Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги
Абу Райҳон Беруний номли Тошкент давлат техника университети

К.Ҳ. ҚАЛАНДАРОВ

МОДДИЙ НУҚТА ВА ҚАТТИҚ ЖИСМ КИНЕМАТИКАСИ

Ўқув қўлланма

УДК 531

Моддий нуқта ва қаттиқ жисм кинематикаси:Ўқув қўлланма /К.Х.Қаландаров. Тошк.давл.техн.ун-ти.Тошкент,1993,60 б.

Ўқув қўлланма техника олий ўқув юртлари талабалари учун мўлжалланган. Бунда назарий механика фанига оид асосий бошланғич мавзулар содда қилиб тушунтирилган. Назарий механикани кинематика бўлимига тегишли баъзи топшириқларни бажариш учун талабаларга ёрдам сифатида услубий курсатмалар берилган.

Ушбу қўлланмани ёзишда асосий талаб ва мавжуд ўқув дастурига амал қилинган.

2 та жадвал. 79 та расм. Адабиёт 10 nq.

Абу Райҳон Беруний номли Тошкент давлат техника университети илмий-услубий кенгашининг қарорига асосан босилди.

Илмий муҳаррир ф.м.ф.д. проф.-Абуталиев Э.Б.

Тақризчи т.ф.н. Эшқобулов Х.Б.

С Тошкент давлат техника университети, 1993

К И Н Е М А Т И К А

I. Нукта кинематикаси.

Кинематика - назарий механиканинг бўлими бўлиб, қаттиқ жисмнинг механик ҳаракатини унинг массаси ва унга таъсир этувчи кучларни ҳисобга олмаган ҳолда геометрик нуқтаи назардан ўрганилади.

Жисмнинг механик ҳаракати деб, вақт ўтиши билан унинг фазодаги ҳолати ўзгаришига айтилади. Жисмнинг ҳолатини ўзгаришини ҳисобга олувчи координата системаси саноқ системаси дейилади. Саноқ системаси қўзғалмас ва қўзғалувчи бўлиши мумкин. Жисмнинг ҳаракати ёки тинч ҳолати саноқ системасига боғлиқ ҳолда қаралади. Механик ҳаракат вақт ўтиши билан фазода содир бўлади. Кинематикада асосан икки масала қаралади:

I. Жисм ёки моддий нукта ҳаракати берилишини математик формуласини саноқ системасида ифодалаш.

2. Ҳаракат конунига қараб нукта ёки жисмни кинематик характеристикасини /траектория, ўтилган йул, тезлик, тезланиш, бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва эгрилик радиуси/ аниқлаш.

Ҳаракат пайтида моддий нуктанинг текисликдаги ёки фазодаги геометрик урни, берилган саноқ системасида траектория дейилади.

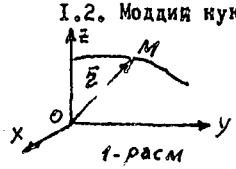
Агар траектория тўғри чизиқ бўлса, ҳаракат тўғри чизиқли, агар траектория эгри чизиқ бўлса, ҳаракат эгри чизиқли бўлади.

I.I. Моддий нукта ҳаракатининг берилиш усуллари.

Моддий нукта фазода ҳаракат қилганда унинг ҳаракатини 3 хил усул билан аниқлаш мумкин:

I. Моддий нукта ҳаракати берилишининг вектор усули.
2. Моддий нукта ҳаракати берилишининг координаталар усули.
3. Моддий нукта ҳаракати берилишининг табиий уқлар усули.

I.2. Моддий нукта ҳаракати берилишининг вектор усули.



1-расм

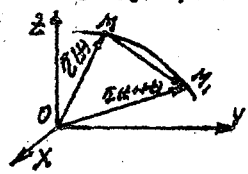
Моддий нукта фазода ҳаракат қилаётганда унинг ҳолати радиус вектор $\bar{r}$ билан аниқлансин /I-расм/

Вақт ўтиши билан радиус вектор миқдори ва йўналиши ўзгаради, яъни: $\bar{r} = \bar{r}(t)$ /I.I./

/I.I./ ифода моддий нуқта ҳаракати қонунининг вектор кўринишидир. Ҳаракат пайтида моддий нуқта радиус вектори учи-ни геометрик ўрни нуқта радиус векторининг годографи дейилади.

I.3. Моддий нуқтанинг тезлик вектори.

M нуқтанинг t вақтдаги ҳолати $\bar{r}(t)$, $t+\Delta t$ вақтдаги ҳолати эса $\bar{r}_1 = \bar{r}(t+\Delta t)$ билан аниқланади /2-расм/.



2 - расм

$\overline{MM_1} = \bar{r}(t+\Delta t) - \bar{r}(t)$ вектор силжиш вектори дейилади. Силжиш векторининг Δt га нисбатан нуқтанинг ўртача тезлиги дейилади:

$$\bar{v}_{ў} = \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t} = \frac{\bar{r}(t+\Delta t) - \bar{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t},$$

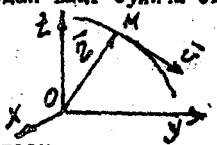
яъни:

$$\bar{v}_{ў} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}.$$

Моддий нуқтанинг айни вақтдаги тезлиги $\Delta t \to 0$ бўлганда, нуқтанинг ўртача тезлигининг лимитига тенг:

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}; \qquad \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}. \qquad / \text{I.3.} /$$

/I.3./ формуладан, нуқта тезлик вектори унинг радиус век-торидан вақт бўйича олинган ҳосилага тенг.



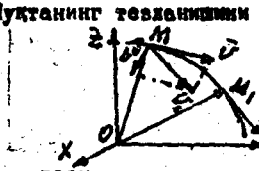
3 - расм

Тезлик вектори нуқта траекториясига /3-расм/ уринма равишда йўналган бўлади. Унинг ўлчов бирлиги см /сек, м/ сек ва км/соат.

I.4. Моддий нуқтанинг тезланиши вектори.

M нуқтани t вақтдаги тезлиги $\bar{v}$ ва $t+\Delta t$ вақтдаги тезлиги $\bar{v}_1$ бўлсин /4-расм/.

Нуқтанинг тезланишини топиш учун $\bar{v}$ тезликни ўзига параллел равишда M нуқтага кўчирамиз. У ҳолда бир томони $\Delta\bar{v}$ га ва диогонали $\bar{v}_1$ га тенг бўлган параллелограмга эга бўламиз. Параллелограмнинг иккинчи то-



4 - расм

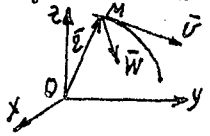
мони $\Delta\vec{v}=\vec{v}_1-\vec{v}$ га тенг булиб, $\Delta\vec{v}$ орттирма тезлик дейилади. Орттирма тезликни Δt га нисбати нуқтанинг ўртача тезланиши дейилади:

$$\vec{W}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_1-\vec{v}}{\Delta t}. \qquad /\text{I.4.}/$$

$\Delta t\to 0$ булганда ўртача тезланиши лимитига тенг бўлган катталик нуқтанинг ҳақиқий тезланишига тенг:

$$\vec{W}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad /\text{I.5.}/, \quad \vec{W}=\frac{d\vec{v}}{dt}. /\text{I.6.}/, \quad \vec{W}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. /\text{I.7}/$$

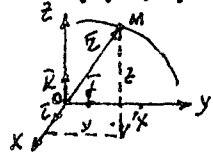
Демак, тезланиш вектори нуқта радиус векторидан вақт бўйича олинган иккинчи ҳосилага ёки тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг /5-расм/.



Тезланиш вектори траекториянинг ботиқ томони бўйича йўналган бўлади. /5-расм/. Унинг ўлчов бирлиги см/сек^2, м/сек^2, км/соат^2.

5 - расм

I.5. Моддий нуқта ҳаракати берилишини координаталар усули, нуқтанинг тезлиги ва тезланишининг миқдори.



Декарт координаталари системасини оламиз. $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{k}$ бирлик векторлари /6-расм/.

Агар $\vec{r}$ радиус векторнинг OX, OУ ва O$\vec{z}$ ўқидаги проекциялари X, У ва z дан иборат бўлса, радиус

6 - расм

векторни қуйидагича ёзамиз: $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$. /I.8/

Моддий нуқтанинг тезлиги қуйидагича тенг:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{i}\frac{dx}{dt}+\vec{j}\frac{dy}{dt}+\vec{k}\frac{dz}{dt} \qquad /\text{I.9.}/$$

ёки

$$\vec{v}=\vec{i}v_x+\vec{j}v_y+\vec{k}v_z \qquad /\text{I.10.}/$$

$\vec{v}$ нинг миқдори $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ бўлади.

/I.10./даги v_x, v_y ва v_z лар $\vec{v}$ тезликнинг OX, OУ ва O$\vec{z}$ ўқидаги проекциялари, яъни:

$$v_x=\frac{dx}{dt}, \quad v_y=\frac{dy}{dt}, \quad v_z=\frac{dz}{dt}. \qquad /\text{I.11.}/$$

Бунда $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$. /I.12./

Юқоридагиларга асосан нуқта тезланишининг миқдори қуйидагича топилади:

$$W=\sqrt{W_x^2+W_y^2+W_z^2}. \qquad /\text{I.13}/$$

$$W_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad W_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad W_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad /I.14/$$

Тезлик ва тезланишнинг йўналиши, йўналтирувчи косинуслар қоидасига асосан топилади.

Тезлик учун: $\cos(\bar{x},\bar{v}) = \frac{v_x}{v}$, $\cos(\bar{y},\bar{v}) = \frac{v_y}{v}$, $\cos(\bar{z},\bar{v}) = \frac{v_z}{v}$. /I.15./

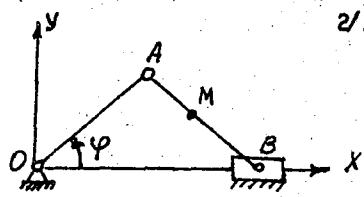
Тезланиш учун: $\cos(\bar{x},\bar{w}) = \frac{w_x}{w}$, $\cos(\bar{y},\bar{w}) = \frac{w_y}{w}$; $\cos(\bar{z},\bar{w}) = \frac{w_z}{w}$. /I.16./

Масала. OA кривошипи $\omega = 10\,рад/с$ доимий бурчак тезлик билан айланади. Узунлик OA=AB=80см. Шатун ўртасидаги M нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси, шунингдек B ползуннинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Ҳаракат бошланишида B ползун ўнгдаги энг четки ҳолатда бўлган /7-расм/.

Масалани ечиш:

I/. M нуқтанинг ҳаракат тенгламасини топамиз. M нуқтанинг координаталарни Хм ва Ум билан белгиласак,

$$X_M = OA\cos\varphi + AM\cos\varphi = OA\cos\varphi + OA/2\cos\varphi =$$
$$= 120\cos\varphi = 120\cos 10t; \quad \varphi = \omega t.$$
$$Y_M = OA\sin\varphi - OA\cdot 0{,}5\sin\varphi = OA\cdot 0{,}5\sin\varphi = 40\sin 10t.$$



7 - расм

2/. M нуқтанинг траекториясини топамиз: $X_M = 120\cos 10t$, $Y_M = 40\sin 10t$.

Бундан $\frac{X_M}{120} = \cos 10t$, $\frac{Y_M}{40} = \sin 10t$.

Бу тенгликни иккала томонини квадратга кўтариб, қўшсак қуйидагига эга бўламиз: $\frac{X_M^2}{(120)^2} + \frac{Y_M}{(40)^2} = 1$.

Демак, M нуқтани траекторияси эллипсдан иборат экан.

3/. B ползуннинг ҳаракат тенгламасини топамиз.

$$X_B = OA\cos\varphi + AB\cos\varphi = 2\,OA\cos\varphi;$$
$$Y_B = 0;$$
$$X_B = 2\cdot 80\cos 10t = 160\cos 10t.$$

Масала. Бур машинаси кривошипи бармоғининг ҳаракат тенгламалари ишга туширив даврида $X=75\cos 4t^2$, $y=75\sin 4t^2$ кўринишига эга /X ва У см ҳисобида, t эса сек ҳисобида/. Бармоқнинг тезлиги ва тезланиши ҳисоблансин.

Масалани ечиш:

I/. Бармоқнинг ҳаракат тенгламаси координаталар системаси орқали қуйидагича ифодаланган: $X=75\cos 4t^2$, $y=75\sin 4t^2$

Бармоқнинг $\vec{v}$ тезлигини миқдорини топиш учун тезликнинг координата ўқларидаги проекциялари v_x ва v_y ларни ҳамда тезлик векторини миқдорини топамиз:

$$v_x=\frac{dx}{dt}=-75\cdot 8t\sin 4t^2,\quad v_y=\frac{dy}{dt}=75\cdot 8t\cos 4t^2.$$

Демак, $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(-600t\sin 4t^2)^2+(600t\cos 4t^2)^2}$.

2/. Бармоқнинг тезланишини топиш учун, Х ва У ўқидаги проекцияларини топамиз:

$$W_x=\frac{dv_x}{dt}=(-600t\sin 4t^2)'=-4800t^2\cos 4t^2,$$

$$W_y=\frac{dv_y}{dt}=(600t\cos 4t^2)'=4800t^2\sin 4t^2$$

$$W=\sqrt{W_x^2+W_y^2}=4800\sqrt{2}\,t^2.$$

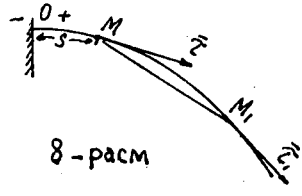
I.6. Нуқта ҳаракатини табиий усулда аниқлаш.

Агар нуқтанинг ҳаракат траекторияси аввалдан маълум бўлса, нуқта ҳаракатини табиий усулда аниқланади. Траекторияни бирор қўзғалмас О нуқтасини чап томонини йўналиши манфий, ўнг томонини эса мусбат деб қабул қиламиз. Траекторияни ихтиёрий М нуқтасини ҳолати траекторияни S эгри чизиқли координатаси билан аниқланади. О нуқтадан М нуқтагача бўлган масофа S ёйи билан топилади. Шунинг учун

$$S=S(t) \qquad /I.17./$$

нуқта ҳаракатини қонунини ифода этади.

Нуқта траекторияси фазовий траекториядан иборат бўлсин /8-расм/.



8-расм

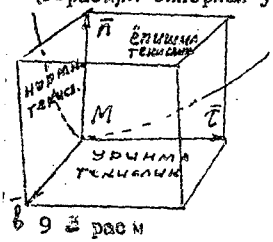
Унинг ихтиёрий М ва унга яқин бўлган M_1 нуқталарини оламиз. М нуқтадан эгри чизиққа уринма вектори $\vec{\tau}$ ни ўтказамиз.

$\overline{MM_1}$ вектор, M_1 нуқта М нуқтага интилганда, $\vec{\tau}$ га интилади.

$\bar{\tau}$ вектор S ни усиш томон йуналган. M_1 нуктага утказилган. Уринма бирлик вектори $\bar{\tau}_1$ булсин. $\bar{\tau}_1$ векторини М нуктага кучирамиз. М нуктадан, $\bar{\tau}$ ва $\bar{\tau}_1$ дан утувчи текислик утказамиз. M_1, М нуктага интилса бу текислик хам узининг лимит текислигига эга булади ва ёпишма текислик дейилади. /9-расм/. М нуктадан утувчи ва уринма $\bar{\tau}$ ука перпендикуляр булган текислик нормал текислик дейилади.

Ёпишма текислик билан нормал текисликлар кесишган чизикка бош нормал ук дейилади, ва $\bar{n}$ билан белгиланади. $\bar{\beta}$, траекторияни ботиш томонига йуналган булади.

(9-расм). $\bar{M}\bar{\beta}$ бинормал ук дейилади.



9 - расм

Уринма ва бинормал укдан утувчи текислик уринма текислик дейилади. Шундай килиб бирлик векторлари $\bar{\tau}, \bar{n}$ ва $\bar{\beta}$ дан иборат учта табиий уклар ва учта текислик координаталари аникланди. Бу текисликлар табиий учёклидан иборат.

I.7. Тезлик ва тезланишларни табиий уклардаги проекциялари.

Нуктанинг харакат траекторияси унинг харакат конуни $S=S(t)$ тарзда берилган булсин. Нуктанинг тезлигини топамиз. Маълумки,

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt}, \qquad /I.18./$$

ёки

$$\bar{v} = \lim \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}. \qquad /I.19./$$

Ёйнинг уни тортиб турувчи ватарга нисбатини лимити микдор жихатдан бирга тенг булиб, М M_1 чизик эса $\bar{\tau}$ билан устмауст тушади. Шунинг учун $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \dot{S}$.

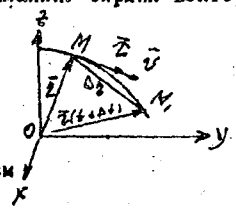
$\bar{\tau}$ - уринманинг бирлик вектори.

Демак,

$$\bar{v} = \frac{dS}{dt}\bar{\tau} \qquad /I.20./$$

ёки

$$\frac{dS}{dt} = v_\tau; \quad \bar{v} = v_\tau \cdot \bar{\tau} \qquad /I.21./$$



10 - расм

Тезланишни табиий уқлардаги проекциясини топамиз: $\bar{W}=\frac{d\bar{v}}{dt}$;

/I.2I./ га асосан $\frac{d}{dt}(v_\tau\bar{\tau})=\frac{dv_\tau}{dt}\bar{\tau}+v_\tau\frac{d\bar{\tau}}{dt}$ /I.22./

$\frac{d\bar{\tau}}{dt}$ ни миқдори ва йўналишини топамиз. Тарифга асосан

$$\frac{d\bar{\tau}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{\tau}}{\Delta t};$$

лекин

$$\lim\frac{\Delta\bar{\tau}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{\tau}}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta s}{\Delta s}=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\bar{\tau}}{\Delta s}\cdot\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Шунинг учун

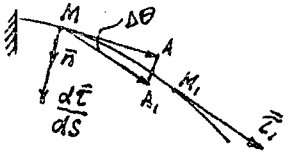
$$\frac{d\bar{\tau}}{dt}=\frac{d\bar{\tau}}{ds}\cdot\frac{ds}{dt};\quad \frac{d\bar{\tau}}{ds}=\lim\frac{\Delta\bar{\tau}}{\Delta s} \qquad /I.23./$$

$\frac{d\bar{\tau}}{ds}$ вектори траекториянинг ботиқ томони бўйича йўналган бўлиб ёпишма текисликка перпиндикуляр бўлади.

Чунки, $\tau^2=I$ дан $\frac{d(\tau^2)}{dt}=2\left(\bar{\tau},\frac{d\bar{\tau}}{ds}\right)=0$

Шундай қилиб $\frac{d\bar{\tau}}{ds}$ вектори бирлик вектори $\bar{n}$ билан устма-уст тушади.

Бу векторнинг миқдори ΔMAA_1 дан /II-расм/



II - расм

$$\left|\frac{d\bar{\tau}}{ds}\right|=\lim\frac{|\Delta\bar{\tau}|}{\Delta s}=\lim\frac{2\sin\frac{\Theta}{2}}{\Delta s}$$

ёки

$$\left|\frac{d\bar{\tau}}{ds}\right|=\lim\frac{\sin\frac{\Delta\Theta}{2}}{\frac{\Delta\Theta}{2}}\cdot\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\Theta}{\Delta s}$$

$$\lim\frac{\Delta\Theta}{\Delta s}=K. \qquad (1.24.)$$

К - катталик траекториянинг М нуқтадаги эгрилиги дейилади.

