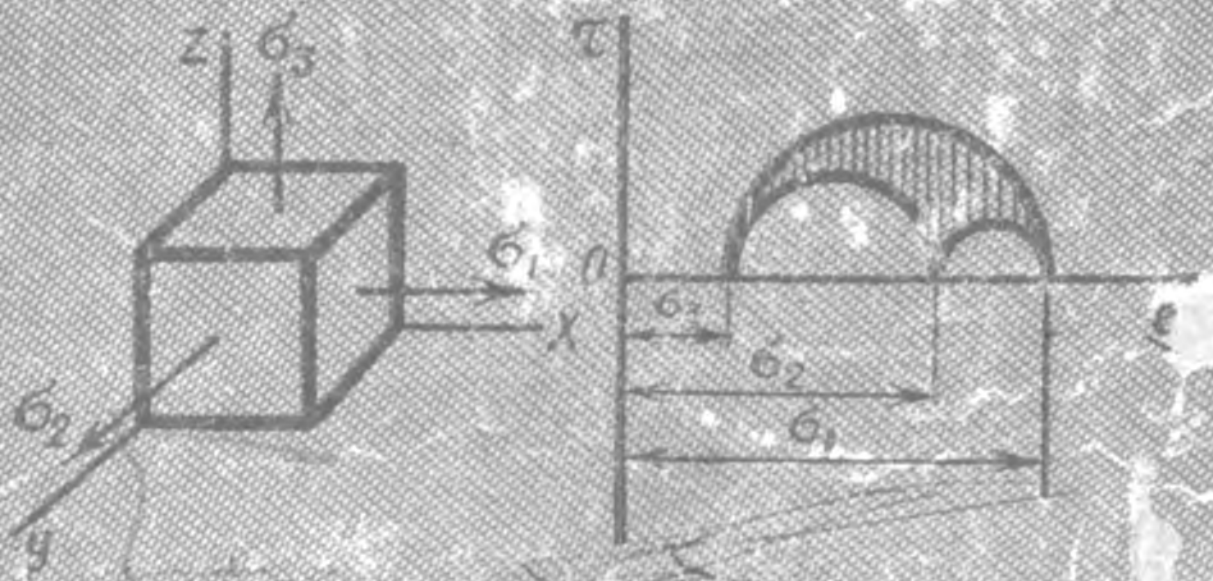


Б. А. ОБОДОВСКИЙ  
С. Е. ХАНИН

МАТЕРИАЛЛАР  
ҚАРШИЛИГИДАН  
МИСОЛ  
ВА МАСАЛАЛАР



Б. А. ОБОДОВСКИЙ, С. Е. ХАНИН

# МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН МИСОЛ ВА МАСАЛАЛАР

*Русча учинчи нашридан таржима*

Олий техника ўқув юртлари студентлари  
учун ўқув қўланмаси



Китобда „Материаллар қаршилиги“ курси бўйича типавий масалаларни ечиш усуллари ва методлари жуда кўп мисолларда кўрсатилган. Китобнинг ҳар бир боби ҳисоблаш формулалари ва ҳисоблаш методикасига оид қисқача кўрсатмалар билан бошланади. Ҳамма бобларда мустақил ечиш учун масалалар берилган.

Китоб олий техника ўқув юртларининг барча ихтисосликда ўқийдиган студентлари учун ўқув қўлланма сифатида тавсия қилинади.

Физика-математика фанлари кандидати, доц.  
Саидакмал Насриддинов таржимаси.

*На узбекском языке*

БОРИС АРНОЛЬДОВИЧ ОБОДОВСКИЙ,  
СОЛОМОН ЕФИМОВИЧ ХАНИН

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие для технических ВУЗов

Ташкент — „Ўқитувчи“ — 1980

Махсус муҳаррир Т. Қодиров  
Нашриёт муҳаррири О. Ғофурова  
Ведущий муҳаррир Ф. Неккабамбоев  
Техн. муҳаррир Т. Скиба  
Корректор Д. Абдуллаева

ИБ № 1464

Теризга берилди 21.12. 1979. й. Воситга рухсат этилди 1.08. 1980 й. Формати 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Гип. қоғози № 3. Кегли 10 шпони. „Литературная“ гарнитура. Юқори босма усулида босилди. Шартли 6. а. 26, 0 п. а. Нашр. а. 24,6. Гиражи 7000. Зак. № 7265. Баҳоси 95 т.

„Ўқитувчи“ нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 80. Шартнома 33-79.

Нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари бўйича област бошқармасининг  
Морозов номи босмахонаси. Самарқанд, У. Турсунов кўчаси, 82. 1980 й.

Типография имени Морозова областного управления по делам издательства, полиграфии  
и книжной торговли. Самарканд, ул. У. Турсунова, 82.

© „Ўқитувчи“ нашриёти, русчадан таржима, 1980

О  $\frac{30106-210}{353 (04) - 80}$  156 — 80 2105000000

## РУСЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Материаллар қаршилиги курсидан дарс берувчи ўқитувчиларга курсни ўрганиш процессида студентлар, биринчи навбатда, сиртдан ўқийдиган студентлар дуч келадиган қийинчиликлар жуда яхши маълумдир. Булар асосан конструкция элементларининг мустаҳкамлигини, бикрлигини ва устиворлигини, инженерлик нуқтаи назаридан ҳисоблашларни бажаришнинг амалий методлари ва усулларини эгаллашга боғлиқ. Бу китоб, муаллифларнинг фикрича, сиртдан ўқийдиган студентларга материаллар қаршилигидан типавий масалаларни ечиш методини мустақил ўрганишга ёрдам беради. Китобнинг тузилиши ва материалнинг баён этилиш услуби ана шу мақсадни кўзлаб тинланган.

Қўлланма олий техника ўқув юртларида материаллар қаршилиги бўйича қабул қилинган программа материаллини ўз ичига олади.

Курснинг ҳар бир темаси бўйича назариядан қисқа маълумотлар келтирилган, бу эса студентга кам вақт сарф қилиб дарсликдан ўтган материалларини эслашга ёрдам беради. Қўлланманинг асосий қисми

типавий масалаларни ечишга ажратилган ва батафсил баён қилинган, бунда студентнинг ўқитувчи ёрдамисиз масалани ечиш методини мустақил тушуниб олишига имкон беради.

Қўлланманинг ҳар бир бобида мустақил ечиш учун келтирилган масалалар студентга курснинг шу темаси бўйича масалалар ечиш методларини қанчалик ўзлаштириб олганлигини текшириб кўришга имкон беради.

Ечиб кўрсатилган масалалар, мисол ва мустақил ечиш учун тавсия қилинган масалалар ушбу қўлланма учун махсус тузилган, улардан баъзи бирлари ўқув адабиётларидан олинган (китоб охиридаги рўйхатга қаранг). Авторлар бошқа адабиётдан олинган масалалар тематикаси ва ҳисоблаш схемаларини қўлланмада қабул қилинган методик принциплар ва усулларга мослаб қайтадан тузишди.

Қўлланманинг иловасида баъзи бир справка материаллари, чунончи, прокат புலатлар профилига оид ГОСТ жадваллари келтирилган.

Китобда қўш номерлаш қабул қилинган бўлиб, биринчи рақам бобнинг номерини, иккинчи рақам айни бобдаги мисол, масала ва расмнинг тартиб номерини ифодалайди.

Авторлар қўлланманинг иккинчи нашрини тайёрлашда (ушбу учинчи нашри стереотип тарзда чиқарилаётибди) ўқитувчилар ва студентлар томонидан айтилган мулоҳаза ва истакларни назарга олдилар.

Мазкур нашрнинг I, III — V, XVII бобларини С. Е. Ханин, VI — IX, XIV — XVI бобларини эса Б. А. Ободовский ёзган. Бундан ташқари қўлланмани тайёрлашда О. П. Оржеховская (X — XII бобларнинг

автори) ва Г. М. Ицкович (II бобни, С. Е. Ханин билан биргаликда XVIII бобни ва Б. А. Ободовский билан биргаликда XIII бобни ёзган, шунингдек, 5.5, 7.4, 7.5, 8.8, 12.4, 15.5, 15.7, 15.9, 15.10, 17.1-мисолларни тузган) уртоқлар иштирок этдилар.

Иккинчи нашрдаги мисолларни тузишда Жданов номидаги металлургия институти материаллар қаршилиги кафедрасининг ходимлари В. В. Сушев, Г. В. Артюх, А. П. Жуковец, В. Г. Кулиш, В. А. Любов иштирок этдилар. Қўлёзмани ишлашда катта лаборантлар Н. В. Шеланиц ва Л. Л. Профатиловаларнинг хизматини ҳам алоҳида эътиборга оламиз.

Иккинчи нашрни тайёрлашда тақризчилар — техника фанлари доктори, проф. Н. В. Барановский ва Н. Н. Коптев катта ёрдам бердилар.

Авторлар ушбу китобни тайёрлашда ёрдамлашган барча уртоқларга узларининг самимий миннатдорчиликларини изҳор этдилар.

Китоб ва унинг таржимаси ҳақидаги барча танқидий мулоҳаза ва таклифларни ушбу адресга юборишингизни илтимос қиламиз: Тошкент, 700129 Навоий, 30. „Ўқитувчи“ нашриёти.

## АВТОРЛАРДАН ЎЗБЕКЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Мен „Сопротивление материалов в примерах и задачах“ номли китобимизнинг ўзбек тилида нашр этилишини билиб бениҳоят хурсанд бўлдим (С. Е. Ханин 1971 йилда вафот этди).

Биз учинчи русча нашридаги сўз бошида айтганимиздек, бу китобнинг мақсади студентларга материаллар қаршилиги курсидан типавий масалаларни ечиш усулларини урганишда ёрдам беришдир. Китобнинг ҳар қайси бобида ҳисоблаш формулалари ва ҳисоблаш бўйича қисқача курсатмалар берилди. Ҳамма бобларда мустақил ечиш учун масалалар келтирилди.

Ниҳоят, китобни ўзбек тилига таржима қилишдаги улкан хизматлари учун доцент Сандакмал Насриддиновга катта миннатдорчилик изҳор этишни ўзимнинг бурчим деб ҳисоблайман.

*Б. А. Ободовский*

## ХАЛҚАРО ЎЛЧОВ БИРЛИКЛАР СИСТЕМАСИ ВА УНИНГ МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИГА ТАТБИҚИ

1960 йилнинг октябрида Парижда ўлчов ва тарози бўйича XI Бош конференция Халқаро ўлчов бирликлари системасини қабул қилди. СССР Министрлар Советининг стандарт, ўлчов ва ўлчов асбоблари Комитети техника ва саноатнинг ҳамма соҳаларида ва ўқитишда татбиқ этиладиган Халқаро бирликлар системасини ишлатишни мақбул деб топди (ГОСТ 9867—61). Бу система рус алфавитида СИ, латинчада эса SI ҳарфлари билан белгиланади.

СИ бошқа ҳар қандай ўлчов бирликлари системаси каби икки гурппага: асосий ва ҳосилавий бирликларга бўлинади. Ҳосилавий бирликлар физикавий қонунларни ифодаловчи формулалар асосида ҳосил қилинади.

СИ системасининг механикавий катталикларни ўлчаш учун кўп қўлланиладиган МКГСС системасидан принципиал фарқи шундаки, МКГСС системасида куч бирлиги асосий ўлчов бирлик бўлиб, масса бирлиги ҳосилавийдир. СИ системасида эса, масса бирлиги асосий бирлик, куч эса ҳосилавий бирликдир.

Материаллар қаршилигида қўлланиладиган СИ системасининг баъзи бир асосий ва ҳосилавий бирликларини кўриб чиқамиз.

9867 — 61 ГОСТ га кўра Халқаро ўлчов бирликлар системаси СИ

| Катталикларнинг номи | Ўлчов бирликлари | Қисқача белгиланиши |         |
|----------------------|------------------|---------------------|---------|
|                      |                  | Ўзбекча             | латинча |
| Асосий бирликлар     |                  |                     |         |
| Узунлик              | метр             | м                   | m       |
| Масса                | килограмм        | кг                  | kg      |
| Вақт                 | секунд           | сек                 | s       |
| Қўшимча бирликлар    |                  |                     |         |
| Ясси бурчак          | радиан           | рад                 | rad     |

| Катталикларнинг номи                                      | Ўлчов бирликлари               | Қисқача белгиланиши |           |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------|-----------|
|                                                           |                                | Ўзбекча             | латинча   |
| Ҳосиллаб берилган                                         |                                |                     |           |
| Юз                                                        | квадрат метр                   | $m^2$               | $m^2$     |
| Ҳажм                                                      | куб метр                       | $m^3$               | $m^3$     |
| Статик момент ва текисликдаги кесимнинг қаршиллик моменти | куб метр                       | $m^3$               | $m^3$     |
| Текисликдаги кесимнинг инерция моменти                    | тўртинчи даражали метр         | $m^4$               | $m^4$     |
| Зичлик                                                    | килограмм бўлинган куб метр    | $кг/м^3$            | $кг/м^3$  |
| Тезлик                                                    | метр бўлинган секунд           | $м/сек$             | $м/с$     |
| Бурчак тезлик                                             | радиан бўлинган секунд         | $рад/сек$           | $рад/с$   |
| Тезланиш                                                  | метр бўлинган секунд квадрат   | $м/сек^2$           | $м/с^2$   |
| Бурчак тезланиш                                           | радиан бўлинган секунд квадрат | $рад/сек^2$         | $рад/с^2$ |
| Куч                                                       | ньютон                         | $н$                 | $N$       |
| Куч моменти                                               | ньютон·метр                    | $н·м$               | $N·m$     |
| Кучланиш (механикавий босим)                              | ньютон бўлинган метр квадрат   | $н/м^2$             | $N/м^2$   |
| Иш, энергия                                               | жоуль                          | $жс$                | $J$       |
| Қувват                                                    | ватт                           | $вт$                | $W$       |
| Солиштирма оғирлик                                        | ньютон бўлинган метр куб       | $н/м^3$             | $N/м^3$   |
| Инерция моменти (динамикавий)                             | килограмм·метр квадрат         | $кг·м^2$            | $кг·м^2$  |
| Частота                                                   | герц                           | $гц$                | $Hz$      |

Каттароқ ёки кичикроқ (каррали ёки улушли) ўлчов бирликлари асосий ёки ҳосиллаб берилган бирликларнинг мусбат ёки манфий даражасига кўпайтириш билан ҳосил қилинади.

Каррали ёки улушли бирликларнинг номи дастлабки бирликлар номига олд қўшимча қўшиш орқали ҳосил қилинади. Энг кўп ишлатиладиган олд қўшимчалар қуйидагилардир:

| Олд қўшимчалар | Қисқача белгиланиши | Кўпайтувчи | Олд қўшимчалар | Қисқача белгиланиши | Кўпайтувчи |
|----------------|---------------------|------------|----------------|---------------------|------------|
| Мега           | $M$                 | $10^6$     | Деци           | $d$                 | $10^{-1}$  |
| Кило           | $k$                 | $10^3$     | Сант           | $c$                 | $10^{-2}$  |
| Гекто          | $г$                 | $10^2$     | Милли          | $м$                 | $10^{-3}$  |
| Дека           | $да$                | $10$       | Макро          | $мк$                | $10^{-6}$  |

Оддий бирлик номига иккита олд қўшимча қўшиш мумкин эмас (масалан, мегакилоньютон). Каррали ёки улушли бирликларни ифодаловчи бирликларнинг номига (масалан, тоннага, центнерга) ҳам олд қўшимча қўшиш мумкин эмас.

Айрим ҳолларда унли қўшимчани ҳосилавий бирликнинг махражидаги бирлик номига қўллаш мумкин. Масалан, кучланишни ўлчашда  $\text{н/мм}^2$  бирликни татбиқ этиш мумкин, чунки  $1 \text{ н/мм}^2 = 1 \text{ Мн/мм}^2$  эканлигини осонгина аниқлаш мумкин.

СИ, МКГСС, СГС бирликлар системаларида ҳамда системага кирмаган бирликларда ифодаланган механикавий бирликлар орасидаги ўзаро боғланишлар қуйидаги жадвалда берилган.

| МКГСС ва СГС бирликлар системалари ва системага кирмаган бирликлар | СИ бирликлар системаси                   | МКГСС ва СГС бирликлар системалари ва системага кирмаган бирликлар              | СИ бирликлар системаси                                                     |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| <b>Ўз бирлиги</b>                                                  |                                          | <b>Куч моменти, жуфт куч моменти бирликлари</b>                                 |                                                                            |
| $1 \text{ см}^2$                                                   | $10^{-4} \text{ м}^2$                    | $1 \text{ килограмм} \cdot \text{куч метр (кг} \cdot \text{м)}$                 | $9,81 \text{ н} \cdot \text{м} \approx 10 \text{ н} \cdot \text{м}$        |
| <b>Қаршилик моменти ва текис кесим статик моменти бирлиги</b>      |                                          | $1 \text{ килограмм} \cdot \text{куч} - \text{сантиметр (кг} \cdot \text{см)}$  | $0,0981 \text{ н} \cdot \text{м} \approx 10^{-1} \text{ н} \cdot \text{м}$ |
| $1 \text{ см}^3$                                                   | $10^{-6} \text{ м}^3$                    | <b>Солиштирма оғирлик бирликлари</b>                                            |                                                                            |
| <b>Текис кесим инерция моменти бирлиги</b>                         |                                          | $1 \text{ Т/м}^3; 1 \text{ Г/см}^3;$                                            | $9,81 \cdot 10^3 \text{ н/м}^3 \approx 10^4 \text{ н/м}^3$                 |
| $1 \text{ см}^4$                                                   | $10^{-8} \text{ м}^4$                    | $1 \text{ тк/м}^3$                                                              | $\approx 10^4 \text{ н/м}^3$                                               |
| <b>Масса бирликлари</b>                                            |                                          | $1 \text{ кг/см}^3$                                                             | $9,81 \cdot 10^3 \text{ н/м}^3 \approx 10^4 \text{ н/м}^3$                 |
| $1 \text{ тонна (т)}$                                              | $10^3 \text{ кг}$                        | <b>Иш ва энергия бирликлари</b>                                                 |                                                                            |
| $1 \text{ центнер (ц)}$                                            | $10^2 \text{ кг}$                        | $1 \text{ килограмм} \cdot \text{метр (кг} \cdot \text{м)}$                     | $9,81 \approx 10 \text{ ж}$                                                |
| <b>Бурчак тезлик бирликлари</b>                                    |                                          | $1 \text{ квт} \cdot \text{соат}$                                               | $3,6 \cdot 10^6 \text{ ж}$                                                 |
| $1 \text{ минутда айланиш (айл/мин)}$                              | $\frac{\pi}{30} \text{ рад/сек}$         | $1 \text{ эрг}$                                                                 | $10^{-7} \text{ ж}$                                                        |
| $1 \text{ айл/сек}$                                                | $2\pi \text{ рад/сек}$                   | <b>Қувват бирликлари</b>                                                        |                                                                            |
| <b>Куч бирликлари</b>                                              |                                          | $1 \text{ килограмм} \cdot \text{метр бўлинган секунд (кг} \cdot \text{м/сек)}$ | $9,81 \approx 10 \text{ вт}$                                               |
| $1 \text{ тонна} \cdot \text{куч (т, тк)}$                         | $9,81 \cdot 10^3 \approx 10^4 \text{ н}$ | $1 \text{ от кучи (о. к.)}$                                                     | $735,5 \text{ вт}$                                                         |
| $1 \text{ килограмм} \cdot \text{куч (кг, кг} \cdot \text{к)}$     | $9,81 \approx 10 \text{ н}$              | $1 \text{ эрг/сек}$                                                             | $10^{-7} \text{ вт}$                                                       |
| $1 \text{ дина (дина)}$                                            | $10^{-5} \text{ н}$                      | <b>Босим (механикавий кучланиш) бирликлари</b>                                  |                                                                            |
| <b>Ҳажм бирлиги</b>                                                |                                          | $1 \text{ бар (бар)}$                                                           | $10^6 \text{ н/м}^2$                                                       |
| $1 \text{ см}^3$                                                   | $10^{-6} \text{ м}^3$                    | $1 \text{ кг/см}^2 = 1 \text{ атм}$                                             | $9,81 \cdot 10^4 \approx 10^5 \text{ н/м}^2$                               |
|                                                                    |                                          | $1 \text{ кг/м}^2$                                                              | $9,81 \approx 10 \text{ н/м}^2$                                            |

## БИРИНЧИ ҚИСМ

### I боб

#### ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

##### 1.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА БОҒЛАНИШЛАР

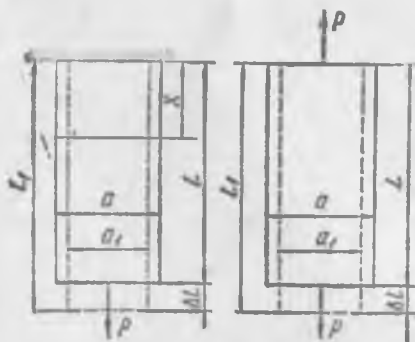
1.1-расмда бруснинг чўзилиши, 1.2-расмда эса сиқилишининг энг оддий ҳоллари кўрсатилган. Чўзилнш-сиқилишда брус кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган ички эластик кучлар биргина ички куч факторига — бўйлама (нормал) кучга келтирилади ва  $N_x$  (ёки  $N$ ) билан белгиланади.

Бўйлама куч  $N_x$  кесимлар усули билан аниқланади: у сон жиҳатдан хаёлан ўтказилган кесимнинг (1.3-расм) бир томонида жойлашган барча ташқи кучларнинг брус бўйлама ўқи ( $Ox$ ) га проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Чўзилишда  $N_x > 0$ , сиқилишда эса  $N_x < 0$  деб ҳисоблаш қабул қилинган.

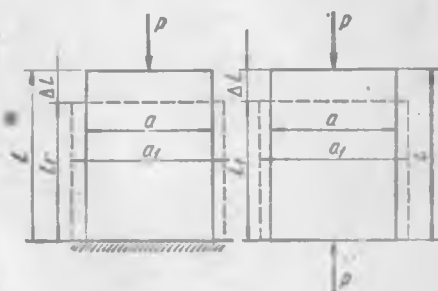
Чўзилиш — сиқилишда бруснинг кўндаланг кесимида фақат нормал кучланиш ҳосил бўлади ва у ушбу формула ёрдамида ҳисобланади:

$$\sigma = \frac{N_x}{F},$$

бу ерда  $F$  — брус кўндаланг кесимининг юзаси.



1. 1- расм.



1. 2- расм.

$N_x$  учун ишоралар қои-  
даси қандай татбиқ этил-  
са,  $\sigma$  учун шундай тат-  
биқ этилади. Кучланиш-  
нинг ўлчами:  $\text{кнч/узун-}$   
 $\text{лик}^2$  бўлиб, мос ўлчов

бирликлари  $\text{кГ/см}^2$  ёки  
 $\text{кГ/мм}^2$ .

Халқаро ўлчов бир-  
ликлар системасидан  
фойдаланилганда асосий  
бирлик— $\text{н/м}^2$ , шунингдек,  
мос каррали ва улушли  
бирликлар  $\text{кн/м}^2$ ,  $\text{Мн/м}^2$ ,  
 $\text{н/мм}^2$ ,  $\text{н/см}^2$  бўлади.

Бруснинг чузилишда нисбий узайиши (ёки сиқилишда нис-  
бий қисқариши) 1.1-расм (ёки 1.2) дан аниқланади:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

бу ерда  $\Delta l = (l_1 - l)$  — бруснинг абсолют узайиши (ёки абсо-  
лют қисқариши);

$l$  — бруснинг дастлабки узунлиги.

Брус кундаланг ўлчамининг нисбий ўзгариши:

$$\epsilon' = \frac{\Delta a}{a},$$

бу ерда:  $\Delta a = a_1 - a$ .

Чузилишда  $\epsilon > 0$  деб ҳисобланади, бинобарин  $\epsilon' < 0$ , си-  
қилишда эса, аксинча.

$\epsilon$  ва  $\epsilon'$  катталиклар чизиқли деформациялар ҳам  
деб аталади.

$\epsilon'$  нинг  $\epsilon$  га нисбатининг абсолют катталиги кундаланг  
деформация коэффиценти ёки Пуассон коэф-  
фициенти дейилади.

$$\mu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|.$$

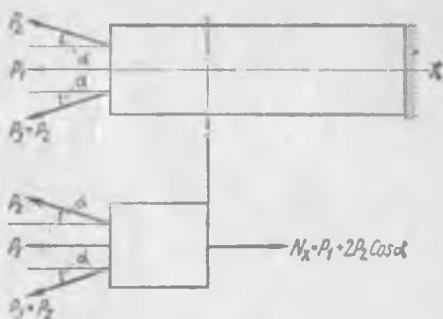
Барча изотроп материаллар учун Пуассон коэффиценти-  
нинг катталиги

$$0 \leq \mu \leq 0,5.$$

Нисбий узайиш билан нормал кучланиш орасида қуйидаги  
боғланиш мавжуддир:

$$\sigma = E\epsilon.$$

Бу муносабат чизиқли кучланиш ҳолатида Гук қонунининг  
аналитик ифодасидир.



1. 3- расм.

Бу ерда  $E$  — бўйлама эластиклик модули ёки биринчи тур эластиклик модули;  $E$  нинг ўлчами худди кучланишники ка- бидир.

Бруснинг абсолют узайиши (қисқариши)  $F = \text{const}$  ва  $N_x = - \text{const}$  бўлганда қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\Delta l = \frac{N_x l}{EF}$$

$N_x$  ва  $F$  ўзгарувчан (ёки, улардан бири ўзгарувчи) бўлганда эса,

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_x dx}{EF}.$$

Умумий ҳолда, яъни  $N_x$  ва  $F$  нинг ўзгариш қонуни брус- нинг алоҳида участкаси учун турлича бўлганда

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{i=k} \int_0^{l_i} \frac{N_x dx}{E_i F_i}.$$

Бундан хусусий ҳол сифатида қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{N_{xi} l_i}{E_i F_i}.$$

Бу формула бўйлама куч ва кесим юзи бруснинг алоҳида участкаси оралиғида ўзгармас деб ҳисобланганда ишлатилади (1.1- мисолга қаранг).

Бруснинг қандайдир икки кўндаланг кесимининг ўзаро силжиши унинг шу кесимлар орасидаги қисмининг узайиши (қисқариши) га тенг бўлади.

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma = \frac{N_x}{F} \leq [\sigma],$$

бу ерда  $\sigma$ ,  $N_x$  — хавфли кўндаланг кесим (яъни энг катта куч- ланиш ҳосил бўладиган кесим) даги нормал кучланиш ва бўйлама куч;

$F$  — хавфли кесим юзи;

$[\sigma]$  — рухсат этилган кучланиш.

Кўндаланг кесимнинг керакли юзи қуйидаги формула ёр- дамида аниқланади:

$$F \geq \frac{N_x}{[\sigma]}.$$

Бўйлама кучнинг рухсат этилиши мумкин бўлган (хавфсиз) катталигини аниқлаш формуласи:

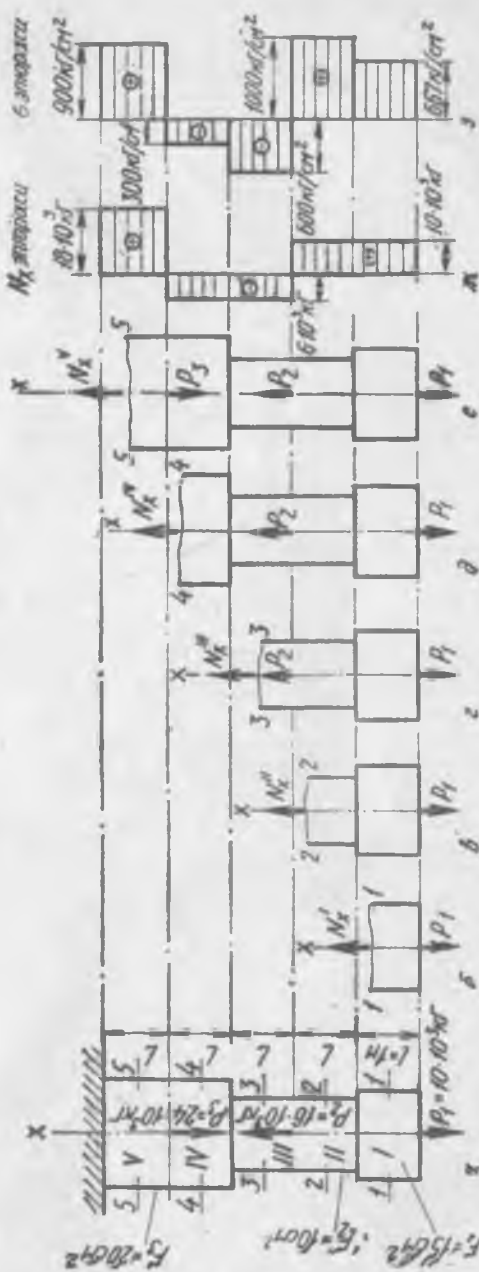
$$[N_x] = F [\sigma].$$

Кесимлар усули асосида топилган  $[N_x]$  нинг қиймати бўйича (статик аниқмас системалар учун қўшимча силжишлар тенгламалари тузилади) ташқи кучларнинг рухсат этиш мумкин бўлган миқдори аниқланади.

## 1.2-§. ЧЎЗИЛИШ — ОҢҚИЛИШНИНГ СТАТИК АНИҚ ҲОЛЛАРИ

1.1-мисол. Берилган брус (1.4-рasm, а) учун бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюралари қурилсин.

Ечиш. Брусни эркин учидан бошлаб, бешта алоҳида участкаларга бўламиз; участкаларнинг чегаралари сифатида ташқи кучлар қўйилган кесимлар ҳамда кундаланг кесим ўлчамлари ўзгарган жой олинади (бу участкалар 1.4-рasm, а да рим рақамлари билан белгиланган). I участкада ихтиёрий кесим I—I ни ўтказамиз ва бруснинг юқори қисмини олиб ташлаб, қолдирилган (остки) қисмининг мувозанат шартини қараймиз. У 1.4-рasm, б



1.4-рasm.

да алоҳида тасвирланган. Қолдирилган қисмга  $P$ , куч ва изланаётган  $N_x^I$  кучланиш таъсир қилади. Бу қисмга таъсир этувчи кучларни  $x$  ўқиға проекциялаб қуйидагиларни топамиз:

$$N_x^I - P_1 = 0; \quad N_x^I = P_1 = 10 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Бўйлама куч  $N_x^I$  плюс ишора билан ҳосил бўлди, демак, у ҳақиқатан ҳам, олдиндан қабул қилганимиздек (1.4-расм, б) кесимдан ташқарига томон йўналган. Шундай қилиб, бруснинг биринчи участкаси чўзилиш таъсирида бўлади.

1.4-расм, б ва 1.4-расм, в ларни солиштириб, қуйидаги хулосага келамиз:

$$N_x^{II} = N_x^I = P_1 = 10 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

III участкада ихтиёрий  $\delta - \delta$  кесимни ўтказамиз, бруснинг юқори қисмини олиб ташлаб, (1.4-расм, г да алоҳида тасвирланган) қолган остки қисмининг мувозанатини қараймиз. Қолдирилган қисмга  $P_1$ ,  $P_2$  кучлар ва изланаётган  $N_x^{III}$  кучланиш таъсир қилади. Бу кучларни  $x$  ўқиға проекциялаб қуйидагиларни топамиз:

$$N_x^{III} - P_1 + P_2 = 0,$$

$$N_x^{III} = -P_2 + P_1 = -16 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3 = -6 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Минус ишора  $N_x^{III}$  кучининг ҳақиқатда олдиндан тавсия қилингандек кесимдан ташқарига эмас, аксинча кесим томон йўналганини кўрсатади (1.4-расм, г га қараи). Демак, III участка сиқилиш таъсирида бўлади.

4—4 (1.4-расм. д) ва 5—5 (1.4 расм, е) кесимлардаги бўйлама кучларнинг топилган қийматлари ҳам худди шу усулда топилади.

Бўйлама кучнинг брус узунлиги бўйича ўзгариш графигини (эпюрасини) қурамиз. Графикнинг абсцисса ўқини брус ўқиға параллел қилиб ўтказамиз, ордината ўқи бўйлаб ихтиёрий олинган масштабда бўйлама кучнинг топилган қийматларини жойлаштирамиз.

Бўйлама куч мусбат қийматларини эпюра ўқидан ўнгга, манфийларини эса чапга жойлаштирамиз (1.4-расм, ж). Нормал кучланиш қиймати  $N_x$  ни бруснинг мос кўндаланг кесим юзларига бўлиб, нормал кучланиш эпюрасини ҳосил қиламиз (1.4-расм. з).

1.2- мисол. Пулаг брус учун (1.5-расм, а) кўндаланг кесимнинг кўчиш эпюраси қурилсин

$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

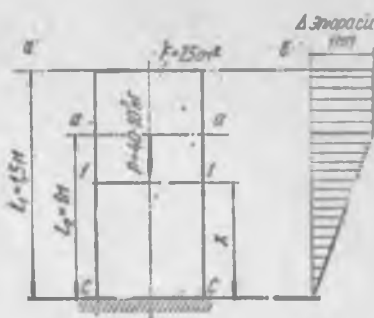
Брус оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Ечиш. Кўчиш эпюрасини маҳкамланган учдан бошлаб қуриш керак. Бруснинг пастки қисмига тегишли бўлган ихтиёрий 1 — 1 кесимнинг кўчиши

$$\Delta_x = \frac{Px}{EF},$$

яъни, кўчиш чизиқли қонун билан (кесим маҳкамланган учдан узоқлашган сари) ўсади.

С — С кесимнинг кўчиши нолга тенг, чунки у маҳкамланган жойга тегишли. а — а кесимнинг кўчиши



1. 5-расм.

$$\Delta_{a-a} = \frac{Pl_2}{EF} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 25} = 0,08 \text{ см} = 0,8 \text{ мм}.$$

Бруснинг юқори қисми (а — а кесимдан юқори) кўндаланг кесимининг кўчиши бир хил бўлиб,  $\Delta_{a-a}$  га тенг (чунки бруснинг бу қисми деформацияланмайди). Кўчиш эпюраси 1.5-расм, б да кўрсатилган.

1.3-мисол. Кесик конус шаклидаги пулат брус (1.6-расм, а) учун нормал кучланиш эпюраси қурилсин ва эркин учининг кўчиши ҳисоблансин. Брус сгирлиги ҳисобга олинмасин.

$$E = 2,0 \cdot 10^8 \text{ кг/см}^2.$$

Ечиш. Бўйлама куч исталган кўндаланг кесимда бир хил:

$$N_x = P = 4 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

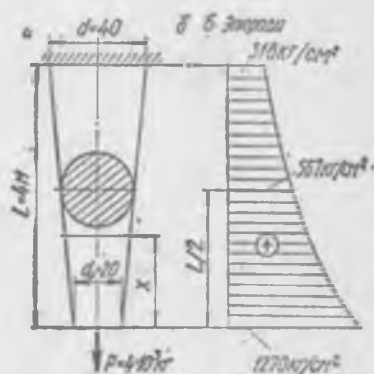
Ихтиёрий кўндаланг кесим юзи (1.6-расм, а га қаранг)

$$F_x = \frac{\pi}{4} \left( d_0 + \frac{d - d_0}{l} x \right)^2.$$

Нормал кучланиш (ихтиёрий кўндаланг кесимда)

$$\sigma_x = \frac{N_x}{F_x} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} \left( d_0 + \frac{d - d_0}{l} x \right)^2},$$

яъни  $\sigma_x$  бруснинг узунлиги гиперболик қонун бўйича ўзгаради.



1. 6-расм.

$\sigma_x$  эпюрасини қуриш учун унинг учта хусусий қийматини ҳисоблаб топамиз:

$$\sigma_{x=0} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d_0^2} = \frac{4000}{\frac{\pi}{4} 2^2} = 1270 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{x=\frac{1}{2}l} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} \left( \frac{d_0 + d}{2} \right)^2} = \frac{4000}{\frac{\pi}{4} \left( \frac{2+4}{2} \right)^2} = 567 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{x=l} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4000}{\frac{\pi}{4} \cdot 4^2} = 318 \text{ кг/см}^2.$$

$\sigma$  эпюраси 1.6-расм, б да келтирилган. Бу мисолда брус кўндаланг кесим юзи бўйлама куч ўзгармас бўлишига қарама-масдан унинг баландлиги бўйича узлуксиз ўзгаради. Бруснинг чўзилишини аниқлаш учун умумий формулани қўллаш керак:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \int_0^l \frac{N_x dx}{EF_x} = \frac{P}{E} \int_0^l \frac{dx}{\frac{\pi}{4} \left( d_0 + \frac{d-d_0}{l} x \right)^2} = \frac{4Pl}{E\pi(d-d_0)} \left( \frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} \right) = \\ &= \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 400}{2 \cdot 10^4 \pi (4-2)} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 0,127 \text{ см.} \end{aligned}$$

1.4- мисол. Пулат брус учун (1.7-расм, а) бўйлама куч, нормал кучланиш эпюралари қурилсин, агар  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Мн/м}^2$  бўлса, бруснинг абсолют чўзилиши аниқлансин.

Бруснинг юқори қисмига унинг узунлиги бўйича текис тақсимланган ва интенсивлиги  $q = 10 \text{ кн/м}$  бўлган ўқ бўйича нарузка таъсир этади.

Ечиш. Кесимлар усулини татбиқ этиб, бўйлама кучни брус ҳар бир участкасининг узунлиги бўйича ўзгариш қонунини топамиз. Биринчи участкада (1.7-расм, б)

$$N_x^I = P = 20 \text{ кн.}$$

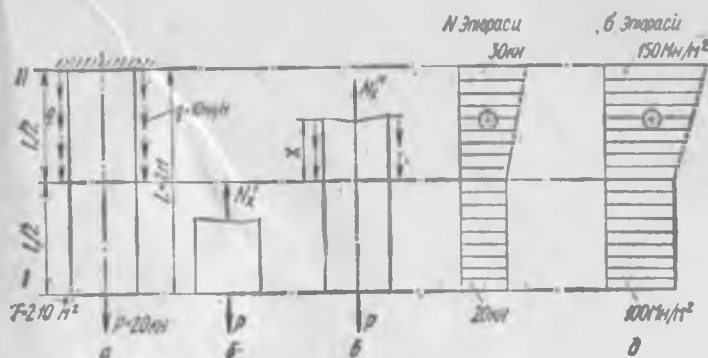
Иккинчи участкада (1.7-расм, в)

$$N_x^{II} = P + qx.$$

Бу участкада бўйлама куч чизиқли қонун бўйича ўзгаради. Участканинг бошида  $N_{x=0}^{II} = P = 20 \text{ кн}$ , охирида —  $N_{x=0,5l}^{II} = P + q \frac{l}{2} = 20 + 10 \cdot 1 = 30 \text{ кн}$ . Буйлама кучлар эпюраси

1.7-расм, г да кўрсатилган.

Нормал кучланишни аниқлаймиз.



1. 7- расм.

Биринчи участка ва иккинчи участка бошида ( $x=0$  бўлганда)

$$\sigma^I = \frac{N_x^I}{F} = \frac{20 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2 = 100 \text{ Мн/м}^2.$$

Иккинчи участка охирида

$$\sigma^{II} = \frac{N_x^{II}}{F} = \frac{30 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 150 \text{ Мн/м}^2.$$

$\sigma$  эпюраси 1.7-расмда, д да келтирилган.

Бруснинг абсолют чўзилиши

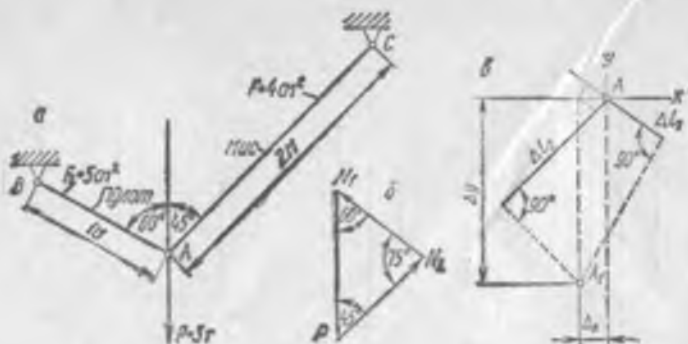
$$\begin{aligned} \Delta l &= \frac{N_x^I \cdot \frac{1}{2}}{EF} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{N_x^{II} dx}{EF} = \frac{Pl}{2EF} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{(P+qx) dx}{EF} = \frac{Pl}{EF} + \frac{ql^2}{8EF} = \\ &= \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2^2}{8 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 1,125 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 0,113 \text{ см.} \end{aligned}$$

1.5- мисол. Стерженли система (1.8- расм, а) А тугунининг кўчиши  $E_a = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ;  $E_u = 1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  аниқлансин.

Е чи ш. А тугунга таъсир этувчи берилган  $P$  нагрузка ва стерженлардаги номаълум  $N_1$  ва  $N_2$  зўриқишларнинг мувозанат шартидан куч учбурчагини ясаймиз (1.8- расм, б). Синуслар теоремасидан қуйидагиларни аниқлаймиз:

$$N_1 = \frac{P \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = \frac{3000 \cdot 0,707}{0,966} = 2200 \text{ кг};$$

$$N_2 = \frac{P \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} = \frac{3000 \cdot 0,866}{0,966} = 2690 \text{ кг}.$$



1. 8- расм.

Стерженларнинг абсолют чўзилиши:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_n F_1} = \frac{2200 \cdot 100}{2 \cdot 10^8 \cdot 5} = 0,022 \text{ см} = 0,22 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_n F_2} = \frac{2690 \cdot 200}{1 \cdot 10^8 \cdot 4} = 0,1345 \text{ см} = 1,345 \text{ мм}.$$

А шарнирнинг деформациядан кейинги ҳолати (А, нуқта) ни аниқлаш учун В ва С нуқталардан  $l_1 + \Delta l_1$  ва  $l_2 + \Delta l_2$  радиусли эъларни кесиштириш етарли бўлар эди, лекин деформациялаш кучи кичик бўлганлиги сабабли ҳар стерженнинг давомига ўз чўзилишларини жойлаштириб, ёйлар ўтказиш ўрнига, ҳосил қилинган нуқталардан стержень йўналишларига перпендикуляр ўтказиш билан аниқласа бўлади.

Шундай қилиб, ҳосил қилинган геометрик ясаш (1.8- расм, б) кучиш диаграммаси дейилади. Бу диаграммадан,  $\Delta l_1$  А шарнирнинг горизонтал  $\Delta_x$  ва вертикал  $\Delta_y$  кучишларининг 1-стержень йўналишига бўлган проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг эканлиги ва  $\Delta l_2$  эса,  $\Delta_x$  ва  $\Delta_y$  ларнинг 2-стержень йўналишига бўлган проекцияларининг йиғиндисига тенг эканлиги кўринади, яъни

$$\Delta l_1 = \Delta_y \sin 30^\circ - \Delta_x \cos 30^\circ;$$

$$\Delta l_2 = \Delta_y \sin 45^\circ + \Delta_x \cos 45^\circ.$$

ёки

$$0,5 \Delta_y - 0,866 \Delta_x = 0,22 \text{ мм}$$

$$0,707 \Delta_y + 0,707 \Delta_x = 1,345 \text{ мм},$$

бундан

$$\Delta_x = 0,53 \text{ мм}; \quad \Delta_y = 1,36 \text{ мм}.$$

1. 6- мисол. Стерженли системадаги (1.9- расм, а) стерженлар кўндаланг кесими диаметрлари ( $d_1$  ва  $d_2$ ) нинг керак-

ли кагталиклари мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб аниқлансин. Стержень Ст. 3,  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  пўлатидан тайёрланади.

Ечиш  $BC$  ва  $EF$  стерженларни кесиб, олиб ташланган қисмининг системанинг қолган қисмига таъсири  $N_1$  ва  $N_2$  бўйлама кучлар билан алмаштириб, 1.9-расм, б да кўрсатилган ҳисоблаш системасини ҳосил қиламиз.  $AB$  балка учун мувозанат тенгламасини тузамиз.

$$\sum m_A = 0; N_1 \cdot 3,75 - P \cdot 3 = 0,$$

бундан

$$N_1 = \frac{3P}{3,75} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 10^3}{3,75} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

$BC$  стержень кесимининг зарурий юзи

$$F_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{3200}{1600} = 2 \text{ см}^2,$$

$BC$  стерженнинг керакли диаметри эса,

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{3,14}} \approx 1,6 \text{ см.}$$

$CD$  балка учун мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum m_D = 0; N_1 \cdot 3,8 - N_2 \cdot 3,2 \sin 30^\circ = 0,$$

бундан

$$N_2 = \frac{N_1 \cdot 3,8}{3,2 \sin 30^\circ} = \frac{3,2 \cdot 10^3 \cdot 3,8}{3,2 \cdot 0,5} = 7,6 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

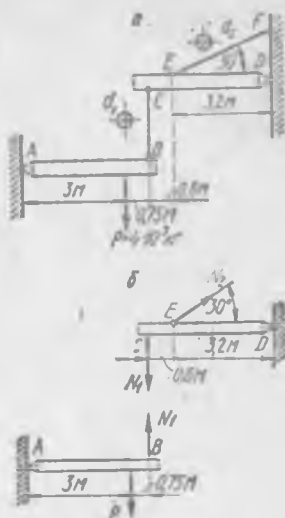
$EF$  стержень кесимининг зарурий юзи

$$F_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{7600}{1600} = 4,75 \text{ см}^2,$$

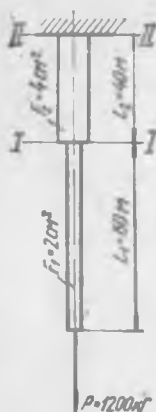
$EF$  стерженнинг керакли диаметри эса,

$$d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,75}{3,14}} \approx 2,5 \text{ см.}$$

1.7-мисол. Икки поғонали бруснинг (1.10-расм) ҳар бир участкаси учун хавфли кесимларидаги кучланишлар ва унинг тўла ҳузилиши брус оғирлигини ҳисобга олган ҳолда аниқлансин. Бунда  $\gamma = 7,85 \text{ Г/см}^3$ ,  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .



1.9-расм.



1. 10- расм.

Ечиш.  $I-I$  ва  $II-II$  хавфли кесимлардир.

$I-I$  кесимдаги бўйлама куч

$$\max N_x^I = P + \gamma F_1 l_1 = 1200 + 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 80 \cdot 10^3 = 1326 \text{ кг}.$$

$I-I$  кесимдаги нормал кучланиш

$$\max \sigma_1 = \frac{\max N_x^I}{F_1} = \frac{1326}{2} = 663 \text{ кг/см}^2.$$

$II-II$  кесимдаги бўйлама куч

$$\max N_x^{II} = P + \gamma F_1 l_1 + \gamma F_2 l_2 = 1200 + 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 80 \cdot 10^3 + 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 40 \cdot 10^3 = 1452 \text{ кг}.$$

$II-II$  кесимдаги нормал кучланиш

$$\max \sigma_{II} = \frac{\max N_x^{II}}{F_2} = \frac{1452}{4} = 363 \text{ кг/см}^2.$$

Бруснинг тўла чўзилиши

$$\Delta l = \frac{Pl_1}{EF_1} + \frac{\gamma F_1 l_1 l_1}{2EF_1} + \frac{Pl_2}{EF_2} + \frac{\gamma F_1 l_1 l_2}{EF_2} + \frac{\gamma F_2 l_2 l_2}{2EF_2},$$

бу ерда  $\frac{Pl_1}{EF_1}$  — брус остки қисмининг  $P$  куч таъсирида чўзилиши;

$\frac{\gamma F_1 l_1 l_1}{2EF_1} = \frac{\gamma l_1^2}{2E}$  — брус остки қисмининг ўз оғирлиги таъсирида чўзилиши\*;

$\frac{Pl_2}{EF_2}$  — брус устки қисмининг  $P$  куч таъсирида чўзилиши;

$\frac{\gamma F_1 l_1 l_2}{EF_2}$  — брус устки қисмининг остки қисми оғирлиги таъсирида чўзилиши, бу оғирлик устки қисм учун тўпланган куч бўлади;

$\frac{\gamma F_2 l_2 l_2}{2EF_2} = \frac{\gamma l_2^2}{2E}$  — брус устки қисмининг ўз оғирлиги таъсирида чўзилиши.

Сон қийматларни қўйиб,  $\Delta l = 3,22 \text{ см}$  эканлигини топамиз.

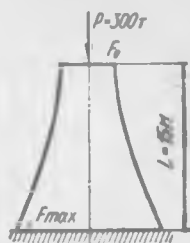
1.8- мисол. Сиқилишга тенг қаршиликли брус шаклида тошдан ишланган устуннинг (1.11- расм): 1) устки кесими юзи  $F_0$ ;

\*Бу ерда ўзгармас қўйдаланг кесимли брус (брус участкаси) нинг ўз оғирлиги таъсирида чўзилиши унинг эркин учига қўйилган ва ўз оғирлигига тенг бўлган тўпланган куч таъсирида чўзилишига қараганда икки марта кичик бўлишини ёслатиб ўтамиз.

2) остки кесимнинг юзи  $F_{\max}$ ; 3) терманинг огирлиги  $Q$  аниқлансин. Терманинг сиқилишга рухсат этилган кучланиши  $[\sigma_c] = 10 \text{ кг/см}^2$ ; терманинг ҳажмий огирлиги  $\gamma = 2.5 \text{ Т/м}^3$ .

Ечиш. 1) устки кесимнинг керакли юзи

$$F_0 = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{300000}{10} = 30000 \text{ см}^2 = 3 \text{ м}^2.$$



1. 11-расм.

2) Остки кесимнинг керакли юзи  $F_{\max}$  ни қуйидаги формуладан топамиз:

$$F_{\max} = F_0 e^{\frac{\gamma l}{[\sigma]}} = 3 \cdot 2.72^{\frac{2.5 \cdot 15}{100}} = 4.37 \text{ м}^2,$$

бу ерда  $[\sigma] = 10 \text{ кг/см}^2 = 100 \text{ Т/м}^2$ .

3) Терманинг огирлиги

$$Q = F_{\max} [\sigma] - P = 4.37 \cdot 100 - 300 = 137 \text{ Т}.$$

Терманинг ҳажми

$$V = \frac{Q}{\gamma} = \frac{137}{2.5} = 53.8 \text{ м}^3.$$

## Мустақил ечиш учун масалалар

1.1. Брусга таъсир этувчи (1.12-расм) бўйлама куч ва нормал кучланишнинг эпюралари қурилсин ва брус узунлигининг тўла ўзгариши аниқлансин. Бунда  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Мн/м}^2$ .

Жавоби:  $|\max N_x| = 20 \text{ кн}$ ,  $|\max \sigma| = 100 \text{ Мн/м}^2$ ,  $\Delta l = 0.015 \text{ см}$ .

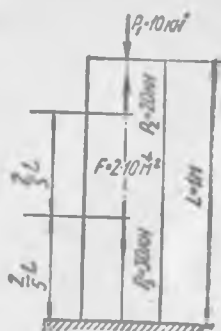
1.2. Поғонали брус (1.13-расм) учун бўйлама куч, нормал кучланиш эпюралари қурилсин ва унинг тўла узайиши аниқлансин. Масалани ечишда  $E_{ax} = 0.7 \cdot 10^6 \text{ Мн/м}^2$ ,  $E_{ay} = 1 \cdot 10^6 \text{ Мн/м}^2$ ,  $E_n = 2 \cdot 10^5 \text{ Мн/м}^2$  деб олинсин.

Жавоби.  $\Delta l = 0.318 \text{ см}$ .

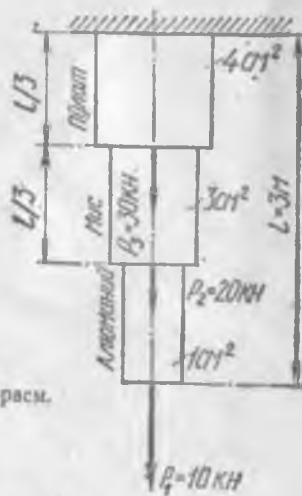
1.3. Кесим юзи  $F = 5 \text{ см}^2$  бўлган  $AB$  пўлат тортқи  $CD$  балкани тортиб туради (1.14-расм). Тортқидаги кучланиш ҳамда унинг абсолют чўзилиши аниқлансин ва  $CD$  балка учун бўйлама куч эпюраси қурилсин.

Жавоби.  $\sigma_{AB} = 1540 \text{ кг/см}^2$ ;  $\Delta l_{AB} = 0.148 \text{ см}$ .

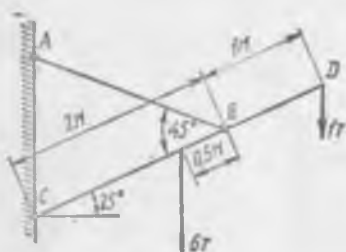
1.4. Қалинлиги ўзгармас ва эни ўзгарувчан пўлат полосанинг чўзилиши аниқлансин (1.15-расм),  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .



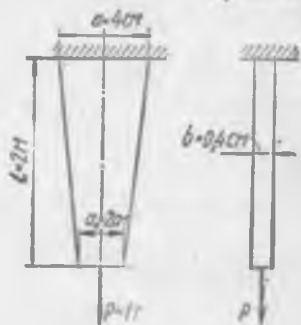
1. 12-расс.



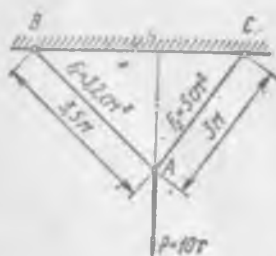
1. 13-расс.



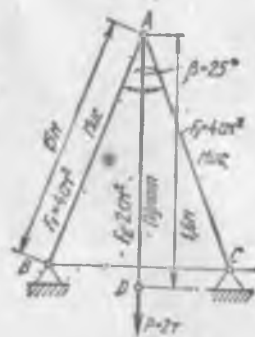
1. 14-расс.



1. 15-расс.



1. 16-расс.



1. 17-расс.



1. 18-расс.



1. 19- расм.

Полоса оғирлиги назарга олинмасин.

Жавоби.  $\Delta l = 0,87 \text{ мм.}$

1.5. А шарнирнинг тула кўчиши ҳисоблансин (1.16- расм), бунда  $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .

Кўрсатма. Масалани график усулда ечиш тавсия қилинади, яъни кўчиш диаграммасини ясаб, сўнгга изланаётган катталиклар диаграмманинг мос кесмаларини ўлчаш йўли билан аниқланади.

Жавоби.  $\Delta_A = 0,295 \text{ см.}$

1.6. Стерженли система D нуқтасининг кўчиши аниқлансин (1.17- расм),  $E_n = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ,  $E_m = 1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $\Delta_D = 0,126 \text{ см.}$

1.7. Труба деворининг қалинлиги аниқлансин (1.18- расм),  $[\sigma_n] = 900 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $t \approx 1,0 \text{ см.}$

1.8. Арка тортқисининг диаметри  $d = 30 \text{ мм}$  бўлиб,  $P = 12 \text{ т}$  куч билан тортилади (1.19- расм). Квадрат шайбанинг аркага бўлган босими  $80 \text{ кг/см}^2$  дан ошмаслик шартидан фойдаланиб, а томонининг узунлиги аниқлансин.

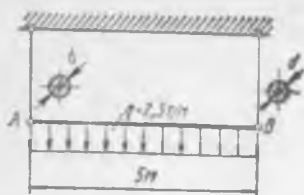
Жавоби.  $a = 12,5 \text{ см.}$

1.9. Агар тортқилар (1.20- расм) материалнинг оқувчанлик чегараси  $\sigma_0 = 30 \text{ кг/мм}^2$ , берилган (керакли) эҳтиёт коэффициенти  $[n_k] = 2$  бўлса, унинг талаб этилган диаметри аниқлансин.

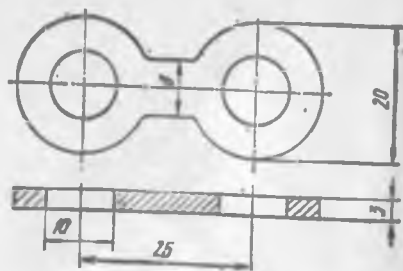
Жавоби.  $d = 2,35 \text{ см.}$

1.10. Юк кўтарадиган пластинкали занжир чузувчи зўриқиш  $P = 600 \text{ кг}$  таъсирида. Занжирнинг ҳар бир звеноси ўлчамлари 1.21- расмда кўрсатилган икки пластинкадан таркиб топган. Пластинканинг хавфли кесимидаги зўриқиш аниқлансин.

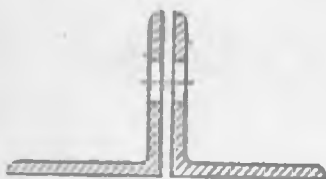
Жавоби.  $1250 \text{ кг/см}^2$ .



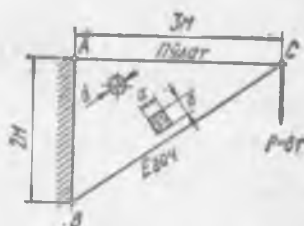
1. 20- расм.



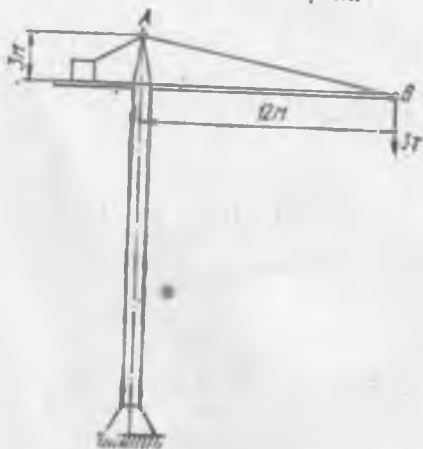
1. 21- расм.



1. 22- расм.



1.23-расм.



1. 24- расм.

1.11. 32 т зўриқиш билан чўзиладиган, рухсат этилган кучланиши  $[\sigma] = 1800 \text{ кг/см}^2$  бўлган металл ферма стерженлари учун 8509—57 ГОСТ бўйича иккита тенг ёнли бурчаклик танланг. Бунда стерженнинг кесими диаметри 20 мм бўлган парчин мих тешиги билан заифлаштирилганлигини назарга олинг (1.22-расм).

Жавоби.  $75 \times 75 \times 7$  (ўта кучланиши  $\approx 2,2\%$  бўлганда).

1.12. Кронштейн стерженлари кўндаланг кесимларининг керакли ўлчамлари аниқлансин (1.23-расм), пулат учун  $[\sigma]_{\text{п}} = 1400 \text{ кг/см}^2$ , ёғоч учун  $[\sigma]_{\text{г}} = 50 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $d = 3,6 \text{ см}$ ,  $a = 17 \text{ см}$ .

1.13. Минорали краннинг (1.24-расм) АВ тросидаги S чўзувчи зўриқиш ва трос туқиш учун керак бўлган  $d = 2 \text{ мм}$  диаметрли пулат сим (канат) ларнинг сони аниқлансин. Канат симининг ҳисобий мустаҳкамлик чегараси  $120 \text{ кг/мм}^2$ . Канат етти марта мустаҳкамлик билан ишлаши керак.

Жавоби.  $S = 12400 \text{ кг}$ ; 240 та сим

1.14. Денгиз чуқурлигини ўлчаш учун диаметри  $d = 1,5 \text{ мм}$  симга, ҳажми  $V = 2400 \text{ см}^3$  асбоб боғлаб туширилади. Асбоб оғирлиги  $G = 17 \text{ кг}$ . Агар симнинг мустаҳкамлик чегараси  $[\sigma_s] = 6500 \text{ кг/см}^2$  ва ҳажмий оғирлиги  $\gamma = 7,8 \text{ г/см}^3$  бўлса, сувга туширишнинг сим узиладиган чегаравий чуқурлиги  $h$  аниқлансин. Денгиз сувининг ҳажмий оғирлиги  $1 \text{ г/см}^3$  га тенг.

Жавоби.  $h \approx 9550 \text{ м}$ .

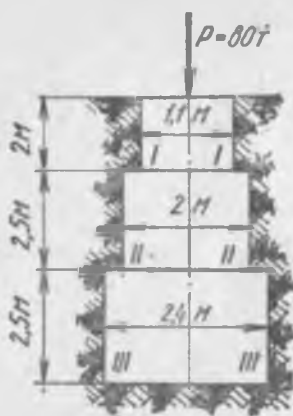
1.15. Агар  $\gamma = 2,4 \text{ Т/м}^3$  бўлса, кесими квадрат бўлган поғонали фундаментнинг (1.25-расм) I—I, II—II ва III—III кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар аниқлансин. Фундаментни ўраб турган тупроқнинг таъсири ҳисобга олинмасин.

Жавоби.  $\sigma_{I-I} = 7,09 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_{II-II} = 2,75 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_{III-III} = 2,51 \text{ кг/см}^2$ .

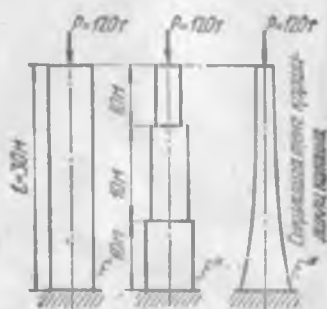
1.16. Агар  $\sigma_n = 10 \text{ кг/см}^2$ ,  $\gamma = 2,5 \text{ Т/м}^3$  бўлса, учта колонна (1.26-расм) асосларининг юзлари ва ҳажмлари (куба-туралари) солиштирилсин.

Жавоби.  $F_I = 4,8 \text{ м}^2$ ;  $V_I = 144 \text{ м}^3$ ;  
 $F_{II} = 2,82 \text{ м}^2$ ;  $V_{II} = 65,5 \text{ м}^3$ ;  
 $F_{III} = 2,54 \text{ м}^2$ ;  $V_{III} = 53,6 \text{ м}^3$ .

1.17. Диаметри 8 мм ва узунлиги 12 см, кўндаланг кесими доиравий шаклдаги икки резинкадан ясалган рогаткадан тош отиш учун резинкаларнинг ҳар бири 10 см узайтирилади.



1. 25-расм.



1. 26-расм.

Тошнинг оғирлиги  $0,1 \text{ кг}$ . Агар рогатканинг ф.и.к., яъни эластик деформация энергиясидан фойдаланиш улуши  $0,5$  бўлса тошнинг отилиш пайтидаги бошланғич тезлиги аниқлансин. Резинканинг бўйлама эластиклик модули  $E = 10 \text{ кг/см}$  (Кесмининг торайиши назарга олинмасин).

Жавоби.  $v = 6,4 \text{ м/сек}$ .

### 1.3-§. ЧЎЗИЛИШ-СИҚИЛИШНИНГ СТАТИК АНИҚМАС ҲОЛЛАРИ

1.9- мисол. Икки учи маҳкам бириктирилган брус (1.27- расм, а) учун боғланишлар реакциялари аниқлансин, бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюралари қурилсин.  $E_n = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ,  $E_m = 1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .

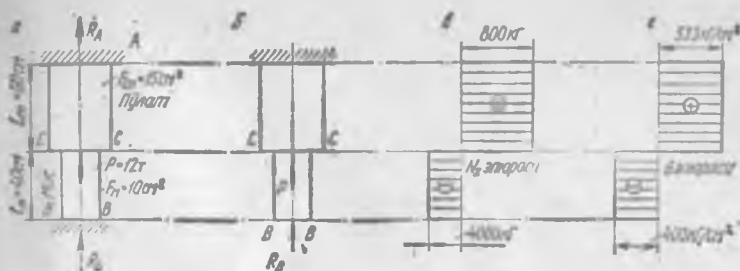
Ечиш. Қўриб чиқиладиган масала статик аниқмас масалалар категориясига тааллуқлидир, чунки ички зўриқишлар қийматини биргина статик тенгламалари ёрдамида аниқлаб бўлмайди, уларни аниқлаш учун қўшимча кўчишлар тенгламаларини (мазкур ҳолда битта) тузиш керак.

Ташқи куч таъсирида  $R_A$  ва  $R_B$  таянч реакциялари ҳосил бўлади.

Статикадан икки номаълумли битта тенгламани оламиз:

$$R_A + R_B = P.$$

Брус деформацияси шартидан, А ва В қесимларнинг кўчишлари (улар маҳкамланган бўлгани учун) нолга тенг эканлиги яққол кўринади. Пастки боғланишни олиб ташлаймиз ва унинг таъсириин ҳозирча номаълум бўлган  $R_B$  реакция билан алмаш-



1. 27- расм.

тирамиз. Шундай қилиб,  $P$  ва  $R_B$  кучлар билан юкланган статик аниқ брусни ҳосил қиламиз (1.27- расм, б).

$B$  кесимнинг маълум ташқи  $P$  куч таъсирида кўчишини аниқлаймиз:

$$\Delta_{BP} = \frac{P l_n}{E_n F_n}.$$

$B$  кесимнинг номаълум  $R_B$  куч таъсирида кўчишини аниқлаш учун қуйидаги ифодани тузамиз:

$$\Delta_{BR_B} = -\frac{R_B l_m}{E_m F_m} - \frac{R_B l_n}{E_n F_n}.$$

$B$  кесимнинг  $P$ ,  $R_B$  кучларнинг биргаликдаги таъсирида (куч таъсирининг боғлиқсизлиги принципига асосан) берилган ва изланаётган кучлар таъсирида олган кўчишларининг *алгебраик* йиғиндисига тенг:

$$\Delta_B = \Delta_{BP} + \Delta_{BR_B}.$$

Лекин  $B$  кесимнинг кўчиши нолга тенг:

$$\Delta_{BP} + \Delta_{BR_B} = 0.$$

ёки

$$\frac{P l_n}{E_n F_n} - \frac{R_B l_m}{E_m F_m} - \frac{R_B l_n}{E_n F_n} = 0,$$

бундан

$$R_B = \frac{P}{1 + \frac{l_m E_n F_n}{l_n E_m F_m}}.$$

Сон қийматларни қўйиб, қуйидагиларни тодамиз:

$$R_B = \frac{12 \cdot 10^3}{1 + \frac{40 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 15}{60 \cdot 10^6 \cdot 10}} = 4000 \text{ кг}.$$



1. 28-расм.

Мувозанат тенгламасидан қуйдаги натижани оламиз:

$$R_A = P - R_B = 12000 - 4000 = 8000 \text{ кг.}$$

Бўйлама куч эпюраси 1.27-расм. а да, нормал кучланиш эпюраси эса, 1.27-расм. з да кўрсатилган.

1.10-мисол. Катта чуян брус, пулат трубка ичига эркин қўйилган, пулат трубка эса ўз навбатида алюминий трубка ичига киритиб қўйилган (1.28-расм). Агар

$$E_n = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; E_{\text{чуян}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2;$$

$$E_{\text{ал}} = 0,7 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$$

бўлса, брус ва трубкалар кўндаланг кесимидаги кучланишлар аниқлансин

Ечиш.  $P$  куч таъсирида брус ва трубкаларда  $N_{\text{чуян}}$ ;  $N_n$ ;  $N_{\text{ал}}$  зўриқишлар ҳосил бўлади. Статикадан уч номаълумли битта тенглама тузамиз:  $N_{\text{чуян}} + N_n + N_{\text{ал}} = P$ . Демак, масала икки маротаба статик аниқмасдир. Мисолда зўриқишларни эмас, балки кучланишларни аниқлаш талаб этилаётгани учун уларни кўндаланг кесим юзи ва кучланишлар орқали ифодалаш қулайдир:

$$N_{\text{чуян}} = F_{\text{чуян}} \sigma_{\text{чуян}};$$

$$N_n = F_n \sigma_n;$$

$$N_{\text{ал}} = F_{\text{ал}} \sigma_{\text{ал}}.$$

Брус ва трубкаларнинг кесим юзларини ҳисоблаймиз:

$$F_{\text{чуян}} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2;$$

$$F_n = \frac{\pi}{4} (15^2 - 10^2) = 98,2 \text{ см}^2;$$

$$F_{\text{ал}} = \frac{\pi}{4} (20^2 - 15^2) = 137,2 \text{ см}^2.$$

У вақтда

$$78,5 \sigma_{\text{чуян}} + 98,2 \sigma_n + 137,2 \sigma_{\text{ал}} = 60 \cdot 10^3.$$

Маълумки, системанинг ҳамма элементлари бир хилда қис-қаради, яъни  $\Delta l_{\text{чуян}} = \Delta l_n = \Delta l_{\text{ал}}$  ёки  $l_{\text{чуян}} = l_n = l_{\text{ал}}$  эканлигини ҳисобга олиб,

$$\sigma_{\text{чуян}} = \sigma_n = \sigma_{\text{ал}}.$$

Бўйлама деформацияни Гук қонунига кўра  $\sigma$  ва  $E$  орқали ифодалаб, қуйидагини топамиз:

$$\frac{\sigma_{\text{чўян}}}{E_{\text{чўян}}} = \frac{\sigma_{\text{п}}}{E_{\text{п}}} = \frac{\sigma_{\text{ал}}}{E_{\text{ал}}}$$

$\sigma_{\text{п}}$  ва  $\sigma_{\text{ал}}$  ларни  $\sigma_{\text{чўян}}$  орқали ифодалаймиз:

$$\sigma_{\text{п}} = \sigma_{\text{чўян}} \cdot \frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{чўян}}}$$

$$\sigma_{\text{ал}} = \sigma_{\text{чўян}} \cdot \frac{E_{\text{ал}}}{E_{\text{чўян}}}$$

У вақтда

$$78,5 \sigma_{\text{чўян}} + 98,2 \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{чўян}}} + 137,2 \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{ал}}}{E_{\text{чўян}}} = 60 \cdot 10^3.$$

Соний қийматларни қўйсак,

$$\sigma_{\text{чўян}} = 186 \text{ кг/см}^2,$$

$$\sigma_{\text{п}} = 186 \cdot \frac{2 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^6} = 310 \text{ кг/см}^2,$$

$$\sigma_{\text{ал}} = 186 \cdot \frac{0,7 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^6} = 109 \text{ кг/см}^2.$$

1.11-мисол. Агар  $E_{\text{п}} = 2E_{\text{м}} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  бўлса, кундаланг кесим юзлари бир хил бўлган стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин (1.29-расм, а)

Е чиш. Кесимлар усулини татбиқ этиб, берилган  $P$  нагрузка ҳамда изланаётган  $N_1, N_2, N_3$  кучлар ва ҳ.к. стерженлардаги зўриқишлар таъсирида  $A$  тугуннинг мувозанатидан (1.29-шакл, б), қуйидагиларни топамиз:

$$2N_2 \cos \beta + 2N_1 \cos \alpha + N_3 = P. \quad (1)$$

Мувозанат тенгламасини тузишда, симметрик жойлашган ён стерженлардаги зўриқишларнинг ўзаро тенглиги ҳисобга олинганлигига эътибор бериш керак ( $N_1 = N_4$ ,  $N_2 = N_3$ ).



1. 29-расм.

Кўрсатилган зўриқишларнинг тенглиги системанинг симметриклигидан келиб чиқади. Ён стерженлар системанинг симметрия ўқиға бир хил бурчак ҳосил қилиб олган ва бундан ташқари, симметрик жойлашган стерженларнинг бикрлиги бир хилдадр. Умуман айтганда, берилган система уч маротаба статик аниқмасдир: бешта номаълум қиймат ва иккита статика тенгламаси (текисликда кесишувчи кучлар системаси). Конструкция симметрик бўлганлиги учун, битта статика тенгламаси ва битта кўчиш тенгламаси оғзаки ечилади (улар ёзилмаган ҳам) ва  $N_1 = N_4$ ,  $N_2 = N_3$  эканлигини беради. Шундай қилиб, икки кўчиш тенгламаларини тузиш керак, холос.

Кўчиш диаграммаси (1.29-расм, в) дан қуйидагиларни топамиз:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cos \alpha \quad \text{ёки} \quad \frac{N_1 l}{E_n F \cos \alpha} = \frac{N_2 l}{E_n F} \cos \alpha.$$

$E_n = 2E_m$  эканлигини ҳисобга олиб, қуйидаги зўриқишни топамиз:

$$N_1 = \frac{N_2 \cos^2 \alpha}{2}. \quad (2)$$

Шунингдек, кўчиш диаграммасидан

$$\Delta l_2 = l_2 \cos \beta,$$

ёки

$$\frac{N_2 l}{E_n F \cos \beta} = \frac{N_3 l}{E_n F} \cos \beta,$$

бундан

$$N_2 = N_3 \cos^2 \beta. \quad (3)$$

$N_1$  ва  $N_2$  ларнинг қийматлари (2) ва (3) ни (1) тенгламага қўйсак:

$$N_2 = \frac{P}{1 + \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \beta}.$$

$N_2$  нинг топилган қийматини (2) ва (3) ифодаларга қўйиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N_1 = \frac{P \cos^2 \alpha}{2(1 + \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \beta)} = \frac{N_2}{2} \cos^2 \alpha;$$

$$N_2 = \frac{P \cos^2 \beta}{1 + \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \beta} = N_3 \cos^2 \beta.$$

Сон қийматларини қўйсак:

$$N_2 = \frac{30 \cdot 10^3}{1 + 0,744 + 0,376} = 14,1 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$N_1 = \frac{14,1 \cdot 10^3}{2} \cos^2 25^\circ = 5,81 \cdot 10^3 \text{ кг};$$

$$N_3 = 14,1 \cdot 10^3 \cos^2 55^\circ = 4,66 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

Берилган системада стерженларнинг юкланишн бир хилда эмаслиги диққатни ўзига жалб қилади: ўртадаги стержень энг кўп кучланган ва чеккадаги стерженлар эса энг кам кучланган. Чеккадаги стерженда чўзувчи зўриқиш ўртадаги стерженда ҳосил бўладиган зўриқишнинг атиги 33% ини ташкил қилади.

1.12-мисол. А шарнирли таянчнинг  $R_A$  реакцияси ва абсолют бикр ҳисобланган балкани ушлаб турадиган стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин (1. 30-расм, а). Стерженлар бир хил материалдан тайёрланади.

Ечиш. Балкага таъсир этувчи кучлар системаси 1. 30-расм, б да кўрсатилган. Бундай кучлар системаси учун статика иккита мувозанат тенгламасини беради, номуълумлар учун учта:  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $R_A$ . Демак, система бир мартаба статик аниқмасдир.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum Y = 0; \quad -4 - N_1 + R_A + N_2 = 0, \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0; \quad 4 \cdot 0,8 - N_2 \cdot 0,5 - N_1 \cdot 1 - 0,8 = 0. \quad (2)$$

1. 30-расм, б да системанинг деформацияланган схематик ҳолати кўрсатилган. Чизмадан қуйидагиларни топамиз:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{CA}{AD} \quad \text{ёки} \quad \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{1}{0,5} = 2.$$

Стерженнинг абсолют чўзилишини Гук формуласига мувофиқ ифодаalayмиз:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 h}{EF_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 h}{EF_2}.$$

У вақтда

$$\frac{N_1 h}{EF_1} : \frac{N_2 h}{EF_2} = 2.$$

$F_1$  ва  $F_2$  ларнинг сон қийматларини қўйсақ

$$N_1 = 1,25 N_2. \quad (3)$$

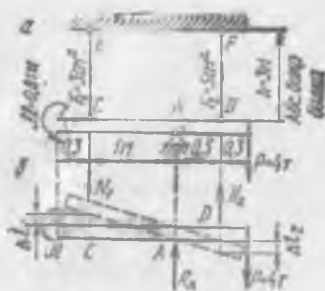
(3) муносабатни (2) тенгламага қўйиб, қуйидаги натижани топамиз.

$$N_1 = 1,41 \text{ т},$$

$$N_2 = 1,7 \text{ т}.$$

(1) дан қуйидагиларни топамиз:

$$R_A = 4 + N_1 - N_2 = 4 + 1,41 - 1,7 = 3,71 \text{ т}.$$



1. 30-расм.

## Температура кучланишлар

1. 13-мисол. Икки учи қўзғолмас таянч билан маҳкамланган пулат брус (1.31-расм) маҳкамланиш ҳолатидаги температурасидан  $40^\circ$  га қиздирилган. Брусни қиздириш натижасида унинг қўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар ҳисоблансин,  $E = 2 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup>;  $\alpha_n = 12 \cdot 10^{-6}$ .

Е чи ш. Брусни қиздириш натижасида унинг маҳкамланган жойларида  $R_A$  ва  $R_D$  реакциялар ҳосил бўлади (улар расмда кўрсатилмаган), уларни аниқлаш учун статика фақат биттагина тенгламани беради:  $\sum X = 0$ ;  $R_A - R_D = 0$ ;  $R_A = R_D$ . Демак, масала статик аниқмасдир.

Мисол ечишнинг давоми 1.9-мисолнинг ечимига ўхшайди: уннг томондаги боғланишни олиб ташлаб унинг брусга таъсирини изланаётган  $R_D$  реакция кучи билан алмаштирамиз.

Қизитиш натижасида (олиб ташланган боғланишда)  $D$  кесимнинг кўчиши

$$\Delta l_i = \alpha_n (2a + b) \Delta t.$$

$R_D$  куч таъсиридан бруснинг қисқариши:

$$\Delta l_{R_D} = -\frac{R_D 2a}{EF_2} - \frac{R_D \cdot b}{EF_1}.$$

У вақтда

$$\alpha_n \Delta t (2a + b) = \frac{2R_D \cdot a}{EF_2} + \frac{R_D b}{EF_1},$$

бундан

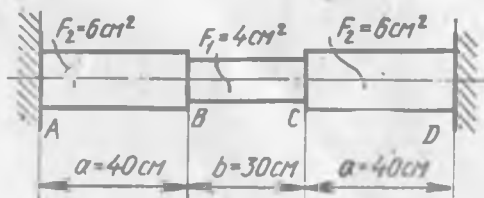
$$R_D = \frac{\alpha_n \Delta t (2a + b) EF_1 F_2}{2a F_1 + b F_2} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 40 (2 \cdot 40 + 30) 2 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 6}{2 \cdot 40 \cdot 4 + 30 \cdot 6} = 5080 \text{ кг}.$$

Стержень ўрта қисмининг қўндаланг кесимидаги зўриқиш

$$\sigma_{BC} = -\frac{R_D}{F_1} = -\frac{5080}{4} = -1270 \text{ кг/см}^2.$$

Стержень чекка қисмининг қўндаланг кесимларидаги зўриқишлар

$$\sigma_{AB} = \sigma_{CD} = -\frac{R_D}{F_2} = -\frac{5080}{6} = -847 \text{ кг/см}^2.$$



1. 31- расм.

Кучланиш сиқувчан бўлгани учун минус ишораси қўйилди.

1.14- мисол. Абсолют бикр (қаттиқ) балкани (1.32-расм, а) ушлаб турадиган ўртадаги стержень (мисдан ишлангани)

The diagram shows a horizontal beam of total length 3m, supported at three points: a fixed support at the left end (A), a roller support at the midpoint (C), and a roller support at the right end (B). The distance between A and C is 1.5m, and between C and B is 1.5m. Two vertical loads are applied: a uniformly distributed load of  $q = 1 \text{ kN/m}^2$  over the first 1.5m, and a point load of  $F = 1 \text{ kN}$  at the midpoint (C). The beam is labeled "Абс. бичр балка" (Absolute beam). The coordinate system has the origin at A, with the x-axis along the beam and the y-axis pointing upwards. The beam is labeled "Абс. бичр балка" (Absolute beam).

1. 32-расм.

Мувоzanat tenglamasi  $\sum Y=0$  ni tuzib quyidagilarni topamiz.

$$2N_1 - N_2 = 0; \quad N_2 = 2N_1.$$

Равшанки, балка горизонтал ҳолатда пастга тушади, яъни кўчиш тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3$$

бу ерда

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{E_1 F_1}$$

$$\Delta I_2 = a_M I \Delta t - \frac{N_2 I}{E_M F_M} = a_M I \Delta t - \frac{2 N_1 I}{E_M F_M}.$$

У вактда

$$\frac{N_1 l}{E_s F_s} = \alpha_M \Delta t - \frac{2N_1 l}{E_M F_M}.$$

(Иккинчи стержендаги зўриқиш сиқувчи деб олингани учун иккинчи қўшилувчи олдиға минус ишораси қўйилади).

$$N_1 = \frac{\alpha_M \Delta t}{\frac{1}{E_F F_F} + \frac{2}{E_M F_M}}.$$

**Сон қийматларини қўйиб, қўйидагиларни топамиз:**

$$N_1 = \frac{16,5 \cdot 10^{-6} \cdot 50}{\frac{1}{20 \cdot 10^3 \cdot 1} + \frac{2}{10 \cdot 10^3 \cdot 1}} = 330 \text{ KГ};$$

$$\sigma_n = \frac{N_1}{F_n} = \frac{330}{1} = 330 \text{ кг/см}^2;$$

$$N_2 = 2 N_1 = 660 \text{ кг};$$

$$\sigma_m = \frac{N_2}{F_m} = \frac{660}{1} = 660 \text{ кг/см}^2.$$

Зуриқиш (кучланиш) ларнинг мусбат қийматлари илгари қабул қилинган йўналишларнинг ҳақиқий йўналишларга мос эканлигини қўрсатади (1.32-расм, б га қаранг).

### Бошланғич ва монтаж кучланишлари

1.15-мисол. 1.33-расм, а да кўрсатилган пўлат стер-  
женлар системасида ўртадаги стержень талаб этилгандан  $\delta =$   
 $= 0,6 \text{ мм}$  қисқароқ қилиб тайёрланган. Агар  $E_n = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$   
бўлса, система йиғилгандан кейин стерженьларнинг кундаланг  
кесимларида ҳосил бўладиган кучланиш аниқлансин.

Ечиш. Йиғилгандан кейин ўртадаги стерженда чузувчи,  
чекка стерженьларда эса сиқувчи зуриқишлар ҳосил бўлади.

1. 33-расм, б да А тугунга таъсир этувчи кучланишлар  
кўрсатилган. Бундай кучлар системаси учун статика иккита  
мувозанат тенгламасини беради. Демак, масала статик аниқ-  
мас. А тугун учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X = 0; \quad N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \alpha = 0;$$

$$N_1 = N_2,$$

$$\sum Y = 0; \quad -N_1 \cos \alpha + N_2 - N_2 \cos \alpha = 0;$$

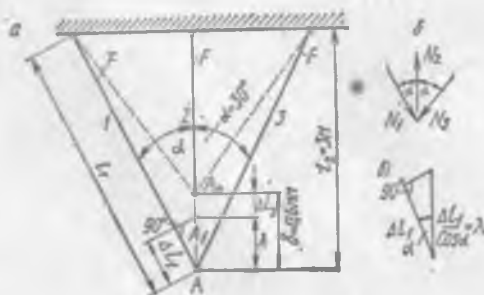
$$N_2 = 2 N_1 \cos \alpha = 2 N_1 \cos 30^\circ$$

ёки

$$N_2 = 1,73 N_1.$$

Кесимларнинг юзлари бир хил булгани учун

$$\sigma_2 = 1,73 \sigma_1.$$

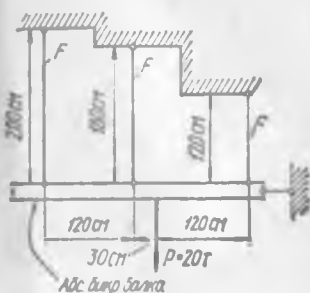


1. 33-расм.

Учинчи тенгламани  
системанинг деформа-  
ция шартидан ҳосил  
қилиш мумкин. А шар-  
нир йиғилгандан кейин  
А ва А<sub>0</sub> орасидаги би-  
рор оралиқ А<sub>1</sub> ҳолатни  
олади.

1.33-расм, а, в лар-  
дан яққол кўринадики,

$$\delta = \Delta l_2 + \frac{\Delta l_1}{\cos \alpha}$$



1. 34- расм.

бу ерда

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 l_2}{E}; \quad \Delta l_1 = \frac{\sigma_1 l_1}{E}.$$

Лекин

$$l_1 = \frac{l_2}{\cos \alpha},$$

у вақтда

$$\delta = \frac{\sigma_2 l_2}{E} + \frac{\sigma_1 l_1}{E \cos^2 \alpha}.$$

$\sigma_2 = 1,73 \sigma_1$  эканлигини назарга олиб, қуйидагини топамиз:

$$\delta = \frac{1,73 \sigma_1 l_2}{E} + \frac{\sigma_1 l_1}{E \cos^2 \alpha},$$

бундан

$$\sigma_1 = \frac{\delta E}{l_2 \left( 1,73 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)} = \frac{0,06 \cdot 2 \cdot 10^8}{300 \left[ 1,73 + \left( \frac{1}{0,866} \right)^2 \right]} = 130 \text{ кг/см}^2;$$

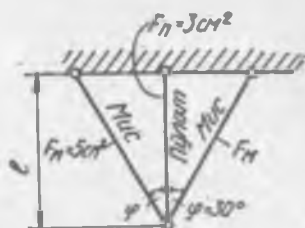
$$\sigma_2 = 1,73 \sigma_1 = 1,73 \cdot 130 = 225 \text{ кг/см}^2.$$

### Мустақил ечиш учун масалалар

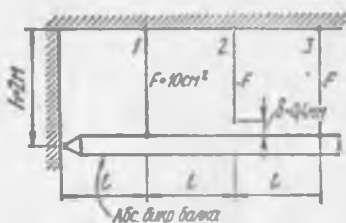
1.18. Абсолют қаттиқ балкани ушлаб турадиган стерженларнинг керакли кўндаланг кесим юзлари аниқлансин (1.34-расм). Ҳамма стерженлар бир хил материалдан тайёрланган ва тенг кесимларга эга,  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $F = 5,30 \text{ см}^2$ .

\* Гук қонуни бўйича  $\Delta l = \frac{Nl}{EF} = \frac{N}{E} \cdot \frac{l}{E} = \frac{l\sigma}{E}$ .



1. 35- расм.



1. 36- расм.

1.19. Агар 1.35-расмда тасвирланган система йиғилгандан кейин стерженлар  $\Delta t = 40^\circ$  га қиздирилган бўлса, у вақтда стерженларда ҳосил бўладиган кучланишлар ҳисоблансин.

Жавоби.  $\sigma_1 = +354 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_2 = -122 \text{ кг/см}^2$ .

1.20. Система йиғилгандан кейин пулат стерженларда ҳосил бўладиган кучланиш ҳисоблансин (1. 36-расм). 2-стержень талаб этилгандан  $\delta = 0,4 \text{ мм}$  қисқа тайёрланган.

Жавоби.  $\sigma_1 = -57 \text{ кг/см}^2$ ,  $\sigma_2 = 258 \text{ кг/см}^2$ ,  $\sigma_3 = -171 \text{ кг/см}^2$ .

## II боб

### КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШ ҲОЛАТИНИНГ НАЗАРИЯЛАРИ

#### 2. 1-§. НАЗАРИЯДАН АСОСИЙ МАЪЛУМОТЛАР

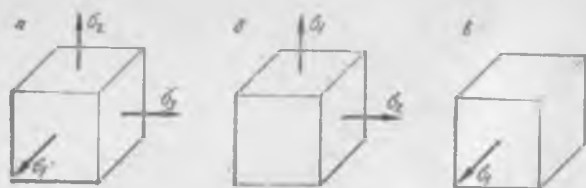
Умумий ҳолда жисм юкланганда унинг берилган нуқтасидан утувчи турли хилда жойлашган юзларида ҳосил бўладиган кучланишлар турлича ҳосил бўлади. Берилган нуқтадан утувчи чексиз кўп сондаги юзаларнинг ҳаммасида ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишларнинг тўплами берилган нуқтадаги *кучланиш ҳолатини* характерлайди.

Берилган нуқта атрофида ҳамма вақт шундай элементар параллелепипед ажратиш мумкинки, унинг ёқларида уринма кучланишлар бўлмайди. Бошқача қилиб айтганда, нуқта орқали узаро перпендикуляр бўлган учга юзларни ўтказиш мумкинки, уларда уринма кучланишлар ҳосил бўлмайди (баъзи бир хусусий ҳолларда бундай юзларни чексиз кўп ўтказиш мумкин). Бундай юзалар бош юзалар дейилади. Уларда ҳосил бўладиган нормал кучланишлар бош кучланишлар дейилади. Бош кучланишлар  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ва  $\sigma_3$  лар билан белгиланади. Индекслар  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  тенгсизлиги бажариладиган қилиб қўйилади (тенгсизлик алгебраик бўлиб, сиқилиш кучланиши манфий ҳисобланади), яъни аввал ҳамма бош кучланишларни аниқлаш, сўнгра индексларни қўйиш керак.

Берилган нуқта учун  $\sigma_1$  энг катта,  $\sigma_3$  эса энг кичик кучланиш бўлади.

Агар учала бош кучланишлар нолдан фарқ қилса, у вақтда кучланиш ҳолати ҳажмий ёки уч ўқли дейилади (2.1-рasm, а). Агар фақат икки бош кучланиш нолдан фарқ қилса, у вақтда кучланиш ҳолати текис ёки икки ўқли дейилади (2.1-рasm, б). Агар бош кучланишлардан фақат биттаси нолдан фарқ қилса, у вақтда кучланиш ҳолати чизигий ёки бир ўқли дейилади (2.1-рasm, в).

Биргина тўғри чизикқа параллел бўлган (элементар параллелепипеднинг биргина ёғига перпендикуляр) чексиз кўп юзачаларнинг тўпламига юзачалар оиласи ёки серияси дейилади. Бош кучланишлардан биронтасига параллел бўлган юзачалар сериясига тегишли юзачадаги кучланишлар ўша



2. 1- расм.

бош кучланишга боғлиқ бўлмайди. Масалан,  $\sigma_2$  га параллел ва нормали  $\sigma_1$  йўналиши билан  $\alpha$  бурчак ташкил қиладиган юзачадаги нормал ва уринма кучланишлар (2.2- расм) қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha; \quad (2.1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.2)$$

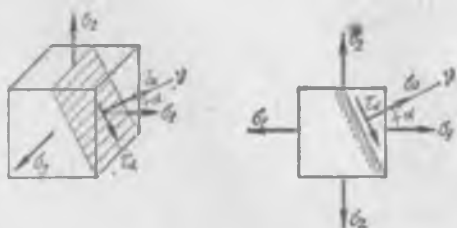
Қуриб чиқилаётган юзачалар серияси учун энг катта уринма кучланиш бош юзларга нисбатан биссектриса бўлган юзчада ҳосил бўлади ва қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (2.3)$$

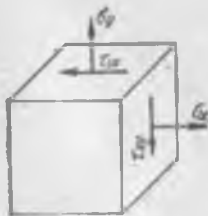
Бу уринма кучланиш мазкур нуқта учун максимал эмас. Максимал уринма кучланиш  $\sigma_2$  га параллел ва  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  таъсир юзачаларининг биссектриса юзачасида ҳосил бўлади; унинг миқдори қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_{max} = \tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (2.4)$$

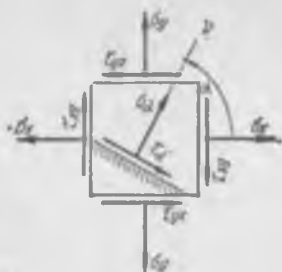
$\sigma_2$  ва  $\tau_2$  ларни аналитик аниқлаш ўрнига берилган юзачалар серияси учун ясалган *Мор доираси* ёрдамда графо аналитик усулда аниқласа ҳам бўлади. Мор доираси шундай нуқталарнинг геометрик ўрники, уларнинг абсцисса ва ординаталари мос равишда берилган серия юзчаларида ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишларга тенг бўлади.  $\sigma_\alpha$  ва  $\tau_\alpha$



2. 2- расм.



2. 3- расм



2. 4- расм.

ларни аниқлаш учун Мор доираси усулини татбиқ этиш 2.2-мисолда келтирилган.

(2.1). (2.2) формулалардан хусусий ҳол сифатида бир ўқли чўзилиш ( $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) учун қуйидаги муносабатлар ҳосил бўлади:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1}{2} (1 + \cos 2\alpha) = \sigma_1 \cos^2 \alpha; \quad (2.5)$$

$$\tau_x = \frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2\alpha. \quad (2.6)$$

Бир ўқли сиқилиш ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 < 0$ ) бўлган ҳолда (2.5) ва (2.6) формулалардаги  $\sigma_1$  ўрнига  $\sigma_3$  қўйиш керак ва ҳисоблашларда  $\sigma_3$  катталиқнинг манфий эканлигини назарга олиш керак.

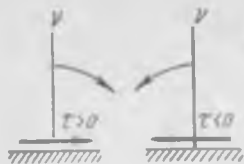
Кучланиш ҳолатини текшириш тўғрисида юқорида келтирилган маълумотлар берилган (бошланғич) миқдорлар бош кучланишлардан иборат бўлган ҳол учун тўғри келади. Бундан ташқари, текширишлар бош кучланишларга параллел бўлган юзлар серияси билан чеклани; кўрсатилган серияларга кирмайдиган юзлардаги кучланишларни аниқлаш ўқув программаси ҳажмидан ташқарига чиқади.

Текис кучланиш ҳолатида текширилаётган нуқта атрофида олинадиган элементар параллелепипедни икки қарама-қарши ёғини кучланишлардан ҳоли бўладиган қилиб ажратиш олиш мумкин (2.3- расм).

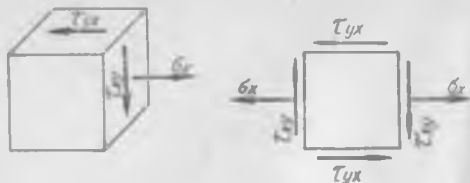
Кучланишларни текширишни элементнинг кучланишлардан ҳоли ёқларига перпендикуляр бўлган юзлар сериясини таҳлил этиш билан чегаралаб, қуйидаги боғлиқликларни топамиз (2. 4- расм):

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha; \quad (2.7)$$

$$\tau_x = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha. \quad (2.8)$$



2. 5- расм.



2. 6- расм.

Текширилаётган серия юзвлари ичида ўзаро перпендикуляр иккита бош юза бор; уларнинг ҳолатлари  $\sigma_1$  ва  $\sigma_2$  бурчаклар билан аниқланади, қийматлари эса қуйидаги ифодадан топилади:

$$\operatorname{tg} 2\sigma_0 = - \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.9)$$

Бош кучланишларнинг қийматлари ушбу формуладан топилади:

$$\sigma_{\text{бош}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.10)$$

Бош кучланишлардаги индекслар кучланишларнинг қиймати ҳисоблаб топилгандан кейин қўйилади. (2.7) — (2.9) формулалардан фойдаланилганда уринма кучланишнинг ишораси 2.5-расмга мос равишда олинади.

Текис кучланиш ҳолатининг характерли хусусий ҳоллари:

а) Соддалаштирилган текис кучланиш ҳолати деб аталувчи ҳол, бунинг учун  $\sigma_1 > 0$ ;  $\sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 < 0$ . Бунда элементар параллелепипедни шундай ажратиш мумкинки, бошланғич нормал кучланишлардан бири нолга тенг бўлади (2.6-расм). Бу ҳол учун (2.9), (2.10) формулалар уринма қуйидаги формулалар ҳосил бўлади:

$$\operatorname{tg} 2\sigma_0 = - \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x} \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2}; \\ \sigma_2 &= 0 \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

б) Соф силжиш, бунинг учун  $\sigma_1 = -\sigma_3$ ;  $\sigma_2 = 0$ . Бу ҳолда элементар параллелепипедни шундай танлаш имконияти бўладики, унинг турт ёғида фақат модуль жиҳатидан тенг бўлган уринма кучланишлар бўлиб, қолган икки ёғи кучланишдан ҳоли бўлади (2.7-расм). Бу ҳол учун кўрсатилган уринма кучланишлар экстремаль бўлиб, бош кучланишлар билан қуйидаги муносабатлар орқали боғлангандир:

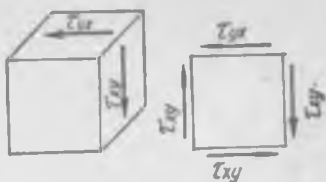
$$\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau_{\text{max}} = \tau_{xy} \quad (2.13)$$

Бош юзлар экстремаль уринма кучланишлар таъсир юзлари билан  $45^\circ$  ли бурчак ташкил қилади.

Берилган юзлар бош юзлар бўлмаган ҳол учун Мор доираси ёрдамида текис кучланиш ҳолатини текшириш 2.4, 2.5-мисолларда кўрсатилган.

Жисмнинг берилган нуқтаси орқали ўзаро перпендикуляр

бўлган учта ўқни ўтказиш мумкин, улар орасидаги бурчаклар деформациядан кейин ҳам тўғрилигича қолади. Булар деформациянинг бош ўқлари деб аталади; уларнинг йўналишлари бош кучланишларнинг йўналишлари билан устма-уст тушади. Бош ўқлар бўйича йўналган чизикли деформациялар бош деформациялар деб аталади: уларнинг катталиклари мос равишда бош кучланишлар билан умумлашган Гук қонуни орқали боғланган:



2. 7- расм.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Агар нуқта атрофида бош юзлари бўлмаган элемент ажратилса (элемент ёқларида нормал кучланишлар ҳам, уринма кучланишлар ҳам бўлади), у вақтда нормал кучланишлардан (бош кучланишлар эмас!) ҳар бири бўйлаб йўналган чизикли деформациялар учун (2.14) формулалар ўз кучида қолади, фақат индексларини ўзгартириш керак холос:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)]; \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \end{aligned} \right\} \quad (2.14 a)$$

Жисмнинг берилган нуқтаси атрофида ҳажмнинг нисбий ўзгариши қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\Theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \quad (2.15)$$

Жисмининг берилган нуқтаси учун деформациянинг солиштирма погенциал энергияси бош кучланишлар билан қуйидаги муносабат орқали боғлангандир:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (2.16)$$

Деформациянинг тўла солиштирма потенциал энергиясини элемент ҳажмининг ўзгариши билан боғлиқ бўлган

$$u_x = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (2.17)$$

ва элемент шаклининг ўзгариши билан боғлиқ бўлган

$$u_{sh} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.18)$$

солиштирма энергияларга ажратиш мумкин.

## 2.2 §. КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИНИ АНАЛИТИК ВА ГРАФО-АНАЛИТИК УСУЛДА ТЕКШИРИШ

2.1-мисол. 2.8-расм, *a* да кўрсатилган бруснинг 1—1 кесимидаги *A* ва 2—2 кесимидаги *B* нуқталарда нормал ва уринма кучланишлар аналитик усулда ва Мор доираси ёрдамида аниқлансин. Шу нуқталарда ҳосил бўладиган максимал уринма кучланишлар ҳисоблансин.

Ечиш. *A* нуқтадан ўтувчи кундаланг кесим учун

$$N_A = P_1 = 3 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

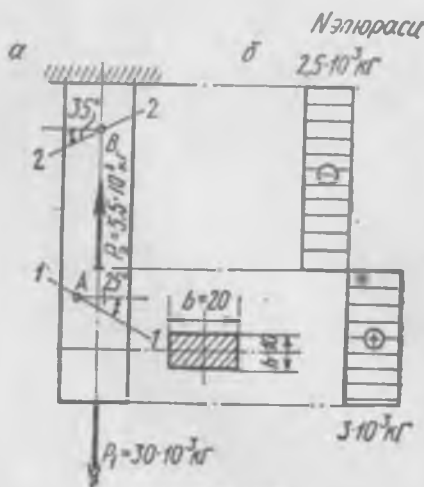
ва *A* нуқта учун бош кучланиш бўладиган ўша кундаланг кесимдаги мос нормал кучланиш

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_A &= (\sigma_1)_A = \frac{N_A}{F} = \\ &= \frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 1} = 1500 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

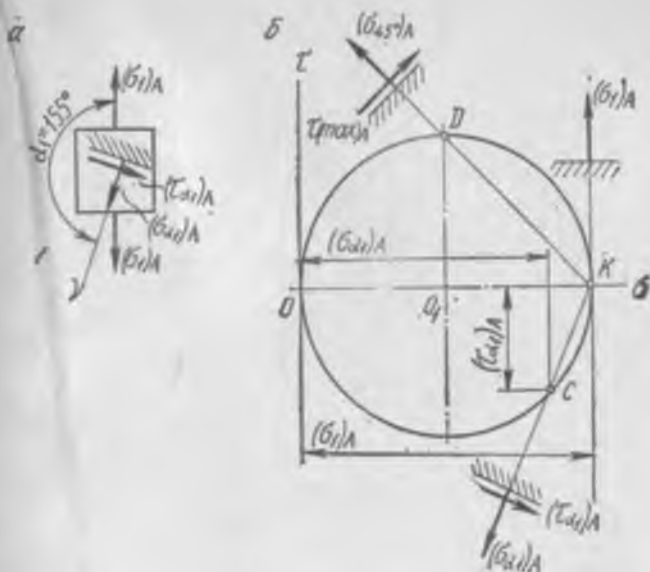
Худди шунингдек, *B* нуқта учун

$$\begin{aligned} N_B &= P_1 - P_2 = 3 \cdot 10^3 - \\ &- 5,5 \cdot 10^3 = -2,5 \cdot 10^3 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Бўйлама кучларнинг эпюралари 2.8-расм, *б*



2.8-расм.



2. 9- расм.

да кўрсатилган.  $B$  нуқтадан ўтувчи кўндаланг кесимдаги кучланиш

$$(\sigma_x)_B = (\sigma_2)_B = \frac{N_B}{F} = - \frac{2,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 1} = - 1250 \text{ кг/см}^2.$$

2.9-расм,  $a$  да (чизма текислигидаги проекцияси)  $A$  нуқта атрофида кўндаланг ва бўйлама кесимлар билан ажратилган элемент кўрсатилган; шу расмда кўрсатилган  $1-1$  кесимга параллел бўлган юздаги кучланишни аниқлаш керак.

(2.5), (2.6) формулалардан қуйидагиларни топамиз:

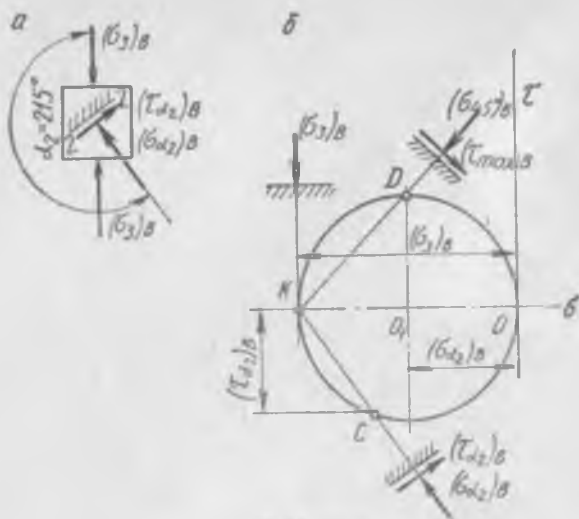
$$(\sigma_n)_A = (\sigma_1)_A \cos^2 \alpha_1 = 1500 \cos^2 155^\circ = 1230 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_n)_A = \frac{1}{2} (\sigma_1)_A \sin 2\alpha_1 = \frac{1}{2} 1500 \sin 310^\circ = - 575 \text{ кг/см}^2.$$

$A$  нуқтадаги максимал уринма кучланиш

$$(\tau_{\max})_A = \frac{(\tau_1)_A}{2} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ кг/см}^2.$$

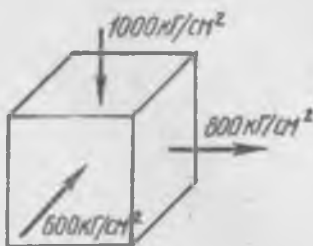
Чизма текислигига перпендикуляр бўлган юзлар серияси учун Мор доирасини ясаймиз (2.9-расм,  $b$ ). Абсцисса ўқи бўйлаб, координата бошидан бошлаб танлаб олинган масштаб да  $(\sigma_1)_A$  қийматга тенг бўлган  $OK$  кесмани жойлаштирамиз



2 10-расм.

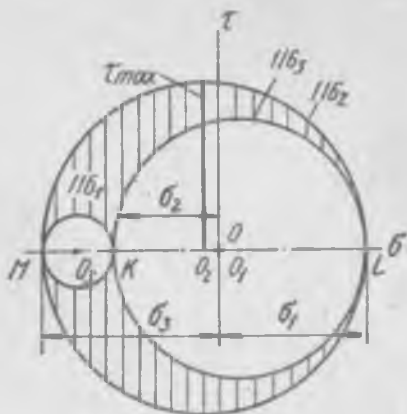
$K$  нуқта бош кучланиш  $(\sigma_1)_A$  га таъсир этувчи юзни,  $O$  нуқта эса олдингига перпендикуляр булган юзни (нолинчи бош юзни) тасвирлайди.  $OK$  масофани тенг иккига бўлиб, Мор доирасининг маркази  $O_1$  нуқтани ҳосил қиламиз ва айлана чизамиз.  $O$  ва  $K$  нуқталар билан тасвирланувчи юзларнинг нормалларига шу нуқталардан параллел чизиқлар ўтказамиз. Бу чизиқлар (нурлар)  $K$  нуқтада кесишади, демак, у Мор доирасининг қутби (бош ёки махсус нуқтаси) бўлади. Қутбни қуйидаги хоссага эга эканлигини таъкидлаш керак, яъни унда берилган сериядаги барча юзларнинг нормалларига параллел булган нурлар кесишади.

$I-I$  кесимни ифодалайдиган нуқтани топиш учун  $K$  нуқтадан  $I-I$  кесим нормалига параллел нур ўтказамиз ва унинг айлана билан кесишиш нуқтасида изланаётган  $C$  нуқтани ҳосил қиламиз. Унинг абсцисса ва ординаталари қабул қилинган масштабда мос равишда  $I-I$  кесимда ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишларни беради. Равшанки, максимал уринма кучланиш таъсир юзи  $D$  нуқта билан тасвирланади, у айлананинг ўз вертикал диаметри билан кесишиш нуқтасидир. Қўриб чиқиляётган юзнинг ҳолатини



2 11-расм.

аниклаш учун  $D$  нуқтани қўтиб билан туташтирамиз,  $DK$  чизиқ  $(\tau_{\max})_A$  таъсир юзининг нормалга параллел бўлади. Бу юздаги нормал кучланиш миқдори  $D$  нуқтанинг абсциссаси билан аниқланади.  $K$ ,  $C$  ва  $D$  нуқталар билан тасвирланадиган юзлардаги кучланишлар 2.9-рasm, б да кўрсатилган. Нормал кучланишларнинг ҳаммаси ҳам мусбат ишоралидир (чузилиш кучланиши).  $C$  нуқта билан тасвирланувчи юздаги уринма кучланиш манфий ишорали (нуқта абсцисса ўқи остида), шунинг учун  $(\sigma_x)_A$



2.12-рasm.

йўналишини ҳосил қилмоқ учун юзга ўтказилган ташқи нормални соат стрелкасига тескари йўналишда  $90^\circ$  га айлантириш кифоядир (2.9-рasm, б).

2—2 кесимдаги  $B$  нуқта учун элемент 2.10-рasm, а да кўрсатилган. Нормал ва уринма кучланишларни (2.5), (2.6) формулалардаги  $(\sigma_1)_A$  ни  $(\sigma_2)_B$  билан алмаштириб ва бу кучланишнинг манфий эканлигини назарга олиб топамиз:

$$(\sigma_x)_B = (\sigma_2)_B \cos^2 \alpha_2 = -1250 \cos^2 215^\circ = -837 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_{xy})_B = \frac{1}{2} (\sigma_2)_B \sin 2\alpha_2 = 0,5 (-1250 \sin 430^\circ) = -587 \text{ кг/см}^2.$$

$B$  нуқта учун максимал уринма кучланиш

$$(\tau_{\max})_B = \frac{-(\sigma_2)_B}{2} = \frac{1250}{2} = 625 \text{ кг/см}^2.$$

$B$  нуқта учун Мор доираси 2.10-рasm, б да қўрилган. Уни қўриш  $A$  нуқта учун бажаришдан тубдан фарқ қилмаганлиги сабабли такрорлаб ўтирмаймиз, фақат бунда доира координата бошидан чапда жойлашган булишини  $[(\sigma_2)_B < 0]$  ва, демак,  $B$  нуқта орқали ўтувчи ихтиёрий юздаги нормал кучланиш манфий ишорали (сиқилиш кучланиши) бўлишини таъкидлаб ўтаимиз.

2.2-мисол. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.11-рasm) ҳар бир бош кучланишларга параллел бўлган юзлар серияси учун Мор доираси қўрилсин. Максимал уринма кучланиш аниқ-

лансин. Нормали  $\sigma_1$  йўналиши билан  $\alpha = 30^\circ$  ли бурчак ташкил этувчи ва  $\sigma_2$  векторига перпендикуляр бўлган юздаги нормал ва уринма кучланишлар аниқлансин.

Ечиш. Бош кучланишлар берилган: уларнинг ҳаммаси нолдан фарқ қилади, яъни берилган кучланиш ҳолати ҳажимий (уч ўқли) ҳолатдир. Энг катта кучланиш (алгебраик маънрда)  $800 \text{ кг/см}^2$  га тенг кучланишдир, демак, уни  $\sigma_1$  билан белгилаш керак. Энг кичик кучланиш эса  $1000 \text{ кг/см}^2$  га тенг (сиқилиш кучланиши), уни  $\sigma_2$  билан белгилаш керак. Шундай қилиб,  $\sigma_1 = 800 \text{ кг/см}^2$ ,  $\sigma_2 = -600 \text{ кг/см}^2$ ,  $\sigma_3 = -1000 \text{ кг/см}^2$ .

Мор доираларини ясаш учун координата бошидан ўнга  $\sigma_1$  га мос келувчи  $OL$  кесмани, чапга эса  $\sigma_2$  ва  $\sigma_3$  ларга мос келувчи  $OK$  ва  $OM$  кесмаларни жойлаштирамиз (2.12-расм).  $KL$ ,  $KM$ ,  $LM$  кесмаларни тенг иккига бўлиб,  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  нуқталарни—Мор доираларининг марказларини ҳосил қиламиз, уларнинг ҳар бири бош кучланишлардан бирига параллел юзлар серияси учун ясалган бўлади.

Максимал уринма кучланиш энг катта Мор доирасининг радиусига (баъзан, уни бош ёки аниқловчи дейилади) тенг бўлади (масштабни назарга олган ҳолда), яъни  $\sigma_2$  га параллел юзлар серияси учун ясалган доира радиусига тенг бўлади. Шундай қилиб,

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{800 - (-1000)}{2} = 900 \text{ кг/см}^2.$$

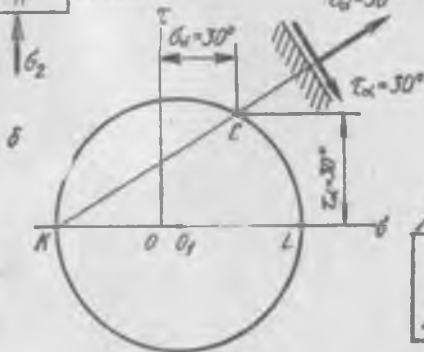
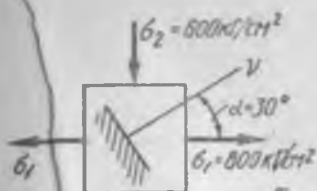
Масаланинг шартига кўра нормал ва уринма кучланишлари аниқланадиган  $\sigma_2$  га параллел, юзлар сериясига киради. Бу юз 2.13-расм,  $a$  да кўрсатилган, бу ерда берилган элемент  $\sigma_2$  га перпендикуляр текисликдаги проекция кўринишида тасвирланган. Қаралаётган юзлар серияси учун Мор доираси алоҳида яна бир марта тасвирланган (2.13-расм,  $b$ ).  $L$  нуқта орқали  $\sigma_1$  га параллел,  $K$  нуқта орқали  $\sigma_2$  га параллел нурлар ўтказиб,  $K$  нуқта берилган Мор доирасининг қутби эканлигини аниқлаймиз.  $K$  нуқтадан бизни қизиқтираётган оғма юз нормалига параллел нур ўтказамиз. Курсатилган юзга мос келувчи  $S$  нуқтанинг абсциссаси ва ординатасини ўлчаб, қуйидагиларни топамиз:

$$\sigma_{\alpha=30^\circ} = 450 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_{\alpha=30^\circ} = 606 \text{ кг/см}^2.$$

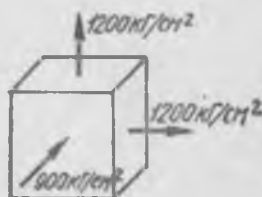
Бу натижаларни (2. 1), (2. 2) формулалар ёрдамида олиш ҳам мумкин.

2.3- мисол. Берилган кучланиш ҳолати учун Мор доираси ясалсин (2.14- расм).

Ечиш. Берилганлар, олдинги мисолга ўхшаш, бош кучланишлардир:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1200 \text{ кг/см}^2$ ,  $\sigma_3 = -900 \text{ кг/см}^2$ . Ушбу кучланиш ҳолатининг муҳим томони шундан иборатки, унда иккита бош кучланиш ўзаро тенгдир. Мор доирасини ясашда



2. 13- расм.

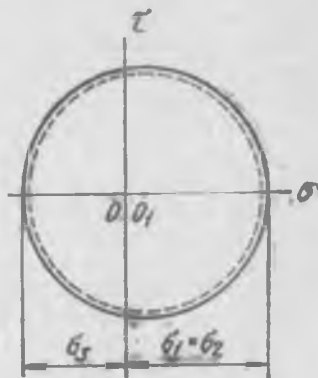


2. 14- расм.

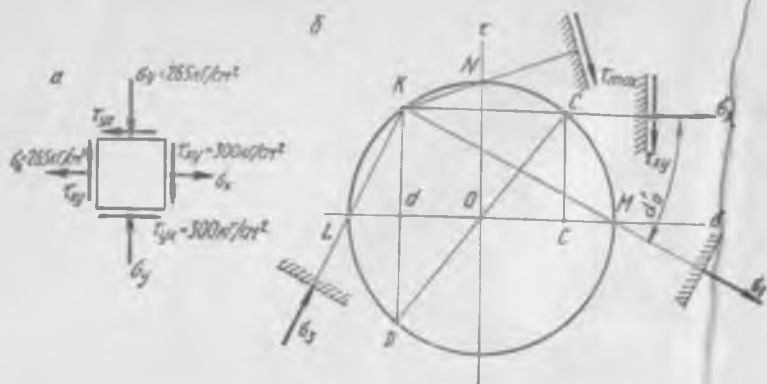
(2.15-расм) улардан бири,  $\sigma_2$  га параллел бўлган юзлар сериясига мос келгани, нуқтага айланиб қолишини (ноль радиусга эга бўлишини) аниқлаймиз. Бу эса  $\sigma_2$  га параллел бўлган ҳар қандай юзда уринма кучланиш бўлмаслигини ифодалайди, яъни бу юзларнинг ҳаммаси бош юзлардир (бош юзлар чексиз кўп бўлган ҳол).  $\sigma_1$  ва  $\sigma_2$  ларга параллел бўлган юзлар сериясига мос келувчи доиралар устма-уст тушиб, битта доирага айланиб қолади. 2.15- расмда бу ҳолатни алоҳида таъкидламоқ учун доиралардан бири озгина кичиклаштирилган ва штрих чизик билан тасвирланган.

2.4- мисол. Берилган кучланиш ҳолати учун бош кучланишлар ва максимал уринма кучланиш аниқлансин (2.16- расм, а).

Ечиш. Берилган юзлардан бири кучланишлардан ҳоли, шунинг учун берилган элемент аксонометрияда тасвирланмасдан, таъкидланган юзга параллел текисликка проекция сифатида тасвирланган. Кучланишдан ҳоли юз борлиги берилган кучланиш ҳолатининг уч уқли эмаслигини кўрсатади. Берилганлар бош юзлар бўлмаган ҳол учун Мор доирасини қуйидагича



2. 15- расм.



2. 16- расм.

ясаймиз: танлаб олинган координата бошидан ўнг томонга  $\sigma_x$  га тенг (қабул қилинган масштабда)  $Ос$  кесмани жойлаштирамиз,  $с$  нуқтадан абсцисса ўқиға перпендикуляр ўтказиб. унда  $\tau_{xy}$  га мос келувчи кесмани юқори томонга жойлаштирамиз (2.16- расм, б). Шундай қилиб, ҳосил қилинган  $С$  нуқта берилган вертикал юзни тасвирлайди;  $\sigma_x$  ва  $\tau_{xy}$  ларни мусбат эканлигини таъкидлаш керак. Худди шундай йўл билан, берилган горизонтал юзни тасвирловчи  $D$  нуқтани топамиз (бу ерда  $\sigma_y$  ва  $\tau_{xy}$  лар манфийдир).  $С$  ва  $D$  нуқталарни туташтириб,  $CD$  тўғри чизиқни абсцисса ўқи билан кесишган нуқтасида Мор доирасининг марказини ҳосил қиламиз.

Мана шу хусусий ҳолда, Мор доирасининг маркази координата боши билан устма-уст тушиб қолди. Ҳосил булган марказдан  $С$  ва  $D$  нуқталар орқали ўтувчи айлана чизамиз. Шу нуқталардан уларга мос келувчи юзларнинг нормалларига параллел булган нурлар ўтказамиз. Бу нурларнинг кесишиш нуқтаси Мор доирасининг қутби ( $K$  нуқта) бўлади. Бинобарин, абсцисса ўқида ётган, айланага тегишли  $L$  ва  $M$  нуқталар бош юзларга мос келади. Бу нуқталарнинг абсциссалари катталиқ жиҳатидан тенг ва қарама-қарши ишорали бўлиб, улар ҳам бош кучланишларга тўғри келади.

Бош кучланишлари модули жиҳатидан нолдан фарқ қиладиган ва бир-бирига тенг ҳамда ишоралари қарама-қарши булган текис кучланиш ҳолатининг бундай хусусий ҳолига соф силжнш дейилади. Чизмадан,  $OL$  (ёки  $OM$ ) кесмани ўлчаб,  $\sigma_1 = -\sigma_2 = 400 \text{ кГ/см}^2$  ни топамиз. Нолга тенг булган бош кучланиш  $\sigma_2$  билан белгиланиши керак, чунки у нолга тенг булмаган бош кучланишлар орасидаги катталиқдир.  $N$  нуқта максимал уринма кучланиш ҳосил бўладиган юзни тасвирлайди; бу кучланишнинг катталиги  $\tau_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_2 = 400 \text{ кГ/см}^2$ .

Бош юзлар ва  $\tau_{\max}$  ҳосил бўладиган юз ҳолатлари 2.16-расм, б) да кўрсатилган.

Шу масалани аналитик усулда ечамиз. (2.10) формуладан қўйидагиларни топамиз:

$$\sigma_{\text{бош}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} =$$

$$= \frac{265 - 265}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(265 + 265)^2 + 4 \cdot 300^2} = \pm 400 \text{ кг/см}^2.$$

Бош юзларнинг берилганга нисбатан оғишини аниқлаш учун (2.9) формулани қўллаймиз:

$$\text{tg } 2\alpha_0 = - \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 300}{265 - (-265)} = -1,13,$$

бундан иккита бурчак ҳосил қиламиз:  $\alpha'_0 = -24^\circ 15'$  ва  $\alpha''_0 = -114^\circ 15'$ . Бу бурчаклардан кичиги биринчи бош юз нормалининг йуналишини беради (2.16-расм, б) га қаранг).

2.5-мисол. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.17-расм, а) бош кучланишлар ва максимал уринма кучланиш аниқлансин.

Ечиш. Мор доирасини яшаш (2.17-расм, б) олдинги масалада кўрсатилганга ўхшашдир. Берилган кучланишлар бўйича  $C$  ( $\sigma_x$  абсцисса ва  $\tau_{xy}$  ординатали) ва  $D$  ( $\sigma_y$  абсцисса ва  $\tau_{xy}$  ординатали) нуқталарни топамиз. Бу нуқталарни бирлаштириб, доира маркази ( $O$ , нуқта) ни ҳосил қиламиз; бу марказдан  $C$  ва  $D$  нуқталар орқали утувчи айлана чизамиз. Бу айлана координата бошидан ўтади, демак, бош кучланишлардан (чизма текислигига перпендикуляр юзлар серияси учун, 2.17-расм, а) бири нолга тенгдир. Шундай қилиб, берилган кучланиш ҳолати учун кучланишлардан фақат биттаси нолдан фарқ қилади; бу кучланиш манфийдир, демак, бир ўқли сиқилиш ҳолатини ҳосил қиламиз:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -600 \text{ кг/см}^2$  ( $\sigma_3$  катталиги чизмадан аниқланди).

(2.10) формулани қўллаб, худди ўша натижани ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{\text{бош}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} =$$

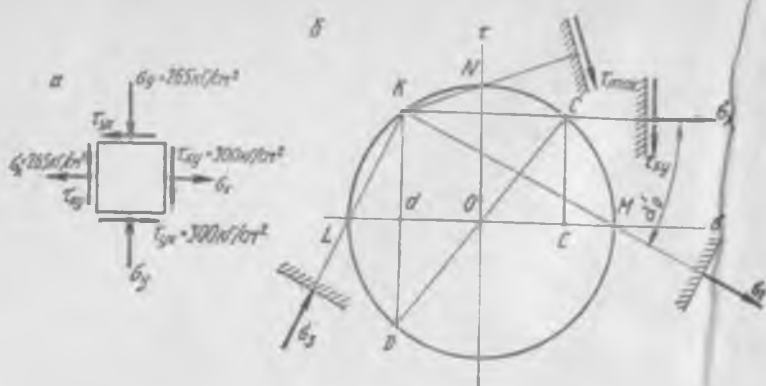
$$= \frac{-445 - 155}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(-445 + 155)^2 + 4 \cdot 263^2} = -300 \pm 300;$$

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_3 = -600 \text{ кг/см}^2.$$

(2.4) формуладан максимал уринма кучланишни топамиз (2.17-расм, б) га ҳам қаранг):

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{-(-600)}{2} = 300 \text{ кг/см}^2$$



2. 16- расм.

ясаймиз: танлаб олинган координата бошидан ўнг томонга  $\sigma_x$  га тенг (қабул қилинган масштабда)  $O\sigma$  кесмани жойлаштирамиз,  $\sigma$  нуқтадан абсцисса ўқиға перпендикуляр ўтказиб, унда  $\tau_{xy}$  га мос келувчи кесмани юқори томонга жойлаштирамиз (2.16- расм, б). Шундай қилиб, ҳосил қилинган  $C$  нуқта берилган вертикал юзни тасвирлайди;  $\sigma_x$  ва  $\tau_{xy}$  ларни мусбат эканлигини таъкидлаш керак. Худди шундай йўл билан, берилган горизонтал юзни тасвирловчи  $D$  нуқтани топамиз (бу ерда  $\sigma_y$  ва  $\tau_{xy}$  лар манфийдир).  $C$  ва  $D$  нуқталарни туташтириб,  $CD$  тўғри чизиқни абсцисса ўқи билан кесишган нуқтасида Мор доирасининг марказини ҳосил қиламиз.

Мана шу хусусий ҳолда, Мор доирасининг маркази координата боши билан устма-уст тушиб қолди. Ҳосил булган марказдан  $C$  ва  $D$  нуқталар орқали ўтувчи айлана чизамиз. Шу нуқталардан уларга мос келувчи юзларнинг нормалларига параллел бўлган нурлар ўтказамиз. Бу нурларнинг кесишиш нуқтаси Мор доирасининг қутби ( $K$  нуқта) бўлади. Бинобарин, абсцисса ўқида ётган, айланага тегишли  $L$  ва  $M$  нуқталар бош юзларга мос келади. Бу нуқталарнинг абсциссалари катталиқ жиҳатидан тенг ва қарама-қарши ишорали бўлиб, улар ҳам бош кучланишларга тўғри келади.

Бош кучланишлари модули жиҳатидан нолдан фарқ қиладиган ва бир-бирига тенг ҳамда ишоралари қарама-қарши бўлган текис кучланиш ҳолатининг бундай хусусий ҳолига соф сил жиш дейилади. Чизмадан,  $OL$  (ёки  $OM$ ) кесмани улчаб,  $\sigma_1 = -\sigma_2 = 400 \text{ кг/см}^2$  ни топамиз. Нолга тенг бўлган бош кучланиш  $\sigma_2$  билан белгиланиши керак, чунки у нолга тенг бўлмаган бош кучланишлар орасидаги катталиқдир.  $N$  нуқта максимал уринма кучланиш ҳосил бўладиган юзни тасвирлайди; бу кучланишнинг катталиғи  $\tau_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_2 = 400 \text{ кг/см}^2$ .

Бош юзлар ва  $\tau_{\max}$  ҳосил бўладиган юз ҳолатлари 2.16-расм, б да кўрсатилган.

Шу масалани аналитик усулда ечамиз. (2.10) формуладан қуйидагиларни топамиз:

$$\sigma_{\text{баш}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \\ = \frac{265 - 265}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(265 + 265)^2 + 4 \cdot 300^2} = \pm 400 \text{ кг/см}^2.$$

Бош юзларнинг берилганга нисбатан оғишини аниқлаш учун (2.9) формулани қўлаймиз:

$$\lg 2\sigma_0 = - \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 300}{265 - (-265)} = -1,13,$$

бундан иккита бурчак ҳосил қиламиз:  $\alpha'_0 = -24^\circ 15'$  ва  $\alpha''_0 = -114^\circ 15'$ . Бу бурчаклардан кичиги биринчи бош юз нормалининг йўналишини беради (2.16-расм, б га қаранг).

2.5- мисол. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.17-расм, а) бош кучланишлар ва максимал уринма кучланиш аниқлансин.

Е чи ш. Мор доирасини яшаш (2.17-расм, б) олдинги масалада кўрсатилганга ўхшашдир. Берилган кучланишлар бўйича  $C$  ( $\sigma_x$  абсцисса ва  $\tau_{xy}$  ординатали) ва  $D$  ( $\sigma_y$  абсцисса ва  $\tau_{xy}$  ординатали) нуқталарни топамиз. Бу нуқталарни бирлаштириб, доира маркази ( $O$ , нуқта) ни ҳосил қиламиз; бу марказдан  $C$  ва  $D$  нуқталар орқали ўтувчи айлана чизамиз. Бу айлана координат бўшидан ўтади, демак, бош кучланишлардан (чизма текислигига перпендикуляр юзлар серияси учун, 2.17-расм, а) бири нолга тенгдир. Шундай қилиб, берилган кучланиш ҳолати учун кучланишлардан фақат биттаси нолдан фарқ қилади; бу кучланиш манфийдир, демак, бир ўқли сиқилиш ҳолатини ҳосил қиламиз:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -600 \text{ кг/см}^2$  ( $\sigma_3$  катталиги чизмадан аниқланди).

(2.10) формулани қўлаб, худди ўша натижани ҳосил қиламиз:

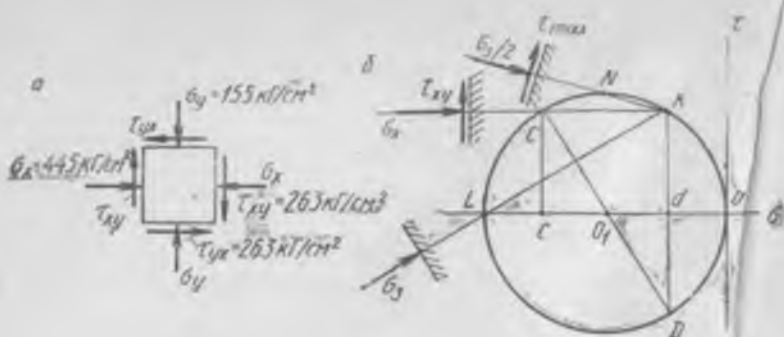
$$\sigma_{\text{баш}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \\ = \frac{-445 - 155}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(-445 + 155)^2 + 4 \cdot 263^2} = -300 \pm 300;$$

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_3 = -600 \text{ кг/см}^2.$$

(2.4) формуладан максимал уринма кучланишни топамиз (2.17-расм, б га ҳам қаранг):

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{-(-600)}{2} = 300 \text{ кг/см}^2$$



2. 17-расм.

### Мустақил ечиш учун масалалар

2.1. 2.18-расмда тасвирланган брус 1—1 кесимининг  $A$  нуқтасидаги нормал кучланиш  $650 \text{ кГ/см}^2$  га тенг бўлса,  $P$  кучнинг катталиги аниқлансин.

Жавоби.  $735 \text{ кГ}$ .

