

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

B.A. HOBILOV, N.J. TO'YCHIYEV

MATERIALLAR QARSHILIGI

Oliy o'quv yurtlarining arxitektura va qurilish ta'lim
yo'nalishi talabalari uchun darslik

«O'ZBEKISTON FAYLASUFLARI MILLIY JAMIYATI» NASHRIYOTI

TOSHKENT – 2008

Muhandislik fanlarining asosi hisoblanmish materiallar qarshiligi fani vazifalari va muammolarini yoritishga, ularning yechimini bayon etishga bag'ishlangan ushbu darslikda predmetning asosiy mavzulari ham klassik, hamda zamonaviy uslublarda yoritilgan. Mazkur darslik orqali talaba mashina va inshoot qismlarini mustahkamlikka, birlikka va ustuvorlikka hisoblash usullari bilan tanishadi. Mashina va mexanizmlar, qurilish konstruksiyalarini hisoblash uchun o'ziga poydevor yaratadi.

Darslik texnika yo'nalishida bilim olayotgan talabalarga mo'ljallangan.

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi oliy o'quv yurtlari uchun darslik sifatida tavsiya etgan.

T a q r i z c h i l a r

fizika-matematika fanlari doktori, akademik **V.Q. Qobulov**,

fizika-matematika fanlari doktori, professor **F.B. Badalov**,

texnika fanlari nomzodi, dotsent **M.Q. Nazarova**.

M a s' u l m u h a r r i r:

texnika fanlari nomzodi, dotsent **P.H. Hamrayev**.

30.121

H56

Hobilov B.A.

Materiallar qarshiligi: Oliy o'quv yurtlari uchun darslik/ B.A. Hobilov, N.J. To'ychiyev; Taqrizchilar: V.Q. Qobulov, F.B. Badalov, M.Q. Nazarova. Mas'ul muharrir P.H. Hamrayev; O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. – Toshkent: O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, 2008. – 400 b.

BBK 30.121

1. To'ychiyev N.J.

ISBN: 978-9943-319-70-7

© «O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati» nashriyoti, 2008.

Asosiy harfiy belgilar

l – sterjen uzunligi,
 h – kesim balandligi,
 b – kesim kengligi,
 D, d – diametrlar,
 R, r – radiuslar,
 δ – devor qalinligi, birlik ko‘chish,
 A – kesim yuzasi,
 S_y, S_z – statik momentlar,
 J_y, J_z – o‘qqa nisbatan inersiya momentlari,
 J_{zy} – markazdan qochirma inersiya momenti,
 J_p – qutb inersiya momenti,
 W – qarshilik momenti,
 ρ – egrilik radiusi,
 i – inersiya radiusi,
 λ – sterjenning egiluvchanligi,
 Δl – absolut uzayish,
 ε – nisbiy uzayish,
 γ – nisbiy siljish yoki siljish burchagi,
 φ – buralish burchagi,
 θ – burilish burchagi,
 f – balka solqiligi,
 σ, τ – normal va urinma kuchlanishlar,
 σ_a, τ_a – qiya kesimdagi kuchlanishlar,
 $[\sigma], [\tau]$ – ruxsat etilgan kuchlanishlar,
 σ_{kr} – kritik kuchlanish,
 φ – bo‘ylama egilishda ruxsat etilgan kuchlanishni pasaytirish koeffitsienti,
 E, G – elastiklik moduli va siljish moduli,
 μ – Puasson koeffitsienti,
 F, Q – yig‘iq kuchlar,
 P_{kr} – kritik kuch.

Eski va yangi o'lcham birliklari

1960-yilda Halqaro o'lchovlar sistemasi joriy etildi. Bu sistema SI (Si) sistemasi deb ataladi. Bu sistemaga ko'ra asosiy o'lchov uchun 1kg massa qabul qilindi va kuch o'lchovi uchun undan kelib chiquvchi miqdor qabul qilindi.

SI sistemasida kuchning o'lchov birligi qilib 1 kg massaga 1m/s^2 tezlanish beruvchi kuch qabul qilinadi. Bu o'lcham «N'yuton» deb ataladi va N harfi bilan belgilanadi.

Kuch o'lchov birligida eski (MKGSS) va yangi (SI) sistemalar orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$1 \text{ kg} = 9,80665 \text{ N} \approx 10 \text{ N},$$

$$1 \text{ N} = 0,10197 \text{ kg} = 10^{-1} \text{ kg},$$

$$1 \tau = 10^4 \text{ N},$$

$$1 \text{ N} = 10^{-6} \text{ MN}, \text{ demak, } 1\text{t} = 10^{-2} \text{ MN}, 1\text{MN} = 10^6 \text{ N},$$

bunda MN – megaN'yuton deb o'qiladi.

Massa o'lchovi quyidagicha bo'ladi:

$$1 \text{ kg} \approx 0,1 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m},$$

$$\text{chunki } 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m} = 9,81 \approx 10 \text{ N}.$$

Bosim (kuchlanish) yangi sistemada quyidagicha ifodalanadi:

$$1 \text{ kg}/\text{sm}^2 = 10 \text{ N}/\text{sm}^2 = 10^5 \text{ N}/\text{m}^2 = 10^{-1} \text{ MN}/\text{m}^2;$$

$$1 \text{ N}/\text{sm}^2 = 10^{-1} \text{ kg}/\text{sm}^2 = 10^{-2} \text{ MN}/\text{m}^2.$$

Ish (energiya) ifodasi:

$$1 \text{ kgm} = 10 \text{ Nm} = 10^{-5} \text{ MNm};$$

$$1 \text{ Nm} = 10^{-1} \text{ kgm} = 10^{-4} \text{ tm}.$$

SI sistemasida ish birligi uchun 1N kuchni 1m yo'lda bajargan ishi qabul qilingan. Buni «Joul» deb ataladi va J harfi bilan belgilanadi.

MUNDARIJA

So'zbohi	9
----------------	---

I BOB. KIRISH

1.1. Materiallar qarshiligi fani vazifalari.....	10
1.2. Materiallar qarshiligi fanining rivojlanish yo'llari	13
1.3. Inshootlar va ularning hisoblash sxemalari. Tayanchlar	16
1.4. Yuklar tasnifi	19
1.5. Ichki kuchlar. Kesish usuli. Kuchlanishlar	22
1.6. Konstruksiyalarni hisoblashda matritsalar nazariyasi va amaliyoti	24
1.6.1. Matritsalar haqida tushuncha	24
1.6.2. Materiallar qarshiligi masalalarida uchraydigan matritsa va vektorlar	27
1.6.3. Matritsalar ustidagi amallar	30

II BOB. CHO'ZILISH VA SIQILISH

2.1. Cho'zilish va siqilishda kuchlanish va deformatsiyalar. Guk qonuni	35
2.2. Sen-Venan prinsipi haqida	40
2.3. Materiallarni cho'zilishga sinash	41
2.4. Cho'zilish diagrammasi va uning xarakterli nuqtalari	42
2.5. Materiallarni siqilishga sinash	46
2.6. Materiallarning qattiqqligini aniqlash	48
2.7. Kuchlanishlar konsentratsiyasi	49
2.8. Ruxsat etilgan kuchlanishlar. Kesim tanlash	50
2.9. Xususiy og'irlikni hisobga olish	59
2.10. Cho'zilish va siqilishda statik noaniq masalalar	63
2.11. Temperatura (harorat) o'zgarishidan hosil bo'ladigan kuchlanishlar	66
2.12. Sterjenlarni cho'zilish va siqilishga hisoblashni o'rgatuvchi kompyuter texnologiyasi	68

III BOB. KESIM YUZALARINING GEOMETRIK TAVSIFLARI

3.1. Geometrik tavsiflar	75
3.2. Parallel o'qlarga nisbatan inersiya momentlari orasidagi bog'lanish	81
3.3. O'qlar burilganda inersiya momentlari orasidagi bog'lanish	82
3.4. Ko'ndalang kesimlardagi asosiy o'qlar, bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari	83
3.5. Inersiya ellipsi va uning xossalari	86
3.6. Tekis yuzalarning geometrik tavsiflarini kompyuterda hisoblash algoritmi	86

IV BOB. NUQTANING KUCHLANISH HOLATLARI

4.1. Nuqtadagi kuchlanish	95
4.2. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar	96
4.3. Chiziqli kuchlanish holati	97
4.4. Tekis kuchlanish holati	99
4.5. Kuchlanishlarni grafik usulda aniqlash (Mor doirasi)	102
4.6. Hajmiy kuchlanish holatidagi eng katta kuchlanishlar	104
4.7. Hajmiy kuchlanish holatida deformatsiyalar. Umumlashgan Guk qonuni	106
4.8. Deformatsiyaning potentsial energiyasi	108
4.9. Mustahkamlik nazariyalari	111

V BOB. SILJISH

5.1. Siljishdagi kuchlanishlar. Siljishdagi Guk qonuni	117
5.2. Sof siljishda ruxsat etilgan kuchlanishlar	120
5.3. Konstruksiya elementlarini siljishga hisoblash	122

VI BOB. BURALISH

6.1. Buralish deformatsiyasiga doir asosiy tushunchalar	130
6.2. Buralishdagi kuchlanish va deformatsiyalar	132
6.3. Kesimi doiraviy bo'lmagan sterjenlarning buralishi	139
6.4. Buralishga hisoblashda o'rgatuvchi kompyuter texnologiyasi	146

VII BOB. EGILISH

7.1. Egilishga oid tushunchalar	148
7.2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarni aniqlash	150
7.3. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial bog'lanishlar	152
7.4. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurish	153
7.5. Egilishda normal kuchlanishlar	163
7.6. Egilishda urinma kuchlanishlar	168
7.7. Ko'ndalang egilishda balkalarning mustahkamligini tekshirish	173
7.8. Balkalarning mustahkamligini bosh kuchlanishlar bo'yicha tekshirish	181
7.9. Egilish markazi	183
7.10. Konstruksiyaning egilishga hisoblashda kompyuter texnologiyasi	187

VIII BOB. BALKALARNING EGILISHDAGI DEFORMATSIYALARINI ANIQLASH

8.1. Balkalarning solqiligi va burilish burchaklari	192
---	-----

8.2. Egilgan o'qning differensial tenglamasi	193
8.3. Egilgan o'qning differensial tenglamasini integrallash	196
8.4. Boshlang'ich parametrlar usuli	199

IX BOB. KO'CHISHLARNI ANIQLASHNING UMUMIY USULLARI

9.1. Ko'chishlar va ishlar haqida tushuncha	206
9.2. Ishlar va ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teoremlar	210
9.3. Ko'chishlarni aniqlash uchun Mor formulasi va Vereshchagin usuli	213
9.4. Haroratning o'zgarishidan va tayanchlarning cho'kishidan hosil bo'ladigan ko'chishlar	217

X BOB. STATIK NOANIQ MASALALAR

10.1. Umumiy tushunchalar	229
10.2. Kuchlar usulining asosiy sistemasini tanlash	231
10.3. Kuchlar usulining kanonik tenglamalari	233
10.4. Kanonik tenglama koeffitsientlari va ozod hadlarini aniqlash	235
10.5. Statik noaniq ramalarning M, Q va N epyuralarini qurish	238
10.6. Statik noaniq uzluksiz balkalarni hisoblash	247
10.7. Uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash	255
10.8. Statik noaniq masalalarni kompyuterda hisoblash texnologiyasi	264

XI BOB. MURAKKAB QARSHILIK

11.1. Qiyshiq egilish	269
11.2. Cho'zilish (siqilish) bilan egilishning birgalikdagi ta'siri	274
11.3. Nomarkaziy siqilish	277
11.4. Nomarkaziy siqilish yoki cho'zilishning umumiy holi	278
11.5. Kesim yadrosi	280
11.6. Egilish bilan buralishning birgalikdagi ta'siri	282

XII BOB. YUKLARNING DINAMIK TA'SIRI

12.1. Umumiy mulohazalar	288
12.2. Dinamik kuchlar ta'sirida vujudga keladigan kuchlanishlarni aniqlash	289
12.3. Dinamik yuklar ta'sirida hosil bo'lgan tebranma harakatlar	291
12.4. Inshootlar dinamikasi usullari	294
12.5. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistemalarning erkin tebranishlari	295
12.6. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistemalarning majburiy tebranishlari (qarshilik kuchlari hisobga olinmagan hol)	303

XIII BOB. KONSTRUKSIYA ELEMENTLARINING USTUVORLIGI

13.1. Asosiy tushunchalar	316
13.2. Siqilgan sterjenlar uchun Eyer formulasi	319
13.3. Uchlari turlicha mahkamlangan sterjenlar uchun kritik kuch ifodasi	323
13.4. Siqilgan sterjenlarni amaliy hisoblash	325

XIV BOB. KONSTRUKSIYALARNING OPTIMAL O'LCAMLARI VA ISHONCHLILIGINI ANIQLASH

14.1. Optimallashtirish masalasi	328
14.2. Optimallashtirishdan maqsad	329
14.3. Optimallashtirish masalasini yechish	329
14.4. Ekstremal masalalarni yechish usuli	334
14.5. Konstruksiyalarni optimal loyihalash	336
14.6. Konstruksiyalarning ko'p mezonli (vektorli) optimallashtirish masalalarini yechish	341
14.7. Konstruksiyalarning optimal o'lchamlarini topadigan «Poisk» kompyuter dasturi	348
14.8. Konstruksiyalarni hisoblashda ishonchlilik (ishonchlilik) nazariyasi	351

XV BOB. DEFORMATSIYA VA KUCHLANISH HOLATLARINI EKSPERIMENTAL TADQIQ ETISH USULLARI

15.1. Materiallarni va konstruksiyalarni sinash	362
15.2. Deformatsiyalarni mexanik tenzometrlar yordamida aniqlash	364
15.3. Qarshilik uzatkichlarining qo'llanilishi	368
15.4. Kuchlanishlarni optik usulda aniqlash	373
15.5. Muar tasmalari usuli	377
15.6. Kuchlanishlarni aniqlashning rentgen usuli	382
15.7. Lok qoplash usuli	389
Ilovalar	390

SO‘ZBOSHI

Ustozimiz O‘z FA akademigi prof. M.T. O‘rozboevning ilk bor o‘zbek tilida yaratgan «Materiallar qarshiligi» darsligining chop etilganiga 40-yil, ustozimizning safdoshlari prof. Mansurov K.M. ning shu nomli kitoblarining yaratilganiga 20 yildan oshdi. Bu davr mobaynida fan, texnikada katta o‘zgarishlar sodir bo‘ldi. Koinot zabt etildi. Kompyuter asri boshlandi. Shubhasizki, bu o‘zgarishlar deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasida ham o‘z aksini topdi. Davr ruhi darslik va o‘quv qo‘llanmalariga kirib bordi. Qo‘lingizdagi kitob bundan mustasno emas.

Mazkur darslik O‘zbekiston Respublikasi oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligining texnik oliy o‘quv yurtlari uchun bakalavrlar tayyorlash ta‘lim andozalari va texnik oliy o‘quv yurtlari – Toshkent davlat texnika universiteti, Toshkent yengil sanoat tekstil instituti, Toshkent arxitektura-qurilish instituti va Toshkent davlat avtomobil yo‘llari instituti tomonidan yaratilgan namunali o‘quv dasturlari asosida yozilgan. Darslik texnik Oliy o‘quv yurtlarining barcha mutaxassisliklariga, bakalavrlar yo‘nalishi bo‘yicha ta‘lim olayotgan talabalarga mo‘ljallangan.

Darslikda materiallar qarshiligining asosiy mavzulari to‘liq qamrab olingan. Nazariy mavzular amaliy misol va masalalar bilan boyitilgan. Misol va masalalarni tanlashda S.N.Belyaev, M.T.O‘rozboev, G.S.Pisarenko, R.S.Kinasoshvili singari salohiyatli mualliflarning kitoblaridan foydalandik. Deyarli har bir mavzu kompyuter texnologiyasiga bog‘langan holda bayon etildi. Talabani hozirgi zamon usullari bilan tanishtirish maqsadida optimallashtirish va ishonchlilik nazariyasiga oid alohida bob ajratildi.

Kitobning 3 va 14 boblari, kompyuter texnologiyasiga doir paragraflar prof. To‘ychiev N.J., qolgan boblari prof. Hobilov B.A. tomonidan yozilgan.

Kitob qo‘lyozmasini ko‘rib chiqib, o‘zining qimmatli maslahatlarini bergan taqrizchilar akademik V.Q.Qobulov, professor, F.Badalov, dotsent Nazarova M.Q. mas‘ul muharrir, dotsent, P.Hamrayevga mualliflar o‘zlarining samimiy minnatdorchiliklarini bildiradilar.

Materiallar qarshiligi inshoot va mashinalarni hisoblash nazariyasining asosidir.

Prof. M. O'rozboev.

I BOB. KIRISH

1.1. Materiallar qarshiligi fani vazifalari

Materiallar qarshiligi fanining mohiyati nimadan iborat, degan keng qamrovli savolga javob berishdan ilgari, materiallar qarshiligi deganda o'zi nima tushuniladi, degan oddiy savolga javob berib o'tsak.

Material – mashina va inshootlarning turli qismlarini va elementlarini ishlashda qo'llaniladigan po'lat, cho'yan, alumin, plastmassa, tosh, yog'och, beton kabi ashyodir.

Agar materialga tashqi kuch ta'sir ettirilsa, u ma'lum darajada tashqi kuchlarga qarshilik ko'rsatadi. Po'lat yoki yog'och chizg'ichni ikki uchidan ushlab asta eging, so'ng asta bo'shating. Kuch qo'ysangiz, chizg'ich egiladi, kuchni olsangiz, chizg'ich dastlabki holatiga qaytadi. Chizg'ichni ega boshlashingiz bilan qo'lingizga allaqanday kuch qarshilik qilayotganini his etasiz. Xuddi o'sha kuch materialning ichki kuch deb atalmish, qarshilik kuchidir.

Fizikadan ma'lumki, qattiq jismlar (materiallar) atom va molekula deb atalgan, mayda zarrachalardan tashkil topadi. Bu zarrachalar o'zaro ta'sir kuchlari tufayli sochilib ketmay, yaxlit holatda turadi. Boshlang'ich ichki kuchlar deb ataluvchi bunday kuchlar qattiq jismga tashqi kuch qo'yilmaganda ham mavjud bo'laveradi. Ammo qattiq jismga tashqi kuch qo'yilsa, qo'shimcha ichki kuchlar paydo bo'ladi. Materiallarning qarshilik ko'rsatish qobiliyati ana shu qo'shimcha ichki kuchlarga bog'liq. Mashina va inshoot qismlarining mustahkamligi masalasi asosan, tashqi va ichki kuchlar orasidagi munosabatlarga bog'liq bo'lganligi sababli kursimiz davomida bu mavzuga hali ko'p marta qaytamiz.

Yuqorida chizg'ich misolida **egilish** deformatsiyasini ko'rib o'tdik. Qattiq jismlar tashqi kuchlarning qo'yilishiga qarab **cho'zilishi**, **siqilishi**, **buraliishi** va **siljishi** mumkin. Deformatsiya qanday bo'lishidan qat'iy nazar materialda bunga qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar paydo bo'laveradi. Bunday kuchlarni ba'zan **elastik kuchlar** deb ham yuritiladi.

Agar materialga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning miqdori ortsa, bunga mos ravishda ichki kuchlarning ham miqdori ortadi. Ammo detal yoki elementlarning geometrik o'lchamlari va materialning xiliga qarab ichki kuchlar miqdorining ortib borishi ma'lum chegaraga ega. Tashqi kuchlar qiymati materialning yuk ko'tarish qobiliyati chegarasiga yetganda material yemiriladi (sinadi). Tashqi kuchlar bilan ichki kuchlar muvozanati buziladi. Sodda qilib aytganda, material ko'targancha ko'taradi, ortiqchasini ko'tara olmaydi.

Ana shulardan kelib chiqib, materiallar qarshiligi fanining maqsad va vazifalariga o'tsak bo'ladi. Materiallar qarshiligi fani inshoot va mashina qismlariga ta'sir etuvchi turli tashqi kuchlar bilan konstruksiya detallarining geometrik o'lchamlari hamda ichki elastik kuchlar va deformatsiyalar orasidagi matematik bog'lanishlarni aniqlaydi. Ana shunday tenglamalar yordamida loyihalanayotgan konstruksiya detallarining kerakli o'lchamlari belgilanadi. Shu yo'l bilan konstruksiya va uning detallarining **mustahkamligi** masalasi hal etiladi.

Mamlakatlarning siyosiy tuzumi qanday bo'lishidan qat'iy nazar, mashina va inshootlarning iqtisodiy jihatdan tejamkor bo'lishiga hamma vaqt birinchi darajali ahamiyat berib kelingan. Loyihalanayotgan mashina yoki inshootning **arzon** va ayni bir paytda **mustahkam** bo'lishi talab etilgan. Biroq bu o'zaro qarama-qarshi tushunchalar bo'lib, arzonlashtirish mustahkamlikning pasayishiga, mustahkamlikni oshirish esa obyektning qimmatlashuviga olib keladi. Muhandisning vazifasi har ikkalasini «kelishtirib», optimal yechimini topishdan iborat.

Materiallar qarshiligi fizika va matematikadan tashqari nazariy mexanika fani bilan ham bog'liq bo'lgan fandir. Bu fan ko'pgina masalalarni hal etishda nazariy mexanikaning qonun va teoremlariga asoslanadi. Tabiiyki, mustahkamlik masalalarini yechishda materiallar qarshiligining o'ziga xos uslubiyat va tushunchalari bor. **Deformatsiya** va **kuchlanish** ana shu tushunchalarning eng asosiylaridandir. Nazariy mexanika qattiq jismlarni deformatsiyalanmaydigan mutlaq qattiq deb qaraydi. Aslida tajribalarning ko'rsatishicha, qattiq jismlar tashqi kuchlar ta'sirida deformatsiyalanadi, ya'ni o'z shaklini o'zgartiradi. Materiallar qarshiligida qattiq jismning ana shu xossasi hisobga olinadi.

Materiallar qarshiligida hisobni soddalashtirish maqsadida ayrim gipoteza va cheklanishlar qabul qilinadi. Chunonchi, jism materiali har bir nuqtada **uzluksiz** va **bir jinsli**, har qaysi yo'nalishda **izotrop**, ya'ni har bir yo'nalishda bir xil xossaga ega deb qaraladi. Material qanchalik bir jinsli va izotrop bo'lsa,

hisob natijalari shunchalik aniq bo'ladi. Masalan, po'lat deyarli bir jinsli va izotrop material. Beton esa turli jinslardan (qum, shag'al, sement, suv) tashkil topgan material. Buning ustiga u anizotrop, ya'ni turli yo'nalishda turlicha xossaga ega. Aniqroq qilib aytsak, beton siqilish yo'nalishi bo'yicha cho'zilishga nisbatan taxminan 10 baravar ko'p yuk qabul qila oladi. Po'lat esa siqilishga ham, cho'zilishga ham birday ishlaydi.

Materiallar qarshiligida ilmiy tadqiqotlar nazariy va tajribaviy yo'nalishlarda olib boriladi. Yuzaga kelgan ilmiy-nazariy taxminlar va xulosalar tajriba yo'li bilan sinab ko'riladi. Ularning to'g'riligi tajribada tasdiqlansa, hayotga yo'llanma oladi. Materiallarning fizik-mexanik xossalari esa faqat tajriba yo'li bilan aniqlanadi. Nazariy yo'l bilan yechish qiyin bo'lgan murakkab jumboqlarni hal etishda ham tajriba yo'nalishiga murojaat etiladi. Yuqorida materiallar qarshiligi fani inshoot va mashina qismlarining *mustahkamligi* haqidagi fan ekanligini bayon etgan edik. Mazkur fan bundan tashqari mashina va inshoot qismlarining *bikrligi* va *ustuvorligi* masalalari bilan ham shug'ullanadi. Endi bu tushunchalarning har qaysisiga ta'rif beramiz.

Elementning *mustahkamligi* (ĩĩĩ-ĩĩĩĩĩ) deganda, uning yuk ko'tarish qobiliyati tushuniladi. Yetarli mustahkamlikka ega bo'lgan element o'ziga qo'yilgan yukni butun foydalanish jarayonida beshikast ko'tarib tura oladi.

Bikrlík (æāñōēĩĩĩ) deformatsiyaga moyillik tushunchasining teskari-sidir (ustoz O'rozboev M. T. ta'rifi). Boshqacha aytganda, bikrlík – jismning deformatsiyaga qarshilik ko'rsatish xususiyatidir. Bikrligi katta bo'lgan element kam, bikrligi kichik bo'lgan element ko'p deformatsiyalanadi. Texnikaning talabi shundayki, konstruksiya elementlari keragidan ortiqcha deformatsiya olmasligi kerak. Māsalan, siz o'tirgan o'quv xonasining poli lopillab tebranib tursa o'zingizni qanday his qilasiz? Polning bikrligi me'yorida bo'lsa, u lopillamaydi; siz xotirjam o'tirib darsingizni tinglayverasiz.

Ustuvorlik (ōñōē-ēāĩĩĩ) deganda, bo'ylama kuchlar ta'sirida element o'zining dastlabki muvozanat shaklini saqlab tura olish-olmasligi tushuniladi. Siqiluvchan elementga ta'sir etayotgan bo'ylama kuch, ya'ni elementning o'qi bo'ylab ta'sir etayotgan kuch orta borib, ma'lum bir qiymatga erishganda element birdaniga egiladi, dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanati buziladi. Bu hol fanda *ustuvorlikning buzilishi* deb ataladi.

Shunday qilib, fanning to'liq ta'rifini quyidagicha bayon etsak bo'ladi: *materiallar qarshiligi inshoot va mashina qismlarini mustahkamlikka, bikrlíkka va ustuvorlikka hisoblash usullarini o'rgatadigan fandır.*

1.2. Materiallar qarshiligi fanining rivojlanish yo'llari

Materiallar qarshiligi fani rivojlanish jarayonining dastlabki bosqichlarida mustaqil fan bo'lmay, umumiy mexikaning tarkibiy qismlaridan biri bo'lgan. Binobarin, umumiy mexikaning ibtidoiy davrlardan boshlab hozirgi davrgacha bo'lgan tarixi materiallar qarshiligiga ham bevosita aloqadordir.

10–12 ming yil davom etgan neolit (yangi tosh asri) davrining oxiriga kelib Nil, Tigr va Yefrat daryolari sohillarida dastlabki shaharlar paydo bo'la boshlaydi. Eramizdan avvalgi V–III asrlarda dastlabki mashina-suv tegirmoni ixtiro qilinadi. Eramizdan avvalgi VI asr boshlariga kelib, qadimgi ajdodlarimiz hozirgi zamon atamasi bilan aytganda gidravlika, qurilish mexanikasi, statika, dinamika va koinot mexanikasiga oid boshlang'ich elementar bilimlardan xabardor bo'lganlar. Masalan, kanallar o'tkazish, ekinlarni sug'orish, suvni tepaliklarga olib chiqish kabi ishlarni bajarganlar. Hozirgi Pokiston hududida joylashgan Mohenjo-Daro shahrida eramizdan avvalgi III asrda suv quvurlari (vodoprovod) va yomg'ir suvlarini chetga chiqaradigan kanalizatsiya tarmog'i bo'lgan. Vodoprovod tarmog'i bundan 2500 yil muqaddam Respublikamiz hududida joylashgan Afrosiyob (qadimgi Samarqand) ahlini zilol suv bilan ta'minlab turgan. Qadimgi O'rta Osiyoda suv ko'tarish uchun shoduv-chig'irdan (quduqdan suv chiqaradigan qurilma) foydalanilgan. O'sha vaqtlarda qal'alar, masjidlar va maqbaralar, turar joy binolarining bunyod etilishi qurilish mexanikasiga oid bilimlarni chuqur bilishni, qo'llanilayotgan konstruksiya va materialga tanqidiy munosabat bildirish, ular ichidan eng maqbullarini tanlay bilishni taqozo etardi. Ko'p asrlik tajriba asosida tosh, xom g'isht va pishiq g'isht mustahkamliklari orasidagi tafovut to'la o'rganildi. Baland binolarning maqbul shakllari topildi.

Mexikaning nazariy asoslari dastlab qadimgi Yunoniston va Misrda paydo bo'lgan. Mexanikaga doir ilk yozma asar Yunonistonning mashhur faylasufi, eramizdan 384–322 yillar muqaddam yashab ijod etgan buyuk olim Aristotel (Arastu) ning qalamiga mansub. «Mexanika» so'zini ilmiy atama sifatida fanga birinchi bor olib kirgan olim ham ana shu buyuk insondir. Mexikaning xilma-xil masala va muammolarini hal etishda qadimgi zamon olimlari Arximed, Geron, Platon, Apolloniy, Gipparx, Ptolemey, Nikomed, Arxit va boshqalarning xizmatlari benihoya kattadir.

Sharq mamlakatlarida mexanika fani IX–XII asrlarda taraqqiy eta boshladi. Bu davrga kelib Sharqning mashhur olimlari aka-uka Banu Musolar, Sobit ibn Qurra, Ahmad Farg'oniy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Abdulla al-Xorazmiy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyom, al-Haziniy, al-Forobiy, Ismoil

al-Jazariy, Muhammad al-Xurosoniy singari ulkan siymolar tabiiy fanlar, xususan, mexanika sohasida barakali ijod etdilar. Dastlabki kezlarda ular ilm-fan, davr va ijtimoiy hayot taqozosi bilan Aristotel, Geron, Arximed, Filopon va boshqalarning asarlarini tarjima qilish va ularni sharhlash bilan shug'ullanganlar. Sharhlar ko'pincha mustaqil asarlar darajasiga ko'tarilgan. Vatandoshimiz Abu Ali ibn Sino antik olim Filoponning mexanika sohasidagi g'oyalarini davom ettirib, *harakatdagi jismga ta'sir ettirilgan kuch yo'qolmaydi: agarda jism harakati qarshilikka uchramasa, u abadiy davom etadi*, degan g'oyani ilgari suradi. Ibn Sino o'zining «Donishnoma» asarida yuklarni ko'taradigan va qo'zg'atadigan uskunalar haqida fikr yuritadi. Al-Xorazmiy «Fanlar kaliti» nomli kitobida mexanika bilimlariga alohida bob ajratdi.

VII–VIII asrlardan boshlab islom dini keng yoyilgan mamlakatlarda masjid, madrasa, maqbara singari mahobatli binolar qurilishi avj oladi. Sharq mamlakatlari, jumladan, O'rta Osiyoda bunyod etilgan qadimiy me'morchilik yodgorliklarida gumbaz, minora, aylanma zina, peshtoq, ravoq, muqarnas kabi murakkab qurilmalar qo'llanilgan. Tabiiyki, bunday binolarni qurish uchun muhandis, me'mor va ustalardan katta bilim va mahorat talab etilgan. Qadimiy binolarning shakl va o'lchamlari asrlar mobaynida takomillashib bordi. Buxoroda minorayi Kalon nomi bilan ataluvchi dunyoga dong'l ketgan ulkan minora bor. Minora asosining diametri 9 m, balandligi 50 m, kursisi (sokoli) qirrador bo'lib, minoraning diametri yuqoriga qarab ingichkalashib boradi. Minora 1127-yilda muhandis va me'mor Baqo tomonidan bunyod etilgan. Minora shaklining materiallar qarshiligi nuqtayi-nazari-dan maqbul tomoni shundan iboratki, uning ham vertikal, ham gorizontal kuchlar (zilzila va shamol) ta'siriga bardoshliligi yuqori darajadadir. Bundan tashqari uning shakli siqilishga teng qarshilik ko'rsatuvchi jism shakliga yaqin keladi. Xulosa qilib aytganda, qadimiy me'morchilik obidalarini asrlar osha bizning davrimizgacha yetib kelishi bobokalon me'morlar va usta binokorlarning amaliy qurilish mexanikasidan chuqur habardor ekanliklaridan dalolat beradi.

Sharq olimlarining dunyo fani oldidagi buyuk xizmatlari yana shundan iboratki, ular qadimgi yunon olimlarining ilmiy merosini saqlash va uni ijodiy o'rganish bilan bir qatorda uni o'z asarlari bilan yanada boyitganlar. Ana shu boy meros keyinchalik turli yo'llar bilan G'arbiy Yevropaga kirib bordi.

Mexanikaning endigi rivoji Uyg'onish davrida Yevropaga ko'chdi. Bu davr mexanikasi buyuk olimlar Leonardo da Vinchi, Stevin, Kopernik, Kepler, Galiley va N'yutonlarning olamshumul asarlari va ixtirolari bilan boyidi,

materiallar qarshiligi va qurilish mexanikasiga doir birinchi kitob o'sha davrda yaratildi. Kitobning nomi «Ikki yangi fan haqida suhbatlar va matematik isbotlar» deb atalib, muallifi florensiyalik olim Galileo Galilei edi (1564–1642). 1678-yilda yirik ingliz olimi Robert Guk (1635–1703) o'zining mashhur qonunini kashf etdi, ya'ni cho'zilish qanaqa bo'lsa, kuch ham shunaqa bo'ladi, deb ta'riflaydi muallif. Hozirgi iboralar bilan aytganda, deformatsiya kuchga to'g'ri proporsionaldir. Hozirgi zamon materiallar qarshiligining deyarli barcha nazariya va usullari ana shu oddiy qonunga asoslanadi.

XVIII asrda sanoatning keng rivojlanishi ilm-fan oldiga yangi-yangi vazifalar qo'ydi. XIX asrda temir yo'llarning paydo bo'lishi, ko'priklar va yirik sanoat binolarining qad ko'tarishi materiallar qarshiligining yanada rivojlanishiga turtki bo'ldi. Bu va bundan keyingi davrlarda materiallar qarshiligining rivojlanishiga chet ellik olimlardan Dalamber, Lagranj, Kulon, Lame, Sen-Venan, Eyler, Maksvell, Mor, Myuller-Breslau va boshqalar, rus olimlaridan D. I. Juravskiy, F. S. Yasinskiy, N. A. Beleyubskiy, V. G. Shuxov, V. L. Kirpichev, L. R. Proskuryakov, A. N. Krilov, I. G. Bubnov, B. G. Galyorkin, keyinchalik I. M. Rabinovich, V. Z. Vlasov, K. S. Zavriev, A. F. Smirnov, N. I. Bezuxov, V. V. Bolotin, A. V. Darkov va boshqalar katta hissa qo'shdilar. Materiallar qarshiligi og'ir yukini ko'tarishda o'zbek olimlari ham chetda turmadilar: ular dunyo olimlari bilan yonma-yon turib fanning og'ir mashaqqatlarini yengishda hamkor bo'ldilar.

Nazariy mexanika va materiallar qarshiligi kurslaridan o'zbek tilida birinchi darslik yaratgan olim akademik M. T. O'rozboev o'zbek mexaniklarining otasi hisoblanadi. Ustozning safdoshi akademik X. A. Raxmatullin umrining oxirigacha Moskva Davlat Universitetida talabalarga saboq berdi. O'zbekistonda kibernetikaning taraqqiyoti akademik V.K. Qobulovning nomi bilan chambarchas bog'liqdir. Zilzilalar tez-tez sodir bo'lib turadigan bizning respublikamizda zilzilabardosh konstruksiyalar ustida olib borilayotgan ishlarning ahamiyati naqadar katta ekanligi sir emas. Bu sohaning o'tkir bilimdoni akademik T. R. Rashidovning yer osti inshootlari seysmik mustahkamligi nazariyasiga qo'shgan hissasi behaddir. O'zbekiston Fanlar akademiyasining akademigi T. Sh. Shirqulovning zamin va poydevorlar sohasida olib borgan ilmiy tadqiqotlari sobiq ittifoq miqyosida tan olingan va ularga yuksak baho berilgan edi.

Mexanika fanining rivojlanishida respublikamiz olimlarining qo'shgan hissalariga haqida 1-ilovada qisqacha ma'lumot berilgan.

Mexanika fanining rivoji boshqa texnik fanlarning taraqqiyotiga asos bo'ldi va xalq xo'jaligidagi masalalarni yechishga sharoit yaratdi.

Hozirgi davrda yirik o'lchamlarga ega bo'lgan murakkab qurilish konstruksiyalarining yangi-yangi turlari ko'payib bormokda. Bular orasida yengil vaznli fazoviy konstruksiyalar salmoqli o'rin tutadi. Murakkab konstruksiyalarning hisobi ham murakkab bo'ladi.

Oddiy konstruksiyalar hisobini qo'lda bajarish mumkin bo'lsa, murakkab konstruksiyalarning hisobini elektron hisoblash mashinalarisiz (EHM) tasavvur etib bo'lmaydi. Shu boisdan, endilikda materiallar qarshiligida kompyuterlardan foydalanish imkonini beradigan analitik usullarning roli ortib bormoqda.

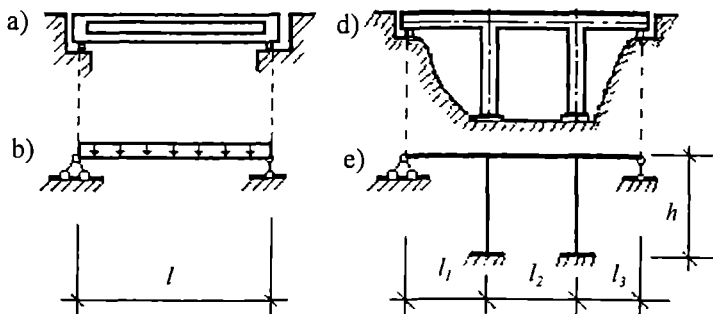
Hisoblash texnikasidan keng foydalanish imkonini beradigan usullardan biri matritsa usulidir. Matritsa hisobining tili sonli hisoblash mashinalariga juda qo'l keladi. Matritsa usulining afzalliklaridan biri shundan iboratki, bunda bir xil matritsa amalidan foydalanib, turli xil tizimlarni hisoblasa bo'ladi.

Istiqbolli usullardan yana biri chekli elementlar usulidir (ChEU). Bu usulga ko'ra yaxlit jism alohida chekli elementlarga bo'lib chiqiladi; bu elementlarning o'zaro bog'lanishi alohida nuqtalardagi zo'riqishlarning o'zaro ta'siri orqali burchaklarga, fazoviy masalalarda esa – parallelepiped yoki tetraedrlarga taqsimlab chiqiladi.

1.3. Inshootlar va ularning hisoblash sxemalari. Tayanchlar

Muhandislik inshootlari odatda, sterjen, balka, plastina, qobiq va hajmiy jismlar singari turli konstruktiv elementlarni tegishli ravishda o'zaro biriktirish yo'li bilan hosil qilinadi. Demak, yaxlit inshoot alohida elementlardan tashkil topgan murakkab sistema hisoblanadi.

Inshootlarni hisoblaganda, ayrim elementlarning o'lcham va shakllarini, ular orasidagi bog'lanishni aniq hisobga olish nazariy jihatdan yo'q, yo o'ta murakkab ishdir. Shuning uchun materiallar qarshiligida boshqa fanlardagi singari ilmiy abstraksiya usulidan foydalanib, mavjud inshoot hisoblash tarhi (sxemasi) bilan almashtiriladi.



1.1-rasm

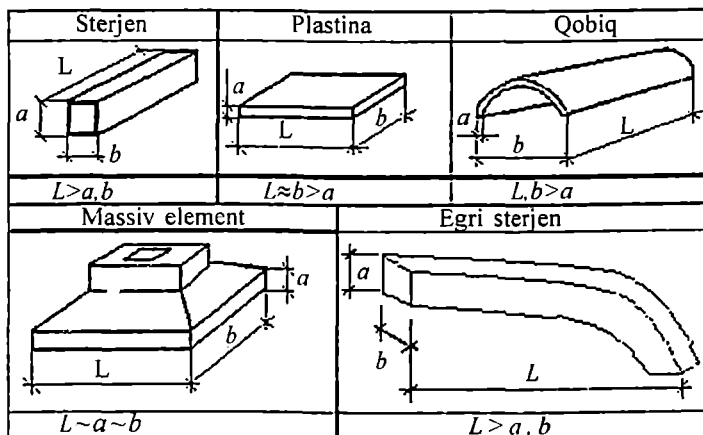
Hisoblash sxemasi – inshootning soddalashtirilgan tasviri bo‘lib, unda yuk ta’siridagi inshootning asosiy ko‘rsatkichlari mujassamlashgan bo‘ladi. Hisoblash sxemalarida sterjenlar – o‘qlar bilan, plastinalar – o‘rta sirtlar bilan, ko‘ndalang kesimlar – yuza va inersiya momentlarining son qiymatlari bilan, real tayanchlar ideal tayanchlar bilan almashtiriladi; yuklar o‘qlarga qo‘yilgan deb faraz etiladi va h.k. Inshootlar hisobi ana shunday hisoblash sxemalari orqali amalga oshiriladi.

1.1-rasmda bir oraliqli ko‘prik (a) hamda balka deb ataluvchi uning hisoblash sxemasi (b) tasvirlangan. 1.1-rasm, d-da uch oraliqli ko‘prik hamda rama deb ataluvchi uning hisoblash sxemasi (e) berilgan. Yo‘l qoplamasining vazni hamda ko‘prikning xususiy og‘irligi balkaga tekis yoyiq kuch sifatida ta’sir etadi. Balkada tashqi kuchlar va harorat ta’sirida bo‘ylama kuchlar hosil bo‘lmasligi uchun uning tayanchlaridan biri qo‘zg‘aluvchan; ikkinchisi qo‘zg‘almas qilib ishlanadi.

Inshootning hisoblash sxemasini tanlash murakkab, ayni paytda, muhim masalalardan biridir. Hisobning sifati, ya’ni uning aniqligi ko‘p jihatdan, hisoblash sxemasining qanday tanlanishiga bog‘liq.

Agar hisob noto‘g‘ri tanlangan hisoblash sxemasi bo‘yicha bajarilgan bo‘lsa, u o‘ta aniq usullar bilan hisoblangan taqdirda ham to‘g‘ri natija bermaydi.

Ma’lumki, sterjen va plastinalar inshootning asosiy elementlari hisoblanadi. Ko‘ndalang kesim o‘lchamlari uzunlikka nisbatan ancha kichik bo‘lgan element *sterjen* deb ataladi.

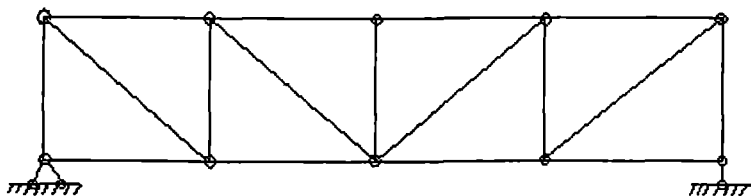


1.2-rasm.

Prizmatik yoni silindrik jismning bir o'lchami (qalinligi) qolgan o'lchamlaridan ancha kichik bo'lsa, ularni yupqa plita yoni plastina deb ataladi.

Agarda bu jism egri sirtlar bilan chegaralangan bo'lsa, uni qobiq (оболочка) deb ataladi.

Bulardan tashqari hisoblash sxemalari ichida hajmiy jismlar deb ataluvchi katta massaga ega bo'lgan massiv **elementlar** ham uchraydi. Bunday elementlarning o'lchamlari bir-biridan katta farq qilmaydi. Bunga poydevor bloklari, tirgak devorlar misol bo'la oladi (1.2-rasm).



1.3-rasm

Alohida elementlarning joylashuvi tartibiga qarab inshootlar yassi va fazoviy sistemalariga bo'linadi. Barcha sterjenlar bir tekislikda joylashgan bo'lsa, bunday inshoot **yassi sistema** deb ataladi (1.3-rasm). Aks holda sistema **fazoviy** bo'ladi. Yassi inshootlar mustaqil ko'rinishda kamdan-kam uchraydi. Ko'pincha ular hisobni soddalashtirish maqsadida fazoviy sistemalardan ajratib olinadi. Yassi sistemani fazoviy sistemadan ajratib olinishi hisob aniqligini pasaytiradi. Biroq muhandislik amaliyotida ba'zan shunday qilishga to'g'ri keladi.

Tayanchlar. Inshootning poydevor yoki zamin bilan birikkan qismi **tayanch** deb ataladi. Tayanchlar uch xil bo'ladi: sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch, sharnirli qo'zg'almas tayanch, sharnirsiz qo'zg'almas tayanch.

1.4-rasmda sharnirli qo'zg'aluvchi tayanchning konstruksiyasi (a) va uning sodda tasviri (b) berilgan; bunda sterjen sharnir (c) atrofida aylana oladi, gorizontaal yo'nalishda qo'zg'ala oladi; birgina vertikal reaksiya vujudga keladi.

1.5-rasmda sharnirli qo'zg'almas tayanchning konstruksiyasi (a) va sodda tasviri (b) berilgan; bu yerda sterjen sharnir (c) atrofida aylana oladi, biroq gorizontaal yo'nalishda qo'zg'almasdir. Bunday tayanchda ham gorizontaal, ham vertikal reaksiyalar vujudga keladi.

1.6.2. Materiallar qarshiligi masalalarida uchraydigan matritsa va vektorlar

Materiallar qarshiligi fanida matritsalar statik aniq va noaniq balka, ferma, arka, rama va boshqa konstruksiyalarni hisoblashda keng qo'llaniladi.

Matritsalar eng murakkab hisoblarni EHM ga programmashtirishda o'zining ixcham va yaxlitligi hamda universalligi bilan ajralib turadi. EHM va hisoblash matematikasi rivojlangan sari matritsalar qurilish mexanikasi-ning barcha bo'limlariga jadal sur'atda kirib bormoqda.

Masalan, Maksvel teoremasiga asosan materiallar qarshiligi va qurilish mexanikasi masalalarida uchraydigan matritsalarining elementlari $a_{ij} = a_{ji}$ xususiyatga ega bo'ladi. Bunday matritsa diagonal materiallar qarshiligida kvadrat ko'rinishiga ega bo'lib, diagonalga nisbatan simmetrik bo'ladi.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix} \quad a_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

lentasimon

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & & \\ & & & a_{m-1,m-2} & a_{m-1,m-1} & a_{m-1,m} \\ & & & a_{mm} & a_{m,m-1} & \end{bmatrix}$$

birlik va nollik

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ & & \dots \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad a_{ij} = 0 \quad i = j = \overline{1, m}$$

matritsalaridan keng foydalaniladi.

Undan tashqari yuqori yoki pastki uchburchak matritsalaridan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1n} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{2n} \\ & & a_{33} & a_{3n} \\ & & & a_{nn} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \\ & a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

ham foydalaniladi.

Yuqori tartibli statik noaniq masalalarni umuman katta tartibli tenglamalarni EHM da yechishni osonlashtirish uchun bloksimon va kvazi matritsalar qo'llaniladi.

Bloksimon matritsa hosil qilish uchun matritsa A dan gorizonta va vertikal chiziqlar o'tkazib bir necha bloklarga bo'linadi:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \quad A_{12} = \begin{bmatrix} a_{14} \\ a_{24} \end{bmatrix} \quad A_{13} = \begin{bmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{25} & a_{26} \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{bmatrix} \quad A_{22} = \begin{bmatrix} a_{34} \\ a_{44} \\ a_{54} \\ a_{64} \end{bmatrix} \quad A_{23} = \begin{bmatrix} a_{35} & a_{36} \\ a_{45} & a_{46} \\ a_{55} & a_{56} \\ a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

U holda matritsa A ning elementlarini matritsa ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

Bunday matritsa bloksimon matritsa deb qabul qilingan. Agar bloksimon matritsaning simmetrik elementlari nol bo'lsa, bunday matritsalar kvazidiagonal:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{12} & & \\ & & A_{13} & \\ & & & A_{RR} \end{bmatrix}$$

ba'zilar nol bo'lsa,

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & & & \\ A_{21} & A_{22} & & & \\ & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \\ & & & & A_{R,R-1} & A_{RR} \end{bmatrix}$$

kvazilentsimon matritsa deb yuritiladi.

Kuch yoki ko'chishlar usulining kanonik tenglamalari tizimini matritsa ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$Ax + B = 0 \text{ yoki } Kz + P = 0$$

bu yerda A, K – tenglamalardagi koeffitsientlar matritsasi;

x, z – noma'lum kuch va ko'chishlar matritsasi;

B, P – ozod hadlar matritsalar.

Shu ko'rinishga ega bo'lgan tenglamalarni EHM da matritsalar yordamida hisoblash keng imkoniyatlarga ega. Bu imkoniyatlar quyidagilardan iborat:

- yuqori tartibli statik noaniq masalalarni yechish;
- inshootga bir necha xil tashqi kuchlar ta'sir etsa, tenglamalarni teskari matritsalar orqali bir marta yechish;
- hisob ishlarini soddalashtirish hamda natijasini haqiqatga yaqinlashtirish kabi imkoniyatlarga ega.

Buning uchun, ya'ni noma'lum vektorlarni

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ yoki } z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

topish uchun, quyidagi matritsa amallari bajariladi:

$$x = -A^{-1}B \text{ yoki } z = -K^{-1}P$$

A^{-1} , K^{-1} ko'rinishiga ega bo'lgan teskari matritsadan foydalaniladi.

Teskari matritsalarini topish yoki matematik ibora bilan aytganda, matritsalarini almashtirish – chiziqli algebraning eng muhim masalalaridan biri hisoblanadi.

1.6.3. Matritsalar ustidagi amallar

A va B matritsalarini qo'shish yoki ayirish amallarini faqat ularning tartiblari bir xil, ya'ni qator va ustunlari soni teng bo'lgandagina bajarish mumkin:

$$C=A \pm B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2n} \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{2n} \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{nn} \end{bmatrix}$$

bu yerda
$$C_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}$$

Matritsa ustidagi qo'shish va ayirish amallari quyidagi algebrik bog'lanishlarga ega:

$$A + B = B + A ; (A + B) + C = A + (B + C) ; A + 0 = A$$

A (m p) matritsasini B (p n) matritsasiga ko'paytirish uchun A matritsaning ustunlar soni B matritsaning qatorlar soniga teng bo'lishi shart. Bularning ko'paytmasidan hosil bo'lgan $C = AB$ matritsa elementlari quyidagi ko'paytmalar yig'indisiga tengdir:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj}$$

Yana shunga e'tibor berish kerakki, A va B matritsalar o'zaro mos bo'lgandagina ko'paytirish mumkin.

Masalan:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ va } B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \quad C=AB = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix}$$

bu yerda

etuvchi N , Q_x , Q_y ga, bosh moment M ni esa uchta alohida momentlarga (M_x , M_y , M_z) ajratamiz. Ajratilgan komponentlar, ya'ni ichki kuchlarning har qaysisi o'z nomiga ega: – kesimga tik yo'nalgan kuch N – **bo'ylama kuch**, – kesim bo'ylab yo'nalgan kuchlar Q_x va Q_y – **ko'ndalang kuchlar**, M_x va M_y , – **eguvchi momentlar** deb atash qabul qilingan, M_z esa **burovchi moment** deb ataladi. Bu sanab o'tilgan kuch faktorlari nazariy mexanikaning oltita muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi:

$$\begin{aligned}\sum X &= 0; & \sum m_x &= 0; \\ \sum Y &= 0; & \sum m_y &= 0; \\ \sum Z &= 0; & \sum m_z &= 0.\end{aligned}$$

Dastlabki uchta tenglamadan N , Q_x , Q_y kuchlar, keyingi uchtasidan esa eguvchi va burovchi momentlar topiladi. Shunday qilib, kesish usuli har qanday jismning istalgan kesimidagi ichki kuchlar qiymatini aniqlash imkonini beradi. Keyingi boblarda bu xususda batafsilroq to'xtalib o'tamiz.

Kuchlanishlar

Sterjen kesimidagi ΔA yuzachaga ham ichki kuchlar ta'sir etadi. Yuza-chaga ta'sir etayotgan ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi ΔR bo'lsin. (1.8, a-rasm). ΔR ni kichik yuzacha ΔA ga nisbati shu yuzachadagi **o'rtacha kuchlanishni** beradi:

$$P_p = \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Yuzachani nolga qadar kichraytirib borib, limitga o'tsak, yuzacha markazi nuqtasidagi kuchlanishning haqiqiy qiymatiga ega bo'lamiz:

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Teng ta'sir etuvchi ΔR ni kesimning bo'ylama o'qi va bu o'qqa perpendikular yo'nalishda ikki tashkil etuvchi ΔN va ΔQ ga ajratamiz. Shu yo'l bilan normal σ va urinma τ kuchlanishlarni aniqlash imkoniga ega bo'lamiz:

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad \tau = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A};$$

Normal va urinma kuchlanishlar ma'lum bo'lsa to'liq kuchlanishni topish qiyin emas:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

Normal kuchlanishlar jismining zarralarini kesimga tik yo'nalishda o'zaro yaqinlashtirishga yoki uzoqlashtirishga intiladi. Urinma kuchlanishlar kesim tekisligida yotgan ayrim zarrachalarni boshqalarga nisbatan siljitishga harakat qiladi. Shuning uchun ham urinma kuchlanishlarni ba'zan *siljituvchi kuchlanishlar* deb ataladi.

1.6. Konstruksiyalarni hisoblashda matritsalar nazariyasi va amaliyoti

Materiallar qarshiligi fanini hozirgi zamonda kompyuterlarsiz ko'z oldiga keltirib bo'lmaydi, chunki aksariyat hisoblar avtomatlashtirilgan. Faqat sodda konstruksiyalarni kompyutersiz hisoblash bo'ladi, amaliyotda esa asosan murakkab konstruksiyalar qo'llaniladi. Kompyuterda hisoblash zamon talabi bo'lib katta samara beruvchi texnologiyadir. Shuning uchun hozirgi yoshlar, mutaxassislar kompyuter texnologiyasidan keng foydalanishni bilishlari lozim. Buning uchun matritsa nazariyasi va amaliyotini bilish, uning asosida materiallar qarshiligi masalalarini kompyuterga o'tkazish malakasiga ega bo'lishlari zarur.

1.6.1 Matritsalar haqida tushuncha

Ustun va qatorlari soni m va n bo'lgan jadval ko'rinishidagi ifodalar tizimi $m \times n$ matritsa A deb ataladi.

O'lchami $m \times n$ bo'lgan matritsa A quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matritsalar har xil xususiy ko'rinishga ega bo'lib, turli nomlar bilan yuritiladi. Masalan, ustunlar soni $n = 1$ bo'lgan, ya'ni yakka ustundan tashkil topgan matritsa – n ustun $m \times 1$ matritsa deb ataladi.

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

Qatorlari soni $m = 1$ bo'lgan matritsa esa qator matritsa deb yuritiladi:

$$A_1 = [a_1 \ a_2 \dots a_n]$$

Ustun va qatorlar tartibi elementlari $m = n$ bo'lgan matritsalar m tartibli kvadrat matritsa deb yuritiladi. Kvadrat matritsa tartibiga teng bo'lgan aniqlovchi matritsa aniqlovchisi deb ataladi va quyidagicha belgilanadi:

$$[A] \longrightarrow D(A)$$

Agarda $D(A) = 0$ bo'lsa, A matritsani xususiy, boshqa hollarida noxususiy, ya'ni rasmiy matritsa deb yuritiladi. Oliy matematika kursida bayon etilgan tushunchaga binoan aniqlovchi determinant quyidagi formuladan topiladi:

$$D(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}^{(1)}a_{33}^{(2)}\dots a_{nn}^{(n-1)}$$

bu yerda

$$a_{ii}^{(i-1)} = a_{ii} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}^{(j-1)}}{a_{jj}^{(j-1)}} a_{ji}^{(j-1)}$$

$$a_{ij}^{(j-1)} = a_{ij} - \sum_{R=1}^{j-1} \frac{a_{iR}^{(R-1)}}{a_{RR}^{(R-1)}} a_{Rj}^{(R-1)}$$

$$a_{ji}^{(j-1)} = a_{ji} - \sum_{R=1}^{j-1} \frac{a_{jR}^{(R-1)}}{a_{RR}^{(R-1)}} a_{Ri}^{(R-1)}$$

Masalan, ikkinchi va uchinchi tartibli aniqlovchilar quyidagicha yoyiladi:

$$D(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$D(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{33}a_{12}a_{21}$$

Agar to'rtburchakli matritsa ($m \times n$) ning ba'zi qator hamda ustunlarini o'chirsak, har xil tartibli kvadrat matritsalar hosil bo'ladi.

Masalan, berilgan A matritsadan ($m = 3, n = 4$)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

to'rtta III – tartibli, o'n sakkizta II – tartibli va o'n ikkita I – tartibli matritsalar hosil qilish mumkin.

Matritsa elementlarining algebraik to'ldiruvchisideb, $D(A)$ aniqlovchidan a_{ij} elementli qator va ustunlarni o'chirib, topilgan $(-1)^{i+j}$ ishorali aniqlovchiga aytiladi.

Agar ikkita bir xil tartibli A va B matritsalarining bir xil joylashgan har bir elementi o'zaro teng bo'lsa, ya'ni

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2n} \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{mn} \end{bmatrix} = B$$

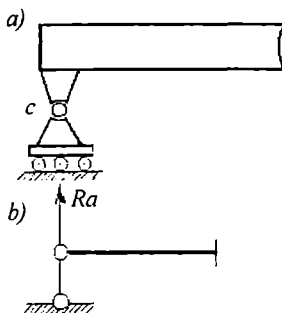
bu yerda $a_{ij} = b_{ij}$ ($i = \overline{1, m} \quad j = \overline{1, n}$) u holda bu matritsalarini teng matritsalar deyish mumkin.

Agar A matritsaning qatorlarini ustunga, ustunlarini esa qatorga aylantirib yozsak, u holda A matritsaga nisbatan A^{-1} – transponirlangan matritsa hosil bo'ladi, ya'ni

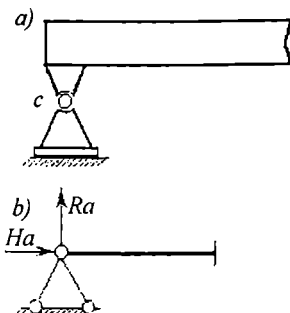
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{m2} \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Ustun matritsa A ning transponirlangan ko'rinishi qator matritsa bo'ladi:

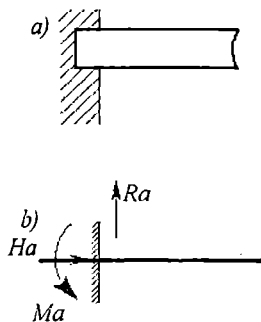
$$A^{-1} = [a_1 \dots a_m]$$



1.4-rasm



1.5-rasm



1.6-rasm

1.6-rasmda sharnirsiz qo'zg'almas tayanchning konstruksiyasi (a) va sodda tasviri (b) berilgan bo'lib, bunda sterjen uchi tayanchga birlashtirilgan; sterjen gorizontal va vertikal yo'nalishda qo'zg'alish yoki tayanch kesimi atrofida aylanish imkoniga ega emas. Bunday tayanchda uchta reaksiya (R_a , H_a , M_a) vujudga keladi.

1.4. Yuklar tasnifi

Inshootga ta'sir etadigan har qanday tashqi kuchlar **yuklar** (нагрузки) deb ataladi. Yuklar ta'sir etish xarakteri, ta'sir etish ko'rinishi, ta'sir etish usuli, ta'sir etish joyiga qarab turli xillarga bo'linadi (tasniflanadi).

1. Yuklar qo'yilish vaqtining davomiyligiga qarab **statik** va **dinamik** yuklarga bo'linadi. **Statik yuklar** inshoot yoki uning elementlariga shunchalik ohista qo'yiladiki, natijada elementlarda hosil bo'ladigan tezlanishlarning qiymati hisobga olmasa bo'ladigan darajada kichik bo'ladi. Boshqacha qilib aytganda, statik yuklar ta'sirida inshootda tebranish yo hosil bo'lmaydi, yoki hosil bo'lsa ham juda kichik bo'ladi.

Dinamik yuklar ta'sirida inshoot va uning elementlarida tezlanish uyg'onadi, bu esa o'z navbatida tebranishlarning vujudga kelishiga sababchi bo'ladi.

2. Ta'sir etish ko'rinishiga qarab yuklar **doimiy** va **muvaqqat** (vaqtincha) bo'lishi mumkin. Muvaqqat yuklarning o'zi o'z navbatida, uzoq muddatli, qisqa muddatli va maxsus yuklarga bo'linadi.

Doimiy yuk inshootning xizmat qilish muddati mobaynida o'z qiymati va yo'nalishini o'zgartirmagan holda muttasil ta'sir etib turadi. Bunga in-

shootning xususiy og'irligi, tuproq va suv bosimi kabilar misol bo'la oladi.

Uzoq muddatli muvaqqat yuklarga uzoq vaqt xizmat qiladigan turli ji-xozlar (masalan, kutubxonalardagi kitoblar), omonat pardevorlar va boshqalar kiradi. **Qisqa muddatli muvaqqat yuklar** toifasiga shamol, iqlimiy harorat ta'siri, shuningdek, qor, odamlar va mebellarning og'irligi kabilar kiradi. Zilzila va portlash ta'sirlari, gruntlarning notekis cho'kishi — **maxsus (очобъű) muvaqqat yuklarga** kiradi.

3. Ta'sir etish usuliga ko'ra yuklar birkarrali, takroriy-o'zgaruvchan va harakatlanuvchan xillarga bo'linadi. **Birkarrali yuklarga** inshootga noldan to oxirgi qiymatiga qadar bir varakayiga qo'yiladigan kuchlar sistemasi kira-di. **Takroriy o'zgaruvchi yuklar** inshootga ta'sir etayotgan kuchlar siste-masining bir tashkiliy qismidir-ki, bu qism sistemadagi boshqa kuchlarga bog'lanmagan holda o'zining miqdor va yo'nalishini o'zgartira oladi. Ma-salan, shamol inshootga boshqa kuchlardan mustasno ravishda istalgan yo'nalishda va qiymatda ta'sir eta oladi. Inshootga ta'sir etadigan har qan-day transport vositalari **harakatlanuvchi yuklarga** misol bo'la oladi.

4. Ta'sir etish joyiga ko'ra yuklar bir nuqtaga **to'plangan** (yig'iq), uzun-lik yoki yuza bo'ylab **yoyilgan** (yoyiq) hamda **hajmiy** yuklarga bo'linadi.

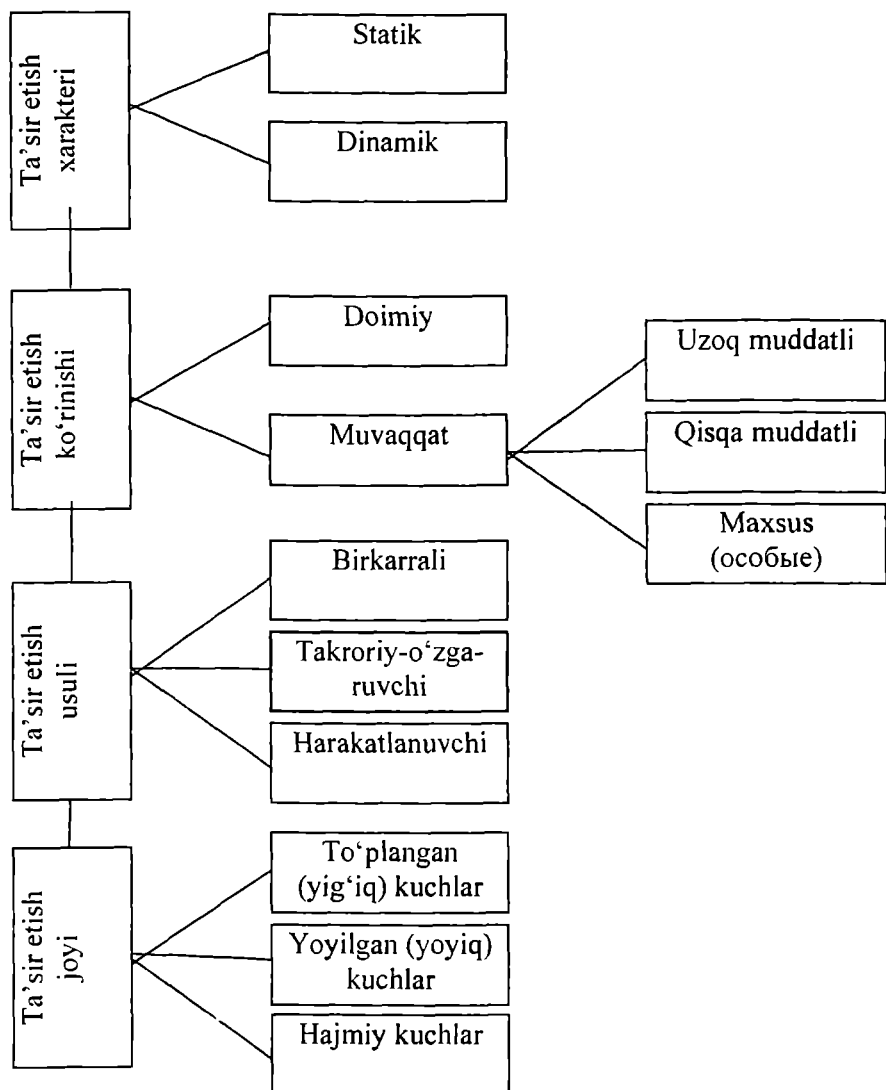
Ta'kidlab o'tish joizki, real hollarda yukni bir nuqtaga to'plab bo'lmaydi. Aslida yuk ma'lum yuzachaga ta'sir etadi. Agar yuzachaning o'lchamlari konstruksiya elementlarining o'lchamlariga nisbatan kichik bo'lsa, ma'lum xatoliklarga yo'l qo'ygan holda, yuk yuzachaning og'irlik markaziga qo'yilgan, deb qabul qilinadi.

Jism sirtiga ta'sir etuvchi yuklardan tashqari uning hajmi bo'ylab ta'sir etuvchi kuchlar ham bo'ladi. Jismning xususiy og'irligi, inersiya va mag-netizm kuchlari ana shular jumlasidandir. Hisob jarayonida ular ham jism hajmining ma'lum nuqtasiga to'planadi. Sanab o'tilgan yuklar turlari 1.7-rasmda sxematik tarzda tasvirlangan.

Ko'rib o'tilgan tashqi yuklardan tashqari inshootlarga ta'sir etadigan boshqa ta'sirlar ham mavjud. Masalan, harorat o'zgarganda element defor-matsiyalanadi, demak unda qo'shimcha ichki kuchlar paydo bo'ladi. Inshoot-lar uchun zilzila kuchlari ta'siri ham xatarlidir. Bino va inshootlarni bun-day kuchlar ta'siriga hisoblaydigan alohida usullar bor.

Ba'zi inshootlar yong'in (olov) ta'siriga ham hisoblanadi. Buning saba-bi shundaki, ba'zi konstruksiyalarning materiali yuqori harorat ta'sirida o'zining mexanik xususiyatini keskin o'zgartiradi va buning oqibatida bu-zilish sodir bo'lishi mumkin.

Yuklar turlari



1.7-rasm.

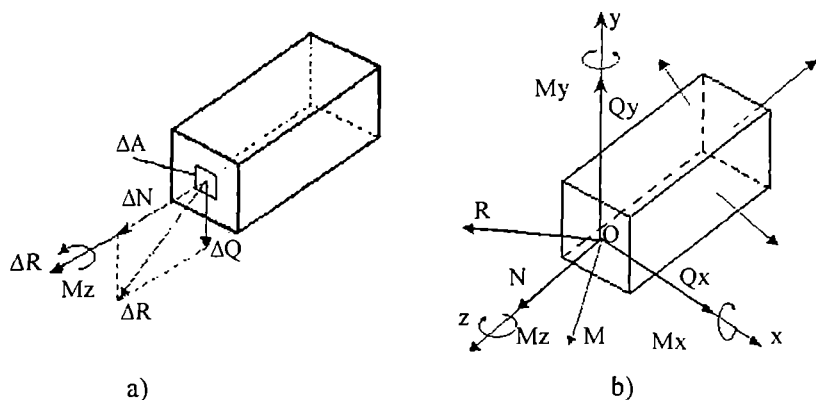
1.5. Ichki kuchlar. Kesish usuli. Kuchlanishlar

Agar biror jism yoki elementga tashqi kuch ta'sir etsa, ana shu jism yoki elementda o'sha kuchlarga qarshilik ko'rsatuvchi **ichki kuchlar** paydo bo'lishini aytib o'tgan edik. Tashqi kuchlar jismni deformatsiyalaydi, ichki kuchlar esa bunga qarshilik ko'rsatadi. Materiallar qarshiligi fanining vazifasi ichki kuchlar qiymatini aniqlashdan iborat. Chunki ichki kuchlarning qiymatiga qarab, yuqorida aytganimizdek, elementning mustahkamligiga baho beriladi.

Jismning biror kesimida vujudga keladigan ichki kuchlarni aniqlash uchun **kesish usulidan** foydalaniladi. Bu usul keng tarqalgan usullardan biri bo'lib, mohiyati quyidagilardan iborat.

Agar bizni ixtiyoriy shaklga ega bo'lgan jismning (masalan, prizmatik sterjenning, 1.8-rasın, a) biror kesimidagi ichki kuchlar qiziqtiradigan bo'lsa, sterjenni o'sha kesim bo'yicha xayolan kesib ikki bo'lakka ajratamiz va bir bo'lagini, masalan, chap qismini tashlab yuboramiz. Kesishdan ilgari sterjen tashqi kuchlar ta'sirida muvozanat holatida edi, o'ng bo'lakning muvozanat holatini saqlab, qolish uchun chap qismning o'ng qismga bo'lgan ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz. Bu kuchlar butun prizma uchun ichki kuch, ajratilgan bo'lak uchun esa tashqi kuch vazifasini o'taydi. Ichki kuchlar aslida butun kesim bo'yicha tarqalgan bo'ladi, biroq ularni umumiy holda bitta bosh vektor R va bitta bosh moment M bilan almashtirsa bo'ladi.

Agar qirqim sterjenning bo'ylama o'qiga tik bo'lsa, hisob ancha soddalashadi. Koordinata o'qlari X, Y, Z ning boshi kesimning og'irlik markazi O ga joylashtiriladi (1.8-rasm, b). Bunda OX va OY o'qlari kesim tekisligida yotadi. Bosh vektor R ni koordinata o'qlari bo'yicha uchta tashkil



1.8-rasm

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{13}b_{13} \text{ va h.k.}$$

Agarda A va B matritsalarining taalluqli tartiblari teng bo'lmasa, ularni ko'paytirib bo'lmaydi va bunday matritsalar mos bo'lmagan matritsalar deyiladi.

Masalan, yuqoridagi B va A matritsalar o'zaro mos emas, chunki ularni B A ketma-ketlikda ko'paytirib bo'lmaydi. Aksincha, ikki matritsa A va B o'zaro mos bo'lib, ularning ko'paytmalari mavjud:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}$$

Chunki matritsa amallarida $AB \neq BA$ bo'ladi.

Bu tengsizlik ikki matritsa kvadrat va teng tartibli (mos matritsalar) bo'lganda ham saqlanadi.

Kvadrat matritsalar uchun quyidagi ko'paytmalar bo'lishi mumkin:

$$A^n = A^{n-1} \cdot A = A \cdot A^{n-1} = A, \quad R - \text{butun son}$$

A matritsasini α mikdorga ko'paytirish quyidagicha bajariladi:

$$C = \alpha A = \alpha \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \alpha a_{2n} \\ \alpha a_{n1} & \alpha a_{n2} & \alpha a_{nn} \end{bmatrix}$$

Umuman, matritsalarini ko'paytirishda quyidagi algebraik bog'lanishlardan foydalanish mumkin:

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)A &= \alpha A + \beta A \\ \alpha(A + B) &= \alpha A + \alpha B \\ (\alpha\beta)A &= \alpha(\beta A) = \beta(\alpha A) \\ (AB)C &= A(BC) \\ \alpha(AB) &= (\alpha A)B = (\alpha B)A \\ (A + B)C &= AC + BC \\ C(A + B) &= CA + CB \\ AE &= A \end{aligned}$$

Matritsalarini ko'paytirishda quyidagi xususiy holatlar bo'lishi mumkin:

1. Hadlari bir xil bo'lsa, hosil bo'lgan matritsa quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$C=AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_n \end{bmatrix} = BA$$

2. Ikki diagonal matritsalar ko'paytmasi

$$C=AB = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & 0 \\ & \alpha_2 & \\ 0 & & \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_n \end{bmatrix} = BA$$

kommutatsion xususiyatga ega.

3. Teng tartibli ustun matritsa A ni qator matritsa B ga ko'paytmasi shu tartibga teng kvadrat matritsa hosil qiladi:

$$C=AB = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_n \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_n \\ a_n b_1 & a_n b_2 & a_n b_n \end{bmatrix}$$

4. Teng tartibli qator matritsa A ni ustun matritsa B ga ko'paytmasi skalyar C ga tengdir:

$$C = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

5. Kvadrat matritsa A ning vektor ustun B matritsaga ko'paytmasi ustun matritsa C ga tengdir:

$$C=AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_n \end{bmatrix} \quad c_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_j$$

Materiallar qarshiligi fanida qo'llaniladigan matritsalarining aksariyati tenglamalar tizimini tuzish va ularni yechishga qaratilgan. Agar A va B matritsa ularning ko'paytmasi AB va BA birlik matritsaga teng bo'lsa, ular teskari matritsa hisoblanadi: $AB = BA = E$.

Chizikli matematikada A matritsasining teskari ko'rinishini A^{-1} deb, yoki $B = A^{-1}$ deb qabul qilingan.

Har qanday to'liq kvadrat matritsa o'zining teskari matritsasiga egadir va u quyidagicha ifodalanadi:

$$A^{-1} = \frac{1}{D(A)} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{2n} \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{nn} \end{vmatrix}$$

Bu yerda A_{ij} – A matritsa aniqlovchisining algebraik to'ldiruvchisidir.

A_{ij} – matritsasining elementlari A matritsasining aniqlovchisidagi i – qator va j – ustunlarni o'chirganda hosil bo'lgan aniqlovchiga (-1) ni ko'paytirib hisoblanadi.

Shunga e'tibor berish kerakki, qurilish mexanikasi masalalarini yechayotganda va tekshirayotganda, quyidagi bog'lanishlardan foydalanish mumkin:

$x = -A^{-1}AE$ bu esa $A^{-1}A = E$ – birlik matritsasi.

Yuqorida ko'rsatilganidek, noma'lum hadlar matritsasi $x = -A^{-1}B$ teskari A^{-1} matritsasi orqali topiladi.

A matritsa $D(A) = 0$ bo'lgandagina teskari A^{-1} matritsasiga ega bo'la oladi.

Misol. A matritsaning teskari qiymati algebraik to'ldiruvchilar orqali topilsin.

Berilgan:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

Algebraik to'ldiruvchilar quyidagicha aniqlanadi:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 4;$$

$$A_{21} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -7;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -6;$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = -8;$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 9; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 10;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -5;$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -6$$

Demak, teskari matritsa A ning to'ldiruvchisi

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 8 & 4 \\ -7 & 9 & -5 \\ -6 & 10 & -6 \end{vmatrix}$$

quyidagi aniqlovchiga ega bo'lib:

$$D(A) = 16 + 6 + 4 - 30 = -4$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{vmatrix} 4 & -8 & 4 \\ -7 & 9 & -5 \\ -6 & 10 & -6 \end{vmatrix} \text{ ga tengdir.}$$

To'rtinchi va undan yuqori tartibli matritsalarini almashtirish va ularni teskari qiymatlarini aniqlash ancha murakkab masala hisoblanadi.

Shuning uchun bunday masalalarni yechishda EHM va matritsa amallaridan foydalaniladi. Zamonaviy EHMlarda tartibi 50–100, hattoki 500–700 va undan yuqori bo'lgan matritsalarining teskari qiymatlarini aniqlash imkoniyatiga ega bo'lgan standart dasturlar mavjuddir.

II BOB. CHO‘ZILISH VA SIQILISH

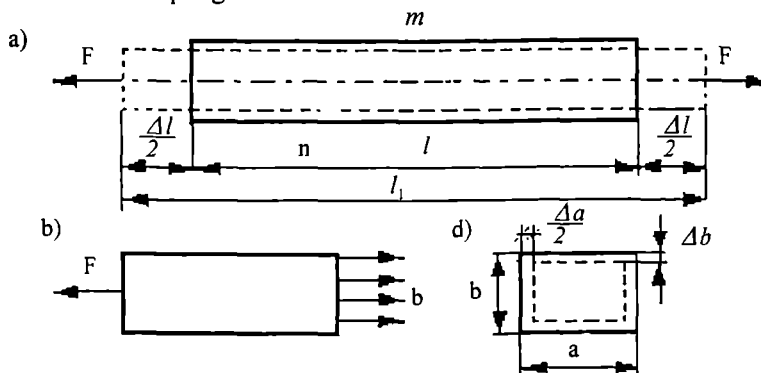
Mavzu mazmuni. Mazkur bobda siquvchi yoki cho‘zuvchi kuchlar ta‘sirida sterjenlarda hosil bo‘ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash usullari bayon etiladi; mavzuga oid misol va masalalar keltiriladi. Shuningdek, talaba sterjen materialining fizik-mexanik xossalarini tajriba yo‘li bilan aniqlash uslublari bilan tanishtiriladi.

2.1. Cho‘zilish va siqilishda kuchlanish va deformatsiyalar.

Guk qonuni

Inshoot va mashina qismlarida cho‘zilish va siqilishga ishlaydigan detal-lar, elementlar ko‘plab uchraydi. Bularning mustahkamligiga baho berish uchun ulardagi kuchlanish va deformatsiyalarni topishni bilishimiz kerak. Sterjen-ni o‘qi bo‘ylab faqat bo‘ylama kuch qo‘yilgan sodda holni ko‘rib o‘tamiz.

Ko‘ndalang kesim yuzasi A kursiv o‘zgarmas bo‘lgan prizmatik ster-jenga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ylama kuch G' qo‘yilgan deylik (2,1-rasm, a). Cho‘zuvchi kuch ta‘sirida bo‘ylama yo‘nalishda sterjen uzay-adi, ko‘ndalang yo‘nalishda qisqaradi. Siqilishda esa aksincha bo‘ladi: ster-jen uzunasiga qisqarib, ko‘ndalang kesim o‘lchamlari ortadi. Sterjenning o‘qiga tik bo‘lgan barcha tekis kesimlar deformatsiya natijasida o‘zining tekis holatini va normal o‘qqa tikligini saqlab qoladi, deb faraz etamiz. Bu gipotezani ilk bor golland olimi D.Bernulli aytgan bo‘lib, **tekis kesimlar** gipotezasi deb ataladi. Bundan cho‘zilish jarayonida sterjenning bo‘ylama tolalari birday cho‘ziladi, degan ma‘no kelib chiqadi. Bu gipoteza ko‘p sonli tajribalarda tasdiqlangan.



2.1-rasm

Bo'ylama kuch ta'sirida sterjen l_1 mm ga uzaydi desak, u holda sterjenning dastlabki holatiga nisbatan uzayishi $\Delta l = l_1 - \ell$ bo'ladi. Buni **cho'zilishda to'liq yoki absolut uzayish**, siqilishda esa **to'liq yoki absolut qisqarish** deb ataladi. Absolut uzayishni sterjenning dastlabki uzunligiga nisbati $\varepsilon = \Delta l / l$ **bo'ylama nisbiy deformatsiya** yoki **nisbiy uzayish** deb ataladi. Nisbiy uzayishning o'lcham birligi yo'q, o'lchamsiz son. Ko'pincha foizlarda belgilanadi:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{\ell} \cdot 100\% = \varepsilon \cdot 100\%.$$

Ko'ndalang deformatsiyalar ham shunga o'xshash topiladi (2,1-rasm, d);

a o'lcham yo'nalishi bo'yicha $\varepsilon_a^I = \Delta a / a$;

b o'lcham yo'nalishi bo'yicha $\varepsilon_b^I = -\Delta b / b$.

Manfiy ishora cho'zilishda ko'ndalang o'lchamlar qisqarishini anglatadi. Izotrop materiallar uchun ko'ndalang deformatsiyalar har ikki yo'nalishda bir xil bo'ladi: $\varepsilon_a^I = \varepsilon_b^I = \varepsilon^I$. Bu yerda ham ε^I o'lchamsiz son. ε va ε^I **chiziqli deformatsiyalar** deb ham yuritiladi.

Cho'zilish va siqilishda ko'ndalang nisbiy deformatsiyaning bo'ylama nisbiy deformatsiyaga nisbatini **ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti** yoki **Puasson koeffitsienti** deb ataladi:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon^I}{\varepsilon} \right| \quad (2.1)$$

XIX asrning boshlarida fransuz olimi Puasson turli materiallar uchun mazkur nisbatning o'zgarish miqdori ekanligiga e'tiborni qaratdi va barcha materiallar uchun uning qiymatini 0,25 deb oldi. Biroq keyingi tajribalar bu koeffitsientning qiymati turli materiallar uchun turlicha ekanligini va bu qiymat 0 dan 0,5 ga qadar o'zgarishi mumkinligini ko'rsatdi. Har xil materiallar uchun Puasson koeffitsientining o'rtacha qiymatlari 1.2-jadvalda berilgan.

Endi siqilish va cho'zilishdagi kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz. Tashqi kuchlar ta'sirida konstruktsiya elementlarida, masalan, sterjenlarda ichki kuchlar paydo bo'lishini yuqorida aytgan edik. Sterjen biror kesimining ma'lum nuqtasidagi ichki kuch intensivligining o'lchovini bilish maqsadida kuchlanish tushunchasi kiritilgan. Demak, kuchlanish deganda kesimning ma'lum nuqtasidagi ichki kuch intensivligi (miqdori) tushuniladi.

Kuchlanishlarni aniqlashda kesish usulidan foydalanamiz. Buning uchun prizmatik sterjenni (m-n) tekisligi bo'yicha xayolan kesib, ikki qismga

ajratamiz. O'ng qismini tashlab, chap qismining muvozanatini tekshiramiz (2.1 rasm, b). Chap qismining muvozanatini saqlash maqsadida kesim yuzasiga tik yo'nalishda ichki elastik kuchlarni (F) qo'yamiz. Bu kuchlar o'ng qismning chap qismga bo'lgan ta'siri vazifasini o'taydi. Agarda Bernullining tekis kesimlar gipotezasini inobatga olsak, sterjen ko'ndalang kesimining, ya'ni sterjen bo'ylama o'qiga tik (perpendikular) bo'lgan kesimning barcha nuqtalaridagi *kuchlanishni* 2.1-rasm, b ga ko'ra quyidagicha aniqlasa bo'ladi:

$$\sum x = -F + \sigma A = 0, \text{ bundan}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{A}}, \quad (2.2)$$

bu yerda F – sterjenga ta'sir etuvchi bo'ylama kuch;

A – sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi;

Kuchlanishning o'lchami SGS sistemasida kg/sm^2 yoki kg/mm^2 Xalqaro o'lchov birliklari sistemasi SI da asosiy birlik H/m^2 yoki P_a (Paskal) bilan ifodalandi.

Ushbu kuchlanish, tashqi kuch F singari, kesim yuzasiga tik yo'nalganligi sababli *normal* kuchlanish deb ataladi. Prizmatik sterjen siqilishga ishlaganda ham normal kuchlanish ana shu formula orqali aniqlanadi, faqat ishorasi manfiy bo'ladi.

Konstruksiya elementlarida vujudga keladigan kuchlar va deformatsiyalar o'zaro bog'liq miqdordardir: kuch bo'lmasa – deformatsiya bo'lmaydi; deformatsiya bo'lmasa – kuchlanish bo'lmaydi. Yuk ortgan sari egilishning (deformatsiyaning) ortishini, yuk kamaygan sari egilishning kamayishini 1678-yilda ingliz olimi Robert Guk tajriba yo'li bilan aniqlagan va o'zining mashhur qonunini yaratgan. Guk qonuniga muvofiq deformatsiya kuchga to'g'ri proporsionaldir. Cho'zilish va siqilishda bu qonun quyidagicha ifodalanadi:

$$\boxed{\sigma = E\varepsilon}. \quad (2.3)$$

Ammo bu proporsionallikning chegarasi bor. Kuchlanishning qiymati orta borib, ma'lum nuqtaga yetganda proporsionallik buziladi. Ana shu nuqta *proporsionallik chegarasi* deb atalib, turli materiallar uchun tajriba yo'li bilan aniqlanadi.

(2.3) formula tarkibiga kiruvchi E koeffitsienti birinchi tur *elastiklik moduli* yoki buni fan olamiga olib kirgan olim nomi bilan *Yung moduli* deb ataladi. Ye ning o'lcham birligi kuchlanishniki bilan bir xil ekanligi formuladan ko'rinib turibdi. Buning sababi ε o'lchamsiz sonidir.

$$\varepsilon = \sigma / E \quad (2.4)$$

ifodadan ko'rinadiki, elastiklik moduli materialning deformatsiyaga qarshi-

lik qilish xususiyatini ifodalaydigan miqdordir. Kuchlanishni o'zgarmas deb olsak, katta E ga kichik ε va aksincha, kichik ε ga katta deformatsiya to'g'ri keladi. Turli materiallar uchun elastiklik modulining qiymatlari 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Materiallarning nomi	Elastiklik moduli E		Puasson koeffitsienti μ
	kg/sm ² da	mn/m ² da	
Uglerodli po'lat	$2,1 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^5$	0,24–0,30
Aluminiy qotishmalari	$0,72 \cdot 10^6$	$0,72 \cdot 10^5$	0,26–0,36
Titan qotishmalari	$1,12 \cdot 10^6$	$1,12 \cdot 10^5$	–
Mis	$(1,0–1,3) \cdot 10^6$	$(1,0–1,3) \cdot 10^5$	0,31–0,34
Platina	$1,7 \cdot 10^6$	$1,7 \cdot 10^5$	0,39
Cho'yan	$(1,15–1,6) \cdot 10^6$	$(1,15–1,6) \cdot 10^5$	0,23–0,27
Qarag'ay	$(0,1–0,12) \cdot 10^6$	$(0,1–0,12) \cdot 10^5$	–
Tekstolit	$(0,07–0,13) \cdot 10^6$	$(0,07–0,13) \cdot 10^5$	–
Beton	$(0,15–0,23) \cdot 10^6$	$(0,15–0,23) \cdot 10^5$	0,16–0,18
Rezina	$0,00008 \cdot 10^6$	$0,00008 \cdot 10^5$	0,5
Shisha	$0,56 \cdot 10^6$	$0,56 \cdot 10^5$	0,25
Qo'rg'oshin	$0,17 \cdot 10^6$	$0,17 \cdot 10^5$	0,42

Jadvalda ko'rsatilgan qiymatlar tajriba yo'li bilan aniqlangan.

Guk qonuni formulasi (2.3) dagi σ va ε ning o'miga $\sigma = F/A$ va $\varepsilon = \Delta l/l$ ifodalami qo'ysak, Guk qonunining boshqacha ko'rinishiga ega bo'lamiz:

$$\Delta l = \frac{F \ell}{EA} \quad (2.5)$$

Bu formuladan ko'rinadiki, absolut uzayishning qiymati cho'zuvchi (siquvchi) kuchga hamda sterjenning uzunligiga to'g'ri proporsional, sterjenning elastiklik moduli va ko'ndalang kesim yuzasiga teskari proporsional ekan.

(2.5) formula tarkibiga kirgan EA ko'paytma cho'zilish va siqilishdagi *bikrlik* deb ataladi.

2.1-misol. Dastlabki uzunligi $l = 250$ mm, cho'zilgandan keyingi uzunligi $l = 250,5$ mm bo'lgan sterjenning nisbiy uzayishi aniqlansin.

Yechish. Sterjenning absolut uzayishi $\Delta l = l_1 - l = 250,5 - 250 = 0,5$

mm. Sterjenning nisbiy uzayishi $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,5 \text{ MM}}{250 \text{ MM}} = 0,002$.

Buni foizlarda ifodalasak, $\varepsilon = 0,002 \cdot 100 = 0,2\%$ bo'ladi.

2.2-misol. *Diametri $d = 2 \text{ sm}$ va uzunligi $l = 2 \text{ m}$ bo'lgan doira kesimli sterjen $F = 800 \text{ N}$ kuch ta'sirida $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$ ga uzaygan. Sterjendagi kuchlanish proporsionallik chegarasidan oshmagan bo'lsa, materialning elastiklik moduli E aniqlansin.*

Yechish. (2.3) formuladan:

$$E = \frac{Fl}{A\Delta\ell} = \frac{800 \cdot 200}{\frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \cdot 0,05} = 1,02 \cdot 10^{10} \text{ H/M}^2 = 1,02 \cdot 10^5 \text{ kg/sm}^2$$

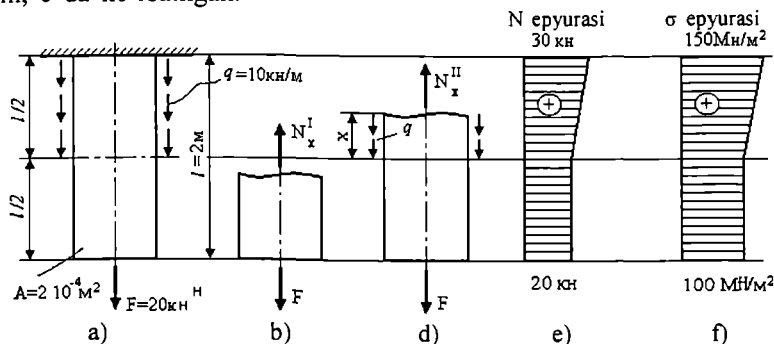
2.3-misol. *Uzunligi 160 mm bo'lgan po'lat bolt gayka bilan tortilishi natijasida $\Delta l = 0,12 \text{ mm}$ ga uzaygan. Po'latning elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/sm}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ MH/m}^2$ Boltdagi kuchlanish aniqlansin.*

Yechish. Nisbiy uzayish $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,12}{160} = 0,00075$. Boltdagi kuchlanishni (2.3) formula orqali aniqlaymiz.

$$\sigma = E\varepsilon = 2 \cdot 10^6 \cdot 0,00075 = 1500 \text{ kg/sm}^2 = 15000 \text{ H/sm}^2 = \underline{150 \text{ MIIa}}.$$

2.4-misol. *Elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^5 \mu_n / \text{m}^2$ bo'lgan po'lat brus uchun bo'ylama kuch va normal kuchlanishlar epyurasi qurilib, absolut cho'zilishi aniqlansin. Brusning yuqori qismiga intensivligi $q = 10 \text{ kH/M}$ bo'lgan tekis yoyiq kuch, pastki uchiga esa $F = 20 \text{ kH}$ bo'lgan yig'iq kuch qo'yilgan (2.2-rasm, a).*

Yechish. Brusda hosil bo'lgan ichki kuchlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. Buning uchun avval brusning pastki qismini kesib, undan $N_x^I = F = 20 \text{ kH}$ ni aniqlaymiz (2.2-rasm, b). Keyin yuqori qismini kesamiz va $N_x^I = F + qx$ tenglamasini tuzamiz (2.2-rasm, d). Tenglamadagi x 0 dan $l/2$ gacha o'zgaradi. $x=0$ bo'lganda $N_x^{II} = 20 \text{ kH}$, $x=l/2$ bo'lganda esa $N_x^{II} = 20 + 10 \cdot 1 = 30 \text{ kH}$ bo'ladi. Bo'ylama kuchlar epyurasi 2.2-rasm, e da ko'rsatilgan.



2.2-rasm

Normal kuchlanishlarni aniqlaymiz. Brusning pastki qismidagi normal kuchlanish

$$\sigma_I = \frac{N'_x}{A} = \frac{20 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^7 \text{ H / m}^2 = 100 \text{ MH / m}^2$$

Brus yuqori qismining oxiridagi normal kuchlanish

$$\sigma_{II} = \frac{N''_x}{A} = \frac{30 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 150 \text{ MH / m}^2$$

Normal kuchlanish epyurasi 2.2-f rasmda keltirilgan.

Brusning absolut cho'zilishini hisoblaymiz

$$\Delta \ell = \frac{N'_x \cdot \frac{\ell}{2}}{EA} + \int_0^{\frac{\ell}{2}} \frac{N''_x dx}{EA} = \frac{F\ell}{2EA} + \int_0^{\frac{\ell}{2}} \frac{(F + qx) dx}{EA} = \frac{F\ell}{EA} + \frac{q\ell^2}{8EA} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2^2}{8 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} =$$

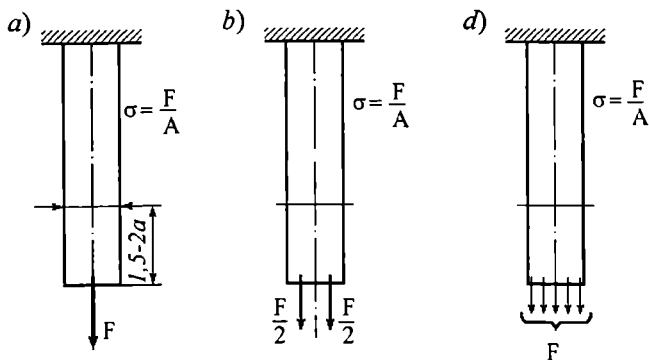
$$= 1.125 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 0,113 \text{ cm}.$$

2.2. Sen-Venan prinsipi haqida

Yuqorida Bernullining *tekis kesimlar* gipotezasi bilan tanishib chiqqan edik. Bu gipotezaga binoan cho'ziluvchan sterjenlarning ko'ndalang kesimlari deformatsiya jarayonida geometrik yassiligini saqlab qolishi uqtirilgan edi.

Biroq materiallar qarshiligi va elastiklik nazariyasida Sen-Venan prinsipi deb atalgan yana bir qoida ham borki, bu qoida Bernulli gipotezasiga ma'lum darajada oydinlik kiritadi. Parij akademiyasining a'zosi Barre de Sen-Venan (1797–1886) prinsipiga ko'ra: agar jismga bosh vektori va bosh momenti bir xil bo'lgan statik ekvivalent kuchlar sistemasi ta'sir etayotgan bo'lsa va, ayni bir paytda, kuchlar qo'yilgan joy jismning o'lchamlariga nisbatan uncha katta bo'lmasa, u holda kuch qo'yilgan joydan biroz naridagi kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlar yukning qo'yilish usuliga uncha bog'liq bo'lmaydi. Sen-Venanning bu prinsipini tasdiqlaydigan nazariy isbotlar mavjud emas, ammo olib borilgan ko'p sonli tajribalar buning to'g'riligiga shubha qoldirmaydi. Prinsipning mohiyatini misol orqali tushuntiramiz.

2.3-rasmda yuqori uchi mahkamlangan prizmatik sterjenning erkin uchiga statik ekvivalent kuchlarning uch xil joylashtirilishi tasvirlangan bo'lib, hammasining teng ta'sir etuvchisi F vektoriga teng. Kuchlarning qo'yilish usuli turlicha: 2.3-a rasmda sterjenning simmetriya o'qi bo'ylab yig'iq kuch ko'rinishida, 2.3-b rasmda ikkita kuch sifatida, 2.3-d rasmda yoyiq kuch ko'rinishida qo'yilgan. Tadqiqotlarning ko'rsatishicha, barcha hollarda kuch



2.3-rasm.

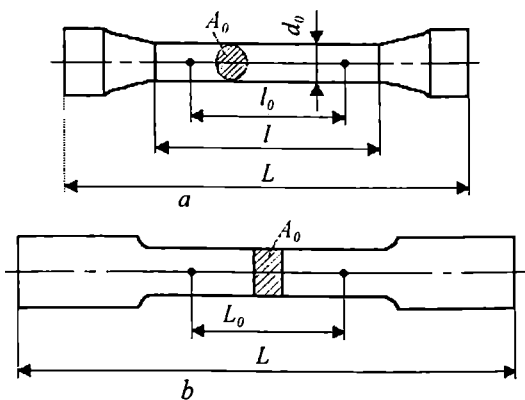
qo'yilgan joydan 1,5–2a va undan ortiq masofada yotuvchi ko'ndalang kesimlarda kuchlanish deyarli o'zgarishsiz qoladi. (Bu yerda a ko'ndalang kesim o'lchami). Kuch qo'yilgan joyga yaqin kesimlarda kuchlanish va uning tarqalishi har xil bo'ladi.

2.3. Materiallarni cho'zilishga sinash

Mashina va inshoot elementlarini mustahkamlik, bikrlilik va ustuvorlikka hisoblashda materiallarning mexanik hossalari bilish talab etiladi. Shu bois materiallar cho'zilish, siqilish, siljish, buralish, egilish va qattqlikka sinaladi. Sinash ishlarini o'tkazish tafsilotlari hamda qo'llaniladigan asbob-uskunalar haqidagi to'liq ma'lumotlarni maxsus adabiyotlardan olish mumkin (masalan, X.T Qoraboev. Materiallar qarshiligidan laboratoriya ishlari. Toshkent/ «O'qituvchi» – 1983-y). Biz mazkur paragrafda cho'zilish sinovlari haqida so'z yuritamiz.

Sinaladigan materialdan maxsus namunalar tayyorlanadi. Namunalar silindrik yoki yassi bo'lishi mumkin. (2.4-rasm, a,b)

Silindrik namunalarda hisobiy uzunlik l_0 bilan namuna diametri d_0 orasida



2.4-rasm.

zaruriy nisbat saqlanishi kerak. Chunonchi uzun namunalarda $l_0 = 10d_0$, kaltalarida $l_0 = 5d_0$ bo'lishi talab etiladi. Bu nisbatni sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi A_0 orqali ifodalasa ham bo'ladi: uzun namunalarda uchun $l_0 = 11,3\sqrt{A_0}$; kalta namunalarda uchun esa $l_0 = 5,65\sqrt{A_0}$

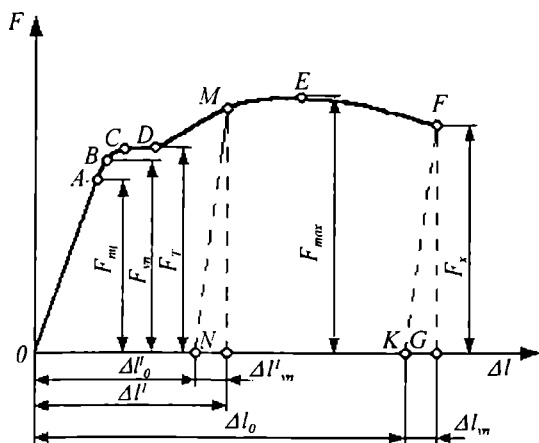
Sinash ishlarida asosan diametri $d_0 = 10\text{mm}$ va hisobiy uzunligi $l_0 = 100\text{mm}$ bo'lgan namunalarda qo'llaniladi. Sinash uchun diametri boshqacha bo'lgan namunalardan foydalansa ham bo'ladi, biroq bunda $l_0 = 10d_0$ yoki $l_0 = 5d_0$ nisbat qat'iy saqlanishi zarur. Bunday namunalarda *proporsional* namunalarda deb ataladi.

2.4. Cho'zilish diagrammasi va uning xarakterli nuqtalari

Namunalarni cho'zilishga sinash uchun uzilguncha cho'zadigan mashinalardan foydalaniladi. Bunday mashinalar sinov jarayonida namunaga ta'sir etayotgan cho'zuvchi kuchning miqdori hamda shu kuchga mos ravishda namunada sodir bo'lgan uzayish deformatsiyasini kuzatish imkonini beradi. Uzun mashinaga qo'yiladigan kuch 0 noldan boshlab o'zining oxirgi qiymatiga qadar asta-sekin ortib boradi, ya'ni yuk statik ta'sir etadi. Kuchning qiymatini dinamometr, deformatsiyalarni esa tenzometrlar yordamida qayd etib boriladi. O'lchanayotgan qiymatlar asosida cho'zilish diagrammasini qurish mumkin. Buning uchun ordinata o'qiga kuch, absissa o'qiga uzayishlar joylashtiriladi. Cho'zilish diagrammasi mashinaga o'rnatilgan max-

sus apparat yordamida avtomatik ravishda yozib olinishi ham mumkin. Cho'zilish diagrammasining xarakteri sinalayotgan materialning xossasiga bog'liq. Bunday diagrammaning keng tarqalgan ko'rinishlaridan biri kam uglerodli po'lat uchun 2.5-rasmda keltirilgan.

Ushbu diagrammaning xarakterli bo'laklari va nuqtalari uzayishi bilan kuch orasida to'g'ri proporsional bog'lanish



2.5-rasm.

mavjudligi shakldan (OA chizig'i) ko'rinib turibdi. Cho'zilishning shu bosqichida Guk qonuni o'z kuchiga ega.

Proporsionallik qonuni o'z kuchini yo'qotgan A nuqtadagi kuchni $F_{m\eta}$ deb belgilaymiz. Shu kuchdan hosil bo'lgan kuchlanish *proporsionallik chegarasi* deb ataladi va quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{m\eta} = \frac{F_{m\eta}}{A_0} \quad (2.6).$$

Namunada qoldiq deformatsiya uyg'otmaydigan kuchning eng katta qiymatini F_{yn} deb belgilaymiz. Kuchning bu qiymatiga diagrammada V nuqtasi mos keladi. Shu nuqtadagi eng katta kuchlanish *elastiklik chegarasi* deb ataladi va quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\sigma_{yn} = \frac{F_{yn}}{A_0} \quad (2.7).$$

Aniqlik bilan o'tkazilgan sinovlarning ko'rsatishicha, o'ta elastik materiallar ham uncha katta bo'lmagan kuchlar ta'sirida qoldiq deformatsiya berar ekan. Biroq ularning qiymati juda kichik bo'lganligi uchun amaliy ahamiyatga ega emas. Kuchlanish ortishi bilan qoldiq deformatsiyalar ham ortib boradi. Amalda elastiklik chegarasi σ_{yn} proporsionallik chegarasi $\sigma_{m\eta}$ dan kam farq qiladi. A va B nuqtalari esa o'zaro yaqin nuqtalardir. Ana shularga ko'ra odatda σ_{yn} bilan $\sigma_{m\eta}$ orasidagi farqqa e'tibor berilmaydi.

A nuqtadan keyin cho'zuvchi kuchning ortib borishi bilan to'g'ri chiziq biroz egilib, C nuqtasiga qadar o'sib boradi, shu nuqtadan *oqish maydonchasi* deb atalgan CD gorizontol uchastkasi boshlanadi. Cho'zilishning bu bosqichida cho'zuvchi kuch F_T ning qiymati *o'zgarmas* bo'lib qolaversada, ammo namuna uzayishda davom etaveradi. Deformatsiyaning bu jarayoni *materialning oquvchanligi* deb atalib, yuk olingandan keyin ham deformatsiya to'liq yo'qolmaydi, *qoldiq (elastik)* deformatsiya hosil bo'ladi. Shu bosqichdagi kuchlanish *oquvchanlik chegarasi* σ_T deb ataladi va quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0} \quad (2.8)$$

Oqish chegarasidan o'tgandan keyin material yana deformatsiyaga qarshilik ko'rsata boshlaydi, biroq uzayish endi kuchlanishga nisbatan tezroq ortib boradi; qoldiq deformatsiyalar ham tez o'sadi. Oquvchanlik chegarasi material uchun juda muhim mexanik tavsiflardan sanaladi, chunki bu che-

garadan yuqori bo'lgan kuchlanishlarda konstruksiya uchun xatarli bo'lgan qoldiq deformatsiyalar vujudga keladi.

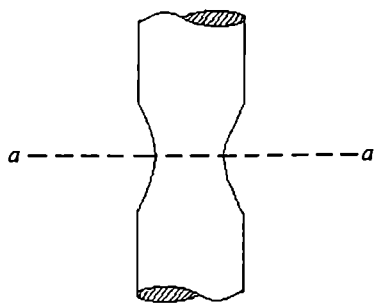
Legirlangan po'lat singari qator materiallarda oquvchanlik chegarasi aniq ravshan ko'zga tashlanmaydi. Bunday materiallar cho'zilish diagrammasi elastik zonadan noelastik zonaga tekis o'tib boradi. Bu materiallar uchun oquvchanlik chegarasi shartli ravishda belgilanadi. Bular da 0,2% miqdorda nisbiy uzayish hosil qila oladigan kuchlanish oquvchanlik chegarasi deb qabul qilinadi.

Oquvchanlik chegarasi yaqqol ko'zga tashlanadigan materiallarda uning paydo bo'lishini payqash juda oson. Masalan, uzuvchi mashinada cho'zuvchi kuchlar qiymatini ko'rsatadigan strelka mavjud bo'lsa, namunadagi kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetganida strelka ma'lum vaqt harakatdan to'xtaydi (bu cho'zuvchi kuchning o'sishdan to'xtaganligini anglatadi), deformatsiya esa davom etaveradi.

Bundan tashqari oquvchanlik chegarasiga yetganlikni namunaning o'zidan bilsa ham bo'ladi. Bu chegaraga yetganda namunaning silliqilgan yuzasi xira tortib, yaltiroqligi yo'qoladi. Sinchiklab tekshirganda namuna sirtida 45° buchak ostida chiziqchalar paydo bo'lganligini ilg'ash mumkin. Bunday chiziqchalarning paydo bo'lishi urinma kuchlanishlar ta'sirida material kristallarida siljishlar ro'y berganidan darak beradi.

Oquvchanlik chegarasidan o'tgandan so'ng cho'zilish diagrammasi egri chiziqli tus oladi, namuna deformatsiyasi jadal davom etadi. E nuqtasida (2.5-rasm) cho'zuvchi kuch o'zining eng katta qiymatiga $F_{\max}$ ega bo'ladi. Maksimal kuchni sterjenning dastlabki ko'ndalang kesim yuzasiga nisbati *mustahkamlik chegarasi* deb ataladi va quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{\text{пч}} = \frac{F_{\max}}{A_0} \quad (2.9)$$



2.6-rasm

Kuchlanish mustahkamlik chegarasiga yetganda namunada *bo'yincha* deb ataluvchi ingichka uchastka paydo bo'ladi (2.6-rasm). Namunaning uzayishi aynan shu uchastka atrofida sodir bo'ladi, qolgan qismlar deyarli o'zgarishsiz qoladi. Bo'yincha hosil bo'lgan joyda ko'ndalang kesim a-a kichrayganligi sababli deformatsiya kichraygan kuch ta'sirida davom etadi. Bu hol diagrammaning EF uchastkasida o'z aksini topgan.

Kuchning qiymati F nuqtasiga yetganda (2.5-rasm) namuna uziladi. Bu nuqtadagi kuchlanish mustahkamlik chegarasidagi kuchlanishdan kichikroqdek ko'rinadi. Buning sababi kuchlanishni dastlabki yuza A_0 ga nisbatan topilganligidir. Aslida esa bo'yinchaning uzilish kesimi (a-a) dagi yuza A_0 ga nisbatan ancha kichik. Shu sababli uzilish chog'idagi haqiqiy kuchlanish ancha katta qiymatga ega bo'ladi. Shuning uchun ham bu kuchlanishni ba'zan *haqiqiy mustahkamlik chegarasi deb* yuritiladi.

Materialning plastikliqi oquvchanlik chegarasi va mustahkamlik chegarasi singari muhim mexanik xossalardan hisoblanadi. Materialning plastikliqi namuna uzilgandan keyingi nisbiy uzayish hamda ko'ndalang kesimning nisbiy torayishi bilan ifodalanadi:

$$\text{nisbiy uzayish } \int \delta = \frac{\ell_K - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100\% \quad (2.10)$$

Bu yerda ℓ_K – namunaning uzilgandan keyingi uzunligi;

ℓ_0 – dastlabki uzunlik.

Ko'ndalang kesim yuzasining nisbiy torayishi quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\psi = \frac{A_0 - A_K}{A_0} \cdot 100 \quad (2.11)$$

bu yerda A_K – namuna uzilgandan keyin bo'yincha ko'ndalang kesimining yuzasi;

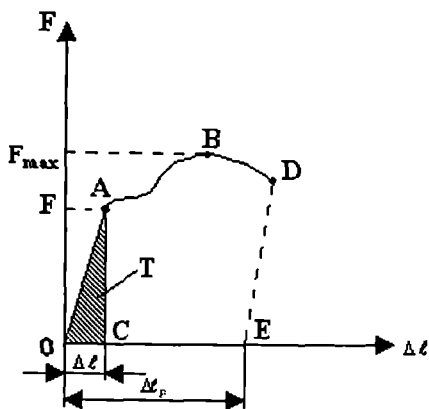
A_0 – namunaning dastlabki ko'ndalang kesim yuzasi.

Namunaning elastiklik chegarasidan keyingi deformatsiyasini ko'rib o'tamiz. Cho'zuvchi kuchni elastiklik chegarasidan yuqorida yotgan M nuqtasigacha oshira borib, shu nuqtada yukni olsak (namunani yukdan ozod etsak) diagramma chizig'i OA ga parallel bo'lgan MN chizig'i bo'ylab orqaga qaytadi. Yuk olingach namunada $\Delta \ell_0^I$ ga teng bo'lgan qoldiq plastik deformatsiya qoladi. Deformatsiyaning elastik qismi ($\Delta \ell_{yn}$) yuk olingandan keyin yo'qolib ketadi.

Binobarin, elastiklik chegarasidan o'tgandan so'ng namunaning to'liq uzayishi ikki qismdan – elastik va plastik qismlardan iborat bo'ladi:

$$\Delta l^I = \Delta l_{yn}^I + \Delta l_0^I.$$

Qoldiq deformatsiya qancha katta bo'lsa, materialning plastikliqi shuncha yuqori bo'ladi.



2.7-rasm.

Deformatsiyalar ishi. Cho'zilish diagrammasi materialning yuqorida ko'rib o'tilgan mexanik tavsiflaridan tashqari uning energetik tavsiflarini ham aniqlash imkonini beradi.

$F - \Delta l$ koordinatalarda chizilgan cho'zilish diagrammasining namuna uzilgandan keyingi to'liq yuzasi OABDE namunani uzish uchun sarflangan ishning miqdorini beradi (2.7-rasm).

Abssissa o'qiga namunaning to'liq uzayishi, ordinata o'qiga esa cho'zuvchi kuch joylashtirilgan.

Diagrammaning birinchi qismida joylashgan OAC uchburchagining yuzi elastik deformatsiyaning ishini ifodalaydi va materialda potensial energiya tariqasida to'planadi. Ushbu ishni T , elastik chegaradagi kuchni F va shu kuch ta'siridagi uzayishni Δl deb belgilab quyidagilarni topamiz:

$$T = \frac{F\Delta l}{2}; \quad (2.12)$$

Agar $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$ ekanligini hisobga olsak, ish formulasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$T = \frac{F^2 l}{2EA}. \quad (2.13)$$

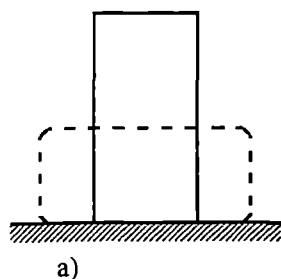
2.5. Materiallarni siqilishga sinash

Tajribalarning ko'rsatishicha yumshoq po'lat singari materiallar siqilishga ham cho'zilishga ham birday ishlaydi. Shuning uchun ham bunday materiallar siqilishga kamdan-kam hollarda sinaladi. Tosh, beton, cho'yan kabi mo'rt materiallar asosan, siqilishga sinaladi. Cho'zilishga sinash hollari kam uchraydi.

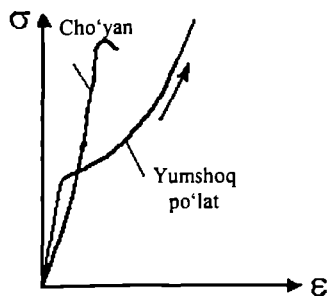
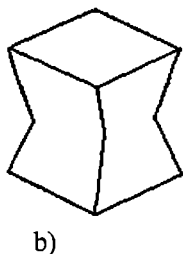
Sinash uchun silindr yoki kub shaklida namunalar tayyorlanadi. Silindrning balandligi $3d$ dan ortmasligi kerak (bu yerda d – silindrning diametri). Agar balandlik bundan oshsa, silindrda sof siqilishdan tashqari, bo'ylama egilish ham paydo bo'lishi mumkin. Kubik namunalar bundan mustasno.

Siqilishga sinash tajribalari maxsus press yoki ham siqadigan, ham cho'zadigan universal mashinalarda amalga oshiriladi. Tajriba jarayonida namuna shaklining o'zgarishi materialning xiliga, uning o'lchamlariga, namuna bilan asos orasidagi ishqalanish kuchlariga bog'liq.

2.8-rasmda plastik (a) va mo'rt material (b) ning yemirilishi ko'rsatilgan. Namunaning pressga tegib turgan yuzalaridagi ishqalanish kuchlari namuna ichidagi kuchlanishlarning notekis tarqalishiga sabab bo'ladi. Ishqalanishni kamaytirish uchun tegib turuvchi yuzalar moylanadi yoki orasiga yumshoq material to'shaladi.



2.8-rasm.



2.9-rasm.

Qayishqoq materiallar siqilish jarayonida yemirilmaydi (sinmaydi), balki kulchasimon shaklda pachoqlanadi. Yuza oshgan sari deformatsiyaga qarshilik ham orta boradi. Shuning uchun siqilish diagrammasining ko'rinishi og'uvchanlik chegarasidan keyin cho'zilish, diagrammasidagi holatdan ancha farq qiladi (2.9-rasm). Rasmda plastik (yumshoq po'lat) va mo'rt (cho'yan) materialning siqilishi diagrammasi tasvirlangan.

Siqilish diagrammasida yumshoq po'latning mustahkamlik chegarasi yo'qligi, mo'rt material, masalan, cho'yan esa uncha katta bo'lmagan nisbiy deformatsiya zonasida yemirilishi yaqqol ko'rinib turibdi.

2-jadvalda ba'zi materiallar uchun siqilishdagi mustahkamlik chegarasi (σ_{nv}) ning qiymatlari keltirilgan.

Material	σ_{nv} , MPa	Material	σ_{nv} , MPa
<u>Kulrang cho'yan</u>	600–1000	Sosna (namligi 15%)	
Granit	120–260	tolalar bo'ylab	40
G'isht	8–30	tolalarga ko'ndalang	5
Beton	7–50	Dub (namligi 15 %)	
Tekstolit	130–250	tolalar bo'ylab	50
Getinaks	150–180	tolalarga ko'ndalang	15

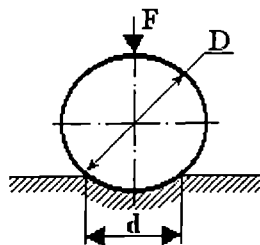
2.6. Materiallarning qattiqligini aniqlash

Material sirtiga boshqa qattiqroq jismning botishiga qarshilik ko'rsatish xususiyati materialning *qattiqligi* deb ataladi. Qattqlik materialning muhim xossalariidan biri hisoblanadi. Qattqlikka qarab materialning mustahkamligiga baho bersa bo'ladi.

Qattqlikni aniqlash uchun material yuzasiga ma'lum kuch bilan sharcha, konus yoki piramida shaklidagi qattiq jism botiriladi. Hosil bo'lgan botqlikning o'lchamlariga qarab, materialning qattqlikiga baho beriladi.

Qattqlikni aniqlash bo'yicha eng keng tarqalgan usul Brinell usulidir. Diametri D bo'lgan toblangan po'lat sharcha namuna yoki mahsulotning o'ziga F kuch bilan ma'lum muddat bosiladi. Yuk olingach namunadagi ezilgan joy (botqlik) ning diametri d o'lchanadi (2.10-rasm). Brinellga ko'ra qattqlik soni HB ezuvchi kuch F ni botqlik sferik sirti yuziga taqsimlash yo'li bilan aniqlanadi. Uning formulasi:

$$HB = \frac{2F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}; \quad (2.14)$$



2.10-rasm.

bu yerda: F – tashqi kuch, kgk ; D – sharcha diametri, mm ; d – botqlik diametri, mm . Qattqlik soni N/mm^2 da ifodalanadi, biroq odatda, birlik ko'rsatilmaydi.

Agar materialning qattqligi $HB \geq 4500 H / MM^2$ bo'lsa, ezish uchun sharcha qo'llab bo'lmaydi chunki sharchaning o'zi pachoqlanishi mumkin. Bunday

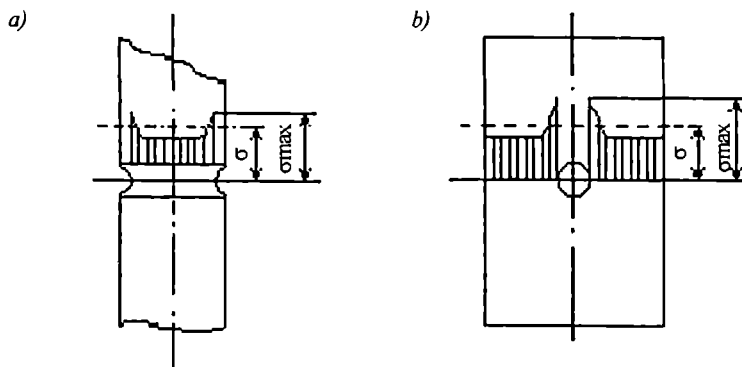
hollarda olmos konus (Rokvell usuli) yoki olmos piramida (Vickers usuli) ishlatiladi. Bundan boshqa usullar ham mavjud.

Qattqlikni aniqlash keng tarqalgan sinov turlariga kiradi. Buning sababi sinovlarning soddaligidir. Materialning qattqliгинi korxonaning o'zida bevosita mahsulotning o'zidan aniqlasa ham bo'laveradi, chunki buyumda qoladigan iz ko'p hollarda mahsulot ko'rinishini buzmaydi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, ba'zi materiallar uchun Brinell bo'yicha qattqlik soni bilan mustahkamlik chegarasi orasida ma'lum bog'lanish mavjud. Masalan, kam uglerodli po'lat uchun $\sigma_{nv} \approx 0,36HB$

2.7. Kuchlanishlar konsentratsiyasi

Nazariy va tajribaviy tadqiqotlarning ko'rsatishicha, cho'zilgan yoki siqilgan sterjenning ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lsa, sterjendagi normal kuchlanish ham bir tekisda bo'ladi; sakrashlar bo'lmaydi. Biroq sterjenda o'ymalar yoki tuynuklar bo'lsa, kuchlanishlarning tarqalishida notekisliklar, sakrashlar paydo bo'ladi. Masalan, 2.11-rasm, a da yarim aylana shaklida o'yilgan dumaloq sterjen va tuynukli yassi namunada (2.11-rasm, b) normal kuchlanishlarning notekis tarqalganligini ko'ramiz.



2.11-rasm.

Kuchlanishning keskin ortishi uncha katta bo'lmagan zonada ro'y beradi, bu zonadan o'tgach kuchlanish kamayib, o'zgarmas holatga keladi.

Maksimal kuchlanishning o'rtacha kuchlanishga nisbati kuchlanishlar konsentratsiyasi koeffitsienti deb ataladi va α harfi bilan belgilanadi:

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}; \quad (2.15)$$

bu yerda $\sigma_{\max}$ – o‘yiq, teshiklar yaqinida hosil bo‘ladigan eng katta (maksimal) kuchlanish;

σ – kuchlanishlar tekis tarqalgan zonadagi kuchlanish, ya’ni o‘rtacha kuchlanish; bu kuchlanishni ko‘pincha nominal kuchlanish deb ataladi.

Kuchlanishlar konsentratsiyasi (bir joyga to‘planish) koeffitsientini aniqlash uchun $\sigma_{\max}$ ning qiymatini bilish zarur ekanligi (2.15) formuladan ko‘rinib turibdi. Ammo bu kuchlanishni aniqlash ancha murakkab masala. Uni faqat elastiklik nazariyasi uslublari orqali yoki tajriba yo‘li bilan aniqlash mumkin xolos. Turli holatlar uchun aniqlangan σ ning qiymatlari spravochniklarda beriladi. Odatda, uning qiymatlari 1,2–3 atrofida bo‘ladi.

Samolyot va mashina detallarini loyihalash va mustahkamlikka hisoblashda kuchlanishlar konsentratsiyasini hisobga olish lozim bo‘ladi. Imkoni boricha chuqur o‘ymalar, kesim keskin o‘zgaradigan joylar, turli xil teshiklar qilishdan qochmoq zarur. Chunki aynan ana shular atrofida kuchlanishlar konsentratsiyasi paydo bo‘ladi, bular esa materialni muddatidan ilgari ishdan chiqishiga olib kelishi mumkin. Detal sirtlariga, ayniqsa, o‘ta mustahkam toblangan po‘lat kabi materiallar sirtlariga yaxshilab ishlov berish kerak. Silliqlagich diskdan qolgan arzimaz izlar ham qattiq toblangan po‘latning mustahkamlik chegarasini 10–20% ga kamaytirishi mumkin.

2.8. Ruxsat etilgan kuchlanishlar. Kesim tanlash

Barcha narsa va hodisalarning me‘yori bo‘lgani singari kuchlanishlarning ham yo‘l qo‘yiladigan, ruxsat etiladigan me‘yori, darajasi bor. Tashqi kuchlar ta’siridagi konstruksiya elementlari xavf-xatarsiz ishlashi uchun ular-dagi kuchlanishning eng katta qiymati ma’lum chegaradan, yani me’yordan oshib ketmasligi kerak. Ana shu chegara, ana shu me’yor turli xil materiallar uchun tajriba yo‘li bilan aniqlanib, spravochniklarda yozib qo‘yilgan. Bunday me’yorning nomini *ruxsat etilgan* kuchlanish deyiladi va $[\sigma]$ belgi bilan ifodalanadi.

Ruxsat etilgan kuchlanishlar yoki mustahkamlik zaxirasini to‘g‘ri belgilash katta amaliy ahamiyatga ega. Agar ruxsat etilgan kuchlanish katta miqdorda qabul qilinsa, konstruksiyaning mustahkamligiga putur yetadi. Ruxsat etilgan kuchlanishning qiymati kichikroq olinsa, konstruksiyaning o‘lchamlari kattalashadi; bu esa o‘z navbatida uning vaznini va narxini

ortishiga olib keladi. Konstruksiya vaznining ortishiga ko'p hollarda, masalan, samolyotsozlikda yo'l qo'yilmaydi.

Ruxsat etilgan kuchlanishni to'g'ri tanlash uchun ko'pgina hollarni hisobga olish zarur bo'ladi. Avvalam bor konstruksiya elementlariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar ko'pincha to'g'ri va aniq topilgan deb bo'lmaydi. Bundan tashqari, aksariyat hollarda, ayniqsa, konstruksiya elementlarining murakkab shakllarida kuchlanishlar ham taqribiy aniqlanadi. Kuchlar va kuchlanishlarni hisoblashda aniqlik darajasi qanchalik past bo'lsa, ruxsat etilgan kuchlanishlarni belgilashda mustahkamlik zaxirasini shuncha katta tanlash lozim bo'ladi. Mustahkamlik zaxirasi shunday belgilanishi lozimki, pirovard oqibatda kuch va kuchlanishlarni hisoblashda yo'l qo'yilgan xatolar yopilib ketsin.

Ruxsat etilgan kuchlanishning miqdoriga materialning xili ham sezilarli ta'sir etadi. Materialning bir jinsli emasligi qancha yuqori bo'lsa, mustahkamlik zaxirasini shuncha katta olish zarur, chunki bir jinsli bo'lmagan materiallarning mexanik hossalari to'g'ri aniqlash murakkab masala.

Konstruksiya uzoq muddatga mo'ljallangan bo'lsa, mustahkamlik zaxirasi bu holda ham katta olinadi. Samolyot dvigatellarining mustahkamlik zaxirasi qo'zg'almas dvigatellarnikiga nisbatan kichikroq tanlanadi, chunki aviatsiya dvigatellari yengil bo'lishi kerak; shu sababli ishlash muddati ham statsionar dvigatellarnikidan ancha kam bo'ladi.

Keltirilgan umumiy ma'lumotlar ruxsat etilgan kuchlanish tanlash masalasi naqadar murakkab ekanligini ko'rsatadi. Bu borada amaliyotda uchraydigan barcha hollar uchun yaroqli bo'lgan umumiy me'yorlarni tavsiya etish imkoni yo'q. Biroq shunga qaramay mashinasozlikning ba'zi sohalari hamda qurilish sohasi uchun bunday me'yorlar ishlab chiqilgan va amalda qo'llaniladi. Hisoblash usullarining takomillashuvi, tajribalarning ortishi, materiallar hossalari doir bilimlarning chuqurlashuvi natijasi o'laroq ruxsat etilgan kuchlanishlar vaqti-vaqti bilan to'ldirilib va tuzatilib boriladi.

Me'yorlarda (normalarda), o'z aksini topmagan hollarda ruxsat etilgan kuchlanishlar yuqorida keltirilgan umumiy mulohazalar hamda o'xshash konstruksiyalar tajribasida foydalangan holda qabul qilinadi.

Materialni ishdan chiqaradigan xavfli kuchlanish mustahkamlik chegarasi deyiladi. Plastik materiallar uchun oquvchanlik chegarasi σ_T xavfli kuchlanish sanaladi. Mo'rt materiallar uchun esa xavfli kuchlanish tariqasida mustahkamlik chegarasi $\sigma_{m\kappa}$ qabul qilinadi. Tabiiyki, bu kuchlanishlar ruxsat etilgan kuchlanishlar bo'lolmaydi. Foydalanish sharoitida konstruksiya elementlaridagi kuchlanishlar elastiklik chegarasi doirasida bo'lishi

uchun σ_T va $\sigma_{\mu\nu}$ larni bir muncha kamaytirish lozim bo'ladi. Shunday qilib, ruxsat etilgan kuchlanish quyidagi formula orqali aniqlanishi mumkin:

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{k} \quad (2.16)$$

bu yerda σ – xavfli kuchlanish (σ_T yoki $\sigma_{\mu\nu}$);
 k – mustahkamlik zaxirasi ko'effitsienti.

