Н.С. Булычев

Механика подземных сооружений

в примерах и задачах

Допущено Министерством
высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия для студентов
горных, строительных и транспортных
специальностей вузов

МОСКВА "НЕДРА" 1989

ББК 33.141
Б 90
УДК 69.035(076.2)

Рецензенты: кафедра строительства подземных сооружений и шахт Московского горного института и кафедра «Тоннели и метрополитены» Ленинградского института железнодорожного транспорта

$Б \frac{2501000000-058}{043(01)-89} 169-88$

ISBN 5—247—00294—6

Введение

Механика подземных сооружений—это прикладная дисциплина, изучающая прочность и устойчивость, надежность и долговечность подземных сооружений и возводимых в них конструкций, контактирующих с окружающим массивом. Это достигается применением разрабатываемых механикой подземных сооружений методов расчета подземных конструкций на различные виды нагрузок и воздействий.

В механике подземных сооружений крепь (обделка) горных выработок и подземных сооружений и окружающий массив представлены как находящиеся в контакте элементы *единой деформируемой системы «крепь (обделка)—массив»*, взаимодействующие друг с другом под влиянием внешних нагрузок и воздействий. Отсюда следует основополагающий принцип механики подземных сооружений—*принцип взаимодействия крепи (обделки) с окружающим массивом.*

Принцип взаимодействия позволяет учитывать роль массива пород в обеспечении прочности и устойчивости подземных сооружений и максимально использовать собственную несущую способность массива, соответственно облегчая и удешевляя подземные конструкции. Таким образом, применение методов механики подземных сооружений открывает широкие творческие возможности для реализации постановлений партии и правительства по снижению материалоемкости, и в первую очередь—металлоемкости, и стоимости строительства.

Достижения современной механики подземных сооружений представляют достаточные возможности для возведения экономичных подземных конструкций при одновременном обеспечении их прочности, устойчивости и надежности.

Следует подчеркнуть, что современная механика подземных сооружений говорит на языке математики, причем математика выступает как *способ получения основных научных результатов.*

Современная механика подземных сооружений объясняет все известные науке факты; позволяет предсказывать вид и характер возможных разрушений; подсказывает, как и что следует наблюдать, какие величины следует измерять, при каких условиях следует осуществлять наблюдения.

Принятые в настоящее время уровень идеализации и степень упрощений и абстракций позволяют осуществлять точные вычисления в соответствии с информацией о реальных объектах.

Методы механики подземных сооружений прошли всестороннюю проверку практикой научных исследований и практикой проектирования и строительства таких подземных сооружений, как тоннели Байкало-Амурской железнодорожной магистрали, подземные сооружения Рогунской и Байпазинской ГЭС, автодорожные тоннели на магистрали Ялта—Симферополь и на подъездной дороге к Ирганайскому гидроузлу, тоннели Днестровской ГЭС—ГАЭС, комплекс подземных сооружений гидроузла Мрича на р. Сераю (Центральная Ява), ирригационные тоннели водохранилищ Хантуман и Северный Кебир в Сирийской Арабской Республике, железнодорожные тоннели Мале Леднице и Полом в Чехословакии, вертикальные стволы шахт, пройденные бурением, коммунальные тоннели в городах Таллине, Сочи, Саратове и ряд других. Вместе с тем применение методов механики подземных сооружений пока еще нельзя признать достаточным. Эти методы не нашли достаточного отражения и в учебной литературе.

Цель данной книги — помочь студентам углубить понимание законов механики подземных сооружений, освоить прогрессивные методы расчета подземных конструкций и приобрести навыки практических расчетов.

Учебное пособие содержит 95 примеров решения задач механики подземных сооружений различной сложности, необходимые теоретические сведения, методические указания и приложение со справочным материалом. Примеры, взятые из практики проектирования и строительства горных выработок угольных и рудных шахт, транспортных, гидротехнических и коммунальных тоннелей, а также из практики научных исследований, имеют не только иллюстративное, но и познавательное значение.

Учебное пособие может быть использовано для самостоятельной работы студентов.

Раздел первый

Механические модели и напряженное состояние массива пород

1. Упругая модель

1.1. Основные понятия и зависимости механики сплошной среды

Массив горных пород, равно как и элементы крепи горных выработок и обделок подземных сооружений, рассматривается в механике подземных сооружений как сплошная среда.

Сплошную среду представляют как континуум (*вещество, материал*), *непрерывно заполняющий некоторый объем*. Лучше всего изображает характерный геометрический массив пород *полупространство*, т. е. объем, бесконечно простирающийся по одну сторону от ограничивающей его плоскости.

Основные свойства модели массива: сплошность, однородность, изотропность, деформируемость.

Под *сплошностью* понимается заполненность материалом всего объема тела, ограниченного его поверхностью, включая бесконечно малые объемы в окрестности каждой точки. *Сплошность предполагает сохранение свойств материала в бесконечно малых объемах* и позволяет применять методы математического анализа.

Однородность — это одинаковость свойств среды в различных точках тела.

Изотропность — одинаковость свойств среды во всех направлениях, проходящих через данную точку. Если свойства материала различны в разных направлениях, то мы имеем дело с анизотропным материалом.

Деформируемость — это свойство материала изменять форму и размеры (испытывать деформации) под воздействием внешних сил. *Деформируемое твердое тело* существенно отличается от абсолютно твердого тела, изучаемого теоретической механикой. Вместе с тем твердые тела, с которыми имеет дело механика подземных сооружений (горные породы, материалы конструкций подземных сооружений), характеризуются большой *жесткостью*, т. е. высоким сопротивлением изменению формы и размеров. Под действием внешних сил рассматриваемые тела испытывают очень малые (по сравнению с размерами поперечного сечения подземных сооружений или элементами их конструкций) деформации. Следствием этого является *линейная связь между деформациями и перемещениями.*

Деформации представляются в виде изменения длин отрезков по трем взаимно перпендикулярным направлениям и искажения первоначально прямых узлов в трех взаимно перпендикулярных плоскостях. Деформации изучаются по отношению к начальному недеформированному состоянию.

Горные породы в массиве находятся в *объемном напряженном состоянии.* Такое же напряженное состояние испытывают и элементы конструкций подземных сооружений. Вместе с тем механика подземных сооружений имеет дело как с объемными (трехмерными), так и с плоскими (двухмерными) и одномерными задачами.

Двухмерной (*плоской*) называется задача определения напряжений и перемещений, параллельных одной плоскости и зависящих от двух координат. Плоской является, например, задача о протяженной горизонтальной выработке, если поверхностные и объемные силы не меняются и не имеют составляющих вдоль оси выработки. В этом случае напряжения и деформации изменяются только в плоскости поперечного сечения выработки и не зависят от координаты z, совпадающей с осью выработки.

Приведенный пример относится к классу задач плоского деформированного состояния (*плоская деформация*), характеризующемуся соотношениями

$$\varepsilon_z = 0; \quad \sigma_z \neq 0. \tag{1.1}$$

К плоской относят также задачу о протяженной вертикальной выработке при выполнении условий (1.1), хотя в данном случае объемные силы тяжести меняются вдоль оси выработки (обобщенная плоская деформация).

Другой вид плоской задачи — *плоское напряженное состояние*, которое реализуется в тонких пластинах. В этом случае напряжения, перпендикулярные к рассматриваемой плоскости, равны нулю ($\sigma_z = 0$).

Одномерная задача характеризуется тем, что определяемые напряжения и перемещения являются функциями одной переменной.

Напряжения есть мера внутренних сил в данной точке деформируемого тела.

Горные породы в массиве находятся в объемном напряженном состоянии (испытывают, как правило, всестороннее сжатие). Напряженное состояние в данной точке массива характеризуется напряжениями, действующими на трех взаимно перпендикулярных площадках. На рис. 1.1, *а* показана общая схема напряжений, отнесенных к произвольной системе координат x, y, z. Эти напряжения являются составляющими (компонентами) *тензора напряжений*

$$[T\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

В силу закона парности касательных напряжений имеем:

$$\tau_{xy}=\tau_{yx};\quad \tau_{xz}=\tau_{zx};\quad \tau_{yz}=\tau_{zy}. \tag{1.3}$$

Следовательно, тензор напряжений является симметричным относительно главной диагонали.

Правило знаков. Здесь и в дальнейшем будем считать положительными преобладающие в массиве пород сжимающие нормальные напряжения. Знак касательных напряжений зависит от направления координатных осей. Поскольку положительное направление нормальных сжимающих напряжений противоположно направлению оси (нормали к площадке), то и положительное направление касательных напряжений противоположно направлению другой координатной оси. Касательные напряжения на взаимно-перпендикулярных площадках имеют один знак. На рис. 1.1, *а* показаны положительные нормальные и касательные напряжения.

В каждой точке напряженного тела всегда имеются по крайней мере три взаимно перпендикулярные площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения. Такие площадки называются *главными*, а действующие на них нормальные напряжения — *главными напряжениями* (рис. 1.1, *б*). Главные напряжения обозначают символами σ_1, σ_2, σ_3, имея в виду их соотношение

$$\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3.$$

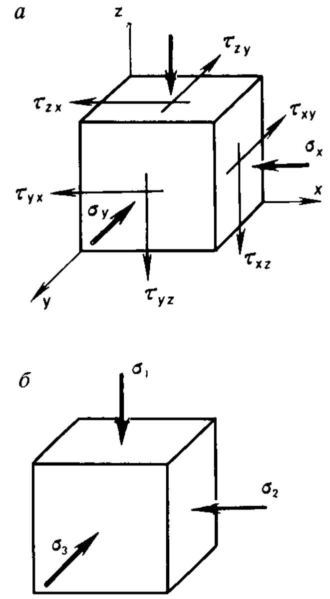


Рис. 1.1. Схема объемного напряженного состояния пород в массиве:
а — напряжения на произвольных площадках; *б* — главные напряжения

Тензор напряжений в главных осях имеет вид

$$[T\sigma]=\begin{bmatrix}\sigma_1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_3\end{bmatrix}. \tag{1.4}$$

Между компонентами напряжений в данной точке деформируемого тела существуют инвариантные (независимые от выбора осей) соотношения. Первый (линейный) инвариант тензора напряжений имеет вид

$$I_1=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=\text{const}. \tag{1.5}$$

Тензор напряжений (1.2) можно представить в виде двух слагаемых:

$$[T\sigma]=[T_\sigma^0]+[D\sigma], \tag{1.6}$$

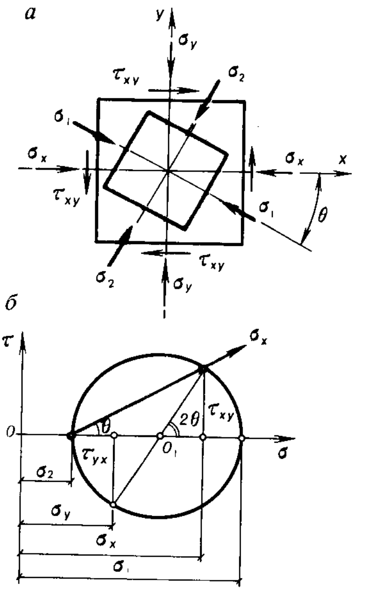


Рис. 1.2. Схема плоского напряженного состояния пород в массиве:

а — элемент в плоском напряженном состоянии; *б* — круговая диаграмма напряжений (круг Мора)

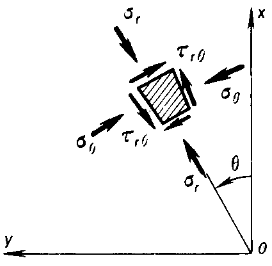


Рис. 1.3. Компоненты напряжений в полярной системе координат (плоская задача)

где $[T_\sigma^0]$ — шаровой тензор напряжений:

$$[T_\sigma^0]=\begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix}; \qquad (1.7)$$

σ_m — среднее (гидростатическое) давление:

$$\sigma_m=\frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3); \qquad (1.8)$$

$[D_\sigma]$ — девиатор напряжений:

$$[D_\sigma]=\begin{bmatrix} \sigma_x-\sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y-\sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z-\sigma_m \end{bmatrix}. \qquad (1.9)$$

Наглядное представление о соотношениях между главными напряжениями и напряжениями на произвольных площадках (на рис. 1.2, *а* показаны напряжения для плоской задачи) дает *круг напряжений* * (круг Мора рис. 1.2, *б*), пользуясь которым легко получить формулы преобразования:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x \\ \sigma_y\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\pm\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cos 2\theta; \qquad (1.10)$$

$$\tau_{xy}=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\sin 2\theta,$$

или

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1 \\ \sigma_2\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm$$

$$\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}; \qquad (1.11)$$

$$\operatorname{tg} 2\theta=\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y},$$

где θ — угол наклона главных осей к осям x, y.

На рис. 1.3 показаны компоненты напряжений в полярной системе координат (r, θ).

---

* Заметим, что для графического анализа напряжений и **только для него** существует особое правило знаков касательных напряжений, согласно которому касательные напряжения на взаимно перпендикулярных площадках имеют разные знаки ($\tau_{yx}=-\tau_{xy}$, см. рис. 1.2, *б*).

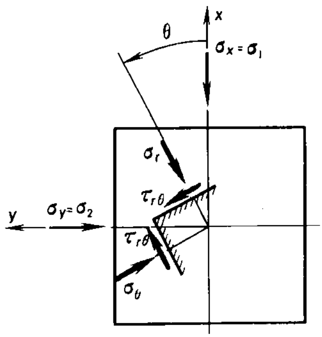


Рис. 1.4. Схема напряжений в декартовой и полярной системах координат

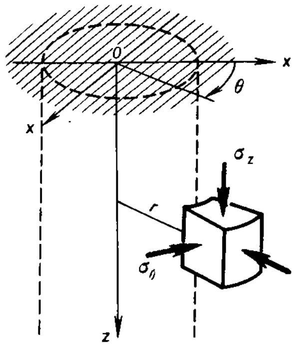


Рис. 1.5. Компоненты напряжений в цилиндрической системе координат

Соотношения между напряжениями в декартовой и полярной системах координат (рис. 1.4) получаются из формул преобразования (1.10):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r \\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} \pm \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\cos 2\theta;$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\sin 2\theta. \qquad (1.12)$$

На рис. 1.5 показаны компоненты напряжений в цилиндрической системе координат $(r,\ \theta,\ z)$.

Тензору напряжений (1.2) соответствует также симметричный *тензор деформаций* (рис. 1.6)

$$[T\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \qquad (1.13)$$

где ε_x, ε_y, ε_z—относительные линейные деформации; γ_{xy}, γ_{xz}, γ_{yz}—относительные деформации сдвига.

Главным напряжениям σ_1, σ_2, σ_3 соответствуют компоненты главных деформаций ε_1, ε_2, ε_3.

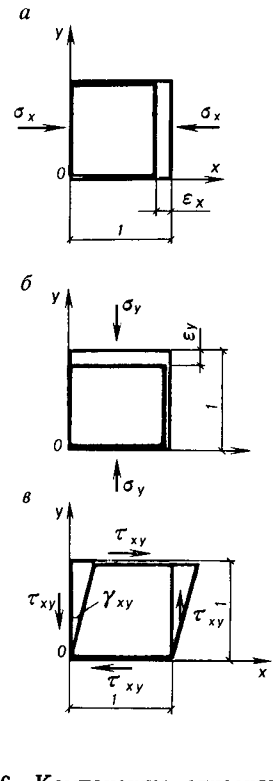


Рис. 1.6. Компоненты относительных линейных деформаций ε_x (*а*), ε_y (*б*), относительных деформаций сдвига γ_{xy} (*в*) для случая плоской задачи

Сумма линейных деформаций представляет собой *первый инвариант* тензора деформаций и характеризует относительное изменение объема материала в процессе деформации — величину *объемной деформации*

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (1.14)$$

1.2. Основные понятия и зависимости упругой модели

«Упругость есть основное свойство всех тел природы». Так сказал акад. А. Н. Крылов в предисловии к первому изданию широко известной книги Н. И. Мусхелишвили — одного из основоположников современной математической теории упругости. Продолжая эту мысль, можно сказать, что *упругость есть основное свойство массивов горных пород.* В связи с этим основной механической (математической) моделью массива пород, применяемой в механике подземных сооружений, является *упругая модель.*

Главное в упругой модели — это линейная связь между напряжениями и деформациями, выраженная законом Гука (рис. 1.7):

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1.15)$$

где E — коэффициент пропорциональности — *модуль упругости* ($E = \operatorname{tg} \alpha$).

На рис. 1.8 показана схема испытания пород на одноосное сжатие для получения механических (деформационных) характеристик, используемых в упругой модели. В процессе нагружения образец деформируется. Изменение длины образца Δl есть *абсолютная продольная деформация,* а изменение ширины Δb — *абсолютная поперечная деформация.*

Относительные деформации образца составляют: *продольная* $\varepsilon = \Delta l / l$; *поперечная* $\varepsilon' = \Delta b / b$.

На рис. 1.9 показаны характерные для горных пород графики «напряжения — деформации», получаемые в результате испытаний. На рисунке показан один цикл «нагрузка — разгрузка». Заметим, что при разгрузке образец разгружается не полностью, а до так называемой прижимной нагрузки, которая исключает случайное смещение образца и нарушение его центровки.