2.2 Сиқилган бруснинг юзлардан биридаги кучланишлар  $\sigma_x = 75 \text{ Мн/м}^2$ ,  $\tau_x = 43 \text{ Мн/м}^2$  га тенг. Брусда ҳосил буладиган максимал, нормал ва уринма кучланишлар ҳамда  $P$  кучнинг қиймаги аниқлансин.

Жавоби.  $\sigma_3 = -99,4 \text{ Мн/м}^2$ ;  $\tau_{\max} = 49,7 \text{ Мн/м}^2$ ;  $P = 9940 \text{ н}$ .

2.3. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.20-расм) чизмада белгиланган юздаги нормал ва уринма кучланишлар аналитик ва графованалитик усулда (Мор доираси ёрдамида) аниқлансин.

Жавоби.  $\sigma_x = 675 \text{ кГ/см}^2$ ;  $\tau_x = 217 \text{ кГ/см}^2$ .

2.4. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.21-расм,  $a$ ,  $b$ ,  $v$ ,  $z$ ) бош кучланишларнинг ҳар бирига параллел бўлган юзлар серияси учун Мор доираси қурилсин ва максимал уринма кучланишлар аниқлансин.

Жавоби.  $a) 1200 \text{ кГ/см}^2$ ;  $b) 0$ ;  $v) 250 \text{ кГ/см}^2$ ;  $z) 1100 \text{ кГ/см}^2$ .

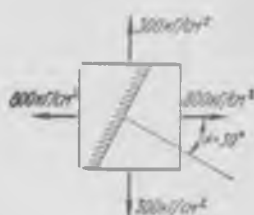
2.5. Параллелепипеднинг кучланишдан ҳоли бўлган ёғига перпендикуляр бўлган юзлар серияси учун Мор доираси ясал-



2. 18- расм.



2. 19- расм.



2. 20- расм.

син (2.22- расм). Бош кучланишлар ва максимал уринма кучланиш аниқлансин.

Жавоби.  $\sigma_x = 240 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_y = 0$ ;  $\sigma_z = -1040 \text{ кг/см}^2$ .

$\tau_{\max} = 640 \text{ кг/см}^2$ .

2.6. Берилган кучланиш ҳолати учун (2.23- расм) бош кучланишлар аниқлансин. Учта Мор доираси ясалсин ва максимал уринма кучланиш топилсин.

Кўрсатма.  $\sigma_x$  га параллел юзлар серияси учун кучланиш  $\sigma_x$  га боғлиқ бўлмайди, яъни таъкидланган серия учун текшириш текис кучланиш ҳолатини текшириш каби олиб борилади.

Жавоби.  $\sigma_1 = 1200 \text{ кг/см}^2$ ;

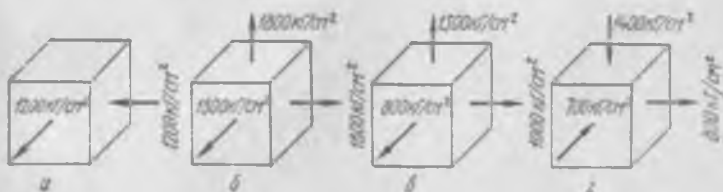
$\sigma_2 = 722 \text{ кг/см}^2$ ;

$\sigma_3 = -222 \text{ кг/см}^2$ ;

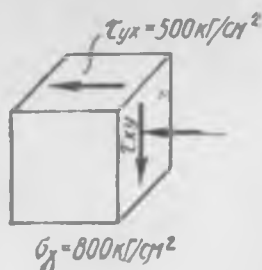
$\tau_{\max} = 711 \text{ кг/см}^2$ .

## 2.3-§. УМУМЛАШГАН ГУК ҚОНУНИНИ ТАТБИҚ ЭТИШ

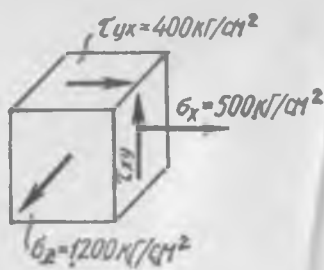
2.6- мисол. Алюминийдан ишланган кичик куб оғир (деформацияланмайдиган) деталь ўйиғига тирқишсиз (зич эркин қўйилган ва  $P = 180 \text{ кН}$  куч билан сиқилган (2.24- расм). Куб-



2. 21- расм.



2. 22- расм



2. 23- расм.

нинг ихтиёрий нуқтаси учун бош кучланишлар ва бош деформациялар аниқлансин. Кубнинг нисбий ва абсолют ҳажмий ўзгаришлари ҳисоблансин. Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси (тўла, ҳажмий ва шаклий ўзгариши билан боғлиқ бўлган) аниқлансин.  $E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ Мн/м}^2$ ;  $\mu = 0,36$  деб қабул қилинсин.

Ечиш. Куб бир жинсли кучланиш ҳолатида (унинг барча нуқталари учун бир хил), шунинг учун унга умумлашган Гук қонунини тўлалигича татбиқ этиш мумкин. Кубнинг очиқ томони (2.24-расмда штрихланган) кучланишдан ҳоли, яъни  $\sigma_z = 0$ . Кубнинг устки ва остки ёқларидаги кучланиш ( $P$  куч устки ёки текис тақсимланган деб фараз қилинади):

$$\sigma_y = -\frac{P}{a^2} = -\frac{180 \cdot 10^3}{5^2 \cdot 10^{-4}} = -7,2 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2.$$

$x$  ўқи бўйича деформациянинг нолга тенглик шартидан фойдаланиб  $\sigma_x$  кучланишни аниқлаймиз, яъни қуйилган деталь абсолют қаттиқ деб қабул қилингани учун  $\epsilon_x = 0$  бўлади. Умумлашган Гук қонунини татбиқ этиб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0,$$

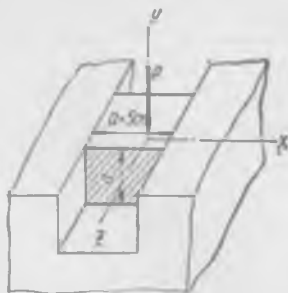
бундан

$$\sigma_x = \mu \sigma_y = 0,36 (-7,2 \cdot 10^7) = -259 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2.$$

Пировардида қуйидагини топамиз:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = \sigma_x = -259 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2$ ;  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ ;  $\epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] = \frac{1}{E} \sigma_3 = \frac{-259 \cdot 10^6}{0,7 \cdot 10^5} = -370 \cdot 10^{-3}$ .

Бош деформацияларнинг миқдорини ҳисоблаймиз:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0;$$



2. 24- расм.

$$\epsilon_y = \epsilon_y - \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)] = \frac{1}{0,7 \cdot 10^8} (-72 + 0,36 \cdot 25,9) = -8,96 \cdot 10^{-4};$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{0,7 \cdot 10^8} [-0,36 (-25,9 - 72)] = 5,03 \cdot 10^{-4}.$$

Ҳажмнинг нисбий ўзгариши:

$$\Theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = -8,96 \cdot 10^{-4} + 5,03 \cdot 10^{-4} = -3,93 \cdot 10^{-4}.$$

Ҳажмнинг абсолют ўзгариши:

$$\Delta V = \Theta V = \Theta a^3 = -3,93 \cdot 10^{-4} \cdot 5^3 = -0,0491 \text{ см}^3 = -4,91 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3.$$

Деформациянинг тўла солиштирма потенциал энергияси:

$$u = \frac{\sigma_1 \epsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \epsilon_3}{2} = \frac{-720 \cdot 10^6 (-8,96 \cdot 10^{-4})}{2} = 322 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м/м}^3.$$

Деформациянинг ҳажмий ўзгариши билан боғлиқ бўлган солиштирма потенциал энергияси:

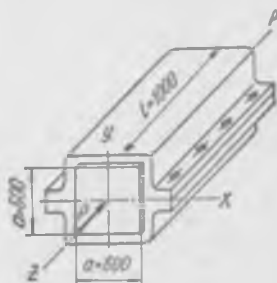
$$u_x = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{1-2 \cdot 0,36}{6 \cdot 0,7 \cdot 10^{11}} [(-259 \cdot 10^6) + (-720 \times 10^6)]^2 = 64 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м/м}^3.$$

Деформациянинг шаклий ўзгариши билан боғлиқ бўлган солиштирма потенциал энергияси

$$u_{\text{ш}} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1+0,36}{6 \cdot 0,7 \cdot 10^{11}} [259^2 + (-259 + 720)^2 + 720^2] 10^{10} = 258 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м/м}^3$$

2.7-мисол. Қаттиқ қоплама иккита ярим булакдан таркиб топган ва саккизта болт билан тортилган (2.25-расм). Қоплама пластмассали призмани сиқиб туради. Пластмасса призманинг Пуассон коэффициентини  $\mu=0,4$  га тенг, призмани қопламанинг ўқи бўйлаб йўналган  $P=10 \cdot 10^3 \text{ кГ}$  куч сиқиб туради. Болтлар деформациясини ва тортишдаги бурилишнинг таъсирини назарга олмасдан болтларнинг керакли диаметри аниқлансин. Болтлар учун  $[\sigma_b] = 1000 \text{ кГ/см}^2$ .

Е чи ш. Пластмассали призма (брус) сиқилганда унинг кўндаланг кесими ўлчамлари кагталашиши керак, лекин қоплама де-



2. 25-расм,

ворлари бунга йўл бермайди. Нагжида, пластмасса брус ва қоплама деворларининг сиртлари орасида ўзаро таъсир кучлари ҳосил бўлади. Брус бир жинсли кучланиш ҳолатида бўлади. Масала шартига қўра қоплама абсолют қаттиқлигини ва болтлар деформацияларини назарга олинмаслигини ҳисобга олсак, бруснинг  $x$  ва  $y$  ўқлари бўйича деформациялари нолга тенг, деган хулосага келамиз. Симметрия шартига қўра  $\sigma_x = \sigma_y$  эканлигини назарга олиб ва умумлашган Гук қонунини татбиқ этиб қуйидагини топамиз:

$$\epsilon_x = \epsilon_y - \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_x + \sigma_y)] = 0,$$

бундан

$$\sigma_x (1 - \mu) = \mu \sigma_y,$$

$$\sigma_x = \frac{\mu \sigma_y}{1 - \mu},$$

бу ерда

$$\sigma_y = -\frac{P}{a^2} = -\frac{10 \cdot 10^3}{60^2} = -2,78 \text{ кг/см}^2$$

ва

$$\sigma_x = \frac{-0,4 \cdot 2,78}{1 - 0,4} = -1,85 \text{ кг/см}^2.$$

Болтларга таъсир этувчи тўла кучланиш

$$Q = aL [\sigma_x] = 60 \cdot 100 \cdot 1,85 = 11100 \text{ кг}.$$

Битта болтга тўғри келадиган кучланиш

$$Q_i = \frac{Q}{i} = \frac{11100}{8} = 1390 \text{ кг}.$$

Мустаҳкамлик шартига қўра талаб этиладиган болт кесими (резьбанинг ички диаметри бўйича)

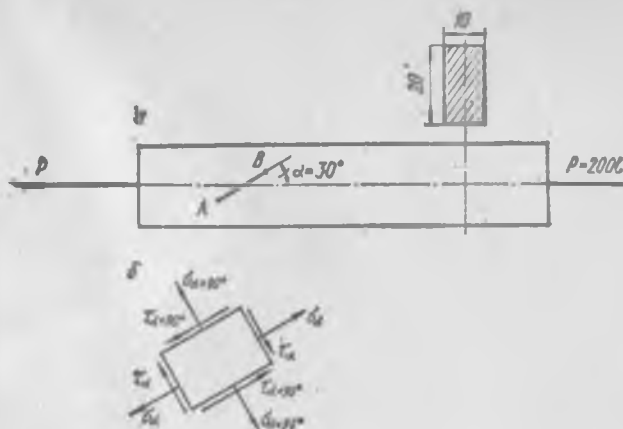
$$\frac{\pi d_i^2}{4} > \frac{Q_i}{[\sigma_q]}; d_i > \sqrt{\frac{4 Q_i}{\pi [\sigma_q]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1390}{3,14 \cdot 1000}} = 1,33 \text{ см}.$$

9150-59 ГОС Г дан М16×2 резъбасининг ички диаметри  $d_i = 13,83 \text{ мм}$  бўлган болтни танлаб оламиз.

28-мисол. Чўзилувчи намунага АВ тензометр 2.26-расм, а да тасвирлангандек, ўрнатилган. Тензометрнинг базаси  $c = 20 \text{ мм}$ , кагталашиш коэффициенти  $k = 1000$ , берилган нагрузка таъсирида тензометрнинг кўрсатиши  $\Delta_c = 6,5 \text{ мм}$  га тенг. Агар  $E = 2,1 \times 10^6 \text{ кг/см}^2$  эканлиги маълум бўлса, намуна материали учун Пуассон коэффициенти аниқлансин.

Е чи ш. Брусдан тензометр базасига параллел ва унга перпендикуляр текисликлар билан элемент ажратамиз (2.26-расм, б). Брус кўндаланг кесимидаги кучланиш маълум, яъни

$$\sigma_x = \sigma_1 = \frac{P}{F} = \frac{2000}{2} = 1000 \text{ кг/см}^2.$$



2. 26- расм.

Энди ажратилган элемент ёқларида ҳосил бўладиган нормал кучланишларни топамиз:

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \alpha = 1000 \cos^2 30^\circ = 750 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{x+90} = \sigma_1 \cos^2(\alpha + 90^\circ) = \sigma_1 \sin^2 \alpha = 1000 \sin^2 30^\circ = 250 \text{ кг/см}^2.$$

Тензометр базаси йўналиши бўйича чизикли деформацияни аниқлаш учун қуйидаги ифодани тузамиз:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_{x+90}).$$

Масаланинг шартидан шу деформациянинг сон қийматини аниқлаш мумкин:

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{6,5}{20 \cdot 1000} = 3,25 \cdot 10^{-4}.$$

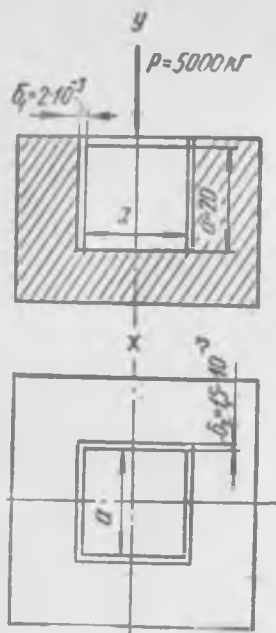
Шундай қилиб,

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_{x+90}) = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5} (750 - 250 \mu) = 3,25 \cdot 10^{-4},$$

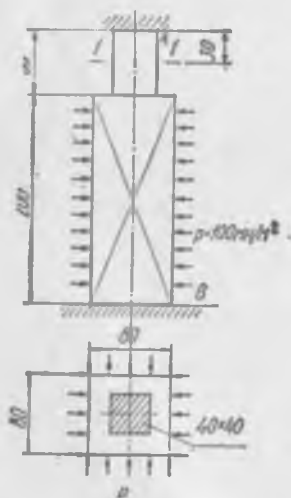
бундан

$$750 - 682 = 250 \mu;$$

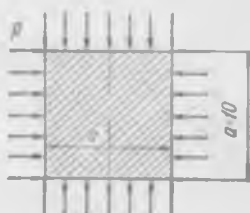
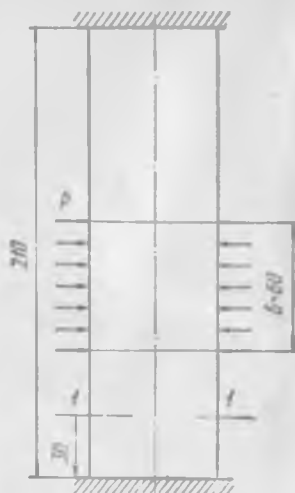
$$\mu = \frac{750 - 682}{250} = 0,272.$$



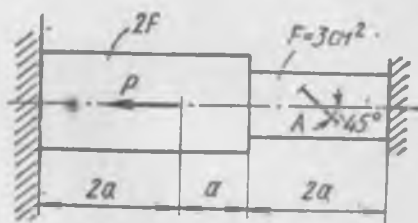
2. 27- расм.



2. 29- расм.



2. 28- расм.



2. 30- расм.

## Мустақил ечиш учун масалалар

2.7. Қирраси  $a = 20$  мм бўлган куб деформацияламайдиган деб ҳисобланса бўладиган оғир плитадан қилинган уяга қўйилган. Кубнинг устки ёғига юзи бўйича текис тақсимланган сиқувчи куч  $P = 5 \cdot 10^3$  кГ қўйилган.  $P$  куч қўйилмасдан аввал уянинг қирраси план текислигида куб қиррасидан  $2\delta_1 = 4 \cdot 10^{-3}$  мм ва  $2\delta_2 = 3 \cdot 10^{-3}$  мм каттароқ (2.27-расм). Кубнинг ихтиёрий нуқтаси учун бош кучланишлар ва деформациялар аниқлансин.  $E = 0,7 \cdot 10^6$  кГ/см<sup>2</sup>;  $\mu = 0,36$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $\sigma_1 = \sigma_2 = -498$  кГ/см<sup>2</sup>;  $\sigma_3 = \sigma_x = -524$  кГ/см<sup>2</sup>;  $\sigma_3 = \sigma_y = -1250$  кГ/см<sup>2</sup>;  $\epsilon_3 = \epsilon_y = -126 \cdot 10^{-5}$ .

2.8. Қўндаланг кесими квадрат шаклидаги пулат брус нкка-ла учидан маҳкам бириктириб қўйилган (2.28-расм). Унинг  $b$  узунлигидаги қисмига текис тақсимланган  $P = 1500$  кГ/см<sup>4</sup> босим таъсир этади.  $I-I$  кесимнинг силжиши аниқлансин.  $E = 2 \cdot 10^6$  кГ/см<sup>2</sup>,  $\mu = 0,30$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $3,86 \cdot 10^{-4}$  см.

2.9. Погонали пулат бруснинг остки қисмига ҳамма томондан  $p$  босим таъсир қилади (2.29-расм). Брус таянчларидаги реакциялар, қўндаланг кесимидаги кучланишлар ва  $I-I$  кесимнинг силжиши аниқлансин.  $E = 2 \cdot 10^6$  н/мм<sup>2</sup>;  $\mu = 0,30$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $R_A = R_B = 174,5$  кН;  $\sigma_A = 109$  н/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_B = 27,3$  н/мм<sup>2</sup>;

$$\Delta_{I-I} = 1,64 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

2.10. Пулат брусга тензодатчик А ёпиштирилган (2.30-расм), унинг базаси брус ўқи билан  $45^\circ$  ли бурчак ташкил қилади.

Брусга  $P$  куч таъсир этганида датчик базаси йуналишида деформация  $\epsilon_x = 1,05 \cdot 10^{-4}$  ҳосил бўлади. Агар брус материали учун  $E = 2,0 \cdot 10^6$  кГ/см<sup>2</sup>,  $\mu = 0,3$  бўлса,  $P$  кучнинг катталиги аниқлансин.

Жавоби. 6300 кГ.

### III боб

## КЕСИЛИШ ВА ЭЗИЛИШГА ОИД АМАЛИЙ ҲИСОБЛАШЛАР

### 3.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР ВА ҲИСОБЛАШ ФОРМУЛАЛАРИ

тп кесимда (3.1-расм) ҳосил бўладиган уринма кучланишлар (силжиш ёки кесилиш кучланиши) қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$\tau_{\text{кес}} = \frac{Q}{F_{\text{кес}}}$$

Бу ерда  $Q$ —ички куч фактори бўлиб, кундаланг куч деб аталади. Берилган ҳолда  $Q = P$ .

Кесилишда мустаҳкамлик шarti

$$\tau_{\text{кес}} = \frac{Q}{F_{\text{кес}}} \leq [\tau_{\text{кес}}].$$

Статик нагрузка  $\tau_{\text{кес}} = (0,6 \div 0,8)[\sigma_4]$ , бу ерда  $[\sigma_4]$  материал учун чўзилишда рухсат этилган кучланиш.

Эзилиш кучланиши  $\sigma_{\text{эз}}$  бириктирувчи элементларнинг сиртлари билан тешиклар орасидаги контакт юзларда ҳосил бўлади.

Эзилишда мустаҳкамлик шarti

$$\sigma_{\text{эз}} = \frac{P}{lF_{\text{эз}}} \leq [\sigma_{\text{эз}}].$$

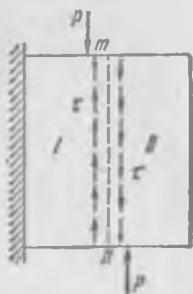
бу ерда  $\frac{P}{l}$  — битта бириктирувчи деталга тўғри келадиган кучланиш;  $[\sigma_{\text{эз}}]$  — эзилишда рухсат этилган кучланиш;

$$[\sigma_{\text{эз}}] = (1,7 \div 2)[\sigma_4];$$

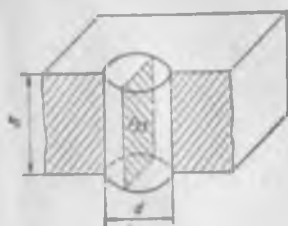
$F_{\text{эз}}$  — эзилишда ҳисоблаш юзи.

Цилиндрик сирт (ярим цилиндр) бўйича контактда  $F_{\text{эз}}$  шартли равишда контакт цилиндр сиртининг диаметрал текислигидаги проекцияси юзига тенг (3.2-расм):

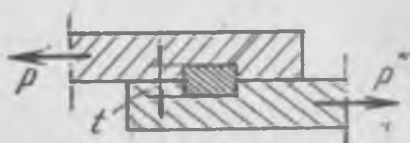
$$F_{\text{эз}} = d\delta.$$



3.1- расм.



3. 2- расм.



3. 3- расм.

Текислик бўйича контактда (3.3-расм):

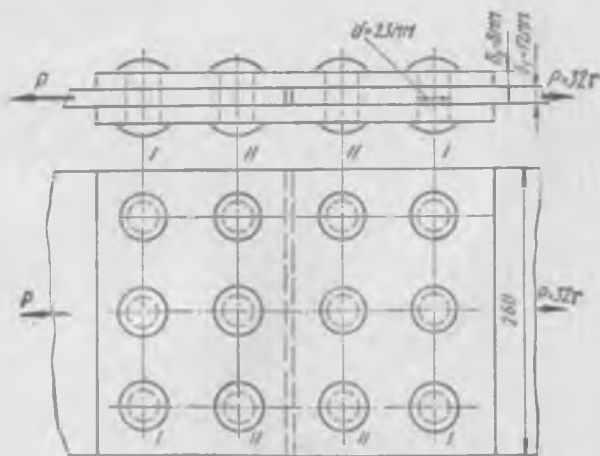
$$F_{\text{сз}} = tb,$$

бу ерда  $b$ —шпонканинг чизма текислигига перпендикуляр йўналишдаги ўлчами.

Бириктириладиган деталлар ҳар хил қалинликда бўлганда юқоридаги формулага  $\delta_{\text{min}}$  ёки  $t_{\text{min}}$  қўйилади.

### 3.2-§. ПАРЧИН МИХЛИ БИРИКМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

3.1-мисол. Парчин михли бирикманинг мустаҳкамлиги текширилсин (3.4-расм), берилганлар:  $[\sigma_4] = 1400 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\tau_{\text{рес}}] = 1000 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\sigma_{\text{сз}}] = 240 \text{ кг/см}^2$ .



3. 4- расм.

Е чиш. 1.  $I-I$  заифлаштирилган кесим бўйича листдаги кучланишни ҳисоблаймиз. Аввал нетто кесим юзини аниқлаймиз:

$$F_{\text{нетто}} = 26 \cdot 1,2 - 2,3 \cdot 3 \cdot 1,2 = 22,9 \text{ см}^2;$$

$$\sigma_{\text{ч}} = \frac{P}{F_{\text{нетто}}} = \frac{32 \cdot 10^3}{22,9} = 1400 \text{ кг/см}^2 = [\sigma_{\text{ч}}].$$

2. Парчин михларни кесилишга мустаҳкамлигини текшира-миз, бунда парчин мих икки кесимли ( $k=2$ ) эканлигини на-зарга оламиз:

$$\tau_{\text{мех}} = \frac{P}{kl \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 4}{2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 2,3^3} = 640 \text{ кг/см}^2 < [\tau_{\text{к}}].$$

Бу ерда  $l$  — чокнинг бир томонидаги парчин михлар сони.

3. Парчин михли бирикманинг эзилишга мустаҳкамлигини текшира-миз ( $2\delta_2 > \delta_1$  эканлигини ҳисобга оламиз);

$$\sigma_{\text{вз}} = \frac{P}{ld\delta_1} = \frac{32 \cdot 10^3}{6 \cdot 2,3 \cdot 1,2} = 1930 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_{\text{в}}].$$

Шундай қилиб, бирикманинг мустаҳкамлиги таъмин эти-лади.

3.2-мисол. Иккита тенг ёнли бурчакликдан таркиб топган **стержень**  $P=30 \text{ Т}$  куч билан чўзилган бўлиб, қалинлиги  $\delta=12 \text{ мм}$  бўлган шаклдор листга диа-метри  $d=20 \text{ мм}$  бўлган парчин михлар билан бириктирилган (3.5-расм). Ст. 2 маркали пулатдан тайёрланади.

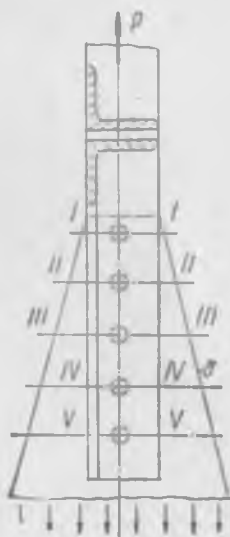
Бурчакликларнинг профили танлан-син ва бирикмадаги керакли парчин михларнинг сони аниқлансин,  $[\sigma_{\text{ч}}] = 1400 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\tau_{\text{вз}}] = 1000 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\sigma_{\text{вз}}] = 2800 \text{ кг/см}^2$ .

Е чиш. 1. Стержень кесимини тан-лаш. Бурчаклик хавфли  $I-I$  кесимида тешиқлар билан заифлаштирилган. Шу-нинг учун ҳисоблашни  $F_{\text{нетто}}$  ни аниқ-лашдан бошлаймиз.

Бурчаклик кесимининг зарурий иш юзи (нетто)

$$F_{\text{нетто}} = \frac{P}{[\sigma_{\text{ч}}]} = \frac{30 \cdot 10^3}{1400} = 21,4 \text{ см}^2.$$

Бурчаклик кесимининг  $F_{\text{брутто}}$  юзи бир оз каттароқ бўлади. Сортамент жадва-лидан фойдаланиб,  $80 \times 80 \times 8$  бурчак-ликни танлаб оламиз.



3. 5-расм.

Унда

$$F_{\text{бр}} = 12,3 \cdot 2 = 24,6 \text{ см}^2.$$

Стерженнинг 1-1 кесимидаги кучланишни текшираимиз:

$$\sigma = \frac{P}{F_{\text{кес}}} = \frac{30 \cdot 10^3}{24,6 - 2 \cdot 2,0 \cdot 0,8} = 1400 \text{ кг/см}^2.$$

2. Кесилиш ва эзилишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, парчин михлар сонини аниқлаш:

а) кесилишда мустаҳкамлик шarti буйича битта парчин михга туғри келадиган рухсат этилган зуриқиш (парчин мих кесилими  $k=2$ ):

$$[Q_{\text{кес}}] = [\tau_{\text{кес}}] k \frac{\pi d^2}{4} = 1000 \cdot 2 \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 6280 \text{ кг};$$

б) эзилишда мустаҳкамлик шarti буйича битта парчин михга туғри келадиган рухсат этилган зуриқиш:

$$[Q_{\text{эз}}] = [\sigma_{\text{эз}}] F_{\text{эз}} = 2800 \cdot 2,4 = 6730 \text{ кг};$$

бу ерда  $F_{\text{эз}} = \delta d = 1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ см}^2$  (бурчаклик косинкасининг қалинлиги тоқчасининг иккиланган қалинлигидан кичик, шунинг учун эзилишнинг ҳисоблаш юзи косинканинг қалинлиги буйича аниқланади).

Кесилишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, парчин михларнинг керакли сонини аниқлаймиз.

$$[Q_{\text{кес}}] < [Q_{\text{эз}}]$$

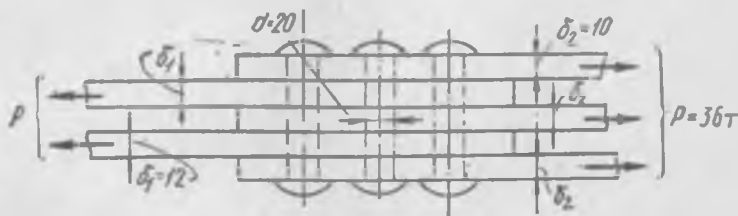
$$\text{булгани учун } i = \frac{P}{[Q_{\text{кес}}]} = \frac{30 \cdot 10^3}{6280} = 4,78;$$

демак,  $i=5$  деб қабул қиламиз.

Мустақил рчиш учун масалалар

3.1. Бирикмада керак бўладиган парчин михлар сони аниқлансин (3.6-расм). Бунда  $[\tau_{\text{кес}}] = 1000 \text{ кг/см}^2$  ва  $[\sigma_{\text{эз}}] = 2800 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби. Учта парчин мих.



3. 6- расм.

3.2. Тенг ёнли бўлмаган икки бурчакликдан иборат шаклдор листга бириктирилган ва  $P=36$  Т чузувчи куч таъсиридаги стерженнинг кесими танлансин ҳамда керакли парчин миҳлар сони аниқлансин. Бунда  $[\sigma_s] = 1400$  кг/см<sup>2</sup>; парчин миҳнинг диаметри  $d=20$  мм;  $[\tau_{\text{кес}}] = 1000$  кг/см<sup>2</sup>;  $[\sigma_{\text{с}}] = 2800$  кг/см<sup>2</sup>, шаклдор лист (косинка) нинг қалинлиги  $\delta = 12$  мм.

Жавоби.  $100 \times 75 \times 8$  бурчакликлар (8510—57 ГОСТ бўйича); 6 та парчин миҳ.

### 3.3. §. ПАЙВАНД БИРИКМАЛАРНИНГ ҲИСОБИ

Чузувчи ёки сиқувчи куч таъсиридаги тўғри чокли пайванд бирикма, бирикувчи листлар (3.7-расм) четининг бириктиришга қандай тайёрланганидан қатъи назар, чузилишга (ёки сиқилишга) қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$\sigma_s = \frac{P}{bh} \leq [\sigma_s].$$

Пайванд чок учун рухсат этилган кучланиш  $[\sigma_s]$  (чузилишда  $[\sigma_s]_t$  ва сиқилишда  $[\sigma_s]_c$ ) пайвандланадиган деталлар учун рухсат этилган кучланишларга, пайванд усулига ҳамда электрод маркасига боғлиқ бўлади.

Валиксимон (бурчак кўрнинишидаги) чокли бирикмалар кесилишга ҳисобланади. Масалан, 3.8-расм, а да кўрсатилган кўндаланг валиксимон чокли бирикмалар учун мустаҳкамлик шarti қуйидаги кўрнинишда бўлади:

$$\tau_s = \frac{P}{2 \cdot 0,7 \cdot kl_s} \leq [\tau_s].$$

Чокнинг хавфли емирилиши, биссектор кесим бўйича содир бўлади, деб фараз қилинганда, барча валиксимон чоклар учун чокнинг ҳисоб қалинлиги  $m=0,7$  к бўлади (3.8-расм, б).

Пайванд чок учун кесилишда рухсат этилган  $[\tau_s]$  кучланиш худди  $[\sigma_s]$  каби факторларга боғлиқ бўлади.

Бўйлама ёнбош чок (3.9-расм) учун мустаҳкамлик шarti



3. 7- расм.

$$\tau_s = \frac{P}{2 \cdot 0,7 \cdot kl_{\text{ёнбош}}} \leq [\tau_s].$$

Валиксимон кўндаланг, бўйлама ёнбош ва

қийшиқ чокларнинг комбинациясидан иборат бўлган бирикмалар учун (3.10-расм) мустаҳкамлик шарти

$$\tau_s = \frac{P}{0,7 \cdot kL} \leq [\tau_s],$$

бу ерда  $L$  — валиксимон чокларнинг умумий периметри.

3.3- мисол. Бурчакликни шаклдор лист билан бириктирувчи бўйлама ёнбош чокларнинг талаб этилган узунлиги аниқлансин (3.11-расм). Чокнинг қалинлиги (катети) обушка ва перо томонида бир хил бўлиб, у бурчаклик тоққасининг қалинлигига тенг:  $k = 10$  мм, кесилишда чок учун рухсат этилган кучланиш  $[\tau_s] = 100$  МН/м<sup>2</sup>.

Ечиш. Қаралаётган масалада чоклар обушка томонида ҳам, перо томонида ҳам бир хилда юкланмай, чок обушка томонидан кўпроқ юкланганлиги яққол кўриниб турибди.

Мувозанат шартидан фойдаланиб, чокка перо ва обушка томонлардан таъсир этувчи  $P_n$  ва  $P_{об}$  кучларни осонгина топамиз:

$$P_n = P \frac{a_1}{a}; \quad P_{об} = P \frac{a_2}{a}.$$

Чокларнинг қалинлиги бир хил бўлганлиги учун уларнинг узунликларининг нисбати шу чокларга туғри келадиган зуриқчишлар нисбати кази бўлади, яъни:

$$l_n = L \frac{a_1}{a}; \quad l_{об} = L \frac{a_2}{a},$$

бу ерда  $L$  — иккала чокнинг умумий узунлиги.

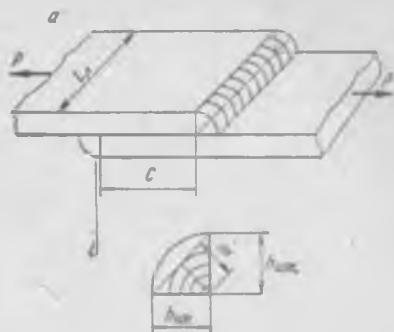
Мустаҳкамлик шартидан

$$L > \frac{P}{0,7 \cdot k[\tau_s]} = \frac{160 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^6} \approx 230 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 230 \text{ мм};$$

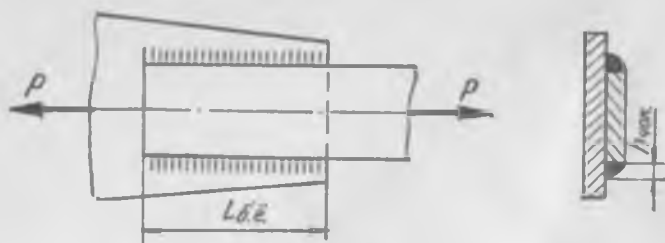
$$l_n = 230 \cdot \frac{34,5}{125} \approx 64 \text{ мм};$$

$$l_{об} = 230 \cdot \frac{90,5}{125} \approx 167 \text{ мм}.$$

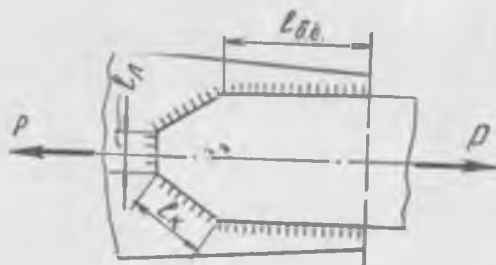
Обушкadan профил огирлик марказигача бўлган масофа  $a$ , нинг ўлчами 8509—57 ГОСТ жадвалидан олинган; у ерда бу масофа  $z_0$  билан белгиланган.



3. 8- расм.

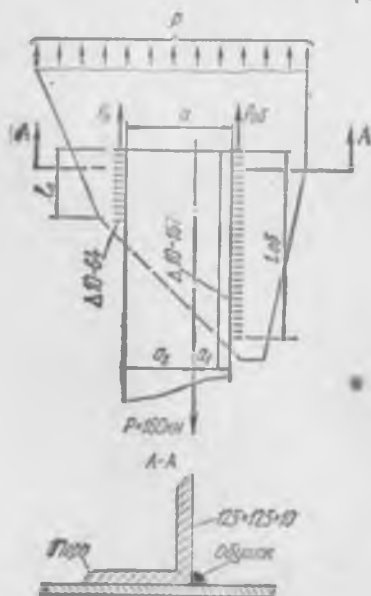


3. 9-рasm.

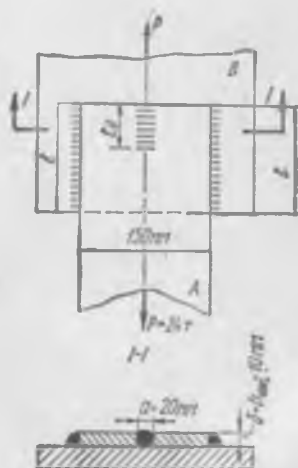


$$L = L_A + 2L_K + 2L_{\text{д.д.}}$$

3. 10-рasm.



3. 11-рasm.



3. 12-рasm.



3. 13- расм.

3.4-мисол. А пулат полоса В листга буйлама ёнбош чоклар ва уйиқ чок билан пайвандланган (3.12-расм). Агар  $[\tau_s] = 1000 \text{ кг/см}^2$ ,  $l = 100 \text{ мм}$  бўлса, уйиқ чок узунлиги аниқлансин.

Ечиш. Буйлама ёнбош чокларга тўғри келадиган зўриқишни аниқлаймиз:

$$P_{0.е} = 2l \cdot 0,7 \kappa [\tau_s] = 2 \cdot 10 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1000 = 14000 \text{ кг}.$$

Ўйиқ чокка тўғри келадиган зўриқиш

$$P_y = P - P_{0.е} = 24000 - 14000 = 10000 \text{ кг}.$$

Ўйиқ чок узунлиги

$$l_y = \frac{P_y}{a[\tau_s]} = \frac{10000}{2 \cdot 1000} = 5 \text{ см} = 50 \text{ мм}.$$

### Мустақил ечиш учун масалалар

3.3. Листларнинг бирикиш жойи иккита тахтакач билан қопланган, тахтакачлар эса листларга қалинлиги  $k = 10 \text{ мм}$  бўлган пайванд чок билан периметри буйича пайвадлаб бириктирилган (3.13 расм).  $[\tau_s] = 800 \text{ кг/см}^2$  бўлганда буйлама ёнбош чок узунлиги  $l_{0.е}$  аниқлансин.

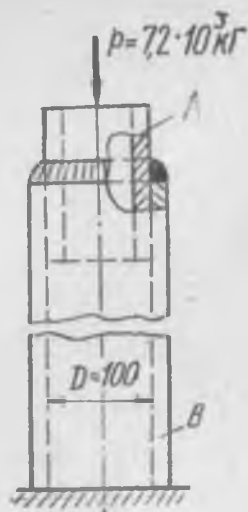
Жавоби.  $l_{0.е} = 170 \text{ мм}.$

3.4. А труба бир учи билан В трубага зич киргизилган ва унга қалинлиги  $k = 8 \text{ мм}$  бўлган пайванд чок билан периметри буйича пайвандланган (3.14-расм).

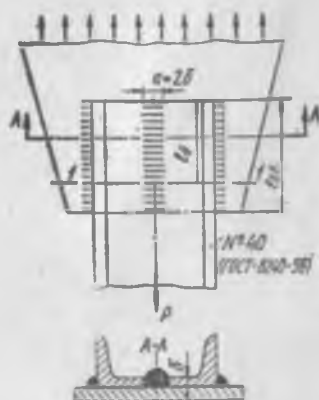
Пайванд чок учун ҳисоблаш кучланиши аниқлансин.

Жавоби.  $\tau_s = 410 \text{ кг/см}^2.$

3.5. Швеллер листга иккита буйлама ёнбош ва битта уйиқ чоклар билан пайвандланган (3.15-расм). Буйлама ёнбош чок қалинлиги швеллер девори  $\delta$  қалинлигига тенг.



3. 14- расм.



3. 15- расм.

Агар  $[\tau_s] = 960 \text{ кг/см}^2$  ва швеллер учун қўзилишда рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, бўйлама ёнбош ва ўйиқ чокларнинг узунликлари  $l_{0. \text{е}}$  ва  $l_y$  аниқлансин.

Кўрсатма. Ҳисоб пайванд чок билан пайвандланувчи швелларнинг мустақамликлари тенглиги шартидан фойдаланиб бажарилсин. Швеллернинг қўзилишга мустақамлик шартидан фойдаланиб, рухсат этилган  $P_{\text{куч}}$  ни аниқлашдан бошлансин. Сўнгра швеллернинг  $I-I$  заифлаштирилган кесимига мустақамлик рухсат этадиган зўрқишнинг таъсир этиши шартдан фойдаланиб  $l_{0. \text{е}}$  —  $l_y$  аниқлансин.

Жавобш.  $l_{0. \text{е}} = 385 \text{ мм}$ ;  $l_y = 369 \text{ мм}$ .

## IV боб

### ТЕКИС КЕСИМЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

#### 4.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА МУНОСАБАТЛАР

Брус кундаланг кесимининг геометрик характеристикалари: юз, ўқий ва қутбий инерция моментлари, ўқий ва қутбий қаршилиқ моментлари ҳамда кесимнинг статик моментлари ва марказдан қочирма инерция моментларидан иборатдир.

1) Текис кесимнинг статик моментлари.

Кесимнинг  $z$  ва  $y$  координата ўқларига нисбатан статик моментлари деб, қуйидаги интегралларга айтилади (4.1-расм):

$$S_z = \int y dF = F y_c,$$

$$S_y = \int z dF = F z_c,$$

бу ерда  $z_c$  ва  $y_c$ —кесим оғирлик марказидан мос  $Oy$  ва  $Oz$  ўқларигача бўлган масофалар.

Текис кесимнинг ихтиёрий марказий ўққа нисбатан статик моменти нолга тенг.

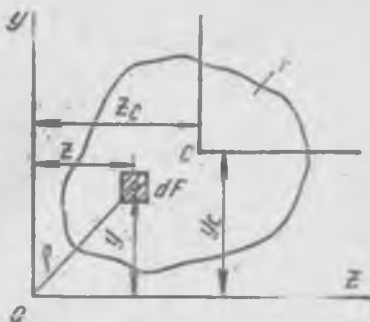
2) Ўқий (экваториал), қутбий ва марказдан қочирма инерция моментлари.

а) Ушбу кўринишдаги интегралларга

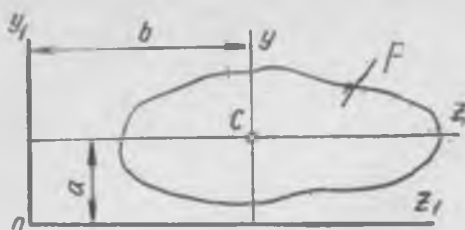
$$J_z = \int y^2 dF,$$

$$J_y = \int z^2 dF,$$

кесимнинг  $z$  ёки  $y$  ўқига нисбатан ўқий ёхуд экваториал инерция моментлари дейилади (4.1-расмга қаранг).



4. 1- расм.



4-расм.

б) Ушбу қуринишдаги интегралга

$$J_p = \int_F \rho^2 dF$$

кесимнинг  $O$  нуқтага нисбатан қутбий инерция моменти дейилади (4.1-расмга қаранг).

в) Ушбу қуринишдаги интегралга

$$J_{zy} = \int_F zy dF$$

кесимнинг марказдан қочирма инерция моменти дейилади.

3) Инерция моментларининг баъзи бир хоссалари.

а) Кесимнинг икки координата ўқларига нисбатан ўқий инерция моментларининг йиғиндиси координата бошига нисбатан қутбий инерция моментига тенг бўлади:

$$J_p = J_z + J_y.$$

б) Мураккаб (турлича бўлаклардан таркиб топган) кесимнинг инерция моменти уни ташкил этувчи бўлакларнинг инерция моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

в) Кесимнинг ўқий ва қутбий инерция моментлари доимо мусбат катталиклардир; марказдан қочирма инерция моменти эса мусбат, манфий ва баъзи бир ўқлар учун нолга ҳам тенг бўлиш мумкин.

г) Агар кесим симметрия ўқига эга бўлса у вақтда шу ўққа ва унга перпендикуляр бўлган ўққа нисбатан марказдан қочирма инерция моментлари нолга тенг бўлади.

4) Ўқларни параллел кўчириш.

Кесимнинг марказий ўққа параллел қилиб ўтказилган ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти унинг шу марказий ўққа нисбатан инерция моменти билан кесим юзини ўқлар орасидаги масофа квадратига кўпайтмасининг йиғиндисига тенг бўлади (4.2-расм).

$$J_x = J_x + a^2 F.$$

Худди шунга ўхшаш

$$J_y = J_y + b^2 F.$$

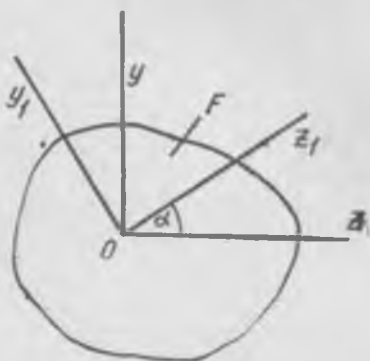
Марказдан қочирма инерция моменти учун:

$$J_{xy} = J_{xy} + abF.$$

$a$  ва  $b$  катталиклар эски координата системасида янги ўқлар системасининг координата бошини ифодалагани учун ўз ишораси билан олиниши керак.

5) Координата ўқларини буриш.

Агар кесимнинг  $O_x$  ва  $O_y$  ўқларга нисбатан инерция моментлари  $J_x, J_y, J_{xy}$  маълум бўлса, у вақтда берилган ўқларга нисбатан  $\alpha$  бурчакка бурилган  $O_{x_1}$  ва  $O_{y_1}$  ўқларга нисбатан инерция моментлари қуйидаги формулалардан аниқланади (4.3-расм):



4. 3-расм.

$$J_{x_1} = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$J_{y_1} = J_x \sin^2 \alpha + J_y \cos^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$J_{x_1 y_1} = \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha.$$

6) Бош инерция ўқлари. Бош инерция моментлари.

Бош инерция ўқлари (қисқача бош ўқлар) деб, ўзаро перпендикуляр бўлган шундай икки ўққа айтиладики, шу ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти нолга тенг бўлади, ўқий моментлар эса ўзининг экстремал (тах ва min) қийматларига ёришади.

Агар бош ўқлар шаклнинг оғирлик маркази орқали ўтса, у вақтда бундай ўқларга марказий бош инерция ўқлари дейилади.

Бош инерция моментлари қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади:

$$J_{1,2} = J_{\max, \min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2}.$$

Бош инерция ўқларининг ҳолати қуйидаги муносабатлардан топилади:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\max}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{J_{xy}}{J_y - J_{\min}}.$$

Шунингдек, қуйидаги формуладан фойдаланилса ҳам бўлади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{1,2} = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}.$$

$\alpha_1$  ва  $\alpha_2$  бурчаклари  $z$  ўқининг мусбат йўналишидан бошлаб ҳисобланилади, шу билан бирга  $\alpha_{1,2} > 0$  бўлганда бурчак соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда олинади,  $\alpha_{1,2} < 0$  бўлганда эса соат стрелкаси ҳаракати бўйича олинади.

Бунда

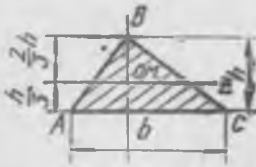
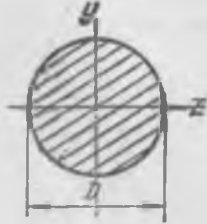
$$|\alpha_1 - \alpha_2| = 90^\circ$$

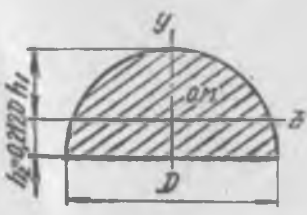
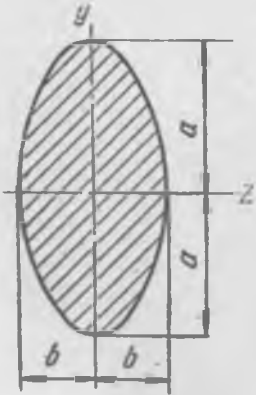
эканлигини назарда тутиш керак.

Қуйида тез-тез учраб турадиган баъзи кесимларнинг инерция моментлари қийматларининг жадвалини келтирамиз.

4. 1-жадвал

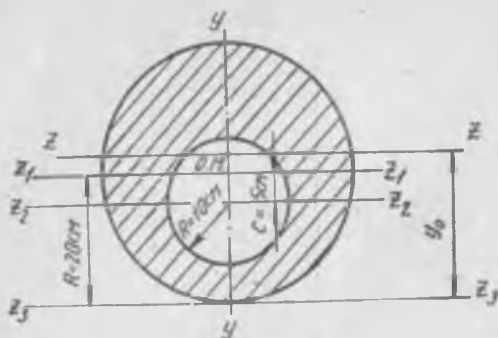
Энг кўп ишлатиладиган кесимларнинг марказий ўқларга нисбатан инерция моментларининг қийматлари

| Кесим (шакли) турлари ва номлари |                                                                                     | Инерция моментлари                    |                   |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------|
|                                  |                                                                                     | $J_x$                                 | $J_y$             |
| Тўғри тўртбурчак                 |    | $\frac{bh^3}{12}$                     | $\frac{hb^3}{12}$ |
| Учбурчак                         |  | $\frac{bh^3}{36}$                     | —                 |
| Диска                            |  | $\frac{\pi}{64} D^4 \approx 0,05 D^4$ |                   |

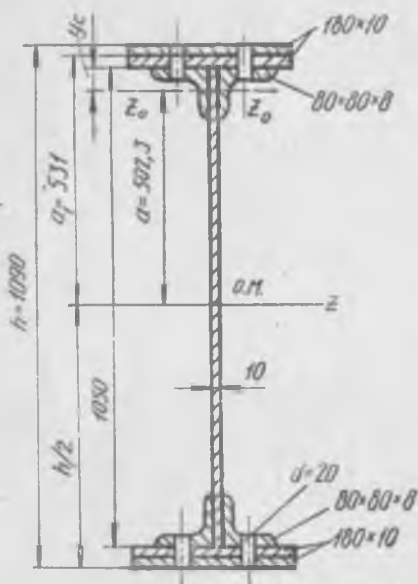
| Кесим (шакли) турлари ва номлари |                                                                                    | Инерция моментлари                                   |                                                       |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|                                  |                                                                                    | $J_x$                                                | $J_y$                                                 |
| Ярим доира                       |   | $0,00686 D^4$                                        | $\frac{\pi}{128} D^4 \approx$<br>$\approx 0,0245 D^4$ |
| Ҳалқа                            |   | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) \approx 0,05(D^4 - d^4)$ |                                                       |
| Эллипс                           |  | $\frac{\pi a^3 b}{4} \approx 0,785 a^3 b$            | $\frac{\pi b^3 a}{4} \approx 0,785 b^3 a$             |

#### 4.2-§. ТЕКИС КЕСИМНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

4.1-мисол. Кесимнинг марказий бош ўқларининг ҳолати аниқлансин ва марказий бош инерция моментлари ҳисоблансин (4.4-расм).



4 4- расм.



4. 5- расм.

Ечиш.  $z-z$  кесим марказий ўқининг ҳолатини топамиз.  $y_0$  координата ҳисобини ёрдамчи  $z_3-z_3$  ўқидан бошлаймиз:

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{S_{z_3}}{F_3} = \\ &= \frac{\pi R^2 R - \pi r^2 (R - c)}{\pi R^2 - \pi r^2} = \\ &= \frac{R^3 - r^2 (R - c)}{R^2 - r^2} = \\ &= \frac{20^3 - 10^2 \cdot 15}{20^2 - 10^2} = 21,7 \text{ см.} \end{aligned}$$

Шаклнинг  $z-z$  ва  $y-y$  ўқларга нисбатан инерция моментларини катта ва кичик доираларнинг инерция моментларининг айирмаси каби топамиз. Катта доиранинг уз марказий ўқи  $z_1 \dots z_1$  га нисбатан инерция моменти

$$J_{z_1}^I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi R^4}{4},$$

$z-z$  ўқига нисбатан эса

$$J_z^I = \frac{\pi}{4} R^4 + \pi R^2 (y_0 - R)^2.$$

Худди шунингдек, кичик доиранинг  $z-z$  ўқига нисбатан инерция моментини топамиз:

$$J_z^{II} = \frac{\pi}{4} r^4 + \pi r^2 [c + y_0 - R]^2;$$

$$\begin{aligned} J_z &= J_z^I - J_z^{II} = \frac{\pi}{4} \cdot 20^4 + \pi \cdot 20^2 (21,7 - 20)^2 - \frac{\pi}{4} 10^4 - \\ &- \pi 10^2 (5 + 21,7 - 20)^2 = 107,4 \cdot 10^3 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$J_y = \frac{\pi}{4} R^4 - \frac{\pi}{4} r^4 = \frac{\pi}{4} (20^4 - 10^4) = 117,8 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

4.2-мисол. Кесимнинг  $z$  марказий бош ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин (4.5-расм).

Ечиш. Аввал  $J_z$  брутто инерция моментини, яъни кесимнинг парчин мих тешиклари билан заифлашишини назарга олмай топамиз.

Сортамент жадвалидан қуйидагиларни топамиз:  $80 \times 80 \times 8$  мм бурчакликнинг юзи  $F_{\text{бур}} = 12,3 \text{ см}^2$ ; бу бурчакликнинг кесим оғирлик маркази орқали ўтувчи ва токчага параллел бўлган  $z_0 - z_0$  ўқига нисбатан инерция моменти (расмнинг юқори қисмига қаранг)  $J_{z_0} = 73,4 \text{ см}^4$ ; бурчакликнинг оғирлик марказидан токча қиррасигача бўлган масофа  $u_c = 2,27 \text{ см}$ . Бурчакликнинг оғирлик марказидан горизонтал бош  $z - z$  ўқигача бўлган масофа  $a = \frac{105}{2} - 2,27 = 50,23 \text{ см}$ .

Вертикал деворнинг  $z - z$  ўқига нисбатан инерция моменти

$$J_{z \text{ девор}} = \frac{1 \cdot 105^3}{12} = 96,5 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

Ўша ўққа нисбатан тўртта белбоғ бурчакликларининг инерция моменти

$$J_{z \text{ бурчакликлар}} = 4 \cdot [73,4 + 12,3 \cdot 50,23^2] = 124,4 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

Ўша ўққа нисбатан икки жуфт белбоғ листларнинг инерция моменти (ҳар бир жуфт листни битта тўғри тўртбурчак деб қараймиз):

$$J_{z \text{ листлар}} = 2 \left[ \frac{18 \cdot 2^3}{12} + 18 \cdot 2 \cdot 53,5^2 \right] = 206 \cdot 10^3 \text{ см}^4;$$

$$J_{z \text{ брутто}} = [96,5 + 124,4 + 206] 10^3 = 426,9 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

$J_{z \text{ нетто}}$  ни ҳосил қилмоқ учун  $J_{z \text{ брутто}}$  дан парчин мих тешикларини тасвирловчи тўғри тўртбурчакликларнинг инерция моментларини айтириш керак. Тўртта тўғри тўртбурчакликнинг (листлардаги ва бурчакликларнинг горизонтал токчаларидаги вертикал тешиклар) инерция моменти

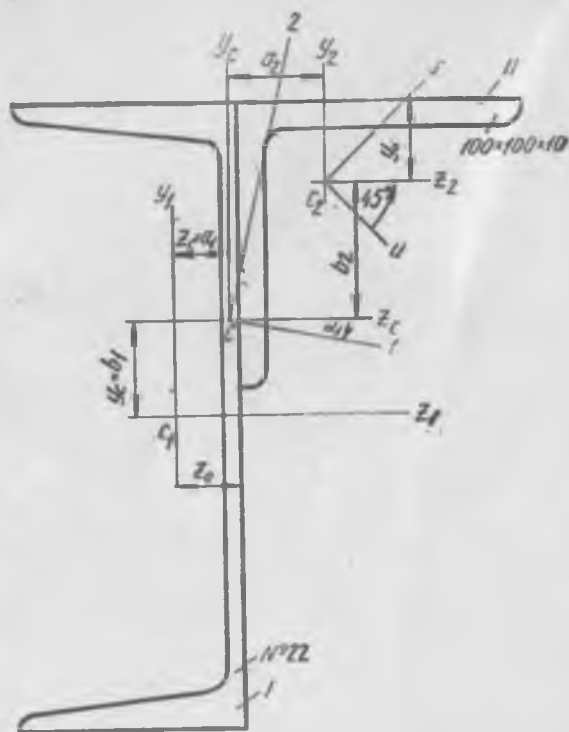
$$J_{z \text{ тешиклар}} = 4 \left( \frac{2 \cdot 2,8^3}{12} + 2 \cdot 2,8 \cdot 53,1^2 \right) = 63,2 \cdot 10^3 \text{ см}^4;$$

$$J_{z \text{ нетто}} = J_{z \text{ брутто}} - J_{z \text{ тешиклар}} = (426,9 - 63,2) 10^3 = 363,7 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

4.3-мисол. Кесимнинг марказий бош ўқларининг ҳолати гопилсин ва марказий бош инерция моменти ҳисоблансин (4.6-расм).

Ечиш. Сортамент жадвалидан юзни, инерция моментини ва ҳар бир элементнинг оғирлик маркази координаталарини топамиз. 22а номерли швеллер учун:  $F_{\text{ш}} = 28,8 \text{ см}^2$ ;  $z_0 = 2,46 \text{ см}$ ;  $J_{z_0} = 2330 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_0} = 187 \text{ см}^4$ .

$100 \times 100 \times 10$  бурчаклик учун:  $F_{\text{бур}} = 19,2 \text{ см}^2$ ;  $y_0 = 2,83 \text{ см}$  (сортамент бўйича -  $z_0$ );  $J_{\text{max}} = J_z = 284 \text{ см}^4$ ;  $J_{\text{min}} = J_y = 74,1 \text{ см}^4$ ;  $J_{z_0} = J_{y_0} = 179 \text{ см}^4$ .



4. 6- расм.

Шакл оғирлик марказининг ҳолатини топиш учун ёрдамчи восита сифатида швеллернинг  $z_1$  ва  $y_1$  марказий ўқларини танлаб оламиз. Швеллернинг бу ўқларга нисбатан статик моментлари нолга тенг ва демак, кесимнинг оғирлик маркази координаталарини ҳисоблаш соддалашади.

Кесимнинг  $z_1$  ва  $y_1$  ўқларга нисбатан статик моментлари

$$S_{z_1} = F_{\text{бур}} y_2 = 19,2 \left( \frac{h}{2} - y_0 \right) = 19,2(11 - 2,83) = 157 \text{ см}^3;$$

$$S_{y_1} = F_{\text{бур}} z_2 = 19,2(z_0 + y_0) = 19,2(2,46 + 2,83) = 102 \text{ см}^3.$$

Мураккаб кесимнинг юзи

$$F = F_{\text{бур}} + F_{\text{ш}} = 19,2 + 28,8 = 48,0 \text{ см}^2.$$

$z_1$ ,  $y_1$  ўқларга нисбатан мураккаб кесим оғирлик марказининг координаталари

$$y_c = \frac{S_{y_1}}{F} = \frac{157}{48,0} = 3,28 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{S_{z_1}}{F} = \frac{102}{48,0} = 2,13 \text{ см}.$$

Мураккаб кесимнинг  $z_c$  ва  $y_c$  марказий ўқларга нисбатан ўқ ва марказдан қочирма инерция моментларини аниқлаймиз.  $z_c$  ва  $y_c$  ўқларда кесим бўлаклари оғирлик марказининг координаталарини топамиз.

Швеллер учун:  $a_1 = z_c = -2,13 \text{ см}$ ;  $b_1 = y_c = -3,28 \text{ см}$ .  
Бурчаклик учун:

$$a_2 = 3,17 \text{ см};$$

$$b_2 = 4,89 \text{ см}.$$

$z_c$  ўққа нисбатан ўқий инерция моментлари; швеллер учун

$$J_{z_c}^I = J_{z_1}^I + b_1^2 F_{ш} = 2330 + 3,28^2 \cdot 28,8 = 2628 \text{ см}^4;$$

бурчаклик учун

$$J_{z_c}^{II} = J_{z_2}^{II} + b_2^2 F_{бур} = 179 + 4,89^2 \cdot 19,2 = 640 \text{ см}^4;$$

бутун кесим учун

$$J_{z_c} = J_{z_c}^I + J_{z_c}^{II} = 2628 + 640 = 3268 \text{ см}^4.$$

$y_c$  ўққа нисбатан ўқий инерция моментлари;  
швеллер учун

$$J_{y_c}^I = J_{y_1}^I + a_1^2 F_{ш} = 187 + 2,13^2 \cdot 28,6 = 316 \text{ см}^4;$$

бурчаклик учун

$$J_{y_c}^{II} = J_{y_2}^{II} + a_2^2 F_{бур} = 179 + 3,17^2 \cdot 19,2 = 371 \text{ см}^4;$$

бутун кесим учун

$$J_{y_c} = J_{y_c}^I + J_{y_c}^{II} = 316 + 371 = 687 \text{ см}^4.$$

$z_c$ ,  $y_c$  ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаймиз;  
швеллер учун

$$J_{z_c y_c}^I = a_1 b_1 F_{ш} = (-2,13) \cdot (-3,28) \cdot 28,8 = 200 \text{ см}^4;$$



бурчаклик учун

$$J_{z_c y_c}^{II} = J_{z_c y_c} + a_2 b_2 F_{\text{бур}} = \frac{J_{\text{max}} - J_{\text{min}}}{2} + a_2 b_2 F_{\text{бур}} = \\ = \frac{284 - 74,1}{2} + 3,17 \cdot 4,89 \cdot 19,2 = 402,5 \text{ см}^4;$$

бутун кесим учун

$$J_{z_c y_c} = J_{z_c y_c}^I + J_{z_c y_c}^{II} = 200 + 402,5 = 602,5 \text{ см}^4.$$

Эслатма. Марказдан қочирма инерция моментини аниқлашга тазалукли бўлган қўшимча тушунтиришларни келтирамиз.

Бурчаклик учун унинг тоқчаларига параллел бўлган  $z_2$  ва  $y_2$  ўқлар бош ўқлар бўлмайди.  $J_{z_2 y_2}$  ни топиш учун марказдан қочирма инерция моменти ўқларни айлантиришда ўзгаришини ифодаловчи формуладан фойдаланилган (69-бетга қаранг); бунда берилганлар сифатида бурчаклиkning марказий бош ўқлари олинган (4.6-расмдаги  $u$  ва  $v$  ўқлар). Бундан ташқари  $u$  ва  $z$  ўқларидан тузилган бурчак  $45^\circ$  га тенглиги ва  $J_{uv} = 0$  эканлиги назарга олинган. Марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблашда, купинча, ишорада хатоликка йўл қўйилмази, шунинг учун ишоралар қоидадини татбиқ этишга алоҳида эътибор бериш, кесимнинг ўққа нисбатан жойлашини назарда тутиб, марказдан қочирма инерция моментининг ишорасини текшириш керак.

Қаралаётган ҳолда  $J_{z_2 y_2} > 0$  эканлиги ўз-ўзидан равшандир. Ҳақиқатан ҳам кесимнинг катта қисми I ва III квадратларда жойлашган, бу квадратлардаги нуқталар (юзлар) учун координаталар кўпайтмаси ( $z_2 y_2$ ) мусбатдир. Шундай қилиб,  $z_2 y_2 dF$  катталикларни кесимнинг бутун юзи бўйича қўшганда мусбат қўшилувчилар йиғиндиси модуль жиҳатидан манфий қўшилувчилар йиғиндиси модулидан каттароқ катталикни беради.

Кесимнинг марказий бош инерция ўқларининг ҳолатини аниқлаймиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{1,2} = \frac{2J_{z_c y_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \frac{2 \cdot 602,5}{687 - 3268} = -0,465; \quad 2\alpha_1 = -25^\circ;$$

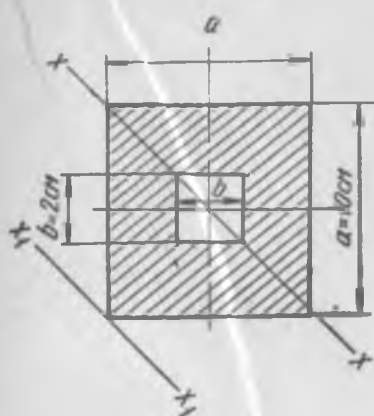
$$\alpha_1 = -12^\circ 30'; \quad \alpha_2 = -102^\circ 30'.$$

$C_1$  ва  $C_2$  марказий бош ўқлар 4.6-расмда кўрсатилган. Марказий бош инерция моментларини ҳисоблаймиз:

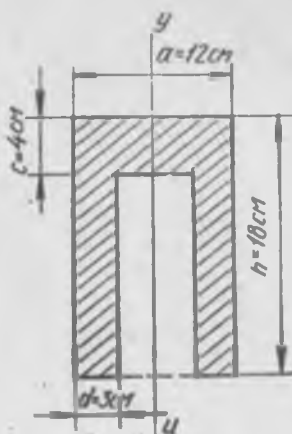
$$J_{1,2} = \frac{J_{z_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{z_c} - J_{y_c})^2 + 4J_{z_c y_c}^2};$$

$$J_1 = J_{\text{max}} = \frac{3268 + 687}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(3268 - 687)^2 + 4(602,5)^2} = 3407,5 \text{ см}^4;$$

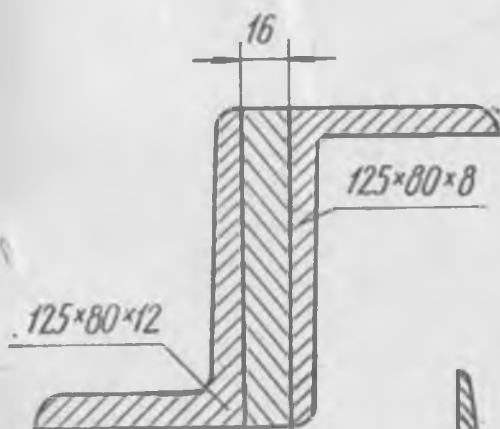
$$J_2 = J_{\text{min}} = \frac{3268 + 687}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(3268 - 687)^2 + 4(602,5)^2} = 547,5 \text{ см}^4.$$



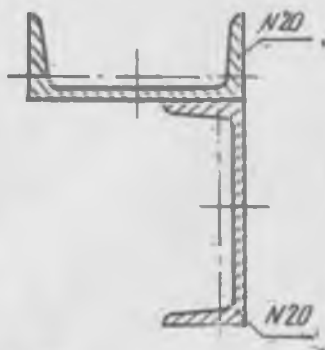
4.7- расм.



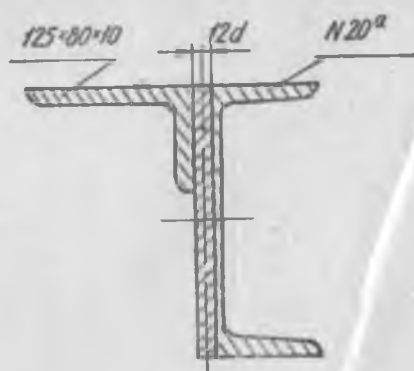
4.8- расм.



4.9- расм.



4. 10- расм.



4. 11- расм.

#### Мустақил ечиш учун масалалар

4.1. Кесимнинг (4.7- расм)  $x-x$  ва  $x_1-x_1$  ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби.  $J_x = 832 \text{ см}^4$ ;  $J_{x_1} = 5632 \text{ см}^4$ .

4.2. Кесим оғирлик марказининг ҳолати (4.8- расм) аниқлансин ва марказий бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби.  $J_{\max} = 3915 \text{ см}^4$ ;  $J_{\min} = 2341 \text{ см}^4$ .

4.3. Кесим марказий бош ўқларининг ҳолати (4.9- расм) топилсин ва марказий бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби.  $\alpha = -31^\circ 30'$ ;  $J_{\max} = 1224 \text{ см}^4$ ;  $J_{\min} = 288 \text{ см}^4$ .

4.4. Кесим (4.10- расм) бош марказий ўқларининг ҳолати топилсин ва марказий бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби.  $\alpha_1 = 33^\circ 15'$ ;  $J_{\max} = 4074 \text{ см}^4$ ;  $J_{\min} = 1634 \text{ см}^4$ .

4.5. Кесим (4.11- расм), марказий бош ўқларининг ҳолати топилсин ва марказий бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби.  $\alpha_1 = 17^\circ$ ;  $J_{\max} = 3735 \text{ см}^4$ ;  $J_{\min} = 854 \text{ см}^4$ .

## V боб

### БУРАЛИШ

#### 5.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА МУНОСАБАТЛАР

Брус буралишга ишлаганида унинг кўндаланг кесимларида фақат биргина ички куч фактори — *буровчи момент*  $M_6$  ҳосил бўлади.

Бруснинг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги буровчи момент сон жиҳатидан шу кесимга бир томондан таъсир этувчи ташқи буровчи моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.

Доиравий (яхлит ёки ҳалқа) кўндаланг кесимли бруснинг буралишдаги мустаҳкамлик шarti қуйидаги қуринишда бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{M_6}{W_p} < [\tau],$$

бу ерда  $\tau_{\max}$  — бруснинг хавфли кесимида ҳосил буладиган энг катта уринма кучланиш;

$M_6$  — бруснинг хавфли кесимидаги буровчи момент;

$[\tau]$  — буралишда рухсат этиладиган кучланиш;

$W_p$  — кесимнинг қутбий қаршилиқ моменти;

$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$  — яхлит доиравий кесим учун;

$W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2D^3(1 - c^4)$  — ҳалқа кесим учун.

Бунда  $d$  — яхлит кесимнинг диаметри;

$D$  ва  $d_0$  — ҳалқанинг ташқи ва ички диаметрлари;

$$c = \frac{d_0}{D}.$$

Бир кесимнинг иккинчисига нисбатан айланиш бурчаги шу кесимлар орасидаги брус қисмининг *буралиш бурчаги* дейлади.

Бруснинг (брус қисмининг) буралиш бурчаги қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\varphi = \int \frac{M_6 dx}{GJ_p} \text{ [радиан]}.$$

Бу ерда  $GJ_p$  — буралишда кесимнинг бикрлиги;  
 $G$  — силжиш модули;  
 $J_p$  — кесимнинг қутбий инерция моменти.  
 Доира учун

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4.$$

Ҳалқа учун

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 D^4 (1 - c^4),$$

$M_0 = \text{const}$  ва  $J_p = \text{const}$  бўлганда  $l$  узунликдаги участка-  
 нинг буралиш бурчаги ушбу формуладан аниқланади:

$$\varphi = \frac{M_0 l}{GJ_p}.$$

Буралишда бикрлик қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\max \varphi_0 = \frac{M_0}{GJ_p} < [\varphi_0]$$

ёки

$$\max \varphi_0 = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_0 \cdot 100}{GJ_p} < [\varphi_0].$$

Келтирилган формулалардан биринчисидagi максимал нис-  
 бий буралиш бурчаги  $\max \varphi_0$  ва рухсат эгилган нисбий бура-  
 лиш бурчаги  $[\varphi_0]$  рад/м;  $M_0$  н-м;  $G$  н/м²;  $J_p$  м⁴ ларда ўлча-  
 нади.

Иккинчи формулада эса:  $\max \varphi_0$  ва  $[\varphi_0]$  град/м;  $M_0$  кг·см;  
 $G$  кг/см² ва  $J_p$  см⁴ ларда ўлчанади.

Мустаҳкамлик ва бикрлик шартларидан вал диаметрини  
 аниқлашда топилган диаметрнинг икки қийматидан каттаси  
 танлаб олинади.

Кўрсатма. Ҳисоблаш натижасида ҳосил қилинган диаметрларнинг  
 қийматларини 0, 2, 5 ёки 8 (мм) билан тугайдиган сонлар билан яхитлаш  
 керак.

Валлар ҳисоблашда кўпинча узатиладиган қувват  $N$  (вт ёки  
 кВт, ёхуд о.к.) ва бурчак тезлик  $\omega$  (рад/сек) ёки  $n$  (айл/мин)  
 берилган бўлади. Бунда вал томондан узатиладиган буровчи  
 момент қуйидаги формулалардан бири билан аниқланади:

$$M = \frac{N}{\omega},$$

бунда  $M$  н-м,  $N$  вт ва  $\omega$  рад/сек ларда ўлчанади;  
 ёки

$$M = 71620 \frac{N}{n},$$

бунда  $M$  кг·см,  $N$  о.к. ва  $n$  айл/мин ҳисобида ўлчанади;  
ёки

$$M = 97380 \frac{N}{n},$$

бунда  $M$  — кг·см,  $N$  — кВт ва  $n$  айл/мин ҳисобида ўлчанади.

## 5.2- §. ДОИРАВИЙ КЎНДАЛАНГ КЕСИМЛИ БРУСНИ БУРАЛИШДА МУСТАҲКАМЛИККА ВА БИКРЛИККА ҲИСОБЛАШ

5.1-мисол. Юклаш схемаси 5.1-расм, *a* да кўрсатилган брус кўндаланг кесими учун буровчи момент ва буралиш бурчаги ( $M_0$  ва  $\varphi$ ) эпюралари қурилсин.

Ечиш. 1.  $M_0$  эпюрасини қуриш.

Брусни икки  $CB$  ва  $BA$  участкага буламиз.

$CB$  участка ( $0 \leq x_1 < 1,5l$ ). Координата бошини  $C$  нуқтага жойлаштирамиз.

$M_0$  ни кўриб чиқилаётган участканинг ихтиёрий кўндаланг кесимидан чапга қўйилган ташқи моментларнинг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$M_0^I = M + ml - 2ml$  — эпюра ўқига параллел тўғри чизик тенгламаси.

$BA$  участка ( $0 < x_2 < l$ ). Координата бошини  $B$  нуқтага жойлаштирамиз.

Буровчи моментни кесимдан чапга қўйилган моментларнинг йиғиндиси каби ифодалаймиз:  $M_0^{II} = m(l - x_2)$  — тўғри чизик тенгламаси. Тўғри чизикнинг икки нуқтасини топамиз:

$$M_{0x_1=0}^{II} = ml;$$

$$M_{0x_2=l}^{II} = 0.$$

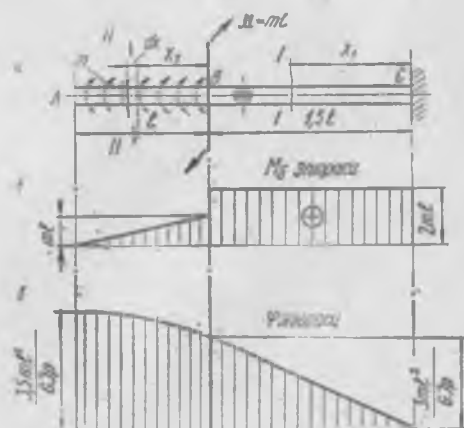
$M_0$  эпюраси 5.1-расм, *b* да тасвирланган.

2.  $\varphi$  эпюрасини қуриш.

$CB$  участка  $x_1$  координатали ихтиёрий кесимнинг буралиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\varphi^I = \frac{M_0^I x_1}{GJ_p} = \frac{2mlx_1}{GJ_p}.$$

тўғри чизик тенгламаси.



5. 1-расм.

Участканинг чекка кесимларида

$$\varphi_C = \varphi_{x_1=0}^I = 0 \text{ (маҳкамланган учида);}$$

$$\varphi_B = \varphi_{x_1=1,5l}^I = \frac{3ml^2}{GJ_p}.$$

ВА участка Иккинчи участка ихтиёрий кесимининг буралиш бурчаги В кесимнинг буралиш бурчаги  $\varphi_B$  билан кўриб чиқиляётган кесимнинг В кесимга нисбатан буралиш бурчаги йиғиндиси каби аниқланади.

$$\varphi^{II} = \varphi_B + \int_0^{x_2} \frac{m x_2 dx_2}{GJ_p} = \varphi_B + \frac{m x_2^2}{2GJ_p} \text{ (квадрат парабола эпюраси).}$$

Участканинг чекка кесимларида

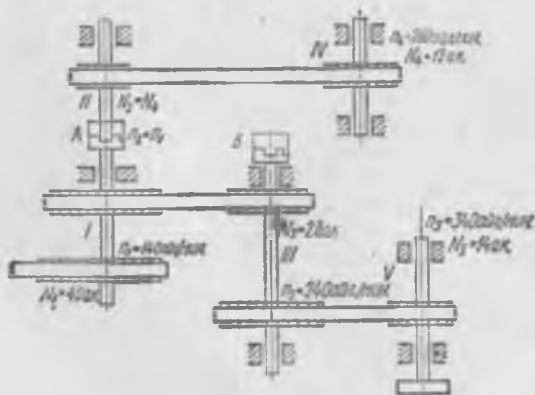
$$\varphi_B = \varphi_{x_2=0}^{II} = \frac{3m l^2}{GJ_p},$$

$$\varphi_A = \varphi_{x_2=l}^{II} = \varphi_B + \frac{m l^2}{2GJ_p} = \frac{3,5 m l^2}{GJ_p}.$$

$\varphi$  эпюраси 5.1-расм, а да тасвирланган.

5.2-мисол. Двигателдан  $N_1 = 40$  о.к. қувват олувчи I вал II вал билан А муфта орқали боғланган (5.2-расм), у III валга  $N_3 = 28$  о.к. ва IV валга  $N_4 = 12$  о.к. қувват узатади. III вал ўз навбатида V валга  $N_5 = 14$  о.к. қувват узатади ва бу валнинг қолган қуввати В муфта орқали расмда кўрсатилмаган валга узатилади.

Валларнинг диаметрлари мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш формуллари ёрдамида аниқлансин.  $[\tau] = 600$  кг/см<sup>2</sup>.  $[\varphi_0] = 0,3$  град/м, силжиш модули  $G = 8 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.



5. 2-расм.

Тасмали узатмалардаги ва подшипниклардаги энергия йуқолиши ҳисобга олинмасин.

Ечиш. I вал  $N_1 = 40$  о.к.;  $n_1 = 140$  айл/мин.

Бу валнинг кундаланг кесимидаги буровчи момент вал томонидан узатиладиган айлантирувчи моментга тенг бўлади:

$$M_{61} = M_1 = 71620 \frac{N_1}{n_1} = 71620 \frac{40}{140} = 20400 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Валнинг (шківлар орасидаги участкаси) талаб этилган диаметрини мустаҳкамлик шартидан қуйидаги формулани қўллаб топамиз:

$$W_{p1} \approx 0,2 d_1^3 \geq \frac{M_{61}}{[\tau]},$$

бундан

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{M_{61}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{20400}{0,2 \cdot 600}} = 5,53 \text{ см.}$$

Шунингдек, бикрлик шартидан

$$J_{p1} \approx 0,1 d_1^4 > \frac{180 M_{61} 100}{\pi G [\varphi_0]},$$

бундан

$$d_1 \geq \sqrt[4]{\frac{180 M_{61} 100}{0,1 \pi G [\varphi_0]}} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 20400 \cdot 100}{0,1 \cdot 3,14 \cdot 8,0 \cdot 10^9 \cdot 0,3}} = 8,3 \text{ см.}$$

$d_1 = 85$  мм деб қабул қиламиз.

II вал.  $N_2 = 12$  о.к.;  $n_2 = 140$  айл/мин;  $M_{62} = 71620 \frac{N_2}{n_2} = 71620 \frac{12}{140} = 6110 \text{ кг} \cdot \text{см.}$

Мустаҳкамлик шартидан

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{6110}{0,2 \cdot 600}} = 3,7 \text{ см.}$$

Бикрлик шартидан

$$d_2 \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 6110 \cdot 100}{0,1 \cdot 3,14 \cdot 8,0 \cdot 10^9 \cdot 0,3}} = 6,18 \text{ см.}$$

$d_2 = 62$  мм деб қабул қиламиз.

III валнинг (шківлар орасидаги участкаси) кундаланг кесимида  $N_3 = 14$  о.к. қувватга ва  $n_3 = 240$  айл/мин мос келувчи буровчи момент ҳосил бўлади; у вақтда

$$M_{63} = 71620 \frac{14}{240} = 4170 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Мустаҳкамлик шартидан

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{4170}{0,2 \cdot 600}} = 3,25 \text{ см.}$$

Бикрлик шартдан

$$d_3 \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 4170 \cdot 100}{0,1 \cdot 3,14 \cdot 8,0 \cdot 10^9 \cdot 0,3}} = 5,62 \text{ см.}$$

$d_3 = 58 \text{ мм}$  деб қабул қиламиз.

IV вал.  $N_4 = 12 \text{ о.к.}$ ;  $n_4 = 260 \text{ ай/мин.}$

$$M_{64} = 71620 \frac{12}{260} = 3300 \text{ кг·см.}$$

Худди олдинги ҳоллардаги каби бажариладиган мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблаш натижаларига кура  $d_4 = 55 \text{ мм}$  ни ҳосил қиламиз.

V вал.  $N_5 = 14 \text{ о.к.}$ ;  $n_5 = 340 \text{ ай/мин.}$

$$M_{65} = 71620 \frac{14}{340} = 2950 \text{ кг·см.}$$

Ҳисоблаш натижаларини келтирмасдан  $d_5 = 52 \text{ мм}$  охириги натижани келтираемиз.

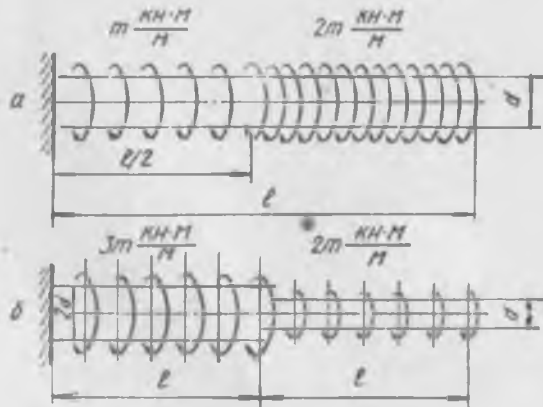
IV ва V валлар учун ҳисоблашларни мустақил бажаришни тавсия қиламиз.

### Мустақил ечиш учун масалалар

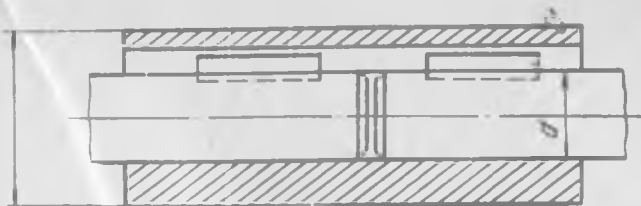
5.1. Тақсимланган айлантирувчи моментлар билан юкланган брус учун кўндаланг кесимдаги буровчи момент ва бурилиш бурчаги эпюралари ясалсин (5.3-расм).

Жавоби. а)  $\max M_0 = \frac{3ml}{2}$ ;  $\varphi_{\max} = \frac{28}{\pi} \frac{ml^3}{Gd^4}$ ;

б)  $\max M_0 = 5ml$ ;  $\varphi_{\max} = \frac{39}{\pi} \frac{ml^3}{Gd^4}$ ;



5. 3-расм.



5. 4- расм.

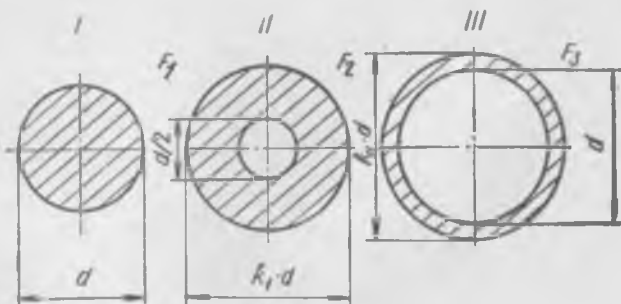
5.2. Диаметри 90 мм бўлган яхлит вални ички диаметри ташқи диаметридан 10% га кичик бўлган ҳалқа кесимли вал билан алмаштирилади. Аввалги мустаҳкамликдаги эҳтиётлик коэффициентини сақлаб қолган ҳолда труба валнинг ташқи  $d$  ва ички  $d_0$  диаметрлари аниқлансин. Яхлит ва труба валларнинг оғирликлари солиштирилсин.

Жавоби  $d = 128$  мм;  $d_0 = 115$  мм; оғирликларининг нисбати 2,58.

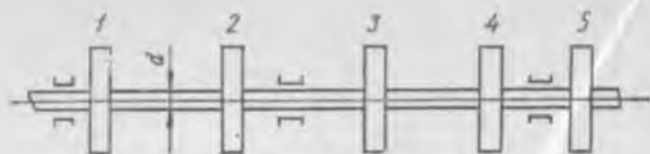
5.3. Валнинг икки участкаси втулками муфта билан бирлаштирилган (5.4- расм). Вал ва муфтанинг шпонка ариқчаси билан заифлашганини назарга олмасдан, буралнишда тенг мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, муфтанинг ташқи диаметри ( $D$ ) нинг вал диаметри ( $d$ ) га нисбати аниқлансин, вал материали учун  $\tau_{ок} = 20$  Н/мм<sup>2</sup>, муфта материали учун эса  $\tau_{ок} = 172$  Н/мм<sup>2</sup>.  $[n]$  миқдори вал ва муфта учун бир хилда қабул қилинсин

Жавоби.  $\sim 1,25$ .

5.4. Кўндаланг кесим юзлари тенгдош бўлган учта I, II, III валлар (5.5- расм),  $M_I$ ,  $M_{II}$  ва  $M_{III}$  моментлар билан буралади. Агар ҳар бир валнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишлар бир хилда бўлса, у вақтда



5. 5- расм.



5. 6- расм.

$M_I$ ,  $M_{II}$  ва  $M_{III}$  миқдорлар аниқлансин. Барча кесмалар учун уринма кучланишлар эпюралари қурилсин. Ҳалқа кесим ички контури нуқталаридаги уринма кучланишлар аниқлансин.

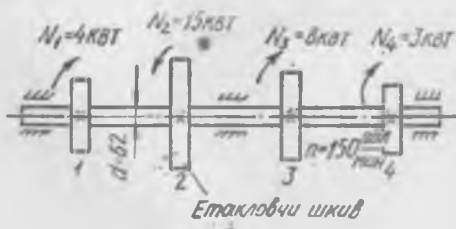
Жавоби.  $k_I = 1,12$        $k_{II} = 1,41$ ;  
 $W_{pI} = 0,2d^3$        $W_{pII} = 0,27d^3$        $W_{pIII} = 0,43d^3$   
 $M_I = \tau \cdot 0,2d^3$        $M_{II} = \tau \cdot 0,27d^3$        $M_{III} = \tau \cdot 0,43d^3$ .

5.5. Валга электр двигателдан етакловчи шкив орқали  $n = 300$  ай/мин бурчак тезлик билан  $N = 60$  о.к. қувват берилади. Қолган тўртта шкив ишчи машиналарга  $N_i$  қувват узатади, улар мос равишда 20 о.к., 18 о.к., 12 о.к., 10 о.к. га тенг (5.6- расм). Валнинг талаб этилган диаметри энг кичик бўлиши учун етакловчи шкивни қаерга жойлаштириш керак (номери кўрсатилсин) ва станокнинг истеъмол қиладиган қувватини шкивлар бўйича қапдай тақсимлаш керак? Буровчи моментнинг эпюраси қурилсин. Валнинг диаметрини бутун узунлиги бўйича ўзгармас деб ҳисоблаб, унинг керакли диаметри  $d$  аниқлансин,  $[\tau] = 300$  кг/см<sup>2</sup>.

Жавоби  $d = 50$  мм.

5.6. Ўзгармас кесимли валнинг мустаҳкамлиги ва бикрлиги текширилсин (5.7- расм).  $[\tau] = 2 \cdot 10^8$  кг/см<sup>2</sup>.  $[\varphi_0] = 0,4$  град/м,  $G = 8 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.

Жавоби.  $\tau_{\max} = 153$  кг/см<sup>2</sup>;  $\varphi_0 = 0,35$  град/м



5. 7- расм.

### 5.3-§. Буралишда статик аниқмас масалалар

5.3-мисол. Мустаҳкамлик ва бикрлик шартидан фойдаланиб бруснинг керакли диаметри аниқлансин (5.8-расм, а),  $[\tau] = 400 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\varphi_0] = 0,25 \text{ град/м}$ ,  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$ .

Ечиш. В боғланишни олиб ташлаб, уни  $M_B$  момент билан алмаштирамиз (5.8-расм, б). В маҳкам боғланишдаги кесим буралмагани учун

$$\varphi_B = -\frac{M_1 \cdot 0,5}{GJ_p} + \frac{M_2 \cdot 1,25}{GJ_p} - \frac{M_B \cdot 2,5}{GJ_p} = 0,$$

бундан

$$M_B = \frac{-40 \cdot 0,5 + 60 \cdot 1,25}{2,5} = 22 \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$M_A = M_1 + M_B - M_2 = 40 + 22 - 60 = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Буровчи момент эпюрасини қурамиз (5.8-расм, в). Эпюрадан максимал буровчи момент ўрта участканинг кундаланг кесимида ҳосил бўлиши яққол кўринади:

$$M_{\max} = 3800 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Мустаҳкамлик шартидан брус диаметри:

$$d > \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3800}{0,2 \cdot 400}} = 3,62 \text{ см}.$$

Бикрлик шартидан брус диаметри:

$$d > \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_0 \cdot 100}{G \cdot [\varphi_0] \cdot \pi \cdot 0,1}} = \sqrt[4]{\frac{3800 \cdot 100 \cdot 180}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot 0,1}} = \sqrt[4]{1090} = 5,75 \text{ см}.$$

Диаметрнинг энг катта қийматини (яхлитлаш билан) қабул қиламиз:

$$d = 58 \text{ мм}.$$

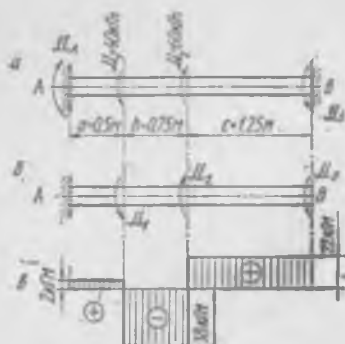
5.4-мисол. Ўзгармас кесимли брус учун реактив моментлар аниқлансин ва буровчи момент эпюраси қурилсин (5.9-расм, а).

Ечиш. Статика битта мувозанат тенгламасини беради:  $\sum M_x = 0$ ;

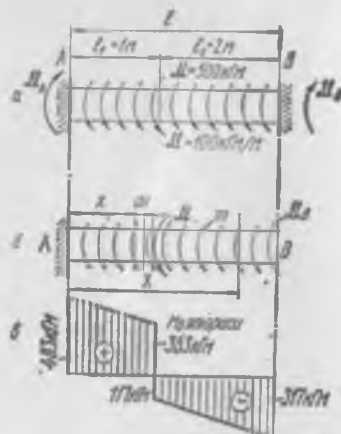
$$M_A + M_B = M + ml.$$

Иккинчи тенглама (силжишлар тенгламаси) ни тузиш учун ҳаёлан битта боғланишни, масалан, ўнг томондагисини ташлаб юбориб, унинг таъсирини  $M_B$  момент билан алмаштирамиз, у изланаёйган реактив моментга тенгдир (5.9-расм, б):

$$\varphi_B = \varphi_B(M) + \varphi_B(ml) + \varphi_B(M_B) = 0,$$



5. 8- расм.



5. 9- расм.

бу ерда

$$\varphi_B(M) = \frac{M l_1}{G J_p}; \quad \varphi_B(ml) = \int_0^l m x dx = \frac{m l^2}{2 G J_p};$$

$$\varphi_B(M_B) = -\frac{M_B l}{G J_p}.$$

У вақтда

$$\frac{M l_1}{G J_p} + \frac{m l^2}{2 G J_p} - \frac{M_B l}{G J_p} = 0,$$

бундан

$$M_B = \frac{m l}{2} + \frac{M l_1}{l} = \frac{100 \cdot 3}{2} + \frac{500 \cdot 1,0}{3} = 317 \text{ кГ} \cdot \text{м}.$$

Мувозанат тенгламасидан қуйидагини топамиз:

$$M_A = 483 \text{ кГ} \cdot \text{м}.$$

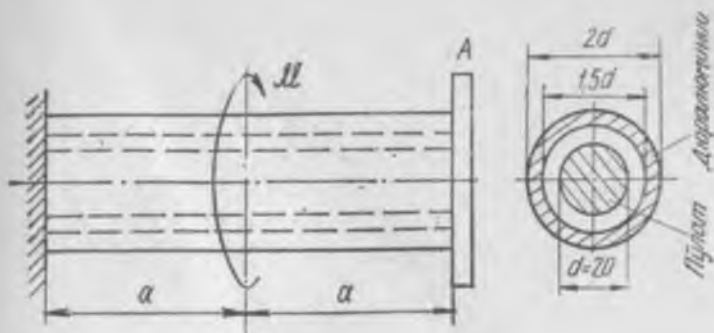
$M_0$  эпюрасини қураамиз.

Чап участкада ( $0 \leq x < l_1$ )

$$M_0 = M_A - m x;$$

$$M_{0 \text{ } x=0} = M_A = 483 \text{ кГ} \cdot \text{м};$$

$$M_{0 \text{ } x=l_1}^{\text{чан}} = M_A - m l_1 = 383 \text{ кГ} \cdot \text{м}.$$



5. 10- расм.

Ўнг участкада ( $l_1 < x \leq l$ )

$$M_0 = M_A - mx - M;$$

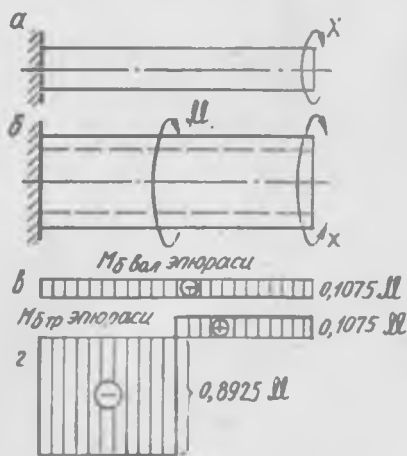
$$M_{0, -l_1}^{\text{ўнг}} = -117 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

$$M_{0, -l} = -317 \text{ кг} \cdot \text{м} = -M_B.$$

Буровчи момент эпюраси 5.9-расм, в да келтирилган.

**5.5-мисол.** Дюралюминий трубка ва пулат валик бир учи билан қаттиқ маҳкамланган, иккинчи учи билан эса узаро А диск ёрдамида бириктирилган (5.10-расм). Трубканинг ўргасига қўйилган  $M$  моментнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин. Пулат учун  $[\tau]_п = 900 \text{ кг/см}^2$ ; дюралюминий учун  $[\tau]_д = 600 \text{ кг/см}^2$ ;  $G_n = 3 G_d = 8,1 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$  қабул қилинсин.

Е чи ш. А диск ва валик орасидаги узаро таъсир кучлари буровчи момент  $x$  га келтирилади; трубканинг ўнг учига ҳам миқдор жиҳатидан шундай, йўналиши қарама-қарши булган момент таъсир қилади. Валик ва трубканинг юкланиш схемаси 5.11-расм, а, б ларда курсатилган. Валик ва трубканинг ўнг учларидаги буралиш бурчакларининг тенглик шартини



5. 11- расм.

ифодаловчи силжишлар тенгламасидан  $X$  моментнинг миқдори аниқланади:

$$\varphi_{A_{вал}} = \varphi_{A_{тр}};$$

$$\frac{X2a}{G_A J_{p_{вал}}} = \frac{M_a}{G_A J_{p_{тр}}} - \frac{X2a}{G_A J_{p_{тр}}}.$$

Бу ерда

$$J_{p_{вал}} = \frac{\pi d^4}{32}; \quad J_{p_{тр}} = \frac{\pi (2d)^4}{32} \left[ 1 - \left( \frac{3}{2} d \right)^4 \right] = \frac{175}{512} \pi d^4;$$

$$\frac{J_{p_{тр}}}{J_{p_{вал}}} = \frac{175}{16}.$$

Ўрнига қўйганимиздан кейин, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{2X}{3G_A J_{p_{вал}}} = \frac{M}{G_A \frac{175}{16} J_{p_{вал}}} - \frac{2X}{G_A \frac{175}{16} J_{p_{вал}}}.$$

Бундан

$$X = \frac{24}{223} M = 0,1075 M.$$

Валик ва трубка учун буровчи момент эпюралари 5.11-расм  $\theta$ ,  $z$  ларда кўрсатилган.

Валикнинг мустаҳкамлик шarti

$$\tau_{вал} = \frac{M_{\theta_{вал}}}{W_{p_{вал}}} = \frac{0,1075 M}{\frac{\pi d^3}{16}} < [\tau]_n.$$

Бундан

$$[M]_{вал} = \frac{\pi d^3}{16} \cdot \frac{[\tau]_n}{0,1075} = \frac{3,14 \cdot 2^3}{16} \cdot \frac{900}{0,1075} = 13120 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Трубка учун хавфли кесим унинг чап участкаси кундаланг кесими бўлади; мустаҳкамлик шarti ( $W_{p_{тр}} = \frac{J_{p_{тр}}}{d} = \frac{175}{512} \pi d^3$  бўлганда)

$$\tau_{тр} = \frac{\max M_{\theta_{тр}}}{W_{p_{тр}}} = \frac{0,8925 M}{\frac{175}{512} \pi d^3} < [\tau]_a.$$

Бундан

$$[M]_{тр} = \frac{175}{512} \pi d^3 \frac{[\tau]_a}{0,8925} = \frac{175 \cdot 3,14 \cdot 2^3 \cdot 600}{512 \cdot 0,8925} = 5760 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Шундай қилиб, ташқи моментнинг рухсат этилган миқдори  $[M] = [M]_{тр} = 5760 \text{ кг} \cdot \text{см}$  трубканинг мустаҳкамлиги билан аниқланади. Конструкция рухсат этилган моментга тенг мо-

мент билан юкланганда валик тула юкланган бўлмайди—энг катта кучланиш унинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўлиб, у рухсат этилгандан  $\frac{13120 - 5760}{13120} \cdot 100\% = 56\%$  га кам бўлади.

Бундан валик диаметрини кичиклаштириш керак, деган хулоса чиқмайди. Ҳақиқатан, агар  $d$  (валик бикрлиги) кичиклаштирилса, у вақтда трубка ташқи моментнинг катта улушини қабул қилади ( $X$  кичик бўлади) ва натижада  $[M]$  миқдори кичик бўлиб қолади.

## Мустақил ечиш учун масалалар

5. 7. Пулат брус I—I кесимининг буралиш бурчаги аниқлансин (5. 12-расм),  $G = 8 \cdot 10^9$  кг/см<sup>2</sup>.

Жавоби.  $\varphi_{I-I} \approx 36 \cdot 10^{-7}$  рад.

5. 8. Пулат ва мисдан ясалган иккита трубканинг учлари узаро қаттиқ бириктирилган. Трубка 5. 13-расмда кўрсатилгандек буровчи моментлар билан юкланган. Трубканинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишлар аниқлансин.  $G_n = 2G_m$  қабул қилинсин.

Жавоби.  $\tau_m = 60$  кг/см<sup>2</sup>;  $\tau_n = 131$  кг/см<sup>2</sup>.

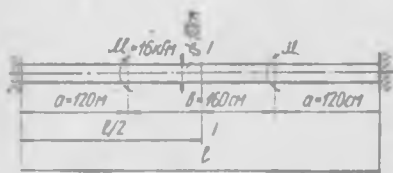
5. 9. Иккала учи билан қаттиқ маҳкамланган ва  $M$  буровчи момент билан юкланган брус деформациясининг потенциал энергияси аниқлансин (5. 14-расм).

Жавоби.  $U = 0,32 \frac{M^2}{Gd^4}$ .

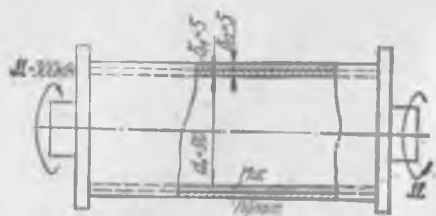
5. 10. Бруснинг  $C$  кесимига қўйилган  $M$  моментнинг максимал рухсат этилган миқдори топилсин (5. 15-расм),  $[\tau] = 900$  кг/см<sup>2</sup>.

Жавоби.  $M \approx 52 \cdot 10^3$  кг·см.

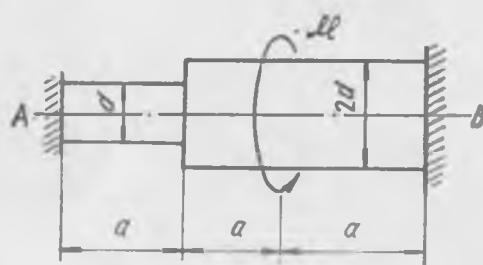
5. 11. Бир учи маҳкамланган ва иккинчи томонидан полоса кўринишидаги икки тортқи (учлари шарнирлар билан маҳкамланган) билан ушлаб туриладиган брус икки  $M$  момент билан буралади (5. 16-расм). Тортқининг кўндаланг кес-



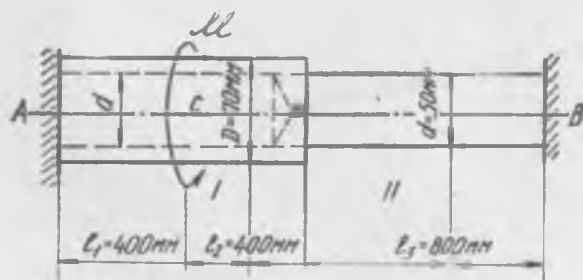
5. 12-расм.



5. 13- расм.

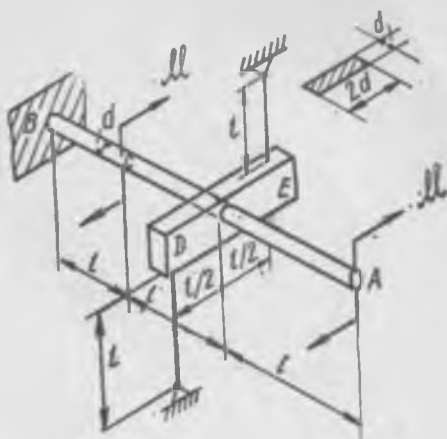


5. 14- расм



5. 15- расм.

симидаги кучланиш  $\sigma$  ва брус кўндаланг кесимидаги энг катта кучланиш  $\tau_{\max}$  аниқлансин. Тортқилар брусга қаттиқ бириктирилган абсолют қаттиқ  $DE$  кўндаланг жисмга маҳкамланган.  $E = 2,5G$ ;  $l = 10d$  деб қабул қилинсин.



Жавоби. Тортқилардаги

$$\text{зўриқишлар } N = \frac{0,15ql}{d};$$

$$\sigma = \frac{0,15ql}{d \cdot d \cdot 2d} = \frac{0,15ql}{2d^3};$$

$$\tau_{\max} = \frac{ql}{0,2d^2}.$$

5. 16- расм.

#### 5.4-§. КўНДАЛАНГ КЕСИМИ ДОИРАВИЙ ВЎЛМАГАН ТЎҒРИ БРУСНИНГ БУРАЛИШИ

Тўғри тўртбурчак кесимли бруснинг буралишда, буралиш бурчаги ва энг катта уринма кучланиши қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$\varphi = \frac{M_0 l}{GJ_0};$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_0}{W_0},$$

бу ерда  $\tau_{\max}$ —тўғри тўртбурчак катта томонининг ўртаси бўйича кучланиш.

$J_0$  ва  $W_0$  қийматлари ушбу формуладан аниқланади:

$$J_0 = \alpha b^3 h;$$

$$W_0 = \beta b^2 h.$$

Бу ерда  $b$ —тўғри тўртбурчак кичик томонининг,  $h$ —катта томонининг ўлчами. Тўғри тўртбурчак кичик томони ўртаси бўйича уринма кучланиш қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\tau_1 = \gamma \tau_{\max}.$$

$\alpha$ ,  $\beta$  ва  $\gamma$  коэффициентлар томонларнинг нисбатига боғлиқ бўлади, уларнинг қиймати 5. 1-жадвалда келтирилган.

5. 1-жадвал

| $\frac{h}{b}$ | 1     | 1,5   | 2,0   | 3,0   | 4,0   | 5,0   | 8,0   | 10,0  | $\infty$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| $\alpha$      | 0,141 | 0,196 | 0,229 | 0,263 | 0,281 | 0,291 | 0,307 | 0,313 | 0,333    |
| $\beta$       | 0,208 | 0,231 | 0,246 | 0,267 | 0,282 | 0,291 | 0,307 | 0,313 | 0,333    |
| $\gamma$      | 1,0   | 0,859 | 0,795 | 0,753 | 0,745 | 0,743 | 0,742 | 0,742 | 0,740    |

Кундаланг кесими бурчаклик, тавр, қўштавр, швеллер ва ҳ. к. курунишида бўлган бруслар буралишга ҳисобланганда тўғри тўртбурчак кесимли брусни ҳисоблаш формулаларидан фойдаланилади. Бунда  $J_0$  бикрликнинг геометрик характеристикаси қуйидаги ифодадан топилади:

$$J_0 = \eta \frac{1}{3} \sum h b^3,$$

бу ерда  $b$  ва  $h$ —кесимни ташкил этувчи ҳар бир тўғри тўртбурчакнинг мос равишда кичик ва катта томонлари.

$\eta$  коэффициенти кесимнинг шаклига боғлиқ бўлиб, у:

бурчаклик кесим учун  $\eta = 1,00$

қўштаврли кесим учун  $\eta = 1,20$

таврли кесим учун  $\eta = 1,15$

швеллерли кесим учун  $\eta = 1,12$  тенг бўлади.

Мустаҳкамликнинг геометрик характеристикаси (буралишда қаршилик моменти)  $W_0$  қуйидаги формула билан аниқланади:

$$W_0 = \frac{\frac{1}{3} \sum h b^3}{b_{\max}} = \frac{J_0}{\eta b_{\max}},$$

бу ерда  $b_{\max}$ —кесимни ташкил этувчи тўғри тўртбурчаклардан энг каттасининг қалинлиги.

Юпқа деворли ёпиқ профили брусларни буралишга ҳисоблашда уринма кучланиш деворининг қалинлиги бўйича бир текисда тақсимланган деб фараз қилинади. Максимал уринма кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{\max} = \frac{4F_0}{2F_0 \delta_{\min}},$$

бу ерда  $F_0$ —профилнинг ўрта чизиги билан чегараланган юз;  
 $\delta_{\min}$ —деворнинг минимум қалинлиги.

Бруснинг узунаси бўйича ўзгармас буровчи момент таъсир этганда буралиш бурчаги ушбу формуладан топилади:

$$\varphi = \frac{M_0 l}{4\alpha F_0^2} \int \frac{ds}{b^3},$$

бу ерда  $\alpha s$ —профил ўрта чизигининг элементи. Интеграллаш  
профил ўрта чизиги узунлиги бўйича олинад. Хусу-  
сий ҳолда, девор қалинлиги ўзгармас бўлган про-  
фил учун олдинги формуладан қуйидагини топамиз:

$$\varphi = \frac{M_0 l s}{4GF_0^2 \delta},$$

бу ерда  $s$ —профил ўрта чизигининг узунлиги.

Юпқа деворли доиравий ҳалқа учун (девор қалинлиги  $\delta$   
нинг ҳалқа ўртача диаметри  $D_{\text{гр}}$  га нисбати  $\frac{\delta}{D_{\text{гр}}} \leq 0,1$  бул-  
ганда)

$$F_0 = \frac{\pi D_{\text{гр}}^2}{4};$$

$$s = \pi D_{\text{гр}}.$$

5.6-мисол. Узунлиги  $l = 1$  м ва қўндаланг кесими ўлчам-  
лари  $2 \times 6$  см бўлган тўғри тўртбурчакдан иборат пулат стер-  
жень учларига  $M = 30$  кГ·м буровчи момент қўйилган

1) катта томоннинг ўртасига таъсир этувчи уринма кучла-  
ниш катталиги ( $\tau_{\text{max}}$ ); 2) кичик томоннинг ўртасига таъсир  
этувчи уринма кучланиш катталиги ( $\tau_1$ ) ва 3) стерженнинг  
буралиш бурчаги аниқлансин.

Ечиш. Тўғри тўртбурчак томонларининг нисбати  $\frac{h}{b} =$

$$= \frac{6}{2} = 3.$$

Жадвалдан  $\alpha$ ,  $\beta$  ва  $\gamma$  коэффициентларнинг қийматларини  
кўчирамиз:  $\alpha = 0,263$ ;  $\beta = 0,267$ ;  $\gamma = 0,753$  ҳамда бикрлик ва  
мустаҳкамлик геометрик характеристикаларини аниқлаймиз:

$$J_x = \alpha b^3 h = 0,263 \cdot 2^3 \cdot 6 = 12,64 \text{ см}^4;$$

$$W_x = \beta b^2 h = 0,267 \cdot 2^2 \cdot 6 = 6,41 \text{ см}^3.$$

Максимал уринма кучланиш (узун томоннинг ўртасига таъ-  
сир этувчи)

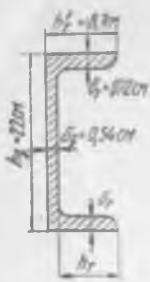
$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{3000}{6,41} = 468 \text{ кГ/см}^2,$$

бунда  $M_x = M$ . Қисқа томоннинг ўртасига таъсир этувчи урин-  
ма кучланиш

$$\tau_1 = \gamma \tau_{\text{max}} = 0,753 \cdot 468 = 352 \text{ кГ/см}^2.$$

Стерженнинг буралиш бурчаги

$$\varphi = \frac{M_x l}{J_x G} = \frac{3000 \cdot 100}{12,64 \cdot 8 \cdot 10^5} = 0,0295 \text{ радиан} = 1,7^\circ.$$



5. 17- расм.

5.7-мисол. 22a номерли швеллердан асалган стержень учларининг кўндаланг кесимларига қўйилган момент  $M = 600 \text{ н} \cdot \text{м}$  билан буралади. Стерженнинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланиш аниқлансин.

Ечиш. Сортамент жадвали (8240 — 56 ГОСТ) дан стерженнинг кўндаланг кесимининг ўлчамларини топамиз (5. 17- расм). Деворининг ўлчамлари  $h_d = 220 \text{ мм}$ ,  $\delta_d = 5,4 \text{ мм}$ ; тоқчасининг ўлчамлари  $h_t = 81,6 \text{ мм}$  (тоқчанинг тула энидан девор қалинлигини айиримиз),  $\delta_t = 10,2 \text{ мм}$ . Буралишда бикрликнинг геометрик характеристикасини аниқлаймиз (94 -бетда келтирилган маълумотларга асосан,  $\eta = 1,12$  ни қабул қилиб):

$$J_0 = \eta \frac{1}{3} \sum h \delta^3 = 1,12 \cdot \frac{1}{3} (220 \cdot 5,4^3 + 2 \cdot 81,6 \cdot 10,2^3) = 77,4 \cdot 10^4 \text{ мм}^4 = 77,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4.$$

Мустаҳкамликнинг геометрик характеристикаси

$$W_0 = \frac{J_0}{r_{\delta \max}^3} = \frac{77,4 \cdot 10^{-9}}{1,12 \cdot 10,2 \cdot 10^{-3}} = 6,79 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Максимал уринма кучланиш (энг қалин тўғри тўртбурчак, яъни берилган ҳолда тоқча узун томонларининг ўртасида жойлашган нуқталарда ҳосил бўлади):

$$\tau_{\max} = \frac{M_0}{W_0} = \frac{600}{6,79 \cdot 10^{-6}} = 88,4 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2 = 88,4 \text{ Мн/м}^2.$$

Бу ерда  $M_0 = M$  деб олинган.

5. 8-мисол. Ўртача диаметри  $D_{\text{ор}} = 15 \text{ см}$  бўлган юпқа деворли трубанинг кўндаланг кесимида  $M_0 = 50 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}$  бурувчи момент ҳосил бўлади (5. 18- расм). Труба кўндаланг кесимида вужудга келадиган уринма кучланиш  $[\tau] = 600 \text{ кг/см}^2$  дан ошмаслиги учун деворининг қалинлиги  $\delta$  қандай бўлиши керак?

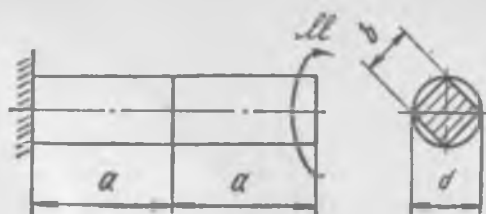
Агар  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$  бўлса,  $l = 1 \text{ м}$  узунликда буралиш бурчаги топилисин.

Ечиш. Мустаҳкамлик шартидан

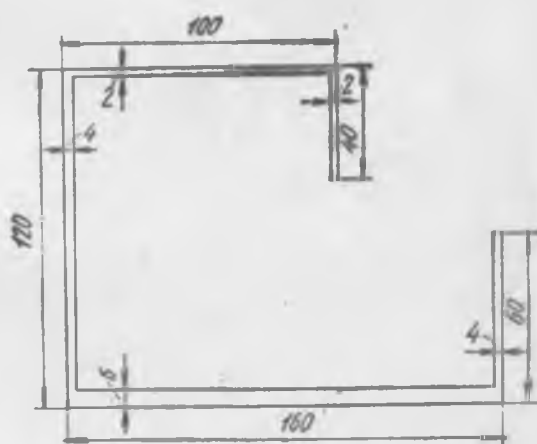
$$\tau_{\max} = \frac{M_0}{2F_0 l} < [\tau].$$



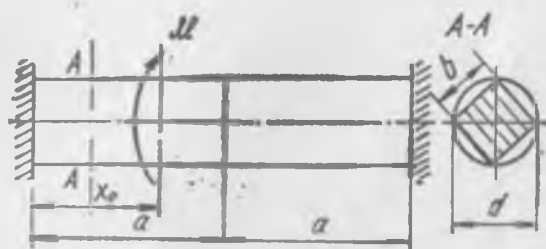
5. 18- расм.



5. 19-рasm.



5. 20-рasm.



5. 21-рasm.

изланаётган труба деворининг қалинлигини аниқлаймиз:

$$\delta > \frac{M_0}{2F[\tau]}$$

бу ерда  $F_0 = \frac{\pi D_p^2}{4}$  — ўртача диаметри  $D_p$  бўлган доира юзи.

$$\text{Демак, } \delta = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 15^2 \cdot 600} = 0,236 \text{ см.}$$

Яхлитлаб,  $\delta = 2,5 \text{ мм}$  деб қабул қиламиз.

Буралиш бурчагини 95-бетда келтирилган формула бўйича аниқлаш мумкин:

$$\varphi = \frac{M_0 l s}{4 G F_0 \delta} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot 15}{4 \cdot 8 \cdot 10^9 \left( \frac{3,14}{4} \right)^2 \cdot 15^4 \cdot 0,25} = 0,00942 \text{ рад.}$$

### Мустакил ечиш учун масалалар

5. 12. Вал ўнг қисмининг кўндалинг кесими квадрат шаклида (5.19-расм). Вал бу қисмининг мустаҳкамлиги кўндаланг кесими доира шаклидаги чап қисмининг мустаҳкамлигидан қанча (процентларда) кам бўлади?

Жавоби. 62,4%.

5. 13. Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак бўлган буралувчи брус кесими юзасининг тўғри тўртбурчак томонларининг нисбати  $h : b$  га боғлиқ бўлган графиги мустаҳкамлик шартига кўра буровчи моментнинг рухсат этилган миқдори ўзгармас ҳол учун ясалсин.

Кўрсатма.  $h : b$  га 1 : 1,5; 2,0 : 3,0; 4,0; 6,0; 8,0; 10,0 қийматлар бериб график ясалсин. Квадрат кесим юзаси бир бирлик учун қабул қилинсин.

Жавоби.  $F_{\max} : F_{\min} = 1,63$ .

5. 14.  $h : b$  нисбат учун брус бикрлиги тенг деб қабул қилиб, олдинги масалада кўрсатилган график ясалсин. Олдинги масалага онд кўрсатмага қаранг.

Жавоби.  $F_{\max} : F_{\min} = 2,12$ .

5. 15. Агар бруснинг кўндаланг кесимида  $M_0 = 120 \text{ кГ} \cdot \text{м}$  буровчи момент ҳосил бўлса, мустаҳкамлик ва бикрлик шартларидан фойдаланиб, брус квадрат кўндаланг кесими томонининг ўлчами аниқлансин. Рухсат этилган кучланиш  $[\tau] = 600 \text{ кГ/см}^2$ ; рухсат этилган буралиш бурчаги  $[\varphi_0] = 1,0 \text{ град/м}$ ;  $G = 8,0 \cdot 10^9 \text{ кГ/см}^2$ .

Жавоби 50 мм.

5. 16. Буралувчи бруснинг 5. 20-расмда кўрсатилган кўндаланг кесимидаги энг катта уринма кучланиш ва бруснинг

нисбий буралиш бурчаги аниқлансин,  $M_0 = 11 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ,  $G = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2$ ,  $\eta = 1,0$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $\tau_{\max} = 435 \text{ кг/см}^2$ ,  $\varphi_0 = 2,68 \cdot 10^{-3} \text{ рад см}$ .

5.17. Иккала учн билан қаттиқ маҳкамланган брус биринчи ярмининг қўндаланг кесими квадрат, иккинчи ярминики эса доирадир (5.21-расм). Маҳкамланган кесимларда ҳосил бўладиган реактив моментларнинг бир хилда бўлишлик шартидан фойдаланиб,  $x_0$  масофа аниқлансин.

Жавоби. 0,678 а.

### 5.5- §. ЎҚ БЎЙЛАБ ЮКЛАНГАН КИЧИК ҚАДАМЛИ ВИНТ-СИМОН ЦИЛИНДРИК ПРУЖИНАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Донравий кесимли симдан ўралган пружинанинг чўзилиш ёки сиқилишга мустаҳкамлик шarti қуйидаги қўринишда бўлади:

$$\tau_{\max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

бу ерда  $P$ —пружинанинг ўқи бўйлаб таъсир этувчи нагрузка

$D$ —пружинанинг уртача диаметри;

$d$ —пружина ўрамининг диаметри;

$k$ —ўрам эгрилиги ва қўндаланг куч таъсирини ифодаловчи тузатиш коэффициенти. Унинг миқдори асосан пружинанинг индексига боғлиқ

$$C_n = \frac{D}{d}$$

ва уни қуйидаги берилганлар бўйича қабул қилиш мумкин:

| $C_n$ | 4    | 5    | 7    | 8    | 10   | 12   |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| $k$   | 1,37 | 1,29 | 1,24 | 1,17 | 1,14 | 1,11 |

Пружина баландлигининг ўзгариши  $\lambda$  (чўзилишда узайиши, ёки сиқилишда кичрайиши-чўкиши) қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4},$$

бу ерда  $n$ —пружина ишчи ўрамларининг сони;

$G$ —силжиш модули.

Квадрат кесимли симдан ўралган пружинанинг мустаҳкамлик шarti:

$$\tau_{\max} = k_1 \frac{PD}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

бу ерда  $k_1$ —пружина диаметри ( $D$ ) ни ўрам кесимининг томони ( $b$ ) га нисбатига боғлиқ равишда қуйидаги берилганларга қўра аниқланадиган тузатиш коэффициент:

| $\frac{D}{b}$ | 4    | 6    | 8    | 10   | 12   |
|---------------|------|------|------|------|------|
| $k_1$         | 1,33 | 1,26 | 1,21 | 1,16 | 1,10 |

Коэффициент  $\beta = 0,208$  (5.1-жадвалга қаранг).  
Пружина баландлигининг ўзгариши

$$\lambda = \frac{PD^3\pi n}{4Gab^4},$$

бу ерда  $\alpha = 0,141$  (5.1-жадвал).

5.9-мисол. Бир хил  $D$  ўртача диаметри икки цилиндрик винтсимон пружинанинг бири иккинчисидан шу билан фарқ қиладики, биринчиси доиравий кесимли, иккинчиси эса квадрат кесимли симдан тайёрланган. Пружиналарда миқдори бир хил максимал уринма кучланишлар ҳосил бўлади. Бу икки пружинанинг оғирлиги ва узайиши солиштирилсин.  $k$  коэффициент иккала пружина учун бир хил деб ҳисоблансин.

Ечиш. Пружиналар оғирликлари симларнинг қўндаланг кесим юзлари ўлчамига пропорционал бўлади. Шунинг учун ҳар бир пружина симларининг қўндаланг кесим юзларини аниқлаш керак.

Доиравий кесимли симдан ясалган пружина учун

$$\tau_{\max} = k \frac{8PD}{\pi d^3}.$$

Квадрат кесимли симдан ясалган пружина учун

$$\tau_{\max} = k \frac{PD}{2b^3} = k \frac{PD}{2 \cdot 0,208b^3}.$$

Тенгламаларнинг чап томонлари ( $\tau_{\max}$ ) шартга қўра тенг бўлгани учун

$$\frac{\pi d^3}{8} = 2 \cdot 0,208b^3$$

бўлади. Бундан

$$b = d \sqrt[3]{\frac{\pi}{16 \cdot 0,208}} = 0,981 d.$$

Кесим юзаларининг нисбати

$$\frac{F_{\text{доира}}}{F_{\text{квадр}}} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{b^2} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{0,981^2 d^2} = 0,816.$$

Доиравий кесимли симдан тайёрланган пружина квадрат кесимли симдан тайёрланган пружинадан тахминан 19% га енгилроқ.

Доиравий кесимли симдан тайёрланган пружинанинг узайиши

$$\lambda_1 = \frac{8PD^3n}{Gd^4}.$$

Квадрат кесимли симдан тайёрланган пружинанинг узайиши

$$\lambda_2 = \frac{PD^3\pi n}{4G\pi b^4}.$$

Узайишларнинг нисбати

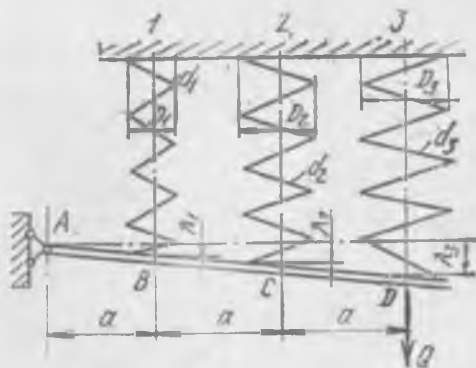
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{32\pi b^4}{\pi d^4} = \frac{32 \cdot 0,141 b^4}{\pi d^4} = \frac{32 \cdot 0,14(0,981)^4}{3,14} = 1,31.$$

5.10-мисол. Ҷрамлар сони бир хил бўлган учта пружинага осилган бикр (қатгиқ)  $AD$  ричагга  $Q = 400$  кг куч қўйилган (5. 22-расм). Ҳар бир пружина учун шундай диаметрли сим танлаш керакки, натижада улардаги кучланиш бир хил ва  $[\tau] = 5000$  кг/см<sup>2</sup> га тенг бўлсин. Пружиналар Ҷрамларининг Ҷртача диаметрлари:  $D_1 = 6$  см;  $D_2 = 8$  см;  $D_3 = 10$  см. Барча пружиналар учун тузатиш коэффициентини  $k$  ни бирга тенг деб олинг.

Ечиш. Масала икки марта статик аниқмас: шарнирда вертикал реакция ҳосил бўлади; бундан ташқари балкага пружиналар томонидан учта вертикал реактив куч таъсир этади, демак, номаълумларнинг умумий сони тўртга тенг, статика эса, текисликдаги параллел кучлар системаси учун иккита мувозанат тенгламасини беради.

Уларнинг биттасидан фойдаланамиз, чунки шарнирдаги реакцияни аниқлашнинг ҳожати йўқ:

$$\begin{aligned} \sum m_A &= 0; Q \cdot 3a = \\ &= P_1 a + P_2 2a + P_3 3a, \end{aligned}$$



5. 22-расм

ёки

$$P_1 + 2P_2 + 3P_3 = 3Q = 1200 \text{ кг.} \quad (1)$$

Иккита силжишлар тенгламасини эса, биргаликда қўйидаги кўринишда ёзиш қулайдир:

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = a : 2a : 3a = 1 : 2 : 3,$$

ёки

$$\frac{8P_1 D_1^3 n}{G d_1^4} : \frac{8P_2 D_2^3 n}{G d_2^4} : \frac{8P_3 D_3^3 n}{G d_3^4} = 1 : 2 : 3,$$

бундан

$$\frac{27P_1}{d_1^4} = \frac{64P_2}{2d_2^4} = \frac{125P_3}{3d_3^4}. \quad (2)$$

Пружиналарда ҳосил бўладиган кучланишларнинг ўзаро тенглик шартидан ҳам фойдаланамиз:

$$\tau_{1\max} = \tau_{2\max} = \tau_{3\max} = [\tau],$$

ёки

$$\frac{8P_1 D_1}{\pi d_1^3} = \frac{8P_2 D_2}{\pi d_2^3} = \frac{8P_3 D_3}{\pi d_3^3},$$

бундан

$$\frac{3P_1}{d_1^3} = \frac{4P_2}{d_2^3} = \frac{5P_3}{d_3^3}. \quad (3)$$

(1), (2), (3) тенгламалар системасини ечиб қўйидагиларни топамиз:

$$P_1 = 1,9 \cdot P_2 = 2,1 \cdot P_3$$

ва

$$P_1 = 345 \text{ кг.}$$

У вақтда

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{8P_1 D_1}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{345 \cdot 8,6}{\pi \cdot 5000}} = 1,02 \text{ см;}$$

$$d_2 = \frac{8}{9} d_1 = 0,907 \text{ см; } d_3 = \frac{25}{27} d_1 = 0,944 \text{ см.}$$

Шуни таъкидлаш керакки, агар пружина диаметрлари яхлитланса (аслини айтганда, технологик мулоҳазаларга кўра бу зарурдир), у вақтда пружиналар мустаҳкамлигининг тенглиги шарти бажарилмайди; уларда ҳосил бўладиган зўриқишлар, табиийки, юқорида топилганлардан фарқ қилади. Агар  $d_1 = 10 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 9 \text{ мм}$ ;  $d_3 = 9,5 \text{ мм}$  деб қабул қилинса, у вақтда

\* Пружиналардаги зўриқишларни аниқлаш учун уларнинг бикрликлари нисбати маълум бўлиши керак. Кўриб чиқиладиган масалани ўзига хослиги шундаки, кўрсатилган нисбат ошкор формада берилмаган (пружина тайёрланган сим диаметри номъялум), лекин уни пружиналарнинг мустаҳкамлигининг тенглик шартин алмаштиради.

эўриқиш ва кучланишларнинг қиймати ( $k = 1,0$  бўлганда) қанчалик ўзгаришини аниқлаш бирмунча қизиқарлидир. Буни ҳисоблаб кўришни ўқувчиларга тавсия қиламиз.

**5.11- мисол.** Диаметри  $d = 20$  мм ли кўндаланг кесими доиравий симдан тайёрланган, диаметри  $D = 200$  мм бўлган цилиндрик винтсимон пружина иккала учи билан маҳкамлаб қўйилган. Унинг  $C$  нуқтасига  $P = 400$  кГ куч қўйилган (5.23-расм, а). Агар  $G = 8 \cdot 10^8$  кГ/см<sup>2</sup> бўлса, у ҳолда пружинадаги энг катта уринма кучланиш ва  $C$  нуқтанинг силжиши аниқлансин.

Ечиш. Масалани ечиш учун пружинага маҳкамланган  $A$  ва  $B$  нуқталарда ҳосил бўладиган реактив кучларни аниқлаш зарур. Статика фақат бигта мувозанат тенгламасини ёзишга имконият беради:

$$R_A + R_B = P.$$

Шундай қилиб, масала бир марта статик аниқчас.

Иккинчи (етишмайдиган) тенгламани тузиш учун деформация шартини қараймиз.

Пружинани боғланишларнинг биридан (масалан, пастгидан) қутқарамиз ва унинг таъсирини  $R_n$  куч билан алмаштирамиз, яъни 5.23-расм, б да тасвирланган кучлар таъсирининг схемасини ҳосил қиламиз.

Пружинанинг пастки учи  $F$  куч таъсирида пастга силжиши ( $\lambda_P$ )  $R_B$  куч таъсирида эса, юқорига силжиши ( $\lambda_{R_B}$ ) керак.

