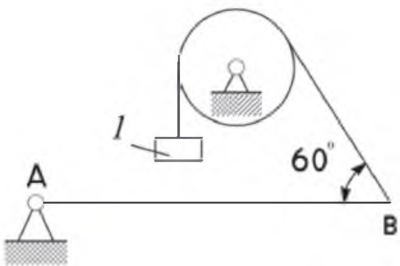
32.4-rasm

Muammo № 5. Uzunligi l=3 m bo'lgan AB to'singa momentlari M_1=2 $kN·m$ va M_2=8 $kN·m$ bo'lgan juft kuchlar ta'sir etsa, B tayanchda hosil bo'ladigan reaksiya kuchini kN larda hisoblang *(3.25-rasm).*



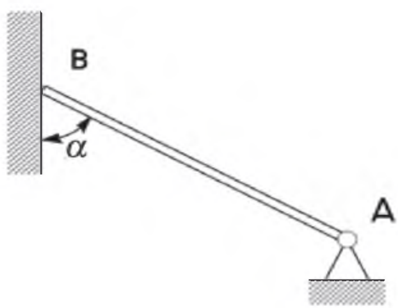
32.5-rasm

Muammo № 6. Og'irligi 346N bo'lgan bir jinsli AB to'sinni gorizontal holatda muvozanatda ushlab turish uchun 1 yukning miqdori qancha bo'lishi lozim? *(3.26-rasm).*



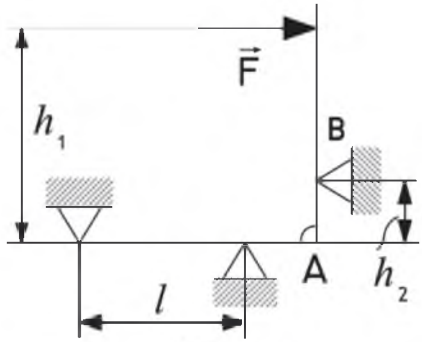
32.6-rasm

Muammo № 7. Og'irligi 100 kN bo'lgan bir jinsli brus bir uchi bilan A qozg'almas sharnirga mahkamlangan bo'lib, ikkinchi uchi bilan α=60° burchak ostida vertikal silliq devorga tiralgan. Brusning devorga bosim kuchini kN da hisoblang *(32.7-rasm).*



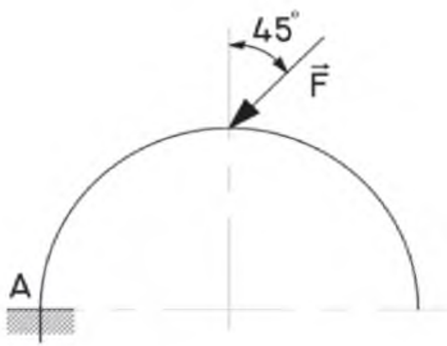
32.7-rasm

Muammo № 8. O'lchamlari l=0,3 m va h_1=0,4 m bo'lgan to'g'ri burchak shaklidagi rama $\vec{F}$ gorizontal kuch ta'sirida muvozanatda turibdi. A va B tayanchlarning reaksiya kuchlari miqdor jihatdan teng bo'lishi uchun B tayanchini qanday h_2 masofaga joylashtirish lozim? *(32.8-rasm).*



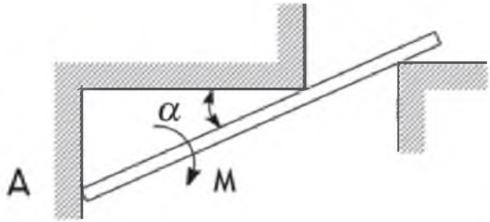
32.8-rasm

Muammo № 9. Yarim aylana shaklidagi arka A nuqtasi bilan qistirib mahkamlangan bo'lib, unga F=100 N kuch ta'sir etsa, tayanchdagi reaktiv momentni toping *(32.9-rasm).*



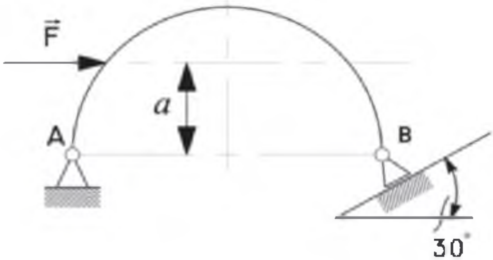
32.9-rasm

Muammo № 10. Gorizontdan α=30° burchak qiyalikda joylashgan sterjen momenti M=25 $kN{\cdot}m$ juft kuch ta'sirida muvozanatda ushlab turilgan bo'lsa, A tayanch reaksiya kuchini kN da hisoblang *(32.10-rasm).*



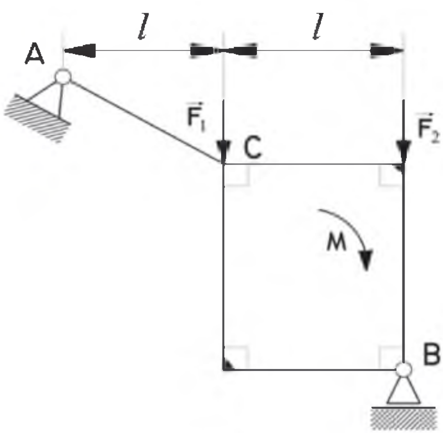
32.10-rasm

Muammo № 11. AB arkaga qanday miqdoridagi gorizontal *F* kuchi ta'sir etsa, *B* tayanchdagi reaksiya kuchi 200 *N* ga teng bo'ldi? Bunda masofalar $a=1$ *m*, $B=4$ *M (32.11-rasm)*.



32.11-rasm

Muammo № 12. *AC* sterjen to'rtburchak shakldagi ramaga bikr mahkamlangan. Agar unga $F_1=F_2=20$ *kN* kuchlar va momenti $M=80$ *kN·m* juft kuch ta'sir etib, muvozanatda tursa, *B* tayanchning reaksiya kuchini toping. Bunda $\ell=2$ *m (32.12-rasm)*.



32.12-rasm

33-§. Taqsimlangan kuchlar

Texnikada turli inshootlarning muvozanatini o‘rganishda ularning ayrim nuqtalariga qo‘yilgan kuchlar bilan bir qatorda, hajm, sirt yoki chiziq kesmalari bo‘yicha ma’lum qonun asosida taqsimlangan kuchlarni ham hisobga olish zarur bo‘ladi. Taqsimlangan kuchlar hajm, sirt yoki chiziq birligiga to‘g‘ri keluvchi taqsimlangan kuchlarning intensivligi bilan xarakterlanadi. Taqsimlangan kuchlarning intensivligi *N/m* da o‘lchanadi.

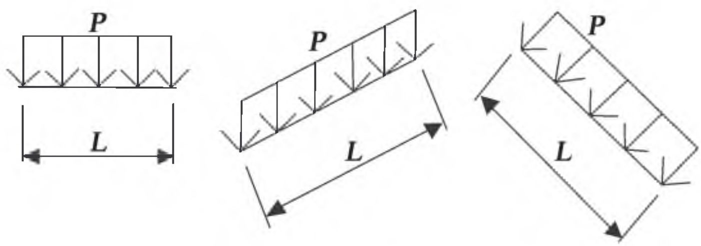
Taqsimlangan kuchlarning ayrim turlari bilan tanishib chiqamiz.

1. To‘g‘ri chiziq kesmasi bo‘yicha tekis taqsimlangan kuchlar *(33.1-a, b rasmlar).*

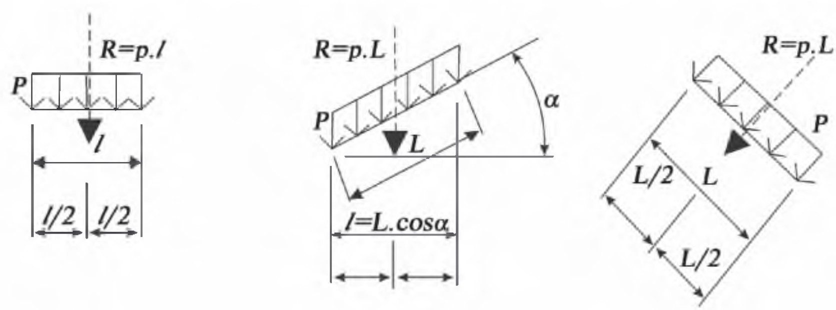
Bunday kuchlarning intensivligi q o‘zgarmas kattalik bo‘ladi. Ularning teng ta’sir etuvchisi:

$$R = P \cdot l$$

ga teng bo‘lib, to‘g‘ri chiziq kesmasining o‘rtasiga qo‘yiladi.



33.1-a rasm



33.1-b rasm

2. To‘g‘ri chiziq kesmasi bo‘yicha chiziqli qonun asosida taqsimlangan kuchlar *(33.2-rasm).*

Bunday kuchlarga suv omborlarida suv bosim kuchining to‘g‘on balandligi bo‘yicha taqsimlanishini misol tariqasida ko‘rsatish mumkin.

Bunday kuchlarning intensivligi q o‘zgaruvchan bo‘lib, noldan maksimal qiymati q_{max} gacha o‘zgaradi.

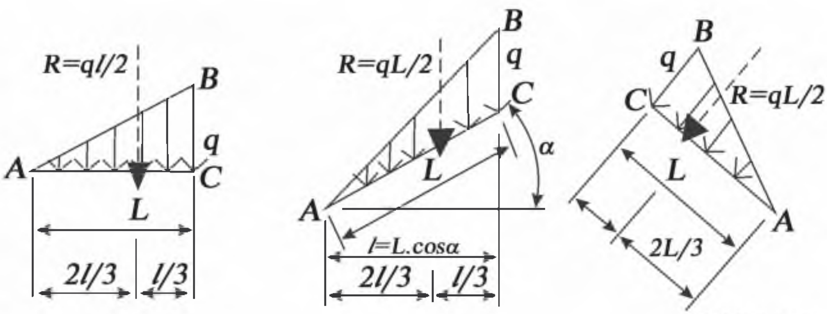
Ularning teng ta’sir etuvchisi:

$$Q=\frac{q_{max}\cdot\alpha}{2}$$

yoki (1)

$$R=q\cdot\frac{L}{2}$$

ga teng bo‘ladi va ABC uchburchakning BC tomonidan $\alpha/3$ masofa uzoqlikdagi nuqtasiga qo‘yiladi.

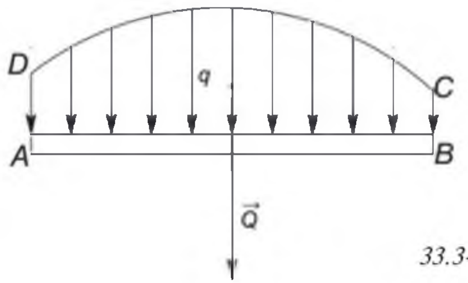


33.2-rasm

Bunday kuchlarga tunellar va boshqa yer osti inshootlariga nisbatan tuproqning bosim kuchini ham misol tariqasida ko‘rsatish mumkin.

3. To‘g‘ri chiziq kesmasi bo‘yicha ixtiyoriy qonun asosida taqsimlangan kuchlar *(33.3-rasm).*

Bunday holda kuchlarning teng ta’sir etuvchisi Q miqdor jihatdan mos masshtabda o‘lchangan $ABCD$ taqsimlangan kuchlar yuzasiga teng bo‘lib, yuzaning og‘irlik markaziga qo‘yiladi.



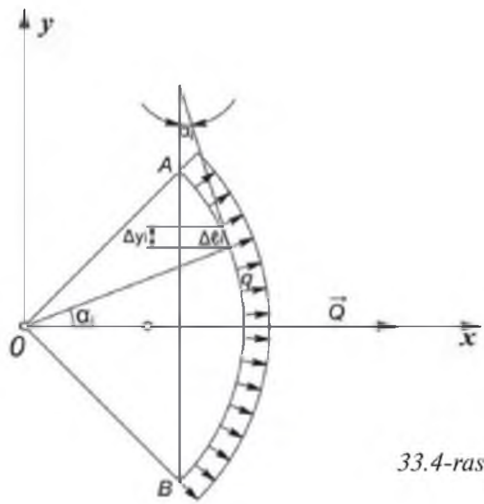
33.3-rasm

4. Aylana yoyi bo'yicha tekis taqsimlangan radial kuchlar *(33.4-rasm)*.

Radial kuchlarga silindrik idish yon devorlariga gidrostatik bosim kuchlarining ta'sirini misol tariqasida ko'rsatish mumkin.

Ox o'qini aylana yoyi *AB* ning simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltirsak, radial kuchlarning *Oy* o'qidagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'ladi.

Shuning uchun bunday kuchlarning teng ta'sir etuvchisi *Q Ox* o'qi bo'ylab yo'naladi va uning miqdori mazkur kuchlarning *Ox* o'qidagi proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi:



33.4-rasm

$$Q=|Q_X|=\sum q \cdot l_i \cos\alpha_i . \qquad (2)$$

Bunda, $q\Delta l_i$ – uzunligi Δl_i ga teng yoy bo‘lakchasiga ta’sir etuvchi kuch, α_i – kuch bilan Ox o‘q orasidagi burchak.

33.4-rasmdan

$$\Delta l_i \cos\alpha_i = \Delta Y_i. \quad (3)$$

Shuning uchun

$$Q = \sum q \cdot \Delta Y_i = q \cdot AB. \quad (4)$$

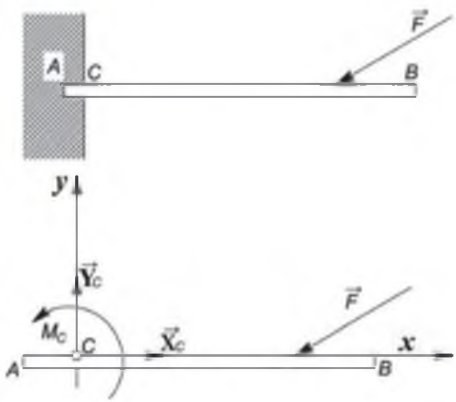
Bunda, AB bilan AB yoyni tortib turuvchi vatar uzunligi belgilangan.

Demak, aylana yoyi bo‘yicha tekis taqsimlangan radial kuchlarning teng ta’sir etuvchisi Q AB yoyni tortib turuvchi AB vatar uzunligining tekis taqsimlangan kuchlar intensivligi q ga ko‘paytmasiga teng bo‘lar ekan.

5. Devorga qistirib mahkamlangan balkaga ta’sir etuvchi taqsimlangan kuchlar *(33.5-rasm)*.

Bino balkonlarining asosi devorga xuddi shunday mahkamlanadi.

AB balkaning AC qismi devorga qistirib mahkamlangan bo‘lsin. AC qismni bog‘lanishdan bo‘shatsak, devorning unga ta’sirini taqsimlangan kuchlar bilan almashtirish zarur.



33.5-rasm

Bu kuchlarni C nuqtaga keltirish natijasida taqsimlangan kuchlarning bosh vektoriga teng bo‘lgan $\vec{R}_C$ kuchga va momenti taqsimlangan kuchlarning bosh momenti M_C ga teng bo‘lgan juftga ega bo‘lamiz. M_C reaksiya juftining momenti deyiladi. $\vec{R}_C$ ning yo‘nalishi aniq bo‘lmagani uchun uni qo‘zg‘almas sharnir reaksiyasi kabi, x va y o‘qlarining musbat yo‘nalishlari bo‘yicha yo‘nalgan tashkil etuvchilardan iborat deb qaraymiz.

Natijada, devorga qistirib mahkamlangan balkaning devorga qisilgan qismidagi reaksiya kuchi balkaning C nuqtasiga qo‘yilgan, yo‘nalishi noma’lum $\vec{R}_C$ reksiya kuchining koordinata o‘qlaridagi tashkil etuvchilari $\vec{X}_c, \vec{Y}_c$ va momenti noma’lum reaktiv juftining momenti M_c ga teng bo‘lgan juftga ekvivalent bo‘lishi aniqlanadi.

X_c, Y_c, M_c lar balkaning muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi.

34-§. Taqsimlangan kuchlar qatnashgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalar

1-masala. Stropilaning ABC simmetrik fermasining bir uchi qo‘zg‘almas A nuqtaga sharnir vositasida biriktirilgan, boshqa B uchi esa g‘altaklar bilan gorizontal silliq tekislikka tayanib turadi. Ferma og‘irligi 100 *kN*. AC tomonga shamol bosimining kuchi ta’sir qiladi. Shamol bosimi kuchi AC tomonga tik va tekis tarqalgan bo‘lib, teng ta’sir etuvchisi 8 *kN*. AB uzunligi 6 m, burchak $CAB=30°$. Tayanchlardagi reaksiyalar topilsin *(34-a rasm).*

Yechish: stropilaning muvozanatini o‘rganamiz. Stropilaga og‘irlik kuchi $\vec{G}$ va shamol bosimi kuchi Q ta’sir etadi. A qo‘zg‘almas va B qo‘zg‘aluvchan sharnirlar stropila uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga ko‘ra, ularning stropilaga ta’sirini, bog‘lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. B qo‘zg‘aluvchan sharnir reaksiyasi $\vec{R}_B$ sharnir harakatlanadigan tekislikka perpendikular yo‘naladi.

Qo‘zg‘almas A sharnir reaksiyasini koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalishi bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Natijada, stropilaga ta'sir etuvchi tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz *(34-b rasm)*.

Hosil bo'lgan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad X_A + Q\sin 30° = 0, \tag{1}$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A - Q\cos 30° - G + R_B = 0, \tag{2}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad -Q \cdot \frac{AC}{2} - G \cdot 3 + R_B \cdot AB = 0. \tag{3}$$

Chizmadan $\dfrac{AC}{2}\cos 30° = \dfrac{AB}{4}$.

Bundan: $\dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB}{4 \cdot \cos 30°} = \dfrac{6}{4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$.

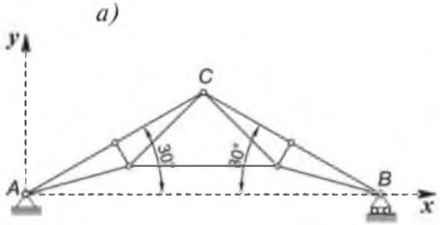
Tenglamalarni yechib, noma'lumlarni aniqlaymiz.

(1) tenglamadan:

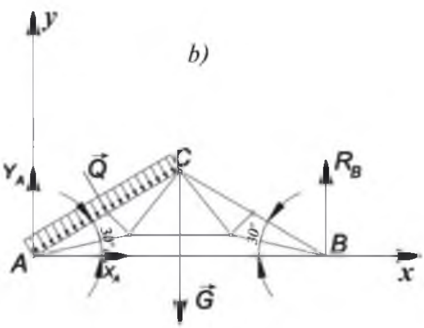
$$X_A = -Q \cdot \sin 30° = -4 \ kN.$$

(3) tenglamadan:

$$R_B = \frac{Q \cdot \dfrac{AC}{2} + G \cdot 3}{6} = \frac{8 \cdot \dfrac{3}{\sqrt{3}} + 100 \cdot 3}{6} = 52{,}3 \ kN.$$



34-a rasm



34-b rasm

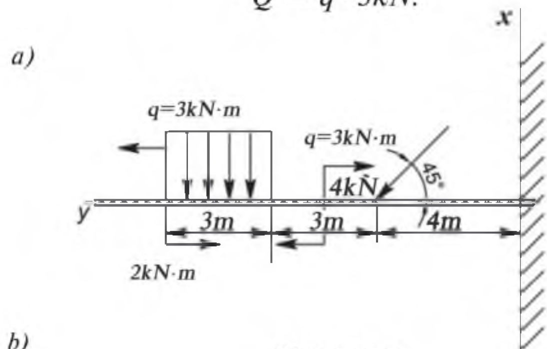
(2) tenglamadan:

$$Y_A = Q \cdot \cos 30° - R_B + G = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 52{,}3 + 100 = 54{,}5\ kN.$$

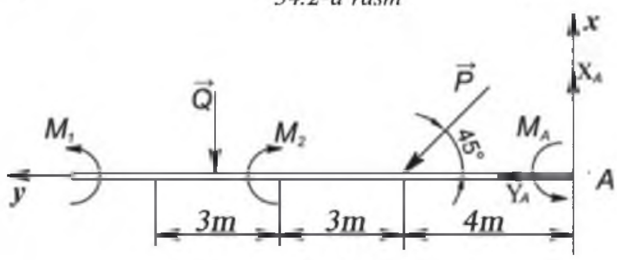
2-masala. Zichligi (intensivligi) $q = 3kN/m$ bo'lgan tekis taqsimlangan kuch, $P = 4\ kN$ bo'lgan kuch va momentlari $M_1 = +2kNm$, $M_2 = -3kNm$ bo'lgan juft kuchlar ta'siridagi konsol balkaning qistirib mahkamlangan uchidagi reaksiya kuchlari aniqlansin *(34.2-a rasm)*.

Yechish: konsol balkaning muvozanatini o'rganamiz. Konsol balkaga ta'sir etuvchi tekis taqsimlangan kuch, $\vec{P}$ kuch va momentlari M_1, M_2 bo'lgan juft kuchlarni ko'rsatamiz. Tekis taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisi Q bilan belgilanadi:

$$Q = q \cdot 3kN.$$



34.2-a rasm



34.2-b rasm

Bu kuch tekis taqsimlangan kuch ta'sir etuvchi konsol balka qismining o'rtasiga qo'yiladi.

Konsol balkaning uchi qistirib mahkamlangan. Devor balka uchun bog'lanish hisoblanadi. Bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra, devorning konsol balkaga ta'sirini bog'lanish reaksiya kuchlari $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ va reaktiv moment M_A bilan almashtiramiz. Natijada, konsol balkaga ta'sir etuvchi tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz *(34.2-b rasm).*

Hosil bo'lgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\sum X_i = 0, \quad X_A - P\sin 145° - Q = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A + P\cos 45° = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad M_A + P\sin 45° \cdot 4 + Q \cdot 8{,}5 - M_2 + M_1 = 0. \qquad (3)$$

Tenglamalarni yechib, noma'lumlarni aniqlaymiz.