Эгри чизиқ эгрилигига тескари бўлган катталик эгрилик радиуси дейилади. Агар эгрилик радиуси ρ деб белгиласак,

$$\rho=\frac{1}{K} \qquad /I.25./$$

Юқоридагидан

$$\frac{d\bar{\tau}}{dt}=\frac{ds}{dt}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\bar{n} \qquad /I.26./$$

/I.26./ ва /I.22./га асосан

$$\bar{W}=\frac{dv_\tau}{dt}\bar{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\bar{n} \qquad /I.27./$$

$\bar{W}$ тезланишнинг табиий уқлардаги проекциялари қуйидагича ифодаланади:

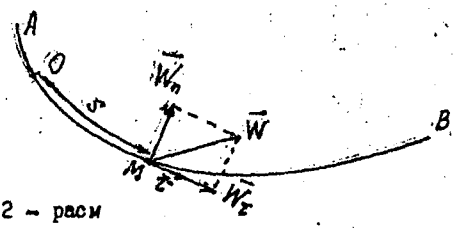
$$\bar{W}_\tau=\frac{dv_\tau}{dt}\bar{\tau}=\frac{d^2s}{dt^2}\bar{\tau} \qquad /I.28./$$

$$\vec{W}_n = \frac{v^2}{\rho}\cdot\vec{n} \qquad /I.29./$$

/I.28./ формуладаги $\vec{W}_\tau$ катталик моддий нуқтанинг уринма тезланишидир. Бу тезланиш ҳамиша траекторияга уринма равишда йуналган бўлади. Унинг миқдори қуйидагига тенг:

$$W_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} \qquad /I.30./$$

Агар $S<0$ бўлса, ишораси манфий бўлади. $S>0$ бўлса, ишораси мусбат бўлади. Унинг йуналиши S нинг ишорасига боғлиқ.



I2 – расм

/I.29./ формуладаги $\vec{W}_n$ катталик моддий нуқтанинг нормал тезланиши дейилади. Бу тезланиш ҳамиша мусбат қийматга эга бўлиб, траекториянинг ботиқ томонига қараб йуналган бўлади. Унинг миқдори /I.30./га асосан топилади.

/I.28./ ва /I.29./ формулаларга асосан моддий нуқтанинг тўла тезланиши миқдори қуйидагича топилади:

$$W = \sqrt{W_\tau^2 + W_n^2} \qquad /I.3I./$$

$$W = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2} \qquad /I.32./$$

I.8. Моддий нуқта ҳаракатининг классификацияси.

I. Нуқтанинг текис ҳаракати.

Агар ҳаракат давомида нуқтанинг тезлиги доимий бўлса, унинг ҳаракати текис ҳаракат бўлади.

$v = const;$ $\qquad W_\tau = \frac{dv}{dt} = 0;$

$W = \sqrt{W_n^2 + W_\tau^2};$ $\qquad W = W_n.$

2. Тўғри чизиқли текис ҳаракат.

Агар нуқта тўғри чизиқли текис ҳаракатда бўлса, тезлиги доимий бўлиб, эгрилик радиуси чексизга тенг бўлади.

Яъни: $v = const$, $\rho = \infty$.

Демак, $W_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$, $W_n = \frac{v^2}{\infty} = 0$.

Бундан $W = \sqrt{W_\tau^2 + W_n^2} = 0$.

3. Текис ўзгарувчан ҳаракат.

Агар моддий нуқтани ҳаракат давомида уриниш тезланиши W_τ ўзгармас бўлса, нуқтанинг ҳаракати текис ўзгарувчан ҳаракат бўлади: $\frac{dv}{dt} = W_\tau$, $v = W_\tau \cdot t + C_1$

Агар $t = 0$, $v = v_0$ бўлса $C_1 = v_0$

бундан $v = v_0 + W_\tau \cdot t$.

$v = \frac{dS}{dt}$, $\frac{dS}{dt} = v_0 + W_\tau t$, $S = v_0 t + \frac{W_\tau t^2}{2} + C_2$.

Агар $t = 0$ да $S = S_0$ бўлса,

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{W_\tau \cdot t^2}{2}.$$

Масала. Поезд 72 км/соат тезлик билан ҳаракат қилади, тормоз қилинганда у $0{,}4$ м/с^2 га тенг секинланиш олади. Поездни станцияга келмасдан қанча вақт олдин ва станциядан қанча масофа нарида тормозлаш керак-лиги топилсин.

Масалани ечиш. Ҳаракат текис секинланувчан бўлгани учун поезднинг тезлиги $v = v_0 - Wt$

v – поезднинг тўхтагандаги тезлиги бўлгани учун $t = t_1$; $v = 0$; $v_0 = Wt$

бундан $t_1 = \frac{v_0}{W}$, $v_0 = 72\ км/с = \frac{72000}{3600} = 20\ м/сек$.

$t_1 = \frac{20}{0{,}4} = 50\ сек$; $S = v_0 t_1 - \frac{W t_1^2}{2} = 20 \cdot 50 - \frac{0{,}4 \cdot 50^2}{2} =$

$= 1000 - \frac{2500 \cdot 0{,}4}{2} = 1000 - 500 = 500\ м$, $S = 500$ м.

Масала. Нуқтанинг берилган ҳаракат тенгламасига асосан унинг траекториясининг аниқлаш ва вақтнинг $t = t_1$ пайтида нуқтанинг траекториядаги ҳолатини, тез-лигини, тўла уринма ва нормал тезланишларини ҳам-

да эгрилик радиусини топинг.

Масалани ечиш. М. нуқтанинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича берилган: $X=3t$, $y=4t^2+1$, $t=0$, $t_1=0{,}5$ с.

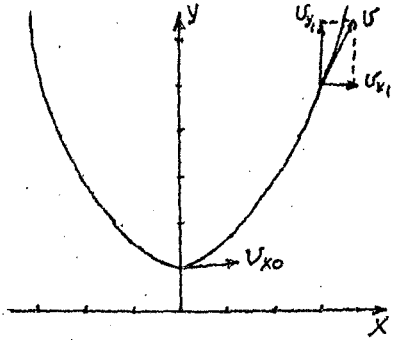
I/. Нуқтанинг траекториясини топамиз.

Нуқта ҳаракат тенгламасидан $t=\frac{x}{3}$, $y=\frac{4x^2}{9}+1$.

Нуқта траекторияси параболадан иборат экан /I3-раси/.

X=0 бўлса, У=I бўлади; X=3 бўлса, У=5 бўлади;

2/. Нуқтани тезлигини топамиз.



I3 - раси

$v_x=\frac{dx}{dt}=3\frac{см}{сек}$;

$v_y=\frac{dy}{dt}=8t\frac{см}{сек}$;

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{9+64t^2}$

$t=0$ да $v_{x_0}=3$ см/с

$v_{y_0}=0$

$t=0{,}5$ с да $v_{x_1}=3$ м/с.

$v_{y_1}=4\frac{см}{сек}$; $v=\sqrt{9+16}=5\frac{см}{сек}$.

3/. Нуқтани тезланишини топамиз.

$w_x=\frac{d^2x}{dt^2}=0$; $w_y=\frac{d^2y}{dt^2}=8\frac{см}{сек^2}$.

Тула тезланиш:

$$w=\sqrt{w_x^2+w_y^2}=8\frac{см}{сек^2}$$

уринма тезланиш:

$$w_\tau=\frac{dv}{dt},\quad v=\sqrt{9+64t^2};\quad v^2=9+64t^2.$$

Бундан ҳосила олсак

$$2v\,dv=2\cdot64\cdot t\,dt$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{128\cdot t}{2v}$$

$t=\frac{1}{2}$ с да $\frac{dv}{dt}=\frac{128}{2\cdot2\sqrt{9+\frac{64}{4}}}=6{,}4\frac{см}{сек^2}$; $w_\tau=6{,}4\frac{см}{сек^2}$.

Нормал тезланишни топамиз:

$$W_n = \sqrt{W^2 - W_\tau^2} = \sqrt{64 - 40,96} = \sqrt{23,04} = 4,8 \frac{см}{сек^2},$$

$$W_n = 4,8 \frac{см}{сек^2}.$$

Эгрилик радиуси ρни топамиз:

$$\rho = \frac{v^2}{W_n} = \frac{(25)^2}{4,8} = \frac{5^2}{4,8} = 5,2 \text{ см}.$$

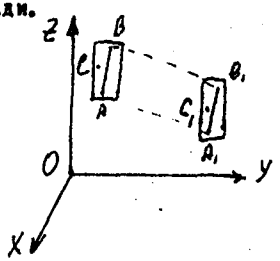
2. КАТТИҚ ЖИСМНИНГ ИЛГАРИЛАМА ВА АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ.

Каттиқ жисининг илгарилама ва айланма ҳаракатлари унинг энг оддий ҳаракатидир.

Каттиқ жисмнинг ҳар қандай ҳаракатини бу ҳаракатлардан иборат деб қараш мумкин.

2.1. Каттиқ жисмнинг илгарилама ҳаракати.

Агар ҳаракат давомида каттиқ жисмни ҳар қандай кесмаси ўзини дастлабки ҳолатига $(AB//A_1B_1)$ параллел равишда қолса, жисмнинг бундай ҳаракати илгарилама ҳаракат дейилади.



I4 - расм

Каттиқ жисмнинг тўғри чизиқли ҳаракати унинг илгарилама ҳаракатининг хусусий ҳолидир. Чунки каттиқ жисм илгарилама ҳаракат қилганда унинг нуқтасининг траекторияси эгри чизиқдан иборат бўлиши мумкин. Каттиқ жисм илгарилама ҳаракат қилганда барча нуқталари бир хил траектория чизади, ҳар қандай нуқталарининг тезлиги ва тезланиш бир-бирига тенг бўлади. Шунинг учун жисм илгарилама ҳаракат қилганда жисмнинг кинематикасини ўрганиш ўрнига, унинг бирор нуқтасининг кинематикасини ўрганиш кифоядир.

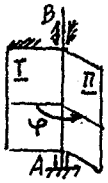
Одатда, бу нуқта жисмнинг оғирлик ёки инерция маркази бўлиши мумкин. С оғирлик марказини ҳаракат конуни қу-

йидагича ифодаланади: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ /2.1./
Жисм илгарилама ҳаракат қилганда унинг барча нуқталарини тезликлари ўзаро тенг, ҳамда тезланишлари ҳам тенг бўлади:

2.2. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати.

Агар жисм ҳаракат қилганда, унинг бирор тўғри чизиқ устидаги барча нуқталари қўзғалмас қолса, жисмнинг бундай ҳаракати айланма ҳаракатидан иборатдир.

Бири қўзғалмас ва бири қўзғалувчи бўлган иккита текислик олайлик /15-расм/. Қўзғалмас нуқталардан ўтган / АВ / ўқ айланиш ўқи дейилади. Жисмнинг айланиш ўқи устида ётган барча нуқталарининг тезлиги нолга тенг бўлади. φ – бурчаги айланиш бурчаги дейилади. Вақт ўтиши билан φ – бурчак ўзгаради. Яъни: $\varphi = \varphi(t)$ /2.2./



15 – расм

/2.2./ ифода жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракати қонунини ифода этади. Ўлчов бирлиги – радиан.

2.3. Айланма ҳаракатдаги жисмнинг бурчак тезлиги.

Жисмнинг бурчак тезлиги деб, унинг айланиш бурчагининг вақт бирлиги ичида ўзгаришига айланади.
Агар жисмни ўртача бурчак тезлигини ω_y деб белгиласак, у қуйидагига тенг бўлади:

$$\omega_y = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

ўлчов бирлиги рад/с.
Жисмнинг айни пайтдаги бурчак тезлиги $\Delta t \to 0$ да, ўртача бурчак тезлигининг лимитига тенгдир.
Жисм бурчак тезлигини ω – деб белгиласак,

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}; \qquad \omega = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad /2.3./$$

/2.3./ дан жисмнинг бурчак тезлиги айланиш бурчагидан вақт бўйича олинган ҳосилага тенгдир.

2.4. Жисмнинг бурчак тезланиши.

Жисмнинг бурчак тезлигининг вақт бирлиги ичида ўзгаришига, жисмнинг бурчак тезланиши дейилади. Жисмнинг ўртача бурчак тезланиши қуйидагига тенг:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad /2.4./$$

Ҳақиқий бурчак тезланишини ε деб белгиласак,

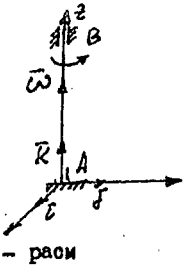
$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}; \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \qquad /2.5./$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}; \qquad /2.6./$$

/2.6./ дан жисмнинг бурчак тезланиши, бурчак тезлигидан вақт бўйича олинган ҳосилага ёки айланиш бурчагидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг.

2.5. Жисмнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши векторлари.

Маълумки, айланма ҳаракатдаги жисм айланиш ўқига, бурчак тезлигига ва ҳаракат йўналишига эга. Айланма ҳаракатдаги жисмнинг бу уч хусусиятини битта вектор катталик бурчаги тезлиги вектори билан ифодалаш мумкин.

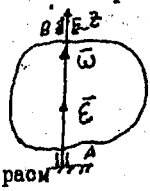


I6 - расм

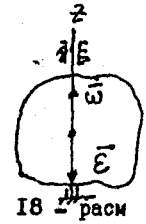
Агар жисм бурчак тезлиги векторини $\bar{\omega}$ деб белгиласак: $\bar{\omega} = \omega \cdot \bar{k}$ /2.7./ $\bar{\omega}$ вектори ётган ўқ айланиш ўқи, унинг модули ω жисм бурчак тезлигини миқдорини ва йўналиши эса жисм ҳаракати йўналишини аниқлайди /I6-расм/. $\bar{\omega}$ векторининг учидан қараганимизда жисм соат милли йўналишига тескари равишда айланади. $\bar{i}$, $\bar{j}$ ва $\bar{k}$ лар бирлик - вектори. Жисм бурчак тезланиш векторини $\bar{\varepsilon}$ деб белгиласак: $\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \bar{k}$ /2.8./

Жисм бурчак тезланиши вектори, бурчак тезлиги вектори ётган ўқ устида ётади. Агар айланма ҳаракат тезланувчан бўлса, $\bar{\omega}$ ва $\bar{\varepsilon}$ лар бир томонга йўналган бўлади. /I7-расм/ Агар ҳаракат секинланувчан бўлса, қарама - қарши томонга

йуналадн. /I8-расм/.



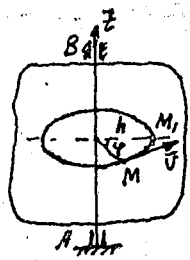
I7 - расм



I8 - расм

2.6. Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги ва тезланиши.

Жисм қузғалмас уқ атрофида $\bar{\omega}$ бурчак тезлиги билан айланма ҳаракатда бўлсин. Жисмни бирор М нуқтасини оламиз:



I9 - расм

Ҳаракат пайтида бу нуқта айланадан иборат траектория чизади /I9-расм/. Нуқта билан айланиш уқи орасидаги масофа h га тенг. Агар жисм Δt вақтида $d\varphi$ бурчакка бурилса, М нуқта ёй бўйлаб dS масофага силжийди. Яъни:

$$dS = h\,d\varphi$$

М нуқтани тезлиги:

$$v = \frac{dS}{dt} = h\frac{d\varphi}{dt}.$$

Бундан,

$$v = h\frac{d\varphi}{dt} = h\omega, \quad v = h\omega \qquad /2.9./$$

v - тезлик М нуқтани чизиқли тезлиги дейилади.

Демак, айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасини чизиқли тезлиги жисм бурчак тезлиги билан, нуқтадан айланиш уқигача булган масофани купайтмасига тенг.

М нуқтанинг тезланишини топиш учун уринма ва нормал тезланишлар формуласидан фойдаланамиз:

20 - расм

$$W_\tau = \frac{dv}{dt} = h\frac{d\omega}{dt}; \quad W_\tau = h\cdot\varepsilon. \qquad /2.10./$$

$$W_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{h^2\omega^2}{\rho}; \quad W_n = h\omega^2. \qquad /2.11./$$

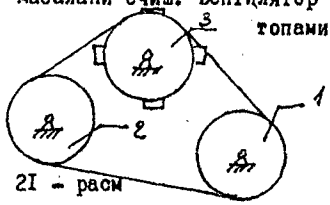
Туда тезланишни топамиз: $W = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$ /2.I2./

$$tg\mu = \frac{|\bar{W}_\tau|}{W_n} \qquad /2.I3./$$

Масала. Совутгич системасини /3/ вен илятори ва автомашинани /2/ генератори /I/ тирсакли валнинг ўланган понасимон ременлар орқали айланма ҳаракатга келтирилади /2I-расм/. Тирсакли вал $n=3000$ ай.мин. қилади. Вентилятор ва генераторнинг бурчак тезликларини топинг?

Берилган: $r = 0{,}1\ м,\ r_2 = 0{,}08\ м,\ r_3 = 0{,}1\ м.$

Масалани ечиш: Вентилятор ва генераторни бурчак тезлигини топамиз:



2I - расм

$$\omega_1 = \frac{3000 \cdot \pi}{30} = 100\pi;$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2,\ \omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2};$$

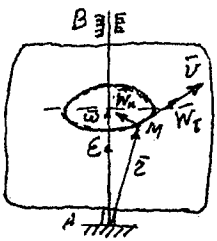
$$\omega_2 = 100\pi\ с^{-1}.$$

2.7. Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги ва тезланишнинг вектори.

Маълумки, айланма ҳаракатдаги жисм нуқтасининг чизиқли тезлиги $v = h \cdot \omega_1$

Агар М нуқтанинг ҳолати $\bar{r}$ радиус вектори билан аниқланса /22-расм/дан

$h = r\sin(\bar{\omega}, \bar{r})$; $v = \omega r \sin(\bar{\omega}, \bar{r})$ /2.I4./



22 - расм

/2.I4./ни векторлар қоидасига асосан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r} \qquad /2.I5./$$

/2.I5./ - Эйлер формуласидир: айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтаси тезлик вектори, унинг бурчак тезлиги вектори билан жисм нуқтаси радиус векторини векторли кўпайтмасидан иборат. $\bar{v}$ тезлик нуқта траекториясига уринма равишда ҳаракат томон йўналади ва $\bar{r}$ ва $\bar{\omega}$ дан тузилган учбурчакка перпендикуляр бўлади.

Энди тезланиш векторини топамиз:

$$\bar{W} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(\bar{\omega}\times\bar{z})}{dt} = \bar{z}\times\frac{d\bar{\omega}}{dt} + \bar{\omega}\times\frac{d\bar{z}}{dt},$$

ёки

$$\bar{W} = \bar{z}\times\bar{\varepsilon} + \bar{v}\times\bar{\omega}. \qquad /2.16./$$

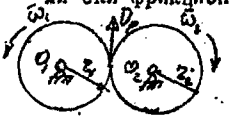
Бунда $\bar{W}_\tau = \bar{z}\times\bar{\varepsilon}$, $\bar{W}_n = \bar{\omega}\times\bar{v}$.

$\bar{W}_\tau$ – уринма тезланиш ва $\bar{W}_n$ – нормал тезланиш. Уларнинг миқдори: $W_\tau = \varepsilon h$, $W_n = \omega^2 h$. /2.17./

$\bar{W}_\tau$ ва $\bar{W}_n$ лар /22-расм/да кўрсатилганидек йўналган бўлади.