По результатам испытаний определяются следующие деформационные характеристики горных пород:

модуль упругости, равный отношению приложенных к образцу (см. рис. 1.9) напряжений σ к упругой продольной деформации при разгрузке ε_e:

$$E_e = \sigma / \varepsilon_e; \quad (1.16)$$

модуль общей деформации, равный отношению напряжений σ к общей продольной деформации при нагрузке ε:

$$E = \sigma / \varepsilon; \quad (1.17)$$

коэффициент Пуассона, равный отношению упругой поперечной деформации к упругой продольной:

$$\nu_e = \varepsilon_e'/\varepsilon_e; \qquad (1.18)$$

коэффициент поперечной деформации, равный отношению общей поперечной деформации к общей продольной:

$$\nu = \varepsilon'/\varepsilon; \qquad (1.19)$$

общая объемная деформация

$$\varepsilon_V = \varepsilon - 2\varepsilon'. \qquad (1.20)$$

Общая (полная) деформация образца складывается из упругой ε_e и остаточной (пластической) ε_{res}:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{res}. \qquad (1.21$$

Поскольку при строительств подземных сооружений деформи рование пород происходит то ко в одном направлении (« грузка»), а деформация р грузки не осуществляется, т свойство идеально упругого тела (упругой модели) восстанавливать свою форму и размеры при снятии нагрузки (собственно свойство упругости) в механике подземных сооружений в приложении к горным породам не является существенным и в подавляющем большинстве случаев во внимание не принимается. Существенным является многократно проверенная аппроксимация действительной диаграммы напряжений пород при нагружении (*1* на рис. 1.9) прямой линией *3*.

Таким образом, *основными характеристиками массива пород при использовании упругой модели массива являются модуль общей деформации (или просто — модуль деформации) E и коэффициент поперечной деформации* ν.

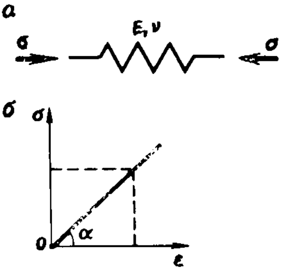


Рис. 1.7. Структурная схема (*а*) и диаграмма напряжений (*б*), характеризующие упругую модель

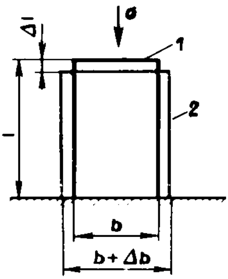


Рис. 1.8. Схема испытания образца породы на одноосное сжатие:

1 — образец до приложения нагрузки; *2* — деформированное состояние образца

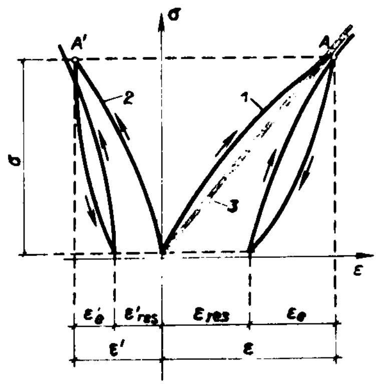


Рис. 1.9. Характерные графики деформирования образца горной породы:

1 — продольные деформации при цикле «нагрузка — разгрузка»; *2* — поперечные деформации; *3* — идеализированный график, соответствующий упругой модели

В свете изложенного упругую модель массива пород правильнее называть *линейно деформируемой моделью* (средой).

В приложении 1 приведены деформационные характеристики различных пород.

При пользовании таблицами приложения 1 для практических расчетов необходимо иметь в виду, что модуль деформации пород в массиве меньше, чем в образце. Причиной являются неоднородность и нарушенность пород, проявляющиеся на разных масштабных уровнях (влияние *масштабного фактора*). Даже в слаботрещиноватых породах модуль деформации в массиве в 1,5—2 раза меньше, чем в образце. В сильно трещиноватых породах модуль деформации может быть в 10 раз меньше, чем в образце.

Объемное напряженное состояние (см. рис. 1.1, *б*) описывается в упругой модели обобщенным законом Гука:

$$E\varepsilon_1 = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3);$$
$$E\varepsilon_2 = \sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1); \quad (1.22)$$
$$E\varepsilon_3 = \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2).$$

Суммируя левые и правые части равенств (1.22), легко получить известное соотношение

$$\varepsilon_V = 3k\sigma_m, \quad (1.23)$$

где k — коэффициент объемного сжатия:

$$k = (1 - 2\nu)/E. \quad (1.24)$$

Часто бывает необходимо решать обратную задачу, т. е. определять напряжения по известным деформациям. Выражения для напряжений можно получить из выражения (1.22):

$$\sigma_1 = 2G\left(\varepsilon_1 + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_V\right);$$
$$\sigma_2 = 2G\left(\varepsilon_2 + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_V\right); \quad (1.25)$$
$$\sigma_3 = 2G\left(\varepsilon_3 + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_V\right).$$

G — модуль сдвига — характеристика массива, определяемая через известные E и ν по формуле

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (1.26)$$

Обобщенный закон Гука для плоского напряженного состояния (см. рис. 1.4) имеет вид

$$E\varepsilon_1 = \sigma_1 - \nu\sigma_2;$$
$$E\varepsilon_2 = \sigma_2 - \nu\sigma_1, \quad (1.27)$$

или

$$\sigma_1 = E\frac{\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2}{1-\nu^2};$$
$$\sigma_2 = E\frac{\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1}{1-\nu^2}. \quad (1.28)$$

Анизотропная упругая модель массива пород отличается от рассмотренной выше изотропной модели тем, что *учитывает изменение свойств массива в различных направлениях*. Например, для пород с четко выраженной сланцеватостью (слоистостью) отмечается различие модулей деформации по направлениям вдоль и поперек слоистости.

Анизотропные среды изучает теория упругости анизотропного тела, основоположником которой является проф. С. Г. Лехницкий. В самом общем случае анизотропная среда характеризуется 18 независимыми константами (напомним для сравнения, что изотропная среда характеризуется только 2 константами (E и ν).

Самой простой анизотропной моделью массива пород является *трансверсально-изотропная* (*транстропная*) *среда*. Эта среда характеризуется постоянством свойств в различных направлениях в *плоскости изотропии*, совпадающей с плоскостью $x'z'$ (рис. 1.10), и отличающимися свойствами в направлении оси x', которая является осью упругой симметрии среды.

Транстропная среда может служить моделью массива однородных сланцеватых пород, а также, в ряде случаев, — неоднородных мелкослоистых пород с выраженным напластованием, которые можно рассматривать как *квазиоднородные*. Эта модель может быть использована при наличии в массиве преобладающей системы трещин.

Свойства массива пород как транстропной среды описываются пятью независимыми константами: E_1 — модуль деформации при растяжении — сжатии в плоскости изотропии; E_2 — модуль деформации при растяжении — сжатии в направлении, перпендикулярном к плоскости изотропии (x'); ν_1 — коэффициент поперечной деформации, характеризующий расширение в плоскости изотропии при сжатии в той же плоскости; ν_2 — коэффициент поперечной деформации, характеризующий расширение в направлении оси упругой симметрии x' при сжатии в плоскости изотропии; G_2 — модуль сдвига в плоскостях, перпендикулярных к плоскости изотропии.

Для транстропной среды уравнения обобщенного закона Гука запишутся наиболее просто в системе координат x', y' и z' (см. рис. 1.10):

$$\begin{aligned} &E_1\varepsilon_x' = (\sigma_x' - \nu_1\sigma_y') - e\nu_2\sigma_z'; \\ &G_2\gamma_{yz}' = \tau_{yz}'; \\ &E_1\varepsilon_y' = (-\nu_1\sigma_x' + \sigma_y') - e\nu_2\sigma_z'; \\ &G_2\gamma_{xz}' = \tau_{xz}'; \\ &E_2\varepsilon_z' = -\nu_2(\sigma_x' + \sigma_y') + \sigma_z'; \\ &G_1\gamma_{xy}' = \tau_{xy}', \end{aligned} \tag{1.29}$$

где

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}; \qquad e = \frac{E_1}{E_2}.$$

Модуль сдвига G_2, который в анизотропной среде не зависит от других констант, может быть определен из испытаний образцов пород на сжатие в направлении, образующем

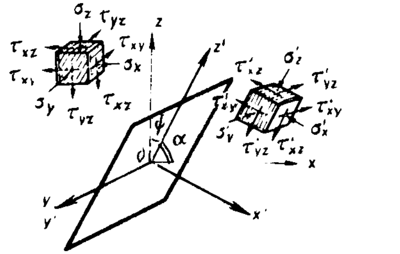


Рис. 1.10. Схема напряжений в трансверсально-изотропной среде

угол ψ с плоскостью изотропии (см. рис. 1.10), по формуле

$$G_2 = \frac{\sin^2 2\psi}{4\left(\frac{1}{E_\psi} - \frac{1}{E_1}\cos^4\psi - \frac{1}{E_2}\sin^4\psi + \frac{\nu_2}{2E_1}\sin^2 2\psi\right)}, \tag{1.30}$$

где E_ψ — модуль деформации образца, полученный в результате испытаний в указанном направлении.

При $\psi = 45°$ формула (1.30) принимает следующий вид:

$$G_2 = \frac{1}{\frac{4}{E_{45}} - \frac{1-2\nu_2}{E_1} - \frac{1}{E_2}}. \tag{1.31}$$

В системе координат x, y, z (см. рис. 1.10), полученной из x', y', z' путем поворота вокруг оси y' (совпадающий с осью y) на угол ψ, уравнения обобщенного закона Гука запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{15}\tau_{xz}; \\ \varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z + a_{25}\tau_{xz}; \\ \varepsilon_z &= a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{33}\sigma_z + a_{35}\tau_{xz}; \\ \gamma_{yz} &= a_{44}\tau_{yz} + a_{46}\tau_{xy}; \\ \gamma_{xz} &= a_{15}\sigma_x + a_{25}\sigma_y + a_{35}\sigma_z + a_{55}\tau_{xz}; \\ \gamma_{xy} &= a_{46}\tau_{yz} + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \tag{1.32}$$

Коэффициенты деформации a_{ij} определяются по формулам

$$E_1 a_{11} = \cos^4\alpha + 0{,}25(g - 2\nu_2)\sin^2 2\alpha + e\sin^4\alpha;$$

$$E_1a_{12}=-\nu_1\cos^2\alpha-\nu_2\sin^2\alpha;$$
$$E_1a_{13}=-\nu_2+$$
$$+0{,}25\,(1+2\nu_2+e-g)\sin^2 2\alpha;$$
$$E_1a_{15}=[(1+\nu_2)\cos^2\alpha-$$
$$-(e+\nu_2)\sin^2\alpha-0{,}5g\cos 2\alpha]\sin 2\alpha;$$
$$E_1a_{22}=1;$$
$$E_1a_{23}=-\nu_1\sin^2\alpha-\nu_2\cos^2\alpha;$$
$$E_1a_{25}=-(\nu_1-\nu_2)\sin 2\alpha;$$
$$E_1a_{33}=\sin^4\alpha+$$
$$+0{,}25\,(g-2\nu_2)\sin^2 2\alpha+e\cos^4\alpha;$$
$$E_1a_{35}=[(1+\nu_2)\sin^2\alpha-$$
$$-(e+\nu_2)\cos^2\alpha+0{,}5g\cos 2\alpha]\sin 2\alpha;$$
$$E_1a_{44}=2\,(1+\nu_1)\sin^2\alpha+g\cos^2\alpha;$$
$$E_1a_{46}=-0{,}5\,[g-2\,(1+\nu_1)]\sin 2\alpha;$$
$$E_1a_{55}=g+(1+2\nu_2+e-g)\sin^2 2\alpha;$$
$$E_1a_{66}=2\,(1+\nu_1)\cos^2\alpha+g\sin^2\alpha, \tag{1.33}$$

где α — угол падения плоскости изотропии (см. рис. 1.10, 1.12):

$$\alpha=90^\circ-\psi;$$

$$g=\frac{E_1}{G_2};\qquad e=\frac{E_1}{E_2}.$$

Величины пяти констант (E_1; E_2; G_2; ν_1; ν_2) дают качественную оценку отклонений от теоретических соотношений для изотропной среды: $E_1=E_2$; $\nu_1=\nu_2$; $G_1=G_2$.

Степень анизотропии массива характеризуется параметрами

$$k=\sqrt{\frac{e-\nu_2^2}{1-\nu_1^2}};\qquad n=\sqrt{2k+m}; \tag{1.34}$$

$$l=\sqrt{G_1/G_2},$$

где $m=\dfrac{g-2\nu_2\,(1+\nu_1)}{1-\nu_1^2}$.

Степень анизотропии массива оценивается отклонением численных значений указанных параметров от параметров изотропного массива: $k=1$; $n=2$; $l=1$.

1.3. Напряженное состояние нетронутого массива

В задачах механики подземных сооружений массив горных пород моделируется упругим полупространством или полуплоскостью (при решении плоских задач). До проведения выработок и строительства подземных сооружений нетронутый массив испытывает *начальные напряжения* (*начальное поле напряжений*), вызываемые собственным весом пород и продолжающимися неотектоническими процессами.

Собственный вес пород является, как правило, причиной начального напряженного состояния массивов осадочных пород. Начальное поле напряжений массива в этом случае называется гравитационным.

Компоненты гравитационного начального поля напряжений (рис. 1.11) в соответствии с гипотезой А. Н. Динника о реализации в массиве только вертикальных перемещений составляют

$$\sigma_z^{(0)}=\sigma_1^{(0)}=\gamma H;$$
$$\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\sigma_2^{(0)}=\sigma_3^{(0)}=\lambda\gamma H, \tag{1.35}$$

где γ — удельный вес пород, МН/м^3; λ — коэффициент бокового давления в массиве.

Вертикальные напряжения являются наибольшими и соответствуют весу столба пород до поверхности. Величина горизонтальных напряжений определяется коэффициентом бокового давления, который находится с использованием упругой модели массива:

$$\lambda=\frac{\nu}{1-\nu}. \qquad (1.36)$$

Это соотношение легко получить из уравнений обобщенного закона Гука (1.22), положив $\varepsilon_2^{(0)}=\varepsilon_3^{(0)}=0$ и подставив значения (1.35).

Трансверсально - изотропный массив. Рассмотрим весомый ненарушенный массив пород, моделируемый транстропной средой, у которой плоскость изотропии наклонена к оси x под углом α (см. рис. 1.10). Обобщение гипотезы А. Н. Динника на рассматриваемый массив, т. е. выполнение условий

$$\begin{gathered}\sigma_z^{(0)}=\gamma H;\\ \varepsilon_x^{(0)}=\varepsilon_y^{(0)}=\gamma_{xy}^{(0)}=\gamma_{yz}^{(0)}=\gamma_{xz}^{(0)}=0,\end{gathered} \qquad (1.37)$$

на основании выражений обобщенного закона Гука (1.32) приводит к следующим компонентам начального поля напряжений массива (рис. 1.12):

$$\begin{gathered}\sigma_x^{(0)}=\lambda_x\gamma H;\\ \sigma_y^{(0)}=\lambda_y\gamma H;\\ \sigma_z^{(0)}=\gamma H;\\ \tau_{xz}^{(0)}=\lambda_{xz}\gamma H;\\ \tau_{xy}^{(0)}=\tau_{yz}^{(0)}=0.\end{gathered} \qquad (1.38)$$

Здесь λ_x — коэффициент бокового давления в массиве в направлении вкрест простирания плоскости изотропии:

$$\lambda_x=\frac{A_3A_5-A_2A_4}{A_1A_2-A_3^2}; \qquad (1.39)$$

λ_y — коэффициент бокового давления в массиве в направлении по простиранию плоскости изотропии:

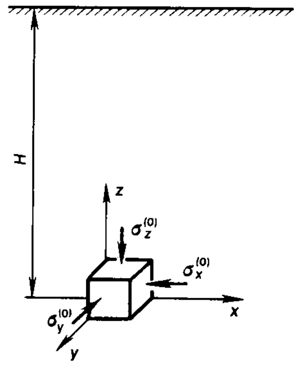


Рис. 1.11. Компоненты начального поля напряжений в нетронутом массиве

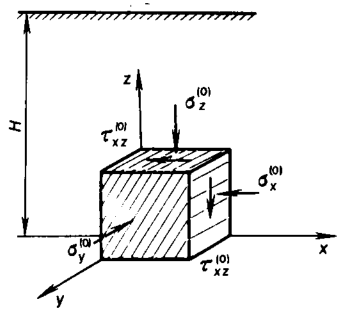


Рис. 1.12. Компоненты начального поля напряжений в массиве, моделируемом трансверсально-изотропной средой

$$\lambda_y=\frac{A_3A_4-A_1A_5}{A_1A_2-A_3^2}; \qquad (1.40)$$

λ_{xz} — коэффициент пропорциональности:

$$\lambda_{xz}=\frac{a_{15}\lambda_x+a_{25}\lambda_y+a_{35}}{a_{55}}; \qquad (1.41)$$

$A_1=a_{11}a_{55}-a_{15}^2$; $A_2=a_{22}a_{55}-a_{25}^2$; $A_3=a_{12}a_{55}-a_{15}a_{25}$; $A_4=a_{13}a_{55}-a_{15}a_{35}$; $A_5=a_{23}a_{55}-a_{25}a_{35}$;

a_{ij} — коэффициенты обобщенного закона Гука (1.32).

