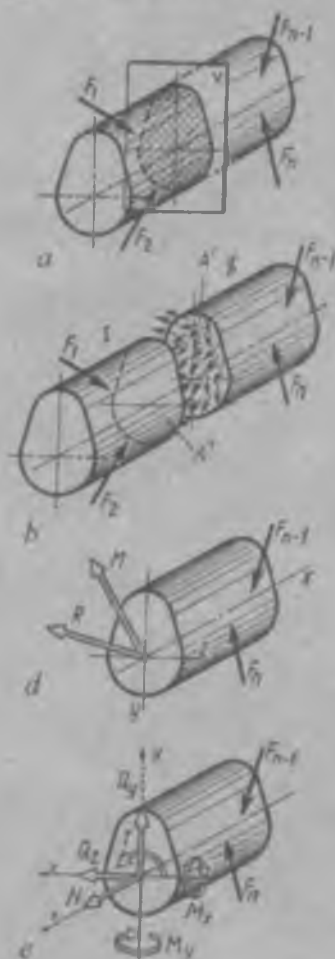


TEXNIK MEXANIKA

NAZARIY MEXANIKA,
MATERIALLAR
QARSHILIGI



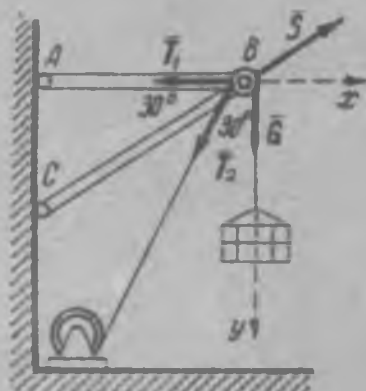
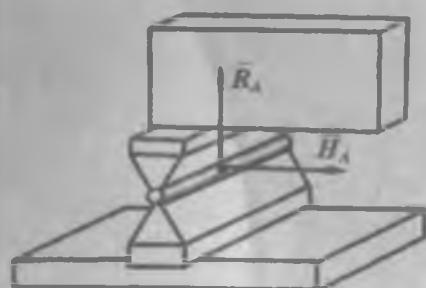
ISBN 978-9943-325-50-0



9 789943 325500

TEXNIK MEXANIKA

TEXNIK MEXANIKA



NAZARIY MEXANIKA,
MATERIALLAR
QARSHILIGI



30.1a
T-44

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
O'RTA MAXSUS, KASB-HUNAR TA'LIMI MARKAZI

A. N. Nabiyeu, S. D. Nurmurodov,
J. Sh. Shosalimov, A. N. Husainov

TEXNIK MEXANIKA

*NAZARIY MEXANIKA,
MATERIALLAR QARSHILIGI*

Kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma

Toshkent
«Talqin»
2008



Ushbu o'quv qo'llanma o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi tizimidagi o'quv muassasalari uchun texnik mexanika faniga tegishli dastur asosida yozilgan.

Kitobda nazariy mexanikaning statika, kinematika va dinamika elementlariga oid qismlari hamda materiallar qarshiligi bayon etilgan, muhandislik amaliyotining turli sohalarida uchraydigan ba'zi muhim masalalar yechimi keltirilgan.

Mazkur o'quv qo'llanma o'rta maxsus kasb-hunar ta'limi tizimi o'quvchilariga mo'ljallangan.

Taqrizchilar:

texnika fanlari nomzodi, dotsent *A. A. Umarov*;
Toshkent aviasozlik kasb-hunar kolleji o'qituvchisi
U. N. Qoraboyev

Texnika fanlari nomzodi,
dotsent A. N. Nabiyeuving umumiy tahriri ostida

T 44 **Texnik mexanika: Kasb-hunar ta'limi muassasalari uchun o'quv qo'll.** / A. N. Nabiyeu, S. D. Nurmurodov, J. Sh. Shosalimov, A. N. Husainov. – T.: Talqin, 2008. – 240 b.

Sarlavhada: O'zR Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi, O'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi markazi.

BBK 30.12ya721

ISBN 978-9943-325-50-0

© O'zR FA «Fan» nashriyoti.
2004.

© «Talqin» nashriyoti, 2008.

SO'ZBOSHI

Kadrlar tayyorlash milliy dasturining ikkinchi – sifat bosqichi talablari doirasida ta'lim mazmunini yanada boyitishda uslubiy ta'minot: barcha ta'lim muassasalarini zamon talablariga javob beruvchi o'quv adabiyotlari bilan ta'minlash muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bois, fan-texnika va texnologiya rivojlanishining hozirgi zamon talablariga va Davlat ta'lim standartlari dasturiga mos keladigan, o'zbek tilida yozilgan darslik, o'quv qo'llanmalariga ehtiyoji kun sayin ortmoqda.

Ushbu kitobga mualliflarning oliy o'quv yurtlarida o'qigan ma'ruzalari, amaliy-tajriba mashg'ulotlari o'tkazishdagi materiallari asos qilinib olingan.

Ushbu o'quv qo'llanma sanoatning mashinasozlik, avtomobilsozlik, samolyotsozlik, metallurgiya, oziq-ovqat mahsulotlari ishlab chiqarish, matbaa ishlab chiqarishi sohaları hamda transport va qurilish sohaları bo'yicha mutaxassislar tayyorlayotgan o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi o'quv muassasalari uchun mo'ljallangan.

O'quv qo'llanmani yozish jarayonida mualliflar materiallarni shunday joylashtirishga harakat qilganlarki, turli tayyorlov yo'nalishlariga mo'ljallab tuzilgan o'quv dasturi asosida qisqartirilgan holda mashg'ulotlar o'tish zaruriyati tug'ilgan hollarda bir necha paragrafni, hatto ba'zi boblarni ham chetlab o'tish mumkin. Bundan tashqari, dasturda ko'zda tutilgan juda keng materiallarni qisqa, sodda va tushunarli holda bayon etishga harakat qilingan.

Qo'lyozmani sinchiklab o'qib, uning mazmuni va sifatini oshirish borasida bergan foydali maslahatlari uchun texnika fanlari nomzodi, dotsent P. Y. Jumaniyozovga mualliflar samimiy minnatdorehilik bildiradilar.

O'quv qo'llanmaning sifatini boyitishga qaratilgan barcha tanqidiy fikr-mulohazalari uchun kitobxonlarga oldindan minnatdorchilik bildiramiz.

Mualliflar

KIRISH

*«Kim harakat qonunlari bilan tanish
bo'lmasa, u tabiatni o'rgana olmaydi»*

G. Galiley

Moddiy dunyodagi barcha jismlar va ularning qismlari doimiy ravishda harakat qiladi.

Harakat so'zi juda keng ma'noni anglatadi.

Harakat deganda, jismlarning oddiy ko'chishidan tortib, molekulyar, atomlar, elektronlar, elektromagnit hodisalari, fizik-kimyoviy, biologik o'zgarishlarda sodir bo'ladigan murakkab jarayonlarni tushunish lozim.

Har qanday harakat fazoning ma'lum joyida va ma'lum vaqtda sodir bo'lganligi tufayli fazo, vaqt va harakat o'zaro uzviy bog'liqlikda bo'ladi. Harakat materiyaning yashash shakli bo'lib, harakatsiz materiya va materiyasiz harakat bo'lmaydi.

Harakatning turlaridan biri mexanik harakatdir.

Vaqt o'tishi bilan jismlarning bir-birlariga nisbatan fazoda ko'chishi mexanik harakat deyiladi. Bu harakat jismlarning o'zaro ta'sirlashuvi natijasida sodir bo'ladi.

Mexanika dunyoda uchraydigan hamma moddiy jismlarning o'zaro ta'siri qonunlarini va harakatlarini o'rgatadigan tabiiy fan bo'lib, u juda uzoq tarixga ega.

Mexanikaning rivojlanish tarixini quyidagi uchta asosiy davrga bo'lib o'rganish ma'qul:

qadimiy davr mexanikasi – Aristotel davridan XVI asrgacha bo'lgan davr;

uyg'onish davri mexanikasi – XVI asrdan XX asr boshigacha bo'lgan davr;

hozirgi davr mexanikasi – XX asr boshidan shu kungacha bo'lgan davr.

Birinchi davr boshida qadimgi yunonistonlik qomuschi-olim Aristotel (eramizdan avvalgi 384–322-yillar) o'zining «Mexanika» degan asarida

mexanikani boshqa fanlardan ajratgan. Yunon olimi Arximed (eramizdan avvalgi 287–212-yillar) richagga qo'yilgan kuchlarning muvozanati, jismlarning yuzasi, hajmi, og'irlik markazini aniqlash usullari, jismlarning suzish shartlari va suyuqliklarning gidrostatik bosimi haqidagi ta'limotlarni yaratdi.

Sharq allomalarining mexanika rivojiga qo'shgan hissalari juda muhimdir.

Hozirgi zamonda o'rta asr sharq olimlarining birgina statikaga oid 50 dan ortiq asarlari to'g'risida ma'lumotlar mavjud. O'rta asr islom mamlakatlari olimlari mexanikani «ilm al-xiyol» («ustalik bilan yasalgan moslamalar to'g'risidagi ilm») deb yuritishib, unda o'sha davrga mos texnik mexanika masalalari ko'rilgan. Mazmuniga mos bo'lgan eng qadimiy asar – Abu Abdulloh al-Xorazmiyning (IX asr) «Fanlar kaliti» kitobi bo'lib, uning alohida bobi mexanikaga bag'ishlangan.

Sharq olimlaridan Abu Rayhon Beruniy (973–1048), Abu Ali ibn Sino (980–1037), Ulug'bek Muhammad Tarag'aylar (1394–1449) mexanika fanining rivojlanishiga katta hissa qo'shganlar. Beruniy va ibn Sino asarlarida umuman harakat (shu jumladan, mexanik harakat), planetalarning harakatiga oid fikrlar bayon etilgan. Ulug'bek planetalar harakatini, shuningdek Quyosh va Oyning harakatini katta aniqlikda hisoblay olgan.

Ikkinchi davrda polshalik ulug' astronom Nikolay Kopernik (1473–1543) geosentrik* nazariya o'miga yangi geliotsentrik nazariyani kashf qilib, unda olamning markazida Quyosh joylashgan, Yer ham boshqa sayyoralar singari Quyosh atrofida va o'z o'qi atrofida aylanadi, degan fikrlarni ilmiy-nazariy jihatdan isbotlagan. Bu o'rinda shuni ta'kidlash muhimki, Abu Rayhon Beruniy va Abu Ali ibn Sinolar ham N.Kopernikdan avvalroq geliotsentrik nazariyani sifat jihatidan tavsiflab, ular olamning markazida Yer bo'lishi mumkin emas, chunki Yerning massasi Quyoshning massasiga nisbatan ancha kichik, shu bois olamning markazida Quyosh turadi va Quyosh atrofida sayyoralar, shu jumladan Yer ham aylanishi mumkin, degan fikrlarni ilgari surganlar.

* Geosentrik nazariyani Ptolemey yaratgan.

Kopernik ta'limotining davomchilaridan biri italiyalik olim Galileo Galilei (1564–1642) turli xil jismlarning bo'shliq – havosiz fazoda erkin tushishini tajribalar yordamida o'rgandi, Yerga nisbatan ixtiyoriy burchak hosil qilib otilgan jismlarning harakati haqidagi masalani o'rgandi. Bundan tashqari, moddiy jismlar harakati ustida o'tkazilgan tajriba-kuzatishlarni umumlashtirib inersiya qonunini yaratdi.

Galiley birinchi bo'lib ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak brusning egilishga qarshiligi kesim yuzi balandligining kvadratiga mutanosib ekanligini to'g'ri aniqlagan.

Galiley va uning izdoshlari g'oyalarini ingliz olimi Isaak Nyuton (1643–1727) rivojlantirib, tezlanish va kuchning mutanosibligi, ta'sir va aks ta'sir tengligi, butun olam tortilishi kabi mexanikaning eng muhim, asosiy qonunlarini kashf qildi.

Bundan tashqari, mexanika fanining turli sohaları rivojlanishiga R. Guk, T. Yung, J. Dalamber, M. Shal, P. Varinyon, L. Eyler, M. V. Lomonosov, M. V. Ostrogradskiy, P. L. Chebishev, F. S. Yasinskiy kabi olimlar ham muhim hissa qo'shganlar.

Uchinchi davr A. Eynshteynning (1879–1955) maxsus (1905) va umumiy (1916) nisbiylik nazariyalari** paydo bo'lishi bilan boshlanadi.

Zamonaviy konstruksiya (bino, inshoot, mashina-mexanizm va h.)lar yaratishda, xususan, Yerning sun'iy yo'ldoshlarini, kosmik kemalarni uchirish, ularni Oy sirtiga qo'ndirish, Mars va Pluton sayyoralariga yaqinlashish, ularning fotosuratlarini olish, kosmik kemalar yordamida Yerdagi foydali qazilma boyliklarning xaritalarini tuzish, kosmonavtika yutuqlarini xalq xo'jaligining turli sohalarida qo'llashda mexanika fanining qonun va qoidalari beqiyos ahamiyatga ega. Shu jihatdan qaraganda mexanikaning qonun va qoidalari asosida yaratilgan kashfiyotlar, masalan N. Y. Jukovskiyning (1847–1921) aerodinamikaga oid ilmiy asarlari, K. E. Siolkovskiyning (1857–1935) raketa nazariyasi, suyuq yonilg'ida ishlaydigan raketa dvigateli

**A. Eynshteyn tezligi yorug'lik tezligiga yaqin bo'lgan mikrozarrahalar harakatini tavsif etish uchun Galiley-Nyutonning uchta asosiy qonunlari asosida tuzilgan klassik mexanikaning «ojiz»ligini va shuning uchun uni o'zgartirish zarurligini ko'rsatib, mashhur nisbiylik nazariyasini yaratgan. Nisbiylik nazariyasi klassik mexanikani inkor qilmaydi, balki uning takomillashuviga yordam beradi.

nazariyasi, I. V. Meshcherskiyning (1859–1935) o'zgaruvchan massali jismlarning harakati nazariyasi, S. P. Korolyov (1906–1966) rahbarligida yaratilgan ballistik va geofizik raketalar, Yerning sun'iy yo'ldoshlari va turli kosmik kemalar, taniqli o'zbek olimlaridan X. A. Rahmatulinning (1909–1988) inshootlar zaminini loyihalash va hisoblashda, kema zirhi mustahkamligini aniqlashda qo'llaniladigan «Rahmatulin to'lqinlari» nazariyasi, M. T. O'rozboyevning (1906–1971) ip mexanikasi va inshootlarning zilzilabardoshligi nazariyasiga oid ilmiy izlanishlari, V. Q. Qobulovning (1921-yilda tug'ilgan) tutash muhitlar mexanikasi masalalarini algoritmlash, avtomatik boshqarish tizimlarini yaratishga oid ilmiy ishlari mexanika fanining amaliy ahamiyatga ega bo'lgan ko'p tarqoqli fan ekanligini tasdiqlaydi.

Mexanikaning turli sohalari rivojiga taniqli olimlarimizdan T. Sh. Shirinulov, T. R. Rashidov, Y. U. Saatov, H. H. Usmonxo'jayev, B. M. Mardonov, G' . H. Hojimetov, Sh. Mamatqulov, Sh. N. Norimov kabilar munosib hissa qo'shganlar.

Tabiatda ro'y beradigan hamma hodisa va jarayonlarning asosida harakat yotishi shubhasiz. Shu bois, mexanikaning qonun va qoidalari barcha hodisa yoki jarayonlarga tegishli bo'lib, ular ayniqsa hozirgi zamon texnikasining asosiy ilmiy bazasi bo'lib xizmat qiladi.

Hozirgi zamon mexanikasi fizika, matematika, astronomiya, kimyo, biologiya, materialshunoslik, elektron hisoblash mashinalari va informatika kabi aniq fanlar bilan chambarchas bog'langan holda rivojlanmoqda. Mexanika fani og'ir sanoat (mashinasozlik, samolyotsozlik, asbobsozlik va shu kabilar), to'qimachilik va yengil sanoat hamda qurilish sohalarining rivojlanishida muhim, yetakchi o'rin egallaydi.

Fan-texnika jadal sur'atlar bilan rivojlangan, ishlab chiqarish jarayonlari mexanizatsiyalashtirilayotgan va avtomatlashtirilayotgan hozirgi paytda mexanika nomi bilan bevosita bog'liq va uning asosiy tarkibiy qismi bo'lgan texnik mexanika fanini puxta o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Texnik mexanika fani eng muhim umumtexnika bilimlar majmuyini o'zida mujassamlashtirib, nazariy mexanika (statika, kinematika va dinamika), materiallar qarshiligi hamda mashina detallari kabi bir-biriga uzviy bog'liq bo'lgan uchta mustaqil bo'limlardan tashkil topgan.

Texnik mexanikaning tarkibiy qismlari hisoblangan statika, kinematika, dinamika, materiallar qarshiligi, quyidagi masalalarni o'rganadi:

statika – jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni sodda holga keltirish yo'llari;

kinematika – jismlarning massasi va ularga ta'sir etuvchi kuchlar e'tiborga olinmagan holda, ularning harakatini faqat geometrik nuqtayi nazardan tekshirish usullari;

dinamika – jismlarning harakatini uni vujudga keltiruvchi kuchga bog'liq holda tekshirish usullari;

materiallar qarshiligi – mashina yoki inshootning tarkibiy qismlarida paydo bo'ladigan zo'riqish kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash usullari hamda turli materiallarning mexanik xossalarini tajriba (eksperiment) yordamida tekshirish usullari.

STATIKA

I BOB. STATIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AKSIOMALARI

1.1-§. Asosiy tushunchalar va ta'riflar

Statikada jismlarning muvozanati o'rganiladi. Moddiy jismlarning muvozanati mexanik harakatning xususiy holi bo'lib, bunda uning ma'lum qismiga qo'zg'almas qilib mahkamlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan tinch vaziyati tushuniladi.

Jismlar qo'zg'almas qilib mahkamlanganda «tinch holatda» turadi, deyish mumkin. Masalan, dastgoh tinch holatda turibdi, deymiz. Haqiqatan ham dastgoh beton yordamida yerga qo'zg'almas qilib o'rnatilgan. Lekin aslida dastgoh Yer bilan birgalikda Quyosh atrofida murakkab harakat qiladi.

Demak, tabiatda mutlaq (absolyut) qo'zg'almaydigan jism bo'lmaydi va bo'lishi ham mumkin emas.

Jismlarning mexanik harakati va muvozanatini tekshirishda statikaning quyidagi asosiy tushunchalaridan foydalaniladi:

1. *Moddiy nuqta* deganda o'lchamlari va shakli ma'lum sharoitda hisobga olinmaydigan, massasi bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilinadigan jism tushuniladi.

2. *Mutlaq qattiq jism* deganda kuch ta'sirida istalgan nuqtalari orasidagi masofa doimo o'zgarmasdan qoladigan qattiq jism tushuniladi.

Tabiatda mutlaq qattiq jism uchramaydi, har qanday jism ham ozmi-ko'pmi deformatsiyalanib shakli va o'lchamlarini o'zgartiradi. Ko'pincha bu o'zgarishlar jismning o'lchamlariga nisbatan juda kichik bo'lganligi sababli, mexanik harakatni yoki muvozanatni o'rganishda ular e'tiborga olinmaydi.

3. Jismlar o'zaro ta'sirining miqdor o'lchovi *kuch* deyiladi.

Kuchlar turli xil ko'rinishda namoyon bo'ladi: og'irlik kuchi, inersiya kuchi, elektrlangan va magnitlangan jismlarning tortishish yoki itarishish kuchlari, ishqalanish kuchlari, biror jismni bir joydan boshqa joyga ko'chirish, uni ko'tarish, tezligini o'zgartirish uchun zarur bo'lgan kuchlar va h.

Kuch yo'nalishi, moduli (son qiymati) va qo'yilish nuqtasi bilan tavsiflanuvchi vektor kattaligidir (1.1-shakl).



1.1-shakl

Kuch yotgan KL to'g'ri chiziq $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'i deyiladi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da kuch birligi qilib Nyuton, qisqacha N qabul qilingan (1-ilova).

4. Jismga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar to'plami *kuchlar tizimi* deyiladi.

Jismga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar tizimi ko'rsatadigan ta'sirni boshqa $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \dots, \vec{Q}_n$ kuchlar tizimi bilan almashtirilganda jismning holati o'zgarmasa, bunday ikki kuch tizimi *teng kuchli (ekvivalent) kuchlar tizimi* deyiladi.

Bu kuchlarning teng kuchliligi quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \dots, \vec{Q}_n) \quad (a)$$

5. Kuchlar tizimi $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n)$ ning ta'sirini bitta $\vec{R}$ kuch bera olsa, bunday kuch *kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi* deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R} \quad (b)$$

6. Kuchlar tizimi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa yoki inersion harakatda bo'lsa (masalan, jismning barcha nuqtalari o'zgarmas va bir xil tezlik bilan harakatlansa), jismning bunday holati muvozanat holati deyiladi. Kuchlar tizimi ta'siridagi jism muvozanat holatida bo'lsa, u *muvozanatlashgan kuchlar tizimi* yoki *nolga teng kuchli tizim* deyiladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim 0 \quad (d)$$

7. Statikada jismning muvozanati deganda uning tinch holati tushuniladi.

Jismning harakati yoki holati boshqa jism bilan bog'langan koordinatalar sistemasiga nisbatan tekshiriladi. Odatda bunday koordinatalar sistemi *sanoq sistemasi* deyiladi.

Statikada Yer bilan bevosita bog'langan sanoq sistemasi ishlatiladi.

1.2-§. Statikaning aksiomalari

Statika masalalarini yechish tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan quyidagi aksiomalarga asoslanadi:

1-aksioma. *Erkin jismning ixtiyoriy ikki nuqtasiga 1.2-shaklda tasvirlanganidek miqdorlari teng, yo'nalishi esa mazkur nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri*

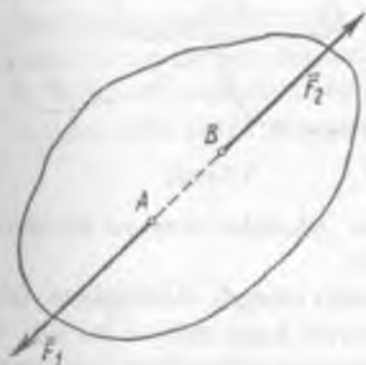
chiziq bo'yicha qarama-qarshi yo'nalgan ikkita kuch ta'sir etsa, bunday kuchlar o'zaro muvozanatlashadi.

Kuchlar orasidagi munosabatlarni quyidagicha yozish mumkin:

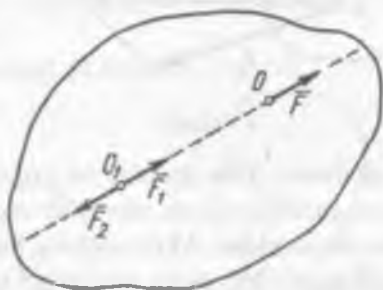
- miqdori jihatdan $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$;
- yo'nalishi jihatdan $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ (manfiy ishora kuchlarning o'zaro qarama-qarshi yo'nalganligini ko'rsatadi).

Shunday qilib, bunday ikki kuchdan tashkil topgan tizim nollik tizimdan iborat bo'ladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0.$$



1.2-shakl



1.3-shakl

2-aksioma. *Nolga ekvivalent tizimni jismga ta'sir etuvchi kuchlar tizimiga qo'shish yoki undan ayirish bilan kuchlar tizimining jismga ta'siri o'zgarmaydi.*

Bundan quyidagi natija kelib chiqadi: *kuchning miqdori va yo'nalishini o'zgartirmagan holda, o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan ixtiyoriy boshqa nuqtaga ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi.*

Isbot. Jismning O nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (1.3-shakl). $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'ida O_1 nuqtani olib, unga miqdorlari $\vec{F} = \vec{F}_1 = \vec{F}_2$ bo'lgan hamda mazkur chiziqda yotuvchi $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$ tizimni qo'shamiz.

1-aksiomaga asosan, $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$ bo'lganidan uni tashlab yuborsak, u holda O_1 nuqtada $\vec{F}_1$ kuch qoladi. Nihoyat O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch o'miga O_1 nuqtaga qo'yilgan xuddi shunday $\vec{F} = \vec{F}_1$ kuchga ega bo'lamiz. Natija isbotlandi.

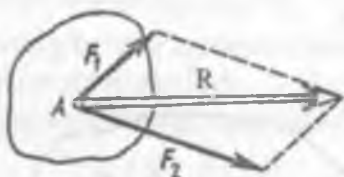
3-aksioma (parallelogram aksiomasi). *Jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yilgan turli yo'nalishdagi ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi:*

- mazkur kuchlarning ta'sir chiziqlari kesishgan nuqtaga qo'yiladi;
- miqdor jihatidan berilgan kuchlardan qurilgan parallelogramning diagonaliga teng;

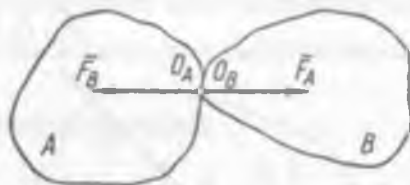
- parallelogram diagonalini bo'ylab yo'naladi.

Jismning biror A nuqtasiga qo'yilgan, o'zaro α burchakni tashkil etuvchi

$\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini $\vec{R}$ bilan belgilaymiz (1.4-shakl). Aksiomaga ko'ra $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.



1.4-shakl



1.5-shakl

4-aksioma. *Har qanday ta'sirga miqdor jihatidan teng va yo'nalishi qarama-qarshi bo'lgan aks ta'sir mavjuddir.*

Bu aksiomadani ikkita muhim xulosa kelib chiqadi. Birinchidan, ta'sir bo'lgan joyda har doim aks ta'sir ko'rsatuvchi kuch mavjud bo'ladi. Ikkinchidan esa, ta'sir va aks ta'sir etuvchi kuchlar bir-birlarini muvozanatlashtirmaydi, chunki ular boshqa jismlarga qo'yilgan. Masalan, A jismning B jismga ko'rsatadigan $\vec{F}_A$ ta'sir kuchi B jismning O_B nuqtasiga qo'yiladi. B jismning A jismga $\vec{F}_B$ ta'sir kuchi esa A jismning O_A nuqtasiga qo'yiladi (1.5-shakl). $\vec{F}_A$ va $\vec{F}_B$ kuchlar miqdor jihatidan bir-biriga teng va ta'sir chiziqlari umumiy bo'lib, qarama-qarshi tomonga yo'nalgan:

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B.$$

Bu aksioma Nyutonning uchinchi qonunini ifodalaydi.

5-aksioma. *Agar muvozanat holatidagi deformatsiyalanuvchi jism mulq qattiq jismga aylansa, uning muvozanati buzilmaydi.*

Bu aksioma qotish prinsipi deyiladi.

1.3-§. Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari

Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa, u *erkin jism* deyiladi.

Jismning harakati yoki holati biror sabab bilan chegaralangan bo'lsa, u erkin bo'lmagan jism yoki *bog'lanishdagi jism* deyiladi. Jismning harakati

yoki holatini cheklovchi sabab *bog'lanish* deyiladi. Masalan, vagonning vertikal yo'nalishdagi harakatini rels cheklaydi. Boshqacha aytganda, vagon bog'lanishdagi jism, rels bog'lanish vazifasini bajaradi.

Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siri *bog'lanish reaksiya kuchi* yoki *q'isq'acha reaksiya kuchi* deyiladi.

Bog'lanishdagi jismlarning harakati qaysi tomondan cheklangan bo'lsa, reaksiya kuchi shu yo'nalishga teskari yo'nalgan bo'ladi.

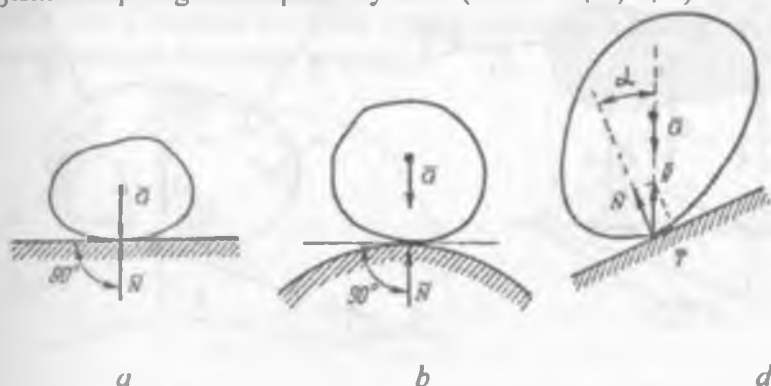
Reaksiya kuchlarini aniqlash statikaning asosiy vazifalaridan hisoblanadi.

Reaksiya kuchlarini aniqlashda jismni bog'lanishdan bo'shatish aksiomasidan foydalaniladi: bog'lanishlarning berilgan jismga ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, har qanday bog'lanishdagi jismni erkin jism deb qarash mumkin.

Bog'lanishdagi jismlarning bir-biriga tegib turgan qismidagi ishqalanish kuchini e'tiborga olmay, bog'lanishlarni quyidagi guruhlarga ajratish mumkin:

1. Silliq sirt vositasida bog'lanish:

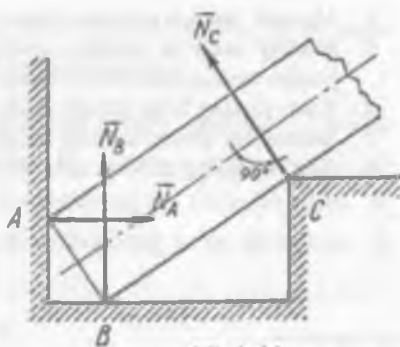
a) jism silliq sirtga A nuqtada tayanadi (1.6-shakl, a , b , d).



1.6-shakl

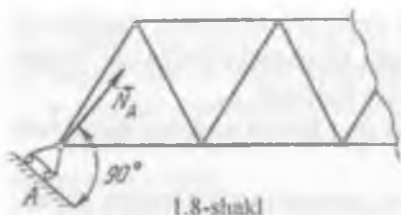
Chizmalardan ko'rinib turganidek, silliq sirt jismning shu sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha harakatini cheklaydi. Shuning uchun silliq sirtning reaksiya kuchi sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha yo'naladi;

b) jism A nuqtada vertikal devorga, B nuqtada polga, C nuqtada ikki yoqli burchak qirrasiga tayanadi (1.7-shakl).



1.7-shakl

Vertikal devor va polning $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$ reaksiya kuchlari A va B nuqtalarda



1.8-shakl

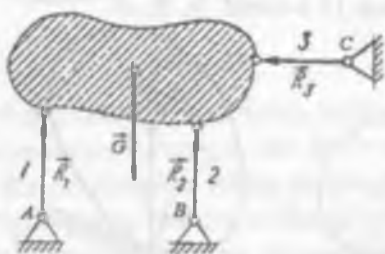
mos ravishda devor va polga o'tkazilgan perpendikulyar bo'yicha yo'naladi. Ikki yoqli burchakdan tashkil topgan qirra-ning reaksiya kuchi esa C nuqtada to'singa o'tkazilgan perpendikulyar bo'yicha yo'naladi;

d) jism (ferma*) silliq sirtga g'altaklar vositasida tayanib turibdi (1.8-shakl).

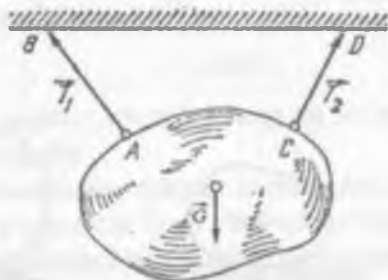
A nuqtadagi reaksiya kuchi R sirtga perpendikulyar yo'naladi.

2. Cho'zilmaydigan ip (zanjir, qayish yoki sterjen)lar vositasidagi bog'lanishlar (1.9-shakl, a , b).

Jism iplar vositasida osib qo'yilganda, reaksiya kuchlari ip bo'ylab yo'nalgan bo'ladi va ular *taranglik kuchlari* deb yuritiladi.



a



b

1.9-shakl

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Statika nimani o'rganadi?
2. Mexanik harakat deganda nimani tushunasiz?
3. Moddiy nuqta va moddiy, mutlaq qattiq, erkin, erkin bo'lmagan (bog'lanishdagi) jismlar tushunchalarini ta'riflang.
4. Kuch va teng ta'sir etuvchi kuch nima? Ularning o'lchamligi qanaqa?
5. Statikaning aksiomalaridan birini tushuntiring.
6. Bog'lanishning qanday turlarini bilasiz?

* Ferma to'g'risida ikkinchi bo'lim (2.1-§) da kengroq ma'lumot berilgan.

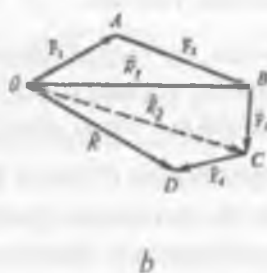
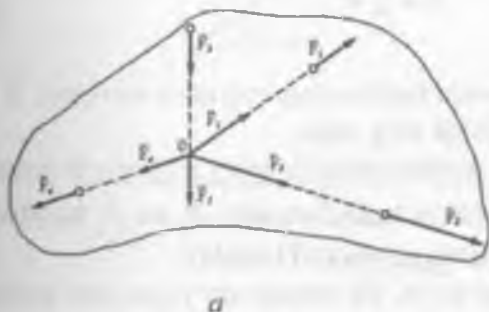
II BOB. BIR NUQTADA KESISHUVCHI KUCHLAR TIZIMI

1.4-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni qo'shish

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar tizimi *bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi* deyiladi.

Statika aksiomasi natijasiga asosan (I bob, 1.2-§ dagi 2-aksiomaga qarang), kuchlarni ta'sir chizig'i bo'ylab ko'chirib, bu chiziqlar kesishadigan umumiy nuqtaga keltirilganda, kuchlarning mutlaq qattiq jismga ta'siri o'zgarmaydi. Bu esa bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimini doimo bir nuqtaga qo'yilgan kuchlarning teng kuchli tizimi bilan almashtirish imkonini beradi.

Faraz qilaylik, mutlaq qattiq jismga tekislikda kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlar tizimi ta'sir etsin (1.10-shakl, a). Kuchlarning ta'sir chizig'i davom ettirilganda, ular K nuqtada kesishadi. Statika aksiomasi natijasiga muvofiq, kuchlarni K nuqtada ko'chirish mumkin.



1.10-shakl

K nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisini kuchlar uchburchagi qoidasiga asosan aniqlaymiz.

Avval $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarni qo'shamiz. Buning uchun ixtiyoriy O nuqtaga masshtabi va yo'nalishini saqlagan holda $\vec{F}_1$ kuchni qo'yamiz (1.10-shakl, b). $\vec{F}_1$ kuchning oxiriga $\vec{F}_2$ kuchni joylashtiramiz. O nuqta bilan $\vec{F}_2$ kuchning uchini birlashtirib $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}_1$ ni hosil qilamiz:

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1.2)$$

Endi $\vec{R}_1$ ning uchiga $\vec{F}_3$ kuchni qo'yamiz. Agar O nuqta bilan $\vec{F}_3$ kuchning uchini birlashtirsak, $\vec{R}_1$ va $\vec{F}_3$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}_2$ hosil bo'ladi:

$$\vec{R}_2 = \vec{R}_1 + \vec{F}_3 \text{ yoki } \vec{R}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \quad (1.3)$$

Yuqoridagi tartibda $\vec{R}_2$ ning uchiga kuchni joylashtirib, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlaymiz:

$$\vec{R} = \vec{R}_2 + \vec{F}_4 \text{ yoki } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum_{i=1}^{n=4} \vec{F}_i \quad (1.4)$$

Hosil bo'lgan $OABCD$ shakl kuchlar ko'pburchagi deyiladi. Bu ko'pburchakning yopuvchi OD tomoni bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini moduli va yo'nalishi bo'yicha ifodalaydi.

Agar mutlaq qattiq jismga bir nuqtada kesishuvchi n ta kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsa, u holda (1.4) ifoda

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (1.5)$$

ko'rinishda yoziladi.

Demak, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng ekan.

Xususiy hol. Faraz qilaylik, mutlaq qattiq jismning ixtiyoriy A nuqtasiga qo'yilgan hamda o'zaro α burchakni tashkil etuvchi $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini ajratish talab etilsin (1.11-shakl).

Parallelogramm aksiomasiga ko'ra, bir nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1.6)$$

1.11-shakl, b da kuchlar uchburchagi tasvirlangan; $A_1B_1C_1$ uchburchakning yopuvchi A_1C_1 tomoni $\vec{R}$ ga teng.

Kosinuslar teoremasiga asosan $\Delta A_1B_1C_1$ dan teng ta'sir etuvchining moduli aniqlaymiz:

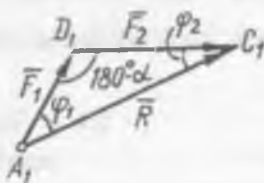
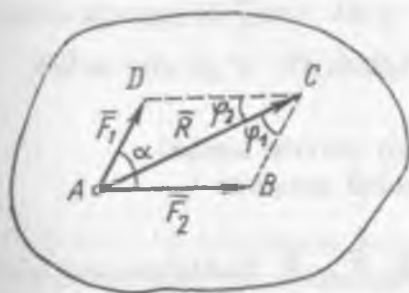
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha)}$$

yoki

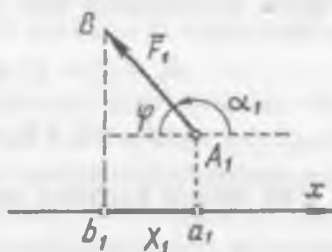
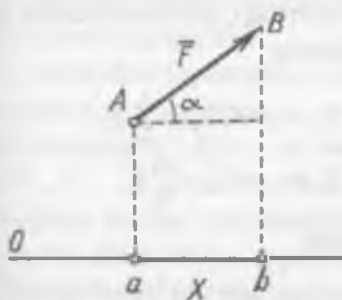
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad (1.7)$$

Teng ta'sir etuvchi kuch $\vec{R}$ ning $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar bilan tashkil etgan φ_1 va φ_2 burchaklari sinuslar teoremasidan aniqlanadi:

$$\frac{F_1}{\sin \varphi_2} = \frac{F_2}{\sin \varphi_1} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)} \quad (1.8)$$



1.11-shakl



1.12-shakl

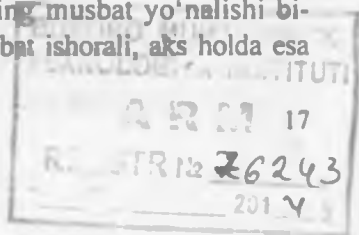
1.5-§. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi

Kuch bilan o'q bir tekislikda yotsa, $\vec{F}$ kuchning Ox o'qdagi proyeksiyasi-ni aniqlash uchun kuch vektorining boshi A va uchi B nuqtadan Ox o'qqa tegishlicha Aa va Bb perpendikulyar punktir chiziqlar o'tkazamiz (1.12-shakl, a).

Gorizontal o'qdagi ab kesma $\vec{F}$ kuchning Ox o'qdagi proyeksiyasini ifodalab, quyidagiga teng bo'ladi:

$$ab = F \cos \alpha \quad \text{yoki} \quad X = F \cos \alpha \quad (1.9)$$

Agar a nuqtadan b nuqtaga ko'chish Ox o'qning musbat yo'nalishi bilan mos tushsa. (1.9) ifodaning o'ng tomoni musbat ishorali, aks holda esa manfiy ishorali bo'ladi (1.12-shakl, b):



$$X_1 = F_1 \cos \alpha = F_1 \cos(180^\circ - \varphi) \text{ yoki } X_1 = -F_1 \cos \varphi \quad (1.10)$$

Demak, kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli hamda kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng.

Bu ta'rifga muvofiq, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ yoki $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ bo'lganda $X=0$, $\alpha=0$ bo'lganda $X=F$, aksincha $\alpha=\pi$ bo'lganda $X=-F$ ga teng bo'ladi.

1.6-§. Teng ta'sir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash

Bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ ning x va y o'qlardagi proyeksiyalarini mos ravishda $\vec{R}_x$ va $\vec{R}_y$, tashkil etuvchi kuchlarning o'sha o'qlardagi proyeksiyalarini esa X va Y bilan belgilab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = \sum_{i=1}^n X_i \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n = \sum_{i=1}^n Y_i \end{aligned} \quad (1.11)$$

Teng ta'sir etuvchi kuchning moduli

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \text{ yoki } R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2} \quad (1.12)$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Teng ta'sir etuvchi bilan koordinata o'qlari orasidagi burchaklar, ya'ni teng ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishi quyidagi formulalardan topiladi:

$$\cos(\vec{R}, x) = \frac{R_x}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}} \quad (1.13)$$

$$\cos(\vec{R}, y) = \frac{R_y}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}}$$

1.7-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanati

Agar bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ nolga teng bo'lsa, u holda bunday kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi, aksincha, kuchlar tizimi muvozanatda bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch nolga teng bo'ladi:

$$\vec{R} = 0 \quad (1.14)$$

yoki

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad (1.15)$$

(1.14) yoki (1.15) tenglamalar kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanati zaruriy va yetarli shartining vektorli ifodasidir.

Demak, kesishuvchi kuchlar ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun mazkur tizimni tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Endi 1.13-shakldan foydalanib (1.14) yoki (1.15) tenglamalarning geometrik ma'nosini tushuntiramiz.

Aytaylik, jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga ta'sir chiziqlari O nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ muvozanatlashuvchi kuchlar tizimi qo'yilgan bo'lsin. Bu kuchlar uchun kuchlar ko'pburchagi yasalsa (oddiylashtirish maqsadida $n=5$ holni ko'rib chiqamiz), u yopiq bo'ladi, ya'ni mazkur ko'pburchakda birinchi kuchning boshi bilan oxirgi kuchning uchi ustma-ust tushadi. Aksincha, kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lsa, $\vec{R} = 0$ bo'ladi.

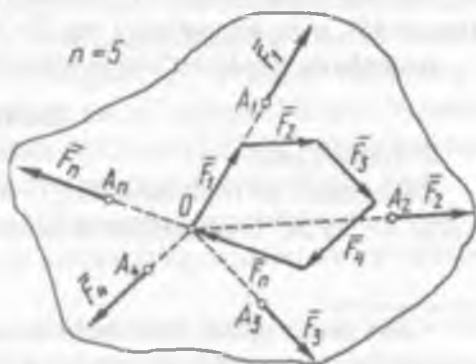
Shunday qilib, kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.

Teng ta'sir etuvchi kuch $\vec{R} = 0$ bo'lsa, (1.12) ga asosan

$$R_x = 0, \quad R_y = 0$$

bo'ladi. (1.11) ni e'tiborga olsak, tekislikdagi kesishuvchi kuchlar tizimining muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \quad (1.16)$$



1.13-shakl

Demak, kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Umumiy holda, (1.16) ifoda tarkibida noma'lum kuchlar ham bo'lishi mumkin. Shu sababli uni kesishuvchi kuchlar tizimi ta'siridagi erkin jism muvozanati tenglamalarining analitik ifodasi ham deyiladi.

Kelgusida yozuvlarni qisqartirish maqsadida (1.16) dagi tenglamalarni

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0 \quad (1.17)$$

ko'rinishda yozish ancha qulaylik tug'diradi.

Shuni ta'kidlash muhimki, bordi-yu muvozanatdagi jism erkin bo'lmasa, bog'lanishlardan bo'shatish haqidagi aksiomaga asosan, bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'sirini ularning reaksiya (zo'riqish) kuchlari bilan almash-tirish zarur. Natijada bunday jismni berilgan kuchlar va bog'lanish reaksiya-lari ta'sirida «erkin» jism deb qarash mumkin. Shu bois, mazkur jism uchun tuzilgan muvozanat tenglamalari tarkibida berilgan kuchlar bilan bir qator-da bog'lanish reaksiya kuchlari ham ishtirok etadi.

Statikada jismning muvozanatiga doir masalalar quyidagi tartibda yechiladi:

- muvozanati tekshiriladigan jism aniqlanib, unga ta'sir etuvchi kuchlar chizmada aks ettiriladi;

- koordinatalar sistemasi tanlab olinadi;

- bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi;

- jismga ta'sir etuvchi kuchlar va reaksiya kuchlari qanday kuchlar tizimini tashkil etishiga qarab, ularga mos ravishda muvozanat tenglamalari tuziladi;

- muvozanat tenglamalaridan noma'lum* kuchlar aniqlanadi.

1.1-masala. Ikki devor o'rtasida AC va BC arqonlar vositasida $G=2$ H og'irlikdagi fonar osilgan (1.14-shakl, a). Chap tomondagi arqon devor bilan $\alpha=45^\circ$, o'ng tomondagisi esa $\beta=30^\circ$ burchakni tashkil etadi.

Arqonlarda paydo bo'luvchi taranglik kuchini toping.

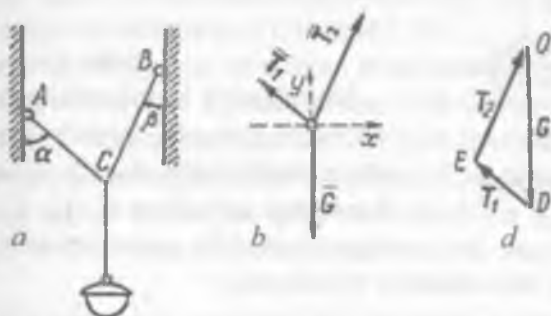
Yechish

1. Analitik usul.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, C nuqta erkin nuqta emas, chunki u G kuch, AC va BC bog'lanishlar ta'sirida turibdi.

* *Izoh:* shunga alohida e'tibor berish lozimki, agar topilgan reaksiya kuchining isho-rasi musbat chiqsa, tanlab olingan yo'nalish to'g'ri, aksincha, manfiy bo'lsa, uning yo'nalishi haqiqiy yo'nalishga teskari ekan, degan xulosa kelib chiqadi.

C nuqtaning muvozanatini tekshiramiz. Buning uchun AC va BC arqonlarni fikran kesib, bog'lanishlarni arqonlardagi T_1 va T_2 taranglik kuchlari bilan almashtiramiz (1.14-shakl, b).



1.14-shakl

Muvozanat tenglamalari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sum X_i = 0; \quad -T_1 \cos(90^\circ - \alpha) + T_2 \cos(90^\circ - \beta) = 0 \quad (1.17) a$$

$$\sum Y_i = 0; \quad T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \beta - G = 0$$

yoki

$$\begin{aligned} -T_1 \cos 45^\circ + T_2 \sin 30^\circ &= 0 \\ T_1 \cos 45^\circ + T_2 \cos 30^\circ - G &= 0 \end{aligned} \quad (1.17) b$$

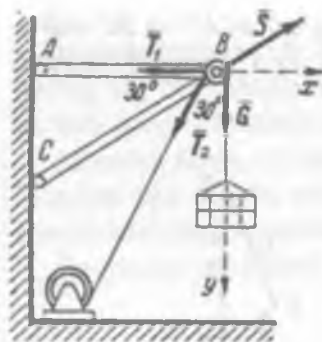
Oxirgi tenglamalar tizimidan taranglik kuchlari $T_1 = 1,03 \text{ H}$ va $T_2 = 1,46 \text{ H}$ ekanligi kelib chiqadi.

II. Grafik usul.

Biror masshtabni, masalan $0,1 \text{ H}$ kuch uchun 1 mm kesma tanlab olib, ixtiyoriy O nuqtadan G kuchning yo'nalishida masshtab asosida $OD = 20,1 = 20 \text{ mm}$ kesma chizamiz (1.14-shakl, d). Keyin bu vektorning O boshidan BC arqonga parallel va D uchidan esa AC arqonga chiziqlar o'tkazamiz. Bu chiziqlar E nuqtada kesishadi. Natijada ODE yopiq bo'lishi, ya'ni undagi hamma strelkalar uchburchakning atrofidan bir tomonga aylanib chiqishi kerak.

Kuchlar uchburchagining DE va OE tomonlari tegishli AC va BC arqonlarda paydo bo'luvchi taranglik kuchlarining miqdori va yo'nalishini aniqlaydi.

1.2-masala. Chig'ir yordamida B nuqtadagi qo'zg'almas blok orqali o'tkazilgan arqon bilan $G = 20 \text{ kN}$ og'irlikdagi yuk yuqoriga ko'tarilmoqda



1.15-shakl

(1.15-shakl). Blokning o'lchamlarini va undagi ishqalanishni hisobga olmay, AB va BC sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin. Burchaklar shaklda ko'rsatilgan.

Yechish

Masalaning mohiyatidan arqonda paydo bo'luvchi taranglik kuchi yukning og'irligiga teng ekanligi kelib chiqadi: $T_2 = G$. Shu sababli B nuqtaga qo'yilgan G , T_1 , T_2 , S kuchlardan faqat T_1 va S lar noma'lumdur.

B nuqtaning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum X_i = 0; \quad -T_1 + S \cos 30^\circ - T_2 \cos 60^\circ = 0 \quad (1.17) d$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -S \cos 60^\circ + T_2 \cos 30^\circ + G = 0$$

yoki:

$$\begin{aligned} -T_1 + S \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5 &= 0 \\ -S \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 + 20 &= 0 \end{aligned} \quad (1.17) e$$

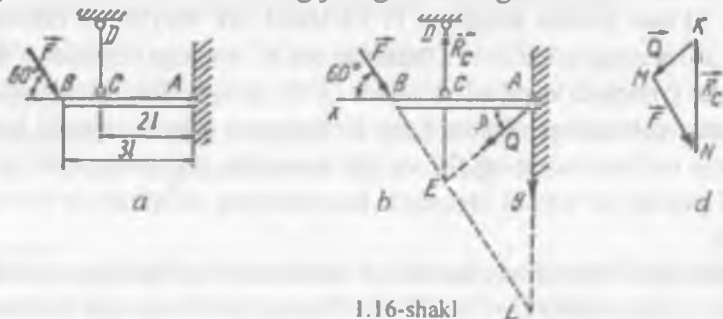
Bulardan quyidagilarni topamiz:

$$T_1 = 54,6 \text{ kN}$$

$$S = 74,6 \text{ kN}.$$

1.3-masala. Uzunligi $2,4 \text{ m}$ ($l=0,8 \text{ m}$) bo'lgan AB qattiq jism chap uchi bilan devorga va sterjen vositasida shipga sharnirlar yordamida mahkamlangan (1.16-shakl, a). Jism uchiga $\alpha=60^\circ$ burchak ostida $F=30 \text{ kN}$ kuch qo'yilgan. Sterjen va jismning og'irligi e'tiborga olinmasin.

Sterjenda paydo bo'luvchi zo'riqish va jismning devorga ko'rsatgan bosimi yoki, aksincha, devorning jismga ko'rsatgan ta'sir kuchi aniqlansin.



1.16-shakl

Yechish

Masalani ikki usulda yechamiz.

I. Grafik usul.

Sterjenning jismga ta'sirini C nuqtadan D sharnirga qarab yo'nalgan R_c zo'riqish kuchi bilan almashtiramiz (1.16-shakl, b).

Dastlab devorning AB jismga ko'rsatgan ta'sir kuchi qayerdan o'tishini aniqlaymiz. Buning uchun F va R_c kuchlarning ta'sir chiziqlarini fikran davom ettiramiz; ular E nuqtada uchrashadi. AB jism muvozanatda bo'lishi uchun, unga devorning ko'rsatgan ta'sir kuchi ham E nuqtadan o'tishi shart. Bundan devorning jismga ko'rsatgan ta'sir kuchi (bu kuch β burchak* ostida yo'nalgan) AE to'g'ri chiziq bilan ustma-ust tushadi, degan xulosa kelib chiqadi.

Endi R_c va Q kuchlarning yo'nalishi va miqdorini aniqlashga o'tamiz. Aniq masshtab bilan ixtiyoriy M nuqtadan F kuchga parallel qilib MN kesma o'tkazamiz (1.16-shakl, d). N nuqtadan R_c kuchga parallel, keyin esa M nuqtadan Q kuchga parallel qilib to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu chiziqlar K nuqtada kesishadi.

Natijada kuchlar uchburchagi paydo bo'ladi. Demak, bir nuqtada kesishuvchi F , R_c va Q kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuchlar uchburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.

R_c va Q kuchlarning miqdori va yo'nalishi mos ravishda kuchlar uchburchagining NK , KM tomonlari orqali aniqlanadi.

II. Analitik usul

Masalani analitik usulda yechish maqsadida 1.16-shakl, b dagi chizmadan foydalanib quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0; \quad Q \cos \beta - F_2 \cos \alpha = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad F \cos(90^\circ - \alpha) - R_c + Q \cos(90^\circ - \beta) = 0 \quad (1.17) f$$

$$\text{Trigonometriyadan } \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{7}} \text{ ekanligini}$$

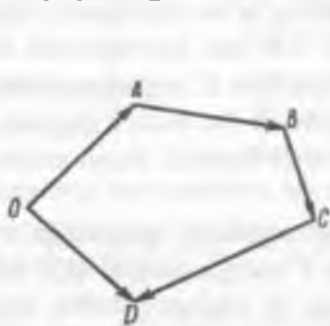
e'tiborga olib, oxirgi tenglamalarni quyidagicha yozamiz:

* Izoh: β burchak $\cos \beta = \frac{AC}{AE} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ dan aniqlanadi, chunki ΔBCE dan $CE = l \cdot \lg 60^\circ = \sqrt{3}l$ va $AE = \sqrt{(AC)^2 + (CE)^2} = \sqrt{(2l)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}l$ ekanligi ma'lum.

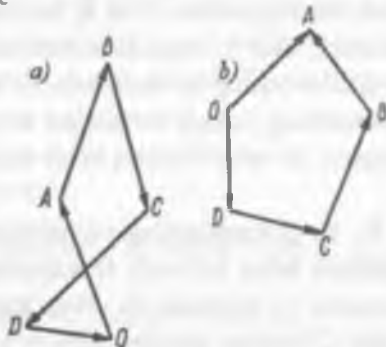
$$Q \frac{2}{\sqrt{7}} - 30 \cdot 0,5 = 0$$

$$30 \frac{\sqrt{3}}{2} - R_c + Q \sqrt{\frac{3}{7}} = 0$$
(1.17) g

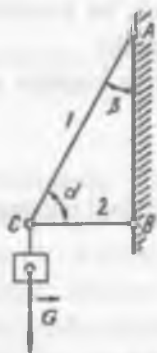
Shunday qilib, $Q = 19,8 \text{ kN}$, $R_c = 33,98 \text{ kN}$.



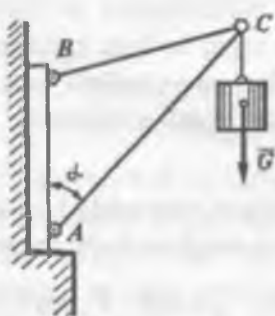
1.17-shakl



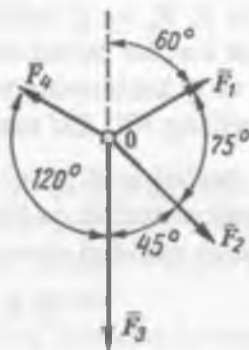
1.18-shakl



1.19-shakl



1.20-shakl



1.21-shakl

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimiga ta'rif bering.
2. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qanday aniqlanadi?
3. Koordinata o'qlariga kuchlarni proyeksiyalashni misollar yordami da tushuntiring.
4. Teng ta'sir etuvchining yo'nalishi qanday aniqlanadi?
5. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatining zaruriy va yetarli shartini yozing.
6. 1.17-shaklda qurilgan kuchlar ko'pburchagining qaysi vektori kuchlarning teng ta'sir etuvchisi bo'la oladi?

A. OA. B. AB. D. OD. E. BC. F. DC.

7. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatiga qaysi kuchlardan qurilgan kuchlar ko'pburchagi mos keladi (1.18-shakl)?
A. 1.18-shakl. *a*. B. 1.18-shakl. *b*. D. 1.18-shakl. *a* va *b*.
8. Vertikal devorga *A* va *B* sharnirlar vositasida mahkamlangan ikkita sterjenning uchi *C* sharnirga tutashgan (1.19-shakl). *C* sharnirga og'irligi $G=1.5$ kN yuk osilgan. Birinchi sterjen bilan devor orasidagi burchak $\alpha=30^\circ$, sterjenlar orasidagi burchak esa $\beta=60^\circ$ ga teng.
Sterjenlarning og'irliklarini e'tiborga olmasdan ularda hosil bo'luvchi zo'riqishlarini aniqlang.
9. *ABC* kran og'irligi $G=1500$ N yukni ko'tarib turibdi (1.20-shakl). *AB* sterjenning uzunligi 1.8 m. *BC* sterjenning uzunligi 1.6 m. *AC* masofa esa 2.2 m ga teng. *AB* va *BC* sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin.
10. Jismning nuqtasiga bitta vertikal tekislikda yotuvchi va o'zaro 75° , 45° va 120° burchaklar hosil qiluvchi to'rtta (F_1, F_2, F_3, F_4) kuchlar qo'yilgan (1.21-shakl). Kuchlarning modullari: $F_1=150$ N, $F_2=200$ N, $F_3=250$ N, $F_4=120$ N. Birinchi kuch vertikal bilan 60° burchak tashkil etib, o'ng tomonga va yuqoriga yo'nalgan.
Grafik usulda teng ta'sir etuvchining moduli va yo'nalishini aniqlang.

III BOB. KUCH MOMENTI VA JUFT KUHLAR

1.8-§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti

Nuqtaga nisbatan kuch momenti mexanikadagi, shuningdek texnik mexanikadagi eng muhim tushunchalardan biri hisoblanib, u fanni nazariy va amaliy jihatdan o'rganishda juda ko'p foydalaniladi.

Juda qadim zamonlarda ham kishilar ma'lum bir yelkaga ta'sir etuvchi kichik kuch bilan ancha katta qarshiliklarni yenga olish imkoniyatlariga ega bo'lgan sodda pishangning xossasidan amalda keng foydalanganlar. Pishangning bu xossasini birinchi Arximed ilmiy asoslagan.

Jismga tekislikda yotuvchi kuchlar tizimi ta'sir etayotgan bo'lsin (1.22-shakl).

O_1 nuqtadan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ta'sir chizig'igacha perpendikulyar tushiramiz. Bu perpendikulyarlarning uzunligi h_1 va h_2 bo'lib, tegishlicha $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning O_1 nuqtaga nisbatan *kuch yelkasi* deyiladi; O_1 nuqta esa *moment markazi* deyiladi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti deb, kuch moduli bilan kuch yelkasi ko'paytmasiga teng kattalikni aytiladi. Kuch momentining algebraik qiymati $M_0(\vec{F})$ bilan belgilanadi va u quyidagi formula bilan aniqlanadi:

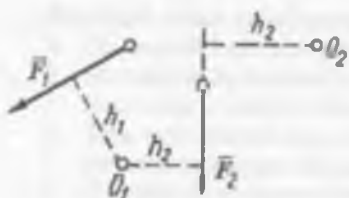
$$M_0(\vec{F}) = \pm Fh \quad (1.18)$$

Bu formula oldidagi ishoralardan qaysi birini olishni, quyidagi ishoralar qoidasiga asosan shartlashib olamiz: kuch vektori jismni moment markazi atrofida soat mili aylanadigan tomonga burishga intilsa, kuch momenti musbat deb, aks holda esa manfiy deb hisoblanadi.

Bizning misolimizda $\vec{F}_1$ kuch uchun $M_{O_1}(F_1) = -F_1h_1$ va $\vec{F}_2$ kuch uchun esa $M_{O_1}(F_2) = +F_2h_2$ ga teng.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, moment olinayotgan nuqtaning joylashuviga qarab ayni bir kuchning momenti ham musbat, ham manfiy bo'lishi mumkin. Masalan $\vec{F}_2$ kuchning momenti O_1 nuqtaga nisbatan musbat, O_2 nuqtaga nisbatan esa manfiydir.

Kuch momenti kuchning biror nuqtaga nisbatan aylanma ta'sirining o'lchovi bo'lib. xalqaro birliklar sistemasi SI da Nm bilan o'lchanadi.



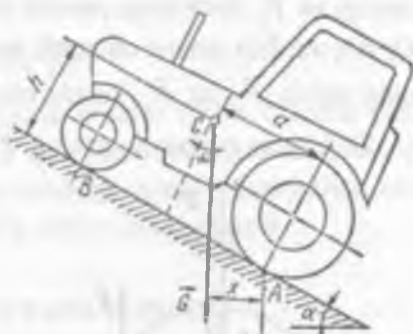
1.22-shakl

Kuchning momenti quyidagi xossalarga ega:

1) kuchning moduli va yo'nalishini o'zgartirmasdan uni ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirilsa, kuch momenti miqdor jihatidan o'zgarmaydi (chunki bunday holda kuchning yelkasi o'zgarmasdan qoladi);

2) kuchning ta'sir chizig'i moment markazidan o'tganda, uning shu nuqtaga nisbatan momenti nolga teng bo'ladi (chunki bunday holda kuchning yelkasi nolga teng bo'ladi).

1.4-masala. Agar traktorning og'irlik markazi koordinatalari $h = 731$ mm, $a = 813$ mm bo'lsa, traktor A nuqta atrofida ag'darilib ketmaydigan bo'y-lama ustivorligini qanoatlantiruvchi burchak aniqlansin (1.23-shakl).



1.23-shakl

Yechish

Traktorning A tayanch nuqta atrofida ag'darilishi boshlanayotgan paytda uning og'irlik kuchi G dan A nuqtaga nisbatan olingan kuch momenti hamda B nuqta (tayanch) dagi reaksiya kuchi nolga teng bo'ladi. Shu sababli:

$$M_O(\vec{G}) = Gx; \quad (a)$$

$$R_B = 0 \quad (b)$$

Bu yerda x – og'irlik kuchi G ning A nuqtaga nisbatan kuch yelkasi.

Chizmadan foydalanib x ni aniqlaymiz:

$$x = a \cos \alpha - h \sin \alpha \quad (d)$$

Demak, (a) ifoda

$$G(a \cos \alpha - h \sin \alpha) = 0 \quad (e)$$

ko'rinishga keladi.

Masalaning mohiyatidan $G \neq 0$ bo'lganligi uchun

$$a \cos \alpha - h \sin \alpha = 0 \quad (f)$$

ekanligi kelib chiqadi.

$$\text{Bundan } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{h} = \frac{813}{731} = 1,1402 \text{ yoki } \alpha = 48^\circ 41'.$$

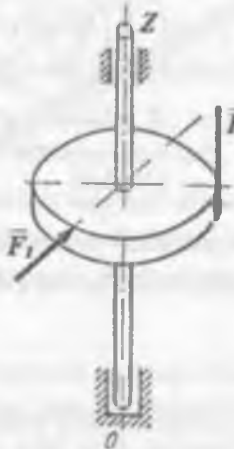
Shunday qilib, $\alpha < 48^\circ$ bo'lsa, traktor A nuqta atrofida ag'darilib ketmaydi.

1.9-§. Kuchning o'qqa nisbatan momenti

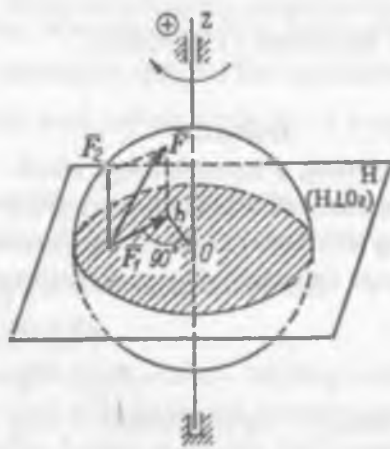
Kuchning o'qqa nisbatan momentini aniqlash maqsadida quyidagi ikkita chizmani tahlil qilamiz.

1) Aytaylik, Oz o'qqa o'rnatilgan jismga $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (1.24-shakl). $\vec{F}_1$ kuchning ta'sir chizig'i vertikal o'qni kesayotganligi va $\vec{F}_2$ kuch unga parallel bo'lganligi sababli, bu kuchlar ta'sirida jism Oz o'q atrofida aylana olmaydi; bu holat tajribalarda ham tasdiqlangan. Shuning uchun $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning Oz o'qqa nisbatan momenti nolga teng.

2) Jismning biror nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (1.25-shakl).



1.24-shakl



1.25-shakl

$\vec{F}$ kuch vektori boshlangan nuqtadan o'tuvchi hamda vertikal o'qqa perpendikulyar bo'lgan H tekislikni o'tkazamiz. Chizmada tasvirlanganidek, $\vec{F}$ kuchni $\vec{F}_1$ (gorizontal) va $\vec{F}_2$ (vertikal) tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Kuchning vertikal tashkil etuvchisi $\vec{F}_2$ Oz o'qqa parallel bo'lganligi sababli, yuqorida ta'kidlaganimizdek, uning o'qqa nisbatan momenti nolga teng bo'ladi.

Kuchning gorizontal tashkil etuvchisi $\vec{F}_1$ ning Oz o'qqa nisbatan momenti quyidagiga teng:

$$M_z(\vec{F}_1) = F_1 \cdot h, \quad (1.19)$$

bu yerda h – kuch yelkasi (O nuqtadan kuchning gorizontal tashkil etuvchisi $\vec{F}_1$ ning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyar kesma).

Shunday qilib, *kuchning biror o'qqa nisbatan momenti* deb, uning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentini aytiladi.

Ta'rifga ko'ra

$$M_z(\vec{F}) = M_0(\vec{F}_1) \quad (1.20)$$

yoki umumlashtirilganda

$$M_z(\vec{F}) = \pm F_1 \cdot h \quad (1.21)$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti skalyar miqdor bo'lib, o'qning musbat yo'nalishidan qaraganda kuchning o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasi jismni soat mili aylanadigan tomonga aylantirishga intilsa, moment musbat ishora, aks holda esa manfiy ishora bilan olinadi.

1.10-§. Juft kuch, juft kuch momenti. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanati

Moduli teng, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch *juft kuch* (qisqacha juft) deb ataladi (1.26-shakl).