2.8. Узатувчи механизмлар.

Узатувчи механизмлар айланувчи вал /етакловчи/ни ҳаракатини иккинчи вал /етакланувчи/ни айлантириш учун қўлланилади. Етакловчи ва етакланувчи валлар ўзаро кесишувчи ёки параллель бўлиши мумкин. Шунинг учун айланма ҳаракатни тишли ёки фрикцион узаткичлар орқали берилади. /23-расм/.



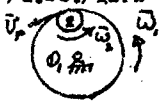
23 – расм

Агар P нуқтанинг тезлигини v_p десак, $v_p = \omega_1 z_1$, иккинчи томондан $v_p = \omega_2 z_2$

Шунинг учун

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}. \qquad /2.18./$$

/2.18./даги $i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2}{z_1}$ катталик узатиш сони дейилади. Тишлар сони айланалар узунлигига пропорционалдир. Шунинг учун

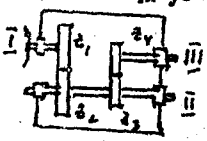


24 – расм

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2}{z_1}. \qquad /2.19./$$

Ташқи илашишларда етакловчи ва етакланувчилар қарама-қарши томонга йўналса /23-расм/, ички илашишларда бир томонга йўналган бўлади /24-расм/.

Масала. ЗИЛ – 130 автомобилининг узатмалар коробкаси биринчи узатмаси тирсакли вал I га қўшилганда ҳаракат ўртадаги II вал орқали III-етакланувчи валга узатилади:



25 – расм

$z_1 = 20$, $z_2 = 73$, $z_3 = 13$, $z_4 = 45$ /25-расм/

Ҳаракат бошланиши пайтида тирсакли вал $\varphi = 2\pi$ рад билан ҳаракат қилади. III-вални бурчак тезлиги ва бурчак тезланишини 10 сек.

утгандан кейин топинг.

Масалани ечиш. Етакловчи тирсакли валнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши қуйидагича топилади:

$$\omega_1 = \frac{d\varphi}{dt} = 4t\ c^{-1},\quad \varepsilon_1 = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 4\ c^{-2}.$$

Узатишлар сони қуйидагига тенг:

$$i = \omega_1/\omega_{III},\quad i = i_{1-2}\cdot i_{3-4} = (z_2/z_1)\cdot(z_4/z_3) = \frac{z_2\cdot z_4}{z_1\cdot z_3}$$

Бурчак тезлиги ва бурчак тезланишларини топамиз:

$$\omega_1 = i\,\omega_{III},\quad \omega_{III} = \frac{\omega_1}{i} = 4t\cdot\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_4} = 5{,}37t\ c^{-1};\quad \varepsilon = \frac{4z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_4} = 0{,}537\ c^{-2}.$$

2.9. Текис ва текис ўзгарувчан айланма ҳаракатлар.

Агар ҳаракат пайтида жисм бурчак тезлиги доимий бўлса, яъни $\omega = const$, унинг ҳаракати текис айланма ҳаракати бўлади. $\omega = const$ бўлгани учун $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, $\frac{d\varphi}{dt}$ ни интеграллаб, $t=0$, $\varphi=\varphi_0$ ни назарда тутсак,

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t\ . \qquad /2.20./$$

Агар ҳаракат пайтида жисмнинг бурчак тезланиши ўзгармас бўлса, жисмни ҳаракати текис ўзгарувчан ҳаракат бўлади.

$$\varepsilon = const,\quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon,\quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon.$$

$t=0$, $\omega=\omega_0$да, интегралламдан кейин қуйидаги келиб чиқади:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \qquad /2.21./$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad /2.22./$$

Жисмни текис айланма ҳаракати учун бурчак тезлиги қуйидагича топилади:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \qquad /2.23./$$

n – бир минутдаги айланишлар сони.

Масала. Бир минутда 90 марта айланувчи вал двигатель ўчирилганда текис камаювчи айланма ҳаракат қилиб, $t=40$ с дан кейин тўхтаган. Вал шу пайтда неча марта айланганлигини топинг.

Масалани ечиш. Вал текис ўзгарувчи айланма ҳаракат қилгани учун $\varphi_0=0$, $\varphi = \omega t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ дан фойдаланамиз: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$.

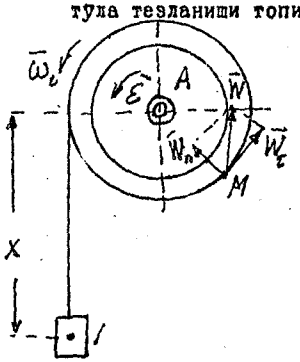
Бошланғич бурчак тезлиги $\omega_0 = \frac{\pi n}{30}$; тўхташ пайти $t = t_1$ да $\omega_1 = 0$

Демак, $\pi \cdot n/30 + \varepsilon t_1$ бундан $\varepsilon = -\frac{\pi n}{30 t_1}$

Агар вални айланишлар сонини N десак, $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ га асосан $2\pi N = (\pi n/30) t_1 - (\pi n/30)\frac{t_1^2}{2t_1} = \frac{\pi n}{60} t_1$

$N = \frac{n t_1}{120} = \frac{90 \cdot 40}{120} = 30$. Вал 30 марта айланади..

Масала. Радиуси R=10 см булгани А вал унга ипда осилган тош билан айлантирилади, тошнинг ҳаракати $X = 100t^2$ тенглама билан ифодаланади. t вақтда валнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши ҳамда вал сиртдаги нуқтанинг тула тезланиши топилсин /26-расм/.



26 - расм

Масалани ечиш.

I. Тошнинг тезлигини топамиз:

$$V = \frac{dx}{dt} = 200t \quad \text{см/сек.}$$

Лекин $V = R \cdot \omega$ бундан

$$\omega = \frac{V}{R} = 20t \ \text{рад/с}.$$

2. Тошнинг бурчак тезланишини топамиз.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 20 \ \text{рад/сек}^2$$

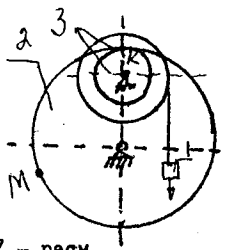
М нуқтанинг тула тезланиши.

$$W = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} = 10\sqrt{400 + (20t)^4} = 200\sqrt{1 + 400t^4} \ \text{см/сек}^2.$$

Масала. I юкнинг ҳаракати ушбу.

$X = C_2 t^2 - C_1 t - C_0$ тенглама билан ифодаланиши мумкин. t - вақт, секунд. C_0, C_1, ва C_2 номаълум ўзгармас сонлар. Бошланғич пайтида /t=0/ юкнинг координатаси Хо ва тезлиги V_0га тенг. $t = t_2$ булганда, юкнинг координатаси X_2га тенг. I юк керакли ҳаракатни бажарганда Со, C_1 ва C_2 коэффициентларни топинг,

ҳамда $t=t_1$ пайтдаги I юкни ва механизм ғилдирагини бирор М нуқтасини тезлик ва тезланишини топинг /27- расм/.



27 - расм

Берилган: R_2=80 см;
R_3= 45 см;
r_3= 30 см;
X_0= 3 см;
V_0= I5 см/сек.
X_2= I02 см;
t_2= 3 с;
t_I= 2 с.

Масалани ечиш. I юкнинг ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишга эга: $X=C_2t^2+C_It+C_0$. / А /

Со, СI ва С2 коэффициентларини ҳаракатнинг бошланғич шартларидан фойдаланиб топилади:

$t=0$; Хо=3 см; $\dot{X}_0$=I5 $\frac{см}{сек}$ / В /

$t=3$; X_2=I02 см. / С /

I юкнинг тезлиги $V=2C_2t+C_I$ /Д/

/ В / ва / С / ларни / А / ва / Д /га қуйсак

Со=3 см; C_I=I5 $\frac{см}{сек}$; C_2= 6 $\frac{см}{сек^2}$. булади.

Шундай қилиб, I юкнинг ҳаракати тенгламаси қуйидагича булади: $X=6t^2+I5t+3$;
унинг тезлиги $V=I2t+$ I5 см/сек, тезланиши $W=\frac{dV}{dt}$=I2 см/сек. М нуқтанинг тезлиги ва тезланишини топиш учун I юкни тезлиги билан ғилдиракларнинг бурчак тезликлари орасида боғланишини топамиз. Механизмнинг схемасига асосан $V=\omega_3 R_3$

Бундан $\omega_3=\frac{V}{R_3}=\frac{12\cdot2+15}{45}=0867\,c^{-1}$.

К нуқтанинг тезлиги $V_K=r_3\cdot\omega_3$, иккинчи томондан $V_K=R\cdot\omega_2$; аммо $r_3\omega_3=R_2\omega_2$
бундан $\omega_2=r_3\omega_3/R_2$, бурчак тезланишни то-

памиз. $\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{z_3 d\omega_3}{dt} =$

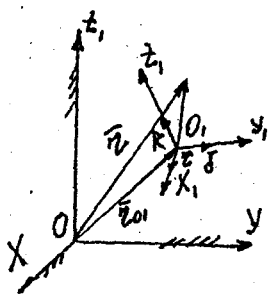
$$= \frac{z_3}{z_2}\frac{1}{R_3}\frac{dv}{dt} = \frac{z_3}{R_2}\cdot\frac{12}{R_3} = \frac{30\cdot 12}{60\cdot 45} = 0{,}1\ рад/с^2.$$

М нуқтанинг тезлиги: $v_M = \omega_2 \cdot R_2 = z_3 \cdot \omega_3 \cdot R_2/R_3 = 30$ см/сек;

Тула тезланиш: $W_M = R\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4} = 80\cdot\sqrt{(0{,}1)^2 + \left(\frac{30\cdot 3}{80\cdot 3}\right)^2} = 27{,}2\ \frac{см}{с^2}$.

3. НУҚТАНИНГ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ.

Механиканинг кўпгина масалаларини ечишда икки ёки ундан ортиқ саноқ системасидан фойдаланилади. Шартли равишда бу саноқ системани бири қузғалмас, бошқалари эса қузғалувчан бўлиши мумкин. /28-расм/.



28 - расм

М нуқтанинг қузғалувчи $O_1\ X_1\ y_1$ саноқ системасига нисбатан ҳаракати унинг нисбий ҳаракати дейилади. М нукта билан $O_I,\ X_I,\ y_I, Z_I$ саноқ системасининг қузғалмас саноқ системасига нисбатан биргаликдаги ҳаракати кўчирма ҳаракат дейилади. М нуқтанинг қузғалмас саноқ системасига нисбатан ҳаракати абсолют ҳаракат дейилади. /28-расм/дан

$$\bar{r} = \bar{r}_{O1} + \bar{r}_1 \qquad /3.1./$$

Агар М нуқтанинг қузғалувчи саноқ системасига нисбатан координаталарини $X_I,\ y_I,\ z_I$ бирлик векторларини эса $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ билан белгиласак

$$\bar{r}_1 = x_1\bar{i} + y_1\bar{j} + z_1\bar{k}_1 \qquad /3.2./$$

$$\bar{r} = \bar{r}_{O1} + x_1\bar{i} + y_1\bar{j} + z_1\bar{k}_1 \qquad /3.3./$$

Моддий нуқтанинг қузғалувчи саноқ системасига нисбатан тезлиги ва тезланиши нуқтанинг нисбий тезлиги ва нисбий тезланиши дейилади. Нисбий тезликни $\bar{v}_н$, нисбий тезланишни $\bar{W}_н$ билан белгиласак /3.2./дан

$$\bar{v}_н = \dot{x}_1\bar{i} + \dot{y}_1\bar{j} + \dot{z}_1\bar{k}_1 . \qquad /3.4./$$

$$\bar{W}_н = \ddot{x}_1\bar{i} + \ddot{y}_1\bar{j} + \ddot{z}_1\bar{k}_1 . \qquad /3.5./$$

Қузғалувчи саноқ системасига боғланган ва айни пайтда М нуқта билан устма-уст тушувчи нуқтанинг тезлиги ва тезла-

нини М нуқтанинг кўчирма тезлиги ва кўчирма тезланиши дейилади. Бу векторларни аниқлаш учун радиус векторини биринчи ва иккинчи хосиласини топишга тўғри келади. / $\bar{v}_к$ – кўчирма тезлик, $\bar{w}_к$ – кўчирма тезланиш /.

$$\bar{v}_к = \frac{d\bar{r}_{01}}{dt} + x_1\frac{d\bar{i}_1}{dt} + y_1\frac{d\bar{j}_1}{dt} + z_1\frac{d\bar{k}_1}{dt}, \qquad /3.6./$$

$$\bar{w}_к = \frac{d^2\bar{r}_{01}}{dt^2} + x_1\frac{d^2\bar{i}_1}{dt^2} + y_1\frac{d^2\bar{j}_1}{dt^2} + z_1\frac{d^2\bar{k}_1}{dt^2}. \qquad /3.7./$$

Бунда x_1 y_1 ва z_1 доимий деб қаралади.

3.1. Мураккаб ҳаракатдаги нуқтанинг тезлигини қўшиш.

М нуқтанинг абсолют тезлиги $\bar{v}_a$ қуйидагича топилади:

$$\bar{v}_a = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}_0}{dt} + x_1\frac{d\bar{i}_1}{dt} + y_1\frac{d\bar{j}_1}{dt} + z_1\frac{d\bar{k}_1}{dt} +$$

$$+ \frac{dx_1}{dt}\bar{i}_1 + \frac{dy_1}{dt}\bar{j}_1 + \frac{dz_1}{dt}\bar{k}_1. \qquad /3.8./$$

/3.4./ ва /3.6./дан /3.8./ни қуйидагича ёзамиз:

$$\bar{v}_a = \bar{v}_н + \bar{v}_к \qquad /3.9./$$

Демак, мураккаб ҳаракатдаги нуқтанинг абсолют тезлиги унинг нисбий ва кўчирма тезликларини геометрик йиғиндисига тенгдир.

Агар $\bar{v}_н$ билан $\bar{v}_к$ орасидаги бурчак α ни ташкил этса, абсолют тезликнинг миқдори қуйидагича бўлади:

$$v_a = \sqrt{v_н^2 + v_к^2 + 2v_н v_к \cos\alpha}. \qquad /3.10./$$

3.2. Мураккаб ҳаракатдаги нуқтанинг тезланишини қўшиш.

Мураккаб ҳаракатдаги нуқтанинг абсолют тезланиши ни топиш учун /3.8./ ни вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$\bar{w}_a = \frac{d^2\bar{r}_{01}}{dt^2} + x_1\frac{d^2\bar{i}_1}{dt^2} + y_1\frac{d^2\bar{j}_1}{dt^2} + z_1\frac{d^2\bar{k}_1}{dt^2} + \frac{d^2x_1}{dt^2}\bar{i}_1 +$$

$$+ \frac{d^2y_1}{dt^2}\bar{j}_1 + \frac{d^2z_1}{dt^2}\bar{k}_1 + 2\left(\frac{dx_1}{dt}\frac{d\bar{i}_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\bar{j}_1}{dt} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\bar{k}_1}{dt}\right) /3.11./$$

/3.5./, /3.7./ ва /3.11./ ларга асосан

$$\bar{w}_a = \bar{w}_н + \bar{w}_к + 2\left(\frac{dx_1}{dt}\frac{d\bar{i}_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt}\frac{d\bar{j}_1}{dt} + \frac{dz_1}{dt}\frac{d\bar{k}_1}{dt}\right) /3.12./$$

/3.12./ ни унг томонидаги учинчи ҳадни $\bar{W}_{кор}$ билан белгиласак: $\bar{W}_{кор} = 2\left(\frac{dx_1}{dt}\cdot\frac{d\bar{i}_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt}\cdot\frac{d\bar{j}_1}{dt} + \frac{dz_1}{dt}\cdot\frac{d\bar{k}_1}{dt}\right)$ /3.13./

$\bar{W}_{кор}$ – Кориолис тезланиши деб юритилади.

Шундай қилиб, нуқтанинг абсолют тезланиши:

$$\bar{W}_a = \bar{W}_н + \bar{W}_к + \bar{W}_{кор} \qquad /3.14./$$

/3.14./дан нуқтанинг абсолют тезланиши, унинг нисбий, кўчирма ва Кориолис тезланишларининг геометрик йиғиндисидан иборат бўлиб, нисбий тезланиш нисбий тезликнинг ўзгаришини, кўчирма тезланиш, кўчирма тезликнинг ўзгаришини ва Кориолис тезланиш нисбий тезликнинг кўчирма ҳаракатдаги ўзгаришини ҳамда кўчирма тезликнинг нисбий ҳаракатдаги ўзгаришини ифода этади.

Пуансон формуласига асосан /3.13./даги $\frac{d\bar{i}_1}{dt}, \frac{d\bar{j}_1}{dt}$ ва $\frac{d\bar{k}_1}{dt}$ лар қуйидагига тенг $\frac{d\bar{i}_1}{dt} = \bar{\omega}_к \times \bar{i}_1$, $\frac{d\bar{j}_1}{dt} = \bar{\omega}_к \times \bar{j}_1$ ва $\frac{d\bar{k}_1}{dt} = \bar{\omega}_к \times \bar{k}_1$

шунинг учун $\bar{W}_{кор} = 2\bar{\omega}_к \times \left(\frac{dx_1}{dt}\bar{i}_1 + \frac{dy_1}{dt}\bar{j}_1 + \frac{dz_1}{dt}\bar{k}_1\right)$. /3.15./

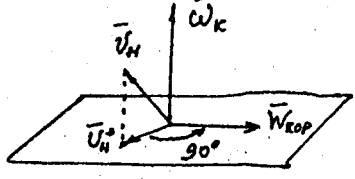
ёки $\bar{W}_{кор} = 2\bar{\omega}_к \times \bar{v}_н$. /3.16./

Кориолис тезланишининг миқдори қуйидагича аниқланади:

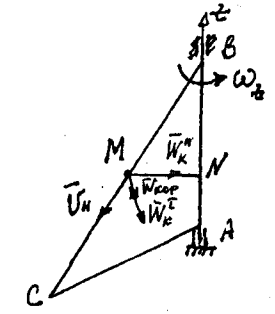
$$W_{кор} = 2\omega_к \cdot v_н \cdot \sin(\bar{\omega}_к, \bar{v}_н) \qquad /3.17./$$

3.3. Кориолис тезланишининг йўналишини аниқлаш.

Кориолис тезланишининг йўналишини Жуковский усулида қуйидагича топилади. Кўчирма бурчак тезлиги вектори $\bar{\omega}_к$га перпендикуляр текислик ўтказилади. Сўнгра нисбий тезликнинг бу текисликдаги проекцияси топилади. Бу векторнинг ҳаракат йўналиши бўйича 90° га бурилади. Кориолис тезланиш ана шу вектор бўйича йўналади /29-расм/.



29-расм



30 – расм

Масала.
Тенг ёнли тўғрибурчакли АВС учбурчаги АВ катет атрофида доимий $\varepsilon=0.5\ c^{-2}$ бурчак тезланиши билан айланма ҳаракат қилади. Δ АВСнинг бошланғич бурчак тезлиги нольга тенг. Унинг гипотенузаси бўйлаб М нуқта В дан асос томон $S=BM=20t$ қонуни билан ҳаракат қилади. /S см.да, t сек/ $t=2$ с да М нуқтанинг абсолют тезланишини топинг /30-расм/.