(1) tenglamadan

$$X_A = P \cdot \sin 45° + Q = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot 3 = 11{,}8\ kN.$$

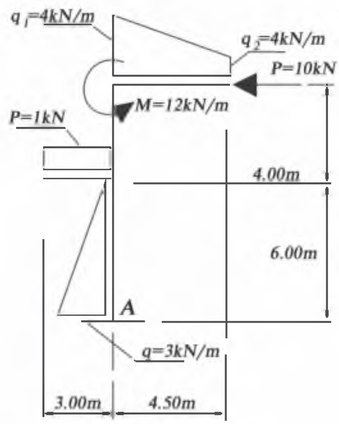
(2) tenglamadan: $Y_A = -P\cos 45° = -4 \cdot 0{,}71 = -2{,}8\ kN,$

$$M_A = M_2 - M_1 - P\sin 45° \cdot 4 = Q \cdot 8{,}5 = 0.$$

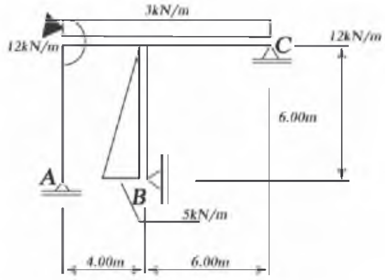
(3) tenglamadan: $-4 \cdot 0{,}71 \cdot 4 - 9 \cdot 9{,}85 = -86{,}9\ kN \cdot m.$

35-§. Talabalarga mustaqil yechish uchun tavsiya etiladigan muammolar

Muammo № 1. Qistirib mahkamlangan balkaning reaksiyalarini aniqlang (*35.1-rasm).*

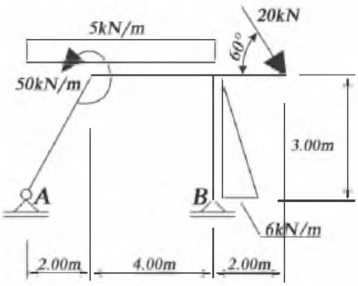


35.1-rasm



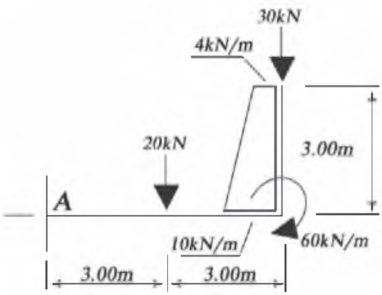
35.2-rasm

Muammo № 2. Berilgan konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlang (*35.2-rasm).*



35.3-rasm

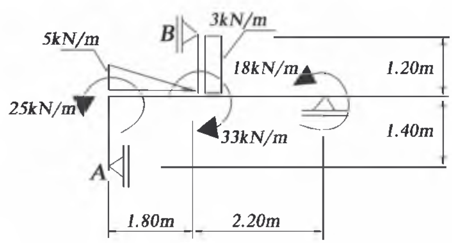
Muammo № 3. Berilgan konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlang (*35.3-rasm).*



35.4-rasm

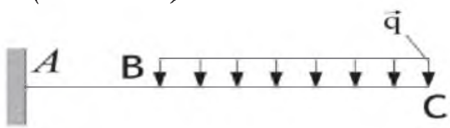
Muammo № 4. Devorga qistirib mahkamlangan konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlang *(35.4-rasm).*

Muammo № 5. Berilgan konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlang (*35.5-rasm*).



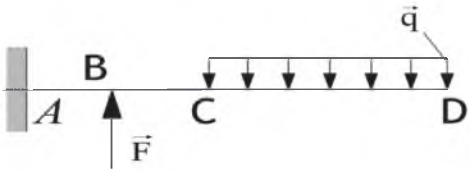
35.5-rasm

Muammo № 6. O‘lchamlari AB =2 m, BC =4 m bo‘lgan devorga qistirib mahkamlangan konsol to‘singa intensivligi qancha miqdorli $\vec{q}$ taqsimlangan kuchlar ta’sir etsa, nA tayanchning reaktiv momenti 400 N/m bo‘ladi? *(35.6-rasm).*



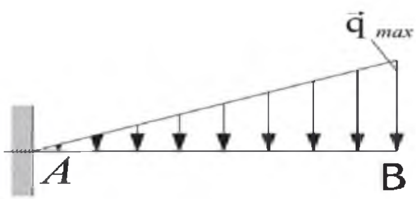
35.6-rasm

Muammo № 7. O‘lchamlari DS =3 m, AB =BC= 1 m bo‘lgan devorga qistirib mahkamlangan konsol to‘singa F kuchi va intensivligi $\vec{q}$ =40N/m li taqsimlangan kuchlar ta’sir etib, A tayanch reaktiv momenti 240N/m bo‘lishi uchun $\vec{F}$ kuchining qiymati qancha bo‘lishi lozim? *(35.7-rasm).*



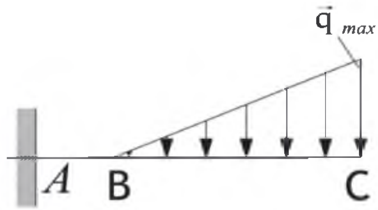
35.7-rasm

Muammo № 8. Uzunligi 3 m bo‘lgan AB to‘sin devorga qistirib, konsol holatda mahkamlangan bo‘lib, unga intensivligi $\vec{q}_{max}$=100 N/m li taqsimlangan kuchlar ta’sir etsa, A tayanchdagi reaktiv momentning qiymatini toping *(35.8-rasm).*



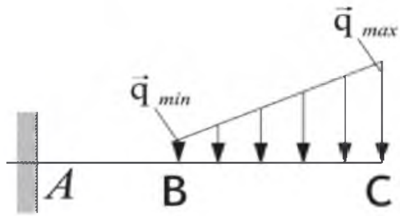
35.8-rasm

Muammo № 9. O‘lchamlari AB= 1 m, AC =4 m bo‘lgan to‘sin devorga qistirib mahkamlangan bo‘lib, unga intensivligi $\vec{q}_{max}$ qanday miqdordagi taqsimlangan kuchlar ta’sir etsa, A tayanchdagi reaktiv momentning miqdori 270 N/m bo‘ladi? *(35.9-rasm).*



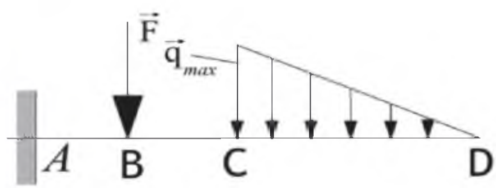
35.9-rasm

Muammo № 10. O‘lchamlari AB=2 *m*, BC=6 *m* bo‘lgan to‘sin devorga qistirib mahkamlangan bo‘lib, unga intensivliklari $\vec{q}_{\max}$ =30 *N/m* va $\vec{q}_{\max}$= 10 *N/m* bo‘lgan taqsimlangan kuchlar ta’sir etsa, *A* tayanchdagi reaktiv momentning miqdorini toping (*35.10-rasm*).



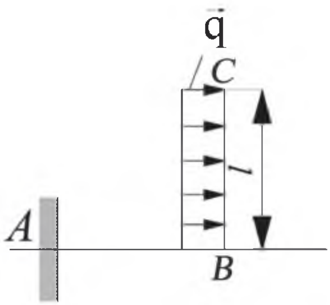
35.10-rasm

Muammo № 11. O‘lchamlari AB = 1 *m*, BC = 2 *m*, CD = 3 *m* bo‘lgan to‘sin devorga qistirib mahkamlangan bo‘lib, unga $\vec{F}$ kuchi va intensivligi $\vec{q}_{\max}$ =20 *N/m* bo‘lgan taqsimlangan kuchlar ta’sir etib, *A* tayanchdagi reaktiv moment 300 *N/m* ga teng bo‘lishi uchun *F* kuchining miqdori qancha bo‘lishi lozim? *(35.11-rasm).*



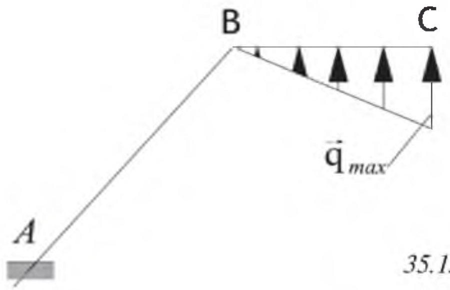
35.11-rasm

Muammo № 12. Qistirib mahkamlangan *ABC* ramkaning BC=l=3 *m* qismiga intensivligi qancha miqdorli taqsimlangan kuchlar ta’sir etsa, *A* tayanchning vertikal reaksiya kuchi 60 *N* bo‘ladi? *(35.12-rasm).*



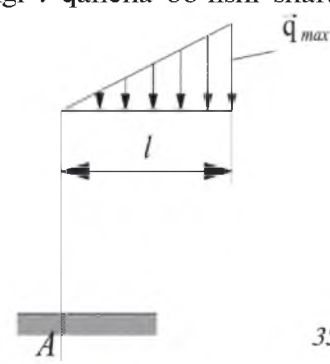
35.12-rasm

Muammo № 13. Qistirib mahkamlangan ramaning l = 1 *m* li qismiga intensivligi $\vec{q}$ qancha bo'lgan taqsimlangan kuchlar ta'sir etsa, *A* tayanchning reaktiv moment*i* M_A=200 N/m ga teng bo'ladi? *(35.13-rasm).*



35.13-rasm

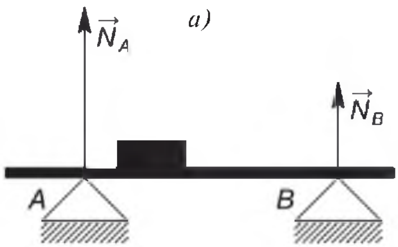
Muammo № 14. Qistirib mahkamlangan kronshteynda intensivligi $\vec{q}_{\max}$ = 1 *N/m* li taqsimlangan kuchlar ta'sir etsa, qistrib mahkamlangan joydagi reaktiv momentning qiymati M_A=3 *N/m* bo'lishi uchun kronshteynning uzunligi *l* qancha bo'lishi shart? *(35.14-rasm).*



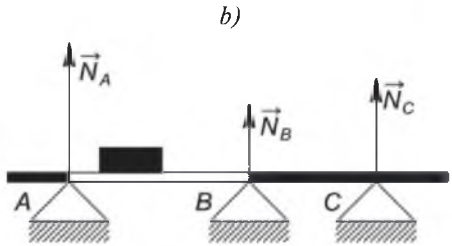
35.14-rasm

36-§. Statik aniq va aniqmas masalalar

Berilgan masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan kam yoki ularga teng bo'lsa, bunday masala statik aniq masala deyiladi *(36.1-a, 36.2-a rasmlar).*

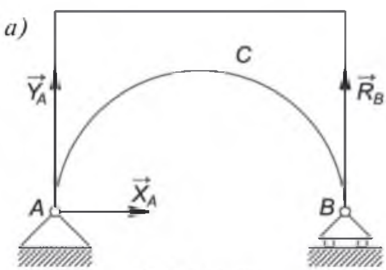


36.1-a rasm

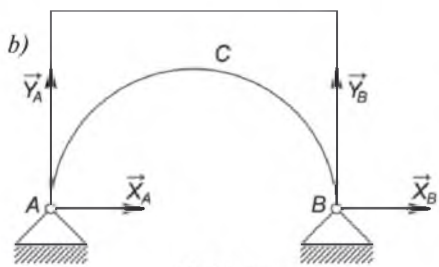


36.1-b rasm

Agar masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, bunday masala statik aniqmas masala deyiladi.



36.2-a rasm



36.2-b rasm

Haqiqatan ham, *36.1-a rasmda* ko'rsatilgan *AB* balka, *A* va *B* tayanchlarga qo'yilgan. Tayanchlarning reaksiyalari $\vec{N}_A$ va $\vec{N}_B$ lar balkaga ta'sir etuvchi parallel kuchlar sistemasining ikkita muvozanat tenglamalarida noma'lum kattaliklar sifatida qatnashadi. Ularning qiymatlari shu tenglamalardan aniqlanadi. Shuning uchun ko'rilgan masala statik aniq masala hisoblanadi.

36.1-b rasmda AB balka *A, C, B* nuqtalarda tayanchlarga qo'yilgan. Ularning reaksiyalari $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$, $\vec{N}_C$ lar soni uchta. Lekin, hosil bo‘lgan parallel kuchlar sistemasi uchun ikkita muvozanat tenglamalari tuziladi. Shuning uchun bu masalada noma’lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan ortiq va u statik aniqmas masala hisoblanadi.

Xuddi shunday mulohazalar asosida, *36.2-a rasmda* ko‘rsatilgan arkaning muvozanatini o‘rganishda, masala statik aniq (bog‘lanishlar reaksiyalari soni uchta: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{R}_B$ tuziladigan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni ham uchta).

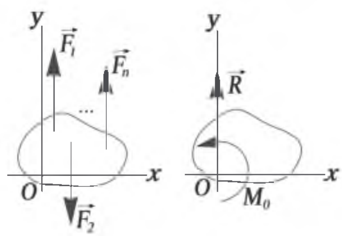
36.2-b rasmda ko‘rsatilgan masala esa statik aniqmas ekanligi ma’lum bo‘ladi (bog‘lanishlar reaksiyalari soni to‘rtta $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ tuziladigan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni uchta).

Nazariy mexanikada statik aniq masalalar yechiladi. Statik noaniq masalalarni yechish usullari materiallar qarshiligi va qurilish mexanikasi fanlarida o‘rganiladi.

37-§. Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasining muvozanat shartlari

Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi deb ta’sir chiziqlari parallel bo‘lgan va bir tekislikda yotgan kuchlar sistemasiga aytiladi.

Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi ham bir markazga keltirishda kuchlar sistemasining bosh vektoriga teng bo‘lgan $\vec{R}$ kuch va momenti, kuchlar sistemasining keltirish markaziga nisbatan bosh momentiga teng bo‘lgan juft kuchga keltiriladi *(37.1-rasm)*.



37.1-rasm

Tekislikda joylashgan parallel kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti analitik usulda quyidagicha aniqlanadi:

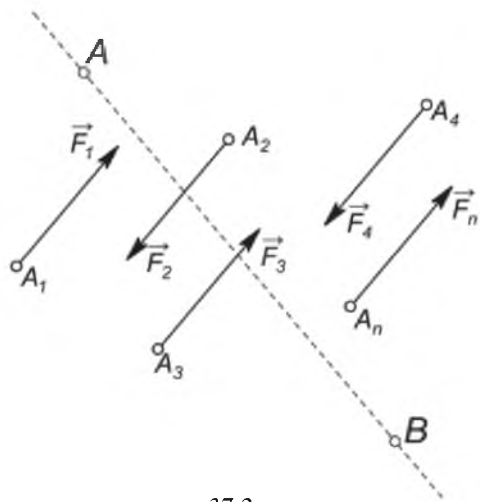
$$R = \sum Y_k,$$

$$M = M_0 = \sum M_0(\vec{F}_k). \qquad (37.1)$$

Oy o‘qini kuchlarning ta’sir chizig‘iga parallel ravishda yo‘naltiramiz *(37.1-rasm)*. Bunday holda har bir kuchning *Ox* o‘qidagi proyeksiyasi nolga teng bo‘ladi. Shuning uchun (29.3)ning birinchi tenglamasi ayniyatga aylanadi.

Natijada, tekislikdagi parallel kuchlarning muvozanat shartlari quyidagicha yoziladi:

$$\sum Y_i = 0, \ \sum M_0(\vec{F}_i) = 0. \qquad (37.2)$$



37.2-rasm

Demak, *tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘lishi uchun kuchlarning ularga parallel bo‘lgan o‘qdagi proyeksiyalarining algebraik yig‘indisi va shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan hisoblangan momentlarining algebraik yig‘indisi alohida-alohida bir vaqtda nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir.*

Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi muvozanatining *37.2-rasmdan* kelib chiqadigan quyidagi shartlari ham mavjud:

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_i) = 0. \qquad (37.3)$$

Bunda A va B nuqtalar kuchlar ta'sir chiziqlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqda yotmasligi kerak.

38-§. Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalarni yechish uchun uslubiy ko'rsatmalar

Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasining muvozanatiga doir masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi:

1. Muvozanati o'rganilayotgan jism (yoki nuqta) aniqlanadi.
2. Koordinatalar sistemasi tanlab olinadi.
3. Jismga ta'sir etuvchi kuchlar ko'rsatiladi.
4. Jismni bog'lanishlardan bo'shatib, ularning ta'sirlari bog'lanish reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.
5. Muvozanati o'rganilayotgan jism berilgan kuchlar va bog'lanishlar reaksiya kuchlari ta'siridagi erkin jism deb qaraladi.
6. Berilgan masala statik aniq masala ekanligi tekshiriladi, ya'ni masaladagi algebraik noma'lum kattaliklar soni uchtadan oshmasligi aniqlanadi.
7. Koordinata o'qlarining boshi, yo'nalishi va moment hisoblanadigan nuqta (yoki nuqtalar) tanlanadi.
8. Qattiq jismga qo'yilgan tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalari tuziladi.
9. Tuzilgan muvozanat tenglamalari yechiladi va noma'lum kattaliklar aniqlanadi.

Muvozanat tenglamalarini tuzishda har bir tenglamada faqat bittadan noma'lum kattalik qatnashishiga e'tibor berish lozim. Chunki bunda har bir noma'lum kattalik bevosita shu noma'lum kattalik qatnashgan tenglamani yechish orqali aniqlanadi. Bunday hol masalani yechishni soddalashtiradi. Buning uchun koordinata o'qlarini shunday o'tkazish lozimki, bunda ba'zi noma'lum kuchlar o'qqa perpendikular holda yo'nalgan bo'lsin. Bunday holda ularning mazkur o'qdagi proyeksiyalari nolga teng bo'ladi.

Moment hisoblanadigan nuqta sifatida, odatda, ikki noma'lum kuchning ta'sir chiziqlari kesishadigan nuqtani olish maqsadga muvofiq bo'ladi. Bu hol tuziladigan momentlar tenglamasidan bevosita uchinchi noma'lum kuchni aniqlashga imkon beradi.

Agar masalada bog‘lanish reaksiyasining yo‘nalishi aniq bo‘lmasa, uni koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalish bo‘ylab yo‘nalgan tashkil etuvchilarga ajratish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Hisoblash natijasida kuchning miqdori manfiy ishorali chiqsa, bu hol mazkur kuchning yo‘nalishi dastlab chizmada ko‘rsatilgan yo‘nalishiga teskari ekanligidan darak beradi.

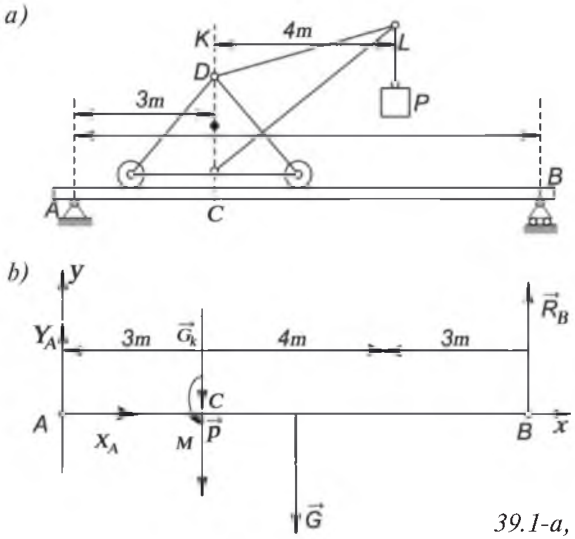
39-§. Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalar

1-masala. Uzunligi 10 *m* bo‘lgan *AB* balka ustiga yuk ko‘taradigan kran uchun yo‘l solingan. Kranning og‘irligi $G_K = 50\ kN$ bo‘lib, uning og‘irlik markazi *CD* o‘qda yotadi. *R* yukning og‘irligi 10 *kN*; *AB* balkaning og‘irligi $G = 30\ kN$; kranning *KL* qulochi uzunligi 4 *m*, $AC = 3\ m$. Kranning *DL* strelkasi balka bilan bir vertikal tekislikda bo‘lgan hol uchun *A* va *B* nuqtalardagi tayanchlar reaksiyalari topilsin. *(39.1-a rasm).*

Yechish: *AB* balkaning muvozanatini o‘rganamiz. Balkaga kran og‘irligi $\vec{G}_K$, balka og‘irligi $\vec{G}$, yuk og‘irligi $\vec{P}$ ta’sir etadi. *A* va *B* nuqtalardagi tayanchlar balka uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga ko‘ra tayanchlarning balkaga ta’sirini tayanchlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Tayanchlar reaksiya kuchlari *A* va *B* nuqtalarga qo‘yilgan bo‘lib, qo‘zg‘almas *A* sharnir reaksiyasini $\vec{Y}_A, \vec{X}_A$ tashkil etuvchilarga ajratamiz *B* qo‘zg‘aluvchan sharnir reaksiyasini R_B kuch bilan ifodalaymiz.

Kranning og‘irligi *CD* o‘qda yotishi tufayli kranga osilgan $\vec{P}$ yukni ham *My* o‘qqa kiritamiz. Buning uchun $\vec{P}$ kuchni *CD* o‘qqa ko‘chirib, momenti $M = P \cdot 4$ bo‘lgan juftni qo‘shamiz. Natijada, $\vec{Y}_B, \vec{X}_C, \vec{G}_k, \vec{P}, G_k, R_B$ *(39.1-b rasm).*

Hosil bo‘lgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun koordinata boshi sifatida *A* nuqtani tanlab, *Ax* o‘qini balka bo‘ylab, *Ay* o‘qini unga perpendikular holda vertikal yuqoriga yo‘naltiramiz.