Juft $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ ko'rinishda belgilanadi.

Juftni tashkil etuvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofa juftning yelkasi deyiladi va h bilan belgilanadi. Juft yotgan tekislik juftning ta'sir tekisligi deyiladi.

Juftni bitta kuch bilan almashtirish yoki muvozanatlash mumkin emas, ya'ni juft teng ta'sir etuvchiga ega bo'lmaydi, shu sababli faqat juft ta'siridagi jism ilgarilanma harakat qila olmasdan, aylanma harakatga keladi.

Juftning momenti deb, mos ishora bilan olingan juft tashkil etuvchilaridan birining modulini juft elkasiga ko'paytmasiga teng miqdorni aytiladi va quyidagicha aniqlanadi:

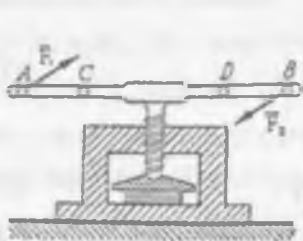
$$M = \pm F_1 \cdot h = \pm F_2 \cdot h \quad (1.22)$$

Juft jismni soat milining aylanish yo'nalishida aylantirishga intilsa, uning momenti musbat bo'ladi aks holda esa, manfiy bo'ladi.

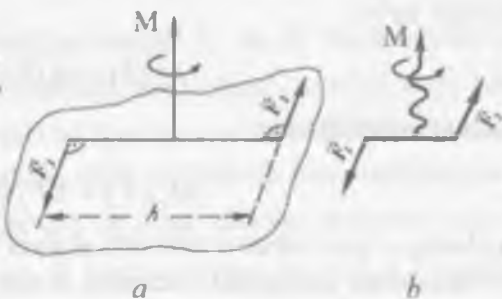


1.26-shakl

Juftning aylantiruvchi ta'siri juftning kuchlari miqdoriga hamda ular orasidagi masofaga bog'liq ekanligini pressning ishlash jarayonidan osongina tushunish mumkin (1.27-shakl).



1.27-shakl



1.28-shakl

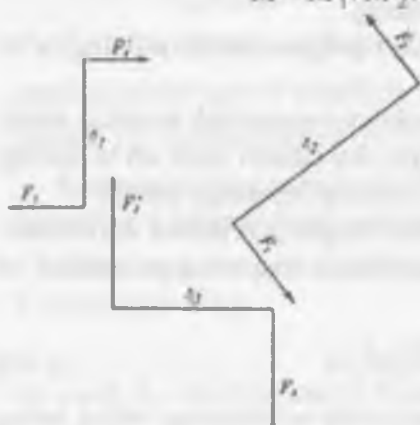
Juft momenti vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishini «parma» qoidasi bilan aniqlash mumkin: parma dastasini juftni tashkil etuvchi kuchlar yo'nalishida, juftning ta'sir tekisligi bo'ylab aylantirganda parmaning ilgari lanma harakatiga qarab juftning momenti musbat yoki manfiy ishorali bo'ladi (1.28-shakl, a, b).

Statikaning to'la kursida:

a) juftni o'zining ta'sir tekisligida yoki unga parallel tekislikda ixtiyoriy holatga ko'chirish mumkin bo'lganidan, juft momenti vektorini jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yish mumkinligi;

b) bir tekislikda yotuvchi juftlar tizimi bitta juftga teng kuchli (ekvivalent) bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga tengligi, ya'ni

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i \quad (1.23)$$



1.29-shakl

ekanligi isbotlangan.

Oxirgi ifodadan tekislikdagi juftlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli ekanligi kelib chiqadi:

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0 \quad (1.24)$$

1.5-masala. Tekislikdagi jismga uchta juft ta'sir etmoqda (1.29-shakl). Jadvalda juftlarni tashkil etuvchi

kuchning va juftning yelkasi berilgan. Uchta nuqtaga teng kuchli (ekvivalent) bo'lgan natijaviy juftni aniqlang.

1.1-jadval

Juflar	Juftni tashkil etuvchi Kuchlar, kN	Juftning yelkasi h , m
(F_1, F_1')	5	0,8
(F_2, F_2')	6	1,5
(F_3, F_3')	12	1,0

Yechish

Chizmadan ko'rinib turibdiki, birinchi va uchinchi juftlar jismni soat milining harakat yo'nalishi bo'yicha, ikkinchi juft esa aksincha, harakat yo'nalishiga teskari aylantirmoqda. Shuning uchun, juftning momenti

$$\begin{aligned} M_1 &= F_1 h_1 = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ M_2 &= -F_2 h_2 = -6 \cdot 1,5 = -9 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ M_3 &= F_3 h_3 = 12 \cdot 1,0 = 12 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned} \quad (1.22) \text{ a}$$

ko'rinishda hisoblanadi.

Demak, (1.23) ga asosan natijaviy juft

$$M = \sum_{i=1}^3 M_i = M_1 + M_2 + M_3 = 4 - 9 + 12 = 7 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (1.23) \text{ b}$$

bo'ladi.

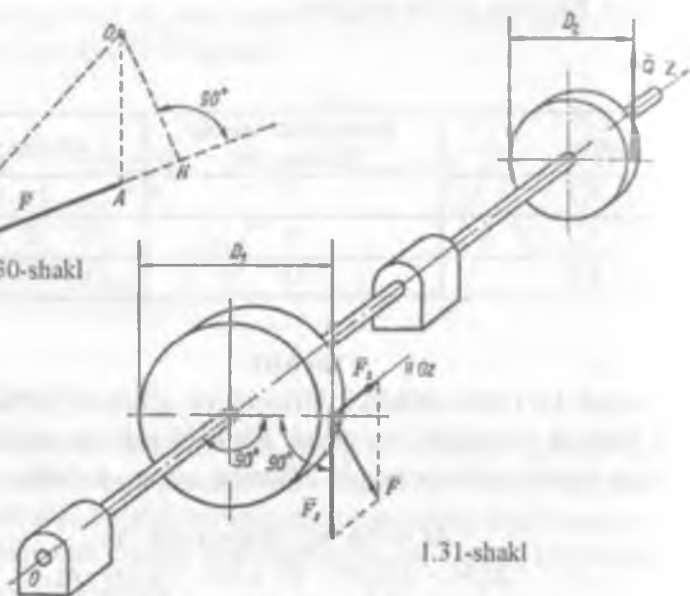
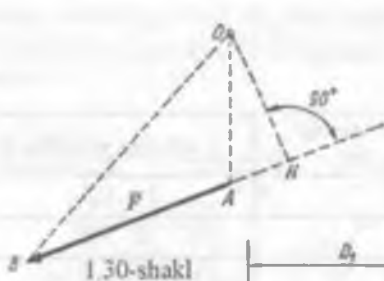
Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Kuchlarning nuqtaga nisbatan momentini ta'riflang va uning formulasini yozing.
2. Kuch yelkasi nima?
3. Kuch momentining ishoralar qoidasini izohlang.
4. Kuch momenti qanday xossalarga ega?
5. Kuchning o'qqa nisbatan momenti qanday aniqlanadi?
6. Juft kuch nima?
7. «Parma» qoidasining mohiyatini tushuntiring.
8. Tekislikdagi juftlarning muvozanati qanday ifodalanadi?
9. Jismga $M_1 = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $M_2 = -9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ va $M_3 = 12 \text{ kN} \cdot \text{m}$ juft kuchlar ta'sir ko'rsatsa, u muvozanat holatda bo'ladimi (1.28-shakl)?

Javob: A. Jism muvozanat holatda bo'ladi.

B. Jism muvozanat holatda bo'lmaydi.

10. 1.2-jadvaldagi javoblar asosida 1.30-shaklida keltirilgan F kuchning O nuqtaga nisbatan kuch yelkasi va kuch momentini aniqlang.



1.2-jadval

Javoblar	Kesmalar	Kuch momenti
A	OA	F_{OA}
B	OB	F_{OB}
D	OH	F_{OH}
E	AB	F_{AB}

11. 1.3-jadvaldagi javoblardan qaysi biri F kuchning z o'qqa nisbatan momentini ifodalaydi (1.31-shakl).

1.3-jadval

Javoblar	A	B	D	E
$M_z(F)$	$-F_1 D_1$	$-F_1 \cdot 0.5 D_1$	$F_2 \cdot 0.5 D_1$	$F \cdot 0.5 D_1$

IV BOB. TEKISLIKDAGI KUCHLAR TIZIMI

1.11-§. Kuchni o'ziga parallel ko'chirish

Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar bir tekislikda yotsa, ular *tekislikdagi kuchlar tizimi* deyiladi.

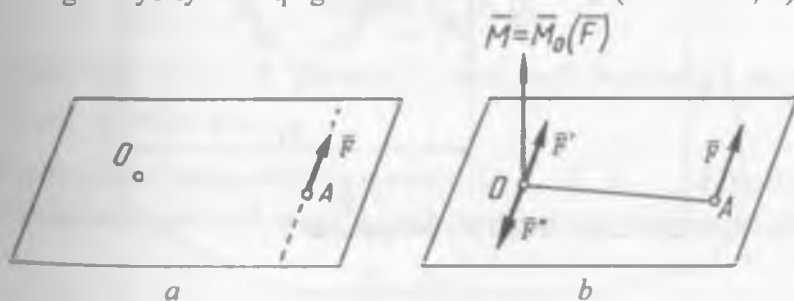
Tekislikdagi kuchlar tizimi ta'sirida jismning harakat yoki muvozanat holatida bo'lishini aniqlash maqsadida jismga qo'yilgan kuchlar sodda holga keltiriladi.

Ma'lumki, jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirganda kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi. Ammo kuch o'ziga parallel ravishda, o'zining ta'sir chizig'ida yotmaydigan biror nuqtaga ko'chirilsa, kuchning jismga ta'siri o'zgarishi tabiiy.

1804-yilda fransuz olimi L. Puanso taklif etgan lemmaga muvofiq, kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmasdan, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan keltirish markazi deb ataluvchi ikkinchi nuqtaga ko'chirish masalasini qarab chiqamiz.

L e m m a . Kuchning qattiq jismga ta'sirini o'zgartirmasdan, uni dastlabki vaziyatiga parallel qoldirgan holda jismdan olingan ixtiyoriy keltirish markaziga ko'chirish uchun keltirish markaziga berilgan kuchga teng kuchni va momenti berilgan kuchning keltirish markaziga nisbatan teng bo'lgan jufti ni qo'yish kerak.

I s b o t . Jismning A nuqtasiga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchni o'ziga parallel holda jismdagi ixtiyoriy O nuqtaga keltirish talab etiladi (1.32-shakl, a).



1.32-shakl

Keltirish markazi O nuqtaga $\vec{F}$ kuchga parallel va modullari $|\vec{F}'| = |\vec{F}| = |\vec{F}|$ bo'lgan $(\vec{F}', \vec{F}^*) \sim 0$ tizimni qo'yamiz (1.32-shakl, b).

Natijada $\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}^*)$ kuchlar tizimi hosil bo'ladi.

O'z navbatida, $(\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'')$ kuchlar tizimi keltirish markaziga qo'yilgan $\vec{F}' = \vec{F}$ kuch va $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juftga teng kuchli bo'ladi. $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juft qo'shilgan juft deyilib, uning momenti $\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momenti

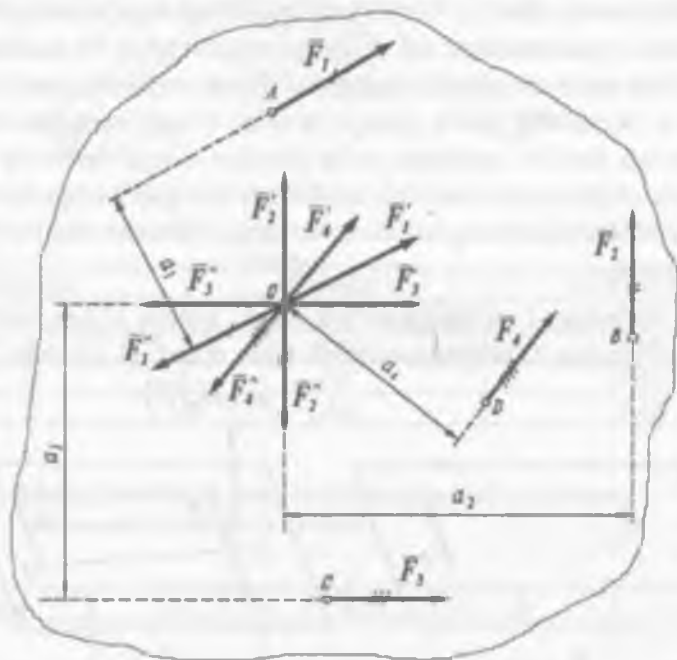
$$\vec{M}_0 = \vec{M}_0(\vec{F})$$

ga teng bo'ladi.

Shu bilan lemma isbotlandi.

1.12-§. Tekislikdagi kuchlarni bir nuqtaga keltirish

Jismning A, B, C, D nuqtalariga mos ravishda tekislikda yotuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlar ta'sir etsin (1.33-shakl).



1.33-shakl

Puanso lemmasiga muvofiq, kuchlarni ixtiyoriy O keltirish markaziga ko'chirganimizda berilgan kuchlar:

a) O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_1 = \vec{F}_1', \vec{F}_2 = \vec{F}_2', \vec{F}_3 = \vec{F}_3', \vec{F}_4 = \vec{F}_4'$ kuchlar tizimiga.

b) momentlari esa

$$\begin{aligned} M_1 &= F_1 \cdot a_1 = M_0(\vec{F}_1) \\ M_2 &= -F_2 \cdot a_2 = M_0(\vec{F}_2) \\ M_3 &= -F_3 \cdot a_3 = M_0(\vec{F}_3) \\ M_4 &= -F_4 \cdot a_4 = M_0(\vec{F}_4) \end{aligned} \quad (1.18) a$$

bo'lgan qo'shilgan $(\vec{F}_1 = \vec{F}_1'), (\vec{F}_2 = \vec{F}_2'), (\vec{F}_3 = \vec{F}_3'), (\vec{F}_4 = \vec{F}_4')$ juftlar tizimiga teng kuchli bo'ladi.

Keltirish markaziga qo'yilgan $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \vec{F}'_3, \vec{F}'_4$ kuchlarni geometrik usulda qo'shib kuchlar tizimining bosh vektori deb ataladigan bitta kuchni hosil qilamiz:

yoki

$$\vec{R}_0 = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \vec{R}_4 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i \quad (a)$$

Bir tekislikda yotuvchi $(\vec{F}_1 = \vec{F}_1'), (\vec{F}_2 = \vec{F}_2'), (\vec{F}_3 = \vec{F}_3'), (\vec{F}_4 = \vec{F}_4')$ juftlarni algebralik usulda qo'shib kuchlar tizimining bosh momenti M_0 ni aniqlaymiz:

yoki

$$M_0 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = \sum_{i=1}^4 M_i \quad (b)$$

Demak, bosh vektor $\vec{R}_0$ geometrik usulda, bosh moment M_0 esa algebralik usulda qo'shilar ekan.

Shunday qilib, jismga tekislikda yotuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar tizimi ta'sir ko'rsatganda bosh vektor va bosh momentlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{R}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (1.25)$$

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_0(\vec{F}_i) \quad (1.26)$$

Demak, tekislikdagi kuchlar tizimini Puanso usulida ixtiyoriy O markazga keltirish natijasida mazkur kuchlar tizimi keltirish markaziga qo'yilgan bosh

vektor $\vec{R}_0$ ga teng bitta kuch va momenti M_0 ga teng bo'lgan bitta juft bilan almashtirilar ekan.

Endi $\vec{R}_0$ ni analitik usulda, ya'ni ularni koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yordamida aniqlashga o'tamiz; kuchlarni koordinata o'qlariga proyeksiyalab $\vec{R}_0$ ning o'qlardagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} R_x &= \sum_{i=1}^n (X_i) \\ R_y &= \sum_{i=1}^n (Y_i) \end{aligned} \quad (d)$$

Bosh vektorning moduli va yo'nalishi quyidagiga teng bo'ladi:

$$R_0 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \cos(\vec{R}_0, x) &= \frac{R_x}{R_0} \\ \cos(\vec{R}_0, y) &= \frac{R_y}{R_0} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Shuni alohida ta'kidlash muhimki, umumiy holda bosh vektor $\vec{R}_0$ va teng ta'sir etuvchi R bitta tushuncha emas.

Teng ta'sir etuvchi kuch jismga qo'yilgan kuchlar tizimining unga ta'sirini to'liq almashtiradi. Boshqacha aytganda, butun kuchlar tizimi jismga qanday ta'sir etsa, teng ta'sir etuvchi kuch ham xuddi shunday ta'sir qiladi.

Bosh vektor esa tekislikda faqat kuchlarning geometrik yig'indisini bildiradi.

Yuqorida tekislikdagi kuchlar tizimini $\vec{R}_0$ va M_0 bilan almashtirish mumkinligiga ishonch hosil qildik. Endi quyidagi xususiy hollarni ko'rib chiqamiz:

1) $R_0 = 0$, $M_0 = 0$ bo'lsin. Bu holda kuchlar bir-birini muvozanatlaydi hamda jism muvozanatda bo'ladi;

2) $R_0 = 0$, $M_0 \neq 0$ bo'lsin. Bu holda kuchlar tizimi juft kuchlar bilan almashadi: uning momenti keltirish markaziga nisbatan olingan bosh momentga teng bo'ladi;

3) $R_0 \neq 0$, $M_0 = 0$ bo'lsin. Bu holda kuchlar tizimi teng ta'sir etuvchi kuchga keltiriladi, ya'ni $R_0 = R$ bo'lib, R ning qo'yilish nuqtasi keltirish markazida bo'ladi;

4) $R_0 \neq 0$, $M_0 \neq 0$ bo'lsin. Bu holda kuchlar tizimi bosh vektor va bosh momentga keladi.

1.13-§. Teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi Varinyon teoremasi

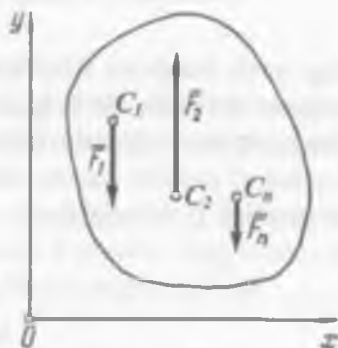
Teorema. Teng ta'sir etuvchi kuch R ning ixtiyoriy O nuqtaga nisbatan momenti tekislikda yotgan tashkil etuvchi kuchlarning mazkur nuqtaga nisbatan hosil qilgan momentlarining algebraik yig'indisiga teng. Ushbu teoremaning matematik ifodasi quyidagicha:

$$M_0(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n M_0(\vec{F}_i) \quad (1.29)$$

Isbot. 1.34-shakldan foydalanib R ga teng ta'sir etuvchining O nuqtaga nisbatan momentini $M_0(\vec{R}) = R \cdot h$ ko'rinishda yozish mumkin. Bu yerda $h = \frac{M_0}{R}$ – kuch yelkasi.



1.34-shakl



1.35-shakl

Shu sababli $M_0(R) = R \cdot \frac{M_0}{R} = M_0$.

1.12-§ dagi (1.26) formuladan bosh momentni aniqlab, oxirgi ifodaga qo'ysak, teorema isbotlanganligi ravshan bo'ladi.

1.14-§. Tekislikdagi kuchlarning muvozanat shartlari

Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun ikkita shart mavjud: bir vaqtning o'zida bosh vektor ham, bosh moment ham nolga teng bo'lishi kerak. Buni quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\vec{R}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad (1.30)$$

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_0(\vec{F}_i) = 0 \quad (1.31)$$

Bosh vektorning modulini kuchlarning proyeksiyalari orqali yozamiz:

$$R_0 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2} \quad (1.32)$$

Natijada uchta tenglama hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_0(\vec{F}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

Oxirgi uchta tenglama tekislikdagi kuchlar tizimining *asosiy muvozanat tenglamalari* deyiladi. Bu tenglamalarni tuzishda keltirish markazlari va koordinata o'qlarini ixtiyoriy tanlash mumkin.

Tekislikdagi parallel kuchlar tizimi uchun muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi (1.35-shakl):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n Y_i &= 0 \\ M_0(\vec{F}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (1.35)$$

Chizmadan ko'rinib turibdiki, kuchlarning ta'sir chiziqlari Ox o'qqa perpendikulyar yo'nalgani uchun ularning bu o'qdagi proyeksiyalari nolga teng bo'lib, (1.33) ning birinchi tenglamasi ayniyatga aylanadi.

Tekislikdagi kuchlar tizimining muvozanatiga oid masalalar yechayotganda (1.33) ga teng kuchli yana quyidagi muvozanat tenglamalaridan foydalanish mumkin.

1-hol. Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indilari alohida-alohida nolga teng bo'lsa, kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_A(\vec{F}_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_C(\vec{F}_i) &= 0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

2-hol. Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ixtiyoriy ikki nuqtasiga nisbatan momentlarining algebraik yig'indilari va mazkur nuqtalardan o'tuvchi o'qqa perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lsa, bunday kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi:

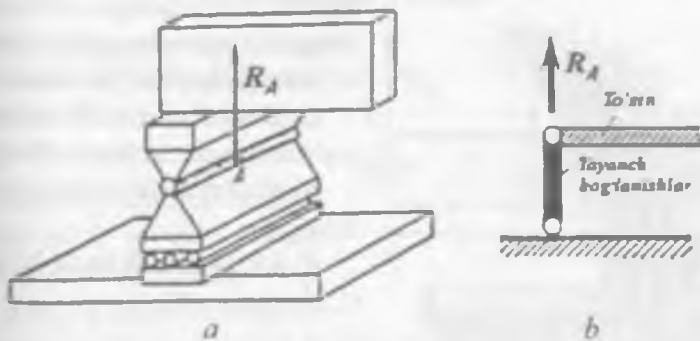
$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n X_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_A(\vec{F}_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) &= 0\end{aligned}\quad (1.37)$$

1.15-§. To'sinlar va ularning tayanchlari

Har qanday to'sin* uch xil tayanchda yotadi.

1. *Sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanch* (1.36-shakl, a). Bu xildagi tayanch to'sin uchining gorizontal ko'chishiga va ko'ndalang kesimining aylanishiga qarshilik ko'rsatmaydi.

Sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanchning sxematik tasviri 1.36-shakl, b da ko'rsatilgan. Bunday tayanchning reaksiyasi R tayanch bog'lanishi bo'ylab yoki g'ildiraklarning tayanch tekisligiga tik yo'nalgan bo'ladi.

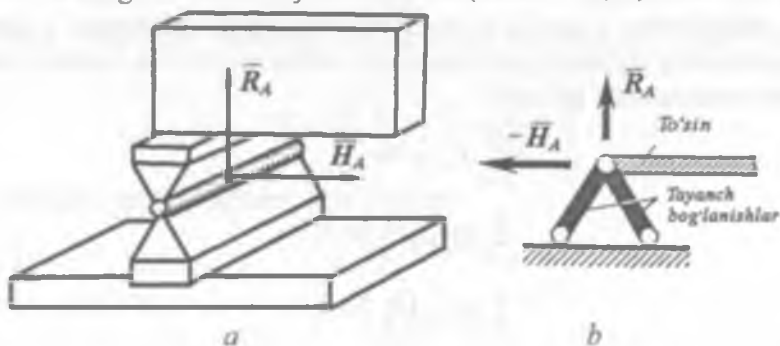


1.36-shakl

2. *Sharnirli qo'zg'almas tayanch* (1.37-shakl, a). Bu tayanch nuqtasiga tegishli kesimning erkin aylanishiga imkon bersa-da, lekin to'sin uchining hech qanday chiziqli ko'chishiga yo'l qo'ymaydi.

* To'sin haqida ikkinchi bo'limda kengroq ma'lumotlar berilgan.

Bu tayanchning sxematik tarzda ko'rinishi to'sin bilan sharnir vositasi-
da tutashtirilgan ikkita sterjendan iborat (1.37-shakl, b).



1.37-shakl

Qo'zg'almas-sharnirli tayanchlarda H gorizontal va R vertikal tashkil etuvchilarga ajraluvchi tayanch reaksiyalari hosil bo'ladi.

3. *Qistirib mahkamlangan tayanch* (1.38-shakl, a). Bu xildagi tayanch unga tutashtirilgan to'sin kesimining to'g'ri chiziqli va burchakli ko'chishlariga yo'l qo'ymaydi. Bu tayanchning sxematik tasviri 1.38-shakl, b da ko'rsatilgan.

Qistirib mahkamlangan tayanchning tayanch reaksiyalari H gorizontal va vertikal R kuchlardan hamda m reaktiv momentdan iborat bo'ladi.

Odatda, tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadigan to'sinlar *statik aniq to'sinlar* deyiladi. Statik aniq to'sinlarga quyidagilar misol bo'ladi:

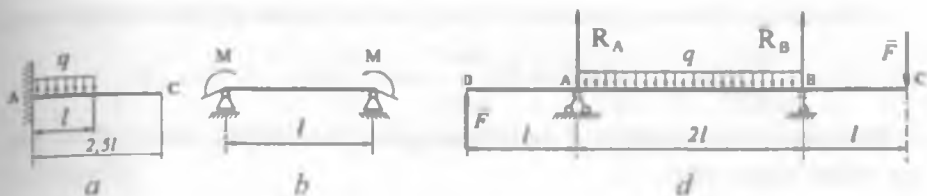
a) konsol – bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin (1.39-shakl, a).

b) ikki tayanchli oddiy to'sin (1.39-shakl, b).

d) ikki tayanchli konsol uchli to'sin (1.39-shakl, d).

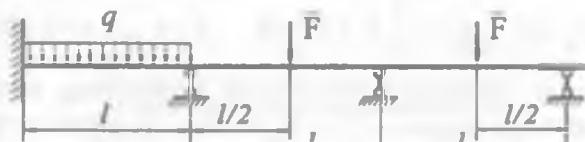


1.38-shakl



1.39-shakl

Tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanmaydigan to'sinlar *statik aniqmas to'sinlar* deyiladi. Bunga misol qilib 1.40-shakldagi tutash to'sinni keltirish mumkin, chunki u 6 ta (A tayanchda 3 ta va B, C, D tayanchlarda bittadan) noma'lum tayanch reaksiyalariga egadir. Materiallar qarshiligi to'la kursida statik aniqmas to'sinlarni hisoblash bayon etilgan.

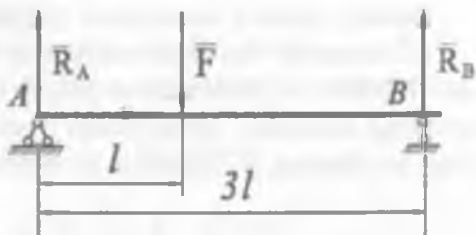


1.40-shakl

1.16-§. To'sinlarning muvozanatiga oid masalalar yechish

To'sinlarning muvozanatiga doir masalalarni 1.7-§ da ko'rib chiqilgan tartib asosida yechish maqsadga muvofiqdir.

1.6-masala. Tayanch oralig'i $3l$ bo'lgan oddiy to'singa F kuch ta'sir etmoqda (1.41-shakl).



1.41-shakl

To'sinning og'irligini hisobga olmasdan A (qo'zg'almas sharnirli) va B (qo'zg'aluvchan sharnirli) tayanchlarda paydo bo'luvchi reaksiya kuchlarini aniqlang. $F = 30 \text{ kN}$, $l = 0,7 \text{ m}$ deb olinsin.

Yechish

Qo'zg'almas sharnirli tayanchda ikkita (H_A – gorizontal, R_A – vertikal) va qo'zg'aluvchi sharnirli tayanchda esa bitta (R_B – vertikal) reaksiya kuchlari paydo bo'ladi. Ularni aniqlash maqsadida to'sin uchun muvozanat tenglamalarini tuzish lozim.

a) barcha kuchlarning gorizontaal o'qdagi proyeksiyalari yig'indisi nolga teng:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -H_A = 0$$

b) barcha kuchlardan A nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad F \cdot l - R_B \cdot 3l = 0$$

d) barcha kuchlardan B nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng:

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad -F \cdot 2l + R_A \cdot 3l = 0$$

Bulardan quyidagilar kelib chiqadi:

$$H_A = 0, \quad R_A = \frac{2}{3}F = 20 \text{ kN}, \quad R_B = \frac{1}{3}F = 10 \text{ kN}$$

Tekshirish: to'singa ta'sir etuvchi kuchlarning vertikal o'qdagi proyeksiyalarini nolga tenglab, R_A va R_B larning qiymatlari to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A + R_B - F = 0$$

yoki

$$20 + 10 - 30 = 0$$

Demak, tayanch reaksiyalari to'g'ri topilgan.

1.7-masala. Tayanch oralig'i $3l$ ($l=0,8 \text{ m}$) bo'lgan oddiy to'singa $M=240 \text{ kN} \cdot \text{m}$ juft kuch qo'yilgan (1.42-shakl). To'sinning og'irligini e'tiborga olmasdan, tayanchlarda hosil bo'luvchi reaksiya kuchlarini hisoblang va ularning yo'nalishini ko'rsating.

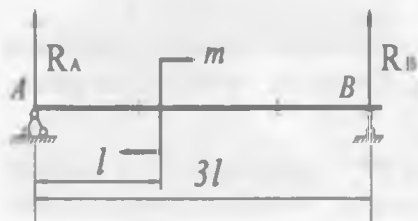
Yechish

Tayanchni tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtirib, quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad H_A = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_A(\bar{F}_i) = 0; \quad M - R_B \cdot 3l = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(\bar{F}_i) = 0; \quad M + R_A \cdot 3l = 0$$



1.42-shakl

Bu tenglamalardan:

$$H_A = 0, R_A = -\frac{M}{3l} = -\frac{240}{3 \cdot 0,8} = -100 \text{ kN}, R_B = \frac{M}{3 \cdot 0,8} = 100 \text{ kN}$$

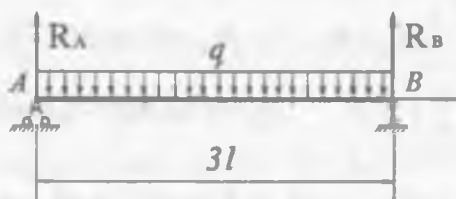
(bu yerdagi minus ishorasi R_A ning haqiqiy yo'nalishi pastga yo'nalganligini ko'rsatadi).

Tekshirish: $\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A + R_B = 0$
yoki

$$-100 + 100 = 0$$

Demak, R_A va R_B lar to'g'ri aniqlangan.

1.8-masala. Oddiy to'singa $q=100 \text{ kN/m}$ tekis taqsimlangan yoyilgan kuch ta'sir etmoqda (1.43-shakl). Tayanchlar oralig'i $1,5 \text{ m}$ ($l = 0,5 \text{ m}$) bo'lganda, R_A va R_B larning qiymatlari va yo'nalishini aniqlang.



1.43-shakl

Yechish

Masalaning mohiyatiga ko'ra, B tayanchda $H_B=0$ bo'ladi.

Tayanch nuqtalariga nisbatan (1.37) ning oxirgi ikkitasini tuzamiz:

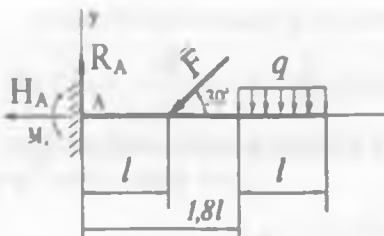
$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_A(F_i) &= 0; & q \cdot 3l \cdot \frac{3l}{2} - R_B \cdot 3l &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) &= 0; & -q \cdot 3l \cdot \frac{3l}{2} - R_A \cdot 3l &= 0 \end{aligned}$$

Bu tenglamalardan $R_A = R_B = \frac{3}{2}ql = 75 \text{ kN}$ ekanligi kelib chiqadi.

Tekshirish: $\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A + R_B - q \cdot 3l = 0$
yoki

$$75 + 75 - 100 \cdot 3 \cdot 0,5 = 0, \\ 0=0.$$

Shunday qilib, R_A va R_B tayanch reaksiyalari to'g'ri topilgan.



1.44-shakl

1.9-masala. Konsol (bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin)ga $F=100$ kN to'plangan kuch va $q=50$ kN/m tekis taqsimlangan yoyilgan kuch ta'sir etmoqda (1.44-shakl).

Konsolning og'irligini e'tiborga olmasdan va $l=0,5$ m deb, A tayanchdagi reaksiya kuchlari aniqlansin va ularning yo'nalishlari ko'rsatilsin.

Yechish

Qistirib mahkamlangan tayanchda F va q kuchlar ta'sirida uchta (H_A , R_A , M_A) reaksiya kuchlari paydo bo'ladi. Bularni aniqlash uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzish lozim:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -H_A - F \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A - F \cos 60^\circ - ql = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad M_A + F \cos 60^\circ l + ql \left(\frac{l}{2} + 1,8l \right) = 0$$

Tegishli qiymatlarni o'rniga qo'yamiz:

$$-H_A - 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$R_A - 100 \cdot 0,5 - 50 \cdot 0,6 = 0$$

$$M_A + 100 \cdot 0,5 \cdot 0,6 + 50 \cdot 0,6 \left(\frac{0,6}{2} + 1,8 \cdot 0,6 \right) = 0$$

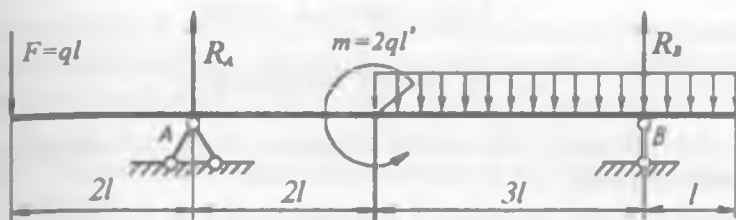
Bu tenglamalardan reaksiya kuchlarining qiymatlarini osongina topish mumkin:

$$H_A = -85 \text{ kN}, \quad R_A = 80 \text{ kN}, \quad M_A = -63,3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Demak, H_A va M_A larning haqiqiy yo'nalishini ko'rsatish uchun tegishli ularning chizmadagi yo'nalishlarini teskari-siga almashtirish kifoya.

1.10-masala. Ikki konsolli to'singa $M_A=2ql^2$ (juft kuch), $F=ql$ (to'plangan kuch) va $q=\text{const}$ (tekis taqsimlangan yoyilgan kuch) kuchlar qo'yilgan (1.45-shakl).

Tayanchlarda hosil bo'luvchi reaksiya kuchlarini aniqlash talab etiladi.



1.45-shakl

Yechish

Tayanch bog'lanishlarini tayanch reaksiyalari bilan almashtiramiz.

Navbat bilan M , F , q kuchlar va tayanch reaksiya kuchlaridan A va B nuqtalarga nisbatan moment olib, quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad -F \cdot 2l - M + q \cdot 4l \left(2l + \frac{4l}{2} \right) - R_B \cdot 5l = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad -F \cdot 7l + R_A \cdot 5l - M - q \cdot 3l \cdot \frac{3l}{2} + q \cdot \frac{l}{2} = 0$$

Tegishli qiymatlarni o'rniga qo'yamiz:

$$-ql \cdot 2l - 2ql^2 + q \cdot 4l \cdot 4l - R_B \cdot 5l = 0$$

$$-ql \cdot 7l + R_A \cdot 5l - 2ql^2 - q \cdot 4,5ql^2 + ql \cdot 0,5l = 0$$

Bu tenglamalardan $R_A = 2,6ql$, $R_B = 2,4ql$ ekanligi kelib chiqadi.

Tekshirish: $\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad -F + R_A + R_B - q \cdot (3l + l) = 0$

yoki

$$-ql + 2,6ql - 4ql + 2,4ql = 0$$

Oxirgi ifodaning chap tomoni ham nolga tengligi masalaning to'g'ri yechilganligini tasdiqlaydi.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bosh vektor va bosh moment qanday aniqlanadi?
2. Bosh vektor va teng ta'sir etuvchi kuchning farqini ayting.
3. Varinon teoremasining mohiyati nimadan iborat?
4. Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlarning muvozanat tenglamalarini yozing.
5. Qanday tayanch turlarini bilasiz?
6. 1.16-§ da yechib ko'rsatilgan masalalar yordamida o'zingiz masala tuzing va tayanch reaksiyalarni aniqlang.

V BOB. ISHQALANISH

1.17-§. Asosiy mulohazalar

Bir jism ikkinchi jism ustida siljiganda hosil bo'ladigan qarshilik *ishqalanish* deyiladi.

Siljishning xususiyatiga qarab ishqalanish ikki xil bo'ladi:

- sirpanishdagi ishqalanish (masalan, oyoq kiyimining yerga, arraning yog'ochga, chang'ining qorga, vtulkaning o'qqa ishqalanishi va h.k.);
- dumalashdagi ishqalanish (masalan, avtomobil g'ildiraklarining yerda, poyezd g'ildiraklarining relsda dumalab harakat qilishi, zoldirli (sharikli) va rolikli podshipniklardagi ishqalanish va h.k.).

Ishqalanish tabiatda eng ko'p tarqalgan hodisalardan biri bo'lib, texnik amaliyotda uning ta'sirini e'tiborga olish juda muhimdir.

1.18-§. Sirpanishdagi ishqalanish qonunlari

Bir jismning ikkinchi jism sirtida sirpanishiga qarshiligi *sirpanishdagi ishqalanish* deyiladi.

Sirpanishdagi ishqalanish paydo bo'lishining asosiy sababi bir-biriga tegib turgan sirtlarning mutlaq silliq bo'lmasdan, ozmi-ko'pmi notekisligidir. Bir jism ikkinchi jismning sirtida sirpanganda bu sirtlarning mikroskopik notekisliklarini yengishi uchun qandaydir kuch sarflanadi.

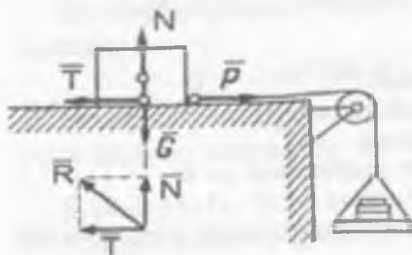
Stolning gorizontaal sirtiga $\vec{G}$ og'irlikdagi jismni qo'z-g'almas blok orqali o'tkazilgan ipga bog'laymiz; ipning ikkinchi uchiga esa palla osamiz (1.46-shakl).

Jism og'irlik kuchi $\vec{G}$ va stolning reaksiya kuchi $\vec{N}$ (ko'pincha normal bosim deb ham yuritiladi) ta'sirida muvozanatda bo'ladi.

Pallaga navbat bilan toshlarni qo'yamiz. O'z-o'zidan ravshanki, qachonki toshlarning og'irligi P harakat yo'nalishiga teskari yo'налgan ishqalanish kuchi T ni yengsa, jism joyidan siljiydi. Jismning siljishi boshlanish paytida (muvozanat chegarasida) ishqalanish

kuchi $\vec{T} = \vec{T}_{\max}$ ga yetadi.

Jism nisbiy tinch turgan holda vujudga kelgan ishqalanish kuchi *tinch (yoki statik) ishqalanish*, u sirpanayotganda vujudga kelgan ishqalanish kuchi *harakatdagi (yoki dinamik) ishqalanish* deyiladi.



1.46-shakl

Fransuz olimi Sh. G. Kulon (1736–1806) tajribalardan olingan natijalarni umumlashtirib, sirpanishdagi ishqalanish qonunlarini quyidagicha ta'rifladi:

1. Eng katta ishqalanish kuchi normal bosimga mutanosibdir:

$$T_{\max} = f \cdot N, \quad (1.38)$$

Bunda f – sirpanishdagi ishqalanish koeffitsienti bo'lib, tajribalardan aniqlanadi (1.4-jadval).

1.4-jadval

T.r	Ishqalanuvchi jismlarning materiallari	Sirpanishdagi ishqalanish koeffitsienti			
		tinch holatda		harakatda	
		moylanmagan	moylanmagan	moylanmagan	moylanmagan
1	Po'lat–po'lat	0.15	0.1–0.12	0.15	0.05–0.1
2	Po'lat–cho'yan	0.3	–	0.18	0.05–0.15
3	Po'lat–bronz	0.15	0.1–0.15	0.15	0.1–0.15
4	Cho'yan–cho'yan	–	0.18	0.15	0.07–0.12
5	Yumshok po'lat–qayrag'och	–	–	0.25	–
6	Cho'pan–qayrag'och	–	–	0.4	0.1
7	Yog'kch–yog'och	0.4–0.6	0.1	0.2–0.5	0.07–0.15
8	Rezina–cho'yan	–	–	0.8	0.5

2. Boshqa sharoitlar bir xil bo'lganda ishqalanish kuchi ishqalanuvchi sirtlarning o'lchamlariga bog'liq emas.

3. Sirpanishdagi ishqalanish kuchi jismlarning materialiga va ishqalanuvchi sirtlarning ishlanish darajasiga bog'liq (sirtlar silliq bo'lsa, ishqalanish kuchi kam bo'ladi).

Amalda ishqalanuvchi sirtlarni moylash yo'li bilan ham ishqalanish kamaytiriladi.

4. Jism harakatda bo'lganda ishqalanish kuchi tinch turgandagiga nisbatan kamroq bo'ladi.

1.19-§. Ishqalanish burchagi. Ishqalanish konusi

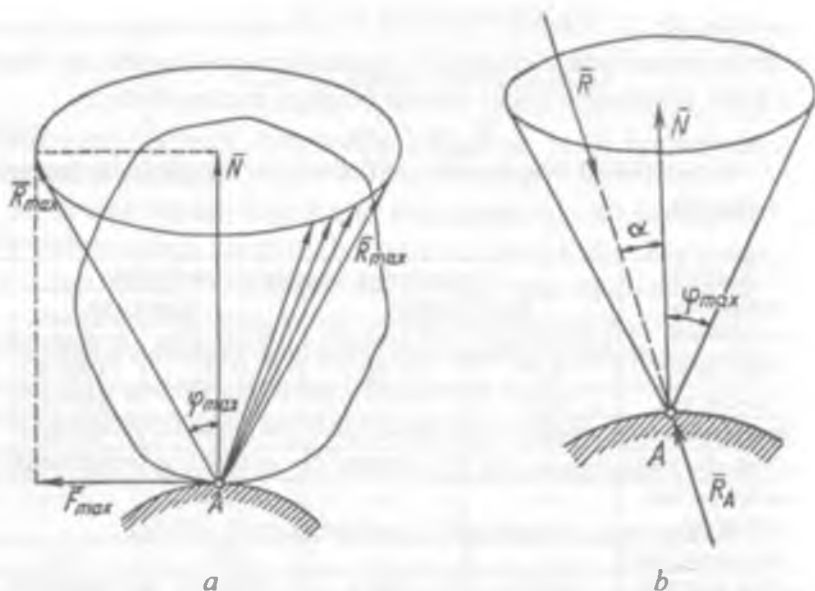
Yuqorida ko'rib chiqqanimizdek, jism sirpanish boshlanishi oldida bo'lganda ishqalanish kuchi o'zining eng katta (maksimal) qiymatiga erishadi. Shu sababli to'la reaksiya kuchi $\bar{R}$ quyidagiga teng bo'ladi (1.47-shakl, a):

$$\bar{R}_{\max} = \bar{N} + \bar{F}_{\max} \quad (1.39)$$

Chizmadan:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{F_{\max}}{N} = \frac{f \cdot N}{N} = f \quad (1.40)$$

bunda $\varphi_{\max}$ – ishqalanish burchagi.



1.47-shakl

Demak, ishqalanish burchagining tangensi sirpanishdagi ishqalanish koefitsientiga teng ekan.

Normal reaksiya kuchi $\vec{N}$ ga nisbatan A nuqtada har bir yo'nalishga tegishli $\vec{R}_{\max}$ ni $\varphi_{\max}$ bo'yicha joylashtirganda hosil bo'ladigan konus *ishqalanish konusi* deyiladi. $\vec{R}_{\max}$ konusning yasovchisi hisoblanadi.

Ishqalanish konusi yordamida ishqalanuvchi sirt ustidagi jismning muvozanat holatdaligini yoki muvozanat holatda emasligini aniqlash mumkin.

Masalan, jism A nuqtada qo'zg'almas sirtga tayangan bo'lsin (1.47-shakl, b). Jismga ta'sir etuvchi kuchlarning (shu jumladan, uning og'irligi ham) teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ A nuqtadan o'tib, $\vec{N}$ bosim kuchi bilan α burchak hosil qilsin.

Agar $\vec{R}$ ning ta'sir chizig'i ishqalanish konusi ichida yotsa, ya'ni $\alpha < \varphi_{\max}$ bo'lsa, jism muvozanat holatda bo'ladi; $\alpha = \varphi_{\max}$ bo'lganda u muvozanat chegarasida yotadi, $\alpha > \varphi_{\max}$ bo'lganda esa jism sirpana boshlaydi.

1.20-§. Dumalashdagi ishqalanish

Bir jism ikkinchi jism sirtida dumalaganda paydo bo'ladigan qarshilik *dumalashdagi ishqalanish* deyiladi.

Bu qarshilik, asosan, real sharoitda dumalayotgan jism mutlaq qattiq bo'lmagan, deformatsiyalanganligi (kuch ta'sirida o'zining shakli yoki hajmini o'zgartirganligi) oqibatida sodir bo'ladi.

Aytaylik, gorizontal sirtida yotgan silindrsimon jismga $\vec{F}$ kuch ta'sir etayotgan bo'lsin (1.48-shakl).

$\vec{F}$ kuch ta'sirida jism dumalab harakatlanadi. Urinish (kontakt) yuzasida paydo bo'lgan va notekis taqsimlangan reaksiyalarning teng ta'sir etuvchisi C nuqtaga qo'yilgan bo'ladi, chunki harakat paytida jismning oldingi qismi (CB oraliq) ko'proq eziladi.

Muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^n M_C(\vec{F}_i) = 0; \quad F \cdot h - G \cdot k = 0$$

bundan

$$F = \frac{k}{h} \cdot G \quad (1.41)$$

bu yerda k – berilgan sirtlar juftligi (jism va tayanch tekisligi) uchun dumalashdagi ishqalanish koeffitsienti bo'lib, mm yoki sm da o'lchanadi (1.5-jadval).

1.5-jadval

T.r.	Ishqalanuvchi jismlarning materiallari	Dulashdagi ishqalanish koeffitsienti (sm hisobida)
1	Toblangan po'lat–toblangan po'lat	0,001
2	Yumshoq po'lat–yumshoq po'lat	0,005
3	Cho'yan–cho'yan	0,005
4	Yog'och–po'lat	0,05–0,08
5	Yog'och–yog'och	0,05–0,08

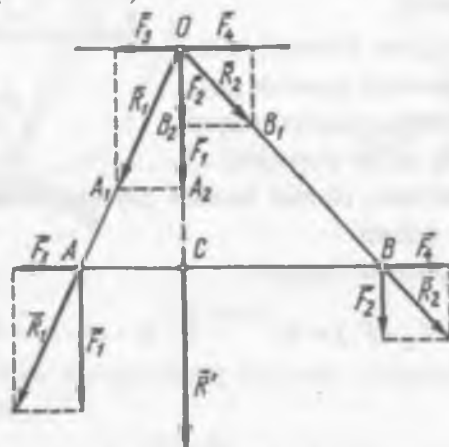
Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Ishqalanish turlarini ayting.
2. Sirpanishdagi ishqalanishning paydo bo'lish sababini tushuntiring.
3. Sirpanishdagi ishqalanish qonunining mohiyatini tushuntiring.
4. Ishqalanish konusidan amalda qanday foydalanish mumkin?
5. Dumalashdagi ishqalanishni izohlang.

VI BOB. PARALLEL KUCHLAR MARKAZI. OG'IRLIK MARKAZI

1.21-§. Bir tomonga yo'nalgan ikkita parallel kuchni qo'shish

Mutlaq qattiq jismning A va B nuqtalariga $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ parallel kuchlar qo'yilgan bo'lsin (1.49-shakl).



1.49-shakl

A va B nuqtalarga ta'sir chiziqlari AB da yotuvchi ixtiyoriy $(\vec{F}_3, \vec{F}_4) \sim 0$ tizimni qo'yamiz. A va B nuqtalarga qo'yilgan kuchlarni parallelogramm qoidasiga asosan qo'shamiz:

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \quad (a)$$

$$\vec{R}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4 \quad (b)$$

Agar $\vec{R}_1$ va $\vec{R}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlarini davom ettirsak, ular O nuqtada kesishadi. O nuqtaga $\vec{R}_1$ va $\vec{R}_2$ kuchlarni ko'chirib, ularni tashkil etuvchilarga ajratamiz. O nuqtada $(\vec{F}_3, \vec{F}_4) \sim 0$ bo'lganligi sababli, kuchlarning teng ta'sir etuvchisi

$$R = F_1 + F_2 \quad (1.42)$$

ko'rinishdagi algebraik yig'indiga teng bo'ladi.

Endi $\vec{R}$ ni ta'sir chizig'i bo'ylab C nuqtaga ko'chiramiz. Uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib, quyidagi proporsiyani tuzamiz:

$$\frac{AC}{F_3} = \frac{OC}{F_1} \quad \frac{AC}{F_4} = \frac{OC}{F_2} \quad (d)$$

$F_3 = F_4$ ekanligini nazarda tutib, quyidagini hosil qilamiz:

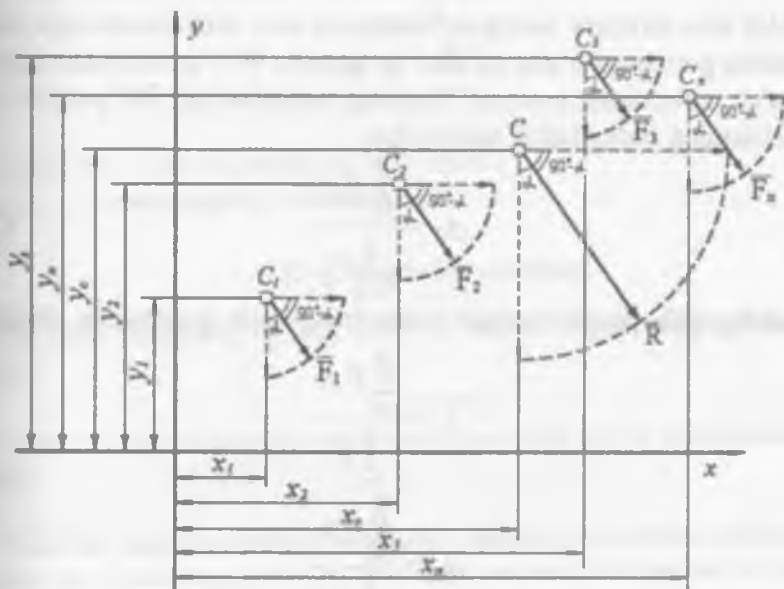
$$\frac{F_1}{BC} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \quad (1.43)$$

(1.42) va (1.43) munosabatlardan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: bir tomonga yo'nalgan ikkita parallel kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning algebraik yig'indisiga teng bo'lib, yo'nalishi mazkur kuchlar yo'nalishidadir, teng ta'sir etuvchisining ta'sir chizig'i esa bu kuchlar qo'yilgan nuqtalar orasidagi masofani shu kuchlarga teskari mutanosib bo'laklarga ajratadi.

Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qo'yilgan C nuqta parallel kuchlarning markazi deyilib, uning holati tashkil etuvchi kuchlarning yo'nalishiga bog'liq emas.

Endi istalgan parallel kuchlar tizimi markazining holatini aniqlovchi formulani keltirib chiqaramiz.

Qattiq jismning $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ nuqtalariga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ parallel kuchlar qo'yilgan bo'lsin (1.50-shakl).



1.50-shakl

Bu parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R} C(x_c, y_c)$ nuqta – parallel kuchlar markaziga qo'yilgan bo'lsin. C nuqta-ning koordinatalarini aniqlash talab etiladi.

1.4-§ dagi (1.5) formuladan ma'lumki,

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i \quad (e)$$

Parallel kuchlarning holati ularning yo'nalishiga bog'liq bo'lmaganligini nazarda tutib, berilgan barcha parallel kuchlarni vertikal Oy o'qqa parallel bo'lguncha α burchakka buramiz. Ularning teng ta'sir etuvchisi ham α burchakka buriladi.

Varinyon teoremasini koordinata boshiga nisbatan qo'llaymiz:

$$Rx_c = F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + \dots + F_n x_n (f)$$

Bundan

$$x_c = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n}$$

yoki

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (1.44)$$

Xuddi shu tartibda berilgan kuchlarni soat mili harakatiga teskari yo'nalishda gorizonta o'qqa parallel bo'lguncha 90° – a burchakka buramiz. Teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi teoremani qo'llab parallel kuchlar markazining ordinatasini aniqlaymiz:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (1.45)$$

Shunday qilib, parallel kuchlar markazining holati quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \\ y_c &= \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Ma'lumki, har qanday jismni juda ko'p kichik zarrachalar yig'indisidan iborat deyish mumkin; bu zarrachalarning og'irliklarini Yerning radiusi bo'ylab uning markaziga tomon yo'nalgan deb qarash mumkin.

Mexanikada o'rganilayotgan va muhandislik amaliyotida ishlatilayotgan jismlarning o'lchamlari Yerning o'lchamiga (uning radiusi taxminan 6371 km) nisbatan juda ham kichikdir. Shu bois statikada muvozanati o'rganilayotgan jismlarni kichik bo'lakchalardan iborat va bu bo'lakchalarning og'irlik kuchlari o'zaro parallel yo'nalgan deb qaraladi.

Qattiq jismni tashkil etgan n ta zarrachalarning og'irlik kuchlari o'zaro parallel bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisi $G = \sum_{i=1}^n G_i$ mazkur jismning og'irlik kuchi, parallel kuchlarning markazi esa jismning og'irlik markazi deyiladi.

Shularni e'tiborga olib, oxirgi formula yordamida jismlarning og'irlik markazi koordinatalarini ham aniqlash mumkin:

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{\sum_{i=1}^n G_i x_i}{\sum_{i=1}^n G_i} \\ y_C &= \frac{\sum_{i=1}^n G_i y_i}{\sum_{i=1}^n G_i} \end{aligned} \quad (1.47)$$

bu yerda G_i – i -zarrachaning og'irlik kuchi.

x_i, y_i – i -zarrachaning koordinatalari.

1.22-§. Og'irlik markazi

Bir jinsli* jismning og'irlik kuchi G hajm V orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$G = \gamma V, \quad (1.48)$$

bu yerda: γ – hajm birligiga to'g'ri kelgan og'irlik bo'lib, tajribalardan aniqlanadi.

*Izoh: bir jinsli jismlarning xususiyatlari shundaki, birinchidan ularning og'irlik markazi jism materialiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shaklga bog'liq bo'ladi. ikkinchidan esa γ – sonst bo'ladi.

Ixtiyoriy i -zarrachaning og'irligi esa

$$G_i = \gamma \cdot V_i \quad (1.48) a$$

ga teng. Natijada og'irlik markazi koordinatalari hajm orqali quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{\gamma \sum_{i=1}^n V_i x_i}{\gamma \sum_{i=1}^n V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i x_i}{\sum_{i=1}^n V_i} \\ y_C &= \frac{\gamma \sum_{i=1}^n V_i y_i}{\gamma \sum_{i=1}^n V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i y_i}{\sum_{i=1}^n V_i} \end{aligned} \quad (1.47) a$$

Endi jismning og'irligini yuza orqali ifodalaymiz. Ma'lumki bir jinsli va $h = \text{const}$ qalinlikdagi plastinaning yuzasi

$$G = \gamma \cdot hA \quad (1.49)$$

formuladan aniqlanadi. Bu yerda A – plastinaning yuzasi.

Plastinadan olingan i -zarracha

$$G_i = \gamma \cdot hA_i \quad (1.49) a$$

og'irlikka ega. U holda og'irlik markazi koordinatalari yuza orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{\gamma h \sum_{i=1}^n A_i x_i}{\gamma h \sum_{i=1}^n A_i} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \\ y_C &= \frac{\gamma h \sum_{i=1}^n A_i y_i}{\gamma h \sum_{i=1}^n A_i} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \end{aligned} \quad (1.47) b$$

Bu yerda A_i – i -zarrachaning yuzasi.

1.23-§. Og'irlik markazini aniqlash usullari

Jismlarning og'irlik markazini quyidagi usullarda aniqlash mumkin:

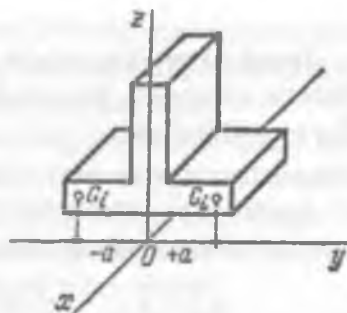
- simmetriya usuli;
- bo'lakchalarga bo'lish usuli;

- manfiy yuza usuli;
- tarozida tortish usuli.

Simmetriya usuli. Agar jism bir jinsli simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, uning og'irlik markazini aniqlash ancha osonlashadi.

Faraz qilaylik, jism XOZ simmetriya tekisligiga ega bo'lsin (1.51-shakl).

Bu holda jismning G_i og'irlikdagi $y_i = +a$ koordinataga ega bo'lgan zarrachasiga $y_i = -a$ koordinatali zarrachasi mos keladi. Shu sababli



1.51-shakl

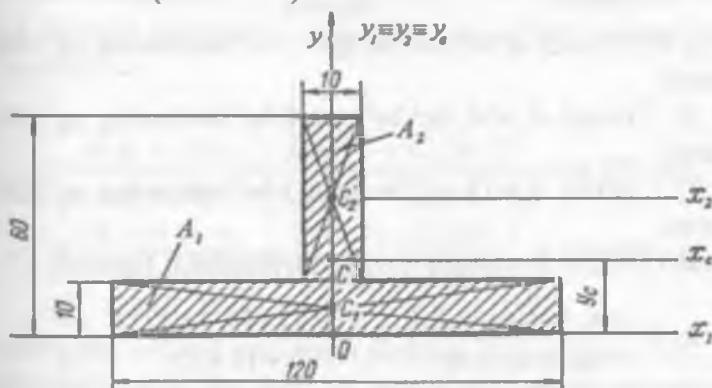
$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n G_i y_i}{\sum_{i=1}^n G_i} = 0 \quad (1.47) d$$

bo'ladi.

Bundan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

- simmetriya tekisligiga ega bo'lgan bir jinsli jismning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi;
- agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa, uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yotadi.

1.11-masala. Murakkab jism – tavrning og'irlik markazi koordinatasini aniqlash talab etiladi (1.52-shakl). O'lchamlar santimetrda ko'rsatilgan.



1.52-shakl

Yechish

Tavrni fikran ikita to'g'ri to'rtburchakka ajratamiz. Tavr vertikal o'qqa nisbatan simmetrik. Shu sababli uning og'irlik markazi *oy* o'qi ustida yotadi va $x_C = 0$ bo'ladi.

Chizmadan: $A_1 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$; $y_1 = OC_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$;

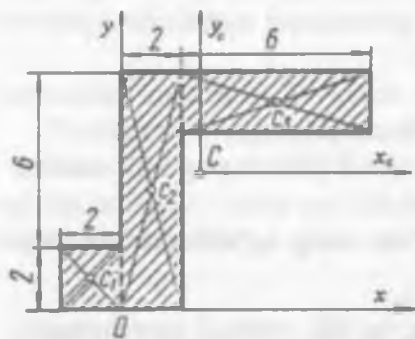
$A_2 = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$; $y_2 = OC_2 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

(1.47) *b* formulaning ikkinchisiga ko'ra

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 35 \cdot 10^{-3}}{(1,2 + 0,5) \cdot 10^{-3}} = 13,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Demak, tavrning og'irlik markazi $C(0; 13,8 \cdot 10^{-3} \text{ m})$ nuqtada yotar ekan.

Bo'laklarga ajratish usuli. Jismni tashkil etgan bo'laklarning og'irlik markazi koordinatalari oldindan ma'lum bo'lgan hollarda bu usuldan foydalanish ma'qul. Quyidagi masalani yechish jarayonida bunga ishonch hosil qilamiz.



1.53-shakl

1.12-masala. Murakkab jism – tekis shaklning og'irlik markazi aniqlansin (1.53-shakl). Barcha o'lchamlar santimetrda berilgan.

Yechish

Avval jismni fikran uchta oddiy bo'lakchalarga ajratamiz va *XOY* koordinata tekisligiga nisbatan har bir bo'lakcha uchun quyidagilarni aniqlaymiz:

$C_1(-1; 1)$ – yuzasi $A_1 = 4 \text{ sm}^2$ bo'lgan 1-bo'lakchanning og'irlik markazi koordinatasi;

$C_2(1; 4)$ – yuzasi $A_2 = 16 \text{ sm}^2$ bo'lgan 2-bo'lakchanning og'irlik markazi koordinatasi;

$C_3(5; 7)$ – yuzasi $A_3 = 12 \text{ sm}^2$ bo'lgan 3-bo'lakchanning og'irlik markazi koordinatasi.

U holda (1.47) *b* formulaga asosan quyidagilarni topamiz:

$$x_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4 \cdot (-1) + 16 \cdot 1 + 12 \cdot 5}{4 + 16 + 12} = \frac{9}{4} \text{ sm}$$

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4 \cdot 1 + 16 \cdot 4 + 12 \cdot 7}{4 + 16 + 12} = \frac{19}{4} \text{ sm}$$

Demak, jismning og'irlik markazi C ($9/4$ sm; $19/4$ sm) nuqtada yotar ekan. Bu misoldan ko'rinib turibdiki, jismning og'irlik markazi geometrik nuqta bo'lib, ba'zan jismning o'zida yotmasligi ham mumkin ekan.

Manfiy yuza usuli. Agar jism – tekis shaklning biror qismi qirqib tashlangan bo'lsa, uning og'irlik markazi manfiy yuza usuli yordamida aniqlanadi. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, jism ikkita: qirqilmagan butun jism va qirqilgan jismdan iborat deb qaraladi. Hisoblashda qirqilgan bo'lakning yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi.

1.13-masala. Manfiy yuza usuli yordamida tekis shaklning og'irlik markazi aniqlansin (1.54-shakl). Shaklning o'lchamlari: $b = 20$ sm, $h = 12$ sm, $r = 2$ sm.

Yechish

Murakkab shaklni ikkita oddiy shakl: to'g'ri to'rtburchak va doira (manfiy yuza)ga ajratamiz.

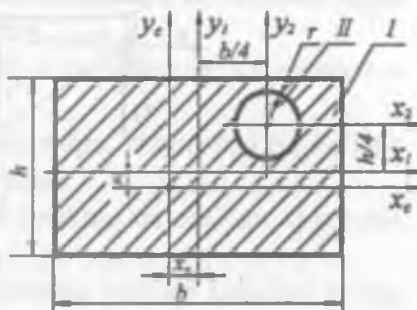
To'g'ri to'rtburchakning og'irlik markazi orqali ox va oy koordinata o'qlarini o'tkazamiz.

XOY koordinata tekisligiga nisbatan ikkala bo'lakchanning ham og'irlik markazi koordinatalari va yuzalarini hisoblaymiz.

To'g'ri to'rtburchak uchun: $x_1 = 0$; $y_1 = 0$; $A_1 = bh = 20 \cdot 12 = 240 \text{ sm}^2$.

Doira uchun: $x_2 = b/4 = 5$ sm; $y_2 = h/4 = 3$ sm; $A_2 = -\pi r^2 = -3,14 \cdot 2^2 = -12,56 \text{ sm}^2$.

(1.47) b formula yordamida tekis shaklning og'irlik markazi koordinatalarini hisoblaymiz:



1.54-shakl

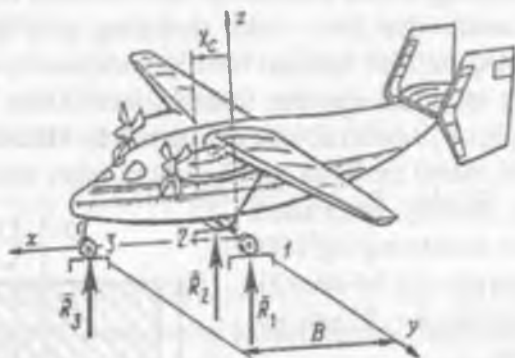
$$x_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12,56 \cdot 5}{240 - 12,56} = -0,277 \text{ sm}$$

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12,56 \cdot 3}{240 - 12,56} = -0,166 \text{ sm}$$

C ($-0,277$ sm; $-0,166$ sm) nuqta shaklida ko'rsatilgan.

Tarozida tortish usuli. Bir jinsli bo'lmagan yoki murakkab tuzilishga ega bo'lgan jism – konstruksiyalarning og'irlik markazini aniqlashda tajriba usulidan foydalanish ma'qul.

1.14-masala. Samolyotning og'irlik markazini aniqlash talab etiladi (1.55-shakl).



1.55-shakl

Yechish

Buning uchun samolyotni go'yoki uchadigan holatga keltirib, uning uchala g'ildiraklarini ham tarozilar (1, 2, 3) ga chiqaramiz. Tarozilarning shkalasi yordamida R_1 , R_2 va R_3 reaksiyalar aniqlanadi.

Samolyotning orqa g'ildiraklari orqali o'tuvchi y o'qqa nisbatan quyidagi tenglamani tuzamiz:

$$R_3 \cdot B - G \cdot x_c = 0 \quad (1.49)$$

bu yerda B – samolyotning bazasi;

$G = R_1 + R_2 + R_3$ – samolyotning og'irlik kuchi.

Shunday qilib, samolyotning og'irlik markazi koordinatasi

$$x_c = \frac{R_3}{G} B \quad (1.50)$$

formuladan topiladi.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qanday aniqlanadi?
2. Parallel kuchlar markazi holatini aniqlaydigan formulalarni yozing.
3. Jismlarning og'irlik markazi koordinatalari qanday aniqlanadi?
4. Jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash usullarini tushuntiring.