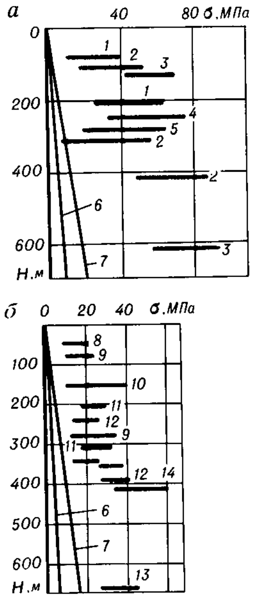


Рис. 1.13. Графическое изображение измеренных горизонтальных напряжений в массивах пород на рудниках:

а — на Кольском полуострове; *б* — в Средней Азии: *1* — Юкспор, *2* — Кукисвумчорр, *3* — Расвумчорр, *4* — Умбозеро, *5* — Карнасурт, *8* — Туранглы, *9* — Миргалимсай, *10* — Кандара, *11* — Хайдаркан, *12* — Кадамджай, *13* — Курусай, *14* — Бегар [*6* — расчетные горизонтальные напряжения гравитационного поля напряжений (1.35), (1.36); *7* — вертикальные напряжения, соответствующие весу столба пород (1.35)]

В случае горизонтальной плоскости изотропии ($\alpha=0$) компоненты начального поля напряжений составляют

$$\sigma_z^{(0)}=\gamma H;$$
$$\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\lambda\gamma H; \qquad (1.42)$$
$$\tau_{xz}^{(0)}=0,$$

где

$$\lambda=\nu_2/(1-\nu_1). \qquad (1.43)$$

Для приближенных расчетов (при отсутствии достаточных исходных данных) в случае наклонного напластования мелкослоистых пород главные начальные напряжения в массиве могут быть определены по формулам, предложенным Ю. Н. Айвазовым:

$$\sigma_1^{(0)}=\frac{\gamma H}{2(1-\lambda^2m^2)}\times$$
$$\times\left[1+\lambda+\sqrt{(1-\lambda)^2+4\lambda^2m^2}\right]; \qquad (1.44)$$
$$\sigma_2^{(0)}=\frac{\gamma H}{2(1-\lambda^2m^2)}\times$$
$$\times\left[1+\lambda-\sqrt{(1-\lambda)^2+4\lambda^2m^2}\right];$$
$$\lambda=\frac{\nu}{1-\nu};$$
$$m=\begin{cases}\operatorname{tg}\psi \text{ при } 0\leqslant|\psi|\leqslant 45^\circ;\\ \operatorname{tg}(90^\circ+\psi) \text{ при } 45^\circ\leqslant|\psi|\leqslant 90^\circ;\end{cases} \qquad (1.45)$$

ψ — угол наклона слоев к вертикали.

Угол наклона главных осей начальных напряжений к осям координат в этом случае определяется формулой

$$\theta=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2\lambda m}{1-\lambda}. \qquad (1.46)$$

В массивах пород кристаллического фундамента в тектонически активных районах вследствие продолжающихся неотектонических процессов на гравитационное начальное поле напряжений накладываются дополнительные («избыточные») *тектонические напряжения*, обычно горизонтальные, вследствие чего суммарное *начальное тектоническое поле напряжений* характеризуется горизонтальными напряжениями, превышающими по величине вертикальные.

По данным шведского ученого Н. Хаста, горизонтальные составляющие начального поля напряжений в Скандинавии описываются выражением

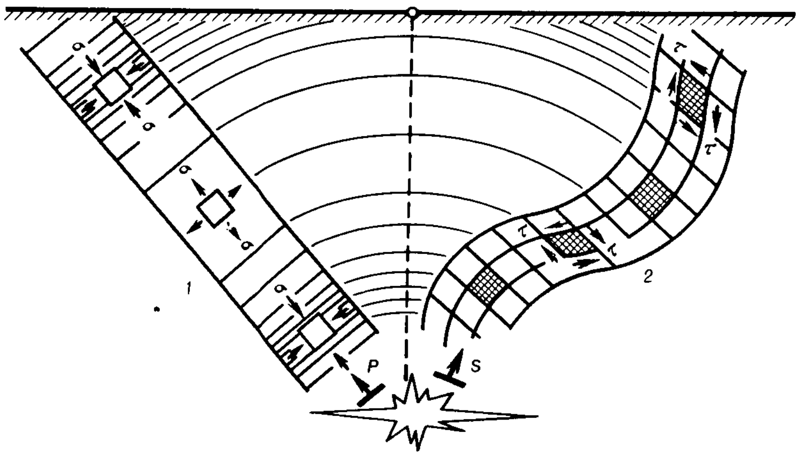


Рис. 1.14. Волны напряжений в массиве, распространяющиеся от очага землетрясения:
1 — продольные; 2 — поперечные

$$\sigma_x^{(0)}+\sigma_y^{(0)} \approx 19+0,1H,\ \text{МПа}, \quad (1.47)$$

где H — глубина, м.

На рис. 1.13 показано графическое изображение измеренных горизонтальных напряжений в массивах пород на рудниках Кольского полуострова и Средней Азии. Горизонтальные тектонические напряжения в массиве обычно неодинаковы в разных направлениях. На одном из рудников Казахстана на основании экспериментальных исследований установлены следующие соотношения для компонентов напряжений (МПа):

$$\sigma_z^{(0)}=\gamma H;$$
$$\sigma_x^{(0)}=0,4\gamma H+14; \quad (1.48)$$
$$\sigma_y^{(0)}=0,4\gamma H+7.$$

При землетрясении в массиве пород распространяется два вида упругих волн (рис. 1.14): *продольные* (волны растяжения-сжатия P) и *поперечные* (волны сдвига S). Скорости распространения указанных волн разные, они составляют

$$v_P=\sqrt{\frac{Eg}{\gamma}\,\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}\,; \quad (1.49)$$

$$v_S=\sqrt{\frac{Eg}{2\gamma(1+\nu)}}=v_P\sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}, \quad (1.50)$$

где g — ускорение свободного падения тела.

Сейсмические волны отличаются большой длиной, существенно превышающей размеры поперечных сечений подземных сооружений, вследствие чего задача расчета подземных сооружений на сейсмические воздействия сводится к решению двух квазистатических задач (применительно к двум видам волн, рис. 1.15). *Динамическое поле*

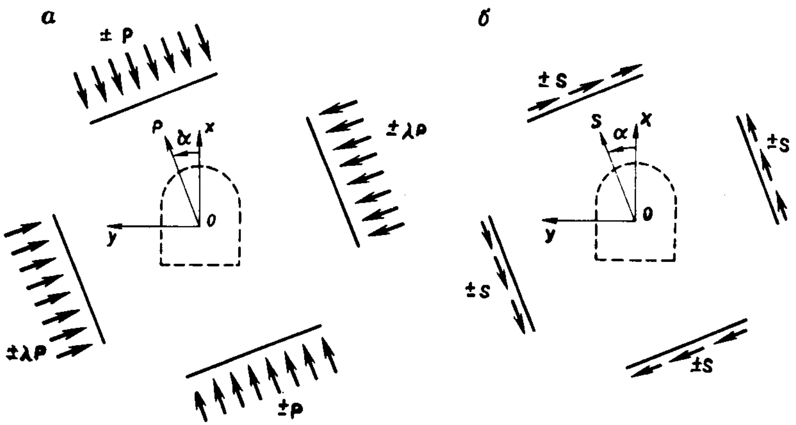


Рис. 1.15. Квазистатическое поле напряжений в массиве, эквивалентное воздействию продольных (*а*) и поперечных (*б*) волн

напряжений в массиве заменяется эквивалентным *квазистатическим*, вызываемым действием экстремальных значений нормальных и касательных напряжений, приложенных на бесконечности и определяемых выражениями

$$\sigma_{\substack{\max\\ \min}} = \pm \frac{1}{2\pi} A K_1 \gamma v_P T_0 K_h = \pm P; \tag{1.51}$$

$$\tau_{\substack{\max\\ \min}} = \pm \frac{1}{2\pi} A K_1 \gamma v_S T_0 K_h = \pm S, \tag{1.52}$$

где A — условное сейсмическое ускорение частиц пород в долях g (g — ускорение свободного падения); коэффициент A принимает значения 0,1; 0,2; 0,4 соответственно для расчетной сейсмичности 7, 8, 9 баллов; K_1 — коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения обделок тоннелей ($K_1 = 0{,}25$); T_0 — преобладающий период собственных колебаний частиц породы (с), определяемый по данным сейсмологических исследований, а при их отсутствии принимаемый равным 0,5 с; K_h — коэффициент, учитывающий глубину заложения сооружений:

$$K_h = 1 - 0{,}005\,H \quad \text{при } H \leqslant 100 \text{ м};$$
$$K_h = 0{,}5 \quad \text{при } H > 100 \text{ м}.$$

Заметим, что произведение коэффициентов AK_1 равно коэффициенту сейсмичности k_c.

1.4. Примеры анализа начального поля напряжений в массиве пород

1.4.1. Определение начального поля напряжений применительно к горизонтальной выработке

В Донецком бассейне на глубине $H=800$ м предполагается проведение горизонтальной выработки круглого сечения радиусом $r_0=2$ м. Породы — песчаники.

Требуется определить компоненты начального поля напряжений: 1 — в месте проведения будущей выработки; 2 — по контуру поперечного сечения будущей выработки.

Решение. По табл. П.1.1 (приложение 1) находим характеристики пород: $\gamma = 0{,}025$ МН/м³; $\nu=0{,}31$.

1. По формулам (1.35) и (1.36) определяем компоненты начального поля напряжений (см. рис. 1.11):

$$\sigma_z^{(0)}=0{,}025\cdot 800=20 \text{ МПа};$$

$$\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\frac{0{,}31}{1-0{,}31}0{,}025\cdot 800=9 \text{ МПа}.$$

2. Поскольку предполагается проведение выработки круглого сечения, то полученные выше компоненты начального поля напряжений по контуру сечения будущей выработки представим в полярной системе координат (см. рис. 1.3). Имеем $\sigma_1^{(0)}=20$ МПа; $\sigma_2^{(0)}=9$ МПа.

Подставив эти значения в формулы (1.12), получим

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r^{(0)}\\ \sigma_\theta^{(0)}\end{matrix}\right\}=\frac{20+9}{2}\pm\frac{20-9}{2}\cos 2\theta;$$

$$\tau_{r\theta}^{(0)}=-\frac{20-9}{2}\sin 20,$$

или

$$\sigma_r^{(0)}=14{,}5+5{,}5\cos 2\theta \text{ МПа};$$

$$\sigma_\theta^{(0)}=14{,}5-5{,}5\cos 2\theta \text{ МПа};$$

$$\tau_{r\theta}^{(0)}= -5{,}5\sin 2\theta \text{ МПа}.$$

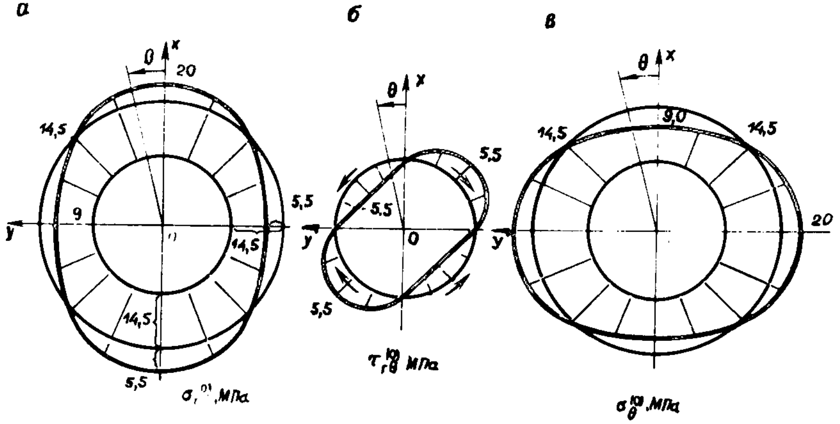


Рис. 1.16. Эпюры начальных напряжений по контуру поперечного сечения будущей выработки круглого сечения (к примеру 1.4.1):

а — радиальные; *б* — касательные; *в* — нормальные тангенциальные напряжения

На рис. 1.16 показаны эпюры компонентов начального поля напряжений по контуру сечения будущей выработки. Заметим, что *от радиуса выработки компоненты начального поля напряжений не зависят.*

1.4.2. Определение начального поля напряжений применительно к вертикальной выработке

Определить компоненты начального поля напряжений в условиях Криворожского бассейна на глубине 1000 м в филлитах. Определить компоненты начального поля напряжений в стенках вертикального шахтного ствола, проходка которого предполагается в данных условиях.

Решение. Принимаем характеристики пород: средний удельный вес толщи 0,027 МН/м³; $\nu = 0{,}14 \div 0{,}38$; средняя величина коэффициента поперечной деформации составляет $\nu = 0{,}26$.

1. По формулам (1.35) и (1.36) определяем компоненты начального поля напряжений

$$\sigma_z^{(0)} = 0{,}027 \cdot 1000 = 27 \text{ МПа};$$

$$\sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} = \frac{0{,}26}{1-0{,}26} 0{,}027 \cdot 1000 = 9{,}5 \text{ МПа}.$$

Мы получили средние значения горизонтальных напряжений, однако целесообразно оценить возможные максимальные значения в соответствии с изменчивостью коэффициента поперечной деформации.

По формуле (1.36) определяем наибольшее возможное значение коэффициента бокового давления в массиве

$$\lambda = \frac{0{,}38}{1-0{,}36} = 0{,}61.$$

Наибольшая возможная величина горизонтальных напряжений

$$\sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} = 0{,}61 \cdot 27 = 16{,}5 \text{ МПа}.$$

2. Компоненты начального поля напряжений в стенках предполагаемого вертикального шахтного ствола определим для цилиндрической системы координат (r, θ, z, см. рис. 1.5).

В данном случае, в соответствии с полученными выше результатами, имеем

$$\sigma_z^{(0)} = 27 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r^{(0)} = \sigma_\theta^{(0)} = \sigma_x^{(0)} = \sigma_y^{(0)} = 9{,}5 \div 16{,}5 \text{ МПа}.$$

1.4.3. Определение напряжений в массиве при подработке (малые глубины)

Массив пород на глубине $H = 30$ м, сложенный суглинком твердой консистенции, испытал под влиянием очистных работ (подработки) деформации сжатия в направлении оси x (см. рис. 1.11), величина которых составила $\varepsilon_x = 8 \cdot 10^{-3}$.

1. Определить компоненты начального гравитационного поля напряжений в массиве.

2. Определить дополнительные напряжения в массиве, вызванные подработкой.

Решение. По табл. П. 1.2 (приложение I) находим характеристики пород: $\gamma = 0{,}022$ МН/м³; $E = 18 \div 30$ МПа; $\nu = 0{,}35$.

1. Компоненты начального

гравитационного поля напряжений определим по формулам (1.35) и (1.36):

$$\sigma_z^{(0)}=0{,}022\cdot 30=0{,}66 \text{ МПа};$$

$$\lambda=\frac{0{,}35}{1-0{,}35}=0{,}54;$$

$$\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=0{,}54\cdot 0{,}66=0{,}36 \text{ МПа}.$$

2. Схема деформаций, испытываемых элементом массива пород, показана на рис. 1.17. Массив испытывает заданные деформации ε_x. Деформации в направлении оси y невозможны, следовательно, $\varepsilon_y=0$. Вследствие небольшой глубины свободно осуществляются деформации ε_z при дополнительных вертикальных напряжениях $\sigma_z'=0$.

Дополнительные напряжения σ_x' и σ_y' определим из первых двух уравнений обобщенного закона Гука (1.22), которые запишутся в следующем виде:

$$E\varepsilon_x=\sigma_x'-\nu\sigma_y'; \quad 0=-\nu\sigma_x'+\sigma_y'.$$

Решая эту систему из двух уравнений с двумя неизвестными, получаем

$$\sigma_x'=E\frac{\varepsilon_x}{1-\nu^2}; \qquad (1.53)$$

$$\sigma_y'=E\frac{\nu\varepsilon_x}{1-\nu^2}. \qquad (1.54)$$

Подставим, далее, выражение $\sigma_y'=\sigma_2$ и значение $\varepsilon_y=\varepsilon_2=0$ во вторую формулу (1.25) с учетом (1.26):

$$\frac{\nu}{1-\nu^2}E\varepsilon_x=\frac{2E}{2(1+\nu)}\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_V.$$

Отсюда найдем объемную деформацию пород

$$\varepsilon_V=\frac{1-2\nu}{1-\nu}\varepsilon_x. \qquad (1.55)$$

Подставив значения $\varepsilon_1=\varepsilon_x$; $\varepsilon_2=\varepsilon_y=0$ и ε_V в формулу (1.14),

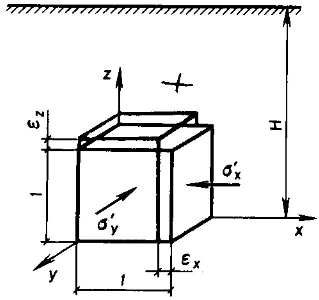


Рис. 1.17. Схема деформаций в массиве пород на небольшой глубине под влиянием подработки (к примеру 1.4.3)

получим величину деформаций $\varepsilon_z=\varepsilon_3$:

$$\varepsilon_z=\varepsilon_V-\varepsilon_x. \qquad (1.56)$$

Теперь подставим в полученные формулы численные значения величин и получим компоненты дополнительных напряжений (для расчетов примем наибольшее значение модуля деформации $E=30$ МПа):

$$\sigma_x'=\frac{30\cdot 0{,}008}{1-0{,}35^2}=0{,}27 \text{ МПа};$$

по формуле (1.54)

$$\sigma_y'=\frac{0{,}35}{1-0{,}35^2}30\cdot 0{,}008=0{,}10 \text{ МПа}.$$

Объемную деформацию пород определим по формуле (1.55):

$$\varepsilon_V=\frac{1-2\cdot 0{,}35}{1-0{,}35}0{,}008=0{,}0037.$$

По формуле (1.56) определим вертикальную деформацию пород в массиве

$$\varepsilon_z=0{,}0037-0{,}0080=-0{,}0043.$$

Как и следовало ожидать, вертикальная деформация пород является отрицательной, вдоль оси z происходит расширение (рис. 1.17).