Масалани ечиш. ΔАВСнинг бурчак тезлиги $\omega_2=\varepsilon_2\cdot t$

Кучирма тезланишларини ва нормал тезланишларга ажратамиз, $W_K^\tau=\varepsilon_2\cdot MN$, $W_K^n=\omega_2^2\cdot MN$.

Бунда $MN=BM\cdot Sin45^\circ=20\cdot Sin45^\circ$, $t=2$ с учун

$W_K^\tau=\varepsilon_2 MN=0{,}5\cdot 20\cdot Sin45=7{,}07\frac{см}{с^2}$, $W_K^n=20\cdot\sqrt{2}=28\frac{см}{с^2}$.

Нуқтанинг нисбий тезлиги

$$V_H=\frac{dS}{dt}=20\ \frac{см}{с}.$$

Кориолис тезланиши эса,

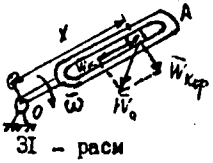
$$W_{кор}=2\omega_2 V_H Sin135=2\cdot 0{,}5\cdot 20\cdot Sin135=14{,}142\frac{см}{с^2}.$$

Тезланиш модулини топамиз:

$$W_a=\sqrt{(W_K^\tau+W_{кор})^2+(W^n)^2}=5{,}49\frac{см}{с^2}$$

Масала. ОА кулиса О нуқтадан ўтувчи ўқ атрофида доимий ω бурчак тезлиги билан айланма ҳаракат қилади. В ползун эса кулисани қирқими бўйлаб доимий u нисбий тезлик билан сирпанади. Ползуннинг абсолют тезланишини Одан Х масофада бўлганида Хга боғлиқ ҳолда топинг.

Масалани ечиш. Нуқтани абсолют тезлигини топамиз /31-расм/.



31 – расм

Кучирма тезлик $V_K=x\cdot\omega$ см/сек,

Нисбий тезлик $V_H=u$ см/сек,

Абсолют тезлик $V_a=\sqrt{(x\omega)^2+u^2}$ см/сек.

Нуқтанинг абсолют тезланиши W ни топамиз. Кучирма тезланиш $W_K=\omega^2 x$ бўлиб, ўқ бўйича В дан Ога қараб

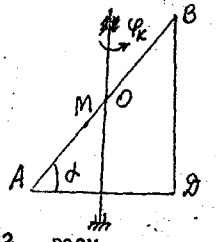
йуналган, нисбий тезланиш $W_н=0$. Кориолис тезланиш:

$W_{кор}=2\omega_к v_н \sin(\bar{\omega}_к,\bar{v}_н)=2\omega_к u$. Кориолис тезланиши АОга $\perp$ йуналган. Демак, абсолют тезланиш:

$W_a=\sqrt{W_н^2+W_{кор}^2+W_к^2}=\omega\sqrt{\omega^2x^2+4u^2}$, $W_a=\omega\sqrt{\omega^2x^2+4u^2}$ см/сек^2.

Масала.

М нукта Д жисмни АВ томони буйлаб нисбий харакат килади. М нуктанинг берилган нисбий харакати ва Д жисмнинг харакат тенгламасига караб вактнинг $t=t_1$ пайтида М нуктанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланишини топинг. Механизм схемаси 32-расмда берилган. Хисоблаш учун керакли булган маълумотлар куйидагича



32 - расм

$S=OM=3+14\sin\pi t$ см

$\varphi_к=4-2t^2$ рад; $t_1=2/3$ с.

$\alpha=30^0$ град.

Масалани ечиш:

М нуктани Д жисмдаги холати $S=OM$ билан аникланади.

$t=2/3$ с булганда

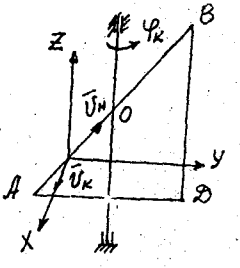
$S=3+14\sin\pi\frac{2}{3}=3+14\cos30^0=$

$=3+14\frac{\sqrt{3}}{2}=15{,}124$ см.

М нуктанинг абсолют тезлигини нисбий ва кучирма тезликларининг геометрик йигиндисига тенг:

$\bar{v}_a=\bar{v}_н+\bar{v}_к$, $v_н=|\bar{v}_н|$;

$v_н=\frac{dS}{dt}=14\cos\pi t$, $t=2/3$ да $v_н=14\pi\cos\pi\frac{2}{3}=-22\frac{см}{с}$.



33 - расм

$\bar{v}_н$ - тезликнинг манфий ишораси S ни усишига тескари йуналганини курсатади /33-расм/.

Кучирма тезликнинг модули:

$v_к=R\cdot\omega_к$;

$R=ML$, $R=S\cos30^0=13$ см.

Кучирма бурчак тезлигининг модулини топамиз.

$\bar{\omega}_к$ – нинг мусбат ишораси, $\bar{\omega}_к$ кучирма бурчак тезлигининг билан бир томонга йуналганини билдиради.

Кучирма тезлигини модули: $U_к = \omega_к \cdot R = 1,33 \cdot 13 = 17,29$ см/сек.

$U_к$ – кучирма тезлик Х укининг мусбат йуналиши буйича йуналган. Нисбий ва кучирма тезликлар узаро перпендикуляр булгани учун абсолют тезлик куйидагига тенг:

$$U_a = \sqrt{U_н^2 + U_к^2} = \sqrt{(22,6)^2 + (17,9)^2} = 28,46 \frac{см}{сек}.$$

Нуктанинг абсолют тезланиши, унинг нисбий, кучирма ва Кориолис тезланишларининг геометрик йигиндисига тенгдир:

$$\bar{W}_a = \bar{W}_н + \bar{W}_к + \bar{W}_{кор},$$

ёки $$\bar{W}_a = \bar{W}_н^\tau + \bar{W}_н^n + \bar{W}_к^\tau + \bar{W}_к^n + \bar{W}_{кор}. \qquad /3.18./$$

Уринма нисбий тезланишининг модули:

$W_н^\tau = |\bar{W}_н^\tau|$.

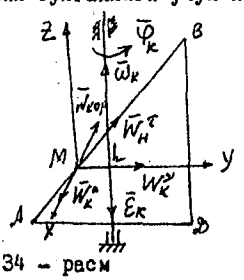
$$\bar{W}_н^\tau = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(3 + 14\sin\pi t) = -14\pi^2 \sin\pi t \ \frac{см}{с^2}.$$

$t = 2/3$ с булганда

$$\bar{W}_н^\tau = -14\pi^2 \cos 30^\circ = -119,66 \frac{см}{с^2}, \quad W_н^\tau = 119,66 \frac{см}{с^2}.$$

$\bar{W}_н^\tau$ ни ишораси манфий булгани учун S га тескари йуналган. /34-расм/.

Нисбий тезлик билан нисбий тезланишнинг ишораси бир хил булганлиги учун нисбий харакат тугри чизикли текис тезланувчан харакатдан иборат, ханда $\rho = \infty$ булганлиги учун нормал нисбий тезланиш $W_н^n = 0$.



34 – расм

Кучирма айланма тезланишнинг модулини топамиз: $W_к^a = R \cdot \varepsilon_к$.

$\varepsilon_к = |\bar{\varepsilon}_к|$ катталик Д жисмни бурчак тезланишининг модули.

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi_к}{dt^2} = -4 рад/с^2;$$

$\bar{\omega}_к$ ва $\bar{\varepsilon}_к$ ларнинг ишоралари хар хил. Шунинг учун Д жисм текис секинлашувчи харакат килади. Кучирма айланма тезланиш

$$W_к^a = R \cdot \varepsilon_к = 13 \cdot 4 = 52 \ см/с^2.$$

$\bar{W}_к$ ~~тезланиш~~ $\bar{v}_к$ тезлик буйича йуналган булади.

Уққа интилма кучирма тезланишини модулини топамиз:

$$W_к^y = R \cdot \omega_к^2 = 13 \cdot (1{,}33)^2 = 22{,}99 \text{ см/с}^2.$$

$\bar{W}_к^y$ тезланиш вектори МL буйича М дан К га қараб йуналган булади. Энди Кориолис тезланишини топамиз:

$$W_{кор} = 2\bar{\omega}_к \times \bar{v}_н$$

Унинг модули:

$$W_{кор} = 2\omega_к \cdot v_н \sin(\bar{\omega}_к, \bar{v}_н), \quad \sin(\bar{\omega}_к, \bar{v}_н) = \sin 30°,$$

$$W_{кор} = 2 \cdot 1{,}33 \cdot 22{,}6 \cdot 0{,}5 = 30{,}06 \text{ см/с}^2.$$

Нуқтанинг абсолют тезланишини топиш учун /3.18./ ифодани ҳар иккала томонини Х, У ва Z ўқидаги проекцияларини топамиз:

$$W_{ox} = W_к - W_{кор} = 52 - 29{,}6 = 22{,}4 \text{ см/с}^2,$$

$$W_{oy} = W_к^y + W_н^z \cos 30° = 22{,}9 + 119{,}4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 126{,}3 \text{ см/с}^2,$$

$$W_{oz} = W_н^z \cdot \sin 30° = 119{,}4 \frac{1}{2} = 59{,}7 \text{ см/с}^2,$$

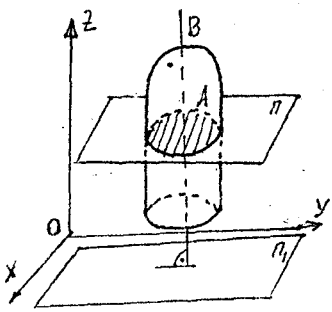
$$W_a = \sqrt{W_{ax}^2 + W_{ay}^2 + W_{az}^2} = \sqrt{(22{,}4)^2 + (126{,}3)^2 + (59{,}7)^2} = 141{,}48 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

$\omega_к$	Тезлик, см/с²			ε	Тезланиш, см/с²								
рад/с	$v_к$	$v_н$	v_a	рад/с²	$W_к^y$	$W_к^a$	$W_н^n$	$W_н^z$	$W_{кор}$	W_x	W_y	W_z	W_a
1,33	17,29	28,19	22,99	22,99	22,99	52	0	119,2	29,6	22,4	126,3	59,7	141,48

4. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ТЕКИС ПАРАЛЛЕЛ ҲАРАКАТИ.

4.1. Текис параллел ҳаракат тенгламаси.

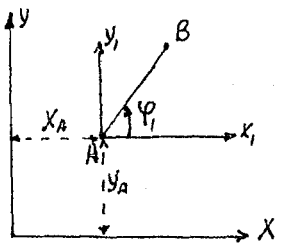
Ҳаракат пайтида жисмнинг барча нуқталарини траекториялари бирор қўзғалмас текисликка параллел булган текисликлар устида ётса жисмни ҳаракати текис параллел ҳаракат дейилади. Таърифдан жисмда олинган АВ кесма ҳаракат давомида илгарилама ҳаракатда булади. Демак, АВ кесманинг ҳамма нуқталари бир хил траектория чизади. Кесма нуқталарини тезликлари ўзаро тенг ва тезланишлари ҳам бир хил қийматга эга булади. /35-расм/даги А қирқим текис шакл дейилади. Текис шакл ихтиёрий нуқтасининг



35 – расм

/ П / текисликдаги ҳаракатни текисликка перпендикуляр бўлган АВ кесманинг ҳар қандай нуқтасининг ҳаракатини аниқлайди. Бу эса текис параллел ҳаракатдаги жисмнинг ҳаракатини ундаги текис шакл кинематикасини текшириш билан кифояланилади /36-расм/. Ўз-ўзидан равшанки, текис шаклнинг ҳаракати унинг АВ кесмаси орқали тўлиқ аниқланади.

А-нуқта қутб нуқтаси дейилади. Бу нуқта илгариланма ҳаракат қилувчи $Ax_1\ y_1$ саноқ системаси учун бошланғич нуқта бўла олади.



36 – расм

В нуқтани ҳаракатини аниқлаш учун А қутб нуқтанинг X_A ва Y_A координатасини ҳамда қутб нуқтасидан утувчи, текис шаклга перпендикуляр бўлган ук атрофида айлангандаги айланиш бурчаги φ_1 ни вақтни функцияси деб қарасак, текис параллел ҳаракатдаги жисмни ҳаракат тенгламаси қуйидагича ифодаланади.

$$X_A = f_1(t),\ Y_A = f_2(t),\ \varphi_1 = f_3(t). \quad /4.1./$$

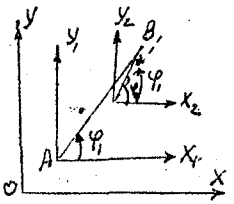
4.2. Текис шаклнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши.

Текис шаклнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши тушунчалари, қузғалмас ук атрофида айланувчи жисм бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши билан бир хилдир.

Яъни: $\omega_1 = \frac{d\varphi}{dt}$; $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt}$; $\varepsilon_1 = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}$.

Текис параллел ҳаракатдаги жисм бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши қутб нуқтасига боғлиқ эмас.

Ҳақиқатдан, $\varphi_2 = \varphi_1 + \delta$ /37-расм/.



37 – расм

Бундан, $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\alpha}{dt}$;
α – ўзгармас бўлгани учун $\frac{d\alpha}{dt} = 0$.

Демак, $\omega_2 = \omega_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$.

Текис параллел ҳаракатдаги жисм бурчак тезлиги вектори ва бурчак тезланиши векторлари қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи жисм бурчак тезлиги вектори ва бурчак тезланиш векторлари каби ифода этилади.

4.3. Текис шакл нуқталарининг тезлигини топиш.

Текис шаклни бирор В нуқтасини олсак, Нуқта мураккаб ҳаракат қилади: унинг кўчирма ҳаракати AX_1Y_1 саноқ системасини илгарилама ҳаракатидан, В нуқтани нисбий ҳаракати эса текис шаклни А қутб нуқтасидан ўтувчи ўқ атрофидаги айланма ҳаракатдан иборат /37-расм/.

Шунинг учун кўчирма ҳаракат $x_A = f_1(t)$, $y_A = f_2(t)$, тенглама билан, нисбий ҳаракат эса $\varphi_1 = f_3(t)$ тенглама билан тула ифодаланади.

Мураккаб ҳаракатдаги жисм тезлигини аниқлаш учун тезликларни қўшиш теоремасидан фойдаланамиз. В нуқтани О, Х, У қўзғалмас саноқ системасига нисбатан тезлигини топамиз:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_H^B + \bar{V}_K^B \qquad /4.2./$$

Кўчирма ҳаракат илгарилама ҳаракат бўлгани учун

$$\bar{V}_K^B = \bar{V}_A \qquad /4.3./$$

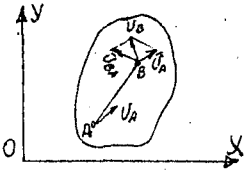
В нуқтанинг нисбий тезлиги унинг А нуқтадан ўтувчи ўқ атрофидаги айланма ҳаракатини чизиқли тезлигидан иборат, Яъни: $\bar{V}_H^B = \bar{V}_{BA} = \bar{\omega} \times \overline{AB}$. /4.4./

Шундай қилиб В нуқтанинг тезлиги қуйидагига тенг:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA} . \qquad /4.5./$$

/4.5./да $\bar{V}_B$ – В-нуқтанинг тезлиги, $\bar{V}_A$ А қутб нуқтасининг тезлиги ва $\bar{V}_{BA}$ эса А нуқтадан ўтувчи ва шакл текислигига перпендикуляр бўлган ўқ атрофидаги айланма ҳаракатнинг чизиқли тезлигидир. V_{BA} тезлик АВга перпендикуляр ҳолда ҳаракат томон йўналган бўлади /38-расм/. Унинг миқдори қуйи-

дагича аниқланади: $v_{BA} = \omega_{AB} \cdot AB$; ω_{AB} – АВ кесманинг бурчак тезлиги. Демак, текис параллел ҳаракатдаги жисм ихтиёрий

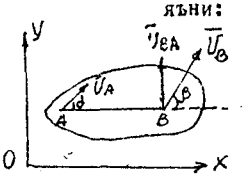


38 – расм

нуқтасининг тезлиги, унинг қутб нуқтаси тезлиги билан мазкур нуқтадан ўтувчи ва шакл текислигига перпендикуляр бўлган ўқ атрофидаги чизиқли тезликларнинг геометрик йиғиндисига тенг.

4.4. Текис шакл икки нуқтаси тезликларининг проекцияларига оид теорема.

Теорема. Текис параллел ҳаракатдаги жисм ихтиёрий иккита нуқтаси тезликларини шу нуқталарни бирлаштирувчи тўғри чизиқдаги проекциялари ўзаро тенгдир, яъни: $v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta$. /4.8./



39 – расм

Агар А нуқтани қутб нуқтаси десак, /39-расм/ у ҳолда $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$.

Бу ифодани ҳар иккала томонини АВга проекциялаймиз. $v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha + 0$, чунки $\bar{v}_{BA} \perp AB$.

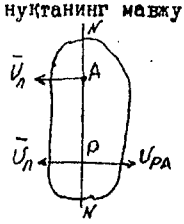
Демак, $v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$.

Т е о р е м а исбот бўлди.

4.5. Тезликларнинг оний маркази усули.

Тезликларнинг оний маркази деб, текис параллел ҳаракатдаги жисмни $\bar{\omega} \neq 0$ бўлгандаги, шундай нуқтасига айтиладики, бу нуқтанинг тезлиги нольга тенг бўлади.

Бу нуқтанинг мавжудлигини исбот қиламиз.



40 – ра

Жисм текис параллел ҳаракат қилганда унинг А нуқтасининг тезлиги $\bar{v}_A$ бўлсин. Бурчак тезлиги $\bar{\omega}$ орқали текис шаклни А нуқта атрофида айланишини белгилаб оламиз. А нуқтадан $\bar{v}_A$ га перпендикуляр NN тўғри чизиқни ўтказамиз. Бу тўғри чизиқда

АР масофани шундай танлаб оламизки, $AP=V_A/\omega$ булсин /40-расм/. Р нуқтанинг тезлигини нольга тенг эканини курсатамиз. Агар Р нуқта қутб нуқтаси булса, унинг тезлиги

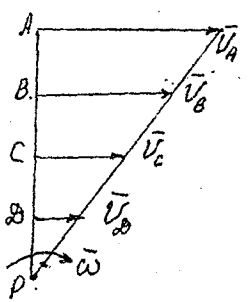
$$\bar{V}_P = \bar{V}_A + \bar{V}_{PA} \qquad /4.9./$$

Лекин $\bar{V}_{PA}$ АРга перпендикуляр. Шунинг учун $\bar{V}_{PA}$, $\bar{V}_A$ га параллел булганлигидан $V_{PA} = \omega \cdot AP = \frac{V_A}{\omega} \cdot \omega = V_A$

$\bar{V}_A$ ва $\bar{V}_{PA}$ лар узаро карама-карши томонга йуналган булганлиги учун $\bar{V}_A + \bar{V}_{PA} = 0$

Демак, $\bar{V}_P = \bar{V}_A + \bar{V}_{PA} = 0$. Р нуқтасини тезлиги нольга тенг. Шунинг учун Р нуқтаси тезликларнинг оний марказидир.

Агар текис шакл тезликлари оний маркази ва унинг бирор нуқтасини тезлигини йуналиши маълум булса, текис шаклнинг ихтиёрий нуқтасини тезлигини топиш мумкин.



