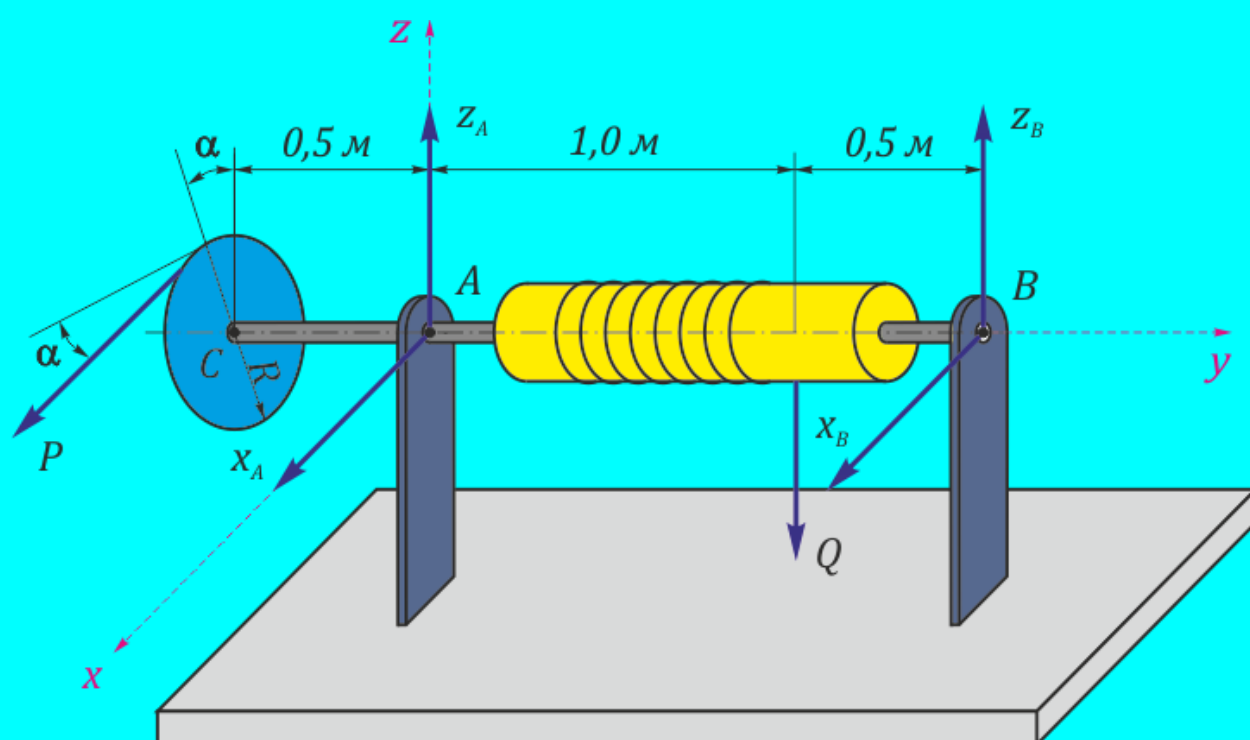


T. Bultakov, G'.G'. Egamnazarov, X.X. Igamberdiev

NAZARIY MEXANIKA

PRAKTIKUM

STATIKA



2019-yil

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

JIZZAX POLITEXNIKA INSTITUTI

T. Bultakov, G‘.G‘. Egamnazarov, X.X. Igamberdiev

NAZARIY MEXANIKA

PRAKTIKUM

STATIKA

Texnika oliy o‘quv yurtlari talabalari va o‘qituvchilari hamda mustaqil
o‘rganuvchilar uchun o‘quv qo‘llanma

2019-yil

T. Bultakov., G'.G'. Egamnazarov., X.X. Igamberdiev

**Nazariy mexanika. Statika. Misol va masalalar yechimlari bilan.
O'quv qo'llanma-266 bet.**

Taqrizchilar: **Axmedov A.B.** O'zbekiston Respublikasi Milliy Universiteti "Mexanika va matematik modellash" kafedrasi mudiri, fizika – matematika fanlari doktori.
Ubaydullayev S. Jizzax Davlat pedagogika instituti "Texnologiya ta'limi nazariyasi" kafedrasi dotsenti, texnika fanlari nomzodi.

Muharrir: **Jizzax Politexnika instituti**
"Umumtexnika fanlari" kafedrasi katta o'qituvchisi.

Nazariy mexanika fanining "Statika" bo'limiga oid ushbu o'quv qo'llanma Oliy texnika o'quv yurtlarining talabalariga mo'ljallangan bo'lib, fan bo'yicha o'tiladigan mavzularni to'liq holda o'z ichiga qamrab oladi. O'quv qo'llanmada statika bo'limiga tegishli bo'lgan asosiy mavzular uchta bobga ajratilib yoritilgan. Unda nazariy mexanikaning "Statika" bo'limiga oid eng asosiy nazariy tushunchalar, kerakli formulalar, tushunarli tarzda yechilgan misol va masalalar hamda bo'lim bo'yicha tuzilgan eng sodda 222 dan ziyod test savollari javoblari bilan keltirilgan. O'quv qo'llanmada har bir mavzu yuzasidan bir qancha tipik misollar har xil usullarni qo'llab yechib ko'rsatilgan, umumiy holda "Statika" bo'limi 120 dan ortiq yechilgan statik masalalar yordamida yoritilgan.

Farzandlarimizni mustaqil fikrlaydigan, zamonaviy bilim va kasb-hunarlarni chuqur egallaydigan, mustahkam hayotiy pozitsiyaga ega, chinakam vatanparvar insonlar sifatida tarbiyalash biz uchun hamisha dolzarb masala hisoblanadi.

SH. MIRZIYOYEV

SO‘Z BOSHI

Har bir jamiyat o‘z a‘zolarining yetukligi, barkamolligi, salohiyati bilan faxrlanadi, chunki fozil insonlari ko‘p bo‘lgan jamiyat ham moddiy, ham ma‘naviy jihatdan gullab yashnaydi. Millatning chin farzandi o‘tmishiga suyanib, kelajagiga ishonib yashaydi. Ajdodlarimiz qoldirgan boy ma‘naviy-ma‘rifiy merosdan faxr tuyg‘usini his etgan holda ularning munosib vorislari bo‘lishga intilish, ilm-u fanimiz rivoji va istiqboli to‘g‘risida qayg‘urib, yoshlarni haqiqiy vatanparvar, zukko va har bir muammoni yecha oladigan, bilimdon qilib tarbiyalash har birimizning burchimizdir.

Mazkur o‘quv qo‘llanma Texnika Oliy O‘quv yurtida tahsil olayotgan talabalar uchun mo‘ljallangan. Unda “Nazariy mexanika”ning “Statika” bo‘limiga oid eng asosiy nazariy tushunchalar, kerakli formulalar, tushunarli tarzda izoh bilan yechilgan misol va masalalar hamda bo‘lim bo‘yicha tuzilgan eng sodda test savollari keltirilgan. Qo‘llanmada asosiy e‘tibor I.V. Meshcherskiyning “Nazariy mexanikadan masalalar to‘plami”, hamda, O.E.Kepe va boshqalarning “Nazariy mexanika fanidan qisqa masalalar to‘plami” kitoblariga qaratilgan. Qo‘llanmaning asosini ushbu kitoblardagi mavzular bo‘yicha masalalarni yechish usullari tashkil etadi. Har bir yechib ko‘rsatilgan masala tartib bilan raqamlangan. Masala tartib raqamidagi qavs ichiga yozilgan son shu kitoblardagi masala tartib raqami bilan mos tushadi va bu tartib raqamlarning chekkasiga qo‘yilgan (*) yoki (**) belgilar

kitoblarning qaysi biriga tegishli ekanligini ifodalaydi: (*) belgi –I.V. Meshcherskiy kitobiga, (**)-belgisi esa O.E. Kepe... va boshqalarning kitobiga tegishli ekanligini bildiradi.

Statikaning asosiy tushunchalari, aksiomalari, bog‘lanish va bog‘lanish reaksiya kuchlari mavzulari qo‘llanmaning kirish qismiga kiritilgan. Qo‘llanmaning qolgan qismi 3 ta bobdan iborat: I-bob. “Tekislikdagi kuchlar sistemasi” deb nomlanadi. Bu bob 12 ta mavzuga bo‘lingan holda har bir mavzuga oid misol va masalalar yechimi bilan keltirilgan. II - bob “Fazoviy kuchlar sistemasi” deb nomlangan hamda 4 ta mavzuga bo‘lib yoritilgan. Yechilgan misol va masalalar o‘rganuvchiga tushunarli tarzda to‘liq izohlari hamda chizmalari bilan berilgan. III - bob esa, statika bo‘limi yuzasidan tuzilgan test savollaridan tashkil topgan.

Tarixdan ma’lumki, mamlakatni boy va qudratli qilish uchun eng yaxshi strategiya, bundan ikki asr muqaddam, davlat hududini kengaytirish hisoblangan. O‘tgan asrdagi eng yaxshi strategiya esa o‘z yer osti boyliklari bo‘lgan. Qaysidir mamlakat o‘z neftiga, yana qaysi biri yer osti oltin va olmoslariga ishonib, xalqini boy, mamlakatni qudratli qilishni ko‘zlagan. Hozirgi elektronika asrida esa eng yaxshi strategiya- bu avlodni bilimli qilish ekanligi va shu orqali dunyo iqtisodini egallash mumkinligi butun jahon hamjamiyati liderlari va olimlari tomonidan xulosa qilingan.

Shunday ekan, mamlakatimizning kelajakda buyuk davlatlar qatoriga qo‘shilishining birdan-bir yo‘li ta’lim tizimini, ayniqsa mexanika va matematikani rivojlantirish, hamda ular asosida texnikani taraqqiy ettirish lozim ekanligini barchamiz tushunamiz. Vatan ravnaqi sanoatning rivojlanishiga bog‘liq. Sanoatning rivojlanishi esa texnikani mukammal egallanishiga bog‘liq. Texnikani mukammal o‘zlashtirish uchun mexanika va uning qonunlarini yaxshi o‘rganish kerak. Shu sababli, o‘z kelajagini muhandislik kasbi bilan bog‘lagan har bir talaba, barcha muhandislik fanlarining asosi hisoblanadigan nazariy mexanika fanini o‘rganishga majburdir.

Mualliflar o'quv qo'llanmani tayyorlashda yaqindan yordam bergani hamda kompyuterda sahifalashga va dizaynga o'z hissasini qo'shgan F.B.O'razaliyevga samimiy minnatdorchilik bildiradi.

Albatta, ushbu o'quv qo'llanma kamchiliklardan xoli emas. Shu nuqtai nazardan, kamchiliklarni bartaraf etish bo'yicha taklif va mulohazalarini bildirmoqchi bo'lgan kitobxonlarga, avvalo, o'z minnatdorchiligimizni bildiramiz hamda quyidagi elektron manzilimizni qoldiramiz.: dgpi_info@edu.uz.

KIRISH

Nazariy mexanika predmeti matematik va fizikaviy bilimlarga asoslangan bo'lib, uni hamma talaba ham birdek yengil tushunib qabul qilavermaydi. Avvalo o'zida o'rganilayotgan xodisalarning fizikaviy mohiyatini to'liq tushunish va mexanika masalalarini yechishda matematik usullardan foydalana olish juda muhimdir.

Matematikaning tegishli bo'limlarini chuqur bilmasdan turib, nazariy mexanikani o'rganib bo'lmaydi. Nazariy mexanikaning statika bo'limini yaxshi tasavvur va idrok qilish uchun talaba quyidagi matematik bilimlarga ega bo'lishi lozim:

- a) To'g'ri burchakli uchburchaklarni yecha bilishi;
- b) Qiyshiq burchakli uchburchaklar nazariyasidan sinuslar teoremasini, kosinuslar teoremasini va uchburchak tomonlarining kvadrati haqidagi teoremlarni bilishi;
- v) Ikki nuqta orasidagi masofa va ikki yo'nalish orasidagi burchak uchun formulalarni, tekislikdagi va fazodagi to'g'ri chiziqlarning tenglamalarini bilishi;
- g) Vektorlar algebrasidan vektorlarni qo'shish, ayirish va ularning ba'zi bir qoidalarini takrorlashi;
- d) Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalarning ta'riflarini, ularning ba'zi bir burchaklardagi qiymatlarini bilishi;
- e) Stereometriya elementlarini to'liq bilishi;
- j) Analitik geometriyaning asosiy tushunchalarini, xususan tekislikdagi va fazodagi Dekart koordinatalar sistemasini qurishni bilishi lozim. Biz bilamizki koordinatalar sistemi quyidagi tartibda quriladi:

1. Koordinatalar boshi tanlanadi.

2. Koordinatalar o'qlari tanlanadi.

3. Tanlangan o'qlarning yo'nalishi ko'rsatiladi (biz tomondan xohlab qo'yilgan strelka o'qning musbat yo'nalishini ifodalaydi).

Mexanikaning hayotga va hozirgi ilm fanga tadbiqi juda ham beqiyos. Masalan: qurilishda, avtotransportda, samolyotsozlikda, harbiy sanoatda, meditsinada va hokazo. Hammamizga ma'lumki, mexanika fani fikrlashni o'rgatadi. Ushbu qo'llanmani yaratishdan ko'zlangan asosiy maqsad, avvalo, talabalarni nazariy mexanika fanidan misol va masalalar yechishga o'rgatish, o'tilgan mavzularni takrorlash va asosiysi mexanika olamidagi dunyoqarashini shakllantirishdan iboratdir. Nazariy mexanika kursini o'rganishda talaba faqat ma'ruza tinglab qolmay, balki, albatta uning masalalarini mustaqil yechishga ham jiddiy e'tibor berishi lozim, chunki uni o'rganishning eng asosiy omillaridan biri bu- masala yechishni mukammal o'zlashtirishdan iboratdir. Murakkab algebraik almashtirishlar va hisoblashlardan iborat bo'lgan mexanika masalalari bilan bir qatorda, shu darajaga yetishish uchun, uning sodda va og'zaki hal qilinadigan masalalarini ham o'rganish katta ahamiyatga ega. Ushbu qo'llanma, sizga shu yo'nalishda yordam beradi, deb umid qilamiz.

STATIKA.

ASOSIY TUSHUNCHALAR VA AKSIOMALAR.

Nazariy mexanika predmeti statika, kinematika va dinamika bo'limlaridan iborat bo'lib, statika bo'limi qandaydir kuchlar ta'sirida bo'lgan moddiy jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni qo'shish, ayirish va kuchlarni ta'sir jihatdan teng bo'lgan ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish masalalarini o'rganadi, lekin shu kuchlar ta'siridagi jismning harakati e'tiborga olinmaydi.

Statikani o'rgana boshlashdan oldin biz uning quyidagi asosiy tushunchalari bilan mukammal tanishib chiqamiz:

1. Mexanikada berilgan jismning harakati yoki holati biror qo'zg'almas (masalan, yerga mahkamlangan) koordinatalar sistemasiga nisbatan o'rganiladi. Bu koordinatalar sistemasiga **sanoq sistemasi** deyiladi.

2. Qaralayotgan boshqa jismga nisbatan o'lchamlari e'tiborga olinmaydigan, shaklining ahamiyati bo'lmagan jismga mexanikada **moddiy nuqta** deyiladi.

3. Jismning harakati mobaynida uning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmasdan qolsa, bunday jismga **absolyut qattiq jism** deyiladi.

4. Vaqt o'tishi bilan moddiy jismlarning bir-birlariga nisbatan ko'chishiga **mexanik harakat** deyiladi.

5. Jismlar o'zaro ta'sirining miqdori va yo'nalishini ifodalaydigan kattalik **kuch** deyiladi. Kuch ham miqdor, ham yo'nalishga ega bo'lgani uchun, vektor kattalik bo'lib, u **qo'yilgan nuqtasi, yo'nalishi va miqdori (moduli)** bilan xarakterlanadi. Jismning bevosita kuch ta'sir etadigan nuqtasi **kuch qo'yilgan nuqta** deyiladi. Tinch holatdagi jismning kuch ta'sirida olgan harakat yo'nalishi **kuchning yo'nalishi** deyiladi. Ta'sir qilayotgan kuchning son qiymati **kuch miqdori** deyiladi. Xalqaro SI birliklar sistemasida kuch birligi sifatida 1 Nyuton (1 N) qabul qilingan. Kuch birligiga quyidagicha ta'rif beriladi: **1 kg massali jismga 1 m/sek² tezlanish bera oladigan kuchga 1 N deb ataladi.** Nyutonning

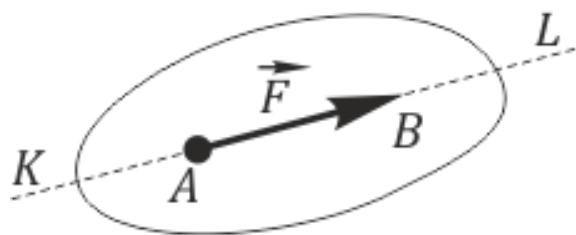
2-qonuniga asosan: $1 N = 1 kg \cdot 1 \frac{m}{sek^2} = 1 kg \cdot \frac{1}{sek} \cdot 1 \frac{m}{sek}$ deb yozishimiz mumkin. Bu ifodaning 2-tengligiga asosan, $1 N$ kuchning tezlik orqali berilgan ta'rif quyidagicha ifodalanadi: **$1 N$ deb $1 kg$ massali jismga 1 sekunda $1 m/sek$ tezlik bera oladigan kuchga aytiladi.** Kuch birligiga berilgan har ikkala ta'rif ham o'rinlidir, faqat ulardan birinchisi tezlanish, keyingisi esa tezlik orqali ifodalangan. Texnikada kuch birligi sifatida ko'pincha 1 ot kuchi ($1 o.k.$) ishlatiladi.

$$1 o.k = 75 kg \cdot 1 \frac{m}{sek^2} = 75 kg \cdot \frac{1}{sek} \cdot 1 \frac{m}{sek} = 1 kg \cdot 75 \frac{m}{sek^2} = 1 kg \cdot \frac{1}{sek} \cdot 75 \frac{m}{sek} .$$

Bu to'rtta tenglikka to'rt xil ta'rif berish mumkin. Masalan: **$75 kg$ massali jismga $1 m/sek^2$ tezlanish beradigan kuchga $1 o.k$ deyiladi yoki $1 kg$ massali jismga 1 sekunda $75 m/sek$ tezlik bera oladigan kuchga ham $1 o.k$ deb ataladi.** Boshqacha qilib aytadigan bo'lsak, **$75 kg$ massali jismni 1 sekunda 1 metr masofaga siljitish uchun sarflanadigan kuchga, yoki $1 kg$ massali jismni 1 sekunda 75 metr masofaga uloqtiradigan kuchga 1 ot kuchi deb atash mumkin.** Texnik birliklar sistemasi deb ataladigan MKGSS birliklar sistemasida esa, kuch birligi sifatida 1 kilogramm-kuch ($1 kg.k$) qabul qilingan. $1 kg.k = 9,81 N$; $1 N = 0,102 kg.k$ ga teng.

Kuch vektori yotgan to'g'ri chiziq **kuchning ta'sir chizig'i** deyiladi.

1-rasmda A nuqta kuch qo'yilgan nuqtani, ma'lum masshtabda olingan AB kesmaning uzunligi $\vec{F}$ kuchning miqdorini, AB kesmaning oxiriga qo'yilgan strelka (AB -vektor) kuchning yo'nalishini, KL -to'g'ri chiziq kuchning ta'sir chizig'ini bildiradi.



1-rasm.

6. Agar jismga bir vaqtda bir nechta $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etsa, bunday kuchlar to'plamiga **kuchlar sistemasi** deyiladi va $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ deb belgilanadi.

7. Jismga qo'yilgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasining ta'sirini boshqa bir $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$ kuchlar sistemasi bilan almashtirish mumkin bo'lsa, bunday kuchlar sistemasi **ekvivalent kuchlar sistemasi** deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \Leftrightarrow (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$$

8. Agar $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini bitta $\vec{R}$ kuch bilan almashtirish mumkin bo'lsa, bu kuchga berilgan kuchlar sistemasining **teng ta'sir etuvchisi** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \Leftrightarrow \vec{R}$$

9. Jismga bir qancha kuchlar ta'sir qilishiga qaramay u o'zining tinch holatini saqlab qolsa, jismning bunday harakatsiz holati uning **muvozanat holati** deyiladi.

10. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa, bunday kuchlar sistemasiga **muvozanatlashgan kuchlar sistemasi** yoki **nolga ekvivalent kuchlar sistemasi** deyiladi. Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi nolga ekvivalent bo'ladi va quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \Leftrightarrow 0$$

11. Miqdor jihatdan teng ta'sir etuvchi kuchga teng, yo'nalishi u bilan bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi qo'yilgan kuchga **muvozanatlovchi kuch** deyiladi.

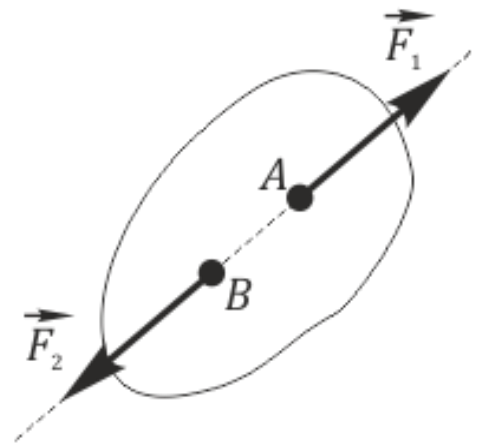
12. Qaralayotgan sistemani tashkil etgan nuqtalar (yoki jismlar) orasidagi o'zaro ta'sir etuvchi kuchlar **ichki kuchlar** deyiladi.

13. Berilgan sistemaga tegishli bo'lmagan boshqa bir jismlarning sistema elementlariga ta'sir qiladigan kuchlari **tashqi kuchlar** deb ataladi.

Statikaning aksiomalari

Statika bo'limi tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan quyidagi aksiomalarga asoslanadi.

1–aksioma: Absolyut qattiq jismga qo'yilgan miqdorlari teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch muvozanatlashadi, ya'ni bu kuchlar sistemasi nolga ekvivalent bo'ladi (2–rasm).



2–rasm.

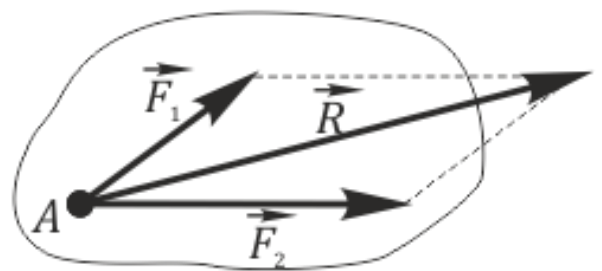
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \text{ yoki } (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \Leftrightarrow 0$$

2–aksioma: Erkin jismga ta'sir qiluvchi kuchlar sistemasiga nolga ekvivalent kuchlar sistemasini qo'shish yoki ayirish bilan jismning holati o'zgarmaydi.

Yuqoridagi aksiomalardan quyidagi ajoyib natija kelib chiqadi.

Erkin jismning holatini o'zgartirmay, unga qo'yilgan kuchni o'z ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirish mumkin.

3–aksioma: (3-rasm). (Parallelogramm aksiomasi). Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan va bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi, miqdor va yo'nalish jihatdan shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan nuqtadan o'tuvchi diagonaliga teng bo'lib, shu diagonal bo'ylab yo'naladi

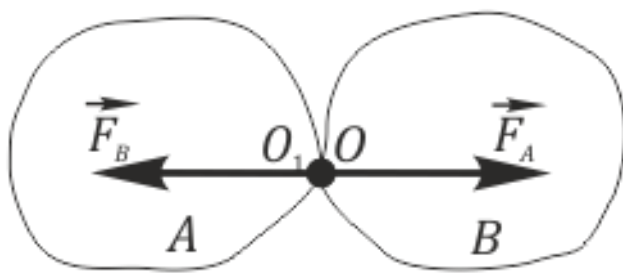


3–rasm.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1)$$

4–Aksioma: (Ta'sir va aks ta'sir). Har qanday ta'sirga miqdor jihatdan teng va yo'nalishi qarama-qarshi aks ta'sir mavjuddir (4–rasm).

Masalan, A jismning B jismga ko'rsatadigan F_A ta'sir kuchi B jismning O nuqtasiga qo'yiladi. B jismning A jismga F_B ta'sir kuchi A jismning O_1 nuqtasiga



4–rasm.

qo‘yiladi. F_A va F_B kuchlar miqdor jihatdan bir-biriga teng va ta’sir chiziqlari umumiy bo‘lib, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan:

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$$

5–Aksioma. Berilgan kuchlar ta’sirida deformatsiyalanadigan jism muvozanat holatida absolyut qattiq jismga aylansa, uning muvozanati o‘zgarmaydi. *Bu aksioma qotish prinsipi deyiladi.*

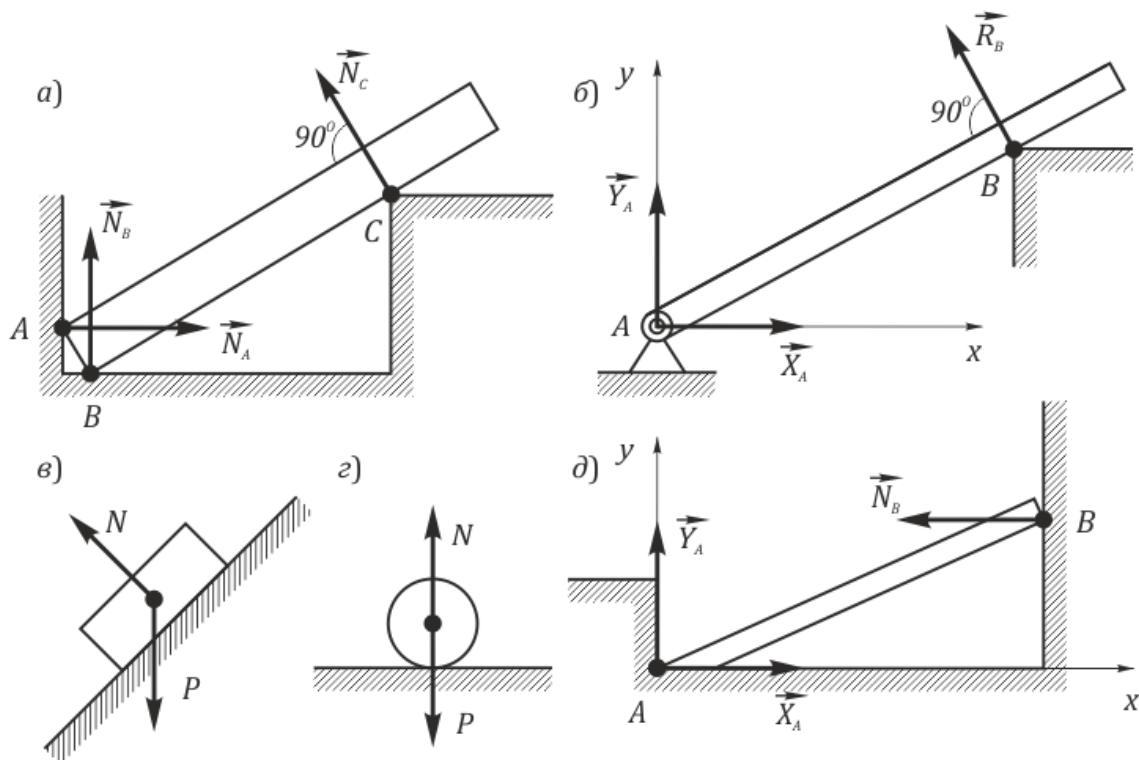
Bog‘lanish va bog‘lanish reaksiyalari.

Agar jism tekislikda yoki fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa, ya’ni, uning harakatiga hech qanday cheklanish qo‘yilmagan bo‘lsa, bunday jismni **erkin jism** deb ataymiz.

Lekin tabiatda, yon atrofingizga e’tibor qarating, erkin jism mavjud emas. Odatda, har qanday jismning harakati biron-bir yo‘nalishda boshqa jismlar tomonidan cheklangan bo‘ladi. Bunday jismlar **erkin bo‘lmagan jismlar** deyiladi. Erkin jismni, faqat fanda masala yechishda mavjud deb faraz qilinadi. Jismlarning harakatiga to‘siq bo‘ladigan boshqa bir jismlarga **bog‘lanish** deyiladi. Yoki, qisqacha qilib aytganda, **bog‘lanish deb**, jism nuqtalarining tekislikdagi (yoki fazodagi) vaziyati va harakatiga qo‘yiladigan cheklanishlarga aytiladi. Jismga esa **bog‘lanishdagi jism** deyiladi. Bog‘lanishning jismga ko‘rsatadigan ta’sirini, belgilovchi kuch **bog‘lanish reaksiya kuchi** yoki qisqacha **reaksiya kuchi** deb ataladi. Statika masalalarini yechishda jismga ta’sir etuvchi kuchlarni aktiv kuchlar va reaksiya kuchlariga ajratiladi. Statikaning aksiomalari mexanikaning har bir qadamida qo‘llaniladi, lekin ko‘p masalalarni yechishda **bog‘lanishdan bo‘shatish prinsipi** deb ataladigan 6–aksioma yordamida bog‘lanishdagi jismni shartli ravishda erkin jism deb qabul qilinadi. Bu prinsip quyidagicha ta’riflanadi:

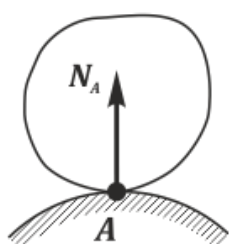
6–Aksioma. Bog‘lanishdagi jismni erkin jism holatiga keltirish uchun unga ta’sir etuvchi aktiv kuchlar qatoriga bog‘lanish reaksiya kuchini ham qo‘shish kerak. Ya’ni, boshqacha qilib aytadigan bo‘lsak, har qanday bog‘lanishdagi jismni bog‘lanishlardan bo‘shatib, ularning o‘rniga reaksiya kuchlarini qo‘ysak, uni erkin jism deb qarash mumkin.

Bu reaksiya kuchining yo‘nalishini to‘g‘ri qo‘yish va uning miqdorini hisoblash statikaning asosiy masalalaridan biridir. Bog‘lanishdagi jismlarining harakati qaysi tomondan cheklangan bo‘lsa, reaksiya kuchi shu tomonga bir to‘g‘ri chiziq bo‘ylab qarama-qarshi tomonga qo‘yiladi va har doim tayanch tekisligiga perpendikulyar bo‘ladi. Quyidagi 5-rasm a), b), e), z) va d) larda hamda 1-jadvalda statika masalalarini yechishda ko‘p martalab qo‘llaniladigan bog‘lanishlarning asosiy turlari va ularda hosil bo‘ladigan tayanch reaksiya kuchlarining ko‘rinishlari, ya’ni, ularning kitobiy ko‘rinishi, nomlanishi va yo‘nalishlari aniq ro‘yxat qilib keltirilgan.

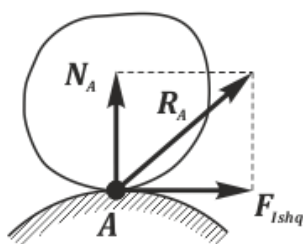


5–rasm.

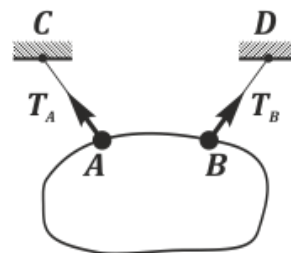
Statikada reaksiya kuchlarini aniqlash



Silliqlik sirt uchun



Silliqlik bo'lmagan sirt uchun

 T_A, T_B – Taranglik kuchlari

T/R №	Kitobdagi belgilanishi	Bog'lanish nomi	Reaksiya kuchlari va ularning yo'nalishi
1		Qistirib mahkamlangan tayanch	
2		Gorizontaal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch	
3		Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch	
4		Gorizontaal va vertikal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch	
5		Gorizontaal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch	
6		Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch	
7		Qo'zg'almas sharnirli tayanch	
8		Sharnirli tayanch	
9		Sharnirsiz tayanch	

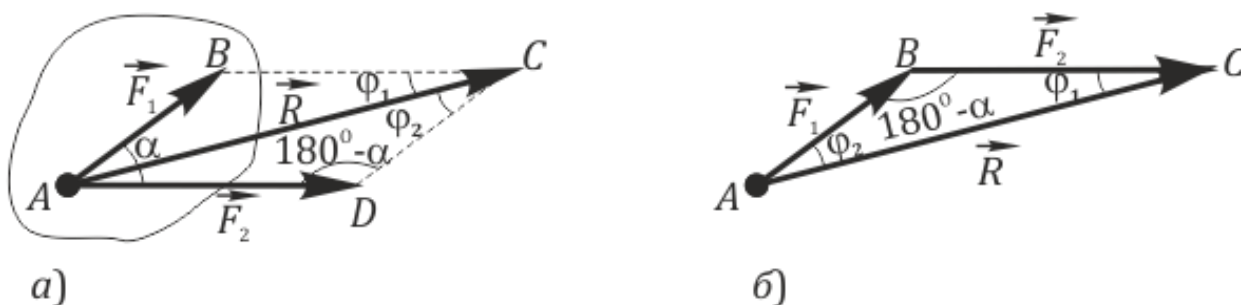
I-bob. Tekislikdagi kuchlar sistemasi

1-§. Kesishuvchi kuchlar sistemasi va ularni qo'shish

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar ***bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi*** deyiladi. Statika aksiomalariga asosan, kuchlarni ta'sir chiziqlari bo'ylab bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga ko'chirish mumkinligi uchun ushbu kuchlarni bir nuqtaga yig'ish mumkin. Shuning uchun bu kuchlarni ***bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar*** sistemasi deb ham atashadi. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini qo'shish va ularning teng ta'sir etuvchisini topishda quyidagi to'rtta holatdan foydalanamiz:

1. Uchinchi aksiomaga asosan, bir nuqtaga qo'yilgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi R , shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



1.1-rasm.

Teng ta'sir etuvchi R ning son qiymati kosinuslar teoremasiga asosan topiladi:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha)} \quad (1.1)$$

Keltirish formulasiga asosan, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha} \quad (1.2)$$

Agar berilgan ikkita kuch orasidagi burchak 90° dan katta bo'lsa, (1.1) formula orqali, agar kichik bo'lsa, (1.2) formuladan foydalanish qulayroqdir.

$$\text{Agar } \alpha = 90^\circ \text{ bo'lsa, } R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2},$$

$$\text{Agar } \alpha = 180^\circ, \text{ bo'lsa, } R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2} = F_1 - F_2$$

Agar $\alpha = 0^\circ$, bo'lsa, $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2} = F_1 + F_2$ ga teng bo'ladi.

bu yerda: α —shu ikki F_1, F_2 kuchlar orasidagi burchak bo'lib, $\alpha = \varphi_1 + \varphi_2$ bo'ladi. φ_1 va φ_2 burchaklarni sinuslar teoremasiga asosan topamiz (1.1–rasm, a, b):

$$\frac{F_1}{\sin \varphi_1} = \frac{F_2}{\sin \varphi_2} = \frac{R}{\sin \alpha} \quad (1.3)$$

bu yerda: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ keltirish formulasidan foydalandik.

2. 1.1–rasm, b) da kuchlarni qoshishning uchburchak usuli tasvirlangan.

Bir nuqtaga qo'yilgan turli yo'nalishdagi 2 ta $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchning teng ta'sir etuvchisini grafik usul bilan topishda, parallelogramm qurib o'tirmasdan, kuch uchburchagini qurish ham mumkin. Buning uchun $\vec{F}_1$ kuchning oxiriga $\vec{F}_2$ kuchga parallel va kattaligi jihatidan unga teng kuch chizamiz. Birinchi $\vec{F}_1$ kuchning boshi bilan $\vec{F}_2$ kuchning uchini tutashtiruvchi chiziq shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ ning kattaligi va yo'nalishini ifodalaydi (1.1–rasm, b)). Bundan ko'rinadiki, agar kuchlarning soni 2 tadan ko'p bo'lsa, har safar parallelogramm usulidan foydalangandan ko'ra kuchlar ko'pburchagini qurish qulaydir.

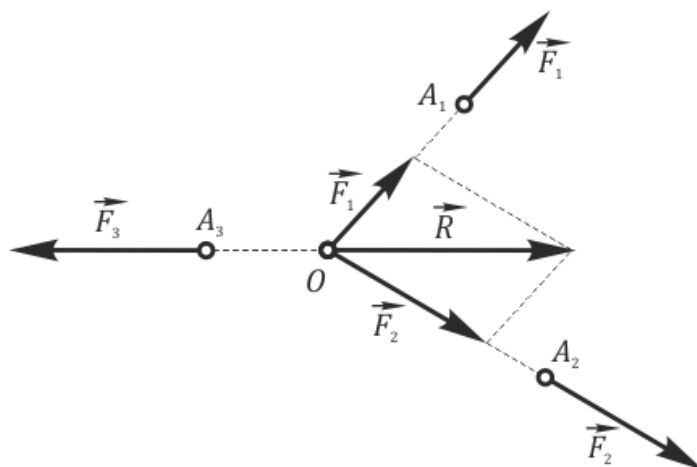
3. Agar berilgan kuchlar bir tomonga bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'lsa, ularning teng ta'sir etuvchisi barcha kuchlarning arifmetik (son qiymatlarining) yig'indisiga teng bo'ladi va o'sha kuchlar yo'nalgan tomonga qarab yo'naladi.

Agar berilgan kuchlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab, turli tomonga yo'nalgan bo'lsa, ularning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Ushbu holda to'g'ri chiziq bo'ylab bir tomonga yo'nalgan kuchlar musbat, qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar esa manfiy ishora bilan belgilanadi, ya'ni umumiy holda ularning teng ta'sir etuvchisi quyidagicha topiladi:

$$R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_{k=1}^n F_k \quad (1.4)$$

4. Uch kuchning muvozanati haqidagi teorema.

Bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.



1.2–rasm.

Haqiqatan ham, A_1 , A_2 va A_3 nuqtalarga qo'yilgan F_1 , F_2 , F_3 kuchlar bitta O nuqtada kesishadi. Bu holatda, F_3 kuch miqdor jihatdan F_1 , F_2 kuchlarning teng ta'sir etuvchi kuchiga teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. (1.2–rasm).

Endi ushbu mavzuga oid ba'zi masalalarni ko'rib chiqamiz.

1–masala. (1.1.1**). O'zaro $\alpha = 45^\circ$ burchak hosil qiluvchi ikki $F_1 = F_2 = 5 \text{ N}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisining qiymatini toping.

Yechish. Kosinuslar teoremasiga asosan

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Bizda:

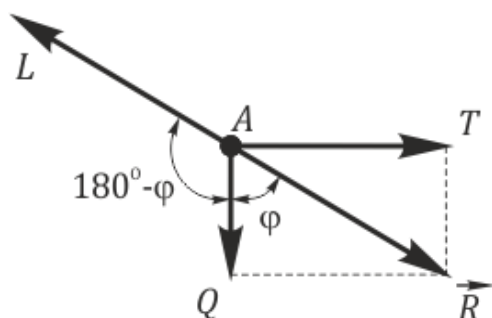
$$F_1 = 5 \text{ N}, F_2 = 5 \text{ N}, \alpha = 45^\circ$$

$$R = \sqrt{25 + 25 + 2 \cdot 25 \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{50 + 50 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{50 + 35} = \sqrt{85} = 9,2 \text{ N}$$

Javob: $R = 9,2 \text{ N}$

2–masala. Krilov masaliga asosan, topilgan o'ljani toshbaqa, qisqichbaqa va laylak uch tomonga tortishadi deb faraz qilaylik, toshbaqa $T = 16 \text{ N}$, qisqichbaqa $Q = 12 \text{ N}$ bilan bir-biriga perpendikulyar ravishda tortsin, masal shartiga asosan o'lja joyida qolishi uchun laylak uni qancha kuch va qanday burchakda tortishi lozim (1.3–rasm).

Yechish. O'lja joyida qolishi uchun, laylakning tortish kuchi qolgan ikkita



1.3-rasm.

kuchni muvozanatlashi kerak. Muvozanatlovchi kuch esa, toshbaqa va qisqichbaqaning teng ta'sir etuvchi kuchiga teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qaramaqarshi yo'nalgan bo'ladi.

Masala shartiga asosan $\vec{T}$ va $\vec{Q}$ orasidagi burchak $\alpha = 90^\circ$, kosinuslar

teoremasiga asosan

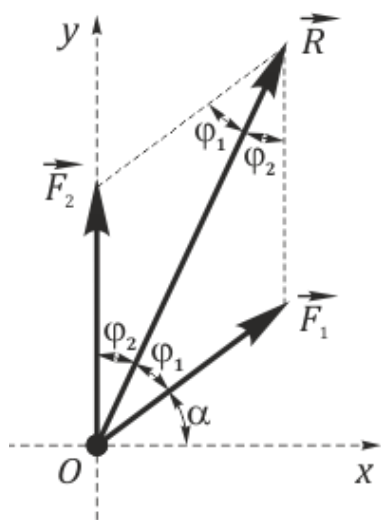
$$R = \sqrt{T^2 + Q^2 - 2 \cdot T \cdot Q \cdot \cos 90^\circ} = \sqrt{T^2 + Q^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ N}$$

teng ta'sir etuvchi bilan Q kuch orasidagi burchak 1.3-rasmga asosan

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{T}{Q} = \frac{16}{12} = 1,33$$

ya'ni, tangenslar jadvaliga asosan, $\varphi = 53^\circ$ va teng ta'sir etuvchi bilan T toshbaqaning kuchi orasidagi burchak esa, masala shartiga asosan, $\varphi_1 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ ekan.

Demak, o'lja joyida qolishi uchun, laylak uni $|L| = |R| = 20 \text{ N}$ kuch va qisqichbaqa bilan $180^\circ - \varphi = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$, toshbaqa bilan esa $180^\circ - \varphi_1 = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$ burchak ostida tortishi lozim ekan.



1.4-rasm.

Javob: $143^\circ, 127^\circ, |L| = |R| = 20 \text{ N}$.

3-masala. (1.1.2**). Agar $F_1 = 10 \text{ N}$ kuch Ox o'qiga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida, ikkinchi $F_2 = 8 \text{ N}$ kuch esa Oy o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'lsa, ularning teng ta'sir etuvchisi Ox o'qi bilan qanday burchakni tashkil etadi (1.4-rasm).

Yechish. Kosinuslar teoremasidan foydalanib bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ning qiymatini topamiz. 1.4-rasmdan ko'rinadiki, berilgan F_1 va F_2

kuchlar orasidagi burchak φ ni quyidagicha topib olamiz:

$$(\varphi_1 + \varphi_2) + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos 60^\circ} = \sqrt{100 + 64 + 2 \cdot 80 \cdot \frac{1}{2}} = 15,6 \text{ N}$$

Parallelogrammning o'tmas burchagi $(180^\circ - \varphi)$ ga teng va u teng ta'sir etuvchining qarshisida yotibdi. $\sin(180^\circ - \varphi) = \sin \varphi$ keltirish formulasidan foydalanamiz. Sinuslar teoremasiga ko'ra, φ_1 ni topamiz.

$$\frac{F_2}{\sin \varphi_1} = \frac{R}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \varphi_1 = \frac{F_2}{R} \sin \varphi$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{8}{15,6} \cdot \sin 60^\circ = \frac{8}{15,6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,444$$

Sinuslar jadvaliga asosan, $\varphi_1 = 26^\circ$ demak, $\varphi_2 = 60^\circ - 26^\circ = 34^\circ$

1.4–rasmga asosan R bilan Ox o'qi orasidagi burchak $\beta = \alpha + \varphi_1 = 30^\circ + 26^\circ = 56^\circ$.

Javob: $\beta = 56^\circ$.

4–masala. (1.1.3**). O'zaro teng $F_1 = F_2 = 15 \text{ N}$ kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisining qiymati $R = 10 \text{ N}$ bo'lib, Oy o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'lsin. Bu ikki kuch Ox o'qi bilan qanday φ burchak tashkil qiladi (1.5–rasm).

Yechish. Avvalo masalaning chizmasini tasvirlaymiz. Yana kosinuslar teoremasidan foydalanib, shu kuchlar orasidagi burchakni topib olamiz.

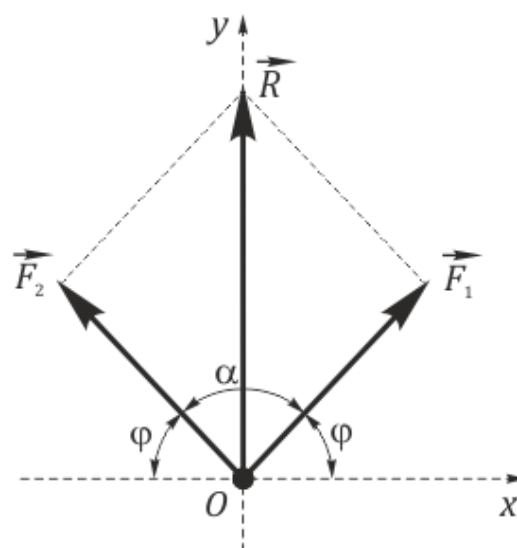
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos \alpha}, \text{ o'rniga}$$

berilganlarni qo'ysak:

$$100 = 225 + 225 + 2 \cdot 15 \cdot 15 \cdot \cos \alpha$$

$$100 - 450 = 450 \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{350}{450} = -0,777 \Rightarrow \alpha = 141^\circ$$



1.5–rasm.

1.5–rasmga asosan, bu ikki kuchning

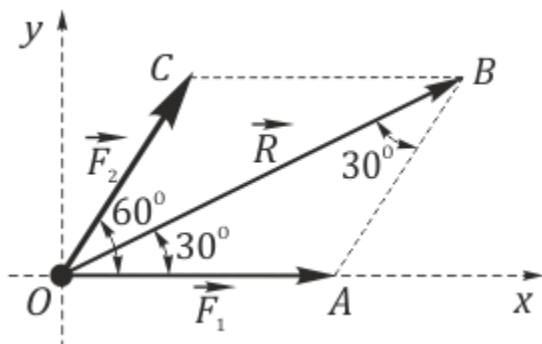
Ox o'qi bilan tashkil qilqan φ burchagini quyidagicha hisoblab olamiz:

$2\varphi + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 2\varphi = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ \Rightarrow \varphi = 19,5^\circ$. Yoki, boshqacha yo'l bilan

hisoblanganda, R bilan F_1 yoki F_2 kuch orasidagi burchak $141^\circ/2 = 70,5^\circ$ ga teng. R kuch Oy o'qi bo'ylab yo'nalgani uchun 1.5 –rasmga asosan $\varphi = 90^\circ - 70,5^\circ = 19,5^\circ$.

Javob: Demak, F_1 va F_2 kuchlar Ox o'qi bilan $\varphi = 19,5^\circ$ burchak tashkil qiladi ekan.

5–masala. (1.1.12**). F_1 va F_2 kesishuvchi kuchlar teng ta'sir etuvchisining son qiymati $R = 8\text{ N}$ bo'lib, Ox o'qi bilan 30° burchak tashkil qiladi. Agar F_1 kuch vektori Ox o'qi bo'ylab, F_2 kuch vektori esa Ox o'qiga $\beta = 60^\circ$ burchak ostida yo'nalgan bo'lsa, F_1 kuchning qiymatini toping (1.6–rasm).



1.6–rasm.

Yechish. Masala chizmasini chizib olamiz. Chizilgan chizmaga asosan $\angle COA = 60^\circ$ va $\angle BOA = 30^\circ$ bo'lsa, $\angle COB = 30^\circ$ bo'ladi. Demak, ichki almashinuvchi burchak bo'lganligi uchun $\angle OBA = 30^\circ$ bo'ladi. Demak, $\triangle OAB$ asoslaridagi burchaklari 30° dan bo'lgan teng

yonli uchburchak, yoki, $OACB$ romb ekan. Ushbu holatda $F_1 = F_2$.

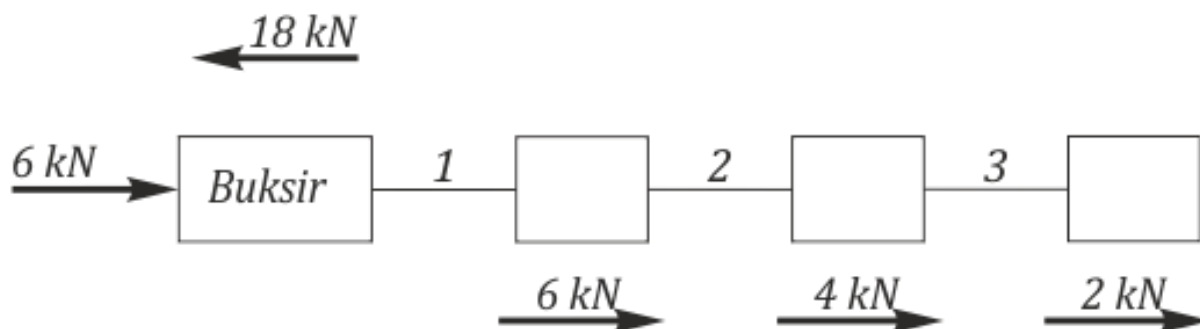
OAB uchburchakning uchinchi o'tmas burchagi $\angle OAB = 120^\circ$. Shu uchburchak uchun sinuslar teoremasini qo'llaymiz. $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$ ekanligidan:

$$\frac{F_1}{\sin 30^\circ} = \frac{R}{\sin 60^\circ} \Rightarrow F_1 = \frac{R}{\sin 60^\circ} \cdot \sin 30^\circ = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 4,62\text{ N}$$

Javob: $F_1 = F_2 = 4,62\text{ N}$.

6–masala. (1.2*). Buksir ketma-ket ulangan katta-kichik uchta barjani tortmoqda. Buksir vintining tortish kuchi shu paytda 18 kN ga teng. Suvning buksir harakatiga qarshiligi 6 kN ga teng. Suvning birinchi, ikkinchi va uchinchi barjalar harakatiga qarshiligi, mos ravishda 6 kN , 4 kN va 2 kN ga teng. Barjalarni birlariga va buksirga ulash uchun olingan arqon 2 kN cho'zuvchi kuchga xavfsiz chidaydi. Agar buksir va barjalar to'g'ri chiziqli va teng o'lchovli harakat qilsa,

buksirdan birinchi barjaga, birinchi barjadan ikkinchi barjaga va ikkinchi barjadan uchinchi barjaga nechtdan arqon tortish kerak (1.7–rasm).



1.7–rasm.

Yechish. Masala shartiga asosan yuqoridagi chizmani chizib olamiz. Suvning buksir harakatiga qarshiligi 6 kN bo'lgani uchun, buksir 1–barjani $18 - 6 = 12 \text{ kN}$ kuch bilan tortadi. Arqon 2 kN ga chidagani uchun, $12 : 2 = 6$, demak, birinchi barjani 6–ta arqon yordamida tortar ekan. Ikkinchi barja birdaniga uchinchi barjani ham tortadi, shuning uchun $(4 + 2) : 2 = 3$ ta arqon, uchinchi barjaga suvning qarshiligi 2 kN bo'lgani uchun $2 : 2 = 1$ ta arqon etadi.

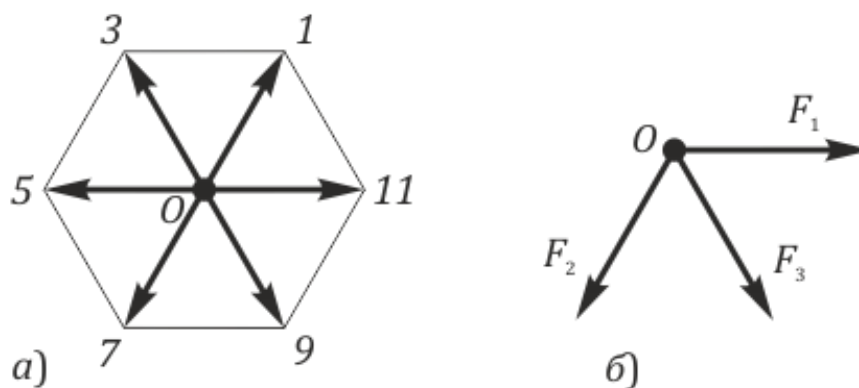
Javob: 6, 3 va 1 ta arqon.

7–masala. (1.3*). Og'irligi 640 N bo'lgan odam shaxtaning tubida turibdi; qo'zg'almas blokdan o'tkazilgan arqon yordami bilan bu odam 480 N yukni ushlab turadi. **1)** Odam shaxta tubiga qanday bosim ko'rsatadi? **2)** Bu odam arqon yordamida ko'pi bilan qancha yukni ushlab tura oladi.

Yechish: Odamning og'irligi $G = 640 \text{ N}$ va ushlab turgan yuki $F = 480 \text{ N}$ bo'lsin. Masala shartiga asosan, bu odam shaxta tubiga $G - F = 640 - 480 = 160 \text{ N}$ bosim ko'rsatadi. Albatta o'z og'irligiga teng yukni, ya'ni 640 N yukni ushlab tura oladi.

8–masala. (2.1*). Muntazam oltiburchak markaziga miqdorlari 1, 3, 5, 7, 9 va 11 N bo'lgan va ko'pburchakning uchlariga qarab yo'nalgan kuchlar qo'yilgan. Teng ta'sir etuvchi va muvozanatlovchi kuchning miqdori va yo'nalishi topilsin.

Yechish: Avvalo masala chizmasini chizib olamiz (1.8–rasm, a)). Chizmaga asosan, bir to'g'ri chiziq bo'ylab, qarama-qarshi yo'nalgan kuchlarni tartiblab olamiz va (1.8–rasm, b)) ga ega bo'lamiz. Bu yerda: $F_1 = F_2 = F_3 = 6 \text{ N}$. Avvalo F_1 va F_2 kuchlarni parallelogramm usulida qo'shamiz, muntazam olti



1.8–rasm.

burchak bo'lgani uchun bular orasidagi burchak 120^0 ga teng. Kosinuslar teoremasiga asosan:

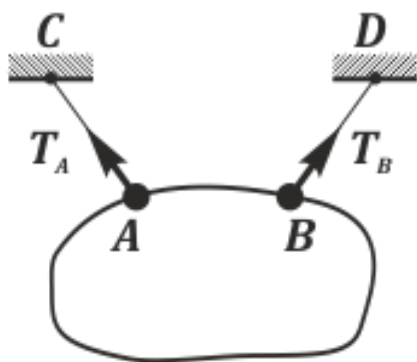
$$R_1 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos 120^0} = 6 \text{ N}$$

Demak, R_1 kuch F_3 kuch bilan bir to'g'ri chiziqda va bir tomonga yo'nalgan, shuning uchun teng ta'sir etuvchi kuch $R = F_3 + R_1 = 6 + 6 = 12 \text{ N}$ bo'ladi.

Javob: $R = 12 \text{ N}$. Muvozanatlovchi kuch esa, teng ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishiga bir to'g'ri chiziqli bo'ylab qarama-qarshi va miqdori 12 N ga teng. Ya'ni, uning yo'nalishi 1.8–rasm, a) va b) ga asosan, berilgan 9 N kuch yo'nalishiga qarama-qarshi bo'ladi.

2–§. Taranglik kuchlari va zo'riqishlar

Jismlar cho'zilmaydigan ip, zanjir, arqon, sim, tros, ... va qayishlar vositasida osilgan bo'lsa, ularda paydo bo'ladigan reaksiya kuchlari shu vosita

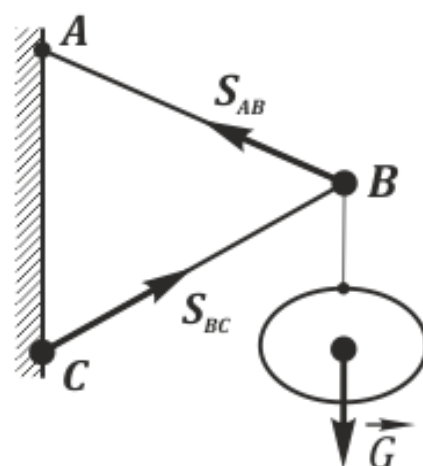


2.1–rasm.

bo'ylab ular osilgan nuqta tomon yo'nalgan bo'ladi va bu reaksiya kuchlari **taranglik kuchlari** deb ataladi (2.1–rasm). T_A, T_B –taranglik kuchlari

Sterjen (armatura, ugolnik, truba, brus ...) lar vositasida hosil bo'ladigan reaksiya kuchlari texnikada **zo'riqishlar** deb yuritiladi va bu zo'riqishlar sterjenlarga ta'sir etuvchi (cho'zuvchi va

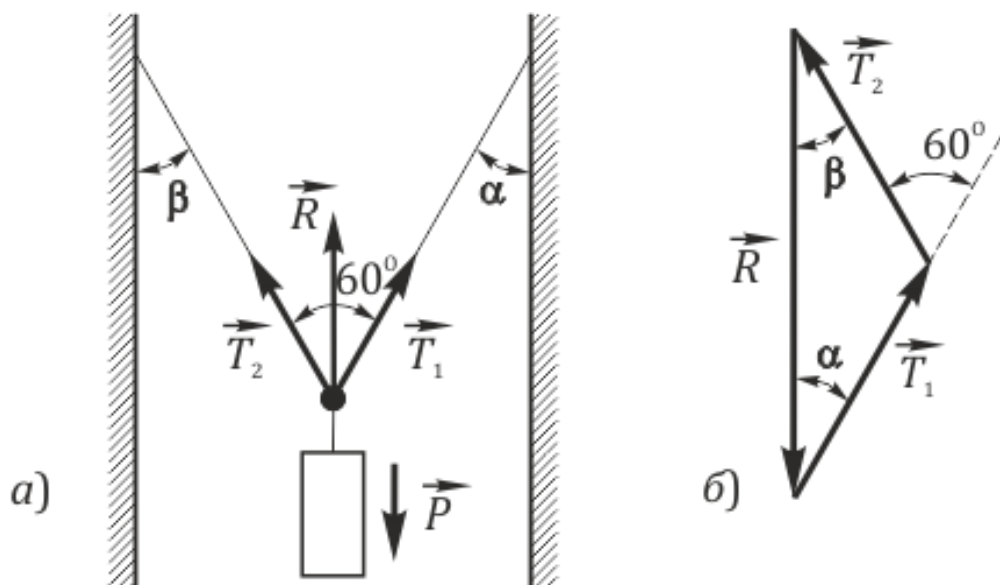
siquvchi) kuchlarga teskari yoʻnalgan boʻladi, yaʼni, zoʻriqishlar sterjen oʻqi boʻylab jismdan sterjen mahkamlangan nuqta tomon yoʻnaladi S_{AB} – choʻzuvchi kuch, S_{BC} – siquvchi kuch. (2.2–rasm). Sterjenlar odatda, toʻgʻri chiziqli boʻladi. Texnikada zoʻriqishlarni bir-biridan farqlash uchun ular musbat yoki manfiy ishora bilan belgilanadi. Choʻzuvchi kuchdan farqlash uchun siquvchi kuchni manfiy ishora bilan belgilaymiz. Endi ushbu mavzuga oid baʼzi masalalarni koʻrib chiqamiz.



2.2–rasm.

9–masala. (2.4*). Toʻgʻri kanalning qirgʻoqlari boʻylab oʻzgarmas tezlik bilan yuruvchi ikki traktor kanaldagi qayiqni ikki arqon bilan tortib boradi. Arqonlarning tortilish kuchlari $0,8\text{ kN}$ va $0,96\text{ kN}$ ga va ular orasidagi burchak 60° ga teng. Agar qayiq kanalning qirgʻoqlariga parallel ravishda harakatlansa, qayiqning harakati vaqtida unga suvning koʻrsatadigan qarshiligi P va arqonlar bilan qirgʻoqlar orasida hosil boʻluvchi α va β burchaklar topilsin.

Yechish. Avvalo masalaning sxemasini chizib olaylik (2.3–rasm, a)) va kuchlar uchburchagini yasaymiz. Bunda arqonlarda hosil boʻladigan taranglik kuchlari T_1 va T_2 ning teng taʼsir etuvchisi R , suvning qarshilik kuchi P ga teng va qarama-qarshi yoʻnalgan boʻladi.



2.3–rasm.

Kosinuslar teoremasiga asosan

$$R = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2 \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(0,8)^2 + (0,96)^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,96 \cdot \frac{1}{2}} = 1,53 \text{ kN}$$

Endi arqonlar bilan qirg'oqlar orasida hosil bo'ladigan α va β burchaklarni (2.3–rasm, δ) ga asosan, sinuslar teoremasini qo'llab topamiz. Bu uchburchakdagi uchinchi o'tmas burchak $(180^\circ - (\alpha + \beta))$ ga teng bo'lgani uchun, keltirish formulasiga ko'ra, $\sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta)$:

$$\frac{T_1}{\sin \beta} = \frac{T_2}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga, to'g'ri chiziqli ham 180° ga tengligidan, 2.3–rasm, a) va δ) ga asosan $\alpha + \beta = 60^\circ$.

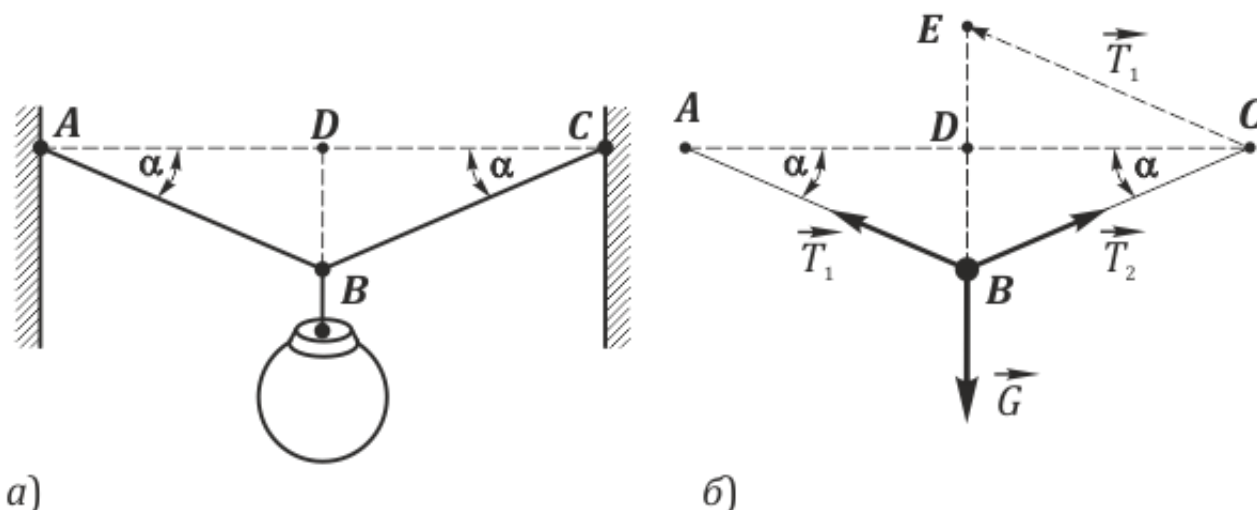
O'rniga qo'yib, jadvalga asosan, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\sin \beta = \frac{T_1}{R} \cdot \sin 60^\circ = \frac{0,96}{1,53} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,54 \Rightarrow \beta = 27^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{T_2}{R} \cdot \sin 60^\circ = \frac{0,8}{1,53} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,45 \Rightarrow \alpha = 33^\circ$$

Ya'ni, **javob:** $\beta = 27^\circ$, $\alpha = 33^\circ$, $P = 1,53 \text{ kN}$.

10–masala. (2.8*). Ko'cha fonari ABC trosning o'rtasidagi B nuqtaga osilgan, bu trosning uchlari bir gorizontalda turuvchi A va C ilmoqlarga ilingan. Agar fonarning og'irligi 150 N , butun ABC trosning uzunligi 20 m va fonar osilgan nuqtaning gorizontaldan pasayishi $BD = 0,1 \text{ m}$ ga teng bo'lsa, trosning AB va BC



2.4–rasm.

qismlaridagi $\vec{T}_1$ va $\vec{T}_2$ taranglik kuchlari topilsin. Trosning og'irligi hisobga olinmasin (2.4–rasm, a)).

Yechish: Masala sharti bo'yicha troslarda paydo bo'ladigan taranglik kuchlarini hamda fonarning og'irlik kuchini chizmada tasvirlab olamiz (2.4–rasm, o)).

$ABC = 20\text{ m}$ bo'lsa, $AB = BC = 10\text{ m}$ va ularda hosil bo'ladigan taranglik kuchlari $T_1 = T_2 = T$ bo'ladi, ya'ni, AB va BC troslardagi taranglik kuchlari teng bo'ladi, chunki ikkalasiga ham bir xil, faqat lampaning G og'irlik kuchi ta'sir qilyapti. Bu T_1 , T_2 va G kuchlar muvozanatda, demak, uchburchak yopiq bo'lishi kerak. Uchburchakning EB tomonining o'rniga G kuchni qo'yamiz. $BD = DE = 0,1$ va $EB = 0,2$. BCD uchburchakdan foydalanamiz. Demak, BD ning o'rniga G ning yarmini qo'yamiz. BC tomonning o'rniga T_2 kuchni olamiz. BCD uchburchakdan $\sin \alpha = \frac{BD}{BC} = \frac{0,1}{10} = 0,01$, bu qiymatdan foydalanamiz. Demak,

$$\sin \alpha = \frac{BD}{BC} = \frac{\frac{G}{2}}{T} = \frac{G}{2T} = 0,01$$

bundan,

$$T = \frac{G}{2 \sin \alpha} = \frac{150}{2 \cdot 0,01} = 7500\text{ N}$$

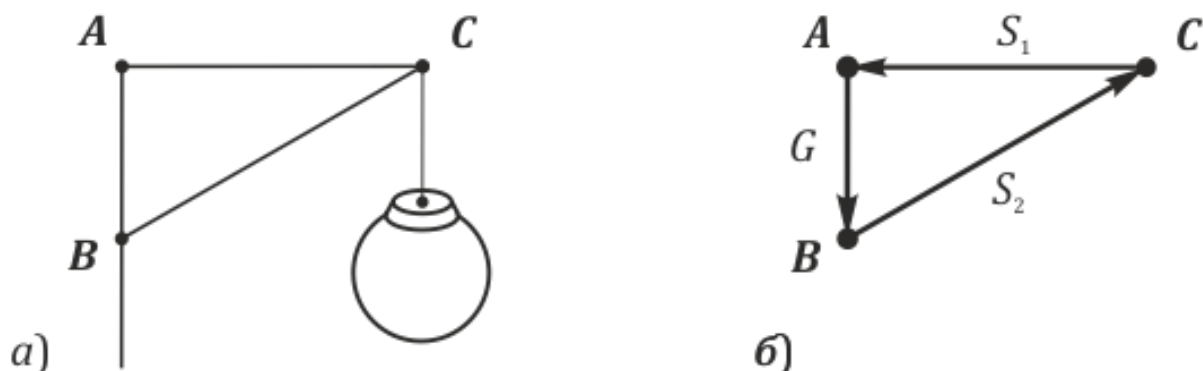
Javob: $T = T_1 = T_2 = 7,5\text{ kN}$

11–masala. (2.9*). Og'irligi 300 N bo'lgan ko'cha fonari AC gorizontal sterjen va BC tirgak yordami bilan vertikal ustunga osilgan: $AC = 1,2\text{ m}$, $BC = 1,5\text{ m}$. AC va BC sterjenlar A , B va C nuqtalarda sharnirlar bilan biriktirilgan. Sterjenlarning og'irliklarini hisobga olmay, ulardagi S_1 va S_2 zo'riqishlar topilsin (2.5–rasm, a)).

Yechish. Sterjenga va tirgakka ta'sir qiluvchi kuchlarni hamda ko'cha fonarining og'irlik kuchini chizmada tasvirlaymiz va kuchlar uchburchagini chizamiz.

Chizmaga asosan, AC sterjenda cho'zuvchi kuch hosil bo'ladi. Demak, unda paydo bo'ladigan zo'riqish S_1 musbat, CB sterjenda esa siquvchi kuch, demak, zo'riqish S_2 manfiy bo'lishi kerak (2.5–rasm, o)). ABC uchburchakni

ikkita tomoni $AC = 1,2 \text{ m}$ va $BC = 1,5 \text{ m}$ berilgan. Uning uchinchi tomonini Pifagor teoremasiga asosan hisoblaymiz.



2.5–rasm.

$$AB = \sqrt{(1,5)^2 - (1,2)^2} = \sqrt{2,25 - 1,44} = \sqrt{0,81} = 0,9 \text{ m}$$

ABC uchburchak uchun quyidagi munosabatlar o‘rinli:

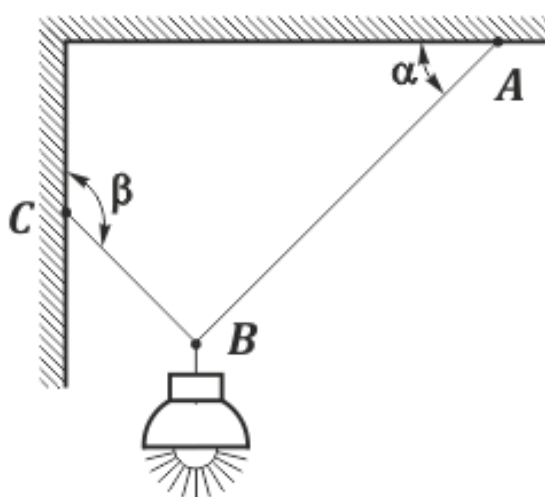
$$\frac{S_1}{AC} = \frac{G}{AB} \Rightarrow S_1 = \frac{AC}{AB} \cdot G = \frac{1,2}{0,9} \cdot 300 = 400 \text{ N}$$

$$\frac{S_2}{BC} = \frac{G}{AB} \Rightarrow S_2 = \frac{BC}{AB} \cdot G = \frac{1,5}{0,9} \cdot 300 = 500 \text{ N}$$

Demak, AC sterjen cho‘zilishga ishlayotgani uchun undagi zo‘riqish musbat $S_1 = 400 \text{ N}$, BC tirgak esa siqilishga ishlayotgani uchun undagi zo‘riqish manfiy $S_2 = -500 \text{ N}$ bo‘ladi.

Javob: $S_1 = 400 \text{ N}$, $S_2 = -500 \text{ N}$

12–masala. (2.10*). Og‘irligi 20 N bo‘lgan elektr lampa AB shnurda shipga osilgan va keyin BC arqon bilan devorga tortib qo‘yilgan. Burchak $\alpha = 60^\circ$ va burchak $\beta = 135^\circ$ deb olib, AB shnurning $\vec{T}_A$, BC arqonning $\vec{T}_C$ taranglik kuchlari



2.6–rasm.

aniqlansin. Shnur va arqonning og‘irligi hisobga olinmasin (2.6–rasm).

Yechish: Elektr lampaning og‘irlik kuchini, arqon va shnurda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlarini chizmada tasvirlaymiz (2.7–rasm, a)).

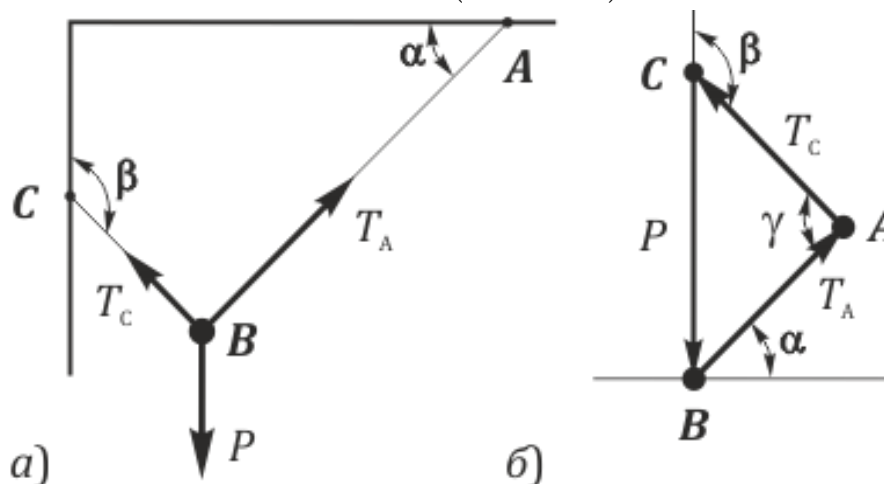
Bu kuchlar ta’siridagi elektr lampa tinchgina osilib turibdi, ya’ni

$P + T_A + T_C = 0$. Kuchlar sistemasi muvozanatdali uchun, kuchlar uchburchagi yopiq bo‘ladi (2.7–rasm, *o*)). Chizmaga asosan, qo‘shni burchaklar va vertikal burchaklarning tengligidan foydalanib, bu yopiq uchburchakning ichki burchaklarni hisoblab olamiz:

$$\angle ACB = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

$$\angle CBA = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\gamma = \angle BAC = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ.$$



2.7–rasm.

Demak, bu uchburchakning uchta ichki burchagi va bitta tomoni ma'lum. Sinuslar teoremasini qo'llab, uchburchakning qolgan tomonlarini hisoblaymiz;

$$\frac{P}{\sin 105^\circ} = \frac{T_A}{\sin 45^\circ} = \frac{T_C}{\sin 30^\circ}.$$

Bu tenglikdan:

$$T_A = P \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{20 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 14,6 \text{ N}$$

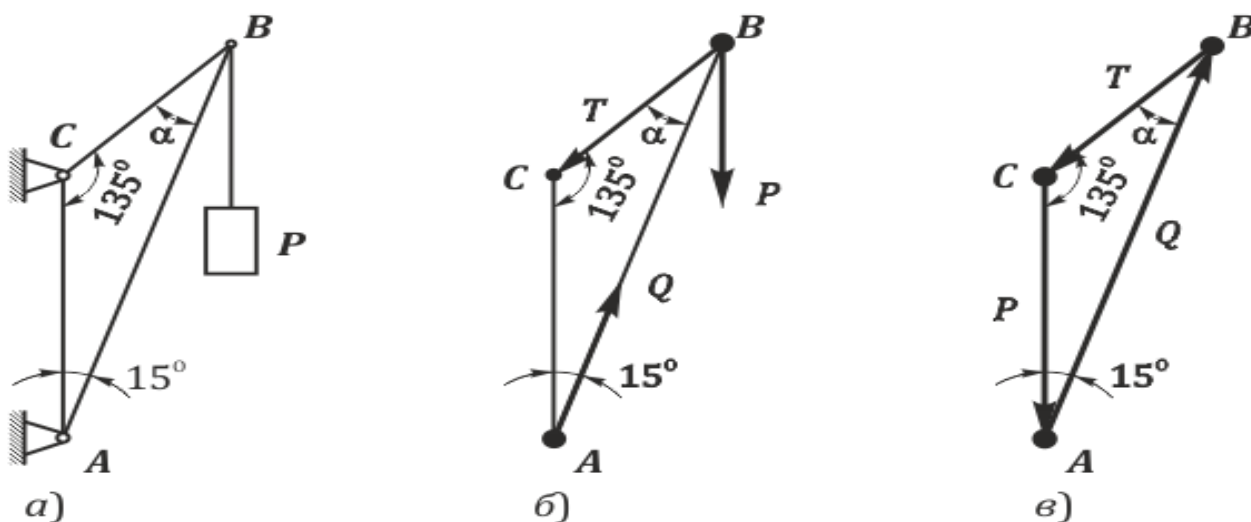
$$T_C = P \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{20 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 10,4 \text{ N}$$

Demak, AB shnurda va BC arqonda hosil bo'ladigan taranglik kuchlari $T_A = 14,64 \text{ N}$ va $T_C = 10,4 \text{ N}$ ekan.

13–Masala. (2.11*). Machta krani AB strela va CB zanjirdan iborat; AB strela machtaga A sharnir vositasida biriktirilgan. Strelaning B uchiga $R = 2 \text{ kN}$ yuk osilgan; burchaklar: $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. CB zanjirdagi T taranglik kuchi va AB streladagi Q zo'rqiqlash aniqlansin (2.8–rasm, *a*)).

Yechish: Kranga P yuk osilishi natijasida uning og'irlik kuchini, AB streladagi va CB zanjirda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini chizmada tasvirlaymiz. CB zanjirdagi taranglik kuchi T uning cho'zilishiga qarshi, ya'ni, C nuqtaga qarab, AB streladagi zo'riqish esa siqilishga qarshi, B nuqtaga qarab yo'naladi. P yukning og'irlik kuchi $P = 2 \text{ kN} = 2000 \text{ N}$ ni esa yerning markaziga, ya'ni, gorizontga perpendikulyar ravishda yo'naltiramiz (2.8–rasm, δ). Chizmaga asosan bu uchta kuch bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini hosil qiladi. Bu kuchlar ta'sirida kran tinch holatda, ya'ni, muvozanatda turibdi deb faraz qilamiz.

$$P + Q + T = 0$$



2.8–rasm.

Keyingi chizmadan foydalanib burchaklarni joyiga qo'yamiz, kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lgani uchun yopiq kuchlar uchburchagini quramiz (2.8–rasm, ϵ). Chizmadan ko'rinadiki, bu uchburchakning uchinchi burchagi $\alpha = 180^\circ - (135^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$ bo'ladi. Demak, uchburchakning uchta burchagi va bir tomoni ma'lum ekanligidan, sinuslar teoremasini qo'llab, uning qolgan tomonlarini topib olamiz.

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{T}{\sin 15^\circ} = \frac{Q}{\sin 135^\circ}$$

Bu tenglikdan:

$$Q = P \cdot \frac{\sin 135^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2000 \cdot 0,7071}{0,5} = 2828 \text{ N}$$

$$T = P \cdot \frac{\sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2000 \cdot 0,2588}{0,5} = 1035 \text{ N}$$

Demak, machta kraniga $P = 2 \text{ kN} = 2000 \text{ N}$ yuk osilsa, AB strelada $T = 1035 \text{ N}$ va CB zanjirda esa $Q = 2828 \text{ N}$ reaksiya kuchlari hosil bo'lar ekan.

3–§. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi. Kuchni tashkil etuvchilarga ajratish.

Teng ta'sir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash.

Kuchning o'qdagi proyeksiyasi deb, kuch vektorining boshi va oxiridan o'qlarga tushirilgan 2 ta perpendikulyar kesmalar orasidagi to'g'ri chiziq kesmasiga aytiladi. Kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi **skalyar miqdor** bo'lib, kuch moduli hamda kuchning shu o'qning musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchak (sinusi) kosinusiga ko'paytmasiga teng (3.1–rasm).

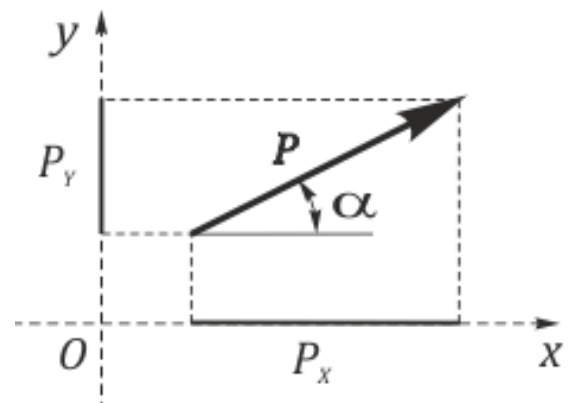
$$P_x = P \cdot \cos \alpha,$$

$$P_y = P \cdot \sin \alpha$$

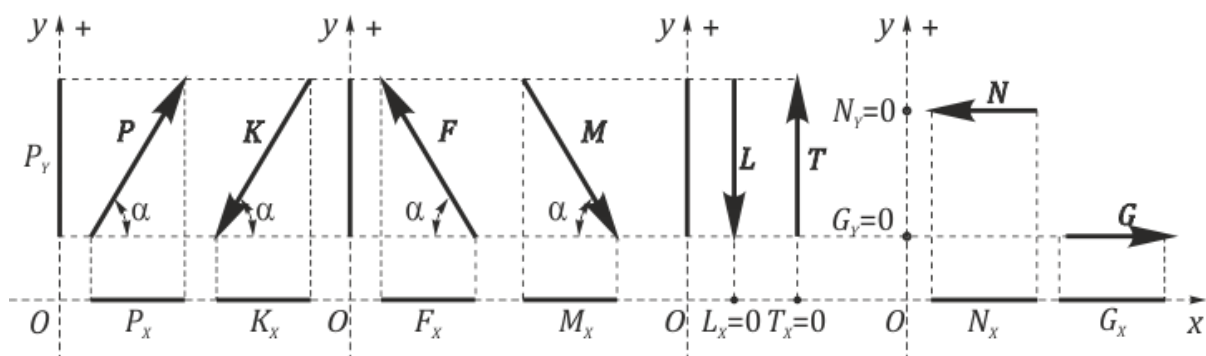
P_x – P kuchning Ox o'qidagi proyeksiyasi,

P_y – P kuchning Oy o'qidagi proyeksiyasi.

Bu skalyar miqdor kuchning yo'nalishiga qarab musbat yoki manfiy bo'lishi mumkin. **Agar kuchning yo'nalishi o'qning musbat yo'nalishiga to'g'ri kelsa, bu proyeksiya musbat hisoblanadi va aksincha, manfiy yo'nalishga to'g'ri kelsa, manfiy hisoblanadi.** Turli yo'nalishdagi kuchlar proyeksiyalarining barcha



3.1–rasm.



3.2–rasm.

hollari quyidagi chizmada to‘liq tasvirlangan va proyeksiyani hisoblash formulalari keltirilgan. Ta’rifga va aytilgan qoidalarga asosan turli yo‘nalishdagi kuchlarning mos o‘qdagi proyeksiyasining son qiymatini, yuqoridagi chizmadan foydalanib, quyidagicha hisoblash mumkin:

$$\begin{array}{llll}
 P_x = P \cdot \cos \alpha & P_y = P \cdot \sin \alpha. & L_x = 0 & L_y = -L. \\
 K_x = -K \cdot \cos \alpha & K_y = -K \cdot \sin \alpha. & T_x = 0 & T_y = T. \\
 F_x = -F \cdot \cos \alpha & F_y = F \cdot \sin \alpha. & N_x = -N & N_y = 0. \\
 M_x = M \cdot \cos \alpha & M_y = -M \cdot \sin \alpha. & G_x = G & G_y = 0.
 \end{array}$$

Bu formulalarda α burchak sifatida kuch bilan Ox o‘qining musbat yo‘nalishi hosil qilgan o‘tkir burchak olingan. Bulardan ko‘rinadiki, agar berilgan kuch qaysidir o‘qqa perpendikulyar bo‘lsa, uning proyeksiyasi nuqtadan iborat, ya’ni, qiymati nolga teng bo‘ladi.

Kuchni tashkil etuvchilarga ajratish

Ko‘p statika masalalarini yechishda berilgan kuchni tashkil etuvchilarga ajratish talab qilinadi va u quyidagi 3 hol bilan amalga oshiriladi:

1. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi berilgan ikkita yo‘nalish bo‘yicha tashkil etuvchilarga ajratish.

2. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi va son qiymatlari berilgan ikkita tashkil etuvchiga ajratish.

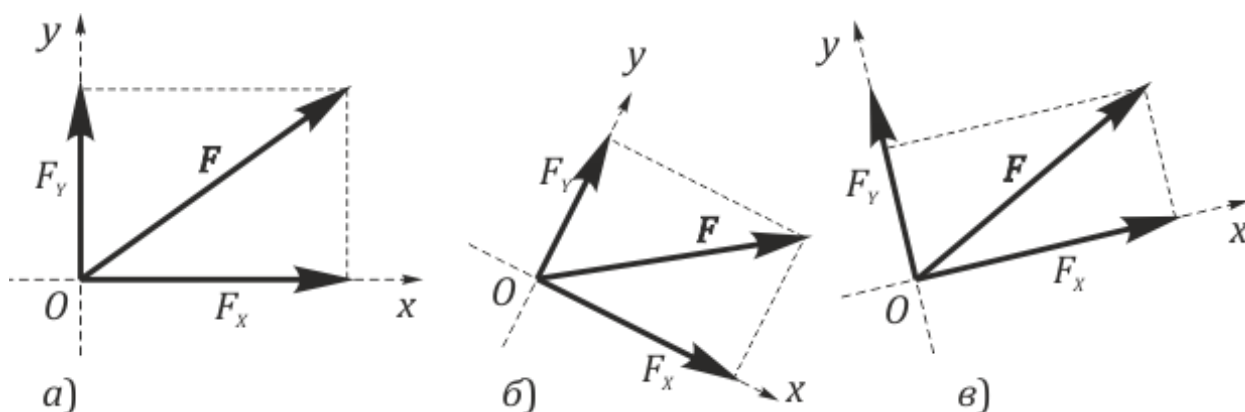
3. $\vec{F}$ kuchni bir-biriga perpendikulyar 2 ta (agar fazoda bo‘lsa 3 ta) koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘nalgan proyeksiyalaridan iborat F_x , F_y (fazoda F_x , F_y , F_z) tashkil etuvchilarga ajratish.

1) va 2) holda $\vec{F}$ kuchning boshini markaz qilib, shunday yo‘nalishda to‘g‘ri chiziqlar chizamizki, natijada parallelogramm tashkil qilinadi va $\vec{F}$ kuch uning diagonal bo‘lib, parallelogrammning shu nuqtadan chiqqan tomonlari kuchning tashkil etuvchilari bo‘ladi.

3) holda berilgan $\vec{F}$ kuchning boshini markaz qilib, ixtiyoriy yo‘nalishdagi (faqat bir-biriga perpendikulyar bo‘lishi lozim) koordinata o‘qlarini chizamiz va

$\vec{F}$ kuchni shu o'qlarga proyeksiyalaymiz. Ushbu proyeksiyalar $\vec{F}$ kuchni tashkil etuvchilari bo'ladi. (3.3–rasm, a, b, v))ning uchta holida ham F_x va F_y berilgan $\vec{F}$ kuchning tashkil etuvchilari bo'ladi.

Matematika kursidan ma'lumki, bir-biriga perpendikulyar va uzunliklari birga teng bo'lgan 3 ta $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlarni ORTlar deb atashadi. ORTlarni mos ravishda Ox, Oy, Oz koordinata o'qlariga qo'yamiz. Kuch vektor kattalik bo'lgani uchun, vektorlar algebrasiga asosan, berilgan kuchni o'zining tashkil etuvchilari (mos o'qlardagi proyeksiyalari) orqali quyidagicha yozishimiz mumkin.



3.3–rasm.

$$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k} \quad (3.1)$$

bu yerda; F_x, F_y, F_z kuchning mos o'qlardagi proyeksiyalaridir.

Bu kuchning moduli esa

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (3.2)$$

formula bilan topiladi.

Kuchning yo'nalishini esa yo'naltiruvchi kosinuslar formulasidan topamiz.

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos(\vec{F}, x) = \frac{F_x}{F}; \\ \cos \beta &= \cos(\vec{F}, y) = \frac{F_y}{F}; \\ \cos \gamma &= \cos(\vec{F}, z) = \frac{F_z}{F}; \end{aligned} \quad (3.3)$$

bu yerda;

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad \text{bo'ladi.} \quad (3.4)$$

Koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari orqali kuchning o'zini topish usuli **statika masalalarini yechishning analitik usuli** deyiladi.

Faraz qilaylik $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi berilgan bo'lsin. Bularning teng ta'sir etuvchisini analitik usulda topish uchun ularni har bir koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz va ularni yig'amiz:

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_{kx} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_{ky} \\ R_z &= F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum F_{kz} \end{aligned}$$

Bu yig'indidagi R_x, R_y, R_z –miqdorlar berilgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchi kuchining mos koordinata o'qlaridagi preksiylarini ifodalaydi.

U holda

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

Teng ta'sir etuvchisning yo'nalishi esa quyidagicha topiladi:

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R};$$

Agar, bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisi $R = 0$ nolga teng bo'lsa, kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi, va aksincha, kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori $R = 0$ bo'ladi.

$$R = 0 \Leftrightarrow R_x = 0, \quad R_y = 0, \quad R_z = 0$$

$$\text{ya'ni} \quad \sum x = 0, \quad \sum y = 0, \quad \sum z = 0 \quad (3.5)$$

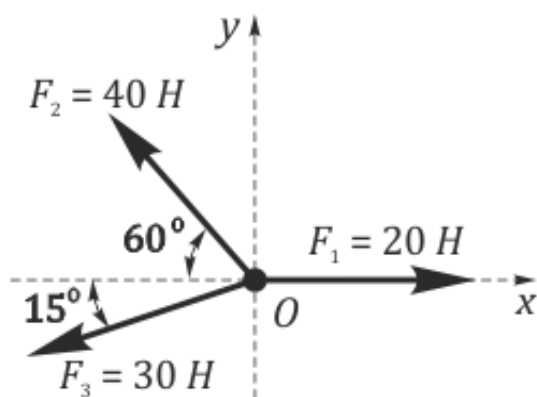
Bu tengliklar kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanat shartining analitik ifodasidir. Endi ushbu mavzularga oid ba'zi bir statika masalalari bilan tanishamiz.

14–masala (og'zaki). Agar a) $F_x = 15 \text{ N}$, $F_y = -20 \text{ N}$ berilgan bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch qaysi chorakda joylashgan? b) $F_x = -15 \text{ N}$, $F_y = 20 \text{ N}$ bo'lsachi?

Javob: a) IV, b) II chorakda

15–masala. Quyidagi chizmada tasvirlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi topilsin va yo'nalishini aniqlang (3.4–rasm).

Yechish. Har bir kuchni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz. Berilgan chizmaga va proyeksiya formulalariga asosan, (3.2–rasm):



3.4–rasm.

$$F_{1x} = 20 \text{ N}, F_{1y} = 0.$$

$$F_{2x} = -F_2 \cdot \cos 60^\circ = -40 \cdot \frac{1}{2} = -20 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 34 \text{ N}$$

$$F_{3x} = -F_3 \cdot \cos 15^\circ = -30 \cdot 0,96 = -28,8 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -F_3 \cdot \sin 15^\circ = -30 \cdot 0,25 = -7,5 \text{ N}$$

Endi teng ta'sir etuvchi kuchni quyidagi formuladan topamiz.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

bu yerda

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 20 - 20 - 28,8 = -28,8 \text{ N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 + 34 - 7,5 = 26,5 \text{ N}$$

Demak,

$$R = \sqrt{(-28,8)^2 + (26,5)^2} = \sqrt{829,44 + 702,25} = \sqrt{1531,69} = 39,13 \text{ N}$$

Endi teng ta'sir etuvchi kuch R ning yo'nalishini quyidagicha hisoblaymiz:

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{-28,8}{39,13} = -0,73 \Rightarrow \alpha = 137^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R} = \frac{26,5}{39,13} = 0,677 \Rightarrow \beta = 47^\circ$$

Javob: $\alpha = 137^\circ$, $\beta = 47^\circ$ demak, teng ta'sir etuvchi kuch II chorakda ekan.

16–masala. (1.1.10**). Qattiq jismning O nuqtasiga 4 ta kuch ta'sir etadi. $F_1 = 1 \text{ N}$, $F_2 = 2 \text{ N}$, $F_3 = 3 \text{ N}$, $F_4 = 4 \text{ N}$. Agar bu kuchlarning Ox va Oy o'qlariga nisbatan $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$ burchaklar ostida joylashishi berilgan bo'lsa, kuchlar yig'indisining Oy o'qiga nisbatan proyeksiyasini toping (3.5–rasm).

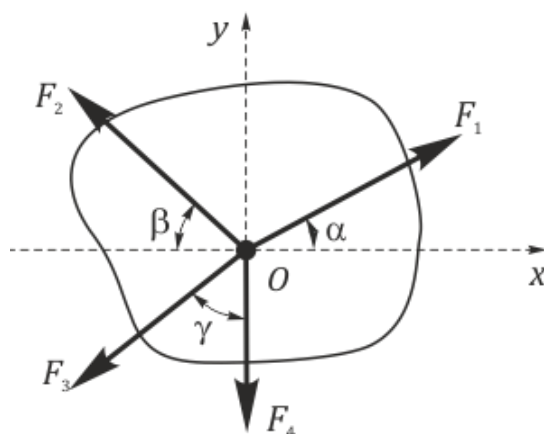
Yechish. Chizmadan foydalanib, har bir kuchni koordinata o'qlariga proyeksiyalab olamiz.