Полные напряжения в массиве равны сумме начальных и

дополнительных, вызванных деформацией массива при подработке.

1.4.4. Определение напряжений в массиве при подработке

Изменим в примере 1.4.3 только одно условие — глубину. Пусть рассматриваемая область массива, сложенная теми же самыми породами и испытывающая под влиянием очистных работ те же самые деформации $\varepsilon_x = 0{,}008$, находится на глубине $H = 100$ м.

Определить дополнительные напряжения в массиве, вызванные его деформациями при подработке.

Решение. Значительная глубина $H = 100$ м не позволяет при решении задачи допустить возможность свободного деформирования массива в вертикальном направлении. В этом случае правильнее, с некоторым запасом, считать, что при принудительном (заданном) деформировании массива вдоль оси x деформации в направлении осей y и z невозможны, т. е. $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$. Возможная ошибка скажется в увеличении расчетных дополнительных напряжений, что пойдет в запас надежности расчета подземного сооружения.

Для решения задачи воспользуемся формулами (1.25). В соответствии с (1.14) и (1.56) получаем очевидное соотношение для условий данного примера:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x.$$

Подставив это значение в (1.25) и имея в виду, что $\sigma_1 = \sigma_x'$; $\sigma_2 = \sigma_y'$; $\sigma_3 = \sigma_z'$, получим следующие соотношения:

$$\sigma_x' = 2G\varepsilon_x \frac{1-\nu}{1-2\nu}; \quad \sigma_y' = \sigma_z' = 2G\varepsilon_x \frac{\nu}{1-2\nu}. \tag{1.57}$$

Подставим в эти формулы значения величин из примера 1.4.3, имея в виду выражение (1.26), в результате получим

$$\sigma_x' = \frac{2\cdot 30}{2(1+0{,}35)} 0{,}008 \frac{1-0{,}35}{1-2\cdot 0{,}35} = 0{,}38 \text{ МПа};$$

$$\sigma_y' = \sigma_z' \frac{2\cdot 30}{2(1+0{,}35)} 0{,}008 \frac{0{,}35}{1-2\cdot 0{,}35} = 0{,}21 \text{ МПа}.$$

1.4.5. Метод разгрузки, плоское напряженное состояние

Для исследования начального поля напряжений в массиве применяется *метод разгрузки*, в котором используются упругие свойства пород. Один из вариантов метода (метод ВНИМИ, предложен Г. А. Кузнецовым и М. А. Слободовым) заключается в следующем. Бурится скважина (рис. 1.18, *а*), на забой скважины наклеиваются датчики деформаций 1. На рисунке показана крестообразная розетка, состоящая из двух датчиков, располагаемых по известным заранее направлениям главных напряжений в массиве, совпадающим с направлением осей x и y. Затем, вокруг датчиков обуривается кольцевая щель (рис. 1.18, *б*), вследствие чего породный керн с датчиками отделяется от массива и, стало быть, разгружается от действующих в массиве напряжений. Вследствие разгрузки керн испытывает деформации упругого

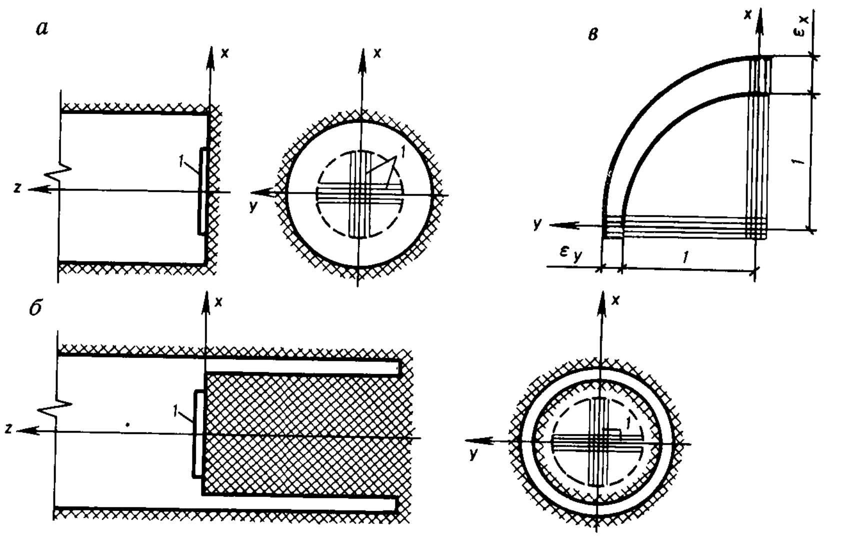


Рис. 1.18. Схема измерения напряжений в массиве методом разгрузки (метод ВНИМИ):

а, б — стадии работ, наклеивание датчиков и обуривание керна; *в* — схема деформаций разгрузки керна (к примеру 1.4.5)

восстановления (рис. 1.18, *в*; см. также рис. 1.9).

Деформации восстановления ε_x и ε_y измеряются и по ним определяются напряжения в массиве σ_x и σ_y.

Измерения проведены на глубине $H=1200$ м в диоритах со следующими характеристиками $\gamma=0{,}03$ МН/м³; $E=4\cdot10^4$ МПа; $E_e=8\cdot10^4$ МПа; $\nu=0{,}26$.

В результате измерений в горизонтальной скважине (см. рис. 1.18) получены следующие деформации восстановления: $\varepsilon_x=3{,}66\cdot10^{-4}$; $\varepsilon_y=0{,}03\cdot10^{-4}$.

Решение. Поскольку на забое скважины имеется плоское напряженное состояние ($\sigma_z=0$), то воспользуемся формулами (1.28). Заметим, что в данном случае в качестве характеристики материала необходимо пользоваться модулем упругости E_e, который характеризует деформирование породы при разгрузке (см. рис. 1.9).

Подставив значения величин E_e, ν, $\varepsilon_x=\varepsilon_1$ и $\varepsilon_y=\varepsilon_2$ в формулу (1.28), получим

$$\sigma_x=\sigma_1=8\cdot10^4\times\frac{3{,}66\cdot10^{-4}+0{,}26\cdot0{,}03\cdot10^{-4}}{1-0{,}26^2}=31{,}5\ \text{МПа};$$

$$\sigma_y=\sigma_2=8\cdot10^4\times\frac{0{,}03\cdot10^4+0{,}26\cdot3{,}66\cdot10^4}{1-0{,}26^2}=8{,}4\ \text{МПа}.$$

1.4.6. Метод разгрузки, учет объемного напряженного состояния

Отделенный от массива керн (рис. 1.18, *б*) испытывает деформации восстановления по всем трем направлениям, в том числе и вдоль оси z ($\varepsilon_z \neq 0$).

В связи с этим при пользовании методом разгрузки рекомендуется производить измерения во взаимно перпендикулярных скважинах, чтобы получить значения всех трех компонентов деформации.

Оценить погрешность вычислений, сделанных в п. 1.4.5, если известно, что величина деформаций восстановления $\varepsilon_z = \varepsilon_y = 0{,}03 \cdot 10^{-4}$.

Решение. Воспользуемся формулами (1.25). Предварительно, по формуле (1.14) определим объемную деформацию:

$$\varepsilon_V = 3{,}66 \cdot 10^{-4} + 0{,}03 \cdot 10^{-4} + 0{,}03 \cdot 10^{-4} = 3{,}72 \cdot 10^{-4}.$$

По формуле (1.26) определим

$$G = \frac{8 \cdot 10^4}{2(1+0{,}26)} = 3{,}2 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

Подставим значения величин в формулы (1.25). В результате получим

$$\sigma_1 = \sigma_x = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^4 \times \left(3{,}66 \cdot 10^{-4} + \frac{0{,}26}{1 - 2 \cdot 0{,}26} 3{,}72 \cdot 10^{-4}\right) = 36{,}3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_y = \sigma_z = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^4 \times \left(0{,}03 \cdot 10^{-4} + \frac{0{,}26}{1 - 2 \cdot 0{,}26} 3{,}72 \cdot 10^{-4}\right) = 13{,}1 \text{ МПа}.$$

Для сравнения определим компоненты начального поля напряжений по формулам (1.35), (1.36), имея в виду, что в условиях рассматриваемых примеров мы имеем дело с гравитационным полем напряжений. Коэффициент бокового давления в массиве

$$\lambda = \frac{0{,}26}{1 - 0{,}26} = 0{,}35.$$

Компоненты напряжений вычислим по формулам (1.35)

$$\sigma_z = 0{,}03 \cdot 1200 \cdot 0{,}36 \text{ МПа};$$

$$\sigma_x = \sigma_y = 0{,}35 \cdot 36 = 13 \text{ МПа}.$$

Ошибка измерений в рассматриваемом примере составляет менее 1 %. Погрешность вычислений, выполненных в примере 1.4.5, составляет

$$\Delta_{\sigma_1} = \frac{31{,}5 - 36}{36} 100 = -12{,}5 \text{ \%};$$

$$\Delta_{\sigma_2} = \frac{8{,}4 - 13}{13} 100 = -35{,}4 \text{ \%}.$$

1.4.7. Транстропная модель массива

Для алевролита с характеристиками $E_1 = 10{,}7 \cdot 10^3$ МПа; $E_2 = 5{,}2 \cdot 10^3$ МПа; $G_2 = 1{,}2 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_1 = 0{,}413$; $\nu_2 = 0{,}198$ определить коэффициенты бокового давления в массиве, пользуясь транстропной моделью пород при углах падения плоскости изотропии $\alpha = 0°$; 30°; 45°; 60°; 90°.

Решение. По формулам (1.33) вычисляем коэффициенты деформации, входящие в обобщенный закон Гука (1.32). Результаты расчетов сведены в табл. 1.1.

Далее, по формулам (1.39)—(1.41) определяем коэффициенты, характеризующие начальное гравитационное поле напряжений массива, моделируемого транстропной средой (табл. 1.2).

В массиве при наклонной плоскости изотропии на горизонтальных и вертикальных площадках действуют касательные напряжения (см. рис. 1.12). Определим величину и направ-

ТАБЛИЦА 1.1

Коэффициенты деформации	Значения коэффициентов деформации (МПа) при угле падения α, градус				
	0	30	45	60	90
E_1a_{11}	1	2,289	2,894	2,818	2,058
E_1a_{12}	—0,413	—0,359	—0,306	—0,252	—0,198
E_1a_{13}	—0,198	—1,222	—1,564	—1,222	—0,198
E_1a_{15}	0	—1,641	—0,529	0,725	0
E_1a_{22}	1	1	1	1	1
E_1a_{23}	—0,198	—0,252	—0,306	—0,359	—0,413
E_1a_{25}	0	—0,186	—0,215	—0,186	0
E_1a_{33}	2,058	2,818	2,894	2,289	1
E_1a_{35}	0	0,725	—0,529	—1,641	0
E_1a_{44}	8,917	7,394	5,871	4,349	2,826
E_1a_{46}	0	—2,637	—3,045	—2,637	0
E_1a_{55}	8,917	4,819	3,454	4,819	8,917
E_1a_{66}	2,826	4,349	5,871	7,394	8,917

ТАБЛИЦА 1.2

Величины	Угол падения α, градус				
	0	30	45	60	90
λ_x	0,337	0,691	0,652	0,403	0,139
λ_y	0,337	0,519	0,567	0,516	0,440
λ_{xz}	0	—0,105	—0,288	—0,300	0
$\tilde\sigma_1$	1	1,032	1,163	1,124	1
$\tilde\sigma_2$	0,337	0,658	0,490	0,278	0,139
θ, градус	0	—17,07	—29,47	—22,56	0

ление главных напряжений по формулам (1.11). В данном случае, для плоскости xOz, указанные формулы приобретают следующий вид:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_z+\sigma_x}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_z-\sigma_x}{2}\right)^2+\tau_{xz}^2};\qquad(1.58)$$

$$\operatorname{tg}2\theta=\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_z-\sigma_x}.$$

Для удобства выразим напряжения в долях γH:

$$\tilde\sigma_x=\sigma_x/\gamma H,\quad \tilde\sigma_y=\sigma_y/\gamma H,\quad \tilde\sigma_z=\sigma_z/\gamma H;\quad \tilde\tau_{xz}=\tau_{xz}/\gamma H.\qquad(1.59)$$

Очевидно, что $\tilde\sigma_x=\lambda_x$; $\tilde\sigma_y=\lambda_y$; $\tilde\sigma_z=1$; $\tilde\tau_{xz}=\lambda_{xz}$. Подставим эти величины в формулы (1.58), в результате получим

$$\left.\begin{matrix}\tilde\sigma_1\\ \tilde\sigma_2\end{matrix}\right\}=\frac{1+\lambda_x}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1-\lambda_x}{2}\right)^2+\lambda_{xz}^2};\qquad(1.60)$$

$$\operatorname{tg}2\theta=\frac{2\lambda_{xz}}{1-\lambda_x}.$$

Подставляя значения входящих в формулы (1.60) величин из табл. 1.2, определяем величины и направление главных напряжений. Результаты расчетов помещены также в табл. 1.2.

Из табл. 1.2 следует, что главные напряжения в транстропном массиве с наклонной плоскостью изотропии могут превосходить вес столба до поверхности (γH)

Методическое указание. Для решения задач, подобных рассмотренной в данном примере, целесообразно пользоваться любым видом мини-ЭВМ или даже программируемым калькулятором. Это существенно упростит вычисления и одновременно даст возможность потренироваться в составлении программ.

1.4.8. Тензор и девиатор начального поля напряжений

Для условий примера 1.4.7 написать тензор и девиатор напряжений в массиве в осях x, y, z при угле падения плоскости изотропии $\alpha = 60°$.

Решение. В соответствии с выражением (1.2), представляя напряжения в долях γH согласно (1.59), получаем следующий тензор напряжений:

$$[\tilde{T}_\sigma] = \begin{bmatrix} 0{,}403 & 0 & -0{,}300 \\ 0 & 0{,}516 & 0 \\ -0{,}300 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Средние напряжения определим по формуле (1.8) с учетом первого инварианта тензора напряжений (1.5):

$$\tilde{\sigma}_m = \frac{0{,}403 + 0{,}516 + 1}{3} = 0{,}640.$$

Далее, в соответствии с выражением (1.9) получаем девиатор напряжений

$$[\tilde{D}_\sigma] = \begin{bmatrix} -0{,}237 & 0 & -0{,}300 \\ 0 & -0{,}124 & 0 \\ -0{,}300 & 0 & 0{,}360 \end{bmatrix}.$$

1.4.9. Сравнение приближенных формул и строгого решения для транстропной модели

Сравнить результаты расчетов по приближенным формулам (1.44)—(1.46) с точным решением для анизотропной модели.

Решение. Воспользуемся данными примера 1.4.7 и примем $\nu = 0{,}3$ (примерно среднее значение между $\nu_1 = 0{,}413$ и $\nu_2 = 0{,}198$). Угол падения примем $\alpha = 60°$, тогда из соотношений (1.33) находим $\psi = 90° - \alpha$, т. е. $\psi = 30°$.

Из соотношений (1.45) определяем значения $\lambda = 0{,}428$; $m = \mathrm{tg}\, 30° = 0{,}577$.

Подставив значения величин в формулы (1.44) и выразив главные напряжения в долях γH, согласно (1.59), получим

$$\tilde{\sigma}_1 = 1{,}163; \quad \lambda^* = 0{,}308.$$

По формуле (1.46) определим угол наклона главных напряжений к вертикали: $\theta = 20{,}4°$.

Для сравнения приведем значения соответствующих величин из табл. 1.2:

$$\tilde{\sigma}_1 = 1{,}124; \ \lambda^* = 0{,}278/1{,}124 = 0{,}247; \quad \theta = 22{,}56°.$$

Как видим, для приближенного расчета при недостатке исходных данных соответствие результатов можно считать удовлетворительным.

1.4.10. Начальные тектонические напряжения применительно к стволу

Определить начальные напряжения в массиве по контуру сечения будущего вертикального шахтного ствола для условий месторождения, характеризуемых выражениями (1.48) на глубине $H=700$ м. Удельный вес пород составляет $\gamma=0{,}025$ МН/м^3.

Решение. Подставляя значения величин в формулы (1.48), определяем компоненты напряжений в декартовой системе координат (см. рис. 1.11):

$$\sigma_z^{(0)}=0{,}025\cdot700=17{,}5\ \text{МПа};$$

$$\sigma_x^{(0)}=0{,}4\cdot0{,}025\cdot700+14=21\ \text{МПа};$$

$$\sigma_y^{(0)}=0{,}4\cdot0{,}025\cdot700+7=14\ \text{МПа}.$$

Напряжения по контуру сечения вертикального ствола удобнее представить в цилиндрической системе координат r, θ, z (см. рис. 1.5). В этом случае выражение для осевых (вертикальных) напряжений не меняется, а в горизонтальной плоскости (см. рис. 1.3) компоненты напряжений определим по формулам (1.12). Поскольку ось x совпадает с направлением наибольшего главного напряжения σ_1, то в данном случае формулы (1.12) приобретают следующий вид:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\theta; \tag{1.61}$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\theta.$$

Подставив в эти формулы значения входящих в них величин, получим компоненты начального поля напряжений по контуру сечения вертикального ствола:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\}=\frac{21+14}{2}\pm\frac{21-14}{2}\cos2\theta= =17{,}5\pm3{,}5\cos2\theta;$$

$$\sigma_z=17{,}5\ \text{МПа}.$$

1.4.11. Деформации разгрузки

Определить деформации разгрузки, которые произойдут с кубиком породы, извлеченным из массива в условиях примера 1.4.10, если модуль упругости породы составляет $E_e=$ $=8\cdot10^3$ МПа, а коэффициент Пуассона $\nu=0{,}27$.