39.1-a, b rasm

Bunday holda:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, \quad X_A = 0, \\ \sum Y_i = 0, \quad Y_A - G_K - P - G + R_B = 0, \\ \sum M_A(\vec{F}_i) = 0 - G_K \cdot 3 - P \cdot 3 + M - G \cdot 5 + R_B \cdot 10 = 0. \end{cases}$$

Muvozanat tenglamalarni yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

(1) tenglamadan:

$$X_A = 0.$$

(3) tenglamadan:

$$R_B = \frac{P \cdot 3 - M + G \cdot 5 + G_K \cdot 3}{10} = \frac{10 \cdot 3 - 40 + 30 \cdot 5 + 50 \cdot 3}{10} =$$

$$\frac{30 - 40 + 150 + 150}{10} = \frac{290}{10} = 29kN.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_A = G_K + P + G - R_B = 30 + 10 + 50 - 29 = 90 - 29 = 61\ kN.$$

2-masala. *AC* gorizontal balkaning *B* va *C* tayanchlar oralig‘ida *q N/m* intensivlikdagi yuk tekis taqsimlangan; *AB* uchastkada yukning intensivligi chiziqli qonun bilan nolgacha kamayadi. Balkaning og‘irligini hisobga olmay, *B* va *C* tayanchlar reaksiyalari aniqlansin *(39.2-a rasm).*

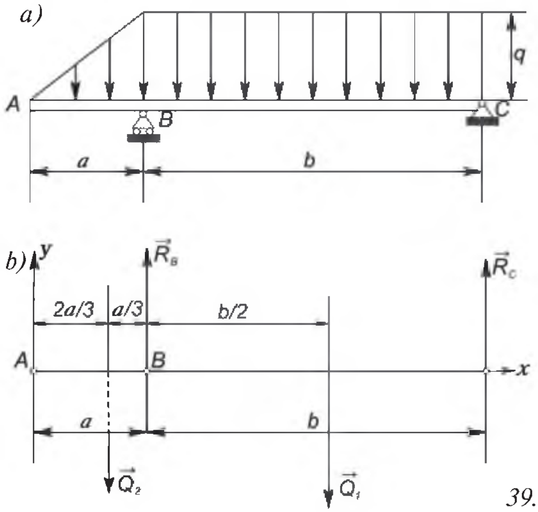
Yechish: *AC* balkaning muvozanatini o‘rganamiz. Balkaning *BC* qismiga ta’sir etuvchi tekis taqsimlangan yukning teng ta’sir etuvchisini aniqlaymiz:

$$Q_1 = q \cdot b.$$

Balkaning *AB* qismiga ta’sir etuvchi taqsimlangan yukning teng ta’sir etuvchisi quyidagicha aniqlanadi:

$$Q_2 = \frac{a \cdot q}{2}.$$

$\vec{Q}_1$ kuch *BC* qismning o‘rtasiga, $\vec{Q}_2$ kuch esa *B* nuqtadan *A* nuqta tomon $\frac{a}{3}$ masofa uzoqlikda yotuvchi *D* nuqtaga quyiladi. *B* va *C* tayanchlar balka uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Bog‘lanishlardan bo‘shatish prinsipiga ko‘ra ularning balkaga ta’sirini bog‘lanishlar — tayanchlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.



39.2-a, b rasmlar

Tayanchlarning reaksiya kuchlari $\vec{R}_B$, $\vec{R}_C$ balkaning B va C nuqtalariga qo'yiladi va balkaga perpendikular holda yo'naladi.

Natijada, balkaga ta'sir etuvchi parallel ($\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$, $\vec{R}_B$, $\vec{R}_C$) kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz *(39.2-b rasm).*

Hosil bo'lgan kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun koordinata boshi sifatida A nuqtani tanlab, A_x o'qini AC balka bo'ylab gorizontal, A_y o'qini unga perpendikular holda yo'naltiramiz. Bunday holda:

$$\sum Y_i = 0, \quad -Q_2 + R_B - Q_1 + R_C = 0, \tag{1}$$

$$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \quad Q_2 \cdot \frac{a}{3} - Q_1 \cdot \frac{b}{2} + R_C \cdot B = 0. \tag{2}$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

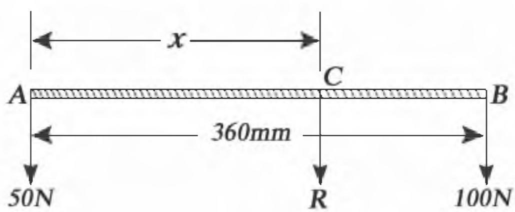
(2) tenglamadan:

$$R_C = \frac{Q_1 \cdot \frac{b}{2} - Q_2 \cdot \frac{a}{3}}{b} = q\frac{(3b^2 - a^2)}{6b}.$$

(1) tenglamadan:

$$R_B = Q_2 + Q_1 - R_C = \frac{q \cdot a}{2} + qb - \frac{q}{6b}(3b^2 - a^2).$$

3-masala. Uzunligi 360 *mm* bo'lgan sterjenning A va B nuqtalariga miqdori 50 N va 100 N bo'lgan parallel kuchlar qo'yilgan. Kuchlarning teng ta'sir etuvchisini va uning qo'yilgan nuqtasini aniqlang *(39.3-rasm).*



39.3-rasm

Yechish: sterjenga qo'yilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi ularning arifmetik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$R=50+100=150 \ N.$$

Agar teng ta'sir etuvchi kuchning qo'yilgan nuqtasini sterjenning A uchidan x *mm* masofa orqali aniqlanishini e'tiborga olsak, sterjenga qo'yilgan kuchlarning muvozanat shartini ifodalovchi tenglamadan teng ta'sir etuvchi kuchning qo'yilgan nuqtasi quyidagicha aniqlanadi:

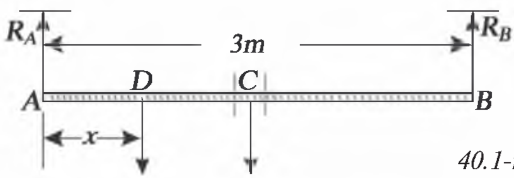
$$\sum M_C(\vec{F}_C) = 0, \quad 50 \cdot x - 100(360 - x) = 0$$

$$150x=36000$$

$$x=\frac{3600}{150}=240 \ mm.$$

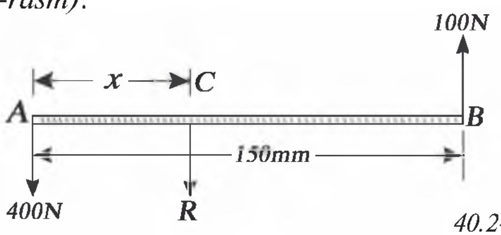
40-§. Mustaqil o'rganish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

Muammo № 1. Og'irligi 400 N va uzunligi 3 m bo'lgan balka gorizontal holatda 2 arqon yordamida ushlab turiladi. Arqonlar uzilmasligi uchun og'irligi D=200 N bo'lgan jism balkaning qaysi nuqtasiga qo'yilishi kerak? Arqonlarda yuzaga kelishi mumkin bo'lgan maksimal taranglik kuchi 350 N ga teng *(40.1-rasm)*.



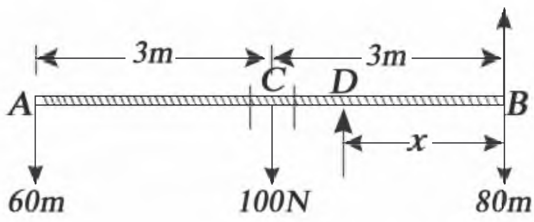
40.1-rasm

Muammo № 2. Jismning A va B nuqtalariga o'zaro parallel va qarama-qarshi qo'yilgan kuchlar mos ravishda 400 N va 100 N ga teng. Kuchlarning teng ta'sir etuvchisi va uning qo'yilgan nuqtasini aniqlang *(40.2-rasm)*.



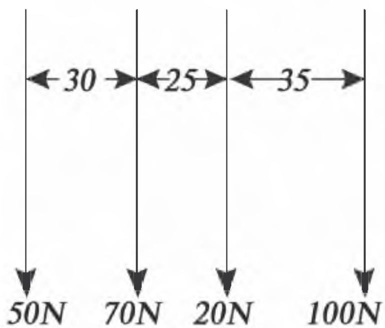
40.2-rasm

Muammo № 3. Uzunligi 6 *m* va og'irligi 100 *N* bo'lgan bir jinsli balkaning *A* va *B* nuqtaqlariga 60 *N* va 80 *N* kuchlar qo'yilgan. Balkaning *C* nuqtasiga 100 *N* kuch qo'yilgan. Balka gorizontal holatda bo'lishi uchun *D* nuqtaga qo'yiladigan tayanch o'rni aniqlansin *(40.3-rasm).*



40.3-rasm

Muammo № 4. *40.4-rasmda* ko'rsatilgan parallel kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi va uning qo'yilish nuqtasini grafik usulda aniqlang.



40.4-rasm

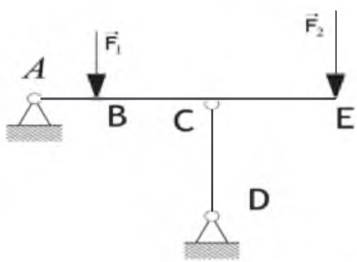
Muammo № 5. Uzunligi 200 mm bo'lgan sterjenning uchlariga kattaligi 10 *N* va 30 *N* bo'lgan kuchlar ta'sir etadi. Teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori va qo'yilish nuqtasi aniqlansin.

Muammo № 6. Teng ta'sir etuvchisi 200 *N* bo'lgan 2 ta parallel va miqdori bir xil bo'lgan kuchlardan biri teng ta'sir etuvchi kuchdan 60 *mm* masofa uzoqlikka qo'yilgan. Kuchlar qo'yilgan nuqtalar orasidagi masofa 240 *mm.* Parallel kuchlar miqdori aniqlansin.

Muammo № 7. A sharnir yordamida mahkamlangan BC brusga $\vec{F}_1 = 4kN$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ta'sir etib, u muvozanatda bo'lsa, masofalarni AC=2 m, AB=6 m hisoblab, $\vec{F}_2$ kuchning miqdorini kN larda aniqlang *(40.5-rasm)*.

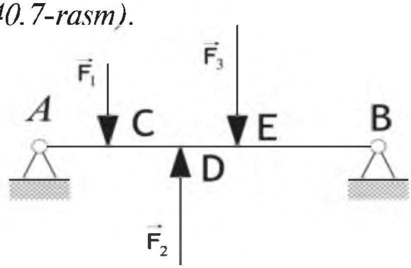
40.5-rasm

Muammo № 8. A E to'sin qo'zg'almas A sharnir va vertikal CD sterjen yordamida mahkamlangan bo'lib, unga $\vec{F}_1$ =2kN va $\vec{F}_2$=4 kN kuchlar ta'sir etadi. Agar to'sinning o'lchamlari AC=2 m, BC=CE=1 m bo'lsa, CD sterjenda hosil bo'layotgan zo'riqishni kN larda aniqlang *(40.6-rasm)*.



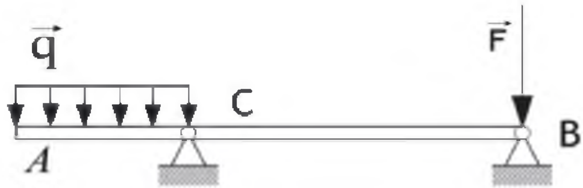
40.6-rasm

Muammo № 9. AB to'singa vertikal $\vec{F}_1$= 1kN, $\vec{F}_2$=2kN va $\vec{F}_3$=3kN kuchlar ta'sir etadi. Agar uning o'lchamlari AC=CD= =DE=1 m, BE =2 m bo'lsa, B tayanchning reaksiya kuchini kN larda aniqlang *(40.7-rasm)*.



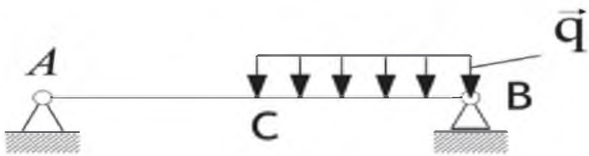
40.7-rasm

10-muammo. *AB* to‘singa vertikal $\vec{F}$ = 5 *kN* kuch va intensivligi $\vec{q}$ =4 *kN/m* bo‘lgan taqsimlangan kuchlar ta’sir etadi. Agar uning o‘lchamlari *AC* = 3 *m* va *BC* = 6 m bo‘lsa, *B* tayanchdagi reaksiya kuchini *kN* da toping *(40.8-rasm).*



40.8-rasm

11-muammo. Og‘irligi *G* = 20 *kN* bo‘lgan bir jinsli *AB* to‘singa intensivligi $\vec{q}$ =0,5 *kN/m* bo‘lgan taqsimlangan kuchlar ta’sir etadi. Agar uning o‘lchamlari *AB* = 36 *m* va *AC* = *BC* bo‘lsa, *A* tayanch reaksiyasini *kN* da toping *(40.9-rasm).*



40.9-rasm

41-§. Bir tekislikda yotuvchi bir necha jismdan tashkil topgan sistemaning muvozanatiga oid masalalar

1-masala. Bir xil uzunlikdagi ikkita bir jinsli brus o‘zaro *C* sharnir bilan, shuningdek, *A* va *B* nuqtada ham sharnir vositasida tayanchlarga biriktirilgan. Har qaysi brusning og‘irligi *P* ga teng. *C* nuqtada *Q* yuk osilgan. Masofa *AB* = *d*. *C* nuqtadan *AB* gorizontal to‘g‘ri chiziqchaga bo‘lgan masofa *b* ga teng. *A, B* va *C* sharnirlarning reaksiyalari aniqlansin *(41.1-a rasm).*

Yechish: bir xil uzunlikdagi ikki jismdan iborat butun sistemaning muvozanatini o‘rganamiz. Sistemaga har qaysi brusning og‘irligi

P ga teng kuchlar va C nuqtaga qo‘yilgan $\vec{Q}$ kuch ta’sir etadi. Har qaysi brusning og‘irlik kuchi brus markaziga qo‘yiladi. A va B sharnirli tayanchlar sistema uchun bog‘lanishlar hisoblanadi. Ularning sistemaga ta’sirini bog‘lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. A va B sharnirli tayanchlar reaksiyalarining yo‘nalishi oldindan ma’lum bo‘lmaganligi uchun ularning koordinata o‘qlarini musbat yo‘nalishi bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{X}_A \vec{Y}_A$, $\vec{X}_B \vec{Y}_B$ tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Natijada, sistemaga ta’sir etuvchi bir tekislikda ixtiyoriy joylashgan $(\vec{P},\ \vec{P}, \vec{Q},\ \vec{X}_A, \vec{Y}_A,\ \vec{X}_B, \vec{Y}_B)$ kuchlar sistemasiga ega bo‘lamiz *(41.1-b rasm).*

Hosil bo‘lgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun koordinata boshi sifatida A nuqtani tanlab, A_x o‘qni gorizontal, A_y o‘qni vertikal yo‘naltiramiz. Momentlar tenglamasini tuzish uchun momentlar markazi sifatida A nuqtani olamiz. Bunday holda:

$$\sum X_i = 0, \quad X_A + X_B = 0, \tag{1}$$

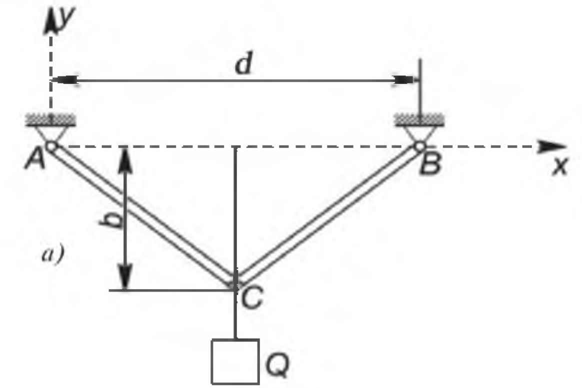
$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A + Y_B - P - P - Q = 0, \tag{2}$$

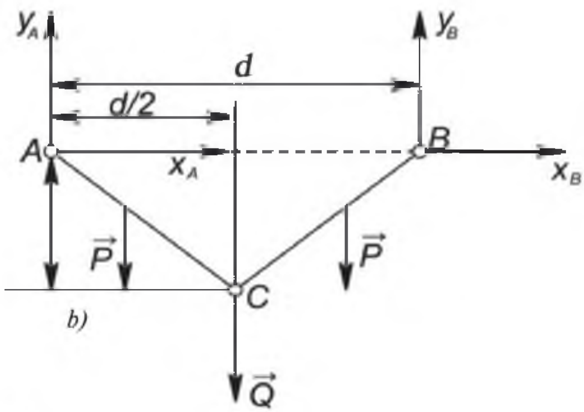
$$\sum M_A(\vec{F}_i), \qquad Y_B \cdot d - P \cdot \frac{d}{4} - P \cdot \frac{3}{4} d - Q \frac{d}{2} = 0. \tag{3}$$

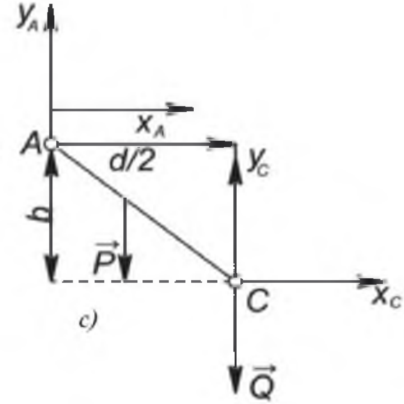
Aniqlanishi lozim bo‘lgan, tuzilgan muvozanat tenglamalarida qatnashayotgan noma’lumlar soni to‘rtta. Masalani yechish uchun to‘rtinchi muvozanat tenglamasi ham kerak. Bu tenglamani tuzish uchun sistema qismlaridan biri (AC qism)ning muvozanatini ham o‘rganamiz.

Bunda C ichki sharnir reaksiya kuchlari $\vec{X}_C$ va $\vec{Y}_C$ ni ajratib olingan qism uchun tashqi kuchlar qatoriga kiritamiz *(41.1-c rasm).*

To‘rtinchi muvozanat tenglamasini tuzish uchun C nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz (tenglamada $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$







41.1-a, b, c rasmlar

kuchlar momentlari qatnashmaydi, masala shartida C sharnir reaksiyasini topish talab etilmagan):

$$\sum M_C(\vec{F}_i)=0, \qquad -Y_A\cdot\frac{d}{2}-X_A\cdot b+P\frac{d}{4}=0. \tag{4}$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.

(1) tenglamadan:

$$X_A=-X_B \text{ yoki } X_B=-X_A.$$

(3) tenglamadan:

$$Y_B=\frac{P\cdot\frac{d}{4}+\frac{3pd}{4}+Qd}{d}=\frac{Pd+\frac{Qd}{2}}{d}=P+\frac{Q}{2}.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_A=-Y_B+2P+Q=-\left(P+\frac{Q}{2}\right)+2P+Q=P+\frac{Q}{2}.$$

(4) tenglamadan:

$$X_A=\frac{-Y_A\cdot\frac{d}{2}+P\frac{d}{4}}{b}=\frac{-(P+\frac{Q}{2})\frac{d}{2}+P\frac{d}{4}}{b}=-\frac{d}{4b}(2P+Q).$$

$$X_B=\frac{d}{4b}(2P+Q).$$

2-masala. Ikki qismdan iborat konstruksiyaning tayanch reaksiyalari aniqlansin *(41.2-a rasm).*

Berilgan: $P_1=10\ kN,\ P_2=8\ kN,\ M=25\ kN\cdot m,\ q=1{,}8\frac{kN}{m}.$

Yechish: konstruksiya har bir qismining muvozanatini o'rganamiz. Konstruksiyaning AC qismiga intensivligi q bo'lgan tekis taqsimlangan kuch va $\vec{P}_1$ kuch ta'sir etadi. Konstruksiyaning A uchi qistirib mahkamlangan C nuqtada ichki sharnirga tayanadi. Bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra, devorning unga qistirib mahkamlangan balkaning A uchiga ta'siri bog'lanishlar reaksiyalari bilan almashtiriladi: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ reaksiya kuchlari va moment M_A bo'lgan reaktiv moment *(41.2-b rasm).*

C ichki sharnir reaksiya kuchlari $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ kuchlar orqali ifodalanadi *(41.2-c rasm).*

Koordinata boshi sifatida A nuqtani tanlab, A_x o'qini gorizontal, A_y o'qini vertikal yuqoriga yo'naltiramiz. Konstruksiyaning mazkur qismi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad X_A + X_C - P_1 \cos 45° = 0, \tag{1}$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A - Q - P_1 \cos 45° + Y_C = 0, \tag{2}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \; M_A + Q \cdot 1 + P_1 \cdot \cos 45° \cdot 2 + Y_C \cdot 2 - X_C \cdot 3 = 0. \tag{3}$$

Konstruksiya CB qismining muvozanatini o'rganamiz. Konstruksiyaning bu qismiga P_2 kuch va momenti M bo'lgan juft kuch ta'sir etadi. U A nuqtada qo'zg'aluvchan sharnirga, C nuqtada ichki sharnirga tayanadi. Bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga ko'ra, bog'lanishlarning jismga ta'siri bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi: A qo'zg'aluvchan sharnir reaksiyasi $\vec{R}_A$ sharnir harakatlanadigan tekislikka perpendikular holda yo'naladi, C ichki sharnir reaksiyasi $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ tashkil etuvchi kuchlar orqali ifodalanadi *(41.2-d rasm).*

Koordinata boshi sifatida C nuqtani olib, koordinata o'qlarini *41.2-d rasmda*gidek o'tkazamiz.

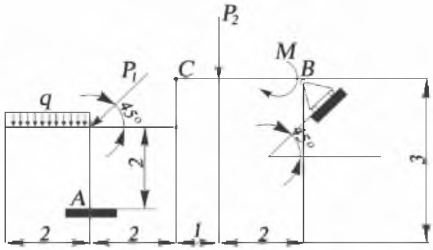
Konstruksiyaning mazkur qismi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -X''_C - R_B \cos 45° = 0, \tag{4}$$

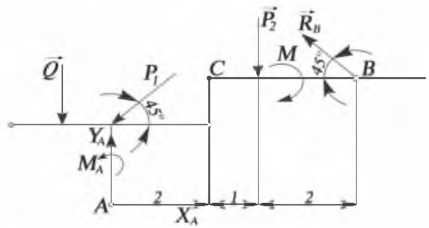
$$\sum Y_i = 0, \quad -Y''_C + R_B \sin 45° - P_2 = 0, \tag{5}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_i) = 0, -M - P_2 \cdot 1 + R_B \sin 45° \cdot 3 = 0. \tag{6}$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum kattaliklarni aniqlaymiz.