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,85 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = 1 \cdot \frac{1}{2} = 0,5 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 45^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -1,4 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,4 \text{ N}$$



3.5–rasm.

F_3 kuch proyeksiyasini hisoblashda uning x o'qining musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchagidan foydalanamiz.

$$F_{3x} = -F_3 \cdot \cos 30^\circ = -3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -2,6 \text{ N} \quad F_{4x} = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 \cdot \sin 30^\circ = -3 \cdot \frac{1}{2} = -1,5 \text{ N} \quad F_{4y} = -F_4 = -4 \text{ N}$$

Masala sharti bo'yicha faqat R_y so'ralyapti.

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = 0,5 + 1,44 - 1,5 - 4 = -3,56 \text{ N}$$

Demak, kuchlar yig'indisining Oy o'qidagi proyeksiyasi $R_y = -3,56 \text{ N}$ ekan.

17–masala. (1.1.11**). Tekislikda joylashgan $\vec{F}_1 = 3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$; $\vec{F}_2 = 5 \cdot \vec{j}$; $\vec{F}_3 = 2 \cdot \vec{i}$ kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun teng ta'sir etuvchining qiymatini toping.

Yechish. Tekislikda kuchni o'z proyeksiyalari orqali yoyish formulasiga asosan:

$$F_1 = F_{1x} \cdot \vec{i} + F_{1y} \cdot \vec{j}; \quad F_{1x} = 3, \quad F_{1y} = 4.$$

$$F_2 = F_{2x} \cdot \vec{i} + F_{2y} \cdot \vec{j}; \quad F_{2x} = 0, \quad F_{2y} = 5.$$

$$F_3 = F_{3x} \cdot \vec{i} + F_{3y} \cdot \vec{j}; \quad F_{3x} = 2, \quad F_{3y} = 0.$$

Bu qiymatlarlardan foydalanib, teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblab olamiz:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 3 + 0 + 2 = 5.$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 4 + 5 + 0 = 9.$$

Buni o'rniga qo'yib, teng ta'sir etuvchi kuchning qiymatini hisoblaymiz:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{25 + 81} = 10,2 \text{ N}.$$

18–masala. (1.1.13**). Tekislikda joylashgan F_1 , F_2 va F_3 kesishuvchi kuchlar o‘zaro muvozanatlashadi. Agar $F_1 = 3 \text{ N}$, $F_2 = 2 \text{ N}$ va F_1 , F_2 kuchlarning vektorlari Ox gorizontal o‘q bilan $\alpha_1 = 15^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ burchak ostida yo‘nalgan bo‘lsa, F_3 kuchning miqdorini aniqlang.

Yechish. Bu masalani ikki xil usulda yechish mumkin.

1–usul. Proyeksiyalarga asoslangan analitik usulda yechish uchun F_1 va F_2 kuchlarni koordinata o‘qlariga proyeksiyalaymiz:

$$F_{1x} = F_1 \cos 15^\circ = 3 \cdot 0,966 = 2,89 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,41 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 15^\circ = 3 \cdot 0,26 = 0,78 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,41 \text{ N}$$

Masala shartiga asosan, bu uchta kuch muvozanatdaligidan foydalanamiz va qiymatlarni o‘rniga qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz: $R = 0 \Rightarrow$:

$$\left. \begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} &= 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} F_{3x} &= -(F_{1x} + F_{2x}) \\ F_{3y} &= -(F_{1y} + F_{2y}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{3x} = -4,3; F_{3y} = -2,19.$$

Topilgan F_{3x} va F_{3y} ning qiymatlarini o‘rniga qo‘yib, so‘ralgan kuchni hisoblaymiz: $F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = \sqrt{(-4,3)^2 + (-2,19)^2} = 4,828 \text{ N}.$

2–usul. Uch kuchning muvozanati haqidagi teoremdan foydalanamiz. Masala shartiga asosan bu uchta kuch muvozanatda, ya’ni F_1 va F_2 kuchlarning teng ta’sir etuvchisi R ning son qiymati F_3 kuchga teng, ammo F_3 kuch R kuchga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi. F_1 va F_2 kuchlar orasidagi burchak masala shartiga binoan, $\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1) = 30^\circ$ ga teng. Kosinuslar teoremasiga asosan:

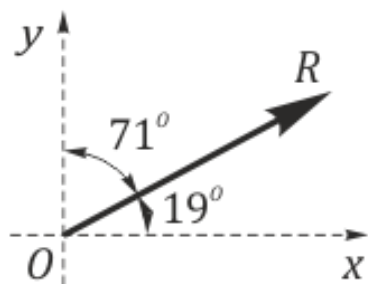
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos \alpha} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ} = 4,83 \text{ N}$$

Demak, har ikkala usul uchun ham topilgan qiymatlar bir xil ekan.

Javob: $|F_3| = |R| = 4,83 \text{ N}.$

19–masala. Tekislikdagi kesishuvchi 2 ta kuchlar sistemasining proyeksiyalari berilgan bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishini aniqlang:
 $F_{1x} = 30 \text{ N}$, $F_{1y} = -18 \text{ N}$, $F_{2x} = -24 \text{ N}$, $F_{2y} = 20 \text{ N}$.

Yechish. Teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini hamda uning qiymatini hisoblab olamiz.



3.6–rasm.

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 30 - 24 = 6 \text{ N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -18 + 20 = 2 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6,32 \text{ N}$$

Burchak kosinusini topish formulasiga asosan:

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R};$$

$$\cos \alpha = \frac{6}{6,32} = 0,94;$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R};$$

$$\cos \beta = \frac{2}{6,32} = 0,31.$$

Bradis jadvalidan foydalanib, kosinusning radian qiymatlarini gradusga almashtiramiz:

$$\alpha = (\hat{R}, x) = 19^\circ \quad \beta = (\hat{R}, y) = 71^\circ \quad (3.6\text{–rasm}).$$

Demak, proyeksiyalari berilgan 2 ta kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi I-chorakda joylashib, koordinata o'qlari bilan mos ravishda 19° va 71° burchak hosil qilar ekan (3.6–rasm).

20–masala. $P = 90 \text{ N}$ bo'lgan kuch o'zining tashkil etuvchilari P_1 va P_2 bilan $\varphi_1 = 45^\circ$ va $\varphi_2 = 30^\circ$ burchak tashkil qilsa, shu tashkil etuvchilari topilsin.

Yechish. Sinuslar teoremasidan foydalanamiz.

$$\frac{P_1}{\sin \varphi_2} = \frac{P_2}{\sin \varphi_1} = \frac{P}{\sin \varphi}$$

Kuchlar uchburchagiga asosan:

$$\sin \varphi = \sin(180^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2)) = \sin(180^\circ - 75^\circ) = \sin 75^\circ = 0,96.$$

$$P_1 = \frac{P}{\sin 75^\circ} \cdot \sin \varphi_2 = \frac{90}{0,96} \cdot \frac{1}{2} = 46,8 \text{ N}$$

$$P_2 = \frac{P}{\sin 75^\circ} \cdot \sin \varphi_1 = \frac{90}{0,96} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 65,6 \text{ N}$$

Demak, berilgan kuchning masala shartini qanoatlantiradigan tashkil etuvchilari $P_1 = 46,8 \text{ N}$ va $P_2 = 65,5 \text{ N}$ ga teng bo'lar ekan.

21-masala. Kesishuvchi 4 ta kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari berilgan

$$\begin{aligned} F_{1x} &= 5 \text{ N}, & F_{2x} &= -16 \text{ N}, & F_{3x} &= 12 \text{ N}, & F_{4x} &= 100 \text{ N} \\ F_{1y} &= 3 \text{ N}, & F_{2y} &= 12 \text{ N}, & F_{3y} &= -30 \text{ N}, & F_{4y} &= 15 \text{ N} \end{aligned}$$

Shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi va uning koordinata o'qlari bilan tashkil etgan burchaklari topilsin.

Yechish. Ushbu masala analitik usulda yechiladi. Buning uchun teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topib olamiz.

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = 5 - 16 + 12 + 10 = 11 \text{ N} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = 3 + 12 - 30 + 15 = 0 \end{aligned}$$

Bundan teng ta'sir etuvchi kuch $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{11^2 + 0^2} = 11 \text{ N}$. $R_y = 0$ bo'lgani uchun, teng ta'sir etuvchi kuch Ox o'qida yotadi va u Oy o'qiga perpendikulyar.

4-§. Tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati.

Tekislikda ta'sir chiziqlari bir nuqtaga kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanat sharti ikki xil bo'ladi:

1. Geometrik muvozanat sharti – bu kuchlarga qurilgan kuchlar uchburchagi yoki ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.

2. Analitik muvozanat sharti – ta'sir chiziqlari bir nuqtaga kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishligi uchun bu kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak.

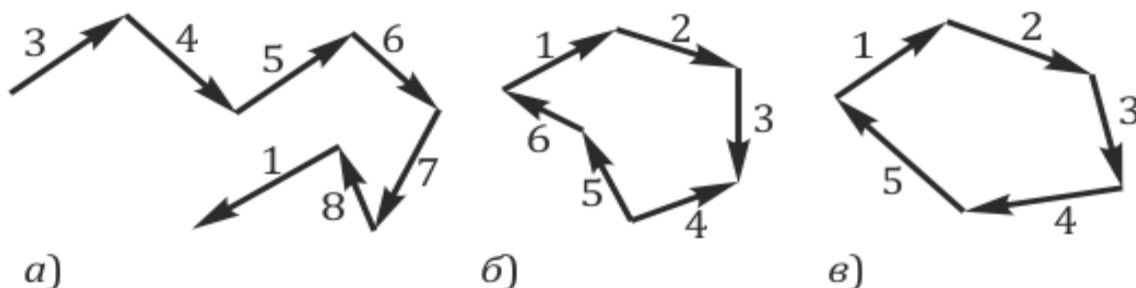
$$\text{Ya'ni:} \quad \sum x = 0, \quad \sum y = 0.$$

bu yerda: $\sum x$ –barcha kesishuvchi kuchlarning Ox o'qidagi proyeksiyalarining yig'indisi, $\sum y$ –barcha kesishuvchi kuchlarning Oy o'qidagi proyeksiyalarining yig'indisi.

Mavzuni mustahkamlash maqsadida quyidagi misol va masalalarning yechilish usullari bilan tanishib chiqamiz.

22–masala. Quyidagi har bir sxema uchun soʻralgan savollarga javob bering (4.1–rasm, a, b, e).

- 1) Kuchlar sistemasi muvozanatdami?
- 2) Kuchlarning qaysi biri teng taʼsir etuvchi kuch?
- 3) Birinchi kuch qaysi?
- 4) Oxirgi kuch qaysi?



4.1–rasm.

- Yechish:** a) sxema uchun: 1) Yoʻq, kuchlar koʻpburchagi ochiq;
 2) Teng taʼsir etuvchi kuch koʻrsatilmagan; 3) 3-kuch; 4) 1-kuch.
 b) sxema uchun: 1) Yoʻq; 2) 4-kuch; 3) 5-kuch; 4) 3-kuch.
 e) sxema uchun: 1) Ha; 2) Teng taʼsir etuvchi kuch nolga teng;
 3) ixtiyoriy; 4) ixtiyoriy kuchni olish mumkin.

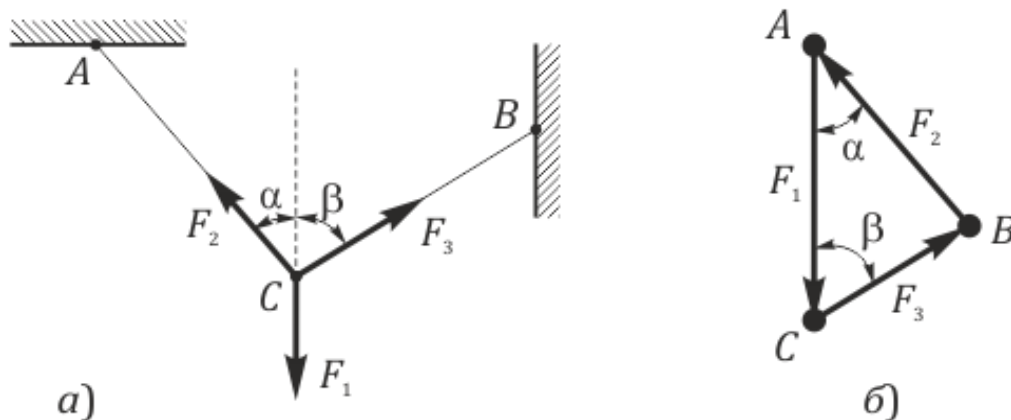
23–masala. (1.2.2.**). AC va BC sim arqonlarga mahkamlangan C sharnirga F_1 vertikal kuch taʼsir etadi. Agar sim arqonlar vertikalga nisbatan $\alpha = 30^\circ$ va $\beta = 75^\circ$ burchak tashkil qilgan boʻlib, AC sim arqonning taranglik kuchi $F_2 = 15\text{ H}$ boʻlsa, BC sim arqonning tarangligi F_3 ni toping (4.2–rasm, a)).

Yechish: Bu kuchlar sistemasi muvozanatda, yaʼni, yopiq uchburchak tashkil qiladi. Shuning uchun bu 3 ta kuchga kuchlar uchburchagini quramiz. Bu F_2 va F_3 kuchlarni F_1 kuch muvozanatda ushlab turadi.

Geometriyadan ozgina mulohaza qilib, α va β burchaklarni oʻrniga qoʻyamiz (4.2–rasm, b)).

Sinuslar teoremasiga asosan

$$\frac{F_3}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta}$$



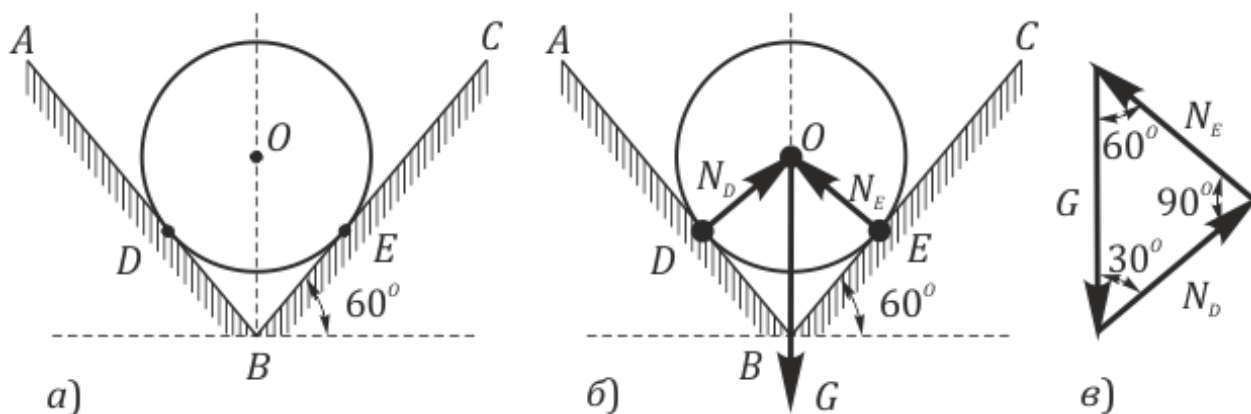
4.2–rasm.

Bundan:

$$F_3 = \frac{F_2}{\sin \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{15}{\sin 75^\circ} \cdot \sin 30^\circ = \frac{15}{0,9659} \cdot \frac{1}{2} = 7,76 \text{ N}$$

Javob: $F_3 = 7,76 \text{ N}$.

24–masala. (2.18*). Bir-biriga tik bo‘lgan ikkita silliq AB va BC og‘ma tekisliklarda og‘irligi 60 N bo‘lgan bir jinsli O shar turibdi. BC tekislik bilan gorizont orasidagi burchak 60° . Sharning har qaysi tekislikka ko‘rsatadigan bosimi aniqlansin (4.3–rasm, a)).



4.3–rasm.

Yechish: Ushbu masalani 2 usulda yechib ko‘rsatamiz.

1-usul (Geometrik usul). Masala sharti bo‘yicha bu ikki tekislik bir-biriga tik, ya‘ni perpendikulyar. Sharning tekisliklarga ko‘rsatadigan bosimi bu qiyaliklarning sharga ko‘rsatadigan reaksiya kuchlariga tengdir. Bu reaksiya kuchlari qiyalikka urinish nuqtalari D va E da unga perpendikulyar yo‘naladi. Sharning og‘irlik kuchi esa gorizontga perpendikulyar bo‘ladi. Bu kuchlarni chizmada tasvirlaymiz (4.3–rasm, b)).

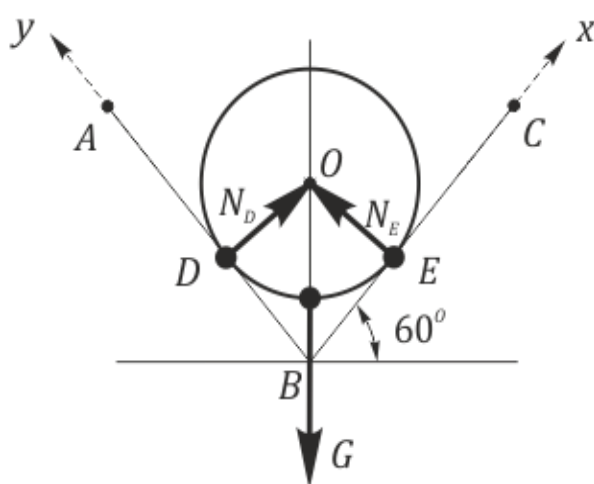
Bu 3 ta kuch muvozanatda, ya'ni, yopiq uchburchak hosil qilish kerak. Mulohaza bilan burchaklarni qo'yamiz hamda trigonometrik funksiyalarning ta'rifiga asosan quyidagiga ega bolamiz (4.3–rasm, e)):

$$N_E = G \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ N.}$$

$$N_D = G \cdot \cos 30^\circ = 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30 \cdot 1,7 = 51 \text{ N.}$$

Javob: $N_E = 30 \text{ N}$, $N_D = 51 \text{ N}$.

2-usul (Analitik usul). Tekislikda koordinatalar sistemasini o'rnatamiz. x o'qini BC qiyalik bo'ylab, y o'qini esa BA qiyalik bo'ylab yo'naltiramiz, chunki masala sharti bo'yicha bu qiyaliklar bir-biriga perpendikulyar. Chizmaga asosan,



4.4–rasm.

sharga 3 ta kuch ta'sir qiladi. Gorizontga perpendikulyar yo'nalgan G og'irlik kuchi, N_D – AB qiyalikning reaksiya kuchi, va N_E – BC qiyalikning reaksiya kuchi (4.4–rasm).

Bu 3 ta kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'siridagi shar muvozanatda turibdi. Uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad N_D - G \cdot \cos 30^\circ = 0.$$

$$\sum y = 0: \quad N_E - G \cdot \sin 30^\circ = 0.$$

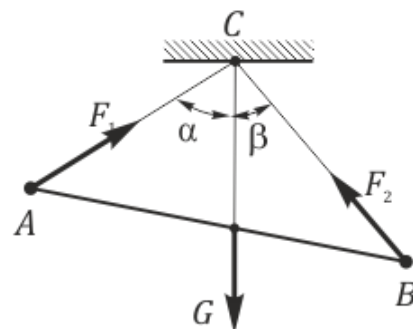
Bundan:

$$N_D = G \cdot \cos 30^\circ = 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 51 \text{ H}$$

$$N_E = G \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ H.}$$

Demak, bir-biriga perpendikulyar bo'lgan tekisliklarning orasida turgan shar, tekisliklarga uning urinish nuqtasida $N_D = 51 \text{ N}$ va $N_E = 30 \text{ N}$ kuch bilan bosim ko'rsatar ekan.

25–masala. (1.2.3**). AB to'sin AC va BC arqonlar yordamida shiftga osib qo'yilgan. Agar arqonlar vertikalga $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$ burchak ostida, arqonlardagi zo'riqishlar $F_1 = 120\text{ N}$, $F_2 = 80\text{ N}$ bo'lsa, to'sinning og'irligini aniqlang (4.5–rasm).



4.5–rasm.

Yechish: Koordinatalar sistemasini shunday o'rnatamizki, Ox o'qi G kuchga perpendikulyar va y o'qi G kuch bo'ylab yo'nalgan bo'lsin.

Bu masalani analitik yo'l bilan, ya'ni, proyeksiyalash orqali yechamiz. To'sin osilib turibdi, demak, unga ta'sir qiluvchi kuchlar muvozanatda yoki bu kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yig'indisi nolga teng.

$$\text{Ya'ni} \quad \sum x = 0; \quad \sum y = 0:$$

Maqsadimiz G ni topish, G esa Ox o'qqa perpendikulyar, ya'ni, $G_x = 0$. Shuning uchun faqat Oy o'qiga proyeksiyalash bilan chegaralanamiz.

$$\sum y = 0: \quad F_1 \cdot \sin 45^\circ + F_2 \cdot \sin 60^\circ - G_y = 0.$$

Bu yerda, $G_y = G$ bo'ladi.

$$120 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - G = 0$$

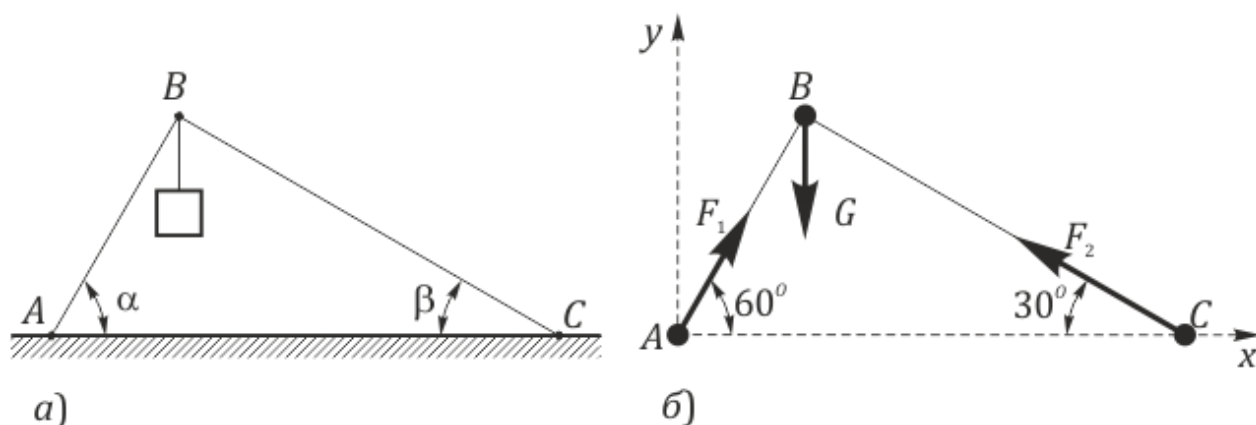
$$G = 84,8 + 69,2 = 154\text{ N}$$

Javob: To'sinning og'irligi $G = 154\text{ N}$ ekan.

26–Masala. (1.2.7**). Og'ir yuk vaznsiz ikki sterjen yordamida yerga mahkamlangan. Agar AB sterjen yerga nisbatan $\alpha = 60^\circ$, BC esa $\beta = 30^\circ$ burchak tashkil qilib, AB sterjenning zo'riqishi 43 N bo'lsa, BC sterjendagi reaksiya kuchini aniqlang (4.6–rasm, a)).

Yechish: Bu masalani ham analitik yo'l bilan ishlaymiz. AB va BC sterjenlarda hosil bo'ladigan zo'riqishlarni chizmada tasvirlaymiz. Bu reaksiya kuchlari siquvchi kuchlardir. Bu F_1 , F_2 siquvchi reaksiya kuchlari hamda yukning og'irlik kuchi G —muvozanatdagi kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi. Koordinatalar sistemasini odatdagidek o'rnatamiz. Og'ir yuk G —kuchning qiymati masala shartida berilmagani uchun barcha kuchlarni faqat Ox o'qiga

proyeksiyalaymiz. (Faqat shu holatda $G_x = 0$ bo'ladi). Hosil bo'lgan tenglamadan so'ralgan noma'lumni topamiz (4.6–rasm, 6)).



4.6–rasm.

$$\sum x = 0: \quad F_1 \cdot \cos 60^\circ - F_2 \cdot \cos 30^\circ - G_x = 0.$$

Bundan:

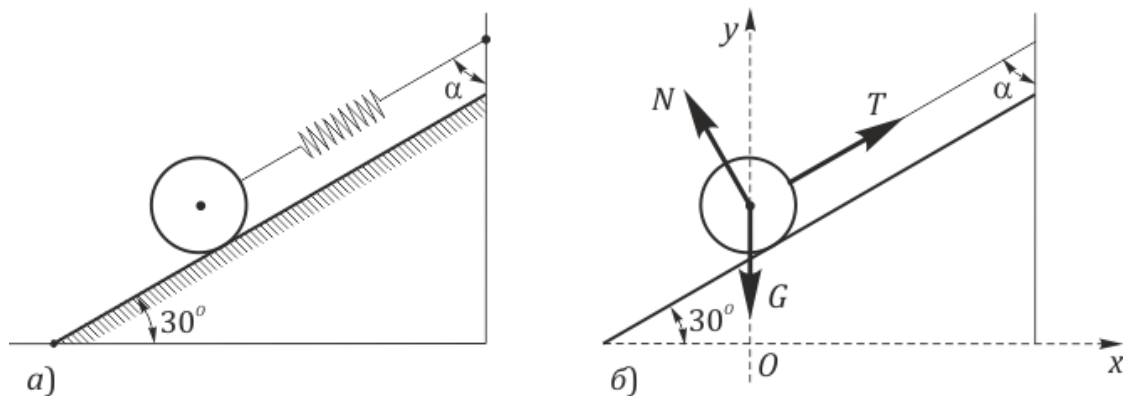
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{43 \cdot \frac{1}{2}}{0,866} = 24,8 \text{ N}$$

Bizga ma'lumki siquvchi kuchning ishorasi kelishuvga asosan manfiy bo'ladi. Demak, BC sterjenda paydo bo'ladigan reaksiya kuchi $24,8 \text{ N}$ ga teng bo'lar ekan.

Javob: $F_2 = -24,8 \text{ N}$.

27–Masala (2.20*). Og'irligi 20 H bo'lgan bir jinsli shar silliq og'ma tekislik ustida tros yordamida ushlab turiladi; bu tros tekislikdan yuqoriroqqa mahkamlangan prujinali taroziga bog'langan; prujinali tarozining ko'rsatishi 10 N ga teng. Gorizontalar bilan tekislik orasidagi burchak 30° . Tros bilan vertikal orasidagi α burchak va sharning tekislikka ko'rsatadigan N bosimi aniqlansin. Prujinali tarozining og'irligi hisobga olinmasin (4.7–rasm, a)).

Yechish: Koordinatalar sistemasini quramiz. x o'qini gorizontalar yo'nalishda, y o'qini esa gorizontga perpendikulyar ravishda, sharning markazidan o'tadigan qilib o'rnatamiz. Ushbu holatda, koordinatalar boshi og'irlik kuchining x o'q bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi. Sharga ta'sir qiluvchi kuchlarni chizmada tasvirlaymiz. Unga og'irlik kuchi G , trosning taranglik kuchi T va og'ma tekislikning tayanch reaksiya kuchi N ta'sir qiladi (4.7–rasm, 6)).



4.7–rasm.

3 ta N , G , T kuchlarning ta'sir chiziqlari bitta nuqtada – sharining markazida kesishadi. Bu kuchlar ta'sirida shar muvozanat holatida turibdi deb, quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum x = 0: -N \cdot \sin 30^\circ + T \cdot \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0: N \cdot \cos 30^\circ + T \cdot \cos \alpha - G = 0 \quad (2)$$

Masala sharti bo'yicha $T = 10 \text{ N}$, $G = 20 \text{ N}$, $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ qiymatlarni qo'yamiz.

(1) dan:

$$N = \frac{T \cdot \sin \alpha}{\sin 30^\circ} = 2T \cdot \sin \alpha = 20 \cdot \sin \alpha$$

Demak, $N = 20 \cdot \sin \alpha$; Bu ifodani (2) ga qo'yamiz va qiymatlarini qo'yib, oddiy hisoblashlardan keyin $\sqrt{3} \cdot \sin \alpha + \cos \alpha = 2$ ga ega bo'lamiz. $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ formuladan foydalanib, o'rniga qo'yamiz:

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 2 - \cos \alpha$$

Tenglikning har ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz:

$$3(1 - \cos^2 \alpha) = 4 - 4\cos \alpha + \cos^2 \alpha$$

Bu ifodani soddalashtirib, $4\cos^2 \alpha - 4\cos \alpha + 1 = 0$ kvadrat tenglamaga ega bo'lamiz.

$$\cos^2 \alpha = t$$

deb belgilash kiritamiz:

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2};$$

Ya'ni, bundan $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 60^\circ$ kelib chiqadi.

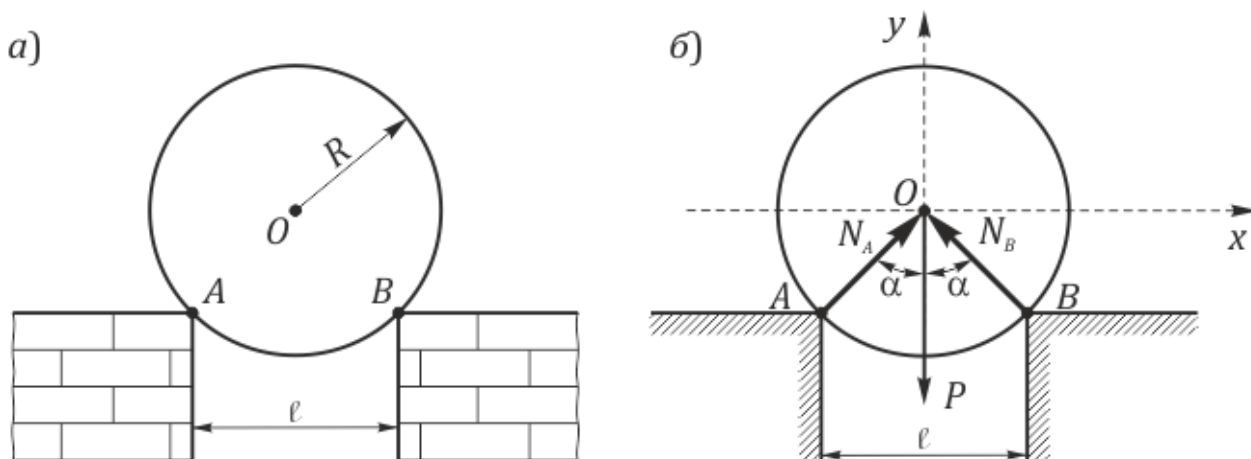
Buni (*) ga qo'yamiz:

$$N = 20 \cdot \sin \alpha = 20 \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 \cdot \sqrt{3} = 17,3N$$

Demak, sharning tekislikka ko'rsatadigan bosimi $N = 17,3 N$ va tros bilan u bog'langan vertikal qoziq orasidagi burchak $\alpha = 60^\circ$ ekan.

28–Masala. (2-23*). Radiusi $R = 1 m$, uzunligi bo'yicha tekis taralgan og'irligi $P = 40 kN$ bo'lgan qozon g'isht devorning chiqiqlarida turadi. Devorlar orasidagi masofa $\ell = 1,6 m$. Ishqalanishni hisobga olmay, A va B nuqtalarga qozondan tushadigan bosim topilsin (4.8–rasm, a)).

Yechish: Qozonning devor qirralariga tushadigan bosimini, ya'ni devor qirralarining qozonga ko'rsatayotgan reaksiya kuchlarini, hamda qozonning og'irlik kuchini chizmada tasvirlaymiz, buning uchun koordinatalar sistemasini o'rnatamiz. y va x o'qini esa qozon markazidan o'tadigan qilib o'rnatamiz. Bu y o'q devor qirralarining qozonga ko'rsatayotgan reaksiya kuchlari bilan bir xil α burchak tashkil qiladi (chizmaga qaralsin) (4.8–rasm, b)).



4.8–rasm.

Qozon N_A , N_B va P kuchlar ta'sirida muvozanat holatida turibdi deb, quyidagi proyeksiyalar tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad N_A \cdot \sin \alpha - N_B \cdot \sin \alpha - 0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0: \quad N_A \cdot \cos \alpha + N_B \cdot \cos \alpha - P = 0 \quad (2)$$

(1)-tenglamadan $N_A = N_B$ kelib chiqadi.

Buni (2)-ga qo'y sak, $2 N_A \cdot \cos \alpha = P$ bundan,

$$N_A = \frac{P}{2 \cdot \cos \alpha} \quad (3)$$

Chizmaga asosan, $\sin \alpha = \frac{\ell}{2} : R = \frac{\ell}{2R}$, bundan foydalanib, $\cos \alpha$ ning qiymatini hisoblab olamiz:

$$\cos = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{4R^2}} = \frac{\sqrt{4R^2 - \ell^2}}{2R} = \frac{\sqrt{4 - 2,56}}{2} = \frac{\sqrt{1,44}}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6$$

Demak, $\cos \alpha = 0,6$. Bu qiymatni (3) formulaga qo'yib, qozonning devor qirrasiga ko'rsatadigan bosimni topamiz.

$$N_A = \frac{P}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{40}{1,2} = 33,3333 \text{ kN}$$

(1) tenglamaga asosan, qozonning A va B qirralarga ko'rsatadigan bosim kuchlari $N_A = N_B = 33,33 \text{ kN}$.ga teng bo'lar ekan.

5-§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti.

Kuchning aylantiruvchi ta'siri (xususiyati) kuch momenti bilan harakterlanadi. Kuch momenti qaysi nuqtaga nisbatan olinsa, shu nuqta **moment markazi** deb ataladi. Moment markazidan kuchning o'ziga yoki uning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofa (perpendikulyar kesma) **kuchning yelkasi** deyiladi va odatda **h** harfi bilan belgilanadi.

Agar kuch jismni moment markazi atrofida soat strelkasi harakatiga teskari yo'nalishda aylantirishga intilsa, kuch momenti musbat, aks holda manfiy hisoblanadi (masala yechishda, momenti hisoblanadigan kuchni kuch yo'nalishi bo'ylab moment markazi atrofida xayolan aylantiramiz. Juda ko'pchilik mutaxassislar soat strelkasi harakatiga teskari yo'nalishni musbat deb qabul qilishadi, chunki Yer o'z o'qi atrofida shu yo'nalish bo'ylab harakatlanadi).

Ta’rif: Kuchning nuqtaga nisbatan momenti deb, mos ishora bilan olingan kuch modulini uning yelkasiga ko‘paytmasiga aytiladi.

$$M_0(\vec{P}) = \pm P \cdot h \quad (5.1)$$

Bu moment quyidagi ikki holda nolga teng bo‘lishi mumkin:

- 1) Ta’sir etuvchi kuch nolga ($P = 0$) teng bo‘lsa;
- 2) Kuchning o‘zi yoki uning ta’sir chizig‘i moment markazidan o‘tsa (bu holatda $h = 0$).

2-holat statika masalalarini yechishda keng qo‘llaniladi, ya’ni moment olinadigan nuqtani tanlash katta ahamiyatga egadir. Nazariy mexanikaning masala va topshiriqlarini bajarishda moment markazini shunday tanlash lozimki, jismga ta’sir qilayotgan noma’lum kuchlarning iloji boricha ko‘pchiligining ta’sir chiziqlari tanlangan nuqtadan o‘tsin. (Masalan, agar jismga 5 ta kuch ta’sir qilayotgan bo‘lsa, shulardan ikki yoki uchtasining ta’sir chizig‘i bitta nuqtadan o‘tsa, bu kuchlarning shu nuqtaga nisbatan momenti nolga teng bo‘ladi, chunki kuch yelkasi nolga teng bo‘ladi ($h = 0$)).

Agar kuch yelkasini topish muammo tug‘dirsa, kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalaridan foydalangan holda uni quyidagicha aniqlash mumkin: $B(x, y)$ nuqtaga qo‘yilgan F kuchning $A(a, b)$ nuqtaga nisbatan momenti quyidagicha hisoblanadi:

$$M_A(F) = (x - a) \cdot F_y - (y - b) \cdot F_x \quad (5.2)$$

bu yerda: F_x va F_y - kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari, x va y kuch qo‘yilgan B nuqtaning koordinatalari, a va b moment markazining koordinatalarini ifodalaydi. Xususiyl holda, F kuchning momenti koordinata boshiga nisbatan hisoblanishi so‘ralsa, u holda $a = 0$, $b = 0$ va (5,2) quyidagicha ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$$M_0(F) = x \cdot F_y - y \cdot F_x \quad (5.3)$$

Kuch momentining geometrik ma’nosi:

Agar berilgan kuchning uchini va boshini moment markazi bilan tutashtirsak, uchburchak hosil bo‘ladi. Bu uchburchak yuzining ikkilangani,

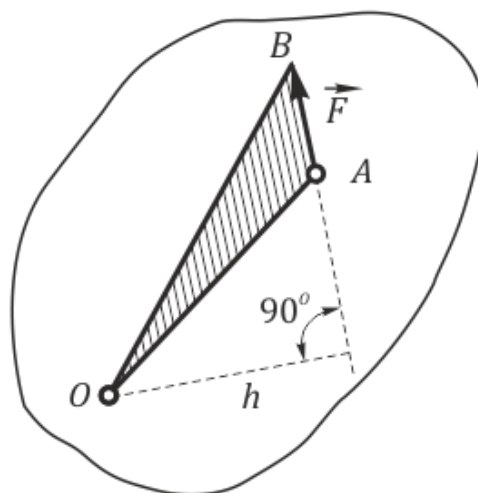
kuchning shu nuqtaga nisbatan hisoblangan momentining moduliga teng bo‘ladi (chunki, momentning qiymati manfiy bo‘lishi mumkin).

$$|M_0(F)| = 2 \cdot S_{\Delta OAB} \quad (5.4)$$

(5.4) formula kuch momentining geometrik ma’nosini ifodalaydi.

Teng ta’sir etuvchi kuchning momenti haqidagi Varinyon teoremasi statika masalalarini yechishda keng qo‘llaniladi:

Teorema: Agar berilgan qandaydir kuchlar sistemasi teng ta’sir etuvchiga keltirilsa, bu teng ta’sir etuvchining ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti berilgan kuchlarning mazkur nuqtaga nisbatan momentlarining geometrik yig‘indisiga teng.

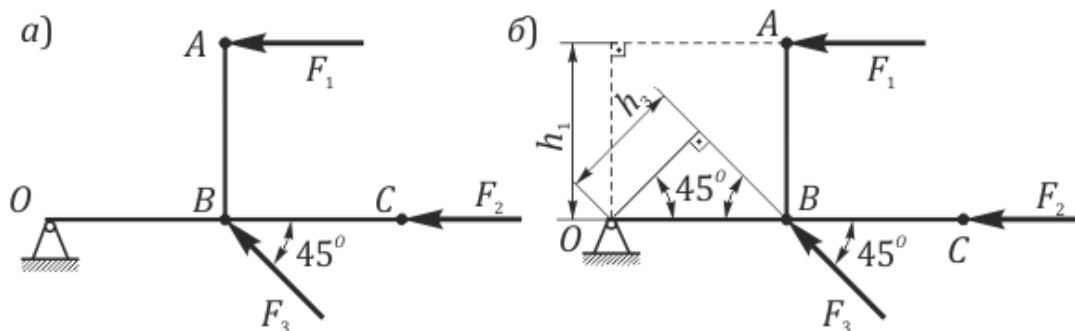


5.1–rasm.

Endi kuch momentini hisoblashga doir ba’zi bir masalalar bilan tanishib chiqamiz.

29–masala. Quyidagi chizmadagi barcha kuchlarning O nuqtaga nisbatan momentlari yig‘indisini toping. $AB = 2 \text{ m}$, $OB = BC = 5 \text{ m}$, $F_1 = 12 \text{ H}$, $F_2 = 2 \text{ H}$, $F_3 = 30 \text{ H}$ (5.2–rasm, a)).

Yechish. Kuch momentining ta’rifiga asosan, har bir kuchning O nuqtaga nisbatan momentini hisoblab olamiz F_1 kuchni davom ettiramiz va O nuqtadan unga tushirilgan perpendikulyar kesma F_1 kuchning yelkasi bo‘ladi (5.2–rasm, b)).



5.2–rasm.

$M_0(F_1) = F_1 \cdot AB = 12 \cdot 2 = 24 \text{ N} \cdot \text{m}$ va $M_0(F_2) = 0$, chunki F_2 kuchning ta’sir chizig‘i O nuqtadan o‘tadi ($h = 0$). F_3 kuchning ta’sir chizig‘ini davom

ettiramiz va unga O nuqtadan perpendikulyar tushiramiz .Bu kesmaning uzunligi F_3 kuchning yelkasi h_3 bo‘ladi. Uni quyidagicha hisoblaymiz:

$$h_3 = OB \cdot \cos 45^\circ = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 \text{ m},$$

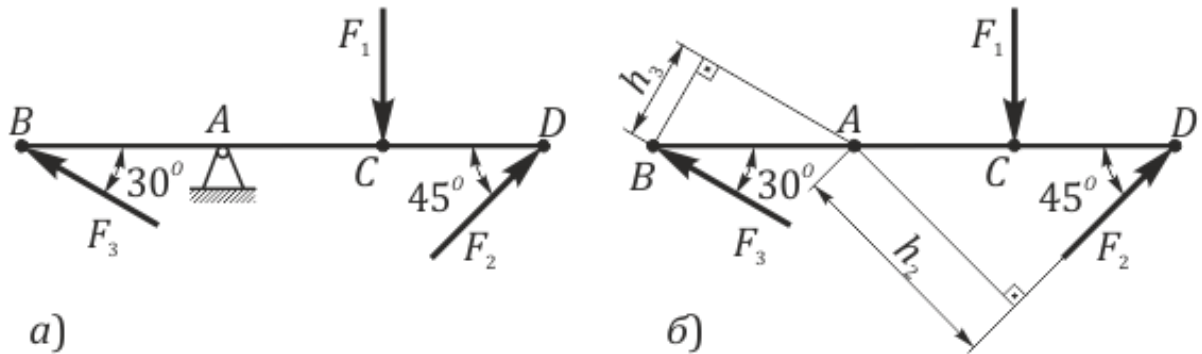
va

$$M_0(F_3) = +F_3 \cdot h_3 = 30 \cdot 3,5 = 105 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Demak, masala shartiga asosan bu uchta kuchning momentlarining yig‘indisini hisoblaymiz:

$$\sum M_0(F_k) = M_1 + M_2 + M_3 = 24 + 0 + 105 = 129 \text{ N} \cdot \text{m}$$

30–masala. Quyidagi chizmadagi A nuqtaga nisbatan kuchlar momentlarining yig‘indisi topilsin: $BA=4\text{m}$, $AC = 2 \text{ m}$, $CD = 2\text{m}$, $F_1=10 \text{ N}$, $F_2 = 5 \text{ N}$, $F_3 = 20 \text{ N}$ (5.3–rasm, a)).



5.3–rasm.

Yechish. F_2 va F_3 kuchlarning yelkasini topish uchun bu kuchlarning ta’sir chiziqlarini davom ettiramiz va moment markazi A nuqtadan ularga perpendikulyar kesmalar tushiramiz (5.3–rasm, b)).

$$h_1 = AC = 2 \text{ m}; \quad h_2 = AD \cos 45^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,8 \text{ m}; \quad h_3 = \frac{AB}{2} = 2 \text{ m};$$

Demak,

$$M_A(F_1) = M_1 = -F_1 \cdot h_1 = -10 \cdot 2 = -20 \text{ N} \cdot \text{m};$$

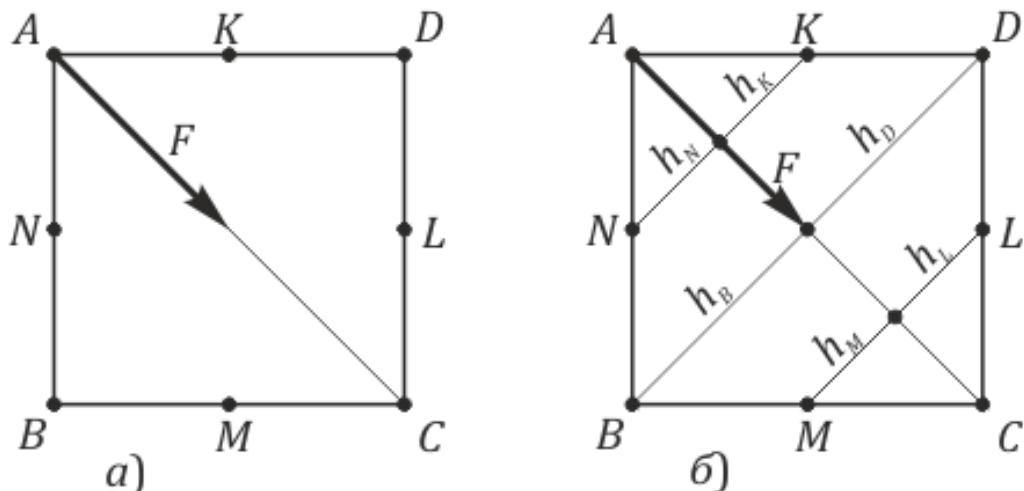
$$M_A(F_2) = M_2 = +F_2 \cdot h_2 = 5 \cdot 2,8 = 14 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$M_A(F_3) = M_3 = -F_3 \cdot h_3 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$\sum M_k = M_1 + M_2 + M_3 = -20 + 14 - 40 = -46 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Javob: $\sum M_k = -46 \text{ H} \cdot \text{m}.$

31–Masala. (2.1.2**). Kvadrat plastinaning A nuqtasiga $F = 150 \text{ N}$ kuch ta'sir etadi. Agar kvadratning tomoni 2 m bo'lsa, uning har bir qirrasiga va tomonlarining o'rtasidagi nuqtalarga nisbatan kuch momentlari hisoblansin (5.4–rasm, a)).



5.4–rasm.

Yechish: Kuch momenti $M = \pm F \cdot h$ formula bilan hisoblanadi. Chizmaga asosan, qo'yilgan F kuchning K, D, L, C, M, B, N nuqtalarga nisbatan momentini hisoblash so'ralyapti. Yengillik uchun har bir nuqta uchun kuch yelkalarini, ya'ni, moment olinadigan nuqtadan, kuchning o'ziga yoki uning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyar kesmalarni chizmada tasvirlaymiz (5.4–rasm, b)).

Kvadratning tomoni 2 m bo'lgani uchun uning diagonallari teng va qiymati $d = \sqrt{4 + 4} = 2,82 \text{ m}$ bo'ladi. Demak, $h_D = h_B = 1,41 \text{ m}$ va $h_N = h_K = h_L = h_M = 0,7 \text{ m}$ bo'ladi. C nuqta F kuchining ta'sir chizig'ida yotgani uchun $h_C = 0$, ya'ni kuch momenti $M_C = 0$ bo'ladi. Berilgan F kuchining qolgan nuqtalarga nisbatan momentlarining ishorasini qo'yishda uning shu nuqta atrofida qanday yo'nalishda aylanishiga e'tibor qaratamiz :

$$M_K(F) = +F \cdot h_K = 150 \cdot 0,7 = 105 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_D(F) = +F \cdot h_D = 150 \cdot 1,41 = 211,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_L(F) = +F \cdot h_L = 150 \cdot 0,7 = 105 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_C(F) = 0$$

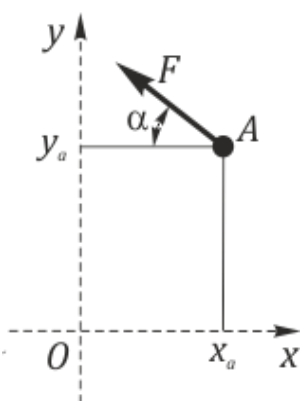
$$M_M(F) = -F \cdot h_M = -150 \cdot 1,41 = -211,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_B(F) = -F \cdot h_B = -150 \cdot 1,41 = -211,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_N(F) = -F \cdot h_N = -150 \cdot 0,7 = -105 \text{ N} \cdot \text{m}$$

32–masala. (2.1.3**). Oxy tekislikda yotuvchi $F = 420 \text{ N}$ kuch koordinatalari $x_A = 0,2 \text{ m}$, $y_A = 0,3 \text{ m}$ bo‘lgan A nuqtaga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida qo‘yilgan. O nuqtaga nisbatan kuchning momentini toping (5.5–rasm).

Yechish. Bu masalani bir necha usul bilan yechish mumkin:



5.5–rasm.

1–usul. F kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini topib olamiz.

$$F_y = +F \cdot \sin \alpha = 420 \cdot \sin 30^\circ = +210 \text{ N}$$

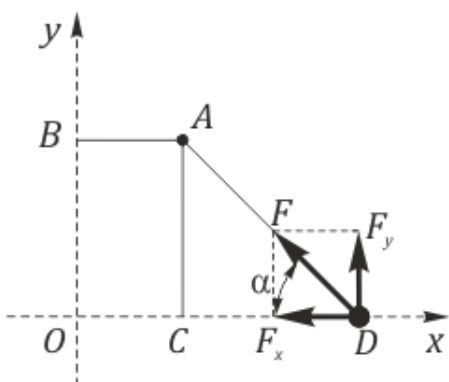
$$F_x = -F \cdot \cos \alpha = -420 \cdot \cos 30^\circ = -420 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -363,7 \text{ N}$$

Endi (5.3) formulaga qo‘yib F kuchning koordinata boshiga nisbatan momentini hisoblaymiz.

$$M_O(F) = 0,2 \cdot 210 - 0,3 \cdot (-363,7) = 42 + 109,1 = 151,1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Javob: $M_O(F) = 151,1 \text{ N} \cdot \text{m}$

2–usul. F kuchni uning ta’sir chizig‘i bo‘ylab Ox o‘qi bilan kesishtiramiz va kesishgan nuqtada proyeksiyalariga asoslanib tashkil etuvchilarga ajratamiz (5.6–rasm).



5.6–rasm.

Varinyon teoremasiga asosan, teng ta’sir etuvchi kuchning momenti, uning tashkil etuvchilari momentlarining yig‘indisiga teng.

$F_x = -363,7 \text{ N}$ bu kuch moment markazidan o‘tadi, shuning uchun uning momenti nolga teng. $F_y = 210 \text{ N}$ kuchning yelkasini hisoblaymiz.

$h = OC + CD$, $OC = 0,2 \text{ m}$. ACD uchburchakdan $CD = AC \cdot \text{ctg } 30^\circ = 0,52 \text{ m}$ demak, $h = 0,2 + 0,52 = 0,72$, bundan

$$M_O(F) = M_O(F_x) + M_O(F_y) = 0 + h \cdot F_y = 0,72 \cdot 210 = 151,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Javob: $M_O(F) = 151,2 \text{ N} \cdot \text{m}$

33–masala. $A(5; 3)$ nuqtaga miqdori $F = 30 \text{ N}$ va absissa o‘qining musbat yo‘nalishi bilan 60° burchak hosil qiluvchi kuch qo‘yilgan. Shu kuchning $B(-1; -1)$ nuqtaga nisbatan momenti hisoblansin (5.7–rasm, a)).

Yechish. (1-usul). Dastavval, kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblaymiz (5.7-rasm, *o*)).

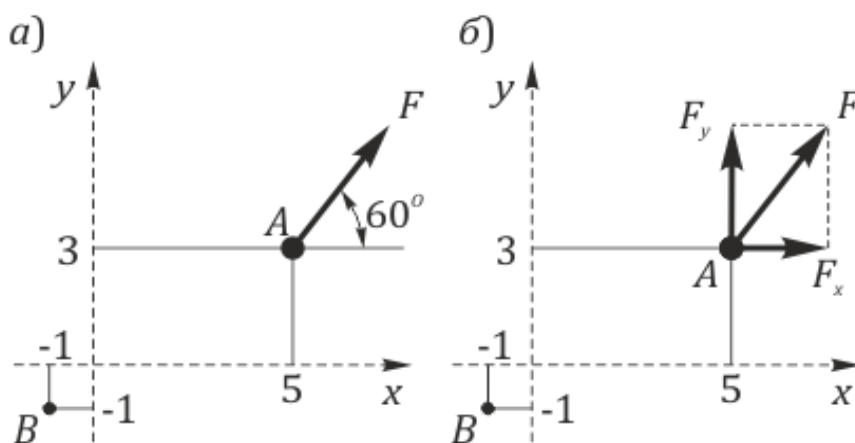
$$F_x = F \cdot \cos 60^\circ = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin 60^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 26 \text{ N}$$

Bizning misolimizda berilgan $a = -1$; $b = -1$; $x = 5$; $y = 3$ qiymatlarni (5.2) formulaning o'rniga qo'yib, hisoblaymiz:

$$M_B(F) = (5 - (-1)) \cdot 26 - (3 - (-1)) \cdot 15 = 6 \cdot 26 - 4 \cdot 15 = 96 \text{ N} \cdot m$$

Javob: $M_B(F) = 96 \text{ N} \cdot m$



5.7-rasm.

2-usul. F kuch qo'yilgan $A(5; 3)$ nuqtani koordinata boshi deb faraz qilib, uni mos burchaklarda tashkil etuvchilarga ajratamiz (5.7-rasm, *o*)).

Bizda $F_x = 15 \text{ N}$, $F_y = 26 \text{ N}$. Bu tashkil etuvchilarning B nuqtaga nisbatan momentlarini hisoblaymiz. B nuqtani markaz deb hisoblasak, chizmaga asosan, uning yelkalari $h_x = 4$; $h_y = 6$ ekanligini ko'rishimiz mumkin.

$$M_B(F_x) = -F_x \cdot h_x = -15 \cdot 4 = -60 \text{ N} \cdot m$$

$$M_B(F_y) = F_y \cdot h_y = 26 \cdot 6 = 156 \text{ N} \cdot m$$

Varinyon teoremasiga asosan:

$$M_B(F) = M_B(F_x) + M_B(F_y) = 156 - 60 = 96 \text{ N} \cdot m$$

Javob: $M_B(F) = 96 \text{ N} \cdot m$

34-Masala. (2.1.11).** O nuqtasida sharnir orqali mahkamlangan richagga F_1 va F_2 kuchlar ta'sir etadi. Agar $F_1 = 4 \text{ N}$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 120^\circ$, masofalar

$AO = 0,5 \text{ m}$, $BO = 0,6 \text{ m}$ bo'lsa, richagni muvozanatda saqlash uchun, F_2 kuchning miqdorini toping (5.8–rasm, a)).

Yechish: Richag muvozanatda turishi uchun qo'yilgan kuchlarning markaz O nuqtaga nisbatan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lish kerak ekanligidan foydalanamiz:

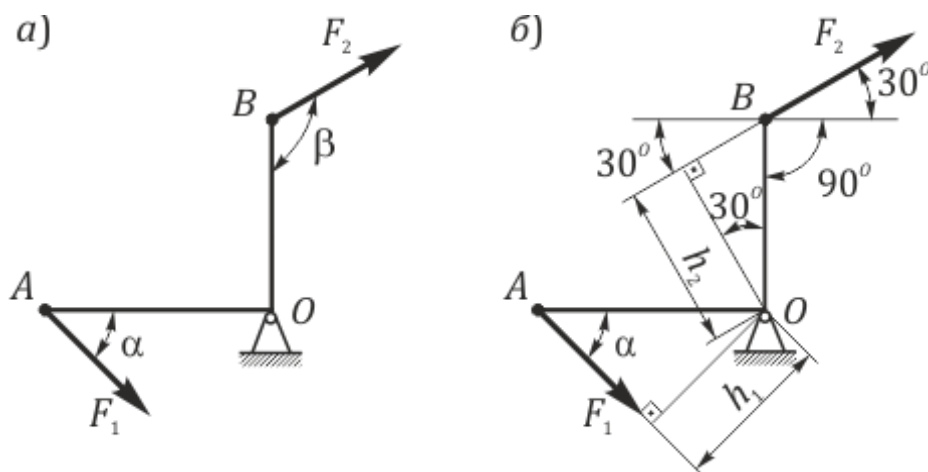
$$M_O(F_1) + M_O(F_2) = 0 \quad (*)$$

Chizmani qaytadan chizib, O nuqtaga nisbatan kuch yelkalarini va masala shartidan foydalanib, hosil bo'ladigan burchaklarni tasvirlaymiz (5.8–rasm, b)).

Har bir kuchning O nuqtaga nisbatan kuch yelkalarini hisoblab olamiz.

$$h_1 = AO \cdot \sin 45^\circ = 0,5 \cdot 0,7 = 0,35$$

$$h_2 = OB \cdot \cos 30^\circ = 0,6 \cdot 0,86 = 0,516$$



5.8–rasm.

(*) formulaga asosan,

$$F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 = 0.$$

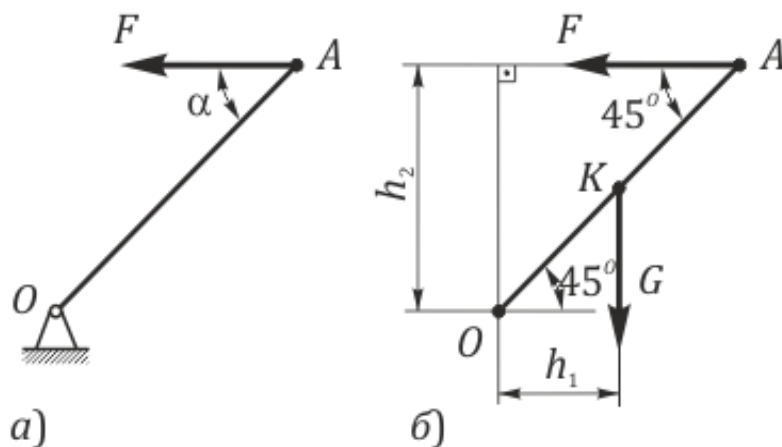
Bundan

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{4 \cdot 0,35}{0,516} = 2,71 \text{ N}$$

Demak, richag muvozanatda turishi uchun ikkinchi kuch $F_2 = 2,71 \text{ N}$ ga teng bo'lishi kerak ekan.

35–Masala. (2.1.12**). O nuqtasida sharnir yordamida mahkamlangan, bir jinsli OA sterjenga $\alpha = 45^\circ$ burchak ostida F kuchi ta'sir etadi. Agar sterjenning og'irligi 5 N bo'lib, F kuchi ta'sirida vertikal tekislikda muvozanatda bo'lsa, F kuchning qiymatini aniqlang (5.9–rasm, a)).

Yechish: Masala sharti bo'yicha OA sterjen bir jinsli va uning og'irligi 5 N ga teng. Og'irlik kuchi G ni uning og'irlik markaziga, ya'ni, OA sterjenning o'rtasiga gorizontga perpendikulyar qilib qo'yamiz (5.9–rasm, 6)).



5.9–rasm.

Masala sharti bo'yicha F va G kuchlar ta'sirida sterjen muvozanatda turibdi. O nuqtaga nisbatan kuch momentini hisoblash uchun kuch yelkalarini chizmada tasvirlaymiz. (Ichki almashinuvchi bo'lgani uchun burchaklar teng bo'ladi.) Bu sterjen muvozanatda turishi uchun, unga ta'sir qiluvchi kuchlar momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$M_0(F) + M_0(G) = 0$$

yoki

$$F \cdot h_2 - G \cdot h_1 = 0$$

bizda

$$OK = KA, \quad OK = OA/2 \quad \text{bo'lganligi uchun}$$

$$h_1 = \frac{OA \cdot \cos 45^\circ}{2}, \quad h_2 = OA \cdot \sin 45^\circ$$

Bu qiymatlarni o'rniga qo'yib, F kuchni topamiz.

$$F = \frac{G \cdot h_1}{h_2} = \frac{5 \cdot OA \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \cdot OA \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ N}$$

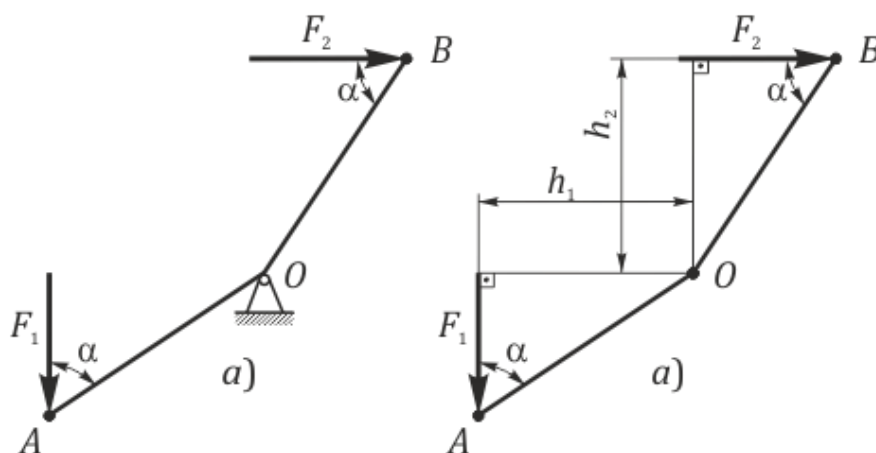
Demak, sharnir yordamida mahkamlangan OA sterjen muvozanatda turishi uchun A nuqtaga $F = 2,5\text{ N}$ kuch qo'yish kerak ekan.

36–Masala (2.1.13**). O nuqtada sharnir yordamida mahkamlangan richagga $\alpha = 70^\circ$ burchak ostida $F_1 = 6\text{ N}$ va F_2 kuchlar ta'sir etadi. Agar masofalar

$OA = 0,3 \text{ m}$ va $OB = 0,4 \text{ m}$ bo'lib, richag muvozanatda bo'lsa, F_2 kuchning qiymatini toping (5.10–rasm, a)).

Yechish: Richag muvozanatda bo'lishi uchun, unga ta'sir qiluvchi kuchlarning tayanchga nisbatan hisoblangan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lish kerakligidan foydalanamiz (5.10–rasm, o)).

$$M_0(F_1) + M_0(F_2) = 0 \quad (*)$$



5.10–rasm.

Bu momentlarni hisoblash uchun kuch yelkalarini va kuchlarning richag bilan hosil kilgan burchaklarini chizmada tasvirlaymiz.

$$h_1 = OA \sin 70^\circ, \quad h_2 = OB \sin 70^\circ.$$

(*) formulaga asosan: $F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 = 0$, ushbuga, kuchning va yelkalarning son qiymatlarini qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

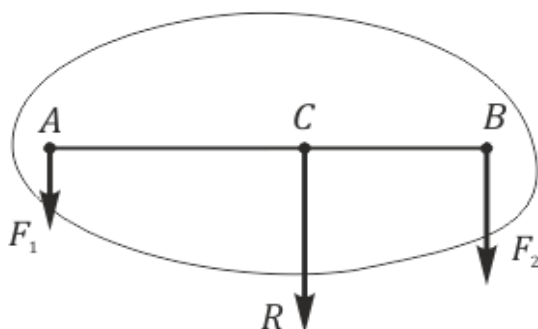
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot h_1}{h_2} = \frac{6 \cdot OA \cdot \sin 70^\circ}{OB \cdot \sin 70^\circ} = \frac{6 \cdot 0,3}{0,4} = 4,5 \text{ N}$$

Demak, sharnir yordamida mahkamlangan richag muvozanatda turishi uchun uning B nuqtasiga $F_2 = 4,5 \text{ N}$ kuch qo'yish kerak ekan.

6–§. Parallel kuchlar. Parallel kuchlarning muvozanati.

Ta'sir chiziqlari bir-biriga parallel bo'lgan kuchlar **parallel kuchlar sistemasi** deyiladi. Dastavval, bir tomonga yo'nalgan ikkita parallel kuchning teng ta'sir etuvchisini topishni o'rganaylik.

Ikkita bir tomonga yoʻnalgan parallel kuchlarning teng taʼsir etuvchisi ularning arifmetik yigʻindisiga teng va shu kuchlar bilan bir tomonga yoʻnaladi.



6.1–rasm.

Ushbu holatda, teng taʼsir etuvchi kuchning qoʻyilish nuqtasi, kuchlar orasidagi masofani shunday boʻlaklarga ajratadiki, bu boʻlaklarning nisbati kuchlar nisbatiga teskari proporsional boʻladi,

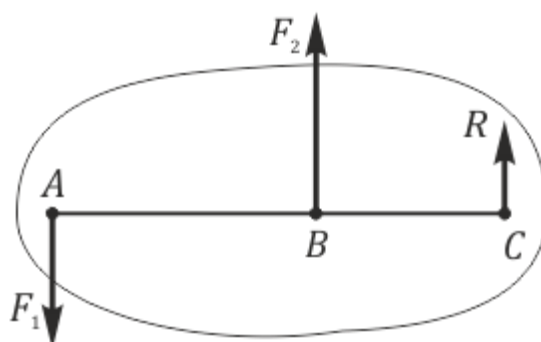
(6.1– rasm), yaʼni

$$R = F_1 + F_2 \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC}$$

yoki

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB}$$

Qiymatlari turlicha va bir-biriga qarama-qarshi yoʻnalgan 2 ta parallel kuchning teng taʼsir etuvchisi R ning moduli shu kuchlarning ayirmasiga teng. Teng taʼsir etuvchining taʼsir chizigʻi katta kuch qoʻyilgan AB kesmaning davomida yotib, shu kesmani tashqarisidan ushbu kuchlarga teskari proporsional masofalarda boʻladi, (6.2–rasm), yaʼni



6.2–rasm.

$$R = F_2 - F_1 \quad (6.1)$$

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \quad (6.2)$$

(6.1) va (6.2) ifodalarga asosan

$$F_1 \cdot AC = F_2 \cdot BC \quad (6.3)$$

Ushbu tenglik F_1 va F_2 kuchlarning C nuqtaga nisbatan momentini ifodalaydi:

$$M_C(F_1) + M_C(F_2) = 0 \quad (6.4)$$

(6.3) va (6.4) ifodalardan teng ta'sir etuvchi kuch qo'yilgan C nuqtani topish mumkin:

$$BC = \frac{F_1}{F_2 - F_1} \cdot AB$$

yoki

$$AC = \frac{F_2}{F_2 - F_1} \cdot AB \quad (6.5)$$

Bir tekislikda yotuvchi parallel kuchlarning analitik muvozanat sharti quyidagicha, 2 xil bo'ladi:

$$1) \sum X = 0 \text{ (yoki } \sum Y = 0), M_A = 0$$

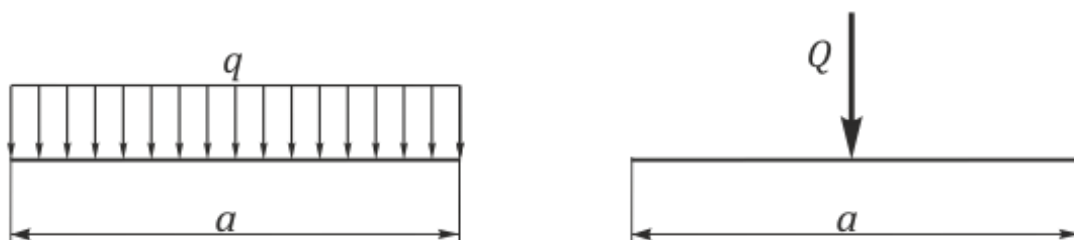
Ya'ni, bir tekislikda yotuvchi parallel kuchlarning, shu kuchlarga perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisi hamda shu kuchlardan tekislikdagi ixtiyoriy A nuqtaga nisbatan olingan momentlarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lsa, tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

$$2) \sum M_A = 0, \sum M_B = 0, AB \nparallel (F_1, F_2, \dots, F_p)$$

Ya'ni, tekislikdagi berilgan parallel kuchlarga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqli yotuvchi ixtiyoriy ikkita A va B nuqtalarga nisbatan momentlarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lsa, tekislikdagi parallel kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

Tekis taqsimlangan kuchlar.

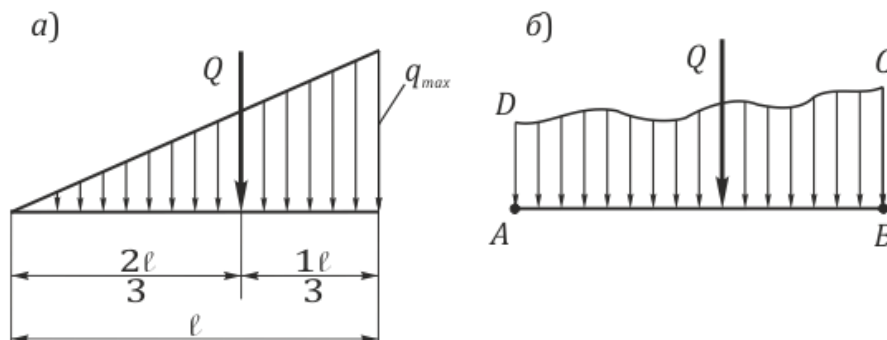
Tekis yoki **teng taqsimlangan kuch** deb jismning bir xil uzunligiga (bir xil yuzaga yoki bir xil hajmga) bir xilda ta'sir etuvchi parallel kuchlarga aytiladi. Birlik o'lchamga to'g'ri keladigan kuchning kattaligini q bilan belgilaymiz va **kuch intensivligi** deb ataymiz. Tekis taqsimlangan kuchlarning bir nechta turlari bilan tanishaylik:



6.3–rasm

a) Agar bunday kuchlar uzunligi, a bo'lgan to'g'ri chiziqli kesmasi bo'ylab tekis taqsimlangan bo'lsa, uning intensivligi $q = \text{const}$ bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisi $Q = a \cdot q$ ga teng va shu kesmaning o'rtasiga qo'yiladi (6.3- rasm).

$$Q = a \cdot q$$



6.4-rasm.

o) Agar taqsimlangan kuchlar to'g'ri chiziqli kesmasiga qandaydir chiziqli qonun asosida qo'yilgan bo'lsa, (masalan uchburchakning asosiga), bunday kuchlarning teng ta'sir etuvchisi shu uchburchakning yuziga teng va uning og'irlik markazidan o'tadi (6.4-rasm, a)) (Bizga ma'lumki uchburchakning og'irlik markazi medianalar kesishgan nuqtada bo'ladi, bu nuqta uchburchak asosini uning uchidan boshlab hisoblanganda, $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ nisbatda bo'ladi). Bunday kuchlarning intensivligi o'zgaruvchan bo'lib, noldan to maksimal qiymat $q_{\max}$ gacha o'zgaradi. Teng ta'sir etuvchisi quyidagicha topiladi:

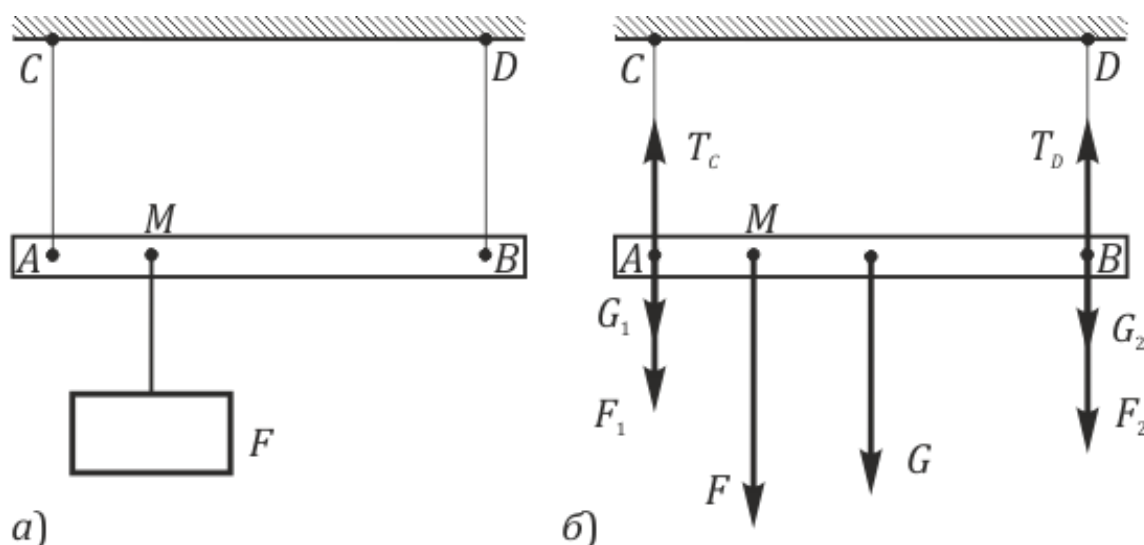
$$Q = S_{\Delta} = \frac{l \cdot q_{\max}}{2}$$

e) To'g'ri chiziqli kesmasi boyicha ixtiyoriy qonun asosida taqsimlangan kuchlar qo'yilgan holatda bo'lsa, (6.4-rasm, o)), bunday holda kuchlarning teng ta'sir etuvchisi miqdor jihatdan moc masshtabda olingan $ABCD$ yuzaning og'irlik markazidan o'tadi va shu shakl yuzasiga teng bo'ladi. $Q = S_{ABCD}$

Ushbu mavzuga tegishli bolgan masalalar bilan tanishamiz.

37-masala. Og'irligi $G = 3 \text{ kN}$, uzunligi 2 m bo'lgan bir jinsli AB balka AC va BD troslarda osilib turibdi. Balkaning M nuqtasiga $AM = 0,5 \text{ m}$ masofada $F = 10 \text{ kN}$ yuk osilgan. Troslardagi taranglik kuchlari topilsin (6.5-rasm, a)).

Yechish: Avvalo, masala chizmasini chizib olamiz. Balkaga qo'yilgan F va balkaning G og'irlik kuchlarini balka uchlariga qo'yilgan vertikal F_1, F_2 hamda G_1, G_2 kuchlarga ajratib olamiz. G og'irlik kuchi balkaning o'rtasiga



6.5–rasm.

tushadi. (6.5–rasm, b)) Shuning uchun

$$G_1 = G_2 = \frac{G}{2} = 1,5 \text{ kN}$$

F yuk uchun (6.2) formuladan foydalanamiz, (6.5–rasm, b)) ga asosan:

$$\frac{F_1}{MB} = \frac{F_2}{AM} = \frac{F}{AB}$$

$$F_1 = \frac{F}{AB} \cdot MB = \frac{10}{2} \cdot 1,5 = 7,5 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{F}{AB} \cdot AM = \frac{10}{2} \cdot 0,5 = 2,5 \text{ kN}$$

Chizmaga asosan, troslardagi taranglik kuchini quyidagi formula yordamida aniqlaymiz:

$$T_C = G_1 + F_1 = 1,5 + 7,5 = 9 \text{ kN}$$

$$T_D = G_2 + F_2 = 1,5 + 2,5 = 4 \text{ kN}$$

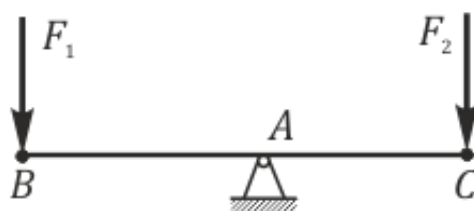
Demak, trosning taranglik kuchlari $T_C = 9 \text{ kN}$, $T_D = 4 \text{ kN}$ ekan.

38–masala. (2.3.2**). A sharnir yordamida mahkamlangan BC brusga $F_1 = 4 \text{ kN}$ va F_2 kuchlar ta'sir etib, u muvozanatda bo'lsa, masofalarni $AC = 2 \text{ m}$, $AB = 6 \text{ m}$ hisoblab, F_2 kuchning miqdorini aniqlang (6.6–rasm).

Yechish: Bir tomonga yoʻnalgan 2 ta kuchning teng taʼsir etuvchisini aniqlaymiz:

$$\frac{F_1}{AC} = \frac{F_2}{AB} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1}{AC} \cdot AB = 12 \text{ kN}.$$

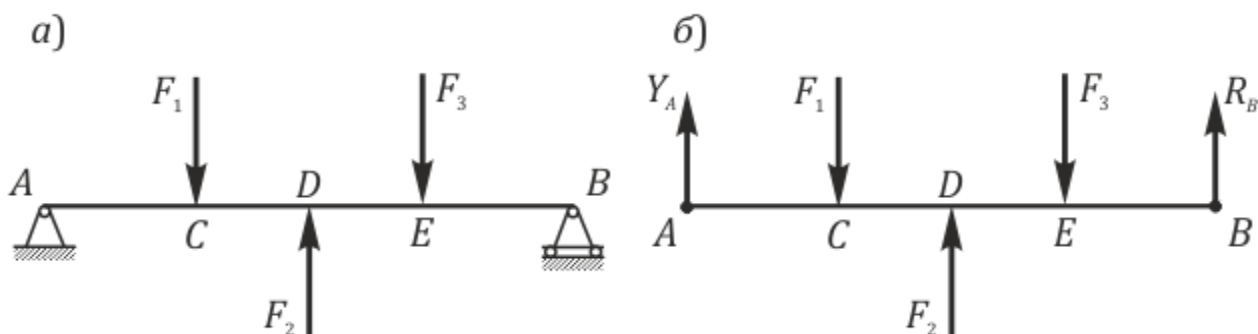
Demak, brus muvozanatda turishi uchun, $F_2 = 12 \text{ kN}$ ga teng boʻlishi lozim.



6.6–rasm.

39–masala. (2.3.4**). AB toʻsinga vertikal $F_1 = 1 \text{ kN}$, $F_2 = 2 \text{ kN}$ va $F_3 = 3 \text{ kN}$ kuchlar taʼsir etadi. Agar uning oʻlchamlari $AC = CD = DE = 1 \text{ m}$, $BE = 2 \text{ m}$ boʻlsa, B tayanchning reaksiya kuchini toping (6.7–rasm, a)).

Yechish: Oldingi masaladagidek avvalo, tayanchlardan ozod qilamiz, oʻrniga reaksiya kuchlarini qoʻyamiz (6.7–rasm, b)).



6.7–rasm.

B tayanchning reaksiya kuchini topish uchun, A tayanchga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

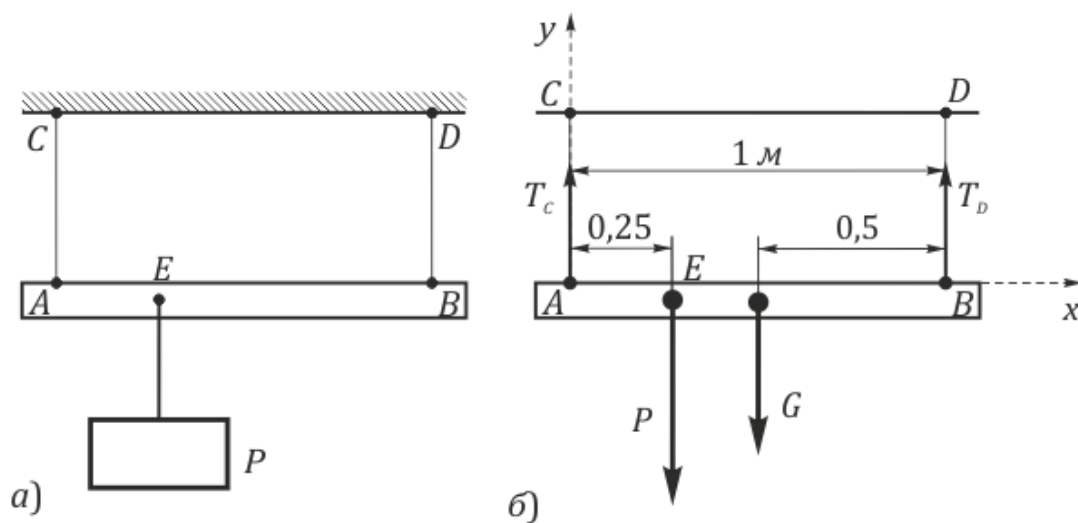
$$\begin{aligned} \sum M_A(F_k) &= -F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD - F_3 \cdot AE + R_B \cdot AB = 0 \\ &= -1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot R_B = 0 \\ 5 \cdot R_B &= 6 \Rightarrow R_B = 1,2 \text{ kH}. \end{aligned}$$

Demak, B nuqtaning tayanch reaksiya kuchi $R_B = 1,2 \text{ kN}$ ga teng ekan.

40–Masala. (3.3*). Uzunligi 1 m , ogʻirligi 20 N boʻlgan bir jinsli AB sterjen, parallel AC va BD arqonlarga gorizontaal ravishda osilgan. Sterjenning E nuqtasiga $AE = \frac{1}{4} \text{ m}$ masofada $R = 120 \text{ N}$ yuk osilgan. Arqonlardagi T_C va T_D taranglik kuchlari topilsin (6.8–rasm, a)).

Yechish: Oʻlchamlarni, taʼsir etuvchi kuchlarni hamda hosil boʻladigan taranglik kuchlarini chizmada tasvirlaymiz (6.8–rasm, b)). AB sterjenning ogʻirlik

kuchini $G = 20 \text{ N}$ deb belgilaymiz va bir jinsli bo'lganligi uchun uni sterjenning qoq o'rtasiga qo'yamiz.



6.8–rasm.

Shu kuchlar ta'sirida AB sterjen muvozanatda turibdi deb, parallel kuchlarning muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun A nuqtaga nisbatan moment hisoblaymiz:

$$\sum M_A(F_K) = 0$$

$$T_D \cdot AB - G \cdot \frac{AB}{2} - P \cdot AE = 0$$

$$T_D \cdot 1 - 0,5 \cdot G - 0,25 \cdot P = 0$$

Masala shartida berilgan o'lchamlarni va kuchlarning qiymatini qo'yib, quyidagini hisoblaymiz:

$$T_D = 0,5 \cdot 20 + 0,25 \cdot 120 = 10 + 30 = 40 \text{ H}$$

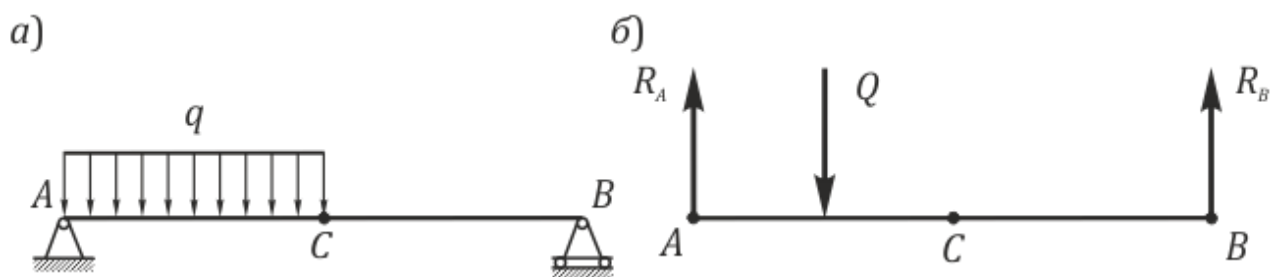
Endi y o'qiga proyeksiyalar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum y = 0: \quad T_C - P - G + T_D = 0,$$

bundan,
$$T_C = P + G - T_D = 120 + 20 - 40 = 100 \text{ H}$$

Demak, arqonlarda hosil bo'ladigan taranglik kuchlari $T_D = 40 \text{ N}$ va $T_C = 100 \text{ N}$ ga teng bo'lar ekan.

41–masala. (2.3.8**). Uzunligi $AB = 9 \text{ m}$ li to'singa intensivligi $q = 5 \text{ kN/m}$ bo'lgan taqsimlangan kuchlar ta'sir etib, B tayanch reaksiyasi 10 kN bo'lishi uchun, taqsimlangan kuchning ta'sir etish masofasi AC qancha bo'lishi lozim (6.9–rasm, a)).



6.9–rasm.

Yechish: Dastlab tayanchlardan ozod qilib, reaksiya kuchlarini qo‘yamiz. Teng taqsimlangan kuchni uning teng ta’sir etuvchisi bilan almashtirib, AC kesmaning o‘rtasiga qo‘yamiz (6.9–rasm, b)). $AC = \ell$ deb belgilash kiritsak, $Q = AC \cdot q = \ell \cdot q$ bo‘ladi. A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_A(F_k) = -Q \cdot \frac{\ell}{2} + R_B \cdot 9 = 0$$

yoki

$$\ell \cdot q \cdot \frac{\ell}{2} + 9 \cdot R_B = 0$$

Masala shartidagi qiymatlarni qo‘yib

$$-\ell^2 \cdot 5 + 9 \cdot 10 \cdot 2 = 0$$

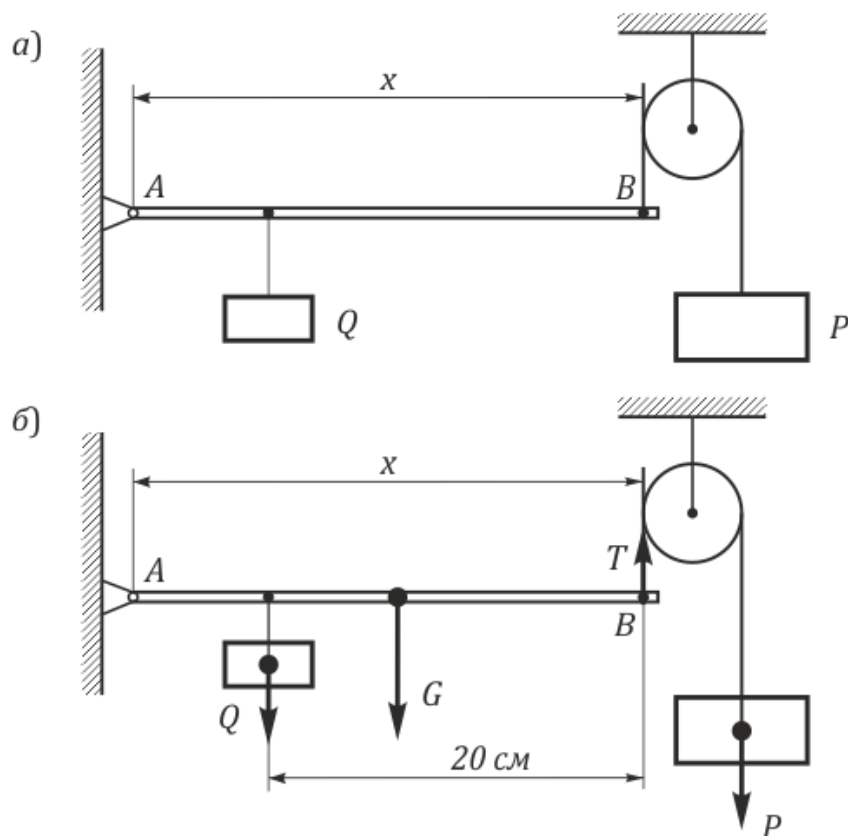
$$5 \cdot \ell^2 = 90 \cdot 2 = 180$$

$$\ell^2 = 36 \Rightarrow \ell = 6$$

Demak, masala shartini qanoatlantirishi uchun tekis taqsimlangan kuchning ta’sir etish masofasi $AC = \ell = 6 \text{ m}$ bo‘lishi kerak ekan.

42–Masala. (3.8*). Og‘irligi 100 N bo‘lgan gorizontal AB sterjen A sharnirning qo‘zg‘almas o‘qi atrofida aylanishi mumkin. Sterjenning B uchi blokdan o‘tkazilgan arqonga ulangan, og‘irligi $P = 150 \text{ N}$ bo‘lgan tosh yordami bilan yuqoriga tortiladi. Sterjenning B uchidan 20 sm narida turgan nuqtasiga og‘irligi 500 N bo‘lgan Q yuk osilgan. AB sterjen muvozanatda turgan bo‘lsa, uning uzunligi x qancha bo‘lishi kerak (6.10–rasm, a)).

Yechish: Masala chizmasini qaytadan chizamiz. O‘lchamlarni va sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarni tasvirlaymiz. Sterjenning og‘irlik kuchini uning markaziga qo‘yamiz. P toshning og‘irlik kuchi ta’sirida arqonda hosil bo‘ladigan T taranglik kuchi, AB sterjenning B nuqtasiga ta’sir qiladi. (6.10–rasm, b)).



6.10–rasm.

Chizmaga asosan 3 ta parallel kuch Q , G , T ta'sirida sistema muvozanatda turibdi. Masala shartiga asosan $AB = x$ deb olib, A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum M_A(F_K) = 0: \quad -Q \cdot (x - 20) - G \cdot \frac{x}{2} + T \cdot x = 0$$

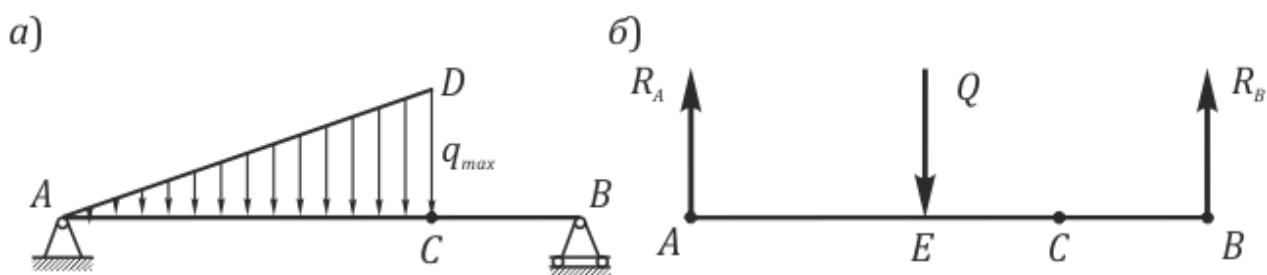
Masala shartida berilgan $Q = 500 \text{ N}$, $G = 100 \text{ N}$, $T = P = 150 \text{ N}$ qiymatlarini shu tenglamaga qo'yib, noma'lum x ni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} -500 \cdot (x - 20) - 100 \cdot \frac{x}{2} + 150 \cdot x &= 0 \\ -500 \cdot x + 10000 - 50 \cdot x + 150 \cdot x &= 0 \\ 400 \cdot x = 10000 \Rightarrow x &= 25 \text{ sm} \end{aligned}$$

Demak, masala shartini qanoatlantiradigan sterjenning uzunligi $AB = 25 \text{ sm}$ bo'lish kerak ekan.

43–masala. (2.3.9**). O'lchamlari $AC = 4,5 \text{ m}$, $CB = 1,5 \text{ m}$ bo'lgan to'singa intsinligi $q_{\max} = 120 \text{ N/m}$ li taqsimlangan kuchlar ta'sir etsa, B tayanchdagi reaksiya kuchini hisoblang (6.11–rasm, a)).

Yechish: Dastlab tayanchlardan ozod qilamiz va teng taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisini joyiga qo'yamiz. Bu kuchlar uchburchak qonuni bo'yicha qo'yilgan bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisi uchburchakning og'irlik markaziga, ya'ni, medianalar kesishgan nuqtasiga, ΔACD ning A uchidan boshlab hisoblaganda, $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ nisbatda qo'yiladi. Ya'ni E nuqtaga qo'yiladi (6.11–rasm, δ)).



6.11–rasm.

Teng ta'sir etuvchi kuch $Q = S_{\Delta ACD} = \frac{\ell \cdot q_{\max}}{2}$ formuladan topiladi,

bu yerda: $\ell = AC = 4,5 \text{ m}$.

$$Q = \frac{4,5 \cdot 120}{2} = 270 \text{ N}$$

A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_A(F_k) = -Q \cdot 3 + R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B \cdot 6 = Q \cdot 3 = 270 \cdot 3 = 810$$

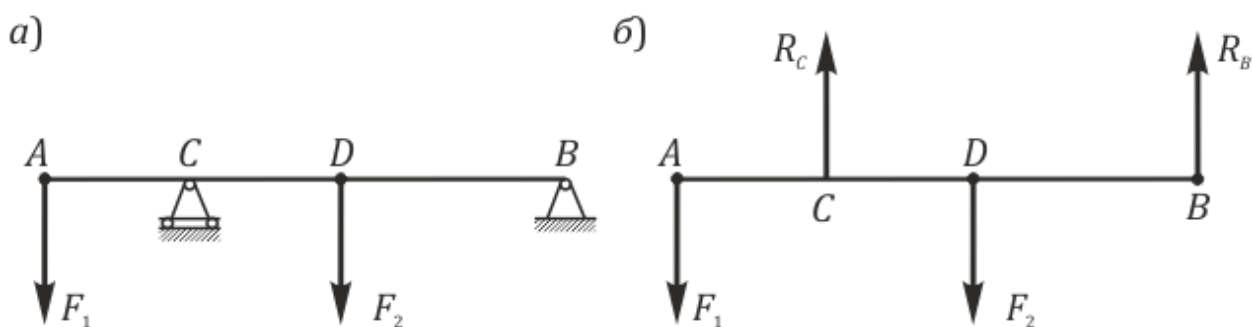
$$R_B = 135 \text{ N}$$

Javob: B tayanchdagi reaksiya kuchi $R_B = 135 \text{ N}$ ekan

44–Masala. AB to'singa vertikal $F_1 = 16 \text{ kN}$, $F_2 = 14 \text{ kN}$, kuchlar ta'sir etadi. Agar uning o'lchamlari $AC = 1 \text{ m}$, $CD = 2 \text{ m}$ va $DB = 3 \text{ m}$ bo'lsa, B tayanchning reaksiya kuchini hisoblang (6.12–rasm, a)).