Ҳақиқатда эса, пружинанинг  $B$  учини маҳкамланганлиги сабабли, у юқорига ҳам, пастга ҳам силжий олмайди, демак,

$$[\lambda_P] = [\lambda_{R_B}] \quad (\text{силжиш тенгламаси}),$$

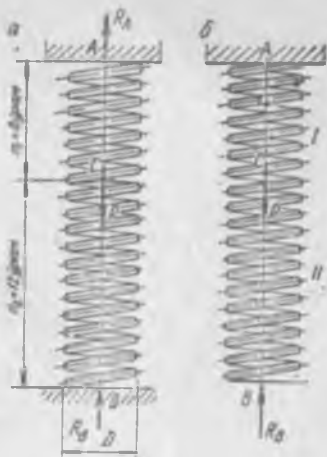
бу ерда

$$\lambda_P = \frac{8PD^3 n_1}{Gd^4};$$

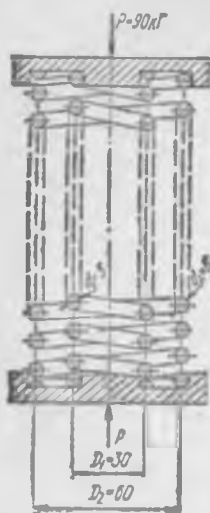
$$\lambda_{R_B} = \frac{8R_B D^3 (n_1 + n_2)}{Gd^4}.$$

Ўрнига қўйгандан кейин қуйидагини топамиз:

$$\frac{8PD^3 n_1}{Gd^4} = \frac{8R_B D^3 (n_1 + n_2)}{Gd^4}$$



5. 23- расм.



Б 24-расм.

бундан

$$R_B = P \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 400 \frac{8}{20} = 160 \text{ кГ};$$

$$R_A = P - R_B = 400 - 160 = 240 \text{ кГ}.$$

Шундай қилиб, пружина СА участкада  $R_A = 240 \text{ кГ}$  куч билан чўзилган, СВ участкада эса  $R_B = 160 \text{ кГ}$  куч билан сиқилган.

Демак, энг катта кучланишлар пружинанинг СА участкасидаги кундаланг кесимда ҳосил бўлади. Бу кучланишларни аниқлаймиз:

$$\tau_{\max} = k \frac{8R_A D}{\pi d^3} = 1,14 \frac{8 \cdot 240 \cdot 20}{\pi \cdot 2^3} = 872 \text{ кГ/см}^2,$$

бу ерда  $c_n = \frac{D}{d} = \frac{20}{2} = 10$  бўлганда 99-бетда келтирилган берилганлар бўйича  $k = 1,14$ .

Пружина С нуқтасининг пастга силжиши ( $\lambda_c$ ) пружина юқори СА қисмининг узайишига тенг бўлади:

$$\lambda_c = \frac{8R_A D^3 \cdot n_1}{G d^4} = \frac{8 \cdot 240 \cdot 20^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^5 \cdot 2^4} = 9,6 \text{ см}.$$

Равшанки, шу натижани  $\lambda_c$  силжиш қиймати пружина пастки СВ қисмининг қисқаришига тенг эканлигини назарга олиб ҳам ҳосил қилиш мумкин эди.

Мустақил ечиш учун масалалар.

5.18. Кундаланг кесими доиравий симдан ўралган цилиндрик винтсимон пружинанинг ўртача диаметри  $D = 40 \text{ мм}$ . Агар энг катта сиқувчи куч  $P = 100 \text{ кГ}$  ва бунда пружинанинг қисқариши—чўкиши  $\lambda = 30 \text{ мм}$  бўлса, симнинг диаметри  $d$  ва ўрамлар сони  $n$  топилсин. Рухсат этилган кучланиш  $[\tau] = 4800 \text{ кГ/см}^2$ . Силжиш модули  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кГ/см}^2$ ,  $k = 1,0$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $d = 6 \text{ мм}$ ,  $n = 6$ .

5.19.  $15 \times 15 \text{ мм}$  квадрат кесимли пулат симдан тайёрланган винтсимон пружина 16 ўрамга ва  $D = 12 \text{ см}$  ўртача диаметрغا эга. Агар  $[\tau] = 3000 \text{ кГ/см}^2$  бўлса, ўқий нагруканинг рухсат этилган қиймати  $[P]$  аниқлансин. Пружина рухсат этилган кучга тенг куч билан юкланганда унинг чўкиши ҳисоблансин.  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кГ/см}^2$ .

Жавоби.  $[P] = 303 \text{ кГ}$ ;  $\lambda = 11,6 \text{ см}$ .

5.20. Бир хил баландликка ва бир хил урамлар сонига  $n_1 = n_2 = 10$  эга булган икки пружинанинг бири иккинчисининг ичига қўйилган концентрик пружина). Пружиналар 5.24-расмда курсатилганидек,  $P = 90$  кГ куч билан сиқилади. Агар  $\tau = 5000$  кГ/см<sup>2</sup> булса, пружинанинг мустаҳкамлиги текширилсин.  $G = 8,1 \cdot 10^9$  кГ/см<sup>2</sup> деб қабул қилиб, пружинанинг чуқиши аниқлансин.

*Жавоби.*  $\tau_{1 \max} = 5480$  кГ/см<sup>2</sup> (пружина 9,6% ортиқча юкланган);

$\tau_{2 \max} = 1420$  кГ/см<sup>2</sup>;  $\lambda = 30,9$  мм.

## БАЛКА ВА РАМАЛАР УЧУН ИЧКИ КУЧ ФАКТОРЛАРИНИНГ ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ

### 6.1-§. УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР. СТАТИК АНИҚ БАЛКАЛАР УЧУН КЕСУВЧИ КУЧ $Q$ ВА ЭГУВЧИ МОМЕНТ $M$ ЭПЮРАЛАРИНИ АНАЛИТИК УСУЛДА ҚУРИШ

Агар балкага таъсир этувчи нагрузкалар (тўпланган куч, ёйилган нагрузка, жуфт куч) бош инерция текисликларидан бирида жойлашган ва шу билан бирга кучлар балканинг бўйлама ўқига перпендикуляр бўлса, у ҳолда балка тўғри кўндаланг эгилишда бўлади (6.1-расм). Балканинг кўндаланг кесимида иккита ички куч фактори ҳосил бўлади: *эгувчи момент ва кесувчи куч*.

Хусусий ҳолда кесувчи куч нолга тенг бўлиши мумкин, у ҳолда бундай эгилиш соф эгилиш дейилади. Ихтиёрий кўндаланг кесимдаги кўндаланг ёки кесувчи куч  $Q$  сон жиҳатдан шу кесимнинг бир томонида таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг\* алгебраик йигиндисига тенг бўлади. Берилган кесимдаги кесувчи кучни аниқлашда кесимдан чапда жойлашган ташқи кучларни, агар улар юқорига йўналган бўлса, мусбат ишора билан, агар улар пастга йўналган бўлса манфий ишора билан оламиз. (Кесимнинг ўнг томонидаги қисм учун — аксинча.)

Балканинг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги  $M$  эгувчи момент сон жиҳатдан кесимдан бир томонда таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг шу кесимнинг юклаш текислигига перпендикуляр бўлган марказий бош ўқига нисбатан моментларининг алгебраик йигиндисига тенг бўлади. Агар кесимдан чапда жойлашган ташқи кучларнинг моментлари балканинг қирқилган қисмини берилган кесимга нисбатан соат стрелкаси ҳаракати бўйича айлантиришга йўнгилса, у моментларни мусбат деб ҳисоблаймиз (кесимнинг ўнг томонидаги қисм учун — аксинча).

$M$  нинг ишорасини балка қирқилган қисми деформациясининг характери билан боғлаш мумкин: агар балканинг қирқил-

\* Ташқи кучларни балканинг бўйлама ўқига перпендикуляр эканлигини алоҳида таъкидлаймиз. Умумий ҳолда ташқи кучларнинг улар таъсир этувчи текисликда жойлашган марказий бош ўқдаги проекцияларининг алгебраик йигиндисини олиш керак.

ган қисми қабариклиги билан пастга эгилган бўлса яъни сиқилган толалар юқорида жойлашган бўлса, кесимдаги эгувчи момент мусбат ҳисобланади (бунда балканинг қирқилган қисмини қаралаётган кесимга ҳаёлан бириктирамыз).



6. 1- расм.

Одатда  $M$  эпюрасининг ординатаси эластик чизиқнинг боғлиқ томонига, яъни сиқилган тола томонига қараб жойлаштирилади, шу сабабли  $M$  учун бундай ишора қондаси, сиқилган тола қондаси деб аталади (6. 2- расм).

Балкага қўйилган эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган момент нагрузка интенсивлиги орасида қуйидаги дифференциал муносабат мавжуддир:

$$\frac{dM}{dx} = Q + m,$$

бу ерда  $m \left[ \frac{\kappa \Gamma \cdot \mu}{\mu} \right]$  ташқи ёйилган моментларнинг интенсивлиги (момент—ёйилган нагрузка, 6.1- расмга қаранг).  $m = 0$  бўлганда,  $\frac{dM}{dx} = Q$ .

Эгувчи моментдан  $x$  координата бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила, ёйилган нагрузка интенсивлигининг тескари ишора билан олинган қиймагига тенг бўлади (пастга қараб йўналишдаги ёйилган нагрузкани мусбат деб ҳисоблаймыз):

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q \quad (m = \text{const ёки } m = 0 \text{ бўлганда}).$$

$M$  ва  $Q$  орасидаги дифференциал муносабатдан қуйидаги хулосалар келиб чиқади:

1)  $M$  ўсадиган участкада  $Q(+)$  ишорага эга;  $M$  камаядиган участкада эса  $Q(-)$  ишорага эга бўлади;

2)  $M$  максимал ёки минимал қийматларни қабул қиладиган участкада  $Q$  ишорасини ўзгартириб нолдан ўтади.

$Q$  ва  $M$  эпюралари — шу катталикларни балканинг узунлиги бўйича ўзгариш қонунини кўрсатувчи графикдир.

$Q$  ва  $M$  эпюраларини қуриш учун бир қанча усуллар мавжуд:

1) аналитик усул (тенгламалар бўйича);

2) характерли нуқталар бўйича қуриш;

3) кучлар таъсирини қўйиш усули.

Эпюраларни қуришда  $Q$  ва



6. 2- расм.

$M$  ларнинг мусбат қийматларини балка ўқига параллел бўлган ўқи (базис) дан юқорига жойлаштиришни келишиб оламиз.

Икки таянчли балка учун эпюра қуришни таянчлардаги реакцияларни аниқлашдан бошлаш керак.

Консол (бир учи билан маҳкамланган балка) учун бу шарт эмас—эпюра қуришни балканинг эркин учидан бошлаш мумкин.

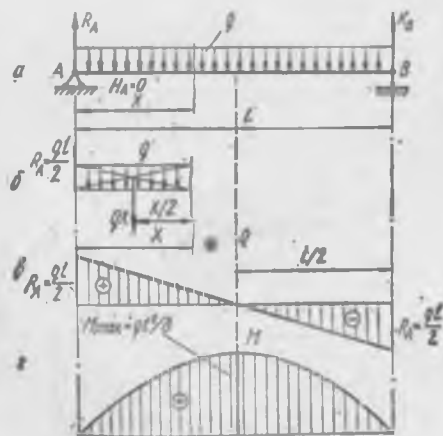
Аналитик усул билан (тенгламалар бўйича)  $Q$  ва  $M$  эпюраларини қуриш. Бу усулда балка шундай участкаларга ажратиладики, ҳар бир участка чегарасида эгувчи момент ва кесувчи куч ифодалари ўзгармасдан қолади; бошқача сўз билан айтганда,  $Q$  ва  $M$  нинг ўзгариш қонунини ифодаловчи функция узилишларга эга бўлмайди.

Участкаларнинг чегаралари куч ва жуфт куч қўйилган нуқталарда, шунингдек, ёйилган нагрузка интенсивлигининг ўзгариш жойида бўлади.

Ҳар бир участкада координата бошидан  $x$  масофада қандайдир ихтиёрий кесим олинади ва бу кесим учун  $Q$  ва  $M$  ларнинг ифодалари тузилади.  $Q = f_1(x)$  ва  $M = f_2(x)$  ларни ҳосил қиламиз. Координата бошини балканинг чап учида ёки ўнг учида, ҳар бир участканинг бошида ёки охирида олиш мумкин. Ҳар бир участкада  $x$  га бир неча қийматлар бериб,  $Q$  ва  $M$  нинг мос қийматлари ҳосил қилинади ва улар бўйича эпюралар қурилади.

Қуйида  $Q$  ва  $M$  эпюраларини тенгламалар бўйича қуришга мисоллар келтирилган.

6.1-мисол. Берилган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин (6.3-расм, а).



6. 3- расм.

Ечиш.

1. Таянч реакцияларини аниқлаш.

Балкага қўйилган барча нагрузкаларнинг тенг таъсир этувчиси  $ql$  қўпайтмага тенг бўлиб, пролёт ўртасидан ўтади. Юк-лаш симметрик бўлганлиги сабабли

$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}$$

бўлиши ўз-ўзидан равшандир.

2. Кесувчи куч  $Q$  нинг эпюрасини қуриш.

Балканинг чап учидан  $x$  масофада хаёлан кесим ўтказамиз. Балканинг  $x$  узунликдаги чап қисмини унга қўйилган ташқи кучлар таъсирида қараймиз (6.3-рasm, б).

Таърифга кўра, кўндаланг кесимдаги кесувчи куч кесимдан чапда жойлашган барча кучларнинг вертикал ўққа бўлган проекцияларининг йиғиндисига тенг бўлади. Кесимдан чапда юқорига қараб йўналган  $R_A = \frac{ql}{2}$  куч ва тенг таъсир этувчиси паstга қараб йўналган, миқдори эса  $qx$  қўпайтмага тенг бўлган текис ёйилган нагрузка таъсир этади, демак

$$Q = R_A - qx = \frac{ql}{2} - qx.$$

Бундан кесувчи кучнинг тўғри чизиқ қонуни билан ўзгариши яққол кўринади.

$$Q_{x=0} = R_A - \frac{ql}{2} \text{ ва } Q_{x=l} = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2}.$$

$Q$  эпюраси 6.3-рasm, в да кўрсатилган.

3. Эгувчи момент  $M$  нинг эпюрасини қуриш.

6.3-рasm, б дан фойдаланиб, кесимнинг оғирлик марказига нисбатан кесимдан чапда қолдирилган қисмга қўйилган барча ташқи кучлар моментларининг йиғиндисини олиб, шу кесимдаги эгувчи момент ифодасини тузамиз.

Кесимдан чапда елкаси  $x$  бўлган  $R_A$  реакция ва елкаси  $\frac{x}{2}$  бўлган ёйилган нагрузканинг тенг таъсир этувчиси  $qx$  қўйилган.

Шундай қилиб,

$$M = R_A x - qx \frac{x}{2} = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2}.$$

Эгувчи момент, квадрат парабола қонуни билан ўзгаради. Эгри чизиқни яшаш учун унинг учта нуқтасини аниқлаймиз.  $x$  га қўйидаги қийматларни берамиз: 1)  $x = 0$ ; 2)  $x = l$ ;

3)  $x = \frac{l}{2}$ .  $M$  учун қўйидаги қийматларни топамиз:  $M_{x=0} = 0$ ;  $M_{x=l} = 0$ .

$$M_{A-\frac{l}{2}} = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{q\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2} = \frac{ql^2}{8}.$$

Ўз-ўзидан маълумки, пролёт ўртасидаги кесимда эғувчи момент максимал бўлиб

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8},$$

бу кесимда кесувчи куч нолга тенг бўлади.

Эғувчи момент эпюраси 6.3- расм, з да кўрсатилган.

6.2- мисол. Берилган балка учун  $Q$  ва  $M$  нинг эпюралари қурилсин (6.4- расм, а).

Е чи ш

1) Таянч реакцияларини аниқлаш.

Таянч реакцияларини вертикал равишда юқорига йўналтириб, статика тенгламаларини ёзамиз:

$$\sum m_A = 0; \quad -R_B l + M = 0,$$

бундан

$$R_B = \frac{M}{l};$$

$$\sum m_B = 0; \quad R_A l + M = 0,$$

бундан

$$R_A = -\frac{M}{l}.$$

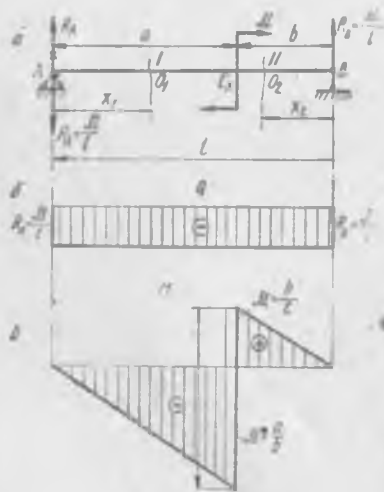
Манфий ишора  $R_A$  реакциянинг аввал қабул қилинган йўналишга қарама-қарши, яъни пастга қараб йўналганлигини кўрсатади.

Масалани ечиш кейинчалик қулай бўлиши учун схемада (6.4- расм, а) реакциянинг ҳақиқий йўналишини кўрсатамиз, юқорига қараб йўналган реакцияни устидан чизамиз.

2)  $Q$  кесувчи кучнинг эпюрасини қуриш.

Кесувчи куч балканинг чап учидан  $x_1$  масофадаги  $Q_1$  кесимда жойлашган, яъни биринчи участка учун: ( $0 \leq x_1 \leq a$ )

$$Q_1 = -R_A = -\frac{M}{l},$$



6 4- расм

иккинчи участкада ( $0 < x_2 < b$ ):

$$Q_{II} = -R_B = -\frac{\mathcal{M}}{l} \quad (\text{унгдан}).$$

Бундан  $Q$  эпюраси абсцисса ўқига параллел бўлган тўғри чизиқни ифода қилади, деган хулосани чиқарамиз (6.4-расм, б).

3)  $M$  эпюрасини қуриш.

$O_1$  кесимдаги эгувчи момент кесимдан чап томонга қўйилган кучлар орқали қўйиладигача ифодаланади:

$$M_1 = -R_A x_1 = -\frac{\mathcal{M}}{l} x_1.$$

$M_1$  ни икки кесимда аниқлаймиз:

$$M_{1, x_1=0} = 0; \quad M_{1, x_1=a} = -R_A a = -\frac{\mathcal{M}a}{l}.$$

$O_2$  кесимдаги эгувчи момент кесимдан ўнг томонга қўйилган кучлар орқали қўйиладигача ифодаланади:

$$M_{II} = R_B x_2 = \frac{\mathcal{M}}{l} x_2.$$

$M_{II}$  ни II участканинг боши ва охирида ҳисоблаймиз:

$$M_{II, x_2=0} = 0; \quad M_{II, x_2=b} = \frac{\mathcal{M}b}{l}.$$

$M$  эпюраси 6.4-расм, в да кўрсатилган.

Диққатни шу нарсага жалб қиламизки,  $M$  эпюрасида ташқи тупланган момент қўйилган жойда ордината кескин сакрайди) ўзгаради.

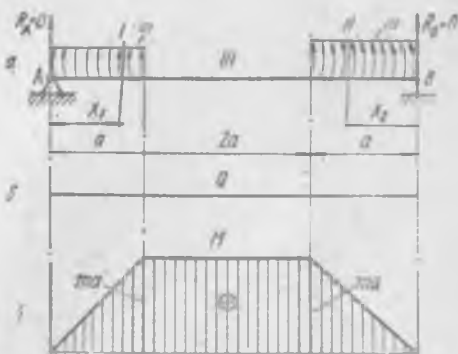
6.3-мисол. Балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин. Балканинг таянчларга бирикадиган участкалари интенсивлиги  $m$  бўлган текис ёйилган момент нагрузка таъсирида (6.5-расм, а).

Ечиш. 1). Таянч реакцияларини аниқлаш.

А ва В нуқталарга нисбатан моментлар йиғиндисини олиб, таянч реакцияларини топамиз:

$$\begin{aligned} \sum m_A &= 0; \\ -R_B \cdot 4a - ma + \\ + ma &= 0, R_B = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum m_B &= 0; \\ R_A \cdot 4a + ma - ma &= 0, \\ R_A &= 0; \end{aligned}$$



6.5-расм.

2)  $Q$  эпюрасини қуриш.

$Q$  ни ихтиёрий кесимдан чапда жойлашган ташқи кучлар йиғиндиси каби аниқлаб,  $Q = 0$  ни ҳосил қиламиз, яъни  $Q_I = -Q_{II} - Q_{III} = Q = 0$ .

3)  $M$  эпюрасини қуриш.

Биринчи участкадан ( $0 < x_1 < a$ ) қуйидагилар маълум

$M_I = mx_1$  (тўғри чизик қонуни);

$M_{I, x_1=0} = 0$ ;  $M_{I, x_1=a} = ma$ .

II участка учун ( $0 < x_2 < a$ );

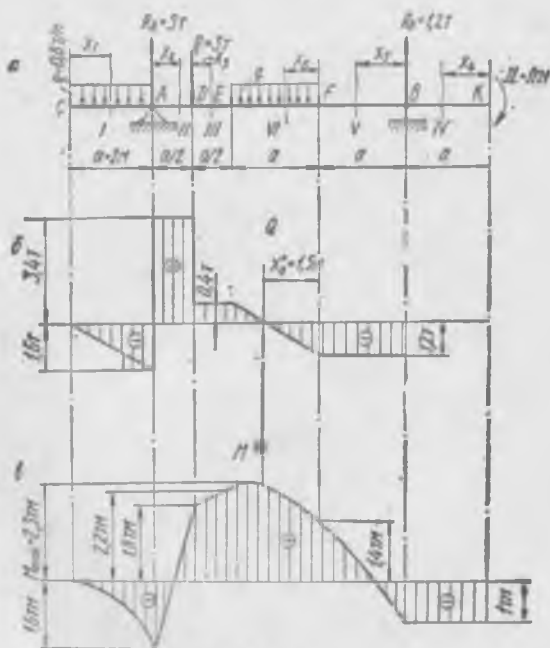
$M_{II} = mx_2$ ;  $M_{II, x_2=0} = 0$ ;  $M_{II, x_2=a} = ma$ .

III участкада нагрузка йўқ, демак бу участкада эғувчи момент эпюраси тўғри чизикдан иборат, лекин участканинг чекка кесимларида моментларнинг қийматлари, аввал таъкидланганидек, бир хилда. Шундай қилиб, эғувчи момент кўриб чиқиладиган участка чегарасида ўзгармасдир:

$$M_{III} = ma$$

$M$  эпюраси 6.5-расм, в да кўрсатилган.

6.4-мисол. Берилган балка учун  $Q$  кесувчи куч ва  $M$  эғувчи момент эпюралари қурилсин (6.6-расм, а).



6. 6-расм.

Е чи ш. 1) Таянч реакцияларини аниқлаш.  
Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum m_A = 0; -\frac{qa^2}{2} + P_1 \frac{a}{2} + qa \frac{3a}{2} - R_B \cdot 3a + \mathcal{M} = 0,$$

бундан

$$R_B = \frac{-\frac{qa^2}{2} + P_1 \frac{a}{2} + \frac{3}{2} qa^2 + \mathcal{M}}{3a} = \frac{-\frac{0,8 \cdot 2^2}{2} + 3 \frac{2}{2} + \frac{3}{2} \cdot 0,8 \cdot 2^2 + 1}{3 \cdot 2} = 1,2 \text{ Т.}$$

$$\sum m_B = 0; -qa \cdot 3,5a + R_A \cdot 3a - P_1 \cdot 2,5a - qa \cdot 1,5a + \mathcal{M} = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{3,5qa^2 + 2,5a P_1 + 1,5qa^2 - \mathcal{M}}{3a} = \frac{3,5 \cdot 0,8 \cdot 2^2 + 2,5 \cdot 2,3 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot 2^2 - 1}{3 \cdot 2} = 5 \text{ Т.}$$

Текшириш:

$$\sum Y = -qa - qa - P_1 + R_A + R_B = -0,8 \cdot 2 - 0,8 \cdot 2 - 3 + 5 + 1,2 = 0.$$

Реакциялар тўғри топилган.

2) Q эпюрасини куриш.

Балка олтига юкланиш участкаларига эга.

I участка (CA)  $0 \leq x_1 \leq a$ . Координата боши C нуқтада.

Q<sub>I</sub> ни чап томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_I = -qx_1 - \text{тўғри чизик тенгламаси.}$$

Q<sub>I</sub> нинг иккита қийматини аниқлаймиз:

$$Q_{i, x_1=0} = 0 \text{ ва } Q_{i, x_1=a} = -qa = -0,8 \cdot 2 = 1,6 \text{ Т.}$$

II участка (AD)  $0 \leq x_2 \leq \frac{a}{2}$ . Координата боши A нуқтада.

Q<sub>II</sub> ни чап томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_{II} = -qa + R_A = -0,8 \cdot 2 + 5 = 3,4 \text{ Т абсцисса ўқига параллел тўғри чизик тенгламаси.}$$

III участка (DE)  $0 \leq x_3 \leq \frac{a}{2}$ . Координата боши D нуқтада.

Q<sub>III</sub> ни чап томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_{III} = -qa + R_A - P_T = -0,8 \cdot 2 + 5 - 3 = 0,4 \text{ Т — балка ўқига параллел тўғри чизик тенгламаси.}$$

IV участка (KB)  $0 \leq x_4 \leq a$  (ўнгдан). Координата боши K нуқтада. Q<sub>IV</sub> ни ўнг томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_{IV} = 0.$$

V участка (BF)  $0 \leq x_5 \leq a$  (ўнгдан). Координата боши B нуқтада.

$Q_V$  ни ўнг томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:  
 $Q_V = -R_B = -1,2 T$  — абсцисса ўқига параллел тўғри чизиқ тенгламаси.

VI участка ( $FE$ )  $0 < x_6 < a$  (унгдан). Координата боши  $F$  нуқтада.

$Q_{VI}$  ни ўнг томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$Q_{VI} = -R_B + qx_6 = -1,2 + 0,8 x_6$  — тўғри чизиқ тенгламаси.

$Q_{VI}$  нинг иккита қийматини аниқлаймиз:

$$Q_{VI, x_6=0} = -1,2 T;$$

$$Q_{VI, x_6=a} = -1,2 + 0,8 \cdot 2 = 0,4 T.$$

$Q$  нинг топилган қийматлари бўйича унинг эпюрасини қурамыз (6.6-расм, б).

$Q$  эпюрасининг абсцисса ўқини кесиб ўтадиган (яъни  $Q_{VI}=0$ ) нуқтаси абсциссасининг қиймати  $x_6^0$  ни қўшимча равишда топамиз. Бунинг учун  $Q_{VI}$  ни нолга тенглаймиз ( $Q_{VI} = -1,2 + 0,8 x_6^0 = 0$ )

$$x_6^0 = \frac{1,2}{0,8} = 1,5 \text{ м.}$$

3)  $M$  эпюрасини қуриш.

$$I. 0 < x_1 < a.$$

$M$  ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз.

$M_I = -\frac{qx_1^2}{2}$  — парабола тенгламаси.

$M_I$  нинг учта қийматини топамиз:

$$M_C = M_{I, x_1=0} = 0;$$

$$M_{I, x_1=\frac{a}{2}} = -\frac{q\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = -\frac{0,8 \cdot 1^2}{2} = -0,4 T \cdot \text{м};$$

$$M_A = M_{I, x_1=a} = -\frac{qa^2}{2} = -\frac{0,8 \cdot 2^2}{2} = -1,6 T \cdot \text{м.}$$

$$II. 0 < x_2 < a_2.$$

$M_{II}$  ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{II} = -qa\left(\frac{a}{2} + x_2\right) + R_A x_2 = -0,8 \cdot 2 (1 + x_2) + 5x_2 -$$

— тўғри чизиқ тенгламаси.

$M_{II}$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_A = M_{II, x=0} = -0,8 \cdot 2 = -1,6 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_D = M_{II, x=\frac{a}{2}} = -0,8 \cdot 2(1+1) + 5 \cdot 1 = 1,8 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{III. } 0 < x_3 < \frac{a}{2}$$

$M_{III}$  ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{III} = -qa(x_3 + a) + R_A\left(x_3 + \frac{a}{2}\right) - P, \quad x_3 = -0,8 \cdot 2(x_3 + 2) + 5(x_3^2 + 1) - 3x_3 - \text{тўғри чизиқ тенгламаси.}$$

$M_{III}$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_D = M_{III, x=0} = -0,8 \cdot 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 1,8 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_E = M_{III, x=\frac{a}{2}} = -0,8 \cdot 2(1+2) + 5(1+1) - 3 \cdot 1 = 2,2 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{IV. } 0 \leq x_4 \leq a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_{IV}$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$M_{IV} = -M = -1 \text{ Т} \cdot \text{м}$  — абсцисса ўқига параллел тўғри чизиқ тенгламаси.

$$\text{V. } 0 \leq x_5 \leq a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_V$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_V = -M + R_B x_5 = -1 + 1,2x_5 - \text{тўғри чизиқ тенгламаси.}$$

$M_V$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_B = M_{V, x=0} = -1 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_F = M_{V, x=a} = -1 + 1,2 \cdot 2 = 1,4 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{VI. } 0 < x_6 \leq a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_{VI}$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{VI} = -M + R_B(a + x_6) - \frac{qx_6^2}{2} = -1 + 1,2(2 + x_6) - \frac{0,8 \cdot x_6^2}{2} -$$

— квадрат параболанинг тенгламаси.

$Q_V$  ни унғ томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:  
 $Q_V = -R_B = -1,2 T$  — абсцисса ўқига параллел тўғри чи-  
 зиқ тенгламаси.

VI участка (FE)  $0 < x_6 < a$  (унгдан). Координата боши  
 F нуқтада.

$Q_{VI}$  ни унғ томондаги кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$Q_{VI} = -R_B + qx_6 = -1,2 + 0,8 x_6$  — тўғри чизик тенгламаси.

$Q_{VI}$  нинг иккита қийматини аниқлаймиз:

$$Q_{VI, x_6=0} = -1,2 T;$$

$$Q_{VI, x_6=a} = -1,2 + 0,8 \cdot 2 = 0,4 T.$$

$Q$  нинг топилган қийматлари бўйича унинг эпюрасини қу-  
 рамиз (6.6-рasm, б).

$Q$  эпюрасининг абсцисса ўқини кесиб ўтадиган (яъни  $Q_{VI}=0$ )  
 нуқтаси абсциссасининг қиймати  $x_6^0$  ни қўшимча равишда то-  
 памиз. Бунинг учун  $Q_{VI}$  ни нолга тенглаймиз ( $Q_{VI} = -1,2 +$   
 $+ 0,8 x_6^0 = 0$ )

$$x_6^0 = \frac{1,2}{0,8} = 1,5 \text{ м.}$$

3) M эпюрасини қуриш.

$$I. 0 < x_1 < a.$$

M ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси ка-  
 би аниқлаймиз.

$M_1 = -\frac{qx_1^2}{2}$  — парабола тенгламаси.

$M_1$  нинг учта қийматини топамиз:

$$M_C = M_{1, x_1=0} = 0;$$

$$M_{1, x_1=\frac{a}{2}} = -\frac{q\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = -\frac{0,8 \cdot 1^2}{2} = -0,4 T \cdot \text{м};$$

$$M_A = M_{1, x_1=a} = -\frac{qa^2}{2} = -\frac{0,8 \cdot 2^2}{2} = -1,6 T \cdot \text{м.}$$

$$II. 0 < x_2 < a_2.$$

$M_{II}$  ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси ка-  
 би аниқлаймиз:

$$M_{II} = -q\left(\frac{a}{2} + x_2\right) + R_A x_2 = -0,8 \cdot 2 (1 + x_2) + 5x_2 -$$

— тўғри чизик тенгламаси.

$M_{II}$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_A = M_{II, x=0} = -0,8 \cdot 2 = -1,6 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_D = M_{II, x=\frac{a}{2}} = -0,8 \cdot 2(1+1) + 5 \cdot 1 = 1,8 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{III. } 0 < x_3 < \frac{a}{2}$$

$M_{III}$  ни чап томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{III} = -qa(x_3 + a) + R_A \left(x_3 + \frac{a}{2}\right) - P, \quad x_3 = -0,8 \cdot 2(x_3 + 2) + 5(x_3^2 + 1) - 3x_3 - \text{тўғри чизик тенгламаси.}$$

$M_{III}$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_D = M_{III, x=0} = -0,8 \cdot 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 1,8 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_E = M_{III, x=\frac{a}{2}} = -0,8 \cdot 2(1+2) + 5(1+1) - 3 \cdot 1 = 2,2 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{IV. } 0 \leq x_4 \leq a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_{IV}$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$M_{IV} = -M = -1 \text{ Т} \cdot \text{м}$  — абсцисса ўқига параллел тўғри чизик тенгламаси.

$$\text{V. } 0 \leq x_5 \leq a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_V$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_V = -M + R_B x_5 = -1 + 1,2x_5 - \text{тўғри чизик тенгламаси.}$$

$M_V$  нинг иккита қийматини топамиз:

$$M_B = M_{V, x=0} = -1 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

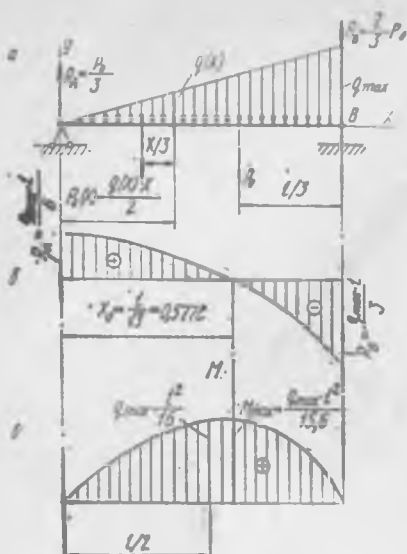
$$M_F = M_{V, x=a} = -1 + 1,2 \cdot 2 = 1,4 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$\text{VI. } 0 < x_6 < a \text{ (ўнгдан).}$$

$M_{VI}$  ни ўнг томондаги кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{VI} = -M + R_B(a + x_6) - \frac{qx_6^2}{2} = -1 + 1,2(2 + x_6) - \frac{0,8 \cdot x_6^2}{2} -$$

— квадрат параболанинг тенгламаси.



6. 7- расм.

6.5- мисол. Интенсивлиги туғри чизиқ қонуни билан ўзгарадиган ёйилган нагрузка таъсирдаги балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин (6.7-расм, а).

Ечиш. 1) Таянч реакцияларини аниқлаш.

Ёйилган нагрузканинг таъсир этувчиси (бу тенг таъсир этувчини  $P_0$  билан белгилаймиз)

$$P_0 = \frac{q_{\max} l}{2}$$

га тенг эканлигини фаҳмлаш қийин эмас. Бошқача қилиб айтганда, у интенсивлиги  $q_{\max}$  бўлган текис ёйилган нагрузканинг тенг таъсир этувчисидан икки марта кичик.  $P_0$  куч нагрузка эпюрасини тасвирловчи учбурчак оғирлик марказига, яъни ун томондаги таянчдан  $l/3$  масофа нарига қўйилган. Барча кучларнинг шарнир (таянч) марказларига нисбатан моментларининг йиғиндисини тузиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\sum m_A = 0; \quad - R_B l + P_0 \frac{2}{3} l = 0,$$

бундан

$$R_B = \frac{2}{3} P_0 = \frac{q_{\max} l}{3}.$$

$M_{V1}$  нинг учта қиймати-ни топамиз:  $EF$  участканинг учларида ва  $x_0^0 = 1,5$  м координатли нуқтада, бу ерда  $M_{V1} = M_{\max}$  (чунки бу ерда  $Q_{V1} = 0$ ).

$$M_F = M_{V1, x=0} = -1 + 1,2 \cdot 2 = 1,4 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_E = M_{V1, x=l} = -1 + 1,2 (2 + 2) - \frac{0,8 \cdot 2^2}{2} = 2,2 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$M_{\max} = M_{V1, x=1,5} = -1 + 1,2 (2 + 1,5) - \frac{0,8 \cdot 1,5^2}{2} = 2,3 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$M$  нинг топилган қийматлари бўйича унинг эпюрасини қурамиз (6.6- расм, в).

$$\sum m_B = 0; \quad R_A l - P_0 \frac{l}{3} = 0$$

$$R_A = \frac{1}{3} P_0 = \frac{q_{\max} l}{6}.$$

2) Кесувчи куч эпюрасини қуриш.

Чап томондаги таянчдан  $x$  масофада ихтиёрий кесим ўтка-  
замиз, нагрузка эпюрасининг шу кесимга мос келувчи ордина-  
таси учбурчакларнинг ўхшашлигидан топилади

$$\frac{q(x)}{x} = \frac{q_{\max}}{l},$$

$$q(x) = q_{\max} \frac{x}{l}.$$

Ёйилган нагрузканинг кесимдан чап томонда жойлашган  
қисмининг тенг таъсир этувчиси

$$P_0(x) = \frac{1}{2} q(x) x = \frac{q_{\max} x^2}{2l}.$$

Шундай қилиб, кесувчи куч учун қуйидаги ифодани ҳосил  
қиламиз:

$$Q = R_A - P_0(x) = \frac{q_{\max} l}{6} - \frac{q_{\max} x^2}{2l}.$$

Кесувчи куч квадрат парабола қонуни билан ўзгаради.  $x$   
абсциссага қатор хусусий қийматлар бериб,  $Q$  эпюрасининг  
мос ординаталарини топамиз. Бундан ташқари, кесувчи кучни  
нолга тенглаштириб, шундай кесимнинг абсциссаси  $x_0$  ни то-  
памизки, унда  $Q$  эпюраси ўз ўқини кесиб ўтади.

$$q_{\max} l \left( \frac{1}{6} - \frac{x_0^2}{2l^2} \right) = 0,$$

бундан

$$x_0 = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0,577 l.$$

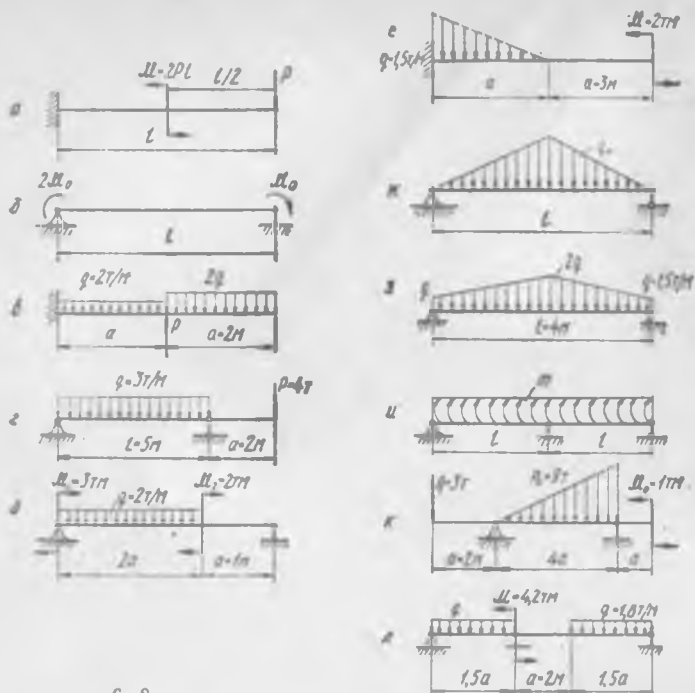
$Q$  эпюраси 6.7-расм, б да кўрсатилган.

3). Эгувчи момент эпюрасини қуриш.

Чап томондаги таянчдан  $x$  масофада бўлган ихтиёрий ке-  
симдаги моментни шу томондаги кучлар орқали ифодалаб, қу-  
йдагиларни топамиз:

$$M = R_A x - P_0(x) = \frac{x}{3} - \frac{q_{\max} l}{6} x - \frac{q_{\max} x^3}{6l}.$$

Шундай қилиб, эгувчи момент куб парабола қонуни билан  
ўзгаради. Таянчлар орқали ўтувчи кесимларда (яъни  $x = 0$  ва



6. 8- расм.

$x = l$  бўлганда) эгувчи момент нолга тенг бўлади. Абсциссаси  $x_0 = \frac{l}{3} \approx 0,577 l$  бўлган кесимда эгувчи момент максимум қийматга эга бўлади:

$$M_{\max} = \frac{q_{\max} l^2}{6\sqrt{3}} - \frac{q_{\max} l^2}{18\sqrt{3}} = \frac{q_{\max} l^2}{9\sqrt{3}} \approx \frac{q_{\max} l^2}{15,6}.$$

Қуё параболани аниқроқ ясаш учун эгувчи моментнинг топилган учта хусусий қийматидан ташқари яна уч-гўртта қийматини ҳисоблаш керак.  $M$  эпюраси 6.7-расм,  $Q$  да тасвирланган.

### Мустиқил ечиш учун масалалар

6.1. 6. 8-расмда кўрсатилган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари аналитик усулда (тенгламалар бўйича) қурилсин.

Кўрсатма. Жавобларда  $Q$  ва  $M$  ларнинг абсолют катталиги бўйича энг катта қийматлари берилган  $x_0$  нинг қийматлари балканинг чап учидан бошлаб ҳисобланади.

Жавоблар:

- а)  $Q_{\max} = P$ ;  $M_{\max} = \frac{3}{2} Pl x_0 = \frac{l}{2}$  бўлганда,
- б)  $Q_{\max} = \frac{3.46}{l}$ ;  $M_{\max} = 2.46 x_0 = 0$  бўлганда
- в)  $Q_{\max} = 8 T$ ;  $M_{\max} = 8 T \cdot m$  ( $x_0 = 2 m$  ва маҳкамланган жойда).
- г)  $Q_{\max} = 9.1 T$ ;  $M_{\max} = 8 T \cdot m$  (ўнг томондаги таянчда),
- д)  $Q_{\max} = 3 T$ ;  $M_{\max} = 3.25 T \cdot m$  ( $x_0 = 0.5 m$  бўлганда),
- е)  $Q_{\max} = 2.25 T$ ;  $M_{\max} = 2 T \cdot m$  (ўнг томонда, балканинг  $a$  га тенг узунлигида),
- ж)  $Q_{\max} = \frac{1}{4} q_0 l$ ;  $M_{\max} = \frac{1}{12} q_0 l^2$  ( $x_0 = 0.5 l$  бўлганда),
- з)  $Q_{\max} = 4.5 T$ ;  $M_{\max} = 4 T \cdot m$  ( $x_0 = \frac{l}{2}$  бўлганда),
- и)  $Q_{\max} = 2 m$ ;  $M_{\max} = ml$  ( $x_0 = l$  бўлганда),
- к)  $Q_{\max} = 5.2 T$ ;  $M_{\max} = 7.67 T \cdot m$  ( $x_0 = 7.25 m$  бўлганда),
- л)  $Q_{\max} = 3.1 T$ ;  $M_{\max} = 5.4 T \cdot m$  (ўртадаги таянчда).

## 6.2-§. Балкалар учун $Q$ ва $M$ ларнинг эпюраларини характерли нуқталар бўйича қуриш

$M$ ,  $Q$  ва  $q$  лар орасидаги дифференциал боғланишлардан фойдаланиб,  $Q$  ва  $M$  эпюраларини қуришни соддалаштириш мумкин. Бу усулни татбиқ этиб  $Q$  ва  $M$  қийматлари характерли нуқталарда, участкаларнинг чегараларида ҳамда берилган ички куч фактори экстремал қийматга эга бўладиган жойда олинад. Курсатилган характерли нуқталарга мос келувчи ординаталар оралиғи чегарасида эпюранинг қуриниши дифференциал боғланишлар асосида урнатилади.

Характерли нуқталар бўйича эпюра қуришда қуйидаги қоидага амал қилиш керак:

1. Балканинг учларидаги кесимларда кесувчи куч ва эгувчи момент сон жиҳатидан мос равишда шу кесимларга қуйилган ташқи кучга ва ташқи жуфт куч моментига тенг бўлади (бу ерда актив, реактив ва жуфт кучлар назарда тутилади).

2. Балканинг юкланмаган участкасида кесувчи кучлар эпюраси балка ўқига параллел бўлган тўғри чизиқ; моментлар эпюраси — оғма тўғри чизиқ бўлади.

3. Балканинг текис ёйилган нагрузка таъсиридаги участкасида  $Q$  эпюраси — оғма тўғри чизиқ,  $M$  эпюраси — квадрат парабола бўлади.

4. Балканинг тўғри чизиқ қонуни бўйича ёйилган нагрузка таъсиридаги участкасида  $Q$  эпюраси — квадрат парабола,  $M$  эпюраси эса, куб парабола.

5.  $Q$  эпюраси узлуксиз ўзгара бориб нолдан ўтадиган (ўқни кесиб ўтадиган) кесимда эгувчи момент экстремал қийматга эга —  $M$  эпюрасига ўтказилган уринма абсцисса ўқига параллел. Агар эпюраси чизиқли бўлса, у вақтда кўрсатилган кесим ҳолатини  $Q$  эпюра билан абсцисса ўқидан ҳосил бўлган учбурчакларнинг ўхшашлигидан топиш қулай. Агар  $Q$  эпюраси парабола бўлса, у вақтда берилган участкада  $Q$  нинг ўзгариш қонунини ифодалайдиган тенглама тузишга тўғри келади ва  $Q$  ни нолга тенглаб, эгувчи момент экстремал бўладиган кесим абсциссаси топилади.

6. Балканинг тўпланган куч қўйилган жойида  $Q$  эпюрасида ордината кескин ўзгаради, бу ўзгариш қўйилган куч миқдорига тенг.  $M$  эпюрасининг бу ерида узилиш ҳосил бўлади, яъни эпюранинг қўшни участкалари текис қўшилмайди.

7. Балканинг тўпланган жуфт куч қўйилган жойида  $M$  эпюрасининг ординатаси кескин ўзгаради, бу ўзгариш қўйилган жуфт моменти миқдорига тенг.  $Q$  эпюрасида эса,  $\epsilon$  у таъсир акс этмайди.

6.6-мисол. 6.9-расм,  $a$  даги балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин.

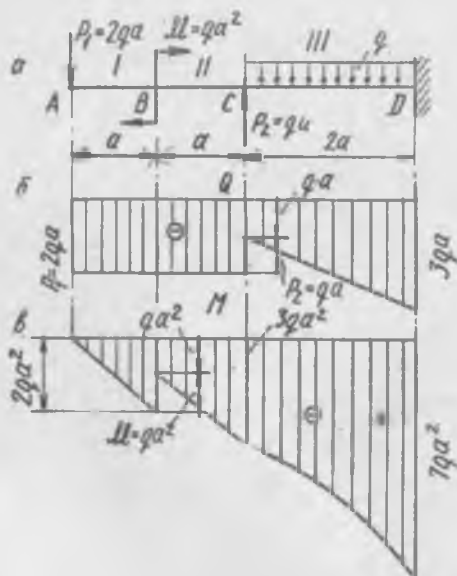
Ечиш. 1.  $Q$  эпюрасини қуриш.

Эпюраларни қуришни балканинг чап эркин учидан бошлай-

миз. бунда таянч реакцияларини аниқлашга зарурият қолмайди.  $P_1 = 2qa$  куч пасга қараб йўналган, демак, кесувчи куч  $AB$  ва  $BC$  участкаларда манфий. Юқорида таърифланган қоидага мувофиқ  $A$  кесимда кесувчи куч сон жиҳатдан ташқи  $P_1$  кучга тенг. Ёйилган нагрузка қўйилмаган участкаларда кесувчи куч ўзгармас. Жуфт куч эса  $Q$  нинг эпюрасига таъсир кўрсатмайди. Шундай қилиб,

$$Q_I = Q_{II} = -2qa.$$

С нуқтага юқорига қараб йўналган куч  $P_2 = qa$  қўйилган; бу кесимда эпюрада  $Q$



6.9-расм.

нинг аввалги қийматидан  $P_2 = qa$  миқдорга юқори томонга сакраш бўлади, яъни

$$Q_{\text{нг}} = Q_{\text{чп}} + qa = -2qa + qa = -qa.$$

Навбатдаги характерли нуқта (кесим)  $D$ - $Q$  нинг бу кесимдаги қийматини  $D$  нуқтадан чап томонга қўйилган кучларнинг  $O$ у ўқиға проекцияларнинг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_D = -P_1 + P_2 - qa = -2qa + qa - 2qa = -3qa.$$

$Q_D$  нинг бу қийматини эпюрада  $D$  нуқта остида жойлаштирамиз ва олдинги қиймати ( $C$  нуқта остида) билан тўғри чизик орқали бирлаштирамиз.  $Q$  эпюрасининг маҳкамланган кесимдаги ординатаси таянч реакциясининг қийматини беради.  $Q$  эпюраси 6.9-расм, б да кўрсатилган.

2.  $M$  эпюрасини қуриш.

А кесимда момент нолга тенг (консолнинг эркин учида). Кейинги характерли  $B$  нуқтада  $M$  ни чап томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_B^{\text{чп}} = -P_1 a = -2qa^2.$$

$AB$  участкада  $O$  дан  $-2qa^2$  гача тўғри чизик ўтказамиз (юкланмаган участка).  $B$  нуқтада жуфт куч қўйилган;  $M$  эпюрасининг бу кесимида юқори томон бўйлаб  $qa^2$  катталинка сакраш бўлади, яъни:

$$M_{\text{нг}} = M_B^{\text{чп}} + \mathcal{M} = -2qa^2 + qa^2 = -qa^2.$$

Характерли  $C$  нуқтада  $M$  ни чап томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_C = -P_1 \cdot 2a + \mathcal{M} = -4qa^2 + qa^2 = -3qa^2.$$

Юкланмаган  $BC$  участкада ҳам  $-qa^2$  дан  $-3qa^2$  гача тўғри чизик ўтказамиз.

Характерли  $D$  нуқтада  $M$  ни чап томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_D = -P_1 \cdot 4a + \mathcal{M} + P_2 \cdot 2a - qa \cdot a = -2qa \cdot 4a + qa^2 + qa \cdot 2a - 2qa^2 = -7qa^2.$$

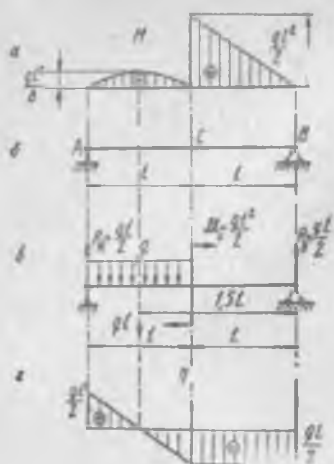
$M$  нинг  $C$  ва  $D$  нуқталардаги қийматларини қабариклиги юқорига қараган парабола кўринишида бирлаштирамиз.

$M$  эпюраси 6.9-расм, в да кўрсатилган.

6.7- мисол. Берилган  $M$  эпюраси (6.10-расм, а) бўйича балкага (6.10-расм, б) таъсир этаётган нагрузка аниқлансин ва балка учун  $Q$  эпюраси қурилсин.

Е ч и ш 1) Балкага таъсир қилувчи нагрузкаларни аниқлаш.

$M$  эпюра  $AC$  участкада квадрат парабола бўлгани учун бу участка текис ёйилган нагрузка таъсирида бўлади. Бу нагруз-



6. 10- расм.

канинг интенсивлигини аниқлаш учун қўшимча баъзи бир ҳисоблашлар талаб этилишини таъкидлаб ўтамиз, бу ҳисоблашлар бир оз кейинроқ бажарилади.

$M$  эпюраси  $C$  кесимда юқори томон  $\frac{ql^2}{2}$  миқдорига кескин ўзгаргани (сакрагани) учун балкага бу кесимда соат стрелкаси ҳаракати йўналишида моменти  $M_0 = -\frac{ql^3}{2}$  га тенг жуфт куч таъсир этади.

Маълумки, балканинг  $CB$  участкасида  $M$  эпюраси тўғри чизиқ бўлгани учун бу участка юкланмаган.

Эғувчи моментнинг  $C$  кесимдаги қиймати маълум, ундан фойдаланиб,  $B$  таянчнинг реакциясини аниқлаймиз:

$$M_C^{int} = -\frac{1}{2} ql^2 = R_B l,$$

бундан

$$R_B = \frac{ql}{2}.$$

Ёйилган нагрузка интенсивлиги ( $q_1$ ) ни аниқлаш учун  $A$  кесимда эғувчи моментни ўнг томонда жойлашган кучлар орқали ифодалаймиз, бунда берилган эпюра бўйича  $M_A = 0$  эканлигини назарга оламиз:

$$M_A = R_B 2l - M_0 - \frac{ql^3}{2} = \frac{ql}{2} 2l - \frac{ql^3}{2} - \frac{ql^3}{2} = 0,$$

бундан  $q_1 = q$ .

$R_A$  реакция мувозанат тенгламаларидан одадагидек аниқланади. Юкланган балка, 6.10-расм,  $e$  да кўрсатилган.

2.  $Q$  эпюрасини қуриш.

Балканинг чап учидан бошлаб,  $A$  нуқтада юқори томонга  $R_A = \frac{ql}{2}$  га тенг ординатани жойлаштирамиз.

$C$  кесимда кесувчи кучни чап томонда жойлашган кучлар йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$Q_C = R_A - ql = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2}.$$

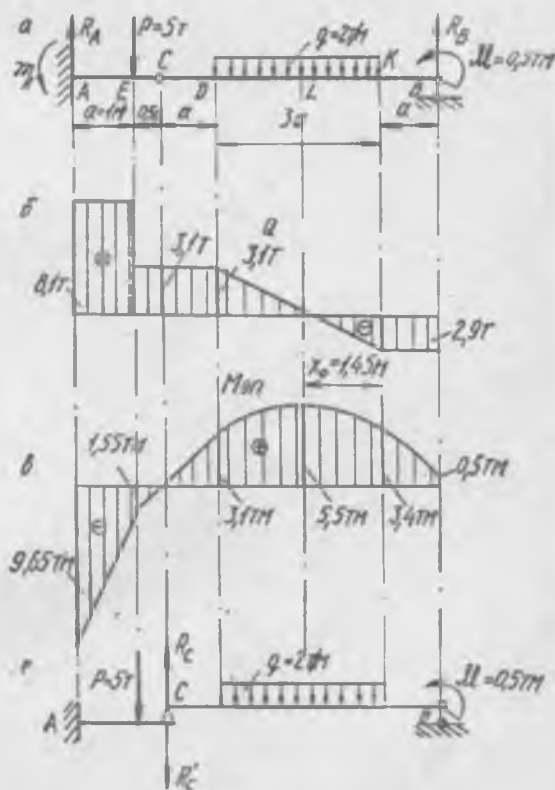
Юкланмаган  $CB$  участкада  $Q$  эпюраси балканинг уқига параллел.

$Q$  эпюраси 6.10-расм,  $z$  да кўрсатилган.

6.8-мисол. 6.11-расм,  $a$  да тасвирланган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин.

Ечиш. Балка таянчларидаги боғланишларнинг умумий сони тўртга тенг бўлишига қарамасдан,  $C$  ораліқ шарнир туфайли балка статик аниқдир.

Шарнир балканинг  $CB$  қисмини иккинчи  $AC$  қисмига нисбатан бурилишига имкон беради, бунинг натижасида  $C$  кесимдаги эгувчи момент нолга тенг бўлади. Бу эса қўшимча тенглама тузишга асос бўлади:  $C$  нуқта (шарнир) га нисбатан ундан бир томонда жойлашган барча ташқи кучларнинг моментлари йиғиндиси нолга тенг бўлади.



6. 11- расм.

1) Таянч реакцияларини аниқлаш:

$$\sum m_C^{\text{тг}} = 0; -R_B \cdot 5a - M + q \cdot 3a \cdot 2,5a = 0;$$

$$R_B = \frac{-M + 7,5qa^2}{5a} = \frac{0,5 + 7,5 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{14,5}{5} = 2,9 \text{ Т.}$$

$$\sum m_A = 0; -M_A + Pa + q \cdot 3a \cdot 4a - R_B \cdot 6,5a - M = 0;$$

$$M_A = 5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 4 - 2,9 \cdot 6,5 - 0,5 = 9,65 \text{ Т} \cdot \text{м.}$$

$$\sum Y = 0, R_A - P - q \cdot 3a + R_B = 0;$$

$$R_A = 5 + 6 - 2,9 = 8,1 \text{ Т.}$$

2) Q кесувчи куч эпюрасини қурнш.

Q эпюрасини характерли нуқталар бўйича қурамиз. Чап таянчдаги кесимда кесувчи куч таянч реакцияси ( $R_A = 8,1 \text{ Т}$ ) га тенг. E кесимгача кесувчи куч ўзгармасдан қолади. E кесимдаги эпюрада  $P = 5 \text{ Т}$  куч миқдорича паст томонга кескин ўзгаради (сакраш бўлади). Кесувчи кучнинг ҳосил қилинган  $3,1 \text{ Т}$  га тенг қиймати D кесимгача сақланади. DK участкада кесувчи куч тўғри чизик қонуни бўйича ўзгаради.

Бу участкада эпюрани қурнш учун K кесимда кесувчи кучнинг қийматини ҳисоблаймиз. Бу қийматни ўнг томонда жойлашган кучлар йиғиндиси каби ҳисоблаш қулайдир:

$$Q_K = -R_B = -2,9 \text{ Т.}$$

Бу қиймат KB участкада ўзгармасдан қолади. Q нинг эпюраси 6.11-расм, б да кўрсатилган.

3) Эгувчи момент эпюрасини қурнш.

A кесимда

$$M_A = -9,65 \text{ Т} \cdot \text{м.}$$

E кесимда эгувчи моментни чап томондаги моментлар йиғиндиси каби топамиз:

$$M_E = -M_A + R_A \cdot a = -9,65 + 8,1 \cdot 1 = -1,55 \text{ Т} \cdot \text{м.}$$

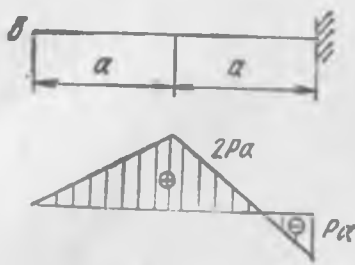
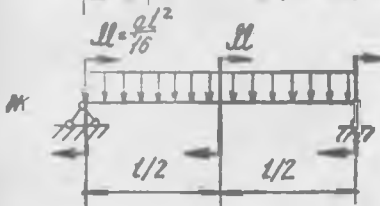
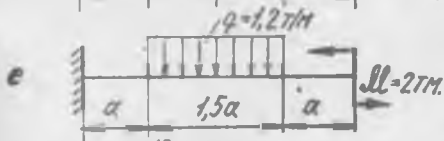
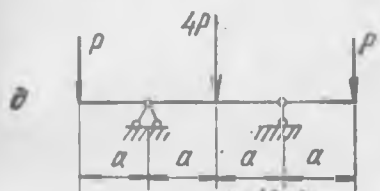
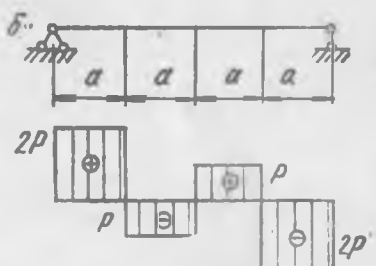
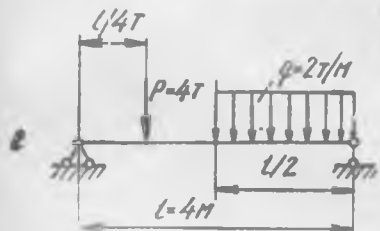
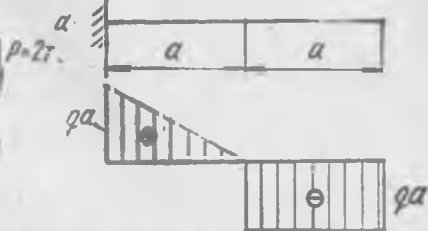
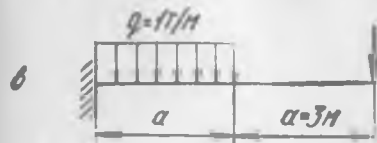
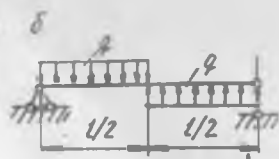
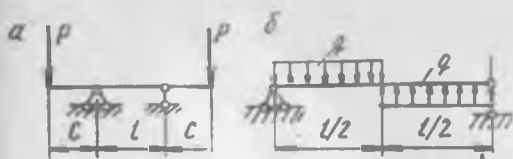
AE участкада эгувчи момент тўғри чизик қонуни бўйича ўзгаради.

D кесимда:

$$M_D = -M_A + R_A \cdot 2,5 \cdot a - P \cdot 1,5 \cdot a = -9,65 + 8,1 \cdot 2,5 \cdot 1 - 5 \cdot 1,5 \cdot 1 = 3,1 \text{ Т} \cdot \text{м.}$$

ED участкада эгувчи момент эпюраси ўқни C нуқтадан кесиб ўтувчи тўғри чизикдан иборат.

Эгувчи момент DK участкада квадрат парабола қонуни билан ўзгаради.



6. 12- расм.

6. 14- расм.

Биринчи участкада  $N$  ни кесимдан чапда жойлашган барча кучларнинг  $AC$  ўққа проекциялари йиғиндиси каби топамиз:

$$N_I = -R_A = -5 \text{ T.}$$

Манфий ишора  $AC$  устун сиқилганлигини кўрсатади. II кесимдан чапда жойлашган барча кучларни  $CD$  ригель йўналишига проекциялаб қўйидагиларни топамиз:

$$N_{II} = -H_A = -8 \text{ T (ригель сиқилган).}$$

III ва IV участкаларда бўйлама кучни кесимдан ўнгда жойлашган барча кучларнинг  $DB$  ўққа проекциялари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

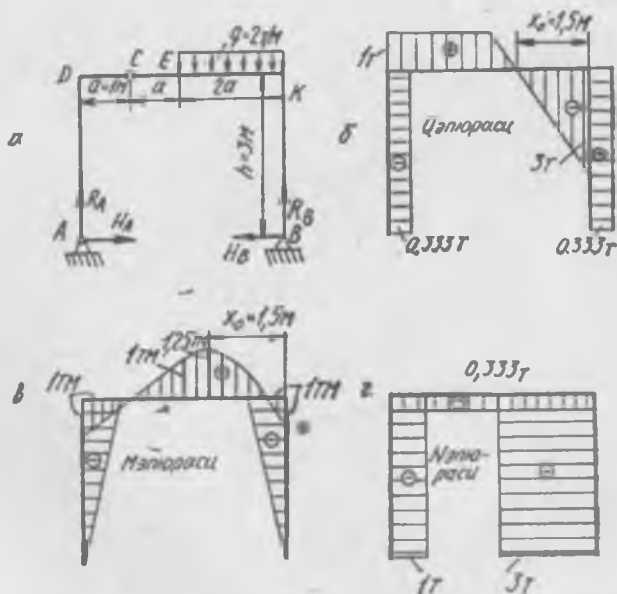
$$N_{III} = N_{IV} = R_A = R_B = 5 \text{ T (ўнг томондаги устун чўзилган).}$$

Мусбат ординаталарни рама контури ташқарисига, манфийларини эса, ичкарисига жойлаштириб,  $N$  эпюрасини қурамиз (6.18- расм, з).

**6.10- мисол.** Рама учун  $Q$ ,  $M$ ,  $N$  эпюралари қурилсин (6.19- расм, а).

Ечиш. 1) Таянч реакцияларини аниқлаш.

Тўртта таянч реакциялари ( $R_A$ ,  $R_B$ ,  $H_A$  ва  $H_B$ ) ни аниқлаш мақсадида бутун рама учун учта мувозанат тенгламаларини



6. 19- расм.

тузамиз ва  $C$  шарнир орқали утувчи кесимда эгувчи момент нолга тенглиги шартидан қўшимча равишда фойдаланамиз:

$$\sum m_B = 0; \quad R_A \cdot 4a - q \cdot 2a \cdot a = 0;$$

$$R_A = \frac{2qa}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 1 \text{ Т.}$$

$$\sum m_C^{\text{чап}} = 0; \quad R_A \cdot a - H_A \cdot h = 0; \quad H_A = \frac{R_A \cdot a}{h} = \frac{1 \cdot 1}{3} = 0,333 \text{ Т.}$$

$$\sum X = 0; \quad H_A - H_B = 0; \quad H_B = H_A = 0,333 \text{ Т.}$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A + R_B - q \cdot 2a = 0.$$

$$R_B = 2qa - R_A = 4 - 1 = 3 \text{ Т.}$$

Текшириш:

$$\sum m_C^{\text{туғри}} = -3 \cdot 3 + 0,333 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 0.$$

2) Кесувчи куч эпюрасини қуриш.

$Q$  эпюрасини характерли нуқталар бўйича қурамиз.

$AD$  участка—чап устун.  $A$  кесимда:

$$Q_A = -H_A = -0,333 \text{ Т.}$$

Кесувчи кучнинг бу қиймати  $AD$  участкада ўзгармайди.

$DK$  участка—ригель.  $D$  ва  $E$  кесимларда  $Q$  ни чапда жойлашган ташқи кучларнинг ригелга перпендикуляр бўлган ўқдаги проекцияларининг йигиндиси каби топамиз:

$$Q_D = R_A = 1 \text{ Т.}$$

$$Q_E = R_A = 1 \text{ Т.}$$

$K$  кесимда  $Q$  ни раманинг чап қисмини қараб аниқлаш осондир:

$$Q_K = -R_B = -3 \text{ Т.}$$

$KB$  участка—устун.  $K$  кесимда:

$$Q_K = H_B = 0,333 \text{ Т.}$$

$Q$  нинг бу қиймати  $KB$  участкада ўзгармасдан қолади.

Кесувчи кучнинг эпюраси 6. 19-расм, б да кўрсатилган.

3)  $M$  эпюрасини қуриш.

$AD$  участка.  $A$  кесимда (шарнирли таянчда)  $M_A = 0$ .  $D$  кесимда  $M_D = -H_A \cdot h = -0,333 \cdot 3 = -1 \text{ Т} \cdot \text{м}$ .  $AD$  участкада  $M$  эпюраси—туғри чизик.

$DK$  участка. Ригелга тегишли  $D$  кесимда эгувчи момент қиймати чап устунга тегишли  $D$  кесимдаги қиймат билан бир хилда бўлади.

$Q$  эпюраси ўқни кесиб ўтган (ноль орқали ўтган) жойдаги  $L$  кесимда  $M$  максимумга эришади.  $M_{\max}$  ни аниқлаш учун  $Q=0$  бўладиган кесимнинг абсциссасини топамиз:

$$Q_L = -R_B + qx_0 = 0, \quad x_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{2,9}{2} = 1,45 \text{ м}$$

$$M_{\max} = \mathcal{M} + R_B(a + x_0) - q \frac{x_0^2}{2} = 0,5 + 2,9 \cdot 2,45 - \frac{2 \cdot 1,45^2}{2} = 5,5 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$K$  кесимда эгувчи моментни ҳисоблаймиз:

$$M_K = \mathcal{M} + R_B \cdot a = 0,5 + 2,9 \cdot 1 = 3,4 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$M$  нинг учта қиймати бўйича  $DK$  участкада парабола ясай-  
миз.

$B$  таянч орқали ўтувчи кесимда

$$M_B = \mathcal{M} = 0,5 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$M$  эпюраси 6.11-расм,  $a$  да кўрсатилган.

Бу масалани 6.11-расм,  $z$  да кўрсатилган схема бўйича ҳам ечиш мумкинлигини таъкидлаб ўтамиз.

$CB$  осма балканинг реакцияларини аниқлаб, сўнггра  $AC$  асосий балкани қўшимча куч  $R_C^1$  билан, яъни  $CB$  османи  $AC$  балкага кўрсатадиган босим кучи билан нагрузкалаб, унинг реакциясини аниқлашга ўтиш мумкин.

### Мустақил ечиш учун масалалар

6.2. 6.12-расмда кўрсатилган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюра-  
лари характерли нуқталар бўйича қурилсин.

Кўрсатма. Жавобларда  $Q$  ва  $M$  ларнинг абсолют миқдори бўйича  
нинг катта қийматлари берилган;  $x_0$  балканинг чап учидан бошлаб ҳисобланади.

Жавоблари:

а)  $Q_{\max} = P$ ;  $M_{\max} = Pc$  ( $x_0 = c$  ва  $x_{01} = c + l$  бўлганда),

б)  $Q_{\max} = \frac{ql}{4}$ ;  $M_{\max} = \frac{ql^2}{32} \left( x_0 = \frac{l}{4} \text{ ва } x_{01} = \frac{3}{4}l \text{ бўлганда} \right)$ ,

в)  $Q_{\max} = 5 \text{ Т}$ ;  $M_{\max} = 16,5 \text{ Т} \cdot \text{м}$  (маҳкамланган жойда),

г)  $Q_{\max} = 4 \text{ Т}$ ;  $M_{\max} = 4 \text{ Т} \cdot \text{м}$  ( $\frac{l}{4} < x < \frac{l}{2}$  участкада чап томондан),

д)  $Q_{\max} = 2P$ ;  $M_{\max} = Pa$  (таянчларда ва пролет ўртасида),

е)  $Q_{\max} = 1,8 T$ ;  $M_{\max} = 2 T \cdot a$  ( $a$  узунликдаги участкада, ўнг томондан),

ж)  $Q_{\max} = \frac{11}{16} q l$ ;  $M_{\max} = \frac{5}{32} q l^2$  (пролёт ўртасида).

6.3. Берилган  $Q$  эпюраси бўйича (6.13-расм) балкага таъсир этаётган нагрузка аниқлансин ва  $M$  нинг эпюраси қурилсин. Олдинги масаланинг курсатмасига қаранг.

Жавоби. а)  $M_{\max} = q a^2$  ( $x_0 = a$  бўлганда);

б)  $M_{\max} = 2 P a$  ( $x_0 = a$  ва  $x_0 = 3a$  бўлганда).

6.4. Берилган  $M$  эпюраси бўйича (6.14-расм) балкага таъсир этаётган нагрузка аниқлансин ва  $Q$  эпюраси қурилсин.

Жавоби. а)  $Q_{\max} = \frac{2}{3} q a$  (чап томондаги таянчда);

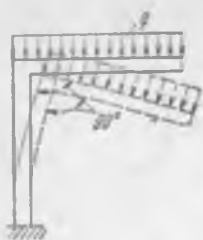
б)  $Q_{\max} = 2 P$  ( $a$  узунликдаги участкада, чап томондан).

### 6.3-§. СТАТИК АНИҚ ТЕКИС РАМАЛАР УЧУН $Q$ , $M$ ВА $N$ ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ

Рама деб, тугунларда ўзаро қаттиқ бириккан брусларнинг системасига аталади. Баъзи бир хусусий ҳолларда, рамаларда қаттиқ тугунлар билан бирга қисман шарнирли тугунлар ҳам бўлиши мумкин. Рама бруслари асосан эгилишга ишлайди; деформация вақтида улар орасидаги бурчаклар ўзгармайди (қаттиқ тугунларда). Агар рамани ташкил этувчи барча брусларнинг ўқлари бир текисликда ётса ва рамага таъсир қилувчи нагрузкалар ҳам шу текисликда жойлашган бўлса, у вақтда рама текис рама дейилади. Текис рамага мисол 6.15-расмда келтирилган, ўша ерда яна рама деформациясида унинг горизонтал ва вертикал элементлари орасидаги бурчак тўғрилигича қолганлиги кўрсатилган. 6.16-расмда бруслари горизонтал текисликда, нагрузкаси ( $P$  куч) эса вертикал текисликда жойлашган рама кўрсатилган. Бундай рама одатда текис фазовий рама дейилади.

Агар раманинг ташкил этувчи брусларининг кундаланг кесимларда ҳосил бўладиган ички куч факторлари деформация шартидан фойдаланмасдан, фақатгина кесимлар усули ёрдамида аниқланса, у вақтда рама статик аниқ бўлади\*. Хусусий ҳолда рамани статик аниқ бўлиши учун таянч реакциялари статика тенгламаларидан аниқланадиган бўлиши зарурдир. 6.17-расм, а, б ларда статик аниқмас рамалар келтирил-

\* Шундай рамалар учрайдики, таянч реакциялари статика тенгламаларидан аниқланиши мумкин, лекин шунга қарамасдан, у статик аниқмас бўлади. Бундай типдаги рамалар ёпиқ контурли бўлади. Бу рамаларни баъзан ички статик аниқмас рамалар дейилади.



6.15- расм.



6.16- расм.

ган; улардан биринчиси, қабул қилинган нбора билан айтганда, бир марта статик аниқмас (маҳкамланган таянчларда тўртта боғланиш реакцияси бўлиб, статика тенгламаларини текис кучлар системаси учун фақатгина учта тузиш мумкин); келтирилган рама-лардан иккинчиси эса, уч марта статик аниқмас.

Умумий ҳолда текис рама брусларининг кундаланг кесимларида учта ички куч фактори ҳосил бўлади:  $Q$  кесувчи куч,  $M$  эгувчи момент ва  $N$  бўйлама (нормал) куч. Ички куч факторлари кесимлар усули ёрдамида аниқланади.  $Q$  ва  $M$  ларни аниқлаш учун балкага татбиқ этиладиган курсатмаларга амал қилиш керак. Рама стерженларидан бирортасининг ихтиёрий кундаланг кесимидаги бўйлама куч сон жиҳатидан ўтказилган кесимдан бир томонда жойлашган рамага қўйилган барча ташқи кучларнинг шу стержень бўйлама ўқиға бўлган проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

Рама учун ҳам эпюра қуришни таянч реакцияларини аниқлашдан бошлаш керак, бир учи билан қаттиқ маҳкамланган, иккинчи учи эса эркин бўлган рама бундан мустаснодир. Вундай рамаларда ички куч факторларини эркин учидан бошлаб аниқлаш мумкин, у вақтда таянч реакциялари ўз-ўзидан маълум бўлиб қолади.

Эпюраларни қуришда кузатувчи, рама контурининг ичида туради деб шартлашиб оламиз.

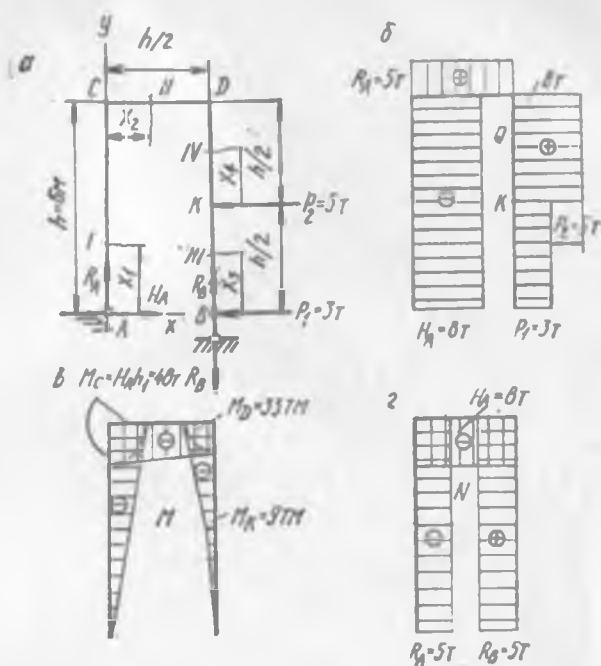
6.9- мисол. Рама учун  $Q$ ,  $M$  ва  $N$  эпюралари қурилсин (6.18- расм, а).

Ечиш. 1. Қаралаётган П- шаклдаги раманинг аввало таянч реакцияларини аниқлаш зарур.

Шарнирли қўвғалмас  $A$  таянчда иккита таянч реакцияси  $R_A$  ва  $H_A$  бор; шарнирли қўвғалувчи  $B$  таянчда эса, фақат битта вертикал реакция  $R_B$  бўлади (олдиндан уни юқорига қараб йўналган деб қабул қиламиз).



6. 17- расм.



6. 18- расм.

Мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum m_A = 0; \quad -R_B \cdot \frac{h}{2} - P_2 \cdot \frac{h}{2} = 0,$$

бундан

$$R_B = -P_2.$$

Манфий ишора таянч реакциясининг йўналишини нотўғри танлаб олинганлигини кўрсатади,  $R_B$  реакция вертикал равишда пастига йўналган экан. Чизмага  $R_B$  реакциянинг ҳақиқий йўналишини назарга олиб қўямиз, юқорига йўналган реакцияни эса, чизик тортиб ўчирамиз (6.18-расм, а га қаранг). Барча кучларнинг  $B$  нуқтага нисбатан моментларининг йиғиндисини тузамиз:

$$\sum m_B = 0; \quad R_A \cdot \frac{h}{2} - P_2 \cdot \frac{h}{2} = 0,$$

бундан

$$R_A = P_2 = 5T.$$

А шарнир тўла реакциясининг горизонтал ташкил этувчиси, яъни  $H_A$  ни, барча кучларнинг  $x$  горизонтал ўққа бўлган проекцияларининг йиғиндиси нолга тенглиги шартидан аниқлаймиз:

$$\sum X = 0; \quad H_A - P_1 - P_2 = 0,$$

бундан

$$H_A = P_1 + P_2 = 8 \text{ Т.}$$

Текшириш.

Текшириш учун  $\sum Y = 0$  тенгламадан фойдаланамиз:

$$R_A - R_B = 5 - 5 = 0.$$

Шундай қилиб, таянч реакциялари тўғри топилди.

2)  $Q$  эпюрасини қуриш.

Рама тўртта участкага эга:  $AC$ ,  $CD$ ,  $DK$  ва  $KB$ .

I участка  $AC$  ни қараймиз ( $0 \leq x_1 < h$ ), координата бошини  $A$  нуқтада оламиз. Кесувчи кучни кесимдан чап томонда жойлашган кучларнинг  $AC$  стерженга перпендикуляр бўлган ўқдаги проекцияларининг йиғиндиси каби топамиз:

$$Q_1 = -H_A = -8 \text{ Т.}$$

Маълумки,  $Q_1$  нинг қиймати бутун  $AC$  участкада ўзгармасдан қолади.

II участкада\* ( $0 \leq x_2 < \frac{h}{2}$ ).

$$Q_1 = P_A = 5 \text{ Т.}$$

Раманинг учинчи ва тўртинчи участкаларини унинг ўнг ( $B$ ) уч томонидан ҳаракатланиб қараймиз:

III.  $0 \leq x_3 < \frac{h}{2}$ :

$$Q_{III} = P_1 = 3 \text{ Т} - \text{бутун } BK \text{ участкада;}$$

IV.  $0 < x_4 < \frac{h}{2}$ ;

$$Q_{IV} = P_1 + P_2 = 3 + 5 = 8 \text{ Т} - \text{бутун } KD \text{ участкада.}$$

Топилган қийматлар бўйича  $Q$  эпюрасини қурамиз (6.18-расм, б).

3)  $M$  эпюрасини қуриш.

I участка ( $0 \leq x_1 \leq h$ ).  $M_1$  ни кесимдан чапда жойлашган кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_1 = -H_A \cdot x_1.$$

\* П-симон раманинг тўсинини ригель деб аталишини таъкидлаймиз.

$X_1$  га участка чегараларига мос келувчи қийматларни бериб, қуйидагиларни топамиз:

$$M_{1x=0} = M_A = 0; \quad M_{1x=1} = M_C = -H_A \cdot h = -8 \cdot 6 = -48 \text{ Т.м.}$$

II участка ( $0 < x_2 \leq \frac{h}{2}$ ).  $M_{II}$  ни ҳам кесимдан чапда жойлашган кучларнинг моментлари йиғиндиси каби топамиз:

$$M_{II} = R_A \cdot x_2 - H_A \cdot h.$$

$M_{II}$  нинг  $C$  ва  $D$  кесимлардаги икки қийматини аниқлаймиз:

$$M_{IIx=0} = M_C = -H_A \cdot h = -48 \text{ Т.м}$$

ва

$$M_{IIx=\frac{h}{2}} = M_D = R_A \cdot \frac{h}{2} - H_A \cdot h = 5 \cdot \frac{6}{2} - 8 \cdot 6 = -33 \text{ Т.м.}$$

III участка ( $0 < x_3 \leq \frac{h}{2}$ ).  $M_{III}$  ни кесимдан ўнгда жойлашган кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{III} = -P_1 \cdot x_3.$$

$M_{III}$  нинг икки қийматини аниқлаймиз:

$$M_{IIIx=0} = M_B = 0; \quad M_{IIIx_3=\frac{h}{2}} = M_K = -P_1 \cdot \frac{h}{2} = -3 \cdot \frac{6}{2} = -9 \text{ Т.м.}$$

IV участка ( $0 < x_4 \leq \frac{h}{2}$ ).  $M_{IV}$  ни кесимдан ўнгда жойлашган кучларнинг моментлари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_{IV} = -P_1 \left( \frac{h}{2} + x_4 \right) - P_2 x_4.$$

$M_{IV}$  нинг икки қийматини топамиз:

$$M_{IVx=0} = M_K = -P_1 \cdot \frac{h}{2} = -9 \text{ Т.м}$$

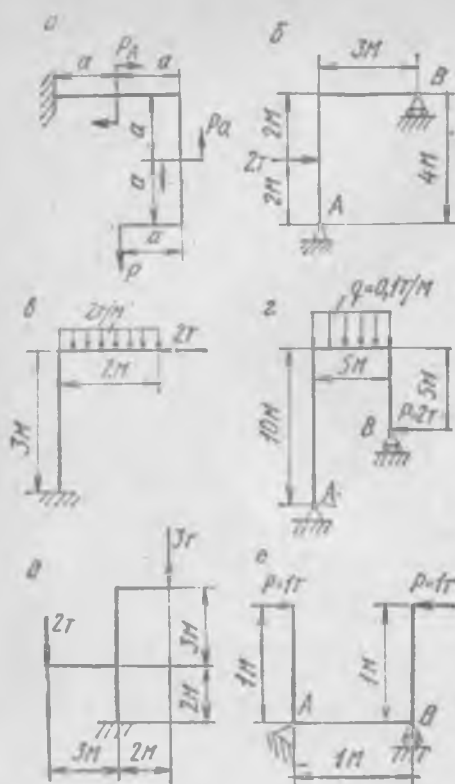
ва

$$M_{IVx=\frac{h}{2}} = M_D = -P_1 h - P_2 \cdot \frac{h}{2} = -3 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = -33 \text{ Т.м,}$$

бу эса эгувчи моментнинг  $D$  тугун учун олдин ҳосил қилинган қиймати билан устма-уст тушади.

$M$  эпюрасини, аввал белгиланган қоидага мувофиқ, ординаталарни сиқилган толалар томонига жойлаштириб қурамыз (6.18-расм, в).

4)  $N$  эпюрасини қуриш.



6. 20- расм.

С шарнирда эгувчи момент нолга тенг.

ЕК участкада эгувчи момент квадрат парабола қонуни билан ўзгаради. Бу участкада эпюрани қуриш учун эгувчи моментнинг учга қийматини топамиз:

$M_E = R_A \cdot 2a - H_A \cdot h =$   
 $= 2 - 0,333 \cdot 3 = 1 \text{ Т} \cdot \text{м}$   
 (чап томондаги моментлар йиғиндиси);

$M_K = -H_B \cdot h =$   
 $= -0,333 \cdot 3 = -1 \text{ Т} \cdot \text{м}$  (ўнг томондаги моментлар йиғиндиси).

Учинчи қиймати —  $M_{\max} \cdot Q$  ни нолга тенглаб, бу кесимнинг ҳолатини топамиз:

$$Q = -R_B + q x_0 = 0;$$

$$x_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ м.}$$

$$M_{\max} = R_B \cdot x_0 - H_B \cdot h -$$

$$- \frac{q x_0^2}{2} = 3 \cdot 1,5 - 0,333 \cdot 3 -$$

$$- \frac{2 \cdot 1,5^2}{2} = 1,25 \text{ Т} \cdot \text{м.}$$

KB участка. K кесимда топилган  $M_K = -1 \text{ Т} \cdot \text{м}$  қиймат сақланиб қолади.

B шарнирли таянчда момент нолга тенг бўлади. KB участкада эгувчи момент тўғри чизиқ қонуни билан ўзгаради.

Эгувчи момент эпюраси 6.19-расм, b да кўрсатилган.

4) N эпюрасини қуриш.

AD устунда бўйлама куч ўзгармасдир:

$$N_A = N_D = -R_A = -1 \text{ Т.}$$

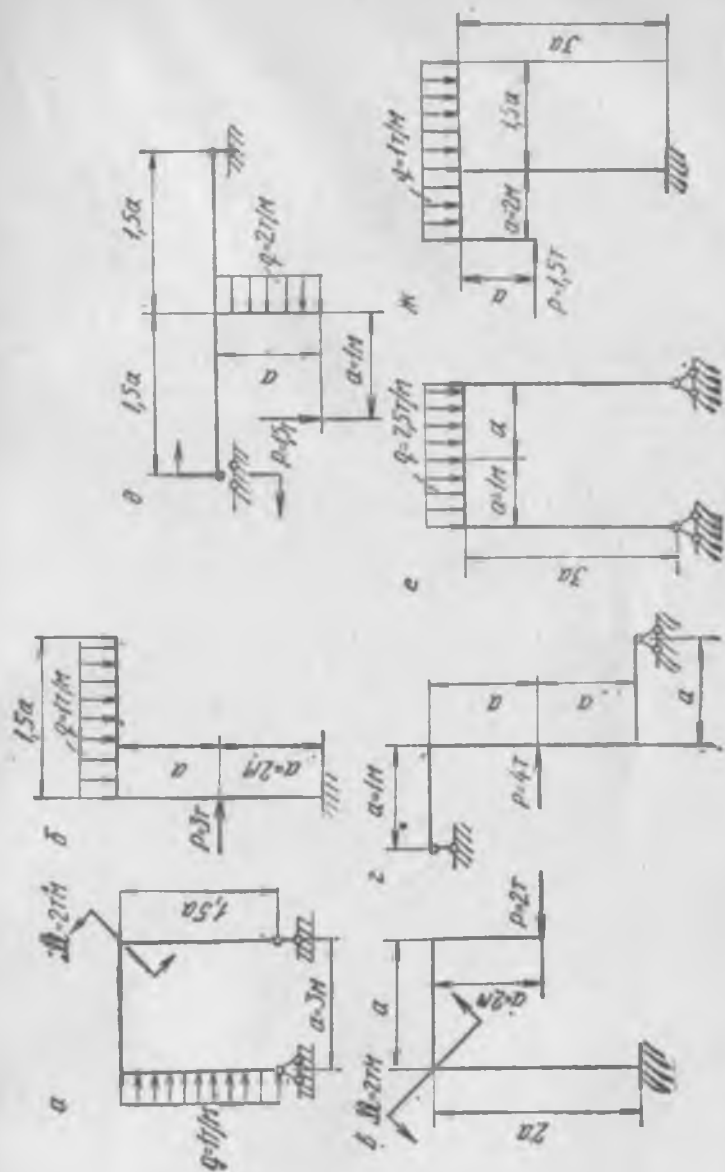
DK ригелда:

$$N_D = N_K = -H_A = -0,333 \text{ Т.}$$

KB устунда:

$$N_K = N_B = -R_B = -3 \text{ Т.}$$

Бўйлама куч эпюраси 6. 19-расм, z да кўрсатилган.



6, 21- пасм.

## Мустақил ечиш учун масалалар

6.5. Текис рамалар (6.20-расм) учун кесувчи куч  $Q$ , эгувчи момент  $M$  ва бўйлама куч  $N$  эпюралари қурилсин.

*Жавоблари.*

Кўрсатма. Жавобларда  $Q$ ,  $M$  ва  $N$  ларнинг абсолют миқдори бўйича энг катта қийматлари берилган.

- |                          |                             |                       |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| а) $Q_{\max} = P$ ;      | $M_{\max} = 2Pa$ ;          | $N_{\max} = P$ ;      |
| б) $Q_{\max} = 2T$ ;     | $M_{\max} = 4 T \cdot m$ ;  | $N_{\max} = 1,3 T$ ;  |
| в) $Q_{\max} = 4T$ ;     | $M_{\max} = 4 T \cdot m$ ;  | $N_{\max} = 4 T$ ;    |
| г) $Q_{\max} = 2,25 T$ ; | $M_{\max} = 20 T \cdot m$ ; | $N_{\max} = 2,25 T$ ; |
| д) $Q_{\max} = 3T$ ;     | $M_{\max} = 6 T \cdot m$ ;  | $N_{\max} = 5 T$ ;    |
| е) $Q_{\max} = 1T$ ;     | $M_{\max} = 1 T \cdot m$ ;  | $N_{\max} = 1 T$ ;    |

6.6. Курсатилган текис рамалар учун (6.21-расм)  $Q$ ,  $M$  ва  $N$  ларнинг эпюралари қурилсин (олдинги масаланинг курсатмасига қаранг).

*Жавоблари.*

- |                         |                               |                      |
|-------------------------|-------------------------------|----------------------|
| а) $Q_{\max} = 4,5 T$ ; | $M_{\max} = 10,1 T \cdot m$ ; | $N_{\max} = 2,7 T$ ; |
| б) $Q_{\max} = 3 T$ ;   | $M_{\max} = 10,5 T \cdot m$ ; | $N_{\max} = 3 T$ ;   |
| в) $Q_{\max} = 2 T$ ;   | $M_{\max} = 6 T \cdot m$ ;    | $N_{\max} = 2 T$ ;   |
| г) $Q_{\max} = 2 T$ ;   | $M_{\max} = 2 T \cdot m$ ;    | $N_{\max} = 4 T$ ;   |
| д) $Q_{\max} = 2 T$ ;   | $M_{\max} = 3 T \cdot m$ ;    | $N_{\max} = 2 T$ ;   |
| е) $Q_{\max} = 2,5 T$ ; | $M_{\max} = 1,25 T \cdot m$ ; | $N_{\max} = 2,5 T$ ; |
| ж) $Q_{\max} = 3 T$ ;   | $M_{\max} = 8,5 T \cdot m$ ;  | $N_{\max} = 5 T$ ;   |

## VII боб

### Тўғри эгилишда муштаҳкамликка ҳисоблаш

#### 7.1-§. НОРМАЛ КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИККА ҲИСОБЛАШ

Балканинг тўғри соф эгилишида унинг кундаланг кесимида нормал кучланишлар ҳосил бўлади, унинг миқдори эса, мос кесимдаги эгувчи момент қийматига боғлиқ булади. Тўғри кундаланг эгилишда, бундан ташқари, кесувчи куч билан боғлиқ бўлган уринма кучланишлар ҳам ҳосил булади.

Кундаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги нормал кучланиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_x = \frac{M}{J_z} y,$$

бу ерда  $M$  — берилган кесимдаги эгувчи момент;

$J_z$  — кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти;

$y$  — кучланиши аниқланадиган нуқтадан нейтрал ўққача бўлган масофа.

Максимал нормал кучланишлар нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган нуқталарда ҳосил булади (7.1-расм):

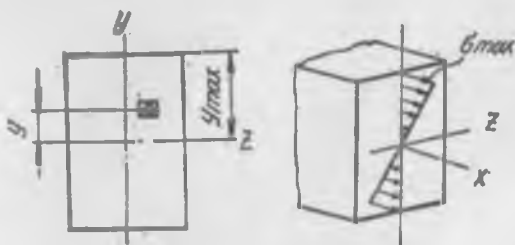
$$\sigma_{\max} = \frac{M}{J_z} y_{\max}$$

ёки  $W_z = \frac{J_z}{y_{\max}}$  ифодани киритиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

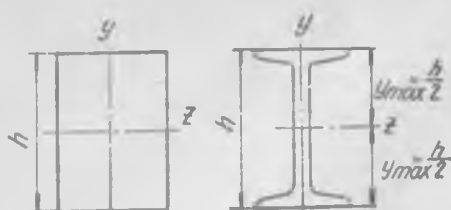
$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}$$

Бунда икки ҳол бўлиши мумкин:

а) кесим нейтрал ўққа нисбатан симметрик (7.2-расм). Бу ҳолда чеккалардаги чузилган ва сиқилган толалар-



7. 1- расм.



7. 2- расм

нинг нейтрал ўққача бўлган масофалари бир хилда бўлади, яъни

$$W_1 = W_2 = W_z$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}$$

б) кесим нейтрал ўққа нисбатан симметрик эмас.

Бу ҳолда  $W$  нинг икки қиймати — чеккалардаги

чўзилган ва сиқилган толалар учун ҳисобланилади (7.3-расм):

$$W_1 = \frac{J_z}{y_{1\max}}; \quad W_2 = \frac{J_z}{y_{2\max}};$$

Чеккалардаги чўзилган ва сиқилган толалардаги кучланишлар ҳар хилдир:

$$\max \sigma_1 = \frac{M}{W_1}$$

$$|\max \sigma_2| = \frac{M}{W_2}.$$

Балканинг нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаган кесимлари учун ҳисоблаш формулаларига қаршилик моментини киритишнинг ҳожати йўқ. Чўзилиш ва сиқилишдаги энг катта кучланишларни аниқлайдиган формулаларни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин (қуйида келтирилган 7.3- мисолга қаранг):

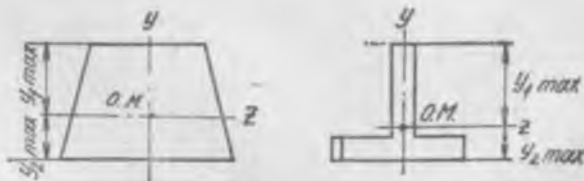
$$\max \sigma_1 = \frac{M}{J_z} y_K;$$

$$\max \sigma_2 = \frac{M}{J_z} y_L;$$

бу ерда  $y_K = y_{1\max}$  ва  $y_L = y_{2\max}$  — нейтрал ўқдан чўзилган ва сиқилган зоналар кесимидаги энг узоққа жойлашган нуқталаргача бўлган масофалар.

Туғри эгилишида мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} < [\sigma].$$



7. 3- расм.

### Э с л а т м а.

а) Нейтрал ўққа нисбатан симметрик кесим учун мустаҳкамликка ҳисоблаш чузилиш ва сиқилишда рухсат этилган кучланиш бўйича. улардан қайси бири кичиклигига қараб бажарилади.

б) Нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаган кесим учун ҳамда чузилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилиқ кўрсатмайдиган материалда (масалан, чўян) мустаҳкамликка ҳисоблашни чузилган ва сиқилган тоалар учун алоҳида-алоҳида бажариш керак.

в) Нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаган кесим учун ҳамда чузилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилиқ кўрсатадиган материалда (пўлат) мустаҳкамликка ҳисоблашни  $W$  нинг кичик қиймати бўйича, яъни нормал кучланиш абсолют қиймати жиҳатидан энг катта миқдорга эришадиган тоалар учун бажариш керак.

Энгиллишда кесим танлаб олиш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$W_z > \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

Бунда қуйидаги ҳолларни кўрсатамиз:

а) Прокат профилларни танлашда балканинг керакли номери сортамент жадвалидан  $W_z$  нинг қиймати бўйича танлаб олинади.

б) Агар кесим донравий бўлса, унинг диаметри қуйидаги формуладан аниқланади:

$$d > \sqrt[3]{\frac{32 W_z}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\max}}{\pi [\sigma]}}$$

в) Ҳалқасимон кесим учун керакли диаметр.

$$D > \sqrt[3]{\frac{32 M_{\max}}{\pi [\sigma] (1 - \epsilon^4)}}$$

бунда

$$\epsilon = \frac{d}{D}.$$

г) Тўғри тўртбурчак кесим учун

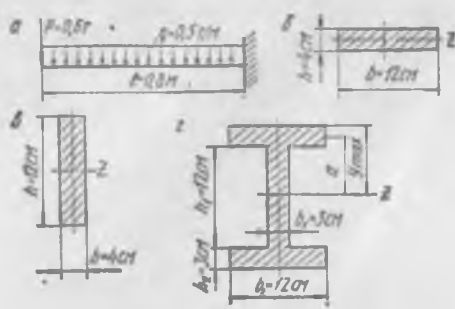
$$W_z = \frac{b h^2}{6}.$$

Агар балканинг материали чузилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилиқ кўрсатмаса, у ҳолда нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаган кесимли балкани танлаган яхши. Масалан, чўян учун тавр шаклидаги кесимни танлаган яхши (7.3-расм), шу билан бирга материалнинг катта қисмини чузилиш зонасига жойлаштириш керак, чунки чўян чузилишга нисбатан сиқилишга яхши қаршилиқ кўрсатади.

Агар берилган балка учун  $M$  эпюраси турли ишорали участкага эга бўлса, у вақтда юқорида айтилган гап (мўрт материалдан тайёрланган балка профиллини рационал жойлаштириш тўғрисида)  $M$  абсолют қиймати бўйича максимал миқдорга эга бўладиган кесимга таяллуқли бўлади. Қарама-қарши ишорали бўлган энг катта момент тўғри келадиган кесим учун мустаҳкамликка максимал чузувчи кучланиш бўйича қўшимча ҳисоблаб кўриш керак.

7.1-мисол. Балканинг (7.4-расм, а) кундаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш ҳисоблансин. 7.4-расм, б, в г ларда кўрсатилган кесим вариантлари қаралсин.

Кўрсатилган профилларнинг тежамлилиги солиштирилсин.



7. 4-рәсм.

Е чи ш. Нормал кучланишни аниқлаш учун қуйидаги формуладан фойдаланамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z}.$$

Маълумки, балканинг кўрсатилган юкланишида  $M_{\max}$  унинг маҳкамланган кесимида бўлади:

$$M_{\max} = Pl + \frac{q l^2}{2} = 0,6 \cdot 0,8 + \frac{0,5 \cdot 0,8^2}{2} = 0,64 \text{ Т} \cdot \text{м} = 64 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Келтирилган кесимларнинг қаршилик моментларини аниқлаймиз:

$$W_0 = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 4^2}{6} = 32 \text{ см}^3;$$

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{4 \cdot 12^2}{6} = 96 \text{ см}^3;$$

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}}; \quad J_z = \frac{b_1 h_1^3}{12} + 2 \frac{b_2 h_2^3}{12} + 2 b_1 h_2 a^2 = \frac{3 \cdot 12^3}{12} + 2 \cdot \frac{12 \cdot 3^3}{12} +$$

$$+ 2 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 7,5^2 = 4536 \text{ см}^4;$$

$$W_z = \frac{4536}{9} = 504 \text{ см}^3.$$

Кучланишларни аниқлаймиз:

$$\sigma_6 = \frac{M_{\max}}{W_6} = \frac{64 \cdot 10^3}{32} = 2000 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_9 = \frac{M_{\max}}{W_9} = \frac{64 \cdot 10^3}{96} = 666,7 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_z = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{64 \cdot 10^3}{504} = 127 \text{ кг/см}^2;$$

$W_z : F^{\frac{1}{2}}$  нисбат билан кесимларнинг тежамлилигини баҳолаймиз.

7.4-расм, б да кўрсатилган кесим:

$$\frac{32}{\sqrt{48^3}} = 0,0955;$$

7.4-расм, в да кўрсатилган кесим:

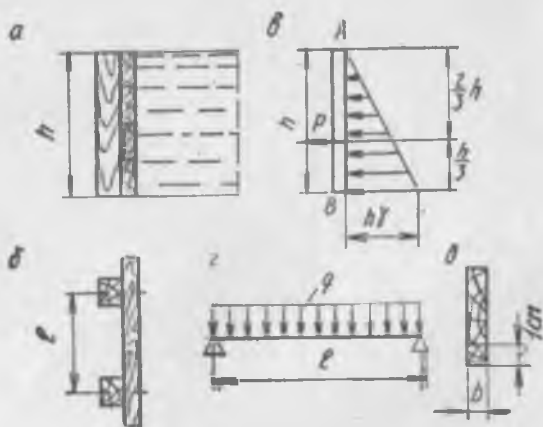
$$\frac{96}{\sqrt{48^3}} = 0,287;$$

7.4-расм, г да кўрсатилган кесим:

$$\frac{504}{\sqrt{108^3}} = 0,446.$$

Эгилишда кесим юзасининг асосий қисми нейтрал чизиқдан максимал узоқлашган формадаги кесим фойдали бўлади.

7.2-мисол. Ёғоч дамба квадрат кесимли вертикал устунлар қаторидан тузилган ва тахталар билан қопланган (7.5-расм, а, б).



7. 5- расм.

Агар дарёнинг шу ердаги чуқурлиги  $h = 3$  м, устунларнинг уқлари орасидаги масофа  $l = 1,5$  м ва эгилишда ёғоч учун рухсат этилган кучланиш  $[\sigma_s] = 50$  кг/см<sup>2</sup> бўлса, устуннинг кундаланг кесими ўлчамлари ва тахта қалинлиги қандай бўлиши керак?

Тахталарни ҳисоблашда уларни икки таянчда эркин ётган деб фараз қилинсин, таянчлар орасидаги масофа 1,5 м га тенг қилиб олинсин.

Ечиш. Дамба устунлари эгилишга ишлаётган балкаларни ифодалайди. Битта устунга таъсир қилувчи нагрузка баландлиги  $h$  ва узунлиги  $l$  бўлган вертикал деворга сувнинг бўлган босим кучига тенгдир.

Деворнинг 1 см баландлигига тўғри келувчи сувнинг босим кучи учбурчак қонуни билан 0 дан (сув сатҳида)  $\gamma h$  қийматгача ( $h$  чуқурликда) ўзгарувчи ёйилган нагрузкани ифодалайди. Бу нагрузканинг тенг таъсир этувчиси учбурчак юзаси  $\frac{1}{2} \gamma h h$  га тенг бўлиб, асосидан  $h/3$  масофа узоқликка қўйилган.

$l$  узунликдаги деворга тўғри келадиган нагрузка  $P = \frac{1}{2} \gamma h^2 l$  бўлади.

Устунни консол балка каби қараб, маҳкамланган кесимдаги максимал эгувчи моментни топамиз (7,5-расм, в):

$$M_{\max} = P \frac{1}{3} h = \frac{1}{2} \gamma h^2 l \cdot \frac{1}{3} h = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \frac{300 \cdot 150}{1000} = 67,5 \cdot 10^4 \text{ кг/см.}$$

Устун кундаланг кесимининг талаб этилган қаршилик моменти

$$W > \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

$$W_s = \frac{67,5 \cdot 10^4}{50} = 13500 \text{ см}^3.$$

$$\text{Квадрат учун } W_s = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Бундан } a \geq \sqrt[3]{6 W_s} = \sqrt[3]{6 \cdot 13500} = 43,5 \text{ см.}$$

Қоплама тахталари ҳар хил шароитда бўлади, чунки нагрузка дамба баландлиги бўйича ўзгаради. Энг остки қатордаги тахта энг катта кучланишда бўлгани учун унинг қалинлигини топамиз. Бунинг учун дамба асосидан баландлиги 1 см бўлган полоска ажратиб оламиз ва ҳисобни нагрузканинг энг катта интенсивлиги

$$q = \gamma h \cdot 1 = \frac{1 \cdot 300}{1000} = 0,3 \text{ кг/см}$$

бўйича бажарамиз.

Тахтани икки таянчдаги балка каби қараб (7.5-шакл, з), қўйидагиларни аниқлаймиз:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{0,3 \cdot 150^2}{8} = 845 \text{ кг/см.}$$

Қийматларни формулага қўйсак:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{845}{50} = 16,9 \text{ см}^3.$$

7.5-расм, д да берилганларни назарга олиб, тахта қалинлигини аниқлаймиз:

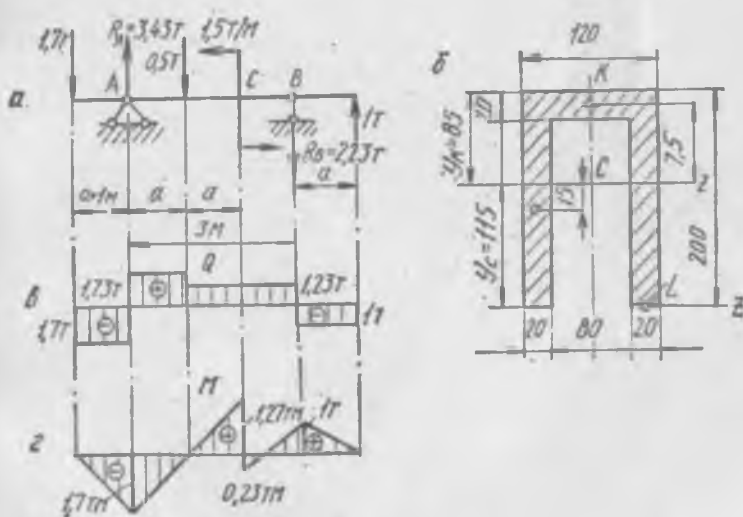
$$W_z = \frac{h \cdot b^2}{6} = \frac{1 \cdot b^2}{6}; \quad b > \sqrt{6W_z} = \sqrt{6 \cdot 16,9} \approx 10 \text{ см.}$$

7.3-мисол. Кесимни рационал жойлашишини аввалдан белгилаб олиб, П-шаклдаги чуян балканинг мусгаҳкамлиги текширилсин (7.6-расм, а, б). Бунда  $[\sigma_t] = 400 \text{ кг/см}^2$  ва  $[\sigma_c] = 1200 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

Е чи ш. Таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$\sum m_A = 0; \quad -1,7 \cdot 1 + 0,5 \cdot 1 - 1,5 + R_B \cdot 3 - 1 \cdot 4 = 0.$$

$$\sum m_B = 0; \quad -1,7 \cdot 4 + R_A \cdot 3 - 0,5 \cdot 2 - 1,5 - 1 \cdot 1 = 0.$$



7. 6-расм.

Бундан

$$R_A = 3,43 \text{ Т};$$

$$R_B = 2,23 \text{ Т}.$$

Q ва M эпюралари 7.6-расм. в, г ларда кўрсатилган. Энг катта (абсолют миқдори бўйича) эгувчи момент A кесимда ҳосил бўлади. Бу кесимда балканинг сиқилган толалари пастда бўлади, шунинг учун балка кесимини 7.6-расм, б да кўрсатилгандек жойлаштириш керак, яъни материалнинг катта қисми чўзилиш зонасида бўлиши керак.

Кесимнинг оғирлик марказини аниқлаймиз:

$$y_c = \frac{\sum S_i}{\sum F} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 \cdot 19}{2 \cdot 20 \cdot 2 + 2 \cdot 8} = 11,5 \text{ см}.$$

Нейтрал ўққа нисбатан инерция моментини аниқлаймиз:

$$J_x = 2 \frac{2 \cdot 20^3}{12} + 2 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1,5^2 + \frac{8 \cdot 2^3}{12} = 8 \cdot 2 \cdot 7,5^2 = 3750 \text{ см}^4.$$

$y_K$  ва  $y_L$  — нейтрал ўқдан чўзилиш ва сиқилиш зоналаридаги энг узоқда жойлашган нуқталаргача бўлган масофа (A кесим учун):

$$y_K = 8,5 \text{ см}; \quad y_L = 11,5 \text{ см}.$$

$$\frac{y_K}{y_L} = \frac{8,5}{11,5} = 0,74; \quad \frac{[\sigma_r]}{[\sigma_c]} = \frac{400}{1200} = 0,33 \text{ ва } \frac{y_K}{y_L} > \frac{[\sigma_r]}{[\sigma_c]},$$

бўлгани учун нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган чўзилган зона нуқталари хавфли ҳисобланади.

A кесимдаги (K нуқта учун) энг катта чўзувчи кучланиш бўйича мустаҳкамликни текшириб кўрамиз:

$$\max \sigma_r = \frac{\max M}{J_x} y_K = \frac{1,70 \cdot 10^5}{3750} \cdot 8,5 = 386 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_r].$$

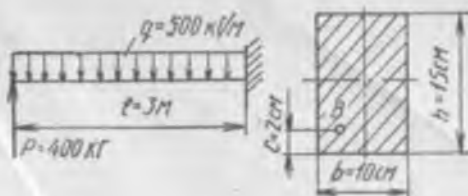
Балканинг C кесимидаги мустаҳкамликни текшириш зарурдир.  $|M_c| < |M_A|$  бўлса ҳам, лекин C кесимда балка профили нораціонал жойлашган. Бу ерда L нуқта хавфли нуқтадир.

$$\max \sigma_r = \frac{M_C}{J_x} y_L = \frac{1,27 \cdot 10^5}{3750} \cdot 11,5 = 385 \text{ кг/см}^2.$$

A ва C кесимлар тенг хавфли кесимлар бўлар экан. Балка мустаҳкамлиги таъминланган.

### Мустақил ечиш учун масалалар

7.1. Сув тўлдирилган чўян труба (ташқи диаметри  $D = 30 \text{ см}$  ва деворининг қалинлиги  $\delta = 0,3 \text{ см}$ ) учлари билан эркин гаянади. Таянчлари орасидаги масофа қандай бўлганда энг катта кучланиш  $\sigma = 250 \text{ кг/см}^2$  га етади? Чўянинг ҳажмий



7. 7-расм.

оғирлиги  $\gamma = 7,5 \text{ Г/см}^3$  деб, трубаaning ўз оғирлиги ҳам назарга олинсин.

Жавоби. 667 см.

7.2. 7.7-расмда кўрсатилган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин ва балканинг хавфли кесимидаги  $B$  нуқтада нормал кучланиш ҳисоблансин.

Жавоби.  $206 \text{ кГ/см}^2$ .

7.3. 7.8-расмда тасвирланган балка кесимининг ўлчамлари мустаҳкамликка ҳисоблаш формулаларидан фойдаланиб аниқлансин. Расмда курсатилган учта кесим шаклининг вариантлари қаралсин.  $[\sigma] = 1600 \text{ кГ/см}^2$  деб қабул қилинсин. Кесимларнинг рационаллиги солиштирилсин.

Жавоби. а)  $D = 16 \text{ см}$ ; б)  $D = 18 \text{ см}$ ; в)  $a = 13,4 \text{ см}$ .

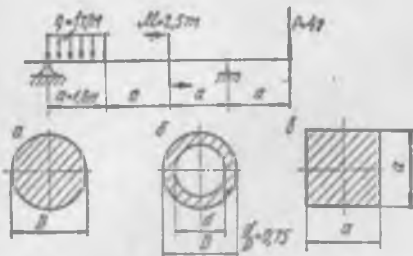
7.4. Берилган балка учун мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, рухсат этилган нагрузка  $|q|$  нинг қиймати аниқлансин (7.9-расм).  $[\sigma] = 1600 \text{ кГ/см}^2$  қабул қилинсин. Балканинг ўз оғирлиги назарга олинмасин.

Жавоби.  $[q] = 0,85 \text{ Т/м}$ .

7.5. 7.10-расмда тасвирланган қўштаврли балканинг  $A$ ,  $B$ ,  $C$  кесимларида унинг ўз оғирлигидан ҳосил бўладиган кучланишлар бир хилда ва  $\sigma_{\max}$  га эришади. Балка таянч нуқталаридан унинг учларигача бўлган масофа, шунингдек, рухсат этилган балка узунлигининг қиймати  $[l]$  аниқлансин. Бунда  $[\sigma] = 1600 \text{ кГ/см}^2$ .

Жавоби.  $a = 0,209 \text{ л}$ ;  $[l] = 9,28 \text{ м}$ .

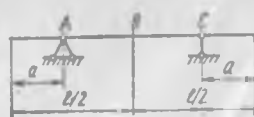
7.6. Чўян балка (7.11-расм) деворининг қалинлиги  $\delta$  нинг талаб этилган миқдори мустаҳкамликка



7. 8-расм.



7. 9- расм.



7. 10- расм.

ҳисоблашдан фойдаланиб, аниқлансин. Кесимнинг рационал жойлашиши аввалдан белгилаб олинсин.

$$[\sigma_t] = -300 \text{ кг/см}^2; [\sigma_c] = 900 \text{ кг/см}^2.$$

Жавоби.  $\delta = 16,7 \text{ мм}$ .

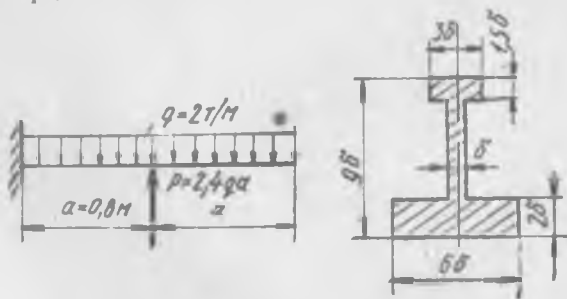
## 7.2 §. УРИНМА КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИКНИ ТЕКШИРИШ

Балканинг мустаҳкамлигини нормал кучланиш бўйича текширишдан ташқари, баъзан уринма кучланиш бўйича текширишга ҳам тўғри келади. Бу ҳисоблашлар Д. И. Журавский формуласи бўйича олиб борилади:

$$\tau = \frac{QS_z}{bJ_x},$$

бу ерда  $\tau$  — кундаланг кесим ихтиёрний нуқтасидаги уринма кучланиш;

- $Q$  — балканинг берилган кесимидаги кесувчи куч;
- $S_z$  — нейтрал ўққа нисбатан кундаланг кесим юзасининг уринма кучланишлар аниқланадиган сатҳидан балка чеккасигача бўлган қисмининг статик моменти;
- $b$  — кесимнинг  $\tau$  кучланиш аниқланадиган жойидаги кенглиги;
- $J_x$  — нейтрал ўққа нисбатан балка кундаланг кесимининг инерция моменти.



7. 11- расм.

Тўғри тўртбурчак, қушгавр, доира шаклидаги кесимлар учун энг катта уринма кучланишлар нейтрал ўқда ҳосил бўлади. Бу ҳолда мустақамлик шarti қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{z_{\max}}}{b J_z} < [\tau].$$

бу ерда  $S_{z_{\max}}$  — ярим кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

а) *Тўғри тўртбурчак кесим.* Нейтрал ўқдан у масофадаги уринма кучланишлар қуйидаги формулалар бўйича ҳисобланади:

$$\tau = \frac{6Q}{b^3} \left( \frac{h^3}{4} - y^3 \right) = \frac{3Q}{2bh} \left[ 1 - 4 \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right].$$

Энг катта уринма кучланишлар нейтрал ўқ ( $y = 0$ ) нуқталарида ҳосил бўлади:

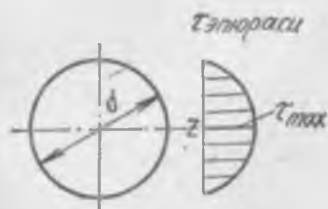
$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F},$$

бу ерда  $F$  — балка қўндаланг кесим юзи.

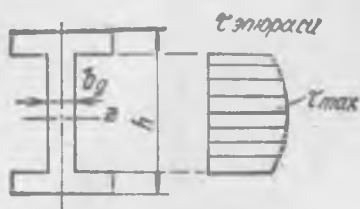
7.12-расмда тўғри тўртбурчак кесим учун уринма кучланишлар эпюраси тасвирланган. Кесим ихтиёрий нуқталаридаги уринма кучланишлар нагрузка текислигига параллел.

б) *Доиравий кесим.* Максимал уринма кучланишлар нейтрал ўқдаги нуқталарда ҳосил бўлади (7.13-расм);

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F}.$$



7. 13- расм.



7. 14- расм.

в) *Куштавр кесим.* Максимал уринма кучланишлар нейтрал ўқдаги нуқталарда ҳосил бўлади (7.14-расм):

$$\tau_{\max} = \frac{QS_{z\max}}{b_{\text{деп}} J_z};$$

бу ерда  $b_{\text{деп}}$  — деворининг қалинлиги;

$S_{z\max}$  — ярим кесимининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

7.4-мисол. Балка материали учун эгилишда рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$  ва елим қатламининг силжишдаги рухсат этилган кучланиши  $[\tau] = 8 \text{ кг/см}^2$  бўлса, елимланган ёғоч балканинг мустаҳкамлиги текширилсин (7.15-расм, а, з).

Ечиш. Таянч реакцияларини аниқлаб, кесувчи куч ва эғувчи момент эпюраларини қурамиз (7.15-расм, б, в).

Нормал кучланиш бўйича балкани мустаҳкамликка текшириш учун, кўндаланг кесимининг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти ва қаршилик моментини аниқлаймиз.

$$J_z = \frac{12^3 \cdot 24}{12} - \frac{6^3 \cdot 10}{12} = 3276 \text{ см}^4;$$

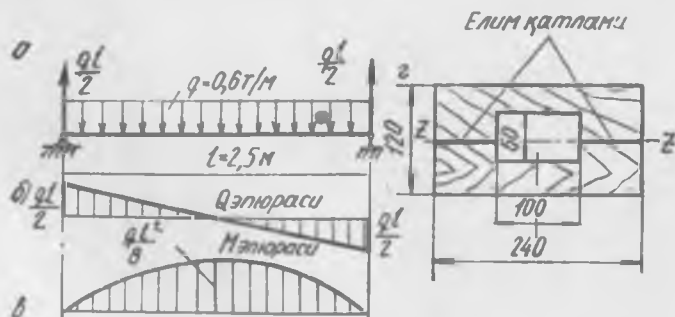
$$W_z = \frac{3276}{6} = 546 \text{ см}^3,$$

Балканинг хавфли кўндаланг кесимида (пролёт ўртасида) ҳосил бўладиган максимал нормал кучланишлар

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \frac{ql^3}{8} = \frac{0,6 \cdot 2,5^3 \cdot 10^5}{8 \cdot 546} = 85,8 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{\max} < [\sigma].$$

Балканинг бўйлама (нейтрал қатламга параллел) кесимида ҳосил бўладиган уринма кучланишлар, унинг кўндаланг кесимидаги мос нуқталарда ҳосил бўладиган уринма кучланиш-



7. 15- расм.

ларга тенг. Елим қатламида энг катта уринма кучланиш балка таянчи яқинида, кесувчи куч энг катта қийматга эришадиган жойда ҳосил бўлади. Бу кучланишларни Журавский формуласидан аниқлаймиз:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{z_{\max}}}{J_z b},$$

бу ерда  $S_{z_{\max}}$  — ярим кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти;

$$S_{z_{\max}} = 24 \cdot 6 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 387 \text{ см}^3;$$

$$Q_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{0,6 \cdot 2,5 \cdot 10^3}{2} = 750 \text{ кГ};$$

$b = 24 - 10 = 14 \text{ см}$  — нейтрал қатлам сатҳидаги кесим кенглиги.

Сон қийматларни ўрнига қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{750 \cdot 387}{3276 \cdot 14} = 6,33 \text{ кГ/см}^2;$$

$$\tau_{\max} < [\tau].$$

**7.5-мисол** Кесувчи куч  $Q = 160 \text{ кН}$  таъсир этадиган носим-мегрик қўштавр кесимли балка учун уринма кучланишларнинг девор баландлиги бўйича тақсимланиш эпюраси қурилсин (7.16-расм). Деворнинг устки ва остки токчаларини бириктирувчи пайванд чоклардаги ҳисоблаш кучланишлари аниқлансин. Чокнинг катети  $k = 6 \text{ мм}$ .

Ечиш. Журавский формуласидан фойдаланиш учун кесимнинг нагрузка текислигига перпендикуляр бўлган марказий бош ўққа нисбатан инерция моментининг миқдорини билиш керак. Кесим оғирлик марказидан унинг остки қирғоғи —  $z_1$  ўққача бўлган масофани топамиз (7.17-расм):

$$y_c = \frac{S_{z_1}}{F} = \frac{300 \cdot 6 \cdot 3 + 400 \cdot 6 \cdot 206 + 100 \cdot 8 \cdot 410}{30 \cdot 6 + 400 \cdot 6 + 100 \cdot 8} = 165,7 \text{ мм}.$$

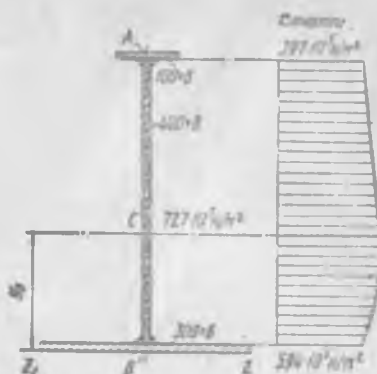
Кесимнинг  $z$  ўқига нисбатан инерция моменти (7.18-расмга қаранг):

$$J_z = \frac{10 \cdot 0,8^3}{12} + 10 \cdot 0,8(41 - 16,57)^2 + \frac{0,6 \cdot 40^3}{12} + 40 \cdot 0,6(20,6 - 16,57)^2 + \frac{30 \cdot 0,6^3}{12} + 30 \cdot 0,6(16,57 - 0,3)^2 = 13120 \text{ см}^4.$$

Кесим девори чегарасида  $\tau$  эпюраси квадрат парабола кўринишида чизилган. Деворнинг 7.17-расмда белгиланган уч нуқтасида  $\tau$  ни ҳисоблаш билан чегараланамиз. Бунинг учун



7. 16- расм.



7. 17- расм.

кесим бўлаklarининг нейтрал ўққа нисбатан мос статик моментларини аниқлаймиз:

$$S_{\text{зустки тоқча}} = 10 \cdot 0,8(41 - 16,57) = 195,5 \text{ см}^3;$$

$$S_{\text{зтах}} = S_{\text{зустки тоқча}} + 0,6(40 - 15,97)^2 \cdot \frac{1}{2} = 368 \text{ см}^3;$$

$$S_{\text{зостки тоқча}} = 30 \cdot 0,6 \cdot 16,27 = 292,5 \text{ см}^3.$$

А, С, В нуқталардаги уринма кучланишларни ҳисоблаймиз:

$$\tau = \frac{QS_{\text{зустки тоқча}}}{J_x b_{\text{лев}}} = \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 195,5 \cdot 10^{-6}}{13120 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 397 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$$

$$\tau_C = \tau_{\text{тах}} = \tau_A \cdot \frac{S_{\text{зтах}}}{S_{\text{зустки тоқча}}} = 397 \cdot 10^5 \cdot \frac{368}{195,5} = 727 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$$

$$\tau_B = \tau_A \cdot \frac{S_{\text{зостки тоқча}}}{S_{\text{зустки тоқча}}} = 397 \cdot 10^5 \cdot \frac{292,5}{195,5} = 594 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

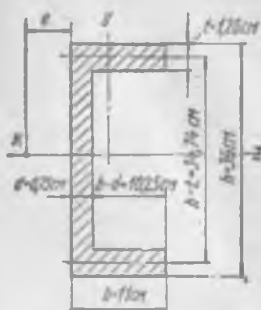
$\tau$  эпюраси 7.17-расмда келтирилган.

Пайванд чоклардан кўпроқ юкланган остки тоқчани бириктурувчисидир, унинг  $z$  ўқига нисбатан статик momenti устки тоқчанинг статик momentидан катта бўлади.

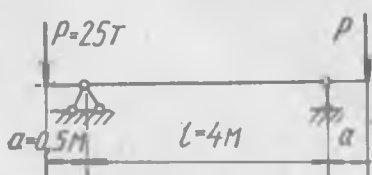
Остки тоқчани силжитувчи (балканинг узунлик бирлигига тўғри келалиган) куч  $T = \tau_B b_{\text{лев}} \cdot 1 = 594 \cdot 10^5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2} = 356,4 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$ .

Бу куч ҳисоблаш қалинлиги 0,7 к ва узунлиги бирга тенг бўлган иккита пайванд чокка тўғри келади. Бу чоклардаги кучланишлар

$$\tau_{\text{чок}} = \frac{T}{2 \cdot 0,7 \text{ к}} = \frac{356,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,7 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 426 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 = 434 \text{ кг/см}^2.$$



7. 18- расм.



7. 19- расм.

7.6-мисол. 36-номерли швеллер учун эгилиш марказининг ҳолати аниқлансин. Бурчак ва қирраларининг яссиланганлиги, тоқаларининг оғиши назарга олинмасин (7.18-расм).

Ечиш. Кесимнинг эгилиш маркази деб, шу кесимда ҳосил бўладиган уринма эластик кучларнинг тенг таъсир этувчиси қўйилган нуқтага айтилади. Эгилиш марказининг ҳолатини аниқлашнинг амалий аҳамияти шундаки, швеллер симметрия текислиги бўлмаган бош текисликда эгилганда, у эгилишдан ташқари буралиш таъсирини ҳам сезади, агар марказий бош уқ у га параллел бўлган куч текислиги кўндаланг кесимнинг эгилиш марказлар чизиги орқали ўтса, у ҳолда буралиш бўлмайди.

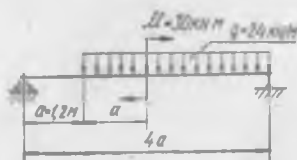
Эгилиш маркази ( $K$  нуқта) дан деворгача бўлган  $e$  масофа қуйидаги формуладан топилади:

$$e = \frac{(b-d)^2(h-t)^2}{4J_z} t,$$

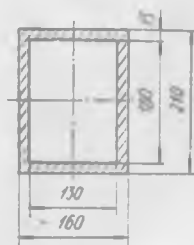
бунда 8240—56 ГОСТ жадвали бўйича  $b=11$  см;  $h=36$  см;  $d=0,75$  см;  $t=1,26$  см;  $J_z=10820$  см<sup>4</sup>.



7. 20- расм.



7. 21- расм



Сон қийматларни олдинги формулага қўйиб, қўйидаги натижани ҳосил қиламиз:

$$e = \frac{(11 - 0,75)^2 (36 - 1,26)^2}{4 \cdot 10820} \cdot 1,26 = 3,67 \text{ см.}$$

### Мустақил ечиш учун масалалар

7.7. 7.19-расмда келтирилган балка учун  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\tau] = 1000 \text{ кг/см}^2$  бўлса, қўштаврли балка кесими танлаб олинсин.

*Жавоби.* 36-номер.

7.8. Балканинг қўндаланг кесимида (7.20-расм) симметрия ўқи бўйлаб йўналган  $Q = 7 \text{ Т}$  кесувчи куч ҳосил бўлади. Балка деворининг  $A$  ва  $B$  нуқталаридаги уринма кучланишлар ҳисоблансин.

*Жавоби.*  $\tau_A = 408 \text{ кг/см}^2$ ,  $\tau_B = 241 \text{ кг/см}^2$ .

7.9. 7.21-расмда тасвирланган балканинг қўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланиш аниқлансин.

*Жавоби.*  $12 \text{ н/мм}^2$ .

## VIII боб

### ТУҒРИ ЭГИЛИШДА БАЛКАЛАРДАГИ КУЧИШЛАРНИ АНИҚЛАШ

#### 8.1-§. АСОСИЙ ҚОИДАЛАР

Балка инерция бош текисликларидан бирида жойлашган ва унинг ўқиға ўтказилган нормал бўйича йуналган ташқи кучлар таъсирида туғри эгилади, балканинг ўқи куч текислигида буралади. Деформацияланган балка ўқи эластик чизиқ дейилади.

Балканинг деформацияси икки миқдор билан характерланади: 1) салқилик, яъни балка ўқи нуқталарининг балканинг деформацияланмаган ўқиға перпендикуляр йуналишдаги кўчиши, ва 2) буралиш бурчаги, яъни ҳар бир кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқ атрофида узининг бошланғич ҳолатиға<sup>\*</sup> нисбатан буралиш бурчаги.

Салқиликни у ҳарфи билан, буралиш бурчагини эса  $\theta$  ҳарфи билан белгилаймиз (8.1-расм). Энг катта салқилик салқилик стреласи деб аталади ва  $f^{**}$  билан белгиланади.

Шуни таъкидлаш керакки, кесим буралиш бурчаги  $\theta$  эластик чизиққа ўтказилган уринманинг  $x$  ўқиға, оғиш бурчагига (томонлари ўзаро перпендикуляр бўлган бурчаклар бўлгани учун) тенг бўлади.

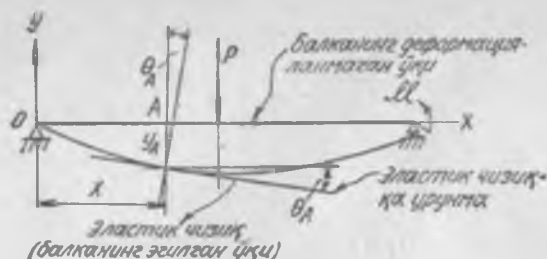
Берилган юкланишдаги салқилик у билан координата  $x$  орасидаги муносабатни ифодаловчи  $y = f(x)$  тенглама эластик чизиқ тенгламаси дейилади.

Ҳосиланинг геометрик маъноси ҳақидаги маълум қондага асосан

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}.$$

\* Балка кўндаланг кесимининг ўқ бўйлаб кўчиши эгилиш салқилигига нисбатан юқори тартибли кичик миқдор бўлгани учун унинг қиймати назарга олинмайди.