41.2-a rasm



41.2-b rasm

6) tenglamadan:

$$R_B=\frac{M+P_2\cdot 1}{3\cdot\sin 45^\circ}=\frac{25+8\cdot 1}{3\cdot 0,71}=15,5\ kN.$$

(5) tenglamadan:

$$Y''_C = R_B\cdot\sin 45^\circ - P_2 = 11-8=3\ kN.$$

(4) tenglamadan:

$$X''_C = -R_B\cdot\cos 45^\circ = -15,5\cdot 0,71 = -11\ kN.$$

(1) tenglamadan:

$$X_A = -X_C + P\cdot\cos 45^\circ = 11+10\cdot 0,71 = 18,1\ kN.$$

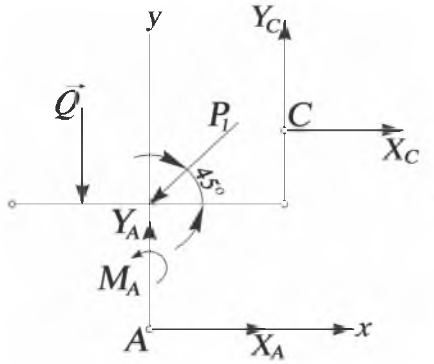
(2) tenglamadan:

$$Y_A = Q + P_1\cdot\cos 45^\circ - Y_C = 3,6+10\cdot 0,71-3 = 7,7\ kN.$$

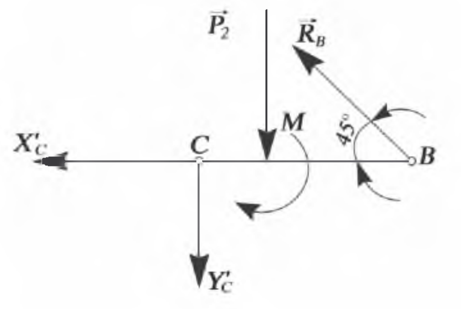
(3) tenglamadan:

$$M_A = -Q\cdot 1 - P_1\cdot\cos 45^\circ\cdot 2 - Y_C\cdot 2 + X_C\cdot 3 =$$
$$= -3,6-10\cdot 0,71\cdot 2-6-33 = -56,8\ kN.$$

Bajarilgan hisoblashlarning to‘g‘riligiga ishonch hosil qilish uchun konstruksiyani bir butun deb qarab, muvozanat tenglamalarini tuzamiz *(41.2-b rasm)*. Noma’lumlarning aniqlangan qiymatlari tuziladigan tenglamalarni qanoatlantirishi lozim.



41.2-c rasm



41.2-d rasm

$$\sum X_i = 0, \quad X_A - P_1\cos 45^\circ - R_B\cos 45^\circ = 0,$$
$$18{,}1 - 10\cdot 0{,}71 - 15{,}5\cdot 0{,}71 = 0,$$
$$18{,}1 - 18{,}1 = 0.$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A - Q - P_1\cos 45^\circ - P_2 + R_B\cos 45^\circ = 0,$$
$$7{,}7 - 3{,}6 - 10\cdot 0{,}71 - 8 + 15{,}5\cdot 0{,}71 = 0,$$
$$18{,}7 - 18{,}7 = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad Q\cdot 1 + P_1\cos 45^\circ\cdot 2 - P_2\cdot 3 + R_B\cos 45^\circ\cdot 5 + R_B\cos 45^\circ\cdot 3 + M_A - M = 0,$$
$$3{,}6 + 14{,}2 - 24 + 55 + 33 - 56{,}8 - 25 = 0,$$
$$105{,}5 - 105{,}8 = 0.$$

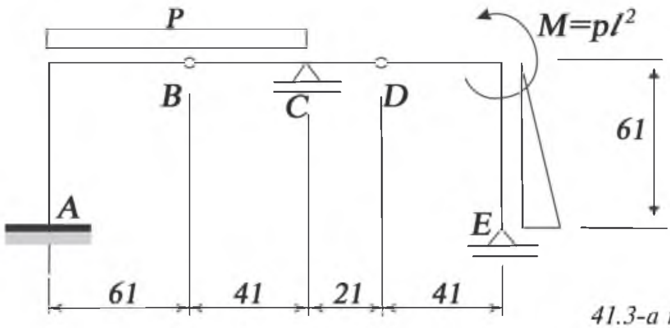
Hisoblashlar tayanch reaksiyalarining to‘g‘ri aniqlanganidan darak beradi.

3-masala. Rasmda ko‘rsatilgan murakkab konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini va uni tashkil qiluvchi jismlarning bir-birlariga ko‘rsatadigan ta’sir kuchlari – ichki kuchlar aniqlansin *(41.3-a rasm).*

Yechish:

1. Konstruksiyaning statik aniqlangan ekanligini tekshiramiz.

Konstruksiya *AB, BD* va *DE* qismlardan iborat. Konstruksiya *A* nuqtada yerga qistirib mahkamlangan. *C* va *E* nuqtalarda qo‘zg‘aluvchan sharnirlarga tayanadi. *B* va *D* sharnirlar ichki sharnirlar bo‘lib, ular vositasida konstruksiya qismlari o‘zaro ta’sir etadi.



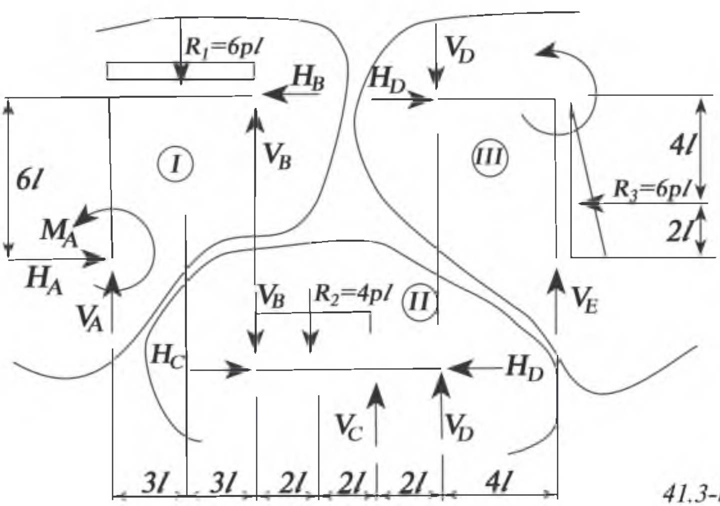
41.3-a rasm

Konstruksiyadagi noma'lum tashqi va ichki kuchlar soni 9 ta, muvozanat tenglamalari soni ham 3·3=9 ta.

Demak, berilgan murakkab konstruksiya statik aniqlangan ekan.

2. Konstruksiyaga qo'yilgan tashqi kuchlarni ko'rsatamiz.

Konstruksiyani bog'lanishlardan ozod etib, ularning ta'sirlarini bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Konstruksiyani *B* va *D* nuqtalarda qismlarga ajratamiz. Ichki sharnirlar reaksiya kuchlari juft-juft holda miqdor jihatdan teng bo'lib, bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi. Konstruksiyaga qo'yilgan tashqi kuchlar, bog'lanishlar reaksiya kuchlari va ichki sharnirlar reaksiya kuchlari rasmda ko'rsatilgan *(41.3-b rasm)*.



41.3-b rasm

3. Konstruksiya har bir qismining muvozanatini o'rganamiz.

Konstruksiya *AB* qismi uchun muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\sum X_i = 0, \qquad H_A - H_B = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \qquad V_A - 6pl + V_B = 0,$$
$$\sum M_{Ai} = 0, \qquad M_A - 6pl \cdot 3l - V_B \cdot 6l + H_B \cdot 6l = 0.$$

Konstruksiyaning *BD* qismi uchun muvozanat tenglamalari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\sum X_i = 0, \qquad H_B - H_D = 0,$$
$$\sum M_{Bi} = 0, \quad -4pl \cdot 2l + V_C \cdot 4l + V_D \cdot 6l = 0,$$
$$\sum M_{Ci} = 0, \quad V_B \cdot 4l + 4pl \cdot 2l + V_D \cdot 2l = 0.$$

Konstruksiyaning *DE* qismi uchun muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\sum X_i = 0, \qquad H_D - 6pl = 0,$$
$$\sum M_{Di} = 0, \quad 8pl^2 - 6pl \cdot 4l + V_E \cdot 4l = 0,$$
$$\sum M_{Ei} = 0, \quad V_D \cdot 4l + H_D \cdot 6l + 8pl^2 + 6pl \cdot 2l = 0.$$

4. Muvozanat tenglamalarini yechib, barcha noma'lum kuchlarni aniqlaymiz:

$$H_D = 6pl,$$
$$V_E = 4pl,$$
$$V_D = 4pl,$$
$$H_B = 6pl,$$
$$V_C = -4pl,$$
$$V_B = -4pl,$$
$$H_A = 6pl,$$
$$V_A = 10pl,$$
$$M_A = 6pl^2.$$

Bajarilgan hisoblashlarning tog'riligiga ishonch hosil qilish uchun konstruksiyaning har bir qismi uchun uning muvozanatini o'rganishda foydalanmagan muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Tenglamada qatnashayotgan kuchlar qiymatlari tenglamani qanoatlantirishi lozim. Shunda tenglamada qatnashayotgan kuchlarning qiymatlari to'g'ri aniqlangan bo'ladi.

Masalan, konstruksiyaning *AB* qismi uchun:

$$\sum M_{Bi}=0, \quad M_A + H_A \cdot 6l - V_A \cdot 6l + 6pl \cdot 3l = 0,$$

konstruksiyaning *BD* qismi uchun:

$$\sum Y_i = 0, \quad -V_B - 4pl + V_C + V_D = 0,$$

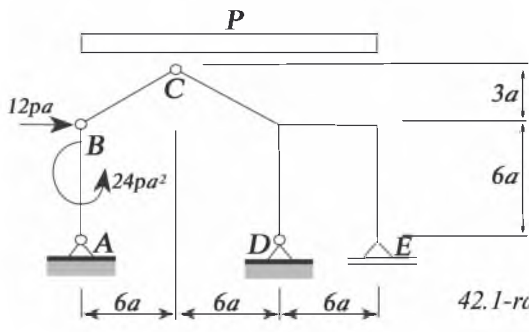
konstruksiyaning *DE* qismi uchun:

$$\sum Y_i = 0, \quad -V_D + V_E = 0$$

hisoblashlar tenglamalarda qatnashayotgan noma'lum kuchlar qiymatlari to'g'ri topilganligini ko'rsatadi.

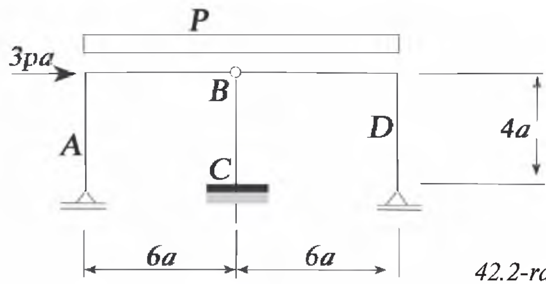
42-§. Mustaqil yechish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

Muammo № 1. Rasmda ko'rsatilgan konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(42.1-rasm).*



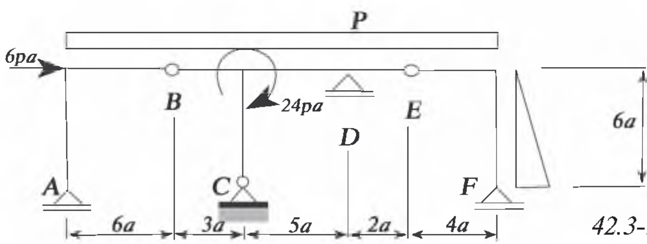
42.1-rasm

Muammo № 2. Rasmda ko'rsatilgan qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(42.2-rasm).*



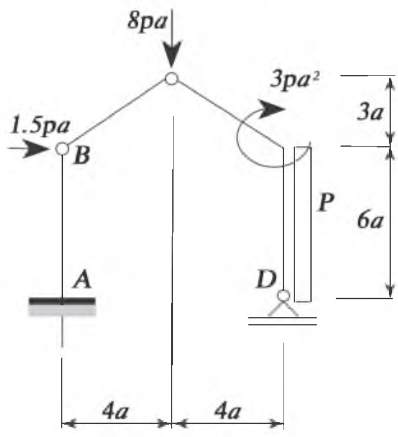
42.2-rasm

Muammo № 3. Rasmda ko'rsatilgan qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(42.3-rasm).*



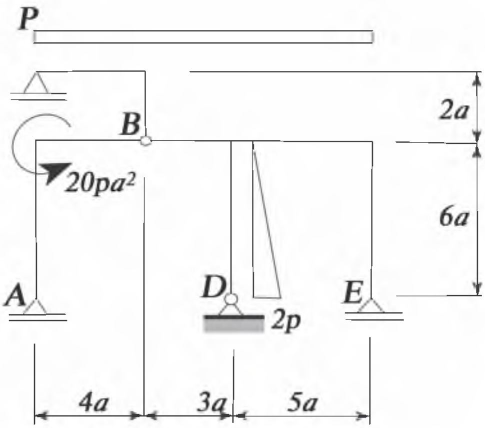
42.3-rasm

Muammo № 4. *42.4-rasmda* ko'rsatilgan qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(42.4-rasm).*



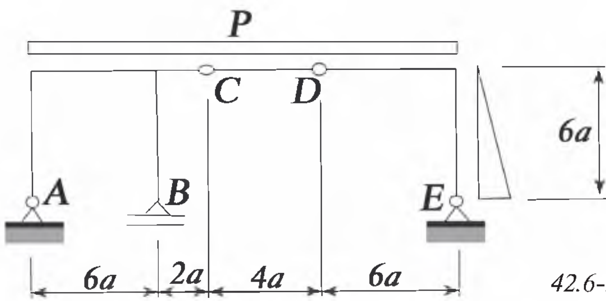
42.4-rasm

Muammo № 5. *42.5-rasmda* ko'rsatilgan qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(42.5-rasm)*.



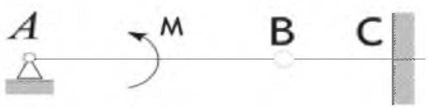
42.5-rasm

Muammo № 6. *42.6-rasmda* ko'rsatilgan qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchini aniqlang. Konstruksiyaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan.



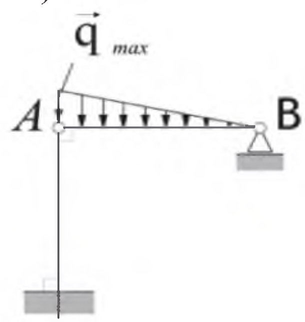
42.6-rasm

Muammo № 7. O'lchamlari AB =2 m va BC =0,5 m bo'lgan sterjenlardan iborat sistemaga momenti M =800 $N{\cdot}m$ li juft kuch ta'sir etsa, C tayanchdagi reaksiya momentini aniqlang *(42.7-rasm)*.



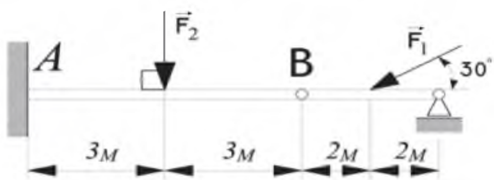
42.7-rasm

Muammo № 8. Uzunligi AB =2 *m* bo‘lgan to‘singa intensivligi $\vec{q}_{max}$=3 *kN/m* li taqsimlangan kuch ta’sir etsa, *B* tayanch reaksiyasini kN da aniqlang *(42.8-rasm).*



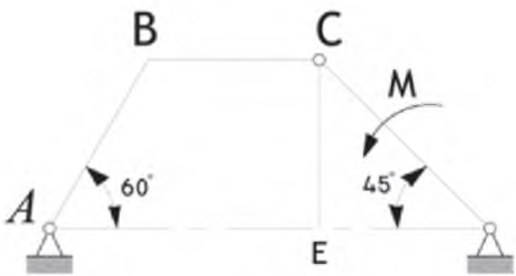
42.8-rasm

Muammo № 9. *B* sharnir orqali bog‘langan sterjenlarga $\vec{F}_1$=60 *N* va $\vec{F}_2$=50 *N* li kuchlar ta’sir etsa, *A* tayanchdagi moment miqdorini aniqlang *(42.9-rasm).*



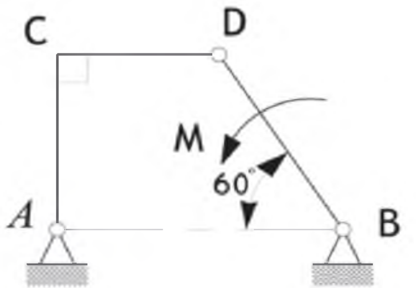
42.9-rasm

Muammo № 10. O‘lchamlari *BC*=*CE*=1 *m* bo‘lgan sistemaga momenti *M* juft kuch ta’sir etib, A tayanch reaksiyasining vertikal tashkil etuvchisi 10 *kN* bo‘lsa, juft kuch momentining miqdori *kN·m* da qancha bo‘lishi lozim? *(42.10-rasm).*



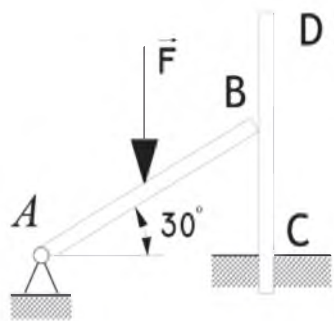
42.10-rasm

Muammo № 11. O‘lchamlari $AB = BD = 1$ m bo‘lgan sterjenlarga F kuchi va momenti $M=6$ kN m li juft kuch ta’sir etadi. A sharnirdagi reaksiya kuchining vertikal tashkil etuvchisi 9 kN bo‘lishi uchun F kuchning qiymati kN da qanchaga teng bo‘ladi? *(42.11-rasm).*



42.11-rasm

Muammo № 12. Yerga qistirib mahkamlangan vertikal CD sterjenga AB sterjen erkin tiralgan bo‘lib, uning o‘rtasiga $\vec{F}_1=2$ kN kuch ta’sir etsa, B nuqtadagi reaksiya kuchini kN da hisoblang (*42.12-rasm*).



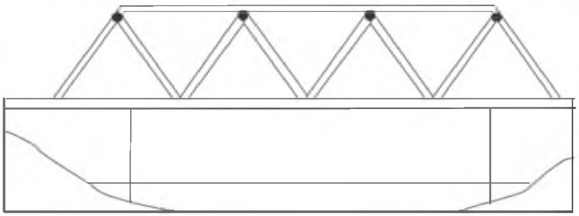
42.12-rasm

43-§. Ferma haqida tushuncha

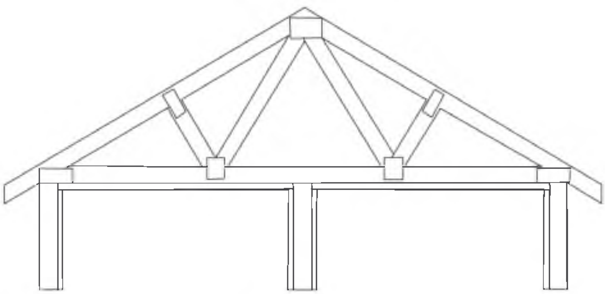
Sharnirlar vositasida geometrik o‘zgarmas qilib tutashtirilgan sterjenlardan tashkil topgan qurilma ferma deb ataladi. Fermada sterjenlarning uchlari tutashgan nuqtalar tugunlar, tayanchlarga o‘rnatilgan nuqtalar esa tayanch tugunlari deyiladi.

Barcha sterjenlari bir tekislikda yotuvchi ferma yassi ferma hisoblanadi.

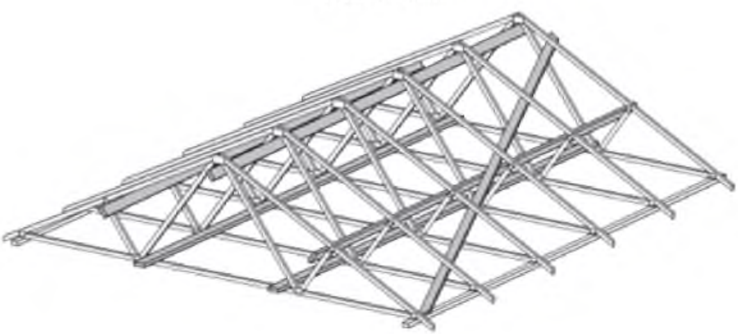
Fermalar qanday inshootlarda qo'llanilishiga qarab turlicha nomlanishi mumkin: ko'prik fermalari *(43.1-rasm)*, inshootlarning tomini ushlab turuvchi stropila fermalari *(43.2-a, b rasmlar)*, ko'tarish qurilmalarida foydalanadigan kran fermalari *(43.3-a, b rasmlar)* va hokazo.



43.1-rasm

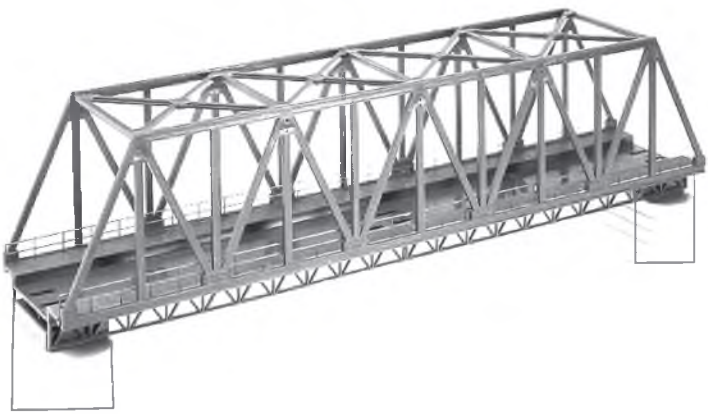


43.2-a rasm



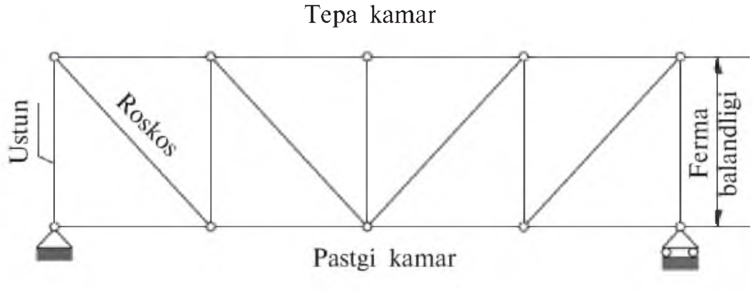
43.2-b rasm

43.3-a rasm



43.3-b rasm

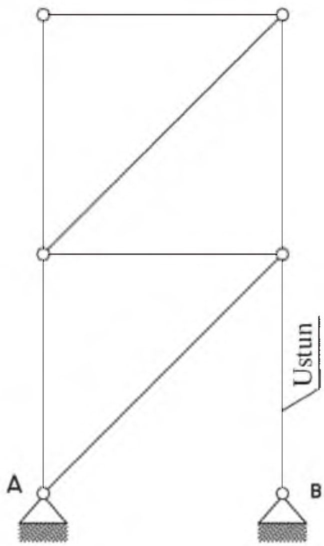
Yassi fermaning tepa konturi bo'ylab joylashgan sterjenlar tepa, pastki konturi bo'ylab joylashgan sterjenlar esa pastki kamarlarni tashkil etadi *(43.4-a rasm)*.