Mustahkamlik zaxirasi ko'effitsientining qiymatlari materialning xiliga (mo'rt yoki plastikligiga), ta'sir etuvchi yukning xarakteriga (statik yoki dinamikligiga) va boshqa omillarga bog'liq. Ko'p sonli tajribalarning ko'rsatishicha « k » ning qiymatini plastik materiallar uchun 1,4–1,6; mo'rt materiallar uchun esa 2,5–3,0 oralig'ida olish mumkin.

Ruxsat etilgan kuchlanishni to'g'ri tanlash katta ahamiyatga ega, chunki loyihalanaётgan konstruksiyaning mustahkamligi, ayniqsa, masalaning iqtisodiy tomonlari, ya'ni material sarfi aynan ana shunga bog'liq. Shuning uchun ham mashinasozlik va binokorlikda qo'llaniladigan asosiy materiallarning ruxsat etilgan kuchlanishlarini belgilash masalalari bilan davlat organlari shug'ullanadi. Davlat organlari o'rnatgan me'yor (norma) larga loyiha tashkilotlari amal qiladilar. Materialning sifati yaxshilangan sari hamda hisoblash usullarining takomillashuvi bilan ruxsat etilgan kuchlanishlar miqdori oshirib boriladi. Hozirgi paytda qo'llanishda bo'lgan ruxsat etilgan kuchlanishlarning mo'ljal qiymatlari 3-jadvalda keltirilgan.

3-jadval

**Cho'zilish va siqilish uchun asosiy ruxsat etilgan
kuchlanishlarning mo'ljal qiymatlari**

Materiallar nomi	Ruxsat etilgan kuchlanish, MPa	
	Cho'zilish uchun	Siqilish uchun
Quyma kulrang cho'yan	28–80	120–150
St2 markali po'lat	140	
St3 markali po'lat	160	
Ko'priklar uchun St3 markali po'lat	140	
Uglerodli konstruksion mashinasozlik po'lati	60–250	
Legirlangan konstruksion mashinasozlik po'lati	100–400 va yuqori	
Mis	30–120	

Lotun	70–140	
Bronza	60–120	
Alumin	30–80	
Aluminli bronza	80–120	
Duralumin	80–150	
Tekstolit	30–40	
Getinaks	50–70	
Fanera	40–50	
Sosna tolalar bo'ylab	7–10	10–12
Sosna tolalarga ko'ndalang		1,5–2
Dub tolalar bo'ylab		13–15
Dub tolalarga ko'ndalang		2–3,5
Toshdevor	0,3gacha	0,4–4
G'isht devor	0,2gacha	0,6–2,5
Beton	0,1–0,7	1,0–9

Demak ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]$ ma'lum bo'lsa, konstruksiya elementlarining mustahkamligi ta'minlangan bo'lishi uchun, ulardagi eng katta kuchlanish $\sigma_{\max}$ me'yoriy kuchlanishdan ortib ketmasligi kerak ekan:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \quad (2.17)$$

Bu tengsizlik umumiy holda *mustahkamlik sharti* deb ataladi. Cho'zilish va siqilish uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} \leq [\sigma] \quad (2.18)$$

bu yerda F – cho'zuvchi yoki siquvchi tashqi kuch;

A – konstruksiya elementining ko'ndalang kesim yuzasi.

Agar tashqi kuch F hamda materialning ruxsat etilgan kuchlanishi ma'lum bo'lsa elementning lozim bo'lgan ko'ndalang kesimi (2.18) formuladan osongina topiladi:

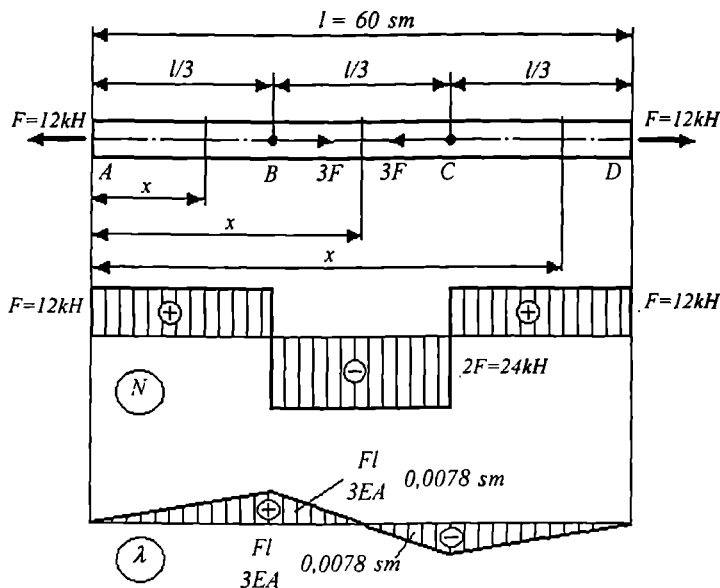
$$A \geq \frac{F}{[\sigma]}. \quad (2.19)$$

Shuningdek, ko'ndalang kesim yuzasi va ruxsat etilgan kuchlanish

ma'lum bo'lsa, elementga qo'yilishi mumkin bo'lgan tashqi kuchning miqdorini aniqlasa bo'ladi:

$$F \leq [\sigma] A. \quad (2.20)$$

2.5-Misol. Uzunligi $\ell = 0,6m$ bo'lgan sterjenning o'zgaras kesim yuzasi diametri aniqlansin (2.12-rasm). Sterjenning materiali St.3 markali po'lat, elastiklik moduli $E=2 \cdot 10^5$ MPa. Sterjenning ko'chishlari epyurasi qurilib, uning umumiy uzunligining o'zgarishi aniqlansin.



2.12-rasm.

Yechish. Eng avval sterjenning uchala uchastkasi uchun bo'ylama kuchlar epyurasini chizib olamiz. Chetki uchastkalardagi cho'zuvchi kuchlar $N_I = N_{III} = F = 12 \text{ kH}$, o'rta uchastkadagi siquvchi kuch $N_{II} = 2F = 24 \text{ kH}$ ni tashkil etadi.

St.3 markali po'lat uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ (3-jadvalga qar.). Po'lat siqilish va cho'zilishga birday ishlaganligi uchun maksimal kuchdan ($2F$) foydalanamiz. Mustahkamlik shartiga ko'ra sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi:

$$A \geq \frac{2F}{[\sigma]} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,5 \text{ sm}^2;$$

va uning diametri:

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} A} = 1,13 \sqrt{1,5} = 1,38 \text{ sm};$$

bo'ladi. Buni yaxlitlab $d = 14 \text{ mm}$ ($A = 1,54 \text{ sm}^2$) deb qabul qilamiz.

Sterjen kesimlarining ko'chishlarini aniqlaymiz. Sterjenning chap uchi-
ni (A kesimi) koordinata boshi deb qabul qilamiz. Birinchi uchastka
ko'chishlarini aniqlaymiz. Bu uchastka uchun $0 \leq x \leq l/3$.

$$\lambda(x) = \frac{FX}{EA}; \quad x = 0 \text{ bo'lganda } \lambda_A = 0;$$

$$x = l/3 \text{ bo'lganda } \lambda_B = \frac{12 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,54 \cdot 10^{-4}} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,0078 \text{ sm}.$$

Ikkinchi uchastkada $l/3 \leq x \leq 2/3l$ bo'ladi, ko'chish quyidagi formula-
dan topiladi:

$$\lambda(x) = \frac{F \cdot l/3}{EA} - \frac{2F(x - l/3)}{EA};$$

$x = l/3$ bo'lganda $\lambda_B = 0,0078 \text{ sm}$ bo'ladi;

$$x = 2/3l \text{ bo'lganda } \lambda_C = \frac{Fl/3}{EA} - \frac{2Fl/3}{EA} = -0,0078 \text{ sm}.$$

Uchinchi uchastkada $2/3l \leq x \leq l$ bo'ladi, ko'chish formulasi:

$$\lambda(x) = \frac{F \cdot l/3}{EA} - \frac{2Fl/3}{EA} - \frac{F(x - 2/3l)}{EA};$$

$$x = 2/3l \text{ bo'lganda } \lambda_C = \frac{Fl}{3EA} = -0,0078 \text{ sm};$$

$$x=l \text{ bo'lganda } \lambda_H = \frac{Fl/3}{EA} - \frac{2Fl/3}{EA} + \frac{Fl/3}{EA} = 0.$$

Ko'chishlar epyurasi 2.12-rasmda tasvirlangan. Mazkur holda sterjenning uzunligi o'zgarmaydi, chunki uning o'ng uchini chap uchiga nisbatan ko'chishi 0 ga teng.

2.6-misol. *Pog'onali sterjen uchun bo'ylama kuchlar, normal kuchlanishlar, nisbiy deformatsiyalar va ko'chishlar epyuralari qurilsin (2.13-rasm).*

Yechish. Sterjen uch qismdan tashkil topgan. Birinchi qism oralig'ida ($0 \leq x \leq l$) bo'ylama kuch, normal kuchlanish va nisbiy uzayish x masofaga bog'liq emas va quyidagi qiymatlarga ega:

$$N_1 = 2F; \quad \sigma = \frac{2F}{1.5A} = \frac{4F}{3A}; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{4F}{3EA}.$$

Sterjenning mahkamlangan uchidan x masofada yotgan kesimning ko'chishi

$$\lambda(x) = \varepsilon x = \frac{4Fx}{3EA}$$

Binobarin, ko'chishlar chiziqli konun bo'yicha o'zgarar ekan. Uchastkani boshlang'ich va oxirgi nuqtalaridagi ko'chishlarni topamiz:

$$x = 0 \text{ bo'lsa } \lambda_A = 0; \quad x=l \text{ bo'lsa } \lambda_B = \frac{4Fl}{3EA}.$$

Ikkinchi qism uchun ($l \leq x \leq 3l$):

$$N_H = -2F; \quad \sigma = -\frac{2F}{2A} = -\frac{F}{A}; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{F}{EA}.$$

Sterjenning mahkamlangan uchidan x masofada yotgan kesimning ko'chishi

$$\lambda(x) = \frac{4Fl}{3EA} - \frac{F(x-l)}{EA}$$

Ikkinchi qism boshida

$$x=l, \quad \lambda_B = \frac{4Fl}{3EA};$$

qism oxirida

$$x=3l \quad \lambda_C = \frac{2Fl}{3EA}.$$

«Minus» ishora C kesimning ko'chishi pastga yo'nalganligini ko'rsatadi. Uchinchi qism ($3\ell \leq x \leq 4\ell$)

$$N_{III} = F; \quad \sigma = \frac{F}{A}; \quad \varepsilon = \frac{F}{EA}.$$

Sterjenning A uchidan x masofada yotgan kesimning ko'chishi

$$\lambda(x) = -\frac{2F\ell}{3EA} + \frac{F(x-3\ell)}{EA}.$$

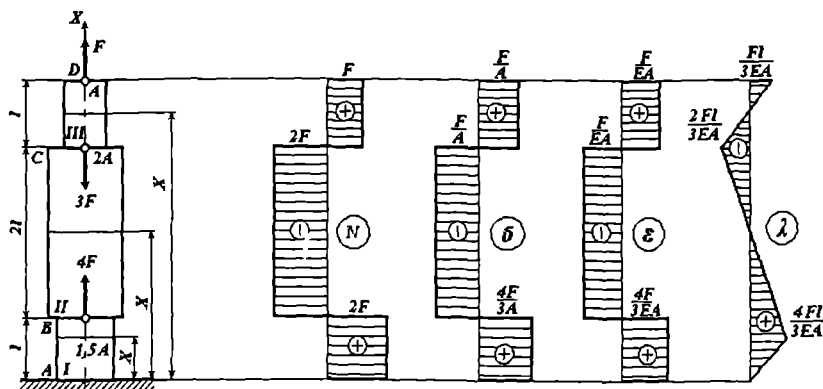
Uchinchi qism boshida

$$x = 3\ell, \quad \lambda_c = -\frac{2F\ell}{3EA};$$

qismning oxirida

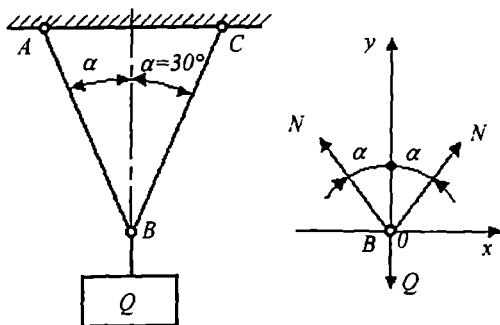
$$x = 4\ell, \quad \lambda_{II} = \frac{F\ell}{3EA}.$$

N , σ , ε va λ epyuralari 2.13-rasmda tasvirlangan.



2.13-rasm.

2.7-misol. AB va BC sterjenlariga xavf-xatarsiz osib qo'yilishi mumkin bo'lgan yuk Q ning eng katta qiymati aniqlansin (2.14-rasm). Sterjenlar St.2 markali po'latdan ishlangan bo'lib, materialning cho'zilishga ruxsat etilgan kuchlanishi $[\sigma] = 140 \text{ MPa}$. Sterjen diametri 2sm.



2.14-rasm.

Yechish. Har bir sterjenda vujudga kelishi mumkin bo'lgan eng katta xavfsiz zo'riqish

$$N = [\sigma] \cdot A = 140 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \text{ kH} = 44 \text{ kH} \text{ ga teng.}$$

Yuk Q ning ruxsat etilgan eng katta xavfsiz qiymatini B tugunning muvozanat shartidan topamiz:

$$\sum Y = -Q + 2N \cos \alpha = 0.$$

Bu yerdan

$$Q = 2N \cos \alpha = 2 \cdot 44 \cdot 0,866 \text{ kH} = 76,2 \text{ kH}.$$

2.8-misol. Elastiklik moduli $E = 10^4 \text{ MPa}$ bo'lgan qayrag'och ustun-ning yuqori uchini cho'kishi $[\Delta l] = 0,2 \text{ sm}$ dan oshmasligi uchun uning ko'ndalang kesim yuzasi qancha bo'lishi kerak? (2.15-rasm).

Yechish. Ustunning ko'ndalang kesim yuzasini bikrlilik shartidan foydalanib aniqlaymiz:

$$\Delta l = \frac{N \ell}{EA} \leq [\Delta l], \text{ bu yerda } N = F, \text{ bundan } A \geq \frac{N \ell}{E [\Delta l]}.$$

Tegishli son qiymatlarini qo'yib, kerakli yuzani topamiz

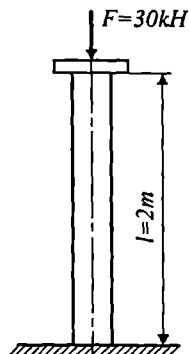
$$A = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \text{ m}^2 = 30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 30 \text{ sm}^2$$

Topilgan yuza mustahkamlik shartini qanoatlantiradimi, yo'qmi? Shuni tekshiramiz. Qayrag'och uchun siqilishdagi ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 12 \text{ MPa}$ (3-jadval).

Bo'ylama kuch N ta'sirida hosil bo'lgan kuchlanish

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}} \text{ MPa} = 10 \text{ MPa} < [\sigma] = 12 \text{ MPa}.$$

Demak, aniqlangan yuza mustahkamlik shartini qanoatlantirar ekan.

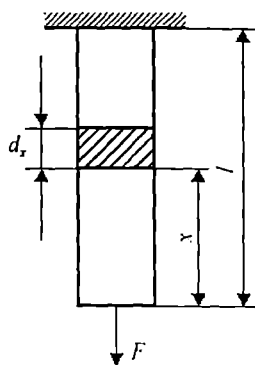


2.15-rasm.

2.9. Xususiy og'irlikni hisobga olish

Mashinasozlik va samolyotsozlik singari sohalarida qo'llaniladigan detallar kichkina va vazni yengil bo'lganligi sababli mustahkamlikka hisoblashda ularning xususiy og'irligi ko'p hollarda hisobga olinmaydi. Ammo texnikada shunday sohalar borki, bularda konstruksiyaning xususiy og'irligi asosiy yuk sanaladi. Binokorlikda devor va tomlarning, konchilikda yuk ko'taradigan tros va kanatlarning hamda burg'ulovchi mashinalarning shtangalari bunga misol bo'la oladi. Bunday konstruksiyalarni mustahkamlikka va bikrlikka hisoblashda xususiy og'irligi albatta hisobga olinishi lozim.

Cho'zuvchi kuch F ta'sirida uzun sterjenning kuchlanish va deformatsiya holatini ko'rib o'taylik (2.16-rasm). Sterjenning qistirilgan yuqori uchidagi kesimga tashqi kuch F va sterjenning to'liq og'irligi G ta'sir etadi. Shuning uchun ham bu kesim xavfli kesim sanaladi, ya'ni shu kesimda sterjenning uzilib ketish xavfi bor. Agar sterjenning ko'ndalang kesim yuzasini A deb belgilasak, xavfli kesimdagi maksimal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:



2.16-rasm.

$$\sigma_{\max} = \frac{F + G}{A}. \quad (2.21)$$

O'z navbatida bunday hol uchun mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{F+G}{A} \leq [\sigma]. \quad (2.22)$$

Sterjenning og'irligi $G = A \cdot \ell \gamma$ (bu yerda γ – materialning solishtirma og'irligi) ekanligini inobatga olsak, mustahkamlik shartini quyidagi ko'rinishda ifodalasa ham bo'ladi:

$$\frac{F}{A} + \ell \gamma \leq [\sigma]. \quad (2.23)$$

Bu formuladan foydalanib, sterjenning hisobiy kesim yuzasini aniqlash mumkin:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma] - \ell \gamma}. \quad (2.24)$$

Sterjenning pastki uchidan ixtiyoriy (x) masofada yotgan kesimda xususiy og'irlikning o'zidan hosil bo'ladigan kuchlanish

$$\sigma_x = \frac{G_x}{A} = \frac{Ax\gamma}{A} = x\gamma \text{ ga teng bo'ladi.} \quad (2.25)$$

Bundan shu narsa ayon bo'ladiki, o'zgaras ko'ndalang kesim yuzali sterjenlarda xususiy og'irlik ta'sirida vujudga keladigan kuchlanishning qiymati sterjenning kesim yuzasiga bog'liq emas ekan. Bundan yana x masofada $x\gamma$ materialning mustahkamlik chegarasi σ_{pq} ga tenglashganda sterjen o'zining og'irligi ta'sirida uzilib ketishi mumkinligini ham bilsa bo'ladi. Xususiy og'irlik ta'sirida uzilishi mumkin bo'lgan uzunlik – ℓ_{kp} deb ataladi va quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\ell_{kp} = \frac{\sigma_{pq}}{\gamma}. \quad (2.26)$$

Sterjenda faqat xususiy og'irlik ta'sirida ruxsat etilgan kuchlanish vujudga kelishini ta'minlaydigan uzunlik chegaraviy uzunlik – ℓ_r deb ataladi va quyidagi formuladan topiladi:

$$\ell_r = \frac{[\sigma]}{\gamma}. \quad (2.27)$$

Endi xususiy og'irlik ta'sirida sterjenning deformatsiyasini aniqlaymiz. Sterjenning erkin uchidan x masofada dx elementar bo'lakcha ajratamiz (2.16-rasm). Bu bo'lakchaga qiymati $A\gamma x$ ga teng bo'lgan cho'zuvchi kuch ta'sir etadi. Guk qonuniga binoan bo'lakchanning absolut uzayishi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\Delta(dx) = \frac{A\gamma x dx}{EA} = \frac{\gamma}{E} x dx.$$

Bu ifodani 0 dan ℓ gacha bo'lgan oraliqda integrallab, sterjenning to'liq uzayishini aniqlaymiz:

$$\Delta l = \int_0^{\ell} \frac{\gamma}{E} x dx = \frac{\gamma \ell^2}{2E} \quad (2.28)$$

Agar $\gamma \ell$ ning o'rniga $\frac{G}{A}$ ni qo'ysak,

$$\Delta l = \frac{Gl}{2EA} \text{ kelib chiqadi.} \quad (2.29)$$

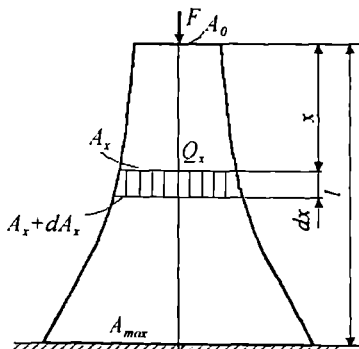
Tashqi kuch F ta'sirida hosil bo'ladigan uzayish $\frac{Fl}{EA}$ ekanligi bizga

Guk qonunidan ma'lum. Buni (2.29) bilan taqqoslab, xususiy og'irlik ta'sirida vujudga keladigan uzayish tashqi kuch ta'sirida hosil bo'ladigan uzayishdan ikki barobar kam bo'lishini anglaymiz. Sterjenning to'liq uzayishi alohida uzayishlarning yig'indisidan tashkil topadi:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{Gl}{2EA} = \frac{(F + \frac{G}{2})l}{EA}. \quad (2.30)$$

Teng qarshilik ko'rsatuvchi sterjenlar. Ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan sterjenda kuchlanishlar xususiy og'irlik hisobga olinganda faqat xavfli kesimdagina ruxsat etilgan normal kuchlanishga teng bo'lgan kuchlanish vujudga keldi. Boshqa kesimlarda kuchlanish kamroq bo'ladi. Demak materialning bir qismi behuda sarflanadi. Ammo sterjen kesimlarini shunday tanlash mumkinki, barcha kesimlardagi kuchlanish bir xil bo'lsin. Bunday kesimli sterjenlar *teng qarshilik ko'rsatuvchi sterjenlar* deb ataladi. Masala ana shu o'zgaruvchan kesim yuzani aniqlashdan iborat.

Baland ustunga F kuchi qo'yilgan deylik (2.17-rasm). Ustunning yuqori kesimi



2.17-rasm.

A_0 ga faqat F kuch ta'sir etadi. Pastki kesimlarga ustun og'irligi ham qo'shila boradi. Eng katta kuchlanish ustunning eng pastki kesimi $A_{\max}$ da hosil bo'ladi. Ustunning o'zgaruvchan kesim yuzasi A_x pastga tomon ortib boradi. Vazifa sterjen kesimidagi kuchlanishlarni sterjen uzunligi davomida o'zgarmas va [6]ga teng bo'lishi uchun kesim yuzasi A_x ning o'zgarish qonunini aniqlashdan iborat.

Ustunning yuqori uchidan x masofada qalinligi dx bo'lgan elementar bo'lakcha ajratamiz va uning muvozanat tenglamasini yozamiz:

$$\sum Y = [\sigma](A_x + dA_x) - \gamma A_x dx - [\sigma] A_x = 0$$

$$\text{yoki } [\sigma] dA_x - \gamma A_x dx = 0,$$

bundan $\frac{dA_x}{A_x} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dx$ kelib chiqadi. Buni integrallab, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$l_n A_x + c = \frac{\gamma}{[\sigma]} x, \quad (a)$$

agar $x = 0$ bo'lsa, $A_x = A_0$ bo'ladi, bundan $c = -l_n A_0$ kelib chiqadi. Topilgan integral doimiysi c ning qiymatini (a)ga qo'yib, $l_n A_x - l_n A_0 = \frac{\gamma}{[\sigma]} x$ ga ega bo'lamiz. Bundan

$$A_x = A_0 e^{\frac{\gamma x}{[\sigma]}} \quad (2.31)$$

kelib chiqadi.

Ana shu giperbolik qonun asosida o'zgaruvchan kesimli sterjenlar teng qarshilik ko'rsatuvchi sterjenlar sirasiga kiradi. Bunday sterjenlarda materialdan to'liq foydalaniladi, demak tejamkor bo'ladi. Ammo bunday shaklga ega bo'lgan ustunlarni tiklash qiyin bo'lganidan, amalda soddaroq shakl – pog'onali ustunlardan foydalaniladi. Qadimda me'mor va muhandislar baland minoralar bunyod etishda shunga yaqin qoidaga rioya qilishgan; minora diametri pastdan yuqoriga qarab torayib borgan.

Pog'onali sterjenlar. Bunday sterjenlar tejamkorlik jihatidan o'zgarmas kesimli sterjenlar bilan teng qarshilik ko'rsatuvchi sterjenlar orasidagi o'rinni egallaydi (2.18-rasm). Pog'onali sterjenlarda o'zgarmas kesimli sterjenlarga nisbatan materialdan yaxshiroq, ya'ni unumliroq foydalaniladi; teng qarshilikli sterjenlarga nisbatan esa samaradorligi kamroq albatta. Biroq uni yasash,

ishlash oson bo'lgani uchun texnikada keng tarqalgan. Ko'priklar osti tayanchlari bunga misol bo'la oladi.

Har bir pog'onaning kesim yuzasini aniqlashda (2.24) formuladan foydalanamiz: birinchi pog'onaning ko'ndalang kesim yuzasi

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \gamma l_1} \text{ bo'ladi.}$$

Ikkinchi pog'onaga $N_1 = [\sigma] A_1$ kuch ta'sir etadi. Shunga ko'ra uning ko'ndalang kesimi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$A_2 = \frac{N_1}{[\sigma] - \gamma l_2}$$

Uchinchi pog'onaning kesimi ham xuddi shunday aniqlanadi:

$$A_3 = \frac{N_2}{[\sigma] - \gamma l_3}$$

n – pog'ona uchun formulani umumiy tarzda quyidagicha yozish mumkin:

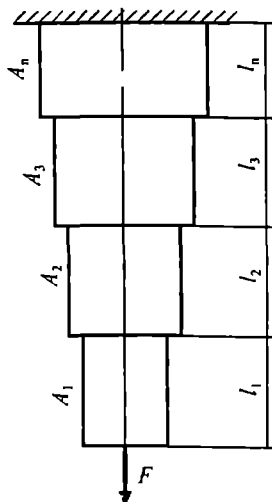
$$A_n = \frac{N_{n-1}}{[\sigma] - \gamma l_n} \quad (2.32)$$

Bu yerda $N_{n-1} = [\sigma] A_{n-1}$ qiymatga ega.

2.10. Cho'zilish va siqilishda statik noaniq masalalar

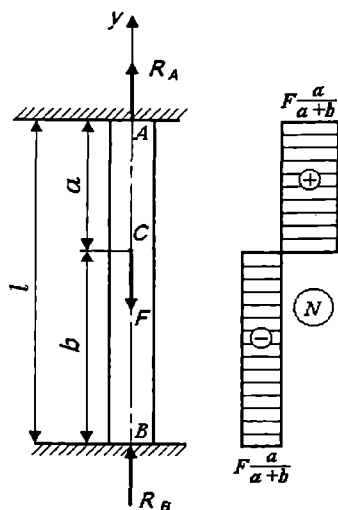
Ba'zi konstruksiyalarda noma'lum zo'riqish va reaksiyalarning soni ayni masala uchun statika tenglamalari sonidan ortiq bo'ladi. Bunday konstruksiyalarda «ortiqcha» bog'lanishlar mavjud bo'ladi. Ana shunday ortiqcha bog'lanishlarda «ortiqcha» noma'lumlar vujudga keladi. Bu yerdagi «ortiqcha» iborasi shartli so'z bo'lib, tom ma'nodagi keraksizlikni emas, balki statikaning muvozanat tenglamalariga nisbatan ortiqcha ekanligini anglatadi. Aslida o'sha «ortiqcha» sterjen konstruksiya uchun ortiqcha emas, konstruksiyaning mustahkamligi va birligi uchun u zaruriy hisoblanadi.

Noma'lumlari soni statika tenglamalari sonidan ortiq bo'lgan masalalar



2.18-rasm.

statik noaniq masalalar deb ataladi. Bunday masalalarni yechishda statika tenglamalari kamlik qiladi. Masala yoki konstruksiyaning statik noaniqlik darajasiga qarab, qo'shimcha tenglamalar tuzishga to'g'ri keladi. Masaladagi ortiqcha noma'lumlar soni konstruksiyaning statik noaniqlik darajasini belgilaydi. Masalan, ortiqcha noma'lum bitta bo'lsa – bitta, ikki marta statik noaniq masala uchun – ikkita qo'shimcha tenglama tuziladi va h.k. Qo'shimcha tenglamalar konstruksiya elementlarining deformatsiya holatlari asosida keltirib chiqariladi.



2.19-rasm.

Statik noaniq masalalarni yechish tartibini misollar orqali tushuntiramiz.

1. Ikki uchi mahkamlangan sterjenning C nuqtasiga F kuch qo'yilgan (2.19-rasm). Sterjenning pastki va ustki qismlaridagi zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi.

F kuch sterjen uchlarida R_A va R_B reaksiya kuchlarini hosil qiladi. Ularni ixtiyoriy ravishda yuqori tomon yo'naltiramiz. Bu masala uchun statikaning birgina tenglamasini tuza olamiz:

$$\sum y = R_A + R_B - F = 0. \quad (a)$$

Bir tenglamada ikki noma'lum mavjud. Demak masala bir marta statik noaniq. Buni yechish uchun bitta qo'shimcha tenglama tuzish kifoya.

Sterjenning ikki uchi mustahkam biriktirilganligi sababli uning umumiy uzunligi o'zgarmaydi, ya'ni $\Delta l = 0$.

Sterjenning yuqori qismi muvozanatidan $N_{AC} = R_A$, pastki qismi muvozanatidan $N_{BC} = -R_B$ topiladi. Guk qonuniga ko'ra N_{AC} va N_{BC} ichki elastik kuchlar ta'siridagi deformatsiya quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\Delta l = \frac{N_{AC}a}{EA} + \frac{N_{BC}b}{EA} = \frac{R_A a}{EA} - \frac{R_B b}{EA}$$

Masala shartiga ko'ra $\frac{R_A a}{EA} - \frac{R_B b}{EA} = 0$, bularni EA ga qisqartirsak, biz izlagan qo'shimcha tenglama kelib chiqadi:

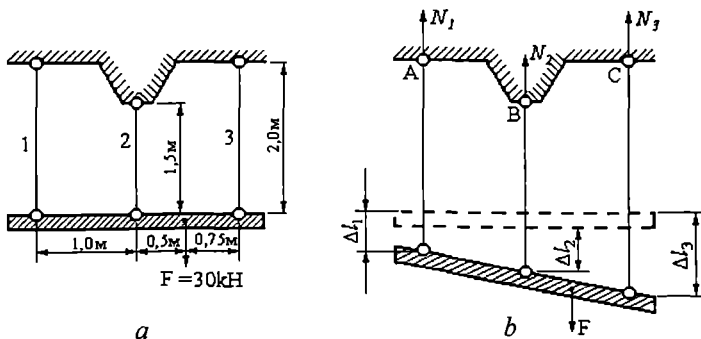
$$R_A a - R_B b = 0. \quad (b)$$

(a) va (b) tenglamalarni birgalikda yechib, quyidagilarni topamiz:

$$R_A = \frac{b}{a+b} F \quad R_B = \frac{a}{a+b} F$$

Bo'ylama kuchlar (zo'riqishlar) epyurasi 2.19-rasm, b da tasvirlangan.

2. Deformatsiyanmaydigan bikr brus uch sterjen vositasida shippga osib qo'yilgan (2.20-rasm, a) 1 – mis sterjenning kesimi 1 sm^2 ; 2 – po'lat sterjenning kesimi $1,5 \text{ sm}^2$; 3 – alumin sterjenning kesimi 2 sm^2 . Sterjenlardagi kuchlanishlarni aniqlash talab etiladi.



2.20-rasm.

Bikr brusga F yuk qo'yilgan, barcha sterjenlar cho'zilishga ishlaydi, deb faraz etamiz. Sterjenlarning deformatsiya holati (2.20-b rasm) da tasvirlangan.

Sterjenlardagi noma'lum zo'riqishlar ($N_1; N_2; N_3$)ni aniqlash uchun statikaning quyidagi ikkita muvozanat tenglamasidan foydalanamiz:

$$\sum m_A = -N_2 \cdot 1,0 - N_3 \cdot 2,25 + F \cdot 1,5 = 0, \quad (a)$$

$$\sum m_B = N_1 \cdot 2,25 + N_2 \cdot 1,25 - F \cdot 0,75 = 0. \quad (b)$$

Yetishmayotgan uchinchi tenglamani deformatsiya shartlari asosida tuzamiz. Rasmdagi trapetsiyadan foydalanib, quyidagi nisbatlarni yozamiz:

$$\frac{\Delta l_3 - \Delta l_1}{2,25} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{1,0},$$

bundan $1,25\Delta l_1 - 2,25\Delta l_2 + \Delta l_3 = 0$ kelib chiqadi.

Tenglamadagi deformatsiyalarni zo'riqishlar orqali ifodalaymiz:

$$1,25 \frac{N_1 \cdot 200}{10^{11} \cdot 1} - 2,25 \frac{N_2 \cdot 150}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,5} + \frac{N_3 \cdot 200}{0,7 \cdot 10^{11} \cdot 2} = 0$$

Tenglamani ixchamlashtiramiz:

$$2,5N_1 - 1,125N_2 + 1,43N_3 = 0. \quad (b)$$

(a), (b), (d) tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum zo'riqlarni aniqlaymiz:

$$N_1 = 0,018 \cdot F = 0,018 \cdot 30kH = 0,55kH;$$

$$N_2 = 0,568 \cdot F = 0,568 \cdot 30kH = 17,04kH;$$

$$N_3 = 0,414 \cdot F = 0,414 \cdot 30kH = 12,42kH;$$

Tekshirish. $\sum Y = 0,55 + 17,04 + 12,42 = F = 30kH$

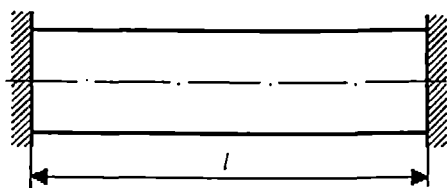
Sterjenlardagi kuchlanishlar:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,55}{1,0} = 0,55kH/sm^2 \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{17,04}{1,5} = 11,36kH/sm^2$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{12,42}{2} = 6,21kH/sm^2$$

2.11. Temperatura (harorat) o'zgarishidan hosil bo'ladigan kuchlanishlar

Statik noaniq sistemalarda haroratning o'zgarishidan ham kuchlanishlar paydo bo'lishi mumkin. 2.21-rasmda tasvirlangan sterjen haroratning ortishi bilan kengayishga intiladi, ammo uning ikki uchidagi mustahkam tayanchlar bunga qarshilik ko'rsatadi.



2.21-rasm.

Natijada deformatsiyalana olmagan sterjenda ichki zo'riqlash-kuchlanish paydo bo'ladi. Tayanchlardan birini yo'q deb faraz qilsak, ya'ni konstruksiya statik aniq bo'lsa, sterjen bimalol uzaya oladi va bunda hech qanday zo'riqlash hosil bo'lmaydi.

Shakldagi sterjen chiziqli kengayish koeffitsienti α bo'lgan po'latdan yasalgan deylik. Dastlabki harorat t_1 bo'lsin, harorat o'zgarib (ortib yoki kamayib), t_2 bo'lgan holdagi kuchlanishni aniqlash talab etilsin. Harorat o'zgarishini τ bilan belgilaymiz. Agar sterjenning bir uchi erkin bo'lganda u quyidagi masofaga uzayar edi:

$$\Delta l = \alpha(t_1 - t_2)l = \alpha t l$$

Bu bizga fizikadan ma'lum. Biroq tayanchlar sterjenning uzayishiga yo'l bermaydi, unda siqilish kuchlanishi paydo bo'ladi.

Siqilish va cho'zilishdagi nisbiy deformatsiyadan foydalanamiz:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\alpha t l}{l} = \alpha t$$

Guk qonuniga binoan normal kuchlanish quyidagiga teng:

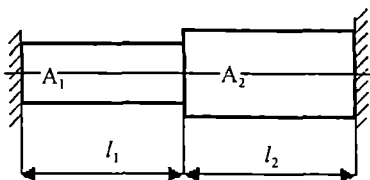
$$\sigma = E\varepsilon = E\alpha t.$$

Agar $t_1 > t_2$ bo'lsa cho'zilish kuchlanishi, agar $t_1 < t_2$ bo'lsa, aksincha, – siqilish kuchlanishi vujudga keladi.

Harorat o'zgarishidan qo'shimcha kuchlanishlar paydo bo'lishini inobatga olib, loyiha jarayonida maxsus tayanch xillaridan foydalaniladi, binolar qurilishida temperatura choklari qoldiriladi. Uzun beton yoki temir-beton yo'llar ham ma'lum masofada temperatura choklari bilan ajratiladi. Samolyotlarning uchish-qo'nish polosalari ham shunday bajariladi.

2.9-misol. Pog'onali po'lat sterjen t_1 haroratda ikki uchidan mahkamlangan. Harorat t_2 darajaga ko'tarilganda har ikkala pog'onada vujudga keladigan kuchlanish aniqlansin (2.22-rasm).

Yechish. Agar sterjenning bir uchi erkin bo'lganda u quyidagi miqdorga uzayar edi:



2.22 -rasm.

$$\Delta l = \alpha(t_2 - t_1)(l_1 + l_2). \quad (a)$$

Biroq tayanchlar uning erkin uzayishiga qarshilik qiladi, yoki, boshqacha aytganda, tayanchlar sterjenni F kuch bilan siqib, uni Δl masofaga qisqartiradi. Bu qisqarish quyidagi miqdorga tengdir:

$$\Delta l = \frac{Fl_1}{EA_1} + \frac{Fl_2}{EA_2} \quad (b)$$

(a) va (b) tenglamalaridan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\alpha(t_2 - t_1)(l_1 + l_2) = F\left(\frac{l_1}{EA_1} + \frac{l_2}{EA_2}\right),$$

bu ifodadan F zo'riqishni aniqlasa bo'ladi:

$$F = \frac{\alpha(t_2 - t_1)(l_1 + l_2)}{\frac{l_1}{EA_1} + \frac{l_2}{EA_2}}$$

Kuch F va yuza A ma'lum bo'lsa, kuchlanishni topish qiyin emas. Sterjenning chap pog'onasidagi kuchlanish:

$$\sigma = \frac{\alpha(t_2 - t_1)(l_2 + l_1)}{(\frac{l_1}{EA_1} + \frac{l_2}{EA_2})A_1}$$

Sterjenning o'ng pog'onasidagi kuchlanish:

$$\sigma = \frac{\alpha(t_2 - t_1)(l_2 + l_1)}{(\frac{l_1}{EA_1} + \frac{l_2}{EA_2})A_2}$$

2.12. Sterjenlarni cho'zilish va siqilishga hisoblashni o'rgatuvchi kompyuter texnologiyasi

Respublikamizning ilmiy-texnika taraqqiyoti konstruksiyani hisoblash va loyihalashda fan erishgan yutuqlardan, EHMDan foydalanib o'ta progressiv va sinalgan usullarni bo'lajak mutaxassislarga o'rgatishni taqozo qiladi.

Jumladan, materiallar qarshiligi fani keyingi 25–30 yillar mobaynida mazmun jihatidan ham, bayon etish usuli jihatidan ham boshqa umumtexnika fanlariga qaraganda ancha o'zgardi. Bu davr ichida yaratilgan mashinalar (kosmik kemalar, atom reaktorlari, osmono'par inshootlar va b.), yuksak fizik-mexanik xossalarga ega bo'lgan materiallar yaratishni talab qilish bilan birga, yangi sharoitda puxta va ishonchli ishlay olishni ta'minlaydigan shaxsiy elektron mashinalariga mos matematik hisob usullarini ishlab chiqish zaruriyatini ham tug'dirdi.

Mazkur paragraf ShEHM yordamida mashinasozlik, samolyotsozlik va xususan, qurilish sohasida keng uchraydigan konstruksiyalarni hisoblash va loyixalashni avtomatlashtirishga bag'ishlangan.

Sterjenlarni kompyuterda hisoblash uchun chekli elementlar usuli (ChEU)dan foydalanilgan. Bu usulda har bir sterjen chekli element sifatida qabul qilingan (2.24-rasm).

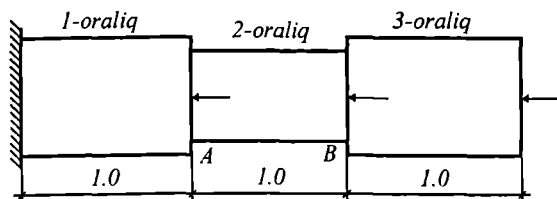
Chekli elementlar usuli cho'zilish-siqilishda, siljish va buralishda, egi-

lishda hamda murakkab qarshilikda umumlashtirilgan algoritm asosida hisoblarni bajarish imkonini beradi.

Bu paragrafda biz ChEUni cho'zilish va siqilish masalalarini hisoblashga doir matritsa ko'rinishidagi ifodasini keltiramiz.

Markaziy siqilgan sterjen

2.23-rasmda keltirilgan sterjen bir nechta oraliqlardan iborat. Agarda bitta oraliqning matematik modelini tuzsak, unda sterjenni barcha oraliqlar yig'indisi tarzida hisoblash bo'ladi. Har bir oraliqni chekli element deb ataymiz.

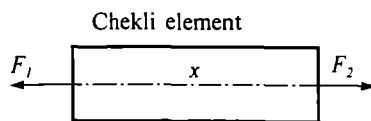


2.23-rasm

Elementdagi ko'chirishning o'zgarishi sterjenning o'qi bo'ylab chiziqli funktsiya ko'rinishida ifodalanib, matritsa ko'rinishiga keltiriladi:

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Chiziqli funktsiyaning tanlanishiga sabab, element ikkita tugunga ega bo'lib, chiziqli funktsiya faqatgina bir xil miqdordagi qiymatni beradi, demak ikki nuqta orasida faqat bitta to'g'ri chiziqli o'tkazish mumkin (2.24-rasm.).



2.24-rasm

Agar bu ifoda $x = 0$ va $x = 1$ uchun yozilsa, unda

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

bo'ladi. Bunda

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{vmatrix} = 1/l \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix} = [C]^{-1} \{q\} \quad (2.35)$$

(2.33) ni (2.35) ga qo'yish orqali

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x = \begin{bmatrix} 1 & -x & x \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix} = [N] \{q\} \quad (2.36)$$

ga ega bo'lamiz.

Sterjendagi deformatsiya quyidagi ifoda orqali aniqlanadi:

$$\varepsilon = du/dx = 1/l \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} [N] \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix} = [B] \{q\}. \quad (2.37)$$

Kuchlanish esa

$$\sigma = E \varepsilon = E (1/l) \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix} = E [B] \{q\} \quad (2.38)$$

Ma'lumki (2.36) ichki va tashqi kuchlarning ishi mumkin bo'lgan ko'chishlarga teng.

Chekli element tugunlarining mumkin bo'lgan ko'chishi – dq bo'lsin. U holda deformatsiya quyidagicha bo'ladi:

$$d\varepsilon = [B] (d\{q\}). \quad (2.39)$$

Tugunlardagi kuchlar bajargan ishlar, har bir kuchdan olingan hosilaning mos ravishdagi ko'chishlarga ko'paytmasiga teng, buning matritsa ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$(d\{q\})^T \cdot \{F\} \quad (2.40)$$

Hajm birligida paydo bo'ladigan kuchlanishning ichki ishi quyidagiga tengdir:

$$d\varepsilon \cdot \sigma = [B] (d\{q\}) \sigma \quad (2.41)$$

Tashqi kuchlar ishini ichki ishlar yig'indisiga tenglashtirib, element hajmi bo'yicha integrallash orqali quyidagiga ega bo'lamiz:

$$(d\{q\})^T \cdot \{F\} = (d\{q\})^T \int [B]^T \sigma dV \quad (2.42)$$

Bu bog'lanish mumkin bo'lgan ko'chish uchun o'rinli bo'lib, o'ng va chap qismidagi koeffitsientlar quyidagiga teng bo'ladi:

$$\{F\} = [B]^T \cdot E[B] \{q\} dV \quad (2.43)$$

Shunday qilib qidirilayotgan yechimni topdik, endi faqatgina integrallash qoladi. Integral ostidagi ifoda hajmga bog'liq emas, shuning uchun

$$\{F\} = [B]^T \cdot E[B] \int dV \{q\} = [B]^T \cdot E[B] A l \{q\} \quad (2.44)$$

shaklda yozish mumkin.

Ifodani ochib yozamiz.

$$\{F\} = [B]^T \cdot E[B] A l \{q\} = l/l \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \cdot E \cdot l/l \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot A \cdot l \{q\} = EA/l \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \{q\} = [k] \{q\} \quad (2.45)$$

Demak $\{F\} = [k] \{q\}$ ekan.

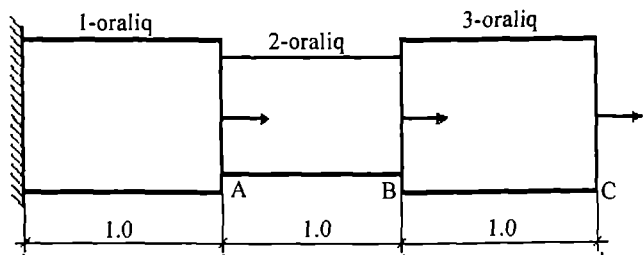
Bitta element uchun tashqi kuchlar bilan ko'chishlar orasidagi bog'lanish ma'lum bo'lsa, masalani xohlagan tarkibli sterjenlar uchun qo'llasa bo'ladi.

Bu yerda $[k]$ matritsasi, elementning bikrlilik matritsasi.

Dasturdan foydalanishga doir misol

Misol sifatida quyidagi masalani yechamiz.

Berilgan sterjen uch oraliqdan tashkil topgan (2.25-rasm).



2.25-rasm.

Birinchi oraliq k_1 ning bikrlilik matritsasi (2.45) formula orqali hisoblanadi:

$$[k]_1 = EA_1/l_1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 / 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1/l \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$$

Ikkinchi oraliq uchun

$$[k]_2 = EA_2/l_2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 / 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1/l \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Tugunlardagi elementlarning bikrlk matritsalarini qo'shish tamoyili bo'yicha umumiy matritsa tuziladi:

$$k = \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & -2 & 1 \\ -2 & 2+1 & 2 \\ \hline & -1 & 1 \\ & & 3 \end{array}$$

Bo'sh kataklar nollar bilan to'ldirilib, birinchi va uchinchi tugunlar mustaqil hisoblanadi.

Kuch vektori F quyidagicha bo'ladi:

$$F = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Nihoyat, chegaraviy shartlar hisobga olinadi. Tugal elementlar usulida turli xil mahkamlash usullari mavjud.

Bizning misolimizda birinchi tugun mahkamlangan bo'lib, birlik matritsasi va tashqi yuk vektorining birinchi qator va birinchi ustuni o'chirilgandan so'ng ikki noma'lumli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga kelimiz:

$$\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & q_1 \\ 1 & 1 & q_2 \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Sistemani yechib $q_1 = 3$, $q_2 = 7$ ga ega bo'lamiz, (2.37) va (2.38) formulalar bo'yicha topilgan ko'chishlar yordamida sterjen elementidagi deformatsiya va kuchlanishlarni aniqlaymiz.

Hisob-kitobning har bir bosqichini kompyuter uchun dasturlash mumkin. Dasturga dastlabki ma'lumotlar sifatida elementlarning va tugunlarning soni, geometrik va fizik tafsilotlar to'g'risidagi ma'lumotlar tayyorlanadi.

Hisobning ushbu sxemasi barcha hisob-kitob tizimi uchun asos bo'lib xizmat qiladi.

Aytib o'tish kerakki, ChEU da asosiy masala tugunga ta'sir qilayotgan kuch bilan ko'chishlar orasidagi bog'lanishni aniqlashdan iborat. Shuning uchun ushbu bog'lanishni topadigan istalgan yondoshish qonuniydir, agar u to'g'ri natija bersa.

Yuqorida keltirilgan uslubiyat bo'yicha kompyuter dasturi tuzilgan. Dasturni tuzish uchun Paskal dasturiy tilidan foydalanildi. Hisob boshlanishda sterjen to'g'risidagi dastlabki ma'lumotlar klaviatura orqali kompyuterga kiritilib, uning ekranida o'z aksini topadi.

Misol:

Dastlabki ma'lumotlarni kiriting (nisbiy qiymatlar):

1-oraliq ko'ndalang kesimining yuzasi = 3.00 sm^2

2-oraliq ko'ndalang kesimining yuzasi = 2.00 sm^2

3-oraliq ko'ndalang kesimining yuzasi = 1.00 sm^2

A kesimidagi kuch = 1.00 kN

B kesimidagi kuch = 2.00 kN

C kesimidagi kuch = 3.00 kN

1-oraliq uzunligi = 1.00 m

2-oraliq uzunligi = 1.00 m

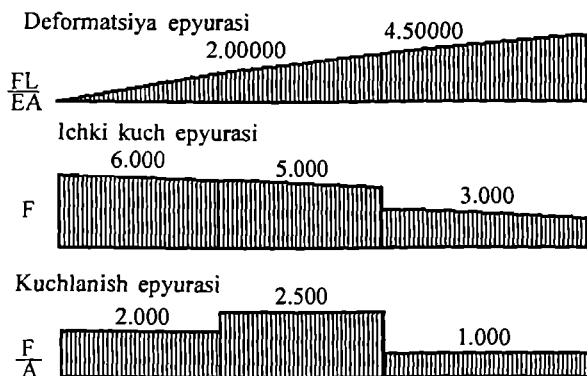
3-oraliq uzunligi = 1.00 m

F ning qiymati (N) = 60000.00

Ruxsat etilgan kuchlanish [MPa] = 140.00

Qayta ko'rib chiqish kerakmi? Y/N

Yuqorida ko'rsatilgan kirish axborotini tayyorlagandan so'ng mashina avtomatik ravishda konstruksiyani hisoblaydi va ekranga quyidagi ko'rinishda natijalar chiqazadi (2.26-rasm).



2.26-rasm.

Rasmdagi natija konstruksiyaning ahvoli to'g'risida to'liq axborot beradi.

Xulosa. Bu bobda statik aniq va statik noaniq konstruksiyalarda tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash usullari (formulalari) bilan tanishdik. Mavzuga doir misol va masalalar yechishni o'rgandik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Bernulli gipotezasi va Sen-Venan prinsipi nima?
2. Bo'ylama kuch va kuchlanish epyuralari qanday chiziladi?
3. Normal kuchlanishni aniqlash formulasini yozing.
4. Guk qonuni formulasi qanday yoziladi?
5. Absolut va nisbiy cho'zilish nima? Formula va birliklari.
6. Cho'zilish (siqilish) dagi elastiklik moduli nimani ifodalaydi?
7. Puasson koeffitsienti nima?
8. Yumshoq po'latning cho'zilish diagramasini chizing va izohlab bering.
9. Qanday kuchlanish ruxsat etilgan kuchlanish deb ataladi va u qanday topiladi?
10. Mustahkamlik sharti nima?
11. Qanday masalalar statik noaniq masalalar deb ataladi?
12. Qanday kuchlanishlar temperatura kuchlanishlari deb ataladi?
13. Pog'onali va teng qarshilik ko'rsatuvchi bruslar nima?
14. Kesim tanlash amali qanday bajariladi?

III BOB

KESIM YUZALARINING GEOMETRIK TAVSIFLARI

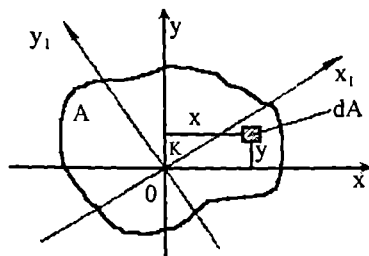
Mavzu mazmuni. Ushbu mavzuda konstruksiya elementlari ko'ndalang kesimlarining turli geometrik tavsiflari, jumladan, kesim yuzasining statik momenti, inersiya momentlari va radiusi, qarshilik momentlari o'rganiladi. Geometrik tavsiflarning o'qlari o'zgargandagi (boshqa joyga ko'chganda yoki burilgandagi) o'zgarish ifodasi ko'rsatiladi.

3.1. Geometrik tavsiflar

Ko'pgina konstruksiyalarni loyihalashda shunday holat bo'ladiki, konstruksiyalarni hisoblashda bizga ma'lum bo'lgan kesimning yuzasi va boshqa tavsiflar bilan ishlashga to'g'ri keladi. Bu qo'shimcha parametrlar – S – statik moment, J – inersiya momenti, W – qarshilik momenti, r – inersiya radiusi kabi tavsiflardir. Bular konstruksiyalarni tashqi kuchlarga nisbatan qarshilik ko'rsatish qobiliyatini aniqlashda muhim vosita sanaladi. Biz shu tavsiflarni aniqlashni o'rganamiz. Demak, tekis shakllarning asosiy geometrik tavsiflariga ularning yuzasi, biror o'qqa nisbatan statik momenti, inersiya momenti, qutb inersiya momenti, o'zaro perpendikular o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti hamda shu o'qlarga nisbatan qarshilik momenti kiradi.

1. Statik momentlar

Statik moment deb tekis yuzaning ma'lum o'qqacha bo'lgan masofaga ko'paytmasini aytiladi. Statik moment uzunlik birligining uchinchi darajasida o'lchanadi va mustahkamlik shartini tekshirishda, kesim markazini topishda foydalaniladi. Tekis shaklning o'qqa nisbatan inersiya momenti, qutb inersiya momenti J_p doimo musbat ishorali bo'ladi. Statik moment va markazdan qochirma inersiya momenti musbat yoki manfiy ishorali bo'lishi mumkin. Ixtiyoriy yuzaning statik momentini topish uchun 3.1-rasmda A yuzaga ega bo'lgan tekis shakl, x va y koordinata o'qlari tasvirlangan. Yuzani ichida ixtiyoriy dA elementar yuza-



3.1-rasm.

cha ajratilgan. Berilgan shaklning yuzasi elementar yuzachalarning yig'indisiga teng, ya'ni:

$$A = \int_A dA \quad (3.1)$$

Shaklning biror o'qqa nisbatan statik momenti undagi barcha elementar yuzachalarni shu yuzachalardan o'qgacha bo'lgan masofalarga ko'paytmalarining yig'indisiga teng, ya'ni:

$$S_x = \int_A y dA, \quad (3.2)$$

$$S_y = \int_A x dA. \quad (3.3)$$

Agar shaklning yuzi A , og'irlik markazining koordinatalari x_c va y_c bo'lsa, uning x va y o'qlarga nisbatan statik momenti quyidagicha topiladi:

$$S_x = A y_c, \quad (3.4)$$

$$S_y = A x_c. \quad (3.5)$$

Agar (3.2), (3.3), (3.4) va (3.5) formulalarni solishtirsak, murakkab shaklning og'irlik markazi koordinatalarini topish formulasi kelib chiqadi:

$$Y_c = \frac{\int y da}{\int da}, \quad (3.6)$$

$$X_c = \frac{\int x da}{\int da}. \quad (3.7)$$

Tekis shaklning statik momenti musbat va manfiy ishorali bo'lishi mumkin. Markaziy o'qlarga nisbatan tekis shaklning statik momenti nolga teng bo'ladi, chunki tegishli masofalar nolga teng.

Agar tekis kesim yuzasi, og'irlik markazining koordinatalari ma'lum bo'lsa, u holda bu yuzaning statik momentlari quyidagi ifodalardan topiladi:

$$S_y = A \cdot x_c, \quad S_x = A \cdot y_c. \quad (3.8)$$

Agar biror kesimning statik momenti va yuzasi ma'lum bo'lsa, u holda kesim markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida topilishi mumkin:

$$y_c = \frac{S_x}{A}, \quad x_c = \frac{S_y}{A} \quad (3.9)$$

Yuqorida keltirilgan formulalar murakkablikka ega bo'lgan tekis yuzani markazini va unga nisbatan geometrik tavsiflarni topish imkonini beradi.

Agar kesim murakkab bo'lsa u holda, bu kesim bir qancha oddiy shakllarga bo'lib yuboriladi (3.2-rasm).

Rasmda qabul qilingan o'qlarga nisbatan markaz koordinatalari quyidagicha topiladi:

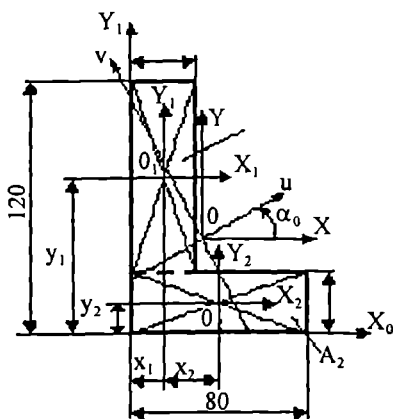
$$Y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (3.10)$$

$$X_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

bu yerda $A_1, A_2, \dots, A_n$ – oddiy shakllarning yuzalari; $y_1, y_2, \dots, y_n$; $x_1, x_2, \dots, x_n$ – og'irlik markazlarining koordinatalari. Biz ko'rayotgan misol uchun og'irlik markazi masofalari quyidagicha topiladi.

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}, \quad x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2}$$

2. Inersiya momentlari. Shaklning biror o'qqa nisbatan inersiya momenti undagi barcha elementar yuzachalarni shu yuzachalardan o'qqacha bo'lgan masofalar kvadratlariga ko'paytmalarining yig'indisiga teng, ya'ni:



3.2-rasm.

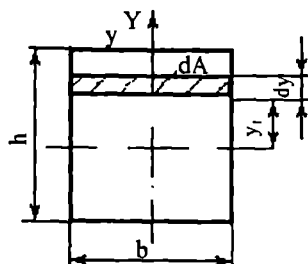
$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad (3.11)$$

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad (3.12)$$

Inersiya momenti uzunlik birligining to'rtinchi darajasida o'lchanadi.

Amaliyotda ko'p xollarda konstruksiya ko'ndalang kesimi oddiy geometriyaga ega bo'ladi. Oddiy shakllarning inersiya momentlarini yuqorida keltirilgan umumiy ifodalar bo'yicha bevosita integrallab topish mumkin. Amaliyotda eng ko'p tarqalgan shakllarni ko'rib chiqamiz.

To'g'ri to'rtburchak. Ta'rifga ko'ra markaziy OX o'qiga nisbatan inersiya momenti quyidagicha ifodalanadi:



3.3-rasm.

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

To'g'ri to'rtburchakdan OX o'qiga parallel bo'lgan chiziqlar yordamida dA elementar yuzacha ajratamiz (3.3-rasm). Elementar yuzachaning yuzi quyidagi tenglik bilan topiladi:

$$dA = b \cdot dy.$$

Yuqorida keltirilgan formula orqali quyidagi ifodani topamiz:

$$I_x = \int_A y^2 dA = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy = 2b \int_0^{\frac{h}{2}} y^2 dy = \frac{bh^3}{12} \quad (3.13)$$

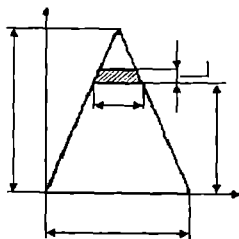
Xuddi shu yo'l bilan y o'qiga nisbatan ham inersiya momentini hisoblab topish mumkin:

$$J_y = \frac{hb^3}{12} \quad (3.14)$$

Uchburchak. Uchburchakning asosidan o'tgan o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (3.4-rasm).

Elementar yuzachaning eni b_y uchburchaklar o'xshashligidan topiladi:

$$b_y = \frac{b}{h}(h - y).$$



3.4-rasm.

Bu ifodani (3.8) formulaga qo'ysak, quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 (h - y) dy = \frac{bh^3}{12}$$

Ixtiyoriy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari bilan bir qatorda qutb inersiya momentlari ham

bor. Qutb inersiya momenti elementar yuzachalarni shu yuzachalardan koordinata boshigacha bo'lgan masofalar kvadratlari ko'paytmalarining yig'indisiga teng, ya'ni:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA. \quad (3.15)$$

Topilgan ko'rsatgich asosida 3.6-rasmdan foydalanib, quyidagi tenglikni isbot qilish mumkin:

$$I_p = I_x + I_y. \quad (3.16)$$

Tekis shaklning o'zaro perpendikular o'qlarga nisbatan **markazdan qochirma inersiya momenti** undagi barcha elementar yuzachalarni shu yuzachalardan o'qlarigacha bo'lgan masofalarga ko'paytmalarining yig'indisiga teng, ya'ni:

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad (3.17)$$

Doira. Doira uchun avval qutb inersiya momentini, so'ngra u orqali markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topish qulay. Ikkita radius bo'yicha konsentrik aylanalar bilan qirqilgan elementar yuzacha ajratamiz. Bu holda elementar yuzacha quyidagicha aniqlanadi:

$$dA = 2\pi p dp.$$

Butun yuz bo'yicha qutb inersiya momenti quyidagi formuladan topiladi:

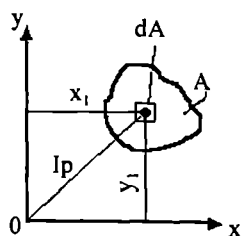
$$I_p = \int_A p^2 dA = 2\pi \int_0^r p^3 dp = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

Doiraning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari quyidagicha topiladi:

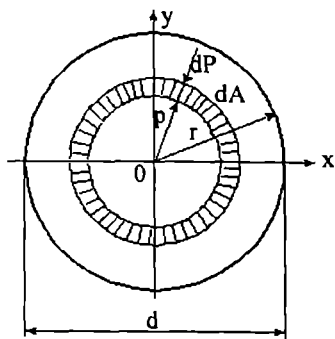
$$I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

Halqa. Halqaning inersiya momenti tashqi va ichki doiralar inersiya momentlarining ayirmasi sifatida topiladi:

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4),$$



3.5-rasm.



3.6-rasm.

o'qqa nisbatan inersiya momentlari esa quydagi formuladan topiladi:

$$I_x = I_y = \frac{I_p}{2} - \frac{I_p}{2} = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4),$$

bu yerda R – katta doiraning, r – kichik doiraning radiusi.

3. Qarshilik momenti. Tekis shaklning biron o'qqa nisbatan qarshilik momenti deb shu o'qqa nisbatan inersiya momentining o'qdan eng uzoqda yotuvchi nuqtagacha bo'lgan masofaga bo'lgan nisbatiga aytiladi. Bu tavsifning o'lcham birligi uzunlik birligining uchinchi darajasi orqali belgilanadi va konstruksiyalarni mustahkamlikka hisoblashda qo'llaniladi.

Masalan, yuqorida ko'rsatilgan oddiy kesim yuzalar uchun, xususan to'g'ri to'rtburchakli kesim uchun x_0 o'qqa nisbatan qarshilik momenti quyidagicha topiladi:

$$w_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{h/2} = \frac{bh^3 \cdot 2}{12 \cdot h} = \frac{bh^2}{6}$$

Tekis shaklning yuzasi uchburchak bo'lsa:

$$w_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{2/3h} = \frac{bh^3 \cdot 3}{36 \cdot 2h} = \frac{bh^2}{24}$$

Agar tekis shaklning yuzasi doira bo'lsa

$$w_{x_0} = \frac{J_{x_0}}{D/2} = \frac{\pi D^2 \cdot 2}{64 \cdot D} = \frac{\pi D^3}{32}$$

Qutb qarshilik momenti esa

$$w_p = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi D^4 \cdot 2}{32 \cdot D} = \frac{\pi D^3}{16}$$

4. Inersiya radiusi. Tekis shaklning biror o'qqa nisbatan *inersiya radiusi* shu o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti bilan shakl yuzasining nisbatini kvadrat ildizidan chiqarilgan qiymatiga teng, ya'ni:

$$i_{x_0} = \sqrt{\frac{J_{x_0}}{A}}, \quad i_{y_0} = \sqrt{\frac{J_{y_0}}{A}}$$

Inersiya radiusi uzunlik birligida o'lchanadi. Bosh inersiya momentlari asosida topilgan inersiya radiusiga bosh inersiya radiuslari deyiladi. Bosh markaziy o'qlarga bosh inersiya radiusi to'g'ri keladi:

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{A}}; \quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{A}} \quad (3.18)$$

3.2. Parallel o'qlarga nisbatan inersiya momentlari orasidagi bog'lanish

Tekis shaklning OX va OY o'qlariga nisbatan inersiya momentlari berilgan deb faraz qilaylik. Berilgan o'qlarga parallel bo'lgan yangi O_1X_1 va O_1Y_1 o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini topish talab etiladi (3.7-rasm):

$$y_1 = y + a, \quad x_1 = x + b.$$

O'qqa nisbatan inersiya momentlarining umumiy formulasidan foydalanib, quyidagini topamiz:

$$I_{x_1} = \int y_1^2 dA = \int (y + a)^2 dA = \int y^2 dA + 2a \int y dA + a^2 \int dA = I_x + 2aS_x + a^2 A$$

Xuddi shunday yo'l bilan quyidagini topishimiz mumkin:

$$I_{y_1} = I_y + 2bS_y + a^2 A.$$

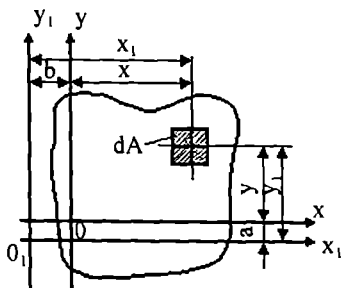
Markazdan qochirma inersiya momenti uchun quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$I_{x_1y_1} = \int y_1 x_1 dA = \int (y + a)(x + b) dA = \int xy dA + ab \int dA + a \int x dA + b \int y dA = I_{xy} + abA + aS_y + bS_x$$

Bu formulalardagi S_x va S_y lar OX va OY o'qlariga nisbatan tekis shaklning statik momentini bildiradi. Agar bu o'qlar markaziy o'qlar bo'lsa, $S_x=0$, $S_y=0$, bo'ladi. Unda markaziy o'qlarga parallel bo'lgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlari formulasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_x + a^2 A \\ I_{y_1} &= I_y + b^2 A \\ I_{x_1y_1} &= I_{xy} + abA \end{aligned} \quad (3.19)$$

Bu formulalardan ko'pincha murakkab shakllarning inersiya momentlarini topishda foydalaniladi, dastlabki ikkita formulani hadlab qo'shib, $I_{\rho_1} = I_{x_1} + I_{y_1}$ ekanligini hisobga olsak, qutb inersiya momenti uchun quyidagi formula hosil bo'ladi:



3.7-rasm.

$$I_{\rho_1} = I_{\rho} + (a^2 + b^2)A.$$

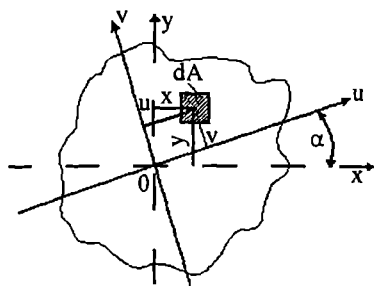
Bu formulalardan ko'rinib turibdiki, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari unga parallel bo'lgan ixtiyoriy o'qlarga nisbatan inersiya momentlaridan kichik bo'ladi.

1-misol. Agar to'g'ri to'rtburchakning markaziy o'qiga nisbatan inersiya momenti berilgan bo'lsa, asosidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti topsin.

Yuqorida keltirilgan formuladan foydalanib, quyidagini topamiz:

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{3}$$

3.3. O'qlar burilganda inersiya momentlari orasidagi bog'lanish



3.8-rasm.

OX va OY o'qlariga nisbatan inersiya momentlari berilgan deb faraz qilaylik. Berilgan o'qlarga nisbatan α burchakka burilgan (3.8-rasm) U va V o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini topish talab etiladi. Ixtiyoriy dA yuzachani ajratamiz va uning yangi o'qlaridagi koordinatalari eski o'qlardagi koordinatalari orqali ifodalaymiz:

$$v = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

$$u = y \sin \alpha + x \cos \alpha$$

O_u o'qiga nisbatan inersiya momentini topamiz:

$$I_u = \int_A v^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 dA - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int_A xy dA$$

$$\int_A y^2 dA = I_x,$$

$$\int_A x^2 dA = I_y$$

$$\int_A xy dA = I_{xy}$$

Ekanligini hisobga olib quyidagini topamiz:

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (3.20)$$

Xuddi shunday yo'l bilan quyidagini aniqlash mumkin:

$$I_v = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha.$$

Markazdan qochirma inersiya momenti uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$I_m = \int ((y \cos \alpha - x \sin \alpha) y \cos \alpha + x \sin \alpha) dA = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int y^2 dA + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int xy dA$$

yoki

$$I_m = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (3.21)$$

Shunday qilib, o'zaro perpendikular ikkita o'qqa nisbatan inersiya momentlari va markazdan qochirma inersiya momenti ma'lum bo'lsa ushbu nuqtadan ixtiyoriy boshqa o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topish mumkin.

Shuni aytish lozimki, agar ifodalarni hadlab qo'shsak, ma'lum tenglikni olamiz:

$$I_u + I_v = I_x + I_y.$$

3.4. Ko'ndalang kesimlardagi asosiy o'qlar, bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari

Har qanday tekis yuzada turli o'qlarga nisbatan inersiya momentlari turlicha bo'ladi. Shuning uchun o'qlarga ta'riflar beriladi. Agar o'qlar ko'ndalang kesimning markazidan o'tgan bo'lsa **markaziy o'qlar deyiladi**. Undan tashqari asosiy o'qlar ham bo'lib, bu o'qlarning holati **markazdan qochuvchi inersiya momentining** qiymatiga bog'liq.

Ixtiyoriy o'qlarga nisbatan inersiya momenti (α -burchakka burilgan o'qqa nisbatan)

$$J_u = J_x \cos^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \sin^2 \alpha;$$

$$J_v = J_x \sin^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha + J_y \cos^2 \alpha; \quad (a)$$

$$J_x + J_y = J_u + J_v.$$

Agar $\frac{dJ_u}{dX} = 0$ bo'lsa, u holda $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}$ bo'ladi.

Inersiya momentlarining qiymati ekstremal qiymatga ega bo'lgan o'qlar kesimning asosiy o'qi deb yuritiladi. Agarda asosiy o'qlarimiz kesimning markazidan o'tkazilsa, bunday o'qlarni **bosh markaziy o'qlar** deb ataladi. Bu bosh o'qlarga nisbatan bosh inersiya momentlari quyidagi formula yordamida topiladi:

$$J_u = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_y - J_x}{2} \cos 2\alpha - J_{xy} \sin 2\alpha .$$

Bosh o'qqa nisbatan bosh inersiya momenti quyidagicha aniqlanadi:

$$J_u = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J}{2} \cos 2\alpha + J_{xy} \sin 2\alpha .$$

Formuladan ko'rinib turibdiki, ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momentining qiymati og'ish burchagi α ga bog'liq. Og'ish burchagining shunday α_0 qiymatini topish mumkinki, bunda inersiya momenti ekstremal qiymatga erishadi. Ekstremumni topish uchun (a) ifodaning birinchi hosilasini nolga tenglab, $\alpha = \alpha_0$ deb olamiz:

$$\frac{dI}{d\alpha} = -2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2I_{xy} \cos \alpha_0 = 0 ,$$

yoki

$$(I_x - I_y) \sin 2\alpha_0 + 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0 ,$$

undan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \quad (3.22)$$

3.22 tenglama α_0 burchak uchun ikkita α_0 va $\alpha'_0 = \alpha_0 + 90^\circ$ ildizlarga ega beradi, demak, o'zaro perpendikular bo'lgan shunday ikkita o'q mavjudki, ularga nisbatan inersiya momentlari ekstremal qiymatlarga erishadi. Bunday o'qlar bosh inersiya o'qlari, ularga nisbatan olingan inersiya momentlari bosh inersiya momentlari deb ataladi.

Agar bosh o'qlarni u va v bilan belgilab α burchak o'rniga α_0 ni qo'ysak bosh inersiya momentlarini topish uchun quyidagi ifodalarni hosil qilamiz:

$$J_u + J_v = J_y + J_z = J_p . \quad (3.23)$$

$$J_u - J_v = (J_y - J_z) \cos 2\alpha - 2J_{yz} \sin 2\alpha_0 . \quad (3.24)$$

Markazdan qochirma inersiya momenti J_{yz} ning qiymatini (3.22) dan (3.24) formulaga qo'yib, hosil bo'lgan tenglamani (3.23) formulaga hadlab qo'shsak bosh u o'qqa nisbatan olingan bosh inersiya momenti kelib chiqadi:

$$J_u = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cos 2\alpha_0 + \frac{J_y - J_z}{2} \cdot \frac{\sin 2\alpha_0}{\cos 2\alpha_0} = \frac{J_y + J}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cdot \frac{J}{\cos \alpha_0} .$$

Bundan $\frac{1}{\cos 2\alpha_0}$ ni (3.22) formuladan foydalanib, quyidagi ifoda bilan almashtiramiz:

$$\frac{1}{\cos 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + \frac{4I_{yz}^2}{(J - J_z)^2}}$$

va quyidagilarni olamiz

$$J_u = \frac{1}{2} \left[(J + J_y) \pm \sqrt{(J - J_y)^2 + 4J_{xy}^2} \right]; \quad (3.25)$$

$$J_v = \frac{1}{2} \left[(J + J_y) \pm \sqrt{(J - J_y)^2 + 4J_{xy}^2} \right]. \quad (3.26)$$

Bosh o'qlar quyidagi xususiyatlarga ega:

1. Bosh o'qlar ga nisbatan kesimning markazdan qochirma inersiya momenti doimo nolga teng ($J_{uv} = 0$).

2. Bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlari ekstremal qiymatga ega, ya'ni $J_{\min}^{\max}$ ga teng.

Formuladan ko'rinib turibdiki, bosh inersiya momentlarining qiymati bevosita OX va OY o'qlariga nisbatan olingan inersiya momentlari orqali aniqlanadi. Shuning uchun ularni bosh inersiya o'qlarining holatini bilmasdan turib ham topish mumkin.

Tekis shaklning kamida bir juft bosh inersiya o'qi bo'ladi. Shaklning simmetriya o'qlari bosh inersiya o'qi bo'la oladi.

Markaziy inersiya o'qining yo'nalishi (3.22) quyidagi formuladan topiladi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{x_0y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}} \quad (3.27)$$

Bu yerda x_0, y_0 tekis shakl og'irlik markazidan o'tuvchi o'qlar. $\alpha_0 - x_0$ o'qqa nisbatan bosh inersiya o'qining yo'nalishini belgilovchi burchak. Agar $\alpha < 0$ bo'lsa, uni x_0 o'qidan soat strelkasi harakati yo'nalishida qo'yish lozim (3.27) ifodani α_0 ning bir-biridan 90° ga farq qiladigan ikkita qiymati qanoatlantirganligi uchun ikkinchi bosh inersiya o'qi birinchisiga perpendikular holda yo'naladi.

$J_{x_0} > J_{y_0}$ bo'lganda, α_0 inersiya momenti maksimal qiymatga erishadigan o'qning holatini bildiradi.

Bosh o'qlar holatini quyidagi formula orqali aniqlash mumkin:

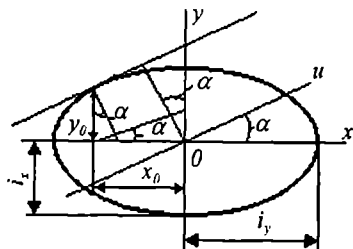
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{I_{xv}}{I_v - I_{\max}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{I_{xv}}{I_v - I_{\min}},$$

Bu yerda α_1 burchak $I_{\max}$ inersiya momenti aniqlanadigan o'q holatini, α_2 esa $I_{\min}$ hisoblanadigan o'q holatini belgilaydi

3.5. Inersiya ellipsi va uning xossalari

Konstruksiyanı ratsional loyihalashda inersiya ellipsoidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Buning uchun inersiya radiusi ifodasi bo'lmish

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \text{ dan foydalanamiz.}$$



3.9-rasm.

Faraz qilaylik, OX va OY o'qlar qandaydir shaklning bosh inersiya o'qlarini bildiradi. Bosh inersiya o'qlariga nisbatan α burchak ostida og'gan o'qqa nisbatan inersiya momentini yozamiz (3.9-rasm.):

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha.$$

Tenglikning ikkala tomonini A ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$i_u^2 = i_x^2 \cos^2 \alpha + i_y^2 \sin^2 \alpha \quad (3.29)$$

Shaklning inersiya radiuslarini yarim o'qlar sifatida qabul qilib, koordinata o'qlarida ellipsni quramiz (3.9-rasm). Bunda OX o'qi bo'ylab i_y radiusini, OY o'qi bo'ylab i_x inersiya radiusini qo'yamiz. Ellipsning tenglamasi:

$$\frac{y^2}{i_x^2} + \frac{x^2}{i_y^2} = 1. \quad (3.30)$$

Bu ellips (rasmga qarang) *shaklning inersiya ellipsi* deb ataladi.

Agar ikkita bosh inersiya o'qlariga nisbatan inersiya momentlari teng bo'lsa, inersiya ellipsi doiraga aylanadi. Bunda og'irlik markazidan o'tuvchi barcha o'qlarga nisbatan inersiya momentlari teng bo'ladi. Bunday kesimlar uchun og'irlik markazidan o'tuvchi barcha o'qlar bosh o'qlar bo'ladi. Bunday kesimlarga doira, halqa, kvadrat va boshqalar kiradi.

3.6. Tekis yuzalarning geometrik tavsiflarini kompyuterda hisoblash algoritmi

Yuqorida keltirilgan bilimlar asosida geometrik tavsiflarning kompyuterda hisoblash algoritmini keltiramiz.

1. Kesimni sodda bo'laklarga bo'lish, ularga tegishli axborotlarni kompyuterga kiritish, har bir yuza uchun statik momentlarni aniqlash, ixtiyoriy OXY o'qlarga keltirish amallarini bajaramiz.

2. Berilgan kesim markazi (Y_c, X_c) koordinatalarini aniqlaymiz.

3. Topilgan markazdan o'tuvchi o'qlarga parallel $O_1X_1Y_1$ o'qlar o'tkazib shu o'qlarga nisbatan markazdan qochirma va oddiy inersiya momentlarini (I_x, I_y) hisoblaymiz.

4. Yuqorida keltirilgan formulalar (3.21), (3.25) va (3.26) asosida bosh markaziy inersiya momentlarini aniqlaymiz.

5. Bosh markaziy o'qlarning holatini

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{I_{xy}}{I_y - I_x}$$

asosida hisoblaymiz.

Agarda soddalashtirilgan kesimlar standart profillardan iborat bo'lsa, u holda kompyuterga tegishli axborotlarni jadval ko'rinishda kiritamiz.

6. (3.18) va (3.19) formulalar yordamida bosh o'qlarga nisbatan inersiya radiuslarini aniqlaymiz.

7. Inersiya ellipsi va (3.28) formula asosida ixtiyoriy o'qlarga nisbatan ($\alpha=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) markazdan qochirma inersiya momentlarini hisoblaymiz.

Quyida algoritm asosida (Pentium kompyuteri yordamida) hisoblangan misol natijasi keltirilgan.

Murakkab shaklning geometrik tavsiflari: vertikal qism – 600x20, gorizontal qism 400x20.

Shveller №30

$h = 300 \text{ mm}$

$b = 100 \text{ mm}$

$a = 6,5 \text{ mm}$

$t = 11 \text{ mm}$

$Z_0 = 2,52$

$F = 40,5 \text{ sm}^2$

$I_x = 5810 \text{ sm}^4$

$I_u = 327 \text{ sm}^4$

Teng tomonli bo'lmagan burchaklik

160x100x12 №16/10

$B = 160 \text{ mm}$

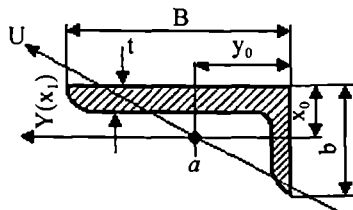
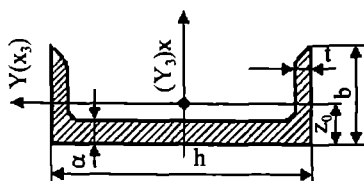
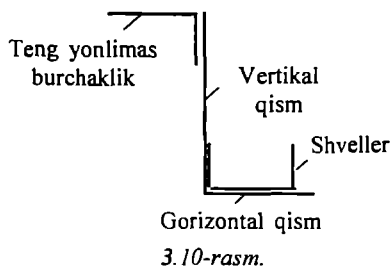
$b = 100 \text{ mm}$

$t = 12 \text{ mm}$

$X_0 = 2,36 \text{ sm}$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,388$

$Y_0 = 5,32 \text{ sm}$ $\alpha = 21^\circ 12'$

$F = 30 \text{ sm}^2$



3.11-rasm.

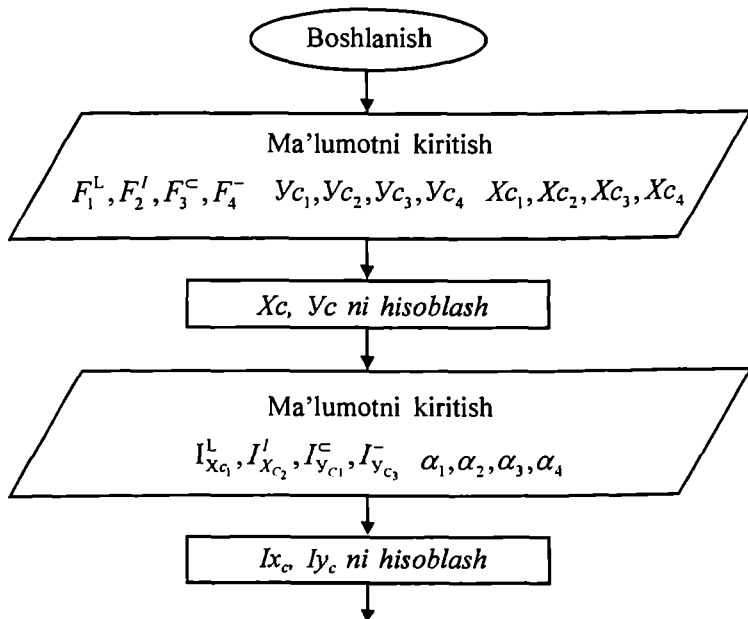
2. Kiritish uchun berilgan ma'lumotlar quyidagi jadvalda keltirilgan:

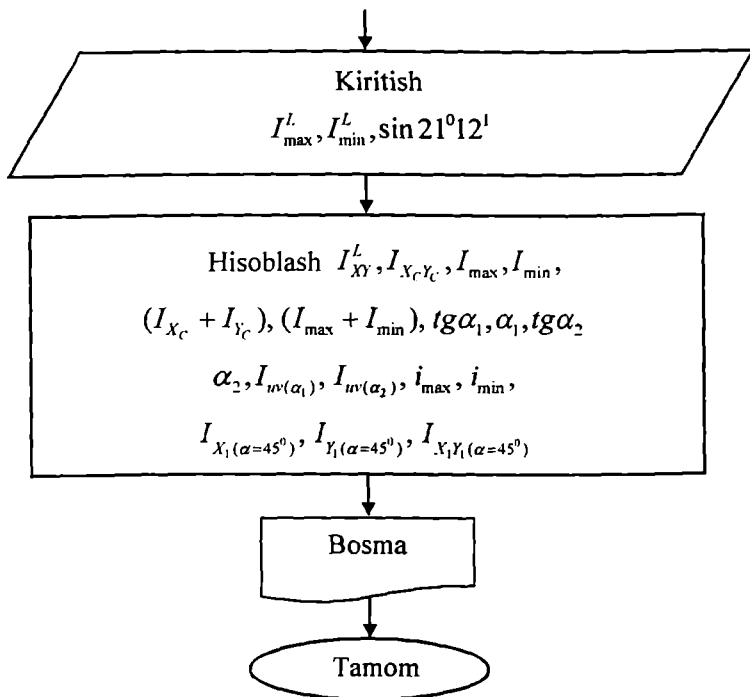
5-jadval.

Sodda shakl maydoni				Sodda shakl og'irlik markazi koordinatasiga nisbatan yordamchi o'qlar								Prakatlar inersiyasi momenti shakli				X_c markaziy o'qdan sodda shakl markaziy og'irlik markazigacha bo'lgan masofa				Y_c markaziy o'qdan sodda shakl markaziy og'irlik markazigacha bo'lgan masofa				Asosiy burchaklik inersiya momenti va asosiy o'q joylashishi			
F_1^L	F_2^L	F_3^C	F_4^-	Y_{c1}	Y_{c2}	Y_{c3}	Y_{c4}	X_{c1}	X_{c2}	X_{c3}	X_{c4}	I_{xc1}	I_{xc2}	I_{xc3}	I_{xc4}	a_1	a_2	a_3	a_4	β_1	β_2	β_3	β_4	I_{xx}^L	I_{yy}^L	I_{zz}^L	$\sin 21^{\circ} 12'$
30	120	40.5	80	55.12	27.48	0	-3.52	0	6.32	22.32	25.32	239	327	784	5810	55.12- $\sqrt{0}$	27.48- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	- $\sqrt{0}$	881	142	-0.6743	
A 0 0	A 0 1	A 0 2	A 0 3	A 0 4	A 0 5	A 0 6		A 0 7	A 0 8	A 0 9	A 0 12	A 0 13	A 0 14	A 0 15	A 0 16	A 0 17	A 0 18	A 0 19	A 0 20	A 0 21	A 0 22	A 0 23	A 0 26	A 0 27	A 0 28		

Kiritilgan belgilar: F^L, F^I, F^C, F^- burchaklikning yuzasi, tik qo'yilgan qismning yuzasi, shvellarning yuzasi va gorizontal qismning yuzasi. Inersiya momentlari ham xuddi shunday indekslar bilan berilgan.

3. Algoritmning blok sxemasi





4. Bosma ma'lumotlar.

$$A_1 = Y_c = 17,2628 \text{ sm};$$

$$A_2 = X_c = 13,6339 \text{ sm};$$

$$A_4 = I_{Y_c} = 43277,19 \text{ sm};$$

$$A_5 = I_{X_c Y_c} = -50203,12 \text{ sm}^4;$$

$$A_7 = I_{\min} = 21736,03 \text{ sm};$$

$$A_8 = I_{X_c} + I_{Y_c} = 182014,98 \text{ sm}^4;$$

$$A_3 = I_{X_c} = 138737,79 \text{ sm}^4;$$

$$A_6 = I_{\max} = 160278,95 \text{ sm}^4;$$

$$A_9 = I_{\max} + I_{\min} = 182014,98 \text{ sm}^4$$

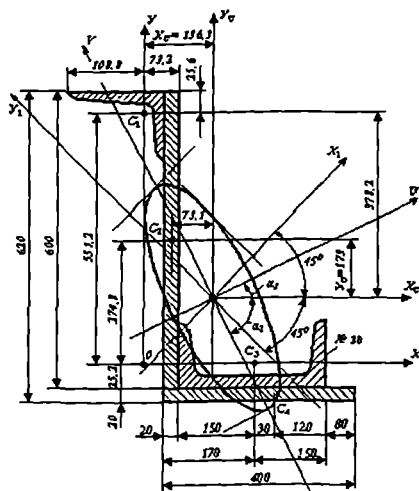
$$B_1 = \text{tg} \alpha_1 = 0,42908; \quad B_2 = \alpha_1 = 0,405321; \quad B_3 = \text{tg} \alpha_2 = -2,330567;$$

$$B_4 = \alpha_2 = -1,165475; \quad B_5 = \frac{I_{X_c} - I_{Y_c}}{2} \sin 2\alpha_1 + I_{X_c Y_c} \cdot \cos 2\alpha_1 = 0,0000;$$

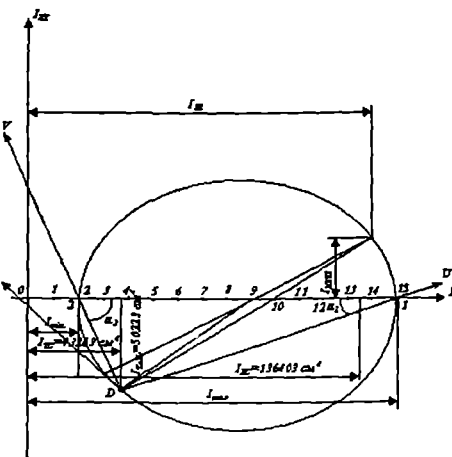
$$B_6 = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_2 + I_{x_c y_c} \cdot \cos 2\alpha_2 = 0,0000; \quad B_7 = i \max = 24,3419 \text{ sm};$$

$$B_1 = I_{x_1 y_1} (\alpha = 45^\circ) = 40804,37 \text{ sm}^4; \quad B_2 = I_{x_2 y_2} (\alpha = 45^\circ) = 47730299 \text{ sm}^4.$$

5. Natijaviy grafik 3.14 va 3.15 rasmlar hisob tugagandan so'ng yakunlovchi sifatida displeyda paydo bo'ladi, zarur bo'lsa printerga pechatga chikariladi.



3.10-rasm.



3.11-rasm.

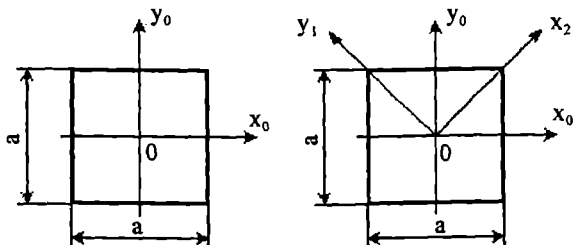
3.10-rasmda geometrik kesim, uning tavsiflari, inersiya ellipsi, 3.11-rasmda bosh inersiya momentlarining grafik ifodalari keltirilgan.

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{A}} = \sqrt{\frac{558,3}{36}} \text{ CM} = 3,94 \text{ CM}; \quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{A}} = \sqrt{\frac{105,8}{36}} \text{ CM} = 7,71 \text{ CM}.$$

Masalaning grafik tasviri 3.10-rasmda ko'rsatilgan.

Tekis shakllarning geometrik tavsiflarini topishga doir misollar

3.1-misol. Tomoni a-ga teng bo'lgan kvadrat 45° burilsa-yu, X_0 o'qi gorizontol qolsa, shu o'qqa nisbatan inersiya momenti va qarshilik momenti qanday o'zgarishi topilsin (3.12-rasm).



3.12-rasm.

Kvadrat o'z joyida qolib, o'q 45° burchakka burilganda, inersiya momentini quyidagi formuladan topiladi:

$$I_{x_1} = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} + \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha.$$

Kvadrat uchun $I_{x_0} = I_{y_0}$; $I_{x_0} I_{y_0} = 0$ bo'lganidan $I_{x_1} = I_{y_1}$ ligi kelib chiqadi.

Kvadrat to'g'ri turgan holat uchun qarshilik momenti $W_{x_0} = \frac{I_{x_0} 2}{a}$,

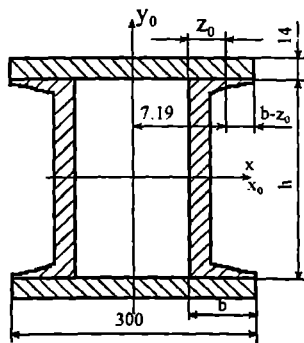
kvadrat 45° burchakka burilganda esa $W_{x_1} = \frac{I_{x_1} 2}{a\sqrt{2}}$ bo'ladi.

Demak kvadrat 45° ga burilganda inersiya momenti o'zgarmaydi, lekin qarshilik momenti

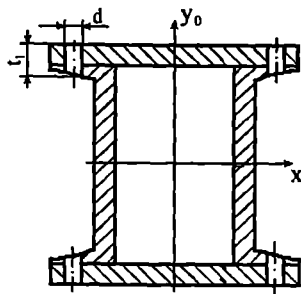
$$\frac{(2Ix/a\sqrt{2}) - (2I/a)}{2Ix/a\sqrt{2}} \cdot 100 = 41\% \text{ ga}$$

kamayadi.

3.2-misol. Ikkita 33 nomerli shvellerdan tashkil topgan balka 300×14 mm o'lchami list bilan o'zaro tutashtirilgan. a) list shvellerlarga payvandlangan (3.13-rasm); b) list shvellerlarga diametri $d=23$ mm bo'lgan to'rtta parchin bilan mahkamlangan (3.14-rasm). Ikkala variant uchun X o'qqa nisbatan balkaning inersiya momenti va qarshilik momenti hisoblansin va ular o'zaro taqqoslansin.



3.13-rasm



3.14-rasm.

Yechish:

GOST 8240-56 dan 33 nomerli shvellerning geometrik tavsiflarini topamiz: $I_x=7980 \text{ cm}^4$, $I_y=410 \text{ sm}^4$, $Z_0=2,59 \text{ sm}$, $b=10,5 \text{ sm}$, $A=46,5 \text{ sm}^2$, $t=1,17 \text{ sm}$.

a) variantining yechimi:

Yig'ma balkaning markaziy o'qlari X_0 va Y_0 simmetriya o'qlari hamdir. X_0 o'q shvellerning Y o'qi bilan ustma-ust tushadi.

Shvellerning Y o'qi Y_0 o'qidan

$$[b/2 - (b - Z_0)] = [30/2 - (10.5 - 2.59)] = 7.19 \text{ sm} \text{ masofada yotadi.}$$

$$I_{x_1} = 2I_x + 2[30 \cdot 1.4^3/12 + 1.4 \cdot 30(17.19)^2] = 40793.7 \text{ sm}^4,$$

$$W_{x_1} = I_{x_1}/(33/2 + 1.4) = 40793.7/17.9 = 2280 \text{ sm}^3$$

b) variantning yechimi:

Netto yuzasining yoki shtrixlangan yuzaning X_1 o'qqa nisbatan inersiya momentini topish uchun a) variant uchun topilgan I_{x_1} dan $4 I_{x_1}^T$ ni olamiz. Bu yerda $I_{x_1}^T$ – teshikning X_1 o'qqa nisbatan inersiya momenti.

$$I_x = (d \cdot t_1^3)/12 + d \cdot t \cdot (16.5 + 1.4 - (t/2))^2$$

$$I_x^T = (2.3 \cdot 2.57^3)/12 + 2.3 \cdot 2.57 \cdot$$

$$(17.9 - (2.57/2))^2 = 1638 \text{ sm}^4;$$

$$I_{x_1} = 40800 - 4 \cdot 1638 = 34248 \text{ sm}^4;$$

$$W_{x_1} = 34248/17.9 = 1920 \text{ sm}^3$$

Demak b) – variantida inersiya momenti va moment qarshiligi parchin mix teshiklari hisobiga kamaygan.

3.3-misol: 3.2-rasmda ko'rsatilgan shakl uchun inersiya momentining asosiy o'qlari holati, asosiy inersiya o'qlariga nisbatan momentlari va inersiya radiuslari aniqlansin.

Bu shaklning og'irlik markazi holati 1-jadvalda topilgan edi.

Y_0 X_0 o'qlar tizimida og'irlik markazining koordinatalari quyidagicha: $X_0=2,33 \text{ sm}$, $Y_0=4,33 \text{ sm}$. Burchakka tomonlari parallel bo'lgan markaziy o'qlar x , y boshlang'ich tizimini o'tkazamiz. Shu o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblash uchun, shaklni oddiy qismlarga bo'lamiz – I va II to'g'ri to'rtburchaklarga ajratamiz va ularning og'irlik markazlaridan tomonlarga tutashgan holda x_1 , y_1 va x_2 , y_2 markaziy o'qlarni o'tkazamiz (3.15-rasm).

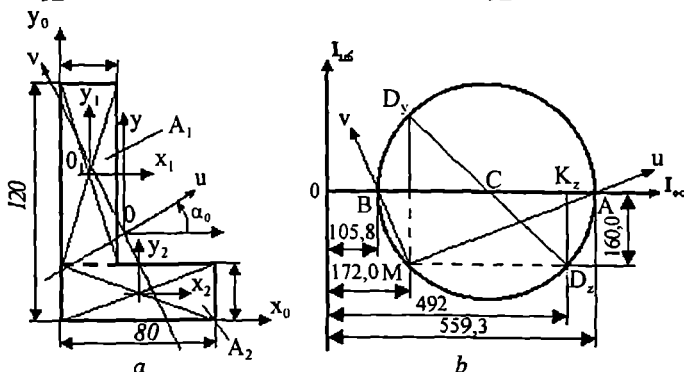
Har bir to'g'ri to'rtburchakning inersiya momentlarini markaziy o'qlariga nisbatan (3.19) va (3.20) formulalar bo'yicha oson aniqlash mumkin:

$$J_{z_1}^I = \frac{2 \cdot 10^3}{12} = 166,7 \text{ sm}^4;$$

$$J_{y_1}^I = \frac{10 \cdot 2^3}{12} = 6,7 \text{ sm}^4;$$

$$J_{z_2}^{II} = \frac{8 \cdot 2^3}{12} = 5,3 \text{ sm}^4;$$

$$J_{y_2}^{II} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} = 85,3 \text{ sm}^4$$



3.15-rasm.

Markaziy o'qlar x , y larga nisbatan har bir oddiy shaklning inersiya momenti parallel o'qlarga o'tish formulalari (3.19) bo'yicha hisoblanadi:

$$J_z^I = J_{z_0}^I + F_1 a_1^2 = 166,7 + 20 \cdot 2,67^2 \text{ sm}^4 = 309 \text{ sm}^4;$$

$$J_{zy}^I = J_{z_1 y_1}^I + F_1 a_1 b_1 = 0 - 20 \cdot 2,67 \cdot 1,33 \text{ sm}^4 = -71 \text{ sm}^4$$

Hisob natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

6-jadval.

Shaklning qismi	Qism yuzasi sm^2	Zoy sm, tizimida qismning og'irlik markazi koordinatalari		Aa_i^2	Ab_i^2	Aa_ib_i	Qismning markaziy o'qlari			Shaklning markaziy o'qlari		
		a_i	b_i	Sm^4			J_{zi}	J_{yi}	$J_{z y_i}$	J_z^I	J_y^I	J_{zy}^I
I	20	2.67	-1.33	142.6	35.4	-71	166.7	6.7	0	309.3	42.1	-71
II	16	-3.33	1.67	177.4	44.6	-89	5.3	85.3	0	182.7	129.9	-89

Jadvalning oxirgi uchta ustunini qo'shib, shaklning markaziy o'qlari x, y larga nisbatan inersiya momentlarini topamiz:

$$J_z = 492,0 \text{ sm}^4; \quad J_y = 172,0 \text{ sm}^4 \quad J_{zy} = -160,0 \text{ sm}^4$$

Markaziy o'qlarning x o'qiga og'ish burchagini (3.22) va (3.26) formulalar bo'yicha topamiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{zy}}{J_y - J_z} = \frac{-2 \cdot 160,0}{172,0 - 492,0} = 1,0,$$

bundan

$$\alpha_0 = 22^\circ 30'$$

Inersiyani asosiy markaziy momentlarini (3.25) va (3.26) formulalar bo'yicha aniqlaymiz:

$$J_u = \frac{1}{2} \left[(J_z + J_y) + \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} \right] = \frac{1}{2} (664,0 + 452,5) \text{ sm}^2 = 558,3 \text{ sm}^2$$

$$J_v = \frac{1}{2} \left[(J_z + J_y) - \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} \right] = \frac{1}{2} (664,0 + 452,5) \text{ sm}^2 = 105,8 \text{ sm}^2$$

Inersiyani asosiy markaziy radiuslari:

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{A}} = \sqrt{\frac{558,3}{36}} \text{ sm} = 3,94 \text{ sm}; \quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{A}} = \sqrt{\frac{105,8}{36}} \text{ sm} = 1,71 \text{ sm}.$$

Masalaning grafik tasviri (3.15-rasm, b) da ko'rsatilgan.

Xulosa. Mazkur bobda tekis shakllarning geometrik tavsiflari bo'lmish – statik momentlar, qarshilik momentlari hamda inersiya momentlari haqida ma'lumotlar berildi. Ularni aniqlashga doir bir qancha misollar keltirildi. Ayrim misollar EHMda yechildi.

Bilimingni sinab ko'r

1. Kesimlarning geometrik tavsiflarini sanab o'ting.
2. Statik momentlar va ularning o'lchov birligi.
3. Inersiya momentlarini aniqlash formulalari.
4. Oddiy shakllarning to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, doira va halqa uchun inersiya momentlarini aniqlash formulalarini yozing.
5. Parallel o'qlar uchun inersiya momentlarining ifodasi.
6. Inersiya momentlari o'qlar burilganda qanday o'zgaradi?
7. Bosh inersiya o'qlari qanday xususiyatga ega?
8. Bosh inersiya o'qlarining holatini aniqlash formulasini yozing.
9. Inersiya radiusi va inersiya ellipsiga tushuncha bering.
10. Geometrik tavsiflarni aniqlashda kompyuter texnologiyasi nimalardan iborat?

IV BOB

NUQTANING KUCHLANISH HOLATLARI

Mavzu mazmuni. Mazkur bob materiallar qarshiligi fanining asosiy (markaziy) mavzularidan biri bo'lib, bunda nuqtaning turli kuchlanish holatlari tahlil etiladi. Bir nuqtaning turli tomonlarida kuchlanishlar turlicha bo'lishiga nazar tashlaymiz. Uch xil kuchlanish holati uchun kuchlanishlar formulalarini chiqaramiz, misollar keltiramiz.

4.1. Nuqtadagi kuchlanish

Nuqtaning kuchlanish holatlari haqida gap yuritmoqchi ekanmiz, avvalo kuchlanishning o'zi nima, ya'ni uning fizik ma'nosi nimadan iborat ekanligini bilib olishimiz lozim.

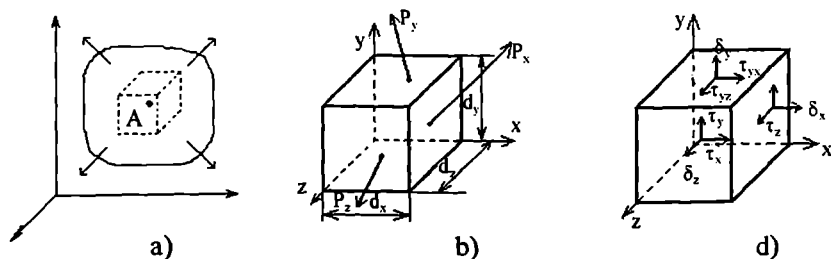
Kuchlanish jism yuklanganda uning zarrachalari orasidagi, o'zaro ta'sirining mahsulidir. Tashqi kuchlar zarrachalarning o'zaro joylashuvlarini o'zgartirishga intiladi, kuchlanish esa zarrachalarning ko'chishiga qarshilik ko'rsatadi.

Materialning yaxlitligi haqidagi gipotezaga muvofiq jismning har bir zarrachasini turli yo'nalishlarga ega bo'lgan ko'plab zarrachalar qoplab turadi. Ma'lum nuqtada joylashgan zarrachaning o'z atrofidagi zarrachalar bilan o'zaro ta'siri bir hil bo'lmaydi. Shuning uchun ham ma'lum nuqtadagi kuchlanishlar turli yo'nalishlarda turlicha bo'ladi. Kuchlanishlarning barcha yo'nalishlarda bir xil bo'lishi kamdan-kam uchraydigan holdir.

Kuchlanish holatida bo'lgan jismning A nuqtasi atrofida kub shaklida cheksiz kichik element ajratib olamiz (4.1-rasm, a) va uni kattaroq masshtabda tasvirlaymiz (4.1-rasm, b). Koordinata o'qlari kub qirralari bo'ylab yo'nalgan deb faraz etamiz.

Bunda kub tomonlari (yoqlari) x , y , z o'qlariga tik bo'ladi.

Jismning ajratilgan qismini kubikka bo'lgan ta'sirini ichki kuchlar bi-



4.1-rasm

lan almashtiramiz. Kubikning tomonlariga ta'sir etuvchi to'liq kuchlanishlarni P_x, P_y, P_z deb belgilaymiz.

Bu yerda indekslar kubik tomonlari qaysi o'qqa tik ekanligini bildiradi. To'liq kuchlanishlarni kubikning tomonlariga tik va urinma yo'nalishlarda tashkil etuvchilarga ajratamiz (4.1-rasm, b).

Normal kuchlanishlarni c harfi bilan belgilaymiz, yonidagi indeks koordinata o'qini ifodalaydi. Urinma kuchlanishlar τ harfi bilan belgilanib, ikkita indeks qo'yiladi: birinchi indeks kuchlanish hosil bo'lgan yuzaga tik o'qni, ikkinchi – kuchlanishning o'zini yo'nalishini ifodalaydi. Binobarin x o'qiga tik bo'lgan yuzachada σ_x, τ_{xy} va τ_{xz} ; y va z o'qlariga tik bo'lgan yuzachalarda $\sigma_y, \tau_{yx}, \tau_{yz}$ va $\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ kuchlanishlari vujudga keladi (4.1-rasm, d)

Shunday qilib, A nuqtasi atrofida ajratib olingan kubikcha tomonlarida kuchlanishlarning 9 ta komponenti vujudga keladi. Kuchlanishlarning bu majmuasini kuchlanishlar tenzori deb ataladi. Agar kuchlanishlar tenzori ma'lum bo'lsa, nuqta atrofidagi har qanday yuzachadagi kuchlanishlarni aniqlasa bo'ladi.

Ishora qoidasi avvalligicha: cho'zilish kuchlanishlari musbat, siqilish kuchlanishlari manfiy ishoraga ega. 4.1-rasm, d da siqilish aks ettirilgan barcha kuchlanishlar musbat ishoraga ega.

4.2. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar

A nuqta atrofidan ajratib olinadigan kubikni (4.1-rasm, a) istalgan yo'nalishda, istalgan og'malikda olishimiz mumkin. Ammo elementar kubikning holati o'zgargan sari uning tomonlarida vujudga keladigan kuchlanishlar ham o'zgarib boradi. Kubik holatlari orasida shunday holat ham bo'ladiki, bunda kubik yuzachalarida urinma kuchlanishlar hosil bo'lmaydi, ularda faqat normal kuchlanishlar vujudga keladi.

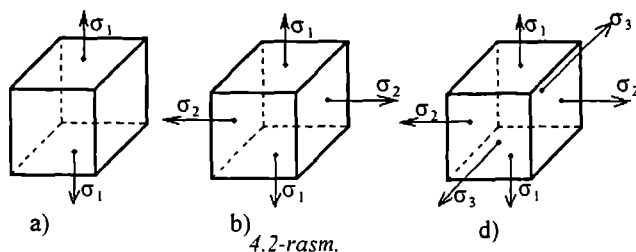
Urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan yuzachalar bosh yuzalar va bu yuzalarda vujudga kelgan normal kuchlanishlar bosh normal kuchlanishlar deb ataladi.

Har qanday kuchlanish holatida istalgan nuqtada o'zaro tik bo'lgan kamida uchta bosh yuza bo'ladi. Binobarin, har bir nuqtada o'zaro tik bo'lgan uchta bosh kuchlanish ham mavjud bo'ladi. Bosh kuchlanishlarga parallel bo'lgan yo'nalishlar kuchlanishlarning bosh yo'nalishlari yoki nuqtaning bosh o'qlari deb ataladi.

Bosh kuchlanishlar c_1, c_2 va c_3 harflari bilan belgilanadi; bunda $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ shartga amal qilish lozim. Masalan, elementar kubikning bosh yuzalariga 50 MPa, - 30 MPa, - 20 MPa kuchlanishlar ta'sir etsa, yuqoridagi shartga ko'ra bular quyidagi tartibda yoziladi; $\sigma_1=50$ MPa; $\sigma_2=-20$ MPa; $\sigma_3=-30$ MPa.

Agar ikkita bosh kuchlanish nolga teng bo'lsa, bunda kuchlanish holati chiziqli yoki bir o'qli kuchlanish holati deb ataladi (4.2-rasm).

Agar bosh kuchlanishlardan bittasi nol bo'lsa, bunday holat *tekis* yoki *ikki o'qli* kuchlanish holati deb ataladi (4.2-rasm, b).



4.2-rasm.

Agar bosh kuchlanishlarning birortasi ham nolga teng bo'lmasa, bunday holat *hajmiy* yoki *uch o'qli* kuchlanish holati deb ataladi (4.2-rasm, a).

4.3 Chiziqli kuchlanish holati

Oddiy siqilish va cho'zilishga ishlaydigan prizmatik sterjenlarning ko'ndalang kesimlari chiziqli kuchlanish holatida bo'ladi. Bu hol uchun normal kuchlanishlarni $\sigma = \frac{F}{A}$ formulasidan topilishi bizga avvaldan ma'lum. Ko'ndalang kesimlarda urinma kuchlanishlarning nolga tengligini ham bilamiz. Demak, bu kesimlar bosh yuzalar hisoblanadi.

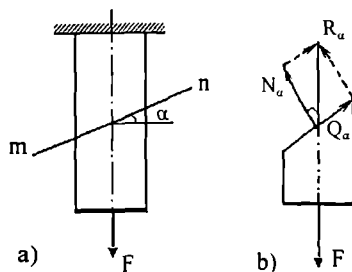
Endi bosh o'qlariga nisbatan og'ma, ya'ni qiya bo'lgan kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz.

Cho'zilishga ishlayotgan sterjenni $m - n$ tekislik bilan kesamiz. Bu tekislik sterjenning ko'ndalang kesimi bilan α burchak tashkil etadi (4.3-rasm, a). Sterjen pastki qismining muvozanatini tekshiramiz (4.3-rasm, b).

Sterjenning qiya kesimini ko'ndalang kesim orqali belgilab olamiz:

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$$

Shakldagi R_α - qiya kesimdagi ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi. R_α ni ajratilgan bo'lakning muvozanat shartidan aniqlaymiz: $R_\alpha = F$. Teng ta'sir etuvchi R_α ni qiya kesimga tik va urinma yo'nalishlarda ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz: $N_\alpha = F \cdot \cos \alpha$ va $Q_\alpha = F \cdot \sin \alpha$. Bular orqali qiya kesimdagi normal va urinma kuchlarni aniqlasa bo'ladi:



4.3-rasm.

$$\sigma_{\alpha} = \frac{N_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{F \cdot \cos \alpha}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \sigma \cos^2 \alpha \quad (4.1)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{Q_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{F \cdot \sin \alpha}{\frac{A}{\cos \alpha}} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (4.2)$$

(4.1) va (4.2) formulalarda $\alpha = 0$ bo'lganda $\cos \alpha = 1$ va $\sin \alpha = 0$ bo'lganligi sababli normal kuchlanish eng katta qiymatga ega bo'lib, urinma kuchlanish nol bo'ladi:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\max} \quad \text{va} \quad \tau_{\alpha} = 0.$$

Demak, maksimal normal kuchlanish sterjenning ko'ndalang kesimida vujudga kelar ekan.

Eng katta urinma kuchlanish esa sterjen o'qi bilan 45° burchak tashkil etgan kesimda hosil bo'ladi, chunki $\alpha = 45^{\circ}$ bo'lganda $\sin 2\alpha = 1$ bo'ladi.

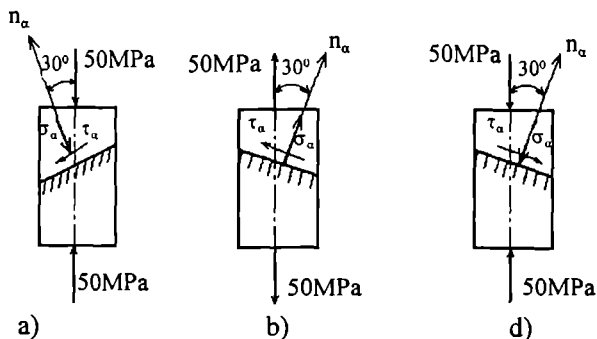
$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma;$$

Shu kesimda normal kuchlanishlar urinma kuchlanishlarga teng bo'ladi:

$$\sigma_{\alpha=45^{\circ}} = \frac{1}{2} \sigma = \tau_{\max}$$

$\alpha = 90^{\circ}$ bo'lganda, ya'ni sterjen o'qiga parallel bo'lgan kesimlarda ikkala kuchlanish ham nolga teng bo'ladi: $\sigma_{90^{\circ}} = 0$; $\tau_{90^{\circ}} = 0$.

4.1-misol. 4.3'-rasm, a, b, d, - da tasvirlangan elementlarning qiya kesimlarida hosil bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlar aniqlansin.



4.3'-rasm.

4.3¹-rasm, a da tasvirlangan element uchun $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -50$ MPa; $\alpha = 30^\circ$; u holda:

$$\sigma_\alpha = -50 \cos^2 30^\circ = -37,5 \text{ MPa};$$

$$\tau_\alpha = -\frac{50}{2} \sin(-60^\circ) = -21,7 \text{ MPa}$$

4.3¹-rasm, b da tasvirlangan element uchun $\sigma_1 = 50$ MPa; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. $\alpha = 30^\circ$; u holda:

$$\sigma_\alpha = -50 \cos^2(-30^\circ) = -37,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_\alpha = \frac{50}{2} (\sin -60^\circ) = -21,7 \text{ MPa}$$

4.3¹-rasm, d da tasvirlangan element uchun $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -50$ MPa; $\alpha = -30^\circ$; u holda:

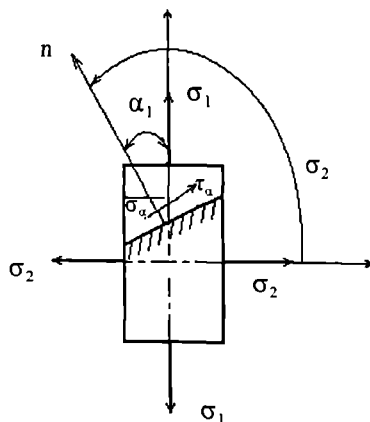
$$\sigma_\alpha = -50 \cos^2(-30^\circ) = -37,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_\alpha = \frac{50}{2} \sin - (60^\circ) = -21,7 \text{ MPa}.$$

4.4. Tekis kuchlanish holati

Inshoot va mashina qismlarida tekis kuchlanish, ya'ni ikki yo'nalishdagi kuchlanish holatlari ko'plab uchraydi. Bunday holatni faqat siqilish cho'zilishda emas, egilish va buralishga ishlaydigan elementlarda ham uchratishimiz mumkin. Bu mulohazalar hajmiy kuchlanish holatiga ham taalluqlidir. Elementlarning mustahkamligiga baho berar ekanmiz, murakkab kuchlanish holatida bo'lgan elementning istalgan kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlashni bilishimiz kerak.

Tekis kuchlanish holatidagi elementning og'ma yuzalaridagi normal va urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz (4.4-rasm). Elementning yon tomonlariga ta'sir etuvchi bosh normal kuchlanishlarni σ_1 va



4.4 -rasm

σ_2 deb belgilaymiz. Tekis kuchlanish holatida tomonlarning birida bosh normal kuchlanish (σ_3) nol bo'ladi. Eslatib o'tamiz: bosh normal kuchlanishlar cho'zuvchi bo'lsa *ishora musbat*, siquvchi bo'lsa *ishora manfiy* olinadi. Bizning holda har ikkalasi ham musbat. Agar bosh kuchlanishlardan biri cho'zuvchi, ikkinchisi siquvchi bo'lsa, u holda ularning birinchisi σ_1 va ikkinchisi σ_3 deb belgilanadi; agar ikkala kuchlanish siquvchi bo'lsa, u holda absolut qiymati kichikrog'i σ_2 kattarog'i esa σ_3 deb qabul qilinadi.

Normali vertikal o'q bilan α_1 burchak tashkil qilgan qiya yuzachadagi normal σ_α va urinma τ_α kuchlanishlarni aniqlaymiz. Yuqoridagi normal (qiya yuzaga tik bo'lgan o'q) gorizonttal o'q bilan, aniqrog'i σ_2 ning yo'nalishi bilan α_2 burchak tashkil etadi. Qiya yuzachadagi kuchlanishlarning qiymati bosh normal kuchlanishlar σ_1 va σ_2 ga, shuningdek, yuzachaning qiyalik burchagi α_1 ga bog'liq ekanligi ko'rinib turibdi. Demak σ_α ni σ_1 va σ_2 larning yig'indisi sifatida aniqlasak bo'ladi. σ_α ning vujudga kelishida σ_1 ning ta'sir etadigan ulushi (4.1) ga ko'ra; $\sigma_1 \cos^2 \alpha_1$ ni tashkil etadi, σ_2 ning ulushi esa, o'sha formulaga muvofiq, $\sigma_2 \cos^2 \alpha_2$ bo'ladi. Bularning yig'indisi σ_α ni beradi:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 (\alpha_1 + 90^\circ)$$

$$\text{yoki} \quad \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \sin^2 \alpha_1. \quad (4.3)$$

Shu yo'l bilan (4.2) asosida qiya kesimdagi urinma kuchlanish uchun quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} [\sigma_1 \sin 2\alpha_1 + \sigma_2 \sin 2\alpha_2] = \frac{1}{2} [\sigma_1 \sin 2\alpha_1 + \sigma_2 \sin 2(\alpha_1 + 90^\circ)]$$

$$\text{yoki} \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha_1 \quad (4.4)$$

(4.3) va (4.4) formulalaridan foydalanib, α -a kesimga tik bo'lgan $b-b$ kesim yuzasidagi kuchlanishlarni topsa bo'ladi (4.5-rasm).

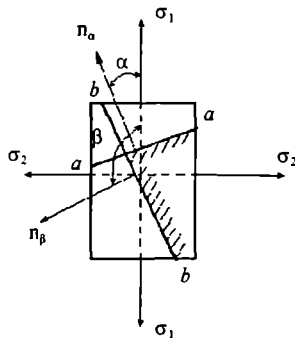
Bu kesimning normalni $\eta\beta$ bosh kuchlanish yo'nalishi bilan $\beta = \alpha + 90^\circ$ burchak tashkil etadi:

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_2 \sin^2 \beta = \sigma_1 \cos^2 (\alpha + 90^\circ) + \sigma_2 \sin^2 (\alpha + 90^\circ), \quad (4.3')$$

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha,$$

$$\tau_\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin (2\alpha + 180^\circ) \quad (4.4')$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$



4.5-rasm.

Olingan formulalarni tahlil qilish asosida o'zaro tik bo'lgan yuzachalarda vujudga keladigan kuchlanishlar xususida ba'zi xulosalarni chiqarish mumkin. Masalan, qiya kesimdagi normal kuchlanishlar uchun:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha, \\ \sigma_{\beta} &= \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha.\end{aligned}$$

Bularni qo'shsak:

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const} \quad (4.5)$$

kelib chiqadi. Bu esa ikkita o'zaro tik yuzachalardagi normal kuchlanishlarning yig'indisi o'zgarmas, miqdor jihatidan bosh kuchlanishlar yig'indisiga tengdir, degan ma'noni anglatadi.

(4.4) va (4.4') formulalarni solishtirsak, urinma kuchlanishlar uchun quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\tau_{\alpha} = -\tau_{\alpha} \quad (4.6)$$

Formuladan ko'rinib turibdiki, ikki o'zaro tik yuzachalarda vujudga keladigan urinma kuchlanishlar miqdor jihatidan teng, ishorasiga ko'ra qarama-qarshi bo'lar ekan. Buni ko'pincha urinma kuchlanishlarning **juftlik qonuni**, deb ham ataladi. Bu qonun urinma kuchlanishlar mavjud bo'lgan har qanday holga to'g'ri keladi.

Ko'rib o'tilgan formulalarni tahlil qilsak, har qanday yuzachada vujudga keladigan normal va urinma kuchlanishlarning qiymati qiyalik burchagiga bog'lik ekanligini ko'ramiz. Shunday ekan, kuchlanishlar qachon maksimal va qachon minimal qiymatlarga ega bo'ladi, degan savol tug'lladi.

Normal kuchlanishning eng katta (maksimal) qiymatini aniqlash uchun (4.3) ifodadan α bo'yicha hosila olib, uni 0 ga tenglaymiz:

$$\frac{d\sigma_{\alpha}}{d\alpha} = -2\sigma_1 \cos \alpha \sin \alpha + 2\sigma_2 \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

yoki

$$\frac{d\sigma_{\alpha}}{d\alpha} = -(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha = 0. \quad (4.7)$$

(4.7) formulani (4.4) formula bilan taqqoslasak, normal kuchlanish σ_{α} urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan yuzachalarda vujudga kelishi ayon bo'ladi. Agar $\alpha=0$ bo'lsa, (4.3)ga ko'ra $\sigma_{\alpha}=\sigma_1$ bo'ladi, $\alpha=90^\circ$ bo'lganda esa $\sigma_{\alpha}=\sigma_2$ bo'ladi. $\sigma_1 > \sigma_2$ ekanligini inobatga olsak, $\sigma_{\max} = \sigma_1$ va $\sigma_{\min} = \sigma_2$ bo'lishga ishonch hosil qilamiz. σ_1 va σ_2 urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan yuzachalarda vujudga keladigan bosh normal kuchlanishlardir.

(4.4) formulada $\alpha=45^\circ$ bo'lganda, $\sin 2\alpha=1$ bo'ladi, urinma kuchlanish esa maksimum qiymatga erishadi:

$$\tau_{\max, \alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad (4.8)$$

4.5. Kuchlanishlarni grafik usulda aniqlash (Mor doirasi)

Yuqorida analitik usulda aniqlangan kuchlanishlarni grafik usulda ham aniqlash mumkinligini Otto Xristian Mor (1835–1918) isbot etgan. Uning usuli bo'yicha kuchlanishlar qiymati va yo'nalishi osongina aniqlanadi.

Usulining mohiyati – oddiy to'g'ri burchakli koordinata o'qiga ma'lum diametrga ega bo'lgan doira qurishdan iborat. Koordinata o'qining absissasini σ va koordinatasini τ harfi bilan belgilaymiz (4.6-rasm).

Agar σ o'qini bosh normal kuchlanish (masalan, σ_1) ga parallel yo'naltirilsa, ish yanada osonlashadi. Koordinata boshidan o'ngga va yuqoriga musbat ishorali, chapga va pastga manfiy ishorali kuchlanishlar o'lchab qo'yiladi. σ o'qiga ma'lum masshtabda σ_1 va σ_2 kuchlanishlarni ifodalovchi OA va OB kesimlarni o'lchab qo'yamiz (4.6-rasm, a) 4.6-rasm, b da σ_1 ham σ_2 ham cho'zuvchi kuchlanish shaklida tasvirlangan. Agar kuchlanishlardan biri yoki ikkalasi siquvchi bo'lsa, kesmalarni manfiy tomonga, ya'ni 0 dan chapga o'lchab qo'yiladi. AB kesmani aylananing diametri deb faraz etib, C markaz bo'yicha doira chizamiz. Ana shu doira kuchlanishlar doirasi, yoki uning muallifi nomi bilan, Mor doirasi deb ataladi. Bosh normal kuchlanish σ_1 ga nisbatan α burchak tashkil etgan yuzachada vujudga keladigan normal σ_α va urinma τ_α kuchlanishlarni aniqlash uchun doira markazi C dan 2σ gradus qiyalikda yotuvchi D nuqtasini belgilaymiz. Bu nuqta a qiyalikdagi kesimga mos keladi; uning OK va DK koordinatalari esa izlanayotgan kuchlanishlar σ_α va τ_α ni beradi. Buning isboti quyidagicha:

$$\text{Shakldan: } CD = AC = BC = \frac{AB}{2} = \frac{OB - OA}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2};$$

$$\text{KDC uchburchagidan } DK = CD \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \tau_\alpha$$

Yana o'sha shakldan:

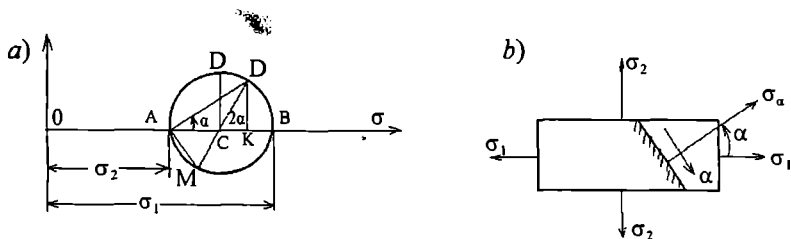
$$OK = OB + BC + CK = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha =$$

$$= \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (1 - \cos 2\alpha) = \sigma_2 + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} 2 \cos^2 \alpha =$$

$$= \sigma_2 + \sigma_1 \cos^2 \alpha - \sigma_2 \cos^2 \alpha = \sigma_2 + \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = \sigma_\alpha$$

kelib chiqadi.

Shunday qilib, aylananing barcha nuqtalari koordinatalari kuchlanishlarni ifodalaydi, ya'ni aylanada joylashgan istalgan nuqtaning σ o'qidagi proektsiyasi normal kuchlanishni, τ o'qiga bo'lgan proektsiyasi esa urinma kuchlanishni beradi. Endi Mor doirasida aniqlangan kuchlanishlarni ajratilgan elementda tasvirlaymiz (4.6-rasm, b).



4.6-rasm.