Решение. Деформации определим по формулам обобщенного закона Гука (1.22). Согласно данным примера 1.4.10 главные напряжения в массиве составляют

$$\sigma_1=\sigma_x=21\ \text{МПа};\ \sigma_2=\sigma_z=17{,}5\ \text{МПа};\ \sigma_3=\sigma_y=14\ \text{МПа}.$$

При разгрузке деформации имеют противоположный знак, по сравнению с нагрузкой.

Подставив значения величин в формулы (1.22), получим

$$\varepsilon_1=\varepsilon_x= =-\frac{1}{8\cdot10^3}[21{,}0-0{,}27(17{,}5+14{,}0)]= =-1{,}56\cdot10^{-3};$$

$$\varepsilon_2=\varepsilon_z= =-\frac{1}{8\cdot10^3}[17{,}5-0{,}27(14+21{,}0)]= =-1\cdot10^{-3};$$

$$\varepsilon_3=\varepsilon_y= =-\frac{1}{8\cdot10^3}[14{,}0-0{,}27(21{,}0+17{,}5)]= =-0{,}45\cdot10^{-3}.$$

1.4.12. Сейсмические напряжения

Произвести расчет динамических напряжений в массивах пород различных категорий (очень крепких, средней крепости, мягких, табл. 1.3) при землетрясении силой 9 баллов при $T_0=0,5$ с.

Решение. По формулам (1.49) и (1.50) определяем скорость распространения продольных и поперечных волн. Например, для очень крепких пород имеем

$$v_P = \sqrt{\frac{420\cdot10^2\cdot9,8}{0,027}\cdot\frac{1-0,22}{(1+0,22)(1-0,44)}} = 4670 \text{ м/с};$$

$$v_S = 4670\sqrt{\frac{1-0,44}{2(1-0,22)}} = 2800 \text{ м/с}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 1.3.

Далее, по формулам (1.51) определим максимальные динамические напряжения в массиве в системе координат x, y (ось x совпадает с направлением распространения волн),

тогда

$$\sigma_{xP}=\sigma_{\max};\quad \sigma_{yP}=\lambda\sigma_{\max};\quad \tau_{xyS}=\tau_{\max}, \tag{1.62}$$

где

$$\lambda=\nu/(1-\nu). \tag{1.63}$$

Для 9-балльного землетрясения $A=0,4$; $AK_1=0,1$; примем $K_h=1$.

Подставим в формулы (1.51) и в приведенные выше формулы значения величин для очень крепких пород, в результате получим

$$\sigma_{xP}=\frac{1}{2\pi}\,0,1\cdot0,027\cdot4670\cdot0,5=1 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{yP}=\frac{0,22}{1-0,22}\,1,0=0,28 \text{ МПа};$$

$$\tau_{xyS}=\frac{1}{2\pi}\,0,1\cdot0,027\cdot2800\cdot0,5=0,6 \text{ МПа}.$$

ТАБЛИЦА 1.3

№ п/п	Породы	Категория	f	γ, МН/м³	E, $1\cdot10^{-2}$, МПа	ν	v_P, м/с	v_S, м/с	Напряжения в массиве, МПа: σ_{xP}	σ_{yP}	τ_{xyS}	σ_1	σ_2	θ, градус
1	Очень крепкие (гранит, кварцевый порфир)	II	15	0,027	420	0,22	4670	2800	1,00	0,28	0,60	1,34	−0,06	59
2	Средней крепости (глинистый сланец, известняк)	V	4	0,025	150	0,35	3070	1480	0,61	0,33	0,29	0,79	0,15	64
3	Мягкие (плотная глина)	VII	1	0,021	1,5	0,35	335	88	0,06	0,03	0,015	0,08	0,01	45

Аналогично производятся вычисления для остальных типов пород. Результаты расчетов приведены в табл. 1.3.

Определим, далее, главные напряжения в массиве и их направление по отношению к оси x (угол θ) по формулам (1.11). Подставим в эти формулы значения величин для очень крепких пород, в результате получим

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\}=\frac{1,00+0,28}{2}\pm$$

$$\pm\sqrt{\left(\frac{1,00-0,28}{2}\right)^2+0,60^2}=$$

$$=\left\{\begin{matrix}1,34\\ -0,06\end{matrix}\right.;$$

$$\theta=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\cdot 0,60}{1,00-0,28}=59^\circ.$$

Аналогичные вычисления выполняются для остальных типов пород, результаты вычислений приведены в табл. 1.3.

На основании результатов расчетов можно сделать вывод, что динамические напряжения в массиве тем выше, чем крепче слагающие массив породы (чем выше модуль деформации пород). При одновременном воздействии продольных и поперечных волн в массиве пород могут возникнуть растягивающие напряжения даже в фазе сжатия продольной волны.

1.5. Напряжения и деформации в массиве пород вокруг выработок

Рассмотрим классическую задачу теории упругости о напряженно-деформированном состоянии упругого *кругового кольца* (рис. 1.19).

Напряжения на внешнем и внутреннем контурах кольца заданы и описываются выражениями

$$p_{(i)}=p_{0\,(i)}+p_{2\,(i)}\cos 2\theta;\quad q_{(i)}=q_{2\,(i)}\sin 2\theta, \tag{1.64}$$

где i — индекс, принимающий значения 0 и 1, для обозначения соответственно внутреннего L_0 или внешнего L_1 контура; $p_{(i)}$ — нормальные (радиальные) напряжения; $q_{(i)}$ — касательные напряжения.

Нормальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах кольца определяются выражениями

$$\sigma_{\theta\, in}=p_{0\,(1)}m_1-p_{0\,(0)}m_2-(p_{2\,(1)}n_1-q_{2\,(1)}n_2-p_{2\,(0)}n_3+q_{2\,(0)}n_4)\cos 2\theta; \tag{1.65}$$

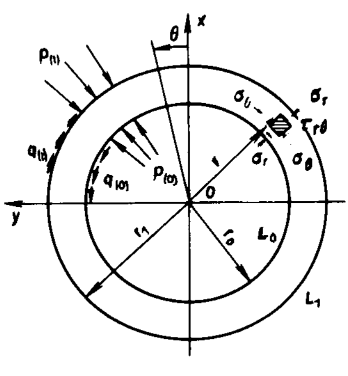


Рис. 1.19. Схема к расчету упругого кольца

$$\sigma_{\theta ex}=p_{0\,(1)}m_1'-p_{0\,(0)}\,m_2'+\left(p_{2\,(1)}n_1'-\right.$$
$$\left.-q_{2\,(1)}\,n_2'-p_{2\,(0)}\,n_3'+q_{2\,(0)}\,n_4'\right)\cos 2\theta,$$

где

$$m_1=\frac{2c^2}{c^2-1};\quad m_2=m_1-1;$$
$$m_1'=m_2;\quad m_2'=m_1-2;$$
$$n_1=2m_1m_2;\quad n_2=m_1m_2';$$
$$n_3=\frac{c^4+6c^2+1}{(c^2-1)^2};$$
$$n_4=2\,\frac{c^4+2c^2-1}{(c^2-1)^2};\quad n_1'=n_3;$$
$$n_2'=2\,\frac{-c^4+2c^2+1}{(c^2-1)^2};\quad n_3'=2m_2m_2';$$
$$n_4'=n_2;\quad c=r_1/r_0.$$

Под действием напряжений (1.64) кольцо деформируется, при этом точки внешнего и внутреннего контура испытывают перемещения, описываемые формулами

$$u_{(i)}=u_{0(i)}+u_{2\,(i)}\cos 2\theta;\qquad v_{(i)}=v_{2(i)}\sin 2\theta, \tag{1.66}$$

где $u_{(i)}$ — радиальные перемещения; $v_{(i)}$ — тангенциальные (окружные) перемещения.

Значения индекса i те же, что и в выражениях (1.64).

Параметры перемещений, входящие в выражения (1.66), определяются по формулам

$$u_{0\,in}=\frac{r_0}{4G\,(c^2-1)}\,(p_{0\,(1)}\,d_1-p_{0\,(0)}\,d_2); \tag{1.67}$$

$$u_{0\,ex}=\frac{r_1}{4G\,(c^2-1)}\left(p_{0\,(1)}\,d_1'-p_{0\,(0)}\,d_2'\right);$$

$$(u_2+v_2)_{in}=\frac{r_0}{6GD}\times$$
$$\times(p_{2\,(1)}\,a_1-q_{2\,(1)}\,a_2-p_{2\,(0)}a_3+q_{2\,(0)}a_4); \tag{1.68}$$

$$(u_2-v_2)_{in}=\frac{r_0}{2GD}\times$$
$$(p_{2\,(1)}a_1'-q_{2\,(1)}\,a_2'-p_{2\,(0)}\,a_3'+q_{2\,(0)}\,a_4');$$

$$(u_2+v_2)_{ex}=\frac{r_1}{6GD}\times$$
$$\times(p_{2\,(1)}\,b_1-q_{2\,(1)}\,b_2-p_{2\,(0)}b_3+q_{2\,(0)}\,b_4);$$

$$(u_2-v_2)_{ex}=\frac{r_1}{2GD}\times$$
$$\times\left(p_{2\,(1)}\,b_1'-q_{2\,(1)}\,b_2'-p_{2\,(0)}\,b_3'+q_{2\,(0)}\,b_4'\right), \tag{1.69}$$

где

$$d_1=c^2\,(\varkappa+1);\quad d_2=2c^2+\varkappa-1;$$
$$d_1'=c^2\,(\varkappa-1)+2;\quad d_2'=\varkappa+1;$$

$\varkappa$ — коэффициент вида напряженного состояния, принимающий значения:

при плоском напряженном состоянии

$$\varkappa=\frac{3-\nu}{1+\nu};$$

при плоской деформации

$$\varkappa=3-4\nu$$
$$a_1=c^2\,(3+c^2);$$
$$a_2=c^2\,(3-c^2);$$
$$a_3=3c^2+1+D;$$
$$a_4=3c^2-1-D;$$
$$a_1'=c^2\,(2c^4+c^2+1);$$
$$a_2'=c^2\,(c^2+1);$$
$$a_3'=c^2\,(c^4+c^2+2)-D;$$
$$a_4'=c^4\,(c^2+1)-D;$$
$$b_1=c^4\,(3+c^2)-D;$$
$$b_2=c^4\,(3-c^2)+D;$$
$$b_3=c^2\,(3c^2+1);$$
$$b_4=c^2\,(3c^2-1);$$
$$b_1'=2c^4+c^2+1+D;$$
$$b_2'=c^2+1+D;$$
$$b_3'=c^2\,(c^2+1)+2;$$
$$b_4'=c^2\,(c^2+1);$$
$$D=\frac{(c^2-1)^3}{\varkappa+1}.$$

При внешнем радиусе кольца (рис. 1.19) $r_1\to\infty$ мы получим упругую плоскость, ослабленную круглым отверстием, — упругую модель массива пород, с выработкой круглого сечения (рис. 1.20). Заметим, что напряжения в декартовой системе координат легко получить, пользуясь формулой для радиальных напряжений (1.64) при значениях угла $\theta=0$ (для определения σ_x) (см. рис. 1.19) и $\theta=90°$ (для σ_y):

$$\sigma_{x\,(i)}=p_{0\,(i)}+p_{2\,(i)};\qquad(1.70)$$
$$\sigma_{y\,(i)}=p_{0\,(i)}-p_{2\,(i)}.$$

Отсюда

$$p_{0\,(i)}=\frac{\sigma_{x\,(i)}+\sigma_{y\,(i)}}{2};$$
$$p_{2\,(i)}=\frac{\sigma_{x\,(i)}-\sigma_{y\,(i)}}{2}.\qquad(1.71)$$

Определим нормальные тангенциальные напряжения на контуре отверстия (сечения выработки), свободном от напряжений ($p_{0\,(0)}=p_{2\,(0)}=q_{2\,(0)}=0$), пользуясь формулами (1.65).

Легко убедиться, что при $r_1\to\infty$ $c\to\infty$, при этом $m_1\to 2$; $n_1\to 4$; $n_2\to 0$. В результате первая из формул (1.65) приобретает следующий вид:

$$\sigma_{\theta in}=2p_{0\infty}-4p_{2\infty}\cos 2\theta\qquad(1.72)$$

или, с учетом соотношений (1.71),

$$\sigma_{\theta in}=(\sigma_{x\infty}+\sigma_{y\infty})-2(\sigma_{x\infty}-\sigma_{y\infty})\times$$
$$\times\cos 2\theta.\qquad(1.73)$$

На основании изложенного убеждаемся, что *касательные напряжения, приложенные на бесконечности q_∞, описываемые формулой (1.64), на величину нормальных тангенциальных напряжений на контуре отверстия не оказывают никакого влияния.*

Определим перемещения точек свободного от напряжений контура отверстия под влиянием напряжений, приложенных на бесконечности. Устремляя $r_1\to\infty$, после несложных преобразований получаем из выражений (1.67) и (1.68) следующие:

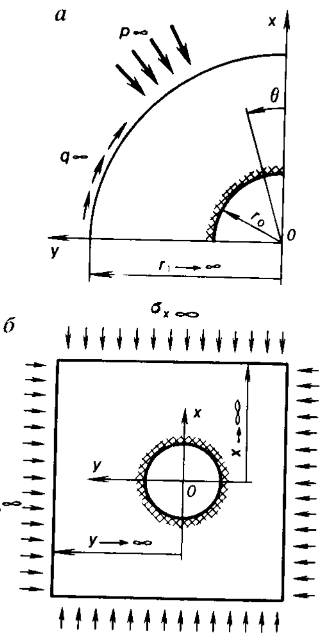


Рис. 1.20. Схема массива с выработкой в системе координат:
а — полярной; *б* — декартовой

$$(u_2+v_2)_{in}=0;$$
$$(u_2-v_2)_{in}=r_0(\varkappa+1)\frac{p_{2\infty}}{G}.\qquad(1.74)$$

Отсюда следует, что касательные напряжения, приложенные на бесконечности, описываемые формулой (1.64), не оказывают влияния и на величину перемещений контура отверстия.

Из (1.74) легко получить следующие формулы:

$$u_{2in}=r_0(\varkappa+1)\frac{p_{2\infty}}{2G};\qquad(1.75)$$
$$v_{2in}=-r_0(\varkappa+1)\frac{p_{2\infty}}{2G}.$$

На основании (1.66) перемещения на контуре отверстия

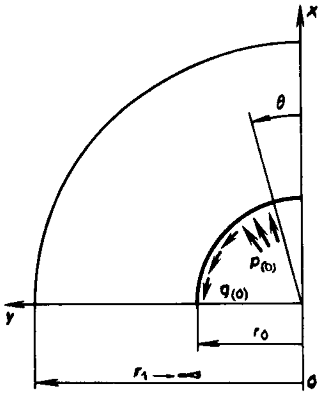


Рис. 1.21. Схема напряжений, приложенных к контуру отверстия в упругой плоскости

описываются выражениями

$$u_{in}=\frac{r_0}{4G}(\varkappa+1)(p_{0\infty}+2p_{2\infty}\cos 2\theta); \tag{1.76}$$

$$v_{in}=-\frac{r_0}{2G}(\varkappa+1)p_{2\infty}\sin 2\theta.$$

Определим напряжения и перемещения на контуре отверстия в упругой плоскости под действием напряжений (1.64), приложенных к самому контуру (рис. 1.21). Устремляя $r_1 \to \infty$ и соответственно $c \to \infty$, из формул (1.65) получим $m_2 \to 1$; $n_3 \to 1$; $n_4 \to 2$. Следовательно, нормальные тангенциальные напряжения на контуре отверстия составляют

$$\sigma_{\theta in}=-[p_{0(0)}-(p_{2(0)}-2q_{2(0)})\cos 2\theta]. \tag{1.77}$$

Перемещения контура отверстия определим из выражений (1.66), (1.67). Устремляя $r_1 \to \infty$, что соответствует $c \to \infty$, получаем $d_2 \to 2$; $a_3 \to 1$; $a_4 \to -1$; $a_3' \to \varkappa$; $a_4' \to \varkappa$.

Подставим эти значения коэффициентов в формулы (1.67) и (1.68), в результате получим

$$u_{0in}=-r_0\frac{p_{0(0)}}{2G}; \tag{1.78}$$

$$(u_2+v_2)_{in}=-\frac{r_0}{6G}(p_{2(0)}+q_{2(0)});$$

$$(u_2-v_2)_{in}=-\frac{r_0}{2G}\varkappa(p_{2(0)}-q_{2(0)}). \tag{1.79}$$

Из уравнений (1.78) легко найти

$$u_{2in}=-\frac{r_0}{12G}\times [p_{2(0)}(1+3\varkappa)+q_{2(0)}(1-3\varkappa)]; \tag{1.80}$$

$$v_{2in}=-\frac{r_0}{12G}\times [p_{2(0)}(1-3\varkappa)+q_{2(0)}(1+3\varkappa)].$$

Существенная особенность напряженно-деформированного состояния массива пород, в котором проходят горную выработку, заключается в том, что *выработка образуется в заранее напряженном массиве*, в массиве с установившимся полем начальных напряжений. По этой причине нельзя моделировать массив с выработкой, попросту перенеся начальные напряжения на бесконечность (см. рис. 1.20, *б*), так как тогда оказалось бы, что напряжения приложены к массиву после проведения выработки.