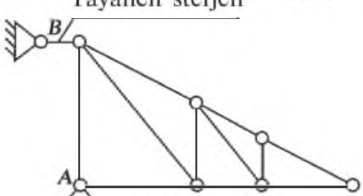
43.4-a rasm

Fermaning vertikal sterjenlari ustunlar, og‘ma sterjenlari roskoslar deyiladi *(43.4-a, b rasmlar)*.

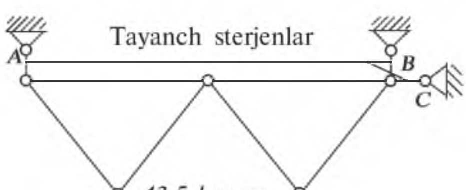
Agar ferma tayanchlarga sterjenlar yordamida tayansa, bunday sterjenlar tayanch sterjenlari deyiladi *(43.5-a, b rasmlar)*.



43.4-b rasm



43.5-a rasm



43.5-b rasm

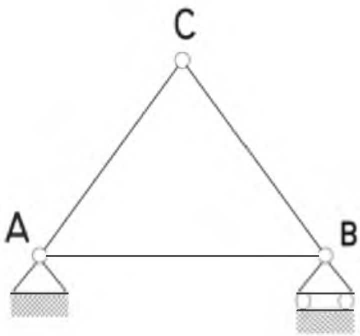
Fermalarga qo‘yilgan kuchlar ta’sirida ularning tayanch sterjenlari va fermani tashkil qiluvchi sterjenlarida hosil bo‘ladigan ichki kuchlar zo‘riqishlar deyiladi. Zo‘riqishlar sterjenlar o‘qlari bo‘ylab yo‘naladi.

Yassi fermalarni hisoblash uning tayanch reaksiyalari va sterjenlaridagi zo‘riqishlarni aniqlashdan iborat. Ferma sterjenlaridagi zo‘riqishlarni aniqlashda:

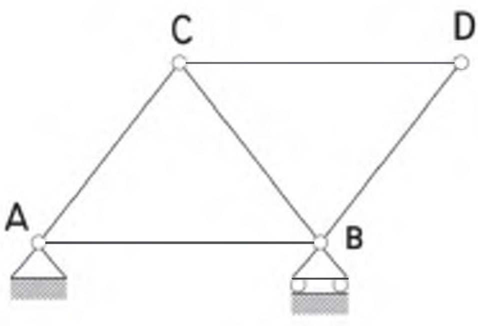
1. Ferma sterjenlari absolut qattiq, to‘g‘ri chiziqli deb qaraladi va ularning og‘irligi e’tiborga olinmaydi.
2. Ferma sharnirlaridagi ishqalanish kuchlari hisobga olinmaydi.
3. Yassi fermaga ta’sir etuvchi kuchlar faqat uning tugunlariga qo‘yiladi va ferma tekisligida yotadi deb faraz qilinadi.

Bunday holda ferma sterjenlariga faqat bo‘ylama (cho‘zuvchi yoki siquvchi) kuchlar ta’sir etadi.

Real fermalarda sterjenlar sharnirlar yordamida emas, balki payvandlash yoki parchin mixlar vositasida biriktiriladi. Shu sababli, ferma sterjenlariga bo‘ylama kuchlardan tashqari, eguvchi kuchlar ham ta’sir etadi. Lekin, akademik E.O. Paton olib borgan tadqiqotlarga ko‘ra, egilishda hosil bo‘ladigan zo‘riqish uncha katta bo‘lmaydi va fermalarni hisoblashda uni e’tiborga olmaslik mumkin bo‘ladi. N ta tugundan tashkil topgan fermaning geometrik o‘zgarmas bo‘lishi sharti bilan tanishib chiqamiz. Birinchi uchta A, B va C tugunlarni geometrik o‘zgarmas qilib tutashtirish uchun uchta sterjen kerak bo‘ladi *(43.4-a rasm)*. Bunday fermaga yana bitta D tugun qo‘shilishi uchun D tugunni A, B, C tugunlarda kamida ikkita sterjen vositasida biriktirish lozim *(43.4-b rasm)*.



43.4-a rasm



43.4-b rasm

Shu tarzda, ABC uchburchakli fermaga qolgan n-3 tugunlarning har birini ikkitadan sterjenlar vositasida biriktirish natijasida, n ta tugundan tashkil topadigan ferma geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun zarur bo'ladigan sterjenlar soni quyidagicha aniqlanadi:

$$N = 2(n-3) + 3 = 2n - 3. \qquad (43.1)$$

Bunday ferma ortiqcha sterjenga ega bo'lmagan yassi ferma deyiladi *(43.4-b rasm)*.

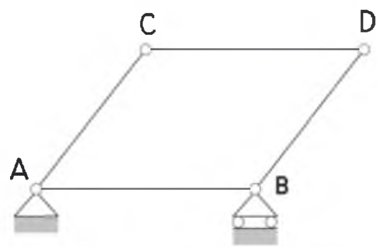
Agar fermada

$$N > (2n - 3) \qquad (43.2)$$

bo'lsa, bunday ferma ortiqcha sterjenga ega bo'lgan yassi ferma deyiladi.

Agar $N < (2n - 3)$

bo'lsa, bunday qurilma geometrik o'zgaruvchan bo'ladi va fermani ifodalamaydi *(43.4-rasm)*.



43.4-rasm

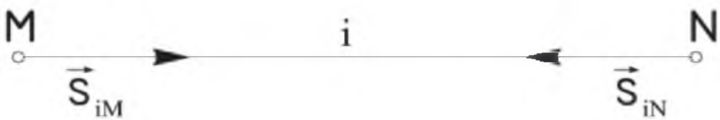
Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni aniqlashdan oldin fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlash maqsadga muvofiq bo'ladi. Buning uchun fermani bog'lanishlardan bo'shatib, hosil bo'ladigan bir tekislikda yotuvchi kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamalari tuziladi. Bu tenglamalardan tayanch nuqtalaridagi uchta noma'lum reaksiya kuchlari aniqlanadi.

44-§. Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni tugunlarni kesish usuli bilan aniqlash

Tugunlarni kesish usulida ferma tugunlarini bog'lanishlardan bo'shatib, fikran ketma-ket kesaveramiz va tugunlarga ta'sir etuvchi kuchlar muvozanatini o'rganamiz. Tugunlarga ta'sir etuvchi kuchlarga sterjenlarning reaksiya kuchlari, tugunlarga qo'yilgan tashqi kuchlar va tayanch reaksiya kuchlari kiradi. Bu kuchlar bir tekislikda yotuvchi kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil etadi. Tugunlarning har biri uchun ikkitadan muvozanat tenglamalarini tuzamiz va bu tenglamalardan tugunlardagi noma'lum reaksiya kuchlari aniqlanadi.

Tugunlarni shunday ketma-ketlikda kesish lozimki, bunda tugunlardagi aniqlanishi lozim bo‘lgan noma’lum reaksiya kuchlari ikkitadan oshmasligi kerak. Chunki, bir tekislikda yotuvchi kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat shartlaridan faqat ikkita noma’lum kattalikni aniqlash mumkin bo‘ladi.

Ferma tugunlari uchun muvozanat tenglamalarini tuzishda *i* nomerli sterjendagi kuchni $\vec{S}_i$ bilan, sterjenning *M* tugunga qo‘yiladigan reaksiyasini S_{iM} bilan belgilaymiz. *M* va *N* tugunlarni birlashtiruvchi sterjen uchun *(44.1-rasm):*



44.1-rasm

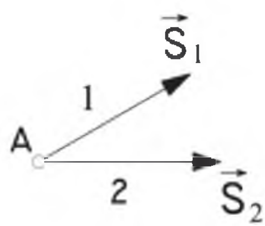
$$S_{iM} = -\vec{S}_{iN}, \quad S_{iM} = S_{iN} = S_i.$$

Barcha sterjenlarning reaksiyalarida sterjenlar cho‘ziladi, deb faraz qilinib, tugunlardan sterjenlar bo‘ylab, ularning ichiga qarab yo‘naltiriladi. Hisoblash natijasida sterjenning reaksiyasi manfiy ishora bilan chiqsa, bu sterjenni tugunga qo‘yilgan kuchlar ta’sirida cho‘zilmasdan, siqilgan ekanligidan darak beradi.

Bajarilgan hisoblashlarning to‘g‘riligini tekshirish uchun har bir tugunga tanlangan masshtabga tegishli kuchlar ko‘pburchagini chizish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

Fermalarni hisoblashda quyidagi xususiy hollar bo‘lishi mumkin.

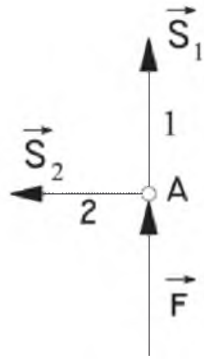
1. Agar fermaning ikki sterjenli tuguniga kuch ta’sir etmasa *(44.2-rasm)*, har ikki sterjenlardagi zo‘riqishlar nolga teng bo‘ladi.



44.2-rasm

2. Agar fermaning ikki sterjenli tuguniga ikki sterjenlardan birining o'qi bo'ylab yo'nalgan $\vec{F}$ kuch ta'sir etsa *(44.3-rasm)*, bu sterjenning reaksiya kuchi miqdor jihatdan ta'sir etuvchi kuchga teng bo'lib, unga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi:

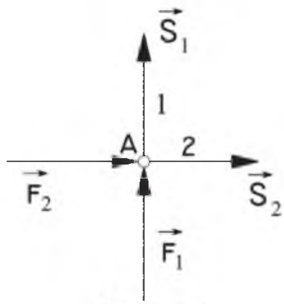
$$\vec{S}_1 = -\vec{F}, \quad S_2 = 0.$$



44.3-rasm

3. Agar fermaning ikki sterjenli tuguniga sterjen o'qlari bo'ylab yo'nalgan $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ kuchlar ta'sir etsa *(44.4-rasm)*, har bir sterjenning reaksiya kuchi miqdor jihatdan mos ravishda shu kuchga teng, yo'nalishi unga qarama-qarshi bo'ladi:

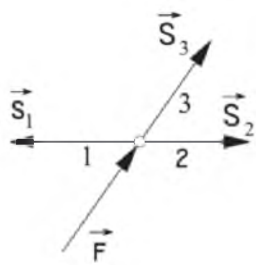
$$\vec{S}_1 = -\vec{F}_1, \quad \vec{S}_2 = -\vec{F}_2.$$



44.4-rasm

4. Agar fermaning uch sterjenli tugunida ikki sterjenning o'qi bir to'g'ri chiziqda yotsa va tugunga uchinchi sterjenning o'qi boylab kuch ta'sir etsa *(44.5-rasm)*, uchinchi sterjen reaksiya kuchi miqdor jihatdan ta'sir etuvchi kuchga teng bo'lib, yo'nalishi unga qarama-qarshi bo'ladi.

$$\vec{S}_3 = -\vec{F}.$$



44.5-rasm

Qolgan ikki sterjenning reaksiya kuchi miqdor jihatdan teng bo'ladi (nolga teng bo'lishi ham mumkin).

45-§. Ferma sterjenlaridagi zo‘riqishlarni Ritter usulida aniqlash

Fermani hisoblashda uning ayrim sterjenlaridagi zo‘riqishlarni aniqlash talab etilsa, Ritter tomonidan kashf etilgan va uning nomi bilan ataladigan analitik usuldan foydalanish qulay bo‘ladi. Bu usulda ham dastlab fermaning tayanch reaksiyalari aniqlanadi.

Ritter usulida ferma biror α–α kontur bilan fikran kesilib, ikki qismga ajratiladi va masala shartiga qarab, ajratilgan qismlardan birining muvozanati o‘rganiladi. Fermaning qismlariga ta’sir etuvchi kuchlar tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi. Ularning muvozanat tenglamalaridan uchta noma’lum kattalikni aniqlash mumkin. Shuning uchun fermani shunday kesim bilan kesish kerakki, reaksiya kuchlari noma’lum bo‘lgan sterjenlar soni uchtadan oshmasligi va bir nuqtada kesishadigan zo‘riqishi noma’lum bo‘lgan sterjenlar soni ikkitadan oshmasligi lozim. Fermaning qismlaridan birining muvozanatini o‘rganishda tashlab yuborilgan qismining ta’siri, sterjenlar bo‘ylab tashlab yuborilgan tomonga yo‘nalgan kuchlar bilan almashtiriladi, ya’ni barcha kesilgan sterjenlar cho‘zilgan deb faraz qilinadi.

Hisoblash natijasida sterjenning reaksiya kuchi manfiy ishorali chiqsa, uning yo‘nalishi qabul qilingan yo‘nalishga qarama-qarshi ekanligi, binobarin, mazkur sterjen aslida siqilgan ekanligi ma’lum bo‘ladi. Muvozanat tenglamalarida, imkoni bo‘lsa, noma’lumlar soni bittadan oshmasligi lozim. Shu nuqtayi nazardan qaraganda quyidagi ko‘rinishdagi

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum U_i = 0 \qquad (45.1)$$

yoki

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum M_C(\vec{F}_i) = 0 \qquad (45.2)$$

muvozanat tenglamalaridan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi. (45.2) tenglamalarni tuzishda, moment markazi sifatida ikkita noma’lum reaksiya kuchlarining ta’sir chiziqlari kesishadigan nuqtani olish qulay bo‘ladi. Bunday nuqtalar Ritter nuqtalari deyiladi.

Agar fermaning muvozanati o‘rganilayotgan qismida reaksiya kuchlari noma’lum bo‘lgan sterjenlardan ikkitasi o‘zaro parallel bo‘lsa, (45.1) tenglamalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Bunda moment markazlari uchun Ritter nuqtalari, kuchlar proyeksiyalanadigan *y* o‘qi sifatida, sterjenlarga perpendikular bo‘lgan o‘q olinadi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Tekis ferma deb nimaga aytiladi?

2. Ferma sterjenlaridagi zo‘riqishlarni tugunlarni kesish usuli bilan aniqlash tartibini aytib bering.

3. Ferma sterjenlaridagi zo‘riqishlarni Ritter usulida aniqlash tartibini aytib bering.

4. Fermaning tepa kamari deb nimaga aytiladi?

5. Fermaning pastki kamari deb nimaga aytiladi?

6. Ferma sterjeni deb nimaga aytiladi?

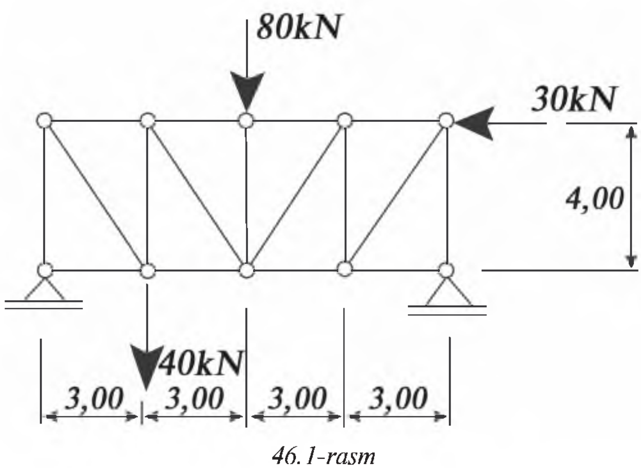
7. «Tugun» deganda nimani tushunasiz?

8. Statik aniq ferma qanday ferma?

9. Statik aniqmas ferma qanday ferma?

46-§. Tekis fermani hisoblashga oid masalalar

1-masala. Tekis ferma sterjenlaridagi zo‘riqishlarni aniqlang *(46.1-rasm).*



46.1-rasm

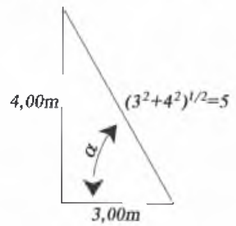
Yechish:

1. Fermaning statik aniqlangan ekanligini tekshiramiz.

Fermada tugunlar soni n = 10 ta. Sterjenlar soni, ferma statik aniqlangan bo‘lgani uchun, $N=2n-3$ = 17 ta bo‘lishi lozim. Berilgan fermada sterjenlar soni haqiqatan ham 17 ta. Demak, ferma statik aniqlangan ferma ekan.

2. Ferma sterjenlarining og‘ish burchagini aniqlaymiz *(46.2-rasm):*

$$\cos a = \frac{3}{5} = 0{,}6, \quad \sin a = \frac{4}{5} = 0{,}8\,.$$

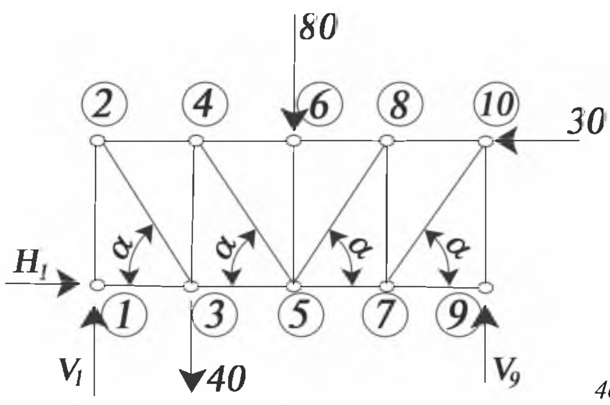


46.2-rasm

3. Fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

Ferma tugunlariga miqdorlari 30 kN, 40 kN, 80 kN bo‘lgan kuchlar ta’sir etadi.

Ferma A nuqtada qo‘zg‘almas, B nuqtada qo‘zg‘aluvchan sharnirga tayangan. Ularning fermaga ta’sirini bog‘lanishlar reaksiyalari bilan almashtiramiz *(46.3-rasm).*



46.3-rasm

Fermaga ta'sir etuvchi kuchlarning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

(Momentlar tenglamasini tuzishda, kuch jismni nuqta atrofida soat mili bo'yicha aylantirishga intilsa, kuch momenti ishorasini manfiy deb qabul qiling).

$$\sum X_i = 0, \quad H_1 - 30 = 0, \quad H_1 = 30\ kN,$$
$$\sum M_{1i} = 0, \quad -40 \cdot 3 - 80 \cdot 6 + 30 \cdot 4 + V_9 \cdot 12 = 0, \ V_9 = 40\ kN,$$
$$\sum M_{9i} = 0, \quad -V_1 \cdot 12 + 40 \cdot 9 + 80 \cdot 6 + 30 \cdot 4 = 0, \ V_1 = 80\ kN.$$

Bajarilgan hisoblashlarning to'g'riligini tekshiramiz.

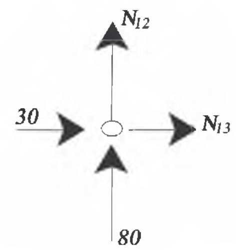
$$\sum Y_i = 0, \quad V_1 - 40 - 80 + V_9 = 0.$$

Demak, hisoblashlar to'g'ri bajarilgan.

4. Ferma tugunlaridagi zo'riqishlarni aniqlaymiz. Barcha sterjenlarni cho'zilgan deb faraz qilamiz.

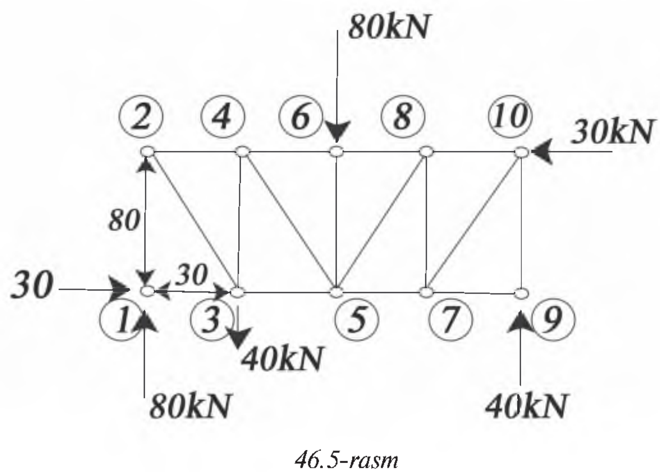
1-tugun *(46.4-rasm)*.

$$\sum X_i = 0, \quad 30 + N_{13} = 0, \quad \mathrm{N}_{13} = -30\ kN,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad 80 + N_{12} = 0, \quad \mathrm{N}_{12} = -80\ kN$$



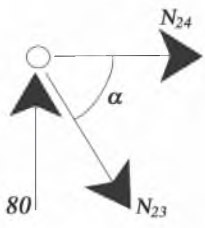
46.4-rasm

zo'riqishlar ishoralarining manfiyligi 12, 13 sterjenlarni siqilgan sterjenlar ekanligidan darak beradi *(46.5-rasm)*.