\*\* Пулат балканинг салқилик стреласи ёпмалар балкаси учун  $\frac{l}{40J} \div \frac{l}{250}$ , кран ости балкаси ва кран кўприклари учун  $\frac{l}{700} \div \frac{l}{1000}$  дан ошмаслиги керак, бу ерда  $l$  — балка пролёти.



8. 1- расм.

Амалда кўндаланг кесим буралиш бурчаги кўпинча  $\theta \leq 1^\circ$ , шунинг учун  $\operatorname{tg} \theta \approx \theta$  деб қабул қилиш мумкин. У вақтда қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\theta = \frac{dy}{dx}.$$

Тўғри эгилишда эластик чизиқнинг эгрилиги, эгувчи момент ва балканинг кўндаланг кесими бикрлиги орасида қуйидаги муносабат мавжуддир:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EJ_z},$$

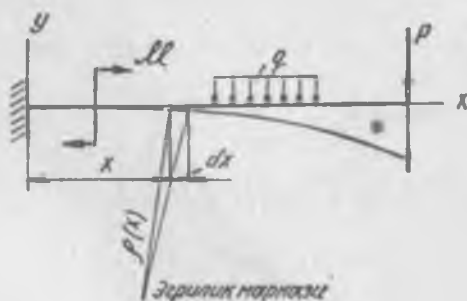
бу ерда  $\rho(x)$ —балка эластик чизиғининг координата бошидан  $x$  масофада турган нуқтадаги эгрилик радиуси (8.2-расм);

$M(x)$  — балканинг ўша кесимидаги эгувчи момент;

$EJ_z$  — балка кўндаланг кесимининг бикрлиги.

Келтирилган муносабатдан балка эластик чизиғининг тақрибий дифференциал тенгламаси келиб чиқади:

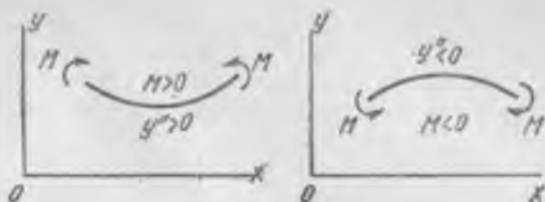
$$EJ_z y'' = M(x).$$



8. 2- расм.

у ўқи юқорига қараб йўналганда (8.3-расм) тенгламанинг чап ва ўнг томонлари ҳамма вақт бир хил ишорали бўлади.

Эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш йўли билан балка кесимининг буралиш бурчаги ва салқилиги учун ифодалар ҳосил қилинади.



8. 3-расм.

## 8.2-§. БЕВОСИТА ИНТЕГРАЛЛАШ УСУЛИ БИЛАН КЎЧИШНИ АНИҚЛАШ

Эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини икки марта интеграллаш натижасида кейинчалик аниқланиши лозим бўлган интеграллаш ўзгармаслари ҳосил бўлади.

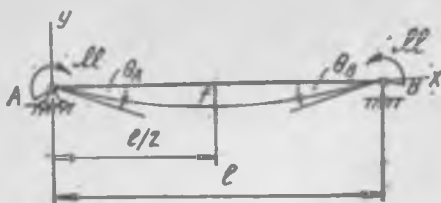
Агар балкада битта юкланиш участкаси бўлса, у ҳолда 2 ўзгармас бўлади,  $n$  та участкада эса,  $2n$  та ўзгармас бўлади. Уларни аниқлаш учун балка учларининг маҳкамланиш шартларидан, шунингдек, эластик чизиқнинг участкалар чегараларида текис ва узлуксизлик хоссаларидан фойдаланиш зарурдир.

Шуни эслатиш керакки, балканинг эгилган ўқи (эластик чизиғи) текис ва узлуксизлик шартидан балканинг ҳар бир кўндаланг кесимида салқилик қиймати ва буралиш бурчаги қиймати ягона бўлиши келиб чиқади. Шундай қилиб, ўзгармасларни  $2n$  та тенгламадан аниқлашнинг имконияти ҳамма вақт бўлади; бу масала балка бир неча юкланиш участкаларига эга бўлганда ҳисобни қийинлаштириб юборади. Аммо, эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллашда махсус йўллари татбиқ этиб, участкаларда ўзгармасларни тенглигига эришиш мумкин ва масалани участкалар сони исталганча бўлганда ҳам фақатгина иккита ўзгармасни аниқлашга келтириш мумкин. Бунинг учун қуйидагиларга амал қилиш керак:

1) тенгламаларни қавсларни очмасдан интеграллаш;

2)  $M(x)$  эгувчи момент учун тузилган ифодада тупланган момент  $\mathcal{M}$  дан ҳосил бўлган қушилувчини ушбу  $\mathcal{M}(x-a)^0$  курунишда ёзиш, бу ерда  $a$  —  $\mathcal{M}$  момент қуйилган кесимнинг абсциссаси; координата боши — балканинг чап ёки ўнг учи;

3) агар балканинг бирор участкасида салқилик (ёки буралиш бурчаги) аниқланадиган кесимгача етмайдиган текис тақсимланган нагрузка таъсир қилса, у ҳолда уни шу кесимгача давом эттириш керак, шу билан бирга компенсация сифатида ўша интенсивликдаги, лекин қарама-қарши йўналган нагрузкани қўйиш лозим.



8. 4- расм.

**8.1-мисол.** Балканинг таянч кесимларидаги буралиш бурчаклари ва уртасидаги салқилиги топилсин (8.4-расм).

Ечиш. Ўз-ўзидан маълумки, таянч реакциялари нолга тенг. Балка битта участкага эга. Эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси қуйидаги куринишда ёзилади:

$$EJ_z y'' - M(x) = 0 \quad (1)$$

Уни икки марта интеграллаймиз:

$$EJ_z y' = Mx + C; \quad (2)$$

$$EJ_z y = \frac{Mx^2}{2} + Cx + D. \quad (3)$$

Интеграллаш ўзгармаслари  $C$  ва  $D$  ларни балка учларининг маҳкамланиш шартидан топамиз.

$A$  ва  $B$  таянчларда салқилик нолга тенг бўлгани учун  $y = y_A = 0$  ва  $y_l = y_B = 0$  ларни ёзиш мумкин.

Бу икки шартни навбат билан (3) тенгламага қўйиб, қуйидагиларни топамиз:

$$D = 0 \text{ ва } \frac{Ml^2}{2} + Cl = 0,$$

бундан  $C = -\frac{Ml}{2}.$

$C$  ва  $D$  ларнинг топилган қийматларини (2) ва (3) тенгламаларга қўямиз. У вақтда:

$$\theta = y' = \frac{1}{EJ_z} \left( Mx - \frac{Ml}{2} \right);$$

$$y = \frac{1}{EJ_z} \left( \frac{Mx^2}{2} - \frac{Mlx}{2} \right).$$

Бу тенгламалар бўйича буралиш бурчаги  $\theta$  ни ва салқилик  $y$  ни берилган балканинг ихтиёрий кесимида ҳисоблаш мумкин.

Кучишларнинг энг катта қийматлари (абсолют миқдори бўйича), яъни  $\theta_{\max}$  ва  $y_{\max}$  лар амалий аҳамиятга эгадир.

$A$  таянч кесимининг буралиш бурчаги

$$\theta_A = \theta_0 = -\frac{Ml}{2EJ_z}.$$

ўнг таянчда эса,

$$\theta_B = \theta_I = \frac{Ml}{2EJ_z}.$$

$\theta_A$  ва  $\theta_B$  бурчаклари бир-биридан фақатгина ишоралари билан фарқ қилади:  $A$  кесим соат стрелкаси бўйича буралади,  $B$  кесим эса унга қарама-қарши. Симметрия шартига кўра, энг катта салқилик (салқилик стреласи) балканинг ўртасида бўлади деган хулосага келамиз (бу кесимда  $\theta = 0$ ):

$$f = y_{\frac{l}{2}} = -\frac{Ml^3}{8EJ_z}.$$

Бу ерда (—) ишора балканинг пастга, яъни у нинг манфий қийматлари томонга қараб эгилишини кўрсатади.

$C$  ва  $D$  ўзгармасларнинг кесимнинг бикрлиги  $EJ_z$  га нисбати мос равишда координата бошида, кесимнинг буралиш бурчаги ва салқилигини ифода қилишини таъкидлаб ўтамыз.

**8.2-мисол.** Консолнинг ўртасидаги ва эркин учига салқиликлар топилсин (8.5-расм,  $a$ ).

Е чи ш. Маҳкамланган таянчдаги реакцияларни аниқлаймиз:

$$\sum Y = 0; R_A - q \frac{l}{4} - q \frac{l}{4} = 0,$$

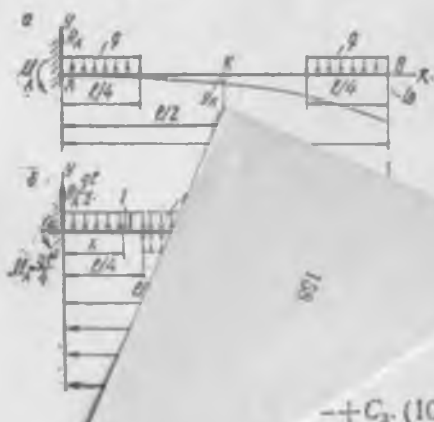
бундан  $R_A = \frac{ql}{2};$

$$\sum m_A = 0; -M_A + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{8} + \frac{ql}{4} \cdot \frac{7}{8}l = 0,$$

бундан  $M_A = \frac{ql^2}{4}.$

$u_B$  ва  $u_K$  салқиликларни аниқлаш учун эластик чизик дифференциал тенгламасини интеграллашдан фойдаланамиз ва балканинг бир неча юкланиш участкалари бўлганда интеграллаш ўзгармаслар сонини камайтириш учун 155-бегда тавсия этилган қоидаларни татбиқ этамиз.

Координата бошини консолнинг чап учига (маҳкамланган таянчга) жойлаштириб, у ўқни



$+C_2 \quad (10)$

юқорига,  $x$  ўқни эса ўнгга йўналтирамиз. Биринчи участка учун эластик чизик дифференциал тенгламасини ёзамиз ва икки марта интеграллаймиз:

$$I. 0 < x \leq \frac{l}{4};$$

$$EJ_z y_1'' = M_1(x);$$

$$M_1(x) = -\mathcal{M}_A + R_A x - \frac{qx^2}{2} = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2},$$

у вақтда

$$EJ_z y_1' = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2}; \quad (1)$$

$$EJ_z y_1 = -\frac{ql^2}{4} x + \frac{qlx^2}{4} - \frac{qx^3}{6} + C_1; \quad (2)$$

$$EJ_z y_1 = -\frac{ql^2 x^2}{8} + \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} + C_1 x + D_1. \quad (3)$$

$C_1$  ва  $D_1$  интеграллаш ўзгармасларини бошланғич шартлардан топамиз:

$$a) y_{1,x=0} = \theta_A = 0;$$

$$b) y_{1,x=0} = y_A = 0.$$

(2) тенглама билан а) шартни, (3) тенглама билан эса б) шартни бирга қараб,  $C_1 = 0$  ва  $D_1 = 0$  ни ҳосил қиламиз.

Иккинчи ва учинчи участкаларга ўтганда текис тақсимланган нагрузкани консол охиригача давом эттириш зарур, компенсацияси учун худди шундай нагрузкани қарама-қарши йўналишда қўйиши керак (8.5-расм, б). Иккинчи участкада қуйидагиларни ҳосил қиламиз.

$$II. \frac{l}{4} < x \leq \frac{3}{4} l;$$

$$EJ_z y_2'' = M_2(x);$$

$$M_2(x) = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^2}{2}.$$

Иккинчи участка учун эластик чизик дифференциал тенгламаси

$$EJ_z y_2'' = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^2}{2}. \quad (4)$$

Қавсни очмасдан бу тенгламани икки марта интеграллаймиз:

$$EJ_2 y_2' = -\frac{ql^2 x}{4} + \frac{qlx^2}{4} - \frac{qx^3}{6} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^3}{6} + C_2; \quad (5)$$

$$EJ_2 y_2 = -\frac{ql^2 x^2}{8} + \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^4}{24} + C_2 x + D_2. \quad (6)$$

Участкаларда интеграллаш узгармасларининг тенглигига эришдикми-йўқми, шуни текшириб курамиз. Биринчи ва иккинчи участкаларининг чегарасида эластик чизиқнинг текис ва узлуксизлик шартига мувофиқ қуйидагиларни ёзамиз:

в)  $y_{1x-\frac{l}{4}}' = y_{2x-\frac{l}{4}}'$ , бундан  $C_1 = C_2 = 0$  эканлигини ҳосил қиламиз:

г)  $y_{1x-\frac{l}{4}} = y_{2x-\frac{l}{4}}$ ; бундан  $D_1 = D_2 = 0$  бўлади.

Салқилик тенгламаси (6) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$y_2 = \frac{1}{EJ_2} \left[ -\frac{ql^2 x^2}{8} + \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^4}{24} \right]. \quad (7)$$

Бу тенгламадан  $K$  кесимнинг эгилишини топамиз:

$$y_k = y_{2x-\frac{l}{4}} = \frac{1}{EJ_2} \left[ -\frac{ql^4}{32} + \frac{ql^4}{96} - \frac{ql^4}{384} + \frac{ql^4}{6144} \right] = -\frac{143}{6144} \frac{ql^4}{EJ_2}. \quad (8)$$

Нижоят, учинчи участкага ўтамиз.

III.  $\frac{3}{4}l \leq x \leq l$ ;

$$EJ_2 y_3'' = M_3(x),$$

бу ерда

$$M_3(x) = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^2}{2} - \frac{q\left(x - \frac{3}{4}l\right)^2}{2},$$

бундан:

$$EJ_2 y_3' = -\frac{ql^2}{4} + \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^2}{2} - \frac{q\left(x - \frac{3}{4}l\right)^2}{2} \quad (9)$$

икки марта интеграллагандан кейин қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$EJ_2 y_3 = -\frac{ql^2 x}{4} + \frac{qlx^2}{4} - \frac{qx^3}{6} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^3}{6} - \frac{q\left(x - \frac{3}{4}l\right)^3}{6} + C_3. \quad (10)$$

$$EJ_z y_3 = -\frac{ql^2 x^2}{8} + \frac{qlx^3}{12} - \frac{qx^4}{24} + \frac{q\left(x - \frac{l}{4}\right)^4}{24} - \frac{q\left(x - \frac{3}{4}l\right)^4}{24} + C_1 x + D_1 \quad (11)$$

Иккинчи ва учинчи участкаларнинг чегарасида, юқорида баён этилганга ўхшаш, қуйидагиларни ёза оламиз:

д)  $y_{2, x=\frac{3}{4}l} = y_{3, x=\frac{3}{4}l}$  [(5) ва (10) тенгламаларга қаранг], бундан мос равишда ўрнига қўйишларни бажаргандан сунг:

$$C_2 = C_3 = 0;$$

е)  $y_{2, x=\frac{3}{4}l} = y_{3, x=\frac{3}{4}l}$ , бундан  $D_2 = D_3 = 0$  бўлади.

Шундай қилиб, қатор шартларга риоя қилинганда участкаларда мос интеграллаш ўзгармасларининг тенглигига эришиш мумкин ва масалани участкалар сони исталганча булганда ҳам фақатгина икки ўзгармас  $C$  ва  $D$  ларни аннқлашга келтириш мумкинлигига ишонч ҳосил қилдик.

Кўриб чиқилаётган ҳолда қуйидагилар ҳосил бўлди:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C = 0, \\ D_1 = D_2 = D_3 = D = 0.$$

(11) тенгламага  $x = l$  қийматни қўйиб,  $B$  кесимдаги, яъни консол учигади салқиликни топамиз:

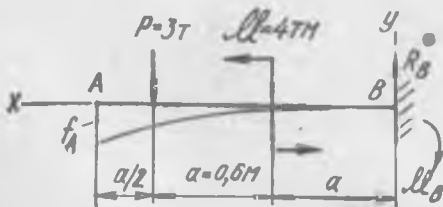
$$y_B = y_{3, x=l} = \frac{1}{EJ_z} \left[ -\frac{ql^4}{8} + \frac{ql^4}{12} - \frac{ql^4}{24} + \frac{81ql^4}{6144} - \frac{ql^4}{6144} \right] = -\frac{432}{6144} \frac{ql^4}{EJ_z}$$

Ёки оқибатда

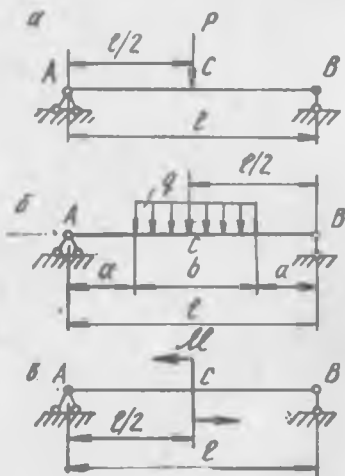
$$f_B = |y_B| = \frac{9}{128} \frac{ql^4}{EJ_z}. \quad (12)$$

Мустақил ечиш учун масалалар

8.1. Бикрлиги энг катта миқдорга эга бўладиган текисликда



8. 6- расм.



8. 7- расм.

эгиладиган 30-номерли қўштак консол балка А эркин учининг салқилиги топилсин (8.6-расм).

$E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  қабул қилинсин.

Жавоби.  $|y_A| = f_A = 0,371 \text{ см}$ .

8.2. Схемаси 8.7-расмда кўрсатилган балка учун  $\theta_A$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_C$ ,  $y_C$  лар аниқлансин.

Жавоблари. а)  $\theta_B = -\theta_A = \frac{Pl}{16EJ_z}$ ;  $\theta_C = 0$ ;  $y_C = -\frac{Pl^3}{48EJ_z}$ ;

б)  $\theta_A = -\theta_B = \frac{qbl^3}{48EJ_z} - \frac{qbl^3}{16EJ_z}$ ;  $\theta_C = 0$ ;  $y_C = -\frac{qbl^3(2l - \frac{b}{2})}{192EJ_z} - \frac{qbl^3}{48EJ_z}$ ;

в)  $\theta_A = \theta_B = -\frac{Ml}{24EJ_z}$ ;  $\theta_C = \frac{Ml}{12EJ_z}$ ;  $y_C = 0$ .

### 8.3-§. Кўчишларни бошланғич параметрлар усули билан аниқлаш\*

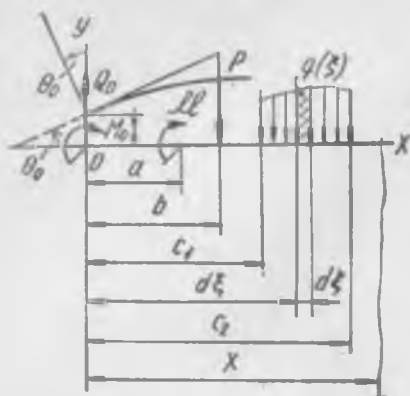
Бошланғич параметрлар усули балканинг барча участкалари учун ўринли бўлган битта салқилик (ёки кесимнинг буралиш бурчаги) тенгламасини ёзишга имконият беради, шунинг учун бу тенгламани универсал ёки умумлашган тенглама дейилади.

Ўзгармас кесимли балка учун нагрузка ва ўқларнинг кўрсатилган йўналишларида барча асосий нагрузка типлари: тўпланган момент, тўпланган куч, ўзгарувчи интенсивли ёйилган нагрузкани ҳисобга олувчи эластик чизиқнинг универсал тенгламаси (профессор А. П. Коробов томонидан тавсия қилинган формада) қуйидаги кўринишда бўлади:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_z} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_z} + \sum_{x>0} \frac{M(x-a)^2}{2EJ_z} \Big| - \sum_{x>b} \frac{F(x-b)^3}{6EJ_z} \Big| - \\ - \sum_{c_1}^{c_2} \frac{q(\xi)(x-\xi)^3 d\xi}{6EJ_z}.$$

Бу ерда  $y_0$ ,  $\theta_0$ ,  $M_0$  ва  $Q_0$  — бошланғич параметрлар:  $y_0$  — координата бошидаги салқилик;  $\theta_0$  — бошланғич кесимнинг буралиш бурчаги;  $M_0$  — бошланғич кесимдаги эгувчи момент;  $Q_0$  — уша кесимдаги кесувчи куч. Шунинг таъкидлаш керакки,  $y_0$  ва  $\theta_0$  лар геометрик факторлар,  $M_0$  ва  $Q_0$  лар эса куч факторлари.

\* Бу масала Б. А. Ободовскийнинг Жданов металлургия институтыда қўл ёзма ҳуқуқи асосида босилган „Определение перемещений в балках методом начальных параметров“ ўқув қўлланмасыда тўла ёритилган (1961).



8. 8- расм.

Бошланғич параметрлар  $y_0$ ,  $\theta_0$ ,  $M_0$  ва  $Q_0$  исталган: мусбат, манфий ва нолга тенг қийматларни қабул қила олади. Бу тўртта миқдор балканинг маҳкамланиш шартидан ҳамда координата боши учун қабул қилинадиган балка чап учининг юкланиш шартидан фойдаланиб топилади. 8.8- расмда барча бошланғич параметрлар мусбат:  $y_0$  —  $x$  ўқидан юқорида жойлашган;  $\theta_0$  — кесимнинг айланиши соат стрелкаси ҳаракатига қарши деб фараз қилинади;  $M_0$  — соат стрелкаси ҳаракати

буйича йўналган;  $Q_0$  — юқорига йўналган. Бошланғич параметрлар усули тенгламасидаги бошқа қўшилувчиларга келсак, уларнинг ишоралари берилган нагрузка абсциссаси  $x$  булган кесимда мусбат ёки манфий эгувчи момент ташкил қила олишига қараб аниқланади.

Тенгламага кирадиган охириги қўшилувчи ўзгарувчи интенсивли  $q(x)$  ёйилган нагруканинг таъсирини ифодалайди, бу ерда  $c_1 < x < c_2$  ўша нагруканинг балкадаги ҳолатини қайд қилади.

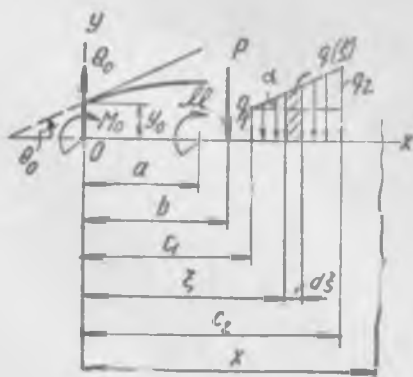
||  $x > a$  (узгич) белгиси мос қўшилувчини фақат  $x > a$  булганда назарга олиш кераклигини кўрсатади. Бу эса  $x$  координатали бирорта кесимдаги салқиликни аниқлашда тенгламага фақат шу кесимдан чапда жойлашган нагрукаларгина киришини билдиради. Агар ихтиёрий қонун билан тақсимланган нагрузка ўрнига тўғри чиқиқ қонуни билан (трапеция қонуни билан) тақсимланган нагрузка қўйилган бўлса, у ҳолда салқиликнинг универсал тенгламаси соддалашади ва қуйидаги кўринишни олади (8.9- расм):

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_z} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_z} + \sum_{x>a} \frac{\mathcal{M}(x-a)^3}{2EJ_z} - \sum_{x>b} \frac{P(x-b)^3}{6EJ_z} - \sum_{x>c_1} \frac{q_1(x-c_1)^4}{24EJ_z} + \sum_{x>c_1} \frac{q_2(x-c_2)^4}{24EJ_z} - \sum_{x>c_1} \frac{k(x-c_1)^5}{120EJ_z} + \sum_{x>c_2} \frac{k(x-c_2)^5}{120EJ_z},$$

бу ерда

$$k = \frac{q_2 - q_1}{c_2 - c_1} = \lg \alpha.$$

Шундай қилиб, салқиликнинг универсал тенгламасига қуйидаги қўшилувчилар: а) бошланғич параметрлар учун — тўртта, б) ташқи момент учун — битта, в) тўпланган куч учун — битта, г) тўғри чизиқ қонун билан тақсимланган нагрузка учун — тўртта кирази. Трапедия кўринишидаги нагрузка текис тақсимланган ва учбурчак шаклидаги нагрузкалардан таркиб топгани учун бу ҳолда тўртта қўшилувчидан иккитаси текис тақсимланган нагрузкага, яна иккитаси учбурчак шаклидаги нагрузкага тўғри келади. Шунинг таъкидлаш керакки, бошланғич параметрлардан ташқари барча қўшилувчилар шу кўринишдаги ҳамма нагрузкаларга тааллуқли бўлган йиғинди ишораси остидадир. Салқиликнинг ана шу кўринишдаги универсал тенгламаси амалда фойдаланишга (ва эсда сақлаб қолишга) тавсия этилади.



8. 9- расм.

Буралиш бурчагининг тенгламасини салқилик тенгламасидан  $x$  координата бўйича ҳосилани ҳисоблаш йўли билан осонгина ҳосил қилиш мумкин.

**8.3- мисол.** Консол эркин учининг салқилиги ва айланиш бурчаги аниқлансин (8.10- расм).

Ечиш. Универсал тенгламага мурожаат қилиб, берилган консол учун эластик чизиқ тенгламасини қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_z} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_z} - \frac{P \left(x - \frac{l}{2}\right)^3}{6EJ_z} \Bigg\|_{x=\frac{l}{2}} + \frac{(x-l)^3}{2EJ_z} \Bigg\|_{x=l}. \quad (1)$$

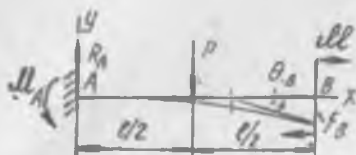
Бошланғич предметларни  $AB$  консол чап учининг маҳкамланиш шартидан ва мувозанат тенгламасидан топамиз:

$$y_0 = 0; \quad \theta_0 = 0;$$

(чап учи маҳкамланган бўлгани учун)

$$M_0 \neq 0; \quad Q_0 \neq 0.$$

$$\sum m_A = 0; \quad -\mathcal{M}_A + P \frac{l}{2} + \mathcal{M} = 0,$$



8. 10- расм.

бундан

$$\mathcal{M}_A = \mathcal{M} + \frac{Pl}{2}; \quad \sum Y = 0; \quad R_A - P = 0; \quad R_A = P,$$

яъни

$$M_0 = -\mathcal{M}_A = -\left(\mathcal{M} + \frac{Pl}{2}\right)$$

ва

$$Q_0 = R_A = P.$$

Бошланғич параметрларнинг қийматини назарга олиб, (1) тенгламани қайтадан қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$y = -\frac{\mathcal{M}x^3}{2EJ_z} - \frac{Plx^3}{4EJ_z} + \frac{Px^3}{6EJ_z} - \frac{P\left(x - \frac{l}{2}\right)^3}{6EJ_z} \Bigg\|_{x > \frac{l}{2}} + \frac{\mathcal{M}(x-l)^3}{2EJ_z} \Bigg\|_{x > l}. \quad (2)$$

Э с л а т м а. Ўз-ўзидан маълумки, охириги қўшилувчини назарга олиш керак эмас, чунки у фақат  $x > l$  бўлганда мазмунга эга, яъни балкадан ташқарида жойлашган ҳаёлий участкага тааллуқлидир. Шунинг учун кейинги мисолларда шунга ўхшаш қўшилувчиларни тушириб қолдирамиз.

(2) тенгламага  $x = l$  ни қўйиб, изланаётган салқиликни топамиз:

$$y_B = y_{x=l} = -\frac{\mathcal{M}l^3}{2EJ_z} - \frac{Pl^3}{4EJ_z} + \frac{Pl^3}{6EJ_z} - \frac{Pl^3}{48EJ_z}.$$

Ўхшаш ҳадларни ихчамлагандан кейин, қуйидаги натижа ҳосил бўлади:

$$y_B = -\frac{\mathcal{M}l^3}{2EJ_z} - \frac{5Pl^3}{48EJ_z}. \quad (3)$$

Салқилик тенгламаси (2) дан  $x$  координата бўйича ҳосила олиб, кесим буралиш бурчагининг тенгламасини топамиз:

$$\theta = y' = -\frac{\mathcal{M}x}{EJ_z} - \frac{Plx}{2EJ_z} + \frac{Px^2}{2EJ_z} - \frac{P\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{2EJ_z} \Bigg\|_{x > \frac{l}{2}}. \quad (4)$$

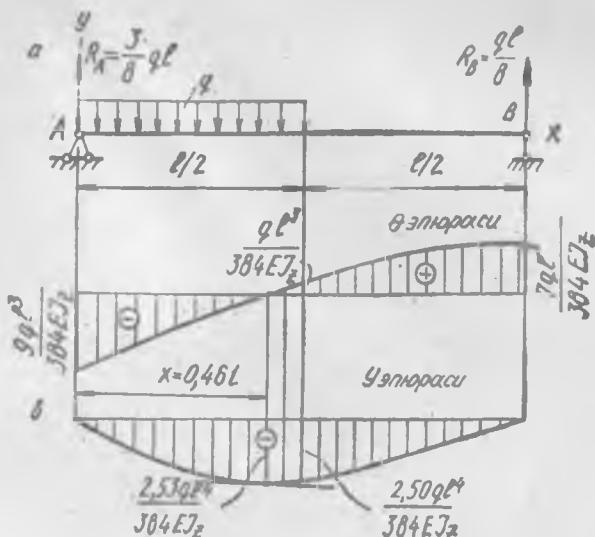
(4) тенгламага  $x = l$  ни қўйиб,  $B$  учи орқали ўтувчи кесимнинг буралиш бурчагини ҳосил қиламиз:

$$\theta_B = \theta_{x=l} = -\frac{\mathcal{M}l}{EJ_z} - \frac{Pl^2}{2EJ_z} + \frac{Pl^2}{2EJ_z} - \frac{Pl^2}{8EJ_z}$$

ёки пировардида:

$$\theta_B = -\frac{\mathcal{M}l}{EJ_z} - \frac{Pl^2}{8EJ_z}.$$

8.4-мисол. Бикрлиги ўзгармас балка (8.11-расм, а) учун кесим буралиш бурчаги ва салқилик эпюралари қурилсин.



8. 11-расм.

Ечиш. Берилган балка учун эластик чизиқ тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_z} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_z} - \frac{qx^4}{24EJ_z} + \frac{q \left(x - \frac{l}{2}\right)^4}{24EJ_z} \quad \left\| \begin{array}{l} x > \frac{l}{2} \end{array} \right. \quad (1)$$

Бу ерда охириги қўшилувчи берилган нагрукани балка учигача давом эттирилганда компенсация учун унинг унг томонига қўйилган (юқорига қараб йўналган) ёйилган нагрукани ҳисобга олади. Давом эттирилган ва компенсация қилувчи нагрукалар чизмада кўрсатилган эмас.

Бошланғич параметрлар:

$$\begin{aligned} y_0 &= 0; & \theta_0 &\neq 0; \\ M_0 &= 0; & Q_0 &\neq 0. \end{aligned}$$

Мувозанат шартидан таянч реакцияси  $R_A$  ни топамиз:

$$\sum m_B = 0; \quad R_A l - q \frac{l}{2} \cdot \frac{3}{4} l = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{3}{8} ql, \quad \left( R_A = \frac{ql}{2} - \frac{3}{8} ql = \frac{1}{8} ql \right).$$

Бу ердан қуйдагиларни ҳосил қиламиз:

$$Q_0 - R_A = \frac{3}{8} qL.$$

$Q_0$  нинг қийматини ҳисобга олиб, (1) тенгламани қуйдагича ёзамиз:

$$y = \theta_0 x + \frac{q l x^3}{16 E J_z} - \frac{q x^4}{24 E J_z} + \frac{q \left(x - \frac{l}{2}\right)^4}{24 E J_z} \Bigg|_{x > \frac{l}{2}}, \quad (2)$$

$\theta_0$  нинг қийматини балканинг ўнг учигаги салқилик нолга тенглиги шартидан топамиз:

$$y_{x=l} - y_B = 0,$$

яъни

$$\theta_0 l + \frac{q l^4}{16 E J_z} - \frac{q l^4}{24 E J_z} + \frac{q l^4}{384 E J_z} = 0,$$

бундан

$$\theta_0 = \theta_A = - \frac{9 q l^3}{384 E J_z}. \quad (3)$$

Балка эгилган ўқининг тенгламаси қуйдаги кўринишда бўлади:

$$y = - \frac{9 q l^3 x}{384 E J_z} + \frac{q l x^3}{16 E J_z} - \frac{q x^4}{24 E J_z} + \frac{q \left(x - \frac{l}{2}\right)^4}{24 E J_z} \Bigg|_{x > \frac{l}{2}}. \quad (4)$$

Бундан кесим буралиш бурчагининг тенгламасини осонгина ҳосил қиламиз:

$$\theta = y' = - \frac{9 q l^3}{384 E J_z} + \frac{3 q l x^2}{16 E J_z} - \frac{q x^3}{6 E J_z} + \frac{q \left(x - \frac{l}{2}\right)^3}{6 E J_z} \Bigg|_{x > \frac{l}{2}}. \quad (5)$$

Абсцисса  $x$  га ҳар хил қийматлар бериб,  $\theta$  эпюрасини қурамиз. (5) тенгламага мувофиқ қуйдагиларни ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \theta_0 = \theta_A = \theta_{x=0} &= - \frac{9 q l^3}{384 E J_z}; \\ \theta_{x=\frac{l}{2}} &= - \frac{9 q l^3}{384 E J_z} + \frac{3 q l^3}{64 E J_z} - \frac{q l^3}{48 E J_z} = \frac{q l^3}{384 E J_z}; \\ \theta_B = \theta_{x=l} &= - \frac{9 q l^3}{384 E J_z} + \frac{3 q l^3}{16 E J_z} - \frac{q l^3}{6 E J_z} + \frac{q l^3}{48 E J_z} = \frac{7 q l^3}{384 E J_z}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Шуни таъкидлаш керакки, биринчи участка ( $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$ ) да эпюра абсцисса ўқини кесиб ўтиши керак. чунки (6) га мувофиқ  $\theta$  уз ишорасини манфийдан ( $x = 0$  бўлганда) мусбатга ( $x = \frac{l}{2}$  бўлганда) ўзгартиради.

Маълумки,  $\theta = 0$  бўлган кесимларда салқилик энг катта (ёки энг кичик) бўлади. Бу кесимнинг ҳолатини аниқлаш учун (5) тенгламанинг ўнг томонини нолга тенглаймиз, бунда олдиндан охириги қушилувчини ташлаб юборамиз.

У вақтда қуйидагига эга бўламиз:

$$\theta = -\frac{9ql^3}{384EJ_z} + \frac{3qlx_0^2}{16EJ_z} - \frac{qx_0}{6EJ_z} = 0,$$

ёки

$$64x_0 - 72lx_0^2 + 9l^3 = 0,$$

бундан

$$x_0 = 0,46l.$$

Кесим буралиш бурчагининг ҳосил қилинган қийматлари бўйича  $\theta$  эпюрасини курамиз (8.11-рasm, б).

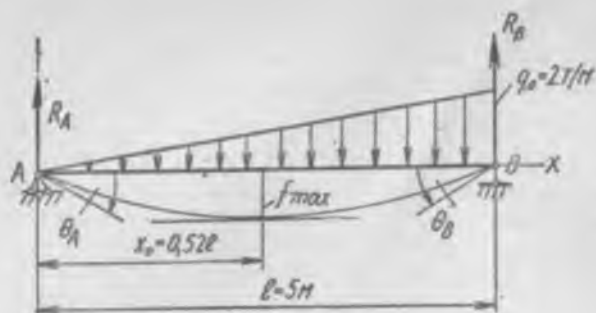
Салқилик эпюрасини қуриш учун (4) тенглама бўйича баъзи бир характерли кесимларда унинг қийматларини ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} y_{x=0,46l} &= -\frac{9 \cdot 0,46ql^4}{384EJ_z} + \frac{(0,46)^3ql^4}{16EJ_z} - \frac{(0,46)^4ql^4}{24EJ_z} = \\ &= -\frac{ql^4}{384EJ_z} \cdot (4,14 - 0,0973 \cdot 24 + 0,0448 \cdot 16) = -\frac{2,53ql^4}{384EJ_z}; \\ y_{x=0,5l} &= -\frac{ql^4}{384EJ_z} [9 \cdot 0,5 - (0,5)^3 \cdot 24 + (0,5)^4 \cdot 16] = -\frac{2,5ql^4}{384EJ_z}. \end{aligned}$$

Салқилик эпюраси 8.11-рasm, в да кўрсатилган.

Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, кўриб чиқилган мисолда пролёт ўртасидаги салқилик максимал салқиликдан ниҳоятда кам фарқ қилади (тахминан 1,2% га). Бу натижа маълум даражада умумийдир — бир қийматли салқиликлар ҳосил қиладиган юкланишларда консолсиз икки таянчли балканинг максимал салқилиги пролёт ўртасидаги салқиликдан кам фарқ қилади. Шунинг учун кўрсатилган ҳолларда бикрликка ҳисоблашларни соддалаштириш учун пролёт ўртасидаги салқилик максимал салқилик учун қабул қилинади.

8.5- мисол. Қўштаврли балканинг кесими мустаҳкамлик шarti  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  дан фойдаланиб танлансин (8.12-рasm). Топилган профил бўйича энг катта салқилик ва таянч кесимларнинг буралиш бурчаклари ҳисоблансин.



8. 12- расм.

Ечиш. Кесимнинг керакли қаршилиқ momenti

$$W_x > \frac{M_{\max}}{[\sigma]};$$

бу ерда қаралаётган ҳол учун (6.5- мисолга қаранг):

$$M_{\max} \approx \frac{q_0 l^2}{15,6} \quad (x \approx 0,577l \text{ булганда}).$$

Сон қийматларни қўйгандан сунг:

$$W_x = \frac{2 \cdot 5^3 \cdot 10^5}{15,6 \cdot 1600} = 200 \text{ см}^3,$$

8239-56 ГОСТ бўйича бунга ортиқча юкланиши  $\sim 1,5\%$  бўлган номерли 20а- қўштавр мос келади ( $W_x = 197 \text{ см}^3$ ,  $J_x = 1970 \text{ см}^4$ ).

Эгилган ўқ тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_x} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_x} - \frac{kx^5}{120EJ_x}, \quad (1)$$

бу ерда

$$k = \frac{q_0}{l}.$$

Бошланғич параметрлар:

$$\begin{aligned} y_0 = y_A = 0; & \quad M_0 = 0; \\ \theta_0 \neq 0; & \quad Q_0 \neq 0. \end{aligned}$$

Таянч реакцияси  $R_A$  ни мувозанат шартидан топамиз:

$$\sum m_B = 0; \quad R_A l - \frac{q_0 l}{2} \cdot \frac{1}{3} l = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{q_0 l}{6},$$

у ҳолда

$$Q_0 = R_A = \frac{q_0 l}{6}.$$

Бошланғич параметрларнинг бизга маълум қийматларини назарга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$y = \theta_0 x + \frac{q_0 l^3 x^3}{36 E J_z} - \frac{k x^5}{120 E J_z}. \quad (2)$$

Буралиш бурчаги  $\theta_0$  ни чегаравий шарт  $y_{x=l} = 0$  дан топамиз (ўнг таянч  $B$  даги салқилик нолга тенг):

$$\theta_0 l + \frac{q_0 l^4}{36 E J_z} - \frac{q_0 l^4}{120 E J_z} = 0,$$

бундан

$$\theta_0 = \theta_A = - \frac{7 q_0 l^3}{360 E J_z}. \quad (3)$$

$\theta_0$  нинг қийматини (2) тенгламага қўйгандан сўнг, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$y = - \frac{7 q_0 l^3 x}{360 E J_z} + \frac{q_0 l^3 x^3}{36 E J_z} - \frac{q_0 x^5}{120 E J_z l}. \quad (4)$$

Сўнгра  $x$  координата бўйича ҳосила олиб, кесимнинг буралиш бурчагининг тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\theta = y' = - \frac{7 q_0 l^2}{360 E J_z} + \frac{q_0 l x^2}{12 E J_z} - \frac{q_0 x^4}{24 E J_z l}. \quad (5)$$

Ҳосил бўлган тенгламадан  $B$  таянч кесимининг буралиш бурчагини топамиз:

$$\theta_B = \theta_{x=l} = \frac{q_0 l^3}{45 E J_z}. \quad (6)$$

Буралиш бурчаги  $\theta_0 = 0$  бўлган кесимда максимал салқилик ҳосил бўлади. (5) тенгламага мувофиқ, бу кесимнинг ҳолатини аниқлаймиз:

$$- \frac{q_0}{360 E J_z l} (7 l^4 - 30 l^2 x_0^2 + 15 x_0^4) = 0,$$

бундан  $x_0 \approx 0,52l$  ни топамиз.

(4) тенгламага асосан энг катта салқилик (салқилик стреласи) қуйидагига тенг бўлади:

$$y_{\max} = y_{x=0,52l} = - 0,0065 \frac{q_0 l^4}{E J_z}. \quad (7)$$



Шундай қилиб, оқибат натижада қуйидагиларни топишимиз:

$$\theta_A = -\frac{7q_0 l^3}{360EJ_z} = -\frac{7 \cdot 2 \cdot 5^3 \cdot 10^7}{360 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2530} = -0.0096 \text{ рад};$$

8. 13-расм.

$$\theta_B = \frac{q_0 l^3}{45EJ_z} = \frac{2 \cdot 5^3 \cdot 10^7}{45 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2530} = 0.011 \text{ рад};$$

$$y_{\max} = -\frac{0.0065 q_0 l^4}{EJ_z} = -\frac{0.0065 \cdot 2 \cdot 5^4 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6 \cdot 2530} = -1.6 \text{ см.}$$

**Мустақил ечиш учун масалалар**

8.3. Консол (8.13-расм) эркин учи *B* нинг салқилиги ва шу кесимнинг буралиш бурчаги топилинсин.

Жавоби  $y_B = -\frac{41qa^4}{24EJ_z}$ ;  $\theta_B = -\frac{7qa^3}{6EJ_z}$ .

8.4. Балка (8.14-расм) *C* кесимнинг салқилиги ҳисоблансин.

Жавоби.  $y_C = \frac{3qa^4}{2EJ_z} = 1.2 \text{ см.}$

**Кўрсатма.** Ечишни соддалаштириш учун консоиларга таъсир этаётган нагрузкаларни мос куч ва моментлар билан алмаштириб, консоилар ташлаб юборилсин, сўнггра *A* нуқтани координата боши учун қабул қилиб, *AB* балканинг деформацияси қаралсин

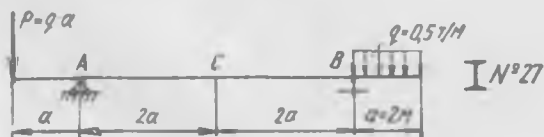
8.5. 8.15-расмда тасвирланган балка *C* кесимининг салқилиги  $y_C$  ва *D* кесимининг буралиш бурчаги  $\theta_D$  аниқлансин.

Жавоби. а)  $y_C = -7 \frac{qa^4}{EJ_z}$ ;  $\theta_D = 2 \frac{qa^3}{EJ_z}$ .

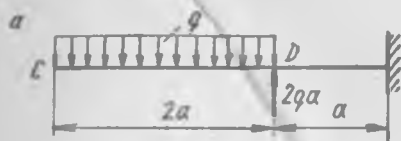
б)  $y_C = -\frac{19qa^4}{24EJ_z}$ ;  $\theta_D = -\frac{qa^3}{3EJ_z}$ .

8.6. Балка (8.16-расм) *C* кесимининг салқилиги  $y_C$  ва *D* кесимининг буралиш бурчаги  $\theta_D$  аниқлансин.

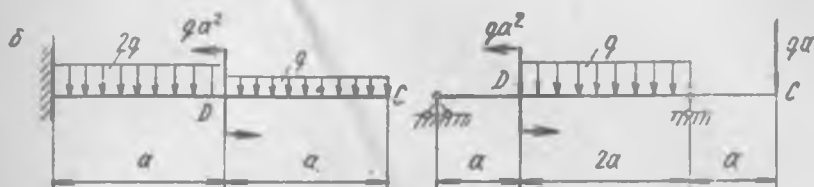
Жавоби.  $y_C = -\frac{7qa^4}{9EJ_z}$ ;  $\theta_D = \frac{2qa^3}{9EJ_z}$ .



8. 14-расм.



8.15- расм.



8.16- расм

#### 8.4-§. КЎЧИШЛАРНИ ЭНЕРГЕТИК УСУЛ БИЛАН АНИҚЛАШ (МОР ИНТЕГРАЛИ ЁРДАМИДА)

Эластик система деформациясининг потенциал энергияси

Умумий ҳолда ташқи кучларнинг иши

$$A = \sum \frac{P_n \delta_n}{2},$$

бу ерда  $P_n$  — умумлашган кучлар;  $\delta_n$  — умумлашган кўчишлар.

Шуни эслатиш керакки, жуфт куч (момент) таъсирига бурчак остида кўчиш (буралиш бурчаги) мос келади, тупланган куч таъсирига эса чизикли кўчиш (салқилик ёки узайиш) мос келади.

Кўндаланг эгилишда деформация потенциал энергиясини аниқлаш формуласи  $M$  эгилувчи момент ва  $Q$  кесувчи кучларни ҳисобга олганда қуйидаги кўринишда бўлади:

$$U = \sum_i \int \frac{M^2 dx}{2EJ_z} + \sum_i \int \frac{kQ^2 dx}{2GF}.$$

бу ерда  $k$  — балка кўндаланг кесимининг шаклга боғлиқ бўлган коэффициент (масалан, тўғри тўртбурчак учун  $k = 1,2$ ).

Кўп ҳолларда иккинчи қўшилувчи биринчига қараганда жуда кичик, унинг қиймати назарга олинмайди ва потенциал энергиянинг қуйидаги тақрибий ифодасидан фойдаланилади:

$$U = \sum_i \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ_z}.$$

## Эгилишда кўчишларни аниқлаш учун Мор интегрални

Мор интегрални балка, рама, шунингдек, эгри бруслар учун кўчишларни (бурчакли ва чизиқли) аниқлашга имкон беради. Мор интегрални тўғри бруснинг ёки кичик эгриликли бруснинг эгилишида қуйидаги кўринишда ёзилади (кесувчи куч таъсири ҳисобга олинмайди):

$$\delta = \sum \int \frac{MM_1 ds}{EI}$$

бу ерда  $\delta$  — изланаётган кўчиш (бурчакли ёки чизиқли);

$M$  — брус (рама) ихтиёрий кесимида берилган кучлар таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодаси;

$M_1$  — ихтиёрий кўндаланг кесимда  $\delta$  кўчишни изланаётган кесимга қўйилган бирлик куч  $P^{(1)} = 1$  (ёки  $M^{(1)} = 1$ ) таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодаси;

$EI$  — брус кесимининг бикрлиги;

$ds$  — брус узунлигининг элементи.

Тўғри чизиқли элементлар учун Мор интегрални қуйидаги кўринишни олади:

$$\delta = \sum \int \frac{MM_1 dx}{EI_z}$$

Кесувчи кучлар ҳисобга олинса,

$$\delta = \sum \int \frac{MM_1 dx}{EI_z} + \sum \int \frac{kQQ_1 dx}{GF}$$

## Верешчагин усули билан Мор интегралини ҳисоблаш

Бруснинг тўғри чизиқли элементлари учун Мор интегралини Верешчагин усули билан чизма аналитик ҳисоблаш мумкин. Бу усулда қўйилган бирлук куч йўналиши бўйича кўчиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\delta = \frac{\omega \eta_c}{EI_z}$$

бу ерда  $\omega$  — эгувчи момент чизиқсиз эпюрасининг юзаси;

$\eta_c$  —  $\omega$  юзанинг оғирлик маркази остидаги эгувчи момент *чизиқли* эпюрасининг ординатаси;

$EI_z$  — эгилишда қаралаётган участка кесимининг бикрлиги.

Агар бир қанча юкланиш участкалари бўлса, у ҳолда

$$\delta = \sum \frac{\omega x^2}{EI_z}$$

бўлади.

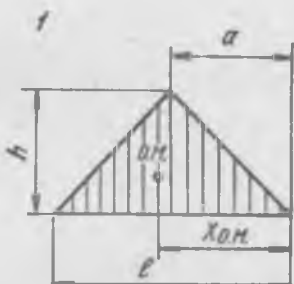
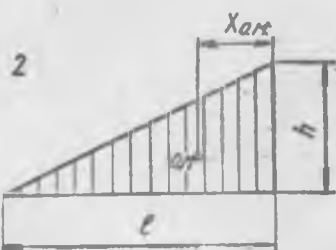
Верещчагин усули қўлланилганда қуйидагиларни назарда тутиш керак:

1) эгувчи момент эпюраси шундай участкаларга бўлинган бўлиши керакки, ҳар бир участка оралиғида эпюралардан ҳеч бўлмаганда биттаси чизиқли ва брус кесимининг бикрлиги ўзгармас бўлсин;

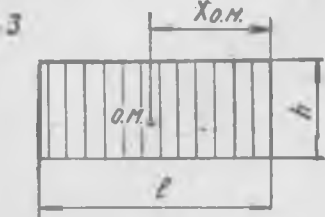
2) агар эпюралар ҳисоб олиб борилаётган ўқдан турли томонда бўлса, у ҳолда эпюраларни қўпайтиришда минус ишора қўямиз.

8.1-жадвал

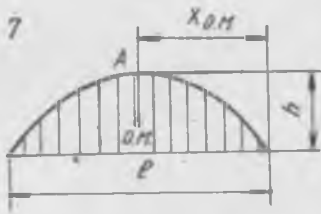
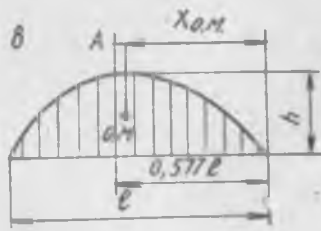
Эпюраларнинг юзалари ва уларнинг огирлик марказларининг ҳолатлари

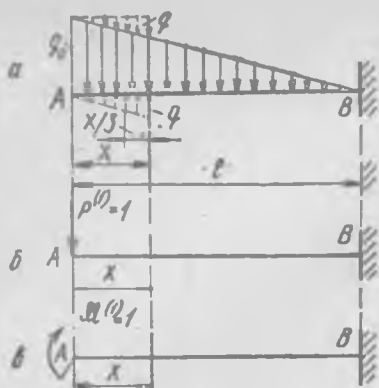
| Эгувчи момент эпюраларининг турлари                                                                    | Огирлик марказининг координатаси $x_{o.м.}$ | $\omega$ — юзанинг қиймати |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------|
| <p>1. Учбурчак</p>   | $x_{o.м.} = \frac{1}{3}(l + a)$             | $\omega = \frac{1}{2}lh$   |
| <p>2. Учбурчак</p>  | $x_{o.м.} = \frac{1}{3}l$                   | $\omega = \frac{1}{2}lh$   |

8. 1-жадвалнинг давоми

| Эгувчи момент эпюраларининг турлари                                                                                                   | Оғирлик марказининг координатаси $x_{o.m.}$ | $\omega$ юзанинг қиймати  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------|
| <p>3. Тўғри тўртбурчак</p>                           | $x_{o.m.} = \frac{1}{2} l$                  | $\omega = lh$             |
| <p>4. Учи A нуқтада бўлган (квадрат) парабола</p>    | $x_{o.m.} = \frac{3}{8} l$                  | $\omega = \frac{2}{3} lh$ |
| <p>5. Учи A нуқтада бўлган (квадрат) парабола</p>  | $x_{o.m.} = \frac{1}{4} l$                  | $\omega = \frac{1}{3} lh$ |

8. 1-жадвалнинг давоми

| Эгувчи момент эгираларнинг турлари                                                                                                  | Огирик марказининг координатеси $x_{o.m.}$ | $\omega$ кенениг қиймати  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------|
| <p>6. Учи A нуқтада бўлган куб парабола</p>         | $x_{o.m.} = \frac{1}{5} l$                 | $\omega = \frac{1}{4} lh$ |
| <p>7. Учи A нуқтада бўлган (квадрат) парабола</p>  | $x_{o.m.} = \frac{1}{2} l$                 | $\omega = \frac{2}{3} lh$ |
| <p>8. Учи A нуқтада бўлган куб парабола</p>       | $x_{o.m.} = 0,533 l$                       | $\omega = 0,65 lh$        |



8. 17- расм.

8.6- мисол. Балка А кесимининг салқилиги ва буралиш бурчаги топилисин (8.17- расм, а).

Ечиш. Балка ихтиёрий кесимида берилган нагрузкалар таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодаси

$$M = -\frac{q_0 x^2}{2} + \frac{q x}{2} \cdot \frac{x}{3}.$$

Бу ифодани тузишда „учбурчак“ нагрузка „туғри тўртбурчак“ нагрузкагача тўлдирилган ва юқорига қараб йўналган компенсация қилувчи „учбурчак“ нагрузка қўйилган (8.17- расм, а га қаранг).

Учбурчакларнинг ўхшашликларидан  $\frac{q}{q_0} = \frac{x}{l}$  ёки  $q = \frac{q_0 x}{l}$  ни аниқлаб қўйидагини топамиз:

$$M = -\frac{q_0 x^3}{2} + \frac{q_0 x^3}{6l}.$$

Салқиликни аниқлаш учун А кесимга бирлик куч  $P^{(1)} = 1$  ни қўямиз (8.17- расм, б);

$$M_1 = -1 \cdot x.$$

Энди қўйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\delta_A = \int_0^l \frac{MM_1}{EJ_z} dx = \frac{1}{EJ_z} \int_0^l \left( -\frac{q_0 x^3}{2} + \frac{q_0 x^3}{6l} \right) (-x) dx,$$

бундан изланаётган салқилик

$$\delta_A = \frac{q_0 l^4}{8EJ_z} - \frac{q_0 l^4}{30EJ_z} = \frac{11}{120} \frac{q_0 l^4}{EJ_z}.$$

Мусбат ишора салқиликнинг йўналиши  $P^{(1)}$  куч йўналиши билан устма-уст тушишини кўрсатади.

Буралиш бурчагини ҳам шунга ўхшаб топамиз, бу ҳолда  $M_1 = \mathcal{M}^{(1)} = 1$  ни назарда тутиш керак (8.17- расм, в):

$$\theta_A = \int_0^l \frac{MM_1 dx}{EJ_z} = \frac{1}{EJ_z} \int_0^l \left( -\frac{q_0 x^3}{2} + \frac{q_0 x^3}{6l} \right) (+1) dx,$$

ъъни:

$$\theta_A = -\frac{q_0 l^3}{6EJ_z} + \frac{q_0 l^3}{24EJ_z} = -\frac{q_0 l^3}{8EJ_z}.$$

Бу ерда манфий ишора  $A$  кесимнинг берилган нагрузка таъсирида бирлик моментга қарама-қарши, яъни соат стрелкаси ҳаракатига қарши буралишини кўрсатади.

**8.7-мисол.** Балканинг энг катта салқилиги аниқлансин (8.18-рasm,  $a$ ).

Ечиш. Берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган  $M$  эгувчи моментнинг эпюраси 8.18-рasm,  $b$  да кўрсатилган. Маълумки, балка пролётининг ўртасидаги кесим энг катта салқиликка эга бўлади. Бу кесимга бирлик тупланган кучни қўямиз (8.18-рasm,  $a$ ) ва таянч реакцияларини аниқлаб,  $M_1$  эгувчи моментнинг эпюрасини қурамиз (8.18-рasm,  $z$ ). Бу эпюра иккита чизиқли участкага эга. Шунинг учун  $M$  эпюрасини икки қисмга бўламиз. Изланаётган салқиликнинг миқдорини аниқловчи ифода икки қўшилувчига эга бўлади:

$$\delta = f = -\frac{\omega_1 \gamma_{c1}}{EJ_z} + \frac{\omega_2 \gamma_{c2}}{EJ_z},$$

бу ерда  $\omega_1 = \omega_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^3}{24}$  — параболик учбурчак юзаси (8.1-жадвалга қаранг);

$$\gamma_{c1} = \gamma_{c2} = \frac{5}{32} l - \omega_1 \text{ ва } \omega_2 \text{ юзаларнинг оғир-}$$

лик марказлари остидаги  $M_1$  эпюрасидаги ординаталар; бу ординатларнинг қийматини  $abc$  ва  $ade$  учбурчакларнинг ўхшашлигидан топамиз:

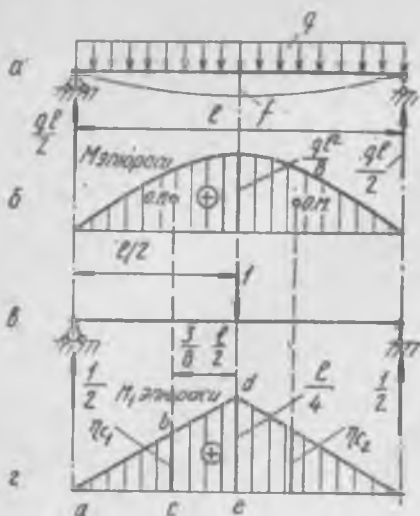
$$f = 2 \frac{\omega_1 \gamma_{c1}}{EJ_z} = 2 \frac{ql^3}{24EJ_z} \cdot \frac{5}{32} l = \frac{5ql^4}{384EJ_z}.$$

**8.8-мисол.** Берилган балка пролётининг ўртасидаги салқилик аниқлансин (8.19-рasm,  $a$ ).

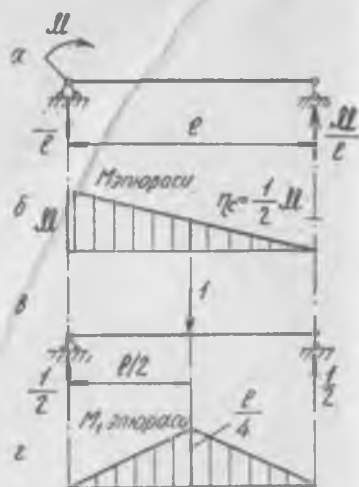
Ечиш. Таянч реакцияларини аниқлаб, берилган нагрузка таъсирида ҳосил бўладиган эгувчи момент эпюрасини қурамиз (8.19-рasm,  $b$ ). Берилган нагрузкани ташлаб юбориб, балка пролётини ўртасида бирлик куч қўямиз (8.19-рasm,  $a$ ) ва таянч реакцияларини аниқлаб, кўрсатилган куч таъсирида ҳосил бўладиган момент эпюрасини қурамиз (8.19-рasm,  $z$ ). Қаралаётган масалада берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюраси балканинг ҳамма ерида чизиқли, бирлик куч таъсиридан ҳосил бўлган момент эпюраси эса, синиқ (чизиқсиз), шунинг учун Верешчагин қондасини қўлайимиз: юза —  $M_1$  эпюранинг юзаси, ордината эса  $M$  эпюрадан олинади:

$$\delta = \frac{l}{EJ_z} \omega \gamma_{cs},$$

бу ерда:  $\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} l = \frac{l}{8}$ ,  $\gamma_{cs} = \frac{l}{2}$ ;  $\delta = \frac{ll^2}{16EJ_z}$ .



8. 18- расм.



8. 19- расм.

Келтирилган мисол алоҳида диққатга сазовордир, чунки кўпинча материаллар қаршилигини ўқийётган ўқувчиларда Верешчагин қондасидан фойдаланишда ҳамма вақт берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган момент эпюрасининг юзасини, ординатани эса бирлик куч таъсиридан ҳосил бўладиган момент эпюрасидан олиш керак деган нотўғри тасаввур туғилади. Ҳақиқатда эса, эпюрани келиб чиқиши ҳеч қандай роль ўйнамайди, муҳими эпюралардан қайси бири чизиқли ва қайси бири чизиқсиз бўлишида.

8.9-мисол. Берилган балка (8.20- расм, а) эркин учининг салқилиги аниқлансин.

Ечиш. Берилган нагрузка таъсирида ҳосил бўладиган  $M$  эгувчи момент эпюрасини қурамиз (8.20- расм, б). Салқилик изланаётган кесимга бирлик куч қўямиз (8.20- расм, в) ва унинг таъсиридан ҳосил бўладиган  $M_1$  эгувчи момент эпюрасини қурамиз (8.20- расм, г). Коисолнинг узунлиги бўйича инерция моменти ҳар хил ( $J_1 \neq J_2$ ) бўлгани учун Верешчагин усулини қўллашда балканинг бутун узунаси бўйича иккала момент эпюралари чизиқли бўлишига қарамасдан эпюраларни кўпайтиришнинг икки участкасини алоҳида-алоҳида қараш зарурдир. 8.20 расм, б, г ларда берилганлардан қуйндагиларни толамиз ( $M$  эпюрасидаги трапецияни тўғри тўртбурчак ва учбурчакларга бўламиз):

$$\delta_B = f_B = \frac{\omega_1 \gamma_{c1}}{EJ_1} + \frac{\omega_2 \gamma_{c1}}{EJ_1} + \frac{\omega_3 \gamma_{c2}}{EJ_2},$$

бу ерда

$$\omega_1 = \frac{1}{2} Pa a; \quad \eta_{c1} = \frac{5}{3} a;$$

$$\omega_2 = Pa a; \quad \eta_{c2} = \frac{3}{2} a;$$

$$\omega_3 = \omega_1 = \frac{Pa^3}{2}; \quad \eta_{c3} = \frac{2}{3} a.$$

Охирги натижани ҳосил қиламиз:

$$f_B = \frac{5Pa^3}{6EJ_1} + \frac{3Pa^3}{2EJ_1} + \frac{Pa^3}{3EJ_2} =$$

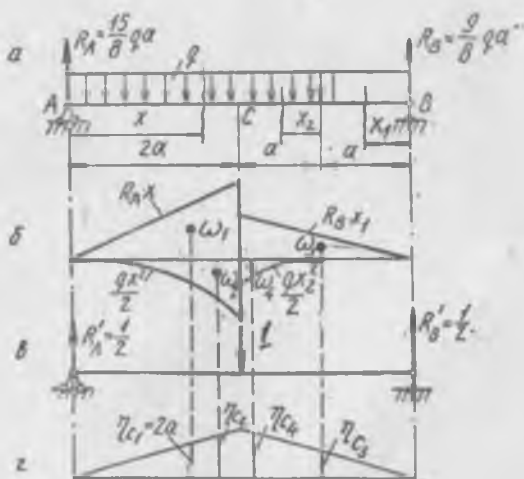
$$= \frac{14Pa^3}{6EJ_1} + \frac{Pa^3}{3EJ_2}.$$

8.10- мисол. Берилган балка (8.21-расм, а) пролёт ўртасининг салқилиги аниқлансин.

Е ч и ш. Бу мисолда ҳам, бошқа куп ҳоллардаги каби, берилган нагрузка таъсирида ҳосил бўладиган эгувчи момент эпюраси (юк эпюраси) ни «қатламларга ажратилган» кўринишда қуриш қулайдир. Эпюрани қатламларга ажратиш усулининг мазмунни қуйидагичадир: агар берилган нагрузка таъсирида



8. 20- расм.



8. 21- расм.

ҳосил булган эгувчи момент тенгламаси кўпҳадли булса, у ҳолда Верещчагин усулини қўллаш учун бу кўпҳаднинг чизмасини чизиш ўрнига, ҳар бир қўшилувчига мос келувчи алоҳида-алоҳида чизмалар (эпюралар) ни қуриш мақсадга мувофиқ бўлади. Текис тақсимланган нагрузка таъсиридаги балка участкаси учун

$$M_1 = R_A x - q \frac{x^2}{2}.$$

Шу участка учун ҳар бир қўшилувчига мос келадиган эпюралар 8.21-расм, б да кўрсатилган (уларнинг юзалари  $\omega_1$  ва  $\omega_2$  билан белгиланган).

Бу эпюралар бирлик эпюранинг узилиш жойига мос келувчи С кесимга қадар қурилган (8.21-расм, г). Балканинг С кесимдан ўнг томонда жойлашган қисми учун моментларнинг қатламларга ажратилган нагрузка эпюралари (уларнинг юзалари  $\omega_3$  ва  $\omega_4$ ) балка бўйлаб ўнгдан чапга қараб „ҳаракат“ қилиб ясалган. Верещчагин усулини қўллаб қуйидагини топа-миз:

$$\delta_C = \frac{1}{EJ_z} (\omega_1 \eta_{c1} + \omega_2 \eta_{c2} + \omega_3 \eta_{c3} + \omega_4 \eta_{c4}),$$

бу ерда

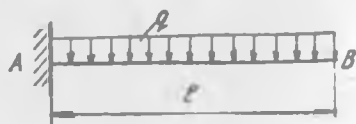
$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{8} qa \cdot 2a \cdot 2a = \frac{15}{4} qa^3; & \eta_{c1} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} 2a = \frac{2}{3} a; \\ \omega_2 &= -\frac{1}{3} 2a \cdot 2qa^2 = -\frac{4}{3} qa^3; & \eta_{c2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 2a = \frac{3}{4} a; \\ \omega_3 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{8} qa \cdot 2a \cdot 2a = \frac{9}{4} qa^3; & \eta_{c3} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a = \frac{2}{3} a; \\ \omega_4 &= -\frac{1}{3} a \frac{qa^2}{2} = -\frac{qa^3}{6}; & \eta_{c4} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} a = \frac{7}{8} a. \end{aligned}$$

$\omega_i$  ва  $\eta_{ci}$  ларни ўрнига қўйгандан сўнг, қуйидаги натижани топамиз:

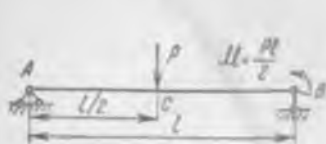
$$\delta_C = \frac{qa^4}{EJ_z} \left( \frac{15}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8} \right) = \frac{137}{48} \frac{qa^4}{EJ_z}.$$



8. 22- расм.



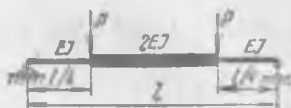
8. 23- расм.



8. 24- расм.



8. 25- расм.



8. 26- расм.

### Мустақил ечиш учун масалалар\*

8.7. 8.22- расмда тасвирланган консол эркин учи  $A$  нинг салқилиги ва буралиш бурчаги топилсин.

$$\text{Жавоби. } f_A = \frac{Pl^3}{3EJ_z}; \quad \theta_A = \frac{Pl^2}{2EJ_z}.$$

8.8. Консол (8.23- расм) эркин учи  $B$  нинг салқилиги ва буралиш бурчаги аниқлансин.

$$\text{Жавоби. } f_B = \frac{ql^4}{8EJ_z}; \quad \theta_B = \frac{ql^3}{6EJ_z}.$$

8.9. 8.24- расмда тасвирланган балка пролётни ўртасининг салқилиги ва  $B$  таянч кесимнинг буралиш бурчаги аниқлансин.

$$\text{Жавоби. } f_C = \frac{5Pl^3}{96EJ_z}; \quad \theta_B = \frac{11Pl^2}{48EJ_z}.$$

8.10. Балканинг (8.25- расм)  $C$  кесимдаги салқилик  $f_C$  ва  $D$  шарнирдан чап ва ўнг томонлардаги кесимларнинг буралиш бурчаклари  $\theta_{D_1}$  ва  $\theta_{D_2}$  аниқлансин.

$$\text{Жавоби. } f_C = \frac{7Pa^3}{12EJ_z}; \quad \theta_{D_1} = \frac{Pa^2}{2EJ_z}; \quad \theta_{D_2} = \frac{Pa^2}{4EJ_z}.$$

8.11. Балка (8.26- расм) пролётни ўртасининг салқилиги топилсин.

$$\text{Жавоби. } f = \frac{13Pl^3}{768EJ_z}.$$

\* 8.7—8.11 масалаларнинг жавобларида салқилик ва буралиш бурчагининг абсолют қийматлари берилган.

## ИККИНЧИ ҚИСМ

### IX боб

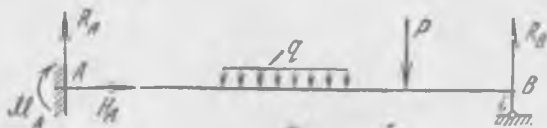
## ЭНГ ОДДИЙ СТАТИК АНИҚМАС СИСТЕМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

### 9.1-§. СТАТИК АНИҚМАС БАЛКАЛАР. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР

Кўп ҳолларда балкаларнинг таянч реакцияларини аниқлаш учун статика тенгламалари етарли эмас, яъни таянч реакцияларининг сони берилган балка учун тузиш мумкин бўлган статика тенгламалари сонидан кўп. Бундай балкалар статик аниқмас балкалар дейилади. Масалан, 9.1 ва 9.2-расмларда тасвирланган балкалар учун тўртта ва олгита таянч реакцияларига эга бўламиз.

Сони „ортиқча“ номаълумлар сонига мос бўлган кўчишлар тенгламаси деб аталувчи етишмайдиган тенгламалар деформация шarti бўйича тузилади.

Статик аниқмас системалар назариясида кенг қўлланиладиган „ортиқча“ номаълумлар термини маълум даражада шартлидир. Балка ва рамаларнинг қўшимча таянч боғланишлари (системанинг геометрик ўзгармаслигини таъминлаш учун зарур булмаган маънода қўшимча) конструкциянинг мустаҳкамлигини ва бикрлигини оширади ва табиийки бу нуқтани назардан мутлақо ортиқча эмас. Демак, балка (рама) лар учун



9. 1- расм.



9. 2- расм.

фақат минимал зарур бўлган ва статика тенгламаларидан аниқланиши мумкин бўлган боғланишлар сони нуқтаи назардан улар „ортиқча“ бўлади. Системага қўйилган боғланишлардан қайси бирини „ортиқча“ деб ҳисоблаш масаласи ҳар қандай ҳолда ҳам чексиз кўп сондаги ечимга эга бўлади. Бу ечимлардан энг қисқа йўл билан „ортиқча“ номаълумларни топнишга имкон берадигани танлаб олинади. Кўпчилик энг оддий масалаларда „ортиқча“ номаълумларни танлашнинг турли вариантлари амалда бир қиймагли эканлигини кўриш мумкин. Ечиш йўли (статик аниқмасликни очиш) мисолларда кўрсатилган.

**9.1-мисол.** Мустаҳкамлик шарти бўйича балка кўндаланг кесимининг ўлчамлари (қўш-тавр номери) аниқлансин (9.3-расм, а), бунда  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ .

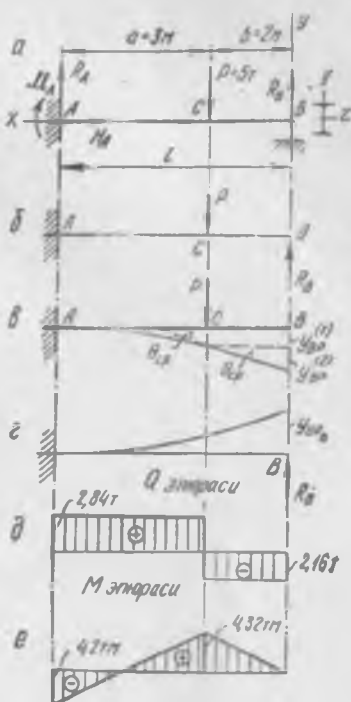
Ечиш. Статика тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{aligned}\sum X &= 0; & H_A &= 0; \\ \sum Y &= 0; & R_A + R_B - P &= 0; \\ \sum m_A &= 0; & M_A - R_B l + Pa &= 0.\end{aligned}$$

Шундай қилиб уч номаълумли икки тенглама ҳосил қилдик, яъни балка бир марта статик аниқмас.

Учта номаълум реакция  $M_A$ ,  $R_B$  ва  $R_A$  лардан бигтаси „ортиқча“ номаълум бўлади. „Ортиқча“ номаълум учун қайси бирини танлаб олишнинг амалий аҳамияти йуқ — „ортиқча“ номаълумларни турли вариантда танлаб, масалани ечиш (статик аниқмасликни очиш) йўли ва ҳажми ушбу ҳолда бир-биридан жуда кам фарқ қилади.

Одатда, кўчишларни солиштириш усули деб аталувчи ечиш усулини қўллаймиз. „Ортиқча“ номаълум учун  $B$  таянчнинг реакциясини қабул қиламиз. Хаёлан бу таянчни ташлаб юбо-



9. 3- расм.

риб, унинг таъсирини ҳозирча номаълум бўлган  $R_B$  реакция билан алмаштирамиз (9.3-рasm, б).

Натижада берилган  $P$  куч ва изланаётган  $R_B$  реакциялар билан юкланган статик аниқ балка ҳосил бўлади. Асосий система\* бундай юкланишда берилган системага тўла равишда эквивалент бўлиши керак.

Демак, 9.3-рasm, б даги балка  $B$  кесимнинг вертикал қўчиши нолга тенг бўлиши керак ( $y_B = 0$ ), чунки берилган балканинг шу ерида таянч бор.

Кучлар таъсирининг боғлиқсизлик принципини қўллаб,  $B$  кесимнинг  $P$  ва  $R_B$  кучларнинг алоҳида-алоҳида таъсиридан ҳосил бўладиган салқиликларни топамиз ва ҳосил бўлган натижаларни алгебраик қўшамиз:

$$y_B = y_{BP} + y_{BR_B} = 0.$$

Шу шартдан  $R_B$  ни топамиз.

$B$  кесимнинг  $P$  куч таъсиридан ҳосил бўлган салқилигини маълум формулалар ва элементлар геометрик ясашларга асосан топамиз (9.3-рasm, в):

$$y_{BP} = y_{BP}^{(1)} + y_{BP}^{(2)},$$

бу ерда

$$y_{BP}^{(1)} = y_{CP} = -\frac{Pa^3}{3EJ_z};$$

$$y_{BP}^{(2)} = \theta_{CP} \cdot b = -\frac{Pa^3b}{2EJ_z},$$

(буралиш бурчакларининг  $\theta_{CP} = \theta_{BP} = -\frac{Pa^3}{2EJ_z}$  тенглигини таъкидлаш керак).

Натижада:

$$y_{BP} = -\frac{Pa^3}{2EJ_z} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{b}{a} \right].$$

$B$  кесимнинг  $R_B$  куч таъсиридан ҳосил бўлган салқилиги (9.3-рasm, г)

$$y_{BR_B} = -\frac{R_B b^3}{3EJ_z}.$$

У вақтда

$$-\frac{Pa^3}{3EJ_z} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{b}{a} \right] + \frac{R_B b^3}{3EJ_z} = 0,$$

\* Асосий система берилган системадан ортиқча боғланишларни ва наг-рузкаларни олиб ташлаганда ҳосил бўлади.

бундан

$$R_B = P \frac{a^2}{b^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{b}{a} \right] = 5 \cdot \frac{3^3}{5^3} \cdot \left( 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \right) = 2,16 T.$$

$R_B$  кучни аниқлагандан сўнг 9.3-расм, б га қайтамыз,  $Q$  ва  $M$  эпюраларини маълум икки куч ( $P$  ва  $R_B$ ) билан юкланган одатдаги статик аниқ балка каби қурамиз.

$Q$  ва  $M$  эпюралари 9.3-расм, д, е ларда кўрсатилган.

Балканинг  $C$  кесими хавфли экан. Керакли қаршилик моменти

$$W_z > \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{4,32 \cdot 10^5}{1600} = 270 \text{ см}^3.$$

Қўштаврниги янги 24-номерли профили унинг қаршилик моменти  $W_z = 289 \text{ см}^3$  га тенг.

9.2-мисол.  $AB$  балка (9.4-расм, а) нинг  $A$  учи билан қистириб маҳкамланган,  $B$  учи билан эса  $CD$  балка (9.4-расм, б) пролётининг ўртасига таянади. У эса иккала учи билан шарнир ёрдамида боғланган ва  $AB$  балканинг кесимига тенг кесимга эга.  $CD$  балка таянчларидаги реакциялар аниқлансин.

Ечиш. Олдиндан  $CD$  балкага бўлган босим кучи  $R_B$  ни ёки унга тенг  $AB$  балканинг таянч  $R_B$  реакциясини аниқлаш керак.

$AB$  балка бир марта статик аниқмас. „Ортиқча“ номаълум учун  $B$  таянчнинг  $R_B$  реакциясини танлаб ҳамда  $R_B$  га тенг ва қарама-қарши йўналган куч статик аниқ  $CD$  балканинг ўртасига таъсир этишини назарда тутиб,  $AB$  консол учининг салқилиги ( $P$  куч ва  $R_B$  реакция таъсиридан) билан  $CD$  балка ўртасининг  $R'_B$  куч таъсиридан салқилигининг тенглигиниифодаловчи тенгламани ёзиш мумкин:

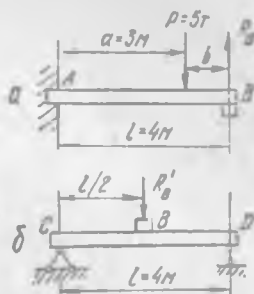
$$y_{BP} - y_{BR_B} = y_{BR'_B}; \quad |R_B| = |R'_B|,$$

ёки (олдинги мисолнинг ечимига қаранг)

$$\left( \frac{Pa^3}{3EJ_z} + \frac{Pa^2(l-a)}{2EJ_z} \right) - \frac{R_B l^3}{3EJ_z} = \frac{R_B l^3}{48EJ_z}.$$

Бундан

$$R_B = \frac{8Pa^3(3l-a)}{17l^3} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 3^3(3 \cdot 4 - 3)}{17 \cdot 4^3} = 2,98 T.$$



9. 4- расм.

Ва

$$R_C = R_D = \frac{1}{2} R_B = 1,45 T.$$

**Мустақил ечиш учун масалалар**

9.1. 9.5-расмда кўрсатилган балка учун  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин.

$$\text{Жавоби. } Q_A = \frac{ql}{2}; \quad M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}; \quad M_{f=ll/2} = \frac{ql^2}{24}.$$

9.2. 9.6-расмда тасвирланган балка учун статик аниқмаслик очилсин, ҳамда  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин.

$$\text{Жавоби. } |M_{\max}| = Pa.$$

9.3. Бир-бири билан кесишувчи икки балканинг ўзаро босим кучи аниқлансин (9.7-расм). Балкалар кесимларининг бикрликлари бир хилда.

*Жавоби.*

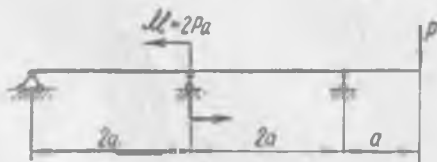
$$R = \frac{5}{4} P.$$

## 9.2-§. ТУТАШ (КЎП ПРОЛЁТЛИ) БАЛКАЛАР

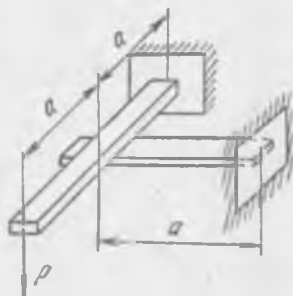
Учдан ортиқ шарнирли таянчларда ётувчи балкалар ёки қистириб маҳкамланган боғланишга ва бундан ташқари биттадан ортиқ шарнирли таянчларга эга бўлган балкалар икки марта ва ундан ортиқ статик аниқмас бўлади. Бундай балкалар учун олдинги параграфда кўрсатилган статик аниқмасликни очиш усули анча машаққатлидир. Бунинг учун одатда уч момент тенгламаси деб аталувчи махсус ҳисоблаш усулини қўлланади. Бу тенгламалар асосий система учун кўп таянчли



9. 5- расм.



9. 6- расм.



9 7- расм.

(бунда барча оралиқ таянчлар ўрнига шарнирлар олинади) балка танлаб олиниб, „ортиқча“ номулум сифатида таянчлар орқали ўтувчи кесимлардаги эгувчи момент қабул қилинганда ҳосил бўладиган кучишлар тенгламасининг ўзгартирилган кўринишидир. Кучишлар тенгламаларидан ҳар бири икки қўшни пролётнинг берилган чекка таянчда устма-уст тушадиган кесимларидаги ўзаро буралиш бурчаклари нолга тенг бўлади, деган маънони англатади.

Ихтиёрий икки қўшни пролёт учун уч момент тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$M_{n-1} l_n + 2M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6 \left( \frac{a_n \omega_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

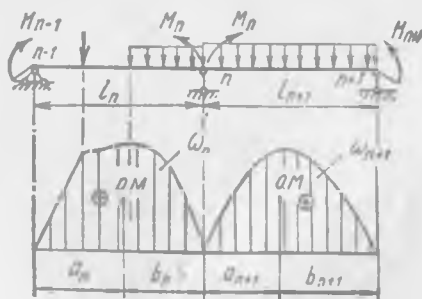
Бу ерда  $\omega_n$  ва  $\omega_{n+1}$  — шарнирли икки таянчда ўтувчи балка деб қараладиган  $n$  ва  $n+1$  пролётларнинг берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган моментлар эпюраларининг юзалари;  $a_n$  —  $\omega_n$  „юк“ юза оғирлик марказидан  $n-1$  пролётнинг чап таянчигача бўлган масофа;  $b_{n+1}$  —  $\omega_{n+1}$  „юк“ юза оғирлик марказидан  $n+1$  пролётнинг ўнг таянчигача бўлган масофа (9.8-расм).

Уч момент тенгламаси туташ балка икки қўшни пролётининг кетма-кет учта таянч моментлари уртасида алоқа ўрнатади. Бундай тенгламалардан оралиқ таянчлар (барча таянчлар шарнирли деб фараз қилинади) нечта бўлса, шунча донга тузиш мумкин, яъни тенгламалар сони „ортиқча“ номулумлар сонига тенг.

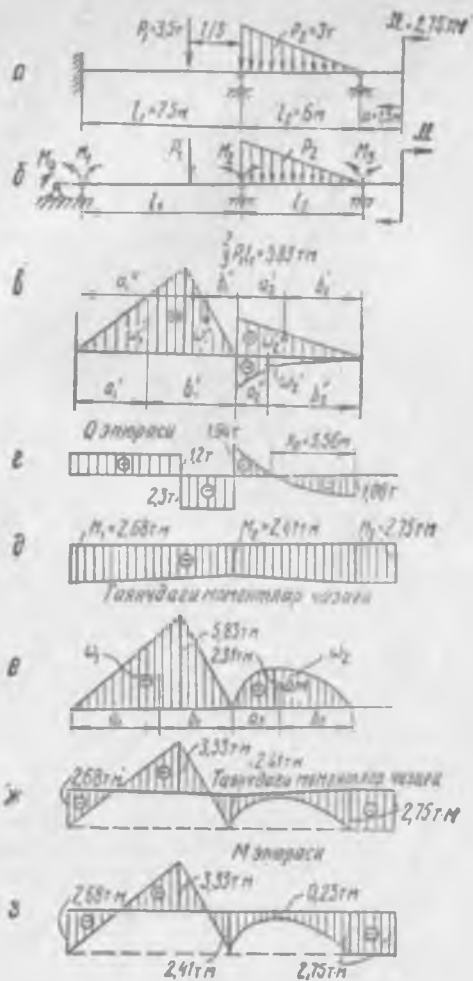
Туташ балка учун тузилган уч момент тенгламаларици биргаликда ечиб, барча таянчларнинг моментлари топилади, сўнгра берилган балканинг таянч реакциялари аниқланади.

Туташ балка ҳисоби қуйидаги тартибда бажарилади:

1) туташ балка ҳар бир пролётни икки таянчли балка деб, унинг учун берилган ташқи нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент эпюраси қурилади;



9. 8- расм.



9.9- расм.

2) ҳар бир пролётда эпюранинг нагрузка юзаси ( $\omega$ ) ҳисобланнлади ва унинг оғирлик марказининг ҳолати топилади;

3) уч момент тенгламалари тузилади ва таянч моментлари, яъни таянч кесимларда ҳосил бўладиган эгувчи моментлар аниқланади;

4) энди ҳисоблаб топилган таянч моментлари ва берилган нагрузкалар таъсиридаги шарнирли маҳкамланган қатор бал-

каларни қараб, ҳар бир кўрсатилган балка учун таянч реакциялари аниқланади;

5) берилган туташ балканинг таянч реакциялари аниқланади;

6) берилган туташ балка учун одатдаги усуллардан фойдаланиб, (олдинги параграфдан маълум)  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилади;

7) масала ечимининг тўғрилиги текширилади.

9.3- мисол. 9.9- расм,  $a$  да тасвирланган туташ балка учун  $Q$  кесувчи куч ва  $M$  эғувчи момент эпюралари қурилсин.

Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, мустаҳкамликка ҳисоблашдан фойдаланиб, қўштаврининг керакли номери аниқлансин.

Ечиш. 1) Туташ балканинг учи қаттиқ қистириб маҳкамланган ҳолларда бу боғланишни сохта қўшимча  $l_0$  узунликдаги пролёт билан алмаштириб уч момент тенгламасини одатдагидек тартибда ёзилади, сўнгра  $l_0 \rightarrow 0$  деб ҳисобланади (9.9-расм, б).

2) Туташ балканинг биринчи ва иккинчи пролётларини шарнирли таянчларда ётувчи мустақил балка деб ҳисоблаб, улар учун эғувчи момент эпюраларини қурамиз (9.9-расм, в). Шу билан бирга бу эпюраларнинг юзалари ва оғирлик марказларининг координаталарини аниқлаш қулай бўлсин учун иккинчи пролёт эпюрасини қатлам қурилишида қурамиз (шунингдек, 179-бетга қаранг). Қайд қилинган эпюраларнинг қурилиши 9.10 ва 9.11-расмларда кўрсатилган.

3) Эпюраларнинг юк юзаларини аниқлаймиз ва уларнинг оғирлик марказларининг ҳолатларини топамиз. 9.10-расмга асосан қуйидагиларни топамиз:

$$w_1' = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5,83 = 14,58 \text{ Т} \cdot \text{м}^2;$$

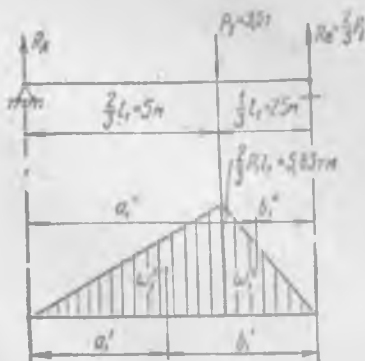
$$w_2' = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 5,83 = 7,29 \text{ Т} \cdot \text{м}^2;$$

$$a_1' = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} l_1 = \frac{4}{9} \cdot 7,5 = 3,33 \text{ м};$$

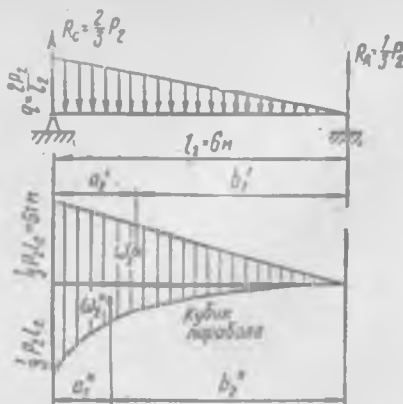
$$b_1' = \frac{1}{3} l_1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} l_1 = l_1 \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) = \frac{5}{9} l_1 = \frac{5}{9} \cdot 7,5 = 4,17 \text{ м};$$

$$a_2' = \frac{2}{3} l_1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} l_1 = \frac{7}{9} l_1 = \frac{7}{9} \cdot 7,5 = 5,83 \text{ м};$$

$$b_2' = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} l_1 = \frac{2}{9} l_1 = \frac{2}{9} \cdot 7,5 = 1,67 \text{ м}.$$



9. 10- расм.



9. 11- расм.

9.11- расмга асосан қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\omega_2' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} P_2 l_2 \cdot l_2 =$$

$$= \frac{1}{6} P_2 l_2^2 = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 6^2 =$$

$$= 18 \text{ Т} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2'' = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} P_2 l_2 \cdot l_2 = -$$

$$-\frac{1}{12} P_2 l_2^2 = -\frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 6^2 = -$$

$$-9 \text{ Т} \cdot \text{м}^2;$$

$$a_2' = \frac{1}{3} l_2 = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 \text{ м};$$

$$b_2' = \frac{2}{3} l_2 = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \text{ м};$$

$$a_2'' = \frac{1}{5} l_2 = \frac{1}{5} \cdot 6 = 1,2 \text{ м};$$

$$b_2'' = \frac{4}{5} l_2 = \frac{4}{5} \cdot 6 = 4,8 \text{ м}.$$

4) Уч момент тенгламаларини тузамиз ва таянчларнинг моментларини аниқлаймиз. 9.9- расм, б га асосан қуйидагиларни топамиз:

$$\left. \begin{aligned} M_0 l_0 + 2M_1 (l_0 + l_1) + M_2 l_1 &= -6 \left\{ \frac{\omega_0 \omega_1}{l_0} + \frac{\omega_1' b_1' + \omega_1'' b_1''}{l_1} \right\}, \\ M_1 l_1 + 2M_2 (l_1 + l_2) + M_3 l_2 &= -6 \left\{ \frac{\omega_1' a_1' + \omega_1'' a_1''}{l_1} + \frac{\omega_2' b_2' + \omega_2'' b_2''}{l_2} \right\} \end{aligned} \right\}$$

$M_0 = 0$ ,  $l_0 \rightarrow 0$ ,  $\omega_0 = 0$  ларни ҳисобга олиб, берилган ва юқорида ҳисоблаб топилган миқдорларни ўрнига қўйгандан сўнг қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$15M_1 + 7,5M_2 = -6 \frac{14,58 \cdot 4,17 + 7,29 \cdot 1,67}{7,5} = -58,33 \text{ Т} \cdot \text{м};$$

$$7,5M_1 + 27M_2 - 2,75 \cdot 6 = -6 \left( \frac{14,58 \cdot 3,33 + 7,29 \cdot 5,83}{7,5} + \frac{18 \cdot 4 - 9 \cdot 4,5}{6} \right) = -101,72 \text{ Т} \cdot \text{м}$$

ёки

$$7,5M_1 + 27M_2 = -85,22 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

Ҳосил бўлган тенгламалар системасини ечиб, қуйидаги натижани топамиз:

$$M_2 = -2,41 \text{ Т} \cdot \text{м}; \quad M_1 = -2,68 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

5) Туташ балканинг таянч реакцияларини аниқлаймиз ва кесувчи куч  $Q$  эпюрасини қурамиз.

Биринчи пролётни қараймиз (9.12-расм, а).

Реакцияларни одатдаги тартиб билан аниқлаймиз:

$$\sum m_A = 0; \quad M_1 + P_1 \frac{2}{3} l_1 - R_2 l_1 - M_2 = 0,$$

бундан

$$R_2 = \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{2}{3} P_1 = \frac{-2,68 + 2,41}{7,5} + \frac{2 \cdot 3,5}{3} = 2,30 \text{ Т};$$

$$\sum m_B = 0; \quad M_1 + R_1 l_1 - P_1 \frac{4}{3} - M_2 = 0,$$

бундан

$$R_1 = \frac{M_2 - M_1}{l_1} + \frac{1}{3} P_1 = \frac{-2,41 + 2,68}{7,5} + \frac{3,5}{3},$$

ёки

$$R_1 = 1,20 \text{ Т}.$$

Биринчи пролёт учун  $Q$  эпюраси 9.12-расм, б да кўрсатилган.

Энди иккинчи пролётни—консол балкани қараймиз (9.13-расм, а):

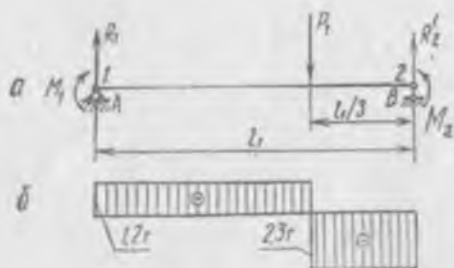
$$\sum m_B = 0; \quad M_2 + \frac{1}{3} P_2 l_2 + \mathcal{M} - R_3 l_2 = 0,$$

бундан

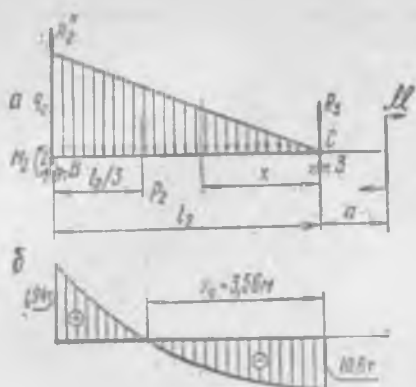
$$R_3 = \frac{M_2 + \mathcal{M}}{l_2} + \frac{1}{3} P_2 = \frac{-2,41 + 2,75}{6} + \frac{3}{3},$$

яъни

$$R_3 = 1,06 \text{ Т}.$$



9. 12-расм.



9. 13- расм

С нуқтага нисбатан барча кучларнинг моментлари йиғиндисини олиб, қуйидагиларни топамиз:

$$\sum m_c = 0; \quad M_2 + R_2' l_2 - \frac{2}{3} P_2 l_2 + \mathcal{M} = 0,$$

бундан

$$R_2' = -\frac{M_2 + \mathcal{M}}{l_2} + \frac{2}{3} P_2 = -\frac{-2,41 + 2,75}{6} + \frac{2,3}{3},$$

яъни

$$R_2' = 1,94 \text{ T}.$$

Иккинчи пролёт учун  $Q$  кесувчи куч эпюраси 9.13- расм, б да кўрсатилган.  $Q$  чизмасининг  $x$  ўқи билан кесишиш нуқтасини, ушбу шартдан топамиз:  $Q = 0$  ёки  $-R_2 + \frac{1}{2} \frac{q_0 x_0^2}{l} = 0$  (9.13- расм, б га қаранг), бу тенгламани  $x$  координатага нисбатан ечиб,  $x_0 = 3,56 \text{ м}$  масофани аниқлаймиз.

Туташ балканинг тўла таянч реакциялари:

$$R_1 = 1,20 \text{ T},$$

$$R_2 = R_2' + R_2'' = 2,30 + 1,94 = 4,24 \text{ T},$$

$$R_3 = 1,06 \text{ T}.$$

9.9- расм, г да туташ балка учун  $Q$  эпюраси тасвирланган; бу эпюра биринчи ва иккинчи пролётлар учун  $Q$  эпюраларини улаш йўли билан ҳосил қилинади (9.12- расм, б ва 9.13- расм, б ларга қаранг).

б) Туташ балка учун эгувчи момент эпюрасини қураимиз. Таянч реакциялари маълум бўлганлиги учун  $M$  эпюрасини VI бобда баён этилганидек қуриш мумкин. Қўриб чиқиладиган мисолда бир оз бошқачароқ йўл тутамиз: аввал таянч момент-

ларининг таъсиридан ҳосил бўладиган  $M$  эпюрасини ясаймиз (бу эпюра 9.9-расм,  $d$  да кўрсатилган), сунгра туташ балканинг ҳар бир пролётини икки таянчдаги оддий балка деб ҳисоблаб, ҳар бир пролёт учун берилган кучлар таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи моментларнинг эпюраларини қураимиз (бу эпюралар 9.9-расм,  $e$  да берилган). Таянч моментларнинг таъсиридан ҳосил бўлган эпюраларни берилган нагрузкалар таъсиридан ҳосил бўлган кўрсатилган эпюралар билан алгебраик равишда қўшиб,  $M$  нинг умумий эпюрасини ҳосил қиламиз (9.9-расм,  $ж$ ). Бу эпюрадан моментлар натижавий (умумлашган) эпюрасининг ординатаси ҳисобланадиган нолинчи чизиқ таянч моментларнинг синиқ чизиғи эканлиги кўринади.

$M$  эпюрасини горизонтал ўққа кўчириш мақсадга мувофиқдир, шундай эпюра 9.9-расм,  $з$  да кўрсатилган.

7) Ҳосил бўлган натижаларни текшираимиз.

Аввал балкага таъсир этаётган барча актив ва реактив кучларни вертикал ўққа проекциялаб, статикага оид текшириш ўтказамиз:

$$\sum Y = 0, \text{ яъни } R_1 + R_2 + R_3 - P_1 - P_2 = 0,$$

ёки сон қийматларини қўйгандан сунг.

$$1,20 + 4,24 + 1,06 - 3,5 - 3 = 0.$$

Кейинчалик ўрга таянчдаги „салқилик“  $y_2$  нинг қиймати нолга тенг эканлигини билган ҳолда, атайин уни ҳисоблаймиз.

Координата бошини балканинг чап таянч кесими оғирлик марказига жойлаштираимиз ва эластик чизиқ тенгламасини биринчи пролёт учун ёзамиз:

$$y_1(x) = y_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EJ_z} + \frac{Q_0 x^3}{6EJ_z} - \frac{P_1 \left(x - \frac{2}{3} l_1\right)^3}{6EJ_z} \Bigg|_{x > \frac{2}{3} l_1}$$

Кўриб чиқиладиган масалада  $y_0 = 0$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $M_0 = -2,68 \text{ Т} \cdot \text{м}$ ,  $Q_0 = 1,20 \text{ Т}$  ларни назарга олиб ва сон қийматларни эластик чизиқ тенгламасига кўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

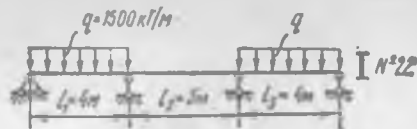
$$y_1(x) = \frac{1,34 x^2}{EJ_z} + \frac{0,2 x^3}{EJ_z} - \frac{3,5 (x - 5)^3}{6EJ_z} \Bigg|_{x > 5}$$

Бундан:

$$y_2 = y_1(l_1) = \frac{1}{EJ_z} (-75,38 + 84,38 - 9,11) \approx 0,$$

бу эса, ҳисоб тўғри эканлигини тасдиқлайди.

Худди шунга ўхшаш ўнг таянчдаги салқилик ҳам нолга тенглигини текшириш мумкин.



9. 14- расм.

8) Мустаҳкамлик шarti бўйича балка кўндаланг кесимининг керакли қаршнлик моментини аниқлаймиз:

$$W_z > \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{3,33 \cdot 10^6}{1600} = 208 \text{ см}^3,$$

бунга 22-номерли қўштавр мос келади.

#### Мустақил ечиш учун масалалар

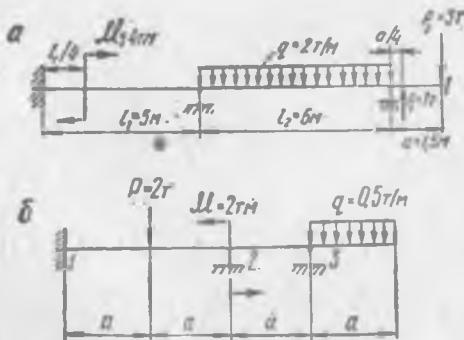
9.4. 9.14- расмда тасвирланган балканинг кўндаланг кесими- да ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш аниқлансин ҳамда кесувчи куч ва эгувчи момент эпюралари қурилсин.

Жавоби.  $\sigma_{\max} = 1087 \text{ кг/см}^2$

9.5. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, мустаҳкамлик шarti бўйича, балка кўндаланг кесимининг ўлчамлари (қўштаврнинг керакли номери) аниқлансин (9.15- расм, а, б).

Кўрсатма. 9.15- расм, б бўйича балка учун юк эпюраларини қуришда таянч кесимга қўйилган  $M$  моментни биринчи ёки иккинчи пролётларга тўла равишда ўтказиш мақсадга мувофиқ бўлади, яъни уни ҳаёлан чапга ёки ўнга чексиз кичик масофага силжитиш керак.

Жавоби. а) 24а-номерли; б) 16-номерли.



9. 15- расм.

### 9.3-§. СТАТИК АНИҚМАС ЭНГ ОДДИЙ ТЕКИС РАМАЛАР

Агар рамани ташкил этувчи стерженларнинг кўндаланг кесимларидаги ички куч факторларини фақатгина статика тенгламаларини қўллаш асосида топиш мумкин бўлмаса, у ҳолда рама статик аниқмас бўлади.

Статик аниқмас рамаларнинг ҳисоби қуйидаги тартибда ба-  
жарилади.

1. Раманинг статик аниқмаслик даражаси белгиланади, яъни „ортиқча“ номаълумлар сони аниқланади. Масалан, 9.16-расм, *а* да тасвирланган рама уч марта статик аниқмасдир. Номаълум реактив кучларнинг умумий сони олтига тенг: ҳар бир таянч (*A* ва *B*) да учтадан реактив факторлар—горизонтал ва вертикал реакциялар ва реактив момент ҳосил бўлади. Текис кучлар системаси учун учта статика тенгламаларини тузиш мумкин.

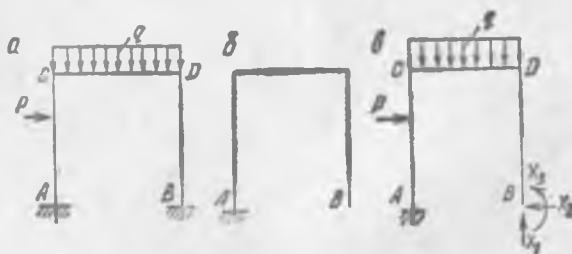
Шундай қилиб, номаълумлар сони статика тенгламалари сонидан учтага ортиқ ( $6 - 3 = 3$ ), демак берилган рама учта „ортиқча“ номаълумларга эга.

2. Берилган системадаги „ортиқча“ боғланишларни олиб ташлаш йули билан асосий статик аниқ система ҳосил қилинади. Масалан, келтирилган рамада ўнг таянчни олиб ташлаш мумкин, бунда рама синиқ консолга айланади, бу эса берилган рама учун асосий статик аниқ система бўлади (9.16-расм, *б*).

Асосий система геометрик ўзгармас бўлиши керак.

Ташлаб юборилган боғланишлар кучлар билан алмаштирилади, улар изланувчи „ортиқча“ номаълумлар ҳисобланади. Улар берилган рамада *B* таянчининг учта реакциялари бўлиб,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  лар билан белгиланади (9.16-расм, *в*). Берилган кучлар ва изланувчи „ортиқча“ номаълумлар билан юкланган асосий система берилган системага эквивалент бўлиши керак.

3. Ортиқча номаълумларни аниқлаш учун куч усулининг каноник тенгламаларини тузамиз.



9. 16- расм.

Учта „ортиқча“ номаълумли рама учун каноник тенгламалар қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\Delta_1 = X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\Delta_2 = X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + \Delta_{2p} = 0;$$

$$\Delta_3 = X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + \Delta_{3p} = 0.$$

Биринчи тенглама  $B$  кесимнинг берилган нагрузка ва  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  кучлар таъсирида  $X_1$  йўналишида кучишларининг йиғиндиси нолга тенг деган маънони англатади; иккинчи тенглама  $B$  нуқтанинг нагрузка ва  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  кучлар таъсирида  $X_2$  йўналишида кучишларининг йиғиндиси нолга тенг эканлигини кўрсатади; учинчи тенглама эса,  $B$  кесимнинг берилган нагрузка ва изланувчи номаълум реакциялар таъсирида буралиш бурчаги нолга тенг эканлигини кўрсатади.

Агар рамада иккита „ортиқча“ номаълум бўлса, у ҳолда иккита каноник тенглама ёзилади:

$$\Delta_1 = X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\Delta_2 = X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2p} = 0.$$

Битта „ортиқча“ номаълум бўлганда эса, битта каноник тенгламага эга бўламиз:

$$\Delta_1 = X_1 \delta_{11} + \Delta_{1p} = 0.$$

Бу тенгламаларда кучишлар иккита индексга эга: биринчиси кучиш йўналишини кўрсатади, иккинчиси эса шу кучишни вужудга келтирувчи сабабни англатади.

$\delta_{11}$  —  $B$  кесимининг  $X_1$  йўналишида қўйилган бирлик куч таъсирида шу йўналиш бўйича кўчиши;

$\delta_{12}$  — ўша кесимнинг  $X_2$  урнига қўйилган бирлик куч таъсирида  $X_1$  йўналишида кўчиши;

$\delta_{13}$  — ўша кесимнинг  $X_3$  урнига қўйилган бирлик куч (қаралаётган мисолда момент) таъсирида  $X_1$  куч йўналишида кўчиши;

$\delta_{21}$  —  $B$  кесимнинг  $\bar{X}_1 = 1$  бирлик куч\* таъсирида  $X_2$  йўналишида кўчиши;

$\delta_{22}$  — ўша кесимнинг  $\bar{X}_2 = 1$  бирлик куч таъсирида  $X_2$  йўналишида кўчиши;

$\delta_{23}$  — ўша кесимнинг  $\bar{X}_3 = 1$  бирлик куч (момент) таъсирида  $X_2$  йўналишида кўчиши;

$\delta_{31}$  —  $B$  кесимнинг  $\bar{X}_1 = 1$  бирлик куч таъсирида  $X_3$  куч (момент) йўналишида кўчиши;

\* „Ортиқча“ номаълумлар  $X_1$ ,  $X_2$  ва ҳ. к. урнига қўйиладиган бирлик кучлар (моментлар) ни ҳозир ва бундан кейин  $\bar{X}_1$ ,  $\bar{X}_2$  ва ҳ. к. лар билан белгилаймиз.

$\delta_{12}$  — ўша кесимнинг  $\bar{X}_2 = 1$  бирлик куч таъсирида  $X_1$  йўналиши бўйича кўчиши;

$\delta_{22}$  — ўша кесимнинг  $\bar{X}_2 = 1$  бирлик куч (момент) таъсирида  $X_2$  йўналишида кўчиши;

$\Delta_{1P}$  —  $B$  кесимнинг берилган нагрузка таъсирида  $X_1$  куч йўналишида кўчиши;

$\Delta_{2P}$  — ўша кесимнинг берилган нагрузка таъсирида  $X_2$  куч йўналишида кўчиши;

$\Delta_{3P}$  —  $B$  кесимнинг ўша нагрузка таъсирида  $X_3$  куч (момент) йўналишида кўчиши.

Кўчишларнинг ўзаро боғланиши ҳақидаги теорема бўйича  $\delta_{12} = \delta_{21}$ ;  $\delta_{13} = \delta_{31}$ ;  $\delta_{23} = \delta_{32}$ . Бу кўчишлар (уларда индекслар ҳар хил) ёрдамчи кўчишлар деб аталади. Улар мусбат, манфий катталикларга эга ёки нолга тенг бўлиши мумкин.

$\delta_{11}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{33}$  кўчишлар (икккала индекси бир хил) бош кўчишлар деб аталади. Улар доимо мусбат қийматларга эга бўлади.

$\Delta_{1P}$ ,  $\Delta_{2P}$ ,  $\Delta_{3P}$  кўчишлар юк кўчишлари деб аталади, уларнинг ҳар бири мусбат, манфий қийматларга эга ёки нолга тенг бўлиши мумкин.

4. Каноник тенгламаларга кирувчи кўчишлар аниқланади. Бунда Мор интегралидан фойдаланилади. У рўзманинг тўғри чиқиқли участкасида Верешчагин усули билан ҳисобланади.

5. Каноник тенгламаларни ечиб, „ортиқча“ номаълумларнинг қийматлари топилади. Сўнгра берилган нагрузка ва топилган „ортиқча“ номаълумлар (улар ҳисоблашнинг шу этапида номаълум эмас) таъсирида бўлган асосий системани қараб, худди оддий статик аниқ рама каби  $N$ ,  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилади.

6. Моментларнинг охириги эпюрасини бирлик момент эпюраларидан бирига кўпайтириб (масалани ечишда фойдаланилган асосий системасидан бўлган бирлик эпюрага кўпайтириш мақсадга мувофиқ бўлади; шунинг эсида тутиш керакки, берилган ихтиёрий система учун жуда кўп асосий система мавжуддир), ечим текширилади. Бу кўрсатма битта ортиқча номаълумли система учун тааллуқли эмас.

Қўшимча равишда шунинг таъкидлаймизки, баъзан шундай ҳоллар ҳам учрайдики, „ортиқча“ номаълум сифатида рама стерженларидан биронтасининг у ёки бу қундаланг кесимида ҳосил бўладиган ички куч факторларини қабул қилишга тўғри келиши мумкин. Бундай системалар ички статик аниқмас системалар деб аталади. Шундай системага ўхшаш мисоллардан бири 9.17-расмда келтирилган. Ҳар қандай бикр ёпиқ контур уч марта статик аниқмас. 9.17-расмдаги рама ташқи статик аниқ таянч реакциялари статика тенгламаларидан топилади, лекин у уч марта ички статик аниқмас. Асосий системани рама стерженларидан бирини кесиш йўли билан ҳосил қилинади (симметрия

ўқи бўйича кесиш мақсадга мувофиқ). 9.17-расмдаги рама учун берилган нагрузка ва изланувчи „ортиқча“ номаълумлар таъсиридаги асосий система 9.18-расмда кўрсатилган. Табiiй-ки, каноник тенгламаларни ёзилиш шакли аввалгича қолади, лекин уларни физик-геометрик маъноси ўзгаради. Масалан, бу ҳолда  $\Delta_1 = 0$  кесиш ўтказилгандан сўнг ҳосил бўлган  $K$  кесимнинг четлари вертикал бўйича ўзаро кучишга эга бўлмаслигини кўрсатади, зероки бу ерда кесим ягонадир. Қолган икки каноник тенгламалар ҳам шунга ўхшаш талқин қилинади.

9.4-мисол. 9.19-расм, *a* да тасвирланган рама учун  $N$ ,  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин. Рама стерженлари кесимларининг бикрлиги бир хилда.

Ечиш. Рамага тўртта боғланиш қўйилган: қистириб маҳкамланган ва қўзғалувчи шарнирли таянчлар; статика учта мувозанат тенгламаларини беради, демак система бир марта статик аниқмас.

Қўзғалувчи шарнирли таянчни ташлаб юбориб асосий системани танлаймиз. Берилган нагрузка ва изланувчи „ортиқча“ номаълумлар таъсиридаги асосий система 9.19-расм, *б* да кўрсатилган. Битта „ортиқча“ номаълумли система учун каноник тенглама қуйидаги кўринишда бўлади:

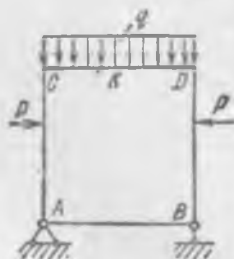
$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1p} = 0.$$

$X_1$  ўрнига  $\bar{X}_1 = 1$  бирлик кучни қўямиз (9.19-расм, *в*; ва эгувчи моментларнинг мос эпюрасини қурамиз (9.19-расм, *г*). Сўнгра асосий системани фақат берилган нагрузка таъсирида қараймиз (9.19-расм, *д*) ва бу нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи моментларнинг эпюрасини ясаймиз (9.19-расм, *е*).

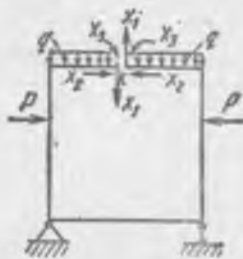
Бош кўчиш  $\delta_{11}$  ва юк кўчиш  $\Delta_{1p}$  ларни ҳисоблаймиз.

$\delta_{11}$  ни аниқлаш учун Верещчагин қондаси бўйча  $M_1$  эпюрасини ўзини-ўзига кўпайтирамиз:

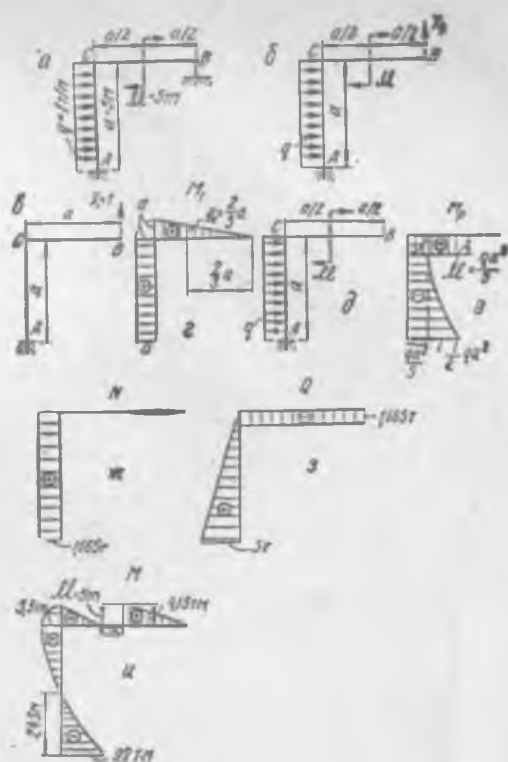
$$E J_x \delta_{11} = \frac{1}{2} a a \frac{2}{3} a + a a a = \frac{4}{3} a^3.$$



9. 17-расм.



9. 18-расм.



9. 19-расм.

$\Delta_{1P}$  ни аниқлаш учун  $M_P$  эпюрасини  $M_1$  эпюрасига қўпайтираемиз: бунда улардан биринчисини вертикал стержень бўйича тўғри тўртбурчак ва параболик учбурчакка бўлаемиз:

$$\begin{aligned}
 EJ_z \Delta_{1P} &= -\frac{qa^2}{5} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{4} a - \frac{qa^2}{5} \cdot a \cdot a - \frac{1}{3} \cdot \frac{qa^2}{2} \cdot a \cdot a = \\
 &= -qa^4 \left( \frac{3}{40} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = -\frac{53}{120} qa^4.
 \end{aligned}$$

Ҳосил бўлган миқдорларни каноник тенгламага қўйиб, қуйидаги натижани топамиз:

$$X_1 = \frac{4}{3} a^3 - \frac{53}{120} qa^4 = 0,$$

бундан

$$X_1 = \frac{53}{160} qa = \frac{53}{160} \cdot 1 \cdot 5 = 1,665 \text{ T.}$$

$X_1$  кучнинг мусбат қиймати олдиндан тахмин қилинганидек, ҳақиқатан ҳам унинг юқорига қараб йўналганлигини курсатади (9.19-расм, б га қаранг).

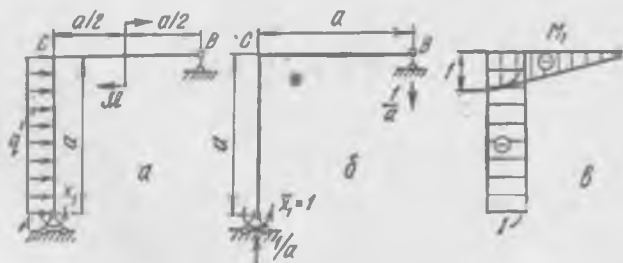
$N$ ,  $Q$  ва  $M$  эпюраларини 9.19-расм, б ни кўзда тутган ҳолда, худди одатдаги статик аниқ рама каби қурамиз (9.19-расм, ж, з, и).

Ечимни текшириш учун қистириб маҳкамланган таянчли шарнирли қўзғалмас таянч билан алмаштириб, янги асосий системани оламиз. Бу асосий система берилган нагрузка ва „ортиқча“ номаълум ( $X_1$  момент) билан 9.20-расм, а да курсатилган.  $X_1 = 1$  бирлик момент билан нагрузкаланган асосий системани қараб (9.20-расм, б), шу нагрузка таъсирида ҳосил бўлган эгувчи момент эпюрасини қурамиз (9.20-расм, в). Берилган рама учун эгувчи моментнинг охириги эпюрасини (9.19-расм, и) 9.20-расм, в да тасвирланган эпюрага қўпайтмаси (Верешчагин қондаси бўйича) нолга тенг бўлиши керак, чунки бу қўпайтма берилган нагрузка ва „ортиқча“ номаълумлар таъсирида асосий системанинг А кесими буралиш бурчагининг миқдорини беради. Ўз-ўзидан маълумки, бу буралиш бурчаги нолга тенг, чунки берилган системада А кесим маҳкамланган. Эпюраларни ўзаро қўпайтиришни ўқувчиларга мустақил бажариш учун тавсия қиламиз.

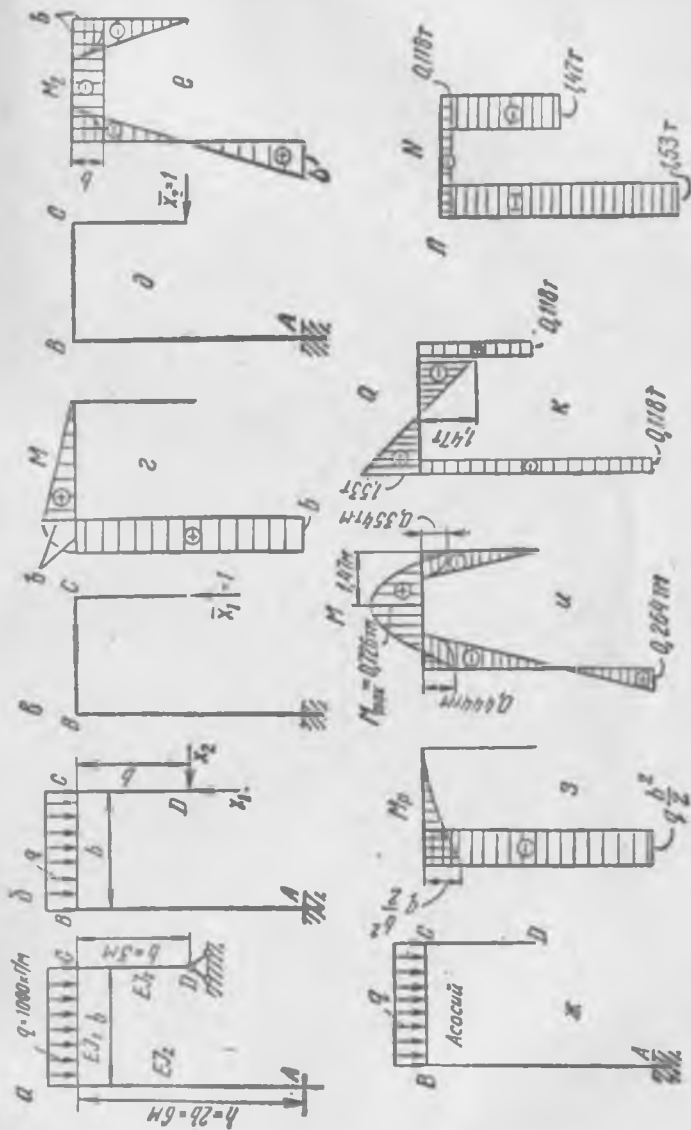
Шуни таъкидлаш керакки, мазкур ҳолда ечимни текшириш учун бошқа асосий системадан фойдаланишга зарурият бўлмади, чунки эски ва янги асосий системаларда бирлик эпюралар фақат ишоралари билангина фарқ қилади (9.19-расм, з ва 9.20-расм, в ларга қаранг).

9.5-мисол. Берилган рама (9.21-расм, а) учун  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  эпюралари қурилсин.

Ечиш. Берилган рамада бешта реактив зўриқишлар мавжуд бўлиб, учтаси қистириб маҳкамланган ва иккитаси шарнирли қўзғалмас таянчлар. Демак, рама икки марта статик аниқмас. Шарнирли қўзғалмас таянчли ташлаб юбориб, статик аниқ асосий системани ҳосил қиламиз. Шарнирли қўзғалмас таянчнинг рамага таъсирини номаълум реакциялар  $X_1$  ва  $X_2$  лар



9.20-расм.



9. 21 - расм.

билан алмаштирамиз; эквивалент системани ҳосил қиламиз (9.21-расм, б).

Иккита ортиқча номаълумли статик аниқмас рама учун каноник тенгламалар системаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0,$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0.$$

Каноник тенгламалардаги кўчишлар (коэффициентлар ва озод ҳадлар) ни аниқлаймиз. Бунинг учун асосий системани кетма-кет  $\bar{X}_1 = 1$  (9.21-расм, в),  $\bar{X}_2 = 1$  (9.21-расм, д) кучлар ва берилган нагрузкалар (9.21-расм, ж) билан юклаб, эгувчи моментларнинг мос эпюраларини қурамиз (9.21-расм, з, е, з).

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EJ_z} \left( \frac{qb^2}{2} \cdot 2b \cdot b + \frac{1}{3} \cdot \frac{qb^2}{2} b \cdot \frac{4}{3} b \right) = -\frac{9qb^4}{8EJ_z};$$

$$\Delta_{2P} = \frac{1}{EJ_z} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{qb^2}{2} bb = \frac{qb^4}{6EJ_z};$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_z} \left( \frac{1}{2} bb \cdot \frac{2}{3} b + b \cdot 2b \cdot b \right) = \frac{7b^3}{3EJ_z};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{1}{EJ_z} \cdot \frac{1}{2} bbb = -\frac{b^3}{2EJ_z};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ_z} \left( 3 \cdot \frac{1}{2} bb \cdot \frac{2}{3} b + bbb \right) = \frac{25b^3}{EJ_z}.$$

Ўрнига қўйгандан сўнг:

$$\frac{7b^3}{3EJ_z} X_1 - \frac{b^3}{2EJ_z} X_2 - \frac{9qb^4}{8EJ_z} = 0,$$

$$-\frac{b^3}{2EJ_z} X_1 + \frac{25b^3}{EJ_z} X_2 + \frac{qb^4}{6EJ_z} = 0.$$

Соддалаштиргандан кейин:

$$56X_1 - 12X_2 - 27qb = 0,$$

$$-3X_1 + 12X_2 + qb = 0.$$

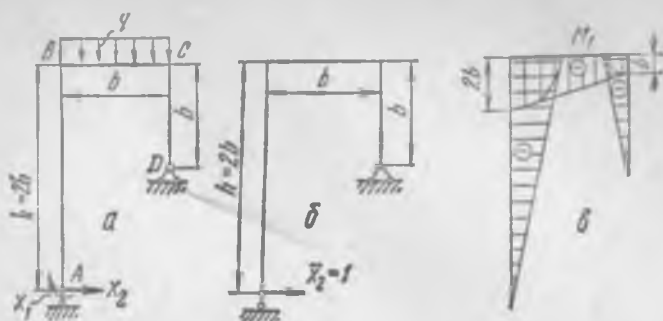
Тенгламаларни ечиб, қуйидагиларни топамиз:

$$X_1 = \frac{25}{53} qb = \frac{25}{53} \cdot 1 \cdot 3 = 1,47 \text{ Т};$$

$$X_2 = \frac{25}{636} qb = \frac{25}{636} \cdot 1 \cdot 3 = 0,118 \text{ Т}.$$

$X_1$  ва  $X_2$  ларнинг мусбат қийматлари бу реакцияларнинг йўналишлари тўғри танланганлигини кўрсатади.

Энди берилган рамани статик аниқ рама каби ҳисоблаб,  $M$  эгувчи моментнинг умумий (йиғинди) эпюрасини (9.21-расм,



9. 22-расм.

и), шунингдек  $Q$  кесувчи (9.21-расм,  $\kappa$ ) ва  $N$  бўйлама (9.21-расм,  $\lambda$ ) кучларнинг эпюраларини қуриш мумкин.

Эгувчи момент йиғинди эпюрасининг тўғри ясалганлигини текшириш учун, уни масалани ечишда фойдаланилмаган бир-лик эпюралардан бирига „кўпайтириш“ керак. Масалан, қис-тириб маҳкамланган таянчни шарнирли қўзғалувчи таянч би-лан алмаштириш (9.22-расм,  $a$ ) ва  $X_2$  ўрнига қўйилган бир-лик кучга мос келувчи эгувчи моментлар эпюрасини қуриш мумкин (9.22-расм,  $б$ ,  $в$ ). Ўзаро кўпайтириш натижаси нолга тенг бўлиши керак, чунки  $A$  кесим ҳеч қандай йўналишлар бўйича кучишга эга эмас.

Чап устун бўйича  $M$  нинг эпюрасини шу устуннинг бугун баландлиги бўйича қурилган икки учбурчак эпюраларининг йиғиндиси каби кўрсатиш мумкин: бири  $B$  нуқтада максимал ординатага эга, иккинчиси эса,  $A$  нуқтада.

Ригелдаги эгувчи момент эпюрасини ўқдан пастда ётувчи трапеция (уни тўғри тўртбурчак ва учбурчакларга ажратамиз) ва ўқдан юқорида ётувчи учи  $\frac{qb^2}{2}$  бўлган симметрик парабо-лик сегмент бирикмаси каби кўрсатамиз.

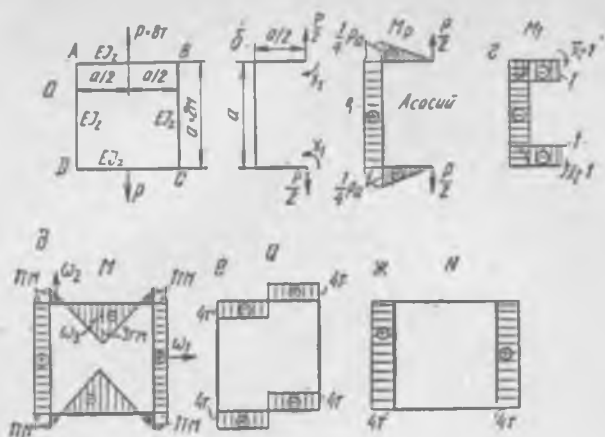
Шундай қилиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$EJ_2 \Delta_2 = \frac{1}{2} \cdot 0,354 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + 0,354 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 0,09 \times \\ \times 3 \cdot \frac{5}{3} \cdot 3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1 \cdot 3^3}{8} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 0,444 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 0,264 \times \\ \times 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 = 11,85 - 11,70;$$

яъни ҳисоблашнинг тақрибийлиги билан боғлиқ бўлган хатолик

$$\frac{0,15 \cdot 100 \%}{\frac{11,85 + 11,70}{2}} = 1,27 \%$$

ни ташкил этади.



9.23-расм.

9.6-мисол. Берилган рама (9.23-расм, а) учун  $M$ ,  $Q$  ва  $N$  эпюралари қурилсин.

Ечиш. Ёпиқ текис рама—уч марта ички статик аниқмас система, чунки рама исталган стерженининг ихтиёрий кўндаланг кесимида умумий ҳолда учта ички куч факторлари  $M$ ,  $Q$  ва  $N$  лар ҳосил бўлади, уларни статика тенгламаларидан аниқлаш мумкин эмас.

Рамани вертикал симметрия ўқи бўйича кесамиз. У вақтда ҳар бир бўлакка  $\frac{P}{2}$  куч ва  $X_1$  момент таъсир қилади. Берилган кучлар ва изланувчи „ортиқча“ номаълумлар билан юкланган асосий система (аниқроғи унинг ярмиси) 9.23-расм, б да кўрсатилган. Маълумки, кесилган жойда бўйлама ва кесувчи кучлар ҳосил бўлиши мумкин эмас; демак, рама уч марта статик аниқмас бўлса ҳам статик аниқмасликни очиш учун фақат битта каноник тенглама тузиш керак:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

Шундай қилиб, берилган ҳолда асосий системани рационал танлаш уч марта статик аниқмас системани ечишни фақатгина битта „ортиқча“ номаълумни излашга келтиришга имкон берди.

Кўчишни топиш учун берилган нагрузка (9.23-расм. в) ва бирлик момент  $X_1 = 1$  (9.23-расм, г) таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент эпюраларини қурамиз ва Верешчагин қои-

даси бўйича уларни ўзаро купайтириб қўйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_z} \left( 2 \cdot 1 \cdot \frac{a}{2} + 1 \cdot a \right) = \frac{2a}{EJ_z};$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EJ_z} \left( 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} Pa \frac{a}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} Pa a \cdot 1 \right) = -\frac{3Pa^3}{8EJ_z}.$$

Ҳосил бўлган қийматларни каноник тенгламага қўйгандан кейин  $X_1$  ни топамиз:

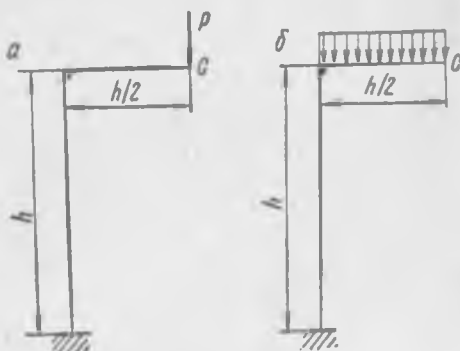
$$\frac{2a}{EJ_z} X_1 - \frac{3Pa^3}{8EJ_z} = 0,$$

$$X_1 = \frac{3}{16} Pa = \frac{3}{16} \cdot 8 \cdot 2 = 3 \text{ Т} \cdot \text{м}$$

Энди статик аниқ рамани ҳосил қилдик, одатдаги усуллар билан эгувчи момент, кесувчи ва бўйлама кучларнинг эпюраларини қурамиз (9.23-расм, *д, е, ж*).

#### Мустақил ечиш учун масалалар

9.6\*. 9.24-расмда гасвирланган синиқ бруслар учун  $C$  кесимнинг вертикал кўчишлари ва буралиш бурчаклари аниқлансин.



9.24-расм.