Agar eng katta bosh normal kuchlanish σ_1 ning yo'nalishi σ o'qi bilan bir xil desak, u holda σ_a ning yo'nalishi BD chizig'ining yo'nalishi bilan, τ_2 ning yo'nalishi esa BM chizig'ining yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

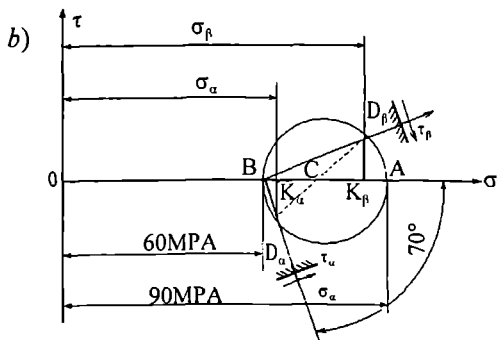
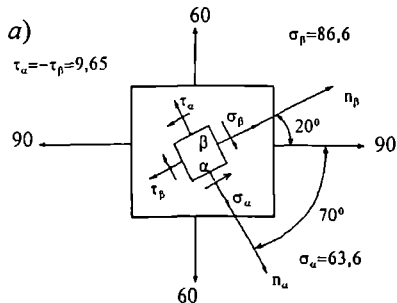
Mor aylanasidan urinma kuchlanishlarning eng katta qiymati CD kesmasiga teng ekanligi ko'rinib turibdi.

4.6-rasm, a dan normal kuchlanishlarning eng katta qiymati OA kesmasi bilan belgilanib, miqdori σ_1 ga teng σ_2 ga (OB kesmasi) teng ekanligini anglash qiyin emas. Qiya kesim yuzachalaridagi normal kuchlanishlarning qiymati, α burchagi qanday bo'lishidan qat'iy nazar, bosh kuchlanishlar σ_1 va σ_2 qiymatlari orasida bo'ladi.

Demak, Mor doirasi nuqtaning kuchlanish holatini to'liq aks ettirar ekan. Agar α burchagini -90° dan $+90^\circ$ gacha o'zgartirib borsak, D va M nuqtalari to'liq aylana chizadi. $\alpha = 0$ bo'lganda D nuqtasi A nuqtasi bilan ustma-ust tushadi. Bu esa, yuqorida ko'rib o'tganimizdek eng katta kuchlanish (σ_1) dir.

4.2-misol. Bosh yuzachalarga 90 MPa va 60 MPa ga teng bo'lgan cho'zuvchi kuchlanishlar ta'sir etadi. Tomonlaridan biri gorizontal o'q bilan 20° burchak tashkil qilgan elementning yuzachalaridagi normal va urinma kuchlanishlar aniqlansin (4.7-rasm, a).

Yechish. α va β yuzachalaridan n_α va n_β normalarini o'tkazamiz. Bosh kuchlanishlar-



4.7-rasm.

ni quyidagi tartibda qabul qilamiz: $\sigma_1 = 90 \text{ MPa}$; $\sigma_2 = 60 \text{ MPa}$; $\sigma_3 = 0$; u holda $\alpha = -70^\circ$ bo'ladi, α burchagi eng katta bosh normal kuchlanishga nisbatan soat strelkasi yo'nalishida ortib borgan uchun ishora (-) olindi.

Avval analitik usulda yechamiz. (4.3) va (4.4) formulalardan foydalanib, qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = 90 \cdot 0,117 + 60 \cdot 0,884 = 63,6 \text{ MPa};$$

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha = 90 \cdot 0,884 + 60 \cdot 0,117 = 86,6 \text{ MPa};$$

$$\tau_\alpha = -\tau_\beta \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \frac{90 - 60}{2} (-0,643) = -9,65 \text{ MPa}.$$

Aniqlangan qiymatlar 4.7-rasm, a da aks ettirilgan. Masalaning grafik yechimi 4.7-rasm, b da keltirilgan.

$\sigma - \tau$ koordinata sistemasida ma'lum masshtab (1 sm – 20 Mpa) Mor doirasini chizamiz. Doirada joylashgan D_α va D_β nuqtalarining koordinatalarini biz izlayotgan normal va urinma kuchlanishlarning qiymatlariga tengdir.

D_α nuqtaning koordinatalari OK_α va $D_\alpha K_\alpha$ kesmalaridan iborat bo'lib, o'lchamlari 3,18 sm va – 0,485 sm ni tashkil etadi.

Bulami masshtabga ko'paytirsak, biz izlagan kuchlanishlar kelib chiqadi:

$$3,18 \cdot 20 = 63,6 = \sigma_\alpha;$$

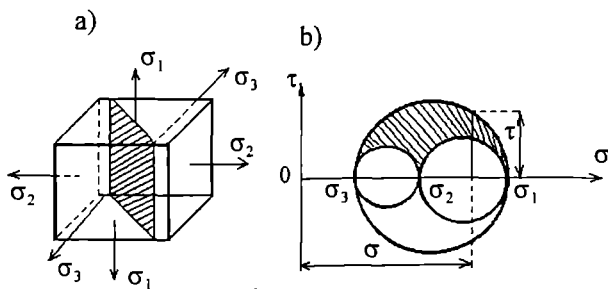
$$4,33 \cdot 20 = 86,6 = \sigma_\beta;$$

$$0,485 \cdot 20 = 9,7 = \tau_\alpha = -\tau_\beta;$$

4.6. Hajmiy kuchlanish holatidagi eng katta kuchlanishlar

Kuchlanishlar doirasidan foydalanib hajmiy kuchlanish holatida bo'lgan elementning istalgan yuzachasidagi kuchlanishlarni aniqlasa bo'ladi.

Hajmiy kuchlanish holatida bo'lgan elementdan kubikcha ajratib olamiz (4.8-rasm). Kubikning tomonlariga σ_1 , σ_2 , σ_3 bosh kuchlanishlar ta'sir etadi. Ajratilgan kubikning istalgan kesimidagi normal va urinma kuchlanishlarni aniqlash talab etiladi, deylik.



4.8-rasm

Ishni osonlashtirish uchun, biror bosh kuchlanishga parallel bo'lgan yuzachadagi kuchlanishlarni aniqlaymiz. Avval σ_1 ga parallel bo'lgan yuzachani ko'rib o'taylik (4.8-rasm, a da shtrixlangan yuza).

Shtrixlangan yuzaga σ_1 ta'sir qilmaydi. Bu yuza σ_2 va σ_3 lar ta'sirida tekis kuchlanish holatida bo'ladi. Mazkur yuzadagi kuchlanishni aniqlash uchun bosh kuchlanishlar σ_2 va σ_3 bo'yicha Mor doirasini chizamiz (4.8-rasm, b).

Aylananing nuqtalari biz izlagan kuchlanishni beradi.

Qolgan ikkita bosh kuchlanish (σ_2 va σ_3) ga parallel bo'lgan kesimlardagi kuchlanishlar ham xuddi shu yo'l bilan aniqlanadi: σ_2 ga parallel bo'lgan yuzadagi kuchlanishlarni aniqlash uchun σ_1 va σ_3 bo'yicha; σ_3 ga parallel yuza uchun esa σ_1 va σ_2 bo'yicha aylanalar chizamiz, hamda ulardan tegishli kuchlanishlarni aniqlaymiz.

Agar uchala bosh o'qni ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) kesib o'tuvchi yuzadagi kuchlanishlarni aniqlash talab etilsa, u holda uchala kuchlanish bo'yicha Mor aylanasi chizamiz. Izlanayotgan kuchlanishlarning qiymati uchala aylana orasidagi shtrixlangan soha ustida joylashgan bo'ladi. Buning isboti elastiklik nazariyasida beriladi.

Og'ma yuzaning istalgan nuqtasidagi normal va urinma kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanishi mumkin:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3; \quad (4.9)$$

$$\tau_\alpha = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_2^2} \quad (4.10)$$

Bu yerda (a_1, a_2, a_3) – bosh kuchlanishlar $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ bilan og'ma yuza normali orasidagi burchaklar.

4.8-rasmdan ko'rinib turibdiki, hajmiy kuchlanishlar holatida eng katta va eng kichik normal kuchlanish mos ravishda eng katta va eng kichik bosh kuchlanishlarga teng bo'ladi. Eng katta urinma kuchlanish esa eng katta aylananing radiusiga teng bo'ladi va bosh kuchlanish bilan 45° burchak tashkil etadi, miqdori eng katta va eng kichik normal kuchlanishlar ayirmasining yarmiga teng bo'ladi.

Shunday qilib, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ shartiga amal qilinsa, hajmiy kuchlanish holatida bo'lgan element uchun, uchala bosh kuchlanishlar mavjud bo'lganda, ekstremal kuchlanishlar quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$\sigma_\alpha^{\max} = \sigma_1 \quad \sigma_\alpha^{\min} = \sigma_3; \quad \tau_\alpha^{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (4.11)$$

4.7. Hajmiy kuchlanish holatida deformatsiyalar.

Umumlashgan Guk qonuni

Chiziqli kuchlanish holatida bo'lgan elementning oddiy cho'zilish – siqilishdagi bo'yлама nisbiy deformatsiyasi

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (4.12)$$

Ko'ndalang nisbiy deformatsiyasi esa

$$\varepsilon^I = -\mu \frac{\sigma}{E} \quad (4.13)$$

formula bilan ifodalanishini ko'rib o'tgan edik. Bu formulalar Guk qonunining chiziqli kuchlanish holatidagi ifodasi edi. Mazkur paragrafda Guk qonunining hajmiy kuchlanish holatidagi ifodasi bilan tanishamiz.

Tomonlari a, b, c bo'lgan to'rt-burchakli parallelepipedning deformatsiyalarini ko'rib chiqamiz (4.9-rasm). Parallelepipedning tomonlariga $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ bosh kuchlanishlar ta'sir etadi. 4.9-rasm deformatsiya natijasida elementning qirralari uzayib, $a + \Delta a$; $b + \Delta b$; $c + \Delta c$ qiymatga ega bo'ladi.

U holda bosh yo'nalishlarga mos bo'lgan *bosh uzayishlar* quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b}; \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}$$

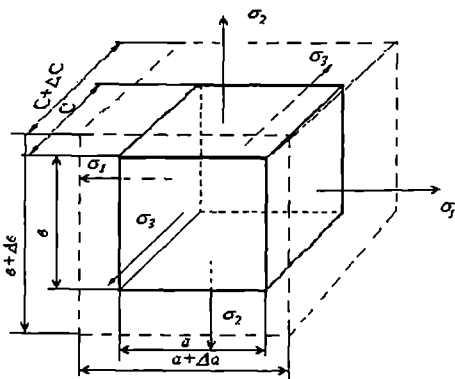
Kuchlar ta'sirining mustaqilligi prinsipiga ko'ra ma'lum yo'nalishdagi (masalan, σ_1 yo'nalishdagi) to'la nisbiy uzayish alohida nisbiy deformatsiyalar yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^I + \varepsilon_1^{II} + \varepsilon_1^{III}$$

bu yerda ε_1^I – faqat σ_1 ning ta'sirida ($\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = 0$) va σ_1 ning yo'nalishida vujudga keladigan nisbiy uzayish;

ε_1^{II} – o'sha yo'nalishda, ammo faqat σ_2 ning ta'sirida vujudga keladigan nisbiy uzayish;

ε_1^{III} – σ_3 ta'sirida vujudga keladigan uzayish.



4.9-rasm.

Bularning har qaysisi (4.12) va (4.13) formulalarga asosan quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon_1'' = -\mu \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon_1''' = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$$

To'liq nisbiy uzayish quyidagi yig'indiga teng:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

Xuddi shu yo'l bilan qolgan ikkita bosh uzayishlar uchun quyidagi formulalarni yozish mumkin:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Mazkur (4.14) formula izotrop jism uchun *umumlashgan Guk qonuni* deb ataladi va hajmiy kuchlanish holatidagi elementning deformatsiyalari va kuchlanishlari orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Eslatib o'tamiz, siqilish kuchlanishlari ushbu formulalarda manfiy ishora bilan ifodalanadi.

Agar (4.14) formulada $\sigma_2 = 0$ deb olsak, tekis kuchlanish holati uchun Guk konuni kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_3); \\ \varepsilon_2 &= -\mu \frac{1}{E} (\sigma_1 + \sigma_3); \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_1). \end{aligned}$$

Tomonlari a,b,c bo'lgan to'g'riburchakli parallelepipedning umumiy, kuchlanish holatida hajmiy o'zgarishlarini tekshiramiz. Deformatsiyaga qadar uning hajmi $V_0 = abc$ bo'lsin. Deformatsiyadan keyin uning hajmi:

$$\begin{aligned} V &= (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c) = abc \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right) \left(1 + \frac{\Delta b}{b}\right) \left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right) = \\ &= V_0(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) = V_0(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3) \end{aligned}$$

bo'ladi.

Nisbiy deformatsiyalarni kichik sonlar ekanligini e'tiborga olib, oxirgi to'rtta hadni tashlab yuboramiz. U holda hajmning nisbiy o'zgarishi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\varepsilon_V = \frac{V - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Bosh uzayishlarni (4.14) formula bo'yicha bosh kuchlanishlar orqali ifodalasak,

$$\varepsilon_V = \frac{1 - 2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4.16)$$

kelib chiqadi.

Ushbu formulaga ko'ra Puasson koeffitsienti $\mu = \frac{1}{2}$ bo'lsa, (masalan, rezina) hajmning nisbiy o'zgarishi nolga teng bo'ladi, ya'ni jismning hajmi o'zgarishsiz qoladi.

Agar $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ bo'lsa, hajmning nisbiy o'zgarishi quyidagicha ifodalanadi:

$$\varepsilon_V = \frac{1 - 2\mu}{E} \cdot 3\sigma$$

Bu yerda $\frac{E}{3(1 - 2\mu)}$ miqdor hajmiy deformatsiya moduli deb ataladi va K harfi bilan belgilanadi. Buni (4.16) qo'ysak,

$$\varepsilon_V = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3K} \quad (4.17)$$

kelib chiqadi. Bundan ko'rinadiki, hajm o'zgarishi faqat bosh kuchlanishlarning yig'indisiga bog'liq ekan.

Demak, kubikning tomonlariga ta'sir etadigan bosh kuchlanishlarning qiymatidan qat'iy nazar, uning qirralari bir xil deformatsiyalanadi.

$$\varepsilon_{\text{„}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3K \cdot 3} = \frac{\sigma_{\text{„}}}{3K}. \quad (4.18)$$

4.8. Deformatsiyaning potentsial energiyasi

Deformatsiyaning potentsial energiyasi deb, elastik deformatsiya natijasida materialda to'planadigan energiyaga aytiladi.

Jismning hajm birligiga (1sm^3) to'g'ri kelgan potentsial energiya deformatsiyaning solishtirma potentsial energiyasi deb ataladi va u harfi bilan

belgilanadi. Jismning turli nuqtalarida u ning qiymati turlicha bo'ladi.

Elastik sistemada to'plangan potensial energiyani hisoblash uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanamiz.

Avval oddiy cho'zilish holatida bo'lgan sterjenni ko'rib o'tamiz (4.10-rasm). Agar sterjenga qo'yiladigan statik kuchlar miqdorini oz-ozdan oshirib borsak, kuch oshgan sari, osilgan kuch sathi pasaya boradi va shunga mos ravishda uning potensial energiyasi ham kamaya boradi, cho'zilayotgan sterjen deformatsiyasining potensial energiyasi esa orta boradi.

Yukning ortishi ohista bo'lganligi sababli, sterjen uchidagi ko'chishning tezligi juda past bo'ladi. Shu boisdan massalarda yuzaga keladigan inersiya kuchlari va energiyaning sochilishini hisobga olmasa ham bo'ladi. Demak, sterjenning kinetik energiyasi ham o'zgarmaydi. Yukning potensial energiyasi to'lik ravishda sterjenning elastik deformatsiyasi potensial energiyasiga aylanadi. Yuk yo'qotgan potensial energiyaning miqdori, uning harakati (pasayishi) jarayonida bajargan ishga teng bo'lganligi sababli, deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlash masalasi tashqi kuchlar bajargan ishni aniqlash masalasiga keltiriladi. Oddiy cho'zilishda tashqi kuchlar bajargan ish $A_p = \frac{F\Delta\ell}{2}$ formulasi bilan aniqlanishi bizga avvaldan ma'lum.

Shunday qilib, deformatsiyaning potensial energiyasi $\left(\Delta\ell = \frac{F\ell}{EA}\right)$ bo'lganda

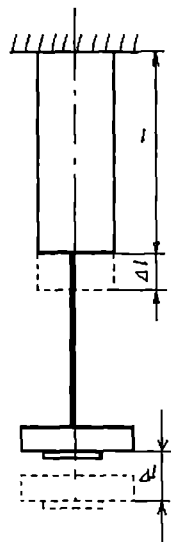
$$u = A_p = \frac{F^2\ell}{2EA} = \frac{\sigma^2 A\ell}{2E}, \quad (4.19)$$

solishtirma potensial energiya esa

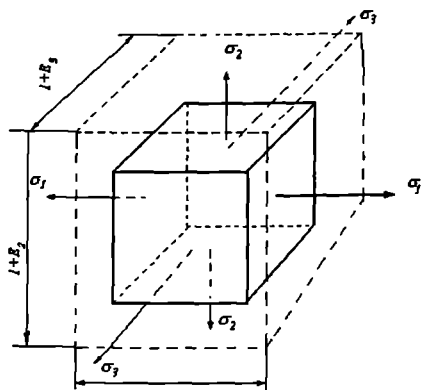
$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma\varepsilon}{2} \quad (4.20)$$

ga teng bo'ladi.

Endi hajmiy kuchlanish holatida elementlar uchun solishtirma potensial energiyani aniqlashga o'tamiz. Buning uchun qirralarning uzunligi l ga teng bo'lgan kubik ajratib olamiz (4.11-rasm). Kubikning tomonlari (yoqlari) bosh yuzachalar bo'lsin. Bu yuzachalarga bosh kuchlanishlar σ_1 , σ_2 va σ_3 ta'sir etadi, hamda kubik tomonlarining deformatsiyalanishi oqibatida vujudga keladigan ko'chishlarda ish bajaradi. Bu holda ko'chishlar bosh uzayishlar ε_1 , ε_2 , ε_3 ga teng bo'ladi, chunki qirralarning uzunligi birga teng.



4.10-rasm.



Shunday qilib, (4.20) ga asosan quyidagi ifodani yoza olamiz:

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2} \quad (4.21)$$

Bosh kuchlanishlar bajargan ishlar-ni bu taxlitda qo'shishimizning boisi shundan iboratki, bosh kuchlanish σ_1 faqat ε_1 ko'chishning vujudga kelishida ish bajaradi, $\sigma_2 \rightarrow \varepsilon_2$ ning, σ_3 esa ε_3 ning vujudga kelishida ish bajaradi.

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ larning qiymatlarini (4.14) dan olib, (4.21) ga qo'ysak, deformatsiyaning to'liq solishtirma potentsial energiyasi kelib chiqadi:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (4.22)$$

Aslida bu energiya ikki xil energiyaning yig'indisidan tashkil topadi:

a) kubik hajmning o'zgarishidan hosil bo'ladigan energiya – u_v ;

b) kubik shaklining o'zgarishidan (ya'ni kubik shaklidan parallelepiped shakliga o'tishidan) hosil bo'ladigan energiya – u_ϕ .

Solishtirma potentsial energiyaning har ikkala tashkil etuvchisini aniqlaymiz. Avvalgi paragrafda faqat hajm o'zgarganda har bir qirraning nisbiy o'zgarishi (4.18)

$$\Sigma_n = \frac{\sigma_n}{3k}$$

formulasidan aniqlanishini ko'rib o'tgan edik. Bu yerda

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{va} \quad k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

ekanligini eslatib o'tamiz.

Bunda hajm o'zgarishidan hosil bo'lgan energiya

$$u_v = 3 \cdot \frac{\sigma_n \Sigma_n}{2} = \frac{\sigma_n^2}{2k} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2}{18k}$$

yoki

$$u_v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (4.23)$$

bo'ladi.

Bu ma'lum bo'lgach, kubning shakl o'zgarishiga sarf bo'ladigan energiyani quyidagi ayirmadan topsa bo'ladi:

$$u_{\phi} = u - u_v = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] - \frac{1-2\mu}{6E} [\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3]^2.$$

Ixchamlashtirish natijasida, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$u_{\phi} = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3). \quad (4.24)$$

Oddiy cho'zilish deformatsiyasida, ya'ni $\sigma_1 = \frac{F}{A}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 0$ bo'lganda, hajm o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya

$$u_v = \frac{(1-2\mu)\sigma_1^2}{6E}, \quad (4.25)$$

shakl o'zgarishi energiyasi

$$u_{\phi} = \frac{(1-\mu)\sigma_1^2}{3E} \quad (4.26)$$

bo'ladi.

Binobarin, cho'zilishdagi to'liq solishtirma energiya quyidagi yig'indiga teng bo'ladi:

$$u = u_v + u_{\phi} = \frac{\sigma_1^2}{2E}.$$

4.9. Mustahkamlik nazariyalari

Muhandislik hisobining eng muhim vazifasi kuchlar ta'sirida bo'lgan elementning mustahkamligiga baho berishdan iborat. Bu borada materiallar qarshiligida bir necha mustahkamlik nazariyalari ishlab chiqilgan. Shularning ayrimlari bilan tanishib chiqamiz.

Mustahkamlikning birinchi nazariyasi. Bu nazariyaga ko'ra jismning mustahkamligiga ta'sir etadigan asosiy miqdor – eng katta normal kuchlanishdir, ya'ni normal kuchlanish orta borib, o'zining xavfli qiymati σ^0 ga erishganda jism (detal) yemiriladi, mustahkamligini yo'qotadi. σ^0 ning qiymati oddiy cho'zilish yoki siqilishga sinash orqali tajriba yo'li bilan aniqlanadi.

Murakkab kuchlanish holatida mustahkamlikni buzilish sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma^0 - \text{cho'zilishda;} \\ |\sigma_3| &= \sigma^0 - \text{siqilishda.} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Xavfli kuchlanish σ^0 ni zaxira (zapas) koeffitsienti n ga bo'lish orqali ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ aniqlanadi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma^0}{n}.$$

U holda bir o'qli kuchlanish holati uchun mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &\leq [\sigma] - \text{cho'zilish holi uchun;} \\ |\sigma_3| &\leq [\sigma] - \text{siqilish holi uchun}\end{aligned}\quad (4.28)$$

Shunday qilib, mustahkamlik nazariyasida uchta bosh kuchlanish (σ_1 , σ_2 , σ_3) lardan faqat bittasi – eng kattasi hisobga olinadi, qolgan ikkitasi mustahkamlikka ta'sir etmaydi, deb qaraladi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, bu nazariya plastik materiallar uchungina qoniqarli natijalar beradi, xolos.

Ushbu nazariya XVII asrda Galiley tomonidan ishlab chiqilgan.

Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasi. Bu nazariyaga ko'ra, mustahkamlik mezoni sifatida absolut miqdori bo'yicha eng katta chiziqli deformatsiya qabul qilinadi, ya'ni eng katta chiziqli deformatsiya $\varepsilon_{\max}$ o'zining xavfli qiymati ε^0 ga erishganda elementning mustahkamligiga putur yetadi (element yemiriladi), deb qaraladi. Deformatsiyaning xavfli qiymati tajriba yo'li bilan aniqlanadi. Shu mulohazalardan kelib chiqib, elementning yemirilish shartini

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon^0 \quad (4.29)$$

ko'rinishda, mustahkamlik shartini esa

$$|\varepsilon_{\max}| \leq [\varepsilon] = \frac{\varepsilon^0}{n} \quad (4.30)$$

ko'rinishda ifodalasa bo'ladi.

Gukning umumlashgan qonunidan (4.12 formuladan) foydalanib hamda eng katta nisbiy uzayishni ε_1 deb qabul qilib, mustahkamlik sharti (4.29) ni kuchlanishlar orqali ifodalaymiz:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

Oddiy cho'zilish uchun ruxsat etilgan normal kuchlanishni $[\sigma]$ deb qabul qilsak, eng katta nisbiy uzayishning ruxsat etilgan qiymati quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}$$

$\varepsilon_{\max}$ va $[\sigma_3]$ ning qiymatlarini mustahkamlik sharti (4.30) ga qo'ysak,

$$\frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq \frac{[\sigma]}{E},$$

yoki

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma] \quad (4.31) \text{ kelib chiqadi.}$$

Shunday qilib, ikkinchi nazariyaga ko'ra, oddiy cho'zilish yoki siqilish uchun belgilangan ruxsat etilgan normal kuchlanish bilan birorta bosh kuch-

lanish emas, balki *ekvivalent* (keltirilgan) kuchlanish deb nom olgan, ularning majmuasi taqqoslanadi.

Bizning holda ekvivalent kuchlanish quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_{ekv,II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3). \quad (4.32)$$

Tajribalarning ko'rsatishicha mazkur nazariya plastik materiallar uchun yaxshi natija bermaydi. Legirlangan cho'yan, o'ta mustahkam po'lat singari mo'rt materiallar uchun aniq va haqiqatga yaqin natijalar beradi.

Bu nazariyani Mariot taklif etgan.

Mustahkamlikning uchinchi nazariyasi. Bu nazariyaga ko'ra, mustahkamlik mezoni sifatida eng katta urinma kuchlanish qabul qilinadi, ya'ni eng katta urinma kuchlanish $\tau_{\max}$ o'zining xavfli qiymati τ^0 ga erishganda element mustahkamligi yo'qoladi, deb qaraladi. Urinma kuchlanishning xavfli qiymati τ^0 oddiy cho'zilishda chegaraviy holatdan aniqlanadi.

Buzilish sharti

$$\tau_{\max} = \tau^0, \quad (4.33)$$

mustahkamlik sharti

$$\tau_{\max} \leq [\tau] = \frac{\tau^0}{n} \quad (4.34)$$

ko'rinishga ega.

(4.11) formulaga asosan

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad \text{va} \quad \tau^0 = \frac{1}{2}\sigma^0$$

bo'lganligi sababli, buzilish sharti (4.33) va mustahkamlik sharti (4.34) ni quyidagicha ifodalasa bo'ladi:

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma^0; \quad (4.35)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]. \quad (4.36)$$

Bunda ekvivalent kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ekv,III} = \sigma_1 - \sigma_3. \quad (4.37)$$

Eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasi, tajribalarning ko'rsatishicha, ayniqsa plastik materiallar uchun yaxshi natijalar beradi. Konstruksiya elementlarining ishonchli o'lchamlarini aniqlash imkonini beradi. Biroq bosh kuchlanishlar σ_1 bilan σ_3 ning orasidagi qiymatga ega bo'lgan σ_2 ning hisobga olinmasligi, ushbu nazariyaning kamchiligi sanaladi. Bu nazariyani Kulon taklif etgan.

Mustahkamlikning to'rtinchi nazariyasi. Bu nazariyaga ko'ra, mustahkamlik mezoni sifatida shakl o'zgarishi potensial energiyasining miqdori qabul qilinadi. Mazkur nazariyaga muvofiq, hajmiy kuchlanish holatida

bo'lgan elementda xavfli holat shakl o'zgarishiga olib keladigan solishtirma potensial energiya o'zining chegaraviy qiymatiga erishganda vujudga keladi. Solishtirma potensial energiyaning chegaraviy qiymati oddiy cho'zilishdagi oquvchanlik chegarasidagi qiymatga tengdir.

Oquvchanlikni boshlanishi sharti

$$U_{\phi} = (u_{\phi})_{ok} \quad (4.38)$$

Mustahkamlik sharti

$$u_{\phi} \leq [u_{\phi}] \quad (4.39)$$

Shakl o'zgarishi potensial energiyasini umumiy hol uchun (4.24) ga binoan quyidagicha yozish mumkin:

$$u_{\phi} = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (4.40)$$

Oddiy cho'zilishda oquvchanlik chegarasi uchun ($\sigma_1 = \sigma_{ok}$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) quyidagi ifodaga ega bo'lamiz;

$$(u_{\phi})_{ok} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_{ok}^2 \quad (4.41)$$

(14) va (15) ni (12) ga qo'ysak,

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} = \sigma_{ok} \quad (4.42)$$

yoki

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_{ok} \quad (4.43)$$

kelib chiqadi.

Bularni e'tiborga olsak, mustahkamlik shartini

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq \frac{\sigma_{ok}}{n} = [\sigma] \quad (4.44)$$

ko'rinishda, to'rtinchi nazariya bo'yicha ekvivalent kuchlanishni esa

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (4.45)$$

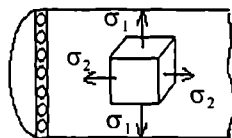
ko'rinishda ifodalasa bo'ladi.

Tajribalar to'rtinchi nazariya cho'zilish va siqilishga bir xil ishlaydigan plastik materiallar uchun to'g'ri va aniq natijalar berishini ko'rsatadi.

Shunday qilib, biz mustahkamlikning to'rtta asosiy va klassik nazariyalari bilan qisqacha tanishib chiqdik. Ammo mustahkamlik nazariyalari shu-

ning o'zi bilan tugamaydi. Bu masala bo'yicha Mor, Yu.I. Yagn, G.S. Pisarenko, A.A. Lebedev, Ya.B. Fridman kabi taniqli olimlar barakali qalam tebratganlar.

4.3-misol. Silindrik rezervuarning devoridan qirqib olingan elementning tomonlariga qiymati $\sigma_1=150$ MPa, $\sigma_2=75$ MPa, $\sigma_3=0$ bo'lgan kuchlar ta'sir etadi. Rezervuar markasi St.3 bo'lgan kam uglerodli po'latdan ishlangan. Cho'zilishga ruxsat etilgan kuchlanish (σ)=160 MPa. Devorning mustahkamligi tekshirilsin (4.12-rasm).



4.12-rasm.

Material plastik holatda bo'lganligi sababli, hisob ishlarini to'rtinchi yoki uchinchi nazariyalar bo'yicha amalga oshirish maqsadga muvofiq. $\sigma_3 = 0$ bo'lgani uchun to'rtinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\sigma_{ekvIV} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq [\sigma].$$

σ_1 va σ_2 ning berilgan qiymatlarini formulaga qo'ysak,

$$\sigma_{ekvIV} \cdot \sqrt{150^2 + 75^2 - 150 \cdot 75} = 129,9 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$$

kelib chiqadi.

Uchinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega;

$$\sigma_{ekvIII} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma], \text{ yoki } \sigma_{ekvIII} = 150 - 0 < 160 \text{ MPa}.$$

Hisob natijalariga ko'ra devor mustahkamligi ta'minlangan.

4.4-misol. Egilishga ishlayotgan sterjenning xavfli nuqtasidan ajratib olingan elementning (4.13-rasm) tomonlariga quyidagi kuchlanishlar ta'sir etadi:

$$\sigma_\alpha = \sigma, \quad \sigma_\beta = 0;$$

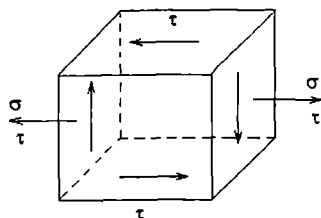
$$\tau_\alpha = \tau, \quad \tau_\beta = -\tau.$$

Mustahkamlikning to'rtta nazariyasi bo'yicha hisobiy (ekivalent) kuchlanishlar aniqlansin.

Xavfli nuqtadagi bosh kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right);$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \left(\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right).$$



4.13-rasm.

U holda ekvivalent kuchlanishlar va mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishni oladi:

a) birinchi nazariya bo'yicha

$$\sigma_{ekv.I} = \sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \leq [\sigma];$$

b) ikkinchi nazariya bo'yicha

$$\sigma_{ekv.II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1-\mu}{2}\sigma + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

agar $\mu=0,3$ deb qabul qilsak, $\sigma_{ekv.II} = 0,35\sigma + 0,65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$
d) uchinchi nazariya bo'yicha

$$\sigma_{ekv.III} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$$

e) to'rtinchi nazariya bo'yicha

$$\sigma_{ekv.IV} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Shunday qilib, mustahkamlikning to'rtta nazariyasi bo'yicha ekvivalent kuchlanishlarni topdik.

Xulosa. Biz mazkur bobda nuqtaning murakkab kuchlanish va deformatsiya holatini, qiya kesimlarda hosil bo'ladigan kuchlanishlarni, bosh kuchlanishlar va bosh yuzalarni, kuchlanish holati turlarini, kuchlanish holatidagi deformatsiyaning potensial energiyasini ko'rib o'tdik, mustahkamlik nazariyalari bilan tanishdik, Mor doirasini qurishni o'rgandik. Misollar yechdik.

Bilimingni sinab ko'r

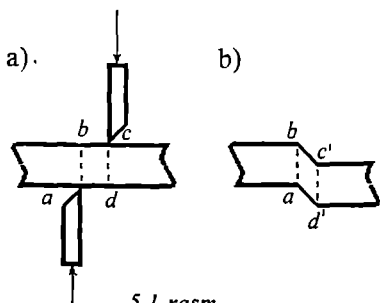
1. Murakkab kuchlanish holatining qanday turlari bor?
2. Qiya yuzalardagi normal va urinma kuchlanishlar qanday formulalar bilan aniqlanadi?
3. Urinma kuchlanishlarining juftlik qonuni nimadan iborat?
4. Hajmiy va tekis kuchlanish holatidagi sterjenlarning deformatsiyalari qanday topiladi?
5. Bosh yuzalar va bosh normal kuchlanishlar nima?
6. Bosh yuzalarda urinma kuchlanishlarning qiymati nimaga teng?
7. Bosh yuzalarning yo'nalishlari qanday formuladan aniqlanadi?
8. Mor doirasi nima? Uni chizish tartibi qanday?
9. Mor doirasidagi har bir nuqtaning koordinatasi nimani bildiradi?
10. Hajmiy kuchlanish holatida ixtiyoriy qiya yuzadagi normal va urinma kuchlanishlar qanday formulalar bilan topiladi?

Mavzu mazmuni. Mazkur bobda siljish deformatsiyasi haqida tushuncha berilib, siljishda vujudga keladigan kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash usullari bayon etiladi. Parchin mix va payvand birikmalarini hisoblashga doir misollar keltiriladi.

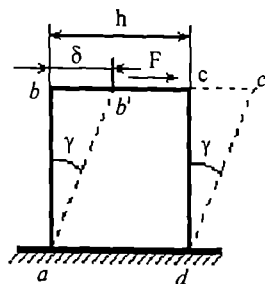
5.1. Siljishdagi kuchlanishlar. Siljishdagi Guk qonuni

Texnika amaliyotida siljish deformatsiyasi va qirqilish oqibatida ishdan chiqadigan konstruksiya elementlari uchrab turadi. Bolt yoki parchin mix (заклёпка) yordamida ulangan birikmalar bunga misol bo'la oladi. Parchin mixli birikmalar o'rini keyingi davrlarda elektr payvand egallay boshladi. Biroq binokorlikda, kemasozlik va samolyotsozlikda, ko'prik fermalari va rezervuarlar qurilishida parchin mix hali hamon o'z mavqeini saqlab kelmoqda. Shunday ekan bo'lajak muhandis konstruksiya elementlarini siljishga hisoblash usullari bilan tanish bo'lishi lozim.

Ikkita o'zaro yaqin, ammo qarama-qarshi yo'nalgan kuch F katta qiymatga ega bo'lsa, sterjen qirqiladi (5.1-rasm). Sterjen qirqilish oldidan 5.1-rasm, b da ko'rsatilganidek deformatsiyalanadi. Ushbu deformatsiya *siljish* deb ataladi. Siljishdan avvalgi abcd to'g'ri to'rtburchak siljishdan so'ng $c'd'$ parallelogramm ko'rinishini oladi. cd kesimi ab kesimiga nisbatan cc' masofaga siljiydi (5.2-rasm). Bu masofa absolut siljish deb ataladi. Absolut siljishning qiymati ikkita qo'shni kesim ab hamda cd orasidagi masofaga bog'liq. Kesimlar orasidagi masofa qancha katta bo'lsa, absolut siljish ham shuncha katta bo'ladi.



5.1-rasm.



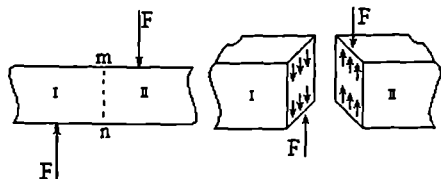
5.2-rasm.

Og'ish burchagi *nisbiy siljish* deb ataladi va quyidagiga nisbatdan aniqlanadi.

$$\frac{cc'}{dc} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma. \quad (5.1)$$

γ burchagi kichik miqdor bo'lgani uchun burchak tangensini burchakning o'ziga teng deb qabul qilish mumkin.

Nisbiy siljish γ ning qiymati ham, absolut siljish kabi, ikki qo'shni kesim orasidagi masofa h ga bog'liq bo'lib, radianlarda o'lchanadi.



5.3-rasm.

Qirquvchi kuch F bilan kuchlanish orasidagi bog'lanishni aniqlaymiz. Buning uchun kesish usulidan foydalanamiz; brus shaklidagi sterjenni $m-n$ tekisligi bo'ylab kesib (5.3-rasm) ikki qismga ajratamiz.

Ikkinchi qismning birinchi qismga bo'lgan ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz. Bu kuchlar siljish jarayonida vujudga keladigan urinma kuchlanishlar bo'ladi. Agar ichki kuchlar kesilgan sirt bo'yicha bir tekisda tarqalgan deb faraz etsak, urinma kuchlanishlarni quyidagi formuladan aniqlasa bo'ladi:

$$\tau = \frac{F}{A}, \quad (5.2)$$

bu yerda A – sterjening ko'ndalang kesim yuzasi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, elastiklik chegarasida nisbiy siljish bilan urinma kuchlanish orasida chiziqli bog'lanish mavjud:

$$\gamma = \tau / G \quad \text{yoki} \quad \tau = G\gamma, \quad (5.3)$$

bu yerda G – proporsionallik koeffitsienti bo'lib, siljishdagi elastiklik moduli yoki ikkinchi tur elastiklik moduli deb ataladi va MPa (yoki Pa) bilan o'lchanadi. γ o'lchamsiz son bo'lgani uchun G ning o'lcham birligi kuchlanishniki bilan bir xil. Ba'zi materiallar uchun G ning qiymati 9-ilovada keltirilgan.

(5.3)-formula **siljishdagi Guk qonuni** deb ataladi.

Siljishdagi absolut deformatsiyani aniqlaymiz. Bu defomatsiyaning qiymati faqat urinma kuchlanishgagina emas, balki elementning o'lchamlariga ham bog'liqdir. Urinma kuchlanish vujudga keladigan yuzani A , parallel sirtlar orasidagi masofani h , siljituvchi kuchning teng ta'sir etuvchisini $Q=A\tau$ deb belgilasak, absolut siljish quyidagicha ifodalanadi;

$$\Delta a = \gamma h = \frac{\tau}{G} h = \frac{Qh}{GA},$$

ya'ni

$$\Delta a = \frac{Qh}{GA} \quad (5.4)$$

Absolut siljish siljituvcchi kuch va kesimlar orasidagi masofaga to'g'ri, ko'ndalang kesim yuza va siljishdagi elastiklik moduliga teskari proporsional ekan.

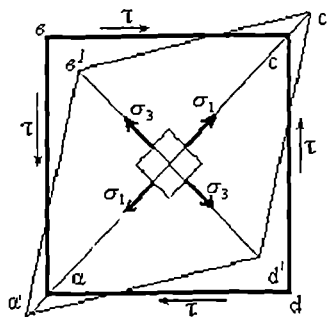
Guk qonuni absolut siljish uchun ana shunday ifodalanadi.

Guk qonuni cho'zilish va siqilish uchun quyidagicha ifodalanishini ilgari ko'rib o'tgan edik;

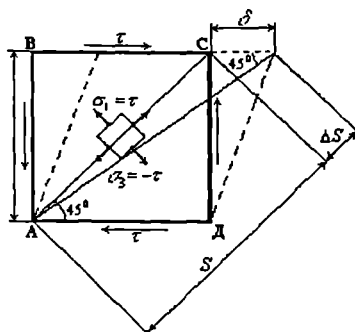
$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}.$$

Izotrop materiallar uchun siljishdagi elastiklik moduli G bilan cho'zilishdagi elastiklik moduli E orasida ma'lum bog'lanish mavjud. Bu bog'lanishning matematik ifodasini keltirib chiqarish uchun sof siljish holatidagi elementni ko'rib o'tamiz.

Sof siljishning o'zi nima? Tekis kuchlanish holatida bo'lgan prizmatik sterjendan ma'lum burchak va yo'nalishda to'g'ri to'rtburchak shaklli shunday elementar bo'lakcha ajratib olish mumkin-ki, unga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir etadi. Normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi. Ana shunday holatda, ya'ni faqat urinma kuchlanishlar ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya *sof siljish* deb ataladi (5.4-rasm). Sof siljish materialning hajmi o'zgarmaydigan birdan-bir tekis kuchlanish holatidir, bunda elementar bo'lakcha faqat shaklini o'zgartiradi.



5.4-rasm.



5.5-rasm

Endi E bilan G orasidagi bog'lanishni aniqlashga o'tamiz. Sof siljish tufayli AC diagonal ΔS masofaga uzayadi (5.5-rasm):

$$\Delta S = \delta \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} a\gamma,$$

bu yerda $a = S \cdot \cos 45^\circ = S \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\gamma = \frac{\tau}{G}$; $AC = S$ bo'lganligidan

$$\Delta S = \frac{\tau}{2G} S \quad (a)$$

Umumlashgan Guk qonuniga ko'ra nisbiy uzayish quyidagicha yoziladi:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta S}{S} = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E},$$

$\sigma_1 = \tau$ va $\sigma_3 = -\tau$ ekanligini e'tiborga olsak, uzayish

$$\Delta S = \frac{(1 + \mu)\tau}{E} S \quad (b) \text{ bo'ladi.}$$

(a) va (b) ifodalarning chap tomonlari teng bo'lgani uchun o'ng tomonlar ham teng bo'ladi:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (5.5)$$

Bu formuladagi cho'zilish (siqilish) elastiklik moduli E va Puasson ko'effitsienti μ tajriba yo'li bilan aniqlanadi. Bular orqali siljishdagi elastiklik modulini aniqlasa bo'ladi.

$$\text{Agar } \mu = \frac{1}{3} \text{ bo'lsa, } G = \frac{3}{8} E \text{ bo'ladi.}$$

5.2. Sof siljishda ruxsat etilgan kuchlanishlar

Ruxsat etilgan kuchlanishni tanlash masalasi siljishda siqilish va cho'zilishdagiga nisbatan ancha murakkab. Chunki tajribalarda boshqa xil deformatsiyalardan xoli bo'lgan sof siljish holatiga erishish juda qiyin. Shu sababli siljishdagi ruxsat etilgan kuchlanishlar nazariy yo'llar bilan belgilanadi.

Tekis kuchlanish holatida uchta bosh kuchlanishdan biri nolga teng bo'ladi (5.5-rasm). Shunga ko'ra sof siljishda

$$\sigma_1 = \tau, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -\tau$$

Ikkinchi mustahkamlik nazariyasidan

$$\sigma_1 - \mu\sigma_3 \leq [\sigma] \quad (5.6)$$

ekanligi bizga ma'lum. Boshqa kuchlanishlar qiymatini (5.6)ga qo'yib,

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{1 + \mu} \quad (5.7)$$

ga ega bo'lamiz. Formulaning o'ng tomoni ruxsat etilgan kuchlanishni ifodalaydi. Shunga ko'ra ruxsat etilgan urinma kuchlanishni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{1 + \mu} \quad (5.8)$$

Metallar uchun $\mu=0,25-0,42$ ekanligini hisobga olsak, ikkinchi mustahkamlik nazariyasiga ko'ra sof siljishdagi ruxsat etilgan urinma kuchlanish quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$[\tau] = (0,7 \div 0,8)[\sigma] \quad (5.9)$$

Uchinchi mustahkamlik nazariyasi bo'yicha

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \text{ yoki } \tau - (-\tau) \leq [\sigma]$$

asosida quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{2} = [\tau], \quad (5.10)$$

ya'ni siljishdagi ruxsat etilgan urinma kuchlanish

$$[\tau] = 0,5[\sigma]. \quad (5.11)$$

To'rtinchi (energetik) mustahkamlik nazariyasiga muvofiq

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leq [\sigma] \text{ yoki } \sqrt{\tau^2 + \tau^2 + \tau^2} \leq [\sigma].$$

Bundan:

$$\tau \geq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} = [\tau]. \quad (5.12)$$

Demak,

$$[\tau] = 0,57[\sigma] \approx 0,6[\sigma]. \quad (5.13)$$

Turli mustahkamlik nazariyalari asosida aniqlangan ruxsat etilgan kuchlanishlar bir xil emasligini ko'rdik. Plastik materiallar uchun energetik nazariya bo'yicha aniqlangan ruxsat etilgan kuchlanish (5.13) boshqalarga nisbatan yaxshiroq natija berishini aytib o'tish joiz.

Ruxsat etilgan urinma kuchlanish ma'lum bo'lsa siljish (qir qilish) dagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi;

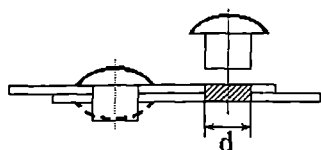
$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max}}{A} \leq [\tau]. \quad (5.14)$$

Ba'zi materiallar uchun siljishdagi ruxsat etilgan kuchlanishlarning qiymatlari 7-jadvalda keltirilgan.

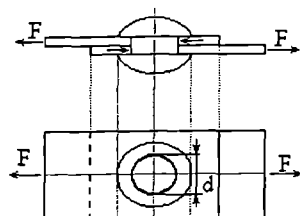
**Parchin mix va payvand birikmalar uchun qirqilishga bo'lgan
ruxsat etilgan kuchlanishlar**

Birikma turi	Qirqilishdagi kuchlanish, Mpa
Parchin mix:	
Po'lat 20 dan tayyorlangan asosiy elementlar	100
Parmalangan teshikdagi parchin mix (B sinf)	140
Yoyilgan teshikdagi parchin mix (C sinf)	100
Payvand:	
Yupqa qoplamali elektrodda qo'lda payvandlash	80
Qalin qoplamali elektrodda qo'lda payvandlash	110
Avtomatik payvandlash	110

5.3. Konstruksiya elementlarini siljishga hisoblash



5.6-rasm.



5.7-rasm.

1. Parchin mixli birikmalar. Turli xil ferma sterjenlarini, qozon va samolyot listlarini biriktirishda bolt va parchin mix (заклёпки) dan foydalaniladi. Boltli yoki parchin mixli birikmalar siljishga ishlaydigan elementlar hisoblanadi. Ikki listni parchin mix bilan ulash uchun ularning ikkalasi ham bir xilda teshilib, teshiklarga parchin mix kiygiziladi. Uning uchi gidravlik press yoki maxsus bolg'a bilan parchinlanib, qalpoq hosil qilinadi (5.6-rasm).

Misol tariqasida ikki metall listni o'zaro biriktiruvchi bir dona parchin mixning ishi bilan tanishib o'tamiz (5.7-rasm).

F kuchlari listlarni bir biriga nisbatan siljishga intiladi. Bunga parchin mix qarshilik ko'rsatadi, natijada u listlar bosimiga uchraydi. Parchin mix sirtiga ta'sir etuvchi bosim kuchining qiymati tashqi kuch F ga teng bo'lib, bu kuch parchin mixni qirqishga harakat qiladi. Qirqilish kesimida urinma kuchlanishlar bir tekisda tarqalgan deb faraz etsak, u holda bu birikma uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi d^2} \leq [\tau] \quad \text{yoki} \quad \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\tau]. \quad (5.15)$$

Bundan parchin mixning diametrini aniqlash qiyin emas:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau]}}$$

Shuni ham ta'kidlash joizki, F kuchi parchin mixni egishga ham intiladi. Biroq eguvchi momentning qiymati kichik bo'lganligi tufayli undan hosil bo'ladigan normal kuchlanishlarni e'tiborga olmasa ham bo'ladi, chunki buzilish aynan qirqilish natijasida sodir bo'ladi. Shunga ko'ra bolt va parchin mixlarni siljishga hisoblash amaliy jihatdan yetarli hisoblanadi.

Ammo bu yerda parchin mixli birikmalarning mustahkamligiga sezilarli ta'sir ko'rsatadigan boshqa bir omil bor. U ham bo'lsa, listlarning parchin mix sirtiga bo'lgan ta'siridir. Bu ta'sir natijasida parchin mix eziladi. *Ezilish* deganda kontakt sirtlarda vujudga keladigan plastik deformatsiya tushuniladi.

Ezilishga hisoblash ham taqribiy xarakterga ega, chunki, ezuvchi kuchning kontakt sirti bo'yicha tarqalish qonuniyati ham bizga aniq emas. Bu kuchning parchin mix sirti bo'yicha taxminiy tarqalish qonuni 5.8-rasmدا tasvirlangan. Rasmga ko'ra ezuvchi kuch A nuqtada eng katta qiymatga ega bo'lib, B va C nuqtalarida uning qiymati nolga teng bo'ladi.

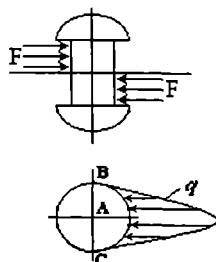
Parchin mix sirti bo'yicha notekis tarqalgan bosim intensivligini, ya'ni yuza birligidagi qiymatini q desak, muvozanat shartini quyidagicha yozsa bo'ladi:

$$F = \int_A qdA \quad (5.16)$$

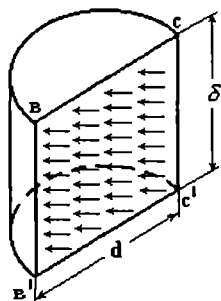
Biroq q ning parchin mix sirti bo'yicha tarqalish qonuni noma'lum bo'lganligi uchun, bosimning to'liq qiymatini ifodalovchi integralni, integral bo'lmagan, ammo shunga teng kuchli bo'lgan ifoda bilan almashtiramiz. Ezuvchi bosim silindrik sirt bo'yicha emas, parchin mixning diametral kesimi bo'yicha teng tarqalgan deb faraz etamiz (5.9-rasm). Bu holda (5.16) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$F = \int_A qdA = \sigma_{zz} A_{zz}, \quad (5.17)$$

bu yerda σ_{zz} – parchin mixning diametral kesimidagi ezuvchi kuchlanish; A_{zz} – parchin mixning diametral kesim yuzasi, $A_{zz} = \delta d$; d – parchin mix diametri; δ – parchin mix sirtiga ezuvchi bosim berayotgan listning qalinligi;



5.8-rasm.



5.9-rasm.

(5.17) dan ezilish kuchlanishi aniqlanadi.

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{A_{ez}}. \quad (5.18)$$

Ezilish uchun ruxsat etilgan kuchlanishni $[\sigma_{ez}]$ desak, ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{\delta d} \leq [\sigma_{ez}]. \quad (5.19)$$

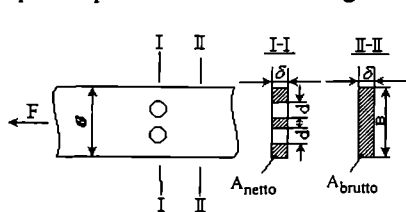
Ezilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish cho'zilish (siqilish) dagi ruxsat etilgan kuchlanishdan kattaroq olinadi:

$$[\sigma_{ez}] = (2 \div 2.5)[\sigma].$$

(5.19) bo'yicha aniqlangan diametr ezilishdagi mustahkamlik shartini qanoatlantiradi:

$$d \geq \frac{F}{\delta [\sigma_{ez}]}.$$

Ham siljish, ham ezilish bo'yicha mustahkamlik shartlari qanoatlantirishi uchun, diametr qaysi shart bo'yicha katta chiqqan bo'lsa, o'shanisi qabul qilinadi va standartlarga moslab yaxlitlanadi.



5.10-rasm.

Bolt yoki parchin mix uchun listlar teshilganda kesim zaiflashib qoladi. Shuning uchun ulanuvchi listlar cho'zilishga yoki siqilishga tekshirib ko'riladi.

Ulanuvchi listning I-I kesimidagi yuzani A_{netto} , II-II kesimidagi yuzani A_{brutto} deb belgilasak (5.10-rasm), cho'zilish (siqilish)dagi mustahkamlik

sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma = \frac{F}{A_{netto}} \leq [\sigma]. \quad (5.20)$$

Bu yerda F – ulanuvchi listlarni cho'zuvchi kuch;

$[\sigma]$ – cho'zilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish

$$A_{netto} = (a - 2d)\delta.$$

2. Payvand birikmalar. Konstruksiya elementlarini birlashtirish uchun parchin mixlar ishlatish XIX asrning boshidan boshlangan bo'lsa, asr oxiriga kelib uning o'rni asta-sekin payvandlash egallay boshladi. Keyingi paytlarda parchin mixlardan foydalanish doirasi ancha kichraygan: endilikda parchin mixlar, asosan, yuqori harorat ostida bo'ladigan va dinamik kuch-

lar ta'sirida ishlaydigan konstruksiyalarda (masalan, samolyotsozlikda, ko'priklarda) ishlatiladi xolos.

Payvand birikmalarning bu qadar keng tarqalishining sababi, uning parchin mixli birikmalarga nisbatan qator afzalliklarga ega ekanligidadir. Avvalam bor yetarli darajada mustahkamlikka ega. Bunda listlar teshilmaydi, demak ham material tejaladi, ham biriktirish texnologiyasi soddalashadi, konstruksiya yengillashadi; choklar zich bo'lganligi tufayli suv va gazni o'tkazmaydi.

Payvandlash ishlari elektr yoyi asosida amalga oshirilib, asosan ikki usulda bajariladi:

- uchma-uch payvandlash;
- ustma-ust payvandlash.

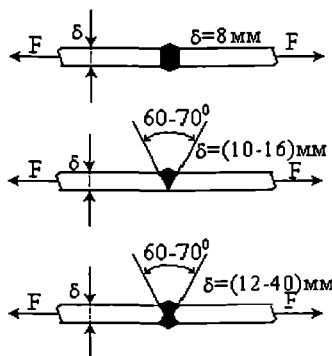
Ulanadigan listlar bir tekislikda yotsa uchma-uch ulanadi (5.11-rasm). Bunda ulanadigan listlar orasi eritilgan metall bilan to'ldiriladi, metall sovigach, payvand chok hosil bo'ladi. Choklar ulanadigan listlarning qalinligiga qarab, 5.11-rasmda ko'rsatilgan sxemalarning biri ko'rinishida amalga oshiriladi. Ko'ndalang chokning cho'zilish va siqilish bo'yicha mustahkamligi quyidagi formula yordamida tekshiriladi:

$$\sigma = \frac{F}{\delta l} \leq [\sigma_s]. \quad (5.21)$$

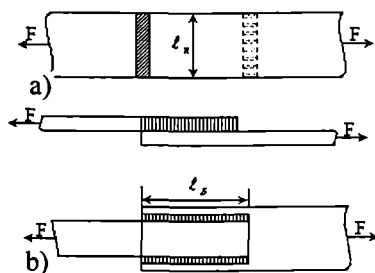
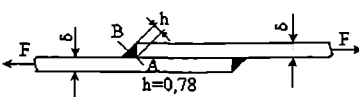
Bu yerda $\delta l = A_s$ – chokning shartli ish yuzasi, $\ell = b - 10 \text{ mm}$ chokning hisobiy uzunligi, d – ulanadigan listning qalinligi.

Ba'zan texnologik yoki konstruktiv sabablarga ko'ra ulanadigan listlarni ustma-ust qo'yib payvandlashga to'g'ri keladi.

Payvandlashning bu usulida payvand choklar cho'zuvchi kuchga nisbatan ko'ndalang (5.12-rasm, a) yoki bo'ylama (parallel) holatda (5.12-rasm, b) joylashishi mumkin. Chok birinchi holda ko'ndalang yoki valiksimon deb, ikkinchi holda bo'ylama yoki yonbosh chok deb ataladi. Uchburchak ko'rinishidagi chokning bissektrik yo'nalishidagi kesimi zaif hisoblanadi, chunki choklarning yemirilishi ana shu kesimdan boshlanadi.



5.11-rasm.



5.12-rasm.

Shuning uchun ham hisoblashda aynan shu kesimning mustahkamligi tekshiriladi. AB kesimning hisob tenglamasi quyidagicha yoziladi.

$\tau = \frac{F}{2A}$ Valiksimon chok ikkita bo'lgani uchun yuza ikkiga ko'paytirilgan. Agar $A = l_k \delta \quad \cos 45^\circ = 0.7 l_k \delta$ ekanligini inobatga olsak, xavfli kesimning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau = \frac{F}{1,4\delta\ell_k} \leq [\tau], \quad (5.22)$$

Bu yerda ko'ndalang chok uzunligi $\ell_k = \sigma - 10\text{ mm}$ - deb qabul qilinadi.

Amaliyotda yonbosh (bo'yлама) choklar ko'p ishlatiladi. Listlar ustma-ust qo'yilgan birikmalarda yonbosh choklar mustahkamligi ham (5.22) formula bilan tekshiriladi. Faqat bu yerda bo'yлама chok uzunligi $\ell_\delta = \ell - 10\text{ mm}$ deb olinadi.

5.1-misol. Parchin mix yordamida biriktirilgan ikki list $F=8\text{ kH}$ kuch bilan tortiladi. (5.13- rasm, a). Listlarning qalinligi $d = 8\text{ mm}$, siljish uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau] = 60\text{ MPa}$, ezilishga ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma_{\perp}] = 200\text{ MPa}$. Birikmaning mustahkamligi hisoblansin.

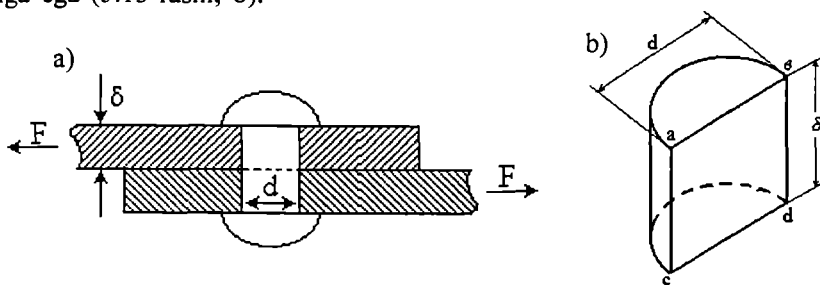
Yechish. Parchin mix diametrini mustahkamlik shartidan topamiz (5.13);

$$\frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2} \leq [\tau],$$

bundan

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 800}{3,14 \cdot 600}} = 1,3\text{ sm}$$

Listlarning parchin mixga tegib turgan sirtini ezilish sharti bo'yicha tekshiramiz. Listning parchin mix bosimidan eziladigan sirti yarim silindr shakliga ega (5.13-rasm, b).



5.13-rasm.

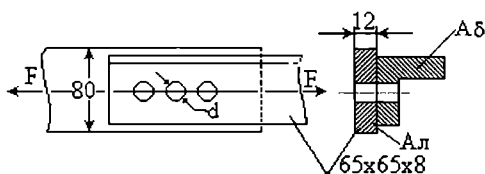
Yarim silindrning balandligi δ , diametri d . Bosimni yarim silindr sirti bo'yicha tarqalish qonuni bizga noma'lum; ammo u parchin mix bilan list oralig'idagi turli nuqsonlarga hamda materialga bog'liq ekanligi ayon. Hisobni soddalashtirish maqsadida bosim yarim silindr sirtiga emas, shu sirtning diametral tekislikdagi proeksiyasiga, ya'ni dd yuzaga ta'sir etadi, deb olinadi.

Shunday qilib, list teshigi devorlaridagi ezilish kuchlanishi quyidagiga teng:

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{\delta d} = \frac{800}{0.8 \cdot 1.3} = 7692,3 \frac{H}{sm^2}$$

Topilgan kuchlanish ruxsat etilgan kuchlanishdan kam chiqdi, demak ezilmaslik sharti qanoatlantiriladi.

5.2-misol. Burchaklikni listga tutashtirish, uchun zarur bo'lgan parchin mixlar soni aniqlansin (5,14-rasm). Qo'yilgan yuk $F=75kH$. Parchin mix diametri $d=1,7sm$; $[\sigma]=140,0MPa$; $[t] = 110,0 MPa$, $[\sigma_{ez}]=280,0 MPa$. List va burchaklikning uzilmasligi ham tekshirilsin. Boshqa o'lchamlar shaklda berilgan.



5.14-rasm.

Yechish. Parchin mixlarning kesilmaslik shartidan:

$$n \geq \frac{F}{[\tau] \frac{\pi d^2}{4}}; \quad n = 3.$$

Ezilmaslik shartidan;

$$n \geq \frac{F}{[\sigma_{ez}]}; \quad n = 2.$$

Uchta parchin mix qo'yamiz.

Burchaklik bilan listning uzilmaslik shartini tekshiramiz;

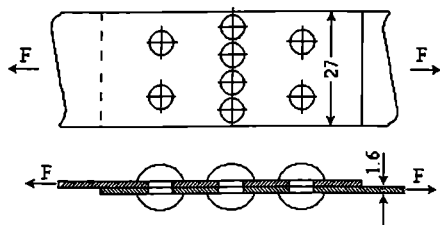
Burchaklikning ko'ndalang kesim yuzasi $A_\delta = 9,87 sm^2$.

Listning ko'ndalang kesim yuzasi $A_l = 8,0 \cdot 1,2 = 9,6 sm^2$

$$\sigma_\delta = \frac{F}{A_\delta - \delta d} = 88,0 MPa < [\sigma],$$

$$\sigma_l = \frac{F}{A_l - \delta d} = 99,0 MPa < [\sigma].$$

Demak, mustahkamlik ta'minlangan.



5.15-rasm.

5.3-misol. Kengligi $b = 27$ sm, qalinligi $\delta = 1,6$ sm bo'lgan ikki list diametri $d = 2,5$ sm bo'lgan 8 ta parchin mix bilan ustma-ust biriktirilgan (5,15-rasm). Bu birikma-ning xavfsizligi ta'minlangan holda listlarga qo'yilishi mumkin bo'lgan kuch (F) ning eng katta qiymati topilsin. Listlarning mustahkamligini parchin mixlar necha foizga pasayti-

radi? Ruqsat etilgan kuchlanishlar;

$$[\sigma] = 120,0 \text{ MPa}; [\tau] = 80,0 \text{ MPa}; [\sigma_{\text{y}}] = 240,0 \text{ MPa}.$$

Yechish: F kuchining qiymatini, parchin mixlar o'rnatiladigan kesim-larning mustahkamlik shartidan aniqlaymiz.

$$1) F_1 = [\sigma] \cdot (b - 2d) \delta = 422,4 \text{ kH}$$

Cho'zuvchi kuch F parchin mixlarga bir xil tarqalmaydi. Masalan, ik-kinchi qatordagi parchin mixlarga birinchi qatordagiga qaraganda ozroq yuk tushadi. Odatda, ikkinchi qatordagi parchin mixlar kuchning 0,75 qismini qabul qiladi. Shuning uchun ham, ikkinchi qator parchin mixlari o'rnatiladigan kesim-ning mustahkamlik shartini tuzishda kuchning 0,75 qismi olinadi:

$$0,75 \cdot F_2 = [\sigma] \cdot (b - 4d) \delta; F_2 = 435,2 \text{ kH}.$$

2) Parchin mixlarning qirqilishga qarshilik ko'rsatish shartidan:

$$F_3 = [\tau] \cdot n \frac{\pi d^2}{4} = 314 \text{ kH}$$

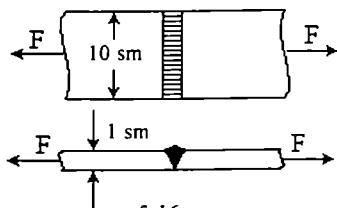
3) Ezilishga qarshilik ko'rsatish shartidan:

$$F_4 = [\sigma_{\text{y}}] \eta \delta d = 770 \text{ kH}$$

Demak, birikmaga qo'yilishi mumkin bo'lgan maksimal kuch

$$F_{\text{max}} = 31,4 \cdot 10^4 \text{ H ni tashkil etadi}.$$

Teshiklar hisobiga listlarning mustahkamligi $\frac{2d}{b} 100 = 18,5\%$ ga kamayadi.



5.16-rasm.

5.4-misol. 5.16-rasmda ko'rsatilgan uch-ma-uch payvand birikma uchun ruqsat etil-gan zo'riqish aniqlansin. Ulanayotgan me-tall list uchun ruqsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 140,0 \text{ MPa}$, chok metali uchun $[\sigma_{\text{y}}] = 100,0 \text{ MPa}$.

Yechish: Ko'ndalang chok qabul qiladigan ruxsat etilgan zo'riqish (5.20) formuladan aniqlanadi.

$$F \leq [\sigma] \ell \delta.$$

Chokning hisobiy uzunligi, payvand chokdagi ba'zi nuqsonlarni hisobga olish maqsadida, asosiy uzunlikdan 1 sm kaltaroq olinadi: $\ell = 10 - 1 = 9 \text{ sm}$. Ko'ndalang chokning hisobiy qalinligi ulanayotgan listlarning qalinligiga teng bo'ladi: $\delta = 1 \text{ sm}$. Payvand chok uchun ruxsat etilgan zo'riqish:

$F \leq 100,0 \cdot 9 \cdot 1 = 90 \text{ kH}$ ga, ulanayotgan listlar uchun esa:

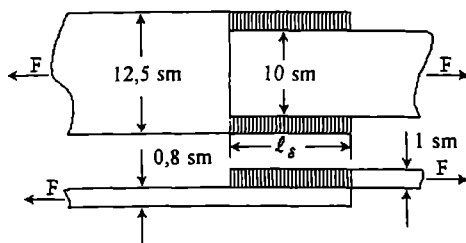
$$F \leq [\sigma] b \delta = 140,0 \cdot 10 \cdot 1 = 140 \text{ kH}$$
 ga teng.

5.5-misol. *Ustma-ust ulangan ikki listning yonbosh choklari uzunligi aniqlansin (5.17-rasm). Cho'zuvchi kuch $F = 140 \text{ kH}$, chok metali uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau_s] = 80,0 \text{ MPa}$.*

Yechish: (5.21) formulaga ko'ra chokning hisobiy uzunligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$l \geq \frac{F}{1,4\delta[\tau_s]} = \frac{140 \text{ kH}}{1,4 \cdot 1 \cdot 80,0} = 12,5 \text{ sm}.$$

Chokning haqiqiy uzunligi $\ell_s = 12,5 + 1 = 13,5 \text{ sm}$.



5.17-rasm.

Xulosa. Shunday qilib, bu bobda siljish (qirqilish) haqida o'quvchiga tushuncha berildi. Siljishdagi mustahkamlik sharti bayon etildi. Chiqarilgan formulalarni qo'llashga doir misollar keltirildi.

Bilimingni sinab ko'r

1. Siljish deformatsiyasi qanday sodir bo'ladi?
2. Absolut va nisbiy siljish nima? Ularning o'lcham birliklari.
3. Siljishdagi urinma kuchlanish qaysi formula bilan aniqlanadi?
4. Sof siljish deganda nimani tushunasiz?
5. Siljishdagi Guk qonuni qanday ifodalanadi?
6. Birinchi va ikkinchi turdagi elastiklik modullari orasidagi bog'lanish qanday ifodalanadi?
7. Qanday deformatsiya ezilish deb ataladi?
8. Birikmalarning turlari

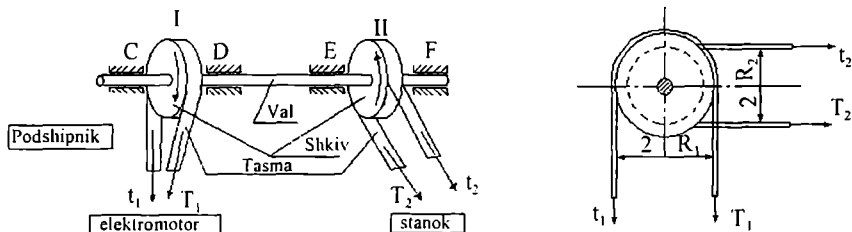
VI BOB. BURALISH

Mavzu mazmuni. Ushbu bobda buralishga ishlaydigan elementlarning kuchlanish va deformatsiya holatlari ko'rib chiqiladi. Ularning buralishdagi mustahkamlik va bikrlilik shartlari bayon etiladi.

6.1. Buralish deformatsiyasiga doir asosiy tushunchalar

Buralish ham boshqa deformatsiyalar singari mashina va mexanizm elementlarining uchraydigan deformatsiyalardan biridir. U bor joyda kuchlanish ham bo'ladi. Mashina va mexanizmlarning mustahkamligi, ularning qismlarida hosil bo'ladigan, ana shu kuchlanishlarning miqdoriga bog'liq. Demak, mustahkamlik masalasi, deformatsiyaning turidan qat'iy nazar, kuchlanishlarning eng katta qiymatini aniqlash masalasiga kelib taqaladi. Buralish deformatsiyasi ham bundan mustasno emas.

Shunday ekan, buralish deformatsiyasi qanday hollarda vujudga keladi, ularning vujudga keltiradigan kuchlar qanday bo'ladi, degan savolga javob berib o'taylik. Buralish deformatsiyasi avvalam bor, tasmali (transmission) vallarda, poezd va mashina o'qlarida, fazoviy konstruksiya elementlarida, prujinalarda, qolaversa, qulf kalitlarida hosil bo'ladi. Buralishga ishlaydigan sterjenlar val deb ataladi. Doiraviy kesimga ega bo'lgan valning buralishi bilan tanishib chiqamiz.



6.1-rasm.

CF valiga ikkita shkiv mahkamlangan (6.1-rasm). Val C,D,E,F podshipniklar yordamida muvozanatda turadi. I shkiv elektr motoriga tutashgan tasma yordamida valni aylantiradi. II shkiv esa valning aylanma harakatini tasmalar orqali stanokka uzatadi. Shunga ko'ra I shkiv yetaklovchi, ikkinchisi esa yetaklanuvchi deb ataladi. I shkivga tasmalar orqali yetaklovchi

T_1 va ergashuvchi t_1 kuchlari, huddi shuningdek, ikkinchi shkivga T_2 va t_2 tortuvchi kuchlar ta'sir etadi.

Bu kuchlar, bir tomondan, podshipniklarga bosim ko'rsatadi, ikkinchi tomondan esa, val o'qiga tik bo'lgan tekislikda juft kuch hosil qiladi.

I shkivdan valga beriladigan moment (6.1-rasm):

$$M_1 = T_1 R_1 - t_1 R_1 = (T_1 - t_1) R_1$$

bo'ladi. II shkivdan valga beriladigan momentning qiymati

$$M_2 = (T_2 - t_2) R_2$$

ga teng bo'lib, qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi. Bu yerda R_1 , R_2 – I va II shkivlar aylanasi radiuslari. Tasmalarni yetaklovchi qismlarning tortish kuchlari T ergashuvchi qismidagi tortish kuchi t dan katta bo'ladi.

Valning ikki shkiv orasidagi qismi M_1 va M_2 momentlar ta'sirida buraladi, ya'ni buralishga ishlaydi. Momentlarning o'zi **burovchi momentlar** M_b deb ataladi.

Biz bu misolda valga ikki shkiv o'rnatilgan holni ko'rib o'tdik. Bunday holda ikki moment miqdor jihatidan teng, yo'nalish jihatidan qarama-qarshi bo'ladi. Biroq amaliyotda shkivlar soni ikkitadan ortiq bo'lgan hollar ham ko'plab uchraydi. Shkivlar soni ikkitadan ortiq bo'lsa, shkivlarning biri **yetaklovchi**, qolganlari esa **yetaklanuvchi** bo'ladi.

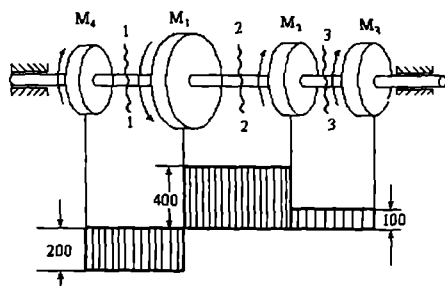
Valga to'rtta shkiv o'rnatilgan holni ko'rib o'tamiz (6.2-rasm).

Valga shkivlar orqali to'rtta burovchi moment M_1 , M_2 , M_3 ,

M_4 , ta'sir etadi. Yetaklovchi shkiv momenti M_1 bir tomonga, qolganlari esa qarama-qarshi tomonga yo'nalgan. Tabiiyki, bunday holda valning turli qismlaridagi burovchi momentlarning qiymatlari turlicha bo'ladi. Mashina vali bir xil tezlikda aylansa, bu holda ham valga ta'sir etuvchi momentlar yig'indisi noiga teng bo'ladi:

$$-M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0.$$

6.2-rasmda ko'rsatilganidek, valning 1-1 kesimdan chap tomonda joylashgan qismi M_4 moment va shu kesimdagi urinma kuchlanishlar ta'sirida muvozanatda bo'ladi; demak, M_4 ushbu kesim uchun burovchi moment M_b



6.2-rasm.

hisoblanadi. 2-2 kesimning chap tomonida ham, o'ng tomonida ham moment hosil qiluvchi ikkitadan shkiv bor. Muvozanat tenglamasini kesimning xohlagan tomoni uchun tuzishimiz mumkin, chunki kesish usuli qoidasiga ko'ra natijalar bir xil chiqadi. Kesimning chap tomonidan $M_6 = M_4 - M_1$ ni aniqlaymiz. Qolgan kesimlardagi burovchi momentlar ham shu tariqa aniqlanadi. Val o'qiga chap tomondan qaralganda soat strelkasi bo'yicha yo'nalgan momentning ishorasi musbat olinadi.

Valning turli qismlaridagi burovchi momentning qiymatini grafik ravishda tasvirlasa ham bo'ladi. Bunday tasvirni **burovchi momentlar epyurasi** deb ataladi.

Agar 6.2-rasmdagi momentlarning qiymatini $M_1 = +600$ Hm; $M_2 = -300$ Hm; $M_3 = -100$ Hm; $M_4 = -200$ Hm deb olsak, o'sha rasmda tasvirlangan burovchi momentlar epyurasiga ega bo'lamiz.

6.2. Buralishdagi kuchlanish va deformatsiyalar

Tajribalarning ko'rsatishicha, val burovchi moment M_6 ta'sirida buralganida uning ko'ndalang kesimlari o'q atrofida biri ikkinchisiga nisbatan buraladi, bunda sterjenning uzunligi o'zgarishsiz qoladi. Bu borada olib borilgan qator tadqiqotlar natijasida quyidagi gipotezalar shakllandi:

1. Barcha ko'ndalang kesimlar buralish jarayonida tekis holatini saqlab qoladi, ya'ni yassi kesim buralishdan oldin qanday bo'lgan bo'lsa, val buralgandan keyin ham shundayligicha qoladi.

2. Ko'ndalang kesimlarga o'tkazilgan radiuslar to'g'ri chiziqligicha qoladi.

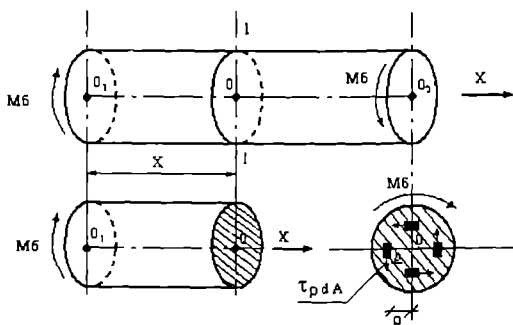
3. Kesimlar orasidagi masofalar o'zgarmaydi.

Valdagi kuchlanishlar va deformatsiyalarni aniqlashda ana shu gipotezalarga suyanamiz.

Kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz. Ishni burovchi moment M_6 ni aniqlashdan boshlaymiz. Buning uchun buralishga ishlayotgan valni 1-1 kesim bilan ikki bo'lakka ajratamiz (6.3-rasm).

O'ng bo'lagini tashlab yuborib, chap bo'laginging muvozanatini tekshiramiz.

Valning chap bo'lagi burovchi moment M_6 hamda tashlab yuborilgan bo'lakning chap bo'lakka bo'lgan ta'sirini almash-tiruvchi ichki kuchlar ta'sirida muvozanat holatida bo'ladi.



6.3-rasm.

Valning chap bo'lagi uchun 00_1 o'qiga nisbatan momentlar muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$M_g - \Sigma M\tau = 0, \text{ yoki } \Sigma M\tau = M_g.$$

1-1 kesimga ta'sir etuvchi kuchlar momentlarining yig'indisi $\Sigma M\tau$ ni aniqlash uchun, aylana markazidan ρ masofada yotgan ixtiyoriy nuqtani olamiz va uning atrofidan dA elementar yuzacha ajratamiz. U holda yuzachaga ta'sir etuvchi kuch $dF = \tau_p dA$ bo'ladi, bu yerda τ_p o'sha nuqtadagi urinma kuchlanish. Bu kuchdan 0 nuqtaga nisbatan olingan moment

$$dM\tau = \tau_p dA_p$$

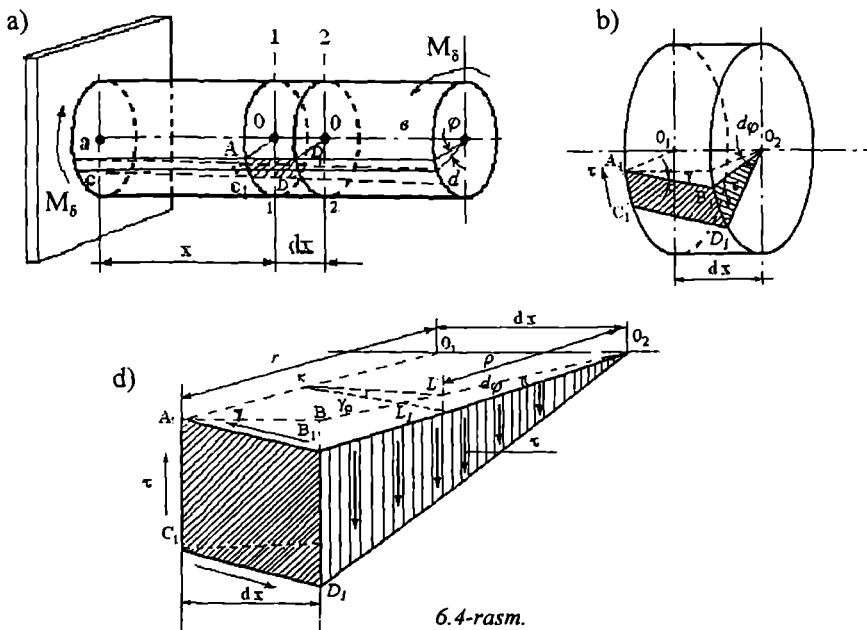
ga teng bo'ladi.

Ko'ndalang kesimdagi to'liq momentni aniqlash uchun yuqoridagi ifodani yuza bo'yicha integrallaymiz:

$$M_g = \int_A \tau_p \cdot \rho \cdot dA. \quad (6.1)$$

(6.1) formuladan to'g'ridan to'g'ri burovchi moment M_g ni aniqlab bo'lmaydi, chunki undagi τ_p ning o'zi noma'lum, demak masala statik noaniq. Masalani hal etish uchun valning deformatsiyasini ko'rib o'tishga to'g'ri keladi.

Buralishga ishlayotgan valning sirtidan ABDC to'g'ri to'rtburchakni ajratib olamiz (6.4-rasm, a).



6.4-rasm.

Deformatsiya natijasida 1-1 va 2-2 kesimlar bir-biriga nisbatan ϕ burchakka buriladi. Qabul qilingan gipotezaga ko'ra har ikki kesim tekisligicha, radiuslar to'g'ri chiziqligicha qoladi. Ikki kesim orasidagi dx masofa o'zgarmaydi. ABDC to'g'ri to'rtburchak deformatsiyadan keyin shtrixlangan yuza ko'rinishini oladi. Deformatsiya natijasida elementning qiyshaygan holati 6.4-rasm, b,d da aks ettirilgan.

Rasmdan ko'rinadiki valning ushbu elementi siljishga ishlaydi. Ushbu deformatsiyaning qiymati siljish burchagi (yoki nisbiy siljish) γ orqali aniqlanishi mumkin (6.4-rasm, d).

Ma'lumki siljish deformatsiyasi jarayonida siljuvchi kesimlarda urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi (bu kuchlanishlar 6.4-rasm, d da 0_2 B_1 D_1 uch-burchagida tasvirlangan). Mazkur kuchlanishlarni nisbiy siljish γ orqali aniqlasa bo'ladi: $\tau = \gamma G$.

$$\text{Val sirtidagi absolut siljish } BB_1 = rd\phi \text{ va nisbiy siljish } \gamma = \frac{BB_1}{A_1B} = \frac{rd\phi}{dx}$$

bo'lganligi sababli B_1 nuqtadagi kuchlanish $\tau_B = \gamma G = G \frac{rd\phi}{dx}$ bo'ladi.

Bu yerda $\frac{d\phi}{dx}$ nisbat nisbiy **buralish burchagi** deb ataladi va θ harfi bilan belgilanadi.

Markazdan ixtiyoriy ρ masofada yotgan L_1 nuqtadagi urinma kuchlanish τ_ρ ni aniqlaymiz (6.4-rasm, d). Buning uchun L_1 nuqtadagi nisbiy siljishni topib olish lozim. γ_ρ ning qiymati γ dan kichikroq ekanligi rasmdan ko'rinib turibdi. γ ni aniqlashdagi mulohazalarni γ_ρ ga ham qo'llab, $\gamma_\rho = \rho \frac{d\phi}{dx}$ ifodaga ega bo'lamiz, bu esa

$$\tau_\rho = \rho G \frac{d\phi}{dx} \text{ degan so'z.} \quad (6.2)$$

τ_ρ ning bu qiymatini (6.1) ga qo'yib, kuyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$M_\phi = G \frac{d\phi}{dx} \int_A \rho^2 dA$$

Integral ostidagi ifoda **qutb inersiya momenti** deb ataladi va J_ρ harfi bilan belgilanadi.

Integral o'rni J_ρ ni qo'yamiz:

$$M_\phi = G \frac{d\phi}{dx} \cdot J_\rho.$$

Bundan

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_{\bar{\sigma}}}{GJ_{\rho}} = \theta \quad (6.3)$$

kelib chiqadi. Bu yerda GJ_{ρ} – sterjenning buralishdagi bikrligi. (6.3) ni (6.2) ga qo‘ysak, quyidagi formula hosil bo‘ladi:

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{\bar{\sigma}}}{J_{\rho}} \rho \quad (6.4)$$

$\rho = \rho_{\max} = r$ bo‘lganda valning sirtidagi maksimal urinma kuchlanish kelib chiqadi:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\bar{\sigma}} \rho_{\max}}{J_{\rho}} = \frac{M_{\bar{\sigma}} r}{J_{\rho}} \quad (6.5)$$

Bu formulani boshqacha ko‘rinishda ifodalasa ham bo‘ladi

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\bar{\sigma}} \rho_{\max}}{J_{\rho}} = \frac{M_{\bar{\sigma}}}{\left(\frac{J_{\rho}}{\rho_{\max}} \right)} = \frac{M_{\bar{\sigma}}}{W_{\rho}} \quad (6.6)$$

$\frac{J_{\rho}}{\rho_{\max}} = W_{\rho}$ nisbat qutb qarshilik momenti deb ataladi va sm^3 da o‘lchanadi.

Doiraviy kesimlar uchun qutb inersiya momenti $J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32}$ ga, qutb qarshilik momenti esa $W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}$ ga teng. Halqa kesimlar uchun

$$J_{\rho} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32};$$

bu yerda D – halqaning tashqi diametri, d – ichki diametri.

$W_{\rho} = \frac{\pi(D^3 - d^3)}{16}$. Bularni e‘tiborga olsak, doiraviy yaxlit kesimlar uchun

$$\tau_{\max} = \frac{16M_{\bar{\sigma}}}{\pi d^3}, \quad (6.7)$$

Halqa kesimlar uchun esa

$$\tau_{\max} = \frac{16M_{\bar{\sigma}}}{\pi(D^3 - d^3)} \text{ yoki } \tau_{\max} = \frac{16M_{\bar{\sigma}}}{\pi D^3(1 - \alpha^3)} \quad (6.8)$$

bo‘ladi. Bu yerda $\alpha = \frac{d}{D}$.

Shunday qilib, buralish holatidagi valda hosil bo'ladigan maksimal urinma kuchlanish burovchi momentga to'g'ri, valning tashqi diametri kubiga teskari proporsional ekan.

Urinma kuchlanishlarning maksimal qiymatini aniqlash formulasi ma'lum bo'lgach, valning buralishdagi mustahkamlik shartini yozish qiyin emas:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} \leq [\tau], \quad (6.9)$$

bu yerda $[\tau]$ – buralishdagi (sof siljishdagi) ruxsat etilgan urinma kuchlanish.

Vallar mustahkamlikdan tashqari birklikka ham hisoblanadi. Valning birklik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\phi}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta], \quad (6.10)$$

bu yerda $[\theta]$ – ruxsat etilgan buralish burchagi.

Valning buralish burchagini aniqlash uchun (6.3) formuladan foydalanamiz:

$$d\varphi = \frac{M_{\phi} dx}{GJ_{\rho}} \quad (6.3)' \quad \varphi \text{ ni topish uchun } (6.3)' \text{ ni } x \text{ bo'yicha integral-}$$

$$\text{laymiz: } \varphi = \int_0^x \frac{M_{\phi} dx}{GJ_{\rho}}, \text{ bundan } \varphi = \frac{M_{\phi} x}{GJ_{\rho}} \text{ kelib chikadi. Eng katta buralish}$$

sterjenning uchida, ya'ni $x = \ell$ bo'lganda hosil bo'ladi:

$$\varphi_{\max} = \frac{M_{\phi} \ell}{GJ_{\rho}} \text{ yoki } \varphi^0 = \frac{M_{\phi} \ell}{GJ_{\rho}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

6.1-misol. Yaxlit kesimli valning diametri mustahkamlik va birklik shartlariga ko'ra aniqlansin (6.5 rasm). Shkivlardan valga beriladigan momentlarning qiymatlari: $M_1 = 0,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$; $M_2 = 0,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$;

$M_3 = 2 \text{ kN}\cdot\text{m}$; $M_4 = 0,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$. Ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau] = 20 \text{ Mpa}$. Ruxsat etilgan buralish burchagi $[\theta] = 1 / 4^\circ / \text{m}$ yoki $[\theta] = p' / (180 \cdot 4) \text{ M}^{-1}$. Po'latning siljishdagi elastiklik moduli $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Yechish. Burovchi momentlar epyurasini ko'ramiz.

Eng katta moment 2–3 oraliqda vujudga keladi.

$$M_{\phi, \max} = M_1 + M_2 = (0,6 + 0,8) \text{ kN}\cdot\text{m} = 1,4 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Valning diametrini avval mustahkamlik sharti bo'yicha aniqlaymiz. Buning uchun (6.7) va (6.9) formulalardan foydalanamiz:

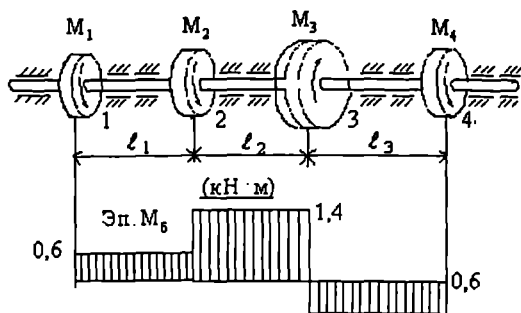
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_{\phi}}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 20}} \approx 0,07 \text{ m} = 7 \text{ sm}$$

Endi valning diametrini bikrlk sharti bo'yicha aniqlaymiz. Buning uchun (6.10) formuladagi qutb inersiya moment J_p ning o'rniga uning o'z ifodasi

$\frac{\pi d^4}{32}$ ni qo'yamiz va bundan valning diametri d ni topamiz:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{\theta}}{G\pi[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 4}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi^2}} \approx 0,08m = 8sm$$

Topilgan qiymatlardan kattasi ($d=8sm$) qabul qilinadi.



6.5-rasm.

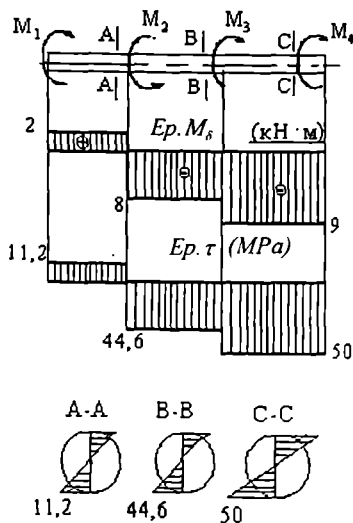
6.2-misol. $M_1 = 2kN \cdot m$, $M_2 = 10kN \cdot m$, $M_3 = 1kN \cdot m$, va $M_4 = 9kN \cdot m$ ga teng momentlar ta'sirida bo'lgan valning diametri tanlansin. Ruxsat etilgan urinma kuchlanish $[\tau] = 50 \text{ Mpa}$. Valning o'qi bo'ylab va uning ko'ndalang kesimlari bo'ylab urinma kuchlanishlar epyuralari qurilsin (6.6-rasm).

Yechish. Momentlarning berilgan qiymatlari asosida burovchi momentlar epyurasini ko'ramiz.

Mustahkamlik shartidan foydalanib eng katta moment uchun valning diametrini tanlaymiz

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\theta}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4 \cdot 10^3}{\pi \cdot 5 \cdot 10^7}} \approx 0,097m = 9,7sm$$

Val sirtidagi urinma kuchlanish $\tau_{\max} = M_{\theta} / W_r$ formulasidan aniqlanadi.



6.6-rasm.

Bu yerda $W_r = \pi d^3 / 16 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. Rasmda valning x o'qi bo'ylab hamda A-A, B-B va C-C kesimlar bo'ylab urinma kuchlanishlarning o'zgarish grafigi keltirilgan.

6.3-misol. Ikki ta yaxlit kesimli valga bir xil burovchi moment $M = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ta'sir etadi. Valning biri po'lat, ikkinchisi alumin qotishmasidan yasalgan. Mustahkamlik shartidan vallarning diametrlari aniqlansin. Ikki ta valning massalari va buralish burchaklari taqqoslansin.

Quyidagilar berilgan: po'lat val uchun $[\tau] = 80 \text{ MPa}$, $\rho = 78,5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, alumin val uchun $[\tau] = 50 \text{ MPa}$, $\rho = 26 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$, $G = 3 \cdot 10^4 \text{ MPa}$.

Yechish. Vallarning diametrlarini aniqlaymiz.

Po'lat val uchun

$$d_{\Pi} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^7}} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4 \text{ sm}; \quad J_{\rho, \Pi} = \frac{\pi 4^4}{32} = 25,1 \text{ sm}^4$$

Alumin val uchun

$$d_{al} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^3}{\pi \cdot 5 \cdot 10^7}} = 4,67 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4,67 \text{ sm}; \quad J_{\rho, al} = \frac{\pi 4,67^4}{32} = 46,9 \text{ sm}^4$$

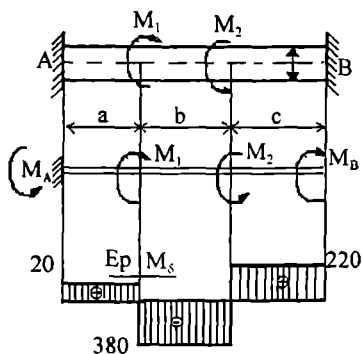
Buralish burchaklari nisbati

$$\frac{\varphi_{al}}{\varphi_{\Pi}} = \frac{G_{\Pi} \cdot J_{\rho, \Pi}}{G_{al} \cdot J_{\rho, al}} = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 25,1}{3 \cdot 10^4 \cdot 46,9} = 1,43$$

Massalar nisbati

$$\frac{m_{\Pi}}{m_{al}} = \frac{d_{\Pi}^2 \cdot \rho_{\Pi}}{d_{al}^2 \cdot \rho_{al}} = \frac{25,1^2 \cdot 78,5 \cdot 10^3}{46,9^2 \cdot 26 \cdot 10^3} = 2,22$$

Taqqoslash natijalari alumin val po'lat valga nisbatan 1,43 marta ko'proq buralishini, po'lat val massasi alumin val massasidan 2,22 marta ko'proq ekanligini ko'rsatdi.



6.7-rasm.

6.4-misol. Yaxlit doiraviy kesimli valning ikki uchi mahkam birlashtirilgan (6.7-rasm), unga qarama-qarshi yo'nalgan $M_1 = 0,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$ va $M_2 = 0,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$ momentlar ta'sir etadi. Mustahkamlik va birlilik shartlari bo'yicha valning diametrini tanlash talab etiladi.

Quyidagilar berilgan: ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau] = 40 \text{ MPa}$, 1 metr uchun ruxsat etilgan buralish burchagi $[\varphi'] = 0,25^\circ$, siljish moduli $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, $a = 0,5 \text{ m}$, $b = 0,75 \text{ m}$, $c = 1,25 \text{ m}$.

Yechish. B tayanchini tashlab, o'rniga noma'lum moment M_B ni qo'yamiz. Uning qiymatini valdagi buralish burchaklari yig'indisi nolga tengligi shartidan topamiz:

$$\frac{M_1 a}{GJ_\rho} - \frac{M_2(a+b)}{GJ_\rho} + \frac{M_B(a+b+c)}{GJ_\rho} = 0$$

Bu tenglamadan $M_B = 220 \text{ N} \cdot \text{m}$ topiladi. A tayanchdagi moment $M_A = 400 + 220 - 600 = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$ bo'ladi. Burovchi momentlar epyurasini ko'ramiz va undan eng katta buruvchi moment $M_{\max} = 380 \text{ N} \cdot \text{m}$ ni aniqlaymiz.

Valning diametrini mustahkamlik sharti bo'yicha aniqlaymiz:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 380}{\pi \cdot 40}} = 3,62 \text{ sm}$$

Bikrlik sharti bo'yicha:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{\max}}{\pi G[\varphi]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 380}{\pi \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,25^\circ}} = 5,75 \text{ sm}$$

Diametrning kattasi qabul qilinadi.

6.3. Kesimi doiraviy bo'lmagan sterjenlarning buralishi

Muhandislik amaliyotida kesimi doiraviy emas, balki to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, ellips va boshqa shaklli kesimlar ko'p uchraydi. Bunday no-doiraviy kesimli sterjenlar ayniqsa samolyotsozlikda keng tarqalgan. Tadqiqotlarning ko'rsatishicha bu xildagi sterjenlarga yassi kesimlar gipotezasini qo'llab bo'lmaydi, chunki sterjen buralganda uning kesimi qiyshayadi, natijada kuchlanishlarning tarqalish qonuni murakkab tus oladi. Shu sababli kesimi doiraviy bo'lmagan sterjenlarning aniq hisobini elastiklik nazariyasining usullari asosida bajarish mumkin, xolos. Bu xildagi masalalarni dastavval Sen-Venan yechgan edi. Biroq mazkur kursimizda bu haqdagi ma'lumotlarni to'la tavsif etish imkoni bo'lmaganligi sababli, bu yerda faqat amalda qo'llaniladigan formulalarni isbotsiz bayon etish bilan cheklanamiz.

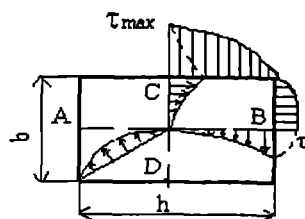
$$\text{Urinma kuchlanishlarning eng katta qiymati } \tau_{\max} = \frac{M_{\dot{\sigma}}}{W_k}; \quad (6.11)$$

$$\text{to'liq buralish burchagi } \varphi = \frac{M_{\dot{\sigma}} \ell}{GJ_k}; \quad (6.12)$$

$$\text{nisbiy buralish burchagi } \theta = \frac{M_{\dot{\sigma}}}{GJ_k} \quad (6.13)$$

formulalar orqali aniqlanishi qabul qilingan.

Bu yerda J_k va W_k – shartli ravishda buralishdagi inersiya momenti va buralishdagi qarshilik momenti deb ataladi, o'lcham birliklari avvalgicha sm^4 va sm^3 .



6.8-rasm.

Amaliyotda keng tarqalgan to'g'ri to'rtburchak kesimli sterjenning buralishini o'rganamiz. Bunday kesimlarda urinma kuchlanishlarning tarqalish qonuni 6.8-rasmda keltirilgan. Rasmda tasvirlanishiga ko'ra kesimning sirtidagi maksimal kuchlanishlar C va D nuqtalarida vujudga keladi. A va B nuqtalardagi kuchlanishlar ancha kichik bo'lib, $\tau = \nu \tau_{\max}$ formuladan aniqlanadi.

Maksimal kuchlanish $\tau_{\max}$ esa 6.11 formuladan aniqlanadi. Bu yerdagi qarshilik momenti quyidagi formuladan topiladi: $W_k = ahb^2$. Buralishdagi inersiya momenti $J_k = bhb^3$.

Bunda h – to'g'ri to'rtburchakning katta tomoni;

b – to'g'ri to'rtburchakning kichik tomoni

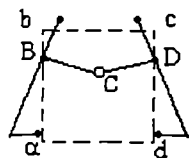
α, β, V – koeffitsientlar h/b nisbatga bog'liq holda 6.1-jadvaldan olinadi.

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun mustahkamlik va bikrlilik shartlari:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{\alpha h b^2} \leq [\tau]; \quad (6.14)$$

$$\theta = \frac{M_{\phi}}{\beta h b^3 G} \leq [\theta]. \quad (6.15)$$

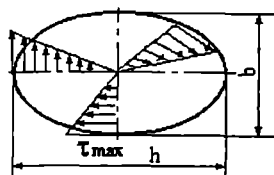
Buralayotgan sterjenning ko'ndalang kesimi teng yonli trapetsiya shaklida bo'lsa, hisoblash jarayonida uni ekvivalent bo'lgan to'g'ri to'rtburchak bilan almashtiriladi (6.9-rasm). Buning uchun trapetsiyaning og'irlik markazi C dan uning yon tomonlariga CB va CD perpendikularlari tushiriladi. B va D nuqtalaridan vertikal chiziqlar o'tkaziladi.



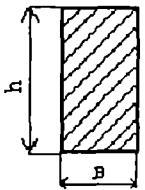
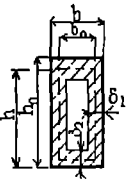
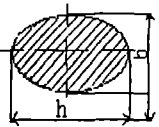
6.9-rasm.

Hosil bo'lgan $abcd$ to'rtburchagi izlangan ekvivalent (teng kuchli) to'rtburchakdir. Shu to'rtburchakdan foydalanib teng yonli trapetsiyada hosil bo'ladigan eng katta urinma kuchlanish va buralish burchagining taqribiy qiymatlarini aniqlash mumkin.

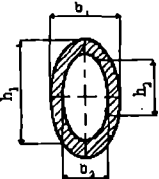
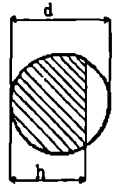
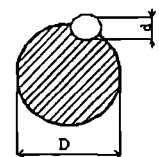
Ko'ndalang kesimi ellips shakliga ega bo'lgan sterjen buralganda undagi maksimal urinma kuchlanishlar kichik yarim o'qlar bilan ellipsning kesishgan nuqtasida hosil bo'ladi (6.10-rasm).



6.10-rasm.

Kesimlar shakllari	Buralishdagi inersiya momenti J_k, sm^4	Buralishdagi qarshilik momenti W_k, sm^3	Eng katta urinma kuchlanish hosil bo'lgan nuqtalar $\tau_{\max} = M_{\alpha} / W_k$	I z o h			
				$\frac{h}{b}$	α	β	γ
	$J_k = \beta h b^3$	$W_k = \alpha h b^2$	Uzun tomonlar o'rtasi; $\tau_{\max} = \frac{M_{\alpha}}{W_k}$; Kalta tomonlar o'rtasi $\tau = \gamma \tau_{\max}$; Burchaklarda kuchlanish nolga teng.	1	0,208	0,141	1
				1,5	0,231	0,196	0,859
				1,75	0,239	0,214	-
				2,0	0,246	0,229	0,795
				2,5	0,256	0,249	-
				3,0	0,267	0,263	0,753
				4,0	0,282	0,281	0,745
				6,0	0,292	0,299	0,743
				8,0	0,307	0,307	0,743
				10,0	0,313	0,313	0,743
				∞	0,333	0,333	0,743
	$J_k = \frac{h_0^2 b_0^2 \delta_1 \delta_2}{12 \delta_2 + b \delta_1 - \delta_1^2 - \delta_2^2}$	$W_{k1} = 2h_0 b_0 \delta_1$ $W_{k2} = 2h_0 b_0 \delta_2$	Uzun tomonning o'rtasi $\tau_1 = \frac{M_{\alpha}}{W_{k1}}$; Kalta tomonning o'rtasi $\tau_2 = \frac{M_{\alpha}}{W_{k2}}$	Ichki burchaklarda, materialning oquvchanlik chegarasiga yaqin miqdorda, kuchlanishlarning yuqori darajasidagi konsentratsiyasi yuz beradi. Burchaklar r radiusi yoyga ega bo'lsa, konsentratsiya koeffitsienti $\alpha_k = 1,74 \sqrt{\frac{\delta_{\max}}{r}}$ bo'ladi			
	$J_k = \frac{\pi b h}{64} (h^2 + b^2)$	$W_k = \frac{\pi b^2 h}{16}$	Kichik yarim o'qlarning tashqi nuqtalarida $\tau_{\max} = \frac{M_{\alpha}}{W_k}$; Katta yarim o'qlarning tashqi $\tau_1 = \frac{\tau_{\max}}{m}$ nuqtalarida	$\frac{h}{b} = m > 1$			

8-jadvalning davomi.

	$J_k = \frac{\pi n b_1^4 (1 - \alpha^4)}{16(m^2 + 1)} \nu$	$W_k = \frac{\pi b_1^3}{16} \times (1 - \alpha^4) m$	Kichik yarim o'qning uchida $\tau_{\max} = \frac{M_x}{W_k};$ Katta yarim o'qning uchida $\tau_1 = \frac{r_{\max}}{m}$	$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h_2}{h_1} m > 1$ $\frac{h_2}{h_1} = \frac{b_2}{b_1} = \alpha < 1$																														
	$J_k = \frac{d^4}{16} \left(2,6 \frac{h}{d} - 1 \right)$	$W_k = \frac{b^3}{8} \times \frac{2,6 \frac{h}{d} - 1}{\left(0,3 \frac{h}{d} + 0,7 \right)}$	$\tau_{\max} = \frac{M_x}{W_k}$	$\frac{h}{b} > 0,5$																														
	$W_k = \alpha \frac{D^3}{16}$	$W_k = \beta \frac{D^3}{8}$	O'yiqling tubida $\tau_{\max} = \frac{M_x}{W_k}$	<table><tr><th>d/D</th><th>α</th><th>β</th><th>d/D</th><th>α</th><th>β</th></tr><tr><td>0,00</td><td>1,57</td><td>1,57</td><td>0,40</td><td>0,76</td><td>1,22</td></tr><tr><td>0,05</td><td>0,80</td><td>1,56</td><td>0,60</td><td>0,66</td><td>0,92</td></tr><tr><td>0,10</td><td>0,81</td><td>1,56</td><td>0,80</td><td>0,52</td><td>0,63</td></tr><tr><td>0,20</td><td>0,82</td><td>1,46</td><td>1,00</td><td>0,38</td><td>0,38</td></tr></table>	d/D	α	β	d/D	α	β	0,00	1,57	1,57	0,40	0,76	1,22	0,05	0,80	1,56	0,60	0,66	0,92	0,10	0,81	1,56	0,80	0,52	0,63	0,20	0,82	1,46	1,00	0,38	0,38
d/D	α	β	d/D	α	β																													
0,00	1,57	1,57	0,40	0,76	1,22																													
0,05	0,80	1,56	0,60	0,66	0,92																													
0,10	0,81	1,56	0,80	0,52	0,63																													
0,20	0,82	1,46	1,00	0,38	0,38																													

Katta yarim o'q bo'yicha kesimdagi eng katta urinma kuchlanish

$$\tau' = \frac{\tau_{\max}}{m} \text{ bo'ladi; bu yerda } m=h/v.$$

Doiraviy bo'lmagan ba'zi kesimlar uchun J_k va W_k ning ba'zi qiymatlari 8-jadvalda keltirilgan.

Agar buralayotgan sterjenning ko'ndalang kesimi murakkab shaklli bo'lsa, uni oddiy shakllarga ajratiladi, bunda murakkab shaklli kesimning inersiya momenti J_k oddiy shaklli kesimlar inersiya momentlarining yig'indisiga teng bo'ladi: $J_k = J_{k1} + J_{k2} + \dots + J_{kn} = \sum J_{ki}$, bu yerda $i=1;2;3;\dots n$ -oddiy kesimlarning raqamlari.

Burilish burchagi yaxlit kesim va uning oddiy kesimlari uchun bir xil

$$\text{bo'lganligi sababli } \varphi = \frac{M_b \ell}{GJ_k} = \frac{M_{b1} \ell}{GJ_{k1}} = \dots = \frac{M_{bn} \ell}{GJ_{kn}} \text{ burovchi moment oddiy}$$

kesimlarga ularning biktliklariga proporsional ravishda taqsimlanadi:

$$M_{b1} = M_b \frac{J_{k1}}{J_k}; \quad M_{b2} = M_b \frac{J_{k2}}{J_k}; \quad M_{bn} = M_b \frac{J_{kn}}{J_k}$$

Kesimning har bir kismidagi eng katta urinma kuchlanish

$$\tau_{ki} = \frac{M_{bi}}{W_{ki}} = \frac{M_b}{W_{ki}} \left(\frac{J_{ki}}{J_k} \right) = \frac{M_b}{J_k} \left(\frac{J_{ki}}{W_{ki}} \right)$$

τ ning eng katta qiymati J_{ki} / W_{ki} maksimum bo'lgan elementda hosil bo'ladi:

$$\tau_{\max} = \frac{M_b}{J_k} \left(\frac{J_{ki}}{W_{ki}} \right)_{\max} = \frac{M_b}{W_k} \quad (6.16)$$

bu yerda

$$W_k = \frac{J_k}{\left(\frac{J_{ki}}{W_{ki}} \right)_{\max}} \quad (6.17)$$

6.5-misol. Ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan po'lat sterjenga $M_b = 1000 \text{ N} \cdot \text{m}$ burovchi moment ta'sir etadi. Buralishga ruxsat etilgan kuchlanish $[\tau] = 40 \text{ MPa}$, tomonlari nisbati $h/v = 2,5$ bo'lsa, ko'ndalang kesim o'lchamlari topilsin.

Yechish. Mustahkamlik sharti $\tau_{\max} = \frac{M_b}{W_k} \leq [\tau]$ dan sterjenning buralishdagi qarshilik momentini aniqlaymiz:

$$W_k = \frac{M_b}{[\tau]} = \frac{1000 \cdot 10^{-6}}{40} \text{ m}^3 = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 25 \text{ sm}^3$$

8-jadvaldan $h/b=2,5$ ga mos keluvchi $\alpha=0,256$ ni tanlaymiz. Ko'ndalang kesim o'lchamlari quyidagi formuladan topiladi:

$$W_k = a h b^2 = 2,5 a b^3$$

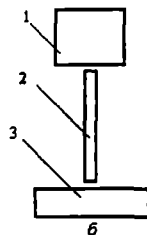
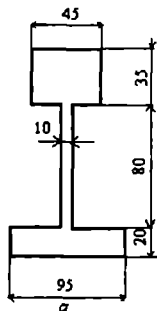
$$\text{Bundan } b = \sqrt[3]{\frac{W_k}{2,5\alpha}} = \sqrt[3]{\frac{25}{2,5 \cdot 0,256}} \text{ sm} = 3,38 \text{ sm}; \quad h = 2,5 \cdot 3,38 = 8,45 \text{ sm}.$$

6.6-misol. Uzunligi 5m, ko'ndalang kesimi 6.11-rasm, a da ko'rsatilgan po'lat sterjenning ikki uchiga $M_b = 500 \text{ N} \cdot \text{m}$ burovchi moment ta'sir etadi. Po'lat sterjenda vujudga keladigan eng katta urinma kuchlanish va buralish burchagi aniqlansin.

Yechish. Eng avval murakkab shaklni oddiy elementlarga ajratamiz (6.11-rasm, b), so'ngra har qaysi elementning geometrik tavsiflarini aniqlaymiz:

$$J_k = J_{k1} + J_{k2} + J_{k3}$$

Birinchi elementning o'lchamlari $h_1=45\text{mm}$; $b_1=35$; $h_1/b_1=1,285$; $J_{k1}=\beta$



6.11-rasm.

h_1/b_1^3 . 6.1-jadvaldan $h_1/b_1 = 1,285$ bo'lgan nisbat uchun $\alpha_1=0,221$; $\beta_1=0,172$. U holda

$$W_{k1} = \alpha_1 h_1 b_1^2 = 0,221 \cdot 4,5 \cdot 3,5^2 = 12,2 \text{ sm}^2;$$

$$J_{k1} = \beta_1 h_1 b_1^3 = 0,172 \cdot 4,5 \cdot 3,5^3 = 33,2 \text{ sm}^4;$$

$$\frac{J_{k1}}{W_{k1}} = \frac{33,2}{12,2} \text{ sm} = 2,72 \text{ sm}.$$

Shu yo'sinda o'lchamlari $h_2=80\text{mm}$; $b_2=10\text{mm}$; $h_1/b_1=8$ bo'lgan ikkinchi element uchun quyidagilarni aniqlaymiz:

$$W_{k2} = \alpha_2 h_2 b_2^2 = 0,307 \cdot 8 \cdot 1^2 = 2,5 \text{ sm}^3;$$

$$J_{k2} = \beta_2 h_2 b_2^3 = 0,307 \cdot 8 \cdot 1^2 = 2,5 \text{ sm}^4;$$

$$\frac{J_{k2}}{W_{k2}} = 1 \text{ sm}$$

Sterjen ko'ndalang kesimining 3-qismi o'lchamlari $h_3=95\text{mm}$; $b_3=20\text{mm}$;

$$\frac{h_3}{b_3} = \frac{95}{20} = 4,75. \text{ Bularga mos geometrik tavsiflar:}$$

$$W_{k3} = \alpha_3 h_3 b_3^2 = 0,288 \cdot 9,5 \cdot 2^2 = 10,9 \text{ sm}^3;$$

$$J_{k3} = \beta_3 h_3 b_3^3 = 0,288 \cdot 9,5 \cdot 2^3 = 21,9 \text{ sm}^4;$$

$$\frac{J_{k3}}{W_{k3}} = \frac{21,9}{10,9} = 2 \text{ sm}.$$

$$\text{Shunday qilib, } J_k = J_{k1} + J_{k2} + J_{k3} = 33,2 + 2,5 + 21,9 \text{ sm}^4 = 57,6 \text{ sm}^4$$

Eng katta nisbat J_{ki} / W_{ki} birinchi elementga to'g'ri kelyapti, shuning uchun eng katta urinma kuchlanish τ shu element katta tomonining o'rtasida hosil bo'ladi:

$$W_k = \frac{J_k}{J_{k1} / W_{k1}} = \frac{57,6}{2,72} = 21,2 \text{ sm}^3;$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_h}{W_k} = \frac{500 \cdot 10^{-6}}{21,2 \cdot 10^{-6}} = 23,6 \text{ MPa};$$

Sterjenning buralish burchagi

$$\alpha = \frac{M_{\delta} \ell}{G J_k} = \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{8 \cdot 10^4 \cdot 57,6 \cdot 10^{-8}} = 0,0542 \text{ rad}$$

6.4. Buralishga hisoblashda o'rgatuvchi kompyuter texnologiyasi

Mazkur paragraf buralishga ishlaydigan elementlarni ShEHM yordamida hisoblashga bag'ishlangan.

Chap uchi mahkamlangan va ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan sterjenning boshqa uchiga momenti M ga teng bo'lgan juft kuch qo'yilgan. Bu juft kuch sterjenning ko'ndalang kesim yuzasida yotadi (6.12-rasm). Mazkur juft kuch ta'sirida sterjenning erkin ko'ndalang kesimi mahkamlangan kesimga nisbatan aylanib, sterjen deformatsiyalanadi.

Sterjenni buralishga hisoblashda bikrlilik matritsasi tuziladi. Bunda cho'zilishdagi ko'chish o'rniga buralish burchagi aniqlanadi, elastiklik moduli va ko'ndalang kesim yuzasi esa mos ravishda siljish moduli va qutb inersiya momentlari bilan almashtiriladi:

$$\{M\} = GI_p / l \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \{\varphi\} = [k] \{\varphi\}.$$

Sterjenlarning buralishini hisoblash uchun mazkur dastur tuzilgan. Dastlabki ma'lumotlarni EHMga kiritish tartibi va hisob natijalari quyida keltirilgan.

Dastlabki ma'lumotlarni kiriting (nisbiy qiymatlar)

A kesimidagi moment = -3,00 N.m

B kesimidagi moment = -2,00 N.m

C kesimidagi moment = 1,00 N.m

1-oraliq uzunligi = 1,00 m

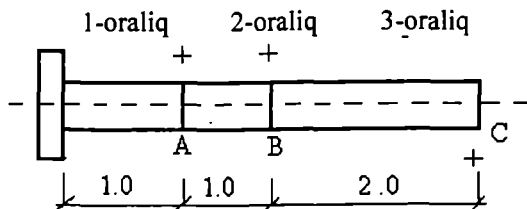
2-oraliq uzunligi = 1,00 m

3-oraliq uzunligi = 2,00 m

M ning qiymati (N) = 5000.00 Nm

Ruxsat etilgan kuchlanish (MPa) = 70,00 MPa

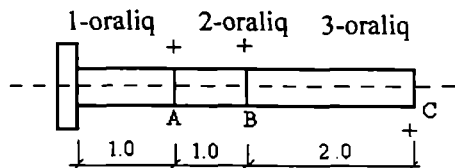
Qayta ko'rib chiqish kerakmi? U/N



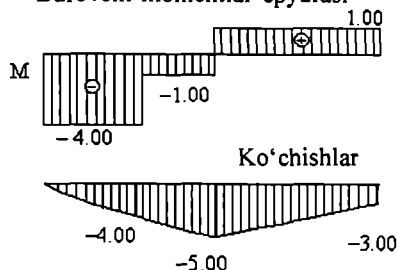
6.12-rasm.

Natijalar.

Yuqorida ko'rsatilgan kirish axborotini tayyorlagandan so'ng mashina avtomatik ravishda konstruksiyani hisoblaydi va ekranga quyidagi ko'rinishda natijalar chiqazadi.



Burovchi momentlar epyurasi



Ko'chishlar



Bundan ko'rinadiki, dastur va dastlabki ma'lumotlar tayyor bo'lsa, zarur bo'lgan hisob natijalarini olish qiyin emas ekan.

Xulosa. Shunday qilib, mazkur bobda buralish deformatsiyasi holati bilan tanishib chiqildi. Buralayotgan sterjenlarda vujudga keladigan urinma kuchlanishlar va buralish burchaklarini aniqlaydigan formulalar berildi. Buralishdagi mustahkamlik va bikrlilik shartlari bayon etildi. Formulalarni qo'llashga doir misollar va kompyuter texnologiyasi keltirildi.

Bilimingni sinab ko'r

1. Buralish deformatsiyasi qanday yuz beradi?
2. Val deb nimani aytiladi?
3. Buralishdagi gipotezalar.
4. Buralish burchagi nima va u qanday topiladi?
5. Qutb inersiya momenti nima va uning o'lcham birligi qanday?
6. Eng katta kuchlanish valning qaysi nuqtasida hosil bo'ladi?
7. Valning ko'ndalang kesimi bo'yicha urinma kuchlanish qanday taqsimlanadi?
8. Doira va halqa uchun qarshilik momentlari qanday formulalar yordamida topiladi?
9. Buralishdagi mustahkamlik sharti qanday formula bilan ifodalanadi?
10. To'g'ri to'rtburchak kesimli vallarning qanday nuqtalarida maksimal urinma kuchlanish hosil bo'ladi?
11. Murakkab shaklli kesimlarda maksimal urinma kuchlanish qanday topiladi?
12. Murakkab shakllarda buralish burchagi qanday topiladi?
13. ShEHM da buralishga hisoblash jarayoni qanday operatsiyalardan tashkil topadi?
14. EHM natijalarni qanday ko'rinishda beradi?

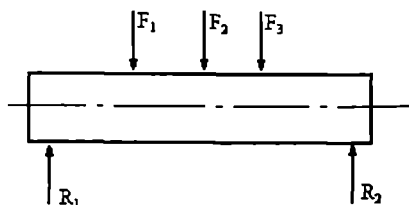
VII BOB. EGILISH

Mavzu mazmuni. Ushbu bobda egilishga ishlaydigan elementlarning kuchlanish – deformatsiya holatlari tahlil etiladi. Eguvchi moment va qiruvchi kuchlanishlarni, normal va urinma kuchlanishlarni aniqlash usullari bayon etiladi. Formulalarni qo'llashga doir misollar keltiriladi.

7.1. Egilishga oid tushunchalar

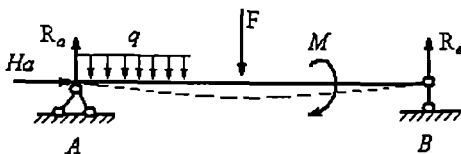
Agar to'g'ri o'qli sterjenga, uning o'qidan o'tuvchi tekislikda yotuvchi juft kuch yoki kuchlar sistemasi qo'yilsa, sterjen egiladi. Egilishga ishlaydigan sterjenlar **balka** deb ataladi.

7.1-rasmda balkaga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi tasvirlangan; bu kuchlar balkaning simmetriya tekisligida yotadi. Agar kuchlar sistemasi simmetriya tekisligida yotmasa, u holda balka egilishdan tashqari qiyshayadi ham.



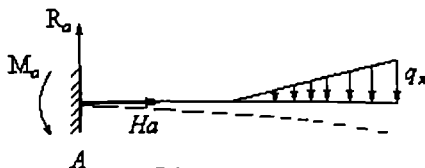
7.1-rasm.

Hisoblash tarxlarida (sxemalarida) imorat yopmalari ham, to'sinlar ham, vagonlarning o'qlari ham, samolyot qanotlari ham balka deb qabul qilinadi (qar.1.3), (shuning uchun balkani – to'sin deb o'girib bo'lmaydi). Shunday balkalardan biri 7.2-rasmda tasvirlangan. Balkaga yoyiq q (N/m), yig'iq F (N) va juft kuch M (N·m) qo'yilgan. Bu kuchlar ta'sirida balka egiladi, ya'ni **egilish deformatsiyasi** sodir bo'ladi.



7.2-rasm.

A tayanchi sharnirli-qo'zg'almas tayanch deb atalib, unda ikkita reaksiya kuchlari R_a va H_a paydo bo'lishini ilgari (1.3.) ko'rib o'tgan edik. B tayanchi sharnirli – qo'zg'aluvchi tayanch deb atalib, unda birgina reaksiya kuchi R_b hosil bo'ladi. Sharnirsiz qistirma tayanchlarda esa uchta reaksiya kuchi R_a , H_a , M_a paydo bo'ladi (7.3-rasm)



7.3-rasm.

Tekis yoyiq kuchlar *intensivlik*, ya'ni balkaning uzunlik birligiga to'g'ri kelgan miqdor q bilan o'lchanadi va N/m bilan ifodalanadi. Notekis yoyiq kuchlarning intensivligi balkaning uzunligi bo'ylab o'zgaradi va q_x bilan belgilanadi.

Ma'lumki, biror konstruksiyani hisoblashdan ilgari uning hisoblash tarhi tanlanadi. Hisob natijalari to'raligicha ana shu tarhni qanday tanlanishiga bog'liq. Ayniqsa tayanch xillarini to'g'ri belgilanishi muhim ahamiyatga ega.

Odatda balkalar kam deformatsiyalanadi, undagi kuchlanishlar ham elastiklik chegarasida bo'ladi. Aytaylik, metall yoki yog'och to'sinning uchi g'isht devorga biroz kiritilgan bo'lsin. Tayanch yuzasi kichik bo'lgani sababli to'sinning uchi ozgina miqdorda og'ishi mumkin. Shuning o'zi tayanchni sharnirli deb qabul qilishga asos bo'ladi. Agar to'sin devor orasiga ko'proq kiritilib, beton va armatura yordamida mahkamlansa, bunday tayanchni sharnirli deb bo'lmaydi, albatta, uni sharnirsiz qistirma tayanch deb qabul qilinsa, to'g'riroq bo'ladi.

Statik aniq balkalarning tayanch reaksiyalarini aniqlash uchun statikaning uchta muvozanat tenglamalaridan foydalanamiz. Bunda X o'qi – balkaning o'qi bo'ylab, Y o'qi esa – tik yuqoriga yo'naltirilib, koordinat boshi biror tayanch sharnirining markazida olinadi.

Avval gorizonta reaksiya kuchi aniqlanadi. Buning uchun $\Sigma x=0$ tenglamasidan foydalaniladi. Vertikal reaksiya kuchlari va tayanch momenti $\Sigma m=0$ va $\Sigma y=0$ tenglamalaridan topiladi. Moment nuqtasi sifatida birorta tayanch sharnirining markazi qabul qilinadi. $\Sigma y=0$ tenglamasidan topilgan reaksiyalarning to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini tekshirish uchun foydalanish maqsadga muvofiq.

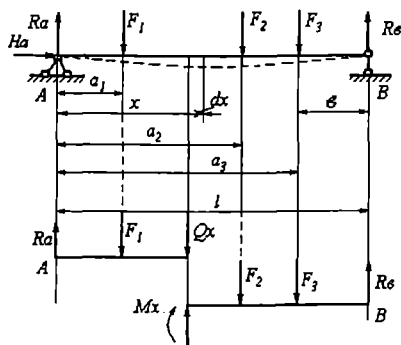


7.4-rasm.

Shuni ham ta'kidlab o'tish joizki, agar balkaga qo'yilgan kuch uning o'qi bo'ylab yo'nalsa, kuchning ma'lum qiymatida balkada *bo'ylama egilish* deformatsiyasi sodir bo'ladi. Bu masala alohida muammo bo'lib, bu haqda 9-bobda batafsil to'xtalib o'tamiz (7.4-rasm).

7.2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarni aniqlash

Balka egilganda uning kesimlarida normal σ va urinma τ kuchlanishlar hosil bo'ladi. Bu kuchlanishlarni aniqlash uchun balka kesimlarida tashqi



7.5-rasm.

kuchlar ta'sirida vujudga keladigan ichki kuchlar (M , Q , N) ni aniqlash talab etiladi. Shunga doir bir misol ko'rib o'tamiz. Ikki tayanchli balka o'qiga tik ravishda F_1 , F_2 va F_3 kuchlar qo'yilgan, deylik (7.5-rasm).

Bu kuchlar ta'sirida balka egiladi (solqilanadi). Bunda balking A uchidagi kesim og'adi, B uchidagi kesim ham og'adi, ham gorizontal yo'nalishda siljiydi (chunki B tayanchi sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch). Sharnirli qo'zg'almas A tayanchida ikkita R_a va H_a reaksiya kuchlari, B tayanchida esa birgina R_b reaksiya kuchi vujudga kelishi mumkin. Reaksiya kuchlari balking quyidagi muvozanat tenglamalaridan topiladi.

$$\sum M_A = F_1 a_1 + F_2 a_2 + F_3 a_3 - R_b l = 0;$$

$$\sum M_B = R_a l - F_1 (l - a_1) - F_2 (l - a_2) - F_3 b = 0;$$

$$\sum X = H_a = 0.$$

Birinchi tenglama balkaga qo'yilgan barcha kuchlarning A nuqtasiga nisbatan momentlar yig'indisi, ikkinchi tenglama esa B nuqtasiga nisbatan momenlar yig'indisi, uchinchi tenglama esa barcha kuchlarning X o'qiga bo'lgan proeksiyalari yig'indisi nolga teng ekanligini ifodalaydi.

Bu tenglamalardan noma'lum reaksiya kuchlarini topamiz.

$$R_a = \frac{1}{l} [F_1 (l - a_1) + F_2 (l - a_2) + F_3 b];$$

$$R_b = \frac{1}{l} (F_1 a_1 + F_2 a_2 + F_3 a_3).$$

Eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. Buning uchun balkani ixtiyoriy X masofada kesib, ikki qismga ajratamiz (7.5-rasm, b). Qirqilgan qismlarning muvozanatini saqlab qolish uchun kesimlarga M_x momenti va Q_x kuchini qo'yamiz. Har ikkala qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

Chap qism uchun

$$\left. \begin{aligned} M_x &= Rax - F_1(x - a_1) \\ Q_x &= Ra - F_1 \end{aligned} \right\}$$

O'ng qism uchun

$$\left. \begin{aligned} M_x &= Rb(l - x) - F_3(a_3 - x) - F_2(a_2 - x) \\ Q_x &= -Rb + F_3 + F_2 \end{aligned} \right\}$$

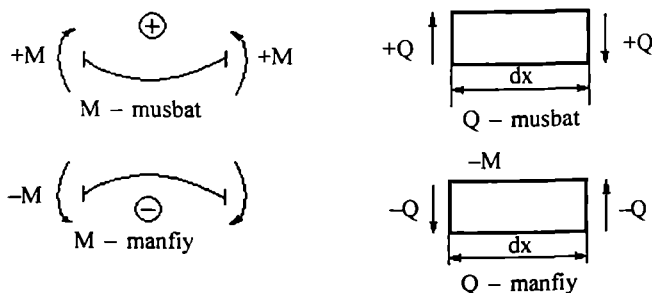
Ushbu tenglamalarga asoslanib, eguvchi moment va qirquvchi kuchlar uchun umumiy qoidani ta'riflaymiz.