46.5-rasm

2-tugun *(46.6-rasm).*



48.6-rasm

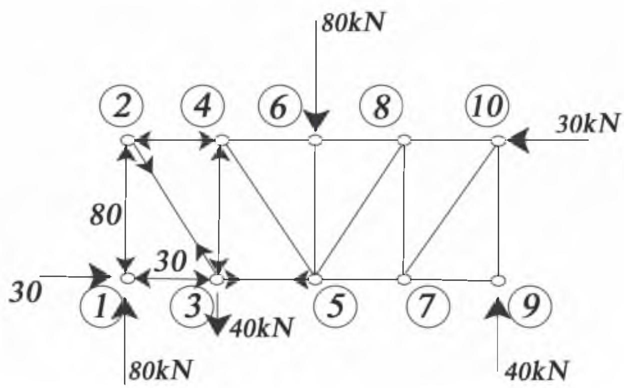
Tugunga qo‘yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad N_{24} + N_{23}\cos a = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad 80 - N_{23}\sin a = 0.$$

Tenglamalarni yechib, N_{23} va N_{24} larning qiymatlarini aniqlaymiz:

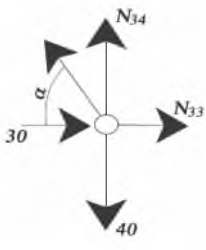
$$N_{23} = 100\ kN,\ N_{24} = -60\ kN.$$

N_{24} qiymatining manfiy ishorasi mazkur sterjenning tugunga qo‘yilgan kuchlar ta’sirida cho‘zilmasdan siqilgan ekanligidan darak beradi *(46.7-rasm).*



46.7-rasm

3-tugun *(46.8-rasm).*



46.8-rasm

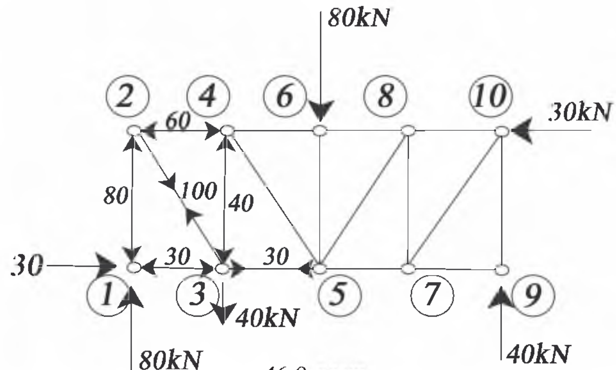
Tugunga qo‘yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 30 - 100\cos a + N_{35} = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad N_{34} - 40 + 100\sin a = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma’lum zo‘riqishlarni aniqlaymiz:

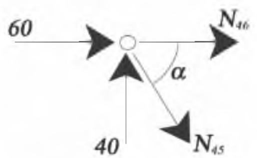
$$N_{35} = 30\ kN,\ N_{34} = -40\ kN.$$

Demak, 34 sterjen tugunga qo‘yilgan kuchlar ta’sirida cho‘zilmasdan siqilgan ekan *(46.9-rasm).*



46.9-rasm

4-tugun *(46.10-rasm).*



46.10-rasm

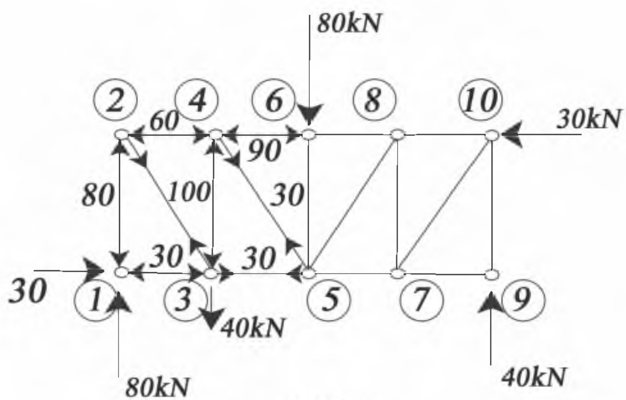
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 60 + N_{46} + N_{45}\cos a = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad 40 - N_{45}\sin a = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:

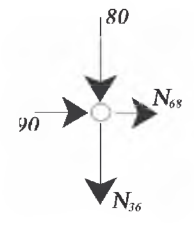
N_{45}= 50 *kN,* N_{46}=–90 *kN.*

Demak, 46 sterjen tugunga qo'yilgan kuchlar ta'sirida cho'zilmasdan siqilgan ekan *(46.11-rasm).*



46.11-rasm

5-tugun *(46.12-rasm).*



46.12-rasm

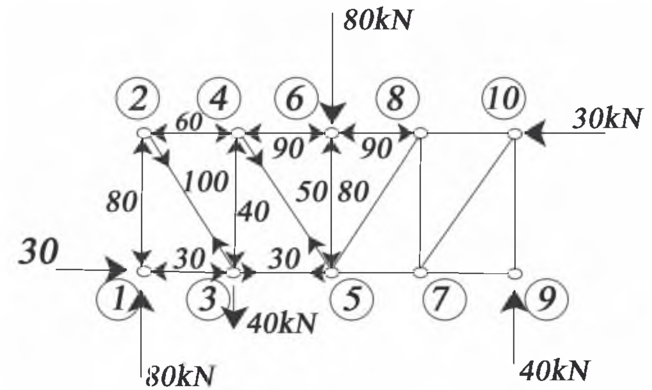
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 90 + N_{68} = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad -80 - N_{36} = 0.$$

Tenglamalarni yechib, N_{68} va N_{36} larning qiymatlarini aniqlaymiz:

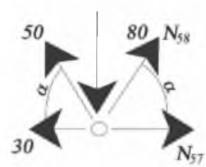
$$N_{68} = -90 \ kN, \ N_{36} = -80 \ kN.$$

Hisoblashlar 68 va 36 sterjenlarni qo'yilgan kuchlar ta'sirida cho'zilmasdan, siqilgan ekanligidan darak beradi *(48.13-rasm).*



46.13-rasm

6-tugun *(46.14-rasm).*



46.14-rasm

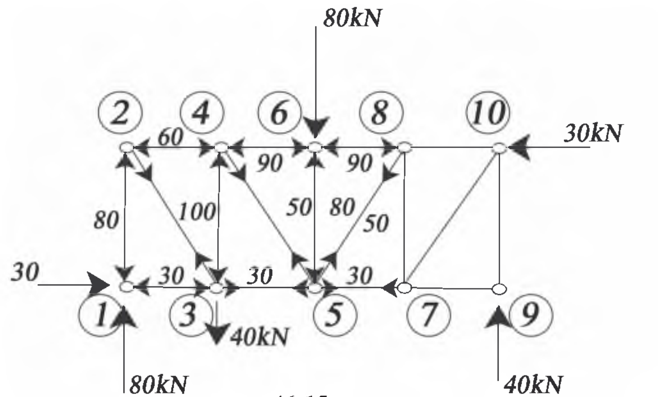
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -30 - 50\cos a + N_{57} + N_{58}\cos a = 0$$
$$\sum Y_i = 0, \quad 50\sin a - 80 + N_{58}\sin a = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:

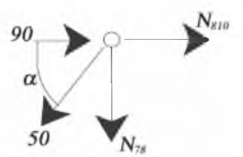
$$N_{58} = 50 \ kN, \ N_{57} = 30 \ kN.$$

Hisoblashlar mazkur sterjenlarni qo'yilgan kuchlar ta'sirida haqiqatan ham cho'zilgan ekanligidan darak beradi. *(46.15-rasm)*



46.15-rasm

7-tugun *(46.16-rasm).*



46.16-rasm

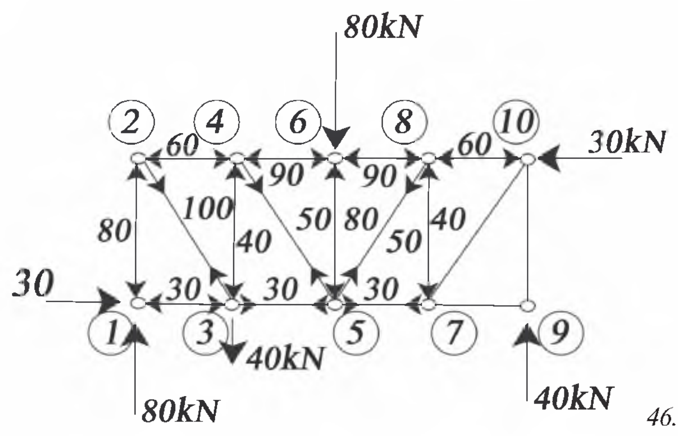
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 90 - 50\cos a + N_{810} = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad -50\sin a - N_{78} = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:

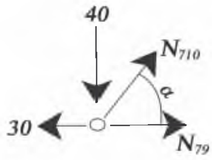
$$N_{78} = -40\ kN,\ N_{810} = -60\ kN.$$

Demak, qo'yilgan kuchlar ta'sirida mazkur sterjenlar siqilgan ekan *(46.17-rasm).*



46.17-rasm

8-tugun *(46.18-rasm).*



46.18-rasm

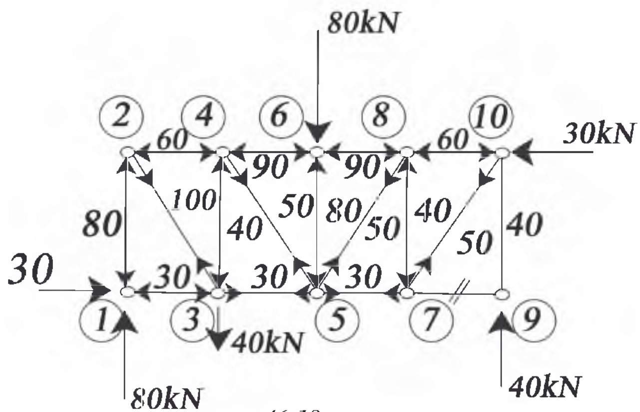
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -30 + N_{710}\cos a + N_{79} = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad -40 + N_{710}\sin a = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:

$$N_{710} = 50\ kN,\ N_{79} = 0.$$

Demak, 79 sterjen siqilmagan ekan, 710 sterjen esa cho'zilgan *(46.19-rasm).*



46.19-rasm

9-tugun *(46.20-rasm).*

46.20-rasm

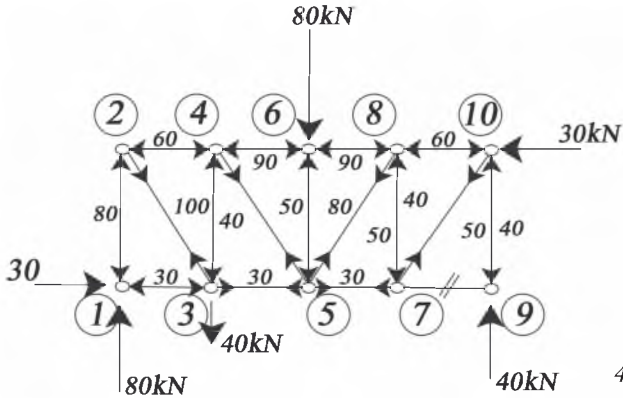
Tugunga qo'yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 0 \equiv 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad 40 + N_{910} = 0.$$

Tenglamalarni yechib, noma'lum zo'riqishlarni aniqlaymiz:

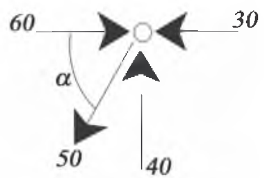
$$N_{910} = -40kN$$

Demak, 910 sterjen tugunga qo'yilgan kuch ta'sirida siqilar ekan *(46.21-rasm).*



46.21-rasm

10-tugun *(46.22-rasm).*



46.22-rasm

Tugunga qo‘yilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

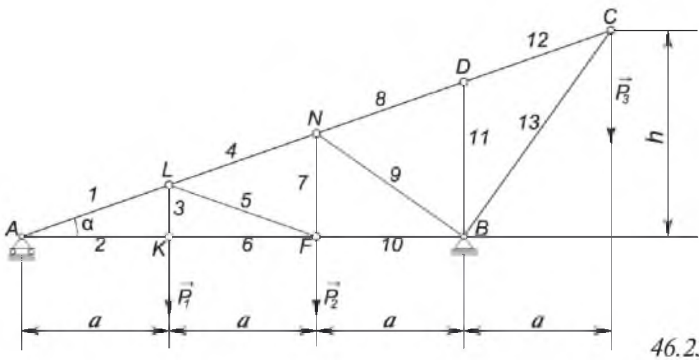
$$\sum X_i = 0, \quad 60 - 50\cos a - 30 = 0,$$
$$\sum Y_i = 0, \quad -50\sin a + 40 = 0.$$

Tenglamalar 60, 30, 50, 40 sterjenlardagi zo‘riqishlarning to‘g‘ri ekanligidan darak beradi.

2-masala. Fermaning berilgan yuklanishidagi tayanch reaksiyalari hamda uning uchta sterjenidagi (4, 7, 8) zo‘riqishlar Ritter usuli bilan aniqlansin *(46.23-a rasm).*

Berilgan:

$P_1 = 4\ kN,\ P_2 = 4\ kN,\ P_3 = 10\ kN,\ a = 4\ m,\ h = 6\ m.$

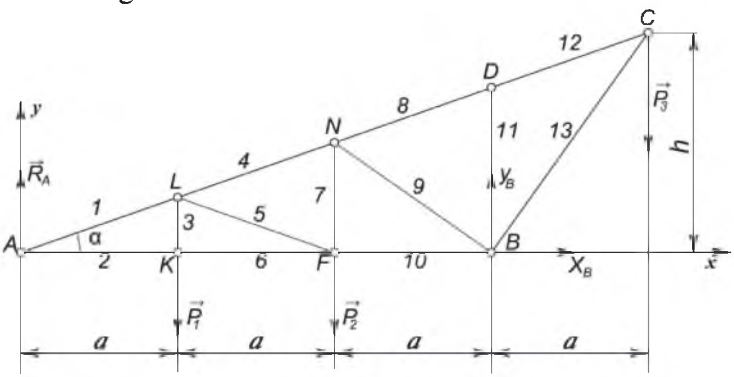


46.23-a rasm

Yechish:

1. Fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlash.

Fermaga $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ tashqi kuchlar ta'sir etadi. A va B tayanchlar ferma uchun bog'lanishlar hisoblanadi. Bog'lanishlardan bo'shatish prinsipiga asosan, ularning fermaga ta'siri bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi. A tayanch qo'zg'aluvchan sharnir, uning reaksiyasi sharnir harakatlanadigan tekislikka perpendikular yo'naladi. B tayanch – qo'zg'almas silindrik sharnir reaksiyasining yo'nalishi oldindan noma'lum. Shuning uchun uning reaksiyasini koordinata o'qlarining musbat yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan X_B, Y_B tashkil etuvchilarga ajratamiz. Natijada, fermaga ta'sir etuvchi tekislikda ixtiyoriy joylashgan ($\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{R}_A$, $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$) kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz. *(46.23-b rasm).* Hosil bo'lgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz:



46.23-b rasm

$$\sum X_i = 0, \qquad X_B = 0, \qquad (1)$$

$$\sum Y_i = 0, \qquad R_A + Y_B - P_1 - P_2 - P_3 = 0, \qquad (2)$$

$$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0, \qquad P_1 \cdot 2a + P_2 \cdot a - R_A \cdot 3a - P_3 \cdot a = 0. \qquad (3)$$

Tenglamalarni yechib, fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

(3) tenglamadan:

$$R_A = \frac{P_1 \cdot 2 + P_2 - P_3}{3} = \frac{4 \cdot 2 + 4 - 10}{3} = 0{,}666 \ kN.$$

(2) tenglamadan:

$$Y_B = P_1 + P_2 + P_3 - R_A = 4 + 4 + 10 - 0{,}666 = 17{,}334 \ kN.$$

(1) tenglamadan:

$$X_B = 0.$$

B sharnir reaksiya kuchining moduli:

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 17{,}334 \ kN.$$

2. Fermaning 4, 7, 8-sterjenlaridagi zo'riqishlarni Ritter usulida aniqlash.

To'rtinchi sterjendagi zo'riqishni aniqlash uchun fermani I—I kesim bilan ikki qismga bo'lib, chap qismining muvozanatini o'rganamiz. Olib tashlangan o'ng qismning chap qismga ta'sirini $\vec{S}_4$, $\vec{S}_5$, $\vec{S}_6$ kuchlar orqali ifodalaymiz. Ritter usuliga binoan har bir zo'riqish alohida tenglamadan topilishi va u boshqa sterjenlardagi zo'riqishlar orqali ifodalanmasligi lozim.

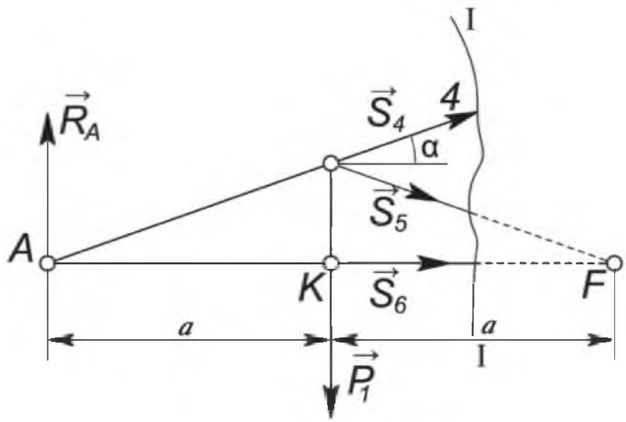
Avvalgidek, bu usulda ham shartli ravishda, barcha sterjenlar cho'ziladi, deb faraz qilinadi. S_4 ni aniqlash uchun $\vec{S}_5$ va $\vec{S}_6$ kuchlarning ta'sir chiziqlari kesishgan F nuqtani Ritter nuqtasi deb qabul qilib, shu nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz *(46.24-rasm)*:

$$\sum M_{iF}(\bar{Q}) = 0, \quad P_1 \cdot a - R_A \cdot 2a - S_4 \cdot \sin a - S_4 \cdot \cos a \cdot \frac{h}{4} = 0.$$

Bundan:

$$S_4 = \frac{-R_A \cdot 2\alpha + P_1 \cdot a}{a \sin\alpha + \frac{h}{4}\cos\alpha} = 3{,}8 \ kN.$$

S_7 ni aniqlash uchun fermani II—II kesim bilan ikki qismga bo'lib, o'ng qismining muvozanatini o'rganamiz. Qolgan chap qismning o'ng



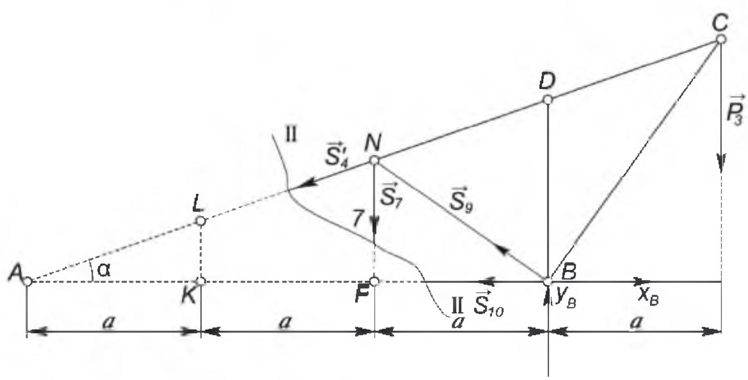
46.24-rasm

qismga ta’sirini $\vec{S}_4$, $\vec{S}_7$, $\vec{S}_{10}$ kuchlar orqali ifodalaymiz. S_7 zo‘riqishni aniqlash uchun Ritter nuqtasi sifatida A nuqta olinadi va unga nisbatan momentlar tenglamasi tuziladi *(46.25-rasm):*

$$\sum M_{iB}(\vec{F}_i) = 0, \quad -P_3 \cdot 4a + Y_B \cdot 3a - S_7 \cdot 2a = 0.$$

Bundan:

$$S_7 = \frac{-P_3 \cdot 4a + Y_B \cdot 3a}{2a} \approx 6\ kN.$$



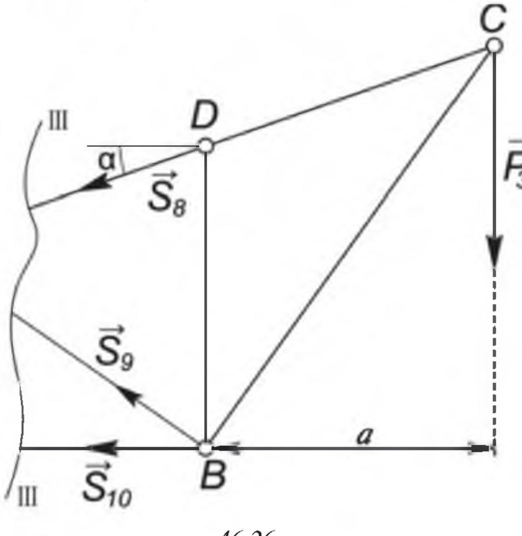
46.25-rasm

S_8ni aniqlash uchun fermani III–III kesim bilan ikki qismga bo'lib, o'ng qismining muvozanatini o'rganamiz. Qolgan chap qismning o'ng qismga ta'siri $\vec{S}_8$, $\vec{S}_9$, $\vec{S}_{10}$ kuchlar orqali ifodalanadi. S_8 ni aniqlash uchun Ritter nuqtasi sifatida B nuqtani tanlab, unga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz *(46.26-rasm):*

$$\sum M_{iB}(\vec{S}_i) = 0, \quad -P_3 \cdot a + S_8' \cdot \cos a \cdot \frac{3}{4} h = 0.$$

Bundan:

$$S_8' = \frac{P_3 \cdot a}{\cos a \cdot \dfrac{3h}{4}} = \frac{10 \cdot 4}{0,93 \cdot 18} = \frac{40}{16,74} \approx 9,59\ kN.$$

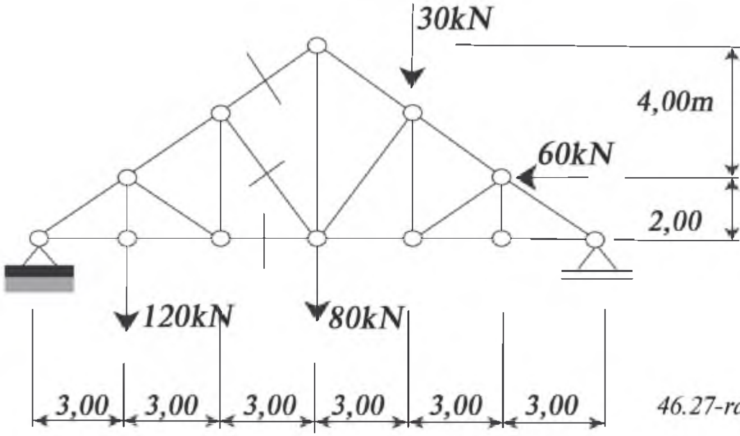


46.26-rasm

3-masala. Chizmada ko'rsatilgan sterjenlardagi zo'riqishlarni fermani qismlarga ajratish (Ritter) usuli bilan aniqlang. Fermaga ta'sir etuvchi kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan *(46.27-rasm).*

Yechimi:

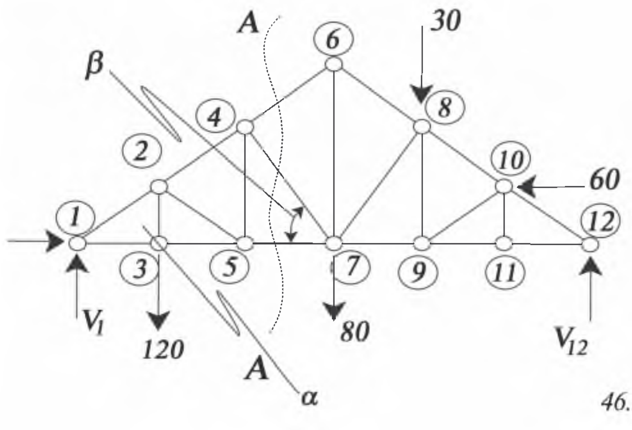
1. Berilgan ferma 12 ta tugun va 21 ta sterjendan iborat. Ferma statik aniqlangan.