VII BOB. KINEMATIKA

1.24-§. Asosiy tushunchalar

Kinematikada nuqta va mutlaq qattiq jismning mexanik harakati faqat geometrik nuqtayi nazardan, ya'ni ularning massalari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'lanmasdan tekshiriladi.

Kinematika yunoncha «kinema» so'zidan olingan bo'lib, *harakat* degan ma'noni anglatadi.

Bu bobda nuqta va qattiq jism (mexanik sistema)larning kinematik holatlari o'rganiladi.

O'Ichamlari e'tiborga olinmaydigan jism nuqta, o'zaro bog'liq bo'lgan nuqtalar majmuyi esa mexanik sistema deyiladi.

Nuqta yoki jism muayyan vaqtda fazo (makon) da ma'lum kinematik holatda (tinch yoki harakatda) bo'ladi.

Ma'lumki, fazo, vaqt va harakat materiyaning yashash shakllari bo'lib, ular o'zaro bog'liq bo'ladi; materiyasiz harakat va harakatsiz materiya bo'lmaydi.

Klassik mexanika Galiley va Nyutonning fikrlariga asoslangan.

Nuqta (jism) kinematikasi deyilganda ularning harakat qonuni, trayektoriyasi, tezligi, tezlanishi, burchak tezligi, burchak tezlanishi va shu kabi-larni aniqlash tushuniladi. Odatda, bu kattaliklar *kinematik parametrlar* deyiladi.

Nuqta (jism)ning boshlang'ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog'liq holda aniq bir usulda o'tishi *harakat* deyiladi. Nuqtaning fazoda boshqa biror nuqta yoki jismga nisbatan vaziyatini o'zgartirishi *mexanik harakat* deyiladi.

Nuqta (jism)ning fazodagi vaziyatini istalgan vaqtda aniqlashga imkon beradigan matematik bog'lanish *harakat qonuni* deyiladi. Masalan, nuqta (jism) to'g'ri chiziqli tekis harakat qilsa, $S(t)$ bog'lanish ularning harakat qonuni bo'ladi, chunki vaqt t ga qiymat berib, bosib o'tilgan masofa (vaziyat) S ni aniqlash mumkin.

Nuqta (jism)ning vaziyati boshqa nuqta yoki jismga nisbatan aniqlanadi va bu nuqta (jism) harkat vaqtida ikkinchi nuqta yoki jism «tinch» holatda deb qaraladi. Tinch holatdagi nuqta yoki jismning vaziyati *sanoq (hisob) boshi* deb qabul qilinadi. Sanoq boshi bilan harakat qiladigan nuqta birgalikda *sanoq (o'lchov) sistemasi* deyiladi. Masalan, bekatdan avtomobil uzoqlashib bormoqda. Bu yerda bekat *sanoq boshi*, bekat va avtomobil birgalik-

da *sanoq sistemasidir*. Quyosh atrofida Yer harakat qiladi; bu holda Quyosh sanoq boshini, Quyosh va Yer esa birgalikda sanoq sistemasini tashkil etadi.

Nuqta (jism) harakatlangan paytda ketma-ket vaziyatlarni ifodalaydigan nuqtalarning geometrik o'zini *trayektoriya* (harakat chizig'i) deb ataladi.

Harakatlar nuqta trayektoriyasiga qarab to'g'ri va egri chiziqli harakatlarga, nuqta harakatining jadalligiga qarab tekis va notekis harakatlarga bo'linadi.

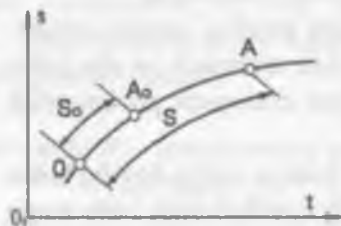
1.25-§. Nuqtaning harakati

Kinematikada nuqtaning harakati, asosan uch xil usulda beriladi:

- vektor usuli;
- kordinatalar usuli;
- tabiiy usul.

Biz nuqta harakatining tabiiy usulinigina o'rganish bilan chegaralanamiz, xolos.

Nuqtaning trayektoriyasi ma'lum bo'lsa, nuqta harakatini tabiiy usulda aniqlash qulaydir.



1.56-shakl

Ixtiyoriy A nuqta berilgan trayektoriya bo'yicha harakatlanmoqda (1.56-shakl).

Trayektoriyaning biror O nuqtasini sanoq boshi uchun tanlab olib, uni qo'zg'almas nuqta deb qaraymiz. Harakatlanayotgan nuqtaning holati trayektoriya bo'ylab hisoblanadigan $|O_1A| = S$ yoy koordinatasi bilan aniqlanadi.

Vaqt o'tishi bilan nuqta trayektoriya bo'ylab harakatlanadi, harakat tenglamasi yoki harakat qonuni t vaqtning bir qiymatli, uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyasidan iborat bo'ladi:

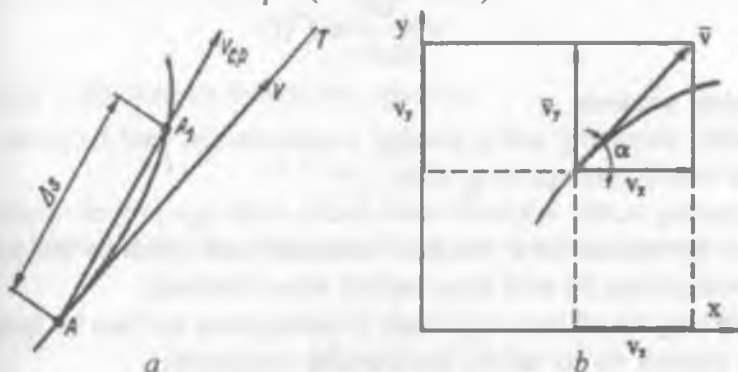
$$S=f(t) \quad (1.51)$$

Agar $f(t)$ funksiya ma'lum bo'lsa, t vaqtning har bir payti uchun S aniqlangach, ishorasiga qarab uni O_1 nuqtadan boshlab trayektoriya bo'yicha joylashtiramiz. Shu tarzda A nuqtaning berilgan paytdagi vaziyati topiladi.

Demak, A nuqtaning harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun uning trayektoriyasi, trayektoriyada olingan O sanoq boshi, yoy koordinatasining hisoblash yo'nalishi va $S=f(t)$ harakat tenglamasi berilgan bo'lishi lozim.

1.26-§. Harakati tabiiy usulda berilgan nuqtaning tezligi

A nuqta berilgan egri chiziqli trayektoriya bo'ylab $S=f(t)$ harakat tenglamasi asosida harakatlanmoqda (1.57-shakl, a).



1.57-shakl

Nuqta t vaqtda A holatni, $t+\Delta t$ vaqtdan so'ng A_1 holatni egallaydi. O'rtirma Δt vaqt juda kichik bo'lganligi sababli, AA_1 yoyni AA_1 vatar bilan almashtirish mumkin. Bu holda ΔS yoyning uzunligi vaqt funksiyasining Δt vaqt oralig'idagi orttirmasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$S+\Delta S=f(t+\Delta t)$$

yoki

$$\Delta S=f(t+\Delta t)-f(t) \quad (a)$$

Nuqtaning harakat tezligi birinchi yaqinlashuvda

$$v_{o'n}=\frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (1.52)$$

ko'rinishda aniqlanadi. Nuqtaning tezligi vektor kattalik bo'lib, yo'nalish va modulgacha ega. O'rtacha tezlik vektori A nuqtadan A_1 nuqtaga vektor bo'ylab yo'naladi.

Nuqtaning haqiqiy tezligi v ni topish uchun limitga o'tamiz:

$$v=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (1.53)$$

(a) ni e'tiborga olsak, quyidagi hosil bo'ladi:

$$v=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t} \quad (1.54)$$

Matematikadan ma'lumki, funksiya orttirmasining argument mos orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limiti shu funksiyaning *hosilasi* deyiladi.

Qabul qilingan belgilashlarga asosan hosilani

$$v = \frac{dS}{dt} = f'(t) \quad (1.55)$$

ko'rinishda yozamiz.

Demak, nuqtaning tezligi harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.

Nuqtaning tezlik vektorini koordinata o'qlariga proyeksiyalab (1.57-shakl, *b*) $v_x = v \cos \alpha$ va $v_y = v \sin \alpha$ ifodalarni hosil qilamiz. Bu yerda α – tezlik vektorining Ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi.

Tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari ma'lum bo'lganda, tezlikning qiymati va yo'nalishi quyidagicha aniqlanadi:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1.56)$$

$$\alpha = \arctg \frac{v_y}{v_x} \quad (1.57)$$

1.27-§. Harakati tabiiy usulda berilgan nuqtaning tezlanishi

Nuqta egri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanganda uning tezligi miqdor va yo'nalish jihatidan o'zgarishi mumkin.

Odatda, vaqt birligi mobaynida tezlikning o'zgarishi *tezlanish* deb yuritiladi.

Egri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanayotgan ixtiyoriy A nuqta Δt vaqt davomida A holatdan A_1 holatga o'tsin (1.58-shakl, *a*).



1.58-shakl

Harakat natijasida A nuqta $AA_1 = \Delta S$ yoyni bosib o'tdi.

Nuqtaning tezligi A holatda v ga, A_1 holatda esa v_1 ga teng. Chizmadan ko'rinib turganidek, A nuqtaning tezligi yo'nalishini ham, qiymatini ham o'zgartiradi. Nuqtaning o'rtacha tezlanishini topamiz:

$$\bar{a} = \frac{v_{o'n}}{\Delta t} \quad (1.58)$$

Limitga o'tib, haqiqiy tezlanishni topamiz:

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1.58) a$$

(1.55) ifodani e'tiborga olib, tezlanishni quyidagicha yozamiz:

$$a = \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

yoki

$$a = f''(t) \quad (1.59)$$

Demak, nuqtaning tezlanishi tezlik funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli yoki harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng ekan.

Endi tezlanish vektorini harakat trayektoriyasiga urinma va normal bo'lgan o'zaro perpendikulyar tashkil etuvchilarga ajratamiz (1.58-shakl, b):

$$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n, \quad (1.60)$$

bu yerda $\bar{a}_t$ – urinma tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan urinma bo'ylab yo'naladi;

$\bar{a}_n$ – normal tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan bosh normal bo'ylab yo'naladi.

Urinma va normal tezlanishlarning miqdorlari quyidagicha aniqlanadi:

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.61)$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}, \quad (1.62)$$

bu yerda r – egrilik radiusi.

Tezlanishning a_t va a_n tashkil etuvchilari o'zaro tik (perpendikulyar) yo'nalganligi uchun to'la tezlanish moduli

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad (1.60) \quad a$$

formuladan, yo'nalishi esa

$$\mu = \arctg \frac{a_t}{a_n} \quad (1.63)$$

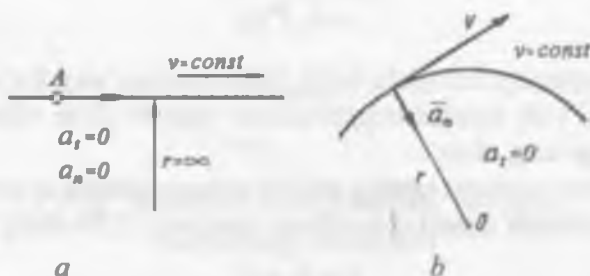
formuladan aniqlanadi.

Endi harakatning ba'zi xususiy hollarini ko'rib chiqamiz.

1. To'g'ri chiziqli tekis harakat (1.59-shakl, a).

Bunda nuqtaning trayektoriyasi to'g'ri chiziqdan ($r=\infty$) iborat, tezligi esa o'zgarmas ($v=\text{const}$) bo'ladi. Shuning uchun, nuqtaning normal tezlanishi

$a_n = \frac{v^2}{r} = 0$, urinma tezlanishi $a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ va to'la tezlanishi $a=0$ bo'ladi.



1.59-shakl

2. Egri chiziqli tekis harakat (1.59-shakl, b). Bu holda nuqtaning tezligi miqdor jihatidan o'zgarmas ($v=\text{const}$) bo'lsa-da, yo'nalishi o'zgarishi mumkin.

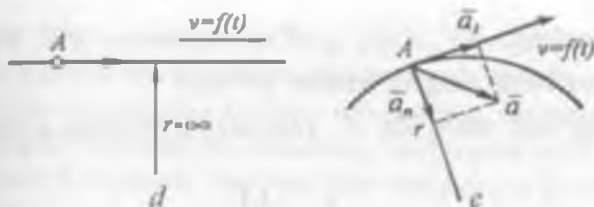
Nuqtaning urinma tezlanishi $a_t=0$, normal tezlanishi $a_n \neq 0$ bo'ladi. Egri chiziqli tekis harakatda to'la tezlanish normal tezlanishga tengdir:

$$a = a_n$$

3. To'g'ri chiziqli notekis harakat (1.59-shakl, d). Bu holda nuqtaning trayektoriyasi to'g'ri chiziqli ($r=\infty$), tezlikning miqdori esa o'zgaruvchan ($\Delta v \neq 0$) bo'ladi.

Normal tezlanish, to'la tezlanish esa urinma tezlanishdan iborat bo'ladi:

$$a = a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



1.59-shakl

4. Egri chiziqli notekis harakat (1.59-shakl, e). Bunday holda nuqta o'zgaruvchan tezlikka ega bo'ladi, ya'ni $\Delta v \neq 0$ ga teng. Shuning uchun normal va urinma tezlanishlar noldan farqli bo'ladi:

$$a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0$$

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \neq 0$$

To'la tezlanish vektori esa normal va urinma tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng:

1.28-§. Qattiq jismning ilgarilanma harakati

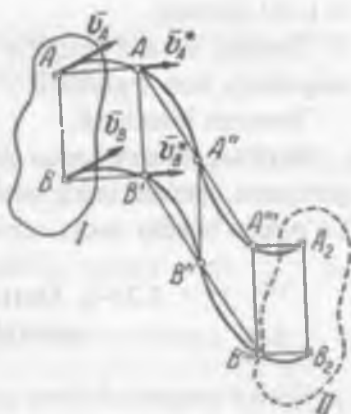
Jismdan olingan har qanday kesma jism harakati davomida har doim o'z-o'ziga parallel qolsa, jismning bunday harakati *ilgarilanma harakat* deyiladi.

To'g'ri yo'ldan ketayotgan avtomobil kuzovining harakati, velosiped pedalinining harakati va shu kabilar ilgarilanma harakatga misol bo'ladi.

Teorema. Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning hamma nuqtalari bir xil va parallel joylashgan trayektoriyalar bo'ylab harakatlanadi hamda har onda bir xil tezlik va bir xil tezlanishga ega bo'ladi.

Isbot. Biror jism ilgarilanma harakat qilib t vaqt oralig'ida vaziyatini o'zgartirsin (1.60-shakl).

$AB, A'B', \dots, A_2B_2$ kesmalar jism bilan bog'liq holda harakatlanayotgan AB kesmaning birin-ketin vaziyatlarini ifodalab, o'zaro teng va parallel bo'ladi.



1.60-shakl

Shuning uchun, $AA', A'A'', \dots, A''A_2$ kesmalar $BB', B'B'', \dots, B''B_2$ kesmalarga mos holda teng va parallel bo'ladi.

A nuqtaning vaqt oralig'ida A' vaziyatga o'tishidagi o'rtacha tezligini aniqlaymiz:

$$v_A = \frac{AA'}{\Delta t} \quad (a)$$

Xuddi shunga o'xshash B nuqta uchun

$$v_B = \frac{BB'}{\Delta t} \quad (b)$$

Chizmadan $AA' = BB'$ ekanligi ma'lum, shu sababli

$$v_A = v_B \quad (c)$$

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_B \text{ yoki } v_A = v_B \quad (e)$$

ni hosil qilamiz.

Binobarin, $\Delta v_A = \Delta v_B$ hamda A va B nuqtalarning vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlanish vektorlari ham

$$\frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad (f)$$

o'zaro teng bo'ladi.

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \text{ yoki } a_A = a_B \quad (g)$$

ni hosil qilamiz.

Demak, A va B nuqtalar bir xil harakatlanar ekan. Bu xulosa boshqa nuqtalarga ham tegishlidir.

Teorema isbotlandi.

Isbotlangan teoremadan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: jismning ilgarilanma harakati uning istalgan bitta nuqtasining harakati bilan aniqlanadi. Ko'pincha bunday nuqta uchun jismning og'irlik markazi C nuqta olinadi.

1.29-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati

Ikki nuqtasi doimo qo'zg'almasdan qoladigan jismning harakati *qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat* deyiladi. Qo'zg'almas nuqtalardan o'tuvchi o'q *aylanish o'qi* deyiladi.

Turbinalar diski, generatorlarning rotori, dastgohlarning maxovigi qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismga misol bo'ladi.

Jismni aylanma harakatga keltirish uchun uning ixtiyoriy ikki nuqtasini qo'zg'almas qilib mahkamlash (masalan, A podshipnik va B tayanchiq yordamida) yetarli (1.61-shakl). Natijada jism vertikal z o'qi atrofida aylanma harakat qiladi.

Aylanma harakatdagi jismning kinematik parametrlarini aniqlashga o'tamiz. Buning uchun, z o'qi orqali qo'zg'almas Q_0 va harakatdagi silindrik jism bilan bog'liq bo'lgan Q tekislik o'tkazamiz; bu tekisliklar orasidagi φ burchak jismning *aylanish burchagi* deyiladi.

Aylanish burchagining miqdori va yo'nalishiga qarab Q tekislikning Q_0 tekislikka nisbatan vaziyati aniqlanadi. Boshqacha aytganda vaqt o'tishi bilan φ o'zgaradi:

$$\varphi = \varphi(t) \quad (1.64)$$

Bu tenglama qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qilayotgan jismning kinematik yoki harakat tenglamasi deyiladi.

Aylanish burchagi gradus yoki radianda o'lchanadi.

Aytaylik, vaqtning t paytida jism φ , $t + \Delta t$ paytida esa $\varphi + \Delta\varphi$ burchakka burilsin.

$\Delta\varphi$ ning Δt ga nisbati jismning Δt vaqtdagi o'rtacha burchak tezligi deyiladi:

$$\omega_{o'n} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (1.65)$$

Jismning haqiqiy yoki berilgan ondagi burchak tezligini aniqlash uchun $\omega_{o'n}$ ning Δt nolga intilgandagi limitini hisoblaymiz:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (1.65) a$$

Aylanish φ burchagi vaqt funksiyasi bo'lganligi uchun $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ bu funksiyaning hosilasi bo'ladi (1.26-§ ga qarang). Buni e'tiborga olsak

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t) \quad (1.65) b$$

ko'rinishda yoziladi.

Shunday qilib, jismning ayni paytdagi burchak tezligi aylanish burchagi funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir.

Burchak tezlik rad/s yoki 1/s da o'lchanadi.

Ko'pincha texnik hisoblashlarda burchak tezlikni sekundiga radianda emas, balki minutiga aylanishda ifodalashga to'g'ri keladi. Shu sababli minutiga aylanishlar soni bilan ifodalanadigan burchak tezlik n ni bilish muhimdir.

Jism bir marta z o'qi atrofida to'la aylanganda aylanish burchagi $\varphi = 2\pi$ bo'ladi. Jism bir minutda n marta aylansa, burchak tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \quad (1.66)$$

Bundan,

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} \approx 10 \cdot \omega \quad (1.67)$$

Oxirgi ifodadagi ω hamma vaqt rad/s yoki 1/s, n esa ayl/min da o'lchanishini unutmaslik zarur.

Vaqtning t paytida jismning burchak tezligi ω . $t + \Delta t$ paytida esa $\omega + \Delta\omega$ ga teng bo'lsin. U holda Δt vaqtdagi o'rta burchak tezlanish

$$\varepsilon_{\text{ort}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.68)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Jismning haqiqiy yoki vaqtning ayni paytdagi burchak tezlanishi quyidagiga teng:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.68) a$$

Hosilaning ta'rifiga ko'ra

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varphi''(t) \quad (1.68) b$$

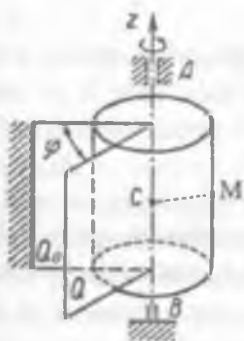
Binobarin, jismning ayni paytdagi burchak tezlanishini topish uchun burchak tezlik funksiyasidan birinchi tartibli hosila yoki aylanish burchagi funksiyasidan ikkinchi tartibli hosila olish kifoya.

Burchak tezlanish rad/s yoki 1/s da o'lchanadi.

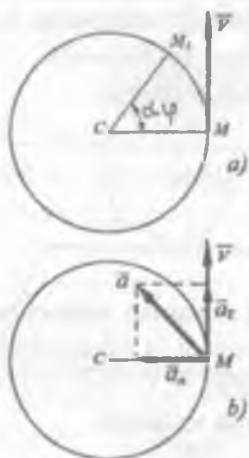
1.30-§. Aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi

1.61-shaklda tasvirlangan jismning aylanish o'qidan R masofada joylashgan ixtiyoriy M nuqtani olamiz.

M nuqta radiusi R ga teng, markazi aylanish o'qining C nuqtasida joylashgan aylana chizishi tabiiy; odatda, bu aylana M nuqtaning trayektoriyasi deyiladi (1.62-shakl, a).



1.61-shakl



1.62-shakl

Biror t vaqtda M holatda bo'lgan nuqta dt vaqtdan so'ng jism α burchakka burilganligi bois M_1 holatni egallaydi. Boshqacha aytganda, nuqta trayektoriya bo'ylab $ds = R \cdot d\varphi$ yoyni bosib o'tadi.

(1.55) formulani e'tiborga olib, M nuqtaning tezligini aniqlaymiz:

$$v = \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.69)$$

bu yerda $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ bo'lganligi sababli

$$v = R \cdot \omega \quad (1.70)$$

Demak, aylanuvchi jism nuqtasining tezligi miqdor jihatidan burchak tezlik bilan mazkur nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa ko'paytmasiga teng bo'lib, uning vektori o'zining trayektoriyasiga harakat yo'nalishi bo'yicha o'tkazilgan urinma bo'ylab yo'naladi.

Muhandislik amaliyotida ko'pincha aylanuvchi silindrsimon jismlar (val, shkv va b.)ning gardishlaridagi nuqtalarning tezligini ayl/min da ifodalash zaruriyati tug'iladi. Bunday holda quyidagi formuladan foydalanish ma'qul:

$$v = \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi n}{30} = \frac{Dn}{19,1}, \quad (1.71)$$

bu yerda: D – aylanuvchi silindrsimon jismning diametri;

n – bir minutdagi aylanishlar soni.

M nuqtaning tezlanishini 1.27-§ dagi formulalar yordamida aniqlaymiz (ko'rilyotgan holda $r=R$):

a) normal tezlanish

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R \cdot \omega)^2}{R}$$

yoki

$$a_n = \omega^2 \cdot R \quad (1.72)$$

Normal tezlanish vektori radius bo'ylab markazga, ya'ni aylanish o'qi tomon yo'naladi (1.62-shakl, b); shu sababli a_n markazga intilma tezlanish deb yuritiladi.

b) urinma tezlanish

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(R \cdot \omega) = R \cdot \frac{d\omega}{dt},$$

burchak tezlanish $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ ekanligi ma'lum; natijada

$$a_t = R \cdot \varepsilon \quad (1.73)$$

Urinma tezlanish a_t trayektoriyaga o'tkazilgan urinma bo'ylab (agar harakat tezlanuvchan bo'lsa, a_t harakat yo'nalishida, aksincha, sekinlanuvchan bo'lganda esa unga teskari) yo'naladi.

Yuqoridagilarni inobatga olib nuqtaning tezlanish modulini

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} \quad (1.74)$$

formuladan va yo'nalishini esa

$$\mu = \arctg \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \quad (1.75)$$

formuladan aniqlaymiz.

1.31-§. Qattiq jismning tekis parallel harakati haqida qisqacha tushunchalar

Qattiq jismning *tekis parallel harakati* deb, uning shunday harakatini aytiladiki, bunda jismning barcha nuqtalari biror qo'zg'almas tekislikka parallel bo'lgan tekisliklarda harakatlanadi.

Qattiq jismning tekis parallel harakatini o'rganish uchun mazkur jism orqali qo'zg'almas H_0 tekislikka parallel bo'lgan ixtiyoriy H tekislikni o'tkazamiz (1.63-shakl).

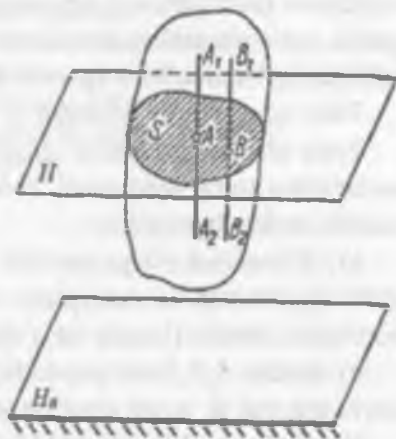
H tekislik jismda S qirqimni hosil qiladi; odatda, bu S yuza tekis shakl deb yuritiladi. Tekis shakl doimo H tekislikda harakatlanadi.

H tekislikka perpendikulyar qilib jismdan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarni ajratamiz.

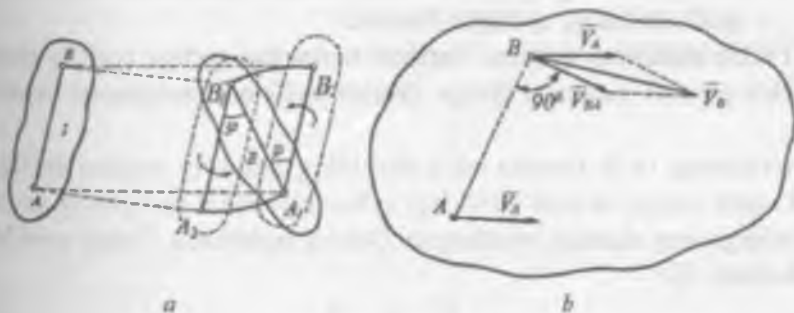
Jism tekis parallel harakat qilganda A_1A_2 va B_1B_2 kesmalar mos ravishda o'ziga parallel ravishda ko'chadi, ya'ni ular ilgarilanma harakat qiladi.

1.28-§ da ko'rib o'tganimizdek, ilgarilanma harakat qilayotgan kesmada yotgan barcha nuqtalar bir xil harakatlanadi. Bu esa ilgarilanma harakat qilayotgan hamma nuqtalarning harakatini o'rganish o'rniga ulardan istalgan bittasining harakatini o'rganish yetarli ekanligini tasdiqlaydi.

Shu sababli ilgarilanma harakat qilayotgan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarda yotuvchi barcha nuqtalarning harakatini o'rganish o'rniga ulardan birining, masalan tekis shakl S da yotuvchi A va B nuqtalarning harakatini o'rganish kifoya.



1.63-shakl



1.64-shakl

Shunday qilib, tekshirilayotgan qattiq jismning tekis parallel harakatini o'rganish uchun H_0 qo'zg'almas tekislikka parallel bo'lgan tekis shakl S ning H tekislikdagi harakatini bilish yetarlidir.

Odatda, H tekislik S tekis shaklning *harakat tekisligi* deb ataladi.

Endi tekis shaklning harakatini o'rganamiz (1.64-shakl, a).

Tekis shaklning harakati ixtiyoriy ikki nuqtasi (A va B) ning holati bu nuqtalarni tutashtiruvchi kesmaning holati bilan aniqlanadi. Boshqacha aytganda, tekis shaklning harakatini o'rganish o'rniga undan olingan ixtiyoriy kesmaning harakatini o'rganish kifoya.

Tekis shaklning I holatdan II holatga ko'chishini qarab chiqamiz.

Tekis shaklning harakat tekisligidagi I holati AB , II holati esa A_1B_1 kesmalar bilan to'liq aniqlanadi. II holatning hosil bo'lishini quyidagi ikki variantda izohlash mumkin:

a) AB kesmani o'ziga parallel holda A_1B_2 holatga ko'chirish (bunda tekis shakl ilgarilanma harakat qiladi) va keyin A_1B_2 kesmani A_1 nuqta atrofida φ burchakka burish (bunda tekis shakl aylanma harakat qiladi);

b) dastlab A_2B_1 holat paydo bo'lguncha AB kesmani ilgarilanma siljitish, keyin esa uni B_1 nuqta atrofida φ burchakka burish lozim.

Harakatlanuvchi tekis shakl bilan bog'liq bo'lgan va burilish markazi deb qabul qilingan ixtiyoriy nuqta *qutb* deyiladi. Birinchi holatda A_1 nuqta, ikkinchi holatda esa B_1 nuqta qutb sifatida tanlab olindi. Qutblarni turlicha tanlash bilan tekis shaklning faqat ilgarilanma siljish qismini o'zgartirish mumkin. Lekin qutbning tanlanishi tekis shaklning aylanma harakatiga bog'liq bo'lmaydi, chunki burilish burchagi burchak tezlik va aylanish yo'nalishiga bog'liq emas.

Yuqoridagilardan quyidagi xulosalar kelib chiqadi:

1) tekis parallel harakatni ikkiga ajratish mumkin:

- tekis shaklning qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakati;
- qutb atrofidagi aylanma harakat.

2) tekis shaklning aylanma harakati tanlangan qutbga bog'liq emas.

Tekis parallel harakatni ikkiga ajratish tezliklarni aniqlashni osonlashtiradi.

Statikaning to'la kursida tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasi tezligi ikki tezlik: qutb tezligi va qutb atrofidagi aylanma harakat tezligining geometrik yig'indisiga teng ekanligi isbotlangan. Buning matematik ifodasi quyidagicha (1.64-shakl, b):

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \quad (1.76)$$

bu yerda: $v_{BA} = \omega \cdot AB$ – B nuqtaning qutbga nisbatan aylanma tezligi
bo'lib, AB ga perpendikulyar yo'naladi;
 ω – tekis shaklning burchak tezligi.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Kinematikada mexanik harakat qanday holda o'rganiladi?
2. Harakat qonuni va harakat trayektoriyasi deganda nimani tushunasiz?
3. Harakat tabiiy usulda berilganda nuqtaning tezligi va tezlanishi formulalarini yozing.
4. Jismning ilgarilanma harakatini misollar yordamida tushuntiring.
5. Aylanma harakatdagi nuqtaning tezligi va tezlanishi qanday aniqlanadi?
6. Tekis parallel harakatning mohiyatini tushuntiring.

VIII BOʻLIM. DINAMIKA

1.32-§. Asosiy tushunchalar

Dinamikada nuqta va qattiq jismlarning mexanik harakati ularning massasiga va harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarga bogʻliq ravishda oʻrganiladi.

Dinamika yunoncha «dynamics» soʻzidan olingan boʻlib, kuch degan maʼnoni anglatadi.

Maʼlumki, jismning harakati taʼsir etuvchi kuchning miqdori va yoʻnalishiga, jismning massasi, geometrik shakli va oʻlchamlari, egallagan vaziyati kabilarga bogʻliqdir.

Dinamikada harakatni oʻrganishni soddalashtirish maqsadida moddiy nuqta tushunchasi kiritiladi.

Moddiy nuqta deb, harakatni oʻrganishda oʻlchamlari ahamiyatga ega boʻlmagan, lekin massaga ega boʻlgan jismni aytiladi.

Dinamikada asosan kuch, massa va tezlanishlar orasida munosabatlar oʻrnatilib, nuqta yoki jismlarning harakat qonunlari aniqlanadi.

Statikada kuch fizik kattalik sifatida jismlarning oʻzaro taʼsirini ham miqdor, ham yoʻnalish jihatidan ifodalashi bayon etilgan edi.

Massa jismda mavjud boʻlgan materiya miqdori boʻlib, uning inertligini miqdor jihatidan tavsiflovchi fizik kattalikdir.

Jismning inertligi deganda qoʻyilgan kuchlar taʼsirida jismning oʻz tezligini oʻzgartirish (oshirish yoki kamaytirish) xususiyati tushuniladi. Masalan, bir xil kuchlar taʼsirida bir xil sharoitdagi ikki jismdan birinchisining tezligi ikkinchisiga nisbatan sekin oʻzgarsa, birinchi jism koʻproq inertlikka ega deb hisoblanadi.

Klassik mexanikada jismning massasi oʻzgarmas, skalyar va musbat kattalik deb qaraladi.

Jismni tashkil etgan moddalarning miqdori bilan tavsiflanuvchi va inertligini ifodalovchi kattalik *inertsiya massa* deyiladi.

Jismning fizik xossalarga bogʻliq boʻlgan va

$$m = \frac{G}{g} = \text{const} \quad (1.77)$$

formula yordamida aniqlanadigan massa *gravitatsion massa* deyiladi.

Jismlarning tezligi ϑ yorugʻlik tezligi c dan ancha kichik boʻlgan odatdagi sharoitda gravitatsion va inertsiya massalar oʻzaro teng boʻladi.

Nisbiylik nazariyasida jismning massasi m uning tezligi v ga bog'liq ekanligi isbotlangan:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.78)$$

bu yerda m_0 – jismning tinch holatdagi massasi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da massa kilogramm (kg) bilan o'lchanadi.

Dinamikaning masalalarini ikki guruhga bo'lish mumkin:

– dinamikaning birinchi masalasida moddiy nuqta yoki jismga ta'sir etuvchi kuchlar ularning harakatiga ko'ra aniqlanadi;

– dinamikaning ikkinchi (birinchiga teskari) masalasida moddiy nuqta yoki jismning harakati ularga ta'sir etuvchi kuchlarga ko'ra aniqlanadi.

Dinamika masalalarini yechishda statikaning (masalan, kuchlarning muvozanati, kuchlarni qo'shish, ularni sodda holga keltirish va h.) hamda kinematikaning qoida va uslublaridan keng foydalaniladi.

1.33-§. Dinamikaning asosiy qonunlari

Dinamikaning qonunlari ko'p yillik tajriba va kuzatishlar asosida XVII asrda G.Galiley va I.Nyutonlar tomonidan kashf etilgan hamda 1687-yilda I.Nyutonning «Natural falsafaning matematik asoslari» asarida bayon etilgan.

Birinchi qonun (inersiya qonuni)

Ta'rif: tashqi kuchlardan xoli bo'lgan moddiy nuqta biror kuch ta'sir etmaguncha o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi.

Ta'rifga ko'ra $\vec{F} = 0$ ga teng; shu sababli $\vec{a} = 0$, $\vec{v} = \text{const}$, bo'ladi.

Bu yerda $\vec{F}$ – moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuch vektori;

$\vec{v}$ – moddiy nuqtaning tezlik vektori;

$\vec{a}$ – moddiy nuqtaning tezlanish vektori.

Bu qonun o'rinli bo'lgan moddiy nuqtaning harakati *inersion harakat*, qonunning o'zi esa *inersiya qonuni* deyiladi.

Ikkinchi qonun
(tezlanish va kuchning mutanosiblik qonuni)

Ta'rif: moddiy nuqtaning kuch ta'sirida olgan tezlanishi bilan mas-sasining ko'paytmasi miqdor jihatidan shu kuchga teng bo'lib, tezlanishi kuch bilan bir xil yo'nalishda bo'ladi.

Ta'rifga ko'ra

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}, \quad (1.79)$$

bu yerda $m = \text{const}$ bo'lib, moddiy nuqtaning massasi.

(1.79) tenglama dinamikaning asosiy tenglamasi bo'lib, tezlanish va kuchning mutanosiblik qonunini ifodalaydi.

Moddiy nuqtaning tezlanish vektori

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ekanligi kinematikadan ma'lum. Buni e'tiborga olib, dinamikaning asosiy tenglamasini

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (1.80)$$

ko'rinishda yozamiz.

Moddiy nuqta inersion holatda bo'lishi uchun $\vec{F} = 0$ bo'lishi kerak: bu shart $\vec{v} = \text{const}$ bo'lganda bajariladi.

Kuch bilan tezlanish bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgani sababli ularning modullari orasida quyidagi tenglik o'rinalidir:

$$m \cdot a = F \quad (1.81)$$

Bu formula jismning og'irlik kuchi G ni aniqlashga imkon beradi:

$$G = m \cdot g, \quad (1.82)$$

bu yerda $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ – erkin tushish tezlanishi.

Uchinchi qonun
(ta'sir va aks ta'sirning tengligi qonuni)

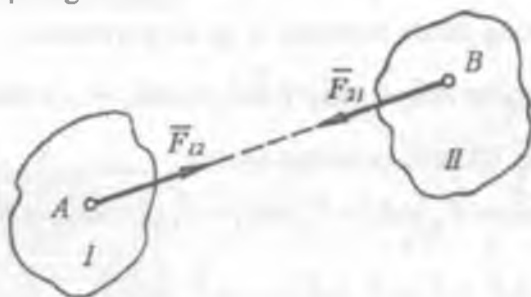
Ta'rif: ikkita moddiy nuqta miqdorlari teng va shu nuqtalarni tutash-tiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan bir-biriga ta'sir etadi.

Ta'sir kuchini $\vec{F}_{12}$, aks ta'sir kuchini esa $\vec{F}_{21}$ deb belgilasak (1.65-shakl), ta'rifga binoan

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (1.83)$$

Bu yerda «minus» ishorasi kuchlarning o'zaro qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi.

Aks ta'sir etuvchi $\vec{F}_{21}$ kuchning paydo bo'lishiga sabab ikkinchi jismning inertligidir, ya'ni ikkinchi jism o'zining dastlabki kinematik holati (inersiyasi)ni saqlashga intiladi.



1.65-shakl

Ta'sir va aks ta'sir kuchlarini qo'shib bo'lmaydi; boshqacha aytganda, ular bir-birini muvozanatlamaydi, chunki bu kuchlar boshqa-boshqa jismlarga qo'yilgan.

Dinamikaning ikkinchi qonuniga ko'ra

$$\vec{F}_{12} = m_1 \cdot \vec{a}_1$$

$$\vec{F}_{21} = m_2 \cdot \vec{a}_2$$

Bularni e'tiborga olsak, quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{a_1}{a_2} = -\frac{m_2}{m_1} \quad (1.84)$$

Demak, ikki moddiy nuqtaning bir-biriga beradigan tezlanishlari ularning massalariga teskari mutanosib bog'lanishda bo'lar ekan.

To'rtinchi qonun

(kuchlar ta'sirining bir-biriga xalal bermasligi qonuni)

Ta'rif: moddiy nuqtaga bir vaqtda bir qancha kuch ta'sir etganda nuqta oladigan tezlanish mazkur nuqtaga bu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda oladigan tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.

Faraz qilaylik, m massali moddiy nuqtaga bir vaqtda $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir ko'rsatsin va unga $\vec{a}$ tezlanish bersin.

Bu moddiy nuqtaga berilgan kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda beradigan tezlanishlarini mos ravishda $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \dots, \vec{a}_n$ bilan belgilaylik.

Ta'rifga ko'ra:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4 + \dots + \vec{a}_n \quad (a)$$

Oxirgi ifodaning ikkala tomonini m ga ko'paytiramiz:

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + m\vec{a}_3 + m\vec{a}_4 + \dots + m\vec{a}_n \quad (b)$$

Dinamikaning ikkinchi qonuniga binoan

$$m\vec{a}_1 = \vec{F}_1, m\vec{a}_2 = \vec{F}_2, m\vec{a}_3 = \vec{F}_3, \dots, m\vec{a}_n = \vec{F}_n$$

$$\text{Bundan } m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

yoki

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1.85)$$

munosabatlar kelib chiqadi. Bunda $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – teng ta'sir etuv-chi kuch.

Demak, moddiy nuqtaga bir vaqtda bir necha kuch ta'sir etganda ham dinamikaning asosiy tenglamasi o'z kuchida qolar ekan.

1.34-§. Inersiya kuchi tushunchasi.

Kinetostatika usuli

Aytaylik, ishchi aravachaga $\vec{a}$ tezlanish berib, uni rels ustida $\vec{F} = m\vec{a}$ kuch bilan itarib bormoqda (1.66-shakl).

Dinamikaning uchunchi qonuniga muvofiq, ishchi aravacha tomonidan miqdori $\vec{F}$ kuchga teng, lekin unga qarama-qarshi yo'nalgan

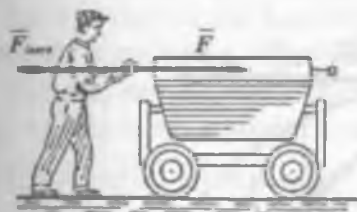
$$\vec{F}^{iners} = -\vec{F} = -m\vec{a} \quad (1.86)$$

aks ta'sir (reaksiya)ga duch keladi. Bu aks ta'sir yoki aravachaning ishchi-ga ko'rsatgan reaksiyasi *inersiya kuchi* deb atalib, ishchining qo'lga ta'sir ko'rsatadi.

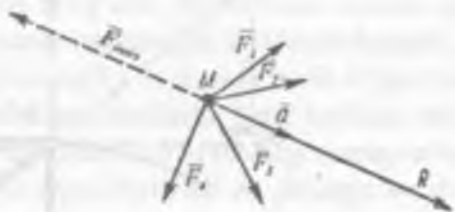
Bu misolni tahlil qilib harakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan inersiya kuchi mavjudligiga ishonch hosil qildik.

Endi fransuz olimi D'Alamber taklif etgan kinetostatika usulini ko'rib chiqamiz.

Faraz qilaylik, M moddiy nuqtaga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (1.67-shakl).



1.66-shakl



1.67-shakl

Bu kuchlar faol va reaksiya kuchlaridan iborat bo'lishi tabiiy; ularning teng ta'sir etuvchisi $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n$ ga teng.

Dinamikaning to'rtinchi qonuniga asosan, bu kuchlar ta'siridan moddiy nuqta $\vec{a}$ tezlanish oladi:

$$m\vec{a} = \vec{R}$$

Oxirgi ifodani quyidagicha yozib olamiz:

$$-m\vec{a} + \vec{R} = 0$$

inersiya kuchining ta'rifiga ko'ra

$$-m\vec{a} = \vec{R}^{iners} \quad (1.86) a$$

bo'ladi. U holda

$$\vec{F}^{iners} + \vec{R}^{iners} = 0 \quad (1.87)$$

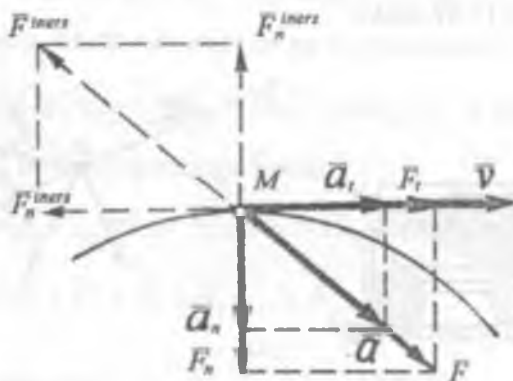
yoki

$$\vec{F}^{iners} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \dots + \vec{F}_n = 0 \quad (1.87) a$$

Oxirgi formulaga tayanib, D'Alamber prinsipining mohiyatini ta'riflaymiz: moddiy nuqta harakatining istalgan paytida unga qo'yilgan faol kuchlar, reaksiya kuchlari va inersiya kuchi o'zaro muvozanatda bo'ladi.

Shunday qilib, bu prinsip dinamika masalalarini rasmiy ravishda statika masalalariga keltirishga imkon beradi. Odatda, bu usul *kinetostatika usuli* deyiladi.

Endi egri chiziqli trayektoriya bilan harakatlanayotgan M moddiy nuqtaga ta'sir ko'rsatuvchi inersiya kuchlarini aniqlaymiz (1.68-shakl).



1.68-shakl

Avvalo moddiy nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchni urinma ($\vec{F}_t = m\vec{a}_t$) va normal ($\vec{F}_n = m\vec{a}_n$) tashkil etuvchilarga ajratamiz. Xuddi shunday $\vec{a}$ tezlanish ham urinma ($\vec{a}_t$) va normal ($\vec{a}_n$) tezlanishlarga ajratiladi.

Demak,

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Inersiya kuchi harakat yo'nalishiga teskari bo'ladi:

$$\vec{F}_t^{\text{iners}} = -m\vec{a}_t^{\text{iners}}$$

$$\vec{F}_n^{\text{iners}} = -m\vec{a}_n^{\text{iners}}$$

yoki

$$\vec{F}^{\text{iners}} = \vec{F}_t^{\text{iners}} + \vec{F}_n^{\text{iners}} \quad (1.88)$$

Inersiya kuchining moduli quyidagiga teng:

$$\vec{F}_{\text{iners}} = \sqrt{(\vec{F}_t^{\text{iners}})^2 + (\vec{F}_n^{\text{iners}})^2} = \frac{G}{g} \sqrt{a_t^2 + a_n^2}, \quad (1.89)$$

Bu yerda $m = \frac{G}{g}$ – moddiy nuqtaning massasi.

1.35-§. O'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli yo'ldagi ishi

Ixtiyoriy kuch ta'sirida jism joyidan qo'zg'alsa yoki ko'chsa, bu kuch qandaydir ish bajardi, degan iboraga kundalik hayotimizda ko'p duch kelamiz.

Kuch moduli va shu kuch ta'sirida moddiy nuqtaning bosib o'tgan yo'li qanchalik katta bo'lsa, bajarilgan ish ham shunchalik katta bo'lishi tabiiy.

Aytaylik, miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch M moddiy nuqtaga α burchak ostida ta'sir etganda, u to'g'ri chiziq bo'ylab M_1 holatga ko'chib, $MM' = S$ yo'lni bosib o'tsin (1.69-shakl).

$\vec{F}$ kuchni quyidagi ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz:

$$F' = F \cos \alpha \quad (a)$$

$$F'' = F \sin \alpha \quad (b)$$

Moddiy nuqtaning harakat yo'nalishiga perpendikulyar yo'nalgan kuch hech vaqt ish bajarmaydi.

Faqat ikkinchi tashkil etuvchi kuch F'' ish bajaradi; bu ish quyidagi formuladan aniqlanadi:

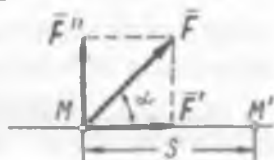
$$A = F' \cdot S$$

yoki

$$A = F \cdot S \cos \alpha, \quad (1.90)$$

bu yerda α – kuch va ko'chish yo'nalishlari orasidagi burchak.

Ta'rif: miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch qo'yilgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilganda bajarilgan A ish F kuchning moduli, S yo'l (yoki ko'chish)ning uzunligi va kuch bilan moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasiga teng.



1.69-shakl

1.6-jadvalda ba'zi xususiy hollar uchun α burchakka qarab A ishning miqdori o'zgarishi keltirilgan.

1.6-jadval

T.r.	Kuch ko'chish yo'nalishlari orasidagi burchak (α gradus hisobida)	Bajarilgan ishning miqdori
1	0°	FS
2	90°	0
3	135°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}FS$
4	180°	$-FS$

Jadvalda keltirilgan qiymatlarni umumlashtirib, quyidagi xulosaga kelish mumkin:

– moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi bilan o'tkir burchak hosil qilgan kuchlar musbat ish bajaradi va ular harakatlantiruvchi kuchlar deyiladi;

– moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi bilan o'tmas burchak hosil qilgan kuchlar manfiy ish bajaradi va ular harakatga qarshilik ko'rsatuvchi kuchlar deyiladi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da ish joule (J) bilan o'lchanadi.

Bir joule deb, bir nyuton kuchning bir metr masofada bajargan ishini aytiladi:

$$1J = 1N \cdot 1m$$

1.36-§. Quvvat. Foydali ish koeffitsienti

Amalda biror kuchning ta'sir etish samaradorligini baholashda u bajaragan ishnigina emas, balki shu ishni bajarishga sarflangan vaqtni ham bilish muhim ahamiyatga ega; shu maqsadda dinamikada quvvat tushunchasi kiritilgan.

Ta'rif: vaqt birligi davomida bajarilgan ish *quvvat* deyiladi.

Quvvatning o'rtacha qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{o'rt} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \Delta S \cos \alpha}{\Delta t} \quad (1.91)$$

Quvvatning haqiqiy qiymatini aniqlash uchun limitga o'tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (1.91) a$$

Agar kuchning bajargan ishi $A=A(t)$ funksiya ko'rinishida ifodalansa, u holda quvvat bajarilgan ishdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi:

$$N = \frac{dA}{dt} \quad (1.91) \text{ b}$$

Aytaylik, kuchning bajargan ishi

$$A = F \Delta S \cos \alpha$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin. U holda

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F \Delta S \cos \alpha}{\Delta t} = F \cos \alpha \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Kuch qo'yilgan moddiy nuqtaning ko'chishidan vaqt bo'yicha olingan hosila uning tezligiga teng (1.55-formulaga qarang):

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = v$$

Natijada quvvat quyidagiga teng bo'ladi:

$$N = F v \cos \alpha \quad (1.92)$$

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da quvvatning o'lchov birligi sifatida vatt (W) qabul qilingan:

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad \text{yoki} \quad 1 \text{ W} = 1 \text{ N} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ko'pincha texnik amaliyotda quvvatning o'lchov birligi sifatida ot kuchi (qisqacha o.k.)dan foydalaniladi ($1 \text{ o.k.} = 75 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$).

Endi ot kuchi bilan vattning orasidagi munosabatni aniqlaymiz:

$$1 \text{ o.k.} = 75 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 75 \cdot 9,81 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 736 \text{ J/s} = 736 \text{ W}$$

$$\text{yoki } 1 \text{ o.k.} = 736 \text{ W.}$$

Har qanday mashina ish jarayonida sarflagan quvvatning bir qismi foydali ishni bajarishga, ma'lum qismi esa zararli qarshiliklarni yengishga sarf bo'ladi.

Masalan, tokarlik dastgohi iste'mol qiladigan quvvat metallarga ishlov berish (bu foydali ish) bilan bir qatorda harakatlantiruvchi qismlardagi ishqalanishni, havoning qarshiligini yengishga sarflanadi.

Ta'rif: mashinaning ma'lum vaqt oralig'idagi foydali quvvatining iste'mol qilingan quvvatga nisbati yoki foydali ishning shu vaqt oralig'ida sarflangan to'liq ishga nisbati *foydali ish koeffitsienti* deyiladi.

Foydali ish ko'effitsienti (qisqacha FIK.) o'lchamsiz miqdor bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\eta = \frac{N_f}{N} = \frac{A_f}{A} \quad (1.93)$$

Formuladan ko'rinib turibdiki, mashinaning FIK qanchalik katta bo'lsa, iste'mol qilinadigan quvvatning shunchalik ko'p qismi foydali ishga sarflanib, isrofgarchilik kamayadi.

Zararli qarshiliklarni amalda butunlay yo'qotishning iloji yo'q, shu bois FIK doimo birdan kichik bo'ladi.

1.37-§. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning bajargan ishi va quvvati

Qo'zg'almas o'qqa o'rnatilgan mutlaq qattiq jismning ixtiyoriy C_1 nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (1.70-shakl).

Bu kuch ta'sirida $M = F \cdot \frac{D}{2}$ moment hosil bo'lib, jism chizma tekisligiga perpendikulyar bo'lgan o'q atrofida aylanma harakat qiladi. Odatda, M aylantiruvchi moment deyiladi. Jism φ burchakka burilganda C_1 nuqta aylana yoyi bo'yicha $S = C_1C_2 = R \cdot \varphi$ masofa bosib, C_2 vaziyatni egalaydi. Bu holda $\vec{F}$ kuchning bajargan ishi quyidagicha aniqlanadi:

$$A = F \cdot S = FR\varphi = F \frac{D}{2} \varphi$$

Qo'zg'almas O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch ish bajarmaydi.

Aylantiruvchi momentning ifodasini e'tiborga olsak

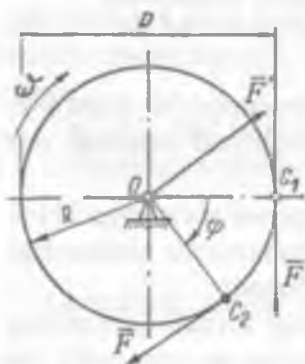
$$A = M\varphi \quad (1.94)$$

hosil bo'ladi.

Ta'rif: qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning bajargan ishi aylantiruvchi momentning aylanish burchagiga ko'paytmasiga teng.

Quvvatni aniqlashga o'tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M \Delta \varphi}{\Delta t} = M \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$



1.70-shakl

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \omega$$

ekanligi ma'lum (1.29-§ ga qarang).

Natijada $N = M\omega$ munosabat hosil bo'ladi.

Ta'rif: qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning quvvati aylantiruvchi momentning burchak tezlikka ko'paytmasiga teng.

Quvvatni minutiga aylanishlar soni orqali ifodalaymiz:

$$N = M \cdot \frac{\pi n}{30}, \quad (1.95)$$

bundan,

$$M = 9,55 \cdot \frac{N}{n} \quad (1.96)$$

kelib chiqadi.

1.38-§. Moddiy nuqtaning harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teorema

Moddiy nuqtaning *harakat miqdori* deb nuqta massasi m ning uning $\vec{v}$ tezlik vektoriga ko'paytmasiga teng bo'lgan $m\vec{v}$ vektorni aytiladi:

$$\vec{q} = m \cdot \vec{v} \quad (1.97)$$

Massa musbat va skalyar kattalik bo'lganligi uchun harakat miqdori vektori $\vec{q}$ ning yo'nalishi doimo tezlik yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da harakat miqdori $N \cdot s$ bilan o'lchanadi.

Harakat miqdori tushunchasi kuch impulsi* tushunchasi bilan chambarchas bog'liq.

Moddiy nuqtaning harakat miqdorini koordinata o'qlariga proyeksiyalash mumkin.

Ta'rif: moduli va yo'nalishi o'zgarmas bo'lgan kuchning muayyan vaqt oralig'idagi *kuch impulsi* deb $\vec{F}$ kuch vektorining shu vaqt oralig'iga ko'paytmasiga teng bo'lgan vektorni aytiladi:

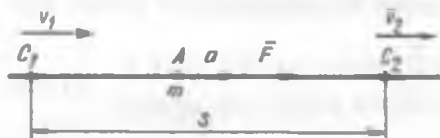
*Impuls lotincha so'z bo'lib, «turtki» degan ma'noni anglatadi

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot t, \quad (1.98)$$

bu yerda $t = t_2 - t_1$ ga teng (t_1 va t_2 – tegishli vaqtning boshlang'ich va oxirgi paytlari).

Vaqt skalyar kattalik bo'lganligi uchun kuch impulsi vektori $\vec{I}$ ning yo'nalishi $\vec{F}$ kuchning yo'nalishiga mos keladi.

Kuch impulsi ham harakat miqdori singari xalqaro birliklar sistemasi (SI) da N · s bilan o'lchanadi.



1.71-shakl

Endi o'zgarmas kuch ta'sirida to'g'ri chiziqli harakatlanayotgan A moddiy nuqtaning harakat miqdori o'zgarishini ko'rib chiqamiz (1.71-shakl).

Kinematikadan ma'lumki, moddiy nuqtaning tezlanishini

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (a)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin. Bundan

$$at = v_2 - v_1 \quad (b)$$

Dinamikaning ikkinchi qonunini

$$F = ma \quad (d)$$

skalyar ko'rinishda yozib, uning ikkala tomonini t ga ko'paytiramiz:

$$Ft = mat \quad (e)$$

(1.98) va (b) ifodalarni e'tiborga olsak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$mv_2 - mv_1 = I \quad (1.99)$$

Bu ifoda moddiy nuqta harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Demak, moddiy nuqta harakat miqdorining biror chekli vaqt oralig'ida o'zgarishi shu vaqt ichida unga ta'sir etuvchi kuchning impulsiga teng.

1.39-§. Potensial va kinetik energiya

Mexanikada jismning energiyasi deganda uning muayyan sharoitda qandaydir ishini bajara olish xususiyatini tavsiflovchi fizik kattalik tushuniladi.

Mexanik energiya potensial va kinetik energiyalarga ajratiladi.

Jism yoki jismlarni tashkil etgan qismlarning o'zaro joylashuvigagina bog'liq bo'lgan energiya *potensial* yoki *holat energiyasi* deyiladi.

Jismning potensial energiyasi u bir vaziyatdan boshqa vaziyatga siljiganda yoki ko'chganda bajara oladigan ishi bilan o'lchanadi. Masalan, Yerdan h balandlikdagi G og'irlikka ega bo'lgan jismning potensial energiyasi Gh ko'paytmaga teng, chunki u Yerga tushishida xuddi shunday ishini bajaradi.

Potensial energiya tushunchasi nisbiy tushuncha bo'lib, faqat jismlarning vaziyatlarini o'zaro taqqoslagandagina ma'noga ega bo'ladi. Masalan, chuqurligi h_0 bo'lgan quduq chetida yotgan G_0 og'irlikdagi biror jismning Yer sirtiga nisbatan potensial energiyasi nolga teng. Lekin ayni vaqtda xuddi shu jism quduq tubiga nisbatan $G_0 h_0$ potensial energiyaga ega.

Shuni alohida ta'kidlash muhimki, deformatsiyalanuvchi* barcha real jismlarning potensial energiyasi mavjuddir. Masalan, jism tashqi kuch ta'sirida elastik deformatsiyalanganda uni tashkil etgan zarrachalarning joylashuv holati o'zgaradi, ya'ni deformatsiyaning potensial energiyasi paydo bo'ladi. Kuchning ta'siri to'xtatilgach, to'plangan potensial energiya hisobiga jism o'zining dastlabki holatiga to'liq qaytadi.

Jismning mexanik harakatdagi energiyasi *kinetik energiya* yoki *harakat energiyasi* deyiladi.

Mexanikada moddiy nuqta harakatining dinamik xususiyatlaridan biri sifatida uning kinetik energiyasi olinadi.

Kinetik energiyani aniqlash uchun moddiy nuqta massasini uning tezligi kvadratining yarmiga ko'paytirish lozim:

$$T = \frac{m\vec{v}^2}{2} \quad (1.100)$$

Birliklarning texnik sistemasida kinetik energiya ham xuddi shu ish kabi kilogrammetrda (kgm), SI sistemasida esa joul (J) o'lchanadi. To'liq energiya potensial va kinetik energiyalar yig'indisiga teng:

$$E = P + T \quad (1.101)$$

yoki

$$E = Fh + \frac{m\vec{v}^2}{2} \quad (1.101) a$$

* Deformatsiya deganda, tashqi kuch ta'sirida jismning shakli va hajmi o'zgarishi tushuniladi. Bu haqda kengroq ma'lumotlar 2.2-§ da berilgan.

Quyidagi ifoda mexanik energiyaning saqlanish qonunini ifodalaydi:

$$P + T = \text{const} \quad (1.102)$$

Energiyaning saqlanish qonuni energiyaning hamma vaqt o'zgarmay qolishini tasdiqlaydi. Boshqacha aytganda, Quyosh va Yer sistemasida potentsial va kinetik energiyalarning yig'indisi doimo o'zgarmasdir.

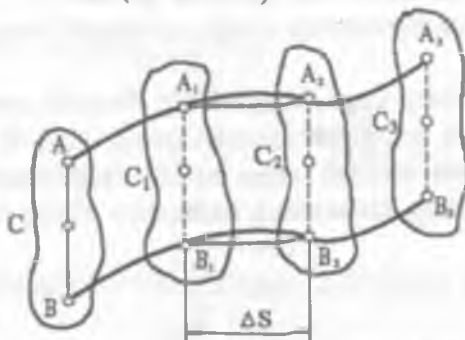
1.40-§. Qattiq jismning kinetik energiyasi

Har qanday jismni alohida olingan moddiy nuqtalarning yig'indisidan iborat deb qarash mumkin. Shu sababli jismning kinetik energiyasi uni tashkil etgan n ta moddiy nuqtalarning kinetik energiyalari yig'indisiga teng:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{m \dot{\theta}^2}{2} \quad (1.103)$$

Qattiq jismning kinetik energiyasini uning quyidagi harakatlarida hisoblashni ko'rib chiqamiz.

1. Ilgarilanma harakat (1.72-shakl).



1.72-shakl

Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning barcha nuqtalari har onda bir xil tezlikka ega bo'ladi:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_A = \dot{\theta}_B = \dots = \dot{\theta}_C, \quad (1.104)$$

bu yerda $\dot{\theta}_C$ – massalar markazining tezligi.

Shuning uchun ilgarilanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi massasi butun jism massasiga teng bo'lgan massalar markazining kinetik energiyasiga teng:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \bar{v}_i^2}{2} = \frac{\bar{v}_i^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_i = \frac{M \bar{v}_C^2}{2} \quad (1.105)$$

bu yerda M – jismning massasi.

2. Qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat.

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan jism istalgan M_k nuqtasining tezligi $\bar{v}_k = \omega h_k$ ga teng (1.73-shakl).

Bunda: ω – jismning burchak tezligi;

h_k – M_k nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa.

Bu holda jismning kinetik energiyasi

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{m_k \bar{v}_k^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_k \omega^2 h_k^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_k h_k^2$$

yoki

$$T = I_z \frac{\omega^2}{2} \quad (1.106)$$

bo'ladi. Bunda $I_z = \sum_{i=1}^n m_k h_k^2$ – jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti (2-ilova).

Binobarin, qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan jismning kinetik energiyasi jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti bilan uning burchak tezligi kvadrati ko'paytmasining yarmiga teng.

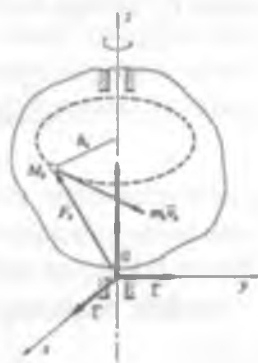
3. Tekis parallel harakat.

Tekis parallel harakatni massalar markazi bilan birgalikdagi ilgarilanma harakat va uning atrofidagi aylanma harakatdan iborat ekanligini 1.31-§ da ko'rgan edik. Shu sababli

$$T = \frac{M \bar{v}_C^2}{2} + I_{zC} \frac{\omega^2}{2} \quad (1.107)$$

bu yerda I_{zC} – massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan jismning inersiya momenti.

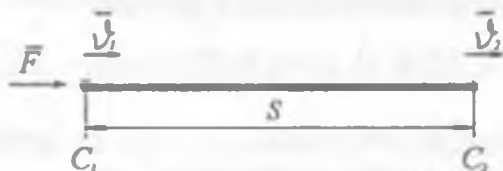
Tekis parallel harakatdagi jismning kinetik energiyasi massalar markazi bilan birgalikdagi jismning ilgarilanma harakati kinetik energiyasi va massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi o'q atrofidagi aylanma harakati kinetik energiyasining yig'indisiga teng.



1.73-shakl

1.41-§. Moddiy nuqta kinetik energiyasi o'zgarishi haqidagi teorema

O'zgarmas kuch ta'sirida A moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab C_1 holatdan C_2 holatga ko'chsin (1.74-shakl).



1.74-shakl

Moddiy nuqtaning o'rtacha tezligini

$$v_{\text{or'n}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

yoki

$$v_{\text{or'n}} = \frac{S}{t} \quad (a)$$

formuladan aniqlash mumkin.

Bulardan

$$S = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t \quad (b)$$

ekanligi kelib chiqadi.

F kuchning S ko'chishda bajargan ishini topamiz:

$$A = FS = ma \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t \quad (d)$$

Bu yerda $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$ ekanligi ma'lum.

Natijada

$$A = m \frac{(v_2 - v_1)}{t} \cdot \frac{(v_1 + v_2)}{2} \cdot t = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$$

yoki

$$\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = A \quad (1.108)$$

munosabat hosil bo'ladi.

(1.108) tenglama chekli ko'chishda moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: moddiy nuqtaning biror chekli ko'chishida kinetik energiyasining o'zgarishi unga ta'sir etuvchi kuchning mazkur ko'chishda bajargan ishiga teng.

Agar moddiy nuqtaga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir ko'rsatsa, u holda (1.108) tenglamaning o'ng tomoniga shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ning bajargan ishi qo'yiladi. Odatda, bu ish barcha tashkil etuvchi kuchlar bajargan ishning algebraik yig'indisiga teng:

$$A_R = A_{F_1} + A_{F_2} + A_{F_3} + A_{F_4} + \dots + A_{F_n} \quad (1.109)$$

1.42-§. Qattiq jismning aylanma harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi

Qattiq jism $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sirida qo'zg'almas z o'qi atrofida ϵ burchak tezlanish bilan harakatlanayotgan bo'lsin (1.75-shakl).

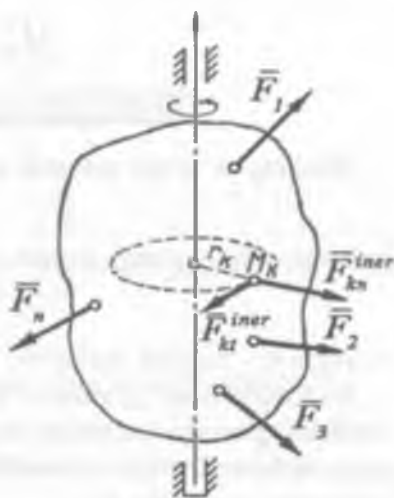
Kinetostatika usuli yordamida jismning burchak tezlanishini aniqlashga o'tamiz.

z o'qi atrofida aylanuvchi jismning muvozanat sharti quyidagicha: jismga qo'yilgan barcha faol kuchlardan va jismni tashkil etgan zarrachalarning inersiya kuchlaridan z o'qqa nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi shart.

$$\sum_{i=1}^n M_{iz} = 0 \quad (1.110)$$

yoki

$$\sum_{i=1}^n M_z(F_i) - \sum_{i=1}^n M_z(F_i^{in}) = 0, \quad (1.110) a$$



1.75-shakl

bu yerda $\sum_{i=1}^n M_z(F_i)$ – faol kuchlarning z o'qqa nisbatan momentlarining algebraik yig'indisi.