Kesimda vujudga keladigan eguvchi momentning qiymati, shu kesimning og'irlik markaziga nisbatan kesimdan bir tomonda yotgan barcha tashqi kuchlardan (tayanch reaksiya ham shunga kiradi) olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng.

Kesimda ko'ndalang kuchning qiymati shu kesimdan bir tomonda yotgan barcha tashqi kuchlarning (tayanch reaksiyasi ham shunga kiradi) vertikal o'qqa bo'lgan proeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng.

Ishora qoidasi. Agar balka egilganda uning qabariq'i pastga qarasa, moment ishorasi musbat, qabariq yuqoriga qarasa ishora manfiy olinadi (7.6-rasm, a).

Agar balkadan ajratib olingan, uzunligi dx bo'lgan elementning chap kesimidagi ko'ndalang kuch yuqoriga, o'ng kesimdagi ko'ndalang kuch pastga yo'nalgan bo'lsa, ko'ndalang kuchning ishorasi musbat olinadi; bu-

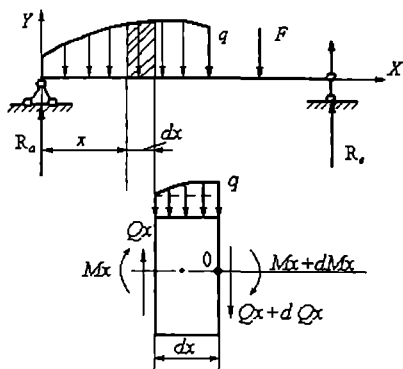


7.6-rasm.

ning aksi bo'lsa, ishora manfiy olinadi. Boshqacha aytganda agar ko'ndalang kuchlardan tashkil topgan juft kuch elementni soat strelkasi yo'nalishida aylantirsa, ko'ndalang kuch ishorasi *musbat*, teskari yo'nalishda aylantirsa *manfiy* olinadi.

7.3. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial bog'lanishlar

Ixtiyoriy yuklar ta'siridagi balkadan cheksiz kichik element ajratamiz (7.7-rasm). Ajratilgan elementning uzunligi (dx) cheksiz kichik bo'lganligidan yoyilgan yuk tekis taqsimlangan deb qarash mumkin. Elementning chap ko'ndalang kesimiga M_x va Q_x , o'ng ko'ndalang kesimiga esa M_x+dM_x va Q_x+dQ_x zo'riqish kuchlari ta'sir etadi. Mazkur element ana shu kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'ladi (7.7-rasm, b).



7.7-rasm.

U o'qiga nisbatan muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum Y = Q_x - qdx - (Q_x + dQ_x) = 0,$$

bundan $dQ_x = -qdx$ yoki $\frac{dQ_x}{dx} = -q$ (7.1)

kelib chiqadi.

Demak, ko'ndalang kuchdan abssissa x bo'yicha olingan birinchi hosila teskari ishora bilan yoyiq kuch intensivligiga teng bo'lar ekan.

Endi elementning o'ng tomonidagi kesimining og'irlik markazi O ga nisbatan momentlar tenglamasini yozamiz:

$$\sum M_o = M_x + Q_x dx - qdx \cdot \frac{dx}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

bundan $dMx = Qx dx - q \frac{(dx)^2}{2}$ kelib chiqadi. Bu ifodadagi ikkinchi tartibli kichik miqdor e'tiborga olinmasa, quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\frac{dMx}{dx} = Qx \quad (7.2.)$$

Demak, eguvchi momentdan absissa x bo'yicha olingan birinchi hosila mazkur kesimdagi ko'ndalang kuchga teng bo'lar ekan.

Qx ning qiymatini (7.2) dan (7.1) ga qo'ysak, quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q \quad (7.3.)$$

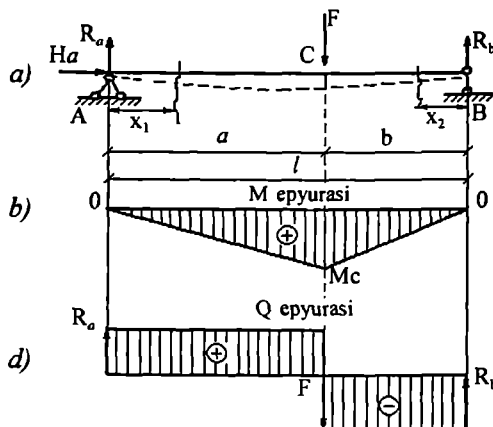
Demak, biror kesimdagi eguvchi momentdan, shu kesimning absissasi bo'yicha olingan ikkinchi hosila teskari ishora bilan yoyiq kuch intensivligini berar ekan. Bu differensial bog'lanishlar, ko'pincha, Juravskiy teoremasi deb yuritiladi.

7.4. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurish

Ma'lumki kuchlanishlar ichki kuchlarga bog'liq bo'lgan miqdorlardir, ya'ni katta kuch – katta kuchlanish, kichik kuch-kichik kuchlanish hosil qiladi. Odatda konstruksiya elementlarining mustahkamligiga aynan kuchlanishlar orqali baho beriladi. Binobarin, kuchlanish eng katta bo'lgan kesim *xavfli* sanaladi. Shu boisdan elementlarni, masalan, balkalarni mustahkamlikka hisoblashda ana shu *xavfli kesim* izlab topiladi va ana shu kesimning mustahkamligi tekshiriladi. Xavfli kesimni aniqlashda «Epyura» deb nomlangan grafik juda qo'l keladi. Har bir ichki kuch (masalan, eguvchi moment, ko'ndalang yoki bo'y lama kuchlar) ning o'ziga xos epyuralari bo'lib, bu epyuralar balka bo'ylab shu kuchlarning tarqalish qonunini ifodalaydi. Hisoblanayotgan balkaning ostida alohida o'qqa ma'lum masshtabda tegishli miqdorlarning qiymatlari o'lchab qo'yiladi va grafigi chiziladi. Quyida M va Q epyuralarini qurishga doir bir necha misollar ko'rib o'tamiz.

7.1-misol. Berilgan balka uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (7.8-rasm).

Qo'yilgan tashqi kuch F ta'sirida balkaning egilishi rasmda uzuk chiziqlar orqali tasvirlangan. Hisob ishlarini tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlaymiz.



7.8-rasm.

Qo'yilgan kuch balka o'qiga tik bo'lganligi uchun gorizontall reaksiya $H_a=0$. Ikkita vertikal reaksiyani quyidagi tenglamalardan topamiz:

$$\sum M_B = R_a l - Fb = 0, \text{ bundan } R_a = \frac{Fb}{l}$$

$$\sum M_A = -R_b l + Fa = 0, \text{ bundan } R_b = \frac{Fa}{l}$$

Epyuralarni qurishdan oldin topilgan reaksiyalarni tekshiramiz.

Buning uchun $\sum Y = 0$ tenglamasidan foydalanamiz:

$$\sum Y = R_a - F + R_b = 0, \text{ yoki } \frac{Fb}{l} + \frac{Fa}{l} - F = 0; \quad \frac{F(a+b)}{l} - F = 0.$$

Muvozanat tenglamasi qanoatlantirildi. Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralariga doir tenglamalarni tuzish uchun balkani uchastkalarga bo'lib chiqamiz va har bir uchastka uchun tegishli tenglamani tuzamiz. Ikki kuch oralig'idagi masofa *uchastka* deb ataladi. Ramalarda tugundan kuchgacha bo'lgan masofa ham alohida uchastka tariqasida qaraladi. Biz hisoblayotgan balka ikki uchastkadan iborat: R_a dan F gacha bo'lgan AC masofa 1-uchastka; F dan R_b gacha bo'lgan BC masofa 2-uchastka.

Avval M epyurasini quramiz. A tayanchidagi ixtiyoriy x_1 masofada balkani kesamiz. Shu kesimning og'irlik markaziga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz. Ma'lumki, tenglama kesimning bir tomonida yotgan kuchlar uchun tuziladi. Bizning misolda kesimdan chapda birgina R_a kuchi, o'ng

tomonda esa F va Rb kuchlari bor. Ishni yengillashtirish uchun chap tomonga tenglama tuzamiz:

$$Mx = Ra \cdot x_1 = \frac{Fb}{l} \cdot x_1.$$

Hosil bo'lgan tenglama to'g'ri chiziqni ifodalaydi. To'g'ri chiziqni chizish uchun uning ikkita nuqtasini bilish kifoya.

Birinchi uchastkada x_1 ning o'zgarish chegarasi: $0 \leq x_1 \leq a$.

$x_1 = 0$ bo'lsa, $M_A = 0$;

$x_1 = a$ bo'lsa, $M_c = \frac{Fab}{l}$ bo'ladi.

Shu ishlarni ikkinchi uchastka uchun takrorlaymiz

$$Mx = Rb \cdot x_2 = \frac{F \cdot a}{l} \cdot x_2; \quad 0 \leq x_2 \leq b.$$

$x_2 = 0$ bo'lsa, $M_x = 0$;

$x_2 = b$ bo'lsa, $M_c = \frac{Fab}{l}$ bo'ladi.

Xususiy holda, F kuchi balkaning o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, $a = b = \frac{l}{2}$

$$M_c = \frac{Fl}{4} \text{ bo'ladi.}$$

Kuch qo'yilgan nuqtadagi moment maksimal moment hisoblanadi. Eng katta kuchlanish shu kesimda hosil bo'ladi.

Endi balkaning ostida abssissa o'qi o'tkazamiz va yuqorida topilgan qiymatlarni masshtab bo'yicha shu o'qqa joylashtiramiz. Hosil bo'lgan grafik M epyurasi deb ataladi (7.8-rasm, b)

Ishora qoidasi. Eguvchi moment ishorasiga doir umumiy qoidadan kelib chiqqan holda (qabariq pastga qarasa—musbat, yuqoriga qarasa manfiy), musbat ishorali ordinatalar o'qdan pastga, manfiy ordinatalar o'qdan yuqoriga qo'yiladi.

Epyurani qaysi tomonga joylashtirishga doir yana bir qoida bor. Bu qoidaga muvofiq epyura egilgan sterjenning tolalari cho'zilgan tomonga chiziladi. Bizning misolda balkaning pastki tolalari cho'zilgan. Shu boisdan epyura pastga chizilgan. Bu qoida rama va siniq o'qli balkalarda juda qo'l keladi. Shuning uchun ham «Qurilish mexanika» sida aynan shu qoidadan foydalaniladi. Biroq aksariyat «Materiallar qarshiligi» kitoblarda musbat ordinatalar o'qdan yuqoriga qo'yiladi. Materiallar qarshiligidan keyin quri-

lish mexanikasini o'qiydigan talabalarga qulaylik yaratish maqsadida ushbu kitobda biz musbat ordinalarni pastga joylashtirish usulini tanladik.

Q epyurasini ham, M epyurasi singari, avval birinchi, so'ngra ikkinchi uchastka uchun quramiz. Birinchi uchastkadagi ko'ndalang kuch Q_1 tenglamasini tuzish uchun balka o'qiga tik bo'lgan o'qqa kesimdan chap tomonda yotgan kuchlar proeksiyalarining yig'indisini yozamiz. Bunday kuch x_1 kesimdan chapda birginadir.

$$Q_1 = +Ra = \frac{Fb}{l}$$

Ikkinchi uchastka tenglamasini X_2 kesimdar, o'ng tomonda yotgan kuchlardan tuzamiz:

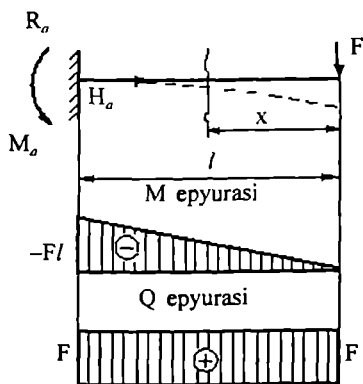
$$Q_2 = -Rb = -\frac{Fa}{l}$$

Q_1 ham Q_2 ham x ga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas miqdordir. Bularni masshtab bo'yicha absissa o'qiga joylashtiramiz. Bunda musbat ishorali ordinata o'qdan yuqoriga, manfiy ordinata o'qdan pastga qo'yiladi (7.8-rasm, d).

Eslab qoling: Q epyurasida kuch qo'yilgan kesimlarda *sakrash* yuz beradi va bu sakrashning qiymati yig'iq kuchning qiymatiga teng bo'ladi. Bizning misolda A, B, C kesimlarida sakrash yuz bergan; bu sakrashlarning qiymati R_a , R_b va F ga tengdir.

7.2-misol. Bir uchiga F kuchi qo'yilgan konsol balka uchun M va Q epyuralari qurilsin (7.9-rasm)

Balka bitta uchastkadan iborat. Uni ixtiyoriy x masofada kesib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch tenglamalarini o'ng tomon uchun tuzsak, A tayanchidagi reaksiya kuchlarini topmasak ham bo'laveradi.



7.9-rasm.

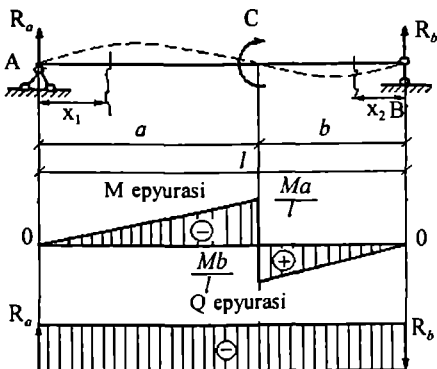
$$Mx = -F x; \quad 0 \leq x \leq l$$

$$Qx = +F.$$

x ga qiymatlar berib, masshtab bo'yicha M epyurasini quramiz. Q x ga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas miqdor bo'lgani uchun, uning epyurasi oddiy to'rtburchak shakliga ega bo'ladi (7.9-rasm).

7.3-misol. C kesimiga to'plangan moment qo'yilgan balkaning M va Q epyuralari qurilsin (7.10-rasm).

Balka moment ta'sirida rasmda ko'rsatilgandek egiladi. Tayanchlarda vertikal reaksiyalar R_a va R_b hosil bo'ladi. Bu reaksiyalar quyidagi muvozanat tenglamalaridan topiladi:



7.10-rasm.

$$-R_b + M = 0;$$

$$R_b - R_a = 0, \quad \text{bunda} \quad R_a = R_b = \frac{M}{l}$$

Birinchi uchastka AC uchun momentlar tenglamasi:

$$Mx = -R_a \cdot x_1 = -\frac{M}{l} x_1 \quad 0 \leq x_1 \leq a$$

$$x_1 = 0; \quad M_A = 0$$

$$x_1 = a; \quad M_C = -\frac{M}{l} a$$

Ikkinchi uchastka BC uchun momentlar tenglamasi:

$$Mx = R_b \cdot x_2 = \frac{M}{l} x_2 \quad 0 \leq x_2 \leq b$$

$$x_2 = 0; \quad M_B = 0$$

$$x_2 = b; \quad M_C = \frac{M}{l} b$$

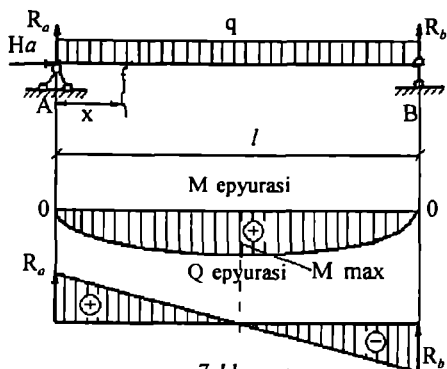
Topilgan qiymatlarni masshtab bo'yicha o'qqa qo'yamiz. Birinchi uchastka momenti manfiy bo'lgani uchun o'qdan yuqoriga, ikkinchi uchastka momenti musbat bo'lgani uchun o'qdan pastga o'lchab qo'yiladi (7.10-rasm).

Chizilgan epyuradan ko'rinadiki, moment qo'yilgan kesimda qiymati shu momentga teng bo'lgan sakrash vujudga keladi.

Ko'ndalang kuch balka uzunligi bo'ylab o'zgarmas qiymatga ega

$$Qa = -Ra = -Rb = -\frac{M}{l}$$

Bunda tashqi moment Q epyurasining tuzilishiga ta'sir etmaydi.



7.11-rasm.

7.4-misol. Intensivligi q bo'lgan tekis yoyiq kuch qo'yilgan oddiy balka uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (7.11-rasm).

Hisobni tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlaymiz. Bu yerda ham $H_a=0$. R_a bilan R_b kuch simmetrik qo'yilganligi tufayli o'zaro teng bo'ladi:

$$R_a = R_b = \frac{ql}{2}$$

Balka birgina uchastkadan iborat. Uni ixtiyoriy x masofada kesamiz va hisoblash uchun chap qismini olib qolamiz.

M epyurasini qurish uchun kesimdan chap tomonda yotgan kuchlardan momentlar tenglamasini tuzamiz. Yoyiq kuchdan moment olishda uning teng ta'sir etuvchisi qx ni yig'iq kuch sifatida talqin etamiz; u holda uning yelkasi $\frac{x}{2}$ bo'ladi:

$$Mx = +Ra \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(l - x)$$

Ishora qo'yishda yoyiq kuch pastga yo'nalgan deb qaraladi.

Hosil bo'lgan kvadrat tenglamaning grafigi parabolik egri chiziqdan iborat bo'ladi. Buni chizish uchun kamida 3-4 nuqtaning koordinatalarini aniqlashimiz kerak.

$$x = 0 \quad \text{bo'lsa,} \quad M = 0;$$

$$x = \frac{l}{4} \quad \text{bo'lsa,} \quad M = \frac{ql}{2 \cdot 4} \left(l - \frac{l}{4} \right) = \frac{3ql^2}{32};$$

$$x = \frac{l}{2} \quad \text{bo'lsa,} \quad M = \frac{ql}{4} \left(l - \frac{l}{2} \right) = \frac{ql^2}{8};$$

$$x = \frac{l}{4} \quad \text{bo'lsa,} \quad M = 0;$$

Topilgan qiymatlarni o'qqa joylashtirib, M epyurasini quramiz (7.11-rasm).

Balkalarni mustahkamlikka hisoblashda bizni momentning maksimal qiymati qiziqtiradi. $M_{\max}$ ni aniqlash uchun momentlar tenglamasidan x bo'yicha hosila olib, uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{ql}{2} - \frac{2qx_0}{2} = 0,$$

bu yerda $x_0 = \frac{l}{2}$; shu kesimda M maksimal qiymatga ega bo'ladi:

$$M_{\max} = \frac{qx_0}{2}(l - x_0) = \frac{ql^2}{8}$$

Q epyurasini qurish uchun x kesimidan chap tomonda yotgan kuchlar proeksiyalarini yig'indisini olamiz:

$$Qx = Ra - qx = \frac{ql}{2} - qx$$

Hosil bo'lgan tenglama to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Uning grafigini chizish uchun ikkita nuqtaning koordinatini topish kifoya:

$$x = 0 \quad \text{bo'lsa,} \quad Q = \frac{ql}{2};$$

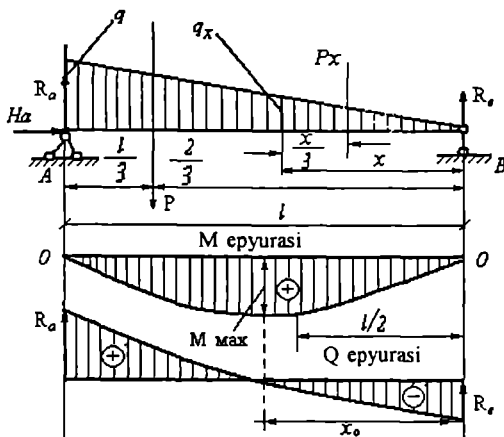
$$x = l \quad \text{bo'lsa,} \quad Q = \frac{-ql}{2}$$

Q epyurasi 7.11-rasmda berilgan; $Q_{\max} = \frac{ql}{2}$.

Agar M va Q epyuralari taqqoslansa, $M_{\max}$ bo'lgan kesimda $Q=0$ ekanligini ko'ramiz. Bunday hol, yuqorida ko'rib o'tilgan, $M(x)$ va $Q(x)$ orasidagi differensial bog'liqlikning natijasidir.

Demak, agar balkaga yoyiq kuch qo'yilgan bo'lsa, eguvchi moment parabola qonuni, ko'ndalang kuch esa, to'g'ri chiziq qonuni bo'yicha o'zgarar ekan.

7.5-misol. *Balkaga uchburchak qonuni bo'yicha yoyilgan kuch qo'yilgan. Shu kuch ta'sirida balkada hosil bo'ladigan M va Q epyuralari qurilsin. Yoyiq kuchning eng katta intensivligi q . Yukning jami og'irligi, ya'ni teng ta'sir etuvchi kuchning qiymati uchburchakning yuziga teng, $P = \frac{ql}{2}$ (7.12-rasm).*



7.12-rasm.

Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz. Barcha yuklar balka o'qiga tik bo'lgani uchun $H_a = 0$. R_a va R_b larni quyidagi muvozanat tenglamalaridan topamiz:

$$\sum M_B = R_a l - P \cdot \frac{2}{3} l = 0, \quad R_a = \frac{2}{3} P = \frac{ql}{3};$$

$$\sum M_A = R_b l + P \cdot \frac{1}{3} l = 0, \quad R_b = \frac{1}{3} P = \frac{ql}{6}.$$

Bundan ko'rinadiki, yukning uchdan ikki qismi A tayanchiga, uchdan bir qismi esa B tayanchiga berilar ekan.

Epyuralarni qurish uchun balkani ixtiyoriy x masofada kesamiz. Hisoblash uchun o'ng tomonini olib qolamiz, chunki bu tomonga birgina reaksiya kuchi va uchburchak shaklli yoyiq kuch ta'sir etadi. Chap tomondagi trapetsiya shaklli yoyiq kuch hisobni murakkablashtiradi.

Uchburchak shaklli yoyiq kuchning intensivligi q_x ni uchburchakning o'xshashligidan topamiz:

$$\frac{q_x}{q} = \frac{x}{l}; \quad q_x = q \frac{x}{l}.$$

Kesimdan o'ng tomonda joylashgan shtrixlangan uchburchak shaklli yukning teng ta'sir etuvchisi $P_x = \frac{1}{2} x q_x$ bo'ladi.

Bu teng ta'sir etuvchi uning og'irlik markazidan o'tadi, demak kesimga nisbatan uning momenti

$$-P_x \cdot \frac{1}{3}x = -\frac{xq_x}{2} \cdot \frac{1}{3}x = -\frac{qx^3}{6l} \text{ bo'ladi.}$$

Buni hisobga olib, momentlar tenglamasini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$Mx = Rbx - \frac{qx^3}{6l} = \frac{ql}{6}x - \frac{qx^3}{6l} = \frac{qxl}{6}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Bu tenglamadan foydalanib, balkaning istalgan kesimidagi eguvchi momentni topamiz. Tenglamaga ko'ra M epyurasi uchinchi darajali egri chiziqdan (kub paraboldan) iborat.

Buni chizish uchun bir necha nuqtaning ordinatalarini aniqlaymiz:

$$x=0 \quad \text{bo'lsa,} \quad M=0;$$

$$x=\frac{l}{2} \quad \text{bo'lsa,} \quad M=\frac{ql^2}{12}\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{ql^2}{16}$$

$$x=l \quad \text{bo'lsa,} \quad M=0;$$

M epyurasining shakli 7.12-rasmda berilgan.

Q epyurasini qurishda ham o'sha kesimdan foydalanamiz:

$$Qx = -Rb + P_x = -\frac{ql}{6} + \frac{qx^2}{2l} = -\frac{ql}{6}\left(1 - \frac{3x^2}{l^2}\right),$$

bu yerda $P_x = \frac{1}{2}q_x x = \frac{qx^2}{2l}.$

Tenglamaga ko'ra Q epyurasining shakli kvadrat paraboldan iborat. Buni qurish uchun bir necha ordinatani aniqlash talab etiladi:

$$x=0 \quad \text{bo'lsa,} \quad Q=-\frac{ql}{6};$$

$$x=l \quad \text{bo'lsa,} \quad Q=\frac{ql}{6};$$

$$x=\frac{l}{2} \quad \text{bo'lsa,} \quad Q=-\frac{ql}{6}\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{ql}{24};$$

Q epyurasining shakli 7.12-rasmda berilgan. $M_{\max}$ ni topish uchun Q ning

qiymati nol bo'lgan abssissani aniqlaymiz

$$Q = -\frac{ql}{6}\left(1 - \frac{3x_0^2}{l^2}\right) = 0; \text{ bundan}$$

$$x_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0,58l.$$

Ma'lumki $Q = 0$ bo'lgan kesimda eguvchi moment eng katta qiymatga ega bo'ladi; shunga ko'ra $M_{\max}$ ni aniqlash uchun momentlar tenglamasidagi x ning o'rniga x_0 ni qo'yamiz:

$$M_{\max} = \frac{ql}{6l\sqrt{3}}\left(l^2 - \frac{l^2}{3}\right) = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}} = \frac{ql^2}{15,58}$$

$M_{\max}$ ning qiymati balkaning o'rtasidagi moment qiymati $\frac{ql^2}{16}$ dan juda

kam farq qiladi. Shunga ko'ra uchburchak yukli balkalarni hisoblashda $M_{\max}$ sifatida balkaning o'rtasidagi momentdan foydalansa bo'laveradi, xatolik 2,6% dan oshmaydi.

7.6-misol. Tekis yoyliq kuch qo'yilgan konsol balka uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (7.13-rasm).

Balka erkin uchidan x masofada kesim ajratamiz va shu kesim uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch tenglamalarini tuzamiz:

$$Mx = -P_v \frac{x}{2} = -qx \cdot \frac{x}{2} = -\frac{qx^2}{2}$$

$$Qx = +P_v = +qx$$

Bu yerda Px -yoyliq kuchning teng ta'sir etuvchisi bo'lib, to'rtburchakning og'irlik markazidan o'tadi, qiymati esa bu to'rtburchakning yuziga teng bo'ladi.

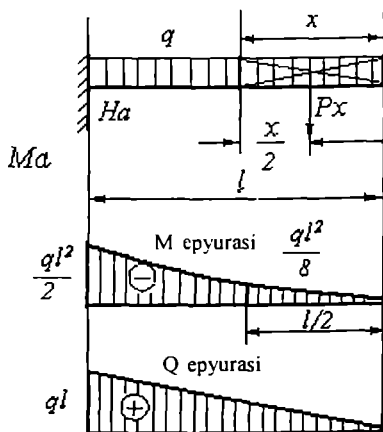
Epyuralarni qurish uchun x ga qiyamatlar beramiz:

$$x = 0 \text{ bo'lsa, } M = 0; \quad Q = 0;$$

$$x = \frac{l}{2} \text{ bo'lsa, } M = -\frac{ql^2}{8}; \quad Q = +\frac{ql}{2}$$

$$x = l \text{ bo'lsa, } M = -\frac{ql^2}{2}; \quad Q = +ql.$$

M va Q epyuralarining shakli 7.13-rasmda berilgan.



7.13-rasm.

7.5. Egilishda normal kuchlanishlar

Balkani tekis, sof egilishini ko'rib o'tamiz. 7.14-rasm, a da ko'rsatilgan balkaning AB uchastkasida eguvchi moment o'zgarmas qiymatga ega bo'lib, ko'ndalang kuch nolga teng. Balkaning shu uchastkadagi egilishi *sof egilish* deb ataladi. Balkaning AC va BD uchastkalarida eguvchi momentlar o'zgaruvchi miqdor bo'lib, ko'ndalang kuch nolga teng emas. Bu uchastkalardagi egilish *ko'ndalang egilish* deyiladi.

Mazkur paragrafda istalgan kesimning istalgan nuqtasida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlash formulasini keltirib chiqaramiz.

Sof egilish vaziyatida bo'lgan balkaning kuchlanish holatini aniqlash uchun quyidagi farazlarni qabul qilamiz:

- tekis ko'ndalang kesim, deformatsiyadan keyin ham tekisligicha va egilgan o'qqa tikligicha qoladi (Bernulli gipotezasi);

- balkaning materialini bir jinsli va izotrop deb hisoblaymiz;

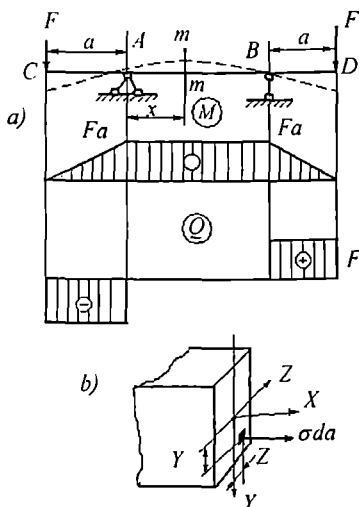
balkaning bo'ylama tolalari bir biriga bosim o'tkazmaydi, binobarin, ular faqat cho'ziladi yoki siqiladi;

- normal kuchlanishlar deformatsiyaga proporsional (Guk qonuni).

Sof egilish uchun qabul qilingan farazlar oddiy egilish uchun taqriban to'g'ri keladi. Nazariy jihatdan vujudga keladigan xatolik miqdor juda kam bo'lganligi uchun amaliy ishlarda hisobga olmasa ham bo'ladi.

Balka egilganda uning ba'zi tolalari uzayadi, ba'zi tolalari esa qisqaradi. Ammo shunday qatlam bo'ladiki, bu qatlamdagi tolalar uzaymaydi ham, qisqarmaydi ham; o'zining dastlabki uzunligini saqlab qoladi. Bunday qatlam *neytral qatlam* deb ataladi. Neytral qatlam bilan ko'ndalang kesimning kesishuv chizig'i neytral chiziq deyiladi. Hisob ishlarida kesim o'qlaridan biri, masalan Z o'qi, neytral chiziq ustiga joylashtiriladi va *neytral o'q* deb ataladi (7.14-rasm, b).

A tayanchidan ixtiyoriy x masofa m kesimini olamiz (7.14-rasm, a). Ajratilgan kesimda x , y , z o'qlarini o'tkazamiz. Hozircha Z o'qining kesimdagi holati (balandligi) noma'lum, ammo uning y o'qiga



7.14-rasm.

perpendikular ekanligi aniqlanadi. Y o'qi esa kuch tekisligida yotuvchi o'qdir. X o'qi ajratilgan kesimga tik yo'nalgan. Kesimda koordinatalari y va z bo'lgan elementar yuzacha dA ajratamiz. Umumiy holda elementda ham normal σ , ham urinma τ kuchlanishlar hosil bo'ladi. Ammo sof egilishda urinma kuchlanishlar bilan bog'liq bo'lgan barcha zo'riqishlar nol bo'lganligi sababli elementar yuzacha dA ga faqat $dN = \sigma dA$ zo'riqish ta'sir etadi. Bizning hol uchun statikaning 6 ta tenglamasidan faqat uchta yaroqlidir:

$$N = \int \sigma dA; \quad M_y = \int \sigma z dA; \quad M_z = \int \sigma y dA \quad (7.1)$$

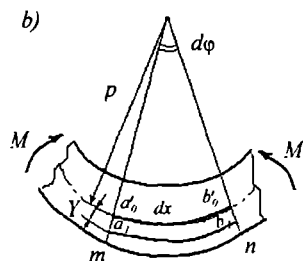
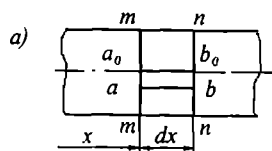
Sof egilishda balka faqat eguvchi moment M ta'sirida bo'lgani uchun $N = 0; \quad M_y = 0; \quad M_z = M$ bo'ladi. (7.2).

(7.2) ni (7.1) ga qo'ysak,

$$\int \sigma dA = 0; \quad \int \sigma z dA = 0; \quad \int \sigma y dA = M \quad (7.3)$$

kelib chiqadi.

Balkaning sof egilishga ishlaydigan qismidan bir bo'lakcha ajratamiz (7.15-rasm, a).



7.15-rasm.

Bo'lakchadagi m-m va n-n kesimlar orasidagi masofa dx ga teng. Bo'lakcha eguvchi moment M ta'sirida egiladi (7.15-rasm, b). Bunda m-m va n-n kesimlari tekisligicha qoladi va o'zaro dφ burchak tashkil qiladi. Neytral qatlamda yotgan a0 b0 tola deformatsiya natijasida radiusi r bo'lgan yoy hosil qiladi. Neytral qatlamdan u masofada yotgan a, b tola sof egilish natijasida radiusi ρ+y a1, b1 yoyini chizadi. Bu tolaning nisbiy uzayishi

$$\varepsilon = \frac{a_1 b_1 - ab}{ab} \text{ ga teng.}$$

$a_1 b_1 = (\rho + y) d\phi$ va $ab = dx$ ekanligini hisobga olsak, nisbiy uzayish quyidagicha ifodalanadi:

$$\varepsilon = \frac{(\rho + y) d\phi - dx}{dx} \quad (a)$$

Agar neytral qatlamning uzunligi deformatsiya natijasida o'zgarmasligini e'tiborga olsak, $dx = \rho d\phi$ bo'ladi. Buni (7.4.) ga qo'yib dφ ga qisqartirsak, $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ kelib chiqadi, (b). Bundan ko'rinadiki, bo'ylama nisbiy deformatsiya neytral o'qdan tolagacha bo'lgan masofaga proporsional ekan.

Yuqorida qayd etilganidek, ko'ndalang kesimda urinma kuchlanishlarining mavjud emasligini hisobga olsak, ab to'lasi chiziqli kuchlanish holatida ekanligini anglaymiz, ya'ni ushbu tola oddiy cho'zilish yoki siqilish holatida bo'ladi. Demak, bunday tolalar uchun Guk qonuni $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ o'z kuchiga ega, ε ning o'lmiga (b) ni qo'ysak,

$$\sigma = \frac{E}{\rho} y \quad (7.4)$$

kelib chiqadi. Buni (7.3) ga qo'yib quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = M$$

Integral ostidagi ifoda Z o'qiga nisbatan kesimning inersiya momenti ekanligini eslasak, oxirgi formula quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_z} \quad (7.5)$$

(7.5) ni (7.4) ga qo'yib, izlanayotgan formulaga, ya'ni sof egilish holati bo'lgan balkaning ko'ndalang kesimida yotgan istalgan nuqtaning normal kuchlanishini aniqlash formulasiga ega bo'lamiz:

$$\sigma = \frac{M}{J_z} y \quad (7.6)$$

Endi Z o'qining holatini oydinlashtiramiz. Buning uchun (7.6) formula-da aniqlangan kuchlanish σ ning qiymatini (7.3) da keltirilgan ikkita tenglama qo'yamiz:

$$\frac{M}{J_z} \int_A y dA = 0; \quad \frac{M}{J_z} \int_A yz dA = 0$$

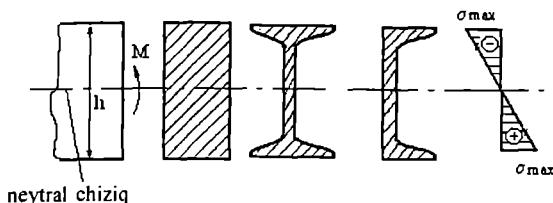
Bu yerda $\frac{M}{J_z} \neq 0$ bo'lgani uchun $\int_A y dA = 0$ va $\int_A yz dA = 0$ bo'ladi.

Integrallarning birinchisi kesimning statik momentini, ikkinchisi esa markazdan qochirma inersiya momentini ifodalaydi. Birinchi integral Z o'qi kesimning og'irlik markazidan o'tishini, ya'ni neytral o'q ekanligini anglatadi. Ikkinchi integralning nolga teng bo'lishi y va z o'qlari kesimning bosh markaziy o'qlari ekanligidan dalolat beradi.

Olingan natijalarni tahlil qilamiz.

(7.5) formula yordamchi tariqasida chiqarilgan bo'lsada, aslida mustaqil ahamiyatga egadir. Bu formuladagi $1/r$ balka egilgan o'qining egriligi deb ataladi. Demak, balkaning egriligi eguvchi momentga to'g'ri, EI_z ga teskari proporsional ekan. Bu yerda EI_z balka kesimining egilishdagi bikrligi deb ataladi va Nm^2 bilan o'lchanadi. Formulaning o'zini esa egilishdagi Guk qonuni deb atasa ham bo'ladi, chunki formula deformatsiya ($1/r$) bilan kesimga ta'sir etayotgan moment orasidagi bog'lanishni ifoda etadi.

(7.6) formulaga ko'ra normal kuchlanishlar kesimning shakli va o'lchamlaridan qat'iy nazar, neytral chiziqda nol bo'ladi. Neytral chiziqdan uzoqlashgan sari normal kuchlanishning qiymati ortib borib, neytral chiziqdan eng uzoq nuqtada maksimumga erishadi (7.16-rasm).



7.16-rasm.

Neytral chiziqdan yuqoridagi tolalar siqiladi, pastdagilari cho'ziladi. Eguvchi momentning yo'nalishi o'zgarsa, yuqoridagi tolalar cho'ziladi, pastdagilari esa siqiladi. Agar rasmdagi kuchlanishlar epyurasiga e'tibor berilsa, balka ko'ndalang kesimining eng ko'p ishlaydigan qismi uning chetki qismlari, ya'ni neytral o'qdan eng uzoqda yotgan qatlamlari ekanligi ko'zga tashlanadi. Kesimning o'rta qismidagi material deyarli ishlamaydi. Materialning «ishlamaydigan» qismini «chiqarib tashlash» g'oyasi ana shundan kelib chiqqan. Natijada qo'shtavr, tavr va shveller kabi shaklli profillar paydo bo'lgan. Balkaning ko'ndalang kesimi ana shunday shakllarda bo'lsa, bir tomondan material tejaladi, ikkinchi tomondan konstruksiya yengillashadi.

Balkaning mustahkamligini normal kuchlanish orqali tekshirishda, (7.6) formuladagi eguvchi moment M ning o'rniga maksimal eguvchi moment M_{max} , y ning o'rniga y_{max} qo'yiladi, shunda balkaning xavfli kesimidagi eng katta normal kuchlanish kelib chiqadi:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_{max}}{J_z}$$

Formulani boshqacha ko'rinishda yozamiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{J_z}{y_{\max}}}$$

Formulaning maxrajidagi ifoda kesimning *qarshilik momenti* deb ataladi va W harfi bilan belgilanadi. O'lcham birligi sm^3 . Buni e'tiborga olsak, yuqoridagi formula

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \quad (7.7)$$

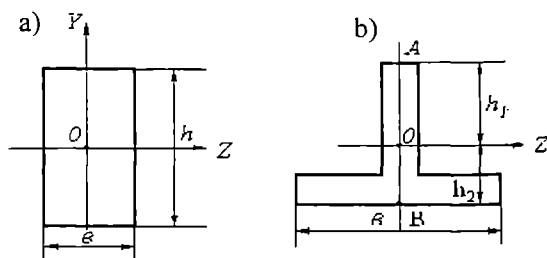
ko'rinishni oladi.

Agar kesim neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lsa (7.17-rasm, a)

$$y_{\max} = \frac{h}{2} \quad \text{va} \quad W = \frac{J_z}{\left(\frac{h}{2}\right)} \quad \text{bo'ladi.}$$

Kesim neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lmasa (7.17-rasm, b), u holda koordinata y har bir nuqta uchun alohida olinadi: A nuqta uchun

$$W_1 = \frac{J_z}{h_1} \quad \text{va B nuqta uchun} \quad W_2 = \frac{J_z}{h_2}.$$



7.17-rasm.

Paragrafning oxirida shuni ta'kidlash joizki, chiqarilgan formulalar to'g'ri sterjenning sof egilish holatiga xosdir. Real konstruksiyalarda eguvchi momentlardan tashqari ko'ndalang va bo'ylama kuchlar ham ta'sir etishi mumkin. Natijada sof egilish uchun qabul qilingan gipotezalar (farazlar) o'z kuchini yo'qotadi. Ko'ndalang kesimlar tekis holatini saqlab qolmay qiyshayadi, bo'ylama tolalar bir-biriga bosim o'tkazadi, natijada ular chiziqli emas, tekis kuchlanish holatida bo'ladi. Ammo hisob ishlari amaliyotining ko'rsatishicha sof egilish uchun chiqarilgan formulalardan ko'ndalang egilishda ham bemalol foydalansa bo'ladi. Bunda xatolik yo'l qo'yiladigan darajada (juda kam) bo'ladi.

7.6. Egilishda urinma kuchlanishlar

Ko'ndalang egilishda, ya'ni balkaga eguvchi moment M dan tashqari ko'ndalang kuch Q ham ta'sir etganda, normal kuchlanish σ dan tashqari urinma kuchlanish τ ham vujudga keladi.

Urinma kuchlanishlarni aniqlash formulasini oddiy balka misolida keltirib chiqaramiz. Balkaning ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lib, asosi b balandligi h dan ancha kichik, ya'ni $b \ll h$ (7.18-rasm, a).

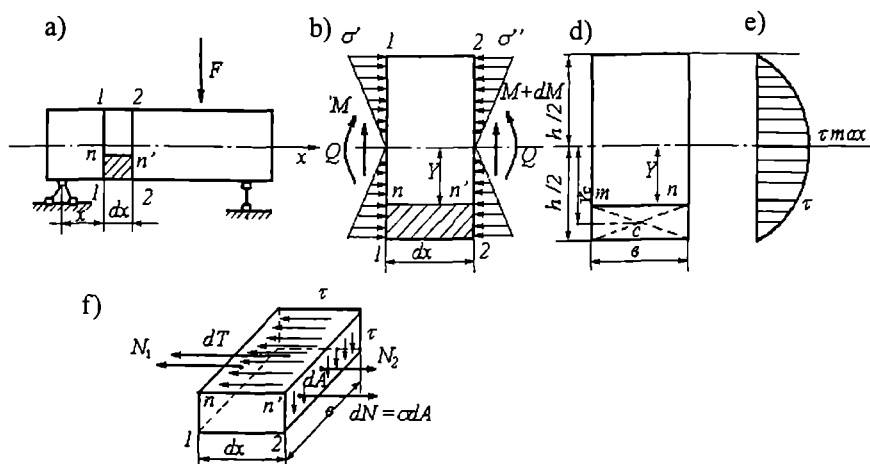
Ixtiyoriy x masofada dx oraliqda ikkita ko'ndalang kesim (1-1 va 2-2) yordamida balkadan kichkina bo'lakcha ajratamiz va uni katta masshtabda tasvirlaymiz (7.18-rasm, b). Bo'lakchani chap qismiga normal va urinma kuchlanishlar bilan muvozanatlashuvchi eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q ta'sir etadi. Har ikkalasining ishorasini musbat deb qabul qilamiz. Bo'lakchani o'ng kesimiga $M+dM$ momenti ta'sir etadi. 1-1 va 2-2 kesimlarda hosil bo'ladigan normal kuchlanishlar quyidagi formulalardan aniqlanadi.

$$\sigma' = \frac{M}{J_z} y \quad \text{va} \quad \sigma'' = \frac{M + dM}{J_z} y$$

σ' va σ'' ning epyuralari 7.18-rasm, b da keltirilgan.

Urinma kuchlanishlarni tarqalishi to'g'risida Juravskiy (1855-yil) quyidagi ikki taxminni qabul qilgan:

1) barcha urinma kuchlanishlarning yo'nalishi ko'ndalang kuch Q ga parallel;



7.18-rasm.

2) neytral o'qdan baravar uzoqlikda joylashgan urinma kuchlanishlar o'zaro tengdir.

Bu taxminlar $b < h$ bo'lgandagina to'g'ridir.

Balkadan tomonlaridan biri shtrixlangan yuzachaga (7.18-rasm, b) teng bo'lgan parallelepiped ajratib olamiz (7.18-rasm, d). Uning vertikal va gorizontal kesimlarida vujudga keladigan urinma kuchlanishlar τ rasmda ko'rsatilgan. Bo'ylama tolalar bir-biriga bosim ko'rsatmaganligi sababli gorizontal kesimda normal kuchlanishlar σ hosil bo'lmaydi.

Normal kuchlanishlar, yuqorida ta'kidlaganimizdek, balkaning bo'ylama o'qi x ga tik bo'lgan kesimlarda, ya'ni ajratilgan g'ishtsimon bo'lakchanning ikkita yon tekisligida hosil bo'ladi va x o'qida proeksiya beradi. Shu tekislikdagi urinma kuchlanishlar τ esa x o'qiga proeksiya bermaydi.

Muvozanat tenglamasini tuzish uchun x o'qiga proeksiya beradigan kuchlarni hisoblaymiz.

Gorizontal yuzachada vujudga keladigan urinma kuchlanishlarning keyingi ta'sir etuvchisi $dT = \tau \cdot b \cdot dx$ bo'ladi.

G'ishtsimon bo'lakchanning yon sirtidagi elementar yuzachada hosil bo'ladigan elementar bo'ylama kuch $dN_1 = \sigma \cdot dA$ ga teng. Butun yon sirt bo'ylab ta'sir etuvchi bo'ylama kuch.

$$N_1 = \int_A \frac{My}{J_z} dA = \frac{M}{J_z} \int_A y dA \text{ bo'ladi.}$$

$\int_A y dA = S$ statik moment ekanligini e'tiborga olsak, $N_1 = \frac{M}{J_z} S_z$ kelib chiqadi.

O'ng tomondagi sirt uchun normal kuchlanishlar σ'' ning teng ta'sir etuvchisi

$$N_2 = \frac{M + dM}{J} S_z \text{ bo'ladi.}$$

Endi g'ishtsimon bo'lakcha uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum X = N_2 - N_1 - dT = 0$$

Zo'riqishlarning topilgan qiymatlarini qo'yamiz:

$$\frac{M + dM}{J_z} S_z - \tau b dx = 0, \quad \text{yoki} \quad \tau b dx = \frac{dM + Sz}{J_z}$$

Oxirgi tenglikning ikki tomonini $b dx$ ga bo'lib, $dM/dx = Q$ ekanligini inobatga olsak, quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\tau = \frac{QS_z}{bJ_z} \quad (7.8)$$

Mazkur formulani dastlab taniqli rus olimi va muhandisi D. I. Juravskiy (1821–1891) isbot etgan. Shuning uchun bu formula uning nomi bilan yuritiladi. Formulani isbot qilishda ensiz to'g'ri to'rtburchakli ($h/v > 2$) kesimlar asos qilib olingan bo'lsada, amalda bu formuladan har qanday kesimlar uchun foydalansa bo'ladi. Formulasi:

Q – urinma kuchlanish aniqlanayotgan kesimga ta'sir etuvchi ko'ndalang kuchning absolyut qiymati;

J_z – o'sha kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

b – kesimning eni (kengligi);

S_z – kesimning neytral o'qqa nisbatan statik momenti;

τ – urinma kuchlanish.

Q bilan τ o'zaro parallel bo'lib, ikkalasining yo'nalishi ham bir xil.

To'g'ri to'rtburchak shaklli kesim uchun τ ning epyurasini quramiz (7.18-rasm, d, e). Neytral o'qdan ixtiyoriy y masofada mazkur o'qqa parallel m , n chizig'ini o'tkazamiz va shu chiziq ustida yotgan nuqtalardagi urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz. m , n chizig'i to'g'ri to'rtburchakdan

$A = b\left(\frac{h}{2} - y\right)$ yuza ajratadi. Yuzaning og'irlik markazi C dan neytral o'qqacha bo'lgan masofani y_c deb belgilaymiz. Bu yuzaning statik momenti

$$S_z = A \cdot y_c = b\left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot \left[y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right)\right] = \frac{bh^2}{8} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right). \quad (7.9)$$

Statik momentning bu qiymatini, shuningdek $J_z = bh^3/12$ ni (7.8) ga qo'yib, τ uchun quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\tau = Q \frac{\frac{bh^2}{8} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)}{b \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right). \quad (7.10)$$

O'zgaruvchi y ning darajasi ikki, demak τ ning epyurasi parabola shaklida bo'ladi. Neytral o'qdan eng uzoq nuqtalar $y = \pm h/2$ da $\tau = 0$. $y = 0$ bo'lganda, ya'ni neytral o'qda

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh} \cdot \frac{3}{2} \frac{Q}{A} \quad (7.11)$$

Shular asosida qurilgan epyura 7.18-rasm, e da tasvirlangan.

7.7-misol. Agar 12 raqamli qo'shtavr kesimli balkaga ta'sir etuvchi, eguvchi momentning qiymati $M=2 \text{ kN}\cdot\text{m}$, ko'ndalang kuchning qiymati $Q=10 \text{ kN}$ bo'lsa, balkaning kesimida vujudga keladigan normal va urinma kuchlanishlar epyuralari qurilsin (7.19-rasm).

Sortament jadvalidan (1-ilova) kerakli o'lchamlarni yozib olamiz: ko'ndalang kesimning inersiya momenti $J_z=350 \text{ sm}^4$, ko'ndalang kesim yuzasi yarmining statik momenti $S_{\max}=33,7 \text{ sm}^3$.

Neytral o'qdan istalgan y masofada yotgan normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{My}{J_z}$$

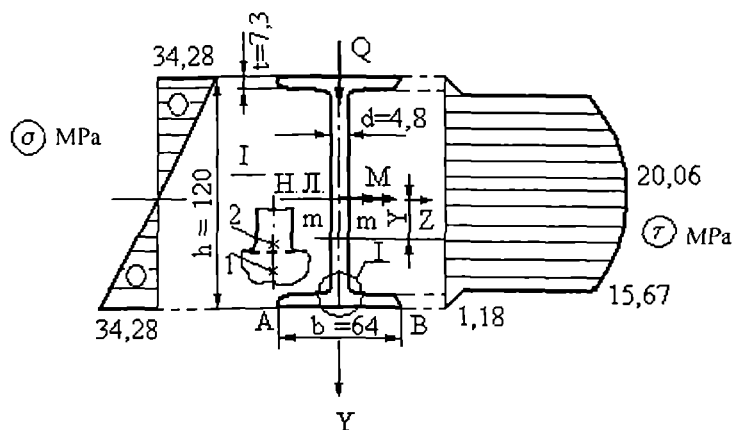
Absolut qiymatiga ko'ra eng katta normal kuchlanish neytral o'qdan eng uzoq masofada ($y=h/2$) vujudga keladi.

$$\sigma = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{350 \cdot 10^{-8}} \text{ MPa} = 34,28 \text{ MPa}$$

Mazkur kuchlanishlar epyurasi 7.19-rasmda qo'shtavrdan chapda tasvirlangan.

Ko'ndalang kesim nuqtalarida hosil bo'ladigan urinma kuchlanishlar Juravskiy formulasidan topiladi:

$$\tau = \frac{QS_z(y)}{bJ_z}$$



7.19 -rasm.

Urinma kuchlanishlar epyurasini qurish uchun bir necha xarakterli nuqtalar uchun τ ni aniqlaymiz:

a) AB chizig'ida joylashgan chetki tolalar uchun;

b) qo'shtavr devori bilan polka (tokcha) ning tutashgan joyidagi 1 va 2 nuqtalar uchun (bunda har ikkala nuqta bir-biriga yaqin, ammo tutashuv chegarasining ikki tomonida yotadi, deb hisoblaymiz. Rasmda shu joy alohida chizib ko'rsatilgan);

d) neytral chiziqdagi nuqtalar uchun.

AB chizig'i ustida yotgan nuqtalar uchun statik moment $S_z=0$, chunki chiziq yuzaga ega emas. Shunga ko'ra ushbu chiziqdagi yotgan nuqtalar uchun kuchlanish $\tau=0$ bo'ladi.

1 nuqta uchun statik moment aniqlashda polkani to'g'ri to'rtburchak, deb qabul qilinadi. U holda polkaning statik momenti

$$S_z(y) = bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 6,4 \cdot 0,73 (6 - 0,365) \text{ sm}^3 \cdot 26,3 \text{ sm}^3 \text{ bo'ladi.}$$

1 nuqtadagi urinma kuchlanish

$$\tau_1 = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 26,3 \cdot 10^{-6}}{6,4 \cdot 10^{-2} \cdot 350 \cdot 10^{-8}} \text{ MPa} = 1,18 \text{ MPa}$$

2 nuqta uchun ham statik moment yuqoridagining o'zi bo'ladi, ammo τ ni hisoblashda devor qalinligi $d=0,48$ cm olinadi:

$$\tau_2 = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 26,3 \cdot 10^{-6}}{0,48 \cdot 10^{-2} \cdot 350 \cdot 10^{-8}} \text{ MPa} = 15,67 \text{ MPa}$$

Shunday qilib, 1-nuqtadan 2-nuqtaga o'tganda urinma kuchlanish keskin ortadi.

Neytral chiziq nuqtalari uchun kesimning kengiligi $d=0,48$ sm deb qabul qilinib, moment kesimning yarmidan olinadi. U holda neytral o'qda yotgan nuqtalarda vujudga keladigan urinma kuchlanish.

$$\tau = \tau_{\max} \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 33,7 \cdot 10^{-6}}{0,48 \cdot 10^{-2} \cdot 350 \cdot 10^{-8}} \text{ MPa} = 20,06 \text{ MPa bo'ladi.}$$

Ana shu qiymatlar bo'yicha kesimning pastki yarmi uchun τ epyurasini quramiz. Kesim Z o'qiga nisbatan simmetrik bo'lganligi uchun uning yuqori qismi pastki qismiga simmetrik bo'ladi. τ epyurasi 7.19-rasmda qo'shtavrdan o'ngda tasvirlangan.

7.7. Ko'ndalang egilishda balkalarning mustahkamligini tekshirish

Avvalgi paragraflarda normal σ va urinma τ kuchlanishlarni aniqlaydigan formulalarga ega bo'ldik. Bu formulalar egilishga ishlaydigan sterjenlarni mustahkamlikka hisoblash imkonini beradi. Shu maqsadda egilgan balka elementlarining kuchlanish holatlarini ko'rib o'tamiz.

Eguvchi moment M va ko'ndalang kuch Q ta'sir etayotgan balkaning cho'zilish zonasidan bir bo'lakcha ajratamiz (7.20-rasm). Shu bo'lakchada yotgan uchta kichik elementning kuchlanish holatini tekshiramiz.

Birinchi element neytral o'q ustida yotgani uchun $\sigma = 0$, $\tau = \tau_{\max}$ bo'ladi. Bu elementning tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir etadi, demak, bu element sof siljish holatida bo'ladi.

Neytral o'qdan ixtiyoriy y masofada yotgan elementga ham σ , ham τ ta'sir etadi. Shuning uchun bu element tekis kuchlanish holatida deb qaraladi.

Uchinchi element kesimning chetida joylashgan. Bunda $\tau = 0$, $\sigma = \sigma_{\max}$ bo'ladi. Elementning o'zi oddiy cho'zilish siqilishga ishlaydi. Shuning uchun y chiziqli kuchlanish holatida deb qaraladi.

Bulardan ko'rinadiki, ko'ndalang egilishga balkaning turli kesimlaridagi turli nuqtalar bir xil bo'lmagan kuchlanish holatida bo'lar ekan. Mustahkamlik sharti esa xavfli nuqta uchun, ya'ni materialda eng ko'p kuchlanish hosil bo'ladigan nuqta uchun tuzilishi kerak. Quyidagi uch nuqtadan biri xavfli sanaladi:

a) normal kuchlanish eng katta qiymatiga erishgan nuqta;

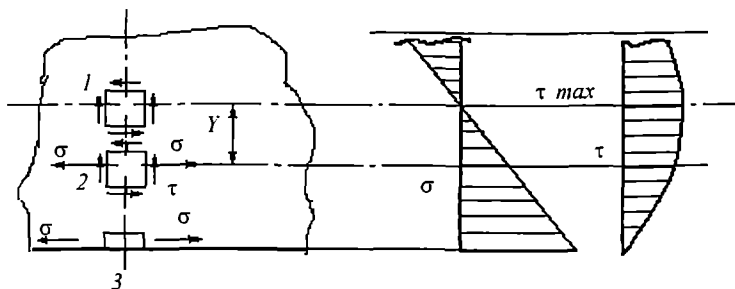
b) urinma kuchlanish eng katta qiymatiga erishgan nuqta;

d) τ bilan σ eng katta qiymatga ega bo'lmasada, ularning birgalikdagi ta'siri ba'zi nuqtalar uchun xavf tug'dirishi mumkin, ya'ni materialda eng katta ekvivalent kuchlanish hosil qilishi mumkin. Bunday nuqtalar bir emas, bir nechta bo'lishi ham ehtimol.

Birinchi nuqta eguvchi moment eng katta qiymatga ega bo'lgan kesimning eng chetki tolasida yotadi (masalan, 7.20-rasmda 3-nuqta). Bu nuqta chiziqli kuchlanish holatida bo'lib, mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma] \quad (7.12)$$

Ikkinchi nuqta ko'ndalang kuch eng katta qiymatga ega kesimning neytral chizig'ida yotadi (7.20-rasm 1-nuqta).



7.20-rasm.

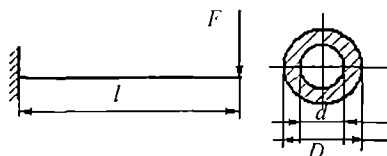
Bunday nuqta sof siljish holatida bo'ladi va mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{bJ} \leq [\tau] \quad (7.13)$$

Uchinchi nuqtaning o'rni unchalik aniq emas. Ammo u qayerda olinsa ham, tekis kuchlanish holatida bo'ladi (7.20-rasm, 2-nuqta). Tekis kuchlanish holatida, 4-bobda ko'rib o'tganimizdek, bosh kuchlanishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right]; \\ \sigma_2 &= 0; \\ \sigma_3 &= \frac{1}{2} \left[\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right]. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Muhandislik amaliyotida balkalarning mustahkamligini tekshirishda asosan (7.12) formuladan foydalaniladi. Mazkur mustahkamlik shartiga doir ba'zi misollarni ko'rib o'tamiz.



7.21-rasm.

7.8-misol. Balkaning o'lchamlari l , D va d hamda ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ berilgan bo'lsa, unga qo'yilishi mumkin bo'lgan kuch $[F]$ ning qiymati topilsin (7.21-rasm).

Balkaning xavfli kesimi tayanchning

o'zida bo'ladi. Bundagi moment $M_{\max}=Fl$ ga teng. Halqa shaklli kesimning qarshilik momenti

$$W = \frac{\pi D^3}{32}(1-\alpha^4); \quad \alpha = \frac{d}{D}; \quad \text{bo'ladi}$$

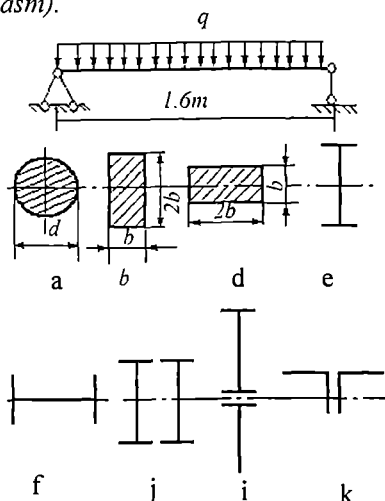
Balkaning tayanch kesimidagi ustki va pastki nuqtalar xavfli nuqtalar sanaladi. Shu nuqtalar uchun mustahkamlik shartini yozamiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{32Fl}{\pi D^3(1-\alpha^4)} \leq [\sigma].$$

Bundan balkaga qo'yilishi mumkin bo'lgan, ya'ni ruxsat etilgan kuch-

$$\text{ning qiymatini topamiz: } F \leq [F] = \frac{\pi D^3(1-\alpha^4)[\sigma]}{32l}.$$

7.9-misol. Balkaga umumiy og'irligi 100 kN bo'lgan tekis yoyiq kuch ta'sir etadi (7.22-rasm).



7.22-rasm.

Balkaning materiali St. 3 ($[\sigma]=160$ MPa). Berilgan har xil variantlar uchun kesim tanlash talab etiladi. Chizmadagi gorizonttal o'qlar neytral chiziqlardir.

Xavfli kesim balkaning o'rtasida bo'lib, bundagi moment

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{ql \cdot l}{8} = \frac{Fl}{8} = \frac{100 \cdot 1.6}{8} = 20 \text{ kH} \cdot \text{m} \text{ ga teng.}$$

Shu kesimdagi neytral chiziqdan eng uzoqda yotgan nuqtalar xavfli nuqtalar sanaladi. Bu nuqtalar uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{20 \cdot 10^3}{W} \leq [\sigma] = 160 \text{ MPa}.$$

Bundan kesimning hisobiy qarshilik momentini aniqlaymiz:

$$W_{\text{his}} = \frac{20 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \text{ m}^3 = 125 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 125 \text{ sm}^3$$

Odatda topilgan o'lchamlar standartlarga moslab yaxlitlanadi. Buning oqibatida qarshilik momenti W ning haqiqiy qiymati W_{his} dan farq qilishi mumkin. Natijada xavfli nuqtadagi kuchlanish $[\sigma]$ dan ortib yoki kamayib ketishi mumkin. Qiymatlar farqi δ_0 quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\delta_0 = \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{W_{\text{his}} - W}{W} 100\%$$

Mustahkamlikka hisoblashda hisobiy kuchlanishlar bilan ruxsat etilgan kuchlanish orasidagi farq $\mp 5\%$ dan ortmasligi lozim. Og'irliklar kesim yuzasiga proporsional ekanligini e'tiborga olib, har xil variantlarda topilgan balkalarning og'irliklarini taqqoslash maqsadida, kesim yuzalari A ni ham topamiz. Ko'zga yaqqolroq tashlanishi uchun hisob natijasida topilgan ko'ndalang kesim o'lchamlarini eng yaqin katta butun songa yaxlitlaymiz, standart profillarida esa eng yaqin katta qarshilik momentini topamiz.

Hisoblashga o'tamiz:

1. 7.22-rasm, a da ko'rsatilgan kesim uchun

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \geq 125 \text{ sm}^3; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 125}{\pi}} \text{ sm} = 10.83 \text{ sm}.$$

Hisoblashda $d=11 \text{ sm} = 110 \text{ mm}$ deb qabul qilamiz. U holda

$$W = \frac{\pi \cdot 11^3}{32} = 130.5 \text{ sm}^3; \quad \delta_c = \frac{125 - 130.5}{130.5} 100\% = -4.2\%; \quad A = \frac{\pi \cdot 11^2}{4} \text{ sm}^2 = 95.0 \text{ sm}^2.$$

2. 7.22-rasm, b da ko'rsatilgan kesim uchun

$$W = \frac{b \cdot (2b)^2}{6} \cdot \frac{2}{3} b^3 \geq 125 \text{ sm}^3; \quad b \geq \sqrt[3]{187.5} \text{ sm} = 5.72 \text{ sm}.$$

Hisoblashda $b = 6 \text{ sm} = 60 \text{ mm}$ deb qabul qilamiz. U holda

$$W = \frac{2}{3} b^3 \text{ sm}^3 = 144 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{144 - 125}{144} 100\% = +13,2\%; \quad A = 6 \cdot 12 \text{ sm}^2 = 72 \text{ sm}^2$$

3. 7.22-rasm d da ko'rsatilgan kesim uchun

$$W = \frac{2b \cdot b^2}{6} = \frac{2}{3} b^3 \geq 125 \text{ sm}^3; \quad b \geq \sqrt[3]{375} \text{ sm} = 7,21 \text{ sm}$$

Hisoblashda $b = 7,5 \text{ sm} = 75 \text{ mm}$ deb qabul qilamiz. U holda

$$W = \frac{1}{3} 7,5^3 \text{ sm}^3 = 140,5 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{125 - 140,5}{140,5} 100\% = -11\% \quad A = 7,5 \cdot 15 \text{ sm}^2 = 112,5 \text{ sm}^2$$

4. Qo'shtavr shaklidagi kesimni ko'rib o'tamiz (7.22-rasm, e). 18-raqamli (nomerli) qo'shtavr qabul qilamiz:

$$W = W_z = 143 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{125 - 143}{143} 100\% = -12,6\%; \quad A = 23,4 \text{ sm}^2$$

5. 7.22-rasm, f da ko'rsatilgan kesim uchun 50 va 55 raqamli qo'shtavrlar to'g'ri keladi. Bularning birinchisida kuchlanish biroz (1,6%) ortib ketadi, ikkinchisi ortiqcha (16,7%) mustahkamlikka ega bo'ladi. 50 raqamli qo'shtavrni qabul qilamiz:

$$W = W_z = 123 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{125 - 123}{123} 100\% = 1,6\%; \quad A = 100 \text{ sm}^2$$

6. Ikki qo'shtavrdan tashkil topgan kesimga (7.22-rasm, e) 14-raqamli qo'shtavr to'g'ri keladi. Bunga tegishli qiymatlar:

$$W = 2W_z = 2 \cdot 81,7 \text{ sm}^3 = 163,4 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{125 - 163,4}{163,4} 100\% = -23,5\%;$$

$$A = 2 \cdot 17,4 \text{ sm}^2 = 34,8 \text{ sm}^2$$

7. 7.22-rasm, i da ko'rsatilgan kesimning neytral chizig'i har bir qo'shtavrmning neytral chizig'i bilan ustma-ust tushmaydi (bu kesimning neytral chizig'i qo'shtavrlarning tutashgan yeridan o'tadi). Shuning uchun umumiy kesimning qarshilik momenti ikki qo'shtavr qarshilik momentlari W_z ning oddiy yig'indisidan iborat bo'lmay, inersiya momenti orqali alohida topiladi:

$$W = \frac{2 \left[J_z + \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 A_1 \right]}{h_1} = \frac{2(350 + 6^2 \cdot 14.7)}{12} \text{ sm} = 146,6 \text{ sm}^3,$$

Bu yerda h_1 , A_1 , J_z va W_z bitta qo'shtavrning balandligi, yuzi, inersiya momenti va qarshilik momentlari.

12-raqamli qo'shtavrni tanlaymiz, bundan kichigi mustahkamlik talabiga javob bermaydi. Shunday qilib,

$$\delta_s = \frac{125 - 146,6}{146,6} 100\% = -14,7\%; \quad A = 2 \cdot 14,7 \text{ sm}^2 = 29,4 \text{ sm}^2$$

8. Ikki teng yonli burchaklikdan tashkil topgan (7.22-rasm, k) kesimning qarshilik momenti har ikkala burchaklikning qarshilik momentlari yig'indisiga teng bo'ladi. Biroq sortament jadvalida burchakliklar uchun qarshilik momentini quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$W = 2 \frac{J_z}{b - Z_0},$$

Bu yerda J_z , b , Z_0 – inersiya momenti, tokchanning kengligi, og'irlik markazidan tokchanning tashqi qirrasigacha bo'lgan masofa.

Kerakli burchaklikni birdaniga aniqlash qiyin. Shu boisdan ikki variantni ko'rib o'tamiz:

a) 140 x 140 x 12 o'lchamli burchaklik uchun

$$W = 2 \frac{602}{14 - 3,9} = 119,3 \text{ sm}^3;$$

b) 160 x 160 x 10 o'lchamli burchaklik uchun

$$W = 2 \frac{774}{16 - 4,3} \text{ sm}^3 = 132 \text{ sm}^3$$

Keyingi variant mustahkamlik nuqtayi nazaridan maqbul hisoblanadi. Bu hol uchun

$$W = 132 \text{ sm}^3; \quad \delta_s = \frac{125 - 132}{132} 100\% = 5.3\%; \quad A = 2 \cdot 31,4 \text{ sm}^2 = 62,8 \text{ sm}^2$$

Shunday qilib, barcha kesimlarning o'lchamlari aniqlandi, ya'ni talab

etilgan kesimlar tanlandi. Har xil kesimlarda har xil miqdorda mustahkamlik zaxirasi mavjud ekanligini ko'rdik, bu esa ortiqcha material sarflanganligini anglatadi.

Taqqoslash maqsadida hisob natijalari 7.1-jadvalga jamlangan. Tanlangan kesimlardan qaysi biri maqbulroq ekanligini shu jadval orqali bilsa bo'ladi. Jadvalning oxirgi ustunida nisbiy og'irlik berilgan bo'lib, tanlangan kesim qo'shtavrga (7.22-rasm, e) nisbatan necha marta og'ir ekanligini bildiradi. Qo'shtavrning vazni boshqalaridan yengil bo'lganligi uchun uni birlik sifatida qabul qilingan.

7.1-jadval.

7.22-rasm-dagi kesimlar	Mustahkamlik farqi	Kesimning yuzi, sm^2	Nisbiy og'irlik
a	4,23	95,0	4,06
b	13,2	72,0	3,08
d	11,0	112,5	4,81
e	12,6	23,4	1,00
f	1,6	100,0	4,27
j	23,5	34,8	1,49
i	14,7	29,4	1,26
k	5,3	62,8	2,65

Ko'p hollarda kesim shaklidan tashqari uni qanday joylashtirish, ya'ni kuch ta'sir etayotgan tekislikka nisbatan bo'lgan holati ham muhim ahamiyatga ega bo'ladi. 7.1-jadvaldan ko'rinadiki, qo'shtavrning simmetriya o'qi neytral chiziq bilan ustma-ust tushganda (e) eng maqbul holat vujudga keldi. Ikkita yonma-yon yoki ustma-ust qo'yilgan qo'shtavrdan tashkil topgan kesim maqbul emas. Ikkita teng yonli burchak yoki to'g'ri to'rtburchak shaklli kesim yanada yomonroq. Doiraviy kesim juda tejamsiz, bunday kesimli balka qo'shtavr kesimli balkadan deyarlik 4 baravar og'ir. Neytral chiziqqa nisbatan yotiq holatda bo'lgan kesimlar eng nomaqbul variant sanaladi. Bunga xalq ustalari e'tibor berganlar: yog'och to'sinni tikkasiga (b) qo'yanlar.

Ba'zi hollarda balka kesimlaridagi urinma kuchlanishlar katta qiymatlarga ega bo'ladi. Masalan, bunday holatni katta ko'ndalang kuch ta'siridagi kalta balkalarda kuzatish mumkin. Bunday hollarda urinma kuchlanish balka-

da xavfli holat uyg'otadi. Shuning uchun balkalarni urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamligini tekshirish zarur bo'ladi. Shunga doir misol ko'ramiz.

7.14-misol. Uzunligi $l=70\text{sm}$ bo'lgan kalta balkaga ta'sir etuvchi tekis yoyiq kuchning intensivligi $q=120\text{ kN/m}$. St3. ($[\sigma]=160\text{MPa}$; $[\tau]=100\text{MPa}$) qo'shtavrning nomeri tanlansin.

Normal kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlik sharti $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]$

dan foydalanib kesim tanlaymiz. Maksimal eguvchi moment balkaning o'rtasida hosil bo'ladi.

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{120 \cdot 0,7^2}{8} \text{ kH} \cdot \text{m} = 7,35 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

Mustahkamlik shartidan

$$W = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{7,35}{160 \cdot 10^3} \text{ m}^3 = 46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 46 \text{ sm}^3$$

Sortament jadvalidan 12-raqamli qo'shtavrni tanlaymiz.

Bunga tegishli $W=58,4\text{sm}^3$, $J=356\text{sm}^4$, $S=33,7\text{sm}^3$, $d=0,48\text{sm}^3$.

Tanlangan kesimning mustahkamligini urinma kuchlanishlar bo'yicha tekshiramiz. Mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{bJ} \leq [\tau].$$

Eng katta ko'ndalang kuch tayanch kesimida hosil bo'ladi:

$$Q_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{120 \cdot 0,7}{2} \text{ kH} = 42 \text{ kH}.$$

Maksimal urinma kuchlanish:

$$\tau_{\max} = \frac{42 \cdot 10^{-3} \cdot 33,7 \cdot 10^{-6}}{0,48 \cdot 10^{-2} \cdot 350 \cdot 10^{-8}} \text{ MPa} = 84,25 \text{ MPa} < [\tau] = 100 \text{ MPa}$$

Shunday qilib, balkaning tanlangan kesim o'lchamlari ham normal, ham urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik shartlarini qanoatlantiradi.

7.8. Balkalarning mustahkamligini bosh kuchlanishlar bo'yicha tekshirish

Oldingi paragrafda tekis kuchlanish holatida bo'lgan nuqtalar uchun (7.20-rasm) bosh kuchlanishlarni aniqlash formulasi (7.14) ni keltirgan edik.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right] \quad (7.14)$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \left[\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right]$$

Bu formulalardan foydalanib, bosh yuzalarda hosil bo'ladigan bosh normal kuchlanishlarning qiymatlari aniqlanadi.

Bosh normal kuchlanishlarning yo'nalishlari esa quyidagi formuladan aniqlanadi (4-bobga qarang);

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma}. \quad (7.15)$$

bu yerda α – balkaning o'qi bilan bosh yuzaga o'tkazilgan normal orasi-dagi burchak. Bu burchak $\alpha = 45^\circ$ bo'lganda urinma kuchlanish eng katta qiymatga ega bo'ladi:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

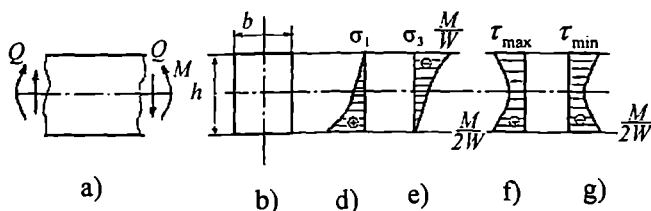
σ_1 va σ_3 ning qiymatlarini (7.14) formuladan keltirib qo'ysak, urinma kuchlanishlarning eng katta va eng kichik qiymatlarini aniqlaydigan formulaga ega bo'lamiz:

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (7.16)$$

Ma'lumki σ va τ kuchlanishlari balkaning ko'ndalang kesimida, ya'ni balka o'qiga tik bo'lgan kesimda hosil bo'ladigan kuchlanishlardir. Shu kuchlanishlar hosil bo'lgan nuqtalarda, ammo boshqa yuzachalarda (ko'ndalang kesimga nisbatan α burchak tashkil etgan yuzachalarda) bosh normal kuchlanishlar: cho'zuvchi σ_1 va siquvchi σ_3 kuchlanishlar ham hosil bo'ladi.

Yana σ va τ dan foydalanib, bosh kuchlanishlar σ_1 va σ_3 hosil bo'lgan kesim bilan 45° burchak tashkil etgan kesimda vujudga keladigan

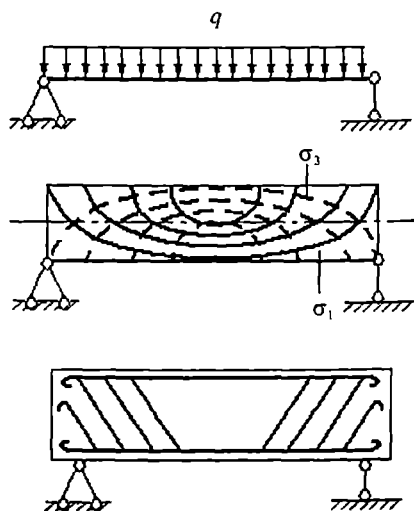
maksimal va minimal urinma kuchlanishlarni ham aniqlash mumkin (7.16). To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun topilgan $\tau_{\max}$ $\tau_{\min}$ epyuralari 7.23-rasm d, e da tasvirlangan.



7.23-rasm.

Balkadagi bosh kuchlanishlar topilgandan keyin, uning mustahkamlik nazariyalaridan biri yordamida tekshiriladi.

Ko'pincha bosh normal kuchlanishlarning qiymatidan tashqari, balkaning barcha nuqtalarida ularning yo'nalishini ham bilish talab etiladi. Xususan, temir-beton balkalarni loyihalashda bunga ehtiyoj tug'iladi, chunki armaturalar cho'zilish kuchlanishlarini qabul qilishi uchun aynan bosh kuchlanishlar yo'nalishida joylashtiriladi.



7.24-rasm.

Bosh kuchlanishlar yo'nalishini Mor doirasi yoki (7.15) formula yordamida topsa bo'ladi. Balkaning uzunligi bo'ylab bir qancha kesim va nuqtalar uchun yo'nalishlarni belgilovchi nuqtalarni topib, ularni o'zaro tutashtirsak, kuchlanish trayektoriyasi deb ataluvchi egri chiziq hosil bo'ladi.

Balkaning har bir nuqtasidan, to'g'ri burchak ostida kesishuvchi, ikki trayektoriya (egri chiziq) o'tadi; bularning biri σ_1 ga ikkinchisi σ_3 ga mos keladi. Bir qancha nuqtalardagi yo'nalishlar asosida balka uchun qurilgan bosh kuchlanishlar trayektoriyalari 7.24-rasmida keltirilgan.

Temir-beton balkalarda armaturalarni bosh cho'zuvchi kuchlanishlar trayektoriyasiga yaqin yo'nalishda joylashtirishga harakat qilinadi.

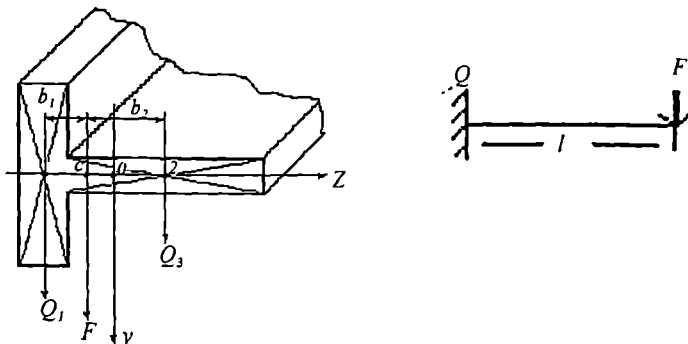
7.9. Egilish markazi

Shu paytga qadar ko'ndalang egilish masalalarida ko'ndalang kuchlar balkaning simmetriya tekisligidan o'tuvchi bosh tekislikda yotadi, deb qarab keldik.

Ma'lumki, bosh tekislik deganda balkaning bo'ylama o'qi va kesimning markaziy inersiya o'qlaridan biri bo'ylab o'tuvchi tekislik tushuniladi.

Balkaning simmetriya tekisligida yotmagan, bosh tekisliklaridan biriga parallel yo'nalgan tekislik bo'yicha kuchlar ta'sir etayotgan holni ko'rib o'tamiz.

Misol tariqasida biz ko'rmoqchi bo'lgan konsol balkaning ko'ndalang kesimi tavr shakliga ega bo'lib, Z o'qiga nisbatan simmetrikdir (7.25-rasm). Balkaning erkin uchiga ko'ndalang kuch F ni shunday nuqtaga qo'yishimiz lozimki, natijada balkada buralish sodir bo'lmasin; balka faqat tekis egilsin. Oldimizdagi vazifa ana shunday nuqta C ni aniqlashdan iborat.



7.25-rasm.

Balka tekis egilsa, tavrning tokchasi ham, devorchasi ham bir xil solqilanadi (egiladi), ya'ni

$$f_1 = f_2. \quad (a)$$

Tokcha va devorchaning og'irlik markazlariga qo'yilgan ko'ndalang kuchlar Q_1 va Q_2 , Guk qonuniga ko'ra, tegishli solqiliklarga proporsional bo'ladi:

$$Q_1 = c_1 f_1; \quad Q_2 = c_2 f_2. \quad (b)$$

Bu yerda c_1 va c_2 tokcha va devorchaning birkliklari.

Muvozanat shartiga ko'ra F kuchi qo'yilgan C nuqtaga nisbatan Q_1 va Q_2 kuchlardan olingan momentlar yig'indisi nolga teng:

$$Q_1 e_1 = Q_2 e_2 = 0, \quad (b)$$

bu yerda e_1 va e_2 – tokcha va devorchaning og'irlik markazlaridan C nuqtasigacha bo'lgan masofalar.

(a) va (b) ga ko'ra quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

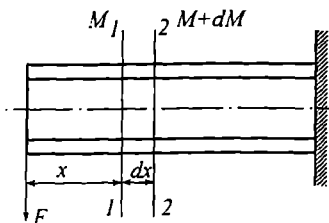
$$c_1 e_1 = c_2 e_2.$$

Tegishli birkliklar Z o'qiga nisbatan tokcha va devorchaning inersiya momentlariga proporsional deb olib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$J_1 e_1 = J_2 e_2.$$

Bundan ko'rinadiki. C nuqtasini modullari miqdor jihatidan J_1 va J_2 ga teng bo'lgan, tokcha va devorchaning og'irlik markazlariga qo'yilgan nuqta sifatida aniqlasa bo'lar ekan. Ana shu nuqta *egilish markazi* deb ataladi.

Agar tashqi kuch F shu nuqtaga qo'yilsa, balka buralmaydi. Bu nuqtadan tashqariga qo'yilsa, balkada buralish deformat-siyasi sodir bo'ladi.

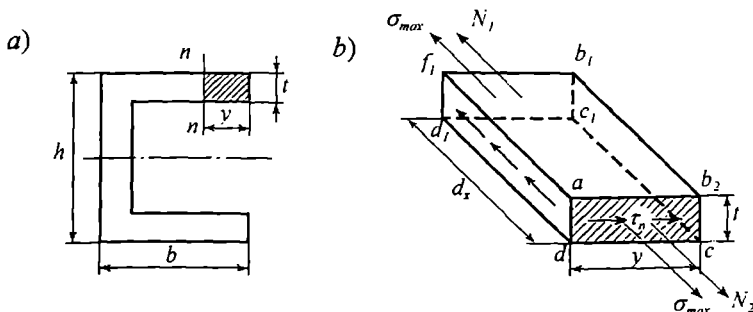


7.26-rasm.

Ko'ndalang kesimi shveller shaklida bo'lgan konsol balkinganing uchiga bosh markaziy teksilik bo'yicha vertikal yo'nalishda F kuchi qo'yilgan (7.26-rasm). Balkaning uchidagi kesim uchun egilish markazini aniqlash talab etiladi.

Balkadan 1-1 va 2-2 kesimlar orqali dx uzunlikda element ajratib olamiz. Elementning old ko'rinishi 7.27-rasm, a da tasvirlangan. Shu elementning tokchasidan (shtrixlangan yuza) eni y , uzunligi dx bo'lgan kichik bo'lakcha ajratib olib (7.27-rasm b), uning muvozanatini tekshiramiz.

Elementning $abcd$ va $a_1b_1c_1d_1$ yoqlariga normal kuchlanishlar σ ta'sir qiladi: bu kuchlanishlarning qiymati 1-1 va 2-2 kesimidagi eguvchi momentlar M va $M+dM$ ga bog'liq. $abcd$ yuzaga ta'sir qiladigan bo'yлама



7.27-rasm.

kuchlar yig'indisi N_2 a, b, c, d yuzaga ta'sir qiladigan N_1 dan katta. Shunga ko'ra, ajratilgan element muvozanatda bo'lishi uchun a, add yuzada urinma kuchlanishlar τ_n vujudga kelishi kerak. Ana shu urinma kuchlanishlar yig'indisi normal zo'riqishlar farqi ($N_2 - N_1$) ni muvozanatlashi lozim, ya'ni

$$\tau_n t dx = N_2 - N_1.$$

Tokchani qalinligi τ kesim balandligi h dan kichik bo'lganligi uchun $abcd$ yuzada hosil bo'lgan normal kuchlanish butun yuza bo'yicha bir xil tarqalgan va qiymati σ_{max} ga teng deb olish mumkin.

Bunda $N_2 = \sigma_{max} t y$ bo'ladi. Agar

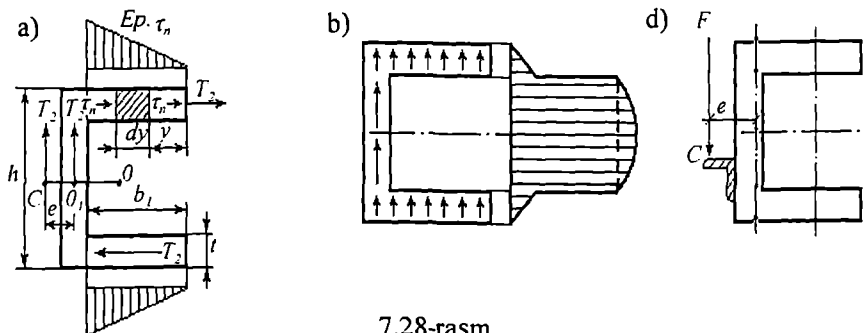
$$\sigma_{max} = \frac{(M + dM) \cdot z_{max}}{J} = \frac{M + dM}{J} \cdot \frac{h}{2}$$

ekanligini hisobga olsak, $N_2 = \frac{M + dM}{J} \cdot \frac{h}{2} t y$ kelib chiqadi.

Shu yo'l bilan N_1 ni topamiz: $N_1 = \frac{M}{J} \cdot \frac{h}{2} t y.$

Bundan $\tau_n t dx = N_2 - N_1 = \frac{dM}{J} \cdot \frac{h}{2} t y$, yoki $\tau_n = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{h}{2J} y = \frac{Q h y}{2J}.$

Agar a, add yuzada τ_n urinma kuchlanish vujudga kelsa, urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga binoan, bunga tik bo'lgan $abcd$ yuzada ham miqdor jihatidan teng, ishorasiga ko'ra qarama-qarshi bo'lgan urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi. Shunday qilib, shvellarning tokchalarida chiziqli qonun bo'yicha o'zgaruvchi urinma kuchlanishlar τ_n mavjud bo'ladi (7.28-rasm).



7.28-rasm.

Tokchalardagi urinma kuchlanishlarning teng ta'sir etuvchisini T_1 deb belgilab, uning qiymatini aniqlaymiz. Shtrixlangan yuzacha tdu ga ta'sir etuvchi zo'riqish

$$dT_1 = \tau_{xx} t dy = \frac{Qh}{2J} y t dy,$$

buning integrali

$$T_1 = \int_0^{a_1} \frac{Qh}{2J} y t dy = \frac{Qh}{2J} e_1^2 t$$

bo'ladi.

Ushbu zo'riqish 7.28-rasm, a da ko'rsatilgan. Shveler kesimiga τ_{xx} kuchlanishlardan tashqari Juravskiy formulasi bilan aniqlanadigan vertikal yo'nalgan urinma kuchlanishlar ham ta'sir etadi. Bu kuchlanishlarning shartli epyurasi 7.28-rasm, b da aks ettirilgan. Shveller devorchasidagi urinma kuchlanishlarning teng ta'sir etuvchisini T_2 deb belgilaymiz. Bu kuch devorning og'irlik markazi O_1 ga qo'yilgan va qiymatini ko'ndalang kuch Q ga teng deb olish mumkin. Tokchadagi vertikal urinma kuchlanishlar devorchadagi kuchlanishlardan ancha kam bo'lganligi sababli hisobga olinmaydi.

T_2 zo'riqish va T_1 juft kuchdan tashkil topgan urinma zo'riqishlar sistemasi, devorchaning og'irlik markazidan e masofada yotgan C nuqtaga qo'yilgan T_2 kuchi bilan almashtirilishi mumkin. Izlayotgan e masofani aniqlash uchun, juft kuch T_1 ning yelkasini taqriban h ga teng deb olib, C nuqtasiga nisbatan momentlar yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$-T_2 e + T_1 h = 0,$$

bundan
$$e = \frac{T_1 h}{T_2} = \frac{Qh^2 b_1^2 t}{4JQ} = \frac{h^2 b_1^2 t}{4J}$$

Agar balka buralmasin desak, tashqi kuch F ni egilish markazi C ga qo'yishimiz kerak. Buning uchun shveller devorchasiga burchaklik payvandlansa kifoya (7.28-rasm, d).

Qo'shtavr singari kesimlarda bunday muammo bo'lmaydi, chunki ularda egilish markazi bilan kesimning og'irlik markazi bir nuqtada yotadi. Ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lgan kesimlarda hamma vaqt egilish markazi bilan og'irlik markazi bir nuqtada bo'ladi.

7.10. Konstruksiyani egilishga hisoblashda kompyuter texnologiyasi

Hisoblash algoritmi

Algoritm, ya'ni hisoblash ketma-ketligi chekli elementlar usuli «ChEU» asosida yaratilgan.

Umumiy algoritm berilgan konstruksiya elementlari uchlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni aniqlab, ular asosida kuchlanish- deformatsiya-lanish ko'rsatkichlarini topishga mo'ljallangan.

Buning uchun berilgan sistemadan asosiy sistema tanlab, izlanayotgan umumlashtirilgan ko'chishlar – $\{\Delta^1\}$ belgilanadi. So'ngra shu nuqtalardagi ko'chishlarni aproksimatsiya qiluvchi tenglama tuziladi, ya'ni,

$$\{\Delta\} = [K]^{-1} \{P\}, \quad (7.17)$$

bu yerda $\{\Delta\}$ – qidirilayotgan, hisoblanishi zarur bo'lgan umumlashtirilgan ko'chish matritsasi;

$[K]$ – elementlarning bikrluk matritsalarini;

$\{P\}$ – yuk matritsasi.

Berilgan sistema elementlarida hosil bo'layotgan ichki kuchlarni quyidagi matritsa amalida aniqlanadi:

$$[S] = \sum_{i=1}^M [R] \{\Delta\}^i, \quad (7.18)$$

bu yerda $[R]$ – berilgan konstruksiyaning bikrluk matritsasi.

Umuman, hisoblash algoritmi quyidagi ketma-ketlikka ega:

- kirish axborotlarini tayyorlash va EHM ga kiritish;
- konstruksiya elementlarining bikrluk matritsalarini aniqlash;
- konstruksiya bikrluk matritsasini aniqlash;
- konstruksiya elementlaridagi ichki kuchlarni hisoblash.

Hisoblash algoritmi tajribada ko'p uchraydigan to'sin kabi konstruksiya misolida ko'rsatilgan.

Misol tariqasida bir tomoni mustahkamlangan va ikki qism (uchastka)dan iborat bo'lgan konsol balkani ko'rib chiqamiz. Demak, ikki uchastkadan iborat konstruksiyada ikkita chekli element bor deb faraz qilish mumkin.

Bir element uchun hisoblash modeli quyidagicha bo'ladi.

Ko'rilayotgan masalada elementlarda ichki kuchlardan faqat eguvchi moment va qiruvchi kuch bo'lganligi sababli, chekli nuqtalarda ko'ndalang siljish (W_1, W_2) va burchak siljishlar (θ_1, θ_2) ni aniqlash zarur bo'ladi. Ko'chish vektori quyidagi ko'rinishga ega;

$$\{q\} = \{w_1 w_2 \theta_1 \theta_2\}' \quad (7.19)$$

Elementning erkinlik darajasi to'rtga tengligi sababli chekli element ichida ko'chish maydonini qurish uchun uchinchi darajali polinomni qabul qilamiz:

$$w = a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = \{x^3 x^2 x 1\} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (7.20)$$

Agar balkaning faqat uchlarida kuch va momentlar ta'sir qilsa, so'nggi formula balka o'qining egilishi qonuniyatini aniq ifodalaydi. Polinomning koeffitsientlari chegaraviy shartlardan aniqlanadi.

$$\begin{aligned} w(0) &= w_1; w'(0) = \theta_1 \\ w(L) &= w_2; w'(L) = \theta_2 \end{aligned} \quad (7.21)$$

(7.19) formulani (7.20) shartlar asosida hisoblab, algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ L^3 & L^2 & L & 1 \\ -3L^2 & -2L & -1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (7.22)$$

yoki $\{a\}$ vektorga nisbatan yechilsa,

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ \Theta_1 \\ w_2 \\ \Theta_2 \end{Bmatrix} \cdot (1/L^3) \begin{Bmatrix} 2 & -L & -2 & L \\ 3L & 2L^2 & 3L & L^2 \\ 0 & -L^3 & 0 & 0 \\ -3L^2 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (7.23)$$

hosil bo'ladi.

(7.22) ni (7.20) ga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz

$$w = [N]\{q\}.$$

Birlik matritsasini chiqarish.

Ma'lumki, egilishda deformatsiya W dan olingan ikkinchi hosilaga tengdir. Demak:

$$\dot{w} = [N']\{q\} \quad (7.24)$$

Ichki eguvchi momentlar quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$m = EJ\dot{w}' \quad (7.25)$$

Bu yerda E – material xossasiga bog'liq koeffitsient bo'lib, elastiklik modulini ifodalaydi, J – element ko'ndalang kesimining inersiya momenti-dir. EJ ko'paytma birlik deb ataladi.

Kuchlarning muvozanati egrilik ishorasiga qarab belgilanadi. Moment-lar uchun muvozanat tenglamalarini tuzib, tugunlardagi kuchlarni m_1 va m_2 orqali ifodalash mumkin:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ M_2 \\ F_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = 1/L \begin{Bmatrix} -1 & 1 \\ L & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} \quad (7.26)$$

Bundan tashqari elementning ikki chekkasidagi momentlarni egrilik bi-lan bog'lash maqsadida egilish tenglamasini boshqa ko'rinishga keltiramiz:

$$\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix} = EI \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1'' \\ w_2'' \end{Bmatrix} \quad (7.27)$$

U holda quyidagi munosabat hosil bo'ladi:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ M_2 \\ F_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = 2EI/L^3 \begin{Bmatrix} -6 & -3L & -6 & -3L \\ 3L & 2L^2 & 3L & L^2 \\ -6 & 3L & 6 & 3L \\ -3L & L^2 & 3L & 2L^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ Q_1 \\ w_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (7.28)$$

Ushbu munosabat orqali turli xil amaliy masalalarni yechish mumkin. Tugunlardagi kuchlar va ko'chishlarni bir- biri bilan bog'lovchi matritsa **birlik matritsasi** deyiladi.

Mustahkamlikka hisoblash

Mustahkamlikka hisoblash balkalarda hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlashdan boshlanadi. Ma'lumki, normal kuchlanish σ faqat eguvchi momentga, urinma kuchlanish τ esa faqat qirquvchi kuchga bog'liq, ya'ni:

$$\sigma = \sigma(M), \tau = \tau(Q) \quad (7.29)$$

Demak, balkalarda hosil bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlar ruxsat etilgan kuchlanishlardan kichik yoki teng bo'lishi kerak, ya'ni,

$$[\sigma] \geq M_{\max} / W_{mk} \quad (7.30)$$

Bu yerda $[\sigma]$ – ruxsat etilgan normal kuchlanish, u to'sin materialiga bog'liq, masalan po'lat uchun $[\sigma] = 160 - 1400$ MPa atrofida, $M_{\max}$ - balka kesimida hosil bo'luvchi eng katta eguvchi moment, W_{mk} - mustahkamlik sharti bo'yicha kesimning talab qilinadigan qarshilik momenti.

Hisoblash ma'lumotlarini kiritish

Ushbu dasturga boshlang'ich ma'lumotlarni kiritish talaba uchun ancha qulaydir. Har bir o'zgartirishlarda uning nomlari va maqsadi aniq ko'rsatilgan, talaba bunda tushunmovchiliklarni sezmaydi. Epyuralar qurilishida katta qiymatlar chiqishini oldini olish maqsadida boshlang'ich ma'lumotlarning nisbiy qiymatlari kiritiladi.

Talaba o'z xohishiga qarab uchastkalar uzunligini har bir uchastkadagi tashqi ta'sirlarning qiymatini va yo'nalishini, ruxsat etilgan kuchlanish qiymatini o'zgartirishi mumkin. Ushbu dastur orqali element uchlarida ichki kuchlar (qirquvchi kuch va eguvchi moment) qiymati aniqlangandan so'ng, grafik rejimda epyuralarni quradi, hamda maksimal momentning qiymatini va qayerda joylashganini belgilab beradi. Talaba boshlang'ich ma'lumotlarni kiritish jarayonida ruxsat etilgan kuchlanishga qarab, egilayotgan balka uchun kerakli qarshilik momenti W_{mk} ning qiymatini ham topish imkoniyatiga egadir. Ushbu qarshilik momenti egilishdagi mustahkamlik sharti asosida aniqlanadi

$$[\sigma] \geq M_{ma} / W_{mk} .$$

Misol. Konsol balkaning hisobi

Boshlang'ich ma'lumotlarni kiriting (nisbiy qiymatlar)

1-uchastka uzunligi = 1,00

2-uchastka uzunligi = 1,00

1-uchastkada yoyiq kuch = 8,00

2-uchastkada yoyiq kuch = 0,00

A nuqtada to'plangan kuch = 0,00

B nuqtada to'plangan kuch = 5,00

B nuqtada eguvchi moment = 0,00

Ruxsat etilgan kuchlanish $[MPa] = 140,00$

Yoyiq kuch intensivligi $[\kappa H/m] = 50,00$

Uzunlikning haqiqiy qiymati $[m] = 0,40$

O'zgartirish kiritasizmi? Y/N

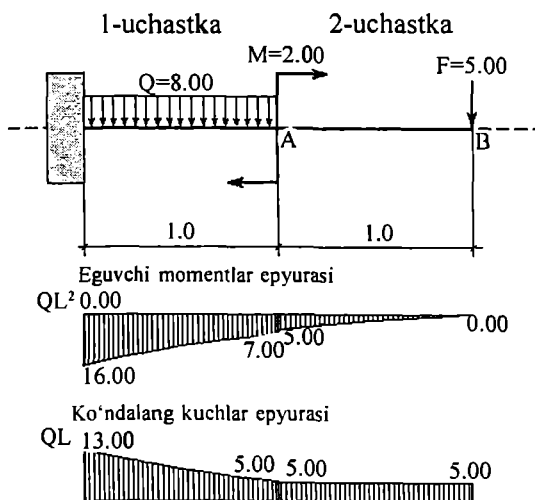
Rasmdagi natija konstruksiyaning holati to'g'risida to'liq axborot beradi.

Talaba mazkur dasturdan quyidagi ikki variantda foydalanishi mumkin:

1-variant, talabaga berilgan va qo'lda hisoblangan hisob-grafik ishlari natijalarini dastur yordamida tekshirish;

2-variant, EHM yordamida konstruksiyani hisoblash, olingan natijalar yordamida mustahkamlikka va bikrlikka tekshirish.

Xulosa. Mazkur bobda egilish deformatsiyasiga oid asosiy tushunchalar, eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarni, shuningdek normal va urinma kuchlanishlarni aniqlash uslublari bayon etildi. Nazariy matn tegishli misollar bilan boyitildi. Egilishga ishlaydigan balkalarning mustahkamligi masalalari ko'rib o'tildi.



Bilimingni sinab ko'r

1. Balkadagi eguvchi moment va ko'ndalang kuch qanday aniqlanadi?
2. M va Q epyuralari qanday quriladi?
3. Sof egilish nima?
4. Egilishda normal kuchlanishlar qanday aniqlanadi?
5. Egilishda urinma kuchlanishlar qanday aniqlanadi?
6. Bosh kuchlanishlar nima va ular qanday aniqlanadi?
7. Bosh kuchlanishlarning trayektoriyasi qanday chiziladi va u nimaga kerak?
8. Balkalarning mustahkamligi bosh kuchlanishlar bo'yicha qanday tekshiriladi?
9. Egilish markazi nima va u qanday formula bilan aniqlanadi?

VIII BOB

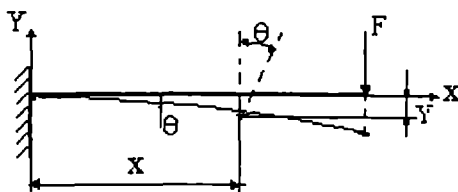
BALKALARNING EGILISHDAGI DEFORMATSIYALARINI ANIQLASH

Mavzu mazmuni. Mazkur bobda egilishga ishlaydigan balkalarning deformatsiyalarini (solqilik va burilish burchaklarini) aniqlashni o'rganamiz. Deformatsiyalarni aniqlashning bir necha usulini ko'rib chiqamiz, shunga oid misollar yechamiz.

8.1. Balkalarning solqiligi va burilish burchaklari

Oldingi bobda balkaning mustahkamligiga doir masalalarni ko'rib o'tdik. Muhandislik amaliyotida balkalarni bikrlikka (жесткость) hisoblash ham talab etiladi. Bu masalani hal etish uchun balka turli tashqi kuchlar ta'sirida qay darajada egilishini bilishimiz zarur. Egilish miqdorini (solqiligini) aniqlash yo'llarini bilishimiz, statik noaniq masalalarni yechishda ham kerak bo'ladi. Ushbu bobda ana shularni o'rganamiz.

Tekis egilish holatidagi oddiy balkaning deformatsiyasini tahlil qilamiz. Balkaga qo'yilgan tashqi kuch F balkaning bo'ylama tekisligi bo'ylab yo'nalib, uning bosh inersiya o'qlari yo'nalishida ta'sir etadi, deb faraz etaylik (8.1-rasm).



8.1-rasm.

Bunday holatda balkaning o'qi kuch ta'sir etayotgan tekislik bo'yicha egiladi, uning ko'ndalang kesimlari esa dastlabki holatiga nisbatan buriladi (og'adi). Balkaning egilgan o'qi **elastik chiziqli** deb ataladi.

Kesimning og'irlik markazini balka o'qiga tik ravishda chiziqli ko'chishi **solqilik** (прогиб) deb ataladi va y harfi bilan belgilanadi.

Istalgan kesimning dastlabki holatiga nisbatan burchakli ko'chishi, ya'ni og'ishi **burilish burchagi** (угол поворота) deb ataladi va φ harfi bilan belgi-

lanadi. Elastik chiziqqa o'tkazilgan urinma bilan x o'qi orasidagi burchak ham q ga teng bo'ladi (8.1-rasm).

Balkaning o'qi neytral qatlamda yotganligi sababli, uning uzunligi deformatsiya natijasida o'zgarmaydi, binobarin, uning nuqtalari x o'qi bo'ylab vertikal chiziqqa nisbatan qochishi mumkin. Biroq solqilik balkaning uzunligiga qaraganda juda kichik bo'lganligi uchun bu qochishni e'tiborga olmasa ham bo'ladi.

Koordinat o'qlarini quyidagi tartibda yo'naltirishni shartlashib olamiz: koordinat boshi balkaning chap uchida olinadi, x o'qi balka o'qi bo'ylab o'ngga, y o'qi yuqoriga yo'naltiriladi.

Solqilik y o'qi bo'ylab yuqoriga ko'tarilsa – ishora musbat, pastga egilsa – manfiy deb olinadi. Agar ko'ndalang kesim soat strelkasiga teskari yo'nalishda aylansa, burilish burchagi ishorasi musbat olinadi.

Solqiliklar ham, burilish burchaklari ham egilishdagi balka kesimlarining *ko'chishlari* hisoblanadi.

Koordinat o'qlarini yuqoridagi tartibda o'tkazilsa, ***balka egilgan o'qining tenglamasi*** quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$y = f(x) \quad (8.1)$$

Egilgan o'qqa o'tkazilgan urinma bilan x orasidagi burchak q ning tangensi

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx} \quad (8.2)$$

ekanligi bizga ma'lum. Amalda balkaning solqiligi uning uzunligiga nisbatan juda kichik bo'ladi. Shunga mos ravishda q burchagi ham kichkina bo'ladi, odatda 1° dan oshmaydi. Shunga ko'ra

$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad (8.3)$$

deb olish mumkin, ya'ni kesimning burilish burchagi shu kesimdagi solqilik y dan x bo'yicha olingan birinchi hosilaga teng ekan.

Shunday qilib, balkaning deformatsiyasini aniqlash masalasi egilgan o'q tenglamasi $y=f(x)$ ni to'la ifodasini tuzishga keltiriladi.

8.2. Egilgan o'qning differensial tenglamasi

Balkaning deformatsiyasini uning egriligi orqali topsa bo'ladi. Sof egilish uchun egrilikni aniqlash formulasi bizga ma'lum (7.5 formula):

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EJ}$$

Egrilikni vujudga kelishida ko'ndalang kuchlarning ta'siri kam bo'lganligi uchun, ko'ndalang egilishning umumiy holida ham yuqoridagi formuladan foydalansa bo'ladi.

Bu yerda $r(x)$ – balkaning egrilik radiusi;

$M(x)$ – egriligi aniqlanayotgan kesimdagi eguvchi moment;

EJ – balkaning bikrligi.

Egilgan o'qning tenglamasini tuzish uchun egri chiziqli funksiyasi va uning egrilik radiusi orasidagi matematik bog'lanishdan foydalanamiz:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3}}. \quad (8.4)$$

Egrilikni yuqoridagi qiymatini o'z o'rniga qo'ysak, x , y , $M(x)$ va EJ ni o'zaro bog'laydigan differensial tenglama kelib chiqadi:

$$\frac{M(x)}{EJ} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3}} \quad (8.5)$$

Mazkur tenglama *egilgan o'qning aniq differensial tenglamasi* deb ataladi. Bu tenglama ikkinchi tartibli chiziqsiz differensial tenglama bo'lganligi uchun, uni integrallash ancha mehnat talab qiladi. Aksariyat amaliy masalalarda solqiliklar kichik qiymatlarga ega bo'lganligi sababli, (8.5) tenglamani kichik ko'chishlar uchun taqribiy tenglama bilan almashtiramiz.

(8.5) tenglamaning maxraji ikki qo'shiluvchidan iborat:

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1 + tg^2 \theta$$

Uncha katta bo'lmagan deformatsiyalarda ikkinchi qo'shiluvchi birinchi qo'shiluvchiga nisbatan ko'p marotaba kichik bo'ladi. Mashinasozlik, samolyotsozlik va binokorlik elementlarida ruxsat etilgan solqilik miqdori balka uzunligining 1/100 – 1/1000 ulushi qadar belgilanadi. Solqilikning eng katta chegarasi 1/100 ni olgan taqdirimizda ham q ning qiymati juda kichik son bo'ladi:

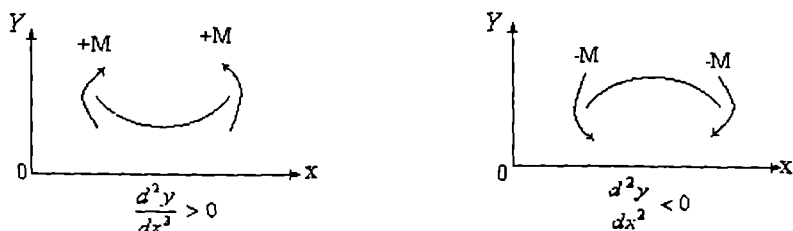
$$tg \theta \approx tg 1^\circ \approx 0,02.$$

Uning kvadrati esa yanada kichikroq bo'ladi: $tg^2\alpha = 0,0004$. Bu raqam esa 1 dan ancha kichkina. Shuning uchun bu miqdorni e'tibordan chetda qoldirsak uncha katta xato bo'lmaydi. Natijada **balka egilgan o'qining taqribiy differensial tenglamasiga** ega bo'lamiz:

$$\pm \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EJ}. \quad (8.6)$$

Bu tenglamani ba'zan elastik chiziqning differensial tenglamasi deb ham ataladi. (8.6) formula balkaning istalgan kesimidagi ko'chishlarni aniqlash imkonini beradi.

Eguvchi momentlarning ishoralari koordinata o'qlarining yo'nalishiga bog'liq emas. Egilgan o'qning botiqligi y o'qining musbat tomoniga qarang bo'lsa, ikkinchi tartibli hosilaning ishorasi musbat bo'ladi; buning teskari bo'lsa – ishora manfiy olinadi (8.2-rasm).



8.2-rasm.

Agar y o'qi yuqoriga yo'nalsa (8.6) formula (+) ishora bilan, pastga yo'nalsa (–) ishora bilan olinadi. Bundan buyon y o'qini hamma vaqt yuqoriga yo'naltiramiz va differensial tenglamani musbat ishorali deb qabul qilamiz.

Burilish burchagi $\theta(x)$ va solqilik $y(x)$ ni aniqlash uchun (8.6) ni ketma-ket integrallaymiz. Bir marta integrallasak, burilish burchagi $\theta(x)$ ni aniqlaydigan ifoda kelib chiqadi:

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EJ} dx + C \quad (8.7)$$

Ikkinchi marta integrallasak, solqilik $y(x)$ ni aniqlaydigan ifodaga ega bo'lamiz:

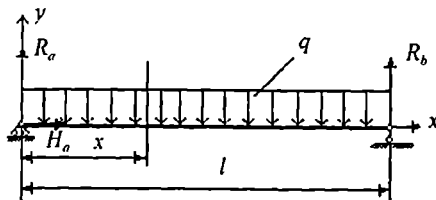
$$y(x) = \int dx \int \frac{M(x)}{EJ} dx + Cx + D. \quad (8.8)$$

Tenglamalar tarkibiga kirgan ixtiyoriy o'zgarmas sonlar C va D tayanchlarning xiliga qarab aniqlanadi. Bularni aniqlash tartibi quyida misollar orqali tushuntirib beriladi.

8.3. Egilgan o'qning differensial tenglamasini integrallash

Solqilik va burilish burchaklarini ko'pincha shartli ravishda balkaning deformatsiyasi deb atashadi, aslida esa, mohiyatan, ular deformatsiya emas – ko'chishlardir.

8.1-misol. Tekis yoyiq kuch bilan yuklangan ikki tayanchli balkaning solqiligi va burilish burchagini aniqlash talab etiladi. Koordinata boshini chap tayanch sharnirida deb olamiz va, x o'qini o'ng tomonga yo'naltiramiz (8.3-rasm).



8.3-rasm.

Tayanch reaksiyalari $R_a = R_b = \frac{q\ell}{2}$, $H_a = 0$.

Koordinata boshidan x masofada yotgan kesim uchun momentlar tenglamasini yozamiz va uni (8.6) formulaga qo'yib, ketma – ket integrallaymiz:

$$M(x) = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(\ell - x),$$

$$y'' = \frac{qx(\ell - x)}{2EJ}.$$

$$y' = \frac{q}{2EJ} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C_1,$$

$$y = \frac{q}{2EJ} \left(\frac{\ell x^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + C_1 x + C_2.$$

Ixtiyoriy o'zgarmas sonlar (integrallash doimiylari) balka uchlarning biriktirilish shartlariga (tayanch xillariga) qarab aniqlanadi. Biz yechayotgan balka uchun chegaraviy shartlar quyidagicha:

Chap tayanchda, $x = 0$, $y = 0$,

o'ng tayanchda, $x = \ell$, $y = 0$.

Bu shartlardan foydalanib, quyidagilarga ega bo'lamiz $C_2 = 0$, $C_1 = \frac{q\ell^3}{24EJ}$, bunga ko'ra,

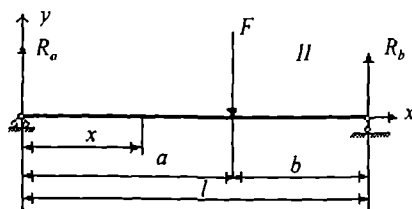
$$y = \frac{q}{2EJ} \left(\frac{\ell x^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + \frac{q\ell^3 x}{24EJ}.$$

$$y' = \frac{q}{2EJ} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + \frac{q\ell^3}{24}.$$

Balka to'rtinchi tartibli parabola bo'yicha egiladi. Eng katta solqilik f , balkaning $y' = 0$ shartidan aniqlanadigan kesimida vujudga keladi. Bizning holda bu kesim $x = 0,5 \ell$ dir. Shunday qilib,

$$f = y_{\max} = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EJ}$$

8.2-misol. Bu holda balkani ikkita uchastkaga bo'linadi, chunki har bir uchastkaning momentlar tenglamasi turlicha ifodalanadi (8.4-rasm).



8.4-rasm.

Tayanch reaksiyalari $R_a = F = \frac{b}{\ell}$, $R_b = F = \frac{a}{\ell}$;

birinchi uchastkadagi eguvchi moment, $0 \leq x \leq a$ bo'lganda:

$$M = F \frac{b}{\ell} x,$$

ikkinchi uchastkada, $a \leq x \leq \ell$ bo'lganda:

$$M = F \frac{b}{\ell} x - F(x - a)$$

Shunday qilib, ikkita tenglamaga ega bo'lamiz:

I uchastka uchun $0 \leq x \leq a$

$$y'' = \frac{Fbx}{\ell \cdot EJ},$$

II uchastka uchun $a \leq x \leq \ell$

$$y'' = \frac{Fbx}{\ell \cdot EJ} - \frac{F(x-a)}{EJ}.$$

Har bir tenglamani alohida integrallaymiz:

$$I) \quad y' = \frac{Fbx^2}{2\ell \cdot EJ} + C_1,$$

$$y = \frac{Fbx^3}{6\ell \cdot EJ} + C_1x + C_2;$$

$$II) \quad y' = \frac{Fbx^2}{2\ell \cdot EJ} - \frac{F(x-a)^2}{2EJ} + D_1,$$

$$y' = \frac{Fbx^3}{6\ell \cdot EJ} - \frac{F(x-a)^3}{6EJ} + D_1x + D_2.$$

Olingan yechimlarga to'rtta integrallash doimiylari kirdi. Ularni aniqlash uchun ikkita tayanch shartlari kamlik qiladi. Egilgan balkaning o'qi uzluksiz va siniqsiz egri chiziqdan iborat ekanligi bizga qo'shimcha shart vazifasini o'taydi. Ikki uchastka chegarasida, ya'ni $x = a$ bo'lganda solqilik ham, burilish burchagi ham o'zaro teng bo'ladi:

$$y_I = y_{II}, \quad y'_I = y'_{II}$$

Ushbu qo'shimcha shartlar F kuchi qo'yilgan kesimda uzilish yoki sinishlar yo'qligini ifodalaydi.

Shunday qilib, to'rtta shartga ega bo'ldik: ikkitasi tayanchlarda va yana ikkitasi uchastkalar chegarasida. Oxirgi chegaraviy shartlardan $C_1 = D_1$ va $C_2 = D_2$ kelib chiqadi. Dastlabki ikki shartdan quyidagilar topiladi:

$$C_1 = D_1 = \frac{F\theta\ell}{6EJ} \left(1 - \frac{\sigma^2}{\ell^2} \right), \quad C_2 = D_2 = 0.$$

Eng katta solqilik hosil bo'ladigan kesimning absissasi $y' = 0$ shartidan topiladi. Birinchi uchastka uchun chiqarilgan y' tenglamasini nolga tenglab, undan x ning qiymatini aniqlaymiz:

$$x = \sqrt{\frac{\ell^2 - \sigma^2}{3}},$$

$$f = y_{\max} = -\frac{F\delta}{6\ell \cdot EJ} \frac{\ell^2 - \delta^2}{3} \sqrt{\frac{\ell^2 - \delta^2}{3}} + \frac{F\delta\ell}{6EJ} \left(1 - \frac{\delta^2}{\ell^2}\right) \sqrt{\frac{\ell^2 - \delta^2}{3}} = \frac{F\delta}{9\sqrt{3}EJ} \frac{(\ell^2 - \delta^2)^{3/2}}{\ell}.$$

Yuqoridagi misoldan ko‘rinadiki, agar ko‘chishlar elastik chiziq differensial tenglamasini bevosita integrallash yo‘li bilan aniqlanadigan bo‘lsa, ko‘p uchastkali balkalarda hisob bir muncha qiyinlashadi. Qiyinchilik differensial tenglamani integrallashda emas, balki integrallash doimiylarini aniqlashda namoyon bo‘ladi. Masalan, balka qo‘yilgan kuchlarga qarab n ta uchastkadan iborat bo‘lsa, differensial tenglamalarni integrallash jarayonida $2n$ ta ixtiyoriy o‘zgarmaslar paydo bo‘ladi. Chegaraviy shartlarga ko‘ra ushbu o‘zgarmaslarni aniqlash uchun $2n$ ta tenglama tuzish mumkin. Uchastkalar soni 2 tadan oshsa, masalani yechish o‘ta qiyinlashadi. Hozirgi paytda integrallash doimiylarini aniqlash jarayonidagi qiyinchiliklarni yengillashtirishga qaratilgan qator usullar yaratilgan. Boshlang‘ich parametrlar usuli ana shunday usullardan biridir.

8.4. Boshlang‘ich parametrlar usuli

Tenglamalarni tuzishda barcha kuchlar yo‘nalishini musbat eguvchi moment uyg‘otadigan qilib tanlaymiz. Noma‘lum ixtiyoriy o‘zgarmaslarning sonini keskin kamaytirish uchun balkaning barcha uchastkalaridagi ixtiyoriy o‘zgarmaslarining teng bo‘lishini ta‘minlash zarur. Bunday tenglikka erishish uchun eguvchi moment, burilish burchagi va solqilikni aniqlaydigan tenglamalarda oldingi uchastkalarda qatnashgan barcha hadlar keyingi uchastkalarda ham takrorlanishi zarur. Bu shartlarni amalga oshirish uchun elastik chiziqning differensial tenglamalarini tuzishda va ularni integrallashda quyidagi qoidalarga amal qilish lozim:

1. Koordinata boshini balkaning chap tomondagi eng oxirgi nuqtada olish zarur.

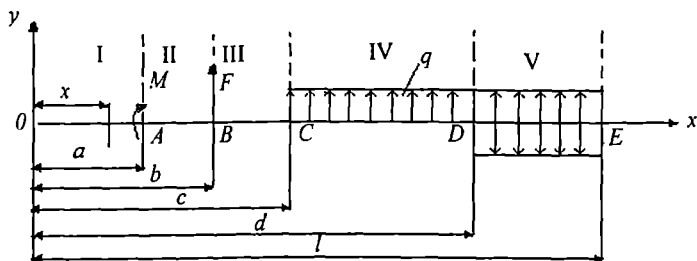
2. Eguvchi moment $M(x)$ tenglamasini tuzishda kesimdan chap tomonda yotgan kuchlardan moment olinadi.

3. Tenglama tarkibida yig‘iq tashqi moment M mavjud bo‘lsa, uni birga teng bo‘lgan ko‘paytuvchi $(x-a)^0$ ga ko‘paytiriladi. Bu yerda a - moment qo‘yilgan nuqtaning absissasi.

4. Agar yoyiq kuch kesimning oxirigacha yetmagan bo‘lsa, uni kesimning oxirigacha yetkaziladi; muvozanatni saqlash uchun qo‘shimcha yukka qarama-qarshi yo‘nalishda «muvozanatlovchi» kuch qo‘yiladi. Keyingi kuchlar chizmada shtrix chiziqlar bilan ko‘rsatiladi.

5. Barcha uchastkalardagi tenglamalarni integrallashda qavslar yopiq holda ishlanadi.

Yuqorida bayon etilgan qoidalarni quyidagi misolda mujassam etamiz. Uzunligi ℓ bo'lgan balkaning bir qismini ko'rib o'tamiz (8.5-rasm).



8.5-rasm.

Balka musbat yo'nalishdagi kuchlar ta'sirida muvozanat holatida tura-di, 0 nuqtasini koordinata boshi deb qabul qilamiz, x o'qini balka o'qi bo'ylab o'ngga, y o'qini tik yuqoriga yo'naltiramiz. Balkaning biz tekshirayotgan qismi 5 uchastkadan iborat. Elastik chiziq tenglamasi har bir uchastka uchun alohida tuziladi.

I uchastka: Birinchi 0A uchastkasida tashqi kuch yo'q, binobarin, elastik chiziq tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \quad EJ \frac{dy}{dx} = C_1, \quad EJ = C_1 x + D_1.$$

II uchastka: AB Bu uchastkada moment M mavjud bo'lgani uchun uchinchi qoidaga amal qilamiz:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x - a)^0$$

Tenglamani integrallashda beshinchi qoidaga amal qilib, qavslarni ochmaymiz:

$$EJ \frac{dy}{dx} = M(x - a) + C_2$$

$$EJ y = M \frac{(x - a)^2}{2} + C_2 x + D_2.$$

III uchastka: BC.

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x - a)^0 + F(x - c),$$

$$EJ \frac{dy}{dx} = M(x-a) + F \frac{(x-\theta)^2}{2} + C_3,$$

$$EJy = M \frac{(x-a)^2}{2} + F \frac{(x-\theta)^3}{6} + C_3x + D_3.$$

IV uchastka: CD.

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = M(x-a)^0 + F(x-\theta) + q \frac{(x-c)^2}{2},$$

$$EJ \frac{dy}{dx} = M(x-a) + F \frac{(x-\theta)^2}{2} + q \frac{(x-c)^3}{6} + C_4,$$

$$EJy = M \frac{(x-a)^2}{2} + F \frac{(x-\theta)^3}{6} + q \frac{(x-c)^4}{24} + C_4x + D_4.$$

V uchastka: DE. Yoyiq kuch V-uchastkagacha yetib bormagan; shuning uchun, to'rtinchi qoidaga muvofiq, integrallash doimiylari tengligini ta'minlash maqsadida yoyiq kuchni V uchastkaning oxirigacha davom ettiramiz, balkani ishlash sharoitini saqlash uchun teskari yo'nalishda yana o'shancha kuch kiritamiz. Qo'shimcha kuchlar rasmda shtrix chiziq bilan ko'rsatilgan.

V uchastka tenglamalari quyidagi yo'sinda yoziladi:

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = M(x-a)^0 + F(x-\theta) + q \frac{(x-c)^2}{2} - q \frac{(x-d)^2}{2},$$

$$EJ \frac{dy}{dx} = M(x-a) + F \frac{(x-\theta)^2}{2} + q \frac{(x-c)^3}{6} - q \frac{(x-d)^3}{6} + C_3,$$

$$EJy = M \frac{(x-a)^2}{2} + F \frac{(x-\theta)^3}{6} + q \frac{(x-c)^4}{24} - q \frac{(x-d)^4}{24} + C_3x + D_3.$$

Integrallash doimiylarining o'zaro tengligini isbotlash uchun ikki qo'shni uchastkaning burilish burchaklari tenglamalarini, masalan, III va IV uchastka tenglamalarini o'zaro tenglaymiz va x ga chegara qiyimatni, ya'ni $x = c$ ni beramiz.

$$M(c-a) + F \frac{(c-\theta)^2}{2} + C_2 = M(c-a) + F \frac{(c-\theta)^2}{2} + q \frac{(c-c)^3}{6} + C_4,$$

bundan $C_3 = C_4$ kelib chiqadi. Qolgan C va D doimiylarining o'zaro tengligi ham shu yo'l bilan isbot qilinadi.

Endi ikki og'iz so'z C va D doimiylarining fizik ma'nosi haqida. Bunga javobni I uchastka uchun tuzilgan elastik chiziq tenglamasidan axtaramiz. Koordinata boshidagi burilish burchagini q_0 , shu kesimdagi solqilikni y_0 deb belgilasak, $x = 0$ bo'lganda burilish burchagi va solqilik uchun I uchastka tenglamasidan

$$EJ\theta_0 = C, \quad EJy_0 = D$$

kelib chiqadi.

Bundan ko'rinadiki, C doimiysi koordinata boshidagi burilish burchagini balka bikrligi EJ ga, D esa koordinata boshidagi solqilikni o'sha bikrlikka ko'paytmasiga teng bo'lgan miqdor ekan.

C va D doimiylarining qiymatini V uchastka uchun tuzilgan burilish burchaklari va solqiliklar tenglamasiga qo'yamiz; uchastkaning tenglamalarida kuchlarning barcha turlari (juft kuch, yig'iq va yoyiq kuchlar) ishtirok etgan.

Burilish burchagi tenglamasi:

$$EJ \frac{dy}{dx} = EJ\theta_0 + M(x-a) + F \frac{(x-b)^2}{2} + q \frac{(x-c)^3}{6} - q \frac{(x-d)^3}{6}.$$

Solqiliklar tenglamasi:

$$EJy = EJy_0 + EJ\theta_0 x + M \frac{(x-a)^2}{2} + F \frac{(x-b)^3}{6} + q \frac{(x-c)^4}{24} - q \frac{(x-d)^4}{24}.$$

Bu tenglamalar umumiy holda quyidagicha ifodalanadi:

$$EJy = EJy_0 + EJ\theta_0 \frac{x}{1!} + \sum M \frac{(x-a)^2}{2!} + \sum F \frac{(x-b)^3}{3!} + \sum q \frac{(x-c)^4}{4!} - \sum q \frac{(x-d)^4}{4!}. \quad (8.9)$$

$$EJ \frac{dy}{dx} = EJ\theta_0 + \sum M \frac{(x-a)}{1!} + \sum F \frac{(x-b)^2}{2!} + \sum q \frac{(x-c)^3}{3!} - \sum q \frac{(x-d)^3}{3!} \quad (8.10)$$

Oxirgi ikki tenglama elastik chiziqning universal tenglamalari deb ataladi.

Eslatib o'tamiz, 8.5-rasmda kuchlar musbat yo'nalishda bo'lsa, (8.9) va (8.10) tenglamalarda ishora teskarisiga o'zgartiriladi.

Solqilik yo'nalishi uning ishorasiga qarab belgilanadi: ishora musbat bo'lsa, solqilik y o'qining musbat o'qi tomon, ya'ni yuqoriga, manfiy bo'lsa – pastga yo'nalgan bo'ladi.

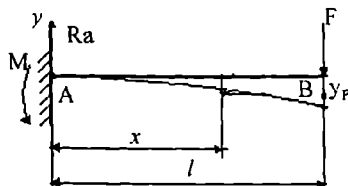
Agar balkaning chap tayanchi sharnirsiz qistirma bo'lsa, noma'lum θ_0 va y_0 lar nolga teng bo'ladi, chunki bunday tayanchda burilish burchagi ham, solqilik ham bo'lmaydi.

Agar konsolsiz yoki bir konsolli balka ikki tayanchga erkin tayangan bo'lsa, u holda faqat θ_0 ning o'zi aniqlanadi, chunki koordinata boshiga to'g'ri kelgan chap tayanchdagi solqilik nolga teng. Bunda noma'lum q_0 o'ng tayanchdagi solqilikning nolga tengligi shartidan topiladi.