Yechish: C qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchning reaksiya kuchi R_C gorizontga perpendikulyar bo'ladi, demak, berilgan kuchlarga parallel. B qo'zg'almas sharnirli tayanchning reaksiya kuchi R_B ning yo'nalishi esa umuman olganda noaniq. AB to'sin unga qo'yilgan aktiv va reaksiya kuchlari ta'sirida muvozanatda turibdi.

Lekin F_1 , F_2 va R_C parallel kuchlar sistemasi B tayanchning reaksiya kuchi R_B bilan muvozanatlashishi uchun R_B faqat vertikal (ya'ni qolgan kuchlarga parallel) yo'nalgan bo'lishi kerak. Shu holdagina F_1 , F_2 , R_C va R_B kuchlar sistemasi parallel kuchlar sistemasining muvozanat shartini qanoatlantiradi. Endi to'sinni bog'lanishlardan ozod qilamiz, ya'ni tayanchlarni ularning reaksiya kuchi bilan almashtiramiz (6.12–rasm, *o*)).



6.12–rasm.

Masala shartida so'ralgan B tayanchning reaksiya kuchi R_B ni topish uchun C nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_C(F_k) = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot CD + R_B \cdot CB = 0$$

bu yerda: $CB = 5 \text{ m}$

$$16 \cdot 1 - 14 \cdot 2 + 5 \cdot R_B = 0$$

$$5 \cdot R_B = 12 \Rightarrow R_B = 2,4 \text{ kN}$$

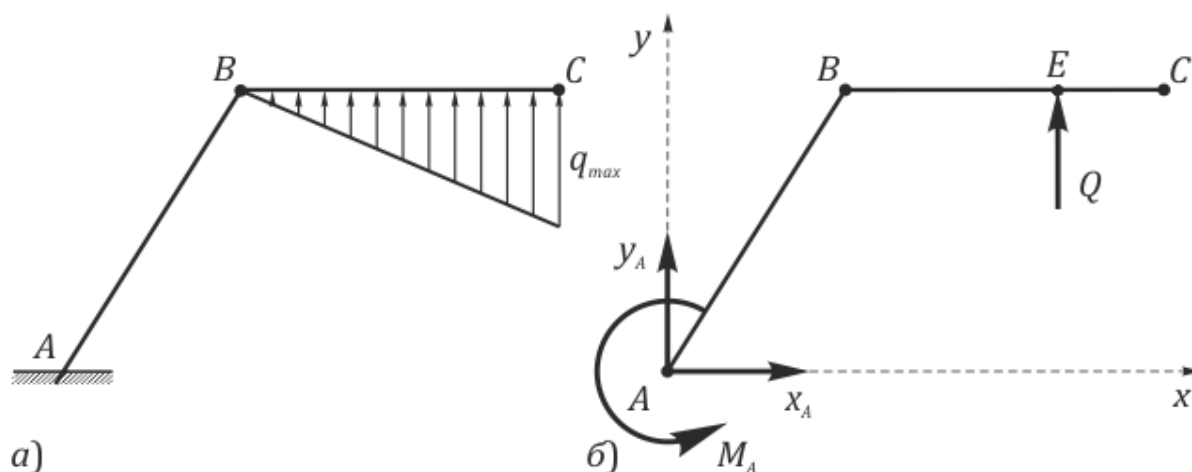
Demak, B nuqtaning tayanch reaksiya kuchi $R_B = 2,4 \text{ kN}$ ga teng ekan.

45–Masala (2.3.21**). Qistirib mahkamlangan ABC ramkaning $BC = 3 \text{ m}$ qismiga intensivligi $q_{\max}$ qancha miqdorli taqsimlangan kuchlar ta'sir etsa, A tayanchning vertikal reaksiya kuchi 60 N bo'ladi? (6.13–rasm, *a*)).

Yechish: A qistirib mahkamlangan tayanchning reaksiya kuchi uchta bo'ladi. Teng taqsimlangan kuch uchburchak qonuni bo'yicha qo'yilgan bo'lib, uning teng ta'sir etuvchisi quyidagicha topiladi:

$$Q = \frac{\ell \cdot q_{\max}}{2}$$

Konstruksiyani tayanchlardan ozod qilamiz va ta'sir etuvchi kuchlarni o'rniga qo'yamiz, bu yerda $BE = \frac{2}{3} \cdot BC$, $\ell = BC = 3$ bo'ladi (6.13–rasm, *o*)).



6.13–rasm.

Bu konstruksiya shu kuchlar ta'sirida muvozanatda turganligi uchun, muvozanat tenglamalaridan faqat y o'qiga proyeksiya tenglamasidan foydalanamiz:

$$y_A + Q = 0$$

$$y_A = -Q = -\frac{\ell \cdot q_{\max}}{2} = -\frac{3}{2} \cdot q_{\max}$$

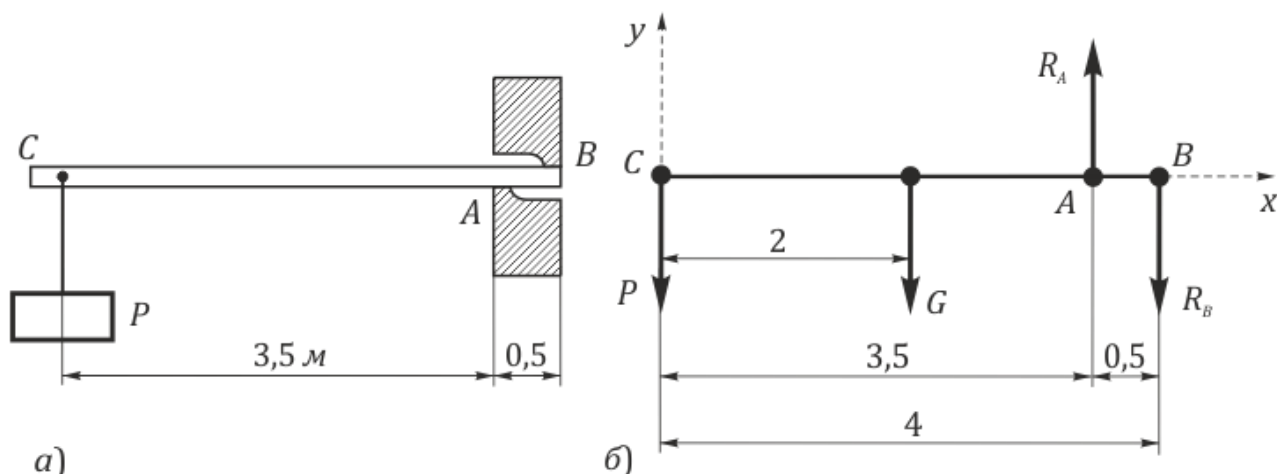
Masala sharti bo'yicha $y_A = 60 \text{ N}$.

$$60 = -\frac{3}{2} \cdot q_{\max} \Rightarrow q_{\max} = -40 \text{ N}; \text{ } y_A \text{ ning yo'nalishi teskari qo'yilgan ekan}$$

Javob: $q_{\max} = 40 \text{ N}$;

46–Masala. (3.12*). Uzunligi 4 m , og'irligi 5 kN bo'lgan bir jinsli gorizontal balka qalinligi $0,5 \text{ m}$ bo'lgan devorga shunday qilib o'rnatilganki, u A va B nuqtalarda devorga tiralib turadi. Balkaning erkin uchiga og'irligi 40 kN bo'lgan P yuk osilgan. A va B nuqtalardagi reaksiya kuchlari topilsin (6.14–rasm, a)).

Yechish: A va B nuqtalarda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini, balkaning og'irlik kuchini va balkaning uchi C nuqtaga qo'yilgan kuchlarni chizmada tasvirlaymiz. Balkaning asosiy bosimi devorning A nuqtasiga tushadi, shuning uchun A nuqtaning reaksiya kuchi yuqoriga yo'naladi. B nuqtada esa balka devorni ko'tarmoqchi bo'ladi, shuning uchun B nuqtaning reaksiya kuchi pastga qarab yo'naladi. Koordinata boshi deb, C nuqtani tanlaymiz va x, y o'qlarini odatdagidek o'tkazamiz (6.14–rasm, b)). Sistema ushbu holatda muvozanatda turganligi uchun,



6.14–rasm.

parallel kuchlarning muvozanat sharti tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum M_B(F_k) = 0; \quad P \cdot AB + G \cdot \frac{AB}{2} - R_A \cdot 0,5 = 0$$

$$\text{yoki} \quad 4 \cdot P + 2 \cdot G - 0,5 \cdot R_A = 0 \quad (1)$$

va

$$\sum y = 0: -P - G + R_A - R_B = 0 \quad (2)$$

$$(1)\text{--dan:} \quad R_A = 8 \cdot P + 4 \cdot G = 8 \cdot 40 + 4 \cdot 5 = 320 + 20 = 340 \text{ kN}$$

$$(2)\text{--dan:} \quad R_B = R_A - P - G = 340 - 40 - 5 = 295 \text{ kN}$$

Ya'ni $R_A = 340 \text{ kN}$, $R_B = 295 \text{ kN}$.

Demak, uzunlikka ega bo'lgan va bir uchi bilan devorning ichiga joylashtirilgan balkaning A nuqtasida yuqoriga yo'nalgan $R_A = 340 \text{ kN}$, B nuqtasida esa pastga qarab yo'nalgan $R_B = 295 \text{ kN}$ reaksiya kuchlari paydo bo'lar ekan.

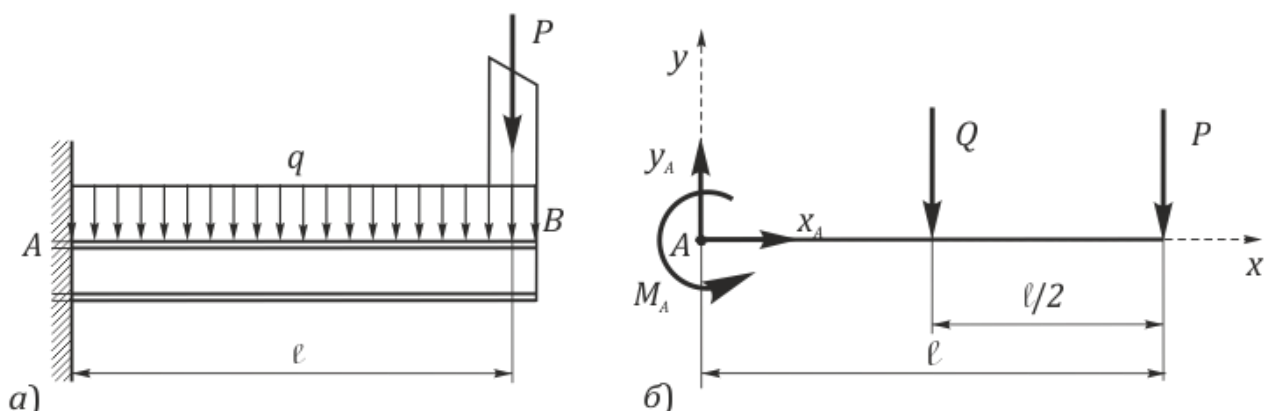
47–Masala. (3.14*). Balkonni ushlab turadigan gorizontalk balkaga intensivligi $q = 2 \text{ kN/m}$ bo'lgan tekis taqsimlangan kuch ta'sir qiladi. Balkaning erkin uchiga ustundan $P = 2 \text{ kN}$ og'irlik tushadi. Ustun o'qidan devorgacha bo'lgan masofa $\ell = 1,5 \text{ m}$. Balka biriktirilgan joydagi reaksiyalar topilsin (6.15–rasm, a)).

Yechish: Balkaga ta'sir qiluvchi tekis taqsimlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topib olamiz va uni balkaning o'rtasiga qo'yamiz (6.15–rasm, b)).

$$Q = \ell \cdot q = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ kN}$$

Balkon devorga qistirib mahkamlangan, shuning uchun qistirib mahkamlangan tayanchning 3 ta reaksiya kuchini qo'yamiz (6.15–rasm, b)).

Koordinata boshi deb, devorga tutashgan nuqtani olamiz hamda x va y o'qlarini o'tkazamiz. Barcha kuchlarni chizmada tasvirlaymiz. Shu kuchlar ta'sirida balka tinch turibdi deb, uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.



6.15–rasm.

$$\sum M_A(F_K) = 0: \quad M_A - Q \cdot \frac{\ell}{2} - P \cdot \ell = 0$$

$$\sum y = 0: \quad y_A - Q - P = 0.$$

$\sum x = 0$:– bu tenglamani tuzishning hojati yo‘q, chunki parallel kuchlarning bu o‘qdagi proyeksiyalari nolga teng.

$$\text{Demak, } M_A = \frac{Q \cdot \ell}{2} + P \cdot \ell = \frac{3 \cdot 1,5}{2} + 2 \cdot 1,5 = 5,25 \text{ } \kappa N \cdot m$$

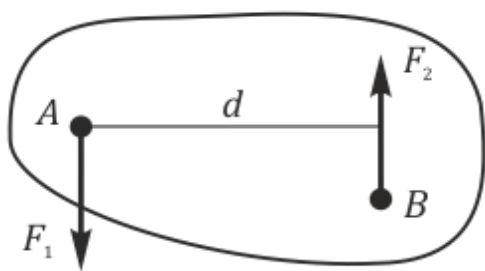
$$y_A = Q + P = 3 + 2 = 5 \text{ } \kappa N.$$

Demak, balkaning devorga biriktirilgan joyida $R = y_A = 5 \text{ } \kappa N$ va $M_A = 5,25 \text{ } \kappa N \cdot m$ reaksiya kuchlari paydo bo‘lar ekan.

7–§. Juft kuchlar. Juft kuch momenti.

Juft kuchlar muvozanati.

Miqdor jihatdan teng, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan F_1 va F_2 kuchlar **juft kuch** deyiladi. **Juft kuchlar** ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$) deb belgilanadi va bu yerdagi $\vec{F}_1$ hamda $\vec{F}_2$ kuchlarga juftning **tashkil etuvchilari** deyiladi. Juftning tashkil etuvchilari yotgan tekislik **juft tekisligi** deyiladi. Juftning tashkil etuvchilari orasidagi eng qisqa masofa **juft**



7.1–rasm.

yelkasi deyiladi va **d** harfi bilan belgilanadi. Juft kuchning teng ta'sir etuvchisi mavjud emas. Juft kuch ta'sirida jism ilgarilanma harakat qila olmaydi, faqat aylanma harakat qiladi, shu sababli juft momenti tushunchasini kiritamiz.

Ta'rif: Mos ishora bilan olingan juftni tashkil etuvchilaridan birini juft yelkasiga ko'paytmasi **juft momenti** deyiladi va $M(F_1, F_2)$ deb belgilanadi

$$M = \pm F_1 \cdot d = \pm F_2 \cdot d = M(F_1, F_2) \quad (7.1)$$

Agar juft kuch, jismni soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirishga intilsa, uning momenti musbat, aks holda manfiy ishora bilan olinadi. Odatda, masala yechayotganimizda chizmada juft kuch shartli ravishda yoysimon strelkalar orqali tasvirlanadi (7.3–rasmdagi kabi, strelkaning yonalishi juft momentining ishorasini ifodalaydi).

Juft momenti vektor kattalik bo'lib, har doim juft tekisligiga perpendikulyar yo'naladi. Juft momenti vektori erkin vektor bo'lib, juft tekisligining ixtiyoriy nuqtasiga qo'yiladi. Juft kuchning birligi SI sistemasida $N \cdot m$ bilan o'lchanadi. Juft kuch momenti haqidagi quyidagi teorema masala yechishda keng qo'llaniladi.

Teorema: Juft momenti uni tashkil etuvchi kuchlarning juft tekisligidagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

$$M(F_1, F_2) = M_C(F_1) + M_C(F_2) \quad (7.2)$$

Ekvivalent juftlar

Ta'rif: Agar bir juftning jismga ko'rsatadigan ta'sirini boshqa juft bera olsa, ularni **ekvivalent juft** deyiladi.

Statika masalalarini yechishda ko'p ishlatiladigan juft kuchlarning xossalari ifodalovchi quyidagi tasdiqlarni keltiramiz:

1. Bir tekislikda yotuvchi, momentlari teng va aylanish yo'nalishlari bir xil bo'lgan ikki juft o'zaro ekvivalentdir.

2. Juft momentini o'zgartirmay, juftni o'z ta'sir tekisligida ixtiyoriy holatga keltirish mumkin.

3. Juftning momentini va aylanish yo'nalishini o'zgartirmay, uning yelkasi va tashkil etuvchilari o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

4. Juft kuchlarni qo'shish deganda ularning momentlarini qo'shish tushuniladi.

Bir tekislikda yotuvchi juftlar sistemasi bitta juftga ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

$$M = M_1 + M_2 + \dots M_n = \sum M_K \quad (7.3)$$

5. *Juftlar sistemasining muvozanati.* Jismga ta'sir etuvchi juftlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir, ya'ni

$$\sum M_K = 0 \quad (7.4)$$

Endi ushbu mavzuga oid misol va masalalar bilan tanishamiz.

48–masala. (2.1.4**). Radiusi $r = 0,04 \text{ m}$ bo'lgan tishli g'ildirakka $\alpha = 20^\circ$ burchak ostida $F = F' = 100 \text{ N}$ juft kuchlar ta'sir etadi. Ushbu juft momenti topilsin (7.2–rasm).

Yechish: Ushbu juft kuchning momentini topish uchun, avvalo uning yelkasini topib olishimiz kerak. F' ning B boshidan F kuchga perpendikulyar tushiramiz.

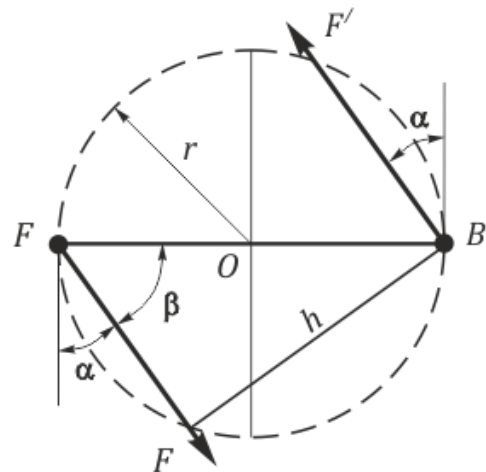
Masala sharti bo'yicha $\alpha = 20^\circ$ bo'lsa, $\beta = 70^\circ$ bo'ladi, u holda

$$\sin \beta = \frac{h}{2 \cdot r} \Rightarrow h = 2 \cdot r \cdot \sin \beta = 2 \cdot r \cdot \sin 70^\circ$$

$$h = 2 \cdot 0,04 \cdot 0,9397 = 0,075$$

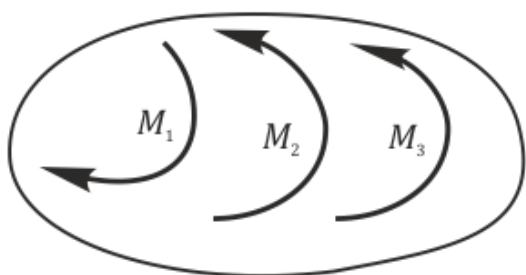
Moment esa quyidagi formula yordamida topiladi:

$$M = M(F, F') = F \cdot h = 100 \cdot 0,075 = 7,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$



7.2–rasm.

49–masala. (2.1.9**). Bir teksilikda joylashgan uchta juft kuch muvozanatda bo‘lib, $M_1 = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$; $M_2 = 120 \text{ N}\cdot\text{m}$ bo‘lsa, M_3 momentning qiymatini toping (7.3–rasm).



7.3–rasm.

Yechish: M_1 momentning ishorasi manfiy, chunki u soat strelkasi yo‘nalishi bo‘yicha aylanayapti, M_2 va M_3 momentlarining ishorasi musbat, chunki ular soat strelkasi yo‘nalishiga teskari aylanayapti. Juftlar muvozanatdaligi uchun momentlar

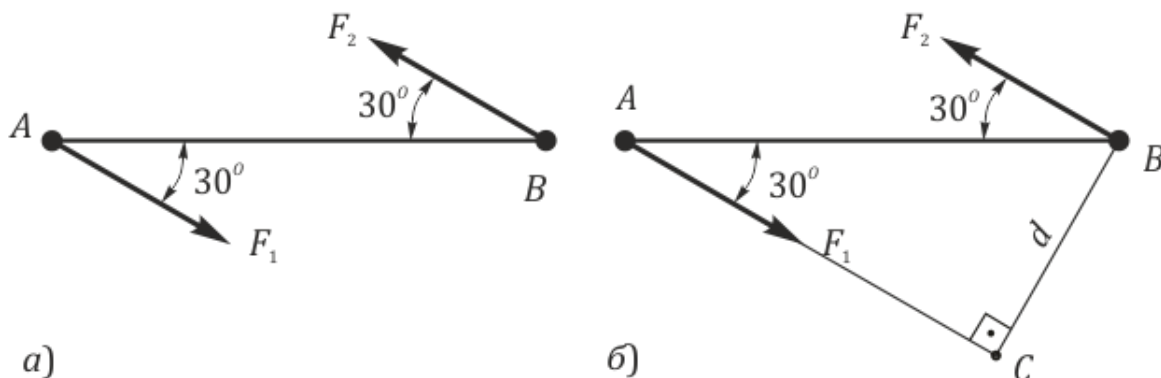
yig‘indisi nolga teng bo‘lishi shartidan foydalanamiz:

$$-M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

bundan;

$$M_3 = M_1 - M_2 = 150 - 120 = 30 \text{ H} \cdot \text{m}$$

50–masala. Quyidagi chizmada juft kuch momenti va tashkil etuvchilari berilgan. $M = 104 \text{ N}\cdot\text{m}$, $F_2 = F_1 = 26 \text{ N}$. Juft kuch qo‘yilgan nuqtalar orasidagi masofa AB topilsin (7.4–rasm, a)).



7.4–rasm.

Yechish: Dastavval, bu juftning yelkasini (7.1) ifodaga asosan topamiz.

$$M = \pm F_1 \cdot d \Rightarrow d = \frac{M}{F_1} = \frac{104}{26} = 4 \text{ m}$$

Uni chizmada tasvirlaymiz. Buning uchun B nuqtadan F_1 ning ta’sir chizig‘iga perpendikulyar tushiramiz (7.4–rasm, b)). $\triangle ABC$ da 30° li burchak qarshisida yotgan katet gipotenuzaning yarmiga teng, ya’ni :

$$d = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2d$$

yoki

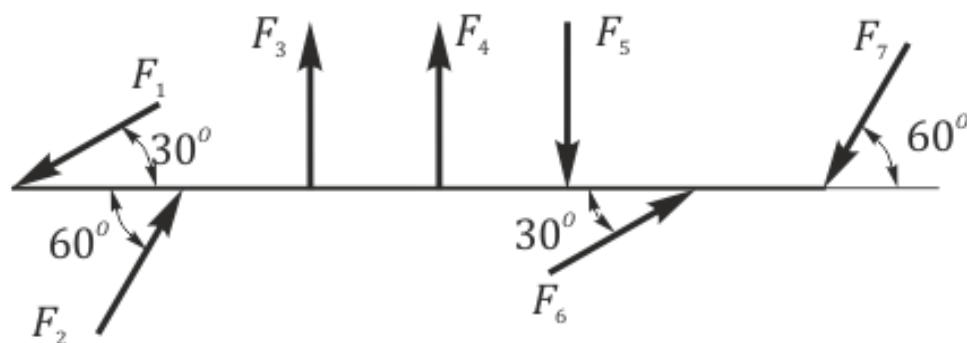
$$AB = 2 \cdot d = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m}$$

Javob: $AB = 8 \text{ m}$.

51–masala. (ogʻzaki). Quyidagi chizmada tasvirlangan miqdorlari bir xil boʻlgan qaysi kuchlar juft tashkil etadi? (7.5–rasm).

Yechish: Ushbu kuchlarning miqdorlari teng boʻlgani uchun faqat yoʻnalishlariga va paralleligiga qarab javobini aytish mumkin.

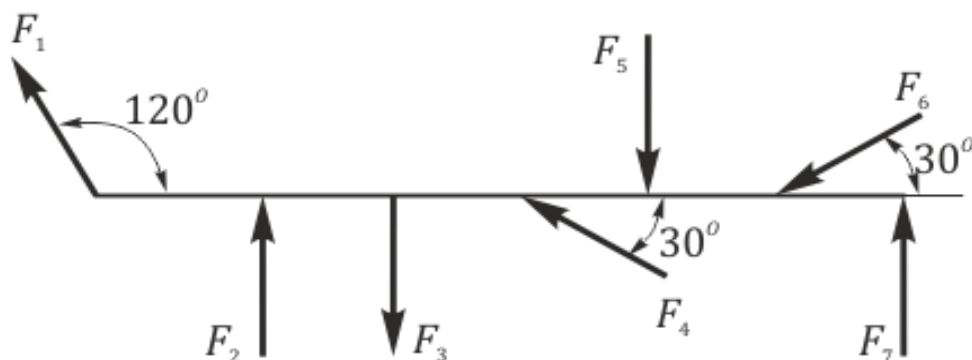
Javob: 1) $(F_1; F_6)$; 2) $(F_2; F_7)$; 3) $(F_3; F_5)$; 4) $(F_4; F_5)$.



7.5–rasm.

52–masala. (ogʻzaki). Quyidagi chizmadagi qaysi kuchlar juft tashkil qilmaydi? Bunda kuchlarning modullari teng (7.6–rasm).

Yechish: Yuqoridagi masaladagidek, miqdorlari teng, faqat yoʻnalishiga qarab javobini aytish mumkin.



7.6–rasm.

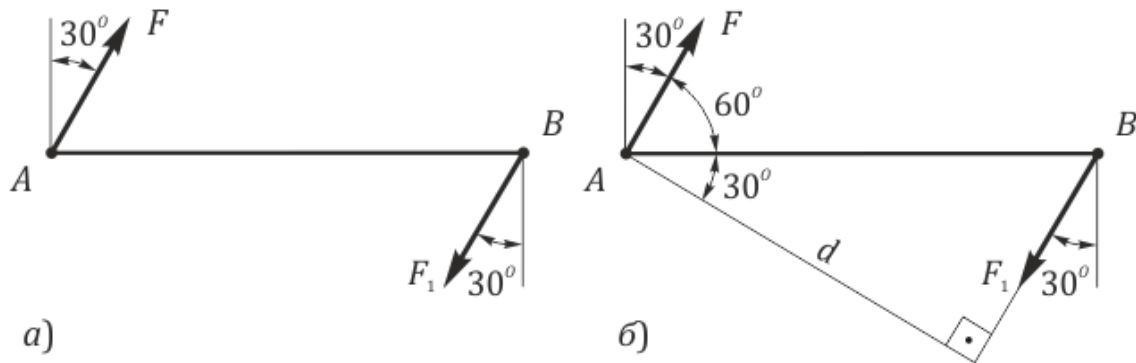
Javob: Quyidagi kuchlar juft tashkil qilmaydi:

1) $(F_1; F_2)$, $(F_1; F_3)$, $(F_1; F_5)$, $(F_1; F_6)$, $(F_1; F_7)$;

2) $(F_2; F_7)$, $(F_2; F_4)$, $(F_2; F_6)$;

- 3) $(F_3; F_4), (F_3; F_6);$
- 4) $(F_4; F_5), (F_4; F_6), (F_4; F_7);$
- 5) $(F_5; F_6);$
- 6) $(F_6; F_7);$

53–masala. Agar juftning tashkil etuvchilari 30° (60°) ga burilsa, uning momenti o‘zgaradimi? $F = F_1 = 10 \text{ N}$, $AB = 5 \text{ m}$ (7.7–rasm, a)).



7.7–rasm.

Yechish: Dastavval, juftning shu holatidagi momentini hisoblab olamiz, buning uchun A nuqtadan F_1 kuchning ta’sir chizig‘iga perpendikulyar tushirib, juft yelkasi d ni aniqlaymiz (7.7–rasm, b)).

$$d = AB \cdot \cos 30^\circ = 5 \cdot 0,86 = 4,3 \text{ m}$$

Momenti esa

$$M = \pm F \cdot d = -10 \cdot 4,3 = -43 \text{ H} \cdot \text{m}$$

Endi juftning tashkil etuvchilarini soat strelkasi yo‘nalishiga teskari yo‘nalishda 30° ga buramiz. Chizmaga asosan, faqat shu holatda tashkil etuvchilar qo‘yilgan nuqtalarni birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziq kesmasi AB ni, shu juftning yelkasi sifatida qabul qilamiz.

U holda juftning momenti

$$M = \pm F \cdot d = -10 \cdot 5 = -50 \text{ N} \cdot \text{m}$$

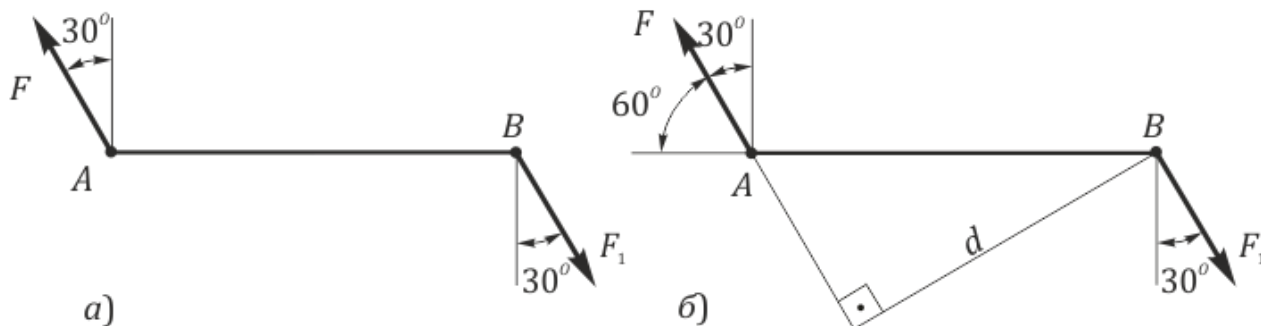
Demak, boshlang‘ich holatga nisbatan 30° ga burilganda juftning momenti kattalashar ekan.

Endi tashkil etuvchilarni boshlang‘ich holatiga nisbatan 60° ga, soat strelkasi yo‘nalishiga teskari yo‘nalishda buramiz va shu holatdagi juftning

yelkasini hisoblaymiz. F ning ta'sir chizig'ini davom ettirib, B nuqtadan perpendikulyar tushiramiz. Bu holatda. (7.8–rasm,a), 6)).

$$d = AB \cdot \sin 60^\circ = 5 \cdot 0,86 = 4,3 \text{ m}$$

$$\text{Demak, } M = \pm F \cdot d = -10 \cdot 4,3 = -43 \text{ N} \cdot \text{m}$$



7.8–rasm.

Juft kuchning tashkil etuvchilari, boshlang'ich holatga nisbatan 60° ga burilganda momentlarining qiymati o'zgarmay qolar ekan.

54–masala. 2 ta juft kuch (F_1, F'_1) va (F_2, F'_2) ekvivalent. Bunda $F_1 = 2 \text{ N}$, $F_2 = 5 \text{ N}$, $d_1 = 0,4 \text{ m}$ berilgan bo'lsa, d_2 topilsin

Yechish: Berilgan juft kuchlar ekvivalentligidan ularning momentlari tengligi kelib chiqadi

$$M_1 = \pm F_1 \cdot d_1 = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_2 = \pm F_2 \cdot d_2 = 5 \cdot d_2$$

Bundan

$$M_1 = M_2 \Rightarrow 5 \cdot d_2 = 0,8 \Rightarrow d_2 = \frac{0,8}{5} = 0,16 \text{ m}$$

Javob: $d_2 = 0,16 \text{ m}$.

55–masala. Muvozanatlashgan 5 ta juft kuch bir tekislikda joylashgan. Bu juftlarning tashkil etuvchilarining qiymatlari mos ravishda 6, 4, 3, 2 va 1N, birinchi 4 ta juftning yelkalari 2, 3, 4 va 6 m bo'lsa va birinchi uchta juft momentlari manfiy, qolgani musbat bo'lsa muvozanatni saqlash uchun 5-juftning yelkasi qancha bo'lishi kerak?

Yechish: Har bir juftning momentlarini hisoblab olamiz. 5-juftning yelkasini x deb belgilaymiz va masala shartiga asosan.

$$M_1 = -F_1 \cdot d_1 = -6 \cdot 2 = -12 \text{ N} \cdot m$$

$$M_2 = -F_2 \cdot d_2 = -4 \cdot 3 = -12 \text{ N} \cdot m$$

$$M_3 = -F_3 \cdot d_3 = -3 \cdot 4 = -12 \text{ N} \cdot m$$

$$M_4 = +F_4 \cdot d_4 = 2 \cdot 6 = +12 \text{ N} \cdot m$$

$$M_5 = +F_5 \cdot d_5 = +1 \cdot x = x$$

Shartga ko'ra kuchlar muvozanatda.

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 0$$

o'zinga qo'ysak:

$$-12 - 12 - 12 + 12 + x = 0$$

Bundan $x = 24$

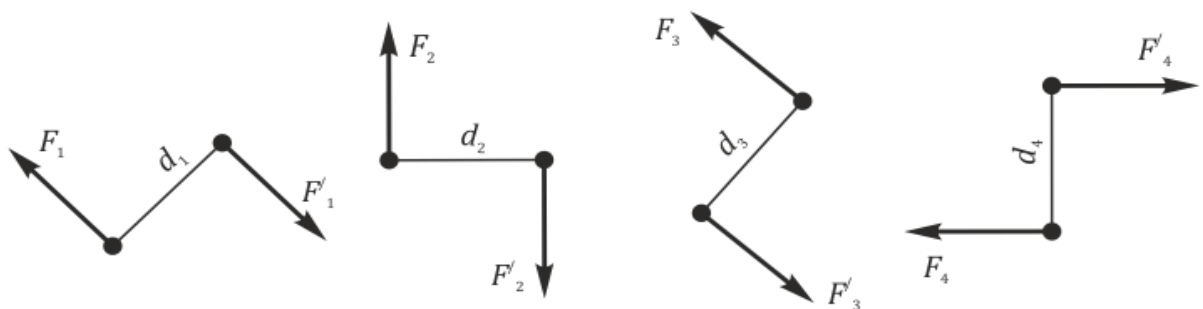
Javob: 5-juft kuchning yelkasi 24 m bo'lishi kerak.

56-masala. Quyidagi chizmadagi 4 ta juft kuch qo'shilsin (7.9-rasm).

Bu yerda: $F_1 = 25 \text{ N}$, $F_2 = 10 \text{ N}$, $F_3 = 25 \text{ N}$, $F_4 = 10 \text{ N}$
 $d_1 = 0,2 \text{ m}$, $d_2 = 0,5 \text{ m}$, $d_3 = 0,2 \text{ m}$, $d_4 = 0,3 \text{ m}$

Bu juftlarning qaysi biri ekvivalent?

Yechish: Juft kuchlarni qo'shish, bu ularning momentlarini qo'shish



7.9-rasm.

degani. Soat strelkasi yo'nalishida hayolan aylantirib, bu momentlarning ishorasini qo'yib hisoblaymiz:

$$M_1 = -F_1 \cdot d_1 = -25 \cdot 0,2 = -5 \text{ N} \cdot m$$

$$M_2 = -F_2 \cdot d_2 = -10 \cdot 0,5 = -5 \text{ N} \cdot m$$

$$M_3 = +F_3 \cdot d_3 = 25 \cdot 0,2 = +5 \text{ N} \cdot m$$

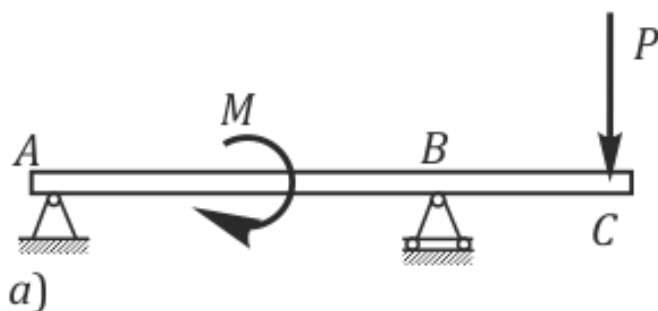
$$M_4 = -F_4 \cdot d_4 = -10 \cdot 0,3 = -3 \text{ N} \cdot m$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = M = -5 - 5 + 5 - 3 = -8 \text{ N} \cdot m$$

Bundan ko‘rinadiki, bu 1- va 2- juftlarning momentlari teng va aylanish yo‘nalishlari ham bir xil (ishorasi bir xil) demak, 1-va 2- juft kuchlar ekvivalent ekan. Ularning yig‘indisi $-8 \text{ N} \cdot \text{m}$ ga teng.

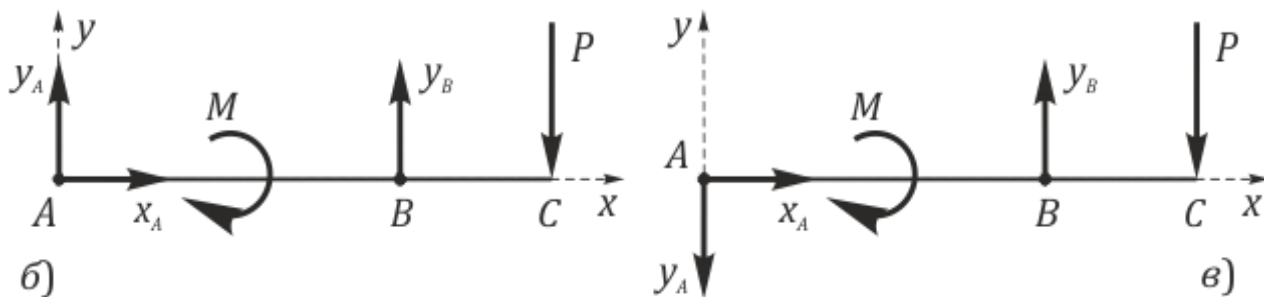
Javob: $M = -8 \text{ N} \cdot \text{m}$

57-Masala. (3.15*). Gorizontalkonsol balkaga momenti $M = 6 \text{ kN} \cdot \text{m}$ bo‘lgan juft kuch, uning C nuqtasiga esa vertikal $P = 2 \text{ kN}$ yuk ta’sir qiladi. Balkaning AB oralig‘i $3,5 \text{ m}$, konsolning chiqib turgan qismi $BC = 0,5 \text{ m}$. Tayanchlardagi reaksiyalar topilsin (7.10–rasm, a)).



7.10–rasm.

Yechish: Koordinatalar sistemasini o‘rnatamiz. Koordinata boshi deb A nuqtani olamiz. x o‘qini balka bo‘ylab yotqizamiz. Unga mos y o‘qini o‘rnatamiz. Konstruksiyada qatnashayotgan tayanchlarning o‘rniga ularning reaksiya kuchlarini qo‘yib, uni ozod sistemaga aylantiramiz (7.10–rasm, b)).



7.10–rasm.

Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad x_B = 0.$$

$$\sum y = 0: \quad y_A + y_B - P = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A(F_K) = 0: \quad -M + y_B \cdot AB - P \cdot AC = 0 \quad (2)$$

Bizda $AB = 3,5 \text{ m}$; $AC = 4 \text{ m}$; $P = 2 \text{ kN}$ va $M = 6 \text{ kN} \cdot \text{m}$. Bu qiymatlarni

2-tenglamaga qo'yib, y_B ni topamiz.

$$3,5 \cdot y_B = 4P + M = 8 + 6 = 14$$

$$y_B = \frac{14}{3,5} = 4 \text{ kN}.$$

$y_B = 4 \text{ kN}$ qiymatni (1) ga qo'yib y_A reaksiya kuchini hisoblaymiz.

$$y_A = P - y_B = 2 - 4 = -2 \text{ kN}.$$

Demak, $y_B = 4 \text{ kN}$ kuch yuqoriga qarab qo'yilgan, $y_A = -2 \text{ kN}$, kuch esa pastga qarab qo'yilgan ekan, ya'ni reaksiya kuchlarining ishorasiga qarab, chizmani to'g'rilab qo'yamiz (7.10–rasm, e))

8–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini sodda holga keltirish. Bosh vektor va bosh moment.

Bizga ma'lumki, jismga ta'sir qilayotgan kuchni o'z ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga o'tkazganda kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi. Lekin, kuchni o'ziga parallel ravishda ta'sir chizig'ida yotmaydigan boshqa bir nuqtaga o'tkazilsa, kuchning jismga ta'siri keskin o'zgarishi mumkin (masalan: qattiq jism markaziga ta'sir etayotgan kuch ta'sirida ilgarilanma harakatda bo'lsa, shu kuchni o'ziga parallel ravishda chekka bir boshqa nuqtasiga o'tkazsak, u aylanma harakatga tushishi mumkin). Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay boshqa bir ixtiyoriy nuqtaga ko'chirish masalasini quyidagicha hal qilish mumkin ekan:

Lui Puanso lemmasi: Kuchning miqdori va yo'nalishini o'zgartirmay bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga o'tkazganda, unga bitta juft kuch qo'shib o'tkazilsa, kuchning jismga ta'siri o'zgarmay qoladi.

Endi ushbu lemmani umumiy holda o'rganib chiqamiz.

Tekislikda $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalarga qo'yilgan va ixtiyoriy joylashgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar sistemasini berilgan bo'lsin. Puanso lemmasiga asosan ularni sodda (kanonik) holga keltirish quyidagicha amalga oshiriladi:

Keltirish markazi deb ataladigan O nuqtaga miqdorlari $|F_k| = |F'_k| = |F''_k|$ ga teng bo'lgan $(F'_k, F''_k) \neq 0$ kuchlar sistemasini qo'yib chiqamiz. Natijada bir nuqtaga

O nuqtada kesishuvchi $(F'_1, F'_2, \dots, F'_n)$ kuchlarni geometrik qo'shib, bitta R^* kuchni olamiz:

Bu kattalikka berilgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar sistemasining **bosh vektori** deb ataladi. Bosh vektorning ko‘rinishini uning tashkil etuvchilari yordamida quyidagicha yozish mumkin:

uning moduli esa,

Yoʻnalishi, yaʼni bosh vektorning koordinata oʻqlari bilan tashkil qilgan burchak kosinuslari quyidagicha topiladi:

Qo‘shilgan juft kuchlarning momentlari yuqorida aytganimizdek, berilgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan momentlariga teng bo‘ladi :

Bu qo‘shilgan juftlarning momentlarini qo‘shib, momenti M_O ga teng bo‘lgan bitta juft kuchga ega bo‘lamiz. Bu juftga berilgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar

sistemasining bosh momenti deb ataladi.

$$M_O = \sum M_k = \sum M_O(F_k) \quad (8.6)$$

Bundan ko‘rinadiki, berilgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan momentlarining algebraik yig‘indisi bosh momentga teng bo‘lar ekan.

Demak, tekislikdagi $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalarga qo‘yilgan va ixtiyoriy joylashgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar sistemasi bitta bosh vektor R^* va bosh moment deb ataladigan bitta juft kuch M_0 ga olib kelindi. Bunday holatni berilgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar sistemasi kanonik (sodda) holga keltirildi, deyiladi.

Endi quyidagi xususiy hollar bilan tanishib chiqaylik:

1). $R^* = 0, M_O \neq 0$ – bu holda kuchlar sistemasi keltirish markaziga bog‘liq bo‘lmagan va momenti bosh momentga teng bo‘lgan bitta juftga olib kelinadi.

$$M_O = \sum M_O(F_k)$$

2) $R^* \neq 0, M_O = 0$ – bu holda kuchlar sistemasi keltirish markazidan o‘tuvchi bitta teng ta’sir etuvchi kuchga olib kelinadi.

$$R^* = R = \sum F_k$$

3) $R^* \neq 0, M_O \neq 0$ – bu holda kuchlar sistemasi keltirish markazidan o‘tmaydigan, va keltirish markazidan $h = \frac{M_O}{R^*}$ masofadagi nuqtadan o‘tadigan teng ta’sir etuvchi kuchga keltiriladi. Ushbu holatda teng ta’sir etuvchi kuchning keltirish markaziga nisbatan momentining ishorasi bosh moment ishorasi bilan bir xil bo‘lishi lozim.

4) $R^* = 0, M_O = 0$ – bu holatda berilgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘ladi.

Teng ta’sir etuvchi kuchga keltiriladigan 2) va 3) holatda, teng ta’sir etuvchi kuch ta’sir chizig‘ining tenglamasi quyidagicha topiladi:

$$x \cdot R_y - y \cdot R_x = M_O \quad (8.7)$$

bu yerda: R_x va R_y – teng ta’sir etuvchi kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari. x va y – teng ta’sir etuvchi kuch qo‘yilgan nuqtaning koordinatalari.

Endi ushbu mavzuga tegishli masalalar bilan tanishamiz.

58–masala. (2.2.1**). Og‘zaki. Tekislikda joylashgan kuchlar sistemasining bosh vektorining koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari $R_x = 300\text{ N}$, $R_y = 400\text{ N}$ bo‘lsa, uning modulini toping.

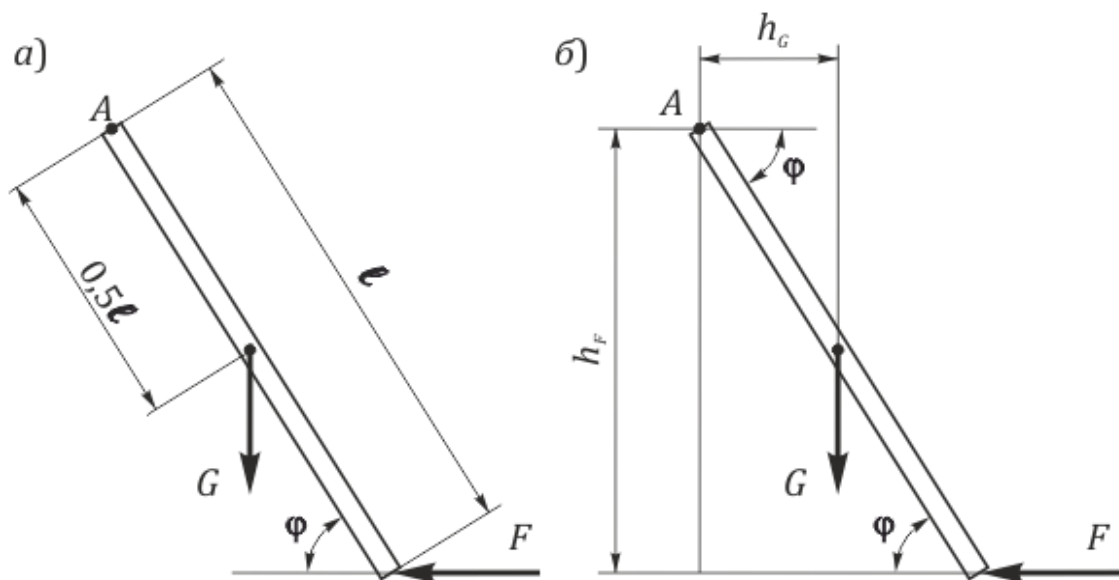
Yechish: Formuladan foydalanamiz:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500\text{ H}$$

59–masala. (2.2.2**). Uzunligi $\ell = 0,2\text{ m}$ bo‘lgan jismga ikkita kuch $G = 1\text{ N}$ va $F = 5\text{ N}$ ta’sir etsa, kuchlar sistemasining bosh momentini A nuqtaga nisbatan hisoblang. Bunda $\varphi = 60^\circ$ (8.1–rasm, a)).

Yechish: Bu yerda berilgan kuchlarning A nuqtaga nisbatan momentlarining yig‘indisi bosh momentni beradi: $M_O = M_A(F) + M_A(G)$. F va G kuchlarning yelkasini hisoblash uchun chizmada tasvirlangandek, A nuqtadan kuchlarning ta’sir chiziqlariga perpendikulyar kesmalar tushiramiz (8.1–rasm, b)).

A nuqtaga nisbatan, ta’sir qiluvchi G va F kuchlar soat strelokasi bo‘ylab yo‘nalgani uchun, ularning momentlari manfiy bo‘ladi.



8.1–rasm.

$$M_A(F) = -F \cdot h_F$$

$$M_A(G) = -G \cdot h_G$$

$\varphi = 60^\circ$ bo‘lgani uchun

$$h_F = \ell \cdot \sin \varphi = 0,2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,17 \text{ m}$$

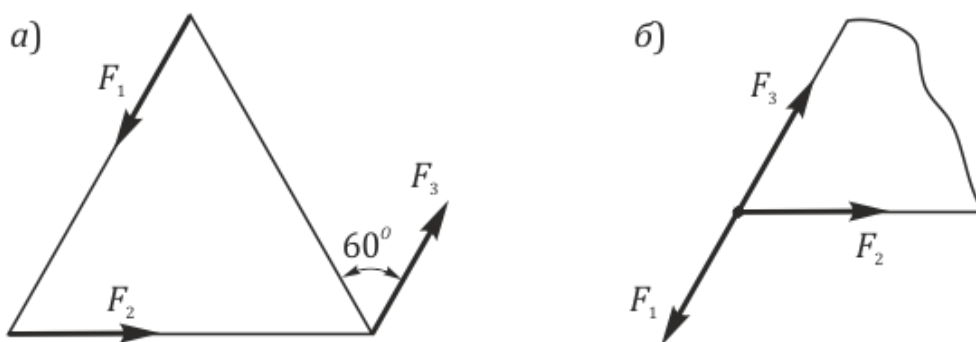
$$h_G = 0,5 \cdot \ell \cdot \cos \varphi = 0,5 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{2} = 0,05 \text{ m}$$

o'rniga qo'ysak

$$M_O = -5 \cdot 0,17 - 1 \cdot 0,05 = -0,91 \text{ H} \cdot \text{m}.$$

Javob: $M_O = -0,91 \text{ N} \cdot \text{m}.$

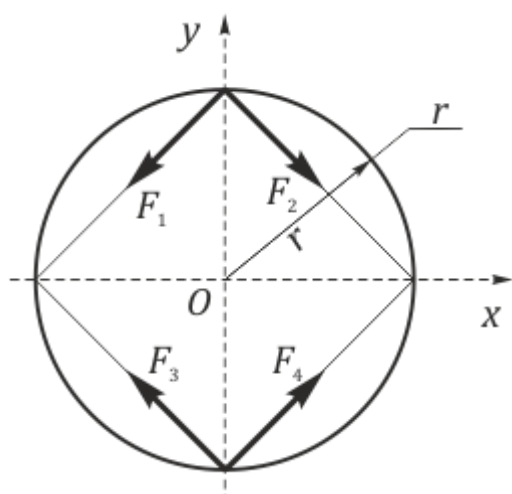
60–masala. (2.2.5**). Uchta $F_1 = F_2 = F_3 = 1 \text{ N}$ kuch teng tomonli uchburchak uchlariga joylashgan bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisining modulini toping (8.2–rasm, a)).



8.2–rasm.

Yechish: Bu kuchlarni sodda holga keltirishda analitik usul bir muncha noqulaydir. Geometrik usulda kuchlarni bir nuqtaga keltiramiz (8.1–rasm, b)); Bundan ko'rinadiki, bu kuchlarning bosh vektori

$$R = F_2 = 1 \text{ N}.$$



8.3–rasm.

61–masala. (2.2.6**). To'rtta $F_1 = F_2 = F_3 = 12 \text{ N}$ va $F_4 = 14 \text{ N}$ kuchlar sistemasi radiusi $r = 0,2 \text{ m}$ bo'lgan aylana bo'ylab joylashgan bo'lsa, O markazga nisbatan kuchlarning bosh momentini toping (8.3–rasm).

Yechish: Bu kuchlar sistemasining bosh momentini topish uchun har bir kuchning momentlarini hisoblab olamiz: buning uchun

kuchlarning kuch yelkalarini topish kerak. Chizmadan ko‘rinadiki,

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = r \cdot \sin 45^\circ = \\ = 0,2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,14 \text{ m}$$

Demak,

$$M_1 = +F_1 \cdot h_1 = +12 \cdot 0,14 = +1,68; \\ M_2 = -F_2 \cdot h_2 = -12 \cdot 0,14 = -1,68; \\ M_3 = -F_3 \cdot h_3 = -12 \cdot 0,14 = -1,68; \\ M_4 = +F_4 \cdot h_4 = +14 \cdot 0,14 = +1,96;$$

Bosh moment esa,

$$M_O = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = \\ = 1,68 - 1,68 - 1,68 + 1,96 = 0,28 \text{ N} \cdot \text{m}$$

ekan.

62–masala. (2.2.16**). Uchta $F_1 = 3,46 \text{ N}$, $F_2 = 2 \text{ N}$, $F_3 = 4 \text{ N}$ kuchlar sistemasi kvadratning uchlariga joylashgan bo‘lib, ularning teng ta’sir etuvchisi vertikal yo‘nalgan bo‘lsa, α burchakning qiymatini toping (8.4–rasm).

Yechish: Masala sharti bo‘yicha bu kesishuvchi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi vertikal, ya’ni y o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan. Demak, Ox o‘qining musbat yo‘nalishi bilan 90° yoki 270° li burchak hosil qiladi.

$$\cos(\hat{R, x}) = \frac{R_x}{R} \text{ formulaga asosan va } \cos 90^\circ = \cos 270^\circ = 0 \text{ bo‘lgani uchun}$$

$R_x = 0$ ekanligi kelib chiqadi.

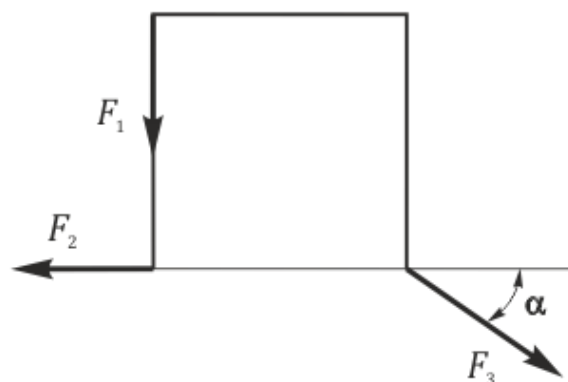
Bizda

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = \\ = 0 - F_2 + F_3 \cdot \cos \alpha = 0.$$

Demak, $F_3 \cdot \cos \alpha = F_2$.

$$\cos \alpha = \frac{F_2}{F_3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Bundan $\alpha = 60^\circ$ kelib chiqadi.



8.4–rasm.

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentini aniqlash mavzusini yaxshi o'zlashtirish maqsadida quyidagi mustaqil ishni bajarish taklif qilinadi.

Mustaqil ishning maqsadi: Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini keltirish markaziga grafik va analitik usulda olib kelish (kanonik holga keltirish), bosh momentni va bosh vektorning qiymatlarini har ikkala usul uchun aniqlash hamda ularni taqqoslash.

2-jadvalda kuchlarning qiymatlari, qo'yilgan nuqtalarining koordinatalari va Ox o'qi bilan hosil qilgan burchaklari berilgan.

Mustaqil ishni bajarish tartibi:

- I. Bosh vektor va bosh momentni grafik usulda hisoblash.
- II. Bosh vektor va bosh momentni analitik usulda hisoblash.
- III. Bosh vektor va bosh momentning grafik va analitik usulda topilgan qiymatlarini taqqoslash.

Shu tartibda hisoblashni boshlaymiz.

I. Bosh vektor va bosh momentni grafik usulda hisoblash.

Faqat shu holatda, grafik usulda hisoblanganda, berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisining miqdori bilan bosh vektorning miqdori bir xil bo'ladi. Shu munosabat bilan, teng ta'sir etuvchi kuchni hisoblashning grafik usulini ko'rsatib o'tamiz. Keyin esa, bosh vektor va bosh momentni alohida-alohida hisoblaymiz.

A). Teng ta'sir etuvchi kuchni hisoblashning grafik usuli.

a) Dekart koordinatalar sistemasi quriladi. Masshtab, odatda M 1:1 (bir sm ga 1 *Nyuton*) deb tanlanadi. Shu masshtab asosida 2-jadvaldan foydalanib, o'z variantidan kelib chiqqan holda berilgan kuchlarni ularning qo'yilish nuqtalariga transportyor yordamida 2-jadvalda ko'rsatilgan mos burchaklar ostida o'rnatiladi.

b) Yana bir boshqa koordinatalar sistemasi quriladi. Birinchi kuchni o'z-o'ziga parallel va o'lchamini o'zgartirmay koordinata boshiga olib kelinadi. Birinchi kuchning oxiriga ikkinchi kuchni o'ziga parallel qilib, o'lchamini o'zgartirmay o'rnatamiz va hokazo. Birinchi kuchning boshi bilan oxirgi kuchning

uchini birlashtiramiz. Buni chizg'ichda o'lchaymiz. U bizga berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi R_{graf} ni beradi.

v) Transportyor yordamida φ_{graf} o'lchanadi.

B). Bosh vektor va bosh momentni hisoblashning grafik usuli.

1). Yana Dekart koordinatalar sistemasini quramiz va berilgan kuchlar sistemasini o'rnatamiz.

Keltirish markazi deb, koordinata boshini tanlaymiz. Modullari teng va qarama – qarshi yo'nalgan F_1' va F_1'' kuchlarni parallel ko'chirib, keltirish markaziga o'rnatamiz. Bu yerda $|F_1'| = |F_1''| = |F_1|$. Ushbu amal qolgan $\vec{F}_2$ va $\vec{F}_3$ kuchlar uchun ham bajariladi.

2). Keltirish markazidan har bir kuchning o'ziga yoki uning ta'sir chizig'iga perpendikulyarlar tushiriladi va ular o'lchanadi. $h_{1gr} = h_1$, $h_{2gr} = h_2$, $h_{3gr} = h_3$. Bu yerda; h_k –lar, berilgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan kuch yelkalari deb qaraladi.

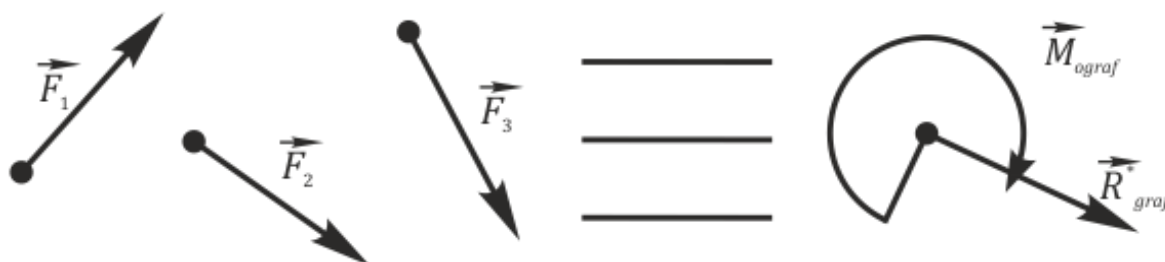
3). O nuqtaga qo'yilgan kesishvchi kuchlar sistemasi F_1' , F_2' va F_3' lar grafik usulda qo'shib, bosh vektor R_{graf}^* topiladi.

4). Chizmada quyidagi juft kuchlar hosil bo'ladi: (F_1, F_1'') , (F_2, F_2'') va (F_3, F_3'') . O'lchangan h_{1gr} , h_{2gr} , va h_{3gr} larni o'rniga qo'yib, qo'shilgan juft kuchlarning momentlari hisoblanadi va ularni yig'ib, berilgan kuchlar sistemasi bosh momentining ifodasi topiladi.

$$5). \quad M_{Ograf} = M_1 + M_2 + M_3,$$

$$M_1 = \pm F_1 \cdot h_1; \quad M_2 = \pm F_2 \cdot h_2; \quad M_3 = \pm F_3 \cdot h_3;$$

6). Grafik usulda topilgan qiymatlarni quyidagicha tasvirlab olamiz: Ya'ni kuchlar sistemasi grafigi bosh vektor va bosh moment grafigiga tenglashtiriladi.



8.5–rasm a).

II. Bosh vektor va bosh momentni hisoblashning analitik usuli.

1). Markazga keltirilgan kuchlar sistemasini mos koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz va ularni qo'shib, bosh vektorning mos oqlardagi proyeksiyalarini hisoblaymiz:

$$F'_{1x} + F'_{2x} + F'_{3x} = R'_x,$$

$$F'_{1y} + F'_{2y} + F'_{3y} = R'_y$$

Bosh vektor $R^*_{anal} = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y}$ formuladan foydalanib topiladi va uning

Ox o'qi bilan hosil qilgan burchagi $tg \varphi_{anal} = \frac{R'_y}{R'_x}$ dan topiladi, bundan jadvaldan foydalanib, φ_{anal} hisoblanadi.

2). Kuchlar sistemasining bosh momenti M_{Oanal} quyidagicha topiladi.

$$M_{Oanal} = M_1 + M_2 + M_3 \quad (*)$$

Berilgan, F_1, F_2, F_3 — kuchlarning koordinata boshiga nisbatan momentlarini (ya'ni, qo'shilgan juft kuchlarining momentlarini) quyidagi formuladan foydalanib topamiz:

$$M_1 = M_O(F_1) = M(F_1, F_1'') = x_1 \cdot F_{1y} - y_1 \cdot F_{1x};$$

$$M_2 = M_O(F_2) = M(F_2, F_2'') = x_2 \cdot F_{2y} - y_2 \cdot F_{2x};$$

$$M_3 = M_O(F_3) = M(F_3, F_3'') = x_3 \cdot F_{3y} - y_3 \cdot F_{3x};$$

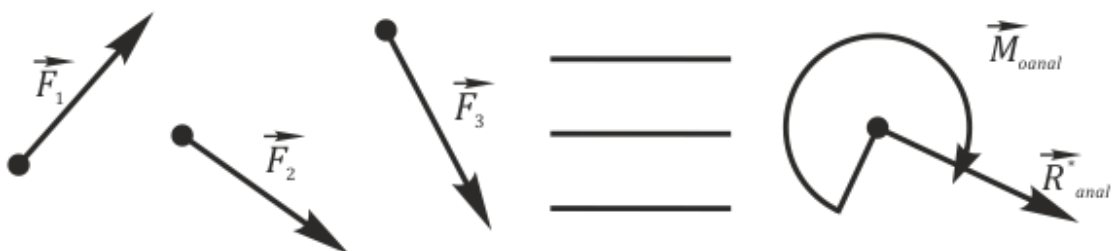
Topilgan qiymatlarni (*) ga qo'yib bosh moment M_{Oanal} ni hisoblaymiz:

3). $M_O(F_1) = \pm F_1 \cdot h_1$; $M_O(F_2) = \pm F_2 \cdot h_2$; $M_O(F_3) = \pm F_3 \cdot h_3$; bo'lgani uchun h_1 ,

h_2 va h_3 kuch yelkalarini analitik usulda hisoblash mumkin: $h_{1anal} = \pm \frac{M_O(F_1)}{F_1}$;

$h_{2anal} = \pm \frac{M_O(F_2)}{F_2}$; $h_{3anal} = \pm \frac{M_O(F_3)}{F_3}$ va grafik usulda topilgan qiymatlar bilan ularni

solishtiramiz. Biz h_k larning musbatini tanlaymiz.



8.5–rasm o).

4). Kuchlar grafigi bosh vektor va bosh moment grafigiga tenglashtirilsin.

5). Agar $R^* \neq 0$ va $M_O \neq 0$ bo'lsa, R^* ga perpendikulyar ravishda $d = \frac{M_O}{R^*}$

masofada R^* ga parallel bo'lib joylashgan chiziqqa teng ta'sir etuvchi kuch R qo'yiladi. Teng ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishini shunday tanlash lozimki, uning keltirish markaziga nisbatan momenti bosh moment yo'nalishi bilan bir xil bo'lsin.

III. Grafik va analitik usulda topilgan qiymatlarni taqqoslash.

Teng ta'sir etuvchilarni grafik va analitik usulda topilgan qiymatlar orasidagi farq 10 % dan oshmasligi kerak. Aks holda topilgan qiymatlar qayta tekshiriladi.

Grafik va analitik usulda topilgan natijalar quyidagicha taqqoslanadi.

$$\Delta R = \frac{R_{graf}^* - R_{anal}^*}{R_{anal}^*} \cdot 100\%$$

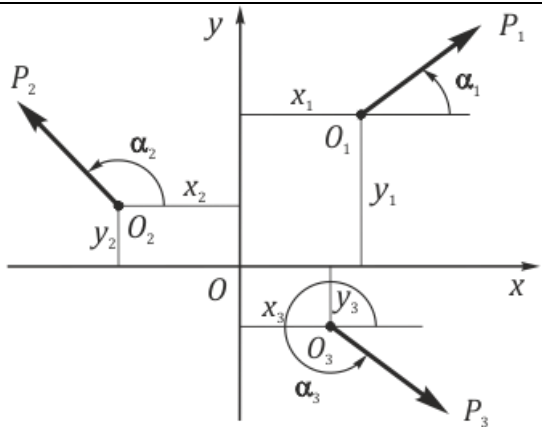
$$\Delta \varphi = \frac{\varphi_{graf} - \varphi_{anal}}{\varphi_{anal}} \cdot 100\%$$

$$\Delta M_O = \frac{M_{Ograf} - M_{Oanal}}{M_{Oanal}} \cdot 100\%$$

$$\Delta h = \frac{h_{graf} - h_{anal}}{h_{anal}} \cdot 100\%$$

Mustaqil ish variantlari.

2-jadval

Variant raqami												
	Kuch, Nyuton			Nuqta koordinatalari, sm						Burchak, grad.		
	P_1	P_2	P_3	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	α_1	α_2	α_3
1	2	3	6	10	5	-8	6	4	-2	30	120	300
2	4	5	3	4	8	-7	2	6	-4	45	215	335
3	1	4	3,5	7	2	-1	1	3	-7	60	130	290
4	6	5,5	4	2	3	-7	-8	5	-8	80	160	320
5	2	3	1	1	7	-6	-1	6	-3	75	145	315
6	1,5	4	5	3	6	-8	-3	5	-4	50	160	330
7	2,5	3,5	4	4	8	-4	-4	6	-2	30	120	340
8	5	4	1,5	5	8	-6	7	5	-4	15	135	325
9	4	2	3,5	6	7	-4	8	3	-6	40	150	330
10	3	4,5	2	7	6	-5	-8	7	-5	45	160	345
11	1	6	1,5	8	5	-2	4	8	-3	50	130	360
12	4	3	2,5	6	4	-1	-4	5	-4	30	145	330
13	2	3	4,5	10	2	-8	-10	4	-6	60	140	300
14	5	4	2	10	1	-2	10	3	-8	45	135	315
15	1,5	5	2	8	7	-2	3	7	-9	60	150	330
16	4,5	2	3	7	6	-1	2	5	-4	35	130	345
17	3	4,5	1	10	5	-3	-5	1	-4	50	145	300
18	2	2,5	4	9	4	-5	6	2	-8	60	134	345
19	2,5	5	3	8	3	-6	-7	4	-5	45	100	350
20	4,5	2	6	7	2	-7	8	3	-6	30	115	320
21	6	5	3	6	1	-8	9	10	-2	20	145	330
22	4	6	1	5	8	-9	10	5	-2	35	160	300
23	1	4	2	4	9	-10	8	4	-4	50	150	315
24	3	5,5	1	3	10	-6	-4	6	-6	60	140	335
25	5,5	3	2	2	4	-2	8	8	-8	45	160	310
26	3,5	4	1	1	6	-4	7	3	-9	30	110	345
27	4	2	6	3	7	-2	5	5	-3	90	115	350
28	6	4,5	3	4	8	-10	6	1	-5	30	90	270
29	3,5	1	6	9	10	-7	5	4	-3	15	180	360
30	6	1	4	6	10	-4	8	8	-5	60	145	320

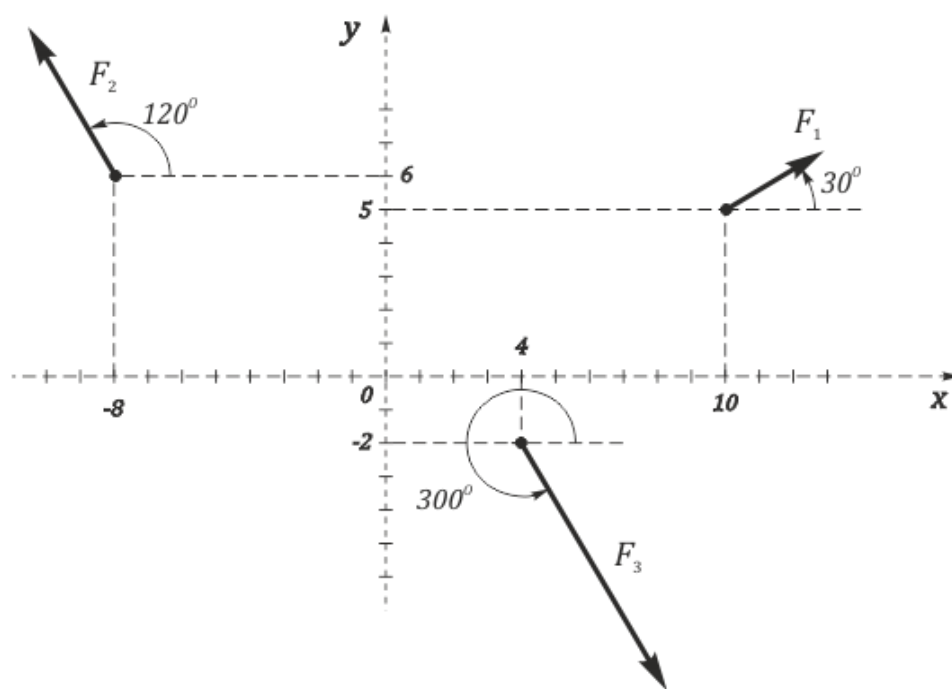
Ushbu mustaqil ishga doir berilgan 30 variantli topshiriqning 1–variantini yechib ko‘rsatamiz.

Berilgan:	$F_1 = 2\text{ N},$	$F_2 = 3\text{ N},$	$F_3 = 6\text{ N}.$
	$x_1 = 10,$	$x_2 = -8,$	$x_3 = 4.$
	$y_1 = 5,$	$y_2 = 6,$	$y_3 = -2.$
	$\alpha_1 = 30^\circ,$	$\alpha_2 = 120^\circ,$	$\alpha_3 = 300^\circ.$

Yechish: I. Bosh vektor va bosh momentni grafik usulda hisoblash.

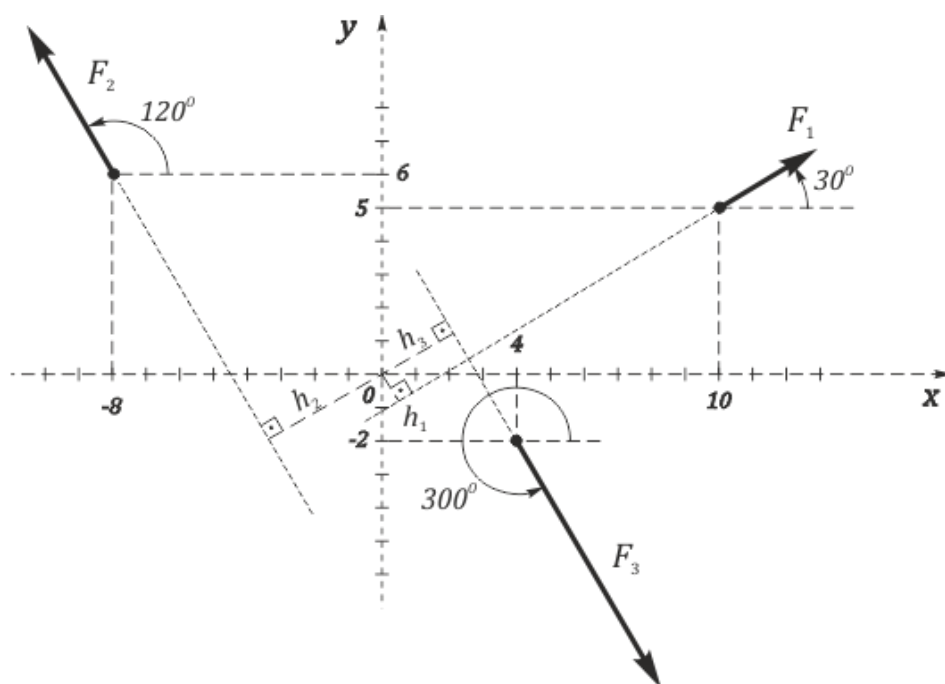
A). Teng ta’sir etuvchini grafik usulda hisoblash.

Koordinatalar sistemasini o‘rnatamiz va unda masala shartidagi qiymatlardan foydalanib, berilgan kuchlarni mos masshtabda (masshtab M 1:1 deb olamiz) joyiga qo‘yib olamiz (8.6 rasm a)).



8.6–rasm a).

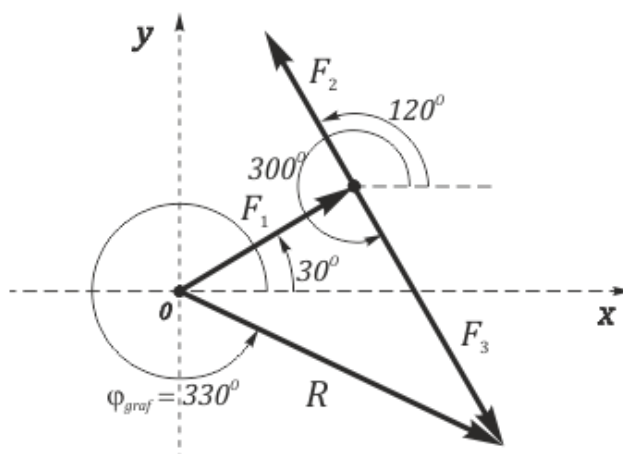
Yengillik uchun h_1, h_2, h_3 larni grafik usulda topib olamiz. Buning uchun kuchlarning ta’sir chiziqlarini davom ettiramiz va keltirish markazi deb hisoblangan koordinata bosi O nuqtadan kuchlarning ta’sir chiziqlariga perpendikulyar kesmalar tushiramiz (8.6-rasm, b)). h_1, h_2, h_3 larning uzunliklarini chizmadan chizg‘ichda o‘lchab olamiz. Tanlangan masshtabga asosan,



8.6–rasm d).

$$h_1 = h_{1\text{graf}} = 0,6 \text{ sm}; \quad h_2 = h_{2\text{graf}} = 4 \text{ sm}; \quad h_3 = h_{3\text{graf}} = 2 \text{ sm}.$$

Endi teng ta'sir etuvchini topish uchun ixtiyoriy bitta nuqtani tanlaymiz, masalan, koordinata boshini. Shu nuqtaga o'lchamlarni o'zgartirmay mos



8.6–rasm e).

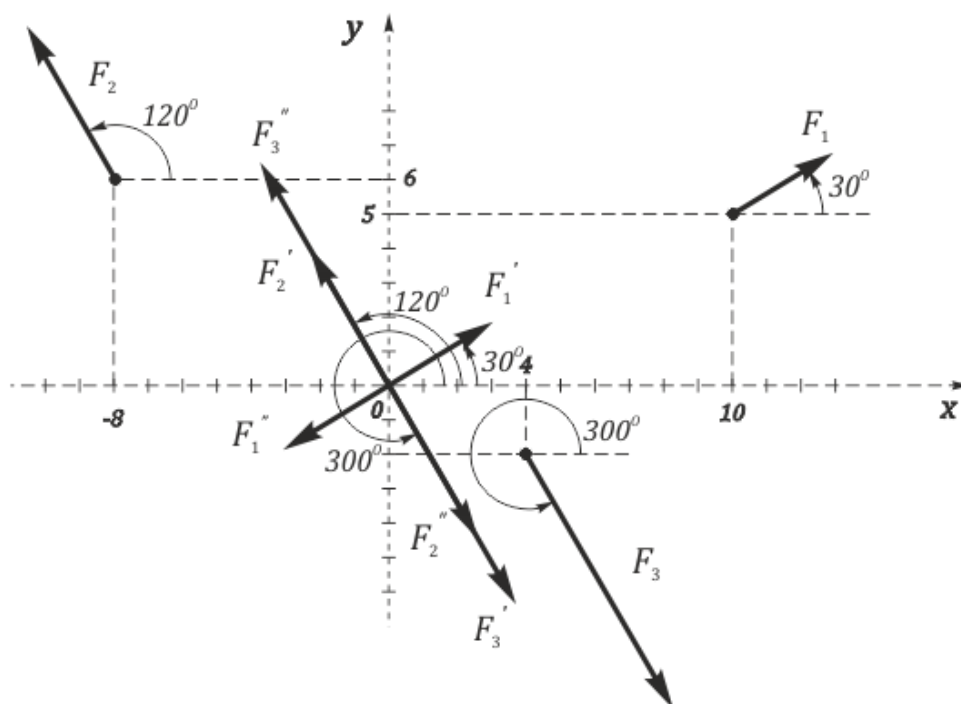
burchakda 1-chi F_1 kuchni olib kelimiz. F_1 kuchning oxiri(uchi)ga F_2 kuchni, F_2 kuchning oxiriga esa F_3 kuchni shu tartibda o'rnatamiz. F_1 kuchning boshi bilan F_3 kuchning uchini birlashtiramiz. Buni chizg'ichda o'lchaymiz. U bizga berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi $R_{\text{graf}} = 3,6\text{N}$ ni beradi. Transportyorda φ_{graf} ni o'lchaymiz. $\varphi_{\text{graf}} = 330^\circ$.

B) Bosh vektor va bosh momentni hisoblashning grafik usuli.

Yana koordinatalar sistemasini o'rnatamiz. Keltirish markazi deb, koordinata boshini tanlaymiz. Masala shartida berilgan qiymatlardan foydalanib, modullari teng va qarama-qarshi yo'nalgan $F_k = F_k' = F_k''$, ($k = \overline{1,3}$) kuchlarni koordinata boshiga o'rnatamiz. Hosil bo'lgan F_1' , F_2' va F_3' kuchlar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi. Bu kuchlarni geometrik usulda qo'shish, xuddi (8.6–rasm e))da tasvirlanganidek amalga oshiriladi.

Ularni qo'shib, bosh vector R^* ni topamiz.

$$R^* = F_1' + F_2' + F_3' = 3,6 \text{ N}.$$



8.7–rasm.

8.7–rasmga e'tibor qaratsak, unda (F_1, F_1'') , (F_2, F_2'') va (F_3, F_3'') –juft kuchlar hosil bo'gan. Bu juft kuchlarga qo'shilgan juftlar deyiladi va ularning momentlarini hisoblab olamiz; Oldin hisoblangan h_1 , h_2 va h_3 kesmalarni shu juft kuchlarning yelkalari sifatida olib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$M_1 = M(F_1, F_1'') = M_0(F_1) = F_1 \cdot h_1 = 1,2 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

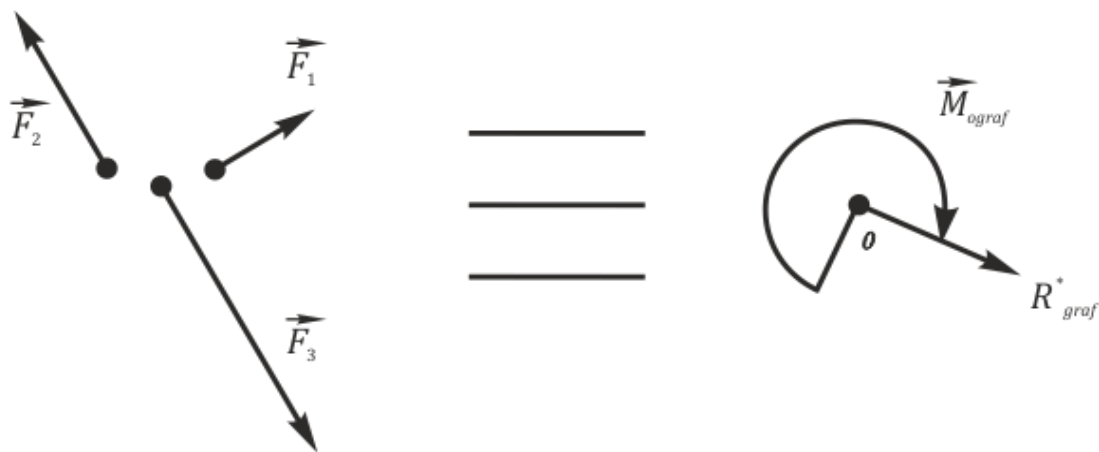
$$M_2 = M(F_2, F_2'') = M_0(F_2) = -F_2 \cdot h_2 = -3 \cdot 4 = -12 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$M_3 = M(F_3, F_3'') = M_0(F_3) = -F_3 \cdot h_3 = -6 \cdot 2 = -12 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

Demak,

$$M_{O_{graf}} = M_1 + M_2 + M_3 = 1,2 - 12 - 12 = -22,8 \text{ N} \cdot \text{sm}$$

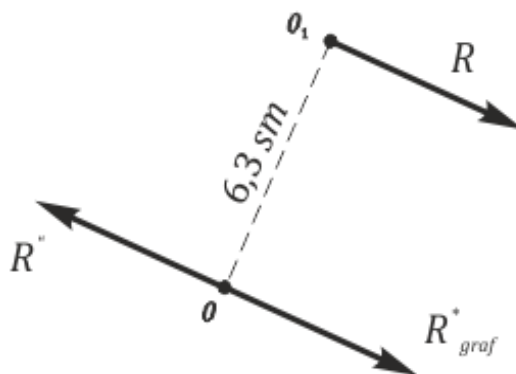
Endi masala shartida soʻralganidek, berilgan (F_1 , F_2 , F_3) kuchlar sistemasini shartli ravishda bosh vektor va bosh moment grafigiga tenglashtiramiz.



8.8–rasm.

Demak, $R_{graf}^* = 3,6 \text{ N} \neq 0$; $M_{O_{graf}} = -22,8 \text{ N} \cdot \text{sm} \neq 0$. Bosh vektor va bosh momentning noldan farqliligi uchun, ularni bitta teng taʼsir etuvchiga olib kelimiz. Buning uchun R_{graf}^* dan d masofada yotgan O_1 nuqtani tanlaymiz. O_1 nuqtani shunday tanlaymizki, u nuqtaga qoʻyilgan teng taʼsir etuvchi kuch R ning O nuqtaga nisbatan momenti bosh vektorning miqdori va yoʻnalishi (ishorasi) bilan bir xil boʻlsin.

O nuqtadagi R_{graf}^* ga qarama-qarshi va bir toʻgʻri chiziqda yotgan R'' kuch qoʻyamiz. (R , R'') juft kuchning yelkasini topish uchun $M_O = R^* \cdot d$ formuladan foydalanamiz.



8.9–rasm.

Demak,
$$d = \frac{M_0}{R_{graf}^*} = \frac{22,8}{3,6} = 6,3 \text{ sm};$$

Bizda $R_{graf}^* = 3,6 \text{ N}; \quad \varphi_{graf} = 300^0$.

Demak, berilgan F_1 , F_2 va F_3 kuchlar sistemasi, keltirish markazidan $d = 6,3 \text{ sm}$ masofada yotadigan bitta teng ta'sir etuvchi kuch R ga ekvivalent ekan.

II. Bosh vektor va bosh momentni topishning analitik usuli.

1) Berilgan kuchlarni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$F'_{1x} = F'_1 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \cos 30^0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1,7 \text{ N};$$

$$F'_{2x} = -F'_2 \cdot \cos \alpha = -3 \cdot \cos 60^0 = -3 \cdot \frac{1}{2} = -1,5 \text{ N};$$

$$F'_{3x} = F'_3 \cdot \cos \alpha = 6 \cdot \cos 60^0 = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ N};$$

$$R_x^* = F'_{1x} + F'_{2x} + F'_{3x} = 1,7 - 1,5 + 3 = 3,2 \text{ N};$$

$$F'_{1y} = F'_1 \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \sin 30^0 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ N};$$

$$F'_{2y} = F'_2 \cdot \sin \alpha = 3 \cdot \sin 60^0 = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,55 \text{ N};$$

$$F'_{3y} = -F'_3 \cdot \sin \alpha = -6 \cdot \sin 60^0 = -6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -5,1 \text{ N};$$

$$R_y^* = F'_{1y} + F'_{2y} + F'_{3y} = 1 + 2,5 - 5,1 = -1,6 \text{ N};$$

Demak, bosh vektor: $R_{anal}^* = \sqrt{R_x^{*2} + R_y^{*2}} = \sqrt{10,24 + 2,56} = \sqrt{12,8} = 3,57 \text{ N};$

Kuchning o'qdagi proyeksiyasini hisoblashda, bu kuchlarning Ox oqining musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchaklari olingan.

Endi bosh vektorning koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklarini hisoblaymiz:

$$\cos \varphi_{anal} = \frac{R_x^*}{R_{anal}^*} = \frac{3,2}{3,57} = 0,89;$$

$$\varphi_{anal} = 325^0$$

2) Endi bosh momentni hisoblaymiz.

Berilgan kuchlarning koordinata boshiga nisbatan momentlarini hisoblaymiz:

$$M_1 = M_O(F_1) = x_1 \cdot F_{1y} - y_1 \cdot F_{1x} = 10 \cdot 1 - 5 \cdot 1,7 = 10 - 8,5 = 1,5 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$M_2 = M_O(F_2) = x_2 \cdot F_{2y} - y_2 \cdot F_{2x} = -8 \cdot 2,55 - 5 \cdot (-1,5) = -20,4 + 9 = -11,4 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$M_3 = M_O(F_3) = x_3 \cdot F_{3y} - y_3 \cdot F_{3x} = 4 \cdot (-5,1) - (-2) \cdot 3 = -20,4 + 6 = -14,4 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$M_O = M_1 + M_2 + M_3 = 1,5 - 11,4 - 14,4 = -24,3 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

Demak,

$$M_{Oanal} = -24,3 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$R_{graf}^* = 3,6 \text{ N};$$

$$R_{anal}^* = 3,57 \text{ N}$$

Javob:

$$M_{Ogr} = -22,8 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$M_{Oanal} = -24,3 \text{ N} \cdot \text{sm};$$

$$\varphi_{gr} = 330^\circ;$$

$$\varphi_{anal} = 325^\circ;$$

III. Bosh vektor va bosh momentning grafik va analitik usulda topilgan qiymatlarini taqqoslash.

$$\Delta R = \frac{R_{graf}^* - R_{anal}^*}{R_{anal}^*} \cdot 100\%$$

$$\Delta R = \frac{3,6 - 3,57}{3,57} \cdot 100\% = 0,84\%$$

$$\Delta \varphi = \frac{\varphi_{gr} - \varphi_{anal}}{\varphi_{anal}} \cdot 100\%$$

$$\Delta \varphi = \frac{330 - 325}{325} \cdot 100\% = 1,54\%$$

$$\Delta M_0 = \frac{M_{Ogr} - M_{Oanal}}{M_{Oanal}} \cdot 100\%$$

$$\Delta M_0 = \frac{22,8 - 24,3}{24,3} \cdot 100\% = 6,17\%$$

$$\Delta h = \frac{h_{graf} - h_{anal}}{h_{anal}} \cdot 100\%$$

Kuch yelkalarini taqqoslashni o'quvchining o'ziga qoldiramiz. Demak, grafik va analitik usulda topilgan qiymatlarning bir-biridan farqi 10% dan oshmas ekan, ya'ni bajarilgan o'lchamlar va hisoblashlarni to'g'ri deb qabul qilamiz.

Quyidagi savollarga javob bering.

1. Kuchning o'z ta'sir chizig'ida yotgan nuqtaga nisbatan momenti nimaga teng?

2. Kuch momenti, kuch yelkasi nima?
3. Juft kuch, juft yelkasi, juft tekisligi, juft kuch momenti nima?
4. Bosh vektorning qiymati va yo‘nalishi keltirish markaziga bog‘liqligi?
5. Qaysi holda bosh vektor bosh moment bilan ustma–ust tushadi?
6. Bosh vektor nima?
7. Bosh moment nima?
8. Varinyon teoremasi nima haqida?
9. Tekislikdagi kuchlarning muvozanati
10. Parallel kuchlar muvozanati
11. Bosh vektor va bosh momentning qanday qiymatlarida sistema muvozanatda bo‘ladi?
12. Puanso lemmasi nima haqida?

9–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi va ularning muvozanati

Biz yuqorida bir tekislikda joylashib, bir nuqtada kesishadigan kuchlar haqida tanishib chiqdik. Endi bir tekislikda yotib, bir nuqtada kesishmaydigan turli yo‘nalishdagi kuchlar sistemasi bilan tanishib chiqamiz va ularning muvozanati haqidagi quyidagi teoremani keltiramiz:

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘lishi uchun, shu kuchlarning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarining yig‘indisi hamda shu kuchlardan tekislikdagi ixtiyoriy A nuqtaga nisbatan olingan momentlarining yig‘indisi bir vaqtning o‘zida alohida-alohida nolga teng bo‘lishligi zarur va yetarlidir.

$$\sum x = 0; \quad \sum y = 0; \quad \sum M_A(F_k) = 0; \quad (9.1)$$

Ba’zi masalalarni yechishda bitta yoki ikkita proyeksiya tenglamasi o‘rniga momentlar tenglamasi tuzilsa, maqsadga muvofiq bo‘ladi.

$$\sum x = 0; \quad \sum M_A(F_k) = 0; \quad \sum M_B(F_k) = 0; \quad (9.2)$$

bu yerda: $AB \not\subset O_x$

$$\sum y = 0; \quad \sum M_A(F_k) = 0; \quad \sum M_C(F_k) = 0; \quad (9.3)$$

bu yerda: $AC \nparallel Oy$

$$\sum M_A(F_k) = 0; \quad \sum M_B(F_k) = 0; \quad \sum M_C(F_k) = 0; \quad (9.4)$$

bu yerda: A, B, C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi.

(9.1), (9.2), (9.3) va (9.4) tenglamalar, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartini ifodalovchi bir-biriga teng kuchli bo'lgan teoremlarni ifodalaydi.

Yuqoridagi tenglamalar soniga e'tibor qilsak, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalar soni ko'pi bilan 3 ta ekan. Ushbu mavzuga oid masalalarni yechishda shuni esda tutish lozimki, yechish uchun tuzilgan muvozanat tenglamalarining soni masalada ko'rib chiqilayotgan kuchlar sistemasiga mos bo'lgan muvozanat shartlari sonidan ortiq bo'lmasligi kerak. Yana bir muhim narsa shundan iboratki, muvozanat tenglamalarini tuzishda, bu tenglamalarning har qaysisiga iloji boricha faqat bitta noma'lum kiritilishiga e'tibor qaratish kerak. Bunga, ko'pchilik hollarda, koordinatalar o'qi va momentlar markazini to'g'ri tanlab erishish mumkin.

Mavzuga oid masalalarni quyidagi tartibda yechish taklif etiladi:

1. Xayolan, berilgan masala uchun Dekart koordinatalar sistemasi tanlanadi.

2. Erkin sistema quriladi, ya'ni bog'lanishdan bo'shatish haqidagi aksiomani qo'llab, bog'lanishlarning jismga bo'lgan ta'sirini ularning tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.

3. Agar teng taqsimlangan kuchlar ishtirok etsa, ularni bitta teng ta'sir etuvchi kuch bilan almashtiriladi.

4. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat sharti tenglamalari tuziladi va ulardan foydalanib so'ralgan noma'lumlar hisoblanadi.