Применение упругой модели массива позволяет в соответствии с принципом независимости действия сил учесть это важное обстоятельство, рассматривая напряжения в массиве, ослабленном выработкой σ (рис. 1.22, *а*), как сумму *начальных напряжений* $\sigma^{(0)}$ (рис. 1.22, *б*) и дополнительных (*снимаемых*) напряжений $\sigma^{(1)}$ (рис. 1.22, *в*).

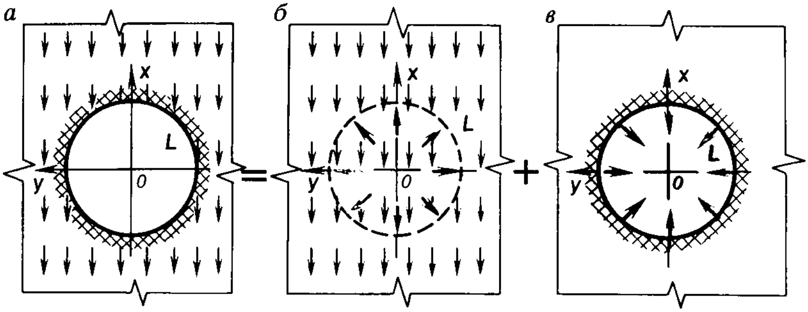


Рис. 1.22. Схема к расчету полных напряжений в весомом массиве при образовании выработки (*а*) как суммы начальных напряжений (*б*) и дополнительных (снимаемых) напряжений (*в*)

Понятие «*снимаемые напряжения*» ввел проф. И. В. Родин для моделирования образования выработки в напряженном массиве. Действительно, что значит образовать отверстие в напряженной плоскости? Это значит, что с контура будущего отверстия (рис. 1.22, *б*) необходимо *снять* имеющиеся на этом контуре радиальные и касательные начальные напряжения, так как контур отверстия свободен от напряжений. В упругой модели эту операцию можно осуществить, прибавив к *начальному полю напряжений снимаемое поле напряжений*, вызванное действием только снимаемых напряжений, приложенных к контуру отверстия в невесомой плоскости (рис. 1.22, *в*). Очевидно, что *снимаемые напряжения равны по величине начальным и противоположны по знаку*. Начальному полю напряжений в массиве соответствует и начальное поле деформаций и перемещений, которые произошли до проведения выработки. Следовательно, *деформации и перемещения в массиве, происходящие вследствие образования выработки, вызываются только снимаемыми напряжениями.*

Определим напряжения и перемещения на контуре сечения горизонтальной выработки (рис. 1.22). Начальные напряжения в массиве согласно § 1.3 составляют

$$\sigma_x^{(0)} = \gamma H; \quad \sigma_y^{(0)} = \lambda\gamma H. \tag{1.81}$$

Начальные напряжения по контуру сечения будущей выработки определим, подставив эти значения в выражения (1.12). Пользуясь обозначениями (1.71), получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{r\,in}^{(0)} &= p_0^{(0)} = p_{0\,(0)}^{(0)} + p_{2\,(0)}^{(0)} \cos 2\theta; \\ \sigma_{\theta\,in}^{(0)} &= p_{0\,(0)}^{(0)} - p_{2\,(0)}^{(0)} \cos 2\theta; \\ \tau_{r\theta\,in}^{(0)} &= q_{(0)}^{(0)} = q_{2\,(0)}^{(0)} \sin 2\theta, \end{aligned} \tag{1.82}$$

где

$$p_{0\,(0)}^{(0)} = \sigma_1^{(0)} \frac{1+\lambda}{2}; \quad p_{2\,(0)}^{(0)} = \sigma_1^{(0)} \frac{1-\lambda}{2};$$

$$q_{2\,(0)}^{(0)} = -\sigma_1^{(0)} \frac{1-\lambda}{2}; \quad \sigma_1^{(0)} = \gamma H.$$

Отсюда следует, что

$$q_{2\,(0)}^{(0)} = -p_{2\,(0)}^{(0)}. \tag{1.83}$$

Снимаемые напряжения, приложенные к контуру отверстия (рис. 1.22, *в*), равны по величине начальным и противоположны по знаку. Следовательно, снимаемые напряжения описываются выражениями (1.82), в которые необходимо подставить следующие значения входящих в них величин:

$$p_{0\,(0)}^{(1)} = -p_{0\,(0)}^{(0)}; \quad p_{2\,(0)}^{(1)} = -p_{2\,(0)}^{(0)}; \tag{1.84}$$

$$q_{2\,(0)}^{(1)} = -q_{2\,(0)}^{(0)}, \tag{1.85}$$

при этом $q_{2\,(0)}^{(1)} = -p_{2\,(0)}^{(1)}$.

Нормальные тангенциальные снимаемые напряжения на контуре (рис. 1.22, *в*) определим из (1.77) с учетом равенств (1.84), (1.85):

$$\sigma_{\theta in}^{(1)} = p_{0\,(0)}^{(0)} - 3p_{2\,(0)}^{(0)} \cos 2\theta. \tag{1.86}$$

Полные напряжения на контуре сечения выработки равны сумме начальных и снимаемых:

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)}. \tag{1.87}$$

Суммируя (1.82) и (1.84), получаем

$$\sigma_{rin} = 0;$$
$$\sigma_{\theta in} = 2p_{0\,(0)}^{(0)} - 4p_{2\,(0)}^{(0)} \cos 2\theta; \tag{1.88}$$
$$\tau_{r\theta in} = 0,$$

или с учетом значений входящих в формулу (1.82) [illegible]

$$\sigma_{\theta in} = \sigma_1^{(0)} \left[(1+\lambda) - 2(1-\lambda) \cos 2\theta\right]. \tag{1.89}$$

Перемещения контура сечения выработки определим из выражений (1.78), (1.80). Вначале воспользуемся равенствами (1.83)—(1.85), тогда

$$u_{0in} = r_0 p_{0\,(0)}^{(0)}/2G;$$
$$u_{2in} = r_0 \varkappa p_{2\,(0)}^{(0)}/2G; \tag{1.90}$$
$$v_{2in} = -r_0 \varkappa p_{2\,(0)}^{(0)}/2G.$$

Подставив значения $p_{0\,(0)}^{(0)}$ и $p_{2(0)}^{(0)}$ из (1.82), получим

$$u_{0in} = r_0 \frac{\sigma_1^{(0)}}{2G} \frac{1+\lambda}{2};$$
$$u_{2in} = r_0 \varkappa \frac{\sigma_1^{(0)}}{2G} \frac{1-\lambda}{2}; \tag{1.91}$$
$$v_{2in} = -u_{2in}.$$

Сравнивая выражения (1.72) и (1.88), приходим к выводу, что для определения напряжений в породах, окружающих незакрепленную выработку, может быть использована расчетная схема, показанная на рис. 1.20,*б*: упругая плоскость, нагруженная на бесконечности напряжениями, равными начальным. Из сравнения выражений (1.74) и (1.90) следует, что при пользовании этой расчетной схемой перемещения контура сечения выработки получаются завышенными. Это понятно, так как к перемещениям, вызванным обнажением пород при проходке выработки, добавляются перемещения, вызванные начальным полем напряжений, завершившиеся задолго до проведения выработки. Однако на бесконечности можно приложить некоторые напряжения, действие которых будет эквивалентно снимаемым, обусловливающим перемещения при обнажении пород. Сравнивая (1.74), (1.75) и (1.90), получаем формулы для определения *эквивалентных напряжений*

$$P_{0eq} = \frac{2}{\varkappa+1} p_{0\,(0)}^{(0)};$$
$$P_{2eq} = \frac{\varkappa}{\varkappa+1} p_{2\,(0)}^{(0)}. \tag{1.92}$$

Поле напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения описывается выражениями

$$\sigma_r=\gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{1-\lambda}{2}\left(1+3\frac{r_0^4}{r^4}-4\frac{r_0^2}{r^2}\right)\cos 2\theta\right];$$
$$\sigma_\theta=\gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1-\lambda}{2}\left(1+3\frac{r_0^4}{r^4}\right)\cos 2\theta\right];$$
$$(1.93)$$
$$\tau_{r\theta}=$$
$$=-\gamma H\frac{1-\lambda}{2}\left(1-3\frac{r_0^4}{r^4}+\frac{r_0^2}{r^2}\right)\sin 2\theta.$$

На рис. 1.23 показаны эпюры напряжений при значениях $\lambda=1$ и $\lambda=1/3$.

Поле напряжений в массиве вокруг напорной выработки круглого сечения описывается выражением

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\}=\pm P_{in}\frac{r_0^2}{r^2}. \qquad (1.94)$$

Выше рассмотрены случаи заглубленных выработок, для которых справедливо соотношение $H\gg r_0$. Вследствие этого поле начальных напряжений в окружающем выработку массиве принимается однородным ($\sigma_x^{(0)}=\gamma H$).

Для выработки *неглубокого заложения* (рис. 1.24) глубина H соизмерима с радиусом r_0, поэтому на напряженно-деформированное состояние массива в окрестности выработки существенное влияние оказывает *близость земной поверхности* L_1. В этом случае геометрической моделью массива служит уже не плоскость, а *полуплоскость*. Решения подобного класса задач получены И. Г. Арамановичем, А.М. Гольдбергом, С. Г. Гутманом, Г. Н. Савиным и др.

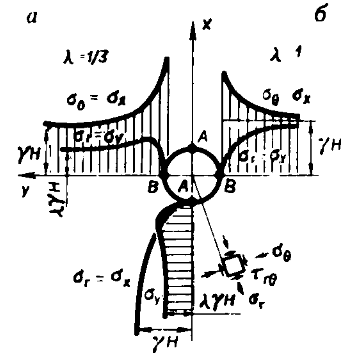


Рис. 1.23. Эпюры напряжений в массиве вокруг выработки круглого сечения при $\lambda=1/3$ (*а*) и $\lambda=1$ (*б*)

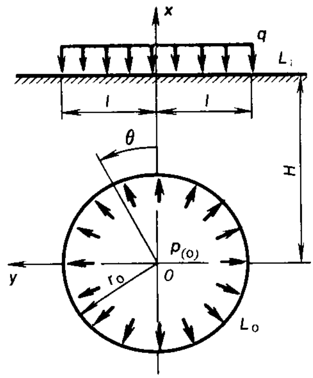


Рис. 1.24. Схема к определению напряженно-деформированного состояния выработки неглубокого заложения

Рассмотрим весомый массив (полуплоскость), ослабленный выработкой круглого сечения (рис. 1.25, *а*). Начальное поле напряжений в массиве определяется выражениями

$$\sigma_x^{(0)}=\gamma(H-x);\quad \sigma_y^{(0)}=\lambda\gamma(H-x). \qquad (1.95)$$

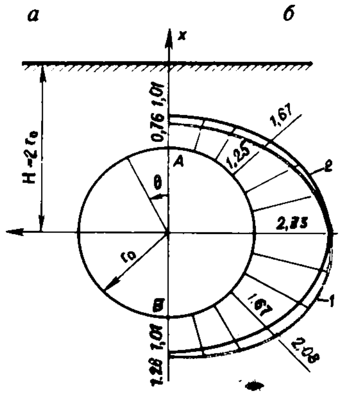


Рис. 1.25. Расчетная схема (*а*) и эпюра тангенциальных напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ (*б*) на контуре сечения выработки для массива, нагруженного собственным весом при $H=2r_0$; $\nu=0{,}4$:

1 — эпюра $\sigma_\theta/\gamma H$; *2* — эпюра напряжений для заглубленной выработки

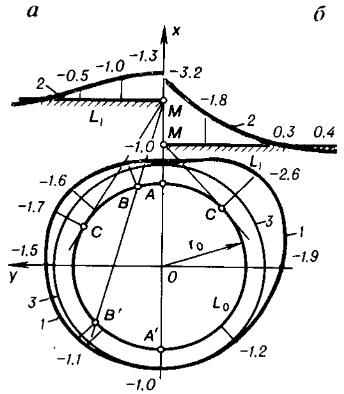


Рис. 1.26. Эпюра напряжений в напорном тоннеле при глубине заложения тоннеля $H=2r_0$ (*а*) и $H=1{,}5\,r_0$ (*б*):

1 — тангенциальные напряжения σ_θ/p_0 на контуре L_0; *2* — напряжения σ_y/p_0 на земной поверхности L_1; *3* — напряжения $\sigma_\theta/p_0=1$, характерные для заглубленной выработки

Нормальные тангенциальные напряжения на контуре сечения выработки описываются формулой

$$\sigma_\theta=\gamma H\left\{(1+\lambda)-2(1-\lambda)\cos 2\theta-\right.$$
$$-\frac{r_0}{H}\left[\left(\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}+\lambda\right)\cos\theta-\right.$$
$$\left.\left.-(1-\lambda)\cos 3\theta\right]\right\}. \qquad (1.96)$$

Сравнивая (1.96) с выражением (1.89) убеждаемся, что первая часть формулы представляет собой величину напряжений для заглубленной выработки.

На рис. 1.25, *б* показана эпюра нормальных тангенциальных напряжений на контуре сечения выработки при $H=2r_0$; $\nu=0{,}4$. Коэффициент бокового давления определен по формуле (1.36): $\lambda=0{,}67$.

Выработка неглубокого заложения испытывает внутреннее давление (напор) p_0 (рис. 1.24).

Нормальные тангенциальные напряжения на контуре сечения выработки составляют

$$\sigma_\theta=-p_0\left[1+2\left(\frac{\sin\theta}{\tilde{H}-\cos\theta}\right)^2\right], \qquad (1.97)$$

где $\tilde{H}=H/r_0$.

Отметим, что в сечениях по оси x, в своде и лотке (точки A и A', рис. 1.26) тангенциальные напряжения имеют минимальное значение: $|\sigma_{\theta\min}|=p_0$, как и в заглубленной выработке. В точках B и B', в которых контур сечения выработки пересекают лучи, проведенные из точки M пересечения оси x с земной поверхностью, тангенциальные напряжения равны между собой. Максимальное значение тангенциальные напряжения имеют в точке C, в которой контурная окружность касается луча MC:

$$\sigma_{\theta t} = -p_0 \frac{\tilde{H}^2+1}{\tilde{H}^2-1}. \quad (1.98)$$

Напряжения на земной поверхности (контур L_1, рис. 1.26) описываются выражением

$$\sigma_y = -4p_0 \frac{\tilde{H}^2-\tilde{y}^2-1}{(\tilde{H}^2+\tilde{y}^2-1)^2}, \quad (1.99)$$

где $\tilde{y} = y/r_0$.

Из этого выражения следует, что на участке контура

$$|y| < r_0\sqrt{\tilde{H}^2-1} \quad (1.100)$$

действуют растягивающие напряжения, максимум которых

$$|\sigma_{y\,\max}| = \frac{4p_0}{\tilde{H}^2-1} \quad (1.101)$$

имеет место на оси симметрии ($y=0$).

За пределами интервала (1.100) действуют сжимающие напряжения, максимум которых

$$\sigma_{\theta\,\max} = \frac{p_0}{2(\tilde{H}^2-1)} \quad (1.102)$$

имеет место в точках

$$y = \pm r_0\sqrt{3(\tilde{H}^2-1)}. \quad (1.103)$$

Эпюры напряжений σ_y показаны на рис. 1.26.

Перемещения контура сечения напорной выработки определяются как геометрическая сумма:

$$\bar{w} = \bar{u}_0 + \bar{u}_x, \quad (1.104)$$

где $\bar{u}_0$ — радиальные перемещения, характерные для заглубленной выработки и определяемые по формуле (1.78); $\bar{u}_x$ — перемещения, направленные вертикально вверх, параллельно оси x:

$$\bar{u}_x = 2u_0 \frac{1-\nu}{\tilde{H}-\cos\theta}. \quad (1.105)$$

Отметим характерные точки (рис. 1.27). Точка A в своде выработки перемещается на величину

$$w_A = u_A = u_0 + u_x$$

или

$$u_A = r_0 \frac{p_0}{2G}\left(1 + 2\frac{1-\nu}{\tilde{H}-1}\right). \quad (1.106)$$

Точка B в лотке перемещается на величину

$$u_B = r_0 \frac{p_0}{2G}\left(1 - 2\frac{1-\nu}{\tilde{H}+1}\right). \quad (1.107)$$

Точки C на концах горизонтального диаметра смещаются на величину u_0.

Параллельно оси y на расстоянии

$$x_D = 0{,}5r_0\left[\tilde{H} + \sqrt{\tilde{H}^2+8(1-\nu)}\right] \quad (1.108)$$

можно провести хорду DD, характерную тем, что векторы $\overline{w_D}$ смещений точек D строго горизонтальны. Выше этой хорды точки контура сечения выработки перемещаются вверх, ниже — вниз.