Soddaroq bo'lishi uchun faol kuchlarning z o'qqa nisbatan momentlari algebraik yig'indisini aylantiruvchi moment deb ataymiz va uni

$M_{ayl} = \sum_{i=1}^n M_z(F_i)$ deb belgilaymiz, bunda $\sum_{i=1}^n M_z(F_i^{in})$ – inersiya kuchla-

rining z o'qqa nisbatan momentlari algebraik yig'indisi.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, m_i moddiy nuqtaga normal va urinma kuchlanishlar bo'ylab inersiya kuchining tashkil etuvchilari ta'sir etmoqda.

Inersiya kuchining normal tashkil etuvchisining ta'sir chizig'i z o'qni kesib o'tganligi sababli mazkur o'qqa nisbatan moment bermaydi.

Inersiya kuchining urinma tashkil etuvchisi z o'qqa nisbatan moment beradi.

Dastlab inersiya kuchining urinma tashkil etuvchisini aniqlaymiz:

$$F_{ii}^{in} = m_i a_i = m_i r_i \varepsilon \quad (b)$$

U holda

$$M_{ayl} - \sum_{i=1}^n F_{ii}^{in} \cdot r_i = 0$$

yoki

$$M_{ayl} - \varepsilon \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = 0 \quad (d)$$

Jismning z o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_z = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$ ekanligini

e'tiborga olib, quyidagi muhim tenglamani hosil qilamiz:

$$I_z \cdot \varepsilon = M_{ayl}, \quad (1.111)$$

bu yerda ε – burchak tezlanish.

Bu tenglama qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jism uchun dinamikaning asosiy tenglamasi deyiladi va quyidagicha ta'riflanadi: jismning o'qqa nisbatan inersiya momentining burchak tezlanishga ko'paytmasi aylantiruvchi momentga teng.

Jismlarning aylanma harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi

$$I_z \cdot \varepsilon = M_{ayl} \quad (1.112)$$

ning ko'rinishi ilgariylanma harakat uchun Nyutonning ikkinchi qonuni

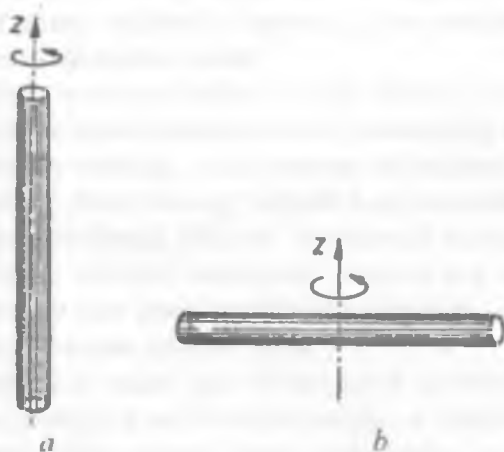
$$m \cdot \bar{a} = \bar{F} \quad (1.113)$$

ni eslatadi. Go'yoki jismning massasi o'rnida o'qqa nisbatan inersiya momenti, chiziqli tezlanishi o'rnida burchak tezlanish, kuch o'rnida esa aylantiruvchi moment turibdi.

Oxirgi ikkita muhim tenglamani solishtirib quyidagi xulosaga kelish mumkin:

– jismning massasi ilgariylanma harakatda, o'qqa nisbatan inersiya momenti esa aylanma harakatda inersiya o'lchovi bo'ladi;

– jismning massasi o'zgarmas kattalikdir, ammo o'qqa nisbatan inersiya momenti jismning vaziyatiga qarab o'zgaradi (bu fikrni 1.76-shaklda tasvirlangan braslarning z o'qqa nisbatan olingan inersiya momentlari turlicha ekanligi tasdiqlaydi).



1.76-shakl

Shunday qilib, aylanma harakatdagi jismning burchak tezlanishi

$$\varepsilon = \frac{M_{ayl}}{I_z} \quad (1.114)$$

formuladan topiladi.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Dinamikada mexanik harakat qanday holda o'rganiladi?
2. Dinamikadagi ikki masalaning mohiyati nimadan iborat?
3. Dinamika qonunlaridan birini ta'riflang va uning ma'nosini tushuntiring.
4. Inersiya kuchi qanday paydo bo'ladi?
5. D'alamber prinsipining mohiyati nimada?
6. Ish va quvvat formulalarini yozing. Ularning o'lchamligi qanaqa?
7. Foydali ish koeffitsienti qanday aniqlanadi? Uning mazmunini yoritib.
8. Potensial va kinetik energiyalar qanday formulalardan topiladi?
9. Aylanma harakat uchun dinamikaning asosiy tenglamasi qanday ko'rinishga ega?



IX BOB. UMUMIY TUSHUNCHALAR

2.1-§. Materiallar qarshiligi fanining mohiyati va mavzuyi

Po'lat, cho'yan, yog'och, tosh, shisha, plastmassa va boshqa shu kabi deformatsiyalanuvchi qattiq jism (material)lardan tayyorlangan barcha muhandislik konstruksiyalari (mashina yoki inshootlar) va ularning qismlari har doim xavf-xatarsiz ishlashi uchun albatta mustahkamlik, bikrlilik hamda ustuvorlik kabi konstruktiv talablarga javob berishi lozim.

Konstruksiyalar va ular qismlarining:

- ma'lum miqdordagi yuklarni buzilmasdan ko'tara olishi *mustahkamlik*;
- geometrik o'lchami va shakli o'zgarsada, lekin «haddan tashqari katta» deformatsiyalar hosil qilmaslik *bikrlilik*;
- dastlabki elastik muvozanat holatini saqlab qolishi *ustuvorlik* deyiladi.

Loyihalash paytida konstruksiyalar va ular qismlarining ko'ndalang kesimi yuzi kattalashtirilsa, bir vaqtning o'zida ularning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligi oshishi tabiiy. Ammo bunday hollarda faqat materiallarga emas, balki mehnat ham ko'proq sarflanadi. Shu bois loyihalovchi muhandislar loyihalashning boshqa usullarini izlashlari hamda ular orasidan eng arzoni va yuqorida qo'yilgan uchta talabga ham javob beradiganini tanlashlari, aniqrog'i, materiallar qarshiligi faniga murojaat qilishlari kerak.

Materiallar qarshiligi fanida faqat konstruksiya qismlarining mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligiga oid hisoblash usullari o'rganiladi. Bu fanda barcha masala va muammolar nazariy jihatdan matematika, nazariy mexanikaga amaliy (eksperimental) jihatdan esa fizika, materialshunoslik kabi fanlarga tayanib yechiladi.

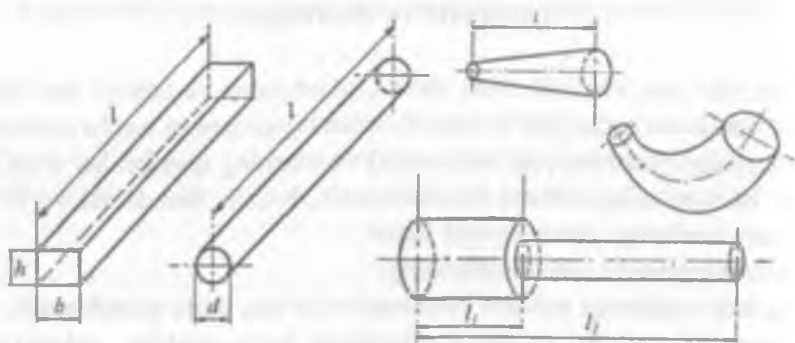
Shuni ham ta'kidlash kerakki, fan-texnika taraqqiyoti materiallar qarshiligi fanining mazmunini boyitishga, uning mavqeyini yanada kuchaytirishga, EHM larning samarali qo'llanilishi esa tegishli hisoblash ishlarini yengillashtirishga xizmat qiladi.

Geometrik o'lchami va shakliga ko'ra, barcha deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar brus, yupqa devorli sterjen, plita yoki plastina hamda vazmin jismlar deb ataluvchi guruhlariga ajratiladi.

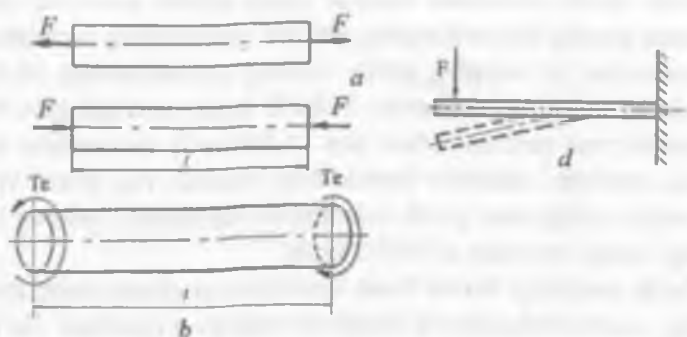
Ko'ndalang kesimi yuzaning o'lchamlari uzunlik o'lchamiga nisbatan juda kichik bo'lgan jismlar *brus* deyiladi (2.1-shakl).

Bruslar o'qlarining holatiga ko'ra to'g'ri yoki egri, ko'ndalang kesimi yuziga ko'ra esa yuzi o'zgarmas yoki o'zgaruvchan bo'lishi mumkin.

Agar brus cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatsa yoki ishlasa *sterjen* deb (2.2-shakl, *a*), buralishga qarshilik ko'rsatsa, *val* deb (2.2-shakl, *b*) va egilishga qarshilik ko'rsatsa, *to'sin* (2.2-shakl, *d*) deb ataladi.



2.1-shakl



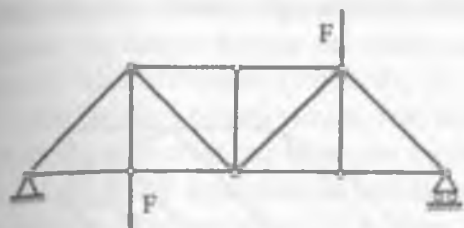
2.2-shakl

Bir qancha sterjenlarning sharnirlar vositasida tutashtirilishidan hosil bo'lgan geometrik o'zgarmas qurilma *ferma* deyiladi (2.3-shakl).

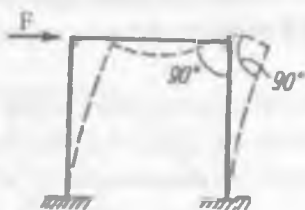
Bir qancha bruslarning o'zaro biki qilib tutashtirilishi natijasida hosil bo'lgan qurilma *rama* deyiladi (2.4-shakl).

Ramaning vertikal sterjenlari *ustun*, gorizontallari esa *rigel* deyiladi.

Uchala o'lchamlari mos ravishda bir-biridan taxminan 8–10 martagacha farq qiluvchi jism *yupqa devorli sterjen* deyiladi (2.5-shakl).



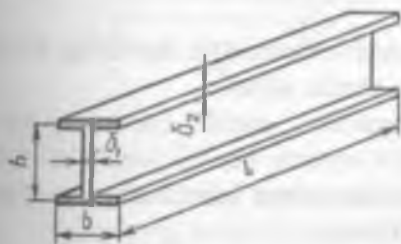
2.3-shakl



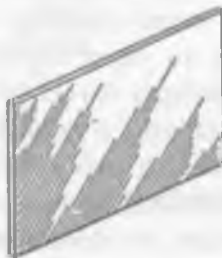
2.4-shakl

Yupqa devorli sterjenlar garchi nisbatan yengil bo'lsa-da, yetarlicha mustahkamlik va birklikka ega; shu sababli ular mashinasozlik, samolyotsozlik, kemasozlik va qurilish konstruksiyalarida keng ko'lamda ishlatiladi.

Qalinligiga nisbatan qolgan ikkita o'lchami katta bo'lgan va tekis parallel sirtlar bilan chegaralangan jism *plita* yoki *plastina* deb ataladi (2.6-shakl); agar bu jismlar egri sirtlar bilan chegaralansa, ular *qobiq* deyiladi (2.7-shakl, *a*, *b*).



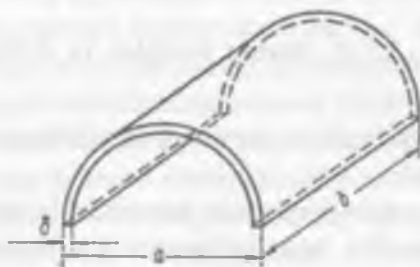
2.5-shakl



2.6-shakl



a

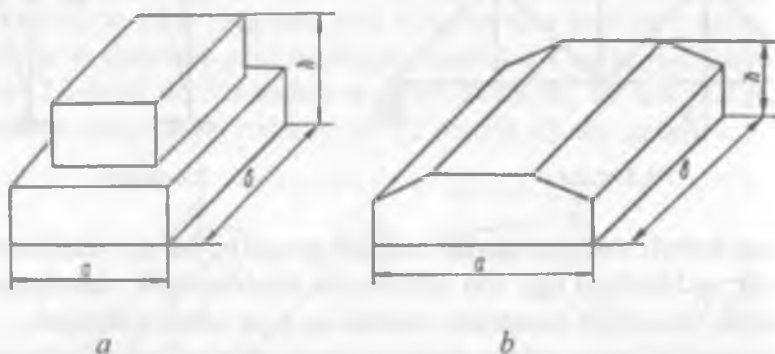


b

2.7-shakl

Imorat qavatlarini yopuvchi temir-beton plitalar hamda qobiqlarga misol bo'luvchi turli me'morchilik gumbazlari qurilishda juda ko'p uchraydi.

Uchala o'lchami ham bir xil tartibda bo'lgan jism *vazmin jism* deyiladi (2.8-shakl, *a*, *b*).



2.8-shakl

Binoning vazmin asoslari, devor dambalar, ko'prik tayanchlari va shu kabilar vazmin jismlarga misol bo'ladi.

Brus va yupqa devorli sterjenlar guruhi materiallar qarshiligi fanida o'rganiladigan obyekt (jism) lar sifatida xizmat qiladi.

Bu fanning o'rganish va tadqiqot mavzusi, asosan, tekshirilayotgan obyektlarning tashqi kuchlar ta'sirida ko'ndalang kesimi yuzalarida hosil bo'luvchi ichki zo'riqish kuchlarini, kuchlanishlarni hamda ularning deformatsiyalari, ko'chishlarini aniqlashdan iborat.

Materiallar qarshiligida foydalaniladigan asosiy kattaliklar haqida ba'zi ma'lumotlar 2-ilovada keltirilgan.

2.2-§. Tashqi kuchlar va deformatsiyalar

Tashqi kuch (yuk) lar jismlarga qo'yilishiga qarab hajmiy va sirtqi kuchlarga ajratiladi.

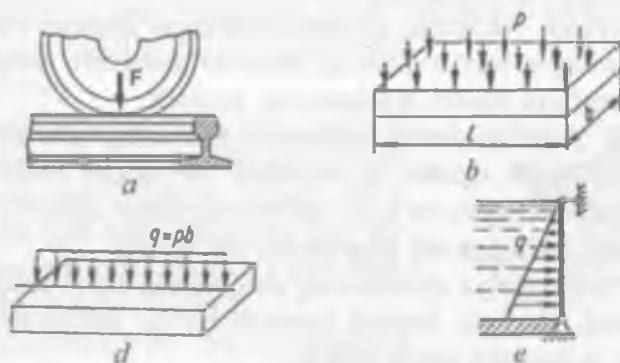
Hajmiy kuchlar jismlarning har bir ichki tarkibiy qismlari (elementlari) hajmiga ta'sir qilib, hajm birligiga to'g'ri keluvchi kuchning miqdori bilan tavsiflanadi va xalqaro birliklar sistemasi (SI) da kN/m^3 , N/m^3 kabi birliklarda o'lchanadi.

Og'irlik kuchlari va inersiya kuchlari hajmiy kuchlarga misol bo'ladi.

Sirtqi kuchlar tekshirilayotgan jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuchlar natijasi bo'lib, to'plangan va taqsimlangan kuchlarga ajratiladi.

Jismning o'lchamlariga nisbatan juda kichik sirtiga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar *to'plangan kuchlar* deb atalib, xalqaro birliklar sistemasi (SI) da kN yoki N bilan o'lchanadi (2.9-shakl, a).

Jism sirtidagi birorta yuzaga yoki undagi chiziqning biror qismiga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar taqsimlangan *kuchlar* deb ataladi (2.9-shakl, b); odatda, yuza bo'ylab taqsimlangan kuchlar kN/m^2 , N/m^2 bilan, uzunlik bo'yicha taqsimlanganlari esa kN/m , N/m bilan o'lchanadi (2.9-shakl, d, e).



2.9-shakl

Tashqi kuchlar ta'sir etish muddatiga ko'ra doimiy va vaqtinchalik (masalan, poyezdning temiryo'lga ta'siri) kuchlarga bo'linadi.

Bundan tashqari, tashqi kuchlar jismlarga ta'sir etish turiga ko'ra statik va dinamik kuchlarga ham bo'linadi.

Noldan boshlab o'zining oxirgi qiymatigacha sekin, bir tekis oshib boruvchi, keyin esa o'zgarmasdan qoluvchi kuchlar *statik kuchlar* deyiladi.

Juda qisqa vaqt mobaynida o'z miqdori va qo'yilish nuqtalarini sezilarli darajada katta tezlik bilan o'zgartiruvchi kuchlar *dinamik (zarbli) kuchlar* deb ataladi. Dinamik kuchlar ta'sirida konstruktsiya yoki uning qismlarida katta *tezlanishlar* va ular tufayli yuzaga keluvchi inersiya kuchlari ham hosil bo'ladi.

Statik kuchlar ta'sir etganda konstruktsiya va uning qismlarida hosil bo'luvchi kichik tezlanishlarni amaliy hisoblashlarda e'tiborga olmaslik mumkin, biroq inersiya kuchlarining qiymatini e'tiborga olish zarur va muhimdir.

Tashqi kuchlar yoki haroratning o'zgarishi natijasida barcha mavjud jismlar deformatsiyalanadi, boshqacha aytganda, ularning geometrik shakli va o'lchamlari o'zgaradi.

Jismlarning deformatsiyalari asosan ikki xil ko'rinishda bo'ladi:

- bo'ylama yoki chiziqli deformatsiya;
- burchakli yoki siljish deformatsiyasi.

Bundan tashqari, barcha deformatsiyalar elastik va plastik (qoldiq) deformatsiyalarga ham ajratiladi.

Agar tashqi kuchlar ta'siri tufayli deformatsiyalangan jismdan mazkur kuchlar olinganda deformatsiya ham butunlay yo'qolib, jism o'zining dastlabki geometrik shaklini egallasa, u holda bunday deformatsiya *elastik deformatsiya* deyiladi. Aksincha, deformatsiyalangan jismdan tashqari kuchlar olingandan keyin ham u o'zining dastlabki geometrik shaklini olmasa, bunday deformatsiya *plastik deformatsiya* deyiladi.

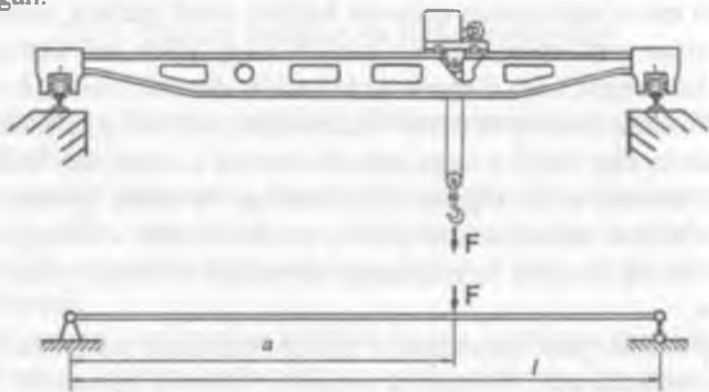
Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalar oddiy (cho'zilish yoki siqilish, siljish, buralish, egilish) va murakkab (bir qancha oddiy deformatsiyalarning birgalikda paydo bo'lishi) deformatsiyalarga ajratilib, konstruksiya qismlarining birligiga oid muammolar hal etiladi.

Umuman konstruksiya qismlarining deformatsiyalarini aniqlash muhim ahamiyatga ega. Shu bois, keyingi boblarda har bir deformatsiya iloji boricha alohida va kengroq bayon etilgan.

Mashina, mexanizm, inshoot singari murakkab konstruksiyalar va ularning qismlarini shartli ravishda soddalashtirilgan ko'rinishlarda tasvirlash muhimdir. Odatda, bunday qulaylashtirilgan tasvir *hisoblash chizmasi* deyiladi.

Hisoblash chizmasini qulay, masalaning asl mohiyatiga zid kelmaydigan holda tanlash loyihalash-hisoblash jarayonida birinchi va nihoyatda mas'uliyatli bosqich hisoblanadi.

2.10-shakl, a , b da kran-to'sin va unga mos keluvchi hisoblash chizmasi ko'rsatilgan.



2.10-shakl

2.3-§. Ichki kuchlar

Real holatda barcha deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarni o'zaro ta'sirlashib turuvchi zarrachalar yig'indisidan iborat deb qarash mumkin. Zarrachalarning o'zaro ta'sir kuchlari jismlarni bir butun holda tutib turib, ularning deformatsiyalanishiga qarshilik ko'rsatishi uchun xizmat qiladi.

Umuman olganda, oldindan yuklangan va yuklanmagan jismlarning istalgan ikkita zarrachasi orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari turlicha bo'ladi. Materiallar qarshiligida faqat yuklangan, ya'ni deformatsiyalangan jismlarning zarrachalari orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari e'tiborga olinadi.

Jismlar deformatsiyalanganda ularning kesimlaridagi zarrachalar bir-biridan qochishga yoki o'zaro yaqinlashishga intiladi; deformatsiyalangan jism zarrachalarining muvozanatini saqlovchi kuchlar *ichki zo'riqish kuchlari* yoki *ichki kuchlar* deyiladi.

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish uchun kesish usuli qo'llaniladi.

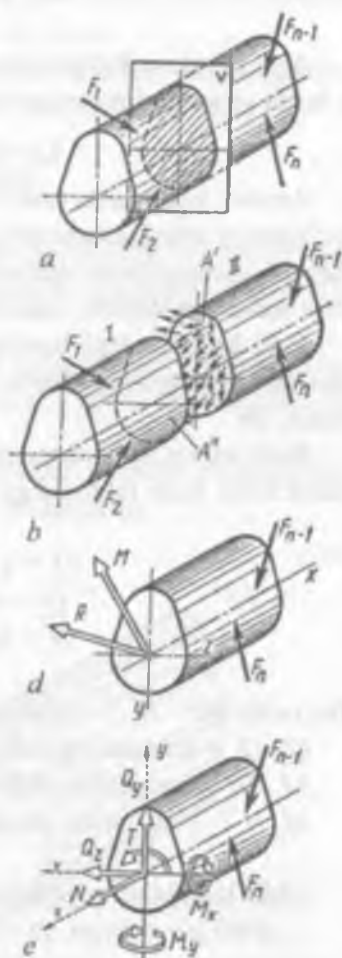
Kesish usulining mohiyatini tushuntirish maqsadida ixtiyoriy tayanchlarda (tayanchlar shaklda ko'rsatilmagan) yotuvchi birorta brusning muvozanatini tekshiramiz (2.11-shakl, a).

Brusga qo'yilgan tashqi kuchlar tizimi tayanchlarda reaksiya kuchlarini hosil qiladi, natijada brus muvozanat holatida bo'ladi.

Brusning biror kesimidagi ichki kuchlarni aniqlash uchun quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

a) brusni ixtiyoriy V tekislik bilan fikran kesib uni I va II qism (tomon) larga ajratamiz;

b) ixtiyoriy tomonni, masalan, chap tomonni tashlab yuborib, o'ng tomonni alohida ajratib olamiz; bu holda ajratilgan qismning muvozanati buzilishi tabiiy;



2.11-shakl

d) ajratilgan qismning muvozanatini tiklash maqsadida, tashlab yuborilgan tomonning ta'sirini kesim yuzi bo'yicha ixtiyoriy ravishda taqsimlanuvchi va kesimning har bir nuqtasiga qo'yilgan kuchlar bilan almashtiramiz (2.11-shakl, b);

e) quyidagi statika tenglamalari yordamida, ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz:

$$\begin{aligned}\sum X_i = \sum F_x = 0 & \quad \sum M_x = \sum M_x(F_i) = 0 \\ \sum Y_i = \sum F_y = 0 & \quad \sum M_y = \sum M_y(F_i) = 0 \\ \sum Z_i = \sum F_z = 0 & \quad \sum M_z = \sum M_z(F_i) = 0\end{aligned}\quad (2.1)$$

Agar brusdan ajratilgan qism bitta tekislikda yotuvchi kuchlar ta'sirida bo'lsa, u holda yuqoridagi muvozanat sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum M_{x_i} = 0 \quad (2.2)$$

Ammo, kesimlarda hosil bo'luvchi ichki kuchlarning soni cheksiz ko'p bo'lganligi tufayli ularni aniqlash masalasini faqatgina (2.1) yoki (2.2) tenglamalar yordamida hal qila olmaymiz. Odatda, bunday masalalar statik aniqmas masalalar deyilib, ularni yechish rejasi 2.6-§ da bayon etiladi.

Endi kesimlardagi barcha ichki kuchlarni bitta bosh vektor R va bosh moment M bilan almashtirib, kesimning og'irlik markaziga keltiramiz (2.11-shakl, d).

Bosh vektor va bosh momentlarni x, y, z o'qlariga proyeksiyalab, quyidagi oltita ichki kuch faktorlariga ega bo'lamiz (2.11-shakl, e):

$$\begin{aligned}Q_x &= \pm \sum X_i & M_x &= \pm \sum M_x(F_i) \\ Q_y &= \pm \sum Y_i & M_y &= \pm \sum M_y(F_i) \\ N_z &= \pm \sum Z_i & T_z &= \pm \sum M_z(F_i)\end{aligned}\quad (2.3)$$

Bu yerda: $N = N_z$ – bo'ylama kuch;

Q_x, Q_y – ko'ndalang (kesuvchi yoki qirquvchi) kuchlar;

M_x, M_y – eguvchi momentlar;

$M_z = T_z$ – burovchi moment.

Ichki kuchlarni quyidagicha ta'riflaymiz:

– ajratilgan qismga qo'yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim normaliga mos keluvchi o'qqa nisbatan olingan proyeksiyalarning algebraik yig'indisi *bo'ylama kuch* deyiladi;

– ajratilgan qismga qo'yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan markaziy bosh inersiya o'qlari (markaziy bosh inersiya o'qlari tushunchasi XIII bobda bayon etiladi) oy va oz larga nisbatan olingan proyeksiyalarning algebraik yig'indisi *ko'ndalang kuch* deyiladi;

– ajratilgan qismga qo'yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim og'irlik markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisi markaziy bosh inersiya o'qlariga nisbatan eguvchi moment yoki qisqacha, *eguvchi moment* deyiladi;

– ajratilgan qismga qo'yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim normaliga mos keluvchi o'qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisi *burovchi moment* deyiladi.

Kesimlarda hosil bo'luvchi ichki kuch faktorlari mazkur jismning deformatsiyalanish va kuchlanish holati bilan uzviy bog'liqdir.

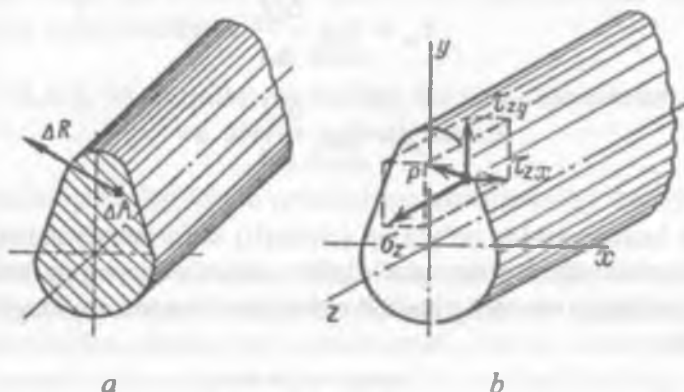
2.4-§. Kuchlanishlar

Tekshirilayotgan jismlarning istalgan kesimida yotuvchi nuqtadagi ichki kuchlar intensivligining o'lchovini bilish maqsadida kuchlanish tushunchasi kiritilgan.

Faraz qilaylik, tekshirilayotgan kesimning biror nuqtasi atrofidan olingan ΔA elementar yuzachaga ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi ΔR qo'yilgan bo'lsin (2.12-shakl, a).

Ichki kuchlar teng ta'sir etuvchisining elementar yuzacha yuzasiga nisbati o'rtacha kuchlanish deyilib, quyidagicha ifodalanadi:

$$P_{o'n} = \Delta R / \Delta A \quad (2.4)$$



2.12-shakl

Demak, kuchlanish kesim yuzi birligiga to'g'ri keluvchi ichki kuch bo'lib, yo'nalishi $\Delta A \rightarrow 0$ dagi ΔR ning chekli yo'nalishiga mos keluvchi vektor kattalik ekan.

To'la kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (2.5)$$

Kuchlanish Pa, MPa bilan o'lchanadi.

Kesimda yotuvchi har bir nuqtadan fazoda turlicha yo'nalgan yuzachalar o'tkazish mumkin; bunday yuzachalarning kuchlanishlari turlicha bo'lishi tabiiy. Lekin biz keyinchalik faqat yo'nalishlari ma'lum yuzachalardagi kuchlanishlarni aniqlash bilan shug'ullanamiz, xolos.

To'la kuchlanish vektorini koordinata o'qlariga parallel bo'lgan uchta tuzuvchiga ajratamiz (2.12-shakl, b); bu tuzuvchilarning birinchisini σ normal kuchlanish va qolgan ikkitasini τ urinma kuchlanish deb ataymiz. Odatda, to'la kuchlanishning tashkil etuvchilari bir indeksli σ (bu yerda, indeks yuzaga o'tkazilgan normalning yo'nalishini ko'rsatadi) va qo'sh indeksli τ (bu yerda, birinchi indeks yuzaga o'tkazilgan normalning yo'nalishini, ikkinchisi esa urinma kuchlanish tashkil etuvchisining yo'nalishini ko'rsatadi) bilan belgilanadi.

Yuqoridagi ifodadan foydalanib, normal va urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} \quad (2.5) \ a$$

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_x}{\Delta A} \quad (2.5) \ b$$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y}{\Delta A} \quad (2.5) \ d$$

Normal kuchlanishlar bo'ylama (chiziqli) deformatsiyalarni, urinma kuchlanishlar esa siljish (burchakli) deformatsiyalarini yuzaga keltiradi.

To'la kuchlanish va uning tashkil etuvchilari orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$P = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2} \quad (2.6)$$

2.5-§. Asosiy cheklanishlar

Amaliy hisoblashlarda o'rganilayotgan bor obyektlarning hamma xossalari bir vaqtda e'tiborga olish juda qiyin. Shu sababli materiallar qarshiligi fanini o'rganish jarayonida hamda uning barcha yechim va xulosalarini olishda qandaydir deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar modeliga tayanamiz. Bunday model sifatida quyidagi asosiy cheklanish (gipoteza) larni o'zida mujassamlashtiruvchi ideal elastik jismlar xizmat qiladi:

1-gipoteza: jism materiali yaxlit (g'ovaksiz) deb faraz qilinadi (jism deformatsiyagacha va deformatsiyadan keyin ham o'zi egallagan fazoda «butunlay to'latilgan» deb qaralib, uning atom tuzilishi e'tiborga olinmaydi).

2-gipoteza: jism materiali bir jinsli deb faraz qilinadi (uning barcha nuqtalari tashqi yuklar ta'sirida bir xilda deformatsiyalanadi).

Jism materiali izotrop, ya'ni u har bir nuqtada har tomonga qarab bir xil elastik xususiyatga ega deb faraz qilinadi.

3-gipoteza: jism to'la elastik deb faraz qilinadi (jism yuklar ta'siri olingandan keyin o'zining dastlabki «tabiiy» holatini tiklaydi deb qaraladi).

4-gipoteza: tashqi kuchlar ta'sirida ideal elastik jismda hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalar o'zaro chiziqli bog'lanishda deb faraz qilinadi.

5-gipoteza: kuchlar ta'sirining bir-biriga xalal bermaslik (mustaqillik) prinsipi. Bu prinsipning mohiyatiga ko'ra, jism nuqtalarida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalar tashqi kuch (yuk) larning ketma-ket yoki tartibsiz qo'yilishiga bog'liq bo'lmaydi, balki ikkala holda ham kuchlanish va deformatsiyalar bir xil bo'ladi, deb qaraladi.

6-gipoteza: Sen-Venan prinsipi – jismning birorta kichik bo'lagiga qo'yilgan muvozanatlashuvchi kuchlar ta'sirida yuzaga kelgan kuchlanishlar mahalliy tusga ega bo'lib, ular kuchlar qo'yilgan qismdan uzoqlashgan sari juda tez so'na boshlaydi.

2.6-§. Materiallar qarshiligi fanidagi masalalar va ularni yechish tartibi

Materiallar qarshiligi fanida yechiladigan masalalarning asosiy mazmuni quyidagilardan iborat:

a) konstruktsiya qismlarining o'ziga xos, ayniqsa, xavfli kesimlaridagi ichki kuchlarni, kuchlanishlarni, deformatsiyalarni va ko'chishlarni aniqlash;

b) konstruktsiya qismlarning mustahkamlik, birklik, ustuvorlik kabi talablarni qanoatlantiruvchi zaruriy, ishonchli va foydalanishga qulayroq o'lchamlarini aniqlash;

d) berilgan o'lchamlar bo'yicha konstruksiya qismlarining xavf-xatarsiz ishlashni ta'minlovchi eng katta kuch (yuk) larni topish.

Materiallar qarshiligi fanida statik aniq va statik aniqmas masalalar o'rganiladi.

Tekshirilayotgan obyektlarning tayanchlarida hosil bo'luvchi reaksiya kuchlarini va ularning ixtiyoriy kesimlaridagi ichki kuchlarni faqat statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lgan masalalar *statik aniq masalalar* deyiladi.

Aksincha, reaksiya kuchlari va ichki kuchlarni statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lmagan masalalar *statik aniqmas masalalar* deyiladi.

Barcha statik aniqmas konstruksiyalar ortiqcha bog'lanishlarga, ya'ni noma'lum zo'riqish yoki tayanch reaksiyalariga ega bo'ladi. Garchi bu bog'lanishlar konstruksiyalarning geometrik o'zgarmasligi va muvozanatini ta'minlash uchun zarur bo'lmasa-da, ularning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligini oshirish uchun xizmat qiladi. Ortiqcha bog'lanishlarni aniqlash uchun statika tenglamalaridan tashqari qo'shimcha tenglamalar tuzish lozim.

Masalaning statik aniqmaslik darajasi undagi ortiqcha noma'lumlar soni bilan belgilanadi. Masalan ortiqcha noma'lumlar soni ikkita bo'lganda masala ikki karra statik aniqmas deb hisoblanadi. Bunday masalani yechish uchun statikaning muvozanat tenglamalariga qo'shimcha ravishda yana ikkita qo'shimcha tenglama tuzish kifoya.

Statik aniqmas masalalarni yechishning umumiy rejasi quyidagi tartibda olib boriladi:

I. Masalani statik tomondan tahlil qilish.

Buning uchun quyidagi ishlarni ketma-ket bajarish tavsiya qilinadi:

a) kesish usulidan foydalanib jismni ikki qismga ajratish;

b) ixtiyoriy qismni alohida ajratib olish;

d) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan qismga ko'rsatgan ta'sirini ichki kuchlar bilan, bog'lanishlarni esa reaksiya kuchlari bilan almashtirish;

e) ajratilgan qism uchun muvozanat tenglamalarini tuzish.

II. Masalaga geometrik nuqtayi nazardan yondoshish.

Buning uchun konstruksiya qismlarining deformatsiyalari orasida bog'lanishlar o'rnatilib, deformatsiyaning uzluksizlik tenglamalari tuziladi.

III. Masalaning fizik tomonini o'rganish

Bu holda Guk qonunini qo'llab, konstruksiya qismlarining deformatsiyalari bilan ularni vujudga keltiruvchi ichki kuchlar orasidagi bog'lanish tenglamalarini tuzish lozim.

IV. Sintez.

Masalani statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan o'rganish natijasi-da hosil qilingan barcha tenglamalar ichki zo'riqish kuchlariga nisbatan yechiladi. Keyin esa masalaning qolgan qismini osongina hal qilish mumkin.

Statik aniqmas tizimdan ortiqcha bog'lanishlar olib tashlanganda hosil bo'ladigan statik aniq va geometrik o'zgarmas (tashqi kuchlar ta'sirida deformatsiyalanuvchi, ammo qo'z-g'almaydigan) tizim *asosiy tizim* deyiladi.

Asosiy tizimga berilgan tashqi kuchlar va ortiqcha noma'lum kuchlar qo'yilganda hosil bo'luvchi tizim esa *teng kuchli (ekvivalent) tizim* deyiladi.

Shuni unutmaslik kerakki, bitta statik aniqmas masala uchun bir qancha asosiy va teng kuchli tizimlar tanlash mumkin.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Mashina, inshoot va ularning qismlariga qanday konstruktiv talablar qo'yiladi?
2. Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalanuvchi qattiq jism qanday guruhlariga ajratib o'rganiladi?
3. Tashqi kuchlar qanday guruhlariga ajratiladi?
4. Deformatsiyaning turlarini tushuntiring.
5. Ichki kuchlar deganda qanday kuchlarni tushunasiz? Kesish usulining mohiyati nimadan iborat?
6. Nima maqsadda kuchlanish tushunchasi kiritilgan? Uning o'lchamligi qanday?
7. Materiallar qarshiligi fanida qabul qilingan cheklanish (gipoteza)larning mazmunini izohlang.
8. Materiallar qarshiligi fanida hal etiladigan masalalarning mohiyati nimalardan iborat?

X BOB. ICHKI KUCHLAR EPYURALARI

2.7-§. Epyura qurish qoidalari

Brus (sterjen, val, to'sin) larni mustahkamlikka va bikrlikka hisoblash uchun ularning qaysi kesimlarida ichki kuchlar ekstremal (eng katta yoki eng kichik) qiymatlarga erishishini, aniqrog'i, ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuniyatini bilish lozim bo'ladi. Odatda, bu qonuniyatni analitik bog'lanishlar va ular yordamida quriladigan epyuralar orqali ifodalash mumkin.

Ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini ko'rsatuvchi grafik yoki diagramma mazkur ichki kuchlar epyuralari yoki qisqacha, epyura deyiladi.

Demak, epyuralarni to'g'ri qurish muhim ahamiyatga ega ekan, chunki ular yordamida brusning xavfli kesimi tanlanadi hamda ichki kuchlarning hisobiy qiymatlari aniqlanadi.

Har bir ichki kuchning o'ziga aynan bitta tenglama mos keladi.

Epyuralar qurishda quyidagi umumiy tartiblardan foydalanish tavsiya etiladi:

1) statikaning muvozanat tenglamalari yordamida tayanch reaksiya kuchlari* aniqlanadi;

2) brusni tegishli «oraliq»larga ajratib, ma'lum tartibda ular I, II, III, ... raqamlar bilan belgilanadi; oraliqning chegaralari quyidagilardan iborat bo'lishi mumkin (2.13-shakl):

a) to'plangan kuchlar va juft kuchlar qo'yilgan kesimlar;

b) bitta qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi taqsimlangan kuchlarning boshlanish va oxirgi kesimlari;

d) bruslarning sinii joylari.

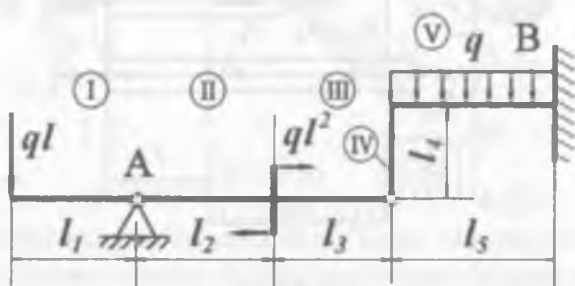
3) kesish usulidan foydalanib har bir oraliq uchun ichki kuchlarning analitik ifodalari yoziladi; bunda ichki kuchlarning ishoralariga alohida e'tibor berish zarur.

4) analitik ifodalar tarkibidagi o'zgaruvchi Z ga tegishli qiymatlar berib, har bir oraliqning o'ziga xos kesimlaridagi ichki kuchlarning miqdorlari – ordinatalari hisoblanadi;

* Faqat bir uchi bilan qistirib mahkamlangan bruslar uchun bu tavsiyani bajarmasa ham bo'ladi, chunki masala brusning erkin uchidan boshlab ham yechilishi mumkin.

5) ordinatalar aniq masshtab bilan brus o'qiga parallel qilib o'tkazilgan nol chizig'iga tik (perpendikulyar) qilib joylashtiriladi va epyura chiziladi; odatda, epyurada musbat qiymatlar nol chizig'ining yuqori, manfiy qiymatlar esa pastki qismiga joylashtiriladi.

6) epyura nol chizig'iga tik bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlanadi.



2.13-shakl

2.8-§. Bo'ylama kuchlar epyuralari

Ma'lumki, bo'ylama kuchlar qirqim tekisligining chap yoki o'ng tomoniga ta'sir etayotgan barcha kuchlardan z o'qiga olingan proektsiyalar yig'indisidan iborat edi:

$$N(z) = \pm \sum Z_i \quad (2.7)$$

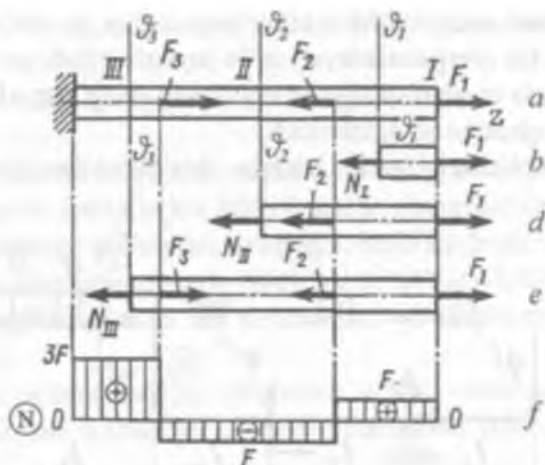
Odatda, bo'ylama kuchlarning ishorolari quyidagicha tanlanadi: agar bo'ylama kuchlar kesilgan kesimdan bir tomonda yotgan sterjenning bo'lakchasini cho'zsa, ular musbat ishorali va, aksincha, uni siqsa, manfiy ishorali bo'ladi.

2.1-masala. O'zgarmas kesimli brus $F_1 = F$, $F_2 = 2F$ va $F_3 = 4F$ kuchlar bilan yuklangan (2.14-shakl, a). Bo'ylama kuch epyurasini qurish talab etiladi.

Yechish: masala 2.7-§ da keltirilgan epyura qurish tartibida yechiladi.

Sterjen o'ng uchi bilan qistirib mahkamlanganligi sababli masalani chap tomondan boshlab yechamiz; z o'qini sterjen o'qi bo'ylab yo'naltiramiz. Sterjen uchta oraliqdan iborat.

Kesish usulidan foydalanamiz: har bir oraliqni mos ravishda v_1-v_1 , v_2-v_2 va v_3-v_3 tekisliklari bilan fikran kesib, kesilgan kesimlarga nisbatan bo'ylama kuchlar tenglamalarini yozib olamiz (2.14-shakl, b, d, e).



2.14-shakl

Endi (2.7) ni har bir kesilgan kesimga nisbatan yozib chiqamiz:

I oraliq $0 \leq z_1 \leq l$

o'ng tomon uchun: $N(z_1) = F_1 = F = \text{const}$

II oraliq $l \leq z_2 \leq 3l$

o'ng tomon uchun: $N(z_2) = F_1 - F_2 = F - 2F = -F = \text{const}$

III oraliq $0 \leq z_3 \leq l$

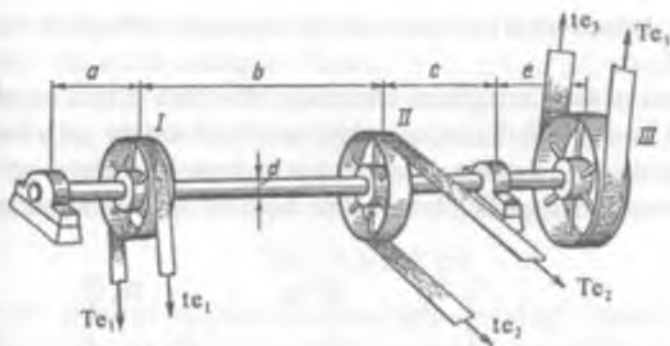
o'ng tomon uchun: $N(z_3) = F_1 - F_2 + F_3 = F - 2F + 4F = 3F = \text{const}$

Bu qiymatlar yordamida aniq masshtab bilan bo'ylama kuchning epyurasini quramiz (2.14-shakl, f).

2.9-§. Burovchi momentlar epyuralari

Burovchi momentlar epyuralarini qurish maqsadida transmissiya (tasmasli) valini olamiz (2.15-shakl). Valga 3 ta shkiv o'rnatilgan. Podshipniklardagi ishqalanish kuchi e'tiborga olinmaydi.

Aytaylik, valga o'rnatilgan II shkiv dvigatelning aylanma harakatini tasmasli uzatmalar orqali qabul qilsin. Natijada aylanma harakatlar I va III shkivlar orqali dastgohlarga uzatiladi. Shu bois II shkiv yetakchi, qolganlari esa yetaklanuvchi shkivlar deyiladi.



2.15-shakl

Nazariy mexanikaning to'la kursidan ma'lumki, shkiylarga ta'sir etuvchi tashqi burovchi moment mazkur shkiyga bog'langan dvigatel yoki dastgohning quvvati $N_{o.k.}$ va valning 1 minutdagi aylanishlar soni n orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$T_e = 7162 \frac{N_{o.k.}}{n} \text{ (N} \cdot \text{m)}, \quad (2.8)$$

bu yerda: $N_{o.k.}$ – uzatilayotgan quvvatning ot kuchi hisobidagi qiymati.

Bir ot kuchi 0,736 kVt ekanligini nazarda tutib, tashqi burovchi momentni aniqlaymiz:

$$T_e = \frac{7162K}{0,736n} = 9736 \frac{K}{n}, \quad (2.9)$$

bu yerda K – quvvatning kilovatt qiymati.

Odatda K va n larning qiymatlari dvigatel va dastgohlarning pasportlarida ko'rsatilgan bo'ladi.

Ba'zan tashqi burovchi momentni quyidagi formula yordamida ham aniqlash mumkin:

$$T_e = (T - t) D, \quad (2.10)$$

bu yerda: T – tasmaning yetakchi qismidagi tortish kuchi;

t – tasmaning yetaklanuvchi qismidagi tortish kuchi;

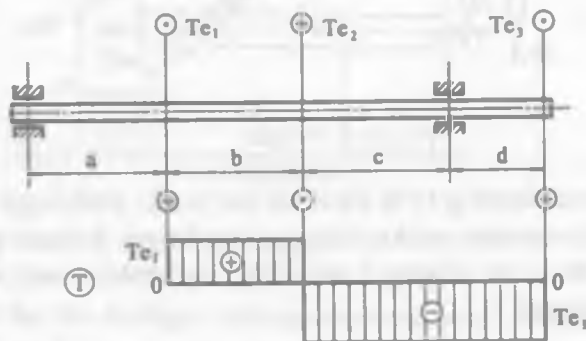
D – shkiyning diametri.

Faraz qilaylik, valning uchala shkiylariga qo'yilgan tashqi momentlarning qiymatlari ma'lum bo'lib, ular mos ravishda T_{e1} , T_{e2} , T_{e3} larga teng bo'lsin.

Fazoviy (aksonometrik) ko'rinishdagi chizmani tekislikda tasvirlaymiz (2.16-shakl, a).

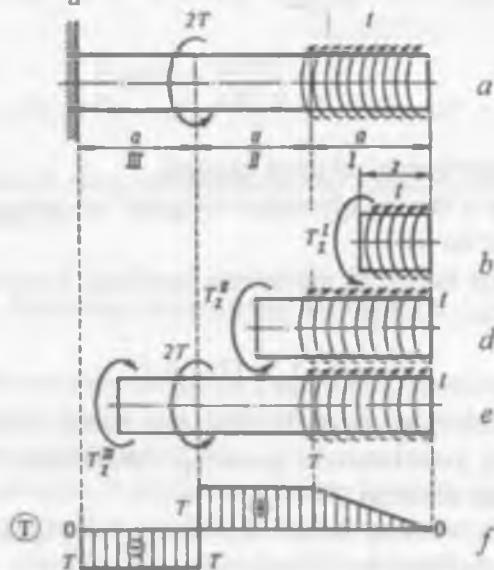
Tashqi va ichki momentlarni chizmada tasvirlash uchun tegishli kesimga vertikal kesma chizib, uning uchlariga ikkita aylana qo'yiladi; bu aylanalarning biriga (·) nuqta, ikkinchisiga (+) musbat belgisi qo'yiladi.

Kesish usulidan foydalanib burovchi moment epyurasini quramiz (2.16-shakl, b).



2.16-shakl

2.2-masala. 2.17-shakl, a da tasvirlangan val uchun burovchi moment epyurasi qurilsin va $t = \frac{T}{a}$ deb olinsin.



2.17-shakl

z o'qini val o'qi bo'ylab yo'naltirib, masalani yechishni o'ng tomondan boshlaymiz. Val uchta oraliqdan iborat.

Kesish usulini qo'llab, valning uchala oraliqlarini ham mos ravishda $v_1 - v_1$, $v_2 - v_2$ va $v_3 - v_3$ tekisliklari bilan fikran qirqamiz. Keyin esa quyidagi formuladan foydalanib, qirqilgan kesimlardan bir tomonda yotgan barcha tashqi burovchi momentlardan z o'qiga nisbatan proyeksiyalar olamiz:

$$T(z_i) = \pm \sum T_i(z) \quad (2.11)$$

Burovchi moment tenglamasini tuzishda quyidagi ishoralar qoidasiga rioya qilish zarur: agar kesim tomondan qaraganda tashqi burovchi moment valni soat strelkasi harakati yo'nalishiga qarshi aylantirsa musbat ishorali, aksincha, strelkaning harakati yo'nalishida aylantirsa, manfiy ishorali qilib tanlanadi.

(2.11) formula yordamida quyidagicha ifodalarni yozib olamiz:

I oraliq ($0 \leq z_i \leq a$)

o'ng tomon uchun $T(z_i) = Tz_i = \text{const}$ (chiziqli tenglama)

II oraliq ($0 \leq z_i \leq a$)

chap tomon uchun: $T(z_i) = Ta = T = \text{const}$;

III oraliq ($0 \leq z_i \leq a$)

chap tomon uchun $T(z_i) = Ta - 2T = -T = \text{const}$.

2.17-shakl. f da topilgan qiymatlar asosida aniq masshtab bilan qurilgan burovchi momentning epyurasi tasvirlangan.

2.10-§. Ko'ndalang kuchlar va eguvchi momentlarning epyuralari

Materiallar qarshiligi fanida "to'sin" so'zi juda keng ma'noni anglatadi. Masalan, mustahkamlik, bikrlilik va ustuvorlikka hisoblanayotganda turli xil vallar, o'qlar, boltlar, tishli g'ildiraklarning tishlari va shu kabilar ham to'sin deb qaraladi.

Odatda, to'sinlar konstruktiv shakllari turlicha bo'lgan ta-yanchlarga o'rnatiladi. Shuni ta'kidlash zarurki, to'sin faqat o'ziga qo'yilgan tashqi kuchlar ta'siridagina emas, balki tayanch reaksiyalari ta'sirida ham egiladi.

Egilgan to'sinlarning barcha kesimlarida ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M paydo bo'ladi. Shu sababli, to'sinning tayanchlari, tayanch reaksiyalarini aniqlash hamda turli xil to'sinlar uchun Q va M larning epyuralarini qurish tartibini mukammalroq bilish zarur.

Dastlab egilishdagi ichki kuchlar uchun quyidagi qoidalarni takroran bayon qilamiz (2.3-§ ga qarang):

– to'sindan ajratib olingan bo'lakchaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar (tashqi kuchlar va tayanch reaksiyalari) ning to'sin o'qiga tik bo'lgan yo'nalishga nisbatan olingan proyeksiyalar yig'indisi *ko'ndalang kuch* deyiladi hamda

$$Q_y(z) = \pm \sum Y_i \quad (2.12)$$

ko'rinishda aniqlanadi.

– to'sindan ajratib olingan bo'lakchaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari) dan qirqilgan kesim markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisi *eguvchi moment* deyiladi hamda

$$M(z) = \pm \sum M_{oi} \quad (2.13)$$

ko'rinishdagi formula yordamida aniqlanadi.

Q va M uchun ishoralar qoidasi quyidagicha:

– agar tashqi kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari) vektori to'sindan ajratib olingan bo'lakchani qirqilgan kesim markaziga nisbatan soat strelkasi harakati yo'nalishida aylantirsa, ko'ndalang kuch musbat ishorali va, aksincha, soat strelkasi harakati yo'nalishiga teskari aylantirsa, manfiy ishorali qilib olinadi;

– agar kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari) vektori to'sindan ajratib olingan bo'lakchani qirqilgan kesim markaziga nisbatan olingan momentlar to'sindan ajratib olingan bo'lakchani yuqorigi tolalarini siqsa, u holda eguvchi moment musbat ishorali va, aksincha, yuqorigi tolalarini cho'zsa, manfiy ishorali qilib tanlanadi.

Egilish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatuvchi ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M ning epyuralarini qurish uchun tashqi kuchlar bilan yuklatilgan turli xil to'sinlarni navbat bilan tekshirib chiqamiz.

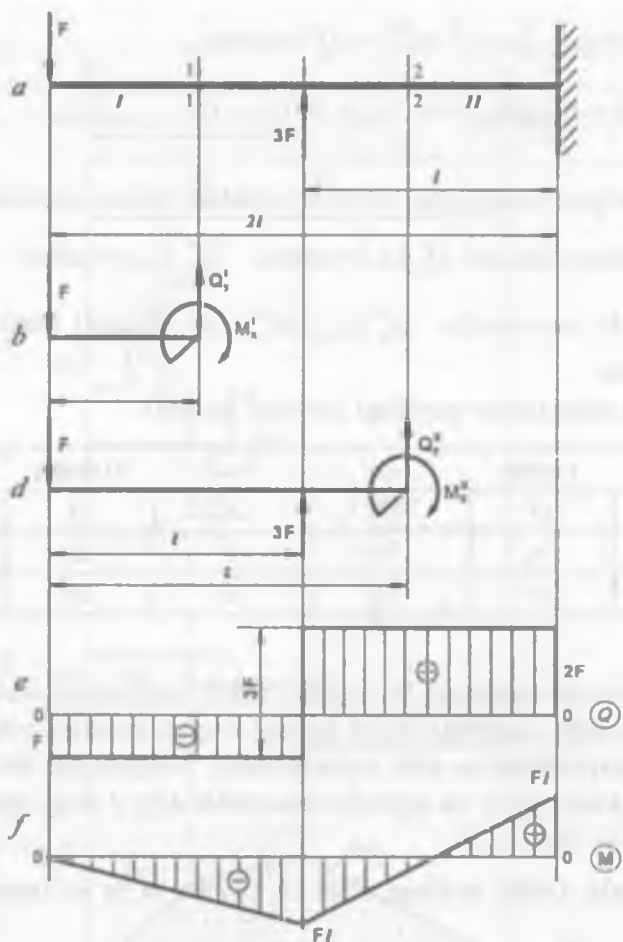
2.7-§ dagi epyura qurish qoidalariga muvofiq bir necha masalani yechamiz.

2.3-masala. Ikki oraliqdan iborat konsol uchun ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralarini quring (2.18-shakl, a).

I. Yechish

Kesish usuliga muvofiq har bir oraliqni z masofada fikran qirqib, konsol-dan ajratilgan bo'lakchani alohida chizib olamiz (2.18-shakl, b, d).

Kesim og'irlik markaziga navbat bilan $Q'(z_1)$, $Q''(z_2)$ ko'ndalang kuchlarni va $M'(z_1)$, $M''(z_2)$ eguvchi momentlarni qo'yamiz.



2.18-shakl

Konsoldan ajratib olingan bo'lakchaga (2.12) va (2.13) formulalarni tatbiq etib, ichki kuchlarning analitik ifodalarini tuzamiz:

I oraliq: $0 \leq z_1 \leq l$

$$Q_y^I(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = -F = \text{const}$$

$$M_x^I(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0_i} = -F \cdot z_1$$

II oraliq: $l \leq z_2 \leq 2l$

$$Q_y^*(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = -F + 3F = 2F = \text{const}$$

$$M_x^*(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{oi} = -F \cdot z_2 + 3F(z_2 - l)$$

Hosil bo'lgan ifodalardan ko'rinib turibdiki, ikkala oraliqda ham:

– ko'ndalang kuchlar $Q_y^*(z_1) = \text{const}$, $Q_y^*(z_2) = \text{const}$

– eguvchi momentlar $M_x^*(z_1)$, $M_x^*(z_2)$ chiziqli qonuniyat bilan o'zgarar ekan.

Har bir oraliq uchun quyidagi jadvalni tuzamiz.

I oraliq			II oraliq		
Z_1	Q	M	Z_2	Q	M
0	$-F$	0	0	$2F$	$-Fl$
l	$-F$	$-Fl$	2l	$2F$	Fl

Jadvaldagi qiymatlardan foydalanib, ichki kuchlarning miqdorlari – ordinatalarini aniq masshtab bilan konsol o'qiga parallel o'tkazilgan nol chizig'iga perpendikulyar qilib joylashtiramiz. Natijada har bir oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q(z)$ va eguvchi momentlar $M_x(z)$ ning epyuralari hosil bo'ladi (2.18- shakl, e, f).

2.4-masala. Oddiy to'singa F va $2F$ kuchlar ta'sir ko'rsatmoqda (2.19-shakl, a).

Ichki zo'riqishlar epyuralarini qurish talab etiladi.

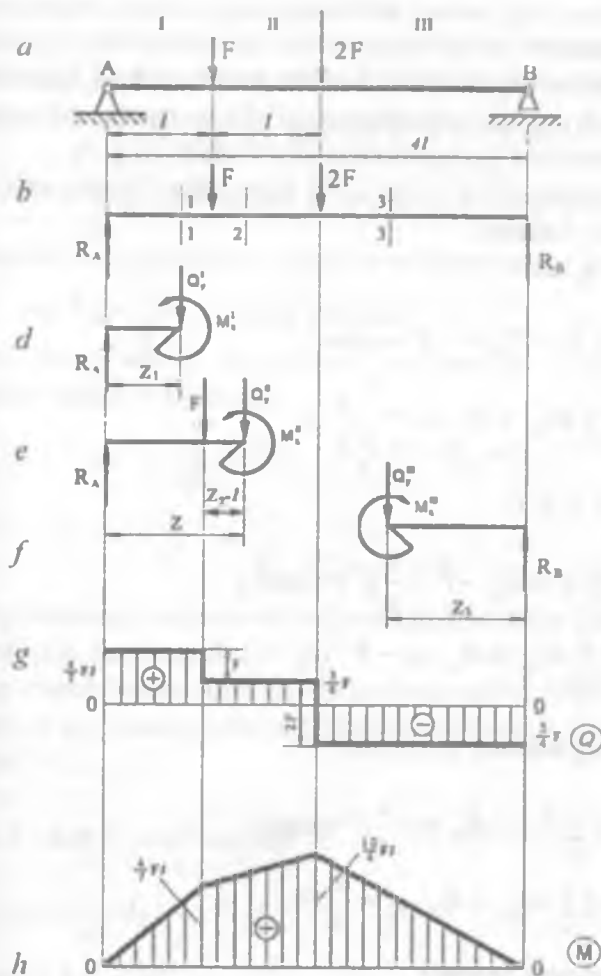
Yechish

Dastlab A (qo'zg'almas shamirli) va B (qo'zg'aluvchan shamirli) tayanchlarda paydo bo'luvchi reaksiyalarni aniqlash zarur (2.19-shakl, b). A tayanchdagi gorizontall tashkil etuvchi $H_A = 0$ ga teng.

(1.37) formulani tatbiq etib to'sinning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad Fl + 2F \cdot 2l - R_B \cdot 4l = 0 \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad -2F \cdot 2l - F \cdot 3l + R_A \cdot 4l = 0 \quad (b)$$



2.19-shakl

Muvozanat tenglamalarini tayanch reaksiyalariga nisbatan yechsak,

$R_A = \frac{7}{4}F$ va $R_B = \frac{5}{4}F$ lar kelib chiqadi. Bu qiymatlarning to'g'riligiga ishonch hosil qilish uchun $\sum_{i=1}^n Y_i = 0$ tenglamani tuzamiz:

$$R_A - F - 2F + R_B = 0 \quad (c)$$

yoki

$$\frac{7}{4}F - F - 2F + \frac{5}{4}F = 0$$

Oxirgi ifodaning chap tomoni ham nolga teng. Demak, tayanch reaksiyalari to'g'ri topilgan.

Kesish usulidan foydalanib, uchala oraliq uchun ham to'sindan «bo'lakcha» ajratib olamiz va kesimning og'irlik markaziga ko'ndalang kuch va eguvchi momentlarni joylashtiramiz (2.19-shakl, *d, e, f*).

Har bir bo'lakchaga (2.12) va (2.13) formulalarni tatbiq etib, quyidagi analitik ifodalarni tuzamiz:

I oraliq: $0 \leq z_1 \leq l$

$$Q'_y(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = R_A = \frac{7}{4} F = \text{const}$$

$$M'_x(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0_i} = R_A \cdot z_1 = \frac{7}{4} F \cdot z_1$$

II oraliq: $0 \leq z_2 \leq l$

$$Q'_y(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = R_A - F = \frac{3}{4} F = \text{const}$$

$$M'_x(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{0_i} = R_A \cdot z_2 - F \cdot (z_2 - l)$$

III oraliq (o'ng tomon) $0 \leq z_3 \leq l$

$$Q''_y(z_3) = \pm \sum_{i=1}^3 Y_i = -R_B = -\frac{5}{4} F = \text{const}$$

$$M''_x(z_3) = \pm \sum_{i=1}^3 M_{0_i} = R_B \cdot z_3 = \frac{5}{4} F z_3$$

Quyidagi jadvalni tuzamiz.

I oraliq			II oraliq			III oraliq		
z_1	Q	M	z_2	Q	M	z_3	Q	M
0	$7F/4$	0	0	$3F/4$	$7F/4$	0	$-5F/4$	0
l	$7F/4$	$7F/4$	$2l$	$3F/4$	$7F/4$	l	$-5F/4$	$10F/4$

Jadvaldagi qiymatlar asosida qat'iy masshtab bilan ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralarini quramiz (2.19-shakl, *g, h*).

2.5-masala. Konsol uchli to'singa F va $M=3Fl$ tashqi kuch ta'sir etmoqda (2.20-shakl, *a*). Ushbu to'sin uchun Q va M epyuralarini quring.

Yechish

2.20-shakl, b dan foydalanib, A va B tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlaymiz. Buning uchun (1.37) formulaning oxirgi ikkitasini berilgan masalaga qo'llaymiz:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad Fl + M - R_B \cdot 3l = 0 \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad -F \cdot 4l + M + R_A \cdot 3l = 0 \quad (b)$$

Muvozanat tenglamalarini tayanch reaksiyalariga nisbatan yechsak $R_A = \frac{1}{3}F$ va $R_B = \frac{2}{3}F$ lar kelib chiqadi.

(1.35) formulaning birinchisi yordamida R_A va R_B larning qiymatlarini tekshirib ko'ramiz.

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A - F + R_B = 0 \quad (d)$$

yoki

$$\frac{1}{3}F - F + \frac{2}{3}F = 0$$

(d) tenglamaning chap tomoni nolga tengligi reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tasdiqlaydi.

Oldingi masalalardagi kabi har bir oraliqni navbat bilan fikran qirqamiz (2.20-shakl, d , e , f) hamda ichki zo'riqlashlarning analitik ifodalarini tuzamiz:

I oraliq: $0 \leq z_1 \leq l$

$$Q'_y(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = -F = \text{const}$$

$$M'_x(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0_i} = -F \cdot z_1$$

II oraliq: $l \leq z_2 \leq 4l$

$$Q'_y(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = R_A - F = \frac{1}{3}F - F = -\frac{2}{3}F = \text{const}$$

$$M'_x(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{0_i} = R_A(z_2 - l) - F \cdot z_2 = \frac{1}{3}F(z_2 - l) - F \cdot z_2$$

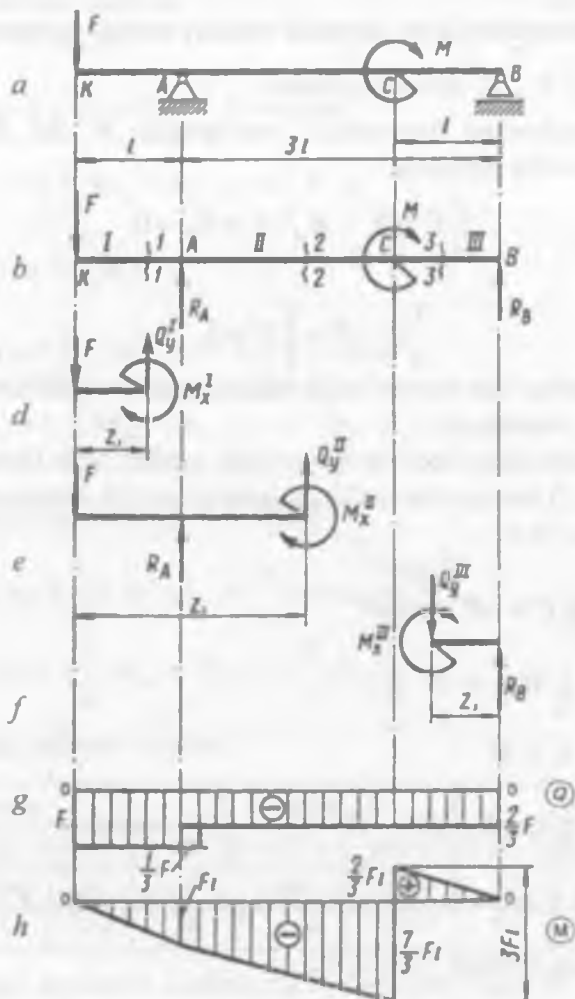
III oraliq (o'ng tomon) $0 \leq z_3 \leq l$

$$Q''_y(z_3) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = -R_B = -\frac{2}{3}F = \text{const}$$

$$M''_x(z_3) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0_i} = R_B \cdot z_3 = \frac{2}{3}Fz_3$$

Quyidagi jadvalni tuzamiz:

I oraliq			II oraliq			III oraliq		
Z_1	Q	M	Z_2	Q	M	Z_3	Q	M
0	$-1/3F$	0	0	$-2/3F$	$-Fl$	0	$-2/3F$	0
l	$-1/3F$	$-Fl$	$4l$	$-2/3F$	$-7/3Fl$	l	$-2/3F$	$2/3Fl$



2.20-shakl

2.20-shakl, g, h larda jadvallardagi qiymatlar bo'yicha qurilgan ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M larning epyuralari tasvirlangan.