Endi ushbu mavzuga oid ba'zi bir masalalarni ko'rib chiqamiz.

64–masala. (2.4.2**). O'lchamlari $AB = 1\text{ m}$, $BC = 3\text{ m}$, $CD = 2\text{ m}$ bo'lgan to'singa $F_1 = 84,6\text{ N}$ va $F_2 = 208\text{ N}$ kuchlar ta'sir etsa, D tayanch reaksiya kuchini hisoblang (9.1–rasm, a)).

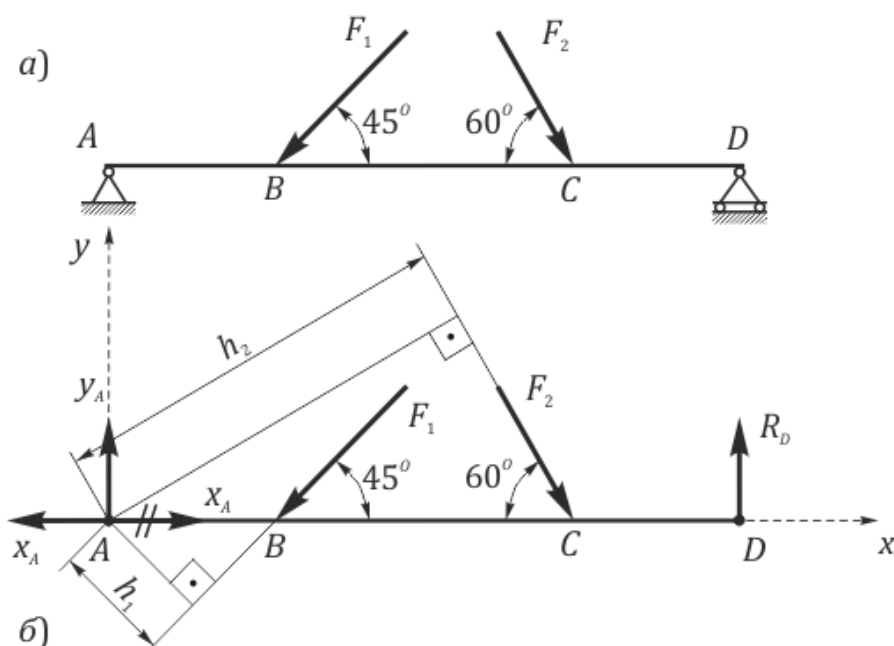
Yechish: Yuqoridagi qoidalarga amal qilib, hisoblashlarni boshlaymiz (9.1–rasm, b)).

1. Koordinata boshini A nuqtaga o'rnatamiz. x o'qini AD to'g'ri chiziq bo'ylab yo'naltiramiz y o'qini shunga mos ravishda tanlaymiz.

2. Tayanch bog'lanishlarining jismga bo'lgan ta'sirini ularning reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. (1–jadvaldan foydalanamiz).

3. Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned}\sum x &= 0; & x_A - F_1 \cdot \cos 45^\circ + F_2 \cdot \cos 60^\circ &= 0; \\ \sum y &= 0; & y_A - F_1 \cdot \sin 45^\circ - F_2 \cdot \sin 60^\circ + R_D &= 0; \\ \sum M_A(F_k) &= 0; & -F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 + R_D \cdot AD &= 0\end{aligned}$$



9.1–rasm.

h_1 va h_2 kuch yelkalarini topib olamiz.

$$\frac{h_1}{AB} = \sin 45^\circ \Rightarrow h_1 = AB \cdot \sin 45^\circ = 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7\text{ m}$$

$$\frac{h_2}{AC} = \cos 30^\circ \Rightarrow h_2 = AC \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,4\text{ m}$$

$$AD = 6\text{ m}$$

3–tenglamadan:

$$R_D = (F_1 \cdot h_1 + F_2 \cdot h_2) : AD = (84,6 \cdot 0,7 + 208 \cdot 3,4) : 6 = 127,7 \text{ N}$$

2–tenglamadan:

$$y_A = F_1 \cdot \sin 45^\circ + F_2 \cdot \sin 60^\circ = 84,6 \cdot 0,7 + 208 \cdot 0,86 = 239,3 \text{ N}$$

1–tenglamadan:

$$x_A = F_1 \cdot \sin 45^\circ - F_2 \cdot \cos 60^\circ = 84,6 \cdot 0,7 - 208 \cdot \frac{1}{2} = -44,78 \text{ N}$$

Bu yerdagi x_A ning qiymati oldidagi manfiy ishora, A tayanch reaksiyasining x o‘qidagi tashkil etuvchisi teskari tomonga yo‘nalganligini bildiradi. Chizmadagi x_A ning yo‘nalishiga ikki chiziq tortamiz va yo‘nalishni sxemada to‘g‘rilab qo‘yamiz.

Javob: $R_D = 127,7 \text{ N}$; $y_A = 239,3 \text{ N}$; $x_A = -44,78 \text{ N}$.

65–masala. (4.26*). Ikkita to‘plangan kuch va bir tekis taqsimlangan yuk ta’siridagi balkaning A va B tayanchlaridagi reaksiyalar aniqlansin. Tekis taqsimlangan yukning intensivligi, kuchlarning kattaliklari va masofalar rasmda ko‘rsatilgan, (9.2–rasm, a)). Unga asosan:

$$F_1 = 8 \text{ kN}, F_2 = 6 \text{ kN}, q = 3 \text{ kN/m}.$$

Yechish: 1. Koordinatalar sistemasini masala shartida berilganiga qarab o‘rnatamiz, ya’ni koordinatalar boshi deb A nuqta olinadi, y o‘qini balka bo‘ylab yotqizamiz. x o‘qini shunga qarab tanlaymiz (9.2–rasm, δ)).

2. B nuqtadagi qo‘zg‘aluvchan sharnirli tayanchni va A nuqtadagi qo‘zg‘almas sharnirli tayanchni reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

3. Teng taqsimlangan kuchni, bitta teng ta’sir etuvchisi bilan almashtiramiz.

$$Q = \ell \cdot q = 2 \cdot 3 = 6 \text{ kN}$$

Bajarilgan amallarni chizmada tasvirlaymiz (9.2–rasm, δ)).

Endi, ta’sir qiluvchi kuchlar ta’sirida balka muvozanatda turibdi, deb hisoblab, muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

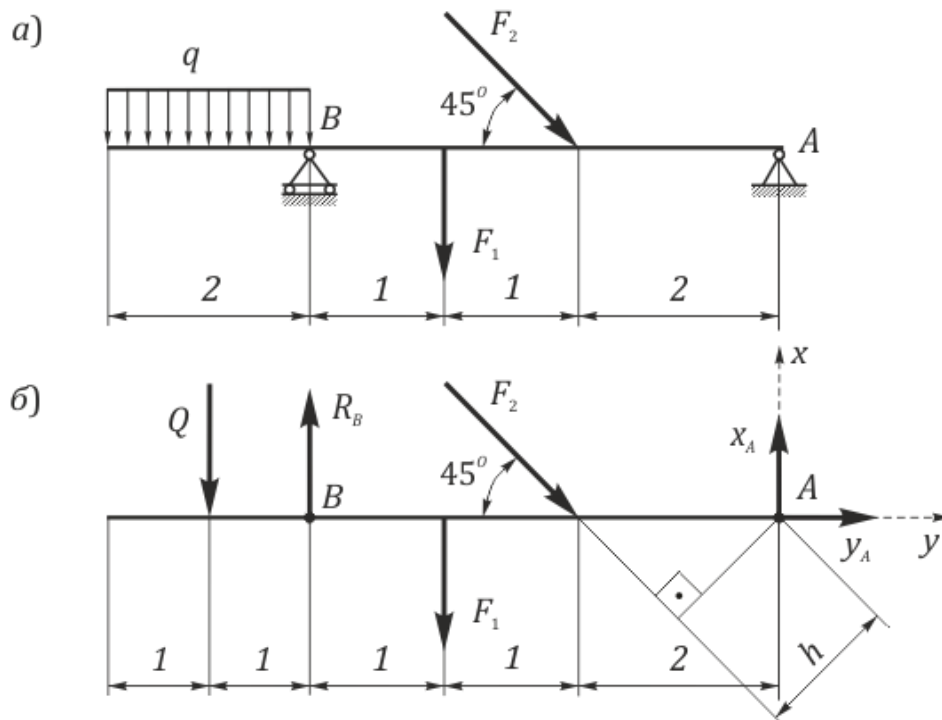
$$\begin{aligned}\sum y = 0 & \quad F_2 \cdot \cos 45^\circ + y_A = 0 \\ \sum x = 0 & \quad -Q + R_B - F_1 - F_2 \cdot \sin 45^\circ + x_A = 0\end{aligned}$$

Momentlar tenglamasini A nuqtaga nisbatan tuzamiz, chunki A nuqta moment markazi bo'lsa, birdaniga 2 ta noma'lum (x_A va y_A) yo'q bo'lib ketadi.

$$\sum M_A(F_k) = 0; \quad Q \cdot 5 - R_B \cdot 4 + F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot h = 0$$

F_2 kuchning yelkasi h ni topib olamiz:

$$h = 2 \cdot \sin 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = 1,4 \text{ m}$$



9.2-rasm.

Endi, son qiymatlarini qo'yib chiqib, noma'lumlarni topamiz.

$$6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + y_A = 0 \Rightarrow y_A = 4,2 \text{ kN}$$

$$-6 + R_B - 8 - 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + x_A = 0 \Rightarrow x_A = 2,6 \text{ kN}$$

$$6 \cdot 5 - R_B \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 1,4 = 0 \Rightarrow R_B = 154,6 \text{ kN}$$

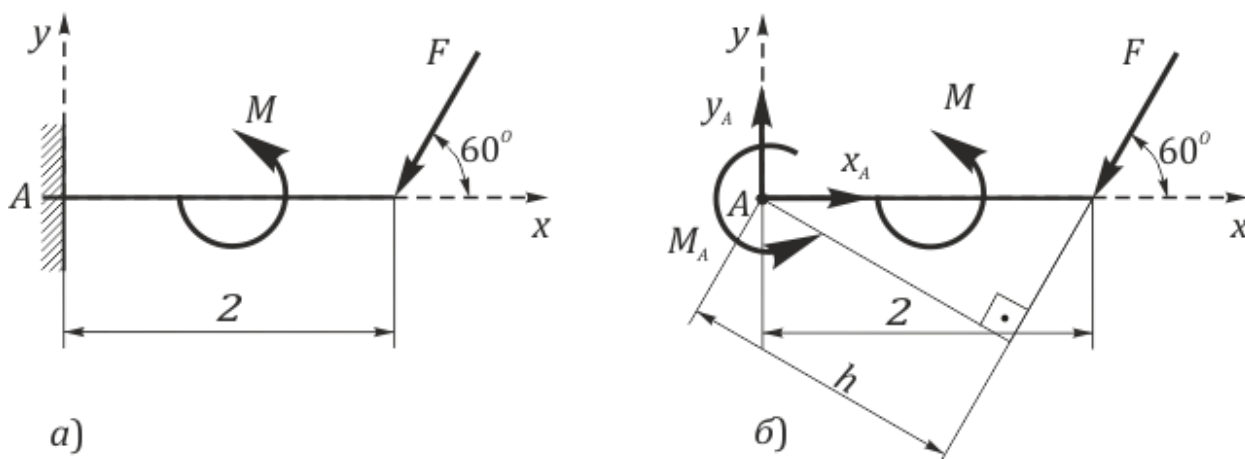
Demak, masala shartiga asosan, ikkita to'plangan kuch va bir tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi balkaning A va B tayanchlaridagi reaksiyalari quyidagiga teng bo'lar ekan:

$$y_A = 4,2 \text{ } \kappa N$$

Javob: $R_B = 15,6 \text{ } \kappa N$

$$x_A = 2,6 \text{ } \kappa N$$

66–masala. (4.27*). To‘plangan kuch va juft kuch ta’siridagi rasmda tasvirlangan konsol balkaning devorga qistirib mahkamlangan uchining reaksiya kuchlari topilsin. (9.3–rasm, a)) $F = 2 \text{ } \kappa N$, $M = 3 \text{ } \kappa N \cdot m$.



9.3–rasm.

Yechish: A nuqtadagi qistirib mahkamlangan tayanchning o‘rniga reaksiya kuchlarini qo‘yamiz (9.3–rasm, b)).

Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum x = 0 & \quad x_A - F \cdot \cos 60^\circ = 0 \\ \sum y = 0 & \quad y_A - F \cdot \sin 60^\circ = 0 \\ \sum M_A(F_k) = 0 & \quad M_A + M - F \cdot h = 0 \end{aligned}$$

F kuchning A nuqtaga nisbatan yelkasini hisoblaymiz:

$$h = 2 \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,7 \text{ } m$$

Masala shartida berilgan son qiymatlarini o‘rniga qo‘yib, izlanayotgan noma’lumlarni topamiz:

$$x_A = F \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ } \kappa N;$$

$$y_A = F \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,7 \text{ } \kappa N;$$

$$M_A = F \cdot h - M = 2 \cdot 1,7 - 3 = 0,4 \text{ } \kappa N \cdot m$$

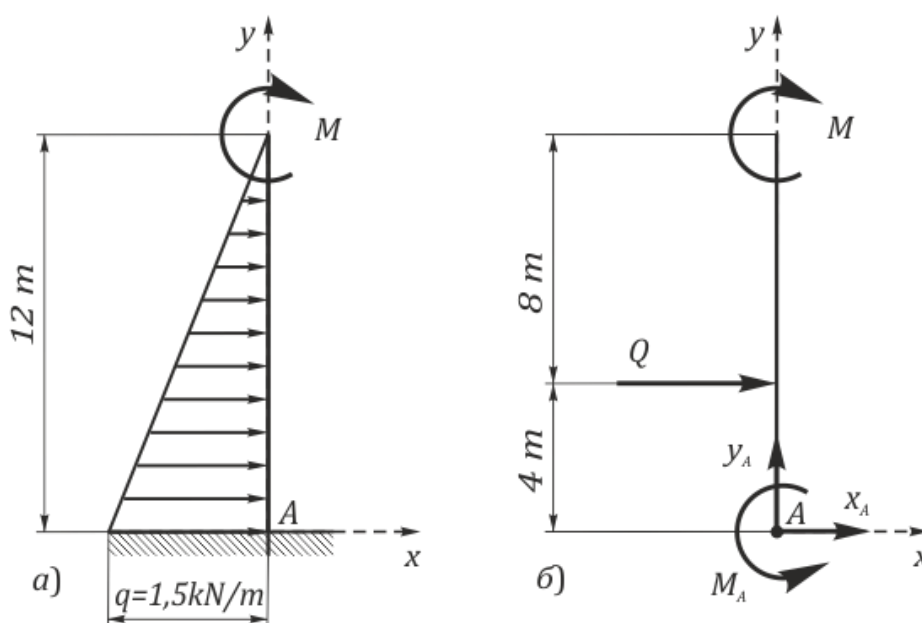
67–masala. (4.30*). Rasmda tasvirlangan juft kuch va uchburchak qonuniyati bilan taqsimlangan yuk ta'sirida bo'lgan konsol balka ko'milgan uchining reaksiya kuchlari aniqlansin (9.4–rasm, a)).

$$\ell = 12 \text{ m}$$

$$q = 1,5 \text{ kN/m}$$

$$M = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Yechish: Teng taqsimlangan kuch uchburchak qonuniyati asosida ta'sir qilayapti, shuning uchun uning teng ta'sir etuvchisi ko'milgan uchidan boshlab hisoblaganda $\frac{1}{3} \cdot \ell : \frac{2}{3} \cdot \ell$ nisbatda qo'yiladi (9.4–rasm, b)).



9.4–rasm.

$$Q = q_{\max} \cdot \frac{\ell}{2} = 1,5 \cdot \frac{12}{2} = 9 \text{ kN}$$

Qo'yilish nuqtasi esa, uchburchakning yuqori uchidan hisoblanganda:

$$\frac{1}{3} \cdot 12 : \frac{2}{3} \cdot 12 \Rightarrow 4 : 8$$

nisbatda bo'ladi A nuqtadagi qistirib mahkamlangan tayanch o'rniga, reaksiya kuchlarini qo'yamiz (9.4–rasm, b)).

Demak, shu kuchlar ta'sirida bo'lgan ko'milgan konsol balka muvozanatda turibdi, deb hisoblab, shu sxema uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz;

$$\begin{aligned}\sum x &= 0 & x_A + Q &= 0 \\ \sum y &= 0 & y_A &= 0 \\ \sum M_A(F_k) &= 0 & M_A - Q \cdot 4 - M &= 0\end{aligned}$$

Demak, bu muvozanat tenglamalarini yechib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$x_A = -Q = -9 \text{ kN}$$

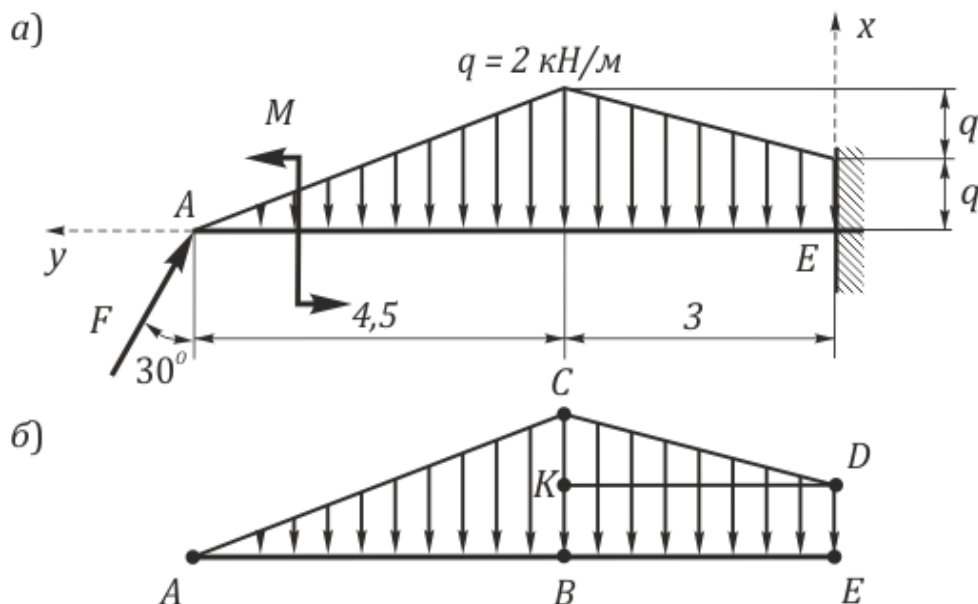
$$y_A = 0$$

$$M_A = M + Q \cdot 4 = 4 + 36 = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

68–masala. (4.31*). Rasmda tasvirlangan to‘plangan kuch, juft kuch hamda uchburchak va trapetsiya hosil qilib taqsimlangan yuk ta’siri ostidagi konsol balkaning qistirib mahkamlangan uchidagi reaksiya kuchlari aniqlansin (9.5–rasm, a)).

$$q = 2 \text{ kN/m}, \quad F = 5 \text{ kN}, \quad M = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Yechish: Avvalo uchburchak va trapetsiya hosil qilib taqsimlangan yukni teng ta’sir etuvchisi bilan almashtiramiz. Buning uchun bu figurani 3 ga bo‘lib olamiz. Aniqlik uchun masshtabni kattalashtiramiz. ABC uchburchakdan tashqari $CBED$ trapetsiyaning o‘zini $\triangle CKD$ va $KDEB$ to‘g‘ri burchakli to‘rtburchakka bo‘lamiz. (9.5–rasm, b)). O‘lchamlarga asosan, $AB = 4,5 \text{ m}$; $BE = KD = 3 \text{ m}$



9.5–rasm.

ACB uchburchakdagi taqsimlangan kuchning teng ta’sir etuvchisi

$$Q_1 = q_{\max} \cdot \frac{AB}{2}.$$

(9.5–rasm, 6)) ga asosan $q_{\max} = 2 \cdot q = 4 \text{ } \kappa N/m$

$$Q_1 = 4 \cdot \frac{4,5}{2} = 9 \text{ } \kappa N$$

Bu kuch AB tomonga $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ nisbatda qo'yiladi.

ΔCKD dagi taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisi

$$Q_2 = q \cdot \frac{KD}{2} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3 \text{ } \kappa N \text{ ga teng.}$$

Bu kuch KD (BE) tomonga $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ nisbatda qo'yiladi. $BKED$ to'rtburchakdagi taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisi.

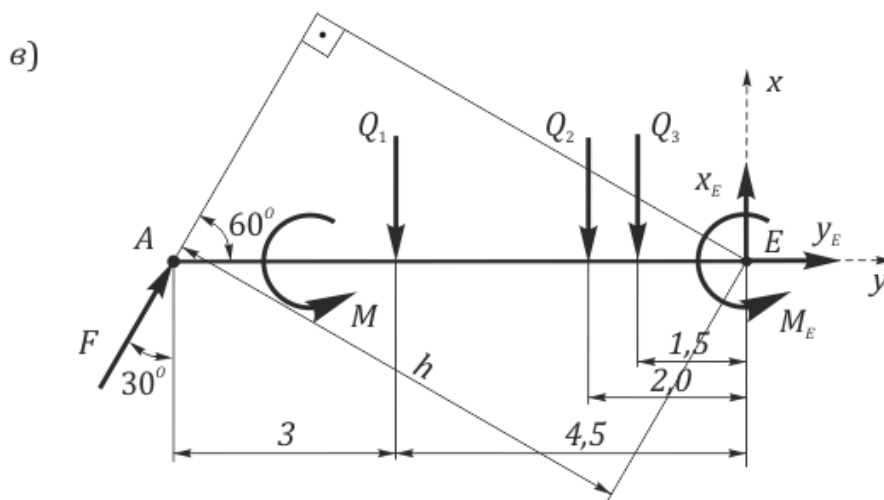
$$Q_3 = q \cdot BE = 2 \cdot 3 = 6 \text{ } \kappa N$$

Bu kuch BE ning o'rtasiga qo'yiladi. Endi E nuqtadagi qistirib mahkamlangan tayanchning o'rniga reaksiya kuchlarini va Q_1, Q_2, Q_3 larni o'rniga qo'yib, erkin sistema quramiz (9.5–rasm, 6)). Konsol balkaga ta'sir qilayotgan F kuchning yelkasini hisoblaymiz.

$$h = AE \cos 30^\circ = 6,5 \text{ } m$$

Endi muvozanat tenglamalarini tuzamiz va so'ralgan noma'lumlarni hisoblaymiz.

$$\begin{aligned} \sum x &= 0; & F \sin 60^\circ - Q_1 - Q_2 - Q_3 + x_E &= 0 \\ \sum y &= 0; & y_E + F \cos 60^\circ &= 0 \\ \sum M_E(F_k) &= 0; & M_E + Q_3 \cdot 1,5 + Q_2 \cdot 2 + Q_1 \cdot 4,5 + M - F \cdot h &= 0 \end{aligned}$$



9.5–rasm.

Tenglamalarni yechib quyidagi ega bo‘lamiz:

$$x_E = Q_1 + Q_2 + Q_3 - F \sin 60^\circ = 9 + 3 + 6 - 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 13,66 \text{ kN}$$

$$y_E = -F \cos 60^\circ = -5 \cdot \frac{1}{2} = -2,5 \text{ kN}$$

$$M_E = F \cdot h - 4,5 \cdot Q_1 - 2 \cdot Q_2 - 1,5 \cdot Q_3 - M$$

$$M_E = 5 \cdot 6,5 - 4,5 \cdot 9 - 2 \cdot 3 - 1,5 \cdot 6 - 4 = -27 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Javob: $x_E = 13,66 \text{ kN}$, $y_E = -2,5 \text{ kN}$, $M_E = -27 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

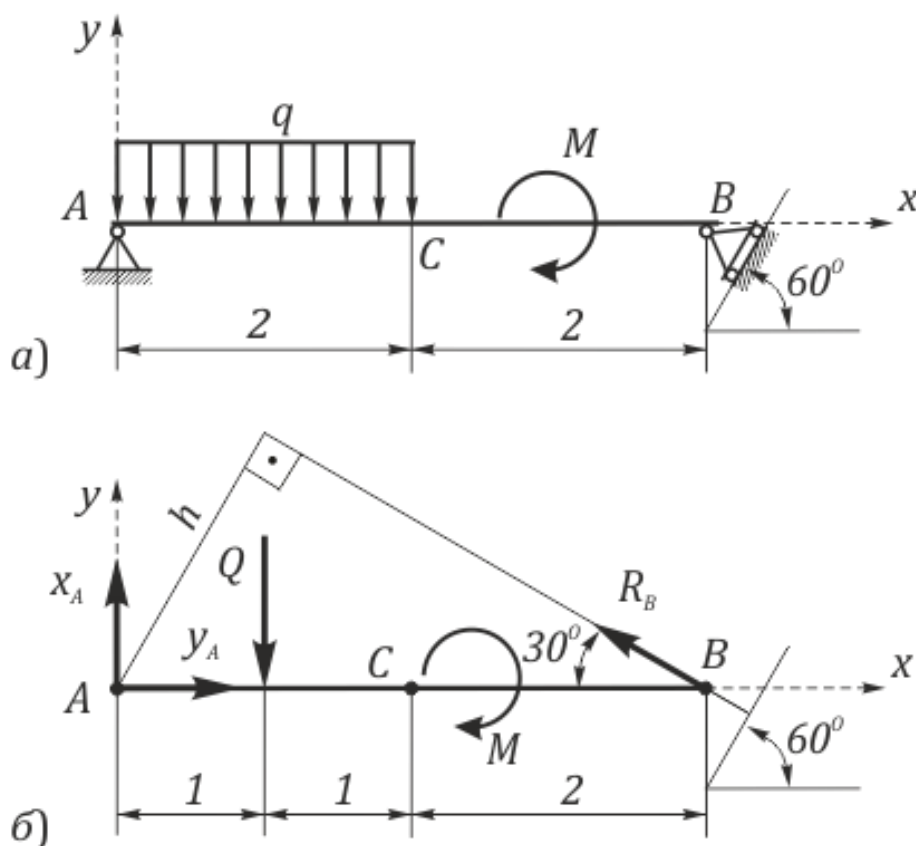
69–masala. (2.4.4**). O‘lchamlari $AC = CB = 2 \text{ m}$ bo‘lgan to‘singa intensivligi $q = 150 \text{ N/m}$ li taqsimlangan kuchlar va momenti M bo‘lgan juft kuch ta’sir etib, B tayanchning reaksiyasi 250 N bo‘lishi uchun, M momentning miqdorini toping (9.6–rasm, a)).

Berilgan: $AC = 2 \text{ m}$

$CB = 2 \text{ m}$

$q = 150 \text{ N/m}$

$R_B = 250 \text{ N}$



9.6–rasm.

Yechish: Koordinata boshi deb, A nuqtani tanlaymiz va x o‘qini to‘sin bo‘ylab yo‘naltiramiz. Teng taqsimlangan kuchning teng ta’sir etuvchisini va

tayanch reaksiya kuchlarini qo'yib, erkin sistema hosil qilamiz (9.6–rasm, *o*)). Tekis taqsimlangan kuch teng ta'sir etuvchisining qiymatini hisoblab olamiz:

$$Q = 2 \cdot 150 = 300 \text{ N}$$

30° li burchak qarshisida yotgan katet gipotenuzaning yarmiga tengligidan, R_B kuchning yelkasini topib olamiz (9.6-rasm, *o*)):

Ya'ni

$$h = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$$

A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_A(F_k) = 0 \quad -Q \cdot 1 - M + R_B \cdot 2 = 0$$

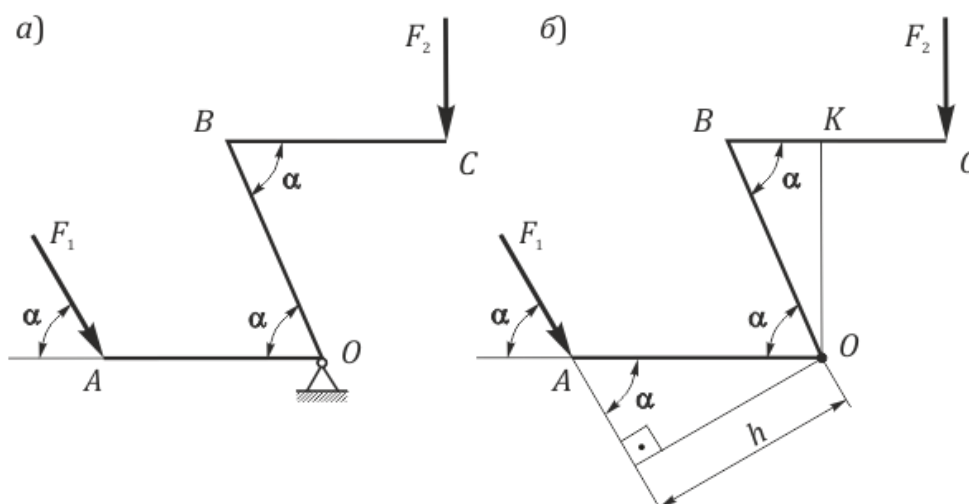
Masala sharti bo'yicha $R_B = 250 \text{ N}$, uni o'rniga qo'yib, momentlar tenglamasidan foydalangan holda, so'ralgan M momentni topamiz:

$$M = 2 \cdot R_B - Q = 2 \cdot 250 - 300 = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Demak, $M = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$ bo'lish kerak ekan.

70–masala. (2.4.5.**). O'lchamlari $AO = 3 \text{ m}$, $OB = BC = 4 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$ bo'lgan richagga $F_1 = 50 \text{ kN}$ va F_2 kuchlari ta'sir etib, muvozanatda ushlab turilgan bo'lsa, F_2 kuchning miqdorini aniqlang (9.7–rasm, *a*)).

Yechish: Masala sharti bo'yicha richag muvozanatda, shuning uchun C nuqtadagi F_2 kuchni topish uchun O nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzish kifoyadir. F_2 kuchning yelkasini topish uchun BK kesmaning uzunligini topish kerak (9.7–rasm, *o*)). Masala shartida $\alpha = 60^\circ$ berilgani uchun, $\angle BOK = 30^\circ$.



9.7–rasm.

Shuning uchun OBK uchburchakdan:

$$BK = \frac{OB}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$$

Demak, $BC = BK + KC = 4 \text{ m}$ bo'lgani uchun, F_2 kuchning yelkasi $h_2 = KC = 2 \text{ m}$ F_1 kuchning yelkasi esa,

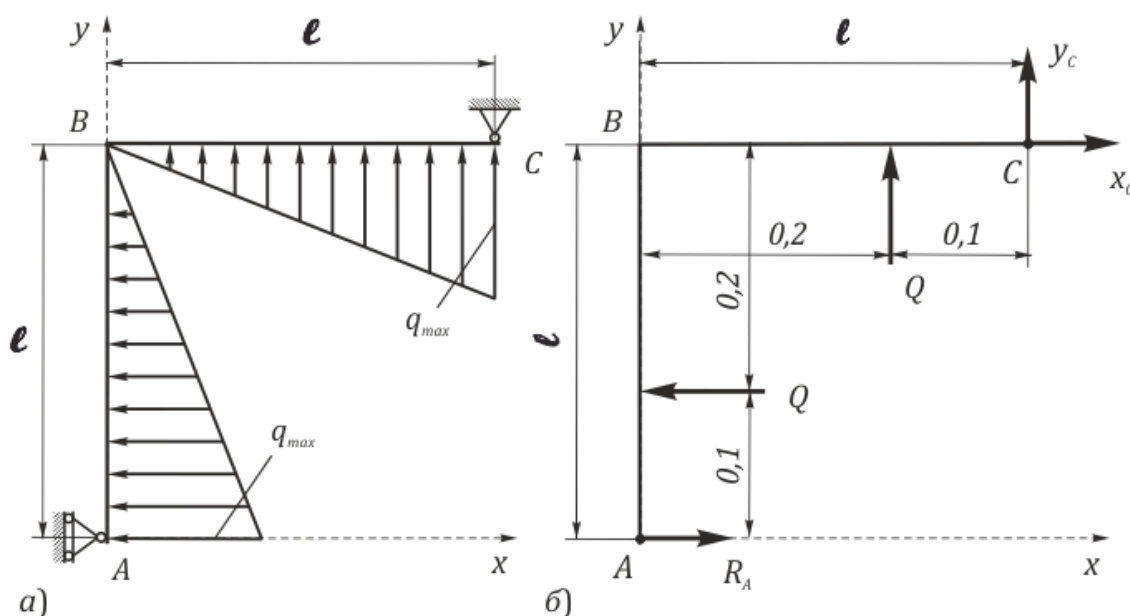
$$h_1 = AO \cdot \sin 60^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,6 \text{ m bo'lad}$$

So'ralgan kuchni topish uchun O nuqtga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz;

$$\begin{aligned} \sum M_O(F_k) &= 0 & F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow: & 2 \cdot F_2 = 50 \cdot 2,6 = 130 \\ \Rightarrow: & F_2 = \frac{130}{2} = 65 \text{ kN} \end{aligned}$$

Javob: $F_2 = 65 \text{ kN}$

71–masala. (2.4.16**). O'lchamlari $\ell = 0,3 \text{ m}$ bo'lgan ramaga intensivligi $q_{max} = 20 \text{ H/m}$ li taqsimlangan kuchlar ta'sir etsa, A tayanchning reaksiya kuchini toping (9.8–rasm, a)).



9.8–rasm.

Yechish: Ushbu ramalarga uchburchak qonuniyati bilan taqsimlangan kuchlar ta'sir etadi. Ularning teng ta'sir etuvchisini topib olamiz (9.8–rasm, b)).

AB ramada $Q = \frac{\ell}{2} \cdot q_{\max} = \frac{0,3 \cdot 20}{2} = 3 \text{ N}$, bu kuch A nuqtadan boshlab $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$

nisbatda, ya'ni $0,1 \text{ m}$ masofaga qo'yiladi. BC ramada $Q = \frac{\ell}{2} \cdot q_{\max} = \frac{0,3 \cdot 20}{2} = 3 \text{ N}$.

Bu kuch B nuqtadan C nuqta tomon yo'nalishida $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ nisbatda, ya'ni $0,2 \text{ m}$ masofaga qo'yiladi (uchburchak qonuniyatiga asosan). C nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\begin{aligned}\sum M_C(F_k) &= 0 & -Q \cdot 0,1 - Q \cdot 0,2 + R_A \cdot 0,3 &= 0 \\ 0,3 \cdot R_A &= 0,3 \cdot Q \Rightarrow R_A = Q = 3 \text{ N}\end{aligned}$$

Demak, ramaga taqsimlangan kuchlar qo'yilganda, ular muvozanatda turishi uchun A sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchning reaksiya kuchi $R_A = 3 \text{ N}$ bo'lishi kerak ekan.

10–§. Qattiq jismning tayanch reaksiyalarini aniqlash.

Har bir talaba ushbu mavzu yuzasidan mustaqil ravishda S–1 deb nomlanadigan hisob grafik ishini (H.G.I) bajaradi va himoya qiladi. Talaba dars o'tuvchi o'qituvchi tomonidan beriladigan va o'zi bajarishi lozim bo'lgan variant tartib raqamiga aniqlik kiritib, kerakli adabiyotdan o'z masalasining chizmalarini hamda masala shartini ko'chirib oladi.

Topshiriq quyidagi tartibda bajariladi:

1. Fikran Dekart koordinatalar sistemasi quriladi.
2. Erkin sistema quriladi, ya'ni statikaning 6-aksiomasini qo'llab, bog'lanishlarning konstruksiyaga bo'lgan ta'sirini ularning tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.
3. Agar topshiriqda teng taqsimlangan kuchlar berilgan bo'lsa, ularni bitta teng ta'sir etuvchisi bilan almashtiriladi.

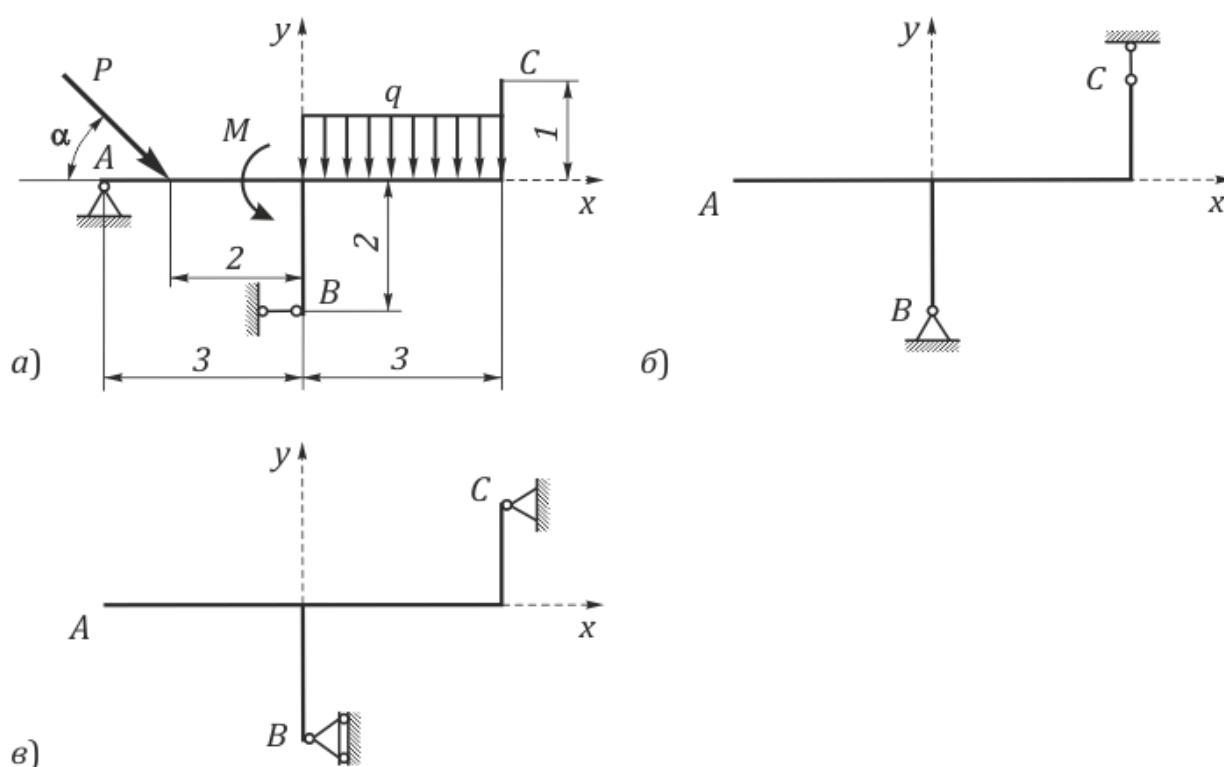
4. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat sharti tenglamalari tuziladi va noma'lumlar hisoblanadi.

5. Konstruksiya qo'yilgan tayanch reaksiyalarining to'g'ri topilganini tekshirish uchun, avval foydalanilmagan muvozanat tenglamasi tuziladi va topilgan reaksiya kuchlarining qiymatlari shu tenglamaga qo'yiladi. Agar muvozanat sharti bajarilsa ($0 = 0$), demak, hisoblash to'g'ri bajarilganligi aytiladi, aks holda topshiriq qaytadan bajariladi.

6. Har bir sxema uchun olingan natijalar taqqoslanadi va so'ralgan eng kichik modulli reaksiya kuchi uchun qolgan reaksiya kuchlari hisoblanadi va jadvalga joylashtiriladi.

Topshiriqni bajarishga oid misol va ko'rsatmalar.

72–Masala. Ushbu sxemalarda siniq o'qli brus tayanchlarining uch holda mahkamlanishi ko'rsatilgan. Ta'sir ko'rsatayotgan kuchlar va o'lchamlar uchala holda ham bir xil. Tayanchlarning reaksiyalari brusni mahkamlashning shunday usuli uchun aniqlansinki, bunda so'ralgan reaksiya eng kichik modulga ega bo'lsin (10.1–rasm, a, b, e).



10.1–rasm.
- 108 -

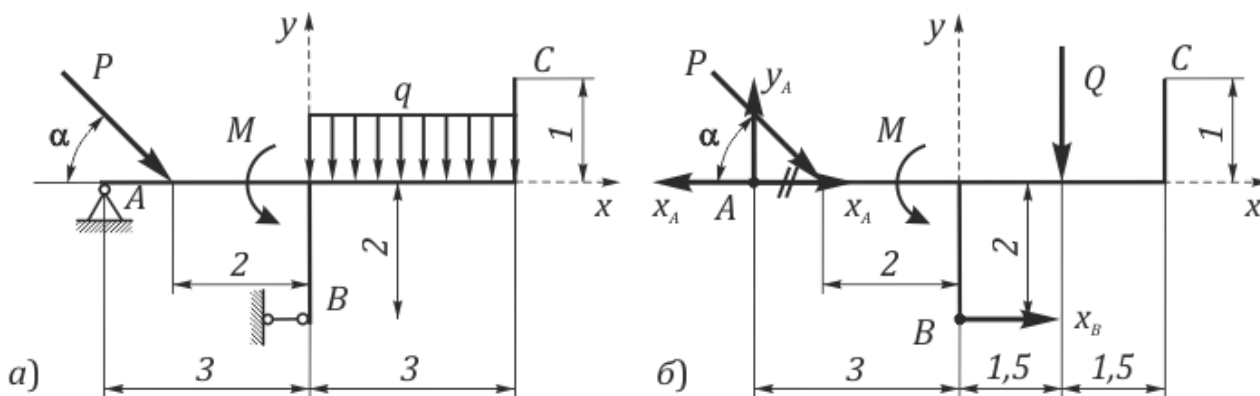
Berilgan: $P = 30 \text{ kN}$, $M = 12 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $q = 2 \text{ kN/m}$, $\alpha = 45^\circ$.

x_B – tekshirilishi lozim bo‘lgan tayanch reaksiyasi.

Yechish: Yuqorida zikr etilgan 6 ta qoidani har bir hol uchun qo‘llaymiz va hisoblash ishlarini alohida-alohida bajaramiz.

a) sxema uchun:

1. Koordinata o‘qlarini chizmadagidek yo‘naltiramiz. (10.2–rasm, a)).
2. Tayanch bog‘lanishlarining konstruksiyaga bo‘lgan ta‘sirini ularning tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtirib, bu konstruksiyani tashqi kuchlar va tayanch reaksiyalari ta‘sirida muvozanatda turgan erkin sistema deb qaraymiz.
3. Intensivligi q bo‘lgan tekis taqsimlangan kuchni teng ta‘sir etuvchici bilan almashtiramiz. $Q = q \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ kN}$ (10.2–rasm, b)).



10.2–rasm.

4. Endi ushbu hol uchun, statikaning tekis kuchlar sistemasi muvozanat tenglamalarini yozib, tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz. Konstruksiyaga x_A , y_A , M , P , Q va x_B kuchlar ta‘sir qiladi (10.2–rasm, b)). Chizmadan foydalanib, muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Bira to‘la 2 ta noma‘lum reaksiya kuchini yo‘qotib yuborish uchun, A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini ham tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad x_A + P \cdot \cos 45^\circ + x_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0: \quad y_A - P \cdot \sin 45^\circ - Q = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A(F_i) = 0 \quad -P \cdot h + M + 2 \cdot x_B - 4,5 \cdot Q = 0 \quad (3)$$

bu yerda P kuchning yelkasi: $h = 1 \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 – tenglamadan:

$$x_B = \frac{P \cdot h - M + 4,5 \cdot Q}{2} = \frac{30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 12 + 6 \cdot 4,5}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ kN}$$

2 – tenglamadan:

$$y_A = P \cdot \sin 45^\circ + Q = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 6 = 27 \text{ kN}$$

1 – tenglamadan:

$$x_A = -P \cdot \cos 45^\circ - x_B = -30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 18 = -39 \text{ kN}$$

Ya'ni, **a) sxema uchun** $x_B = 18 \text{ kN}$, $y_A = 27 \text{ kN}$, $x_A = -39 \text{ kN}$ ekan.

Bu yerda x_A ning oldidagi manfiy ishora, A tayanch reaksiyasining x o'q'dagi tashkil etuvchisi teskari tomonga yo'nalganligini bildiradi. x_A ning oldingi yo'nalishiga ikki chiziq tortib qo'yamizda, yo'nalishini sxemada to'g'rilab qo'yamiz (10.2–rasm, *o*)).

5. **Tekshirish:**

Hisoblab topilgan noma'lumlarning to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshirish uchun, oldin foydalanilmagan muvozanat tenglamasini tuzamiz, ya'ni konstruksiyaga ta'sir qilayotgan barcha kuchlardan B nuqtaga nisbatan moment olamiz. P kuchning ta'sir chizig'i B nuqtadan o'tadi, shuning uchun uning momenti nolga teng.

$$\begin{aligned}\sum M_B(F_i) &= -y_A \cdot 3 - x_A \cdot 2 + M - 1,5 \cdot Q = 0 \\ &= -27 \cdot 3 + 39 \cdot 2 + 12 - 9 = 0 \\ &= -81 + 78 + 3 = 0 \\ &= 0 : \end{aligned}$$

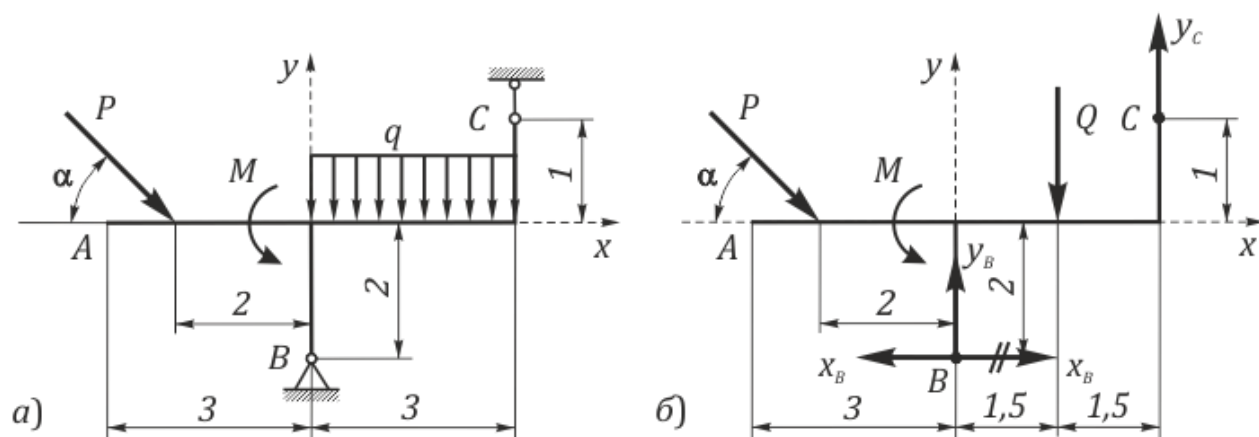
Muvozanat sharti bajarildi, demak, *a)* sxemadagi reaksiya kuchlari to'g'ri topilibdi.

***o*) sxema uchun:**

Endi hisoblash ishlarini (10.1–rasm, *o*)) sxema uchun bajaramiz. Masala shartiga ko'ra barcha o'lchamlar va ta'sir qiluvchi kuchlar uchala holda ham bir

xil. Shuning uchun bu sxema uchun ham o'lichamlarni va ta'sir qiluvchi kuchlarni o'rniga qo'yamiz. Natijada 10.3–rasm, a) paydo bo'ladi. 1), 2) va 3) qoidalarni bira to'la bajaramiz.

Konstruksiyaga x_B, y_B, M, P, Q va y_C kuchlar ta'sir qilayapti. Ushbu kuchlar ta'sirida konstruksiya muvozanatda turibdi, deb hisoblab, muvozanat tenglamalarini tuzamiz (10.3–rasm, b)):



10.3–rasm.

Momentlar tenglamasini B nuqtaga nisbatan tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad P \cdot \cos 45^\circ + x_B = 0 \quad (4)$$

$$\sum y = 0: \quad -P \cdot \sin 45^\circ + y_B - Q + y_C = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_B(F_i) = 0 \quad M - Q \cdot 1,5 + 3 \cdot y_C = 0 \quad (6)$$

6 – tenglamadan:

$$y_C = \frac{Q \cdot 1,5 - M}{3} = \frac{9 - 12}{3} = -1 \text{ kN}$$

5 – tenglamadan:

$$y_B = P \cdot \sin 45^\circ + Q - y_C = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 6 + 1 = 28 \text{ kN}$$

4 – tenglamadan:

$$x_B = P \cdot \cos 45^\circ = -30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -21 \text{ kN}$$

Ya'ni, **o) sxema uchun:** $x_B = -21 \text{ kN}$, $y_B = 28 \text{ kN}$, $y_C = -1 \text{ kN}$.

x_B ning yo'nalishini sxemada to'g'rilab qo'yamiz.

Tekshirish.

Endi ushbu sxemada foydalanilmagan A nuqtaning momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_A(F_i) = 0; \quad -P \cdot h + y_B \cdot 3 + x_B \cdot 2 - 4,5 \cdot Q + 6 \cdot y_C + M = 0$$

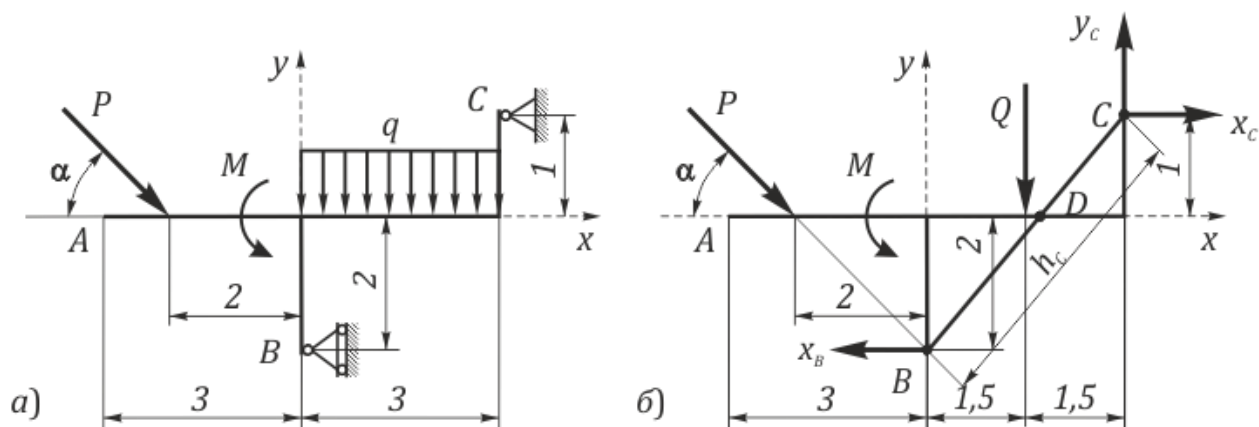
a) sxema uchun topilgan P kuchning yelkasi $h = \sqrt{2}/2$ dan foydalanamiz:

$$\begin{aligned} -P \cdot h + y_B \cdot 3 + x_B \cdot 2 - 4,5 \cdot Q + 6 \cdot y_C + M &= 0 \\ -30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 28 \cdot 3 - 21 \cdot 2 - 4,5 \cdot 6 + 6 \cdot (-1) + 12 &= 0 \\ -21 + 84 - 42 - 27 - 6 + 12 &= 0 \\ 96 - 96 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Muvozanat sharti bajarildi, demak, (10.3–rasm, δ) sxemadagi tayanch reaksiya kuchlari to‘g‘ri topilibdi.

ϵ) sxema uchun:

Masala shartida berilgan qiymatlar ushbu 10.1–rasm, ϵ) sxema uchun ham o‘rinlidir. Kuchlarni joyiga qo‘yamiz (10.4–rasm, a)):



10.4–rasm.

4. Konstruksiyaga ta’sir qilayotgan x_C , y_C , M , P , Q va x_B kuchlar tekislikdagi kuchlar sistemasini tashkil etadi. 10.4–rasm, δ) dan foydalanib, ularning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad P \cdot \cos 45^\circ - x_B + x_C = 0 \quad (7)$$

$$\sum y = 0: \quad -P \cdot \sin 45^\circ - Q + y_C = 0 \quad (8)$$

$$\sum M_C(F_i) = 0 \quad P \cdot h_C - 3 \cdot x_B + Q \cdot 1,5 + M = 0 \quad (9)$$

P kuchning C nuqtaga nisbatan yelkasi quyidagicha topiladi:

$$h_C = B\bar{D} + \bar{D}C; \quad B\bar{D} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \bar{D}C = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

demak,
$$h_C = 2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

9 – tenglamadan:
$$x_B = \frac{P \cdot h_C + 1,5 \cdot Q + M}{3}$$

$$x_B = \frac{30 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 1,5 \cdot 6 + 12}{3} = \frac{148}{3} = 49 \text{ kN}$$

8 – tenglamadan:
$$y_C = P \cdot \sin 45^\circ + Q$$

$$y_C = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 6 = 27 \text{ kN}$$

7 – tenglamadan:
$$x_C = x_B - P \cdot \cos 45^\circ$$

$$x_C = 49 - 21 = 28 \text{ kN}$$

Ya'ni 10.1–rasm, ϑ) sxema uchun: $x_B = 49 \text{ kN}$, $y_C = 27 \text{ kN}$, $x_C = 28 \text{ kN}$.

Tekshirish

Endi ϑ) sxemada foydalanilmagan B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan moment olamiz:

$$\begin{aligned} \sum M_B(F_i) &= 0; \quad -Q \cdot 1,5 - x_C \cdot 3 + y_C \cdot 3 + M = 0 \\ &-9 - 84 + 81 + 12 = 0 \\ &-93 + 93 = 0 \end{aligned}$$

Demak, ϑ) sxemadagi konstruksiyaning tayanch reaksiya kuchlari to'g'ri hisoblab topilibdi.

6. Endi bu topilgan a), $\bar{o}$) va ϑ) sxemalardagi konstruksiyalarning tayanch reaksiya kuchlarini quyidagi jadvalga joylashtiramiz:

3-jadval

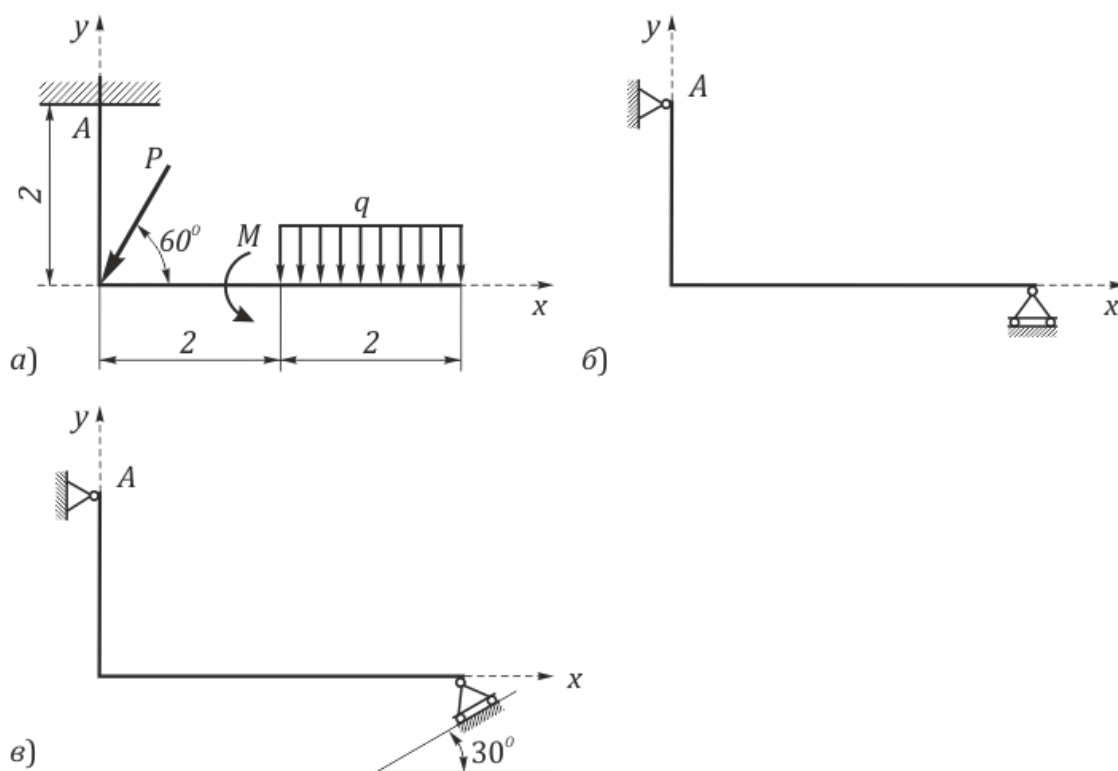
Sxemalar \ Reaksiyalar	x_A	y_A	x_B	y_B	x_C	y_C
	kN	kN	kN	kN	kN	kN
a) sxema uchun	-39	27	18	-	-	-
$\bar{o}$) sxema uchun	-	-	-21	28	-	-1
ϑ) sxema uchun	-	-	49	-	28	27

Ushbu jadvalda tekshirilishi lozim bo'lgan x_B ning qiymatlarini solishtirib ko'ramizki, konstruksiya a) sxemadagidek tayanchga ega bo'lganda, x_B tayanch reaksiyasi moduli bo'yicha eng kichik qiymatga ega bo'lar ekan.

Ushbu S_I hisob grafik ishini bajarishni talaba mukammal o'zlashtirishi uchun yana bitta masalaning yechilish usuli bilan tanishib chiqamiz.

73–masala. Ushbu masala sharti oldingisi bilan bir xil. Faqat berilganlar va chizmalar turli xil (10.5–rasm, a, b, e).

Berilgan: $P = 10 \text{ kN}$, $M = 6 \text{ kN m}$, $q = 2 \text{ kN/m}$. $y_A = ?$



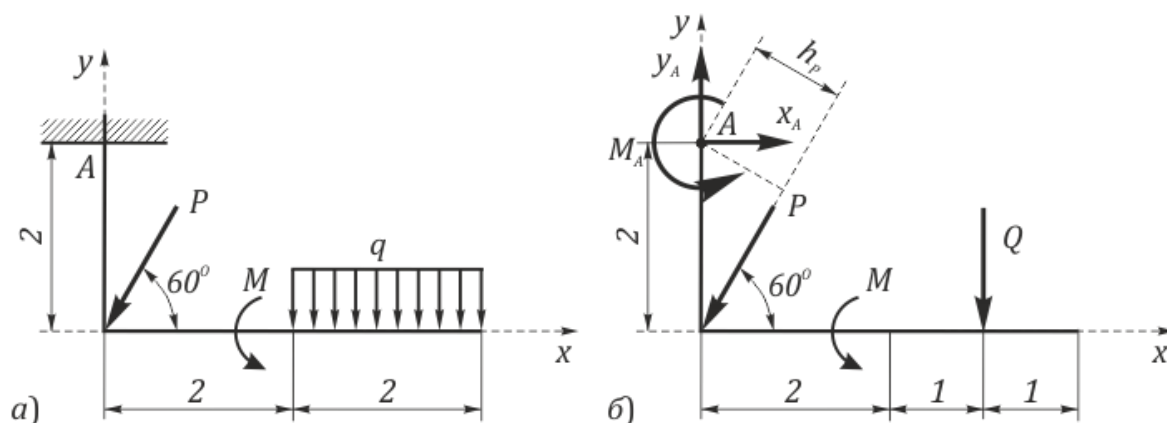
10.5–rasm.

Yechish: Har bir sxema uchun alohida-alohida hisoblash ishlarini olib boramiz va so'ralgan reaksiya kuchlarini topamiz.

a) sxema uchun

Koordinata o'qlarini o'tkazamiz (10.6–rasm, a)). Konstruksiyani tayanchlardan ozod qilamiz. A qistirib mahkamlangan tayanch bo'lgani uchun, unga 3 ta reaksiya kuchlarini qo'yamiz. Intensivligi $q = 2 \text{ kN/m}$ bo'lgan teng taqsimlangan kuchni berilgan sxema o'lchamlariga asosan, teng ta'sir etuvchisiga almashtiramiz $Q = q \ell = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kN}$ (10.6–rasm, b)).

Demak, konstruksiyaga 6 ta kuch ta'sir etayapti. M_A , x_A , y_A , M , P va Q . Bu kuchlar ta'sirida sistema muvozanatda turibdi deb hisoblab, uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun kuchlarni mos o'qlarga proyeksiyalaymiz va momentlar tenglamasini tuzamiz. Chizmaga asosan, A nuqtada hosil bo'ladigan 2 ta noma'lum reaksiya kuchini yo'q qilib yuborish uchun momentlar tenglamasini shu nuqtaga nisbatan tuzamiz. P kuchning A nuqtaga nisbatan yelkasi h_p ni hisoblash uchun A nuqtadan P kuchning ta'sir chizig'iga perpendikulyar tushiramiz (10.6–rasm, δ)).



10.6–rasm.

Chizmaga asosan, $h_p = 2 \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot 0,5 = 1$.

$$\sum x = 0: \quad x_A - P \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0: \quad y_A - P \cdot \sin 60^\circ - Q = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A(F_i) = 0 \quad M_A - P \cdot h_p + M - 3 \cdot Q = 0 \quad (3)$$

Masala shartida berilgan qiymatlarni o'rniga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

1 – tenglamadan:

$$x_A = P \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ kN}$$

2 – tenglamadan:

$$y_A = P \cdot \sin 60^\circ + Q = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 = 12,66 \text{ kN}$$

3 – tenglamadan:

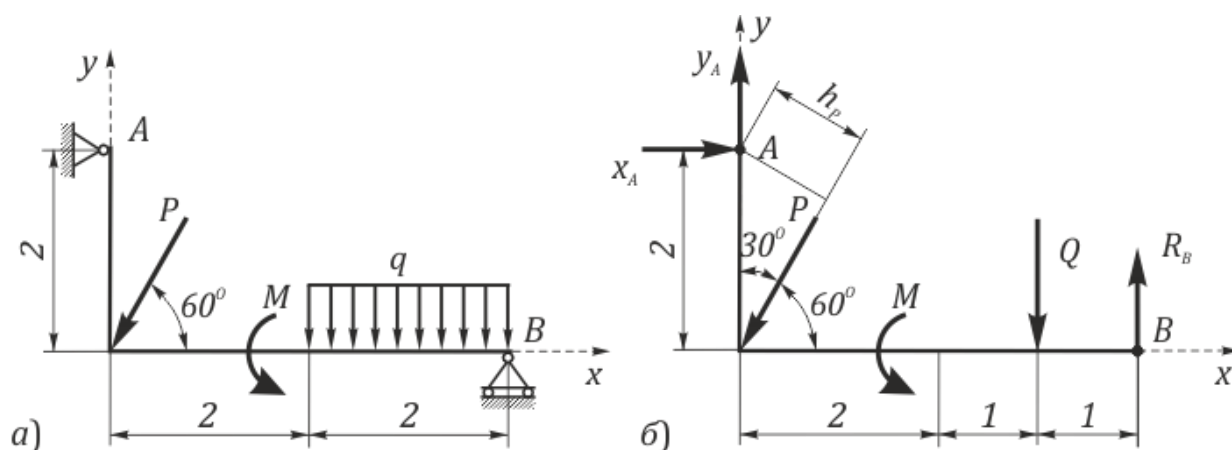
$$M_A = -M + P \cdot h_p + 3 \cdot Q = -6 + 10 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 16 \text{ kN} \cdot m$$

Demak, a) sxema uchun $x_A = 5 \text{ kN}$, $y_A = 12,66 \text{ kN}$ va $M_A = 16 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ga teng bo'lar ekan.

o) sxema uchun

Endi xuddi shu qiymatlarni o) sxema uchun hisoblab ko'ramiz. Masala shartiga asosan, o'lchamlar va qo'yilgan kuchlar uchala holda ham bir xil, shu sababli ularni joyiga qo'yib chizmasini chizib olamiz (10.7–rasm, a)).

Koordinatalar sistemasini mos ravishda o'tkazamiz. Konstruksiyaning A nuqtasiga sharnirli qo'zg'almas tayanch o'rnatilgani uchun, uning o'rniga noma'lum reaksiya kuchining o'qlar bo'yicha tashkil etuvchilari bo'lgan 2 ta x_A va y_A reaksiya kuchlarini qo'yamiz. Sistemaning B nuqtasiga esa qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch o'rnatilgani uchun, uning tayanch reaksiya kuchi R_B , shu tayanch harakatlanishi mumkin bo'lgan gorizont tekislikka perpendikulyar ravishda tik yuqoriga qarab yo'naladi. Xuddi oldingi sxemadagidek, sistemaga tekislikda ixtiyoriy yo'nalgan 6 ta kuchlar sistemasi ta'sir qilayapti – x_A , y_A , M , P , Q va R_B (10.7–rasm, o)). Bu kuchlar ta'siridagi sistema muvozanatda bo'lgani uchun, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartini tadbiiq qilamiz. Ya'ni, olingan kuchlarni mos o'qlarga proyeksiyalaymiz va yana A nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan moment hisoblaymiz.



10.7–rasm.

$$\sum x = 0: \quad x_A - P \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\sum y = 0: \quad y_A - P \cdot \sin 60^\circ - Q + R_B = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_A(F_i) = 0 \quad - P \cdot h_p + M - Q \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0 \quad (6)$$

Berilgan qiymatlarni o'rniga qo'yib noma'lumlarni hisoblaymiz:

4 – tenglamadan:

$$x_A = P \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ kN}$$

6 – tenglamadan:

$$R_B = \frac{P \cdot h_p - M + Q \cdot 3}{4} = \frac{10 \cdot 1 - 6 + 4 \cdot 3}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ kN}$$

5 – tenglamadan:

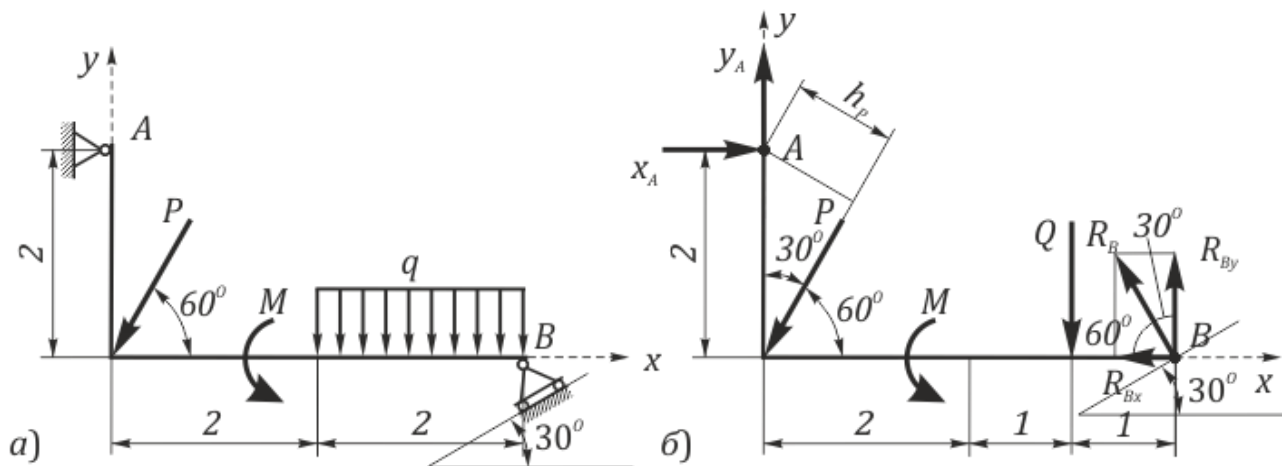
$$y_A = P \cdot \sin 60^\circ + Q - R_B = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 - 4 = 8,66 \text{ kN}$$

Demak, δ) sxema uchun $x_A = 5 \text{ kN}$, $y_A = 8,66 \text{ kN}$ va $R_B = 4 \text{ kN}$ ga teng ekan.

ϵ) sxema uchun

Endi yuqoridagi hisoblashlarni ϵ) sxema uchun ham bajaramiz. O'lchamlar va qo'yilgan kuchlar masala shartiga binoan ϵ) sxema uchun ham o'rinlidir. Masalani yechish uchun berilganlarni o'rniga qo'yib, chizmasini chizib olamiz (10.8–rasm, a)).

Bu holatda ham x va y o'qlarini balkalar bo'ylab yotqizib yuboramiz. A nuqtadagi tayanchning reaksiya kuchini xuddi δ) sxemadagidek o'rnatamiz.



10.8–rasm.

Sistemaning B nuqtasiga esa qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchning asosi gorizont bilan 30° burchak ostida o'rnatilgan. Uning tayanch reaksiya kuchi R_B ni shu tayanch harakatlanishi mumkin bo'lgan tekislikka perpendikulyar ravishda tik yuqoriga yo'naltirish kerak. Bunday holda R_B reaksiya kuchi chizmaga asosan,

x o'qining manfiy yo'nalishi bilan 60^0 li burchak hosil qiladi. Chizilgan chizmaga asosan, sistemaga tekislikda ixtiyoriy yo'nalgan 6 ta kuchlar sistemasi ta'sir qilayapti – x_A , y_A , M , P , Q va R_B (10.8–rasm, δ). Bu kuchlar ta'siridagi sistema muvozanatda bo'lgani uchun, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat sharti tenglamalarini tuzamiz. Momentlar tenglamasini tuzishda R_B kuchning yelkasini hisoblash bir muncha qiyinchilik tug'diradi, shu sababli bu kuchni tashkil etuvchi R_{Bx} va R_{By} larga ajratib yuboramiz.

$$R_{Bx} = R_B \cdot \cos 60^0,$$

$$R_{By} = R_B \cdot \sin 60^0.$$

A nuqtaga nisbatan moment hisoblaganda chizmaga asosan, $h_{Bx} = 2$, $h_{By} = 4$, $h_P = 2 \cdot \sin 30^0 = 1$ bo'ladi.

Tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad x_A - P \cdot \cos 60^0 - R_B \cdot \cos 60^0 = 0 \quad (7)$$

$$\sum y = 0: \quad y_A - P \cdot \sin 60^0 - Q + R_B \cdot \sin 60^0 = 0 \quad (8)$$

$$\sum M_A(F_i) = 0 \quad - P \cdot 1 + M - Q \cdot 3 - R_B \cdot h_{Bx} \cdot \cos 60^0 + R_B \cdot h_{By} \cdot \sin 60^0 = 0 \quad (9)$$

Masala shartida berilgan va hisoblab topilgan qiymatlarni formuladagi o'rniga qo'yib, 9 – tenglamadan R_B ni hisoblab olamiz:

$$R_B = \frac{P \cdot 1 - M + Q \cdot 3}{\sin 60^0 \cdot 4 - \cos 60^0 \cdot 2} = \frac{10 \cdot 1 - 6 + 4 \cdot 3}{0,866 \cdot 4 - 0,5 \cdot 2} = 6,493 \text{ kN}$$

Bu qiymatni 7 – va 8 – tenglamalarga qo'yib, qolgan noma'lumlarni topamiz:

7 – tenglamadan x_A ni hisoblab olamiz:

$$x_A = P \cdot \cos 60^0 + R_B \cdot \cos 60^0 = 10 \cdot \frac{1}{2} + 6,493 \cdot \frac{1}{2} = 8,246 \text{ kN}$$

8 – tenglamadan y_A ni hisoblab olamiz:

$$y_A = P \cdot \sin 60^0 + Q - R_B \cdot \sin 60^0 = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 - 6,493 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,037 \text{ kN}$$

Endi $a)$, $\delta)$ va $\epsilon)$ sxemalar uchun hisoblab topilgan noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini masala shartiga asosan, taqqoslash maqsadida, quyidagi jadvalga joylashtiramiz:

Reaksiya kuchlari Sxemalar	M_A	x_A	y_A	R_B
a)	16	5	12,66	–
b)	–	5	8,66	4
c)	–	8,246	7,037	6,493

Bu jadvaldan quyidagi xulosaga kelamiz: Masala shartiga asosan, ushbu jadvaldagi hisoblab topilgan y_A tayanch reaksiyasi qiymatlarini solishtirib ko‘ramizki, konstruksiya c) sxemadagidek tayanchlarga ega bo‘lgandagina y_A ning tayanch reaksiyasi modul bo‘yicha eng kichik qiymatga ega bo‘lar ekan.

11–§. Qo‘shma konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlash (ikki jismli sistema).

Statikada bir tekislikda yotuvchi, bir-biri bilan bog‘langan va bir necha jism (kamida ikkita jism)dan tashkil topgan sistemaning muvozanati ham o‘rganiladi. Bunda sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarni ikki guruhga: *ichki va tashqi kuchlarga ajratamiz*. Sistema tarkibiga kiruvchi jismlarning bir-biriga o‘zaro ta’sir kuchlariga **ichki kuchlar** deyiladi. Sistema tarkibiga kirmaydigan jismlarning berilgan sistemaga ta’sir kuchlariga **tashqi kuchlar** deyiladi.

Agar sistema muvozanatda bo‘lsa, uning tarkibidagi har bir jism muvozanatda bo‘ladi. Sistemaning muvozanatini tekshirish uchun sistemani tashkil etuvchi har bir jismning muvozanati alohida tekshiriladi. Muvozanati o‘rganilayotgan sistemada ajratib olingan biror jismning muvozanati tekshirilayotganda, bu jismga sistemani tashkil etuvchi boshqa jismlarning ta’siri qo‘shimcha kuchlar bilan almashtiriladi. Bu kuchlar sistema uchun ichki kuchlar bo‘ladi, ammo ajratib olingan jism uchun tashqi kuch bo‘lib hisoblanadi. Ushbu hisob loyiha ishini bajarishda ham tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalaridan foydalaniladi. Avvalom bor, berilgan topshiriqni statik aniq yoki statik 3noaniqligi tekshiriladi. Berilgan masalada

noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari soniga teng bo'lsa, bunday masalaga **statik aniq masala**, aksincha noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, **statik noaniq masala** deyiladi.

«Nazariy mexanika»da asosan statik aniq masalalar o'rganiladi. Lekin, ushbu topshiriqning barcha variantlarida noma'lumlar soni butun sistemada 4 tadan iborat. Binobarin, muvozanat tenglamalari soni 3 ta. Shuning uchun ikkita jismdan iborat bo'lgan sistemani kesish usulidan foydalanib, ulangan nuqtadan ikkiga bo'linadi va yechish uchun muvozanat tenglamalari tuziladi. Bunda hammasi bo'lib 6 ta tenglama hosil bo'ladi. Shu 6 ta tenglamani boshqacha yo'l bilan ham, ya'ni oldin butun sistemani bitta yaxlit qattiq jism deb qarab, 3 ta tenglama tuzish va shundan keyin sistemaning jismlaridan biriga 3 ta tenglama yozib, 6 ta tenglamaga keltirish yo'li bilan ham yechish mumkin. Ko'pincha birinchi usuldan ko'ra ikkinchisidan foydalanish afzalroq bo'ladi, chunki butun sistemaga tuzilgan tenglamalarga noma'lum ichki kuchlar kirmay, faqat tashqi kuchlar kiradi, bunday tenglamalarni yechish esa osonroq bo'ladi.

Ushbu “Qo'shma konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlash (*ikki jismli sistema*)” mavzusi bo'yicha talabalar S-3 deb nomlanadigan topshiriqni bajarish talab etiladi. Topshiriq 2 qismga bo'lib bajariladi.

I-qism. Qo'shma konstruksiya tayanchlarini (C nuqtada) sharnir bilan ulangan hol uchun aniqlash.

II-qism. Qo'shma konstruksiya tayanch reaksiya kuchlarini (C nuqtada) uning qismlari sirpanuvchi qotirma bilan ulangan hol uchun aniqlash.

Topshiriqni bajarish tartibi.

1. Fikran Dekart koordinatalar sistemasi quriladi. Bunda koordinata o'qlarini shunday tanlash lozimki, iloji boricha kuchlarni proyeksiyalash oson bo'lsin.

2. Bog'lanishlarning konstruksiyaga bo'lgan ta'sirini ularning reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi.

3. Konstuksiyada teng taqsimlangan kuchlar bo'lsa, ularni bitta teng ta'sir etuvchisi bilan almashtiriladi.

4. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari tuziladi va noma'lumlar hisoblanadi.

5. Endi qo'shma konstuksiyani ulangan C nuqtada fikran ikkiga bo'lamiz va C sharnirdan o'ngda (chapda) joylashgan qismi uchun muvozanat tenglamalari tuziladi va noma'lumlar hisoblanadi.

6. 1-qism, ya'ni sharnirli ulanish uchun so'ralgan tayanch reaksiya kuchlari topiladi.

7. Endi C nuqtadagi sharnirli ulanishni masala shartida berilganidek jadvaldan foydalanib sirpanuvchi qotirma bilan almashtiramiz va shu hol uchun yuqoridagi 1, 2, 3, 4, 5 qoidalar qaytadan bajariladi, hamda so'ralgan tayanch reaksiya kuchlari topiladi.

8. Har bir hol uchun olingan natijalar taqqoslanadi va so'ralgan eng kichik modulli reaksiya kuchi uchun qolgan reaksiya kuchlari (C nuqtaning bog'lovchi reaksiyalari ham) hisoblanadi. Buning uchun qo'shma konstruksiyaning C nuqtadan chapda (o'ngda) joylashgan qismi uchun muvozanat tenglamalari tuziladi va noma'lumlar hisoblanadi.

9. Qo'shma konstruksiya uchun topilgan tayanch reaksiyalarining to'g'ri yoki noto'g'ri topilganini tekshirish uchun, avval foydalanilmagan muvozanat tenglamasi tuziladi va topilgan reaksiya kuchlarining qiymatlari shu tenglamaga qo'yiladi. Agar muvozanat sharti bajarilsa, ya'ni $0 = 0$ bo'lsa, hisoblash ishlari to'g'ri bajarilganligi aytiladi, aks holda topshiriq qaytadan bajariladi.

10. Topilgan natijalar jadvalga joylashtiriladi.

Yuqoridagi qoidalarga amal qilib, mavzuni yoritish maqsadida quyidagi masalaning yechish usuli bilan tanishtiramiz.

74-masala. Konstruksiya ikki qismdan iborat va uning sxemasi 1-hol uchun, ya'ni, sharnirli ulanish uchun 11.1-rasmda tasvirlangan.

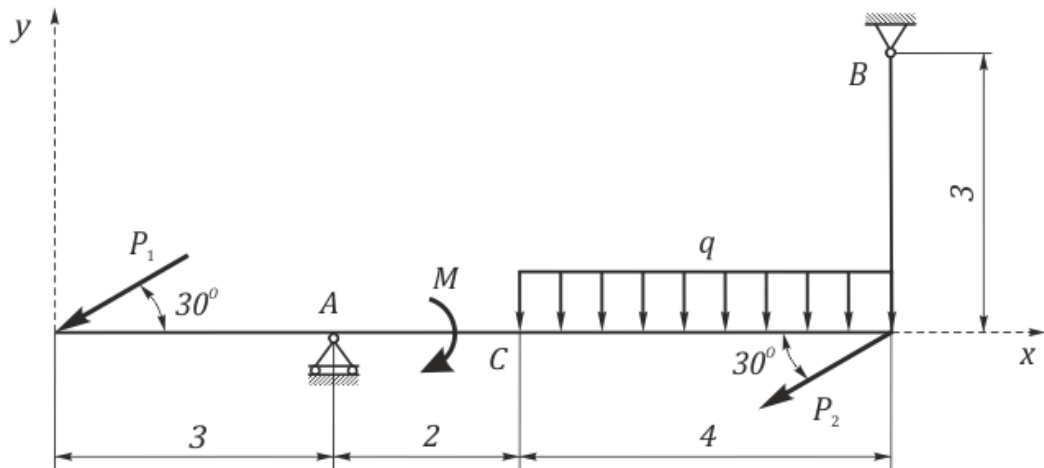
Berilgan: $P_1 = 10 \text{ kN}$, $P_2 = 16 \text{ kN}$, $M = 12 \text{ kN}$, $q = 1,5 \text{ kN/m}$

II-hol: C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirmadan iborat.



Tayanchlarning hamda C ulagichning reaksiyalari ulanishning shunday usuli (sharnir yoki sirpanuvchi qotirma) uchun aniqlansinki, bunda A tayanch reaksiyasi R_A ning moduli eng kichik bo'lsin.

Yechish: Masala shartida so'ralgan reaksiya kuchini har ikkala qism uchun hisoblab topamiz:



11.1–rasm.

I – QISM.

A tayanchning reaksiyalarini C nuqtadagi ulanish sharnirli bo'lgan hol uchun aniqlash.

Masalani yuqorida bayon qilingan qoidalar asosida bajaramiz:

1. Dekart koordinatalar sistemasini balkalar bo'ylab o'tkazamiz.
2. Berilgan konstruksiyani A va B tayanchlardan ozod qilamiz va tayanchlarning konstruksiyaga bo'lgan ta'sirini uning reaksiya kuchlari x_A, y_A, x_B, y_B lar bilan almashtiramiz. (11.2–rasm).

3. Teng taqsimlangan kuchni uning teng ta'sir etuvchisi bilan almashtiramiz:

$$Q = \ell \cdot q = 4 \cdot 1,5 = 6 \text{ kN}$$

Endi P_1 va P_2 tashqi kuchlarning momentini hisoblashni yengillashtirish maqsadida uni vertikal va gorizontal tashkil etuvchilarga ajratamiz va kelgusida foydalanish oson bo'lishi uchun uning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarining qiymatlarini hisoblab qo'yamiz.

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,5 \text{ kN}$$

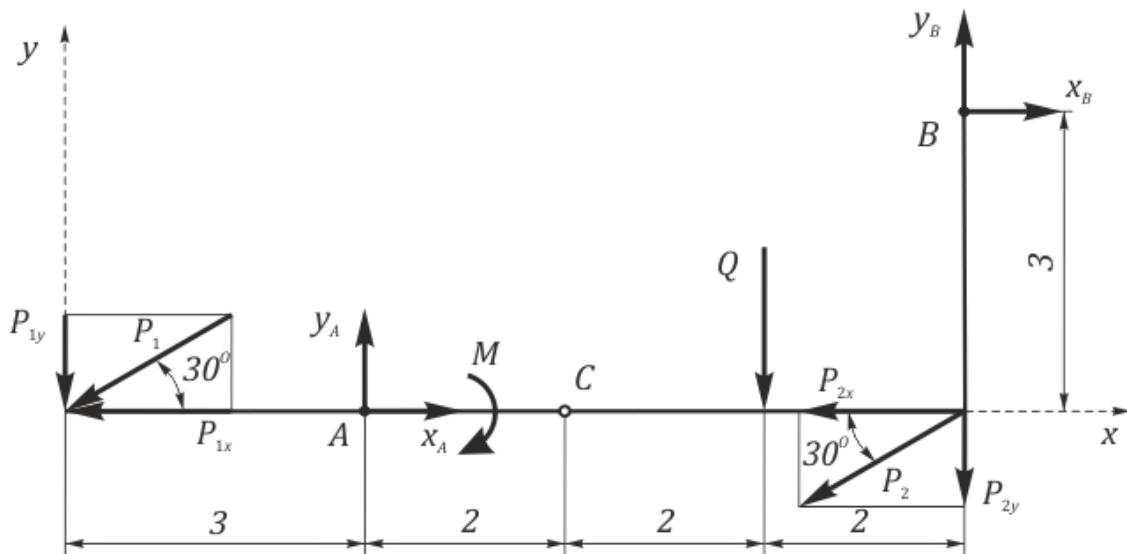
$$P_{1y} = P_1 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ kN}$$

$$P_{2x} = P_2 \cdot \cos 30^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 13,6 \text{ kN}$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \sin 30^\circ = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8 \text{ kN}$$

4. Ushbu konstruksiya muvozanat holatida turibdi deb qaraladi va butun konstruksiyaga qo'yilgan muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tekshirib chiqamiz. Bu holatda konstruksiyaga P_{1x} , P_{1y} , x_A , y_A , M , Q , P_{2x} , P_{2y} , x_B va y_B kuchlar ta'sir qilayapti. Konstruksiyaga qo'yilgan barcha kuchlardan B nuqtaga nisbatan moment olamiz va kuchlar momenti tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_B(F_i) = 0 \quad P_{1y} \cdot 9 - P_{1x} \cdot 3 - y_A \cdot 6 + x_A \cdot 3 - M + Q \cdot 2 - P_{2x} \cdot 3 = 0 \quad (1)$$



11.2-rasm.

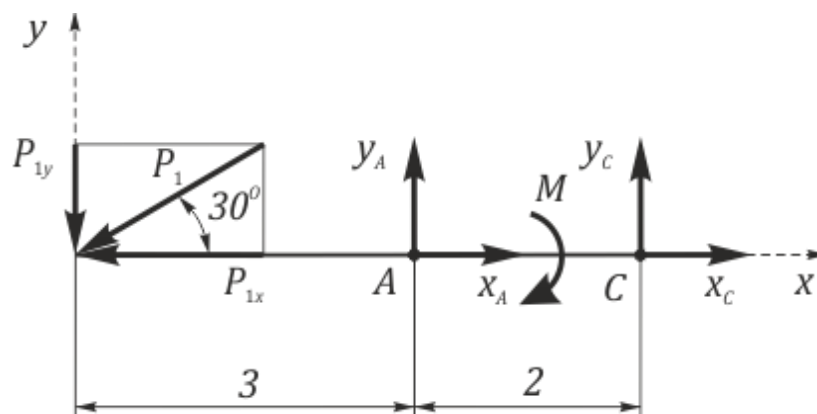
Berilgan va topilgan qiymatlarni (1) ga qo'yamiz va quyidagiga ega bo'lamiz:

$$3 \cdot x_A - 6 \cdot y_A = 21,3 \quad (2)$$

Ushbu ikki noma'lumli bitta tenglamadir. Bunday tenglamalar matematikada sistema qilib yechiladi va sistema uchun yana bitta tenglama talab qilinadi.

5. (2)-tenglamaning sherigini topish uchun konstruksiyani C nuqtada fikran ikkiga bo'lamiz va muvozanatni saqlash uchun lozim bo'lgan reaksiya

kuchlarini qo'yamiz. Topilishi lozim bo'lgan R_A reaksiya kuchi chap tomonda joylashgani uchun, konstruksiyaning C sharnirdan chapdagi qismini olamiz va quyidagiga ega bo'lamiz:



11.3–rasm.

Konstruksiyaning C sharnirdan chapda joylashgan qismiga qo'yilgan muvozanatlashgan kuchlar sistemasini ko'rib chiqamiz. x_A va y_A noma'lumlar qatnashgan ikkinchi tenglamaga ega bo'lish uchun 11.3–chizmadagi konstruksiyaga qo'yilgan barcha kuchlardan C nuqtaga nisbatan moment olamiz:

$$\begin{aligned}\sum M_C(F_i) &= 0 & P_{1y} \cdot 5 - y_A \cdot 2 - M &= 0 \\ & & 2 \cdot y_A &= 5 \cdot P_{1y} - M \\ y_A &= \frac{5 \cdot P_{1y} - M}{2} = \frac{5 \cdot 5 - 12}{2} = 6,5 \text{ kN}\end{aligned}$$

Bu qiymatni (2)–ga qo'yib x_A ni topamiz:

$$3 \cdot x_A - 6 \cdot y_A = 21,3 \Rightarrow x_A = \frac{6 \cdot 6,5 + 21,3}{3} = 20,1 \text{ kN}$$

6. Demak, so'ralgan A tayanch reaksiya kuchi quyidagiga teng bo'lar ekan:

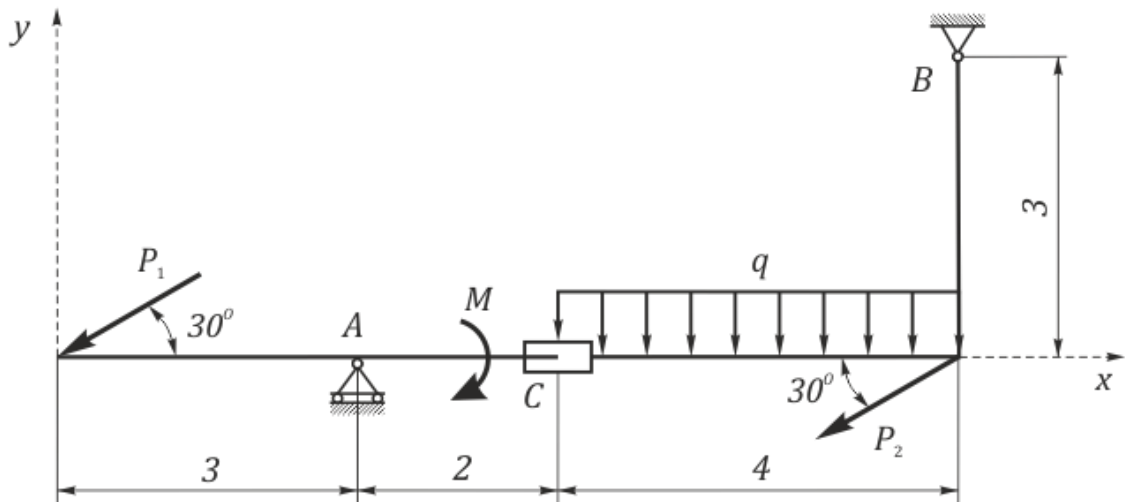
$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{(20,1)^2 + (6,5)^2} = 21,12 \text{ kN}$$

Demak, C nuqtadagi ulanish sharnirli bo'lganda, A tayanch reaksiya kuchining moduli $R_A = 21,12 \text{ kN}$ ekan.

II – QISM.

A nuqtaning tayanch reaksiya kuchini C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirma bo‘lgan hol uchun aniqlash.

Endi C nuqtadagi sharnirni masala shartida berilgan gorizontal sirpanuvchi qotirma bilan almashtiramiz (11.4–rasm). Masala shartiga asosan, boshqa hech narsa o‘zgarmaydi.



11.4–rasm.

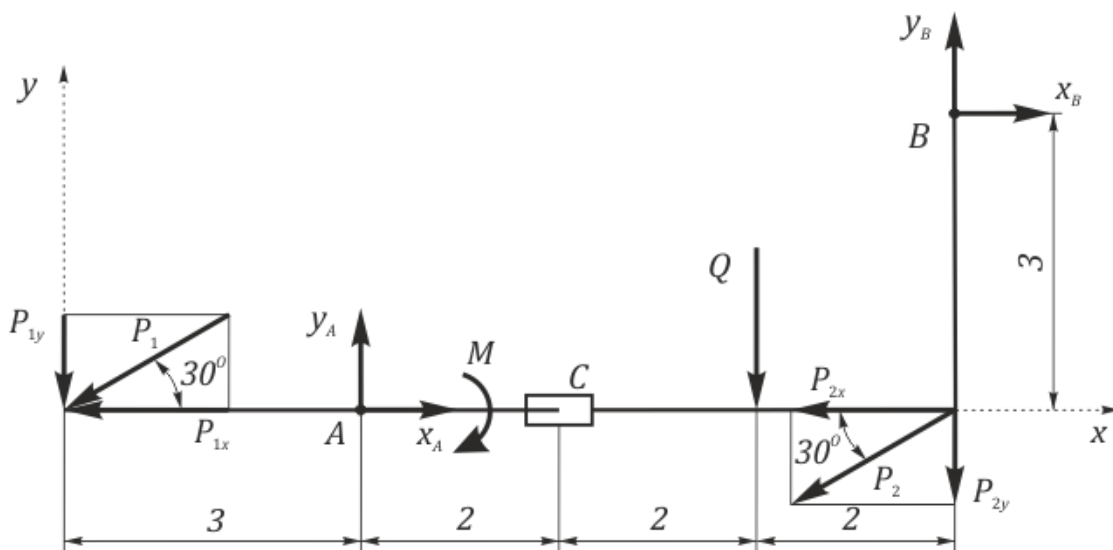
Yana statikannig 6-aksiomasidan foydalanib konstruksiyani bog‘lanishlardan ozod qilamiz, ya’ni erkin sitema quramiz:

11.5–rasmdagi konstruksiyaga qo‘yilgan kuchlar sistemasi bilan 11.2–rasmdagi kuchlar sistemasi bir-biridan aslo farq qilmaydi. Shuning uchun 2-tenglama o‘z kuchida qoladi, ya’ni

$$3 \cdot x_A - 6 \cdot y_A = 21,3 \quad (2)$$

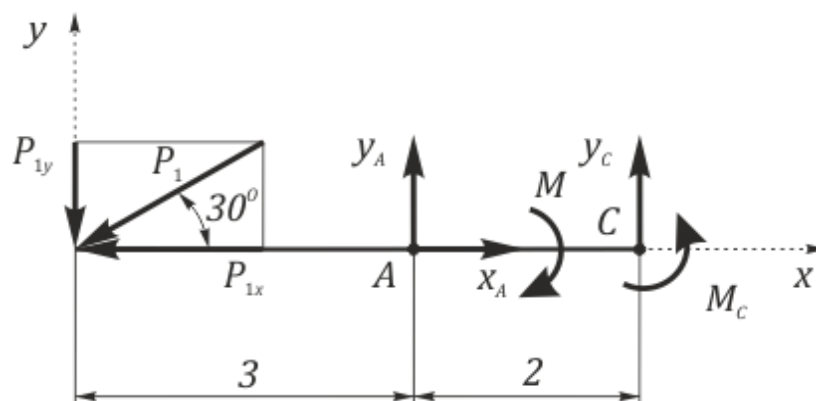
Bunday 2 noma’lumli tenglamalar, yuqorida eslatganimizdek, odatda sistema qilib yechiladi. Sistemaning ikkinchi tenglamasiga ega bo‘lish uchun konstruksiyani C nuqtada yana ikkiga bo‘lamiz va muvozanatini saqlash uchun lozim bo‘lgan reaksiya kuchlarini o‘rniga qo‘yamiz. Izlanayotgan noma’lumlar qirqilgan nuqtadan chap tomonda joylashgani uchun, yana konstruksiyaning chap tomonini tanlaymiz va amallarni konstruksiyaning shu tomoni uchun bajaramiz.