41 - расм

Айтайлик, А нуқтанинг тезлиги /41-расм/. $V_A = \omega \cdot AP$ булсин. У холда,

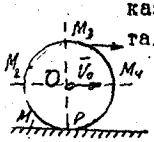
$$\omega = \frac{V_A}{PA} .$$

В нуқтанинг тезлиги эса $V_B = \omega \cdot PB$

ёки $V_B = V_A \cdot \frac{PB}{AB}$

Жисмни В нуқтасини $\bar{V}_B$ тезлиги /41-расм/ ва А нуқтани $\bar{V}_A$ тезлиги берилган булса, мазкур тезликлар учларини тугаштирувчи тугри чизик билан тезликларга утказилган перпендикуляр тугри чизикнинг кесишган нуқтаси /Р/ тезликлар оний маркази булади.

Масала. Радиуси Р = 0,5 метр булган ғилдирак сирпанмасдан йулнинг тугри чизикли қисмида ҳаракат қилади. Унинг марказининг тезлиги V_o=10 м/сек. M_1, M_2, M_3 ва M_4 нуқталарнинг тезлигини ва ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин /42-расм/.



42 - расм

Масалани ечиш:

M_1 нуқтаси тезликлар оний маркази булгани учун $V_{M_1} = V_P = 0$, $PO \cdot \omega = V_o$

Демак, $R\omega = v_0$, $\omega = \frac{v_0}{R} = 20$ рад/с

M_2 нуқтанинг тезлиги эса қуйидагига тенг:

$v_{M_2} = PM_2 \cdot \omega$, $PM_2 = \sqrt{(OM_1)^2 + (OM_2)^2} = R\sqrt{2}$; $v_{M_2} = 0{,}5 \cdot 1{,}41 \cdot 20 = 14{,}1$ м/с.

M_3 нуқтанинг тезлиги – v_{M_3} ни топамиз:

$$v_{M_3} = PM_3 \cdot \omega = 2 \cdot 0{,}5 \cdot 20 = 20 \text{ м/с}, \quad v_{M_1} = v_{M_2} = 14{,}1 \text{ м/с}.$$

4.6. Текис шакл нуқтасининг тезланиши.

Тезланишни топиш учун $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ тезликдан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$\frac{d\bar{v}_B}{dt} = \frac{d\bar{v}_A}{dt} + \frac{d\bar{v}_{BA}}{dt}. \qquad /4.10./$$

Белгилашлар киритамиз:

$\bar{w}_B = \frac{d\bar{v}_B}{dt}$, $\bar{w}_A = \frac{d\bar{v}_A}{dt}$, $\bar{w}_{BA} = \frac{d\bar{v}_{BA}}{dt}$; $\qquad \bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{w}_{BA}$ /4.11./

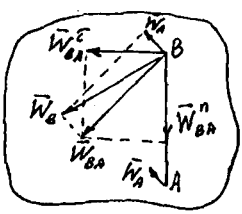
$\bar{w}_B$ ва $\bar{w}_A$ лар B ва A нуқталарнинг тезланиши.

$\frac{d\bar{z}}{dt} = \bar{\omega}_{AB} \times \bar{z} = \bar{v}_{BA}$, $\frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{\varepsilon}_{AB}$ га тенглигини назарда тутсак, /4.11./га асосан B нуқтанинг тезланиши қуйидагига тенг бўлади: $\bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{\varepsilon} \times \bar{z} + \bar{\omega} \times \bar{v}_{BA}$ /4.12./

Агар A нуқта қузралмас бўлса, $\bar{w}_A = 0$ /4.12./дан

$$\bar{w}_B = \bar{\varepsilon} \times \bar{z} + \bar{\omega} \times \bar{v}_{BA} \text{ ва } \bar{w}^n_{BA} = \bar{\omega} \times \bar{v}_{BA} \qquad /4.13./$$

$\bar{w}^n_{BA}$ вектор катталик ўққа интилма тезланишдир. У AB бўйлаб B дан Ага қараб йўналган.



43 – расм

$$\bar{w}_{BA} = \bar{\varepsilon} \times \bar{z}_{AB} \qquad /4.14./$$

Вектор катталик айланма тезланиш. Бу тезланиш ABга перпендикуляр равишда йўналган бўлади /43-расм/.

$\bar{w}^n_{BA}$ ва $\bar{w}^\tau_{BA}$ ларнинг миқдорлари қуйидагича топилади: $w^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB$,

$$w^\tau_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB \qquad /4.15./$$

$$W_{BA}^{\tau} = \varepsilon_{AB} \cdot AB \qquad /4.16./$$

Шундай қилиб В нуқтанинг тезланишини $\bar{W}_B$ қуйидагига тенг:

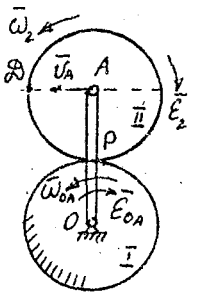
$$\bar{W}_B = \bar{W}_A + \bar{W}_{BA}^{n} + \bar{W}_{BA}^{\tau} \qquad /4.17./$$

/4.17./дан ихтиёрий нуқтанинг тезланиши, қутб нуқтасининг тезланиши, ўққа интилма тезланиш ва айланма тезланишларнинг геометрик йиғиндисига тенгдир. $\bar{W}_B$ ни миқдорини топиш учун /4.17./ ҳар иккала томонини Х ва У ўқидаги проекциялари W_{Bx} ва W_{By} ни топилади, сўнгра W_B ни миқдори

$$W_B = \sqrt{W_{Bx}^2 + W_{By}^2} \qquad /4.18./$$

топилади.

Масала. Радиуси $r = 0{,}3\,м$ бўлган I қўзғалмас тишли ғилдирак устида, радиуси $r_2 = 0{,}2\,м$ бўлган ва ОА кривошипга маҳкамланган ғилдирак думалаб ҳаракат қилади.



44 - расм

ОА кривошип айни пайтда $\omega_{OA} = 1\,рад/с$ бурчак тезлиги ва $\varepsilon = -4\,рад/с^2$ бурчак тезланишига эга. Д нуқтанинг тезланишини топинг /44-расм/.

Масалани ечиш.

1. А нуқтани қутб нуқтаси десак, унинг тезлиги $v_A = OA \cdot \omega_{OA} = 0{,}5\,м/с$.

2. Нуқтанинг тезланиши:

$$W_A^n = OA \cdot \omega_{OA}^2 = 0{,}5\,м/с^2,$$

$$W_A^{\tau} = \varepsilon_{OA} \cdot OA = -2\,м/с^2$$

$\bar{v}_A$ ва $\bar{W}_A^{\tau}$ нинг ишоралари ҳар хил бўлгани учун ҳаракат текис секинланувчан ҳаракатдан иборат.

3. $\bar{\omega}_2$ ни топамиз. Р нуқта тезликларнинг оний маркази бўлгани учун $\omega_2 = v_A / AP = v_A / r_2$, $\omega_2 = 2.5\,рад/с$

$\bar{\omega}_2$ ни йўналиши $\bar{v}_A$ тезликни йўналиши билан аниқланади.

4. $\bar{\varepsilon}_2$ ни топамиз. $\bar{\varepsilon}_2 = \frac{d\bar{\omega}_2}{dt} = \frac{1}{r_2}\frac{d\bar{v}_A}{dt} = \frac{\bar{W}_A^{\tau}}{r_2}$, $\bar{\varepsilon}_2 = -10\,рад/с^2$

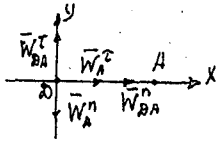
$\bar{\omega}_2$ ва $\bar{\varepsilon}_2$ ларни ишоралари ҳар хил, шунинг учун улар қарама-қарши томонга йўналган.

5. $\bar{W}_{DA}^{\tau}$ ва $\bar{W}_{DO}^{n}$ тезланишларни топамиз. Д нуқтани тезланиши ку-

йидагига тенг: $\bar{W}_D = \bar{W}_A^\tau + \bar{W}_A^n + \bar{W}_{DA}^\tau + \bar{W}_{DA}^n$.

$\bar{W}_{DA}^\tau$ ва $\bar{W}_A^n$ ни А дан Дга к учирамиз /45-расм/.

$W_{DA}^\tau = DA \cdot \varepsilon_2 = -2 м/с^2$, $W_{DA}^n = DA \cdot \omega_2^2 = 1{,}25 м/с^2$



45 – расм

$\bar{W}_D$ ни топиш учун Х ва У укидаги проекцияларни топамиз:

$W_{Dx} = |\bar{W}_A^\tau| + W_{DA}^n = 3{,}25 м/с^2$;

$W_{Dy} = |\bar{W}_{DA}^\tau| - W_A^n = 1{,}5 м/с^2$;

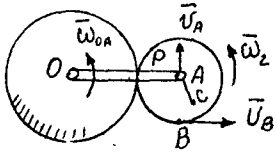
Демак: $W_D = \sqrt{W_{Dx}^2 + W_{Dy}^2} = 3{,}5 м/с^2$.

Масала.

Механизмнинг берилган ҳолати учун В ва С нуқталарини тезлик ва тезланишларни ҳамда бу нуқталар тааллуқли булган звеноларни бурчак тезлиги ва бурчак тезланишларини топинг. Механизм схемаси /46-расм/да курсатилган.

Қуйидагилар берилган: ОА=40 см, r_2=15 см, АС=8 см,

$\omega_{OA} = 2 рад/с$, $\varepsilon_{OA} = 2 рад/с^2$



46 – расм

Масалани ечиш:

I. А нуқтанинг тезлигини топамиз.

$\upsilon_A = OA \cdot \omega_{OA} = 40 \cdot 2 = 80 см/с$

$\bar{\upsilon}_A$ тезлик вектори ОАга перпендикуляр.

В ва С нуқталарини тезликларини топиш учун r_2 радиусли ғилдиракни Р тезлигини топамиз. Р нуқта тезликлар оний маркази булгани учун

$PA \cdot \omega_2 = \upsilon_A$, $\omega_2 = \upsilon_A / PA$, $\omega_2 = \upsilon_A / PA = \frac{80}{15} = 5\frac{1}{3} рад/с$.

В нуқтанинг тезлиги қуйидагига тенг:

$\upsilon_B = \omega_2 \cdot 15 = 15 \cdot 5\frac{1}{3} = 15 \cdot \frac{80}{15} = 80 см/с$.

С нуқтанинг тезлиги эса, $\upsilon_C = \omega_2 \cdot 8 = 42\frac{2}{3} см/с$

2. В нуқтанинг тезланиши ва механизм звеносининг бурчак тезланишини топиш.

А нуқтани қутб нуқтаси деб ҳисоблаб, В нуқтани тезланишини қуйидагича ёзамиз:

$$\bar{W}_B = \bar{W}_A^n + \bar{W}_A^\tau + \bar{W}_{BA}^\tau + \bar{W}_{BA}^n \qquad /1A/$$

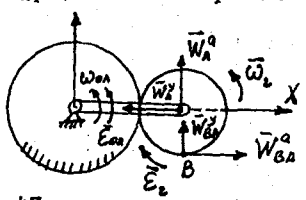
Бундан, $W_A^\tau = OA \cdot \varepsilon_{OA}$; $W_A^n = OA \cdot \omega_{OA}^2$.

$W_{BA}^\tau = AB \cdot \varepsilon_{AB}$ $W_{BA}^n = \omega_{BA}^2 \cdot AB$

$\varepsilon_2 = \varepsilon_{BA}$ ни топамиз.

$$\varepsilon_2 = \left|\frac{d\bar{\omega}_2}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left(\frac{V_A}{PA}\right) = \frac{OA}{PA}\frac{d\omega_{OA}}{dt} = \frac{40}{15}\varepsilon_{OA} = 5\frac{1}{3}\ рад/с^2$$

/I/ни ҳар иккала томонини X ва У ўқидаги проекциялари орқали ифодалаймиз /47-расм/.



47 - расм

$W_{BX} = -W_A^n + W_{BA}^\tau$

$W_{BY} = W_A^\tau + W_{BA}^n$

Демак, $W_{BX} = 40 \cdot \left(5\frac{1}{3}\right) + \left(5\frac{1}{3}\right) \cdot 15 =$

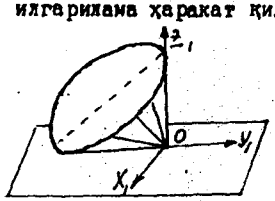
$= 40 \cdot \frac{16}{9} + \frac{16}{3} \cdot 5 = 112{,}8\ см/с^2.$

$W_{BY} = W_A^a + W_{BA}^y = OA \cdot \varepsilon_{OA} + AB \cdot \omega_{BA}^2 =$

$= 40 \cdot 2 + \left(5\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 15 = 506{,}6\ \frac{см}{с^2}$, $W_B = \sqrt{(W_{BX})^2 + (W_{BY})^2} = \sqrt{(112{,}8)^2 + (506{,}2)^2} = 519{,}0\ \frac{см}{с^2}$.

5. Жисмни сферик ҳаракати.

Ҳаракатдаги жисмнинг бирор нуқтаси қўзғалмас бўлса, унинг ҳаракати сферик ҳаракат дейилади. Жисм қўзғалмас нуқта билан шарнир таянч ва бошқа механик воситалар ёрдамида боғланган бўлиши мумкин. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг эркинлик даражаси 3га тенг. Чунки у OX_1, OY_1, ва OZ_1 ўқи атрофида айланиши мумкин./48-расм/ Қўзғалмас О нуқтаси эса жисмни OX_1, OY_1 ва OZ_1 ўқлар бўйлаб илгарилама ҳаракат қилишга имкон бермайди.



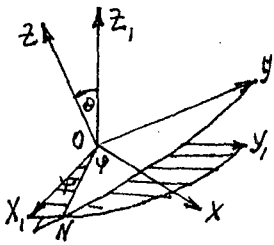
48 - расм

5.1. Сферик ҳаракат тенгламаси.

Сферик ҳаракатдаги жисмнинг эркинлик даражаси 3га тенг бўлганлиги учун, унинг ҳаракатини бирор саноқ системасига нисбатан ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлмаган 3 параметрлар орқали ифодалаш мумкин. Бу параметрларни ҳар хил усуллар орқа-

ли ифодаланади. Асосан Эйлер бурчакларидан фойдаланилади.

Сферик ҳаракатдаги жисмнинг қузғалмас О нуқтасидан O, X_1 Y_1 Z_1 қузғалмас саноқ системасини ўтказамиз. Жисмнинг ҳаракатини шу саноқ системасига нисбатан қараймиз. О Х У саноқ системасини жисмга жипс маҳкамлаймиз. Бу саноқ система жисм билан бирга ҳаракат қилади. Жисмнинг О $X_1 Y_1 Z_1$ саноқ системасига нисбатан ҳолатини аниқлаш учун Эйлернинг бурчакларидан фойдаланамиз. О нуқтадан О $X_1 Y_1$ текислиги билан Оху текислиги кесишгандаги ON тўғри чизиқни ўтказамиз. ON чизиғи тугунлар чизиғи дейилади. /49-расм/.



49 – расм

OX_1 ва ON орасидаги бурчак ψ билан белгиланади ва прецессия бурчаги дейилади. Қузғалувчи ОХУ текислигида ётувчи, ON билан ОХ орасидаги бурчак φ билан белгиланади ва соф айланиш бурчаги дейилади. OZ ва OZ_1 ўқлар орасидаги бурчакни θ билан белгиланади ва нутация бурчаги дейилади. ОХ, OZ ва ON ЯДЛАРИНИ УЧЛАРИДАН қараганимизда шу ўқларга мос перпендикуляр текисликларда жойлашган бурчаклар φ, ψ, θ ни соат стрелкаси йўналишига тескари равишда орта боришиби бурчакларнинг мусбат йўналиши деб қабул қилинади.

Қузғалмас нуқтага эга бўлган жисмни ҳаракатини текшириш учун маркази қузғалмас нуқта бўлган радиуси R га тенг сферик сирт чизамиз. Бу сирт билан жисмни кесишиши натижасида жисмда сферик сирт ҳосил бўлади. Худди текис параллел ҳаракат қилаётган жисмни ҳаракатини унинг текис шаклини ҳаракати орқали текширганимиздек, қузғалмас нуқтага эга бўлган жисм ҳаракатини унинг сферик сиртини ҳаракати орқали текширилади.

Агар ψ, θ ва φ бурчаклари берилган бўлса, ОХУ қузғалувчи саноқ системасининг ҳолати қуйидагича аниқланади: ХОУ текислигида ОХ билан ψ бурчак ташкил этувчи ON тугунлар чизиғини топамиз. ON чизиққа перпендикуляр ва OZ_1 ўқидан ўтувчи текисликда θ бурчакни қўйиб OZ ўқини аниқлаймиз. Тугунлар чизиғидан ўтувчи ва OZ_1 га перпендикуляр бўлган текисликда φ бурчагини қўйиб ОХ ўқини топамиз. ОУни ОХга пер-

пендикуляр ҳолда топамиз. Натижада қузғалувчи саноқ системасининг ҳолатини тула топган бўламиз.

Шундай қилиб қузғалмас нуқтага эга бўлган жисмнинг ҳолати ҳар қандай пайтда вақтга боғлиқ бўлган φ, ψ ва θ бурчаклари билан аниқланади. Яъни:

$$\varphi = f_1(t), \quad \psi = f_2(t), \quad \theta = f_3(t) \qquad /5.1./$$

/5.1./ ифода қузғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракат тенгламаларини ифода этади.

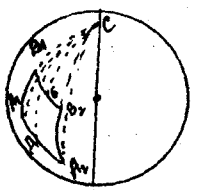
5.2. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг кучишига оид Эйлер – Даламбер теоремаси.

Теорема.

Ягона қузғалмас нуқтага эга бўлган жисмни бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга уни қузғалмас нуқтадан ўтувчи ўқ атрофида бир айлантириш билан кўчириш мумкин.

Теоремани исботлаш.

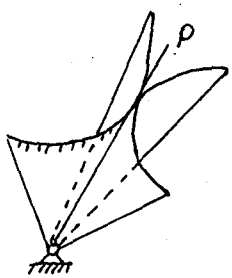
Жисмни биринчи ҳолатида унинг иккита нуқтасини A_1 ва B_1 бўлиб, иккинчи ҳолатда бу нуқталар A_2 ва B_2 ҳолатларини эгалласин /50-расм/. Бу нуқталардан катта сирт бўйлаб ёйлар ўтказамиз: $\overset{\smile}{A_1B_1}$ ва $\overset{\smile}{A_2B_2}$ ёйлар ҳосил бўлади. У ҳолда t_1 вақтда жисмни ҳолати A_1B_1 ёй билан, t_2 вақтда A_2B_2 ёйи билан аниқланилади. A_1 билан A_2 ва B_1 билан B_2 нуқталарни ёйлар билан туташтириб $\overset{\smile}{A_1A_2}$ ва $\overset{\smile}{B_1B_2}$ ёйларнинг ўртасидан $\overset{\smile}{DC}$ ва $\overset{\smile}{EC}$ перпендикуляр ёйларини ўтказсак, улар C нуқтада кесишади. C нуқтани O нуқта билан туташтирамиз. C нуқта билан A_1, B_1, A_2 ва B_2 нуқталарни $\overset{\smile}{A_1C}, \overset{\smile}{B_1C}, \overset{\smile}{A_2C}, \overset{\smile}{B_2C}$ ёйлар билан туташтирамиз. Натижада A_1CB_1 ва A_2CB_2 сферик Δ лар ҳосил бўлади. $A_1C = A_2C$ ва $B_1C = B_2C$ бўлгани учун A_1CB_1 ва A_2CB_2 сферик учбурчаклар ўзаро тенгдир. Бу учбурчакларнинг тенглигидан $\angle A_2CB_2 = \angle A_1CB_1$. Бу тенгликни иккала томонга $\angle A_1CB_2$ ни қўшсак, $\angle A_2CB_2 + \angle A_1CB_2 = \angle A_1CB_1 + \angle A_1CB_2$ га эга бўламиз.