Смещения точек земной поверхности (2 на рис. 1.27) происходят в направлении радиусов r, проведенных из начала координат, и составляют

$$u_r = r_0(1-\nu)\frac{p_0}{2G} \cdot \frac{4\tilde{H}\cos\theta}{\tilde{H}^2-\cos^2\theta}. \quad (1.109)$$

Максимальное смещение по оси x испытывает точка O_1, находящаяся на оси x:

$$u_{O_1} = r_0(1-\nu)\frac{p_0}{2G} \cdot \frac{4\tilde{H}}{\tilde{H}^2-1}. \quad (1.110)$$

Сравнивая (1.110) с формула-

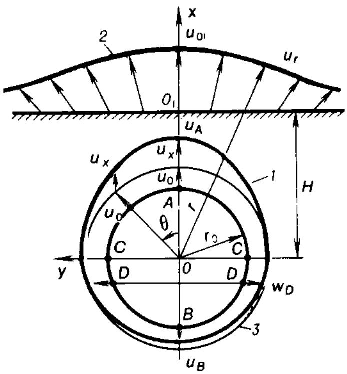


Рис. 1.27. Схема к расчету перемещений:
1 — эпюра перемещений контура сечения выработки; *2* — эпюра перемещений земной поверхности; *3* — перемещение контура сечения заглубленной выработки

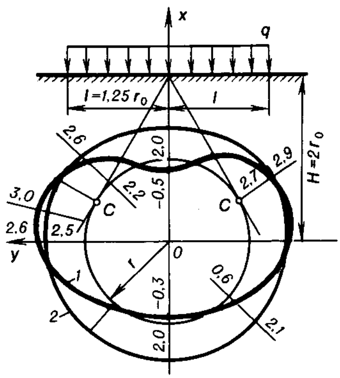


Рис. 1.28. Тангенциальные напряжения σ_θ/q на контуре сечения выработки при $H=2r_0$:
1 — при $l=1{,}25r_0$; *2* — при $l\to\infty$

ми (1.106) и (1.107), убеждаемся, что

$$u_{O_1}=u_A-u_B. \qquad (1.111)$$

Существенное влияние на напряженно-деформированное состояние незаглубленной выработки оказывает нагрузка q, приложенная на земной поверхности (см. рис. 1.24). В табл. 1.4 (данные В. И. Гулика) приведены значения нормальных тангенциальных напряжений σ_θ на контуре сечения выработки при различных значениях глубины заложения выработки $\tilde{H}=H/r_0$ и протяженности $\tilde{l}=l/r_0$. Эпюра напряжений показана на рис. 1.28.

При $l\to\infty$, т. е. в случае, когда вся упругая полуплоскость с отверстием равномерно сжата внешней нагрузкой q, существует определенная аналогия с полуплоскостью, нагруженной по контуру отверстия. Более того при $q=p_0$ компоненты напряжений по любой площадке, соответствующие указанным видам нагрузки, связаны соотношением

$$\sigma_{p_0}+\sigma_q=q. \qquad (1.112)$$

Следовательно, при одновременном действии обоих видов нагрузок и при $p_0=q$, контур сечения выработки испытывает равномерное сжатие

$$\sigma_\theta=q.$$

Тангенциальные напряжения на контуре отверстия при действии равномерной нагрузки, приложенной к границе полуплоскости, описываются выражением

$$\sigma_{\theta q}=2q\left[1+\left(\frac{\sin\theta}{\tilde{H}-\cos\theta}\right)^2\right]. \qquad (1.113)$$

Напряжения только сжимающие. Максимальные напряжения действуют в точках C (рис. 1.28), в которых контурная окружность касается сторон описанного угла с вершиной в точке пересечения оси x с земной поверхностью L_1. Максимальные напряжения

ТАБЛИЦА 1.4

θ, градус	Напряжения σ_θ/q при значениях $\tilde{H}$ и $\tilde{l}$					
	$\tilde{H}=1,25$			$\tilde{H}=2$		
	$\tilde{l}=0,31$	$\tilde{l}=1,25$	$\tilde{l}=10$	$\tilde{l}=0,5$	$\tilde{l}=2,0$	$\tilde{l}=16$
0	—3,597	—1,797	1,438	—1,002	—0,521	1,583
15	0,508	1,210	3,293	—0,407	—0,061	1,758
30	3,727	4,846	5,298	0,642	1,029	2,143
45	3,198	5,890	5,434	1,235	2,180	2,495
60	2,128	5,411	4,765	1,315	2,913	2,696
75	1,333	4,190	4,046	1,126	3,031	2,750
90	0,793	2,910	3,461	0,946	2,646	2,687
105	0,418	1,842	2,967	0,562	1,993	2,520
120	0,171	1,008	2,496	0,309	1,275	2,263
135	—0,001	0,384	2,024	0,103	0,623	1,953
150	—0,126	—0,049	1,624	—0,048	0,115	1,651
165	—0,193	—0,307	1,335	—0,140	—0,205	1,430
180	—0,209	—0,394	1,230	—0,171	—0,314	1,349

$$\sigma_{\theta\,\max}=2q\frac{\tilde{H}^2}{\tilde{H}^2-1}. \quad (1.114)$$

Минимальные напряжения

$$\sigma_{\theta\,\min}=2q \quad (1.115)$$

имеют место в своде и лотке выработки.

Напряжения в массиве пород в окрестности выработок *некруглого сечения* определяются с применением программ для ЭВМ. Алгоритм расчета напряжений в массиве вокруг выработки произвольного сечения разработан проф. Н. Н. Фотиевой.

Наиболее простым среди некруглых сечений выработок является эллиптическое сечение (рис. 1.29). Тангенциальные напряжения на контуре эллиптического сечения описываются выражением

$$\sigma_\theta=\gamma H\frac{(1+\lambda)(1-m^2)-2(1-\lambda)(\cos 2\theta-m)}{1-2m\cos 2\theta+m^2}, \quad (1.116)$$

где

$$m=(h-b)/(h+b);$$

h, b — высота и пролет выработки (рис. 1.29).

Тангенциальные напряжения в точке B (на концах горизонтального диаметра, рис. 1.29) определим, подставив в выражение (1.116) значения $\theta=90°$:

$$\sigma_{\theta B}=\gamma H\left(1+2\frac{b}{h}-\lambda\right). \quad (1.117)$$

Напряжения в точке A (в своде выработки)

$$\sigma_{\theta A}=\gamma H\left[\lambda\left(2\frac{h}{b}+1\right)-1\right]. \quad (1.118)$$

На рис. 1.30 показаны эпюры тангенциальных напряжений на контуре сечения сводчатой выработки (с пологим лотком) при различных коэффициентах бокового давления в массиве.

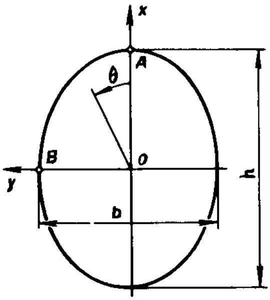


Рис. 1.29. Эллиптическое сечение выработки

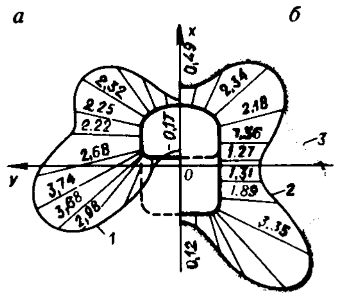


Рис. 1.31. Эпюры тангенциальных напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ на контуре сечения выработки ($\lambda = 0{,}5$) при поэтапном раскрытии сечения:

а — раскрытие верхней части выработки (калотты); *б* — полное раскрытие профиля: *1* — на первом этапе; *2* — на втором этапе; *3* — огибающая напряжений

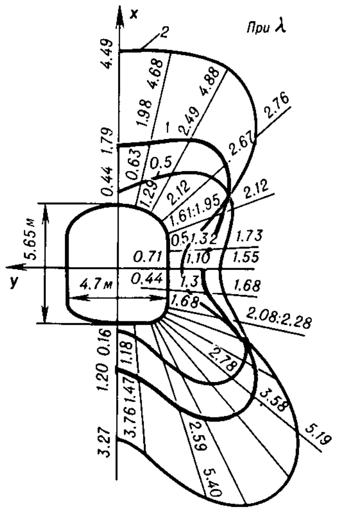


Рис. 1.30. Эпюры нормальных тангенциальных напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ на контуре сечения выработки при различных значениях коэффициента бокового давления в массиве λ

На рис. 1.31 показано изменение тангенциальных напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ на контуре выработки большого сечения в массиве с коэффициентом бокового давления $\lambda = 0{,}5$ при поэтапном раскрытии профиля. Вначале раскрывается верхняя часть сечения (калотта, рис. 1.31, *а*), затем выработка раскрывается на полный профиль (рис. 1.31, *б*), при этом напряжения в стенах выработки уменьшаются. Огибающая эпюр напряжений *3* (рис. 1.31, *б*) дает представление о величине тангенциальных напряжений, которым подвергались породы на всех стадиях строительства выработки.

На рис. 1.32 показаны расчетные эпюры тангенциальных напряжений на контуре сечения выработки (транспортного тоннеля) в сейсмически активном районе при различных значениях коэффициента бокового давления λ. Исходные данные для расчета следующие: $H = 100$ м; $\gamma = 0{,}026$ МН/м³; $E = 1 \cdot 10^4$ МПа; $\nu = 0{,}25$. Строительство осуществляется в районе, сейсмичность которого составляет 9 баллов. Эпюры *1* характеризуют напряжения, обусловленные действием собственного веса пород. Напряжения σ'_θ, которые могут возникнуть в каждой точке контура поперечного сечения выработки от сейсмических воздействий, определяются как экстремальные от совместного воздействия волн сжатия-растяжения P и сдвига S (см. рис. 1.15) при любом возможном угле α падения сейсмических волн:

$$\sigma'_{\theta\text{extr}} = \sigma_{\theta P} + \sigma_{\theta S}. \qquad (1.119)$$

Возможные экстремальные напряжения от сейсмических воздействий складываются с напряжениями, вызываемыми полем начальных напряжений в массиве. Как видно из рис. 1.32, сейсмические воздействия могут вызвать существенное увеличение сжимающих напряжений в своде. Кроме того, при $\lambda = 1/3$ (рис. 1.32, *а*) в своде могут появиться растягивающие напряжения, которые от начального поля напряжений здесь не возникают. Более чем в 2 раза могут увеличиться растягивающие напряжения в лотке.

Алгоритмы и программы расчета напряжений при произвольном числе взаимовлияющих параллельных выработок круглого сечения и произвольном их расположении при различных видах воздействий разработаны Н. Н. Фотиевой и А. Н. Козловым, для выработок некруглого сечения — Р. А. Дунаевским.

На рис. 1.33 показана расчетная схема и распределение напряжений σ_x и σ_y в целике шириной b между двумя выработками круглого сечения радиусом $r_1 = r_2$. Для оценки прочности целика имеет значение

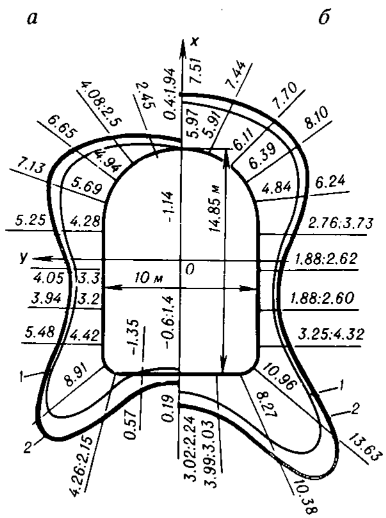


Рис. 1.32. Эпюры напряжений σ_θ (МПа) на контуре сечения выработки от гравитационного поля начальных напряжений ($H = 100$ м; $\gamma = 0{,}026$ МН/м³) и сейсмических воздействий землетрясений ($E = 1 \cdot 10^4$ МПа; $\nu = 0{,}25$; сейсмичность 9 баллов) при коэффициенте бокового давления в массиве $\lambda = 1/3$ (*а*) и $\lambda = 1$ (*б*):

1 — гравитационные напряжения; *2* — суммарная эпюра напряжений с учетом сейсмических воздействий землетрясений

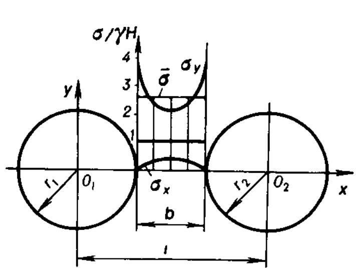


Рис. 1.33. Схема к расчету напряжений в целике между двумя выработками круглого сечения

величина средних напряжений $\bar{\sigma}$. На рис. 1.34 показаны графики, характеризующие зависимость

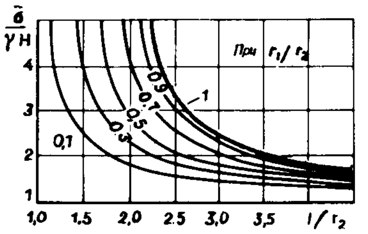


Рис. 1.34. Зависимость средних напряжений в целике между двумя выработками круглого сечения от расстояния между выработками и соотношения их радиусов

средних напряжений в целике от расстояния между выработками и соотношения их радиусов при коэффициенте бокового давления в массиве $\lambda = 0{,}5$. Заметим, что, как показали исследования, величина коэффициента бокового давления оказывает незначительное влияние на величину напряжений в целике между выработками.

При расположении взаимовлияющих выработок рядом в гравитационном поле начальных напряжений концентрация напряжений на их контурах возрастает. Если же выработки расположить одну над другой, то концентрация напряжений (по сравнению с одиночной выработкой) уменьшается, т. е. взаимовлияющие выработки, расположенные указанным образом, друг друга разгружают. В качестве примера рассмотрим три взаимовлияющие выработки (рис. 1.35) в гравитационном поле напряжений с коэффициентом бокового давления в массиве $\lambda = 0{,}5$. Большие по размеру выработки существенно разгружают меньшую, находящуюся между ними, максимальные напряжения на контуре сечения которой уменьшились,

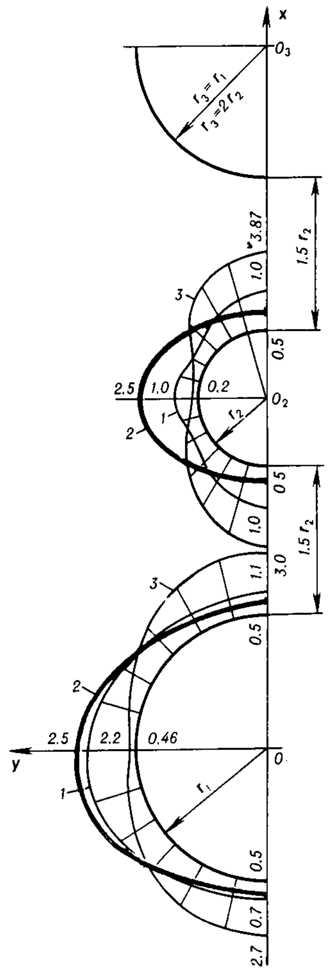


Рис. 1.35. Эпюры тангенциальных напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ на контурах сечений трех взаимовлияющих выработок при $\lambda = 0{,}5$:

1 — при взаимном влиянии выработок; 2 — в одиночных выработках; 3 — при горизонтальном расположении выработок

благодаря влиянию соседних выработок, в 2,5 раза. Некоторое разгружающее воздействие оказывает и меньшая выработка, благодаря ее влиянию максимальный коэффициент концентрации на контуре сечения большей выработки уменьшился с 2,5 до 2,2, т. е. на 12%. Эпюры напряжений *3* на рис. 1.35 соответствуют случаю, когда ось x горизонтальна, т. е. все три выработки расположены рядом друг с другом.

Из вышеизложенного следует, что *разгружающий эффект* при взаимном влиянии близкорасположенных горизонтальных выработок будет проявляться в том случае, если направление общей оси этих выработок будет совпадать с направлением наибольших главных напряжений в нетронутом массиве.

Состояние равновесия массива с гидростатическим распределением напряжений ($\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\gamma H$), ослабленного выработкой круглого сечения (рис. 1.36, *а*) и нагруженного по контуру сечения выработки равномерным давлением p, характеризуется зависимостью

$$u=r_0\frac{\sigma^{(0)}}{2G}\left(1-\frac{p}{\sigma^{(0)}}\right), \quad (1.120)$$

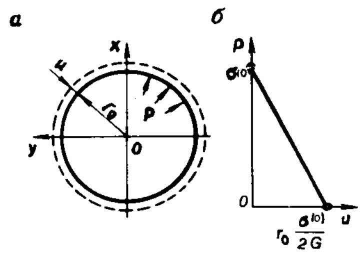


Рис. 1.36. Расчетная схема (*а*) и график равновесных состояний (*б*) упругого массива, ослабленного выработкой

или

$$p=\sigma^{(0)}\left(1-\frac{u}{r_0}\frac{2G}{\sigma^{(0)}}\right). \quad (1.121)$$

Уравнение (1.120) характеризует множество сочетаний величин давления p и соответствующих им значений смещений контура сечения выработки u, при которых массив, ослабленный выработкой, находится в равновесии. Это уравнение называется *уравнением равновесных состояний*. Уравнение (1.120) легко получить из выражений (1.78) и (1.90).

Зависимость $u(p)$ является линейной, она может быть изображена в виде графика в координатах u, p (рис. 1.36, *б*).

1.6. Примеры анализа напряженно-деформированного состояния массива, ослабленного выработкой

1.6.1. Перемещения контура сечения выработки

Определить перемещения точек B (см. рис. 1.23), лежащих на концах горизонтального диаметра выработки, при проведении выработки в массиве с гравитационным полем начальных напряжений и установить, возможно ли смещение этих точек

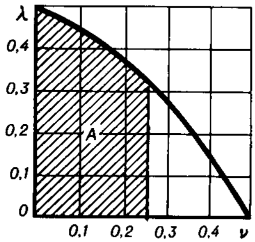


Рис. 1.37. Область значений λ и ν, при которых смещения точек, лежащих на концах горизонтального диаметра поперечного сечения выработки, происходят в сторону массива (к примеру 1.6.1)

от центра выработки в сторону массива.