\* Статик аниқмас текис рамалар (синиқ бруслар) да кўчишларни аниқлашга доир масалалар бу параграфга Мор методини ва Верещагини қонда-сини рамаларга татбиқ этиш маҳоратини оширишга ёрдам берувчи материал сифатида киритилди. Бу малака каноник тенгламалардан усталлик билан фойдаланиш учун зарурдир.

Жавоби.

$$a) \theta_C = \frac{7}{24} \frac{Ph^3}{EJ_z}; \quad \theta_C = \frac{5}{8} \frac{Ph^3}{EJ_z};$$

$$b) \theta_C = \frac{9}{128} \frac{qh^4}{EJ_z}; \quad \theta_C = \frac{7}{48} \frac{qh^3}{EJ_z}.$$

9.7. Берилган рамалар (9.25-расм) учун  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  эпюралари қурилсин.

Жавоби.

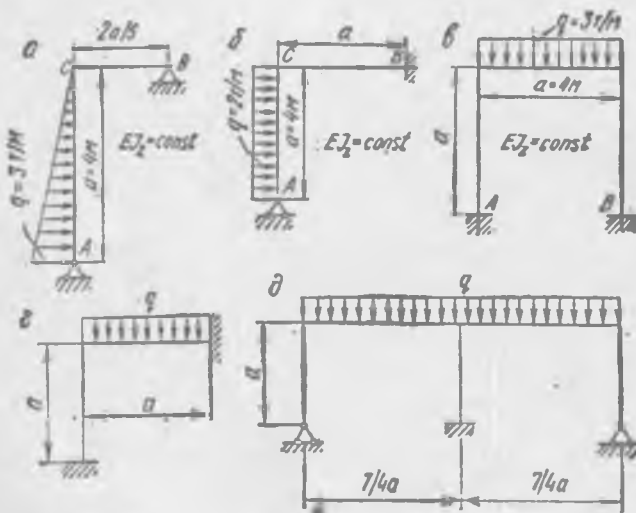
$$a) M_{\max} = 3 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$b) M_{\max} = 2,94 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$в) M_{\max} = M_A = M_B = 6,63 \text{ Т} \cdot \text{м}.$$

$$г) M_{\max} = \frac{5}{48} qa^3.$$

$$д) M_{\max} = \frac{21}{64} qa^3.$$



9. 25-расм.

Х 606

## ҚИЙШИҚ ЭГИЛИШ

### 10.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР ВА ҲИСОБЛАШ ФОРМУЛАЛАРИ

Агар ташқи кучларнинг таъсир текислиги бруснинг бош текисликлари билан бирортаси билан устма-уст тушмаса, у ҳолда брус қийшиқ эгилиш таъсирида бўлади (10.1-расм).

Қийшиқ эгилиш икки хил бўлади: текис қийшиқ эгилиш (барча ташқи кучлар бир текисликда ётади, бруснинг эластик чизиғи—текис эгри чизиқ) ва фазовий қийшиқ этилиш (ташқи кучлар ҳар хил текисликларда таъсир этади, эластик чизиқ—фазовий эгри чизиқ).

#### Текис қийшиқ эгилиш

Ташқи кучни кундаланг кесимнинг бош ўқлари бўйича ташқил этувчиларга ажратиб, қийшиқ эгилишни ўзаро перпендикуляр бўлган, бош текисликларда содир бўлувчи икки тўғри эгилишларнинг йиғиндиси каби қарашимиз мумкин.

Қийшиқ эгилишда мустақамликка ҳисоблаш, қондага кўра, фақат нормал кучланиш бўйича олиб борилади.

Брус кўндаланг кесимининг ихтиёрий нуқтасидаги нормал кучланиш кучлар таъсирининг мустақиллиги принциpigа асосан қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\sigma = \frac{M_y}{J_y} z + \frac{M_x}{J_x} y,$$



10.1-расм.

бу ерда  $M_z$ ,  $M_y$  — кундаланг кесимнинг марказий бош ўқлари ( $z$  ва  $y$ ) га нисбатан эгувчи моментлари;

$J_z$ ,  $J_y$  — брус кундаланг кесимининг марказий бош ўқлари  $z$  ва  $y$  га нисбатан инерция моментлари.

$z$  ва  $y$  — кучланиши изланаётган нуқтанинг координаталари.

Агар биринчи чоракка тегишли нуқталардаги эгувчи моментлар  $M_z$  ва  $M_y$  га чўзувчи нормал кучланишлар мос келса, формулада эгувчи моментлар мусбат ишора билан, агар сиқувчи бўлса, манфий ишора билан олинади.

Нуқта координаталари  $x$  ва  $y$  ўз ишоралари билан олинади.

Нолинчи (ёки нейтрал) чизиқни кесим нуқталарининг геометрик ўрни каби қараб, бу нуқталардаги нормал кучланишларнинг нолга тенг эканлигини ҳисобга олиб, унинг тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{M_y}{J_y} z + \frac{M_z}{J_z} y = 0,$$

ёки

$$z = -\frac{M_z}{M_y} \cdot \frac{J_y}{J_z} y.$$

Бу тўғри чизиқ тенгламаси бўлиб, унинг бурчак коэффициенти

$$k = \operatorname{tg} \alpha = -\frac{M_z}{M_y} \cdot \frac{J_y}{J_z} = -\frac{J_y}{J_z} \operatorname{tg} \varphi.$$

Бу ерда  $\varphi$  — кучнинг  $Oz$  ўқига оғиш бурчаги (10.1-расмга қаранг).

Қийшиқ эгилишда нейтрал чизиқ куч чизигига перпендикуляр бўлмаган тўғри чизиқдир.

Қийшиқ эгилишда салқиликни аниқлаш учун ҳам кучлар таъсирининг мустақиллик принципи қўлланилади. Тула салқилик бош ўқларнинг йўналишлари бўйича ҳосил бўладиган салқиликларнинг геометрик йиғиндисига тенг бўлади:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}.$$

Текис қийшиқ эгилишда тула салқиликнинг йўналиши нейтрал чизиққа перпендикуляр ва куч чизиги билан устма-уст тушмайди (шунинг учун эгилиш қийшиқ деб аталади).

Мустаҳкамликка ҳисоблаш хавфли кесимнинг хавфли нуқтасидаги кучланиш бўйича олиб борилади. Бир хил кундаланг кесимли брусда хавфли кесим эгувчи момент энг катта қийматга эришадиган жойда бўлади. Пластик материалдан ясалган брус учун бу кесимда хавфли нуқта нолинчи чизиқдан энг

узоқда жойлашган нуқта бўлади. Материали пластик брус учун мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_y}{J_y} z_A + \frac{\max M_z}{J_z} y_A \leq [\sigma],$$

бу ерда  $y_A$  ва  $z_A$  — хавфли нуқта координаталари.

Мўрт материалдан ясалган брус учун, хавфли кесимда энг катта чўзувчи ва энг катта сиқувчи кучланишли нуқталар учун (агар  $|\max \sigma_c| > \max \sigma_q$  бўлса) мустаҳкамликка текшириб куриш керак.

Бу ҳолда мустаҳкамлик шarti

$$\max \sigma_q \leq [\sigma_q],$$

$$|\max \sigma_c| \leq [\sigma_c].$$

Агар  $\max \sigma_q > |\max \sigma_c|$  бўлса, у ҳолда мустаҳкамликка текшириш фақат энг катта чўзувчи кучланишли нуқта учун бажарилади.

Иккита симметрия ўқиға ва иккала бош ўқлардан бир вақтда энг узоқлашган нуқталарға эға бўлган кесим учун (масалан, тўғри тўртбурчак, қўштавр) хавфли нуқтани нолинчи чиқиқнинг ҳолатини аниқламасдан туриб, топиш мумкин.

Иккала бош ўқлардан энг узоқлашган бурчакдаги нуқта хавфли бўлади (пластик материал учун  $A$  ёки  $B$  нуқта, мўрт материал учун  $B$  нуқта хавфли, чунки унда чўзувчи кучланиш ҳосил бўлади деб тахмин қилинади (10.1-расм, б)).

Бу ҳолда мустаҳкамлик шarti

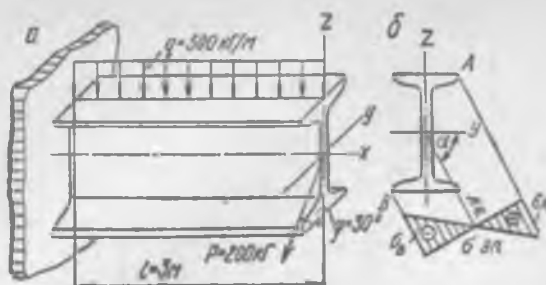
$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_y}{W_y} + \frac{\max M_z}{W_z} \leq [\sigma].$$

## Фазовий қийшиқ эгилиш

Мустаҳкамликка ҳисоблаш худди текис қийшиқ эгилиш каби олиб борилади.  $M_y$  ва  $M_z$  лар ҳар хил кесимларда максимумға эришиши мумкин бўлгани учун фақатгина хавфли кесимни топиш қийинлашади. Одатда мустаҳкамликка ҳисоблаш  $\max M_y$  ва  $\max M_z$  ли икки кесим учун бажарилади.

## 10.2-§. Қийшиқ эгилишға ҳисоблаш учун МИСОЛЛАР

10.1-мисол. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда балка кундаланг кесимининг ўлчамлари аниқлансин (10.2-расм, а). Кесимнинг топилган профили бўйича балканинг максимал салқилигининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.



10. 2- расм.

Е чи ш. Энг катта эгувчи момент қистириб маҳкамланган таянчда ҳосил бўлади:

$$\begin{aligned} \max M_z &= (P \sin \varphi) l = (200 \sin 30^\circ) 3 = 300 \text{ кг} \cdot \text{м} \\ \max M_y &= \frac{ql^2}{2} + (P \cos \varphi) l = \frac{300 \cdot 3^2}{2} + (200 \cos 30^\circ) 3 = \\ &= 2770 \text{ кг} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

$M_z$  момент горизонтал текисликда,  $M_y$  момент эса, вертикал текисликда таъсир этади.

Мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_y}{W_y} + \frac{\max M_z}{W_z} \leq [\sigma]$$

Бу тенгламада иккита номаълум:  $W_y$  ва  $W_z$  бор.

Сортамент жадвалига қараб, ўртача ўлчамли қўштаквр балкалар учун  $\frac{W_y}{W_z}$  нисбат 6 дан 8 гача қийматга эга бўлишини аниқлаймиз (сортамент жадвалида  $\frac{W_z}{W_y}$ ).

Кесимни танлаш учун олдиндан нисбат  $\frac{W_z}{W_y} = 8$  ни қабул қиламиз. У вақтда

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_y}{W_y} + \frac{\max M_z \cdot 8}{W_y} = \frac{\max M_y + 8 (\max M_z)}{W_y} \leq [\sigma],$$

бундан

$$W_y = \frac{\max M_y + 8 (\max M_z)}{[\sigma]} = \frac{277 \cdot 10^3 + 8 \cdot 3 \cdot 10^4}{1600} = 324 \text{ см}^3.$$

Сортамент бўйича  $W_y = 317 \text{ см}^3$  ва  $W_z = 41,6 \text{ см}^3$  бўлган 24а-номерли қўштаквр тўғри келади.

Балканинг мустаҳкамлигини текшириш:

$$\sigma_{\max} = \frac{2770 \cdot 10^3}{317} + \frac{300 \cdot 10^3}{41,6} = 1594 \text{ кг/см}^2 < [\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2.$$

Нормал кучланишнинг эпюраси 10.2-расм, б да келтирилган. Нейтрал чизиқнинг ҳолатини мустақил аниқлашни ўқувчига тавсия қиламиз.

Максимал салқилик балканинг эркин учида бўлади.  $xOz$  текислигида

$$f_z = \frac{1}{EJ_y} \left( \frac{ql^4}{8} + \frac{Pl^3 \cos \varphi}{3} \right) = \frac{1}{2 \cdot 10^8 \cdot 3800} \left( \frac{5 \cdot 3^4 \cdot 10^8}{8} + \frac{200 \cdot 3^3 \cdot 0,866 \cdot 10^8}{3} \right) = 0,876 \text{ см.}$$

$xOy$  текислигидаги салқилик, эса

$$f_y = \frac{1}{EJ_z} \frac{Pl^3 \sin \varphi}{3} = \frac{1}{2 \cdot 10^8 \cdot 260} \cdot \frac{200 \cdot 3^3 \cdot 10^8 \cdot 0,5}{3} = 1,73 \text{ см.}$$

Балка эркин учининг тўла салқилиги

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} = \sqrt{0,876^2 + 1,73^2} = 1,94 \text{ см.}$$

Салқилик у ўқига  $\alpha$  бурчак остида йўналган бўлади:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{f_y}{f_z} = \frac{1,73}{0,876} = 1,975; \\ \alpha &= 63^\circ 10'. \end{aligned}$$

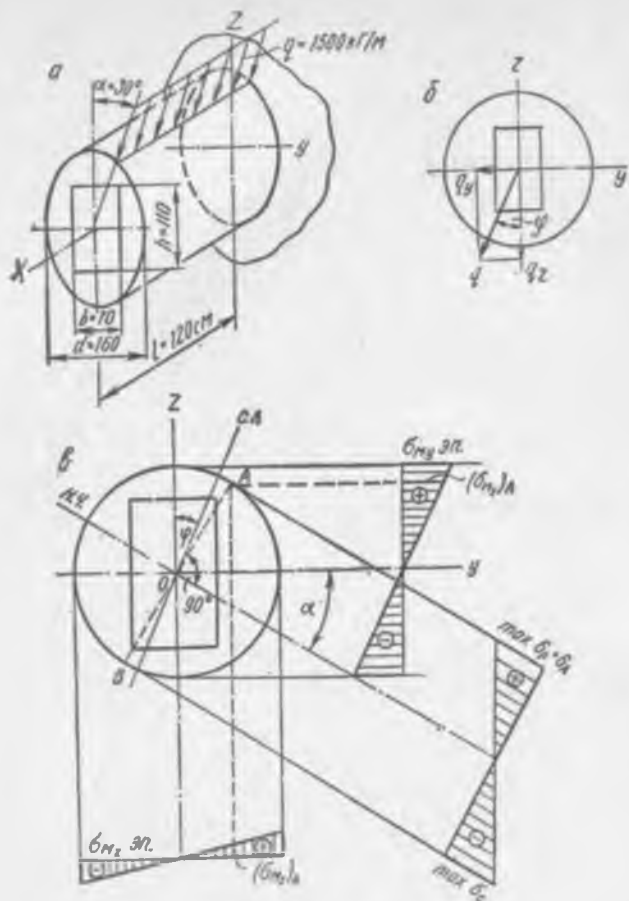
10.2-мисол. Агар  $[\sigma_u] = 350 \text{ кг/см}^2$   $[\sigma_c] = 1300 \text{ кг/см}^2$  бўлса, чўян бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (10.3-расм, а). Бруснинг хавфли қўндаланг кесими учун кучланиш эпюраси қурилсин.

Ечиш. Брус текис қийшиқ эгилишга ишлайди. Нагрузкани бош ўқлар у ва  $z$  йўналиши бўйича ташкил этувчиларга ажратиб (10.3-расм, б), икки тўғри эгилиш бирикмасини ҳосил қиламиз. Қистириб маҳкамланган таянчдаги кесим хавфли бўлади.

$$\max M_y = \frac{q_z l^2}{2} = \frac{(q \cos \varphi) l^2}{2} = \frac{1500 \cdot 0,866 \cdot 1,2^2 \cdot 100}{2} = 93,5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

$$\max M_z = \frac{q_y l^2}{2} = \frac{(q \sin \varphi) l^2}{2} = \frac{1500 \cdot 0,5 \cdot 1,2^2 \cdot 100}{2} = 54,1 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Ҳар бир эгувчи момент ( $M_y$  ва  $M_z$ ) га мос келувчи нормал кучланишларнинг қийматини ҳисобламасдан бу кучланишлар  $\sigma_{M_y}$  ва  $\sigma_{M_z}$  ларнинг эпюралари характерини кўрсатамиз (10.3-расм, в).



10.3- расм.

Кесимнинг хавфли нуқтасини аниқлаш учун нолинчи чизик ҳолатини топамиз.

Нолинчи чизикнинг бурчак коэффициенти  $k$  ни қуйидаги формуладан топамиз:

$$k = \operatorname{tg} \alpha = - \frac{M_z}{M_y} = - \operatorname{tg} \varphi = - \frac{J_y}{J_z},$$

бу ердаги брус кўндаланг кесимининг инерция моментлари

$$J_y = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{bh^3}{12} = \frac{\pi \cdot 16^4}{64} - \frac{7 \cdot 11^3}{12} = 3220 - 780 = 2440 \text{ см}^4;$$

$$J_z = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{hb^3}{12} = \frac{\pi \cdot 16^4}{64} - \frac{11 \cdot 7^3}{12} = 3220 - 312 \approx 2910 \text{ см}^4.$$

У вақтда

$$k = \operatorname{tg} \alpha = -0,577 \cdot \frac{2440}{2910} = -0,485; \quad \alpha = -25^\circ 52'.$$

Манфий бурчак  $\alpha$  ни у ўқидан соат стрелкаси ҳаракати бўйича жойлаштирамиз ва нолинчи чизиқни ўтказамиз.

Кучланишнинг йиғинди эпюрасини қуриш учун нолинчи чизиқдан максимал узоқлашган кесим нуқталарини қидириб топамиз. Бу нуқталар нолинчи чизиққа параллел бўлган кесимга икки уринма ўтказиш билан ҳосил қилинади. Булар 10.3-расм,  $\sigma$  да кўрсатилган  $A$  ва  $B$  нуқталардир. Улардан хавфлироғи  $A$  нуқта (унда чўзувчи кучланиш ҳосил бўлади).

Эпюранинг  $\sigma$  ўқи нолинчи чизиққа перпендикуляр  $\sigma$  эпюрасини қуриш учун унинг битта нуқтасининг ординатасини ҳисоблаш етарлидир, чунки нолинчи нуқта аниқланган.

$\sigma_A$  ни топамиз:

$$\sigma_A = \frac{\max M_y}{J_y} z_A + \frac{\max M_z}{J_z} y_A.$$

ОА кесма нолинчи чизиққа перпендикуляр эканлигидан фойдаланиб,  $A$  нуқта координаталарини топамиз:

$$y_A = \frac{d}{2} \sin \alpha = 8 \cdot 0,436 = 3,49 \text{ см},$$

$$z_A = \frac{d}{2} \cos \alpha = 8 \cdot 0,900 = 7,2 \text{ см}.$$

У вақтда

$$\sigma_A = \frac{93,5 \cdot 10^3}{2440} \cdot 7,2 + \frac{54,1 \cdot 10^3}{2910} \cdot 3,49 = 276 + 65 = 341 \text{ кг/см}^2 < [\sigma],$$

яъни балканинг мустаҳкамлиги таъминланган.

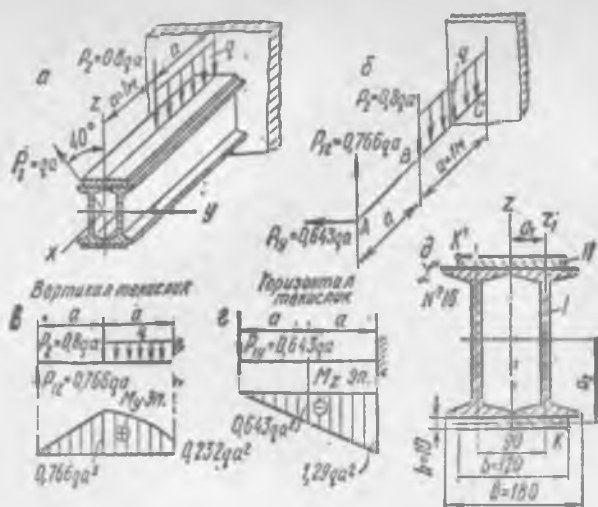
10.3- мисол. Агар  $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда 10.4-расм,  $a$  да тасвирланган брус учун рухсат этилган нагрузка аниқлансин.

Ечиш. Брус фазовий қийшиқ эгилиш таъсиридадир.  $P_1$  кучни  $O_y$  ва  $O_z$  координата ўқлари бўйича ташкил этувчиларга ажратамиз (10.4- расм,  $b$ ), бруснинг вертикал (10.4- расм,  $\sigma$ ) ва горизонтал (10.4- расм,  $z$ ) текисликлардаги нагрузка таъсирида ҳисоблаш схемасини ҳамда бу нагрузкалар таъсиридан ҳосил бўладиган  $M_y$  ва  $M_z$  ларнинг эпюраларини курамиз (10.4- расм,  $\sigma$ ,  $z$ ).

Мустаҳкамликка ҳисоблаш учун берилган мураккаб (қўшма) кесимнинг марказий бош инерция моментларини аниқлаймиз (10.4- расм,  $d$ ):

$$J_y = 2J_y^I + 2 \frac{bh^3}{12} + 2F_2 \cdot a^2 = 2 \cdot 945 + 2 \cdot \frac{12 \cdot 1^3}{12} + 2 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 8,5^2 = 3620 \text{ см}^4.$$

$$J_z = 2J_z^I + 2F_1 \cdot a_1^2 + 2 \frac{hb^3}{12} = 2 \cdot 77,6 + 2 \cdot 21,5 \cdot 4,5^2 + 2 \frac{1 \cdot 12^3}{12} = 1310 \text{ см}^4.$$



10. 4-расм.

(Сортамент жадвалида  $J_y^I$  ва  $J_z^I$  мос равишда  $J_x$  ва  $J_y$  лар билан белгиланган).

Мустаҳкамликка ҳисоблашни балканинг энг катта  $M_y$  ва энг катта  $M_z$  моментли икки кесими учун бажарамиз. Булар —  $B$  ва  $C$  кесимлардир. Улардан ҳар бирида ҳисоблашни тахминан хавфли ҳисобланган икки  $K$  ва  $L$  (ёки уларга тенг хавфли бўлган  $K'$  ва  $L'$ ) нуқталар учун олиб борамиз. Берилган кесим бир вақтда иккала марказий бош ўқлардан максимал узоқлашган нуқталарга эга эмаслигини таъкидлаш керак.

$B$  кесимининг  $K$  нуқтаси учун

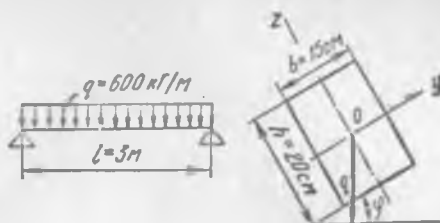
$$(\sigma_K)_B = \frac{M_{yB}}{J_y} z_K + \frac{M_{zB}}{J_z} y_K = \frac{0,766q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{3620} 9 + \frac{0,643q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{1310} 6 = 191q + 492q = 683q.$$

$B$  кесимининг  $L$  нуқтаси учун

$$(\sigma_L)_B = \frac{M_{yB}}{J_y} z_L + \frac{M_{zB}}{J_z} y_L = \frac{0,766q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{3620} 8 + \frac{0,643q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{1310} 9 = 170q + 738q = 908q.$$

$C$  кесимининг  $K$  нуқтаси учун

$$(\sigma_K)_C = \frac{M_{yC}}{J_y} z_K + \frac{M_{zC}}{J_z} y_K = \frac{0,232q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{3620} 9 + \frac{1,29q \cdot 1^3 \cdot 10^3}{1310} 6 = 57,7q + 986q = 1043,7q.$$



10.5- расм.

*C* кесимнинг *L* нуқтаси учун

$$(\sigma_L)_C = \frac{M_{yC}}{J_y} z_L + \frac{M_{zC}}{J_z} y_L = \frac{0,232q \cdot 1^3 \cdot 10^6}{3620} 8 + \frac{1,29q \cdot 1^3 \cdot 10^6}{1310} 9 = 51,3q + 1479q = 1530,3q.$$

*C* кесимнинг *L* нуқтаси хавfli бўлади. Оқибатда, мустаҳкамлик шарти

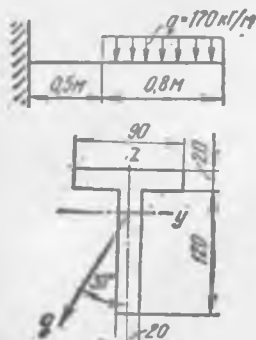
$$(\sigma_L)_C \leq [\sigma]; \quad 1530,3[q] = 1000;$$

$$[q] = \frac{1000}{1530,3} = 0,654 \text{ Т/м.}$$

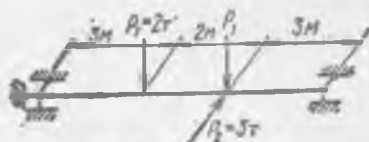
**Мустақил ечиш учун масалалар**

10.1. Ёғоч бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (10.5- расм), бунда  $[\sigma] = 100 \text{ кГ/см}^2$ ;  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{3}$ .

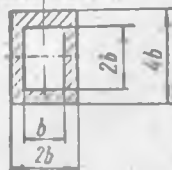
Жавоби,  $\sigma_{\max} = 94,2 \text{ кГ/см}^2$ .



10.6- расм.



Балка қесими



10.7- расм.

10.2. Чўян бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (10.6-расм), бунда  $[\sigma_c] = 400 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\sigma_c] = 1300 \text{ кг/см}^2$ . Бруснинг хавфли кесимида  $M_1$  ва  $M_2$  эгувчи моментларга мос бўлган нормал кучланишларнинг эпюралари қурилсин.

Жавоби.  $\max \sigma_c = 388 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_c]$ .

10.3. 10.7-расмда кўрсатилган балка қўндаланг кесимининг керакли ўлчами  $b$  аниқлансин, бунда  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $b = 6 \text{ см}$ .

## XI боб

### ЭГИЛИШ ВА ЧЎЗИЛИШ (СИҚИЛИШ) НИНГ БИРГА ТАЪСИРИ

#### 11.1-§. ЧЎЗИЛИШ (СИҚИЛИШ) БИЛАН БИРГА СОДИР БЎЛАДИГАН ЭГИЛИШ

Брусни эгилиш ва ўқ бўйлаб юклашларнинг биргаликдаги таъсирида (11.1-расм) мустаҳкамликка ҳисоблаш фақат нормал кучланиш бўйича олиб борилади, яъни бўйлама  $N_x$  куч ва  $M_y$  ва  $M_z$  эгувчи моментларнинг (эгилишнинг умумий ҳоли) таъсири ҳисобга олинади.

Фақат бикрлиги катта брусларни қараймиз, чунки уларни ҳисоблашда эгилиш билан чўзилишнинг ёки сиқилишнинг биргаликдаги таъсирини кучлар таъсирининг мустақиллиги принципини қўллаш мумкин. Хавфли кесимни аниқлаш учун  $N_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  эпюралари қурилади. Мустаҳкамликка ҳисоблаш  $N_x$ ,  $M_y$  ва  $M_z$  лар бир вақтда максимумга эришадиган кесим учун бажарилади, агар ички куч факторларининг энг катта қийматларини ҳар хил кесимларга мос келса, у ҳолда ҳисоб бир неча кесимлар учун бажарилади.

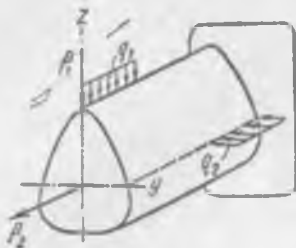
Брус кўндаланг кесимининг ихтиёрий нуқтасидаги нормал кучланиш қуйидаги формула билан аниқланади.

$$\sigma = \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{J_y} z + \frac{M_z}{J_z} y.$$

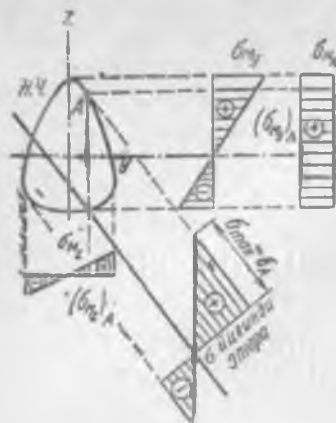
Кучланишлар ишорасини аниқлашда I бобда (чўзилиш-сиқилиш) ва X бобда (қийшиқ эгилиш) кўрсатиб ўтилган қондаларга амал қиламиз.

Ҳар бир ички куч факторига мос келувчи нормал кучланишларнинг эпюралари ва кучланишларнинг йиғинди эпюраси 11.2-расмда кўрсатилган. Кесим ихтиёрий нуқтасидаги  $\sigma$  ни аниқлайдиган ифода-нинг ўнг қисмини нолга тенглаб, нолинчи чизик тенгламасини ҳосил қиламиз.

$$\frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{J_y} z + \frac{M_z}{J_z} y = 0.$$



11.1-расм



11. 2- расм.

Нолинчи чизиқ координата бошидан ўтмайдиган тўғри чизиқдир.

Нейтрал чизиқ тенгламасини кесмалар бўйича тўғри чизиқ тенгламаси кўринишида ифода-  
лаймиз:

$$\frac{z}{a_z} + \frac{y}{a_y} = 1.$$

Бу ерда

$$a_z = -\frac{J_y}{F} \cdot \frac{N_x}{M_y}, \quad a_y = -\frac{J_z}{F} \cdot \frac{N_x}{M_z},$$

ёки

$$a_z = -\frac{I_y^2}{M_y} \cdot \frac{N_x}{M_y}, \quad a_y = -\frac{I_z^2}{M_z} \cdot \frac{N_x}{M_z}.$$

$$I_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} \quad \text{ва} \quad I_z = \sqrt{\frac{J_z}{F}} \quad \text{миқ-}$$

дорлар брус қўндаланг кесими-  
нинг бош инерция радиуслари деб аталади;  $a_z$  ва  $a_y$  —  
нейтрал чизиқни  $z$  ва  $y$  ўқлардан ажратадиган кесимларнинг  
узуниклари.

Пластик материалдан ясалган брус учун хавфли нуқта нейтрал чизиқдан максимал узоқлашган  $A$  нуқта бўлади (11.2-  
расм).

Мустаҳкамлик шarti

$$\sigma_{\max} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{J_y} z_A + \frac{M_z}{J_z} y_A \leq [\sigma].$$

Мўрт материалдан ясалган брусни мустаҳкамликка ҳисоб-  
лаш энг катта сиқувчи ва чўзувчи кучланишли нуқта учун  
олиб борилади (агар  $|\max \sigma_c| > \max \sigma_t$  бўлса).

Икки симметрия ўқига эга бўлган ва иккала бош ўқлардан  
бир вақтда максимал узоқлашган нуқталарга эга бўлган (тўғ-  
ри тўртбурчак, қўштак) пластик материалдан ясалган кесим-  
ли бруснинг хавфли нуқтаси бурчакдаги нуқта бўлади, унда  
ҳар бир куч факторига ( $N_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) мос келувчи кучланиш-  
ларнинг ишоралари бир хил бўлади. Бу ҳолда мустаҳкамлик  
шarti

$$\sigma_{\max} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} < [\sigma].$$

Мўрт материалдан ясалган брус учун бўйлама сиқувчи куч  
таъсирида ҳисоблашни энг катта сиқувчи кучланишли иккита  
бурчак нуқта учун бажариш керак.

Кесимни танлаш, аввал, бўйлама кучнинг таъсирини ҳи-  
собга олмасдан бажарилади.

Кўндаланг кесими доира бўлган брус учун

$$W_y = W_z = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{[\sigma]}$$

Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак ёки қўштавр бўлган брус учун лойиҳа ҳисобининг формуласи қуйидаги кўринишда бўлади:

$$W_y \geq \frac{M_y + \frac{W_y}{W_z} M_z}{[\sigma]}$$

Тўғри тўртбурчак томонлари нисбатининг қийматини бериб, ушбу  $\frac{W_y}{W_z} = \frac{h}{b}$  нисбат ҳосил қилинади.

Қўштавр кесим учун  $\frac{W_y}{W_z}$  нисбатнинг ўртача қиймати берилади, сунгра кетма-кет яқинлашиш усули билан керакли номер топилади.

Кесим ўлчамлари аниқлангандан кейин бўйлама куч таъсирини ҳисобга олиб, ҳисобнинг тўғрилиги узил-кесил текширилади ва зарурият туғилса, ўлчамлар ўзгартирилади.

11.1- мисол. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ ;  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $M$  лар  $xz$  текислигида  $P_2$  эса  $xy$  текислигида жойлашган бўлса, мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб брус кўндаланг кесимининг ўлчамлари (швеллер номери) аниқлансин (11.3- расм а).

Ечиш.  $P_1$  кучни  $x$  ва  $z$  ўқлар бўйича,  $P_2$  кучни эса  $x$  ва  $y$  ўқлар бўйича ташкил этувчиларга ажратамиз. Бруснинг ҳисоблаш схемаси 11.3- расм, б да кўрсатилган. Брус вертикал текисликда ( $P_2$  куч,  $P_1 \sin \alpha$  ташкил этувчи куч ва моменти  $M$  бўлган жуфт кучдан) эгилиш, горизонтал текисликда ( $P_1 \sin \beta$  ташкил этувчи кучдан) эгилиш ва ( $P_1 \cos \alpha$  ва  $P_2 \cos \beta$  ташкил этувчи кучлардан) чўзилиш таъсирида бўлади.

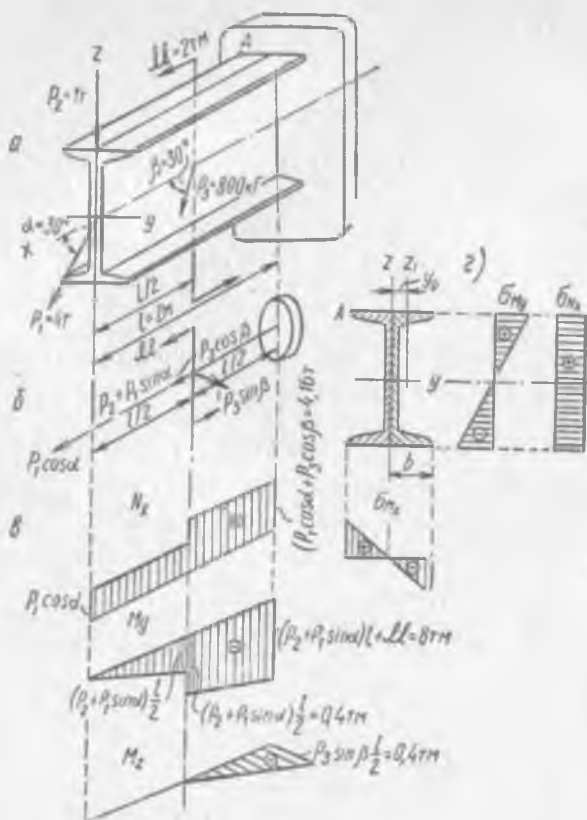
Бўйлама куч ( $N_x$ ) ва эгувчи моментлар ( $M_y$  ва  $M_z$ ) эпюралари 11.3- расм, в да кўрсатилган. Қистириб маҳкамланган жойдаги кесим хавфли бўлади.

Кесимнинг ўлчамларини аниқлаш учун  $M_y$  момент таъсирида тўғри эгилишга ҳисоблаб синаб кўрамиз:

$$W_y = \frac{M_y}{[\sigma]} = \frac{800 \cdot 10^3}{1600} = 500 \text{ см}^3 \text{ (икки швеллер учун)}.$$

Сортамент бўйича энг яқин катта қаршилик моментига 24 а- номерли швеллер эга бўлади ( $W_y^I = 265 \text{ см}^3$ ). Сортаментда бу қаршилик моменти  $W_x$  билан белгиланган.

Балка кўндаланг кесимида  $M_y$  дан ташқари эгувчи момент  $M_z = 0,40 \text{ Т} \cdot \text{м}$  ва бўйлама куч  $N_x = 4,16 \text{ Т}$  ҳосил бўлишини ҳисобга олиб текшириш учун 27- номерли швеллери оламиз.



11.3- расм.

Кесимнинг геометрик характеристикасини аниқлаймиз:

$$W_y = 2 W_y^I = 2 \cdot 308 = 616 \text{ см}^3,$$

бу ерда  $W_y^I$  — битта швеллернинг қаршилик моменти (сортамент жадвалида  $W_y^I$ );

$$F = 2F_1 = 2 \cdot 35,2 = 70,4 \text{ см}^2 \text{ — кесим юзи};$$

$$J_y^I = 262 \text{ см}^4 \text{ — битта швеллернинг инерция моменти (сортамент жадвалида } J_y^I);$$

$$y_0 = 2,47 \text{ см (сортаментда } z_0); b = 9,5 \text{ см.}$$

Бутун кесимнинг инерция моменти (11.3- расм 2):

$$J_x = 2J_y^I + 2F_1 y_0^2 = 2 \cdot 262 + 2 \cdot 35,2 \cdot 2,47^2 = 956 \text{ см}^4;$$

$$W_x = \frac{J_x}{b} = \frac{956}{9,5} = 100,5 \text{ см}^3.$$

Ҳар бир куч факторига мос келувчи нормал кучланишларнинг эпюралари 11.3-расм, 2 да тасвирланган кўринишда бўлади. Кесимнинг хавфли нуқтаси А нуқта бўлади, унда барча кучланишларнинг ишоралари бир хилда бўлади. А нуқтадаги кучланишни қуйидаги формуладан топамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{4160}{70,4} + \frac{0,4 \cdot 10^5}{100,5} + \frac{8 \cdot 10^5}{616} = 59,5 + 397 + 1300 = 1756 \text{ кг/см}^2 > 1600 \text{ кг/см}^2.$$

Ўта кучланиш деярли 10% ни ташкил этади, шунинг учун швеллернинг навбатдаги номери (№30) ни текшираемиз. Унинг учун

$$W_y = 2W_y^1 = 2 \cdot 387 = 774 \text{ см}^3;$$

$$F = 2F_1 = 2 \cdot 40,5 = 81 \text{ см}^2;$$

$$J_z^1 = 327 \text{ см}^4; \quad y_0 = 2,52 \text{ см}; \quad b = 10,0 \text{ см};$$

$$J_z = 2 \cdot 327 + 2 \cdot 40,5 \cdot 2,52^2 = 1168 \text{ см}^4;$$

$$W_z = \frac{J_z}{b} = \frac{1168}{10} \approx 117 \text{ см}^3.$$

А нуқтадаги кучланишни ҳисоблаймиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_x}{F} + \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{4160}{81} + \frac{0,4 \cdot 10^5}{117} + \frac{8 \cdot 10^5}{774} = 51,4 + 341 + 1030 = 1422 \text{ кг/см}^2 < [\sigma].$$

Чала юкланиш 11% ни ташкил этади. 30-номерли швеллер билан қаноатланамиз.

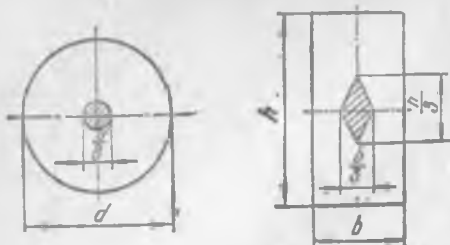
## 11.2-§. НОМАРКАЗИЙ ЧЎЗИЛИШ (СИҚИЛИШ)

Брус ўзининг бўйлама ўқига параллел бўлганл куч билан юкланганда номарказий чўзилиш (сиқилиш) содир бўлади (11.4-расм).

е масофа эксцентриситет, куч қўйилган нуқта эса полюс деб аталади. Кучни брус ўқига келтириш билан номарказий чўзилиш (сиқилиш) ни марказий чўзилиш (сиқилиш) билан соф қийшиқ эгилишнинг биргаликдаги таъсири каби тасвирлаш мумкин. Мустақамликка ҳисоблаш эгилиш билан чўзилиш (сиқилиш) нинг биргаликдаги таъсири кўриб чиқилган ҳол учун келтирилган формулалар бўйича олиб борилади, лекин икки куч факторларининг эпюраларини қуришга зарурият қолмайди, чунки барча кесимларнинг хавфлилик даражаси бир хилдадир.



11.4-расм.



11.5-расм.

Нолинчи чизиқнинг марказий бош ўқлардан ажрагандиган кесмаларини ушбу қаралаётган ҳолда қуйидаги формула бўйича аниқлаш мумкин.

$$a_x = -\frac{I_y^2}{e_x}; \quad a_y = -\frac{I_x^2}{e_y},$$

бу ерда  $e_x$  ва  $e_y$  — эксцентриситетнинг марказий бош ўқлардаги проекциялари.

бу эса қутб координаталарининг худди ўзгинасидир.

Хусусий ҳолларда, балкага қўйилган номарказий куч кесимнинг бош ўқларидан бирининг текислигида ётганида, шунингдек барча марказий ўқлари бош ўқлар бўлган кесим учун *туғри* эгилиш билан *чўзилиш* (сиқилиш) нинг биргаликдаги таъсири содир бўлади. Чўзилишга ёмон қаршилик кўрсатадиган материаллардан ишланган брус номарказий сиқилиш таъсирида бўлганида чўзувчи кучланишнинг пайдо бўлиши ўринсиз ҳисобланади.

Агар нолинчи чизиқ кесимни кесиб ўтмаса, у ҳолда кесимнинг ҳамма жойида бирқийматли кучланишлар бўлади. Нолинчи чизиқнинг ҳолати қутбнинг ҳолати билан боғлиқ. Кесимга уринма бўлган нейтрал чизиқларга мос келувчи қутбларнинг геометрик ўрни кесим ядросининг контурини ташкил этади.

Агар номарказий куч кесим ядросининг ихтиёрий нуқтасига қўйилган бўлса, у ҳолда кесимнинг ҳамма жойида бир хил ишорали кучланиш ҳосил қилади. Баъзи бир шакллар учун кесим ядроси 11.5-расмда кўрсатилган (штрихланган қисм).

11.2-мисол. Деталнинг (11.6-расм, а)  $m$  —  $n$  кесимидаги кучланишлари аниқлансин.

Ечиш. Бу ҳолда номарказий сиқилишни марказий сиқилишга ва  $zOx$  текисликдаги *туғри* соф эгилишга келтириш мумкин.

Кесим оғирлик марказининг ҳолатини аниқлаймиз ва кесимнинг марказий бош ўқ у га нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз (11.6-расм, б)

$$z_c = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 1 + 8 \cdot 2 \cdot 6}{9 \cdot 2 + 8 \cdot 2} = 3.35 \text{ см};$$

$$J_y = J_y^I + J_y^{II};$$

$$J_y^I = J_y^I + F_1 a_1^2 = \frac{9 \cdot 2^3}{12} + 9 \cdot 2(3.35 - 1)^2 = 105 \text{ см}^4;$$

$$J_y^{II} = J_y^{II} + F_2 a_2^2 = \frac{2 \cdot 8^3}{12} + 2 \cdot 8(6 - 3.35)^2 = 197 \text{ см}^4;$$

$$J_y = 105 + 197 = 302 \text{ см}^4.$$



Марказий сиқилиш таъсиридан ҳосил бўладиган нормал кучланишлар (бўялама кучга мос келувчи) кесимнинг барча нуқталарида бир хилдир:

$$\sigma_{N_x} = \frac{N_x}{F} = -\frac{P}{F} = -\frac{14 \cdot 10^3}{34 \cdot 10^{-4}} = -411 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

Эгилиш таъсиридан ҳосил бўладиган нормал кучланишлар кесимнинг чекка  $A(z_A = -6,65 \text{ см})$  ва  $B(z_B = z_C = 3,35 \text{ см})$  нуқталарида максимумга эришади:

$$(\sigma_{M_y})_A = -\frac{Fz}{J_y} z_A = -\frac{14 \cdot 10^3 \cdot 12,7 \cdot 10^{-2}}{302 \cdot 10^{-8}} (-6,65 \cdot 10^{-2}) = 385 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2 \text{ (чўзилиш);}$$

$$(\sigma_{M_y})_B = \frac{Fz}{J_y} z_B = -\frac{14 \cdot 10^3 \cdot 12,7 \cdot 10^{-2}}{302 \cdot 10^{-8}} 3,35 \cdot 10^{-2} = -194 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2 \text{ (сиқилиш).}$$

$N_x$  ва  $M_y$  ларга мос келувчи нормал кучланишларнинг эпюралари ва кучланишларнинг йиғинди эпюраси 11.6-рasm, в да курсатилган.

Кучланишлар йиғинди эпюрасининг чекка ординаталари:

$$\sigma_A = (\sigma_{M_y})_A + \sigma_{N_x} = 38,5 - 4,11 = 34,4 \text{ Мн/м}^2;$$

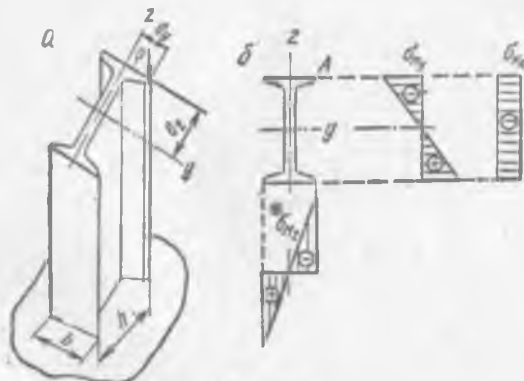
$$\sigma_B = (\sigma_{M_y})_B + \sigma_{N_x} = -19,4 - 4,11 = -23,5 \text{ Мн/м}^2.$$

11.3- мисол. 30- номерли қўштавр кесимли калта устун номарказий сиқувчи куч билан юкланган (11.7-рasm, а). Агар  $[\sigma] = 1400 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда рухсат этилган нагрузка аниқлансин.

Ечиш. Устун номарказий сиқилиш таъсирида, уни марказий сиқилиш ва соф қийшиқ эгилишнинг биргаликдаги таъсири каби ифодалаш мумкин (қутб кесимнинг бош ўқларидан биронтасида ҳам ётмайди).

Кесимнинг геометрик характеристикасини сортамент жадвалидан оламиз:

$$\begin{array}{lll} h = 30 \text{ см}; & J_y = 7080 \text{ см}^4; & l_y = 12,3 \text{ см}; \\ b = 13,5 \text{ см}; & J_z = 337 \text{ см}^4; & l_z = 2,69 \text{ см}; \\ F = 46,5 \text{ см}^2; & W_y = 472 \text{ см}^3; & W_z = 49,9 \text{ см}^3. \end{array}$$



11.7-рasm.

Қутб координаталари

$$e_y = 6,75 \text{ см}; \quad e_z = 15 \text{ см}.$$

Ички куч факторлари барча кесимларда бир хилда:

$$N_x = -P; \quad M_y = -Pe_z; \quad M_z = -Pe_y.$$

Ҳар бир ички куч факторига мос келувчи нормал кучла-  
нишлар эпюралари 11.7-рasm, б да кўрсатилган.

А нуқта хавфли бўлади.

Мустаҳкамлик шarti

$$|\max \sigma_c| = |\sigma_A| = \left| \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \right| < [\sigma];$$

$$|\max \sigma_c| = \left| \frac{P}{46,5} - \frac{P \cdot 15}{472} - \frac{P \cdot 6,75}{49,9} \right| = 0,0215P + 0,0318P + 0,135P = 0,188P < [\sigma],$$

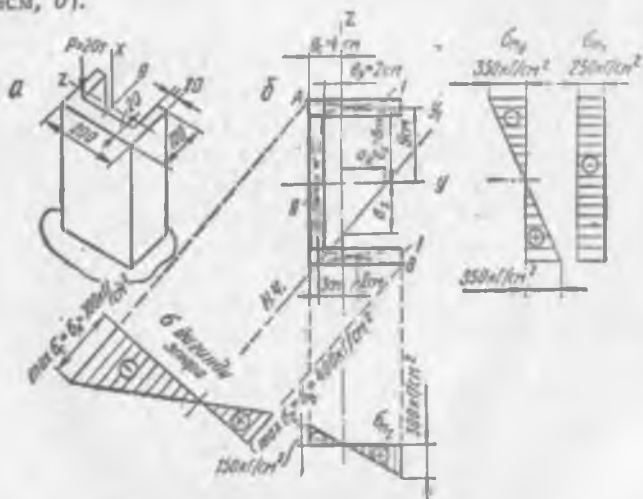
бундан

$$[P] = \frac{[\sigma]}{0,188} = \frac{1400}{0,188} = 7450 \text{ кг}.$$

11.4- мисол. Агар  $[\sigma_a] = 400 \text{ кг/см}^2$ ;  $[\sigma_c] = 1000 \text{ кг/см}^2$  бўл-  
са, у ҳолда калта чўян устуннинг мустаҳкамлиги текширилсин  
(11.8-рasm, а).

Е чи ш. Устун  $P$  куч таъсирида номарказий сиқилиш таъ-  
сирида бўлади, уни ўқ бўйлаб сиқилиш ва соф қийшиқ эги-  
лишнинг биргаликдаги таъсири каби кўрсатиш мумкин.

Аввал кесимнинг геометрик характеристикаларини аниқлай-  
миз. Кесим оғирлик маркази  $u_c$  нинг кесим деворидан узоқ-  
лик масофасини ҳисоблаб, кесимнинг бош ўқи  $z$  ни ўтказамиз  
(11.8-рasm, б).



11.8-рasm.

Кесимни учта тўғри тўртбурчакка ажратамиз:

$$y_c = \frac{2F_1y_1 + F_2y_2}{2F_1 + F_2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 6 + 32 \cdot 1}{2 \cdot 24 + 32} = \frac{320}{80} = 4 \text{ см.}$$

Кесимнинг марказий бош инерция моментлари

$$J_y = 2 \left( \frac{12 \cdot 2^3}{12} + 24 \cdot 9^3 \right) + \frac{2 \cdot 16^3}{12} = 4580 \text{ см}^4;$$

$$J_z = 2 \left( \frac{2 \cdot 12^3}{12} + 24 \cdot 2^3 \right) + \frac{16 \cdot 2^3}{12} + 32 \cdot 3^3 = 1070 \text{ см}^4.$$

Кесимнинг инерция радиусларининг квадратлари

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{4580}{2 \cdot 24 + 32} = \frac{4580}{80} = 57,3 \text{ см}^2;$$

$$i_z^2 = \frac{J_z}{F} = \frac{1070}{80} = 13,4 \text{ см}^2.$$

Ихтиёрий кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган ички куч факторлари:

$$N_x = -P; \quad M_y = -P|e_z|; \quad M_z = -P|e_y|;$$

бу ерда  $e_y = -2 \text{ см}$ ,  $e_z = 8 \text{ см}$  — қутб координаталари.

Кесимнинг хавфли нуқталарини топиш учун нолинчи чизиқнинг вазиятини аниқлаймиз, унинг координата ўқларидан (марказий бош ўқлардан) ажратган  $a_y$  ва  $a_z$  кесмаларини ҳисоблаймиз:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{e_y} = -\frac{13,4}{-2} = 6,7 \text{ см};$$

$$a_z = -\frac{i_y^2}{e_z} = -\frac{57,3}{8} = -7,17 \text{ см}.$$

Чизмада нолинчи чизиқни ўтказиб (11.9-расм, б), қуйидагиларни аниқлаймиз: нолинчи чизиқдан кесимнинг энг узоқлашган нуқталари  $A(y_A = -4 \text{ см}, z_A = 10 \text{ см})$  нуқта, унда сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади ва  $B(y_B = 8 \text{ см}, z_B = -10 \text{ см})$  нуқта, унда чузувчи кучланиш ҳосил бўлади.

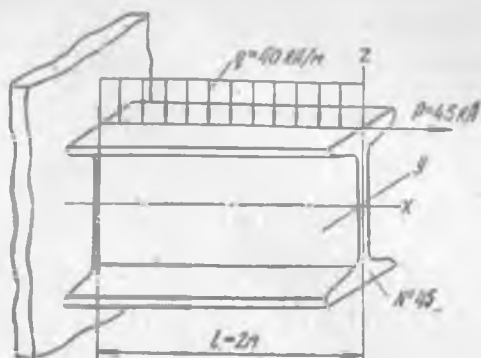
$|\sigma_A| > \sigma_B$  бўлгани учун, яъни  $|\max \sigma_c| > \max \sigma_c$  бўлгани учун мустаҳкамликка текширишни иккала нуқтада бажарамиз.

Энг катта сиқувчи кучланиш

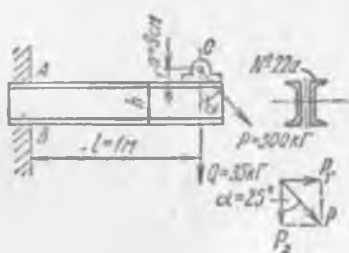
$$|\max \sigma_c| = |\sigma_A| = \left| \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{J_y} z_A + \frac{M_z}{J_z} y_A \right|,$$

$$|\max \sigma_c| = \left| -\frac{20000}{80} - \frac{20000 \cdot 8}{4580} \cdot 10 - \frac{20000 \cdot 2}{1070} \cdot 4 \right| =$$

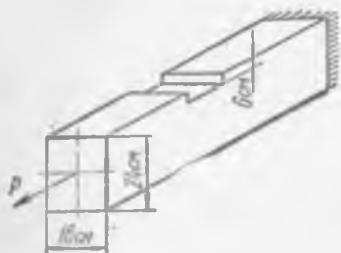
$$= |-250 - 350 - 150| = 750 \text{ кг/см}^2 < |\sigma_c|.$$



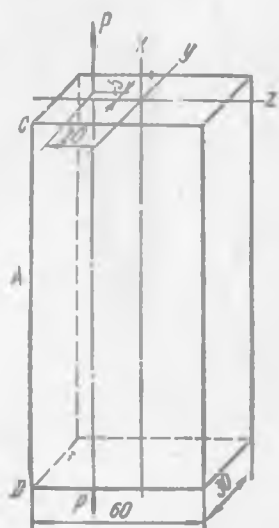
11. 9- расм.



11. 10- расм.



11. 12- расм.



11. 11- расм.

Бу назарияга кўра (уни тўртинчи деб атаймиз) мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} < [\sigma_4].$$

Ушбу мустаҳкамлик назарияларини фақат пластик материаллар учун қўллаш мумкин. Мўрт ва мўрт-пластик материаллар учун Морнинг мустаҳкамлик назарияси (шартли равишда уни бешинчи мустаҳкамлик назарияси деб атаймиз) қўлланилади.

Мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{V}} = \sigma_1 - \nu \sigma_3 < [\sigma_4],$$

бу ерда  $\nu = \frac{[\sigma_4]}{[\sigma_1]}$

## 12.2-§. БУРАЛИШ ВА ЭГИЛИШНИНГ БИРГАЛИКДАГИ ТАЪСИРИ. ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШ БИЛАН БИРГА СОДИР БЎЛАДИГАН БУРАЛИШ

Буралиш билан чўзилиш (сиқилиш) ларнинг биргаликдаги таъсирдан брус кўндаланг кесимларида буровчи момент —  $M_x = M_0$  ва бўйлама куч  $N_x$  пайдо бўлади; буралиш билан эгилишларнинг биргаликдаги таъсирдан эса, буровчи момент ва эгувчи моментлар —  $M_y$  ва  $M_z$  пайдо бўлади (эгилишда пайдо бўладиган кўндаланг кучлар  $Q_y$  ва  $Q_z$  назарга олинмайди)\*.

Брус хавfli кесимини излаш учун ички куч факторларининг эпюраларини қуриш керак бўлади. Айрим ҳолларда хавfli кесимни аниқлаб бўлмайди, бунинг учун мустаҳкамликка текширишни бир неча кесимлар учун бажаришга тўғри келади.

Хавfli нуқта учун мустаҳкамликка ҳисоблаш эквивалент кучланиш бўйича олиб борилади. Эквивалент кучланиш энг катта қийматга эга бўладиган нуқта хавfli бўлади.

Хавfli нуқталарда кўрсатилган деформацияларнинг биргаликдаги таъсирдан оддий текис кучланиш ҳолати содир бўлади (II бобга қаранг). Эквивалент кучланишни қабул қилинган мустаҳкамлик назарияси асосида қуйидаги формулалардан бири бўйича ҳисоблаш мумкин:

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2};$$

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2};$$

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{V}} = \frac{1-\nu}{2}\sigma + \frac{1+\nu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

\* Хусусий ҳолларда эгувчи моментлардан фақат бири  $M_y$  ёки  $M_z$  пайдо бўлиши мумкин.

Бу формулаларда:

$\tau$  — кўндаланг кесимнинг хавфли нуқтасидаги уринма кучланиш;

$\sigma$  — шу нуқтанинг ўзидаги нормал кучланиш.

Кўндаланг кесими донра бўлган брусни эгилиш билан буралишга ҳисоблашда хавфли кесим учун эквивалент момент деб аталувчи момент ҳисобланилади.

Энг катта уринма кучланиш мустаҳкамлик назарияси бўйича

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Шакл ўзгаришининг солишгирма потенциал энергияси назарияси бўйича

$$M_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{0,75 M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

$M_{\text{экв}}$  — энг катта қийматга эришадиган кесим хавфли кесим бўлади (бруснинг кўндаланг кесими унинг узунлиги бўйича ўзгармас деб фараз қилинади). Бу кесимда хавфли нуқталар — куч чизигининг кесим айлана контури билан кесишиш нуқталарида бўлади.

Мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_{\text{э}}} < [\sigma].$$

12.1- мисол. Тасмали узатма валнинг диаметри учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб аниқлансин (12.1-расм, а). Шкивларнинг оғирликлари ҳисобга олинмасин;  $[\sigma] = 500 \text{ кг/см}^2$ ,  $T = 2t$  деб қабул қилинсин.

Ечиш. 12.1- расм, б да  $I$  шкивга таъсир этувчи кучларни вал ўқиға келтириш кўрсатилган.  $T$ , ва  $t$ , кучларни келтириш натижасида шкив марказиға (вал ўқиға) қўйилган  $T_1 + t$ , кучни ва вални  $M_{\phi} = (T_1 - t) \frac{D_1}{2}$  момент билан буровчи жуфт кучни ҳосил қиламиз.

Худди шунга ўхшаш II ва III шкивлар учун

$$M_{\phi_2} = (T_2 - t_2) \frac{D_2}{2},$$

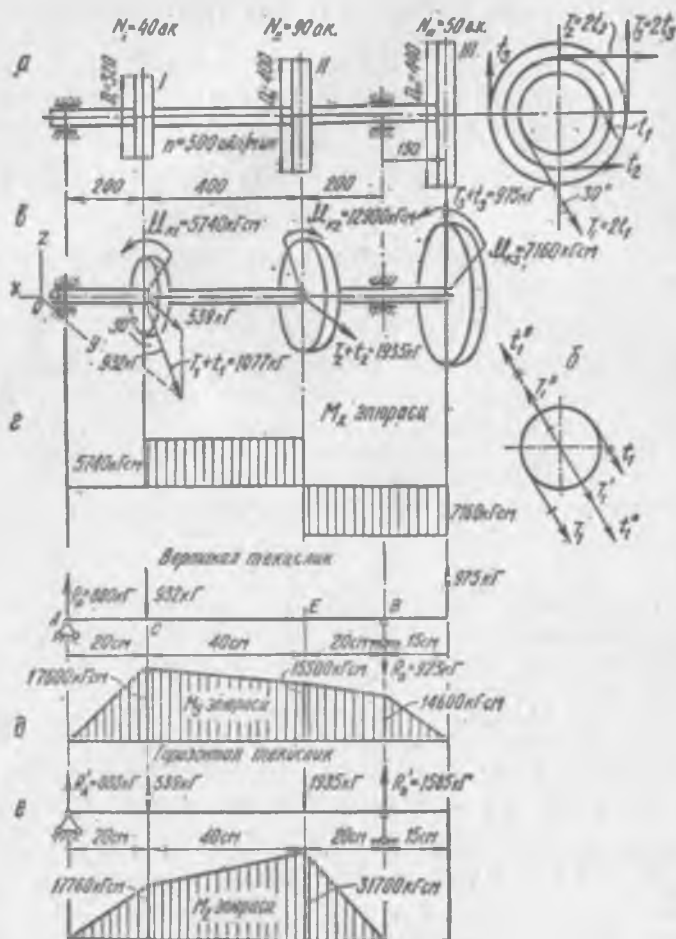
$$M_{\phi_3} = (T_3 - t_3) \frac{D_3}{2}.$$

Ҳар бир шкив томонидан узатиладиган буровчи моментларни ҳисоблаймиз:

$$M_{\phi_1} = 71620 \cdot \frac{40}{500} = 5740 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_{\phi_2} = 71620 \cdot \frac{90}{500} = 12900 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_{\phi_3} = 71620 \cdot \frac{50}{500} = 7162 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$



12.1-Рис.

Ҳар бир шкивда тасма тармоқларининг таранглигини тортилиш кучларини аниқлаймиз, бунда олдинроқ ҳосил қилинган кучлар билан моментлар орасидаги муносабатлардан фойдаланамиз ва  $T = 2t$  эканлигини назарга оламиз.

$$t_1 = \frac{2M_{\delta 1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 5740}{32} = 359 \text{ кГ}; \quad T_1 - 2t_1 = 718 \text{ кГ};$$

$$T_1 + t_1 = 1077 \text{ кГ};$$

$$t_2 = \frac{2 \cdot \mathcal{M}_{62}}{D_2} = \frac{2 \cdot 12900}{40} = 645 \text{ кг}; \quad T_2 = 2t_2 = 1290 \text{ кг};$$

$$T_2 + t_2 = 1935 \text{ кг}.$$

$$t_3 = \frac{2 \cdot \mathcal{M}_{63}}{D_3} = \frac{2 \cdot 7160}{44} = 325 \text{ кг}; \quad T_3 = 2t_3 = 650 \text{ кг};$$

$$T_3 + t_3 = 975 \text{ кг};$$

Вални ҳисоблаш схемаси 12.1-расм, в да кўрсатилган.

Вал  $\mathcal{M}_{61}$ ,  $\mathcal{M}_{61}$ ,  $\mathcal{M}_{63}$  моментлар таъсирда буралади; вертикал текисликда ( $T_1 + t_1$ ) кучнинг вертикал таъкил эгувчиси ( $T_1 + t_1$ )  $\cos 30^\circ = 1077 \cdot 0,866 = 932 \text{ кг}$  ва  $T_2 + t_2 = 975 \text{ кг}$  кучлар таъсиридаги эгилиш, ҳамда горизонтал текисликда ( $T_1 + t_1$ )  $\sin 30^\circ = 1077 \cdot 0,5 = 539 \text{ кг}$  ва  $T_2 + t_2 = 1935 \text{ кг}$  кучлар таъсиридаги эгилиш таъсирида бўлади.

$M_x$  буровчи моментнинг эпюраси 12.1-расм, г да кўрсатилган.

Вертикал ва горизонтал текисликлардаги эгувчи моментларнинг эпюралари ва ҳисоблаш схемалари 12.1-расм, д, е ларда кўрсатилган. Эгувчи моментларнинг эпюраларини қуришда вал шарнирли таянчларда ётувчи балка каби қаралади. Таянч реакцияларини аниқлашга ва эпюраларни қуришга тўхталмаймиз, чунки бу масалалар VI бобда мукамал ёритилган.

Е кесим хавфли бўлади, бунга ишонч ҳосил қилиш унча қийин эмас, чунки унда эквивалент момент энг катта қийматга эга бўлади:

$$M_{\text{экс}}^{\text{III}} = M_{\text{экс}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{7160^2 + 15500^2 + 31700^2} = 36000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Мустаҳкамлик шартидан вал диаметрини аниқлаймиз:

$$\sigma_{\text{экс}} = \frac{M_{\text{экс}}}{W_2} = \frac{M_{\text{экс}}}{\frac{\pi d^3}{32}} < [\sigma],$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экс}}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{36000 \cdot 32}{3,14 \cdot 500}} = 9,04 \text{ см}.$$

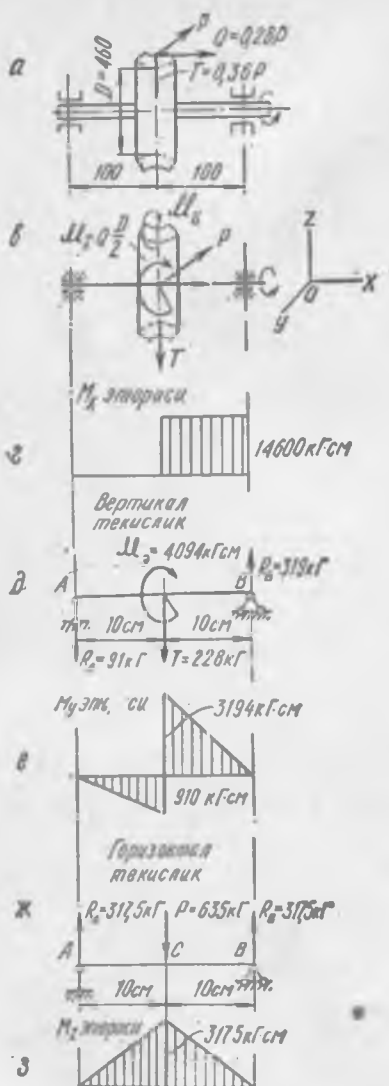
$d = 90 \text{ мм}$  деб қабул қиламиз.

12.2- мисол.  $n = 80 \text{ айл/мин}$  бурчак тезлик билан айланишда  $N = 12 \text{ кВт}$  қувват узатадиган червякли гилдирак валининг керакли диаметри аниқлансин (12.2-расм, а);  $[\sigma] = 400 \text{ кг/см}^2$ .

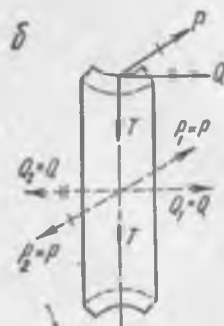
Ҳисоблашда тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланилсин.

Е чи ш. Вал томонидан узатиладиган моментни аниқлаймиз:

$$\mathcal{M}_6 = 97380 \cdot \frac{N}{n} = 97380 \cdot \frac{12}{80} = 14600 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$



12.2 - расм.



Бу моментни зуриқиш  
 $P$  орқали ифодаляимиз:

$$M_0 = P \frac{D}{2},$$

бундан

$$P = \frac{2 M_0}{D} = \frac{2 \cdot 14600}{46} = 635 \text{ кг.}$$

Радиал зуриқиш  $T$  ва  
уқ буйлаб зуриқиш  $Q$   
ларни 12.2- расм, а да  
келтирилган муносабат-  
лардан фойдаланиб топа-  
миз:

$$T = 0,36P = 0,36 \cdot 635 = 228 \text{ кг};$$

$$Q = 0,28P = 0,28 \cdot 635 = 178 \text{ кг.}$$

Ҳисоблаш схемасини  
тузиш учун барча кучлар-  
ни валнинг геометрик  
ўқи нуқтасига келтирамиз  
(12.2- расм, б).  $P$  кучни  
кўчирганда вални буров-  
чи моментни  $M_0 = P \frac{D}{2} =$

$= 14600 \text{ кг} \cdot \text{см}$  бўлган жуфт куч қўшилади.  $Q$  кучни қўчирганда  $xOz$  текислигида таъсир этувчи ва шу текисликда вални эгувчи, моменти  $M_x = Q \frac{D}{2} = 178 \frac{46}{2} = 4094 \text{ кг} \cdot \text{см}$  бўлган жуфт куч қўшилади.  $Q_1 = Q$  куч валнинг ўнг ярида сиқилишни ҳосил қилади, ҳисоблашда унинг таъсири назарга олинмайди.

Вални ҳисоблаш схемаси 12.2-расм, *в* да кўрсатилган. Вал буралиш таъсирида бўлади (валнинг ўнг учидан ғилдирак ўртасигача бўлган қисми буралади), вертикал текисликда моменти  $M_z = Q \frac{D}{2}$  бўлган жуфт куч ва  $T$  куч таъсирида эгилади, горизонтал текисликда  $P$  куч таъсирида ҳам эгилади.

Буровчи моментнинг эпюраси 12.2-расм, *г* да тасвирланган.

Эгувчи момент эпюрасини яшаш учун таянч реакцияларини аниқлаймиз.

$zOx$  текислигида (12.2-расм, *д*):

$$\sum m_A = 4094 + 228 \cdot 10 - R_B \cdot 20 = 0,$$

бундан

$$R_B = \frac{4094 + 2280}{20} = 319 \text{ кг}.$$

$$\sum m_B = -R_A \cdot 20 + 4094 - 228 \cdot 10 = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{-2280 + 4094}{20} \approx 91 \text{ кг}.$$

$M_y$  эпюраси 12.2-расм, *е* да кўрсатилган.

$P$  куч билан юклаш схемаси 12.2-расм, *ж* да берилган ва унга мос келувчи эгувчи момент ( $M_z$ ) нинг эпюраси 12.2-расм, *з* да келтирилган. Юклаш схемаси ва  $M_z$  эпюраси чизма текислиги билан устма уст туширилган.

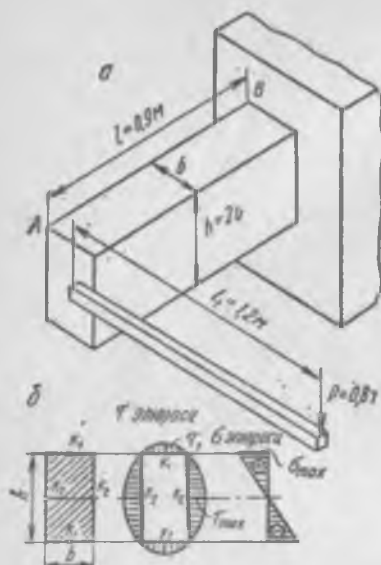
Ўз-ўзидан равшанки, ғилдирак ўртасига ўнг томонидан чексиз яқин жойлашган  $C$  кесим хавфли бўлади. Бу кесим учун эквивалент момент

$$M_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{0,75 M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0,75 \cdot 14600^2 + 3194^2 + 3175^2} \approx 13300 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Мустаҳкамлик шартидан вал диаметрини топамиз

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{IV}}}{\frac{\pi}{32} d^3} \leq [\sigma],$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экв}}^{\text{IV}}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 13300}{3,14 \cdot 400}} = 6,99 \text{ см}.$$



12.3- расм.

нинг устки ва остки четидаги нуқталарда пайдо бўлади (12.3- расм, б даги эпюрага қаранг):

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{72000 \cdot 6}{b h^2} = \frac{432000}{b (2b)^2} = \frac{108000}{b^3}.$$

Энг катта уринма кучланишлар  $K_2$  нуқталарда пайдо бўлади (12.3- расм, б); кесувчи кучнинг таъсирини ҳисобга олмасдан қуйидагини топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_x}{W_x}.$$

бу ерда

$$W_x = \beta b^2 h = 0,246 b^2 2b = 0,492 b^3;$$

$$\tau_{\max} = \frac{96000}{0,492 b^2} = \frac{195000}{b^2}.$$

$K_1$  нуқтадаги уринма кучланиш

$$\tau_1 = \tau_{\max} = 0,795 \frac{195000}{b^2} = \frac{155000}{b^2}.$$

$d = 70$  мм деб қабул қиламиз.

12.3- мисол. Агар  $[\sigma] = 1400$  кг/см<sup>2</sup> бўлса, у ҳолда АВ брус кундаланг кесимининг ўлчамлари танлансин (12.3- расм, а). Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш мустаҳкамлик назарияси бўйича бажарилсин.

Е чи ш. Брус буралиш ва эгилиш таъсирида. Хавфли кесим, энг катта эгувчи момент пайдо бўладиган қистириб маҳкамланган жойдаги кесим бўлади.

$$\max M_x = Pl = 800 \cdot 90 = 72000 \text{ кг} \cdot \text{см},$$

шунингдек, буровчи момент

$$M_x = Pl_1 = 800 \cdot 120 = 96000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Энг катта нормал кучланишлар кундаланг кесим-

$K_1$  нуқтада оддий текис кучланиш ҳолати содир бўлади:

$$(\sigma_{\text{эк}}^{\text{III}})_{K_1} = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2 + 4\tau_1^2} = \sqrt{\left(\frac{108000}{b^3}\right)^2 + 4\left(\frac{155000}{b^3}\right)^2} = \frac{330000}{b^3} \leq 1400,$$

бундан

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{330000}{1400}} = 6,2 \text{ см.}$$

$$h = 2b = 12,4 \text{ см.}$$

$K_2$  нуқтада кучланиш ҳолати — соф силжишдир (II бобга қаранг):

$$(\sigma_{\text{эк}}^{\text{III}})_{K_2} = \sqrt{0 + 4\tau_{\text{max}}^2} = 2\tau_{\text{max}} = \frac{390000}{b^3} \leq 1400,$$

бундан

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{390000}{1400}} = 6,5 \text{ см,}$$

$$h = 2b = 13 \text{ см.}$$

Оқибат натижада топилган ўлчамлардан каттасини қабул қиламиз.

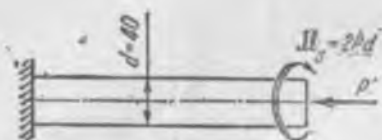
Хавфли нуқта  $K_2$  нуқта экан.

12.4-мисол. Агар брус материалининг мустаҳкамлик чегараси чўзилиш учун  $\sigma_{\text{мч}} = 210 \text{ н/мм}^2$  ва сиқилиш учун  $\sigma_{\text{мс}} = 840 \text{ н/мм}^2$ , талаб этилган мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 4,5$  бўлса, чўян брус учун рухсат этилган нагрузканинг қиймати аниқлансин (12.4-расм).

Ечиш. Брус буралишга ва сиқилишга ишлайди: берилган юклаш схемасида унинг барча кўндаланг кесимлари тенг хавфли бўлади. Кўндаланг кесимлардан ҳар бирининг контуридаги нуқталар хавфли, чунки уларда буралиш таъсиридан энг катта кучланиш пайдо бўлади; нормал кучланишлар кўндаланг кесим бўйича текис тақсимланган. Хавфли нуқтадаги кучланишни изланаётган миқдор  $P$  орқали ифодалаймиз:

$$\sigma = -\frac{4P}{\pi d^3};$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_p} = \frac{2Pd}{\pi d^3} = \frac{32P}{\pi d^3}.$$



12.3 - расм.

Морнинг мустаҳкамлик назариясини қўллаб, қуйидаги мустаҳкамлик шартини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{\text{эки}}^V = \frac{1-\nu}{2} \sigma + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} =$$

$$= \frac{1-0,25}{2} \left( -\frac{4P}{\pi d^2} \right) + \frac{1+0,25}{2} \frac{P}{\pi d^2} \sqrt{4^2 + 4 \cdot 32^2} \leq \frac{\sigma_{\text{мч}}}{[n]},$$

бу ерда

$$\nu = \frac{\sigma_{\text{мч}}}{\sigma_{\text{мс}}} = \frac{210}{840} = 0,25.$$

Кейинги алмаштиришлардан сўнг, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{P}{\pi d^2} (-4 \cdot 0,375 + 0,625 \cdot 64,2) < \frac{\sigma_{\text{мч}}}{[n]}.$$

Нагрузканинг рухсат этилган қиймати

$$[P] = \frac{\sigma_{\text{д} \cdot \sigma_{\text{мч}}}{[n] (40,1 - 1,5)} = \frac{3,14 \cdot 40^2 \cdot 210}{4,5 \cdot 38,6} = 6080 \text{ Н} = 6,08 \text{ кН}.$$

**Мустақил ечиш учун масалалар**

**12.1.** Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, тасмали узатма валининг талаб этилган диаметри аниқлансин (12.5-расм);  $\sigma = 700 \text{ кГ/см}^2$  деб қабул қилинсин. Шкивларнинг  $G_1$  ва  $G_2$  оғирликлари ҳисобга олинсин.

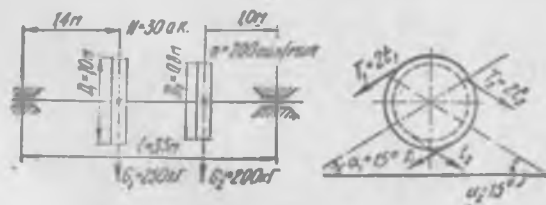
Жавоби.  $d = 93 \text{ мм}$

**12.2.** Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, эгрилиги кичик бўлган пулат бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (12.6-расм):  $[\sigma] = 1000 \text{ кГ/см}^2$  деб қабул қилинсин.

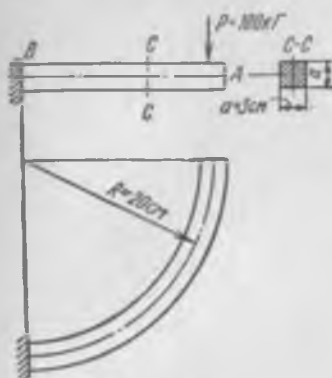
Жавоби.  $(\sigma_{\text{эки}})_B = 839 \text{ кГ/см}^2$ .

**12.3.** Агар  $[\sigma_4] = 1200 \text{ кГ/см}^2$  бўлса, у ҳолда брус учун  $P$  кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин (12.7-расм) Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин.

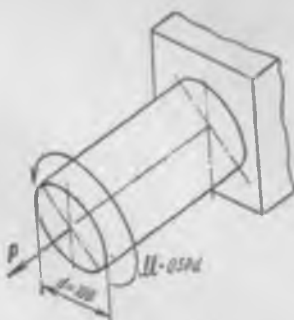
Жавоби.  $[P] = 22,8 \cdot 10^3 \text{ кГ}$ .



12.5.- расм.

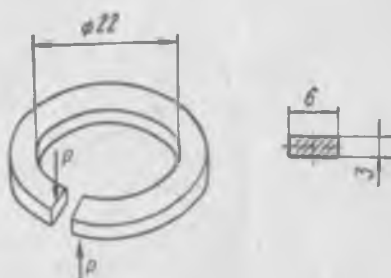


12.6- расм.



12.7- расм.

12.4. Пружина шайба болтни бураб маҳкамлашда  $P = 12 \text{ кГ}$  куч билан тортилган (12.8-расм). Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, хавфли нуқта учун эквивалент кучланиш аниқлансин. Кучлар орасидаги масофа шайба диаметрига нисбатан эътиборга олмаслик даражада кичик.



12.8- расм.

Жавоби.  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = 3970 \text{ кГ/см}^2$ .

12.5. Агар  $[\sigma] = 400 \text{ н/мм}^2$  бўлса, пружина шайба учун  $[P]$  кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин (12.9-расм). Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин. Шайбанинг қирқилган жойи чексиз равишда энсиз деб ҳисоблансин.

Жавоби.  $[P] = 154 \text{ н}$ .

12.6. Иккала стержень (12.10- расм) учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Стерженьлар Ст. 3 пўлатидан асалган, оқувчанлик чегараси  $\sigma_{0.2} = 2400 \text{ кГ/см}^2$ . Ҳисоблашда тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланилсин. Стерженьлар орасидаги ишқаланиш кучи эътиборга олинмасин.

Жавоби.  $n_1 = 1.69$ ;  $n_2 = 2.43$ .

Морнинг мустаҳкамлик назариясини қўллаб, қуйидаги мустаҳкамлик шартини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{\text{кн}}^v = \frac{1-v}{2} \sigma + \frac{1+v}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} =$$

$$= \frac{1-0,25}{2} \left( -\frac{4P}{\pi d^3} \right) + \frac{1+0,25}{2} \frac{P}{\pi d^3} \sqrt{4^2 + 4 \cdot 32^2} \leq \frac{\sigma_{\text{мч}}}{[n]},$$

бу ерда

$$v = \frac{\sigma_{\text{мч}}}{\sigma_{\text{мс}}} = \frac{210}{840} = 0,25.$$

Кейинги алмаштиришлардан сўнг, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{P}{\pi d^3} (-4 \cdot 0,375 + 0,625 \cdot 64,2) < \frac{\sigma_{\text{мч}}}{[n]}.$$

Нагрузканинг рухсат этилган қиймати

$$[P] = \frac{\pi d^3 \sigma_{\text{мч}}}{[n] (40,1 - 1,5)} = \frac{3,14 \cdot 40^3 \cdot 210}{4,5 \cdot 38,6} = 6080 \text{ Н} = 6,08 \text{ кН}.$$

**Мустақил ечиш учун масалалар**

**12.1.** Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, тасмали узатма валининг талаб этилган диаметри аниқлансин (12.5-расм);  $\sigma = 700 \text{ кГ/см}^2$  деб қабул қилинсин. Шкивларнинг  $G_1$  ва  $G_2$  оғирликлари ҳисобга олинсин.

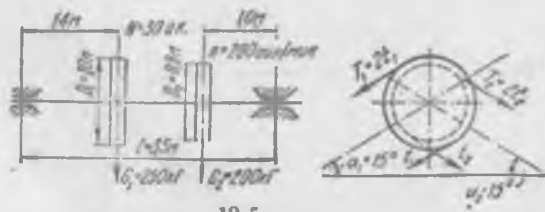
*Жавоби.*  $d = 93 \text{ мм}$

**12.2.** Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, эгрилиги кичик бўлган пўлат бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (12.6-расм);  $[\sigma] = 1000 \text{ кГ/см}^2$  деб қабул қилинсин.

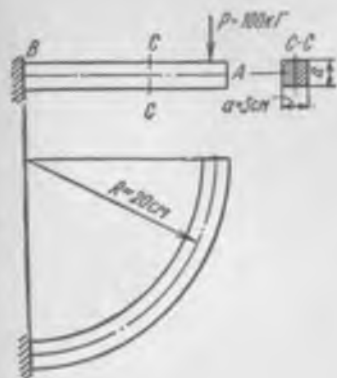
*Жавоби.*  $(\sigma_{\text{кн}})_B = 839 \text{ кГ/см}^2$ .

**12.3.** Агар  $[\sigma_k] = 1200 \text{ кГ/см}^2$  бўлса, у ҳолда брус учун  $P$  кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин (12.7-расм) Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин.

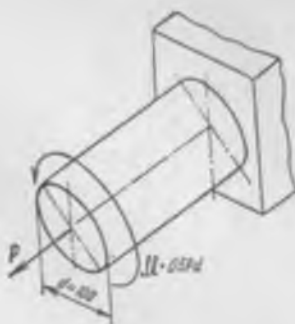
*Жавоби.*  $[P] = 22,8 \cdot 10^3 \text{ кГ}.$



12.5.- расм.

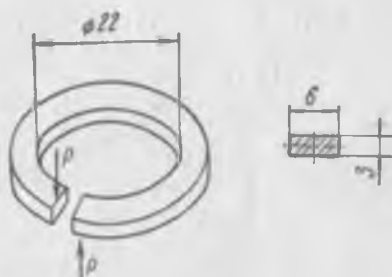


12. 6- расм.



12. 7- расм.

12.4. Пружина шайба болтни бураб маҳкамлашда  $P = 12 \text{ кг}$  куч билан тортилган (12.8-расм). Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўлаб, хавфли нуқта учун эквивалент кучланиш аниқлансин. Кучлар орасидаги масофа шайба диаметрига нисбатан эътиборга олмаслик даражада кичик.



12. 8- расм.

Жавоби.  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = 3970 \text{ кг/см}^2$ .

12.5. Агар  $[\sigma] = 400 \text{ н/мм}^2$  бўлса, пружина шайба учун  $[P]$  кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин (12.9-расм). Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин. Шайбанинг қирқилган жойи чексиз равишда энсиз деб ҳисоблансин.

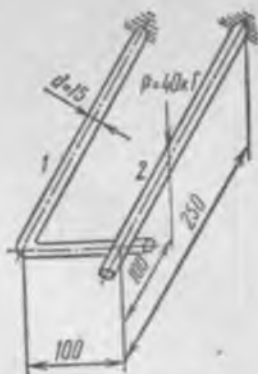
Жавоби.  $[P] = 154 \text{ н}$ .

12.6. Иккала стержень (12.10-расм) учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Стерженлар Ст. 3 пулатида ясалган, оқувчанлик чегараси  $\sigma_{\text{ок}} = 2400 \text{ кг/см}^2$ . Ҳисоблашда туртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланилсин. Стерженлар орасидаги ишқаланиш кучи эътиборга олинмасин.

Жавоби.  $n_1 = 1,69$ ;  $n_2 = 2,43$ .



12.9-расм.



12.10-расм.

### 12.3-§. БРУСГА КУЧЛАР ТАЪСИРИНИНГ УМУМИЙ ҲОЛИ

Умумий ҳолда тўғри брусга кучлар таъсир этганда унинг кўндаланг кесимларида олтита ички куч факторлари пайдо бўлади (12.11-расм):  $N_x$ — бўйлама (нормал) куч;  $Q_y$  ва  $Q_z$ — кесувчи кучлар;  $M_y$  ва  $M_z$ — эгувчи моментлар;  $M_x = M_0$ — буровчи момент.

Хавфли кесимни топиш учун ёки бир неча тахмин этилган хавфли кесимларни аниқлаш учун, қондага мувофиқ ички куч факторларининг эпюраларини қуриш керак. Уларни қуришда синиқ бруснинг ҳар бир элементи учун 12.11-расмда кўрсатилган сирпанувчи координата системасидан фойдаланилади:  $x$ — бруснинг бўйлама ўқи;  $y$  ва  $z$ — унинг кўндаланг кесимининг марказий бош ўқлари.

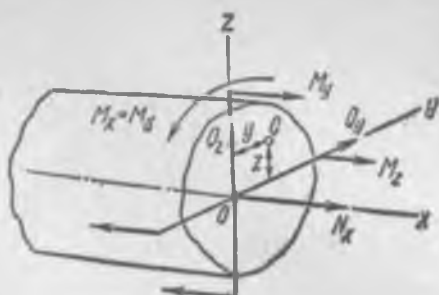
Кесимнинг хавфли нуқтасини топиш учун ҳар бир ички куч факторларига мос келувчи нормал ва уринма кучланишларнинг эпюралари қурилади; бунда кесувчи кучларнинг таъсирини куп ҳолларда эътиборга олинмайди. Эквивалент кучланиш энг катта миқдорга эга бўладиган нуқта хавфли бўлади. Хавфли нуқтада умумий ҳолда оддий текис кучланиш ҳолати содир бўлади, хусусий ҳолда—соф силжиш ёки бир ўқли чўзилиш (сиқилиш) содир бўлади.

12.5- мисол. Агар  $[\sigma_x] = 300 \text{ кг/см}^2$ ,  $[\sigma_c] = 1000 \text{ кг/см}^2$  бўлса,  $y$  ҳолда чўян бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин (12.12-расм, а).

Ечиш. Брус буралиш, сиқилиш ва эгилиш таъсирида бўлади. Унинг кўндаланг кесимларида ички куч факторлари  $N_x$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  пайдо бўлади (кесувчи куч  $Q$  ни эътиборга олмаймиз).

$N_x$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  эпюралари 12.12-расм, б да кўрсатилган.

Бруснинг  $N_1L_1$  кесимида мустаҳкамликни текшираимиз.



12.11-расм.

Буралиш таъсиридан ҳосил бўладиган максимал кучланиш:

$$\max \tau_1 = \frac{\max M_x}{W_p} = \frac{30000}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{30000 \cdot 16}{3,14 \cdot 10^3} = 153 \text{ кг/см}^2$$

Сиқилиш таъсиридан ҳосил бўладиган кучланиш:

$$\sigma_{N_x1} = \frac{N_x}{F_1} = \frac{N_x \cdot 4}{\pi d^3} = - \frac{5000 \cdot 4}{3,14 \cdot 10^3} = -63,7 \text{ кг/см}^2.$$

Эгилиш таъсиридан ҳосил бўладиган максимал кучланиш:

$$\max \sigma_{M_y1} = \pm \frac{\max M_y}{W_y} = \pm \frac{\max M_y}{\frac{\pi}{32} d^3} = \pm \frac{18750 \cdot 32}{3,14 \cdot 10^3} = \pm 191 \text{ кг/см}^2.$$

$M_1 L_1$  кўндаланг кесимдаги кучланишларнинг эпюралари 12.12-расм, а да кўрсатилган.

Кўриб чиқиладиган кесимнинг нуқталаридан қайси бири ( $D$  ёки  $E$ ) хавфли бўлади, бу аниқ эмас, чунки  $\sigma$  абсолют миқдори жиҳатидан  $E$  нуқтада  $D$  нуқтадагидан катта, лекин брус материали чуян бўлгани учун чузилишга қараганда сиқилишга яхшироқ қаршилик қилади. Шунга асосланиб, кўрсатилган иккала нуқта учун ҳисоблашни бажарамиз.

Бу нуқталардаги нормал кучланишларни аниқлаймиз;

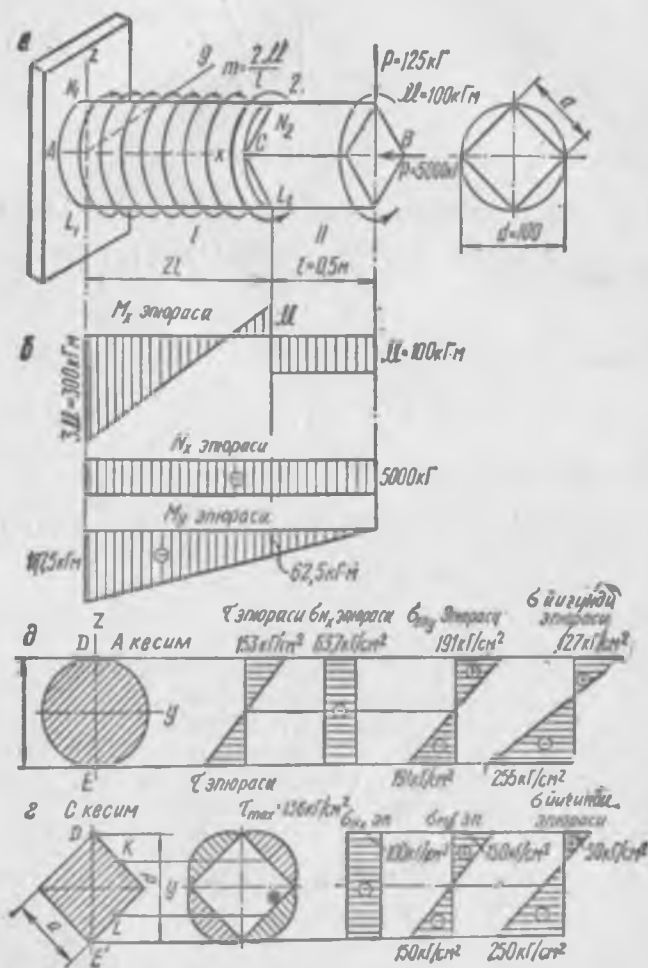
$$\sigma_D = \sigma_{N_x} + (\max \sigma_{M_y})_D = -63,7 + 191 \approx 127 \text{ кг/см}^2 \text{ (чўзилиш);}$$

$$\sigma_E = \sigma_{N_x} + (\max \sigma_{M_y})_E = -63,7 - 191 \approx -255 \text{ кг/см}^2 \text{ (сиқилиш).}$$

$D$  ва  $E$  нуқталар учун Морнинг мустаҳкамлик назарияси (бешинчи мустаҳкамлик назарияси) ни қўллаб ҳамда қуйидаги

$$\nu = \frac{|\sigma_t|}{|\sigma_c|} = \frac{300}{1000} = 0,3$$

ни ҳисобга олиб, эквивалент кучланишларни аниқлаймиз.



12. 12- расм.

*D* нуқта учун

$$(\sigma_{\text{экс}}^V)_D = \frac{1-0,3}{2} 127 + \frac{1+0,3}{2} \sqrt{127^2 + 4 \cdot 153^2} = 260 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_q].$$

*E* нуқта учун

$$(\sigma_{\text{экс}}^V)_E = \frac{1-0,3}{2} (-255) + \frac{1+0,3}{2} \sqrt{255^2 + 4 \cdot 153^2} = 170 \text{ кг/см}^2 < (\sigma_q).$$

*D* нуқта хавфли бўлади. Биринчи участкада бруснинг мустаҳкамлиги таъминланган.

Бруснинг  $N_2L_2$  кесимидаги мустаҳкамликни текшираамиз. Бу кесимнинг геометрик характеристикаси

$$F = a^2 - \left( \frac{d}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{10^4}{2} = 50 \text{ см}^2;$$

$$J_y = \frac{a^4}{12} - \frac{\left( \frac{d}{\sqrt{2}} \right)^4}{12} = \frac{d^4}{48} = \frac{10^4}{48} = 208 \text{ см}^4;$$

$$W_y = \frac{J_y}{\frac{d}{2}} = \frac{208}{5} = 41,6 \text{ см}^3.$$

Нормал ва уринма кучланишларнинг эпюралари 12.12-расм, *г* да келтирилган. Бу эпюраларни  $A(N_1L_1)$  кесим учун ҳосил қилинган эпюралар билан солиштириб, шунга ишонч ҳосил қиламизки,  $N_2L_2$  кесимнинг исталган нуқтаси *D* нуқтага нисбатан унча хавфли эмас, ва демак, II участкада ҳам мустаҳкамлик таъминланган.

**12.6-мисол.** Фазовий брус участкаларининг кундаланг кесимларининг ўлчамлари топилсин (12.13-расм, *а*). *ED* участка квадрат кесимли, *C* участка тўғри тўртбурчак кесимли ( $h=2b$ ). *CB* ва *AB* участкалар доира кесимли (12.13-расм, *б*).

Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича бажарилсин. Рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$ .

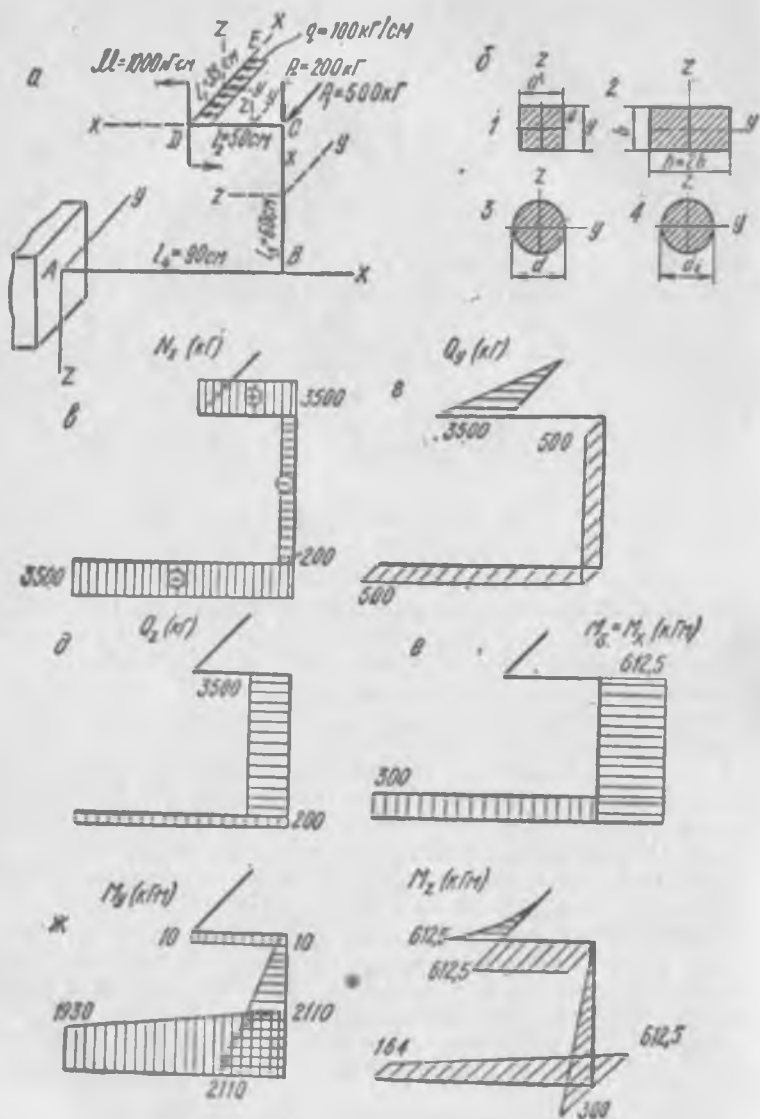
Ечиш. Ички куч факторларининг эпюраларини қураамиз, бунинг учун 12.13-расм, *а* да кўрсатилган сирпанувчи координата системасидан фойдаланамиз. Эпюрани қуришда бруснинг эркин учидан бошлаб ҳаракатланамиз.

$N_x$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$  эпюралари 12.13-расм, *в*, *г*, *д* ларда тасвирланган, бу эпюраларни қуриш бўйича махсус тушунтиришлар келтирмаймиз.

$M_x$  буровчи момент эпюрасини қуриш.

*CB* участка

$$M_{\text{хс}} = M_{\text{хв}} = \frac{ql_1^2}{2} = \frac{100 \cdot 35^2}{2} = 61250 \text{ кг} \cdot \text{см},$$



12. 13- расм.

BA участка

$$M_{1B} = M_{xA} = P_1 l_1 = 500 \cdot 60 = 30 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

$M_x$  эпюраси 12.13-расм, е да кўрсатилган.

$M_y$  эгувчи момент эпюрасини қуриш.

DC участка

$$M_{yD} = M_{yC} = -1000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

CB участка

$$(M_y)_C = -1000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

$$M_{yB} = -M - ql_1 l_2 = -1000 - 100 \cdot 35 \cdot 60 = -211 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

BA участка

$$M_{yB} = -211 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_{yA} = -M - ql_1 l_2 + P_2 l_4 = -1000 - 100 \cdot 35 \cdot 60 + 200 \cdot 90 = -193 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

$M_y$  нинг ҳар бир участкасида унинг сиқилган толалари томонидан қурилган эпюраси 12.13-расм, ж да кўрсатилган.

$M_z$  эгувчи момент эпюрасини қуриш.

ED участка

$$M_{zE} = 0;$$

$$M_{zD} = -\frac{ql_1^2}{2} = -\frac{100 \cdot 35^2}{2} = -61250 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

DC участка

$$M_{zD} = M_{zC} = -61,25 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

CB участка

$$M_{zC} = 0;$$

$$M_{zB} = P_1 l_2 = 500 \cdot 60 = 30 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

BA участка

$$M_{zB} = -\frac{ql_1^2}{2} = -61,25 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_{zA} = -\frac{ql_1^2}{2} + P_1 l_4 = -61,25 \cdot 10^3 + 500 \cdot 90 = -16,25 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

$M_z$  эпюраси 12.13-расм, з да келтирилган, унинг ординатлари сиқилган толалар томонга жойлаштирилган.

Участкаларнинг кўндаланг кесими ўлчамларини аниқлашга ўтамиз.

1) ED участка тўғри кўндаланг эгилиш таъсирида бўлади. D кесим хавфли, бу ерда эгувчи момент  $M_{zD} = -61250 \text{ кг} \cdot \text{см}$ . Тўғри эгилишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб,

$$\sigma_{max} = \frac{\max M_z}{W_z} \leq [\sigma],$$

қуйидагини топамиз:

$$W_x = \frac{a^2}{6} > \frac{\max M_z}{[z]},$$

бундан

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{6 \max M_z}{[z]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 61,25 \cdot 10^3}{1000}} = 7,16 \text{ см.}$$

$a = 72 \text{ мм}$  деб қабул қиламиз.

2)  $CD$  участка, эпюрадан кўринганидек, соф қийшиқ эгилиш ва чўзилиш таъсирида бўлади (бу участканинг ҳамма қисмлари тенг хавфлидир). Бу участкада ички куч факторлари:

$$N_x = 3500 \text{ кГ}; M_y = 1000 \text{ кГ} \cdot \text{см}; M_z = 61250 \text{ кГ} \cdot \text{см}.$$

Кесимни танлаш учун аввал  $N_x$  ни эътиборга олган ҳолда қийшиқ эгилишга ҳисоблашни бажарамиз.

Хавfli нуқта (бурчак нуқта) учун ҳисоблаш формуласи

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [z],$$

бу ерда

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{h^2}{12}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6} = \frac{h^2}{24}; \quad \frac{W_z}{W_y} = 2.$$

$W_z$  ни аниқлаймиз:

$$W_z > \frac{W_y + \frac{W_z}{W_y} M_y}{[z]};$$

$$\frac{h^2}{12} = \frac{61,4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3}{10^3} = 63,4 \text{ см}^2,$$

$$h \geq \sqrt[3]{12 \cdot 63,4} = 9,14 \text{ см.}$$

$h = 9,4 \text{ см}$  деб қабул қиламиз ва текширишни бўйлама кучни эътиборга олган ҳолда бажарамиз:

$$F = bh = 9,4 \cdot 4,7 = 44,2 \text{ см}^2;$$

$$W_x = \frac{h^2}{12} = \frac{9,4^2}{12} = 69,2 \text{ см}^2; \quad W_y = 34,6 \text{ см}^2,$$

$$\begin{aligned} \max \sigma &= \frac{N_x}{F} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} = \frac{3500}{44,2} + \frac{1000}{34,6} + \frac{61400}{69,2} = \\ &= 79 + 29 + 885 = 993 \text{ кГ/см}^2 < [z]. \end{aligned}$$

3)  $BC$  участка. Бу ерда кучлар таъсирининг умумий ҳоли содир бўлади. Хавfli кесим  $B$  нуқта яқинида. Бу кесимда ички куч факторлари қуйидагичадир:

$$N_x = -200 \text{ кГ};$$

$$M_x = M_6 = 61,25 \cdot 10^3 \text{ кГ} \cdot \text{см};$$

$$M_y = 211 \cdot 10^3 \text{ кГ} \cdot \text{см};$$

$$M_z = 30 \cdot 10^3 \text{ кГ} \cdot \text{см}.$$

Кесувчи кучнинг таъсирини назарга олмаймиз.

Кесимнинг диаметрини буралиш ва эгилишга ҳисоблаш натижасидан оламиз. Учинчи мустақкамлик назариясидан эквивалент момент:

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_0^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(61,25^2 + 211^2 + 30^2) \cdot 10^6} = 222 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$W_0 \approx 0,1 d^3 > \frac{M_{\text{экв}}^{\text{III}}}{[\sigma]} = \frac{222 \cdot 10^3}{10^3} = 222;$$

$$d \geq \sqrt[3]{2220} \approx 13 \text{ см.}$$

Бўйлама кучни назарга олиб, кесим ўлчамининг етарли қанлигини текшираимиз:

$$W_0 = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 13^3}{32} = 216 \text{ см}^3$$

$$W_p = 2 W_0 = 432 \text{ см}^3;$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 13^2}{4} = 133 \text{ см}^2.$$

Эгувчи момент:

$$M_0 = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(211 \cdot 10^3)^2 + (30 \cdot 10^3)^2} = 213 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Максимал нормал кучланиш

$$\sigma = \frac{N_x}{F} = \frac{M_z}{W_0} = -\frac{200}{133} - \frac{213 \cdot 10^3}{216} = -1,5 - 986 \approx -988 \text{ кг/см}^2.$$

Уринма кучланиш

$$\tau = \frac{M_0}{W_p} = \frac{61400}{432} = 142 \text{ кг/см}^2.$$

Учинчи мустақкамлик назарияси бўйича эквивалент кучланиш

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{988^2 + 4 \cdot 142^2} = 1027 \text{ кг/см}^2.$$

Ўта юкланиш

$$\frac{\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{1027 - 1000}{1000} \cdot 100\% = 2,7\%$$

ни ташкил этади, бунга эса рухсат этилади.

4) АВ участка.

Хавфли кесим В нуқта яқинида:

$$N_x = -3500 \text{ кг};$$

$$M_0 = 30 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_x = 61,25 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}; M_y = 211 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Буралиш ва эгилишга ҳисоблаш натижасидан кесим диаметрини танлаймиз.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича эквивалент момент

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(30^3 + 211^3 + 61,25^3) \cdot 10^6} = 222 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}$$

BC участкадаги ҳисоблашга асосланиб,  $d_0 = 13 \text{ см}$  ни оламиз ва бўйлама кучни назарга олиб, кесим ўлчамининг етарли эканлигини текшираемиз:

$$W_y = 216 \text{ см}^3, W_p = 432 \text{ см}^3, F = 133 \text{ см}^2.$$

Эгувчи момент

$$M_z = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{(61,25^2 + 211^2) \cdot 10^6} = 218 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Нормал кучланиш

$$\sigma = \frac{N_x}{F} - \frac{M_z}{W_y} = -\frac{3500}{133} - \frac{218000}{216} = -26,3 - 1006 = -1032,3 \text{ кг/см}^2.$$

Уринма кучланиш

$$\tau = \frac{M_x}{W_p} = \frac{30000}{432} = 69,5 \text{ кг/см}^2.$$

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича эквивалент кучланиш

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{1032^2 + 4 \cdot 69,5^2} = 1040 \text{ кг/см}^2.$$

Ўта юкланиш 4% ни ташкил этади, бунга эса рухсат этилади.

12.7- мисол. Деталнинг  $m-m$ ,  $n-n$ ,  $s-s$  кесимларида мустаҳкамлик текширилсин (12.14- расм, а).  $[\sigma] = 750 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилиб ҳисоблашни учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича олиб борилсин.

Е чи ш.

$m-m$  кесим (12.14- расм, а).

0-1 участка  $P$  кучдан туғри эгилиш таъсирида бўлади.  $m-m$  кесимдаги эгувчи момент:

$$M_z = P \cdot l = 350 \cdot 3 = 1050 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Энг катта нормал кучланиш

$$\sigma_{\text{мак}} = \frac{M_z}{W_y} = \frac{1050}{0,1 \cdot 3^3} = 389 \text{ кг/см}^2 < [\sigma].$$

$n-n$  кесим (12.14- расм, б).

Кесим 1-2 участкага ёндошади.  $n-n$  кесимдан чап томонда (яъни 0-1 ва 1-2 участкада) ётувчи барча ташқи



кучларни қараб, шу кесимдаги ички куч факторларини топамиз.

Бўйлама куч

$$N_x = -P_y = -P \cos 45^\circ = -350 \cdot 0,707 = -247 \text{ кг.}$$

Кесувчи кучлар

$$Q_z = P_z = P \sin 45^\circ = 350 \cdot 0,707 = 247 \text{ кг.}$$

$$Q_y = 0.$$

Буровчи момент

$$M_0 = M_x = P_z r = 247 \cdot 4,5 = 1110 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

Эгувчи моментлар

$$M_z = P_y r = 247 \cdot 4,5 = 1110 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_y = P_z l = 247 \cdot 22 = 5440 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$

1—2 участка эгилиш билан буралиш ва сиқилиш таъзиқида бўлади.

Хавфли нуқтани аниқлаш учун шу кесимда кучланиш эпюрасини курамиз (12.14-расм, б).

А ва В нуқталарда бруснинг мустаҳкамлигини текширамыз:

$$|\sigma_A| = \left| -\frac{N_x}{F} - \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} \right| = \left| -\frac{247}{3 \cdot 4,5} - \frac{5440 \cdot 6}{3 \cdot 4,5^3} - \frac{1110 \cdot 6}{4,5 \cdot 3^3} \right| \approx \approx 720 \text{ кг/см}^2 < [\sigma].$$

В нуқтада нормал ва уринма кучланишлар пайдо бўлади.

В нуқтадаги нормал кучланиш

$$\sigma_B = \frac{N_x}{F} - \frac{M_z}{W_z} = -\frac{247}{3 \cdot 4,5} - \frac{1110 \cdot 6}{4,5 \cdot 3^3} = -183 \text{ кг/см}^2.$$

Шу нуқтадаги уринма кучланиш

$$\tau_B = \frac{M_y}{\beta b^3 h} + \frac{3}{2} \frac{Q_z}{F} = \frac{1110}{0,231 \cdot 3^3 \cdot 4,5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{247}{3 \cdot 4,5} = 146 \text{ кг/см}^2.$$

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича эквивалент кучланиш

$$(\sigma_{\text{экв}})_B = \sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} = \sqrt{183^2 + 4 \cdot 146^2} = 335 \text{ кг/см}^2 < [\sigma].$$

s — s кесим.

Бу кесимда ички куч факторлари:

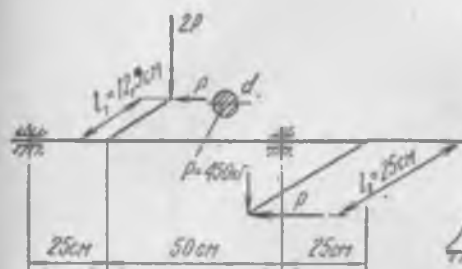
буровчи момент (12.14-расм, в)

$$M_0 = P a = P 22 \cos 45^\circ = 350 \cdot 22 \cdot 0,707 = 5450 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

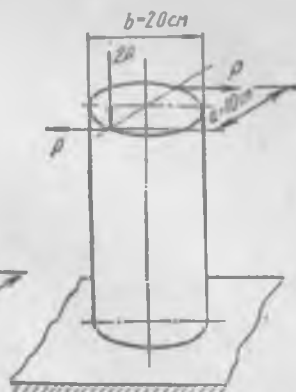
эгувчи момент

$$M_y = P(r + c) = 350 \cdot 9,5 = 3320 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

r + c — кучнинг таъсир текислиги билан s — s кесим орасидаги масофа.



12. 15- расм.



12. 16- расм.

Кесувчи кучнинг таъсирини назарга олмасдан, ҳисобни эквивалент момент бўйича бажарамиз:

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_6^2 + M_2^2} = \sqrt{5450^2 + 3320^2} = 6370 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Эквивалент кучланиш

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{III}}}{W_0} = \frac{6370}{0,1 \cdot 5^3} = 510 \text{ кг/см}^2 < [\sigma]$$

Шундай қилиб, бруснинг кўрсатилган кесимларида мустаҳкамлик таъминланади.

### Мустақил ечиш учун масалалар

12.7. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда синиқ стержень кўндаланг кесимининг талаб этилган диаметри аниқлансин (12.15- расм). Ҳисоблаш учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бажарилсин.

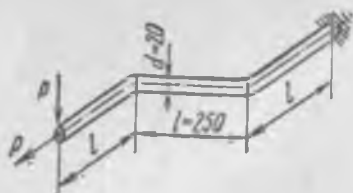
Жавоби.  $d = 5 \text{ см}.$

12.8. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда вертикал устунга таъсир этувчи рухсат этилган нагрузка  $P$  аниқлансин (12.16- расм). Ҳисоблаш учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бажарилсин.

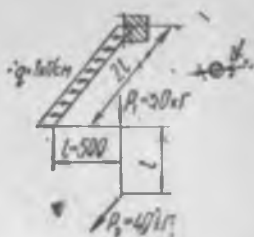
Жавоби.  $[P] = 19,7 \cdot 10^3 \text{ кг}.$

12.9. 12.17- расмда тасвирланган синиқ брус учун рухсат этилган нагрузка  $P$  аниқлансин. Учунчи мустаҳкамлик назарияси қўлланилсин;  $[\sigma] = 1200 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $[P] = 171 \text{ кг}.$



12. 17- расм.



12. 18- расм.

12.10, 12.18- расмда тасвирланган синиқ брус кўндаланг кесимининг талаб этилган диаметри аниқлансин.  $[\sigma] = -1000 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин. Ҳисоблаш тўртинчи мустақамлик назарияси бўйича олиб борилсин.

Жавоби.  $d = 39 \text{ мм}$ .

### ХIII бoб

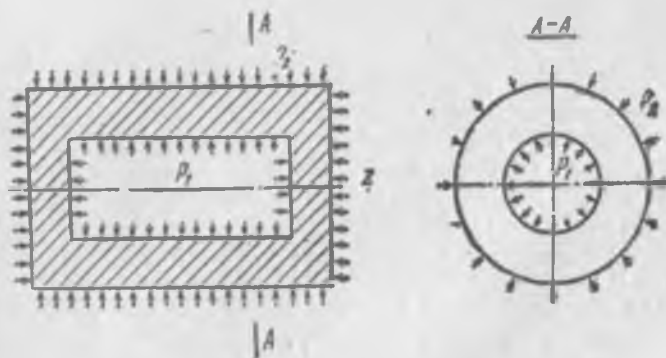
## ҚАЛИН ДЕВОРЛИ ЦИЛИНДРЛАР ВА ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАР ҲИСОБИ

### 13.1-§. ИЧКИ ВА ТАШҚИ БОСИМЛАР ТАЪСИРИДА БЎЛГАН ҚАЛИН ДЕВОРЛИ ЦИЛИНДРЛАР ҲИСОБИ

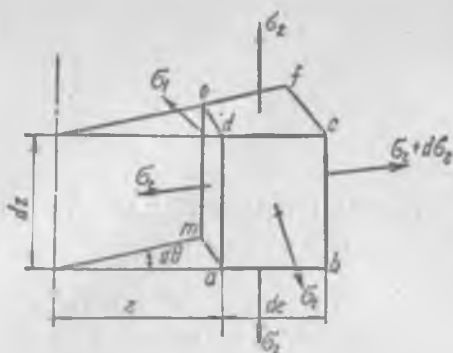
Ички ва ташқи босим таъсирида бўлган қалин деворли цилиндрлар (ёпнқ, яъни асослари берк бўлган цилиндрлар ва очиқ) нинг кучланишлари ва деформациялари тўғрисидаги масалаларни текшириш эластиклик назарияси ва материаллар қаршилигининг уққа симметрик бўлган масалаларидан бирини ташкил қилади: уни Ляме масаласи деб аталади.

Масала ечимининг натижалари цилиндрик компрессорларга, қурул стволларига, юқори босимли трубопровод ва идишларга, кўп қатламли қўшма қобикларга, втулкани валга пресслаб ўтказишга ва ҳ. к. ларга татбиқ этилади.

Агар ички босим  $p_1$  ва ташқи босим  $p_2$  билан юкланган ёпнқ цилиндрдан  $r$  ва  $r + dr$  радиусли цилиндрик сиртлар билан, чексиз яқин икки кўндаланг кесимлар (улар орасидаги масофа  $dz$ ) билан ҳамда ўзаро  $d\theta$  бурчак ташкил этувчи иккита радиал кесимлар билан чегараланган элемент ажратилса (13.1-расм), у ҳолда элемент ёқларида уринма кучланишлар пайдо бўлмаслигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Бундай элемент 13.2-расмда тасвирланган, шу ернинг ўзида унинг ёқлари-



13.1-расм.



13.2- расм.

да пайдо бўладиган нормал кучланишлар ҳам кўрсатилган, улар айтилганга мувофиқ бош кучланишлар бўлади.  $\sigma_z$ —ўқ,  $\sigma_r$ —радиал ва  $\sigma_t$ —айланма ёки ҳалқали (баъзан тангенциал номи ҳам учрайди) кучланишлар деб аталади. Бу кучланишларни аниқлаш учун қуйидаги формулалар ишлатилади

$$\sigma_z = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

$$\sigma_r = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 \cdot r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) r^2};$$

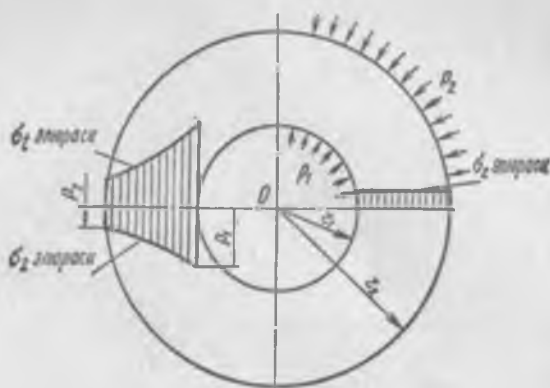
$$\sigma_t = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) r^2}.$$

Келтирилган формулалардан шу нарса кўринадики,  $\sigma_z$  кучланиши цилиндрнинг кўндаланг кесими бўйича текис тақсимланган,  $\sigma_r$  ва  $\sigma_t$  кучланишлар цилиндр деворининг қалинлиги каби гиперболик қонун бўйича ўзгаради. Кучланишларнинг мос эпюралари 13.3-расмда кўрсатилган.

Агар цилиндр очик бўлса (туби бўлмаса), у ҳолда  $\sigma_z = 0$ .  $\sigma_r$  ва  $\sigma_t$  ларни аниқлаш формулалари ўз кучида қолади.

Икки қатламли ва кўп қатламли цилиндрларни ҳисоблаш учун, шунингдек, таранг қилиб тортиб ўрнатиладиган бирикмаларни ҳисоблашда цилиндр ихтиёрий нуқтасининг радиал кўчиши  $u$  нинг миқдорини аниқловчи формуладан фойдаланилади. Очик цилиндр учун бу формула қуйидаги кўринишда бўлади:

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} r - \frac{1 + \mu}{E} \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) r}.$$



13.3-расм.

Хусусий ҳолда, цилиндр фақат ички босим  $p_1 = p (p_2 = 0)$  таъсирида бўлганда, бош кучланишлар учун формулалар қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sigma_r = p \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

$$\sigma_t = p \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left( 1 - \frac{r_2^2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_t = p \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left( 1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right).$$

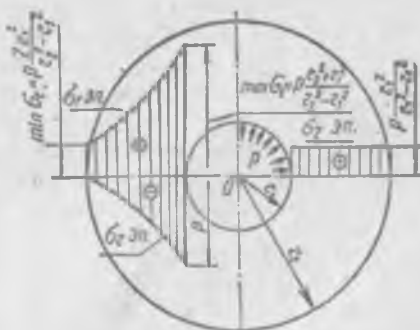
Бу ҳолда айланма кучланиш  $\sigma_t$  чўзувчи, радиал кучланиш  $\sigma_r$  эса сиқувчи бўлади. Кучланишларнинг эпюралари 13.4-расмда келтирилган.

$\sigma_t$  ва  $\sigma_r$  кучланишлар цилиндр ички сирти нуқталарида ўзининг модули бўйича энг катта қийматга эришади. Бу нуқталар хавфли бўлади. Бош кучланишларнинг мос миқдорлари:

$$\sigma_1 = (\sigma_t)_{r=r_1} = \frac{p(r_2^2 + r_1^2)}{r_2^2 - r_1^2};$$

$$\sigma_2 = \sigma_r = \frac{pr_1^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

$$\sigma_3 = (\sigma_t)_{r=r_2} = -p.$$



13.4-расм.

Хавфли нуқта учун эквивалент кучланиш қуйидаги формулалардан бири бўйича ҳисобланади:

энг катта уринма кучланиш гипотезаси бўйича:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

шакл ўзгаришининг энергияси гипотезаси бўйича:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = p \sqrt{3} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

Морнинг мустаҳкамлик назарияси бўйича:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{V}} = \sigma_1 - \nu \sigma_3 = p \frac{(\nu+1)r_2^2 - (\nu-1)r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}.$$

Хавфли нуқта учун эквивалент кучланишни цилиндр мате-  
риали учун чўзилишдаги рухсат этилган кучланиш  $[\sigma_q]$  билан  
тенглаштириб, бу мустаҳкамлик шартидан осонгина берилган  
 $r_1$  радиусли цилиндр деворининг талаб этилган қалинлиги учун  
ифода ҳосил қилинади. Масалан, шакл ўзгариши энергияси  
гипотезаси бўйича цилиндр деворининг талаб этилган қалин-  
лиги қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\delta = r_2 - r_1 > r_1 \left( \sqrt{\frac{[\sigma_q]}{[\sigma_q] - p\sqrt{3}}} - 1 \right).$$

Бу формуладан цилиндрдаги босим

$$p \geq \frac{[\sigma_q]}{\sqrt{3}}$$

бўлганда девор қалинлиги ҳар қанча қалин бўлганда ҳам  
мустаҳкамлик шартининг бажарилишини таъминлаш мумкин  
эмаслиги чиқади.

Шуни таъкидлаш қизиқарлики, цилиндр деворининг қалин-  
лиги чексиз равишда ошиб борса ( $r_2 \rightarrow \infty$  бўлганда),  $\sigma_2 = 0$   
деб ҳисоблаш мумкин ва деворнинг ихтиёрий нуқтаси учун

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = p \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Шундай қилиб, кўриладиган ҳолда девор ихтиёрий нуқта-  
сидаги кучланиш ҳолати ўзида соф силжишни ифода қилади  
( $\sigma_1 = -\sigma_3$ ). Амалда кўрсатилган натижа  $\frac{r_2}{r_1} > 4$  бўлганда етар-  
лича аниқ бўлади.

Цилиндр ички сиртининг нуқталари учун эквивалент куч-  
ланишлар қуйидаги формула бўйича аниқланади:

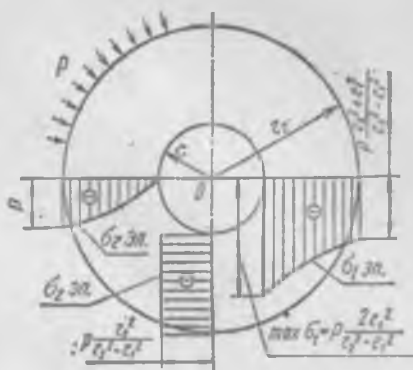
$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = 2p; \quad \sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = p\sqrt{3}.$$

Шунингдек, яна бир хусусий ҳол устида тўхта- ламиз: цилиндр фақат ташқи босим билан юклан- ган ( $p_1 = 0$ ). Бу ҳолда бош кучланишлар учун формулалар қуйидаги кў- ринишда бўлади:

$$\sigma_r = -p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left( 1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_t = -p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left( 1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_z = -p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}.$$



13. 5- расм.

Цилиндр қалинлиги бўйича кучланишларнинг эпюралари 13. 5-расмда кўрсатилган.

Ички сирт нуқталари хавфли бўлади. Бу нуқталарда бош кучланишлар қуйидагича бўлади:

$$\sigma_1 = (\sigma_r)_{r=r_1} = 0;$$

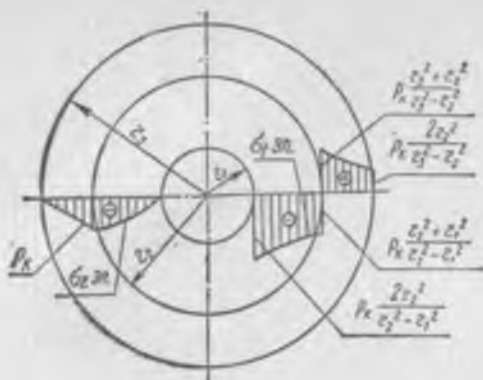
$$\sigma_2 = \sigma_3 = -p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2};$$

$$\sigma_3 = (\sigma_t)_{r=r_1} = -p \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}.$$

Цилиндр қалинлиги  $\delta$  ни унинг ички радиуси  $r_1$  га нисбати 0,1 дан кичик ( $\delta : r_1 < 0,1$ ) бўлганда, 5% дан ошмайдиган хато- лик билан Ляме формулалари ўрнига 264 -бетда келтирилган анча соддароқ ифодалардан фойдаланиш мумкин.

Юқорида баён этилганлардан кўринадики, цилиндр иш (ички) босимнинг оширилиши цилиндр ички нуқталари учун мустаҳкамлик шarti  $\sigma_{\text{кв}} < [\sigma_c]$  нинг талабларини сақлаш билан чегараланган. Рухсат этилган босимни ошириш учун қўшма цилиндрлар ишлатилади, улар бири иккинчисига таранг қилиб кийгизилган икки ёки ундан кўп сондаги трубалардан таркиб топади. Бундан кейинги қўлланма баёнида икки қатламли цилиндрларини ҳисоблаш тўғрисидаги маълумотлар билан чега- ратанамиз.

Таранг кийгизилганда цилиндрларнинг контакт сиртларида ички цилиндрда сиқувчи, ташқида эса чўзувчи айланма куч- ланишлар ҳосил қилувчи контакт босим  $p_k$  пайдо бўлади. Таранг кийгизилиш билан боғлиқ бўлган кучланишларнинг эпюралари 13.6-расмда кўрсатилган.



13.6- расм.

Қўшма цилиндрлар ички босим  $p$  билан юкланганда у бигга яхлит цилиндр каби ишлайди. Ички босим  $p$  дан ҳосил бўлган кучланиш контакт босим  $p_k$  дан пайдо бўлган кучланишлар билан алгебраик қўшилади. Ички, энг катта кучланишли нуқталарда ишчи кучланиш ва кийгизишдан ҳосил бўлган кучланишлар турли ишорали бўлади. Шунинг учун бу нуқталарда йиғинди кучланиш камаяди ва қўшма цилиндрлар оддий цилиндрга нисбатан каттароқ босимга чидаши мумкин. Ички босим билан юкланган қўшма цилиндрларда кучланишларнинг тақсимланиш эпюралари 13.7-расмда кўрсатилган. Нолинчи контакт босимга мос келувчи эпюралар штрих чизиқлар билан тасвирланган.

Таранглик ( $\Delta$ —таранглик—йиғишгача бўлган ячки цилиндрнинг ташқи диаметри билан ташқи цилиндрнинг ички диаметри орасидаги айирма) билан контакт босим орасидаги боғланиш қуйидаги формула ёрдамида ифодаланади:

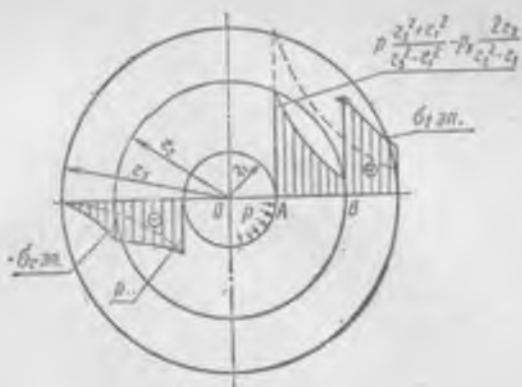
$$p_k = \frac{\Delta}{2r_2 \left( \frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)},$$

бу ерда ёзишни қисқартириш учун қуйидаги белгилашлар киритилган:

$$C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \mu_2;$$

$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \mu_1.$$

Бу ерда  $E_1$ ,  $\mu_1$  ва  $E_2$ ,  $\mu_2$ —мос равишда ички ва ташқи цилиндрларнинг материаллари учун бўйлама эластиклик модуллари ва Пуассон коэффицентлари.



13.7- расм.

Қўшма цилиндрларни ҳисоблашда ички ва ташқи цилиндрларнинг тенг мустаҳкамлик шартини таъминлашга, яъни  $(\sigma_{\text{кв}})_A = (\sigma_{\text{кв}})_B$  шартни бажаришга интилинилади (13.7- расмга қаранг). Бу шарт  $r_2$ ,  $r_1$ ,  $\Delta$  миқдорлар қуйидаги формулалар бўйича белгиланганда бажарилади (пластик материаллар учун  $E_1 = E_2 = E$  ва  $\mu_1 = \mu_2$  бўлганда)

$$r_2 = \frac{[\sigma_t]}{[\sigma_r] - p} r_1;$$

$$r_2 = \sqrt{r_1 r_3};$$

$$\Delta = 2 \frac{p r_1}{E}.$$

13.1-мисол. Цилиндрларнинг ичида ишчи босим  $p_1 = p = 900 \text{ кг/см}^2$  бўлганда ёпиқ ва очиқ цилиндрларнинг хавфли нуқталари учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Цилиндрларнинг радиуслари  $r_1 = 80 \text{ мм}$ ;  $r_2 = 180 \text{ мм}$ . Цилиндрлар материалининг шартли оқувчанлик чегараси  $\sigma_{0.2} = 3100 \text{ кг/см}^2$ . Ҳисоблаш энг катта уринма кучланишлар ва шакл ўзгаришининг энергияси гипотезалари бўйича бажарилсин.

Е чи ш. Ёпиқ цилиндрнинг ички сирти нуқталари учун бош кучланишларнинг миқдорларини аниқлаймиз (255 -бетга қаранг):

$$\sigma_1 = (\sigma_t)_{r=r_1} = p \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 900 \frac{180^2 + 80^2}{180^2 - 80^2} = 1340 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_2 = \sigma_z = p \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 900 \frac{80^2}{180^2 - 80^2} = 220 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_3 = (\sigma_r)_{r=r_1} = -p = -900 \text{ кг/см}^2.$$

Энг катта уринма кучланишлар гипотезаси бўйича эквивалент кучланиш:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 1340 - (-900) = 2240 \text{ кг/см}^2.$$

Мос равишда эҳтиёт коэффициенти

$$n_{\text{III}} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}}} = \frac{3100}{2240} = 1,38.$$

Шакл ўзгаришининг энергияси гипотезаси бўйича эквивалент кучланиш (256-бегдаги формулага қаранг):

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \frac{\rho r_2^2 \sqrt{3}}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{900 \cdot 18^2 \cdot \sqrt{3}}{18^2 - 8^2} = 1940 \text{ кг/см}^2.$$

Мос равишда эҳтиёт коэффициенти

$$n_{\text{IV}} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}}} = \frac{3100}{1940} = 1,60.$$

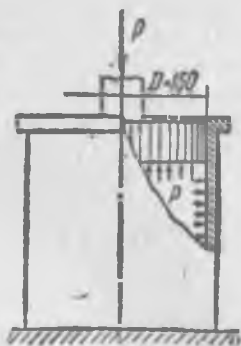
Очиқ цилиндр ички сиртининг нуқталари учун  $\sigma_1$  ва  $\sigma_3$  ларнинг миқдорлари худди ёпиқ цилиндрники каби бўлади, лекин  $\sigma_2 = 0$ . Энг катта уринма кучланишлар гипотезаси бўйича  $\sigma_2$  нинг миқдори мустаҳкамлик шартига таъсир қилмайди, демак,  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}}$  ва  $n_{\text{III}}$  миқдорлар худди ёпиқ цилиндрники каби ҳосил бўлади.