46.27-rasm

$$N=2n-3,$$
$$21=2\cdot 12-3,$$
$$21=21.$$

2. Fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz. Buning uchun fermaga qo'yilgan kuchlarni ko'rsatamiz. Ferma uchun qo'zg'almas sharnir va qo'zg'aluvchan sharnirlar bog'lanishlar hisoblanadi. Ularning ta'sirlarini bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (*46.28-rasm*).



46.28-rasm

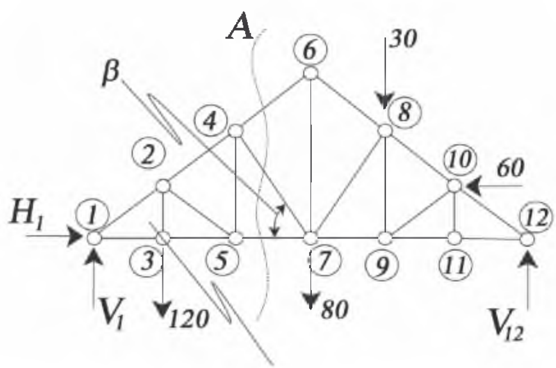
3. Berilgan ferma simmetrik ferma. Sterjenlarning og'ish burchaklari α va β burchaklar orqali aniqlanadi *(46.29-rasm).*

46.29-rasm

$$\cos a=\frac{3}{\sqrt{13}}=0{,}832, \qquad \sin a=\frac{2}{\sqrt{13}}=0{,}554,$$

$$\cos b=\frac{3}{5}=0{,}6, \qquad \sin b=\frac{4}{5}=0{,}8.$$

4. Fermaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz. Fermaga ta'sir etuvchi kuchlar tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi. Fermaga ta'sir etuvchi kuchlarning muvozanat tenglamalarini tuzamiz *(46.28-rasm).*



46.30-rasm

$$\sum X_i = 0, \quad H_1 - 60 = 0, \quad H_1 = 60kN,$$

$$\sum M_{1i} = 0, \; 120\cdot 3+80\cdot 9+30\cdot 12-60\cdot 2-V_{12}\cdot 18=0, \; V_{12}=73{,}33kN,$$

$$\sum M_{12i} = 0, V_1\cdot 18-120\cdot 15-80\cdot 9-30\cdot 6-60\cdot 2=0, \; V_1=156{,}66kN.$$

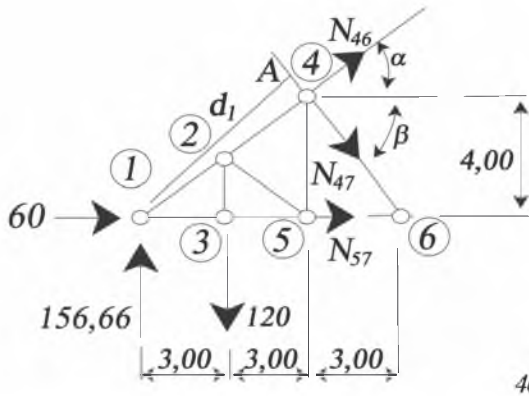
Momentlar tenglamasini tuzishda kuch jismi moment nuqtasi atrofida soat harakati yo'nalishda aylantirishga intilsa, kuch momenti ishorasi musbat deb qabul qilingan.

Hisoblashlarning to'g'riligiga ishonch hosil qilish uchun quyidagi tekshirishlarni o'tkazamiz.

$$\sum Y_{1i} = 0, \quad V_1 - 120 - 80 - 30 + V_{12} = 0.$$

V_1 va V_{12} larning qiymatlari tenglamani qanoatlantirdi. Demak, V_1 va V_{12} lar to‘g‘ri hisoblangan.

5. Ritter usulidan foydalanib, N_{46}, N_{47}, N_{57} zo‘riqishlarning qiymatlarini aniqlaymiz. Buning uchun berilgan tekis fermani *AA* kesma orqali ikki qismga ajratamiz *(46.31-rasm)*.



46.31-rasm

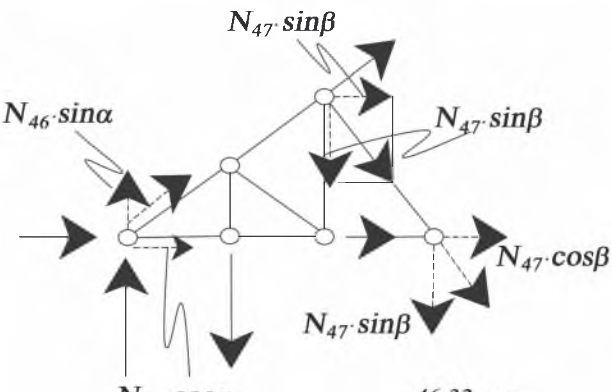
Fermani *AA* kesim orqali kesishdan hosil bo‘lgan qismlaridan biri – chap tomondagi qismining muvozanatini o‘rganamiz. 46, 47, 48-sterjenlarni qo‘yilgan kuchlar ta’sirida cho‘zilgan deb faraz qilib, zo‘riqishlarni N_{46}, N_{47}, N_{57} orqali belgilaymiz. Dastlab N_{57} ning qiymatini aniqlaymiz. Buning uchun Ritter nuqtasi sifatida 4-tugunni tanlab, shu tugun nuqtasiga nisbatan ferma chap tomoniga qo‘yilgan kuchlarning momentlarini hisoblaymiz *(46.31-rasm)*:

$$\sum M_{4_i} = 0, \quad 156{,}66 \cdot 6 - 60 \cdot 4 - 120 \cdot 3 - N_{57} \cdot 4 = 0.$$

Tenglamadan:

$$N_{57} = 85 kN.$$

N_{47} ning qiymatini aniqlash uchun Ritter nuqtasi sifatida 1-tugunni tanlaymiz va ferma chap qismiga ta’sir etuvchi kuchlarning shu tugun-nuqtaga nisbatan momentlarini hisoblaymiz *(46.32-rasm)*.



46.32-rasm

Tugun muvozanatda bo‘lgani uchun:

$$\sum M_{1_i} = 0,$$

Shuning uchun:

$$\sum M_{1_i} = 0, \quad 120 \cdot 3 + N_{47} \cdot d_1 = 0$$

46.31-rasmdan:

$$d_1{=}9{\cdot}\sin\beta{=}72$$

Natijada:

$$N_{47} = -50kN.$$

Shuni ta’kidlash lozimki, N_{47}ning qiymatini Varinyon teoremasidan foydalangan holda ham aniqlash mumkin bo‘ladi. Bunday holda 1-tugunning muvozanat tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\sum M_{1_i} = 0, \quad 120 \cdot 3 + N_{47} \cdot \cos b \cdot 4 + N_{47} \cdot \sin b \cdot 6 = 0.$$

Bu tenglamaning yechimi N_{47}ning qiymatini to‘g‘ri ekanligini bildiradi. Fermaning 46-sterjenidagi zo‘riqishni aniqlaymiz.

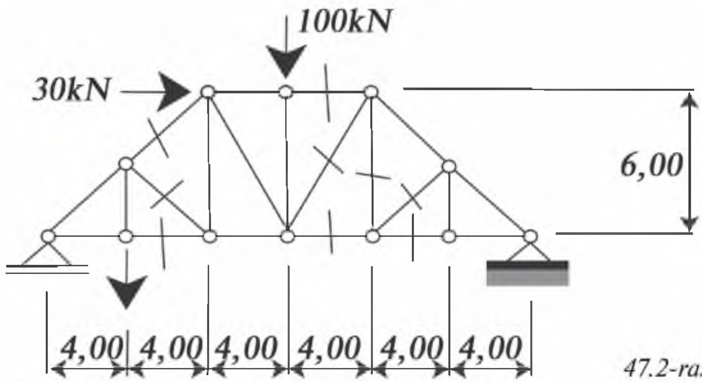
Ritter nuqtasi sifatida 7-tugunni tanlaymiz. Tugun muvozanatda bo‘lganligi uchun:

$$\sum M_{7_i} = 0, \quad 156{,}66 \cdot 9 + N_{46} \cdot \sin a \cdot 9 - 120 \cdot 6 = 0.$$

Tenglamadan: $N_{46} = -138{,}37\ kN.$

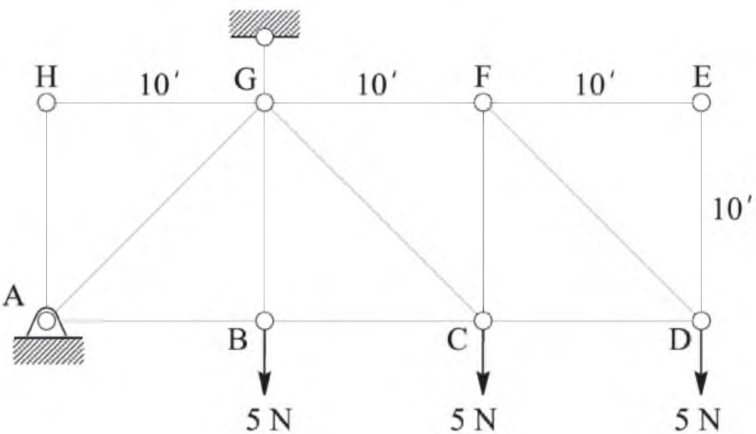
47-§. Mustaqil o'rganish uchun talabalarga tavsiya etiladigan muammolar

1-muammo. Rasmda ko'rsatilgan sterjenlardagi zo'riqishlarni Ritter usulida aniqlang *(47.1-rasm)*.



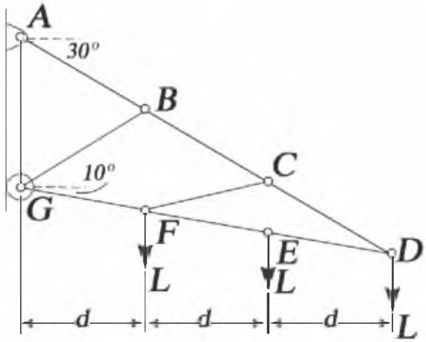
47.2-rasm

2-muammo. Fermaning *CG* sterjenidagi zo'riqishni Ritter usulida aniqlang *(47.2-rasm)*.



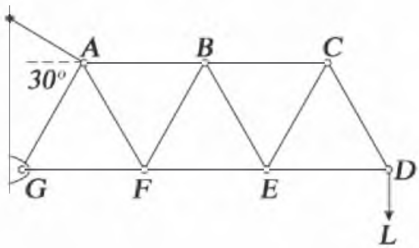
47.2-rasm

3-muammo. Rasmda ko'rsatilgan fermaning *BC, CF* va *EF* sterjenlaridagi zo'riqishlarni Ritter usulida aniqlang *(47.3-rasm)*.



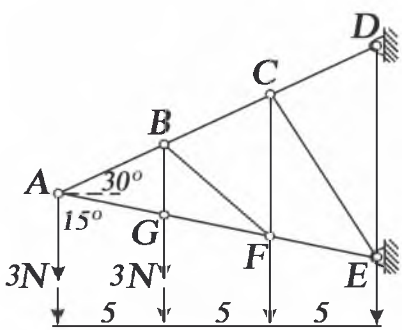
47.3-rasm

4-muammo. Rasmda ko‘rsatilgan fermaning *BC, BE* va *BF* sterjenlaridagi zo‘riqishlarni Ritter usulida aniqlang *(47.4-rasm).*



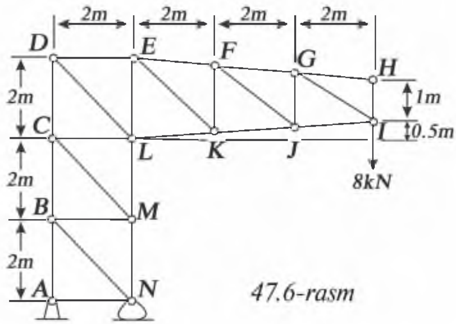
47.4-rasm

5-muammo. Fermaning *BF* sterjenidagi zo‘riqishni aniqlang *(47.5-rasm).*



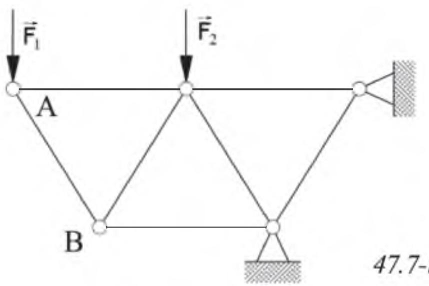
47.5-rasm

6-muammo. Fermaning *DE* va *DL* sterjenlaridagi zo‘riqishlarni Ritter usulida aniqlang *(47.6-rasm).*



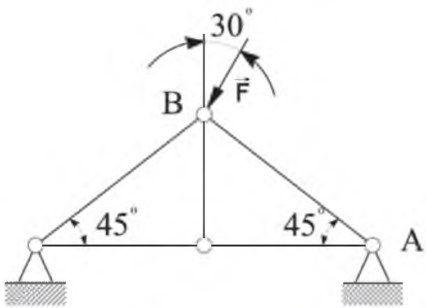
47.6-rasm

7-muammo. Bir xil uzunlikdagi sterjenlardan iborat fermaga $\vec{F}_1$=100 *N* va $\vec{F}_2$=200 *N* kuchlar ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni toping *(47.7-rasm).*



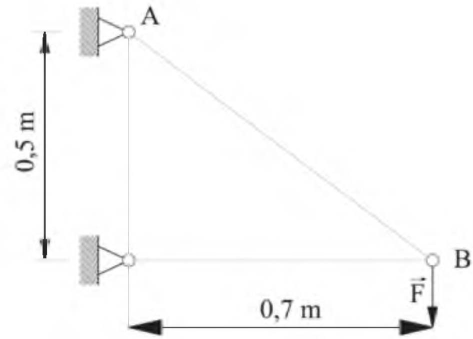
47.7-rasm

8-muammo. Fermaga $\vec{F}$=*AO N* kuch ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni toping *(47.8-rasm).*



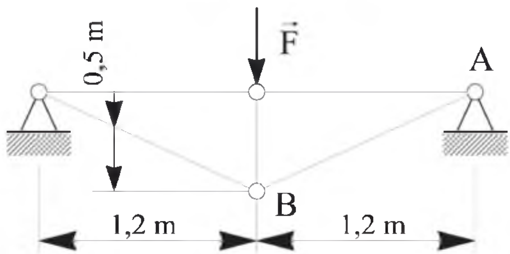
47.8-rasm

9-muammo. Fermaga $\vec{F}$ = 580 *N* kuch ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni aniqlang *(47.8-rasm).*



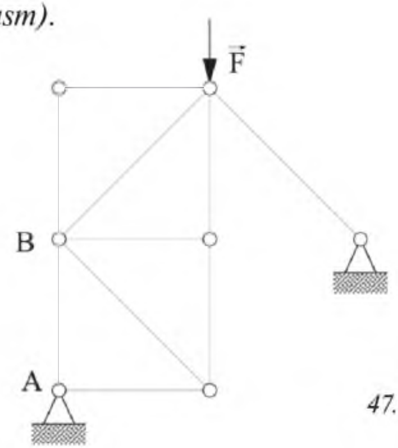
47.9-rasm

10-muammo. Fermaga $\vec{F}$ =60 *N* kuch ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni toping *(47.10-rasm)*.



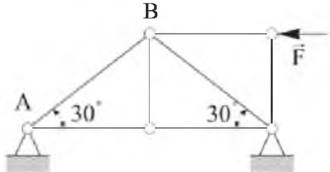
47.10-rasm

11-muammo*.* Vertikal va gorizontal sterjenlari o'zaro teng bo'lgan fermaga $\vec{F}$ =600 *N* kuch ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni aniqlang *(47.11-rasm)*.



47.11-rasm

12-muammo. Fermaga $\vec{F}=346$ *N* kuch ta'sir etsa, *AB* sterjendagi zo'riqishni toping (*47.12-rasm)*.



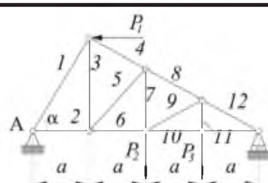
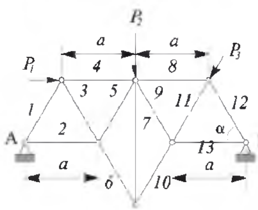
47.12-rasm

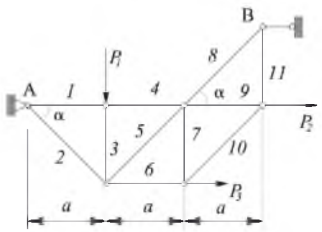
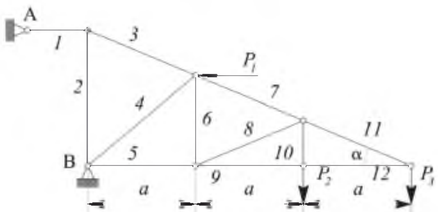
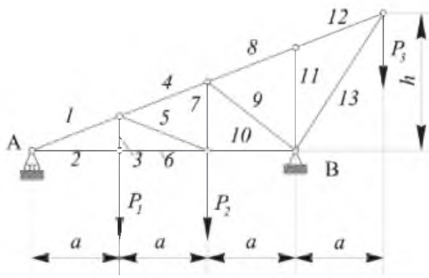
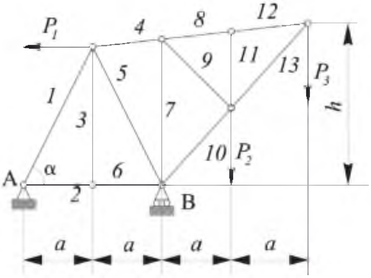
48-§. Talabalar tomonidan mustaqil bajariladigan hisob chizma ishlari variantlari

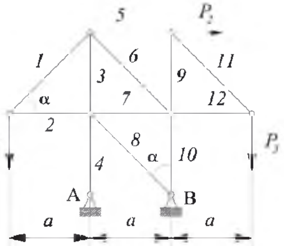
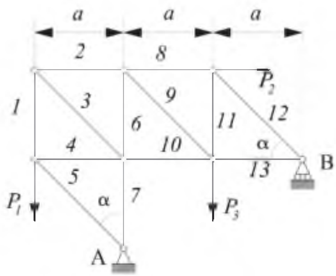
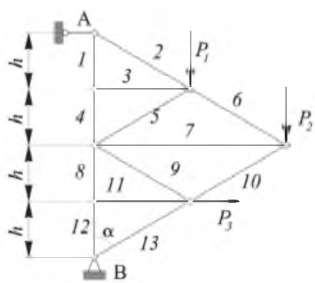
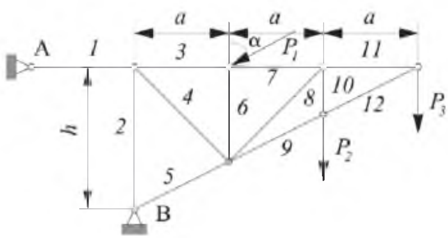
I. Tekis fermaning tayanch reaksiyalarini va sterjenlaridagi zo'riqishlarni aniqlash.

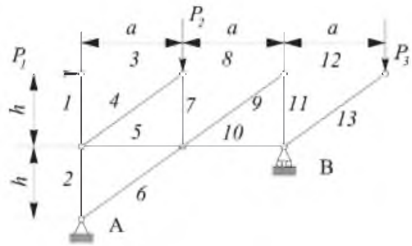
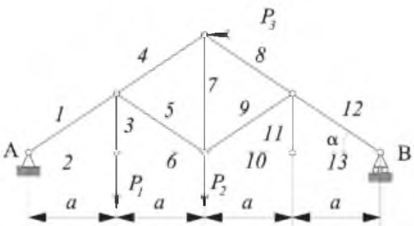
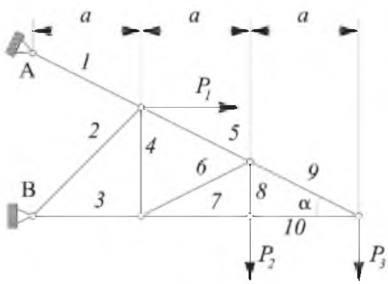
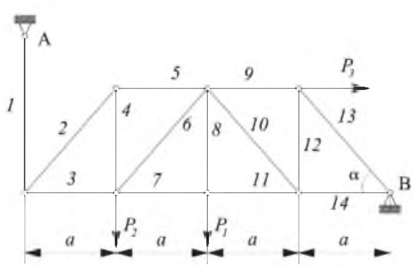
Fermaning berilgan yuklanishidagi tayanch reaksiyalari hamda uning barcha sterjenlaridagi zo'riqishlar tugunlarni kesish usuli bilan aniqlansin. Fermaning sxemalari va hisoblash uchun zarur bo'lgan ma'lumotlar *1-jadvalda* keltirilgan, qo'shimcha ravishda xuddi shu yuklanishida uning uchta sterjenlaridagi zo'riqishlar Ritter usuli bilan aniqlansin. Sterjenlarning raqamlari ham *1-jadvalda* ko'rsatilgan.