Agar balkaning ikki tomonida konsol bo'lib, koordinata boshi konsol uchida bo'lsa, u holda har ikkala noma'lum θ_0 va y_0 ni aniqlashga to'g'ri keladi. Bu noma'lumlarni aniqlashda tayanchlarda solqilikning nolga tengligi shartidan foydalaniladi.

Universal tenglamalarni qo'llashga doir misollarini ko'rib o'tamiz.

8.3-misol. 8.6-rasmda ko'rsatilgan konsol balkaning kuch qo'yilgan uchidagi solqilik va burilish burchagi aniqlansin.



8.6-rasm.

Berilgan balka uchun; $y_0 = 0$; $\theta_0 = 0$; $\theta = 0$, tenglama tarkibiga kesimdan chapda joylashgan tayanch momenti $M = -F\ell$ va reaksiya kuchi $R_a = F$ kiradi:

$$EJy' = -\frac{F\ell x}{1!} + \frac{Fx^2}{2!} = -Fx\left(\ell - \frac{x}{2}\right);$$

$$EJy = -\frac{F\ell x^2}{2!} + \frac{Fx^3}{3!} = -\frac{Fx^2}{2}\left(\ell - \frac{x}{3}\right).$$

Balka uchidagi deformatsiyalar $x = \ell$, bo'lganda quyidagi qiymatlarga ega bo'ladi:

$$y_F = -\frac{F\ell^3}{3EJ}; \quad \theta_F = -\frac{F\ell^2}{2EJ}.$$

8.4-misol. Ikki tayanchli tekis yoyliq kuch bilan yuklangan balkaning o'rtasidagi solqiligi aniqlansin (8.3-rasm).

Bu holda $y_0 = 0$, θ_0 esa $x = \ell$ bo'lganda $y = 0$ shartidan topiladi.

Solqilik tenglamasi

$$EJy = EJy + \frac{q\ell}{2} \cdot \frac{x^3}{3!} - \frac{qx^4}{4!}$$

ko'rinishga ega. $x = \ell$ bo'lganda $EJ \cdot 0 = EJ\theta_0 \cdot \ell + \frac{q\ell}{2} \cdot \frac{\ell^2}{6} - \frac{q\ell^4}{24}$,
 $\theta_0 = -\frac{q\ell^3}{24}$ bo'ladi. Topilgan q_0 ning qiymatini solqiliklar teglamlasiga qo'yamiz:

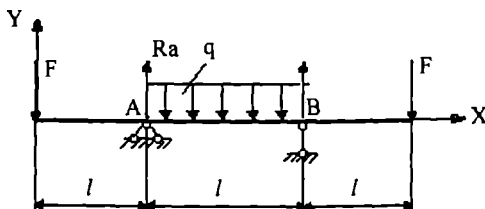
$$EJy = EJ\theta_0 \frac{x}{1 \cdot 1} + \frac{q\ell \cdot x^3}{12} - \frac{qx^4}{24};$$

$$EJy = EJ + \left(\frac{q\ell^3}{24EJ} \right) x + \frac{q\ell \cdot x^3}{12} - \frac{qx^4}{24}.$$

Oxirgi tenglamada $x = \frac{\ell}{2}$ deb olinsa, balkaning o'rtasidagi solqilik ke-
 lib chiqadi:

$$EJy = \frac{q\ell^4}{48} + \frac{q\ell^4}{96} - \frac{q\ell^4}{384}; \quad y = -\frac{5}{384} \cdot \frac{q\ell^4}{EJ}.$$

8.5-misol. 8.7-rasmدا tasvirlangan balkaning ikki uchi va o'rtasidagi solqilik aniqlansin. Yoyiq kuchning intensivligi $q = \frac{2F}{\ell}$.



8.7-rasm.

Balkaning tayanch reaksiyalari $R_a = R_b = 2F$. Koordinatalar boshini, har galidek, balkaning chap uchida deb olamiz. Koordinatalar boshida $\theta_0 \neq 0$ va $y_0 \neq 0$; demak solqiliklarni aniqlashdan ilgari, universal tenglama (8.10) tarkibiga kiradigan, $EJ\theta_0$ va EJy_0 larni topib olishimiz kerak bo'ladi. Bu noma'lumlarni topish uchun tayanchlarda solqiliklarni nolga teng bo'lishi shartidan foydalanib ikkita tenglama tuzamiz. A tayanchida solqilik nolga teng:

$$0 = EJy_0 + EJ\theta_0 - F \frac{\ell^3}{6}.$$

B tayanchdagi solqilik nolga teng:

$$0 = EJy_0 + EJ\theta_0 2\ell - F \frac{(2\ell)^3}{6} + 2F \frac{\ell^3}{6} - \frac{2F}{\ell} \cdot \frac{\ell^4}{24}$$

Bu ikki tenglamalar sistemasini yechamiz:

$$EJy_0 + EJ\theta_0\ell - F\frac{\ell^3}{6} = 0, \quad (a)$$

$$EJy_0 + 2EJ\theta_0\ell - \frac{13}{12}F\ell^3 = 0. \quad (b)$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamani ayirib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$EJ\theta_0\ell - \frac{11}{12}F\ell^3 = 0, \text{ bundan } EJ\theta_0 = \frac{11}{12}F\ell^2 \text{ kelib chiqadi.}$$

Topilgan qiymatini (a) tenglamaga qo'yib, ikkinchi noma'lumni topamiz:

$$EJy_0 = \frac{1}{6}F\ell^3 - \frac{11}{12}F\ell^3 = -\frac{3}{4}F\ell^3$$

Endi universal tenglamadan balkaning o'rtasidagi, ya'ni $x = \frac{3}{2}\ell$ nuqtadagi solqilikni aniqlaymiz:

$$EJy_0 = -\frac{3}{4}F\ell^3 + \frac{11}{12}F\ell^2 \cdot \frac{3}{2}\ell - F\frac{\left(\frac{3}{2}\ell\right)^3}{6} + 2F\frac{\left(\frac{3}{2}\ell - \ell\right)^3}{6} - \frac{2F\left(\frac{3}{2}\ell - \ell\right)^4}{\ell \cdot 24},$$

$$\text{yoki } y = \frac{19F\ell^3}{192EJ}.$$

Xulosa. Mazkur bobda balkalarning solqiligi va burilish burchagi tushunchalari bilan tanishdik. Balka egilgan o'qining differensial tenglamasini tuzish va uni integrallashni o'rgandik. Bobga boshlang'ich parametrlar usuli bilan yakun yasadik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Egilgan balka o'qining differensial tenglamasi qanday yoziladi?
2. Differensial tenglamalarning ishoralari qanday qabul qilinadi?
3. Differensial tenglamani integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmlar qanday topiladi?
4. Balkalar uchun asosan necha xil chegara sharti bor?
5. Universal tenglama qanday yoziladi?
6. Universal tenglamaning boshlang'ich parametrlari qanday aniqlanadi?

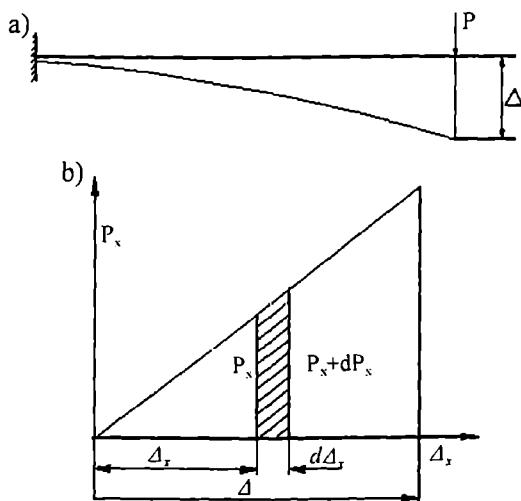
IX BOB

KO'CHISHLARNI ANIQLASHNING UMUMIY USULLARI

Mavzu mazmuni. Avvalgi boblarda oddiy balkalarning ko'chishlarini aniqlashga doir ba'zi xususiy hollarni ko'rib o'tdik. Mazkur bobda ko'chishlarni aniqlashning kengroq, umumiyroq usullari bilan, shuningdek, elastik sistemalarga oid umumiy teoremlar bilan tanishamiz.

9.1. Ko'chishlar va ishlar haqida tushuncha

Statik noaniq sistemalarni hisoblashda muvozanat tenglamalaridan tashqari ko'chishlar tenglamalarini tuzishga va yechishga to'g'ri keladi. Bunday tenglamalarni tuzish uchun avvalo inshootlarning deformatsiyalarini aniqlashni bilish zarur. Ko'chishlarni aniqlash masalasi faqat statik noaniq sistemalgagina taalluqli bo'lib qolmay, balki statik aniq sistemalarga ham aloqadordir. Statik aniq sistemalardan tashkil topgan qurilish konstruksiyalarining deformatsiyasi me'yordan ortib ketmasligi zarur. Bu masala ham ko'chishlar orqali hal etiladi. Shunday qilib, ko'chishlarni aniqlash masalasi materiallar qarshiligining muhim masalalaridan biri hisoblanadi.



9.1-rasm.

Biror nuqtaning ko'chishi deganda, inshootning deformatsiyasi jarayonida uning (nuqtaning) koordinatalarining o'zgarishi tushuniladi. Ko'chishlarni biz Guk qonuni chegarasida aniqlaymiz, ya'ni ko'chishi aniqlanayotgan kesimning kuchlanishlari proporsionallik chegarasida yotadi, deb faraz etamiz.

Ko'chishlarni aniqlashda kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasi amal qiladi. Bu qoidaga ko'ra bir necha kuchlarning bir yo'la

qo'yilgandagi natijasi har bir kuchni alohida qo'yilgandagi natijalar yig'indisiga teng bo'ladi.

Tashqi kuchlar ishi. Ko'chishlarni aniqlashning umumiy usuli tashqi kuchlar ishi nazariyasiga asoslanadi, ya'ni ishlar orqali ko'chishlarni aniqlasa bo'ladi.

Elastik sistemaga asta-sekin (statik ravishda) qo'yilgan tashqi kuch P ning bajargan ishini aniqlaymiz (9.1-rasm, *a*). Deformatsiyaning kichik miqdorlarida elastik sistemaga kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasini qo'llash mumkin, binobarin, alohida nuqtalarning ko'chishlari ularni vujudga keltiruvchi kuchlarga to'g'ri proporsional bo'ladi. Guk qonuniga ko'ra bu bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta = \alpha P$$

Bu yerda Δ – ta'sir etuvchi kuch P yo'nalishidagi ko'chish;

α —proporsionallik koeffitsienti bo'lib, inshootning materiali, tarhi va o'lchamlariga bog'liq miqdordir.

P kuchining oraliq qiymatini P_x , unga mos bo'lgan ko'chishni Δ_x deb belgilaymiz, (9.1-rasm, *b*).

P kuchini cheksiz kichik miqdor dP_x ga orttiramiz. Natijada ko'chish ham $d\Delta_x$ masofaga ortadi. Bunda tashqi kuch quyidagi elementar ishni bajaradi:

$$(dA) = (P_x + dP_x) d\Delta_x = P_x d\Delta_x$$

Tashqi kuch bajargan to'liq ish bu ifodani integrallash yo'li bilan aniqlanadi.

$$A = \int_0^P P_x d\Delta_x$$

Guk qonuniga binoan $d\Delta_x = \alpha dP_x$ ekanligini hisobga olsak,

$$A = \int_0^P \alpha P_x dP_x = \frac{\alpha P^2}{2} = \frac{1}{2} P \Delta$$

kelib chiqadi.

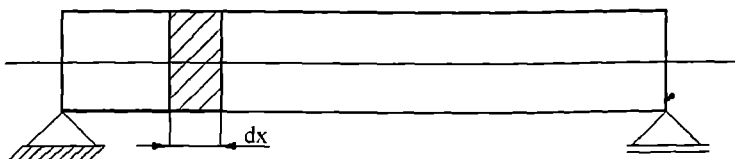
Demak, tashqi kuchlar (P) bajargan haqiqiy ish kuch bilan shu kuch vujudga keltirgan ko'chishning ko'paytmasini yarmiga teng ekan. Bu Klapeyron teoremasi deb ataladi. Agar inshootga bir necha kuchlar $P_1, P_2, \dots, P_n$ qo'yilgan bo'lsa, tashqi kuchlar bajargan to'liq ish quyidagicha bo'ladi:

$$A = \frac{1}{2} \sum P_i \Delta_i$$

Tashqi kuchlarning bu ishi inshootda potensial energiya tarzida to'planadi.

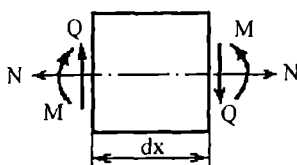
Garchi Klapeyron teoremasi birgina kuch misolida berilgan bo'lsa-da, aslida uning qo'llanish chegarasi juda keng. Tashqi kuch deganda birgina yirik kuch emas, balki turli kuchlar sistemasi tushuniladi. Ko'chishlar ham faqat chiziqli emas, balki burchakli bo'lishi ham mumkin. Xulosa qilib aytganda, kuch deganda elastik sistemaga ta'sir etuvchi har qanday kuchlar majmuasi tushuniladi va «umumlashgan kuch» deb ataladi. Bu kuch ta'sirida vujudga kelgan ko'chish «umumlashgan ko'chish» deb yuritiladi.

Ichki kuchlar ishi. Ko'chishlarning vujudga kelishida tashqi kuchlar bajargan ishni ichki kuchlar orqali ifoda etsa ham bo'ladi. Ichki kuchlar deganda konstruktsiya elementlarida vujudga keladigan eguvchi moment, M , ko'ndalang kuch Q va bo'ylama kuch N tushuniladi.



9.2-rasm.

Balkadan (9.2-rasm) cheksiz kichik dx elementini ajratib o'lamiz (9.3-rasm). Ajratilgan elementga M , Q va N kuchlari ta'sir etadi.



9.3-rasm.

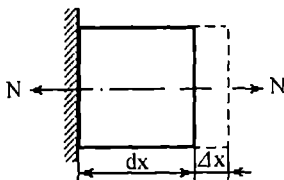
Bu kuchlar butun sterjenga nisbatan ichki kuch, ajratilgan elementga nisbatan esa tashqi kuch deb qaraladi. Bularning har birini dx elementiga bo'lgan ta'sirini alohida ravishda ko'rib o'tamiz.

Eng avval ajratilgan elementga bo'ylama kuch N ning ta'siri bilan tanishamiz (9.4-rasm). Elementning chap tomondagi kesimi qo'zg'almas deb faraz etsak, bo'ylama kuch ta'sirida elementning o'ng tomondagi kesimi

$$\Delta x = N dx / EA$$

masofaga ko'chadi. Bu yerda EA — sterjen ko'ndalang kesimining siqilish yoki cho'zilishdagi bikrligidir.

$\Delta\varphi$ burchakli ko'chishning vujudga kelishi-da asta ortib boruvchi eguvchi moment quyidagi miqdorda ish bajaradi (9.5-rasm):



9.4-rasm.

$$dA_M = \frac{1}{2} M \Delta_\varphi = M \frac{M dx}{2EJ}$$

Nihoyat ajratilgan elementga ko'ndalang kuch Q ning ta'sirini ko'rib o'tamiz (9.6-rasm). Agar elementning chap kesimini mahkamlangan deb qarash, ko'ndalang kuch ta'sirida uning o'ng tomondagi kesimi

$$\Delta_y = \eta Q dx / GA$$

masofaga siljiydi. Bu yerda GA – kesimning siljishdagi birligi. Δ_y siljishning vujudga kelishida asta ortib boruvchi ko'ndalang kuch quyidagi miqdorda ish bajaradi:

$$\eta = \frac{A}{J^2} \int \frac{S^2}{b^2} dA.$$

Bu yerda η – sterjenning ko'ndalang kesimi shakliga bog'liq koeffitsient bo'lib, quyidagi formuladan topiladi:

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun

$\eta = 1, 2$. Aylana uchun $\eta = 10/9$.

Ajratilgan dx elementga uchala kuch (N , M , Q) bir vaqtning o'zida ta'sir etsa, to'liq ish quyidagicha topiladi:

$$dA = dA_N + dA_M + dA_Q = \frac{1}{2} \left(N \frac{N dx}{EA} + M \frac{M dx}{EJ} + Q \frac{Q dx}{GA} \eta \right).$$

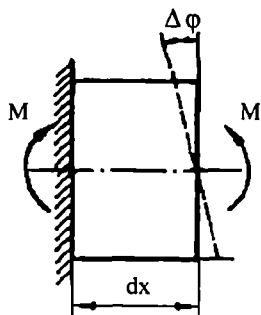
Sterjenlarning barcha uchastkalari bo'yicha bajarilgan to'liq ishni aniqlash uchun yuqoridagi ifodani integrallaymiz:

$$A = \frac{1}{2} \left(\sum_0^l \int_0^l M \frac{M dx}{EJ} + \sum_0^l \int_0^l N \frac{N dx}{EA} + \sum_0^l \int_0^l Q \frac{Q dx}{GA} \eta \right) \quad (9.1)$$

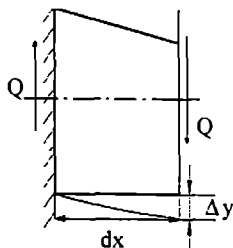
yoki

$$A = \sum_0^l \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum_0^l \int_0^l \frac{N^2 dx}{2EA} + \sum_0^l \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2GA} \eta \quad (9.2)$$

Shunday qilib, ko'chishlarning vujudga kelishida tashqi kuchlar bajargan ishni ichki kuchlar orqali ifoda etdik.



9.5-rasm.



9.6-rasm.

Elastik sistemalarda tashqi kuchlar bajargan ish deformatsiyaning potensial energiyasi sifatida to'planadi. Har qanday elastik jism tashqi kuchlar vujudga keltirgan energiyani o'zida jamlash xususiyatiga ega. Jismni yukdan bo'shatish jarayonida potensial energiya ish bajaradi. Mana shu ishni jismdagi ichki kuchlar (M , Q , N) bajaradi. Energiyaning saqlanish qonuniga binoan tashqi kuchlar bajargan ish sistema deformatsiyasining potensial energiyasiga (demak, ichki kuchlar bajargan isha) teng bo'ladi.

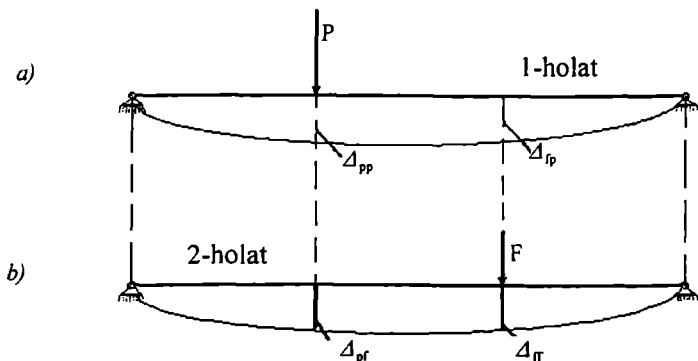
9.2. Ishlar va ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teoremlar

Ikki xil kuch ta'sirida muvozanatda bo'lgan elastik sistemaning ikki holatini ko'rib o'tamiz. Birinchi holatda sistemaga P kuchi, ikkinchi holatda F kuchi ta'sir etadi deylik (9.7-rasm).

Sistemaning ko'chishlarini Δ_{pf} tarzida belgilaymiz. Bunda birinchi indeks ko'chayotgan nuqta va uning yo'nalishini, ikkinchi indeks esa ko'chishni vujudga keltirayotgan sababni anglatadi. O'qilishi bunday: P kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch (ya'ni P kuchi) yo'nalishida F kuchi ta'sirida vujudga kelgan ko'chish.

Δ_{pp} – P kuchi yo'nalishida shu kuch ta'sirida vujudga kelgan *ko'chish* deylik. Bu ko'chishning vujudga kelishida P kuchi bajargan ish A_{pp} bo'lsin. Xuddi shuningdek, Δ_{ff} ko'chishning vujudga kelishida F kuchi bajargan ishni A_{ff} deb belgilaylik. Agar har ikkala kuch balkaga statik ta'sir etsa, bu kuchlar bajargan ish quyidagi formuladan topiladi:

$$A_{pp} = \frac{1}{2} P \Delta_{pp} \text{ va } A_{ff} = \frac{1}{2} F \Delta_{ff}.$$



9.7-rasm.

Agar har ikkala ishni ichki kuchlar orqali ifodalasak

$$A_{pp} = \sum \int_0^l \frac{M_p^2 dx}{2EJ} + \sum \int_0^l \frac{N_p^2 dx}{2EA} + \sum \int_0^l \frac{Q_p^2 dx}{2GA} \eta;$$

$$A_{ff} = \sum \int_0^l \frac{M_f^2 dx}{2EJ} + \sum \int_0^l \frac{N_f^2 dx}{2EA} + \sum \int_0^l \frac{Q_f^2 dx}{2GA} \eta$$

kelib chiqadi.

Endi o'sha (9.7-rasm) sistemaga P va F kuchlarining oldinma-keyin qo'yilish jarayonini ko'rib o'taylik.

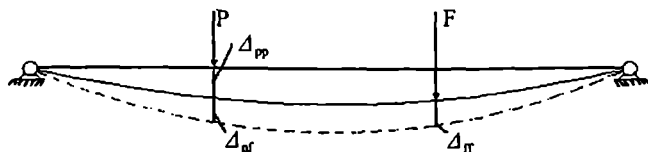
Avval sistemaga statik ortib boruvchi P kuchi qo'yiladi, deylik (9.8-rasm). P kuchi o'zining tugal qiymatiga erishganda, sistemada 9.7-rasm, a da ko'rsatilgandek vaziyat vujudga keladi, ya'ni P kuchi ostida Δ_{pp} ko'chish hosil bo'ladi. Bu ko'chishning vujudga kelishida P kuchi $A_{pp} = P\Delta_{pp}/2$ ga teng bo'lgan ish bajaradi. Shundan so'ng solqi sistemaga F kuchi qo'yiladi. Bu kuch ta'sirida sistema solqilanishda davom etib, 9.7-rasm, b da ko'rsatilgan vaziyat vujudga keladi. Bunda P kuchi ostida Δ_{pf} ga teng bo'lgan qo'shimcha solqilik hosil bo'ladi. F kuchining qiymati noldan o'zining tugal qiymatiga qadar ortib borganda, P kuchining qiymati o'zgarmasdan, $A_{pf} = P\Delta_{pf}$ ga teng bo'lgan qo'shimcha ish bajaradi. F kuchining o'zi esa $A_{ff} = F\Delta_{ff}/2$ miqdorida ish bajaradi.

Shunday qilib, sistemaga ketma-ket ravishda P va F kuchlari qo'yilsa, ularning bajargan to'liq ishi

$$A = A_{pp} + A_{pf} + A_{ff} = \frac{1}{2}P\Delta_{pp} + P\Delta_{pf} + \frac{1}{2}F\Delta_{ff} \quad (a)$$

ga teng bo'ladi.

Agar kuchlarning qo'yilish tartibini o'zgartirsak, ya'ni avval F va so'ngra P kuchlarini qo'ysak, u holda to'liq ish quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:



9.8-rasm.

$$A = \frac{1}{2}F\Delta_{ff} + F\Delta_{fp} + \frac{1}{2}P\Delta_{pp} \quad (b)$$

Biroq kuchlarning qo'yilish tartibi o'zgarishi bilan bajarilgan to'liq ishning miqdori o'zgarmaydi. Shunga ko'ra (a) va (b) ifodalarni tenglashtirib, quyidagi hulosaga ega bo'lamiz:

$$P\Delta_{pf} = F\Delta_{fp}$$

Bu yerda $P\Delta_{pf}$ birinchi holatdagi P kuchining shu yo'nalishda, ikkinchi holatdagi F kuchidan hosil bo'lgan ko'chishning vujudga kelishida bajarilgan ishidir. $F\Delta_{fp}$ esa ikkinchi holatdagi F kuchining shu kuch yo'nalishida, birinchi holatdagi P kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishning vujudga kelishida bajarilgan ishidir (9.7-rasm).

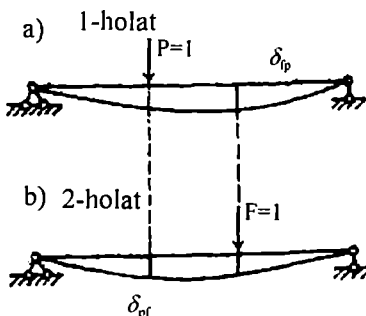
Shunday qilib, birinchi holatdagi kuchlarning shu kuchlar yo'nalishida ikkinchi holat kuchlari ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarning vujudga kelishida bajarilgan ishi ikkinchi holatdagi kuchlarning shu kuchlar yo'nalishida birinchi holat kuchlari ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarning vujudga kelishida bajarilgan ishiga tengdir.

Bu hulosani ishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teorema yoki uning muallifi Italiya olimi Enriko Betti (1823–1892) teoremasi nomi bilan mashhurdir:

Endi ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teorema bilan tanishib chiqamiz.

Buning uchun yana balkaning ikki holatini ko'rib o'tamiz. Birinchi holatda balkaga $P=1$ kuchi, ikkinchi holatda esa $F=1$ kuchi qo'yilgan (9.9-rasm).

Balkaga qo'yilgan kuchlarning qiymati birga teng bo'lganligi sababli balkaning holatini **b i r l i k h o l a t** deb aytamiz.



9.9-rasm.

Birlik kuch ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlar δ harfi bilan, birdan farqli kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar esa, Δ harfi bilan belgilanadi. Shunga binoan birinchi holatdagi ko'chishni δ_{fp} ikkinchi holatdagi ko'chishni esa δ_{pf} tarzida belgiladik. Har ikkalasi ham birlik kuchlardan hosil bo'lgan birlik ko'chishlardir.

Bu ikki holat uchun Betti teoremasi quyidagicha yoziladi:

$$P\delta_{pf} = F\delta_{fp}$$

Agar $P=F=1$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$\delta_{pf} = \delta_{fp} \text{ kelib chiqadi.} \quad (9.5)$$

Bu tenglik ko'chishlarning o'zaro bog'lanishi haqidagi teorema yoki Maksvell teoremasi deb ataladi.

Mazkur tenglik $P=F \neq 1$ bo'lganda ham o'z kuchini saqlaydi va quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta_{pf} = \Delta_{fp}. \quad (9.6)$$

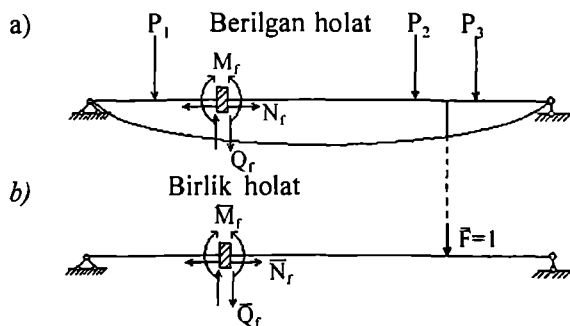
9.3. Ko'chishlarni aniqlash uchun Mor formulasi va Vereshchagin usuli

Ko'chishlarni aniqlaydigan formulani keltirib chiqarishda bevosita ishlar uchun chiqarilgan formulalardan foydalanamiz.

Biror elastik sistemaning, masalan, balkaning ikki holatini ko'rib chiqamiz. Birinchi, ya'ni berilgan holatda balkaga istalgancha kuchlar qo'yilishi mumkin (9.10-rasm, a). Ikkinchi holatda balkaga birlik kuch $\bar{F} = 1$ qo'yiladi (9.10-rasm, b).

Berilgan kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan Δ_{fp} ko'chishning vujudga kelishida ikkinchi holatdagi $\bar{F} = 1$ kuchi quyidagi ishni bajaradi:

$$A_{fp} = F \Delta_{fp} = 1 \Delta_{fp} = \Delta_{fp}$$



9.10-rasm.

A_{fp} ni ichki kuchlar orqali ifoda etsak,

$$\Delta_{fp} = A_{fp} = \sum_0^l \bar{M}_f \frac{M_p dx}{EJ} + \sum_0^l \bar{N}_f \frac{N_p dx}{EA} + \sum_0^l \bar{Q}_f \frac{Q_p dx}{GA} \eta \quad (9.7)$$

ko'rinishdagi ko'chishlarni aniqlash formulasiga, ya'ni Mor formulasiga ega bo'lamiz.

Bu yerda M_p , N_p va Q_p – berilgan kuchlardan hosil bo'lgan, $\overline{M}_f$, $\overline{N}_f$ va $\overline{Q}_f$ – birlik kuchdan hosil bo'lgan ichki kuchlardir.

Birlik kuch odatda ko'chishi aniqlanayotgan nuqtaga qo'yiladi. Agar chiziqli ko'chish (masalan, biror nuqtaning solqiligi) aniqlanadigan bo'lsa, birlik kuch sifatida o'lchamsiz yig'iq kuch qabul qilinadi, agar burchakli ko'chish (masalan, biror kesimning og'ish burchagi) aniqlanadigan bo'lsa, birlik kuch sifatida o'lchamsiz yig'iq moment qabul qilinadi. Har ikkala holda ham birlik kuch ko'chishi izlanayotgan nuqtaga qo'yiladi.

Balka va ramalarning ko'chishlarini aniqlashda bo'ylama va ko'ndalang kuchlar ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'ladi:

$$\Delta_{pf} = \sum \int_0^l \frac{\overline{M}_f M_p}{EJ} dx \quad (9.8)$$

Oddiy arkalarining ko'chishlarini aniqlashda eguvchi moment bilan bo'ylama kuchning ta'siri e'tiborga olinsa kifoya.

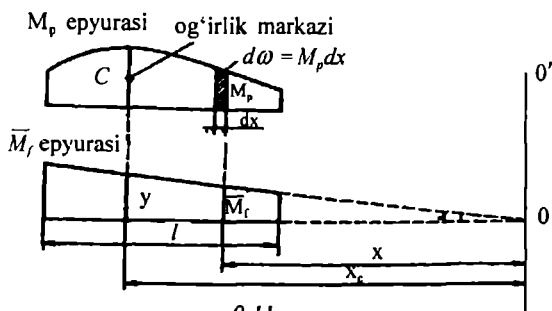
$$\Delta_{fp} = \sum \int_0^l \frac{\overline{M}_f M_p}{EJ} dx + \sum \int_0^l \frac{\overline{N} \cdot N_p}{EA} dx \quad (9.9)$$

Fermalarning ko'chishlarini aniqlashda faqat bo'ylama kuchlarning ta'siri e'tiborga olinadi.

$$\Delta_{fp} = \sum \int_0^l \frac{\overline{N}_f N_p}{EA} dx \quad (9.10)$$

Vereshchagin usuli. Ma'lumki, balka va ramalarning ko'chishlarini aniqlashda Mor formulasining birinchi hadidan foydalaniladi (9.8):

$$\Delta_{fp} = \int_0^l \frac{\overline{M}_f M_p}{EJ} dx \quad (a).$$



9.11-rasm.

Integral chegarasida kesim o'zgaras bo'lsa, egilishdagi birlilikni integraldan tashqariga chiqarish mumkin

$$\Delta_{sp} = \frac{1}{EF} \int_0^l \overline{M}_f M_p dx \quad (b).$$

Bu yerda M_p va $\overline{M}_p$ – berilgan va birlik kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi momentlar (9.11-rasm). Ko'pincha ikki epyuraning biri to'g'ri chiziqli bo'ladi. Bunday hollarda $\int_0^l \overline{M}_f M_p dx$ integrali osongina yechiladi; aniqrog'i mazkur integralni integralsiz ifoda bilan almashtirish imkoni tug'iladi.

Shakldan (9.11-rasm):

$$\overline{M}_f = x \operatorname{tg} \alpha \quad \text{va} \quad d\omega = M_p dx$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\int_0^l \overline{M}_f M_p dx = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l x M_p dx = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l x d\omega$$

kelib chiqadi.

Bu yerda $\int_0^l x d\omega$ integrali M_p epyurasining yuzasi ω_p dan $0 - 0'$ o'qiga nisbatan olingan statik momentdir, ya'ni

$$\int_0^l x d\omega = \omega_p \cdot x_c.$$

O'miga qo'yamiz

$$\int_0^l \overline{M}_f M_p dx = x_c \operatorname{tg} \alpha \cdot \omega_p;$$

biroq $x_c \operatorname{tg} \alpha = y_c$ ekanligini nazarda tutsak,

$$\int_0^l \overline{M}_f M_p dx = \omega_p y_c \quad (b)$$

kelib chiqadi, natijada integral funksiya integralsiz ifoda bilan almashadi.

(v) ifodasini (b) ga qo'ysak, quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\Delta_{fp} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_p y_c \quad (g)$$

Bu yerda ω_p – eguvchi momentlar epyurasining yuzasi;

y_c – birinchi epyuraning og'irlik markaziga mos kelgan ikkinchi epyuradagi ordinata.

Ko'chishlarni aniqlashning bu usulini 1925-yilda Moskva temir yo'llar transporti muhandislari institutining tolibi A.N. Vereshchagin taklif etgan.

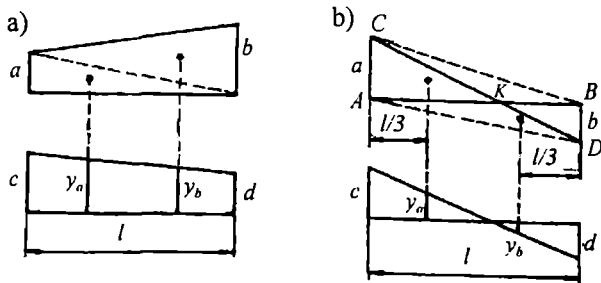
(g) dan ko'rinadiki, har ikkala epyura o'qning bir tomonida joylashsa, ko'chishning ishorasi musbat, o'qning turli tomonlarida joylashsa, ishora manfiy bo'ladi. Shuni ham qayd etish lozimki, y_c ordinatasi albatta to'g'ri chiziqli epyuradan olinishi zarur. Agar har ikkala epyura to'g'ri chiziqli bo'lsa, u holda ordinatani qaysi epyuradan olinishining farqi yo'q.

Trapetsiya shaklli ikki epyura ko'paytiriladigan bo'lsa, ulardan birining og'irlik markazini topish o'rniga trapetsiyalardan birini ikkita uchburchakka ajratgan qulay. Bunda ajratilgan uchburchaklardan yuza olinib, trapetsiyadan shu uchburchaklarning og'irlik markazlariga mos bo'lgan ordinatalar olinadi (9.12- rasm, a). Bu hol uchun tayyor formula bor:

$$\frac{al}{2} y_c + \frac{bl}{2} y_b = \frac{l}{b} (2ac + 2bd + ad + bc) .$$

Qavs ichida quyidagi miqdorlarning yig'indisi berilgan: epyuralar chap ordinatalari ko'paytmasining ikkilangani, o'ng ordinatalar ko'paytmasining ikkilangani, birinchi epyura chap ordinatasini ikkinchi epyura o'ng ordinatasiga ko'paytmasi, shuningdek birinchi epyura o'ng ordinatasini ikkinchi epyura chap ordinatasiga ko'paytmasi.

Ko'paytiriladigan epyuralardan biri yoki har ikkalasi turli ishorali uchburchaklardan tashkil topsa, yana yuqoridagi usuldan foydalanilsa bo'ladi (9.12-rasm b). Buning uchun epyuralardan birini ABC va ABD uchburchaklariga to'ldiramiz. Hosil bo'lgan CBK va AKD uchburchaklarining ordinatalari teng va ishoralari qarama-qarshi bo'lganligi uchun hisob natijalariga ta'sir etmaydi.



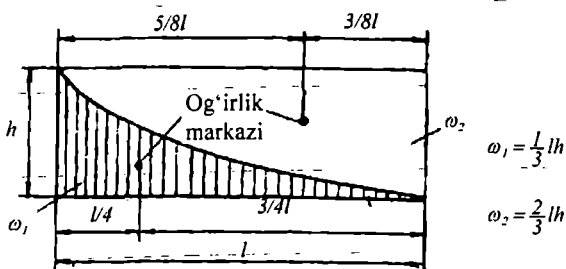
9.12-rasm.

Epyuralar ko'paytmasi (9.12-rasm, b) quyidagi formuladan topiladi:

$$\frac{al}{2} y_a + \left(-\frac{bl}{2}\right)(-y_b) = \frac{al}{2} y_a + \frac{bl}{2} y_b.$$

Ko'chishlarni Vereshchagin usulida aniqlaganda, turli shakllarning yuzalari va og'irlik markazlarini topishga to'g'ri keladi.

Oddiy geometrik shakllarning yuza va og'irlik markazlarini aniqlash o'quvchiga o'rta maktabdan ma'lum. 9.13-rasmda parabolik epyuraning yuzasi va og'irlik markazlari berilgan.



9.13-rasm.

Vereshchagin usulini bikrligi o'zgarmas bo'lgan balka va ramalarda qo'llash maqsadga muvofiqdir. Agar bikrlilik elementning uzunligi bo'ylab o'zgaruvchan bo'lsa, u holda EJ ni integraldan tashqariga chiqarib bo'lmaydi, shu sababli Vereshchagin formulasidan foydalanib bo'lmaydi. Bunday hol-larda ko'chishlar Mor integralini bevosita yechish yo'li bilan aniqlanadi.

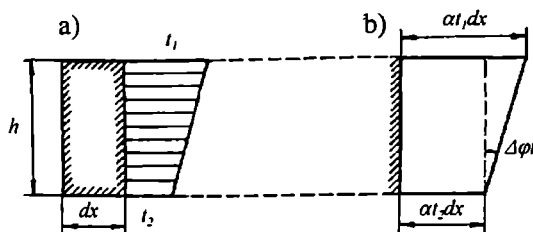
9.4. Haroratning o'zgarishidan va tayanchlarning cho'kishidan hosil bo'ladigan ko'chishlar

Statik aniq sistemalarda haroratning o'zgarishi sterjenda ko'chishlar paydo bo'lishiga olib keladi. Masalan, harorat ta'sirida sterjen uzayishi, qisqarishi va qiyshayishi mumkin. Haroratning o'zgarishi statik aniq siste-malarda qo'shimcha zo'riqishlar paydo qilmaydi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan Mor formulasini (9.7) harorat ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarni aniqlash masalasiga tatbiq etamiz.

Harorat ta'sirida bo'lgan inshootdan biror dx bo'lakchani ajratib olay-lik. Bo'lakchanning ustki tolalarining harorati t_1 , pastki tolalarining harorati esa t_2 bo'lsin. Harorat bo'lakchanning ko'ndalang kesimida bir tekisda to'g'ri chiziq qonuni bo'yicha tarqalgan, deylik (9.14-rasm, a).

Harorat ta'siridagi chiziqli kengayish koeffitsienti α bo'lsa, bo'lakchanning ustki tolasi $\alpha t_1 dx$ ga, pastki tolasi esa $\alpha t_2 dx$ masofaga uzayadi (9.14-rasm, b).



9.14-rasm.

Agar kesim gorizontal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lsa, u holda bo'lakchanning harorat ta'sirida o'rtacha uzayishi

$$\Delta_{xt} = \frac{\alpha(t_1 + t_2)}{2} dx$$

bo'ladi. Bo'lakchanning ko'ndalang kesimlari bir-biriga nisbatan

$$\Delta_{xt} = \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{h} dx$$

burchakka og'adi.

Harorat ta'sirida siljish deformatsiyasi ro'y bermaydi.

Bularni e'tiborga olsak, Mor formulasi (9.7) quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\Delta_{pt} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \int_0^l \overline{M}_p dx + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \int_0^l \overline{N}_p dx \quad (9.11)$$

Arar sterjenlarning ko'ndalang kesimlari o'zgarmas bo'lsa, integrallar birlik epyuralarining yuzalari sifatida hisoblab topilishi mumkin, u holda harorat ta'sirida vujudga kelgan ko'chishlarni aniqlash formulasi, quyidagi sodda ko'rinishni oladi:

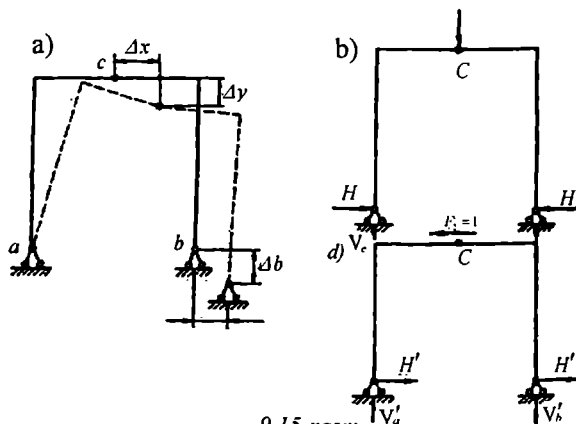
$$\Delta_{pt} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \omega_{\overline{M}} + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \omega_{\overline{N}} \quad (9.12)$$

Bu yerda $\omega_{\overline{M}}$ va $\omega_{\overline{N}}$ – birlik epyuralar $\overline{M}$ va $\overline{N}$ ning yuzalari.

(9.12) formula tarkibidagi hadlarning ishorasi deformatsiyaning yo'nalishiga bog'liq: agar harorat ta'sirida vujudga kelgan ko'chishning yo'nalishi birlik kuch ta'sirida vujudga kelgan ko'chish yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, ishora musbat, aks holda manfiy olinadi.

Tayanchlarning cho'kishidan hosil bo'ladigan ko'chishlar. Statik aniq sistemalarda tayanchlarning cho'kishi inshootda qo'shimcha zo'riqishlar paydo qilmaydi. Tayanchlarning ko'chishi esa tuproqning o'tirishi, suv bosishi yoki siljishi singari turli sabablar ta'sirida ro'y berishi mumkin.

Misol tariqasida 9.15-rasmda tasvirlangan uch sharnirli ramani ko'rib o'tamiz. Ramaning B tayanchi cho'kdi deb faraz etaylik. Cho'kishning vertikal Δ_b va gorizontal Δ_u tashkil etuvchilari ma'lum deb qaraylik. O'rtadagi C shamirining holatini aniqlash talab etiladi (9.15-rasm, a).



9.15-rasm.

Shamirning vertikal ko'chishini Mor formulasi bo'yicha aniqlash uchun C nuqtasiga vertikal yo'nalishda birlik kuch $F_1 = 1$ ni qo'yamiz. (9.15-rasm, b).

Birlik holat kuchlarining haqiqiy holat ko'chishlarini vujudga kelishida bajarishi mumkin bo'lgan ishlari yig'indisi quyidagicha ifodalanadi:

$$1\Delta_y - V_b\Delta_b - H\Delta_u = 0.$$

Bu tenglamadan izlanayotgan ko'chish aniqlanadi

$$\Delta_y = V_b\Delta_b + H\Delta_u.$$

Demak, mazkur ko'chish tayanchlarning cho'kishiga bevosita bog'liq ekan.

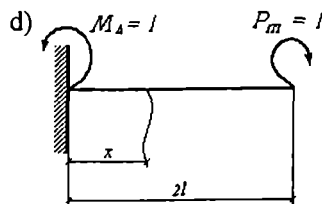
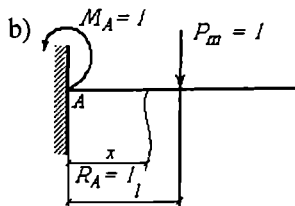
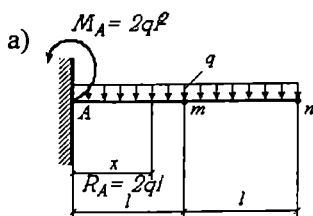
Gorizontal ko'chish Δ_x ni aniqlash uchun S shamiriga $F_2 = 1$ kuchini qo'yamiz (9.15-rasm, b). Mor teoremasi asosida quyidagi ishlar tenglamasini tuzamiz:

$$1\Delta - V'_a\Delta_b + H'\Delta_u = 0;$$

bu yerdan

$$\Delta_x = -V'_a\Delta_b - H'\Delta_u$$

kelib chiqadi.



9.16-rasm.

Quyidagi ko'chishlarni aniqlashga doir misollar ko'rib o'tamiz.

1-misol. Balkaning m kesimidagi chiziqli ko'chish va n kesimidagi burchakli ko'chish Mor formulasi yordamida aniqlansin (9.16-rasm, a).

Yechish: Ko'chishlar Mor formulasi (9.8) yordamida quyidagi tartibda aniqlanadi:

1. Eng avval istalgan kesim uchun eguvchi momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$M_p = -2ql^2 + 2qlx - \frac{qx^2}{2}.$$

2. Balkaning m kesimidagi vertikal ko'chishni aniqlash uchun uni berilgan yuklardan ozod qilib, o'rniga izlanayotgan yo'nalishda birlik $P_m = 1$ kuch qo'yamiz va uning ta'sirida eguvchi momentlar ifodasini tuzamiz (9.16-rasm, b):

$$\bar{M}_m = -P_m l + x = -l + x$$

3. Burchakli ko'chishni aniqlash uchun balkaning n kesimiga birlik $P_n = 1$ moment qo'yamiz hamda eguvchi momentlar ifodasini tuzamiz (9.16-rasm, d);

$$\bar{M}_n = -1.$$

4. Mor formulasi yordamida «m» kesimining vertikal Δ_{mp} ko'chishini aniqlaymiz:

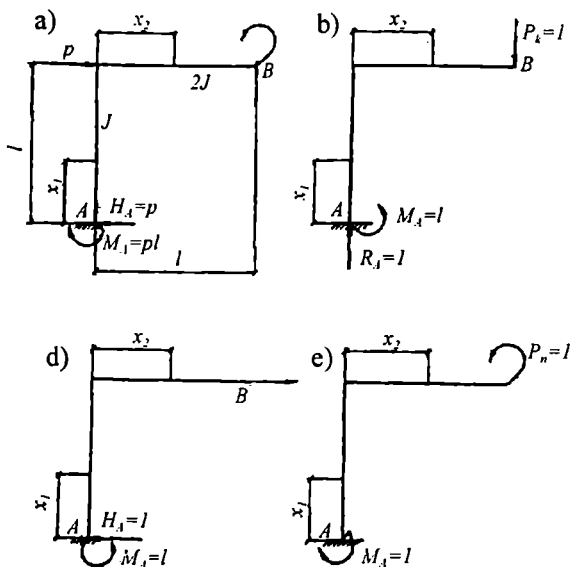
$$\begin{aligned} \Delta_{mp} &= \int_0^l \frac{M_p \bar{M}_m dx}{EJ} = \int_0^l \frac{\left(-2ql^2 + 2qlx - \frac{qx^2}{2}\right)(-l + x) dx}{EJ} = \\ &= \frac{1}{EJ} \int_0^l \left(2ql^3 - 2ql^2x + \frac{qlx^2}{2} - 2ql^2 - 2ql^2x + 2qlx^2 - \frac{qx^3}{2}\right) dx = \\ &= \frac{1}{EJ} \left(2ql^3x \Big|_0^l - 2ql^2x^2 \Big|_0^l + \frac{qlx^3}{6} \Big|_0^l - 2ql^2x \Big|_0^l - 2ql^2x^2 \Big|_0^l + 2qlx^3 \Big|_0^l - \frac{qx^4}{4} \Big|_0^l\right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{EJ} \left(2ql^4 - ql^4 + \frac{ql^4}{6} - ql^4 + \frac{2ql^4}{3} - \frac{ql^4}{8} \right) = \frac{17}{24} \cdot \frac{ql^4}{EJ}.$$

5. Mor formulasi yordamida «n» kesimning burchakli ko'chishini aniqlaymiz:

$$\Delta_{np} = \int_0^{2l} \frac{M_p M_n dx}{EJ} = \int_0^{2l} \frac{\left(-2ql^2 + 2qlx - \frac{qx^2}{2} \right) (-1) dx}{EJ} =$$

$$\frac{1}{EJ} \left(2ql^2 x \int_0^{2l} -2ql \frac{x^2}{2} \int_0^{2l} + \frac{qx^3}{6} \int_0^{2l} \right) = \frac{1}{EJ} \left(4ql^3 - 4ql^3 + \frac{8ql^3}{6} \right) = \frac{4ql^3}{3EJ}$$



9.17-rasm.

2-misol. Berilgan yuklar ta'sirida ramaning «B» kesimidagi vertikal, gorizontal va burchakli ko'chishlar Mor formulasi yordamida aniqlansin (9.17-rasm, a).

Yechish.

I Ramani alohida uchastkalarga ajratamiz. Har bir uchastka uchun tashqi yuk va birlik kuchlardan eguvchi momentlar ifodalarini tuzamiz:

I uchastka uchun:

$$M_p = Pl + Px_1 \quad (9.17\text{-rasm, a})$$

$$\overline{M}_k = -l \quad (9.17\text{-rasm, b})$$

$$\overline{M}_n = 1 \quad (9.17\text{-rasm, d})$$

$$\overline{M}_m = -l + x_1 \quad (9.17\text{-rasm, e})$$

II uchastka uchun:

$$M_p = 2Pl \quad (9.17\text{-rasm, a})$$

$$\overline{M}_k = -l + x^2 \quad (9.17\text{-rasm, b})$$

$$\overline{M}_m = 9 \quad (9.17\text{-rasm, d})$$

$$\overline{M}_n = 1 \quad (9.17\text{-rasm, e})$$

2. Mor formulasi yordamida izlanayotgan ko'chishlarni aniqlaymiz:

a) vertikal ko'chish

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{ver}} &= \sum \int_0^l \frac{Mp \cdot \overline{M}_k dx}{EJ} = \int_0^l \frac{(Pl + Px_1)(-1) dx}{EJ} = \int_0^l \frac{2Pl(-1 + x_2) dx_2}{EJ} = \\ &= -\frac{Pl^2 x_1}{EJ} \Big|_0^l - \frac{Pl x_1^2}{EJ} \Big|_0^l - \frac{Pl^2 x_2^2}{EJ} \Big|_0^l + \frac{Pl x_2^3}{EJ} \Big|_0^l = \\ &= -\frac{Pl^3}{EJ} - \frac{Pl^3}{2EJ} - 1 \frac{Pl^3}{EJ} + \frac{Pl^3}{2EJ} = -\frac{2Pl^3}{EJ}; \end{aligned}$$

b) gorizontal ko'chish

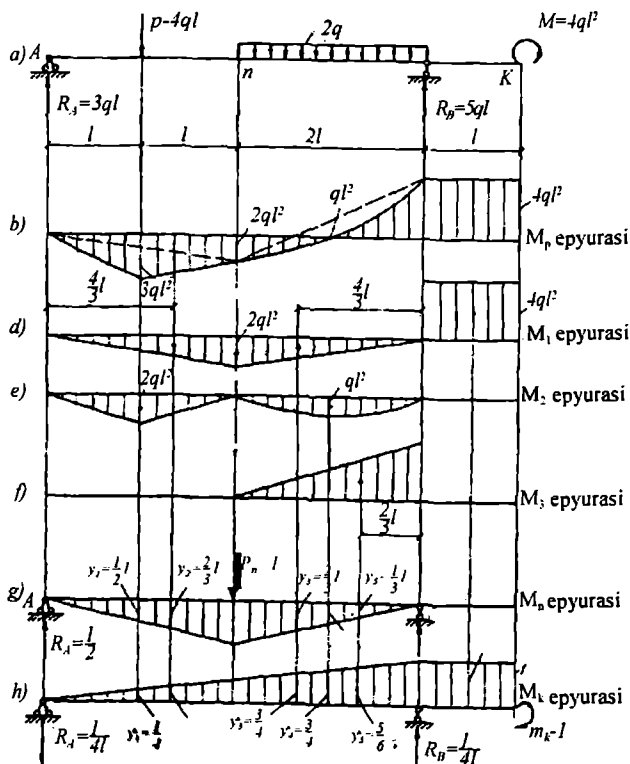
$$\begin{aligned} \Delta_{\text{gor}} &= \sum \int_0^l \frac{Mp \cdot \overline{M}_m dx}{EJ} = \int_0^l \frac{(Pl + Px_1)(-l + x_1) dx_1}{EJ} + \\ &+ \int_0^l \frac{2Pl \cdot 0 \cdot dx_2}{2EJ} = -\frac{Pl^2 x_1}{EJ} \Big|_0^l = \frac{Pl x_1^2}{2EJ} \Big|_0^l + \frac{Pl x_1}{2EJ} \Big|_0^l + \frac{Pl x_1}{3EJ} \Big|_0^l = \\ &= \frac{Pl^3}{EJ} - \frac{Pl^3}{2EJ} + \frac{Pl^3}{2EJ} + \frac{Pl^3}{3EJ} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{Pl^3}{EJ}; \end{aligned}$$

d) burchakli ko'chish

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{bur}} &= \sum \int_0^l \frac{Mp \cdot \overline{M}_n dx}{EJ} = \int_0^l \frac{(Pl + Px) \cdot 1}{EJ} dx_1 + \int_0^l \frac{2Pl \cdot 1}{2EJ} dx_2 = \\ &= -\frac{Pl x_1}{EJ} \Big|_0^l + \frac{Pl x_1^2}{2EJ} \Big|_0^l + \frac{Pl x_2}{EJ} \Big|_0^l = \frac{Pl^2}{EJ} + \frac{Pl^2}{2EJ} + \frac{Pl^2}{EJ} = \frac{5Pl^2}{2EJ}; \end{aligned}$$

3-misol. Berilgan yuklar ta'sirida balkaning n kesimining vertikal ko'chishi va «K» kesimining burchakli ko'chishi Vereshchagin usulida aniqlansin. Balkan birligi uning butun uzunligi bo'yicha o'zgarmas (9.18- rasm, a).

Yechish. 1. Berilgan yuklar ta'sirida balkaning eguvchi momentlar epyurasi M_p ni quramiz (9.18-rasm, b). M_p epyurasini og'irlik markazi aniq bo'lgan va yuzalarini hisoblash oson bo'lgan oddiy epyuralar (M_1, M_2, M_3) ga ajratamiz (9.18-rasm, b, d, e).



9.18-rasm.

2. Yuklanmagan balkalarning biriga vertikal yo'nalishda birlik kuch ($P_n=1$), ikkinchisiga birlik moment ($m_k=1$) qo'yamiz hamda $\overline{M}_n$ va $\overline{M}_k$ epyuralarini quramiz. $\overline{M}_n$ va $\overline{M}_k$ epyuralarining epyurasidagi oddiy yuzalarning og'irlik markazlariga mos keladigan ($y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$, va $y_1', y_2', y_3', y_4', y_5', y_6'$) ordinalarni aniqlaymiz (9.18-rasm e, j).

3. Vereshchagin qoidasiga (9.11) amal qilib, ko'chishlarni aniqlaymiz. Balkaning p kesimidagi vertikal ko'chish:

$$\Delta_{np} = \sum \int \frac{M_p \cdot \bar{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega \cdot y_i = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} l \right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{q}{3} l + \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} l + \frac{2}{3} ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} l - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{3} l \right) = \frac{ql^4}{EJ} \left(1 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \right) = \frac{3ql^4}{EJ}$$

Balkaning K kesimidagi burchakli ko'chish

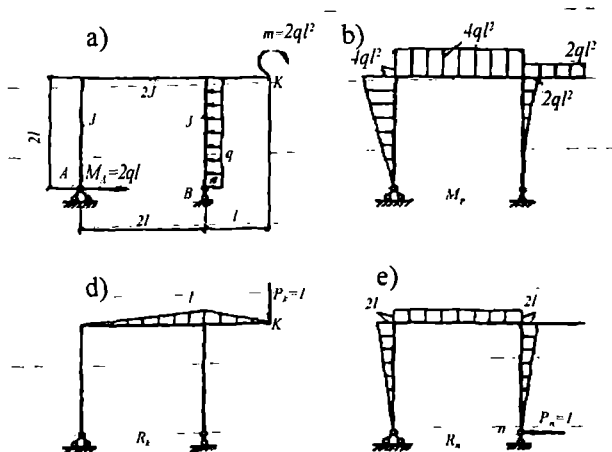
$$\Delta_{\alpha} = \sum \int \frac{M_p \bar{M}_k}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_i y_i =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left(-\frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} 2ql^2 - 2l \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2} 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3} ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{5}{6} + 4ql^2 \cdot l \cdot 1 \right) =$$

$$= \frac{ql^3}{EJ} \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3} - 1 + \frac{10}{3} + 4 \right) = \frac{23ql^3}{6EJ}$$

4-misol. Ramaning K nuqtasining vertikal ko'chishi va n nuqtasining gorizontaal ko'chishi Vereshchagin usulida aniqlansin (9.19-rasm, a).

Yechish. Berilgan yuklardan eguvchi momentlar epyurasi M_p ni quramiz (9.19-rasm, b). Izlanayotgan yo'nalishlarda birlik kuchlar (P_k, P_n) qo'yib, birlik eguvchi moment epyuralari $\bar{M}_k$ va $\bar{M}_n$ ni quramiz (9.19-rasm, d, e).



9.19-rasm.

M_p epyurasini alohida ravishda $\overline{M}_k$ va $\overline{M}_n$ epyuralariga ko'paytirib, izlanayotgan ko'chishlarni aniqlaymiz. Vertikal ko'chish

$$\Delta_{pk} = \sum \int \frac{M_p \overline{M}_k}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_{y_i} = \frac{1}{2EJ} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} l + \frac{1}{2EJ} 2ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{2} l = \frac{2ql^4}{EJ} + \frac{ql^4}{2EJ} = \frac{5ql^4}{2EJ}$$

Horizontal ko'chish

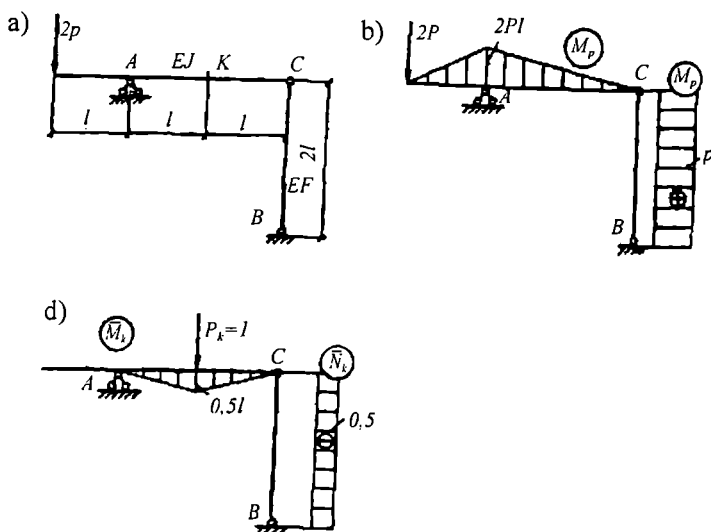
$$\begin{aligned} \Delta_{np} &= \sum \int \frac{M_p \overline{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \sum \omega_{y_i} = \frac{11}{EJ 2} 4ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} 2l + \frac{1}{2EJ} 4ql^2 \cdot 2l \cdot 2l + \frac{12}{EJ 3} \cdot 2ql^2 \cdot 2l \cdot \frac{3}{4} 2l = \\ &= \frac{16ql^4}{3EJ} + \frac{8ql^4}{EJ} + \frac{4ql^4}{EJ} = \frac{52ql^4}{2EJ} \end{aligned}$$

5-misol. «K» nuqtasining vertikal ko'chishi aniqlansin. Balka A nuqtada sharnirli qo'zg'almas tayanch va C nuqtada BC sterjen (tortqich) yordamida mahkamlangan. Balkaning bikrligi EJ, sterjenning bikrligi EA (9.20-rasm, a).

Yechish. Balka egilishga, sterjen esa cho'zilishga ishlaydi. Ko'chishni aniqlashda Mor formulasining ikki hadidan foydalanamiz:

$$\Delta_{kp} = \int_0^{2l} \frac{M_p \overline{M}_k dx}{EJ} + \int_0^l \frac{N_p \overline{N}_k dx}{EA}.$$

Berilgan kuchdan eguvchi moment (M_p) va bo'ylama kuch (N_p) epyuralarini quramiz (9.20-rasm, b, d).



9.20-rasm.

Izlanayotgan ko'chish yo'nalishida balkaga birlik kuch ($P_k \equiv 1$) qo'yib birlik eguvchi momentlar ($\overline{M}_k$) va birlik bo'ylama kuchlar ($\overline{N}_k$) epyuralarini quramiz: (9.20-rasm, d).

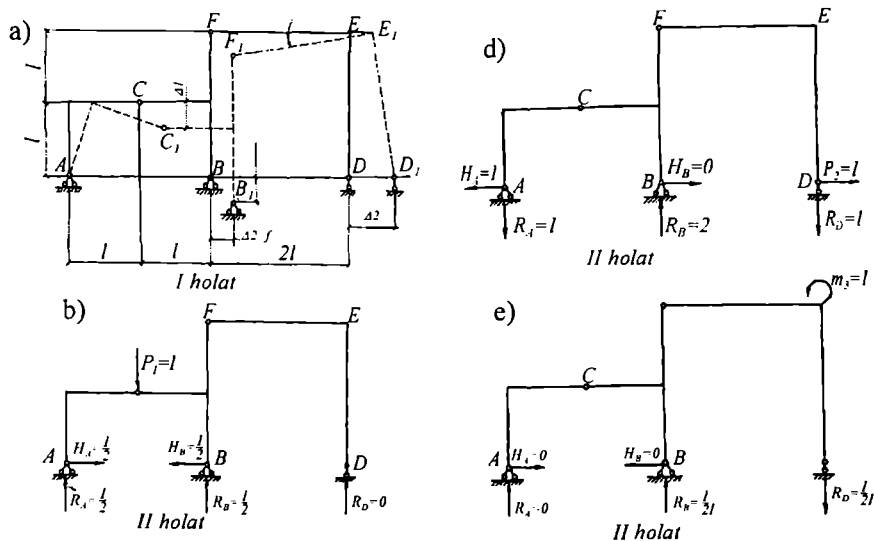
Ko'chishni Vereshchagin qoidasi yordamida aniqlaymiz:

$$\Delta_{kp} = \frac{-11}{EJ} \cdot \frac{1}{2} l \cdot \frac{1}{2} l \cdot \frac{1}{2} 2P \cdot l - \frac{1}{EA} Pl \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \frac{Pl^3}{EJ} - \frac{1}{2} \frac{Pl}{EA} = \frac{1}{2} \left(\frac{Pl^3}{EJ} + \frac{Pl}{EA} \right).$$

Demak, K kesimining ko'chishi ikki xil deformatsiyaning yig'indisidan tashkil topar ekan. Bularning birinchisi rigelning egilishi (qavsdagi birinchi had), ikkinchisi esa ustunning cho'zilishi (qavsdagi ikkinchi had).

6-misol. 9.21-rasm, a – da ko'rsatilgan rama «B» tayanchining gorizontaal Δ_2 va vertikal Δ_b siljishidan hosil bo'lgan C sharnirning vertikal ko'chishi, D tayanchning gorizontaal ko'chishi va E tugunning burilish burchagi aniqlansin. Rama V tayanchining siljishidan keyingi holat punktir chiziq bilan ko'rsatilgan.

Yechish. Misolni yechishda ishlarning o'zaro munosabati haqidagi teoremaga, ya'ni Betti teoremasiga asoslanamiz. Bu teorema bo'yicha sistemaning ikki holati ko'rib o'tiladi. Ramaning birinchi holatida tashqi kuchlar nolga teng bo'lishiga qaramay, ko'chishlar mavjud (9.21-rasm, a). C sharnirining vertikal ko'chishini aniqlashda shu nuqtaga vertikal birlik kuch qo'yiladi (9.21-rasm, b). D tayanchning gorizontaal ko'chishini aniqlashda ramaning D nuqtasiga gorizontaal birlik kuch qo'yiladi (9.21-rasm, d).



9.21-rasm.

E tugunning burilish burchagini aniqlashda ramaning E nuqtasiga birlik moment qo'yiladi (9.21-rasm, e).

Barcha holatlarda B tayanchdagi vertikal va gorizontal reaksiya kuchlari aniqlanadi:

1. C sharnirining vertikal ko'chishini aniqlash.

Ishni tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlaymiz (9.21-rasm,a):

$$\sum M_F^{o'ng} = 0; \quad R_p \cdot l = 0; \quad R_D = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 2l - 1 \cdot l = 0; \quad R_B = \frac{1}{2};$$

$$\sum M_C^{o'ng} = 0; \quad R_B \cdot l - H_B \cdot l = 0; \quad H_B = R_B = \frac{1}{2}.$$

Betti teoremasiga asosan

$$P_1 \Delta_1 - R_B f - H_B f = 0;$$

$$1 \cdot \Delta_1 - \frac{1}{2} f - \frac{1}{2} f = 0;$$

bu yerdan vertikal ko'chish $\Delta_1 = f$ topiladi.

2. D tayanchining gorizontal ko'chishini aniqlash.

Tayanch reaksiyalarini 9.21-rasm, d-dan aniqlaymiz:

$$\sum M_F^{o'ng} = 0; \quad R_p \cdot 2l - P_i \cdot 2l = 0; \quad R_p = P_2 = 1;$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 2l - R_p \cdot 4l = 0; \quad R_B = 2R_D = 2;$$

$$\sum M_C^{o'ng} = 0; \quad H_B \cdot l - R_B \cdot l - P_2 \cdot l + R_D 3l = 0;$$

$$H_B + P_2 - 3R_D = 2 + 1 - 3 = 0.$$

Betti teoremasiga asosan

$$\Delta_2 P_2 - R_B f - H_B f = 0;$$

$$\Delta_2 l - 2f - 0f = 0;$$

bundan gorizontaal ko'chish $\Delta_2 = 2f$ topiladi.

3. E tugunning burilish burchagini aniqlash (9.21-rasm, e).

Reaksiyalarni aniqlaymiz:

$$\sum M_F^{o'ng} = 0; \quad R_D \cdot 2l - m_3 = 0; \quad R_D = \frac{m_3}{2l} = \frac{1}{2l};$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot 2l - R_D \cdot 4l + m_3 = 0;$$

$$2R_B l - \frac{1}{2l} 4l + 1 = 0; \quad R_B = \frac{2-1}{2l} = \frac{1}{2l}.$$

$$\sum M_C^{o'ng} = 0; \quad H_B \cdot l - R_B \cdot l + R_D \cdot 3b - m_3 = 0;$$

$$H_B \cdot l - \frac{1}{2l} l + \frac{1}{2l} 3b - 1 = 0;$$

$$H_B \cdot l - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 1 = 0; \quad \tilde{H}_B = 0.$$

Betti teoremasiga asosan

$$m_3 \Delta_3 - R_B \cdot f = 0;$$

$$1 \cdot \Delta_3 - \frac{1}{2l} f = 0;$$

ifodani yozamiz, bundan E tugunning burilish burchagi topiladi:

$$\Delta_3 = \frac{f}{2b}.$$

Xulosa. Ushbu bobda ko'chishlar va ishlar haqida umumiy tushunchalar bilan tanishdik, ular orasidagi bog'lanishlarni ifodalovchi teoremlarni o'rgandik. Ko'chishlarni aniqlash yo'llarini bilib oldik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Tashqi kuchlar ishi qanday topiladi?
2. Ichki kuchlar ishi qanday topiladi?
3. Ishlar va ko'chishlar orasida qanday bog'lanish bor?
4. Mor formulasi qanday yoziladi? Bu formulani chiqaring.
5. Ko'chishlar Vereshchagin usulida qanday topiladi?
6. Haroratning o'zgarishidan hosil bo'lgan ko'chishlar qanday topiladi?
7. Tayanchlarning cho'kishdan hosil bo'lgan ko'chishlar qanday topiladi?

X BOB

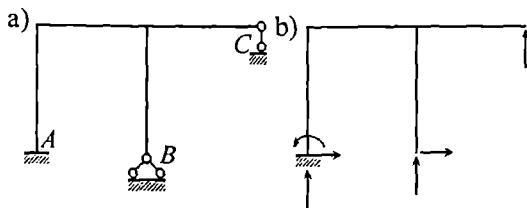
STATIK NOANIQ MASALALAR

Mavzu mazmuni. Mazkur bobda statik noaniq masalalar haqida umumiy tushunchalar beriladi. Statik noaniq sistemalarni hisoblashning keng tarqalgan usuli – kuchlar usuli rama va uzluksiz balkalar misolida batafsil tushuntiriladi.

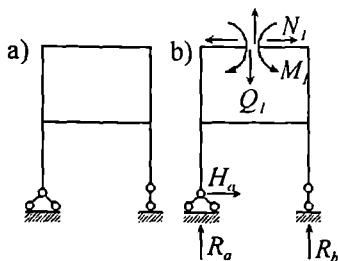
10.1 Umumiy tushunchalar

Binokorlikda shunday konstruksiyalar uchraydiki, ularni hisoblash uchun, ya'ni ichki kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalari kifoya qilmaydi. Chunki ularda ortiqcha bog'lanishlar mavjud bo'lib, har bir bog'lanishda noma'lum reaksiyalar vujudga keladi. Noma'lumlar sonini tenglamalar soniga tenglashtirish uchun qo'shimcha tenglamalar tuzish talab etiladi. Ana shunday sistemalar *statik noaniq sistemalar* deb ataladi.

Bog'lanish deganda nuqtalar va kesimlarning o'zaro qo'zg'alishiga qarshilik kursatuvchi har qanday to'siq tushuniladi. «Ortiqcha» bog'lanish atamasi bog'lanishning keraksizligini emas, balki «keragidan ortiqcha» ekanligini anglatadi. Agar statik noaniq sistemadagi ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilsa, u holda statik aniq, geometrik o'zgarmas sistema hosil bo'ladi. Demak, ortiqcha bog'lanishlar soni sistemaning *statik noaniqlik darajasini* belgilar ekan. Sistemalar shartli ravishda tashqi va ichki statik noaniq sistemalariga ajratiladi. 10.1-rasmda tashqi, 10.2-rasmda ichki statik noaniq rama tasvirlangan. Bularning farqiga yetish uchun har ikkala ramaning noma'lum reaksiyalarini tahlil etamiz. 10.1-rasm, b-da oltita noma'lum tayanch reaksiyalari ko'rsatilgan. Shulardan uchta statikaning muvozanat tenglamalaridan topilsa, qolgan uchta statika uchun «ortiqcha» bo'lib qoladi. Ramaning B va C tayanchlarini ortiqcha bog'lanish deb qabul qilib, ularni tashlab yubo-



10.1-rasm.



10.2-rasm.

rilishi ramaning geometrik o'zgarmligiga putur yetkazmaydi, ayni paytda statik aniq sistema hosil buladi. Ortiqcha bog'lanishlar o'rniga reaksiya kuchlari (H_b, R_b, R_c) ni qo'yamiz. Bu noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlash uchun qo'shimcha tenglamalar tuzish taqozo etiladi. Xullas bu ramaning statik noaniqligi tashqaridan ko'zga tashlanib turibdi.

10.2-rasmdagi ramaning statik noaniqligi ko'zga yaqqol tashlanmaydi. Bir qarashda statik aniq ramaday tuyuladi. Aslida bu rama ham statik noaniqdir.

Geometrik o'zgarmlar, statik aniq sistema hosil qilish uchun berilgan ramaning biror yeridan qirqamiz (ya'ni ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuboramiz). Qirqimga tushgan kesimning qo'zg'almasligini ta'minlash uchun shu kesimda hosil bo'ladigan ichki kuchlarni tashqi reaksiya kuchlari ko'rinishida tasvirlaymiz (10.2-rasm, b). Bu uchala kuch (M_I, Q_I, N_I) ham noma'lum. Noma'lum tayanch reaksiyalari (H_a, R_a, R_b) statika tenglamalaridan topilsa, noma'lum ichki kuchlar qo'shimcha tenglamalardan topiladi. Demak, sharnirlarga ega bo'lmagan har bir yopiq kontur uch marta statik noaniq bo'lar ekan.

Ramalarining statik noaniqlik darajasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$C_{\text{II}} = 3K - Sh,$$

bunda K – yopiq konturlar soni;

Sh – oddiy sharnirlar soni.

Oddiy sharnirlar soni disklar, ya'ni sterjenlar sonidan bitta kam bo'ladi. Quyida ramalarining statik noaniqlik darajasini aniqlashga doir bir necha misol ko'rib o'tamiz.

1-misol. 10.1-rasm, a- da berilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Konturlar sonini belgilashda A, B, C tayanchlari hayolan tutashtiriladi. U holda $K = 2$ bo'ladi. Sharnirlar sonini belgilashda sharnirlar ko'zg'almas tayanchda $Sh = 1$ deb, qo'zg'aluvchi tayanchda esa, $Sh = 2$ deb olinadi:

$$C_{\text{II}} = 3 \cdot 2 - 3 = 3.$$

Demak, mazkur rama uch marta statik noaniq ekan.

2-misol. 10.2-rasm, a-da tasvirlangan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin. Yopiq konturlar soni $K=2$; oddiy sharnirlar soni $Sh = 2+1=3$;

$$C_{\text{II}} = 3 \cdot 2 - 3 = 3$$

Demak, bu rama ham uch marta statik noaniq ekan.

3-misol. 10.3 rasmda ko'rsatilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Konturlar soni $K=6$; oddiy sharnirlar soni (shaklda ko'rsatilgan) $Sh = 12$;

$$C_{\text{II}} = 3 \cdot 6 - 12 = 6$$

Demak, rama olti marta statik noaniq ekan.

Statik noaniq sistemalar quyidagi xossalarga egadir:

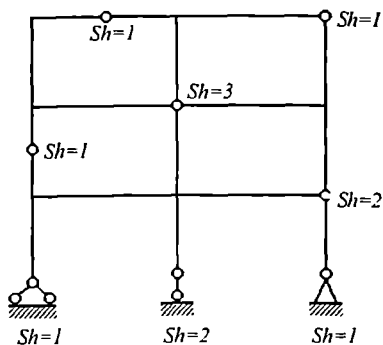
1. Statik noaniq sistemalar tarkibida ortiqcha bog'lanishlarning mavjudligi tufayli o'ziga mos statik aniq sistemaga nisbatan bikrligi yuqoriroq bo'ladi.

2. Statik noaniq sistemalar o'ziga mos statik aniq sistemalarga nisbatan tejamliroq bo'ladi.

3. Statik noaniq sistemalarda biror ortiqcha bog'lanishning shikastlanishi inshootning butunlay ishdan chiqishiga olib kelmaydi. Statik aniq sistemalarda birorta bog'anish buzilsa, inshoot butunlay ishdan chiqadi.

4. Statik noaniq sistemalarda haroratning o'zgarishi va tayanchlarning cho'kishi natijasida qo'shimcha zo'riqishlar paydo bo'ladi. Sistema elementlarining uzunligidagi farqlari, elementlarni yig'ishda yo'l qo'yilgan ba'zi noaniqliklar ham sistemada qo'shimcha zo'riqishlar uyg'otadi.

Statik noaniq sistemalarni hisoblashni kuchlar usulidan boshlaymiz. Bu usul qadimiy va puxta ishlangan usullardan biri bo'lib, qamrovining kengligi, o'zlashuvining osonligi bilan boshqa usullardan ajralib turadi.



10.3-rasm.

10.2 Kuchlar usulining asosiy sistemasini tanlash

Har qanday statik noaniq sistemaning hisobi uning noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi. Shundan so'ng *asosiy sistema* tanlanadi. Berilgan sistemaning asosiy sistemalari bir nechta bo'lishi mumkin. Hisoblash uchun shularning ichidan eng qulayi tanlab olinadi. Keyingi hisoblar ana shu tanlangan sistema ustida olib boriladi.

Xo'sh, asosiy sistemaning o'zi nima va u qanday hosil qilinadi?

Asosiy sistema statik aniq va geometrik o'zgarmas bo'lib, u berilgan sistemadagi ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilinadi.

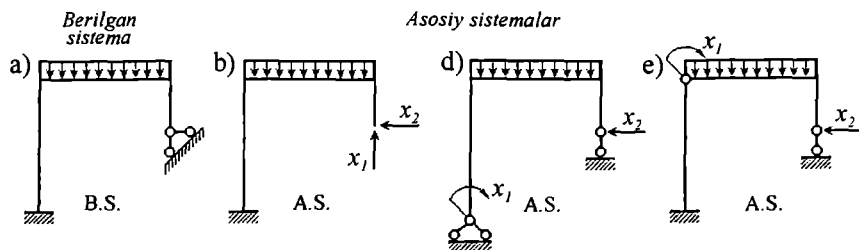
Asosiy sistema hosil qilishning uch xil yo'li bor:

a) ortiqcha deb qabul qilingan tayanchlar yoki tayanch sterjenlari tashlab yuboriladi;

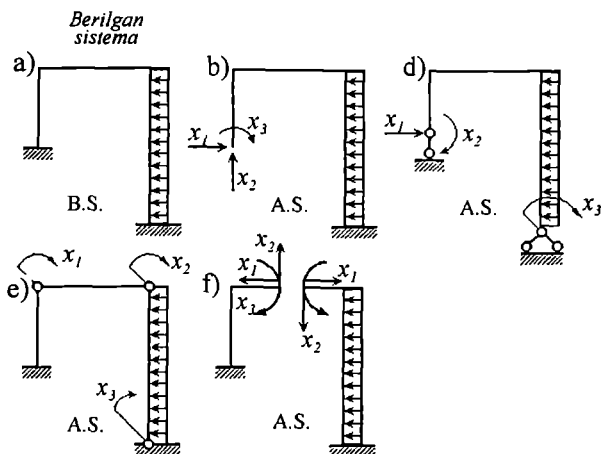
b) berilgan sistemaga sharnirlar kiritiladi;

d) berilgan sistemaning biror kesimi qirqiladi.

Har uchala holda ham amalda ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilgan deb hisoblanadi. Shundan so'ng, berilgan sistemaning dastlabki muvozanat holatini tiklash maqsadida yo'qotilgan bog'lanishlar o'rniga ularning vazifasini bajaruvchi noma'lum kuchlar (X_1 , X_2 , X_3 va h. k.) qo'yiladi.



10.4-rasm.



10.5-rasm.

10.4-rasmida ikki noma'lumli, 10.5-rasmida uch noma'lumli ramaning turli asosiy sistemalari aks ettirilgan.

Rasmlarga izoh beramiz. 10.4-rasm, b, d, e-da 10.4-rasm, a-da berilgan ramaning uch xil asosiy sistemasi tasvirlangan. Rasm b-da sharnirli qo'zg'almas tayanch tashlab yuborilib, uning o'rniga tayanch reaksiyalari X_1 va X_2 qo'yilgan. Rasm d-da chapdagi sharnirsiz tayanch bilan o'ngdagisi esa sharnirli qo'zgaluvchi tayanch bilan almashtirilgan. Inkori etilgan bog'lanishlar o'rniga reaksiya kuchlari tasvirlangan. Rasm e-da ramaning chapki biki tuguniga sharnir kiritilgan va sharnir tufayli yo'qotilgan

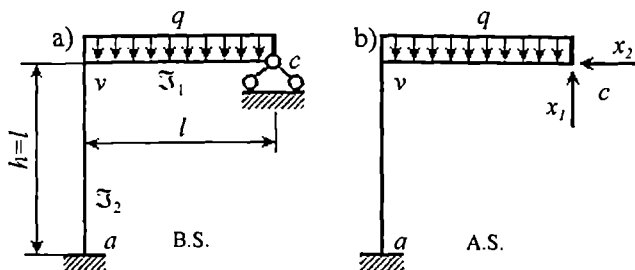
bog'lanish o'rniga moment X_1 qo'yilgan. Ramaning o'ng tayanchidagi gorizontal sterjen tashlab yuborilib, o'rniga reaksiya kuchi X_2 qo'yilgan.

Uchala asosiy sistema ham geometrik o'zgarmas, statik aniqdir. Hisob ishlari uchun ular ichidan istalgan sistemani tanlab olish mumkin. Uchala holda ham hisob natijalari bir xil chiqaveradi. Biroq, 10.4-rasm, b-da tasvirlangan asosiy sistema bular ichida eng maqbulidir. Chunki bunday sistemaning M epyuralarini qurish va ko'chishlarini aniqlash boshqalariga nisbatan bir muncha qulay.

10.5-rasmda uch noma'lumli ramaning to'rt xil asosiy sistemasini tasvirlangan. Bularning dastlabki uchasi (10.5-rasm, b, d, e) avvalgi ramanikiga o'xshash. Oxirgisi (10.5-rasm, f) qirqish usulida hosil qilingan. Qirqilgan kesimga tashqi kuchlar ta'sirida shu kesimda hosil bo'ladigan ichki kuchlar – bo'ylama kuch X_1 , ko'ndalang kuch X_2 va eguvchi moment X_3 lar qo'yilgan. Bu to'rt asosiy sistemaning birinchisi va oxirgisi hisoblash uchun qulaydir.

10.3. Kuchlar usulining kanonik tenglamalari

Asosiy sistemalarda ortiqcha bog'lanishlar noma'lum kuchlar bilan almashtirilishini oldingi paragrafda ko'rib o'tdik. Endigi vazifa ana shu noma'lum kuchlarni aniqlashdan iborat. Buning uchun statika tenglamalariga qo'shimcha ravishda kanonik¹ deb ataluvchi tenglamalar tuzamiz. Kanonik tenglamalarni tuzish tartibini ikki noma'lumli rama misolida ko'rib o'tamiz. Berilgan ramaning (10.6-rasm, a) asosiy sistemasini sinik konsol ko'rinishida (10.6-rasm, b) tanlaymiz. Tashlab yuborilgan tayanch o'rniga noma'lum kuchlar qo'yamiz, so'ngra kuch usulining kanonik tenglamalarini tuzamiz.



10.6-rasm.

Berilgan ramada shamirli qo'zg'almas tayanchning markazi s vertikal va gorizontal yo'nalishlarda qo'zg'almasdir, ya'ni uning shu yo'nalishlardagi ko'chishlari nolga tengdir. Bunday shart asosiy sistemada ham saqlanib qoli-

¹Kanon – qonun, qoida; kanonik tenglama – ma'lum qonuniyat asosida tuzilgan tenglama.

shi lozim, ya'ni c nuqtasining vertikal va gorizontalar ko'chishlari nolga teng bo'lishi zarur. Bu shartni qisqa ko'rinishda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta_{x_1} = 0; \quad \Delta_{x_2} = 0; \quad (10.1)$$

bu yerda Δ_{x_1} – sterjen uchi c ning X_1 kuch yo'nalishidagi ko'chishi;

Δ_{x_2} – shu nuqtaning X_2 kuchi yo'nalishidagi ko'chishi.

Har ikkala ko'chish X_1 va X_2 kuchlari hamda tashqi yuklar ta'sirida vujudga keladi.

Kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasidan foydalanib, (10.1) ni alohida ko'chishlar yig'indisi sifatida ifodalaymiz.

$$\Delta_{x_1 x_1} + \Delta_{x_1 x_2} + \Delta_{x_1 p} = 0; \quad \Delta_{x_2 x_1} + \Delta_{x_2 x_2} + \Delta_{x_2 p} = 0; \quad (10.2)$$

Bu yerda ko'chishlarga qo'yilgan birinchi indekslar ko'chishning yo'nalishini, ikkinchi indekslar esa shu ko'chishni yuzaga keltiruvchi sababni bildiradi.

Endi X_1 va X_2 kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlarni Guk qonuniga asosan birlik ko'chishlar orqali ifoda etamiz.

$$\Delta_{x_1 x_1} = X_1 \delta_{11}; \quad \Delta_{x_1 x_2} = X_2 \delta_{12}; \quad \Delta_{x_2 x_1} = X_1 \delta_{21}; \quad \Delta_{x_2 x_2} = X_2 \delta_{22}$$

Bularni (10.2) tenglamaga qo'ysak, ikki noma'lumli sistema uchun kuchlar usulining kanonik tenglamalari kelib chiqadi;

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} = 0; \quad (10.3)$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} = 0$$

Bu yerda $\delta_{11} - X_1$ kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch yo'nalishida $X_1 = 1$ kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishi;

$\delta_{12} - X_1$ kuchi qo'yilgan nuqtaning shu kuch yo'nalishida $X_2 = 1$ kuchi ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishi;

$\Delta_{1p} - X_1$ kuchi yo'nalishida, kuchi yo'nalishida tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan ko'chishlar.

Agar (10.3) da ifodalangan kanonik tenglamalarning tuzilishiga jiddiy e'tibor bersak, uning yozilishida ma'lum qonuniyat borligini payqash qiyin emas. Shu qonuniyatdan foydalanib sistemaning statik noaniqlik darajasiga qarab, kanonik tenglamalarni keragicha tuza olamiz. Binobarin, sistema (masalan, rama) necha noma'lumli bo'lsa, tenglamalar soni o'shancha bo'ladi. Masalan, uch noma'lumli rama uchun kanonik tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega:

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1p} = 0;$$

$$X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + \Delta_{2p} = 0; \quad (10.4)$$

$$X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + \Delta_{3p} = 0; \text{ va h.k.}$$

(10.3) va (10.4) da ifodalangan kanonik tenglamalarda noma'lum sifatlarda kuchlar (X_1, X_2, X_3) turibdi. Mazkur usulning «kuchlar» usuli deb atalishining sababi ham aynan ana shunda. Ushbu tenglamalardagi birlik ko'chishlar (δ_{ik}) – koeffitsient, tashqi kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar (Δ_{ip}) esa ozod had vazifasini o'taydi. Ko'chishlarning o'zaro munosabati haqidagi Maksvel teoremasiga binoan $\delta_{ik} = \delta_{ki}$ bo'ladi.

Bir xil indeksli birlik ko'chishlar (δ_{11}, δ_{22}) ning ishoralari hamisha musbat bo'ladi. Shu sababli ular hech qachon nolga aylanmaydi va hamma vaqt tenglama tarkibida ishtirok etadi. Ular *bosh ko'chishlar* deb ataladi.

Turli indeksli ko'chishlar ($\delta_{12}, \delta_{13}, \dots$) esa musbat va manfiy ishoralarga ega bo'lishi va demak, nol bo'lishi ham mumkin. Shuning uchun bular *ikkinchi darajali ko'chishlar* deb ataladi.

10.4 Kanonik tenglama koeffitsientlari va ozod hadlarini aniqlash

Kuchlar usulining kanonik tenglamalarini yechish uchun, ya'ni ulardagi noma'lum kuchlar va momentlarni aniqlash uchun avval tenglamalarning koeffitsientlari va ozod hadlari topiladi.

Ma'lumki, kanonik tenglamalarning koeffitsient va ozod hadlari ko'chishlardir. Shuning uchun ularni aniqlashda 9-bobda bayon etilgan ko'chishlar nazariyasidan foydalanamiz.

10.6-rasmdagi ramaning ko'chishlarini aniqlaymiz. Buning uchun birlik kuchlar ta'sirida eguvchi momentlarning birlik epyularini (10.7-rasm, a, b) qurib olamiz. Tashqi kuchlar ta'siridagi M_p epyurasi 10.7-rasm, d-da aks ettirilgan.

Birlik ko'chishlar quyidagi formulalardan topiladi:

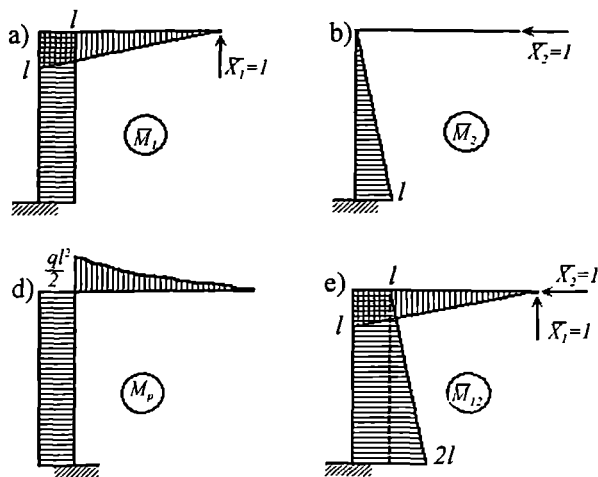
$$\delta_{11} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_1^2}{EJ} dx; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_2}{EJ} dx;$$

$$\delta_{22} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_2^2}{EJ} dx \quad (10.5)$$

Bu yerda $\overline{M}_1$ – sistemaning istalgan kesimida birlik kuch $X_1=1$ dan hosil bo'lgan moment;

$\overline{M}_2$ – o'sha kesimda $X_2=1$ kuchidan hosil bo'lgan moment;

n – rama sterjenlari soni.



10.7-rasm.

Tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\Delta_{1p} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_1 M_p}{EJ} dx ; \Delta_{2p} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_2 M_p}{EJ} dx. \quad (10.6)$$

Vereshchagin formulasidan foydalanib, eguvchi moment epyuralaridan (10.7-rasm, a, b) quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\delta_{11} = \frac{4l^3}{3EJ}; \delta_{12} = \frac{l^3}{2EJ}; \delta_{22} = \frac{l^3}{3EJ};$$

$$\Delta_{1p} = -\frac{5ql^4}{8EJ}; \Delta_{2p} = -\frac{ql^4}{4EJ}$$

Bu yerda $J_1 = J_2 = J$ deb olingan.

To'g'ri yechimga ega bo'lish uchun ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lishi kerak. Bularning to'g'ri yoki noto'g'ri topilganligini tekshirib ko'rsa bo'ladi. Ikki xil tekshirish bor:

Qatorma-qator tekshirish va yalpi tekshirish.

Tekshirish uchun birlik epyuralarni qo'shib, yig'indi epyura ($\overline{M}_{12}$) quriladi (10.7-rasm, g). Qatorma-qator tekshirish quyidagi formula asosida amalga oshiriladi:

$$(\delta_{11} + \delta_{12}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_{12}}{EJ} dx; \quad (10.7)$$

ya'ni kanonik tenglamaning birinchi qatoridagi koeffitsientlar yig'indisi $\overline{M}_1$ va $\overline{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasiga teng chiqsa, u holda bu ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'ladi.

Xuddi shuningdek, tenglamaning ikkinchi qatori quyidagicha tekshiriladi:

$$(\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_2 \overline{M}_{12}}{EJ} dx; \quad (10.8)$$

ya'ni ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lsa, ularning yig'indisi $\overline{M}_2$ va $\overline{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Yalpi tekshirishda barcha koeffitsientlar yig'indisi, $(\overline{M}_{12})(\overline{M}_{12})$ ko'paytmasiga teng bo'lishi zarur, ya'ni

$$(\delta_{11} + \delta_{12}) + (\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_{12}^2}{EJ} dx. \quad (10.9)$$

Topilgan koeffitsientlarni to'liq tekshiramiz:

$$\sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_{12}^2}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2}{3} l + l^3 \frac{3}{2} + \frac{l^2}{2} \cdot \frac{5}{3} l \right) = \frac{8l^3}{3EJ}$$

Birlik ko'chishlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{4}{3} l^3 + \frac{1}{3} l^3 + l^3 \right) = \frac{8l^3}{3EJ}.$$

Ko'paytma yig'indiga teng chiqdi. Demak, ko'chishlar to'g'ri topilgan. Endi birinchi qator koeffitsientlarini tekshiramiz:

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{11l^3}{6EJ}.$$

$\overline{M}_1$ va $\overline{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasini hisoblaymiz:

$$\sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_2 \overline{M}_{12}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2}{3} l + l \frac{23}{2} l \right) = \frac{11l^3}{6EJ}$$

Bu yerda ham yig'indi ko'paytmaga teng chiqdi. Shunday bo'lishi ham kerak edi.

Nihoyat ozod hadlarni tekshiramiz:

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \sum_n \int_0^l \frac{\overline{M}_{12} M_p}{EJ} dx; \quad (10.10)$$

ya'ni ozod hadlar yig'indisi $\overline{M}_{12}$ epyurasi bilan M_p epyurasining ko'paytmasiga teng bo'lishi kerak. Bu shartning bajarilishi ozod hadlarning to'g'ri topilganligini anglatadi.

Ko'chishlar, ya'ni koeffitsient va ozod hadlar to'g'ri topilganiga ishonch hosil qilgach, ularni kanonik tenglamalariga qo'yamiz. Tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum kuchlarni aniqlaymiz:

$$X_1 \cdot \frac{4l^3}{3} + X_2 \cdot \frac{l^3}{2} - \frac{5ql^4}{8} = 0;$$

$$X_1 \cdot \frac{l^3}{2} + X_2 \cdot \frac{l^3}{3} - \frac{ql^4}{4} = 0.$$

Bu yerdan

$$X_1 = \frac{3ql}{7} \quad \text{va} \quad X_2 = \frac{3ql}{28}$$

kelib chiqadi.

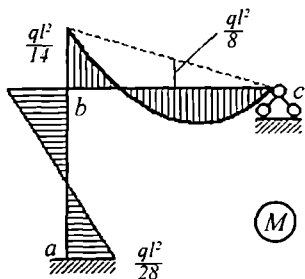
10.5 Statik noaniq ramalarning M, Q va N epyuralarini qurish

Kanonik tenglamalardan ortiqcha ma'lumotlar ($X_1, X_2, \dots$) aniqlangach, ramaning natijaviy, ya'ni tugal M epyurasi quriladi. Istalgan kesimdagi momentning qiymati qo'shish usulida aniqlanadi:

$$M = M_p + X_1 \overline{M}_1 + X_2 \overline{M}_2 + \dots + X_n \overline{M}_n \quad (10.11)$$

Bu yerda M_p – statik aniq asosiy sistemada tashqi yuklardan hosil bo'lgan moment; $\overline{M}_1$ – asosiy sistemada $X_1 = 1$ kuchidan hosil bo'lgan moment.

X_1 kuchining haqiqiy qiymati ta'sirida hosil bo'lgan momentni topish uchun $\overline{M}_1$ momentini X_1 ga ko'paytiramiz, ya'ni X_1 ta'siridagi haqiqiy moment $X_1 \overline{M}_1$ bo'ladi. Bu qoida boshqa noma'lumlar ($X_2, X_3, \dots, X_n$) ga ham tegishlidir.



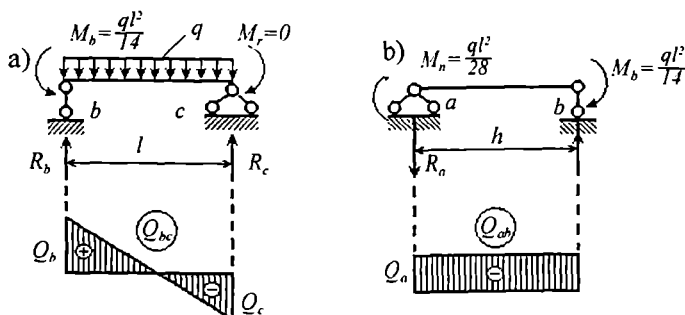
10.8-rasm.

10.6-rasmda berilgan ikki noma'lumli ramaning mazkur usulda qurilgan M epyurasi 10.8-rasmda aks etgan.

Rasmda rigelning o'rtasidagi moment ham ko'rsatilgan. Ramaning eguvchi momentlar epyurasi hamma vaqt sterjenning tolalari cho'zilgan tomonga cho'zilishini eslatib o'tamiz.

Statik noaniq ramaning yakunlovchi M epyurasini qurib bo'ldik. Bu bilan hisobning

10.8-rasm eng muhim va murakkab qismi tugadi. Endi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyuralarini qurishga kirishsak bo'ladi. Nega deganda M epyurasi asosida Q epyurasi, Q epyurasi asosida N epyurasi quriladi.



10.9-rasm

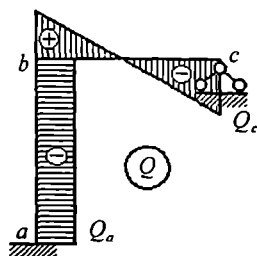
Q epyurasini qurish uchun ramaning sterjenlarini alohida bo'laklarga ajratamiz va ularni bir oraliqli statik aniq balkalar sifatida hisoblaymiz. Bunda balkalarga tashqi kuchlardan tashqari ramaning M epyurasidan olingan tugun momentlari ham qo'yiladi. 10.9-rasm, a-da berilgan ramaning alohida balkalarga ajratilishi va tegishli epyuralari tasvirlangan. 10.9-rasm, a-da bc rigeli, 10.9-rasm, b-da ab ustuni balka ko'rinishida aks ettirilgan hamda tashqi kuch va tugun momentlari ko'rsatilgan. Oddiy balkaning Q epyurasi 7-bobda bayon etilgan qoidalar asosida quriladi. Ishning oxirida alohida balkalar uchun qurilgan Q epyurasi rama o'qiga to'planadi (10.10-rasm).

Endi Q epyurasi asosida N epyurasini quramiz. Bunda rigelga qo'yilgan ko'ndalang kuchlar ustun uchun bo'ylama kuch, ustunga qo'yilgan ko'ndalang kuchlar esa rigel uchun bo'ylama kuch bo'ladi, degan qoidaga asoslanamiz. Bo'ylama kuch sterjenni cho'zsa – musbat, siqsa – manfiy ishora olinadi.

Bo'ylama kuchlarni aniqlash uchun Q epyurasi qurilgan ramaning tugunlari birin-ketin qirqib olinadi va tugunning muvozanati tekshiriladi. Eng avval ikki sterjenli, keyin undan ortiq sterjenli tugunlar qir-qiladi. Ikki sterjenli tugunning (10.11-rasm, a) muvozanat shartlaridan N_1 va N_2 bo'ylama kuchlari aniqlanadi:

$$\sum Y = N_1 - Q_1 = 0; \quad N_1 = Q_1;$$

$$\sum X = P + Q - N_2 = 0; \quad N_2 = -(P + Q_2)$$



10.10-rasm.

Uch sterjenli tugunning (10.11-rasm, b) muvozanat shartidan N_3 aniqlanadi:

$$\sum Y = Q_3 - Q_1 - N_3 = 0; \quad N_3 = Q_1 - Q_3$$

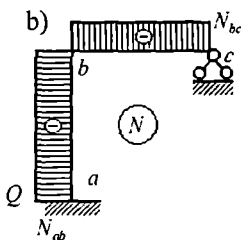
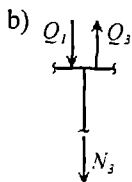
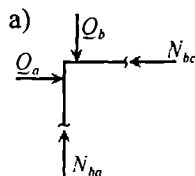
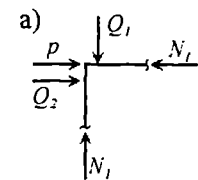
Qolgan sterjenlardagi bo'ylama kuchlar ham shu tartibda aniqlanadi.

Biz tekshirayotgan ramaning (10.6 - rasm) bo'ylama kuchlar epyurasini qurish uchun uning Q epyurasidan b tugunni qirqib olamiz (10.12-rasm, a) va muvozanat shartlarini yozamiz:

$$\sum X = Q_a - N_{bc} = 0; \text{ bu yerdan } N_{bc} = Q_a;$$

$$\sum Y = N_{ba} - Q_b = 0; \text{ bu yerdan } N_{ba} = Q_b.$$

Aniqlangan qiymatlar bo'yicha ramaning N epyurasi quriladi (10.12-rasm, b).



10.11-rasm.

10.12-rasm.

Tekshirish. Ramalarning statik noaniqlik darajasi ortgan sari hisoblash ishlari murakkablashib boraveradi. Bunday hollarda hisob natijalarini tekshirish muhim ahamiyat kasb etadi. Oldingi paragrafda kanonik tenglama koeffitsientlari va ozod hadlarini tekshirishni o'rganamiz. Bu safar tugal M , Q va N epyuralarini tekshirishni o'rganamiz. M , Q va N epyuralarini tekshirishning ikki usuli bor: statik tekshirish va deformatsion tekshirish. Epyuralarni **statik** tekshirganda, yaxlit rama yoki uning ayrim qismlari va tugunlari uchun muvozanat shartlari tuziladi. Bunda ramaning barcha tayanch reaksiyalarini vertikal o'qqa bo'lgan proeksiyalari yig'indisi tashqi yuklarning vertikal proeksiyalari bilan muvozanatda bo'lishi lozim: biror nuqtaga nisbatan tayanch reaksiyalaridan olingan momentlar yig'indisi shu

nuqtaga nisbatan tashqi kuchlardan olingan momentlar yig'indisiga teng bo'lishi zarur.

Ramaning har bir tuguni eguvchi momentlar ta'sirida muvozanatda yotishi kerak, buning uchun bir tugunga tutashgan rigel va ustundagi ordinalar o'zaro teng bo'lishi lozim. Tugunlardagi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar alohida qaralganda, muvozanatda bo'lmaydi, biroq birgalikda qaralganda tugun muvozanatda yotishi zarur. M, Q va N epyuralarini statik tekshirish ularning to'g'ri qurilganiga kafolat bo'lolmaydi, chunki statik muvozanat shartlari noma'lumlar xato topilgan taqdirda ham bajarilaveradi. Buning sababi shundaki, ramaning tugal M epyurasi statik aniq asosiy sistema uchun qurilgan. Agar tashqi yuk va aniqlangan noma'lumlar ta'sirida epyura to'g'ri qurilsa, u holda noma'lumlarning istalgan qiymatida rama statik muvozanat holatida bo'laveradi. Natijada noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xato ochilmay qolaveradi.

Deformatsion tekshirish ortiqcha noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xatolarni payqash imkonini beradi. Hisob natijalarini deformation tekshirishda asosiy sistemalarga qurilgan birlik epyuralar ($\bar{M}_1, \bar{M}_2$) ramaning tugal M epyurasi bilan navbatma – navbat ko'paytiriladi. Agar ortiqcha noma'lumlar to'g'ri aniqlanib, epyuralar to'g'ri qurilgan bo'lsa, bunday ko'paytma nolga teng chiqadi.

10.1. misol. 10.13-rasm, a-da ko'rsatilgan rama kuch usulida hisob-lansin. Rama elementlarining o'lchamlari shaklda ko'rsatilsin.

Yechish. Statik noaniq ramani kuch usulida hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

1. $L=3K-Sh$ formulasi yordamida ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlanadi.

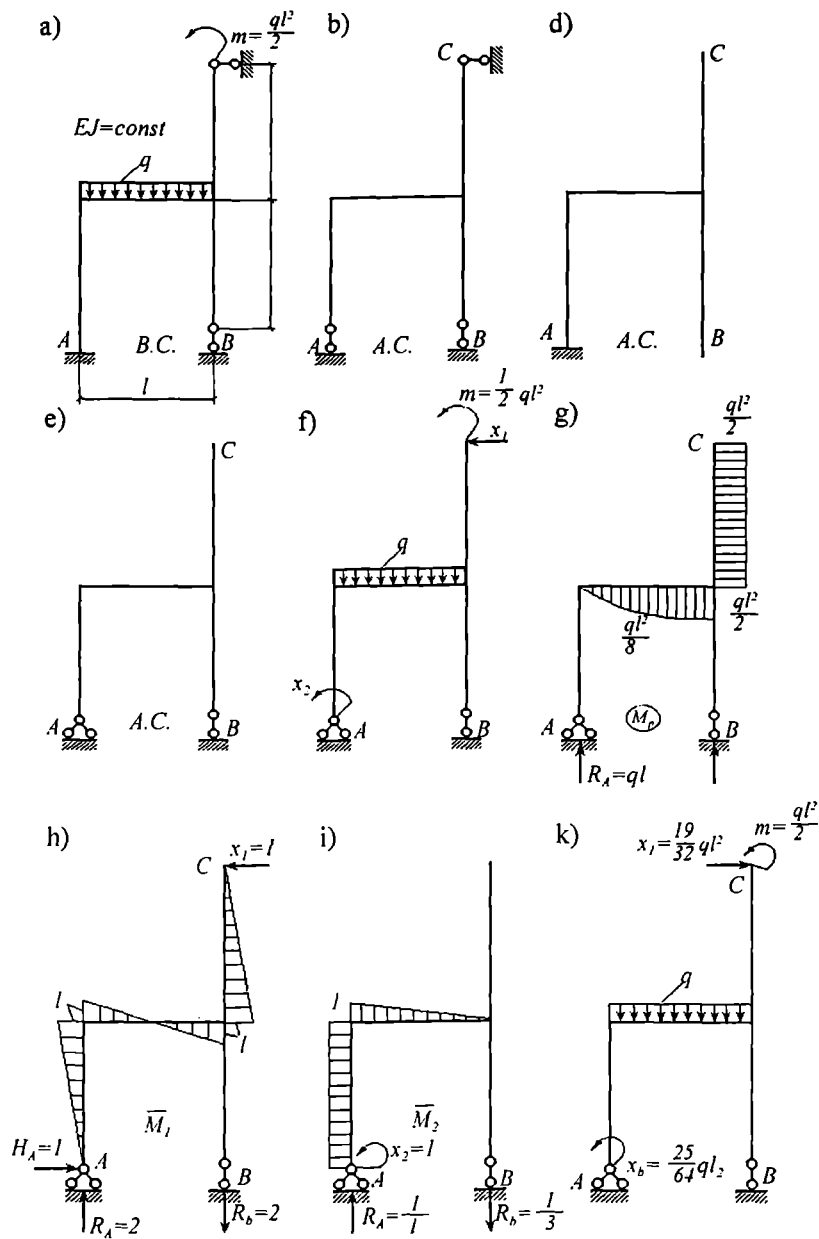
Konturlar soni $K=2$, shamirlar soni $Sh=4$, $Jl = 3 \cdot 2 - 4 = 2$. Berilgan ramaning statik noaniqlik darajasi 2 ga teng ekan. 2. Asosiy sistema tanlanadi. Asosiy sistema variantlari b, v, g shakllarda ko'rsatilgan. Hisoblash uchun ular ichidan eng qulayini tanlab olamiz. Bular ichida «G» varianti eng qulayidir.

3. Asosiy sistemaga tashqi kuch hamda X_1 va X_2 zo'riqishlarni qo'yib, ekvivalent sistema hosil qilamiz (10.13-rasm, f). Ortiqcha bog'lanishlar yo'nalishidagi ko'chishlar nolga tengligini ifodalovchi kanonik tenglamalar tuzamiz:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

4. Kanonik tenglamalarning koeffitsientlari va ozod hadlarini aniqlash



10.13-rasm.

uchun asosiy sistemada tashqi kuch va birlik kuchlardan eguvchi momentlar epyuralarini quramiz (g, h, i shakllar).

5. Ko'chishlarni aniqlashda Vereshchagin qoidasidan foydalanamiz:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \cdot 2 + \frac{1}{EJ} \frac{7}{2} l \cdot \frac{1}{2} l \cdot \frac{2}{3} l \cdot 2 = \frac{2}{3} \frac{l^3}{EJ} + \frac{1}{3} \frac{l^3}{EJ} = \frac{l^3}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} l \cdot l \cdot 1 + \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l = \frac{l}{EJ} + \frac{l}{3EJ} = \frac{4l}{3EJ};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot 1 + \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{1}{3} l = \frac{1}{2} \frac{l^2}{EJ} + \frac{1}{3} \frac{l^2}{EJ} - \frac{1}{6} \frac{l^2}{EJ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{l^2}{EJ};$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot l + \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{1}{3} l + \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} \frac{ql^3}{8} \cdot l = \frac{1}{3} \frac{ql^4}{EJ};$$

$$\Delta_{2p} = \frac{-1}{EJ} \frac{1}{2} \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} \frac{ql^2}{8} \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = -\frac{1}{8} \frac{ql^3}{EJ}.$$

6. Topilgan koeffitsient va ozod hadlarni kanonik tenglamalarga qo'yib, X_1 va X_2 noma'umlarni aniqlaymiz:

$$X_1 = \frac{19}{32} ql^2; \quad X_2 = \frac{25}{64} ql^2$$

7. Asosiy sistemaga tashqi kuchlari hamda topilgan X_1 va X_2 reaksiya kuchlarini qo'yib (10.13-rasm, i) eguvchi momentlar (M), ko'ndalang (Q) va bo'ylama (N) kuchlar epyuralarini qursa bo'ladi.

8. Natijaviy M epyurasini, kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasidan foydalanib qurishimiz ham mumkin:

$$M = M_p + M_{x1} + M_{x2} = M_p + \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2.$$

Formulaning ikkinchi va uchinchi hadlarini hosil qilish uchun $\bar{M}_1$ epyura ordinatalarini X_1 ga ko'paytiramiz. Hosil bo'ladigan epyuralar tuzatilgan epyuralar deb ataladi (10.14-rasm, a, b). Natijaviy M epyurasi 10.14-rasm, d da berilgan.

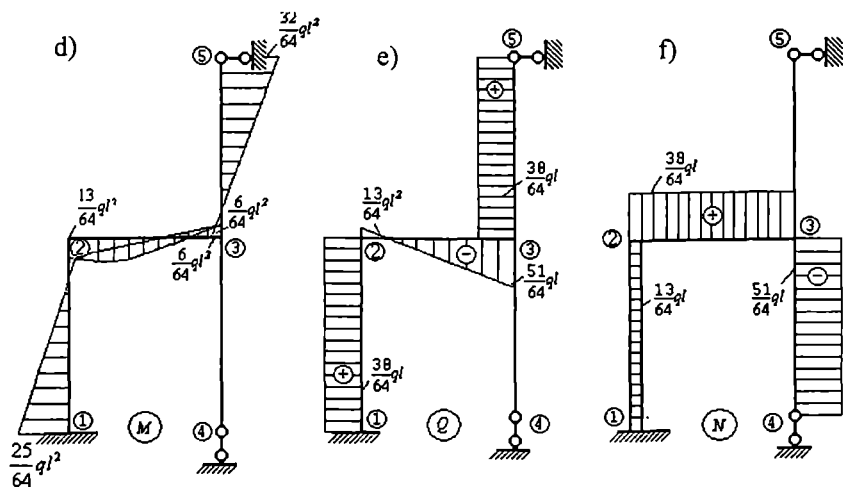
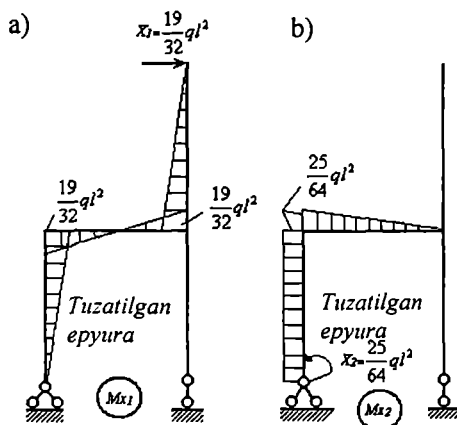
9. Ko'ndalang kuchlar epyurasi Q ni quyidagi formula asosida quramiz:

$$Q = Q_x^0 + \frac{M_{yuz} - M_{qan}}{l}$$

Bu yerda Q_x^0 – oddiy balkaning ixtiyoriy kesimidagi ko'ndalang kuch; M_{yuz} , M_{qan} – M_p epyurasidagi oraliqning o'ng va chap ordinalari.

$$Q_{12} = \frac{\frac{13}{64}ql^2 - (-\frac{25}{64}ql^2)}{l} = \frac{38}{64}ql; \quad Q_2 = \frac{ql}{2} + \frac{-\frac{6}{64}ql^3 - \frac{13}{64}ql^3}{l} = \frac{13}{64}ql;$$

$$Q_2 = \frac{ql}{2} + \frac{-\frac{6}{64}ql^2 - \frac{13}{64}ql^2}{2} = \frac{51}{64}ql; \quad Q_{34} = 0 \quad Q_{35} = \frac{\frac{32}{64}ql^2 - (-\frac{6}{64}ql^2)}{l} = \frac{38}{64}ql;$$

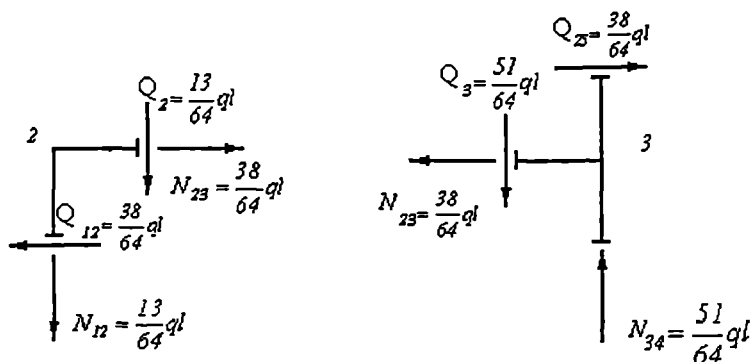


10.14-rasm.

Topilgan ordinatalar bo'yicha avval Q , so'ngra N epyuralari quriladi (10.14-rasm, e, f).

10. Bo'ylama kuchlar epyurasi N ni qurishda tugunlar muvozanatidan foydalanamiz. Birinchi navbatda ikki elementni birlashtiruvchi tugunning muvozanati quriladi.

Musbat ishorali ko'ndalang kuchlar tugunni soat strelkasi yo'nalishida aylantiradi (10.15-rasm).



10.15-rasm.

2-tugun muvozanatidan

$$\sum y = 0; N_{12} - Q_2 = 0; N_{12} = Q_2 = \frac{13}{64} ql;$$

$$\sum x = 0; N_{23} - Q_{12} = 0; N_{23} = Q_{12} = \frac{38}{64} ql;$$

3-tugun muvozanatidan

$$\sum y = 0; N_{34} - Q_3 = 0; N_{34} = Q_3 = \frac{51}{64} ql;$$

$$\sum x = 0; N_{23} - Q_{35} = 0; N_{23} = Q_{35} = \frac{38}{64} ql;$$

Tekshirish.

Hisob natijalari ikki xil yo'l bilan tekshiriladi. Ulardan biri *deformation tekshirish* deb ataladi. Bunda natijaviy M epyurasi tekshiriladi. Buning uchun natijaviy epyura birorta birlik epyura bilan ko'paytiriladi. Agar ko'paytma nol chiqsa, demak hisob to'g'ri bajarilgan bo'ladi.

Vereshchagin formulasidan foydalanib, natijaviy M epyurasini avval $\bar{M}_1$, so'ngra $\bar{M}_2$ birlik epyuralari bilan ko'paytiramiz.

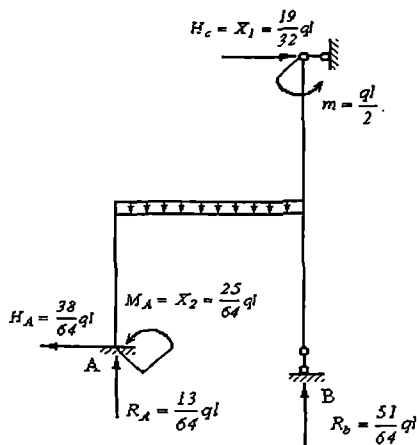
$$\Delta_1 = (M\bar{M}_1) = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{25}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{3} l - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{13}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3} l - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{13}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{3} l - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{6}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{3} l +$$

$$+ \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} \frac{8}{64} ql^2 \cdot l \cdot 0 - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{1}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{32}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{3} l = \frac{ql^4}{64EJ} \left(\frac{125}{6} - \frac{25}{6} - \frac{13}{6} - \frac{6}{6} + \right.$$

$$\left. + 0 - \frac{12}{6} + \frac{32}{6} \right) = \frac{ql^4(57-57)}{384EJ} = 0;$$

$$\Delta_2 = (M\bar{M}_2) = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{25}{64} ql^2 \cdot l \cdot 1 - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{13}{64} ql^2 \cdot l \cdot 1 - \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{13}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{6}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{1}{EJ}$$

$$\frac{2}{3} \frac{8}{64} ql^2 \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{ql^3}{64EJ} \left(\frac{25}{2} - \frac{13}{2} - \frac{13}{2} - \frac{13}{3} + 1 - \frac{8}{3} \right) = \frac{ql^3(75-39-26+6-16)}{384EJ} = \frac{ql^3(81-81)}{384EJ} = 0$$



10.16-rasm.

Ko'chishlarning nolga teng chiqishi hisobning to'g'ri bajarilganligini ifodalaydi.

Endi sistemaning muvozanat holatini tekshiramiz (statik tekshirish). M , Q , N epyuralaridan sistemaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz (10.16-rasm):

$$M_A = X_2 \frac{25}{64} ql^2; R_A = \frac{13}{64} ql; H_A = \frac{38}{64} ql;$$

$$R_B = \frac{51}{64} ql; H_c = -X_1 = -\frac{19}{32} ql.$$

$$1. \sum X = 0; H_A - H_c = 0; \frac{38}{64} ql - \frac{19}{32} ql = \frac{(38-38)ql}{64} = 0;$$

$$2. \sum Y = 0; R_A + R_B - ql = 0; \frac{13}{64} ql + \frac{51}{64} ql - ql = 0;$$

$$3. \sum m_A = 0; M_A + m \cdot 2l + R_B \cdot l - ql \cdot \frac{1}{2} = 0;$$

$$\frac{25}{64} ql^2 + \frac{ql^2}{2} - \frac{19}{32} ql \cdot 2l + \frac{51}{64} ql \cdot l - \frac{ql^2}{2} = 0;$$

$$\frac{ql^2}{64} (25 + 32 - 76 + 51 - 32) = 0.$$

Muvozanat tenglamalarining qanoatlantirilishi sistemaning muvozanatda ekanligini bildiradi. Bu esa hisobning to'g'riligini tasdiqlaydi.

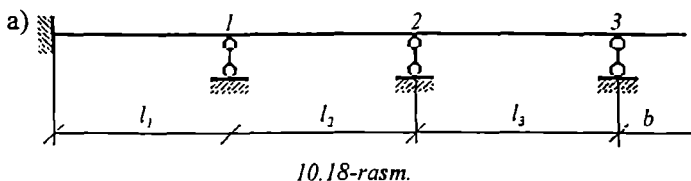
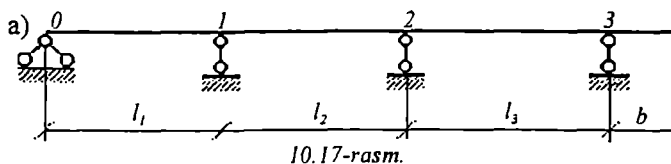
10.6 Statik noaniq uzluksiz balkalarni hisoblash

Bir necha oraliqlardan tashkil topgan va chekka tayanchlardan biri shamirli qo'zg'almas yoki biki bo'lgan balka – **uzluksiz balka** deb ataladi (10.17 va 10.18-rasm).

Mazkur paragrafda uzluksiz balkalar hisobiga kuchlar usulining tadbirini ko'rib o'tamiz. Ish uzluksiz balkalarning statik noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi:

$$n = 2Sh + C_T - 3D.$$

Bu yerda Sh – disklarni tutashtiruvchi oddiy shamirlar soni;
 C_T – tayanch sterjenlari soni.



Uzluksiz balka yaxlit balkadan tashkil topganligi sababli $D=1$; $Sh = 0$ bo'ladi. U holda yuqoridagi formula quyidagi ko'rinishga keladi:

$$n = C_T - 3 \quad (10.8)$$

10.17 va 10.18-rasmda ko'rsatilgan balkalar statik aniqmasdir, chunki ularning har biri uchun noma'lum tayanch reaksiyalarining soni statikaning muvozanat tenglamalari sonidan ortiq.

Rasmdagi balkalarning statik noaniqlik darajasini (10.8) formula yordamida aniqlaymiz:

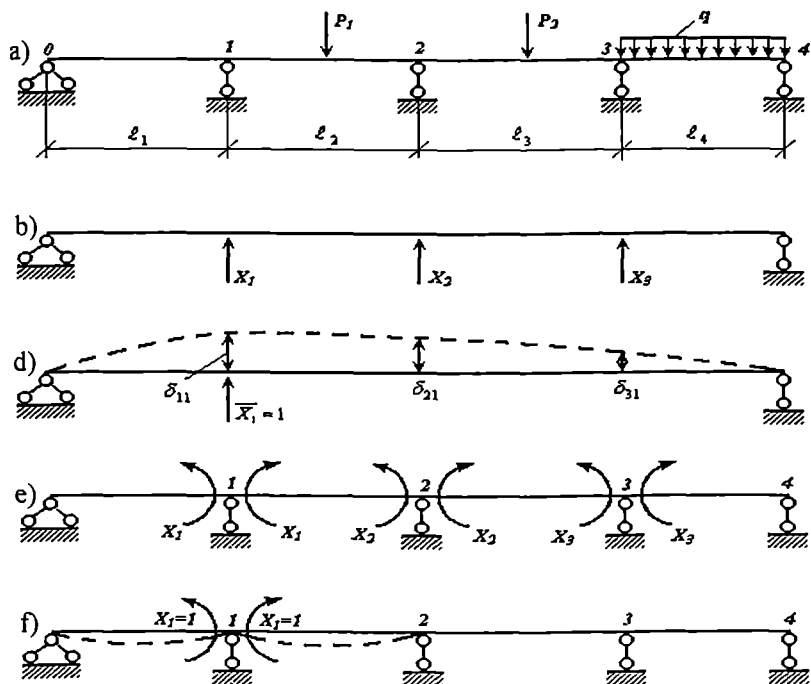
$$n = 6 - 3 = 3, \quad n = 5 - 3 = 2$$

Demak, 10.17-rasmdagi balka uch marta, 10.18-rasmdagisi esa ikki marta statik noaniq ekan.

Uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasi aniqlanganidan so'ng uning asosiy sistemasi tanlanadi.

10.19-rasm, b-da tavsiya etilgan asosiy sistema tashqi tayanchlariga ko'ra, 10.19-rasm, e-da tavsiya etilgan asosiy sistema esa ichki bog'lanishlariga ko'ra hosil qilingan.

Har ikkala asosiy sistema talabga to'liq javob beradi, chunki har ikkalasi ham geometrik o'zgarmas va statik aniqdir.



10.19-rasm.

Uzluksiz balkalarni har ikkala asosiy sistema bo'yicha hisoblasa bo'ladi.

Umuman asosiy sistemani shunday tanlash kerakki, kanonik tenglamalarning ayrim yordamchi koeffitsientlari nolga aylansin va tanlangan asosiy sistema har tomonlama qulay bo'lsin. Chunki asosiy sistema har tomonlama qulay tanlansa, keyingi hisob ishlari ancha soddalashadi. Shu nuqtayi nazardan yuqoridagi ikkita asosiy sistemani tahlil qilib ko'ramiz.

Birinchi variantda ifodalangan asosiy sistemada noma'lumlarning yo'nalishi bo'yicha mavjud bo'ladigan chiziqli ko'chishlar nolga teng

bo'lmaydi, shu sababli kanonik tenglamaning koeffitsientlari va ozod hadlari ham to'liq saqlanadi.

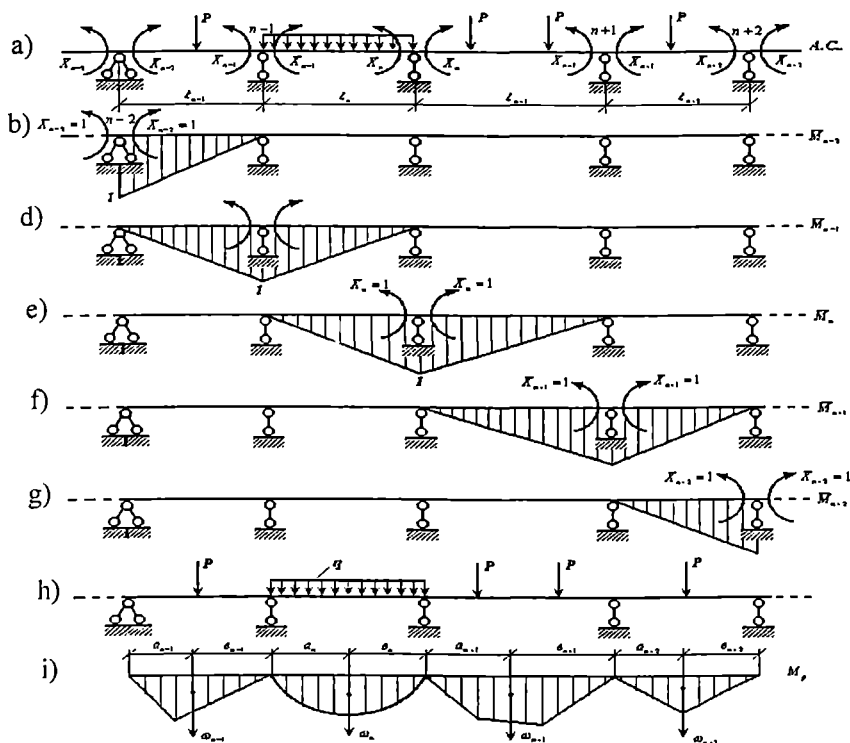
Ikkinchi variant asosida tanlangan asosiy sistema mustaqil oddiy statik aniq balkalardan iborat bo'lib, ayrim burchakli ko'chishlar nolga teng bo'lishi tufayli kanonik tenglamaning ayrim yordamchi koeffitsientlari nolga teng bo'lishiga olib keladi.

Yuqorida bajarilgan tahlil uzluksiz balkalarni hisoblashda ikkinchi variant maqsadga muvofiq ekanligini ko'rsatadi.

Uch momentlar tenglamasi

Uzluksiz balkaning asosiy sistemasini oddiy bir oraliqli balkalarning yig'indisi sifatida qabul qilamiz (10.20-rasm, a).

Bu asosiy sistemada noma'lumlar sifatida tayanch kesimlarida vujudga keladigan eguvchi momentlar ($X_{n-2}, X_{n-1}, X_n, X_{n+1}, X_{n+2}$) qabul qilinadi. Noma'lumlarning yo'nalishini oldindan aytish qiyin.



10.20-rasm.