Шакл ўзгаришининг энергияси гипотезаси бўйича эквивалент кучланишни аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1340^2 + 900^2 + (-900 - 1340)^2} = 1950 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

Эҳтиёт коэффициенти

$$n_{\text{IV}} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}}} = \frac{3100}{1950} = 1,59.$$



13.8-расм.

**13.2-мисол.**  $P = 30 \text{ Т}$  бўлганда гидравлик пресс цилиндри деворининг талаб этилган қалинлиги аниқлансин (13.8-расм). Цилиндр Ст. 3 пўлатидан ясалган, оқувчанлик чегараси  $\sigma_{\text{ок}} = 2400 \text{ кг/см}^2$ . Талаб этилган эҳтиётлик коэффициенти  $[n] = 2,5$ . Ҳисоблаш энг катта уринма кучланишлар гипотезаси бўйича бажарилсин.

Е чи ш. Цилиндрдаги ишчи босимни аниқлаймиз:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{30000 \cdot 4}{3,14 \cdot 15^2} = 170 \text{ кг/см}^2.$$

Цилиндрнинг хавфли нуқталари учун мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{\text{сир}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2pr_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \leq [\sigma].$$

Рухсат этилган кучланиш

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{сир}}}{[n]} = \frac{2400}{2,5} = 960 \text{ кг/см}^2.$$

Мустаҳкамлик шартидан цилиндр ташқи радиусининг талаб этилган қийматини аниқлаймиз:

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{[\sigma]}{[\sigma] - 2p}} = 7,5 \sqrt{\frac{960}{960 - 2 \cdot 170}} = 9,35 \text{ см.}$$

$r_2 = 9,5 \text{ см}$  деб қабул қиламиз.

Цилиндр деворининг қалинлиги

$$\delta = 9,5 - 7,5 = 2 \text{ см.}$$

13.3-мисол. Ички диаметри  $d_1 = 122 \text{ мм}$  бўлган қуролнинг қўш қатламли стволи учун ташқи диаметр  $d_2$ , контакт сирт диаметри  $d_3$  ва таранглик  $\Delta$  аниқлансин. Қабул қилинган таранглик учун цилиндрлар орасидаги контакт босим аниқлансин. Огиш пайтида максимал босим  $p = 2000 \text{ кг/см}^2$ . Пулатдан ясалган стволнинг шартли оқувчанлик чегараси  $\sigma_{0,2} = 6000 \text{ кг/см}^2$ . Талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 2,0$ . Бунда  $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ;  $\mu = 0,3$  деб қабул қилинсин.

Е чи ш Рухсат этилган кучланиш

$$[\sigma_4] = \frac{\sigma_{0,2}}{[n]} = \frac{6000}{2,0} = 3000 \text{ кг/см}^2.$$

259-бетда келтирилган формулалар бўйича ташқи радиус  $r_2$  ва контакт сиртининг радиуси  $r_3$  нинг оптимал қийматини аниқлаймиз:

$$r_2 = r_1 \frac{[\sigma_4]}{[\sigma_4] - p} = \frac{6,1 \cdot 3000}{3000 - 2000} = 18,3 \text{ см;}$$

$$r_3 = \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{6,1 \cdot 18,3} = 10,6 \text{ см.}$$

Демак,  $d_3 = 2 \cdot r_3 = 2 \cdot 10,6 = 21,2 \text{ см}$ ;  $d_2 = 2 \cdot r_2 = 2 \cdot 18,3 = 36,6 \text{ см}$ . Тарангликнинг талаб этилган миқдори:

$$\Delta = 2 \frac{pr_1}{E} = 2 \frac{2000 \cdot 10,6}{2 \cdot 10^6} = 2,12 \cdot 10^{-2} \text{ см} = 0,212 \text{ мм.}$$

Контакт босимни аниқлаш учун ёрдамчи миқдорларни ҳисоблаймиз:

$$C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \mu = \frac{18,3^2 + 10,6^2}{18,3^2 - 10,6^2} + 0,3 = 2,3.$$

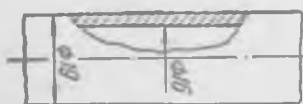
$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \mu = \frac{10,6^2 + 6,1^2}{10,6^2 - 6,1^2} - 0,3 = 1,68.$$

Контакт босимнинг миқдорини аниқтаймиз:

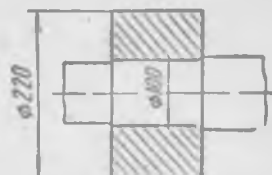
$$p_k = \frac{\Delta}{2r_2 \left( \frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)} = \frac{\Delta E}{2r_2 (C_1 + C_2)} = \frac{2,12 \cdot 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 10^6}{2 \cdot 10,6 (2,3 + 1,68)} = 502 \text{ кг/см}^2.$$

Мустақил ечиш учун масалалар

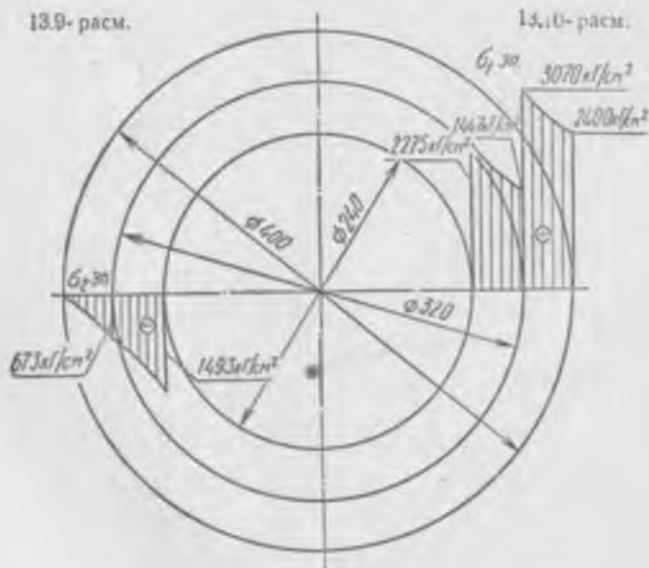
13.1. Ички босим  $p = 150$  бар таъсиридаги мой ўтказувчи жез труба учун эҳтиёт коэффициенти аниқлансин (13.9-расм).



13.9- расм.



13.10- расм.



13.11- расм.

Труба материали учун шартли оқувчанлик чегараси  $\sigma_{0,2} = 200 \text{ н/мм}^2$ . Ҳисоблаш энг катта уринма кучланишлар гипотезаси бўйича бажарилсин.

Жавоби. 1,93.

13.2. Агар таранглик қиймати  $\Delta = 0,25 \text{ мм}$  бўлса, у ҳолда пўлат втулка ва валларнинг уриниш сиртларидаги контакт босимнинг миқдори аниқлансин (13.10-расм).  $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ,  $\mu = 0,3$  деб қабул қилинсин.

Жавоби. 1980  $\text{кг/см}^2$ .

13.3. Ички босим  $p = 1500 \text{ кг/см}^2$  таъсирида бўлган икки қатламли пўлат цилиндрнинг радиал ва айланма кучланишларининг эпюралари унинг деворининг қалинлиги бўйича қурилсин. Цилиндр радиуслари:  $r_1 = 120 \text{ мм}$ ,  $r_2 = 160 \text{ мм}$ ,  $r_3 = 200 \text{ мм}$ . Таранглик  $\Delta = 0,26 \text{ мм}$ .

Жавоби. 13.11-расмга қаранг.

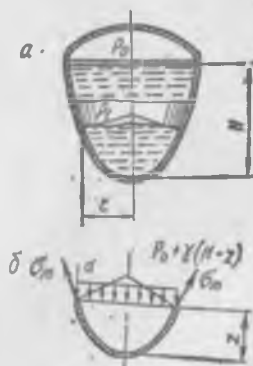
### 13.2- §. ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАРНИНГ ҲИСОБИ

Суюқлик ва газ учун ясалган резервуарлар кўпчилик ҳолларда юпқа деворли ўққа симметрик бўлган қобиқлар кўринишида бўлади. Қобиқнинг ташқи сиртларидан баробар узоқликда турувчи нуқталарнинг геометрик ўрнига унинг ўрта сирти деб аталади. Материаллар қаршилигида ўрта сирти айланма сирт бўлган (13.12-расм, а) ҳамда нагрузка (суюқлик ёки газнинг ички босими) қобиқнинг ўқиға нисбатан симметрик бўлган қобиқларнинг ҳисоби қаралади.

Агар қобиқ девори қалинлигининг ўрта сиртнинг энг кичик бош эгрилик радиусиға нисбати ўннинг бир улушидан ошмаса, бундай қобиқларни юпқа деворли қобиқлар деб ҳисоблаш қабул қилинган (аниқ ҳисоблашларда, баъзан бу нисбат йигирманинг бир улушигача олинади).

Юпқа деворли ўққа симметрик бўлган қобиқларға тўпланган куч ёки момент кўринишидаги нагрузка таъсир этмаса, ҳамда меридиан эгрилиги ўзгармаса ёки сакрашсиз ўзгарганда кучланишни қобиқ деворининг қалинлиги бўйича текис тақсимланган деб ҳисоблаш мумкин.

Қобиқдан икки чексиз яқин меридиан кесимлар билан ҳамда икки чексиз яқин конуссимон кесимлар (меридиан кесимға перпендикуляр кесимлар) билан ажра-



13.12- расм.

тилган элементнинг ёқлари бош юзалар бўлади. Мос бош кучланишлар:  $\sigma_m$  — меридионал ва  $\sigma_t$  — айлана ёки ҳалқали (13.12-расм, б) кучланишлар узаро Лаплас тенгламаси билан боғланган:

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_t}{r_t} = \frac{p}{\delta},$$

бу ерда  $r_m$  ва  $r_t$  — қобиқнинг берилган нуқтаси учун мос меридионал ва унга нормал бўлган кесимларнинг эгрилик радиуслари (бош эгрилик радиуслари);  $p$  — шу нуқтадаги босим;  $\delta$  — қобиқ деворининг қалинлиги.

Шундай қилиб, идиш деворининг нуқталарида икки ўқли кучланиш ҳолати пайдо бўлади. Аниқроғи, ички нуқталар учун кучланиш ҳолати уч ўқли, бош кучланишлардан бири сон жиҳатидан  $p$  га тенг. Лекин  $\sigma_m$  ва  $\sigma_t$  ларга нисбатан  $p$  кичик миқдор ва юқорида эслатилган, шунинг учун ҳам  $p$  га тенг бош кучланиш назарга олинмайди, яъни курсатилган нуқталарда ҳам кучланиш ҳолати икки ўқли деб ҳисобланади.

$\sigma_m$  кучланишни ( $r_t \neq \infty$  бўлган ҳолларда) аниқлаш учун қобиқнинг конуссимон кесимлар билан ажратилган қисмига таъсир этувчи барча кучларнинг мувозанат тенгламасидан фойдаланилади (13.12-расм, б):

$$\sigma_m 2\pi r \delta \cos \alpha = \sum P_{iz},$$

бу ерда  $r$  — қобиқ ўқиға перпендикуляр бўлган текисликдаги параллелнинг эгрилик радиуси;  $\sum P_{iz}$  — қолдирилган қисмга таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг қобиқ ўқиға проекцияларининг йиғиндиси (одатда, қобиқнинг уз огирлиги назарга олинмайди):

$$\sum P_{iz} = \gamma V_{\text{остки}} + p\pi r^2.$$

Бу ерда  $\gamma$  — идишни тўлатувчи суюқликнинг солиштирма огирлиги;  $V_{\text{остки}}$  — идиш остки қисмининг ҳажми;  $p$  — ўтказилган кесим сатҳидаги босим, у кесимдан юқорида жойлашган суюқлик устунининг баландлиги билан аниқланади. Идишда суюқлик билан бирга  $p_0$  босим остида бўлган газ бўлса, бу миқдор  $p$  ни аниқлашда ҳисобга олиниши керак.

Агар идишнинг таянчи ўтказилган кесимдан пастроқда жойлашган бўлса, у ҳолда  $\sum P_{iz}$  миқдорга қушимча равишда бу таянчнинг реакцияси ҳам кириши керак.

Ички диаметри  $D$  ва ичида  $p$  босимли газ бўлган цилиндрик идишнинг хусусий ҳоли учун меридионал ва айлана кучланишлар қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\sigma_m = \frac{pD}{4\delta}; \quad \sigma_t = \frac{pD}{2\delta}.$$



13. 13- расм.



13. 14- расм.

Юпқа деворли идишларда кучланишнинг нолга тенглигини назарга олиб, келтирилган формулалардан  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ ,  $\sigma_3 = 0$  ни ҳосил қиламиз; энг катта уринма кучланишлар ва шакл ўзгариши энергияси гипотезалари бўйича мустаҳкамлик шартлари қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_{\text{III}}^{\text{III}} = \frac{pD}{2\delta} \leq [\sigma_4];$$

$$\sigma_{\text{IV}}^{\text{IV}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{pD}{\delta} \leq [\sigma_4].$$

Диаметри  $D$  бўлган ва газ босими  $p$  таъсиридаги юпқа деворли шарсимон (сферик) қобик учун

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{pD}{4\delta},$$

бош кучланишлар  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_m = \sigma_t$ ; мустаҳкамлик шarti

$$\sigma_{\text{III}}^{\text{III}} = \sigma_{\text{IV}}^{\text{IV}} = \frac{pD}{4\delta} \leq [\sigma_4].$$

13.4-мисол.  $p = 12$  бар ва  $[\sigma_4] = 120$  н/мм<sup>2</sup> булганда шарсимон идиш деворининг керакли қалнлиги аниқлансин (13.13-расм).

Е ч и ш. Мустаҳкамлик шартидан:

$$\sigma_{\text{III}}^{\text{III}} = \sigma_{\text{IV}}^{\text{IV}} = \frac{pD}{4\delta} \leq [\sigma_4]$$

деворнинг керакли қалнлигини ҳосил қиламиз ( $1 \text{ бар} = 10^5$  н/м<sup>2</sup> =  $10^{-1}$  н/мм<sup>2</sup>):

$$\delta \geq \frac{pD}{4[\sigma_4]} = \frac{1,2 \cdot 2000}{4 \cdot 120} = 5 \text{ мм.}$$

13.5-мисол. Мустаҳкамлик  $\pi$  аргидан фойдаланиб, идишдаги ички босимнинг рухсат этилган миқдори  $[p]$  аниқлансин (13.14-расм).  $[\sigma_t] = 1200 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин; шакл ўзгаришининг энергияси гипотезаси қўлланилсин.

Ечиш. Идиш цилиндрик қисмининг мустаҳкамлик шартидан

$$\sigma_{\text{окв}}^{\text{IV}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{pD}{\delta} \approx 0,433 \frac{pD}{\delta} \leq [\sigma_t]$$

қуйидагини топамиз:

$$[p]' = \frac{\delta [\sigma_t]}{0,433 D} = \frac{1,0 \cdot 1200}{0,433 \cdot 160} = 17,25 \text{ кг/см}^2.$$

Идиш шарсимон қисмининг мустаҳкамлик шартидан

$$\sigma_{\text{окв}}^{\text{IV}} = \frac{pD}{4\delta} < [\sigma_t]$$

қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$[p]'' = \frac{4\delta [\sigma_t]}{D} = \frac{4 \cdot 1,0 \cdot 1200}{160} = 30 \text{ кг/см}^2.$$

Шундай қилиб, оқибат натижада топилган икки қийматдан кичигини қабул қиламиз:

$$[p] = [p]' = 17,25 \text{ кг/см}^2$$

13.6\*-мисол. Агар  $H$ ,  $D$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  лар берилган бўлса,  $\gamma$  ҳолда 13.15-расм,  $a$ ,  $b$  ларда тасвирланган юпка деворли идишлар учун  $\sigma_t$ ,  $\sigma_m$  ва  $\sigma_{\text{III}}$  ларнинг эпюралари қурилсин.

Ечиш. Ўз-ўзидан маълумки, идишни 13.15-расм,  $a$  да кўрсатилган схема бўйича маҳкамланганда унинг  $AB$  устки қисмида ҳам  $BC$  остки қисмида ҳам меридионал кучланиш  $\sigma_m$  нолга тенг бўлади.

$AB$  устки қисмда айлана кучланиш  $\sigma_t = 0$  бўлади, чунки у юкланмаган.  $BC$  остки қисм гидростатик босим таъсирида бўлади.

Айлана кучланишни Лаплас тенгламасидан топамиз:

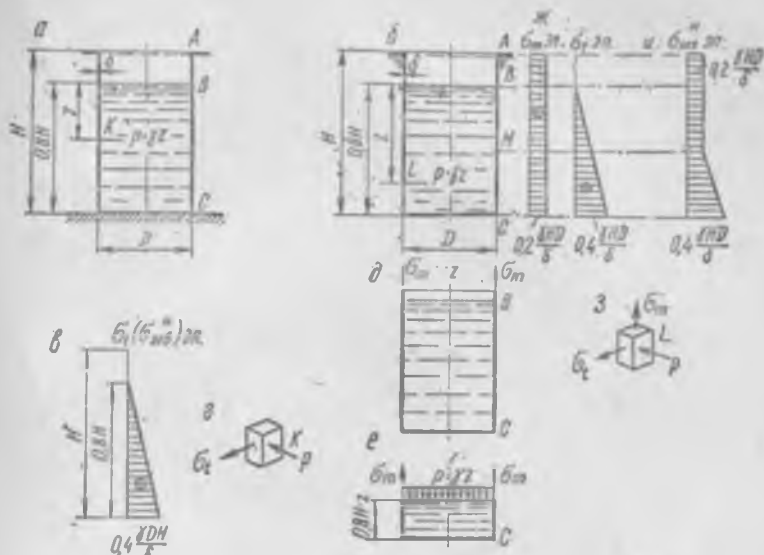
$$\frac{\sigma_t}{r_t} + \frac{\sigma_m}{r_m} = \frac{p}{\delta},$$

бу тенгликка  $r_t = \frac{D}{2}$ ,  $\sigma_m = 0$ ,  $r_m = \infty$ ,  $p = \gamma z$  ларни қўйиш керак, бунда  $p$  — эркин сатҳдан  $z$  масофадаги ихтиёрий нуқтада суюқликнинг босими (13.15-расм,  $a$  га қаранг).

Ўрнига қўйгандан сўнг, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_t = \frac{\gamma D}{2\delta} z,$$

\*13.6, 13.7-мисолларни А. И. Винокуров тузган.



13. 15 - расм.

яъни берилган ҳолда айлана кучланиш идишнинг баландлиги бўйича тўғри чизиқ қонуни билан 0 дан  $0,4 \frac{\gamma DH}{\delta}$  гача ўзгаради.

$\sigma_r$  нинг эпюраси 13.15-расм, б да кўрсатилган.

13.15-расм, г да  $K$  нуқта (13.15-расм, а га қаранг) атрофида қирқилган элемент ва унинг ёқларида пайдо бўладиган кучтанишлар кўрсатилган.

Ўз-ўзидан равшанки,

$$\sigma_1 = \sigma_t, \sigma_2 = \sigma_m = 0, \sigma_3 = -p = -\gamma z.$$

$\sigma_1$  миқдорга нисбатан  $\sigma_3$  ни назарга олмай, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{III}} = \sigma_1 = \sigma_t = \frac{\gamma D}{2\delta} z,$$

яъни  $\sigma_{\text{max}}^{\text{III}}$  нинг эпюраси  $\sigma_1$  нинг эпюраси билан устма-уст тушади.

Энди 13.15-расм, б да тасвирланган идиш учун эпюралар қураимиз.

$AB$  устки қисм газ босими таъсирида ҳам, гидравлик босим таъсирида ҳам эмас, демак унинг учун  $\sigma_r = 0$ .

Мувозанат тенгламаси  $\sum P_{ix} = 0$  дан қуйидагини топамиз (13.15-расм, е):

$$\sigma_m \pi D \delta = \frac{\pi D^3}{4} \cdot 0,8 H \gamma,$$

бундан

$$\sigma_m = 0,2 \frac{\gamma DH}{b} = \text{const.}$$

*BC* остки қисм гидравлик босим таъсирида бўлади.  
Айлана кучланишни Лаплас тенгламасидан топамиз:

$$\frac{\sigma_t}{D} = \frac{p}{b} = \frac{\gamma z}{b},$$

бундан

$$\sigma_t = \frac{\gamma D}{2b} z.$$

Идишнинг остки қисми учун мувозанат тенгламаси  $\sum P_{iz} = 0$  ни тузиб (13.15-расм, *e*)

$$\sigma_m \pi D b = \frac{\pi D^2}{4} (0,8H - z) \gamma + \frac{\pi D^2}{4} \gamma z,$$

қуйидагини топамиз:

$$\sigma_m = 0,2 \frac{\gamma DH}{b}.$$

$\sigma_m$  ва  $\sigma_t$  ларнинг эпюралари 13.15-расм, *ж* да кўрсатилган.  
Идиш *AB* устки қисмининг ихтиёрий нуқтасида чизиқли кучланиш ҳолати пайдо бўлади:

$$\sigma_1 = 0,2 \frac{\gamma DH}{b}; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.$$

Демак, устки қисми нуқталари учун

$$\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}} = \sigma_m = 0,2 \frac{\gamma DH}{b}.$$

$\sigma_m$  ва  $\sigma_t$  ларнинг эпюраларидан *M* нуқта учун меридионал ва айлана кучланишларнинг ўзаро тенг эканлиги кўринади (13.15-расм, *ж* га қаранг). *M* нуқтадан юқорида ётувчи нуқталар учун

$$\sigma_1 = \sigma_m = 0,2 \frac{\gamma HD}{b};$$

$$\sigma_2 = \sigma_t = \frac{\gamma D}{2b} z < \sigma_m;$$

$\sigma_3 = -p = -\gamma z$  (бу миқдорни назарга олмаймиз).

Шундай қилиб, *M* нуқтадан юқорида ётувчи нуқталар учун

$$\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}} \approx \sigma_1 = 0,2 \frac{\gamma DH}{b},$$

яъни эквивалент кучланишнинг миқдори  $\sigma_3$  ни назарга олмаслик билан боғлиқ бўлган, унча катта хатоликни ҳисобга олган ҳолда ўзгармайди.

$M$  нуқтадан пастда жойлашган нуқталар учун айланма кучланиш меридионалдан катта:

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{\gamma D}{2\delta} z_1$$

$$\sigma_2 = \sigma_m = 0,2 \frac{\gamma D H}{b};$$

$$\sigma_3 = -p = -\gamma z.$$

13.15 расм, 3 да  $L$  нуқта ( $M$  нуқтадан пастда жойлашган ихтиёрий нуқта) атрофида қирқилган элемент кўрсатилган. Бу нуқта учун

$$\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}} = \sigma_1 = \sigma_2 = \left( \frac{D}{2\delta} + 1 \right) \gamma z,$$

ёки,  $\sigma_3$  ни аввалгидек назарга олмасдан, қуйидагини топамиз:

$$\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}} = \frac{\gamma D}{2\delta} z.$$

$\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}}$  нинг эпюраси 13.15-расм  $u$  да кўрсатилган.

13.7-мисол. Агар  $[\sigma_1] = 600 \text{ кг/см}^2$ ,  $\gamma = 1 \text{ Г/см}^3$  бўлса, у ҳолда 13.16-расм,  $a$  да кўрсатилган резервуар деворининг керакли қалинлиги аниқлансин.

Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш гипотезаси бўйича бажарилсин.

$\delta$  нинг топилган қиймати бўйича  $\sigma_{\text{ср}}^{\text{III}}$  ва  $\sigma_{\text{ср}}^{\text{IV}}$  эпюралари қурилсин.

Ечиш. Резервуарнинг  $AB$  устки қисмига газ босими ҳам, гидростатик босим ҳам таъсир этмагани учун резервуарнинг бу қисмидаги нуқталарда  $\sigma_r = 0$  бўлади.

Резервуарнинг қолган қисми учун мувозанат тенгламаси  $\sum P_{ix} = 0$  ни тузиб (13.16, б),  $\sigma_m$  ни топамиз:

$$\sigma_m \pi D_2 \delta \cos \alpha = \frac{1}{3} \pi \frac{D_0^3}{4} H \gamma,$$

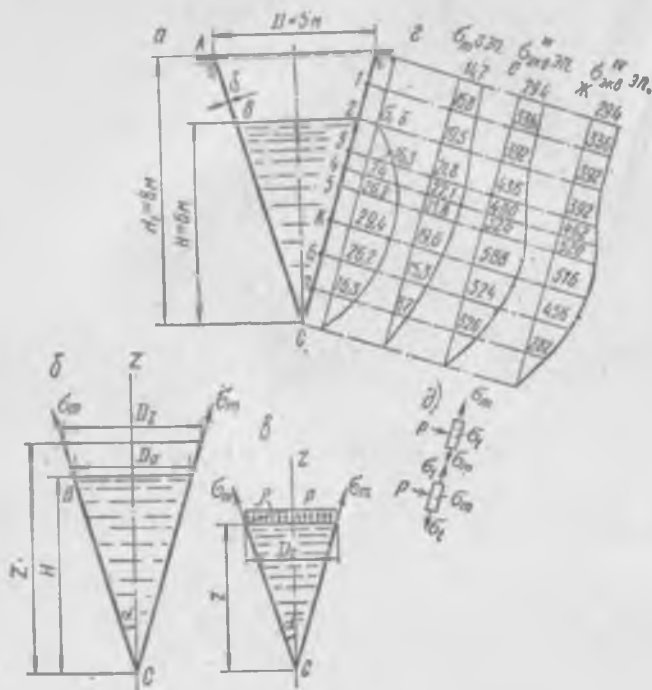
бу ерда

$$D_0 = 2H \operatorname{tg} \alpha;$$

$$D_2 = 2z \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D}{2H_1} = \frac{5}{2.8} \approx 0,312,$$

$$\alpha \approx 17^\circ 20', \quad \cos 17^\circ 20' = 0,955.$$



13. 16- расм.

Мувозанат тенгласига  $D_0$  ва  $D_z$  нинг қийматларини қўйиб, деворнинг суюқлик эркин сирти сатҳидан юқорида жойлашган нуқталари учун  $\sigma_m$  миқдорни топамиз:

$$\sigma_m = \frac{\gamma H^3 \lg \alpha}{6 \delta \cos \alpha}.$$

Резервуарнинг  $BC$  остки қисми гидростатик босим таъсирида булади.

Айлана кучланишни Лаплас тенгласидан топамиз:

$$\frac{\sigma_t}{\rho_t} + \frac{\sigma_m}{\rho_m} = \frac{p}{\delta},$$

бу ерда  $\rho_m = \infty$ ;

$$\rho_t = \frac{D_z}{2 \cos \alpha} = z \frac{\gamma g}{\cos \alpha} \quad (13.16\text{-расм, } \theta);$$

$$p = (H - z) \gamma.$$

Лаплас тенгламасига  $\rho_i$ ,  $\rho_m$ ,  $\rho$  миқдорларнинг қийматларини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_i = \frac{\gamma z (H - z) \operatorname{tg} \alpha}{\delta \cos \alpha}.$$

BC участкада айлана кучланиш параболик қонун билан ўзгаради.  $\sigma_i = f(z)$  функцияни экстремумга текшириб,  $\max \sigma_i$  нинг конус учидан  $H/2$  масофада турувчи нуқталарда пайдо бўлишини топамиз.

Резервуарнинг қолган қисми учун мувозанат тенгламаси  $\sum P_{iz} = 0$  ни тузамиз (13.16-рasm,  $\delta$  га қаранг):

$$\sigma_m \pi D_z \delta \cos \alpha = \frac{\pi D_z^3}{4} \left( \rho + \frac{1}{3} z \gamma \right),$$

бундан

$$\sigma_m = \frac{\gamma z \operatorname{tg} \alpha}{6 \delta \cos \alpha} (3H - 2z).$$

$\sigma_m = f(z)$  функцияни экстремумга текшириб,  $\max \sigma_m$  нинг  $z = 3/4 H$  га мос келувчи нуқталарда пайдо бўлишини топамиз.

Ҳосил бўлган тенгламалар бўйича  $\sigma_i$  ва  $\sigma_m$  ларнинг эпюраларини қурамиз (13.16-рasm,  $z$ ).

13.16-рasm,  $\delta$  да резервуар ички сиртининг ихтиёрий нуқтаси атрофида қирқилган элемент (икки проекциясида) кўрсатилган.

$\rho$  нинг қиймати  $\sigma_i$  ва  $\sigma_m$  лардан бирмунча кичик бўлгани учун, яъни  $\sigma_3$  нинг миқдори  $\sigma_i$  ва  $\sigma_m$  лардан анчагина кичик бўлгани учун  $\sigma_3 = 0$  деб қабул қилиш ва резервуар деворининг барча нуқталарида икки ўқли чўзилиш пайдо бўлади, деб ҳисоблаш мумкин. Шу билан бирга 13.16-рasm,  $z$  да тасвирланган эпюра бўйича  $K$  нуқта хавфли нуқта бўлиши яққол кўринади\*. Бу нуқта учун мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \max \sigma_i = \frac{29,4}{\delta} \leq [\sigma_i],$$

бундан

$$\delta = \frac{29,4}{[\sigma_i]} = \frac{29,4}{600} = 0,049 \text{ см.}$$

$\delta = 0,5$  мм ни қабул қиламиз.

$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}}$  нинг эпюрасини қуришда аввал қабул қилганимиздек,  $\sigma_3 = -\rho$  миқдорни эътиборга олмаймиз, демак,

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \sigma_1.$$

Икки ўқли чўзилишда деворнинг исталган нуқтаси учун эквивалент кучланиш  $\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}}$  ё  $\sigma_m$  га, ёки  $z_i$  га яъни бу кучланишлардан каттасига тенг бўлади ( $\sigma_3 = 0$  бўлганда  $\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \sigma_1$  ҳосил бўлади).

А нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_m}{\delta} = \frac{14,7}{0,05} = 294 \text{ кг/см}^2.$$

1 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_m}{\delta} = \frac{16,8}{0,05} = 336 \text{ кг/см}^2.$$

2 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_m}{\delta} = \frac{19,5}{0,05} = 392 \text{ кг/см}^2.$$

3 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{21,8}{0,05} = 436 \text{ кг/см}^2.$$

4 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{24,0}{0,05} = 480 \text{ кг/см}^2.$$

5 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{26,2}{0,05} = 524 \text{ кг/см}^2.$$

К нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{29,4}{0,05} = 588 \text{ кг/см}^2.$$

6 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{26,2}{0,05} = 524 \text{ кг/см}^2.$$

7 нукта учун

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_f}{\delta} = \frac{16,3}{0,05} = 326 \text{ кг/см}^2.$$

$\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}}$  нинг эпюраси 13.16-рasm, e да кўрсатилган.  $\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}}$  нинг эпюрасини қурамыз. Маълумки,

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

Кўриб чиқилаётган масалада  $\sigma_3 = 0$  қабул қилинган, у вақт-да

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}.$$

А нукта учун  $\sigma_1 = \sigma_m$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \sigma_1 = \sigma_m = \frac{14,7}{0,05} = 294 \text{ кг/см}^2.$$

1 нукта учун  $\sigma_1 = \sigma_m$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,

$$\sigma_{\text{экс}}^{\text{IV}} = \sigma_1 = \sigma_m = \frac{16,8}{0,05} = 336 \text{ кг/см}^2.$$

2 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_m$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sigma_1 - \sigma_m = \frac{19,6}{0,05} = 392 \text{ кг/см}^2.$$

3 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_m$ ,  $\sigma_2 = \sigma_t$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{21,8}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{16,3}{\delta}\right)^2} - \frac{21,8}{\delta} \frac{16,3}{\delta} = \frac{19,5}{0,05} = 392 \text{ кг/см}^2.$$

4 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{24,0}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{22,1}{\delta}\right)^2} - \frac{24,0}{\delta} \frac{22,1}{\delta} = \frac{23,1}{0,05} = 462 \text{ кг/см}^2.$$

5 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{26,2}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{21,8}{\delta}\right)^2} - \frac{26,2}{\delta} \frac{21,8}{\delta} = \frac{26,0}{0,05} = 520 \text{ кг/см}^2.$$

К нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{29,4}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{19,6}{\delta}\right)^2} - \frac{29,4}{\delta} \frac{19,6}{\delta} = \frac{25,8}{0,05} = 516 \text{ кг/см}^2.$$

6 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{26,2}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{15,3}{\delta}\right)^2} - \frac{26,2}{\delta} \frac{15,3}{\delta} = \frac{22,8}{0,05} = 456 \text{ кг/см}^2.$$

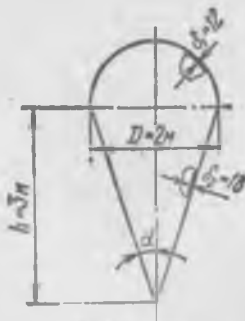
7 нуқта учун  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ .

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}} = \sqrt{\left(\frac{16,3}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{8,7}{\delta}\right)^2} - \frac{16,3}{\delta} \frac{8,7}{\delta} = \frac{14,1}{0,05} = 282 \text{ кг/см}^2.$$

$\sigma_{\text{экр}}^{\text{IV}}$  нинг эпюраси 13.16-рasm, ж да кўрсатилган.

### Мустақил ечиш учун масалалар

13.4. Диаметри  $D = 2,0 \text{ м}$  бўлган ички газ босими  $p = 15 \text{ бар}$  таъсиридаги цилиндрик резервуар деворининг керакли



13.17 - расм.

қалинлиги аниқлансин.  $[\sigma_s] = 100 \text{ н/мм}^2$  деб қабул қилиб, ҳисоблаш шакл ўзгаришининг энергияси гипотезаси бўйича бажарилсин.

Жавоби. 12 мм.

13.5. Агар қолқоғи ярим шар шаклида бўлган конуссимон резервуардаги газ босими  $p = 24 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда резервуар учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти аниқлансин (13.17-расм). Резервуар пулатдан ясалган бўлиб, оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок} = 28 \text{ кг/мм}^2$ . Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш гипотезаси бўйича бажарилсин. Резервуар девори учун меридионал ва айлана кучланишларнинг эпюралари қурилсин.

Жавоби.  $n = 1,99$ .

## XIV боб

### ТЕКИС ЭГРИ БРУСЛАР

#### 14.1-§. ИЧКИ КУЧ ФАКТОРЛАРИНИНГ ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ. ЭГРИ БРУСЛАРДА КЎЧИШЛАР

1. Қуйидаги шартларга буйсунадиган эгри брусларни қараймиз: кўндаланг кесими симметрия ўқиға эга; геометрик ўқи симметрия текислигида ётувчи текис эгри чизиқ;

таъсир этувчи кучлар ҳам уша текисликда ётади;

кучлар таъсирининг мустақиллиги принципини қўллаш мумкин бўлиши учун бикрлиги етарли.

2. Эгри бруснинг кўндаланг кесимидаги ички зўриқишлар балка ва рамалардаги каби кесимлар усули билан аниқланади. Берилган ҳолда улар учта куч факториға: эгувчи момент  $M$  га; буйлама куч  $N$  га; кесувчи куч  $Q$  га келтирилади.

Агар брус ўқи эгрилигининг ортиши эгувчи моментга мос келса, у мусбат ишорада бўлади, агар буйлама куч чўзилишига мос келса, у мусбат ишорада бўлади, агар кесувчи кучнинг йўналиши буйлама кучнинг мусбат йўналишининг соат стрелкаси ҳаракати бўйича  $90^\circ$  га буриш орқали ҳосил қилинса, у ҳам мусбат бўлади.

$M$ ,  $N$  ва  $Q$  ларнинг қийматлари эпюраларда эгри брус геометрик ўқининг нормали бўйича жойлаштирилади, деб келишиб оламиз, яъни эгрилик радиуси бўйича мусбат мнқдорларни эгрилик марказидан бошлаб, манфий қийматларни эса эгрилик маркази томон йўналтириб жойлаштирамыз. Агар брус эгри чизиқли ва тўғри чизиқли участкаларга эга бўлса, у ҳолда эгри чизиқли участкага мос келувчи эпюра геометрик ўқининг қайси томонида бўлса, тўғри чизиқли участкага мос келувчи эпюрани ҳам шу томонда жойлаштириш керак, яъни  $M$  нинг эпюрасини чўзилган толалар томонида қуриш керак.

Эгрилик радиуси кичик бўлган текис эгри бруслардаги кўчишларни (чизиқли ва бурчакли) умумий ҳолда, яъни эгувчи момент  $M$ , буйлама куч  $N$  ва кесувчи куч  $Q$  ларни ҳисобга олган ҳолда Мор интеграл ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$\delta_{ip} = \sum_i \int \frac{MM_i ds}{EI} + \sum_i \int \frac{NN_i ds}{EF} + \sum_i \int \frac{kQQ_i ds}{GF},$$

бу ерда  $M$ ,  $N$ ,  $Q$  — эгри бруснинг ихтиёрий кундаланг кесимида берилган нагрузкалар таъсирида ҳосил бўлган юқорида кўрсатилган куч факторлари;

$M_i$ ,  $N_i$ ,  $Q_i$  — изланувчи кучиш йўналишида қўйилган бирлик куч (момент) таъсирида ўша кесимда ҳосил бўлган ўхшаш куч факторлари;

$k$  — кесим шаклига боғлиқ бўлган коэффициент (масалан, тўғри тўртбурчак учун

$$k = 1,2 \text{ ва доира учун } k = \frac{10}{9};$$

$ds$  — ёй элементи;

$S$  — ёй узунлиги.

Кўчишнинг миқдорига  $N$  ва  $Q$  ларнинг таъсири  $M$  нинг таъсирига қараганда арзимаган бўлгани учун, амалда Мор интегралининг охириг икки ҳадини кўпчилнк ҳолларда назарга олмаслик мумкин.

Масалалар ечишда 14.1-жадвалдан фойдаланамиз.

14.1-жадвал

Эгри брусни ҳисоблашда тез-тез учраб турадиган интегралларнинг жадвали\*

| Интеграл                                    | Оралиқлардаги қийматлари                      |                     |                 |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------|-----------------|
|                                             | $0 - \alpha$                                  | $0 - \frac{\pi}{2}$ | $0 - \pi$       |
| $\int \sin \varphi d\varphi$                | $1 - \cos \alpha$                             | 1                   | 2               |
| $\int \cos \varphi d\varphi$                | $\sin \alpha$                                 | 1                   | 0               |
| $\int \sin^2 \varphi d\varphi$              | $\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\alpha$ | $\frac{\pi}{4}$     | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\int \cos^2 \varphi d\varphi$              | $\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\alpha$ | $\frac{\pi}{4}$     | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\int \sin^3 \varphi \cos \varphi d\varphi$ | $\frac{1}{3} \sin^3 \alpha$                   | $\frac{1}{3}$       | 0               |
| $\int \cos^3 \varphi \sin \varphi d\varphi$ | $\frac{1 - \cos^3 \alpha}{3}$                 | $\frac{1}{3}$       | $\frac{2}{3}$   |
| $\int \sin 2\varphi d\varphi$               | $\sin^2 \alpha$                               | 1                   | 0               |
| $\int \cos 2\varphi d\varphi$               | $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$                    | 0                   | 0               |

\* Жадвал Е. Н. Тихомировнинг „Курс сопротивления материалов“ дарслигидан кўчириб ёзилган, ОНТИ. 1934.

| Интеграл                                            | Оралиқлардаги қийматлари                                                    |                                  |                   |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------|
|                                                     | $0 - \alpha$                                                                | $0 - \frac{\pi}{2}$              | $0 - \pi$         |
| $\int \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$           | $\frac{1}{2} \sin^2 \alpha$                                                 | $\frac{1}{2}$                    | 0                 |
| $\int \varphi \sin \varphi d\varphi$                | $\sin \alpha - \alpha \cos \alpha$                                          | 1                                | $\pi$             |
| $\int \varphi \cos \varphi d\varphi$                | $\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1$                                      | $\frac{\pi}{2} - 1$              | -2                |
| $\int \varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$   | $\frac{1}{8} \sin 2\alpha - \frac{\alpha \cos 2\alpha}{4}$                  | $\frac{\pi}{8}$                  | $-\frac{\pi}{4}$  |
| $\int \varphi \sin^2 \varphi d\varphi$              | $\frac{1}{4} (\alpha^2 - \alpha \sin 2\alpha + \sin^2 \alpha)$              | $\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$ | $\frac{\pi^2}{4}$ |
| $\int \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$              | $\frac{1}{4} (\alpha^2 + \alpha \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha)$              | $\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$ | $\frac{\pi^2}{4}$ |
| $\int \varphi \sin 2\varphi d\varphi$               | $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \sin 2\alpha - \alpha \cos 2\alpha \right)$ | $\frac{\pi}{4}$                  | $-\frac{\pi}{2}$  |
| $\int \varphi \cos 2\varphi d\varphi$               | $\frac{1}{2} (\alpha \sin 2\alpha - \sin^2 \alpha)$                         | $-\frac{1}{2}$                   | 0                 |
| $\int \sin(\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$ | $\frac{1}{2} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$                            | $\frac{1}{2}$                    | $\frac{\pi}{2}$   |

14.1- мисол. 14.1- расм,  $a$  да тасвирланган брус учун  $M$ ,  $N$  ва  $Q$  эпюралари қурилсин.

Ечиш. Ўз-ўзидан равшанки,  $M$  тўпланган момент таъсиридан бўйлама куч ҳам, кесувчи куч ҳам пайдо бўлмайди, у фақат  $M$  нинг эпюрасигагина таъсир кўрсатади. Шунинг учун интенсивлиги  $q$  бўлган тақсимланган нагрузка таъсирида бруснинг эгри чизиқли участкасининг кўндаланг кесимида қандай куч факторлари пайдо бўлишини қараймиз. Ҳолати вертикалдан бошлаб  $\varphi$  бурчак билан ҳисобланадиган ихтиёрий кўндаланг кесимда (14.1- расм, б) элементар тупланган куч  $dP = qds = qR_0 d\alpha$  таъсиридан ҳосил бўладиган куч факторлари қуйидагича топилади:

$$dM(q) = dPR_0(\sin \varphi - \sin \alpha) = qR_0^2(\sin \varphi - \sin \alpha) d\alpha;$$

$$dN = -dP \sin \varphi = -qR_0 \sin \varphi d\alpha;$$

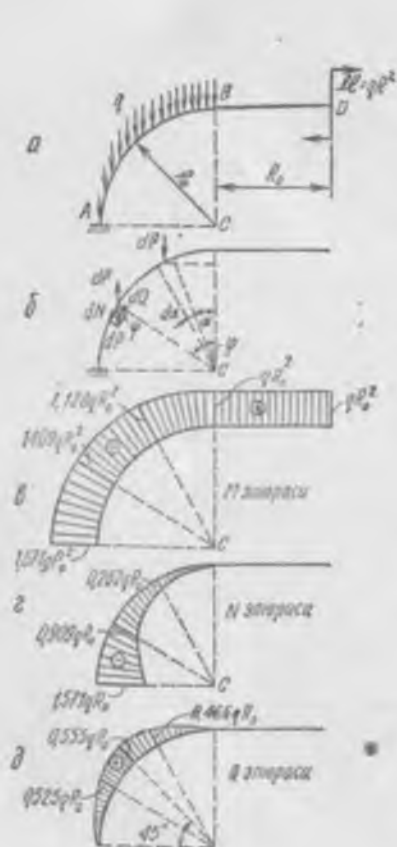
$$dQ = dP \cos \varphi = qR_0 \cos \varphi d\alpha.$$

У вақтда

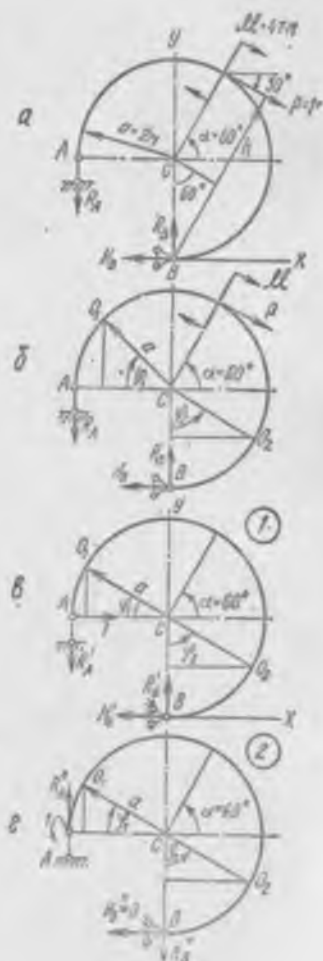
$$M(q) = qR_0 \int_0^{\varphi} (\sin \varphi - \sin \alpha) d\alpha = qR_0 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1);$$

$$N = -qR_0 \sin \varphi \int_0^{\varphi} d\alpha = -qR_0 \varphi \sin \varphi;$$

$$Q = qR_0 \cos \varphi \int_0^{\varphi} d\alpha = qR_0 \varphi \cos \varphi.$$



14.1- расм.



14.2- расм.

Тўғри чизиқли  $BD$  участкада, юқорида кўрсатилганидек, бўйлама ва кесувчи кучлар нолга тенг бўлади; эгувчи момент бу участкада ўзгармас бўлади:

$$M = \mathcal{M} = q R_0^2.$$

Эгри чизиқли  $AB$  участкада эгувчи момент учун ифодани куч таъсирини қўшиш принципига мувофиқ топамиз:

$$M = \mathcal{M} + M(q) = q R_0^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi).$$

$M$ ,  $N$ ,  $Q$  ларнинг қийматларини тўртта кесим ( $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ) да ҳисоблаб, мос эпюраларни қурамиз (14.1-расм, а, б, в, г, д):

$$M_{\varphi=0} = \mathcal{M} = q R_0^2;$$

$$M_{\varphi=\pi/6} = q R_0^2 \left( \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right) = 1,128 q R_0^2;$$

$$M_{\varphi=\pi/3} = q R_0^2 \left( \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} \right) = 1,409 q R_0^2;$$

$$M_{\varphi=\pi/2} = q R_0^2 \left( \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) = 1,571 q R_0^2;$$

$$N_{\varphi=0} = 0;$$

$$N_{\varphi=\pi/6} = -q R_0 \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = -0,262 q R_0;$$

$$N_{\varphi=\pi/3} = -q R_0 \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} = -0,909 q R_0;$$

$$N_{\varphi=\pi/2} = -q R_0 \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = -1,571 q R_0;$$

$$Q_{\varphi=0} = 0;$$

$$Q_{\varphi=\pi/6} = q R_0 \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} = 0,455 q R_0;$$

$$Q_{\varphi=\pi/4} = q R_0 \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = 0,555 q R_0;$$

$$Q_{\varphi=\pi/3} = q R_0 \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3} = 0,525 q R_0;$$

$$Q_{\varphi=\pi/2} = q R_0 \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

14.2-мисол. Эгрилиги кичик радиусли  $A$  брус кесимининг горизонтал кучиши ва буралиш бурчаги аниқлансин (14.2-расм, а)

Ечиш. Изланувчи кўчишни аниқлаш учун таянч реакцияларини топиш ва брус участкаларида берилган нагрузка ( $M_0$ )

таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент тенгламаларини тузиш керак. Кейинчалик изланувчи кўчиш йўналишида  $A$  кесимга бирлик кучни (берилган ҳолда бирлик куч ва бирлик моментни, чунки иккита кўчиш изланаяпти) қўйилади ва бруснинг иккала участкаси учун эгувчи момент ( $M_1$  ва  $M_2$ ) тенгламалари тузилади; сўнгра Мор формуласи бўйича излаётган кўчишлар топилади.

Таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$\sum m_B = 0; \quad -R_A a + M + Ph = 0.$$

бу ерда

$$h = a(1 + \sin 60^\circ) = 3,73 \text{ м}$$

бўлгани учун қўйидагини топамиз:

$$R_A = \frac{M + Ph}{a} = \frac{4 + 3,73}{2} = 3,87 \text{ Т};$$

$$\sum X = 0; \quad -H_B + P \cos 30^\circ = 0; \quad H_B = P \cos 30^\circ = 0,866 \text{ Т};$$

$$\sum Y = 0; \quad R_B - R_A - P \sin 30^\circ = 0; \quad R_B - R_A + P \sin 30^\circ = 4,37 \text{ Т}.$$

Эгри брус биринчи участкасининг ихтиёрий кесимида берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодаси қўйидаги кўринишда бўлади (14.2-расм, б)  $0 < \varphi_1 \leq 120^\circ$ ;

$$M_{\varphi_1} = R_A(a - a \cos \varphi_1) = 7,74(1 - \cos \varphi_1).$$

Иккинчи участкада  $0 < \varphi_2 \leq 150^\circ$

$$\begin{aligned} M_{\varphi_2} &= R_B a \sin \varphi_2 + H_B(a - a \cos \varphi_2) = \\ &= 8,74 \sin \varphi_2 - 1,732 \cos \varphi_2 + 1,732. \end{aligned}$$

Горизонтал кўчишни аниқлаш учун  $A$  кесимга горизонтал йўналишда бирлик кучни қўямиз (14.2-расм, в).

Тегишли таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$\sum m_B = 0; \quad -R'_A a + 1 \cdot a = 0,$$

бундан

$$R'_A = 1.$$

Барча кучларни вертикал ва горизонтал йўналишларга проекциялаб, қўйидагиларни топамиз:

$$R'_B = 1; \quad H'_B = 1.$$

Бирлик эгувчи момент ифодаси қўйидаги кўринишда бўлади: биринчи участка учун ( $0 < \varphi_1 \leq 120^\circ$ )

$$M'_1 = 1 a \sin \varphi_1 + R'_A(a - a \cos \varphi_1) = 2(\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1 + 1);$$

иккинчи участка учун ( $0 \leq \varphi_2 \leq 150^\circ$ )

$$M'_1 = R'_B a \sin \varphi_2 + H'_B(a - a \cos \varphi_2) = 2(\sin \varphi_2 - \cos \varphi_2 + 1).$$

Мор формуласи бўйича  $A$  таянч кесимнинг горизонтал қўчишини аниқлаймиз:

$$\delta_A^{\text{гор}} = \frac{1}{EJ} \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{3}} M_{\varphi_1} M'_1 a d\varphi_1 + \int_0^{\frac{\pi}{6}} M_{\varphi_2} M'_2 a d\varphi_2 \right] = \\ = \frac{1}{EJ} \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{3}} 7,74(1 - \cos \varphi_1) 2(\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1 + 1) 2d\varphi_1 + \right. \\ \left. + \int_0^{\frac{\pi}{6}} (8,74 \sin \varphi_2 - 1,732 \cos \varphi_2 + 1,732) 2(\sin \varphi_2 - \cos \varphi_2 + 1) 2d\varphi_2 \right].$$

Оқибатда, қуйидаги натижани ҳосил қиламиз:

$$\delta_A^{\text{гор}} = \frac{216,8}{EJ}.$$

$A$  кесимнинг буралиш бурчагини аниқлаймиз.

Мор формуласи бўйича қўчишни аниқлашнинг умумий методикасига амал қилиб,  $A$  кесимга бирлик момент қўямиз (14.2-рasm,  $z$ ). Таянч реакциялари 14.3-рasm,  $z$  да кўрсатилган; уларнинг қийматлари:

$$R_A^* = R_B^* = \frac{1}{a} = 0,5 \text{ 1/м} \\ H = 0.$$

Эгувчи момент ифодасини тузамиз.

Биринчи участка учун ( $0 < \varphi_1 < 120^\circ$ )

$$M'_2 = 1 - R_A^*(a - a \cos \varphi_1) = 1 - 0,5 \cdot 2(1 - \cos \varphi_1) = \cos \varphi_1.$$

Иккинчи участка учун ( $0 < \varphi_2 < 150^\circ$ )

$$M'_2 = R_B^* a \sin \varphi_2 = -0,5 \cdot 2 \sin \varphi_2 = -\sin \varphi_2.$$

Мор формуласини қўллаб, қуйидагиларни топамиз:

$$\delta_A^{\text{гор}} = \sum \int \frac{M_{\varphi} M'_2 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{3}} M_{\varphi_1} M'_2 a d\varphi_1 + \int_0^{\frac{\pi}{6}} M_{\varphi_2} M'_2 a d\varphi_2 \right] = \\ = \frac{1}{EJ} \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{3}} 7,74(1 - \cos \varphi_1) \cos \varphi_1 2 d\varphi_1 + \int_0^{\frac{\pi}{6}} (8,74 \sin \varphi_2 - \right. \\ \left. - 1,732 \cos \varphi_2 + 1,732)(-\sin \varphi_2) 2 d\varphi_2 \right]$$



14.3- расм.

ифода тузамиз. Бруснинг  $ds$  узунликдаги элементига тўғри келадиган элементар куч  $dP = qds = qR_0 d\alpha$  (14.3-расм, б). Бу куч таъсирида бруснинг ихтиёрий кўндаланг кесими (горизонтал текислик билан  $\varphi$  бурчак ташкил этувчи кесим) да пайдо бўладиган эгувчи момент

$$dM = dP[R_0 - R_0 \cos(\varphi - \alpha)] = qR_0^2[1 - \cos(\varphi - \alpha)] d\alpha.$$

Курсатилган кесимдаги тўла эгувчи момент элементар моментларнинг йиғиндиси каби аниқланади, яъни

$$M = qR_0^2 \left[ \int_0^\varphi d\alpha - \int_0^\varphi \cos(\varphi - \alpha) d\alpha \right] = qR_0^2(\varphi - \sin \varphi).$$

Бруснинг  $B$  кесимини вертикал бирлик куч билан юкланган деб қараб (14.3-расм, в), бу куч таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодасини ҳосил қиламиз:

$$M_1 = 1(R_0 - R_0 \cos \varphi) = R_0(1 - \cos \varphi).$$

ва оқибатда

$$\delta_A^{\text{бур}} \approx - \frac{32,14}{EJ}.$$

Манфий ишора шуни кўрсатадики,  $A$  таянч кесим бирлик момент йўналиши бўйича буралмасдан, унга қарама-қарши томонга буралади, яъни соат стрелкаси ҳаракати бўйича буралади.

14.3- мисол. Брус ўқига уринма бўйича йўналган ўзгармас  $q$  интенсивли тақсимланган куч билан юкланган, эгрилиги кичик бўлган брус эркин учининг вертикал, горизонтал ва тўла чизиқли кўчишлари аниқлансин (14.3- расм, а).

Еч иш. Вертикал ва горизонтал кўчишларни аниқлаш учун кўчишлари топилиши керак бўлган кесимга қўйилган вертикал ва горизонтал бирлик кучлар билан бруснинг юкланишини қарашга тўғри келади. Тўла чизиқли кўчиш вертикал ва горизонтал кўчишларнинг геометрик йиғиндиси каби аниқланади.

Бўйлама ва кесувчи кучларнинг таъсирини ҳисобга олмаймиз. Берилган нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент учун

Мор интегралини қўлаб,  $B$  кесимнинг вертикал кўчишни топамиз (14.1-жадвалдан фойдаланамиз):

$$\delta_E^{\text{верт}} = \int \frac{MM_1}{EI} ds = \frac{qR_0^4}{EI} \int_0^\pi (\varphi - \sin \varphi)(1 - \cos \varphi) d\varphi = \frac{\pi^2}{2} \frac{qR_0^4}{EI}.$$

$B$  кесимга қўйилган горизонтал бирлик куч таъсирида ҳосил бўладиган эгувчи момент ифодаси (14.3-расм,  $z$ ):

$$M_2 = 1 \cdot R_0 \sin \varphi.$$

$B$  кесимнинг горизонтал кўчиши

$$\delta_B^{\text{гор}} = \int \frac{MM_2}{EI} ds = \frac{qR_0^4}{EI} \int_0^\pi (\varphi - \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \frac{qR_0^4}{EI}.$$

$B$  кесимнинг тўла чизиқли кўчиши

$$\delta_B = \sqrt{(\delta_B^{\text{верт}})^2 + (\delta_B^{\text{гор}})^2} = \frac{qR_0^4}{EI} \sqrt{\frac{\pi^4}{4} + \frac{\pi^2}{4}} = 5,18 \frac{qR_0^4}{EI}.$$

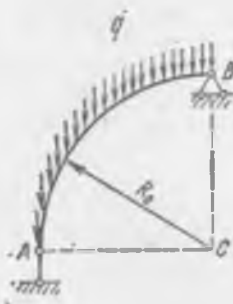
### Мустақил ечиш учун масалалар

14.1. Эгри брус (14.4-расм) учун  $M$ ,  $N$  ва  $Q$  эпюралари қурилсин.

Жавоби.  $|M_{\max}| = 0,125qR_0^2$ ;  $|N_{\max}| = |N_A| = 0,5qR_0$ ;

$$|Q_{\max}| = |Q_B| = 0,5qR_0.$$

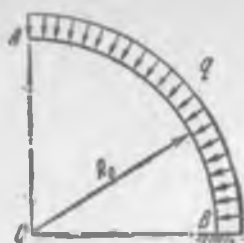
14.2. Пулатдан ясалган бруснинг  $B$  кесимини вертикал, горизонтал ва тўла кўчишлари аниқлансин (14.5-расм).



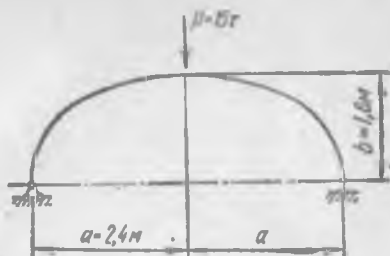
14.4-расм.



14.5-расм.



14. 6- расм.



14. 7- расм.

$E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

*Жавоби.* Вертикал кўчиш  $\delta_B^{\text{верт}} = \frac{\pi}{4} \frac{PR_0^3}{EI} \approx 0,40 \text{ см.}$

Горизонтал кўчиш  $\delta_B^{\text{гор}} = \frac{PR_0^3}{2EI} = 0,25 \text{ см.}$

Тўла кўчиш  $\delta_B = 0,472 \text{ см.}$

14.3. Эгрилиги кичик бўлган брус (14.6-расм) нинг А кесимини вертикал кўчиши ва буралиш бурчаги аниқлансин.

*Жавоби.*  $\delta_A^{\text{верт}} = \frac{qR_0^4}{2EI}$ ;  $\delta_A^{\text{гор}} = \frac{qR_0^3}{EI} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right).$

14.4. Икки шарнирли эллиптик арка (14.7-расм) учун Q, M, N эпюралари қурилсин.

*Жавоби.*  $Q_{\text{max}} = 7,5 \text{ Т}$ ;  $M_{\text{max}} = 18 \text{ Т} \cdot \text{м}$ ;  $N_{\text{max}} = 7,5 \text{ Т}.$

## 14.2-§. ЭГРИЛИГИ КАТТА БЎЛГАН БРУСЛАРНИ МУСТАҲКАМЛИККА ҲИСОБЛАШ

Текис эгри брусларнинг кўндаланг кесимларида нормал кучланишлар билан бирга уринма кучланишлар ҳам пайдо бўлади. Эгрилиги катта бўлган бруслар (илмоқлар, ҳалқалар ва бошқалар) учун геометрик ўқнинг эгрилик радиусини шу радиус орқали ўтувчи кўндаланг кесим ўлчамига нисбати қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирадиган

$$\frac{R_0}{h} < 5,$$

бруслардаги нормал кучланишлар тўғри брусни эгилишга ҳисоблаш учун чиқарилган формула бўйича ҳисобланса, у йўл қўйиш мумкин бўлмаган катта хатоликни беради.

Эгувчи моментга мос келувчи нормал кучланиш қуйидаги формула бўйича аниқланиши керак:

$$\sigma_M = \frac{M}{S} \cdot \frac{z}{r+z},$$

бу ерда  $M$  — берилган кесимдаги эгувчи момент;

$S$  — нейтрал ўққа нисбатан кундаланг кесимнинг статик моменти;

$r$  — нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси;

$z$  — нейтрал ўқдан кучланиш аниқланадиган толага-ча бўлган масофа.

14. 8-расмда юқорида келтирилган формулага мос бўлган белгилашлар берилган ҳамда шу формула бўйича қурилган нормал кучланишларнинг эпюраси тасвирланган. Эпюра гипербола кўринишида ифодаланади.

Бўйлама кучга мос келувчи кучланишлар тўғри бруснинг ўқ бўйлаб чўзилиши — сиқилишидаги каби ҳисобланади:

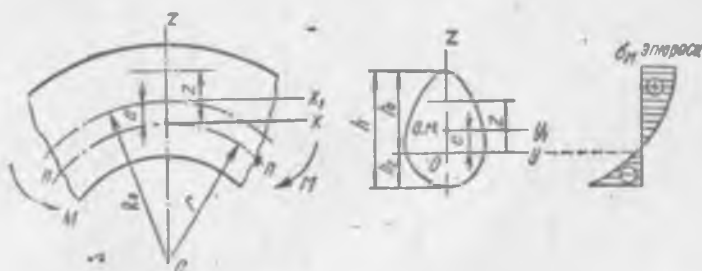
$$\sigma_N = \frac{N}{F},$$

бу ерда  $F$  — кундаланг кесим юзи.

Эгри бруснинг эгилишида унинг кундаланг кесимларида пайдо бўладиган уринма кучланишлар тақрибан Журавский формуласи бўйича тўғри брус каби аниқланиши мумкин.

Эгувчи момент ва бўйлама кучнинг йўналишига ҳамда эгри бруснинг кундаланг кесими шакли ва материалига қараб, хавфли нуқталар кундаланг кесимнинг ички (эгрилик марказига яқинроқ) нуқталари ва шунингдек, ташқи нуқталари бўлиши мумкин. Энг умумий ҳолда ҳисоблашни ички ва ташқи нуқталар учун бажариш керак. Бу нуқталарда нормал кучланишлар қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\sigma_{l,z} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \frac{h_{l,z}}{r \pm h_{l,z}} < [\sigma].$$



14. 8-расм,

Бўйлама кучнинг қийматини унинг ишорасини назарга олган ҳолда қўйиш керак; иккинчи қўшилувчига эгувчи момент ўзининг абсолют миқдори билан қўйилади, бруснинг эгилиши қаралаётган нуқтада ҳўзилиш ёки сиқилишни ҳосил қилишига қараб мусбат ёки манфий ишора қўйилади. Шу қўшилувчининг махражидаги мусбат ишора ташқи толаларга, манфий ишора эса ички толаларга мос келади. Иккинчи қўшилувчи олдидаги ишора шу қўшилувчининг махражидаги ишора билан ўзаро боғлиқ эмас.

Эгри бруснинг кўндаланг кесимидаги нейтрал ўқ шу кесимнинг марказий бош ўқидан эгрилик маркази томон силжиган.

Нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\int \frac{z}{r+z} dF = 0.$$

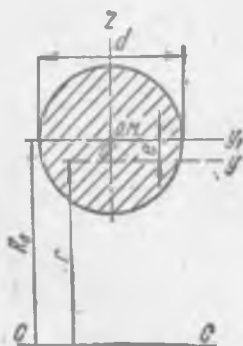
Қуйида баъзи бир кўндаланг кесим шакллари учун шу ифодадан ҳосил қилинган формулаларни келтираимиз.

Доира учун (14.9- расм):

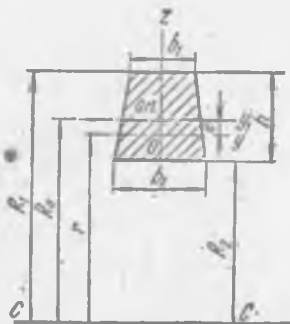
$$r = \frac{d^3}{4 \left[ 2R_0 - \sqrt{4R_0^2 - d^2} \right]}.$$

Трапеция учун (14.10- расм)

$$r = \frac{h \frac{b_1 + b_2}{2}}{\left( b_1 + R_1 \frac{b_2 - b_1}{h} \right) \ln \frac{R_1}{R_2} - (b_2 - b_1)}.$$



14.9- расм.



14.10- расм.

Тўғри тўртбурчак учун:

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}.$$

Бошқа шаклдаги кесимлар учун  $r$  ва  $e = R_0 - r$  ларнинг қийматлари справочникларда ва айрим дарсликларда келтирилган (масалан, [2,31] га қаранг).

Шунингдек, нейтрал ўқнинг силжиш миқдорини Н. Н. Давиденковнинг тақрибий формуласи бўйича аниқлаш мумкин:

$$e \approx \frac{J_y}{FR_0}.$$

бу ерда  $J_y$  — кесимнинг куч текислигига перпендикуляр бўлган, яъни нейтрал ўққа параллел бўлган марказий бош ўққа нисбатан инерция моменти (14.9, 14.10-расмлар).

14.4-мисол. Илмоқнинг (14.11-расм, а) хавфли кўндаланг кесими учун нормал кучланишларнинг эпюраси қурилсин.

Ечиш.  $A-A$  кесим хавфли бўлади, чунки бу ерда эгувчи момент  $M = P \cdot R_0$  ва бўйлама куч  $N = P$  энг катта қийматга эга бўлади. Кўрсатилган кесимнинг хавфли нуқталаридаги кучланишларни қуйидаги формула бўйича аниқлаймиз:

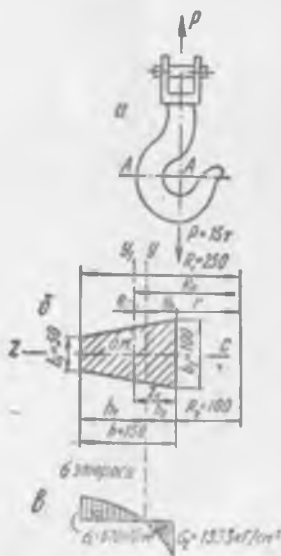
$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \cdot \frac{h_{1,2}}{r \pm h_{1,2}},$$

ёки

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \cdot \frac{h_{1,2}}{R_{1,2}}.$$

Трапеция оғирлик марказининг ҳолатини уни иккита учбурчакка ажратиб аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} z_c = \frac{S_{y_1}}{F} &= \frac{\frac{hb_2}{2} \cdot \frac{h}{3} + \frac{hb_1}{2} \cdot \frac{2}{3}h}{\frac{hb_2}{2} + \frac{hb_1}{2}} = \\ &= \frac{h(2b_1 + b_2)}{3(b_1 + b_2)} = \frac{15 \cdot (2 \cdot 5 + 10)}{3(5 + 10)} = \\ &= 6,66 \text{ см (14.11-расм, б)}. \end{aligned}$$



14. 11-расм.

Нейтрал қатламнинг эгрилик радиусини қуйидаги формула бўйича аниқлаймиз:

$$r = \frac{h \frac{b_1 + b_2}{2}}{\left(b_1 + R_1 \frac{b_2 - b_1}{h}\right) \ln \frac{R_1}{R_2} - (b_2 - b_1)} = \frac{15 \cdot \frac{5 + 10}{2}}{\left(5 + 25 \cdot \frac{10 - 5}{15}\right) \ln \frac{25}{10} - (10 - 5)} = \frac{112,5}{13,35 \cdot 2,303 \cdot 0,3979 - 5} = \frac{112,5}{7,2} = 15,62 \text{ см.}$$

Кучланишни ҳисоблаш учун зарурий бўлган миқдорларни топамиз:

$$F = \frac{b_1 + b_2}{2} h = \frac{5 + 10}{2} 15 = 112,5 \text{ см}^2;$$

$$R_0 = R_2 + z_c = 10 + 6,66 = 16,66 \text{ см};$$

$$e = R_0 - r = 16,66 - 15,62 = 1,04 \text{ см};$$

$$S = Fe = 112,5 \cdot 1,04 = 116,9 \text{ см}^2;$$

$$h_1 = h - z_c + e = 15 - 6,66 + 1,04 = 9,38 \text{ см};$$

$$h_2 = z_c - e = 6,66 - 1,04 = 5,62 \text{ см.}$$

Трапеция катта асосининг нуқталаридаги нормал кучланишлар

$$\sigma_2 = \frac{15000}{112,5} + \frac{15000 \cdot 16,66 \cdot 5,62}{116,9 \cdot 10} = 133 + 1200 = 1333 \text{ кг/см}^2;$$

кичик асосининг нуқталаридаги нормал кучланишлар

$$\sigma_1 = \frac{15000}{112,5} - \frac{15000 \cdot 16,66 \cdot 9,38}{116,9 \cdot 25} = 133 - 803 = -670 \text{ кг/см}^2.$$

$\sigma$  нинг эпюраси 14.12-расм,  $\sigma$  да курсатилган.

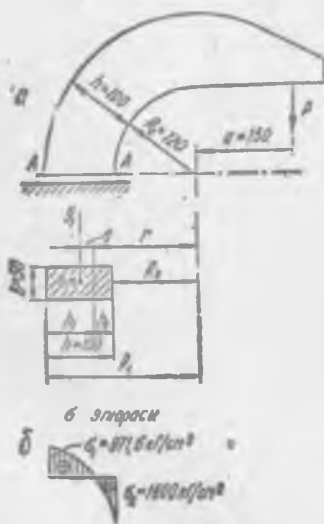
14.5- мисол. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса. кронштейнга таъсир этувчи нагруканинг рухсат этилган миқдори аниқлансин (14.11- расм, а).

Ечиш. Брус геометрик ўқининг эгрилик радиуси:

$$R_0 = R_2 + \frac{h}{2} = 17 \text{ см.}$$

Нисбат

$$\frac{R_0}{h} = \frac{17}{10} = 1,7 < 5,$$



14. 12- расм.

яъни ҳисоблашда эгрилиги катта бўлган брус учун чиқарилган формулани қўллаш керак. 14.12-расм, *a* бўйича хавфли кесимдаги (маҳкамланган жойдаги) эгувчи момент ва бўйлама кучни берилган ўлчамлар ва изланувчи *P* куч орқали ифодалаймиз:

$$M = P(a + R_0) = P(15 + 17) = 32P \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$N = -P.$$

Энг катта (абсолют миқдори бўйича) кучланиш кесимнинг ички (эгрилик марказига яқинроқ) нуқталарида пайдо бўлади:

$$\max \sigma_c = \sigma_2 = \frac{N}{F} - \frac{M}{S} \frac{h_2}{r - h_2},$$

ёки

$$|\sigma_2| = \left| -\frac{P}{F} - \frac{32P}{S} \frac{h_2}{R_2} \right| < [\sigma].$$

Нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{10}{\ln \frac{22}{12}} = \frac{10}{3,09104 - 2,48490} = 16,498 \text{ см.}$$

Нейтрал ўқнинг кесим оғирлик марказидан силжиши

$$e = R_0 - r = 17,000 - 16,498 = 0,502 \text{ см.}$$

*e* ни солиштириш учун Давиденковнинг тақрибий формуласи бўйича уни топамиз:

$$e \approx \frac{J_y}{FR_0} = \frac{bh^3}{12bhR_0} = \frac{h^2}{12R_0} = \frac{10^2}{12 \cdot 17} = 0,4412 \text{ см.}$$

Шундай қилиб, берилган хусусий ҳолда Давиденков формуласи *e* ни аниқлашда тахминан 12% хатоликни беради.

*e* ни аниқлагандан сўнг *S* ва *h*<sub>2</sub> қийматларни топамиз:

$$S = Fe - bhe = 5 \cdot 10 \cdot 0,502 = 25,1 \text{ см}^2,$$

$$h_2 = \frac{h}{2} - e = 5,00 - 0,502 = 4,498 \text{ см.}$$

Бу миқдорларни мустаҳкамлик шартига қўйиб, қуйидаги натижани ҳосил қиламиз:

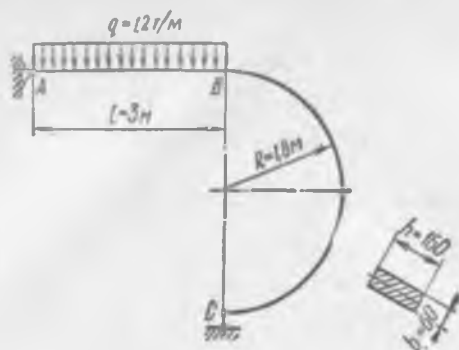
$$\frac{P}{50} + \frac{32P \cdot 4,498}{25,1 \cdot 12} < 1600;$$

бундан

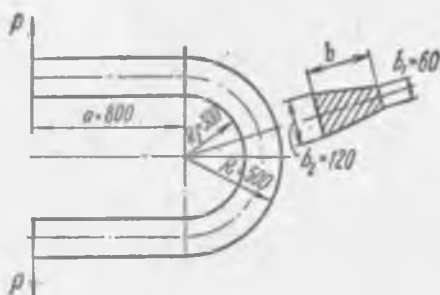
$$[P] = \frac{1600}{0,02 + 0,478} = 32,1 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$



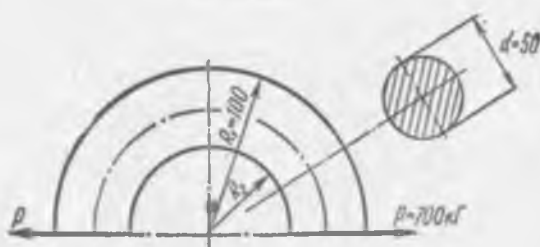
14. 13-расм



14. 14- расм.



14. 15- расм.



14. 16- расм.

Агар ҳисоблаш Давиденков формуласи бўйича ҳосил қилинган  $e$  нинг қийматидан фойдаланиб бажарилса, у ҳолда  $[F] = 28,1 \cdot 10^3 \text{ кГ}$  бўлади, яъни хатолик 9,37% ни ташкил этади, бу эса нейтрал қатлам силжиш миқдорининг хағолигидан бир оз камроқ.

14.12-расм, б да брусга таъсир этувчи нагруканинг қиймати рухсат этилган қийматга тенг бўлганда унинг хавфли кесимидаги  $\sigma$  нинг эпюраси кўрсатилган.  $\sigma$ , ни ҳисоблашни текшириб куришликни тавсия қиламиз.

### Мустақил ечиш учун масалалар

14.5. Агар  $[\sigma] = 1400 \text{ кг/см}^2$  бўлса, илмоқнинг нагрукка кўтарувчанлиги аниқлансин (14.13-расм).

Жавоби  $[P] \approx 2 \text{ Т}$ .

14.6. АВ тугри чизиқли ва ВС эгри чизиқли қисмлардан таркиб топган ABC бруснинг (14.14-расм) хавфли кундаланг кесимидаги энг катта ва энг кичик нормал кучланишларнинг миқдори аниқлансин.

Жавоби  $\sigma_{\max} = 1246 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_{\min} = -1284 \text{ кг/см}^2$ .

14.7. 14.15-расмда тасвирланган зирак шаклидаги дегаль учун Р кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин. Бунда  $[\sigma] = 12 \text{ кг/мм}^2$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $P = 8,2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ .

14.8. Ярим ҳалқа шаклига эга булган чуяндан ясалган бруснинг (14.16-расм) мустаҳкамлиги текширилсин. Бунда  $[\sigma_1] = 600 \text{ кг/мм}^2$ ;  $[\sigma_2] = 1800 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $\sigma_{\max} = 564 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_{\min} = -285 \text{ кг/см}^2$ .

## XV боб

### БҮЙЛАМА ВА БҮЙЛАМА-КҮНДАЛАНГ ЭГИЛИШЛАР

#### 15.1-§. СИҶИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТИВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ

Критик куч (эластиклик босқичида устиворликнинг йуқолиш дақиқасидаги куч) Эйлер формуласи бўйича ҳисобланади:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2},$$

бу ерда  $\mu$  — стержень учларининг маҳкамлаш усулига боғлиқ бўлган узунликни келтириш коэффициенти;

$J_{min}$  — стержень кўндаланг кесимининг минимал инерция моменти;

Сиқувчи кучнинг рухсат этилган миқдори

$$[P] = \frac{P_{кр}}{[n_y]},$$

бу ерда  $[n_y]$  — устиворликнинг талаб (рухсат) этилган эҳтиёт коэффициенти.

$P = P_{кр}$  бўлганда стержень кўндаланг кесимида пайдо бўладиган кучланиш критик кучланиш деб аталади:

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

бу ерда  $\lambda = \frac{\mu l}{l_{min}}$  — стерженьнинг эгилувчанлиги;

$l_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}}$  — стержень кўндаланг кесимининг минимал инерция радиуси.

Эйлер формуласи кригик кучланиш стержень материалининг пропорционаллик чегарасидан ортиб кетмаслик шarti ба-жарилгандагина қўлланилади:

$$\sigma_{кр} < \sigma_{л}$$

Сиқилган устун маҳкамланишининг баъзи бир ҳоллари учун узунликини келтириш коэффиценти ва критик кучнинг қийматлари

|                   | Иккала учи шарнир воситасида маҳкамланган                                         | Бир учи қистириб қаттиқ маҳкамланган, иккинчи учи эркин                           | Бир учи қистириб қаттиқ маҳкамланган, иккинчи учи шарнир воситасида маҳкамланган  | Иккала учи қистириб маҳкамланган                                                  |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|                   |  |  |  |  |
| $\mu$ коэффиценти | 1                                                                                 | 2                                                                                 | $\approx 0.7$                                                                     | 0.5                                                                               |

Одатда Эйлер формуласини қўллаш шarti стерженнинг эгилувчанлиги орқали ифодаланади:

$$\lambda \geq \lambda_{\text{чек}},$$

бу ерда

$$\lambda_{\text{чек}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_n}}.$$

Пўлат Ст. 3 учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 100$ ; пўлат Ст. 5 учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 90$ , чўян учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 80$ , қарағай ёғочи учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 75$ ; дюралюминий Д16Т учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 60$ .

Ясинский формуласи бўйича устиворликка ҳисоблаш

Агар устиворликнинг йўқолиши пластик босқичда содир бўлса (Эйлер формуласини қўллаш мумкин бўлмаган ҳолда), у ҳолда критик кучланиш Ясинскийнинг эмпирик формуласи бўйича ҳисобланади:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda + c\lambda^2,$$

бу ерда  $a$ ,  $b$  ва  $c$  — материалга боғлиқ бўлган ва кучланиш ўлчамига эга бўлган тажриба йўли билан топилган коэффицентлар.

Ясинский формуласидан пўлат ва дюралюминий стержеларни ҳисоблашда эгилувчанлик ушбу шартни

$$\lambda_0 \leq \lambda \leq \lambda_{\text{чек}}$$

қаноатлантирганда фойдаланиш мумкин, бу ерда  $\lambda_0$  — эгиловчанликнинг критик кучланиш стержень материалининг оқувчанлик чегарасига тенг бўлгандаги қиймати. Эгиловчанлик  $\lambda_0$  дан кичик бўлганда критик кучланиш ўзгармас ва оқувчанлик чегарасига тенг деб қабул қилинади.

Пўлат Ст. 3 учун  $a = 3100 \text{ кг/см}^2$ ;  $b = 11,4 \text{ кг/см}^2$ ;  $c = 0$ ;  $\lambda_0 = 61$ .

Пўлат Ст. 5 учун  $a = 3500 \text{ кг/см}^2$ ;  $b = 11,5 \text{ кг/см}^2$ ;  $c = 0$ ;  $\lambda_0 = 57$ .

Дюралюминий Д16Т учун  $a = 4060 \text{ кг/см}^2$ ;  $b = 28,3 \text{ кг/см}^2$ ;  $c = 0$ ;  $\lambda_0 = 30$ .

Чўян учун  $a = 7760 \text{ кг/см}^2$ ;  $b = 120 \text{ кг/см}^2$ ;  $c = 0,53 \text{ кг/см}^2$ .

Қарағай ва арча учун  $a = 293 \text{ кг/см}^2$ ;  $b = 1,94 \text{ кг/см}^2$ ;  $c = 0$ .

Критик куч қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$P_{кр} = \sigma_{кр} F.$$

**Бўйлама эгилишнинг  $\varphi$  коэффициенти бўйича устиворликка ҳисоблаш**

Бу ҳисоблаш қурилиш конструкцияси элементлари учун ҳамда кўтарма—транспорт иншоотларининг пўлат конструкциялари учун қўлланилади. Ҳисоблаш оддий сиқилишни ҳисоблаш каби бажарилади, лекин бу ҳисоб рухсат этилган асосий кучланишларни камайтириш йўли билан олиб борилади.

Ҳисоблаш формуласи қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sigma = \frac{P}{F} < \varphi [\sigma],$$

бу ерда  $\varphi$  — бўйлама эгилишнинг хавфлилигини ҳисобга олувчи сиқилишда асосий рухсат этилган кучланишни камайтириш коэффициенти ёки бўйлама эгилиш коэффициенти.

Унинг миқдори стерженнинг эгиловчанлиги  $\lambda$  га ва материалга боғлиқ;  $\varphi$  коэффициентининг қийматлари 15.2-жадвалдан танлаб олинади.

15.2-жадвал

**Бўйлама эгилишда  $\varphi$  коэффициентининг қийматлари**

| Эгиловчанлик $\lambda$ | Егоч | Чўян маркалари<br>СЧ12—23,<br>СЧ15—32,<br>СЧ18—36,<br>СЧ21—40 | Пўлат маркалари<br>Ст. 3,<br>Ст. 4 | Пўлат маркаси<br>Ст. 5 | Пўлат маркалари<br>14Г2С, 15Г2С,<br>10Г2С,<br>5ХСНД |
|------------------------|------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------|
| 0                      | 1,00 | 1,00                                                          | 1,00                               | 1,00                   | 1,00                                                |
| 10                     | 0,99 | 0,97                                                          | 0,99                               | 0,98                   | 0,98                                                |
| 20                     | 0,97 | 0,91                                                          | 0,97                               | 0,96                   | 0,95                                                |
| 30                     | 0,93 | 0,81                                                          | 0,95                               | 0,93                   | 0,92                                                |
| 40                     | 0,87 | 0,69                                                          | 0,92                               | 0,90                   | 0,89                                                |
| 50                     | 0,80 | 0,57                                                          | 0,89                               | 0,85                   | 0,84                                                |

15. 2- жадвалнинг давоми

| Эгилувчанлик<br>$\lambda$ | Ероч | Чуққир марка-<br>лари<br>СЧ12—28,<br>СЧ15—32,<br>СЧ18—36,<br>СЧ21—40 | Пўлат<br>маркалари<br>Ст. 3, Ст. 4 | Пўлат<br>маркаси<br>Ст. 5 | Пўлат<br>маркалари<br>14Г2, 15ГС,<br>10Г2С,<br>15ХСНД |
|---------------------------|------|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------|
| 60                        | 0,71 | 0,44                                                                 | 0,86                               | 0,80                      | 0,78                                                  |
| 70                        | 0,61 | 0,34                                                                 | 0,81                               | 0,74                      | 0,71                                                  |
| 80                        | 0,49 | 0,26                                                                 | 0,75                               | 0,67                      | 0,63                                                  |
| 90                        | 0,38 | 0,20                                                                 | 0,69                               | 0,59                      | 0,54                                                  |
| 100                       | 0,31 | 0,16                                                                 | 0,60                               | 0,50                      | 0,46                                                  |
| 110                       | 0,25 |                                                                      | 0,52                               | 0,43                      | 0,39                                                  |
| 120                       | 0,22 |                                                                      | 0,45                               | 0,37                      | 0,33                                                  |
| 130                       | 0,18 |                                                                      | 0,40                               | 0,32                      | 0,29                                                  |
| 140                       | 0,16 |                                                                      | 0,36                               | 0,28                      | 0,25                                                  |
| 150                       | 0,14 |                                                                      | 0,32                               | 0,25                      | 0,23                                                  |
| 160                       | 0,12 |                                                                      | 0,29                               | 0,23                      | 0,21                                                  |
| 170                       | 0,11 |                                                                      | 0,26                               | 0,21                      | 0,19                                                  |
| 180                       | 0,10 |                                                                      | 0,23                               | 0,19                      | 0,17                                                  |
| 190                       | 0,09 |                                                                      | 0,21                               | 0,17                      | 0,15                                                  |
| 200                       | 0,08 |                                                                      | 0,19                               | 0,15                      | 0,13                                                  |

15.1- мисол. Агар устиворликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n_y] = 3$ ; стержень Ст. 3 пўлатидан ясалган бўлиб,  $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда стерженга таъсир этувчи рухсат этилган нагрузка аниқлансин (15.1- расм).

Ечиш. Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{l_{\text{кел}}}{l_{\text{мин}}} = \frac{\mu l}{l_{\text{мин}}} = \frac{1 \cdot 180}{1,75} = 103,$$

бу ерда инерция радиуси  $i_{\text{мин}}$  нинг қиймати сортамент жадвалдан олинди.  $\lambda > \lambda_{\text{чек}} = 100$  бўлгани учун критик кучни Эйлер формуласи бўйича ҳисоблаймиз:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{мин}}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 58,2}{(1 \cdot 180)^2} = 37,8 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

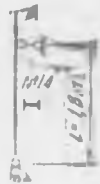
Рухсат этилган нагрузка

$$[P] = \frac{P_{\text{кр}}}{[n_y]} = \frac{37800}{3} = 12600 \text{ кг}.$$

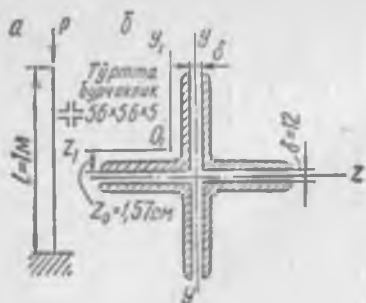
15. 2- мисол. Олдинги мисол стерженнинг остки учи қистириб маҳкамланган, устки учи эса шарнир воситасида маҳкамланган ҳол учун ечилсин.

Ечиш. Бу ҳолда узунлиқнинг келтириш коэффициенти  $\mu \approx 0,7$  (15.1-жадвалга қаранг) ва стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\text{мин}}} = \frac{0,7 \cdot 180}{1,75} = 72.$$



15. 1- расм



15. 2- расм.

Шундай қилиб  $\lambda < \lambda_{\text{чек}}$ , де-мак, Эйлер формуласини қўллаб бўлмайди. Ясинскийнинг эмпирик формуласидан фойдаланиб, критик кучни аниқлаймиз:

$$P_{\text{кр}} = F \sigma_{\text{кр}} = F(a - b\lambda) = 18,9 \cdot (3100 - 11,4 \cdot 72) = 43100 \text{ кг.}$$

Рухсат этилган нагрузка

$$[P] = \frac{P_{\text{кр}}}{[n_y]} = \frac{43100}{3} = 14370 \text{ кг.}$$

15.3-мисол. Агар  $[n_y] = 2$ ; устун Ст. 3 пўлатидан ясалган бўлса, у ҳолда устун учун сиқувчи кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин (15.2-расм, а). Бурчакликлар ўзаро қаттиқ бириктирилган.

Еч иш. Кесимнинг инерция моментини ҳисолаблаймиз (15.2-расм, б);

$$J_z = J_y = 4(J_z + a^2 F_1) = 4[16 + (0,6 + 1,57)^2 \cdot 5,41] = 166 \text{ см}^4,$$

бу ерда

$$a = z_0 + 0,5\delta.$$

Инерция радиуси

$$i_{\text{min}} = i_{\text{max}} = i_z = i_y = \sqrt{\frac{J_z}{F}} = \sqrt{\frac{166}{4 \cdot 5,41}} = 2,77 \text{ см.}$$

Устуннинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}} = \frac{2 \cdot 100}{2,77} = 72.$$

$\lambda < \lambda_{\text{чек}}$  бўлгани учун Эйлер формуласини қўллаб бўлмайди.

Критик кучни Ясинский формуласи бўйича аниқлаймиз

$$P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} F = (a - b\lambda) F = (3100 - 11,4 \cdot 72) \cdot 4 \cdot 5,41 = 49,6 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Устунга таъсир этувчи рухсат этилган нагрузка

$$[P] = \frac{P_{\text{кр}}}{[n_y]} = \frac{49,6 \cdot 10^3}{2} = 24,8 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

15.4-мисол. Бир учи қаттиқ қистириб маҳкамланган, иккинчи учи эса шарнир ёрдамида маҳкамланган қўштавр устуннинг талаб этилган профиль номери аниқлансин. Сиқувчи нагрузка  $P = 120 \text{ кн}$ , устуннинг баландлиги  $l = 3 \text{ м}$ . Устиворликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициентини  $[n_y] = 2,7$ . Устун Ст. 3 пўлатидан ясалган,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Мн/м}^2$ .

Ечиш. Ҳисоблашни Эйлер формуласи бўйича бажарамиз. Стерженнинг устиворлик шартини қуйидаги кўринишда ёзиб

$$P < \frac{P_{кр}}{[n_y]} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2 [n_y]},$$

бундан устун кўндаланг кесимининг талаб этилган минимал инерция моментини топамиз:

$$J_{min} > \frac{P [n_y] (\mu l)^2}{\pi^2 E} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot (0,7 \cdot 3)^2}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 72,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Талаб этилгандан бир оз каттароқ инерция momenti (минимал) га 16-номерли қўштавр тўғри келади, унинг учун  $J_y = J_{min} = 77,6 \text{ см}^4$ ,  $i_y = i_{min} = 1,90 \text{ см}$ .

Устуннинг қабул қилинган профили учун Эйлер формуласини қўллаш мумкинлигини текширамиз. Устуннинг эгилювчанлигини топамиз:

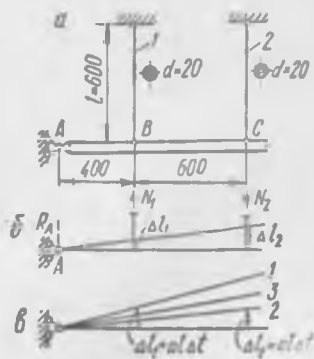
$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{0,7 \cdot 300}{1,90} = 110.$$

Пулат Ст. 3 учун  $\lambda_{чек} = 100$ , демак  $\lambda > \lambda_{чек}$ , Эйлер формуласини қўллаш мумкин экан

15.5-мисол. Бир учи билан шарнир воситасида маҳкамланган жуда ҳам бикр балкани ушлаб турадиган стерженларда устиворлик шартидан фойдаланиб, рухсат этилган температуранинг пасайиши аниқлансин (15.3-рasm, а). Устиворликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n_y] = 2,5$ . Стерженлар Ст. 5 пулатидан ясалган. Бунда  $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ;  $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ .

Ечиш. Берилган конструкция бир марга статик аниқмас, А шарнирнинг вертикал реакцияси ва стерженлардаги зуриқишлар текис параллел кучлар системасини ташкил этади (15.3-рasm, б). Шундай қилиб, нomaълумлар учта, статика тенгламаларини эса фақат иккитагина тузиш мумкин.

Стерженларда ҳосил бўладиган зуриқишларни аниқлаш учун қуйидагича муҳокама юритамиз: агар температура деформациясига ҳеч нарса қаршилиқ кўрсатмаса, стерженлар бир хилда совирилганда, бир хилда қисқаради; геометрик мулоҳазалардан яққол куринадики, иккинчи стержень биринчи стерженга қараганда кўпроқ қисқариши керак (15.3-



15.3-рasm.

расм, б), демак эркин температура деформациясига яна эластик деформация қўшилади, натижада стерженларда зўриқишлар пайдо бўлади. 1-стержень чўзилиш, 2-стержень эса сиқи-лиш таъсирида бўлади.

Келтирилган муҳокамага қўшимча тушунтириш сифатида 15.3-расм, в да балканинг учта вазияти кўрсатилган: чизиқ 1 стержень 1 нинг эркин температура деформациясига (яъни 2-стержень бўлмаганда содир бўладиган деформацияга) мос келади; худди шунингдек, чизиқ 2 стержень 2 нинг эркин температура деформациясига мос келади ва ниҳоят чизиқ 3 сиқиқ температура деформациясида балканинг ҳолатига мос келади.

Зуриқиш ва температура ўзгаришининг катталиклари орасида муносабат урнатиш учун статика тенгламасини ва қўчишлар тенгламасини тузамиз:

$$\sum m_A = 0;$$

$$-400N_1 + 1000N_2 = 0$$

бундан

$$N_1 = \frac{5}{2} N_2, \quad \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{1000}{400} = \frac{5}{2}.$$

Бунга  $\Delta l_1$  ва  $\Delta l_2$  ларнинг ушбу

$$\Delta l_1 = \alpha l \Delta t - \frac{N_1 l}{EF};$$

$$\Delta l_2 = \alpha l \Delta t + \frac{N_2 l}{EF}$$

ифодаларини қўйиб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\alpha \Delta t + \frac{N_2}{EF}}{\alpha \Delta t - \frac{N_1}{EF}} = \frac{5}{2},$$

бундан

$$2\alpha \Delta t + \frac{2N_2}{EF} = 5\alpha \Delta t - \frac{5N_1}{EF},$$

$$3\alpha \Delta t EF = 2N_2 + 5N_1.$$

Бу ердаги  $N_1 = \frac{5}{2} N_2$  эканлигини назарга олиб, қуйидагини топамиз:

$$3\alpha \Delta t EF = \left(2 + \frac{25}{2}\right) N_2,$$

бундан

$$N_2 = \frac{6\alpha \Delta t EF}{29}$$

$\Delta t$  нинг рухсат этилган қиймати иккинчи стерженнинг устиворлик шартидан аниқланади:

$$[N_2] = \frac{N_{2\text{кр}}}{[n_y]}.$$

Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{l}{i} = \frac{l}{\frac{d}{4}} = \frac{600}{20} = 120.$$

Ст. 5 пўлати учун  $\lambda_{\text{чек}} \approx 90$ , демак  $\lambda > \lambda_{\text{чек}}$ , Эйлер формуласини қўлласа бўлади:

$$[N_2] = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2 [n_y]}.$$

Системанинг статик аниқмаслигини очишда ҳосил бўлган  $N_2$  нинг ифодасини шу эўриқишнинг устиворлик шарти бўйича рухсат этилган қийматига тенглаб, температуранинг рухсат этилган пасайишини топамиз:

$$\frac{6\alpha[\Delta t]EF}{29} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2 [n_y]},$$

бундан

$$[\Delta t] = \frac{29 \pi^2 J_{\min}}{6 \alpha F l^2 [n_y]} = \frac{29 \pi^2 \frac{\pi}{64} \cdot d^4}{6 \alpha \frac{\pi d^4}{4} l^2 [n_y]} = \frac{29 \cdot 3,14^2 \cdot 2^8}{6 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 16 \cdot 60^2 \cdot 2,5} = 113^\circ.$$

15.6-мисол. Агар асосий рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 10 \text{ Мн/м}^2$  бўлса, у ҳолда қарағай устун устиворликка текширилсин (15.4-рasm).

Ечиш. Асосий рухсат этилган кучланиш (яъни бўйлама эгилишнинг хавфлилигини ҳисобга олмасдан) берилганда устиворликка ҳисоблаш бўйлама эгилиш коэффициенти бўйича бажарилади. Устун кўндаланг кесимининг инерция радиусини ва унинг эгилувчанлигини аниқлаймиз:

$$i_{\min} = i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{b^4}{12F}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{12}{\sqrt{12}} = 3,46 \text{ см};$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0,5 \cdot 4}{3,4 \cdot 10^{-1}} = 58.$$



15. 4- рasm.

Берилган нагрузка таъсирида устун кўндаланг кесимида пайдо бўладиган кучланиш

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-4}} = 6,95 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

15.2-жадвалдан бўйлама эгилиш коэффициенти  $\varphi = 0,73$  ни топамиз; камайтирилган рухсат этилган кучланиш

$$\varphi[\sigma] = 0,73 \cdot 10 \cdot 10^6 = 7,3 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Шундай қилиб,  $\sigma < \varphi[\sigma]$  шarti сақланган. Устун 4,8% га юкланмаган

15.7 мисол. Тенг ёнли бўлмаган икки бурчакликни узаро қаттиқ бириктиришдан таркиб топган ферма стерженидаги сиқувчи зўриқишнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин (15.5-расм). Стержень кам лигерланган пулат — 15ХСНД дан ясалган, узунлиги  $l = 3,4$  м, асосий рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 1900 \text{ кг/см}^2$ . Стержень учлари шарнирлар воситасида маҳкамланган деб ҳисоблансин.

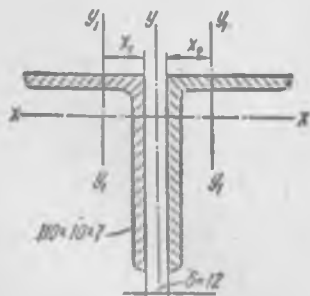
Ечиш. Рухсат этилган зўриқишни қуйидаги формула бўйича аниқлаймиз:

$$[N] = F\varphi[\sigma].$$

$\varphi$  коэффициентининг миқдорини топиш учун стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаш керак, бу эса ўз навбатида стержень кўндаланг кесимининг минимал бош инерция радиусини ҳисоблашни талаб этади. ГОСТ 8510-57 жадвалидан, кесимнинг марказий бош инерция моментларини аниқлаймиз (бу ерда ўқларни белгилаш тартиби сортамент жадвали бўйича қабул қилинган):

$$J_x = 2J_{x_{\text{бур}}} = 2 \cdot 152 = 304 \text{ см}^4.$$

$$J_y = 2[J_{y_{\text{бур}}} + (x_0 + 0,5\delta)^2 F_{\text{бур}}] = 2[48,7 + (1,6 + 0,6)^2 \cdot 12,3] = 216 \text{ см}^4.$$



15. 5- расм.

Шундай қилиб,  $J_y < J_x$  ва минимал инерция радиуси:

$$i_{\min} = i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{216}{2 \cdot 12,3}} = 2,97 \text{ см.}$$

Стерженьнинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 340}{2,97} = 114.$$

15.2-жадвал бўйича интерполяциялаб,  $\varphi = 0,366$  ни топамиз. Сиккувчи кучнинг рухсат этилган қиймати

$$[N] = 2 \cdot 12,3 \cdot 0,366 \cdot 1900 = 17100 \text{ кг}.$$

15.8- мисол. Агар  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда устун (15.6-расм) учун қўштакв номери танлансин (устун Ст. 3 маркали пўлатдан ясалган).

Ечиш. Стерженнинг қабариши у ўқиға нисбатан содир бўлиши мумкин, чунки бу ўққа нисбатан инерция моменти  $z$  ўқиға нисбатан инерция моментига қараганда анчагина кичикдир.

Кўндаланг кесимнинг керакли юзаси қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$F_{\text{кер}} \geq \frac{P}{\varphi [\sigma]}.$$

Бу формулада иккита номаълум ( $F$  ва  $\varphi$ ) бўлгани учун, улардан бирига қиймаг берамиз. Аввал  $\varphi = 0,60$  қийматни қабул қиламиз.

У вақтда

$$F_{\text{кер}} = \frac{120 \cdot 10^3}{0,60 \cdot 1600} = 125 \text{ см}^2.$$

Сортамент жадвалидан энг яқин номерли қўштакврни, яъни юзаси  $F = 131 \text{ см}^2$  бўлган 60-номерли қўштакврни оламиз ва устунни устиворликка қуйидаги формула бўйича текшираамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \varphi [\sigma].$$

60-номерли қўштакврга мос келувчи  $\varphi$  нинг қийматини топамиз. ГОСТ 8239—56 жадвалидан кесимнинг минимал инерция радиуси  $i_{\min} = i_y = 3,62 \text{ см}$  ни топамиз.

Устуннинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{3,62} \approx 110;$$

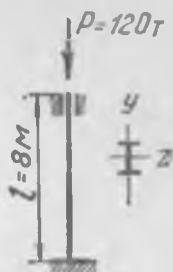
$$\varphi = 0,52; \quad \varphi [\sigma] = 0,52 \cdot 1600 = 832 \text{ кг/см}^2.$$

У вақтда

$$\sigma = \frac{120 \cdot 10^3}{131} = 918 \text{ кг/см}^2 > 832 \text{ кг/см}^2,$$

яъни устуннинг устиворлиги таъминланган эмас.

65-номерли қўштакврни оламиз.  $F = 151 \text{ см}^2$ ;  $i = 3,79 \text{ см}$ .



15. 6- расм.

Устуннинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \frac{0,5 \cdot 800}{3,79} = 105; \quad \varphi = 0,56;$$

$$\varphi [\sigma] = 0,56 \cdot 1600 = 896 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma = \frac{120 \cdot 10^3}{151} = 796 \text{ кг/см}^2 < 896 \text{ кг/см}^2.$$

Устун 11,2% га юкланмаган, лекин бу билан қаноат ҳосил қилишга тўғри келади, чунки юқорида аниқланганидек, энг яқин кичик қўштак етарли эмас.

15.9- мисол. Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак бўлган стержень  $P$  кучи таъсирида сиқилган (15.7- расм, а). Стержень кўндаланг кесимининг керакли ўлчамлари аниқлансин. Стержень бош инерция текисликларида тенг устиворли бўлиши керак. Стерженнинг ҳисоблаш схемаси 15.7- расм, б да кўрсатилган. Стержень Ст. 3 пулатидан ясалган,  $[\sigma_c] = 160 \text{ н/мм}^2$ .

Е чи ш. Стержень бош инерция текисликларида тенг устиворли бўлганда кўндаланг кесимининг марказий бош ўқларига нисбатан эгилувчанлиги узаро тенг бўлади:

бу ерда

$$\lambda_x = \lambda_y,$$

$$\lambda_x = \frac{\mu_x l}{i_x} \quad \text{ва} \quad \lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_y}.$$

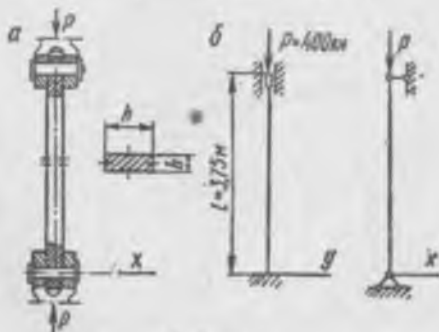
Бу ифодаларга  $\mu_x = 1,0$  ва  $\mu_y = 0,5$  ларни қўйиб қуйидагини топамиз

$$\frac{l}{i_x} = \frac{0,5l}{i_y}, \quad \text{бундан} \quad i_x = 2i_y,$$

бу ерда

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{b^3h}{12bh}} = \frac{b}{\sqrt{12}}.$$



15. 7- расм.

Демак

$$\frac{h}{\sqrt{12}} = 2 \frac{b}{\sqrt{12}}; \quad h = 2b.$$

Кўндаланг кесимнинг керакли ўлчамларини бўйлама эги-  
лиш коэффициентини бўйича устиворликка ҳисоблаб аниқлаймиз.  
Устиворлик шартини

$$\sigma = \frac{F}{F} \leq \varphi [\sigma_c].$$

$\varphi_1 = 0,5$  қийматини берамиз. У вақтда

$$F = \frac{P}{\varphi_1 [\sigma_c]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160} = 50 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

Стержень кўндаланг кесимининг ўлчамларини аниқлаймиз:

$$F = bh = b^2; \quad b = \sqrt{\frac{F}{2}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^3}{2}} = 50 \text{ мм};$$

$$h = 2b = 50 \cdot 2 = 100 \text{ мм}.$$

Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{l \sqrt{12}}{h} = \frac{3750 \sqrt{12}}{100} = 130.$$

15.2-жадвалдан  $\varphi = 0,40$  ни топамиз.

Энди  $\varphi$  га янги қиймат берамиз:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi}{2} = \frac{0,50 + 0,40}{2} = 0,45.$$

$$F = \frac{P}{\varphi_2 [\sigma_c]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,45 \cdot 160} = 55,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^2;$$

$$b = \sqrt{\frac{F}{2}} = \sqrt{\frac{55,6 \cdot 10^3}{2}} = 52,7 \text{ мм}; \quad h = 105,4 \text{ мм}.$$

Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{l \sqrt{12}}{h} = \frac{3750 \sqrt{12}}{105,4} = 123.$$

Эгилувчанликнинг қиймати Ст. 3 пўлати учун

$$\varphi = 0,44$$

мос келади.

Кўндаланг кесимнинг қабул қилинган ўлчамларида:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{400 \cdot 10^3}{55,6 \cdot 10^3} = 72 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\varphi [\sigma_c] = 0,44 \cdot 160 = 70,4 \text{ Н/мм}^2.$$

Стерженнинг утаюкланганлиги

$$\frac{72 - 70,1}{70,4} \cdot 100\% = 2,27\%,$$

ни ташкил этади, бунга рухсат этилади.

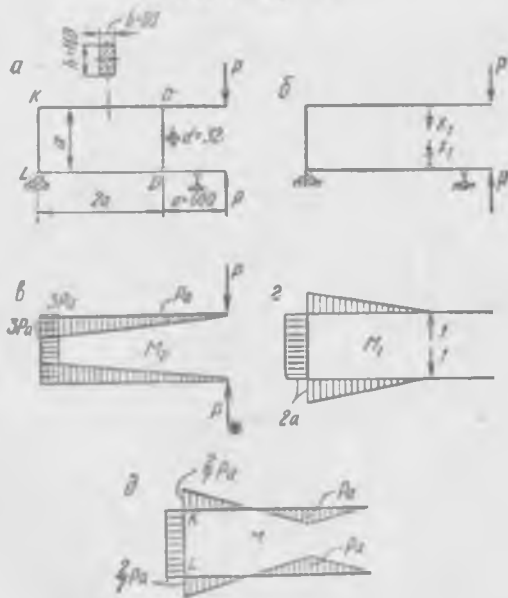
15.10- мисол.  $P$  кучнинг рухсат этилган қиймати раманинг мустаҳкамлик шартидан ва  $CD$  кашак (распор) бруснинг устиворлик шартидан аниқлансин (15.8- расм, а). Ст. 5 маркали пулатдан ясалган;  $[\sigma] = 1700 \text{ кг/см}^2$ .

Статик аниқмасликни очишда  $CD$  бруснинг деформацияси назарга олинмасин. Рама барча стерженларининг кесимлари бир хилда.

Е чи ш. Берилган система бир марта статик аниқмас.  $CD$  брусни қирқиб асосий системани ҳосил қиламиз. Бу брус рамага шарнир воситасида бириктирилган ҳамда шарнирли учлари орасидаги масофада юкланмаган, демак унинг исталган кундаланг кесимида фақат бўйлама куч пайдо бўлади, уни ортиқча номаълум учун қабул қиламиз. Берилган нагрузка ва изланувчи ортиқча номаълум таъсиридаги асосий система 15.8- расм, б да кўрсатилган.

Битта ортиқча номаълум система учун каноник тенглама қуйидаги кўринишда бўлади:

$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0.$$



15. 8- расм.

Берилган кучлар (15.8-расм, в) ва бирлик кучлар (15.7-расм, г) билан юкланган асосий система учун эгувчи момент эпюрасини қурамыз. Мор усулини ва Верещачин қондасини татбиқ этиб қуйидагиларни топамиз:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left( 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a + 2a \cdot a \cdot 2a \right) = \frac{28a^3}{3EJ};$$

$$\Delta_{1P} = - \frac{1}{EJ} \left( 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{7}{3} Pa + 2a \cdot a \cdot 3P \cdot a \right) = - \frac{46Pa^3}{3EJ}.$$

Топилган миқдорларни каноник тенгламага қўйгандан сўнг, ушбу тенгламани ҳосил қиламиз:

$$X_1 \frac{28a^3}{3EJ} - \frac{46Pa^3}{3EJ} = 0,$$

бундан

$$X_1 = \frac{23}{14} P.$$

$M_P$  эпюра билан  $M_1$  эпюрани (ординаталари  $X_1$  марта катталаштирилган) қўшиш натижасида ҳосил қилинган эгувчи моментнинг умумий эпюраси 15.8- расм, д да кўрсатилган (тушуниш осон бўлиши учун бу эпюранинг масштаби  $M_P$  эпюранинг масштабига (15.8- расм, в) қараганда бир қанча йирик-роқ олинган).

$CD$  стержендаги сиқувчи зўриқишнинг рухсат этилган қийматини аниқлаш учун унинг эгилювчанлигини топамиз:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{a}{\frac{d}{4}} = \frac{600}{\frac{32}{4}} = 75.$$

15.2- жадвалдан  $\varphi = 0,73$  ни топамиз.  $X_1$  кучнинг рухсат этилган қиймати

$$[X_1] = \frac{\pi d^3}{4} \varphi [\sigma] = \frac{3,14 \cdot 3,2^3}{4} \cdot 0,73 \cdot 1700 = 9960 \text{ кг}.$$

$P$  кучнинг рухсат этилган қийматини топамиз:

$$[X_1] = \frac{23}{14} [P], \text{ бундан } [P]' = \frac{14}{23} [X_1] = \frac{14}{23} \cdot 9960 = 6060 \text{ кг}.$$

Рама стерженларининг кўндаланг кесимларида пайдо бўладиган энг катта эгувчи момент  $M_{\max} = Pa$ ; мос равишда мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{Pa}{\frac{\delta \delta^3}{6}} \leq [\sigma],$$

бундан

$$[P]'' = \frac{[\sigma] \delta \delta^3}{6a} = \frac{1700 \cdot 8 \cdot 16^3}{6 \cdot 60} = 9690 \text{ кг}.$$

Шундай қилиб,  $[P]' < [P]''$  ва демак, конструкцияда рухсат этилган нагрузка  $[P] = [P]' = 6060 \text{ кг}$  бўлиб,  $CD$  бруснинг устиворлик шартидан ошиб кетмайди.

### Мустақил ечиш учун масалалар

15.1. Труба устун учун критик ва рухсат этилган кучларнинг қийматлари аниқлансин (15.9-расм). Устун легирланган пўлатдан ясалган, унинг пропорционаллик чегараси

$$\sigma_n = 5700 \text{ кг/см}^2; \quad E = 2,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

Устиворликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n_y] = 3,2$ .

Кўрсатма. Ечиш Эйлер формуласини қўллаш мумкин ёки мумкин эмаслигини аниқлашдан бошлансин.

Жавоби.  $P_{кр} = 2,86 \cdot 10^4 \text{ кг}$ .

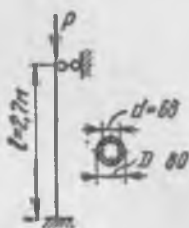
15.2. Компрессор контрштокининг керакли диаметри  $d$  аниқлансин. Контршток узунлиги  $900 \text{ мм}$ ; сиқувчи куч  $P = 800 \text{ кг}$ ; устиворликнинг керакли эҳтиёт коэффициенти  $[n_y] = 3$ . Штокнинг бир учи шарнир воситасида боғланган, иккинчи учи эса қистириб маҳкамланган бўлиб, стержень каби ишлайди деб ҳисоблансин. Шток Ст. 5 пўлатидан ясалган;  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ .

Кўрсатма. Эйлер формуласини қўллаш мумкинлиги текширилсин ва у бўйича ҳисоблаш бажарилсин. Агар  $d$  нинг топилган қийматида Эйлер формуласини қўллаш мумкин бўлмаса, у ҳолда Ясинский формуласидан фойдаланиб, қайтадан ҳисоблансин.

Жавоби.  $d = 18 \text{ мм}$ .

15.3. Баландлиги  $l = 6 \text{ м}$  бўлган сиқилишга ишлайдиган чўян колонна учун рухсат этилган нагрузка аниқлансин. Колонна кесими ҳалқа бўлиб, ташқи диаметри  $D = 250 \text{ мм}$  ва деворининг қалинлиги  $\delta = 20 \text{ мм}$ . Колонна учлари шарнирлар воситасида маҳкамланган. Сиқилиш учун асосий рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 100 \text{ Мн/м}^2$ .

Жавоби.  $448 \text{ кн}$ .



15. 9- расм.

15.4. Ўзаро қаттиқ бириктирилган икки швеллердан таркиб топган устун учун рухсат этилган нагрузка аниқлансин (15.10- расм). Устун Ст. 3 пўлатидан ясалган, сиқилиш учун асосий рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $31 \cdot 10^3 \text{ кг}$ .

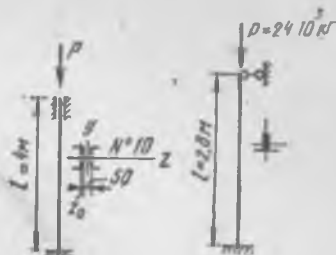
15.5. 15.11-расмда кўрсатилган устун учун тенг ёнли бурчакликлар профили-

нинг керакли улчамлари аниқлансин. Устун Ст. 3. пулатидан ясалган бўлиб, сиқилиш учун асосий рухсат этилган кучланиш  $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ .

Жавоби.  $75 \times 75 \times 8$  бурчакликлар.

## 15.2-§. БЎЙЛАМА-КЎНДАЛАНГ ЭГИЛИШ

Бруснинг бўйлама-кўндаланг эгилишида салқилик қуйидаги тақрибий формула бўйича аниқланади (15.12-расм):



15.10- расм.

15.11- расм.

$$y = \frac{y^0}{1 - \frac{S}{P_s}}$$

Бу ерда  $y^0$  — кўндаланг куч таъсиридаги салқилик;

$y$  — кўндаланг куч ва ўқ бўйлаб йуналган  $S$  куч таъсиридан ҳосил бўлган тўла салқилик;

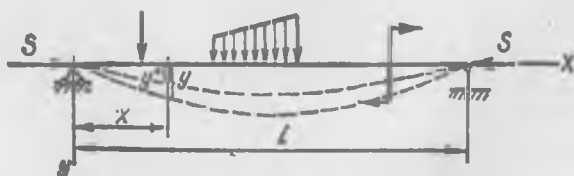
$P_s = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}$  — эйлер. кучи, уни ҳисоблашда кесимнинг инерция моменти  $I$  кўндаланг нағрузка таъсир текислигига перпендикуляр бўлган бош ўққа нисбатан аниқланади.

Салқилик учун келтирилган формула кўндаланг нағрузка таъсиринга мос бўлган эластик чизиқнинг эгрилиги бир қийматли (ишорали) бўлганда қаноатланарли натижалар беради.

Бу формула иккала учи билан шарнир воситасида маҳкамланган брус учун ( $\mu = 1$ ), бошқа кўринишдаги боғланишларга қараганда аниқроқдир.

Бруснинг кўндаланг кесимидаги энг катта (абсолют миқдори бўйича) нормал кучланишлар

$$\sigma_{\text{ок}} = \frac{N_x}{F} + \frac{M}{W} - \frac{S}{F} + \frac{M^0}{W} + \frac{Sy}{W}$$



15. 12- расм.

бу ерда  $M = M^0 + Sy$  — бруснинг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги умумий (йиғинди) эгувчи момент;  $M^0$  — ўша кесимдаги кўндаланг нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент.

Бўйлама — кўндаланг эгилишда кучлар таъсирининг мустақиллиги принципини қўллаб бўлмайди, чунки кучланиш билан нагрузка орасидаги боғланиш чизиқли эмас. Кучланиш нагрузкага қараганда тезроқ ўсади.

Бруснинг бўйлама — кўндаланг эгилиш ҳолида ҳисоблашни *рухсат этилган кучланиш бўйича бажармасдан*, балки *чекли нагрузка бўйича* олиб борилади. Пластик материалдан ясалган брус учун чекли нагрузка бўйича ҳисоблаш формуласини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

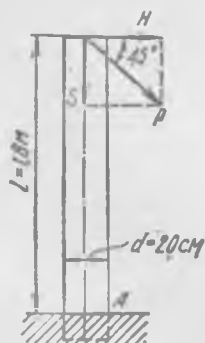
$$[n] S \left[ \frac{1}{F} + \frac{[n] y^2}{W} \cdot \frac{1}{1 - \frac{[n] S}{P_0}} \right] + \frac{[n] M^0}{W} \leq \sigma_{ок},$$

бу ерда  $[n]$  — мустаҳкамлик учун талаб этилган эҳтиёт коэффициенти;

$\sigma_{ок}$  — оқувчанлик чегараси.

**15.11-мисол.** Ёғоч устун 15.13-расмда тасвирланганидек юкланган. Тензометр ёрдамида  $A$  нуқтадаги нормал кучланиш аниқланган:  $\sigma_A = 70$  кг/см<sup>2</sup>. Ҳисоблашни икки вариантда: а) кучлар таъсирининг мустақиллик принципи бўйича; б) бўйлама-кўндаланг эгилиш бўйича бажариб,  $P$  кучнинг миқдори аниқлансин. Эластиклик модули  $E = 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.

Ечиш. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципига асосланган ҳисоблашда,  $A$  нуқтадаги нормал кучланиш (абсолют миқдори бўйича) билан таъсир этувчи нагрузка қуйидаги ифода билан боғланган:



15. 13- расм.

$$\sigma_A = \frac{S}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P \cos 45^\circ}{\frac{\pi d^3}{4}} + \frac{(P \cos 45^\circ) l}{\frac{\pi d^3}{32}},$$

бундан

$$P = \frac{\sigma_A \pi d^3}{4 \cos 45^\circ \left( 1 + 8 \frac{l}{d} \right)} = \frac{70 \cdot 3,14 \cdot 20^3}{4 \cdot 0,707 \cdot \left( 1 + 8 \frac{180}{20} \right)} = 426 \text{ кг}.$$

Бўйлама — кўндаланг эгилишга ҳисоблашда кучланиш билан нагрузка орасидаги боғланиш қуйидаги ифода билан берилди:

$$\sigma_A = \frac{S}{F} + \frac{Hl}{W} + \frac{Sy^0}{W\left(1 - \frac{S}{P_s}\right)} =$$

$$= \frac{P \cos 45^\circ}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{(P \cos 45^\circ) l}{\frac{\pi d^3}{32}} + \frac{(P \cos 45^\circ) y^0}{\frac{\pi d^3}{32} \left(1 - \frac{P \cos 45^\circ}{P_s}\right)}.$$

Қаралаётган устун учун эйлер кучи

$$P_s = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 10^3 \cdot \frac{3,14}{64} \cdot 20^4}{(2 \cdot 180)^2} = 597 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

$H$  куч таъсиридан эркин учининг эгилиши

$$y^0 = \frac{Hl^3}{3EJ} = \frac{P \cdot 0,707 \cdot 180^3}{3 \cdot 10^3 \cdot \frac{3,14}{64} \cdot 20^4} = (1750 \cdot 10^{-5}) P[\text{см}].$$

Топилган миқдорларни формулага қўйгандан сўнг, кучланиш учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

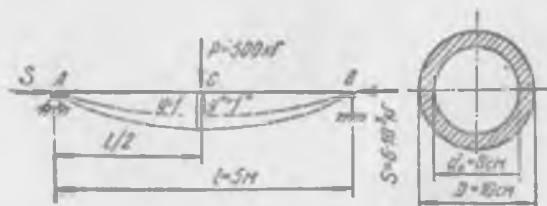
$$\sigma_A = \frac{0,707P}{\frac{3,14}{4} \cdot 20^2} + \frac{0,707P \cdot 180}{\frac{3,14}{32} \cdot 20^3} + \frac{0,707P^2}{\frac{3,14}{32} \cdot 20^3} \cdot \frac{1750 \cdot 10^{-5}}{\left(1 - \frac{0,707P}{597 \cdot 10^3}\right)} =$$

$$= 70 \text{ кг/см}^2.$$

Бундан  $P = 422 \text{ кг}$ .

Келтирилган натижа кучлар таъсирининг мустақиллик принципига асосан ҳосил қилинган қийматдан жуда ҳам оз фарқ қилади, бу эса табийий, чунки ҳисобланаётган брус анча юқори бикрликка эга.

15.12-мисол. Агар брус Ст. 3 пўлатидан ясалган бўлиб,  $\sigma_{0\kappa} = 2400 \text{ кг/см}^2$ ,  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  бўлса, у ҳолда брус учун мустаҳкамликнинг амалдаги эҳтиёт коэффициенти аниқлансин.



15. 14- расм.

Е чи ш. Хавфли кўндаланг кесимдаги энг катта (сиқувчи) кучланиш

$$\sigma = \frac{S}{F} + \frac{Sf^{\circ}}{W\left(1 - \frac{S}{P_s}\right)} + \frac{M^{\circ}}{W}.$$

Кесимнинг геометрик характеристикаларини аниқлаймиз:

$$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_0^2) = \frac{\pi}{4} (10^2 - 8^2) = 28,3 \text{ см}^2;$$

$$J \approx 0,05 (D^4 - d_0^4) = 0,05 (10^4 - 8^4) = 295 \text{ см}^4.$$

$$W = \frac{J}{0,5D} = \frac{295}{5} = 59 \text{ см}^3.$$

Кўндаланг нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган максимал салқилик ва эйлер кучини аниқлаймиз:

$$f^{\circ} = \frac{Pl^3}{48EJ} = \frac{500 \cdot (500)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 295} = 2,2 \text{ см};$$

$$P_s = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 295}{500^2} = 23,4 \cdot 10^3 \text{ кг}; (\mu = 1).$$

Кўндаланг нагрузка таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент

$$M^{\circ} = \frac{Pl}{4} = \frac{500 \cdot 500}{4} = 6,25 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Ўқ бўйлаб йўналган кучнинг эйлер кучига нисбати

$$\frac{S}{P_s} = \frac{6 \cdot 10^3}{23,4 \cdot 10^3} = 0,26.$$

Бу қийматларни энг катта кучланиш формуласига қўйиб қуйидагини топамиз:

$$\sigma = \frac{6 \cdot 10^3}{28,3} + \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 2,2}{59 (1 - 0,26)} + \frac{6,25 \cdot 10^4}{59} = 1573 \text{ кг/см}^2.$$

Кучланиш билан ташқи куч сўзсидаги муносабат чизикли бўлганда мустақамликнинг эҳтиёт коэффициенти

$$n_s = \frac{\sigma_{ок}}{\sigma} = \frac{2400}{1573} = 1,53.$$

Ҳақиқатан, бўйлама — кўндаланг эгилишда  $n$  кичик бўлади, чунки кучланиш нагрузкадан тезроқ ўсади. Изланувчи микдор  $n$  ни қуйидаги формуладан топамиз:

$$nS \left[ \frac{1}{F} + \frac{nf^{\circ}}{W \left( 1 - \frac{nS}{P_s} \right)} \right] + \frac{nM^{\circ}}{W} = \sigma_{ок}.$$

Бунга сон қийматларни қўйиб, соддалаштиргандан сўнг қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$106,5n^2 - 1897n + 2400 = 0,$$

бундан қуйидагиларни топамиз:  $n_1 = 1,4$  ва  $n_2 = 16,4$ . Ўз-ўзидан равшанки,  $n_2$  қиймат масаланинг ечими бўлмайди:  $n = 3,85$  бўлганда  $1 - \frac{nS}{P}$  ифода нолга тенг бўлади, кучланиш эса чексиз. Шундай қилиб, оқибатда  $n = 1,4$ , демак чизиқли боғланиш бўйича ҳисоблашда хатолик

$$\frac{1,53 - 1,4}{1,4} \cdot 100\% \approx 9,3\%.$$

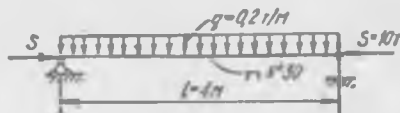
ни ташкил этади.

### Мустақил ечиш учун масала

15.6. Энг кичик бикрилиқ текислигида эгилувчи 30-но мерли швеллердан тайёрланган пўлат балканинг кундаланг кесимидаги энг катта сиқувчи нормал кучланиш топилсин (15.15-расм).

$E = 2 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup> деб қабул қилинсин.

Жавоб. 975 кг/см<sup>2</sup>.



15. 15- расм.

## XVI боб

### МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДА ДИНАМИКА МАСАЛАЛАРИ

#### 16.1-§. ИНЕРЦИЯ КУЧЕНИ ҲИСОБГА ОЛИШ

Назарий механика курсидан маълумки, динамика масаласи Даламбер принцигига асосан статика масаласига келтирилиши мумкин. Бу принцип қуйидагича таърифланишини эслатамиз: агар система (нуқта) га таъсир этувчи берилган кучлар ва боғланишларнинг динамик реакцияларига инерция кучлари қўшилса, у ҳолда ҳаракатдаги система (нуқта) ни исталган вақт дақиқасида мувозанатда бўлади деб қараш мумкин. Моддий нуқтанинг инерция кучи нуқта массаси билан унинг тезланиши купайтмасига тенг ва тезланиш йўналишига қарама-қарши томонга йўналган бўлади.

Умумий ҳолда нотекис эгри чизиқли ҳаракатдаги нуқтанинг инерция кучи иккита ташкил этувчи кучга ажратилади: уринма (ёки тангенциал) инерция кучи ва нормал (ёки марказдан қочма) инерция кучи. Улардан биринчиси ҳар бир берилган вақт дақиқасида ҳаракат траекториясига уринма бўйича уринма тезланиш  $a_t$  йўналишига қарама-қарши томонга қараб йўналган бўлади. Иккинчиси эса траектория нормали бўйича нормал тезланиш  $a_n$  йўналишига қарама-қарши йўналган бўлади, маълумки нормал тезланиш ҳамма вақт траекториянинг эгрилик марказига қараб йўналгандир.

Шундай қилиб, массаси  $m$  бўлган нуқтанинг уринма  $P_{ut}$  ва марказдан қочма  $P_{un}$  инерция кучларининг миқдорлари қуйидаги формулалар бўйича аниқланади:

$$P_{ut} = m a_t = m \frac{dv}{dt};$$

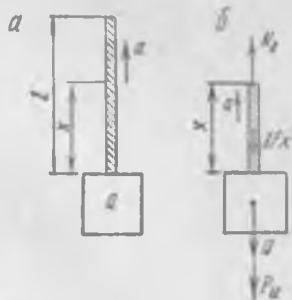
$$P_{un} = m a_n = m \frac{v^2}{\rho},$$

бу ерда  $v$  — нуқта тезлиги ва  $\rho$  — траекториясининг эгрилик радиуси.

16.1-мисол. Пулат трос (16.1-расм, а) ёрдамида  $Q = 2500 \text{ кГ}$  юк  $l = 10 \text{ м}$  баландликка ўзгармас тезланиш  $a = 3 \text{ м/сек}^2$  билан кўтарилади. Трос учун рухсат этилган куч-

ланиш  $[\sigma] = 1800 \text{ кг/см}^2$ , трос материалнинг ҳажм оғирлиги  $\gamma = 7,2 \text{ Т/м}^3$ . Трос кўндаланг кесимининг керакли юзи аниқлансин.

Ечиш. Даламбер принципига мувофиқ системанинг мувозанатини берилган кучларни ҳамда юк ва троснинг текис тезланувчан ҳаракат билан кутарилишида пайдо буладиган инерция кучини назарга олиб қараймиз. Кесимлар усулини татбиқ этиб, трос ихтиёрий кўндаланг кесимидаги бўйлама кучни аниқлаймиз (16 1-рasm, б):



16. 1-рasm.

$$\sum X = 0; \quad N - \gamma F \cdot x - Q - P_n = 0,$$

бу ерда  $P_n$  — юк ва троснинг инерция кучи бўлиб,

$$P_n = \frac{Q + \gamma F x}{g} a \text{ формула билан аниқланади:}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \text{ — оғирлик кучининг тезланиши.}$$

Бўйлама кучнинг ифодаси қуйидаги кўринишни олади:

$$N_x = (Q + \gamma F x) + \frac{Q + \gamma F x}{g} a = (Q + \gamma F x) \left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Ушбу  $k_d = 1 + \frac{a}{g}$  (динамик коэффициент) белгилашни киритиб, ҳамда  $Q + \gamma F x = N_{\text{ст}}$  — статик юкланишда (инерция кучини ҳисобга олмасдан) бўйлама кучни назарга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$N_x = k_d N_{\text{ст}}.$$

Трос кўндаланг кесимидаги динамик кучланиш:

$$\sigma_d = \frac{N_x}{F} = k_d \sigma_{\text{ст}}.$$

Троснинг мустаҳкамлик шarti қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\max \sigma_d \frac{\max N_x}{F} = \frac{(Q + \gamma F l) \left(1 + \frac{a}{g}\right)}{F} \leq [\sigma]$$

Бундан трос кўндаланг кесимининг керакли юзини аниқлаймиз: бунда троснинг чигир барабанига ўралишдаги бурилиш нуқтасидан юк осилган нуқтасигача бўлган узунлигини тахминан кўтариш баландлигига тенг деб қабул қиламиз:

$$F > \frac{Q}{\frac{[\sigma]}{k_d} - \gamma l}.$$

Соч қийматларни қўйгандан кейин, қуйидагини топамиз:

$$F > \frac{2500}{\frac{1800}{1 + \frac{3}{9,81}} - 7,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 10^2} = 1,82 \text{ см.}$$

Шуни таъкидлаш керакки, трос узунлиги  $l = 10 \text{ м}$  бўлганда унинг ўз оғирлигини назарга олиш ҳисоблаш натижасига амалий таъсир кўрсатмайди.