2.6-masala. Q^* zg'almas va q^* zg'aluvchan tayanchlarda yotuvchi oddiy to'singa $q=\text{const}$ taqsimlangan kuch intensivligi ta'sir ko'rsatmoqda (2.21-shakl, a). Q va M epyuralari qurilsin.

Yechish

Har galgidek, masalani yechishni tayanch reaksiyalarini aniqlashdan boshlaymiz (2.21-shakl, b). Buning uchun statika-ning muvozanat tenglamalarini tuzish kifoya:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad ql \cdot \frac{l}{2} - R_B \cdot 2l = 0 \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad -ql \left(\frac{l}{2} + l \right) + R_A \cdot 2l = 0 \quad (b)$$

Bulardan $R_A = \frac{3}{4}ql$ va $R_B = 4ql$ ekanligi ma'lum.

Tayanch reaksiyalarining qiymatlarini tekshirib ko'rish maqsadida

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A - ql + R_B = 0 \quad (d)$$

tenglamani tuzamiz.

Demak, $\frac{3}{4}ql - ql + \frac{1}{4}ql = 0$ yoki $0 = 0$.

Kesish usulini qo'llab 2.21-shakl, d, e chizmalarini hosil qilamiz. Natijada Q va M larning analitik ifodalari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

I oraliq: $0 \leq z_1 \leq l$

$$Q'_y(z_1) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = R_A - qz_1 = \frac{3}{4}ql - qz_1,$$

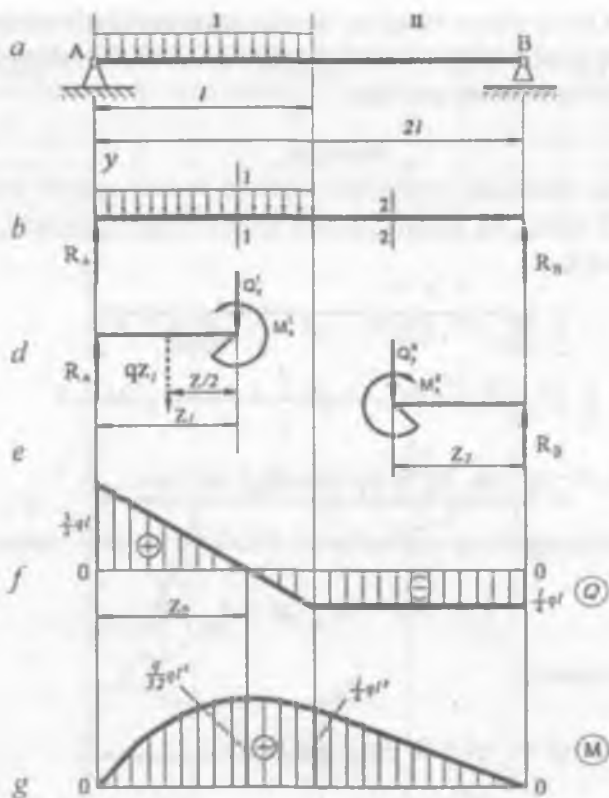
$$M'_x(z_1) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{0_i} = R_A \cdot z_1 - qz_1 \cdot \frac{z_1}{2} = \frac{3}{4}ql \cdot z_1 - 0,5qz_1^2$$

(bu yerda $\frac{z_1}{2}$ – kuch yelkasi, ya'ni teng ta'sir etuvchi qz_1 qo'yilgan nuqtadan $l-l$ kesimning og'irlik markazigacha bo'lgan masofa).

* Izoh. Bu yerda:

$-ql$ – to'sinning l oraliq'iga ta'sir etuvchi $q=\text{const}$ taqsimlangan kuch intensivligining teng ta'sir etuvchisi bo'lib, A tayanchdan $l/2$ masofaga qo'yilgan;

$-l/2$ – teng ta'sir etuvchi kuchning A tayanchga nisbatan kuch yelkasi.



2.21-shakl

II oraliq (o'ng tomon): $0 \leq z_2 \leq l$

$$Q'_y(z_2) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = -R_B = -\frac{1}{4}ql = \text{const}$$

$$M'_x(z_2) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0_i} = R_B \cdot z_2 = \frac{1}{4}ql \cdot z_2$$

(d) ifodaning birinchisi yordamida ko'ndalang kuch epyurasi quriladi:

$$z_1 = 0 \text{ da } Q'_y(0) = \frac{3}{4}ql, z_2 = l \text{ da esa } Q'_y(0) = -\frac{1}{4}ql$$

bo'ladi.

Demak, I oraliqning boshlanishida ko'ndalang kuch musbat, oxirida esa manfiy qiymatga ega bo'lar ekan. Boshqacha aytganda, $0 \leq z_1 \leq l$ oraliqda

ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan kesim mavjud. Buni aniqlash uchun shu oraliqda ko'ndalang kuch tenglamasini nolga tenglab, $z_1 = z_0$ ni aniqlaymiz:

$$Q'_v(z_1) = 0 \text{ yoki } \frac{3}{4}ql - qz_0 = 0$$

Bundan $z_0 = \frac{3}{4}l$ ekanligi kelib chiqadi.

(d) ifodaning ikkinchisidagi $M'_v(z_1)$ eguvchi momentning tenglamasi ikkinchi tartibli egri chiziq tenglamasidan iborat; shu sababli epyura qurish uchun eng kamida yana bitta nuqtadagi eguvchi moment qiymatini bilish shart.

$z_0 = \frac{3}{4}l$ bo'lgan «o'ziga xos» kesimda eguvchi momentning qiymatini topamiz:

$$M_0 = \frac{3}{4}ql \cdot z_0 - 0,5qz_0^2 = \frac{3}{4}ql \cdot \frac{3}{4}l - 0,5q\left(\frac{3}{4}l\right)^2 = \frac{9}{32}ql^2$$

Eslatma: Materiallar qarshiligi to'la kursida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan kesimda eguvchi moment ekstremal (*max* yoki *min*) qiymatga erishi-shi isbotlangan. Shu bois, biz tekshirayotgan hol uchun $z_0 = \frac{3}{4}l$ da $M_0 = \frac{9}{32}ql^2$ bo'ladi.

Odatdagidek, har bir oraliq uchun jadval tuzamiz.

I oraliq			II oraliq		
Z_1	Q	M	Z_2	Q	M
0	$3/4ql$	0	0	$-1/4ql$	0
$3/4l$	0	$9/32ql^2$			
l	$-1/4ql$	$1/4ql^2$	l	$-1/4ql$	$1/4ql^2$

Jadvaldagi qiymatlar asosida ma'lum masshtabda ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M larning epyuralarini quramiz (2.21-shakl. f, g).

Egilishda ichki kuchlarni aniqlashga doir yuqorida ko'rilgan masalalar-ning tahlili, birinchidan, Q va M epyuralarni qurishga, ikkinchidan esa qurilgan epyuralarning to'g'riligini tekshirishga imkon beruvchi quyidagi muhim xulosalarni beradi:

1. Taqsimlangan yuk intensivligi bo'lmagan oraliqlarda Q ning epyurasi to'sin o'qiga parallel yo'nalgan to'g'ri chiziq bilan, M ning epyurasi esa to'sin o'qiga og'ma to'g'ri chiziq bilan chegaralangan bo'ladi.

2. Taqsimlangan yuk intensivligi ta'sir etayotgan oraliqlarda Q ning epyurasi to'sin o'qiga og'ma to'g'ri chiziq bilan, M ning epyurasi esa kvadratik parabola yoyi bilan chegaralangan bo'ladi.

3. Kesuvchi kuch nolga teng bo'lgan kesimda, eguvchi moment ekstremal qiymatga erishadi.

4. $Q > 0$ bo'lgan oraliqlarda, chapdan o'ngga tomon M ning ordinatasi orta boshlaydi, ya'ni eguvchi momentning musbat qiymati oshadi, manfiy qiymati esa kamayadi.

Aksincha $Q < 0$ bo'lgan oraliqlarda M ning ordinatasi kamaya boshlaydi.

5. Taqsimlangan kuch quyidagi kesimlarda Q ning epyurasi shu kuch miqdori qadar sakraydi, M ning epyurasini chegaralovchi chiziq esa o'z yo'nalishini o'zgartiradi.

6. Juft kuch qo'yilgan kesimlarda Q ning epyurasida hech qanday o'zgarish bo'lmaydi, M ning epyurasida esa shu juft kuch miqdori qadar sakrash sodir bo'ladi.

7. Chetki sharnirli tayanchlarda kesuvchi kuch tayanch reaksiyalariga, eguvchi moment esa nolga teng bo'ladi (agar shu kesimlarga juft kuch qo'yilmagan bo'lsa).

8. To'sin (konsol) ning erkin uchiga juft kuch qo'yilmagan bo'lsa, eguvchi moment shu kesimda nolga teng bo'ladi; agar konsol uchiga to'plangan kuch ham qo'yilmagan bo'lsa, shu kesimda kesuvchi kuch ham nolga teng bo'ladi.

9. Qistirib mahkamlangan tayanchda kesuvchi kuch shu tayanchning reaksiya kuchiga, eguvchi moment esa reaktiv momentga teng bo'ladi.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Ichki kuchlar epyurasi deganda nimani tushunasiz?
2. Ichki kuchlar epyurasini qurish tartibini izohlang.
3. Bo'ylama kuch N va burovchi moment T epyuralarini qurish tartibini aniq misollar yordamida izohlang.
4. To'sinlar qanday tayanchlarga ega? Tayanchlarda hosil bo'luvchi reaksiyalarni tushuntiring.
5. Statikaning muvozanat tenglamalari yordamida tayanch reaksiya kuchlarini aniqlashni misollarda tushuntiring.
6. Kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarining to'g'ri qurilgan ligini qanday tekshirish mumkin?

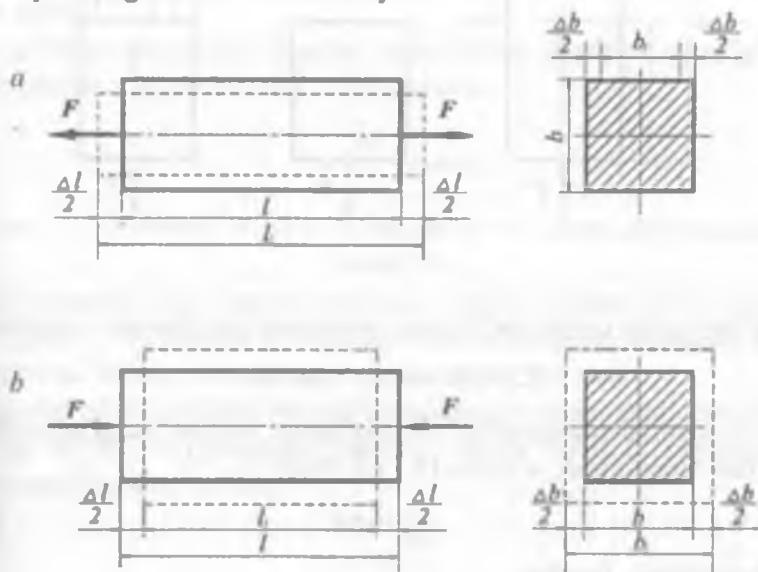
XI BOB. MARKAZIY CHO'ZILISH YOKI SIQILISH

2.11-§. Asosiy mulohazalar

Agar tekshirilayotgan sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida oltita ichki kuch faktorlaridan faqatgina bitta bo'ylama kuch N ta'sir ko'rsatib, qolganlari esa nolga teng bo'lsa, u holda cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi sodir bo'ladi.

Bu bobda markaziy cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasiga o'rganiladi.

2.22-shakl, *a* da tasvirlangan sterjenning barcha kesimlarida $N = F$ bo'ylama kuch ta'sir ko'rsatadi; natijada uning uzunligi oshib, ko'ndalang kesimi yuzining o'lchamlari kichrayadi.



2.22-shakl

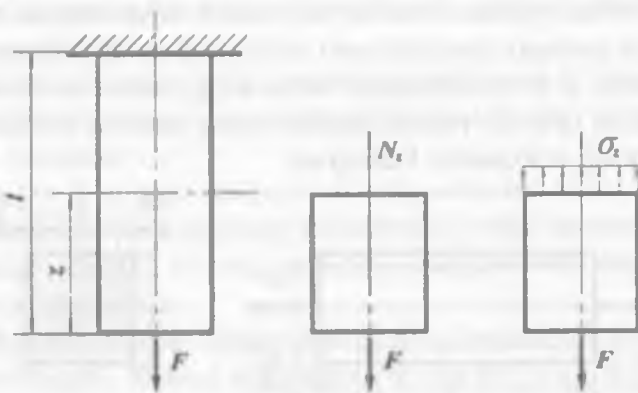
Agar 2.22-shakl, *b* da ko'rsatilgandek, sterjenga F kuch ta'sir etsa, u holda siqilish deformatsiyasi sodir bo'ladi. Sterjenlar siqilganda ularning uzunligi kamayib, ko'ndalang kesimi yuzining o'lchamlari ortadi.

Vagonlarni o'zaro bog'lovchi moslamalar, yuk ko'tarish kranlarining trosslari, tasmali uzatmalardagi tasmalar va shu kabilar cho'zilishga, g'isht yoki toshlardan terilgan devorlar, temir-beton ustunlar va shu kabilar esa siqilishga qarshilik ko'rsatadi.

Cho'zilish yoki siqilish deformatsiyalarini IX bob, 2.6-§ da ko'rsatilgan tartibda tahlil qilib chiqamiz.

I. Masalaning statik tomoni

Tekshirilayotgan sterjenni ixtiyoriy $m - n$ tekislik bilan fikran kesib, uni ikkita A va B qismlarga ajratamiz (2.23-shakl). Bu qismlardan birini, masalan yuqoridagisini tashlab yuborib, uning qoldirilgan qismga ko'rsatgan ta'sirini N_z ichki kuch bilan almashtiramiz.



2.23-shakl

Ajratilgan qism uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma Z_i = 0 \quad \text{yoki} \quad -N_z + F = 0 \quad (2.14)$$

Agar normal kuchlanishni ko'ndalang kesim yuzi bo'yicha tekis taqsimlangan, deb faraz qilsak, u holda (2.5) a ifoda

$$N_z = \sigma A \quad (2.15)$$

ko'rinishga keladi. Bundan

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.16)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Muvozanatning boshqa tenglamalari esa ayniyatga aylanadi.

II. Masalaning geometrik tomoni

Markaziy cho'zilish (siqilish) ga doir masalalarga geometrik nuqtai nazardan yondashish uchun sterjen deformatsiyalarining geometrik xossalari tekshirish zarur.

Agar uzunligi l va ko'ndalang kesimi yuzi A bo'lgan sterjenga F kuchlar ta'sir etsa, u holda sterjen uzayib (2.22-shakl, a) yoki aksincha, qisqarib (2.22-shakl, b) l_1 uzunlikka erishadi. Odatda, sterjen uzunligining bunday o'zgarishi *bo'ylama deformatsiya* deyiladi.

Sterjen dastlabki uzunligi l ning

$$l_1 - l = \Delta l \quad \text{yoki} \quad l - l_1 = \Delta l \quad (2.17)$$

miqdorga o'zgarishi *absolyut uzayish* yoki *absolyut qisqarish* deyiladi.

Masalaning geometrik tomoni tajribaga asoslangan Y. Bernulli gipotezasiga tayanadi: sterjenning deformatsiyagacha bo'lgan tekis va sterjen o'qiga tik bo'lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekis va sterjen o'qiga tikligicha qoladi.

Bu ta'rifdan esa sterjen absolyut uzayishining dastlabki uzunligiga nisbati o'zgarmas miqdor ekanligi kelib chiqadi:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \text{const}, \quad (2.18)$$

bu yerda: ε – o'lchamsiz miqdor bo'lib, *nisbiy bo'ylama deformatsiya* deyiladi.

Sterjen uzunligining o'zgarishi natijasida uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ham o'zgaradi: cho'zilishda ko'ndalang kesim o'lchamlari kamayadi, siqilishda esa oshadi. Bularga ko'ndalang deformatsiyalar deyiladi.

Agar cho'zilish (siqilish) paytida ko'ndalang kesimning o'lchami $\Delta b = b - b_1$ yoki $\Delta b = b_1 - b$ qiymatga o'zgarsa, u holda nisbiy ko'ndalang deformatsiya quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (2.19)$$

Elastiklik chegarasida nisbiy ko'ndalang deformatsiyaning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib bog'lanishdaligi va ishoralari esa qarama-qarshi ekanligi tajribalarda tasdiqlangan:

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon, \quad (2.20)$$

bu yerda: μ – ko'ndalang deformatsiya koeffitsiyenti yoki Puasson koeffitsiyenti bo'lib, materiallarning elastiklik xossalarini tavsiflaydi.

Barcha materiallar uchun Puasson koeffitsiyentining o'zgarish chegarasi $\mu = 0 + 0,5$ ekanligi isbotlangan.

Ba'zi materiallar uchun μ ning qiymatlari 2.1-jadvalda keltirilgan.

Materiallar	μ	E (10^5 MPa)
Po'lat	0.26–0.33	(1,9–2,15)
Kulrang cho'yan (C4 12-28. C4 15-32)	0.23–0.27	(0,8–1.5)
Mis	0.31–0.33	(1,1–1.3)
Alyuminiy qotishmalar	0.33–0.36	(0,69–0.71)
Qarag'ay	–	(0,1–0.12)
Tekstolit	–	(0,07–0.13)
Beton	0.16–0.18	(0.15–0.23)
Rezina	0,5	0,00008
Po'kak (tiqin)	0	

III. Masulaning fizik tomoni

Qo'yilgan masalaga fizik tomondan yondashish maqsadida tajribalardan olingan quyidagi asosiy natijalardan foydalanamiz:

a) sterjenning ko'ndalang kesimdag normal kuchlanish mazkur sterjen materialining elastiklik chegarasidagi kuchlanishiga yetmaguncha, u elastik deformatsiyalanadi;

b) elastiklik chegarasida sterjen ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanishning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbati o'zgarmas bo'lib, har xil materiallar uchun turlichadir:

$$\frac{\sigma}{E} = \epsilon \quad \text{yoki} \quad \sigma = E\epsilon \quad (2.21)$$

Demak, cho'zilgan (siqilgan) sterjenlarda normal kuchlanish nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib bog'lanishda ekan; bu ta'rif *Guk qonuni* deyiladi.

Bu yerda: E – birinchi tur elastiklik moduli yoki Yung moduli deb atalib, kuchlanish o'lchov birligida ifodalanadi va materiallarning elastiklik xossasini tavsiflaydi. Aniqrog'i uning qiymati qancha katta bo'lsa, material shuncha elastik deb hisoblanadi.

2.1-jadvalda ba'zi materiallar uchun E ning qiymati keltirilgan.

Agar elastiklik moduli E ning qiymati hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lsa, u holda material izotrop deyiladi; izotrop materiallarga po'lat, cho'yan, quyma metallar va shu kabilar misol bo'ladi.

Aksincha, elastiklik moduli E ning qiymati hamma yo'nalishlarda turlicha bo'lsa, u holda material *anizotrop* deyiladi; yog'ochlar anizotrop material hisoblanadi.

(2.20) ni nazarda tutib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\sigma = -\frac{1}{\mu} E \varepsilon' \quad (2.22)$$

Xulosalar

Endi markaziy cho'zilish (siqilish) ga oid masalalarni statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil qilish natijasida kelib chiqadigan xulosalar bilan tanishamiz.

Yuqoridagi (2.16), (2.18), (2.21) formulalarni sterjenning absolyut deformatsiyasi Δl ga nisbatan yechib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (2.23)$$

bu yerda: EA – sterjenning cho'zilish va yoki siqilishdagi bikrligi.

(2.23) formuladan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

1) bir xil o'lchamli sterjenlarning absolyut deformatsiyalari ta'sir etuvchi kuchga to'g'ri mutanosib bog'lanishda bo'ladi (2.24-shakl, a):

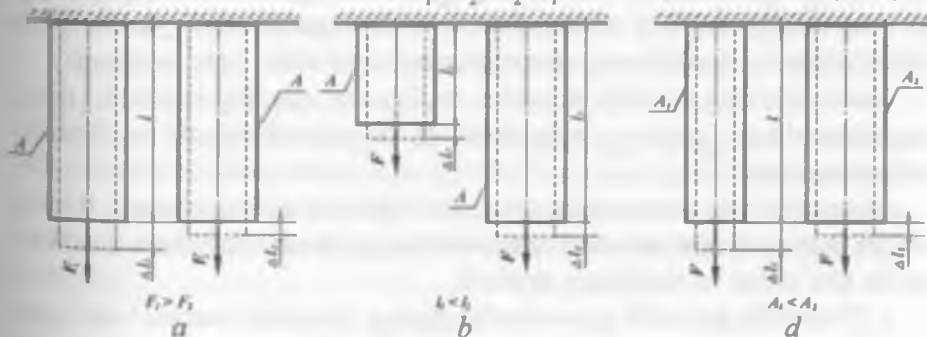
$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = F_1 : F_2 \quad (2.23) \text{ a}$$

2) kesim yuzalari o'zaro teng bo'lgan sterjenlarning bir xil kuchdan hosil bo'lgan absolyut deformatsiyalari ularning uzunliklariga to'g'ri mutanosibdir (2.24-shakl, b):

$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = l_1 : l_2 \quad (2.23) \text{ b}$$

3) uzunliklari o'zaro teng bo'lgan sterjenlarning bir xil kuchdan hosil bo'lgan deformatsiyalari ularning ko'ndalang kesimi yuzaga teskari mutanosibdir (2.24-shakl, d):

$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = A_2 : A_1 \quad (2.23) \text{ d}$$



2.24-shakl

Keyin esa quyidagi munosabatlardan foydalanib tekis namunalarning uzunligini ham aniqlash mumkin:

a) uzun tekis namunalar uchun

$$l_0 = 10d \approx 11,3\sqrt{A_0} \quad (2.26)$$

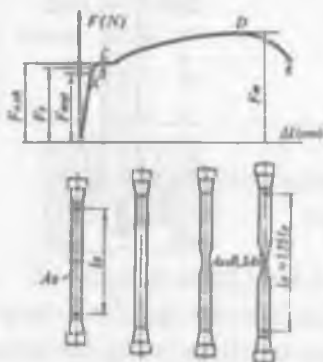
b) qisqa tekis namunalar uchun

$$l_0 = 5d \approx 5,55\sqrt{A_0} \quad (2.27)$$

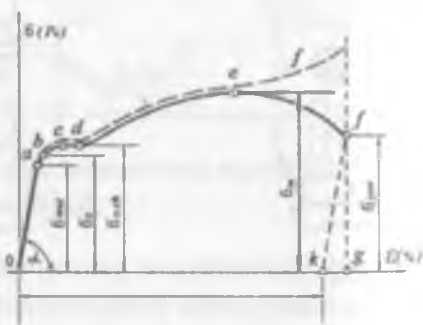
Sinov mashinasining pastki va yuqorigi qisqichlariga namuna 3 mahkam o'rnatilib, keyin cho'ziladi (2.26-shakl, d).

2.27-shaklda kam uglerodli (Cr3) po'latdan tayyorlangan namunaning cho'zuvchi kuch ostida «o'zini qanday tutishi» ni ko'rsatuvchi birlamchi cho'zilish diagrammasi keltirilgan.

Ma'lumki, materiallar qarshiligida ko'pchilik konstruksiya qismlari normal zo'riqish bo'yicha hisoblanadi. Shuning uchun birlamchi cho'zilish diagrammasini $\epsilon\sigma$ koordinata tekisligida ifodalash zarur: cho'zilish diagrammasidagi absissa o'qidagi hamma qiymatlarni mos ravishda l_0 marta, ordinata qiymatlarini esa A_0 marta kamaytirish yo'li bilan osongina shartli kuchlanish diagrammasiga o'tish mumkin (2.28-shakl).



2.27-shakl



2.28-shakl

Shuni qayd etib o'tish kerakki, shartli kuchlanish diagrammasi garchi ko'rinishi jihatidan birlamchi diagrammaga o'xshasa-da, lekin u faqat namunaning emas, balki materialning ham mexanik xossasini tavsiflaydi.

Endi diagrammalardagi o'ziga xos nuqta va qismlarni qayd etib, namunaning deformatsiyalanish jarayonini tahlil qilamiz.

Cho'zilish diagrammasini taxminan to'rt qismga ajratish mumkin.

Diagrammaning *OB* qismi elastik qismi deyiladi; bu qismda kuch (kuchlanish) bilan absolyut (nisbiy) deformatsiya orasida to'g'ri mutanosib bog'lanish bo'lib, material Guk qonuniga to'la bo'ysunadi. Kuchlanish diagrammasidagi nuqtaning holati mutanosiblik chegarasi deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_{mut} = \frac{F_{mut}}{A_0}, \quad (2.28)$$

bu yerda: F_{mut} – mutanosiblik chegarasiga mos kelgan kuch.

Mutanosiblik chegarasi deb, shunday eng katta kuchlanishni aytiladiki, ungacha material Guk qonuniga to'la bo'ysunadi.

OA to'g'ri qismning absissa o'qiga og'ish burchagining tangensi elastiklik moduliga teng bo'ladi.

$$\text{tga} = \frac{\sigma_{mut}}{\epsilon} = E \quad (2.29)$$

A nuqtadan boshlab diagramma egrilana boshlaganligi sababli, Guk qonuni buziladi. Diagrammaning egri chiziqli qismida yotuvchi *B* nuqtaning holati elastiklik chegarasi σ_e ga mos keladi.

Elastiklik chegarasi deb, namuna yuksizlantirilganda qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan uning materiali chidash beradigan eng katta kuchlanishga aytiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0}, \quad (2.30)$$

bu yerda: F_e – elastiklik chegarasiga mos keluvchi eng katta kuch.

Agar kuchlanishlarning qiymati σ_e dan oshib ketmasa, u holda namunada faqat elastik deformatsiya hosil bo'ladi; aksincha, oshib ketsa, namunada ham elastik, ham qoldiq deformatsiyalar paydo bo'ladi.

Diagrammaning *CD* qismi *oquvchanlik qismi* deb ataladi. *C* nuqtadan boshlab diagrammalar yo'nalishini o'zgartiradi, ya'ni deyarli o'zgarmas kuchda ham sezilarli darajada deformatsiya-ning oshishi sodir bo'ladi – material go'yoki «oqadi». Bu holatga to'g'ri kelgan kuchlanish *oquvchanlik chegarasi* deb ataladi va uning qiymati quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{o.ch.} = \frac{F_{o.ch.}}{A_0}, \quad (2.31)$$

bu yerda: $F_{o.ch.}$ – oquvchanlik chegarasidagi kuch.

Bir nechta bo'lak (pog'ona) lardan tashkil topgan sterjenlarning to'la uzayishi yoki qisqarishi har bir bo'lak deformatsiyasining algebraik yig'indisidan iborat bo'ladi:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N l_i}{E_i A_i} \quad (2.24)$$

Bu yerda: A va E lar o'zgarmas miqdorlar hisoblanadi.

2.2-jadvalda markaziy cho'zilgan (siqilgan) sterjenlarning tahlili natijasi-da hosil bo'lgan formulalar berilgan.

2.2-jadval

Masalaning tahlili	Sterjenning markaziy cho'zilishi yoki siqilishi
Statik tomondan yondashish	$N = \sigma A$
Geometrik tomondan yondashish	$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \epsilon' = \frac{\Delta b}{b}; \quad \epsilon' = -\mu \epsilon$
Fizik tomondan yonashish	$\sigma = E \epsilon; \quad \sigma = -\frac{1}{\mu} E \epsilon'$
Xulosa	$\Delta l = \frac{N l}{E A}; \quad \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N l_i}{E_i A_i};$ $\epsilon = \frac{N}{E A}$

2.12-§. Materiallarning mexanik xossalarini tajriba yordamida tekshirish

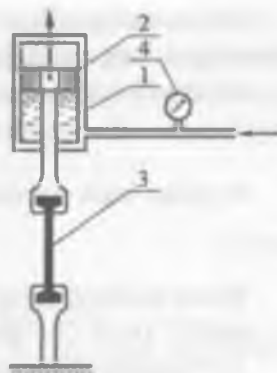
Konstruksiyaning yoki konstruksiya qismlarining mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligiga oid turli xil masalalarni yechayotganda ularni yasash uchun ishlatiladigan materiallarning mexanik xossalarini bilish juda muhimdir.

Materiallarning mexanik xossalari deyilganda, ularning elastiklik (E, μ), mustahkamlik ($\sigma_{\text{max}}, \sigma_e, \sigma_{\text{a.ch.}}, \sigma_m$), plastiklik (δ_q, ψ) va energetik (u, a) tavsiflari tushuniladi.

Materiallarning mexanik xossalari tajribalar o'tkazib aniqlanadi. Buning uchun materiallardan maxsus namunalar tayyorlanib, ular sinov mashinalarida cho'zilish va siqilishga sinaladi.

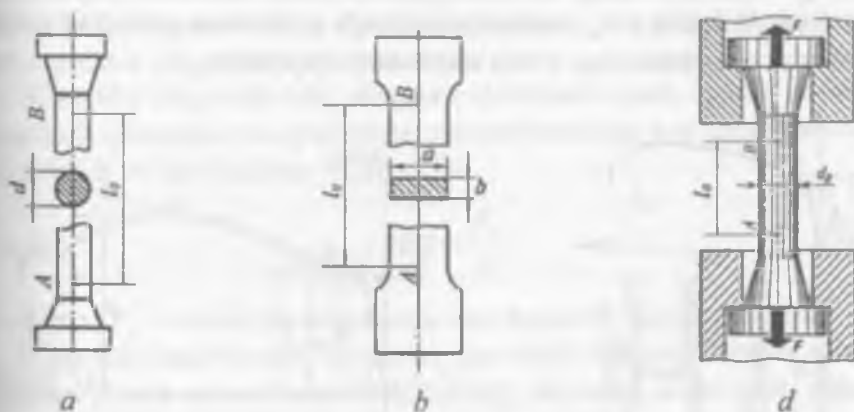
2.25-shaklda gidravlik sinov mashinasining prinsipial sxemasi keltirilgan: suyuqlik silindr 1 ga ma'lum bosim ostida haydalgach, porshen 2 ni yuqo-

riga ko'tarib, namuna 3 ni cho'zadi. Cho'zuvchi kuchning qiymatini manometr 4 bilan o'lchadigan bosim bo'yicha aniqlash mumkin. Ko'pgina zamonaviy sinov mashinalariga namunaga ta'sir etuvchi kuch F va shu kuch tufayli vujudga kelgan absolyut deformatsiya Δl orasidagi bog'lanish grafigini tajriba davomida chizib boruvchi avtomatik yozuv qurilmasi o'rnatilgan. Odatda, $F=f(\Delta l)$ bog'lanish grafigi namunalarning cho'zilish yoki siqilish diagrammalari deyilib, ular materiallarning mexanik xossalarini batafsil aniqlashga imkon beradi.



2.25-shakl

Materiallarni cho'zilishga sinash. Materiallarni cho'zilishga sinash uchun ulardan silindrsimon va tekis shakldagi maxsus namunalar tayyorlanadi (2.26-shakl).



2.26-shakl

Odatda, o'rta qismining uzunligi va diametri orasidagi munosabatlarga qarab silindrsimon namunalar uzun ($l_0=10d$) va qisqa ($l_0=5d$) qilib yasaladi.

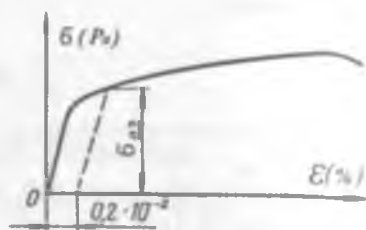
Tekis namunalarning uzunligini tanlash uchun avval shu namunaning ko'ndalang kesimi yuziga teng yuzli doiraviy namunaning diametrini aniqlash zarur:

$$D = \sqrt{4A_0 / \pi} \approx 1,13 \sqrt{A_0} \quad (2.25)$$

Diagrammaning gorizontaal qismi *oquvchanlik maydonchasi* deb ataladi. Oquvchanlik qismida namunaning yaltiroq sirti xiralashib, uning o'qi bilan 45° burchak tashkil etuvchi darz chiziqlari hosil bo'ladi (2.29-shakl); bu chiziqlar Lyuders-Chernov chiziqlari deyiladi.



2.29-shakl



2.30-shakl

Shuni ham ta'kidlab o'tish kerakki, ba'zi maxsus po'latlar, mis va bronza kabi materiallarning cho'zilish diagrammasida oqish chegarasi aniq ko'rinmaydi. Shu bois bunday materiallar uchun oqish chegarasi shartli ravishda kuchlanishning 0,2 % qoldiq deformatsiya beradigan miqdori $\sigma_{0.2}$ ga teng qilib olinadi (2.30-shakl).

Diagrammalarning navbatdagi holati namunaga ta'sir etuvchi kuch (kuchlanish) va absolyut (nisbiy) deformatsiyalarning o'sishi bilan tavsiflanadi. Cho'zilish diagrammasining *DM* qismi mustahkamlanish qismi deb ataladi; *M* nuqtaning holati materialning mustahkamlik chegarasi yoki muvaqqat qarshiligi *M* ga mos keladi.

Namuna chidash bera olmaydigan eng katta kuchning uning dastlabki kesimi yuziga bo'lgan nisbati *mustahkamlik chegarasi* deb ataladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0}, \quad (2.32)$$

bu yerda: F_m – mustahkamlik chegarasiga mos keluvchi eng katta kuch.

Kuchlanish σ_m ga yetganda namunaning ko'ndalang kesimi yuzi qisqarib, «bo'yin» hosil bo'ladi. «Bo'yin» boshlanishi bilanoq, diagrammada ko'rsatilgandek, kuch va kuchlanish tobora kamaya boshlaydi. Namuna *E* nuqtaga tegishli

$$\sigma_{yem} = \frac{F_{yem}}{A_0}, \quad (2.33)$$

kuchlanishda uziladi. Bu yerda: F_{yem} – namunaning yemirilish paytidagi kuch.

Diagrammaning *ME* qismi "mahalliy" oquvchanlik qismi deyiladi.

Yuqorida bayon qilingan cho'zilish diagrammasining o'ziga xos nuqtalariga tegishli σ_{mux} , σ_e , $\sigma_{0.2}$ va σ_m kuchlanishlar materialning mustahkamlik tavsiflari deyiladi.

Materialning plastiklik tavsiflari esa quyidagilardan iborat:

a) nisbiy qoldiq uzayish

$$\delta_q = \frac{l_q - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (2.34)$$

bu yerda: l_0 – namunaning tajribadan oldingi uzunligi;

l_q – namunaning uzilgandan keyingi uzunligi;

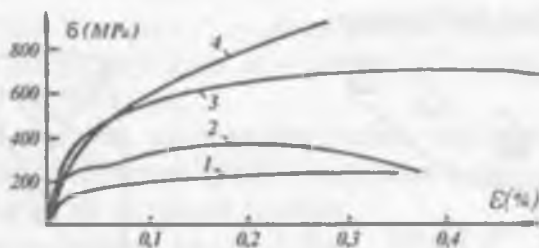
b) kesim yuzining nisbiy qoldiq ingichkalanishi:

$$\psi = \frac{A_0 - A_b}{A_0} \cdot 100\%, \quad (2.35)$$

bu yerda: A_0 – namunaning tajribadan oldingi ko'ndalang ke-simi yuzi;

A_b – namuna uzilgandan keyingi «bo'yin» ning ko'ndalang kesimi yuzi.

2.31-shaklda ba'zi materiallarning kuchlanish diagrammasi keltirilgan; cho'yan materialining cho'zilish diagrammasi esa 2.32-shaklda tasvirlangan.



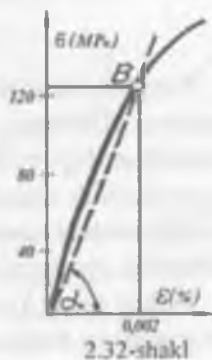
2.31-shakl.

1 – bronza; 2 – uglerodli po'lat; 3 – tarkibida nikel miqdori oshirilgan po'lat;

4 – tarkibida marganes miqdori oshirilgan po'lat.

Materiallarni siqilishga sinash. Har xil materiallar siqilish deformatsiyasiga turlicha qarshilik ko'rsatadi.

Metallarni siqilishga sinashdan avval ulardan uzunligi diametri bilan $l = (1+3)d_0$ munosabatda bo'lgan silindrsimon namunalar tayyorlanadi; mo'rt va anizotropik materiallarni sinash uchun esa kub yoki silindr shaklida tayyorlangan maxsus namunalar ishlatiladi.



2.32-shakl

Tashqi ta'sir kuchi natijasida materiallarning buzilmasdan qoldiq deformatsiyalanishi *plastiklik* deyiladi. Materiallarni shtamplash, cho'zish, egishda va shu kabi bir qancha texnologik jarayonlarni bajarishda ularning plastiklik xossalaridan foydalaniladi. Odatda, materiallarning plastikligi foizda ifodalanuvchi nisbiy uzayish δ_0 va kesim yuzining nisbiy ingichkalanishi ψ bilan o'lchanadi. Alyuminiy, jez, kam uglerodli po'latlar kabi materiallarning yuqori plastiklik xossalari yuqori bo'ladi.

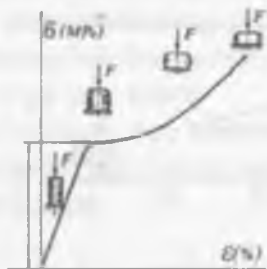
Yuklanishning dastlabki davrida plastik materiallarning siqilish diagrammasi (2.33-shakl) cho'zilish diagrammasi kabi Guk qonuniga bo'ysunuvchi to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi; namuna esa yassilana borib bochkasimon shaklni egallay boshlaydi.

Siquvchi kuch oqish chegarasi F_{oq} ga yetganda diagramma egrilanib keskin yuqoriga ko'tariladi. Oquvchanlik chegarasiga mos keluvchi kuchlanish

$$\sigma_{oq} = \frac{F_{oq}}{A_0} \quad (2.36)$$

ko'rinishda yoziladi.

Siqilishda «oqish maydonchasi» cho'zilishdagi kabi aniq bilinmaydi; siqilishdagi oquvchanlik chegarasi cho'zilishdagi oquvchanlik chegarasiga mos kelishi tajriba bilan tasdiqlangan.



2.33-shakl



2.34-shakl

Namuna siqilganda buzilish belgilari sodir bo'lmasdan, u go'yoki «kulchalana» boshlaydi, ya'ni uning ko'ndalang kesimi o'lchamlari kattalashib, mustahkamligi orta boradi. Shuning uchun ham plastik materiallarning mustahkamlik chegarasini aniqlab bo'lmaydi.

Siqilishdagi mustahkamlik chegarasi shartli ravishda cho'zilishdagi mustahkamlik chegarasiga teng deb olinadi.

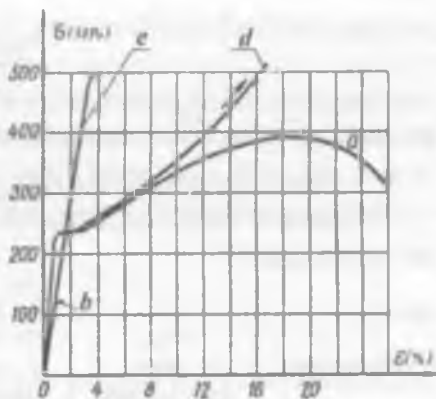
Tashqi ta'sir kuchi natijasida materiallarning sezilarli darajada qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan buzilishi *mo'rlik* deyiladi. Cho'yan, yuqori

uglerodli asbobsozlik po'latlari, g'isht, beton va shu kabilar mo'rt materiallar hisoblanib, ularda δ_q va ψ larning miqdorlari ancha kichik bo'ladi.

Mo'rt materiallar cho'zilishdan ko'ra siqilishga yaxshiroq ishlaydi. Ular siqilish jarayonida asos tekisligiga taxminan 45° qiyalikda yemirila boshlaydi (2.34-shakl).

2.35-shakldan foydalanib cho'yan va kam uglerodli po'latdan tayyorlangan namunalarning cho'zilish va siqilish diagrammalarini osongina taqqoslash mumkin.

Mo'rt materiallar uchun mustahkamlik chegarasi



2.35-shakl.

- a* – kam uglerodli po'latning cho'zilishi;
- b* – kulrang cho'yaning cho'zilishi;
- d* – kam uglerodli po'latning siqilishi;
- e* – kulrang cho'yaning siqilishi.

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0}, \quad (2.37)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda: F_m – mustahkamlik chegarasiga to'g'ri kelgan yemiruvchi (chegaraviy) kuch; A_0 – namuna ko'ndalang kesimining deformatsiyagacha bo'lgan yuzi.

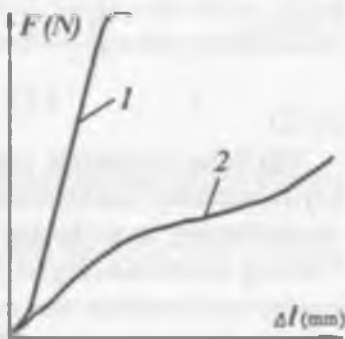
Ko'pgina materiallar, xususan, yog'ochlar siqilganda anizotropik xossalarni o'zlarida namoyon qiladi. Boshqacha aytganda, ular tolalari bo'ylab va tolalariga tik yo'nalgan siquvchi kuchlarga turlicha bardosh beradi. 2.36-shaklda yog'och (qayin) namunaning siqilish diagrammasi keltirilgan.

Yog'ochlarning mustahkamlik chegarasi quyidagi munosabatlardan topiladi:

a) siquvchi kuch tolalar bo'ylab yo'nalganda:

$$\sigma_m^I = \frac{F_m^I}{A_0} \quad (2.38)$$

b) siquvchi kuch tolalarga tik yo'nalganda:



2.36-shakl

- 1* – tolalari bo'ylab;
- 2* – tolalarga tik yo'nalishda.

$$\sigma_m^{II} = \frac{F_m^{II}}{A_0} \quad (2.39)$$

bu yerda: F_m^I va F_m^{II} – namunani siquvchi (yemiruvchi) kuchlar;

A_0 – namunaning deformatsiyagacha bo'lgan yuzi.

2.3-jadvalda ba'zi mashinasozlik materiallarining asosiy mexanik tavsiflari keltirilgan.

2.3-jadval

Materiallar	$\sigma_{mut.}$ MPa (cho'zilishda)	$\sigma_{mut.s.}$ MPa (siqilishda)	$\sigma_{o.ch.}$ MPa	$\delta_q, \%$	$\psi, \%$
<i>Po'latlar:</i>					
Cr3	388...470	—	220...240	27...15	—
Cr5	500...620	—	260...280	21...19	—
30	500	—	300	21	50
45	610	—	360	16	40
40X	1000	—	800	10	45
<i>Cho'yanlar:</i>					
Ч4 12-28	120	500	—	—	—
Ч4 21-40	210	950	—	—	—
ВЧ 50-1,5	500	1600	380	1,5	—
КЧ 37-12	370	—	—	12	—
<i>Dyuralyumin</i>	450...540	—	290...440	14...8	—
<i>Tekstolit</i>	60...110	130...150	—	—	—

2.13-§. Joiz kuchlanishlar

Tajribalar yordamida materiallarning mexanik xossalari aniqlangandan keyin, shunday kuchlanishlarni topish mumkinki, ular ta'sirida mazkur materiallardan tayyorlangan konstruktsiya qismlari uzoq muddat davomida o'zining mustahkamligini yo'qotmasdan xavf-xatarsiz ishlaydi. Odatda, bunday kuchlanishlar mos ravishda materiallarning joiz (ruxsat etilgan) normal (σ_{adm})* va urinma (τ_{adm})* kuchlanishlar deb ataladi. Ba'zi adabiyotlarda

* Indeksdagi adm inglizcha *admissible* so'zining qisqartirilgani bo'lib, «joiz» degan ma'noni bildiradi.

σ_{adm} ni oddiy cho'zilish (siqilish)dagi, τ_{adm} ni esa siljish (kesilish) dagi joiz kuchlanishlar deb ham yuritiladi.

Ma'lumki, konstruksiya qismlari ishlash jarayonida qoldiq deformatsiyalarni hosil qilmasligi kerak. Buning uchun esa joiz kuchlanish qiymati mutanosiblik yoki elastiklik chegaralaridan oshib ketmasligi shart. Shu sababli joiz normal kuchlanish xavfli kuchlanish σ_x ning ma'lum qismini tashkil qiladi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_x}{n}, \quad (2.40)$$

bu yerda: n – qiymati birdan kichik bo'lgan miqdor bo'lib, mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti deb yuritiladi.

Mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti konstruksiya yoki uning qismlarini tayyorlash uchun ishlatiladigan materiallarning plastikligi, mo'rtligi va kuchlar qo'yilishining o'ziga xos tomonlari kabi bir qancha omillarga bog'liqdir.

Bundan tashqari mustahkamlikning ehtiyot koeffitsiyenti fan-texnika rivojlanish darajasiga ham bog'liq ekanligini alohida ta'kidlab o'tish muhimdir. Chunki, fan-texnika rivojlangan sari yangi, sifatli materiallarni tayyorlashga, detallarga ishlov berish texnologiyasini takomillashtirishga, hisoblash jarayonlarida esa barcha real sharoitlarni e'tiborga olishga erishiladi; bu o'z navbatida mustahkamlikning ehtiyot koeffitsiyentini kamaytirishga yoki joiz kuchlanishni oshirishga imkon beradi. Shuning uchun ham joiz kuchlanishlar oldindan yuqori tashkilotlar tomonidan qat'iy belgilanadi, unga amal qilish esa barcha muhandis-texnik xodimlar uchun majburiy hisoblanadi.

Amaliy hisoblashlarda statik kuchlar ta'siridagi plastik materiallar uchun xavfli kuchlanishning qiymati oquvchanlik chegarasi $\sigma_{o, ch}$ ga teng qilib olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o, ch}}{n_{o, ch}}, \quad (2.41)$$

bu yerda: $n_{o, ch}$ – oquvchanlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bo'lib, 1,4+1,6 ga teng.

Statik kuchlar ta'siridagi mo'rt materiallar uchun xavfli zo'riqish o'miga mustahkamlik chegarasi σ_m olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_m}{n_m}, \quad (2.42)$$

bu yerda: n_m – mustahkamlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bo'lib, 2,5+3,0 ga teng.

Yog'och materiallar uchun mustahkamlikning ehtiyot koeffitsiyenti 3 dan 8 gacha oraliqda tanlanadi.

Ko'p ishlatiladigan metallar uchun joiz normal kuchlanish qiymatlari 2.4-jadvalda keltirilgan.

2.4-jadval

Materiallar	$\sigma_{mut.}$ MPa (hisobida)	
	Cho'zilishda	siqilishda
Kulrang cho'yanlar:		
C4 12-28	20+30	70+110
C4 15-32	25+40	90+150
Po'latlar:		
Cr3	160	160
uglerodli konstruksion po'lat	60+250	60+250
legirlangan konstruksion po'lat	140+400 va bundan yuqori	100+400 va bundan yuqori 1600
Jez	70+140	70+140
Qarag'ay (tola bo'ylab)	7+10	10+12
Qarag'ay (tolaga tik)	—	1,5+2
G'isht	0,2 gacha	0,6+2,5
Beton	0,1+0,7	1+9

2.14-§. Cho'zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti

Agar sterjenning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan (eng katta) normal kuchlanish qiymati uning materialiga tegishli (joiz) normal kuchlanishdan oshib ketmasa, u holda sterjen mustahkam deb hisoblanadi.

Cho'zilish yoki siqilishda sterjenlarning mustahkamlik sharti

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (2.43)$$

ko'rinishda yoziladi.

Bu formula asosida quyidagi uch xil masala hal qilinadi:

1) *mustahkamlikka tekshirish.*

Bu ish quyidagi formula yordamida bajariladi:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (2.44)$$

Agar sterjenga ta'sir etuvchi cho'zuvchi (siquvchi) kuchlar va uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ma'lum bo'lsa, u holda ko'ndalang kesimda-gi eng katta normal kuchlanishni aniqlab, uni joiz kuchlanish bilan solish-tirib ko'rish mumkin; amaliy hisoblashlarda ular orasidagi farq 5 foizdan oshmasligi kerak.

2) *mustahkam kesim yuzini tanlash.*

Agar sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen ko'ndalang kesimining xavfsiz o'lchamlari

$$A \geq \frac{N_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} \quad (2.45)$$

ifodadan tanlanadi.

3) *eng katta kuchni aniqlash.*

Agar sterjenning kesimi o'lchamlari va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen dosh beradigan eng katta kuch quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \cdot A \quad (2.46)$$

2.15-§. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potentsial energiyasi

Endi tajribalardan olingan cho'zilish yoki siqilish diagrammalaridan foy-dalanib materiallarning energetik tavsiflarini aniqlashga o'tamiz.

Cho'zilish diagrammasining faqat Guk qonuni o'rinli bo'lgan OA che-garasidan foydalanib, sterjenni cho'zish uchun sarflangan elementar ishni aniqlaymiz (2.27-shaklga qarang):

$$W = \frac{F \cdot \Delta l}{2} \quad (2.47)$$

Demak, statik ravishda qo'yilgan kuchning bajargan ishini aniqlash uchun mazkur kuchning oxirgi qiymatini absolyut deformatsiyaning oxirgi qiymati yarmiga ko'paytirish lozim.

Agar sterjen kesimlaridagi zo'riqishlar elastiklik chegarasidan oshib ketmasa, kuchning ta'siri olingandan keyin u o'zining dastlabki geometrik shakliga to'liq qaytadi; bu jarayon albatta, sterjen materialida to'plangan deformatsiyaning potensial energiyasi hisobiga amalga oshadi.

Umumiy holda, F kuchning bajargan ishi energiyaning saqlanish qonuniga ko'ra, zarrachalarning kinetik va deformatsiyaning potensial energiyasiga ay lanadi:

$$W = K + U \quad (2.48)$$

Kuch statik ravishda ta'sir etganligi sababli sterjen zarrachalarining tezligi taxminan nolga teng deb olinadi, ya'ni $K=0$ bo'ladi. Shu sababli, tashqi kuchning bajargan ishi miqdor jihatidan deformatsiyaning potensial energiyasiga teng bo'ladi:

$$W = U \quad (2.49)$$

(2.23) formulani e'tiborga olsak, (2.47) formula quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$U = \frac{F^2 \cdot l}{2EA} \quad (2.50)$$

Oxirgi formula tarkibidagi F kuchning qiymatini

$$F = \sigma A$$

yoki

$$F = \frac{\delta EA}{l}$$

ifodalar yordamida yo'qotib, deformatsiyaning potensial energiyasini quyidagi ko'rinishlarda yozamiz:

$$U = \frac{\sigma^2 \cdot Al}{2E} \quad (2.51)$$

$$U = \frac{\delta^2 \cdot Al}{2E} \quad (2.52)$$

(2.50), (2.51) va (2.52) formulalar tarkibidagi kuch, kuchlanish va absolyut deformatsiyalarning kvadratlari deformatsiyaning potensial energiyasi hamma vaqt musbat miqdor ekanligini tasdiqlaydi.

Ba'zi masalalarni yechishda solishtirma potensial energiya formulasidan ham foydalanishga to'g'ri keladi. Sterjenning hajm birligiga to'g'ri kelgan potensial energiya *solishtirma potensial energiya* deb atalib,

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.53)$$

yoki

$$a = \frac{\delta E}{2} \quad (2.54)$$

ko'rinishlarda ifodalanadi.

Solishtirma potensial energiya Nm/m^3 , kNm/m^3 da o'lchanadi.

Pog'onali sterjenlar uchun deformatsiyaning potensial energiyasi quyidagicha yoziladi:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \cdot l_i}{2EA_i}, \quad (2.55)$$

bu yerda: N_i – i-nchi qismning ko'ndalang kesimidagi bo'yлама kuch.

A_i va l_i – i-nchi uchastkaning ko'ndalang kesimi yuzi va uning uzunligi.

2.16-§. Ko'chish

Ko'chishni ikki guruhga ajratish mumkin:

a) jismlarning bir butun holda ko'chishi; bunda ularning shakli va zarrachalarining bir-biriga nisbatan joylashuvi o'zgarmaydi.

b) jismlar ma'lum bo'lagining ko'chishi; bunda deformatsiya sodir bo'ladi.

Birinci xil ko'chish mutlaq qattiq jismlarning ko'chishi sifatida nazariy mexanika kursida o'rganiladi.

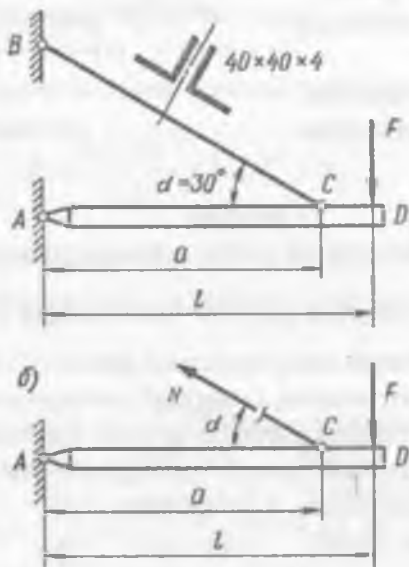
Materiallar qarshiligi kursida esa jismlarning deformatsiyalari bilan bog'liq bo'lgan ikkinchi xil ko'chish o'rganiladi. Bu xildagi ko'chishni hosil qilish uchun jismlarni bir butun holda ko'chmaydigan qilib mahkamlash zarur.

Sterjenlar deformatsiyalanganda ularning ko'ndalang kesimlari shu sterjen o'qi bo'ylab ko'chadi. Ko'chishlar garchi deformatsiya natijasida vujudga kelsa-da, lekin umumiy holda ular bir-biridan katta farq qiladi.

Dastlab fikrimizning tasdig'ini 2.37-shaklda keltirilgan sterjenning deformatsiyasini tekshirishdan boshlaymiz. Tashqi kuch ta'sirida sterjenning faqat chap qismigina deformatsiyalanadi; shu sababli mahkamlangan kes-

2.10-masala. Chap uchi bilan sharnir va BC' tortqi yorda-mida devorga mahkamlangan. Mutlaq qattiq jism AD ga $F=40$ kN kuch qo'yilgan (2.41-shakl, a). Tortqi materiali CT3 po'latidan yasalgan bo'lib, kesimi ikkita teng yonli burchaklikdan (GOST 8509-72 bo'yicha o'lchamlari $40 \times 40 \times 4$ mm, $A_0=3,08$ sm²) iborat. Bundan tashqari, $a=2$ m, $l=2,5$ m, $\alpha=30^\circ$ va $[\sigma]=160$ MPa ekanligi ma'lum.

Tortqining mustahkamligi tekshirib ko'rilsin.



2.41-shakl

Yechish

Kesish usulini qo'llab, quyidagi muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.41-shakl, b):

$$\sum_{i=1}^n M_{Ai} = 0; \quad Fl - N \sin \alpha = 0,$$

bundan

$$N = \frac{l}{a \sin \alpha} \cdot F = \frac{2,5}{2 \cdot 0,5} \cdot 40 = 100 \text{ kN}$$

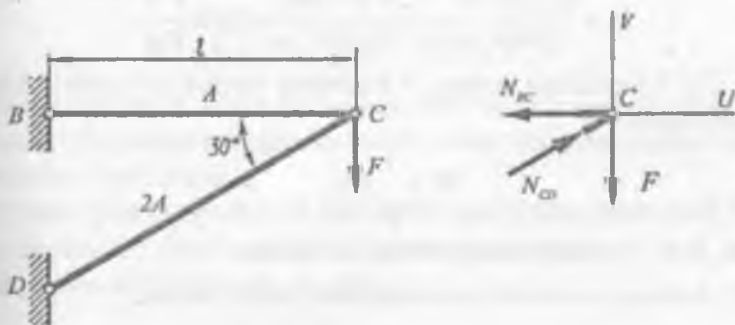
Tortqining ko'ndalang kesimida paydo bo'luvchi normal zo'riqishni aniqlaymiz:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{100 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4}} = 162 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 162 \text{ MPa}$$

Zo'riqishlar farqi

$$\delta = \frac{|\sigma_x - \sigma_{adm}|}{\sigma_{adm}} \cdot 100 \% = \frac{162 - 160}{160} \cdot 100 \% = 1.25 \%$$

2.11-masala. Kronshteynning sterjenlari tegishlicha EA va $E2A$ bikrlikka ega (2.42-shakl, a). F kuch natijasida yuzaga keluvchi C sharnirning vertikal ko'chishini aniqlang. Gorizontal sterjenning uzunligi l va $\alpha = 30^\circ$ burchak ma'lum deb hisoblansin.



2.42-shakl

Yechish

Bu masalani energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib yechamiz (2.49 formulaga qarang).

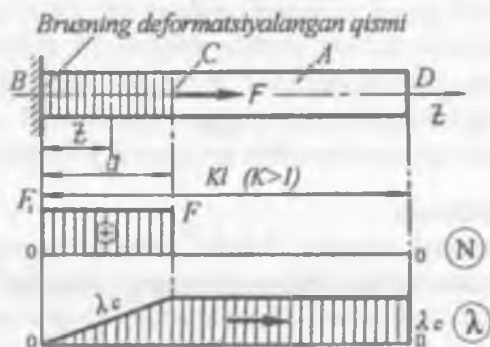
Dastlab deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlaymiz. Buning uchun kesish usulidan foydalanib sterjenlarda paydo bo'luvchi ichki zo'riqishlarni aniqlaymiz:

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0; \quad -N_1 + N_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0; \quad -F + N_2 \sin 30^\circ = 0.$$

imdan ixtiyoriy z masofada yotgan biror kesimning ko'chishi uzunligi z ga teng bo'lgan qismning deformatsiyasiga teng:

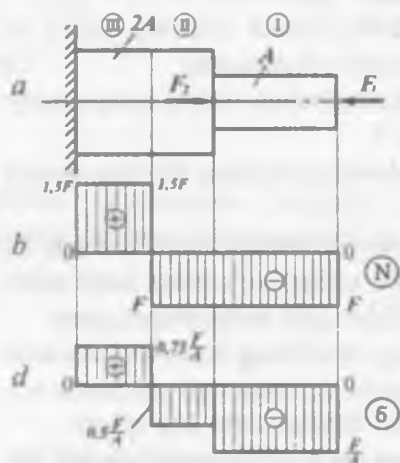
$$\lambda_z = \Delta l_z = \frac{Fz}{EA} \quad (2.56)$$



2.37-shakl

Sterjenning o'ng qismi esa deformatsiyalanmasdan, balki mutlaq qattiq jism kabi ko'chadi, natijada CD qismdagi barcha kesimlarning ko'chishi bir xil bo'lib, ularning miqdori C kesimning ko'chishiga yoki BC qismning deformatsiyasiga teng:

$$\lambda_C = \lambda_D = \Delta l_{BC} = \frac{Fl}{EA} \quad (2.57)$$



2.38-shakl

2.7-masala. Pog'anali brusga $F_1 = F$ va $F_2 = 2,5F$ kuchlar ta'sir etmoqda (2.38-shakl, a). Uning kesimi yuzi $A = 10^3 \text{ mm}^2$, cho'zilishdagi va siqilishdagi joiz zo'riqlashlari tegishli-
 licha $\sigma_{adm} = 40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ va $\sigma_{adm} = 120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ga teng. F kuchning joiz qiymatini toping.

Yechish

Kesish usulidan foydalanib, har bir oraliq uchun bo'ylama kuch N va normal kuchlanish σ larning epyuralarini quramiz (2.38-shakl, b, d).

Normal kuchlanish epyurasidan ko'rinib turibdiki, brusning I oralig'ida eng katta (maksimal) siquvchi normal kuchlanish $\sigma(\max) = \frac{F}{A}$, III oraliqda esa eng katta cho'zuvchi normal kuchlanish $\sigma(\max) = 0,75 \frac{F}{A}$ paydo bo'ladi.

Cho'zilish (siqilish) da mustahkamlik shartini yozamiz:

$$\text{I oraliq uchun } \sigma_I = \frac{N_I}{A} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (a)$$

$$\text{III oraliq uchun } \sigma_{III} = \frac{N_{III}}{2A} = 0,75 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}. \quad (b)$$

Bulardan

$$[F]^I = A \cdot \sigma_{adm} = 10^3 \cdot 120 = 120 \text{ kN}$$

$$[F]^{III} = \frac{1}{0,75} A \cdot \sigma_{adm} = \frac{1}{0,75} \cdot 10^3 \cdot 40 = 53,4 \text{ kN}$$

$[F]^{III} \leq [F]^I$ bo'lganligi uchun joiz kuch sifatida

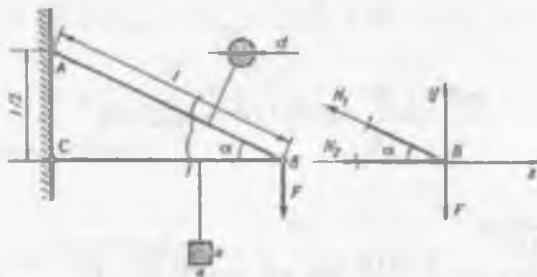
$$[F] = [F]^{III} = 53,4 \text{ kN}$$

olinadi.

2.8-masala. Kronshteynning gorizontaal o'rnatilgan CB sterjeni yog'ochdan, AB tortqisi esa po'latdan tayyorlangan (2.39-shakl, a). Tortqining uzunligi $l=5 \text{ m}$ bo'lib, $\alpha=30^\circ$ ostida B tugunga sharnir vositasida biriktirilgan; tugunga $F=2,5 \cdot 10^4 \text{ N}$ yuk osilgan. Sterjenning kesimi kvadrat, tortqiniki esa doiraviy bo'lib, joiz etilgan kuchlanishlari

$$\sigma_{adm}^{yog} = 100 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \sigma_{adm}^p = 1600 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ ga teng.}$$

Sterjen va tortqining ko'ndalang kesimi o'lchamlari aniqlansin.



2.39-shakl

Yechish

Kesish usulidan foydalanib (2.39-shakl, b) B tugunnnning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -N_1 \cos \alpha + N_2 = 0; \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad N_1 \sin \alpha - F = 0, \quad (b)$$

bu yerda: N_1 – tortqida paydo bo‘luvchi ichki zo‘riqish (bo‘ylama cho‘zuvchi kuch);

N_2 – sterjenda paydo bo‘luvchi ichki zo‘riqish (bo‘ylama siquvchi kuch).

$$\text{Bundan } N_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot F = \frac{2,5 \cdot 10^4}{0,5} = 5 \cdot 10^4 \text{ N};$$

$$N_2 = F \operatorname{ctg} \alpha = 2,5 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{3} \approx 4,25 \cdot 10^4 \text{ N}$$

(2.45) formulani tatbiq etib, ko‘ndalang kesimning xavfsiz o‘lchamlarini aniqlaymiz:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{\text{adm}}^p} \geq \frac{5 \cdot 10^4}{1600 \cdot 10^5} = 0,312 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{\text{adm}}^{\text{yog}}} \geq \frac{4,25 \cdot 10^4}{100 \cdot 10^5} = 4,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Ikkinchi tomondan, tortqi va sterjenning yuzi quyidagicha aniqlanadi:

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4}; \quad A_2 = a^2.$$

Demak,

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{5}{16} \cdot 10^{-3}; \quad a^2 = 4,25 \cdot 10^{-3}.$$

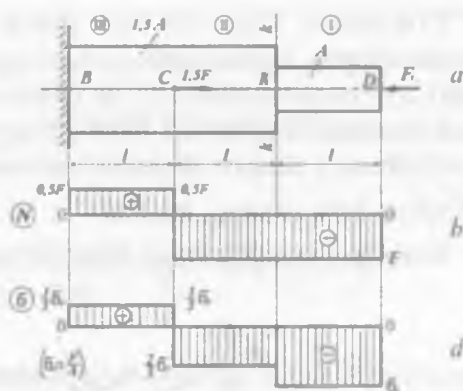
Bulardan

$$d = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{4\pi}} = 0,019 \text{ m} \quad a = \sqrt{4,25 \cdot 10^{-3}} = 0,065 \text{ m}$$

2.9-masala. Cho'yandan tayyorlangan pog'onali brusga F va $1,5F$ kuchlar ta'sir etmoqda (2.40-shakl, a). Brusning uzunligi $3,6l$ bo'lib, kesimining yuzi tegishli A va $1,5A$ ga teng.

Quyidagilar talab etiladi:

- bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralarini qurish;
- ixtiyoriy $k-k$ kesimning ko'chishini topish;
- brus uzunligining o'zgarishini, ya'ni $K-K$ kesimning ko'chishini aniqlash.