7. Endi ushbu konstruksiyaning, ya’ni C sirpanuvchi qotirmadan chapda joylashgan qismiga qo‘yilgan muvozanatdagi kuchlar sistemasini ko‘rib chiqamiz.



11.5–rasm.

II–qismdagi 2-tenglamani shartini topish uchun, muvozanat tenglamalaridan keraklisini tuzamiz. Biz uchun eng ma'quli $\sum x = 0$; dir:



11.6–rasm.

ya'ni 11.6–chizmadagi barcha kuchlarni x o'qiga proyeksiyalaymiz:

$$-P_{1x} + x_A = 0 \Rightarrow x_A = P_{1x} = 8,5 \text{ kN}$$

Ushbu topilgan qiymatni (2) ga qo'yamiz va y_A ni topamiz:

$$6 \cdot y_A = 3 \cdot x_A - 21,3$$

$$y_A = \frac{3 \cdot y_A - 21,3}{6} = \frac{3 \cdot 8,5 - 21,3}{6} = 0,7 \text{ kN}$$

x_A va y_A ni o'rniga qo'yib, 2-hol uchun, A nuqtaning tayanch reaksiya kuchini topamiz:

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{(8,5)^2 + (0,7)^2} = \sqrt{72,74} = 8,53 \text{ kN}$$

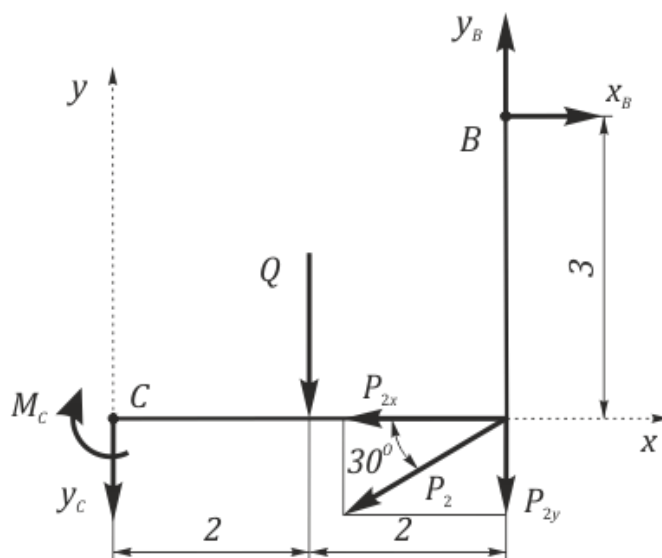
Demak, C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirma bo'lganda A nuqtaning tayanch reaksiyasi $R_A = 8,53 \text{ kN}$ ekan.

8. Shunday qilib, C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qistirib mahkamlangan bog‘lanish bo‘lganda, A tayanch reaksiyasining moduli sharnirli ulanishdagiga qaraganda kam ekan. Demak, qolgan reaksiya kuchlarini II–qism uchun hisoblaymiz, ya’ni B tayanchning va sirpanuvchi qotirma reaksiyalarining tashkil etuvchilarini topamiz:

Avvalom bor y_C ni topish uchun 11.6–chizmadagi barcha kuchlarni y o‘qiga proyeksiyalaymiz:

$$\begin{aligned}\sum y = 0; \quad -P_{1y} + y_A + y_C &= 0 \\ y_C = P_{1y} - y_A &= 5 - 0,7 = 4,3 \text{ kN}\end{aligned}$$

Qolgan noma’lumlarni, ya’ni B tayanch reaksiyasining tashkil etuvchilarini va sirpanuvchi qotirmadagi M_C momentni konstruksiyaning C nuqtadan o‘ngda yotgan qismi uchun tuzilgan muvozanat tenglamalaridan topamiz. Konstruksiya muvozanatini saqlash uchun lozim bo‘lgan reaksiya kuchlarini mos tomonga yo‘naltiramiz. (Bu holatdagi C nuqtadagi reaksiya kuchlari chap tomon uchun tuzilgan reaksiya kuchlariga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.)



11.7–rasm.

11.7–chizmadagi konstruksiya uchun B nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz va noma’lum M_C momentni hisoblaymiz.

$$\begin{aligned}\sum M_B(F_i) &= 0 \quad -P_{2x} \cdot 3 + Q \cdot 2 + y_C \cdot 4 - M_C = 0 \\ M_C &= -3 \cdot P_{2x} + 2 \cdot Q + 4 \cdot y_C = -3 \cdot 13,6 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 4,3 \\ M_C &= -11,6 \text{ kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

B tayanchning tashkil etuvchilarini topish uchun 11.7–chizmadagi barcha kuchlarni x va y o‘qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\sum x = 0; \quad x_B - P_{2x} = 0$$

$$x_B = P_{2x} = 13,6 \text{ kN}.$$

$$\sum y = 0; \quad y_B - P_{2y} - Q - y_C = 0$$

$$y_B = P_{2y} + Q + y_C = 8 + 6 + 4,3$$

$$y_B = 18,3 \text{ kN}.$$

y_B va x_B larni o‘rniga qo‘yib, B nuqtaning tayanch reaksiyasini hisoblaymiz:

$$R_B = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} = \sqrt{(13,6)^2 + (18,3)^2} = 22,8 \text{ kN}.$$

9. **Tekshirish.** Endi topilgan reaksiya kuchlarining to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini tekshirish uchun avval foydalanilmagan muvozanat tenglamasini tuzamiz, masalan 11.5–chizmadagi butun konstruktsiyaga ta’sir qilayotgan barcha kuchlarni y o‘qiga proyeksiyalaymiz va topilgan qiymatlarni unga qo‘yamiz:

$$\sum y = 0; \quad -P_{1y} + y_A - Q - P_{2y} - y_B = 0$$

$$-5 + 0,7 - 6 - 8 + 18,3 = 0$$

$$19 - 19 = 0$$

$$0 = 0$$

Muvozanat sharti bajarildi, demak, hisoblash ishlari to‘g‘ri bajarilgan ekan, degan xulosaga kelamiz.

10. Hisoblab topilgan barcha natijalarni quyidagi jadvalga joylashtiramiz va A tayanchning hisoblab topilgan reaksiya kuchlarini solishtiramiz.

5 – jadval

Reaksiya kuchlari birligi bog‘lanish turi	x_A	y_A	R_A	x_B	y_B	R_B	y_C	M_C
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	$kN \cdot M$
I-qism Sharnirli bog‘lanish	20,1	6,5	21,12	–	–	–	–	–
II-qism Sirpanuvchi qotirma	8,5	0,7	8,53	13,6	18,3	22,8	$\pm 4,3$	$\pm 11,6$

Jadvaldan ko‘rinadiki, A tayanchning reaksiya kuchlari C nuqtadagi ulagich sirpanuvchi qotirma bo‘lgan hol uchun eng kichik qiymatga $R_A = 8,53 \text{ kN}$ ega bo‘lar ekan.

Masala sharti to‘liq bajarildi.

Ushbu mavzuni mustahkamlash maqsadida, yana bitta masalaning yechish usuli bilan tanishib chiqamiz.

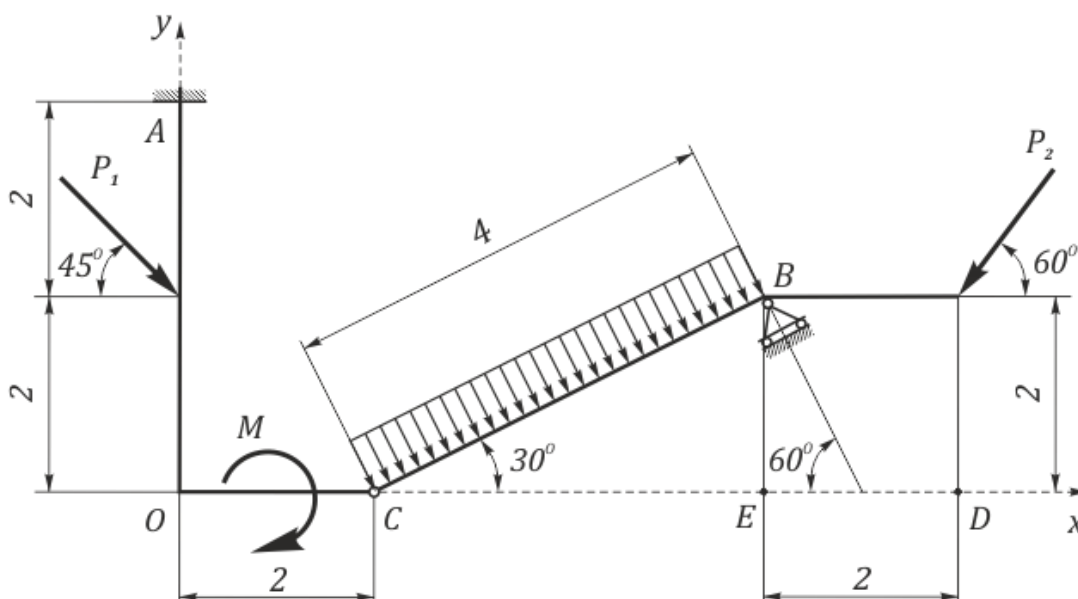
75–masala: Konstruksiya ikki qismdan iborat. Konstruksiyaning qismlari qaysi usul bilan ulanganda so‘ralgan reaksiyaning moduli eng kichik bo‘lishi aniqlansin hamda ulanishning shu usuli uchun tayanchlarning va C ulagichning reaksiyalari topilsin. Ya’ni, berilgan chizmaga va masala shartiga asosan, tayanchlarning hamda C ulagichning reaksiyalari ulanishning shunday usuli (sharnirli yoki sirpanuvchi qotirma) uchun aniqlansinki, bunda B tayanch reaksiyasi R_B ning moduli eng kichik bo‘lsin.

Berilgan sxemada I–hol uchun ulanish usuli C sharnir yordamida tasvirlangan. II–hol – C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirmadan iborat.



Berilgan: $P_1 = 10 \text{ kN}$, $P_2 = 15 \text{ kN}$, $M = 18 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $q = 2,5 \text{ kN/m}$,

Tekshirilayotgan reaksiya $R_B = ?$



11.8–расм.

Yechish: C nuqtadagi ulanish ikki xil bo'lgani uchun masala ikki qismga bo'lib yechiladi.

I – QISM

B tayanchning reaksiyalarini C nuqtadagi ulanish sharnirli bo'lgan hol uchun aniqlash

Ushbu masala ham yuqorida bayon qilingan qoidalar asosida bajariladi:

1. Dekart koordinatalar sistemasini balkalar bo'ylab quramiz.
2. Berilgan konstruksiyani A nuqtada qistirib mahkamlangan tayanchdan va B nuqtada qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchlardan ozod qilib, ularning konstruksiyaga bo'lgan ta'sirini reaksiya kuchlari x_A , y_A , M_A va R_B bilan almashtiramiz va chizmada tasvirlaymiz (11.9–pacm).
3. Teng taqsimlangan kuchlarni uning teng ta'sir etuvchisi Q kuch bilan almashtiramiz (11.9–pacm), ya'ni

$$Q = q \cdot \ell = 2,5 \cdot 4 = 10 \text{ kN}$$

Endi P_1 va P_2 tashqi kuchlarning momentini hisoblashni yengillashtirish uchun uni vertikal va gorizontal tashkil etuvchilarga ajratamiz va kelgusida oson bo'lishi uchun uning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarining qiymatlarini hisoblab qo'yamiz.

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot 0,707 = 7,07 \text{ kN}$$

$$P_{1y} = P_1 \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot 0,707 = 7,07 \text{ kN}$$

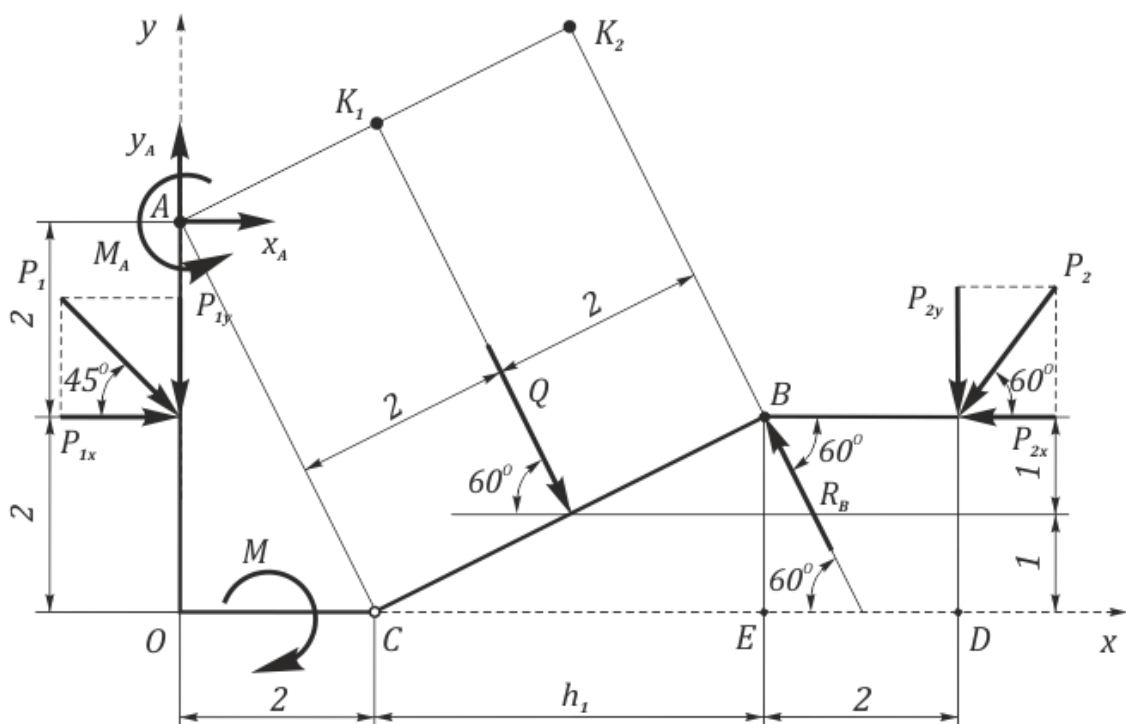
$$P_{2x} = P_2 \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ kN}$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \sin 60^\circ = 15 \cdot 0,866 = 13 \text{ kN}$$

4. Endi 11.9–chizmadan foydalanib, statikaning tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

Chizmadan ko'rinadiki, konstruksiyaga y_A , x_A , M_A , P_{1x} , P_{1y} , M , Q , R_B , P_{2x} va P_{2y} kuchlar ta'sir qilayapti.

P_{2y} kuchning A nuqtaga nisbatan yelkasini hisoblash uchun $CE = h_1$ ni aniqlab olamiz.



11.9–расм.

$$h_1 = CE = CB \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,866 = 3,464 \text{ m}$$

Demak, $OD = 7,46 \text{ m}$

$$\begin{cases} \sum x = 0: & x_A + P_{1x} + Q \cdot \cos 60^\circ - R_B \cdot \cos 60^\circ - P_{2x} = 0 \\ \sum y = 0: & y_A - P_{1y} - Q \cdot \sin 60^\circ + R_B \cdot \sin 60^\circ - P_{2y} = 0 \\ \sum M_A = 0: & M_A + P_{1x} \cdot 2 - M - Q \cdot 2 + R_B \cdot 4 - P_{2x} \cdot 2 - P_{2y} \cdot 7,46 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Qiymatlarini o‘rniga ‘qoyib, quyidagi tenglamalarga ega bo‘lamiz:

$$x_A - 0,5 \cdot R_B = P_{2x} - P_{1x} - 0,5 \cdot Q = 7,5 - 7,07 - 5 = -4,57$$

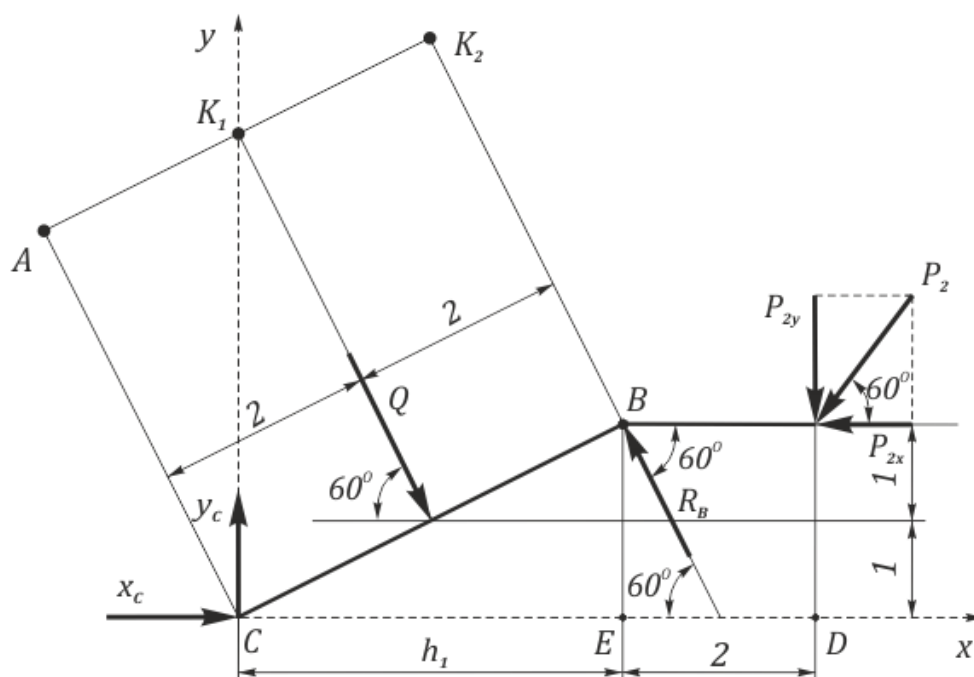
$$y_A + R_B \cdot 0,86 = P_{1y} + Q \cdot 0,86 + P_{2y} = 7,07 + 8,6 + 13 = 28,67$$

$$M_A + 4 \cdot R_B = 2 \cdot P_{2x} + 7,46 \cdot P_{2y} + 2 \cdot Q + M - 2 \cdot P_{1x} =$$

$$= 2 \cdot 7,5 + 7,46 \cdot 13 + 2 \cdot 10 + 18 - 14,14 = 15 + 96,98 + 20 - 14,14 = 135,84$$

$$\begin{cases} \sum x_A - 0,5 \cdot R_B = -4,57 \\ \sum y_A + 0,86 \cdot R_B = 28,67 \\ \sum M_A + 4 \cdot R_B = 135,84 \end{cases}$$

Hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasiga e‘tibor qaratsangiz, tenglamalar soni 3 ta, lekin noma‘lumlar soni 4 tadan iboratdir. Bu tenglamada noma‘lumlar soni muvozanat tenglamalar sonidan ortiq bo‘lgani uchun ushbu masala statik noaniq masaladir.



11.10–rasm.

5. Masala shartida soʻralgan R_B reaksiya kuchini topish uchun, konstruksiyani C nuqtada ikkiga boʻlamiz va muvozanatni saqlash uchun lozim boʻlgan reaksiya kuchlarini qoʻyamiz. Topilishi lozim boʻlgan R_B tayanch reaksiya kuchi konstruksiyaning oʻng tomonida joylashgani uchun, muvozanat tenglamalarini shu qismi uchun tuzamiz, yaʼni konstruksiyaning C sharnirdan oʻngda joylashgan qismiga qoʻyilgan kuchlardan C nuqtaga nisbatan moment olamiz (11.10 rasm).

$$\sum M_C^{o'ng} = 0: \quad -Q \cdot 2 + R_B \cdot 4 + P_{2x} \cdot 2 - P_{2y} \cdot 5,46 = 0$$

Bu tenglamadan R_B ni aniqlaymiz:

$$R_B = \frac{Q \cdot 2 - P_{2x} \cdot 2 + P_{2y} \cdot 5,46}{4} = \frac{10 \cdot 2 - 7,5 \cdot 2 + 13 \cdot 5,46}{4} = \frac{20 - 15 + 71}{4} = 19 \text{ kN}$$

Sistemadagi 3–tenglamadan M_A ni aniqlaymiz:

$$M_A = 135,84 - 4 \cdot R_B = 135,84 - 4 \cdot 19 = 59,84 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Sistemadagi 1–tenglamadan $x_A = 19 \cdot 0,5 - 4,57 = 4,93 \text{ kN}$

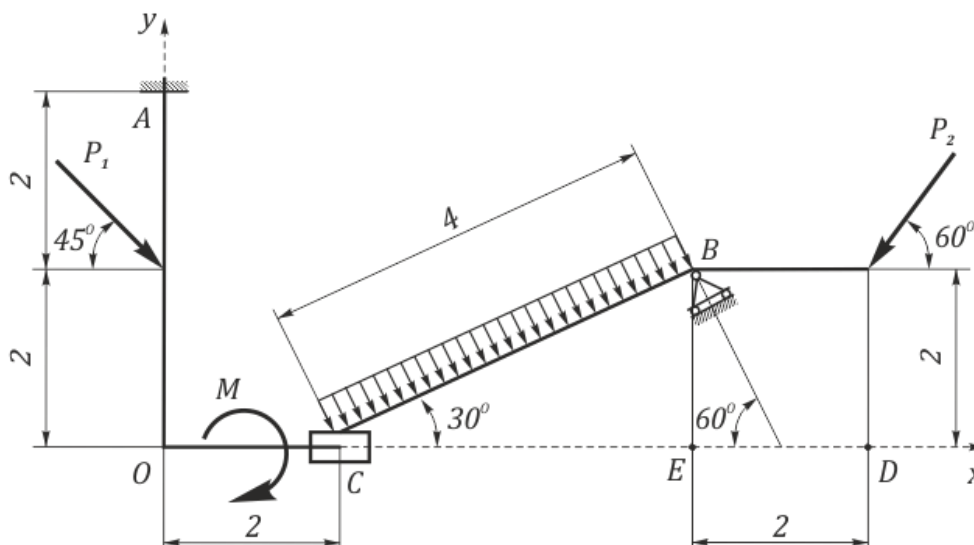
Sistemadagi 2–tenglamadan $y_A = 28,67 - 0,86 \cdot 19 = 12,33 \text{ kN}$

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{(4,93)^2 + (12,33)^2} = \sqrt{24,3 + 152} = 13,27 \text{ kN}$$

6. Demak, berilgan konstruksiyadagi C nuqta ulanish sharnirli boʻlganda A nuqta tayanch reaksiyasining moduli $R_B = 19 \text{ kN}$ ekan.

II – qism.

***B* nuqtaning tayanch reaksiyasini *C* nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirma bo‘lgan hol uchun aniqlash.**



11.11–rasm.

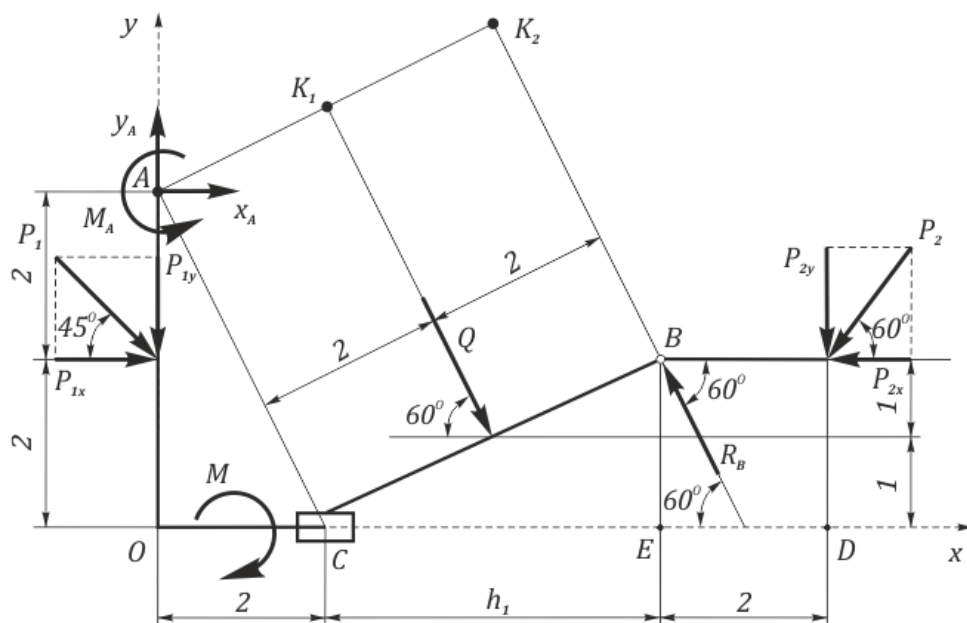
Endi *C* nuqtadagi sharnirli tayanchni masala shartida berilgan gorizontal sirpanuvchi qotirma bilan almashtiramiz (11.11–rasm).

Yana statikannig 6–aksiomasidan foydalanib, konstruksiyani bog‘lanishlardan ozod qilamiz. Buning uchun, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz va noma‘lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun *x*, *y* koordinata o‘qlariga va biror nuqtaga nisbatan moment olib, topilishi lozim bo‘lgan reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

E‘tibor qilsangiz 11.12–chizmadagi konstruksiyaga ta‘sir qilayotgan kuchlar sistemasi bilan 11.9–chizmadagi kuchlar sistemasi bir xil. Shuning uchun izlanayotgan noma‘lum qatnashgan (3) tenglama o‘z kuchida qoladi, ya‘ni

$$M_A + 4 \cdot R_B = 135,84 \quad (3)$$

7. Yana bitta tenglamaga ega bo‘lish uchun, konstruksiyani *C* nuqtada yana ikkiga bo‘lamiz va muvozanat holatini saqlash uchun, bo‘lingan joyga lozim bo‘lgan reaksiya kuchlarini o‘rniga qo‘yamiz. So‘ralgan R_B reaksiya kuchi bo‘lingan *C* nuqtadan o‘ng tomonda joylashgani uchun, amallarni konstruksiyaning o‘ng tomoni uchun bajaramiz, ya‘ni *C* nuqta sirpanuvchi qotirmadan o‘ngda joylashgan qismiga quyilgan muvozanatdagi kuchlar sistemasini ko‘rib chiqamiz.



11.12–rasm.

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalaridan, faqat 11.13–rasm uchun x o‘qiga proyeksiya tenglamasini tuzamiz:

$$\sum x = 0: \quad Q \cdot \cos 60^\circ - R_B \cdot \cos 60^\circ - P_{2x} = 0$$

Qiymatlarni o‘rniga qo‘yib, R_B ni hisoblaymiz:

$$R_B \cdot 0,5 = Q \cdot 0,5 - P_{2x} = 5 - 7,5 = -2,5 \text{ kN}$$

$$R_B = -5 \text{ kN}$$

Demak, C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirma bo‘lganda B nuqtaning tayanch reaksiya kuchi $R_B = -5 \text{ kN}$ ekan.

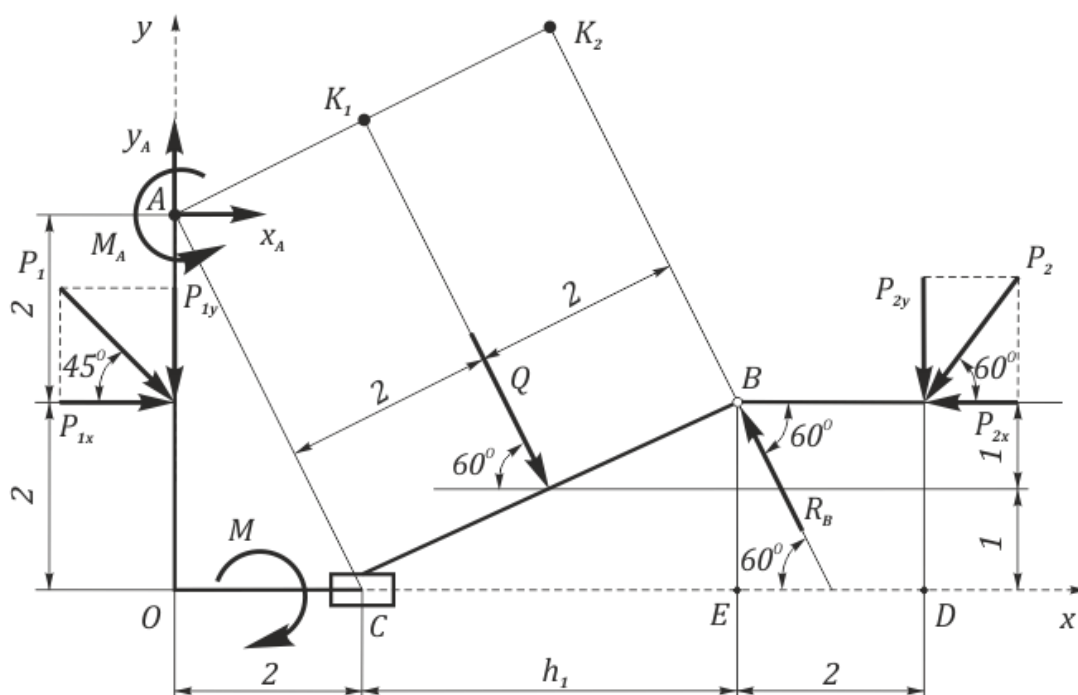
8. Solishtirib ko‘ramizki, C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qistirib maxkamlangan bog‘lanish bo‘lganda B tayanch reaksiyasining moduli shamirli ulanishdagiga qaraganda modul bo‘yicha kichik ekan.

Demak, barcha hisoblash ishlarini C nuqtadagi ulanish sirpanuvchi qotirma bo‘lgan hol uchun bajaramiz. y_C noma’lum reaksiya kuchini aniqlash uchun 11.13–rasmdagi konstruksiyaga ta’sir qiluvchi barcha kuchlarni y o‘qiga proyeksiyalaymiz:

$$\sum y = 0: \quad y_C - Q \cdot \sin 60^\circ + R_B \cdot \sin 60^\circ - P_{2y} = 0$$

Bundan, berilgan va topilgan qiymatlarni o‘rniga qo‘yamiz: :

$$y_C = Q \sin 60^\circ - R_B \sin 60^\circ + P_{2y} = 10 \cdot 0,866 - 5 \cdot 0,866 + 13 = 17,33 \text{ kN}$$



11.13–rasm.

C nuqta qir qilgandan keyin hosil bo‘ladigan M_C reaksiya momentini topish uchun, konstruksiyaning o‘ng tomoni, ya’ni 11.13–rasm uchun C nuqtaga nisbatan moment olamiz:

$$\sum M_C^{o'ng} = 0; \quad M_C - 2 \cdot Q + 4 \cdot R_B + 2 \cdot P_{2x} - P_{2y} \cdot 5,46 = 0$$

$$M_C = -2 \cdot Q + 4 \cdot R_B + 2 \cdot P_{2x} - 5,46 \cdot P_{2y} = -2 \cdot 10 + 4 \cdot (-5) + 2 \cdot 7,5 - 46 \cdot 13 = -20 - 20 + 15 - 71 = -96 \text{ kN} \cdot m$$

Endi qolgan reaksiya kuchlarini topish uchun konstruksiyaning C nuqtadan chapda joylashgan qismi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz: (11.14–rasm).

$$\begin{cases} \sum x = 0: & x_A + P_{1x} = 0 \\ \sum y = 0: & y_A - P_{1y} - y_C = 0 \\ \sum M_C^{chap} = 0: & M_C - M - P_{1x} \cdot 2 + P_{1y} \cdot 2 - x_A \cdot 4 - y_A \cdot 2 + M_A = 0 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasining 1–dan x_A ni aniqlaymiz:

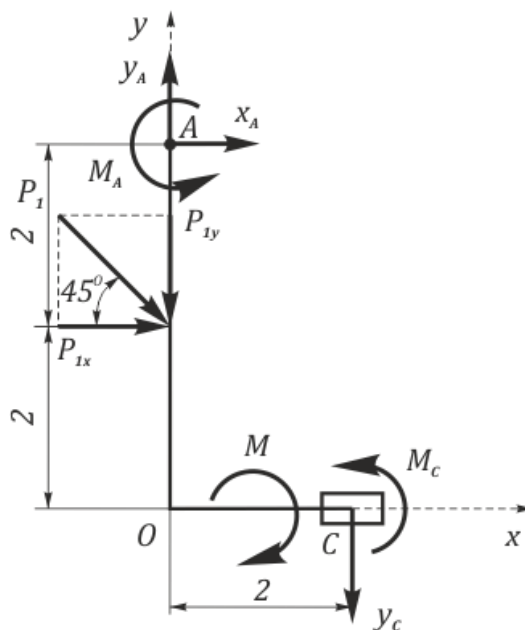
$$x_A = -P_{1x} = -7,07 \text{ kN}$$

2–tenglamadan y_A ni aniqlaymiz:

$$y_A = P_{1y} + y_C = 7,07 + 17,33 = 24,4 \text{ kN}$$

3–tenglamadan M_A ni aniqlaymiz:

$$M_A = -M_C + M - P_{1x} \cdot 2 + P_{1y} \cdot 2 + x_A \cdot 4 + y_A \cdot 2 = 96 + 18 - 7,07 \cdot 2 + 7,07 \cdot 2 - 7,07 \cdot 4 + 24,4 \cdot 2 = 96 + 18 - 14,14 + 14,14 - 28,28 + 48,8 = 134 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



11.14–pasm.

Endi A nuqtadagi soʻralgan A tayanch reaksiya kuchining modulini quyidagicha topamiz:

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{(-7,07)^2 + (24,4)^2} = \sqrt{49,98 + 595,36} = 25,4 \text{ kN}.$$

Demak, berilgan konstruksiyaning C nuqtasidagi ulanish sirpanuvchi qotirma boʻlganda A nuqtadagi reaksiyaning moduli $R_A = 25,4 \text{ kN}$ ekan.

9. Hisoblab topilgan barcha natijalarni quyidagi jadvalga joylashtiramiz

6–jadval

Reaksiya kuchlari birligi	x_A	y_A	R_A	M_A	R_B	y_C	M_C
Bogʻlanish turi	kN	kN	kN	kN	kN	kN	$kN \cdot M$
I–qism Sharnirli bogʻlanish	4,93	12,33	13,27	59,84	19	–	–
II–qism Sirpanuvchi qotirma	–7,07	24,4	25,4	134	–5	$\pm 17,33$	± 96

Jadvaldan koʻrinadiki, A tayanchning reaksiya kuchlari C nuqtadagi ulagich sirpanuvchi qotirma boʻlgan hol uchun eng kichik qiymatga $R_A = 25,4 \text{ kN}$ ega boʻlar ekan.

Masala sharti toʻliq bajarildi.

12-§. Ishqalanish. Sirpanishdagi ishqalanish kuchi.

Jismlarning biri ikkinchisiga nisbatan harakatlanganda ularning bir-biriga tegib turgan sirtlarida hosil boʻladigan qarshilik kuchi **ishqalanish kuchi** deyiladi.

Bir jismning ikkinchi jism ustida sirpanishi natijasida hosil boʻladigan qarshilik kuchiga **sirpanishdagi ishqalanish kuchi** deyiladi.

Jismning tinch holatida hosil boʻladigan ishqalanish kuchiga **statik ishqalanish kuchi** deyiladi. Jismning harakati paytida hosil boʻladigan ishqalanish kuchiga **dinamik ishqalanish kuchi** deyiladi. Maksimal ishqalanish kuchi F_{max} , normal bosim N ga toʻgʻri **proporsional** boʻladi, yaʼni

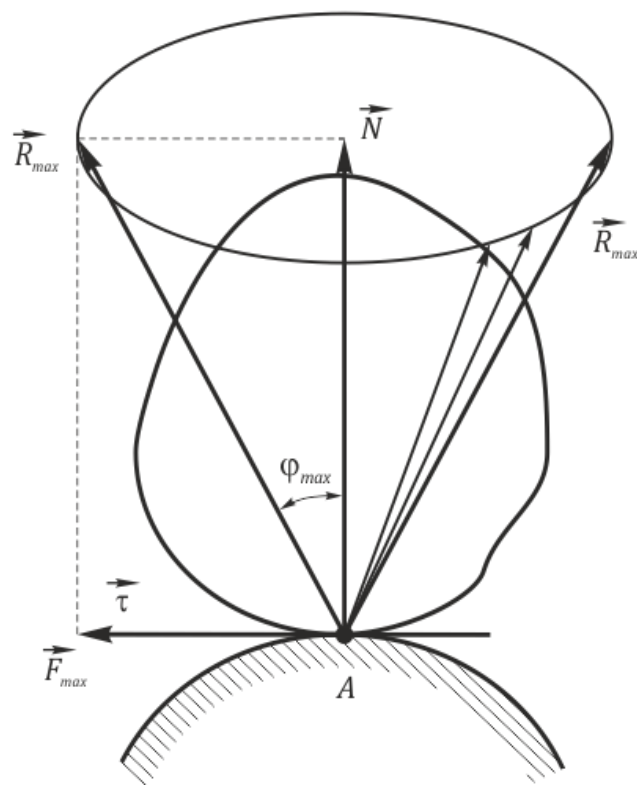
$$F_{max} = f \cdot N \quad (12.1)$$

bu yerda: $0 \leq F \leq F_{max}$ va f -sirpanishdagi ishqalanish koeffitsiyenti deyiladi. Agar biror sirtga tayanib turgan jism sirpanish oldida (muvozanat chegarasida) boʻlsa, ishqalanish kuchi maksimal qiymatga erishadi. 12.1-rasmga asosan, toʻla reaksiya kuchi $R_{max} = N + F_{max}$ ga teng boʻladi. Toʻla reaksiya kuchi R_{max} bilan normal reaksiya kuchi N orasidagi φ_{max} burchak **ishqalanish burchagi** deyiladi.

$$\operatorname{tg} \varphi_{max} = \frac{F_{max}}{N} = \frac{f \cdot N}{N} = f \quad (12.2)$$

Jism tayangan nuqtada uni turli yoʻnalishda siljitish mumkin. Shu siljituvchi kuchlarga mos R_{max} larning geometrik oʻrni **ishqalanish konusini** hosil qiladi. Quyidagi tasdiq oʻrinlidir:

Bir nuqtasi bilan qoʻzgʻalmas sirtga tayangan jism muvozanatda boʻlishi uchun bu jismga taʼsir etayotgan kuchlarning teng taʼsir etuvchisi ishqalanish konusidan tashqarida boʻlmasligi kerak.



12.1-rasm.

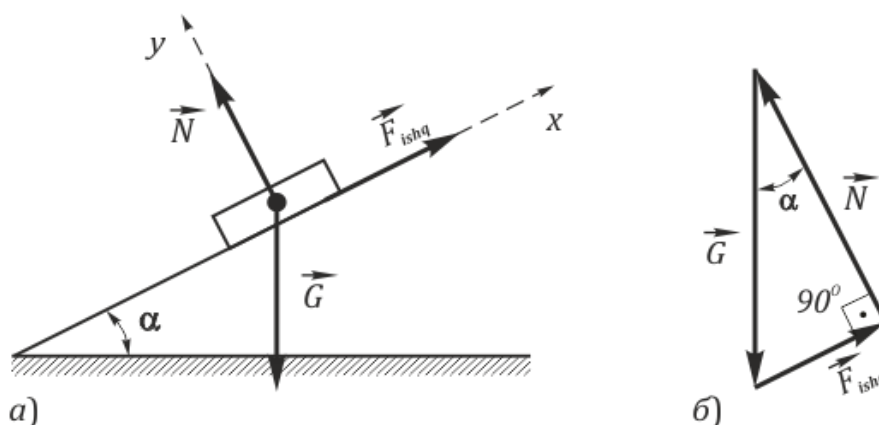
Ushbu mavzuga oid masalalarni yechishda kuchlarning muvozanati o'rganiladi, ya'ni, muvozanat tenglamalari tuziladi.

$$\sum x = 0; \quad \sum y = 0; \quad \sum M = 0.$$

Jismning holatiga qarab, bitta, ikkita yoki uchta muvozanat tenglamasidan foydalanishimiz mumkin

76–masala. Gorizont bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak hosil qiluvchi qiya tekislik ustiga og'irligi $G = 100 \text{ N}$ bo'lgan jism qo'yilgan (12.2–rasm, a)). Bu jism joyida siljimasdan turish uchun F_{ishq} qancha bo'lishi kerak?

Yechish. Bu yerda G –jismning og'irligi, N –normal bosim (ya'ni qiyalikning jismni ko'tarib turgan kuchi) va F_{ishq} kuchlari masala shartiga asosan muvozanatda turadi. Masalani geometrik usulda yechamiz, jism tinch turibdi. Demak, kuchlar uchburchagi yopiq bo'lishi kerak. (12.2–rasm, b)) dan



12.2–rasm.

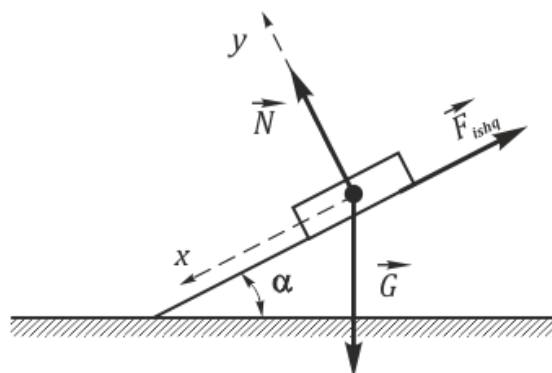
$$\sin \alpha = \frac{F_{ishq}}{G} \quad \text{yoki} \quad F_{ishq} = G \sin \alpha$$

O'rniga qo'ysak

$$F_{ishq} = 100 \cdot \sin 30^\circ = 50 \text{ N}$$

77–masala. (2.5.1**). Og'ir jism qiya tekislikda muvozanat holatda turibdi. Agar sirpanib ishqalanish koeffitsiyenti 0,6 ga teng bo'lsa, jism muvozanat holatda qolishi uchun qiyalik burchagining eng katta qiymatini graduslarda hisoblang (12.3–rasm).

Yechish: Oldingi masaladagidek chizmasini chizib olamiz va ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada ko'rsatamiz: Analitik usul bilan yechamiz, buning uchun koordinatalar sistemasini shunday o'rnatamizki, kuchlarni proyeksiyalash oson bo'lsin.



12.3–rasm.

Koordinata boshi deb kuchlarning kesishish nuqtasini olamiz, Ox o'qini harakat yo'nalishi bo'ylab yotqizib yuboramiz, Oy o'qini normal bosim bo'ylab yo'naltiramiz.

Dastlab, bu kuchlar muvozanatda bo'lgani uchun barcha kuchlarni y o'qiga proyeksiyalaymiz:

$$\sum y = 0; \quad N - G \cdot \cos \alpha = 0$$

bundan $N = G \cdot \cos \alpha = 0$

Endi berilgan kuchlarni x o'qiga proyeksiyalaymiz.

$$\sum x = 0; \quad G \cdot \sin \alpha - F_{ishq} = 0$$

Bizda $F_{ishq} = f \cdot N$ va $N = G \cos \alpha$ o'rniga qo'ysak:

$$G \cdot \sin \alpha - f \cdot G \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha = 0$$

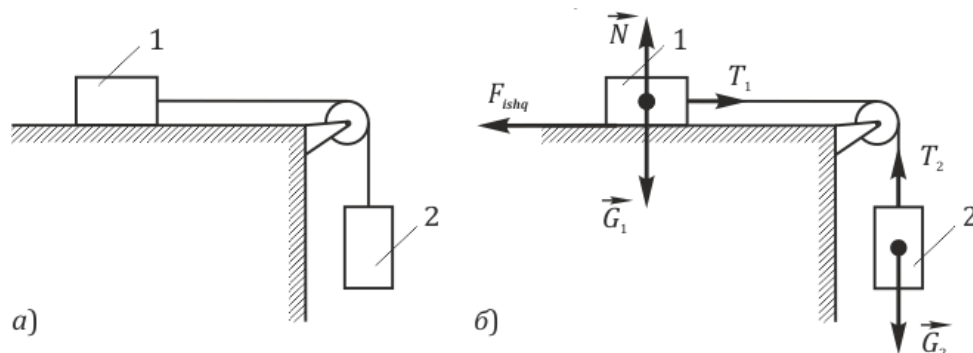
$$f \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \Rightarrow f = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Masala sharti bo'yicha $f = 0,6$. Demak, $\operatorname{tg} \alpha = 0,6 \Rightarrow \alpha = 31^\circ$

Ushbu masalani formuladan foydalanib, darrov $\alpha = 31^\circ$ ekanligini topish mumkin edi. Chunki, bu yerda α – ishqalanish burchagi, ya'ni qiyalikning eng katta burchagi. Bunda jism sirpanish oldida (muvozanat chegarasida) turibdi.

78–Masala. (2.5.2**). Og'irligi 200 N bo'lgan birinchi yuk blok orqali ip yordamida ikkinchi yukga bog'langan. Agar birinchi yuk va tekislik orasidagi ishqalanish ko'effitsiyenti $f = 0,2$ bo'lsa, birinchi yuk o'rnidan qo'zg'alishi uchun ikkinchi yukning eng kam miqdori qancha bo'lishi kerak (12.4–rasm, a)).

Yechish: Jismga ta'sir qiluvchi kuchlarni va iplarda hosil bo'ladigan taranglik kuchlarini chizmada tasvirlaymiz. 1-yuk sirpanish oldida (muvozanat chegarasida) bo'lishi uchun $0 \leq F \leq F_{max}$ bajarilishi kerak (12.4–rasm, *o*)).



12.4–rasm.

Bu yerda: $F_{max} = f \cdot N$.

$$\sum y = 0; \quad N - G_1 = 0 \Rightarrow N = G_1$$

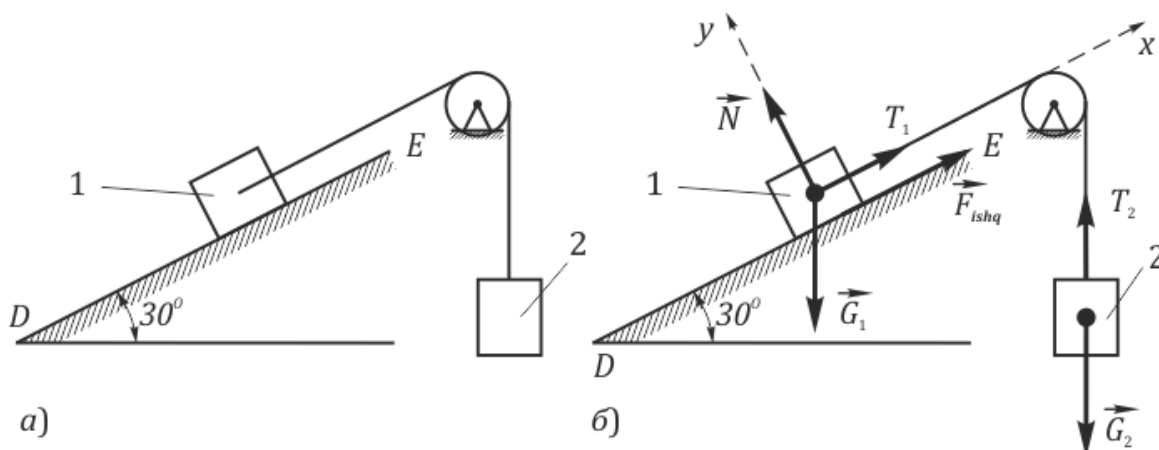
$$F_{ishq} = f \cdot G_1 = 0,2 \cdot 200 = 40 \text{ N}$$

Demak, $F_{max} = 40 \text{ N}$ qiymatda 1-yuk siljish arafasida bo'ladi. Iplar uzilmaydi, shuning uchun $G_2 = T_2$.

Iplarning og'irligi hisobga olinmaydi T_1 va T_2 – taranglik kuchlari, shuning uchun $F_{ishq} = T_2 = G_2 = 40 \text{ N}$.

Demak, $G_2 = 40 \text{ N}$ dan oshgandan keyin birinchi yuk harakatga tushar ekan.

79–Masala. (2.5.3**). Qiya tekislikda birinchi yuk blok orqali ip yordami-da og'irligi 320 N li ikkinchi yukga bog'langan. Agar birinchi yuk va qiya tekislik orasidagi ishqalanish ko'effitsiyenti $0,2$ bo'lsa birinchi yuk DE tekislik bo'ylab pastga tushishi uchun uning eng kam og'irligi qancha bo'ladi (12.5–rasm, *a*)).



12.5–rasm.

Yechish: Dastlab, koordinatalar sistemasini o'rnatamiz va ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada tasvirlaymiz. Koordinata boshi deb yuk turgan nuqtani tanlaymiz va x o'qini harakat yo'nalishi, ya'ni, DE yo'nalish bo'yicha o'rnatamiz. y o'qini normal bosish yo'nalishida o'rnatamiz (12.5–rasm, 6)).

Jism muvozanatda bo'lgani uchun

$$G_2 = T_2, \quad T_2 = T_1.$$

Birinchi yukka ta'sir etuvchi kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum x = 0; \quad F_{ishq} + T_1 - G_1 \cdot \sin \alpha &= 0 \\ \sum y = 0; \quad N - G_1 \cdot \sin \alpha &= 0 \\ F_{ishq} = f \cdot N = f \cdot G_1 \cos \alpha \end{aligned}$$

Buni birinchi tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\begin{aligned} f \cdot G_1 \cos \alpha + T_1 - G_1 \cdot \sin \alpha &= 0 \\ G_1 \cdot (f \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) &= -T_1 \end{aligned}$$

yoki

$$G_1 \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) = T_1$$

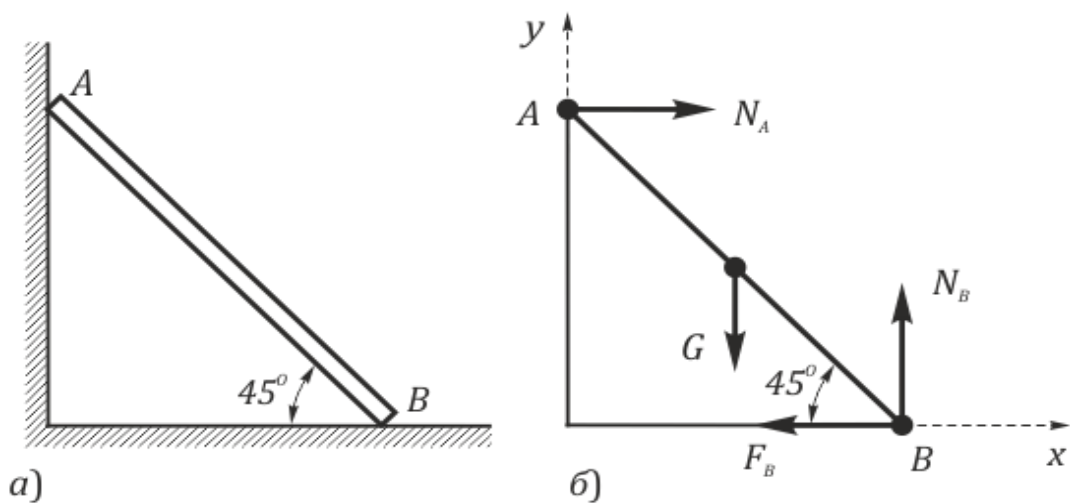
Bizda $T_1 = T_2 = G_2 = 320 \text{ N}$, ekanligidan

$$G_1 = \frac{G_2}{\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha} = \frac{320}{\frac{1}{2} - 0,2 \cdot 0,866} = 979 \text{ N}$$

Demak, $G_1 = 979 \text{ N}$ dan oshgandan keyin, birinchi yuk DE tekislik bo'ylab harakatga tushar ekan.

80–masala. (2.5.4**). Bir jinsli AB brus silliq devor va yerga tiralgan. Shaklda ko'rsatilgan holatda to'sin muvozanatda qolishi uchun brus bilan yer orasidagi ishqalanish ko'effitsiyentining eng kam miqdorini toping (12.6–rasm, a)).

Yechish: AB brusning muvozanatini tekshiramiz. Bu brusga uning og'irlik kuchi G ta'sir etadi, uni brusning o'rtasiga gorizontga perpendikulyar ravishda qo'yamiz. Brus devorga suyanib turibdi, devor masala sharti bo'yicha silliq bo'lgani uchun, A nuqtada ishqalanish bo'lmaydi. Bu yerda faqat bitta, devorga perpendikulyar yo'nalgan, devorning reaksiya kuchi N_A bo'ladi. B nuqtada esa ikkita reaksiya kuchi paydo bo'ladi (12.6–rasm, 6)).



12.6–rasm.

Brus yerga tiralib turgani uchun, yerning reaksiya kuchi N_B yerga perpendikulyar ravishda va shu B nuqtada harakatga to'sqinlik qiluvchi urinma reaksiya kuchi (ishqalanish kuchi) $F_B = F_{ishqB}$ paydo bo'ladi. Brusni bog'lanishlardan ozod qilib, o'rniga reaksiya kuchlarini qo'yamiz va ularni chizmada tasvirlaymiz (12.6–rasm, b)). Koordinatalar sistemasini odatdagidek quramiz.

AB brusning uzunligi ℓ bo'lsin. Brus muvozanatda turibdi. Uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\begin{aligned} \sum x = 0; & \quad N_A - F_B = 0 \\ \sum y = 0; & \quad -G + N_B = 0 \\ \sum M_A(F_A) = 0; & \quad -G \cdot 0,5 \cdot \ell \cdot \sin \alpha - F_B \cdot \ell \cdot \sin \alpha + N_B \cdot \ell \cdot \cos \alpha = 0 \end{aligned}$$

Ikkinchi tenglamadan $N_B = G$ va $F_B = F_{ishq} = f \cdot N_B$

Bularni uchinchi tenglamaga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} -0,5 \cdot \ell \cdot N_B \cdot \sin \alpha - f \cdot N_B \cdot \ell \cdot \sin \alpha + N_B \cdot \ell \cdot \cos \alpha &= 0 \\ -0,5 \cdot \sin \alpha - f \cdot \sin \alpha + \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$

Bundan $f \cdot \sin \alpha = \cos \alpha - 0,5 \cdot \sin \alpha$. Tenglikning har ikkala tomonini $\sin \alpha$ ga bo'lamiz:

$$f = \operatorname{ctg} \alpha - 0,5 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

yoki

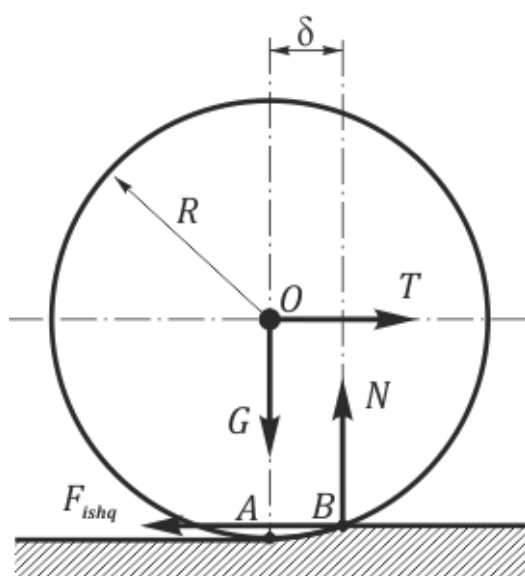
$$f = \operatorname{ctg} 45^\circ - 0,5 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 1 - 0,5 = 0,5$$

Demak, brus muvozanatda qolishi uchun ishqalanish ko'effitsiyentining eng kam miqdori $f = 0,5$ bo'lishi kerak ekan.

Dumalashdagi ishqalanish kuchi.

Bir jismning ikkinchi jism ustida dumalashi natijasida hosil bo'ladigan qarshilik kuchlari **dumalashdagi ishqalanish kuchi** deyiladi.

Dumalatish natijasida hosil bo'ladigan kuchlarni quyidagicha, 12.7–rasmda



12.7–rasm.

tasvirlaymiz: bu yerda G –silindrning og'irlik kuchi, T –silindrni harakatlantiruvchi kuch. N –ezilish nuqtasida hosil bo'ladigan normal reaksiya kuchi. F_{ishq} –silindrning O markazidan δ masofada yotuvchi (ezilish) B nuqtada hosil bo'ladigan ishqalanish kuchi.

A –nuqta silindrning urinish nuqtasi.

B –ezilish nuqtasi.

R –silindrning radiusi.

Silindr dumalashi oldida ikkita juft kuch hosil bo'ladi. (T, F) –bu juftning yelkasi silindrning radiusi R ga teng bo'lib, u silindrni dumalatishga harakat qiladi.

$(\vec{G}, \vec{N})$ –bu juftning yelkasi δ ga teng bo'lib, silindrning dumalashiga qarshilik ko'rsatadi (12.7-rasm). $(\vec{G}, \vec{N})$ –juftga dumalashdagi ishqalanish jufti, uning M momentiga esa dumalanishdagi **ishqalanish momenti** deyiladi. Har doim $0 \leq M \leq M_{max}$ bo'ladi, va $M_{max} = \delta \cdot N$ o'rinlidir. Bundagi δ –**dumalashdagi ishqalanish ko'effitsiyenti** deyiladi va uzunlik birligida o'lchanadi.

Bu juftlarning momentlari teng bo'lgandagina silindr dumalash arafasida bo'ladi, ya'ni $N \cdot \delta = T \cdot R$ bundan $T = \frac{\delta}{R} \cdot N$, bundagi $\frac{\delta}{R}$ –kattalik har xil materiallar uchun turlicha bo'ladi va sirpanishdagi ishqalanish ko'effitsiyenti f dan ancha kichik bo'ladi, ya'ni jismni sirpantirishdan ko'ra dumalatish yengilroq bo'ladi.

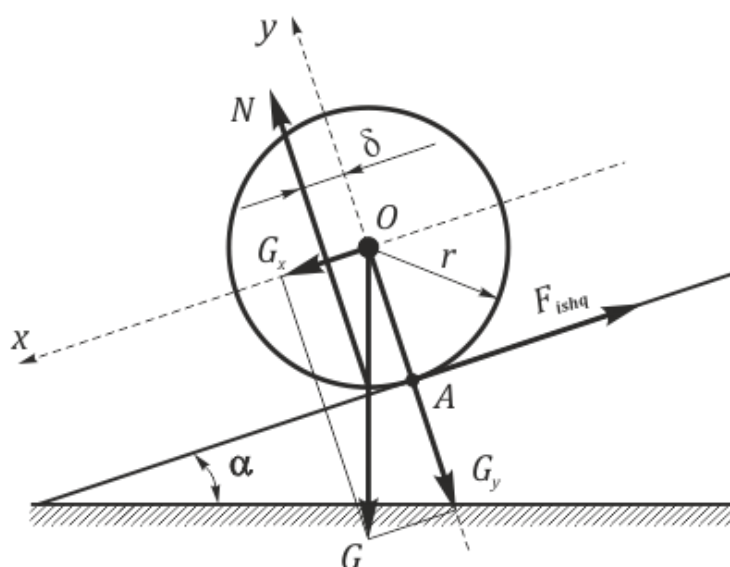
Mavzuga oid masalalarni yechishda jismga ta'sir etuvchi kuchlarning muvozanati tekshiriladi, ya'ni, muvozanat tenglamalari tuziladi: $\sum x = 0$; $\sum y = 0$; $\sum M = 0$. Hosil bo'lgan tenglamalardan so'ralgan noma'lum kuchni topamiz.

81–Masala. (5.38*). Radiusi $r = 50 \text{ mm}$ ga teng bo'lgan rolik tekislikda o'zgarmas tezlik bilan yumalashi uchun, tekislikning gorizontga nisbatan og'ish burchagi α ning qancha bo'lishi kerakligi aniqlansin. Ishqalanish jismlarning materiali - po'lat, yumalab ishqalanish koefitsiyenti $\delta = 0,05$.

Eslatma: Burchak α kichik bo'lgani uchun, $\alpha = \text{tg} \delta$ deb qabul qilish mumkin.

Yechish: Masala shartiga asosan, rolik o'zgarmas tezlik bilan dumalaydi, demak, u shartli ravishda, yuqoridan pastga qarab o'zi dumalab tushayapti. O'zgarmas tezlik bilan tushishi uchun esa, qiyalik juda kichkina bo'lishi lozim. Masalani yechishga aniqlik kiritish maqsadida tasavvur qilish uchun rolikning o'lchamini va qiyalikni nisbatan kattaroq qilib tasvirlaymiz. (12.8–rasm). Koordinatalar sistemasini shunday o'rnatamizki, rolikning markazini koordinata boshi deb olamiz. y o'qini qiyalikka perpendikulyar qilib o'tkazamiz. Rolikning harakat yo'nalishini x o'qining musbat yo'nalishi deb qabul qilamiz.

Og'irlik kuchining x o'qi bo'yicha tashkil etuvchisi G_x rolikni harakatga keltiradi. Rolikni muvozanat holatida turibdi deb faraz qilamiz va uning muvozanat



12.8–rasm.

tenglamalarini tuzamiz. Buning uchun unga ta'sir qiluvchi kuchlarni mos o'qlarga proyeksiyalaymiz va urinish nuqtasiga nisbatan momentlar tenglamasini yozamiz.

$$\sum x = 0; \quad G \cdot \sin \alpha - F_{ishq} = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = 0; \quad N - G \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A(F_K) = 0: \quad G_x \cdot r - N \cdot \delta = 0 \quad (3)$$

(1)–dan $F_{ishq} = G \cdot \sin \alpha = G_x$, (2)–dan esa $N = G \cdot \cos \alpha = G_y$ kelib chiqadi.

Bularni (3)–ga qo'yamiz:

$$r \cdot G \cdot \sin \alpha = \delta \cdot G \cdot \cos \alpha \Rightarrow r \cdot \sin \alpha = \delta \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{\delta}{r} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,05}{50} = 0,001 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 0,001 \Rightarrow \alpha = \arctg(0,001) = 0,057$$

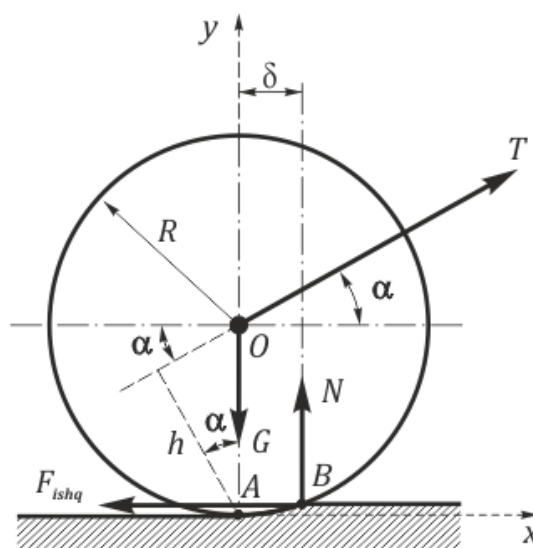
Yoki gradus o'lchovida, jadvalga asosan: $\alpha = 3' 26''$.

Demak, rolik tekis harakat qili-shi uchun og'ish burchagi juda kichik, ya'ni 3 minutu 26 sekund bo'lish kerak ekan (bir gradus ham emas).

82–masala. (5.39*). Og'irligi 300 N, diametri 60 sm bo'lgan silindrik g'altakning gorizont tekislikda tekis dumalashi uchun kerak bo'lgan T kuch aniqlansin, dumalab ishqalanish koeffitsiyenti. $\delta = 0,5$ sm. T kuchni gorizont tekislik bilan hosil qilgan burchagi $\alpha = 30^\circ$ (12.9–rasm).

Yechish: Birinchi navbatda shu silindrga ta'sir qilgan kuchlarni rasmda tasvirlaymiz va shu kuchlar ta'sirida bo'lgan silindrning muvozanatini o'rganib chiqamiz.

Silindrga N , G , T , F_{ishq} kuchlari ta'sir etadi. Faqat T –harakatlantiruvchi kuch gorizont bilan α burchak hosil qilgan. Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:



12.9–rasm.

$$\sum x = 0; \quad T \cos \alpha - F_{ishq} = 0$$

$$\sum y = 0; \quad -G + T \sin \alpha + N = 0$$

$$\sum M_A(F_A) = 0; \quad N \cdot \delta - T \cdot h = 0$$

bu yerda: h –harakatlantiruvchi T kuchning yelkasi.

Uni quyidagicha hisoblaymiz.

Chizmadan: $h = R \cdot \cos \alpha$. Buni yuqoridagi uchinchi tenglamaga qo'yib, N ning qiymatini aniqlaymiz:

$$N = \frac{h}{\delta} \cdot T \Rightarrow \frac{R \cdot T \cdot \cos \alpha}{\delta}$$

Topilgan bu ifodani yuqoridagi ikkinchi tenglikka qo'yib, so'ralgan T ning qiymatini hisoblaymiz. Berilgan uzunlik o'lchamlarni bir xil birlik-- metrga o'tkazib olamiz: $D = 60 \text{ sm} = 0,6 \text{ m}$, $R = 0,3 \text{ m}$; $\delta = 0,5 \text{ sm} = 0,005 \text{ m}$.

$$-G + T \sin \alpha + N = 0 \Rightarrow -G + T \sin \alpha + \frac{R \cdot T \cdot \cos \alpha}{\delta} = 0 \Rightarrow$$

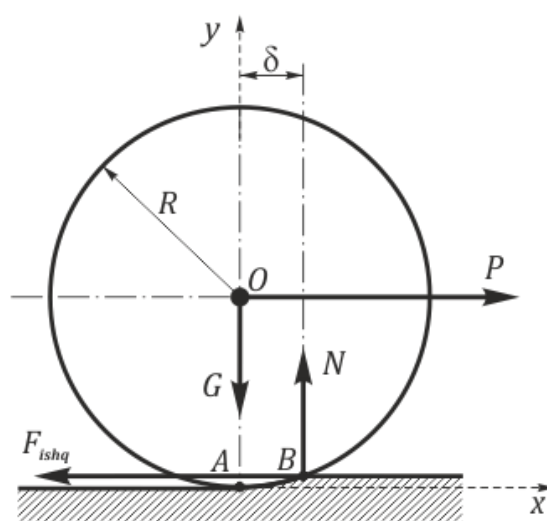
$$T = \frac{G}{\sin \alpha + \frac{R}{\delta} \cdot \cos \alpha} = \frac{300}{0,5 + \frac{0,3}{0,005} \cdot 0,86} \approx 5,72 \text{ N}$$

Demak, silindrik g'altakning gorizont tekislikda tekis dumalashi uchun kerak bo'lgan T kuchning miqdori $5,72 \text{ N}$ ga teng bo'lish kerak ekan.

83–Masala. (5.40*). Radiusi R , og'irligi G bo'lgan shar gorizont tekislikda turadi. Sharining tekislikka sirg'anib ishqalanish koefitsiyenti f , yumalab ishqalanish koefitsiyenti δ . Shar markaziga qo'yilgan gorizont-tal P kuch qanday sharoitlarda sharni bir tekis yumalatadi (12.10–rasm).

Yechish: Masala chizmasini chizib olamiz. Koordinatalar boshi deb sharning gorizontga urinish nuqtasini, harakat yo'nalishi deb esa x o'qining musbat yo'nalishini olamiz. Sharga ta'sir qiluvchi P , G , N va F_{ishq} kuchlarni chizmada tasvirlaymiz.

Ushbu kuchlar ta'sirida shar muvozanatda turibdi deb, uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.



12.10–rasm.

$$\sum x = 0; \quad P - F_{ishq} = 0 \Rightarrow P = F_{ishq} = f \cdot N \quad (1)$$

$$\sum y = 0; \quad N - G = 0 \Rightarrow N = G$$

Bu ikki tenglamadan quyidagi kelib chiqadi: $F_{ishq} = f \cdot G$ (*)

Momentlar tenglamasini ezilish nuqtasi B ga nisbatan tuzamiz.

$$\sum M_B(F_K) = 0; \quad -P \cdot R + G \cdot \delta = 0$$

bundan
$$P = \frac{\delta}{R} \cdot G$$

Buni (1) tenglamaga qo'yamiz:

$$F_{ishq} = P = \frac{\delta}{R} \cdot G$$

Buni (*) tenglama bilan tenglashtirsak

$$f \cdot G = \frac{\delta}{R} \cdot G \Rightarrow f = \frac{\delta}{R} \quad \text{kelib chiqadi.}$$

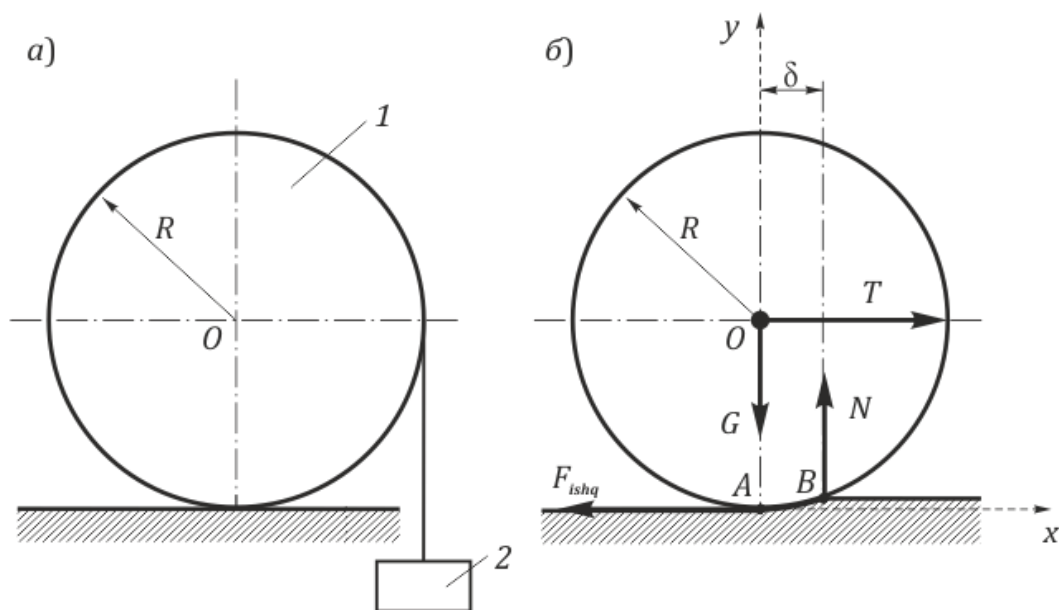
Nazariyadan ma'lumki, $\frac{\delta}{R}$ kattalik ko'pchilik materiallar uchun sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti f dan ancha kichik bo'lishi lozim.

Shuning uchun
$$\frac{\delta}{R} < f$$

Demak, shar markaziga qo'yilgan P kuch sharni bir tekis (o'zgarmas tezlik bilan) dumalatishi uchun $P = \frac{\delta}{R} \cdot G$ ga teng va $\frac{\delta}{R} < f$ shart bajarilishi kerak ekan.

84–Masala. (2.6.5**). Og'irligi $3,2 \text{ kN}$, radiusi $R = 32,4 \text{ sm}$ bo'lgan g'ildirakka cho'zilmaydigan ip yordamida 2–yuk osilgan. Agar dumalab ishqalanish koeffitsiyenti $\delta = 0,004 \text{ m}$ bo'lsa, 2–yukning qanday eng katta qiymatida g'ildirak o'zining muvozanat holatini saqlab qoladi? (12.11–rasm, a)).

Yechish: G'ildirakka ta'sir qiluvchi kuchlarni chizmada tasvirlaymiz. 2–yukning og'irlik kuchi, gorizontga perpendikulyar ravishda pastga qarab yo'nalgan bo'ladi. 2–yuk ta'sirida, g'ildirak ilgarilanma harakat qilishga intiladi. Shuning uchun 2–yukning ta'sir kuchini gorizontga parallel ravishda, markazga T kuch deb qo'yamiz. (12.11–rasm, o)). G'ildirak chapdan o'ng tomonga harakatlangani uchun, x o'qini harakat yo'nalishi bo'ylab joylashtiramiz. y o'qini esa g'ildirakning markazidan o'tkazamiz.



12.11–rasm.

Demak, g'ildirakka 4 ta T , G , N , F_{ishq} kuchlari ta'sir qilayapti. Shu kuchlar ta'sirida g'ildirak muvozanatda turibdi, deb faraz qilamiz va muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x = 0; \quad T - F_{ishq} = 0; \Rightarrow T = F_{ishq} \quad (1)$$

$$\sum y = 0; \quad N - G = 0; \Rightarrow N = G \quad (2)$$

$$\sum M_A(F_K) = 0; \quad N \cdot \delta - T \cdot R = 0: \quad (3)$$

(3)–tenglamadan,;

$$T = \frac{\delta}{R} \cdot N = \frac{\delta}{R} \cdot G$$

Qiymatlarini formulaga qo'yishdan oldin, bir xil o'lchamda yozib olamiz.

$$\delta = 0,004 \text{ m}, \quad R = 32,4 \text{ sm} = 0,324 \text{ m}.$$

$$G = 3,2 \text{ kN} = 3200 \text{ N}.$$

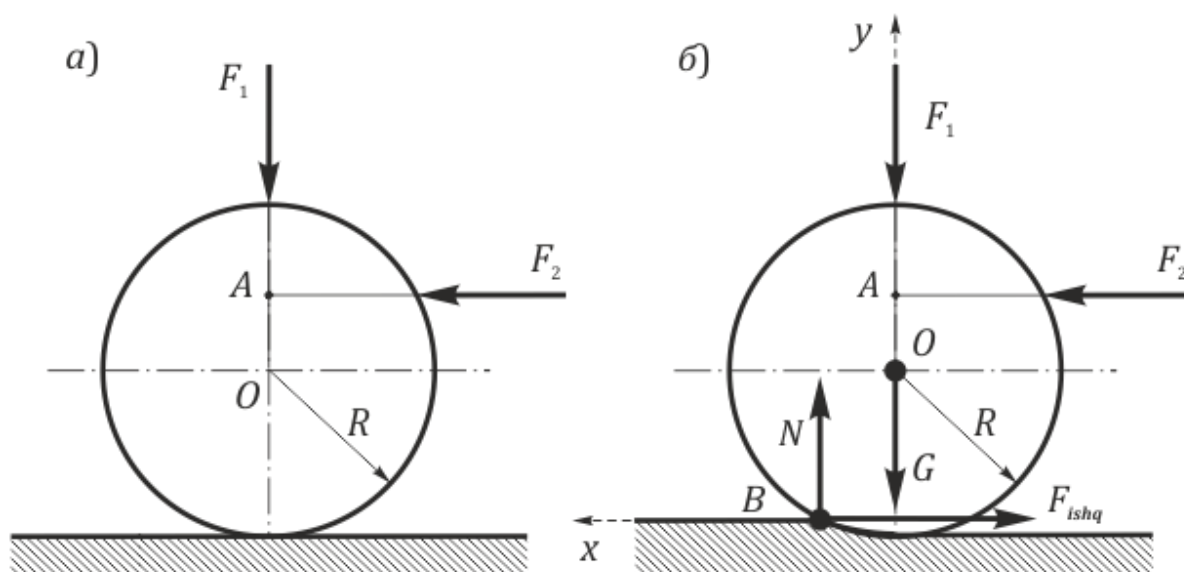
$$T = \frac{\delta}{R} \cdot G = \frac{0,004}{0,324} \cdot 3200 = 40 \text{ N}.$$

Demak, g'ildirakning dumalamasligi uchun, osilgan 2–yukning eng katta qiymati $T = 40 \text{ N}$ (yoki $T \approx 4 \text{ kg}$) bo'lishi kerak ekan.

85–Masala. (2.6.3**). Og'irligi 2 kN bo'lgan bir jinsli g'ildirakka gorizontaal $F_2 = 10 \text{ N}$ va vertikal F_1 kuchlar ta'sir etib, g'ildirak dumalanishni boshlashi uchun F_1 kuchning eng katta qiymati qancha bo'lishi lozim? Bunda

g'ildirakning radiusi $0,8 \text{ m}$ va o'lchami $OA = 0,4 \text{ m}$. Dumalab ishqalanish koefitsiyenti $\delta = 0,005 \text{ m}$ deb oling (12.12–rasm, a)).

Yechish: Koordinatalar sistemasini o'rnatamiz. Koordinata boshi deb g'ildirakning gorizontga urinish nuqtasini olamiz. x o'qini harakat yo'nalishi bo'ylab yo'naltiramiz y o'qini esa urinish nuqtasi va g'ildirakning markazidan o'tkazamiz. Dumalashdagi ishqalanish paytida hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini ham joylashtiramiz (12.12–rasm, b)).



12.12–rasm.

G'ildirakka ta'sir qiluvchi N , F_1 , G , F_{ishq} va F_2 kuchlar tekislikdagi kuchlar sistemasini tashkil qiladi. Bu kuchlar ta'sirida g'ildirak muvozanatda turibdi deb hisoblab, uning momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\begin{aligned} \sum M_B(F_K) &= 0; & -F_1 \cdot \delta - G \cdot \delta + F_2 \cdot (R + OA) &= 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow F_1 \cdot \delta = F_2 \cdot 1,2 - G \cdot \delta \Rightarrow \\ F_1 &= \frac{1,2 - 2000 \cdot 0,005}{0,005} = \frac{2}{0,005} = 400 \text{ N} \end{aligned}$$

Demak, g'ildirak dumalashi uchun, yuqoridan yning markaziga qarab yo'nalgan kuchning miqdori $F_1 = 400 \text{ N}$ bo'lishi kerak ekan.

II–BOB. Fazoviy kuchlar sistemasi

13–§. Fazoda ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar

Kuchning o'qqa nisbatan momenti. Avvalo kuchning o'qqa nisbatan momenti tushunchasini kiritamiz. $Oxyz$ fazoviy koordinatalar sistemasida ixtiyoriy F kuch olamiz. Bu kuch jismni Oz o'qi atrofida aylantirsin. Kuchni Oxy tekislikka proyeksiyalaymiz va uni F_{pr} deb belgilaymiz. Shu proyeksiyadan koordinata boshi (Oz o'q bilan Oxy tekislik kesishgan nuqta)ga nisbatan moment olamiz. (13.1–rasm).

Bu moment berilgan F kuchning Oz o'qqa nisbatan momenti deyiladi. Uning matematik ifodasini keltiramiz:

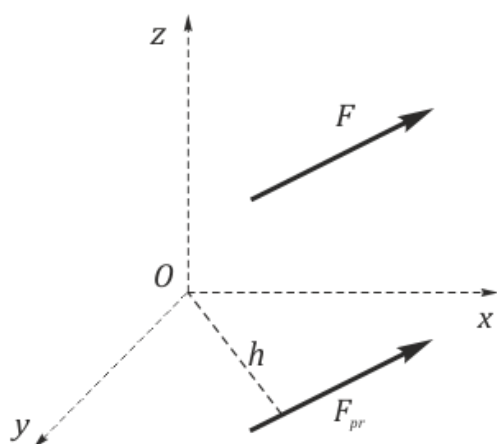
$$M_z(F) = M_O(F_{pr}) = \pm F_{pr} \cdot h \quad (13.1)$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti skalyar miqdor bo'lib, faqat ikki holda

nolga teng bo'lishi mumkin:

1) Agar F kuch Oz o'qiga parallel bo'lsa, bu holda kuchning tekislikdagi proyeksiyasi nuqtadan iborat bo'ladi, vaholanki $F_{pr} = 0$.

2) Agar F kuch yoki uning ta'sir chizig'i Oz o'qini biror bir nuqtada kesib o'tsa, u holda $h = 0$ bo'ladi.



13.1–rasm.

Xuddi kuchning nuqtaga nisbatan momentiga o'xshab, kuch jismni Oz o'qi atrofida soat strelkasi harakatiga teskari yo'nalishda harakatlantirsa, kuchning o'qqa nisbatan momenti musbat, aks holda manfiy ishora bilan olinadi. Ishorani tanlash holatida Oz o'qining musbat yo'nalishi uchidan qaraladi.

Agar kuchning qo'yilish nuqtasi $A(x,y,z)$ va kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari F_x , F_y , F_z ma'lum bo'lsa uning har bir o'qqa nisbatan momentlari quyidagicha aniqlanadi.

$$\begin{aligned}
M_x &= y \cdot F_z - z \cdot F_y \\
M_y &= z \cdot F_x - x \cdot F_z \\
M_z &= x \cdot F_y - y \cdot F_x
\end{aligned}
\tag{13.2}$$

Bu holatda, $M_0 = M_x i + M_y j + M_z k$ ligi uchun uning moduli $M_0 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$ bo'ladi.

Yo'naltiruvchi kosinuslari esa quyidagicha aniqlanadi:

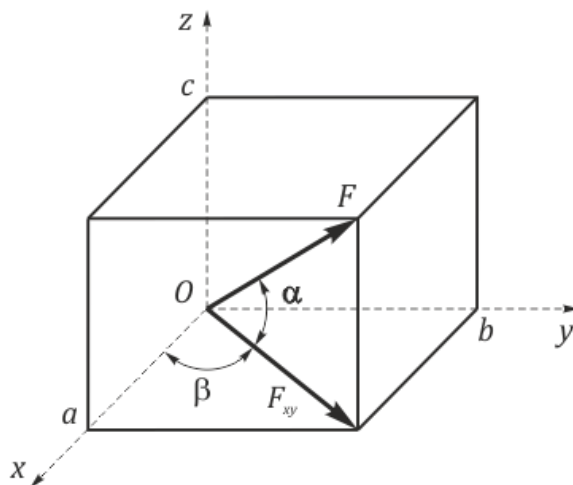
$$\begin{aligned}
\cos(\hat{x}, M) &= \frac{M_x}{M}; \\
\cos(\hat{y}, M) &= \frac{M_y}{M}; \\
\cos(\hat{z}, M) &= \frac{M_z}{M}.
\end{aligned}
\tag{13.3}$$

Kuch momentini hisoblashda uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalaridan keng foydalaniladi.

Ushbu chizmada, F kuchning Oxy tekislik bilan hosil qilgan burchagi α , kuchning shu tekislikdagi proyeksiyasi F_{xy} bilan Ox o'qi orasidagi burchak β berilgan (13.2–rasm).

Shu kuchning koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklari noma'lum bo'lgan hol uchun uning shu o'qlardagi proyeksiyalari quyidagicha topiladi:

$$\begin{aligned}
F_x &= oa = pr_x F_{xy} = F_{xy} \cdot \cos \beta = F \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \\
F_y &= ob = pr_y F_{xy} = F_{xy} \cdot \sin \beta = F \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \\
F_z &= oc = F \cdot \sin \alpha
\end{aligned}
\tag{13.4}$$



13.2–rasm.

Fazoda bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi, ularni qo'shish va tashkil etuvchilarga ajratish hamda ularning muvozanati

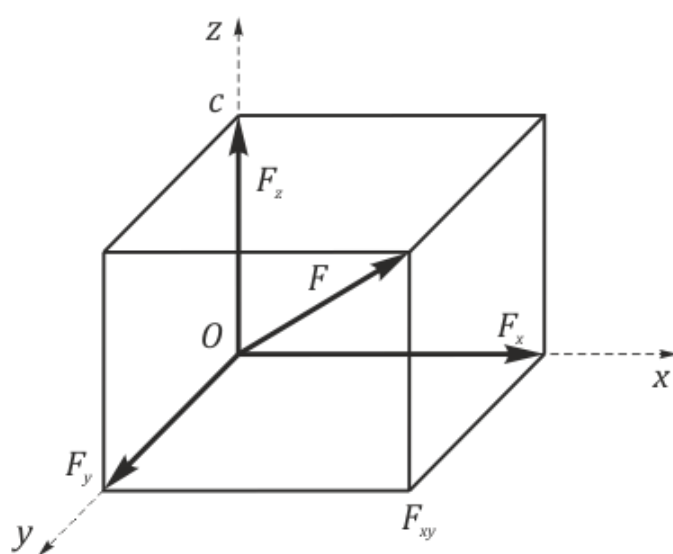
Tekislikdagi kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun aytilgan barcha ma'lumotlar, ushbu mavzu uchun ham o'rinlidir, faqat noma'lumlar soni bittaga ko'payadi.

Agar kuchlarning ta'sir chiziqlari fazoda bir nuqtada kesishsa, ular **fazoviy kesishuvchi kuchlar sistemasi** deyiladi.

$\vec{F} = F_x \cdot i + F_y \cdot j + F_z \cdot k$ formulada F_x, F_y, F_z kattaliklar, kuchning shu mos o'qlardagi proyeksiyalari yoki kuchning tashkil etuvchilari deyiladi.

Agar fazoda shu kattaliklarni parallelepipedning tomonlari sifatida qabul qilsak, uning diagonalini shu kuchning yo'nalishini va miqdorini ifodalaydi (13.3–rasm)

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (13.5)$$



13.3–rasm.

$F_1, F_2, \dots, F_n$ kesishuvchi kuchlar sistemasi berilgan bo'lsin. Ularning teng ta'sir etuvchisini topish uchun ularni qo'shib chiqish kerak. Ya'ni, kuchlarni analitik usulda qo'shish uchun, avvalo ularning mos koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari qo'shiladi. Berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi quyidagicha topiladi.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad (13.6)$$

bu yerda

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} \\ R_z &= F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} \end{aligned} \quad (13.7)$$

yo'naltiruvchi kosinuslari esa quyidagicha hisoblanadi:

$$\cos(\hat{R}, x) = \frac{R_x}{R}; \quad \cos(\hat{R}, y) = \frac{R_y}{R}; \quad \cos(\hat{R}, z) = \frac{R_z}{R}. \quad (13.8)$$

Fazodagi kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatini xuddi tekislikdagidek ikki xil usulda ifodalash mumkin:

1. Geometrik muvozanat sharti - bu kuchlar sistemasiga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi lozim. Bu holatda ko'pburchak fazoviy siniq chiziqlardan iborat qandaydir shakl –figuradan iborat bo'ladi.

2. Analitik muvozanat sharti - bu berilgan kuchlar sistemasining mos koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi bir vaqtning o'zida nolga teng bo'lishi lozim.

Ya'ni,

$$\sum x = 0, \sum y = 0, \sum z = 0. \text{ yoki } R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0. \quad (13.9)$$

Endi shu mavzuga oid misol va masalalar bilan tanishamiz:

86–Masala. (1.3.3**). $\vec{F} = 3 \cdot \vec{i} + 2,45 \cdot \vec{j} + 7 \cdot \vec{k}$ kuchning vektori bilan Ox o'qi orasidagi burchak kosinusini toping.

Yechish. $\vec{F} = 3 \cdot \vec{i} + 2,45 \cdot \vec{j} + 7 \cdot \vec{k} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$

Bundan $F_x = 3, F_y = 2,45, F_z = 7.$

Formulaga asosan, kuchning miqdorini hisoblaymiz

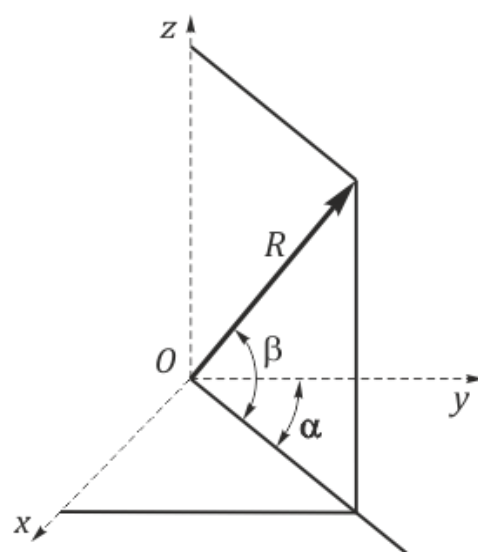
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(3)^2 + (2,45)^2 + (7)^2} = 8 \text{ N}$$

$$\cos(\vec{F}, x) = \cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{3}{8} = 0,37.$$

87–Masala. (1.3.4**). Fazoviy kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi R ning moduli 150 N . Agar burchaklar $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$ bo'lsa, R vektorining Oy o'qidagi proyeksiyasini aniqlang (13.4–rasm).

Yechish: Chizmadan foydalanib, berilgan R kuchning Oxy tekislikdagi proyeksiyasini topib olamiz:

$$R_{xy} = R \cdot \cos \beta = 150 \cdot \frac{1}{2} = 75$$

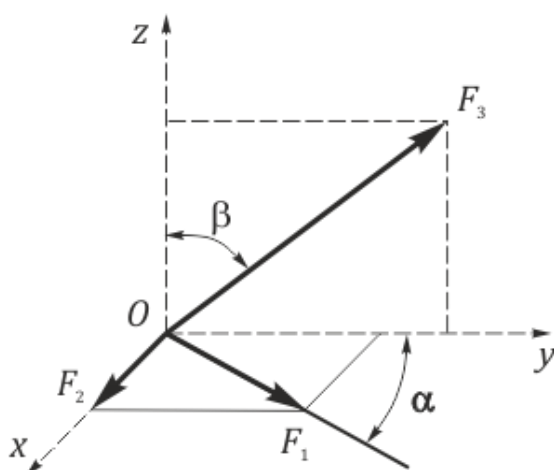


13.4–rasm.

Bu proyeksiyani Oy o'qiga proyeksiyalasak, masalaning javobi chiqadi.

$$\text{Pr}_y R = \text{Pr}_y R_{xy} = R_{xy} \cdot \cos \alpha = 75 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 65 \text{ N}$$

88–Masala. (1.3.6**). Fazoviy kuchlar $F_1 = 15 \text{ N}$, $F_2 = 20 \text{ N}$, $F_3 = 25 \text{ N}$ ning teng ta'sir etuvchi kuchi miqdorini aniqlang. F_1 va F_3 kuchlarning koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklari $\alpha = 60^\circ$ va $\beta = 45^\circ$ (13.5–rasm).



13.5–rasm.

Yechish: Chizmadan ko'rinadiki, F_3 kuch Ozy tekislikda, F_1 kuch Oxy tekislikda yotibdi va u Ox o'qi bilan 30° burchak hosil qiladi. F_2 kuch esa x o'qining musbat yo'nalishida yotibdi. Har bir kuchning mos o'qlardagi proyeksiyalarini hisoblaymiz.