16.2- мисол Қадами кичик винтсимон цилиндрик пружина вертикал текисликда қўзғалмас шарнир  $O$  атрофида  $n = 300 \text{ айл/мин}$  бурчак тезлик билан айланади; унинг эркин учига  $Q = 2 \text{ кг}$  юк қўйилган (16.2- расм).

Пружина симининг кўндаланг кесимидаги максимал уринма (динамик) кучланиш топилсин, шунингдек, қуйидагилар берилганда  $Q$  юкнинг максимал кўчиши аниқлансин: юкланмаган ҳолатда пружинанинг узунлиги  $l = 15 \text{ см}$ , ўрамнинг диаметри  $D = 6 \text{ см}$ , сим кесимининг диаметри  $d = 0,6 \text{ см}$ , ўрамлар сони  $n_1 = 5$ ; пружина материалнинг силжиш модули  $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$ . Ҳисоблашда пружинанинг массаси назарга олинмасин.

Ечиш Пружинани қўзувчи динамик кучнинг максимал қиймати  $Q$  юк энг пастки вазиятда бўлган ҳолатга туғри келади. Бу куч юкнинг оғирлик кучи билан юкнинг марказдан қочма инерция кучининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$P_A = Q + P_n = Q + \frac{Q}{g} a_n = Q + \frac{Q}{g} \omega^2 r_{\max} = Q \left( 1 + \frac{\omega^2 r_{\max}}{g} \right).$$

Бу ерда  $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 300}{30} = 31,4 \text{ рад/сек}$  — пружинанинг бурчак тезлиги;

$r_{\max} = l + \lambda_A$  — айланиш ўқидан юк марказигача бўлган максимал масофа;

$\lambda_A$  — пружинанинг узайишига тенг бўлган  $g$  юкнинг изланаётган максимал (динамик) кўчиши.

Маълумки (5.5- § га қаранг)

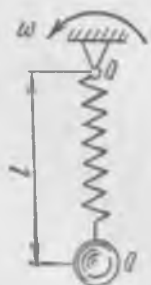
$$\lambda_A = \frac{8 P_A D^3 n_1}{G d^4}.$$

У вақтда қуйидагини топамиз:

$$P_A = Q \left[ 1 + \frac{\omega^2}{g} \left( l + \frac{8 P_A D^3 n_1}{G d^4} \right) \right],$$

ёки

$$P_A = 2 \left[ 1 + \frac{31,4^2}{9,81} \left( 15 + \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 6^3 \cdot 5}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,6^4} \right) \right],$$



16. 2- расм.

яъни

$$P_A = 2 [1 + 1,006 (15 + 0,0833 P_A)],$$

бундан

$$P_A = 38,4 \text{ кг}.$$

Пружинанинг узайиши (юкнинг динамик кучиши)

$$\lambda_d = \frac{8 \cdot 38,4 \cdot 6^3 \cdot 5}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,6^4} = 3,2 \text{ см}.$$

Пружинада пайдо бўлувчи максимал уринма кучланиш

$$\max \tau_z = k \frac{8 P_A D}{\pi d^3} = \frac{1,14 \cdot 8 \cdot 38,4 \cdot 6}{3,14 \cdot 0,6^3} = 3100 \text{ кг/см}^2,$$

бу ерда 5.5-§ даги маълумотлар бўйича  $k = 1,14$ .

16.3-мисол. Юмалоқ пулат стержень  $O_1 O_2$  уқ агрофида текис айланади (16.3-расм). Агар  $[\sigma] = 800 \text{ кг/см}^2$ ,  $\gamma = 7,85 \text{ Г/см}^3$  бўлса, стерженьнинг айланиш тезлиги  $n = 1400 \text{ ай/мин}$  бўлганда унинг мустаҳкамлик бўйича энг катта рухсат этилган узунлиги  $l_m$  аниқлансин.

Ечиш. Массаси  $dm$  бўлган  $dx$  элементга таъсир этувчи элементар инерция кучи (марказдан қочма куч) қуйидаги формула бўйича аниқланади (16.3-расмга қаранг);

$$dP_n = d m a_n = \frac{\gamma F}{g} dx \omega^2 x.$$

Бўйлама кучнинг максимал қиймати стержень ярим бўлак-ларидан бирига таъсир этувчи элементар инерция кучларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\max N_A = \int_0^{l/2} \frac{\gamma F}{g} \omega^2 x dx = \frac{\gamma F}{g} \omega^2 \frac{l^2}{8}.$$

Мустаҳкамлик шarti бўйича

$$\max \sigma_A = \frac{\max N_A}{F} < [\sigma].$$

ёки

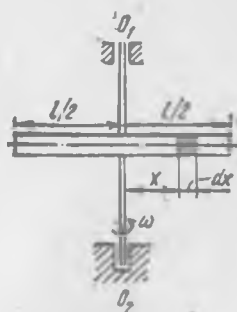
$$\max \sigma_A = \frac{\gamma \omega^2 l_m^2}{8g} = [\sigma],$$

бундан

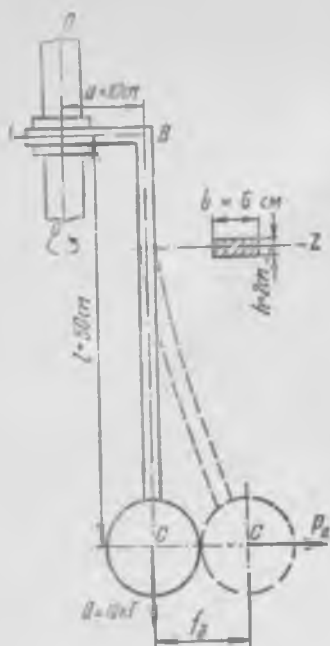
$$l_m = \sqrt{\frac{8g[\sigma]}{\gamma \omega^2}}.$$

Бурчак тезликини

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 1400}{30} = 146,5 \text{ рад/сек},$$



16. 3- расм.



16. 4- расм.

назарга олиб, қуйидаги натижани топамиз

$$I_M = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{8g|z|}{7}} =$$

$$= \frac{1}{146,5} \sqrt{\frac{8 \cdot 981 \cdot 800}{7,85 \cdot 10^{-3}}} \approx 193 \text{ см.}$$

16 4- мисол. Регулятор  $OO$  ўқи атрофида  $\omega = 30 \text{ рад/сек}$  бурчак тезлик билан текис айланади (16.4-расм).  $C$  нуқтанинг горизонтал кўчиши, шунингдек,  $BC$  пулат стержендаги энг катта нормал кучланиш миқдори аниқлансин.  $AB$  элемент абсолют бикр деб ҳисоблансин. Ҳисоблашда  $BC$  стерженнинг массаси назарга олинмасин.  $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

Ечиш.  $BC$  стерженни эркин учида марказдан қочма куч

$$P_H = \frac{Q}{g} \omega^2 r - \frac{Q}{g} \omega^2 (a + f_1) =$$

$$= \frac{10 \cdot 30^2}{981} (10 + f_1) =$$

$$= 9,17 (10 + f_1), \quad (a)$$

билан юкланган консол каби қараш мумкин.

Бу ерда  $f_1$  билан  $C$  нуқтанинг изланувчи горизонтал кучиши, яъни  $BC$  стерженнинг айланишида пайдо бўладиган стержень эркин учининг эгилиши белгиланган. Стерженнинг эркин учида инерция кучи билан  $f_2$  кучиш орасидаги боғланиш тўпланган куч билан юкланган консол максимал салқилигининг маълум ифодаси (8.2, 8.3-§ лар) дан ҳосил қилинади:

$$P_H = \frac{3EI_z}{l^3} f_1,$$

бу ерда

$$J_z = \frac{\pi b^4}{12}.$$

Шундай қилиб,

$$P_H = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 6^4}{12 \cdot (50)^3} f_1 = 192 f_1. \quad (6)$$

(a) ва (6) тенгликларни солиштириб, қуйидагини топамиз:

$$f_1 = 0,50 \text{ см.}$$

Шу билан бирга

$$P_n = 0,5 \cdot 192 = 96 \text{ кГ.}$$

Энг катта нормал кучланишлар стерженнинг  $B$  кесимида пайдо бўлади:

$$\max \sigma_x = \frac{\max M_d}{W_x} = \frac{P_n l}{W_x} = \frac{96 \cdot 50 \cdot 6}{6 \cdot 2} = 1200 \text{ кГ/см}^2.$$

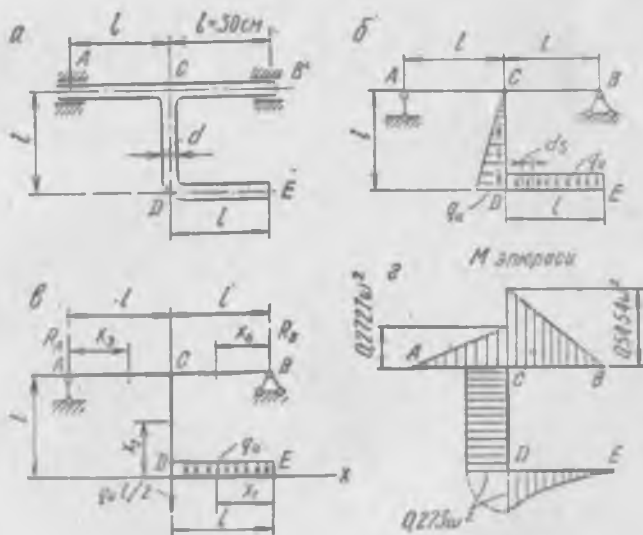
16. 5-мисол. Кундаланг кесими доира шаклидаги ( $d = 18 \text{ мм}$ ) синиқ брус  $AB$  ўқ атрофида текис айланади (16.5-расм, а).

Агар  $\gamma = 7,8 \text{ Г/см}^3$ ,  $[\sigma] = 1000 \text{ кГ/см}^2$  бўлса, у ҳолда энг катта рухсат этилган бурчак тезлик аниқлансин.

Брус деформациясининг марказдан қочма куч миқдорига таъсири ҳисобга олинмасин.

Ечиш. Синиқ бруснинг  $CD$  ва  $DE$  қисмларига таъсир этувчи инерция кучларини топамиз. Брус  $\omega$  бурчак тезлик билан текис айланганида нормал (марказдан қочма) инерция кучлари вақт бўйича ўзгармайди.  $DE$  участка учун марказдан қочма кучлар текис тақсимланган юкни ифода қилади.  $DE$  стерженнинг  $ds$  элементига

$$dP_n = dm\omega^2 r,$$



16. 5- расм.

инерция кучи тўғри келади, бу ерда элементнинг массаси

$$dm = \frac{\gamma F ds}{g} = \frac{\gamma \pi d^2 ds}{4g},$$

$r = l$  — элементнинг айланиш ўқиғача бўлган масофа.

$$dP_n = \omega^2 l \gamma \frac{\pi d^2}{4g} ds = q_n ds,$$

бу ерда  $q_n = \frac{\omega^2 l \pi d^2 \gamma}{4g}$  —  $DE$  участкада инерция кучининг интенсивлиги,

$$q_n = \omega^2 \frac{30 \cdot 3,14 \cdot 1,8^2 \cdot 7,8}{4 \cdot 981 \cdot 1000} = 6,06 \cdot 10^{-4} \omega^2 \text{ кг/см.}$$

$CD$  участка инерция кучи билан юкланган.  $У$  участканинг узунлиги бўйича тўғри чизиқ қонуни билан нолдан ( $C$  нуқтада) максимумгача ( $D$  нуқтада) ўзгаради (16.5-рasm, б). Инерция кучининг энг катта интенсивлиги ( $D$  нуқтада)  $q_n$  нинг топилган миқдорига тенг бўлади.

16.5-рasm, б да кўрсатилган юклаш схемасидан фойдаланиб, таянч реакцияларини аниқлаймиз. Шуни таъкидлаймизки,  $CD$  участка инерция кучининг тенг таъсир этувчиси максимал интенсивлик  $q_n$  билан участка узунлиги купайтмасининг ярмига тенг бўлади.

$$\sum m_B = 0; \quad -q_n l \cdot \frac{l}{2} - 0,5q_n l \cdot l + R_A 2l = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{q_n l}{2} = \frac{6,06 \cdot 10^{-4} \cdot 30}{2} \omega^2 = 9,09 \cdot 10^{-3} \omega^2 \text{ кг.}$$

$$\sum m_A = 0; \quad -R_B \cdot 2l + 0,5q_n l \cdot l + q_n l \cdot 1,5l = 0,$$

бундан

$$R_B = q_n l = 2R_A = 18,18 \cdot 10^{-3} \omega^2 \text{ кг.}$$

16.5-рasm, в да тасвирланган схемадан фойдаланиб, эгувчи момент эпюрасини одатдаги текис статик аниқ рама учун эгувчи момент эпюраси каби қурамо (6.3-§ га қаранг).

Эгувчи момент эпюраси 16.5-рasm, г да кўрсатилган.

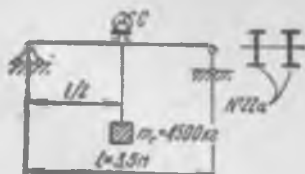
$AB$  участка учун мустақамлик шартини тузиб, энг катта рухсат этилган бурчак тезликини аниқлаймиз:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]; \quad [M_{\max}] = W[\sigma] = \frac{\pi d^3}{32} [\sigma];$$

$$[M_{\max}] = \frac{3,14 \cdot 1,8^3}{32} \cdot 1000 = 572 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$



16.6- расм.



16.7- расм.

Эпюрага мувофиқ,  $M_{\max} = 0,5454 \omega^2$ ;

$$0,5454[\omega]^2 = 572,$$

бундан

$$[\omega] = \sqrt{\frac{572}{0,5454}} = 32,4 \text{ рад/сек.}$$

### Мустақил ечиш учун масалалар

16.1. Кўндаланг кесим юзаси  $F$  ва ўрта диаметри  $D$  бўлган юпка ҳалқа ўз текислигига перпендикуляр бўлган  $O$  ўқ атрофида текис айланади (16.6- расм). Агар ҳалқа 1)  $\sigma_m = 8000 \text{ кг/см}^2$ ,  $\gamma_n = 7,85 \text{ кг/см}^3$  бўлган пўлатдан; 2)  $\sigma_m = 1200 \text{ кг/см}^2$ ,  $\gamma_{\text{чўян}} = 7,2 \text{ Г/см}^3$  бўлган чўяндан тайёрланган бўлса, у ҳолда унинг марказдан қочма куч таъсиридан ёрилиб кетиш пайтидаги айланма тезлиги  $v$  аниқлансин.

Жавоби. Пўлат учун:  $316 \text{ м/сек}$ ; чўян учун:  $128 \text{ м/сек}$ .

16.2. 22-а номерли иккита қўштавр балкага ўрнатилган  $C$  чиғир ёрдамида массаси  $m_{\text{юк}} = 4500 \text{ кг}$  бўлган юк кўтарилади (16.7- расм). Кўтариш бошланишида юк доимий тезланиш билан ҳаракатланади ва биринчи уч секунд ичида  $12 \text{ м}$  масофага кўтарилади;  $[\sigma] = 160 \text{ н/мм}^2$  бўлганда балканинг мустаҳкамлиги текширилсин. Чиғирнинг ўз оғирлиги ҳисобга олинсин, унинг массаси  $m_q = 700 \text{ кг}$ .

Жавоби.  $\max \sigma_x = 110 \text{ н/мм}^2$ .

16.3.  $AB$  пўлат стержень чизма (16.8- расм) текислигига перпендикуляр бўлган  $A$  ўқ атрофида текис айланади. Стерженьнинг кўндаланг кесимида пайдо бўладиган энг катта нормал кучланиш пропорционаллик чегараси  $\sigma_n = 2000 \text{ кг/см}^2$  га эришгандаги  $\omega$  бурчак тезлик аниқлансин. Кучланишнинг кўрсатилган миқдорида стерженьнинг абсолют узайиши ҳисоблансин.  $\gamma = 7,85 \text{ Г/см}^3$ ,  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $\omega = 281 \text{ рад/сек}$ ,  $\Delta l = 0,053 \text{ см}$ .

инерция кучи тўғри келади, бу ерда элементнинг массаси

$$dm = \frac{\gamma F ds}{g} = \frac{\gamma \omega^2 ds}{4g},$$

$r = l$  — элементнинг айланиш ўқиғача бўлган масофа.

$$dP_n = \omega^2 l \gamma \frac{\omega^2 ds}{4g} = q_n ds,$$

бу ерда  $q_n = \frac{\omega^2 l \gamma \omega^2}{4g}$  —  $DE$  участкада инерция кучининг интенсивлиги,

$$q_n = \omega^2 \frac{30 \cdot 3,14 \cdot 1,8^2 \cdot 7,8}{4 \cdot 981 \cdot 1000} = 6,06 \cdot 10^{-4} \omega^2 \text{ кг/см.}$$

$CD$  участка инерция кучи билан юкланган.  $У$  участканинг узунлиги бўйича тўғри чиқиқ қонуни билан нолдан ( $C$  нуқтада) максимумгача ( $D$  нуқтада) ўзгаради (16.5-рasm, б). Инерция кучининг энг катта интенсивлиги ( $D$  нуқтада)  $q_n$  нинг топилган миқдорига тенг бўлади.

16.5-рasm, б да кўрсатилган юклаш схемасидан фойдаланиб, таянч реакцияларини аниқлаймиз. Шуни таъкидлаймизки,  $CD$  участка инерция кучининг тенг таъсир эгувчиси максимал интенсивлик  $q_n$  билан участка узунлиги купайтмасининг ярмига тенг бўлади.

$$\sum m_B = 0; \quad -q_n l \cdot \frac{l}{2} - 0,5q_n l \cdot l + R_A 2l = 0,$$

бундан

$$R_A = \frac{q_n l}{2} = \frac{6,06 \cdot 10^{-4} \cdot 30}{2} \omega^2 = 9,09 \cdot 10^{-3} \omega^2 \text{ кг.}$$

$$\sum m_A = 0; \quad -R_B \cdot 2l + 0,5q_n l \cdot l + q_n l \cdot 1,5l = 0,$$

бундан

$$R_B = q_n l = 2R_A = 18,18 \cdot 10^{-3} \omega^2 \text{ кг.}$$

16.5-рasm, в да тасвирланган схемадан фойдаланиб, эгувчи момент эпюрасини одатдаги текис статик аниқ рама учун эгувчи момент эпюраси каби қурамай (6.3-§ га қаранг).

Эгувчи момент эпюраси 16.5-рasm, г да кўрсатилган.

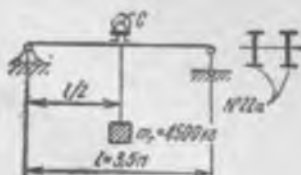
$AB$  участка учун мустаҳкамлик шартини тузиб, энг катта рухсат этилган бурчак тезликни аниқлаймиз:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]; \quad [M_{\max}] = W[\sigma] = \frac{\pi d^3}{32} [\sigma];$$

$$[M_{\max}] = \frac{3,14 \cdot 1,8^3}{32} \cdot 1000 = 572 \text{ кг} \cdot \text{см.}$$



16.6- расм.



16.7- расм.

Эпюрага мувофиқ,  $M_{\max} = 0,5454 \omega^2$ ;

$$0,5454[\omega]^2 = 572,$$

бундан

$$[\omega] = \sqrt{\frac{572}{0,5454}} = 32,4 \text{ рад/сек.}$$

### Мустақил ечиш учун масалалар

16.1. Кўндаланг кесим юзаси  $F$  ва ўрта диаметри  $D$  бўлган юпқа ҳалқа ўз текислигига перпендикуляр бўлган  $O$  ўқ атрофида текис айланади (16.6- расм). Агар ҳалқа 1)  $\sigma_m = 8000 \text{ кг/см}^2$ ,  $\tau_m = 7,85 \text{ кг/см}^2$  бўлган пулатдан; 2)  $\sigma_m = 1200 \text{ кг/см}^2$ ,  $\tau_m = 7,2 \text{ кг/см}^2$  бўлган чўядан тайёрланган бўлса, у ҳолда унинг марказдан қочма куч таъсиридан ёрилиб кетиш пайтидаги айланма тезлиги  $\omega$  аниқлансин.

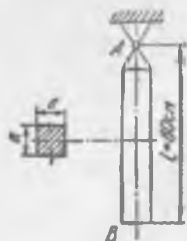
Жавоби. Пулат учун: 316 м/сек; чўян учун: 128 м/сек.

16.2. 22-а номерли иккита қўштавр балкага ўрнатилган  $C$  чиғир ёрдамида массаси  $m_{\text{юк}} = 4500 \text{ кг}$  бўлган юк кўтарилади (16.7- расм). Кўтариш бошланишида юк доимий тезланиш билан ҳаракатланади ва биринчи уч секунд ичида 12 м масофага кўтарилади;  $[\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$  бўлганда балканинг мустаҳкамлиги текширилсин. Чиғирнинг ўз оғирлиги ҳисобга олинсин, унинг массаси  $m_{\text{ч}} = 700 \text{ кг}$ .

Жавоби.  $\max \sigma_d = 110 \text{ Н/мм}^2$ .

16.3.  $AB$  пулат стержень чизма (16.8- расм) текислигига перпендикуляр бўлган  $A$  ўқ атрофида текис айланади. Стерженнинг кўндаланг кесимида пайдо бўладиган энг катта нормал кучланиш пропорционаллик чегараси  $\sigma_n = 2000 \text{ кг/см}^2$  га эришгандаги  $\omega$  бурчак тезлик аниқлансин. Кучланишнинг кўрсатилган миқдорида стерженнинг абсолют узайиши ҳисоблансин.  $\gamma = 7,85 \text{ кг/см}^3$ ,  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $\omega = 281 \text{ рад/сек}$ ;  $\Delta l = 0,053 \text{ см}$ .



16.8- расм.



16.9- расм.

16.4. Рама  $O_1O_2$  ўқ атрофида текис айланади (16.9- расм). Агар рама стерженлари квадрат кўндаланг кесим  $1,5 \times 1,5$  см га эга ҳамда  $[\sigma] = 780 \text{ кг/см}^2$ ;  $\gamma = 7,8 \text{ Г/см}^3$  бўлса, у ҳолда рама айланишининг рухсат этилган бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоби.  $[\omega] = 148 \text{ рад/сек}$ .

16.5. Инерция моменти  $I_m = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  бўлган ва  $n = 800$  айл/мин бурчак тезлик билан айланувчи маховик диаметри  $d = 80 \text{ мм}$  бўлган валга ўрнатилган. Тормоз берилганда маховик 12 марта айланиб тўхтайди. Тормоз кучини ўзгармас деб ҳисоблаб, тормоз берилганда валнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган максимал уринма кучланиши топилсин.

Жавоби.  $231 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2 = 23,1 \text{ Мн/м}^2 = 23,1 \text{ н/мм}^2$ .

## 16.2-§. ЗАРБДА КУЧЛАНИШ ВА КУЧИШЛАР

Нагрузканинг зарби таъсиридан ҳосил бўлган кучланиш ва кучишлар қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст};$$

$$\delta_d = k_d \delta_{ст}.$$

Бу ерда  $\sigma_d$ ,  $\delta_d$  — зарбда мос равишда динамик кучланиш ва кучиш;  $\sigma_{ст}$ ,  $\delta_{ст}$  — тушаётган жисм оғирлигига тенг бўлган кучнинг статик таъсиридан ҳосил бўлган кучланиш ва кучиш.

Зарбда зарбланувчи конструкциянинг массаси ҳисобга олинмаганда динамик коэффициент ( $k_d$ ) қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}}},$$

бу ерда  $h$  — зарб берувчи юкнинг тушиш баландлиги.

Хусусий ҳолда куч зарбсиз бир онда қўйилганда, яъни  $h = 0$  бўлганда

$$k_A = 2.$$

Зарбланувчи эластик системанинг массаси ҳисобга олинганда,  $k_A$  миқдор қўйидаги формула билан аниқланади:

$$k_A = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст} \left(1 + \beta \frac{P}{Q}\right)}}.$$

Бу формулада

$P$  — зарбланувчи эластик системанинг оғирлиги;

$Q$  — тушаётган юк оғирлиги;

$h$  — унинг тушиш баландлиги;

$\delta_{ст}$  —  $Q$  юк статик қўйилганда зарб нуқтасининг кўчиши;

$\beta$  — зарб берувчи система массасини зарб нуқтасига келтириш коэффициенти ( $\beta < 1$ ).

Келтириш коэффициенти қўйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\beta = \frac{\int (\delta_{x ст})^2 dP}{\delta_{ст}^2 P}.$$

Бу ерда  $\delta_{x ст}$  — тушаётган юк оғирлигига тенг ва зарб нуқтасига қўйилган кучнинг статик таъсиридан ҳосил бўлган кўчиш эпюрасининг тенгламаси.

Агар  $\frac{h}{\delta_{ст}}$  нисбат жуда катта (100 дан катта) бўлса, у ҳолда  $k_A$  учун тақрибий ифодани қабул қилиш мумкин:

$$k_A = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст}}}.$$

Ёки системанинг ўз массаси ҳисобга олинганда,

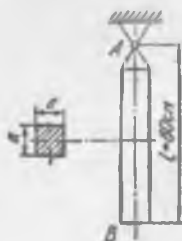
$$k_A = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст} \left(1 + \beta \frac{P}{Q}\right)}}.$$

**16.6-мисол.** Поғонали пулат стерженга юқоридан  $Q$  юк тушади (16.10-расм). Стерженнинг устиворлиги таъминланган деб ҳисоблаб, унинг кўндаланг кесимида пайдо бўладиган энг катта сиқувчи кучланиш аниқлансин.

Масала икки вариантда: а) стержень массасини ҳисобга олмасдан ва б) стержень массасини ҳисобга олиб ( $\gamma = 7,85 \text{ Г/см}^3$ ) ечилсин.

Ечиш. Максимал статик (сиқувчи) кучланиш стерженнинг устки қисмида пайдо бўлади:

$$\gamma_{ст} = \frac{N}{F_A} = \frac{Q}{F_A} = \frac{40}{5} = 8 \text{ кГ/см}^2.$$



16.8- расм.



16.9- расм.

16.4. Рама  $O_1O_2$  уқ атрофида текис айланади (16.9- расм). Агар рама стерженлари квадрат кўндаланг кесим  $1,5 \times 1,5$  см га эга ҳамда  $[\sigma] = 780 \text{ кг/см}^2$ ;  $\gamma = 7,8 \text{ Г/см}^3$  бўлса, у ҳолда рама айланишининг рухсат этилган бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоби.  $[\omega] = 148 \text{ рад/сек.}$

16.5. Инерция моменти  $I_m = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  бўлган ва  $n = 800 \text{ айл/мин}$  бурчак тезлик билан айланувчи маховик диаметри  $d = 80 \text{ мм}$  бўлган валга ўрнатилган. Тормоз берилганда маховик 12 марта айланиб тухтайди. Тормоз кучини ўзгармас деб ҳисоблаб, тормоз берилганда валнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган максимал уринма кучланиши топилсин.

Жавоби.  $231 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2 = 23,1 \text{ Мн/м}^2 = 23,1 \text{ н/мм}^2$ .

## 16.2- §. ЗАРБДА КУЧЛАНИШ ВА КУЧИШЛАР

Нагрузканинг зарби таъсиридан ҳосил бўлган кучланиш ва кўчишлар қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст};$$

$$\delta_d = k_d \delta_{ст}.$$

Бу ерда  $\sigma_d$ ,  $\delta_d$  — зарбда мос равишда динамик кучланиш ва кўчиш;  $\sigma_{ст}$ ,  $\delta_{ст}$  — тушаётган жисм оғирлигига тенг бўлган кўчининг статик таъсиридан ҳосил бўлган кучланиш ва кўчиш.

Зарбда зарбланувчи конструкциянинг массаси ҳисобга олинмаганда динамик коэффициент ( $k_d$ ) қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{gh}{\delta_{ст}}},$$

бу ерда  $h$  — зарб берувчи юкнинг тушиш баландлиги.

Хусусий ҳолда куч зарбсиз бир онда қўйилганда, яъни  $h = 0$  бўлганда

$$k_A = 2.$$

Зарбланувчи эластик системанинг массаси ҳисобга олинганда,  $k_A$  миқдор қуйидаги формула билан аниқланади:

$$k_A = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст} \left(1 + \beta \frac{P}{Q}\right)}}.$$

Бу формулада

$P$  — зарбланувчи эластик системанинг оғирлиги;

$Q$  — тушаётган юк оғирлиги;

$h$  — унинг тушиш баландлиги;

$\delta_{ст}$  —  $Q$  юк статик қўйилганда зарб нуқтасининг қўчиши;

$\beta$  — зарб берувчи система массасини зарб нуқтасига келтириш коэффициентини ( $\beta < 1$ ).

Келтириш коэффициенти қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\beta = \frac{\int (\delta_{xст})^2 dP}{\delta_{ст}^2 P}.$$

Бу ерда  $\delta_{xст}$  — тушаётган юк оғирлигига тенг ва зарб нуқтасига қўйилган кучнинг статик таъсиридан ҳосил бўлган қўчиш эпюрасининг тенгламаси.

Агар  $\frac{h}{\delta_{ст}}$  нисбат жуда катта (100 дан катта) бўлса, у ҳолда  $k_A$  учун тақрибий ифодани қабул қилиш мумкин:

$$k_A = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст}}}.$$

Ёки системанинг ўз массаси ҳисобга олинганда,

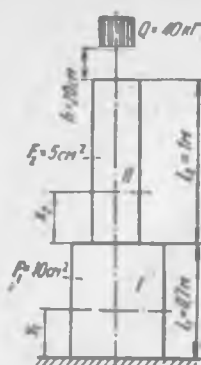
$$k_A = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст} \left(1 + \beta \frac{P}{Q}\right)}}.$$

**16.6-мисол.** Поғонали пулат стерженга юқоридан  $Q$  юк тушади (16.10-расм). Стерженнинг устиворлиги таъминланган деб ҳисоблаб, унинг қундаланг кесимида пайдо бўладиган энг катта сиқувчи кучланиш аниқлансин.

Масала икки вариантда: а) стержень массасини ҳисобга олмасдан ва б) стержень массасини ҳисобга олиб ( $\gamma = 7,85 \text{ Г/см}^3$ ) ечилсин.

Ечиш. Максимал статик (сиқувчи) кучланиш стерженнинг устки қисмида пайдо бўлади:

$$\gamma_{ст} = \frac{N}{F_2} = \frac{Q}{F_2} = \frac{40}{5} = 8 \text{ кг/см}^2.$$



16. 10- расм.

Зарб жойида статик кўчиш ўз-ўзидан маълумки,  $Q$  юкни статик қўйишда стерженнинг қисқаришига тенг бўлади:

$$\delta_{ст} = \sum \Delta l_{ст} = \frac{Ql_1}{EF_1} + \frac{Ql_2}{EF_2} = \\ = \frac{40}{2 \cdot 10^8} \left( \frac{70}{10} + \frac{100}{5} \right) = 54 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$$

$\frac{h}{\delta_{ст}} = \frac{20}{54 \cdot 10^{-5}} = 371 \cdot 10^3$  нисбат қиймати катта, демак динамик коэффициент учун тақрибий формулани қўллаймиз. Стерженнинг ўз массасини ҳисобга олмасдан, қуйидагича топамиз:

$$k_A = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{54 \cdot 10^{-5}}} = 273$$

Динамик кучланиш

$$\sigma_A = k_A \sigma_{ст} = 273 \cdot 8 = 2184 \text{ кг/см}^2.$$

Ҳосил қилинган натижа стержень материалнинг пропорционаллик чегараси динамик кучланишдан юқори бўлган шартдагина маънога эга бўлади.

Ҳисоблашни стержень массасини ҳисобга олган ҳолда бажариш учун массани зарб нуқтасига келтириш коэффициентини аниқлаймиз.

Стержень остки участкаси ихтиёрий кундаланг кесимининг статик кўчиши

$$\delta_{xст}^I = \frac{Qx_1}{EF_1} \quad (0 \leq x_1 \leq l_1).$$

Худди шунингдек, устки участка учун:

$$\delta_{xст}^{II} = \frac{Ql_1}{EF_1} + \frac{Qx_2}{EF_2} \quad (0 \leq x_2 \leq l_2).$$

Стержень устки кесимининг статик кўчиши юқорида аниқланган эди.

Стержень остки участкаси чексиз кичик элементининг оғирлиги  $dP_1 = \gamma F_1 dx_1$ ; худди шунингдек устки участкаси учун  $dP_2 = \gamma F_2 dx_2$ . Берилганларни  $\beta$  ни аниқлаш формуласига қўйилгандан кейин қуйидагиларни топамиз:

$$\beta = \frac{\int_0^l (\delta_{xст})^2 dP}{\delta_{ст}^2 P} = \frac{\int_0^{l_1} \left( \frac{Qx_1}{EF_1} \right)^2 \gamma F_1 dx_1 + \int_0^{l_2} \left( \frac{Ql_1}{EF_1} + \frac{Qx_2}{EF_2} \right)^2 \gamma F_2 dx_2}{\left[ \frac{Q}{E} \left( \frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} \right) \right]^2 \gamma (F_1 l_1 + F_2 l_2)} =$$

$$= \frac{\frac{Q^2 l_1^3}{3(EF_1)^2} \gamma F_1 + \frac{Q^2 l_1^2}{(EF_1)^2} \gamma F_2 l_2 + \frac{Q^2 l_1 l_2^2}{E^2 F_1 F_2} \gamma F_2 + \frac{Q^2 l_2^3}{3(EF_2)^2} \gamma F_2}{\left[ \frac{Q}{E} \left( \frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} \right) \right]^2 \gamma (F_1 l_1 + F_2 l_2)}.$$

$F_1 = 2F_2$ ;  $l_1 = 0,7l_2$  ларни ўрнига қўйиб, қисқартиргандан сўнг, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\beta = \frac{\frac{0,7^2}{6} + \frac{0,7^2}{4} + \frac{0,7}{3} + \frac{1}{3}}{\left(\frac{0,7}{2} + 1\right)^2 (1,4 + 1)} = 0,197.$$

Стержень оғирлиги

$$P = \gamma F_1 l_1 + \gamma F_2 l_2 = 7,85 \cdot 10^{-3} (10 \cdot 70 + 5 \cdot 100) = 9,42 \text{ кГ}.$$

Стерженнинг ўз оғирлигини ҳисобга олинганда динамик коэффициент

$$k'_A = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{54 \cdot 10^{-5} \left( 1 + 0,197 \cdot \frac{9,42}{40} \right)}} = 266.$$

Стержень массасини ҳисобга олгандаги динамик кучланиш:

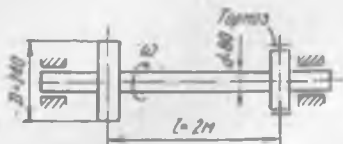
$$\sigma'_A = k'_A \sigma_{ст} = 266 \cdot 8 = 2128 \text{ кГ/см}^2.$$

Қўрилган мисолда конструкция массасининг динамик коэффициентга ва динамик кучланишга таъсирн аргизмасдир.

16.7- мисол. Оғирлиги  $Q = 60 \text{ кГ}$  бўлган шкив  $n = 300 \text{ ай/мин}$  бурчак тезлик билан айланивчи пўлат валга ўрнатилган (16.11-расм) Бирданига тормоз (буровчи зарб) берилганда валнинг кўндаланг кесимида вужудга келадиган максимал уринма кучланишнинг миқдори ҳисоблансин. Валнинг массаси назарга олинмасин.

Ечиш. Шкивнинг кинетик энергиясини деформациянинг потенциал энергиясига (буровчи зарбда) тенг деб ҳисоблаб, қуйидагини ёзамиз:

$$I_m \frac{\omega^2}{2} = \frac{M_A^2 l}{2GJ_p}.$$



16. 11- расм.

Шкив\* массасининг инерция моменти

$$I_m = \frac{QD^2}{8g} = \frac{60 \cdot 24^2}{8 \cdot 981} = 4,40 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^2.$$

Бурчак тезлик

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 300}{30} = 10 \pi \text{ рад/сек}.$$

Динамик буровчи момент

$$M_d = \omega \sqrt{\frac{I_m G J_p}{l}}$$

Валнинг кундаланг кесимидаги максимал динамик уринма кучланиш

$$\tau_d \frac{M_d}{W_p} = \frac{\omega}{\frac{\pi d^3}{16}} \sqrt{\frac{I_m G \pi d^4}{l \cdot 32}} = \frac{10 \pi}{\pi 8} \sqrt{\frac{8 \cdot 4,4 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 3,14}{200}} = 833 \text{ кг/см}^2.$$

16.8- мисол. 16.12- расм, *a* да тасвирланган пулат синиқ брусга юқоридан *Q* юк тушади.

Конструкциянинг массасини назарга олмасдан максимал ҳисобий кучланиши, шунингдек, *A* кесимининг вертикал кўчиши аниқлансин.

*AB* элемент абсолют бикр деб ҳисоблансин.

Е чи ш. *BKC* брус *Q* куч таъсирида эгилади ва *Q*·*a* момент таъсирида буралади, юклаш схемаси 16.12- расм, *b* да келтирилган.

*BKC* бруснинг хавфли кесимини аниқлаш учун *M<sub>0</sub>* эгувчи момент ва *M<sub>6</sub>* буровчи момент эпюраларини қураимиз. 16.12- расм, *в* да тасвирланган юклаш схемасига мувофиқ *M<sub>0</sub>* нинг эпюраси 16.12- расм, *г* да келтирилган. *M<sub>0</sub>* нинг эпюраси эса 16.12- расм, *ж* да берилган юклаш схемаси бўйича 16.12- расм, *з* да келтирилган. Бу эпюраларга диққат билан эътибор берсак, *C* кесим ёки *K* кесим хавфли бўлишини қураимиз. Иккинчи кесимда *M<sub>0</sub>* биринчига қараганда кичик, лекин унинг диаметри ҳам кичик. Бу ҳолда статик эквивалент кучланишлари катта бўладиган кесим хавфлидир.

*C* кесим:

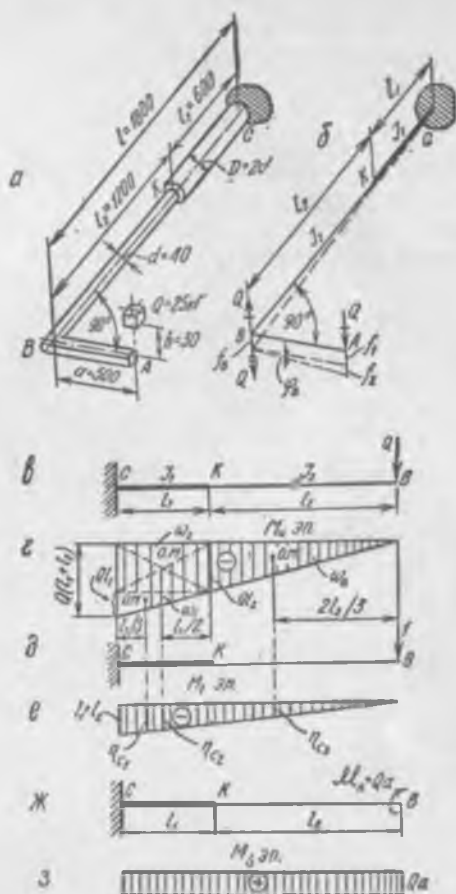
$$M_0 = Q(l_1 + l_2) = 25 \cdot 180 = 4500 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_6 = Qa = 25 \cdot 50 = 1250 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Статик эквивалент кучланишни энг катта уринма кучланиш гипотезаси бўйича ҳисоблаймиз (12.1, 12.2- § ларга қаранг).

$$\sigma_{\text{экр}}^{\text{III}} = \frac{1}{W_0} \sqrt{M_0^2 + M_6^2} = \frac{1}{0,1 \cdot 83} \sqrt{4500^2 + 1250^2} = 91,2 \text{ кг/см}^2.$$

\* Шкив шартли равишда яхлиг цилиндр деб қаралади.



16. 12- расм.

*К кесим:*

$$M_0 = Ql_2 = 25 \cdot 120 = 3000 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$M_6 = Qa = 1250 \text{ кг} \cdot \text{см};$$

$$\sigma_{\text{III}} = \frac{1}{W_0} \sqrt{M_0^2 + M_6^2} = \frac{1}{0,1 \cdot 43} \sqrt{3000^2 + 1250^2} = 508 \text{ кг/см}^2.$$

Шундай қилиб, *К* кесим хавфли бўлади.

А кесимнинг статик вертикал кўчишини аниқлаймиз. Тула кўчишни *ВКС* бруснинг эгилиши билан боғлиқ  $f_1$  кўчиш ва ўша бруснинг буралиши билан боғлиқ бўлган  $f_2$  кўчишларнинг йиғиндиси каби қараш мумкин (16.12- расм, б).

$f_1$  кўчиш  $Q$  куч таъсирида  $B$  кесимнинг салқилиги  $f_B$  га тенг бўлади (масала шартига кўра  $AB$  брус абсолют бикр эканлигини эслатамиз).

$$f_2 = \varphi_B a,$$

бу ерда  $\varphi_B$  — ВКС бруснинг айланиши натижасида  $B$  кесимнинг буралиш бурчаги.

$f_1$  миқдори Мор усулидан (Верешчагин қондасини татбиқ этиш йўли билан) аниқлаймиз (16.12-расм,  $a, z, d, e$ ):

$$f_B = f_1 = \frac{\omega_1 \eta_{c1}}{EJ_1} + \frac{\omega_2 \eta_{c2}}{EJ_1} + \frac{\omega_3 \eta_{c3}}{EJ_2}.$$

бу ерда

$$\omega_1 = \frac{1}{2} Q l_1^3; \quad \eta_{c1} = l_2 + \frac{2}{3} l_1;$$

$$\omega_2 = Q l_2 \cdot l_1; \quad \eta_{c2} = l_2 + \frac{l_1}{2};$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} Q l_2^3; \quad \eta_{c3} = \frac{2}{3} l_2;$$

$$J_1 = \frac{\pi D^4}{64} \approx 0,05 D^4; \quad J_2 = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05 d^4.$$

Сон қийматларни ўрнига қўйгандан кейин, қуйидаги натижани топамиз:

$$f_1 = 0,644 \text{ см.}$$

$B$  кесимнинг буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi_B = \frac{M_0 l_1}{G J_{p1}} + \frac{M_0 l_2}{G J_{p2}};$$

$$J_{p1} = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1 D^4; \quad J_{p2} = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4.$$

Сон қийматларни қўйсак:

$$\varphi_B = 0,756 \cdot 10^{-12} \text{ рад}$$

ва

$$f_2 = a \cdot \varphi_B = 0,378 \text{ см.}$$

$A$  кесимнинг статик вертикал кўчиши

$$\delta_{ст} = f_A = f_1 + f_2 = 0,644 + 0,378 = 1,022 \text{ см.}$$

Динамик коэффициентни аниқлаймиз:

$$k_x = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 3}{1,022}} = 3,62.$$

К хавфли кесим учун максимал эквивалент динамик кучланиш

$$\sigma_d = k_d \sigma_{\text{ст}}^{\text{III}} = 3,62 \cdot 508 = 1840 \text{ кг/см}^2.$$

А кесимнинг динамик вертикал кўчиши

$$\delta_d = k_d \delta_{\text{ст}} = 3,62 \cdot 1,022 = 3,70 \text{ см.}$$

**Мустақил ечиш учун масалалар**

16.6. Пулат стержень кўндаланг кесимида  $Q = 40 \text{ кг}$  юкнинг статик таъсиридан, у тўсатдан қўйилганда ва  $Q$  оғирликдаги юк  $h = 10 \text{ см}$  баландликдан стержень учига қўзғолмас қилиб, бириктирилган бикр дискага тушганда ҳосил бўладиган бўйлама чўзувчи зарбдан ҳосил бўладиган кучланишлар ўзаро солиштирилсин (16.13-расм).

Стерженьнинг массаси назарга олинмасин.

Жавоби.  $\sigma_{\text{ст}} = 5,65 \text{ кг/см}^2$ ;  $\sigma_d = 11,3 \text{ кг/см}^2$ ;  $\delta_d = 1944 \text{ кг/см}^2$ .

16.7. Пролёти  $l = 6 \text{ м}$  бўлган 18 а-номерли қўштавр балка-га оғирлиги  $Q = 100 \text{ кг}$  бўлган юк  $h = 5 \text{ см}$  баландликдан тушади (16.14-расм).

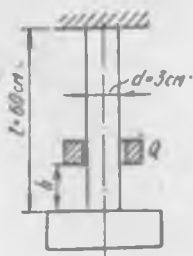
Балканинг хавфли кўндаланг кесимидаги максимал нормал кучланиш ҳисоблансин, шунингдек балка массасини назарга олмасдан салқилик стрелкасининг миқдори аниқлансин.

Жавоби.  $\sigma_d \approx 349 \text{ кг/см}^2$ ;  $\delta_d = f_d = 0,581 \text{ см.}$

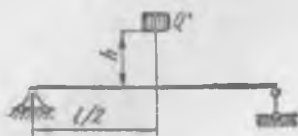
16.8. Олдинги масаладаги балка учун унинг массасини пролёт ўртасига келтириш коэффициенти  $\beta$  аниқлансин. Маса-ла балка массасини ҳисобга олиб, ечилсин.

Жавоби.  $\beta = \frac{17}{35}$ ;  $\sigma_d = 304 \text{ кг/см}^2$ ;  $\delta_d = f_d = 0,506 \text{ см}^2$

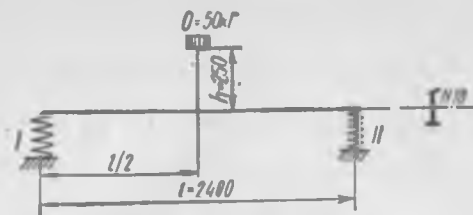
16.9. Икки пружинага таянувчи қўштавр балка ўртасига  $h$  баландликдан  $Q$  юк тушади (16.15-расм). Биринчи пружина-нинг ўлчамлари  $D = 140 \text{ мм}$ ;  $d_1 = 16 \text{ мм}$ ;  $n = 12$ . Иккинчи пружинанинг ўлчамлари  $D = 85 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 8 \text{ мм}$ ;  $n = 9$ . Пружина ма-



16. 13- расм.



16. 14- расм.



16. 15- расм.

териали учун силжиш модули  $G=8 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>. Зарб пайтида балкадаги энг катта кучланиш аниқлансин. Пружинанинг амортизаторлик таъсири кўрсатилсин. Масалани ечишда балка массаси ҳисобга олинсин.

*Жавоби.*  $\sigma_d = 1140$  кг/см<sup>2</sup> (пружиналар билан);  $\sigma_d = 1635$  кг/см<sup>2</sup> (пружиналарсиз).

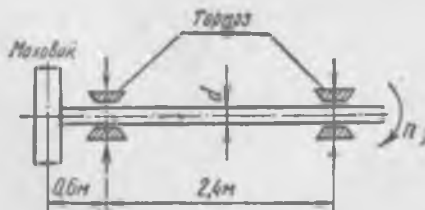
16.10.  $n = 50$  айл/мин бурчак тезлик билан айланувчи диаметри  $d = 100$  мм бўлган пўлат валга инерция моменти  $J_m = 1800$  кг·см·сек<sup>2</sup> бўлган маховик ўрнатилган (16.16- расм). Вални тўсатдан тўхтатишда пайдо бўладиган энг катта динамик кучланишнинг миқдори аниқлансин. Валнинг массаси назарга олинмасин. Масала икки вариантда ечилсин:

- тормоз тузилма чап таянчга ўрнатилган,
- тормоз тузилма ўнг таянчга ўрнатилган.

*Жавоби.*  $\tau_d = 4060$  кг/см<sup>2</sup> (тормоз чап таянчда),  $\tau_d = 1820$  кг/см<sup>2</sup>.

### 16.3-§. ЭРКИНЛИК ДАРАЖАСИ БИТТА БЎЛГАН СИСТЕМАЛАРНИНГ ТЕБРАНИШИ

Куч импульсининг бир қаррали таъсирида пайдо бўлиб кейинчалик системанинг эластик кучи таъсирида давом этадиган эластик системанинг тебраниши эркин тебранишлар ёки хусусий тебранишлар дейилади. Бундай тебранишлар конструкция мустаҳкамлиги учун хавfli бўлиши мумкин



16. 16- расм.

эмас, чунки амалда хусусий тебранишни сўнишга мажбур этувчи ташқи ва ички қаршилиқ кучлари ҳамма вақт мавжуддир. Лекин хусусий тебранишларнинг частотасини аниқлаш жуда катта амалий аҳамиятга эга, чунки уларнинг қийматлари мажбурий тебранишни ҳисоблаш учун зарурдир. Мажбурий тебраниш уйғотувчи куч деб аталувчи куч таъсирида содир бўлади, унинг миқдори ёки йўналиши вақт бўйича даврий равишда ўзгариб туради. Мажбурий тебранишда конструкция қисмларида чарчашдан емирилиш хавфи билан боғлиқ бўлган ҳамда вақтнинг функцияси сифатида ўзгарувчи кучланиш пайдо бўлади (XVII бобга қаранг). Хусусий тебраниш частотаси уйғотувчи куч частотаси (такрорлиги) билан устма-уст тушганда *тебранишнинг резонанс ҳодисаси* рўй беради. Резонансда тебраниш амплитудалари йўл қўйиш мумкин бўлмаган катта қийматга эришади (сунувчи тебраниш ҳисобга олинмаса, назарий жиҳатдан улар чексиз катта бўлади), демак эластик система шундай қилиб ҳисобланиши керакки, у резонанс частоталаридан етарлича олисда бўлган частоталар соҳасида ишласин.

Уйғотувчи куч частотаси —  $\omega$ , қоидага кура, берилган миқдор бўлиб, конструкцияни лойиҳалашда уни ўзгартиришнинг иложи йўқ, шу сабабли резонансдан „четлатиш“ учун хусусий тебранишнинг мос частотаси —  $\omega_0$  ни таъминлаш керак. Одатда, агар  $\omega_0$  частота  $\omega$  частотадан 30% дан кам фарқ қилмаса, у ҳолда резонансдан „четлатиш“ таъминланган деб ҳисобланилади. Эластик системанинг хусусий тебраниш частотаси унинг бикрлигига боғлиқ бўлади. Шундай қилиб, резонансдан „четлатиш“ учун конструкция бикрликка ҳисобланади, яъни системанинг шундай бикрлиги аниқланадики, унда  $\omega_0$  нинг миқдори юқорида кўрсатилган чегарадан катта бўлади. Системани резонансдан „четлатиш“ни бикрликка ҳисоблаш билан таъминлаб, яна уни кучланишнинг вақт давомида ўзгаришини эътиборга олиб, мустаҳкамликка текшириб кўриш керак (яъни бошқача қилиб айтганда уни чарчаш мустаҳкамлигига ҳисоблаш керак).

Эластик система чексиз кўп миқдордаги эркинлик даражасига, яъни система барча нуқталарининг вазиятини аниқловчи ўзаро боғлиқсиз координаталарга эга. Конструкцияни тебранишга ҳисоблашда унинг шундай ҳисобий схемаси танлаб олинадики, у ўзида конструкция ишининг барча асосий хусусиятларини ифода қилиши ва шу билан бир вақтда конструкция ҳисобини энг оддий йўллар билан бажаришга имконият бериши керак. Ҳисобланувчи система эркинлик даражасининг сони уни ҳисоблаш схемасини танлаб олиш билан аниқланади.

Масалан, тўпланган юк таъсиридаги балканинг ўз ўқиға перпендикуляр тебранишида, унинг хусусий массаси эътиборга олинмаганда, системанинг эркинлик даражаси битта бўлади. Келтирилган мисолда балка ихтиёрий нуқтасининг вазияти

фақат битта координата юк қўйилган нуқтанинг кўчиши (салқилиги) билан аниқланади.

Қўйида эркинлик даражаси фақат битта бўлган система-нинг тебраниши қаралади. Эркинлик даражаси битта бўлган система хусусий (эркин) тебранишининг доиравий частотаси қўйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{C}{m}},$$

бу ерда  $g \approx 981 \text{ см/сек}^2$  — ернинг тортиш тезланиши;

$l_{\text{ст}}$  — тебранма ҳаракат қилувчи жисм оғирлигига тенг бўлган ва статик равишда қўйилган куч таъсиридан ҳосил бўлувчи тебраниш йўналиши-даги кўчиш;

$C$  — эластик системанинг бикрлик коэф-фициенти бўлиб, бир бирликка тенг бўлган кўчишни ҳосил қилувчи куч-га тенг;

$m$  — тебранувчи юкнинг массаси.

Буралма тебраниш, масалан, вазнсиз валга ўрнатилган диск тебранишининг доиравий частотаси

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{I_m}}.$$

Бу ҳолда бикрлик коэффиценти диск (шкив ва ҳ. к.) нинг ўрнатиш жойида эластик система (вал) кесимининг буралиш бурчагини ҳосил қилувчи ва катталик жиҳатидан бир-бирлик-ка тенг бўлган моментни ифода қилади.  $I_m$  — диск массаси-нинг инерция моменти.

Доиравий частота  $2\pi$  секундда содир бўлувчи тебранишлар сонини ифода қилади. Доиравий частотанинг ўлчов бирлиги герц (Гц), яъни  $\text{сек}^{-1}$  бўлади.

Тебранишнинг доиравий частотаси тушунчаси таърифидан келиб чиқадиган эркин тебранишнинг даври  $T_0$  қўйидаги фор-мула бўйича топилади:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{ст}}}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}.$$

Вақт бўйича гармоник қонун билан ўзгарувчи уйғотувчи куч

$$P = P_0 \sin \omega t,$$

бу ерда  $P_0$  — уйғотувчи кучнинг максимал (амплитуда) қийма-ти,  $\omega$  — унинг ўзгаришининг доиравий частотаси. Шу куч таъсирида мажбурий тебраниш оладиган эркинлик даражаси бир бўлган система учун теб-

раниш амплитудаси қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$A_{\max} = \frac{P_0 \delta_{11}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^4}}}$$

Келтирилган формулада  $P_0 \delta_{11} = \delta_{\text{ст}} - m$  массанинг  $P_0$  куч унга статик қўйилганда олиши мумкин бўлган қўчиши.

Ушбу

$$k_A = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^4}}}$$

миқдор тебранишдаги динамик коэффициент (баъзан тебранишнинг ўсиш коэффициенти) дейилади. Тебранишга сўнишнинг таъсири сўниш параметри (ёки коэффициент) деб аталади ва  $n$  билан белгиланган. Унинг қиймаги  $\text{сек}^{-1}$  ларда ўлчанади. Қаршилик кучи тебранма ҳаракат тезлигига пропорционал бўлганда (чизикли сўнувчи система) — юқорида келтирилган формулалар айни шундай системага тааллуқли —  $n$  миқдор ушбу нисбатга тенг бўлади:

$$n = \frac{\alpha}{2m},$$

бу ерда  $\alpha$  — қаршилик кучи билан тезлик орасидаги пропорционаллик коэффициенти. Пўлат конструкция учун тахминан  $n = 0,012 \omega_0$  ни қабул қилиш мумкин.

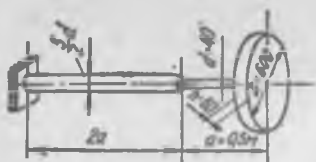
Сўниш бўлмаса (аниқроғи, унинг таъсири эътиборга олинмаса) динамик коэффициент формуласи қуйидаги кўринишни олади:

$$k_A = \frac{1}{\left|1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right|}$$

Уйғотувчи куч таъсирида ҳосил бўлган кучланишнинг амплитуда қиймати қуйидаги формула бўйича аниқланади

$$\sigma_A = k_A \sigma_{\text{ст}},$$

бу ерда  $\sigma_{\text{ст}}$  — уйғотувчи кучнинг амплитуда қийматига тенг бўлган куч статик қўйилганда системада ҳосил бўлиши мумкин бўлган кучланиш. Мустаҳкамликка ҳисоблашда уйғотувчи куч таъсирида ҳосил бўладиган кучланиш билан бирга, системага қўйилган юкнинг оғирлиги (масалан, балкага ёки рамага ўрнатилган электр двигателнинг оғирлиги) таъсирида системада ҳосил бўладиган вақт бўйича ўзгармас кучланишни ҳам ҳисобга олиш керак.



16. 17- расм.

16.9- мисол. Кўндаланг кесими поғонали — узгарувчан пўлат валга маҳкамланган пўлат дискнинг хусусий буралма тебраниш частотаси аниқлансин (16.17-расм). Валнинг ўз массаси ҳисобга олинмасин.

Ечиш. Дискнинг марказий тешигини эътиборга олмасдан, яъни уни яхлит цилиндр каби қараб, диск массасининг инерция

моментини аниқлаймиз. Назарий механика курсидан маълум бўлган ифодадан қуйидагини топамиз:

$$I_m = \frac{1}{2} m \frac{D^2}{4} = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi D^2}{4} h \frac{D^2}{4} = \frac{\pi \rho D^4 h}{32},$$

бу ерда  $\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  — диск материалнинг зичлиги. Сон қийматларни қўйиб, қуйидаги натижани ҳосил қиламиз:

$$I_m = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 0,6^4 \cdot 0,08}{32} = 7,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Валнинг эркин учи кесимига қўйилган буровчи момент  $M_0$  (бу моментнинг миқдори ихтиёрий) таъсиридан ҳосил бўладиган шу кесимнинг буралиш бурчаги учун тенглама тузиб, валнинг бикрлик коэффициентини аниқлаймиз:

$$\varphi = \frac{M_0 a}{G \frac{\pi}{32} d^4} + \frac{M_0 a^2}{G \frac{\pi}{32} \left(\frac{3d}{2}\right)^4} = \frac{32 M_0 a}{G \pi d^4} \left(1 + \frac{32}{81}\right) = \frac{361 M_0 a^2}{81 G \pi d^4}.$$

Бикрлик коэффициенти

$$C = \frac{M_0}{\varphi} = \frac{81 G \pi d^4}{3616 a} = \frac{81 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 3,14 \cdot 4^4 \cdot 10^{-8}}{3616 \cdot 0,5} = 28,8 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Дискнинг хусусий буралма тебраниш частотаси:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{I_m}} = \sqrt{\frac{28,8 \cdot 10^3}{7,98}} = 60 \text{ сек}^{-1}.$$

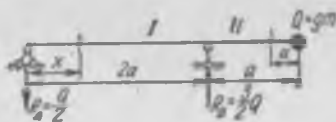
16.10- мисол. Консолнинг учида  $m$  массали юк бўлган балканинг хусусий тебраниш частотаси аниқлансин (16.18-расм). Масала балканинг ўз массаси  $m_0$  ни эътиборга олмасдан ва эътиборга олган ҳолда ечилсин.

Ечиш. Балканинг хусусий тебраниш частотасини аниқлаш учун консол учининг  $Q = mg$  статик нагрузка таъсиридан оладиган салқилигини (эгилишини) топамиз. Балка таянч реакцияларини аниқлаб (16.18-расмда кўрсатилган),  $I$  ва  $II$  учасгалар учун эластик чизиқ тенгламаларини тузамиз.

### I участка учун

$$EJy^I = EJ\theta_0 x - \frac{1}{2} Q \frac{x^3}{6}.$$

Бу тенгламани тузишда координаталар бошида (чап таянчда) салқиликнинг нолга тенг эканлиги эътиборга олинган. Координаталар бошида кесимнинг буралиш бурчагини топиш учун бошланғич шарт  $y^I_{x=2a} = 0$  дан фойдаланамиз (ўнг таянчда салқилик нолга тенг):



16. 18- расм.

$$0 = EJ\theta_0 2a - \frac{1}{2} Q \frac{(2a)^3}{6},$$

бундан

$$EJ\theta_0 = \frac{Qa^2}{3}.$$

Оқибат натижада I участка учун эластик чизиқ тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$EJy^I = \frac{Qa^2}{3} x - \frac{Qx^3}{12}.$$

### II участка учун

$$EJy^{II} = EJ\theta_0 x - \frac{Qx^3}{12} + \frac{3}{2} \frac{Q(x-2a)^3}{6} = \frac{Qa^2}{3} x - \frac{Qx^3}{12} + \frac{Q(x-2a)^3}{4}.$$

Охирги тенгламага  $x = 3a$  қийматни қўйиб, консол учи салқилигининг миқдорини топамиз:

$$EJy^{II}_{x=3a} = Qa^3 \left( \frac{3}{3} - \frac{3^3}{12} + \frac{1}{4} \right) = -Qa^3.$$

Балка массасини эътиборга олмаганда хусусий тебраниш частотаси:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_{ст}}},$$

бу ерда

$$\delta_{ст} = |y^{II}_{x=3a}| = \frac{Qa^3}{EJ} = \frac{gma^3}{EJ}.$$

Шундай қилиб,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{EJ}{ma^3}}.$$

Балканинг массаси юк массаси жойлашган нуқтага худди зарбага ҳисоблашдаги каби келтирилади. Балканинг бутун массаси қандай кинетик энергияга эга бўлса, нуқтавий (келтирилган) масса ҳам шундай кинетик энергияга эга бўлиши керак. Одатда, динамик кўчиш эпюраси статик кўчиш эпюра-

сига ўхшаш деб фараз қилинади, натижада келтириш коэффициенти учун қуйидаги формула ҳосил қилинади (шунингдек, 320, 321-бетларга қаранг):

$$\beta = \frac{\int_0^l (\delta_{x \text{ сг}})^2 dm_0}{\delta_{\text{сг}}^2 m_0},$$

бу ерда  $dm_0 = \rho F dx$ :  $\rho$  — балка материалнинг зичлиги;  
 $F$  — балка кесимининг юзи.  $m_0 = \rho Fl = \rho F 3a$ .

$\beta$  ни ҳисоблашда координата бошини балканинг ўнг учига жойлаштириб, балканинг иккинчи участкаси учун эластик чизик тенгламасини тузиш мақсадга мувофиқ бўлади (16.18-расмга қаранг). Бу тенгламани тузиш учун салқилик (у юқорида аниқланган) ҳамда консол учидаги кесимнинг буралиш бурчаги маълум бўлиши керак.  $y''$  учун аввал тузилган тенгламани дифференциаллаб, қуйидагини топамиз:

$$EJ \theta'' = \frac{Qa^2}{3} - \frac{Qx^2}{4} + \frac{3}{4} Q(x - 2a)^2.$$

Бунга  $x = 3a$  қийматни қўйсак:

$$EJ \theta''_{x=3a} = Qa^2 \left( \frac{1}{3} - \frac{9}{4} + \frac{3}{4} \right) = -\frac{7}{6} Qa^2.$$

II участка учун эластик чизик тенгламаси\*.

$$EJ y'' = -Qa^2 + \frac{7}{6} Qa^2 u - Q \frac{u^3}{6};$$

бу ерда  $u$  — балканинг ўнг учидан бошлаб ҳисобланадиган кесим абсциссаси.

Келтириш коэффициенти учун ҳосил қилинган ифода баъзи бир оддий қисқартиришлардан сўнг қуйидаги кўринишни олади:

$$\beta = \frac{\int_0^{2a} \left( \frac{a^2 x}{3} - \frac{x^3}{12} \right) dx + \int_0^a \left( -a^2 + \frac{7a^2 u}{6} - \frac{u^3}{6} \right) du}{a^4 3a} =$$

$$= \frac{\frac{64}{945} - \frac{3318}{1340}}{3} \approx 0,121.$$

\* Координата боши балканинг ўнг учига бўлганда ва абсцисса ўқи чапга қараб йўналганда буралиш бурчагининг ишораси чапдан ўнгга томон йўналган абсциссада ҳосил қилинган ишорага нисбатан қарама-қаршисига ўзгартирилиши керак.

Балка массасини ҳисобга олганда эркин тебраниш частотаси қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_{ст} \frac{m + \frac{1}{2}m_0}{m}}}$$

бу ерда  $\delta_{ст}$  — юк оғирлиги таъсиридан ҳосил бўладиган статик салқилик.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{EJ}{ma^3 \left(1 - 0,121 \frac{m_0}{m}\right)}}$$

16.11- мисол. 30 а-номерли қўштаврдан тайёрланган консол балка учига оғирлиги  $Q = 3T$  бўлган двигатель ўрнатилган (16.19- расм). Системанинг эркин тебранишлар даври ва резонанс бошланишида двигатель валининг бурчак тезлиги топилсин. Балканинг ўз оғирлиги эътиборга олинмасин.

Ечиш. Эластик системанинг эркин (хусусий) тебранишлар даврини қуйидаги формула бўйича аниқлаймиз:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}}$$

бу ерда  $\delta_{ст} = f = \frac{Ql^3}{3EJ} = Q$  юк статик қўйилгандаги консол салқилигининг стреласи.

Сон қийматларни қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\delta_{ст} = f = \frac{Ql^3}{3EJ} = \frac{3000 \cdot (1,2)^3 \cdot 10^6}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 7780} = 5,55 \cdot 10^{-2} \text{ см},$$

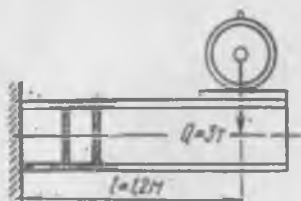
бу ерда ГОСТ 8239–56 га асосан  $J = 2J_x = 2 \cdot 7780 \text{ см}^4$  қабул қилинади. У вақтда:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_{ст}}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{5,55 \cdot 10^{-2}}{981}} = 0,0472 \text{ сек.}$$

Агар двигатель ротори мувозанатланмаганлиги туфайли уйғотувчи куч ҳосил қилса, у ҳолда тебраниш резонанс қуйидаги тенгликда

$$\omega_0 = \omega_{кр}$$

бошланишини назарга олиб, двигатель валининг (критик) бурчак тезлигини аниқлаймиз.



16.19- расм.

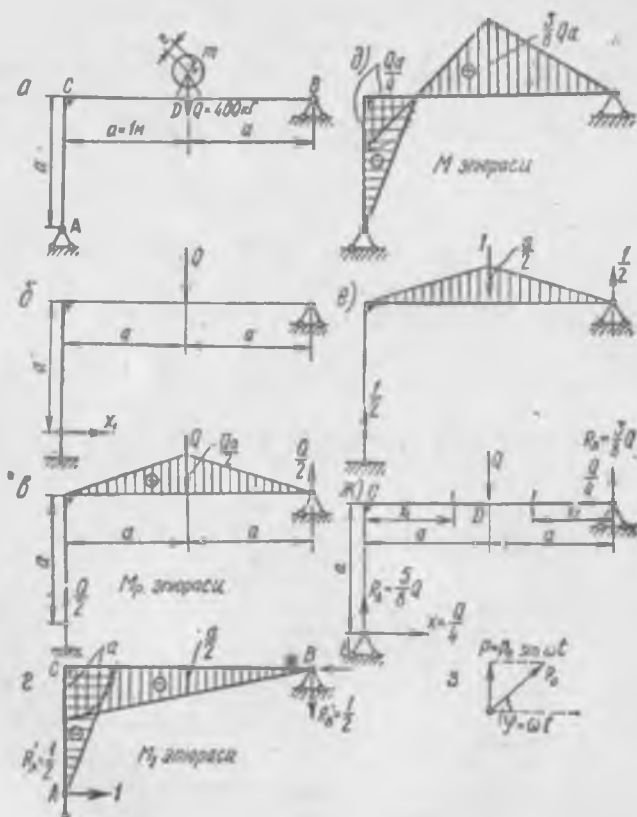
Эркин тебранишнинг доиравий частотаси учун қуйидаги формулани қўлаймиз:

$$\omega_{\text{кр}} = \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{981}{5,55 \cdot 10^{-2}}} = 133,5 \text{ рад/сек.}$$

ёки

$$n_{\text{кр}} = \frac{30 \omega_{\text{кр}}}{\pi} = \frac{30 \cdot 133,5}{3,14} = 1273 \text{ айл/мин.}$$

16.12-мисол. Рамага ўрнатилган (16.20-расм, а) двигатель оғирлигидан ва двигатель ротори билан айланувчи  $m = 5 \text{ кг}$  массанинг таъсиридан раманинг мажбурий тебраниш амплитудаси ҳамда хавфли қўндаланг кесимда пайдо бўладиган энг катта нормал кучланиш аниқлансин. Айланувчи массанинг елкаси (эксцентриситети)  $r = 5 \text{ см}$ . Двигатель валининг бур-



16. 20- расм.

чак тезлиги  $n = 940$  айл/мин. Рама кесими томони  $b = 8$  см бўлган квадрат;  $E = 2 \cdot 10^8$  кг/см<sup>2</sup>.

Раманинг вазни эътиборга олинмасин.

Ечиш. Берилган система бир марта статик аниқмас.  $Q$  куч статик қўйилган деб фараз қилиб статик аниқмасликни ечамиз. Бу ҳолда куч методининг каноник тенгламаси қўйидаги кўринишда бўлади (9.3-§ га қаранг):

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

$\delta_{11}$  ва  $\Delta_{1P}$  катталикларни Верешчагин қондасини татиқ этиб, Мор усули бўйича ҳисоблаймиз.

16.20-расм, б да берилган нагрузка ва изланувчи ортиқча номаълум реакция кучи таъсиридаги асосий система берилган. Юкланган ва бирлик эпюралари 16.20-расм, в, г ларда кўрсатилган.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( \frac{a \cdot a}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{a \cdot 2a}{2} \cdot \frac{2}{3} a \right) = \frac{a^3}{EI};$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{Qa}{2} \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} \right) = -\frac{Qa^3}{4EI}.$$

Энди

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{Qa^3}{4a^3} = \frac{Q}{4} = \frac{400}{4} = 100 \text{ кг}.$$

Берилган система учун эгувчи моментнинг оқибат натижадаги эпюраси 16.20-расм, д да берилган.  $Q$  куч таъсиридан берилган системадаги  $\delta_Q$  кўчиш (салқилик) ни аниқлаймиз.

Асосий системага  $D$  кесимда изланаётган кўчиш йўналиши бўйича бирлик кучни қўямиз (16.20-расм, е). Шу расмнинг ўзида эгувчи моментнинг мос эпюраси кўрсатилган. Уни Верешчагин қондасига кўра 16.20-расм, д да кўрсатилган эпюрага кўпайтириб, қўйидагини топамиз:

$$\delta_Q = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} Qa^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} Qa^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Qa}{4} \cdot a \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \right] = \frac{Qa^3}{EI} \left( \frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{48} \right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{Qa^3}{EI}.$$

Берилган сон қийматларни қўйиб, қўйидаги натижани топамиз:

$$\delta_{ст} = \delta_Q = \frac{5Qa^3}{48EI} = \frac{5 \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 12}{48 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 8^3} = 6,11 \cdot 10^{-2} \text{ см}.$$

Рама хусусий тебранишининг доиравий частотаси:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_Q}} = \sqrt{\frac{981}{6,11 \cdot 10^{-2}}} = 127 \text{ гц}.$$

Мувозанатланмаган  $m$  масса айланишидан пайдо бўладиган марказдан қочма куч:

$$P_0 = m\omega^2 r.$$

Бу кучнинг вертикал ташкил этувчиси гармоник уйғотувчи кучдир (16.20-расм, з):

$$P = P_0 \sin \omega t.$$

$P$  куч таъсирида ҳосил бўладиган мажбурий тебранишлар доиравий частотаси

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 940}{30} = 98,6 \text{ рад/сек.}$$

Уйғотувчи кучнинг максимал қиймати

$$P_0 = m\omega^2 r = 5 \cdot 98,6^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 2430 \text{ н} \approx 248 \text{ кг.}$$

Бу куч статик равишда қўйилганда ригель ўртасининг салқилиги

$$\delta_{ст} = \frac{5P_0 a^3}{48EI} = \frac{5 \cdot 248 \cdot 10^6 \cdot 12}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 8^4} = 3,78 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

Тебранишнинг сўниши эътиборга олинмаганда динамик коэффициент

$$k_d = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{1}{1 - \frac{98,6^2}{127^2}} = 2,51.$$

Рама мажбурий тебранишларининг амплитудаси

$$A_{маж.} = k_d \delta_{ст} = 2,51 \cdot 3,78 \cdot 10^{-2} = 9,49 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

Двигатель оғирлиги таъсирдан раманинг хавфли кўндаланг кесимида пайдо бўладиган энг катта нормал кучланиш (16.20-расм, д га қаранг):

$$\sigma_Q = \frac{\max M_Q}{W} = \frac{\frac{3}{8} Qa}{\frac{b^3}{6}} = \frac{18 \cdot 400 \cdot 100}{8 \cdot 8^3} = 176 \text{ кг/см}^2.$$

Уйғотувчи куч таъсирдан ўша кесимда пайдо бўладиган энг катта нормал кучланиш

$$\max \sigma_d = k_d (\max \sigma_{ст}) = k_d \frac{\frac{3}{8} P_0 a}{W} = 2,51 \cdot \frac{18 \cdot 248 \cdot 100}{8 \cdot 8^3} = 278 \text{ кг/см}^2.$$

Динамик кучланиш вақт ўтиши билан симметрик цикл бўйича ўзгаради (XVII бобга қаранг). Йиғинди кучланиш хавф-

ли кесимнинг хавфли нуқталарида тескари симметрик цикл бўйича ўзгаради; бунда максимал кучланиш

$$\sigma_{\max} = \sigma_Q + \max \sigma_d = 176 + 278 = 454 \text{ кг/см}^2$$

ва минимал кучланиш

$$\sigma_{\min} = \sigma_Q - \max \sigma_d = 176 - 278 = -102 \text{ кг/см}^2.$$

Шуни қайд қилиш керакки, мазкур ҳолда тебранишнинг сўнишини ҳисобга олиш амалда ҳисоблаш натижасига таъсир кўрсатмайди. Ҳақиқатан ҳам, сўниш параметрини  $n = 0,012 \omega_0$  қабул қилиб (330-бетга қаранг), динамик коэффициентининг қуйидаги қийматини ҳосил қиламиз:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4 \frac{n^2 \omega^2}{\omega_0^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4 \frac{(0,012 \omega_0)^2 \omega^2}{\omega_0^4}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{98,6^2}{127^2}\right)^2 + 4 \frac{0,012^2 \cdot 98,6^2}{127^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0,16 + 3,456 \cdot 10^{-3}}} \approx 2,47,$$

у сўнишни эътиборга олмасдан ҳисобланган қийматдан бор-йўғи 1,6% га фарқ қилади.

#### Мустақил ечиш учун масалалар

**16.11\*.** Қуйидаги эксперимент натижалари асосида электр двигатель ротори массасининг инерция моменти аниқлансин. Ротор калибрланган пулат симга осилган (16.21-расм), сунгра у бирор бурчакка бураб (сим буралган), ўз ҳолига қўйиб юборилган. Шундан кейин ротор 1 минутда 40 та тўла тебраниди. Ҳисоблашда сим материалнинг силжиш модули  $G = 7,8 \times 10^5 \text{ кг/см}^2$  деб қабул қилинсин.

*Жавоби.*  $I_m = 1,39 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

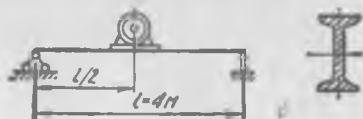
**16.12.** Массаси  $m = 3200 \text{ кг}$  бўлган электр двигатель қуш-таврли балкага ўрнатилган (16.22-расм). Электр двигатель вали 970 *айл/мин* бурчак тезлик билан айланади. Балканинг хусусий тебраниш частотаси двигатель роторининг мувозанатланмаганлигидан пайдо бўладиган уйғотувчи куч частотасидан 30% га юқори эканлиги шартидан фойдаланиб, қуштавр профилининг керакли номери аниқлансин. Балка массаси эътиборга олинмасин.

*Жавоби.* 50-номерли.

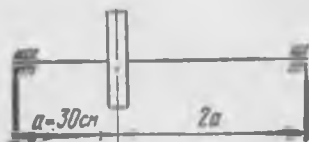
\* А. А. Лапиннинг „Колебания и вибрации в машинах“ китобидан олиб кўчирилган, Машгиз, 1953.



16. 21- расм.



16. 22- расм.



16. 23- расм.

16.13. Диаметри  $D = 500$  мм, оғирлиги  $Q = 125$  кг бўлган диск диаметри  $d = 65$  мм ли валга ўрнатилган. Валнинг хусусий кўндаланг ва айланган тебранишларининг частотаси аниқлансин (16.23- расм).

Жавоби.  $\omega_{\text{кўндал.}} = 125$  1/сек.

$\omega_{\text{бур}} = 200$  1/сек.

## XVII б о б

### ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР

#### 17.1-§. ТОЛИҚИШДАГИ МУСТАҲКАМЛИК ТЎҒРИСИДА АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР

##### 1. Умумий тушунчалар

Машина ёки иншоотларнинг қисмлари миқдори ўзгариб турадиган ва жуда кўп марта такрорланувчи кучланишлардан вақт давомида ўзгармайдиган кучланишга қараганда анча кичик кучланишларда ҳам емирилади. Деталнинг энг кўп кучланган жойида жуда ҳам маъда дарэлар (микродарэ) пайдо бўлади, улар кенгая бориб, кесимни заифлаштиради ва детални емирилишга олиб келади. Материалларнинг ўзгарувчан кучланишлардан емирилиш ҳодисасига материалнинг толиқиши деб аталади. Материалнинг ўзгарувчан кучланишнинг кўпқаррали таъсирини емирилмасдан қабул қила олиш қобилиятига унинг чидамлилиги ёки циклик мустаҳкамлиги деб аталади.

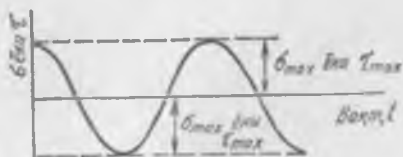
Берилган материал намунасида циклнинг энг катта (чекли) максимал кучланиши таъсиридан ихтиёрий кўп сондаги цикллардан кейин толиқишдаги емирилиши содир бўлмаса, у ҳолда циклнинг бундай кучланишига чидамлилик чегараси деб аталади.

Материалнинг бу характеристикаси  $\sigma_R$  билан белгиланади.

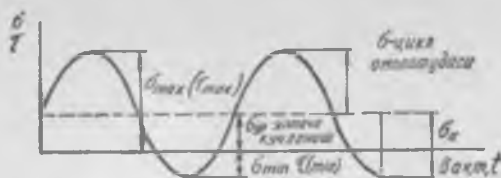
Миқдори ўзгарувчан кучланишлар таъсиридаги детални мустаҳкамликка ҳисоблаш чидамлиликка ҳисоблаш ёки толиқишдаги мустаҳкамликка ҳисоблаш деб аталади.

Ўзгарувчан кучланишлар икки хил бўлади: 1) симметрик цикл, бунда энг катта ва энг кичик кучланишлар ( $\sigma$  ёки  $\tau$ ) нинг катталиклари бир хил ва қарама-қарши ишорали (17.1-расм). 2) симметрик бўлмаган (асимметрик) цикл (17.2-расм), бунда энг катта ва энг кичик кучланишлар катталиги ҳар хил.

Кучланиш циклининг асосий параметрлари мак-



17. 1- расм.



17. 2- расм.

симал ва минимал кучланишлар  $\sigma_{\max}$  ва  $\sigma_{\min}$  (ёки  $\tau_{\max}$  ва  $\tau_{\min}$ ), шунингдек кучланиш амплитудаси

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (\text{ёки } \tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2})$$

ва циклниң ўртача кучланиши\*

$$\sigma_{\text{ур}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (\text{ёки } \tau_{\text{ур}} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2})$$

бўлади.

Циклдаги минимал кучланишнинг максимал кучланишга нисбати циклниң асимметриклик коэффиценти деб аталади.

$$R_s = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (\text{ёки } R_s = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}).$$

$R$  остидаги индекс кўпинча тушириб қолдирилади.

Цикл характеристикаси деб, қуйидаги нисбатга айтилади:

$$\rho = \frac{\tau_a}{\tau_{\text{ур}}} \quad (\text{ёки, } \rho = \frac{\tau_a}{\tau_{\text{ур}}}).$$

Максимал ёки минимал кучланишлари нолга тенг бўлган циклларга нолдан бошланувчи ёки пульсацияланувчи цикллар дейилади (17.3-расм, а, б).

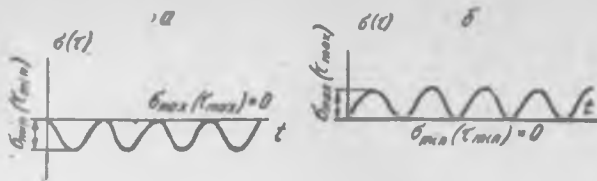
Симметрик циклда (17.1-расмга қаранг)

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}; (\tau_{\max} = -\tau_{\min}); \sigma_{\text{ур}} = 0; R = -1; \sigma_R = \sigma_{-1}.$$

Ишораси ўзгарувчи симметрик циклда (17.2-расмга қаранг)

$$\sigma_{\max} > 0 (\tau_{\max} > 0); \sigma_{\min} < 0 (\tau_{\min} < 0); -1 < R < 0.$$

\* Циклниң ўртача кучланиши кўпинча  $\sigma_m$  билан белгиланади.



17. 3- расм.

Мусбат ўртача кучланишли нолдан бошланувчи циклда (17.3-расм, б га қаранг):

$$\sigma_{\max} (\text{ёки } \tau_{\max}) > 0; \sigma_{\min} (\text{ёки } \tau_{\min}) = 0;$$

$$\sigma_a = \sigma_{fp} = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad \left( \text{ёки } \tau_a = \tau_{fp} = \frac{\tau_{\max}}{2} \right); \quad R=0; \sigma_R = \sigma_0.$$

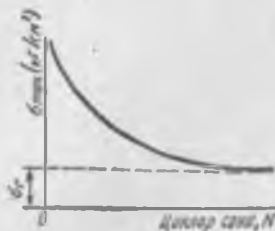
## 2. Материалнинг чидамлик чегарасини тажрибада аниқлаш

Юқорида кўрсатилганидек, чидамлик  $\sigma_R$  ёки  $\tau_R$  билан белгиланади, бу ерда индексдаги  $R$ —циклнинг асимметриклик коэффиценти, масалан,  $\sigma_{-1}$  — нормал кучланиш симметрик циклда ўзгаргандаги чидамлик чегараси;  $\tau_0$ —уринма кучланиш нолдан бошланувчи циклда ўзгаргандаги чидамлик чегараси.

Чидамлик чегараси материалларнинг толиқишдаги мустаҳкамлигининг асосий характеристикаси бўлади. Симметрик циклдаги чидамлик чегараси энг паст қийматга эга бўлади, шунинг учун бу цикл энг хавfli ҳисобланади.

Симметрик циклдаги чидамлик чегарасининг миқдори ( $\sigma_{-1}$  ёки  $\tau_{-1}$ ) тажриба натижалари асосида аниқланади.

Бир хил намуналар сериясини кучланишнинг ҳар хил миқдорларида синаб кўриб, сўнгра синаш натижаларининг графигини ясаб, 17.4- расмда курсатилган чидамлик эгри чизиги деб аталувчи эгри чизик ҳосил қилинади. Бу ерда  $\sigma_{\max}$  (ёки  $\tau_{\max}$ ) дарз (кесилиш) пайдо бўлгунга қадар цикллар сони  $N$  нинг функцияси сифатида берилган. Аввал  $\sigma_{\max}$  (ёки  $\tau_{\max}$ )  $N$  сонининг катталашishi билан тез кичиклаша боради, сўнгра бу кичиклашиш секинлашади ва эгри чизик асимптотик равишда



17. 4- расм.

горизонтал тўғри чизиққа яқинлашади. Бундай асимптотанинг ординатасига мос келувчи кучланишнинг қиймати чидамлилик чегараси учун қабул қилинади.

### 3. Чидамлилик чегараси билан мустаҳкамлик чегараси орасидаги муносабат

Жуда кўп тажрибалар асосида симметрик эгилиш ( $\sigma_{-1}$ ) даги симметрик ўқ бўйлаб чузилиш-сиқилиш ( $\sigma_{-1q}$ ) даги, симметрик буралиш ( $\tau_{-1}$ ) даги чидамлилик чегараси билан мустаҳкамлик чегараси (вақтли қаршилиқ)  $\sigma_m$  орасида қуйидаги тақрибий муносабат мавжудлиги аниқланган:

Углеродли пулат учун  $\sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,45) \sigma_m$ .

Легирланган пулат учун

$$\sigma_{-1} \approx 0,35 \sigma_m + (7 \div 12) \text{ кг/мм}^2.$$

Чўян учун  $\sigma_{-1} \approx 0,4 \sigma_m$

Пулат учун

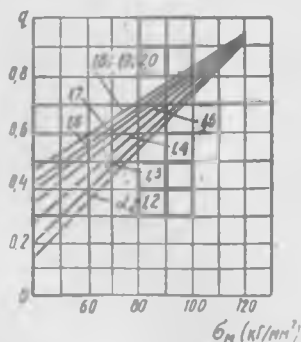
$$\sigma_{-1q} \approx (0,7 \div 0,9) \sigma_{-1}; \tau_{-1} \approx (0,5 \div 0,6) \sigma_{-1}.$$

### 4. Турли факторларнинг чидамлилик чегараси миқдорига таъсири

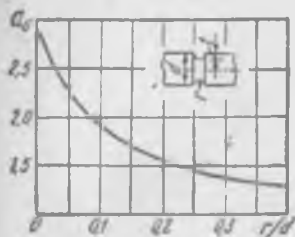
Иншоот ёки машина деталларининг чидамлилик чегараси тайёрланган материалнинг хоссасигагина боғлиқ бўлмасдан, балки деталнинг катта-кичиклигига, шаклига, тайёрлаш усулига ва эксплуатация шаронтига ҳам боғлиқдир.

**Кучланишлар тўплами.** Деталнинг кўндаланг ўлчамлари кескин узгарадиган жойларда, тешиқларда, кертикларда, ўйимларда ва шунга ўхшаш жойларда кучланиш тўпланиши ҳодисаси содир бўлади. Кучланиш тўпланишини келтириб чиқарувчи конструкция элементлари (тешиқ, ўйим ва ҳ. к.) эса кучланиш тўплагичлар (концентраторлар) деб аталади.

Статик юклашда кучланиш тўплагичлар заифлаштирган кесимдаги максимал кучланиш ( $\sigma_{\text{энг катта}}$  ёки  $\tau_{\text{энг катта}}$ ) нинг номинал кучланишга ( $\sigma$  ёки  $\tau$ ) нисбати кучланиш тўпламининг назарий коэффициентини деб аталади ва  $\alpha_0$  (ёки  $\alpha_1$ ) билан белгиланади. Кучланиш ўзгарувчан бўлганида куч-

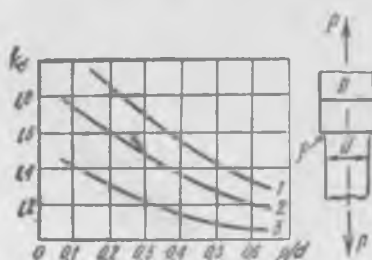


17. 5-расм.



17.6-расм. Ўйинли вал учун эгилишда кучланиш тўплами назарий коэффициентининг

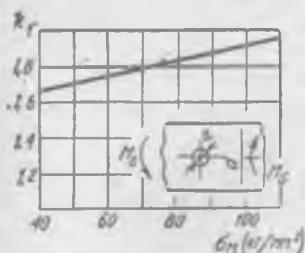
графикли;  $\frac{r}{d} = 1$ ;  $d = 30 \div 50$  мм.



17.7-расм. Поғонали вал учун чўзилиш-сиқилишда кучланиш тўплами эффектив коэффициентларининг графиклари. Нисбат  $\frac{D}{d} = 2$ ;  $d = 30 \div 50$  мм.

Мустаҳкамлик чегаралари:

1 —  $\sigma_m = 120$  кг/мм<sup>2</sup> бўлган пўлат учун; 2 —  $\sigma_m = 80$  кг/мм<sup>2</sup> бўлган пўлат учун; 3 —  $\sigma_m = 40$  кг/мм<sup>2</sup> бўлган пўлат учун.



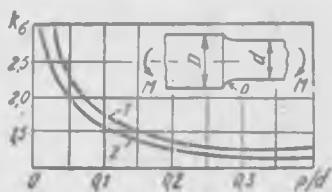
17.8-расм. Кўндаланг тешикли вал учун буралишда кучланиш тўплами коэффициентининг графикли;  $d = 30 \div 50$  мм,

$\frac{a}{d} = 0.05 \div 0.25$ ,

$$\tau = \frac{M_k}{W_p \text{ нетто}},$$

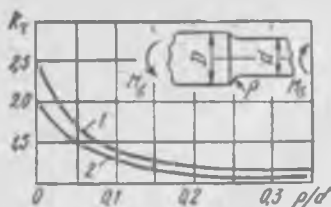
бу ерда

$$W_p \text{ нетто} \approx \frac{\pi a^3}{16} \left(1 - \frac{a}{d}\right).$$



17.9-расм. Поғонали вал учун эгилишда кучланиш тўпламининг эффектив коэффициентларининг графиклари. Нисбат  $\frac{D}{d} = 2$ ;  $d = 30 \div 50$  мм. Мустаҳкамлик чегаралари:

1 —  $\sigma_m = 120$  кг/мм<sup>2</sup> бўлган пўлат учун; 2 —  $\sigma_m = 80$  кг/мм<sup>2</sup> бўлган пўлат учун.

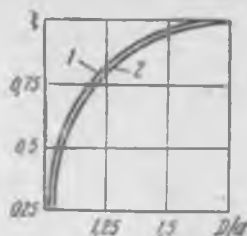


17. 10- расм. Поғонали вал учун буралишда кучланиш тўпламиниңг эффектив коэффициентларининг графиклари.

Нисбат  $\frac{D}{d} = 2$ ;  $d = 30 \div 50$  мм.

Мустаҳкамлик чегаралари:

1 —  $\sigma_M = 120$  кг/мм<sup>2</sup> булган пўлат учун; 2 —  $\sigma_M = 50$  кг/мм<sup>2</sup> булган пўлат учун.



17. 11- расм. Тузатма коэффициентларининг  $\frac{D}{d}$  (17.9 ва 17.10- расмлардаги) нисбатга кўра графиклари.

1 — ағилиш; 2 — буралиш.

Агар  $\frac{D}{d} < 2$  бўлса, у вақтда  $k_2$  ( $k_1$ ) ни қуйидаги формула бўйича аниқлаш керак:

$$k_2 = 1 + \xi \quad (k_{20} - 1),$$

бу ерда  $k_{20} = 17.9$  ёки 17.10- расмлардаги графиклардан топилган коэффициент.

ланиш тўпламиниңг эффектив коэффициенти  $k_2$  (ёки  $k_1$ ) тушунчаси киритилади:

$$k_2 = \frac{\sigma - 1}{\sigma - 1k} \quad \text{ёки} \quad k_1 = \frac{\tau - 1}{\tau - 1k}.$$

Кучланиш тўпламиниңг эффектив коэффициенти силлиқ намунанинг симметрик циклдаги чидамлилиқ чегараси ( $\sigma_{-1}$  ёки  $\tau_{-1}$ ) ни ўша ўлчамли, лекин кучланиш тўлагичи булган намунанинг чидамлилиқ чегараси ( $\sigma_{-1k}$  ёки  $\tau_{-1k}$ ) га нисбатини ифода қилади.  $k_2$  ( $k_1$ ) коэффициент чидамлилиқ чегарасига фақатгина тўлагич геометриясининг таъсирини кўрсатмасдан, балки намуна магерналининг таъсирини ҳам акс эттиради. Кучланиш тўпламиниңг назарий ва эффектив коэффициентлари орасидаги муносабат қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$k_2 = 1 + q(\alpha_2 - 1),$$

бу ерда  $q$  — магералнинг кучланиш тўпламига сезгирлик коэффициентини ифодалайди.

17.5-расмда ҳар хил маркадаги пўлатлар учун  $q$  тақрибий қийматларининг кучланиш тўпламиниңг коэффициенти  $\sigma_2$  ва пўлатнинг мустаҳкамлик чегараси  $\sigma_M$  ларга боғлиқ булган графиклари келтирилган.

17.6- расмда уйимли вал учун кучланиш тўплами назарий коэффициентининг графиги берилган.

Кучланиш тўплами эффектив коэффициентининг миқдори таъжриба натижалари асосида тузилган график ёки жадвалдан олинади.

17.7—17.10-расмларда турли валлар\* учун кучланиш тўплами эффектив коэффициентларининг графиклари келтирилган.

17.11-расмда  $\frac{D}{d}$  нисбат учун тузатиш коэффициенти қийматларининг графиги берилган.

**Масштаб эффекти.** Чидамлилик чегараси деталларнинг абсолют ўлчамларига ҳам боғлиқ бўлади. Деталь ўлчамларининг ортиши билан чидамлилик чегараси камая боради.

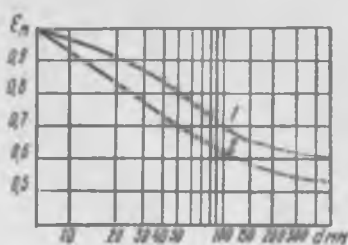
Деталь ўлчамларининг ортиши билан чидамлилик чегарасининг камая бориши **масштаб фактори** ёки масштаб коэффициенти ( $e_m < 1$ ) билан баҳоланади, бу коэффициент берилган  $d$  диаметрли намунанинг чидамлилик чегараси  $\sigma_{-1d}$  ( $\tau_{-1d}$ ) нинг диаметри 7 мм бўлган стандарт намунанинг чидамлилик чегараси  $\sigma_{-1}$  ( $\tau_{-1}$ ) га бўлган нисбатини ифодалайди.

$$e_m = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \text{ ёки } e_m = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_{-1}}.$$

17.12-расмда углеродли ва легирланган пўлатлар учун  $e_m$  қийматларининг графиклари келтирилган. Бу графиклардан  $e_m$  нинг қийматини эгилишда ва буралишда тақрибан аниқлаш мумкин.

**Сиртнинг ҳолати ва сифати.** Деталь сиртининг ҳолати ва сифатининг чидамлилик чегарасининг миқдорига таъсири **сиртнинг сифат коэффициенти** деб аталади ва  $e_c$  билан белгиланади. У берилган сирт ҳолатига мос қилиб тайёрланган намунанинг симметрик циклдаги чидамлилик чегараси  $\sigma_{-1c}$  ёки  $\tau_{-1c}$  нинг сирти жилоланган шундай намунанинг чидамлилик чегарасига бўлган нисбатини ифодалайди:

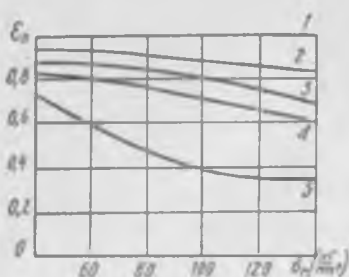
$$e_c = \frac{\sigma_{-1c}}{\sigma_{-1}} \text{ ёки } e_c = \frac{\tau_{-1c}}{\tau_{-1}}.$$



17.12-расм. Масштаб коэффициентларининг графиклари;

1 — углеродли пўлат; 2 — легирланган пўлат.

\* Тўплагичларнинг ҳар хил турлари учун кучланиш тўпламининг эффектив коэффициентларининг миқдори бўйича кенг справочник материаллари „Вестник машиностроения“ журналининг 1949 йил, 10, 11, 12-сонлари ва 1950 йил 3, 4, 6, 7, 8, 9-сонларида келтирилган. Шунингдек, С. В. Серенсен, В. П. Когаев, Р. М. Шнейдерояичнинг, „Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность“ китобига қаранг. Машгиз, 1963.



17. 13-расм. Пулат учун сирт сезгирлик коэффициентларининг графиклари;

1 — жироланган; 2 — жидирланган; 3 — майин эгволанган; 4 — дағал эгволанган; 5 — куюнги борлиги.

Деталь сирти дағал ишланганда чидамлилик чегараси анча пасаяди. Металл сирти занглаганида чарчаш дарзи ҳосил бўлиши тезлашади, бу эса ўз навбатида чидамлилик чегарасининг анчагина пасайишига олиб келади.

17.13-расмда деталь сиртининг ҳар хил ҳолатлари учун  $\epsilon_s$  билан  $\epsilon_r$  нинг боғлиқлик графиклари келтирилган.

Термохимиявий ишлаш, масалан, азотлаш, шунингдек сиртларни ролик ёрдамида ишлаш ёки майда кукунларни пуркаш йўли билан пухталаш натижасида чидамлилик чега-

раси ортади ва бундай ҳолларда коэффициент  $\epsilon_s > 1$  бўлади.

*Симметрик циклдаги чидамлилик чегараси пасайишининг умумий коэффициенти*, юқорида санаб ўтилган барча факторларни назарга олганда, кўрсатилган коэффициентлар билан қуйидаги муносабатлар ёрдамида боғланган:

$$K_{sD} = \frac{k_s}{\epsilon_{s1}\epsilon_{s2}} \left[ \text{ёки } K_{sD} = \frac{k_s}{\epsilon_{s1}\epsilon_{s2}} \right].$$

Шундай қилиб, симметрик циклдаги деталларнинг чидамлилик чегараси сирти жироланган, лабораторияда фойдаландиган намунанинг чидамлилик чегараси билан қуйидаги муносабат ёрдамида боғланган:

$$\sigma_{-1s} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{sD}}, \text{ ёки } \tau_{-1s} = \frac{\tau_{-1}}{K_{sD}}.$$

## 17.2-§. ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАРДА МУСТАҲКАМЛИККА ҲИСОБЛАШ

Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамликка ҳисоблашда кўпчилик ҳолларда, деталь чизмасидан олинган ўлчамлар бўйича текшириб кўрилади. Деталнинг тахминан хавфли деб ҳисобланган кесимлари учун мустаҳкамлик эҳтиёт ҳақиқий коэффициентлари аниқланади ва берилган конструкция учун талаб этилган эҳтиётлик коэффициентини билан солиштириб кўрилади.

**Мустаҳкамлик шarti**

$$n > [n].$$

Ҳисоблаш натижалари қониқарсиз чиқса, деталнинг улчалари (баъзан материали) ўзгартирилади, кейин яна қайтадан мустаҳкамликка текшириб кўрилади.

### Тўғри чизиқли кучланиш ҳолати ва буралишда мустаҳкамликка ҳисоблашлар

Вақт давомида ўзгармайдиган кучланишлар таъсиридаги пластик материалдан тайёрланган деталь учун мустаҳкамлик шarti қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$n_{\sigma\sigma} = \frac{\sigma_{\sigma\sigma}}{\sigma} \geq [n_{\sigma}],$$

ёки

$$n_{\tau\tau} = \frac{\tau_{\tau\tau}}{\tau} \geq [n_{\tau}].$$

Бу ерда  $n_{\sigma\sigma}$  ва  $n_{\tau\tau}$  — деталнинг текшириляётган кесими учун нормал ва уринма кучланишларга мос эҳтиёт коэффициентлари;

$[n_{\sigma}]$  ва  $[n_{\tau}]$  — эҳтиёт коэффициентларининг талаб (рухсат) этилган қийматлари;

$\sigma_{\sigma\sigma}$  ва  $\tau_{\tau\tau}$  — бир ўқли кучланиш ҳолати ва соф сил. жишдаги оқувчанлик чегаралари;

$\sigma$  ва  $\tau$  — деталнинг текшириляётган кесимида пайдо бўладиган энг катта кучланишлар.

Кучланиши симметрик цикл бўйича ўзгарганда мустаҳкамлик шarti чизиқли кучланиш ҳолати ва соф силжиш (буралиш) да қуйидаги кўринишда бўлади:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \sigma_{\max}} \geq [n_{\sigma}];$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \tau_{\max}} \geq [n_{\tau}].$$

Охирги икки формуладан биринчиси эгилишга ишловчи деталга тааллуқлидир; чўзилиш-сиқилишнинг симметрик циклидаги  $\sigma_{-1}$  нинг ўрнига  $\sigma_{-1\varphi}$  ни қўйиш керак.

Кучланишнинг асимметрик циклида ҳисоблашлар тегишли чидамлилиқ чегаралари тўғрисида экспериментал маълумотлари бўлмаганлиги сабабли мураккаблашади. Мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициентлари учун формулалар чекли амплитуда ёки чидамлилиқ чегарасининг схемалаштирилган диаграммалари асосида ҳосил қилинади. Бу диаграммаларни схемалаштиришнинг қатор усуллари мавжуддир.

Бу ерда мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициентларини аниқлаш учун Серенсен—Кинасашвили усули бўйича схемалашти-

рилган диаграммага ва кучланишларнинг ишчи ва чекли цикллариини ўхшашлиги ҳақидаги фаразга асосланган формулалар келтирилган\*.

Эгилишда

$$n_e = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_{yp}};$$

чўзилиш-сиқилишда

$$n_e = \frac{\sigma_{-1\epsilon}}{K_{\sigma D} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_{yp}};$$

буралишда

$$n_e = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_{yp}}.$$

Бу формулаларда  $\psi_{\sigma}$  ( $\psi_{\tau}$ ) материалининг цикл асимметриклик-гига сезгирлик коэффициенти. Унинг пўлат учун тахминий қиймати:  $\psi_{\sigma} = 0,1 \div 0,3$ ;  $\psi_{\tau} = 0,0 \div 0,15$ ; катта қийматлари таркибида углероди энг кўп пўлатларга ҳамда легирланган пўлатларга тўғри келади.

Келтирилган формулалардан дастлабки иккитаси мусбат ўртача кучланиши ( $\sigma_{yp} > 0$ ) цикллارга мос келади. Ўртача кучланиши манфий цикллarda  $\psi_{\sigma} = 0$  деб қараш керак.

Пластик материаллардан тайёрланган деталлар учун чарчаш мустаҳкамлиги эҳтиёт коэффициентидаи ташқари, одатда, кичик пластик деформацияга қаршилиқ кўрсатиши буйича эҳтиёт коэффициентлари (оқувчанлик чегарасига нисбатан) яъни  $n_{\sigma\sigma\kappa}$  ( $n_{\tau\sigma\kappa}$ ) коэффициентлар аниқланади (349-бетга қаранг). Бунда агар  $n_{\sigma\sigma\kappa} < n_e$  (ёки  $n_{\tau\sigma\kappa} < n_e$ ) бўлиб қолса, у ҳолда баъзан  $n_{\sigma\sigma\kappa}$  ( $n_{\tau\sigma\kappa}$ ) коэффициентлар деталнинг мустаҳкамлигини баҳолаш учун ҳал қилувчи ҳисобланди. Бошқа ҳолларда рухсат этилган [ $n_{\sigma\sigma\kappa}$ ] (ёки [ $n_{\tau\sigma\kappa}$ ]) эҳтиёт коэффициенти [ $n_e$ ] (ёки [ $n_e$ ]) дан бир қанча кичик қилиб олинади ва иккала эҳтиёт коэффициенти алоҳида-алоҳида ҳисоблаб текшириб кўрилади.

### Мураккаб кучланиш ҳолатида мустаҳкамликка ҳисоблаш

Брусни эгилиш билан буралишга, буралиш билан чўзилиш (ёки сиқилиш) га, шунингдек, буралиш ва чўзилиш (ёки сиқилиш) билан эгилишга ҳисоблашда, яъни хавфли нуқталарда соддалаштирилган текис кучланиш ҳолати деб аталувчи ҳолат

\* Бир ҳилда асимметриклик коэффициентларга, демак, характеристикаларга эга бўлган цикллр ўхшаш цикллр деб аталишини эслатиб ўтамин.

пайдо бўлган ҳолларда  $n$  эҳтиёт коэффициенти қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}.$$

Бу ерда  $n_1$  ва  $n_2$  нормал ва уринма кучланишларга мос эҳтиёт коэффициентлари, улар юқорида кўрсатилгандек аниқланади. Улар толиқишдаги мустаҳкамлиги бўйича, ҳамда оқувчанлик чегараси бўйича умумий коэффициентни аниқлашга тўғри келади.

**17.1-мисол.** Агар мустаҳкамлик чегараси  $\sigma_m = 95 \text{ кг/мм}^2$ , шартли оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок} = \sigma_{0,2} = 75 \text{ кг/мм}^2$  бўлса 35 X маркали пўлатдан тайёрланган намуна учун чекли амплитуданинг схемалаштирилган диаграммаси ясалсин.

Ясалган диаграммадан фойдаланиб, циклни қандай асимметриклик коэффициентида чидамлик бўйича эмас, балки оқувчанлик бўйича ҳисоблаш кераклиги кўрсатилсин. Асимметриклик коэффициенти  $R_1 = -0,4$  ва  $R_2 = +0,4$  бўлган цикллар учун чидамлик чегаралари топилсин.

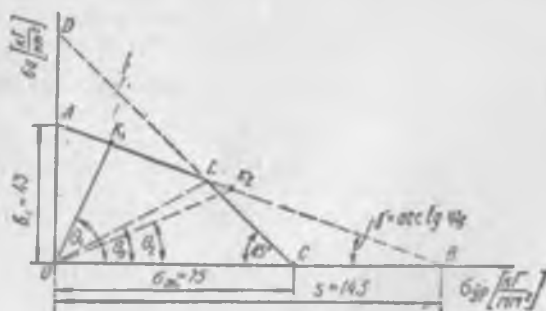
Е чиш. 344-бетда келтирилган тақрибий муносабатдан фойдаланиб, эгилишнинг симметрик циклидаги чидамлик чегарасини топамиз:

$$\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_m + (7 \div 12) \text{ кг/мм}^2;$$

иккинчи қўшилувчининг ўртача қийматини олиб, қуйидаги нагизни топамиз:

$$\sigma_{-1} = 0,35 \cdot 95 + 10 = 43 \text{ кг/мм}^2.$$

Қабул қилинган масштабда  $\sigma_{-1}$  нинг топилган қийматига мос кесмани ордината ўқи бўйича жойлаштириб, симметрик циклни „таъсирловчи“  $A$  нуқтани ҳосил қиламиз (17.14-расм).



17. 14-расм.

Справочникда берилган маълумотларга асосан  $\psi_0 = 0,30$  ни қабул қилиб, абсцисса ўқи бўйича

$$s = \frac{\sigma_{-1}}{\psi_0} = \frac{43}{0,03} = 143 \text{ кг/мм}^2$$

га тенг (диаграмма масштабида)  $OB$  кесмани жойлаштирамиз.

$A$  ва  $B$  нуқталарни тўғри чизиқ билан туташтирамиз. Абсциссаси оқувчанлик чегарасига тенг бўлган  $C$  нуқтадан абсцисса ўқи бўйича  $45^\circ$  ли бурчак ҳосил қилувчи  $CD$  тўғри чизиқни ўтказамиз; бу тўғри чизиқдан юқорида ётувчи барча нуқталар максимал кучланишлари оқувчанлик чегарасидан катта бўлган циклларга мос келади. Шундай қилиб, диаграмманинг  $OALC$  қисми хавфсиз цикллар соҳасини ташкил қиладди, бу цикллар учун максимал кучланишлар чидамлилиқ чегарасидан ҳам, оқувчанлик чегарасидан ҳам кичик бўлади.

Координата бошидан ўтказилган ҳар қандай нур (тўғри чизиқ) учун унинг абсцисса ўқига оғиш бурчагининг тангенсини цикл характеристикасига тенг бўлади:

$$\operatorname{tg} \theta = \rho = \frac{1 - R}{1 + R}.$$

$AB$  ва  $CD$  чизиқларнинг кесишиш нуқтасига ўтказилган  $OL$  нур оқувчанлик чегараси чидамлилиқ чегарасидан кичик бўлган цикллар соҳасини ( $OLC$ ) соҳа кўрсатилган характеристикалари орасида қарама-қарши муносабат мавжуд бўлган соҳадан ( $OAL$ ) соҳа ажратади.  $AB$  ва  $CD$  тўғри чизиқларнинг тенгламаларини тузиб,  $L$  нуқтанинг координаталарини топамиз.

$AB$  тўғри чизиқнинг тенгламаси

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{s} \sigma_{fp} = 43 - \frac{43}{143} \sigma_{fp}$$

$CD$  тўғри чизиқнинг тенгламаси

$$\sigma_a = \sigma_{o\kappa} - \sigma_{fp} = 75 - \sigma_{fp}$$

$AB$  ва  $CD$  тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси  $L$  нинг абсциссаси ва ординатаси:

$$43 - \frac{43}{143} (\sigma_{fp})_L = 75 - (\sigma_{fp})_L; \quad (\sigma_{fp})_L \approx 45,8 \text{ кг/мм}^2;$$

$$(\sigma_a)_L \approx 29,2 \text{ кг/мм}^2.$$

$OL$  нурга мос бўлган цикллар характеристикаси

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \rho_0 = \frac{(\sigma_a)_L}{(\sigma_{fp})_L} = \frac{29,2}{45,8} = 0,640.$$

Кўрсатилган циклларнинг асимметриклик коэффициенти

$$\rho_0 = \frac{1 - R_0}{1 + R_0} = 0,640, \quad \text{бундан} \quad R_0 = 2195.$$

Шундай қилиб, асимметриклик коэффициенти 0,2195 дан катта бўлган цикллар учун оқувчанлик чегараси бўйича эҳтиёт коэффициенти чидамлилиқ бўйича эҳтиёт коэффициентидан кичик булади.

Асимметриклик коэффициенти маълум бўлса, чидамлилиқ чегарасини аниқлаш учун аввал циклнинг мос характеристикаларини топамиз:

$$\rho_1 = \frac{1 - R_1}{1 + R_1} = \frac{1 - (-0,4)}{1 + 0,4} = 2,33;$$

$$\rho_2 = \frac{1 - R_2}{1 + R_2} = \frac{1 - 0,4}{1 + 0,4} = 0,428.$$

Координата бошидан абсцисса ўқига  $\theta_1 = \arctg \rho_1$  ва  $\theta_2 = \arctg \rho_2$  бурчаклар остида нурлар ўтказиб, асимметриклик коэффициентлари мос равишда  $R_1 = -0,4$  ва  $R_2 = +0,4$  бўлган чекка циклларни „таъсирловчи“  $K_1$  ва  $K_2$  нуқталарни ҳосил қиламиз (17.14-расмга қаранг).  $K_1$  нуқтанинг абсциссаси билан ординатасининг йиғиндиси унга мос циклнинг чидамлилиқ чегарасини беради. Диаграммадан бевосита  $\sigma_{-0,4} = 55 \text{ кг/мм}^2$  ни топамиз. Худди шунга ўхшаш  $K_2$  нуқта учун  $\sigma_{+0,4} = 84,5 \text{ кг/мм}^2$  ни топамиз. Аниқланиши лозим бўлган чидамлилиқ чегараларининг иккинчиси оқувчанлик чегарасидан катта эканлиги кўриниб турибди.

17.2-мисол. Агар 45 маркали пўлатдан тайёрланган, диаметри  $d = 36 \text{ мм}$  ли ўқ учун  $\sigma_m = 60 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\sigma_{-1} = 24 \text{ кг/мм}^2$  бўлса ҳамда ўқнинг кундаланг кесимида пайдо бўладиган эгувчи момент  $M_{\max} = -M_{\min} = 350 \text{ кг} \cdot \text{м}$  чегараларида ўзгарса, ўқ учун мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Ўқнинг сирти тоза қилиб йўнилган. Ўқ аниқ цилиндрик шаклда (кучланиш туплагичлар йўқ).

Ечиш. Циклнинг максимал кучланишини аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{350 \cdot 10^3}{\frac{\pi}{32} \cdot 3,6^3} = 765 \text{ кг/см}^2.$$

Симметрик циклда чидамлилиқ чегараси пасайишининг умумий коэффициенти

$$K_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\sigma_m \sigma_c}.$$

Берилган ҳолда  $k_{\sigma} = 1,0$ ,  $\sigma_m$  ва  $\sigma_c$  ларнинг қийматларини

17.12 ва 17.13-расмларда келтирилган графиклардан аниқлай-  
миз:

$$\epsilon_m = 0,87; \quad \epsilon_c = 0,89.$$

Деталнинг чидамлилиқ чегараси

$$\sigma_{-1s} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}} = \frac{24}{\frac{1}{0,87 \cdot 0,89}} = 18,6 \text{ кг/мм}^2.$$

Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти

$$n = \frac{\sigma_{-1s}}{\sigma_{\max}} = \frac{18,6}{7,65} = 2,44.$$

17.3-мисол. 50Г2 маркали пулат ( $\sigma_m = 75 \text{ кг/мм}^2$ ) дан тай-  
ёрланган поғонали стержень симметрик цикл бўйича ўзгара-  
диган ўқ бўйлаб йуналувчи куч билан юкланган (17.15-расм).  
Стержень сирти жилвирланган.

Мустаҳкамликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  
[n] — 2 бўлганда ўқ бўйлаб йуналган куч амплитудасининг  
рухсат этилган миқдори  $[P_{\max}]$  аниқлансин.

Ечиш. Стерженьнинг мустаҳкамлик шарти

$$n = \frac{\sigma_{-1q}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1q}}{K_{\sigma D} \frac{P_{\max}}{F}} > [n],$$

бундан

$$[P_{\max}] = \frac{\sigma_{-1q} \frac{\pi d^2}{4}}{K_{\sigma D} [n]}.$$

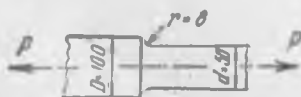
17.7-расмдаги графикдан кучланиш тўпламининг эффектив  
коэффициенти  $k_\sigma \approx 1,62$  ни топамиз. Масштаб коэффициенти  
(17.12-расм бўйича)  $\epsilon_m = 0,81$  бўлади.

Сиртнинг сезгирлик коэффициенти (17.13-расм бўйича  
 $\epsilon_c = 0,93$ ).

Симметрик циклда чидамли-  
лик чегараси пасайишининг уму-  
мий коэффициенти

$$K_{\sigma D} = \frac{k_\sigma}{\epsilon_m \cdot \epsilon_c} = \frac{1,62}{0,81 \cdot 0,93} = 2,15.$$

Чўзилиш — сиқилишнинг сим-  
метрик циклдаги чидамлилиқ



17. 15- расм.

чегарасини 343-бетда келтирилган эмпирик боғланишдан аниқлаймиз.

$$\sigma_{-1} \approx 0,43 \sigma_m;$$

$$\sigma_{-1c} \approx 0,8 \sigma_{-1} = 0,8 \cdot 0,43 \sigma_m = 0,8 \cdot 0,43 \cdot 75 = 25,8 \text{ кг/мм}^2.$$

Оқибат натижада

$$[P_{\max}] = \frac{25,8 \cdot \frac{3,14 \cdot 50^3}{4}}{2,15 \cdot 2} = 12 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

17.4-мисол. 30ХГС маркали пулатдан тайёрланган ( $\sigma_m = 110 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\sigma_{0,2} = \sigma_{0,3} = 85 \text{ кг/мм}^2$ ) кундаланг кесими доира шаклидаги поғонали брус  $D = 100 \text{ мм}$ ,  $d = 50 \text{ мм}$ ) асимметриклик коэффиценти  $R = -0,6$  цикл бўйича ўзгарувчан кучланиш таъсирида эгилишга ишлайди.

Кичик диаметрдан катта диаметрга ўтиш кесимида пайдо бўладиган максимал эгувчи момент  $M_{\max} = 1000 \text{ н} \cdot \text{м}$ . Ўтиш кесими галтелининг радиуси  $r = 5 \text{ мм}$ . Бруснинг сирти ролик ёрдамида обкатка қилинган, бунинг натижасида сирт сезгирлик коэффиценти  $\epsilon_c = 1,15$ .

Ўтиш кесими учун мустаҳкамлик эҳтиёт коэффиценти аниқлансин.

Ечиш. Симметрик циклдаги эгилишга чидамлилиқ чегарасини аниқлаймиз (343-бетда келтирилган эмпирик формула бўйича):

$$\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_m + 12 = 0,35 \cdot 110 + 12 = 50,5 \text{ кг/мм}^2.$$

17.9-расмдан кучланиш тўпламининг эффектив коэффиценти топамиз:

$$k_s = 1,7.$$

Масштаб коэффиценти (17.12-расмга қаранг)  $\epsilon_m = 0,81$ .

Симметрик циклда чидамлилиқ чегараси пасайишининг умумий коэффиценти

$$K_{\sigma D} = \frac{k_s}{\epsilon_m \cdot \epsilon_c} = \frac{1,7}{0,81 \cdot 1,15} = 1,82.$$

Цикл асимметриклигига сезгирлик коэффиценти справочник маълумотларига асосан  $\phi_s = 0,3$ .

Деталнинг текширилаётган кесимида пайдо бўладиган максимал нормал кучланиш:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{1000}{\frac{8,14}{82} \cdot 50^3} = 81,5 \text{ н/мм}^2 = 8,3 \text{ кг/мм}^2.$$

Нормал кучланишлар циклининг амплитудаси

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \sigma_{\max} \frac{1-R}{2} = 8,3 \cdot \frac{1 - (-0,6)}{2} = 6,64 \text{ кг/мм}^2.$$

Нормал кучланиш циклининг ўртача кучланиши

$$\sigma_{fp} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \sigma_{\max} \frac{1+R}{2} = 8,3 \cdot \frac{1 + (-0,6)}{2} = 1,66 \text{ кг/мм}^2.$$

Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D^2 \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_{fp}}} = \frac{50,5}{1,82 \cdot 6,64 + 0,3 \cdot 1,66} = 4,01.$$

Оқувчанлик чегарасига нисбатан эҳтиёт коэффициенти

$$n_{\sigma k} = \frac{\sigma_{\sigma k}}{\sigma_{\max}} = \frac{85}{8,3} = 10,25.$$

17.5-мисол. Ўзгарувчан эгувчи ва буровчи моментлар:  $M_{\max} = 48 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ,  $M_{\min} = -24 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ,  $\max M_0 = 76 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ,  $\min M_0 = 38 \text{ кг} \cdot \text{м}$  пайдо бўладиган валнинг хавфли кўндаланг кесими учун мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Хавфли кесим  $D=60 \text{ мм}$  дан  $d=40 \text{ мм}$  га ўтиш кесими билан устма-уст тушади. Галтел радиуси  $r=2 \text{ мм}$ .

Вал сифати яхшиланган 45 маркали навли пулатдан ясалган, механик характеристикалари  $\sigma_m = 75 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\sigma_{-1} = 45 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\tau_{\sigma k} = 26 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\sigma_{-1} = 34 \text{ кг/мм}^2$  ва  $\tau_{-1} = 19 \text{ кг/мм}^2$ . Материалнинг цикл ассиметриклигига сезгирлик коэффициентлари

$$\psi_{\sigma} = 0,22; \quad \psi_{\tau} = 0,12.$$

Вал сирти жилвирланган.

Ечиш. 17.9, 17.10-расмлардаги графиклардан чизиқли интерполяцияни қўллаб  $\frac{r}{d} = \frac{0,2}{4} = 0,05$  ва  $\sigma_m = 75 \text{ кг/мм}^2$  (графикларда галтел радиуслари билан белгиланган) бўлганда кучланиш тўпламининг эффектив коэффициентлари  $k_{\sigma} = 2,1$ ;  $k_{\tau} = 1,60$  ни топамиз. Диаметрлар нисбати

$$\frac{D}{d} = \frac{60}{40} = 1,5 < 2$$

бўлгани учун 17.9, 17.10-расмларда қабул қилинган  $k_{\sigma}$  ва  $k_{\tau}$  катталикларга тузатма киритиш керак.

17.11-расмдаги графикларга асосан  $k_{\sigma}$  ва  $k_{\tau}$  қийматларини аниқлаб оламиз:

$$k_{\sigma} = 1 + \xi_{\sigma}(k_{\sigma 0} - 1) = 1 + 0,95(2,1 - 1) = 2,05;$$

$$k_{\tau} = 1 + \xi_{\tau}(k_{\tau 0} - 1) = 1 + 0,85(1,60 - 1) = 1,51.$$

17.13-расмдаги 2 эгри чизиқдан  $\sigma_m = 75 \text{ кг/мм}^2$  бўлганда сирт сезгирлик коэффициентини аниқлаймиз:

$$\epsilon_c = 0,93.$$

17.12-расмдаги эгри чизиқдан масштаб коэффициентини аниқлаймиз:

$$\epsilon_m = 0,84.$$

Симметрик циклларда чидамлик чегараси пасайишининг умумий коэффициентлари

$$K_{\sigma D} = \frac{k_2}{\epsilon_m \epsilon_c} = \frac{2,05}{0,84 \cdot 0,93} = 2,63;$$

$$K_{\tau D} = \frac{k_3}{\epsilon_m \epsilon_c} = \frac{1,51}{0,84 \cdot 0,93} = 1,94.$$

Энг катта ва энг кичик нормал ҳамда уринма кучланишлар қуйидаги қийматларга эга бўлади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \approx \frac{M_{\max}}{0,1d^3} = \frac{4800}{0,1 \cdot 4^3} = 750 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\min}}{W} \approx - \frac{2400}{0,1 \cdot 4^3} = - 375 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\max} = \frac{\max M_6}{W_\rho} \approx \frac{\max M_6}{0,2d^3} = \frac{7600}{0,2 \cdot 4^3} = 594 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\min} = \frac{\min M_6}{W_\rho} = \frac{3800}{0,2 \cdot 4^3} = 297 \text{ кг/см}^2.$$

Нормал ва уринма кучланишлар циклларининг амплитудалари ва ўртача кучланишлари:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{750 - (-375)}{2} = 562,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{yp} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{750 + (-375)}{2} = 187,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{594 - 297}{2} = 148,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{yp} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{594 + 297}{2} = 445,5 \text{ кг/см}^2.$$

Нормал кучланиш бўйича чарчаш мустаҳкамлигининг эҳтиёт коэффициенти

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_{yp}} = \frac{3400}{2,63 \cdot 562,5 + 0,22 \cdot 187,5} = 2,23.$$

Уринма кучланиш буйича чарчаш мустаҳкамлигининг эҳтиёт коэффициенти

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{\max}}{K_{\tau D} \tau_a + \frac{1}{2} \tau_{\tau p}} = \frac{1900}{1,94 \cdot 148,5 + 0,12 \cdot 443,5} = 5,57.$$

Ушбу:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}$$

ифодадан толиқиш мустаҳкамлиги умумий эҳтиёт коэффициентини топамиз:

$$n = \frac{n_1 n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} = \frac{2,23 \cdot 5,57}{\sqrt{2,23^2 + 5,57^2}} = 2,08.$$

Оқувчанлик чегараси буйича эҳтиёт коэффициентлари

$$n_{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{4500}{750} = 6,0;$$

$$n_{\tau_{\max}} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{2600}{594} = 4,37.$$

Оқувчанлик буйича умумий эҳтиёт коэффициенти:

$$n_{\max} = \frac{n_{\sigma_{\max}} n_{\tau_{\max}}}{\sqrt{n_{\sigma_{\max}}^2 + n_{\tau_{\max}}^2}} = \frac{6 \cdot 4,37}{\sqrt{6^2 + 4,37^2}} = 3,52.$$

Шундай қилиб, берилган ҳолда толиқиш мустаҳкамлиги муҳим роль ўйнайди, чунки унга мос бўлган эҳтиёт коэффициенти оқувчанлик буйича эҳтиёт коэффициентидан кичик бўлиб чиқди.

## Мустақил ечиш учун масалалар

17.1. Кўндаланг кесими диаметри  $d = 40$  мм бўлган стерженнинг мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Стержень углеродли пулатдан ясалган ( $\sigma_m = 50$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_{-1} = -20$  кг/мм<sup>2</sup>). Стержень симметрик кучлан ишлар циклида эгилишга ишлайди. Максимал эгувчи момент  $M_{\max} = 2560$  кг·см. Стержень сирти силлиқланган. Стержень аниқ цилиндрик шаклда бўлиб, кучланиш туплагичлардан холидир.

Жавоби.  $n \approx 4$ .

17.2. Эгилишга ишловчи поғонали, стержень углеродли пулат ( $\sigma_m = 50$  кг/мм<sup>2</sup> ва  $\sigma_{\max} = 25$  кг/мм<sup>2</sup>) даъ тайёрланган бўлиб,  $d = 3$  см,  $D = 6$  см ва галтел радиуси  $r = 1,5$  мм. Циклнинг асимметриклик коэффициенти  $R = 0,4$ ; сирт сезгирлик коэффи-

циенти маҳкамлашни ҳисобга олганда  $\epsilon_c = 1,3$ . Цикл асимметриклигига сезгирлик коэффициенти  $\psi_s = 0,15$ .

Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 1,4$  бўлганда стержень учун рухсат этилган кучланиш аниқлансин.

Жавоби.  $[\sigma_{0,4}] \approx 29 \text{ кг/мм}^2$ .



17. 16- расм.

17.3. Ҳалқасимон ўйимли вал эгилиш билан буралишнинг биргаликдаги таъсирида ишлайди (17.16- расм); шу билан бирга эгувчи ва буровчи моментлар вақт бўйича ўзгариб туради.  $M_{\max} = 500 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ;  $M_{\min} = 100 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ;  $\text{max } M_0 = 500 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ;  $\text{min } M_0 = 200 \text{ кг} \cdot \text{м}$ . Вал 45 маркали пўлатдан ясалган бўлиб, унинг механик характистикалари:

$\sigma_m = 60 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\sigma_{ок} = 30 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\sigma_{-1} = 26 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\tau_{ок} = 18 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\tau_{-1} = 14 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\phi_s = 0,20$ ;  $\phi_{-1} = 0,10$ . Вал сирти жилвирланган.

Ҳалқасимон ўйим орқали утувчи кесим учун чарчаш мустаҳкамлиги ва оқувчанлик бўйича эҳтиёт коэффициентлари аниқлансин.

Кўрсатма. Нормал кучланишлар тўпламининг назарий коэффициенти 17.6-расмдаги графикдан аниқлаб, сўнгра материалнинг кучланиш тўпламига сезгирлик коэффициенти топилсин (17.5- расм) ва кучланишларнинг эффектив коэффициенти ҳисоблансин. Буралиш учун кучланиш тўпламининг эффектив коэффициенти нормал кучланиш тўпламининг эффектив коэффициентининг 0,65 қисмига тенг қилиб олинсин.

Жавоби. Толиқниш мустаҳкамлиги бўйича  $n \approx 3,8$ , оқувчанлик бўйича  $n_{ок} \approx 3,5$ .

## XVIII боб

### КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРИНИ ЧЕКЛИ НАГРУЗКАЛАР БЎЙИЧА ҲИСОБЛАШ

#### 18-1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР

Қўлланманинг олдинги бобларида статик юклашда конструкция элементларининг мустаҳкамликка ҳисоблаш ишлари рухсат этилган кучланиш усули бўйича олиб борилгани кўрилган эди. Бу методга асосан элементнинг бирор нуқтасида бўлса ҳам кучланиш чекли қийматига эришса, конструкция элементининг мустаҳкамлиги бузилган ҳисобланади. Умумий ҳолда ҳисоблаш учун қабул қилинган мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисоблаб топилган эквивалент (келтирилган) кучланиш назарда тутилади. Бу метод „рухсат этилган кучланиш бўйича ҳисоблаш“ деб юритилади, уни хавфли нуқта бўйича ҳисоблаш деб аташ ҳам мумкин.

Пластик материаллардан тайёрланган конструкцияни статик юклашга мустаҳкамлигини баҳолашга бошқача ёндошиш ҳам мумкин. Конструкциянинг бирор нуқтасида (ёки нуқталарида) оқувчанликнинг пайдо бўлиши уни ишдан чиқармайди, шунинг учун конструкциянинг бундай ҳолатини чекли деб ҳисобланмайди. Агар конструкция нагрузка ортиши билан унга қаршилик кўрсата олмай ўз геометрик шаклини ўзгартирса ва донмий нагрузка таъсиридан чексиз равишда деформацияланса, конструкциянинг нагрузка кутариш қобилияти ишдан чиққан ҳисобланади. Конструкциянинг бундай ҳолати чекли ҳолат, унга мос нагрузка (куч, момент) эса чекли нагрузка деб аталади.