2.40-shakl

Yechish

Kesish usulini qo'llab, har bir oraliq uchun bo'ylama kuch epyurasini quramiz (2.40-shakl, b). Kesimda paydo bo'luvchi normal zo'riqishni $\sigma = \frac{N}{A}$ formuladan aniqlaymiz hamda uning epyurasini quramiz (2.40-shakl, d). Epyuralardan ko'rinib turibdiki, brusning I va II oraliqlarida siquvchi, III oralig'ida esa cho'zuvchi ichki zo'riqishlar paydo bo'lar ekan. Shu bois, brusning ixtiyoriy kesimining og'irlik markazi tayanch kesimiga nisbatan ko'chadi.

Tayanch kesimidagi ko'chish $\lambda_B = 0$ ga teng.

$1,5F$ kuch qo'yilgan kesim

$$\lambda_C = \Delta l_{BC} = \frac{N_{III} \cdot l}{E \cdot 1,5A} = \frac{0,5F \cdot l}{E \cdot 1,5F} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{EA}$$

ga ko'chadi (brus cho'ziladi).

Ixtiyoriy $k-k$ kesim esa

$$\begin{aligned} \lambda_K &= \Delta l_{BK} = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CK} = \lambda_C + \Delta l_{CK} = \\ &= \frac{1}{3} \frac{Fl}{EA} + \frac{N_{II} \cdot l}{E \cdot 1,5A} = -\frac{1}{3} \frac{Fl}{EA} \end{aligned}$$

ga ko'chadi (brus siqiladi).

Brus uchi

$$\lambda_D = \lambda_K + \Delta l_{KD} = -\frac{1}{3} \frac{Fl}{EA} + \frac{N_I \cdot l}{E \cdot A} = -\frac{4}{3} \frac{Fl}{EA}$$

ga ko'chadi (brus siqiladi).

Bundan

$$N_2 = \frac{F}{\sin 30^\circ} = 2F; \quad N_1 = N_2 \cos 30^\circ = 1,73F$$

ekanligi kelib chiqadi.

Deformatsiyaning potentsial energiyasini hisoblaymiz (2.55 formulaga qarang):

$$U = \frac{N_1^2 l_1}{2EA_1} + \frac{N_2^2 l_2}{2EA_2},$$

bu yerda:

$$l_1 = l, \quad l_2 = \frac{l}{\cos 30^\circ} = 1,16l, \quad A_1 = A, \quad A_2 = 2A.$$

U holda

$$U = \frac{(1,73F)^2 l}{2EA} + \frac{(2F)^2 1,16l}{2E \cdot 2A} = 2,66 \frac{F^2 l}{EA}.$$

Endi (2.47) formulaga asosan, F kuchning vertikal ko'chishda bajargan ishini hisoblaymiz:

$$W = \frac{1}{2} F \vartheta_C,$$

bu yerda: ϑ_C – C sharnimning vertikal ko'chishi.

(2.49) formulaga muvofiq quyidagilarni yozib olamiz:

$$\frac{1}{2} F \vartheta_C = 2,66 \frac{F^2 l}{EA}.$$

Bundan

$$\vartheta_C = 5,32 \frac{Fl}{EA}$$

ekanligi kelib chiqadi.

2.17-§. Cho'zilish va siqilish deformatsiyasiga oid statik aniqmas masalalar

Cho'zilish (siqilish) deformatsiyasiga oid masalalarni yechayotganda, bor-di-yu, sterjenlar (sterjenlar tizimi)ning tayanchlarida hosil bo'luvchi reaksiya kuchlari yoki ularning ko'ndalang kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini statika-

ning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lsa, bunday masalalar cho'zilish (siqilish) dagi statik aniqmas masalalar deyiladi.

Statik aniqmas masalalardan ikkitasini 2.6-§ da bayon etilgan reja asosida yechamiz.

2.12-masala. Ko'ndalang kesimi yuzi A ga teng bo'lgan ustunning yuqorigi uchi shipga, pastki uchi esa polga qistirib mahkamlangan bo'lib, yuqorigi uchidan a masofadagi kesimiga F tashqi kuch qo'yilgan (2.43-shakl, a).

Ustunning ko'ndalang kesimida hosil bo'luvchi zo'riqish kuchlarini topish talab etiladi. Bikrlik $EA = \text{const}$, $\nu = 2a$ deb hisoblansin.

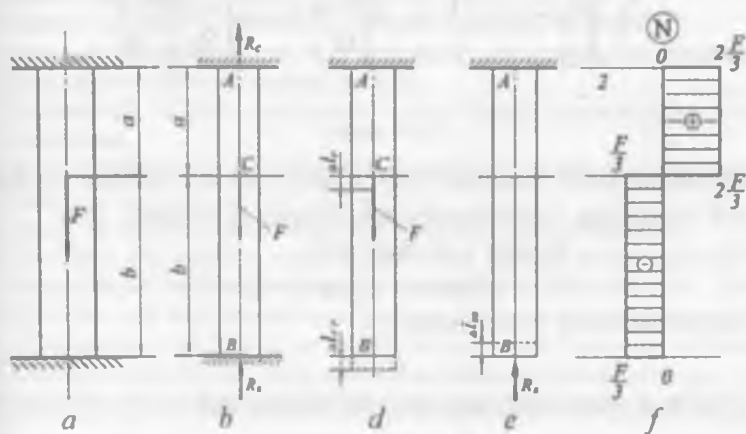
I. Masalaning statik tomonini tekshiramiz. Yuqorigi va pastki tayanchlarni R_A va R_B reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (2.43-shakl, b).

Ustun F kuch va shift bilan polning reaksiyalari ta'sirida muvozanat holatida turadi; shu sababli statikaning muvozanat tenglamasi quyidagicha ko'rinishda yoziladi:

$$\sum X_i = 0, \text{ yoki } R_C + R_B - F = 0. \quad (a)$$

Oxirgi tenglamada ikkita noma'lum bor, ya'ni masala bir karra statik aniqmasdir. Qo'shimcha tenglama tuzish uchun deformatsiyalarni solishtirish usulidan foydalanamiz.

II. Ustunni pastki tayanchdan ozod qilib, asosiy tizim tanlaymiz; berilgan tizimga ekvivalent tizim hosil qilish uchun asosiy tizimga F va R_B kuchlarini ta'sir ettiramiz (2.43-shakl, d , e).



2.43-shakl

III. Guk qonunidan foydalanib B kesimning ko'chishini topamiz va uni nolga tenglashtiramiz:

$$\delta = \frac{Fa}{EA} - \frac{R_B \cdot b}{EA} - \frac{R_B \cdot 0}{EA} = 0. \quad (b)$$

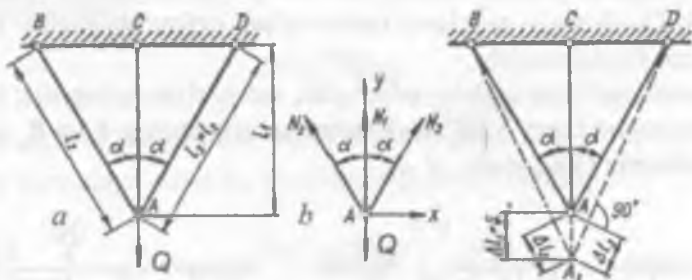
IV. Sintez. Hosil qilingan (a) va (b) tenglamalar noma'lum reaksiya kuchlariga nisbatan yechiladi:

$$R_B = \frac{a}{a+b} \cdot F \quad R_A = \frac{b}{a+b} \cdot F \quad (d)$$

yoki $R_B = F/3$, $R_A = 2F/3$.

Kesish usulidan foydalanib ustunning barcha ko'ndalang kesimlari yuzida hosil bo'luvchi bo'ylama kuch epyurasini qurish mumkin (2.43-shakl, f).

2.13-masala. Sterjenlar tizimining sharnirli A tuguniga Q yuk osib qo'yilgan (2.44-shakl, a); sterjenlarning materiali, ko'ndalang kesimi yuzi va uzunliklarini ma'lum deb, ularda tashqi yukdan hosil bo'lgan zo'riqishlarni aniqlashga o'tamiz.



2.44-shakl

I. Masalaning statik tomonini tahlil qilamiz. Kesish usulidan foydalanib A sharnirli tugunning muvozanatini tekshiramiz (2.44-shakl, b):

$$\sum X_i = 0, \quad N_2 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha = 0 \quad (a)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - Q = 0 \quad (b)$$

Bu tenglamalarning birinchisidan

$$N_2 = N_3 \quad (d)$$

ekanligi ma'lum; buni e'tiborga olib, (b) ikkinchisini

$$N_1 + 2N_2 \cos \alpha = Q \quad (e)$$

shaklida yozamiz.

Oxirgi tenglama ikkita noma'lum bo'lganligi uchun masala bir karra statik aniqmas deyiladi.

II. Masalaning geometrik tomonini tekshiramiz; 2.44-shakl, d dan foydalanib sterjenlarning deformatsiyalari orasidagi munosabatni quyidagicha yozamiz:

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_1 \cdot \cos \alpha \quad (f)$$

III. Masalaning fizik tomonini qarab chiqamiz. Guk qonuniga asosan sterjenlarning deformatsiyasini aniqlaymiz:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{E \cdot A \cdot \cos \alpha} \quad (g)$$

IV. Sintez, ya'ni yuqorida olingan tenglamalardan ichki zo'riqish kuchlarini topamiz:

$$N_1 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^3 \alpha}; \quad N_2 = N_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha \quad (h)$$

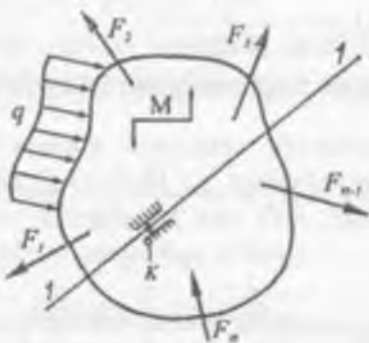
Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Tekis kesimlar gipotezasi (Bernulli gipotezasi) ning mohiyati nimadan iborat?
2. Cho'zilish yoki siqilishda absolyut va nisbiy deformatsiyalar qanday aniqlanadi?
3. Materiallarning turlariga qarab Puasson koeffitsiyentining o'zgarish chegarasini izohlang.
4. Guk qonunini ta'riflang. uning matematik ifodasini yozing.
5. Elastiklik modulining (birinchi tur) mohiyati nimadan iborat?
6. Qanday kattaliklar materiallarning mexanik xossalarini ifodalaydi?
7. Kam uglerodli po'latning cho'zilish diagrammasi qanday o'ziga xos nuqtalarga ega? Namunada «bo'yin» qachon hosil bo'ladi?
8. Mutanosiblik, elastiklik, oquvchanlik va mustahkamlik chegaralarining mohiyatini tushuntiring.
9. Turli xil (plastik, mo'rt va anizotropik) materiallarning siqilish diagrammalarini izohlang.
10. Plastik va mo'rt materiallar uchun joiz kuchlanish qanday aniqlanadi?
11. Cho'zilish yoki siqilishda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega? Ushbu mustahkamlik sharti yordamida qanday masalalarni hal etish mumkin?
12. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potentsial energiyasi qanday topiladi?
13. Deformatsiya va ko'chishning o'zaro farqini aniq misol yordamida tushuntiring.
14. Cho'zilish yoki siqilishda statik aniqmas masalalarga misollar keltiring.
15. Cho'zilish yoki siqilishda statik aniqmas masalalar qay tartibda yechiladi?

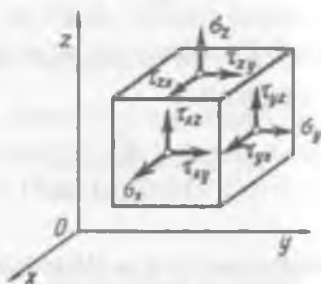
XII BOB. KUCHLANISHLARNING TAHLILI

2.18-§. Nuqtadagi kuchlanishlar. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar

Aytaylik, deformatsiyalanuvchi qattiq jism tashqi kuchlar (to'plangan kuch, taqsimlangan yuk va juft kuch) tizimi ta'sirida muvozanatda bo'lsin (2.45-shakl). Umumiy holda jismning istalgan K nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar parallelepipedga normal va urinma kuchlanishlarning tashkil etuvchilari ta'sir ko'rsatadi (2.46-shakl).



2.45-shakl



2.46-shakl

Tabiiyki, elementar parallelepiped tomonlarining joylashuvi o'zgartirilgan taqdirda tomonlarga ta'sir etuvchi kuchlanishlarning miqdorlari va yo'nalishlari ham o'zgaradi. Hatto, elementar parallelepipedning shunday joylashtirish mumkin ekanki, bunday holatda uning tomonlariga urinma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmas ekan.

Odatda, urinma zo'riqishlar ta'sir ko'rsatmaydigan yuzalar *bosh yuzalar* deyiladi; mazkur yuzadagi normal kuchlanishlar esa *bosh kuchlanishlar* deyiladi.

Bosh kuchlanishlar $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ lar orqali belgilanib,

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

ko'rinishdagi munosabatda bo'ladi.

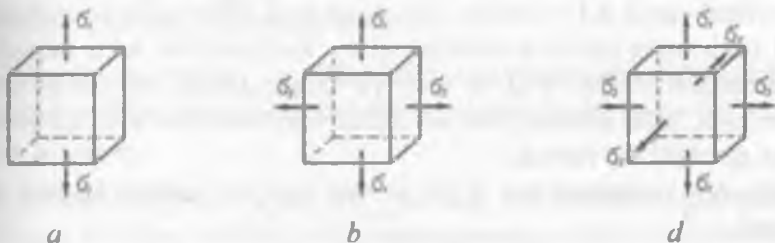
Nuqtadagi kuchlanish holati deb, mazkur nuqta orqali o'tkaziladigan barcha yuzachalarda paydo bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlar to'plamiga aytiladi.

Kuchlanish holatlari uch xil bo'ladi:

a) *chiziqli yoki bir o'qli kuchlanish holati*; bunday holatda jismning har qanday nuqtasi atrofidan faqatgina bitta bosh yuza o'tkazish mumkin (2.47-shakl, a);

b) *tekis yoki ikki o'qli kuchlanish holati*; bu xil holatda esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan ikkita bosh yuza o'tkazish mumkin (2.47-shakl, b);

d) *fazoviy yoki uch o'qli kuchlanish holati*; bunday holatda esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan uchta bosh yuza o'tkazish mumkin (2.47-shakl, d).



2.47-shakl

2.19-§. Qiya kesimlardagi kuchlanishlar

Shu vaqtgacha faqat sterjenlarning o'qiga tik bo'lgan ko'ndalang kesimlardagi normal kuchlanishlarni aniqlash bilan shug'ullandik. Endi esa istalgan qiya kesimlardagi kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz. Buning uchun har bir kuchlanish holatini faqat statik tomondan tekshirish kifoya.

Masalani bunday mukammalroq tahlil qilish, birinchidan, materiallarning mustahkamligi haqida to'la mulohaza yuritishga, ikkinchidan esa hatto oddiy cho'zilish (siqilish) da ham sterjenlarning qiya kesimlarida normal va urinma kuchlanishlarning paydo bo'lishini, aniqrog'i, cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalarining o'zaro bog'liq ekanligini ko'rsatishga imkon beradi.

Biz faqat chiziqli va tekis kuchlanish holatlari uchun qiya kesimlardagi kuchlanishlarni o'rganish bilan chegaralanamiz, xolos.

I. Chiziqli kuchlanish holati

Cho'zuvchi kuchlanish ta'siridagi prizmatik sterjenning istalgan burchakka qiyalangan kesimidagi kuchlanishlarni aniqlaymiz (2.48-shakl, a). Buning uchun quyidagi ishlarni ketma-ket bajarish tavsiya etiladi:

1) sterjenni uchta, ya'ni kuchlanish yo'nalishiga tik, unga parallel va ko'ndalang kesimga nisbatan α hurchakka qiyalangan tekisliklar bilan fikran kesamiz;

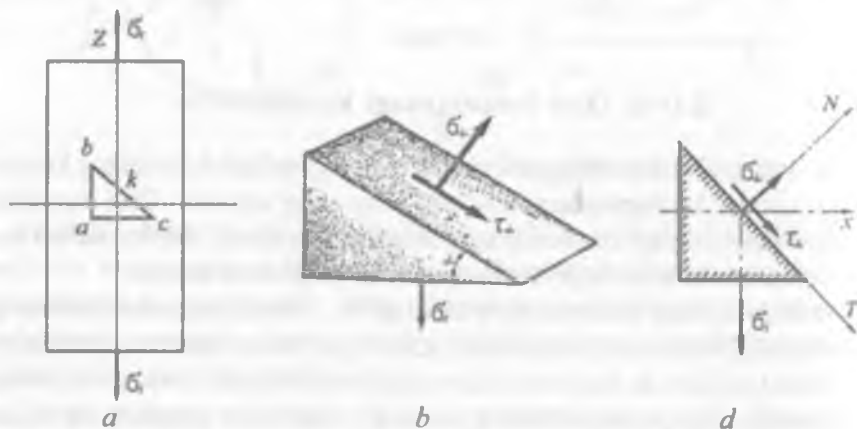
2) abc a, b, c , elementar bo'lakchani ajratib olamiz (2.48-shakl, b). Agar qiya yuzani ΔA ga teng deb qabul qilsak, u holda sterjen o'qiga tik bo'lgan yuza $\Delta A = \Delta A \cos \alpha$ bo'ladi;

3) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz (2.48-shakl, d):

– gorizontal yuzali ΔA yuzachaga $\sigma_1 \Delta A \cos \alpha$ normal kuch ta'sir ko'rsatadi;

– vertikal yuzali $\Delta A_v = \Delta A \sin \alpha$ yuzachaga esa kuchlar ta'sir ko'rsatmaydi, chunki sterjenning chetki kesimlaridagi σ_1 kuchlanishlar tekis taqsimlanganligi sababli sterjen o'qi bo'ylab yo'nalgan tolalar bir-biriga bosim ko'rsatmaydi, balki ularning har biri xuddi sterjendek cho'zilishga yoki siqilishga qarshilik ko'rsatadi;

– qiya ΔA yuzachaga esa $\sigma_a \Delta A$ normal va $\tau_a \Delta A$ urinma kuchlar ta'sir ko'rsatadi.



2.48-shakl

1. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\Sigma N_i = 0 \quad \text{yoki} \quad \sigma_a \Delta A - \sigma_1 \Delta A \cos \alpha \cdot \cos \alpha = 0 \quad (a)$$

$$\Sigma T_i = 0 \quad \text{yoki} \quad \tau_a \Delta A - \sigma_1 \Delta A \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0 \quad (b)$$

Oxirigi ifodalardan

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha \quad (2.58)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha \quad (2.59)$$

ekanligi kelib chiqadi.

(2.58) va (2.59) formulalar yordamida chiziqli kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar aniqlanadi.

Bu formularlardan ko'rinib turibdiki, σ_{α} va τ_{α} kuchlanishlar qiya kesim yo'nalishining o'zgarishiga bog'liq ekan.

Quyidagi xususiy hollarni qarab chiqamiz:

a) $\alpha=0$ da $\sigma_{\alpha}=\sigma=\sigma_{\max}$ $\tau_{\alpha}=0$ bo'ladi, ya'ni ko'ndalang kesimda normal kuchlanish maksimal qiymatga erishadi;

b) $\alpha=\pi/2$ da $\sigma_{\alpha}=0=\sigma_{\min}$ $\tau_{\alpha}=0$ bo'ladi, ya'ni normal eng kichik (minimal) qiymatga erishib, sterjenning bo'ylama tolalari bir-birlariga hech qanday bosim bermadi;

d) $\alpha=\pi/4$ da $\sigma_{\alpha}=\sigma_1/2$ $\tau_{\alpha}=(\sigma_1/2)\tau_{\max}$ bo'ladi, ya'ni urinma kuchlanish sterjen o'qiga 45° qiya tekislikda eng katta qiymatga erishib, miqdor jihatidan asosiy cho'zuvchi (siquvchi) normal kuchlanishning yarmiga teng bo'ladi.

II. Tekis kuchlanish holati

O'zaro tik (perpendikulyar) bo'lgan ikki yo'nalishdagi cho'zuvchi bosh kuchlanishlar (σ_1 va σ_2) ta'siridagi prizmatik jismni tekshiramiz (2.49-shakl, a).

1-hol. Dastlab, K nuqta atrofidan ajratib olingan birorta qismning qiya kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlaymiz; buning uchun quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

1) jismni uchta tekislik bilan fikran kesamiz;

2) elementar bo'lakchani ajratib olamiz (2.49-shakl, b); qiya yuzani ΔA ga teng deb qabul qilib, qolgan yuzalarni esa $\Delta A_x = \Delta A \cdot \sin \alpha$ va $\Delta A_y = \Delta A \cdot \cos \alpha$ shaklida yozib olamiz;

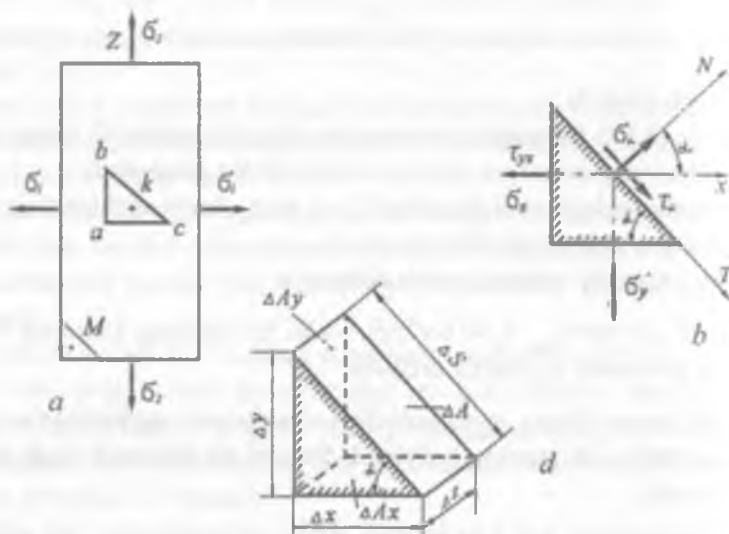
3) tashlab yuhorilgan qismning ajratilgan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz (2.49-shakl, d); u holda ajratib olingan qism yuzalariga quyidagi kuchlar ta'sir qiladi:

ΔA yuza bo'yicha: $\sigma_{\alpha} \Delta A$ (normal kuch)

$\tau_{\alpha} \Delta A$ (urinma kuch)

ΔA_x yuza bo'yicha: $\sigma_1 \Delta A \cdot \sin \alpha$ (normal kuch)

$\tau_{xy} \Delta A \cdot \sin \alpha$ (urinma kuch)



2.49-shakl

ΔA yuza bo'yicha: $\sigma \Delta A \cdot \cos \alpha$ (normal kuch)

$\tau_{xy} \Delta A \cdot \cos \alpha$ (urinma kuch)

4) statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\Sigma M_{O_i} = 0, \quad \tau_{xy} \Delta A \cos \alpha \frac{\Delta y}{2} + \tau_{yx} \Delta A \sin \alpha \frac{\Delta x}{2} = 0 \quad (d)$$

$$\Sigma T_i = 0, \quad \tau_a \Delta A + \sigma_x \Delta A \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_y \Delta A \cos \alpha \sin \alpha - \tau_{xy} \Delta A \cos \alpha \cos \alpha - \tau_{yx} \Delta A \sin \alpha \sin \alpha = 0 \quad (e)$$

$$\Sigma N_i = 0, \quad \sigma_a \Delta A - \sigma_x \Delta A \sin \alpha \sin \alpha - \sigma_y \Delta A \cos \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} \Delta A \cos \alpha \sin \alpha - \tau_{yx} \Delta A \sin \alpha \cos \alpha = 0 \quad (f)$$

Chizmadan

$$\Delta y \cdot \Delta z = \Delta A y, \quad \Delta x \cdot \Delta z = \Delta A x$$

yoki bundan

$$\Delta y = \frac{\Delta A \cdot \sin \alpha}{\Delta z}$$

ekanligini e'tiborga olib, (d) formulani

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} \quad (2.60)$$

ko'rinishda yozamiz.

(2.60) formula urinma kuchlanishlarning juftlik qonunini ifodalaydi va quyidagicha ta'riflanadi: istalgan ikkita o'zaro perpendikulyar yuzalardagi urinma kuchlanishlar miqdor jihatidan bir-biriga teng, lekin yo'nalishlari qarama-qarshi bo'ladi.

Demak, umumiy qirraga ega bo'lgan o'zaro perpendikulyar yuzalardagi urinma kuchlanishlar bir vaqtning o'zida ikkalasi ham shu qirra tomonga yo'nalgan (2.50-shakl, a), yoki undan uzoqlashgan bo'lar ekan (2.50-shakl, b).

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonunini nazarda tutib, (e) va (f) ifodalarni soddaroq holga keltiramiz:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (2.61)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \cdot \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cdot \cos 2\alpha \quad (2.62)$$

(2.61) va (2.62) formulalar yordamida tekis kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar aniqlanadi.

2-hol. Bosh yuzalarga cheksiz yaqin bo'lgan M nuqta atrofidan olingan qismning qiya kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlaymiz (2.49-shakl, a). Buning uchun esa yana yuqorida bajarilgan ishlarni ketma-ket takrorlab quyidagi ifodalarga ega bo'lamiz (isboti o'quvchilarga havola qilinadi):

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha \quad (2.63)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.64)$$

2.20-§. Bosh yuzalarning holati va bosh kuchlanishlarni aniqlash

Oldingi paragrafda keltirib chiqarilgan formulalardan ko'rinib turibdiki, qiya kesimdagi normal va urinma kuchlanishlar mazkur kesimning absissasi o'qi bilan tashkil etgan burchagi α ning funksiyasi ekan:

$$\sigma_{\alpha} = f_1(\alpha) \quad (2.65)$$

$$\tau_{\alpha} = f_2(\alpha) \quad (2.66)$$

α burchakning qaysi qiymatlarida normal va urinma kuchlanishlar ekstremal (eng katta yoki eng kichik) qiymatlarga erishadi, degan savol paydo bo'lishi tabiiy. Chunki muhandislik amaliyotida tekshirilayotgan nuqta atrofiga olingan barcha yuzalarning holati va ulardagi kuchlanishlarni aniqlash zaruriyati tug'ilmaydi.

Amaliyotda ekstremal qiymatlarga ega bo'lgan kuchlanishlar va ular ta'sir etuvchi yuzalarning holatini aniqlash kifoya.

Materiallar qarshiligi fanining to'la kursida tekis kuchlanish holatida normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.67)$$

ko'rinishda va ikkita o'zaro tik bosh yuzalarning holati

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.68)$$

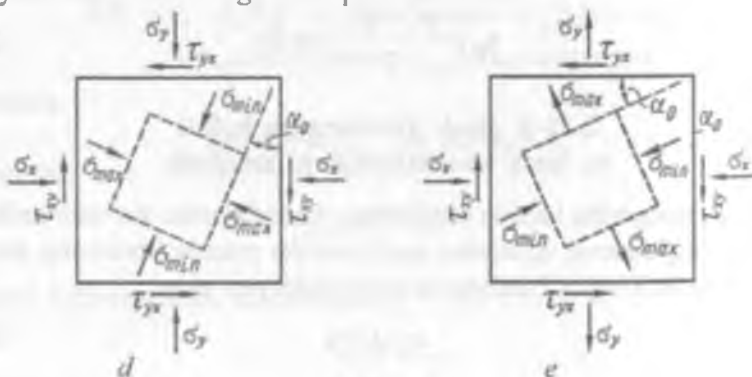
ko'rinishda aniqlanishi isbotlangan.

(2.67) formuladagi musbat ishora eng katta bosh kuchlanish $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ ni, manfiy ishora esa eng kichik bosh kuchlanishni bildiradi.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, (2.68) formula bosh yuzalarning holatini aniqlashga yordam bersada, lekin qaysi yuzaga $\sigma_{\max}$ ta'sir etishini ko'rsata olmaydi. Bu savolga javob berish uchun quyidagi qoidaga murojaat qilamiz.

Bosh kuchlanish $\sigma_{\max}$ ning yo'nalishi hamma vaqt τ_{xy} va τ_{yx} urinma kuchlanishlarning strelkalari uchrashadigan koordinata o'qlarining ikkita chora-gi orqali o'tadi.

2.50-shakl, *d*, *e* larda tasvirlangan tekis kuchlanish holati uchun bu qoi-dadan foydalanib umumiy holda kuchlanishlarning yo'nalishini, shuningdek bosh yuzalarni ham osongina aniqlash mumkin.



2.50-shakl

Quyida urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymatini aniqlash formulasi isbotsiz keltirilgan:

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.69)$$

Demak, eng katta va eng kichik urinma kuchlanishlar miqdor jihatidan o'zaro teng bo'lib, ishoralari teskari ekan.

Odatda, urinma kuchlanishlari ekstremal qiymatga ega bo'lgan yuzalar *siljish yuzalari* deyiladi.

Siljish yuzasining holati quyidagicha aniqlanadi (isbotsiz):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (2.70)$$

Bosh yuzaning va siljish yuzasining holati formulalaridan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_0} \text{ yoki } \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha_1\right) = \operatorname{ctg}(-2\alpha_0)$$

bundan

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\pi}{4} \quad (2.71)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Demak, siljish yuzasi bilan bosh yuza orasidagi burchak miqdor jihatidan 45° ga teng ekan.

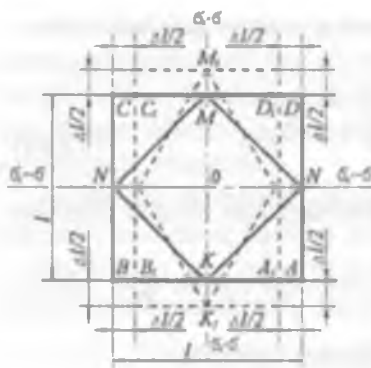
Bu xulosaga asosan $\alpha = \pm 45^\circ$ ni (2.63) va (2.64) formulalarga qo'yib

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (2.72)$$

$$\tau_\alpha = \tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (2.73)$$

ifodalarga ega bo'lamiz.

Xususiy hol. Faraz qilaylik, tekshirilayotgan jism $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin; u holda (2.72) va (2.73) formulalarga asosan $\sigma_\alpha = 0$, $\tau_{\max} = \pm \sigma$ bo'ladi. Kuchlanish holatining bu turi *sof siljish*, faqat urinma kuchlanishlar paydo bo'ladigan yuzalar esa *sof siljish yuzalari* deyiladi.



2.51-shakl

2.21-§. Sof siljish

Agar elastik sterjendan ma'lum qiya-likdagi tekisliklar yordamida ajratib olin-gan elementar kubning tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir qilsa, u holda kubning bunday tekis kuchlanish holati sof siljish deyiladi.

I. Masalaning statik tomoni

Faraz qilaylik, tekis kuchlanish holati-dagi sterjening biror nuqtasi atrofidan ajratilgan elementar kub $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$ bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin (2.51-shakl).

(2.63) va (2.64) formulalardan sof siljish yuzasidagi kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_{\alpha=45^\circ} = \sigma_1 \cos^2 45^\circ - \sigma_3 \sin^2 45^\circ = 0 \quad (a)$$

$$\tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_3)}{2} \sin^2 45^\circ = 0 \quad (b)$$

Demak, urinma kuchlanishning eng katta qiymati sterjenni o'zaro perpendikulyar o'qlar bo'yicha cho'zuvchi va siquvchi bosh kuchlanishlarga teng ekan. Bundan urinma kuchlanish ta'siridagi tekshirilayotgan element sof siljishda faqat siljish deformatsiyasiga uchrab, uning tomonlari cho'zilmas (siqilmas) ekan, degan xulosa kelib chiqadi.

II. Masalaning geometrik tomoni

Bosh kuchlanishlar ta'sirida elementar kubning AD , BC qirralari cho'zilib, AB , CD qirralari esa siqiladi; ularning absolyut cho'zilish va siqilishlari bir xil bo'ladi:

$$\Delta l = \epsilon_1 l = |\epsilon_2| l = \epsilon l \quad (d)$$

Kvadrat shakldagi $KLMN$ qism esa siljish natijasida $K_1L_1M_1N_1$ romb shaklini egallaydi. Natijada deformatsiyagacha bo'lgan KLM to'g'ri burchak $K_1L_1M_1$ o'tmas burchakka aylanadi. Bu burchaklarning ayirmasi nisbiy sof siljish burchagi yoki qisqacha, nisbiy siljish deyiladi:

$$\gamma = \angle K_1 L_1 M_1 - \angle KLM = \angle K_1 L_1 M_1 - \pi/2 \quad (e)$$

bundan

$$\frac{\angle KLM}{2} = \angle K_1 L_1 O_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

shakldan shu burchakning tangensini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{OL}{OL_1} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\Delta l}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\Delta l}{2}} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

Ikkinchi tomondan, γ ning kichikligidan $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$ ekanligini nazarda tutib, ikki burchak yig'indisining tangensini quyidagicha yozamiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}}$$

Oxirgi ikki ifodani tenglab nisbiy cho'zilish miqdor jihatidan nisbiy siljishning yarmiga teng ekanligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2} \quad (2.74)$$

III. Masalaning fizik tomoni

Umumlashgan Guk qonunini e'tiborga olib, nisbiy deformatsiyani

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_3) = \frac{1 + \mu}{E} \sigma$$

yoki

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{1 + \mu}{E} \sigma \quad (2.75)$$

ko'rinishda yozamiz.

Sof siljishdagi qism faqat urinma kuchlanish ta'sirida bo'lgani uchun oxirgi ifodani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$\tau = G\gamma \quad (2.76)$$

bu yerda:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (2.77)$$

bo'lib, *siljishdagi elastiklik moduli* yoki *ikkinchi tur elastiklik moduli* deyiladi.

(2.76) formula sof siljish uchun Guk qonunini ifodalaydi.

Umuman olganda, (2.74) va (2.77) munosabatlar cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalari orasida bog'lanish mavjud, degan xulosani tasdiqlaydi.

2.5-jadvalda sof siljish deformatsiyasini o'rganish natijasida keltirib chiqarilgan ba'zi formulalar berilgan.

2.5-jadval

Masalaning o'rganiladigan tomoni	Sof siljish deformatsiya
Statik tomon	$\sigma_{\alpha=45^\circ} = \sigma_1 \cos^2 45^\circ - \sigma_2 \sin^2 45^\circ = 0$ $\tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_2)}{2} \sin^2 45^\circ = 0$
Geometrik tomon	$\gamma = 2\varepsilon$
Fizik tomon	$\tau = G \gamma$
Xulosa	$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

2.22-§. Siljishga ishlovchi konstruksiya qismlarining hisobi

Siljish deformatsiyasining o'ziga xos xususiyati shundaki, tekshirilayotgan kesimda ichki kuch faktorlaridan faqat kesuvchi kuch mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'ladi.

Kesuvchi kuchlar kesimda urinma kuchlanishlarni hosil qilishi bizga oldindan ma'lum.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, real sharoitda siljish deformatsiyasiga duch kelgan qismlar faqat sof siljishga emas, balki cho'zilish (siqilish) va egilish kabi deformatsiyalarga ham qarshilik ko'rsatadi. Amalda siljish deformatsiyasi kesilish yoki yorilish kabi deformatsiyalar tarzida namoyon bo'lib, u ko'pincha boltli, parchin mixli va payvand birikmali konstruksiya qismlarida uchraydi.

Boltli, parchin mixli va payvand birikmalarni hisoblash uslubi mashina detallari, metall konstruksiyalar kabi maxsus fanlarda mukammal o'rganiladi. Shu sababli bu yerda faqat parchin mixli birikmalarni hisoblash uslubi qisqacha hayon etilgan, xolos.

Siljish deformatsiyasiga oid amaliy hisoblashlarni osonlashtirish maqsadida quyidagi cheklanishlar kiritilgan:

a) siljish sodir bo'lgan kesimdagi urinma kuchlanishlar bir tekis taqsimlangan, deb faraz qilinadi; bundan

$$Q = \tau A \quad (2.78)$$

ekanligi kelib chiqadi;

b) konstruksiya qismlarini bir-biriga biriktirishda ishlatiladigan barcha biriktiruvchi detallar (bolt, parchin mixlar va h.) baravar yuklangan, deb faraz qilinadi.

Qalinligi δ bo'lgan ikkita list uchma-uch joylashtirilib, ularning ustidan va ostidan δ_1 qalinlikdagi ustqo'yma (po'lat taxtakach) lar qo'yilib, parchin mixlar yordamida biriktirilgan (2.52-shakl, a). Bunday birikmalarda ishlovchi parchin mixlar ikki kesilishli parchin mixlar deyiladi.

Bitta parchin mix uchun muvozanat tenglamasini yozamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -\tau_{kes} A - \tau_{kes} A + F = 0,$$

bundan listlarni cho'zuvchi kuchni

$$F = 2\tau_{kes} A$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Oxirgi ifodani umumlashtirib, kesilishdagi mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\tau_{kes} = \frac{F}{n \cdot 2A} \leq \tau_{adm} \quad (2.79)$$

bunda: $A = \frac{\pi d^2}{4}$ – bo'lib, parchin mixning ko'ndalang kesimi yuzi;

d – parchin mix sterjenining diametri;

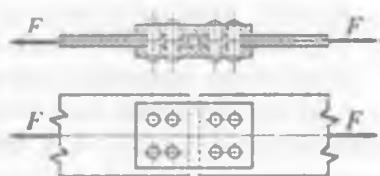
n – parchin mixlar soni;

τ_{adm} – parchin mix materiali uchun siljishdagi joiz urinma kuchlanish.

Odatda, τ_{adm} bilan oddiy cho'zilish (siqilish) dagi normal kuchlanishning joiz qiymati σ_{adm} orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$\tau_{adm} = k\sigma_{adm} \quad (2.80)$$

bunda: k o'zgarmas son bo'lib, quyidagicha tanlanadi:

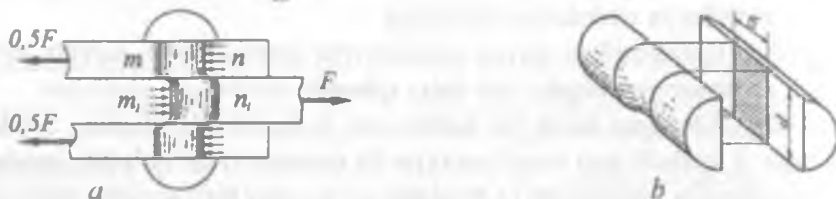


2.52-shakl

- a) mo'rt materiallar uchun $k=0,7 - 1,0$;
- b) plastik materiallar uchun $k=0,5 - 0,6$;
- d) anizotrop materiallar (masalan o'rtacha sifatli qarag'ay) uchun $k=0,1$.

Listlarni cho'zuvchi kuch F ma'lum qiymatga yetganda list parchin mixni yoki, aksincha, parchin mix listni ezishi mumkin. Konstruktiv talablarga asosan hamma vaqt $\delta > \delta_1$ bo'lganligidan ustqo'ymalarni ezilishga hisoblashning zaruriyati yo'q.

2.53-shakl, a va b larda tasvirlangan ikki kesilishli parchin mix ezilgan sirtining shartli yuzasi $A_{\sigma} = \delta d$ bilan aniqlanadi.



2.53-shakl

Ikki kesilishli parchin mixlarning ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

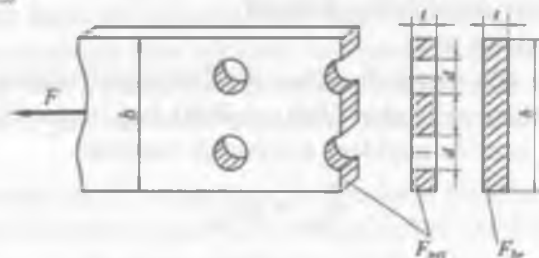
$$\sigma_{\sigma} = \frac{F}{n\delta d} \leq \sigma'_{\text{son}}, \quad (2.81)$$

bunda: σ'_{son} – ezilish uchun joiz kuchlanish.

Odatda, σ'_{son} oddiy cho'zilish (siqilish)dagi ruxsat etilgan normal kuchlanishga nisbatan quyidagicha olinadi:

$$\sigma'_{\text{son}} = (2+2,5)\sigma_{\text{adm}} \quad (2.82)$$

Endi ulanuvchi listlarning cho'zilish yoki siqilishdagi puxtaligini tekshirishga o'tamiz. Ulanuvchi listning ko'ndalang kesimi yuzini A_{brutto} va parchin mixlar o'tadigan teshiklar chiqarib tashlangandan keyin qolgan yuzini esa A_{netto} bilan belgilaymiz (2.54-shakl).



2.54-shakl

Ulanuvchi listlarning cho'zilishdagi yoki siqilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{netto}}} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (2.83)$$

Bu formuladan A_{netto} aniqlangach, quyidagi taqribiy formulalar yordami-da A_{brutto} topiladi:

a) cho'zilgan listlar uchun

$$A_{\text{brutto}} = A_{\text{netto}} + 0,15 A_{\text{netto}} \quad (2.84) \text{ a}$$

b) siqilgan listlar uchun

$$A_{\text{brutto}} = A_{\text{netto}} + 0,3 A_{\text{netto}} \quad (2.84) \text{ b}$$

Siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi listlar egilishga ham qarshilik ko'rsatadi; shu sababli ularning ko'ndalang kesimi yuzi cho'zilgan listlarga nisbatan yana 15 foiz ortadi.

2.23-§. Umumlashgan Guk qonuni

Aytaylik, fazoviy kuchlanish holatidagi izotrop jismning ixtiyoriy nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar parallelepiped σ_1 , σ_2 va σ_3 bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin (2.55-shakl); parallelepipedning chiziqli o'lchamlari Δl_1 , Δl_2 , Δl_3 ga teng.

1. Masalaning geometrik tomoni

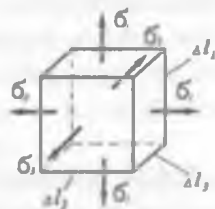
Kuchlar ta'sirining mustahkamlik prinsipiga ko'ra, har bir nisbiy deformatsiyani quyidagicha yozish mumkin (masalan, ϵ_1 uchun):

$$\epsilon_1 = \epsilon'_1 + \epsilon''_1 + \epsilon'''_1 \quad (a)$$

bu yerda: ϵ'_1 – uzunligi Δl_1 bo'lgan qirraning σ_1 bosh kuchlanish ta'sirida olgan bo'ylama nisbiy deformatsiyasi;

ϵ''_1 – uzunligi Δl_2 bo'lgan qirraning σ_2 bosh kuchlanish ta'sirida olgan bo'ylama nisbiy deformatsiyasi;

ϵ'''_1 – uzunligi Δl_3 bo'lgan qirraning σ_3 bosh kuchlanish ta'sirida olgan ko'ndalang nisbiy deformatsiyasi.



2.55-shakl

II. Masalaning fizik tomoni

Yuqorida keltirilgan nisbiy bo'ylama va nisbiy ko'ndalang deformatsiyalarni XI bobdagi (2.21) va (2.22) formulalarga asosan quyidagicha yozamiz:

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}; \quad \varepsilon_1'' = -\mu \cdot \frac{\sigma_2}{E}; \quad \varepsilon_1''' = -\mu \cdot \frac{\sigma_3}{E} \quad (h)$$

Oxirigi munosabatlarni e'tiborga olib, σ_1 bosh kuchlanishga parallel qir-
raning to'la nisbiy deformatsiyasini

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_2}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (2.85)$$

shaklida ifodalaymiz.

Agar xuddi shu tartibda qolgan ikki yo'nalishdagi nisbiy deformatsiyalarni ham aniqlasak, u holda barcha bosh yo'nalishlardagi nisbiy deformatsiyalar quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (2.86)$$

Deformatsiya bilan kuchlanishlarning umumiy munosabatini ko'rsatuvchi (2.86) formula fazoviy kuchlanish holatidagi jismlar uchun umumlashgan Guk qonunini ifodalaydi.

Xususiy hol. Tekis kuchlanish holati uchun $\sigma_3 = 0$ ekanligi ma'lum; u holda umumlashgan R. Guk qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1) \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (2.86) a$$

Demak, tekis kuchlanish holatida ham. uchinchi bosh σ_3 yo'nalishi bo'yicha ham deformatsiya sodir bo'lar ekan.

2.24-§. Mustahkamlik nazariyalari haqida umumiy mulohazalar

Konstruksiya yoki ular tuzilmalarining mustahkamligini kuchlanish holatlari (bosh kuchlanishlar) bo'yicha tahlil qilayotganda materiallarning xavfli (chegaraviy kuchlanish) holati nima va uning paydo bo'lishiga qanday omillar sabab bo'ladi. – degan muhim savol tug'ilishi tabiiy.

Plastik materiallar uchun xavfli holat sifatida shunday kuchlanish holati qabul qilinadiki, bunda sezilarli qoldiq (plastik) deformatsiyalar paydo bo'lishi jadallasha boshlaydi.

Mo'rt materiallar uchun xavfli holat deganda shunday kuchlanish holati tushuniladiki, bunda material yemirila boshlaydi, ya'ni darz ketish jarayoni tezlashadi.

Biror kuchlanish holati qanchalik darajada xavfli yoki xavfsiz ekanligi to'g'risida hukm yuritish uchun avvalo tajriba usulida xavfli holatiga tegishli bosh kuchlanishlarni aniqlash lozim. Bu masala oddiy (chiziqli) kuchlanish holatidagi jismlar uchun osongina hal qilinadi: tajribaxona sharoitida namunalarning cho'zilishi (siqilishi) ga oid tajribalar o'tkazib, bosh kuchlanishning birdan-bir chegaraviy qiymatini yetarli darajada aniq topish mumkin. Bu qiymat plastik materiallar uchun oquvchanlik chegarasi $\sigma_{o.ch}$ ga, mo'rt materiallar uchun esa mustahkamlik chegarasi σ_m ga teng qilib olinadi. Natijada kuchlanishning hisobiy qiymati σ_h ni bilgan holda bosh kuchlanishning chegaraviy qiymatiga tegishli ehtiyot koeffitsiyentlari aniqlanadi:

$$n_{o.ch} = \frac{\sigma_{o.ch}}{\sigma_h}; \quad n_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_h} \quad (2.87)$$

Tekis va hajmiy kuchlanish holatlarida ishlayotgan inshoot qismlari hamda mashina detallarida tajriba usulida bosh kuchlanishlarning chegaraviy qiymatlarini topish masalasi hozircha to'la hal etilmagan. Qolaversa, yuqorida qayd etilgan savollarga ham aniq javob berilganicha yo'q, chunki materiallarning ichki tuzilishini garchi «aniq» tasavvur qilsakda, u yerda sodir bo'layotgan jarayonlar (masalan, plastik deformatsiyalarning paydo bo'lish sabablari, materiallar yemirilishining haqiqiy sabablari va h.) to'g'risida to'la-to'kis nazariy-amaliy ma'lumotlarga ega emasmiz.

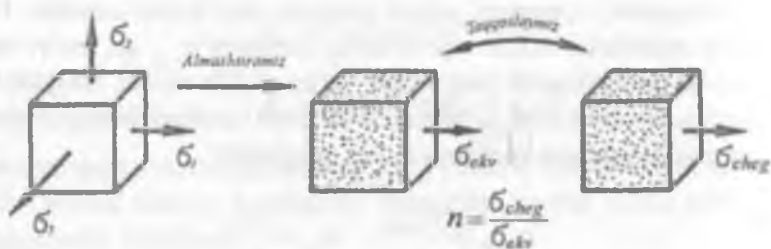
Shu sababli materiallarning mustahkamligiga oid masalalarni yechishda mustahkamlik nazariyalari deb ataluvchi bir qancha tarixiy nazariyalarga tayanib ish ko'ramiz.

Materiallarda xavfli holatning boshlanish sabablarini tajribalarga asoslangan cheklanish (taxmin)lar yordamida turli omil (faktor)larga bog'lab tekshiruvchi nazariyalar *mustahkamlik nazariyalari* deb aytiladi.

Mustahkamlik nazariyalarining barchasi asosan quyidagi shartga asoslangan: ikkita kuchlanish holatiga tegishli bosh kuchlanishlar mutanosib ravishda bir xil miqdorga oshirilganda, ikkalasi ham bir vaqtda chegaraviy holatga o'tsa, bunday kuchlanishlar holati teng kuchlanishli va teng xavfli deb hisoblanadi.

Bunda ikkala kuchlanish holati uchun mustahkamlikning ehtiyot koefitsienti bir xil bo'ladi.

Teng xavfli kuchlanish holatlaridan biri sifatida xavfli holati aniqlanishi zarur bo'lgan tekis ($\sigma_1 \geq \sigma_2$) yoki hajmiy ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) kuchlanish holati. ikkinchisi uchun esa tajriba usulida mukammal o'rganilgan chiziqli ($\sigma_1 = \sigma_{ch}$) kuchlanish holati olinadi (2.56-shakl). Keyin esa murakkab kuchlanish holatidagi jism (detal) mustahkamligining o'lchovi deb qabul qilingan kattalik oddiy kuchlanish holatidagi namunaning xavfli holatiga tegishli kattaligi bilan yuqorida qayd etilgan shart asosida o'zaro taqqoslanadi.



2.56-shakl

Quyida keng tarqalgan uchta klassik va bitta energetik nazariyalar haqida ayrim ma'lumotlar keltiriladi.

2.25-§. Birinchi, ikkinchi va uchinchi mustahkamlik nazariyalari

Mustahkamlikning birinchi nazariyasi dastlab XVII asrda Galiley tomonidan taklif etilgan bo'lib, u ko'pincha *eng katta normal kuchlanish nazariyasi* deb yuritiladi.

Mustahkamlikning birinchi nazariyasi materialda chegaraviy holati paydo bo'lishiga eng katta normal kuchlanish sabab bo'ladi, degan gipoteza (tahmin) ga asoslangan; bu nazariyaga ko'ra quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\sigma_{\text{dav}} = \sigma_1 < \sigma_{\text{adm}} \quad (2.88)$$

bu yerda: σ_1 – tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jism (detal) ning eng xavfli nuqtasidagi bosh kuchlanishlarning eng kattasi;

σ_{adm} – material uchun joiz normal kuchlanish bo'lib, uning qiymati mazkur materialdan yasalgan namunani oddiy cho'zilish (siqilish)ga sinash yo'li bilan aniqlanadi.

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundan iboratki, (2.88) ifoda tarkibida σ_2 va σ_3 bosh kuchlanishlar ishtirok etmaydi. Boshqacha aytganda, murakkab va oddiy kuchlanish holatidagi jismlar go'yoki bir xilda qarshilik ko'rsatadi. Vaholanki, amalda bunday emas – materialning mustahkamligiga σ_2 , σ_3 lar ham katta ta'sir ko'rsatadi.

Masalan, har tomonlama (gidrostatik) bosim ostida siqilayotgan sement kubik mustahkamlik chegarasidan bir necha barobar katta kuchlanishga ham yemirilmasdan bardosh bera oladi. Bu holda kubikning qarshilik ko'rsatish qobiliyati birinchi nazariya bo'yicha aniqlanganiga nisbatan ancha yuqoridir.

Birinchi nazariya mo'rt materiallarni cho'zishga sinashda tasdiqlangan. Hozirgi vaqtda bu nazariya ishlatilmaydi, u faqat tarixiy ahamiyatga ega, xolos.

Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasini birinchi marta 1682-yilda Mariot taklif qilgan bo'lib, u *eng katta nisbiy cho'zilish nazariyasi* degan nom olgan.

Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta cho'zilish sabab bo'ladi, degan gipoteza-ga asoslangan; bu nazariyaga muvofiq ushbu shart bajarilishi lozim:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_1 < \varepsilon_{\text{adm}} \quad (2.89)$$

bu yerda: ε_1 – tekshirilayotgan murakkab holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi bosh nisbiy deformatsiyalarning eng kattasi ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$);

ε_{adm} – materialning oddiy cho'zilish (siqilish) dagi joiz normal kuchlanishi σ_{adm} ga tegishli nisbiy deformatsiyasi.

Guk qonuniga asosan

$$E_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (a)$$

$$\varepsilon_{adm} = \frac{1}{E} \sigma_{adm} \quad (b)$$

Oxirgi ifodalarni e'tiborga olib, ikkinchi nazariyaga ko'ra mustahkamlik shartini

$$\sigma_{\text{avr}}^{\text{II}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_{\text{ad}} \quad (2.90)$$

ko'rinishda yozamiz.

Bu nazariyaning birinchi nazariyadan afzalligi shundaki, (2.90) shartda barcha bosh kuchlanishlar ta'siri e'tiborga olingan. Ammo bu nazariyaning ba'zi natijalari hali tajribada to'liq tasdiqlanmagan. Masalan, bu nazariyaga muvofiq, o'zaro tik ikki yo'nalishda siqilayotgan kubikning mustahkamligi bir tomonga qarab siqilayotgan kubikning mustahkamligidan yuqori bo'lishi kerak. Lekin bu xulosa tajribada tasdiqlanmaydi.

Ikkinchi nazariyaning natijalari faqat mo'rt materiallar uchun tajribada tasdiqlangan.

Mustahkamlikning uchinchi nazariyasini ilk bor 1773-yilda Kulon yaratgan bo'lib, u eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasi deb ham yuritiladi.

Mustahkamlikning uchinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta urinma kuchlanishlar sabab bo'ladi, degan taxminga asoslangan bo'lib, uning umumiy sharti quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{\text{max}} < \tau_{\text{adm}} \quad (2.91)$$

bu yerda: τ_{max} – tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi eng katta urinma kuchlanish;

τ_{adm} – material uchun joiz urinma kuchlanish bo'lib, uning qiymati namunani oddiy kuchlanish holatida sinash yo'li bilan topiladi.

Oldingi paragraflardan ma'lumki,

a) murakkab kuchlanish holatida

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad (d)$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$\tau_{\text{adm}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{2} \quad (e)$$

Bularni e'tiborga olib, uchinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{\text{avr}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_{\text{adm}} \quad (2.92)$$

Cho'zilish va siqilishga bir xilda qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun uchinchi nazariya tajribada tasdiqlanuvchi natijalarni beradi.

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundaki, (2.92) ifoda tarkibiga σ_2 bosh kuchlanish kirmaydi, ya'ni tekis va fazoviy kuchlanish holatlari orasida go'yoki hech qanday farq yo'qdek.

Shuning uchun bu nazariya tekis kuchlanish holatidagi inshoot va mashina qismlarining mustahkamligini tekshirishda keng qo'llaniladi.

2.26-§. Mustahkamlikning energetik nazariyasi

(shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan
solishtirma potensial energiya nazariyasi)

Ba'zan bu nazariya Guber-Mizes gipotezasi deb ham yuritiladi.

Mustahkamlikning energetik nazariyasi materiallarda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya sabab bo'ladi degan cheklanishga asoslangan; shu bois bu nazariyani shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya nazariyasi deb ham yuritiladi.

Ushbu nazariyaga muvofiq quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$\sigma_{\max}^{\text{sh}} < \sigma_{\text{adm}}^{\text{sh}} \quad (2.93)$$

bunda $\sigma_{\max}^{\text{sh}}$ – murakkab kuchlanish holatidagi jismning xavfli holatiga oid shaklning o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiyasi;

$\sigma_{\text{adm}}^{\text{sh}}$ – ruxsat etilgan kuchlanishga tegishli shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan potensial energiya.

Materiallar qarshiligi fanining to'la kursida quyidagilar isbotlagan:

a) murakkab kuchlanish holatida

$$\sigma_{\max}^{\text{sh}} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.94)$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$\sigma_{\text{adm}}^{\text{sh}} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_{\text{adm}} \quad (2.95)$$

Shunday qilib, to'rtinchi nazariyaga ko'ra mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{\text{shv}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} < \sigma_{\text{adm}} \quad (2.96)$$

Bu nazariya cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun to'g'ri natijalar beradi.

Yuqorida bayon etilgan to'rtala nazariyada ham bitta muhim kamchilik bor: mustahkamlik shartini ifodalovchi barcha formulalar keltirib chiqarilganda Guk qonuniga asoslanilgan, holbuki mustahkamlik chegarasi elastiklik chegarasidan ancha keyinda turadi. Lekin bu formulalar tarkibida materiallarning elastiklik xossalarini tavsiflovchi kattaliklar ishtirok etmaydi. Shu jihatdan olganda, mustahkamlik sharti formulalaridan plastik deformatsiya sharoitida ishlovchi inshoot (mashina) qismlarini hisoblashda foydalanish mumkin.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, ayni paytda mavjud mustahkamlik nazariyalarini takomillashtirish hamda yangi nazariyalar yaratish borasida ko'p ishlar qilinmoqda. Shu o'rinda N. N. Davidenkov, B. Y. Fridman, I. I. Tarasenko, G. S. Pisarenko, A. A. Lebedev kabi olimlarning qilgan va olib borayotgan ishlari diqqatga sazovordir.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bosh yuza va bosh kuchlanishlarni tushuntiring.
2. Kuchlanish holati deganda nimani tushunasiz?
3. Kuchlanish holatining qanday turlarini bilasiz?
4. Chiziqli holatida qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar qanday topiladi?
5. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni qanday ko'rinishda ifodalanadi? Uning ma'nosini tushuntiring.
6. Tekis kuchlanish holati uchun quyidagilar qanday aniqlanadi?
normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;
bosh yuzaning holati;
urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;
siljish yuzasining holati.
7. Sof siljish nima? Sof siljishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
8. Birinchi va ikkinchi tur elastiklik modullari orasida qanday munosabat mavjud?
9. Kesilishdagi mustahkamlik shartini yozing va ma'nosini tushuntiring.
10. Umumlashgan Guk qonuni qanday ko'rinishga ega?
11. Mustahkamlik nazariyalaridan birining mohiyatini tushuntiring.

XIII BOB. TEKIS SHAKLLARNING GEOMETRIK TAVSIFLARI

2.27-§. Asosiy mulohazalar

Oldingi boblarda cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalarini o'rganib, sterjenning ko'ndalang kesimi yuzi shu sterjenning mustahkamligi va bikrligini belgilovchi miqdor ekanligiga ishonch hosil qilgan edik. Shu bois, bunday deformatsiyalar uchun ko'ndalang kesimi yuzi tekis shakllarning geometrik tavsifi bo'la oladi.

Ammo buralish, egilish, murakkab deformatsiya, siqilgan sterjenlarning ustuvorligini va dinamik yuklarning ta'sirini o'rganishda tekis shakllarning yana birmuncha murakkab geometrik tavsiflaridan foydalanish zaruriyati tug'iladi.

Bunga 2.57-shaklda tasvirlangan konsolning ikki xil holatda (1-holatda ko'ndalang kesimning eng kichik tomoni, 2-holatda esa eng katta tomoni gorizontol holatga keltirilgan) egilishini tahlil etib ishonch hosil qilish mumkin. Haqiqatan ham, kesimi yuzi bir xil bo'lgani holda F kuch ta'sirida paydo bo'lgan ko'chishlar bir-biridan keskin farq qiladi: $f_1 \ll f_2$. Bundan esa brusning ko'ndalang kesimi yuzi egilishdagi qarshilikni to'la ifodalay olmaydi, degan xulosa kelib chiqadi.

Shu sababli tekis shakllarning quyidagi geometrik tavsiflarini o'rganish muhimdir:

- a) tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari;
- b) tekis shakllarning inersiya momentlari;
- d) tekis shakllarning qarshilik momentlari.

Bu bob ana shu geometrik tavsiflar nazariyasini o'rganishga bag'ishlangan.



2.57-shakl

2.28-§. Tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari

Nazariy mexanikaning statika bo'linida tekis shakllarning og'irlik markazi koordinatalarini aniqlashda quyidagi formulalardan foydalangan edik (2.58-shakl):

$$x_c = \frac{\sum \Delta A_i x_i}{A}; \quad y_c = \frac{\sum \Delta A_i y_i}{A}, \quad (2.97)$$

bunda: x – elementar ΔA yuzadan ordinata o'qigacha bo'lgan masofa;
 y – elementar ΔA yuzadan absissa o'qigacha bo'lgan masofa;
 A – tekis shaklning yuzi.

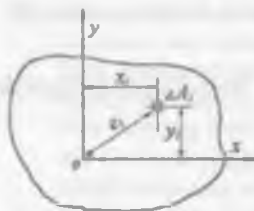
Bu formulalarning o'ng tomonidagi kasrlar suratidagi yig'indi tekis shaklning koordinata o'qlariga nisbatan statik momentlari deb atalib, tegishli-cha S_x va S_y harflari bilan belgilanadi:

$$S_x = \sum \Delta A_i x_i; \quad S_y = \sum \Delta A_i y_i \quad (2.98)$$

Statik momentlar uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi L^3 da o'lchanib, musbat, manfiy va nol qiymatlarga ega bo'ladi.

(2.98) ni e'tiborga olib, tekis shakllarning og'irlik markazi koordinatalarini

$$x_c = \frac{S_x}{A}; \quad y_c = \frac{S_y}{A} \quad (2.99)$$



2.58-shakl

ko'rinishda yozish mumkin.

Koordinata o'qlaridan biri yoki ikkalasi ham tekis shaklning og'irlik markazidan o'tsa, bunday o'qlar markaziy o'qlar deyiladi. Oxirigi formula-dan markaziy o'qlarga nisbatan statik momentlar nolga teng ekanligi yaqqol ko'rinib turibdi.

2.29-§. Tekis shakllarning inersiya momentlari

Ixtiyoriy tekis shaklning *o'qli yoki ekvatorial inersiya momenti* deb miq-dor jihatidan quyidagi yig'indiga teng bo'lgan geometrik tavsifni aytiladi:

$$a) \ x \ o'qiga \ nisbatan \ J_x = \sum \Delta A_i y_i^2 \quad (2.100)$$

$$b) \ y \ o'qiga \ nisbatan \ J_y = \sum \Delta A_i x_i^2 \quad (2.101)$$

Tekis shaklning *qutb inersiya momenti* deb quyidagi yig'indi bilan aniqlanuvchi geometrik tavsifni aytiladi:

$$J_{\rho} = \sum \Delta A_i \rho_i^2, \quad (2.102)$$

bunda: ρ – elementar ΔA yuzachadan qutb nuqtasi 0 gacha bo'lgan masofa.

Tekis shakllarning o'qli (ekvatorial) va qutb inersiya momentlari faqat musbat kattaliklardir.

Tekis shaklning *markazdan qochma inersiya momenti* deb quyidagi yig'indiga teng bo'lgan geometrik tavsifni aytiladi:

$$D_{xy} = \sum \Delta A_i x_i y_i \quad (2.103)$$

Bittasi yoki ikkalasi ham tekis shaklning simmetriya o'qlari hisoblanuvchi o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya momentlari nolga teng bo'ladi. Bundan tashqari, D_{xy} musbat va manfiy qiymatlarga ham ega bo'lishi mumkin.

Tekis shakllarning inersiya momentlari uzunlik birligining to'rtinchi darajasi (m^4) da o'lchanadi.

Endi o'qli va qutb inersiya momentlari orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz.

2.58-shakldan ko'rinib turibdiki, $\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2$, u holda (2.102) formula

$$J_{\rho} = \sum \Delta A_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum \Delta A_i x_i^2 + \sum \Delta A_i y_i^2$$

yoki

$$J_{\rho} = J_x + J_y \quad (2.104)$$

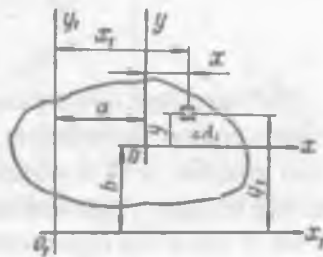
ko'rinishga keladi.

Demak, tekis shaklning qutb inersiya momenti o'zaro perpendikulyar bo'lgan va qutb nuqtasidan o'tuvchi o'qlarga nisbatan olingan o'qli momentlarning yig'indisiga teng ekan.

2.30-§. Koordinata o'qlari parallel ko'chganda inersiya momentlarining o'zgarishi

Tekis shaklning ixtiyoriy x va y o'qlarga nisbatan olingan J_x , J_y o'qli va D_{xy} markazdan qochma inersiya momentlari ma'lum bo'lsin (2.59-shakl).

Masalaning qo'yilishi quyidagicha: tekis shaklning x va y o'qlarga parallel va ulardan a va c masofalarda joylashgan x_1 va y_1 o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topish talab etiladi.



2.59-shakl

Dastlab tekis shaklda ajratilgan ΔA elementar yuzacha og'irlik markazining yangi x_1 va y_1 o'qlarga nisbatan vaziyatni

$$\begin{aligned}x_1 &= x + a \\y_1 &= y + b\end{aligned}\quad (a)$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Inersiya momentlarining ta'rifidan foydalanib, yangi o'qlarga nisbatan ularning ifodasini tuzamiz:

$$\begin{aligned}J_{x_1} &= \Sigma \Delta A_i y_i^2 = \Sigma \Delta A_i (y + b)^2 = \\&= \Sigma \Delta A_i y^2 + 2b \Sigma \Delta A_i y + b^2 \Sigma \Delta A_i\end{aligned}\quad (2.105)$$

$$\begin{aligned}J_{y_1} &= \Sigma \Delta A_i x_i^2 = \Sigma \Delta A_i (x + a)^2 = \\&= \Sigma \Delta A_i x^2 + 2a \Sigma \Delta A_i x + a^2 \Sigma \Delta A_i\end{aligned}\quad (2.106)$$

$$\begin{aligned}D_{x_1 y_1} &= \Sigma \Delta A_i (x + a)(y + b) = \\&= \Sigma \Delta A_i xy + a \Sigma \Delta A_i y + b \Sigma \Delta A_i x + ab \Sigma \Delta A_i\end{aligned}\quad (2.107)$$

Hosil bo'lgan bu ifodalarning o'ng qismidagi birinchi yig'indilar tekis shaklning eski o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlaridan iborat:

$$J_x = \Sigma \Delta A_i y^2, \quad J_y = \Sigma \Delta A_i x^2, \quad D_{xy} = \Sigma \Delta A_i xy \quad (2.108)$$

(2.98) formulaga asosan, $S_x = \Sigma \Delta A_i y$ va $S_y = \Sigma \Delta A_i x$ bo'lib, ular tekis shaklning eski o'qlarga nisbatan olingan statik momentlari hisoblanadi.