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 30^\circ = 15 \cdot 0,866 = 13 \text{ N};$$

$$F_{2x} = F_2 = 20 \text{ N};$$

$$F_{3x} = 0;$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \text{ N};$$

$$F_{2y} = 0; \quad F_{3y} = F_3 \cdot \cos 45^\circ = 25 \cdot 0,7 = 17,5 \text{ N};$$

$$F_{1z} = 0; \quad F_{2z} = 0; \quad F_{3z} = F_3 \cdot \cos 45^\circ = 25 \cdot 0,7 = 17,5 \text{ N}.$$

Endi izlanayotgan teng ta'sir etuvchi kuch R ning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini quyidagicha hisoblab olamiz:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 13 + 0 + 20 = 33$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 7,5 + 0 + 17,5 = 25$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = 0 + 0 + 17,5 = 17,5$$

$$\text{Demak, } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 45 \text{ N}.$$

89–Masala. (1.3.7**). Uchta kuchning teng ta'sir etuvchisining moduli $R = 33,8 \text{ N}$ berilgan bo'lib, uning yo'naltiruvchi kosinuslari $\cos \alpha = 0,325$, $\cos \beta = 0$, $\cos \gamma = 0,946$ va kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari $F_{1x} = 7 \text{ N}$, $F_{1y} = 10 \text{ N}$, $F_{1z} = 0 \text{ N}$, $F_{2x} = -5 \text{ N}$, $F_{2y} = 15 \text{ N}$, $F_{2z} = 13 \text{ N}$ bo'lsa F_3 kuchning modulini aniqlang?

Yechish. Masala shartini o‘zimizga moslab yozib olamiz:

Berilgan. $R = 33,8 \text{ N}$

$\cos \alpha = 0,325,$	$F_{1x} = 7 \text{ N},$	$F_{2x} = -5 \text{ N},$	Topish kerak
$\cos \beta = 0,$	$F_{1y} = 10 \text{ N},$	$F_{2y} = 15 \text{ N},$	$F_3 = ?$
$\cos \gamma = 0,946$	$F_{1z} = 0 \text{ N}$	$F_{2z} = 13 \text{ N}$	

Avvalo yo‘naltiruvchi kosinuslar formulasidan foydalanib, teng ta‘sir etuvchi kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari R_x, R_y, R_z ni topib olamiz.

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} \Rightarrow R_x = R \cdot \cos \alpha = 33,8 \cdot 0,325 = 10,98$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{R} \Rightarrow R_y = R \cdot \cos \beta = 33,8$$

$$\cos \gamma = \frac{R_z}{R} \Rightarrow R_z = R \cdot \cos \gamma = 33,8 \cdot 0,946 = 31,97$$

Bu qiymatlardan foydalanib, so‘ralgan $\vec{F}_3$ kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini quyidagi tartibda hisoblab olamiz:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \Rightarrow F_{3x} = R_x - F_{1x} - F_{2x} \Rightarrow F_{3x} = 10,98 - 7 + 5 = 8,98$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \Rightarrow F_{3y} = R_y - F_{1y} - F_{2y} \Rightarrow F_{3y} = 0 - 10 - 15 = -25$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} \Rightarrow F_{3z} = R_z - F_{1z} - F_{2z} \Rightarrow F_{3z} = 31,97 - 0 - 13 = 18,97$$

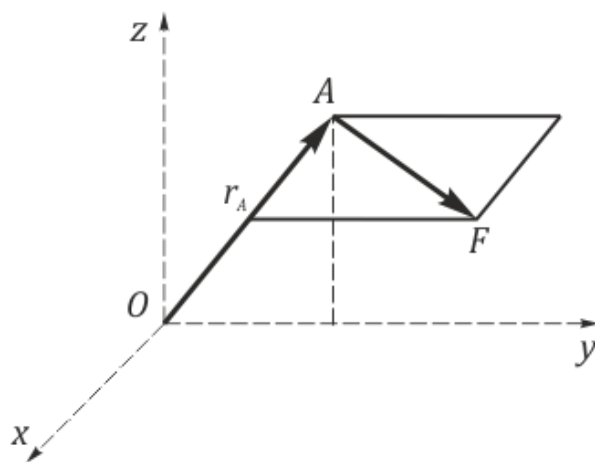
$$\text{Demak, } F_{3x} = 8,98, F_{3y} = -25, F_{3z} = 18,97$$

$$\text{Bundan } F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2 + F_{3z}^2} = \sqrt{(8,98)^2 + (-25)^2 + (18,97)^2} = 32,66 \text{ N}$$

Javob. $F_3 = 32,6 \text{ N}.$

90–Masala. (5.1.2**). Radius vektori $r_A = 6\vec{j} + 8\vec{k}$ (m) bilan aniqlanuvchi fazodagi A nuqtaga $F = 3i + 4j$ (N) kuch ta‘sir etsa, kuchning O nuqtaga nisbatan momentini hisoblang (13.6–rasm).

Yechish: Masala shartiga asosan $r = xi + yj + zk = 6j + 8k$, bundan kuch qo‘yilgan nuqtaning koordinatalari $x = 0, y = 6, z = 8$ ekanligi kelib chiqadi, ya‘ni, $A(x, y, z) = A(0, 6, 8)$. Yana, masala



13.6–rasm.

shartiga asosan, $F = F_x \cdot i + F_y \cdot j + F_z \cdot k = 3i + 4j$; bundan $F_x = 3$, $F_y = 4$, $F_z = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Endi bu qiymatlarni (13.2) formulaga qo'yib, berilgan kuchning O nuqtaga nisbatan momentining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topib olamiz:

$$M_x = y \cdot F_z - z \cdot F_y = -8 \cdot 4 = -32$$

$$M_y = z \cdot F_x - x \cdot F_z = 8 \cdot 3 = 24$$

$$M_z = x \cdot F_y - y \cdot F_x = -6 \cdot 3 = -18$$

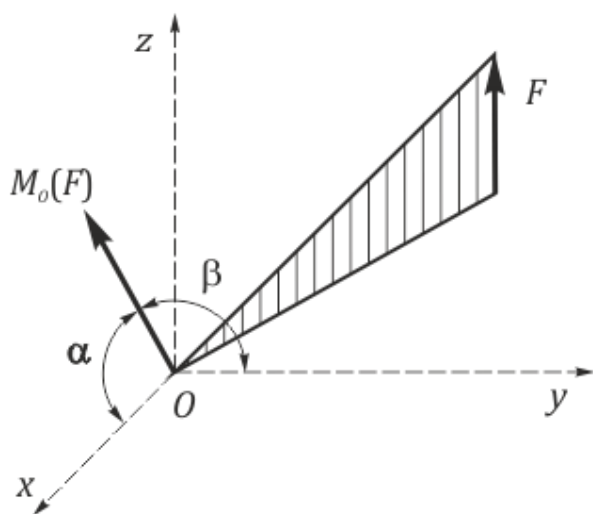
Bularni o'rniga qo'yamiz:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{1024 + 576 + 324} = 43,9$$

Demak, $M_o(F) = M = 43,9 \text{ N} \cdot m$ ekan.

91–Masala. (5.1.3**). F kuchning O markazga nisbatan momenti $M_o(F) = 18 \text{ N} \cdot m$ miqdorga teng bo'lib, vektori esa Ox va Oy koordinata o'qlari

bilan $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 120^\circ$ burchaklar tashkil qilsa, kuchning Ox o'qiga nisbatan momenti qanchaga teng bo'ladi (13.7–rasm).



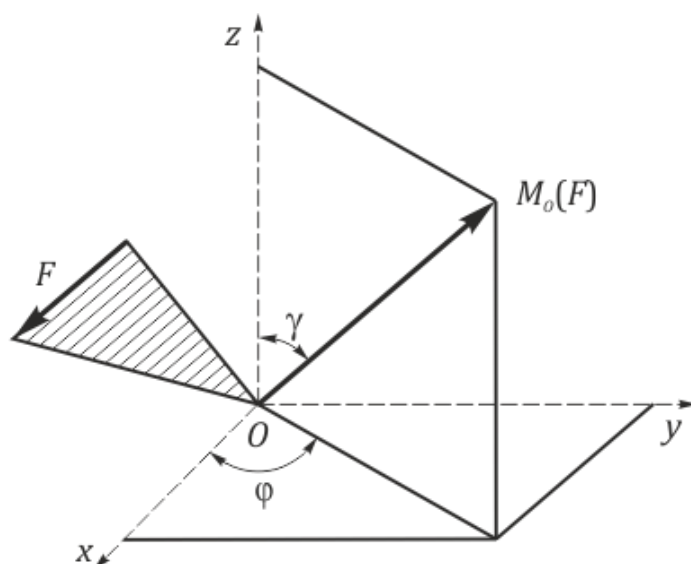
13.7–rasm.

Yechish: Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalik bo'lib, ushbu masalada berilgan kuchning Ox o'qiga nisbatan momentini hisoblash so'ralayapti. Buning uchun yo'naltiruvchi kosinuslar formulasidan foydalanamiz:

$$\cos \alpha = \frac{M_x}{M} \Rightarrow M_x = M \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \cos 120^\circ = -10 \cdot \cos 60^\circ = -5 \text{ N} \cdot m$$

92–Masala. (5.1.4**). F kuchning O markazga nisbatan momenti miqdori $M_o(F) = 100 \text{ N} \cdot m$ bo'lib, vektori esa koordinata o'qlari bilan $\gamma = 30^\circ$, $\varphi = 30^\circ$ burchaklar tashkil qilsa, kuchning Oy o'qiga nisbatan momentini hisoblang (13.8–rasm).

Yechish: Masala sharti bo'yicha chizmadan ko'rinadiki, F kuchning O nuqtaga nisbatan momenti vektori Oz o'qi bilan $\gamma = 30^\circ$ tashkil qiladi, demak, bu moment o'zining Oxy tekislikdagi proyeksiyasi bilan $\beta = 60^\circ$ burchak hosil qiladi va bu proyeksiya Oy o'qi bilan ham $\alpha = 60^\circ$ burchak hosil qiladi.



13.8–rasm.

Har ikkala proyeksiyani hisoblab olamiz:

$$\text{Pr}_{xOy} M = M \cdot \cos \beta = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$M_y = \text{Pr}_y(\text{Pr}_{xOy} M) = \text{Pr}_{xOy} M \cdot \cos \alpha = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$$

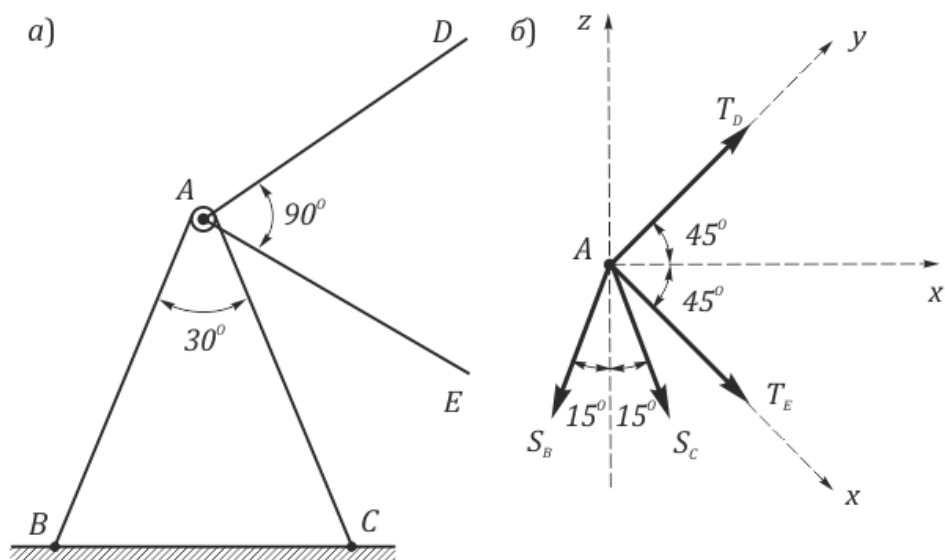
Demak, F kuchning Oy o'qiga nisbatan momenti $M_y(F) = M_y = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$ ekan.

93–Masala. (6.1*). Muyulishda turgan stolba uchlari sharnir vositasida biriktirilgan, qiyaligi bir xilda bo'lgan AB va AC to'sinlardan iborat. Burchak $BAC = 30^\circ$. Stolba bir-biri bilan to'g'ri burchak hosil qilgan ikkita AD va AE gorizontaal simlarni ushlab turadi. Har qaysi simning taranglik kuchi 1 kN ga teng. BAC tekislik DAE burchakni teng ikkiga bo'ladi deb hisoblab, to'sinlardagi zo'riqishlar topilsin. To'sinlarning og'irligi hisobga olinmasin (13.9–rasm, a)).

Yechish: Dekart koordinatalar sistemasini shunday o'rnatamizki, Ox va Oy o'qlarini simlar bo'ylab, Oz o'qini esa unga perpendikulyar qilib o'tkazamiz (13.9–rasm, b)). Masala sharti bo'yicha BAC tekislik bilan DAE burchakning o'rtasidan kesishish chizig'idan x' o'qini o'tkazamiz. Aytilgan o'qlarni va har bir yo'nalish bo'ylab hosil bo'ladigan zo'riqishlarni chizmada tasvirlaymiz. Bitta A nuqtada kesishuvchi fazoviy kuchlar sistemasi hosil bo'ldi. Masala sharti bo'yicha simlardagi taranglik kuchlari $T_D = T_E = 1 \text{ kN}$. AB va AC to'sin (sim

yog‘och) lardagi hosil bo‘ladigan zo‘riqishlar S_B va S_C larni topish uchun A tayanchning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$S_B + S_C + T_D + T_E = 0$$



13.9–rasm.

Barcha kuchlarni z va x' o‘qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\sum F_z = 0; \quad -S_B \cdot \cos 15^\circ - S_C \cdot \cos 15^\circ \Rightarrow S_C = -S_B$$

$$\begin{aligned} \sum F_{x'} = 0; \quad & -S_B \cdot \sin 15^\circ + S_C \cdot \sin 15^\circ + T_D \cdot \cos 45^\circ + T_E \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow \\ & \Rightarrow -2S_B \cdot \sin 15^\circ + (T_D + T_E) \cdot \cos 45^\circ = 0 \\ & 2S_B \cdot \sin 15^\circ = (T_D + T_E) \cdot \cos 45^\circ \end{aligned}$$

$$S_B = \frac{(T_D + T_E) \cdot \cos 45^\circ}{2 \cdot \sin 15^\circ} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \cdot \sin 15^\circ} = 2,73 \text{ kN.}$$

Demak, AB va AC sim yog‘ochlardagi zo‘riqish $S_B = -S_C = 2,73 \text{ kN}$ ekan.

94–Masala. (6.4*). Agar $\angle CBA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle EAD = 30^\circ$ ekanligi berilgan bo‘lsa, AB va AC sterjenlardagi S_1 va S_2 zo‘riqishlar hamda AD trosdagi T zo‘riqish topilsin. P yukning og‘irligi 300 N ga teng. ABC tekislik gorizont, sterjenlar A , B va C nuqtalarda sharnirlar bilan biriktirilgan (13.10–rasm, a)).

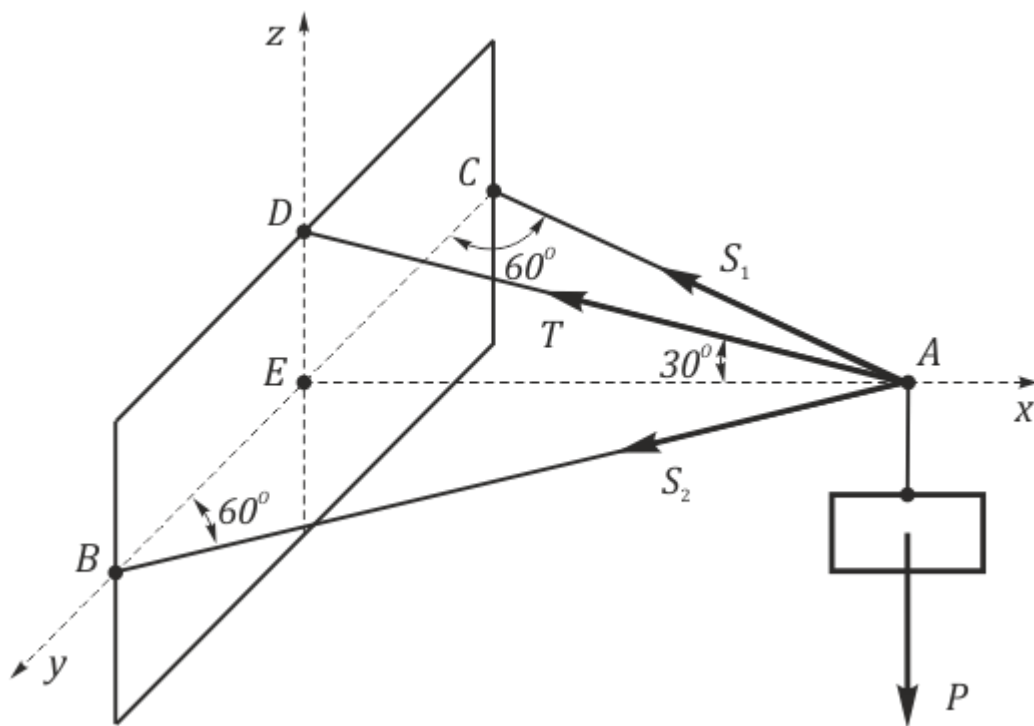
Yechish: Koordinatalar sistemasini o‘rnatamiz. Koordinatalar boshi deb E nuqtani tanlaymiz. Ox o‘qining musbat yo‘nalishi qilib EA to‘g‘ri chiziqni tanlaymiz. Oy va Oz o‘qlarini mos ravishda o‘rnatamiz. Chizmani qaytadan chizib, zo‘riqishlarni ifodalaymiz BAC uchburchakning asosidagi burchaklari 60°

[illegible]

13.10–rasm, a).

T , S_1 , S_2 va P kuchlar bitta A nuqtada fazodagi kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi.

Kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini yozamiz:



13.10–rasm, *o*).

$$\sum x = 0; \quad -S_1 \cdot \cos 30^\circ - S_2 \cdot \cos 30^\circ - T \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum y = 0; \quad -S_1 \cdot \cos 60^\circ + S_2 \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (2)$$

$$\sum z = 0; \quad T \cdot \sin 30^\circ - P = 0. \quad (3)$$

Oxirgi tenglamadan

$$T = \frac{P}{\sin 30^\circ} = \frac{300}{\frac{1}{2}} = 600 \text{ N}$$

$$(2) \text{ tenglamadan } \Rightarrow S_1 = S_2$$

$$(1) \text{ tenglamadan } \Rightarrow -2S_1 \cdot \cos 30^\circ = T \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow -2S_1 = T \Rightarrow$$

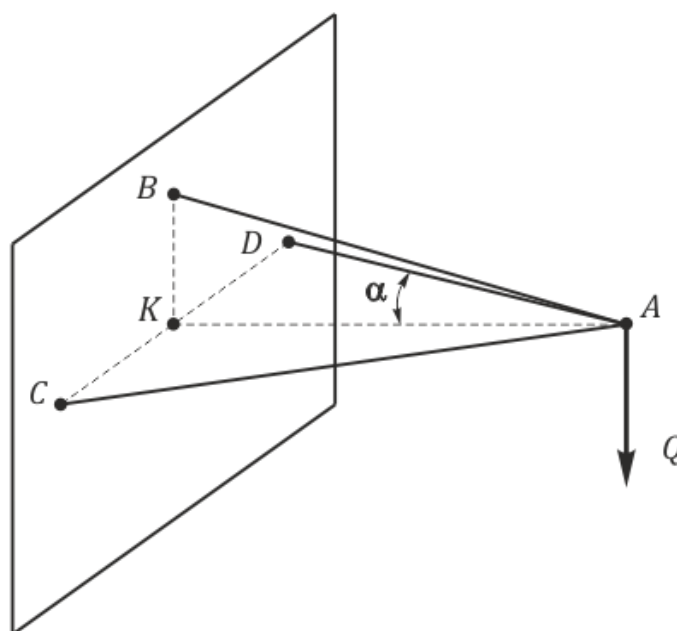
$$\Rightarrow S_1 = -\frac{T}{2} = -\frac{600}{2} = -300 \text{ N}$$

Demak, AB va AC sterjenlardagi zo'riqishlar $S_1 = S_2 = -300 \text{ N}$ ekan.

Bu zo'riqishlar siqilishga ishlayotgan ekan, shu sababli manfiy. Tros esa cho'zilishga ishlaydi.

95–Masala. (6.6*). Og'irligi 180 N bo'lgan Q yukni ushlab turuvchi AB trostdagi hamda AC va AD sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin. $AB = 170 \text{ sm}$, $AC = AD = 100 \text{ sm}$, $CD = 120 \text{ sm}$, $KC = KD$ va CDA uchburchak tekisligi gorizontal. Sterjenlar A , C va D nuqtalarda sharnir bilan biriktirilgan (13.11–rasm, a)).

Yechish: Koordinatalar sistemasini quramiz. Koordinatalar boshi deb K nuqtani tanlaymiz. Ox o'qini KA bo'ylab, Oy o'qini DC bo'ylab Oz o'qini esa



13.11–rasm, a).

KB to'g'ri chiziq bo'yicha yo'naltiramiz (13.11–rasm, δ). Trosda va sterjenlardagi hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini (zo'riqlashlarni) chizmada tasvirlaymiz.

Bitta nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi hosil bo'ladi. Masala sharti bo'yicha $Q = 180 \text{ N}$, $AB = 170 \text{ sm}$, $AC = AD = 100 \text{ sm}$, $CD = 120 \text{ sm}$, $KC = KD = 60 \text{ sm} \Rightarrow AK = \sqrt{AD^2 - KD^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 \text{ sm}$

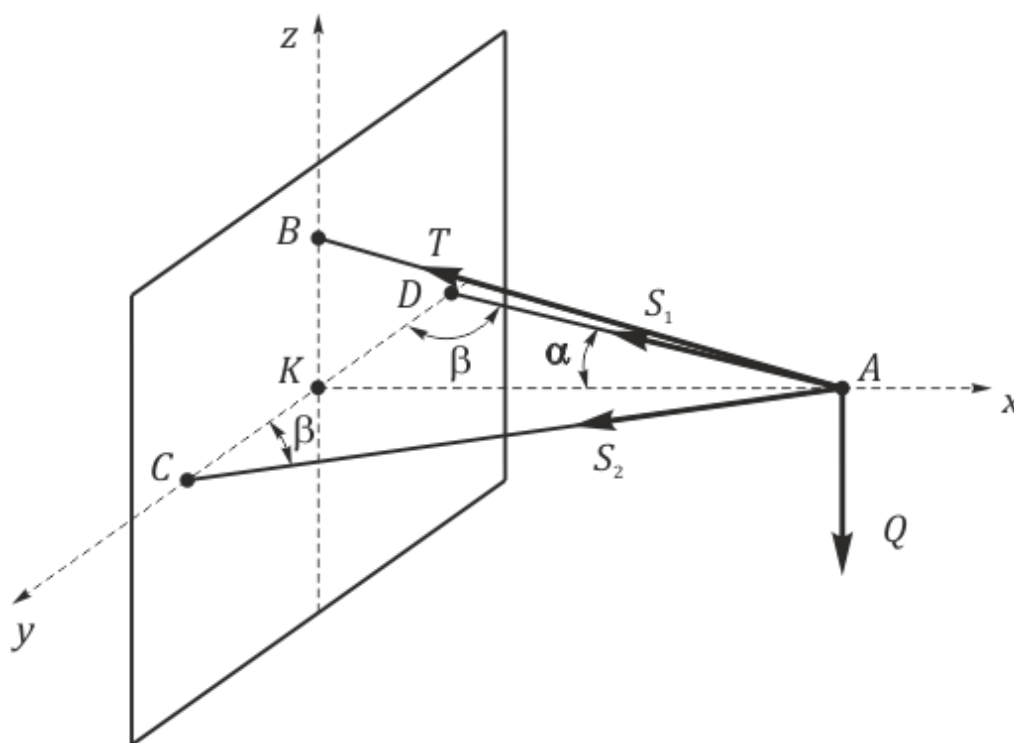
Hosil bo'lgan reaksiya kuchlarining proyeksiyalarini hisoblash uchun α va β burchaklarning sinus va kosinuslarini topib olamiz. 13.11–rasm, δ)ga asosan:

$$\cos \alpha = \frac{AK}{AB} = \frac{80}{170} = 0,470$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 0,882$$

$$\cos \beta = \frac{KC}{AC} = \frac{KD}{AD} = \frac{60}{100} = 0,6$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$$



13.11–rasm, δ).

Endi kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned}\sum x &= 0; & -T \cdot \cos \alpha - S_1 \cdot \sin \beta - S_2 \sin \beta &= 0 \\ \sum y &= 0; & S_2 \cdot \cos \beta - S_1 \cos \beta &= 0 \\ \sum x &= 0; & -Q + T \cdot \sin \alpha &= 0\end{aligned}$$

Oxirgi tenglamadan

$$T = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{180}{0,882} = 204 \text{ N}$$

2) – tenglamadan $S_1 = S_2$, buni 1) – tenglamaga qo'yamiz,
 $2S_1 \cdot \sin \beta = -T \cdot \cos \alpha$

Bundan
$$S_1 = -\frac{T \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \sin \beta} = -\frac{204 \cdot 0,47}{2 \cdot 0,8} = -60 \text{ N}$$

Demak, AC va AD sterjenlardagi zo'riqishlar $S_1 = S_2 = -60 \text{ N}$ va bu zo'riqishlar siqilishga ishlayotgan ekan. Trosdagi zo'riqish esa cho'zilishga ishlayapti va $T = 204 \text{ N}$ ekan.

14–§. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish.

Tekisldagi kuchlar sistemasini sodda holga keltirish masalasi o'rganilgan edi. Fazoviy kuchlar sistemasi ham, xuddi shunday yo'l bilan sodda holga keltiriladi. Faqat o'zgaruvchilar soni bittaga ko'payadi.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlar sistemasi berilgan bo'lsin. Shu kuchlar sistemasidagi barcha kuchlarni e'tiborga olgan holda, keltirish markazi deb ataladigan O nuqtaga miqdorlari o'zaro teng, ya'ni, $|F_k| = |F'_k| = |F''_k|$ bo'lgan $(F'_k, F''_k) \neq 0$ kuchlar sistemasini qo'yib chiqamiz (Bu yerda $k = \overline{1, n}$). Natijada bir nuqtaga qo'yilgan kesishuvchi $(F'_1, F'_2, \dots, F'_n)$ kuchlar sistemasi, hamda momentlari berilgan $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ kuchlarning O nuqtaga nisbatan momentlariga teng bo'lgan n ta juft kuchlar $(F_1, F'_1), (F_2, F'_2), \dots, (F_n, F'_n)$ hosil bo'ladi. O nuqtada kesishuvchi $(F'_1, F'_2, \dots, F'_n)$ kuchlarni geometrik qo'shib, bitta R^* kuchni olamiz:

$$R^* = \sum_{k=1}^n F'_k \quad (14.1)$$

$$R^* = R_x^* \cdot \vec{i} + R_y^* \cdot \vec{j} + R_z^* \cdot \vec{k} \quad (14.2)$$

uning moduli (son qiymati) esa, $R^* = \sqrt{R_x^{*2} + R_y^{*2} + R_z^{*2}}$ formula bilan topiladi.

$$\cos\left(\overset{\wedge}{R^*}, x\right)=\frac{R_x^*}{R^*}; \quad \cos\left(\overset{\wedge}{R^*}, y\right)=\frac{R_y^*}{R^*}; \quad \cos\left(\overset{\wedge}{R^*}, z\right)=\frac{R_z^*}{R^*}; \quad (14.3)$$
$$\begin{aligned} M_1 &= M_0(F_1) = M_1(F_1, F_1'') \\ M_2 &= M_0(F_2) = M_2(F_2, F_2'') \\ &\dots\dots\dots \\ M_n &= M_0(F_n) = M_n(F_n, F_n'') \end{aligned} \tag{14.4}$$

Umumiy holda:

$$M_O = \sum M_k = \sum M_O(F_k) = \sum \vec{r}_k \times \vec{F}_k$$

$$M_x = \sum M_x(F_k), M_y = \sum M_y(F_k), M_z = \sum M_z(F_k)$$
$$\begin{aligned} M_x &= \sum y_k F_{kz} - z_k F_{ky} \\ M_y &= \sum z_k F_{kx} - x_k F_{kz} \\ M_z &= \sum x_k F_{ky} - y_k F_{kx} \end{aligned} \quad (14.5)$$

Ya'ni $M_O = M_x \cdot \vec{i} + M_y \cdot \vec{j} + M_z \cdot \vec{k}$, uning moduli esa,
 $M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$ va yo'naltiruvchi kosinuslarini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\cos \alpha = \frac{M_x}{M_O}; \quad \cos \beta = \frac{M_y}{M_O}; \quad \cos \gamma = \frac{M_z}{M_O} \quad (14.6)$$

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bitta bosh vektorga va bitta bosh momentga keltirish, **kuchlar sistemasini sodda holga** yoki **kanonik ko'rinishga keltirish** deyiladi.

Quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1) $R^* = 0$, $M_O \neq 0$, bu holatda berilgan fazoviy kuchlar sistemasi momenti bosh momentga teng bo'lgan va keltirish markaziga bog'liq bo'lmagan bitta juft kuchga olib kelinadi.

Bosh moment quyidagicha topiladi:

$$M_O = \sum M_O(F_k)$$

Demak, bu moment erkin vektor bo'lib, ixtiyoriy nuqtaga qo'yiladi, ya'ni keltirish markazi deb ixtiyoriy nuqta tanlanadi.

2) $R^* \neq 0$, $M_O = 0$, bu holatda berilgan kuchlar sistemasi keltirish markazidan o'tadigan bitta teng ta'sir etuvchi kuchga olib kelinadi, ya'ni, $R^* = R = \sum F_k$. Bu teng ta'sir etuvchi kuch ta'sir chizig'ining tenglamasi quyidagicha topiladi:

$$\frac{x}{R_x^*} = \frac{y}{R_y^*} = \frac{z}{R_z^*} \quad (14.7)$$

3) $R^* \neq 0$, $M_O \neq 0$ va $R^* \perp M_O$ bo'lsin. Bu holatda berilgan kuchlar sistemasi keltirish markazidan o'tmaydigan va undan $h = \frac{M_O}{R^*}$ masofadagi nuqtadan o'tuvchi bitta teng ta'sir etuvchi kuch R ga olib kelinadi. Bu teng ta'sir etuvchi kuchning keltirish markaziga nisbatan momenti ishorasi bosh moment ishorasi bilan bir xil, ya'ni, ularning yo'nalishlari bir xil bo'lishi lozim. Demak, bu holatda teng ta'sir etuvchi kuch bilan bosh vektorning ta'sir chizig'i o'zaro parallel bo'ladi.

Bosh vektor R^* va bosh momentning o'zaro perpendikulyarligi uchun ularning skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'ladi, ya'ni

$(R^*, M_O) = 0 \Leftrightarrow R_x^* \cdot M_x + R_y^* \cdot M_y + R_z^* \cdot M_z = 0$, ushbu tenglik o'rinli bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch ta'sir chizig'ining tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{M_x - y \cdot R_z^* + z \cdot R_y^*}{R_x^*} = \frac{M_y - z \cdot R_x^* + x \cdot R_z^*}{R_y^*} = \frac{M_z - x \cdot R_y^* + y \cdot R_x^*}{R_z^*} \quad (14.8)$$

4) $R^* \neq 0$, $M_O \neq 0$ va $R^* \not\perp M_O$ bo'lsin. Bu holatda kuchlar sistemasi dinamik vintga keltiriladi. Bitta kuch va kuchga perpendikulyar tekislikda yotuvchi juftdan tashkil topgan sistema **dinamik vint** deyiladi. Dinamik vint ta'sirida jism ham ilgarilanma, ham aylanma harakatda bo'ladi. Ya'ni, berilgan kuchlar sistemasini ixtiyoriy O nuqtaga keltirish natijasida R^* bosh vektor bilan M_O bosh moment bir chiziq bo'ylab yo'nalgan (ya'ni $\alpha = 0$) bo'lsa, bunday hol dinamik vint deyiladi. Bosh momentning bosh vektorga nisbati **vint parametri** deyiladi. Vint parametri p bilan belgilanadi, ya'ni $p = \frac{M_O}{R^*}$. Bu holatda bosh vektor R^* ning ta'sir chizig'i **vint o'qi** yoki **markaziy o'q** deyiladi. Markaziy o'qning tenglamasi ham xuddi (14.8) formuladagidek aniqlanadi. Ya'ni teng ta'sir etuvchining tenglamasi vint parametriga tenglashtiriladi.

$$\frac{M_x - y \cdot R_z^* + z \cdot R_y^*}{R_x^*} = \frac{M_y - z \cdot R_x^* + x \cdot R_z^*}{R_y^*} = \frac{M_z - x \cdot R_y^* + y \cdot R_x^*}{R_z^*} = p \quad (14.9)$$

5) $R^* = 0$, $M_O = 0$, bu holatda qatiq jismga qo'yilgan fazodagi ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

E'tibor qilgan bo'lsangiz, fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi faqat 2 ta holdagina teng ta'sir etuvchiga olib kelinadi. Statika masalalarini yechishda keng qo'llaniladigan teng ta'sir etuvchi kuch uchun Varinyon teoremasi tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun keltirilgan edi. Ushbu teorema fazoviy kuchlar sistemasi uchun ham o'rinlidir:

Varinyon teoremasi: Agar berilgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchiga keltirilsa, bu teng ta'sir etuvchi kuchning ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti uni

tashkil etuvchi barcha kuchlarning mazkur nuqtaga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

Agar keltirish markazini o'zgartirish lozim bo'lsa, berilgan kuchlar sistemasining keyingi nuqtaga nisbatan bosh momentini quyidagicha topish mumkin bo'ladi:

$$M_A = M_O + M_A(R^*) \quad (14.10)$$

bu yerda: O —oldingi keltirish markazi, A —nuqta esa keyingi keltirish markazi.

Demak, agar qandaydir nuqtaga nisbatan bosh moment va bosh vektor aniqlangan bo'lib, keltirish markazini o'zgartirish lozim bo'lsa, keyingi nuqtaga nisbatan bosh momentni hisoblash uchun, bosh vektorning keyingi nuqtaga nisbatan momentini oldingi bosh momentga qo'shish kerak ekan.

Endi fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish mavzusini o'zlashtirish va mustahkamlash maqsadida quyidagi masalalarning yechilish usullari bilan tanishamiz.

96–Masala. (5.4.1**). Agar kuchlar sistemasi koordinata boshiga nisbatan bosh vektorga $R^* = 4i + 3j$ va bosh momentga $M_O = 8\vec{j} + 10\vec{k}$ ega bo'lsa, bu kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchiga almashtirsa bo'ladimi?

Yechish: Bizga ma'lumki, fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchi kuchga faqat 2 holda olib kelinadi:

$$1) R^* \neq 0 \text{ va } M_O = 0; \text{ yoki } 2) R^* \neq 0 \text{ va } M_O \neq 0, R^* \perp M_O;$$

Berilgan masala bu shartlarning qaysi birini qanoatlantirishini tekshirish uchun, masala shartida aytilganidek keltirish markazini koordinatalar boshi deb, kuchlar sistemasining bosh vektori R^* va bosh momenti M_O ning son qiymatlarini hisoblaymiz. Bu misolda

$$R^* = R_x^* \cdot i + R_y^* \cdot j + R_z^* \cdot k = 4 \cdot i + 3 \cdot j \quad \text{va} \quad R^* = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$M_O = M_x^* \cdot \vec{i} + M_y^* \cdot \vec{j} + M_z^* \cdot \vec{k} = 8 \cdot \vec{j} + 10 \cdot \vec{k} \quad \text{va} \quad M_O = \sqrt{64 + 100} = 12,8 \neq 0$$

Demak, $R^* \neq 0$, $M_O \neq 0$, va bizning masala 1-shartni qanoatlantirmayapti. Endi 2-shartni tekshirib ko'ramiz. Bu holatda kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchiga olib kelish uchun ular o'zaro perpendikulyar bo'lishi lozim.

Perpendikulyar bo'lishi uchun ularning skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'lishi kerak.

$$(R^*, M_O) = 0 \Rightarrow R_x^* \cdot M_x + R_y^* \cdot M_y + R_z^* \cdot M_z = 0$$

Bizda $R_x^* = 4$, $R_y^* = 3$, $R_z^* = 0$ va $M_x = 0$, $M_y = 8$, $M_z = 10$. Bu son qiymatlarni yuqoridagi formulaga qo'yib hisoblaymiz:

$$4 \cdot 0 + 3 \cdot 8 + 0 \cdot 10 = 24 \neq 0$$

Demak, bosh vektor va bosh momentning skalyar ko'paytmasi noldan farqli, ya'ni $(R^*, M_O) \neq 0$. Demak, ikkala shart ham bajarilmadi, ya'ni masala shartini qanoatlantiruvchi kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchi kuchga almashtirib bo'lmaydi.

97–Masala. (5.4.2**). Qirralari $OA = OB = OD = 5 \text{ m}$ bo'lgan tetraedrga qiymatlari $F_1 = 2 \text{ N}$ va $F_2 = 8,6 \text{ N}$ kuchlar qo'yilgan bo'lsa, shu kuchlar sistemasining bosh vektorini hisoblang. Bunda $F_1 \parallel Oz$ (14.1–rasm).

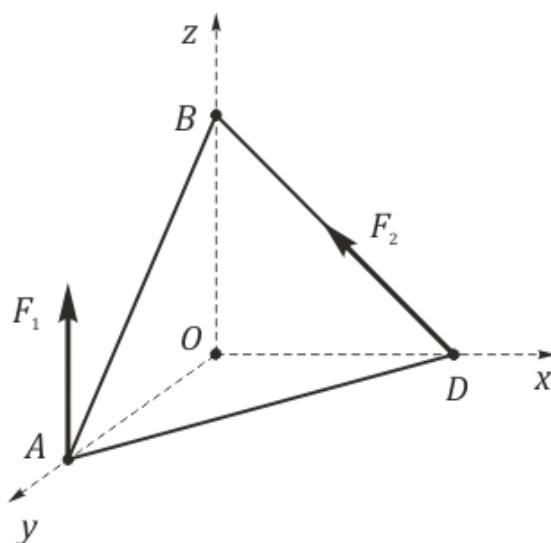
Yechish: Bosh vektorni hisoblash uchun uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topamiz:

$$R_x^* = F_{1x} + F_{2x} = 0 + 0 = 0;$$

$$R_y^* = F_{1y} + F_{2y} = 0 - F_2 \cdot \cos 45^\circ = -8,6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6,08;$$

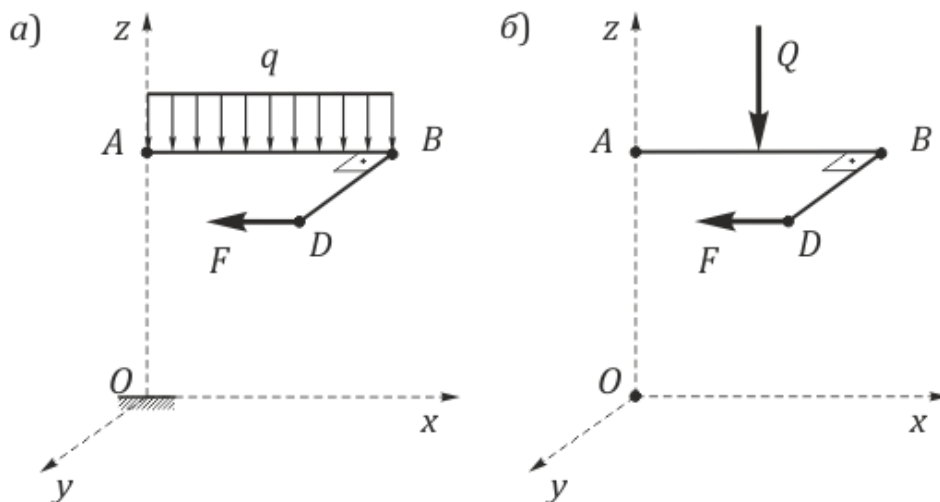
$$R_z^* = F_{1z} + F_{2z} = F_1 + F_2 \cdot \sin 45^\circ = 2 + 8,6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8,08;$$

$$R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{36,96 + 65,28} = 10,1 \text{ N}.$$



14.1–rasm.

98–Masala. (5.4.5**). O'lchamlari $AB = 1,5 \text{ m}$ bo'lgan, bukilgan to'singa miqdori $F = 4 \text{ kN}$ kuch va intensivligi $q = 2 \text{ kN/m}$ li taqsimlangan kuch ta'sir etayotgan bo'lsa, kuchlar sistemasi bosh vektorining modulini hisoblang (14.2–rasm, a)).



14.2–rasm.

Yechish: Konstruksiyada taqsimlangan kuch ta'sir qilayotgani uchun, uni teng ta'sir etuvchisi bilan almashtiramiz (14.2–rasm, b)).

$$Q = q \cdot AB = 3 \text{ kN}$$

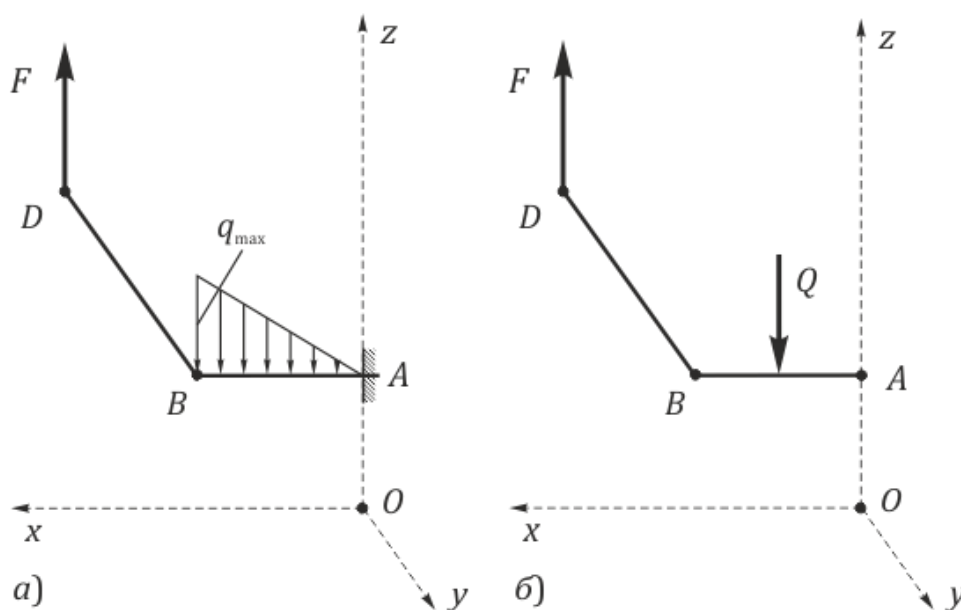
Chizmadan ko'rinadiki, $F \parallel Oxy$, ya'ni uning proyeksiyalari $F \perp Oz$ va $F \perp Oy$, $F \parallel Ox$, $Q \parallel Oz$ va $Q \perp Oy$ deb qabul qilinadi.

Ta'sir etuvchi Q va F kuchlarni O markazga olib kelimiz va bosh vektorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini, shu kuchlarni mos o'qlardagi proyeksiyalarining yig'indisi sifatida hisoblaymiz.

$R_y = 0$, $R_x = -F = -4$, $R_z = -Q = -3$. Demak, son qiymatlarini o'rniga qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz: $R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 5 \text{ kN}$.

99–Masala. (5.4.6**). O'lchamlari $AB = 3 \text{ m}$, $AB \parallel Ox$, $BD \perp AB$, $BD \parallel Oy$ bo'lgan bukilgan to'singa miqdorlari $F = 10 \text{ N}$ kuch va intensivligi $q_{\max} = 20 \text{ N/m}$ li taqsimlangan kuchlar ta'sir etadi. Kuchlar sistemasining bosh vektorining miqdorini aniqlang (14.3–rasm, a)).

Yechish: Taqsimlangan kuchni teng ta'sir etuvchi kuch bilan almashtiramiz. Bu teng ta'sir etuvchining qiymati hosil bo'lgan uchburchakning



14.3–rasm.

yuziga teng bo‘ladi (14.3–rasm, b)).

$$Q = \frac{q_{\max} \cdot AB}{2} = 30 \text{ N}$$

Bu kuchlarni koordinata boshiga olib kelimiz va F , Q deb belgilaymiz:

Chizma va masala shartiga asosan:

$$F \perp Oxy \Rightarrow F' \perp Ox, F' \perp Oy$$

$$Q \perp Oxy \Rightarrow Q' \perp Ox, Q' \perp Oy$$

Bosh vektorni hisoblash uchun, keltirilgan kuchlarning mos o‘qlardagi proyeksiyalarini qo‘shamiz.

$$R_x = F'_x + Q'_x = 0$$

$$R_y = F'_y + Q'_y = 0$$

$$R_z = F' - Q' = 10 - 30 = -20 \text{ N}$$

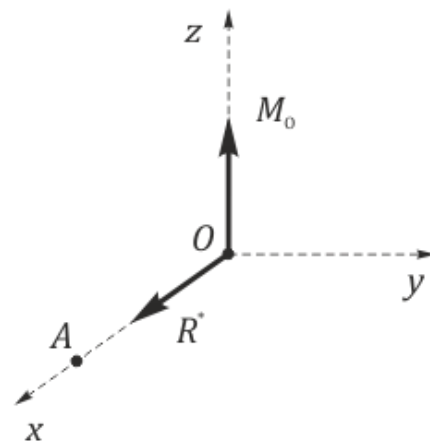
Demak, bosh vektor $R^* = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-20)^2} = 20 \text{ N}$ ekan.

100–Masala. (5.4.7**). O keltirish markazida bosh vektor $R^* = 5 \text{ N}$ va bosh moment $M_O = 25 \text{ N} \cdot m$ berilgan. $OA = 1 \text{ m}$ masofada joylashgan A nuqtani keltirish markazi deb, bosh momentning miqdorini aniqlang (14.4–rasm).

Yechish: Keltirish markazini o‘zgartirish natijasida bosh momentning qiymati, oldingi bosh moment bilan bosh vektorning keyingi tanlangan nuqtaga nisbatan momentlarining yig‘indisiga teng, degan teoremdan foydalanamiz, ya’ni

$$M_A = M_O + M_A(R^*)$$

Masala sharti va chizmaga asosan, A nuqta R^* bosh vektorning ta'sir chizig'ida joylashgani uchun $M_A(R^*) = 0$ bo'ladi, bundan $M_A = M_O = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$ kelib chiqadi.



14.4–rasm.

101–Masala. (7.6*). Rasmda ko'rsatilgandek, Oz bo'ylab yo'nalgan $P_1 = 8 \text{ N}$ va Oy ga parallel yo'nalgan $P_2 = 12 \text{ N}$ kuchlar sistemasi kanonik holga keltirilsin, bunda $OA = 1,3 \text{ m}$: shu kuchlar bosh vektorining miqdori R^* va markaziy vint o'qida olingan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan bosh momentining miqdori M aniqlansin. Markaziy vint o'qining koordinata o'qlari bilan hosil qilgan α, β va γ burchaklari hamda uning Oxy tekislik bilan kesishgan nuqtasining x va y koordinatalari topilsin (14.5–rasm).

Yechish: Masala shartidagi chizmadan foydalanib, berilgan kuchlarni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz va bosh vektorni hisoblab olamiz:

$$R_x^* = 0, R_y^* = P_2, R_z^* = P_1.$$

Demak,

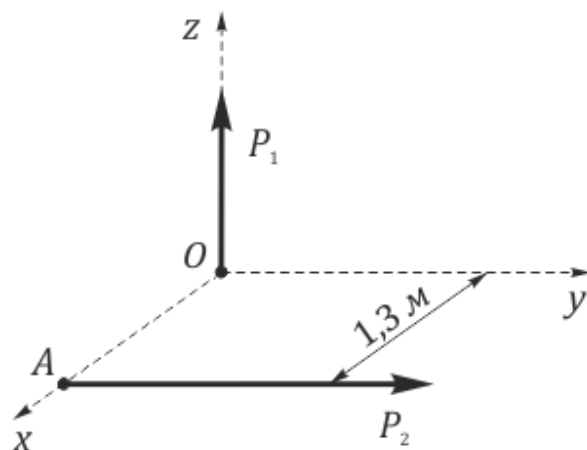
$$\begin{aligned} R^* &= \sqrt{R_x^{*2} + R_y^{*2} + R_z^{*2}} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \\ &= \sqrt{64 + 144} = \sqrt{208} = 14,4 \text{ N}. \end{aligned}$$

Demak, $R^* \neq 0$.

Endi, masala shartida berilgan qiymatlardan foydalanib, kuchlarning har bir o'qqa nisbatan momentlarini hisoblaymiz: $M_x = 0, M_y = 0, M_z = P \cdot AO$. Demak, $M_O \neq 0$. Ularning skalyar ko'paytmasini tekshirib ko'ramiz:

$$(R^*, M_O) = 0 \Rightarrow R_x^* \cdot M_x + R_y^* \cdot M_y + R_z^* \cdot M_z = P_1 \cdot P_2 \cdot AO = 124,8 \neq 0$$

Skalyar ko'paytma nolga tengmasligi bosh vektor va bosh moment bir biriga perpendikulyar emasligini ifodalaydi. Demak, $M_O \cdot R^* = 124,8$ bundan bosh momentni topib olamiz:



14.5–rasm.

$$M_O = \frac{124,8}{14,4} = 8,66 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Bosh vektor ham, bosh moment ham, hamda ularning skalyar ko'paytmasi ham noldan farqli bo'lgan bunday holatda kuchlar sistemasi dinamik vintga keltiriladi. Teng ta'sir etuvchi kuch o'tadigan markaziy o'qning koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklarini quyidagicha hisoblab olamiz:

$$\cos \alpha = \frac{R_x^*}{R^*} = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{R_y^*}{R^*} = \frac{12}{14,4} = 0,83 \Rightarrow \beta = 33,7^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{R_z^*}{R^*} = \frac{8}{14,4} = 0,55 \Rightarrow \gamma = 56,3^\circ$$

Endi vint o'qining Oxy tekislik bilan kesishgan nuqtasining x va y koordinatalarini topish uchun vint parametrini hisoblab olamiz:

$$p = \frac{M_O}{R^*} = \frac{8,66}{14,4} = 0,6$$

Topilgan bosh vektor va bosh momentlarning mos o'qlardagi proyeksiyalarini markaziy o'q tenglamasiga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

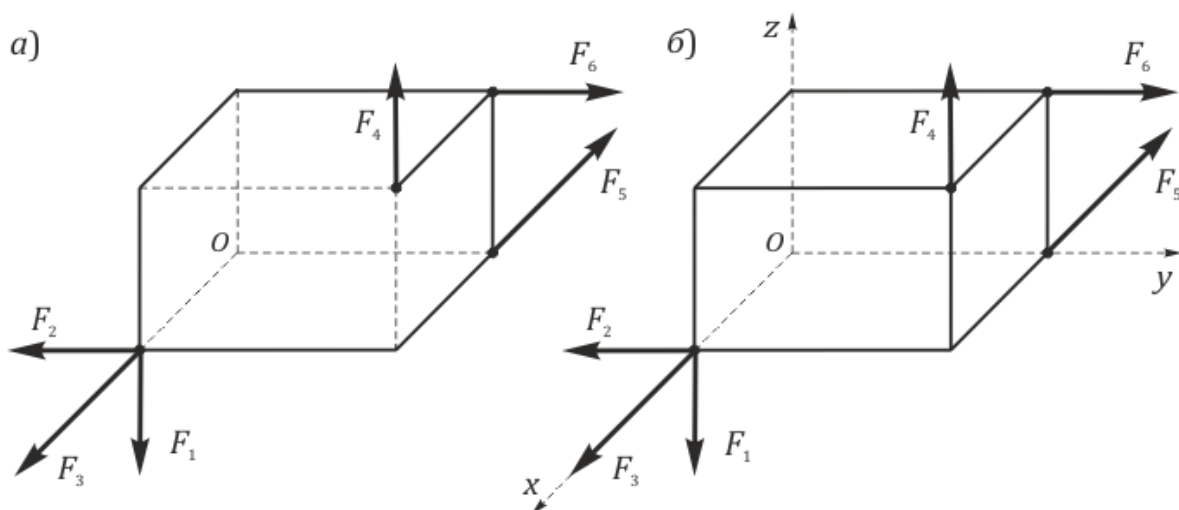
$$\frac{R_y^* \cdot z - R_z^* \cdot y}{R_x^*} = \frac{R_z^* \cdot x - R_x^* \cdot z}{R_y^*} = \frac{M_z - (R_y^* \cdot x - R_x^* \cdot y)}{R_z^*} = p$$

$$R_z^* \cdot y - R_y^* \cdot x = 0; \quad \frac{R_z^* \cdot x}{R_y^*} = p$$

ya'ni $z = 0, y = 0, x = 0,9.$

102–Masala. (7.1*). Kubning uchlariga chizmada ko'rsatilgandek uning qirralari bo'ylab kuchlar qo'yilgan. F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 va F_6 kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning miqdorlari qanday shartni qanoatlantirishi kerak? (14.6–rasm, a)).

Yechish: Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishligi uchun shu kuchlarning bosh vektori va bosh momenti nolga teng bo'lishi kerak, ya'ni $R^* = 0$ va $M_O = 0$. Shu munosabatdan foydalanamiz (14.6–rasm, a)).



14.6–rasm.

Bizning masalada 6 ta $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ kuchlar chizmadagidek qilib, kubning qirralariga qo'yilgan. Agar bosh vektor $R^* = 0$ bo'lsa, uning mos o'qlardagi proyeksiyalari ham nolga teng bo'ladi.

Demak,

$$R^* = 0 \Rightarrow R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0 \Rightarrow R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0$$

bo'lishi lozim. Bu shartdan foydalanamiz. Chizmadan foydalanib, bosh vektorning mos koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topamiz va bu tengliklardan quyidagi xulosaga kelamiz:

$$R_x = F_3 - F_5 = 0 \Rightarrow F_3 = F_5$$

$$R_y = -F_2 + F_6 = 0 \Rightarrow F_2 = F_6$$

$$R_z = -F_1 + F_4 = 0 \Rightarrow F_1 = F_4$$

Agar bosh moment $M_O = 0$ bo'lsa, uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari, yoki berilgan barcha kuchlarning mos o'qlarga nisbatan momentlarining yig'indisi ham bir vaqtda nolga teng bo'lishi kerak. Demak,

$$M_O = 0 \Rightarrow M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 0 \Rightarrow M_x = 0, M_y = 0, M_z = 0.$$

Bu tengliklardan foydalanib, qo'yilgan kuchlarning o'zaro munosabatiga aniqlik kiritamiz. Buning uchun, kvadratning tomoni a ga teng deb olib, masala shartida berilgan kuchlardan mos o'qlarga nisbatan moment olamiz va ularni yig'ib bosh momentning mos o'qlardagi proyeksiyalarini hisoblaymiz, hamda olingan natijalardan quyidagicha xulosa qilamiz:

$$M_x = a \cdot F_4 - a \cdot F_6 = 0 \Rightarrow F_4 = F_6;$$

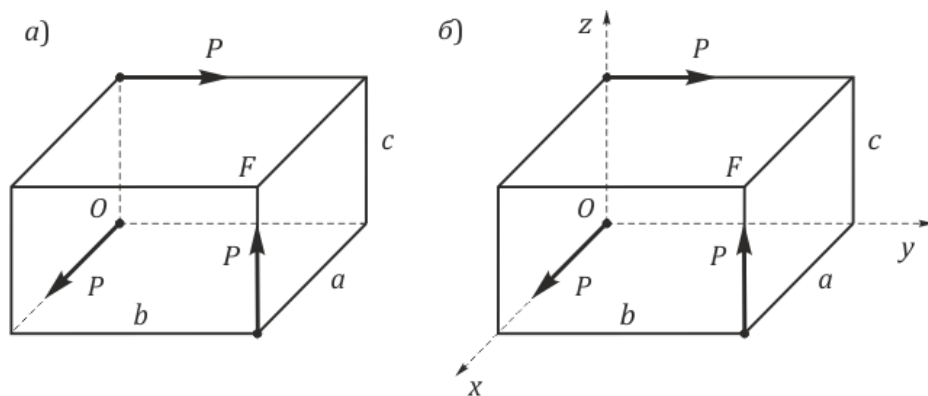
$$M_y = a \cdot F_1 - a \cdot F_4 = 0 \Rightarrow F_1 = F_4;$$

$$M_z = a \cdot F_5 - a \cdot F_2 = 0 \Rightarrow F_2 = F_5;$$

Demak, bosh moment va bosh vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalaridan olingan natijalarga asoslanib $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$ ekanligi kelib chiqadi. Demak, kubning qirralariga rasmdagidek qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishligi uchun, bu kuchlar miqdor jihatdan bir biriga teng bo'lishi kerak ekan.

103–Masala. (7.2*). To'g'ri burchakli parallelepipedning bir-biri bilan kesishmaydigan va bir-biriga parallel bo'lmagan qirralari bo'ylab miqdor jihatdan o'zaro teng bo'lgan uchta P kuch qo'yilgan. Bu kuchlar bitta teng ta'sir etuvchiga keltirilishi uchun a , b va c qirralar orasida qanday munosabat bo'lishi kerak? (14.7–rasm, a)).

Yechish: Koordinatalar sistemasini shunday tanlaymizki, Ox , Oy , Oz o'qlarning har biri parallelepipedning bitta qirrasiga mos tushsin. Keltirish markazi



14.7–rasm.

deb koordinata boshini tanlaymiz (14.7–rasm, b)).

Bizga ma'lumki, fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchi kuchga faqat 2 holda olib kelinadi:

$$1) R^* \neq 0 \text{ va } M_O = 0 \text{ yoki } 2) R^* \neq 0 \text{ va } M_O \neq 0 \text{ } R^* \perp M_O$$

Berilgan masala qaysi holatga to'g'ri kelishini aniqlash uchun, keltirish markazini koordinatalar boshi deb, qo'yilgan kuchlar sistemasining bosh vektori R^* va bosh momenti M_O ni hisoblaymiz. Buning uchun ularning har bir o'qdagi proyeksiyalarini hisoblaymiz:

$$R_x = P, R_y = P, R_z = P.$$

bundan $R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = P \cdot \sqrt{3} \neq 0$. Demak, $R^* \neq 0$.

Endi bosh moment M_O ni hisoblaymiz:

$$M_0 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Chizmadan ko‘rinadiki,

$$M_x = P \cdot b - P \cdot c$$

$$M_y = -P \cdot a$$

$$M_z = 0$$

Bundan, $M_O = \sqrt{P^2(b-c)^2 + P^2 \cdot a^2}$. Ya’ni $M_O \neq 0$. Demak, bosh vektor ham, bosh moment ham noldan farqli ekan. Demak, bizning masala 2-holatga to‘g‘ri kelar ekan. Ushbu holatga asosan, faqat bosh vektor bosh momentga perpendikulyar bo‘lgandagina, kuchlar sistemasini bitta teng ta’sir etuvchiga olib kelish mumkin. Ularning perpendikulyarlik shartidan foydalanamiz:

$$R_x^* \cdot M_x + R_y^* \cdot M_y + R_z^* \cdot M_z = 0$$

Bosh vektorning va bosh momentning mos o‘qlardagi topilgan proyeksiyalarini yuqoridagi ifodaga qo‘yamiz:

$$P \cdot (P \cdot b - P \cdot c) + P \cdot (-P \cdot a) = 0 \Rightarrow P^2 \cdot (b - c) - P^2 \cdot (a) = 0$$

Nolga teng bo‘lmagan P^2 ga qisqartirsak:

$$(b - c) - a = 0 \Rightarrow a = b - c$$

Demak, parallelepipedning qirralariga qo‘yilgan kuchlarni teng ta’sir etuvchi kuchga olib kelish uchun, parallelepipedning qirralari $a = b - c$ munosabatni qanoatlantirishi kerak ekan.

104–Masala. (7.3*). Kubning to‘rtta A, H, B va D uchlariga miqdorlari bir biriga teng to‘rtta $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$ kuchlar qo‘yilgan: P_1 kuch AC bo‘yicha, P_2 kuch HF bo‘yicha, P_3 kuch BE bo‘yicha, P_4 kuch DG bo‘yicha yo‘nalgan. Shu sistema sodda holga keltirilsin (14.8–rasm).

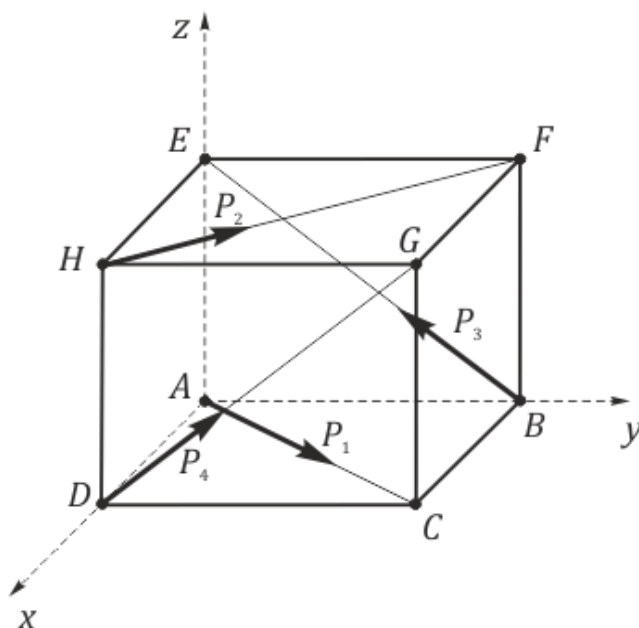
Yechish: Keltirish markazi deb A nuqtani tanlaymiz. Ox, Oy, Oz o‘qlarini A nuqtadan boshlab, kubning qirralari bo‘ylab yo‘naltiramiz. Bosh vektorni

hisoblash uchun, berilgan kuchlarni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz. Bosh vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi uni tashkil etuvchi kuchlarning mos o'qlardagi proyeksiyalarining yig'indisiga teng:

$$R_x^* = P_1 \cdot \cos 45^\circ - P_2 \cdot \cos 45^\circ + 0 + 0 = 0;$$

$$R_y^* = P_1 \cdot \cos 45^\circ + P_2 \cdot \cos 45^\circ - P_3 \cdot \cos 45^\circ + P_4 \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot P;$$

$$R_z^* = 0 + 0 + P_3 \cdot \cos 45^\circ + P_4 \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot P;$$



14.8–rasm.

Bundan bosh vektor $R^* = \sqrt{2}P \cdot \vec{j} + \sqrt{2}P \cdot \vec{k}$ va

$$R^* = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{2P^2 + 2P^2} = 2P \text{ ya'ni } R^* \neq 0 \text{ ekan.}$$

Endi kubning qirrasini a ga teng deb olib, berilgan kuchlarning A markazga nisbatan bosh momentini topamiz. Buning uchun ularning Ox , Oy , Oz o'qlarga nisbatan bosh momentlari M_x , M_y , M_z larni masala shartidan va chizmadan foydalanib, quyidagicha hisoblaymiz:

$$M_x = -P_2 \cdot a \cdot \cos 45^\circ + P_3 \cdot a \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$M_y = -P_2 \cdot a \cdot \cos 45^\circ - P_4 \cdot a \cdot \cos 45^\circ = -2 \cdot P \cdot \cos 45^\circ = -\sqrt{2}a \cdot P$$

$$M_z = P_2 \cdot a \cdot \cos 45^\circ + P_4 \cdot a \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot P \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2}a \cdot P$$

Bundan bosh moment

$$M_O = M_x \cdot \vec{i} + M_y \cdot \vec{j} + M_z \cdot \vec{k} = -\sqrt{2}a \cdot P \cdot \vec{j} + \sqrt{2}a \cdot P \cdot \vec{k}$$

va uning qiymati

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 2a \cdot P \neq 0$$

Ya'ni bosh vektor ham, bosh moment ham noldan farqli ekan.

Bu holatda kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchiga keltirish uchun bosh vektor va bosh momentning bir biriga nisbatan perpendikulyarligi tekshirib ko'riladi. Agar ular perpendikulyar bo'lsa, ularning skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$(R^*, M_0) = 0 \Rightarrow R_x^* \cdot M_x + R_y^* \cdot M_y + R_z^* \cdot M_z = 0$$

Yuqorida topilgan bosh vektor va bosh momentning proyeksiyalarini o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz:

$$\begin{aligned} R_x^* = 0, R_y^* = \sqrt{2} \cdot P, R_z^* = \sqrt{2}, M_x = 0, M_y = \sqrt{2}a \cdot P, M_z = \sqrt{2}a \cdot P \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 \cdot 0 - \sqrt{2}P \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot P + \sqrt{2} \cdot P \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot P = -\sqrt{2} \cdot a \cdot P^2 + \sqrt{2} \cdot a \cdot P^2 = 0 \end{aligned}$$

Ya'ni

$$(R^*, M_0) = 0.$$

Demak, bosh vektor va bosh moment bir biriga perpendikulyar ekanligidan, kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchiga olib kelish mumkin, degan xulosaga kelamiz: $R = R^* = 2 \cdot P$ ekan.

Endi shu teng ta'sir etuvchi kuchning qo'yilish nuqtasi va yo'nalishini aniqlash uchun uning ta'sir **chizig'ining tenglamasini (14.9) tenglamadan foydalanib** topib olamiz. Bosh vektor va bosh momentning proyeksiyalarining qiymatlarini unga qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{0 - y \cdot \sqrt{2}P + z \cdot \sqrt{2}P}{0} = \frac{-\sqrt{2} \cdot a \cdot P - 0 + x \cdot \sqrt{2}P}{\sqrt{2}P} = \frac{\sqrt{2} \cdot a \cdot P - x \cdot P \cdot \sqrt{2} + 0}{\sqrt{2}P}$$

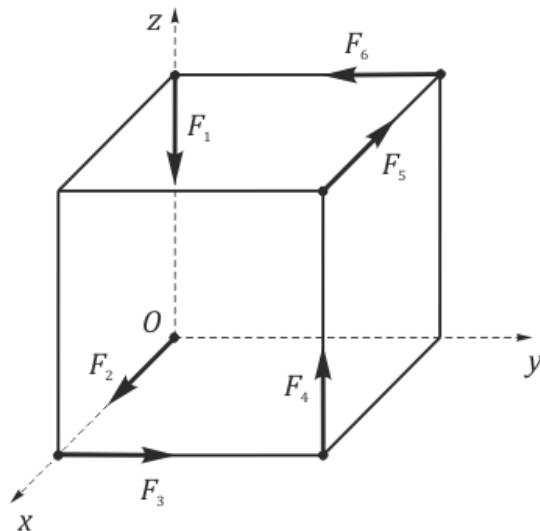
yoki, oddiy hisoblashlardan so'ng:

$$\frac{-y + z}{0} = \frac{-a + x}{1} = \frac{a - x}{1}$$

Bundan $x = a$ va $y = z$ ya'ni teng ta'sir etuvchi kuch $R^* = R = \sqrt{2}P \cdot \vec{j} + \sqrt{2}P \cdot \vec{k}$ koordinata boshidan $x = a$ masofada Azy tekisligiga parallel ravishda kubning DG diagonali bo'ylab yo'nalgan ekan.

105–Masala. (7.5*). Qirralarining uzunligi 5 sm bo‘lgan kubning uchlariga har qaysisi 2 N bo‘lgan oltita o‘zaro teng kuchlar rasmda ko‘rsatilgandek qilib qo‘yilgan. Shu sistema soddalashtirilsin (14.9–rasm).

Yechish: Kuchlar sistemasini sodda holga keltirish deganda ularning bosh vektori va bosh momentini topish, hamda ularni joyiga qo‘yish tushuniladi. Shu sababli qo‘yilgan $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F = 2 \text{ N}$ fazoviy kuchlarning bosh vektorini hisoblash uchun uning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalarini topamiz. Chizmaga asosan:



14.9–rasm.

$$\begin{aligned} R_x &= F_2 - F_5 = 0; \\ R_y &= F_3 - F_6 = 0; \\ R_z &= -F_1 + F_4 = 0: \end{aligned}$$

Demak, bosh vektor $R^* = 0$. Endi bosh momentni hisoblash uchun berilgan kuchlarning mos o‘qlarga nisbatan momentlarining yig‘indisini topamiz:

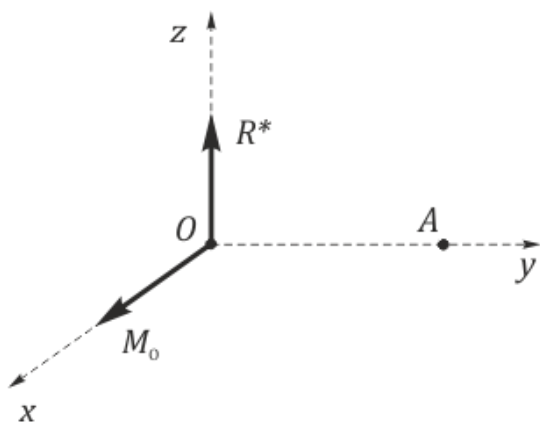
Chizmaga asosan:

$$\begin{aligned} M_x &= F_4 \cdot 5 + F_6 \cdot 5 = 2 \cdot F \cdot 5 = 20; \\ M_y &= -F_4 \cdot 5 - F_5 \cdot 5 = -2 \cdot F \cdot 5 = -20; \\ M_z &= F_3 \cdot 5 + F_5 \cdot 5 = 2 \cdot F \cdot 5 = 20: \end{aligned}$$

Demak, bosh moment $M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{1200} = 34,64 \text{ N} \cdot \text{sm}$ ekan. Ya’ni berilgan kuchlar sistemasi momenti $M_O = 34,64 \text{ N} \cdot \text{sm}$ bo‘lgan bitta juft kuchga olib kelinar ekan. Uning koordinata o‘qlari bilan hosil qilgan burchaklari quyidagicha topiladi.

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{M_x}{M} = \frac{20}{34,64} = 0,577; \\ \cos \alpha &= \frac{M_y}{M} = \frac{-20}{34,64} = -0,577; \\ \cos \alpha &= \frac{M_z}{M} = \frac{20}{34,64} = 0,577: \end{aligned}$$

106–Masala. (5.4.8**). O keltirish markazida bosh vektor $R^* = 10\text{ N}$ va bosh moment $M_O = 20\text{ N} \cdot m$ berilgan. $OA = 2\text{ m}$ masofada joylashgan A nuqtani keltirish markazi deb olib, bosh momentning miqdorini hisoblang (14.10–rasm).



14.10–rasm.

Yechish: Keltirish markazini o‘zgartirish haqidagi teoremdan foydalanamiz.

$$M_A = M_O + M_A(R^*)$$

Bosh vektor R^* ning A nuqtaga nisbatan momenti, masala shartida berilgan. Chizmaga asosan, yo‘nalishi soat strelkasi yo‘nalishida bo‘lgani uchun manfiy bo‘ladi.

$M_A(R^*) = -R^* \cdot OA = -10 \cdot 2 = -20\text{ N} \cdot m$. Buni va bosh momentning qiymatini formulaga qo‘ysak

$$M_A = M_O + M_A(R^*) = 20 - 20 = 0.$$

Demak, keltirish markazini koordinata boshidan $OA = 2\text{ m}$ masofada joylashgan A nuqtaga o‘zgartirsak, bosh moment nolga aylanib ketar ekan.

15–§. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanati.

Umuman olganda, fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanati quyidagi teorema orqali ifodalanadi:

Teorema: Fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatda bo‘lishi uchun kuchlar sistemasining bosh vektori va ixtiyoriy keltirish markaziga nisbatan bosh momenti nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir, ya’ni :

$$R^* = 0, \quad M_O = 0 \quad (15.1)$$

Bu tengliklarni koordinata o‘qlariga proyeksiyalab, fazoviy kuchlar sistemasining muvozanat shartlarining analitik ifodasi, umumiy holda quyidagi 6 ta tenglamadan iborat ekanligiga guvoh bo‘lamiz:

$$\begin{aligned} \sum x &= 0, & \sum y &= 0, & \sum z &= 0. \\ \sum M_x(F_k) &= 0, & \sum M_y(F_k) &= 0, & \sum M_z(F_k) &= 0. \end{aligned} \quad (15.2)$$

Agar fazoviy kuchlar sistemasi qaysidir o'qqa parallel bo'lsa, muvozanat tenglamalari uchtaga qisqaradi, masalan:

a) barcha kuchlar Oz o'qiga parallel bo'lsa, muvozanat tenglamalari:

$$\sum z = 0, \quad \sum M_x(F_k) = 0, \quad \sum M_y(F_k) = 0. \quad (15.3)$$

b) barcha kuchlar Ox o'qiga parallel bo'lsa, muvozanat tenglamalari:

$$\sum x = 0, \quad \sum M_y(F_k) = 0, \quad \sum M_z(F_k) = 0 \quad (15.4)$$

v) barcha kuchlar Oy o'qiga parallel bo'lsa, muvozanat tenglamalari:

$$\sum y = 0, \quad \sum M_x(F_k) = 0, \quad \sum M_z(F_k) = 0 \quad (15.5)$$

Endi ushbu mavzuni mustahkamlash uchun, quyidagi misol va masalalarning yechilish usullari bilan tanishib chiqamiz.

107–Masala. (5.5.1**). Jismga Ox o'qiga parallel bo'lgan to'rtta kuch F_1, F_2, F_3 va F_4 ta'sir qiladi. Agar $F_1 = F_2 = -5 i$ va $F_3 = i$ bo'lsa, F_4 kuchning qanday qiymatida kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi?

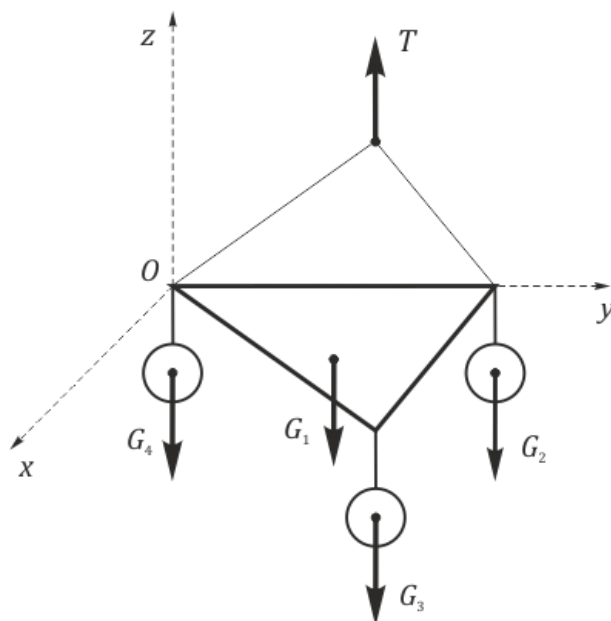
Yechish: Parallel kuchlar sistemasining muvozanat sharti tenglamalaridan foydalanamiz. Masala sharti bo'yicha, jismga faqat Ox o'qiga parallel bo'lgan kuchlar ta'sir etadi, shuning uchun faqat bitta, Ox o'qiga nisbatan proyeksiya tenglamasidan foydalanamiz:

$$\sum x = 0; \quad F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = 0.$$

Masala shartida berilgan kuchning vektorli ifodasiga asosan: $F_{1x} = -5, F_{2x} = -5, F_{3x} = 1$. Bundan $F_{4x} = -(F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}) = - = -(-5 - 5 + 1) = 9$, ya'ni $F_4 = 9 i$. Bu kuch Ox o'qiga parallel va qiymati $F = 9 N$ ekan.

108–Masala. (5.5.2**). Sim arqonga osilgan uchburchakli platformaga uchta yuk bog'langan. Agar platforma va yuklarning og'irliklari mos ravishda $G_1 = 0,5 kN, G_2 = 10 kN, G_3 = 6 kN$, va $G_4 = 8 kN$ bo'lsa, sim arqonning T taranglik kuchini kN da aniqlang (15.1–rasm).

Yechish: Masala sharti bo'yicha og'irligi G_1 bo'lgan platformaning uchta uchiga G_2, G_3 va G_4 kuchlar qo'yilgan va platforma sim arqonga osilgan. Shu sim arqonda paydo bo'ladigan T taranglik kuchi, qo'yilgan barcha kuchlar bilan muvozanatda turadi. Muvozanat tenglamalaridan foydalanamiz.



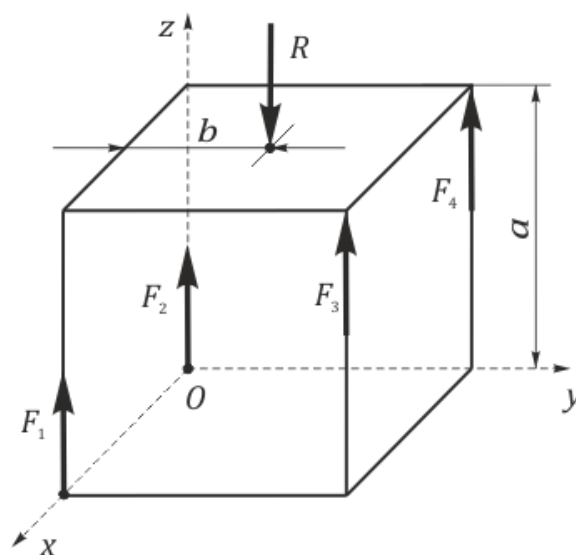
15.1–rasm.

Bu kuchlarning barchasi Oz o'qiga parallel bo'lgani uchun $\sum z = 0$ tenglama bizga yetarli, unga asosan: $G_{1z} + G_{2z} + G_{3z} + G_{4z} + T_z = 0$. Bu kuchlarning Oz o'qidagi proyeksiyalarining qiymatlarini qo'yamiz, $-G_1 - G_2 - G_3 - G_4 + T = 0$. Bundan,

$T = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 = 0,5 + 10 + 6 + 8 = 24,5 \text{ kN}$. Demak, sim arqonda hosil bo'ladigan taranglik kuchi $T = 24,5 \text{ kN}$ bo'lar ekan.

109–Masala. (5.5.3**). Tomonlari $a = 1 \text{ m}$ bo'lgan kubga to'rtta kuch ta'sir etib, ular R kuch bilan muvozanatlashadi. Agar kuchlarning qiymatlari $F_1 = F_2 = 15 \text{ N}$, $F_3 = F_4 = 5 \text{ N}$ va $R = 40 \text{ N}$ bo'lsa, R kuch bilan Oxz tekislik orasidagi b masofani aniqlang (15.2–rasm).

Yechish: Barcha kuchlar Oz o'qiga parallel bo'lgani uchun, yana parallel kuchlar sistemasining muvozanat



15.2–rasm.

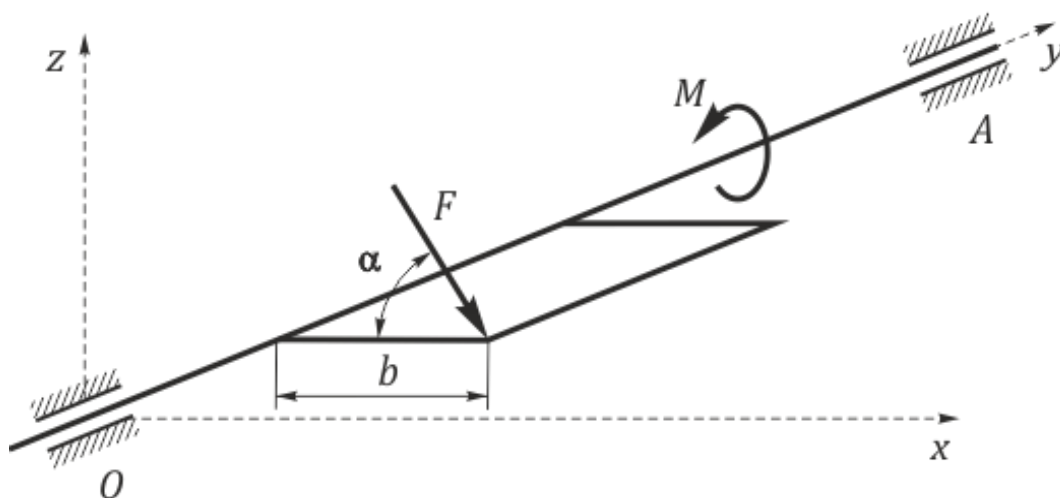
tenglamalaridan foydalanamiz. R kuchdan Oxz tekislikkacha bo'lgan b masofani topish uchun, barcha kuchlardan Ox o'qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum M_x(F_k) = 0; \quad 0 + 0 + F_3 \cdot a + F_4 \cdot a - R \cdot b = 0.$$

bundan $R \cdot b = F_3 \cdot a + F_4 \cdot a$, yoki, $b = \frac{F_3 \cdot a + F_4 \cdot a}{R} = \frac{5 \cdot 1 + 5 \cdot 1}{4} = 0,25$

Demak, muvozanatlovchi R kuch bilan Oxz tekislik orasidagi masofa $b = 0,25 \text{ m}$ ekan.

110–Masala. (5.6.2**). Richagli val OA ga $F = 10 \text{ N}$ li kuch va uni muvozanatlovchi momenti M bo‘lgan juft kuch ta’sir etadi. Agar $\alpha = 60^\circ$, $F \parallel Oxz$ va $b = 0,9 \text{ m}$ bo‘lsa, momentning qiymatini toping (15.3–rasm).



15.3–rasm.

Yechish: So‘ralgan juft kuch momenti M ni topish uchun Oy o‘qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz: (chunki juft kuch shu o‘qqa qo‘yilgan)

$$\sum M_y(F_k) = 0; \quad M - F \cdot b \cdot \sin \alpha = 0.$$

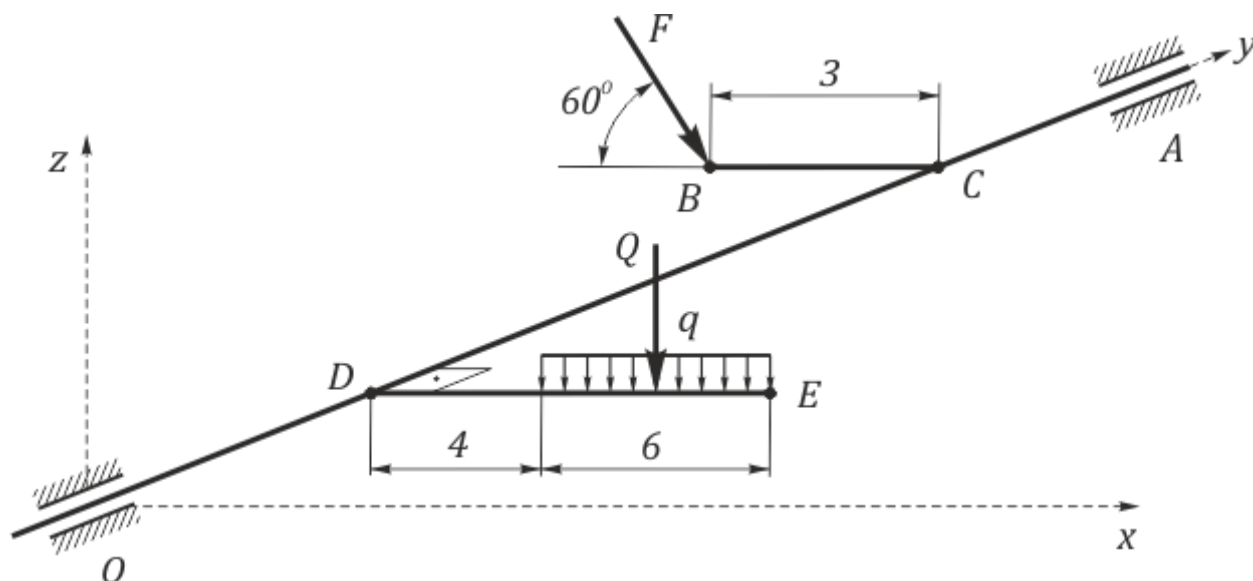
Bundan, $M = F \cdot \sin 60^\circ \cdot b = 10 \cdot 0,866 \cdot 0,9 = 7,794 \text{ H} \cdot \text{m}$.

Demak, richagli val muvozanatda bo‘lishi uchun qo‘shimcha qo‘yilgan juft kuchning momenti $M = 7,794 \text{ H} \cdot \text{m}$ ga teng bo‘lishi kerak.

111–Masala. (5.6.3**). OA valga to‘g‘ri burchak ostida BC va DE sterjenlar mahkamlangan bo‘lib, DE ga intensivligi $q = 0,5 \text{ N/m}$ taqsimlangan kuch, BC ga esa F kuchi ta’sir etadi. Agar $F \parallel Oxz$ bo‘lsa, val yuqoridagi kuchlar ta’sirida muvozanatda bo‘lishi uchun F ning qiymatini aniqlang (15.4–rasm).

Yechish: Tekis taqsimlangan kuchning teng ta’sir etuvchisi $Q = \ell \cdot q = 6 \cdot 0,5 = 3 \text{ N}$ ga teng. Uni tekis taqsimlangan kuch qo‘yilgan sterjen

bo‘lakchasining o‘rtasiga DE balka bo‘ylab, ya’ni Oy o‘qidan $(4 + 3) = 7\text{ m}$ uzoqlikka qo‘yamiz.



15.4–rasm.

F kuchning miqdorini topish uchun, Oy o‘qqa nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum M_y(F_k) = 0: -Q \cdot 7 + F \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = 0.$$

bundan

$$F = \frac{Q \cdot 7}{3 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 0,866} = 8,1\text{ N}.$$

Demak, val muvozanatda turishi uchun, BC sterjenning B uchiga $F = 8,1\text{ N}$ ga teng bo‘lgan kuch qo‘yish kerak ekan.

112–Masala. (8.1*). ACD o‘qi vertikalga nisbatan 20° og‘gan doiraviy og‘ma maydonchanning B nuqtasiga og‘irligi 400 N bo‘lgan jism mahkamlangan. Agar $BC = 3\text{ m}$ radius gorizontall bo‘lsa, jism og‘irlik kuchining AD o‘qqa nisbatan momenti aniqlansin (15.5–rasm, a)).

Yechish. Maydonchaga qo‘yilgan jismga ta’sir etuvchi og‘irlik kuchi G ni va uning AD o‘qqa perpendikulyar tekislikda yotuvchi tashkil etuvchilarini chizmada tasvirlaymiz (15.5–rasm, b)).

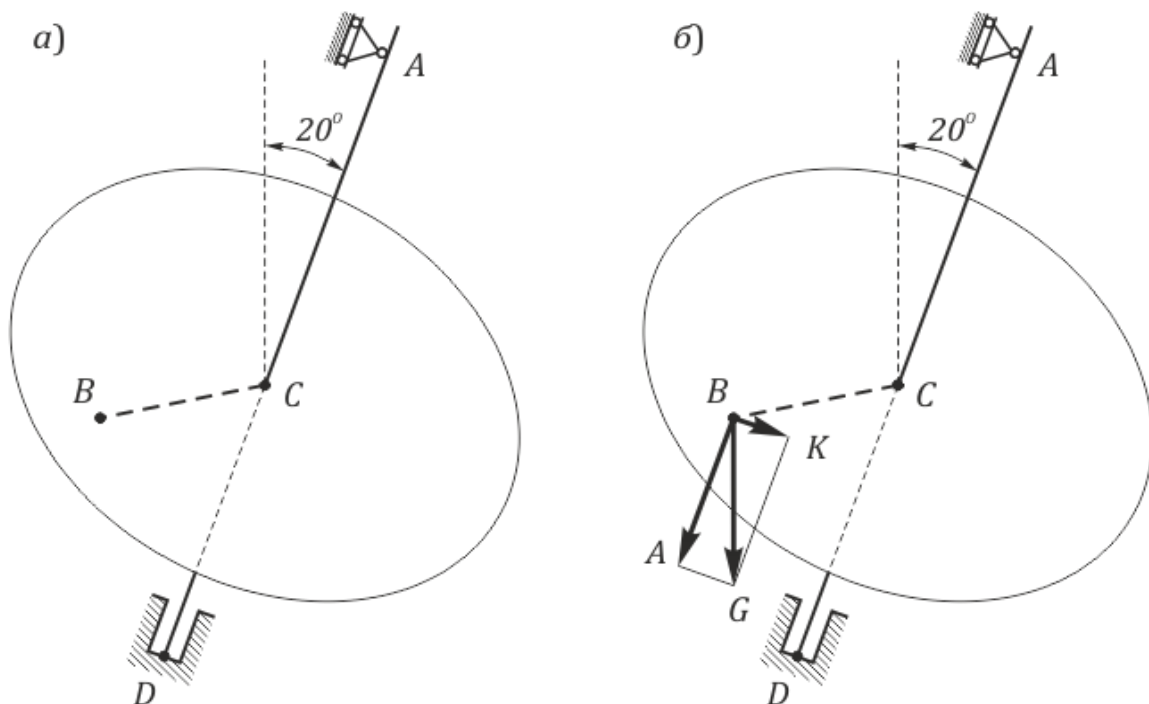
Chizmaga asosan: $G \parallel z$, $AB \parallel AD$, $GK \parallel AD$.

B nuqtadagi $G = 400\text{ H}$ og‘irlik kuchi bilan, uning AD o‘qqa perpendikulyar tekislikdagi tashkil etuvchisi BK orasidagi burchak, masala shartiga

asosan, 70° ni tashkil qiladi ($90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$). Doiraviy maydonchada joylashgan bu tashkil etuvchini hisoblaymiz:

$$\cos 70^\circ = \frac{G_{np}}{G} \Rightarrow G_{np} = G \cdot \cos 70^\circ = 400 \cdot 0,342 = 136,8 \text{ N}$$

BC radiusni esa shu proyeksiyaning yelkasi sifatida olishimiz mumkin.



15.5–rasm.

Kuchning o'qqa nisbatan momenti deb, uning shu o'q perpendikulyar bo'lgan (biz o'tkazgan) tekislikdagi proyeksiyasidan, o'q bilan tekislik kesishgan nuqtaga nisbatan olingan momentiga aytiladi.

Ya'ni

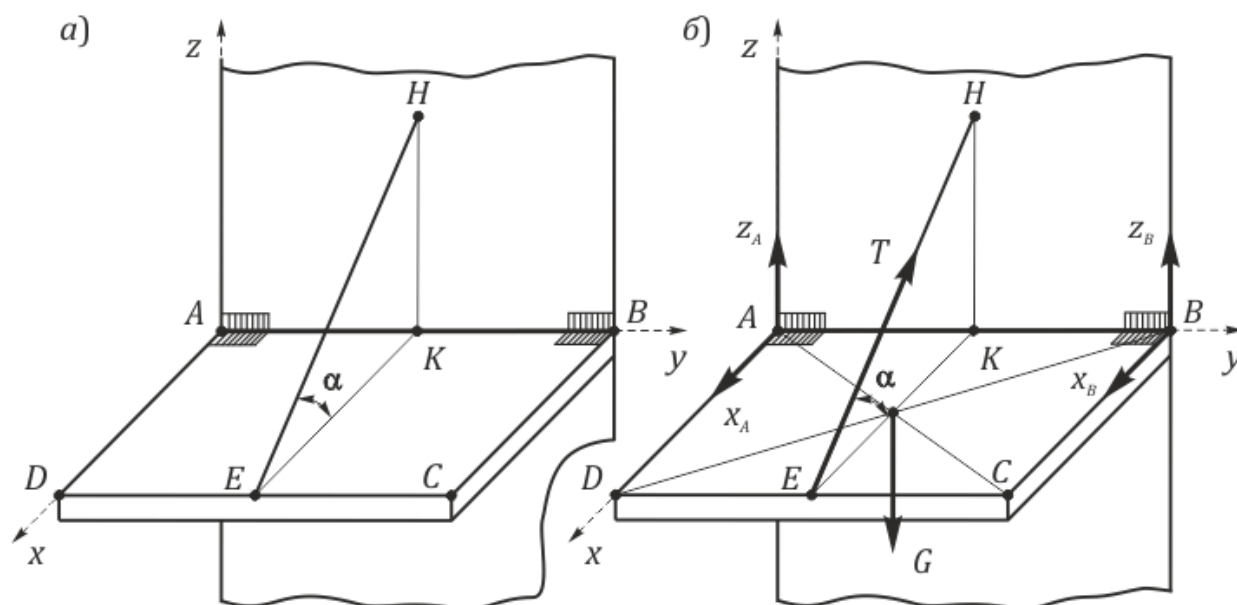
$$M_{AD}(G) = G_{np} \cdot BC = 136,8 \cdot 3 = 410 \text{ N} \cdot m$$

Demak, masala sharti bo'yicha mahkamlangan jism og'irlik kuchining AD o'qqa nisbatan momenti $410 \text{ N} \cdot m$ ga teng bo'lar ekan.