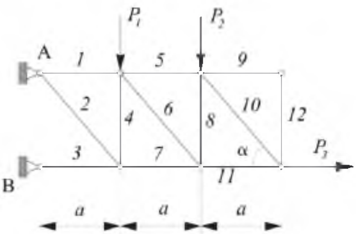
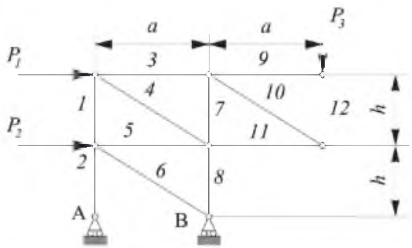
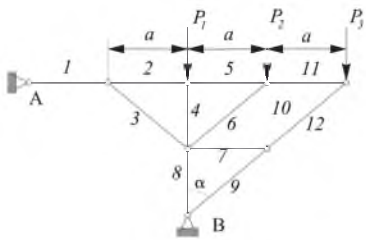
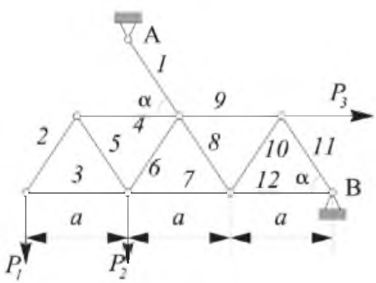
1-jadval

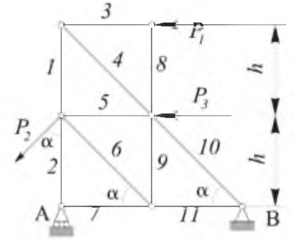
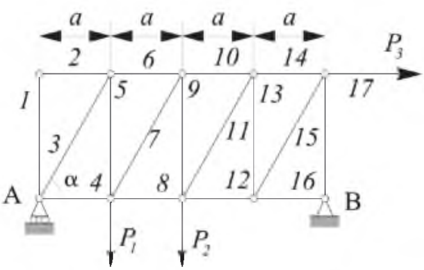
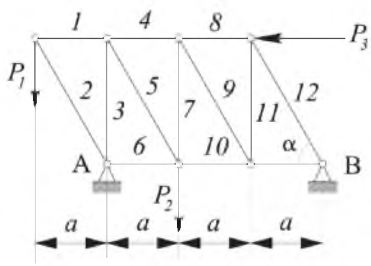
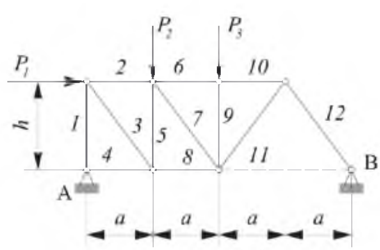
Variant raqamlari	Ferma sxemasi	Hisoblash uchun zarur bo'lgan ma'lumotlar
1	**2**	**3**
1.		$P_1=3$ *kN*, $P_2=6$ *kN*, $P_3=5$ *kN*, $a=3$ *m*, $\alpha=60°$, Ritter: 5, 6, 8.
2.		$P_1=2$ *kN*, $P_2=12$ *kN*, $P_3=6$ *kN*, $a=3$ *m*, $\alpha=60°$, Ritter: 4, 5, 10.

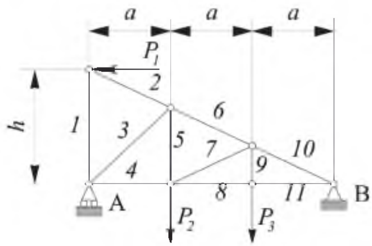
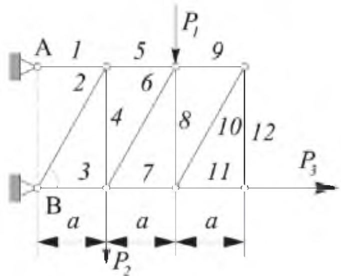
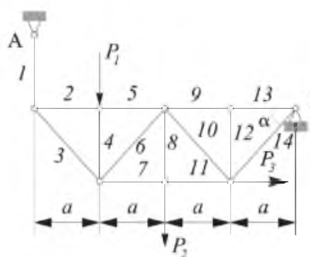
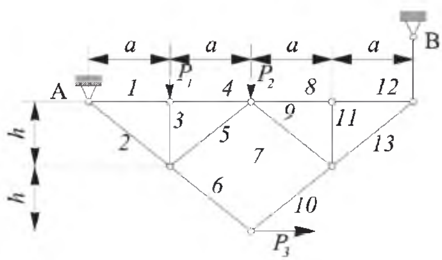
1	**2**	**3**
3.		P_1=60 *kN*, P_2=10 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=4 *m*, α=45°, Ritter: 4, 5, 10.
4.		P_1=4 *kN*, P_2=9 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=2 *m*, α=30°, Ritter: 3, 8, 9.
5.		P_1=4 *kN*, P_2=4 *kN*, P_3=10 *kN*, *a*=4 *m*, *h*=6 *m*, Ritter: 4, 7, 8.
6.		P_1=8 *kN*, P_2=4 *kN*, P_3=10 *kN*, *a*=5 *m*, α=60°, Ritter: 4, 5, 7.

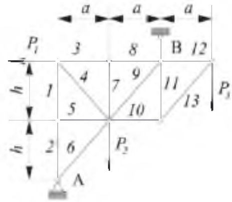
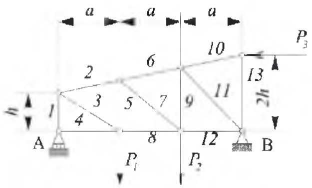
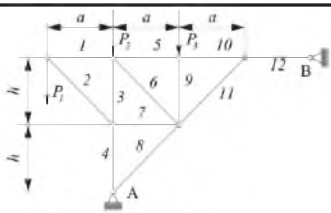
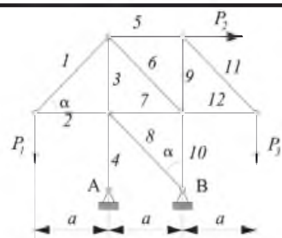
1	2	3
7.		P_1=3 *kN*, P_2=2 *kN*, P_3=1 *kN*, *a*=6 *m*, $\alpha-45°$, Ritter: 5, 8, 9.
8.		P_1=4 *kN*, P_2=2 *kN*, P_3=9 *kN*, *a*=4 *m*, α=45°, Ritter: 2, 6, 8.
9.		P_1=2 *kN*, P_2=4 *kN*, P_3=2 *kN*, *h* =2 m, α=60°, Ritter: 4, 5, 10.
10.		P_1=5 *kN*, P_2=8 *kN*, P_3=8 *kN*, *a*=4 *m*, *h* =9 *m*, α=30°, Ritter: 4, 7, 9.

1	**2**	**3**
11.		P_1=3 *kN*, P_2=7 *kN*, P_3=5 *kN*, a=4 *m*, h =3 *m*, Ritter: 8, 9, 11.
12.		P_1=10 *kN*, P_2=5 *kN*, P_3=3 *kN*, a=4 *m*, α=60°, Ritter: 4, 5, 9.
13.		P_1=10 *kN*, P_2=5 *kN*, P_3=3 *kN*, a=5 *m*, α=60°, Ritter: 3, 5, 6.
14.		P_1=10 *kN*, P_2=10 *kN*, P_3=5 *kN*, a=4 *m*, α=60°, Ritter: 5, 6,11.

1	2	3
15.		P_1=10 kN, P_2=3 kN, P_3=4 kN, a=2,5 m, α=60°, Ritter: 2, 5,7.
16.		P_1=3 kN, P_2=4 kN, P_3=5 kN, a=4 m, h=3 m, Ritter: 3, 5,7.
17.		P_1=5 kN, P_2=7 kN, P_3=7 kN, a=3 m, α=45°, Ritter: 3, 8, 9.
18.		P_1=4 kN, P_2=6 kN, P_3=3 kN, a=4 m, α=60°, Ritter: 3, 8, 9.

1	2	3
19.		P_1=5 *kN*, P_2=2 *kN*, P_3=8 *kN*, *a*=5 *m*, α=60°, Ritter: 1, 8, 9.
20.		P_1=10 *kN*, P_2=8 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=5 *m*, α=60°, Ritter: 3, 8, 9.
21.		P_1=5 *kN*, P_2=7 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=4 *m*, α=60°, Ritter: 3, 8, 9.
22.		P_1=2 *kN*, P_2=6 *kN*, P_3=8 *kN*, *a*=2,5 *m*, *h*=4 *m*, Ritter: 3, 8, 9.

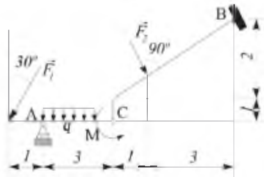
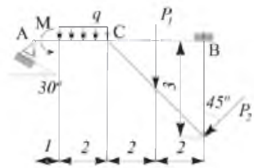
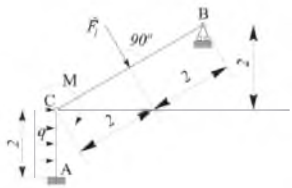
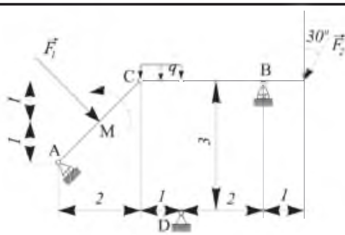
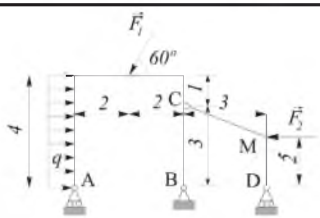
1	**2**	**3**
23.		P_1=2 *kN*, P_2=3 *kN*, P_3=5 *kN*, *a*=4 *m*, *h*=6 *m*, Ritter: 3, 8, 9.
24.		P_1=5 *kN*, P_2=6 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=5 *m*, α=60°, Ritter: 3, 8, 9.
25.		P_1=2 *kN*, P_2=8 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=6 *m*, *h*=3,6 *m*, α=45°, Ritter: 3, 8, 9.
26.		P_1=4 *kN*, P_2=6 *kN*, P_3=2 *kN*, *a*=4,8 *m*, *h*=3,6 *m*, Ritter: 3, 8, 9.

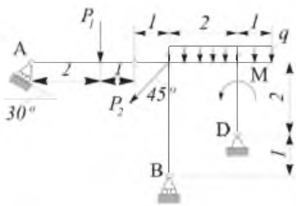
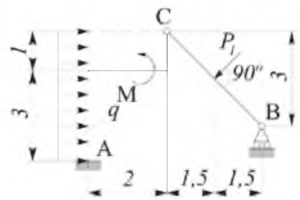
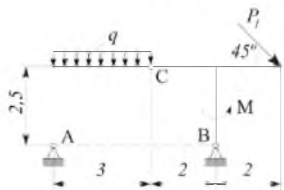
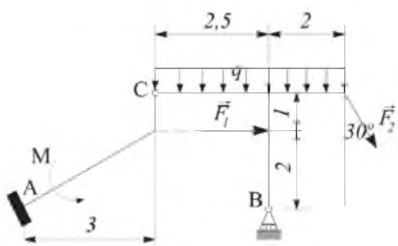
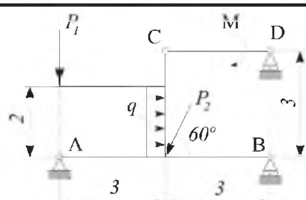
1	2	3
27.		$P_1=7\ kN$, $P_2=10\ kN$, $P_3=5\ kN$, $P_4=4{,}4\ m$, Ritter: 3, 8, 9, $h=3{,}3\ m$.
28.		$P_1=5\ kN$, $P_2=10\ kN$, $P_3=4\ kN$, $a=4\ m$, $h=2\ m$, Ritter: 3, 8, 9.
29.		$P_1=9\ kN$, $P_2=4\ kN$, $P_3=4\ kN$, $a=4\ m$, $h=3\ m$, Ritter: 3, 8, 9.
30.		$P_1=4\ kN$, $P_2=3\ kN$, $P_3=8\ kN$, $a=4\ m$, $\alpha=45°$, Ritter: 3, 8, 9.

II. Qo‘shma konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlash (ikkita jismdan iborat sistema) mavzuyi bo‘yicha talabalar tomonidan mustaqil bajariladigan hisob-chizma ishlari variantlari.

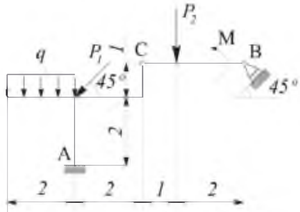
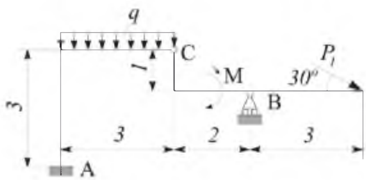
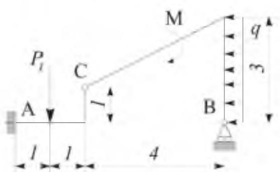
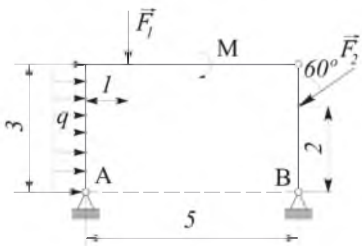
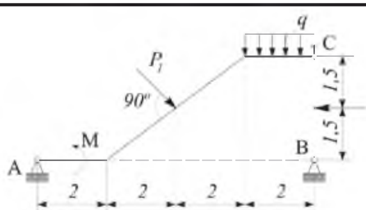
C nuqtada birlashtiriladigan ikkita jismdan iborat qo‘shma konstruksiyaning tayanch reaksiyalari aniqlansin. Qo‘shma konstruksiyaning sxemalari va hisoblash uchun zarur kattaliklar *2-jadvalda* ko‘rsatiladi.

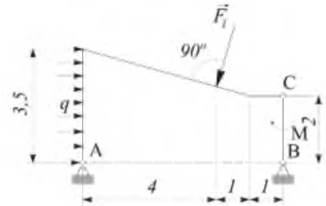
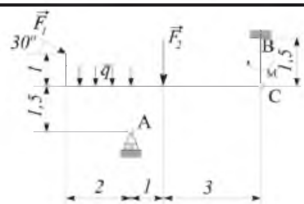
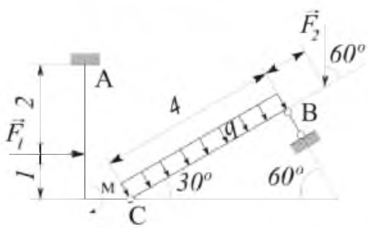
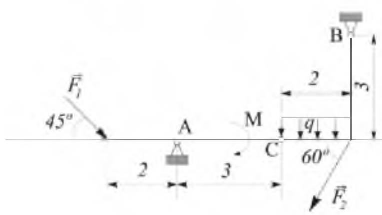
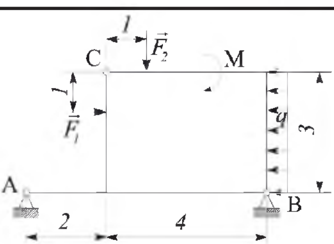
2-jadval

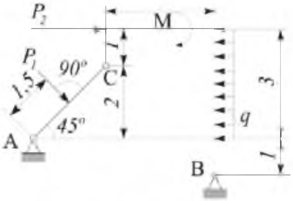
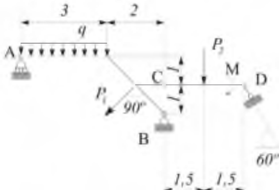
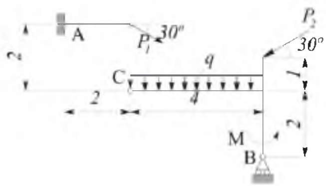
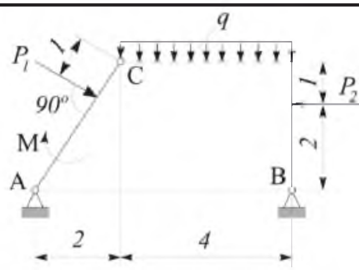
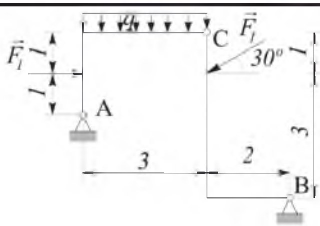
Variant raqamlari	Konstruksiyaning sxemalari	Hisoblash uchun kerakli ma'lumotlar
1	**2**	**3**
1.		$\vec{F}_1 = 7\ kN$, $\vec{F}_2=10\ kN$, $M=14\ kNm$, $q=3{,}8\dfrac{kN}{m}$.
2.		$\vec{F}_1=5\ kN$, $\vec{F}_2=8\ kN$, $M=22\ kNm$, $q=3{,}6\dfrac{kN}{m}$.
3.		$\vec{F}_1=6\ kN$, $M=20\ kNm$, $q=3{,}4\dfrac{kN}{m}$.
4.		$\vec{F}_1=9\ kN$, $\vec{F}_2=6\ kN$, $M=18\ kNm$, $q=3{,}2\dfrac{kN}{m}$.
5.		$\vec{F}_1=12\ kN$, $\vec{F}_2=4\ kN$, $M=16\ kNm$, $q=3\dfrac{kN}{m}$.

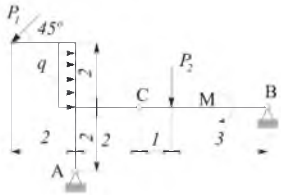
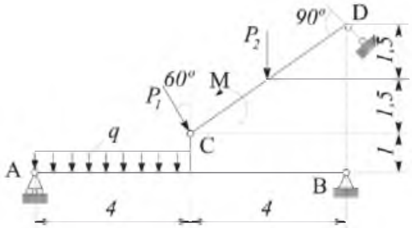
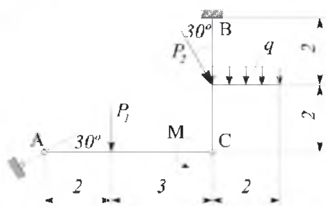
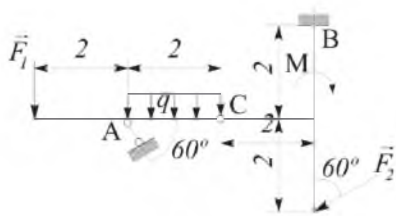
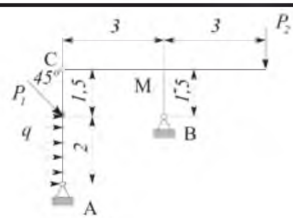
1	2	3
6.		$\vec{F}_1=15\ kN$, $\vec{F}_2=5\ kN$, $M=14\ kNm$, $q=2,8\dfrac{kN}{m}$.
7.		$\vec{F}_1=14\ kN$, $M=12\ kNm$, $q=2,6\dfrac{kN}{m}$.
8.		$\vec{F}_1=13\ kN$, $M=10\ kNm$, $q=2,4\dfrac{kN}{m}$.
9.		$\vec{F}_1=12\ kN$, $\vec{F}_2=6\ kN$, $M=15\ kNm$, $q=2,2\dfrac{kN}{m}$.
10.		$\vec{F}_1=11\ kN$, $\vec{F}_2=7\ kN$, $M=20\ kNm$, $q=2\dfrac{kN}{m}$.

2-jadvalning davomi

1	2	3
11.		$\vec{F}_1$=10 kN, $\vec{F}_2$=8 kN, M=25 kNm, q=1,8 $\dfrac{kN}{m}$.
12.		$\vec{F}_1$=9 kN, M=16 kNm, q=1,6 $\dfrac{kN}{m}$.
13.		$\vec{F}_1$=8 kN, M=18 kNm, q=1,4 $\dfrac{kN}{m}$.
14.		$\vec{F}_1$=7 kN, $\vec{F}_2$=9 kN, M=20 kNm, q=1,2 $\dfrac{kN}{m}$.
15.		$\vec{F}_1$=6 kN, $\vec{F}_2$=10 kN, M=22 kNm, q=1 $\dfrac{kN}{m}$.

1	2	3
16.		$\vec{F}_1 = 5\ kN$, $M = 24\ kNm$, $q = 0,8\dfrac{kN}{m}$.
17.		$P_1 = 10\ kN$, $P_2 = 12\ kN$, $M = 17\ kNm$, $q = 1,6\dfrac{kN}{m}$.
18.		$\vec{F}_1 = 6\ kN$, $\vec{F}_2 = 10\ kN$, $M = 15\ kNm$, $q = 1,4\dfrac{kN}{m}$.
19.		$\vec{F}_1 = 8\ kN$, $\vec{F}_2 = 9\ kN$, $M = 13\ kNm$, $q = 1,2\dfrac{kN}{m}$.
20.		$\vec{F}_1 = 10\ kN$, $\vec{F}_2 = 7\ kN$, $M = 11\ kNm$, $q = 1\dfrac{kN}{m}$.

1	2	3
21.		$\vec{F}_1$=12 kN, $\vec{F}_2$=8 kN, M=9 kNm, $q=1,1\frac{kN}{m}$.
22.		$\vec{F}_1$=14 kN, $\vec{F}_2$=6 kN, M=7 kNm, $q=1,2\frac{kN}{m}$.
23.		$\vec{F}_1$=11 kN, $\vec{F}_2$=4 kN, M=5 kNm, $q=1,3\frac{kN}{m}$.
24.		$\vec{F}_1$=8 kN, $\vec{F}_2$=5 kN, M=10 kNm, $q=1,4\frac{kN}{m}$.
25.		$\vec{F}_1$=5 kN, $\vec{F}_2$=6 kN, M=15 kNm, $q=1,5\frac{kN}{m}$.

1	2	3
26.		$\vec{F}_1=10\ kN$, $\vec{F}_2=7\ kN$, $M=20\ kNm$, $q=2\dfrac{kN}{m}$.
27.		$\vec{F}_1=15\ kN$, $\vec{F}_2=8\ kN$, $M=25\ kNm$, $q=2{,}5\dfrac{kN}{m}$.
28.		$F_1=13\ kN$, $\vec{F}_2=9\ kN$, $M=30\ kNm$, $q=3\dfrac{kN}{m}$.
29.		$\vec{F}_1=11\ kN$, $\vec{F}_2=10\ kN$, $M=18\ kNm$, $q=3{,}5\dfrac{kN}{m}$.
30.		$\vec{F}_1=9\ kN$, $\vec{F}_2=12\ kN$, $M=26\ kNm$, $q=4\dfrac{kN}{m}$.