Shu sababli ularni pastki tolachalarini cho'zadi deb shartli ravishda qabul qilamiz. Noma'lumlarning haqiqiy yo'nalishi tenglamaning yechimi natiijasida hal etiladi.

Kanonik tenglama sistemasidan biror qatorini yozamiz:

$$\dots + \delta_{n,n-2} \cdot X_{n-2} + \delta_{n,n-1} \cdot X_{n-1} + \delta_{n,n} X_n + \delta_{n,n+1} X_{n+1} + \delta_{n,n+2} X_{n+2} + \dots + \Delta_{np} = Q$$

Bu yerda $\delta_{n,n} X_n$ – tayanchning burchakli ko'chishi.

Kanonik tenglamaning koeffitsient va ozod hadlarini aniqlash uchun asosiy sistemani birlik va tashqi kuchlar bilan yuklaymiz. Birlik va tashqi kuchlar ta'sirida eguvchi moment epyuralari quriladi (10.20-rasm, b, d, e, f, g, h).

Epyuralardan foydalanib, kanonik tenglamaning ayrim koeffitsientlari (masalan, $\delta_{n,n-2}$, $\delta_{n,n+2}$) nolga teng ekanligini bilib olamiz.

U holda n – tayanch uchun kanonik tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\delta_{n,n-1} X_{n-1} + \delta_{n,n} X_n + \delta_{n,n+1} X_{n+1} + \Delta_{np} = 0.$$

Kanonik tenglamaning koeffitsienti va ozod hadlarini Mor integrali yoki Vereshchagin usulida aniqlaymiz.

$$\delta_{n,n-1} = \sum \int \frac{\overline{M}_n \overline{M}_{n-1}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} \ln \cdot \frac{1}{3} \right] = \frac{\ln}{6EJ},$$

$$\delta_{n,n} = \sum \int \frac{\overline{M}_n \overline{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left[\frac{1}{2} l_n \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} l_{n+1} \frac{2}{3} \right] = \frac{1}{EJ} \left[\frac{2l_n}{6} + \frac{2l_{n+1}}{6} \right] = \frac{2}{6EJ} [l_n + l_{n+1}];$$

$$\delta_{n,n+1} = \sum \int \frac{\overline{M}_n \overline{M}_{n+1}}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_{n+1} \frac{1}{3} \right) = \frac{l_{n+1}}{6EJ};$$

$$\Delta_{np} = \sum \int \frac{M_p \overline{M}_n}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} [\omega_n y_c + \omega_{n+1} y_c] = \frac{1}{EJ} \left[\omega_n \cdot \frac{a_n}{l_n} + \omega_{n+1} \cdot \frac{a_{n+1}}{l_{n+1}} \right];$$

Topilgan ozod had va koeffitsientlar tenglamaga qo'yilib, umumiy maxrajga keltirilgandan so'ng u quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x_{n-1} \cdot l_n + 2x_n (l_n + l_{n+1}) + x_{n+1} l_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right),$$

Agar $x_{n-1} = M_{n-1}$, $x_n = M_n$, $x_{n+1} = M_{n+1}$ tarzida almashtirilsa, u hol-

da quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right) \quad (10.9)$$

(10.9) ifoda uch momentlar tenglamasi deb atalib, har bir oraliq tayan-chi uchun alohida ravishda tuziladi. Tuziladigan tenglamalar soni uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasiga teng bo'ladi.

Uch momentlar tenglamasining o'ng qismini quyidagi ko'rinishda yo-zish mumkin:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6R_n\phi \quad (10.10)$$

bu yerda

$$R_n^\phi = A_n^\phi + B_n^\phi,$$

$$A_n^\phi = \frac{\omega_n a_n}{l_n}, \quad B_{n+1}^\phi = \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}};$$

belgilari qabul qilingan.

Xususiy hollar

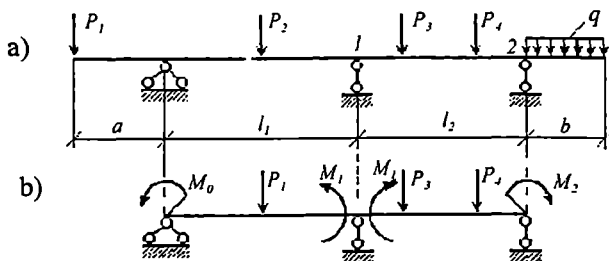
1. Agar berilgan uzluksiz balkaning konsol qismi bo'lsa, u holda konsol tayanch momentlari bilan almashtiriladi.

Masalan, 10.21-rasm, a-da berilgan bir noma'lumli uzluksiz balka uchun uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_0 \cdot l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 \cdot l_2 = -6R_1\phi.$$

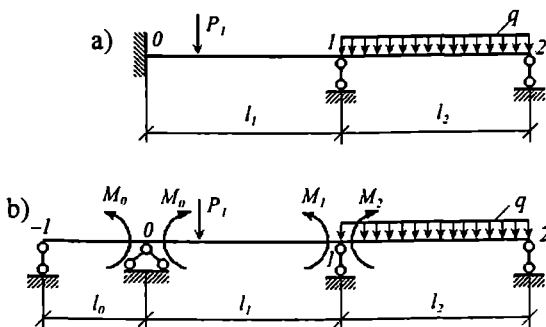
Shakldan: $M_0 = -P_1 \cdot a$ $M_2 = -\frac{qb^2}{2}$ ekanligi ko'rinish turibdi.

Uzluksiz balkaning asosiy sistemasi 10.21-rasm, b-da tasvirlangan.



10.21-rasm.

2. Agar berilgan balkaning chekka tayanchlaridan biri shamirsiz biki bo'lsa, (10.22-rasm, a), u holda shu biki tayanch sharnirli tayanch bilan almashtirilib, orasiga qo'shimcha soxta oraliq qo'shiladi.



10.22-rasm.

Bu oraliqning uzunligi nolga teng va biki cheksiz deb qabul qilinadi (10.22-rasm, b).

Agar uzluksiz balkaning ko'ndalang kesimi balka uzunligi bo'ylab bir xil bo'lmasa, ya'ni inersiya momentlari turlicha bo'lsa, u holda (10.9) tenglama quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$M_{n-1}\lambda_n + 2M_n(\lambda_n + \lambda_{n+1}) + M_{n+1}\lambda_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} \cdot \frac{J_0}{J_n} + \frac{\omega_{n+1} \cdot b_{n+1}}{l_{n+1}} \cdot \frac{J_0}{J_{n+1}} \right),$$

bu yerda M_{n-1} , M_n , M_{n+1} – tayanch momentlari;

l_n – balka tayanchlari orasidagi masofa (oraliq uzunligi);

J_n – balka ko'ndalang kesimining inersiya momenti, (tayanchlar oralig'ida J_n o'zgarmas bo'ladi);

J_0 – inersiya momenti birligiga ega bo'lgan ixtiyoriy son;

$\lambda_n = l_n \frac{J_0}{J_n}$ – oraliqning keltirilgan uzunligi;

ω_n – asosiy sistemada berilgan kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasining yuzasi;

a_n – chap tayanchdan eguvchi moment epyurasining og'irlik markazigacha bo'lgan masofa;

b_n – o'ng tayanchdan eguvchi moment epyurasining og'irlik markazigacha bo'lgan masofa;

Uch momentlar tenglamasidan noma'lum tayanch momentlari aniqlan-

gandan so'ng berilgan balkaning eguvchi moment va qiruvchi kuch epyuralari quriladi.

Epyuralarni qurish uchun asosiy sistemadan har bir oddiy balka ajratib olinadi, ajratilgan balkalar tashqi kuch va aniqlangan tayanch momentlari bilan yuklanadi, so'ngra eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari quriladi.

Alohida qurilgan epyuralar yagona o'q ustiga joylashtiriladi. Natijada uzluksiz balkaning eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari hosil bo'ladi.

10.2. Misol. 10.23 rasm, a da ko'rsatilgan uzluksiz balkaning noma'lum tayanch momentlarini aniqlaydigan tenglamalar tuzilsin.

Yechish. Ishni asosiy sistema tuzishdan boshlaymiz. Buning uchun oraliq tayanchlari ustiga sharnirlar kiritamiz (10.23 -rasm, b).

Mazkur balka uchun uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\left. \begin{aligned} 2M_1(\lambda_1 + \lambda_2) + M_2\lambda_2 &= -6 \left(\frac{\omega_1 a_1}{\ell_1} \cdot \frac{J_0}{J_1} + \frac{\omega_2 b_2}{\ell_2} \cdot \frac{J_0}{J_2} \right) \\ M_1\lambda_2 + 2M_2(\lambda_2 + \lambda_3) &= -6 \left(\frac{\omega_2 a_2}{\ell_2} \cdot \frac{J_0}{J_2} + \frac{\omega_3 b_3}{\ell_3} \cdot \frac{J_0}{J_3} \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{a)}$$

Tenglama koeffitsientlarini aniqlaymiz. Agar $\frac{J_0}{J_1} = 3$ deb olsak, $\frac{J_0}{J_2} = \frac{J_0}{J_3} = 1$ va $\lambda_1 = 15 \cdot 3 = 45\text{m}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 20\text{m}$ bo'ladi. Tenglamaning o'ng tomonidagi miqdorlarni aniqlash uchun asosiy sistemada tashqi kuchlardan eguvchi momentlar epyurasini quramiz (10.23-rasm, d).

Statik jihatdan $\frac{\omega_n a_n}{\ell_n}$ va $\frac{\omega_n b_n}{\ell_n}$ miqdorlarni M_r^0 epyurasini yuk deb faraz etsak, faraziy tayanch reaksiyalari deb qabul qilsa bo'ladi (10.23-rasm, e). U holda birinchi oraliq uchun

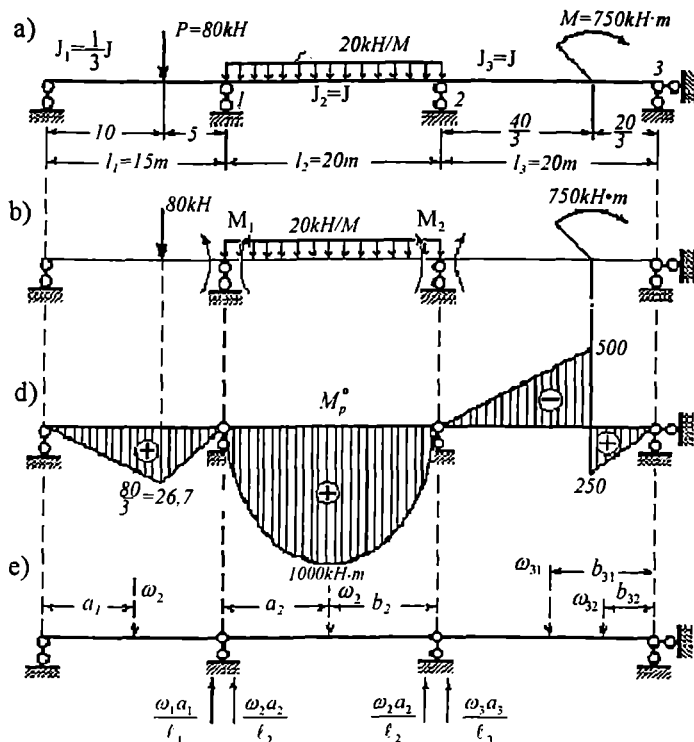
$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{800}{3} 15 = 2 \cdot 10^3 \text{ kH} \cdot \text{H}^3 \quad a_1 = \frac{10 + 15}{3} = \frac{25}{3} \text{ m}; \quad \frac{\omega_1 a_1}{\ell_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{9} \text{ kH} \cdot \text{m}^2;$$

ikkinchi oraliq uchun

$$\omega_2 = \frac{2}{3} 100 \cdot 20 = \frac{40 \cdot 10^3}{3} \text{ } \tau \text{ m}^2; \quad a_2 = b_2 = 10 \text{ m}; \quad \frac{\omega_2 Q_2}{\ell_2} = \frac{\omega_2 b_2}{\ell_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{3} \text{ kH} \cdot \text{m}^2;$$

uchinchi oraliqda:

momentlar epyurasining manfiy qismi uchun



10.23-rasm.

$$\omega_{31} = -\frac{1}{2} \cdot 500 \frac{40}{3} = -\frac{10000}{3} \text{ tm}^2; \quad b_{31} = \frac{20}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{40}{3} = \frac{100}{9} \text{ m};$$

$$\frac{\omega_{31} b_{31}}{\ell_3} = -\frac{50 \cdot 10^3}{27} \text{ kH} \cdot \text{m}^2$$

momentlar epyurasining musbat qismi uchun

$$\omega_{32} = -\frac{1}{2} \cdot 250 \frac{20}{3} = \frac{2500}{3} \text{ t m}^2; \quad b_{32} = \frac{2}{3} \cdot \frac{20}{3} = \frac{40}{9} \text{ m}; \quad \frac{\omega_{32} b_{32}}{\ell_3} = \frac{5000}{27} \text{ kH} \cdot \text{m}^2;$$

$$\frac{\omega_3 b_3}{\ell_3} = \frac{\omega_{31} b_{31}}{\ell_{31}} + \frac{\omega_{32} b_{32}}{\ell_{32}} = -\frac{50 \cdot 10^3}{27} + \frac{5000}{27} = -\frac{5000}{3} \text{ kH} \cdot \text{m}^2$$

Momentlar epyurasi murakkab shaklga ega bo'lsa, uni oddiy shakllarga bo'lib ishlash tavsiya etiladi.

Topilgan koeffitsientlarni (a) tenglamaga qo'yamiz:

$$2M_1(45+20) + 20M_2 = -6\left(\frac{10000}{9}3 + \frac{20000}{3}1\right);$$

$$20M_1 + 2M_2(20+20) = -6\left(\frac{20000}{3}1 - \frac{5000}{3}1\right);$$

Tenglamalarni ixchamlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} 13M_1 + 2M_2 &= -6000 \\ 2M_1 + 8M_2 &= -6000 \end{aligned} \right\} \quad \text{b)}$$

10.7. Uzlüksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash

Oraliqlari soni uch va undan ortiq bo'lib, ayrim oraliqlari tashqi kuchlar bilan yuklangan bo'lsa, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash ancha qulay bo'ladi.

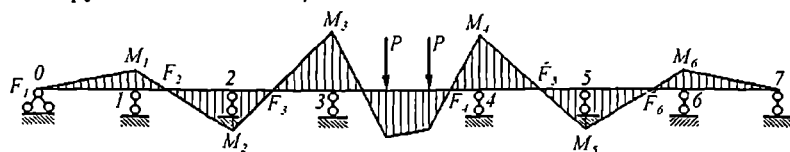
Bu usulni amalga oshirish uchun uch momentlar tenglamasidan foydalanib, eguvchi moment epyurasini quramiz (10.24-rasm).

Bu epyura asosida quyidagi xulosalarni keltirish mumkin: yuk qo'yilmagan oraliqlarda eguvchi moment og'ma chiziqlardan iborat bo'lib, balkaning o'qini kesib o'tadi va nol nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalar **moment fokuslari** deb ataladi.

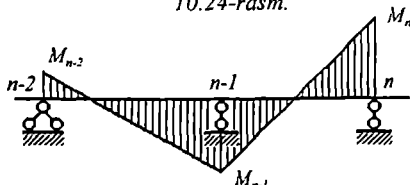
Agar nol nuqtalar yuk qo'yilgan oraliqqa nisbatan chap tomonda joylashgan bo'lsa – **chap moment fokusi** deb ataladi va $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ deb belgilanadi.

Agar nol nuqtalar yuk qo'yilgan oraliqning o'ng tomonida joylashgan bo'lsa – **o'ng moment fokusi** deb ataladi va $F_1^I, F_2^I, F_3^I \dots F_n^I$ bilan belgilanadi.

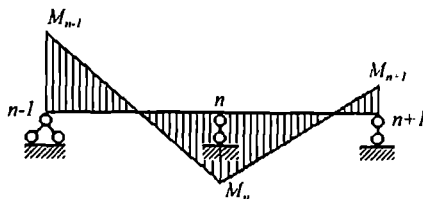
Uzlüksiz balkaning yuklanmagan oraliq'idagi tayanch momentlarining absolut qiymatlari nisbati – **fokuslar nisbati** deb ataladi.



10.24-rasm.



10.25-rasm.



10.26-rasm.

Yuk qo'yilgan oraliqlarda fokuslarning holati fokuslar nisbatlari orqali aniqlanadi. Fokus nisbatlari o'z navbatida chap va o'ng nisbatlarga bo'linadi.

Masalan, 10.24-rasmda tasvirlangan eguvchi moment epyurasidan chap va o'ng fokus nisbatlari quyidagicha aniqlanadi:

Chap fokus nisbatlari, ya'ni

$$\frac{M_1}{M_0} = -K_1, \frac{M_2}{M_1} = -K_2, \frac{M_3}{M_2} = -K_3 \text{ bo'ladi.}$$

O'ng fokus nisbatlari:

$$\frac{M_4}{M_5} = -K_5^1, \frac{M_5}{M_6} = -K_6^1, \frac{M_6}{M_7} = -K_7^1 \text{ bo'ladi.}$$

Tayanch momentlari har xil ishorali bo'lgani uchun fokus nisbatlari manfiy ishoraga ega bo'ladi.

Shunga o'xshash uzluksiz balkaning yuklanmagan n – oraliq'i uchun chap fokus nisbati quyidagicha aniqlanadi (10.25-rasm):

$$\frac{M_n}{M_{n-1}} = -K_n. \quad (10.11)$$

Agar uzluksiz balkaning yuklanmagan « n » oraliq'i yuk qo'yilgan oraliqqa nisbatan o'ng tomonda bo'lsa, u holda shu oraliq uchun o'ng fokus nisbati quyidagicha ifodalanadi (10.26-rasm):

$$\frac{M_{n-1}}{M_n} = -K_n^1. \quad (10.12)$$

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan n – oraliqning chap tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i chap fokusdan o'tadi: yuklanmagan oraliqning tayanch momentlari esa quyidagicha hisoblanadi:

$$M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}}, \quad (10.13)$$

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan oraliqning o'ng tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i o'ng fokusdan o'tadi va noma'lum tayanch momentlari quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}}, \quad (10.14)$$

Demak, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash uchun birinchi navbatda, fokus nisbatlari va yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari aniqlangan bo'lishi kerak. Chap fokus nisbatlarini aniqlash uchun yuk qo'yilgan oraliqdan chap tomonda joylashgan oraliqlar uchun uch momentlar tenglamasini tuzamiz. Uzluksiz balkaning birinchi tayanchi uchun (10.25-rasm) uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = 0.$$

Shakldan $M_0=0$ va tenglamaning o'ng qismi nol ekanligi ko'rinib turibdi. U holda:

$$\frac{M_2}{M_1} = -\frac{2(l_1 + l_2)}{l_2} = -2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right) \text{ bo'ladi.}$$

(8.4) formulaga asosan $\frac{M_2}{M_1} = -K_2$ deb belgilasak,

$$K_2 = 2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right) \quad (10.15) \text{ kelib chiqadi.}$$

Endi ikkinchi tayanch uchun ($n=2$) uch momentlar tenglamasini yozamiz:

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = 0.$$

Tenglamaning barcha hadlarini M_2 ga bo'lsak,

$$\frac{M_1}{M_2} \cdot l_2 + 2(l_2 + l_3) + \frac{M_3}{M_2} \cdot l_3 = 0.$$

kelib chiqadi.

Bu tenglamadagi tayanch momenti nisbatlarini (10.13) formulaga ko'ra chap fokus nisbatlari orqali ifodalaymiz:

$$-\frac{1}{K_1} \cdot l_2 + 2(l_2 + l_3) - K_2 l_3 = 0.$$

Mazkur tenglamadan ikkinchi oraliq uchun chap fokus nisbati aniqlanadi:

$$K_2 = 2 + \frac{l_2}{l_3} \left(2 - \frac{1}{K_1}\right) \quad (10.16)$$

Bularni umumlashtirib, n -oraliq uchun fokuslar nisbati K_n ni quyidagi ko'rinishda yoza olamiz:

$$K_n = 2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \quad (10.17)$$

Shu tartibda o'ng fokus nisbatlari aniqlanadi:

$$K_n^1 = 2 + \frac{l_{n+1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^1} \right) \quad (10.18)$$

Chap fokus nisbatlarini aniqlash uzluksiz balkaning birinchi oralig'idan, o'ng fokus nisbatlarini hisoblash esa oxirgi oralig'idan boshlanadi.

Birinchi va so'nggi oraliqlarning fokus nisbatlari tayanchlar xiliga bog'liq holda aniqlanadi.

Agar balkaning birinchi tayanchi sharnirli bo'lsa, u holda birinchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi (10.27-rasm, a):

$$K_1 = -\frac{M_1}{M_0} = -\frac{M_1}{0} = \infty.$$

Shakldan $M_0 = 0$ ekanligi ko'rinib turibdi.

Agar berilgan balkaning birinchi tayanchi sharnirsiz biki bo'lsa, (10.27-

rasm, b) u holda shu biki tayanch sharnirli tayanch bilan almashtirilib, orasiga qo'shimcha soxta oraliq qo'shiladi (10.27-rasm, d) va shu oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

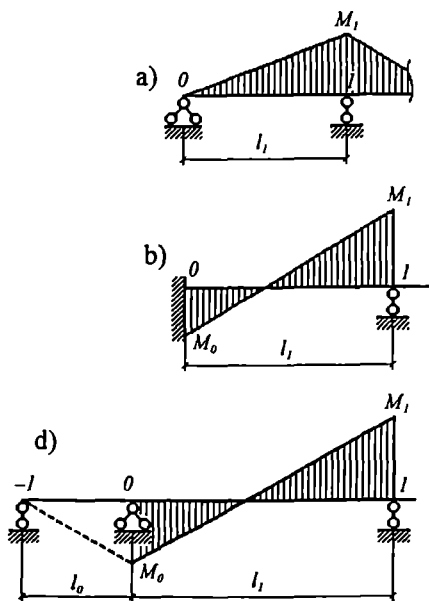
$$K_0 = -\frac{M_0}{M_1} = -\frac{M_0}{0} = \infty.$$

(10.17) formulaga ko'ra birinchi oraliq uchun fokuslar nisbati

$$K_1 = 2 + l_0/l_1 \left(2 - \frac{1}{K_0} \right) \quad \text{bo'lgani}$$

uchun $K_1 = 2$ bo'ladi. Bu yerda $l_0 = 0$ va $K_0 = \infty$.

Demak, balkaning birinchi tayanchi sharnirli qo'zg'almas bo'lsa, birinchi oraliq uchun chap fokuslar



10.27-rasm.

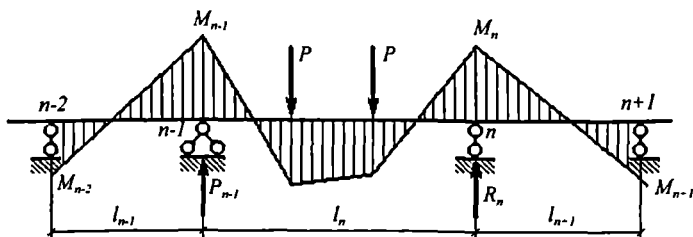
nisbati $K_1 = \infty$; sharmirsiz biki bo'lsa, $K_1 = 2$ ga teng bo'ladi.

Uzluksiz balkaning chap va o'ng fokus nisbatlari aniqlangandan so'ng yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlar aniqlanadi.

Uzluksiz balkaning «n» oralig'i tashqi yuklar ta'sirida deb faraz qilamiz (10.28-rasm).

Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari M_{n-1}, M_n larni aniqlash uchun balkaning $n-1$ va n nchi tayanchlariga tegishli uch momentlar tenglamasini yozamiz (10.26-rasm):

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6R_n \quad (10.20)$$



10.28-rasm.

Tuzilgan tenglamalar qatorida to'rtta tayanch momentlari $M_{n-2}, M_{n-1}, M_n, M_{n+1}$ mavjuddir. Bulardan ikkitasi (M_{n-1}, M_n) izlanayotgan momentlar, qolgan ikkitasi (M_{n-2}, M_{n+1}) fokuslar nisbati orqali aniqlanadigan tayanch momentlaridir.

$$(10.13) \text{ formulaga asosan } M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}};$$

$$(10.14) \text{ formulaga asosan } M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}^1}.$$

Uch momentlar tenglamasining o'ng qismidagi soxta tayanch reaksiyalari quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$R_{n-1}^\phi = A_n^\phi, R_n^\phi = B_n^\phi.$$

Chunki, bu yerda 10.28-rasmga asosan $B_{n-1}^\phi = 0, A_{n+1}^\phi = 0$ tengdir. M_{n-2}, M_{n+1} va R_{n-1}, R_n larning qiymatlarini (10.20) tenglamaga qo'yamiz:

$$-\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}} \cdot l_{l-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) + M_n l_n = -6A_n^\phi$$

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) - \frac{M_n}{K_{n+1}^1} \cdot l_n = -6B_n^\phi$$

Bu tenglamalarning barcha hadlarini l_n ga bo'lib yuborsak,

$$M_{n-1} \left[2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] + M_n = -\frac{6A_n^\phi}{l_n};$$

$$M_{n-1} + M_n \left[2 + \frac{l_{n+1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^1} \right) \right] + M_n = -\frac{6B_n^\phi}{l_n}$$

kelib chiqadi.

(10.17) va (10.18) formulalarga asosan tenglamalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$M_{n-1} \cdot K_n + M_n = -\frac{6A_n^\phi}{l_n};$$

$$M_n + M_{n+1}K_n^1 = -\frac{6B_n^\phi}{l_n}.$$

Bu tenglamalarni birgalikda yechib, yuk qo'yilgan oraliqning tayanch momentlarini aniqlash uchun quyidagi formulalarga ega bo'lamiz:

$$M_{n-1} = -\frac{6}{l_n} \cdot \frac{(A_n^\phi \cdot K_n^1 - B_n^\phi)}{K_n K_n^1 - 1};$$

$$M_n = -\frac{6}{l_n} \cdot \frac{(B_n^\phi \cdot K_n - A_n^\phi)}{K_n K_n^1 - 1}. \quad (10.21)$$

Ushbu formulani quyidagi ko'rinishda ifodalasa ham bo'ladi:

$$M_{n-1} = -\frac{6\omega_m(b_n K - a_n)}{l_n^2((K_n K_n^1 - 1))}; \quad M_n = -\frac{6\omega_m(a_n K - b_n)}{l_n^2(K_n K_n^1 - 1)}. \quad (10.22)$$

Birinci va oxirgi yuklangan oraliqlar sharnirli tayanchlarga ega bo'lsa, u holda (10.22) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\text{birinchi oraliq uchun } M_0 = 0, M_1 = -\frac{6\omega_1 a_1}{l_1^2 K_1^1}; \quad (10.23)$$

$$\text{oxirgi oraliq uchun } M_{n-1} = -\frac{6\omega_n a_n}{l_n^2 K_n^1}, M_n = 0. \quad (10.24)$$

Uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

1. Har bir oraliq uchun chap va o'ng fokus nisbatlari (10.17) va (10.18) formulalarga asosan topiladi.

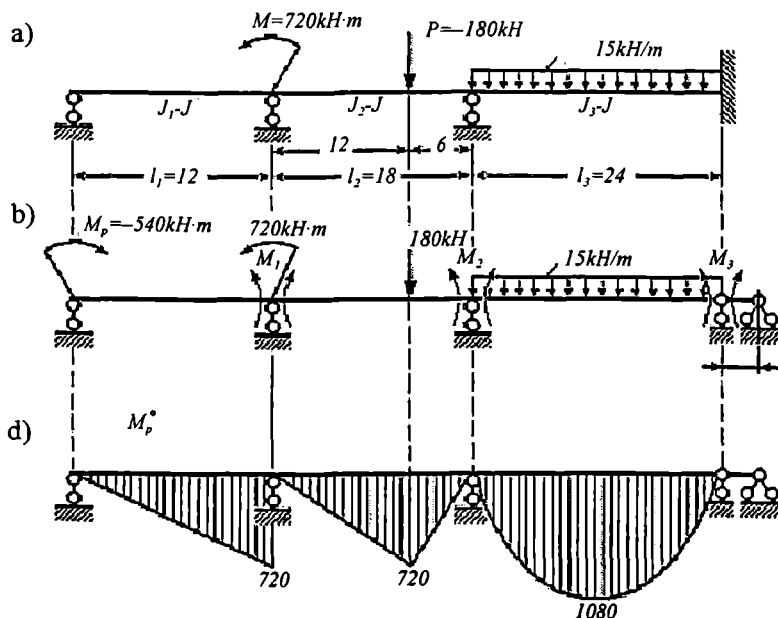
2. Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari (10.21) yoki (10.22) formula orqali aniqlanadi.

3. Yuk qo'yilmagan oraliqlardagi tayanch momentlari (10.13) va (10.14) formulalar yordamida aniqlanadi.

Agar uzluksiz balkaning bir necha oralig'i tashqi yuklar ta'sirida bo'lsa, u holda har bir yuk qo'yilgan oraliq uchun balka alohida ravishda hisoblanadi, so'ngra tayanch momentlarining algebraik yig'indilari bo'yicha umumiy epyura quriladi.

10.3-misol. 10.29-rasmda tasvirlangan balkaning tayanch momentlari moment fokuslari usulida aniqlansin.

Yechish. Berilgan balkaning asosiy sistemasini quramiz (10.29-rasm, b). Konsolni olib tashlab, uning ta'sirini $M_0 = -54 \text{ t.m.}$ moment bilan, qistirma tayanchni esa uzunligi $l_4 = 0$ bo'lgan qo'shimcha oraliq bilan almashtiramiz. Oraliqdagi tayanchlarga sharnirlar kiritamiz va noma'lum tayanch momentlarini qo'yamiz. M_0 ni ma'lum tayanch momenti deb hisoblaymiz. Birinchi tayanchga qo'yilgan $M = 72 \text{ tm}$ momentni tayanchga tutashgan oraliqlarning xohlagan biriga qo'yilgan deb qarash mumkin; biz uni birinchi oraliqqa qo'yilgan deb hisoblaymiz.



10.29-rasm.

Asosiy sistemada berilgan kuchlardan epyuralar quramiz (10.29-rasm, d) va ulardan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\omega_1 = \omega_2 = 1/2 \cdot 72 \times 18 = 6480 \text{ kH} \cdot \text{m}^2; \quad a_1 = 2/3 \cdot 18 = 12 \text{ m};$$

$$a_2 = \frac{12+18}{3} = 10 \text{ m}; \quad b_2 = \frac{6+18}{3} = 8 \text{ m};$$

$$\omega_3 = 2/3 \cdot 108 \times 24 = 17280 \text{ kH} \cdot \text{m}^2; \quad a_3 = b_3 = 12 \text{ m}.$$

Chap fokuslar nisbatini birinchi oraliqdan boshlab hisoblaymiz:

$$k_1 = \infty.$$

$$k_2 = 2+18/18 \cdot (2-1/\infty) = 4;$$

$$k_3 = 2+18/24 \cdot (2-1/4) = 53/16;$$

O'ng fokuslar nisbatini oxirgi oraliqdan boshlab hisoblaymiz:

$$k_3^1 = 2; \quad k_2^1 = 2+24/18 \cdot (2-1/2) = 4;$$

$$k_1^1 = 2+18/18 \cdot (2-1/4) = 15/4;$$

Endi tayanch momentlarini aniqlashga o'tamiz.

a) birinchi oraliqdagi yukdan (10.23-formula bo'yicha):

$$M_0^a = 0; \quad M_1^a = -\frac{6 \cdot 648 \cdot 12}{18^2 \cdot 15/4} = -384 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

Yuklanmagan oraliqlar uchun o'ng fokuslar nisbatini qo'llab, quyidagi tayanch momentlarini topamiz:

$$M_2^a = -\frac{M_1^1}{\kappa_2^1} = \frac{384}{4} = 96 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_3^a = -\frac{M_2^1}{\kappa_3^1} = -\frac{96}{2} = -48 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

b) Ikkinchi oraliqqa qo'yilgan yukdan (10.22 formula bo'yicha):

$$M_1^b = -\frac{6 \cdot 6480 \cdot (8 \cdot 4 - 10)}{18^2 (4 \cdot 4 - 1)} = -176 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_2^b = -\frac{6 \cdot 6480 \cdot (10 \cdot 4 - 8)}{18^2 (4 \cdot 4 - 1)} = -256 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

Birinchi oraliqda $M_0^b = -\frac{M_1}{\kappa_1} = 0$, chunki $k_1 = \infty$.

$$\text{Uchinchi oraliqda } M_3^b = -\frac{M_2}{\kappa_2^1} = \frac{256}{2} = 128 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

d) Uchinchi oraliqqa qo'yilgan yukdan (10.22 formula):

$$M_2^b = -\frac{6 \cdot 17280 \cdot (12 \cdot 2 - 12)}{24^2 \cdot (53/16 - 1)} = -384 \text{ kH} \cdot \text{m}$$

$$M_3^b = -\frac{6 \cdot 17280 \cdot (12 \cdot 53/16 - 12)}{24^2 \cdot (53/16 \cdot 2 - 1)} = -888 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

Chapdan yuklanmagan oraliqlarni ko'rib o'tamiz. Chap fokus nisbatlaridan foydalanamiz:

$$M_1^a = -\frac{M_2}{K_2} = \frac{384}{4} = 96 \text{ kH} \cdot \text{m}; \quad M_0^b = -\frac{M_1}{K_1} = 0;$$

e) konsoldagi yukdan

$$M_0^a = -540 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_1^a = -\frac{M_0}{K_1^1} = \frac{540}{15/4} = 144 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_2^a = -\frac{M_1}{K_2^1} = -\frac{144}{4} = -36 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_3^a = -\frac{M_2}{K_3^1} = \frac{36}{2} = 18 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

Kuchlarning birgalikda ta'siridan hosil bo'ladigan tayanch momentlarini, kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasiga binoan, alohida topilgan momentlarning yig'indisi sifatida aniqlaymiz:

$$M_0 = M_0^a + M_0^b + M_0^v + M_0^s = -540 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_1 = M_1^a + M_1^b + M_1^v + M_1^s = -384 - 176 + 96 + 144 = -330 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_2 = M_2^a + M_2^b + M_2^v + M_2^s = 96 - 256 - 384 - 36 = -580 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$M_3 = M_3^a + M_3^b + M_3^v + M_3^s = -48 + 128 - 888 + 18 = -790 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

Shunday qilib, talab etilgan tayanch momentlari topildi.

10.8. Statik noaniq masalalarni kompyuterda hisoblash texnologiyasi

Mashina va inshootlar tarixi, taraqqiy etishi va rivojlanishi ko'pdan ilm texnikaning mohiyatiga, fanning progressiv yutuqlariga va xususan konstruktorglarning ijodi, salohiyati hamda hisoblash usullaridan keng foydalanishlariga bog'liqdir. Mashinalar shunday murakkab-ki, ularning hisobini EHMsiz, yangi matematik usullarsiz bajarib bo'lmaydi.

Shu bilan birga, yangi texnikaning ahvolini o'rganish va loyihalash jarayonini mukammallashtirish, texnikaning mustahkam, optimal, ishonarli va kam harajatli bo'lishini ta'minlash kerak. Ularni yaratishda fan erishgan yutuqlardan, EHM dan foydalanib o'ta progressiv va sinalgan yutuqlardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Quyida murakkab konstruksiyalarni hisoblash, ularning zo'riqish – deformatsiyalanish holatini aniqlash hamda optimal yechimini topish masalalariga mo'ljallangan EHM dasturi «KROUSS» haqida uslubiy qo'llanma berilgan.

KROUSS dasturining vazifasi va imkoniyati

Dasturning g'oyasi, konstruksiyalar nazariyasi asosida statik aniq va noaniq sterjenlar sistemasini (ferma, arka, rama, balka va hokazolar) tashqi turli statik va seysmik (dinamik) kuchlarga hisoblashga mo'ljallangan. Hisob algoritmi asosiga Tugal (chekli) elementlar usuli «TEU», texnik normalar (KMK) qabul qilinib har xil imorat va inshootlar, mexanik sistemalarni hisoblash va loyihalashga imkon beradi.

Programma elastik materialdan (temir, temirsimon-splav, yog'och va temirbeton) tashkil topgan, chiziqli elementlardan iborat bo'lib, har xil murakkablikdagi konstruksiyalarni mustahkamlikka hisoblashga bog'langan.

KROUSS – (комплексный расчет и оптимизация упругих стержневых систем) dasturi konstruksiya loyihasi jarayonini batamom avtomatlashtirishga mo'ljallangan bo'lib, Dinamika – Statika – Ichki kuchlar kombinatsiyasi – Ko'ndalang kesim tanlash – Optimallashtirish kabi masalalarini uzluksiz bajaradi. Dastur shaxsiy kompyuter IBM kabi EHMlarga mo'ljallangan bo'lib, Turbo Paskal algoritmik tilda yozilgan.

Hisoblash algoritmi

Algoritm va uning asosida yaratilgan hisoblash ketma-ketligi mashhur, universal, mashinabop «Tugal elementlar usuli «TEU» (метод конечных

elementov – MKE) asosida yaratilgan. Umumiy algoritm berilgan konstruksiya elementlari uchlarida ko'chishlarni, ichki kuchlarni $S_i(N, Q, M)$ aniqlab, sistemaning fizik va geometrik chiziqli elementlarining kuchlanish deformatsiyalanish ko'satkichlarini topishga mo'ljallangan.

Berilgan, ixtiyoriy murakkablikdagi konstruksiyani hisobi TEU – da sodda tugal elementlarga ajratish yo'li bilan olib boriladi.

Buning uchun berilgan sistemadan asosiy sistema tanlab, qidirilayotgan umumlashtirilgan ko'chishlar – belgilanadi. So'ngra shu nuqtalardagi ko'chishlarning aproksimatsiya qiluvchi tenglama tuziladi, ya'ni

$$Z = R^{-1} R_r$$

Bu yerda Z – qidirilayotgan, hisoblanishi zarur bo'lgan umumlashtirilgan ko'chish matritsasi.

R – elementlarning bikrluk matritsalarini

R_r – yuk matritsasi;

Berilgan sistema elementlarida hosil bo'layotgan ichki kuchlarni quyidagi matritsa amalida aniqlanadi.

$$S = RK \cdot Z$$

bu yerda R – berilgan konstruksiyaning bikrluk matritsasi;

Umuman, hisoblash algoritmi quyidagi ketma-ketlikka ega:

- Asosiy sistema tanlash;
- Kirish axborotlarini tayyorlash va EHM ga kiritish;
- Konstruksiya elementlarining bikrluk matritsalarini aniqlash;
- Tugal element usulining ko'chish usuliga mos tenglamalar sistemasi tuzish;
- Tenglamalar sistemasini Gauss usuli asosida yechish;
- Konstruksiya elementlaridagi ichki kuchlarni hisoblash

Hisoblash algoritmi tajribada ko'p uchraydigan rama kabi konstruksiya misolida ko'rsatilgan bo'lib, mashinasozlik, samolyotsozlik tajribasiga doir dinamik va statik tashqi kuchlar ta'sirini inobatga oladi.

Kompyuterda konstruksiyani hisoblash texnologiyasi.

Axborot ta'mini

KROUSS dasturidan foydalanish uchun shu paragrafda keltirilgan materialni yaxshilab o'zlashtirish va axborot ta'minini nihoyatda aniq tayyorlash darkor. Chunki mashinada hisoblash va aniq natijaga erishish ancha mas'uliyatli jarayon bo'lib, kiritilayotgan axborot aniq bo'lishi kerak.

Kirish axborotlarini tayyorlash quyidagi shartlarni oydinlashtirishdan boshlanadi.

1. O'zgaruvchi, optimallashtiradigan parametr-o'lchamlari diskret bo'lsa DD-belgi qo'yiladi. DD=1 konstruksiyaning unifikatsiyaliligi yoki yig'maligi inobatga olinishini ko'rsatadi.

2. Konstruksiyani fundament bilan birga hisoblanish zarur bo'lsa u holda ZZ=1.

3. Optimallashtirish bir mezonda bo'lsa KK=0, ko'p mezonli bo'lsa KK=1 deb belgilanadi.

Dasturning ichki bazasiga quyidagi axborot kiritiladi va saqlanadi.

1. Konstruksiya topologiyasini ifodalovchi geometrik, fizik ko'rsatkichlar: SN – etajlar soni, SR – qatorlar soni, M – konstruksiyaning elementlar soni, NM – bir vaqt ichida ta'sir etadigan tashqi kuch soni, MM – noma'lumlar soni, UA – elementlar ko'ndalang kesimlarining inersiya momenti va yuzi, E – konstruksiya materialini elastiklik moduli E – yerning elastik moduli; ak,bk – peremichka o'lchami, b – element ko'ndalang kesimi eni va balandligi,

2. Konstruksiyani tashkil qilinishini ifodalovchi axborot, bu axborot (TT) – indeks matritsasi orqali ifodalanadi. Buning berilgan konstruksiyaning asosiy sistemasi tashkil qilinib har bir tuguniga, bikrligi o'zgaradigan yoki nuqtaga keltirilgan kuch qo'yilgan kesimga umumlashtirilgan ko'chish nuqtasi kiritiladi. Har nuqtada ikkita tinch ko'chishni (gorizontal va vertikal) va bitta buralishni ifodalovchi D – umumlashtirilgan ko'chishlar kiritiladi. Bu degani konstruksiyani hosil qiluvchi har bir tugal element uchlari birlashgan nuqталarga noma'lum ko'chishlar kiritiladi.

3. Tashqi kuchlarni ifodalovchi axborot. Asosiy sistema tashkil qilishda har bir tashqi kuch tugunlarga kiritilgan kuchda keltiriladi. Agarda shunday qilish mumkin bo'lmasa, kuch qo'yilgan nuqtaga noma'lum ko'chishlar kiritiladi. Har tashqi kuch kiritilgan ko'chish yo'nalishlariga mos bo'lib, ishoralari kiritilgan ko'chish yo'nalishiga nisbatan aniqlanadi. Shunday axborot har tashqi kuch guruhiga taalluqlidir.

4. Maxsus axborot. Maxsus axborot konstruksiyani seysmik kuchga hisoblansa, yoki parametrlarini optimallashtirishda kiritish zarurdir. Bunda optimallashtirish chegaralari va optimallashtirish aniqligini belgilovchi koefitsient kiritiladi.

Umuman komppyuterga hamma kiritilishi zarur bo'lgan axborotlar quyidagilar bo'lib, ko'rsatilgan ko'rinish va ketma-ketlikda mashinaga kiritiladi.

1. Konstruksiya topologiyasini ifodalovchi axborotlar quyidagi massivda beriladi:

$$\{MP\} = \{IM, MM, H, PM, HM, DD\}$$

bu yerda: IM – elementlar soni;

MM – umumlashtirilgan ko‘chishlar soni;
H – tenglama sistemasining lentasi kengligi;
DD – diskretlilik.

2. Parametrlar massivi.

$RAR(RM) = \{ChE \ I \ L \ g \ m \ n \ eo \ ak \ bk \ gmin \ gmax\};$

bu yerda: ChE – ketma ket belgilangan bir xil o‘lchamli elementlar guruhi soni.

I, l, g – tugal elementning moment inersiyasi, uzunligi, yuzasi. m, n – kosinus matritsasi.

Eo – yer elastiklik modul.

ak, bk – tugal element chegara shartlari.

gmin, gmax – inersiya momentini chegara miqdorlari.

3. Bog‘lanish matritsasi (indekslar)

$TT(IM*6) = \{D^n_{j1}, D^n_{j2}, D^n_{j3}, D^n_{j4}, D^n_{j5}, D^n_{j6}\}$

4. Tashqi kuch massivi.

$HAG(HM) = \{IM, P\}$

IM – yuk qo‘yilgan ko‘chish yo‘nalishi tartibi.

R – tashqi kuch miqdori.

5. KTR – hisoblash aniqligi koeffitsienti

D^n_{ji}, D^k_{ji} – har element boshi va oxiridagi bo‘ylama (gorizontal), ko‘ndalang (vertikal) va buralish ko‘chishlarining yo‘nalishlarining tartib raqamlari.

6. Koeffitsentlar massivi.

KTR – aniqlik miqdori. CR, OH – qavatlar va qatorlar soni. K – shi-kastlanganlik koeffitsenti.

7. Optimallashtirish parametri massivi.

$RAR1(RM1) = \{ChE \ Rb \ b \ Cb \ Rs \ Cs \ a \ a'\},$

bu yerda Rb – betonning prizmalik mustahkamligi.

Rs – armatura mustahkamligi.

Cb, Cs – beton va armaturaning ishlatishdagi narxlari.

Yuqorida zikr qilingan axborotlarning tayyorlash texnologiyasi KROUSS dasturini boshlang‘ich qismida to‘la ko‘rsatilgan.

Dastur natijalar sifatida ichki kuchlar massivini, konstruksiyaning ko'ndalang kesimlari (beton, armatura o'lchamlari), seysmik kuchlar parametrlari optimallashtirish miqdorlarini displeyga va pechatga chiqazadi. Dastur ba'zi loyihalash institutlarida joriy qilingan.

Xulosa. Biz mazkur bobda statik noaniq masalalar (konstruksiyalar) haqida umumiy tushunchaga ega bo'ldik. Statik noaniq rama va balkalarni kuch usulida hisoblashni o'rgandik. Moment fokuslari usuli bilan tanishdik. Tegishli misollar yechdik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Statik noaniq sistemalar qanday bo'ladi?
2. Statik noaniqlik darajasi qanday topiladi?
3. Qanday sistema asosiy sistema deb ataladi?
4. Kanonik tenglamalar qanday yoziladi?
5. Qanday ko'chishlar bosh va yordamchi ko'chishlar deb ataladi va ularning qanday xossalari bor?
6. Kanonik tenglamaning koeffitsientlari va ozod hadlari qanday topiladi?
7. Kanonik tenglama koeffitsientlarini Mor formulasi yordamida topsa bo'ladimi?
8. Statik noaniq ramalarni kuch usulida hisoblash tartibi qanday?
9. Ko'p oraliqli statik noaniq balkalarni kuch usulida hisoblasa bo'ladimi?
10. Uch momentlar tenglamasini yozing.
11. Moment fokuslari usuli qanday?
12. Chap va o'ng fokuslar nisbati nima?
13. Uzlusiz balkalarning tayanch momentlari qanday aniqlanadi?
14. Kuch qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlarini aniqlash formulasini yozing.

XI BOB

MURAKKAB QARSHILIK

Mavzu mazmuni. *Ushbu bobda deformatsiyaning murakkabroq turlari bilan tanishamiz. To'liq ko'chishlar oddiy deformatsiyalar yig'indisidan tashkil topgan hollarni, ya'ni murakkab qarshilik holatini ko'rib o'tamiz. Shunday holat uchun kuchlanishlarni aniqlash formulalarini chiqaramiz.*

11.1. Qiyshiq egilish

Ma'lumki brus kesimlarida ta'sir natijasida umumiy holda 6-ta ichki kuch omillari hosil bo'ladi.

Avvalgi boblarda har bir ichki kuchning brusga ko'rsatadigan ta'siri o'rganildi. Bo'y lama kuch ta'sirida brusda cho'zilish (siqilish), ko'ndalang kuch ta'sirida (qisqa) bruslarda siljish, burovchi moment ta'sirida – buralish hamda eguvchi moment va ko'ndalang kuchlar ta'sirida – egilish deformatsiyalari hosil bo'lishi ko'rib chiqildi. Bu to'rt turdagi deformatsiyalarni *brusning oddiy deformatsiyalari* deb ataladi.

Ammo, amaliyotda shunday hollar uchraydiki, bir vaqtning o'zida brus kesimlarida bir necha ichki kuch omillari birgalikda ta'sir etadi, masalan: bo'y lama kuch va eguvchi moment, burovchi moment va ko'ndalang kuch va h.k.

Mavjud ichki kuchlar o'zlariga mos deformatsiyalarni hosil qiladi – demak brusda bir necha turdagi deformatsiyalar majmuasi sodir bo'ladi.

Quyida brus murakkab deformatsiyasining bir turi hisoblanmish – balkaning qiyshiq egilishi bilan tanishib chiqamiz.

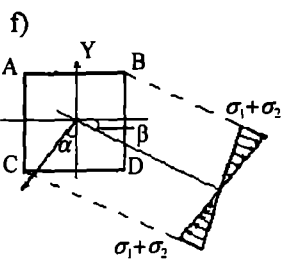
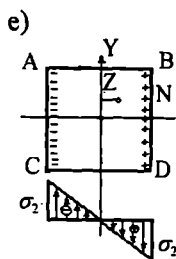
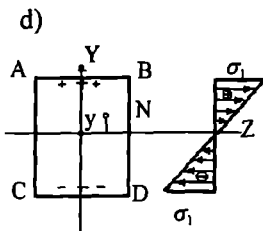
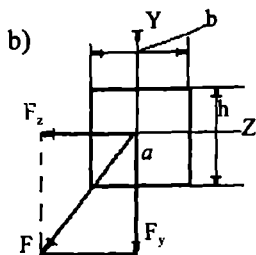
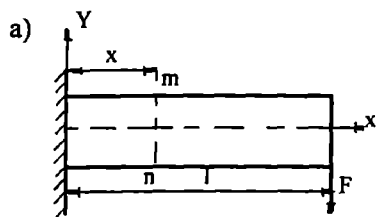
Balkaga qo'yilgan kuch balkaning simmetriya tekisligi bilan (kesimning bosh o'qlari bilan) biror kuch hosil etsa, balkada qiyshiq egilish hosil bo'ladi.

Bir uchi sharnirsiz birlashtirilgan, ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan balkaning erkin uchiga balka o'qiga tik yo'nalishda F kuchi qo'yilgan, deb faraz etaylik. Ushbu kuch balka ko'ndalang kesimining bosh o'qi O y bilan α burchak tashkil etadi (11.1-rasm, a,b)

Eguvchi momentning ta'sir etish tekisligi balkaning ikkita bosh tekisliklaridan birortasiga ham mos tushmaganligi sababli, bunday egilish – qiyshiq egilish bo'ladi.

Tayanchdan x masofada yotgan m n kesimdagi eguvchi momentning absolut qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$M = F (l - x).$$



11.1-rasm.

F kuchini kesimning bosh o'qlari y va z yo'nalishlari bo'yicha ta'sir etuvchi F_y va F_z ga ajratamiz. Mazkur kuchlar ta'sirida balkaning kesimida:

$$M_z = F_y(l-x) = F(l-x) \cos \alpha$$

$$M_y = F_z(l-x) = F(l-x) \sin \alpha.$$

Eguvchi momentlari hosil bo'ladi va ular balkaning bosh tekisliklari bo'yicha ta'sir etadi. Demak, **qiya egilishni** hamma vaqt ikkita **tekis egilishga** keltirish mumkin. Ushbu momentlar alohida ravishda ta'sir etganda hosil bo'ladigan kuchlanish va solqiliklarni aniqlashni bilamiz. M_y va M_z momentlar bir vaqtning o'zida ta'sir etgan hol uchun kuchlanish va solqiliklarni kuchlar ta'sirining mustaqilligi qoidasidan foydalanib aniqlasa bo'ladi.

Birgina M_z momenti ta'sir etsa neytral o'q z o'qi bo'ladi (11.1-rasm, d) va kesimning ixtiyoriy N nuqtasidagi kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_1 = \frac{M_z \cdot y}{J_z}.$$

O'sha nuqtada M_y momentdan quyidagi kuchlanish hosil bo'ladi (11.1-rasm, e):

$$\sigma_2 = \frac{M_y \cdot z}{J_y}.$$

Ikkala moment bir vaqtning o'zida ta'sir etsa ixtiyoriy nuqtadagi kuchlanish σ_1 va σ_2 kuchlanishlarning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_z \cdot y}{J_z} + \frac{M_y \cdot z}{J_y}. \quad (11.1)$$

Bu formulaga y , z koordinatalari hamda M_y va M_z momentlari o'z ishoralari bo'yicha qo'yiladi. Momentning shu turishida kesimning birinchi choragidagi koordinatalar y va z musbat bo'lsa, demak moment cho'zayapti, shuning uchun uning ishorasi plus bo'ladi, agar siqilish hosil qilsa – ishora minus bo'ladi. Bizning holda har ikkala moment M_y va M_z musbat ishora ega, chunki ular 1-chorakda cho'zilish hosil qiladi.

Balka ko'ndalang kesimining to'rtta A, B, C, D nuqtasidagi kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\text{A nuqtasi uchun } z = -\frac{b}{2}; \quad y = \frac{h}{2}.$$

$$\sigma = \frac{F(l-x)\cos\alpha \frac{h}{2}}{J_z} - \frac{F(l-x)\sin\alpha \frac{b}{2}}{J_y};$$

$$\text{B nuqtasi uchun } z = \frac{b}{2}; \quad y = \frac{h}{2}$$

$$\sigma = \frac{F(l-x)\cos\alpha \frac{h}{2}}{J_z} + \frac{F(l-x)\sin\alpha \frac{b}{2}}{J_y};$$

$$\text{C nuqtasi uchun } z = -\frac{b}{2}; \quad y = -\frac{h}{2}$$

$$\sigma = \frac{F(l-x)\cos\alpha \frac{b}{2}}{J_z} - \frac{F(l-x)\sin\alpha \frac{h}{2}}{J_y};$$

$$\text{D nuqtasi } z = \frac{b}{2}; \quad y = -\frac{h}{2}$$

$$\sigma = \frac{F(l-x)\cos\alpha \frac{h}{2}}{J_z} + \frac{F(l-x)\sin\alpha \frac{b}{2}}{J_y};$$

Bunday holda eng katta yig'indi kuchlanish B va C nuqtalarida hosil bo'ladi; B($z > 0$, $y > 0$) nuqtasida cho'zilish, σ_B ($z < 0$, $y < 0$) nuqtasida siqilish kuchlanishlari vujudga keladi. Bu kuchlanishlarning absolut qiymatlari bir xil bo'ladi.

Qiyshiq egilishda maksimal kuchlanishlarni yuqoridagi ko'rinishda faqat ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lgan, to'rt qirrali ko'ndalang kesimini mu-rakkab shakldan iborat bo'lsa, avval neytral (nol) chiziqning holati aniqla-nadi, chunki eng katta kuchlanishlar mazkur chiziqdan eng uzoqda joylash-gan nuqtalarda sodir bo'ladi. Ma'lumki, neytral o'qda yotuvchi nuqtalarda kuchlanish nolga tengdir.

Neytral chiziq tenglamasini hosil qilish uchun (11.1) formulaning o'ng tomonini nolga tenglaymiz:

$$\frac{M_z \cdot y}{J_z} + \frac{M_y \cdot z}{J_y} = 0, \text{ yoki } \frac{M \cdot y \cos \alpha}{J_z} + \frac{M \cdot z \sin \alpha}{J_y} = 0,$$

$$\text{bundan } \frac{y \cos \alpha}{J_z} + \frac{z \sin \alpha}{J_y} = 0 \quad (11.2)$$

kelib chiqadi.

Mazkur tenglama neytral o'q (chiziq) tenglamasi deb ataladi. Bu teng-lamadan y/z nisbatni topamiz va u orqali neytral chiziq bilan z o'qi orasidagi β burchagini aniqlaymiz (11.1-rasm,d):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{z} = -\operatorname{tg} \alpha \frac{J_z}{J_y}. \quad (11.3)$$

Oxirgi ifodadan ko'rinadiki, $\operatorname{tg} \beta \neq \operatorname{tg} \alpha$. Bu esa neytral o'q juft kuch M ta'sir etayotgan tekislikka tik emasligini anglatadi. Xususiyl holda, ya'ni $J_z = J_y$ bo'lganda, ular o'zaro teng bo'ladi; bunda neytral o'q eguvchi mo-mentning ta'sir etish tekisligiga tik bo'ladi (masalan, kvadrat, aylana va b.), balka ko'ndalang kesimining barcha markaziy o'qlari bosh o'qlar bo'ladi. Shu boisdan bunday holdagi egilish oddiy (tekis) egilish sanaladi. $J_z \neq J_y$ bo'lganda qiya egilish sodir bo'ladi.

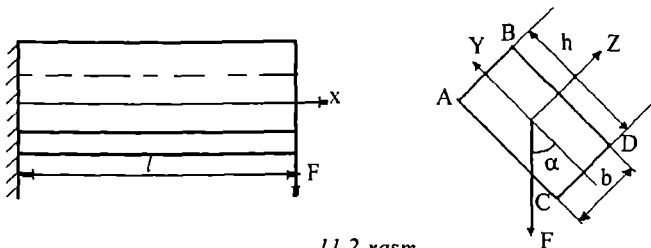
Neytral o'q holati ma'lum bo'lgach, ko'ndalang kesimda eng katta kuch-lanish hosil bo'ladigan nuqtalarni aniqlash qiyin emas. Ma'lumki, neytral o'qdan eng uzoqda yotgan nuqtalar (bizning holda B va C nuqtalari) ana shunday nuqtalar bo'ladi (11.1-rasm, d).

Qiya egilish holati uchun normal kuchlanishlarni aniqlashda qo'llangan usulni solqiliklarni aniqlashda ham qo'llasa bo'ladi. Eguvchi moment M_y va M_z lar y va z o'qlari bo'yicha alohida ta'sir etadi, deb olib, shu yo'nalishdagi solqiliklar f_y va f_z aniqlanadi. To'liq solqilik quyidagi formu-ladan aniqlanadi:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \quad (11.4)$$

f_y va f_z – solqiliklar oddiy egilish uchun berilgan formulalardan topiladi (9-bob).

11.1-misol. Bir uchi qistirib mahkamlangan balkaning ikkinchi uchiga bosh tekislik xy bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak tashkil etuvchi $F = 12 \text{ kH}$ kuch qo'yilgan. Balkaning uzunligi $l = 1\text{m}$, ko'ndalang kesimi tomonlari bh bo'lgan to'g'ri to'rtburchak, $b = 0,6h$ va ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 120 \text{ MPa} = 120 \cdot 10^6 \frac{\text{H}}{\text{m}^2} = 12 \text{ kH/sm}^2$. Balkaning o'lchamlari aniqlansin (11.2-rasm).



11.2-rasm.

Yechish. Eng katta eguvchi moment tayanch kesimida vujudga keladi $M_{\max} = Fl = 12 \cdot 100 = 1200 \text{ kH} \cdot \text{sm}$.

Vertikal tekislik bo'yicha ta'sir etayotgan ushbu momentni, kesimning bosh o'qlari y va z bo'yicha tuzuvchilarga ajratamiz:

$$M_z = 1200,00 \cos 30^\circ = 1200,00 \cdot 0,866 = 1040,00 \text{ kH} \cdot \text{sm},$$

$$M_y = 1200,00 \sin 30^\circ = 1200,00 \cdot 0,5 = 600,00 \text{ kH} \cdot \text{sm}.$$

Eng katta kuchlanishlar B va C nuqtalarida hosil bo'ladi va absolut qiymatlari o'zaro teng bo'ladi.

$$B\left(y = \frac{h}{2}; \quad z = \frac{b}{2}\right) \text{ nuqtasidagi kuchlanishni aniqlaymiz:}$$

M_y va M_z momentlarning qiymatini o'z o'rniga qo'yamiz, maksimal kuchlanishning absolut qiymatini ruxsat etilgan kuchlanishga tenglashtiramiz:

$$120,0 = \frac{6 \cdot 1040,00}{bh^2} + \frac{6 \cdot 600,00}{hb^2}, \quad \text{yoki} \quad 1 = \frac{52,0}{bh^2} + \frac{30,0}{hb^2}.$$

Berilgan tenglik $b = 0,6h$ dan foydalanamiz:

$$1 = \frac{52,0}{0,6h^3} + \frac{30,0}{0,36h^3},$$

bundan

$$h = \sqrt[3]{\frac{52,0}{0,6} + \frac{30,0}{0,36}} = \sqrt[3]{170,0} = 11,9 \text{ sm}.$$

Olingan qiymatni yaxlitlaymiz, ya'ni $h=12\text{sm}$ deb olamiz; u holda $b = 0,6 \cdot 12 = 7,2\text{sm}$ ga teng bo'ladi.

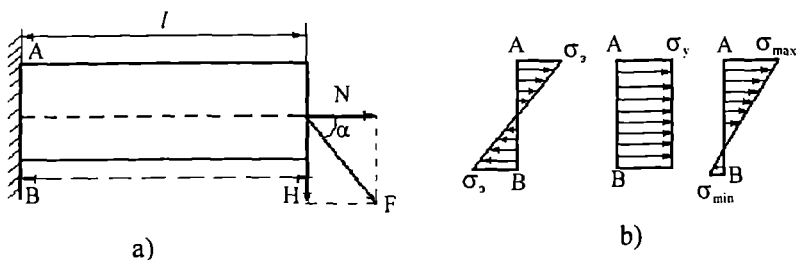
Kesimning bu o'lchamlarida eng katta kuchlanish

$$\sigma = \frac{1040,00}{\frac{7,2 \cdot 12^2}{6}} + \frac{600,00}{\frac{12 \cdot 7,2^2}{6}} = 6,00 + 5,80 = 11,8 \text{ kH/sm}^2 \langle [\sigma] \rangle \text{ bo'ladi.}$$

11.2. Cho'zilish (siqilish) bilan egilishning birgalikdagi ta'siri

Shu paytgacha balkalarning egilishini tekshirganda tashqi kuchlar balka o'qiga tik qo'yilgan, deb faraz etib keldik. Ammo amaliyotda hamma vaqt shunday bo'lavermaydi, kuchlar balkaga istalgan burchak ostida qo'yilishi mumkin. Ana shunday hollardan birini ko'rib o'tamiz.

Konsol balkaga qo'yilgan kuch F balka o'qi bilan α burchak tashkil etadi (11.3-rasm, a).



11.3-rasm.

F kuchini H va N tashkil etuvchilarga ajratamiz. Balka o'qiga tik bo'lgan H kuchi balkani egadi, balka o'qi bo'ylab ta'sir etuvchi N kuchi balkani cho'zadi.

Bo'ylama kuch N uyg'otadigan normal kuchlanish balkaning ko'ndalang kesimlarida bir xil bo'lib, kesim bo'yicha bir tekisda tarqaladi. Bu kuchlanishning qiymati quyidagi formuladan topiladi:

$$\sigma_r = \frac{N}{A},$$

bunda A – balka ko'ndalang kesimining yuzasi.

Egilishdagi kuchlanish eguvchi momentning qiymatiga bog'liq. Bizning holda eng katta moment tayanchda hosil bo'ladi: $M_{\max} = Nl$. Maksimal kuchlanishlar tayanch kesmida neytral o'qdan eng uzoqda yotgan nuqtalarda hosil bo'ladi:

$$\sigma_3 = \frac{M_{\max} h_1}{J}; \quad \sigma'_3 = -\frac{M_{\max} h_2}{J}, \quad (11.5)$$

bu yerda σ_3 – ustki chetki tolalardagi cho‘zilish kuchlanishlari,

σ'_3 – pastki chetki tolalardagi siqilish kuchlanishlari,

h_1 va h_2 – neytral o‘qdan eng uzoqda yotgan tolalargacha bo‘lgan masofalar,

J – kesimning neytral o‘qqa nisbatan inersiya momenti.

A nuqtasida egilish va cho‘zilishdan hosil bo‘lgan to‘liq kuchlanish

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max} h_1}{J}; \quad (11.6)$$

B nuqtasida $\sigma_{\min} = \frac{N}{A} - \frac{M_{\max} h_2}{J}$; bo‘ladi. (11.7)

Agar $\frac{N}{A} > \frac{M_{\max} h_2}{J}$ bo‘lsa, $\sigma_{\min}$ cho‘zilish kuchlanishi; $\frac{N}{A} < \frac{M_{\max} h_2}{J}$

bo‘lsa $-\sigma_{\min}$ siqilish kuchlanishi bo‘ladi. $\frac{N}{A} = \frac{M_{\max} h_2}{J}$ bo‘lsa $-\sigma_{\min}$ nolga

teng bo‘ladi. Binobarin, $\sigma_{\min}$ ning ishorasi $\frac{N}{A}$ va $\frac{M_{\max} h_2}{J}$ kuchlanishlarining nisbatiga bog‘liq.

Xususiyl holda, $h_1 = h_2$ bo‘lganda, quyidagi ifodalarga ega bo‘lamiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W}, \quad (11.8)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N}{A} - \frac{M_{\max}}{W}. \quad (11.9)$$

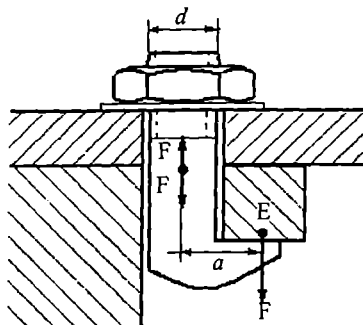
(11.3-rasm,b) da $|\sigma_3| > \sigma_r$ bo‘lgan hol uchun kuchlanishlar epyurasi keltirilgan.

Agar N kuchi balkani siqsa, u holda yuqoridagi kabi mulohaza yuritib, quyidagi formulalarga ega bo‘lamiz:

$$\sigma_{\max} = -\frac{N}{A} + \frac{M_{\max} h_1}{J},$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{N}{A} - \frac{M_{\max} h_2}{J}.$$

11.2-misol. Boltning ichki diaometri $d = 25,138\text{mm}$, tortqi kuchi $F = 4\text{kH}$ va yuk ekssentrisiteti $a = 50\text{mm}$ bo'lsa, boltida hosil bo'ladigan kuchlanish aniqlansin (11.4-rasm).



11.4-rasm.

Yechish. Boltning kallagi nosimmetrik bo'lganligi tufayli tortqi kuchning reaksiyasi kallakning markazi emas, balki kallak tegib turgan sirtning markazi E orqali ta'sir etadi. Natijada F kuchi boltni cho'zadi va Fa eguvchi momenti hosil qiladi.

Boltdagi egilish kuchlanishi

$$\sigma_s = \frac{M}{W} = \frac{Fa}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32Fa}{\pi d^3}.$$

Boltdagi cho'zilish kuchlanishi

$$\sigma_r = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2}.$$

Egilish va cho'zilishdan hosil bo'lgan yig'indi kuchlanish

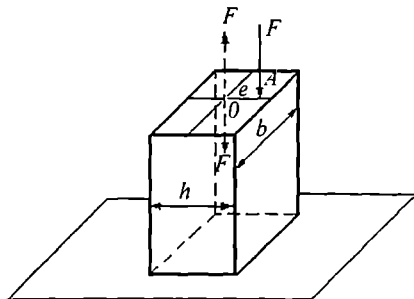
$$\sigma_{\max} = \frac{32Fa}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4F}{\pi d^2} \left(\frac{8a}{d} + 1 \right).$$

Harflarning son qiymatlarini qo'yamiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{4 \cdot 4,000}{3,14 \cdot 2,5138^2} \left(\frac{8 \cdot 5}{2,5138} + 1 \right) \approx 13,64 \text{ kH} / \text{sm}^2$$

11.3. Nomarkaziy siqilish

11.5-rasmga e'tibor bilan qaralsa, siquvchi kuch F brusning og'irlik markazi O ga emas, markazdan e masofada joylashgan, ammo bosh tekisliklardan birida yotuvchi A nuqtasiga qo'yilganini ko'ramiz. Bunday holda brusda **nomarkaziy siqilish** holati vujudga keladi.



11.5-rasm.

Brusning yuqori kesimidagi og'irlik markaziga o'zaro teng va qarama qarshi yo'nalgan ikkita kuch F qo'yamiz. Bunda A nuqtasiga qo'yilgan F kuchi va O nuqtasiga yuqoriga qaratib qo'yilgan F kuchi bilan Fe momentini hosil qiladi. Bu moment brusning bosh tekisligi bo'yicha ta'sir etib, quyidagi egilish kuchlanishini uyg'otadi:

$$\sigma_y = \pm \frac{Fe}{W}.$$

Brus o'qi bo'ylab pastga yo'nalgan F kuchi quyidagi siqilish kuchlanishini uyg'otadi:

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} + \frac{Fe}{W},$$

To'liq kuchlanish har ikkala kuchlanishlarning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\sigma = \sigma_c - \sigma_y, \text{ yoki } \sigma_{\max} = -\frac{F}{A} + \frac{Fe}{W}, \quad \sigma_{\min} = -\frac{F}{A} - \frac{Fe}{W}.$$

Absolut qiymatiga ko'ra $\sigma_{\min}$ $\sigma_{\max}$ dan katta bo'ladi. Nomarkaziy siqilish, avvalgi paragrafda ko'rib o'tilgan, egilish va siqilishning bir ko'rinishidir. Shuning uchun ham $\sigma_{\max}$ va $\sigma_{\min}$ ni aniqlash formulalari egilish va siqilishdagi formulalar bilan bir xildir.

11.4. Nomarkaziy siqilish yoki cho'zilishning umumiy holi

Endi siquvchi yoki cho'zuvchi bo'yлама kuch brusning ikkita bosh tekisliklaridan birortasida ham yotmagan holni ko'rib o'tamiz.

11.6-rasmda tasvirlangan brusga uning o'qiga parallel bo'lgan siquvchi kuch F qo'yilgan bo'lsin. Bu kuch qo'yilgan A nuqta zOx va yOx bosh tekisliklarida yotmaydi.

Brusning ustki sirti og'irlik markazi O ga x o'qi bo'ylab qarama-qarshi yo'nalgan ikkita o'zaro teng F kuch qo'yamiz. Bunda A nuqtasiga qo'yilgan F kuchi, O nuqtasiga yuqori yo'nalishda qo'yilgan F kuchi bilan momenti $F \cdot \overline{AO}$ bo'lgan va AOx tekisligi bo'yicha eguvchi juft kuch hosil qiladi.

O nuqtasiga qo'yilib, pastga yo'nalgan F kuchi brusda qiymati $-\frac{F}{A}$ bo'lgan siqilish kuchlanishi uyg'otadi; bu yerda A – brusning ko'ndalang kesim yuzasi. Shunday qilib, nomarkaziy siqilish (cho'zilish) ning umumiy holida qiya egilish bilan oddiy siqilish (cho'zilish) birgalikda namoyon bo'ladi. A nuqtasining koordinatalari m va n bo'lsin. Koordinatalari y va z bo'lgan ixtiyoriy B nuqtadagi kuchlanishni aniqlaymiz. AOx tekisligi bo'ylab ta'sir etayotgan $F \cdot \overline{AO}$ momentini zOx va yOx bosh tekisliklar bo'ylab ta'sir etadigan ikkita tashkil etuvchi momentga ajratamiz. Bunda zOx tekisligida F_n va yOx tekisligida F_m momentiga ega bo'lamiz. Har ikkala moment, B nuqta joylashgan birinchi chorakda, quyidagi egilish kuchlanishlarini hosil qiladi: $-\frac{Fnz}{J_y}$ va $-\frac{Fmy}{J_z}$.

B nuqtada hosil bo'ladigan to'liq kuchlanish uchala kuchlanishlar yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\sigma = - \left(\frac{F}{A} + \frac{Fnz}{J_y} + \frac{Fmy}{J_z} \right). \quad (11.10)$$

Ko'ndalang kesimida qirralar mavjud bo'lgan aksariyat hollarda (mas, to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr va b.), agar ularning bosh o'qlari simmetriya o'qlari bo'lsa, maksimal kuchlanishni aniqlash qiyin emas. Biz ko'rayotgan holda maksimal kuchlanish D nuqtasida hosil bo'ladi:

$$\sigma = - \left(\frac{F}{A} + \frac{Fn}{W_y} + \frac{Fm}{W} \right). \quad (11.11)$$

To'g'ri to'rtburchakning boshqa qirralaridagi kuchlanishlar quyidagi qiymatlarga ega:

$$\text{C nuqtasida } \sigma = -\frac{F}{A} - \frac{Fn}{W_y} + \frac{Fm}{W_z};$$

$$\text{E nuqtasida } \sigma = -\frac{F}{A} + \frac{Fn}{W_y} + \frac{Fm}{W_z};$$

$$\text{F nuqtasida } \sigma = -\frac{F}{A} + \frac{Fn}{W_y} - \frac{Fm}{W_z}.$$

Agar brusning kesimi ixtiyoriy shaklga ega bo'lsa, u holda eng katta kuchlanish hosil bo'ladigan nuqtani aniqlash uchun neytral o'qning holatini bilishimiz kerak.

Kuchlanishlar nol bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni *neytral o'q* yoki *chiziq* deb ataladi. Bu chiziqni aniqlash uchun (11.10) tenglamani nolga tenglaymiz:

$$\frac{F}{A} + \frac{Fnz}{J_y} + \frac{Fmy}{J_z} = 0.$$

$\frac{F}{A}$ ni qavsdan tashqariga chiqarib, tenglamaning har ikki tomonini shu miqdorga bo'lsak, neytral o'q tenglamasi kelib chiqadi:

$$1 + \frac{Fnz}{J_y} + \frac{Fmy}{J_z} = 0. \quad (11.12)$$

Inersiya momentini $J = A i^2$ (11.13) ko'rinishda ifodalasa ham bo'ladi. Bu yerda i - kesimning **inersiya radiusi** deb ataladi. Inersiya momenti umumiy ko'rinishda

$J = \int_A y^2 dA$ tarzda ifodalanishini eslatib o'tamiz. Bu yerda

y – elementar yuzachadan o'qqacha bo'lgan masofa.

(11.13) formuladan

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} \quad \text{va} \quad i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} \quad (11.14)$$

larni topib olamiz.

Agar kesimning inersiya momenti va yuzasi ma'lum bo'lsa, (11.14) formuladan foydalanib, hamma vaqt inersiya radiusini aniqlasa bo'ladi.

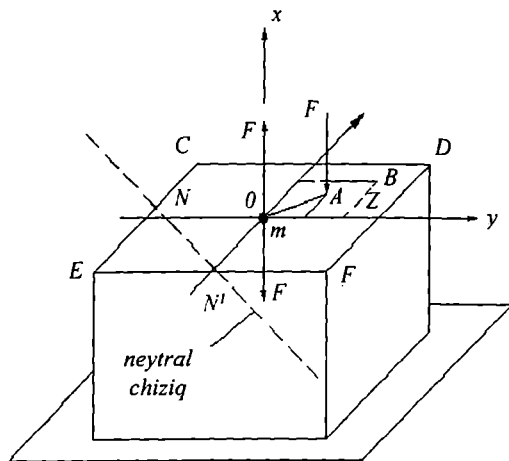
Neytral o'q tenglamasi (11.12) dagi $\frac{A}{J_y}$ va $\frac{A}{J_z}$ ning o'rniga mos

ravishda $\frac{1}{i_y^2}$ va $\frac{1}{i_z^2}$ ni qo'ysak, tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$1 + \frac{nz}{i_y^2} + \frac{my}{i_z^2} = 0.$$

Bu tenglamada navbati bilan $z=0$ va $y=0$ qiymatlarni berib, y va z o'qlarida neytral chiziq kesib o'tadigan kesmalarni aniqlaymiz. y va z o'qlaridagi kesmalar (11.6-rasm):

$$\left. \begin{aligned} ON = y_0 &= -\frac{i_z^2}{m}, \\ ON' = z_0 &= -\frac{i_y^2}{n} \end{aligned} \right\} \quad (11.15)$$



11.6-rasm.

Neytral chiziq o'tkazilgach, undan eng uzoqda yotgan nuqtani topish qiyin emas. Bu nuqtaning koordinatalari y va z ni (11.10) formulaga qo'ysak, kesimdagi eng katta kuchlanishga ega bo'lamiz.

11.5. Kesim yadrosi

Nomarkaziy siqilish yoki cho'zilishda kuchning qo'yilish nuqtasiga qarab ko'ndalang kesimda ikki xil yoki bir xil ishorali kuchlanishlar hosil bo'lishi mumkin. Agar kuch ta'sirida neytral chiziq kesimning biror yeridan o'tsa, u

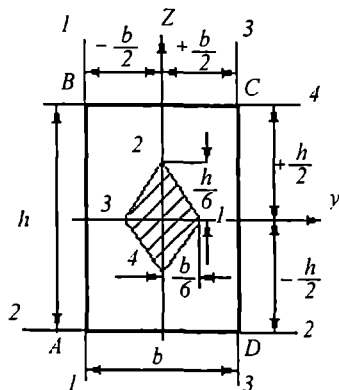
holda neytral chiziqning bir tomonida siqilish, ikkinchi tomonida cho'zilish kuchlanishlari vujudga keladi. Neytral chiziqning holati kuchning qo'yilish nuqtasiga bog'liq, aniqroq qilib aytadigan bo'lsak, kuch qo'yilgan nuqtadan kesimning og'irlik markazigacha bo'lgan masofaga, ya'ni eksentrisitetga bog'liq. Agar kuch kesimning og'irlik markaziga qo'yilsa, neytral chiziq cheksizlikka uzoqlashadi. Kuchni og'irlik markazidan uzoqlashtirsak, neytral chiziq kesimga yaqinlashadi. Kuchning ma'lum holatida neytral chiziq kesimga urinma bo'lib o'tadi. Bizni aynan ana shu holat qiziqtiradi, ya'ni kuchni qaysi nuqtalarga qo'ysak, kesimda bir xil ishoraga ega bo'lgan kuchlanishlar hosil bo'lishi qiziqtiradi. Shunday nuqtalar qamrovida bo'lgan soha *kesim yadrosi* deb ataladi. Demak, kuch ana shu yadroga qo'yilsa, kesimning barcha nuqtalarida bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi. G'isht devor, beton va cho'yan singari cho'zilishga yomon qarshilik ko'rsatadigan materiallar uchun neytral chiziqni kesim tashqarisidan o'tishi muhim ahamiyatga ega.

Misol tariqasida ABCD to'g'ri to'rtburchakning kesim yadrosini quramiz (11.7-rasm).

Avval neytral chiziqni AB tomonga moslaymiz. Bunda 1-1 neytral chiziq y

o'qida $y_0 = -\frac{\sigma}{2}$ kesma ajratadi. Xuddi

shu kabi 2-2 neytral chiziq z o'qida $z_0 = -\frac{h}{2}$ kesma ajratadi va h.k.



11.7-rasm.

(11.15) formulaga binoar: $y_0 = -\frac{i_z^2}{m}$ ga teng.

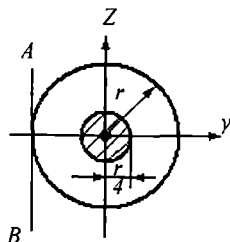
$$y_0 = -\frac{\sigma}{2} \text{ va } i_z^2 = \frac{J_z}{A} = \frac{hb^3}{12h\sigma} = \frac{\sigma^2}{12}$$
 ekanligini hisobga olsak,

$$m = \frac{\sigma^2}{12} : \frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma}{6} \text{ kelib chiqadi.}$$

Bu kesim yadrosi nuqtalaridan biridir (11.7-rasmda 1 raqami bilan belgilangan). Kesim simmetrik bo'lganidan 3-3 neytral chiziqqa mos yadro nu-

qtalaridan biri 3 nuqtadir. Shu yo'l bilan kesim yadrosining 2 va 4 nuqtalari topiladi. Topilgan nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan birlashtirsak, 1-2-3-4 romb hosil bo'ladi. Ushbu rombningshtrixlangan yuzasi ABCD to'g'ri to'rtburchakning kesim yadrosi bo'ladi.

11.3-misol. 10.8-rasm^{da} tasvirlangan, radiusi r bo'lgan doiraning kesim yadrosi qurilsin.



10.8-rasm.

Yechish. Doiraning kesim yadrosi konturi aylanadan iborat bo'ladi. Ushbu aylananing radiusini aniqlash uchun, neytral chiziq sifatida, y o'qiga tik ravishda doiraga AB urinmasini o'tkazamiz. Bu neytral chiziq y o'qida ajratadigan kesma y_0 aylana radiusi r ga teng, ya'ni $y_0 = -r$. y_0 ning bu qiymatini (11.15) formulaga qo'yamiz:

$$-r = -\frac{i^2}{m},$$

bu ifodadan aylana markazidan kuch qo'yilgan nuqttagacha bo'lgan masofa m ni, ya'ni kesim yadrosi radiusini aniqlasa bo'ladi:

$$m = \frac{i^2}{r} = \frac{J}{Ar}.$$

Ma'lumki, $J = \frac{\pi r^4}{4}$ va $A = \pi r^2$ Shunga ko'ra $m = \frac{\pi r^4}{4r\pi r^2} = \frac{r}{4}$

11.6. Egilish bilan buralishning birgalikdagi ta'siri

VI bobda buralishga ishlaydigan detallarning mustahkamlik masalalari bilan tanishib chiqqan edik. Biroq, val singari mashina detallari sof buralishning o'ziga kamdan kam ishlaydi. Xatto to'g'ri val ham o'zining xususiy og'irligi, shkiqlar vazni va tasmalarning tortishi natijasida egiladi. Binobarin, aksariyat mashina elementlari bir vaqtning o'zida ham egilishga, ham buralishga ishlaydi. Mazkur paragrafda ana shunday holatda ishlaydigan elementlarning mustahkamligini o'rganamiz.

C valning xavfli kesimi deb faraz etamiz va uni kesib olamiz (11.9-rasm, a). Shu kesimda eguvchi moment ta'sirida hosil bo'lgan kuchlanishlarni aniqlaymiz va bularga buralishdan paydo bo'lgan kuchlanishlarni qo'shamiz.

Eguvchi moment gorizontall tekislik bo'yicha ta'sir etadi deylik; bunda neytral o'q vertikal yo'nalishda bo'ladi, eng katta normal kuchlanishlar σ , gorizontall diametrlning C_1 va C_2 nuqtalarida vujudga keladi. Burovchi moment kesimda faqat urinma kuchlanishlar uyg'otib, bularning eng kattasi τ_b aylana konturida hosil bo'ladi.

Shunday qilib, C_1 va C_2 nuqtalarda ham maksimal normal, ham maksimal urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi. Vertikal diametrning C_3 va C_4 nuqtalarida buralishdan hosil bo'lgan maksimal urinma kuchlanishlarga egilishdan hosil bo'lgan urinma kuchlanishlar ham qo'shiladi; biroq bu kuchlanishlar qiymati uncha katta bo'lmaydi, xavfli kuchlanish holati C_1 va C_2 nuqtalarda saqlanib qoladi. Shu nuqtalardan kichik kubikcha ajratib olamiz (11.9-rasm,b); kubikchanning to'rt tomoniga urinma kuchlanishlar τ_b , shu tomonlarning ikkitasiga yana normal kuchlanishlar ham ta'sir etadi, kubikchanning qolgan ikki tomonida kuchlanishlar bo'lmaydi. Shunday qilib, elementning materiali tekis kuchlanish holatida bo'ladi.

Bu kabi tekis kuchlanish holatidagi elementlarning mustahkamlik shartlarini 7-bobda ko'rib o'tgan edik. Faqat farqi shundaki, unda normal kuchlanishlar ham, urinma kuchlanishlar ham faqat egilish tufayli uyg'ongan edi.

Valdan ajratib olingan kubikchanning mustahkamligini tekshirish uchun 7-bob formulalaridan bema'lol foydalanishimiz mumkin. Buning uchun σ va τ ni o'rniga σ_x va τ_{xy} ni qo'ysak kifoya. Bunda to'rtta mustahkamlik nazariyalari bo'yicha quyidagi mustahkamlik shartlariga ega bo'lamiz;

Eng katta normal kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha:

$$\frac{1}{2} \left[\sigma_x + \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \right] \leq [\sigma].$$

Eng katta uzayishlar nazariyasi bo'yicha:

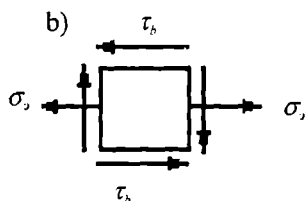
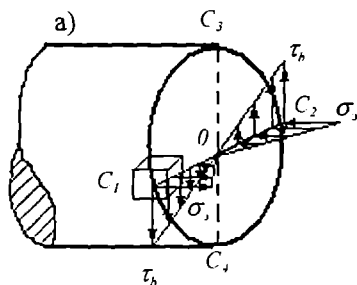
$$\left[0,35\sigma_x + 0,65\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \right] \leq [\sigma].$$

Eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha:

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq [\sigma].$$

Energetik nazariya bo'yicha:

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq [\sigma].$$



11.9-rasm.

Ushbu formulalarni eguvchi moment M_e va burovchi moment M_b bilan bog'lash uchun σ_e va τ_b ni aniqlaymiz:

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W},$$

bu yerda doiraviy kesim uchun $W = \frac{\pi r^3}{4}$, r – valning ko'ndalang kesimi radiusi.

Buralishdagi eng katta urinma kuchlanish

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_r} = \frac{M_b}{\frac{\pi r^3}{2}} = \frac{M_b}{2 \frac{\pi r^3}{4}} = \frac{M_b}{2W} \text{ bo'ladi.}$$

Kuchlanishlarning bu qiymatlarini (11.16) ning birinchi formulasiga qo'yamiz:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{M_e}{W} + \sqrt{\frac{M_e^2}{W^2} + 4 \frac{M_b^2}{4W^2}} \right] = \frac{M_e + \sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2W} = \frac{M_{his}}{W} \leq [\sigma].$$

Shu yo'sinda boshqa mustahkamlik nazariyalari bo'yicha ham hisobiy formulalarni chiqarsa bo'ladi. Barcha formulalarni quyidagi yaxlit ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\frac{M_{his}}{W} \leq [\sigma] \quad (11.17)$$

bu yerda M_{his} – **hisobiy moment** bo'lib, uning qiymati bir tomondan M_e va M_b ga, ikkinchi tomondan qabul qilingan mustahkamlik nazariyasiga bog'liq. Uning qiymati eng katta normal kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha

$$M_{1,his} = \frac{1}{2} \left[M_e + \sqrt{M_e^2 + M_b^2} \right] \text{ ga,}$$

eng katta uzayishlar nazariyasi bo'yicha

$$M_{2,his} = 0,35M_e + 0,65\sqrt{M_e^2 + M_b^2} \text{ ga,}$$

eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha

$$M_{3,his} = \sqrt{M_e^2 + M_b^2} \text{ ga,}$$

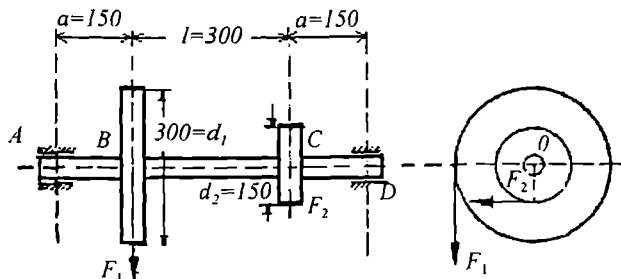
va nihoyat, energetik nazariya bo'yicha

$$M_{4,his} = \sqrt{M_e^2 + 0,75 M_b^2} \text{ ga teng bo'ladi.}$$

(11.17) formula o'zining tuzilishi jihatidan, normal kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlikka tekshirish formulasidan farq qilmaydi. Shunga ko'ra, doiraviy val bir vaqtning o'zida ham egilib, ham buralsa, uning mustahkamligini tekshirishni M_{his} ta'sirida vujudga keladigan oddiy egilishga tekshirish bilan almashtirsa bo'ladi.

11.4-misol. 11.10-rasmda tasvirlangan valga ikkita tishli g'ildiraklar o'rnatilgan bo'lib, bularga $F_1 = 5 \text{ kH}$ va $F_2 = 10 \text{ kH}$ kuch ta'sir etadi. Agar ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 10 \text{ kH/sm}^2$ (100MPa) bo'lsa, valning diametri topilsin.

Val A va D podshipniklarga sharnirli biriktirilgan.



11.10-rasm.

Yechish. F_1 va F_2 kuchlarni valning o'qiga ko'chiramiz, bular valning B va C nuqtalariga qo'yilgan bo'lib, $F_1 \frac{d_1}{2}$ va $F_2 \frac{d_2}{2}$ momentlar hosil qiladi.

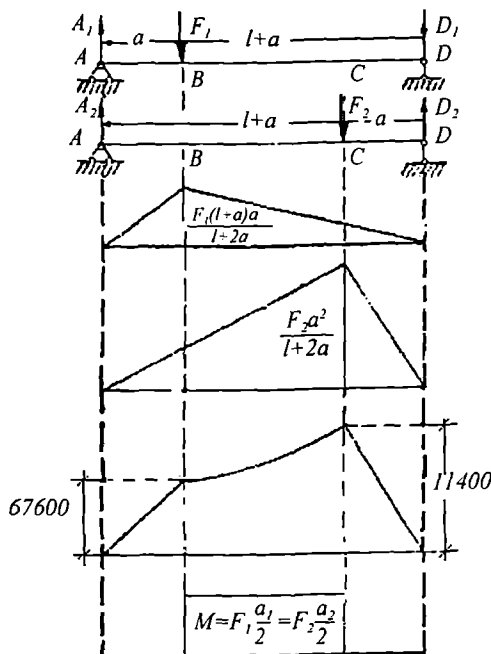
Har ikki moment o'zaro muvozanatlashib, valning B va C nuqtalari orasidagi qismini buraydi,; burovchi moment

$$M_b = F_1 \frac{d_1}{2} = F_2 \frac{d_2}{2} = 5000H \cdot 15 = 75500H \cdot sm \text{ ga teng.}$$

11.11-rasmda valga ta'sir etuvchi vertikal va gorizontal kuchlar sxemasi, bulardan hosil bo'lgan momentlar epyurasi, shuningdek burovchi momentlar epyurasi tasvirlangan.

B kesimida vertikal kuchlardan hosil bo'lgan moment

$$M'_b = \frac{F_1(\ell+a)a}{\ell+2a};$$



11.11-rasm.

Shu kesimda gorizontall kuchlardan hosil bo'lgan moment

$$M''_s = \frac{F_2 a^2}{\ell + 2a};$$

B kesimdagil to'liq moment

$$M_c^B = \sqrt{\frac{F_1^2 (\ell + a)^2 a^2}{(\ell + 2a)^2} + \frac{F_2^2 a^4}{(\ell + 2a)^2}} = \frac{a}{\ell + 2a} \sqrt{F_1^2 (\ell + a)^2 + F_2^2 a^2} = 67600 H \cdot sm.$$

Shu yo'l bilan C kesimi uchun quyidagilarni olamiz:

$$M'_s = \frac{F_1 a^2}{\ell + 2a}; \quad M''_s = \frac{F_1 (\ell + a) a}{\ell + 2a};$$

$$M_c^C = \sqrt{\frac{F_1^2 a^4}{(\ell + 2a)^2} + \frac{F_2^2 (\ell + a)^2 a^2}{(\ell + 2a)^2}} = \frac{a}{\ell + 2a} \sqrt{F_1^2 a^2 + F_2^2 (\ell + a)^2} = 114 \cdot 10^3 H \cdot sm.$$

Hisob natijalari C kesimi xavfli kesim ekanligini ko'rsatdi. Energetik nazariya bo'yicha hisobiy momentni topamiz:

$$M_{his} = \sqrt{114000^2 + 0,75 \cdot 75000^2} = 131200 H \cdot sm.$$

Valning izlanayotgan diametri

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{his}}{\pi[\sigma]}} = 5,1 sm.$$

Xulosa. Biz mazkur bobda murakkab deformatsiya holatida bo'lgan elementlarni mustahkamlikka hisoblash yo'llari bilan tanishib chiqdik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Qanday holda egilish qiya egilish deb ataladi? Uning hisobiy formulasi qanday tuziladi?
2. Qiya egilishda neytral o'q ko'ndalang kesimning birorta bosh o'qiga mos keladimi?
3. Qiya egilishda neytral o'q ko'ndalang kesimning og'irlik markazidan o'tadimi?
4. Nomarkaziy siqilish deb nimaga aytiladi?
5. Nomarkaziy siqilish yoki cho'zilishda kuchlanishlar qanday aniqlanadi?
6. Kesimning inersiya radiusi qanday topiladi?
7. Kesim yadrosi qanday hollarda aniqlanadi?
8. Egilish va buralish birgalikda ta'sir etganda mustahkamlik sharti qanday yoziladi?

XII BOB

YUKLARNING DINAMIK TA'SIRI

Mavzu mazmuni. Mazkur bobda inshoot yoki mashina qismlariga dinamik yuklar ta'sir etganda elementlarda hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlashga oid ma'lumotlar bilan tanishamiz. Inersiya kuchlari hisobiga qo'shimcha kuchlanishlar paydo bo'lganda elementning mustahkamligi qay darajada o'zgarishini tekshiramiz.

12.1. Umumiy mulohazalar

Yuklar inshoot yoki mashina qismlariga statik yoki dinamik ravishda ta'sir etishi mumkin. Har ikkala holda ham materiallar qarshiligining asosiy masalasini yechish, ya'ni materialga bog'liq holda ko'ndalang kesim o'lchamlarini tanlash masalasini hal etish talab etiladi. Avvalgi boblarda biz bu masalani statik yuklar ta'siri uchun hal etdik. Mazkur bobda esa dinamik yuklar ta'sirini ko'rib o'tamiz.

Eng avval dinamik yuk bilan statik yukni farqlab olish maqsadida bir oddiy misol keltiramiz. Aytaylik, mashhur usta Mirjalol binoning yuqori qavatlaridan birida g'isht terayapti. Avval devorning g'isht teriladigan qismiga astagina qorishma yoyadi, qo'liga g'isht olib, uni o'z o'miga asta qo'yadi, yaxshiroq yopishsin deb g'ishtning ustiga kurakchasi bilan bir-ikki urib qo'yadi. Shu oddiy jarayonni nazariy jihatdan tahlil qilsak, bu yerda ham statik, ham dinamik yuklarga duch kelamiz; qorishmaning devorga yoyilishi, g'ishtning asta qo'yilishi statik ta'sir; kurakcha bilan urib qo'yilishi esa dinamik ta'sir sanaladi. Sababi shundaki, qorishma yoyish va g'isht qo'yish harakatlarida tezlik o'zgarmas, tezlanish yo'q, ya'ni nolga teng. Tezlanish yo'q yerda N'yutonning ikkinchi qonuniga ko'ra inersiya kuchi bo'lmaydi. Inersiya kuchi uyg'otmaydigan ta'sir statik ta'sir yoki statik kuch sanaladi. Kurakcha g'ishtga urilganda uning tezligi juda qisqa vaqt ichida qirqiladi, bu esa o'z navbatida tezlanish uyg'otadi. Tezlanishning massaga ko'paytmasi inersiya kuchini beradi. Misolni davom ettiramiz. Bexosdan g'isht ustaning qo'lidan pastga tushib ketdi, deylik. Katta tezlanish bilan yerga tushgan g'isht parchalanib ketadi. G'ishtni parchalagan kuch aynan inersiya kuchi bo'ladi. Yuqoridan tushib kelayotgan g'ishtning tezligi tobora ortib boradi, bu esa o'z navbatida tezlanish uyg'otadi. G'isht yerga urilganda tezlik nol, tezlanish esa maksimum bo'ladi. Maksimal tezlanish

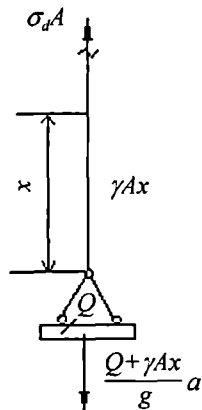
esa maksimal inersiya kuchini vujudga keltiradi. G'ishtning yer sirtiga zarb bilan urilishi dinamik yuk sanaladi. Dinamik yukning miqdori g'ishtning vazni bilan inersiya kuchining yig'indisiga teng bo'ladi. Bunga o'xshash misollarni muhandislik amaliyotidan ko'plab keltirish mumkin. Masalan, ko'tarma kranda biror yuk o'zgarmas tezlik bilan ko'tarilsa, uning trosga bo'lgan ta'siri statik bo'ladi. Agar bu yuk ma'lum tezlanish bilan ko'tarilsa, u holda ta'siri dinamik bo'ladi. Bug' mashinalari va ichdan yonar dvigatellarning shatunlari ham o'zgaruvchan tezlik bilan harakatlanadi. Aylanuvchi qismga ega bo'lgan mashinaning poydevorga bo'lgan ta'siri ham dinamik yuk hisoblanadi. Temir beton qoziqlarni qoqib kiritadigan gurzi (molot) larning zarbi ham dinamik yuklar sirasiga kiradi va h.k. Mashinasozlik, samolyotsozlik va transport sohalarida dinamik yuklar, dinamik ta'sirilar ostida ishlaydigan mashina qismi va elementlarni ko'plab uchratish mumkin. Muhandis dinamik yuklar ta'sirida ishlaydigan inshoot yoki mashina qismlarini hisoblashni bilishi lozim. Quyida aynan ana shular haqida gap boradi.

12.2. Dinamik kuchlar ta'sirida vujudga keladigan kuchlanishlarni aniqlash

Dinamik kuchlanishlarni aniqlashga doir bir oddiy misol bilan tanishamiz (12.1-rasm). Og'irligi Q bo'lgan yuk po'lat tros yordamida yuqoriga ko'tariladi. Harakat tezlanishi o'zgarmas bo'lgani uchun tebranishlar sodir bo'lmaydi. Trosning ko'ndalang kesim yuzasi A , solishtirma og'irligi γ , harakat tezlanishi $a \text{ sm/s}^2$, tros uchidan x masofada yotgan kesimdagi kuchlanishni aniqlaymiz. Trosni shu kesimda kesib, pastki qismining muvozanatini tekshiramiz. Yuk yuqoriga qarab a tezlanishda harakatlanayotganida, unga pastga yo'nalgan og'irlik kuchi ($Q + \gamma Ax$) dan tashqari, yana inersiya kuchi $\left(\frac{Q + \gamma Ax}{g} a \right)$ ham ta'sir ko'rsatadi. Tekshirilayotgan kesimdagi ichki kuchlar o'zaro muvozanatda bo'ladi, ya'ni;

$$\sigma_x A = Q + \gamma Ax + \frac{Q + \gamma Ax}{g} a.$$

Bu ifodadan dinamik kuchlanishni aniqlaymiz.



12.1-rasm.

$$\sigma_d = \frac{Q + \gamma Ax}{A} + \frac{Q + \gamma Ax}{gA} a = \frac{Q + \gamma Ax}{A} \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

Bu yerda qavs oldida turgan ifoda statik kuchlanish σ_{st} dir. Agar $1 + \frac{a}{g} = \beta$ deb belgilasak, dinamik kuchlanishni aniqlash formulasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\sigma_d = \beta \cdot \sigma_{st}, \quad (12.1)$$

bunda β – dinamik koeffitsient.

(12.1) formuladan ko'rinadiki, agar statik kuchlanish σ_{st} ma'lum bo'lsa, uni dinamik koeffitsientga ko'paytirish yo'li bilan dinamik kuchlanishni topsa bo'lar ekan.

Dinamik ta'sirilar uchun mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_d = \sigma_{st, \max} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = \beta \sigma_{st, \max} \leq [\sigma],$$

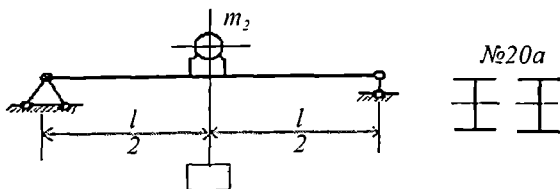
$$\text{bundan} \quad \sigma_{st, \max} \leq \frac{[\sigma]}{1 + \frac{a}{g}} = \frac{\sigma}{\beta} \quad (12.2)$$

Demak, ruxsat etilgan normal kuchlanishni dinamik koeffitsientga bo'lish orqali, dinamik masalani statik masala ko'rinishiga keltirsa bo'lar ekan. Dinamik koeffitsient nazariy va tajribaviy yo'llar bilan aniqlanadi.

12.1-misol. 20 a nomerli ikkita qo'shtavrdan tashkil topgan balkaga o'rnatilgan lebyodka C massasi $m_1 = 5$ t bo'lgan yukni o'zgarmas tezlanish bilan yuqoriga ko'taradi. Dastlabki uch sekund ($t = 3$ s) mobaynida yuk $h = 10$ m balandlikka ko'tariladi. Lebyodka massasi $m_2 = 0,5$ t, balka uzunligi – $l = 4$ m, $[\sigma] = 160$ MPa bo'lsa, balkaning mustahkamligi tekshirilsin (12.2-rasm).

Yechish. Balkaga ta'siri etuvchi to'liq yuk

$$F = (m_1 + m_2)g + m_1 2h/t^2 = (5 + 0,5)9,81 + 5 \cdot 2 \cdot 10/3^2 = 65 \cdot 10^3 \text{ H}$$



12.2-rasm.

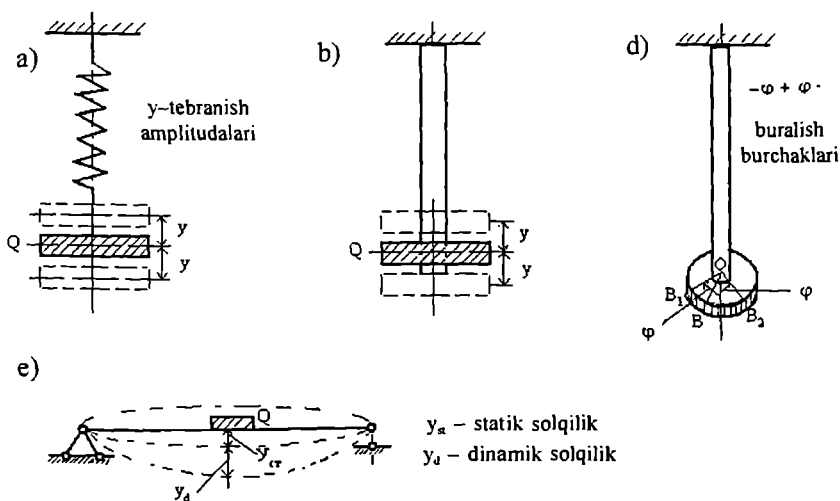
Jadvaldan qo'shtavrning qarshilik momenti $W_x = 203 \text{ sm}^3$. Maksimal kuchlanish balkaning o'rtasida, ya'ni eguvchi moment maksimum bo'lgan kesimda hosil bo'ladi:

$$\sigma_{d,\max} = \frac{F\ell}{4 \cdot 2W} = \frac{65 \cdot 10^3 \cdot 4}{4 \cdot 2 \cdot 203 \cdot 10^6} = 160 \text{ MPa}.$$

Balka yetarli mustahkamlikka ega.

12.3. Dinamik yuklar ta'sirida hosil bo'ladigan tebranma harakatlar

Inshoot va mashina qismlari erkin yoki majburiy tebranish holatida bo'lishi mumkin. 12.3-rasmda erkin tebranish holatidagi prizmatik sterjenlar tasvirlangan. Prujinaga osilgan yukni cho'zib turib, keyin o'z holiga qo'yib yuborsak, disk erkin tebrana boshlaydi (12.3-rasmda, a). Muhit qarshiligi bo'lmasa bu tebranish cheksiz davom etishi mumkin. Ammo qarshilik kuchlari tebranishlarni so'nishga olib keladi. Shunga o'xshash holatni uchiga Q yuk osilgan prizmatik sterjenda ham kuzatish mumkin (12.3-rasm, b). Bunda ham sterjenni yuk bilan birga cho'zib turib, so'ng qo'yib yuborsak, sterjen bo'ylama yo'nalishda erkin tebranadi. Bunda prujina vazifasini sterjen materialidagi elastik kuchlar bajaradi. Xuddi shunday hol sterjen buralgan taqdirda ham ro'y beradi (12.3-rasm, d); agar sterjenning uchiga o'rnatilgan



12.3-rasm.

disk biroz burab, keyin o'z holiga tashlab qo'yilsa, disk erkin buralish tebranma harakatini bajaradi. Diskning OB radiusi $+j$ dan $-j$ ga qadar o'z holatini o'zgartiradi.

Ikki tayanchli balkaning erkin tebranishlari ham avvalgilaridan farq qilmaydi (12.3-rasm, e). Q yuk qo'yilgan balkaga ko'ndalang turtki bersak, u ko'ndalang, ya'ni yuk qo'yilgan yo'nalishda erkin tebranadi.

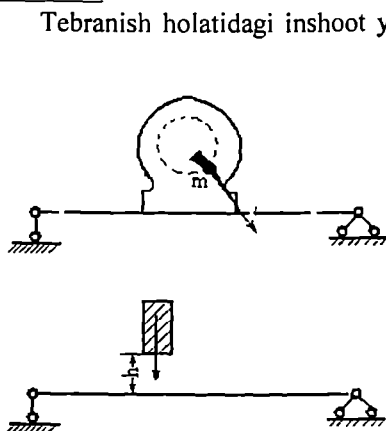
Tinch turgan mexanik sistemaga (masalan, balka yoki matematik tebrangichga) tashqaridan kuch ta'sir ettirilib, shu zahoti olinsa, sistema tebranma harakatlanadi. Sistemaning bunday tebranishi erkin yoki xususiy tebranish deb ataladi.

Agar tebranayotgan sistema doim qo'zg'atuvchi kuch yoki zarb kuchi ta'siri ostida bo'lsa, sistemaning bunday tebranishi majburiy tebranish deb ataladi (12.4-rasm).

Sistemaning erkin tebranishiga tiklovchi (elastik) kuchlar bilan birga qarshilik ko'rsatuvchi (dissipativ) kuchlar ham ta'siri etadi. Dissipativ kuchlar tebranishning so'nishiga sabab bo'ladi. Sistemalarning bu xil tebranishlari so'nuvchi tebranishlar deb ataladi. Muhitning qarshiligi, ichki ishqalanish kuchlari, tayanchlardagi quruq ishqalanish kuchlari dissipativ kuchlar sanaladi.

Ayrim masalalarni taqriban yechishda dissipativ kuchlar e'tiborga olinmaydi. Tebranishning bunday turi so'nmaydigan erkin tebranish deb nom olgan.

Ma'lum vaqt ichida uzluksiz takrorlanib turadigan tebranishlar davriy tebranishlar deb ataladi.



12.4-rasm.

Davriy (a) va zarbiy (b) kuchlar

Tebranish holatidagi inshoot yoki mashina qismlarini mustahkamlikka hisoblashda ulardagi nuqtalarining o'z muvozanat holatidan eng katta og'ishlarini bilish talab etiladi. Eng katta og'ishlar dinamikada amplituda deb ataladi. Tebranma harakatda bir tebranish uchun sarflangan vaqt, davr, ma'lum vaqt ichida bajariladigan tebranishlar soni takrorlik yoki chastota deyiladi.

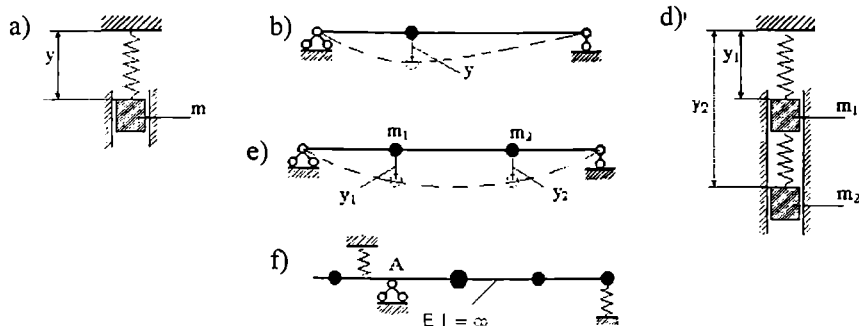
Tebranishlarga oid masalalarni yechishda sistemaning erkinlik darajasi degan atamaga duch kelamiz. Bu nima degani? Sistema

tebranganida uning holatini belgilovchi geometrik parametrlar soni sistemaning erkinlik darajasi deb ataladi.

«Sistema» deganda sterjenli sistemalar, ya'ni inshootlar tushuniladi. Dinamik hisoblash jarayonida inshootning dinamik hisoblash sxemasidan foydalaniladi. Dinamik hisoblash sxemalarida inshoot massasi ayrim nuqtalarga to'plangan yoki sistema bo'ylab tarqalgan deb qaraladi. Massalarning qanday olinishiga qarab, sistemaning erkinlik darajasi turlicha bo'ladi.

Vaznsiz prujinaga osilgan m massaning (12.5-rasm, a) erkinlik darajasi birga teng, chunki uning holatini birgina parametr (y – koordinatasi) bilan aniqlash mumkin. Xuddi shunday bir massali balkaning erkinlik darajasi ham birga teng (12.5-rasm, b).

12.5-rasm, d va e larda erkinlik darajasi ikkiga teng bo'lgan sistemalar tasvirlangan. To'planma (yig'liq) massalar bikrligi cheksiz katta bo'lgan sterjen ustida joylashgan bo'lsa, sistemaning holati sterjenning holati bilan belgilanadi. Masalan, 12.5-rasm, d dagi sistemaning erkinlik darajasi, massa va prujinaning sonidan qat'iy nazar, birga teng bo'ladi. Chunki, massalarning holatini sterjenning A tayanchi atrofida og'ish burchagi bilan belgilash mumkin.

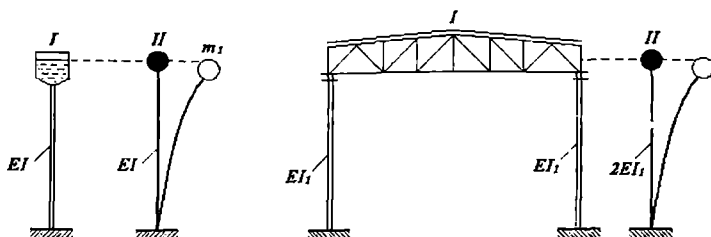


12.5-rasm. Sistemaning erkinlik darajalari.

Aslida real konstruksiyalarda massa butun element hajmi bo'ylab yoyilgan bo'ladi. Bu esa massalarning soni cheksiz ko'p demakdir. Shunday ekan, massalarning holatini belgilovchi parametrlar ham cheksiz ko'p bo'ladi. Shunga ko'ra, gap real konstruksiyalar ustida borganda, ularning erkinlik darajasi cheksiz ko'p deb yuritiladi. Biroq sistemaning erkinlik darajasi qancha ko'p bo'lsa, hisob ishlari shuncha murakkablashadi. Shu sababli ko'pincha texnik hisoblarda, uncha juz'iy bo'lmagan xatolikka yo'l qo'yilgan holda, sistemaning erkinlik darajasi chekli ravishda olinadi. Bunday mas-

salar sistemaning ayrim ayrim nuqtalariga, masalan, inshootdagi og'ir yuklar joylashgan yerlarga to'planadi.

12.6-rasmda erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaning konstruksiyasi va hisoblash sxemasi tasvirlangan. Shakldagi suv bosimi minorasi va bir qavatli ramada massa asosiy yuk joylashgan yerga to'plangan.



12.6-rasm. Erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaning konstruksiyasi va hisoblash sxemasi

12.4. Inshootlar dinamikasi usullari

Inshootlar dinamikasida statik va energetik usullar mavjud. Statik usulning mohiyati shundan iboratki, bunda dinamika masalalari D'alamber prinsipi asosida shaklan statika masalalariga keltiriladi, ya'ni dinamika tenglamalari statika tenglamalari ko'rinishiga keltiriladi.

D'alamber prinsipiga ko'ra dinamikaning muvozanat tenglamalari quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sum X + \left(-m \frac{d^2 x}{dt^2}\right) &= 0 \\ \sum Y + \left(-m \frac{d^2 y}{dt^2}\right) &= 0 \\ \sum Z + \left(-m \frac{d^2 z}{dt^2}\right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12.3)$$

Bu yerda m -muvozanati tekshirilayotgan jismning massasi; x, y, z - jismning koordinata o'qlari bo'ylab chiziqli ko'chishlari; $\sum X, \sum Y, \sum Z$ -jismga ta'siri etayotgan kuchlar proeksiyalarining yig'indisi, qavsdagi hadlar massaning inersiya kuchini ifodalaydi.

Vaqt bo'yicha olingan hosilani nuqta bilan belgilasak, tenglama quyidagi sodda ko'rinishni oladi:

$$\sum X - m\ddot{x} = 0; \sum Y - m\ddot{y} = 0; \sum Z - m\ddot{z} = 0. \quad (12.4)$$

Dinamika masalalarini hal etishda energetik usuldan ham foydalaniladi. Bu usul sistemaning tebranma harkatida energiyaning saqlanish qonuniga asoslanadi. Mazkur qonunga binoan potensial P va kinetik K energiyalar yig'indisi o'zgarmas miqdoridir.

$$P + K = \text{const}. \quad (12.5)$$

Sistemaning potensial energiyasi quyidagi formuladan topiladi:

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[\sum \int_0^l \frac{M^2 dx}{EJ} + \sum \int_0^l \frac{N^2 dx}{EA} + \sum \int_0^l \mu \frac{Q^2 dx}{GA} \right], \quad (12.6)$$

bu yerda M, N, Q – eguvchi moment, bo'ylama va ko'ndalang kuchlar;

J, A – inersiya momenti va ko'ndalang kesim yuzasi;

E, G – siqilish (cho'zilish) va siljishdagi elastiklik moduli;

μ – ko'ndalang kesim shakliga bog'liq bo'lgan koeffitsient (bu koeffitsient urinma kuchlanishlarni kesim bo'ylab notekis tarqalishini hisobga oladi).

Sistemaning kinetik energiyasi quyidagi formuladan topiladi:

$$K = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum \int m(x) dx \frac{v^2}{2} \quad (12.7)$$

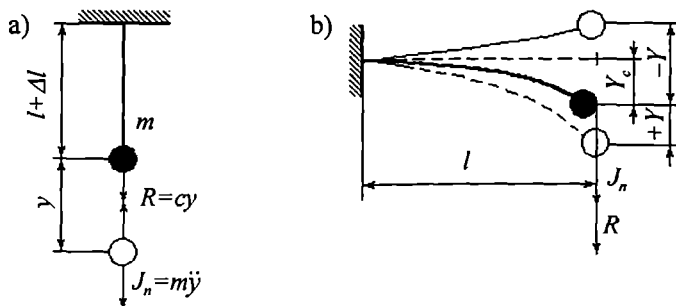
bu yerda v – tezlik; m – yig'iq masalalar; $m(x)$ – yoyiq massalar.

12.5. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistemalarning erkin tebranishlari

Sistemaning erkin tebranishini abstrakt va real hollar uchun ko'rib o'tamiz. Abstrakt holda sistema tebranishiga qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar e'tiborga olinmaydi, real holda esa tebranma harakatni so'nishga olib keluvchi qarshilik kuchlari hisobga olinadi.

Qarshilik kuchlari hisobga olinmagan hol. Bir massali elastik sistemalarning (12.7-rasm, a va b) vertikal yo'nalishdagi erkin tebranishini ko'rib o'tamiz. Elastik sistemalarning muvozanati bir zumga qo'yib olingan tashqi kuch ta'siri ostida buzildi deb faraz etaylik. Buning oqibatida sterjenli sistemalar erkin tebranma harakatga keladi.

Sterjenlar uchiga vazni $Q = mg$ bo'lgan yuk qo'yilgan, m yuk massasi, g – erkin tushish tezlanishi. Yuk Q – ta'sirida balka u_{st} -masofaga solqilana-di (12.7-rasm, b). Vertikal sterjen esa Δl masofaga uzayadi (12.7-rasm, a).



12.7-rasm. Bir massali elastik sistemalar.

Tebranish jarayonida massalar (y) masofaga ogʻadi, natijada ular tiklovchi (qaytaruvchi) kuch R va inersiya kuchi J_n taʼsirida boʻladi. Muvozanat tenglamasini tuzishda pastga yoʻnalgan kuch, koʻchish, tezlik va tezlanishning ishorasini musbat deb qabul qilamiz.

Tiklovchi kuch. R sistemaning elastik reaksiya kuchi boʻlib, massa m statik muvozanat holatidan chetga chiqqanda, uni dastlabki vaziyatiga qaytarishga intiladi. Bu kuch koʻchishga nisbatan teskari yoʻnalganligi uchun uning ishorasi manfiy boʻladi. Tiklovchi kuch massa toʻplangan nuqtaning solqiligi y ga proporsional boʻladi, yaʼni

$$R = -cy. \quad (12.8.)$$

Proporsionallik koeffitsienti s massa toʻplangan nuqta birlik koʻchish olganda balkada hosil boʻladigan reaksiya kuchidir. Bu kuchning miqdori sistemaning elastik va geometrik tavsiflariga bogʻliq boʻlib, koʻchish tenglamasidan foydalanib aniqlanadi:

$$c\delta_{11} = 1, \quad c = \frac{1}{\delta_{11}}, \quad (12.9)$$

bu yerda δ_{11} – massa toʻplangan nuqtaning birlik kuch taʼsirida koʻchishi.

Masalan, vertikal sterjen uchun birlik kuch taʼsirida koʻchish $\delta_{11} = \frac{1 \times l}{EA}$,

konsol balka uchun $\delta_{11} = \frac{1 \times l^3}{3EJ}$ boʻladi. (12.9) ga asosan sterjen uchun $c = EA : l$ va balka uchun $c = 3EJ : l^3$ boʻladi. Baʼzan c sistema bikrligi deb ham yuritiladi.

Inersiya kuchi J D'alamber prinsipiga koʻra massa m bilan tezlanishning koʻpaytmasiga teng. Tezlanishni aniqlash uchun esa koʻchish y dan vaqt t boʻyicha ikki marta hosila olinadi. Inersiya kuchi tezlanishga nisbatan teskari yoʻnalganligi uchun ishorasi manfiy olinadi:

$$J_n = -m \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = -m \ddot{\gamma}. \quad (12.10)$$

Bir massali sistemaning dinamik muvozanat shartini yozamiz.

$$\sum Y = J_n + R = 0.$$

Ko'chishlar noldan emas, statik muvozanat holatidan boshlab hisoblanganligi sababli Q kuch tenglamaga kiritilmagan.

R va J_n ning (12.8) va (12.10) da keltirilgan ifodasini tenglamaga qo'yamiz. Tenglama hadlarini m ga bo'lib, ishorasini o'zgartiramiz.

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} y = 0 \quad (12.11)$$

Hosil bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglama qarshilik hisobga olinmaganda bir massali sistemaning so'nmaydigan erkin tebranishini ifodalaydi.

Agar $\omega^2 = \frac{c}{m}$ deb olsak, tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0. \quad (12.12)$$

Bu yerda $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – sistema tebranishining doiraviy takrorligi (chastotasi).

(12.12) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t, \quad (12.13)$$

uning hosilasi tebranish tezligini ifodalaydi:

$$\dot{y} = v = -C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t. \quad (12.14)$$

C_1 va C_2 doimiy sonlar boshlang'ich shartlardan topiladi. Tebranishning $t=0$ lahzasida boshlang'ich solqilik y_0 va boshlang'ich tezlik v_0 ma'lum deb faraz etaylik. U holda (12.13) va (12.14) tenglama asosida

$$C_1 = y_0 \text{ va } C_2 = \frac{v_0}{\omega} \text{ topiladi.}$$

Bularni (12.13) ga qo'ysak, tebranishning istalgan nuqtasi uchun, ya'ni t ning ixtiyoriy qiymati uchun differensial tenglamaning yechimiga ega bo'lamiz:

$$y = y_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t. \quad (12.15)$$

Quyidagi belgilashni kiritib,

$$y_0 = A \sin \lambda; \frac{v_0}{\omega} = A \cos \lambda$$

tenglamani yanada ixchamlashtiramiz:

$$y = A \sin \lambda \cos \omega t + A \cos \lambda \sin \omega t \quad (12.16)$$

yoki

$$y = A \sin(\omega t + \lambda), \quad (12.17)$$

bu yerda A – amplituda, λ – boshlang'ich faza.

(12.17) tenglama erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaning *davriy xususiy (erkin) tebranishini* ifodalaydi. Uning grafigi 12.9-rasm, a da tasvirlangan.

Davri va takrorlik orasidagi bog'lanishni ko'rib chiqamiz. Agar vaqtning t lahzasida solqilik y bo'lsa,

$$t_1 = t + \frac{2\pi}{\omega} \text{ yoki } \omega t_1 = \omega t + 2\pi$$

daqiqada ham (12.17) ga binoan o'shancha solqilik hosil bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, tebranish davri, ya'ni tebranishning bir sikli uchun ketadigan vaqt

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (12.18)$$

bo'ladi.

Agar T vaqt ichida sistema bitta tebransa, 2π ichida ω marta tebrana-di; ω ni *doiraviy takrorlik* deb atalishining sababi ham shunda. Bir sekund-dagi tebranishlar soni t *texnik takrorlik* deb ataladi:

$$t = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \left(\frac{1}{c} \right) \quad (12.19)$$

Ko'rib o'tilgan tenglamalar asosida takrorlik va davr uchun quyidagi formulalarni beramiz: *doiraviy takrorlik*

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m\delta_{11}}} = \sqrt{\frac{Q}{m y_{st}}} = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} = \left(\frac{1}{c} \right); \quad (12.20)$$

davr

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{m\delta_{11}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi \sqrt{\frac{y_{st}}{g}} (c) \quad (12.21)$$

Bir minutdagi tebranishlar soni quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$n = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{y_{st}}}$$

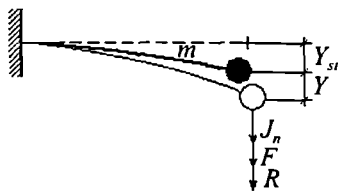
Agar $g=981 \approx (\pi 10)^2$ deb olsak, amalda keng qo'llaniladigan

$$n = \frac{300}{\sqrt{y_{st}}} \quad (12.20)$$

formula kelib chiqadi. Bunda y_{st} – sm da o'lchanadi.

Qarshilik kuchlari hisobga olingan hoi. Abstrakt holda sistemaning erkin tebranishi o'zgarmas amplituda bilan beto'xtov davom etishini ko'rib o'tdik. Biroq amalda erkin tebranishlar so'nuvchi bo'ladi, ya'ni tebranish amplitudasi to'xtovsiz kamaya borib, nolga intiladi. Real konstruksiyalari-ning tebranishiga tiklovchi R va inersiya kuchlari J dan tashqari qarshilik kuchlari F ham ta'siri etadi (12.8-rasm)

Qarshilik kuchi turli tashqi va ichki sabablar: tashqi muhit qarshiligi, elementlarning tutashish joylari va tayanchlardagi ishqalanishlar, materialning ichki noelastik qarshiligi kabi sabablar tufayli vujudga keladi.



12.8-rasm.

Qarshilik kuchi tebranish tezligi $\dot{y}$ ga proporsional va harakatga qarama-qarshi yo'nalgan deb olinadi: $F = -\beta \dot{y}$. Bu yerda β proporsionallik koeffitsienti.

Qarshilik kuchi hisobga olinganda sistemaning dinamik muvozanat tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\sum Y = J_n + F + R = 0$$

J_n , F va R ning qiymatlarini o'rniga qo'ysak,

$$\ddot{y} + \frac{\beta}{m} \dot{y} + \frac{c}{m} y = 0 \quad (12.23)$$

kelib chiqadi. Bu differensial tenglama qarshilik hisobga olingan hol uchun sistemaning erkin tebranishini ifodalaydi.

$$2\alpha = \frac{\beta}{m}; \omega^2 = \frac{c}{m}$$

deb belgilab,

$$\ddot{y} + 2\alpha \dot{y} + \omega^2 y = 0 \quad (12.24)$$

ga ega bo'lamiz. Bu tenglamaga mos tavsifiy tenglama

$$z^2 + 2\alpha z + \omega^2 = 0$$

ko'rinishda bo'lib, uning ildizlari

$$z_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}; \quad z_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

bo'ladi. Bu yerda $\alpha > / < \omega$ bo'lishi mumkin.

1 hol: $\alpha > \omega$. Bu holda ildizlar kompleks sonlar bo'ladi:

$$z_1 = -\alpha + i\omega_1; \quad z_2 = -\alpha - i\omega_1; \quad \omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$$

(12.24) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$y = e^{-\alpha t} (A \sin \omega_1 t + B \cos \omega_1 t) \quad (12.24)'$$

Bu yerda

$$\alpha = \frac{\beta}{2m} = \frac{\beta \delta_{11} \omega^2}{2}.$$

(12.24)' da keltirilgan qavsdagi ifoda davriy funksiyadir, chunki t ga

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ miqdorning qo'shilishi bilan funksiyaning qiymati o'zgarmaydi.

Demak, so'nuvchi erkin tebranishlarni davri

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \alpha^2}}$$

bo'lgan davriy tebranishlar deb atash mumkin ekan.

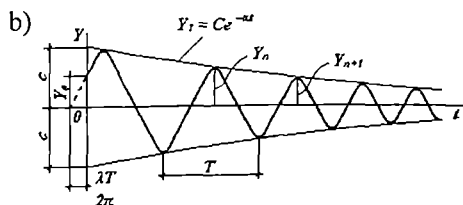
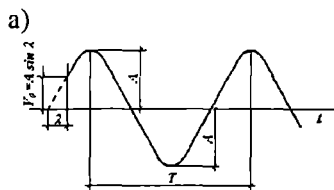
Agar $\alpha \rightarrow 0$ bo'lsa, ya'ni qarshilik kuchi kamaya borib nolga aylansa, qarshilik hisobga olinmagan holdagi davr kelib chiqadi:

$$< T_1$$

Avvalgiga o'xshab, $A = C \cos \alpha$ va $B = C \sin \alpha$ deb olsak, (12.24)' tenglama quyidagi ixcham ko'rinishga keladi:

$$y = e^{-\alpha t} C \sin(\omega_1 t + \lambda), \quad (12.25)$$

bu yerda λ – boshlang'ich faza bo'lib, massaning harakat boshidagi og'ishini hisobga oladi; $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ – boshlang'ich amplituda.