113–Masala. (8.18*). To'g'ri burchakli G og'irlikdagi bir jinsli $ABCD$ polkani polka tekisligi bilan α burchak hosil qiluvchi EH tros gorizontol holatda ushlab turadi. Agar $AK = KB = DE = EC$ va AB ga HK perpendikulyar bo'lsa, trosning og'irligini hisobga olmay, undagi taranglik kuchi T hamda A va B oshiq-moshiqning reaksiyasi aniqlansin (15.6–rasm, a)).

Yechish: Chizmani qaytadan chizamiz va ta'sir etuvchi kuchlarni tasvirlaymiz. $ABCD$ polka to'g'ri burchakli to'rtburchak shaklida bo'lgani uchun, uning og'irlik kuchi, diagonallar kesishgan nuqtaga qo'yiladi, HE trosda hosil bo'ladigan taranglik kuchi esa H nuqtaga qarab yo'naladi. A va B oshiq-moshiqlarda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini ham mos ravishda chizmada tasvirlaymiz (15.6–rasm, δ)).

Demak, polkaga bir vaqtning o'zida 6 ta kuch z_A , x_A , T , G , z_B , x_B lar ta'sir etayotgan ekan. Shu kuchlar ta'sirida bo'lgan polkaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz: $AB = 2 \cdot AK$ va polkaning og'irlik markazi Oy o'qidan $AD/2$ masofada joylashganidan foydalanamiz:



15.6–rasm.

$$\begin{aligned} \sum x = 0: & \quad x_A - T \cdot \cos \alpha + x_B = 0; \\ \sum z = 0: & \quad z_A + T \cdot \sin \alpha - G + z_B = 0; \\ \sum M_x(F_k) = 0: & \quad z_B \cdot 2 \cdot AK - G \cdot AK + T \cdot \sin \alpha \cdot AK = 0; \\ \sum M_y(F_k) = 0: & \quad G \cdot \frac{AD}{2} - T \cdot \sin \alpha \cdot AD = 0; \\ \sum M_z(F_k) = 0: & \quad T \cdot \cos \alpha \cdot AK - x_B \cdot 2 \cdot AK = 0; \end{aligned}$$

Demak,

$$x_A - T \cdot \cos \alpha + x_B = 0; \quad (1)$$

$$z_A + T \cdot \sin \alpha - G + z_B = 0; \quad (2)$$

$$2 \cdot z_B - G + T \cdot \sin \alpha = 0; \quad (3)$$

$$G - 2 \cdot T \cdot \sin \alpha = 0; \quad (4)$$

$$T \cdot \cos \alpha - 2 \cdot x_B = 0; \quad (5)$$

Masala shartiga asosan, polkaning og'irlik kuchi G berilgan deb faraz qilamiz va izlanayotgan barcha noma'lumlarni G orqali ifodalaymiz:

$$(4) \text{ tenglamadan } T = \frac{G}{2 \cdot \sin \alpha}$$

$$(5) \text{ tenglamadan } x_B = \frac{T \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{G \cdot \cos \alpha}{2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha} = \frac{G}{4} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

(1) tenglamadan

$$x_A = T \cdot \cos \alpha - x_B = \frac{G \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \sin \alpha} - \frac{G}{4} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{G}{2} \operatorname{ctg} \alpha - \frac{G}{4} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{G}{4} \operatorname{ctg} \alpha$$

$$(3) \text{ tenglamadan } z_B = \frac{G - T \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{G - \frac{G \cdot \sin \alpha}{2 \cdot \sin \alpha}}{2} = \frac{G}{4}$$

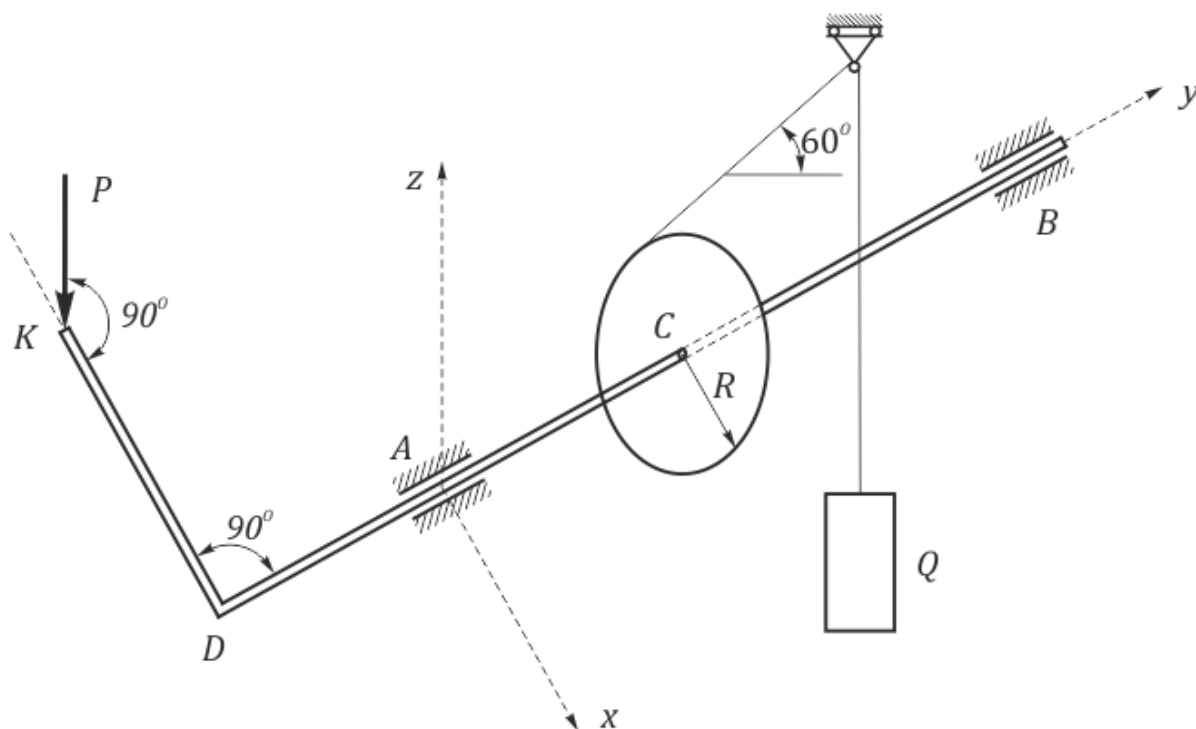
$$(2) \text{ tenglamadan } z_A = G - z_B - T \cdot \sin \alpha = G - \frac{G}{4} - \frac{G}{2} = \frac{G}{4}$$

Ya'ni, trosda hosil bo'ladigan taranglik kuchi $T = \frac{G}{2 \cdot \sin \alpha}$ hamda A va B oshiq-moshiqlarda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlari esa:

$$x_B = x_A = \frac{G}{4} \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad z_A = z_B = \frac{G}{4}$$

ga teng bo'lar ekan.

114–Masala. (8.16*). Rasmda sxema tarzida ko'rsatilgan chig'iriq yordamida $Q = 1 \text{ kN}$ yuk ushlab turiladi. Baraban radiusi $R = 5 \text{ sm}$. Dasta uzunligi $KD = 40 \text{ sm}$, $DA = 30 \text{ sm}$, $AC = 40 \text{ sm}$, $CB = 60 \text{ sm}$. Arqon barabandan urinma bo'ylab gorizontga 60° burchak ostida tushadi. KD dastaning gorizont holatida dastaga tushadigan P bosim hamda A va B tayanchlar reaksiyalari aniqlansin (15.7–rasm, a)).



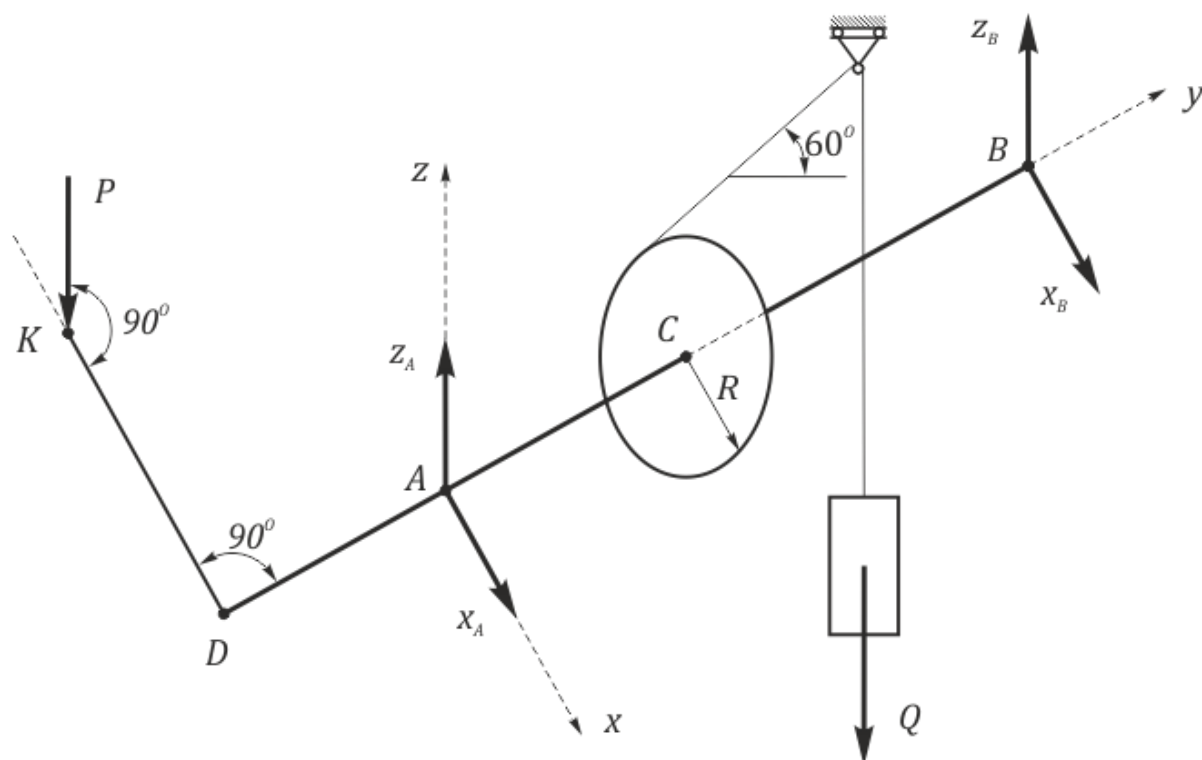
15.7–rasm, a)

Yechish: Kuch birligini N da va uzunlik birligini m da yozib olamiz.
 $Q = 1000\text{ N}$, $R = 0,05\text{ m}$, $KD = 0,4\text{ m}$, $DA = 0,3\text{ m}$, $AC = 0,4\text{ m}$, $CB = 0,6\text{ m}$.
 Konstruksiya ta'sir etuvchi barcha kuchlarni, ya'ni hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini ham chizmada tasvirlaymiz (15.7–rasm, o)).

Chizmaga asosan, konstruksiyada 6 ta:- P , z_A , x_A , Q , z_B va x_B kuchlar ishtirok etayapti. Bu kuchlar ta'sirida chig'iriq muvozanatda turibdi deb hisoblab, uning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum x &= 0; & x_A + x_B + Q \cdot \cos 60^\circ &= 0; \\ \sum z &= 0; & z_A + z_B - P + Q \cdot \sin 60^\circ &= 0; \\ \sum M_{Bx} &= 0; & z_A \cdot AB - P \cdot BD + Q \cdot \sin 60^\circ \cdot BC &= 0; \\ \sum M_{By} &= 0; & Q \cdot R - P \cdot KD &= 0; \\ \sum M_{Bz} &= 0; & x_A \cdot AB + Q \cdot BC \cdot \cos 60^\circ &= 0; \end{aligned}$$

Buzda: $BD = AD + AC + CB = 1,3\text{ m}$,
 $AB = AC + CB = 1\text{ m}$.
 $\cos 60^\circ = 0,5$; $\sin 60^\circ = 0,866$.



15.7–rasm, o)

Bularni o‘rniga qo‘yib, quyidagi tenglamalarga ega bo‘lamiz:

$$x_A + x_B + 0,5 \cdot Q = 0; \quad (1)$$

$$z_A + z_B - P + 0,866 \cdot Q = 0; \quad (2)$$

$$z_A - 1,3P + 0,866 \cdot Q \cdot 0,6 = 0; \quad (3)$$

$$Q \cdot R - P \cdot KD = 0; \quad (4)$$

$$x_A + 0,5 \cdot 0,6 \cdot Q = 0; \quad (5)$$

$$(4) \text{ tenglamadan: } P = \frac{Q \cdot R}{KD} = \frac{1000 \cdot 0,05}{0,4} = 125 \text{ N}$$

$$(5) \text{ tenglamadan: } x_A = -0,3 \cdot 1000 = -300 \text{ N}$$

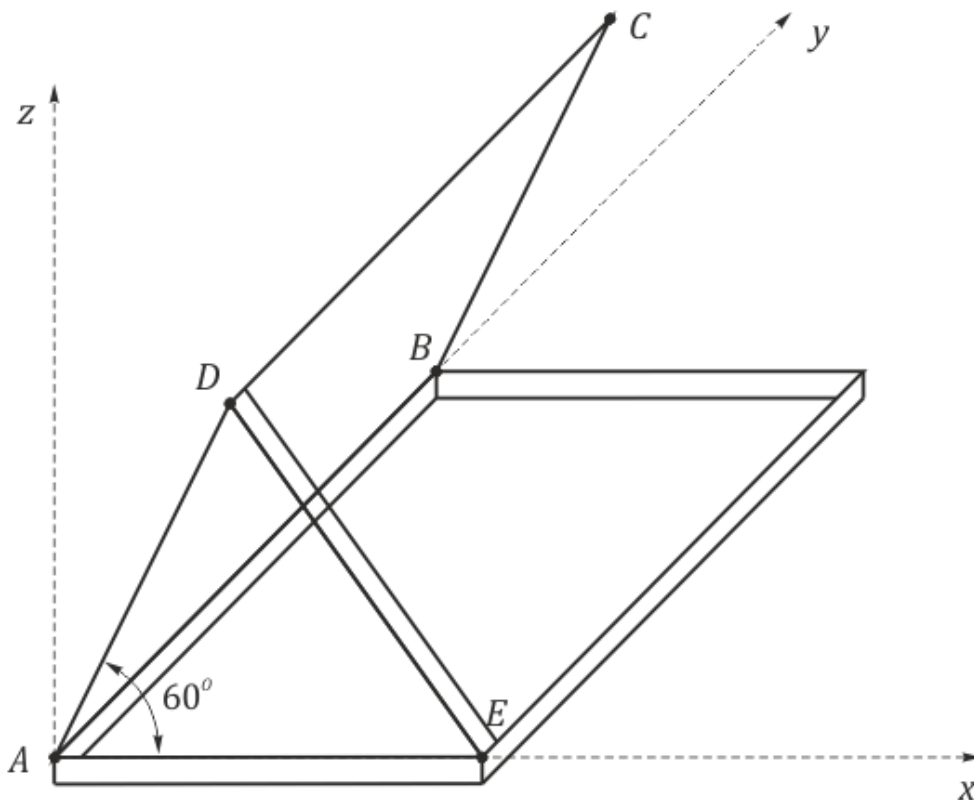
$$(1) \text{ tenglamadan: } x_B = -x_A - 0,5 \cdot Q = 300 - 500 = -200 \text{ N}$$

$$(3) \text{ tenglamadan: } z_A = 1,3P - 0,866 \cdot 0,6 \cdot 1000 = -357 \text{ N}$$

$$(2) \text{ tenglamadan: } z_B = -z_A + P - 0,866 \cdot Q = 357 + 125 - 866 = -384 \text{ N}$$

Demak, KD dastaning gorizontol holatida unga tushadigan bosim $P = 125 \text{ N}$, tayanchlarda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlari esa $x_B = -200 \text{ N}$, $x_A = -300 \text{ N}$, $z_A = -357 \text{ N}$ va $z_B = -384 \text{ N}$ ga teng bo‘lar ekan. Reaksiya kuchlarining manfiy ishorada chiqqanligi, ularning yo‘nalishi chizmada teskari yo‘nalishda qo‘yilganini bildiradi.

115–Masala. (8.21*). To‘g‘ri burchakli yashikning $ABCD$ qopqog‘ini bir tomondan DE tirgovuch tirab turadi. Qopqoqning og‘irligi 120 H ; $AD = AE$, $\angle DAE = 60^\circ$. A va B sharnirlarning reaksiyalari va tirgovuchdagi S zo‘riqish aniqlansin. Tirgovuchning og‘irligi hisobga olinmasin (15.8–rasm, a)).



15.8–rasm, a)

Yechish: Yashikka va uning qopqog‘iga ta’sir etuvchi kuchlarni hamda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlarini chizmada tasvirlaymiz. $ABCD$ qopqoq bir jinsli va to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak bo‘lgani uchun qopqoqning og‘irlik markazi diagonallar kesishgan nuqtada joylashadi, ya’ni, qopqoqning og‘irlik kuchi G ni shu nuqtaga qo‘yamiz. DE tirgovuchda hosil bo‘ladigan zo‘riqish S ni qopqoqning D uchiga qaratib yo‘naltiramiz. Oshiq-moshiqlarda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlarini esa koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘naltiramiz. Yashikning tomonlarini a va b deb belgilaymiz (15.8–rasm, b)).

Masala sharti bo‘yicha $AD = DE$ va $\angle DAE = 60^\circ$, hamda $ABCD$ to‘rtburchak yashikning qopqog‘i bo‘lgani uchun (qopqoqning AD tomoni yashikning AE tomoniga teng) $AD = DE = AE$. Ya’ni $\triangle DEA$ – teng tomonli.

Yashik shu holatda muvozanatda turibdi deb hisoblab, muvozanat sharti tenglamalarini tuzamiz.

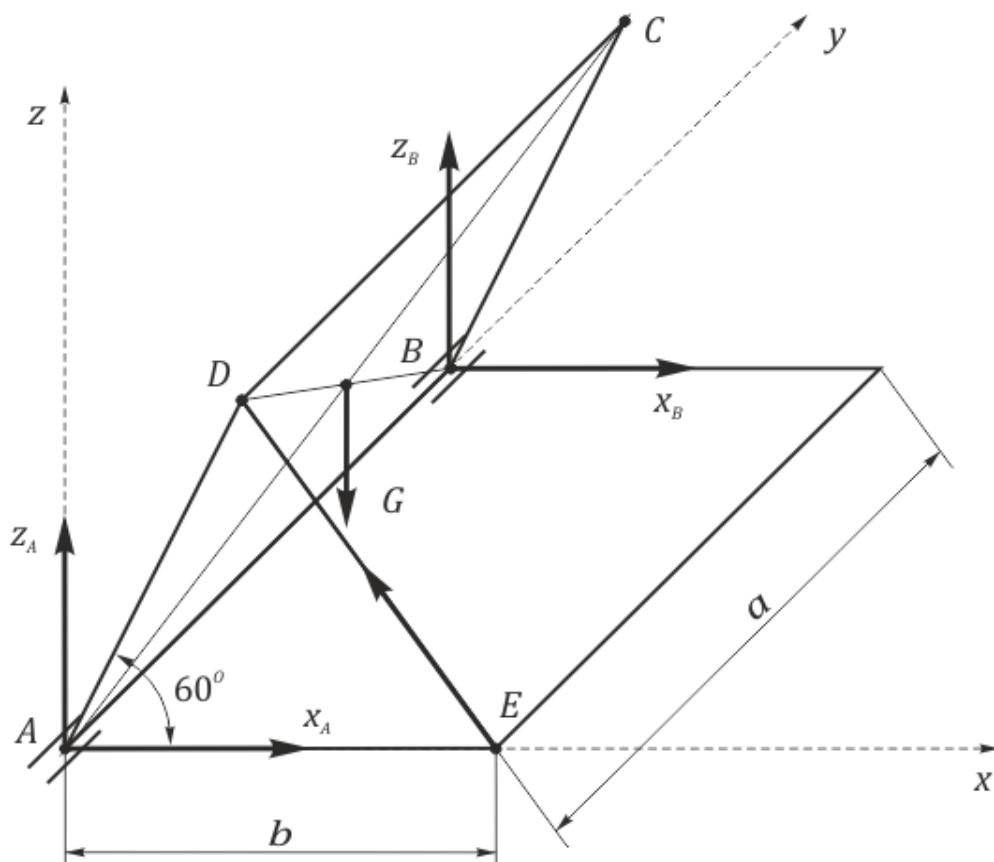
$$\sum x = 0; \quad x_A - S \cdot \cos 60^\circ + x_B = 0;$$

$$\sum z = 0; \quad z_A - G + z_B + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x = 0; \quad z_B \cdot a - G \cdot \frac{a}{2} = 0;$$

$$\sum M_y = 0; \quad G \cdot \frac{b}{2} \cdot \cos 60^\circ - S \cdot \cos 30^\circ \cdot b = 0;$$

$$\sum M_z = 0; \quad -x_B \cdot a = 0 \Rightarrow x_B = 0;$$



15.8–rasm, o)

Bu yerdagi 3-tenglamani a ga va 4-tenglamani b ga qisqartirib, hamda $x_B = 0$ ni e'tiborga olib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_A - S \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (1)$$

$$z_A - G + z_B + S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (2)$$

$$z_B - \frac{G}{2} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{G}{2} \cdot \cos 60^\circ - S \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (4)$$

$$(4) \text{ tenglamadan: } S = \frac{G \cdot \cos 60^\circ}{2 \cdot \cos 30^\circ} = \frac{120 \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 34,6 \text{ N}$$

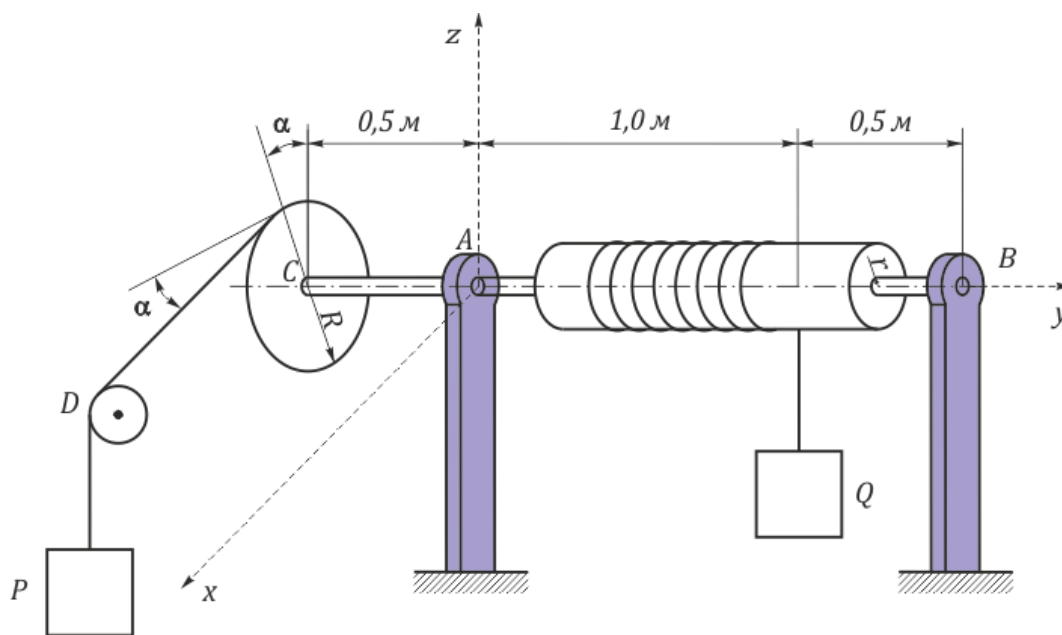
$$(3) \text{ tenglamadan: } z_B = \frac{G}{2} = 60 \text{ N}$$

$$(1) \text{ tenglamadan: } x_A = S \cdot \cos 60^\circ = \frac{34,64}{2} = 17,32 \text{ N}$$

$$(2) \text{ tenglamadan: } z_A = G - z_B - S \cdot \sin 60^\circ = 120 - 60 - 34,6 \cdot 0,866 = 30 \text{ N}$$

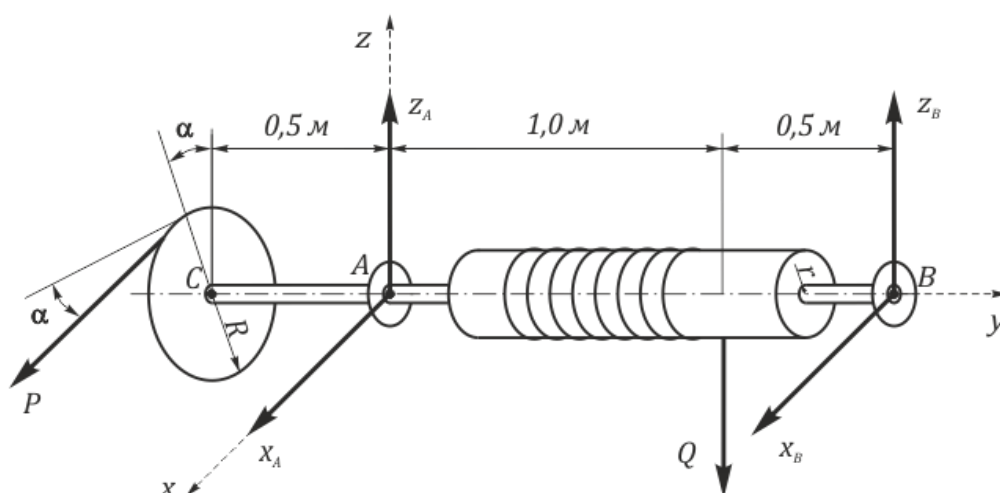
Demak, tirgovuchda hosil bo‘ladigan zo‘riqish $S = 34,6 \text{ N}$ va yashikning A va B oshiq-moshiqlarida hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlari $x_A = 17,32 \text{ N}$, $x_B = 0$, $z_A = 30 \text{ N}$, $z_B = 60 \text{ N}$ ga teng bo‘lar ekan.

116–Masala. (8.17*). Chig‘iriqning AB valiga Q yukni ushlab turuvchi arqon o‘ralgan. Valga o‘rnatilgan C g‘ildirakning radiusi val radiusidan olti baravar katta; boshqa o‘lchovlar rasmda ko‘rsatilgan. G‘ildirak aylanasi arqon o‘ralgan bo‘lib, uni og‘irligi 60 N bo‘lgan P yuk tortib turadi, arqon gorizontga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida og‘gan urinma bo‘ylab g‘ildirakdan tushadi. Valning og‘irligini va D blokda ishqalanishni hisobga olmay, chig‘iriqni muvozanatga keltiradigan Q yukning og‘irligi hamda A va B podshipniklarning reaksiyalari aniqlansin (15.9–rasm, a)).



15.9–rasm, a)

Yechish: Fazoviy koordinatalar sistemasini oʻrnatamiz. Koordinata boshi deb A nuqtani tanlaymiz. Oy oʻqini aylanish oʻqi boʻylab, Ox va Oz oʻqlarini es unga mos ravishda perpendikulyar qilib yoʻnaltiramiz. C gʻildirakka va AB chigʻiriqqa oʻralgan arqonlarda hosil boʻladigan taranglik kuchlarini mos ravishda P va Q deb belgilaymiz. A va B podshipniklarda hosil boʻladigan reaksiya kuchlarini x_A , z_A , x_B va z_B va deb belgilaymiz. Chigʻiriq A va B podshipnikda aylangani uchun Oy oʻqida reaksiya kuchi hosil boʻlmaydi. Gʻildirak radiusini R va chigʻiriq radiusini r deb belgilasak, masala shartiga asosan gʻildirak radiusi chigʻiriq radiusidan olti barobar katta yaʼni $R = 6r$ (15.9–rasm, o)).



15.9–rasm, o)

Demak, konstruksiya P , Q , x_A , z_A , x_B , z_B – 6 ta kuch taʼsirida muvozanatda turibdi deb faraz qilib, muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum x &= 0; & x_A + x_B + P \cdot \cos \alpha &= 0; \\ \sum z &= 0; & z_A + z_B - P \cdot \sin \alpha - Q &= 0; \\ \sum M_{Ay}(F_k) &= 0; & P \cdot R - Q \cdot r &= 0; \\ \sum M_{Az}(F_k) &= 0; & P \cdot \cos \alpha \cdot AC - x_B \cdot AB &= 0; \\ \sum M_{Ax}(F_k) &= 0; & z_B \cdot AB - Q \cdot 1 + P \cdot \sin \alpha \cdot AC &= 0; \end{aligned}$$

Chizmada qoʻyilgan oʻlchamlardan foydalanib quyidagiga ega boʻlamiz:

$$x_A + x_B + P \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$z_A + z_B - P \cdot \sin 30^\circ - Q = 0; \quad (2)$$

$$P \cdot R - Q \cdot r = 0; \quad (3)$$

$$P \cdot \cos 30^\circ \cdot 0,5 - x_B \cdot 1,5 = 0; \quad (4)$$

$$z_B \cdot 1,5 - Q \cdot 1 + P \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,5 = 0; \quad (5)$$

Bu tenglamalarga berilgan qiymatlarni qo'yib, so'ralgan noma'lumlarni hisoblab topamiz:

$$(3) \text{ tenglamadan: } Q = \frac{P \cdot R}{r} = \frac{P \cdot 6r}{r} = 6P = 6 \cdot 60 = 360 \text{ N}$$

$$(4) \text{ tenglamadan: } x_B = \frac{0,5 \cdot P \cdot \cos 30^\circ}{1,5} = \frac{0,5 \cdot 60 \cdot 0,86}{1,5} = 17,2 \text{ N}$$

$$(5) \text{ tenglamadan: } z_B = \frac{Q - 0,5 \cdot P \cdot \sin 30^\circ}{1,5} = \frac{360 - 15}{1,5} = 230 \text{ N}$$

$$(1) \text{ tenglamadan: } x_A = -x_B - P \cdot \cos 30^\circ = -17,2 - 60 \cdot 0,86 = -68,8 \text{ N}$$

$$(2) \text{ tenglamadan: } z_A = P \cdot \sin 30^\circ + Q - z_B = 30 + 360 - 230 = 160 \text{ N}$$

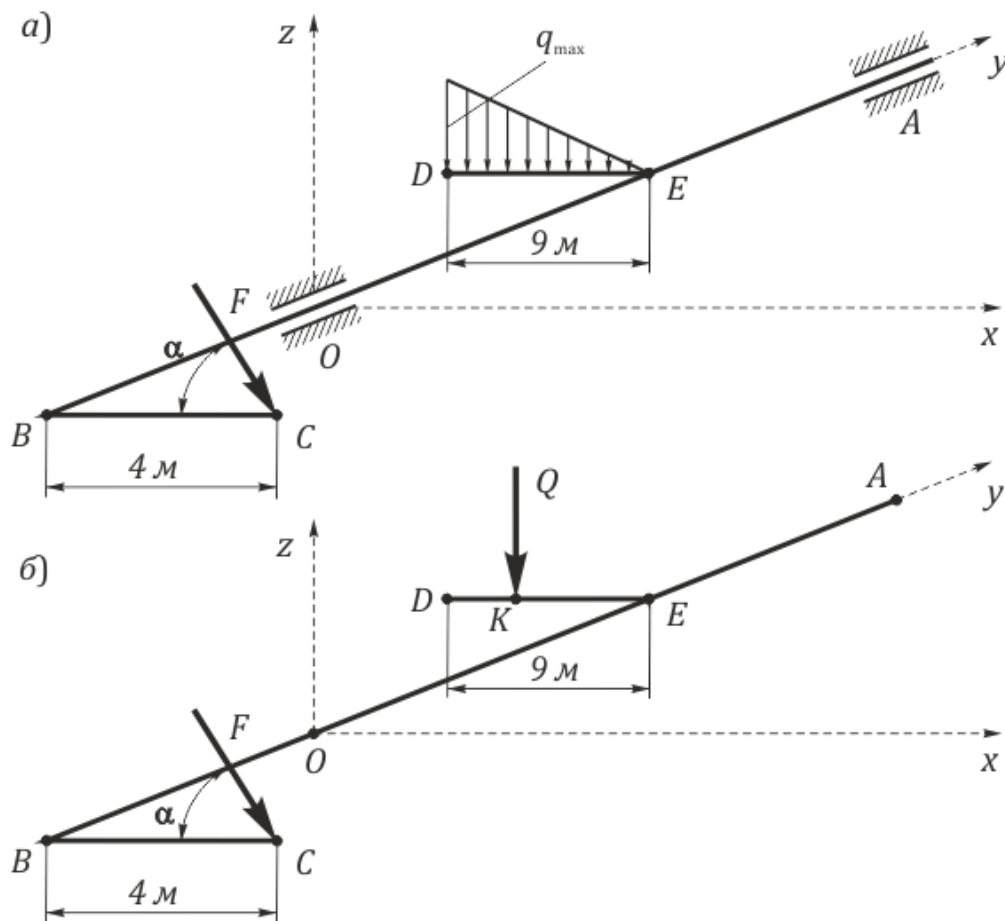
x_A reaksiya kuchining manfiy ishorada chiqqanligi, uning yo'nalishi chizmada qarama-qarshi qo'yilgani bilan izohlanadi.

Demak, chig'iriq muvozanatda turishi uchun, masala shartida so'ralganidek, uni og'irligi $Q = 360 \text{ N}$ yuk bilan ushlab turish va A va B podshipniklarda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlari esa quyidagicha bo'lish kerak ekan: $x_A = -68,8 \text{ N}$, $x_B = 17,2$, $z_A = 160 \text{ N}$, $z_B = 230 \text{ N}$.

117–Masala. (5.6.4**). AOB valga to'g'ri burchak ostida BC va DE sterjenlar mahkamlangan bo'lib, BC ga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida F kuchi va DE ga intensivligi $q = 0,5 \text{ N/m}$ bo'lgan taqsimlangan kuch ta'sir etadi. Agar $F \parallel Oxz$ bo'lsa, val yuqoridagi kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi uchun F kuchning qiymatini toping (15.10–rasm, a)).

Yechish: DE sterjendagi tekis taqsimlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Q ni uchburchak qoidasi bo'yicha hisoblab olamiz va o'rniga qo'yamiz. Teng ta'sir etuvchi Q ning qiymati uchburchakning yuziga teng bo'lib, uchburchak asosining E uchidan hisoblaganda $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ nisbatda qo'yiladi. Ya'ni, masala shartidagi chizmada berilgan o'lchamlarga asosan, $KE = 6 \text{ m}$ bo'ladi (15.10–rasm, b)).

$$Q = \frac{q_{\max} \cdot DE}{2} = \frac{0,5 \cdot 9}{2} = 2,25 \text{ N}$$



15.10–rasm.

$F // Oxyz$ bo'lgani uchun, F kuchning bu tekislikdagi proyeksiyasi har ikkala o'qni kesib o'tadi, ya'ni, bu kuchning Oz va Ox o'qlarga nisbatan momentlari avtomatik ravishda nolga teng. Shuning uchun faqat Oy o'qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum M_y(F_k) = 0; \quad -BC \cdot F \cdot \sin 30^\circ + Q \cdot KE = 0;$$

bundan

$$F = \frac{Q \cdot 6}{BC \cdot \sin 30^\circ} = \frac{2,25 \cdot 6}{4 \cdot 0,5} = 6,75 \text{ N}$$

Demak, val berilgan kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi uchun so'ralgan F kuchning qiymati $F = 6,75 \text{ N}$ bo'lishi kerak ekan.

16–§. Qattiq jismning og'irlik markazi koordinatalarini aniqlash.

Tabiatda ko'zimizga ko'ringan har qanday jismning og'irlik markazi uning qaysi nuqtasida joylashgan (balkim jismga tegishli bo'lmagan nuqtada?)- degan

savol albatta barchamizni qiziqtiradi. Shu munosabat bilan og'irlik markazi nima, uni qanday hisoblab topish mumkin va qaysi nuqtaga qo'yiladi?- degan savollarga ushbu mavzuda javob izlashga harakat qilamiz.

Jism og'irlik kuchining qo'yilish nuqtasi uning **og'irlik markazi** deyiladi. Ta'sir chiziqlari bir-biriga parallel bo'lgan kuchlar **parallel kuchlar** deyiladi. Fazoda yoki tekislikda $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalarga $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ parallel kuchlar qo'yilgan bo'lsin. Bu parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ **parallel kuchlar markazi** deb ataladigan C nuqtaga qo'yiladi. Uning koordinatalarini quyidagi formulalar orqali aniqlaymiz:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n F_k x_k}{\sum_{k=1}^n F_k}; \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n F_k y_k}{\sum_{k=1}^n F_k}; \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n F_k z_k}{\sum_{k=1}^n F_k} \quad (16.1)$$

Qattiq jismning og'irlik markazini aniqlash uchun, avvalo, uni juda kichik bo'lakchalardan tashkil topgan deb faraz qilamiz. Butun olam tortishish qonuniga asosan, jismning har bir zarrachasi uchun Yerning tortish kuchi mavjuddir. Bunday zarrachalarning har biriga vertikal pastga yo'nalgan va taxminan Yerning markazida kesishadigan hamda bir-biriga parallel bo'lgan $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$ og'irlik kuchlari ta'sir etadi. Statika bo'limida o'rganiladigan jismlarning o'lchovlari Yerning radiusiga nisbatan juda kichik bo'lgani uchun jism bo'laklarining og'irlik kuchlarini parallel kuchlar deb qarash mumkin. Jism barcha bo'laklari og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $\vec{P} = \sum \vec{P}_k$ **jismning og'irlik kuchi** yoki **og'irligi** deyiladi. Shu og'irlik kuchi qo'yilgan nuqta, ya'ni, bu parallel kuchlarning markazi C nuqta mazkur **jismning og'irlik markazi** deyiladi. Jismning og'irlik markazi – jism bo'lakchalarining og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi o'tadigan geometrik nuqta bo'lib, ba'zida bu nuqta jismga tegishli bo'lmasligi mumkin. Masalan, to'la shar, xalqa, teshik kulcha, va h.k. Mexanika masalalarini yechishda jismning og'irlik markazi C ning koordinatalari x_C, y_C va z_C ni hisoblash talab etiladi va u quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k x_k}{P}; \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k y_k}{P}; \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k z_k}{P} \quad (16.2)$$

Agar jismni fazoda aylantirsak, ya'ni uni ma'lum bir burchakka bursak, jism bo'lakchalarining og'irlik kuchlari bir-biriga (vertikal ravishda) parallel bo'lib qolaveradi va parallel kuchlar markazi C nuqta o'zgarmasdan qoladi, ya'ni, og'irlik markazi o'zgarmasdan qoladi.

Bir jinsli jismlarning og'irlik markazi. Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shakliga bog'liq bo'ladi.

Og'irligi P ga teng jism V hajmga ega bo'lsin. Agar birlik hajmga to'g'ri kelgan og'irlikni λ bilan belgilasak, bir jinsli jism uchun $\lambda = \text{const}$ bo'ladi hamda jism k -chi bo'lakchasining og'irligi

$$P_k = \lambda \Delta V_k \quad (16.3)$$

bu yerda: ΔV_k – jismning k -chi bo'lakchasining hajmi bo'lsa, ularning yig'indisi butun jism hajmini ifodalaydi, $V = \sum \Delta V_k$.

Demak, hajmga ega bo'lgan jismning og'irlik markazining koordinatalarini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$x_C = \frac{1}{V} \sum v_k x_k; \quad y_C = \frac{1}{V} \sum v_k y_k; \quad z_C = \frac{1}{V} \sum v_k z_k \quad (16.4)$$

bu yerda: V – jismning umumiy hajmi, v_k – jism qismlarining hajmlari, x_k, y_k, z_k – lar jism qismlari og'irlik markazlarining koordinatalari.

Xuddi shuningdek, ixtiyoriy sirtga (yuzaga) ega bo'lgan plastinkaning og'irlik markazini aniqlash uchun quyidagi formulalar o'rinli bo'ladi:

$$x_C = \frac{1}{S} \sum s_k x_k; \quad y_C = \frac{1}{S} \sum s_k y_k; \quad z_C = \frac{1}{S} \sum s_k z_k \quad (16.5)$$

bu yerda: S – jismning umumiy yuzasi, s_k – jism qismlarining yuzalari, x_k, y_k, z_k – lar jism qismlari og'irlik markazlarining koordinatalari.

Agar bir jinsli jism ko'ndalang kesimi bir xil bo'lgan chiziqlardan iborat bo'lsa, bunday jismlarning og'irlik markazini aniqlash uchun quyidagi formulalar-

dan foydalanamiz:

$$x_C = \frac{1}{L} \sum \ell_k x_k; \quad y_C = \frac{1}{L} \sum \ell_k y_k; \quad z_C = \frac{1}{L} \sum \ell_k z_k \quad (16.6)$$

bu yerda: L – chiziqlarning umumiy uzunligi, ℓ_k – chiziq bo‘laklarining uzunligi, x_k, y_k, z_k – lar chiziq bo‘laklari og‘irlik markazlarining koordinatalari.

Jism og‘irlik markazini topishning asosiy shartlari. Jism og‘irlik markazini aniqlashda ishni osonlashtirish uchun quyidagilarni esda tutish lozim.

Bir jinsli jismning og‘irlik markazini topishda koordinata o‘qlarini to‘g‘ri o‘rnatish katta ahamiyatga ega.

1. Jismning simmetriya tekisligi bo‘lsa, o‘qlardan birini, masalan, z o‘qini shu tekislikka perpendikulyar qilib o‘tkazamiz, og‘irlik markazi shu Oxy tekislikda bo‘ladi va $z_C = 0$ bo‘ladi. x_C va y_C koordinatalarni topish kifoya.

2. Agar jismning simmetriya o‘qi bo‘lsa, u holda koordinata o‘qlaridan birini, masalan, x o‘qini simmetriya o‘qi bo‘ylab yo‘naltiramiz. U holda $y_C = z_C = 0$ bo‘ladi, faqat x_C koordinatani topish kifoya.

3. Agar jismning ikkita simmetriya tekisligi bo‘lsa, uning og‘irlik markazi simmetriya tekisliklari kesishgan to‘g‘ri chiziqda bo‘ladi.

4. Agar jismning uchta simmetriya tekisligi bo‘lsa, uning og‘irlik markazi shu simmetriya tekisliklari kesishgan nuqtada bo‘ladi.

5. Tekis jismning ikkita yoki bundan ko‘p simmetriya o‘qi bo‘lsa, shu o‘qlarning kesishgan nuqtasi tekis jismning og‘irlik markazi bo‘ladi (to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak, kvadrat, doiralar shunday tekis jismga misol bo‘la oladi).

6. Tekis jismning simmetrik nuqtasi bo‘lsa, jismning og‘irlik markazi shu nuqtada bo‘ladi.

7. Hajmli jismning o‘qi simmetrik bo‘lib, u ayni jismning simmetriya tekisligiga perpendikulyar bo‘lsa, o‘q bilan tekislik kesishadigan nuqta jismning og‘irlik markazi bo‘ladi.

8. Ikki qismdan iborat jismning og‘irlik markazi shu qismlar og‘irlik markazlarini tutashtiradigan to‘g‘ri chiziqda yotadi; jismning og‘irlik markazi o‘sha chiziqni qismlarning og‘irliklariga (bir jinsli jismlarda hajmiga, yuziga,

uzunligiga) teskari proporsional kesmalarga bo'lad.

9. Jismning og'irlik markazini topish yo'li noma'lum bo'lsa, uni oldin og'irlik markazini topish mumkin bo'lgan oddiy qismlarga (hajm, yuza, chiziqlarga) fikran ajratilib, keyin jism og'irlik markazining koordinatalari ma'lum formulalar yordami bilan topiladi. Bu usulni **bo'laklarga ajratish usuli** deyiladi.

10. Agar yassi jismning ma'lum qismlari qirqib tashlangan bo'lsa, bunday jismning og'irlik markazini aniqlashda **manfiy yuza** qo'shish usulidan foydalaniladi. Bu usul bo'laklarga bo'lish usulining xususiy holi bo'lib, uning mohiyati shundan iboratki, jismni qirqilmagan yaxlit jism va qirqilgan jismlardan iborat deb qaraladi; bunda qirqilgan bo'laklarning yuzasi shartli ravishda **manfiy** deb olinadi.

Ba'zi bir oddiy geometrik shakllar og'irlik markazining koordinatalarini topish.

1. Bir jinsli to'g'ri burchakli to'rtburchakning og'irlik markazi uning diagonallari kesishgan nuqtada bo'ladi (kvadrat, parallelogramm, romb).

2. Bir jinsli uchburchakning og'irlik markazi uning medianalari kesishgan nuqtada bo'ladi, aniqroq qilib aytganda esa, asosidan hisoblanganda mediananing $\frac{1}{3}$ qismida bo'ladi (uchburchak uchidan hisoblanganda esa mediananing $\frac{2}{3}$ qismida joylashgan boladi).

3. Aylana qismi (yoy) ning og'irlik markazi simmetrik o'qida bo'lib, uning aylana markazidan qancha uzoqlikda turganligi quyidagi formula bilan topiladi:

$$x_C = \frac{R \cdot AB}{L}, \quad y_C = 0. \quad (16.7)$$

bu yerda: R —radius, L —yoy uzunligi, AB —yoy vatari yoki

$$x_C = R \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad y_C = 0. \quad (16.8)$$

bu yerda: α —yoy bilan chegaralangan markaziy burchakning yarmi.

4. Doira sektori yuzining og'irlik markazi simmetriya o'qida bo'lib, uning doira markazidan qancha uzoqlikda turganligi quyidagi formulaga muvofiq topiladi:

$$x_C = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad y_C = 0. \quad (16.9)$$

bu yerda: α –sektor markaziy burchagining yarmi.

Xususiyl holda:

4.1. Yarim doira og'irlik markazining geometrik markazidan qancha masofada turishi quyidagicha topiladi (ushbu holatda $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bo'ladi):

$$x_C = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{3\pi} \cdot R = 0,424 R, \quad y_C = 0. \quad (16.10)$$

4.2. Doira to'rtidan bir qismining og'irlik markazi simmetriya o'qida bo'lib, uning geometrik markazidan qancha masofada turishi quyidagi formuladan aniqlanadi (doiraning to'rtidan bir qismi uchun $\alpha = \frac{\pi}{4}$ bo'ladi):

$$x_C = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{3\pi} \cdot R = 0,598 \cdot R, \quad y_C = 0. \quad (16.11)$$

5. Asosi doiraviy shaklda bo'lgan to'g'ri konus hajmining og'irlik markazi uning balandligida yotadi va asosidan $\frac{1}{4}$ masofada bo'ladi, ya'ni

$$z_C = \frac{h}{4} \quad (16.12)$$

bu yerda: h –konusning balandligi.

6. Radiusi R bo'lgan yarim sharning og'irlik markazi simmetriya o'qida bo'lib, uning shar markazidan qancha masofada turishi quyidagi formula bilan topiladi:

$$z_C = \frac{3}{8} \cdot R \quad (16.13)$$

7. Piramidaning og'irlik markazi asosining og'irlik markazi bilan piramida uchini tutashtiruvchi chiziqli yotib, asosidan $\frac{1}{4}$ masofada bo'ladi.

8. Prizmaning yoki silindrning C og'irlik markazi yuqorigi va ostki asoslarining C_1 va C_2 og'irlik markazlarini tutashtiradigan kesmaning o'rtasida bo'ladi.

Uzunlikka ega bo'lgan jismlarning og'irlik markazi.

118–Masala. (6.1.2**). Ikkita bir jinsli bir xil chiziqli og'irlikdagi sterjendan iborat kronshteyn ABD bo'lib, $BD = 20 \text{ sm}$ bo'lsa, uning og'irlik markazi $x_C = 0$ bo'lishi uchun AB ning uzunligi (sm) qancha bo'lishi lozim? (16.1–rasm).

Yechish: Masala sharti bo'yicha $x_C = 0$ bo'lishi uchun ABD kronshteynning og'irlik markazi, faqat shu holatda, koordinata boshida bo'lishi shart. Bu holatda $y_C = 0$ bo'ladi. ABD kronshteynni 2 ta, $\ell_1 = AB$ va $\ell_2 = BD$ bo'lakga bo'lamiz va har birining og'irlik markazining absissalarini x_1 va x_2 deb belgilab, quyidagicha hisoblab olamiz:

$$x_1 = \frac{\ell_1}{2} \cdot \cos 60^\circ = \frac{\ell_1}{4};$$

$$x_2 = \frac{BD}{2} = 10.$$

x_1 – koordinata absissa o'qining

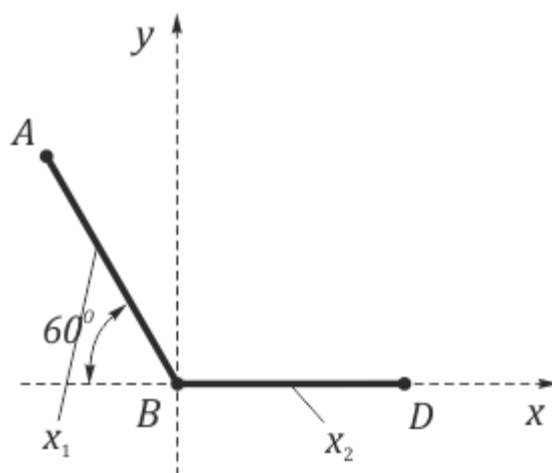
manfiy tomonida turganligi uchun $x_1 = \frac{-\ell_1}{4}$

deb olamiz va formulaga qo'yamiz:

$$x_C = \frac{x_1 \cdot \ell_1 + x_2 \cdot \ell_2}{\ell_1 + \ell_2} = \frac{-\frac{\ell_1}{4} \cdot \ell_1 + 10 \cdot 20}{\ell_1 + 20} = \frac{-\frac{\ell_1}{4} \cdot \ell_1 + 200}{\ell_1 + 20} = 0$$

$$\Rightarrow -\ell_1^2 + 800 = 0 \Rightarrow \ell_1 = 28,3 \text{ sm}$$

Demak, $x_C = 0$ bo'lishi uchun $\ell_1 = AB = 28,3 \text{ sm}$ bo'lish kerak ekan.



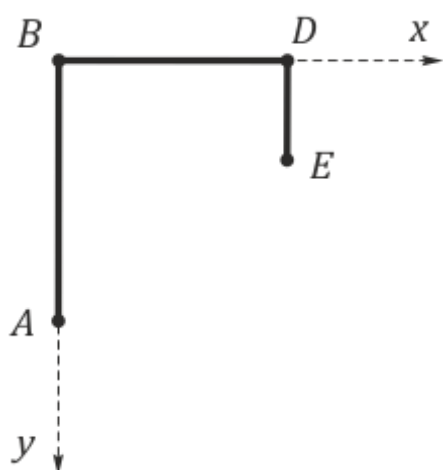
16.1–rasm.

119–Masala. (6.1.3**). Uzunliklari $AB = 0,2 \text{ m}$, $BD = 0,1 \text{ m}$ va $DE = 0,06 \text{ m}$ bo‘lgan bir jinsli, bir xil chiziqli og‘irlikka ega sterjenlardan iborat kronshteynning og‘irlik markazi y_C (sm) koordinatasini toping (16.2–rasm).

Yechish: $ABDE$ kronshteynni 3 bo‘lakka bo‘lib olamiz va quyidagicha belgilab olamiz.

$$AB = \ell_1, \quad BD = \ell_2, \quad DE = \ell_3$$

Har bir bo‘lakning og‘irlik markazining ordinatasini hisoblaymiz: Bir jinsli



bo‘lganligi uchun, ularning og‘irlik markazlari chiziqning o‘rtasida bo‘ladi.

$$y_1 = \frac{\ell_1}{2} = 0,1; \quad y_2 = 0;$$

$$y_3 = \frac{\ell_3}{2} = 0,03.$$

Butun kronshteynning og‘irlik markazining y_C ordinatasini hisoblash uchun, formulaga qo‘yamiz:

16.2–rasm.

$$y_C = \frac{y_1 \ell_1 + y_2 \ell_2 + y_3 \ell_3}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3} = \frac{0,1 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 + 0,03 \cdot 0,06}{0,2 + 0,1 + 0,06} = 0,060555 \text{ m} = 6,06 \text{ sm}$$

120–Masala. (6.1.5**). Uchta bir jinsli sterjenlardan iborat ABD konturning og‘irlik markazining x_C koordinatasini toping. Konturning o‘lchamlari $AB = 2 \text{ m}$ va $\alpha = 30^\circ$. Sterjenlarning chiziqli og‘irliklarini bir xil deb hisoblansin (16.3–rasm).

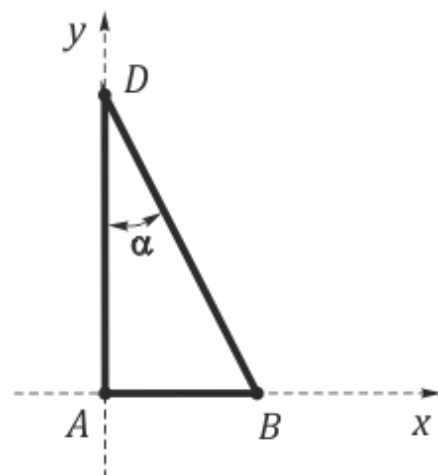
Yechish: Elementar matematikadan foydalanib, to‘g‘ri burchakli uchburchak tomonlarini topib olamiz.

$$BD = 4 \text{ m}, \quad AB = 2 \text{ m},$$

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3,46 \text{ m}$$

$$\text{Demak, } AB = \ell_1 = 2 \text{ m}, \quad BD = \ell_3 = 4 \text{ m},$$

$$AD = \ell_2 = 3,46 \text{ m} \text{ deb belgilaymiz.}$$



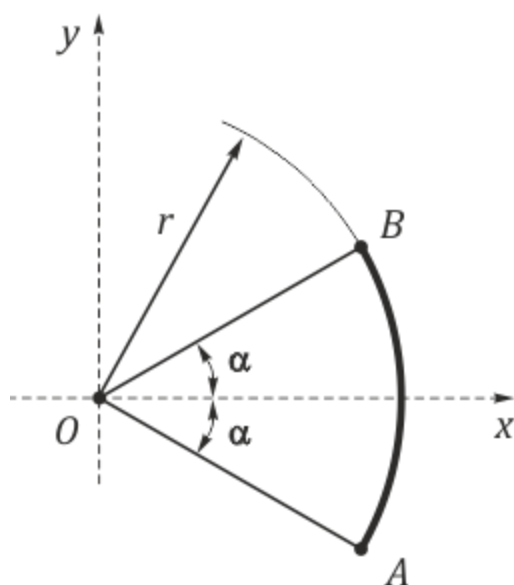
16.3–rasm.

Uchburchak tomonlarning og'irlik markazi, bir jinsli material bo'lgani uchun bu chiziqlarning o'rtasida bo'ladi,

Masala shartida ABD konturning x_C absissasi so'ralgani uchun, bu chiziqlarning absissalarini topamiz: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$ ($x_3 = 1$, chunki uchburchakning asosidagi burchak 60° ga teng)

Formulaga qo'yib, ABD kontur og'irlik markazining absissasini topamiz.

$$x_C = \frac{x_1 \cdot \ell_1 + x_2 \cdot \ell_2 + x_3 \cdot \ell_3}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3} = \frac{1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4}{2 + 4 + 3,46} = 0,63 \text{ m.}$$



16.4–rasm.

121–Masala. (6.1.6.**). Radiusi

$r = 0,2 \text{ m}$ bo'lgan AB yoy shaklidagi jismning og'irlik markazi C ning absissasi x_C ni aniqlang. Yoyning burchagi $\alpha = 30^\circ$ deb hisoblang (16.4–rasm).

Yechish: Keltirilgan formulaga asosan, aylana yoyining og'irlik markazi simmetriya o'qida bo'lib, aylana markazidan qanday masofada yotishi quyidagicha aniqlanadi:

$$x_C = R \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}; \quad y_C = 0.$$

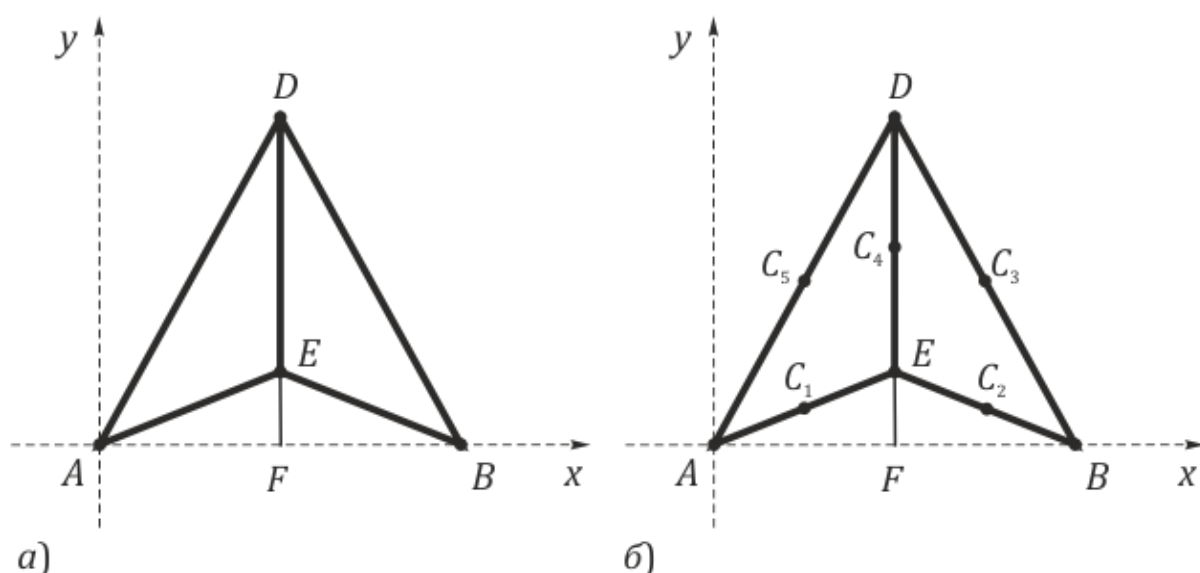
o'rniga qo'ysak:

$$x_C = 0,2 \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\frac{\pi}{6}} = 0,2 \cdot \frac{6}{2\pi} = 0,191 \text{ m.}$$

122–Masala. Bir jinsli sterjenlardan iborat bo'lgan $ADBE$ simmetrik konturning og'irlik markazini hisoblang. Konturning o'lchamlari $AB = 6 \text{ m}$, $DE = 3 \text{ m}$, va $EF = 1 \text{ m}$ (16.5–rasm, a)).

Yechish: Bu ferma simmetrik bo'lgani uchun uning og'irlik markazi DF simmetriya o'qida joylashadi. Uning absissasi (16.5–rasm, b)).

$$x_C = AF = \frac{AB}{2} = 3 \text{ m.}$$



16.5–rasm.

Og‘irlik markazining ordinatasi y_C ni topish uchun fermani 5 ta bo‘lakka bo‘lib olamiz va har bir bo‘lakning og‘irlik markazini alohida–alohida hisoblab chiqamiz.

$$AE = \ell_1, \quad EB = \ell_2, \quad DB = \ell_3, \quad DE = \ell_4, \quad AD = \ell_5.$$

deb belgilash kiritamiz.

Bu tomonlarning uzunliklarini mos to‘g‘ri burchakli uchburchaklardan topamiz:

$$\triangle AEF \text{ dan } AE = BE = \sqrt{AF^2 + FE^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3,17 \text{ m},$$

$$\triangle ADF \text{ dan } AD = \sqrt{AF^2 + (DE + EF)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

Demak, $\ell_1 = \ell_2 = 3,17 \text{ m}$, $\ell_3 = \ell_5 = 5 \text{ m}$, va $\ell_4 = 3 \text{ m}$ ekan.

Uchburchak ADF va DFB – to‘g‘ri burchakli uchburchak balandligi $DF = 4$ ligi uchun, har bir sterjenning og‘irlik markazining ordinatalari bu bo‘lakchalarning yarim nuqtasi bo‘ladi.

Ya’ni

$$y_1 = 0,5; \quad y_2 = 0,5; \quad y_3 = 2; \quad y_4 = 2; \quad y_5 = \frac{DE}{2} + EF = \frac{3}{2} + 1 = 2,5;$$

Topilgan qiymatlarni formulaga qo‘yib konturning og‘irlik markazi ordinatasini hisoblaymiz:

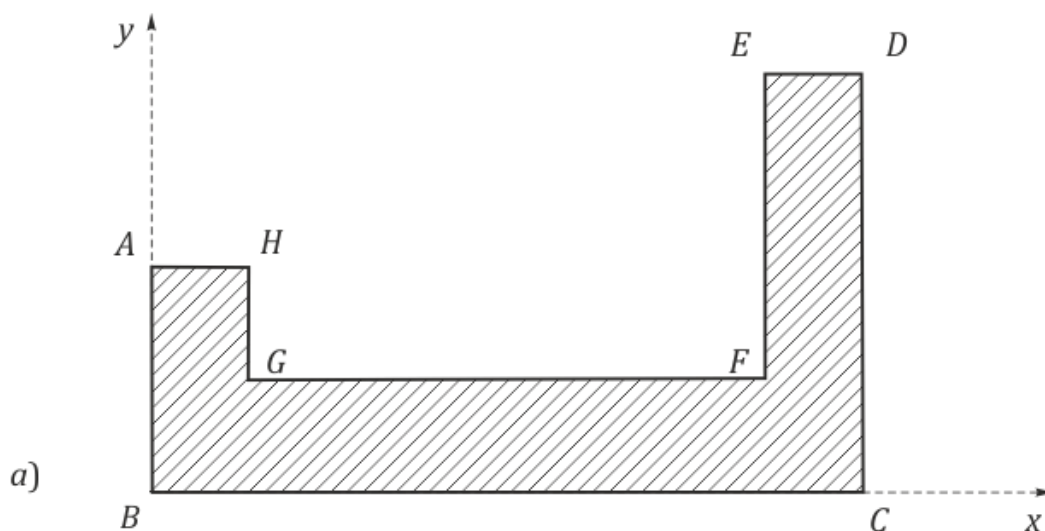
$$y_C = \frac{\sum \ell_k y_k}{L} = \frac{3,17 \cdot 0,5 + 3,17 \cdot 0,5 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2,5 + 5 \cdot 2}{3,17 + 3,17 + 5 + 3 + 5} = 1,54 \text{ m.}$$

Demak, butun konturning og'irlik markazi absissasi $x_C = 3 \text{ m}$, ordinatasi esa (DF balandlik bo'ylab) F nuqtadan $y_C = 1,54 \text{ m}$ (yoki E nuqtadan $0,54 \text{ m}$) yuqorida joylashgan ekan.

Yuzaga ega bo'lgan jismlarning og'irlik markazi.

123–Masala. (9.11*). Rasmda ko'rsatilgan bir jinsli plastinka og'irlik markazining koordinatalari topilsin. Quyidagilar berilgan (16.6–rasm, a)).

$AH = 2 \text{ sm}$, $HG = 1,5 \text{ sm}$, $AB = 3 \text{ sm}$, $BC = 10 \text{ sm}$, $EF = 4 \text{ sm}$, $ED = 2 \text{ sm}$



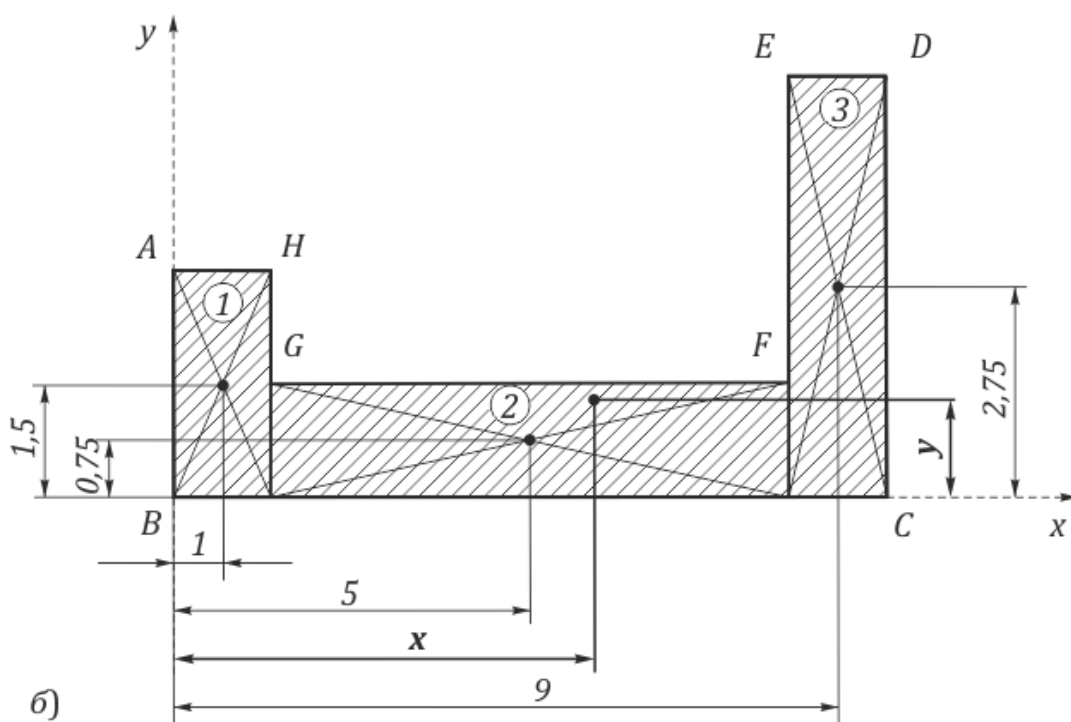
16.6–rasm.

Yechish: Bo'laklarga bo'lish usulidan foydalanib, umumiy yuzani 3 ta to'g'ri to'rtburchakka bo'lib olamiz. Bu to'rtburchaklarning har birining og'irlik markazi shu to'rtburchak diagonallarining kesishish nuqtasida joylashgan bo'ladi. Bu markazlarning koordinatalarini va ularni yuzalarini chizmadan foydalanib topamiz (16.6–rasm, o)).

$$S_1 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ sm}^2, \quad S_2 = 6 \cdot 1,5 = 9 \text{ sm}^2, \quad S_3 = 2 \cdot 5,5 = 11 \text{ sm}^2.$$

$$x_1 = 1 \text{ sm}, \quad x_2 = 5 \text{ sm}, \quad x_3 = 9 \text{ sm}.$$

$$y_1 = 1,5 \text{ sm}, \quad y_2 = 0,75 \text{ sm}, \quad y_3 = 2,75 \text{ sm}.$$



16.6–rasm.

Yuzaga ega bo‘lgan tekis shakllarning og‘irlik markazini topish formulasiga qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^3 S_i x_i}{\sum S_i} = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2 + S_3 x_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{6 \cdot 1 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 9}{6 + 9 + 11} = \frac{150}{26} = 5 \cdot \frac{10}{13} \text{ sm};$$

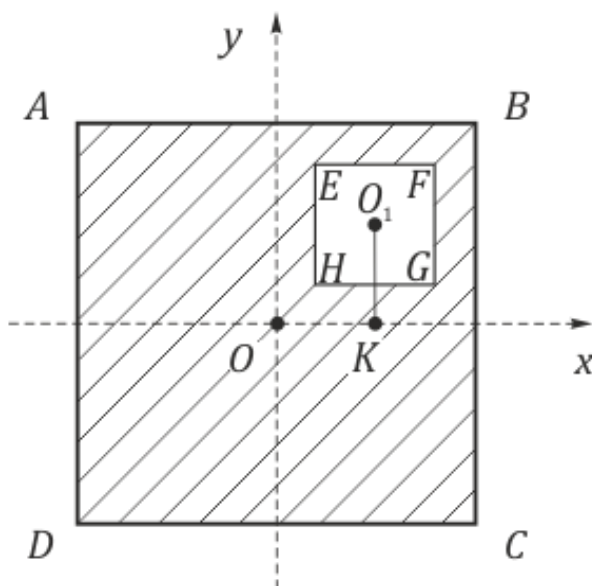
$$y = \frac{\sum S_i y_i}{\sum S_i} = \frac{6 \cdot 1,5 + 9 \cdot 0,75 + 11 \cdot 2,75}{26} = \frac{46}{26} = 1 \cdot \frac{10}{13} \text{ sm}.$$

Demak, masala sharti bo‘yicha shaklda tasvirlangan bir jinsli plastinkaning og‘irlik markazining koordinatalari

$$x = 5 \cdot \frac{10}{13} \text{ sm va } y = 1 \cdot \frac{10}{13} \text{ sm. ekan.}$$

124–Masala. (9.12*). Tomoni $AB = 2 \text{ m}$ bo‘lgan bir jinsli $ABCD$ kvadrat taxtadan $EFGH$ kvadrat teshik ochilgan; Teshikning tomonlari $ABCD$ ning tomonlariga parallel bo‘lib, har qaysisi $0,7 \text{ m}$ ga teng. $OK = O_1K = 0,5 \text{ m}$ (bunda O va O_1 kvadratlarning markazlari). OK va O_1K kesmalar kvadratlarning tomonlariga tegishli parallel ekanligini bilgan holda, taxtaning qolgan qismi og‘irlik markazining x va y koordinatalari aniqlansin (16.7–rasm).

Yechish: Jismning ma'lum bir qismi qirqib olib tashlangani uchun jismning og'irlik markazini aniqlashda manfiy yuza qo'shish usulidan foydalanamiz. Bizda 2 ta kvadrat qatnashayotgan bo'lib, katta kvadratning og'irlik markazi koordinata boshida joylashgan, ya'ni, $x_1 = 0$, $y_1 = 0$; yuzasi esa $S_1 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2$. Kichkina kvadratning yuzasi esa $S_2 = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49 \text{ m}^2$ ga teng. (Bizning jismda qatnashmayotgani uchun bu yuzani manfiy deb olamiz). Masala shartiga asosan, $OK = O_1K = 0,5 \text{ m}$ bo'lgani uchun, bu kvadratchaning og'irlik markazining koordinatalari $x_2 = 0,5$ va $y_2 = 0,5$ bo'ladi.



16.7–rasm.

Bu qiymatlarni formulaga qo'yamiz.

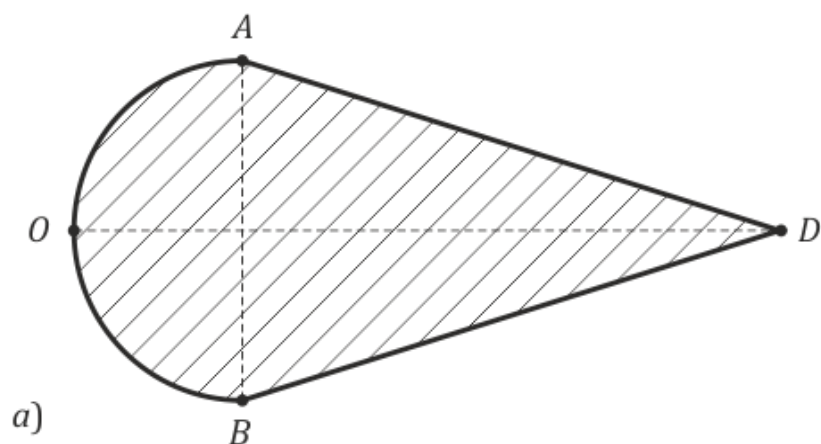
$$x = \frac{x_1 \cdot S_1 - x_2 \cdot S_2}{S_1 - S_2} = \frac{0 \cdot 4 - 0,5 \cdot 0,49}{4 - 0,49} = \frac{0,245}{3,51} = -0,07 \text{ m};$$

$$y = \frac{y_1 \cdot S_1 - y_2 \cdot S_2}{S_1 - S_2} = \frac{-0,5 \cdot 0,49}{3,51} = -0,07 \text{ m}.$$

Demak, qolgan jismning og'irlik markazining koordinatalari $x = y = -0,07 \text{ m}$ nuqtada joylashgan ekan.

125–Masala. (9.2*) R radiusli OAB yarim aylana va uzunliklari bir xil bo'lgan AD va DB to'g'ri chiziq kesmalari bilan chegaralangan yuzaning C og'irlik markazi aniqlansin (16.8–rasm, a)). $OD = 3R$.

Yechish: Koordinatalar sistemasini o'rnatamiz. Koordinata boshi deb K nuqtani tanlaymiz (16.8–rasm, b)).

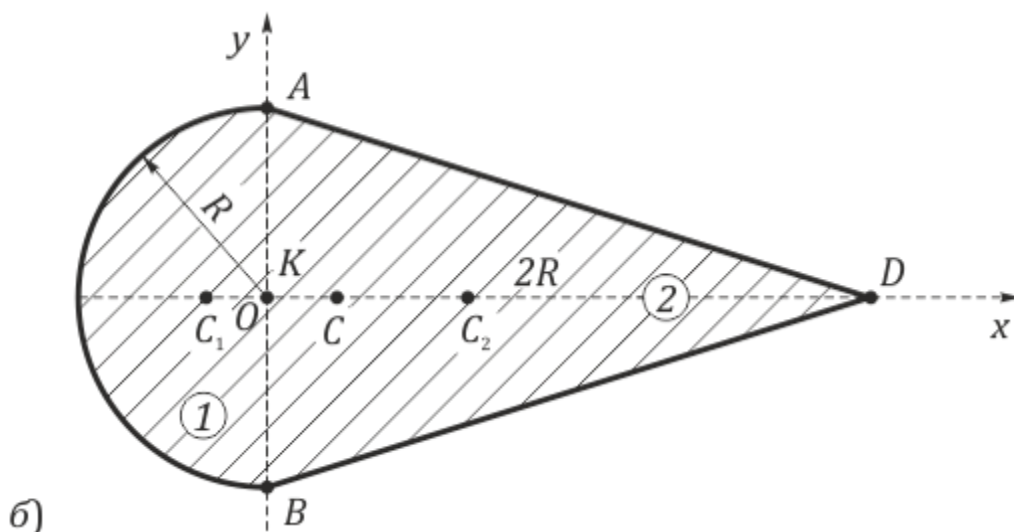


16.8–rasm.

Chizmadan ko‘rinadiki, ushbu figura Ox simmetriya o‘qiga ega va uning og‘irlik markazi shu Ox o‘qda yotadi, ya’ni, $y_C = 0$, x_C ni topish uchun figurani 2 bo‘lakka: AOB -yarim doira va masala shartiga binoan balandligi $DK = 2R$ bo‘lgan teng yonli uchburchakka bo‘lamiz. Yarim doiraning yuzi $S_1 = \frac{\pi \cdot R^2}{2}$, og‘irlik markazi C_1 ni topish uchun $x_1 = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \alpha}{2}$ formuladan foydalanamiz: Bu yerda markaziy burchak $2\alpha = \pi$ ga tengligi uchun $\alpha = \frac{\pi}{2}$ va

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \alpha}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi};$$

Demak, yarim doiraning og‘irlik markazi absissa o‘qining manfiy tomonida



16.8–rasm.

joylashgani uchun $y_1 = 0$, va $x_1 = -\frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi}$ ga teng deb olamiz.

ABD uchburchakning og'irlik markazi esa medinalar kesishgan nuqtada, ya'ni, geometriya kursidan ma'lumki, mediana bo'ylab uchburchak uchi tomonidan $\frac{2}{3}$ nisbatda, asos tomondan esa $\frac{1}{3}$ nisbatda bo'ladi. Ogirlik markazining absissasi uchburchakning asosidan boshlab hisoblaganda $x_2 = \frac{2}{3}R$ ga tengligini ko'ramiz. Bu uchburchakning asosi ham, balandligi ham $2R$ ga tengligidan (masala sharti va chizmaga asosan), uning yuzasi $S_2 = \frac{2R \cdot 2R}{2} = 2R^2$ ga teng bo'ladi.

Topilgan qiymatlarni formulaga qo'ysak, berilgan figuraning og'irlik markazi kelib chiqadi.

$$x_C = OC = \frac{x_1 \cdot S_1 + x_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} = \frac{-\frac{4R}{3\pi} \cdot \frac{\pi R^2}{2} + \frac{2}{3}R \cdot 2R^2}{\frac{\pi R^2}{2} + R^2} = \frac{2}{3(2 + \frac{\pi}{2})} \cdot R = 0,19R;$$

Demak, $OC = x_C + R = 0,19 \cdot R + R = 1,19 \cdot R$ bo'lar ekan.

Hajmga ega bo'lgan jismlarning og'irlik markazi.

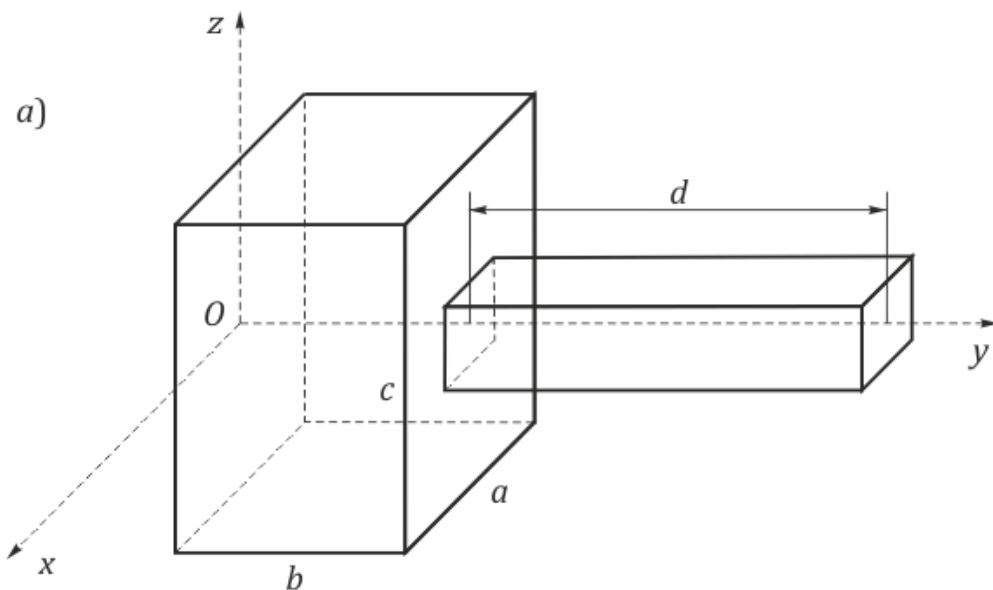
126–Masala. (9.20*). Yog'och bolg'a og'irlik markazining koordinatalari topilsin (16.9–rasm, a). Bolg'a to'g'ri burchakli parallelepipeddan va ko'ndalang kesimi kvadrat shaklida bo'lgan dastadan iborat.

Berilgan: $a = 10 \text{ sm}$, $b = 8 \text{ sm}$, $c = 18 \text{ sm}$, $d = 40 \text{ sm}$, $\ell = 3 \text{ sm}$.

Yechish: Ushbu masala hajmga ega bo'lgan jismlarning og'irlik markazini aniqlashga bag'ishlangan.

Ox va Oz o'qlariga nisbatan bu bolg'a simmetrik bo'lgani uchun $x_C = 0$ va $z_C = 0$ bo'ladi. Chizmani qaytadan chizib, bizga kerak bo'ladigan o'lchamlarni chizmada joyiga qo'yamiz (16.9–rasm, b). Bolg'ani 2 qismga ajratib olamiz: bolg'asi va dastasi. Oy o'qini bolg'a va dastaning og'irlik markazidan o'tadigan qilib o'rnatamiz. Har ikkalasining og'irlik markazining koordinatalarini va

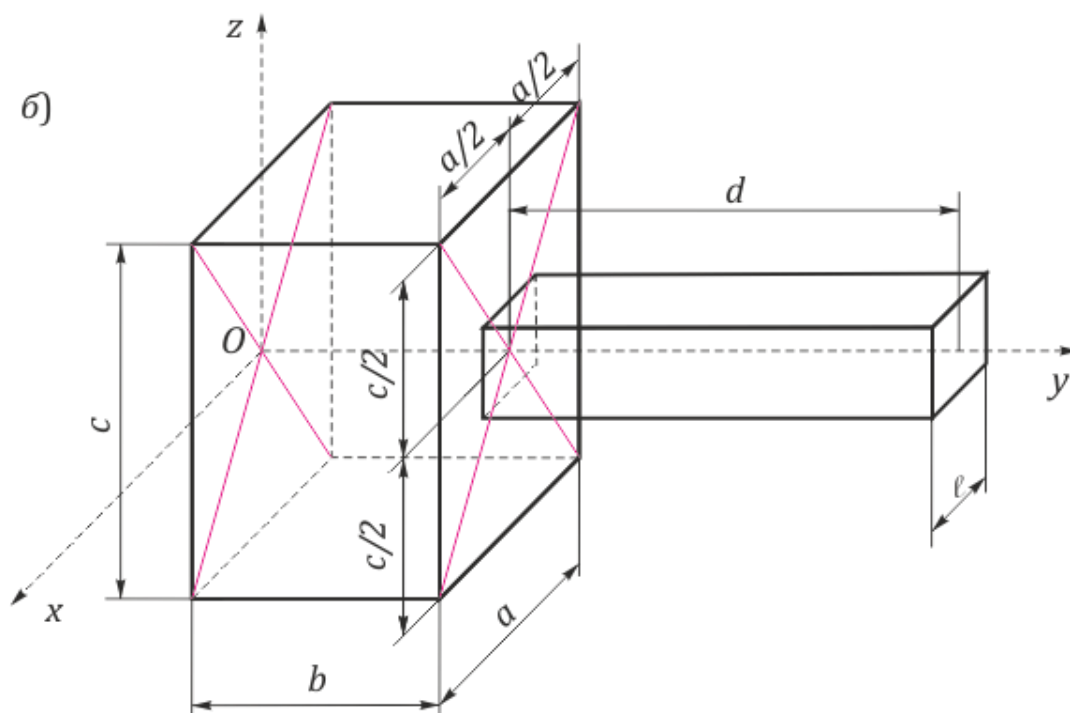
hajmlarini topib olamiz. Bu birinchi parallelepiped-bolgʻaning ogʻirlik markazi y_1 , koordinatasi $\frac{b}{2}$ ga teng. Dastaning ogʻirlik markazi y_2 , koordinatasi esa $\frac{d}{2}$ ga teng.



16.9–rasm a).

Parallelepiped (bolgʻa)ning hajmi $V_1 = a \cdot b \cdot c$ ga teng, dastaning hajmi esa $V_2 = \ell^2 \cdot d$ ga teng.

Topilgan qiymatlarni hajm uchun yozilgan formulaga qoʻyib bolgʻaning y_c ogʻirlik markazi koordinatasini aniqlaymiz:



16.9–rasm b).

$$y_C = \frac{V_1 \cdot y_1 + V_2 \cdot y_2}{V_1 + V_2} = \frac{\ell^2 \cdot d \cdot \frac{d}{2} + a \cdot b \cdot c \cdot \frac{b}{2}}{\ell^2 \cdot d + a \cdot b \cdot c} =$$

$$= \frac{9 \cdot 40 \cdot 20 + 10 \cdot 8 \cdot 18 \cdot 4}{9 \cdot 40 + 10 \cdot 8 \cdot 18} = \frac{720 + 5760}{1800} = \frac{1260}{180} = 7,2 \text{ sm};$$

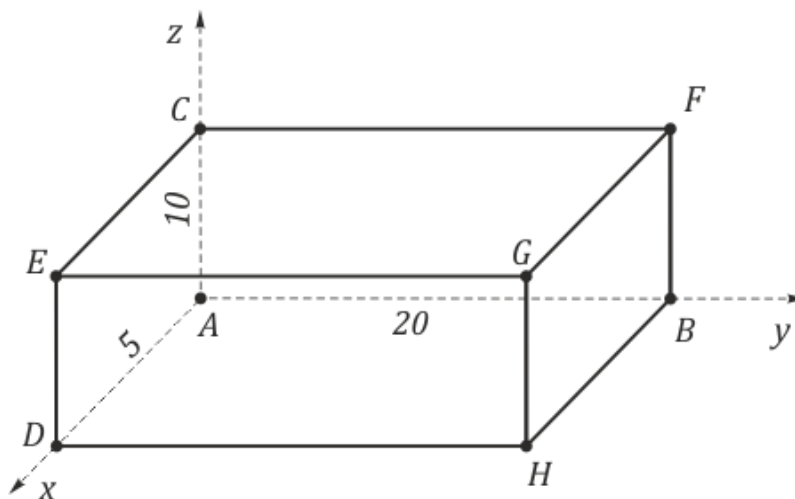
Demak, **javob:** $x_C = 0$, $z_C = 0$, $y_C = 7,2 \text{ sm}$ ekan.

127–Masala. (9.16*). To‘g‘ri burchakli parallelepipedning uchlarida o‘rnatilgan yuklar sistemasining og‘irlik markazi aniqlansin. Parallelepipedning qirralari: $AB = 20 \text{ sm}$, $AC = 10 \text{ sm}$, $AD = 5 \text{ sm}$. A, B, C, D, E, F, G, H uchlardagi yuklarning og‘irligi mos ravishda 1 N , 2 N , 3 N , 4 N , 5 N , 3 N , 4 N , 3 N ga teng (16.10–rasm).

Yechish: Berilgan: $AB = 20 \text{ sm}$, $AC = 10 \text{ sm}$, $AD = 5 \text{ sm}$. Mos ravishda parallelepipedning uchlarida: $A = 1 \text{ N}$, $B = 2 \text{ N}$, $C = 3 \text{ N}$, $D = 4 \text{ N}$, $E = 5 \text{ N}$, $F = 3 \text{ N}$, $G = 4 \text{ N}$, $H = 3 \text{ N}$. yuklar qo‘yilgan.

Og‘irlik markazini topish formulasidan foydalanamiz:

$$x_C = \frac{\sum_{k=0}^8 P_k x_k}{P}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=0}^8 P_k y_k}{P}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=0}^8 P_k z_k}{P}.$$



16.10–rasm.

16.10–rasmga asosan, parallelepiped uchlarining koordinatalarini qiyinchiliksiz topamiz. Har bir kuchning qiymatlarini va chizmadan foydalanib parallelepiped har bir uchining koordinatalarini jadvalga joylashtirib olamiz:

7–Jadval.

Koor Qirra	A	B	C	D	E	F	G	H
R_k	1	2	3	4	5	3	4	3
x_k	0	0	0	5	5	0	5	5
y_k	0	20	0	0	0	20	20	20
z_k	0	0	10	0	10	10	10	0

Endi bu qiymatlarni formulaga qo‘yamiz:

$$x_c = \frac{x_1 \cdot P_1 + x_2 \cdot P_2 + x_3 \cdot P_3 + x_4 \cdot P_4 + x_5 \cdot P_5 + x_6 \cdot P_6 + x_7 \cdot P_7 + x_8 \cdot P_8}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8} =$$

$$= \frac{4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5}{25} = \frac{80}{25} = 3,2 \text{ sm}$$

$$y_c = \frac{2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 20 + 3 \cdot 20}{25} = \frac{240}{25} = 9,6 \text{ sm};$$

$$z_c = \frac{3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10}{25} = \frac{150}{25} = 6 \text{ sm}.$$

Demak, to‘g‘ri burchakli parallelepipedning uchlarida o‘rnatilgan yuklar sistemasining og‘irlik markazining koordinatalari $x_c = 3,2 \text{ sm}$, $y_c = 9,6 \text{ sm}$, $z_c = 6 \text{ sm}$ ekan.

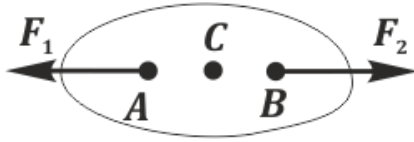
III–BOB. Statika testlari.

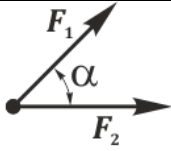
Ushbu, “Nazariy mexanika”ning “Statika” bo‘limidan tuzilgan sodda og‘zaki masalalari va savollari 10 ta mavzuga ajratilgan bo‘lib, 222 dan ziyod test topshiriqlari ko‘rinishida bayon qilingan. Test savollarini tuzishda asosiy e‘tibor statikaning nazariy qismiga qaratilgan. Uni talaba har bir mavzudan egallagan ko‘nikma va malakalarni amalda mustaqil qo‘llay olishi, bilim darajasini tekshirishi va tayyorgarlik darajasini oshirishi yoki hech bo‘lmaganda mustaqil ravishda takrorlashi mumkin. Aytish joizki, test tipidagi qo‘llanmalar asosida o‘zini-o‘zi fan bo‘yicha mustaqil tayyorlash yo‘li jahon tajribasida eng samarali va ommabop vosita sanaladi. Boshqacha qilib aytganda, ushbu og‘zaki test savollari talabalarga fanni tezroq tushunishga, ongli o‘zlashtirishga, mavzuni xotirada yaxshi va uzoq vaqt saqlab qolishga yordam beradi.

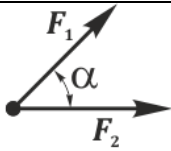
1–§. Statikaning asosiy tushunchalari, aksiomalari.

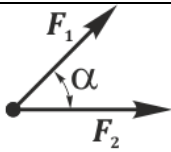
Kesishuvchi kuchlar sistemasi va ularning muvozanati.

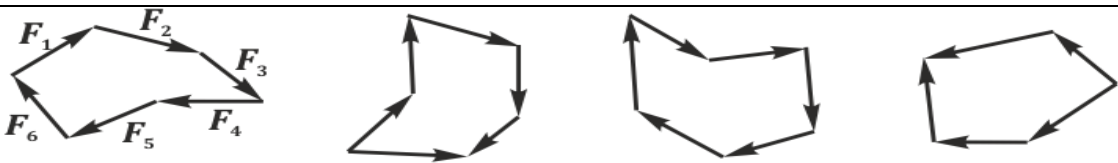
1.1). Modullari teng bo‘lgan F_1 va F_2 kuchlarning o‘rni almashtirilsa, jismning muvozanati buziladimi?			
A	Yo‘q, buzilmaydi.	B	Ha, buziladi.
V	Jism harakatga tushadi.	G	Almashtirish mumkin emas.

1.2). F_1 kuchni A nuqtadan C nuqtaga o‘z ta’sir chizig‘i bo‘ylab ko‘chirganda jismning muvozanati buziladimi? $F_1 = F_2$.			
A	Ha buziladi.	B	Yo‘q buzilmaydi.
V	Jism harakatga tushadi.	G	Aylanma harakatga tushadi.

1.3). $\alpha = 0$ bo'lsa, bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ni aniqlang?			
A	$R = F_1 - F_2$	B	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
V	$R = F_1 + F_2$	G	$R = F_2 - F_1$

1.4). $\alpha = 90^\circ$, bo'lsa bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ni aniqlang?			
A	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$	B	$R = F_1 + F_2$
V	$R = F_2 - F_1$	G	$R = F_1 - F_2$

1.5). $\alpha = 180^\circ$, bo'lsa bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ni aniqlang? $F_1 < F_2$.			
A	$R = F_1 - F_2$	B	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
V	$R = F_1 + F_2$	G	$R = F_2 - F_1$

1.6). Quyidagilardan qaysi biri muvozanatlashgan kuchlar sistemasi bo'ladi?			
			
A	1 va 3	B	1 va 4
V	2 va 4	G	3 va 4

1.7). Kuch vektori yotgan to'g'ri chiziq...			
A	kuchning ta'sir chizig'i...	B	kuch qo'yilgan nuqta...
V	kuchning yo'nalishi...	G	kuchning miqdori deyiladi.

1.8). Kuchning ta'sir chizig'i nima?			
A	Moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi.	B	Kuch vektori yo'nalgan to'g'ri chiziq.
V	Ixtiyoriy to'g'ri chiziq.	G	Kuchning boshi va uchini ifodalovchi kesma.