50 – расм

Бундан $\angle A_1CA_2 = \angle B_1CB_2 = \varphi$ келиб чиқади. Натижада, A_1B_1 сферик кесмани OC ўқи атрофида айлантиришдан A_2B_2 сферик кесма ҳолатига кўчирилади.

Агар жисм $\Delta t = t_2 - t_1$ да $\Delta\varphi$га бурилса, $\Delta t \to 0$ да $\overset{\smile}{A_2B_2}$ёйи $\overset{\smile}{A_1B_1}$ ёйига интилади. Натижада ОС ўқ қатор ҳолатларни эгаллайди. Агар бу ўқни Ω деб белгиласак, $\Delta t \to 0$ бўлганда бу ўқ оний айланиш ўқи деб юритилади. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг оний айланиш ўқининг геометрик ўрни а к с о и д а дейилади. Қаттиқ жисмнинг сферик ҳаракатини итальян олими Пуансо – геометрик тарзда қуйидагича тасвирлайди.



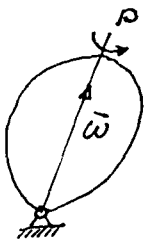
51 – расм

Қузғалмас нуқтаси бўлган қаттиқ жисмнинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишини қузғалувчи аксоидани қузғалмас аксоидани устида сирпантирмасдан думалатиш натижасида бажариш мумкин. Аксоидалар тушунчаси айниқса гороскоплар прецессон ҳаракатларини классификацияланиши учун керак бўлади /51-расм/.

5.3. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг оний бурчак тезлиги ва оний бурчак тезланиши.

Қузғалмас нуқтага эга бўлган жисмнинг ҳаракати вақтнинг ҳар онида оний айланиш ўқи атрофида ўзгариб боради. Ҳаракатни сифат жиҳатдан ўзгаришини характерловчи каттадик жисм оний бурчак тезлиги ва оний бурчак тезланиши билан ифодаланади.

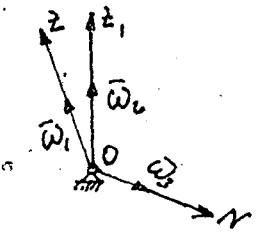
Жисмнинг бурчак тезлиги вектор каттадик бўлиб, оний айланиш ўқи бўйлаб йўналган бўлади /52-расм/. Унинг учидан қараганимизда жисм соат стрелкаси йўналишига тескари равишда айланаётгандек бўлади. Оний бурчак тезлигининг миқдори Δt вақтда жисм оний айланиш ўқи атрофидаги $\Delta\varphi$ элементар айланиш бурчаги орқали топилади; яъни:



52 – расм

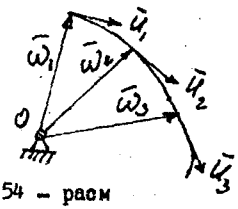
$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\bar{\varphi}|}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}; \qquad /5.2./$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$



53 – расм

/53-расм/дан жисм ҳолати φ бурчакка ўзгарганда жисм Oz ўқи атрофида $\omega_1 = \dot{\varphi}$ бурчак тезлиги билан, ψ бурчакка ўзгарганда жисм Oz_1 ўқи атрофида $\omega_2 = \dot{\psi}$ бурчак тезлиги билан ва θ бурчакка ўзгарганда жисм ON ўқи атрофида $\omega_3 = \dot{\theta}$ бурчак тезлиги билан айланма ҳаракатда бўлади. $\bar{\omega}_1$, $\bar{\omega}_2$ ва $\bar{\omega}_3$ лар мос равишда Oz, Oz_1 ва ON ўқлар бўйлаб йўналган бўлади.



54 – расм

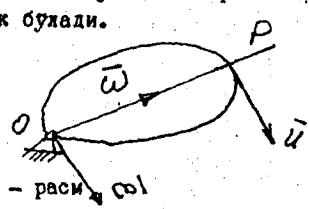
Ҳаракат пайтида жисмнинг уччала бурчаги ҳам ўзгаради ва жисм $\bar{\omega}$ оний бурчак тезлигига эга бўлади:

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_3 . \qquad /5.3./$$

$\bar{\omega}_1$, $\bar{\omega}_2$ ва $\bar{\omega}_3$ лар вақт ўтиши билан ўзгаради. Шунинг учун $\bar{\omega}$ бурчак тезлиги ҳам миқдор ҳам йўналиш жиҳатдан ўзгариб туради /54-расм/. /5.3./даги $\bar{\omega}$ жисм оний бурчак тезлиги дейилади. Шунингдек, жисмнинг оний бурчак тезланиши векторини $\bar{\varepsilon}$ деб белгиланади ва у жисм бурчак тезлиги векторининг вақтнинг ҳар онида ўзгаришини ифода этади:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{u} . \qquad /5.4./$$

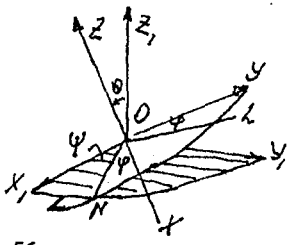
$\bar{\varepsilon}$ ни нуқтанинг $\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$ тезлиги билан солиштирсак $\bar{u}$ вектори, $\bar{\omega}$ оний бурчак тезлиги векторига перпендикуляр ҳолда оний бурчак векторларининг годографига уринма равишда йўналган бўлади. Шунинг учун сферик ҳаракатдаги жисмнинг оний бурчак тезлиги вектори билан оний бурчак тезланиши вектори бир-бири билан маълум бурчак ташкил қилган ҳолда йўналган бўлади. Уларнинг йўналиши /55-расм/да кўрсатилганидек бўлади.



55 – расм

5.4. Эйлернинг кинематик тенгламаси.

Оний бурчак тезлик вектори $\bar{\omega}$ ни ҳисоблаш учун унинг қўзғалувчи ўқлардаги проекцияларини топамиз /56-расм/ дан



56 - расм

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_3 \qquad /5.5./$$

$$\omega_1 = \dot{\varphi}, \quad \omega_2 = \dot{\psi}, \quad \omega_3 = \dot{\theta} \qquad /5.6./$$

/5.6./ни иккала томонини OX, OУ ва OZ ўқига проекциялаймиз;

$$\omega_x = \omega_{1x} + \omega_{2x} + \omega_{3x}$$
$$\omega_y = \omega_{1y} + \omega_{2y} + \omega_{3y} \qquad /5.7./$$
$$\omega_z = \omega_{1z} + \omega_{2z} + \omega_{3z}$$

Лекин $\omega_{1x} = \omega_{1y} = 0$,

$\omega_{1z} = \dot{\varphi}$, $\omega_{3x} = \dot{\theta}\cos\varphi$, $\omega_{3y} = -\dot{\theta}\sin\varphi$, $\omega_{3z} = 0$.

$\bar{\omega}_2$ ни проекциясини аниқлаш учун OZ ва OZ_1 ўқларидан OXУ текислиги билан OL чизиғи бўйича кесишувчи текислик ўтказамиз. ON чизиғи $\angle OZ_1$ га перпендикуляр. Шунинг учун У α чизиғига ҳам перпендикулярдир ($\angle NOL = 90°$, $\angle LOY = \varphi$ демак

$\omega_{2x} = \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi$, $\omega_{2y} = \dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi$, $\omega_{2z} = \dot{\psi}\cos\theta$

Бу ифодаларни /5.7./га қўйсак: $\omega_x = \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi$,

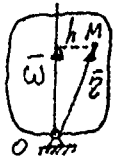
$\omega_y = \dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi$ /5.8./, $\omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\psi}\cos\theta$ (5.8).

/5.8./даги ифодалар Эйлернинг кинематик тенгламаси дейилади.

5.6. Сферик ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги.

Маълумки, қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги Эйлер формуласи орқали топилади. Эйлернинг формуласи сферик ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлигини топиш учун ҳам қўлланилади. Бунда нуқтанинг радиус вектори қўзғалмас нуқтага нисбатан ҳисобланади. М нуқтанинг тезлиги

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{z} \qquad /5.9./$$



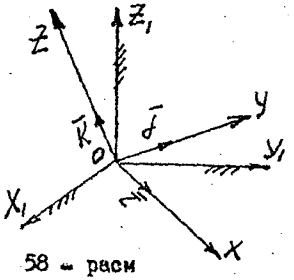
57 - расм

Унинг миқдори

$$v = \omega z \sin(\bar{\omega}, \bar{z}) = \omega h \qquad /5.10./$$

h - нуқтадан то оний айланиш ўқигача бўлган масофа /57-расм/.

М нуқтанинг тезлик векторини қуйидагича ёзамиз /58-расм/.



58 - расм

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ x & y & z \end{vmatrix};$$

$$\vec{v} = (\omega_y z - y\omega_z)\vec{i} + (x\omega_z - z\omega_x)\vec{j} + (y\omega_x - x\omega_y)\vec{k}.$$

$\vec{v}$ - тезлик векторини координата ўқларидаги проекциялари орқали ифодаласак $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$;

$v_x = \omega_y z - z\omega_y$, $v_y = \omega_z x - \omega_x z$, $v_z = \omega_x y - \omega_y z$ /5.II./

Агар нукта оний айланиш ўқида ётса, у ҳолда унинг тезлиги нольга тенг бўлади, яъни: $\vec{v} = 0$.

Бундан, $\omega_y z - z\omega_y = 0$, $\omega_z x - \omega_x z = 0$, $\omega_x y - \omega_y z = 0$. /5.I2./

/5.I2./ қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{x}{\omega_x} = \frac{y}{\omega_y} = \frac{z}{\omega_z}. \qquad /5.I3./$$

Бу тенглама қўзғалувчи аксоидани ҳаракати тенгламасини ифода этади: $\frac{x_1}{\omega_{x_1}} = \frac{y_1}{\omega_{y_1}} = \frac{z}{\omega_{z_1}}$.

Бу ифода қўзғалмас аксоидани тенгламасидир. Агар /2.I8./даги $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ формуладан $\vec{r} = \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ бўлса,

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}, \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k} \qquad /5.I4./$$

бўлади. /5.I4./ ифода Пуассон формуласи деб юритилади.

5.6. Сферик ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланиши.

Эйлер формуласига асосан жисмни М нуқтасининг тезлиги қуйидагига тенг: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

Тезланиш $\vec{W} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Лекин $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$, $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ Шунинг учун

$$\vec{W} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}. \qquad /5.I5./$$

/5.I5./ : формула Ривальс формуласини ифода этади.

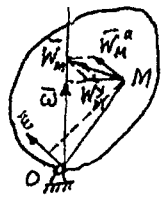
$\bar{\varepsilon} \times \bar{r}$ катталик нуқтанинг айланма тезланиши дейилади:

$$\bar{W}^a = \bar{\varepsilon} \times \bar{r}. \qquad /5.16./$$

Бу тезланиш Мдан $\bar{r}$га ўтказилган перпендикуляр чизиққа перпендикуляр равишда йўналган. $\bar{\omega} \times \bar{v}$ вектор катталик нуқтани ўққа интилма тезланишидан иборат. $\bar{W}^y = \bar{\omega} \times \bar{v}$. /5.17./

$\bar{W}^y$ - М нуқтадан ўққа томон йўналган. Нуқтанинг тула тезланиши қуйидагига тенг:

$$\bar{W} = \bar{W}^a + \bar{W}^y. \qquad /5.18./$$



59 - расм

Сферик ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланиши вектори унинг айланма тезланиши вектори билан ўққа интилма тезланиш векторларини геометрик йиғиндисига тенг. $\bar{W}$ нинг миқдори қуйидагича топилади /59-расм/.

$$W = \sqrt{(W^a)^2 + (W^y)^2 + 2W^a W^y \cos(W^a, W^y)} \qquad /5.19./$$

Айланма тезланиш $\bar{W}^a$ тездик $\bar{v}$ йўналишида йўналган. Унинг миқдори $W^a = r\omega \sin(\bar{r}, \bar{\omega}) = h_1 \varepsilon$ /5.20./ формула билан топилади.

h_1 - нуқтадан оний айланиш ўқигача бўлган масофа. Ўққа интилма тезланиш $\bar{W}^y$ эса оний айланиш ўқига тик йўналган бўлиб, унинг миқдори қуйидагича топилади: $W^y = h\omega^2$ /5.21./

h - нуқтадан оний айланиш ўқигача бўлган масофа.

5.9. Сферик ҳаракатдаги жисм оний бурчак тезланишини аниқлаш.

Жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланишини топиш учун албатта унинг бурчак тезланиши талаб қилинади. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг бурчак тезланишини қуйидаги икки усул орқали топилади:

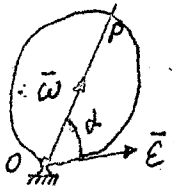
I. Агар $\bar{\omega}$ бурчак тезлигини x, y, z қузғалувчи координаталардаги проекциялари ω_x, ω_y ва ω_z маълум бўлса, у ҳолда бурчак тезланишини бу ўқдаги проекцияси қуйидагига тенг бўлади.

$$\varepsilon_x = \frac{d\omega_x}{dt}, \quad \varepsilon_y = \frac{d\omega_y}{dt}, \quad \varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt}.$$

Бундан $$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} \qquad /5.22./$$

2. $\vec{\varepsilon}$ – бурчак тезланиши векторини $\vec{\omega}$ бурчак тезлиги вектори учини тезлиги деб қараш мумкин:

Ҳаракат давомида $\vec{\omega}$ оний бурчак тезлиги ҳам йўналиши ҳам миқдори жиҳатидан ўзгаргани учун $\vec{\omega}$ ва $\vec{\varepsilon}$ векторлар ўзаро маълум бурчак остида йўналган бўлади. Агар жисм ҳаракат пайтида $\vec{\omega}$ фақат йўналишини ўзгартирса, у ҳолда $\alpha = \pi/2$ бўлади/60-расм/.



60 – расм

Агар $\vec{\omega}$ оний бурчак тезлиги бўйича йўналган бирлик вектори $\vec{\tau}$ бўлса, у ҳолда

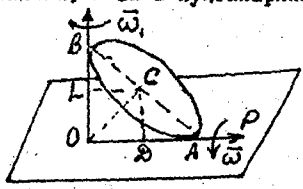
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(\omega\vec{\tau})}{dt} = \varepsilon\vec{\tau} + \omega\frac{d\vec{\tau}}{dt};$$

ёки $$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_1 + \vec{\varepsilon}_2; \qquad /5.23./$$

$$\vec{\varepsilon}_1 = \varepsilon\vec{\tau}; \quad \vec{\varepsilon}_2 = \omega\frac{d\vec{\tau}}{dt}.$$

Агар $\vec{\varepsilon} \neq 0$ бўлса, $\vec{\varepsilon}_1$ – вектор $\vec{\omega}$ – бўйича унинг билан бир томонга йўналади, акс ҳолда $\vec{\omega}$ га тескари йўналади.
$\vec{\varepsilon}_2$ эса $\vec{\omega}$ га перпендикуляр ҳолда йўналган бўлади.

Масала.
O учи қўзғалмас бўлган конус текисликда сирпанмасдан юмалайди. Конуснинг баландлиги CO=I8 см, учидаги бурчак $\angle AOB = 90^0$. Конус асосининг маркази бўлган C нуқта ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади ва I секунддан кейин ўзининг бошланғич ҳолатига қайтади. AB диаметр B учининг тезлиги, конуснинг бурчак тезланиши, A ва B нуқталарнинг тезланишлари аниқлансин/6I-расм/.



6I – расм

Масалани ечиш:

Конуснинг бурчак тезлигини аниқлаймиз. Конусни оний айланиш ўқи OP. Шаклдан C нуқтанинг тезлиги қуйидагича бўлади: $v_c = \omega \cdot CD$

иккинчи томондан, $v_c = \frac{2\pi L \cdot C}{t} = \frac{2\pi \cdot CO \sin 45^0}{t} = 18\sqrt{2}\pi$

Шунинг учун, $\omega_1 \cdot CL = \omega \cdot CD, \quad \omega_1 = \omega.$

Бундан $\omega_1 = \frac{18\sqrt{2} \cdot \pi}{CL} = \frac{18\sqrt{2}\pi}{18\sqrt{2}\frac{1}{2}} = 2\pi \; рад/с.$

Бурчак тезлиниши топамиз.

$\varepsilon = \omega \cdot \omega = \omega_1^2 = (2\pi)^2 = 39{,}5$ рад/с^2.

В нуқтанинг тезлиги $U_B = \omega \cdot OB$ Δ OAC дан

$OA = \sqrt{(OC)^2 + (AC)^2} = 18\sqrt{2}$ см.

Демак, $OB = OA = 18\sqrt{2}$ см; $U_B = \omega \cdot OB = \omega_1 \cdot 18\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$ см/с.

А ва В нуқталарнинг тезланишини топамиз.

$W_A = \varepsilon \cdot OA = 39{,}5 \cdot 18\sqrt{2} = 1005{,}5$ см/с^2;

$\bar{W}_B = \bar{W}_B^a + \bar{W}_B^y$;

$W_B^a = \varepsilon \cdot BO = 18\sqrt{2} \cdot (2\pi)^2 = 1004{,}3$ см/с^2

$W_B^y = \omega^2 \cdot BO = 18\sqrt{2}\,(2\pi)^2 = 1004{,}9$ см/с^2.

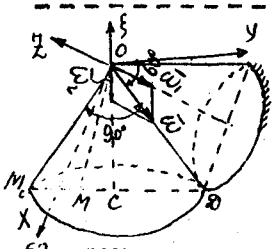
$W_B = \sqrt{(W_B^a)^2 + (W_B^y)^2} = 1004{,}9\sqrt{2} = 1421{,}2$ см/с^2.

Масала.

Қузғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг қузғалмас сирт устида сирпанмай ғилдирагандаги кинематикасини текшириш. Қузғалмас нуқтага эга бўлган А жисм В жисмни сирти устида сирпанмасдан ғилдираб ҳаракат қилади. А жисмнинг О ўқи OZ ўқи атрофида айланади ва А жисмнинг берилган ҳолатида ω_1 бурчак тезлиги ва ε_1 бурчак тезланишига эга.

А жисмнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши ҳамда А жисмнинг берилган ҳолати учун М нуқтанинг тезлиги ва тезланишини топинг /62-расм/. Ҳисоблаш учун керакли маълумотлар қуйидаги жадвалда берилган:

OM см	ω_1 рад/сек	ε_1 рад/сек	M_0M см
40	2,2	3,3	15



62 – расм

Масалани ечиш:

I. Жисмни бурчак тезлигини аниқлаш. А конус сферик ҳаракат қилади. А ва В конусларнинг ўзаро тегиб турган умумий OΩ ўқи оний айланиш ўқидир. OX ва OY ўқини шундай танлаймизки, Oζ ва OΩ ўқлари XOZ текислигида ётсин.