12.9-rasm. Davriy tebranishlar grafiği

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{B}{A}; \quad \omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2} = \omega \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2} \quad (12.26)$$

Qurilish konstruksiyalarida α doiraviy takrorlik ω dan ancha kichik bo'ladi. Shu sababli (12.26) ni quyidagicha olish mumkin:

$$\omega_1 \approx \omega.$$

So'nuvchi erkin tebranishlar grafigi 12.9-rasm, b da tasvirlangan.

So'nish jarayoni amalda tebranishning logarifmik dekrementi δ yoki energiyaning yutilish koeffitsienti ψ orqali hisobga olinadi.

2-hol: $\omega < \alpha$

Tavsifiy tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil:

$$z_1 = -\alpha + \omega_2 < 0; \quad z_2 = -\alpha - \omega_2 < 0; \quad \omega_2 = \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}.$$

Bu hol uchun (12.24) tenglamaning yechimi

$$y = e^{-\alpha t} (A \cosh \omega_2 t + B \sinh \omega_2 t)$$

bo'ladi. Bunday holda harakat tebranma xarakterga ega bo'lmaydi. Og'irilgan massa asta-sekin o'zining dastlabki vaziyatiga qaytadi.

3-hol: $\omega = \alpha$

Tavsifiy tenglamaning ildizlari haqiqiy va teng:

$$z_1 = -\alpha; \quad z_2 = -\alpha.$$

(12.24) tenglamaning integrali:

$$y = e^{-\alpha t} (A + Bt)$$

bo'ladi. Bu holda ham harakat nodavriy xarakterga ega.

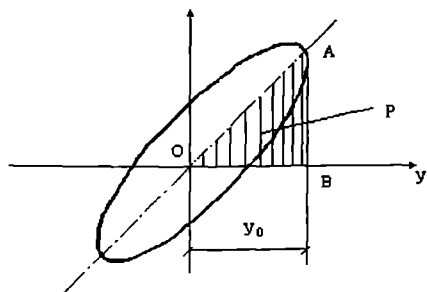
Umuman, tebranish cheklanishi zarur bo'lgan sistemalarda $\alpha \geq \omega$ olinadi.

Ketma-ket qo'shni amplitudalar nisbatining logarifmi tebranishlarning *logarifmik dekrementi* deb ataladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$\delta = \ln \frac{y_n}{y_{n+1}} = \alpha T_1 \quad (12.27)$$

$\alpha = \frac{\delta}{T_1}$ nisbat so'nish koeffitsienti deb atalib, tebranishning so'nish tezligini xarakterlaydi.

Tebranishning so'nishini xarakterlaydigan miqdorlardan yana biri energiyaning *yutilish koeffitsienti* yoki *sochilish (dissipatsiya) koeffitsienti* deb ataladi va ψ harfi bilan belgilanadi. Bu koeffitsient *gisterzis sirtmog'i* (petlya) nomi bilan yuritiladigan F grafikdan aniqlanadi (12.9'-rasm).



12.9'-rasm. Gisterezis sirtmog'i

Gisterezis sirtmog'i tashqi kuch F va deformatsiya y orasidagi bog'lanishni ifodalovchi grafik bo'lib, sistemani yuklash va yukdan bo'shatish jarayonida hosil bo'ladi. Ideal elastik materiallarda yuklanish chizig'li bilan yukdan bo'shatish chizig'i ustma-ust tushadi, gisterezis sirtmog'ining yuzasi nolga teng bo'ladi; ya'ni yuklanish chog'ida materialda to'plangan energiya yuk olgan keyin sistemani dastlabki ho-

latiga qaytarishga to'la sarf bo'ladi. Haqiqatda esa yuklash chog'ida real materiallarda to'plangan energiya yuk olingandan so'ng to'la qaytmasdan, ya'ni materialni dastlabki holatiga qaytarishga to'la sarf bo'lmasdan energiyaning bir qismi elastik bo'lmagan (qoldiq) deformatsiyaga sarf bo'ladi. Qoldiq deformatsiyaga sarf bo'lgan energiyaning miqdori gisterezis sirtmog'ining yuziga teng bo'ladi. OAB uchburchagining yuzi esa tebranish chog'idagi sistemaning potensial energiyasi P ga tengdir. Quyidagi nisbat:

$$\psi = \frac{\Delta P}{P} \quad (12.28)$$

energiyaning yutilish koeffitsient deb ataladi.

Cheksiz qisqa vaqt dt mobaynida energiyaning yutilishi dP , T vaqt ichida esa

$$\psi = - \int_{t_1}^{t_1+T} \frac{dP}{P}$$

bo'ladi. Bundan

$$\psi = \ln P(t_1) - \ln P(t_1 + T) = \ln \frac{P_n}{P_{n+1}}$$

kelib chiqadi.

$$P_n = \frac{cy_n^2}{2} \quad \text{va} \quad P_{n+1} = \frac{CY_{n+1}^2}{2}$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\psi = 2 \ln \frac{Y_n}{Y_{n+1}} \quad \text{yoki} \quad \psi = 2\delta \quad (12.29)$$

bo'ladi.

δ va ψ tajriba yo'li bilan aniqlanadigan miqdorlar.

Misol. 12.9-rasm, *a* da ko'rsatilgan balkaning o'rtasiga o'rnatilgan dvigatelning vazni $Q = 4 \text{ kN}$. Uzunligi 3 m bo'lgan po'lat balka 12-nomerli qo'shtavrdan yasalgan. Balkaning xususiy og'irligini hisobga olmay, tebranish takrorligi va davri aniqlansin.

Yechish. Dvigatel og'irligidan balka o'rtasida hosil bo'ladigan solqilik

$$y_{st} = \frac{Ql^3}{48EJ}.$$

Tebranish takrorligi

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} = \sqrt{\frac{9.81 \cdot 48 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 350 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3^3}} = 56,6 \text{ c}^{-1}$$

Tebranish davri

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{56,6} = 0,11 \text{ c}.$$

Bir minutdagi tebranishlar soni

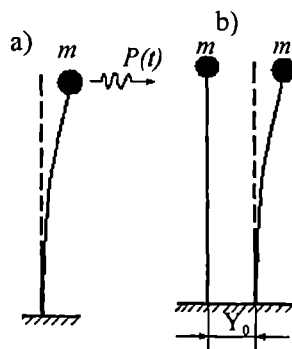
$$n = \frac{60}{T} = 545,5$$

12.6. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistemalarning majburiy tebranishlari (qarshilik kuchlari hisobga olinmagan hol)

Oldingi paragrafda sistemaning erkin tebranishlarini ko'rib o'tgan edik, unda butun tebranish jarayonida sistemaga tashqi (uyg'otuvchi) kuchlar ta'siri etmasligi qayd etilgandi (tebranish boshidagi ta'siri bundan mustasno). Mazkur paragrafda erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemalar *vaqtning o'tishi bilan o'zgarib boruvchi* kuchlar ta'sirini ko'rib chiqamiz.

Bunday kuchlar *uyg'otuvchi kuchlar*, ular ta'siridagi tebranishlar esa *majburiy tebranishlar* deb ataladi.

12.10-rasmda majburiy tebranishlarning ikkita xili tasvirlangan. Ularning birida (12.10-rasm, a) m massaning tebranishi uyg'otuvchi tashqi kuch $P(t)$ ta'sirida, ikkinchisida esa (12.10-rasm, b) tayanchning qo'zg'alishi natijasida hosil bo'ladi. Majburiy



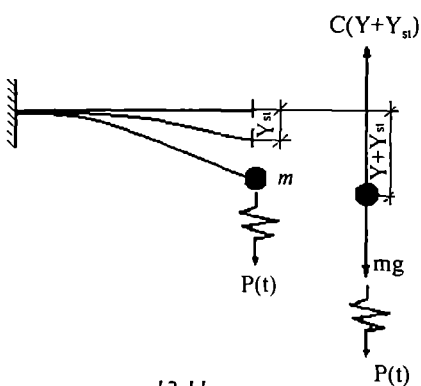
12.10-rasm. Bir massali sistemaning majburiy tebranishlari.

tebranish masalalarida tebranishning amplitudasini aniqlash asosiy vazifa hisoblanadi, chunki tebranayotgan inshootda hosil bo'ladigan kuchlanishlar ana shu amplitudalarga bog'liqdir.

Majburiy tebranishlarning umumiy tenglamasi va uning yechimi

Erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaga $P = P(t)$ uyg'otuvchi kuch ta'siri etayapti deb faraz qilaylik (12.11-rasm).

Vaqtning t lahzasida massaga ta'sir etuvchi kuchlar shaklda ko'rsatilgan.



12.11-rasm.

Bu hol uchun harakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$-c(y + y_{st}) + mg + P(t) = m\ddot{y}.$$

Agar $mg = cy_{st}$ va $\omega^2 = \frac{c}{m}$ ekanligini hisobga olsak, majburiy tebranishning asosiy tenglamasi

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \frac{P(t)}{m} \quad (12.30)$$

ko'rinishni oladi.

Og'irlik mg va statik reaksiya

cy_{st} e'tiborga olinmagan taqdirda ham, ya'ni kuch va ko'chishlar sistemaning statik muvozanat holatidan boshlab hisoblanganida ham xuddi ana shu natijaga kelgan bo'lur edik.

Bir jinsli bo'lmagan (12.30) tenglamaning yechimini ikki:1) erkin tebranish tenglamasining (bir jinsli tenglama) integrali va 2) berilgan tenglama (12.30) ning biror xususiy integrali yig'indisi ko'rinishida izlash zarur. Har bir konkret hol uchun tenglamaning o'ng tomoniga mos xususiy yechim tanlash o'rniga, *ixtiyoriy doimiylarni variatsiyalash* usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, shu yo'l bilan uyg'otuvchi kuch istalgan qonun bo'yicha o'zgarganda, tegishli yechimga ega bo'iamiz.

Bu usulga ko'ra (12.30) tenglamaning xususiy yechimi

$$y = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t. \quad (12,31)$$

ko'rinishda izlanadi. Biroq bu holda C_1 va C_2 ning qiymatlari doimiy emas, balki o'zgaruvchi deb qaralishi kerak. Shunday qilib, $y(t)$ funksiyasini aniqlash masalasi $C_1(t)$ va $C_2(t)$ funksiyalarini aniqlash masalasi bilan almashiriladi. Ixtiyorimizda faqat birgina (12,30) tenglama bo'lganligi sababli

$C_1(t)$ va $C_2(t)$ funksiyalarini yana bir ixtiyoriy tenglama bilan bog'laymiz. Buning uchun (12.31) dan vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$$\dot{y} = C_1 \omega \cos \omega t - C_2 \omega \sin \omega t + \dot{C}_1 \sin \omega t + \dot{C}_2 \cos \omega t$$

hamda $C_1(t)$ va $C_2(t)$ ni quyidagi ifoda bilan bog'laymiz:

$$\dot{C}_1 \sin \omega t + \dot{C}_2 \cos \omega t = 0. \quad (12.32)$$

u holda yuqoridagi tezlikni aniqlash tenglamasi birmuncha soddalashadi:

$$\dot{y} = C_1 \omega \cos \omega t + C_2 \omega \sin \omega t.$$

Tezlanishni topamiz:

$$\ddot{y} = -C_1 \omega^2 \sin \omega t - C_2 \omega^2 \cos \omega t + C_1 \omega \cos \omega t - C_2 \omega \sin \omega t. \quad (12.33)$$

(12.31) va (12.33) ifodalarni (12.30) tenglamaga qo'yib,

$$\dot{C}_1 \cos \omega t + \dot{C}_2 \sin \omega t = \frac{1}{m\omega} P(t) \quad (12.34)$$

ni hosil qilamiz.

(12.32) va (12.33) tenglamalardan quyidagi hosilalarni aniqlaymiz:

$$\dot{C}_1 = \frac{1}{m\omega} P(t) \cos \omega t; \quad \dot{C}_2 = -\frac{1}{m\omega} P(t) \sin \omega t.$$

Bularni integrallab:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \cos \omega \tau d\tau + B_1 \\ C_2 &= \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega \tau d\tau + B_2 \end{aligned} \right\} \quad (12.35)$$

ni topamiz. Bu yerda B_1 va B_2 boshlang'ich shartlarga bog'liq bo'lgan doimiy sonlardir.

Integrallash jarayonida o'zgarib boruvchi vaqtni 0 dan t gacha, integralning o'zgarish deb qaraluvchi, yuqori chegarasi t dan farq qilish uchun τ deb belgilash qabul qilingan.

(12.35) ifodani (12.31) tenglamaga qo'yib, berilgan (12.30) tenglamaning umumiy integraliga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{m\omega} \left[\sin \omega t \int_0^t P(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \cos \omega t \int_0^t P(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right] + \\ &+ B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t. \end{aligned}$$

$\sin \omega t$ va $\cos \omega t$ ni integral ostiga kiritib ixchamlashtirsak, masalaning umumiy yechimi kelib chiqadi:

$$y = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t + \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau. \quad (12.36)$$

Bundan hosila olib, tezlik tenglamasiga ega bo'lamiz:

$$\dot{y} = B_1 \omega \cos \omega t - B_2 \omega \sin \omega t + \frac{1}{m} \int_0^t P(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (12.37)$$

B_1 va B_2 doimiylarning qiymati harakat boshidagi shartlarga bog'liq. Agar harakat boshida, ya'ni $t=0$ bo'lganda $y=y_0$, $\dot{y}=\nu_0$, bo'lsa, (12.36) va

(12.37) tenglamalardan $B_1 = \frac{\nu_0}{\omega}$ va $B_2 = y_0$ kelib chiqadi.

U holda yuqoridagi yechim quyidagi ko'rinishni oladi:

$$y = y_0 \cos \omega t - \frac{\nu_0}{\omega} \omega \sin \omega t + \frac{1}{m\omega_0} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

Bu yerdagi dastlabki ikki had boshlang'ich ko'chish y_0 va boshlang'ich tezlik ν_0 ta'sirida vujudga kelgan erkin tebranishlarni, keyingi hadlar esa uyg'otuvchi kuchlar ta'sirida vujudga kelgan majburiy tebranishlarni ifodalaydi.

Boshlang'ich shartlar y_0 va ν_0 nol bo'lsa, quyidagi asosiy formula kelib chiqadi:

$$y = \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (12.38)$$

Zarbiy kuch ta'siridagi majburiy tebranishlar. Tinch holatdagi sistemaga vaqtning τ lahzasida zarbiy kuch berildi deylik. Bu lahzada sistemada ko'chish bo'lmaydi:

$$y(\tau) = 0,$$

biroq sistemada, harakat miqdori qonuniga binoan, zarbiy kuch ta'sirida

$$\nu(\tau) = \frac{S}{m}$$

tezlik hosil bo'ladi. Vujudga kelgan tebranishni erkin tebranish deb qarash mumkin. U holda ko'chish va tezlik uchun quyidagi ifodalarga ega bo'lamiz:

$$y = A \sin(\omega t + \lambda);$$

$$\nu = \dot{y} = A\omega \cos(\omega t + \lambda).$$

Ifodalarning chap tomoniga boshlang'ich shartlarni, o'ng tomonidagi t harfi o'rniga τ ni qo'ysak,

$$0 = A \sin(\omega t + \lambda)$$

$$\frac{S}{m} = A \omega \cos(\omega t + \lambda)$$

kelib chiqadi. Bu tenglamalardan

$$A = \frac{S}{m\omega} \quad \text{va} \quad \lambda = -\omega\tau$$

topiladi. Bularni o'z o'rniga qo'ysak, zarbiy kuch ta'sir etgan hol uchun harakat qonuni kelib chiqadi:

$$y = \frac{S}{m\omega} \cos \omega(t + \tau) \quad (12.39)$$

Bu holni uyg'otuvchi kuch $P(\tau)$ ta'siri etgan hol bilan bog'laymiz. Buning uchun uyg'otuvchi cheksiz kichik zarblar $P(\tau)d\tau$ ning ketma-ketligi deb faraz etamiz (12.12-rasm).

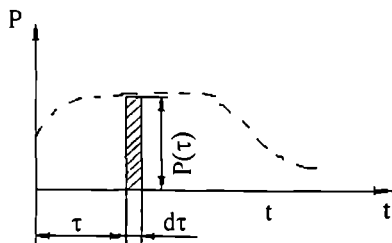
Bitta zarbiy kuch ta'sirida vaqtning $t \geq \tau$ lahzasida (12.39) formulaga asosan

$$\frac{P(\tau)d\tau}{m\omega} \sin \omega(t - \tau)$$

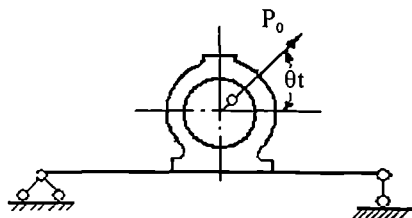
ko'chish hosil bo'ladi.

Vaqtning $0 \div \tau$ oralig'ida zarbiy kuchlarning ketma-ket ta'siri ostida hosil bo'ladigan ko'chishni aniqlash uchun yuqoridagi ifodani integrallash zarur. Bu esa (12.38) formulaga olib keladi.

Garmonik kuch ta'siri. Rezonans. Sanoat binolarida ba'zan muvozanatlashmagan aylanuvchi qismi bo'lgan mashinalar o'rnatiladi (12.13-rasm).



12.12-rasm. Cheksiz kichik zarbalarining ketma-ketligi



12.13-rasm. Rotor o'rnatilgan balka.

Muvozanatlashmagan massaning o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan markazdan qochma kuch P ta'sirida balka tebranadi. Bu kuchning vertikal tashkil etuvchisi

$$P = P_0 \sin \theta \quad (12.40)$$

bo'ladi. Bu yerda θ – rotor aylanishining burchak tezligi. Formuladan ko'rinib turibdiki, uyg'otuvchi kuchning balkaga ta'siri garmonik qonun asosida o'zgaradi.

Bunday kuch ta'sirida vujudga keladigan tebranish jarayonini matematik ko'rinishda ifodalash uchun (12.38) formuladan foydalanamiz:

$$y = \frac{P_0}{m\omega} \int_0^t \sin \theta \tau \sin \omega(t - \tau) d\tau, \quad (12.41)$$

$\omega \neq 0$ hol uchun integralning yechimi

$$y = \frac{P_0}{m(\omega^2 - \theta^2)} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right),$$

bo'ladi.

Bu formulaga $\omega^2 = \frac{c}{m}$ va $y_{st} = \frac{P_0}{c}$ belgilash kiritsak,

$$y = \frac{y_{st}}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (12.42)$$

kelib chiqadi. Bu yerda y_{st} – statik kuch P_0 ta'sirida hosil bo'lgan solqilik.

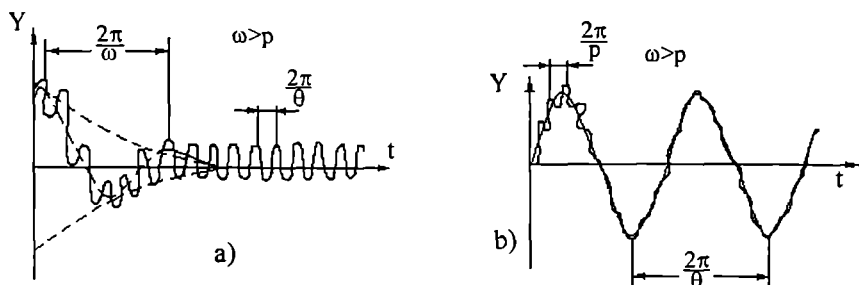
(12.42) formulaning tahlili, boshlang'ich shartlar nol bo'lganda, sistemada ikki qismdan iborat murakkab tebranish vujudga kelishini ko'rsatadi: qavs ichidagi birinchi had uyg'otuvchi kuch takrorligi bo'yicha bo'ladigan tebranishni, ikkinchi had esa xususiy tebranish takrorligi ω bilan bo'ladigan tebranishni ifodalaydi. Shunga ko'ra birinchisi – majburiy, ikkinchisi – erkin tebranish deb ataladi.

Real konstruksiyalarda noelastik qarshilik kuchlari ta'sirida erkin tebranishlar vaqt o'tishi bilan so'nib boradi; majburiy tebranishlar esa avvalgi amplituda bilan davom etaveradi.

Vaqt o'tishi bilan erkin tebranishlarning so'nib borishi (b) hamda ikki xil tebranishning qo'shilish jarayoni (a) 12.14-rasmda tasvirlangan.

Shakldan ko‘rinib turibdiki, $\theta > \omega$ yoki $\theta < \omega$ bo‘lishidan qat’iy nazar, erkin tebranishlar jarayonning boshidayoq so‘nib qoladi. Shuning uchun yechimning doimiy – so‘nmaydigan qismini tahlil qilish bilan chegaralanamiz:

$$y = \frac{Y_{st}}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} \sin \theta t \quad (12.43)$$



12.14-rasm. Ikki xil tebranishning qo‘shilishi va erkin tebranishning so‘nishi

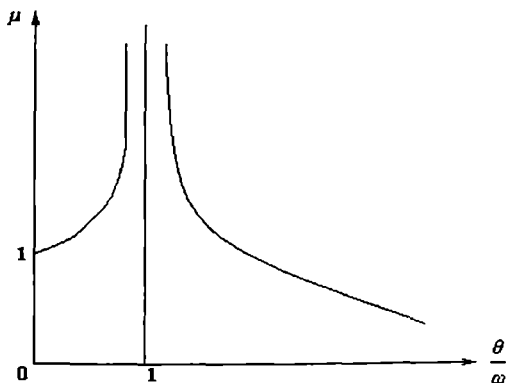
Binobarin, majburiy tebranishlar uyg‘otuvchi kuch chastotasi bilan tebraniadi va bu kuch go‘yo sistema harakatining «o‘z amriga bo‘ysundirgandek» ko‘rinadi. Majburiy tebranish amplitudasi (dinamik solqilik)

$$A = \frac{Y_{st}}{\left| 1 - \frac{\theta^2}{\omega^2} \right|} \quad (12.43)$$

uyg‘otuvchi kuch P_0 ning statik ta‘siridan hosil bo‘lgan solqilik u_{st} dan farq qiladi. Uyg‘otuvchi kuch ta‘sirining dinamik effekti dinamik koeffitsient deb ataluvchi quyidagi nisbatdan aniqlanadi:

$$\mu = \frac{A}{y_{st}} = \frac{1}{\left| 1 - \frac{\theta^2}{\omega^2} \right|} \quad (12.44)$$

Dinamik koeffitsient takrorliklar nisbati $\frac{\theta}{\omega}$ ga bog‘liq miqdordir. 12.14’-rasmda μ bilan $\frac{\theta}{\omega}$ orasidagi bog‘lanish grafik ko‘rinishda tasvirlangan.



12.14'- rasm. μ bilan $\frac{\theta}{\omega}$ orasidagi bog'lanish

Uyg'otuvchi kuch takrorligi θ xususiy tebranish takrorligi ω dan ancha kichik bo'lsa, $\mu \rightarrow 1$, dinamik solqilik A statik solqilik y_{st} ga yaqinlashadi. $\theta < \omega$ chegarada θ ning o'sishi bilan dinamik koefitsient μ ning qiymati o'zgarib boradi; bu hol tebranish amplitudasi A ning o'sishini bildiradi. Agar $\theta > \omega$ bo'lsa, (2.44) formulaga binoan $A < 0$ bo'ladi; bu esa tebranish amplitudasi

uyg'otuvchi kuchga qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi.

Uyg'otuvchi kuch takrorligi bilan xususiy tebranish takrorligi teng bo'lgan hol ($\theta = \omega$) rezonans deb ataladi. Bunda $\frac{\theta}{\omega} = 1$ bo'lib, majburiy tebranish amplitudasi cheksizlikka intiladi. Qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar hisobga olinmaganligi tufayli shunday xulosaga kelindi. Biroq real konstruksiyalarda qarshilik ko'rsatuvchi kuchlarning mavjudligi amplitudaning chekli bo'lishiga olib keladi; amplituda chekli, ayni bir vaqtda katta qiymatga ega bo'ladi. Shuning uchun rezonans holati inshoot uchun xavfli sanaladi.

Osma ko'prik singari ba'zi real inshootlarda energiyaning sochilishi (qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar) juda kichik bo'ladi. Bunday hollarda uncha katta bo'lmagan uyg'otuvchi kuch inshootda xavfli rezonans tebranishlarini uyg'otishi mumkin. Masalan, shaxdam qadam tashlab kelayotgan piyoda askarlar ko'prikka yetganda qadamlarini o'zgartirib, tartibsiz yura boshlaydilar. Chunki qadam zarbi ko'prikning xususiy tebranish takrorligi bilan bir xil bo'lib qolsa, ko'prik rezonans tebranishlariga uchrab, buzilishi mumkin. Tarixda bunday hollar uchrab turadi. 1831-yili Manchesterda (Angliya) Irvel daryosiga qurilgan osma ko'prik 60 kishining qadami zarbidan buzilib tushgan. 1868-yilda Chatamada Britaniya dengiz piyoda askarlari o'tayotganda ko'prik bosib qolgan. 1850-yilda Anjerdagi osma ko'prikda katta fojea ro'y bergan; 500 kishidan iborat fransuz piyoda askarlari bataloni o'tayotganda ko'prik buzilib, 226 kishi halok bo'lgan.

Rezonans tebranishlarini so'ndirishning ikki xil yo'li bor: biri inshootning xususiy tebranish takrorligini uyg'otuvchi kuch takrorligidan farqli qilib tanlash; ikkinchisi, inshootda dempfer (so'ndirgich)larni ko'paytirish.

Majburiy tebranishlarga qarshilik kuchlarining ta'siri

Qarshilik kuchlarining erkin tebranishlarga sezilarli darajada ta'sir etishini oldingi sahifalarda ko'rib o'tgan edik. Mazkur sarlavhada qarshilik kuchlari majburiy tebranishlarga qay darajada ta'sir etishini ko'rib o'tamiz.

Avval harakat differensial tenglamasining umumiy yechimi bilan tanishib chiqamiz, so'ngra sistemaga garmonik kuch ta'sirini batafsil ko'rib o'tamiz.

Qarshilik kuchlari e'tiborga olinsa, majburiy tebranishlarning asosiy tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\ddot{y} + 2\alpha \dot{y} + \omega^2 y = \frac{P(t)}{m}. \quad (12.45.)$$

Bu tenglamada so'nuvchi erkin tebranishlar tenglamasi (12.14)dan barobarning o'ng tomoni bilan, qarshilik hisobga olinmagan majburiy tebranishlar tenglamasi (12.30)dan chap tomondagi ikkinchi had bilan farq qiladi. Sistema tebranishiga qarshilik kuchlarining ta'siri ana shu ikkinchi had orqali hisobga olinadi.

Oldingi paragrafdagi singari uyg'otuvchi kuch $P(t)$ ni cheksiz kichik zarblar $P(\tau)$ d τ ketma-ketligi deb qabul qilsak, u holda yuqoridagi differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$y(t) = \frac{1}{m(\omega^2 - \alpha^2)} \int_0^t P(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)} \sin \left[\sqrt{\omega^2 - \alpha^2} (t - \tau) \right] d\tau. \quad (12.46)$$

Bu formula $P(t)$ har qanday qonun bo'yicha o'zgarganda o'z kuchini saqlaydi; $\alpha = 0$ bo'lganda (12.38) formula kelib chiqadi. (12.46) formulani uyg'otuvchi tashqi kuchning garmonik qonun $P(t) = P_0 \sin \theta t$ bo'yicha ta'siri etuvchi holga tatbiq etamiz.

Bunday hol uchun differensial tenglama

$$\ddot{y} + 2\alpha \dot{y} + \omega^2 y = \frac{P_0 \sin \theta t}{m} \quad (12.47)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Ma'lumki, bunday tenglamaning integrali ikki qismdan iborat bo'ladi: 1) bir jinsli tenglamaning integrali; 2) umumiy tenglamaning xususiy integrali.

Bir jinsli tenglamaning yechimini ilgari ko'rib o'tgan edik. Bu tenglama so'navchi erkin tebranishlarni ifodalashini va erkin tebranishlar jara-yonining boshidayoq so'nib qolishini bilamiz. Shunga ko'ra, majburiy tebranishlarning statsionar qismini ifoda etuvchi tenglamaning xususiy yechimi bilan cheklanamiz:

$$y = \alpha \sin \theta t + b \cos \theta t \quad (12.48)$$

Shuni nazarda tutish kerakki, α va b ning qiymatlari tegishli tanlangan taqdirdagina (12.48) ifoda (12.47) tenglamaning yechimi bo'la oladi. Buning uchun formuladan ikki marta hosila olib:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= a\theta \cos \theta t - b\theta \sin \theta t; \\ \ddot{y} &= -a\theta^2 \sin \theta t - b\theta^2 \cos \theta t; \end{aligned}$$

(2.47)ga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} -a\theta^2 \sin \theta t - b\theta^2 \cos \theta t + 2a\theta\alpha \cos \theta t - 2b\theta\alpha \sin \theta t + a\omega^2 \sin \theta t + \\ + b\omega^2 \cos \theta t = \frac{P_0}{m} \sin \theta t \end{aligned}$$

yoki

$$\left(-a\theta^2 - 2b\theta\alpha + \theta\omega^2 - \frac{P_0}{m} \right) \sin \theta t + \left(-b\theta^2 + 2a\theta\alpha + b\omega^2 \right) \cos \theta t = 0$$

Qavs ichidagi hadlar alohida olinganda nolga teng bo'lsagina hosil bo'lgan tenglama t ning har qanday qiymatida qanoatlantiriladi. Bu esa o'z navbatida quyidagi ikki tenglamaga olib keladi:

$$\begin{aligned} a(\omega^2 - \theta^2) - 2b\theta\alpha &= \frac{P_0}{m}; \\ b(\omega^2 - \theta^2) + 2a\theta\alpha &= 0; \end{aligned}$$

bu yerdan

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{P_0(\omega^2 - \theta^2)}{m(\omega^2 - \theta^2)^2 + \theta^2\alpha^2}; \\ b &= \frac{2P_0\theta\alpha}{m(\omega^2 - \theta^2)^2 + 4\theta^2\alpha^2} \end{aligned} \right\} \quad (12.49)$$

a va b doimiy sonlarning mana shu qiymatlarida (12.48) ifoda (12.47) ning yechimi hisoblanadi.

a va b ni boshqa o'zgarmovchilar A va γ bilan almashtirsak, (12.48) yechim yanada ixchamlashadi:

$$\left. \begin{aligned} a &= A \cos \gamma \\ b &= -A \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (12.50)$$

Buni (12.48) ga qo'yamiz:

$$y = A \sin \theta t \cos \gamma - A \sin \gamma \cos \theta t = A \sin(\theta t - \gamma). \quad (12.51)$$

(12.49) va (12.50) ifodalardan foydalanib A va γ ning qiymatini aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{y_{st}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\theta^2\alpha^2}{\omega^2}}}; \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{2\theta\alpha}{\omega^2 - \theta^2} \end{aligned} \right\} \quad (12.52)$$

Bu yerdan γ - boshlang'ich faza.

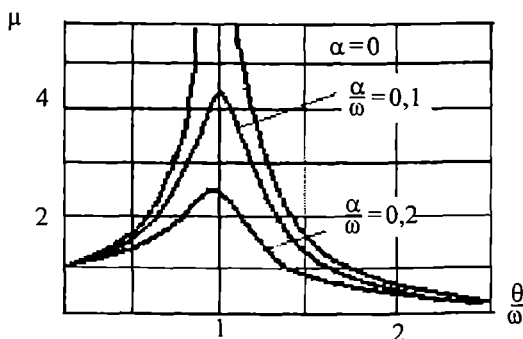
Birinchi formulada $\frac{P_0}{m\omega^2} = \frac{P_0}{C} = y_{st}$ ekanligi hisobga olingan.

Majburiy tebranish amplitudasi A ning statik solqilik y_{st} ga nisbati, avval (12.44) ko'rib o'tganimizdek, dinamik koeffitsient deb ataladi:

$$\mu = \frac{A}{y_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\theta^2\alpha^2}{\omega^2}}} \quad (12.53)$$

Dinamik koeffitsient μ ning bu qiymati bilan avvalgi (12.44) qiymatining farqi shundaki, bu qiymatida sistema tebranishiga qarshilik qiluvchi kuchlarning ta'siri hisobga olingan. Uyg'otuvchi kuch takrorligi θ ga har qanday qiymat berganda ham μ hech qachon cheksiz bo'lmaydi. μ ning qiymati endi θ/ω dan tashqari α/ω ga bog'liq. Bularning o'zaro munosabati 12.15-rasmda grafik ravishda tasvirlangan.

$\alpha = 0$ bo'lganda 12.11-rasmdagi hol kelib chiqadi, ya'ni $\mu = \infty$ bo'ladi. Ammo $\alpha \neq 0$ bo'lganda μ ning eng katta qiymati ham chekli bo'ladi. Qarshilik kuchlari rezonans zonasida o'zining ta'sirini kuchliroq namoyon qiladi.



12.15-rasm. Rezonans holatidagi tebranishlarga qarshilik kuchlarining ta'siri.

$\omega = 0$ deb olsak, (12.53) formuladan dinamik koeffitsientning maksimal qiymati kelib chiqadi:

$$\mu_{\max} = \frac{\omega}{2\alpha} \quad (12.54)$$

Bundan ma'lum bo'lishicha, dinamik koeffitsient so'nish koeffitsienti α ga teskari proporsional ekan.

Misol. Uzunligi $l=3$ bo'lgan balkaning o'rtasiga o'rnatilgan muvozanatlanmagan dvigatelning vazni $Q=4$ kN, aylanishlar soni $n=450$ ayl/min. Dvigateldan hosil bo'ladigan markazdan qochma kuchning vertikal tashkil etuvchisi $P \sin \theta \tau$ bo'lib, $P=1$ kN. Balka 12-nomerli po'latdan ishlangan qo'shtavrdan yasalgan. Dvigatel to'xtovsiz ishlaganda hosil bo'ladigan majburiy tebranishlar amplitudasi va kuchlanishlar aniqlansin (12.4-rasm, a ga qarang).

Yechish. Shu balkaning xususiy tebranishlari takrorligi avvalgi misolda topilgan edi:

$$\omega = 56.6 \text{ c}^{-1}.$$

Majburiy kuch takrorligi

$$\theta = \frac{\pi n}{30} = \frac{3.14 \cdot 450}{30} = 47.1.$$

Dinamik koeffitsient

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{47.1}{56.6}\right)^2} = 3.25.$$

Demak, dinamik kuchdan hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiya statik kuchlanish va deformatsiyadan 3,25 marta katta bo'lar ekan.

Balka o'rtasining maksimal solqiligi

$$y_{\max} = y_{st(Q)} + \mu y_{st(P)} = \frac{Ql^3}{48EJ} + \mu \frac{Pl^3}{48EJ} = 0.306 + 3.25 \cdot 0.077 = 0.556 \text{ sm}$$

Balka o'rtasidagi maksimal kuchlanish

$$\sigma_{\max} = \sigma_{st(Q)} + \mu \sigma_{st(P)} = \frac{Ql}{4W} + \mu \frac{Pl}{4W} = 93049,1 \text{ N/m}^2$$

Xulosa. Mazkur bobda mashina va inshoot qismlariga dinamik kuchlar ta'sir etganda ularda vujudga keladigan tebranishlar hamda dinamik kuchlanishlarni aniqlashga doir usul va qoidalar bilan tanishdik. Erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemalarning xususiy va majburiy tebranishlarini ko'rib o'tdik. Shularga oid misollar yechdik.

Bilimingni sinab ko'r

1. Statik va dinamik yuklar orasida qanday farq bor?
2. Qanday yuk dinamik yuk deb ataladi?
3. Qanday tebranish erkin va majburiy tebranish deyiladi?
4. Sistema erkin yoki majburiy tebranayotganda, unga qanday kuchlar ta'sir etadi?
5. Erkinlik darajasi nima?
6. Erkin tebranish davri va takrorligi nima?
7. Tebranish to'liqining amplitudasi nima?
8. Qanday hodisa rezonans deb ataladi va uning xavfliligi nimadan iborat?
9. Tebranishda dinamik koeffitsient qanday yoziladi?
10. Tebranishda dinamik kuchlanish qanday aniqlanadi?
11. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistema uchun erkin tebranishlar differensial tenglamasi chiqarilsin.
12. Erkinlik darajasi bitta bo'lgan sistema uchun majburiy tebranishlar differensial tenglamasi chiqarilsin.

XIII BOB

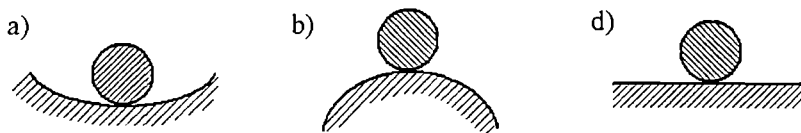
KONSTRUKSIYA ELEMENTLARINING USTUVORLIGI

Mavzu mazmuni. Ushbu bobda ustuvorlik tushunchasi bilan to'laroq tanishish imkoniyatiga ega bo'lasiz. Kritik kuch qanday kuch ekanligini bilib olasiz. Siqilishga ishlaydigan sterjenlarni hisoblash usullari bilan tanishasiz.

13.1 Asosiy tushunchalar

Ustuvorlik deganda, inshootning tashqi kuchlar ta'sirida o'zining dastlabki holatini yoki deformatsiyasining dastlabki shaklini saqlab turish xossasi tushuniladi. Inshootlarning ustuvorligi ham mustahkamligi singari tashqi kuchlarning miqdoriga bog'liq. Kuch ma'lum miqdorga yetguncha inshoot o'zining ustuvor holatini yoki deformatsiyasining dastlabki shaklini saqlab turadi. Kuch ma'lum miqdordan oshganida, inshootning ustuvorligi buziladi, ya'ni dastlabki holati yoki deformatsiya shakli o'zgaradi.

Fikrimizni misollar yordamida ravshanlashtiramiz. 13.1-rasmda botiq, qavariq va tekis sirtga o'rnatilgan og'ir sharcha tasvirlangan. Agar sharchani biroz og'dirib, so'ng o'z holiga qo'ysak, quyidagi vaziyat yuzaga keladi: birinchi holda sharcha o'zining dastlabki holatiga qaytib keladi. Uning bu holati **ustuvor muvozanat** holati deb ataladi. Bu holda sharcha eng kichik potensial energiyaga ega bo'ladi. Ikkinchi holda sharcha dastlabki holatiga qaytmaydi. Bu hol **noustuvor muvozanat** holatiga kiradi. Bunda sharchaning potensial energiyasi eng katta qiymatga ega bo'ladi. Uchinchi holda sharcha ozgina yurib to'xtaydi, dastlabki holatiga qaytmaydi. Bunday holat **befarq muvozanat** deb yuritiladi. Bunda potensial energiya o'zgarmas bo'ladi.



13.1-rasm.

Keltirilgan misol qattik jism holatining ustuvorligiga doir. Biz bu misol yordamida ustuvor, noustuvor va befarq muvozanatlar qanday bo'lishini bilib oldik. Endi mana shu vaziyatlar elastik sistemalarda qay tariqa sodir bo'lishini ko'rib o'taylik.

Ma'lumki, tashqi kuchlar ta'sirida elastik sistemalarda elastik deformatsiyalar hosil bo'ladi. Tashqi kuchlarning miqdori orta borib, ma'lum qiymatga yetganda, deformatsiya shakli noustuvor bo'lib qoladi; boshqacha qilib aytganda, tashqi kuchlarning ma'lum qiymatida elastik sistemaning dastlabki deformatsiya shakli o'z ustuvorligini yo'qotadi. Sistema ustuvorligi yo'qolganda, tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat ham buziladi.

Ustuvor va noustuvor holat orasidagi chegara sistemaning **befarq holati** deb ataladi.

Ustuvor muvozanat holatidagi sistemani kichik masofaga og'dirilsa, og'diruvchi sabab yo'qolgach, sistema dastlabki holatiga qaytadi. Noustuvor muvozanatda qo'shimcha yuk qo'yilmasa ham deformatsiya davom etadi. Befarq muvozanatda esa sistema og'ganicha qolaveradi.

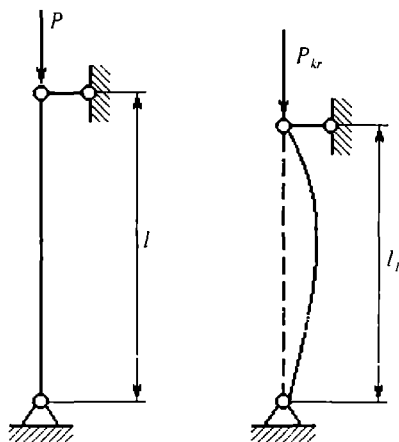
Amalda ustuvorlik buzilishi (yo'qolishi)ning ikki turi mavjud. Ustuvorlik buzilishining birinchi turida, ya'ni kuch asta ortib borganda, deformatsiyaning dastlabki shakli yo'qolib, uning o'rniga yangi shakli hosil bo'ladi va rivojlanib boradi.

Deformatsiyani bir shakldan ikkinchi shaklga o'tkazuvchi kuch **kritik kuch** deb ataladi.

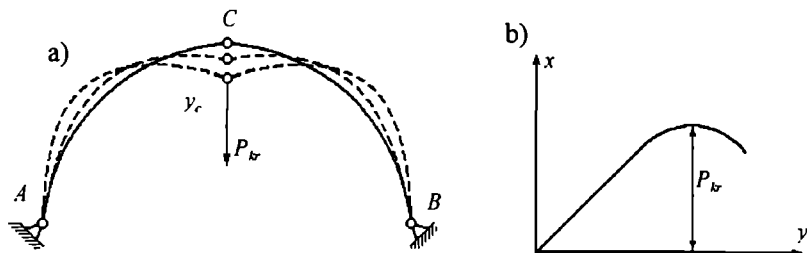
Ustuvorlik buzilishining birinchi turiga misol keltiramiz (13.2-rasm). Agar $P < P_{kr}$ bo'lsa, ustun to'g'ri chiziqli holatini saqlaydi. Muvozanatning bu ko'rinishi ustuvor muvozanat sanaladi. Agar ustunni to'g'ri chiziqli holatidan chiqarilsa (masalan, ozgina turtki berilsa), sterjen tebrana boshlaydi va ichki kuchlarning qarshiligi tufayli yana dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga qaytadi.

Siquvchi kuch P ning qiymati orta borib, kritik qiymatga yetganda muvozanatning to'g'ri chiziqli shakli noustuvor bo'lib qoladi. Kuchning bu qiymatida berilgan ozgina turtki ustunda deformatsiyaning yangi shaklini – egilish deformatsiyasini hosil qiladi.

$P = P_{kr}$ bo'lganda, ustunning to'g'ri chiziqli deformatsiyasi noustuvor, egri chiziqli deformatsiyasi esa ustuvor bo'ladi. Kuchning qiymati kritik qiymatdan oshsa, egilish deformatsiyasi tez o'sib borib, ustun butunlay ishdan chiqadi.



13.2-rasm.



13.3-rasm.

Ustuvorlikning buzilishi (yo'qolishi)ning ikkinchi turini ko'rib o'tamiz. Ustuvorlik buzilishining ikkinchi turida deformatsiyaning yangi shakli paydo bo'lmay, dastlabki deformatsiya keskin ravishda o'sib boradi (13.3-rasm, a).

Ma'lum chegarada C sharnirga ko'yilgan P kuchining ortishi bilan solqilik y_c ham mos ravishda ortib boradi. Bunda tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat saqlanadi. Biroq bu jarayon davomida shunday holat vujudga keladiki, bunda tashqi kuch P ning qiymati ortmasa ham solqilik y_c ortib boraveradi (13.3-rasm, b). Deformatsiyaning uzluksiz ravishda o'sib borishiga olib keluvchi o'zgarmas kuch **kritik kuch** deb ataladi. $P=P_{kr}$ bo'lganda, tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat noustuvor bo'ladi. $P>P_{kr}$ bo'lganda, muvozanat umuman mavjud bo'lmaydi. Bu hodisa ustuvorlik buzilishining **ikkinchi turi** deb ataladi.

Inshootlarni ustuvorlikka hisoblashda ba'zi cheklanishlar va farazlarga yo'l qo'yiladi. Masalan, ramalarni hisoblashda sistema mutlaq to'g'ri chiziqli sterjenlardan tashkil topgan deb faraz etiladi.

Ustuvorlik buzilganda sterjendagi siljish va bo'ylama deformatsiyalar hisobga olinmay, faqat egilish deformatsiyasi tekshiriladi. Bunda sterjen egilgan o'qining quyidagi taqribiy differensial tenglamasidan foydalaniladi:

$$EJy'' = -M_x.$$

Vaholanki, differensial tenglamaning aniq ifodasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$EJ \frac{y''}{\left[1 + (y')^2\right]^{3/2}} = -M_x$$

Ikki uchi sharnirli mahkamlangan sterjenning ustuvorligi masalasini birinchi bo'lib 1744-yilda Leonard Eyler hal etgan. O'sha davrlardan buyon inshootlar ustuvorligi masalasi rivojlana borib, hozirgi davrda qurilish mexanikasining katta sohasiga aylandi.

Kritik kuchlarni aniqlashda statik, dinamik va energetik deb ataluvchi asosiy usullar qo'llanilmoqda.

Statik usul zamirida sterjenli sistemaning ustuvorligi yo'qolgandan keyingi deformatsiyalangan holati yotadi, ya'ni sterjenning egilgan holati uchun muvozanat tenglamalari tuziladi va ulardan sistemani shu holatda ushlab tura oladigan kuchning qiymati aniqlanadi. Bu kuch kritik kuch bo'ladi.

Dinamik usulga ko'ra berilgan sistema uchun xususiy tebranish tenglamasi tuziladi va bu tenglamadan xususiy tebranishlar chastotasi nolga tengli shartidan foydalanib, kritik kuchning qiymati P_{kr} aniqlanadi.

Energetik usul Dirixle qoidasiga asoslanadi. Bu qoidaga binoan ustuvor muvozanat holatida sistemaning potensial energiyasi P minimal qiymatga ega bo'ladi, befarq muvozanat holatida esa potensial energiyaning ikki qo'shni qiymatlari orasidagi farq ΔP nolga teng bo'ladi:

$$\Delta P = \Delta v - \Delta E = 0.$$

Bu yerda v – ichki kuchlar potensial energiyasi;

E – tashqi kuchlar potensial energiyasi.

Bundan $\Delta' = \Delta E$ kelib chiqadi.

Bu qoidaga asoslanib, sistemalar uchun aniq tenglamalar tuziladi va ulardan kritik kuchning qiymati aniqlanadi.

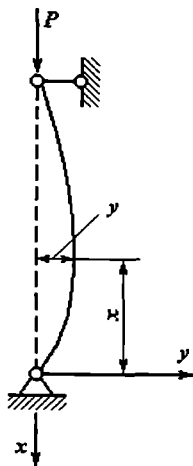
Inshootga ta'sir etuvchi yuk orta borib, o'zining kritik qiymatiga erishganda, inshootda tang (kritik) holat vujudga keladi, yuk yana biroz oshirilsa, inshoot butunlay ishdan chiqadi (buziladi). Tarixda siqilgan sterjenlar ustuvorligining yo'qolishi oqibatida inshootlarning qulab tushish holati ko'p uchraydi. Masalan, 1907-yili AQShning Shimoliy Lavrentiya daryosiga qurilgan metall ko'priq qulab tushib, 74 kishi halok bo'lgan. Bu fojiga siqilishga ishlaydigan sterjenlar ustuvorligining noto'g'ri hisoblanganligi sabab bo'lgan.

Shunga o'xshash falokat 1891-yili Shveytsariyada ro'y bergan, 12 vagonli passajir poezdi ko'prikdan o'tayotganda, ko'priq bosib qolgan. Falokat natijasida 74 kishi o'lib, 200 kishi tan jarohati olgan. Ko'priq fermasining siqiluvchi havonlaridan birining ustuvorligini yo'qolishi ko'priqni halokatga olib kelgan.

Binokorlik va ko'priksizlik tarixida bunga o'shash misollar oz emas. Biroq inshootlar ustuvorligi masalasini to'g'ri hal etilishi insonlar uchun naqadar katta ahamiyatga ega ekanligi yuqoridagi ikki misoldan yaqqol ko'rinib turibdi.

13.2. Siqilgan sterjenlar uchun Eyer formulasi

Ikki uchi sharmirli mahkamlangan sterjenga markaziy P kuchi qo'yilgan (13.4-rasm). Siquvchi kuchning qiymati P_{kr} dan kichik bo'lsa, sterjen birdan-bir to'g'ri chiziqli muvozanat shakliga ega bo'ladi. $P = P_{kr}$ bo'lganda, sterjen ikki xil: to'g'ri chiziqli va egri chiziqli muvozanat shakliga ega. Bunda to'g'ri chiziqli muvozanat-noustuvor, egri chiziqlisi – ustuvor hisoblanadi. Kritik



13.4-rasm.

kuchni aniqlash uchun solqilikning differensial tenglamasi-dan foydalanamiz:

$$EJ_{\min} y'' = -M_x, \quad (13.1)$$

bu yerda: x – sterjendagi ixtiyoriy nuqtaning koordinati;

y – shu nuqtaning solqiligi;

E – elastiklik moduli;

$J_{\min}$ – sterjen ko‘ndalang kesimining minimal inersiya momenti;

$EJ_{\min}$ – sterjenning egilishga bo‘lgan minimal bikrligi;

M – tashqi kuchlar eguvchi momenti.

Bizning holda $M_x = Py$.

Momentning qiymatini (13.1) ga qo‘yamiz

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_{\min}} = -\frac{Py}{EJ_{\min}}$$

Quyidagi belgilashni qabul qilsak:

$$\alpha^2 = -\frac{P}{EJ_{\min}}, \quad (13.2)$$

tenglama ixchamlashadi

$$y'' + \alpha^2 y = 0. \quad (13.3)$$

Mazkur tenglamaning yechimi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

Ixtiyoriy o‘zgarmaslar A va B quyidagi chegaraviy shartlardan topiladi: $x = 0$ bo‘lganda $y = 0$ hamda $x = l$ bo‘lganda ham $y = 0$.

Birinchi shartdan $B = 0$ kelib chiqadi. Binobarin sterjen egilgan o‘qining tenglamasi quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$y = A \sin \alpha x \quad (13.4)$$

Demak, sterjen sinusoida shaklida egilar ekan.

Ikkinchi shartdan $A \sin \alpha l = 0$ hosil bo‘ladi. Bu shart quyidagi ikki holga to‘g‘ri keladi:

1) $A = 0$, bunda sterjen egilmaydi, chunki (13.4) ga binoan barcha kesimlardagi solqilik nolga teng.

2) $\sin \alpha l = 0$, bundan $\alpha l = \pi; 2\pi; \dots n\pi$ ekanligi kelib chiqadi.

Natijada αl ning bu qiymatlari hamda (13.2) ifoda asosida kritik kuchlarni aniqlash uchun quyidagi qator formulalarga ega bo‘lamiz:

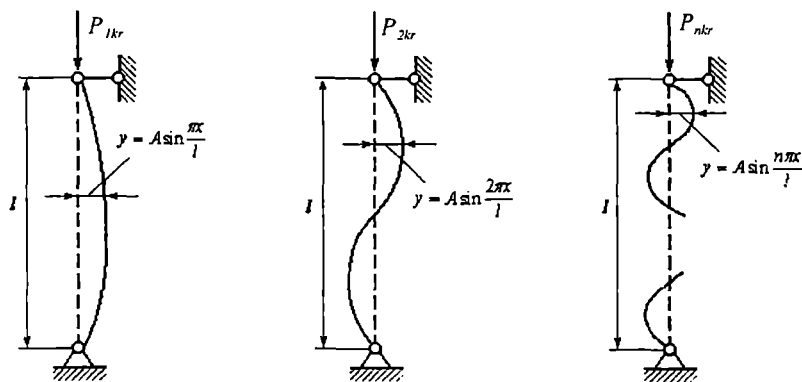
$$P_{1kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2}; \quad P_{2kr} = \frac{4\pi^2 EJ_{\min}}{l^2}; \quad P_{nkr} = \frac{n^2 \pi^2 EJ_{\min}}{l^2};$$

Kritik kuchning har bir qiymati o'zining egilish shakliga ega. Birinchi holda sterjen sinusoidaning bitta yarim to'liqini bo'ylab, ikkinchi holda ikkita yarim to'liqini bo'ylab egiladi va hokazo (13.5-rasm).

Amalda kritik kuchlarning eng kichigi (birinchisi) ko'llaniladi, qolganlari faqat nazariy ahamiyatga ega:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2}; \quad (13.5)$$

Bu formula o'z muallifi nomi bilan – *Eyler formulasi* deb ataladi.



13.5-rasm.

Demak, kritik kuch sterjenning bikrligiga to'g'ri proporsional, sterjen uzunligi kvadratiga teskariga proporsional.

Kritik holatdagi sterjenning egilishi to'satdan sodir bo'ladi, shuning uchun ham uning oldini olish qiyin. Cho'zilgan sterjenlarning uzilishini oldindan payqasa bo'ladi, biroq siqilgan sterjenning ustuvorligi yo'qolishini oldindan ilg'ab bo'lmaydi. Uning xavfli tomoni ham aynan shundan iborat.

Egilgan o'q tenglamasi (13.4) dagi ixtiyoriy o'zgarmas A ning fizik mohiyatini aniqlash uchun tenglamaga $\alpha = \frac{\pi}{l}$ va $x = \frac{l}{2}$ qiymatlarni qo'yamiz. Bunda $\sin 90 = 1$ va $y_{\max} = A$ kelib chiqadi. Demak, A sterjenning o'rtasidagi solqilik ekan.

Agar kritik kuch P_{kr} ni sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi F ga bo'lsak,

ustivorlik yo'qoladigan holdagi kritik kuchlanish kelib chiqadi:

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{F} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2 F} = \frac{\pi^2 E r_{\min}^2}{l^2}$$

bu yerda $r_{\min}^2 = \frac{J_{\min}}{F}$ kesimning minimal inersiya radiusining kvadrati.

$\frac{l}{r_{\min}} = \lambda$ deb belgilasak (buni sterjenning egiluvchanligi deb ataladi),

kritik kuchlanish formulasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Shuni nazarda tutish kerak-ki, Eyer formulasini chiqarishda kuchlanish proporsionallik chegarasi σ_n dan ortib ketmaydi, deb olingan, aks holda egilgan o'q elastik chiziqli bo'lmay edi.

Shunday qilib, Eyer formulasi quyidagi chegarada qo'llanishi mumkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_n$$

Bu formuladan sterjen egiluvchanligining chegaraviy qiymatini aniqlash mumkin:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}}$$

Misol. St.3 markali po'lat uchun $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kgk/sm}^2$, proporsionallik chegarasi $\sigma_n = 2000 \text{ kgk/sm}^2$ Bu qiymatlarni formulaga qo'yib, egiluvchanlikni hisoblaymiz:

$$\lambda = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2100000}{2000}} = 100.$$

St. 5 markali po'lat uchun $\lambda = 90$ bo'ladi.

Yog'och uchun $E = 100000 \text{ kgk/sm}^2$ va $\sigma_n = 175 \text{ kgk/sm}^2$

Binobarin yog'och sterjenlar uchun chegaraviy egiluvchanlik quyidagi qiymatga teng bo'ladi:

$$\lambda = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 100000}{175}} = 75.$$

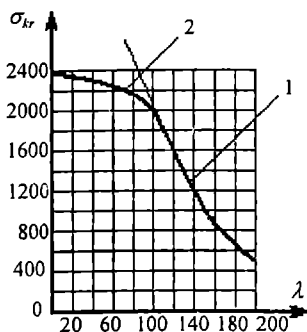
Shunday qilib, egiluvchanlik po'lat sterjenlar uchun 100 dan, yog'och

sterjenlar uchun 75 dan kam bo'lmasa, Eyler formulasidan foydalanish mumkin.

O'rtacha va kichik egiluvchanlikka ega bo'lgan sterjenlar uchun, ya'ni elastiklik chegarasidan tashqarida ishlaydigan sterjenlar uchun olimlar tajribalar asosida kritik kuchni aniqlaydigan qator formulalar taklif etganlar.

Kritik kuchlinish σ_{kr} ni topadigan formulani chizmada tasvirlasak (13.6-rasm), elastiklik chegarasida ishlovchi siqilgan sterjenlarning kritik kuchlanishlarini aniqlash imkoniyatiga ega bo'lamiz.

Rasmda egiluvchanligi $\lambda \geq 100$ bo'lgan sterjenlar uchun Eyler egri chizig'i 1 raqamli tutash chiziq bilan berilgan. Egiluvchanligi $\lambda < 100$ bo'lgan hollarni o'zida aks ettirgan punktir chiziq to'g'ri natija bermaydi. Shuning uchun ham o'rtacha va kichik egiluvchanlikka ega bo'lgan po'lat sterjenlarda kritik kuchlanishlarni aniqlash uchun bir qator tajribalar asosida (rasmda 2 raqami bilan belgilangan) yordamchi egri chiziq o'tkazilgan. Bu chiziq Eyler egri chizig'ining uzviy davomi sifatida aks etgan.



13.6-rasm.

13.3. Uchlari turlicha mahkamlangan sterjenlar uchun kritik kuch ifodasi

Qurilish konstruksiyalarida sterjen uchlarni mahkamlash (biriktirish)ning 13.7-rasmda tasvirlangan to'rt turi keng qo'llaniladi. Oldingi paragrafda ikki uchi shamirli biriktirilgan sterjen uchun kritik kuchni aniqlab, bunda chegaraviy shartlarni tanlashda sterjen uchlarning biriktirilish turi muhim rol o'ynashining guvohi bo'ldik. Agar o'sha usulda qolgan sxemalar uchun ham kritik kuchlarni aniqlasak, tuzilishi jihatidan umumiy bo'lgan quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$P_{kr} = m \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

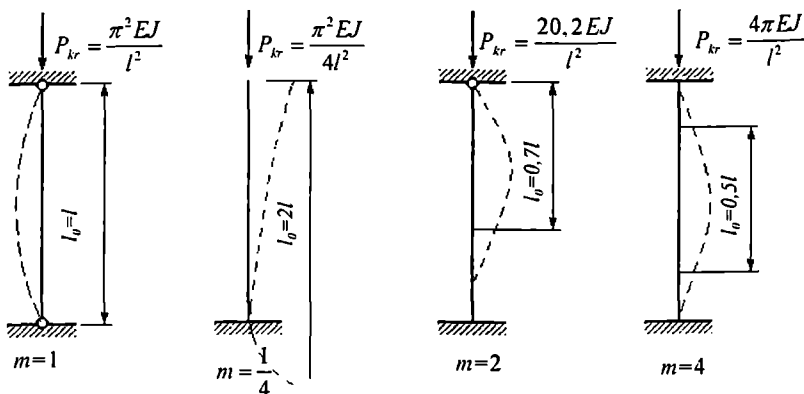
To'rt xil sxema uchun chiqarilgan kritik kuch ifodalari bir-biridan tuzatuvchi koeffitsient m bilan farq qilib, birinchi sxema uchun $m = 1$, ikkinchisi uchun $m = \frac{1}{4}$, uchinchi uchun $m = 2$ va to'rtinchi sxema uchun $m = 4$ ga teng bo'ladi.

Formula shaklini o'zgartiramiz:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{\left(\frac{l}{\sqrt{m}}\right)^2}$$

$\frac{l}{\sqrt{m}} = l_0$ - sterjenning keltirilgan (erkin) uzunligi deyiladi. Buni formulaga qo'ysak, Eylér formulasining dastlabki ko'rinishiga ega bo'lamiz.

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{l_0^2}$$



13.7-rasm.

Keltirilgan uzunliklar to'rtala hol uchun quyidagi qiymatlarga ega:

birinchi hol $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{1}} = l;$

ikkinchi hol $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2l;$

uchinchi hol $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{2}} \approx 0,7l;$

to'rtinchi hol $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{4}} = 0,5l.$

13.4. Siqilgan sterjenlarni amaliy hisoblash

Siqilishga ishlaydigan po'lat sterjenlar ikki sababga ko'ra ishdan chiqadi: birinchidan, materialdagi kuchlanish: σ oqish chegarasi σ_T ga yetganda mustahkamlik buziladi; ikkinchidan, materialdagi kuchlanish kritik qiymat: σ_{kr} ga yetganda ustuvorlik yo'qoladi. Har ikkala sabab sterjenning ishdan chiqishiga olib keladi. Shunga ko'ra siqilgan sterjenlarning hisobiy chegaraviy yuk ko'tarish qobiliyati quyidagi ikki shart buyicha ifodalanadi:

a) mustahkamlik sharti $\sigma \leq \sigma_T$;

b) ustuvorlik sharti $\sigma \leq \sigma_{kr}$.

Kritik kuchlanish σ_{kr} oqish chegarasi σ_T dan kichik bo'lganligi sababli, ularni birdan kichik bo'lgan moslashtiruvchi koeffitsient φ_1 yordamida o'zaro bog'lash mumkin: $\sigma_{kr} = \sigma_T \varphi_1$. Bunda ustuvorlik sharti quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\sigma \leq \sigma_T \varphi_1.$$

Qurilish normalarida oqish chegarasining eng kichik miqdori sifatida hisobiy qarshilik R qo'llanilishini e'tiborga olsak, yuqoridagi shart quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma \leq R \varphi_1, \text{ bu yerda } \varphi_1 = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_T}.$$

Real konstruksiyalarda siquvchi kuchlarning aniq markazi bo'lmaydi, ular hamma vaqt ma'lum yelkaga ega bo'ladi, bu esa kritik kuchlanishning kamayishiga olib keladi. Buni e'tiborga olib, normalarda yana bir koeffitsient kiritilgan:

$$\varphi_2 = \frac{\sigma_{kr}^e}{\sigma_{kr}},$$

bu yerda: σ_{kr}^e – tasodifiy yelka «e» orqali qo'yilgan siquvchi kuchdan hosil bo'lgan kritik kuchlanish. Uning qiymati nazariy yoki tajriba usuli bilan aniqlanadi.

Natijada to'ylama egilish koeffitsienti quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\varphi = \varphi_1 \cdot \varphi_2 = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_T} \cdot \frac{\sigma_{kr}^e}{\sigma_{kr}} = \frac{\sigma_{kr}^e}{\sigma_T}$$

Shunday qilib, siqilgan sterjenlarning ustuvorlik sharti quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq R\varphi;$$

bu yerda P – hisobiy siquvchi kuch;

F – sterjenning ko'ndalang yuzasi;

R – materialning siqilishga bo'lgan hisobiy qarshiligi.

Metall konstruksiyalarida qo'llaniladigan po'latning turli markalari uchun bo'ylama egilish koeffitsienti φ ning qiymati egiluvchanlik λ ga bog'liq holda 13.1-jadvalda berilgan.

13.1-jadval

**Markaziy siqilgan sterjenlar uchun bo'ylama
egilish koeffitsientlari**

Egiluvchanlik λ	Turli markali po'lat elementlar uchun φ ning qiymatlari			
	St. 3 va st. 4	St. 5	14G2, 15TS 10G2S, 10G2SD 15XSND	10 XSND
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	1,98	0,98
20	0,97	0,96	0,95	0,95
30	0,95	0,93	0,92	0,92
40	0,92	0,89	0,89	0,88
50	0,89	0,85	0,84	0,82
60	0,86	0,80	0,78	0,77
70	0,81	0,74	0,71	0,68
80	0,75	0,67	0,63	0,59
90	0,69	0,69	0,54	0,50
100	0,60	0,50	0,46	0,43
110	0,52	0,43	0,39	0,36
120	0,45	0,37	0,33	0,31
130	0,40	0,32	0,29	0,27
140	0,36	0,28	0,25	0,23
150	0,32	0,25	0,23	0,20
160	0,29	0,23	0,21	0,18
170	0,26	0,21	0,19	0,16
180	0,23	0,19	0,17	0,14
190	0,21	0,17	0,15	0,12
200	0,19	0,15	0,13	0,11
210	0,17	0,14	0,12	0,10
220	0,16	0,13	0,11	0,09

Temir-beton, yog'och, g'isht kabi boshqa materiallar uchun ham φ koeffitsienti hisoblab chiqilgan.

Sterjenli sistemalarni ustuvorlikka hisoblashda quyidagi uch masala hal etiladi:

1) agar R, φ , F ma'lum bo'lsa, siqilgan sterjenning yuk ko'tarish qobiliyati aniqlanadi;

2) agar P, F, R, φ ma'lum bo'lsa, sterjenning ustuvorligi tekshiriladi;
 $\sigma = P/F \leq R\varphi$;

3) agar P, R, φ ma'lum bo'lsa, sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi aniqlanadi $F \geq P/R\varphi$.

Yuqorida aytib o'tilgandek, φ koeffitsienti jadvaldan egiluvchanlik λ orqali topiladi. λ ning o'zi esa kesim yuzasi F va inersiya momenti J ga bog'liq miqdordir:

$$\lambda = \frac{l}{r} = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{F}}}$$

Shu boisdan izlanayotgan yuzani aniqlashdan ilgari biror yuzani tusmollab qabul qilinadi hamda shu yuza bo'yicha λ va φ topiladi, so'ngra qabul qilingan yuza shart bo'yicha tekshiriladi. Agar shart qanoatlantirilsa, o'sha yuza qoldiriladi, qanoatlantirilmasa, shu jarayon yana takrorlanadi.

Metall konstruksiyalarni hisoblashda ko'pincha φ koeffitsienti avval tusmollab tanlanadi, keyin yuza aniqlanadi va shart bo'yicha tekshiriladi.

Elementning ko'ndalang kesimini tanlashda mustahkamlik sharti bilan bir qatorda bikrlilik shartini ham qanoatlantirish talab etiladi. Shu munosabat bilan qurilish konstruksiyalarining turli elementlari uchun chegaraviy egiluvchanliklar belgilangan. Masalan, fermaning hovonlari, ustunlari va asosiy ustunlar uchun ruxsat etilgan eng yuqori egiluvchanlik $\lambda=120$. Fermaning boshqa elementlari va ikkinchi darajali ustunlar uchun chegaraviy egiluvchanlik $\lambda=150$. Metall konstruksiyalarning qolgan elementlari uchun $\lambda=200$.

Xulosa. Ushbu bobda siqiluvchan sterjenlarning ustuvorligi bilan batafsil tanishdingiz. Siqilishga ishlaydigan sterjenlarni mustahkamlikka va ustuvorlikka hisoblash usullarini bilib oldingiz. Kritik kuchni aniqlash uchun Eyler formulasini chiqardingiz.

Bilimingni sinab ko'ra

1. Qanday kuch kritik kuch deb ataladi?
2. Kritik kuchlanish nima?
3. Sterjenlarning egiluvchanligi nima?
4. Eyler formulasi qanday ko'rinishga ega?
5. Uzunlikni keltirish koeffitsienti nima?
6. Siqilgan sterjenlarning ustuvorlik sharti qanday yoziladi?
7. φ koeffitsienti nima va uning qiymati qanday aniqlanadi?
8. Sterjenning ustuvorligini tekshirishda uning ko'ndalang kesimi qanday tanlanadi?

XIV BOB

KONSTRUKSIYALARNING OPTIMAL O‘LCHAMLARI VA ISHONCHLILIGINI ANIQLASH

Mavzu mazmuni. Bu bobda materiallar qarshiligi fanining ilg‘or va dolzarb ilmiy yo‘nalishiga doir zamonaviy yondoshishlar keltirilgan. Hisoblanayotgan konstruksiyalarning optimal o‘lchamlarini aniqlash shu asosda kam xarajat, samarasi yuqori konstruksiyalarni yaratish hamda ehtimollik nazariyasi asosida ularning chidamliligini aniqlash yo‘riqlari bayon qilingan.

14.1. Optimallashtirish masalasi

Materiallar qarshiligi fanining asosiy maqsadi tashqi kuch va yuklar ta’sir qilayotgan konstruksiyalarni hisoblab, ularning ko‘ndalang kesimini topish yoki ma’lum shartlarga tekshirishdan iborat. Ko‘ndalang kesimlarni topish yoki tekshirish asosan quyidagi shart va talablardan kelib chiqadi:

1. Mustahkamlik sharti, 1-cheklov sharti.
2. Bikrlik sharti, 2-cheklov sharti.
3. Ustuvorlilik sharti.
4. Kam xarajatlik sharti.

Keltirilgan uchta shartlarning ijrosidan yuqoridagi boblarning asosiy talabi sifatida foydalanib kelindi. To‘rtinchi shartga binoan konstruksiyalarni yaratish, loyihalashda materiallar qarshiligiga mansub yana iqtisodiy cheklov, ya’ni konstruksiyalarni samaradorligini oshiruvchi optimallik sharti ham kiritilishi maqsadga muvofiqdir. Demak, optimallik sharti asosida konstruksiyadan samarali foydalanishni ta’minlash ko‘zda tutiladi.

Konstruksiyalar ko‘ndalang kesimlari qancha katta bo‘lsa, yuqoridagi uchta shart shuncha tez qoniqtiriladi, ammo bu holda ortiqcha xarajat paydo bo‘ladi. Shuning uchun iqtisodiy cheklov inobatga olinishi zarur bo‘ladi, bu esa konstruksiyaning optimal (maqbul) yechimini aniqlashga olib keladi.

Optimal loyihalash-konstruksiyalarning optimal yechimlarini topish va hayotga moslashtirish deganidir. Shuningdek, masalalarni tadqiqot qiluvchi va yechimini topuvchi optimallashtirish fani, ya’ni chiziqli yoki chiziqsiz matematik programmashtirish kabi yangi ilmiy yo‘nalish mavjuddir. Bu yo‘nalish iqtisodiy matematika yo‘nalishi bo‘lib, matematikaning eng kenja avlodiga kiradi. Bu yo‘nalish 1930–40-yillarda fan sifatida tashkil topdi.

14.2. Optimallashtirishdan maqsad

Optimallashtirishdan maqsad yangi loyihalashtirilayotgan konstruksiyani iloji boricha yengil, arzon va kamxarajat bo'lishini ta'minlashdan iborat. Bu shart 4-chi optimallashtirish sharti deb yuritiladi.

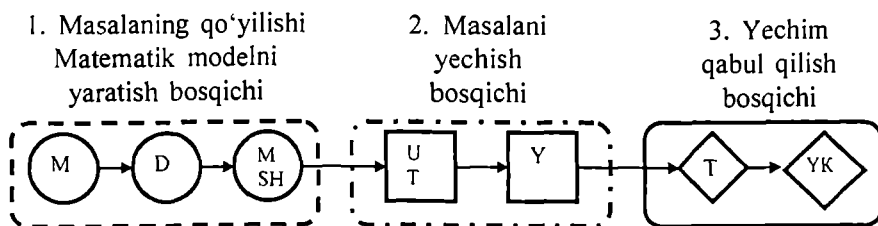
Shu maqsadni ijrosi «**Optimal loyihalash**», «**Konstruksiyalarni optimallashtirish**» kabi fanlar orqali bajariladi. Optimallashtirish barcha sohalarda keng joriy etilgan bo'lib, konstruksiyalarni loyihalashtirishda ham samarali qo'llanib kelinayapti.

14.3. Optimallashtirish masalasini yechish

14.3.1. Optimallashtirish texnologiyasi

Loyihalanayotgan konstruksiyani optimal o'lchamlarini aniqlash ma'lum ketma-ketlikda bajariladigan texnologiya bo'lib, maqsad funksiyasidan va cheklov shartlaridan tashkil topadi. Optimallashtirishda birinchi qadam masalaning matematik modelini yaratishdan iborat bo'lib, buning uchun optimallilik – maqsadli funksiyani – mezonni tanlashdan, noma'lum argumentlarni belgilash va masala yechimini oydinlashtiruvchi cheklov shartlarini aniqlashdan iborat bo'ladi.

Konstruksiyani optimallashtirish masalalarining qo'yilishi va yechilishi, iqtisodiy matematika usullari yordamida uch bosqichda amalga oshiriladi, (14.1-rasm).



14.1-rasm.

Bu yerda: M – mezon tanlash; UT – usullarni tanlash; D – ruxsat etilgan yechimning chegarasini cheklovini oydinlashtirish; Y – yechim qidirish; T – yechimni mos kelishini tekshirish; MSH – masalani matematik modelini; YeK – yechimni qabul qilishni shakllantirish.

Demak, ko'rsatilgan bosqichlardan kelib chiqqan holda, turli murakkab-

likdagi, turli xil konstruksiyalarni optimallashtirish masalalarini yechimi quydagi ketma-ketlikda amalga oshiriladi:

Masalaning qo'yilishi-matematik modelni yaratish;

Masalaning yechimini ta'minlash;

Masalaning yechimini qabul qilish.

Masalaning qo'yilishi – matematik modelni yaratish bosqichi quyidagilardan tashkil topadi:

M – optimallik mezonini, maksad funksiyasini tanlash;

X,Y – noma'lum argumentlarni, parametrlarni belgilash;

D – yechimlarning cheklov shartlarini aniqlash;

MSH – masalani modelini shakllantirish.

Optimallashtirish masalalarini yechishda **masalaning mezonini tanlash, o'zgaruvchi parametrlarni aniqlash** va masala yechimiga tegishli bo'lgan **cheklovlarni** oydinlashtirish zarur bo'ladi. O'zgaruvchi, noma'lum parametrlar turlicha bo'lib, ularning shunday miqdorini topish kerakki, masala maqsadiga yaqin va eng samarali bo'lsin. Bu noma'lumlarni **optimallashtirish parametrlari** deb yuritiladi va noma'lum argument bo'lgani uchun aksariyat $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $Y(y_1, y_2, \dots, y_n)$ kabi belgilar bilan ifodalanadi. Masalaning optimallashtirish mezonini – C funksiya sifatida noma'lum argumentlarga $C(X, Y)$ bog'liq bo'ladi.

Materiallar qarshiligining optimallashtirish masalalarida noma'lum argument sifatida ko'ndalang kesimning geometrik tavsiflari, o'lchamlari, materialning fizik-mexanik tavsiflari kabilar bo'lishi mumkin. Masalan, cho'zilish va siqilishda, siljishda, egilishda sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi o'lchamlari va ularni o'q bo'yicha o'zgarish qonuni, hamda material turi, statik noaniq masalalarda esa yuqoridagilarga qo'shimcha ravishda birliliklar munosabati ξ – bo'lishi mumkin. Optimallashtirish parametrlari asosan masalaning kategoriyasi, ya'ni ierarxik o'rninga bog'liq.

14.3.2. Masalaning mezonini tanlash

Matematik modelni yaratishda avval optimallik mezonini aniqlash lozim. Mezon tanlash mas'uliyatli bosqichlardan biri bo'lib, iqtisodiy va vaziriy talablardan kelib chiqqan holda belgilanadi. Mezonni noto'g'ri tanlash, optimallashtirish natijalarini noaniq va hatto noto'g'ri chiqishiga olib keladi.

Optimallik mezonini tanlash jarayonida quyidagi talablarga javob berish lozim:

- optimallashtirish mezoniga sonlar kiritib, uni matematik ko‘rinishda ifodalash;
- optimallashtirish mezonni mustaqil noma'lum o'zgaruvchilar orqali ifodalanishi;
- optimallashtirish mezonni umumiy holda bitta kattalik ko'rsatkichi orqali ifodalanishi;
- agar masala bir nechta mezonlardan iborat bo'lsa, u holda asosiy ko'rsatkichni, ya'ni asosiy mezonni tanlash. Agar bunday qilish mumkin bo'lmasa, u holda ko'p maqsadli-vektorli optimallashtirish masalasini yechish bo'ladi.

Optimallashtirish masalalari faqat materiallar qarshiligi masalalariga tegishli bo'lsa, u holda quyidagi mezonlardan foydalanish mumkin:

- konstruksiya og'irligi;
- konstruksiya hajmi;
- konstruksiya narxi;
- konstruksiyani yaratishga ketgan mehnat xarajati;
- konstruksiyaning potensial energiyasi va h.k.

Optimallashtirish mezonni har gal yechilishi lozim bo'lgan muammo oldiga qo'yilgan maqsadga qarab aniqlanadi.

Masalaning cheklov – D shartlarini aniqlash

Ma'lumki har qanday konstruksiya, buyum va boshqa narsalarni yaratishda bor imkoniyatdan kelib chiqilsagina masala to'la to'kis hal bo'ladi. Konstruksiyalarga tegishli cheklov shartlari avvalo texnik shartlar bo'lib, qolaversa konstruksiyani yaratishda kerak bo'ladigan materiallarni va boshqa tegishli sharoitlarni ham inobatga olishi mumkin.

Masalaning matematik modeli maqsad funksiyasi-mezondan va optimallashda cheklov shartlari majmuasidan kelib chiqadi. Konstruksiyani optimallashtirishda cheklov shartlari turlicha va bir qanchadir. Biz o'rganayotgan konstruksiyalarga asosiy cheklov shartlari

$$\sigma = f(M_{np}, M_p) \leq \sigma - \text{mu'tahkamlik,}$$

$$f = (M_p, L_i) \leq [f] - \text{bikrlik va } P \leq P_{kr} - \text{ustuvorlik}$$

kabi shartlardir. Undan tashqari, konstruksiya ko'ndalang kesimi o'lchamlari (b, k, d) va boshqa turli cheklovlar mavjuddir. Ko'rsatilgan cheklov shartlari orasida joylashgan yechimlar – **ruxsat etilgan yechimlar** deb yuritiladi va ularni W_x - ruxsat etilgan yuza yoki maydon deb ataladi.

Masalaning asosiy maqsadi uning mazmunini ifodalaydigan mezonni

va masalaga qo'yiladigan shart-sharoitlarni, noma'lumlar va ularning cheklov shartlarini aniqlash bo'lib, bu masalani matematik modellashtirishga kiradi.

14.3.3. Masalani matematik modellashtirish va yechish

Masala mohiyatini ifodalovchi maqsad va imkoniyatlarning matematik ifodasini yaratish matematik modellashtirish demakdir. O'rganilayotgan masalada iqtisodiy mezon; xarajat $C(x)$, mehnat sarfi $M(x)$, yutuq $P(k)$, foyda $F(k)$ yoki daromadlar kabi ko'rsatgichlar masalaning optimallik mezoni, uning ekstremal (max, min) qiymatini aniqlash **masalaning maqsadi** deb yuritiladi va u quyidagicha belgilanadi:

$C(X) - \min$, – **iqtisod; yoki**

$D(X) - \max$, – **daromad.**

Ammo ekstremal qiymatga erishish qiyin, chunki real hayot, imkoniyat va sharoit chegaralangan bo'lgani uchun masalaga qo'yilgan cheklov shartlari tenglik va tengsizlik kabi ko'rinishda kiritiladi, masalan:

$$\sum a_i X_i + b_1 \geq C_1$$

$$X \in \Omega$$

$$\sum a_i X_i + b_2 \geq C_2$$

$$X \geq 0,$$

bu yerda: a, b, c – berilgan koeffitsientlar; X – noma'lum, aniqlanishi shart bo'lgan parametr.

Bu cheklov shartlari masalaning mavjud doirasini, sohasini (to'plamini) bildiradi. Shuning uchun masalaning matematik modeli umumiy ko'rinishda quyidagi (14.1) ko'rinishga ega bo'ladi:

$$C(X) = (c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + \dots + c_n * x) \longrightarrow \min, \quad (14.1)$$

$$\sum a_i X_i + b_i \geq \sum c_i$$

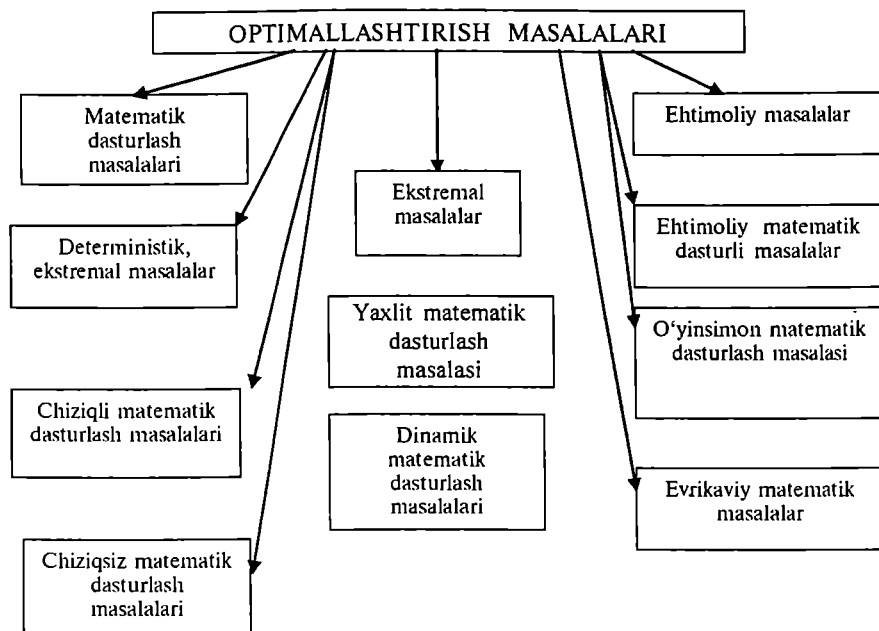
$$\sum a_i X_i + b_2 \geq C_2$$

$$X \geq 0, \text{ ya'ni } X \in \Omega_x$$

Buni $C(X)$ ning eng kichik qiymatini belgilaydigan Ω_x chegara ichida topilsin, deb tushuniladi. Shunday matematik modellarga keltirilishi mumkin bo'lgan masalalar **matematik dasturlash masalasi** deb yuritiladi.

Masalaning matematik ifodasiga va qo'yilgan maqsadga qarab turli matematik optimal masalalar mavjud (14.2-rasm), yechish usuli masalaning turiga bog'liq.

Yechish usulini (UT) tanlash. Masalaning turiga, murakkabligiga qarab yechish usuli belgilanadi. Masala quyidagi turlarga bo'linishi mumkin:



Masalaning turiga qarab shunga mos usullar tanlanadi. Masalan:

1-tur masalaga – ekstremal yechimli masalalar usuli;

2-tur masalaga – chiziqli matematik dasturlash usuli (Simpleks, Jordan va h.k.);

3-tur masalaga – chiziqsiz matematik dasturlash usuli (N'yuton, kesish usullari va h.k.);

4-tur masalaga – yaxlit matematik dasturlash usullari;

5-tur masalaga – to'r yoki dinamik usullar;

6-tur masalaga – qidiruvchi, ehtimoliy optimallashtirish usullari;

7-tur masalaga – o'yinsimon qidiruvchi usullar;

8-tur masalaga – xususiy, evrikaviy usullar tatbiq etiladi.

Keltirilgan usullardan masala turiga qarab foydalaniladi. Ekstremal yechimga ega masala bir oz yengilroq, qolgan dasturlash usullari ma'lum

murakkablikka egadir. Bu usullar oliy o'quv yurtlarida «Oliy matematika» yoki «Iqtisodiy matematika» kurslarida optimallashtirish iqtisodiy matematika usullari sifatida o'rgatiladi.

Masalani yechish (Ye). Masala turiga qarab va tanlangan usuldan foydalanib natija olish mumkin. Shuni aytish zarurki, bir ko'rinishda sodda tuyulgan optimallashtirish masalalarining noma'lumlari soni 1, 2, 3 va 4 bo'lganida ularni qo'lda hisoblash mumkin, undan ko'p bo'lsa kompyuterda hisoblanadi. Har bir hisoblash mashinasida yuqorida qayd qilingan usullarning ba'zilari bor, ulardan keng foydalanilsa bo'ladi. Buning uchun qiymat – axborotni mashinaga bilib kiritilsa bas. Mashinada eng optimal yechimni qisqa vaqtda (aksariyat 1 minutdan kam vaqtda) olsa bo'ladi. Shunga e'tibor berish lozimki, cheklov shartlarini o'zgartirib optimal yechimni u yoki bu ko'rinishda o'zgartirish mumkin.

Yechim qabul qilish YeT. Ba'zida masalaning yechimi matematik shartlarni qanoatlantirsada, ammo masala mohiyatiga mos kelmasligi mumkin. Bu holda masala modeliga aniqlik kiritish lozim bo'ladi. Masalan, mahsulot chiqazish yoki kerakli miqdorda texnika yoki insonni jalb qilishdagi yechimni aniqlash jarayonida yechim $X=13,7$ kabi kasrli son chiqishi yoki $X=-7,2$ ga teng manfiy yechim chiqishi mumkin. Ma'lumki, mahsulot misol uchun konstruksiya, texnika va odamlar soni faqat yaxlit sonlar orqali, musbat qiymatga ega bo'ladi. Kasrli yechim, yoki manfiy yechim holatlariga tushmaslik uchun masala yechimi chuqur tahlil qilinadi, lozim bo'lsa masala modeliga ($X, \geq 0$) aniqlik kiritiladi.

14.4. Ekstremal masalalarni yechish usuli

Ba'zi masalalar matematikaning ekstremal funksiyalar turkumiga kirib, ularning yechimi klassik yo'llar bilan hal etiladi.

Eng sodda optimallashtirish usulini ko'rib chiqaylik. Mezonning matematik ifodasi ba'zi bir talablarga mos bo'lsa, ularni hosila orqali osongina topiladi.

Agarda mezon $Y(X)$ uzluksiz funksiya bo'lib, differensiallash xususiyatiga ega bo'lsa, bu mezonning ekstremal (max,min) yechimi bo'ladi. Buning uchun shu funksiyaadan o'zgaruvchilar bo'yicha hosila olib,

$$\frac{dY}{dX} = 0$$

nolga tenglash asosida ekstremal yechim X^* topiladi. Agarda mezon funksiyaning ikkinchi hosilasi

$$\frac{dY}{dX} = 0 \text{ bo'lsa, unda mezon } Y_{\max}(X^*)$$

maksimum qiymatiga,

$\frac{dY}{dX} < 0$ bo'lsa, unda mezon $Y_{\min}(X^*)$, minimum qiymatiga ega bo'ladi.

Misol. Masala mezoni quyidagi ko'rinishga ega

$$Y = X^2 + (X - 1)^2$$

masaladagi noma'lum X ning cheklovi $X > 0$ deb berilgan, u holda birinchi hosila

$\frac{dY}{dX} = 2X + 2(X - 1) = 0$ bo'ladi, bu yerdan $X = 1/2$ natijaga ega bo'lamiz.

Ikkinchi hosila esa

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = 2 + 2 = 4 > 0 \text{ bo'ladi.}$$

Hosila yordamida topilgan $X = 1/2$ qiymat $Y(X)$ funksiyaning eng kichik miqdorini belgilaydi.

Biz yuqorida aytganimizdek, optimal masalaning aksariyat chegara sharti matematik model orqali ifodalanadi. Bunday hollarda hosila olish usulini tushunish oson bo'lishi uchun misol keltiramiz.

Masalaning matematik modeli:

$$Y(X) = X_1 X_2 + X_2 X_3 \text{ min ,}$$

cheklov shartlari

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 - 2 &= 0, \\ X_2 + X_3 - 2 &= 0. \end{aligned}$$

ko'rinishga ega. Bu holda Lagranj usulini qo'llab chegara shartlarini funktsiyaga qo'shib yozamiz, u holda

$$Y(X) = X_1 X_2 + X_2 X_3 + 11(X_1 + X_2 - 2) + 11(X_2 + X_3 - 2);$$

har bir noma'lum X_i bo'yicha hosila olib nolga tenglash asosida:

$$X_1 + 11 = 0, \quad X_2 + 12 = 0$$

$$X_1 + X_3 + 11 + 12 = 0$$

$$X_1 + X_2 - 2 = 0$$

$$X_2 + X_3 - 2 = 0$$

tengliklarini olamiz.

Agarda shu tenglamalarda $11 = -X_1$, $12 = -X_2$ bo'lishini hisobga olsak,

$$X_1 + X_2 - 2X_3 = 0$$

$$X_1 + X_2 - 2 = 0$$

$$X_2 + X_3 - 2 = 0$$

tenglamalar yechimi $X_1 = X_2 = X_3 = 1$ bo'ladi va funksiyaning eng kichik

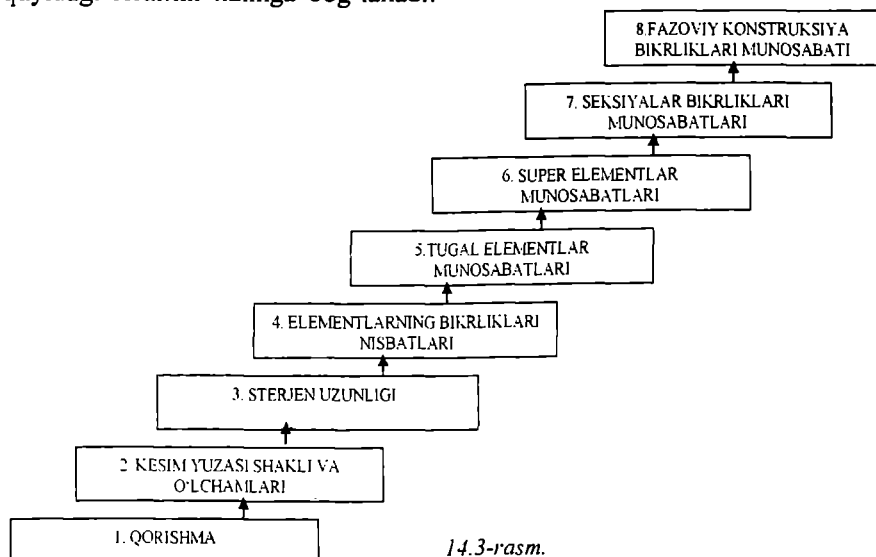
miqdori $Y_{\min}(X) = 2$ ekanligini ko'ramiz, chunki $\frac{d^2 y}{dx^2} > 0$

Aniqlangan optimal qiymat cheklov shartlarini qoniqtirsa, bu biz qidirgan optimal yechim bo'ladi.

14.5. Konstruksiyalarni optimal loyihalash

Hozirgi kunda optimallashtirish fani xalq xo'jaligining deyarli hamma sohalarida, jumladan, konstruksiyalarni hisoblash va loyihalashda keng qo'llanilib kelinmoqda.

Konstruksiyalarni optimallashtirishda sistemaviy yondashilib, konstruksiyalarning murakkabligiga qarab uni ma'lum ketma-ketlikka keltiriladi, ya'ni ularni optimallik va chidamlilik masalalarini hal etishda bo'laklarga bo'lib, quyidagi ierarxik tizimga bog'lanadi:



14.3-rasm.

Murakkab konstruksiyaning global optimal yechimini topish 14.3-rasmda ko'rsatilganidek, ierarxiya ketma-ketligida, bosqichma-bosqich birinchi blokdan boshlab olib boriladi. Har bir blokda optimallashtirish parametrlarini belgilash katta ahamiyatga ega. Masalan, 1-blokda temir-beton konstruksiyasi qorishmasi uchun «suv-sement» nisbatining optimal yechimini topish, 2-blokda kesim yuzasi, uning shakli va geometrik tavsiflari (R – doira, b, h – to'g'ri to'rtburchak, b, h, d – murakkab kesim – tavr) optimallashtiriladi. 3-blokda sterjen uzunligi bo'ylab kesim parametrlari (b_x, h_x, d_x) o'zgarishining optimal qiymati topiladi. 4-blok statik noaniq masalalarga doir bo'lib, bunda elementlar orasidagi birklik munosabatlari $\xi = J/Y$ – optimallashtiriladi. Agar konstruksiyada n -ta element bo'lsa, $n-1$ optimallashtirish parametri topiladi.

Murakkab konstruksiyalarni optimallashtirish ana shu ketma-ketlikda olib borilib, eng sodda konstruksiya qismidan boshlab ketma-ket keyingi bloklarga o'tib boriladi.

Darslikda ba'zi bloklarga doir optimallashtirish masalalari keltirilgan.

14.5.1. Egiluvchi sterjenning maqbul (optimal) parametrlarini hisoblash (2-blok)

Egiluvchi balka turli materiallardan ishlanishi mumkin. Biz yog'och g'oladan to'rt burchak shaklli kesimga ega bo'lgan to'sin chiqarmoqchimiz, deylik.

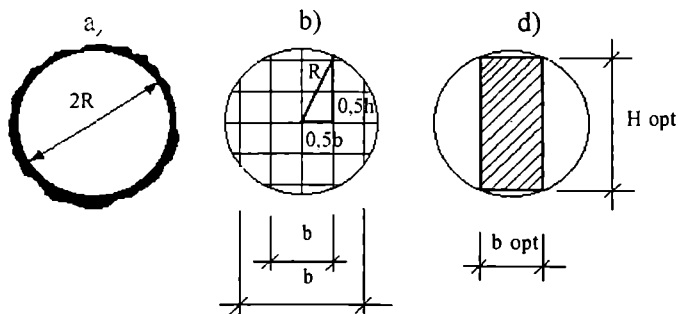
1-masala. *Doiraviy kesimli daraxtdan to'rtburchak shaklida shunday o'lchamli (balandligi va eni) to'sin qirqib olinsinki, uning egilishdagi yuk ko'tarish qobiliyati eng yuqori, ya'ni max bo'lsin. Yuk ko'tarish qobiliyati yuqori bo'lgan konstruksiya optimal konstruksiya hisoblanadi.*

Masalaning yechilishi. Ma'lumki, egiluvchi balkaning kuchlanishi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{M}{W},$$

bu yerda: M – eguvchi moment;

W – kesim yuzasining qarshilik momenti.



14.4-rasm. a) daraxt ko'ndalang kesimi; b) variantlar; d) optimal variant

Masalaning matematik modeli.

G'oladan shunday to'rtburchakli to'sin qirqib olinsinki, uning o'lchamlari (b,h) konstruksiyaning eng ko'p yuk ko'tarishini ta'minlasin. Buning uchun ekstremal optimallashtirish usulidan foydalanamiz.

$$W \longrightarrow W_{\max} \quad \delta \longrightarrow \delta_{\min}.$$

Bu yerda $W = kbh^2$,

Masalaning cheklov sharti quyidagicha $b, h \leq D$; $b, h \geq 0$.

Masalani yechish uchun 14.4-rasmda ko'rsatilgan b va h o'lchamlarining o'zaro bog'liqligidan

$$b^2 + h^2 = D^2 = 4R^2$$

foydalanib, optimallashtiruvchi o'lchamlar munosabatini aniqlaymiz:

$$b^2 = 4R^2 - h^2, \quad b = \sqrt{4R^2 - h^2}$$

Qabul qilingan maqsadli funksiyaga topilgan bog'lanishlarni kiritib quyidagiga ega bo'lamiz;

$$W = kbh^2 = kb(\sqrt{4R^2 - b^2}) = kb(4R^2 - b^2) = 4R^2kb - kb^3$$

Ekstremal optimallashtirish usulidan foydalanib, maqsad funksiyasidagi b – o'lchami bo'yicha hosila olamiz va uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{\Delta W}{\Delta b} = 4kR^2 - 3kb_n^2 = 0$$

bundan $b_n = \sqrt{\frac{4R^2}{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ ekanligini aniqlaymiz.

Balandlikning eng optimal qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$h_{\delta} = \sqrt{4R^2 - b^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{4R^2}{3}} = 2R\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Optimal o'lchamlarni maqsadli funksiyaga kiritib, maksimal qarshilik momentini topamiz:

$$W_{\max} = kbh^2$$

$$W_{MAX} = K \frac{2R}{\sqrt{3}} * \frac{4 * 2}{3} R^2 = K \frac{16R^3}{3\sqrt{3}}$$

Demak, keltirilgan masalada optimal yechim: balandlik bo'yicha h opt. va eni bo'yicha b opt. topildi, shu yechim balkaning yuk ko'tarish qobiliyati eng yuqori bo'lishini ta'minlaydi..

14.5.2. Siqiluvchi sterjenning maqbul (optimal) yechimini aniqlash (3-blok)

Siqilayotgan elementning o'qi bo'yicha ko'ndalang kesimi o'zgarishini hisobga olib, eng yengil konstruktsiya loyihasi tuzilsin.

Rasmda konstruktsiyaning turi (14.5 a), hisoblash sxemasi (14.5 b), kuch va kuchlanish (14.5 d) epyuralari hamda kesim yuzasini OY o'qi bo'yicha o'zgarishi 14.5-rasmda keltirilgan.

Masalaning matematik modeli: siqiluvchi konstruktsiyani eng yengil, ya'ni eng arzon, eng hajmi kichik varianti topilsin, ya'ni

$P(A) \sim C(A) \sim V(A) \longrightarrow \min$ cheklov sharti;

$\sigma \leq [\sigma]$ – mustahkamlik sharti.

Loyihalash maqsadida hisoblash sxemasida o'q o'tkazib, muvozanat tenglamasini tuzamiz, ya'ni:

$$\sum Y = 0, \quad -P - qy - Ny = 0$$

Bu yerda $N_y = -(\rho + qy)$,

Epyura M $0 \leq y \leq h$.

Mustahkamlik shartidan kelib chiqqan holda optimal kesim yuzasining o'zgarish tenglamasi

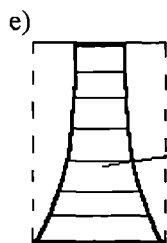
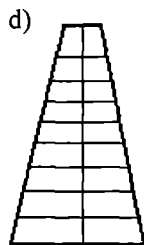
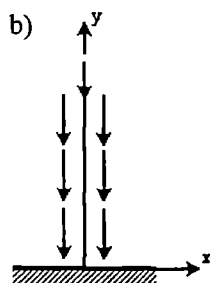
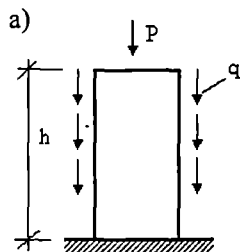
$$A_y = \frac{N_y}{[\sigma]} = \frac{P + qy}{[\sigma]} \text{ bo'ladi.}$$

Optimal yechimga tegishli maqsadli funksiya, ya'ni optimal hajm quyidagicha aniqlanadi.

$$V(A) = \int_0^h \frac{(p + qy)}{[\sigma]} dy$$

Optimallik darajasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta V = \frac{\left[\int_0^h \frac{(p + qy)}{[\sigma]} dy h - \int_0^h \frac{(p - qy)}{[\sigma]} dy h \right]}{\int_0^h \frac{p + qy}{[\sigma]} dy h} \%$$



14.5-rasm.

Konstruksiya ko'ndalang kesimi OY o'qi bo'yicha o'zgaras bo'lishi

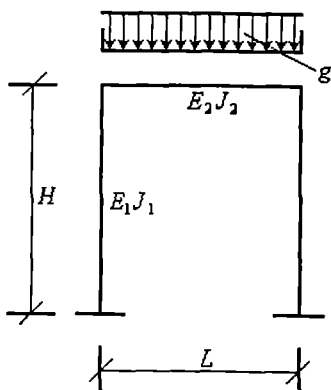
kerak bo'lsa, kesim $A = \left| \frac{p + qh}{[\sigma]} \right|$ bo'ladi.

Agarda optimal kesim topish kerak bo'lsa, u holda kesim

$A = \frac{p}{[\sigma]} + \frac{\int q dy}{[\sigma]}$ formuladan aniqlanadi. Aniqlangan optimal konstruksiya eng yengil konstruksiya hisoblanadi (14.5-rasm, e).

14.5.3. Statik noaniq ramalarning optimal yechimini aniqlash (4-blok).

Optimallashtirish fanining turli mashinalar, qurilish konstruksiyalari, ayniqsa, uchish apparatlari va samolyot konstruksiyalarini loyihalashda ularning og'irligini kamaytirishda ahamiyati katta. Quyida amaliyotda keng qo'llaniladigan statik noaniq ramalarni optimallashtirish usullari keltirilgan.



14.6-rasm.

Statik noaniq ramalar turli materiallardan ishlanishi mumkin, masalan metall, yog'och, temir-beton va h.k. Biz turli ko'rinishdagi ramalarning optimal yechimi bilan tanishib chiqamiz. Yuqorida izox qilinganidek optimallashtirish muammosi, masalaning matematik modelini yaratishdan boshlanadi

Optimallashtirish mezon – konstruksiya narxi; **cheklov shartlari** esa I – mustahkamlik sharti; II – birklik sharti; III – us-tuvorlik shartlarini bajarish bilan bir qatorda ko'ndalang kesim o'lchamlarini $\{J(bh)\}$ ma'lum standartlarga mosligini ta'minlashdan iborat. Bunday shartlar asosida optimal konstruksiyaning loyihasi aniqlansin-ki, uning o'lchamlari $\{J(bh)\}$ eng arzon konstruksiya-

ga mos bo'lsin, ya'ni matematik model

$$C(g) = (C_1 + C_2 + C_3) \rightarrow \min \text{ bo'lsin}$$

$$\text{Cheklov sharti: } g = E_1 J_1 / E_2 J_2;$$

$$J = k b h^3;$$

$$b \equiv [b], \quad h \equiv [h].$$

bu yerda C_1, C_2, C_3 – rama elementlarining narxi;

$[b], [h]$ – ko‘ndalang kesim o‘lchamlari.

Ko‘rilayotgan ramaning optimal birkliklari nisbatini aniqlash lozim. Ramaning geometrik o‘lchamlari (H, L) , materialning fizik va mexanik tavsiflari berilgan deb olib, elementlar birkliklari nisbatini

$$g = \frac{(EI)_{us}}{(EI)_{ns}}$$

belgilaymiz. Agar statik noaniq sistemalar tengalamalari sistemasini tahlil qilsak, EI_i larning o‘rniga, ularning nisbatlari g – qatnashayotganini ko‘ramiz.

Ko‘ndalang kesim qabul qilinayotganda har bir elementning xarakterli kesimlarida hosil bo‘luvchi eng maksimal eguvchi moment qatnashadi. Demak, berilgan misol uchun optimallashtiriluvchi mezonning ifodasi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$C(g) = \max(M_1 \vee M_2) \cdot 2H \cdot C_0 + \max(M_3 \vee M_4)L \cdot C_0.$$

Bu yerda: $M_2 = M_3 = M_p$

Shu ramaning birkliklari nisbatining optimal qiymati $M_{np} = M_p$ sharti asosida topiladi:

$$g_{opt} = \frac{3H}{2L}$$

va berilgan masala mezonining eng kichigiga mos keladi. Bu esa C-narx ham eng samarador yechimni taminlaydi, degan so‘z.

Birkliklari bir xil bo‘lgan elementlar uchun $(EJ)_1 = (EJ)_2$, $g = 1$. Misol uchun topilgan mezon qiymatini optimal yechim me‘zoni miqdoriga solishtirsak, erishilgan samara 6,66 % ga tengdir.

14.6. Konstruksiyalarning ko‘pmezonli (vektorli) optimallashtirish masalalarini yechish

Ixtiyoriy obyekt (bino, inshoot, uchish apparatlari, mashinalar) loyihalash ko‘p mezonli optimallashtirish masalalariga (KOM) kiradi. Shu obyekt bo‘yicha eng optimal yechimni topishda har bir mezonga samarali qiymat bera oladigan parametrlarni aniqlash lozim bo‘ladi. Masalaning bunday toifasi optimallashtirishning vektorli masalasi deb ataladi va «Operatsiyalarni tadqiq qilish» fanining qoidalari asosida yechiladi.

Ko'p mezonli masalaning matematik modeli quyidagi ko'rinishga ega:

$$X = \Phi^{-1} [opt C(x)], x \in \Omega_x \quad (14.2)$$

bu yerda: $C(x)$ – ko'p mezonli vektor, ya'ni $\Phi(C) = \{C_1(x), C_2, \dots, C_5(x)\}$;

$\Phi(C)$ – ko'p mezonli funksiya;

x – boshqaruvchi, noma'lum parametrlar;

W – ruxsat etilgan maydon, ya'ni cheklov shartlari.

Konstruksiyalarni ko'p mezonli optimallashtirish masalasini yechishga doir muammolarning tug'ilishi ma'lum murakkabliklarni keltirib chiqaradi. Ko'p mezonli masalalar yechimini topishdagi yondashuvlar quyidagilarga bo'linadi:

– KOMni dolzarb mezonlarni $f(x)$ bir funksiya $\Phi(C)$ keltirish yo'li bilan $\phi[C(x)] = \sum \alpha_i C(x)$;

– Mezonlarning xarakterli nuqtalari bo'yicha ularni aproksimatsiya qilish yo'li bilan $\Phi(x) = F[C_1(x), C_2(x), \dots, C_5(x)]$.

Bu yerda a – funksiyaning proporsionallik koeffitsienti, xususan biz ko'rayotgan masalada a – ahamiyatlilik koeffitsienti.

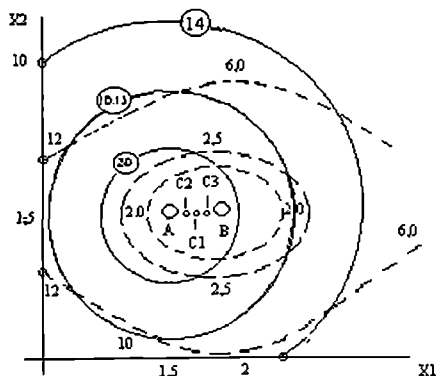
Birinchi yondashuv skalyar – bir mezonli masalaga mos tushib, fanda yetarli darajada o'rganilgan va bu masala mavjud usullar yordamida miqdorlarini kiritish asosida yechilishi mumkin. Bu yondoshishni hamma mezonlarning o'lchamlari bir xil bo'lib o'zaro amallar bajarilishi bor shartdagina bajarish mumkin.

Ikkinchi yondashuv – optimallashtirishning vektorli masalasini yechish ma'lum qiyinchiliklarga ega. Bu masalada mezonlar turli o'lchamlarga, ahamiyatga, bog'lanishlarga ega bo'lishlari mumkin va ularni birinchi yondashuv asosida hisoblab bo'lmaydi. Bu yondashuvda har bir mezonning lokal optimal yechimidan foydalaniladi, bu yechimlar asosida aproksimatsiyalovchi ko'p mezonli masalaning umumiy funksiyasi quriladi va shu funksiyaning maydonida optimal yechim aniqlanadi.

Bunday masalaning samarali yechimlar yuzasini grafikda ko'rish va uning tahlilini ko'rsatish uchun avval oddiy ikki mezonli vektorli optimallashtirish masalasini ko'rib o'tamiz. Aytaylik, qidirilayotgan KOM yechimi har bir mezonning alohida optimal yechimi bo'lgan $A(x^*)$, $B(x^*)$ nuqtalar orasida yotadi. Boshqa samarali nuqtalar ahamiyatlilik koeffitsientlari yordamida topiladi. 14.7-rasmda ikkita $C_1(x)$ va $C_2(x)$ funksiyalarning relyefi keltirilgan va ularning minimal qiymatlari

$A(1.5; 1.5)$ da $\Gamma_1(x^*)$, $B(2.0; 1.5)$ da $\Gamma_2(x^*)$ larda aniqlanadi.

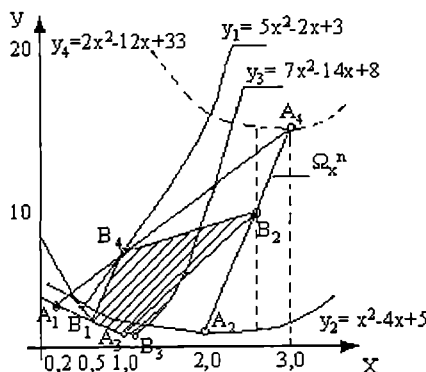
Ikkala funksiya ekvivalent ($\alpha_1 = \alpha_2$) bo'lganda KOMning optimal yechimi $A \cup B$ kelishuv egri chizig'ida yotadi, ya'ni optimal yechim $\Gamma_3(1.667; 1.5)$ nuqtalarda aniqlanadi.



$$A(1.5; 1.5) \quad \Gamma_3(1.667; 1.5) \quad B(2.0; 1.5) \quad \Gamma_2 = (1.58; 1.5) \quad \Gamma_3 = (1.76; 1.5)$$

14.7-rasm. Funksiyalar relyefi.

Agar bir nechta mezonli holni ko'rib o'tadigan bo'lsak, shuni aytish mumkinki, lokal minimal qiymatlar kelishuv yechimlar maydonining chegaraviy nuqtalari hisoblanadi.



14.8-rasm. Funksiyani aproksimatsiyalash maydoni

To'rt mezonli masalada qidirilayotgan yechim A_1, A_2, A_3, A_4 nuqtalar (14.8-rasm) ichida bo'ladi, agar shu maydon yanada qisqartirilsa, yechim B_1, B_2, B_3, B_4 nuqtalardan tashqariga chiqmaydi. Bu maydon yechim qidirilayotgan Pareto yuzasi – Ω_n hisoblanadi.

Ko'rinib turibdiki, samarali yechimlar maydonini sekin asta qisqartirish va shu asosida kerakli yechimni tezda topish mumkin. Ko'rilayotgan misolda qidirilayotgan yechim avval 0,2 – 3,0 oraliqda bo'lgan bo'lsa, keyin-

chalik qisqartirish asosida 0,66+2,66 oraliqda yotadi. Bu shuni anglatadiki, agar birinchi muammoni yechsak, unda qidirilayotgan yechimni samarali yechimlar orasidan topsak bo'ladi.

Keltirilgan misollardan kelib chiqqan holda, har bir optimallashtirish mezonining ekstremal qiymati joylashgan nuqtalar asosida aproksimatsiyalash metodi bilan samarali Pareto yuzasini aniqlash va qo'shimcha shart yordamida ko'p mezonli optimal masalaning yechimini $A(X)$ ni topish mumkinligini ko'rdik. Bu g'oyani matematik ifodasini ko'rsatish uchun quyidagi tahlilni keltiramiz.

Ko'p mezonli optimallashtirish masalasini yechish uchun X o'zgaruvchini C_1 vektorga ta'sir qilish darajasini hisobga olgan yechimni aniqlashda aproksimatsiya usulini ko'rib chiqamiz. Bu usul juda sermashaqqat va ahamiyatli bosqich hisoblangan Pareto Ω_x^n yuzasini qurishga yordam beradi.

Qidirilayotgan yechim berilgan mezonlar ichidagi samarali Pareto yechimi hisoblanadi va kelishuv yechimlar sohasidan topilishi mumkin.

Pareto yuzasini $\Phi_i(x^*)$ mezonlarning lokal optimal yechimlari asosida qurib, bu yuzachadan ko'p mezonli masalaning optimal yechimini quyidagi shart asosida aniqlash mumkin:

$$\nabla C(x^*)(x - x^*) = 0 \quad (14.3)$$

Bu ko'p mezonli masalaning haqiqiy funksiyasi $\Phi(C)$ dan biz aproksimatsiyalab qurgan funksiya $\Phi(x)$ farqini 0 ga tengligini ifodalaydi degan so'z, ya'ni

$$\Phi(C) - \Phi(x) = \nabla C(x^*)(X - X^*) = 0. \quad (14.4)$$

Aproksimatsiya yuzasidagi qidirilayotgan optimal yechimni belgilovchi $A(x^*)$ nuqta koordinatalari (14.4) tengliklar sistemasini birgalikda yechish orqali topiladi.

$$X^* = \frac{\Delta C_{12} x_1^* + \sum_{i=2}^{s-1} (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) x_i^* + \Delta C_{h,h-1} x_h^*}{\Delta C_{12} + \sum_{i=1}^{s-1} (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) + \Delta C_{h,h-1}} \quad (14.5)$$

bu yerda $\nabla C_{12} = C_1(x^*) - C_2(x)$, $\nabla C_{21} = C_{12}(x) - C_{21}(x^*)$.

Keltirilgan formula KOMning talablarini va h.k. ni hisobga oladi va uni juda murakkab masalalarni yechishda ham qo'llasa bo'ladi.

Agar mezonlar o'zaro taqqoslab bo'lmaydigan, turli masshtabga va o'lchamga ega bo'lsalar u holda mezonlarga ahamiyat koeffitsientlari kiritilib, ko'p mezonli masalaning samarali yechimi quyidagicha aniqlanadi:

$$X^* = \frac{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} x_1^* + \sum_{i=2}^{s-1} \lambda_i \alpha_i (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) x_i^* + \lambda_s \alpha_s \Delta C_{s_i, s-1} x_s^*}{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} + \sum_{i=1}^{s-1} \lambda_i \alpha_i (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) + \lambda_s \alpha_s \Delta C_{s_i, s-1}} \quad (14.6)$$

bu yerda λ – ichki ahamiyat koeffitsienti.

Agar KOM ikkita hal qiluvchi mezon orqali ifodalanishi mumkin bo'lsa, u holda

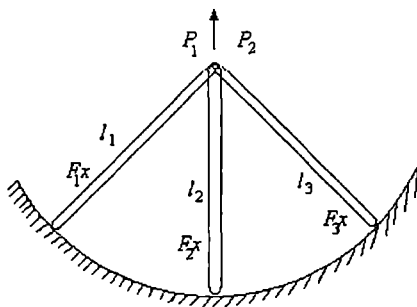
$$X^* = \frac{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} x_1^* + \lambda_2 \alpha_2 \Delta C_{21} x_2^*}{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} + \lambda_2 \alpha_2 \Delta C_{21}}$$

Loyihalash amaliyotida taklif qilinayotgan (14.6) formula qulayligi va soddaligini ko'rsatdi. Bu esa ixtiyoriy murakkablikdagi va tartibdagi ko'p mezonli masalalarni xarakterli ko'rsatkichlari bo'yicha qidirilayotgan optimal yechimni aniqlash imkonini beradi.

1-misol. Nazorat uchun bir masalani ko'rib chiqamiz. Quyidagi parametrlarga ega bo'lgan sharnirli sterjenli oddiy sistema berilgan:

$$R_p = 200 \text{ MH/m}^2, \quad R_c = 150 \text{ MH/m}^2, \quad [F] = 0.707 \text{ sm}^2, \quad I_1, I_2, I_3 = 1.0 \text{ m}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -100,0 \end{bmatrix} \text{ MH}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 50,0 \\ -70,0 \end{bmatrix} \text{ MH}$$



4.9-rasm. Oddiy sterjenli sistema

Mezonlar sifatida $G = \gamma \sum_{i=1}^3 F_i L_i$ – sistemaning og'irligi, $T = K \frac{b}{a} \sqrt{3b}$ –

ishlab chiqarishga ketadigan mehnat sarfi (q – o'lchamlar raqami) sifatida qabul qilingan.

Har bir mezon bo'yicha alohida optimal yechim:

Og'irligi eng kichik bo'lgan yechimda $G_{\min} = 4.52 \cdot 10^{-2} \text{ MH}$, bu yerda mehnat sarfi $T_{H3} = 0,283$ odam/soat va boshqaruv parametrlar miqdori $F(G)_{\min} = \{1.0; 4.09; 0.707\}$ ga teng.

Mehnat sarfi eng kichik bo'lgan yechimda $T_{\min} = 0.185$ odam/soat.; og'irlik esa $G = 5.85 \cdot 10^{-2} \text{ MH}$, boshqaruv parametrlar miqdori $F_{\min}(T) = \{2.65; 2.65; 2.65\}$ ga tengdir.

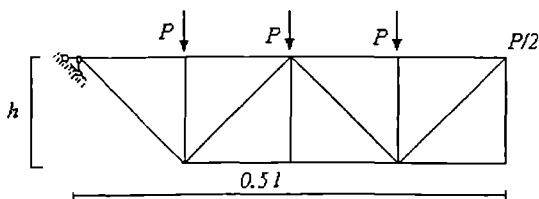
Ushbu ko'pmezionli masalaning yechimi (4) formulaga asosan quyidagi ko'rinishga keladi:

$$q = 3 \text{ bo'lganda } F^*(GT) = \{1.7; 3.47; 1.63\};$$

$$q = 2 \text{ bo'lganda } F^*(GT) = \{2.65; 3.47; 2.65\};$$

$$q = 1 \text{ bo'lganda } F^*(GT) = \{2.65; 2.65; 2.65\}.$$

2-misol. Nazorat uchun ko'rilayotgan formula yordamida yana bir masalaning yechilishini ko'rib o'tamiz. Quyidagi parametrlarga ega bo'lgan ferma berilgan: $R_b = 200 \text{ MH/M}^2$, $R_p = 141,4 \text{ MH/M}^2$, $P = 2 \text{ kH}$, $h = d = 3.0 \text{ m}$ ko'ndalang kesim 2 ta teng yonli burchakliklardan tashkil topgan ($\kappa = i^2 / F = 0.25$) $[\lambda^+] = 300$, $[\lambda^-] = 200$ (14.10-rasm). Optimallik masalasini yechishda 2ta mezon bo'yicha bir turdagi elementlarning optimal yuzalarini aniqlash talab etiladi. Birinchi mezon G – sistemaning og'irligi; Ikkinchi mezon T_{iz} – mehnat sarfi;



14.10-rasm. Tekis ferma.

Har bir mezon bo'yicha optimallashtirish yechimini alohida keltiramiz. Og'irlik bo'yicha optimal yechim.

$G_{\min} = 2.604 \text{ MH}$, $T_{H3} = 18.36$ odam/soat. U holda ferma ko'ndalang kesimi $q = 9$ bo'lganda

$F^*(G) = \{39.4; 39.4; 74.8; 74.8; 39.4; 44; 44; 37.8; 10; 4.2; 10; 4.2; 38.4; 16.3; 18\}$ bo'ladi.

Mehnat sarfi bo'yicha optimal yechim.

$$G = 5.65, \quad T_{\text{uzmin}} = 17.9 \text{ odam/soat}$$

$q = 1$ bo'lganda $F^*(T) = \{74.8\} i, i = 1, 2, \dots, 29$ bo'ladi.

Ko'p mezonli optimal masalaning yechimi:

$$q = 6 \text{ bo'lganda}$$

$$T = F(G, T) = \{44; 44; 74.8; 74.8; 39.4; 44; 44; 37.8; 13.2; 10; 13.2; 44; 23.8; 23.8\}$$

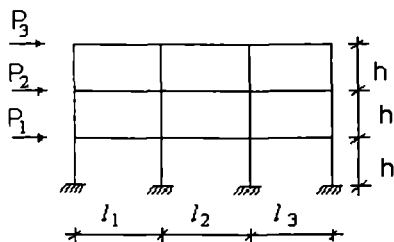
bo'ladi.

Bu yerda mezonlar qiymati quyidagichadir: $G = 3.0 \kappa H$, $T = 22.6 \text{ jl/soat}$.

Ko'rinib turibdiki, olingan natijalar ko'p mezonli masala shartlariga va talablariga to'liq javob beradi.

3-misol. Endi yanada murakkab hisoblangan temir-beton ramani optimal loyihalashtirish masalasini ko'rib chiqamiz.

Berilgan: beton sinfi – V30, armatura sinfi – AIII, $l_1 = l_3 = 6 \text{ m.}$, $h = 4 \text{ m.}$, $P_1 = P_2 = 1.8 \kappa H$, $P_3 = 0.8 \kappa H$.



14.11-rasm. Temir beton ramaning hisoblash sxemasi.

Masalaning matematik modeli:

$$x^0 = \phi^{-1} \left\{ \text{opt} \left[\bar{C}(X) \right] \right\}, \quad x \in \Omega,$$

bu yerda $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6\}$ mezonlar.

Mezonlar ro'yxatiga quyidagilar kiritilgan:

- konstruksiya narxi $C_1(x)$;
- mehnat sarfi $C_2(x)$;
- sistemaning potensial energiyasi $C_3(x)$;
- sistemaning umumiy yuk ko'tarish qobiliyati $C_4(x)$;
- armatura sarfi $C_5(x)$;
- konstruksiyaning og'irligi $C_6(x)$;
- beton, sement sarflari $C_7(x)$.

Har bir qadamda mezonlarni hisoblash shuni ko'rsatadiki, bu funktsiyalarning maydonlari o'zaro mos emas va lokal optimal yechimlar koordinatalari turlichadir. Shuning uchun ushbu qiymatlarga ega bo'lgan mezonlar uchun xarakterli nuqtalar sifatida samarali yechimlar sohasini tasavvur qilish mumkin.

KROUSS dasturi yordamida bajarilgan har bir mezonning optimallik qiymatlari Pareto yuzasini qurishga imkon berdi.

Lokal optimal yechimni topganda quyidagi miqdorlar aniqlandi:

$$C = \{C_{1\min}, C_{2\min}, C_{3\min}, C_{4\min}, C_{5\min}, C_{6\min}\} = \{626.14; 153.72; 338.52; 4434.87; 64.55; 39.27\}$$

Pareto yuzasi asosida (4) formula yordamida kompyuter quyidagi ko'p mezonli optimallashtirish masalasining yechimini aniqladi:

$$C = \{659.82; 195.05; 340.4; 321.46; 786.13; 12.6\}, T = 18.$$

Keltirilgan usul kompyuterda turli xil konstruksiyalarni hamda temir-beton ramalarni optimal loyihalashtirishni bajaruvchi KROUSS-IV dasturida qo'llanilgan.

14.7. Konstruksiyalarning optimal o'lchamlarini topadigan «Poisk» kompyuter dasturi

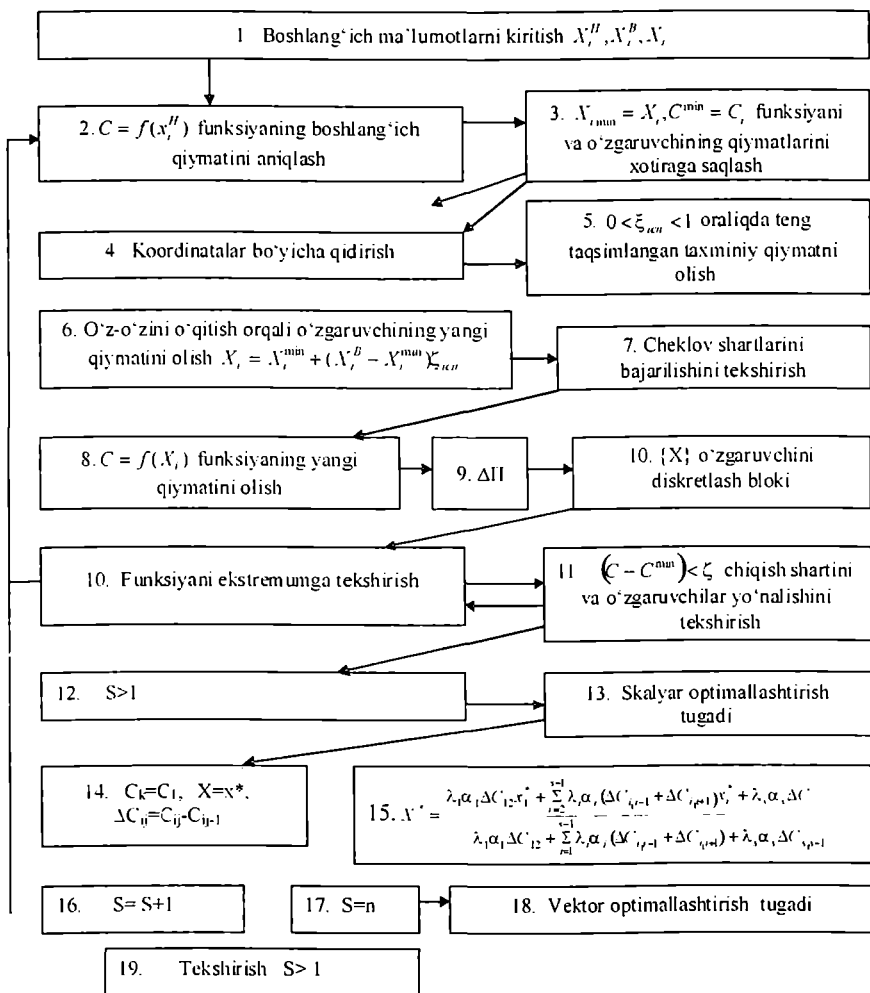
Turli murakkablikdagi konstruksiyalarni, xususan 14.3-rasmda ko'rsatilgan bloklardagi masalalarni yechish uchun universal kompyuter dasturi yaratilgan. Bu dastur – «Poisk» tasodifiy qiymat asosida optimallashtiruvchi «Tasodifiy qidiruv» g'oyasiga mansub bo'lib, ixtiyoriy turdagi masalalarni optimal qiymatini topishga imkon beradi.

Qidiruv dasturi «Tasodifiy qidiruv» nazariyasining eng samarador usullarini jamg'argan bo'lib, statik noaniq konstruksiyalarni zamonaviy kompyuterlarda optimallashtirish imkonini beradi.

Biz ko'rayotgan turdagi masalalarni yechishda qabul qilingan qidiruv usuli o'z-o'zini mukammallashtirish tamoyili asosida ishlaydi. Bunday usullar o'z-o'zini o'qitish bo'yicha qidiruv usullari deb ham ataladi va avvalgi qadamlarni ham hisobga oladi. Bu usullardan ko'p ekstremal masalalarni yechishda ham foydalaniladi.

«Poisk» kompyuter dasturi mashina vaqtini kam sarflab, qidirilayotgan yechimni tez topishga mo'ljallangan. 14.6-rasmda optimal yechimni qidiruv dasturining blok sxemasi, ya'ni qidiruv ketma-ketligi keltirilgan.