1.9). Kuchni o'z ta'sir chizig'i bo'ylab, yo'nalishini o'zgartirmay bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirilsa, kuchning jismga ta'siri.....			
A	o'zgarmaydi.	B	keskin o'zgaradi.
V	kamayadi.	G	ko'payadi.

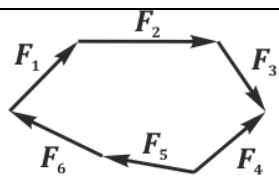
1.10). Kuchlar ta'sirida bo'lgan jismning harakati mobaynida ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmasa, bunday jismga ...			
A	bog'lanishdagi moddiy nuqta deyiladi.	B	elastik jism deyiladi.
V	absolyut qattiq jism deyiladi.	G	erkin jism deyiladi.

1.11). Nazariy mexanikada o'lchamlari e'tiborga olinmaydigan darajada kichik bo'lgan jismga...			
A	mexanik nuqta deyiladi.	B	qattik jism deyiladi.
V	geometrik nuqta deyiladi.	G	moddiy nuqta deyiladi.

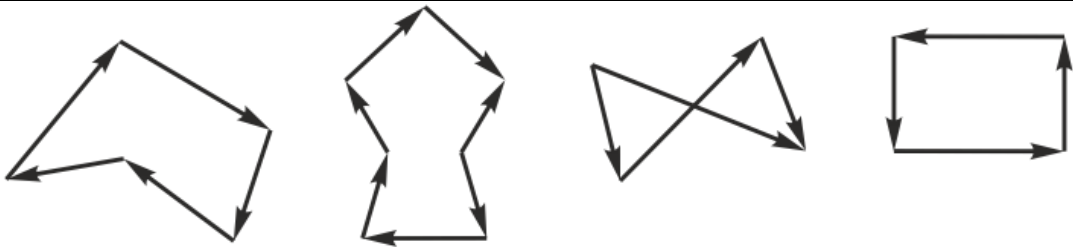
1.12). Agar jismga bir nechta kuchlar ta'sir etsa, bunday kuchlar to'plami qanday nomlanadi?			
A	Kuchlar sistemasi.	B	Ekvivalent kuchlar.
V	Teng ta'sir etuvchi kuch.	G	Taqsimlangan kuchlar.

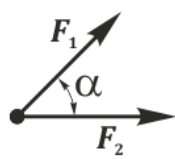
1.13). Kuchlar sistemasi ta'siridagi jism muvozanat holatda bo'lsa, bunday kuchlar sistemasi qanday ataladi?			
A	Erkin sistema	B	Nolga ekvivalent sistema
V	Bog'lanishdagi oddiy sistema	G	Muvozanatlovchi kuchlar sistemasi

1.14). Kuch qanday kattalik?			
A	Mexanik kattalik.	B	Skalyar kattalik.
V	Dinamik kattalik.	G	Vektor kattalik.

1.15). Quyidagi kuchlar ko'pburchagidagi qaysi kuch teng ta'sir etuvchi vazifasini o'taydi?			
A	F_4	B	F_5
V	F_3	G	F_6

1.16). Quyidagi kuchlar ko'pburchaklaridan qaysi birlari muvozanatlashgan kuchlar sistemasi bo'ladi?			
--	--	--	--

 1 2 3 4			
A	2,4	B	1,3
V	1,4	G	2,3

1.17). F_1 va F_2 kuchlar berilgan. Shu ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisining moduli qanday aniqlanadi?			
A	$R = F_1^2 + F_2^2$	B	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}$
V	$R = F_1 + F_2$	G	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$

1.18). Uch kuchning muvozanati haqidagi teoremani davom ettiring? Bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmagan uchta kuch o'zaro muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari.....			
A	bir nuqtada kesishadi.	B	bir nuqtada kesishmaydi.
V	o'zaro parallel bo'ladi.	G	o'zaro perpendikulyar bo'ladi.

1.19). Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan va bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisining moduli qanday aniqlanadi?			
A	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cdot \cos(F_1 \wedge F_2)}$	B	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos(F_1 \wedge F_2)}$
V	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \sin(F_1 \wedge F_2)}$	G	$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cdot \sin(F_1 \wedge F_2)}$

1.20). Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi qaysi nuqtaga qo'yiladi?			
A	Oxirgi kuchning uchiga qo'yiladi.	B	Oxirgi kuchning boshiga qo'yiladi.
V	Barcha kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yiladi.	G	Birinchi kuchning boshiga qo'yiladi.

1.21). Ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar sistemasiga qanday kuchlar deyiladi?			
A	Kesishuvchi kuchlar.	B	Tekislikdagi kuchlar.
V	Fazoviy kuchlar.	G	Perpendikulyar kuchlar.

1.22). Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi deb ...			
A	nolga ekvivalent bo'lgan kuchlar sistemasiga aytiladi.	B	o'zaro ekvivalent bo'lgan ikkita kuchlar sistemasiga aytiladi.
V	teng ta'sir etuvchisi bitta $\vec{R}$ kuchga ekvivalent bo'lgan kuchlar sistemasiga aytiladi.	G	ta'sir chiziqlari bir tekislikda yotgan kuchlar sistemasiga aytiladi.

1.23). Muvozanatlovchi kuch deb qanday kuchga aytiladi?			
A	O'zaro ekvivalent bo'lgan ikkita kuchlar sistemasiga aytiladi	B	Kuchlar sistemasi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa, bunday kuchlar sistemasiga muvozanatlovchi kuch deyiladi.
V	Agar kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini bitta kuch bilan almashtirish mumkin bo'lsa, uni muvozanatlovchi kuch deb atashadi.	G	Miqdor jihatdan teng ta'sir etuvchi kuchga teng, yo'nalishi jihatdan unga bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi bo'lgan kuchga aytiladi.

1.24). Teng ta'sir etuvchi kuch deb qanday kuchga aytiladi?			
A	Kuchlar sistemasi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa, bunday kuchlar sistemasiga teng ta'sir etuvchi kuch deyiladi.	B	Miqdor jihatdan kuchlar sistemasiga ekvivalent, yo'nalishi jihatdan bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi bo'lgan kuchga aytiladi.
V	Agar kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini bitta kuch bilan almashtirish mumkin bo'lsa, uni teng ta'sir etuvchi kuch deyiladi.	G	Nolga ekvivalent bo'lgan kuchlar sistemasiga aytiladi.

1.25). Bir nuqtada kesishuvchi ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisini topish uchun statikaning qaysi aksiomasidan foydalaniladi?			
A	Statikaning birinchi aksiomasi.	B	Statikaning ta'sir va aks ta'sir aksiomasi.
V	Statikaning parallelogramm aksiomasi.	G	Bog'lanishdan bo'shatish aksiomasi.

1.26). Kuchlar sistemasining geometrik muvozanat shartini ifodalang?			
A	Bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi kerak.	B	Bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi ochiq bo'lishi kerak.
V	Proyeksiyalarining yig'indisi va qandaydir nuqtaga nisbatan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lish kerak.	G	Kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lish kerak.

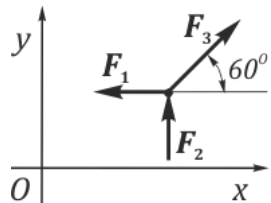
1.27). Massasi 2 kg bo'lgan jism Yerga qanday kuch bilan tortiladi. Jismning Yer sirtidagi og'irlik kuchini hisoblang?			
A	19,6 N	B	2 N
V	9,8 N	G	98 N

1.28). Statika nimani o'rganadi?			
A	Qandaydir kuch ta'siridagi jismning harakatini o'rganadi, bunda ta'sir qiluvchi kuchlar e'tiborga olinmaydi.	B	Jismga ta'sir qiluvchi kuchlarni o'rganadi, bunda shu kuchlar ta'siridagi jismning harakati e'tiborga olinmaydi.
V	Jismga ta'sir qiluvchi kuch bilan bir vaqtda shu kuchlar ta'siridagi jismning harakati ham o'rganiladi.	G	Statika, nazariy mexanikaning boshlang'ich qismi bo'lib mexanika qonunlarini o'rganadi.

1.29). Jismning muvozanat holati deganda...			
A	unga ta'sir qiluvchi kuchlar yig'indisi nolga tengligi tushuniladi.	B	koordinatalar sistemasiga berilgan jismning o'z holatini saqlab qolishligi tushuniladi.
V	jismni tashkil etgan nuqtalarining bir-biriga ta'siri yo'qligi tushuniladi.	G	jismning o'z holatini fazoda saqlab qolishligi tushuniladi.

1.30). Muvozanatlashgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi nimaga teng?			
A	Mavjud emas.	B	Nolga teng.
V	Tas'ir qiluvchi kuchlarining o'rtacha qiymatiga teng.	G	Shu kuchlarning eng kattasiga teng.

2-§. Kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi.

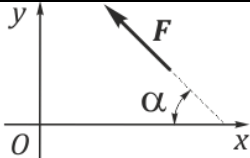
2.1). Chizmada ifodalangan kuchlar teng ta'sir etuvchisining x va y o'qlaridagi proyeksiyalari topilsin? $F_1 = F_2 = F_3 = 100 \text{ N}$			
A	$\sum x = 150 \text{ H}; \sum y = 150 \text{ H}$	B	$\sum x = -50 \text{ H}; \sum y = 185 \text{ H}$
V	$\sum x = -23,4; \sum y = 150 \text{ H}$	G	$\sum x = -150; \sum y = -150 \text{ H}$

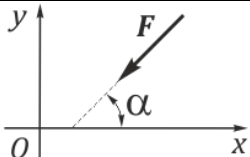
2.2). Agar $F_x = 15\text{ N}$, $F_y = -20\text{ N}$ bo'lsa, kuchning o'zi qaysi chorakda yotadi?			
A	IV	B	II
V	III	G	I

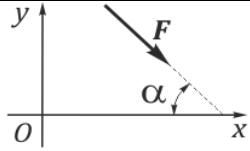
2.3). Agar $F_x = -15\text{ N}$, $F_y = -20\text{ N}$ bo'lsa, kuchning o'zi qaysi chorakda yotadi?			
A	II	B	III
V	IV	G	I

2.4). Bir nuqtada qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozanatda va $F_{1y} = 16\text{ N}$, $F_{2y} = -46\text{ N}$, $F_{3y} = 20\text{ N}$ bo'lsa F_{4y} ni toping?			
A	-10 N	B	16 N
V	10 N	G	-8 N

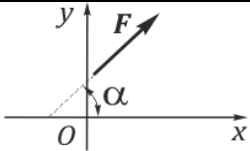
2.5). Agar $F_x = 8\text{ N}$, $F_y = 16\text{ N}$ bo'lsa F kuchning qiymatini toping?			
A	17.9 N	B	$2,4\text{ N}$
V	20 N	G	16 N

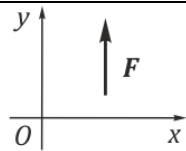
2.6). F kuchning x va y o'qidagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = -F \cos \alpha$; $F_y = F \sin \alpha$	B	$F_x = F \cos \alpha$; $F_y = -F \sin \alpha$
V	$F_x = -F \sin \alpha$; $F_y = -F \cos \alpha$	G	$F_x = F \cos \alpha$; $F_y = F \sin \alpha$

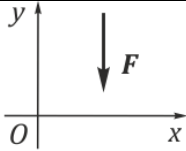
2.7). F kuchning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = F \cos \alpha$; $F_y = -F \sin \alpha$	B	$F_x = F \cos \alpha$; $F_y = F \sin \alpha$
V	$F_x = -F \cos \alpha$; $F_y = F \sin \alpha$	G	$F_x = -F \cos \alpha$; $F_y = -F \sin \alpha$

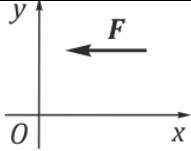
2.8). F kuchning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = F \cos \alpha; F_y = F \sin \alpha$	B	$F_x = F \sin \alpha; F_y = F \cos \alpha$
V	$F_x = F \cos \alpha; F_y = -F \sin \alpha$	G	$F_x = -F \cos \alpha; F_y = F \sin \alpha$

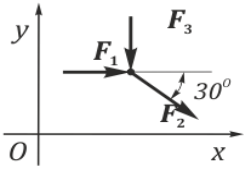
2.9). Agar F kuchning yo'nalishi x o'qining musbat yo'nalishiga parallel bo'lsa, uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyasini toping?			
A	$F_x = F, F_y = 0$	B	$F_x = -F, F_y = 0$
V	$F_x = 0, F_y = F$	G	$F_x = 0, F_y = -F$

2.10). F kuchning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = F \cos \alpha, F_y = -F \sin \alpha$	B	$F_x = -F \cos \alpha; F_y = F \sin \alpha$
V	$F_x = F \cos \alpha; F_y = \sin \alpha$	G	$F_x = F \sin \alpha; F_y = F \cos \alpha$

2.11). F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = 0, F_y = F$	B	$F_x = F, F_y = 0$
V	$F_x = 0, F_y = -F$	G	$F_x = -F, F_y = 0$

2.12). F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = 0, F_y = -F$	B	$F_x = F, F_y = 0$
V	$F_x = 0, F_y = F$	G	$F_x = -F, F_y = 0$

2.13). F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini toping?			
A	$F_x = 0, F_y = -F$	B	$F_x = F, F_y = 0$
V	$F_x = 0, F_y = F$	G	$F_x = -F, F_y = 0$

2.14). Quyidagi kuchlarni teng ta'sir etuvchisining x va y o'qlardagi proyeksiyasi topilsin? $F_1 = F_2 = F_3 = 50\text{ N}$			
A	$\sum x = 92,5\text{ H}; \sum y = -75\text{ H}$	B	$\sum x = 25; \sum y = 75$
V	$\sum x = 75; \sum y = -25$	G	$\sum x = -92,5; \sum y = 75\text{ H}$

2.15). Kuchning o'qdagi proyeksiyasi qanday kattalik?			
A	Vektor kattalik.	B	Skalyar kattalik.
V	Dinamik kattalik.	G	Mexanik kattalik.

2.16). Kuchning Ox va Oy o'qlardagi proyeksiyasi manfiy bo'lishi mumkinmi?			
A	Yo'q mumkin emas.	B	Ha, kuch yo'nalishi to'g'ri kelmasa.
V	$Ox \perp Oy$ bo'lsa, ha mumkin.	G	Proyeksiya har doim musbat bo'ladi.

2.17). Tekislikda Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan 60° burchak tashkil qilgan kuchning miqdori $G' = 10\text{ kN}$ bo'lsa, uning bu o'qdagi proyeksiyasini aniqlang?			
A	7.1 kN	B	$8,66\text{ kN}$
V	5 kN	G	11 kN

2.18). Oy o'qining manfiy tomoni bilan 60° burchak tashkil qilgan kuchning miqdori 20 kN bo'lsa, uning Ox o'qdagi proyeksiyasini aniqlang?			
A	10 kN	B	-10 kN
V	30 kN	G	$20/3\text{ kN}$

2.19). Ox o'qining musbat yo'nalishiga teskari va Ox o'qqa parallel $F = 15\text{ N}$ berilgan. Kuchning Ox o'qdagi proyeksiyasini toping?			
A	15	B	- 15
V	30	G	45

2.20). Kuchning o'qdagi proyeksiyasi manfiy bo'ladimi?			
A	Agar kuchning yo'nalishi x o'qining manfiy yo'nalishiga to'g'ri kelsa,	B	Agar kuchning yo'nalishi y o'qining manfiy yo'nalishiga to'g'ri kelsa,
V	Agar kuchning yo'nalishi x o'qining musbat yo'nalishiga to'g'ri kelsa ,	G	Kuchning o'qdagi proyeksiyasi har doim musbat bo'ladi.

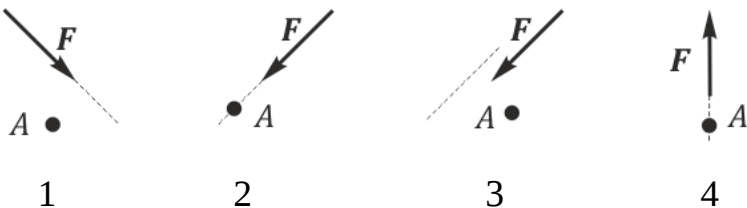
3–§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti.

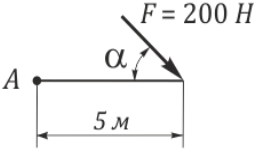
Teng taqsimlangan kuchlar.

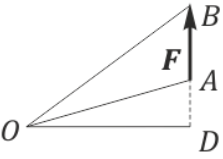
3.1). Kuchning miqdori va yo'nalishini o'zgartirmay, uni o'z ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirilsa, kuch momenti ...			
A	o'zgarmaydi.	B	nolga teng bo'ladi.
V	manfiy bo'ladi.	G	o'zgaradi.

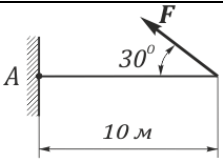
3.2). Kuchning nuqtaga nisbatan momenti qanday kattalik?			
A	Mexanik kattalik.	B	Skalyar kattalik.
V	Dinamik kattalik.	G	Vektor kattalik.

3.3). Kuch momenti miqdori $50\text{ kN} \cdot m$ bo'lib, kuch miqdori 10 kN bo'lsa, kuch yelkasini toping?			
A	500 m	B	5 m
V	50 m	G	$0,5\text{ m}$

3.4). F kuchning A nuqtaga nisbatan momenti qaysi holda nolga teng bo'ladi?			
			
A	3,4	B	1,4
V	2,4	G	1,3

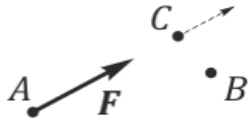
3.5). F kuchning A nuqtaga nisbatan momenti hisoblansin? $\alpha = 30^\circ$			
A	$500 \text{ N} \cdot \text{m}$	B	$1000 \text{ N} \cdot \text{m}$
V	$-500 \text{ N} \cdot \text{m}$	G	$-1000 \text{ N} \cdot \text{m}$

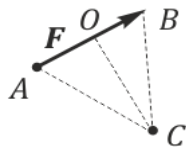
3.6). A nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momenti qanday aniqlanadi?			
A	$M_0(\vec{F}) = 2 \cdot S_{\Delta OAB} $	B	$M_0(\vec{F}) = 2 \cdot S_{\Delta ODB} $
V	$M_0(\vec{F}) = 2 \cdot S_{\Delta OAD} $	G	$M_0(\vec{F}) = S_{\Delta OAB} $

3.7). F kuchning A nuqtaga nisbatan momenti hisoblansin? $F=100\text{N}$.			
A	$-500 \text{ N} \cdot \text{m}$	B	$500 \text{ N} \cdot \text{m}$
V	$1000 \text{ N} \cdot \text{m}$	G	$-1000 \text{ N} \cdot \text{m}$

3.8). Kuch yelkasi nima?			
A	Moment markazidan kuchning o'rtasigacha bo'lgan masofa.	B	Moment markazidan kuchning uchigacha bo'lgan masofa.
V	Moment markazidan kuchning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofa.	G	Moment markazidan kuch qo'yilgan nuqtagacha bo'lgan masofa.

3.9). Kuch momenti vektor kattaligidir. Bu kuch ta'sirida jism ...			
A	Ilgarilanma harakat qiladi.	B	Tekis parallel harakat qiladi.
V	Aylanma harakat qiladi.	G	Tinch holatda bo'ladi.

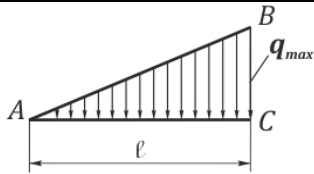
3.10). Agar A nuqtaga qo'yilgan F kuch o'z ta'sir chizig'i bo'ylab C nuqtaga ko'chirilsa uning B nuqtaga nisbatan momenti qanday o'zgaradi?			
A	O'zgarmaydi.	B	Momentini AC kesma uzunligiga ko'paytirish kerak.
V	Momentini hisoblash qiyinlashadi.	G	Yelkasi BC ga teng bo'ladi.

3.11). F kuchning C nuqtaga nisbatan momentini hisoblashda kuchning yelkasi h nimaga teng?			
A	$h = 0$	B	$h = AC$
V	$h = BC$	G	$h = OC$

3.12). Kuch momenti qanday holda nolga teng bo'ladi?			
A	Ta'sir qilayotgan kuch nolga teng bo'lsa,	B	Kuch yelkasi nolga teng bo'lsa,
V	Kuchning ta'sir chizig'i moment markazidan o'tsa,	G	Hamma javob to'g'ri.

3.13). Ta'sir qilayotgan kuch jismni soat strelkasiga teskari yo'nalishda harakatlantirishga intilsa, shu kuchning momenti ...			
A	Musbat bo'ladi.	B	Manfiy bo'ladi.
V	Nolga teng bo'ladi.	G	Shu kuch yotgan tekislikda yotadi.

3.14). Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalik bo'lsa, u qayerga qo'yiladi?			
A	Kuch va nuqta yotgan tekislikka perpendikulyar bo'lib, kuchning boshiga qo'yiladi.	B	Kuch va nuqta yotgan tekislikka parallel bo'lib, kuch yelkasining o'rtasiga qo'yiladi.
V	Kuch va nuqta yotgan tekislikka perpendikulyar bo'lib, moment markaziga qo'yiladi.	G	Kuch va nuqta yotgan tekislikka perpendikulyar bo'lib, kuchning uchiga qo'yiladi.

3.15). Berilgan chizmadagi taqsimlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi nimaga teng va qayerga qo'yiladi?			
A	$R = q_{max} \cdot \ell/2$; $2/3\ell$ va $1/3\ell$ nisbatda qo'yiladi.	B	$R = q_{max} \cdot h/2$; AC ning o'rtasiga qo'yiladi.
V	$R = q_{max} \cdot \ell/2$; AC ning o'rtasiga qo'yiladi.	G	$R = q_{max} \cdot \ell$; $2/3\ell$ va $1/3\ell$ nisbatda qo'yiladi.

3.16). Uzunligi ℓ bo'lgan to'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha qo'yilgan intensivligi q ga teng tekis taqsimlangan kuchning teng ta'sir etuvchisi Q nimaga teng va to'g'ri chiziq kesmasining qayeriga qo'yiladi?			
A	$Q = q \cdot \ell$, kesmaning boshiga qo'yiladi.	B	$Q = q \cdot \ell$, kesmaning uchiga qo'yiladi.
V	$Q = q \cdot \ell$, kesmaning o'rtasiga qo'yiladi.	G	$Q = (\ell/2) \cdot q$, kesmaning uchidan hisoblaganda $2/3\ell$ va $1/3\ell$ nisbatda qo'yiladi.

3.17). To'g'ri chiziq kesmasi bo'ylab teng taqsimlangan kuch deb nimaga aytiladi?			
A	Jismni bir xil uzunligiga bir xilda ta'sir etuvchi parallel kuchlarga aytiladi.	B	To'g'ri chiziqqa bir nuqtada ta'sir etuvchi kuchga aytiladi.
V	To'g'ri chiziqning ikkala chekkasiga ta'sir etuvchi kuchga aytiladi.	G	To'g'ri chiziqning ikkala chekkasiga va o'rtasiga ta'sir etuvchi kuchga aytiladi.

3.18). Yuza bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlarning birligini ko'rsating?			
A	m/kN	B	N/m^2
V	kN/m	G	m/N

3.19). To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlarning birligini ko'rsating?			
A	kN/m^2	B	N/m
V	m/kN	G	m/N

3.20). Kuch yelkasi deb nimaga aytiladi ?			
A	Tanlangan nuqtadan kuch qo'yilgan nuqttagacha bo'lgan masofaga aytiladi.	B	Kuch vektorining uzunligiga aytiladi.
V	Moment markazidan kuchning o'ziga yoki uning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyar kesmaga aytiladi.	G	Kuch qo'yilgan nuqtadan koordinata boshigacha bo'lgan masofaga aytiladi.

3.21). Tekislikda tanlangan nuqtaga nisbatan qanday kuchlar moment tashkil qilmaydi ?			
A	Agar kuchlar parallel bo'lsa,	B	Agar kuchning ta'sir chizig'i tanlangan nuqtani kesib o'tsa,
V	Agar kuchlarning barchasi vertikal joylashgan bo'lsa,	G	Agar kuchlarning barchasi gorizontal joylashgan bo'lsa.

3.22). Kuchning nuqtaga nisbatan momenti...			
A	Kuch bilan nuqta yotgan tekislikda yotadi.	B	Kuch bilan nuqta yotgan tekislikka parallel bo'ladi.
V	Kuch bilan nuqta yotgan tekislikka perpendikulyar bo'ladi.	G	Kuch momenti erkin vektordir, ixtiyoriy tekislikda yotadi.

3.23). Agar kuchni 180^0 ga bursak, kuchning shu nuqtaga nisbatan momenti o'zgaradimi?			
A	Yo'q, o'zgarmaydi.	B	Ishorasi o'zgaradi.
V	Miqdori 2 barobar ko'payadi.	G	Nolga teng bo'lib qoladi chunki $\sin 180^0 = 0$.

3.24). Agar kuchni 90^0 ga bursak uning miqdori o'zgaradimi ?			
A	Ha, o'zgaradi.	B	Yo'q o'zgarmaydi.
V	Nolga teng bo'lib qoladi, chunki $\cos 90^0 = 0$.	G	Ikki barobar kamayadi.

3.25). Agar bir kuch ikkinchisidan katta bo'lsa, ixtiyoriy nuqtaga nisbatan ularning momentlari qanday bo'ladi ?			
A	Agar kuchlar bir xil ishorada bo'lsa, ularning momentlari teng bo'ladi.	B	Katta kuchning momenti ham katta bo'ladi.
V	Kuch ikkita bo'lgani uchun, ularning momentlari nolga teng bo'lib qoladi.	G	Chizmasi bo'lmasa, hech narsa deb bo'lmaydi.

3.26). Bitta kuchning o'zi turli ishorali moment hosil qilish mumkinmi?			
A	Ha, agar moment markazlari turlicha bo'lsa,	B	Yo'q, mumkin emas.
V	Ha, albatta mumkin, chunki kuchning miqdori o'zgarmaydiku?	G	Agar kuchning yo'nalishi musbat bo'lsa, mumkin emas.

3.27). Agar moment markazi o'zgartirilsa, kuch momenti o'zgaradimi?			
A	Yo'q o'zgarmaydi, kuchning miqdori o'zgarmaydi.	B	Kuchning yo'nalishiga parallel bo'lgan, to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasiga ko'chirilsa, kuch momenti o'zgarmaydi.
V	Albatta o'zgaradi.	G	Agar keyingi nuqtani kuchning ta'sir chizig'iga perpendikulyar to'g'ri chiziqda tanlansa, kuch momenti o'zgarmaydi.

4–§. Juft kuchlar va juft momenti.

4.1). Juft kuch deb nimaga aytiladi?			
A	Bir tekislikda yotmaydigan, ta'sir chiziqlari o'zaro parallel va bir tomonga yo'nalgan ikki parallel kuchga aytiladi.	B	Miqdorlari teng, ta'sir chiziqlari o'zaro parallel va bir tomonga yo'nalgan ikki kuchga aytiladi.
V	Ta'sir chiziqlari o'zaro parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki parallel kuchga aytiladi.	G	Miqdorlari teng, ta'sir chiziqlari o'zaro parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuchga aytiladi.

4.2). Juft kuch yelkasi deb nimaga aytiladi?			
A	Tashkil etuvchilar orasidagi eng qisqa masofaga aytiladi.	B	Juft kuch yelkasi mavjud bo'lmaydi.
V	Moment markazidan tashkil etuvchilardan birining uchigacha bo'lgan masofaga aytiladi.	G	Moment olinayotgan nuqtadan tashkil etuvchilardan biriga tushirilgan perpendikulyar kesma uzunligiga aytiladi.

4.3). Juft kuch momenti qanday topiladi?			
A	Juftni tashkil etuvchi kuchlar yig'indisini juft yelkasiga ko'paytmasiga teng.	B	Juft tashkil etuvchilaridan birini juft yelkasiga ko'paytmasiga teng.
V	Moment olinayotgan nuqtadan juftni tashkil etuvchilardan biriga tushirilgan perpendikulyar kesmani kuchlardan biriga ko'paytmasiga teng.	G	Juft kuch momenti har doim nolga teng bo'ladi, chunki uni tashkil etuvchilarining miqdorlari teng va qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

4.4). Ekvivalent juft kuchlarni ko'rsating?			
A	3 va 4	B	1 va 2
V	2 va 4	G	1 va 3

4.5). Juft kuch momenti vektori har doim juft tekisligiga nisbatan qo'yidagi munosabatda bo'ladi?			
A	Perpendikulyar bo'ladi.	B	Parallel bo'ladi.
V	Juft tekisligida yotadi.	G	Juft tekisligida yotmaydi .

4.6). Juft tekisligi deb qanday tekislikka aytiladi?			
A	Juft kuchning tashkil etuvchilari yotgan tekislikka aytiladi.	B	Juftning kamida bitta tashkil etuvchisi yotgan tekislikka aytiladi.
V	Juft momenti yotgan tekislikka aytiladi.	G	Juftga parallel tekislikka aytiladi.

4.7). Juft kuchni o'zining ta'sir tekisligiga parallel bo'lgan tekislikka ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgaradimi?			
A	O'zgaradi.	B	O'zgarmaydi.
V	Momenti nolga teng bo'lib qoladi.	G	Juft kuchni ko'chirib bo'lmaydi.

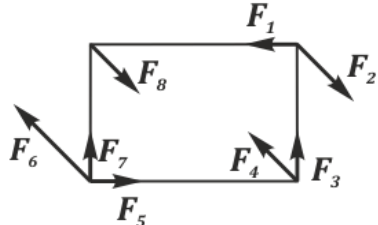
4.8). Juft kuch momenti qachon nolga teng bo'ladi?			
A	Tashkil etuvchilardan biri nolga teng bo'lsa,	B	Juft yelkasi nolga teng bo'lsa,
V	Juft kuch momenti hech qachon nolga teng bo'lmaydi.	G	Tashkil etuvchilardan biri moment markazidan o'tsa,

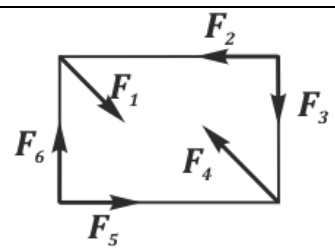
4.9). Juft kuch momenti vektor kattalik bo'lib, juft tekisligiga perpendikulyar bo'ladi. U qaysi nuqtaga qo'yiladi?			
A	Tashkil etuvchilardan birining boshiga qo'yiladi.	B	Tashkil etuvchilardan birining uchiga qo'yiladi.
V	Juft kuch momenti erkin vektordir, xohlagan nuqtaga qo'yish mumkin.	G	Juft yelkasining o'rtasiga qo'yiladi.

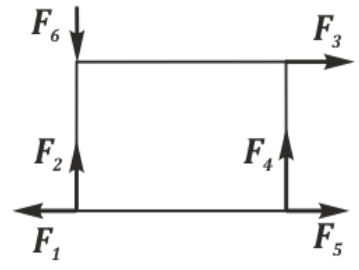
4.10). Juft kuchlar qanday qo'shiladi?			
A	Ularning momentlari qo'shiladi.	B	Ularning tashkil etuvchilari qo'shiladi.
V	Parallel kuchlarni qo'shish usulida qo'shiladi.	G	Qarama-qarshi tomonga yo'nalgan parallel kuchlarni qo'shish usulida qo'shiladi.

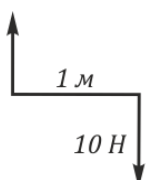
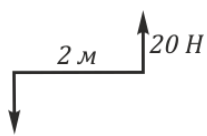
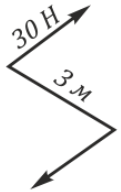
4.11). Juft kuch ta'sirida jism qanday harakat qiladi?			
A	Ilgarilanma harakat qiladi.	B	Tekis parallel harakat qiladi.
V	Aylanma harakat qiladi.	G	Tinch holatda bo'ladi.

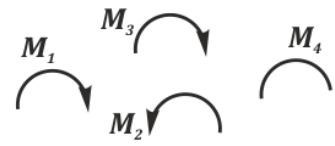
4.12). Juft kuchning teng ta'sir etuvchisi....			
A	bo'lmaydi.	B	ikkita bo'ladi.
V	juft tekisligida yotadi.	G	bitta bo'ladi.

4.13). Quyidagi kuchlardan qaysi birlari juft tashkil etadi? Kuchlarning modullari teng.			
A	$(F_1, F_5), (F_8, F_6), (F_1, F_4), (F_5, F_2)$	B	$(F_2, F_6), (F_7, F_2), (F_8, F_4), (F_1, F_5)$
V	$(F_6, F_8), (F_2, F_4), (F_3, F_7), (F_4, F_8)$	G	$(F_2, F_6), (F_1, F_5), (F_2, F_4), (F_8, F_6)$

4.14). Quyidagi kuchlarning qaysi biri juft tashkil etadi? Kuchlarning modullari teng. $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$			
A	$(F_3, F_6), (F_1, F_3)$	B	$(F_2, F_5), (F_3, F_6)$
V	$(F_5, F_2), (F_1, F_4)$	G	$(F_2, F_5), (F_3, F_5)$

4.15). Quyidagi kuchlarning qaysi biri juft tashkil etadi? Kuchlarning modullari teng.			
A	$(F_1, F_3), (F_4, F_6)$	B	$(F_6, F_4), (F_6, F_2)$
V	$(F_2, F_4), (F_1, F_3)$	G	$(F_3, F_1), (F_2, F_5)$

4.16). Quyidagi juft kuchlar qo'shilsin?			
 1  2  3			
A	$60 \text{ N} \cdot \text{m}$	B	$140 \text{ N} \cdot \text{m}$
V	$-60 \text{ N} \cdot \text{m}$	G	$120 \text{ N} \cdot \text{m}$

4.17). Jism muvozanat holatida turadi. Bu yerda $M_1 = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$, $M_2 = 8 \text{ N} \cdot \text{m}$, $M_3 = 12 \text{ N} \cdot \text{m}$ bo'lsa, $M_4 = ?$			
A	$19 \text{ N} \cdot \text{m}$	B	$14 \text{ N} \cdot \text{m}$
V	$11 \text{ N} \cdot \text{m}$	G	$15 \text{ N} \cdot \text{m}$

4.18). Quyidagi juftlardan qaysi birlari ekvivalent?			
A	1 va 2	B	1 va 3
V	2 va 3	G	2 va 4

4.19). Juft kuch haqidagi qaysi mulohaza to'g'ri???			
A	Juftning momentini va aylanish yo'nalishini o'zgartirmay uning tashkil etuvchilaru va yelkasi o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri oz'garadi.	B	Juftning momentini va aylanish yo'nalishini o'zgartirmay uning tashkil etuvchilaru va yelkasi o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri oz'garmaydi.
V	Juftning momentini va aylanish yo'nalishini o'zgartirib, uning tashkil etuvchilaru va yelkasi o'zgartirilmasa, juftning jismga ta'siri oz'garmaydi.	G	Juftning momentini va aylanish yo'nalishini o'zgartirilsa hamda uning tashkil etuvchilaru va yelkasi o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri oz'garmaydi.

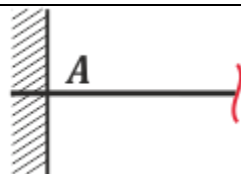
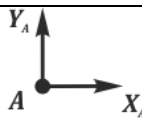
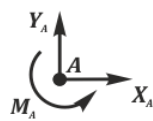
4.20). Juftni tashkil qiluvchi kuch miqdori 8 kN bo'lib, juft yelkasi 5 m bo'lsa, bu juft momentining miqdorini aniqlang?			
A	$(2 \cdot 8 \cdot 5) \text{ kN} \cdot \text{m}$	B	$40 \text{ kN} \cdot \text{m}$
V	$20 \text{ kN} \cdot \text{m}$	G	$30 \text{ kN} \cdot \text{m}$

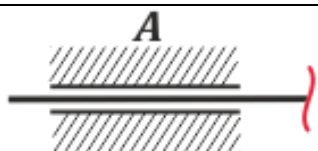
4.21). Tanlangan juft kuch uchun quyidagilardan qaysi biri mumkin emas?			
A	O'z ta'sir tekisligida uni aylantirish,	B	O'z ta'sir tekisligida uni boshqa joyga siljitish,
V	Parallel tekislikka ko'chirgandan keyin uni aylantirish,	G	Momenti boshqacha bo'lgan juft bilan almashtirish mumkin emas.

4.22).Agar ikkita juft kuch ekvivalent bo'lsa,....			
A	ularning tashkil etuvchilari ham teng bo'ladi.	B	ularning momentlarining miqdorlari teng bo'ladi.
V	ularning momentlari teng va aylanish yo'nalishlari bir xil bo'ladi.	G	ularning momentlari har doim musbat bo'ladi.

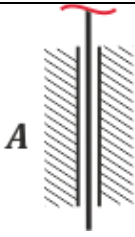
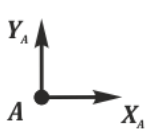
4.23).Agar ikkita juft kuch muvozanatlashgan bo'lsa,.....			
A	ularning momentlari teng va turli ishorada bo'ladi.	B	ularning momentlari teng va bir xil ishorada bo'ladi.
V	bu juftlarning tashkil etuvchilari bir xil bo'ladi.	G	ularning momentlari bir xil ishorada bo'ladi.

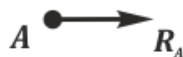
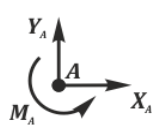
5–§. Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari.

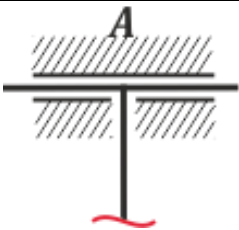
5.1). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Sharnirli tayanch		B	Qo'zg'almas sharnirli tayanch	
V	Qistirib mahkamlangan tayanch		G	Sharnirsiz qo'zg'almas tayanch	

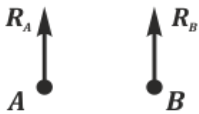
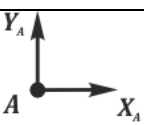
5.2). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Gorizontalsirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch		B	Sharnirli tayanch	

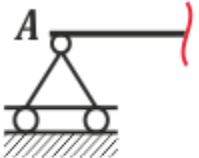
V	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch		G	Gorizontal va vertikal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch	
---	--	---	---	--	---

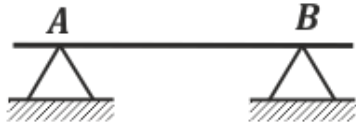
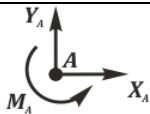
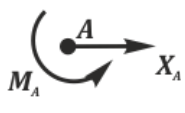
5.3). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Gorizontal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch		B	Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch	
V	Qo'zg'almas sharnirli tayanch		G	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch	

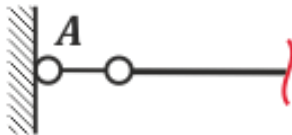
5.4). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Sharnirli tayanch		B	Gorizontal va vertikal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch	
V	Qistirib mahkamlangan tayanch		G	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch	

5.5). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Gorizontal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch		B	Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch	
V	Sharnirli tayanch			Gorizontal va vertikal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch .	

5.6). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Qo'zg'almas sharnirsiz tayanch		B	Gorizontal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch.	
V	Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch		G	Qo'zg'almas sharnirli tayanch	

5.7). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Sharnirli tayanch		B	Qo'zg'aluvchan sharnirli tayanch	
V	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch		G	Gorizontal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch .	

5.8). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?						
A	Sharnirsiz qoʻzgʻalmas tayanch			B	Qistirib mahkamlangan tayanch	
V	Gorizontal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch			G	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch	

5.9). Ushbu tayanchning nomi nima va qanday reaksiya kuchlariga ega?					
A	Qo'zg'aluvchan Sharnirli tayanch		B	Gorizontaal va vertikal harakatga yo'l qo'yadigan qistirib mahkamlangan tayanch	
V	Sharnirli tayanch		G	Vertikal sirpanuvchi qistirib mahkamlangan tayanch.	

5.10). Berilgan jismning ko'chishini cheklovchi sababga nima deyiladi?			
A	To'sin deyiladi.	B	Bog'lanish reaksiya kuchi deyiladi.
V	Qarshilik kuchi deyiladi.	G	Bog'lanish deyiladi.

5.11). Bog'lanish reaksiya kuchi deb nimaga aytiladi?			
A	Bog'lanishning jismga ta'siriga aytiladi.	B	Normal bo'ylab yo'nalgan kuchga aytiladi.
V	Ishqalanish kuchiga aytiladi.	G	Og'irlik kuchiga aytiladi.

5.12). Silliq sirtning reaksiya kuchi N qanday yo‘naladi?			
A	Sirtga o‘tkazilgan urinma bo‘ylab yo‘naladi.	B	Sirtga o‘tkazilgan normal bilan urinma reaksiya kuchiga qurilgan parallelogrammning shu kuchlar qo‘yilgan nuqtadan chiqqan diagonal bo‘ylab yo‘naladi.
V	Sirtga o‘tkazilgan normal bo‘yicha yo‘naladi.	G	Sirtga o‘tkazilgan tabiiy koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘naladi.

5.13). Silliq bo‘lmagan sirtning to‘la reaksiya kuchi R qanday yo‘naladi?			
A	Sirtga o‘tkazilgan normal bo‘yicha yo‘naladi.	B	Sirtga o‘tkazilgan normal bilan urinma reaksiya kuchiga qurilgan parallelogrammning shu kuchlar qo‘yilgan nuqtadan chiqqan diagonal bo‘ylab yo‘naladi.
V	Sirtga o‘tkazilgan urinma bo‘ylab yo‘naladi.	G	Sirtga o‘tkazilgan tabiiy koordinata o‘qlari bo‘ylab yo‘naladi.

5.14). Reaksiya kuchi nima?			
A	Jismga qo‘yilgan kuchlar sistemasini muvozanatlovchi kuch.	B	Bog‘lanishdan bo‘shatadigan kuch.
V	Jismning harakatiga qarshilik qiluvchi bog‘lanish kuchi.	G	Jismga qo‘yilgan kuchlar sistemasining geometrik yig‘indisi.

5.15). Statikaning bog‘lanishdan ozod qilish aksiomasi, nechanchi aksioma hisoblanadi?			
A	2 aksioma	B	6 aksioma
V	5 aksioma	G	3 aksioma

5.16). Ip, zanjir, qayishlar vositasida hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlari qanday nomlanadi?			
A	Taranglik kuchlari	B	Reaksiya kuchlari
V	Normal bosim	G	Og‘irlik kuchi

5.17). Sterjen va armaturalarda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlari qanday nomlanadi?			
A	Taranglik kuchlari	B	Og‘irlik kuchi
V	Elastiklik kuchi	G	Zo‘riqish

5.18). Qanday tayanchda uchta tayanch reaksiya kuchi vujudga keladi?			
A	Qistirib mahkamlangan tayanchda.	B	Qo‘zg‘almas tayanchda.
V	Qo‘zg‘almas sharnirli tayanchda.	G	Qo‘zg‘aluvchan tayanchda.

5.19). Sterjen va armaturalarda hosil bo‘ladigan reaksiya kuchlari texnikada zo‘riqish deb yuritiladi. Bu zo‘riqishlarning yo‘nalishi ...			
A	cho‘zuvchi kuch yo‘nalishida bo‘ladi.	B	ularga ta’sir etuvchi kuchlarga teskari yo‘nalishda bo‘ladi.
V	siquvchi kuch bilan bir xil yo‘naladi.	G	ularga ta’sir etuvchi kuchlar yo‘nalishida bo‘ladi.

5.20). Agar sterjen cho‘zilishga ishlayotgan bo‘lsa, undagi zo‘riqish...			
A	manfiy bo‘ladi	B	musbat bo‘ladi
V	nolga teng deb hisoblanadi	G	cho‘zilishda zo‘riqish bo‘lmaydi

5.21). Agar sterjen siqilishga ishlayotgan bo‘lsa, undagi zo‘riqish ...			
A	manfiy bo‘ladi.	B	musbat bo‘ladi.
V	nolga teng deb hisoblanadi.	G	siqilishda zo‘riqish bo‘lmaydi.

5.22). Prujinaga jism osilgan. Bu yerda reaksiya (elastiklik) kuchi qayerda hosil bo‘ladi?			
A	Ikkalasining o‘rtasida.	B	Jismda.
V	Ikkalasida ham.	G	Prujinada.

5.23). Ipda, arqonda, qayishda, simda va trosda hosil bo'ladigan reaksiya kuchi qanday yo'naladi?			
A	Mahkamlangan nuqtadan shu vosita bo'ylab yo'naladi.	B	Shu vosita bo'ylab mahkamlangan nuqtaga qarab yo'naladi.
V	Shu vositaga perpendekulyar ravishda yo'naladi.	G	Ushbu vositalarda reaksiya kuchi hosil bo'lmaydi.

6–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi, va ularning muvozanat shartlari.

6.1). Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti quyidagicha bo'ladi ...			
A	$\sum M_A(F_k)=0; \sum M_B(F_k)=0; \sum M_C(F_k)=0$ bu yerda A, B, C nuqtalar bir tekislikda yotmaydi.	B	$\sum x=0; \sum M_A(F_k)=0; \sum M_B(F_k)=0$, bu yerda AB to'g'ri chiziq Ox o'qga perpendikulyar emas, yoki $\sum y=0; \sum M_B(F_k)=0; \sum M_C(F_k)=0$, bu yerda esa BC to'g'ri chiziq Oy o'qga perpendikulyar emas.
V	$\sum X=0; \sum Y=0; \sum M_A(F_k)=0$	G	Hamma javob to'g'ri.

6.2). Tekislikda bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti quyidagicha bo'ladi...			
A	$\sum x=0; \sum y=0$	B	$\sum x=0; \sum y=0; \sum z=0$
V	$\sum x=0; \sum M_A(F_k)=0; \sum M_B(F_k)=0$	G	$\sum y=0; \sum M_B(F_k)=0; \sum M_C(F_k)=0$

6.3). Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni nechta?			
A	1 ta	B	2 ta
V	3 ta	G	4 ta

6.4). Tekislikda kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni nechta?

A	1 ta	B	2 ta
V	3 ta	G	4 ta

6.5). Agar tekislikda ixtiyoriy joylashgan barcha kuchlar koordinata o'qlaridan biriga parallel bo'lsa, ularning muvozanat tenglamalari soni nechta bo'ladi?

A	4 ta	B	2 ta
V	3 ta	G	1 ta

6.6). Tekislikdagi turli tomonga yo'nalgan parallel kuchlar sistemasi uchun bir-biriga bog'liq bo'lmagan nechta muvozanat tenglamasi tuzish mumkin?

A	4 ta	B	3 ta
V	2 ta	G	1 ta

6.7). Berilgan masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari soniga teng bo'lsa, bunday masala qanday nomlanadi?

A	Statik aniq masala.	B	Mexanikaning oddiy masalasi.
V	Statikaning asosiy masalasi.	G	Statik noaniq masala.

6.8). Berilgan masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan ko'p bo'lsa, bunday masala qanday nomlanadi?

A	Statik aniq masala.	B	Mexanikaning oddiy masalasi.
V	Statikaning asosiy masalasi.	G	Statik noaniq masala.

6.9). Bizga ma'lumki, tekislikdagi parallel kuchlarning analitik muvozanat sharti tenglamalari shu kuchlarning ixtiyoriy 2 ta A va B nuqtalarga nisbatan olingan momentlari yig'indisi ko'rinishida quyidagicha bo'ladi: $\sum M_A(F_k) = 0; \sum M_B(F_k) = 0$
Bundagi A va B nuqtalarni birlashtiruvchi (AB) to'g'ri chiziq berilgan parallel kuchlarga ...

A	parallel bo‘ladi.	B	parallel bo‘lmaydi.
V	perpendikulyar bo‘ladi.	G	perpendikulyar bo‘lmaydi.

6.10). Bizga ma’lumki, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti tenglamalari shu kuchlarning ixtiyoriy 3 ta nuqtaga nisbatan olingan momentlari yig‘indisi ko‘rinishida quyidagicha bo‘ladi $\sum M_A(F_k)=0; \sum M_B(F_k)=0; \sum M_C(F_k)=0$. Bundagi A, B, C nuqtalar quyidagicha joylashgan bo‘ladi:

A	Bu nuqtalar bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydi.	B	Bu nuqtalar bir to‘g‘ri chiziqda yotadi.
V	Bu nuqtalarning qanday joylashganini ahamiyati yo‘q.	G	Bu nuqtalarni birlashtiruvchi (AB) va (BC) to‘g‘ri chiziqlar perpendikulyar bo‘lishi kerak.

6.11). Berilgan masalada noma’lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan kam bo‘lsa, bunday masala qanday nomlanadi?

A	Statik noaniq masala.	B	Mexanikaning oddiy masalasi.
V	Statikaning asosiy masalasi.	G	Statik aniq masala.

6.12). Tekislikda ixtiyoriy joylashgan 10 ta kuchlar sistemasining geometrik muvozanat sharti qanday ifodalanadi?

A	Kuchlarga qurilgan kuch ko‘pburchagi ochiq bo‘lish kerak.	B	Kuchlarga qurilgan kuch ko‘pburchagi yopiq bo‘lish kerak.
V	Kuchlarga qurilgan kuch uchburchagi ochiq bo‘lish kerak.	G	Kuchlarga qurilgan kuch uchburchagi yopiq bo‘lish kerak.

7–§. Ishqalanish

7.1). Ishqalanish kuchi qanday yo‘nalgan bo‘ladi?			
A	Harakat yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.	B	Harakat bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi.
V	Harakat nuqtasiga o‘tkazilgan normal bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi.	G	Harakat nuqtasiga o‘tkazilgan urinma yo‘nalishi bo‘ylab, harakatga teskari yo‘nalgan bo‘ladi.

7.2). Jismning qo‘zg‘alishdan oldin (tinch holatda) hosil bo‘ladigan ishqalanish kuchi ...			
A	statik ishqalanish kuchi.	B	dinamik ishqalanish kuchi.
V	normal ishqalanish kuchi.	G	dumalashdagi ishqalanish kuchi deyiladi.

7.3). Jismning qo‘zg‘alib boshlaganda (harakat paytida) hosil bo‘ladigan ishqalanish kuchi ...			
A	sirpanishdagi ishqalanish kuchi deyiladi.	B	statik ishqalanish kuchi deyiladi.
V	dinamik ishqalanish kuchi deyiladi.	G	dumalashdagi ishqalanish kuchi deyiladi.

7.4). $0 \leq F \leq F_{\max}$ ifoda qaysi ishqalanish kuchi uchun o‘rinli?			
A	Dumalashdagi ishqalanish kuchi uchun.	B	Buralishdagi ishqalanish kuchi uchun.
V	Dinamik ishqalanish kuchi uchun.	G	Statik ishqalanish kuchi uchun.

7.5). Bitta A nuqtasi bilan qo‘zg‘almas sirtga tayangan jism muvozanatda bo‘lishligi uchun unga ta’sir etayotgan kuchlarning teng ta’sir etuvchisi R_A ning ta’sir chizig‘i ...			
A	ishqalanish konusining tashqarisida yotadi.	B	ishqalanish konusining ichida yotadi.

V	ishqalanish konusining sirtida yotadi.	G	ishqalanish konusining o'qida yotadi.
---	--	---	---------------------------------------

7.6). Sirpanishdagi ishqalanish qonunlari haqidagi noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?

A	Ishqalanish kuchi jismlarning ishqalanuvchi sirtlar o'lchamlariga bog'liq bo'ladi.	B	Jism harakatda bo'lganda ishqalanish kuchi tinch turgandagiga qaraganda kamroq bo'ladi.
V	Sirpanishdagi ishqalanish kuchi jismlarning materialiga va ishqalanuvchi sirtlarning ishlanish darajasiga bog'liq bo'ladi. Sirtlar silliq bo'lsa ishqalanish kuchi kam bo'ladi.	G	Eng katta ishqalanish kuchi normal bosimga mutanosibdir $F_{\max} = f \cdot N$, bunda $F_{\max}$ —eng katta statik ishqalanish kuchi, f —sirpanishdagi ishqalanish koefitsiyenti, N —normal bosim.

7.7). Ishqalanish burchagiga berilgan to'g'ri ta'rifni toping?

A	Statik ishqalanish kuchi $F_{\max}$ bilan normal reaksiya kuchi N orasidagi burchak ishqalanish burchagi deyiladi.	B	Ishqalanish kuchi F_{ishq} bilan normal reaksiya kuchi N orasidagi burchak ishqalanish burchagi deyiladi.
V	To'la reaksiya kuchi $R_{\max}$ bilan normal reaksiya kuchi N orasidagi burchak ishqalanish burchagi deyiladi.	G	To'la reaksiya kuchi $R_{\max}$ bilan ishqalanish kuchi F_{ishq} orasidagi burchak ishqalanish burchagi deyiladi.

7.8). Agar f_1 —statik ishqalanish koefitsiyenti, f_2 —dinamik ishqalanish koefitsiyenti bo'lsa, quyidagilardan qaysi biri o'rinli bo'ladi?

A	$f_1 < f_2$	B	$f_1 \leq f_2$
V	$f_1 > f_2$	G	$f_1 \geq f_2$

7.9). G'adir-budir sirtning to'la reaksiya kuchi ...			
A	normal reaksiya kuchi bilan urinma reaksiya (ishqalanish) kuchining geometrik yig'indisiga teng.	B	normal reaksiya kuchi bilan urinma reaksiya (ishqalanish) kuchining algebraik yig'indisiga teng.
V	ishqalanish koeffitsiyenti bilan normal bosimning ko'paytmasiga teng.	G	to'la reaksiya kuchi bilan urinma reaksiya (ishqalanish) kuchining geometrik yig'indisiga teng.

7.10). Ishqalanish konusiga berilgan to'g'ri ta'rifni toping?			
A	Barcha maksimal ishqalanish kuchlari $F_{\max}$ larning geometrik o'rni,	B	Barcha to'la reaksiya kuchlari $R_{\max}$ larning geometrik o'rni,
V	Barcha aktiv kuchlarning geometrik o'rni,	G	Barcha ishqalanish kuchlari F_{ishq} larning geometrik o'rni,

7.11). Dumalashdagi ishqalanish koeffitsiyentining birligi qanday bo'ladi?			
A	Koeffitsiyentlarda birlik bo'lmaydi.	B	Uzunlik birligida o'lchanadi.
V	Yuza birligida o'lchanadi.	G	Kuch birligida o'lchanadi.

7.12). $0 \leq M \leq M_{\max}$ ifoda qaysi ishqalanish kuchi uchun o'rinli?			
A	Dumalashdagi ishqalanish kuchi uchun o'rinli.	B	Sirpanishdagi ishqalanish kuchi uchun o'rinli.
V	Dinamik ishqalanish kuchi uchun o'rinli.	G	Statik ishqalanish kuchi uchun o'rinli.

7.13). Silindrning dumalashdagi ishqalanish momentiga berilgan to'g'ri ta'rifni ko'rsating?			
A	Ishqalanish kuchining dumalashdagi ishqalanish koeffitsiyentiga ko'paytmasiga aytiladi.	B	Normal reaksiya kuchining ishqalanish koeffitsiyentiga ko'paytmasiga aytiladi.

V	Silindrning dumalashiga qarshilik ko'rsatuvchi juft kuchning momentiga aytiladi.	G	Silindrni dumalatishga intiluvchi juft kuchning momentiga aytiladi.
---	--	---	---

7.14). Agar α –normal bosim bilan jismga ta'sir etuvchi kuchning ta'sir chizig'i orasidagi burchak, $\varphi_{\max}$ esa ishqalanish burchagi bo'lsa, quyidagilardan noto'g'ri tasdiqni toping.

A	Agar $\alpha < \varphi_{\max}$ bo'lsa, jism tinch holatda bo'ladi.	B	Agar $\alpha \equiv \varphi_{\max}$ bo'lsa, jism muvozanat chegarasida (sirpanish oldida) bo'ladi.
V	Agar $\alpha > \varphi_{\max}$ bo'lsa, jism sirpana boshlaydi.	G	Agar $\alpha \neq \varphi_{\max}$ bo'lsa, jism muvozanat holatida bo'ladi.

7.15). Dumalashdagi ishqalanish juftiga berilgan to'g'ri ta'rifni ko'rsating?

A	Silindirning dumalashiga yordam qiladigan juftga aytiladi.	B	Qo'shilgan juft kuchga dumalashdagi ishqalanish jufti deyiladi.
V	Silindrning dumalashiga qarshilik ko'rsatuvchi juft kuchga aytiladi.	G	Dumalashda ishqalanish jufti mavjud emas.

7.16). Dumalashdagi ishqalanish momentiga berilgan to'g'ri ta'rifni ko'rsating?

A	Silindrning dumalashiga yordam qiladigan juft kuchning momentiga aytiladi.	B	Silindrning dumalashiga qarshilik ko'rsatuvchi juft kuchning momentiga aytiladi.
V	Qo'shilgan juft kuchning momentiga aytiladi.	G	Tayanchga tegib turgan nuqtaga nisbatan olingan momentga aytiladi.

7.17). To'la reaksiya kuchiga berilgan ta'rifni ko'rsating?

A	Ishqalanish kuchi bilan normal bosim kuchining algebraik yig'indisiga aytiladi.	B	Maksimal ishqalanish kuchi bilan normal bosim kuchining algebraik yig'indisiga aytiladi.
---	---	---	--

V	Maksimal ishqalanish kuchi bilan normal bosim kuchining geometrik yig'indisiga aytiladi.	G	Ishqalanish kuchi bilan normal bosim kuchining geometrik yig'indisiga aytiladi.
---	--	---	---

7.18). Sirpanishdagi ishqalanish kuchi quyidagicha aniqlanadi?,			
A	Ishqalanish koefitsiyentini ta'sir qilayotgan kuchlarning yig'indisiga ko'paytirish kerak.	B	Ishqalanish koefitsiyentini jismning og'irlik kuchiga ko'paytirish kerak.
V	Ishqalanish koefitsiyentini normal bosim kuchiga ko'paytirish kerak.	G	Ishqalanish koefitsiyentini to'la reaksiya kuchiga ko'paytirish kerak.

7.19). Dumalashdagi ishqalanish momenti quyidagicha aniqlanadi?,			
A	Dumalashdagi ishqalanish koefitsiyentini ta'sir qilayotgan kuchlarning yig'indisiga ko'paytirish kerak.	B	Dumalashdagi ishqalanish koefitsiyentini normal bosim kuchiga ko'paytirish kerak.
V	Dumalashdagi ishqalanish koefitsiyentini to'la reaksiya kuchiga ko'paytirish kerak.	G	Dumalashdagi ishqalanish koefitsiyentini jismning og'irlik kuchiga ko'paytirish kerak.

7.20). Dumalashdagi ishqalanish momentining yo'nalishi qanday bo'ladi?			
A	Harakat yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.	B	Harakat yo'nalishiga qarama-qarshi bo'ladi.
V	Jismga ta'sir qiluvchi kuchlar bosh momentining yo'nalishida bo'ladi.	G	Jismga ta'sir qiluvchi kuchlar bosh momentining yo'nalishiga teskari yo'nalishda bo'ladi.

7.21). Ogirliqi 520 N bolgan silindr gorizontaal tekislikda joylashgan bo'lib, dumalab ishqalanish koeffitsiyenti $\delta = 0,007$ bo'lsa, silindrni dumalatish uchun qanday minimal juft kuch qo'yish kerak?

A	$3,64\text{ N.m}$	B	$-2,48\text{ N.m}$
V	$2,48\text{ N.m}$	G	$4,11\text{ N.m}$

8-§. Fazoviy kuchlar sistemasi. O'qqa nisbatan kuch momenti

8.1). O'qqa nisbatan kuch momenti uchun aytilgan noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?

A	Agar ta'sir etuvchi kuch o'qqa parallel bo'lsa, shu o'qqa nisbatan kuch momenti nolga teng bo'ladi.	B	Agar kuchning ta'sir chizig'i o'qni biror nuqtada kesib o'tsa, shu o'qqa nisbatan kuch momenti nolga teng bo'ladi.
V	Agar kuchning ta'sir chizig'i o'q perpendikulyar bo'lgan tekislikka parallel bo'lsa, bu kuchning shu o'qqa nisbatan momenti nolga teng bo'ladi.	G	Agar kuchning ta'sir chizig'i o'q perpendikulyar bo'lgan tekislikka perpendikulyar bo'lsa, bu kuchning shu o'qqa nisbatan momenti nolga teng bo'ladi.

8.2). Biror o'qqa nisbatan kuch moment deb quyidagiga aytiladi...

A	Kuchning o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasidan, o'q bilan tekislik kesishgan nuqtaga nisbatan olingan momentiga aytiladi.	B	Berilgan kuchdan koordinata boshigacha bo'lgan eng qisqa masofani shu kuch miqdoriga ko'paytmasiga aytiladi.
V	Berilgan kuchdan o'qqa tushirilgan perpendikulyar kesmaning shu kuchga ko'paytmasiga aytiladi.	G	O'qqa nisbatan kuch momenti xuddi nuqtaga nisbatan kuch momentiga o'xshab hisoblanadi.

8.3). Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti quyidagicha bo'ladi ...

A	$\sum M_y(F_k)=0; \sum M_z(F_k)=0$ $\sum x=0; \sum y=0; \sum z=0$	B	$\sum x=0; \sum y=0; \sum z=0,$ $\sum M_x(F_k)=0; \sum M_y(F_k)=0; \sum M_z(F_k)=0$
V	$\sum x=0; \sum y=0; \sum z=0$	G	$\sum M_x(F_k)=0; \sum M_y(F_k)=0; \sum M_z(F_k)=0,$ $\sum x=0; \sum y=0;$

8.4). Kuchning o'qqa nisbatan momenti qanday kattalik?

A	Vektor kattalik	B	Skalyar kattalik
V	Dinamik kattalik	G	Mexanik kattalik

8.5). Fazoda bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti quyidagicha bo'ladi ...

A	$\sum x=0; \sum y=0$	B	$\sum x=0; \sum y=0; \sum z=0$
V	$\sum x=0; \sum M_y(F_k)=0; \sum M_z(F_k)=0$	G	$\sum y=0; \sum M_x(F_k)=0; \sum M_z(F_k)=0$

8.6). Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni nechta?

A	3 ta	B	4 ta
V	5 ta	G	6 ta

8.7). Fazoda kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalari soni nechta?

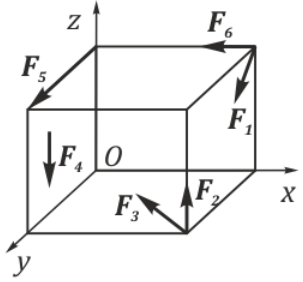
A	3 ta	B	5 ta
V	4 ta	G	6 ta

8.8). Agar fazoda ixtiyoriy joylashgan barcha kuchlar koordinata o'qlaridan biriga parallel bo'lsa, ularning muvozanat tenglamalari soni nechta bo'ladi?

A	5 ta	B	4 ta
V	3 ta	G	2 ta

8.9). Turli tomonga yo‘nalgan fazodagi parallel kuchlar sistemasi uchun bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan nechta muvozanat tenglamasi tuzish mumkin?			
A	5 ta	B	4 ta
V	3 ta	G	2 ta

8.10). Massasi 200 gr bo‘lgan jismni uchinchi qavatdan gorizonta ravishda uloqtirsak va u archa daraxti ustidan o‘tayotganda, uning og‘irlik kuchi qanday yo‘nalgan bo‘ladi ?			
A	Archa daraxtiga qarab yo‘nalgan bo‘ladi.	B	Tezlik yo‘nalishi bilan bir xil bo‘ladi.
V	Urinma tezlanish yo‘nalishi bilan bir xil bo‘ladi.	G	Normal tezlanish yo‘nalishi bilan bir xil bo‘ladi.

8.11). Kvadratga bir vaqtning o‘zida 6 ta kuch ta’sir etadi. Ulardan qaysi birining z o‘qiga nisbatan momenti nolga teng?			
A	F_2, F_4, F_5, F_6	B	F_3, F_4, F_5, F_6
V	F_1, F_2, F_3, F_4	G	F, F_2, F_5, F_6

8.12). Fazoda kuchning o‘qqa nisbatan momenti skalyar kattalikdir. Fazoda shu kuchning qandaydir nuqtaga nisbatan momenti qanday kattalik?			
A	Mexanik kattalik.	B	Skalyar kattalik.
V	Dinamik kattalik.	G	Vektor kattalik..

8.13). Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining geometrik muvozanat sharti quyidagicha bo‘ladi ...			
A	Kuchlarga qurilgan, sinii chiziqlardan iborat bo‘lgan kuch ko‘pburchagi ochii bo‘lish kerak.	B	Kuchlarga qurilgan, sinii chiziqlardan iborat bo‘lgan kuch ko‘pburchagi yopii bo‘lish kerak.

V	Kuchlarga qurilgan, sinik chiziqlardan iborat bo'lgan kuch beshburchagi ochiq bo'lish kerak.	G	Kuchlarga qurilgan, sinik chiziqlardan iborat bo'lgan kuch beshburchagi yopiq bo'lish kerak.
---	--	---	--

8.14). Fazoviy kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalikdir. Uning yo'nalishi

A	kuchning proyeksiyasi yotgan tekislikka perpendikulyar yo'naladi.	B	kuch va nuqta yotgan tekislikka perpendikulyar yo'naladi.
V	kuchning proyeksiyasi yotgan tekislikka parallel yo'naladi.	G	kuch va nuqta yotgan tekislikka parallel yo'naladi.

8.15). O'qqa nisbatan kuch momentining nolga teng bo'lishligi qaysi holda to'g'ri va to'liq ifodalangan?

A	1). Agar kuch o'q yotgan tekislikka perpendikulyar bo'lsa, 2) Agar kuch va o'q bir nuqtada kesishsa.	B	1). Agar kuch o'qqa parallel bo'lsa, 2). Agar kuchning ta'sir chizigi o'qni kesib o'tsa.
V	1). Agar kuch o'q yotgan tekislikka parallel bo'lsa, 2) Agar kuch va o'q bir nuqtada kesishmasa.	G	1). Agar kuch o'qqa parallel bo'lsa, 2). Agar kuchning ta'sir chizigi o'qni kesib o'tmasa

8.16). Fazoda o'qqa nisbatan kuch momentini qanday kuchlar tashkil qiladi?

A	Shu o'qqa parallel bo'lmagan kuchlar.	B	Shu o'qni kesib o'tmaydigan kuchlar.
V	Shu o'q bilan ustma-ust tushadigan kuchlar.	G	O'qni kesib o'tmaydigan va parallel bo'lmagan kuchlar.

8.17). O nuqtaga nisbatan olingan F kuchning momenti vektori $M_0(F)=i-j+2k$ berilgan bo'lsa, uning moment miqdorini toping.

A	-2,45	B	2,45
V	-3,22	G	1,47

8.18). $F=3i+4j+5k$ kuch vektori bilan Oz o'qi orasidagi burchak topilsin.			
A	135^0	B	31^0
V	45^0 .	G	62^0

8.19). $F_1=5i+7j+9k$ va $F_2=4i+9j+11k$ ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisining qiymatini aniqlang.			
A	17,1	B	27,1
V	32,3	G	-17,1

8.20). Radius vektori $r_A=6j+8k$ bo'lgan A nuqtaga, fazoda $F=3i+4j$ kuch ta'sir etsa, shu kuchning koordinata boshi O nuqtaga nisbatan momentini hisoblang.			
A	27,6 N.m	B	37,1 N.m
V	-22,3 N.m	G	43,9 N.m

9–§. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish.

Bosh vektor va bosh moment.

9.1). Keltirish markazini o'zgartirsak, bosh vektorning qiymati va yo'nalishi o'zgaradimi?			
A	Ha, o'zgaradi.	B	Yo'q, o'zgarmaydi.
V	Teng ta'sir etuvchi kuchga teng bo'ladi.	G	Bosh momentga bog'liq bo'lib qoladi.

9.2). Keltirish markazini o'zgartirsak, bosh momentning qiymati va yo'nalishi o'zgaradimi?			
A	Ha, o'zgaradi.	B	Yo'q, o'zgarmaydi.
V	Faqat yo'nalishi o'zgaradi.	G	Faqat qiymati o'zgaradi.

9.3). Varinyon teoremasi nima haqida?			
A	Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga ko'chirish haqida.	B	Bosh moment nolga teng bo'lganda, bosh vektorning keltirish markaziga nisbatan momenti haqida.
V	Teng ta'sir etuvchi kuchning momenti haqida.	G	Bosh vektor nolga teng bo'lganda, bosh momentni topish haqida.

9.4). Lui Puanso lemmasi nima haqida?			
A	Kuchni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga ko'chirish haqida.	B	Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan boshqa bir nuqtaga ko'chirish haqida.
V	Qo'shilgan juft kuchlarning yig'indisi haqida.	G	Teng ta'sir etuvchi kuchning momenti haqida.

9.5). Agar fazodagi kuchlar sistemasini bir nuqtaga keltirish natijasida ular faqat bitta bosh momentga ekvivalent bo'lsa, u vaqtda jism ...			
A	ilgarilanma harakat qiladi.	B	aylanma harakat qiladi.
V	tinch holatda bo'ladi.	G	to'g'ri chiziqli tekis harakatda bo'ladi.

9.6). Bosh momentga berilgan to'g'ri ta'riflarni ko'rsating?			
1). Qo'shilgan juft kuchlarning algebraik yig'indisi bosh moment deyiladi.			
2). Bosh vektorning keltirish markaziga nisbatan olingan momentga bosh moment deyiladi.			
3). Berilgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisiga bosh moment deyiladi.			
4). Berilgan kuchlarning ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisiga bosh moment deyiladi.			
A	1 va 4	B	1 va 3
V	2 va 3	G	2 va 4

9.7). Kuchlar ta'siridagi jism muvozanatda bo'lsa, shu kuchlarning bosh vektori R^* va bosh momenti M_O ifodasi qaysi holda to'g'ri ko'rsatilgan?			
A	$R^* = 0, \quad M_0 \neq 0$	B	$R^* \neq 0, \quad M_0 = 0$
V	$R^* = 0, \quad M_0 = 0$	G	$R^* \neq 0, \quad M_0 \neq 0$

9.8). Bosh vektor va bosh momentning qaysi holatida kuchlar sistemasi keltirish markazidan o'tuvchi bitta teng ta'sir etuvchi kuchga olib kelinadi?			
A	$R^* = 0, \quad M_0 \neq 0$	B	$R^* \neq 0, \quad M_0 = 0$
V	$R^* = 0, \quad M_0 = 0$	G	$R^* \neq 0, \quad M_0 \neq 0$

9.9). Bosh vektor va bosh momentning qaysi holatida fazodagi kuchlar sistemasi keltirish markaziga bog'liq bo'lmagan bitta bosh momentga olib kelinadi?			
A	$R^* = 0, \quad M_0 \neq 0$	B	$R^* \neq 0, \quad M_0 = 0$
V	$R^* = 0, \quad M_0 = 0$	G	$R^* \neq 0, \quad M_0 \neq 0$

9.10). Bosh vektor va bosh momentning qaysi holatida fazodagi kuchlar sistemasi keltirish markazidan o'tmaydigan va keltirish markazidan ma'lum bir masofadan o'tuvchi bitta teng ta'sir etuvchi kuchga olib kelinadi?			
A	$R^* = 0, \quad M_0 \neq 0$	B	$R^* \neq 0, \quad M_0 = 0$
V	$R^* = 0, \quad M_0 = 0$	G	$R^* \neq 0, \quad M_0 \neq 0$

9.11). Bosh vektor qaysi nuqtaga qo'yiladi?			
A	Bosh vektor erkin vektordir, xohlagan nuqtaga qo'yiladi.	B	Teng ta'sir etuvchi kuch qo'yilgan nuqtaga qo'yiladi.
V	Keltirish markaziga qo'yiladi.	G	Bosh vektor va bosh moment bitta nuqtaga qo'yiladi.

9.12). Kuchlar sistemasining bosh vektori keltirish markaziga bog'liq bo'ladimi?			
A	Yo'q, bog'liq bo'lmaydi.	B	Ha, bog'liq bo'ladi.
V	Faqat, bosh momentning yo'nalishi o'zgaradi.	G	Faqat, bosh momentning qiymati o'zgaradi.

9.13). Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini quyidagilardan qaysi bir holida bitta teng ta'sir etuvchi kuch R ga keltirish mumkin?			
A	Bosh vektor bosh momentga perpendikulyar bo'lsa,	B	Bosh vektor nolga teng bo'lsa,
V	Bosh vektor va bosh moment bir to'g'ri chiziqda yotsa,	G	Bosh vektor va bosh momentning ta'sir chiziqlari parallel bo'lsa,

9.14). 1) $R^* = 0, M_0 \neq 0$; 2) $R^* \neq 0, M_0 = 0$; 3) $R^* = 0, M_0 = 0$; 4) $R^* \neq 0, M_0 \neq 0$. Ushbu 4 ta holatdan qaysi birida fazoviy kuchlar sistemasi bitta teng ta'sir etuvchi kuchga olib kelinadi?			
A	1,2	B	3,4
V	2,3	G	2,4

9.15). Bizga ma'lumki, agar $R^* = 0, M_0 \neq 0$ bo'lsa, fazodagi kuchlar sistemasi bitta teng ta'sir etuvchi juft kuchga olib kelinadi. Bu juft momenti vektori qaysi nuqtaga qo'yiladi? ?			
A	Keltirish markaziga qo'yiladi.	B	Teng ta'sir etuvchi kuch qo'yilgan nuqtaga qo'yiladi.
V	Bosh moment vektori erkin vektordir, xohlagan nuqtaga qo'yiladi.	G	Bosh vektor va bosh moment bitta nuqtaga qo'yiladi.

9.16). Keltirish markazini o'zgartirsak, bosh vektorning qiymati va yo'nalishi o'zgaradimi?			
A	Ha, o'zgaradi.	B	Yo'q, o'zgarmaydi.
V	Faqat yo'nalishi o'zgaradi.	G	Faqat qiymati o'zgaradi.

9.17). Keltirish markazini o'zgartirsak, bosh momentning qiymati va yo'nalishi o'zgaradimi?			
A	Faqat yo'nalishi o'zgaradi.	B	Yo'q, o'zgarmaydi.
V	Qiymati o'zgaradi, oldingi nuqtaga nisbatan hisoblangan bosh momentga, bosh vektorning keyingi nuqtaga nisbatan hisoblangan momenti qoshiladi .	G	Qiymati o'zgaradi, oldingi nuqtaga nisbatan hisoblangan bosh momentdan, bosh vektorning keyingi nuqtaga nisbatan hisoblangan momenti ayriladi.

9.18). Agar bosh momentning proyeksiyalari $M_x = -20N.m$; $M_y = 12N.m$; $M_z = 0$ berilgan bo'lsa, uning miqdorini toping.			
A	12,9N.m	B	23,39N.m
V	19,39N.m	G	-23,39N.m

9.19). Agar bosh vektor $M_0(F) = 2i + 1,73j + 3k$ ma'lum bo'lsa, M_0 vektor bilan Ox o'qi orasidagi burchak topilsin.			
A	60°	B	30°
V	45°	G	120°

9.20). Bosh momentning proyeksiyalari $M_x = 12N.m$; $M_y = 14N.m$; va $M_z = 9N.m$ bo'lsa, M_0 bilan Oz o'qi orasidagi burchakning kosinusini hisoblang.			
A	0,5	B	0,707
V	0,439	G	0,86

10–§. Parallel kuchlar markazi. Og'irlik markazi.

10.1). Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qo'yilgan nuqtaning holati ...			
A	kuchlarning yo'nalishiga va miqdoriga bog'liq, lekin qo'yilgan nuqtalarning koordinatasiga bog'liq emas.	B	kuchlarning yo'nalishiga bog'liq bo'lmay faqat ularning miqdoriga hamda qo'yilgan nuqtalarning koordinatasiga bog'liq.

V	kuchlarning yoʻnalishiga bogʻliq boʻlib, ularning miqdoriga hamda qoʻyilgan nuqtalarning koordinatasiga bogʻliq emas.	G	kuchlarning yoʻnalishiga, ularning miqdoriga hamda qoʻyilgan nuqtalarning koordinatasiga bogʻliq.
---	---	---	---

10.2). Bir tomonga yoʻnalgan turli miqdordagi ikki parallel kuchning teng taʼsir etuvchisi....

A	shu kuchlarning algebraik yigʻindisiga teng va shu kuchlarning orasiga qoʻyiladi.	B	kuchlarning kattasidan kichigining ayirmasiga teng va katta kuch tomonda boʻladi.
V	parallelogramm usulda topiladi va kichik kuch tomonga qoʻyiladi.	G	uchburchak usulda topiladi va shu kuchlarning teng oʻrtasiga qoʻyiladi.

10.3). Taʼsir chiziqlari parallel va qarama-qarshi yoʻnalgan turli miqdordagi ikki kuch qanday qoʻshiladi va ularning teng taʼsir etuvchisi qayerga qoʻyiladi?

A	Shu ikki kuch qoʻshiladi va teng taʼsir etuvchi kuch kichik kuch tomonga yoʻnaltiriladi.	B	Shu ikki kuch qoʻshiladi va teng taʼsir etuvchi kuch ularning oʻrtasiga katta kuch tomon yoʻnaltirib qoʻyiladi.
V	Bu kuchlarning kattasidan kichigi ayriladi va teng taʼsir etuvchi katta kuch davomida u tomonga yoʻnaltirib qoʻyiladi.	G	Bu kuchlarning kattasidan kichigi ayriladi va teng taʼsir etuvchi kuch ularning oʻrtasiga kichik kuch tomonga yoʻnaltirib qoʻyiladi .

10.4). Agar parallel kuchlar qoʻyilgan nuqtalarni oʻzgartirmay, kuchlarni biror α burchakka bursak, bu kuchlarning teng taʼsir etuvchisi ...

A	oʻzgarmaydi.	B	shu burchakka buriladi va qoʻyilgan nuqtaning holati oʻzgarmaydi.
V	shu burchakka buriladi va qoʻyilish nuqtasi oʻzgaradi.	G	hech qanday burchakka burilmaydi, faqat qoʻyilish nuqtasi oʻzgaradi.

10.5). Noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?			
A	Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga va geometrik shakliga bog'liq bo'ladi.	B	Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga va geometrik shakliga bog'liq bo'lmaydi.
V	Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'ladi, lekin geometrik shakliga bog'liq bo'lmaydi.	G	Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shakliga bog'liq bo'ladi.

10.6). Noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?			
A	Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yotadi.	B	Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya markazida yotadi.
V	Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi.	G	Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi jismga tegishli bo'lmaydi.

10.7). Noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?			
A	Agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yotadi.	B	Agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya markazida yotadi.
V	Agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi.	G	Agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa uning og'irlik markazi jismga tegishli bo'lmaydi.

10.8). Noto'g'ri tasdiqni ko'rsating?			
A	Agar jism simmetriya markaziga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya markazida yotmaydi.	B	Agar jism simmetriya markaziga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya markazida yotadi.
V	Agar jism simmetriya markaziga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi.	G	Agar jism simmetriya markaziga ega bo'lsa uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yotadi.

10.9). Agar uchburchakning balandligini ikki marta oshirsak, uning og'irlik markazining koordinatalari x_C va y_C qanday o'zgaradi?			
A	Faqat y_C o'zgaradi.	B	Faqat x_C o'zgaradi.
V	x_C va y_C o'zgaradi.	G	x_C va y_C o'zgarmaydi.

10.10). Agar uchburchakning asosi b ni ikki marta kattalashtirsak, uning og'irlik markazining koordinatalari x_C va y_C qanday o'zgaradi?			
A	x_C va y_C o'zgarmaydi.	B	Faqat y_C o'zgaradi.
V	x_C va y_C o'zgaradi.	G	Faqat x_C o'zgaradi.

10.11). Qarama-qarshi tomonga yo'nalgan parallel kuchlar $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 20 \text{ kN}$ ga ega bo'lsa, ularning teng ta'sir etuvchisini aniqlang?			
A	30 kN	B	10 kN
V	-10 kN	G	aniqlab bo'lmaydi

10.12). Qattiq jismni biror α burchakka bursak, uning og'irlik markazi o'zgaradimi?			
A	Albatta o'zgaradi.	B	Og'irlik markazi ham shu burchakka buriladi.
V	Yo'q, o'zgarmaydi.	G	Hech qanday burchakka burilmaydi, faqat qo'yilish nuqtasi o'zgaradi.

10.13). Bir jinsli jismdan iborat bo'lgan o'tmas burchakli uchburchakning og'irlik markazi qayerda bo'ladi?			
A	Uchburchak balandliklari kesishgan nuqtada bo'ladi.	B	Uchburchak bissektrisalari kesishgan nuqtada bo'ladi.
V	Uchburchak medianalari kesishgan nuqtada bo'ladi.	G	Jism bir jinsli bo'lganligi uchun, o'tmas burchakning uchida bo'ladi.

10.14). Agar to'g'ri burchakli uchburchakning balandligini ikki marta oshirsak, uning og'irlik markazi koordinatalari x_C va y_C qanday o'zgaradi?			
A	x_C va y_C o'zgarmaydi.	B	Faqat x_C o'zgaradi.
V	x_C va y_C o'zgaradi.	G	Faqat y_C o'zgaradi.

10.15). Agar to'g'ri burchakli uchburchakning asosi b ni ikki marta kattalashtirsak uning og'irlik markazi x_C va y_C qanday o'zgaradi?			
A	Faqat x_C o'zgaradi.	B	Faqat y_C o'zgaradi.
V	x_C va y_C o'zgaradi.	G	x_C va y_C o'zgarmaydi.

10.16). Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qo'yilgan nuqtaning holati quyidagilardan qaysi biriga bog'liq bo'lmaydi?			
A	Kuchlarning miqdoriga bog'liq emas.	B	Kuchlarning yo'nalishiga bog'liq emas.
V	Kuchlar qo'yilgan nuqtalarning koordinatasiga bog'liq emas.	G	Kuchlar qo'yilgan nuqtalarning radius vektorlariga bog'liq emas.

10.17). Qattiq jismning og'irlik markazi deb nimaga aytiladi?			
A	Jism n ta bo'lakka bo'linadi va shu bo'lakchalar og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisiga aytiladi.	B	Jism n ta bo'lakka bo'linadi va shu bo'lakchalar og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi qo'yilgan nuqtaga aytiladi.
V	Jism n ta bo'lakka bo'linadi va shu bo'lakchalar og'irlik kuchlari qo'yilgan nuqtalarning radius vektorlarining yig'indisiga aytiladi	G	Parallel kuchlarning markaziga aytiladi.

10.18). Jismning og'irlik markazi umuman olganda qanday nuqtadan iborat bo'ladi?			
A	Material nuqta	B	Bir jinsli nuqta
V	Geometrik nuqta	G	Absolyut nuqta

10.19). Agar jism bir jinsli bo'lsa, uning og'irlik markazi ...			
A	qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'ladi.	B	qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shakliga bog'liq bo'ladi.
V	geometrik shakliga bog'liq bo'lmaydi, faqat qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'ladi.	G	joylashgan holatiga va materialiga bog'liq bo'ladi.

10.20). Uchburchakning og'irlik markazi qayerga qo'yiladi?...			
A	Uchburchak asosidan hisoblanganda mediananing $\frac{2}{3}$ qismiga qo'yiladi.	B	Uchburchak asosidan hisoblanganda mediananing $\frac{1}{3}$ qismiga qo'yiladi.
V	Uchburchakning uchidan hisoblanganda medianasining $\frac{1}{3}$ qismiga qo'yiladi.	G	Uchburchakning uchidan hisoblanganda balandlikning $\frac{1}{3}$ qismiga qo'yiladi.

10.21). Piramidaning og'irlik markazi ...			
A	piramida asosining og'irlik markazi bilan uchini tutashtiruvchi chiziqda yotadi va asosidan $\frac{1}{3}$ masofada bo'ladi.	B	piramida asosining og'irlik markazi bilan uchini tutashtiruvchi chiziqning o'rtasida bo'ladi.
V	piramida asosining og'irlik markazi bilan uchini tutashtiruvchi chiziqda yotadi va asosidan $\frac{1}{4}$ masofada bo'ladi.	G	piramidaga tegidhli bo'lmaydi.

10.22). Agar jismning ikkita simmetriya tekisligi bo'lsa uning og'irlik markazi...			
A	simmetriya tekisliklari kesishgan nuqtada bo'ladi .	B	simmetriya o'qida bo'ladi ..
V	simmetriya tekisliklari kesishgan to'g'ri chiziqda bo'ladi .	G	simmetriya o'qlari kesishgan nuqtada bo'ladi.

10.23). Agar jismning uchta simmetriya tekisligi bo'lsa uning og'irlik markazi...			
A	simmetriya tekisliklari kesishgan to'g'ri chiziqda bo'ladi.	B	simmetriya o'qlari kesishgan nuqtada bo'ladi.
V	simmetriya o'qida bo'ladi.	G	simmetriya tekisliklari kesishgan nuqtada bo'ladi.

10.24). Agar jismning ikkita yoki undan ko'p simmetriya o'qi bo'lsa, uning og'irlik markazi...			
A	simmetriya o'qida bo'ladi.	B	simmetriya tekisliklari kesishgan nuqtada bo'ladi.
V	simmetriya tekisliklari kesishgan to'g'ri chiziqda bo'ladi.	G	simmetriya o'qlari kesishgan nuqtada bo'ladi.

10.25). Bir jinsli piramidaning balandligi $1,2\text{ m}$ bo'lsa, uning og'irlik markazidan asosigacha bo'lgan masofani toping?			
A	$0,5m$	B	$0,6\text{ m}$
V	$0,4\text{ m}$	G	$0,3\text{ m}$

10.26). Bir jinsli plastina to'g'ri burchakli ABD uchburchakdan iborat. Agar $x_A=x_B=3sm$ va $x_D=9sm$ bo'lsa, shu uchburchakning og'irlik markazi x_C ni toping.			
A	4	B	5
V	6	G	7

10.27). Bir jinsli piramidaning balandligi $0,8m$ bo'lsa, uning og'irlik markazidan asosigacha bo'lgan masofani toping?

A	0,4m	B	0,3m
V	0,2m	G	0,1m

10.28). To'g'ri chiziqli AB sterjenning uchlari $x_A=10sm$, $x_B=40sm$ bo'lsa, og'irlik markazi x_C ning koordinatasini toping.

A	31	B	20
V	25	G	21

10.29). Og'irligi $200N$ bo'lgan jismni arqon bilan tortib siljitish uchun arqonning taranglik kuchi qanday bo'lish kerak? Ishqalanish ko'effitsiyenti $0,2$ deb olinsin.

A	20	B	40
V	30	G	50

10.30). Og'irligi $4 kN$ bo'lgan bir jinsli dumalagichga momenti $20 N \cdot m$ bo'lgan juft kuch ta'sir qiladi. Dumalagich joyida qolishi uchun dumalab ishqalanish ko'effitsiyentining eng kichik miqdori qancha bo'lish kerak?

A	0,004	B	0,08
V	0,008	G	0,005

STATIKA TEST KALITI.

8-Jadval

T/r №	1-§	2-§	3-§	4-§	5-§	6-§	7-§	8-§	9-§	10-§
1	A	B	A	G	V	G	G	V	B	B
2	B	A	G	A	A	A	A	A	A	A
3	V	B	B	B	G	V	V	B	V	V
4	A	V	V	G	B	B	G	B	B	B
5	G	A	V	A	A	B	B	B	B	G
6	A	A	A	A	G	V	A	G	B	V
7	A	G	B	B	B	A	G	A	V	A
8	B	V	V	V	A	G	V	V	B	B
9	A	A	V	V	V	V	A	V	A	A
10	V	V	A	A	G	A	B	A	G	G
11	G	A	G	V	A	G	B	A	B	B
12	A	A	G	A	V	B	A	G	A	B
13	B	G	A	G	B		V	B	A	V
14	G	A	V	V	V		G	B	G	G
15	A	B	A	A	B		V	B	V	A
16	V	B	V	V	A		B	G	B	B
17	G	V	A	A	G		V	B	V	B
18	A	A	B	V	A		V	V	B	V
19	B	B	B	B	B		B	B	A	V
20	G	A	V	B	B		B	G	V	B
21	A		B	G	A		A			V
22	A		V	V	G					V
23	G		B	B	B					G
24	V		A							G
25	V		B							G
26	A		A							B
27	A		B							V
28	B									V
29	A									B
30	B									G

TEST MUNDARIJASI

1	1–§. Statikaning asosiy tushunchalari, aksiomalari. Kesishuvchi kuchlar sistemasi va ularning muvozanati	211
2	2–§. Kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyasi	217
3	3–§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti. Teng taqsimlangan kuchlar	221
4	4–§. Juft kuchlar va juft momenti	227
5	5–§. Bog‘lanish va bog‘lanish reaksiyalari	232
6	6–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi, va ularning muvozanat shartlari	238
7	7–§. Ishqalanish	241
8	8–§. Fazoviy kuchlar sistemasi. O‘qqa nisbatan kuch momenti	246
9	9–§. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish Bosh vektor va bosh moment	250
10	10–§. Parallel kuchlar markazi. Og‘irlik markazi	254
11	Statika test kaliti	262

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Н. NEUBER. Losungen zur aufgabensammlung Mestscherski VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN BERLIN 1963
2. И.В. Мешчерский. “Назарий механикадан масалалар тўплами», Т: “Ўқитувчи”, 1989.
3. Кеpe O.E., Viba YA.A., Grapis O.P. Nazariy mexanika fanidan qisqa masalalar to‘plami. (lotin alifbosida chiqarilgan) T. “Yangi asr avlodi” 2008.
4. «Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике». Под общей редакцией А.А. Яблонского. М: «Высшая школа», 1985.
5. Бать М. и другие «Теоретическая механика в примерах и задачах». 1, 2 том.—Москва: «Наука», 1990.
6. Йўлдошев Қ. «Назарий механикадан курс ишларини бажаришга доир методик қўлланма».—Тошкент: «Ўзбекистон», 1993.
7. Т. Рашидов, Ш. Шозиётов, Қ. Мўминов «Назарий механика асослари».—Тошкент: «Ўқитувчи», 1990.
8. П. Шоҳайдарова, Ш. Шозиётов, Ж. Зоиров «Назарий механика», Т.; «Ўқитувчи», 1991.
9. А.Г. Рубашкин., Д.В. Чернилевский. «Лабораторно-практические работы по технической механике».- Москва «Высшая школа», 1975.

MUNDARIJA

1	Soʻz boshi	5
2	Kirish	8
3	Statika. Asosiy tushunchalar va aksiomalar	10
4	Bogʻlanish va bogʻlanish reaksiyalari	14
5	I–bob. Tekislikdagi kuchlar sistemasi	17
6	1–§. Kesishuvchi kuchlar sistemasi va ularni qoʻshish	17
7	2–§. Taranglik kuchlari va zoʻriqishlar	24
8	3–§. Kuchning oʻqdagi proyeksiyasi. Kuchni tashkil etuvchilarga ajratish. Teng taʼsir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash	31
9	4–§. Tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati	39
10	5–§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti	47
11	6–§. Parallel kuchlar. Parallel kuchlarning muvozanati	56
12	7–§. Juft kuchlar. Juft kuch momenti. Juft kuchlar muvozanati	69
13	8–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini sodda holga keltirish. Bosh vektor va bosh moment	78
14	9–§. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi va ularning muvozanati	95
15	10–§. Qattiq jismning tayanch reaksiyalarini aniqlash	107
16	11–§. Qoʻshma konstruksiyaning tayanch reaksiyalarini aniqlash. (Ikki jismli sistema)	119
17	12–§. Ishqalanish. Sirpanishdagi va dumalashdagi ishqalanish kuchi	136
18	II–bob. Fazoviy kuchlar sistemasi	150
19	13–§. Fazoda taʼsir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar	150
20	14–§. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirish	162
21	15–§. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanati	178
22	16–§. Qattiq jism ogʻirlik markazining koordinatalarini aniqlash	193
23	III–bob. Statika testlari	211
24	Statika test kaliti	262
25	Test mundarijasi	263
26	Foydalanilgan adabiyotlar	264