С нуқтанинг тезлигини топамиз $\bar{v}_c = \bar{\omega} \times \overline{OC}$ /1./

иккинчи томондан С нуқтанинг O_1 уқи атрофидаги тезлиги

$$\bar{v}_c = \bar{\omega}_1 \times \overline{OC} \qquad /2./$$

/1./ ва /2./дан

$$\omega_1 \cdot OC \cdot \sin 75^\circ = \omega \cdot OC \cdot \sin 45^\circ$$

Бундан $\omega = \omega_1 \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 1{,}366 \cdot \omega_1 = 3 \text{ рад/с}.$

$\bar{\omega}$ нинг йуналиши $\bar{v}_c$ тезликни йуналиши билан аниқланади.

А жисмнинг бурчак тезлигини топамиз. Шаклдан $\bar{\omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2$

ω_2 А жисмнинг O_1 уқи атрофидаги айланма ҳаракати бурчак тезлиги

2. Жисмнинг бурчак тезланишини аниқлаш.

Бурчак тезланиши $\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$ /4./

Бурчак тезлиги векторини қуйидагича ёзамиз:

$$\bar{\omega} = \omega \bar{\tau}_{\Omega} \qquad /5./$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\bar{\tau}_{\Omega} + \omega \frac{d\bar{\tau}_{\Omega}}{dt} \qquad /6./$$

$$\frac{d\bar{\tau}_{\Omega}}{dt} = \bar{\omega}_1 \times \bar{\tau}_{\Omega}$$

Демак,

/6./дан $\bar{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \bar{\tau}_{\Omega} + \omega\omega_1 \sin 30^\circ \cdot \bar{j}$ /7./

ёки $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{\parallel} + \bar{\varepsilon}_{\perp}$ /8./

бунда $\bar{\varepsilon}_{\parallel} = \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\bar{\tau}_{\Omega}$ /9./

$\bar{\varepsilon}_{\perp} = \omega \cdot \omega_1 \sin 30^\circ \bar{j}$ /10./

$\bar{\varepsilon}$ вектори $O\Omega$ бўйича йуналган:

$$\varepsilon_{\parallel} = \left|\frac{d\bar{\omega}}{dt}\right|, \quad \omega = \omega_1 \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon_1 \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 1{,}366 \cdot \varepsilon_1 = 4{,}5 \text{ рад/с}^2$$

Демак, $\varepsilon_{\parallel} = 4{,}5 \text{ рад/с}^2$

$$\varepsilon_{\perp} = \omega \cdot \omega_1 \sin 30^\circ = \omega_1^2 \cdot \sin 75^\circ \cdot \sin 30^\circ / \sin 45^\circ$$

$\varepsilon_\perp = \omega_1^2 \cdot 0{,}96 \cdot \frac{1}{2} / 0{,}7 = 3{,}3$ рад/с^2.

$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{II}^2 + \varepsilon_\perp^2} = \sqrt{(3{,}3)^2 + (4{,}5)^2} = 5{,}6$ рад/с^2.

3. Жисм нуқтаси тезлигини аниқлаш. М нуқтасининг тезлигини оний айланиш ўқи бўйича аниқлаймиз. $\bar{v}_M = \bar{\omega} \times \overline{OM}$

$\bar{\omega}$ ва OM векторлари XOZ текислигида жойлашган. Шунинг учун шакидан тезлик OУга параллел равишда йўналган:

$$v_M = \omega \cdot OM \cdot \sin(\bar{\omega}, \overline{OM})$$

Шакидан $OM \cdot \sin(\bar{\omega}, \overline{OM}) = MN = DM \cdot \cos(\frac{\delta}{2})$;

$DM = 2\ell \sin(\delta/2) - MM_0 = 2 \cdot \frac{40\sqrt{2}}{2} - 15 =$

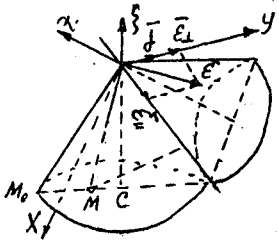
$= 40 \cdot 1{,}42 - 15 = 56{,}6 - 15 = 41{,}6$ см.

$v_M = DM \cdot \cos 45° \cdot \omega_1 \frac{\sin 75°}{\sin 45} = 88{,}40$ см/с;

$v_M = 88{,}40$ см/с.

4. Жисм нуқтасининг тезланишини топиш.

М нуқтанинг тезланишини унинг ўққа интилма тезланиши билан айланма тезланишларини геометрик йиғиндисига тенг /63 - расм/.



63 -расм

$W_M = \bar{W}_M^a + W_M^y$; $W_M^y = \bar{\omega} \times \bar{v}_M$,

$W_M^y = \omega \cdot v_M \sin 90° = \omega \cdot v_M$;

$W_M^y = 3 \cdot 88{,}4 = 265{,}2$ м/с^2.

$\bar{W}_M^a = \bar{\varepsilon} \times \overline{OM}$.

Лекин, $\bar{W}_M^a = \bar{W}_{M\,II}^a + \bar{W}_{M\perp}^a$

$\bar{W}_{M\,II}^a = \bar{\varepsilon}_{II} \times \overline{OM}$;

$\bar{W}_{M\perp}^a = \bar{\varepsilon}_\perp \times \overline{OM}$.

$W_{M\,II} = \varepsilon_{II} \cdot OM \cdot \sin(\bar{\varepsilon}_{II}, \overline{OM}) = \varepsilon_{II}\, DM \cos(\frac{\delta}{2}) = 132{,}37$ см/с^2

$W_{M\perp} = \varepsilon_\perp \cdot OM \cdot \sin(\bar{\varepsilon}_\perp, \overline{OM}) = \varepsilon_\perp \cdot OM = \omega \cdot \omega_1 \sin 30° \cdot OM$;

$OM = \sqrt{\ell^2 + (M_0M)^2 - 2\ell M_0M \cos 45°} = 31{,}2$, $W_{M\perp} = 23{,}12$ см/с^2.

6. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ.

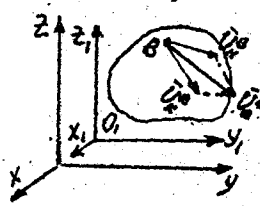
Қаттиқ жисмнинг қузғалувчи саноқ системасига нисбатан ҳаракати нисбий ҳаракат д е й и л а д и.

Қаттиқ жисмга маҳкамланган қузғалувчи саноқ системасининг жисм билан биргаликда, қузғалмас саноқ системасига нисбатан ҳаракати жисмнинг кучирма ҳаракати дейилади.

Қаттиқ жисмнинг қузғалмас саноқ системасига нисбатан ҳаракати абсолют ҳаракат д е й и л а д и.

6.1. Жисмнинг илгарилама ҳаракатларини қушиш.

Агар жисмнинг нисбий ва кучирма ҳаракатлари бир вақтнинг узида илгарилама ҳаракатдан иборат булса, унинг ҳаракати ҳам илгарилама ҳаракатдан, тезлиги эса кучирма ва нисбий тезликларнинг геометрик йиғиндисидан иборат булади.



64 - расм

Фараз қилайлик, абсолют қаттиқ жисм $O_1X_1Y_1$ /64-расм/ саноқ системасига нисбатан илгарилама нисбий ҳаракатда булсин. $O_1X_1Y_1Z_1$ система эса $OXYZ$ га нисбатан ҳаракат қилсин. $\bar{v}_n^B$ жисм В нуқтасининг нисбий тезлиги, $\bar{v}_k^B$ эса В нуқтанинг кучирма тезлиги булсин. У ҳолда В нуқтанинг абсолют тезлиги

$$\bar{v}_a = \bar{v}_n^B + \bar{v}_k^B \qquad /6.1./$$

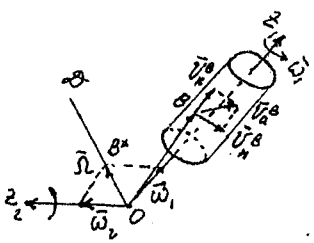
Агар нисбий тезланиш $\bar{w}_n^B$ булса, абсолют тезланиш:

$$\bar{w}_a^B = \bar{w}_n^B + \bar{w}_k^B, \quad \bar{w}_k^B - \text{кучирма тезланиш}. \qquad /6.2./$$

Демак жисмнинг иккита илгарилама ҳаракати битта илгарилама ҳаракатга кинематик эквивалент булиб, унинг тезлиги ва тезланиши ҳар иккала илгарилама ҳаракатнинг тезлиги ва тезланиши векторларини геометрик йиғиндисидан иборат.

6.2. Жисмнинг узаро кесишувчи уклар атрофидаги айланма ҳаракатларини қушиш.

Цилиндр шаклига эга булган жисм Oz_1 ук атрофида $\bar{\omega}_1$ бурчак тезлиги билан нисбий ҳаракатда булсин. Oz_1 ук эса, Oz_2 уқи атрофида ω_2 бурчак тезлиги билан кучирма-айланма ҳаракат қилсин.



65 - расм

Цилиндрга маҳкамлаб қўйилган ихтиёрий В нуқтани оламиз /65-расм/. Бу нуқтанинг абсолют тезлиги:

$$\bar{v}_a^B = \bar{v}_n^B + \bar{v}_k^B \qquad /6.3./$$

Эйлер формуласига асосан В нуқтанинг нисбий ва кўчирма тезлиги

$$\bar{v}_n^B = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_B \qquad /6.4./$$

$$\bar{v}_k^B = \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_B \qquad /6.5./$$

/6.3./, /6.4./ ва /6.5./га асосан В нуқтанинг абсолют тезлиги:

$$\bar{v}_a^B = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_B + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_B, \quad \bar{v}_a = (\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2) \times \bar{r}_B \qquad /6.6./$$

$\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 = \bar{\Omega}$ десак,

$$\bar{v}_a = \bar{\Omega} \times \bar{r}_B \qquad /6.7./$$

$\bar{\Omega}$ вектори $\bar{\omega}_1$ ва $\bar{\omega}_2$ векторлардан қурилган параллелограммнинг диагонали бўйича йўналган. $\bar{\Omega}$ векторида ётган OД тўғри чизиқни оламиз. $\bar{r}_{B^*}$, B^* нуқтанинг радиус вектори. ОДда ётувчи B^* нуқтанинг тезлиги нольга тенг, чунки $\bar{\Omega}$ ва $\bar{r}_{B^*}$ векторлари коллинеар векторлардир.

$$\bar{v}_{B^*} = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{B^*}; \quad \bar{v}_{B^*} = 0. \qquad /6.8./$$

Демак, ОД ўқ оний айланиш ўқидан иборат. Умуман бир нуқтада кесишувчи икки ўқ атрофида айланадиган жисм ҳаракатини, бир оний ўқ атрофида айланма ҳаракат билан алмаштириш мумкин экан. Бу оний ўқ ҳамма вақт икки бурчак тезлиги векторига қурилган параллелограммнинг диагонали бўйлаб йўналган, оний бурчак тезлиги миқдори эса диагоналнинг узунлигига тенг бўлади. ω_1 ва ω_2 бурчак тезликлари орасидаги бурчак α бўлса, оний бурчак тезлигининг миқдори:

$$\Omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\omega_1\omega_2\cos\alpha} \qquad /6.9./$$

Агар жисм бир нуқтада кесишувчи бир канча айланма ҳаракатдан иборат бўлса:

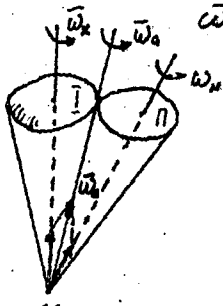
$$\bar{\Omega} = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \dots + \bar{\omega}_n \qquad /6.10./$$

ёки

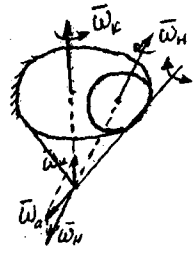
$$\bar{\Omega} = \sum_{k=1}^{n} \bar{\omega}_k \qquad /6.11./$$

Бу ифода бурчак тезликлари қўшбурчаги қоидаси деб юритилади.
Масалан: – конус ПП, қузғалмас конус I устида ҳаракат қилсин. Қузғалувчи конус ўз ўқи атрофида $\bar{\omega}_к$ бурчак тезлиги билан айлансин. Конуснинг абсолют бурчак тезлиги қуйидагига тенг: $\bar{\omega}_а = \bar{\omega}_н + \bar{\omega}_к$

$\bar{\omega}_н$, $\bar{\omega}_к$ ва $\bar{\omega}_а$ларнинг йўнаиши бир хил бўлади /66–расм/.



66 – расм



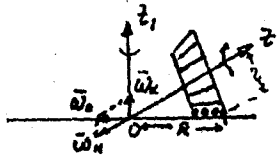
67 – расм

Агар қузғалувчи конус қузғалмас конус ичида ҳаракат қилса, абсолют бурчак тезлиги $\bar{\omega}_а = \bar{\omega}_к - \bar{\omega}_н$ бўлади. Абсолют бурчак тезлиги, нисбий бурчак тезлиги ва кўчирма бурчак тезликлари /67–расм/да кўрсатилганидек бўлади.

П–конус, I–конус устида думалаганда қузғалмас конуснинг ясовчиси абсолют айланма ҳаракатнинг оний айланиш ўқи бўлади. П–конуснинг ўқи эса қузғалувчан бўлиб, қузғалмас конус атрофида айланма ҳаракат қилади.

Масала.

Конус шаклидаги тишли ғилдирак тишли ясси таянч ғилдиракни бир минутда беш марта айланиб чиқади. Конус шаклидаги ғилдирак ўқи тишли ясси ғилдиракнинг геометрик ўқи билан унинг марказида кесишади. Агар тишли ясси ғилдирак радиуси конус шаклидаги радиусдан икки марта катта $R = 2r$ бўлса, ғилдиракнинг ўз ўқи атрофида айланишидаги бурчак тезлиги $\bar{\omega}_н$ ва оний ўқ атрофида айланишидаги тезлиги $\bar{\omega}_а$ аниқлансин /68–расм/.



68 – расм

Масалани ечиш:

Конус шаклидаги тишли ғилдирак тишли ясси ғилдиракни OZ_1 ўқи атрофида соат стрелкаси йўналишига тескари равишда айланиб чиқсин ($\bar{\omega}_а$ бурчак тезлиги билан /. У ҳолда унинг OZ ўқи атрофида айланиши расмда кўрсатилганидек бўлади.

Демак $\bar{\omega}_a = \bar{\omega}_n + \bar{\omega}_k$ ОА уқ оний айланиш уқидир.

Кучирма бурчак тезлигини топамиз.

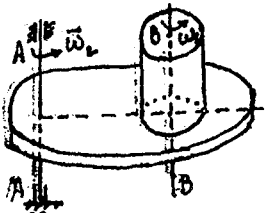
$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{5\pi}{30} = \frac{\pi}{6}\ c^{-1}.$$

Шаклдан $\omega_a = \omega_k \cdot tg\alpha = \omega_k \cdot \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{r} = 0{,}907\ c^{-1}$.

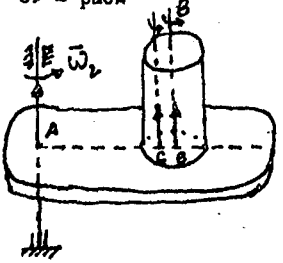
$$\omega_n = \sqrt{\omega_a^2 - \omega_k^2} = \frac{\pi}{3} = 1{,}047\ c^{-1}.$$

6.8. Икки параллель уқ атрофида айланувчи жисм ҳаракатларини қушиш.

Бирор диск АА уқ атрофида $\bar{\omega}_2$ бурчак тезлиги билан айланма ҳаракатда бўлсин. Дискка маҳкам қилиб урнатилган ВВ уқ атрофида эса, цилиндр Д ω_1 бурчак тезлиги билан айланма ҳаракат қилсин /69-расм/. Демак цилиндрнинг ҳар қандай нуқтасининг ҳаракати икки ҳаракатдан иборат булади: цилиндрнинг диск билан биргаликдаги кучирма-айланма ҳаракати ҳамда ВВ уқ атрофидаги нисбий айланма ҳаракати. Цилиндрнинг абсолют ҳаракатини топамиз /70-расм/. Абсолют ҳаракат оний уқ атрофидаги айланма ҳаракатдан иборат. Шунинг учун АВда ётган С нуқтани оламиз.



69 - расм



70 - расм

$AC = \bar{r}_2$; $BC = \bar{r}_1$

С нуқтанинг абсолют тезлиги:

$$\bar{v}_a^c = \bar{v}_n^c + \bar{v}_k^c$$

С нуқтанинг А ва В нуқталарига нисбатан радиус векторлари $\bar{r}_2$ ва $\bar{r}_1$ булгани учун С нуқтани шундай танлаймизки, унда $|\bar{\omega}_1| \cdot |\bar{r}_1| = |\bar{\omega}_2| \cdot |\bar{r}_2|$ /6.12./

Лекин $\bar{v}_k^c = \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2$, $\bar{v}_n^c = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1$

Шунинг учун $\bar{v}_a^c = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1 + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2$ /6.13./

$\bar{r}_1$ ва $\bar{r}_2$ векторлари қарама-қарши томонга йуналган.

/6.12./ ва /6.13./дан С нуқтанинг абсолют тезлиги нулга тенг. Цилиндрнинг ҳаракати абсолют бурчак тезлиги $\bar{\Omega}$ га

тенг бўлган айланма ҳаракатдан иборат. Бу векторларнинг модулини топиш учун қуйидагидан фойдаланамиз: $\vec{v}_B = \vec{\omega}_2 \times \vec{AB}$; иккинчи томондан $\vec{v}_B = \vec{\Omega} \times \vec{CB}$.

Демак $$\vec{\omega}_2 \times \vec{AB} = \vec{\Omega} \times \vec{CB} \qquad /6.14./$$

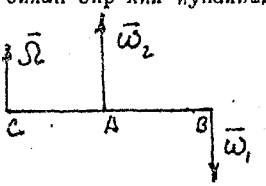
$\vec{\Omega}$ оний бурчак тезлиги $\vec{\omega}_1$ ва $\vec{\omega}_2$ векторлари йўналишида йўналган.

$$|\vec{\Omega}| \cdot CB = |\vec{\omega}_2| \cdot AB,$$

ёки юқоридагиларга асосан

$$\vec{\Omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 . \qquad /6.15./$$

Демак, бир-бирига параллел икки ўқ атрофида бир йўналиш бўйича айланувчи жисмнинг оний йўналиш ўқи параллел ўқлар орасини туташтирувчи кесмани бурчак тезликларига нисбатан пропорционал қисмларга бўлади, оний бурчак тезлиги эса берилган бурчак тезликларининг йиғиндисига тенг бўлиб, улар билан бир хил йўналишда бўлади.