«Poisk» dasturida qidiruv ikki bosqichli optimallashtirish yordamida olib boriladi. Buning uchun aralash qidiruv tizimi qo'llaniladi. Birinchi bosqichda koordinata bo'yicha tushish usuli yordamida samarali yechimlar maydoni



14.6-rasm.

aniqlanadi. Ikkinchi bosqichda esa yechim teng taqsimlangan taxminiy katalik (C_{ij}) yordamida topiladi.

«Poisk» algoritmi o'z-o'zini o'qitish prinsipi yordamida har bir qadamda tanlangan qidirish yo'lini baholab beradi. Bu usulning qulayligi – parametrlarning chegaraviy qiymatlari baholash imkonini beradi. Bunda samarali qidiruvda qadamlarni kattalashtirish va samarasiz qadamda esa qidiruv yo'nalishini o'zgartirish mumkin.

Usul lokal minimumlar maydonida qotib qolishni chetlab o'tadi. Bunda qidiruv boshqa yechimlar maydoniga o'tkaziladi va funksiyaning global ekstremumini aniqlash imkonini beradi.

«Poisk» dasturidan ko'p mezonli optimallashtirishda va elementlar diskretligini hisobga olishda foydalanish mumkin. Bir qancha masalalarni yechish shuni ko'rsatdiki, aralash qidiruv usuli juda samaralidir.

«Poisk» dasturidan foydalanish ketma-ketligi.

«**Poisk**» dasturidan foydalanish uchun masalani matematik modelini yaratamiz. Masalani umumiy ifodasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan optimallashtirish mezoni, ya'ni funksiyasi berilgan:

$$C(x) = C_{11}x_{(1)} + C_{12}x_{(2)} + \dots + C_{1n}x_{(n)}. \quad (14.7)$$

Matematik modelda qo'yilgan cheklov shartlari quyidagicha bo'lsin.

$$a_{11}x_{(1)} + a_{12}x_{(2)} + \dots + a_{1m}x_{(m)} \leq b_{(1)}$$

$$a_{21}x_{(1)} + a_{22}x_{(2)} + \dots + a_{2m}x_{(m)} \leq b_{(2)}$$

(14.8)

$$a_{n1}x_{(1)} + a_{n2}x_{(2)} + \dots + a_{nm}x_{(m)} \leq b_{(m)}$$

Masalaning maqsadi cheklov shartlarini qanoatlantiruvchi optimal yechimni topishdan iborat.

Dastur qidiruv, ya'ni optimallashtirish jarayonida yaxshi va qiziqarsiz yechimlarning hisobini olib boradi va ma'lum qiladi, nihoyat qidiruv ma'lum bir aniqlikda $[C(x_{n-1}) - C(x_{n-1}) - C(x)] \leq \varepsilon$ aniqlanadi. Endi shaxsiy kompyuterda masalaning yechilish tartibini ko'rib o'tamiz.

Masalaning matematik modeli asosan ikki qismga bo'linadi;

1. Maqsad funksiyasining umumiy ko'rinishi yuqoridagi (14.7) ko'rinishda bo'ladi, koeffitsientlar kiritiladi.

2. Chegaraviy shartlar esa (14.8) ko'rinishda bo'ladi, koeffitsientlar kiritiladi.

POISK qidiruvchi dasturi quyidagi shartlar asosida quriladi:

a) Noma'lumlarning sonini kiriting;

Bunda nomalumlar – x soni – n kiritiladi.

b) Chegaralar sonini kiriting;

Bu yerda berilgan tengsizliklar soni – m kiritiladi.

d) Epsilon e aniqlikning qiymatini kiriting; optimallashtirishning aniqlik qiymati 0,1; 0,01 va boshqa kichik sonlar bo'lishi mumkin.

e) DELTA – qidiruv qadamini kiriting;

DELTA ning qadamini 0,5 deb olish tavsiya qilinadi. Keyingi har bir qadamda EHM mana shu qadamni o'zgartish asosida hisoblash davom etadi.

f) Boshlang'ich vektorni kiriting;

Bu yerda $X_1, X_2, \dots, X_n$ – boshlang'ich vektorlar, ya'ni qiymatlar kiritiladi. Bular aniqlikka, chegaraga va boshqa shartlarga ko'ra o'zgarishi mumkin.

g) Optimallashtirishning tipini tanlang: maksimum yoki minimum.

Yuqoridagilar kiritilgandan so'ng «Berilganlarni kiriting» tugmachasi bosiladi, natija olingandan so'ng kompyuter optimallashtirish jarayoni tugaganligi haqida xabar beradi.

Dastur **Delrhi 4** programmashtirish tilida tuzilgan bo'lib, har tomonlama mukammal ishlangan. Dasturdan barcha xohlovchilar, qiziquvchilar foydalanishlari mumkin.

POISK dasturidan olingan natijalarni quyidagi ko'rinishda printerdan jadval sifatida chiqaziladi. Jadvallardagi ustunlar quyidagi tartibda tuzilgan:

1. Tartib raqami.
2. Maksud funksiyasining optimal miqdori.
3. Chegaralar sistemasining berilishi.
4. Yechimlar: X^* miqdori.
5. Boshlang'ich X lar.
6. Foydali qadamlar soni.
7. Foydasiz qadamlar soni.
8. Optimallashtirish foizi.

14.8. Konstruksiyalarni hisoblashda ishonchlilik (надежность) nazariyasi

Hozirgi zamon taraqqiyotida texnika murakkablashib borayotgani sari unga qo'yiladigan talablar ham oshib bormoqda. Shunday talablardan biri – bu konstruksiyaning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligidan tashqari uning ishonchliligini ta'minlashdir. Shunga e'tibor berish kerakki, konstruksiyaning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligi masalaning deterministik modeliga mansubdir. Bu konstruksiyaga ta'sir qilayotgan tashqi muhit va uning o'lchami, tavsiflari o'zgarmas miqdordir, degan so'z.

Konstruksiyalarni ishonchlilikka hisoblashda esa hisob ehtimolli model asosida olib boriladi. Bu konstruksiyaga ta'sir qilayotgan tashqi yuk va uning o'lchamlari, tavsiflari o'zgaruvchan-tasodifiy bo'lib, hisoblash ishlari ehtimoliy nazariyalar asosida olib boriladi degan so'z. Agar tizimning ishonch-

liligi talab qilinadigan darajada bo'lsa, ushbu tizim boshqa tizimlarga nisbatan yuqori ko'rsatkichlarga ega bo'ladi.

Shuning uchun ham texnikada, shu jumladan mashinasozlikda, xususan, samolyotsozlikda, ishonchlilikni ta'minlash muammosi hozirda eng dolzarb muammolardan biridir. Bu muammoni yechishda ishonchlilik nazariyasining bir qancha uslublari mavjud. Bular: ishonchlilik struktura sxemasi (ISS) ni o'zgartirish uslubi, matematik mantiq uslubi, strukturaviy-mantiq uslubi (tanlash uslubi), dekompozitsiya uslubi, markov jarayonlari (holatlar fazoviyligi) uslubi, uchburchakli bog'langan strukturani yulduz strukturasiga aylantirish uslubi va b.

Ushbu nisbatan yangi fan (u 20-asrning o'rtalaridan rivojlanib kelmoqda) xalq ho'jaligining turli sohalaridagi muammolarni, jumladan, konstruksiyalarning mustahkamligi muammolarini o'z ichiga oladi. Ko'pgina adabiyotlarda ishonchlilikka ta'rif berilganda turlicha yondoshishlar yuzaga kelgan, lekin umuman quyidagi ta'rifni keltirish mumkin:

Ishonchlilik – bu buyum yoki konstruksiyaning ma'lum bir sharoitda va ma'lum bir vaqt ichida buzilmasdan ishlash ehtimolidir. Ushbu ta'rifdan ko'rinib turibdiki, ishonchlilik nazariyasiga ko'proq ehtimollar nazariyasi va konstruksiyalar mustahkamligi (materiallar qarshiligi) fanlari asos bo'ladi.

Shuni ham aytib o'tish kerakki, keyingi yillarda ishonchlilik muammolarini hal etishda bir qator qiyinchiliklarga duch kelinmoqda, jumladan, ishonchlilikning nazariy asoslarini chuqur biluvchi matematiklar amaliy masalalarni yechishda konstruksiyalarning o'ziga xos xossalari to'g'risida qiyinchiliklarga duch kelsalar, konstruksiyani yaxshi biluvchi muhandislar ishonchlilik nazariyasining matematik apparatlariga uncha e'tibor bermay kelmoqdalar.

Shuning uchun ham bu sohani tushunadigan, murakkab texnik tizimlarni boshqara oladigan yoshlarni tayyorlash zaruriyati vujudga keldi. Ushbu darslikda ishonchlilik nazariyasining asosiy tushunchalari, uni hisoblash usullari yoki ko'rsatkichlari hamda murakkab tizimlarning ishonchliligi haqida gap yuritiladi.

Matbuotdan bizga ma'lumki, mana keyingi yillar mobaynida qator aviahalokatlar sodir bo'lmoqda, jumladan, 1994-yilning 11 yanvarida Irkutsk-Moskva reysi bo'yicha uchgan Tu-154 samolyoti Irkutsk yaqinida halokatga uchrab, 124 kishi halok bo'ldi. Bu kabi halokatlarning asosiy sabablaridan biri konstruksiyalarda mustahkamlik shartlari ya'ni ishonchlilik shartlarining buzilishi bo'ldi. Demak, materiallar qarshiligi fani masalalarini yechishda, ushbu konstruksiya, ishonchlilik shartlarini qanoatlantiradimi, degan savolga javob topish asosiy masala bo'lib qoladi.

Ishonchlilik fanining ravnaqiga chet el olimlaridan R.Barlou, F.Proshan, D.R.Koks, B.L.Smit, K.Kapur, L.Lamberson, B.V.Gnedenko, A.D.Solov'ev, I.A.Ushakov, I.N.Kovalenkov hamda mamlakatimiz olimlaridan Lebedev O.V., To'ychiev N.J., Mamajanov R.K., Saxobov O., Mambekov K. va boshqalar munosib hissa qo'shganlar.

14.8.1. Ishonchlilik nazariyasining asosiy tushunchalari

Har qanday konstruksiyani ishonchliligini aniqlash uchun quyidagi mezonlar va ko'rsatkichlar aniqlanishi zarur.

Boshlang'ich buzilmaslik, berilgan vaqt orasida konstruksiyani tayyorlash, tekshirish va boshlang'ich foydalanish davrida beshikast ishlash ehtimoli – ishonchlilikning asosiy ko'rsatkichi hisoblanadi. Bu 0 va 1 qiymatlar oralig'ida bo'ladi.

Umrboqiylik (долгосрочность) – deganda belgilangan foydalanish sharoitida konstruksiyaning beshikast ishlash muddati tushuniladi.

Ta'mirlashga moyillik – konstruksiya elementlarining ta'mirlashga qarshilik darajasi. Elementlar qanchalik ko'p ta'mirlansa, ishonchlilik shuncha ko'p ta'minlanadi va umrboqiyligi oshib boradi.

Ehtimollik nazariyasida hodisaning holatini aniqlovchi tasodifiy miqdorlar va funksiyalar mavjud. Bu asosiy ko'rsatkichlar quyidagilardir:

Tasodifiy qiymatlar – X , qiymati oldindan noma'lum, ya'ni turli vaqtlarda turlicha qiymatlar qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlardir. Tasodifiy qiymatning mavjud bo'lishi tarqalish ehtimolligi $P(x)$ bilan belgilanadi va quyidagi miqdorda bo'ladi: $\sum P_k = 1$. Masalan, mashinalar, samolyot konstruksiyalariga ta'sir qiluvchi yuklar tasodifiy qiymatlarga misol bo'la oladi, chunki ular bir vaqtning o'zida turlicha qiymatga ega bo'lishi mumkin.

Matematik kutilma – tasodifiy qiymatlarning eng ko'p ehtimoliylik bilan qabul qilish qiymati. Ko'pincha buni o'rta qiymat deb ham yuritiladi. Kutilmaning matematik ifodasi quydagichadir:

$$M_{np} = \overline{M} + (x_1 - x_0) \frac{df}{dx} + \dots + (x_n - \overline{x_n}) \frac{df}{dx_n} + W$$

Dispersiya – tasodifiy qiymatlarning o'rta qiymatdan qancha ortganini ko'rsatuvchi kattalik. Uning birligi matematik kutilma birligining kvadrati-

da o'lchanadi. Matematik ifodasi $D_{M_{np}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{df}{dx_i} \right)^2 D_{x_i}$

Variatsiya koeffitsienti – tasodifiy qiymatda oʻrta qiymatdan ogʻish nisbatini koʻrsatuvchi birliksiz kattalik. Masalan, samolyot konstruksiyalariga taʼsir qiluvchi yuklar uchun variatsiya koeffitsienti baʼzi hollarda 150-200 % ga ham boradi.

Tasodifiy qiymatlarning taqsimot qonuni. Tasodifiy qiymatlarning $G(x) - R(x, x)$ berilishi nomaʼlum boʻlsa ham, ularni umumlashtirish maqsadida maʼlum bir qonunga boʻysunadi deb qarash mumkin. Ishonchlilik nazariyasida masalalar yechish uchun bir qancha taqsimot qonunlaridan foydalaniladi: **Normal, Lognormal qonunlari, Ekspontensial qonuni, Vey-bulla, Gauss, Reley, Puasson kabi qonunlar** va b. shular jumlasidandir.

Konstruksiyalarni hozirgi zamon darajasida hisoblash, yaʼni oʻta aniq, mukammal loyihalash maqsadida ham tashqi omillar (kuch va yuklanishlar), ham ichki parametrlar (fizikaviy va mexanikaviy, geometrik tavsiflar)ning tasodifiy qiymat ekanligini inobatga olish zarur, shuning uchun masalaning ehtimoliy xarakterini va uning yechimida ishonchlilik nazariyasining yutuqlarini qoʻllashni ham hisobga olish zarurdir.

Bu kabi masalalarni yechishda ehtimoliy yondoshish yoʻlidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Umuman sistemalarni, shu jumladan katta masʼuliyatga ega boʻlgan, takrorlanmas konstruksiyalarni, jumladan samolyotlarni, metro konstruksiyalarini, osmonoʻpar imoratlarini, kosmik kemalarni loyihalashda ishonchlilik nazariyasining talablarini hisobga olish masalasi paydo boʻladi.

Konstruksiyaning yuk koʻtarish qobiliyati taʼminlangan boʻlsa ham, lekin bu hali shu konstruksiya berilgan vaqt mobaynida va maʼlum bir ishlash sharoitida buzilmasdan ishlaydi degani emas, chunki **ishonchlilik – bu ekspluatatsiya vaqtida konstruksiyaning buzilmasdan – beshikast ishlash qobiliyatining oʻlchovidir** va bu, bir kancha olimlarning koʻrsatishicha, oxirgi samarali yechim emas ekan.

Murakkab konstruksiyalarning ishonchliligini aniqlash sistematik yondashish nazariyasi asosida bajariladi. Buning uchun murakkab konstruksiyada bir necha boʻgʻindan iborat soddalashtirish amali bajariladi.

Ishonchlilik avvalo eng sodd elementlarga nisbatan topiladi, yaʼni har bir elementning shikastlanish ehtimoli P_1, P_2 va h. k. topiladi. Masalan, konstruksiya elementining yuk koʻtarish qobiliyatini saqlash, beshikast ishlash ehtimolligi quydagi formuladan topiladi:

$$P = M_{np} \geq M_p \quad (14.9)$$

Bu yerda: M_{np} – elementning yuk koʻtarish qobiliyati; M_p – element ichidagi ichki kuch.

Cho'zilgan va egilgan elementlarning beshikastlilik ehtimollarini aniqlashni ifoda qilish maqsadida sodda misollar keltiramiz.

Ishonchlilikni aniqlashda boshlang'ich, beshikastlik tushunchasi bo'lib elementning mustahkamligini (bikrligini, ustuvorligini) boshlangich belgilangan vaqtda ta'minlanganligiga aytiladi. Konstruksiyaning beshikast ishlash ehtimoli shikastlanishni ifodalovchi tasodifiy miqdorlar va funksiyalar asosida aniqlanadi. Ehtimollik quyidagi ko'rinishda, ya'ni $P(M_{np} > M_p, \sigma_a) R$ bo'lib, ruxsat etilgan chegaradan chiqib ketmasligi lozim:

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \phi\left(\frac{M_{np} - M_p}{S_{np,p}}\right) \quad (14.10)$$

Ma'lum soddaliklar kiritganda tasodifiy funksiyalarning o'rta kvadrat og'ishi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_n = \sqrt{S_n^2 + S_p^2 + \dots + S_k^2} \quad (14.11)$$

1-misol. Cho'zilgan po'lat elementni boshlang'ich beshikastlik ehtimoligi topish talab etiladi. Konstruksiyaga ta'sir etayotgan kuch $N = 100 \Gamma c$, po'latning cho'zilishga hisobiy qarshiligi $R = 2100 \text{ kgs} / \text{sm}^2$ deb berilgan. Mustahkamlik shartiga binoan ko'ndalang kesim yuzasi $F_{netto} \geq \frac{N}{R} = \frac{10000}{2000} = 47,6 \text{ sm}^2$ Hisobda qatnashayotgan hadlarni (o'lcham va tavsiflarni) tasodifiy miqdor deb qabul qilib, ularning o'rta kvadrat og'ishini aniqlaymiz.

Masalan, tashqi yuk N ni statistik tavsifini aniqlaymiz.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = \frac{1}{F_{netto}} = \frac{1}{47,6} = 0,021 \frac{1}{\text{sm}^2}$$

Shu kabi ko'ndalang kesim yuzi F ni $S_F = 3$ da o'zgaruvchanligi

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F_{netto}} = -\frac{N}{F_{netto}^2} = -\frac{100000}{50^2} = -40 \text{ kg} / \text{sm}^2$$

$$S_{F_{netto}}^1 = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial F_{netto}} \right] \cdot S_k = 40 \cdot 3 = 120 \text{ kgs} / \text{sm}^2 \text{ bo'ladi.}$$

Umumlashgan (14.11) o'zgaruvchanlik

$S_{sk} = \sqrt{(S_N^1)^2 + (S_{kn})^2} = \sqrt{210^2 + 120^2} = 243 \text{ kgs} / \text{sm}^2$ bo'lib, bu F dan og'ishi 11,5 % ni tashkil etadi, degan so'z.

Biz ko'rayotgan misol uchun po'latning bir jinslilik ko'effitsienti $k=0,88$: U holda

$$R_H = \frac{R_p}{k} = \frac{2100}{0,88} = 2400 \text{ kgs/sm}^2$$

Aniqlangan statistik axborotlardan kelib chiqqan holda, elementning uzilishi (oqishi) ehtimolligi (14.10) quyidagicha topiladi:

$$P(R_g \setminus R_H) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \phi\left(\frac{R_H - R_p}{S_{AR}}\right),$$

bu yerda R_p – po'latning hisobiy qarshiligining matematik kutilmasi.

Ko'rilayotgan misol uchun shikastlanish ehtimoli

$$P(\sigma_a \setminus R_H) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2400 - 2100}{243}\right) = 0,1094,$$

ya'ni 10,94% tashkil etadi. Bu konstruksiyaning shikastlanish ehtimoli ruxsat etilgan chegaradan 10,94% chiqib ketishi mumkin degan so'z. Bunday xavfni oldini olish uchun po'latning ko'ndalang kesim F_H miqdorini oshirish lozim.

2-misol: Ma'lum sharoitdagi metall balkaning beshikast ishlash ehtimoli topilsin. Me'yoriy birjinslilik ko'effitsienti $m=0,9$. O'rta og'ish miqdori $\sigma_m=0,025$. Balkaga qo'yilgan umumiy yuk $Q_0=20TC$, yuklanish ko'effitsienti $k=1,3$; o'rta statistik og'ishi $\sigma_Q=2TC$.

Agar o'rganilayotgan tasodifiy miqdorlar (σ, m, Q) ning o'zgaruvchanlik xususiyati normal tarqalish qonuniga mos kelsa birjinslilik hisobiga shikastlanish ehtimoli quyidagicha topiladi:

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \phi\left(\frac{1-0,9}{0,025}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \phi(4) = 0,5 - 0,499962 = 0,00012;$$

bu $q_1 = 0,00012$ degan so'z.

Elementning tashqi kuchlar o'zgaruvchanligi hisobiga shikastlanish ehtimoli

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \phi\left(\frac{26-20}{2}\right) = 0,00135$$

Bu elementning shikastlanish ehtimoli $q_2 = 0,00135$ degan so'z.

Elementning ikki tasodifiy ko'rsatgichlar ta'siridan hosil bo'lishi mumkin bo'lgan shikastlanish ehtimoli

$$P = (1 - q_1)(1 - q_2) \approx 1 - (0,000012 + 0,00135) = 0,998638.$$

Demak, element 99,86% shikastlanmaslik ehtimoliga ega ekan.

Bu misollarda, ma'lum soddalashtirish orqali, konstruksiyalarning ehtimoliy holatlarini aniqladik.

14.8.2. Konstruksiyalarning ishonchliligini aniqlash algoritmi

Elementlardan tashkil topgan konstruksiyalarni beshikast ishlashi ehtimoli, ya'ni yuk ko'tarish qobiliyati ishonchliligini aniqlash uchun quyidagi algoritmdan foydalanish mumkin:

1. Tashqi yuklarni tasniflash.

2. Yuklarning (o'zgaruvchan, o'zgarmas, qisqa vaqt va uzoq vaqt o'zgaruvchan) miqdorlariga tegishli ehtimoliy ko'rsatgichlarini, ya'ni matematik kutilmalar – M , dispersiya – D , markaziy momentlar – M_i va tasodifiy miqdorning tarqalish qonuni – Z kabi statistik o'lchamlarni aniqlash.

3. Konstruksiyani Super elementlarga, so'ng sodda tugal elementlarga ajratib, ularning hisoblash sxemalarini oydinlashtirish.

4. Konstruksiyaning geometrik tavsiflari – L , fizik va mexanik tavsiflari R ni eksperimentlar asosida aniqlash.

5. Konstruksiyaning yuk ko'tarish qobiliyatini belgilovchi tasodifiy funksiya M_{np} ni aniqlash.

6. Konstruksiya kesimlarida mavjud bo'lishi mumkin bo'lgan ichki kuch – M_p ning statistik tavsiflarini tadqiq qilish.

7. O'rganilayotgan konstruksiya uchun M_{np} va M_p larni statistik tavsiflaridagi tasodifiylik funksiyasining tarqalish qonuniyatini aniqlash.

8. Aniqlangan qonuniyatga mos keladigan sohada konstruksiyaning beshikastlik ehtimoli $P(M_{np} - M_p)$ hisoblanadi.

Konstruksiya murakkab, statik noaniq bo'lsa, u holda ishonchlilikka hisoblash algoritmi yanada murakkab bo'ladi.

Agarda biror bir tugal element, ya'ni konstruksiyaning ishonchliligini aniqlash zarur bo'lsa, u holda yuqoridagi algoritmdan foydalanish mumkin. Keltirilgan algoritm ijrosi bir necha yil davomida aniqlangan statistik axborotlar va ehtimollik nazariyalari asosidagi matematik statistika usullari yordamida bajarilishi ko'zda tutiladi.

Masalani soddalashtirish maqsadida tashqi va ichki omillarning statistik tavsiflari berilgan deb faraz qilib, rama kabi konstruksiyalarni beshikastlik ehtimolini har bir element uchun (M_{np} va M_p larning statistik ifodalarini) aniqlaymiz.

Elementning yuk ko'tarish qobiliyati konstruksiyaning ko'ndalang kesimiga, ularning tasodifiy holatini ifodalaydigan tavsiflariga

$$\bar{M}_{np} = f(\bar{a}, \bar{h}, \bar{R}, \bar{L}) \text{ bog'liq, ya'ni } \bar{M}_{np} = f(x_1 - x_1 \cdots x_n).$$

Agarda yuk ko'tarish qobiliyatini ifodalovchi funksiyani ehtimoliylik nuqtayi nazaridan o'zgaruvchan deb, qator ko'rinishida yozsak, u holda Teylor formulasiga asosan, matematik kutilma quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$Mnp = \bar{M}np + (x_1 - x_2) \frac{df}{df_1} + \dots + (x_n - \bar{x}_n) \frac{df}{df_2} + W \quad (14.12)$$

Bu yerda W – qatorning qoldiq hadi.

M_{np} ning statistik funksiyasi o'zgarish qonunini normal tarqalish qonuniga bo'ysunadi deb qabul qilsak, u holda

$$Mnp \approx f(x_1 x_2 \dots x_n) + 0.5 \sum \frac{d^2 f}{dx^2} Dx \quad (14.13)$$

kelib chiqadi.

Bu funksiyaning dispersiyasi quyidagicha aniqlaniladi:

$$D_{Mnp} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{df}{df} \right)^2 Dx$$

Elementning k – kesimidagi chidamliligi shu elementning beshikastlik funksiyasiga bog'liq bo'lib quyidagicha aniqlanadi:

$$Z_k = \bar{M}np - Mp, \quad D = D_{Mnp} + D_{Mp}, \quad (14.14)$$

keltirilgan funksiya

$$P = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\beta^2/2} \alpha \beta$$

yordamida aniqlanadi.

Bu yerda

$$\beta = - \frac{Mnp - Mp}{\sqrt{\sigma_{Mnp}^2 + \sigma_{Mp}^2}} \quad (14.15.)$$

yoki quyida keltirilgan funksiya yordamida topiladi:

$$P = 1 - \Phi(\beta).$$

Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, M_{np} va uni tarqalish qonuni turli xil bo'lib, aksariyat M_{np} – normal, M_p – esa Veybul qonuniyatiga yaqin kelar ekan.

Bir nechta elementlardan tashkil topgan konstruksiya (rama, ferma va h.k) larni ishonchliligini aniqlash konstruksiyani beshikast ishlash ehtimolligi orqali aniqlanadi. Quyida keltirilayotgan yondashishda konstruksiyaning ishonchliligi ularni tashkil etuvchi elementlarining beshikastlik ehtimoli natijasidir.

Konstruksiya statik noaniq bo'lganligi va ma'lum hisoblash murakkabligiga ega bo'lgani uchun ehtimollik nazariyasining to'liq ehtimollik holatiga doir ifodadan foydalanamiz. Buning uchun quyidagi tamoyillarni keltiramiz.

Aytaylik S – tizim (rama) n elementlardan tashkil topgan bo'lsin, tizimning ehtimoliy holatini Bulev funksiyasi orqali ifodalasa bo'ladi:

$$e = \begin{cases} 0 - \text{agar} & i - \text{element beshikast bo'lsa} \\ 1 - \text{agar} & i - \text{element shikastlansa} \end{cases}$$

Bu yerda $e = \{0, 1\}$ ikkilik vektori.

Bu holda tizim elementlarining holati $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]$, element holati to'plami E_i esa quyidagi ko'rinishga ega:

$$E = \{e: \bar{e} = [e_1, e_2, \dots, e_n], \quad e_i = 0, 1\}$$

Tizimning turli holati elementlar holati orqali quyidagicha aniqlanadi.

$$0 \leq P(\bar{e}) \leq 1, \quad \sum_{e \in E} (\bar{e}) = 1.$$

Agar elementni shikastlanganlik ehtimoli ma'lum bo'lsa, u holda beshikastlik ehtimoli quyidagicha ifodalanadi:

$$q_i = P(e_i = 1) \quad \text{va} \quad P_i + q_i = 1.$$

Agar ko'rilayotgan tizimni ikki holda bo'lishi mumkinligini inobatga olsak

$$\varphi = \begin{cases} 0 - \text{tizim beshikast} \\ 1 - \text{tizim} \end{cases},$$

Elementlarning ehtimol holati tizimning ehtimol holatini aniqlashga imkon beradi, ya'ni $\varphi = j(e_1, e_2, \dots, e_n) = \varphi(e)$.

Bu yerda $\varphi(e)$ funksiya n -talik $E = [e]$ vektorning uch holatidan kelib chiqadi.

$$E_+ = \{\bar{e} \in E; \quad \varphi(\bar{e}) = 0\} - \text{beshikast}$$

$$E_- = \{\bar{e} \in E; \quad \varphi(\bar{e}) = 1\} - \text{shikastlangan}$$

$$E_0 = \{\bar{e} \in E; \quad p(\bar{e}) = 0\} - \text{mumkin bo'lmagan hol}$$

Turli tartibdagi φ - elementni bilish ko'p holatga bog'lik bo'lib, tizimlar umumiy nisbiylik ehtimoli turli ehtimollanish sharti asosida aniqlanadi:

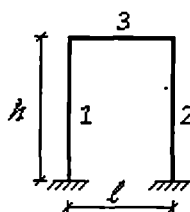
$$P(\bar{e}) = \prod_{i=1}^n P_i^{1-e_i} q_i^{e_i}$$

Tizim ishonchligini aniqlash nihoyatda murakkab va ko'p jihatli bo'lgani uchun ba'zida taqribiy yondoshishlardan foydalaniladi.

Masalan, 3 va 4 elementli sodda ramaning ehtimoliy holati elementlarning beshikast ishlash holati ehtimollari yig'indisi sifatida aniqlanadi. Bu yerda ichki kuchlar va deformatsiyalarning o'zaro bog'liqliklari soddalash-tirilib, elementlar beshikast ishlayotgan holatda ifodalanadi:

$$P\left(\sum_{i=1}^n e_i\right) = \sum P(e_i) - \sum P(e_i e_j) + \sum P(e_i e_j e_k) \cdots + (-1)^{n-1} P(e_1 e_2 \cdots e_n).$$

Masalan, berilgan rasmdagi ramaning beshikastligini ifodalovchi umumiy ehtimollikning ko'rinishi quydagichadir:



14.12-rasm.

$$P(e) = \sum P\{e_i\} P\{e|e_i\},$$

bu yerda $P(e/e_i)$ – elementlarning beshikast ishlash holatlarini ifodalaydi.

Uch elementli ramaning 1, 2 va 3 – elementlari beshikastlik holatlari Bulev funksiyasi orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$E = \{\bar{e}_1 = (1, 1, 1), \bar{e}_2 = (1, 1, 0), \bar{e}_3 = (1, 0, 1), \bar{e}_4 = (0, 1, 1), \\ \bar{e}_5 = (1, 0, 0), \bar{e}_6 = (0, 1, 0), \bar{e}_7 = (0, 0, 1), \bar{e}_8 = (0, 0, 0)\}.$$

O'rganilayotgan tizim quyidagilarning birida bo'lsa, beshikast ishlash holatida bo'ladi:

$$\bar{e}_5, \bar{e}_6, \bar{e}_8, \quad E = \{\bar{e}_5, \bar{e}_6, \bar{e}_8\}$$

Teskarisi bo'lsa, tizim shikastlangan holatda bo'ladi

$$E = \{e_1, e_3, e_4, e_7\}.$$

Bu holatlarda $\bar{e}_2$, tizim – mumkin bo'lmagan holatdadir. Har bir holatdan kelib chiqib tizimning beshikast ishlash ehtimolligi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$P(\bar{e}_5) = \bar{P}_1 P_2 P_3 = P_1(\bar{e}_1) P_2(e_2) P_3(e_3) = (1 - P_1) P_2 P_3$$

$$P(\bar{e}_6) = P_1 \bar{P}_2 P_3 = P_1(\bar{e}_1) P_2(\bar{e}_2) P_3(e_3) = (1 - P_1) P_2 P_3$$

$$P(\bar{e}_8) = P_1 P_2 \bar{P}_3 = P_1(e_1) P_2(e_2) P_3(\bar{e}_3)$$

Agarda ramaning soddalashtirilgan beshikast ishlash ehtimolligini aniqlaydigan bo'lsak, u holda to'liq ehtimollik quyidagicha bo'ladi:

$$P_{ss}'' = P_1 P_3 + P_2 P_3 - P_1 P_2 P_3.$$

Bu ifodada, soddalashtirish maqsadida, har bir elementning holati o'zaro bog'liq emasligi asosida ifodalangan.

Umuman olganda ixtiyoriy murakkablikdagi tekis ramaning ishlash ehtimolligining taqribiy ifodasi quyidagichadir:

Super elementlar usulida

$$P_{[r,n]} = \sum_{i=r}^{m_i} (-1)^{i-r} C_{i-1}^{r-1} R_{ss}''$$

bu yerda r – quyi tizimlar soni;
 m – SEL lar soni.

Umuman olganda, konstruksiyalarning ishonchliligini aniqlashda boshqa nazariyalar ham bor, biroq ular faqat juda sodda elementlargagina tegishlidir, yuqorida keltirilgan algoritm esa ixtiyoriy murakkablikdagi ramasi-mon konstruksiyalarning ishonchligini aniqlashga imkon beradi. Bunday yondoshish Pareto sohasiga mansub samarali yechimlar ichidan eng yaxshisini, ham optimal, ham ishonarlisini tanlashga xizmat qiladi.

3-misol. Uch elementli ramaning har elementini beshikastlik ehtimolliklari $P_1 = 0,9989$, $P_3 = 0,9991$, $P_2 = 0,9980$ ma'lum bo'lib, ramaning beshikastlik miqdori aniqlash talab etiladi.

Buning uchun yuqorida keltirilgan formuladan foydalanamiz, ya'ni

$$P = P_1 * P_3 + P_2 * P_3 - P_1 * P_2, P = 0,9989 * 0,9991 + 0,9989 * 0,9991 - 0,9989 * 0,99989 * 0,9991 = 0,9980 + 0,9980 - 0,9969$$

Demak, $P = 0,9991$.

Ko'rinib turibdiki, ramaning beshikastlik ehtimoli elementlarnikidan kam emas ekan.

Xulosa. Mazkur bobda turli konstruksiyalarni, har xil kuchlar ta'siridagi optimal yechimini ta'minlovchi texnologiya va ko'p mezonli optimal yechimni topishga doir nazariya hamda ehtimollik nazariyasi asosida konstruksiyalarning ishonchliligini ta'minlovchi algoritm va amaliy misollar ko'rib o'tildi.

Bilimingni sinab ko'r

1. Optimallashtirishdan maqsad nima?
2. Optimallashtirish texnologiyasini izohlang
3. Ko'p mezonli optimallashtirish masalalari nimadir?
4. Ishonchlilik deb nimaga aytiladi?
5. Ishonchlilikning asosiy ko'rsatkichlarini sanab o'ting.
6. Tasodifiy qiymatlar taqsimlanish qonunlarini aytib bering.
7. Konstruksiyani ehtimollik nazariyasi asosida beshikast ishlash ehtimolini aniqlaydigan algoritmni tushuntiring.
8. Sodda ramaning beshikastlik ehtimoli qanday aniqlanadi?
9. Oddiy cho'ziluvchi, egiluvchi elementlarning beshikastlik ehtimollari qanday aniqlanadi?

XV BOB

DEFORMATSIYA VA KUCHLANISH HOLATLARINI EKSPERIMENTAL TADQIQ ETISH USULLARI

Mavzu mazmuni. *Avvalgi boblarda konstruktsiya elementlarida hosil bo'ladigan deformatsiya va kuchlanish holatlarini analitik usullar yordamida aniqlashni o'rgandik. Mazkur bobda xuddi ana shu ko'rsatkichlarni eksperimental usullar orqali aniqlashni o'rganamiz. Materiallar qarshiligi kursini o'zlashtirgan talaba keyingi bosqichda «Inshootlarni sinash» kursi bilan tanishadi. Mazkur bob ana shu fanga o'tishda ko'priq vazifasini o'taydi.*

15.1. Materiallarni va konstruktsiyalarni sinash

Gap deformatsiya va kuchlanishlarni tajriba (eksperiment) yo'li bilan aniqlash usullari haqida borar ekan, materiallarni mexanik sinash bilan konstruktsiyalarni sinash orasida farq borligini unutmaslik kerak.

Materiallarni sinash ishlari oquvchanlik chegarasi, mustahkamlik chegarasi, elastiklik moduli singari mexanik tavsiflarni aniqlash maqsadlarida amalga oshiriladi. Bundan tashqari, tadqiqot ishlarida ham, jumladan, mu-rakkab kuchlanish holatlarida mustahkamlik shartlarini o'rganishda yoki, umuman, turli sharoitlarda materialning mexanik xossalarini aniqlashda qo'llaniladi.

Materiallarni sinash uchun namunalar tayyorlanadi. Namunalarning shakl va o'lchamlari o'lchash asboblari va sinash shartlariga qarab belgilanadi.

Material haqida obyektiv ma'lumotlarga ega bo'lish uchun kuchlanish holatining birjinsliligini, ya'ni sinalayotgan namunaning barcha nuqtalarida kuchlanishlarning bir xil bo'lishini ta'minlash zarur. Bu shartga, jumladan, cho'zilishda, kalta namunalarni siqishda va yupqa devorli quvurlarni burashda amal qilinadi. Bunday sinovlarda material xossalarining o'zgarishi namunaning butun hajmi bo'yicha baravar sodir bo'ladi va miqdoriy baho berishda qiyinchilik tug'dirmaydi. Yaxlit namunalarni burashda va egilishga sinashda kuchlanish holati birjinsli bo'lmaydi. Materialning alohida nuqtalarida sifat o'zgarishlarining yuz berishi, namuna tavsifida sezilarli o'zgarishlar sodir bo'lishiga olib kelmaydi. Materialda vujudga keladigan jarayonlar faqat o'rtacha miqdorda ayon bo'ladi va sinov natijalari qo'shimcha ravishda qayta ishlashni talab etadi, bu esa obyektivlik darajasini pasayishiga olib keladi.

Kuchlanish holatini birjinsliligi talabi qator sinovlar natijalariga jiddiy cheklovlar qo'yadi. Masalan, hozirga qadar birjinslilik sharoitida har taraflama cho'zish bo'yicha obyektiv sinov o'tkazishning uddasidan chiqilmayotir. Bunday kuchlanish holatini hozircha namunaning faqat alohida nuqtalarida uyg'otish mumkin bo'layotir. Masalan, yaxlit sharning markazida, tashqaridan turib tez qizdirish yo'li bilan, shunday holatni vujudga keltirish mumkin.

Mexanik sinash ko'rinishlaridan biri texnologik sinovlar bo'lib bu sinovlar material xossalari haqida obyektiv ma'lumotlar emas, faqat qiyosiy ma'lumotlar beradi xolos. Material qattiqligi, zarba qayishqoqligi (ударная вязкость) va ba'zi boshqa shu kabi tavsiflarni aniqlashga doir sinovlar ham texnologik sinovlar qatorida turadi.

Konstruksiyalar sinovi – bu butunlay boshqa gap; bunda gap butun mashina, uning alohida qismlari yoki modelining mustahkamligini sinash haqida boradi. Bunday sinovlarni o'tkazishdan maqsad, bir tomondan bajarilgan hisoblarning to'g'riligini tekshirishdan, boshqa tomondan-mashinani texnologik jihatdan to'g'ri yig'ilganligiga baho berishdan iborat. Konstruksiyalarni sinash ishlari texnikaning samolyotsozlik va raketsozlik singari sohalarida ko'proq rivojlangan, chunki bu sohada vaznni yengillashtirish tufayli mustahkamlik masalalari yanada mas'uliyatliroq tus oladi. Yangi mashinani barpo etishda, uning metallardan yasalgan alohida qismlari buzuvchi kuchni aniqlash maqsadida, to buzilgunga qadar sinaladi. So'ngra bu kuch hisobiy kuch bilan taqqoslanadi. Statik sinovlar jarayonida qo'yiladigan tashqi yuk real ishchi holatga yaqin keladigan holatga moslab qo'yiladi, masalan, samolyot g'ildiragiga qo'yiladigan yuk yo'lovchilar chiqadigan paytga, qanotlari esa pikdan chiqish holatiga moslashtiriladi va h.k.

Statik sinovlardan tashqari ko'pincha dinamik sinovlar o'tkazishga to'g'ri keladi. Masalan, tebranish (titrash) sharoitida ishlaydigan asboblarda ko'proq sinaladi. Bunday sinovlar maxsus ishlangan tebratma stollarda turli chastota va amplitudalarda o'tkaziladi. Bunday sinovlarda asboblarning tebranayotgan detallaridagi deformatsiya va kuchlanishlar o'lchanmaydi. Alohida qismlarning ishdan chiqishiga qarab ularning mustahkamligi haqida fikr yuritiladi. Ba'zan mashinaning xavfli tugunlarida tez o'zgaruvchi deformatsiyalar ossillograflar yordamida yozib olinadi va keyin qayta ishlanadi.

Kuchlanish holatida bo'lgan konstruksiyalarni eksperimental tadqiq etishning hozirgi usullari, u yoki bu yo'sinda, sinalayotgan obyektning deformatsiyalarini to'g'ridan to'g'ri aniqlashga borib taqaladi. Kuchlanishlar Guk konuni asosida bilvosita deformatsiyalar orqali aniqlanadi. Konstruksiya sinovlarida plastik deformatsiyalar hosil bo'lsa, u holda kuchlanishlar

aniqlanmaydi, faqat buzuvchi kuchning qiymatini aniqlash bilan kifoyalani-ladi yoki plastik deformatsiya uyg‘otuvchi kuch aniqlanadi.

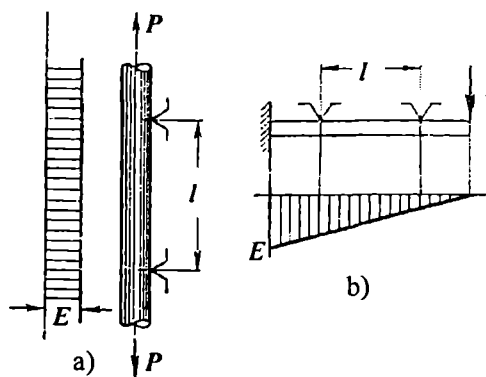
Deformatsiyalarni o‘lchashning bir qancha usullari bor. Quyida biz de-formatsiyalarni mexanik va elektrik prinsiplar asosida ishlaydigan o‘lchash asboblari (tenzometr) bilan tanishib chiqamiz. Keyin esa optik va rengenografik usullar, muar tasmalari va lok qoplash usullari bilan tanishamiz.

15.2. Deformatsiyalarni mexanik tenzometrlar yordamida aniqlash

Mexanik tenzometrning ishlash prinsipi namunaning ikki nuqtasi orasida-gi masofani yuklanishdan oldin va keyin o‘lchashga asoslanadi. Bu ikki nuq-ta orasidagi dastlabki masofa tenzometr bazasi l deb ataladi. Baza uzunligi orttirmasi Δl ni l ga nisbati o‘rtacha (nisbiy) uzayishni beradi. Agar defor-matsiyalanish holati, 15.1-rasm, a da ko‘rsatilganidek, bir jinsli bo‘lsa, o‘lchash natijasida izlanayotgan deformatsiyaning aniq qiymati aniqlangan bo‘ladi. Agar deformatsiya baza bo‘ylab o‘zgaruvchan bo‘lsa (15.1-rasm, b) u holda defor-matsiyaning o‘lchangan o‘rtacha qiymati, baza oralig‘i qancha qisqa bo‘lsa, haqiqiy qiymatga shuncha yaqin bo‘ladi.

Materiallarni cho‘zilishga sinashda, deformatsiyaning birjinslili-gi ta‘min-langan holda, bazaning uzunligi namunaning o‘lchamlari bilan cheklanadi. Odatda uning uzunligi 50,100,150 va 200 mm atrofida qabul qilinadi.

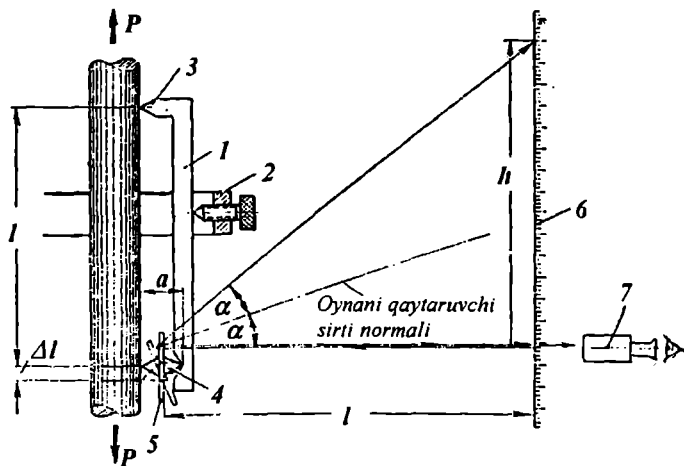
Umuman konstruksiyalarni sinashda baza uzunligini belgilash nozik ma-sala: baza kattaroq olinsa – deformatsiyaning birjinsizligidan xatolar paydo bo‘ladi; kichikroq olinsa – instrumental xatolar tufayli aniqlik darajasi kamayadi. Konstruksiyalarni sinashda mexanik tenzometrlarning bazasi odatda $2\div 20$ mm oralig‘ida olinadi.



15.1-rasm.

Materialning elastiklik mod-ulini aniqlashda elastik uzayish-plarni aniq o‘lchash uchun mar-tensning optik richagli ten-zometridan foydalaniladi (15.2-rasm).

Tenzometr biki plankani (1) dan tashkil topgan bo‘lib, qistir-gich (2) yordamida namunaga mahkamlanadi. Plankaning tepa uchi (3) qo‘zg‘almas, pastki uchi romsimon kesimli prizma (4) dan iborat.



15.2-rasm.



15.3-rasm.

Prizma diogonalining uzunligi $-a$. Prizmaga oyna (5) biriktirilgan. Oynadan L masofada shkala (6) qo'zg'almas o'rnatilgan. Namuna uzayganda oyna og'adi va kuzatuvchi tuba (7) orqali shkaladan sanoq oladi.

Asbobning kattalashtirish masshtabi shkaladagi ko'rsatkichlar farqini Δl ga bo'lgan nisbati orqali aniqlanadi.

Oynaning og'ish burchagi

$$\alpha = \frac{\Delta l}{a}.$$

Yuklanishdan oldin va keyin shkaladan olinadigan sanoqlar farqi, α kichik miqdor bo'lganligi uchun $h = L \ 2\alpha$ bo'ladi.

α ning o'rniga qiymatini qo'ysak, asbobning kattalashtirish koeffitsienti kelib chiqadi:

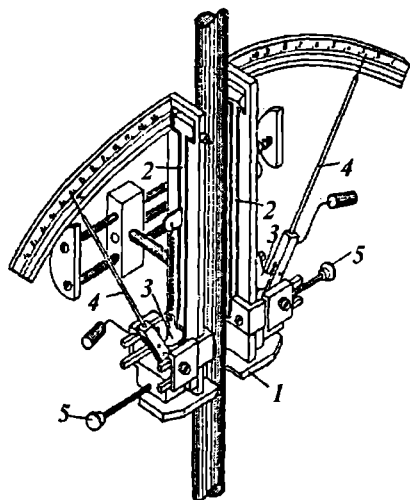
$$i = \frac{h}{\Delta l} = \frac{2L}{a}.$$

Odatda Martens tenzometrida L masofa $i \approx 500$ ga teng bo'ladigan qilib tanlanadi.

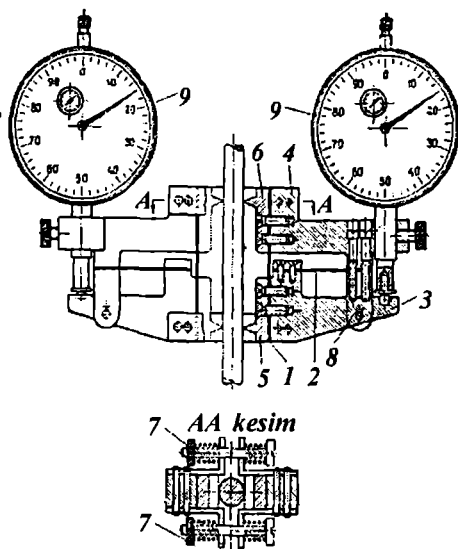
Namunaning nomarkaziy cho'zilishi va egilishi tufayli yuz berishi mumkin bo'lgan xatoliklarni bartaraf etish maqsadida namunaga, 15.3-rasmda ko'rsatilganidek, ikkita tenzometr o'rnatiladi. Ikki asbob ko'rsatkichlarining o'rtacha qiymati egilish ta'sirini bartaraf etadi.

Martens tenzometrini qo'shaloq o'rnatishning noqulay tomoni shundan iboratki, uni o'rnatishda katta qiyinchiliklarga duch kelinadi.

O'lchash aniqligi kamroq, ammo ishlatishga qulay bo'lgan MIL va Boyarshinov tenzometrlari keng tarqalgan (15.4 va 15.5-rasmlar).



15.4-rasm.



15.5-rasm.

MIL tenzometri (15.4-rasm) sharnir richagli tenzometr bo'lib, bazasi 100 mm ni tashkil etadi. Bu qo'shaloq tenzometr namunaga prujinali qistirgich yordamida mahkamlanadi. Pastki tayanchi (1) qo'zg'almas bo'lib, ustki tayanchi richag (2) bilan qo'shilgan. Ushbu richag pastki uchining qo'zg'alishi planka (3) ga, undan strelka (4) ga uzatiladi. Tajribani boshlashdan ilgari strelkani vint (5) yordamida nol holatiga keltiriladi. Agar deformatsiya katta bo'lib, strelka shkala chegarasidan chiqib ketsa, uni tajriba jarayonida vint yordamida orqaga qaytarish mumkin. MIL tenzometri deformatsiyani 500 marta kattalashtirib bera oladi.

Boyarshinov tenzometrida mexanik shamirlar o'rniiga ikkita yassi prujina (1, 2) dan tashkil topgan elastik shamir qo'llanilgan. Alyumin detallar (3) va (4) namuna cho'zilganda prujinalarning kesishuv nuqtasiga nisbatan og'adi. Tenzometning ikkita po'lat uchli tayanchi (5) va (6) bo'lib, vint (7) yordamida namunaga mahkamlanadi. Asbobni o'rnatish chog'ida u shtif (8) yordamida (3, 4) detallarga tortib qo'yiladi. Deformatsiyalar qiymati indikatorlar (9) dan olinadi.

Boyarshinov tenzometri yordamida shkalani o'zgartirmasdan 4% gacha bo'lgan deformatsiyalarni o'lchash mumkin. Boshqa tenzometrlar bunaqa keng diapazonga ega emas. Tenzometr bazasi $l = 50$ mm, kattalashtirish quvvati 500 ga teng.

Namunalarni cho'zilish va siqilishga sinashda deformatsiyalarni Lixaryovning «gidravlik richagli» tenzometrida o'lchash yaxshi natijalar beradi (15.6-rasm).

Ushbu tenzometring asosiy qismlari qat-qat burmalangan (goffirovka qilingan) metall quti (1,2) va unga tutashgan kapillar naycha (3) bo'lib, yopiq bo'shliq hosil qiladi. Bo'shliq suyuqlik bilan to'ldirilgan. Namuna cho'zilganda bo'shliqning hajmi kattalashadi va naychadagi suyuqlikning sathi h miqdorga pasayadi.

Suyuqlik hajmining o'zgarmaslik shartiga asosanib quyidagi tenglamani yoza olamiz:

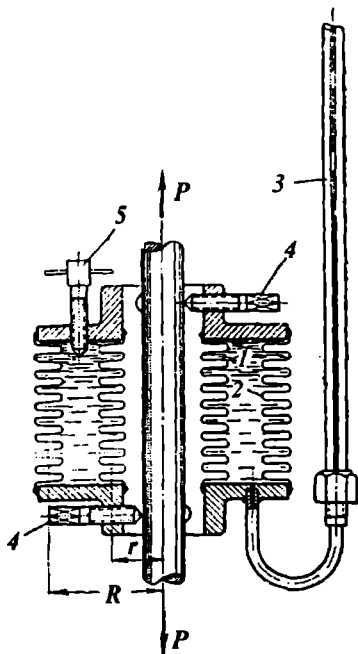
$$(\pi R^2 - \pi r^2) \Delta l = hF$$

bu yerda R katta qatning o'rtacha radiusi, r kichik qatning o'rtacha radiusi, F – kapillar kesimining yuzi. Bundan tenzometrning kattalashtirish koeffitsienti kelib chiqadi:

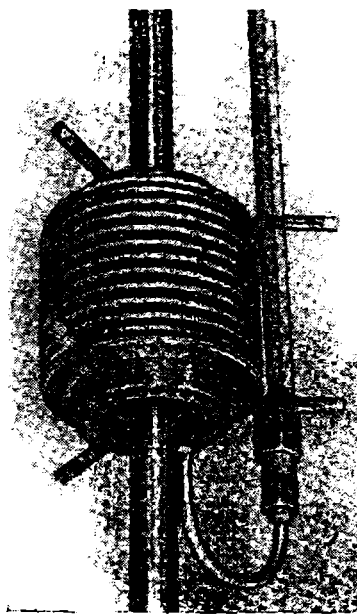
$$\pi \frac{R^2 - r^2}{F}$$

Odatda asbobning kattalashtirish koeffitsienti 2000 atrofida bo'ladi.

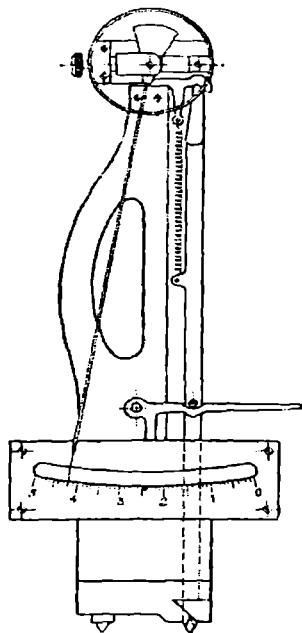
Tenzometr namunaga vintlar (4) orqali o'rnatiladi. Kapillyardagi suyuqlik sathini o'zgartirish va asbobni nol holatga keltirish uchun vintdan (5) foydalaniladi. Asbobning eng kichik bazasi 20 mm atrofida. Lixaryov tenzometrining umumiy ko'rinishi 15.7-rasmda tasvirlangan.



15.6-rasm.



15.7-rasm.



15.8-rasm.

Mexanik tenzometrlarning ichida eng ko'p tarqalganlaridan yana biri Gugenberger tenzometri bo'lib, bazasi 20 mm va kattalashtirish koeffitsienti 1000 ga teng (15.8-rasm).

Kichik bazali mexanik tenzometrlar kam tarqalgan noyob asboblarni sirasiga kiradi. Ayrim tadqiqotchilarning bunday tenzometrlarning qo'llanish chegarasini kengaytirishga yo'naltirilgan xatti-harakatlari yaxshi samara bermadi, chunki materiallarni sinashda katta bazali tenzometrlar yuqori pog'onada turadi, konstruksiyalarni sinashda esa hozirgi davrda tenzometrlar o'rnini allaqachon simli qarshilik uzatkichlar (датчики сопротивления) egallab olgan.

15.3. Qarshilik uzatkichlarning qo'llanilishi

Konstruksiyalarni sinash texnikasida keyingi o'n yilliklar mobaynida simli qarshilik uzatkichlar (датчики сопротивления) keng doirada qo'llaniladigan bo'lib qoldi.

Simli uzatkich (датчик) qog'oz tasmasiga ilonsimon shaklda yupqa qilib (0,015–0,030 mm) yopishtirilgan simdan iborat (15.9-rasm). Ingichka simning uchlariga oddiy simlar payvandlanadi.

Datchik tekshirilayotgan detalning sirtiga shunday yopishtiriladiki, bazaning o'lcham yo'nalishi – deformatsiya yo'nalishi bilan bir xil bo'lsin. Zich yelimlangan ingichka sim tekshirilayotgan obyekt sirti bilan baravar uzayadi va uning Om qarshiligi o'zgaradi, bu holat o'z navbatida deformatsiya ko'rsatkichi sifatida qayd etiladi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, simning Om qarshiligini nisbiy o'zgarishi – $\frac{\Delta R}{R}$ uning uzayishiga proporsional, ya'ni $\frac{\Delta R}{R} = \gamma_0 \varepsilon$, bu yerda γ_0 – tenzosezgirlik koeffitsienti-o'lchamsiz son bo'lib, materialning fizik

xossalariga bog'liq. Qarshilik datchiklarida ishlatiladigan materiallar uchun γ_0 2–3,5 oralig'ida qabul qilinadi.

Simli datchiklardagi sirtmoqning yoysimon uchida nafaqat bo'y-lama, balki ko'ndalang deformatsiyalar ham sezilarli darajada bo'ladi

va matematik jihatdan quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

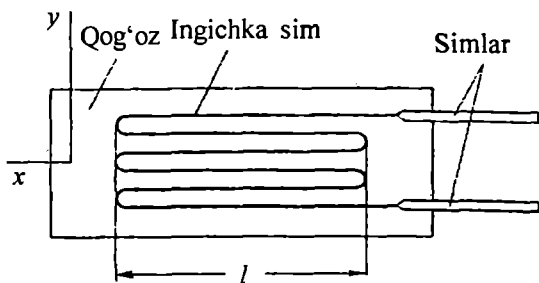
$$\frac{\Delta R}{R} = \gamma \varepsilon_x + \delta \varepsilon_y,$$

Bu yerda ε_x va $\delta \varepsilon_y$ x va y o'qlari yo'nalishidagi uzayishlar, γ va δ esa datchikning bo'y-lama va ko'ndalang tenzosezgirlik koefitsientlari bo'lib, tarirovka (sozlash) yo'li bilan aniqlanadi.

γ ning miqdori sirtmoq uchidagi egrilik hisobiga simning tenzosezgirlik koefitsienti γ_0 dan kichikroq bo'ladi. Baza ℓ ortgan sari γ va γ_0 orasidagi farq kamaya boradi va odatda qo'llaniladigan bazasi $\ell = 20$ mm bo'lgan datchiklarda juda ham kichik qiymatga ega bo'ladi. δ koefitsientining qiymati ham o'sha darajada kichik bo'ladi. Kichik bazali ($\ell < 5$ mm) datchiklarda δ ning qiymati γ ning qiymatiga yaqin bo'ladi, shuning uchun kuchlanishlarni hisoblashda ko'ndalang tenzosezgirlik koefitsienti e'tiborga olinishi zarur.

Murakkab konstruksiya elementlaridagi kuchlanish holatini tekshirishda bosh kuchlanishlarning qiymatini aniqlashdan tashqari, ko'pincha ularning yo'nalishini ham aniqlashga to'g'ri keladi. Bunday holda tekshirilayotgan sirtga bir-biriga nisbatan 45° burchak ostida bir yo'la uchta datchik yopishtiriladi (15.10-rasm). Uchta o'lchangan uzayishlar asosida hech qanday qi-yinchiliksiz bosh uzayishlar va o'qlar holatini belgilovchi burchak aniqlanishi mumkin. Bu ish quyidagi yo'sinda bajariladi: bosh o'qlar x va y bo'yicha yuzaga kelgan deformatsiyani ma'lum deb faraz etamiz (15.11-rasm). AA'B'B siniq chizig'ining – I o'qiga bo'lgan proeksiyasi AB kesmasiga teng bo'lganligi sababli, A'B'va AB kesmalarining farqini aniqlash qiyin emas, ya'ni AB kesmasining mutlaq uzayishi quyidagiga teng:

$$\frac{\partial U}{\partial S} dS \cos \varphi + \frac{\partial V}{\partial S} dS \sin \varphi,$$



15.9-rasm.

Bu yerda U va V - x va y o'qlari bo'yicha hosil bo'lgan ko'chishlar I o'qi bo'yicha nisbiy uzayish

$$\varepsilon_I = \frac{\partial U}{\partial S} \cos \varphi + \frac{\partial V}{\partial S} \sin \varphi ,$$

Yoki

$$\varepsilon_I = \frac{\partial U}{\partial X} \cos^2 \varphi + \frac{\partial V}{\partial Y} \sin^2 \varphi \quad \text{bo'ladi,}$$

bundan $\varepsilon_I = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi$ kelib chiqadi.

Uchta datchikning uchta o'qi yo'nalishi bo'yicha nisbiy deformatsiyalar quyidagicha bo'ladi (15.12-rasm):

$$\varepsilon_I = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi$$

$$\varepsilon_{II} = \varepsilon_x \cos^2 (\varphi + 45^\circ) + \varepsilon_y \sin^2 (\varphi + 45^\circ)$$

$$\varepsilon_{III} = \varepsilon_x \cos^2 (\varphi + 90^\circ) + \varepsilon_y \sin^2 (\varphi + 90^\circ)$$

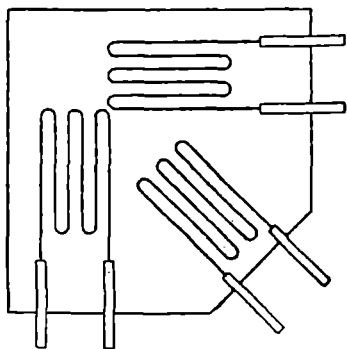
Bular asosida quyidagi formulalarga ega bo'lamiz:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\varepsilon_I + 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}$$

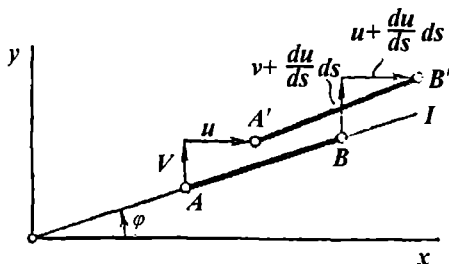
$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{III})^2 + (\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III})^2} ,$$

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{III})^2 + (\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III})^2}$$

Shunday qilib, umumiy holda bosh deformatsiyalarning qiymati va yo'nalishi ana shu formulalardan aniqlanadi.



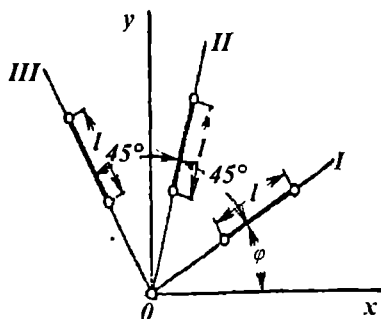
15.10-rasm.



15.11-rasm.

Bosh deformatsiyalarni uchta mexanik tenzometrlar yordamida aniqlasa ham bo'ladi. Bosh yo'nalishlarni aniqlashning lok qoplash usuli ham bor (bu haqda keyinroq to'xtalamiz).

Hozirgi zamon eksperiment texnikasida qarshilik datchiklaridan deformatsiya o'lchashdan boshqa ishlarda ham foydalaniladi. Ko'pgina kuch o'lchaydigan uskunalar tashqi kuchlardagi o'zgarishlarni payqaydigan sezgir element sifatida kiritiladi. Zo'riqishlarni



15.12-rasm.

o'lchash uchun qarshilik datchiklari deformatsiyalanuvchi elastik elementga yopishtiriladi va datchik qarshiligini o'zgarishiga qarab zo'riqishning qiymatiga baho beriladi. Bu usulning qulayligi shundan iboratki, masofadan turib oddiy o'lchash imkonini beradi, murakkab uskunalarni qo'shimcha qilishni talab etmaydi.

Statik sinovlarda tekshirilayotgan detalga yopishtirilgan datchik, asosiy o'lchovchi asbobga ko'prik (most) sxemasi orqali qo'shiladi (15.13-rasm). Ko'priknining to'rtta qarshiligidan biri, masalan R_1 , datchik qarshiligi hisoblanadi. Qolgan qarshiliklar shunday tanlanadiki, detalda uzayish bo'lmagan holda (tajribadan ilgari) ko'prik muvozanatda tursin va galvanometrda tok kuchi i , nolga teng bo'lsin. Buning uchun quyidagi nisbat bajarilishi lozim:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad (15.1)$$

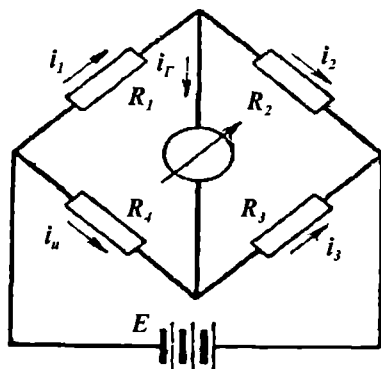
Odatda R_4 qarshilik sifatida, xuddi birinchi qarshilik singari, ikkinchi datchik qabul qilinadi, R_2 va R_3 qarshiliklari esa o'zaro teng deb olinadi. Shunday qilib,

$$R_1 = R_4 = R_x \quad R_2 = R_3 = R$$

va bu (15.1) shartni qanoatlantirilganligini anglatadi. 15.13-rasmda ko'rsatilgan zanjir uchun tuzilgan Kirxgof tenglamasidan, galvanometr orqali o'tadigan muvozanatlashmagan ko'prik tokini aniqlash qiyin emas:

$$i_r = \varepsilon \frac{R_1 + R_3 - R_2 + R_4}{R_2 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_3 R_4} \quad (15.2)$$

Bunda tok manbayi va galvanometrning ichki qarshiligi R_1 , R_2 , R_3 va



15.13-rasm.

R_4 larning qiymatidan ancha kichik deb faraz qilinadi. Datchik ishlagan paytda R_1 qarshilik ΔR ga o'zgaradi va $R_1 = R_g + \Delta R_g$, $R_2 = R_3 = R$, $R_4 = R_g$ bo'ladi.

Bu holda (15.2) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$i_r = \frac{E}{2(R + R_g)} \cdot \frac{\Delta R_g}{R_g}$$

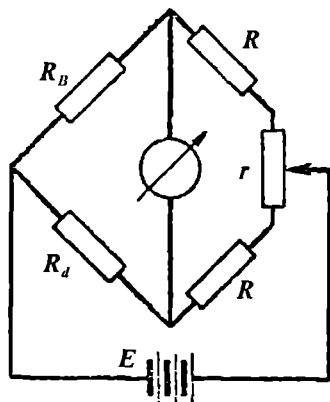
Shunday qilib, galvanometrdan oqib o'tuvchi tok datchikning qarshiligiga va, binobarin, o'lchanayotgan deformatsiyaga proporsional ekan.

Qarshilik datchiklarining asosiy nuqsoni harorat nuqsonidir. Harorat o'zgarganda datchikning qarshiligi sezilarli darajada o'zgaradi.

Harorat nuqsonini qoplash maqsadida ko'prik sxemasidagi R_4 datchiki R_1 datchikka yopishtirmay ulanadi va ustiga teploizolatsion material yopiladi. Bunday holatda har ikkala datchikning harorati bir xil bo'ladi, muvozanat saqlanadi.

Murakkab konstruksiyalarning kuchlanish holatini tadqiq etishda, ko'plab datchiklar yopishtirishga va ulardan o'lchov sanoqlari olishga to'g'ri kelaydi. Bunda galvanometr hamda R_2 va R_3 qarshiliklar hammasi uchun umumiylikicha qolaveradi, R_1 va R_4 juft qarshiliklar esa har bir tekshirilayotgan nuqta uchun sxemaga navbatma-navbat ulanadi. Manbadagi kuchlanish o'zgarishidan soqit bo'lish uchun, ya'ni uni chetlab o'tish maqsadida, har bir sanoq olishdan ilgari, o'zgaruvchi qarshilik r yordamida ko'prik muvozanatlantiradi (балансировка qilinadi), (15.14-rasm).

O'lchashlarning ko'rib o'tilgan usuli, tabiiyki, yuklar statik ta'sir etgan holdar uchun yaroqlidir. Tez sodir bo'ladigan jarayonlarda maxsus asbob va usullardan foydalaniladi. Deformatsiyalarni yozib olish uchun ossilloqraflar qo'llaniladi, sxema tarkibiga kuchaytirgich (усилитель) qo'shiladi.



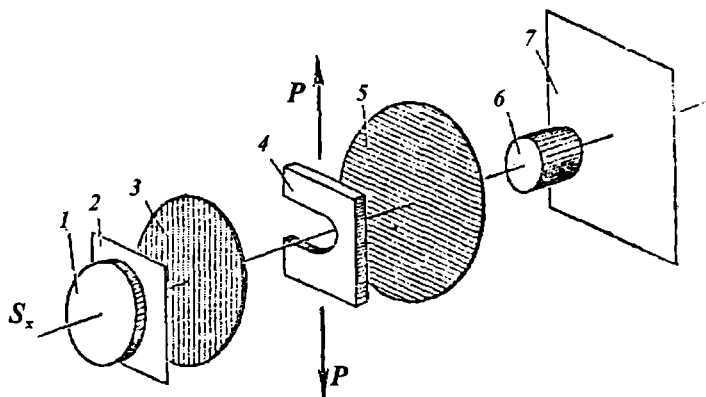
15.14-rasm.

15.4. Kuchlanishlarni optik usulda aniqlash

Kuchlanishlarni optik usulda tadqiq etishning mohiyati shundan iboratki, bunda optik aktiv materialdan (masalan, organik oynadan) yasalgan shaffof (прозрачный) model yuklanganda qutblangan yorug'lik uni yoritadi. Modelning ekrandagi tasvirida tasmalar sistemasi paydo bo'ladi, tasmalarning shakli va joylanishi modelning kuchlanish holatiga bog'liq. Olingan suratlarni tahlil qilish asosida hosil bo'lgan kuchlanishning qiymati aniqlanadi.

Qalinligi o'zgarmas bo'lgan modellarda optik usul yordamida tekis kuchlanish holatini osongina tahlil qilsa bo'ladi. Ayni chog'da hajmiy kuchlanish holatini tahlil qiladigan usullar ham mavjud. Ammo bu masala tajriba texnikasi jihatidan ham, olingan natijalarni qayta ishlash jihatidan ham ancha murakkab masala sanaladi.

Tekis modelni monoxromatik nurda yoritish holatini ko'rib o'tamiz.



15.15-rasm.

Uskunaning sxemasi 15.15-rasmda keltirilgan. Ushbu uskunada S – yorug'lik manbai, 1 – kondensator, 2 – yorug'lik filtri, 6 – obyektiv, 7 – ekran. Model (4) ikkita qutblantiruvchi element (3) va (5) orasiga joylanadi. Ularning birinchi – polarizator, ikkinchisi – analizator deb ataladi. Polarizator va analizatorlarning optik o'qlari orasidagi burchak 90° ni tashkil etadi. Bunda polarizator 3 dan o'tgan yorug'lik tutami gorizontal tekislikda qutblanadi (qutblanish vektori gorizontal holatda joylashadi, yorug'lik tebranishlari esa vertikal tekislik bo'yicha sodir bo'ladi). Qutblangan yorug'lik tutami analizatordan o'tmaydi va ekran yorishmaydi. Polarizator va analizator, aytishlaricha, qorong'ulikka o'rnatiladi. Model yuklanganida

qutblanish tekisligi aylanadi, natijada analizatoridan qisman yorug'lik o'tadi va ekranda yorug' va qora tasmlar paydo bo'ladi.

Bu hodisani batafsilroq ko'rib o'tamiz. Qutblangan yorug'likni o'xshashi (аналогн) ko'ndalang mexanik tebranishlar bo'lib, ularning ko'chishlari U garmonik qonun bo'yicha o'zgaradi.:

$$U = f \sin \omega t,$$

Bu yerda ω – ko'ndalang tebranishlar chastotasi bo'lib, qiymati yorug'lik to'liqini chastotasiga teng, a – tebranishlar amplitudasi, qiymati yorug'lik tutamining yorqinligiga (яркость) teng.

Gorizontall tekislikda qutblangan yorug'lik tutami zo'riqqan shaffof modeldan o'tadi, deylik (15.16-rasm). Vertikal tekislikdagi OA ko'chishni bosh o'qlar x va y bo'yicha tashkil etuvchilarga ajratamiz.

U holda,

$$U_x = a \cos \alpha \cdot \sin \omega t \text{ va } U_y = a \sin \alpha \cdot \sin \omega t \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Optik aktiv materialga kuchlanish berilsa, u anizotropga aylanadi va O_x hamda O_y tekisligidan o'tayotgan yorug'likning tezligi C_x hamda C_y har xil bo'lib qoladi. Optik aktiv materialga kuchlanish berilsa, u anizotropga aylanadi va O_x hamda O_y tekisligidan o'tayotgan yorug'likning tezligi C_x hamda C_y har xil bo'lib qoladi. Shuning uchun qalinligi h bo'lgan plastinkadan o'tayotgan yorug'likning o'tish vaqti ham turlicha bo'ladi:

$$t_x = \frac{h}{C_x} \quad t_y = \frac{h}{C_y}$$

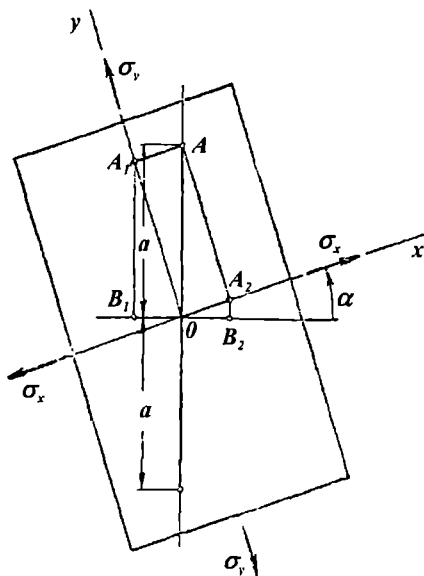
O_x hamda O_y tekisliklarida to'liqinlar tenglamalari plastinkadan o'tgandan keyin quyidagicha ifodalanadi:

$$U_x = a \sin \alpha \cdot \sin \omega(t - t_x) \quad (15.3)$$

Shunday qilib, tebranishlar faza bo'yicha siljigan bo'ladi. Fazalar farqi quyidagiga teng:

$$\omega(t_y - t_x).$$

Qorong'uga moslab o'rnatilgan analizatoridan faqat gorizontall tebranishlar o'tadi, ya'ni



15.16-rasm.

$U^1 = OB_2 - OB_1 = OA_2 \cos \alpha - OA_1 \sin \alpha$,
Yoki (15,3) ifodalarga muvofiq,

$$U^1 = a \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left[\sin \omega(t - t_x) - \sin \omega(t - t_y) \right].$$

Ba'zi soddallashtirishlardan so'ng uzil-kesil quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$U' = a \sin 2\alpha \cdot \sin \omega \frac{t_y - t_x}{2} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{t_x + t_y}{2} \right).$$

Bundan ko'rinadiki, namuna va analizatoridan o'tgan to'lqinning amplitudasi

$$a' = a \sin 2\alpha \cdot \sin \omega \frac{t_y - t_x}{2} \quad \text{bo'ladi.} \quad (15.4)$$

Binobarin, ekranga tushayotgan yorug'lik intensivligi fazalar farqi $\omega(t_y - t_x)$ hamda α burchakka bog'liqdir.

Agar qutblanish tekisligi bosh o'qlarning birini yo'nalishi bilan mos kelsa, $\sin 2\alpha = 0$ bo'ladi. Bunda ekranning tegishli nuqtalari qorong'ulashadi. Bundan tashqari fazalar farqi

$$\omega \frac{t_y - t_x}{2}$$

π songa karrali bo'lgan nuqtalar $\omega \frac{t_y - t_x}{2} = \pi n$ da ham ekranda qora tasmlar paydo bo'ladi. Bu yerda n istalgan butun son.

Natijada ekranda kelib chiqishi ikki xil bo'lgan qora tasmlar vujudga keladi.

Avvalambor, bosh o'qlar bilan qutblanish tekisligi o'zaro mos tushgan holda paydo bo'lgan bir yoki bir necha qora tasmlar. Bunday chiziqlar izoklin (izopona) deb ataladi. Qora tasmlarning ikkinchi turkumi $0, \pi, 2\pi$ ga karrali bo'lgan $\omega \frac{t_y - t_x}{2}$ ifodaga mos keladi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, fazalar farqi (yorug'likni Oy va Ox tekisliklaridan o'tish vaqtlari orasidagi farq) σ_y va σ_x kuchlanishlar farqiga proporsional bo'lar ekan, ya'ni

$$t_y - t_x = \frac{h}{c_y} - \frac{h}{c_x} = kh(\sigma_y - \sigma_x),$$

Bu yerda K – materialning optik aktivligiga bog‘liq bo‘lgan proporsionallik koeffitsienti.

Binobarin, tasmalarning ikkinchi xili uchun kuchlanishlar farqi $\sigma_y - \sigma_x$ o‘zgarmas miqdordir:

$$0; \frac{2\pi}{\omega kh}; 2\frac{2\pi}{\omega kh}; 3\frac{2\pi}{\omega kh}; \quad n\frac{2\pi}{\omega kh}.$$

Bu yerdagi n – tasmaning tartib raqami deyiladi.

Proporsionallik koeffitsienti K (optik doimiylik) namunani tajribadan ilgari oddiy cho‘zilishga sinash orqali aniqlanadi. Agar qutblangan yorug‘likda namuna materialidan ishlangan sterjen cho‘zilsa va undan kuchlanish

$$\frac{2\pi}{\omega kh}; 2\frac{2\pi}{\omega kh}; \text{ va h.k.}$$

qiymatlarda o‘tib tursa, namunaning ekrandagi tasviri ketma-ket qorayadi.

Ikki qorayish orasidagi yukni o‘lchash orqali $\sigma = \frac{2\pi}{\omega kh}$ aniqlanadi, keyin ω ning mazkur qiymati uchun k koeffitsienti topiladi.

Modeldagi qoramtir tasmalar izoponalaridan yengil farqlanadi. Agar polyarizator birgalikda og‘dirilsa, ya’ni α burchagi o‘zgartirilsa, izoponalar o‘zining shaklini o‘zgartiradi. $\sigma_y - \sigma_x$ tasmalari esa o‘zgarmas bo‘lib qolaveradi. Tekis modelning kuchlanish holatini tekshirishda shu usuldan foydalaniladi. Kutblanish tekisligini og‘dirish yo‘li bilan (ko‘pincha 5° interval bilan) izoponalar oilasi tuziladi. Izoponalar asosida modelda bosh kuchlarning trayektoriyalari qiyinchiliklarsiz quriladi.

Agar polyarizator va analizatorlarning holatini o‘zgartirmay, modelga qo‘yiladigan yukni o‘zgartirilsa, modelning tasvirida tasmalarning paydo bo‘lishi va siljishini ko‘rish mumkin. Masalan, prizmatik brus egilganda 15.17-rasmda ko‘rsatilgan tasmalar sistemasi hosil bo‘ladi.



15.17-rasm.

Modelning o'rta qismida, sof egilish bo'lgan joyda, tasmlarning bir tekisda joylashganligini ko'ramiz. Bu kesim balandligi bo'yicha kuchlanishlarning chiziqli qonun bo'yicha tarqalganligini bildiradi. Yuk ortgan sari brusning yuqori va pastki qirralarida yangi tasmlar hosil bo'lib, neytral chiziq tomon siljiydi. Bunda tasmlar zichlashadi, biroq tarqalish tarzi o'zgarmaydi. Yukni noldan boshlab ortira borib, har bir tasmaning tartibini juda oson aniqlasa bo'ladi, $\sigma_x - \sigma_y$ farq ham aniq topiladi.

Optik usul σ_x va σ_y ning qiymatlarini alohida aniqlash imkoniyatini bermaydi. Buning uchun boshqa yordamchi usullardan foydalanishga to'g'ri keladi. Bunday usullardan biri maxsus tenzometr yordamida turli nuqtalarda model qalinligining o'zgarishini o'lchashdan iborat. Δh kuchlanishlar yig'indisiga proporsional bo'lganligi sababli

$$\frac{\Delta h}{h} = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y),$$

kuchlanishlar yig'indisi va ayirmasi ma'lum bo'lgan taqdirda, kuchlanishlarning o'zini aniqlash qiyin emas. Biroq bu o'rinda elastiklik nazariyasining umumiy tenglamalaridan foydalanish maqbulroq hisoblanadi. Ammo bu usul haqida chuqurroq to'xtalish materiallar qarshiligi doirasidan chetga chiqish bo'ladi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan tekis modeldan monoxromatik yorug'lik o'tkazish yo'li bilan optik usulning imkoniyatlari tugamaydi. Ko'pincha modelni yoritish oq yorug'likda amalga oshiriladi. Bu holda ekranda qoramtir va yorqin tasmlar paydo bo'ladi. Bundan tashqari, modellarni yoritishda izoponallarni sindirish usuli ham bor. Fazoviy modellarning hajmiy kuchlanish holatini tekshirishda «muzlatish» usulidan foydalaniladi.

15.5. Muar tasmlari usuli

Mazkur usul kuchlanish holatlari tahlili amaliyotiga nisbatan keyinroq kirib kela boshladi va qator afzalliklarga ega bo'lishiga qaramay, hozirgi paytda kam qo'llaniladi.

Muar usuli ikkita bir xil yoki bir-biridan kam farq qiladigan parametrlari to'rtinchi ustma-ust qo'yganda qoramtir va yorqin tasmlar paydo bo'ladigan effektga asoslanadi. Hosil bo'ladigan surat muar nomi bilan yuritiladi. 15.18-rasmda ana shu effektning tasvirlanishi fotosurat berilgan.

Agar to'rtlardan birini tekshirilayotgan obyektga mahkamlansa, deformatsiya chog'ida to'rtning shakli o'zgaradi; chiziqlar orasidagi masofa

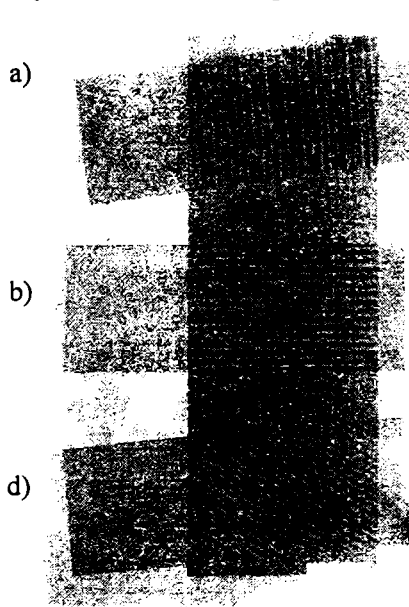
o'zgarib, chiziqlar egiladi. Shunga mos ravishda muar tasmalari surati ham o'zgaradi. Ularning shakli va joylashuviga qarab obyekt deformatsiyasi haqida fikr yuritisa bo'ladi. Shunga doir oddiy bir holni ko'rib o'tamiz.

Ko'ndalang chiziqli to'r yopishtirilgan tasma cho'zilayapti, deylik (15.19-rasm). Bu to'rning ustiga xuddi o'ziga o'xshagan to'r erkin tashlab qo'yilgan. Chiziqlari va yo'nalishi ham tagidagi to'r bilan bir xil. Namuna deformatsiyaga kirishmasidan ilgari ustki to'r chiziqlarining foni bir tekis bo'ladi: agar ustki chiziqlar pastki chiziqlar ro'parasiga tushsa – kulrang, yoniga to'g'ri kelsa qoramtir rang oladi. Namuna cho'zilganda birinchi to'r chiziqlari orasidagi masofa uzayadi va ko'ndalang yo'nalgan muar tasmalari hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan surat 15.18-rasm, b da tasvirlangan. Muar tasmalari orasidagi masofani aniqlash qiyin emas.

Chiziqlar sistemasining ko'ndalang qirqimini ko'rib o'tamiz (15.20-rasm). O'ng tomonda deformatsiyalanmagan etalon to'rning qirqimi (qadami a), chap tomonda – deformatsiyalangan to'r qirqimi berilgan. Uning qadami quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$a_1 = a(1 + \varepsilon),$$

bu yerda ε – sinalayotgan namunaning uzayishi.



15.18-rasm.

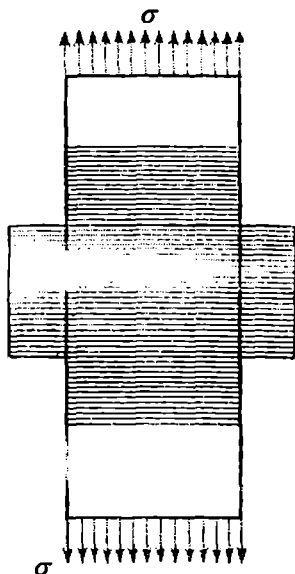
Qora muar tasma-sining o'rtasida (A nuqtasi) bir to'rning chizig'i ikkinchi to'rning yorqin tasma-siga to'g'ri kelayapti. Sxemadan ko'rinadiki, muar tasma-sining qadami deb hisoblangan S kesmasida, deformatsiyalanmagan to'rda n ta chiziq, boshqa to'rda $n-1$ ta chiziq joylashadi. Shunga ko'ra $S = na$ bo'ladi.

Boshqa tomondan, $S = (n-1)a_1$, bundan

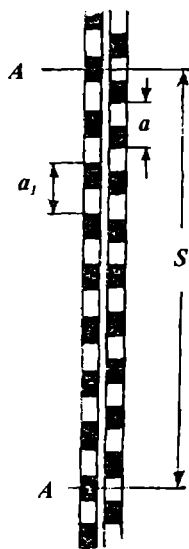
$$n = \frac{a_1}{a_1 - a} \text{ yoki } n = \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \text{ va}$$

$$\varepsilon = \frac{a}{S - a} \text{ kelib chiqadi.}$$

To'rning a parametri ma'lum



15.19-rasm.



15.20-rasm.

bo'lganligi sababli, muar tasmalari orasidagi masofa S ni o'lchab, bevosita ε ni hisoblasa bo'ladi. Tanishib chiqqan misolimizdan mazkur usulning mohiyati va uning polarizatsion optik usuldan prinsipial farqini yaqqol bilib oldik.

Muar to'rlarning o'zaro siljishi natijasida paydo bo'ladi. Bu ko'chishlarning o'ziga xos indikator. Deformatsiyaning o'rtacha qiymatini aniqlash uchun, ikki qo'shni tasmalar joylashuvi taqqoslanadi. Muar bu ma'noda tenzometrning avlodi hisoblanadi. Biroq ko'chishning nuqtaviy qiymatini bermay, ko'chishlarning sohaviy holatini ko'rsatadi.

Polarizatsion optik usulda ishlar biroz boshqacha. Bunda tasmalar siljishlar oqibatida emas, mahalliy deformatsiya natijasida paydo bo'ladi. Tasmalarning siyraklashuvi yoki zichlashuvi deformatsiyaning qiymatidan emas, balki uni o'lchash gradientidan darak beradi. Optik aktiv materialdan yasalgan plastinkani bir jinsli holatda cho'zilsa, hech qanday tasma ko'rinmaydi. Vujudga kelayotgan deformatsiya ma'lum qiymatidan o'tayotganda tasvir bir qorayib, bir oqarib turadi. Muar usulida esa oqarish va qorayish, deformatsiya tufayli emas, balki to'rlarni bir-biriga nisbatan

$\frac{a}{2}$ masofaga siljishi natijasida sodir bo'ladi.

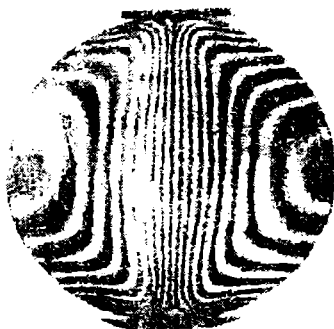
Tahlil tiliga o'tar ekanmiz, aytish mumkinki, deformatsiya ko'chishlardan olinadigan birinchi hosilalardan aniqlanadi. Muar usuli, demak, kuzatilayotgan ko'chishlar funksiyalarini so'zsiz differensiyalashni talab etadi. Tasmalar qadamini o'lchashda, ya'ni ko'chishlar farqini aniqlashda bu ishlar mavhum shaklda bajariladi. Bunday jarayon, tabiiyki, aniqlikni pasayishi bilan bog'liq, bu esa muar tasmalari usulini qo'llanish doirasini kamaytiradi. Agar deformatsiya kichik bo'lsa, tasmalar siyrak joylashadi. Tekshirilayotgan uchastka chegarasida ular kam miqdorda bo'ladi va katta uchastkalarda o'lchangan deformatsiyalarning o'rtacha qiymati, kuchlanish holati to'g'risida to'liq tasavvur bera olmaydi. Buning ustiga tasma chiziqlarining o'zi aniq tiniq emas, ulardan biror sonni aniq o'lchab olish qiyin.

Aytilganlardan, muar tasmalari usulini nisbatan katta deformatsiyalar vujudga keladigan obyektlarda qo'llash maqsadga muvofiq, degan xulosa chiqadi. Plastik deformatsiyalanadigan yoki tob tashlaydigan (ползучесть) konstruksiyalar tahlili ana shunday masalalar jumlasiga kiradi. Shuni qayd etish joizki, bu turdagi masalalar tahlili optik usullar doirasiga kirmaydi.

15.21-rasmda past modulli materialdan ishlangan diskni vertikal diametri bo'yicha siqqanda hosil bo'ladigan muar tasmalari surati tasvirlangan. a) holda to'rning chiziqlari gorizonttal, b) holda esa vertikal yo'naltirilgan. Har bir tasma (полоса) to'r chiziqlariga tik yo'nalgan, o'zaro teng ko'chishlarning geometrik o'rnini aks ettiradi. Tasmalar zichligi (частота) b) holdagiga nisbatan a) holda ko'proq ekanligi rasmdan yaqqol ko'rinib turibdi. Bu esa vertikal yo'nalishdagi deformatsiyalar gorizonttal yo'nalishdagiga nisbatan ko'proq ekanligini anglatadi.

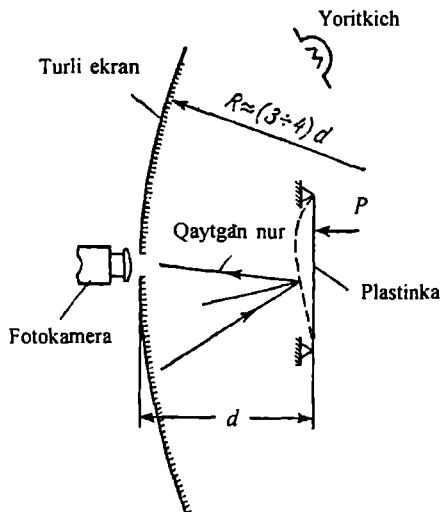


a)

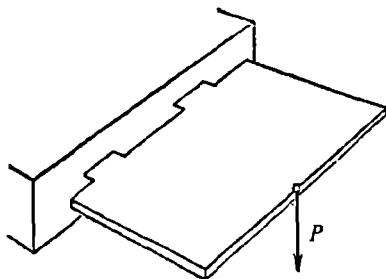


b)

15.21-rasm.



15.22-rasm.

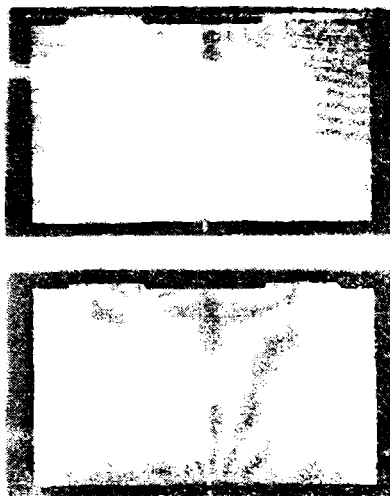


15.23-rasm.

Deformatsiyalanayotgan tekislikni, masalan, elastik plastina yoki membranalarni burchakli ko'chishlarini aniqlash usuli muar tasmlari usulining ko'rinishlaridan biri hisoblanadi. 15.22-rasmda burchak o'lchovchi uskuna-nining sxemasi berilgan. Bu yerda to'r silindrik ekranga tushiriladi, tekshiri-layotgan sirt esa yaltiroqlanadi.

Bu suratdan akslanib qaytgan to'r ikki marta fotosuratga olinadi: birinchi marta egilmagan va ikkinchi marta egil-gan plastinka holati uchun. Akslantiruv-chi sirtning og'ishi tufayli to'r siljiydi va muar effekti vujudga keladi. 15.21-rasmda ko'rsatilgan tasmlardan farqli ravishda bu yerda sirtning o'zaro teng og'ish burchaklari geometrik o'rni aks etgan. Burchakli ko'chishlar orqali plas-tinka egriligining qonuniyati aniqlanadi, keyin bular asosida kuchlanishlar hisoblanadi.

Misol tariqasida 15.23-rasmda bir tomoni ikki joyidan qistirilgan va yig'iq kuch bilan yuklangan to'g'ri to'rt-



15.24-rasm.

burchakli plastinka keltirilgan. 15.24-rasmda to'rtinchi joylashtirishning ikki holi uchun muar tasmalarining tarqalishi surati tasvirlangan.

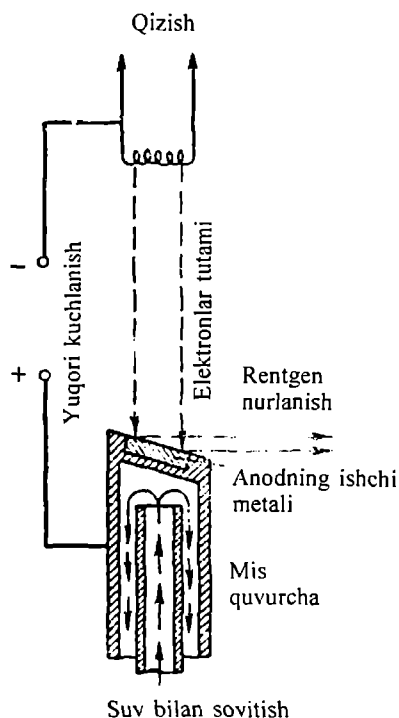
Hozirgi paytda muar tasmalari usulining bir qancha modifikatsiyalari ishlab chiqilgan, uning aniqlik darajasini va samaradorligini oshirishning qator yo'llari mavjud. Mazkur usul kuchlanish holati tahlili bilan shug'ullanuvchi tadqiqotchilar uchun xizmat qiladigan yaxshi qo'shimcha qurol vazifasini o'tashi mumkin.

15.6. Kuchlanishlarni aniqlashning rentgen usuli

Kuchlanishlarni aniqlashning rentgen usuli metallning kristal panjarasi atomlari orasidagi masofalarni o'lchashga asoslangan. Bu masofalar ikki sababga ko'ra: harorat va kuch ta'sirida o'zgarishi mumkin. Kuch qo'yilmagan holda atomlar orasidagi masofa ma'lum. Bu masofa bilan kuch-

lanish holatida o'lchangan masofani taqqoslash yo'li bilan nisbiy uzayishni topamiz hamda harorat ta'sirini hisobga olib, kuchlanishni aniqlaymiz.

Aytilgan gaplardan rentgen usulining muhim jihatlari ayon bo'ladi. Mazkur usul, metall obyektga o'lchash asboblari o'rnatmasdan, unda zo'riqtirishdan avval mavjud bo'lgan kuchlanishlarni aniqlash imkonini beradi. Oddiy tenzometrlash uslubida avval yuklanmagan konstruksiyaga tenzometr o'rnatib, undagi deformatsiyalar o'lchab olinar, keyin esa konstruksiya yuklangandan so'ng yana o'lchanar va o'lchov natijalari taqqoslanar edi. Kuchlanishlarni bunday o'lchaganda tenzometrlar texnologik ta'sirlardan vujudga keladigan kuchlanishlarni ilg'ab ololmaydi. Rentgen usuli kuchlanishlarning «mutlaq» qiymatini aniqlay oladi. Rentgen usu-



15.25-rasm.

li yordamida, masalan, payvand chok sovigandan keyin unda qoladigan qoldiq kuchlanishlarni topish mumkin. Tenzometrlar yordamida bu kabi ishlarni bajarib bo'lmaydi.

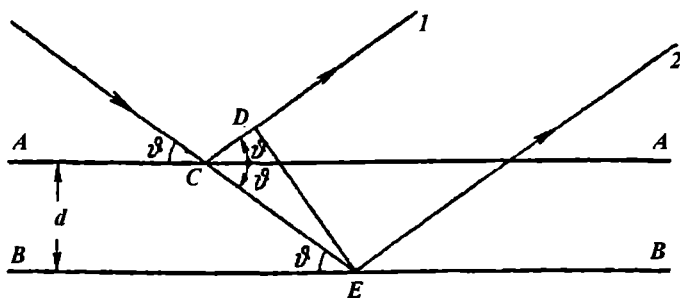
Ma'lumki, rentgen nurlanishi tez uchar elektronlar yoki ionlar tutamini (пучок) metall sirtiga urilishi natijasida vujudga keladi. Elektronlar tutami rentgen quvurchasida cho'g'lanuvchi ipni qizdirish va yuqori kuchlanish maydonida elektronlarni kuchaytirish yo'li bilan hosil qilinadi. Quvurcha anodiga urilgan elektronlar rentgen nurlarini paydo qiladi va bular aksariyat hollarda tutamga tik yo'nalishda tarqaladi (15.25-rasm). Ish jarayonida anod qattiq qiziydi va suv bilan sovitiladi. Issiqlikni tezroq kamaytirish maqsadida anod quvurchasi misdan yasaladi.

Rentgen quvurchasining nurlanish spektri elektron tutami tushayotgan metallga (anodning ishchi metaliga) hamda quvurchaga ta'sir etayotgan yuqori kuchlanishning qiymatiga bog'liq.

Metallardagi kuchlanishlarni rentgen usulida o'lchashda K – seriya deb ataladigan monoxromatik nurlardan foydalaniladi. Kerakli nurlanishni hosil qilish uchun quvurchaga yuqori kuchlanish beriladi. Po'lat konstruksiyalarni tekshirishda anodning ishlovchi metali sifatida kobalt ishlatiladi. Agar quvurchadagi anod kuchlanishi 7710 b dan oshmasa, rentgen nurlarining spektri uzluksiz bo'ladi, issiqlik nurlanishining eng qisqa to'liqlaridan (1,6 A) tortib, eng uzun to'liqlarigacha qamrab olgan bo'ladi. Anod kuchlanishi 7710 b dan oshsa, vaziyat keskin o'zgaradi. Uzluksiz spektrning intensivligi kamayadi va uning fonida ma'lum to'liqin uzunligiga ega bo'lgan aniq nurlanishlar vujudga keladi. Kobalt uchun bunday nurlanish uchta bo'ladi. Bular ichida intensivligi eng yuqori bo'lgan nurlanishning to'liqin uzunligi $\lambda=1,7853$ A. O'rtacha intensivlikka xos to'liqin uzunligi $\lambda=1,7893$ A. Bu ikki nurlanish K_{α} dubletini, ya'ni ikkinchi nusxasini tashkil etadi. Uchinchi nurlanish kuchsiz bo'ladi va amaliy ahamiyatga ega emas. Kuchlanishni yanada oshirilishi spektr xarakterini o'zgartirmaydi, nurlanish intensivligi ortadi, xolos. To'liqin uzunliklari ham o'zgarishsiz qoladi.

Rentgen nurlanish to'liqlarini tekshirilayotgan metall atomlari elektronlariga ta'sir etib, ularni to'liqin chastotasida tebranishga majbur etadi. Shunday qilib atom elektronlarining o'zi tebranish manbayiga aylanib qoladi va rentgen nurlarini tushayotgan tutam to'liqini uzunligida tarqatadi. Atomlar tekshirilayotgan metallning kristall panjarasida ma'lum tartibda joylashganligi sababli, elektronlardan chiqadigan nurlar interferensiyalanadi. Natijada kristallga tushayotgan rentgen tutami, kristallardan to'liqin uzunligi, panjara o'lchamlari va rentgen tutamining tushish burchagi orasidagi o'zaro nisbat-

ga qarab, ma'lum yo'nalishlarda tarqaladi. Bu nisbat Breg sharti nomi bilan yuritiladi.



15.26-rasm.

Breg sharti odatda rentgen nurlarini ma'lum kristall tekisligidan qaytish sharti tariqasida talqin etiladi, aslida bu qaytish emas, balki kristall panjaralardagi atomlarda elektronlar qo'zg'alishidan vujudga kelgan tebranishlar interferensiyasidir.

Agar biron kristall panjarada ikkita o'zaro parallel tekisliklar AA va BB ni ko'radigan bo'lsak, bunda Breg shartini anglash qiyin emas (15.26-rasm).

Tekisliklarga tushayotgan va ulardan qaytayotgan rentgen nuri, 1 va 2 to'liq yo'llari orasidagi farq butun sonlardan iborat bo'lgandagina kuchayadi. Bunda

$$CE - CD = n\lambda,$$

yoki

$$\frac{d}{\sin \theta} - \frac{d}{\sin \theta} \cos 2\theta = n\lambda,$$

bu yerda d – tekisliklar orasidagi masofa. Uzil kesil

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (a)$$

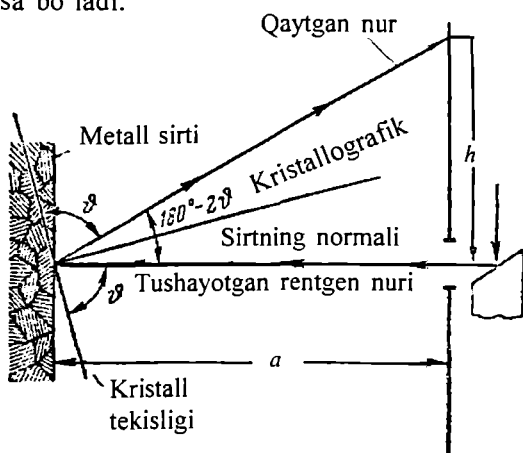
bo'ladi. Mana shu – Breg shartining matematik ifodasi hisoblanadi. Bu rentgen nurlarning biror tekislikdan qaytishi, tushayotgan nur ma'lum θ burchagi ostida bo'lib, yuqoridagi nisbat saqlangan holdagina yuz berishini bildiradi. n soni qaytish tartibi deb ataladi.

Endi rentgen nurini tekshirilayotgan namuna sirtidan qaytish sxemasi bilan tanishamiz. Sirtga tik ravishda tushayotgan tutam diametri 1,5–2mm bo'lgan yuzachani egallaydi (15.27-rasm). Bu yuzachada, tajribalarning ko'rsatishicha, katta miqdorda yoritilgan kristallchalar orasida Breg sharti-

ga mos keladigan kristallar ham bo'ladi. Bunda nur kristallardan qaytadi. Qaytgan nurlar konus shaklida sirt hosil qilib, cho'qqidagi burchagi $360^\circ - 4\theta$ ga teng bo'ladi. Agar ularning yo'lga fotoplyonka qo'yilsa, unda radiusi h ga teng bo'lgan (15.27-rasm) aylana tasviri paydo bo'ladi.

$$\operatorname{tg}(180^\circ - 2\theta) = -\operatorname{tg}2\theta = \frac{h}{a} \quad (b)$$

ekanligi ko'rinib turibdi. Bu yerda a – plyonkadan metall sirtigacha bo'lgan masofa. h va a o'lchab olinadi, bular orqali θ burchak topiladi. Agar (a) ifodaga qaytadigan bo'lsak, to'lqin uzunligi λ va qaytish tartibi n ma'lum bo'lsa, kristall tekisliklari orasidagi masofa d ni topish mumkin. Bu o'lchamni kuchlantirilmagan kristall o'lchami d_0 bilan taqqoslanadi. Shu yo'l bilan kristallning qaytaruvchi sirtiga tik yo'nalgan uzayishni aniqlasa bo'ladi.



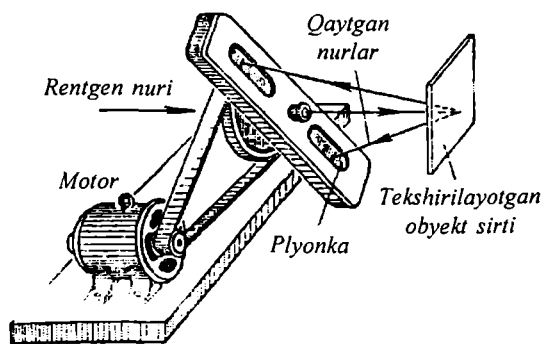
15.27-rasm.

Amalda aytilgan ishlarni bajarish ancha qiyin. O'lchov ishlarini bajarishda katta aniqlik talab etiladi, chunki d va d_0 miqdorlar bir-biriga yaqin miqdordardir. Ularning farqi yanada kichik son bo'ladi.

Plyonkadan namunagacha bo'lgan a masofani o'lchash ham ancha qiyinchilik tug'diradi. Bu masofa aslida 50 mm lar atrofida bo'ladi va uni chizg'ichda o'lchash yaxshi natija bermaydi, chunki mikrongacha bo'lgan katta aniqlik talab etiladi. Mikrometr ga o'xshagan boshqa aniqroq o'lchov asbobidan ham foydalanib bo'lmaydi. Chunki kassetadagi plyonka o'lchov asbobi ta'sirida qirilishi yoki egilishi mumkin. Shunga ko'ra o'lchangan a

masofasi haqiqiy masofadan biroz farq qilishi mumkin. Shuni ham e'tiborga olish kerakki, kunduzgi sharoitda ishlaganda plyonka oddiy yorug'likni o'tkazmaydigan qora qog'oz bilan o'raladi, biroq bu qog'oz rentgen nurlarini bemalol o'tkazadi. Qog'oz ma'lum qalinlikka ega, o'lchash jarayonida buni ham hisobga olish zarur.

Tajriba jarayonida ro'y beradigan qiyinchiliklar quyidagi tartibda bar-taraf etiladi. Tekshirilayotgan nuqtada metall sirti tozalanadi, kislota surtila-di. Keyin tozalangan sirtga (odatda elektrolit yo'li bilan) boshqa biror met-allning kristallari qoplanadi. Po'lat konstruksiyalarni tekshirishda bunday maqsadlar uchun ko'pincha oltin ishlatiladi. Suratga olganda plyonkada temir kristallaridan va oltin kristallaridan qaytgan rentgen nurlari chiziqlari hosil bo'ladi. Oltin kristallari elektrolit yo'li bilan qoplanganligi sababli, ular kuch-lanmaydi va oltinning kristall panjarasidagi atomlari orasidagi masofasini ma'lum deb qabul qilsa bo'ladi. Bu esa Breg sharti (a) dan oltin uchun θ burchagini aniqlash imkonini beradi. Agar ishlangan plyonkadan oltin chi-ziqlari orasidagi $2h$ masofa o'lchab olinsa, u holda (b) ifodadan yuqori dara-jadagi aniqlikda izlanayotgan a masofani aniqlash mumkin. Shunday qilib, mazkur masofa plyonkadagi chiziqlarni o'lchash yo'li bilan bilvosita aniqla-nadi. Ammo bu ishlar ham ba'zi qiyinchiliklardan holi emas.



15.28-rasm.

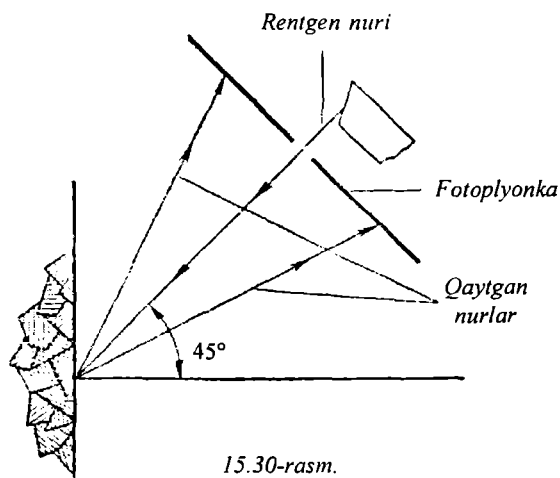


15.29-rasm.

Eng avval shuni aytish kerak-ki, tekshirilayotgan namunaning yoritilgan yuzachasidagi qaytgan kristallar soni 10–20 martalab oʻlchanadi. Plyonkada esa uzluksiz qoramtir chiziqlar emas, balki radiusi h ga teng boʻlgan aylana boʻylab joylashgan, har xil miqdorda yoritilgan yigirmaga yaqin nuqtalar paydo boʻladi. Natijaning oʻrtacha qiymatiga ega boʻlish uchun, suratga olish paytida plyonka rentgen nuri oʻqi atrofida aylantiriladi. Bunda plyonkada uzluksiz ravishda yoritilgan chiziqlar vujudga keladi. Plyonka ingichka tasmacha koʻrinishida olinadi, chunki yoritilgan chiziqni diametrini oʻlchash uchun toʻliq tasma boʻlishi shart emas. 15.28 rasmda aks kame-rasi deb atalgan, motor yordamida aylantiriladigan kasseta koʻrsatilgan. 15.29-rasmda plyonkadan olingan fotosurat-rentgenogramma tasvirlangan. Unda temir va oltinning chiziq izlari koʻrinib turibdi. Chiziqlar ikkilangan, chunki yuqorida aytganimizdek, kobalt nurlanganda uning dubleti (ikkinchi nusxasi) hosil boʻladi. Yorqinroq chiziqning toʻlqin uzunligi $\lambda=1,7853\text{A}$, xirarogʻiniki esa $\lambda=1,7892\text{A}$ ga teng. Tabiiyki rentgenogrammadan olinadigan oʻlchovlar yorqinroq chiziqdan olinadi.

Rentgenogrammaning chiziqlari aniq tiniq koʻrinishga ega emas, shuning uchun asosiy xatoliklar ana shu chiziqlarni oʻlchash jarayonida kelib chiqadi. Agar oʻlchash uchun mikrofotometr deb nomlanuvchi asbobdan foydalanilsa, oʻlchov natijalari aniq boʻladi. Bunda chiziqning qoraygan joylarini aniq oʻlchash mumkin, buni oddiy koʻzda bajarish ancha qiyin, albatta.

Oʻlchash jarayonida plyonkaga qayta ishlov berishda uning kirishishini hisobga oluvchi tuzatishlar amalga oshiriladi. Buning uchun kassetada na-



15.30-rasm.

zorat tirqishlari qoldiriladi, buning natijasida rentgenogrammaning yonida ikki o'tkir tishning tasviri paydo bo'ladi (15.29-rasm). Tishlar orasidagi masofani plyonkada va kassetada o'lchash va taqqoslash yo'li bilan yo'l qo'yilgan xatolikni tuzatish mumkin.

Murakkab kuchlanish holatida bosh kuchlanish va bosh o'qlarni aniqlash uchun birgina rengenogramma kamlik qiladi. Chindan ham, yuqoridagi usul bo'yicha, tik o'qqa yaqin yo'nalishda, nisbiy uzayish aniqlanadi xolos, binobarin,

$$\frac{\Delta d}{d} \approx -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2).$$

Ikki kuchlanish va burchakni aniqlash uchun qo'shimcha ravishda yana ikkita o'lchov olish talab etiladi. Bu o'lchovlar tekshirilayotgan sirtning normal bo'yicha emas, balki burchak ostida (masalan, 45° burchak ostida) yoritish yo'li bilan amalga oshiriladi (15.30-rasm). Shunday qilib, bosh o'q va bosh kuchlanishlarni aniqlash masalasi prinsipial jihatdan hal etsa bo'ladigan masalaga aylanadi.

Rentgen usuli qoldiq kuchlanishlarni aniqlashda boshqa usullarga nisbatan katta afzalliklarga ega bo'lishiga qaramasdan, amaliyotda keng tarqalmagan. Buning sababi, qo'llaniladigan asboblarning qo'polligi va o'lchovlar tahlilining murakkabligidir. Ayni chog'da rentgen usulining aniqlik darajasi ham nisbatan yuqori emas, nega deganda, plyonkadan o'lchovlar olinayotgan paytning o'zida ba'zi xatoliklarga yo'l qo'yiladi. Va nihoyat, rentgen usuli undan foydalanishni qiyinlashtiradigan yana bir o'ziga xos jihatga ega. U ham bo'lsa shundan iboratki, rentgen nurlarining qaytarishi kristall panjara tekisliklariga nisbatan tanlash xususiyatiga ega bo'lganligi sababli, kristallning elastik anizotropi masalasi paydo bo'ladi. Tekshirilayotgan obyekt umuman izotrop, uning ba'zi kristallariga anizotrop, kuchlanishlarni hisoblashda bu ham e'tiborga olinishi zarur, chunki qaytgan nurlar plyonkaga istalgan tekislikdan kelib tushmay, faqatgina kristallografik yo'nalishi mos bo'lgan tekislikdagina yetib keladi. Shuning uchun kuchlanishlarni hisoblashda, umuman aytganda, elastik doimiylar E va μ ning o'rtacha qiymatlaridan emas, balki kristallarning tegishli tekisliklariga xos bo'lgan qiymatlaridan foydalanish maqsadga muvofiq. Aytilgan qiyinchiliklarni bartaraf etishga doir bir qancha ishlar qilingan, ammo bu masalani uzil-kesil hal qilingan deb aytib bo'lmaydi. Kuchlanishlarni aniqlashning rentgen usuli hali ancha takomillashishga muhtoj.

15.7. Lok qoplash usuli

Lok qoplash usuli shundan iboratki, bunda tekshirilayotgan konstruksiyaga yupqa qatlamda lok surtiladi. Lok quriganda metalga zich yopishgan yupqa plyonka hosil bo'ladi. Lokning tarkibi shunday tanlanadiki, plyonkani cho'zilishdagi uzayishi metallning elastik uzayishi chegarasida bo'lsin. Sinalayotgan obyekt yuklanganida kuchlanishlar katta bo'lgan zonada lok qoplamada mayda yoriqlar hosil bo'ladi.

Tajribalarning ko'rsatishicha, yoriqlarning yo'nalishi cho'zilish o'qiga tik bo'ladi. Izotrop material uchun bu cho'zilishdagi bosh kuchlanishlar yo'nalishiga mos keladi. Shaffof lokda bu yoriqlar ko'zga yaxshi tashlanadi va bosh o'qlarning yo'nalishi osongina aniqlanadi. Tanlangan lokning uzilish chog'idagi uzayishi tonirovka (sozlash) payitida tekis namunani tenzometr yordamida mexanik sinash orqali aniqlanadi.

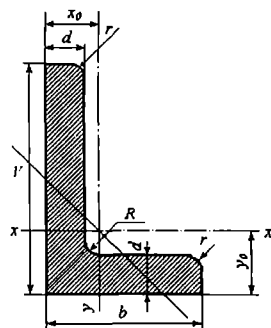
Siqilish zonasidagi bosh kuchlanishlar juda oddiy yo'l bilan aniqlanadi. Konstruksiyaga kuch qo'yiladi va kuchlangan sirt loklanadi. Konstruksiya yukdan bo'shatilganda siqilish zonasida yoriqlar paydo bo'ladi.

Lokning oddiy va qulay tarkibi sifatida 100 g nok essensiyasiga 50 g kanifol va 5 g selluloid qo'shib tayyorlangan eritmani tavsiya etsa bo'ladi. Uzilish uzunligi turlicha bo'lgan loklar oilasini tayyorlash uchun juda ko'p retseptlar mavjud.

Lok qoplash usuli kuchlanishlarni aniqlashda mustaqil usul sifatida emas, balki yordamchi-taxmin qiluvchi usul sifatida ahamiyatlidir. Chunki bu usul yordamida oddiy vositalardan foydalanib, kerakli zonalarda bosh o'qlar yo'nalishini va hosil bo'layotgan kuchlanishlarning taxminiy qiymatlarini osongina aniqlash mumkin. Oldindan o'tkazilgan bu kabi sinovlardan so'ng kuchlanish holatlarini bexato aniqlash uchun qarshilik datchiklarini maqsadga muvofiq ravishda joylashtirish imkoniyatlari paydo bo'ladi.

Xulosa

Biz mazkur bobda konstruksiya elementlarida hosil bo'ladigan deformatsiya va kuchlanish holatlarini eksperimental usullar orqali aniqlashni o'rgandik. Eksperimental usullarning bir qancha turlarini ko'rib o'tdik. Bu usullar kelajakda bino va inshoot konstruksiyalari texnik holatiga baho berishda asqotadi.



Prokat profillarning sortamentlari

Yonlari tengmas burchakliklar
(GOST 8510-57)

Shartli belgilar

V – polka balandligi

b – polka kengligi

d – polka qalinligi

r – polka yoni radiusi

i – inersiya radiusi

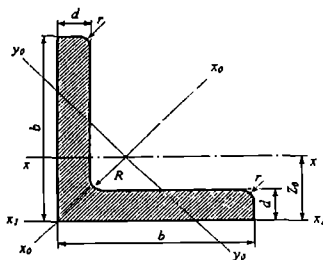
x_0 , b, y_0 – og'irlik markazi masofalari

Profil nomeri	O'lchamlari					Kesim yuzi, A	Og'ir- ligi (kg/m)	O'qlarning spravka miqdorlari											
	V	b	d	R	R			x-x		y-y		x ₁ .x ₁		y ₁ -y ₁		u-u			
								J _x	i _x	J _y	i _y	J _{x1}	Y ₀	J _{y1} min	X ₀	J _u min	i _u min	O'qning qiyalik burchagi tg α	
Mm					sm ²	kG	sm ⁴	sm	sm ⁴	sm	sm ⁴	sm	sm ⁴	sm	sm ⁴	sm	sm ⁴	sm	
2.5\1.6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392	
3,2\2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,17	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,83	0,4	0,28	0,43	0,382	
			4			1,94	1,52	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43	0,374	
4\2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	1,48	3,08	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54	0,385	
			4			2,47	1,94	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54	0,381	
4,5\2,8	45	28	3	5	1,7	2,14	1,68	4,41	1,43	1,32	0,79	9,02	1,47	2,20	0,64	0,79	0,61	0,382	
			4			2,80	2,20	5,68	1,42	1,69	0,78	12,1	1,51	2,98	0,68	1,02	0,60	0,379	
5\3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	1,90	6,17	1,60	1,99	0,91	12,4	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403	
			4			3,17	2,49	7,98	1,59	2,56	0,90	16,6	1,65	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401	
5,6\3,6	56	36	3,5	6,0	2,0	3,16	2,48	10,1	1,79	3,30	1,02	20,3	1,80	5,43	0,82	1,95	0,79	0,407	
			4			3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406	
6,3\4,0	63	40	5	7,0	2,3	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404	
			4			4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397	

			5			4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,72	0,86	0,396
			6			5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7/4,5	70	45	4,5	7,5	2,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5			5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5/5	75	50	5	8	2,7	6,11	4,97	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6			7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8			9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
8/5	80	50	5	8	2,7	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9,5\6	90	56	5,5	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8			11,18	8,77	90,9	2,85	26,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
10\6,3	100	63	6	10	3,3	9,59	7,53	98,311	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1	8,709	3	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,45	20,8	1,37	0,392
			8			12,6	8712,1	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10			15,5		154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11\7	110	70	6,5	10	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8			12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			7			13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5\8	125	80	7	11	3,7	14,1	11,12	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8			16	5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			10			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			12			23,4	18,3	365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	65,5	1,72	0,400
14\9	140	90	8	12	4	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409
16,10	160	100	9	13	4,3	22,9	18	606	5,15	186	2,85	1221	5,19	300	2,23	110	2,2	0,391
			10			25,3	19,8	667	5,13	204	2,84	1359	5,23	335	2,28	121	2,19	0,390
			12			30	23,6	784	5,11	239	2,82	1634	5,32	405	2,36	142	2,18	0,388
			14			34,7	27,3	897	5,08	272	2,82	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385
18/11	180	110	10	14	4,7	28,3	22,2	952	5,8	276	3,12	1933	5,88	444	2,44	165	2,42	0,375
			12			33,7	26,4	1123	5,77	324	3,1	2324	5,97	537	2,52	194	2,40	0,374

			14			34,7	27,3	897	5,08	272	2,82	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385
18/11	180	110	10	14	47	28,3	22,2	952	5,8	276	3,12	1933	5,88	444	2,44	165	2,42	0,375
			12			33,7	26,4	1123	5,77	324	3,1	2324	5,97	537	2,52	194	2,40	0,374
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,9	27,4	1449	6,45	446	3,58	2920	6,5	718	2,79	264	2,75	0,392
			12			37,9	29,7	1568	6,43	482	3,57	3189	6,54	786	2,83	285	2,74	0,392
			14			43,9	34,4	1801	6,41	551	3,54	3726	6,62	922	2,91	327	2,73	0,390
			16			49,8	39,1	2026	6,38	617	3,52	4264	6,71	1061	2,99	367	2,72	0,988
25\16	250	160	12	18	6	48,3	37,8	3147	8,07	1032	4,62	6212	7,97	1634	3,53	604	3,54	0,410
			16			63,6	49,9	4091	8,02	1333	4,58	8308	8,14	2200	3,69	781	3,50	0,408
			18			71,1	55,8	4545	7,99	1475	4,56	9358	8,23	2487	3,77	866	3,49	0,407
			20			78,5	61,7	4987	7,97	1613	4,53	10410	8,31	2776	3,85	949	3,48	0,405

Yonlari teng burchakliklar
(GOST 8508-57)



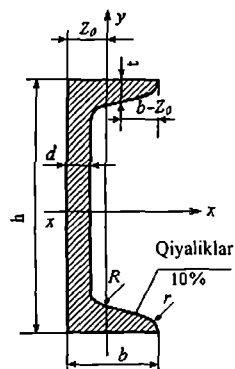
O'lchamlari					Profil- ning yuzi, A	Og'irligi (kg/m)	O'qlar uchun							
Profillar nomeri	b	d	R	r			X-X		X ₀ -X ₀		Y ₀ -Y ₀		X ₁ -X ₁	Z ₀
							I _x	i _x	I _{x0}	i _{x0}	I _{y0}	i _{y0}	I _{x1}	
Mm					Sm ²	Kg	Sm ⁴	Sm	Sm ⁴	Sm	Sm ⁴	Sm	Sm ⁴	Sm
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
		4			1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73
		4			1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89
		4			2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94
3,6	36	3	4,5	1,5	2,10	1,65	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99
		4			2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04
4	40	3	5	1,7	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09
		4			3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13
4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26
		5			4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30

5	50	4	5,5	1,8	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5			4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	3,5	6	2	3,86	3,03	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50
		4			4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	7	2,3	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5			6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6			7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,9	1,78
7	70	4,5	8	2,7	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5			6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6			8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7			9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8			10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
7,5	75	5	3	3	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6			8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7			10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8			10,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15
		9			12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6			9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7			10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8			12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10	3,3	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7			12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8			13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9			15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55

10	100	6,5	12	4	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8			15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10			19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16			29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	12	4	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
12,5	125	8	14	4,6	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9			22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10			24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12			28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14			33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16			37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
14	140	9	14	4,6	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
		10			27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12			32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90
16	160	10	16	5,3	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30
		11			34,4	27,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35
		12			37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39
		14			43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47
		16			49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55
		18			54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63
		20			60,4	47,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,49

18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,49
20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
		16			62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,65	1438	3,91	6733	5,89
		30			111,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
25	250	16	24	8	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	
					87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	
					97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	
					106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	
					119,7	94,0	7000	6,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	
					133,1	104,5	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	
					142,0	111,4	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	

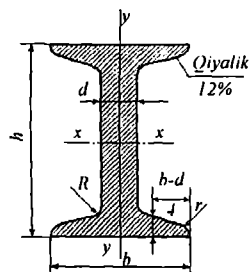
Shvellerlar (GOST 8240-56)



397

Profil nomeri	I m uzunasi- ning og'irligi. kg	O'lchamlari, m,m				Kesim yuzi, A	O'qlar uchun								Z ₀
		h	b	d	t		x-x				y-y				
							J _x	W _x	i _x	S _x	J _y	W _y	i _y		
							Sm ²	Sm ⁴	Sm ³	Sm	Sm ⁴	Sm ³	Sm	Sm	
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6.16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7.51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8.98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10.9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13.3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15.6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17.0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	184	187	
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18.1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80	
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19.05	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	

18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	22,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	246
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	973	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	278	267
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	144	642	73,4	3,23	275



Qo'shtavrli balkalar (GOST 8239-56)

Shartli belgilar

h – polka balandligi
b – polka kengligi
d – polka qalinligi
t – devorning o'rtacha qalinligi
R – ichki yoy radiusi

I – inersiya momenti
W – qarshilik momenti
S – kesim yarmining statik momenti
r – polka yoyi radiusi
i – inersiya radiusi

Profil nomeri	I m uzunasi- ning og'irligi, kg	O'lchamlari, mm						Kesim yuzi, A	O'qlar uchun							
		h	b	d	t	R			x-x				y-y			
									J _x	W _x	i _x	S _x	J _y	W _y	i _y	
									sm ²	sm ⁴	sm ³	sm	sm ³	sm ⁴	sm ³	sm
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1840	184	8,23	104	115	23,1	2,07	
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,3	2,37	
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5210	371	11,2	210	260	41,5	2,54	
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	
40	56,1	400	155	8,0	13,0	15	6	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05	
45	65,2	450	160	8,6	14,2	16	7	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12	

B.A. HOBILOV, N.J. TO‘YCHIYEV

**MATERIALLAR
QARSHILIGI**

Oliy o‘quv yurtlarining arxitektura va qurilish ta‘lim
yo‘nalishi talabalari uchun darslik

«O‘zbekiston faylasuflari milliy jamiyati» nashriyoti.
100029, Toshkent shahri, Matbuotchilar ko‘chasi, 32-uy.
Tel: 236-55-79; faks: 239-88-61.

Nashr uchun mas‘ul *M. Tursunova*
Muharrir *I. Karimov*
Texnik muharrir *A. Berdiyeva*
Musahhih *H. Zokirova*
Sahifalovchi *Z. Boltayev*

Bosishga ruxsat etildi: 10.07.2008. «Tayms» garniturası. Ofset usulida chop etildi.
Qog‘oz bichimi 60x84 1/16. Shartli bosma tabog‘i 26,0. Nashr bosma tabog‘i 25.
Adadi 500 nusxa. Buyurtma №

«AVTO-NASHR» bosmaxonasida chop etildi.
Manzil: Toshkent sh., 8-mart ko‘chasi, 57-uy.