$\Sigma \Delta A_i$ yig'indi tekis shaklning to'la yuziga teng:

$$\Sigma \Delta A_i = A \quad (2.109)$$

Shunday qilib, inersiya momentlari uchun quyidagi umumiy munosabatlarga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned}J_{x_1} &= J_x + 2bS_x + b^2 A \\J_{y_1} &= J_y + 2aS_y + a^2 A \\D_{x_1 y_1} &= D_{xy} + aS_x + bS_y + abA\end{aligned}\quad (2.110)$$

Endi quyidagi ikkita xususiy holni tahlil etib, amalda juda ko'p ishlatiladigan muhim formulalarni hosil qilamiz:

a) aytaylik, O va C nuqtalar ustma-ust tushsin, ya'ni inersiya momentlari ma'lum bo'lgan o'qlar shaklning og'irlik markazidan o'tsin. U holda $S_x = S_y = 0$ bo'lib, o'qlar o'z-o'ziga parallel qilib ko'chirilganda inersiya momentlarining o'zgargan qiymatlarini hisoblash formulalari quyidagicha soddalashadi:

$$\begin{aligned} J_{x_1} &= J_{xc} + b_0^2 A \\ J_{y_1} &= J_{yc} + b_0^2 A \\ D_{x_1 y_1} &= D_{xcyc} + a_0 b_0 A \end{aligned} \quad (2.110) \text{ a}$$

bu yerda: a_0, b_0 – tegeshlixa markaziy o'qlar bilan yangi o'qlar orasidagi masofalar.

(2.110) a formulaning dastlabki ikkitasi quyidagicha ta'riflanadi: *tekis shaklning markaziy o'qlarga parallel yo'nalgan ixtiyoriy o'qlarga nisbatan o'qli inersiya momentlari shu tekis shakldan markaziy o'qlarga nisbatan olingan o'qli inersiya momentlari bilan o'qlar orasidagi masofa kvadratining butun shakl yuziga ko'paytmasi yig'indisiga teng.*

(2.110) a formulaning oxirgisini quyidagicha ta'riflaymiz: *tekis shaklning markaziy o'qlarga parallel yo'nalgan ixtiyoriy o'qlarga nisbatan markaziy inersiya momenti shu tekis shakldan markaziy o'qlarga nisbatan olingan markazdan qochirma inersiya momenti bilan o'qlar orasidagi masofalar ko'paytmasining butun shakl yuziga ko'paytmasi yig'indisiga teng;*

b) tekis shakl markaziy o'qlarning bittasi yoki ikkalasiga nisbatan simmetrik bo'lsin; u holda $D_{xcyc} = 0$ bo'lib, (2.110) a formulaning oxirgisi yana soddalashadi:

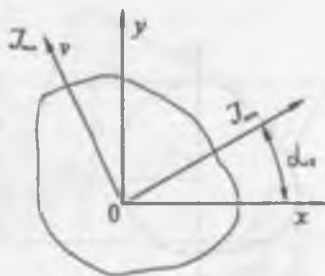
$$Dx_1 y_1 = a_0 b_0 A \quad (2.111)$$

2.31-§. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari

Bosh inersiya o'qlari deb, tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasidan o'tuvchi shunday ikkita o'zaro perpendikulyar o'qlarni aytiladiki, bu o'qlarga nisbatan olingan o'qli inersiya momentlari ekstremal (eng katta yoki eng kichik) qiymatlarga, markazdan qochma inersiya momentlari esa nolga teng bo'ladi.

Odatda, bosh inersiya o'qlariga nisbatan olingan inersiya momentlari *bosh inersiya momentlari* deyilib, J_{max} va J_{min} lar bilan belgilanadi.

Bosh inersiya o'qlarining yana shunday o'ziga xos xususiyati mavjudki, eng katta (maksimal) o'q doimo o'qli inersiya momenti katta bo'lgan o'q bilan kichik burchak tashkil etadi (2.60-shakl).



2.60-shakl

Shuni ta'kidlab o'tish mumkinki, ko'pgina masalalarni yechayotganda tekis shakllarning og'irlik markazidan o'tuvchi bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini aniqlashga to'g'ri keladi.

Tekis shaklning og'irlik markazidan o'tuvchi bosh inersiya o'qlari *markaziy bosh inersiya o'qlari* deb ataladi; bu o'qlarga nisbatan olingan bosh inersiya momentlari esa *markaziy bosh inersiya momentlari* deyiladi.

Materiallar qarshiligi to'la kursida bosh inersiya momentlarining eng katta (maksimal) va eng kichik (minimal) qiymatlari tegishli

$$\begin{aligned} J_{\max} &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2} \\ J_{\min} &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}, \end{aligned} \quad (2.112)$$

bosh inersiya o'qlarining holati esa

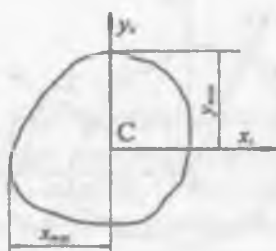
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2D_{xy}}{J_x - J_y} \quad (2.113)$$

Ba'zan bosh inersiya o'qlarining holatini $J_{\max}$ va $J_{\min}$ lar orqali ham topish mumkin. Quyidagi ox bilan $J_{\max}$ va $J_{\min}$ lar orasidagi α_{1x} va α_{2x} burchaklarni topish imkonini beradigan formulalarni isbotsiz keltiramiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{1x} = -\frac{J_{xy}}{J_y - J_{\max}} \quad (2.114)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{2x} = -\frac{J_{xy}}{J_y - J_{\min}} \quad (2.115)$$

2.32-§. Tekis shakllarning qarshilik momentlari



2.61-shakl

Tekis shaklning o'qli qarshilik momenti deb, biror o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti ning shu o'qdan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqttagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikni aytiladi (2.61-shakl):

$$x \text{ o'qiga nisbatan } W_x = \frac{S_x}{y_{\max}} \quad (2.116)$$

$$y \text{ o'qiga nisbatan} \quad W_y = \frac{S_y}{x_{\max}} \quad (2.117)$$

Tekis shaklning qutb qarshilik momenti deb, qutb inersiya momentining qutb nuqtasidan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqtagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikni aytiladi:

$$W_p = \frac{S_p}{\rho_{\max}} \quad (2.118)$$

Tekis shakllarning qarshilik momentlari uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi (m^3) da o'lchanadi.

2.33-§. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash

Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash yig'indining quyidagi xossasiga asoslangan (2.62-shakl):

$$\Sigma \Delta A_i y^2 = \Sigma \Delta A_{1i} y^2 + \Sigma \Delta A_{2i} y^2 + \dots + \Sigma \Delta A_{ni} y^2 \quad (2.119)$$

bundan

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

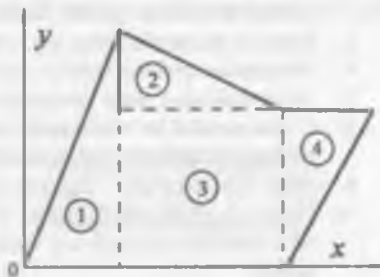
Bu yig'indilarning har biri tegishli qismning birorta x o'qiga nisbatan inersiya momentini ifodalaydi:

$$J_x = J_x^1 + J_x^2 + \dots + J_x^n \quad (2.120)$$

Demak, murakkab tekis shaklning inersiya momenti uni tashkil etuvchi qismlar inersiya momentlarining yig'indisiga teng bo'lar ekan.

Bu qoida asosida murakkab tekis shakllarning markazdan qochma inersiya momentlarini ham aniqlash mumkin.

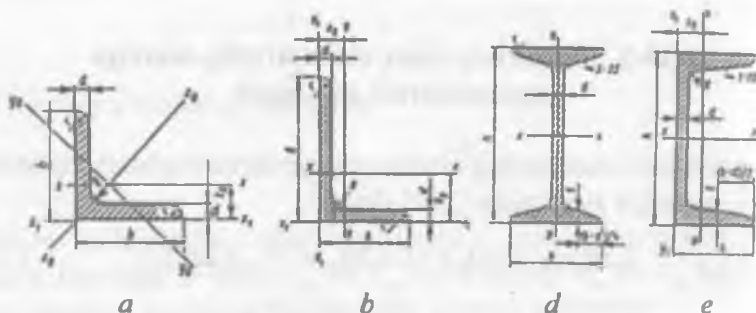
Murakkab ko'rinishdagi tekis shakllarning inersiya momentlarini topishni osonlashtirish uchun, uni inersiya momentlari oldindan ma'lum bo'lgan bir necha oddiy tekis shakllarga, masalan, to'g'ri to'rtburchak, kvadrat, uchburchak, doira va shu kabi shakllarga ajratish muhimdir.



2.62-shakl

Ilovada muhandislik amaliyotida ko'p uchraydigan eng oddiy tekis shakllarning asosiy geometrik tavsiflarini aniqlash formulalari keltirilgan.

Metall konstruksiya qismlarining teng yonli (2.63-shakl, *a*), teng yonli bo'lmagan (2.63-shakl, *b*) burchakliklar, qo'shtavr (2.63-shakl, *d*), shveller (2.63-shakl, *e*) ko'rinishidagi ko'ndalang kesimlari standart o'lchamli bo'lib, ular maxsus jadvallarda beriladi. Odatda, bunday jadvallar «sortamentlar» deb yuritilib, ular muhandislik spravochniklarida va materiallar qarshiligi kurslarida keltirilgan. Sortament jadvallarida ko'ndalang kesim o'lchamlaridan tashqari, ularning yuzalari, og'irlik markazining koordinatalari, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari kabi muhim ma'lumotlar ham beriladi.



2.63-shakl

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Tekis shaklning statik momenti uning yuzasi va og'irlik markazi koordinatalari orqali qanday ifodalanadi?
2. Tekis shaklning shu shakl og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan statik momenti nimaga teng?
3. Tekis shaklning og'irlik markazi koordinatalari qanday formulalardan topiladi?
4. O'qqa nisbatan (ekvatorial), qutb va markazdan qochma inersiya momentlari formulalarini yozing hamda tushuntiring.
5. Inersiya momentlarining qaysi biri hamma vaqt musbat qiymatga ega?
6. Markazdan qochma inersiya momentlari qachon nolga teng bo'ladi?
7. Tekis shaklning statik momenti va inersiya momentlarining o'lchamligini yozing.
8. O'qlar parallel ko'chirilganda yoki ma'lum burchakka burilganda inersiya momentlarining qiymatlari o'zgaradimi?
9. Bosh inersiya o'qlari deganda nimani tushunasiz?
10. To'g'ri to'rtburchak, kvadrat, to'g'ri burchakli uchburchak va doira ko'rinishidagi tekis shakllarning markaziy o'qlarga nisbatan o'qli inersiya momentlari qanday aniqlanadi?
11. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlari qanday aniqlanadi?

XIV BOB. BURALISH

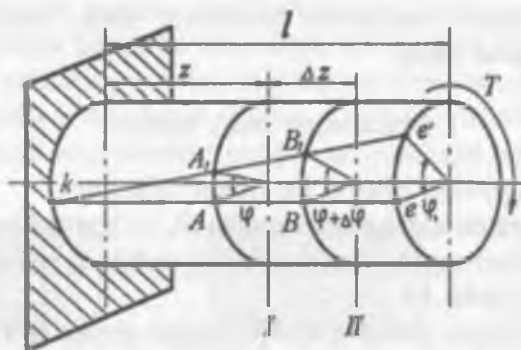
2.34-§. Asosiy tushunchalar

Agar kuchlanish holatidagi brusning ko'ndalang kesimlarida ichki kuch faktorlaridan faqat burovchi moment $M_b = T$ mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'lsa, u holda buralish deformatsiyasi sodir bo'ladi.

Amalda buralish deformatsiyasini juda ko'p uchratish mumkin. Masalan, tirsakli, transmissiya va shu singari vallar, fazoviy konstruksiya qismlari, prujinalar o'ramlari, bolt va shu kabilar asosan buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatadi.

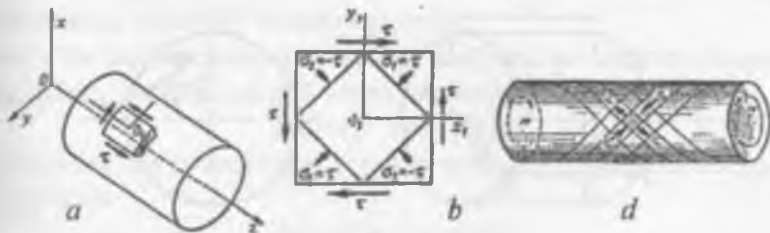
Materiallar qarshiligi fani faqat kesimi doiraviy yuzali yaxlit va g'ovak vallarning buralishini o'rganish bilan chegaralanadi.

Aytaylik, bir uchi bilan mahkamlangan, ikkinchi uchiga esa $M_b = \text{const}$ burovchi moment qo'yilgan doiraviy kesimli yaxlit val buralishga qarshilik ko'rsatayotgan bo'lsin (2.64-shakl).



2.64-shakl

Burovchi moment ta'sirida valning ixtiyoriy kesimlarida urinma kuchlanish hosil bo'lishi bizga oldindan ma'lum. Valning sirtidan tomonlari ko'ndalang va bo'ylama kesimlariga parallel bo'lgan element sof siljish holatida bo'ladi (2.65-shakl, a, b, d).



2.65-shakl

Val o'qiga 45° qiya bo'lgan yuzalar bosh yuzalar bo'lib, bu yuzalardagi cho'zuvchi va siquvchi bosh kuchlanishlar τ urinma kuchlanishga teng bo'ladi.

2.66-shaklda turli xil materiallardan tayyorlangan namunalarning buralish natijasida yemirilish jarayoni tasvirlangan.



2.66-shakl

a – mo'rt material; b – plastik material; d – anizotrop material.

2.35-§. Buralishda kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash

Doiraviy kesimli valning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi va deformatsiyalarni aniqlash maqsadida masalaning statik, geometrik va fizik tomonlarini o'rganish lozim.

I. Masalaning statik tomoni

Odatdagidek, quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

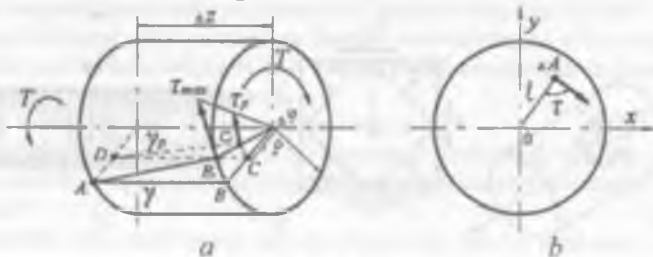
1) valdan o'zaro parallel hamda z o'qiga tik bo'lgan $I-I$ va $II-II$ tekisliklari yordamida fikran ajratib olingan cheksiz kichik Δz qalinlikdagi diskni tekshiramiz (2.67-shakl, a).

2) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan qismga ko'rsatgan ta'sirini T burovchi moment bilan almashtiramiz.

3) statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.67-shakl, b):

$$\Sigma M_x = 0 \quad \text{yoki} \quad \Sigma \tau \Delta A_i \rho - T = 0, \quad (a)$$

bu yerda: τ – ixtiyoriy elementar ΔA yuzachadagi urinma kuchlanish;
 ρ – elementar yuzachaning radius-vektori.



2.67-shakl

11. Masalaning geometrik tomoni

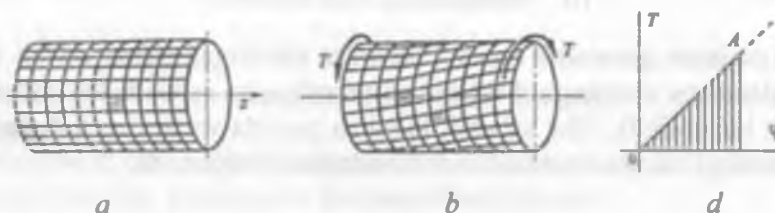
Masalaning geometrik tomonini tahlil qilishdan avval, vallarning buralishiga oid o'tkazilgan tajribalardan kelib chiqqan quyidagi muhim xulosalar bilan tanishib chiqamiz:

a) deformatsiyalarni oldin tekis va valning buralish o'qi (bo'ylama simmetriya o'qi) ga tik bo'lgan barcha ko'ndalang kesimlar deformatsiyadan keyin yana tekisligicha hamda mazkur o'qqa nisbatan tikligicha qoladi. Faqat ular buralish o'qi atrofida bir-biriga nisbatan buriladi, xolos;

b) barcha ko'ndalang kesimlarning radiuslari buralish natijasida o'zlarining deformatsiyagacha bo'lgan uzunliklarini o'zgartirmaydi, ya'ni kesim gardishi aylanganicha qoladi;

d) valning sirtidagi to'r hosil qilgan kvadratlar buralish natijasida bir xil romblarga aylanadi (2.68-shakl, a , b). Bundan valning ko'ndalang va bo'ylama kesimlarida (urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan) urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi, degan xulosa kelib chiqadi;

e) buralish natijasida barcha ixtiyoriy qo'shni ko'ndalang kesimlar orasidagi masofalar o'zgarmaydi. Bu esa valning ko'ndalang va bo'ylama kesimlarida normal kuchlanishlar mavjud bo'lmashligini tasdiqlaydi.



2.68-shakl

Agar diskni pastki qismi bilan mahkamlangan deb qarasak (2.67-shakl, a), u holda deformatsiya tufayli uning yuqorigi qismi birorta burchakka aylanadi. Aniqrog'i, OB radius $\Delta\varphi$ burchakka aylanib, OB' va AB kesmasi esa γ burchakka siljib AB' holatni egallaydi.

Endi γ va $\Delta\varphi$ burchaklari orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz. Buning uchun, birinchidan, BB' yoyni uchburchak $\triangle ABB'$ dan

$$BB' = AB \cdot \operatorname{tg} \gamma \approx \Delta z \cdot \gamma \quad (b)$$

va ikkinchidan esa izlanayotgan yoyning markaziy burchakka tiralganligidan foydalanib

$$BB' = OB \cdot \Delta\varphi = r \Delta\varphi \quad (d)$$

ko'rinishlarda aniqlaymiz.

(b) va (d) ifodalarni o'zaro tenglab, val sirtidagi nisbiy siljishni

$$\gamma = r \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \quad (2.121)$$

shaklida yozib olamiz.

(2.121) ifodadagi $\frac{\Delta\varphi}{\Delta z}$ nisbat sm^{-1} o'lchamga ega.

Quyidagi munosabat *nisbiy buralish burchagi* deyiladi va θ_z bilan belgilanadi:

$$\theta_z = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \quad (2.122)$$

Demak, nisbiy siljish va nisbiy buralish burchagi orasida quyidagi munosabat mavjud ekan:

$$\gamma = r \cdot \theta \quad (2.123)$$

Bu ifodani kesim markazidan ixtiyoriy masofadagi nuqtalar uchun

$$\gamma_p = \rho \cdot \theta \quad (2.124)$$

ko'rinishida yozib olish mumkin.

III. Masalaning fizik tomoni

Biz masalani geometrik nuqtayi nazardan tekshirganimizda valdan ajratilgan elementar diskning sof siljish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatishiga ishonch hosil qildik. Shu sababli, buralish paytida vallarning ko'ndalang kesimlaridagi urinma kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r\theta$$

yoki

$$\tau_p = G \cdot \rho \cdot \theta \quad (2.125)$$

Demak, urinma kuchlanish kesim radius-vektoriga to'g'ri mutanosib bo'lib, qutb burchagiga bog'liq emas ekan.

IV. Sintez

(2.125) ifodadagi urinma kuchlanish τ_p ning qiymatini (a) tenglamaga qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$T = \Sigma G\theta\rho^2\Delta A = G\theta J_p \quad (2.126)$$

Bunda $\Sigma\rho^2\Delta A$, doira yuzining qutb inersiya momenti J_p ga teng ekanligi bizga avvaldan ma'lum.

$$\theta = \frac{T}{GJ_p} \quad (2.127)$$

ekanligini e'tiborga olib, ko'ndalang kesimning istalgan nuqtasidagi urinma kuchlanishni aniqlovchi formulani hosil qilamiz:

$$\tau_p = \frac{T}{J_p} \cdot \rho \quad (2.128)$$

Urinma kuchlanish kesim markazida nolga teng bo'lib, kesimning gar-dishida, ya'ni $\rho_{\max} = R$ bo'lganda esa eng katta qiymatga erishadi:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{J_p} \cdot R$$

yoki

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \quad (2.129)$$

bu yerda: $W_p = \frac{J_b}{R}$ – buralishdagi qarshilik momenti.

Materiallar qarshiligi to'la kursida valning buralishdagi deformatsiyasi – buralish burchagi quyidagicha aniqlanishi isbotlangan:

$$\varphi = \frac{T}{GJ_p} \cdot l \quad (\text{rad}) \quad (2.130)$$

yoki

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{T \cdot l}{GJ_p} \quad (\text{grad}) \quad (2.130) a$$

Oxirgi ifodalar shaklan va mazmunan cho'zilish (siqilish) dagi absolyut deformatsiyani aniqlaydigan (2.23) formulaga o'xshaydi. Shu sababli ko'pincha ularni buralishda Guk qonunining ifodasi deb ham qarash mumkin.

Endi yuqorida olingan barcha formulalarni 2.6-jadvalga yozamiz.

Masalaning tahlili	Doiraviy kesimli vallarning buralishi
Statik tomondan yondoshishi	$T = \Sigma \tau_{\rho} \Delta A_i$
Geometrik tomondan yondoshishi	$\gamma = r \cdot \theta$ yoki $\gamma_{\rho} = \rho \cdot \theta$
Fizik tomondan yondoshishi	$\tau = G \cdot r \theta$ yoki $\tau_{\rho} = G \rho \theta$
Xulosa	$\varphi = \frac{T}{GJ_{\rho}} \cdot l$ yoki $\varphi^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot \frac{T \cdot l}{GJ_{\rho}}$

2.36-§. Valning buralishdagi mustahkamlik sharti

Buralishdagi mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \leq \tau_{\text{adm}} \quad (2.131)$$

bu yerda: τ_{adm} – urinma kuchlanishning joiz qiymati bo'lib, ko'pincha cho'zilish uchun joiz normal kuchlanishning 0,5–0,6 qismiga teng qilib olinadi.

(2.131) hisob tenglamasi yordamida doiraviy kesimli yaxlit va kavak vallar uchun quyidagi uchta masalani yechish mumkin:

a) valning kesimidagi kuchlanishni tekshirish masalasi; bu masalaning mohiyati shundaki agar valning kesimi o'lchamlari va unga qo'yilgan M_b ma'lum bo'lsa, u holda o'ziga xos kesimdagi eng katta urinma kuchlanish aniqlanib, τ_{adm} bilan solishtiriladi:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{adm}} \quad (2.131) a$$

b) val uzata oladigan eng katta burovchi momentni aniqlash masalasi; agar valning kesimi o'lchamlari va uning materiali uchun joiz urinma kuchlanish ma'lum bo'lsa, u holda bu masala

$$T_{\max} \leq \tau_{\text{adm}} \cdot W_{\rho} \quad (2.131) b$$

formula yordamida yechiladi.

d) yangi vallarni loyihalash masalasi; bu masalani yechish uchun val materialining joiz urinma kuchlanishi va o'ziga xos kesimdagi eng katta

burovchi moment ma'lum bo'lishi kerak. Masalan, (2.131) formulaga qarshilik momentining ifodasini qo'yib yaxlit val uchun quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\frac{16T}{\pi D^3} \leq \tau_{adm}, \quad (2.131) d$$

bundan

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{adm}}} \quad (2.132)$$

Xuddi shu tarzda ichi kavak vallar uchun quyidagilarni topamiz:

$$D \geq 1,72 \sqrt[3]{\frac{Tl}{(1-\alpha_0^4)\tau_{adm}}}, \quad (2.133)$$

bu yerda: $\alpha_0 = \frac{d}{D}$ – ichki diametrning tashqi diametrga nisbati.

2.37-§. Buralish deformatsiyasining potensial energiyasi

Buralish defomatsiyasiga oid tajribalardan elastik deformatsiyalar chegarasida burovchi moment M_b bilan buralish burchagi φ orasida to'g'ri chiziqli munosabat mavjudligi tasdiqlangan (2.68-shakl, d).

Valni elastiklik chegarasida burish uchun sarf bo'lgan burovchi momentning bajargan ishi OAB uchburchakning yuzi orqali ifodalanadi:

$$A = \frac{1}{2} T \cdot \varphi \quad (2.134)$$

Burovchi moment valga statik ravishda qo'yilganligi sababli bu ish deformatsiyaning potensial energiyasiga aylanadi:

$$A = U = \frac{1}{2} T \cdot \varphi \quad (2.135)$$

(2.130) ifodani e'tiborga olib, buralishda deformatsiyaning potensial energiyasini quyidagicha yozamiz:

$$U = \frac{T^2 \cdot l}{2GJ_p} \quad (2.136)$$

Pog'onali val uchun oxirgi formulani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{T^2 \cdot l}{2GJ_{\rho}} \quad (2.137)$$

bunda: n – pog'onalar soni.

2.38-§. Buralishda statik aniqmas masalalar

Agar sterjenlarning mahkamlangan uchlarida hosil bo'ladigan reaktiv momentlar, istalgan ko'ndalang kesimlardagi burovchi moment va kuchlanishlar, kesimlarning buralish burchagini aniqlash kabi buralishga oid masalalar statikaning muvozanat tenglamalari yordamida yechilmasa, u holda bunday masalalar *buralishdagi statik aniqmas masalalar* deyiladi.

Odatda, buralish deformatsiyasiga oid masalalarni yechish deganda val-larning mahkamlangan uchlarida hosil bo'ladigan reaktiv momentlarni, istalgan ko'ndalang kesimlardagi burovchi moment va kuchlanishlarni, kesim-larning buralish burchagini aniqlash tushuniladi.

2.14-masala. Ikkala uchi bilan mahkamlangan va bikrlilari mos ravishda $GJ_{\rho 1}$ va $GJ_{\rho 2}$ bo'lgan pog'onali sterjenvall uchun:

- sterjenning mahkamlangan uchlarida hosil bo'ladigan reaktiv moment-larni aniqlash;
 - burovchi moment epyurasini qurish talab etiladi (2.69-shakl, a).
- Quyidagilar ma'lum deb hisoblansin: $T, G, L, d, D=2d$.

Yechish

Dastlab berilgan valning tayanchlarini T_A va T_B reaktiv momentlar bilan al-mashtirib teng kuchli (ekvivalent) tizim hosil qilamiz (2.69-shakl, b).

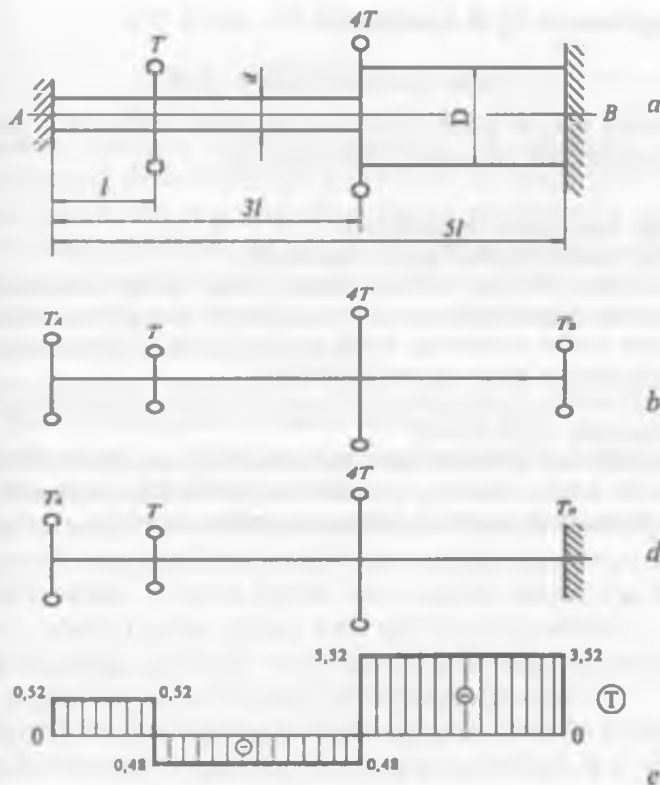
Valning muvozanatini tekshiramiz:

$$\Sigma M_x = 0 \quad \text{yoki} \quad T_A - T + 4T - T_B = 0 \quad (a)$$

Demak, bu masala bir karra statik aniqmas ekan, chunki statikaning bit-ta tenglamasida ikkita (T_A va T_B) noma'lum reaktiv momentlar bor.

Qo'shimcha tenglama tuzish uchun asosiy tizim (sistema) tanlash usuli-dan foydalanamiz. Sterjenning chap uchini bog'lanishdan ozod qilib, uning ta'sirini reaktiv moment bilan almashtiramiz (2.69-shakl, d).

(2.130) formulaga asosan ekvivalent tizimdagi A kesimning buralish burchagini aniqlaymiz:



2.69-shakl

$$\varphi_A = \frac{T_A \cdot 3l}{GJ_{\rho 1}} + \frac{T_A \cdot 2l}{GJ_{\rho 2}} - \frac{T \cdot 2l}{GJ_{\rho 1}} - \frac{T \cdot 2l}{GJ_{\rho 2}} + \frac{4T \cdot 2l}{GJ_{\rho 2}}$$

bunda

$$J_{\rho 1} = \frac{\pi d^4}{32}; \quad J_{\rho 2} = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi d^4}{2}$$

Statik aniqmas tizimda A kesim mahkamlanganligidan undagi buralish burchagi nolga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} \varphi_A = 0 \text{ yoki } & \frac{32T_A \cdot 3l}{G\pi d^4} + \frac{2T_A \cdot 2l}{G\pi d^4} - \frac{32T \cdot 2l}{G\pi d^4} - \\ & - \frac{2T \cdot 2l}{G\pi d^4} + \frac{2 \cdot 4T \cdot 2l}{G\pi d^4} = 0 \end{aligned}$$

bundan $T_A = 0,52T$ ekanligi kelib chiqadi.

(a) tenglamadan T_B ni aniqlaymiz:

$$T_B = 3,52T$$

Sterjenning har bir qismi uchun kesish usulini tatbiq etib, burovchi momentning epyurasini chizamiz (269-shakl, e).

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Nisbiy buralish burchagi qanday aniqlanadi?
2. Nisbiy siljish va nisbiy buralish burchagi orasida qanday munosabat mavjud?
3. Buralishda qarshilik momenti qanday aniqlanadi? Uning o'lchamligini yozing.
4. Qanday kattalik buralishdagi birklik deyiladi? Uning o'lchamligini yozing.
5. Buralishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
6. Kesimi doiraviy vallar buralganda kesimining qaysi nuqtalarida eng katta urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi?
7. Kesimi doiraviy vallar buralganda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishda yoziladi?
8. Buralish deformatsiyasining potensial energiyasi qanday aniqlanadi?
9. Buralishda statik aniqmas masalalar qay tartibda yoziladi?

XV BOB. TEKIS EGILISH

2.39-§. Asosiy tushunchalar

Sterjenlarning markaziy cho'zilish-siqilishini va vallarning buralishini tahlil qilib, ularning deformatsiyagacha bo'lgan bo'ylama to'g'ri o'qi deformatsiyadan keyin ham to'g'riligicha qolishiga ishonch hosil qilgan edik.

Ammo to'sinlar egilishining o'ziga xos xususiyati shundaki, o'zaro parallel ko'ndalang kesimlarining bir-biriga nisbatan og'ishi va bo'ylama o'q ustida yotuvchi barcha nuqtalarning vertikal ko'chishi natijasida to'g'ri chiziqli geometrik o'q egri chiziqqa aylanadi.

To'sinlar egilganda barcha kesimlarida ichki kuch faktorlaridan faqat ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M hosil bo'ladi.

Tashqi yuklarning qo'yilish va to'sinlarning mahkamlanish usullariga ko'ra egilishlar turli xil bo'lishi mumkin.

Agar barcha tashqi yuklar (tayanch reaksiyalari ham) to'sinning bo'ylama o'qidan o'tuvchi bitta tekislikda yotsa va bu tekislik simmetriya tekisliklari bilan ustma-ust tushsa, u holda egilish ham mazkur simmetriya tekisligida sodir bo'ladi; odatda bunday egilish *tekis egilish* deb yuritiladi.

Tashqi yuklarning qo'yilish va to'sinlarning mahkamlanish usullariga qarab tekis egilish sof va ko'ndalang egilishlarga ajratiladi.

Sof egilishda to'sinning ko'ndalang kesimi yuzida kesuvchi kuch nolga, eguvchi moment o'zgarmas miqdorga teng bo'ladi; ko'ndalang egilishda esa kesim yuzalarida eguvchi momentdan tashqari, kesuvchi kuch ham paydo bo'ladi.

2.70-shaklda tasvirlangan to'sinlarning kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarini tahlil qilib quyidagi xulosalarga kelish mumkin (to'sinlarning o'z og'irligi e'tiborga olinmagan):

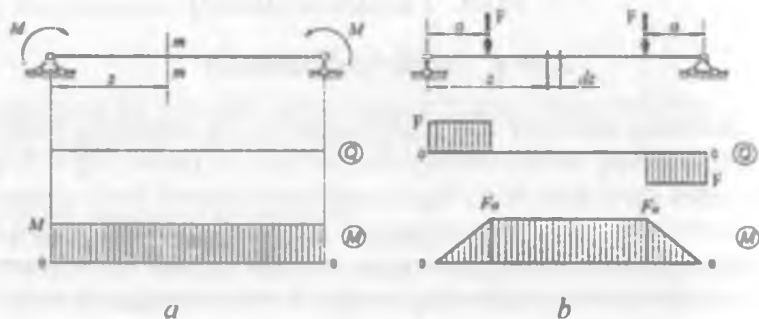
2.70-shakl, *a* da tasvirlangan to'sin faqat sof egilishga qarshilik ko'rsatadi:

2.70-shakl, *b* da tasvirlangan to'sinning faqat o'rta qismi sof egilishga, chap va o'ng qismlari esa ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatadi.

To'sinning ko'ndalang kesimlaridagi ichki zo'riqlashlarni mazkur kesimlarda paydo bo'luvchi kuchlanishlar muvozanatlaydi. Aniqrog'i, eguvchi momentni normal kuchlanish, kesuvchi kuchni esa urinma kuchlanish muvozanatlaydi. Bundan normal faqat eguvchi momentga, urinma kuchlanish esa kesuvchi kuchga bog'liq ekan, degan xulosa kelib chiqadi:

$$\sigma = \sigma(M) \quad (2.138)$$

$$\tau = \tau(Q) \quad (2.139)$$



2.70-shakl

Bu xulosa normal va urinma kuchlanishlarni alohida aniqlashga, ya'ni sof va ko'ndalang egilishlarni bir-biridan mustaqil o'rganishga imkon beradi.

2.40-§. Sof egilishda normal kuchlanishlarni aniqlash

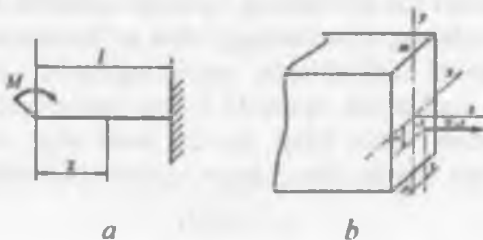
Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ixtiyoriy kesimlarida paydo bo'luvchi eguvchi momentlarni muvozanatlovchi normal kuchlanishni aniqlash maqsadida 2.6-§ da bayon etilgan reja bo'yicha ish yuritamiz.

1. Masalaning statik tomoni

Quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

1) to'sinni chap tayanchdan ixtiyoriy z absissa bo'yicha fikran qirqamiz (2.71-shakl, *a*).

2) kesimning o'ng tomonini tashlab yuborib, to'sinning qolgan qismini alohida ajratib olamiz (2.71-shakl, *b*). Kesimdan koordinatalari x, y va yuzasi ΔA bo'lgan qism ajratib olamiz; bu qismga faqat $\Delta N = \sigma \Delta A$ ichki zo'riqish ta'sir ko'rsatadi;



2.71-shakl

3) ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz. Umumiy holda oltita muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:

$$\begin{aligned}\sum X_i &= 0 & \sum M_x &= 0 \\ \sum Y_i &= 0 & \sum M_y &= 0 \\ \sum Z_i &= 0 & \sum M_z &= 0\end{aligned}\quad (2.140)$$

Biz tekshirayotgan holat uchun yuqoridagi tenglamalarning dastlabki ikkitasi ayniyat ravishda nolga aylanadi; chunki ΔN_x ichki zo'riqish kuchi ox va oy o'qlarga nisbatan tik yo'nalgan.

Muvozanat tenglamalarining uchinchisi

$$\sum \sigma \Delta A_i = 0, \quad (2.140) \text{ a}$$

to'rtinchisi

$$M - \sum \sigma y \Delta A_i = 0, \quad (2.140) \text{ b}$$

beshinchisi esa

$$\sum \sigma x \Delta A_i = 0 \quad (2.140) \text{ d}$$

shaklida ifodalanadi.

Nihoyat, muvozanat tenglamalarining oxirgisi ayniyat ravishda nolga aylanadi. chunki ΔN_z zo'riqish kuchi oz o'qqa parallel yo'nalgandir.

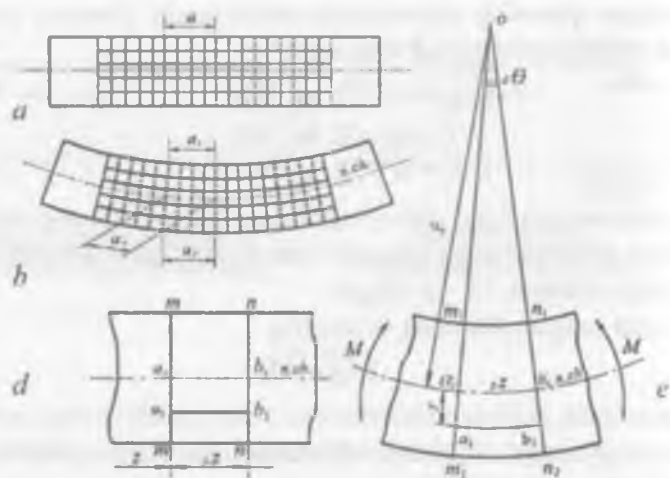
Shunday qilib, cheksiz ko'p noma'lum miqdor σ ga ega bo'lgan uchta tenglamalar tizimiga ega bo'ldik. Bu jihatdan olganda sof egilishdagi normal kuchlanishni aniqlash masalasi statik aniqmas ekan.

II. Masalaning geometrik tomoni

Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning (masalan, rezinadan yasalgan) sirtiga to'r chizib (2.72-shakl, a), deformatsiyadan so'ng quyidagi hodisalar namoyon bo'lishini kuzatish mumkin:

1) to'sinning sirtidagi bo'ylama chiziqlar deformatsiyadan keyin oraliq masofa a_0 ni o'zgartirmasdan egrilanadi; ko'ndalang chiziqlar esa to'g'riligicha qoladi. Bu hol, birinchidan, y o'q yo'nalishida chiziqli deformatsiya ($\epsilon_y=0$) mavjud emasligini, ikkinchidan esa Bernulli gipotezasining to'g'ri ekanligini tasdiqlaydi.

2) to'sinning qavariq tomonidagi tolalari cho'zilib ($a_1 > a$), botiq tomonidagi tolalari esa siqiladi ($a_1 < a$); ular orasida yotuvchi qandaydir tolalar o'z uzunligini o'zgartirmaydi (masalan, $a_0 = a$; 2.72-shakl, b). Demak, to'sinning cho'zilgan va siqilgan tolalar qatlami orasida shunday qatlam mavjud ekanki, unda yotuvchi tolalar to'sin egilganda ham o'z uzunligini o'zgartirmas ekan.



2.72-shakl

To'sinning cho'zilmagan va siqilmagan tolalari yotgan qatlami *neytral qutlam* deyiladi. Neytral qatlam tekisligi bilan to'sinning ko'ndalang kesimi tekisligi kesishgan chiziq mazkur kesimning *neytral o'qi* deb ataladi. To'sin egilganda har bir ko'ndalang kesimi o'zining neytral o'qi atrofida aylanadi.

Brusdan ajratib olingan Δz uzunlikdagi qismni ko'rib chiqamiz (2.72-shakl, d); neytral qatlamdan yuqoridagi barcha tolalar cho'zilib, pastki tolalar esa siqiladi.

Materiallar qarshiligi to'la kursida neytral qatlamdan y masofadagi ixtiyoriy tolaning nisbiy cho'zilishi neytral o'qqacha bo'lgan masofaga mutanosib ekanligi isbotlangan (2.72-shakl, e):

$$\epsilon_z = \frac{y}{\rho} \quad (2.141)$$

III. Masalaning fizik tomoni

Masalaning fizik tomonini tahlil qilish uchun tekshirilayotgan tolaning kuchlanish holatini bilish muhimdir. Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, birinchidan, tolaning ΔA ko'ndalang kesimiga urinma kuchlanish ta'sir ko'rsatmaydi; u holda urinma kuchlanishlarning juftligi qonuniga asosan, to'sin o'qiga parallel kesimlarda ham urinma kuchlanishlar paydo bo'lmaydi.

Ikkinchidan qo'shni tolalarning y o'qi yo'nalishidagi o'zaro ta'sirini ifodalovchi normal kuchlanish ham nolga teng, chunki mazkur yo'nalishda chiziqli deformatsiya ($\varepsilon_y=0$) mavjud emas.

Bundan chiqdi, to'sinning barcha bo'ylama tolalari bir-biriga bosim ko'rsatmasdan, balki ular chiziqli kuchlanish holatida bo'lib, mustaqil ravishda faqat cho'zilar yoki siqilar ekan; bu xulosa neytral o'qdan y masofada turgan tolalardagi normal kuchlanishlarni aniqlash uchun oddiy cho'zilish yoki siqilishdagi Guk qonunini qo'llashga imkon beradi:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.142)$$

IV. Sintez

(2.141) munosabatni nazarda tutib, normal uchun quyidagi ifodani yozamiz:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}, \quad (2.143)$$

bu yerda: E va ρ lar kesim yuzi ΔA ga teng bo'lgan qismning holatiga bog'liq bo'lmagan miqdorlardir.

Demak, sof egilishda to'sin ko'ndalang kesimida yotgan barcha nuqtalarning normal kuchlanishi mazkur nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga mutanosib ekan.

Oxirgi formula garchi normal kuchlanishning kesim yuzi balandligi bo'yicha chiziqli qonuniyat bilan o'zgarishini ifodalasa-da, ammo uning yordamida kuchlanishni hisoblab bo'lmaydi, chunki neytral o'qning holati va neytral qatlamning egrilik radiusi hozircha bizga ma'lum emas. Shu bois (2.143) ifodani e'tiborga olgan holda yuqoridagi tenglamalar tizimini quyidagicha yozamiz:

$$\begin{aligned} \sum E \frac{y}{\rho} \Delta A_i &= \frac{E}{\rho} \sum y \Delta A_i = 0 \\ \frac{E}{\rho} \sum y^2 \Delta A_i - M &= 0 \\ \frac{E}{\rho} \sum xy \Delta A_i &= 0 \end{aligned} \quad (2.144)$$

Bizga ma'lumki, (2.144) ifoda tarkibidagi yig'indilar, tegishli ko'ndalang kesim yuzining neytral o'qqa nisbatan statik momentini va o'qli

inersiya momentini hamda x va y o'qlarga nisbatan markazdan qochma inersiya momentini ifodalaydi (XIII bobga qarang):

$$S_x = \sum y \Delta A, \quad J_x = \sum y^2 \Delta A, \quad D_{xy} = \sum xy \Delta A, \quad (2.145)$$

Shuni ham qayd qilish muhimki, $\frac{E}{\rho} = \text{const}$ nolga teng bo'lmagan miqdordir.

Demak, (2.144) ifodaning birinchi va uchinchisidan $S_x = 0$ va $D_{xy} = 0$ ekanligi kelib chiqadi. S_x ning nolga teng bo'lishi x o'qning kesim yuzi og'irlik markazidan o'tishini, D_{xy} ning nolga teng bo'lishi esa ox va oy o'qlarning bosh o'qlar ekanligini bildiradi.

(2.144) ifodaning ikkinchisidan neytral qatlamning egriligini topamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x} \quad (2.146)$$

Nihoyat, oxirgi ifodani (2.143) ga qo'yib quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y, \quad (2.147)$$

bu yerda: M_x – kuchlanish topiladigan kesimdagi eguvchi moment.

Olingan ifoda sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ko'ndalang kesimida yotuvchi istalgan nuqtadagi normalni aniqlash formulasi yoki Navye formulasi deyiladi.

Oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y \quad (2.147) a$$

Maxrajdagi ifoda $y = y_{\max}$ bo'lganda kesim yuzining neytral o'qqa nisbatan qarshilik momentini ifodalaydi:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} \quad (2.148)$$

Demak, Navye formulasi

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \quad (2.149)$$

shaklda yoziladi.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, Navye formulasi garchi sof egilish holati uchun chiqarilgan bo'lsa-da, undan ko'ndalang egilgan to'sinning kesimidagi har qanday nuqtaning normal kuchlanishini aniqlashda ham foydalanish mumkin.

2.41-§. Ko'ndalang egilishdagi urinma kuchlanishlarni aniqlash

To'sinning ixtiyoriy kesimlarida hosil bo'luvchi urinma kuchlanishlarning miqdori va kesim yuzi bo'yicha taqsimlanish qonuniyatlarini aniqlaymiz (2.73-shakl, *a*).

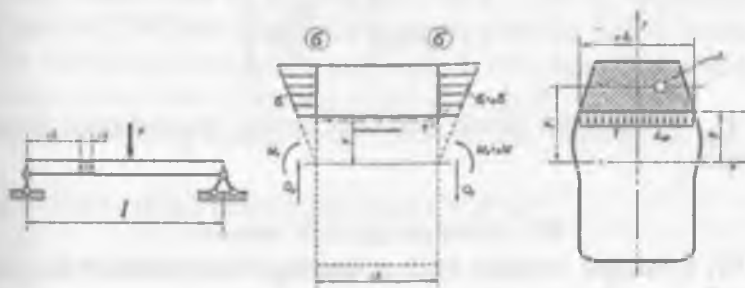
I. Masalaning statik tomoni

Har galgidek, quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

1) ke'sish usuliga asoslanib, to'sinning tayanchidan z masofada joylashgan Δz uzunlikdagi cheksiz kichik qism (bo'lakcha) ni ajratib olamiz (2.73-shakl, *b*).

2) ajratilgan bo'lakchanning muvozanat holatini saqlash uchun unga tashlab yuborilgan qismlarning ko'rsatgan ta'sirini ichki kuchlar (M_x va Q_y) bilan almashtiramiz.

Kesimlarda paydo bo'luvchi normal kuchlanishning faqat eguvchi momentga va urinma kuchlanishning esa ko'ndalang kuchga bog'liq ekanligi ma'lum (2.73-shakl, *d*).



2.73-shakl

Urinma kuchlanishning kesim yuzi bo'yicha qanday taqsimlanganligini ko'rib chiqamiz. Buning uchun esa avvalo ko'ndalang kesimning o'ziga xos nuqtalari atrofidan olingan ixtiyoriy ΔA yuzachalardagi kuchlanishlarni aniqlash zarur. Masalan, to'sinning sirtida yotuvchi nuqtalardan o'tuvchi yuza-

chaga urinma kuchlar ta'sir etmaydi, chunki to'sinning sirtida urinma kuchlar yo'q. Shu sababli urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asoslanib, ko'ndalang kesimning konturiga cheksiz yaqin joylashgan yuzachalardagi urinma kuchlanishlarning nolga tengligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Ko'ndalang kesimlardagi boshqa barcha nuqtalardan o'tuvchi yuzalardagi urinma kuchlanishning qiymati noldan farq qiladi.

Yuqoridagi mulohazalardan ko'ndalang kesimdagi urinma kuchlanishlar umumiy holda $\tau_y = \tau(y)$ egri chiziq qonuniyati bo'yicha uzluksiz o'zgaradi, degan xulosaga kelish mumkin.

II. Masalaning geometrik tomoni

Kesimlarda hosil bo'luvchi urinma kuchlanishlar natijasida siljish deformatsiyasi sodir bo'ladi. Shu sababli siljish deformatsiyasi ham kesim yuzi balandligi bo'yicha $\gamma = \gamma(y)$ egri chiziqli qonuniyat asosida uzluksiz o'zgarishi kerak.

Ko'ndalang kesimi urinma kuchlanishlar ta'siri ostida bo'lgan prizmatik brusning (rezinadan yasalgan) egilishini kuzatish natijasida neytral qatlamdagi tolalarning nisbiy siljishi eng katta va kesim sirtidagi tolalarning nisbiy siljishi esa nolga yaqinligi tajribada tasdiqlangan.

Endi deformatsiyalarning uzluksizligini e'tiborga olib, tajriba natijalarini ikkinchi tartibli egri chiziq ko'rinishida ifodalaymiz. Bu egri chiziqni parabolaning tenglamasi ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$\gamma_y = \gamma_{\max} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \quad (2.150)$$

bunda: $\gamma_{\max}$ — eng katta siljish burchagi bo'lib, tenglamaning parametri hisoblanadi.

III. Masalaning fizik tomoni

(2.150) formulani nazarda tutib, siljishdagi Guk qonunini quyidagicha yozamiz:

$$\tau_y = G\gamma_{\max} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \quad (2.151)$$

Demak, urinma kuchlanish y koeffitsiyenti va $\gamma_{\max}$ parametrlari bilan funksional bog'lanishda ekan.

IV. Sintez

Endi $\gamma_{\max}$ parametrni aniqlashga o'tamiz.

(2.151) formulani e'tiborga olib, statikaning muvozanat tenglamasini tubandagicha yozamiz:

$$Q = \Sigma G \gamma_{\max} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \Delta A_i = G \gamma_{\max} \left[\Sigma A_i - \frac{4}{h^2} \Sigma y \Delta A_i \right] \quad (2.152)$$

Qavs ichidagi birinchi yig'indi kesim yuzi A ga, ikkinchisi esa neytral o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti J_y ga teng; shu sababli eng katta siljish burchagi

$$\gamma_{\max} = \frac{Q_y}{G \left(A - 4 \frac{J_y}{h^2} \right)} \quad (2.153)$$

shaklida ifodalanadi.

Oxirgi ifodani e'tiborga olib, (2.151) formulani quyidagicha yozamiz:

$$\tau_y = \frac{1 - \frac{4y^2}{h^2}}{A - 4 \frac{J_y}{h^2}} Q_y = \frac{Q_y \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{h^2}{4} A - J_y} \quad (2.154)$$

(2.154) formula bilan ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma kuchlanishni aniqlash mumkin. Ammo bu formula deyarli barcha adabiyotlarda birmuncha boshqacharoq ko'rinishda keltirilgan. Shu sababli quyidagi xususiy holni tahlil qilish maqsadga muvofiqdir.

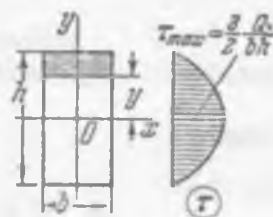
Aytaylik, to'sinning kesimi to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lsin (2.74-shakl).

To'g'ri to'rtburchakli kesim yuzi uchun $A = bh$ va

$J_x = \frac{bh^3}{12}$ ekanligini nazarda tutsak, tegishli sodalashtirishdan so'ng

$$\tau_y = \frac{1 - \frac{4y^2}{h^2}}{\frac{2}{3}bh} Q_y \quad (2.155)$$

yoki



2.74-shakl

$$\tau_y = \frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{h^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)}{\frac{b}{2} \cdot \frac{h^2}{4} \cdot \frac{2}{3}bh} Q_y = \frac{\frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)}{bJ_x} Q_y \quad (2.156)$$

ifodani hosil qilamiz.

Oxirgi ifodaga

$$S_x^{ajr} = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (2.157)$$

belgilashni kiritib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\tau_y = \frac{Q_y S_x^{ajr}}{bJ_x} \quad (2.158)$$

bu yerda: S_x^{ajr} – ko'ndalang kesimdan urinma kuchlanish topilishi kerak bo'lgan qatlamning yuqorisidan ajratib olingan yuzachaning neytral o'qqa nisbatan statik momenti;

$b = b_y$ – urinma kuchlanishi topiladigan qatlamdagi ko'ndalang kesimning eni;

J_x – ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

$Q = Q_y$ – tekshirilayotgan ko'ndalang kesimdagi kesuvchi kuch.

(2.158) formulani birinchi bo'lib rus muhandisi D. I. Juravskiy keltirib chiqargan; shuning uchun bu formula Juravskiy formulasi yoki ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma kuchlanishni aniqlash formulasi deb ataladi.

To'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligi bo'yicha urinma kuchlanishning taqsimlanish qonuniyatini tekshiramiz.

Dastlab, urinma kuchlanish topilishi kerak bo'lgan nuqtadan yuqorida joylashgan yuzaning neytral o'qqa nisbatan statik momentini aniqlaymiz:

$$S_x^{ajr} = A^{ajr} y_c = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

chunki

$$A^{ajr} = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \quad y_c = y + \frac{\left(\frac{h}{2} - y \right)}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right)$$

Bundan tashqari $J_x = \frac{bh^3}{12}$, $b = \text{const}$ ekanligi ma'lum. Natijada quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\tau_y = \frac{Q \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \frac{bh^3}{12}} = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (2.159)$$

Demak, urinma kuchlanish kesim yuzi balandligi bo'yicha parabola qonuniyati bilan o'zgarar ekan.

Urinma kuchlanishning epyurasini quramiz:

$y = \pm 0,5h$ bo'lganda $\tau = 0$ bo'ladi;

$y = 0$ bo'lganda $\tau = \frac{3Q}{2A}$ bo'ladi.

Urinma kuchlanish τ ning epyurasi 2.75-shakl, b da ko'rsatilgan.

Eng katta urinma kuchlanish neytral o'q ustidagi nuqtalarda bo'lib, uning qiymati quyidagiga teng:

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2A} \quad (2.160)$$

Demak, ko'ndalang egilishdagi eng katta urinma kuchlanish sof siljish holatidagi o'rtacha urinma kuchlanish

$\tau_{\text{o'rt}} = \frac{Q_{\max}}{A}$ dan 1,5 marta katta ekan.

2.75-shakl, a va b larda kesimi tegishli doira va uchburchak shaklidagi to'sinlar uchun urinma kuchlanishning epyurasi keltirilgan (o'quvchilarga mustaqil bajarish tavsiya etiladi).

Bu epyuralardan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

a) doiraviy kesimlarda eng katta urinma kuchlanish neytral o'q ustidagi nuqtalarda bo'lib, uning qiymati

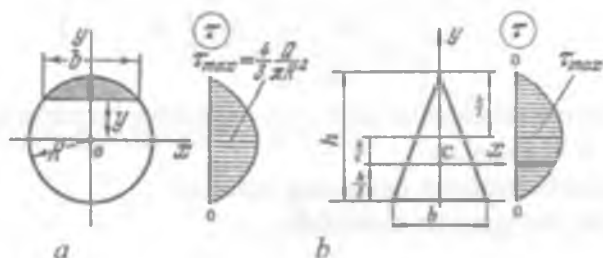
$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_{\max}}{\pi R^2} \quad (2.161)$$

ga teng;

b) uchburchak kesimlarda eng katta urinma kuchlanish neytral o'qdan $h/6$ masofadan o'tuvchi chiziq ustida joylashgan nuqtalarda bo'lib, uning qiymati

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{\max}}{0,5bh} \quad (2.162)$$

ga teng.



2.75-shakl

Xulosa

To'sinlarning sof egilishi va ko'ndalang egilishiga oid masalalarning uch tomonini tahlil qilish natijasida kelib chiqqan ba'zi muhim formulalarni jadval shaklida beramiz (2.7-jadval).

2.7-jadval

Masalaning tahlil etilishi	Sof egilish	Ko'ndalang egilish
Statik tomondan yondoshish	$\Sigma \sigma \Delta A_i = 0$ $M - \Sigma \sigma y \Delta A_i = 0$ $\Sigma \sigma_x x \Delta A_i = 0$	$\Sigma r_i \Delta A_i - Q = 0$
Geometrik tomondan o'rganish	$\epsilon_y = 0$ $\epsilon_z = y/\rho$	$\gamma = \gamma(y)$
Fizik nuqtayi nazardan yondoshish	$\sigma_z = E \epsilon_z$	$\tau_z = E \epsilon_z$ $\tau_y = G \gamma_y$
Xulosa	$S_x = 0; J_{xy} = 0;$ $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x}; \sigma = E \frac{y}{\rho};$ $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y; \quad \sigma = \frac{M_x}{W_x}$	$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y,$ $\tau_y = \frac{QS_x^{qr}}{bJ_x}$

2.42-§. To'sinlarning normal kuchlanish va urinma bo'yicha mustahkamlik sharti

Egilishda normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x(\max)}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (2.163)$$

bu yerda: W_x – neytral o'qqa nisbatan to'sin ko'ndalang kesimining eng kichik qarshilik momenti;

$M_x(\max)$ – absolyut qiymati bo'yicha eng katta eguvchi moment;

σ_{adm} – tekshirilayotgan to'sin materiali uchun joiz kuchlanish.

To'sinning mustahkamlik shartidan foydalanib, quyidagi uchta masalani yechish mumkin:

a) to'sinni mustahkamlikka tekshirish, ya'ni xavfli kesimdagi haqiqiy eng katta (maksimal) kuchlanishni aniqlab, uni mazkur to'sin materiali uchun joiz kuchlanish bilan taqqoslash:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm} \quad (2.163) \ a$$

b) kesim yuzini tanlash, ya'ni qarshilik momenti quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

$$W_x \geq \frac{M_x(\max)}{\sigma_{adm}} \quad (2.163) \ b$$

d) to'sin materiali ko'tara oladigan kuchni topish, ya'ni xavfli kesimdagi eguvchi moment quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

$$M_x(\max) \leq W_x \sigma_{adm} \quad (2.163) \ d$$

To'sinning urinma kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{\max} = \frac{Q(\max) S_x^{ajr}(\max)}{b_0 J_x} \leq \tau_{adm} \quad (2.164)$$

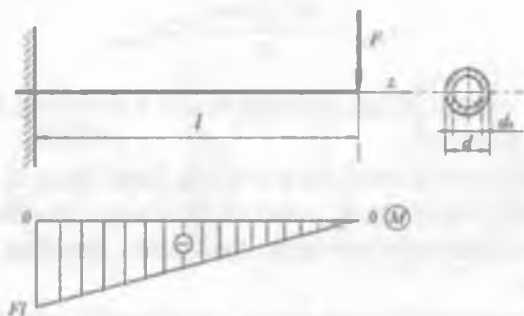
Bu yerda: $S_x^{ajr}(\max)$ – ko'ndalang kesimning neytral o'qi yuqorisidagi yuzaning mazkur o'qqa nisbatan statik momenti;

b_0 – ta'sir chizig'idagi kesimning eni;

τ_{adm} – to'sin materiali uchun joiz kuchlanish.

2.15-masala. Uzunligi $l=1,0$ m bo'lgan konsolning uchiga $F=900$ N kuch qo'yilgan (2.76-shakl, a). Konsolning kesimi yuzasi halqadan ($d=100$ mm, $d_0=80$ mm) iborat bo'lib, u CT3 po'latidan tayyorlangan. Po'lat uchun oquvchanlik chegarasi $\sigma_{o.ch}=240$ MPa ga teng.

Xavfli kesimdagi mustahkamlikning ehtiyot ko'effitsiyentini hisoblang.



2.76-shakl

Yechish

Eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdiki, xavfli kesim qistirib mahkamlangan tayanch kesimga mos keladi, chunki bu kesimda eng katta eguvchi moment $M_{max}=Fl=900$ Nm ta'sir ko'rsatadi (2.76-shakl, b).

Xavfli kesimdagi normal kuchlanishni hisoblaymiz:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{Fl}{0,1d^3(1-c^4)} = \frac{900 \cdot 100}{0,1 \cdot 10^3(1-(0,8)^4)} = 1525 \frac{\text{kg}}{\text{sm}^2}$$

Ma'lumki, plastik materiallar uchun mustahkamlikning ehtiyot ko'effitsienti

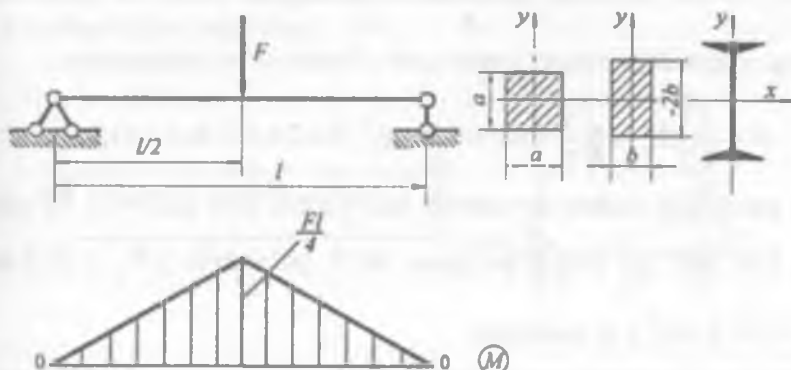
$$n = \frac{\sigma_{o.ch.}}{\sigma_{max}}$$

formuladan topiladi.

$$\text{Shunday qilib, } n = \frac{2400}{1525} = 1,58$$

2.16-masala. Po'latdan tayyorlangan oddiy to'singa $F=3,5$ t kuch ta'sir etmoqda (2.77-shakl, a). To'sinning uzunligi 4 m ga teng. Faraz qilaylik, to'sin uch xil variantda, ya'ni kesimi kvadrat, to'g'ri to'rtburchak va qo'shtavr shaklida tayyorlangan bo'lsin.

Kesim yuzlarini taqqoslab, tegishli xulosa chiqaring.



2.77-shakl

Yechish

Eguvchi moment epyurasini qurib (2.77-shakl, b), xavfli kesimni aniqlaymiz. To'sinning o'rtasida

$$M_{\max} = \frac{Pl}{4} = \frac{3,5 \cdot 4}{4} = 3,5 \text{ tm},$$

moment ta'sir etganligi sababli, bu kesim xavfli kesim hisoblanadi.

Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik shartidan qarshilik momentining zaruriy qiymatini topamiz:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{Pl}{4} = \frac{3,5 \cdot 10^5}{1600} = 218 \text{ sm}^3,$$

Har bir variant uchun kesim yuzi o'lchamlarini aniqlaymiz:

a) kvadrat uchun qarshilik momenti

$$W_x' = \frac{a^3}{6}$$

formuladan topiladi. Buni W_x bilan tenglashtirsak

$$a = \sqrt[3]{6W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 218} = 11 \text{ sm}$$

kelib chiqadi.

b) to'g'ri to'rtburchak uchun qarshilik momenti

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3$$

ga teng; yuqoridagi singari kesim yuzi o'Ichamlarini aniqlaymiz:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2}W_x} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 218} = 6,9 \text{ sm}; \quad h = 2b = 2 \cdot 6,9 = 13,8 \text{ sm}$$

d) qo'shtavr uchun sortament jadvalidan (DS 8239-72 bo'yicha) $W_x \geq 218 \text{ sm}^3$ ga yaqin bo'lgan №22 qo'shtavr ($W_x = 232 \text{ sm}^3$; $A_{lavr} = 30,6 \text{ sm}^2$) ni tanlaymiz.

Topilgan qiymatlar asosida kesim yuzalarni taqqoslaymiz (2.8-jadval).

2.8-jadval

Kesim yuzasi	Kvadrat	To'g'ri to'rtburchak	Qo'shtavr
A , sm	121	95	30,6
$K = A/A_{lavr}$	4,0	3,15	1,0

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, kesim yuzasi qo'shtavr bo'lgan to'sin yengil bo'lib, uni tayyorlashga kam material sarflanar ekan.

2.43-§. Egilishdagi ko'chishlarni aniqlash

Biz shu vaqtgacha egilgan to'sinlarni kuchlanishlar (normal, urinma va bosh kuchlanishlar) bo'yicha mustahkamlikka tekshirish bilan shug'ullandik. Endi esa egilgan to'sinlarni birklikka tekshirish masalalari haqida fikr yuritamiz.

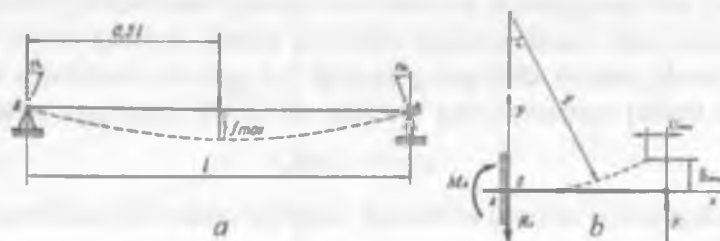
To'sinlarni birklikka hisoblash uchun ularning deformatsiyalarini bilish muhimdir.

To'sinlarning egilishdagi deformatsiyalari barcha ko'ndalang kesimlarining holatlarini tavsiflaydigan quyidagi ikkita ko'chishdan iborat bo'ladi (2.78-shakl, a):

a) istalgan nuqtalarning solqiligi – chiziqli ko'chish;

b) istalgan ko'ndalang kesimlarning aylanish burchaklari – burchakli ko'chish.

To'sinning ko'ndalang kesimi og'irlik markazining to'sin o'qiga tik yo'nalishdagi ko'chishi uning mazkur kesimdagi *solqiligi* deyiladi va $\delta(z)$ yoki f harflari bilan belgilanadi.



2.78-shakl

Ixtiyoriy ko'ndalang kesimning dastlabki (deformatsiyalanmagan) vaziyatga nisbatan tekis qolgan holda neytral o'q atrofida ma'lum burchakka og'ishi mazkur kesimning *aylanish burchagi* deyiladi va θ harfi bilan belgilanadi.