71- расм

Энди жисм бир-бирига параллел икки ўқ атрофида қарама-қарши йўналишга эга бўлган катталиклари ҳар хил бурчак тезлиги билан айлангандаги ҳолни текширамиз. $\vec{\omega}_2 > \vec{\omega}_1$ бўлсин /71-расм/. АВнинг давомида олинган бирор С нуқта тезлигини топамиз.

$$|\vec{v}_C| = AC \cdot \omega_2 - \omega_1 \cdot BC ,$$

Бундан $$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{BC}{AC} . \qquad /6.16./$$

С нуқтанинг тезлиги нульга тенг бўлганлиги учун бу нуқтадан берилган ўқларга параллел қилиб ўтказилган чизиқ оний айланиш ўқи, С нуқта эса марказ бўлади. Жисмнинг оний бурчак тезлигини топамиз. Бунинг учун юқоридаги мулоҳаза асосида А нуқтадаги тезликларни топамиз.

$$v_A = AB \cdot \omega_1, \quad v_A = AC \cdot \Omega, \quad \Omega = \frac{AB}{AC}\omega_1 = \frac{BC - AC}{AC}\omega_1$$

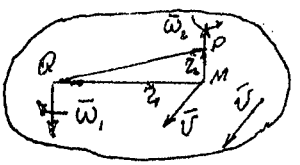
/6.16./ни ҳисобга олсак: $$\Omega = \omega_2 - \omega_1 . \qquad /6.17./$$

Демак, жисм параллел ўқ атрофида қарама-қарши томонга қараб айланса, унинг оний айланиш ўқи шу ўқларни туташтирувчи кесманинг давомида бўлиб, бу кесмани бурчак тезликларига нис-

батан ташқи равишда тескари пропорционал қисмларга булади, оний бурчак тезлиги эса қайси бурчак тезлигиниң катта булса шу томонга қараб йуналган булади ва миқдори бурчак тезликларини айирмасига тенг.

6.4. Жуфт айланиш.

Қаттиқ жисм икки параллел уқ атрофида қарама-қарши томонга айланиб, бурчак тезликлари миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг булса, бундай айланиш жуфт айланиш д е й и л а д и. Жуфт айланишда $\bar{\omega}_1 = -\bar{\omega}_2$. Фараз қилайлик, жисм бурчак тезликлари $\bar{\omega}_1$ ва $\bar{\omega}_2$ га тенг булган иккита айланма ҳаракатда қатнасин. Бундай жуфт айланиш ҳаракатни тасаввур қилиш учун жисм ихтиёрий нуқтасининг ҳаракатини текширамиз ($\omega_1 = \omega_2$) /72-расм/.



72 - расм

М нуқтанинг $\bar{\omega}_1$ ва $\bar{\omega}_2$ ётган текислигида О ва Р нуқталарига нисбатан ҳолати $\bar{MQ} = \bar{r}_1$ ва $\bar{MP} = \bar{r}_2$ векторлар билан аниқлансин. Тезликларни қушиш теоремасидан фойдаланиб, М нуқтанинг абсолют тезлигини қуйидагича ёзамиз:

$$\bar{v}_a^M = \bar{v}_N^M + \bar{v}_K^M; \quad \bar{v}_a^M = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1 + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2 .$$

Бунда $\bar{\omega}_2 = -\bar{\omega}_1$, $\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = \bar{QP}$.

Шунинг учун $\bar{v}_a^M = \bar{\omega}_1 \times (\bar{r}_1 - \bar{r}_2) = \bar{\omega}_1 \times \bar{QP}$.

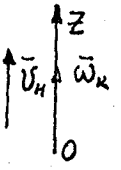
М нуқтанинг тезлиги унинг ҳолатига боғлиқ эмас. $\bar{QP}$ ва $\bar{\omega}_1$ жисмнинг ҳамма нуқталари учун умумий булганидан $\bar{v}_a^M$ тезлик ҳам жисмнинг ҳамма нуқталари учун бир хил булади. Яъни: жуфт айланишдаги жисм ҳар онда илгарилама ҳаракатда булади. $\bar{v}_a^M = \bar{v}$ десак, илгарилама ҳаракат тезлиги $\bar{v}$ жуфт айланиш векторлари $(\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2)$ ётган текисликка перпендикуляр равишда йуналган булади. Унинг мусбат йуналиши бу векторни учидан қарасак, жуфт айланиш бурчак тезликларини векторларининг йуналиши соат стрелкасини йуналишига тескари йуналишда булади.

Тезликларни сон қиймати $v = \omega_1 h$ га тенг, бунда h айланиш уқлари орасидаги энг қисқа масофа булиб, жуфт елкаси дейилади. Шундай қилиб, жуфт айланишнинг жуфт текислигига перпендикуляр йуналишда булган оний илгарилама ҳаракати тезлигининг катта-

лиги, жуфт айланиш моментига тенг. Аксинча, қаттиқ жисмларнинг илгарилама ҳаракат тезлигини шу тезлик векторига перпендикуляр текислигида жойлашган моменти $\sigma=\omega h$ га тенг, $(\bar{\omega}, \bar{\omega}_2)$ оний жуфт айланиши билан алмаштириш мумкин.

6.5. Винт ҳаракати.

Жисм қузғалмас OZ ўқ атрофида $\bar{\omega}_к$ бурчак тезлик билан айланиб кучирма ҳаракатда, ҳамда oz ўқ бўйлаб $\bar{v}_н$ тезлик билан нисбий илгарилама ҳаракатда бўлса, жисмнинг ҳаракати винт ҳаракати д е й и л а д и . Агар айланма /кучирма/ ҳаракат бурчак тезлиги $\bar{\omega}_к$ ва нисбий ҳаракат тезлиги $\bar{v}_н$ ўқ бўйлаб бир йўналишда бўлса, бундай ҳаракат ўнг винт ҳаракати дейилади. /73-расм/. Агар $\bar{\omega}_к$ билан $\bar{v}_н$ қарама-қарши томонга йўналган бўлса, чап винт ҳаракати дейилади. Нисбий тезлик $\bar{v}_н$ нинг, кучирма ҳаракат бурчак тезлиги $\bar{\omega}_к$ га нисбати винт параметри дейилади ва у P билан белгиланади:



73 – расм

$$P=\frac{v_н}{\omega_к}. \qquad /6.18./$$

Агар жисмнинг ўқ атрофидаги айланиш бурчагини φ, билан айланиш ўқи бўйлаб кучишини S билан белгиласак:

$$\omega_к=\frac{d\varphi}{dt},\quad v_н=\frac{dS}{dt},\quad P=\frac{dS}{d\varphi}. \qquad /6.19./$$

Агар винт параметри ўзгармас бўлса $P=\frac{dS}{d\varphi}$ ни $d\varphi$ га кўпайтириб, Одан S ва Одан φ гача бўлган чегарада интегралласак:

$$\int_0^S dS=\int_0^\varphi P\,d\varphi,\quad S=P\varphi. \qquad /6.20./$$

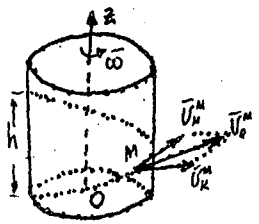
Жисм бир марта тўлиқ айланганда $\varphi=2\pi$ бўлади. Ўқ бўйлаб кучишини h десак,

$$h=2\pi P,\quad P=\frac{h}{2\pi} \qquad /6.21./$$

Жисмнинг винт ўқи атрофида бир марта тўлиқ айланишида, унинг винт ўқи бўйлаб кучиши– h га винт қадами дейилади.

Винт ҳаракатидаги жисмнинг ихтиёрий нуқтасидан айланиш ўқи Z гача бўлган масофа ўзгармасдан қолади. Шу туфайли Z ўқидан Z масофада турган ихтиёрий нуқтасининг траекторияси

радиуси r га тенг бўлган цилиндр сиртида ётади /74-расм/.



74- расм

Цилиндр сиртидаги М нуқтанинг абсолют тезлиги:

$$\bar{U}_a^M = \bar{U}_H^M + \bar{U}_K^M, \quad \bar{U}_H^M \perp \bar{U}_K^M$$

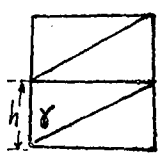
Шунинг учун,

$$U_a^M = \sqrt{(U_H^M)^2 + (U_K^M)^2} = \omega\sqrt{P^2 + r^2} \quad /6.22./$$

Абсолют тезликнинг айланиш ўқи ёки цилиндрнинг ясовчиси билан ташкил этган бурчагини γ билан белгиланиб, $P = \frac{U_H}{\omega_K}$ ни этиборга олсак $tg\,\gamma$ қуйидагича топилади:

$$tg\,\gamma = \frac{U_K}{U_H}, \quad tg\,\gamma = \frac{r}{\rho} \quad \rho = const, \quad tg\,\gamma = const \quad /6.23./$$

Демак r радиусли цилиндр сиртида ҳаракатланувчи М нуқтанинг траекториялари винт чизиғи деб аталувчи чизиқдан иборат цилиндр ясовчиларни бир хил бурчак γ остида кесиб ўтади.



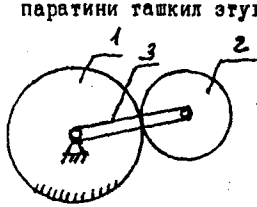
75 - расм

Агар цилиндрни ясовчиси /75-расм/ бўйлаб кесиб, текисликка ёйсак, бу текисликда винт чизиғи ясовчи билан γ бурчак ташкил этувчи тўғри чизиқдан иборат бўлади $h = 2\pi r\,tg\,\gamma$ /6.24./

6.6. Эпициклик механизмлар.

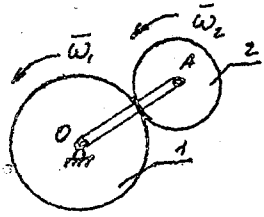
Ҳаракатланувчи дастага ўрнатилган ва параллел ўқлар атрофида айланувчи икки ёки бир қанча гилдиракларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган механизм эпициклик механизмлар дейилади.

Эпициклик механизмларга пахта териш машинасини ишчи аппаратини ташкил этувчи планетар механизмларни /76-расм/, ёки автомобильнинг дифференциал механизмларини /77-расм/да кўрсатиш мумкин:



76 - расм

1. барабан.
2. сателлит ёки йўлдош.
3. ОА даста /водила/.



77 – расм

Автомобильни дифференциал механизмини кинематик схемаси /77-расм/да тасвирланган. OA даста ω_0 бурчак тезлигига, I ва 2 ғилдираклар $\bar{\omega}_1$ ва $\bar{\omega}_2$ бурчак тезликларига эга. Бурчак тезликлар орасидаги боғланишни топамиз. Бунинг учун OA дастага $-\bar{\omega}_0$ бурчак тезлиги берсак. OA даста тинч ҳолатда бўлади.

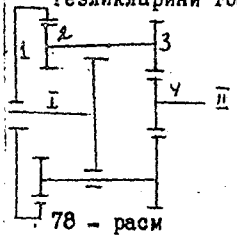
I ва 2 ғилдираклар оддий узатмадан иборат бўлиб I ғилдирак $\omega_1-\omega_0$ ва 2 ғилдирак $\omega_2-\omega_0$ бурчак тезликларига эга бўлганлиги учун ушбу ифодага эга бўламиз:

$$\frac{|\bar{\omega}_2-\bar{\omega}_0|}{|\bar{\omega}_1-\bar{\omega}_0|}=-\frac{z_1}{z_2} \qquad /6.25./$$

/6.25./ Виллис формуласи деб юритилади.

6.7. Планетарли редуктор звеносини бурчак тезликларини топиш.

Редуктор сателлитлари ва етакланувчи II валнинг бурчак тезликларини топамиз. Редуктор схемаси /78-расм/да кўрсатилган. Ҳисоблаш учун керакли маълумотлар қуйидагича: $z_1=50$ см, $z_2=10$ см, $z_3=15$ см, $z_4=25$ см, $\omega_I=90\ c^{-1}$, $\omega_1=-40\ c^{-1}$. $\bar{\omega}_1$ ни ишораси I етакловчи валдан ҳисоблаганда соат стрелкаси йўналиши бўйича йўналганини билдиради/.



78 – расм

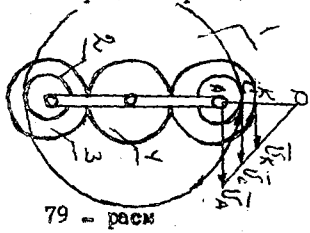
Масалани ечиш.

Юқоридагиларни ҳисобга олсак /78-расм/даги механизмни кинематик схемаси /79-расм/да кўрсатилганидек бўлади. Кривошипнинг A нуқтасининг тезлигини топамиз.

$$V_A=\omega_I\cdot(z_1-z_2)=\omega_I(50-10)=90\cdot40=3600\ \text{см/с}.$$

C нуқтанинг тезлигини топамиз:

$$V_C=\omega_1\cdot z_1=-40\cdot50=-2000\ \text{см/с}$$



79 – расм

A ва C нуқталарнинг тезликларидан фойдаланиб, тезликларни оний маркази /P/ни топамиз.

$$PC\cdot\omega_{2-3}=2000\ \text{см/с},\quad (PC+CA)\omega_{2-3}=3600\ \text{см/с}.$$

Бундан $PC \cdot \omega_{2-3} + CA\,\omega_{2-3} = 3600$, $CA \cdot \omega_{2-3} = 3600 - 2000 = 1600$

ω_{2-3} 2 ва 3 сателлитларни бурчак тезлиги.

$$\omega_{2-3} = \frac{1600}{CA} = \frac{1600}{10} = 160\ c^{-1}.$$

3 ғилдиракни чизиқли тезлиги: $V_3 = PK \cdot \omega_{2-3}$.

179-расм/дан $PC \cdot \omega_{2-3} = 2000$ см/с; $PC = \frac{2000}{160} = \frac{200}{16}$.

Лекин $PC = PK + KC = PK + (Z_3 - Z_2) = PK + (15-10) = PK + 5$.

Демак, $PK + 5 = \frac{200}{16}$; $PK = \frac{200-80}{16} = \frac{120}{16}$.

Бундан $V_3 = PK \cdot \omega_{2-3} = \frac{120}{16} \cdot 160 = 1200$ см/с

$\omega_{II} \cdot Z_4 = V_3$; $\omega_{II} = \frac{V_3}{Z_4} = \frac{1200}{25} = 48\ c^{-1}$.

Редукторнинг II валининг бурчак тезлиги $\omega_{II} = 48\ c^{-1}$ га тенг.

Юқоридаги натижаларни Виллис формуласи орқали текширамиз.

$$\frac{\omega_1 - \omega_I}{\omega_{2-3} - \omega_I} = \frac{Z_3}{Z_1}; \quad \frac{40-90}{\omega_{2-3}-90} = \frac{2_0}{2_1}; \quad \frac{50}{\omega_{2-3}-90} = \frac{1}{5}.$$

ёки $-250 = \omega_{2-3} - 90$ демак, $\omega_{2-3} = -250 + 90$

$$\omega_{2-3} = -160, \quad |\omega_{2-3}| = 160\ c^{-1}.$$

$$\frac{\omega_4 - \omega_I}{\omega_{2-3} - \omega_I} = -\frac{Z_3}{Z_4};$$

$$\frac{\omega_4 - 90}{160 - 90} = -\frac{15}{25}; \qquad \frac{\omega_4 - 90}{70} = -\frac{3}{5}$$

$$\omega_4 = 90 - 42; \qquad \omega_4 = 48\ рад/с.$$

М У Н Д А Р И Ж А

К И Н Е М А Т И К А

I. Нукта кинематикаси. 3
I.I. Моддий нукта харакатининг берилиши усуллари. . . . 3
I.2. Моддий нукта харакати берилишининг вектор усули. . 3
I.3. Моддий нуктанинг тезлик вектори 4
I.4. Моддий нуктанинг тезланиш вектори. 4
I.5. Моддий нукта харакати берилишини координаталар усули, нуктанинг тезлиги ва тезланишининг миқдори 5
I.6. Нукта харакатининг табиий усулда аниқлаш 7
I.7. Тезлик ва тезланишларни табиий ўқлардаги проекциялари.8
I.8. Моддий нукта харакатининг классификацияси 10

2. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ИЛГАРИЛАМА ВА АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ

2.I. Қаттиқ жисмнинг илгарилама харакати. 13
2.2. Қаттиқ жисмнинг айланма харакати 14
2.3. Айланма харакатдаги жисмнинг бурчак тезлиги 14
2.4. Жисмнинг бурчак тезланиши . . . . . .
2.5. Жисмнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланишини векторлари. 15
2.6. Айланма харакатдаги жисм ихтиёрий нуктасининг тезлиги ва тезланиши 16
2.7. Айланма харакатдаги жисм ихтиёрий нуктасининг тезлиги ва тезланиш вектори 17
2.8. Узатувчи механизмлар 18
2.9. Текис ва текис ўзгарувчи айланма харакатлар 19

3. НУҚТАНИНГ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ.

3.I. Мураккаб харакатдаги нуктанинг тезлигини қўшиш. . . .23
3.2. Мураккаб харакатдаги нуктани тезланишини қўшиш. . . .23
3.3. Кориолис тезланишининг йўналишини аниқлаш. 24

4. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ТЕКИС ПАРАЛЛЕЛ ҲАРАКАТИ.
4.1. Текис параллел ҳаракат тенгламаси. 28
4.2. Текис шаклнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши . 29
4.3. Текис шакл нуқталарининг тезлигини топиш. 30
4.4. Текис шакл икки нуқтаси тезликларининг проекцияларига оид теорема. 31
4.5. Тезликларнинг оний маркази усули. 31
4.6. Текис шакл нуқтасининг тезланиши. 33

5. ЖИСМНИНГ СФЕРИК ҲАРАКАТИ. 36
5.1. Сферик ҳаракат тенгламаси. 36
5.2. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг нуқтасига оид Эйлер – Даламбер теоремаси. 38
5.3. Сферик ҳаракатдаги жисмнинг оний бурчак тезлиги ва оний бурчак тезланиши. 39
5.4. Эйлернинг кинематик тенгламаси. 41
5.5. Сферик ҳаракатдаги жисмни ихтиёрий нуқтасининг тезлиги 41
5.6. Сферик ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланиши 42
5.7. Сферик ҳаракатдаги жисм оний бурчак тезланишини аниқлаш. 43

6. ҚАТТИҚ ЖИСМНИ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ.
6.1. Жисмнинг илгарилама ҳаракатларини қўшиш. 48
6.2. Жисмнинг ўзаро кесишувчи ўқлар атрофидаги айланма ҳаракатларини қўшиш. 48
6.3. Икки параллел ўқ атрофида айланувчи жисмнинг ҳаракатларини қўшиш. 51
6.4. Жуфт ҳаракати. 53
6.5. Винт ҳаракати. 54
6.6. Эпициклик механизмлар 55
6.7. Планетарли редуктор звеносини бурчак тезликларини топиш. 56

Адабиётлар. 60

А Д А Б И Ё Т Л А Р .

1. Ўрозбоев М.Т. Назарий механика асосий курси - Т., Ўқитувчи, 1966.
2. Шохайдарова П., Шозиётов Ш., Зоиров Ж. Назарий механика - Т., Ўқитувчи, 1981.
3. Рашидов Т.Р., Шозиётов Ш., Муминов К.Б. Назарий механика асослари - Т., Ўқитувчи, 1990.
4. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики 9-е издание-М "Высшая школа", 1986.
5. Мещерский И.В. Назарий механикадан масалалар тўплами - Т, Ўқитувчи, 1989.
6. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики - М., "Высшая школа", 1984г., часть I.
7. Яблонский А.А., Норейко С.С., Вольфсон С.А. / и другие/ Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике - М., "Высшая школа", 1978.
8. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики - М., "Высшая школа", 1990.

Босишга рухсат этилди 1993. Бичими 60x84 1/16
1-сон қоғози. Тезкор босма усулида босилди. Шартли босма тобоги 3,7 Нашр ҳисоб тобоги 3,6 Буюртма №
Нусхаси 150

Абу Райҳон Беруний номли Тошкент давлат техника университети, Тошкент, 700095. Университет кўчаси,2.