Конструкциянинг мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициентини ҳисоблашга бундай ёндошиш чекли нагрукани конструкцияга таъсир этувчи иш (эксплуатация қилувчи) нагрукасига нисбати билан ифодаланади. Бу эҳтиёт коэффициенти берилган конструкция учун талаб этилган (берилган, рухсат этилган) эҳтиёт коэффициентидан кичик бўлиши керак. Баён этилган тушунча асосида мустаҳкамликка ҳисоблаш усули чекли нагрукка бўйича ҳисоблаш деб аталади. Бу усул бошқача ном билан ҳам аталади, чунончи: „рухсат этилган нагрукка бўйича ҳисоблаш“, „юк кутариш қобилияти бўйича ҳисоблаш“, „чекли мувозанат ҳолати бўйича ҳисоблаш“.

чекли нагрузка бўйича ҳисоблашда мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$n = \frac{P_{чек}}{P} > [n] \text{ ёки } n = \frac{M_{чек}}{M} > [n],$$

бу ерда  $P_{чек}$  ( $M_{чек}$ ) — конструкция юк кўтариш қобилиятини ишдан чиқадиган нагрузка (куч ёки момент) нинг қиймати;

$P(M)$  — конструкциянинг иш нагрузки;

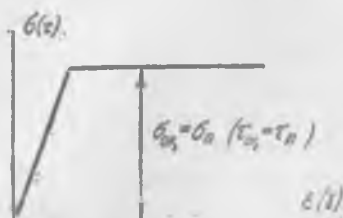
$n$  — мустаҳкамликнинг ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти;

$[n]$  — мустаҳкамликнинг талаб этилган (берилган) эҳтиёт коэффициенти.

Қуйида кўриладиган чекли нагрузка бўйича ҳисоблашлар конструкция материални идеал равишда эластик — пластик деб фараз қилишга асосланади. Бундай материалнинг деформацияланиш диаграммаси икки тўғри чизиқли участкадан таркиб топади (18.1-расм): пропорционаллик чегараси ( $\sigma_n$  ёки  $\tau_n$ ) дан кичик кучланишларда Гук қонуни сақланади, сўнгра оқувчанлик пайдо бўлади; бунда пропорционаллик чегараси оқувчанлик чегарасига тенг деб олинади, яъни  $\sigma_n = \sigma_{ок}$ ,  $\tau_n = \tau_{ок}$ , бундан ташқари оқувчанлик юзаси чексиз узунликка эга деб ҳисобланади.

Материал деформацияланишининг бундай схемалаштирилган диаграммасини қўллаш (бу диаграмма Прандтль диаграммаси деб ағалади) чекли нагрузка бўйича ҳисоблашларни анча соддалаштиради. Прандтль диаграммасига асосан конструкциянинг бирор нуқтасида (ёки конструкция элементининг барча нуқталарида, ёхуд унинг бирор кесимида) оқувчанликнинг пайдо бўлиши билан шу нуқтада кучланиш ортмай қўяди (конструкцияга таъсир этаётган нагрузканинг ўсишига қарамасдан).

Элементлари чузилишга ёки сиқилишга ишлаётган статик аниқ системаларда, одатда, чекли нагрузка бўйича ҳисоблаш натижаси хавфли нуқта бўйича ҳисоблаш натижаси билан бир хил бўлади. Ҳақиқатан, нагрузка ортиши билан конструкциянинг энг кўп кучланган элементининг барча нуқталарида оқувчанлик бир вақтда содир бўлади, битта элементнинг оқувчанлик ҳолатига ўтиши эса, система геометриясини ўзгартириб юборади. Статик аниқмас система эластиклик босқичида ишлаганда элементларининг юкланганлик даражаси ҳар хил бўлади, бирор бир элементда (кўп марта статик аниқмас системаларда эса, бир неча элементларда) оқувчанлик



18. 1- расм.

ҳолати пайдо бўлиши билан системанинг юк кутариш қобилияти батамом ишдан чиқмайди, чунки системанинг эластиклик ҳолатида туриб қолган элементлари нагруканинг ўсишига ҳали қаршилиқ кўрсатишга қодирдир. Бу ҳолларда  $P_{чек}$  чекли нагрукка фақатгина битта элементда оқувчанлик пайдо бўлиши учун керак бўлган  $P_{ок}$  нагруккадан катта бўлади. Хавфли нуқта бўйича ҳисоблашда  $P_{ок}$  нагрукка хавфли нагрукка каби қаралади, рухсат этилган нагрукка эса  $P_{э}$  нагруканинг талаб этилган эҳтиёт коэффициентига нисбати каби аниқланади.

Бундан статик аниқмас системани чекли нагрукка бўйича ҳисоблаб топилган, рухсат этилган нагруканинг шу системани хавфли нуқтаси бўйича ҳисоблаш натижасида ҳосил қилинган рухсат этилган нагруккадан катта бўлиши келиб чиқади (агарда иккала ҳисоблаш усулида ҳам бир хил қийматдаги талаб этилган эҳтиёт коэффициенти олинган бўлса). Амалда чекли юк бўйича ҳисоблашда эҳтиёт коэффициентини хавфли нуқта бўйича ҳисоблашга қараганда каттароқ олинади. Бунинг натижасида олинган қиймат бир хил эҳтиёт коэффициентлари қабул қилиб ҳосил қилинган ҳисоблаш натижаларидан куп фарқ қилмайди.

Эластиклик босқичида ишлайдиган система элементларининг кўндаланг кесимларидаги кучланишлар бир хилда текис тақсимланмаган ҳолларда ҳам (масалан бурнлишда ёки эгилишда) система аниқ бўлишига қарамасдан, чекли нагрукка бўйича ҳисоблаб топилган натижа хавфли нуқта бўйича ҳисоблаб топилган натижадан фарқ қилади. Бу туғрида 18.3, 18.4-§ ларда тулароқ айтилган.

## 18.2-§. ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШГА ИШЛАЙДИГАН ЭЛЕМЕНТЛАРИ БЎЛГАН СТАТИК АНИҚМАС СИСТЕМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

18.1-мисол. Чекли нагрукка бўйича ҳисоблаш йўли билан брус учун рухсат этилган  $P$  куч катталигини аниқлансин (18.2-расм). Брус Ст. 3 пулатидан ясалган бўлиб,  $\sigma_{ст} = 2400 \text{ кг/см}^2$ ; талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 2,0$ .

Ечиш. Таянч реакцияларини мос равишда  $R_A$  ва  $R_B$  билан белгилаб, мувозанат тенгламасини тузамиз:

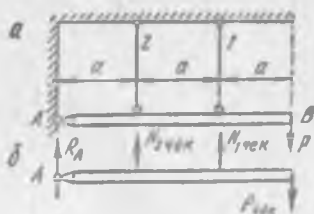
$$R_A + R_B = P. \quad (a)$$

Ўз-ўзидан равшанки, стерженнинг устки қисми  $R_B$  га тенг бўлган чўзувчи зўриқиш таъсирида, остки қисми эса  $R_A$  га тенг бўлган сиқувчи зўриқиш таъсиридадир.

Конструкциянинг чекли ҳолатида кучланишлар стерженнинг иккала қисмида аввал устки қисми, сўнгга эса остки



18.2- расм.



18.3- расм.

қисмида оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок}$  га эришади, чунки остки қисмининг узунлиги устки қисмининг узунлигидан каттадир\*.

$R_A$  ва  $R_B$  зуриқишларни  $F_{ок}$  билан ифодалаб, (а) тенгламани қуйидаги кўринишда кўрсатиш мумкин:

$$\sigma_{ок} F + \sigma_{ок} F = P_{чек},$$

ёки

$$2 \sigma_{ок} F = P_{чек}.$$

Сон қийматларни қуйиб қуйидаги натижани топамиз:

$$P_{чек} = 2 \cdot 2400 \cdot 15 = 72 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

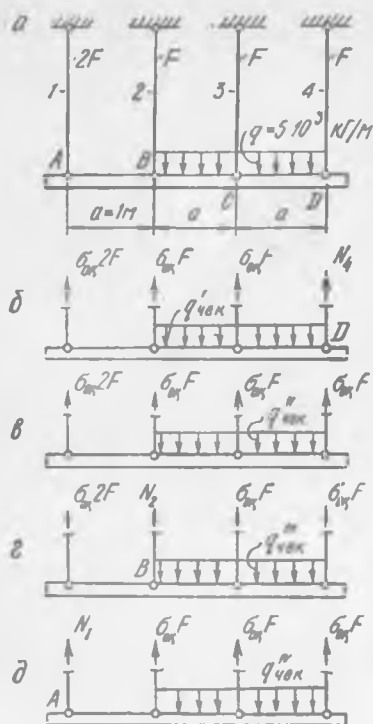
Рухсат этилган нагрузка

$$[P] = \frac{P_{чек}}{[n]} = \frac{72 \cdot 10^3}{2} = 36 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

18.2-мисол. 18.3-расм, а да тасвирланган система учун чекли ва рухсат этилган нагрузкалар аниқлансин. АВ балка абсолют бикр деб ҳисоблансин. Стержень оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок} = 3000 \text{ кг/см}^2$  бўлган пўлатдан ясалган. Кундаланг кесим юзалари бир хилда  $F_1 = F_2 = F = 3 \text{ см}^2$ . Талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 1,8$ .

Ечиш. Системанинг эластиклик босқичда ишлашини таҳлил этиб, бу босқичда биринчи стержендаги зуриқиш иккинчисига қараганда катта бўлишига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Демак,  $P$  кучининг ўсиши билан оқувчанлик 1-стерженда эртaroқ пайдо бўлади, нагрузканинг қиймати кейинчалик ортганида бу стерженда кучланиш ўзгармасдан қолади (идеал

\* Стерженнинг устки қисми остки қисмига қараганда бикрроқ ва стержень эластиклик босқичида ишлаганда устки қисмининг зуриқиши остки қисминикидан катта бўлади.



18. 4- расм.

Шундай қилиб

$$P_{\text{чек}} = \sigma_{\text{ок}} F.$$

$P$  кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[P] = \frac{\sigma_{\text{ок}} F}{[n]} = \frac{3000 \cdot 3}{1,8} = 5000 \text{ кг}.$$

18.3-мисол. Абсолют бикр балкани тортиб турувчи стерженлар кўндаланг кесимларининг талаб этилган юзалари аниқлансин (18.4- расм, а). Ҳисоблаш чекли нагрузка бўйича ба- жарилсин. Стерженлар оқувчанлик чегараси  $\sigma_{\text{ок}} = 2600 \text{ кг/см}^2$  бўлган пўлатдан ясалган; мустаҳкамликнинг талаб этилган эҳ- тиёт коэффиценти  $[n] = 1,8$ .

Ечиш. Системанинг юк кўтариш қобилияти қандайдир уч- та стерженда оқувчанлик пайдо бўлгунга қадар қаноатланар-

эластик — пластик материал- нинг чўзилиш диаграммаси, унда оқувчанлик юзаси чек- сиз узун бўлади). 2- стержен- даги зўриқиш ундаги кучла- ниш оқувчанлик чегарасига етмагунча ўсиб боради. Ундан кейин конструкциянинг юк кўтариш қобилияти бузилади, конструкциянинг геометрик шакли ўзгариб, А шарнир атрофида эркин бураладиган бўлиб қолади. Конструкция- нинг эластиклик босқичида ишлашни кўриб ўтиришнинг ҳожати йўқ, тўғридан-тўғри системанинг чекли ҳолатини (чекли мувозанат ҳолатини) текшириш қулайроқ. Иккала стержень оқувчанлик ҳолати- да бўлади, кесимлар усулини қўллаб, (18.3- расм, б) мувоза- нат тенгламасини тузамиз:

$$\sum m_A = -N_{2\text{ чек}} a -$$

$$- N_{1\text{ чек}} 2a + P_{\text{чек}} 3a = 0,$$

ёки

$$-\sigma_{\text{ок}} Fa - 2\sigma_{\text{ок}} Fa + 3P_{\text{чек}} a = 0.$$

лидир\*. Стерженларнинг оқувчанлик ҳолатига қандай тартибда ўтишини аниқлаш учун системанинг эластиклик босқичидаги статик аниқмаслигини очиш керак бўлур эди. Масалани бундай ечиш жуда ҳам машаққатли, яна бунинг устига система икки марта статик аниқмасдир. Масалани кинематик усул деб аталадиган усулда тезроқ ечиш мумкин. Бу усулнинг моҳияти шундан иборатки, бунда системанинг юк кутариш қобиляти бузилиш ҳолатларининг барча вариантлари бирин-кетин қараб чиқилади: уларнинг ҳар бири учун чекли мувозанат тенгламаси тузилади ва чекли нагруканинг мос қийматлари аниқланади. Ўз-ўзидан равшанки, ҳақиқий чекли нагрузка система чекли ҳолатга ўтадиган ҳар хил вариантларидаги чекли нагрузкалардан энг кичиги бўлади.

Бу усулни берилган системага қўлаймиз.

**1-вариант** (18.4-расм, б)—оқувчанлик 1, 2 ва 3-стерженларда пайдо бўлади деб фараз қиламиз. У вақтда чекли мувозанат қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sum m_D = 0; \sigma_{o\kappa} 2F3a + \sigma_{o\kappa} F2a + \sigma_{o\kappa} Fa - q_{чек}^I 2aa = 0,$$

бундан

$$q_{чек}^I = \frac{5\sigma_{o\kappa} F}{2a}.$$

**2-вариант** (18.4-расм, в)—оқувчанлик тўртала стерженларда пайдо бўлади деб фараз қиламиз (3-стержень эластиклик босқичида, қолганлари эса оқувчанликда бўлганида система чекли мувозанат ҳолатида бўлмайди. 363-бетдаги сноскага қаранг).

Барча кучларни вертикал ўққа проекциялаб қуйидагини топамиз

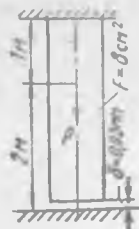
$$\sigma_{o\kappa} 2F + \sigma_{o\kappa} F + \sigma_{o\kappa} F + \sigma_{o\kappa} F - 2q_{чек}^{II} a = 0,$$

бундан

$$q_{чек}^{II} = \frac{5\sigma_{o\kappa} F}{2a}.$$

**3-вариант** (18.4-расм, г)—оқувчанлик иккинчи стержендан ташқари барча стерженларда пайдо бўлади деб фараз қиламиз, яъни чекли ҳолатда балка В нуқта атрофида айлана-

\* 1, 2 ва 4-стерженларда оқувчанликнинг пайдо бўлиш ҳоли бундан мустаснодир. Чунки системанинг ана шунга мос ҳолати чекли бўлмайди. Ҳақиқатан ҳам нагрузкаларнинг тенг таъсир этувчиси 3-стерженнинг ўқи билан устма-уст тушади, агар у эластиклик босқичида бўлса нагруканинг ортиси билан стерженда зўриқиш ўсиши давом этади, шунинг учун ҳам бу стерженда оқувчанлик пайдо бўлган вақтдагина конструкциянинг юк кутариш қобиляти бузилган ҳисобланади.



ди. Бу ҳолда 1-стержень сиқилган\*, 3 ва 4-стерженлар эса чўзияган бўлади. Чекли мувозанат тенгلامаси:

$$\sum m_B = 0; -\sigma_{\text{ок}} 2Fa - \sigma_{\text{ок}} Fa - \sigma_{\text{ок}} F2a + q_{\text{ок}}'' 2aa = 0,$$

бундан

$$q_{\text{чек}}^{\text{III}} = \frac{5 \sigma_{\text{ок}} P}{2a}.$$

4-вариант (18.4-расм, д) — оқувчанлик биринчи стержендан ташқари барча стерженларда пайдо бўлади деб фараз қиламиз. Чекли мувозанат тенгلامаси:

$$\Sigma m_A = 0; -\sigma_{\text{ок}} F a - \sigma_{\text{ок}} F 2a - \sigma_{\text{ок}} F 3a + q_{\text{чек}}^{\text{IV}} \cdot 2a \cdot 2a = 0,$$

**бундан**

$$q_{\text{чек}}^{\text{IV}} = \frac{6 \sigma_{\text{ок}} F}{4a} = 1,5 \frac{\sigma_{\text{ок}} F}{a}.$$

Шундай қилиб, туртинчи вариантга мос бўлган чекли на-  
рузка энг кичик бўлиб чиқди, демак  $q_{\text{max}}^{\text{IV}}$  — чекли нагузка-  
нинг ҳақиқий қиймати бўлади.

### Конструкциянинг мустаҳкамлик шарти

$$n = \frac{q_{\max}}{a} > [n],$$

## ЃКН

$$n = \frac{1,5 \sigma_{0K} F}{aq} > [n],$$

**бундан**

$$F \geq \frac{q[n] a}{1,5 \sigma_{\text{ок}}} = \frac{50 \cdot 1,8 \cdot 100}{1,5 \cdot 2600} = 2,3 \text{ см}^2.$$

• Сиқилган стерженлар турғуналигининг йўқолиш хавфи йўқ деб қабул қиламиз.

## Муствақил ечиш учун масалалар

18.1. Юқори учи қистириб маҳкамланган пулат стержень 18.5-расмда кўрсатилганидек юкланган. Стержень юклангунча унинг иккинчи учи билан эзилмайдиган текислик орасидаги оралиқ зазор  $\delta = 0,03$  мм.  $\sigma_{ок} = 2800$  кг/см<sup>2</sup>;  $[n] = 2$  бўлганда чекли нагрузка усули бўйича рухсат этилган  $P$  кучнинг қиймати топилсин.

Жавоби.  $[P] = 22,4 \cdot 10^3$  кг.

18.2. 18.6-расмда кўрсатилган конструкция учун чекли нагрузка усули бўйича  $F$  юзнинг талаб этилган қиймати аниқлансин. Стерженьларнинг материаллари учун оқувчанлик чегаралари:  $(\sigma_{ок})_{ал} = 2000$  кг/см<sup>2</sup>;  $(\sigma_{ок})_м = 1600$  кг/см<sup>2</sup>;  $(\sigma_{ок})_п = 2800$  кг/см<sup>2</sup>. Талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 2,0$ .

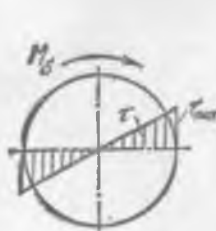
Жавоби.  $F = 8,5$  см<sup>2</sup>.

## 18.3-§. КўНДАЛАНГ КЕСИМИ ДОИРА ШАКЛИДАГИ БРУСНИ БУРАЛИШГА ҲИСОБЛАШ

Кўндаланг кесими доира шаклидаги брус буралганидан унинг кўндаланг кесимларидаги уринма кучланишлар чизиқли қонун бўйича тақсимланади (18.7-расм); бу кучланишлар ўзининг максимал қийматига контур нуқталарида эришади:  $\tau_{max} = \frac{M_{б}}{W_p}$ .

Бинобарин, брус ичидаги материал тўла кучланмаган ҳолда қолади.

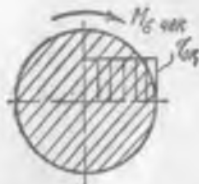
Буровчи момент  $M_{бок}$  катталиқкача ўсиб борганида кесим контурининг нуқталаридаги кучланишлар оқувчанлик чегараси  $\tau_{ок}$  га эришади, брус ичи эса эластик ҳолатда қолади; буровчи моментнинг кейинчалик ўсиши билан бруснинг ички нуқталаридаги кучланишлар ҳам оқувчанлик чегарасига эришади. 18.8-расмда кўндаланг кесимнинг бир қисми оқувчанлик чегарасига етган, ички соҳаси эса эластик ҳолатда бўлган ҳол учун уринма кучланиш эпюраси келтирилган.



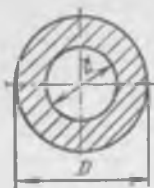
18. 7- расм.



18. 8- расм.



18. 9- расм.



18.10- расм.

Буровчи моментнинг кейинчалик ортишида шундай ҳолатга эришиладики, унда эластик доира йўқолади ва бутун кесим бўйича кучланишлар оқувчанлик чегарасига тенг бўлади (18.9-расм). Бу эса бруснинг юк кутариш қобилияти бузиладиган чекли ҳолат бўлади.

Бу ҳолатга мос келувчи чекли буровчи момент

$$M_{\text{чек}} = W_{\text{пр}} \tau_{\text{ок}}$$

бу ерда  $W_{\text{пр}}$  — кўндаланг кесимнинг пластик қутб қаршилиқ momenti.

Яхлит доиравий кесим учун

$$W_{\text{пр}} = \frac{\pi d^3}{12};$$

Ҳалқа шаклидаги кўндаланг кесим учун (18.10-расм):

$$W_{\text{пр}} = \frac{\pi}{12} (D^3 - d^3) = \frac{\pi D^3}{12} (1 - c^3),$$

бу ерда

$$c = \frac{d}{D}.$$

Хавфли нуқта бўйича ҳисоблашда бруснинг кўндаланг кесим контурининг нуқталарида оқувчанликнинг пайдо бўлиши хавфли ҳолат деб ҳисобланади. Бунга мос бўлган буровчи момент

$$M_{\text{б ок}} = W_{\text{р}} \tau_{\text{ок}}$$

Кўндаланг кесимнинг барча нуқталарида оқувчанликнинг пайдо бўлишига мос бўлган чекли буровчи момент

$$M_{\text{б чек}} = W_{\text{пр}} \tau_{\text{ок}}$$

Шундай қилиб,

$$\frac{M_{\text{б чек}}}{M_{\text{б ок}}} = \frac{W_{\text{пр}}}{W_{\text{р}}} = \frac{\frac{\pi D^3}{12} (1 - c^3)}{\frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4)}.$$

Бу нисбат ҳалқа деворининг қалинлиги камайган сари бирга яқинлаша боради ва яхлит кесим учун максимал қиймагга эга бўлади:

$$\frac{M_{\text{б чек}}}{M_{\text{б ок}}} = \frac{\frac{\pi D^3}{12} (1 - c^3)}{\frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4)} = \frac{4}{3}.$$

18.4-мисол. Агар брус материали учун оқувчанлик чегараси  $\tau_{оқ} = 1600 \text{ кг/см}^2$ , талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 2$  бўлса чекли нагрузка усули бўйича бруснинг талаб этилган диаметри аниқлансин (18.11-расм, а).

Ечиш. Бруснинг чекли ҳолатида иккала участкасининг барча кундаланг кесимларидаги буровчи моментлар ўзининг чекли қиймати  $M_{\text{чек}}$  га эришади.

Брусни иккита  $a - a$  ва  $b - b$  кесим билан қирқамиз (18.11-расм, б). Чекли мувозанат ҳолатида қирқилган қисмга ташқи момент  $\mathcal{M}_{\text{чек}}$  ва бруснинг ташлаб юборилган қисмларининг таъсирини алмаштирувчи  $M_{\text{чек}}$  буровчи моментлар таъсир этади.

Брус қолдирилган қисмининг мувозанат шарти:

$$2 M_{\text{бчек}} - \mathcal{M}_{\text{чек}} = 0;$$

$$\mathcal{M}_{\text{чек}} = 2 M_{\text{бчек}} = 2 \frac{\pi d^3}{12} \tau_{оқ} = \frac{\pi d^3}{6} \tau_{оқ}.$$

Рухсат этилган момент қуйидагича аниқланади

$$[\mathcal{M}] = \frac{\mathcal{M}_{\text{чек}}}{[n]} = \frac{\pi d^3}{6 \cdot 2} \tau_{оқ} = \frac{\pi d^3}{12} \tau_{оқ},$$

бундан

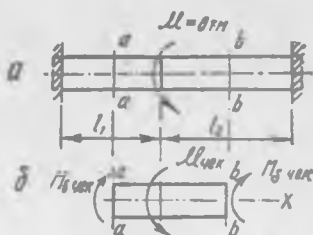
$$d = \sqrt[3]{\frac{12[\mathcal{M}]}{\pi \tau_{оқ}}}.$$

Мустаҳкамлик шарти бўйича брусга қўйилган  $\mathcal{M}$  момент рухсат этилган моментга тенг бўлади, яъни  $[\mathcal{M}] = \mathcal{M} = 8 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{см}$ , демак

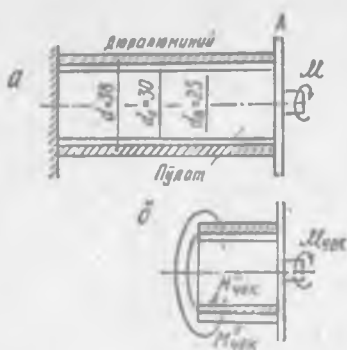
$$d = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 8 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 1600}} = 12,4 \text{ см}.$$

Бу масалани чекли нагрузка усули билан ечишда участкалар узунликларининг нисбати  $l_1 : l_2$  аҳамиятга эга бўлмайди. Рухсат этилган кучланиш усули қўлланилганда эса, бу нисбатнинг миқдори катта аҳамиятга эга бўлади — рухсат этилган моментнинг миқдори  $l_1 = l_2$  бўлганда энг катта бўлади.

18.5-мисол. Пулат вал ва дюралюминий трубка бир учи билан қўзғалмас таянчга маҳкамланган, иккинчи учига эса А диск бикр қилиб бириктирилган, унга буровчи момент  $\mathcal{M}$  қўйилган (18.12-расм, а). Агар вал ва трубка материалларининг оқувчанлик чегаралари  $(\tau_{оқ})_п = 170 \text{ Н/мм}^2$ ;  $(\tau_{оқ})_д = 130 \text{ Н/мм}^2$  ва талаб этилган мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 2,2$



18. 11- расм.



18.12-расм.

булса буровчи моментнинг рухсат этилган қиймати чекли наг-рузка усули билан ҳисоблаб аниқлансин.

Ечиш. Конструкциянинг юк кутариш қобилияти трубка ёки вал кўндаланг кесимларидан қайси бирининг ҳамма нуқтала-рида оқувчанлик аввал пайдо бўлишдан қатъи назар иккала деталь ҳам оқувчанлик ҳолатига ўтгандан кейингина ниҳоясига етади. Чекли мувозанат ҳолати учун (18.12-расм, б) қуйидаги ифодани ёзамиз:

$$M_{\text{чек}} = M_{\text{чек}}^n + M_{\text{чек}}^s,$$

бу ерда

$$M_{\text{чек}}^n = (\tau_{\text{ок}})_n \frac{\pi d_n^3}{12} = 170 \frac{3,14 \cdot 25^3}{12} = 695 \cdot 10^3 \text{ н} \cdot \text{мм} = 695 \text{ н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{чек}}^s = (\tau_{\text{ок}})_s \frac{\pi d^3}{12} \left[ 1 - \left( \frac{d_n}{d} \right)^3 \right] = 130 \frac{3,14 \cdot 35^3}{12} \left[ 1 - \left( \frac{25}{35} \right)^3 \right] = 950 \cdot 10^3 \text{ н} \cdot \text{мм} = 950 \text{ н} \cdot \text{м}.$$

Шундай қилиб,

$$M_{\text{чек}} = 695 + 950 = 1645 \text{ н} \cdot \text{м}.$$

Рухсат этилган момент

$$[M] = \frac{M_{\text{чек}}}{[n]} = \frac{1645}{2,2} = 750 \text{ н} \cdot \text{м}.$$

Солиштириш учун рухсат этилган моментнинг қийматини рухсат этилган кучланиш бўйича ҳисоблаб (эҳтиёт коэффици-ентининг ўша миқдорида) аниқлашни тавсия қиламиз.

Мустақил ечиш учун масалалар

18.3. Кўндаланг кесими ҳалқа шаклидаги брус учун чек-ли буровчи момент  $M_{\text{чек}}$  нинг кўндаланг кесим ташқи конту-рининг нуқталарида оқувчанлик пайдо бўлиш вақтидаги буров-чи момент  $M_{\text{ок}}$  га нисбати топилсин. Икки ҳол қаралсин: а) ҳалқанинг ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати  $c = \frac{d}{D} = 0,5$ ; б)  $c = \frac{d}{D} = 0,8$ .

Жавоби. а) 1,24; б) 1,1.

18.4. Агар  $\tau_{оқ} = 18 \text{ кг/м.м}^2$  ва  $[n] = 2,0$  бўлса, 18.13-расм-да тасвирланган брус учун рухсат этилган  $M$  нинг миқдори аниқлансин.

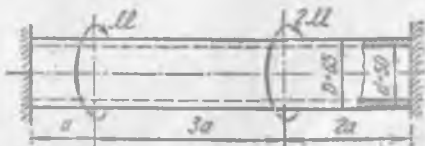
Жавоби.  $23,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см.}$

#### 18.4-§. СТАТИК АНИҚ БАЛКАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Пластик материалдан тайёрланган балкани эгилишга рухсат этилган кучланиш бўйича (хавфли нуқта бўйича) ҳисоблашда хавфли кўндаланг кесимнинг чекка нуқталаридаги нормал кучланишлар оқувчанлик чегарасига етгандаги конструкциянинг ҳолати хавфли ҳисобланади. Симметрик кўндаланг кесим учун (18.14-расм, а) мос нормал кучланишларнинг эпюраси 18.14-расм, б да кўрсатилган. Балкага таъсир этаётган нагрузка, демак, хавфли кўндаланг кесимда пайдо бўладиган эгувчи моментнинг қиймати ортган сари, кесимнинг кўпроқ қисми оқувчанлик ҳолатига ўтади; юкланишнинг бирор босқичида нормал кучланишларнинг эпюраси 18.14-расм, в да тасвирланган кўринишни олади. Кесимнинг оқувчанлик ҳолатига ўтган қисми (зонаси) нинг барча нуқталарида кучланиш  $\sigma_{оқ}$  га тенг бўлади (сиқилиш ва чўзилиш учун Прандтль диаграммаси бир хилда деб фараз қилинади); кесимнинг эластик ҳолатда ишлаётган қисмида кучланиш тўғри чизик қонуни билан тақсимланади.

Хавфли кўндаланг кесимнинг барча нуқталаридаги нормал кучланишлар миқдори оқувчанлик чегарасига етиши билан балканинг юс кўтариш қобилияти ниҳоясига етади (18.14-расм, г). Унга мос эгувчи момент чекли момент бўлади ( $M_{чек}$ ). Агарда *статик аниқ* балканинг битта кўндаланг кесимидаги эгувчи момент ўзининг чекли қийматига эришса ҳам, балка механизмга айланади ва юкнинг кейинчалик ўсишига қаршилиқ кўрсатиш қобилиятини йўқотади.

Балканинг бирор кўндаланг кесимида тўла оқувчанликнинг пайдо бўлишини шу кесимда шарнир ҳосил бўлишига ўхшатиш мумкин (пластик шарнир ёки оқувчанлик шарнири деб аталади), бу шарнир ёрдамида балканинг иккига бўлинган қисми доимий (чекли) нагрузка таъсирида бир-бирига нисбатан эркин айланади. Пластик шарнир бир томонламадир, яъни у балка қисмларини фақат чекли эгувчи момент йўналишида бир-бирига нисбатан бурилишига йўл қўяди. Балка юксизланганда



18. 13- расм.

(ёки балкага қарама-қарши йўналишда қўшимча нагрузка қўйилганда) унинг қисмлари бир-биринга нисбатан бурилмайди.

Чекли эгувчи моментнинг миқдори қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$M_{\text{чек}} = \sigma_{\text{ок}} \cdot W_{\text{ок}},$$

бу ерда  $W_{\text{ок}}$  — балка кўндаланг кесимининг пластик қаршилиқ momenti.

Симметриқ кўндаланг кесимда (18.14-расмга қаранг):

$$W_{\text{ок}} = 2S_{\text{max}},$$

бу ерда  $S_{\text{max}}$  — нейтрал ўққа нисбатан кесим ярмининг статик momenti. Масалан, эни  $b$  ва баландлиги  $h$  бўлган тўғри тўрт-бурчакли кесим учун

$$W_{\text{ок}} = 2 \left( \frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{4} \right) = \frac{bh^2}{4}.$$

Симметриқ бўлмаган кўндаланг кесим бутунлай оқувчанлик ҳолатига ўтган бўлса (18.15-расм), нейтрал ўқ уни икки тенгдош қисмга ажратади (эластиклик ва пластиклик босқичларида ишлаётганда нейтрал ўқнинг вазиятлари устма-уст тушмайди). Пластик қаршилиқ momenti қуйидаги формула бўйича аниқланади:

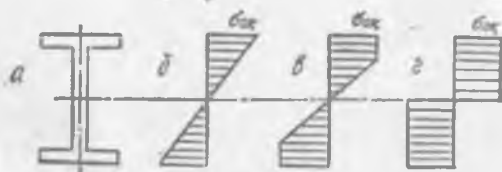
$$W_{\text{ок}} = S_1 + S_2,$$

бу ерда  $S_1$  ва  $S_2$  — ярим кесимларнинг нейтрал ўққа нисбатан статик momentлари ( $S_1 \neq S_2$ ).  $S_1$  ва  $S_2$  ларнинг қийматлари модуль бўйича (абсолют миқдори) олинади.

Юқорида айтилганлар балканинг соф эгилишига тааллуқлидир, лекин амалда кесувчи (кўндаланг) кучнинг таъсири жуда кам бўлгани учун келтирилган муносабатлар кўндаланг эгилишда ҳам етарли даражада аниқлик беради.

Кучланиш оқувчанлик чегарасига тенг бўлганда хавфли кўндаланг кесимнинг фақат чекка нуқталарида эгувчи момент пайдо бўлади (18.14-расм, б га қаранг). Бу момент  $M_{\text{ок}}$  билан белгиланади, унинг миқдори қуйидаги ифодадан аниқланади.

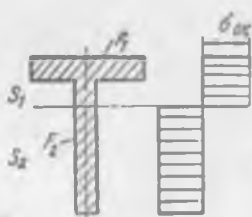
$$M_{\text{ок}} \leq \sigma_{\text{ок}} W.$$



18. 14- расм.

Хавfli нуқта бўйича ҳисоблаш методига асосан  $M_{ок}$  момент хавfli бўлади. Келтирилган формуладан чекли эғувчи моментнинг  $M_{ок}$  моментга нисбати пластик қаршилик моментининг эғилишдаги қаршилик моменти нисбатига тенг деган хулоса келиб чиқади:

$$\alpha = \frac{M_{чек}}{M_{ок}} = \frac{W_{ок}}{W}.$$



18. 15- расм.

Бу нисбатнинг катталиги, ўз-ўзидан равшанки, асосан кўндаланг кесим шаклига боғлиқ бўлади. Масалан, тўғри тўртбурчакли кўндаланг кесим учун  $\alpha = 1,5$ ; энг катта бикрлик текислигида эғилиш ишлайдиган қўштавр учун, ўртача ҳисобда  $\alpha = 1,15$ .

Чекли нағрузка бўйича ва хавfli нуқта бўйича ҳисоблаш топилган рухсат этилган эғувчи моментларнинг нисбати  $\alpha$  дан бир қадар кичик бўлади, чунки чекли нағрузка бўйича ҳисоблашда эҳтиёт коэффициенти, одатда, рухсат этилган кучланиш бўйича ҳисоблашга қараганда каттароқ олинади.

18.6-мисол. 18.16-расмда кўрсатилган икки таянчли балка учун рухсат этилган текис тақсимланган нағрузка интенсивлигининг миқдори аниқлансин. Балканинг кўндаланг кесими 18.17-расмда тасвирланган. Балка материалининг оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок} = 2300 \text{ кг/см}^2$ , талаб этилган эҳтиёт коэффициенти  $[n] = 1,6$ .

Е чи ш. Нейтрал ўқ кўндаланг кесимни икки тенгдош қисмга бўлишлик (чекли ҳолатда) шартдан фойдаланиб, унинг (ўқнинг) вазиятини аниқлаймиз. Деворининг юзаси токчасининг юзасидан катта ва демак, нейтрал ўқ деворни кесиб ўтади. Токча ички ёғдан нейтрал ўққача бўлган масофани  $y_0$  билан белгилаб ҳамда  $F_1 = F_2$  эканлигини эътиборга олиб, (18.17-расм) қуйидагини топамиз.

$$10 \cdot 1 + 1 \cdot y_0 = 1 \cdot (20 - y_0),$$

бундан

$$y_0 = 5 \text{ см.}$$

Ярим кесимларнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментларини аниқлаймиз.

$$S_1 = 1 \cdot 15 \frac{15}{2} = 112,5 \text{ см}^3,$$

$$S_2 = 10 \cdot 1 \cdot 5,5 + 1 \cdot 5 \cdot 2,5 = 67,5 \text{ см}^3.$$

Кўндаланг кесимнинг пластик қаршилик моменти

$$W_{ок} = S_1 + S_2 = 112,5 + 67,5 = 180 \text{ см}^3.$$



18. 16- расм.



18. 17-расм.

Чекли эгувчи момент

$$M_{чек} = \sigma_{ок} W_{ок} = 2300 \cdot 180 = 414 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Рухсат этилган эгувчи момент

$$[M] = \frac{M_{чек}}{[n]} = \frac{414 \cdot 10^3}{1,6} = 258,8 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Энг катта эгувчи момент пролёт уртасидаги кесимида пайдо бўлади:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}.$$

Максимал эгувчи моментни рухсат этилган эгувчи моментга тенглаб қуйидагини топамиз:

$$\frac{[ql]^2}{8} = [M],$$

бундан

$$[q] = \frac{8[M]}{l^2} = \frac{8 \cdot 258,8 \cdot 10^3}{400^2} = 12,94 \text{ кг/см}.$$

18.7-мисол. Икки таянчда ётувчи  $l = 8$  м ли балка учун қўшавр профилининг талаб этилган номери чекли нагрузка бўйича ҳисоблаш йўли билан аниқлансин. Унга нитенсивлиги  $q = 800 \text{ кг/м}$  бўлган доимий нагрузка ва пролёт уртасига қўйилган тупланган куч  $P = 2000 \text{ кг}$  таъсир этади. Оқувчанлик чегараси  $\sigma_{ок} = 2400 \text{ кг/см}^2$ . Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициентини  $[n] = 1,6$ . Агар ҳисоб рухсат этилган кучланиш бўйича олиб борилса, (ўша эҳтиёт коэффициентиди) у ҳолда қўшаврнинг қандай номерини олиш керак?

Ечиш. Энг катта эгувчи момент (пролёт уртасидаги кесимда)

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} + \frac{Pl}{4} = \frac{800 \cdot 8^2}{8} + \frac{2000 \cdot 8}{4} = 10400 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Симметрик кесим учун мустаҳкамлик шarti чекли нагрузка бўйича қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$n = \frac{M_{max}}{M_{max}^{теор}} = \frac{2S_{max} \cdot \sigma_{ок}}{M_{max}} > [n],$$

бу ерда  $S_{max}$  — кесим ярмининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.  $S_{max}$  нинг талаб этилган миқдори:

$$S_{max} = \frac{M_{max}}{2\sigma_{ок}} [n] = \frac{10400 \cdot 10^3 \cdot 1,6}{2 \cdot 2400} = 347 \text{ см}^3.$$

Сортамент буйича (ГОСТ 8239 — 56 иловага қаранг)  $S_x = -339 \text{ см}^3$  бўлган 33-номерли қўштавр тўғри келади (ўтаюк-ланиш 2,36%).

Рухсат этилган кучланиш буйича ҳисоблашда

$$W = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{M_{\max} [\text{н}]}{\sigma_{\text{оқ}}} = \frac{10400 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2400} = 693 \text{ см}^3,$$

бунга  $W = W_x = 743 \text{ см}^3$  бўлган 36-номерли қўштавр тўғри келади.

18.8-мисол. Қўштавр балкани эгиш учун ишлатиладиган пресс винтини ҳисоблаш учун керак бўлган сиқувчи зўриқишнинг миқдори аниқлансин (18.18-расм). Энг катта қўштавр профилининг номери 22. Прессда эгиладиган балка материалининг максимал оқувчанлик чегараси  $\sigma_{\text{оқ}} = 26 \text{ кг/мм}^2$ .

Ечиш. Қўштавр ўрта кесимида пластик шарнир пайдо бўлиши кераклиги шартидан пресс винти учун ҳисоблаш зўриқиши аниқланади, яъни бу кесимда эгувчи момент чекли моментга тенг бўлиши керак. Пролёт уртасига қўйилган куч таъсиридаги икки таянчли балка учун

$$M_{\max} = \frac{Pl}{4}.$$

$M_{\max} = M_{\text{чек}}$  эканлигини назарга олиб, қуйидагини топамиз:

$$P = \frac{4M_{\text{чек}}}{l}.$$

$M_{\text{чек}}$  ни аниқлаш учун ярим кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини ҳисоблаймиз. Бунинг учун кесимнинг 18.19-расмда келтирилган соддалаштирилган тасвиридан фойдаланамиз (токчанинг силлиқланган жойлари ва нишаблигини эътиборга олмаймиз).

$$S_{\max} = 2 \cdot 5,5 \cdot 0,86 \cdot \frac{5,5}{2} + (22 - 2 \cdot 0,86) \cdot \frac{0,53}{2} \cdot \frac{0,53}{4} = 26,8 \text{ см}^3.$$

Пластик қаршилиқ моменти

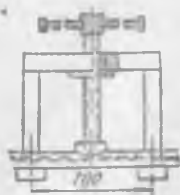
$$W_T = 2S_{\max} = 2 \cdot 26,8 = 53,6 \text{ см}^3.$$

Чекли момент

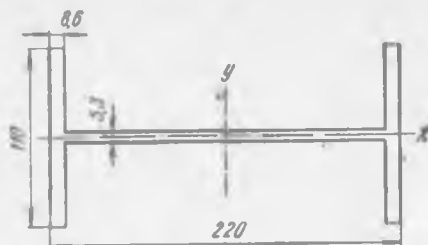
$$M_{\text{чек}} = \sigma_{\text{оқ}} W_T = 2600 \cdot 53,6 \approx \\ \approx 13,9 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Ҳисоблаш зўриқиши

$$P = \frac{4M_{\text{чек}}}{l} = \frac{4 \cdot 13,9 \cdot 10^4}{70} = 7950 \text{ кг}.$$



18. 18-расм.



18. 19- расм.

### Мустақил ечиш учун масалалар

18.5. Уzunлиги  $l = 1,2$  м булган балка учлари билан шарнир орқали таянади, унга бутун узунлиги бўйича текис тақсимланган юк таъсир этади. Балканинг кундаланг кесими 18.20-расмда кўрсатилган. Агар  $\sigma_{оқ} = 250$  н/мм<sup>2</sup> ва  $[n] = 1,7$  булса, у ҳолда нагрузканинг рухсат этилган интенсивлиги аниқлансин.

*Жавоби.* 17,85 кн/м.

18.6. Кундаланг кесими қўштавр (40- номерли қўштавр) балка учун чекли эгувчи момент миқдори  $M_{чек}$  нинг кундаланг кесимнинг чекка нуқталарида оқувчанликнинг пайдо бўлишига мос булган  $M_{оқ}$  эгувчи момент миқдорига нисбати аниқлансин. Балканинг энг катта ва энг кичик бикрлик текисликларида эгилиш ҳоллари кўриб чиқилсин.

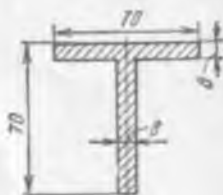
*Жавоби.* а) балка энг катта бикрлик текислигида эгилганида  $\alpha = 1,14$ ; б) энг кичик бикрлик текислигида эгилганида  $\alpha = 1,89$ .

18.7. 18 21- расмда кўрсатилган коробка кесимли балка учун олдинги масаладаги шартлар бажарилсин. Балка энг катта бикрлик текислигида эгилади.

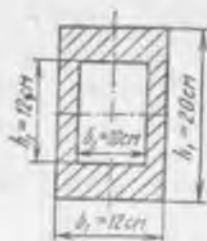
*Жавоби*  $\alpha = 1,28$ .

### 18.5-§. ЭНГ ОДДИЙ СТАТИК АНИҚМАС БАЛКАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Статик аниқмас балкаларда ягона пластик шарнирнинг ҳосил бўлиши билан балканинг юк кўтариш қобилияти тугаб қолмайди (камдан-кам учрайдиган баъзи бир ҳоллар бундан мустасно). Масалан, бир марта статик аниқмас консолсиз балка иккига пластик шарнир пайдо бўлиши билан геометрик шаклини ўзгартирувчи системага айланади (18.9, 18 10- мисолларга қаранг). Икки марта статик аниқмас балканинг юк кўтариш қобилияти, одатда, учта пластик шарнир пайдо бўлиши билан ниҳоясига етиши мумкин. Натижада, статик аниқмас балка



18. 20- расм.



18. 21- расм.

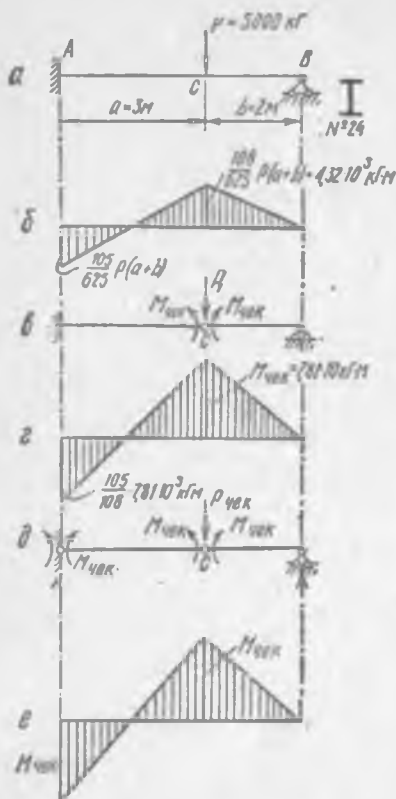
учун фақатгина бигта кундаланг кесимнинг чекка нуқталари-да оқувчанликнинг пайдо бўлишига мос бўлган нагрузканинг катталиги ўша шаклдаги кундаланг кесимга эга бўлган статик аниқ балка учун чекли нагрузка катталигидан анча кўп фарқ қилади.

Балканинг чекли ҳолатга ўтиши (геометрик шаклини ўзгартирувчи системага айланиши) учун зарур бўлган пластик шарнирлар сони балканинг статик аниқмаслик даражасидан бигта ортиқ булиши ҳамма вақт шарт эмас. Агар кўп таянчли статик аниқмас балка (туташ балка)нинг пролётларидан ҳеч бўлмаса биттаси геометрик шаклини ўзгартирувчи системага айланиб қолса, у ҳолда балка ўзининг юк кўтариш қобилиятини йўқотади.

Чекли нагрузкани аниқлаш учун балканинг эластиклик босқичда ишлашини қараш ва балканинг механизмга айланиши учун зарур бўлган пластик шарнирларнинг пайдо бўлишлик тартибини ўрнатиш мумкин (18.9- мисолга қаранг). Системанинг эластик босқичда ишлашини қарамасдан (статик аниқмасликни очмасдан) балканинг юк кўтариш қобилиятини ниҳоясига етказадиган сабабларни ўрганиш ва аниқлаш ҳамда уларнинг ҳар бири учун чекли нагрузкани ҳисоблаш анча осондир. Ҳақиқий чекли нагрузка кўрсатилган усул билан аниқланган чекли нагрузкалардан кичиги бўлади. Ҳисоблашнинг ушбу усули мазкур параграфнинг 18.9- мисолидан бошқа мисолларида қўлланилган.

18.9- мисол. 18.22- расм, *a* да тасвирланган балка учун хавфли нуқта бўйича ва чекли нагрузка бўйича ҳисоблашлардан фойдаланиб, эҳтиёт коэффицентлари аниқлансин. Балка материали учун  $E = 2400 \text{ кг/см}^2$ .

Ечиш. Балка материалининг эластиклик босқичда ишлашини ҳисоблаш учун аввал кўриб чиқилган усуллардан бирини қўллаб, статик аниқмасликни очиш керак бўлади. Масалан, куч усулини қўллаш мумкин, бунда асосий система сифатида шарнирли таянчи ташлаб юборилган балкани оламиниз. Бу ҳолда ортиқча номаълум ( $X_1$ ), ташлаб юборилган таянч



18. 22- расм.

реакцияси бўлади. Каноник тенгламани тузиб, уни ечиш натижасида  $X_1 = \frac{34}{125} P$  ҳосил қилинади. Эгувчи моментнинг мос эпюраси 18.22- расм, б да курсатилган. Куч таъсиридан кесимда пайдо бўладиган максимал нормал кучланиш:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{4,32 \cdot 10^6}{289} = 1490 \text{ кг/см}^2,$$

бу ерда  $W_x = 289 \text{ см}^3$  (ГОСТ 8239—56 жадвалида  $W_x$  билан белгиланган).

Кучланиш бўйича ҳисоблашда эҳтиёт коэффициенти

$$n = \frac{\sigma_{\text{ок}}}{\sigma_{\text{ннх}}} = \frac{2400}{1490} = 1,61.$$

Балкага таъсир этувчи нагрузка  $P$ , катталиқкача ўсиб борганда C кесимда пластик шарнир пайдо бўлади (18.22- расм, в). Шундай қилиб балка статик аниқ бўлиб қолади, лекин унинг юк кўтариш қобилияти ҳали ниҳоясига етганича йўқ. C кесимда пластик шарнир пайдо бўлишига мос бўлган эгиловчи моментнинг эпюраси 18.22- расм, г да курсатилган.

Чекли моментнинг миқдори қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$M_{\text{чек}} = 2S_{\max} \sigma_{\text{ок}} = 2 \cdot 163 \cdot 2400 = 7,81 \cdot 10^6 \text{ кг·см},$$

бу ерда  $S_{\max} = 163 \text{ см}^3$  (ГОСТ 8239—56 бўйича) — кесим ярмининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

Юк миқдори кейинчалик ўса борганида балка оралиқ шарнирга қўйилган тупланган куч (ўсувчи куч) ва ўзгармас момент  $M_{\text{чек}}$  билан юкланган статик аниқ балка каби ишлайди. Балканинг юк кўтариш қобилиятининг қаноатланиши иккинчи пластик шарнирнинг пайдо бўлиши билан ниҳоясига етади. Балка механизмга айланади (18.22- расм, д). Чекли мувозанат ҳолатига мос бўлган эгувчи моментнинг эпюраси 18.22- расм, е да курсатилган.

С ва А кесимлардаги эгувчи моментлар учун нфодалар тузиб, чекли нагрузка катталикларини аниқлаймиз:

$$M_C = M_{\text{чек}} - R_B b,$$

бундан

$$R_B = \frac{M_{\text{чек}}}{b}.$$

$$M_A = -M_{\text{чек}} = R_B(a+b) - P_{\text{чек}}a = \frac{M_{\text{чек}}}{b}(a+b) - P_{\text{чек}}a,$$

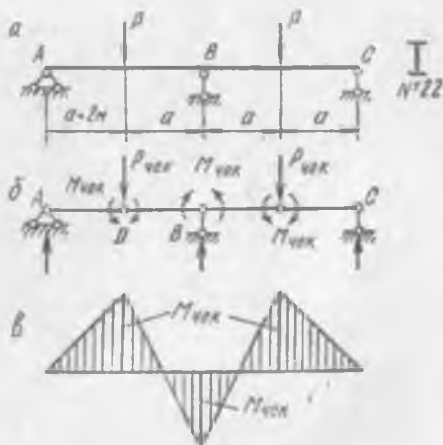
бундан

$$P_{\text{чек}} = \frac{M_{\text{чек}}a + 2M_{\text{чек}}b}{ab} = \frac{M_{\text{чек}}}{b} + \frac{2M_{\text{чек}}}{a} = \frac{7,81 \cdot 10^6}{200} + \frac{2 \cdot 7,81 \cdot 10^6}{300} = -9110 \text{ кг}.$$

Чекли нагрузка бўйича ҳисоблашда эҳтиёт коэффициенти

$$n' = \frac{P_{\text{чек}}}{P} = \frac{9110}{5000} = 1,82.$$

Шуниси қизиқки, кўриб чиқилган мисолда балканинг статик аниқмаслиги икки усул билан аниқланган эҳтиёт коэффициентларининг нисбатига деярли таъсир кўрсатмади. Ҳақиқатан ҳам, агар балканинг чекли ҳолати биринчи пластик шарнирнинг пайдо бўлишига мос келади деб шартли равишда қабул қилинса, у ҳолда эҳтиёт коэффициенти 1,81 га тенг бўлади, яъни иккита пластик шарнирнинг пайдо бўлишига мос бўлган ҳақиқий чекли ҳолат бўйича топилган эҳтиёт коэффициентидан деярли фарқ қилмайди. Бунинг сабаби иккита пластик шарнирнинг деярли бир вақтда пайдо бўлишидадир. Балка эластик-



18. 23- расм.

лик босқичда ишлаганда  $A$  ва  $C$  кесимлардаги эгувчи моментлар абсолют миқдори бўйича бир-бирига яқиндир (18.22-расм, б га қаранг).

Пластик шарнирлар пайдо бўлишининг тартиби чекли нагруканинг катталигига таъсир қилмайди. Балканинг эластиклик босқичда ишлашини қарамасдан балки тўғридан-тўғри унинг чекли ҳолатда бўлишлигини кўриб чиқавериш ҳамда  $A$  ва  $C$  кесимлардаги эгувчи моментлар  $M_{чек}$  га тенглигини билган ҳолда (худди келтирилган ечимнинг охирида бажарилганидек)  $P_{чек}$  ни топиш мумкин эди.

18.10- мисол. 18.23- расм, а да кўрсатилган балка учун рухсат этилган нагрузка чекли нагрузка бўйича ҳисоблашдан фойдаланиб аниқлансин. Балка материали учун  $\sigma_{ок} = 2300 \text{ кг/см}^2$ . Талаб этилган эҳтиёт коэффиценти  $[n] = 1,6$ .

Ечиш Балканинг юк кўтариш қобилияти иккита пластик шарнирнинг пайдо бўлиши билан ниҳоясига етади. Ўз-ўзидан равшанки, энг катта эгувчи моментлар  $P$  куч қўйилган жойда ва ўрта таянчдаги кесимларда пайдо бўлади. Чекли нагрузка бўйича ҳисоблаш учун кўрсатилган моментлардан қайси бири катта эканлиги роль ўйнамайди. Умумий, ҳолда, агар балка пролётни бўйича қўйилган кучлар миқдори ҳар хил бўлса, у вақтда иккита пластик шарнир пайдо бўлишининг мумкин бўлган турли вариантларини қарашга ва мос чекли нагрузкаларни аниқлашга тўғри келади. Пластик шарнирлар ўрта таянчда ва ўнг пролётдаги куч қўйилган жойда пайдо бўлади, деб сўнгра пластик шарнирлар ўрта таянчда ва чап пролётнинг куч қўйилган жойидаги кесимда пайдо бўлади деб қабул қилиш мумкин. Берилган балкада пролётлардаги кучлар тенг ва таянчларга нисбатан симметрик равишда жойлашган, демак, пролётлардаги (кучлар қўйилган кесимлардаги) энг катта моментлар миқдори бир хилдир. Шундай қилиб, балка емирилиш механизмининг схемасида кўрсатилганидек (18.23- расм, б) чекли ҳолатда бир йўла учта пластик шарнир пайдо бўлади (қайтарилса ҳам, шуни таъкидлаймиз, чекли ҳолатга утиш учун иккита шарнирнинг ўзи етарли бўлар эди).

Эгувчи моментларнинг мос эпюраси 18.23- расм, в да берилган.

$P$  кучнинг чекли қийматини аниқлаш учун  $D$  ва  $B$  кесимлар учун эгувчи моментларнинг ифодасини тузамиз:

$$M_D = M_{чек} = R_A a,$$

бундан

$$R_A = \frac{M_{чек}}{a}.$$

$$M_B = -M_{чек} = R_A \cdot 2a - P_{чек} \cdot a = \frac{M_{чек}}{a} \cdot 2a - P_{чек} \cdot a,$$

бундан

$$P_{\text{чек}} = \frac{3M_{\text{чек}}}{a}$$

Чекли моментнинг қийматини ҳисоблаймиз:

$$M_{\text{чек}} = 2S_{\text{шх}}\sigma_{\text{ок}} = 2 \cdot 130 \cdot 2300 = 598 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см},$$

бу ерда  $S_{\text{шх}} = 130 \text{ см}^3$  — ГОСТ 8239—56 бўйича қабул қилинган.

Чекли куч

$$P_{\text{чек}} = \frac{3M_{\text{чек}}}{a} = \frac{3 \cdot 598 \cdot 10^3}{200} = 8950 \text{ кг}.$$

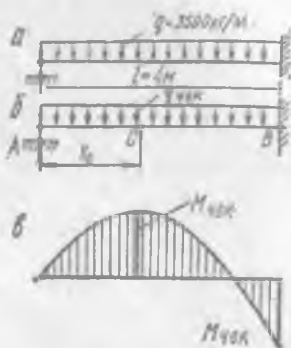
Рухсат этилган куч

$$[P] = \frac{P_{\text{чек}}}{[n]} = \frac{8950}{1,6} = 5600 \text{ кг}.$$

18.11\*-мисол. Чекли нагрузка бўйича ҳисоблашдан фойдаланиб, 18.24-расм, а да кўрсатилган балка учун қўштавр профилнинг талаб этилган номери аниқлансин.

$$\sigma_{\text{ок}} = 2400 \text{ кг/см}^2; [n] = 1,6.$$

Ечиш. Балкага таъсир этувчи нагрузканинг миқдори ортиб бориши билан биринчи пластик шарнир ё қистириб маҳкамланган жойда ёки пролёт ораллиғидаги қандайдир кесимда пайдо бўлади; унинг айнан қайси кесимда пайдо бўлишини аниқлаш учун балканинг эластиклик босқичда ишлаши учун ҳисоблаб чиқиш (статик аниқмасликни ечиш) орқали ўрнатиш мумкин, лекин бунинг ҳожати йўқ. Балканинг юк кўтариш қобилияти иккита пластик шарнир маҳкамланган жойда ва пролётда пайдо бўлиши билан ниҳоясига етади. Балканинг бунга мос схемаси 18.24-расм, б да кўрсатилган. 18.24-расм, в да эса эгувчи моментларнинг эпюраси берилган. Пластик шарнир пайдо бўладиган кесимнинг (пролётдаги) вазияти аввалдан маълум



18. 24- расм.

\* С. М. Жданов. Расчёт конструкций с учётом пластических свойств материала, ўқув қўлланмасининг материаллари бўйича тузилган. Москва, энергетика институти нашриёти, 1952 йил.

эмас; 18 24-расм, б да бу кесимдан чап таянчгача бўлган ма-  
софа  $x_0$  билан белгиланган. Чекли нагрузка билан чекли мо-  
мент миқдори орасида муносабат ўрнатиш учун пластик шар-  
нирлар пайдо бўлган кесимлардаги эгувчи (чекли) моментлар-  
ни шу кесимлардан чапда қўйилган ташқи кучлар орқали  
ифодалаймиз, бу эса кейинчалик мустаҳкамлик шартини ту-  
зишга имконият беради.

$$M_C = M_{чек} = R_A x_0 - \frac{q_{чек} x_0^2}{2};$$

$$M_B = -M_{чек} = R_A l - \frac{q_{чек} l^2}{2}.$$

$M_{чек}$  ва  $q_{чек}$  лар орасида муносабат ўрнатиш учун бу икки  
тенглама етарли эмас. Момент  $C$  кесимда максимал бўлгани  
учун бу кесимда қўндаланг куч нолга тенг бўлади. Бу шарт  
эса, етишмаган тенгламани беради:

$$Q_C = 0 = R_A - q_{чек} x_0.$$

Келтирилган тенгламаларни биргаликда ечиб, қуйидагини  
топамиз:

$$x_0 = (\sqrt{2} - 1)l = 0,414l;$$

$$q_{чек} = \frac{2M_{чек}}{l^2} (1 + \sqrt{2})^2 = 11,66 \frac{M_{чек}}{l^2}.$$

Мустаҳкамлик шarti:

$$n = \frac{q_{чек}}{q} = 11,66 \frac{M_{чек}}{l^2 q} > [n]$$

ёки

$$11,66 \frac{W_{ок} \sigma_{ок}}{l^2 q} > [n],$$

бундан

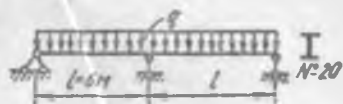
$$W_{ок} > \frac{l^2 q [n]}{11,66 \sigma_{ок}} = \frac{400 \cdot 35 \cdot 1,6}{11,66 \cdot 2400} = 320 \text{ см}^3,$$

яъни кесим ярмининг нейтрал ўққа нисбатан талаб этилган  
статик моменти

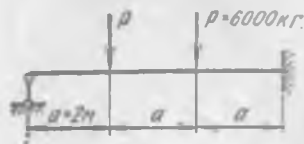
$$S_x = S_{max} = \frac{W_{ок}}{2} = \frac{320}{2} = 160 \text{ см}^3.$$

ГОСТ 8239 — 56 бўйича  $S_x = 163 \text{ см}^3$  бўлган 24-номерли  
қуштаврни оламиз.

Шўни таъкидлаш қизиқки, пролётда пластик шарнир балка эластиклик  
босқичда ишлаганда эгувчи момент максимал бўлган кесимида пайдо бўл-  
масдан, балки пролёт ўртасига, бир оз яқинроқ жойда пайдо бўлади. Бирин-



18.25- расм.



18.26- расм.

чи пластик шарнир балка қистириб маҳкамланган жойда пайдо бўлганлиги учун ана шундай ҳол юз беради (шундай қилиб, пролётдаги максимал момент тўғрисида тапирилганда, пролёт оралиғида қистириб маҳкамланган кесимдан мустасно кесимлардаги энг катта момент назарда тутилади); юкнинг кейинчалик ўсишида балка шарнир орқали таянган балка каби ишлайди. Бундай балкада кучнинг кейинчалик ортиши билан боғлиқ бўлган эгувчи момент пролёт ўртасидаги кесимда максимал қийматга эга бўлади. Оқибатда, балка эластик-пластик босқичда ишлаганда максимал эгувчи моментли кесим пролёт ўртасига силжинди ва балка юк кўтариш қобилиятини йўқотганида унинг вазияти юқорида топилган вазиятга тўғри келади.

Агар ҳисоблашни соддалаштириш учун пластик шарнир (иккинчи) пролёт ўртасида ҳосил бўлади дейилса, у вақтда  $q_{чек}$  қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$q_{чек} = 12 \frac{M_{чек}}{l^2},$$

яъни бундай тақрибий ҳисоблашда 2,9% хатолик рўй беради.

## Мустақил ечиш учун масалалар

18.8. 18.23-расмда кўрсатилган балка учун чекли нагрузканинг оқувчанлик пайдо қиладиган  $P_{оқ}$  нагрузкага нисбати топилин.

Жавоби. 1,27.

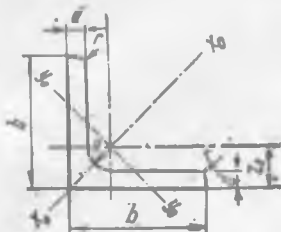
18.9. 18.25-расмда кўрсатилган балка учун тақсимланган юк интенсивлигининг рухсаг этилган катталиги аниқлансин  $\sigma_{оқ} = 240 \text{ н/мм}^2$ ;  $[n] = 1,7$  деб қабул қилинсин.

Жавоби.  $[q] = 9,32 \text{ кн/м}$ .

18.10. 18.26-расмда кўрсатилган балка учун қуштаврнинг талаб этилган номери аниқлансин.  $\sigma_{оқ} = 2500 \text{ кг/см}^2$ ;  $[n] = 1,6$  деб қабул қилинсин.

К ў р с а т м а. Иккита пластик шарнир пайдо бўлишининг мумкин бўлган вариантларини қаранг: бу вариантларнинг ҳар бирига мос бўлган  $P$  кучнинг чекли қийматларини топинг.

Жавоби. 30 а.



ПУЛАТ ПРОКАТЛИ ТЕНГ ЁНЛИ БУРЧАКЛИК  
ГОСТ 8509-57

Белгилашлар:

$b$  — тоқчасининг эни;  
 $d$  — тоқчасининг қалинлиги;  
 $R$  — ички силлиқлаш радиуси;  
 $r$  — тоқчаларнинг силлиқлаш радиуси;  
 $J$  — инерция моменти,  
 $I_x, I_{x_0}, I_{y_0}$  — инерция радиуслари;  
 $z_0$  — оғирлик марказигача бўлган масофа.

| Профил-<br>нинг № | Ўлчамлари, мм |   |     |     | Кесим<br>юзи, см² | 1 м<br>узунли-<br>гининг<br>оғирли-<br>ги, кг | z₀, см | Ўқлар учун справка маълумотларида келтирилган<br>қийматлар |                     |                       |                      |                       |                      |
|-------------------|---------------|---|-----|-----|-------------------|-----------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                   | b             | d | R   | r   |                   |                                               |        | x — x                                                      |                     | x₀ — x₀               |                      | y₀ — y₀               |                      |
|                   |               |   |     |     |                   |                                               |        | J <sub>x</sub> , см⁴                                       | I <sub>x</sub> , см | J <sub>x₀</sub> , см⁴ | I <sub>x₀</sub> , см | J <sub>y₀</sub> , см⁴ | I <sub>y₀</sub> , см |
| 2                 | 20            | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,13              | 0,89                                          | 0,60   | 0,40                                                       | 0,59                | 0,63                  | 0,75                 | 0,17                  | 0,39                 |
|                   |               | 4 |     |     | 1,46              | 1,15                                          | 0,64   | 0,50                                                       | 0,58                | 0,78                  | 0,73                 | 0,22                  | 0,38                 |
| 2,5               | 25            | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,43              | 1,12                                          | 0,73   | 0,81                                                       | 0,75                | 1,29                  | 0,95                 | 0,34                  | 0,49                 |
|                   |               | 4 |     |     | 1,86              | 1,46                                          | 0,76   | 1,03                                                       | 0,74                | 1,62                  | 0,93                 | 0,44                  | 0,48                 |
| 2,8               | 28            | 3 | 4   | 1,3 | 1,62              | 1,27                                          | 0,80   | 1,16                                                       | 0,85                | 1,84                  | 1,07                 | 0,48                  | 0,55                 |
| 3,2               | 32            | 3 | 4,5 | 1,5 | 1,86              | 1,46                                          | 0,89   | 1,77                                                       | 0,97                | 2,80                  | 1,23                 | 0,74                  | 0,63                 |
|                   |               | 4 |     |     | 2,43              | 1,91                                          | 0,94   | 2,26                                                       | 0,96                | 3,58                  | 1,21                 | 0,94                  | 0,62                 |

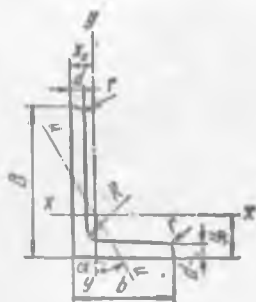
|     |    |                 |     |     |       |      |      |       |      |       |      |       |      |
|-----|----|-----------------|-----|-----|-------|------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
| 3,6 | 36 | $\frac{3}{4}$   | 4,5 | 1,5 | 2,10  | 1,65 | 0,99 | 2,56  | 1,10 | 4,06  | 1,39 | 1,06  | 0,71 |
|     |    | 4               |     |     | 2,75  | 2,16 | 1,04 | 3,29  | 1,09 | 5,21  | 1,38 | 1,36  | 0,70 |
| 4   | 40 | $\frac{3}{4}$   | 5   | 1,7 | 2,35  | 1,85 | 1,09 | 3,55  | 1,23 | 5,63  | 1,55 | 1,47  | 0,79 |
|     |    | 4               |     |     | 3,08  | 2,42 | 1,13 | 4,58  | 1,22 | 7,26  | 1,53 | 1,90  | 0,78 |
| 4,5 | 45 | $\frac{3}{4}$   | 5   | 1,7 | 2,65  | 2,08 | 1,21 | 5,13  | 1,39 | 8,13  | 1,75 | 2,12  | 0,89 |
|     |    | 4               |     |     | 3,48  | 2,73 | 1,26 | 6,63  | 1,38 | 10,50 | 1,74 | 2,74  | 0,89 |
|     |    | 5               |     |     | 4,29  | 3,37 | 1,30 | 8,03  | 1,37 | 12,70 | 1,72 | 3,33  | 0,88 |
| 5   | 50 | $\frac{3}{4}$   | 5,5 | 1,8 | 2,96  | 2,32 | 1,33 | 7,11  | 1,55 | 11,30 | 1,95 | 2,95  | 1,00 |
|     |    | 4               |     |     | 3,89  | 3,05 | 1,38 | 9,21  | 1,54 | 14,60 | 1,94 | 3,80  | 0,99 |
|     |    | 5               |     |     | 4,80  | 3,77 | 1,42 | 11,20 | 1,53 | 17,80 | 1,92 | 4,63  | 0,98 |
| 5,6 | 56 | $\frac{3,5}{4}$ | 6   | 2   | 3,86  | 3,03 | 1,50 | 11,60 | 1,73 | 18,40 | 2,18 | 4,80  | 1,12 |
|     |    | 4               |     |     | 4,38  | 3,44 | 1,52 | 13,10 | 1,73 | 20,80 | 2,18 | 5,41  | 1,11 |
|     |    | 5               |     |     | 5,41  | 4,25 | 1,57 | 16,00 | 1,72 | 25,40 | 2,16 | 6,59  | 1,10 |
| 6,3 | 63 | $\frac{4}{5}$   | 7   | 2,3 | 4,96  | 3,90 | 1,69 | 18,90 | 1,95 | 29,90 | 2,45 | 7,81  | 1,25 |
|     |    | 5               |     |     | 6,13  | 4,81 | 1,74 | 23,10 | 1,94 | 36,60 | 2,44 | 9,52  | 1,25 |
|     |    | 6               |     |     | 7,28  | 5,72 | 1,78 | 27,10 | 1,93 | 42,90 | 2,43 | 11,20 | 1,24 |
| 7   | 70 | $\frac{4,5}{5}$ | 8   | 2,7 | 6,20  | 4,87 | 1,88 | 29,00 | 2,16 | 46,00 | 2,72 | 12,00 | 1,39 |
|     |    | 5               |     |     | 6,86  | 5,38 | 1,90 | 31,90 | 2,16 | 50,70 | 2,72 | 13,20 | 1,39 |
|     |    | 6               |     |     | 8,15  | 6,39 | 1,94 | 37,60 | 2,15 | 59,60 | 2,71 | 15,50 | 1,38 |
|     |    | 7               |     |     | 9,42  | 7,39 | 1,99 | 43,00 | 2,14 | 68,20 | 2,69 | 17,80 | 1,37 |
|     |    | 8               |     |     | 10,70 | 8,37 | 2,02 | 48,20 | 2,13 | 76,40 | 2,68 | 20,00 | 1,37 |

| Про-<br>фил-<br>нинг<br>№ | Ўлчамлари, мм |     |    |     | Кесим<br>юзи, см² | 1 м<br>узунли-<br>гининг<br>оғирли-<br>ги, кг/м | Z <sub>0</sub> , см | Ўқлар учун справка маълумотларида келтирилган<br>қинматлар |                     |                                 |                     |                                 |                     |
|---------------------------|---------------|-----|----|-----|-------------------|-------------------------------------------------|---------------------|------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------------------|---------------------|
|                           | b             | d   | R  | r   |                   |                                                 |                     | x — y                                                      |                     | x <sub>0</sub> — y <sub>0</sub> |                     | y <sub>0</sub> — y <sub>0</sub> |                     |
|                           |               |     |    |     |                   |                                                 |                     | J <sub>x</sub> , см⁴                                       | I <sub>x</sub> , см | J <sub>x</sub> , см⁴            | I <sub>x</sub> , см | J <sub>y</sub> , см⁴            | I <sub>y</sub> , см |
| 7,5                       | 75            | 5   | 9  | 3   | 7,39              | 5,80                                            | 2,02                | 39,50                                                      | 2,31                | 62,60                           | 2,91                | 16,40                           | 1,49                |
|                           |               | 6   |    |     | 8,78              | 6,89                                            | 2,06                | 45,60                                                      | 2,30                | 73,90                           | 2,90                | 19,30                           | 1,48                |
|                           |               | 7   |    |     | 10,10             | 7,96                                            | 2,10                | 53,30                                                      | 2,29                | 84,60                           | 2,89                | 22,10                           | 1,48                |
|                           |               | 8   |    |     | 11,50             | 9,02                                            | 2,15                | 59,80                                                      | 2,28                | 94,90                           | 2,87                | 24,80                           | 1,47                |
|                           |               | 9   |    |     | 12,80             | 10,10                                           | 2,18                | 66,10                                                      | 2,27                | 105,0                           | 2,86                | 27,50                           | 1,46                |
| 8                         | 80            | 5,5 | 9  | 3   | 8,63              | 6,78                                            | 2,17                | 52,70                                                      | 2,47                | 83,60                           | 3,11                | 21,80                           | 1,59                |
|                           |               | 6   |    |     | 9,38              | 7,36                                            | 2,17                | 57,00                                                      | 2,47                | 93,40                           | 3,11                | 23,50                           | 1,58                |
|                           |               | 7   |    |     | 10,80             | 8,51                                            | 2,23                | 65,30                                                      | 2,45                | 104,0                           | 3,09                | 27,00                           | 1,58                |
|                           |               | 8   |    |     | 12,30             | 9,65                                            | 2,27                | 73,40                                                      | 2,44                | 116,0                           | 3,08                | 30,30                           | 1,57                |
| 9                         | 90            | 6   | 10 | 3,3 | 10,60             | 8,33                                            | 2,43                | 82,10                                                      | 2,78                | 130,0                           | 3,50                | 34,00                           | 1,79                |
|                           |               | 7   |    |     | 12,30             | 9,64                                            | 2,47                | 94,30                                                      | 2,77                | 150,0                           | 3,49                | 38,90                           | 1,78                |
|                           |               | 8   |    |     | 13,90             | 10,90                                           | 2,51                | 106,0                                                      | 2,76                | 168,0                           | 3,48                | 43,80                           | 1,77                |
|                           |               | 9   |    |     | 15,60             | 12,20                                           | 2,55                | 118,0                                                      | 2,75                | 186,0                           | 3,46                | 48,60                           | 1,77                |
| 10                        | 100           | 6,5 | 12 | 4   | 12,80             | 10,10                                           | 2,68                | 122,0                                                      | 3,00                | 193,0                           | 3,88                | 50,70                           | 1,99                |
|                           |               | 7   |    |     | 13,80             | 10,80                                           | 2,71                | 131,0                                                      | 3,08                | 207,0                           | 3,88                | 54,20                           | 1,98                |
|                           |               | 8   |    |     | 15,60             | 12,20                                           | 2,75                | 147,0                                                      | 3,07                | 233,0                           | 3,87                | 60,90                           | 1,98                |
|                           |               | 10  |    |     | 19,20             | 15,10                                           | 2,83                | 179,0                                                      | 3,05                | 284,0                           | 3,84                | 74,10                           | 1,96                |
|                           |               | 12  |    |     | 22,80             | 17,90                                           | 2,91                | 209,0                                                      | 3,03                | 331,0                           | 3,81                | 86,90                           | 1,95                |
|                           |               | 14  |    |     | 26,30             | 20,60                                           | 2,99                | 237,0                                                      | 3,00                | 375,0                           | 3,78                | 99,30                           | 1,94                |
|                           |               | 16  |    |     | 29,70             | 23,30                                           | 3,06                | 264,0                                                      | 2,98                | 416,0                           | 3,74                | 112,0                           | 1,94                |
|                           |               |     |    |     |                   |                                                 |                     |                                                            |                     |                                 |                     |                                 |                     |
| 11                        | 110           | 7   | 12 | 4   | 15,20             | 11,90                                           | 2,96                | 176,0                                                      | 3,40                | 279,0                           | 4,29                | 72,70                           | 2,19                |
|                           |               | 8   |    |     | 17,20             | 13,50                                           | 3,00                | 198,0                                                      | 3,39                | 315,0                           | 4,28                | 81,80                           | 2,18                |
| 12,5                      | 125           | 8   | 14 | 4,6 | 19,70             | 15,50                                           | 3,36                | 294,0                                                      | 3,87                | 467,0                           | 4,87                | 122,0                           | 2,49                |
|                           |               | 9   |    |     | 22,00             | 17,30                                           | 3,40                | 327,0                                                      | 3,86                | 520,0                           | 4,86                | 135,0                           | 2,48                |
|                           |               | 10  |    |     | 24,30             | 19,10                                           | 3,45                | 360,0                                                      | 3,85                | 571,0                           | 4,84                | 149,0                           | 2,47                |
|                           |               | 12  |    |     | 28,90             | 22,70                                           | 3,53                | 422,0                                                      | 3,82                | 670,0                           | 4,82                | 174,0                           | 2,46                |
|                           |               | 14  |    |     | 33,40             | 26,20                                           | 3,61                | 482,0                                                      | 3,80                | 764,0                           | 4,78                | 200,0                           | 2,45                |
|                           |               | 16  |    |     | 37,80             | 29,60                                           | 3,68                | 539,0                                                      | 3,78                | 853,0                           | 4,75                | 224,0                           | 2,44                |
| 14                        | 140           | 9   | 14 | 4,6 | 24,70             | 19,40                                           | 3,78                | 466,0                                                      | 4,34                | 739,0                           | 5,47                | 192,0                           | 2,79                |
|                           |               | 10  |    |     | 27,30             | 21,50                                           | 3,82                | 512,0                                                      | 4,33                | 814,0                           | 5,46                | 211,0                           | 2,78                |
|                           |               | 12  |    |     | 32,50             | 25,50                                           | 3,90                | 602,0                                                      | 4,31                | 957,0                           | 5,43                | 248,0                           | 2,76                |
| 16                        | 160           | 10  | 16 | 5,3 | 31,40             | 24,70                                           | 4,30                | 774,0                                                      | 4,96                | 1229                            | 6,25                | 319,0                           | 3,19                |
|                           |               | 11  |    |     | 34,40             | 27,00                                           | 4,35                | 844,0                                                      | 4,95                | 1341                            | 6,24                | 348,0                           | 3,18                |
|                           |               | 12  |    |     | 37,40             | 29,40                                           | 4,39                | 913,0                                                      | 4,94                | 1450                            | 6,23                | 376,0                           | 3,17                |
|                           |               | 14  |    |     | 43,30             | 34,00                                           | 4,47                | 1046                                                       | 4,92                | 1662                            | 6,20                | 431,0                           | 3,16                |
|                           |               | 16  |    |     | 49,10             | 38,50                                           | 4,55                | 1175                                                       | 4,89                | 1866                            | 6,17                | 485,0                           | 3,14                |
|                           |               | 18  |    |     | 54,80             | 43,00                                           | 4,63                | 1299                                                       | 4,87                | 2061                            | 6,13                | 537,0                           | 3,13                |
|                           |               | 20  |    |     | 60,40             | 47,40                                           | 4,70                | 1419                                                       | 4,85                | 2248                            | 6,10                | 589,0                           | 3,12                |
| 18                        | 180           | 11  | 16 | 5,3 | 38,80             | 30,50                                           | 4,85                | 1216                                                       | 5,60                | 1933                            | 7,06                | 500,0                           | 3,59                |
|                           |               | 12  |    |     | 42,20             | 33,10                                           | 4,89                | 1317                                                       | 5,59                | 2093                            | 7,04                | 540,0                           | 3,58                |

| Профил-<br>нинг № | Ўлчамлари, мм |    |    |   | Кесим<br>юзи, см <sup>2</sup> | 1 м<br>узунли-<br>гининг<br>оғирли-<br>ги, кг | x <sub>0</sub> , см | Ўқлар учун справка маълумотларида келтирилган қийматлар |                     |                                              |                                 |                                              |                                 |
|-------------------|---------------|----|----|---|-------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------------------------|---------------------|----------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------|
|                   | b             | d  | R  | r |                               |                                               |                     | x — x                                                   |                     | x <sub>0</sub> — x <sub>0</sub>              |                                 | y <sub>0</sub> — y <sub>0</sub>              |                                 |
|                   |               |    |    |   |                               |                                               |                     | J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>                        | I <sub>x</sub> , см | J <sub>x<sub>0</sub></sub> , см <sup>4</sup> | I <sub>x<sub>0</sub></sub> , см | J <sub>y<sub>0</sub></sub> , см <sup>4</sup> | I <sub>y<sub>0</sub></sub> , см |
| 20                | 200           | 12 | 18 | 6 | 47,10                         | 37,00                                         | 5,37                | 1823                                                    | 6,22                | 2896                                         | 7,84                            | 749,0                                        | 3,99                            |
|                   |               | 13 |    |   | 50,90                         | 39,90                                         | 5,42                | 1961                                                    | 6,21                | 3116                                         | 7,83                            | 805,0                                        | 3,98                            |
|                   |               | 14 |    |   | 54,60                         | 42,80                                         | 5,46                | 2097                                                    | 6,20                | 3333                                         | 7,81                            | 861,0                                        | 3,97                            |
|                   |               | 16 |    |   | 62,00                         | 48,70                                         | 5,54                | 2363                                                    | 6,17                | 3755                                         | 7,78                            | 970,0                                        | 3,96                            |
|                   |               | 20 |    |   | 76,50                         | 60,10                                         | 5,70                | 2871                                                    | 6,12                | 4590                                         | 7,72                            | 1182                                         | 3,93                            |
|                   |               | 25 |    |   | 94,30                         | 74,00                                         | 5,89                | 3466                                                    | 6,06                | 5494                                         | 7,63                            | 1438                                         | 3,91                            |
|                   |               | 30 |    |   | 111,5                         | 87,60                                         | 6,07                | 4020                                                    | 6,00                | 6351                                         | 7,55                            | 1688                                         | 3,89                            |
| 22                | 220           | 14 | 21 | 7 | 60,40                         | 47,40                                         | 5,93                | 2814                                                    | 6,83                | 4470                                         | 8,60                            | 1159                                         | 4,38                            |
|                   |               | 16 |    |   | 68,60                         | 53,80                                         | 6,02                | 3175                                                    | 6,81                | 5045                                         | 8,58                            | 1306                                         | 4,36                            |
| 25                | 250           | 16 | 24 | 8 | 78,40                         | 61,50                                         | 6,75                | 4717                                                    | 7,76                | 7492                                         | 9,78                            | 1942                                         | 4,98                            |
|                   |               | 18 |    |   | 87,70                         | 68,90                                         | 6,83                | 5247                                                    | 7,73                | 8337                                         | 9,75                            | 2158                                         | 4,96                            |
|                   |               | 20 |    |   | 97,00                         | 76,10                                         | 6,91                | 5765                                                    | 7,71                | 9160                                         | 9,72                            | 2370                                         | 4,94                            |
|                   |               | 22 |    |   | 106,1                         | 83,30                                         | 7,00                | 6270                                                    | 7,69                | 9961                                         | 9,69                            | 2579                                         | 4,93                            |
|                   |               | 25 |    |   | 119,7                         | 94,00                                         | 7,11                | 7006                                                    | 7,65                | 11125                                        | 9,64                            | 2887                                         | 4,91                            |
|                   |               | 28 |    |   | 133,1                         | 104,5                                         | 7,23                | 7717                                                    | 7,61                | 12244                                        | 9,59                            | 3190                                         | 4,89                            |
|                   |               | 30 |    |   | 142,0                         | 111,4                                         | 7,31                | 8177                                                    | 7,59                | 12965                                        | 9,56                            | 3389                                         | 4,89                            |

ПУЛАТ ПРОКАТЛИ ТЕНГ ЁНЛИ БЎЛМАГАН БУРЧАКЛИК  
ГОСТ 8510-57

## 2-жадвал



## Белгилашлар:

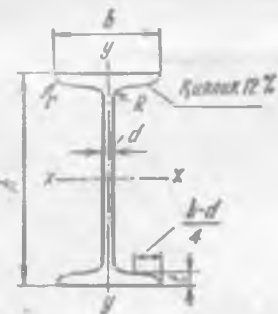
B — катта тоқчасининг эни;  
 b — кичик тоқчасининг эни;  
 d — тоқчасининг қалинлиги;  
 R — ички силлиқлаш радиуси;  
 r — тоқчани силлиқлаш радиуси;  
 J<sub>x</sub>, J<sub>y</sub>, J<sub>x<sub>0</sub></sub>, J<sub>y<sub>0</sub></sub> — инерция моменти;  
 i<sub>x</sub>, i<sub>y</sub>, i<sub>x<sub>0</sub></sub>, i<sub>y<sub>0</sub></sub> — инерция радиуслари;  
 x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub> — оғирлик марказигача бўлган масофалар.

| Профилнинг № | Ўлчамлари, мм |    |   |     |     | Кесим юзи,<br>см <sup>2</sup> | 1 м узунли-<br>гининг оғирли-<br>ги, кг | y <sub>0</sub> , см | x <sub>0</sub> , см | Ўқлар учун справка маълумотларида<br>келтирилган қийматлар |                     |                                  |                     |                                  |                     |       |
|--------------|---------------|----|---|-----|-----|-------------------------------|-----------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|-------|
|              | B             | b  | d | R   | r   |                               |                                         |                     |                     | x — x                                                      |                     | y — y                            |                     | u — u                            |                     |       |
|              |               |    |   |     |     |                               |                                         |                     |                     | J <sub>x</sub> ,<br>см <sup>4</sup>                        | I <sub>x</sub> , см | J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup> | I <sub>y</sub> , см | J <sub>u</sub> , см <sup>4</sup> | I <sub>u</sub> , см | tg α  |
|              |               |    |   |     |     |                               |                                         |                     |                     |                                                            |                     |                                  |                     |                                  |                     |       |
| 2,5/1,6      | 25            | 16 | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,16                          | 0,91                                    | 0,86                | 0,42                | 0,70                                                       | 0,78                | 0,22                             | 0,44                | 0,13                             | 0,34                | 0,392 |
| 3,2/2        | 32            | 20 | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,49                          | 1,17                                    | 1,08                | 0,49                | 1,52                                                       | 1,01                | 0,46                             | 0,55                | 0,28                             | 0,43                | 0,382 |
|              |               |    | 4 |     |     | 1,94                          | 1,52                                    | 1,12                | 0,53                | 1,93                                                       | 1,00                | 0,57                             | 0,54                | 0,35                             | 0,43                | 0,374 |
| 4/2,5        | 40            | 25 | 3 | 4,0 | 1,3 | 1,89                          | 1,48                                    | 1,32                | 0,59                | 3,06                                                       | 1,27                | 0,93                             | 0,70                | 0,56                             | 0,54                | 0,385 |
|              |               |    | 4 |     |     | 2,47                          | 1,94                                    | 1,37                | 0,63                | 3,93                                                       | 1,26                | 1,18                             | 0,69                | 0,71                             | 0,54                | 0,381 |

| Профитинг № | Ўлчамлари, мм |    |     |     |     | Кесим юзи<br>см² | 1 м узунлиги-<br>нинг оғирли-<br>ги кг | y <sub>0</sub> , см | x <sub>0</sub> , см | Ўқлар учун сиравка маълумотларида<br>келтирилган қийматлар |                     |                         |                     |                         |                     |                |
|-------------|---------------|----|-----|-----|-----|------------------|----------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|----------------|
|             | B             | b  | d   | R   | r   |                  |                                        |                     |                     | x — x                                                      |                     | y — y                   |                     | u — u                   |                     |                |
|             |               |    |     |     |     |                  |                                        |                     |                     | J <sub>x</sub> ,<br>см⁴                                    | I <sub>x</sub> , см | J <sub>y</sub> ,<br>см⁴ | I <sub>y</sub> , см | J <sub>u</sub> ,<br>см⁴ | I <sub>u</sub> , см | t <sub>α</sub> |
| 4,5/2,8     | 45            | 28 | 3   | 5   | 1,7 | 2,14             | 1,68                                   | 1,47                | 0,64                | 4,41                                                       | 1,43                | 1,32                    | 0,79                | 0,79                    | 0,61                | 1,382          |
|             |               |    | 4   |     |     | 2,80             | 2,20                                   | 1,51                | 0,68                | 5,68                                                       | 1,42                | 1,69                    | 0,78                | 1,02                    | 0,60                | 0,379          |
| 5/3,2       | 50            | 32 | 3   | 5,5 | 1,8 | 2,42             | 1,90                                   | 1,60                | 0,72                | 6,17                                                       | 1,60                | 1,99                    | 0,91                | 1,18                    | 0,70                | 0,403          |
|             |               |    | 4   |     |     | 3,17             | 2,49                                   | 1,65                | 0,76                | 7,98                                                       | 1,59                | 2,55                    | 0,90                | 1,52                    | 0,69                | 0,401          |
| 5,6/3,6     | 56            | 36 | 3,5 | 6,0 | 2,0 | 3,16             | 2,48                                   | 1,80                | 0,82                | 10,1                                                       | 1,79                | 3,30                    | 1,02                | 1,95                    | 0,79                | 0,407          |
|             |               |    | 4   |     |     | 3,58             | 2,81                                   | 1,82                | 0,84                | 11,4                                                       | 1,78                | 3,70                    | 1,02                | 2,19                    | 0,78                | 0,406          |
|             |               |    | 5   |     |     | 4,41             | 3,46                                   | 1,86                | 0,88                | 13,8                                                       | 1,77                | 4,48                    | 1,01                | 2,66                    | 0,78                | 0,404          |
| 6,3/4       | 63            | 40 | 4   | 7,0 | 2,3 | 4,04             | 3,17                                   | 2,03                | 0,91                | 16,3                                                       | 2,01                | 5,16                    | 1,13                | 3,07                    | 0,87                | 0,397          |
|             |               |    | 5   |     |     | 4,98             | 3,91                                   | 2,08                | 0,95                | 19,9                                                       | 2,00                | 2,26                    | 1,12                | 3,73                    | 0,86                | 0,396          |
|             |               |    | 6   |     |     | 5,90             | 4,63                                   | 2,12                | 0,99                | 23,3                                                       | 1,99                | 7,28                    | 1,11                | 4,36                    | 0,86                | 0,393          |
|             |               |    | 8   |     |     | 7,68             | 6,03                                   | 2,20                | 1,07                | 29,6                                                       | 1,96                | 9,15                    | 1,09                | 5,58                    | 0,85                | 0,386          |
| 7/4,5       | 70            | 45 | 4,5 | 7,5 | 2,5 | 5,07             | 3,98                                   | 2,25                | 1,03                | 25,3                                                       | 2,23                | 8,25                    | 1,28                | 4,88                    | 0,98                | 0,407          |
|             |               |    | 5   |     |     | 5,59             | 4,39                                   | 2,28                | 1,05                | 27,8                                                       | 2,23                | 9,05                    | 1,27                | 5,34                    | 0,98                | 0,406          |

|        |     |    |     |    |     |       |       |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|--------|-----|----|-----|----|-----|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 7,5/5  | 75  | 50 | 5   | 8  | 2,7 | 6,11  | 4,79  | 2,39 | 1,17 | 34,8 | 2,39 | 12,5 | 1,43 | 7,24 | 1,09 | 0,436 |
|        |     |    | 6   |    |     | 7,25  | 5,69  | 2,44 | 1,21 | 40,9 | 2,38 | 14,6 | 1,42 | 8,48 | 1,08 | 0,435 |
|        |     |    | 8   |    |     | 9,47  | 7,43  | 2,52 | 1,29 | 52,4 | 2,35 | 18,5 | 1,40 | 10,9 | 1,07 | 0,430 |
| 8/5    | 80  | 50 | 5   | 8  | 2,7 | 6,36  | 4,99  | 2,60 | 1,13 | 41,6 | 2,56 | 12,7 | 1,41 | 7,58 | 1,09 | 0,387 |
|        |     |    | 6   |    |     | 7,55  | 5,92  | 2,65 | 1,17 | 49,0 | 2,55 | 14,8 | 1,40 | 8,88 | 1,08 | 0,386 |
| 9/5,6  | 90  | 56 | 5,5 | 9  | 3   | 7,86  | 6,17  | 2,92 | 1,26 | 65,3 | 2,88 | 19,7 | 1,58 | 11,8 | 1,22 | 0,384 |
|        |     |    | 6   |    |     | 8,54  | 6,70  | 2,95 | 1,28 | 70,6 | 2,88 | 21,2 | 1,58 | 12,7 | 1,22 | 0,384 |
|        |     |    | 8   |    |     | 11,18 | 8,77  | 3,04 | 1,36 | 90,9 | 2,85 | 27,1 | 1,56 | 16,3 | 1,21 | 0,380 |
| 10/6,3 | 100 | 63 | 6   | 10 | 3,3 | 9,59  | 7,53  | 2,23 | 1,42 | 98,3 | 3,20 | 30,6 | 1,79 | 18,2 | 1,38 | 0,393 |
|        |     |    | 7   |    |     | 11,10 | 8,70  | 2,28 | 1,46 | 113  | 3,19 | 35,0 | 1,78 | 20,8 | 1,37 | 0,392 |
|        |     |    | 8   |    |     | 12,60 | 9,87  | 3,82 | 1,50 | 127  | 3,18 | 39,2 | 1,77 | 23,4 | 1,36 | 0,391 |
|        |     |    | 10  |    |     | 15,50 | 12,10 | 3,40 | 1,58 | 156  | 3,15 | 47,1 | 1,75 | 28,3 | 1,35 | 0,387 |
| 11/7   | 110 | 70 | 6,5 | 10 | 3,3 | 11,4  | 8,98  | 3,55 | 1,58 | 142  | 3,53 | 45,6 | 2    | 26,9 | 1,53 | 0,402 |
|        |     |    | 7   |    |     | 12,3  | 9,64  | 3,57 | 1,60 | 152  | 3,52 | 48,7 | 1,99 | 28,8 | 1,53 | 0,402 |
|        |     |    | 8   |    |     | 13,9  | 10,9  | 3,61 | 1,64 | 172  | 3,51 | 54,6 | 1,98 | 32,3 | 1,52 | 0,400 |
| 12,5/8 | 125 | 80 | 7   | 11 | 3,7 | 14,1  | 11,0  | 4,01 | 1,8  | 227  | 4,01 | 73,7 | 2,29 | 43,4 | 1,76 | 0,407 |
|        |     |    | 8   |    |     | 16,0  | 12,5  | 4,05 | 1,84 | 256  | 4,0  | 83,0 | 2,28 | 48,8 | 1,75 | 0,406 |
|        |     |    | 10  |    |     | 19,7  | 15,5  | 4,14 | 1,92 | 312  | 3,98 | 100  | 2,26 | 59,3 | 1,74 | 0,404 |
|        |     |    | 12  |    |     | 23,4  | 18,3  | 4,22 | 2,0  | 365  | 3,95 | 117  | 2,24 | 69,5 | 1,72 | 0,400 |

| Профилнинг № | Ўлчамлари, мм |     |                      |    |     | Кесим юзи,<br>см²            | 1 м узунлиги-<br>нинг вазни,<br>кг | y <sub>0</sub> , см          | x <sub>0</sub> , см          | Ўқлар учун справка маълумотларида<br>кедтирилган қийматлар |                              |                              |                              |                          |                              |                                  |
|--------------|---------------|-----|----------------------|----|-----|------------------------------|------------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------|------------------------------|----------------------------------|
|              | B             | b   | d                    | R  | r   |                              |                                    |                              |                              | x — x                                                      |                              | y — y                        |                              | u — u                    |                              |                                  |
|              |               |     |                      |    |     |                              |                                    |                              |                              | J <sub>x</sub> ,<br>см⁴                                    | I <sub>x</sub> , см          | J <sub>y</sub> ,<br>см⁴      | I <sub>y</sub> , см          | J <sub>u</sub> ,<br>см⁴  | I <sub>u</sub> , см          | I <sub>g</sub>                   |
| 14/9         | 140           | 90  | 8<br>10              | 12 | 4   | 18,0<br>22,2                 | 14,1<br>17,5                       | 4,49<br>4,58                 | 2,03<br>2,12                 | 364<br>444                                                 | 4,49<br>4,47                 | 120<br>146                   | 2,58<br>2,56                 | 70,3<br>85,5             | 1,93<br>1,96                 | 0,411<br>0,409                   |
| 16/10        | 160           | 100 | 9<br>10<br>12<br>14  | 13 | 4,3 | 22,9<br>25,3<br>30,0<br>34,7 | 18,0<br>19,8<br>23,6<br>23,7       | 5,19<br>5,23<br>5,32<br>5,40 | 2,23<br>2,28<br>2,36<br>2,43 | 606<br>667<br>784<br>897                                   | 5,15<br>5,13<br>5,11<br>5,08 | 186<br>204<br>239<br>272     | 2,85<br>2,84<br>2,82<br>2,80 | 110<br>121<br>142<br>162 | 2,2<br>2,19<br>2,18<br>2,16  | 0,391<br>0,390<br>0,388<br>0,385 |
| 18/11        | 180           | 110 | 10<br>22             | 14 | 4,7 | 28,3<br>33,7                 | 22,2<br>26,4                       | 5,88<br>5,97                 | 2,44<br>2,52                 | 952<br>1123                                                | 5,8<br>5,17                  | 276<br>324                   | 3,12<br>3,10                 | 165<br>194               | 2,42<br>2,40                 | 0,375<br>0,347                   |
| 20/12,5      | 200           | 125 | 11<br>12<br>14<br>16 | 14 | 4,7 | 34,9<br>37,9<br>43,9<br>49,8 | 27,4<br>29,7<br>34,4<br>39,1       | 6,5<br>6,54<br>6,62<br>6,71  | 2,79<br>2,83<br>2,91<br>2,99 | 1449<br>1568<br>1801<br>2026                               | 6,45<br>6,43<br>6,41<br>6,38 | 446<br>482<br>551<br>617     | 3,58<br>3,57<br>3,54<br>3,52 | 264<br>285<br>327<br>367 | 2,75<br>2,74<br>2,73<br>2,72 | 0,392<br>0,392<br>0,390<br>0,388 |
| 25/16        | 250           | 160 | 12<br>16<br>18<br>20 | 18 | 6   | 48,3<br>63,6<br>71,1<br>78,5 | 37,9<br>49,9<br>55,8<br>61,7       | 7,97<br>8,14<br>8,23<br>8,31 | 3,53<br>3,69<br>3,77<br>3,85 | 3147<br>4091<br>4545<br>4987                               | 8,07<br>8,02<br>7,99<br>7,97 | 1032<br>1333<br>1475<br>1613 | 4,62<br>4,58<br>4,56<br>4,53 | 604<br>781<br>866<br>949 | 3,54<br>3,50<br>3,49<br>3,48 | 0,410<br>0,408<br>0,407<br>0,405 |



## ПЎЛАТ ПРОКАТЛИ ҚҰШТАВРЛИ БАЛКАЛАР

ГОСТ 8239 — 56

## Белгилашлар:

- $h$  — балканинг баландлиги;  
 $b$  — тоқчасининг эни;  
 $d$  — деворининг қалинлиги;  
 $t$  — тоқчасининг ўртача қалинлиги;  
 $R$  — ички силлиқлаш радиуси;  
 $r$  — тоқчани силлиқлаш радиуси;  
 $J$  — инерция моменти;  
 $W$  — қаршилик моменти;  
 $S_x$  — ярим кесимининг статик моменти;  
 $I_x, I_y$  — инерция радиуслари.

| Профилнинг № | 1 м узунлигининг оғирлиги, кг | Ўлчамлари, мм |     |     |     |     |     | Кесим юзи, см² | Ўқлар учун справка маълумотларида келтирилган қийматлар |                      |                     |                      |                      |                      |                     |
|--------------|-------------------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|----------------|---------------------------------------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
|              |                               | h             | b   | d   | t   | R   | r   |                | x — x                                                   |                      |                     |                      | y — y                |                      |                     |
|              |                               |               |     |     |     |     |     |                | J <sub>x</sub> , см⁴                                    | W <sub>x</sub> , см³ | I <sub>x</sub> , см | S <sub>x</sub> , см³ | J <sub>y</sub> , см⁴ | W <sub>y</sub> , см³ | I <sub>y</sub> , см |
| 10           | 11,1                          | 100           | 70  | 4,5 | 7,2 | 7,0 | 3,0 | 14,2           | 244                                                     | 48,8                 | 4,15                | 28,0                 | 35,3                 | 10,1                 | 1,58                |
| 12           | 13,0                          | 120           | 75  | 5,0 | 7,3 | 7,5 | 3,0 | 16,5           | 403                                                     | 67,2                 | 4,94                | 38,5                 | 43,8                 | 11,7                 | 1,63                |
| 14           | 14,8                          | 140           | 82  | 5,0 | 7,5 | 8,0 | 3,0 | 18,9           | 632                                                     | 90,3                 | 5,78                | 51,5                 | 58,2                 | 14,2                 | 1,75                |
| 16           | 16,9                          | 160           | 90  | 5,0 | 7,7 | 8,5 | 3,5 | 21,5           | 945                                                     | 118                  | 6,63                | 67,0                 | 77,6                 | 17,2                 | 1,99                |
| 18           | 18,7                          | 180           | 95  | 5,0 | 8,0 | 9,0 | 3,5 | 23,8           | 1380                                                    | 148                  | 7,47                | 83,7                 | 94,6                 | 19,9                 | 1,99                |
| 18a          | 19,9                          | 180           | 102 | 5,0 | 8,2 | 9,0 | 3,5 | 25,4           | 1440                                                    | 160                  | 7,53                | 90,1                 | 119                  | 23,3                 | 2,17                |
| 20           | 20,7                          | 200           | 100 | 5,2 | 8,2 | 9,5 | 4,0 | 26,4           | 1810                                                    | 181                  | 8,27                | 102                  | 112                  | 22,4                 | 2,06                |
| 20a          | 22,2                          | 200           | 110 | 5,2 | 8,3 | 9,5 | 4,0 | 28,3           | 1970                                                    | 197                  | 8,36                | 111                  | 148                  | 27,0                 | 2,20                |

|     |      |     |     |      |      |      |      |      |        |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|-----|-----|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|------|
| 22  | 23,7 | 220 | 110 | 5,3  | 8,6  | 10,0 | 4,0  | 30,2 | 2530   | 230  | 9,14 | 130  | 155  | 28,2 | 2,26 |
| 22a | 25,4 | 220 | 120 | 5,3  | 8,8  | 10,0 | 4,0  | 32,4 | 2760   | 251  | 9,23 | 141  | 203  | 33,8 | 2,50 |
| 24  | 27,3 | 240 | 115 | 5,6  | 9,5  | 10,5 | 4,0  | 34,8 | 3460   | 289  | 9,97 | 163  | 198  | 34,5 | 2,37 |
| 24a | 29,4 | 240 | 125 | 5,6  | 9,8  | 10,5 | 4,0  | 37,5 | 3800   | 317  | 10,1 | 178  | 260  | 41,6 | 2,63 |
| 27  | 31,5 | 270 | 125 | 6,0  | 9,8  | 11,0 | 4,5  | 40,2 | 5010   | 371  | 11,2 | 210  | 260  | 41,5 | 2,54 |
| 27a | 33,9 | 270 | 135 | 6,0  | 10,2 | 11,0 | 4,5  | 43,2 | 5500   | 407  | 11,3 | 229  | 337  | 50,0 | 2,80 |
| 30  | 36,5 | 300 | 135 | 6,5  | 10,2 | 12,0 | 5,0  | 46,5 | 7080   | 472  | 12,3 | 268  | 337  | 49,9 | 2,69 |
| 30a | 39,2 | 300 | 145 | 6,5  | 10,7 | 12,0 | 5,0  | 49,9 | 7780   | 518  | 12,5 | 292  | 436  | 60,1 | 2,95 |
| 33  | 42,2 | 330 | 140 | 7,0  | 11,2 | 13,0 | 5,0  | 53,8 | 9840   | 597  | 13,5 | 339  | 419  | 59,9 | 2,79 |
| 36  | 48,6 | 360 | 145 | 7,5  | 12,3 | 14,0 | 6,0  | 61,9 | 13380  | 743  | 14,7 | 423  | 516  | 71,1 | 2,89 |
| 40  | 56,1 | 400 | 155 | 8,0  | 13,0 | 15,0 | 6,0  | 71,4 | 18930  | 947  | 16,3 | 540  | 666  | 75,9 | 3,05 |
| 45  | 65,2 | 450 | 160 | 8,6  | 14,2 | 16,0 | 7,0  | 83,0 | 27450  | 1220 | 18,2 | 699  | 807  | 101  | 3,12 |
| 50  | 76,1 | 500 | 170 | 9,3  | 15,2 | 17,0 | 7,0  | 96,9 | 39120  | 1560 | 20,1 | 899  | 1040 | 122  | 3,28 |
| 55  | 88,6 | 550 | 180 | 10,0 | 16,5 | 18,0 | 7,0  | 113  | 54810  | 1990 | 22,0 | 1150 | 1350 | 150  | 3,46 |
| 60  | 103  | 600 | 190 | 10,8 | 17,8 | 20,0 | 8,0  | 131  | 75010  | 2500 | 23,9 | 1440 | 1720 | 181  | 3,62 |
| 65  | 119  | 650 | 200 | 11,7 | 19,2 | 22,0 | 9,0  | 151  | 100840 | 3100 | 25,8 | 1790 | 2170 | 217  | 3,79 |
| 70  | 137  | 700 | 210 | 12,7 | 20,8 | 24,0 | 10,0 | 174  | 133890 | 3830 | 27,7 | 2220 | 2730 | 260  | 3,96 |
| 70a | 158  | 700 | 210 | 15,0 | 24,0 | 24,0 | 10,0 | 202  | 152700 | 4360 | 27,5 | 2550 | 3240 | 309  | 4,01 |
| 70b | 184  | 700 | 210 | 17,5 | 28,2 | 24,0 | 10,0 | 234  | 175350 | 5010 | 27,4 | 2940 | 3910 | 373  | 4,09 |

ПУЛАТ ПРОКАТЛИ ШВЕЛЛЕРЛАР  
ГОСТ 8:40 — 56

4- ж а д а л



Белгилашлар:

$h$  — швеллернинг баландлиги;  
 $b$  — тоқчасининг эни;  
 $d$  — деворининг қалинлиги;  
 $t$  — тоқчасининг ўртача қалинлиги;  
 $R$  — ички силлиқлаш радиуси;  
 $r$  — тоқчани силлиқлаш радиуси;  
 $J$  — инерция моменти;  
 $W$  — қаршилик моменти;  
 $i_y$  — инерция радиуслари;  
 $S_x$  — ярим кесимнинг статик моменти;  
 $z_0$  — у—у ўқдан деворининг ташқи ёнгича бўлган масофа.

| Профилнинг № | 1 м узунлигининг оғирлиги, кг | Ўлчамлари, мм |    |     |     |     |     | Кесим юзи см² | z₀, см | Ўқлар учун справка маълумотларида келтирилган қийматлар |                      |                     |                      |                      |                      |                     |
|--------------|-------------------------------|---------------|----|-----|-----|-----|-----|---------------|--------|---------------------------------------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
|              |                               | h             | b  | d   | t   | R   | r   |               |        | x — x                                                   |                      |                     |                      | y — y                |                      |                     |
|              |                               |               |    |     |     |     |     |               |        | J <sub>x</sub> , см⁴                                    | W <sub>x</sub> , см³ | I <sub>x</sub> , см | S <sub>x</sub> , см³ | J <sub>y</sub> , см⁴ | W <sub>y</sub> , см³ | I <sub>y</sub> , см |
|              |                               |               |    |     |     |     |     |               |        |                                                         |                      |                     |                      |                      |                      |                     |
| 5            | 4,80                          | 50            | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,0 | 2,5 | 6,16          | 1,16   | 22,8                                                    | 9,10                 | 1,92                | 5,59                 | 5,61                 | 2,75                 | 0,954               |
| 6,5          | 5,90                          | 65            | 36 | 4,4 | 7,2 | 6,0 | 2,5 | 7,51          | 1,24   | 48,6                                                    | 15,0                 | 2,54                | 9,0                  | 8,70                 | 3,68                 | 1,08                |
| 8            | 7,05                          | 80            | 40 | 4,5 | 7,4 | 6,5 | 2,5 | 8,98          | 1,31   | 89,4                                                    | 22,4                 | 3,16                | 13,3                 | 12,8                 | 4,75                 | 1,19                |
| 10           | 8,59                          | 100           | 46 | 4,5 | 7,6 | 7,0 | 3,0 | 10,9          | 1,41   | 174                                                     | 34,8                 | 3,99                | 20,4                 | 20,4                 | 6,46                 | 1,37                |
| 12           | 10,4                          | 120           | 52 | 4,8 | 7,8 | 7,5 | 3,0 | 13,3          | 1,51   | 304                                                     | 50,6                 | 4,78                | 29,6                 | 31,2                 | 8,52                 | 1,53                |
| 14           | 12,3                          | 140           | 58 | 4,9 | 8,1 | 8,0 | 3,0 | 15,6          | 1,67   | 491                                                     | 70,2                 | 5,60                | 40,8                 | 45,4                 | 11,0                 | 1,70                |

|     |      |     |     |     |      |      |     |      |      |       |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|-----|-----|-----|------|------|-----|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|
| 14a | 13.3 | 140 | 62  | 4.9 | 8.7  | 8.0  | 3.0 | 17.0 | 1.87 | 545   | 77.8 | 5.66 | 45.1 | 57.5 | 13.3 | 1.84 |
| 16  | 14.2 | 160 | 64  | 5.0 | 8.4  | 8.5  | 3.5 | 18.1 | 1.80 | 747   | 93.4 | 6.42 | 54.1 | 63.3 | 13.8 | 1.87 |
| 16a | 15.3 | 160 | 68  | 5.0 | 9.0  | 8.5  | 3.5 | 19.5 | 2.00 | 823   | 103  | 6.49 | 53.4 | 78.8 | 16.4 | 2.01 |
| 18  | 16.3 | 180 | 70  | 5.1 | 8.7  | 9.0  | 3.5 | 20.7 | 1.94 | 1000  | 121  | 7.24 | 69.8 | 86.0 | 17.0 | 2.04 |
| 18a | 17.4 | 180 | 74  | 5.1 | 9.3  | 9.0  | 3.5 | 22.2 | 2.13 | 1190  | 132  | 7.32 | 76.1 | 106  | 20.0 | 2.18 |
| 20  | 18.4 | 200 | 76  | 5.2 | 9.0  | 9.5  | 4.0 | 23.4 | 2.07 | 1520  | 152  | 8.07 | 87.8 | 113  | 20.5 | 2.20 |
| 20a | 19.8 | 200 | 80  | 5.2 | 9.7  | 9.5  | 4.0 | 25.2 | 2.28 | 1670  | 167  | 8.15 | 95.9 | 139  | 24.2 | 2.35 |
| 22  | 21.0 | 220 | 82  | 5.4 | 9.5  | 10.0 | 4.0 | 26.7 | 2.21 | 2110  | 192  | 8.89 | 110  | 151  | 25.1 | 2.37 |
| 22a | 22.6 | 220 | 87  | 5.4 | 10.2 | 10.0 | 4.0 | 28.8 | 2.46 | 2330  | 212  | 8.99 | 121  | 187  | 30.0 | 2.55 |
| 24  | 24.0 | 240 | 90  | 5.6 | 10.0 | 10.5 | 4.0 | 30.6 | 2.42 | 2900  | 242  | 9.73 | 139  | 208  | 31.6 | 2.60 |
| 24a | 25.8 | 240 | 95  | 5.6 | 10.7 | 10.5 | 4.0 | 32.9 | 2.67 | 3180  | 265  | 9.84 | 151  | 254  | 37.2 | 2.78 |
| 27  | 27.7 | 270 | 95  | 6.0 | 10.5 | 11.0 | 4.5 | 35.2 | 2.47 | 4160  | 308  | 10.9 | 178  | 262  | 37.3 | 2.73 |
| 30  | 31.8 | 300 | 100 | 6.5 | 11.0 | 12.0 | 5.0 | 40.5 | 2.52 | 5810  | 387  | 12.0 | 224  | 327  | 43.6 | 2.84 |
| 33  | 36.5 | 330 | 105 | 7.0 | 11.7 | 13.0 | 5.0 | 46.5 | 2.59 | 7980  | 484  | 13.1 | 281  | 410  | 51.8 | 2.97 |
| 36  | 41.9 | 360 | 110 | 7.5 | 12.6 | 14.0 | 6.0 | 53.4 | 2.68 | 10820 | 601  | 14.2 | 350  | 513  | 61.7 | 3.10 |
| 40  | 48.3 | 400 | 115 | 8.0 | 13.5 | 15.0 | 6.0 | 61.5 | 2.75 | 15220 | 761  | 15.7 | 444  | 642  | 73.4 | 3.23 |

## Эластиклик модуллари ва Пуассон коэффицентлари

| Материалнинг номи                               | Бўйлама эластик-<br>лик модули, $E$ ,<br>$\text{кг/см}^2$ | Силжиш модули,<br>$G$ , $\text{кг/см}^2$ | Пуассон<br>коэффици-<br>енти, $\mu$ |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------|
| Кул ранг, оқ, болғаланув-<br>чан чўян . . . . . | $(0,8 \div 1,60) \cdot 10^6$                              | $4,5 \cdot 10^5$                         | $0,25 \div 0,27$                    |
| Углеродли пўлат . . . . .                       | $(2,0 \div 2,1) \cdot 10^6$                               | $(8,0 \div 8,1) \cdot 10^5$              | $0,24 \div 0,28$                    |
| Легирланган пўлат . . . . .                     | $(2,1 \div 2,2) \cdot 10^6$                               | $(8,0 \div 8,1) \cdot 10^5$              | $0,25 \div 0,30$                    |
| Мис . . . . .                                   | $1,1 \cdot 10^6$                                          | $4,0 \cdot 10^5$                         | $0,31 \div 0,34$                    |
| Жўваланган фосфорли<br>бронза . . . . .         | $1,15 \cdot 10^6$                                         | $4,2 \cdot 10^5$                         | $0,32 \div 0,35$                    |
| Совуқлайин жўваланган<br>жез . . . . .          | $(0,91 \div 0,99) \cdot 10^6$                             | $(3,5 \div 3,7) \cdot 10^5$              | $0,32 \div 0,42$                    |
| Жўваланган марганецли<br>бронза . . . . .       | $1,1 \cdot 10^6$                                          | $4,0 \cdot 10^5$                         | $0,35$                              |
| Жўваланган алюминий . . . . .                   | $0,69 \cdot 10^6$                                         | $(2,6 \div 2,7) \cdot 10^5$              | $0,32 \div 0,36$                    |
| Жўваланган рух . . . . .                        | $0,84 \cdot 10^6$                                         | $3,2 \cdot 10^5$                         | $0,27$                              |
| Кўрғошин . . . . .                              | $0,17 \cdot 10^6$                                         | $0,70 \cdot 10^5$                        | $0,42$                              |
| Шиша . . . . .                                  | $0,56 \cdot 10^6$                                         | $2,2 \cdot 10^5$                         | $0,25$                              |
| Гранит . . . . .                                | $0,49 \cdot 10^6$                                         | —                                        | —                                   |
| Оҳақтош . . . . .                               | $0,42 \cdot 10^6$                                         | —                                        | —                                   |
| Мармар . . . . .                                | $0,56 \cdot 10^6$                                         | —                                        | —                                   |
| Қумтош . . . . .                                | $0,18 \cdot 10^6$                                         | —                                        | —                                   |
| Бетон . . . . .                                 | $(0,15 \div 0,41) \cdot 10^6$                             | —                                        | $0,08 \div 0,18$                    |
| Егоч тодалари буйича . . . . .                  | $(0,09 \div 0,14) \cdot 10^6$                             | $(0,45 \div 0,065) \cdot 10^5$           | —                                   |
| Егоч тодаларига қўндаланг                       | $(0,004 \div 0,01) \cdot 10^6$                            | $(0,045 \div 0,065) \cdot 10^5$          | —                                   |
| Каучук . . . . .                                | $0,00008 \cdot 10^6$                                      | —                                        | $0,47$                              |
| Текстолит . . . . .                             | $(0,06 \div 0,1) \cdot 10^6$                              | —                                        | —                                   |
| Гетинакс . . . . .                              | $(0,1 \div 0,17) \cdot 10^6$                              | —                                        | —                                   |
| Целлюлоид . . . . .                             | $(14,3 \div 27,5) \cdot 10^5$                             | —                                        | $0,33 \div 0,38$                    |
| Бакелит . . . . .                               | $43 \cdot 10^5$                                           | —                                        | $0,36$                              |
| Вискомлит (ИМ-44) . . . . .                     | $(40 \div 42) \cdot 10^5$                                 | —                                        | $0,37$                              |

## АДАБИЁТ

1. Безухов Н. И. Сборник задач по теории упругости и пластичности. Гостехиздат, 1957.
2. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Физматгиз, 1962.
3. Беляев Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов. Физматгиз, 1962.
4. Бернштейн С. А. Сопротивление материалов. Изд-во „Высшая школа“, 1961.
5. Дарков А. В, Шпиро Г. С. Сопротивление материалов. Изд-во „Высшая школа“, 1965.
6. Жданов С. М. Расчет конструкций с учетом пластических свойств материала. Изд. Московского энергетического ин-та, 1952.
7. Иванов Н. И. Сборник задач по сопротивлению материалов. Гостехиздат, 1956.
8. Изюмов С. М., Кудрявцев И. Н., Олисов Б. А. Сборник задач по сопротивлению материалов. Стройиздат, 1940.
9. Ицкович Г. М. Сопротивление материалов. Изд-во „Высшая школа“, 1966.
10. Ицкович Г. М., Винокуров А. И., Барановский Н. В. Сборник задач по сопротивлению материалов. Изд-во „Судостроение“, 1965.
11. Ицкович Г. М., Винокуров А. И., Минин Л. С. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. Росвузиздат, 1963.
12. Киасошвили Р. С. Сопротивление материалов. Физматгиз, 1962.
13. Кравченко П. Е. Усталостная прочность. Изд-во „Высшая школа“, 1960.
14. Крюковский С. С., Никитин С. П., Ойхер А. А., Рабинович С. В. Курс лекций по сопротивлению материалов ч. 1 и 2. Изд-во Московского энергетического ин-та, 1959.
15. Лившиц Я. Д., Скатынский В. О. Сборник задач по сопротивлению материалов. Гостехиздат, 1949.
16. Любошиц М. И. Расчеты на прочность при переменных напряжениях. Изд. Белорусского политехнического института, Минск, 1959.
17. Любошиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. „Высшая школа“, Минск, 1965.
18. Методические указания по курсу сопротивления материалов, ч. 1 и 2. Изд. Всесоюзного заочного энергетич. ин-та, М., 1955.
19. Миролюбов И. Н., Енгальчев С. А., Сергиевский Н. Д., Алмаметов Ф. З., Курицын Н. А., Смирнов-Васильев К. Г., Яшина Л. В. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. Изд-во „Высшая школа“, 1967.
20. Ободовский Б. А. Расчет статически неопределяемых балок. Изд-во Харьковского университета, 1960.

21. Писаренко Г. С., Агарев В. А., Квитка А. Л., Попков В. Г., Уманский Э. С. Сопротивление материалов. Изд-во "Техника". Киев, 1967.

22. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К., Макушин В. М., Малинин Н. Н., Феодосьев В. И. Расчеты на прочность в машиностроении. Машгиз, т. 1, 1956; т. 2, 1958; т. 3, 1959.

23. Попов А. А. Сопротивление материалов. Машгиз, 1958.

24. Рабинович С. В. Расчеты на прочность при переменных напряжениях. Изд. Московского энергетического ин-та, 1951.

25. Расчеты на прочность (сб. статей). Машгиз, вып. 2, 1948; вып. 5, 1950.

26. Рубинин М. В. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. Машгиз, 1957, Росвузиздат, 1963.

27. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин. Машгиз, 1963.

28. Синяговский И. С. Сопротивление материалов, Сельхозгиз, 1958.

29. Смирнов А. Ф. и др. Сопротивление материалов. Всесоюзное издательско-полиграфическое объединение МПС, 1961.

30. Сопротивление материалов, вып. II, метод, указания и задания по курсу; вып. III, задания по курсу. Изд-во Харьковского университета, 1961.

31. Справочник машиностроителя. т. 3. Машгиз, 1962.

32. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. Изд-во "Наука", т. 1, 2, 1965.

33. Тихомиров Е. Н. Курс сопротивления материалов. Гостехтеоретиздат, 1934.

34. Уманский А. А., Вольмир А. С., Коданев А. И. Курс сопротивления материалов, ч. I. Изд. ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1954.

35. Уманский А. А., Афанасьев А. М., Вольмир А. С., Григорьев Ю. П., Коданев А. И., Марьин В. А., Пригоровский Н. И. Сборник задач по сопротивлению материалов. Гостехиздат, 1954.

36. Филоненко-Бородич М. М., Изюмов С. М., Олисов Б. А., Кудрявцев И. Н., Мальгинов Л. И. Курс сопротивления материалов. Гостехиздат, ч. 1, 1955 и 1962, ч. 2, 1956.

37. Феодосьев В. И. Избранные вопросы и задачи по сопротивлению материалов. Изд-во "Наука", 1967.

38. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. Физматгиз, 1963.

39. Ходж Ф. Г. Расчет конструкций с учетом пластических деформаций. Машгиз 1963.

40. Шерман Д. И. Изгиб поперечной силой эллиптического бруса ослабленного продольно-круговой цилиндрической полостью. "Инженерный сборник", т. XVII. А., 1953.

41. Урозбоев М. Т. Материаллар қаршилиги, I қисм, "Ўрта ва олий мактаб" нашр. Т., 1960.

42. Урозбоев М. Т. Материаллар қаршилиги, II қисм, "Ўқитувчи" нашр. Т., 1965.

43. Мансуров К. М. Материаллар қаршилиги, "Ўқитувчи" нашр., Т., 1969.

## МУНДАРИЖА

Русча нашрига сўз боши . . . . . 8  
Халқаро ўлчов бирликлар системаси  
ва унинг материаллар қаршилигига  
татбиқи . . . . . 7

### БИРИНЧИ ҚИСМ

I б о б. Чўзилиш ва сиқилиш  
1.1-§. Асосий тушунча ва боғланиш-  
лар . . . . . 10  
1.2-§. Чўзилиш-сиқилишнинг статик  
аниқ ҳоллари . . . . . 13  
1.3-§. Чўзилиш-сиқилишнинг статик  
аниқмас ҳоллари . . . . . 26

II б о б. Кучланиш ва деформацияланиш  
ҳолатининг назариялари  
2.1-§. Назариядан асосий маълумотлар . . . . . 37  
2.2-§. Кучланиш ҳолатини аналитик ва  
графоаналитик усулда текшириш . . . . . 42  
2.3-§. Умумлашган Гук қонунини тат-  
биқ этиш . . . . . 51

III б о б. Кесилиш ва эзилишга оид ама-  
лий ҳисоблашлар  
3.1-§. Асосий тушунчалар ва ҳисоб-  
лаш формулалари . . . . . 58  
3.2-§. Парчин миҳли бирикмаларни ҳи-  
соблаш . . . . . 59  
3.3-§. Пайванд бирикманинг ҳисоби . . . . . 62

IV б о б. Текис кесимларининг геометрик  
характеристикалари  
4.1-§. Асосий тушунча ва муносабатлар . . . . . 67  
4.2-§. Текис кесимнинг геометрик ха-  
рактеристикаларини ҳисоблаш . . . . . 71

V б о б. Буралиш  
5.1-§. Асосий тушунча ва муносабатлар . . . . . 79  
5.2-§. Донравий кўндаланг кесимли  
брусни буралишда мустаҳкамликка ва  
бикрликка ҳисоблаш . . . . . 81  
5.3-§. Буралишда статик аниқмас ма-  
сала . . . . . 87  
5.4-§. Кўндаланг кесими донравий бўл-  
маган тўғри бруснинг буралиши . . . . . 93  
5.5-§. Ўқ бўйлаб юкланган, кичик қа-  
дамли, винтсимон цилиндрлик пружин-  
наларни ҳисоблаш . . . . . 99

VI б о б. Балка ва рама учун ички куч  
факторларининг эпюраларини қуриш  
6.1-§. Умумий тушунчалар. Статик  
аниқ балкалар учун кесувчи куч  $Q$  ва  
эгувчи момент  $M$  эпюраларини аналитик  
усулда қуриш . . . . . 106  
6.2-§. Балка учун  $Q$  ва  $M$  ларнинг эпюр-  
аларини характерли нуқталар бўйича  
қуриш . . . . . 119  
6.3-§. Статик аниқ текис рамалар учун  
 $Q$ ,  $M$  ва  $N$  эпюраларини қуриш . . . . . 127

VII б о б. Тўғри эгилишда мустаҳкамлик-  
ка ҳисоблаш  
7.1-§. Нормал кучланиш бўйича мус-  
таҳкамликка ҳисоблаш . . . . . 137  
7.2-§. Уринма кучланиш бўйича мус-  
таҳкамликни текшириш . . . . . 146

VIII б о б. Тўғри эгилишда балкалардаги  
кўчишларни аниқлаш  
8.1-§. Асосий қондалар . . . . . 153  
8.2-§. Бевосита интеграллаш усули бил-  
ан кўчишни аниқлаш . . . . . 155  
8.3-§. Кўчишларни бошланғич пара-  
метрлар усули билан аниқлаш . . . . . 161  
8.4-§. Кўчишларни энергетик усул бил-  
ан аниқлаш (Мор интегрални ёрдами-  
да) . . . . . 171

## ИККИНЧИ ҚИСМ

IX б о б. Энг оддий статик аниқмас сис-  
темаларни ҳисоблаш  
9.1-§. Статик аниқмас балкалар. Асо-  
сий тушунчалар . . . . . 182  
9.2-§. Туташ (куп пролётли) балкалар . . . . . 186  
9.3-§. Статик аниқмас энг оддий текис  
рамалар . . . . . 195

X б о б. Қийшиқ эгилиш  
10.1-§. Асосий тушунчалар ва ҳисоблаш  
формулалари . . . . . 207  
10.2-§. Қийшиқ эгилишга ҳисоблаш  
учун мисоллар . . . . . 209  
XI б о б. Эгилиш ва чўзилиш (сиқилиш)  
нинг бирга таъсири

11.1-§. Чўзилиш (сиқилиш) билан бир-  
га содир бўладиган эгилиш . . . . . 217  
11.2-§. Номарказий чўзилиш (сиқилиш) . . . . . 221

XII б о б. Мустаҳкамлик назариясининг  
тўғри брус ҳисобида татбиқи  
12.1-§. Мустаҳкамлик назарияси . . . . . 229  
12.2-§. Буралиш ва эгилишнинг бирга-  
ликдаги таъсири. Чўзилиш ёки сиқи-  
лиш билан бирга содир бўладиган бу-  
рвалиш . . . . . 230  
12.3-§. Брусга кучлар таъсирининг  
умумий ҳоли . . . . . 240

XIII б о б. Қалин деворли цилиндрлар ва  
юпқа деворли идишлар ҳисоби  
13.1-§. Ички ва ташқи босимлар таъси-  
рида бўлган қалин деворли цилиндр-  
лар ҳисоби . . . . . 253  
13.2-§. Юпқа деворли идишларнинг ҳи-  
соби . . . . . 263

XIV б о б. Текис эгри бруслар  
14.1-§. Ички куч факторларининг эпюр-  
аларини қуриш. Эгри брусларда кў-  
чишлар . . . . . 275  
14.2-§. Эгрилиги катта бўлган бруслар-  
ни мустаҳкамликка ҳисоблаш . . . . . 402

XV б о б. Бўйлама ва бўйлама-кўндаланг  
эгилишлар  
15.1-§. Сиқилган стерженларни усти-  
ворликка ҳисоблаш . . . . . 292  
15.2-§. Бўйлама-кўндаланг эгилиш . . . . . 307

XVI б о б. Материаллар қаршилигида ди-  
намик масалалари  
16.1-§. Инерция кучини ҳисобга олиш . . . . . 312  
16.2-§. Зарба кучланиш ва кўчишлар . . . . . 320  
16.3-§. Эркинлик даражаси битта бўл-  
ган системаларнинг тебраниши . . . . . 328

XVII б о б. Ўзгарувчан кучланишлар  
17.1-§. Толиқишдаги мустаҳкамлик тўғ-  
рисида асосий тушунчалар . . . . . 341  
17.2-§. Ўзгарувчан кучланишларда мус-  
таҳкамликка ҳисоблаш . . . . . 348

XVIII б о б. Конструкция элементларини  
чекли нагрузкалар бўйича ҳисоблаш  
18.1-§. Асосий тушунчалар . . . . . 360  
18.2-§. Чўзилиш ёки сиқилишга ишлай-  
диган элементлари бўлган статик  
аниқмас системаларни ҳисоблаш . . . . . 362  
18.3-§. Кўндаланг кесими донра шак-  
лидаги брусни буралишга ҳисоблаш . . . . . 367  
18.4-§. Статик аниқ балкаларни ҳисоб-  
лаш . . . . . 371  
18.5-§. Энг оддий статик аниқмас бал-  
каларни ҳисоблаш . . . . . 376  
И л о в а . . . . . 384  
А д а б и ё т . . . . . 398