Deformatsiyalangan to'sinning barcha ko'ndalang kesimlari og'irlik markazlarining geometrik o'rni *egilgan o'q* yoki *elastik chiziq* deyiladi; elastik chiziq tekis egri chiziq bo'lib, u kuch tekisligida yotadi.

To'sinlarning deformatsiyasini, shuningdek, bikrligini tekshirish masalasi asosan elastik chiziqning $v=v(z)$ ko'rinishdagi tenglamasini aniqlashga keltiriladi. To'sinlarni bikrlikka hisoblash uchun joiz solqilik

$$\delta_{adm} = \frac{l}{m} \quad (2.165)$$

ni aniqlash muhimdir. Bunda m – loyihalash me'yorlariga muvofiq 300 dan 1000 gacha bo'lgan oraliqdagi o'zgarmas son hisoblanadi; muhim inshootlar, xususan temiryo'l ko'priklari uchun $m=1000$ qilib olinadi.

Egilishga qarshilik ko'rsatuvchi barcha konstruksiya qismlarida gorizont tal ko'chish $u(\max)$ vertikal ko'chish $\delta(\max)$ ga qaraganda ancha kichik ekanligi tasdiqlangan. Bu xulosa gorizont tal ko'chishni e'tiborga olmasa ham bo'ladi yoki, boshqacha aytganda, barcha nuqtalar faqat vertikal yo'nalishda ko'chadi deb hisoblashga imkon beradi (2.78-shakl, b).

Umuman olganda egilishdagi ko'chishlar quyidagi cheklanishlarga tayan gan holda aniqlanadi:

1) solqilik to'sin uzunligiga nisbatan juda kichik deb faraz qilinadi;

2) to'sinning kesimi deformatsiyadan keyin ham tekisligicha qoladi (Bernulli gipotezasi);

3) ko'ndalang kuchlardan hosil bo'luvchi siljish deformatsiyalari e'tiborga olinmaydi, deb faraz qilinadi; bu taxmin ko'ndalang kesim tekisligi to'sin egilgandan keyin ham elastik chiziqqa tikligicha qoladi, deyishga imkon beradi.

Ma'lumki, elastik chiziqning egriligi $1/\rho$ eguvchi momentga to'g'ri, bikrlikka teskari mutanosib bog'lanishda edi (2.146 formulaga qarang):

$$1/\rho = - M/EJ \quad (2.166)$$

Ifodadagi minus ishorasi to'sinning yuqorigi tolalari cho'zilayotganligini ko'rsatadi.

Egilishdagi deformatsiyalarni aniqlashning bir qancha usullari mavjud; biz faqat Vereshagin usuli bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

1925-yilda Moskva temiryo'l muhandislari institutining talabasi A. N. Vereshagin ko'chishlarni grafoanalitik usulda aniqlashni taklif etgan. Ba'zan bu usul epyuralarni o'zaro ko'paytirish usuli deb ham yuritiladi.

Quyida Vereshagin formulasini isbotsiz keltiramiz:

$$\Delta = \frac{A\eta^e}{EJ_s} \quad (2.167)$$

Demak, ko'chishni Vereshagin usulida aniqlash uchun tashqi kuchdan qurilgan epyura yuzi A ni mazkur yuzaning og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi birlik kuch epyurasining ordinatasi η^e ga ko'paytirib, olingan natijani brusning bikrligi EJ_s ga bo'lish kerak.

Agar elastik brus n ta qismdan iborat bo'lsa, Vereshagin formulasi quyidagicha bo'ladi:

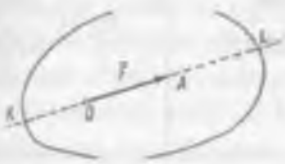
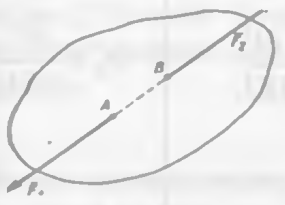
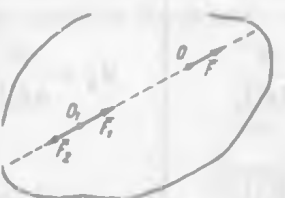
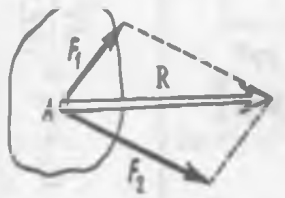
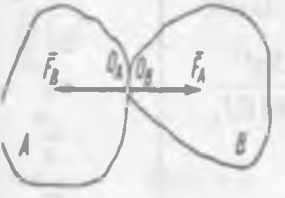
$$\Delta = \frac{1}{EJ_s} \sum_{i=1}^n A_i \eta_i^e \quad (2.168)$$

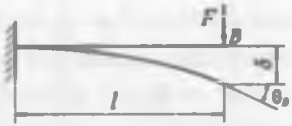
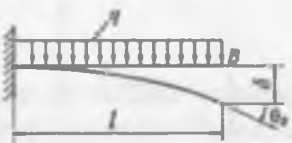
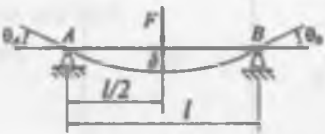
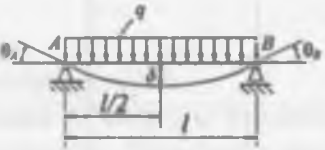
Bikrligi pog'onali ravishda o'zgaruvchi n ta qismli elastik bruslar uchun Vereshagin formulasi

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i^e}{EJ_s} \quad (2.169)$$

ko'rinishda yoziladi.

Shuni ta'kidlab o'tish lozimki, o'zgaruvchan kesimli bruslarning ko'chishlarini Vereshagin usulida aniqlab bo'lmaydi; bunday hollarda ko'chishlarni aniqlashning boshqa usullari qo'llaniladi.

Eguvchi moment epyrasining ko'rinishi	Epyuraning yuzasi	Og'irlik markazi koordinatalari	
		Z_1	Z_2
	lh	$l/2$	$l/2$
	$lh/2$	$2l/3$	$l/3$
	$lh/3$	$3l/4$	$l/4$
	$2lh/3$	$5l/8$	$3l/8$
	$2lh/3$	$l/2$	$l/2$

To'sining yuklanishi	Solqilik, mm	Aylanish burchagi. rad
	$\delta = \frac{Ml^2}{2EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Ml}{EJ_x}$
	$\delta = \frac{Fl^3}{3EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Fl^2}{2EJ_x}$
	$\delta = \frac{ql^4}{8EJ_x}$	$\theta_B = \frac{ql^3}{6EJ_x}$
	$\delta = \frac{Fl^3}{48EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{Fl^2}{16EJ_x}$
	$\delta = \frac{5ql^4}{384EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{24EJ_x}$

Agar tashqi va birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyuralari brusning bo'ylama o'qidan bir tomonda yotsa $A_1\eta_1$ ko'paytma musbat ishorali, aksincha, turli tomonlarda yotsa manfiy ishorali hisoblanadi.

Vereshagin usulida ko'chishlarni aniqlanayotganda turli xil geometrik shakllarning yuzlari va og'irlik markazi koordinatalarini hisoblashga to'g'ri keladi. Shu jihatdan olganda 2.9-jadvalda keltirilgan ma'lumotlarni bilish va ulardan o'rinli foydalanish muhimdir.

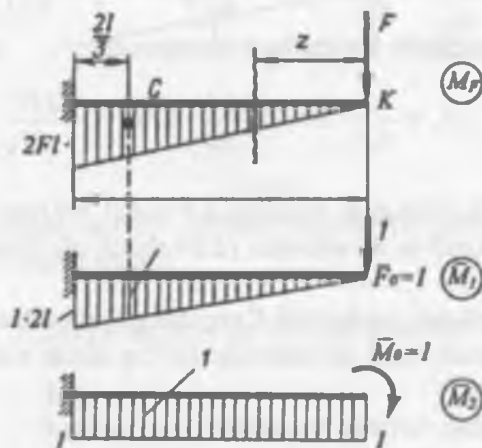
2.10-jadvalda turli xil ko'rinishda yuklangan to'sinlarning xarakterli kesimlaridagi ko'chishlarni aniqlash formulalari keltirilgan.

2.17-masala. Uzunligi $2l$ bo'lgan konsolning uchiga $F=\text{const}$ kuch qo'yilgan (2.79-shakl). Vereshagin usuli yordamida K kesimning chiziqli va burchakli ko'chishlarini toping. To'sinning egilishdagi bikrligi $EJ=\text{const}$ deb hisoblansin.

Yechish

Masala quyidagi tartibda yechiladi:

1. Tashqi kuchdan eguvchi moment epyurasi quriladi. Buning uchun kesish usulidan foydalanib, eguvchi momentning analitik ifodasini tuzamiz:



2.79-shakl

$$M(z) = -Fz$$

$$(0 \leq z \leq 2l)$$

$$z = 0 \text{ da } M(0) = 0 \quad \text{bo'ladi;}$$

$$z = 2l \text{ da } M(2l) = -2Fl \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu qiymatlar asosida qurilgan M_F epyurasi 2.79-shakl, a da ko'rsatilgan. 2. Masalaning shartiga qarab yordamchi sxemalar chizamiz (2.79-shakl, b, d). K kesimning chiziqli ko'chishini topish uchun konsolning uchiga $\bar{F}_0 = 1$ to'plangan kuch, burchakli ko'chishini topish uchun esa $\bar{M}_0 = 1$ juft kuch – moment qo'yamiz.

Odatdagidek, kesish usulidan foydalanib, birlik kuchlardan $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralarni quramiz.

2.9-jadvaldagi ma'lumotlar asosida quyidagilarni aniqlaymiz:

$A = \frac{1}{2} F \cdot 2l \cdot 2l = 2Fl^2$ (tashqi kuchdan hosil bo'lgan eguvchi moment epyurasining yuzi);

$\eta_1^C = \frac{2}{3} \cdot 2l = \frac{4l}{3}$ (A yuzaning og'irlik markazi C nuqtaga mos keluvchi, birlik kuchning moment epyurasidan olingan ordinata);

$\eta_1^C = 1$ (A yuzaning og'irlik markazi C nuqtaga mos keluvchi, birlik juft kuchning moment epyurasidan olingan ordinata).

K nuqtaning chiziqli ko'chishini aniqlaymiz:

$$\Delta = f_k = \frac{1}{EJ_x} A \cdot \eta_1^C = \frac{1}{EJ_x} 2Fl^2 \cdot \frac{4l}{3} = \frac{8Fl^3}{3EJ_x}$$

K nuqtaning burchakli ko'chishini aniqlaymiz:

$$\Delta = \theta_k = \frac{1}{EJ_x} A \cdot \eta_2^C = \frac{1}{EJ_x} 2Fl^2 \cdot 1 = \frac{2Fl^2}{EJ_x}$$

2.18-masala. Egilishdagi bikrligi $EJ = \text{const}$ bo'lgan oddiy to'singa $q = \text{const}$ yoyilgan kuch ta'sir etmoqda (2.80-shakl, a). Tayanchlar orasidagi masofa $2l$ ga teng.

Vereshagin formulasi yordamida K nuqtadagi (tayanchlar o'rtasidan olingan) chiziqli ko'chish va B tayanchdagi (qo'zg'almas sharnirli) burchakli ko'chishni aniqlang.

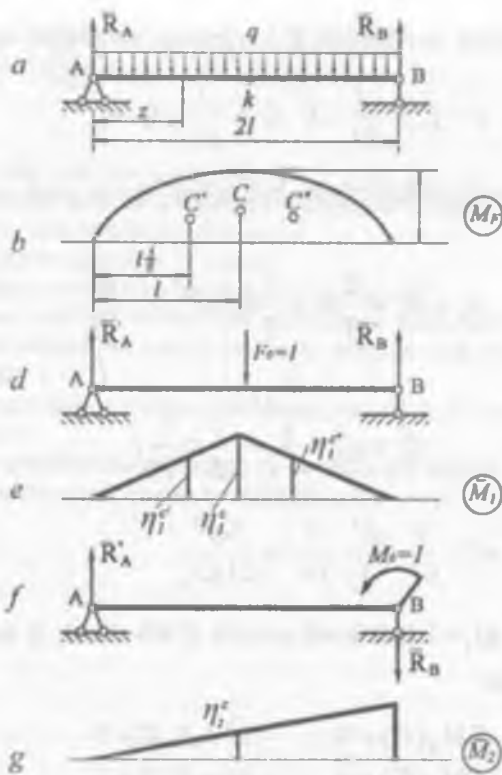
Masalani quyidagi tartibda yechamiz.

1. Muvozanat tenglamalarini tuzib, tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlaymiz:

$$\Sigma M_A(F_i) = 0; \quad q2l \cdot l - R_B 2l = 0$$

$$\Sigma M_B(F_i) = 0; \quad -q2l \cdot l - R_A 2l = 0$$

bundan $R_A = R_B = ql$ ekanligi ma'lum.



2.80-shakl

Yechish

2. Tashqi kuchdan eguvchi moment epyurasini quramiz. Buning uchun quyidagi ifodani tuzish lozim:

$$M(z) = R_A \cdot z - qz \cdot \frac{z}{2} = ql \cdot z - 0,5z^2$$

$$Z=0 \text{ da } M(0)=0$$

$$Z=l \text{ da } M(l)=0,5ql^2$$

$$Z=2l \text{ da } M(2l)=0$$

Bu qiymatlar asosida M_F ni quramiz (2.80-shakl, b).

3. K kesimga $F=1$ kuch qo'yib, A va B tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlaymiz. To'sin simmetrik yuklanganligi sababli $R_A^I = R_B^I = 0,5$.

Odatdagidek, har bir qism uchun $\bar{M}_1$ epyurani quramiz (2.80-shakl, d).

M_f va $\bar{M}_1$ epyuralar yordamida K kesimning solqiligini topamiz:

$$\Delta = f_k = \frac{1}{EJ_x} A_1 \cdot \eta_1^C + \frac{1}{EJ_x} A_2 \cdot \eta_2^C$$

2.9-jadvalga muvofiq tekshirilgan hol uchun kesim yuzi va ordinatalarini hisoblaymiz.

$$A_1 = A_2 = \frac{2}{3} hl = \frac{2}{3} 0,5ql^2 \cdot l = \frac{ql^3}{3} \quad (\text{yuz})$$

$$\eta_1^C = \eta_2^C = \frac{\frac{5}{8}l^2}{l} \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{16}l \quad (\text{ordinata})$$

$$\text{Demak, } \Delta_k = f_k = 2 \cdot \frac{1}{EJ_x} \frac{ql^3}{3} \cdot \frac{5}{16}l = \frac{5ql^4}{24EJ_x}$$

4. B tayanchga $\bar{M}_1 = 1$ juft kuch qo'yib (2.80-shakl, f) tayanchlardagi reaksiyalarni topamiz:

$$\Sigma M_A(F_i) = 0; \quad -\bar{M} + R_B 2l = 0$$

$$\Sigma M_B(F_i) = 0; \quad -M + R_A 2l = 0$$

Bundan $R_A^H = R_B^H = \frac{1}{2l}$ ekanligi kelib chiqadi.

$\bar{M}_2(z) = R_A^H \cdot z$ ifoda yordamida $\bar{M}_0 = 1$ juft kuch bilan yuklangan to'singa tegishli epyura quramiz (2.80-shakl, g).

B tayanchning aylanish burchagini topish uchun M_f va $\bar{M}_2$ epyuralarni bir-biriga ko'paytiramiz:

$$\Delta_B = \theta_B = \frac{1}{EJ} A \eta^C = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{2}{3} ql^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{ql^3}{3EJ}$$

bu yerda $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{q(2l)^2}{8} \cdot 2l = \frac{2ql^3}{3}$ – epyuraning yuzi bo'lib, 2.9-jadval yordamida aniqlanadi.

$$\text{Demak, } f_k = \frac{5ql^4}{24EI}; \quad \theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{3EI}.$$

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Egilishda ichki kuch omillaridan qaysilari paydo bo'ladi?
2. Sof egilish va ko'ndalang egilish nima?
3. Neytral qatlam va neytral o'q nima?
4. Sof egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
5. Ko'ndalang egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
6. Normal kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
7. Urinma kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
8. Egilishda paydo bo'luvchi chiziqli va burchakli ko'chishlar qanday aniqlanadi?
9. Vereshagin formulasi qanday ko'rinishga ega?

XVI BOB. MURAKKAB QARSHILIK

2.44-§. Asosiy tushunchalar

Biz yuqorida o'tilgan boblarda konstruksiya qismlarining markaziy cho'zilish yoki siqilish, siljish, buralish, sof va ko'ndalang egilish kabi oddiy deformatsiyalarini tekshirib chiqdik. Odatda, oddiy deformatsiyalar sodir bo'lishi uchun tekshirilayotgan qismlarning istalgan ko'ndalang kesimi yuziga ichki zo'riqishlardan faqatgina bittasi ta'sir ko'rsatishi kerak. Masalan, agar sterjenlarning istalgan ko'ndalang kesim yuzi faqat bo'ylama kuchlar ta'sirida bo'lsa, u holda markaziy cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi paydo bo'ladi. Bordi-yu, sterjenning barcha ko'ndalang kesimi tekisliklariga mazkur tekisliklarda yotuvchi juft kuchlar ta'sir ko'rsatsa, buralish deformatsiyasi yuzaga keladi.

Shuni ta'kidlash zarurki, garchi ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlarning kesimlarida ichki zo'riqishlardan ikkitasi – ko'ndalang kuch Q va eguvchi moment M mavjud bo'lsa-da, ko'ndalang egilish oddiy deformatsiya tarzida o'rganildi. Chunki bunday paytlarda xavfli kesimda paydo bo'luvchi eng katta normal kuchlanish $\sigma_M(\max)$ mazkur kesimdagi eng katta urinma kuchlanish $\tau_Q(\max)$ dan ancha katta bo'lib, to'sin ko'pincha eguvchi moment bo'yicha mustahkamlikka hisoblanadi.

Lekin, muhandislik amaliyotida konstruksiya qismlari bir vaqtning o'zida ikki yoki undan ortiq oddiy deformatsiyalarga qarshilik ko'rsatishi mumkin. Masalan, mashina vallari buralishi hamda egilishi mumkin. Chunki bunday hollarda ularning istalgan ko'ndalang kesimlariga ichki zo'riqishlardan faqat burovchi va eguvchi momentlar ta'sir ko'rsatadi. Ko'prik va kran fermalari sterjenlarining cho'zilishi bilan birgalikda egilishga ham qarshilik ko'rsatishi ularning barcha kesimlari bo'ylama kuch va eguvchi moment ta'sirida ekanligidan dalolat beradi.

Tekshirilayotgan konstruksiya qismlari yoki mashina qismlarining barcha ko'ndalang kesim yuzlariga ta'sir ko'rsatuvchi ikki yoki undan ortiq ichki zo'riqishlar natijasida vujudga keladigan deformatsiyalar *murakkab deformatsiya* yoki *murakkab qarshilik* deyiladi.

Murakkab deformatsiyaga uchraydigan birkonstruksiya uning tuzilmalari ko'ndalang kesimlaridagi barcha nuqtalarda umumiy holda uchta normal ($\sigma_{N(x)}$, $\sigma_{M(x)}$, $\sigma_{M(y)}$) va uchta urinma (τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz}) kuchlanishlar paydo bo'ladi.

Konstruksiya tuzilmalarining amalda eng ko'p uchraydigan murakkab deformatsiyalarini uch xil ko'rinishda o'rganish ma'qul.

1. Egilish va cho'zilish (siqilish) ning birgalikdagi ta'siri

Bunday ko'rinishdagi murakkab deformatsiya paytida brus kesimidagi barcha nuqtalarda kesim yuzi normal bo'yicha ta'sir ko'rsatuvchi $\sigma_{N(x)}$, $\sigma_{M(x)}$, $\sigma_{M(y)}$ normal kuchlanishlar paydo bo'lib, ular algebraik ravishda qo'shiladi:

$$\sigma = \sigma_{N(x)} + \sigma_{M(x)} + \sigma_{M(y)} \quad (2.170)$$

Brusni hisoblash tenglamasi esa

$$\sigma = \sigma_{N(x)} + \sigma_{M(x)} + \sigma_{M(y)} \leq \sigma_{adm} \quad (2.171)$$

ko'rinishda yoziladi.

2. Siljish va buralishning birgalikdagi ta'siri

Bunday murakkab deformatsiya paytida kesimdagi nuqtalarda $\tau_{Q(x)}$, $\tau_{Q(y)}$, $\tau_{T(z)}$ urinma kuchlanishlar hosil bo'lib, ular geometrik ravishda

$$\tau = \tau_{Q(x)} + \tau_{Q(y)} + \tau_{T(z)} \quad (2.172)$$

ko'rinishda qo'shiladi hamda hisoblash tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{max} \leq \tau_{adm} \quad (2.173)$$

bunda τ_{adm} – joiz urinma kuchlanish.

3. Buralish va egilishning birgalikdagi ta'siri

Egilish va buralishga qarshilik ko'rsatuvchi bruslarning kesimlaridagi barcha nuqtalarda bir vaqtning o'zida normal va urinma kuchlar yuzaga keladi:

$$\sigma = \sigma_{M(x)} + \sigma_{M(y)} \quad (2.174)$$

$$\tau = \tau_{Q(x)} + \tau_{Q(y)} + \tau_{T(z)} \quad (2.175)$$

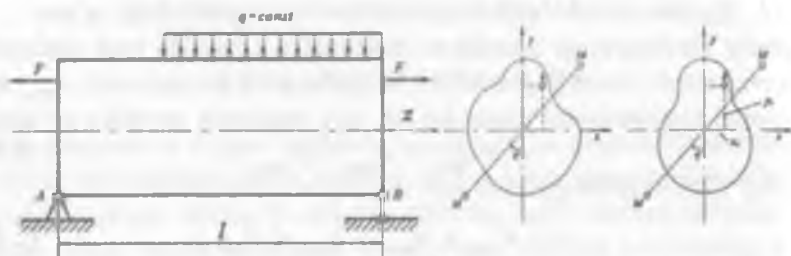
Hisoblash tenglamasini yozishda esa mustahkamlik nazariyalaridan biri ishlatiladi.

Biz yuqorida bayon etilgan murakkab deformatsiyalardan faqat egilish va cho'zilish (siqilish)ning birgalikda ta'sir ko'rsatgan hol uchun kuchlanishlarni aniqlash masalasini o'rganish bilan chegaralanamiz, xolos.

2.45-§. Egilish va cho'zilish (siqilish)

Aytaylik, egilish va cho'zilishga birgalikda qarshilik ko'rsatayotgan brusning ixtiyoriy kesimida eguvchi moment va bo'ylama kuch N ta'sir etayotgan bo'lsin (2.81-shakl, a).

Natijaviy eguvchi moment tekisligining izi mn chiziq ox o'qi bilan φ burchak hosil qilgan va bo'ylama kuch qutb nuqtasi deb ataluvchi $K(x, y)$ nuqtaga qo'yilgan deb faraz qilinadi (2.81-shakl, b).



2.81-shakl

Materiallar qarshiligining to'la kursida tekshirilayotgan brus statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil etilib, egilish va cho'zilish (siqilish)ning birgalikdagi ta'siri e'tiborga olingan holda normal kuchlanish uchun quyidagi formula keltirib chiqarilgan (isbotsiz keltiriladi):

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x J_{xy}}{J_y J_x - J_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2} y, \quad (2.176)$$

bu yerda

$$\begin{aligned} M_x &= M \cos \varphi + N_y y_F \\ M_y &= M \sin \varphi + N_x x_F \end{aligned} \quad (2.177)$$

x_F, y_F – qutb nuqtasi bo'lgan K nuqtaning koordinatalari;

φ – kuch tekisligi izi m ning absissa o'qi bilan tashkil qilgan burchagi.

Neytral o'qning tenglamasini yozish uchun normal kuchlanishning ifodasini nolga tenglash kifoya:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x J_{xy}}{J_y J_x - J_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2} y = 0$$

bundan

$$y = -\frac{N_z}{A} - \frac{(J_x J_y - J_{xy}^2)}{M_x J_y - M_y J_{xy}} - \frac{(M_y J_x - M_x J_{xy})}{J_y J_x - J_{xy}^2} x \quad (2.178)$$

(2.178) formula neytral o'q tenglamasi deyiladi.

Aytaylik, ox yoki oy lardan biri kesimning bosh o'qlari bo'lsin (2.81-shakl, d). U holda egilish va cho'zilish (siqilish) ning birgalikdagi ta'siri uchun natijaviy normal kuchlanish formulasi

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_y} x + \frac{M_y}{J_x} y \quad (2.176) a$$

ko'rinishda. neytral o'q tenglamasi esa

$$y = -\frac{N_z}{A} \frac{J_x}{M_x} - \frac{M_y J_z}{M_x J_y} x \quad (2.178) a$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Bu yerda M_x va M_y lar (2.177) formuladan topiladi.

Xususiy hollar

1. $N_z = F = 0$ bo'lsin. U holda brus (to'sin) o'z o'qiga tik yo'nalgan va bosh tekisliklardan birining ham ustida yotmagan natijaviy eguvchi moment ta'sirida egiladi (2.82-shakl, a).

Odatda, to'sinning bunday egilishi *qiyshiq egilish* deb ataladi. Qiyshiq egilishda natijaviy eguvchi moment tekisligi bilan egilish tekisligi ustma-ust tushmaydi.

(2.176) a formuladan foydalanib qiyshiq egilishda natijaviy normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_z = \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y \quad (2.179)$$

Oxirgi ifoda qiyshiq egilish kesimning markaziy bosh inersiya o'qlariga nisbatan olingan eguvchi momentlar ta'sirida hosil bo'lgan ikkita to'g'ri egilishlar yig'indisidan iborat ekanligini tasdiqlaydi. Demak, qiyshiq egilish bosh inersiya tekisliklarida sodir bo'lgan ikkita to'g'ri egilishlar yig'indisidan iborat ekan.

Kuchlanish topiladigan nuqta kesimda joylashuviga qarab musbat yoki manfiy ishorali koordinatalarga ega bo'lishi mumkin. Buni e'tiborga olib, (2.179) formulani quyidagi ko'rinishda umumlashtirib yozish maqsadga muvofiqdir:

$$\sigma_z = \pm \frac{M_y}{J_y} x \pm \frac{M_x}{J_x} y \quad (2.180)$$

(2.180) formula yordamida kesimning istalgan nuqtasidagi kuchlanish topiladi. Shuni ta'kidlash muhimki, bu formuladan foydalanayotganda kuchlanishi topiladigan nuqtaning koordinatalari ishorasini albatta e'tiborga olish zarur.

Tekshirilayotgan holda $M_x = M \cos \varphi$, $M_y = M \sin \varphi$ ekanligini nazarda tutib (2.178) a formulani

$$y = -\frac{J_z}{J_y} x \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (2.181)$$

ko'rinishda yozib olamiz.

(2.181) formula qiyshiq egilishdagi neytral o'q tenglamasi deyiladi.

Neytral o'q koordinata boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'lib, uning holatini β burchak aniqlaydi (2.82-shakl, *b*). Neytral o'q ustida yotuvchi biror $K(x_0, y_0)$ nuqta uchun

$$y_0 = -\frac{J_x}{J_y} x_0 \operatorname{tg} \varphi,$$

bundan

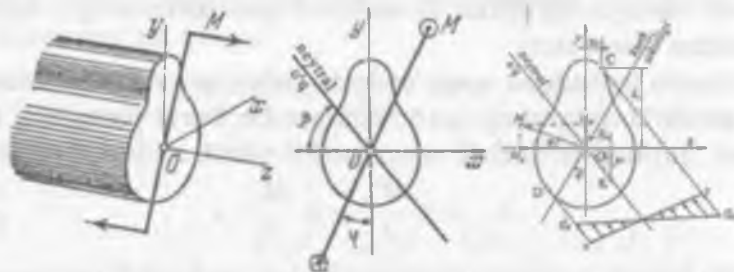
$$-\frac{y_0}{x_0} = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \quad \text{yoki} \quad \operatorname{tg} \beta = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \quad (2.182)$$

(2.182) formula neytral o'qning holatini aniqlaydi. Bu formula qiyshiq egilishda neytral o'qning natijaviy eguvchi moment tekisligining iziga tik emasligini tasdiqlaydi.

Kvadrat, doiraviy, halqa kabi kesimli to'sinlar qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatmaydi, chunki ularda $J_x = J_y$, va $\beta = \varphi$ bo'lib, egilish kuch tekisligida sodir bo'ladi.

Neytral o'qqa parallel holda kesim konturiga urinma o'tkazib kesim yuzida normal kuchlanish epyurasini quramiz (2.82-shakl, *d*).

Epyuradan ko'rinib turibdiki, neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan C va D nuqtalarda tegishli eng katta σ_c cho'zuvchi va σ_D siquvchi kuchlanishlar paydo bo'ladi. Bu kuchlanishlar bo'yicha, qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlar mustahkamlikka tekshiriladi.



2.82-shakl

2. $M=0$, $N_z=F$ bo'lsin. Bu holda $M_x=Fy_F$, $M_y=Fx_F$ bo'lib, brus markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatadi (2.83-shakl).

Tekshirilayotgan hol uchun (2.176) *a* formula quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_z = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y \right) \quad (2.183)$$

bu yerda i_x, i_y lar inersiya radiuslari bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} \quad (2.184)$$

Neytral o'q uchun

$$\left(1 + \frac{x_F^2}{i_y^2} x + \frac{y_F^2}{i_x^2} y \right) = 0, \quad (2.185)$$

chunki.

(2.183) formuladan markazlashmagan cho'zilish (siqilish) ga qarshilik ko'rsatuvchi brusning ixtiyoriy kesimida yotuvchi nuqtalarning normal kuchlanishi topiladi.

(2.185) ifoda markazlashmagan cho'zilish (siqilish)dagi neytral o'q tenglamasi deyiladi.

Endi neytral o'qning holatini aniqlashga o'tamiz.

(2.185) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\frac{x}{\left(-\frac{i_y^2}{x_F} \right)} + \frac{y}{\left(-\frac{i_x^2}{y_F} \right)} = 1 \quad (2.186)$$

Bu tenglamadan ko'rinib turibdiki, neytral o'q kesimning og'irlik markazidan o'tmas ekan; neytral o'q bosh inersiya o'qlaridan quyidagi kesmalarni ajratadi:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}, \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F} \quad (2.187)$$

Demak, neytral o'qning holati kuchning miqdoriga bog'liq bo'lmasdan, balki kuch qo'yilgan nuqtaning holatigagina bog'liq ekan.

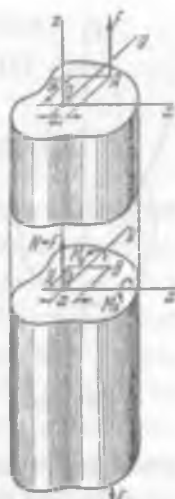
Matematikadan ma'lumki, koordinata boshidan birorta

$$ax + by + c = 0 \quad (2.188)$$

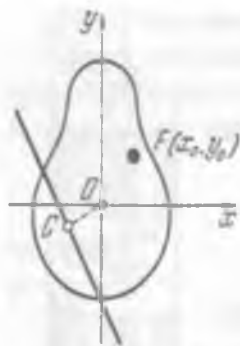
ko'rinishdagi to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofa

$$OC = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (2.189)$$

ga teng.



2.83-shakl



2.84-shakl

Tekshirilayotgan hol uchun (2.84-shakl):

$$OC = \frac{1}{\sqrt{\frac{x_F^2}{r_x^4} + \frac{y_F^2}{r_y^4}}} \quad (2.190)$$

Oxirgi ifoda ham neytral o'qning holatini aniqlaydi: qutb nuqtasi kesim og'irlik markaziga yaqinlashgan sari neytral o'q undan uzoqlasha boradi, aks holda esa yaqinlashadi.

Bundan chiqdi, kuchning qo'yilish nuqtasiga qarab (aytaylik, brus cho'zuvchi kuch ta'sirida bo'lsin),

quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

- neytral o'q kesim yuzini kesib o'tadi; bu holda kesimda ikki xil ishorali kuchlanish paydo bo'ladi;
- neytral o'q kesimga tegib o'tadi; bunda kesimda bir xil ishorali kuchlanish paydo bo'ladi;
- neytral o'q kesimning tashqarisidan o'tadi; bu holda kesimda bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

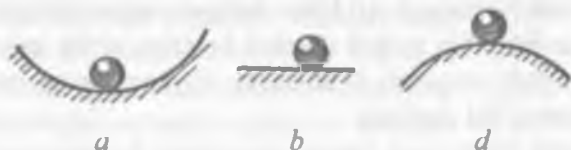
Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

- Murakkab deformatsiya (qarshilik) deganda nimani tushinasiz?
- Qaysi holdagi egilish qiyshiq egilish deyiladi?
- Qiyshiq egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
- Qiyshiq egilishdagi neytral o'q tenglamasini yozing va uni tushuntiring.
- Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilish nima?
- Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
- Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishdagi neytral o'q tenglamasini yozing va uni tushuntiring.

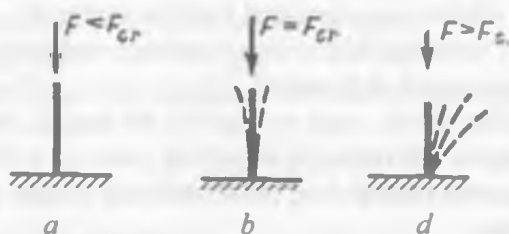
XVII BOB. SIQILGAN STERJENLARNING USTUVORLIGI (BO'YLAMA EGILISH)

2.46-§. Asosiy tushunchalar

Nazariy mexanikadan ma'lumki, mutlaq qattiq jismlarning muvozanat holati uch xil bo'ladi: ustuvor (turg'un), farqsiz va noustuvor (turg'unmas). Masalan, botiq sirt ichida sharning muvozanati ustuvor bo'ladi, chunki shar bir oz qo'zg'atilib, qo'yib yuborilgach, yana o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytadi (2.85-shakl, *a*). Gorizontal tekislikda yotgan shar farqsiz muvozanat holatda bo'ladi (2.85-shakl, *b*); muvozanat holatdan chiqarilgan shar kuch ta'siri to'xtatilgach, o'zining dastlabki holatiga qaytmasdan, yangi muvozanat holatini egallaydi. Nihoyat, qavariq sirt ustida turgan shar noustuvor muvozanat holatda bo'ladi (2.85-shakl, *d*); muvozanatdan chiqarilgan shar kuch ta'siri to'xtatilgandan keyin oldingi holatiga qaytmaydi.



2.85-shakl



2.86-shakl

Shunga o'xshash misollarni deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarda, xususan, siqilgan sterjenlarning muvozanatini o'rganish jarayonida ham uch-ratish mumkin.

Yuqorida tekshirilgan misollardan ko'rinib turibdiki, mutlaq qattiq jismlarning ustuvorligi ularga qo'yilgan tashqi kuchlarga bog'liq emas. Masalan, sharning og'irligi uning ustuvorligiga ta'sir ko'rsatmaydi. Ammo deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning ustuvorligi ularga ta'sir etuvchi kuchning qiy-mati, yo'nalishi, qo'yilish joyi kabi bir qancha omillarga uzviy bog'liqdir.

Pastki uchi bilan qistirib mahkamlangan to'ppa-to'g'ri chiziqli uzun ingichka sterjenning yuqorigi uchiga asta-sekin oshib boruvchi siquvchi F kuch statik ravishda qo'yilgan bo'lsin (2.86-shakl).

Agar yetarli darajada kichik siquvchi kuch ta'siridagi sterjenni birorta ko'ndalang kuch bilan yon tomondan turtib yuborsak, kuchlar ta'siri to'xtatilgach, sterjen bir oz tebranib, o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga qaytadi (2.86-shakl, *a*). Sterjenning bu holati *ustuvor muvozanat* holati deyiladi.

Siquvchi kuchni sekin-asta oshira borib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bu qiymatda ko'ndalang yo'nalishdagi turtkidan keyin tashqi ta'sir to'xtatilgach, sterjen to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan, egilganicha qoladi (2.86-shakl, *b*).

Bordi-yu, sterjen to'g'rilab qo'yilsa, u o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatini egallaydi. Sterjenning bu holati *farqsiz muvozanat* holati deyiladi; bu holatga to'g'ri keluvchi siquvchi kuchning qiymati esa *kritik qiymat* yoki *kritik kuch* deb ataladi hamda F_{kr} harfi bilan belgilanadi.

Kritik kuchdan kattaroq kuch bilan siqilgan sterjen tabiiyki, kuch ta'siri to'xtatilgach, u dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga to'liq qaytmaydi, balki egilib, ustuvorligini yo'qotadi (2.86-shakl, *d*). Sterjenning bu holati *noustuvor muvozanat* holati deyiladi.

Shunday qilib, kritik kuch farqsiz muvozanat holatiga tegishli shunday kuch ekanki, agar uning qiymati salgina kamaytirilsa sterjen ustuvor, aksincha, oshirilsa, u noustuvor muvozanat holatini egallaydi.

To'ppa-to'g'ri uzun ingichka siqilgan sterjenlar ustuvorligining yo'qolish hodisasi *bo'ylama egilish* deb ataladi.

Bo'ylama egilish xavfli, unga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Masalan, siquvchi kuch F_{kr} dan salgina oshirilgandayoq egilish juda tez o'sib (solqilik bilan siquvchi kuch orasida chiziqli bog'lanish mavjud) sterjen to'satdan yemirilishi ham mumkin.

Shu jihatdan qaraganda, siqilgan sterjenlarning xavf-xatarsiz ishlashini ta'minlovchi siquvchi kuchning haqiqiy qiymatini kritik kuch F_{kr} dan kichik qilib olish maqsadga muvofiqdir:

$$F = \frac{F_{kr}}{n^*}, \quad (2.191)$$

bunda n^* – ustuvorlikning hisoblab aniqlanadigan yoki haqiqiy ehtiyot koefitsienti*.

* s indeksi ingliz tilidagi stabilite (ustuvorlik) so'zidan olingan.

Ustuvorlikning talab etiladigan yoki zaruriy ehtiyot ko'effitsienti maxsus jadvallardan olinadi.

Masalan, mashinasozlik konstruksiyalarining po'latdan yasalgan qismlarini hisoblashda $n^*_{adm}=4-5$ qilib olinadi. Qurilish konstruksiyalarining qismlarini hisoblashda esa quyidagicha n^*_{adm} olinadi (2.11-jadval).

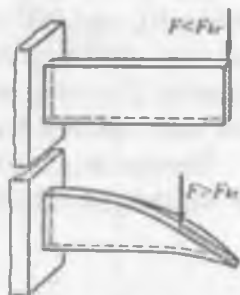
2.11-jadval

T.r.	Materiallar	Ustuvorlikning ehtiyot ko'effitsienti n^*_{adm} qiymatlari
1	Po'lat	1.8–3.0
2	Yog'och	2.8–3.2
3	Cho'yan	5.0–5.5

Ustuvorlikning yo'qolish hodisasi faqat siqilgan sterjenlarga xos bo'lmasdan, balki konstruksiyalarning boshqa xil qismlarida ham uchraydi. Masalan, tekis egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'g'ri to'rtburchak kesimi yupqa devorli konsol kuch kritik qiymatdan oshirilganda ustuvorligini yo'qotib, egilish va buralishga birgalikda qarshilik ko'rsatadi (2.87-shakl).

Shuning uchun ustuvorlikka oid masalalarni yechishda kritik kuch va kritik kuchlanishni aniqlash muhim ahamiyatga ega.

Materiallar qarshiligi to'la kursida kritik kuchni topishning



2.87-shakl

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (2.192)$$

ko'rinishdagi formulasi isbotlangan.

(2.192) formulani birinchi bo'lib 1744-yilda Peterburg Fanlar Akademiya-sining a'zosi Leonard Eyler taklif etganligi sababli u Eyler formulasi deb, bu formuladan topilgan kuch esa Eyler kuchi deb ataladi.

2.47-§. Kritik kuch qiymatiga sterjen uchlari mahkamlanish turining ta'siri

Kritik kuchning qiymati sterjenlar uchlarning mahkamlanishiga ham bog'liq bo'ladi. Buni oydinlashtirish maqsadida uchlari tayanchga turlicha biriktirilgan sterjenlar uchun kritik kuchni aniqlaymiz.

a) sterjenning uchlari vertikal yo'nalishda erkin harakatlana oluvchi polzunga sharnir vositasida 2.88-shakl, *a* da tasvirlangandek mahkamlangan (asosiy hol).

Bu usul bilan tayanchlarga mahkamlangan sterjenlar uchun kritik kuch

$$F_{1kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (2.193)$$

formuladan topilishini L. Eyler isbotlagan.

b) sterjenning faqat pastki uchi qistirib tiralgan (2.88-shakl, *b*).

Sterjenning o'q chizig'ini chizmada ko'rsatilgandek davom ettirib quyidagi xulosaga kelish mumkin: bir uchi bilan qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa mutlaqo erkin turgan sterjen birinchi (asosiy) usulda mahkamlangan sterjen qanday sharoitda bo'lsa (ishlasa), xuddi shunday sharoitda bo'ladi (ishlaydi), qachonki uning uzunligi $2l$ ga teng bo'lsa. Boshqacha aytganda bir uchi qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa mutlaqo erkin turgan sterjen, uzunligi $2l$ ga teng bo'lgan va birinchi (asosiy) usulda mahkamlangan sterjen kabi sharoitda bo'ladi.

Bundan chiqdi, ikkinchi usulda mahkamlangan sterjen uchun kritik kuchni topishda (2.193) formuladagi l ni $2l$ ga almashtirish kifoya:

$$F_{2kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{4l^2} \quad (2.194)$$

yoki

$$F_{2kr} = \frac{1}{4} F_{1kr} \quad (2.195)$$

d) sterjen ikki uchi bilan qistirib tiralgan yoki sterjenning ikkala uchi ham vertikal yo'nalishda erkin harakatlanuvchi polzunga biriktirilgan (2.88-shakl, *d*).

Sterjenning elastik chizig'i ikkita (*C* va *D*) buralish nuqtasiga ega bo'lgan uchta teng bo'lakchadan iborat. Uzunligi $0,5l$ ga teng bo'lgan *CD* bo'lakcha go'yoki asosiy usul bo'yicha mahkamlangan sterjen kabi sharoitda bo'ladi. Shu sababli (2.193) dagi l ning o'rniga $0,5l$ ni qo'yish lozim:

$$F_{3kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,5l)^2} = \frac{4\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (2.196)$$

e) sterjenning bir uchi qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchga yoki vertikal yo'nalishda erkin harakatlanuvchi polzunga sharnir vositasida mahkamlangan (2.88-shakl, *e*).

Elastik chiziqda bitta buralish nuqtasi mavjud bo'lib, u ikki bo'lakdan iborat; sterjenning $CD \cong 0,7l$ qismi, asosiy usul bilan mahkamlangan sterjen qanday sharoitda bo'lsa, xuddi shunday sharoitda turadi.

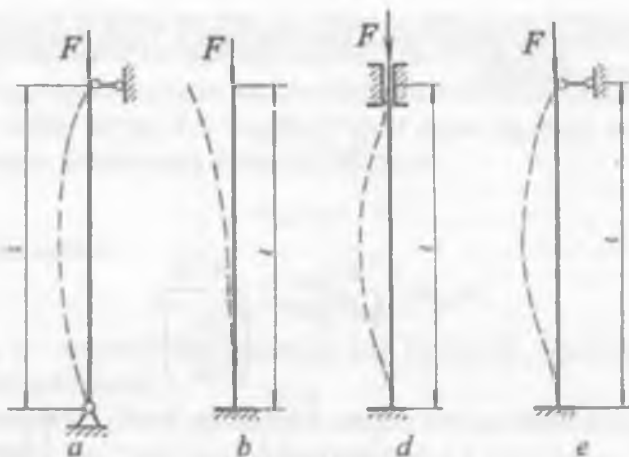
Tekshirilayotgan hol uchun kritik kuch

$$F_{4kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,7l)^2} \quad (2.197)$$

yoki

$$F_{4kr} = 2F_{1kr} \quad (2.198)$$

ko'rinishda ifodalanadi.



2.88-shakl

Shunday qilib, yuqorida bayon etilgan barcha hollar uchun kritik kuch aniqlanadigan formulalarni

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l_{kel}^2} \quad (2.199)$$

ko'rinishda umumlashtirish mumkin.

Bunda $l_{kel} = \mu l$ – sterjenning keltirilgan uzunligi; μ – uzunlikning keltirish koeffitsienti bo'lib, sterjen uchlarning tayanchlarda mahkamlanish tur-larini e'tiborga oladi (2.12-jadval).

Sterjen uchlarining mahkamlanish usullari	Uzunlikning keltirish koeffitsienti μ ning qiymati
2.88-shakl. <i>a</i> bo'yicha	1
2.88-shakl. <i>b</i> bo'yicha	2
2.88-shakl. <i>d</i> bo'yicha	0.5
2.88-shakl. <i>e</i> bo'yicha	0.7

2.48-§. Kritik kuchlanish.

Eyler formulasining tatbiq etilish chegarasi

Eyler formulasi bo'yicha kritik kuch topilgach, kritik kuchlanishni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} \quad (2.200)$$

yoki

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\min}}\right)^2} \quad (2.201)$$

bunda A – sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi; $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$ – sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi.

(2.201) formulaning maxrajidagi o'lchamsiz miqdorni λ harfi bilan belgilaymiz:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} \quad (2.202)$$

bunda λ – sterjenning egiluvchanligi bo'lib, o'lchamsiz miqdor.

Oxirgi ifodani e'tiborga olib, kritik kuchlanishni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.203)$$

Eyler formulasini amalda tatbiq etayotganda undan faqat mutanosiblik chegarasidagina foydalanish mumkin yoki boshqacha aytganda uni ishlatishda

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_{mut} \quad \text{yoki} \quad \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{mut} \quad (2.204)$$

shartni buzmaslik kerak.

Bunda σ_{mut} – sterjen materialining mutanosiblik chegarasi.

Eyler formulasining tatbiq etilish chegarasini aniqlash maqsadida (2.204) shartdan λ ni ushbu ko'rinishda yozib olamiz:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{mut}}} \quad (2.205)$$

CT3 navli po'latdan yasalgan sterjenlar uchun Eyler formulasini egiluvchanlik 100 dan katta bo'lgandagina tatbiq etish mumkin.

Bordi-yu, tekshirilayotgan sterjenning egiluvchanligi chegaraviy (λ_{cheg}) qiymatdan kichik bo'lsa, F.S.Yasinskiy taklif etgan quyidagi empirik (tajribalar natijasiga asoslangan) formula ishlatiladi:

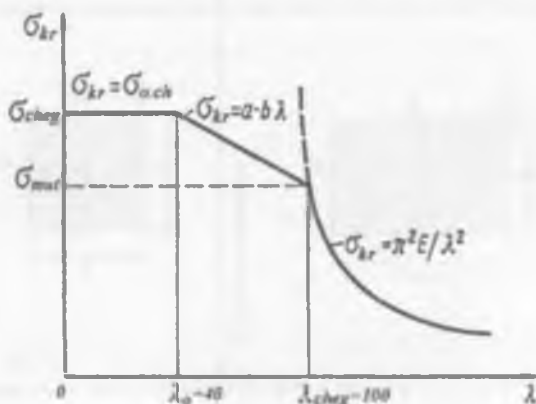
$$\sigma_{kr} = a - b\lambda \quad (2.206)$$

yoki cho'yan uchun

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2, \quad (2.207)$$

bunda a, b, c – materialning xossasiga bog'liq bo'lib, ularning qiymatlari tajribalardan aniqlanadi.

2.89-shaklda CT3 navli po'latdan yasalgan sterjen uchun kritik kuchning egiluvchanlikka bog'liqlik grafigi tasvirlangan.



2.89-shakl

Sterjen uchlarining mahkamlanish usullari	Uzunlikning keltirish ko'effitsienti μ ning qiymati
2.88-shakl. <i>a</i> bo'yicha	1
2.88-shakl. <i>b</i> bo'yicha	2
2.88-shakl. <i>d</i> bo'yicha	0,5
2.88-shakl. <i>e</i> bo'yicha	0,7

2.48-§. Kritik kuchlanish.

Eyler formulasining tatbiq etilish chegarasi

Eyler formulasi bo'yicha kritik kuch topilgach, kritik kuchlanishni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} \quad (2.200)$$

yoki

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{j_{min}}\right)^2} \quad (2.201)$$

bunda A – sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi; $j_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$ – sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi.

(2.201) formulaning maxrajidagi o'lchamsiz miqdorni λ harfi bilan belgilaymiz:

$$\lambda = \frac{\mu l}{j_{min}} \quad (2.202)$$

bunda λ – sterjenning egiluvchanligi bo'lib, o'lchamsiz miqdor.

Oxirgi ifodani e'tiborga olib, kritik kuchlanishni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.203)$$

Eyler formulasini analda tatbiq etayotganda undan faqat mutanosiblik chegarasidagina foydalanish mumkin yoki boshqacha aytganda uni ishlatishda

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_{mut} \quad \text{yoki} \quad \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{mut} \quad (2.204)$$

shartni buzmaslik kerak.

Bunda σ_{mut} – sterjen materialining mutanosiblik chegarasi.

Eyler formulasining tatbiq etilish chegarasini aniqlash maqsadida (2.204) shartdan λ ni ushbu ko'rinishda yozib olamiz:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{mut}}} \quad (2.205)$$

Ст3 navli po'latdan yasalgan sterjenlar uchun Eyler formulasini egiluvchanlik 100 dan katta bo'lgandagina tatbiq etish mumkin.

Bordi-yu, tekshirilayotgan sterjenning egiluvchanligi chegaraviy (λ_{cheg}) qiymatdan kichik bo'lsa, F.S.Yasinskiy taklif etgan quyidagi empirik (tajribalar natijasiga asoslangan) formula ishlatiladi:

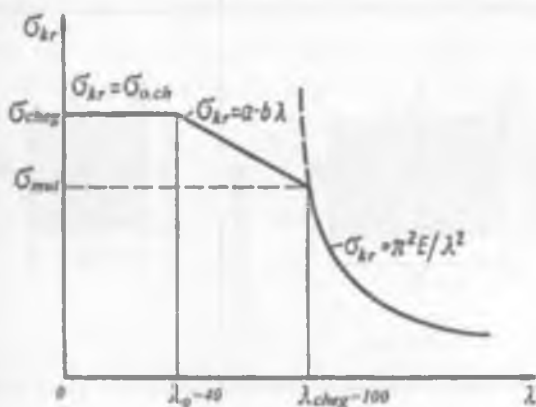
$$\sigma_{kr} = a - b\lambda \quad (2.206)$$

yoki cho'yan uchun

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2, \quad (2.207)$$

bunda a, b, c – materialning xossasiga bog'liq bo'lib, ularning qiymatlari tajribalardan aniqlanadi.

2.89-shaklda Ст3 navli po'latdan yasalgan sterjen uchun kritik kuchning egiluvchanlikka bog'liqlik grafigi tasvirlangan.



2.89-shakl

Grafikning $\lambda_0=0+40$ oralig'ida kritik kuchlanishning qiymati o'zgarmas bo'lib, $\sigma_{kr}=\sigma_{och}$ ga teng. Grafikning $\lambda=40+100$ oralig'i empirik formula yordamida qurilgan.

Grafikning $\lambda>100$ qismi giperbola ko'rinishida bo'lib, Eyler formulasi asosida chizilgan.

Shunday qilib, bo'ylama egilishga hisoblanayotgan sterjenlarni quyidagi uchta guruhga ajratish mumkin:

$\sigma_{\epsilon}=\text{const}, 0 \leq \lambda \leq 40$ (bikr sterjenlar);

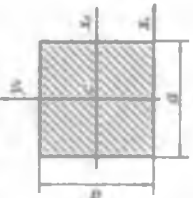
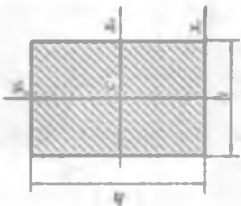
$\sigma_{kr}=a-b\lambda, 0 \leq \lambda \leq 100$ (o'rtacha bikrlikdagi sterjenlar);

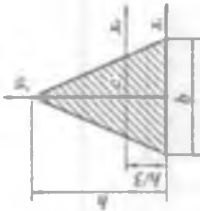
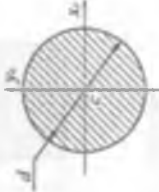
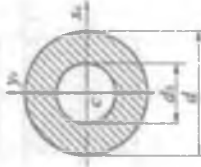
$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \lambda > 100$ (egiluvchan sterjenlar).

Tajriba natijalari va Eyler formulasiga tayanib, boshqa materiallar uchun ham $\sigma_{kr}=f(\lambda)$ bog'lanish grafigini qurish mumkin.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bo'ylama egilish hodisasining mohiyatini tushuntiring.
2. Kritik kuch nima?
3. Eyler formulasi umumiy ko'rinishda qanday yoziladi?
4. Uzunlikning keltirish koeffitsienti sterjen uchlarining mahkamlanish usullariga bog'liqmi? Bu holatni misollar yordamida tushuntiring.
5. Sterjenning egiluvchanligi qanday formula yordamida topiladi?
6. Kritik kuchlanish formulasini yozing va uning mohiyatini tushuntiring.
7. Kam uglerodli po'lat uchun qurilgan kritik kuchlanish va egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigining mazmunini tushuntiring.

T.r.	Tekis shakllarning ko'rinishi	Og'irlik markazi	Yuzi m^2	Qarshilik momentlari m^3	Inersiya momentlari m^4
1	Kvadrat 	$C(x_c, y_c)$	a^2	$W_{x_c} = W_{y_c} = \frac{a^3}{6}$	$J_{x_c} = J_{y_c} = \frac{a^4}{12};$ $J_{x_1} = J_{y_1} = \frac{a^4}{3}$
2	To'g'ri to'rtburchak 	$C(x_c, y_c)$	bh	$W_{x_c} = \frac{bh^2}{6}$ $W_{y_c} = \frac{hb^2}{6}$	$J_{x_c} = \frac{bh^3}{12},$ $J_{y_c} = \frac{hb^3}{12},$ $J_{x_1} = \frac{bh^3}{3},$ $J_{y_1} = \frac{hb^3}{3}$

3		$C(x_c; y_c)$	$\frac{1}{3}bh$	$W_{x_c} = \frac{bh^3}{12}$ $W_{y_c} = \frac{hb^3}{12}$	$J_{x_c} = \frac{bh^3}{36}$ $J_{y_c} = \frac{hb^3}{48}$ $J_{x_1} = \frac{bh^3}{12}$
4		$C(x_c; y_c)$	$\frac{\pi d^2}{4}$	$W_{xc} = W_{yc} = \frac{\pi d^3}{32}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$	$J_{x_c} = J_{y_c} = \frac{\pi d^4}{64}$ $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$
5		$C(x_c; y_c)$	$\frac{\pi d^2}{4} (1 - K^2)$ $K = \frac{d_0}{d}$	$W_{xc} = \frac{\pi d^3}{32} (1 - K^3)$	$J_{xc} = \frac{\pi d^4}{64} (1 - K^4)$ $K = \frac{d_0}{d}$

1. *Урозбоев М. Т.* Назарий механика асосий курси. Қайта ишланган 3-чи нашри. — Т.: Ўқитувчи, 1966.
2. *Рашидов ва бошқ.* Назарий механика асослари. — Т.: Ўқитувчи, 1990. — 584-б.
3. *Шоҳайдарова И. ва бошқ.* Назарий механика. Қайта ишланган ва толдирилган 2-чи нашри. — Т.: Ўқитувчи, 1991. — 408-б.
4. *Аркуша А. И.* Техническая механика: Теоретическая механика и сопротивление материалов. — 2-е изд., доп. — М.: Высш. шк., 1989. — 352 с.
5. *Мовнин М. С.* Основы технической механики. — Л.: Машиностроение, 1978. — 288 с.
6. *Эрдеди А. А. Аникин Н. В. и др.* Техническая механика. — 2-е изд., перераб. — М.: Высш. шк., 1980. — 446 с.
7. *Никитин Е. М.* Теоретическая механика для техникумов. — 12-е изд., испр. — М.: Наука, 1988. — 336 с.
8. *Носилевич Г. Б. и др.* Прикладная механика. — М.: Машиностроение, 1985. — 576 с.
9. *Ўрозбоев М. Т.* Материаллар қаршилиги асосий курси. Қайта ишланган 2-чи нашри. — Т.: Ўқитувчи, 1973. — 510-б.
10. *Мансуров К. М.* Материаллар қаршилиги курси. Тузатилган ва тўлдирилган 2-чи нашри. — Т.: Ўқитувчи, 1983. — 504-б.
11. *Писаренко Г. С. и др.* Сопротивление материалов — 5-е изд., перераб. и доп. — К.: Вища шк. 1986. — 775 с.
12. *Смирнов А. Ф.* Материаллар қаршилиги. Қайта ишланган ва тўлдирилган 3-чи нашридан доц. Э. В. Эргашев таржимаси. — Т.: Ўқитувчи, 1988. — 464-б.
13. *Ицкович Г. М.* Сопротивление материалов. — 7-е изд., испр. — М.: Высш. шк., 1986. — 352 с.
14. *Степин П. А.* Сопротивление материалов. — 8-е изд. — М.: Высш. шк., 1988. — 366 с.
15. *Биргер И. А. и др.* Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1986. — 560 с.
16. *Феодосьев В. И.* Сопротивление материалов. — 7-е изд., перераб. — М.: Наука, 1974. — 559 с.
17. *Писаренко Г. С. и др.* Справочник по сопротивлению материалов. — К.: Наукова думка, 1975. — 704 с.
18. *Дарьков А. В., Широ Г. С.* Сопротивление материалов. — 3-е изд. — М.: Высш. шк., 1969. — 733 с.
19. *Долинский Ф. В. и др.* Краткий курс сопротивления материалов. — М.: Высш. шк., 1988. — 432 с.
20. *Григорьян А. Т., Рожанская М. М.* Механика и астрономия на средневековом Востоке. — М.: Наука, 1980. — 200 с.

MUNDARIJA

So'zboshi	3
Kirish	4
BIRINCHI BO'LIM. NAZARIY MEXANIKA	9
Statika	9
I bob. Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari	9
1.1-§. Asosiy tushunchalar va ta'riflar	9
1.2-§. Statikaning aksiomalari	10
1.3-§. Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari	12
II bob. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi	15
1.4-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni qo'shish	15
1.5-§. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi	17
1.6-§. Teng ta'sir etuvchini analitik usulda aniqlash	18
1.7-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanati	19
III bob. Kuch momenti va juft kuchlar	26
1.8-§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti	26
1.9-§. Kuchning o'qqa nisbatan momenti	28
1.10-§. Juft kuch, juft kuchning momenti. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanati	29
IV bob. Tekislikdagi kuchlar tizimi	33
1.11-§. Kuchni o'ziga parallel ko'chirish	33
1.12-§. Tekislikdagi kuchlarni bir nuqtaga keltirish	34
1.13-§. Teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi Varinyon teoremasi	37
1.14-§. Tekislikdagi kuchlarning muvozanat shartlari	37
1.15-§. To'sinlar va ularning tayanchlari	39
1.16-§. To'sinlarning muvozanatiga oid masalalar yechish	41
V bob. Ishqalanish	46
1.17-§. Asosiy mulohazalar	46
1.18-§. Sirpanishdagi ishqalanish qonunlari	46
1.19-§. Ishqalanish burchagi. Ishqalanish konusi	47
1.20-§. Dumalashdagi ishqalanish	48
VI bob. Parallel kuchlar markazi. Og'irlik markazi	50
1.21-§. Bir tomonga yo'nalgan ikkita parallel kuchni qo'shish	50
1.22-§. Og'irlik markazi	53
1.23-§. Og'irlik markazini aniqlash usullari	54

VII bob. Kinematika	59
1.24-§. Asosiy tushunchalar	59
1.25-§. Nuqtaning harakati	60
1.26-§. Harakati tabiiy usulda berilgan nuqtaning tezligi	60
1.27-§. Harakati tabiiy usulda berilgan nuqtaning tezlanishi	62
1.28-§. Qattiq jismning ilgarilanma harakati	62
1.29-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati ...	65
1.30-§. Aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi	69
1.31-§. Qattiq jismning tekis parallel harakati haqida qisqacha tushunchalar	71
VIII bob. Dinamika	74
1.32-§. Asosiy tushunchalar	74
1.33-§. Dinamikaning asosiy qonunlari	75
1.34-§. Inersiya kuchi tushunchasi. Kinetostatika usuli	78
1.35-§. O'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli yo'ldagi ishi	81
1.36-§. Quvvat. Foydali ish koeffitsienti	82
1.37-§. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jism qo'yilgan kuchning ishi va quvvati	84
1.38-§. Moddiy nuqtaning harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teorema	85
1.39-§. Potensial va kinetik energiya	86
1.40-§. Qattiq jismning kinetik energiyasi	88
1.41-§. Moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema	90
1.42-§. Qattiq jismning aylanma harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi	91
IKKINCHI BO'LIM. MATERIALLAR QARSHILIGI	95
IX bob. Umumiy tushunchalar	95
2.1-§. Materiallar qarshiligi fanining mohiyati va predmeti	95
2.2-§. Tashqi kuchlar va deformatsiyalar	98
2.3-§. Ichki kuchlar	101
2.4-§. Kuchlanishlar	103
2.5-§. Asosiy cheklanishlar	105
2.6-§. Materiallar qarshiligi fanidagi masalalar va ularni echish tartiblari	105

X bob. Ichki kuchlarning epyuralari	108
2.7-§. Epyura qurish qoidalari	108
2.8-§. Bo'ylama kuchlarining epyuralari	109
2.9-§. Burovchi momentlarning epyuralari	110
2.10-§. Ko'ndalang kuchlar va eguvchi momentlarning epyuralari	113
XI bob. Markaziy cho'zilish yoki siqilish	125
2.11-§. Asosiy mulohazalar	125
2.12-§. Materiallarning mexanik xossalarini tajriba yordamida tekshirish	130
2.13-§. Joiz kuchlanishlar	138
2.14-§. Cho'zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti ..	140
2.15-§. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potensial energiyasi	141
2.16-§. Ko'chishlar	143
2.17-§. Cho'zilish va siqilish deformatsiyasiga oid statik aniqmas masalalar	150
XII bob. Kuchlanishlarning tahlili	154
2.18-§. Nuqtadagi kuchlanishlar. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar	154
2.19-§. Qiya kesimlardagi kuchlanishlar	155
2.20-§. Bosh yuzalarning holati va bosh kuchlanishlarni aniqlash	159
2.21-§. Sof siljish	163
2.22-§. Siljishga ishlovchi konstruksiya elementlarining hisobi	164
2.23-§. Umumlashgan Guk qonuni	167
2.24-§. Mustahkamlik nazariyalari haqida umumiy mulohazalar	169
2.25-§. Birinchi, ikkinchi va uchinchi mustahkamlik nazariyalari	170
2.26-§. Mustahkamlikning energetik nazariyasi (shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya nazariyasi)	173
XIII bob. Tekis shakllarning geometrik tavsifnomalari	175
2.27-§. Asosiy mulohazalar	175
2.28-§. Tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari	176
2.29-§. Tekis shakllarning inersiya momentlari	176
2.30-§. Koordinata o'qlari parallel ko'chganda inersiya momentlarining o'zgarishi	177
2.31-§. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari	179
2.32-§. Tekis shakllarning qarshilik momentlari	180
2.33-§. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash	181

XIV bob. Buralish	183
2.34-§. Asosiy tushunchalar	183
2.35-§. Buralishda kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash	184
2.36-§. Valning buralishdagi mastahkamlik sharti	188
2.37-§. Buralishda deformatsiyaning potensial energiyasi	189
2.38-§. Buralishda statik aniqlamas masalalar	190
XV bob. Tekis egilish	193
2.39-§. Asosiy tushunchalar	193
2.40-§. Sof egilishda normal kuchlanishlarni aniqlash	194
2.41-§. Ko'ndalang egilishda urunma kuchlanishlarni aniqlash	199
2.42-§. To'sinlarning normal kuchlanish va urunma bo'yicha mustahkamlik sharti	205
2.43-§. Egilishdagi ko'chishlarni aniqlash	208
XVI bob. Murakkab qarshilik	218
2.44-§. Asosiy tushunchalar	218
2.45-§. Egilish va cho'zilish (siqilish)	219
XVII bob. Siqilgan sterjenlarning ustuvorligi (bo'ylama egilish) ...	225
2.46-§. Asosiy tushunchalar	225
2.47-§. Kritik kuch qiymatiga sterjen uchlari mahkamlanish turining taosiri	227
2.48-§. Kritik kuchlanish. Eyler formulasining tadbqiq etilish chegarasi	230
Ilova	233
Adabiyotlar	235

Abdimutal Nabiyeovich Nabiyeu,
Salohiddin Do'stmurodovich Nurmurodov,
Jamolxon Shosiddiqovich Shosalimov,
Abdixoliq Nabiyeovich Husainov

TEXNIK MEXANIKA

NAZARIY MEXANIKA, MATERIALLAR QARSHILIGI

Kash-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma

Toshkent – «Talqin» – 2008

Muharrirlar *S. Sharipov, L. A'zamov*
Musahhih *R. A'zamova*
Dizayner *J. Gurova*
Kompyuterda sahifalovchi *K. Goldobina*

Original-maketdan bosishga 10.09.2008 da ruxsat etildi.
Bichimi $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Ofset bosma usulida bosildi. Nashr. t. 15,0.
Shartli b.t. 13,95. Adadi 3600. Shartnoma N 7/08–40/08.
32-sonli buyurtma.

«Talqin» nashriyoti, Toshkent 100129, Navoiy ko'chasi 30-uy.

«Niso Poligraf» ShK chop etildi.
Toshkent, H. Boyqaro ko'chasi, 41.