Решение. Из выражений (1.66) при $\theta = 90°$ получаем

$$u_B = u_0 - u_2. \qquad (1.122)$$

Значения величин, входящих в эту формулу, следуют из (1.91):

$$u_0 = r_0 \frac{\gamma H}{2G} \frac{1+\lambda}{2}; \qquad u_2 = r_0 \varkappa \frac{\gamma H}{2G} \frac{1-\lambda}{2}. \qquad (1.123)$$

Из (1.122) следует, что смещения точек B в сторону массива (от центра выработки) возможны при

$$u_2 > u_0.$$

Подставляя в это неравенство значения (1.123), после несложных преобразований получаем следующее условие:

$$\lambda < \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} = \frac{1 - 2\nu}{2(1-\nu)}. \qquad (1.124)$$

Полученное неравенство определяет область значений коэффициента Пуассона ν пород и коэффициента λ бокового давления в массиве (область A на рис. 1.37), при которых смещения точек будут направлены в сторону массива.

Рассматривая график (рис. 1.37), можно прийти к выводу, что в слабых породах ($\nu > 0{,}3$, см. табл. П.1.2, приложение 1) смещения точек B наружу от выработки не происходят, так как коэффициент бокового давления в таких породах $\lambda > 0{,}3$.

Если коэффициент бокового давления определяется формулой А. Н. Динника (1.36), то условие (1.124) приводится к следующему виду:

$$\nu < 0{,}25. \qquad (1.125)$$

Это значение и можно принять граничным при обсуждении возможности точек, лежащих на концах горизонтального диаметра выработки, смещаться в сторону массива.

1.6.2. Зона влияния выработки в гидростатическом поле напряжений

Определить зону влияния горизонтальной выработки в гидростатическом поле начальных напряжений (при $\lambda = 1$).

Решение. Из выражений (1.93), подставляя в них значение $\lambda = 1$, получаем формулы, описывающие напряженное состояние массива (рис. 1.38):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r \\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\} = \gamma H \left(1 \mp \frac{r_0^2}{r^2}\right). \qquad (1.126)$$

Из этих формул следует, что четкой границы зоны влияния выработки не существует. Тем не менее зона влияния выработки может быть определена, если задаться допустимой погрешностью определения границы зоны, т. е. допустимым отклонением напряжений в массиве с выработкой от начальных напряжений $\sigma_r^{(0)} = \sigma_\theta^{(0)} = \gamma H$.

Определим размеры зоны влияния выработки, задавшись допустимым отклонением напряжений Δ. Обозначив радиус зоны влияния выработки R_Δ, из (1.126) получим

$$r_0^2/R_\Delta^2 = \Delta,$$

отсюда

$$R_\Delta = r_0/\sqrt{\Delta}. \qquad (1.127)$$

При допустимой погрешности 5% в определении напряжений зона влияния выработки составляет

$$R_\Delta = r_0/\sqrt{0,05} = 4,47 r_0.$$

При допустимой погрешности $\Delta = 10\%$, $R_\Delta = 3,16 r_0$ (рис. 1.38).

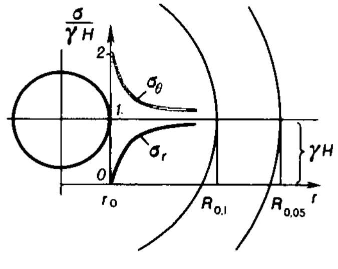


Рис. 1.38. Схема к определению границы зоны влияния выработки (к примеру 1.6.2)

1.6.3. Зона влияния выработки

Определить границу зоны влияния выработки в неравнокомпонентном поле начальных напряжений ($\lambda < 1$).

Решение. Определим границу зоны влияния выработки с допускаемой погрешностью Δ по тангенциальным напряжениям σ_θ. Условия на границе зоны влияния выработки запишутся в виде

$$\frac{\sigma_\theta - \sigma_\theta^{(0)}}{\gamma H} = \Delta. \qquad (1.128)$$

Напряжения в массиве с выработкой описываются выражениями (1.93). Начальные напряжения получим из (1.12) при $\sigma_1^{(0)} = \gamma H$; $\sigma_2^{(0)} = \lambda \gamma H$:

$$\sigma_\theta^{(0)} = \gamma H \left(\frac{1+\lambda}{2} - \frac{1-\lambda}{2} \cos 2\theta \right). \qquad (1.129)$$

Подставив эти выражения в условия (1.128), получим биквадратное уравнение относительно радиуса зоны влияния выработки:

$$\frac{r_0^2}{R_\Delta^2} - 3\,\frac{1-\lambda}{2} \cdot \frac{r_0^4}{R_\Delta^4} = 0,$$

отсюда

$$R_\Delta = r_0 \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-6(1-\lambda)\Delta\cos 2\theta}}{2\Delta}}. \qquad (1.130)$$

При $\lambda = 1$ эта формула переходит в (1.127). В гравитационном поле начальных напряжений радиус зоны влияния выработки в направлении оси x ($R_{\Delta x}$) несколько меньше, чем в направлении оси y ($R_{\Delta y}$).

При коэффициенте бокового давления в массиве $\lambda = 0,3$ и допустимой погрешности $\Delta = 10\%$ радиус зоны влияния выработки

$$R_\Delta = r_0 \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-6(1-0,3)\cdot 0,1\cdot\cos 2\theta}}{2\cdot 0,1}} = r_0 \sqrt{\frac{1+\sqrt{1-0,42\cos 2\theta}}{0,2}}.$$

Подставляя значения $\theta = 0$ и $\theta = 90°$, получаем соответственно (рис. 1.39):

$$R_{0,1x} = 2,97 r_0; \quad R_{0,1y} = 3,31 r_0.$$

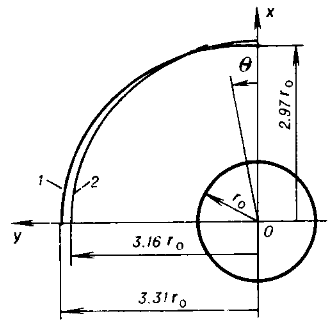


Рис. 1.39. Графическое изображение границы зоны влияния выработки в неравнокомпонентном поле напряжений, определенной с допускаемой погрешностью $\Delta = 10\ \%$ по напряжениям σ_θ:

1 — при $\lambda = 0{,}3$; *2* — при $\lambda = 1$ (к примеру 1.6.3)

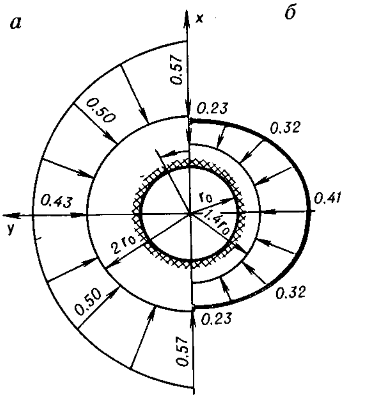


Рис. 1.40. Эпюры радиальных напряжений в массиве вокруг выработки при $\lambda = 0{,}3$:

а — при $r = 2r_0$; *б* — при $r = 1{,}4r_0$ (к примеру 1.6.4)

1.6.4. Радиальные напряжения в массиве вокруг выработки

Построить и сопоставить между собой эпюры радиальных напряжений на различном удалении от контура сечения выработки ($r_1 = 1{,}4r_0$ и $r_2 = 2r_0$) при $\lambda = 0{,}3$.

Решение. Подставив значения указанных величин в первое из выражений (1.93), получим

$$\sigma_{r_1} = \gamma H \left[6{,}5\left(1 - \frac{1}{1{,}4^2}\right) + 0{,}35\left(1 + \frac{3}{1{,}4^4} - \frac{4}{1{,}4^2}\right)\right] \cos 2\theta;$$

$$\sigma_{r_2} = \gamma H \left[6{,}5\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + 0{,}35\left(1 + \frac{3}{2^4} - \frac{4}{2^2}\right)\right] \cos 2\theta,$$

или

$$\sigma_{r_1}/\gamma H = 0{,}32 - 0{,}09 \cos 2\theta;$$
$$\sigma_{r_2}/\gamma H = 0{,}50 + 0{,}07 \cos 2\theta.$$

Эпюры радиальных напряжений показаны на рис. 1.40. Сравнивая их и полученные выше формулы, убеждаемся, что с приближением к контуру сечения выработки второй член формулы меняет знак, вследствие чего максимальное значение радиальных напряжений перемещается с оси x, что характерно для нетронутого массива, на ось y.

Следовательно, можно выделить вокруг выработки такую окружность радиуса r^*, что радиальные напряжения на ней будут постоянными.

Приравняем к нулю второй член формулы (1.93) для σ_r:

$$1 + 3\frac{r_0^4}{r^{*4}} - 4\frac{r_0^2}{r^{*2}} = 0.$$

Решая это биквадратное уравнение, получаем

$$r^* = \sqrt{3} \cdot r_0 \approx 1{,}73 r_0.$$

Определим компоненты напряжений на площадках, совпадающих с полученной окружностью при $\lambda = 0{,}3$:

$$\sigma_r = 0{,}43\gamma H = \text{const};$$
$$\sigma_\theta = \gamma H\,(0{,}87 - 0{,}47\cos 2\theta);$$
$$\tau_{r\theta} = -0{,}35\gamma H \sin 2\theta.$$

1.6.5. Прессиометрические испытания

Для испытания пород непосредственно в месте их залегания в массиве применяются *прессиометры*. Прессиометр — это прибор, помещаемый в скважину, создающий внутреннее давление на стенки скважины и измеряющий перемещение стенок.

Определить модуль деформации и модуль упругости пород — известняков средней крепости — по данным прессиометрических испытаний Е. С. Пригожина и Ю. Р. Перкова (рис. 1.41). Испытания производились в скважине диаметром 46 мм на участке строительства тоннеля ГЭС.

Решение. В основу определения модуля деформации кладем первое нагружение 1 скважины. Кривые нагрузки *1* и разгрузки *2* заменяем прямыми *3* и *4*, соответствующими линейно деформируемой среде. Из графика определяем значения величин (см. рис. 1.9):

$$p = 7{,}5\ \text{МПа};\ u = 20{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{мм};$$
$$u_e = 8\cdot 10^{-3}\ \text{мм}.$$

Внутреннее давление и смещение стенок скважины связаны зависимостью (1.90), из которой следует

$$G = p\,\frac{r_0}{2u}\,. \qquad (1.131)$$

Подставляя значения величин, получаем

$$G = 7{,}5\,\frac{23}{2\cdot 20{,}8\cdot 10^{-3}} = 4{,}2\cdot 10^3\ \text{МПа};$$

$$G_e = 7{,}5\,\frac{23}{2\cdot 8\cdot 10^{-3}} = 10{,}8\cdot 10^3\ \text{МПа}.$$

Для определения модуля общей деформации E и модуля упругости E_e необходимо знать величину коэффициента Пуассона, который может быть получен в результате лабораторных испытаний пород. Примем коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$. Пользуясь формулой (1.26), получаем

$$E = 2G\,(1+\nu); \qquad (1.132)$$

$E = 2{,}6G$; модуль общей деформации $E = 2{,}6\cdot 4{,}2\cdot 10^3 = 1{,}09\times$ $\times 10^4$ МПа; модуль упругости $E_0 = 2{,}6\cdot 10{,}8\cdot 10^3 = 2{,}8\cdot 10^4$ МПа.

1.6.6. Крупномасштабные натурные эксперименты

Определить модуль сдвига и модуль деформации пород по результатам крупномасштабных экспериментов по гидростатическому обжатию выработки диаметром 2 м внутренним давлением с помощью *установки цилиндрического нагружения* (рис. 1.42). Породы — тонкопереслаивающиеся алевропесчаники на глинистом цементе (20%) с алевролитами (80%).

Решение. Из графика нагрузки первого цикла «нагрузка-разгрузка» определяем требуемые величины

$$p = 2{,}5\ \text{МПа};\ u = 3\ \text{мм}.$$

Подставляя эти значения в формулу (1.90), получаем

$$G = 2{,}5\,\frac{1}{2\cdot 3\cdot 10^{-3}} = 0{,}42\cdot 10^3\ \text{МПа}.$$

При коэффициенте Пуассона $\nu = 0{,}25$ модуль деформации пород определим по формуле (1.29):

$$E = 2\cdot 0{,}42\cdot 10^3\,(1+0{,}25) = 1{,}04\cdot 10^3\ \text{МПа}.$$

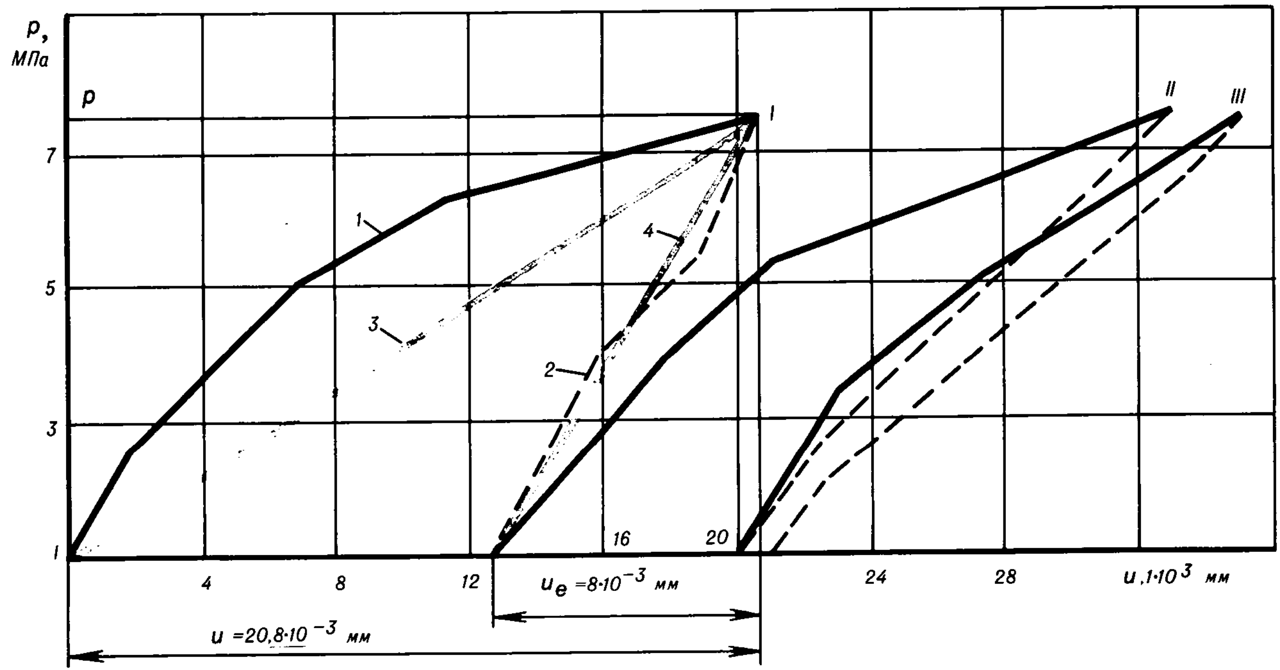


Рис. 1.41. График зависимости между перемещениями стенок скважины диаметром 46 мм и внутренним давлением: I, II, III — циклы нагрузки-разгрузки: 1—нагрузка; 2—разгрузка; 3, 4—идеализированные графики, соответствующие упругой модели (к примеру 1.6.5)

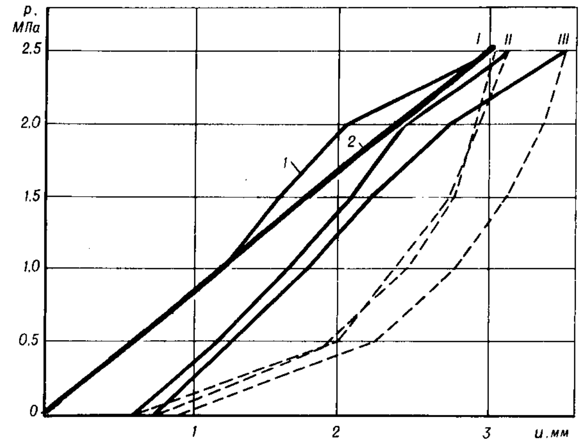


Рис. 1.42. График зависимости между перемещениями стенок выработки и внутренним давлением (диаметр выработки 2 м, данные отдела скальных оснований Гидропроекта):

1 — фактическая кривая нагружения; 2 — идеализированный график, соответствующий упругой модели (к примеру 1.6.6) I, II, III — циклы нагрузки-разгрузки

1.6.7. Концентрация напряжений на контуре сечения выработки

Определить максимальный коэффициент концентрации напряжений на концах горизонтального диаметра в выработке неглубокого заложения.

Решение. На концах горизонтального диаметра выработки круглого сечения угол $\theta = 90°$ (см. рис. 1.25). Подставляя это значение в формулу (1.96), имея в виду, что $\cos 90° = 0$; $\cos 2 \times \times 90° = -1$; $\cos 3 \cdot 90° = 0$, получаем

$$\sigma_\theta = \gamma H\,[(1+\lambda)+2\,(1-\lambda)] = \gamma H\,(3-\lambda).$$

Коэффициент концентрации напряжений

$$\tilde{\sigma}_\theta = \sigma_\theta/\gamma H = 3-\lambda. \qquad (1.133)$$

Сравнивая полученные выражения с формулой (1.89), убеждаемся, что *коэффициент концентрации напряжений в боках выработки не зависит от глубины*, одинаков как в выработках заглубленных, так и в выработках неглубокого заложения и целиком определяется величиной коэффициента бокового давления в массиве.

1.6.8. Напряжения в кровле выработки

Определить, при каких условиях в кровле выработки (точка A на рис. 1.25) возможно появление растягивающих напряжений.

Решение. В заглубленной выработке, согласно выражению (1.89), при $\theta = 0$ ($\cos\theta = 1$) коэффициент концентрации напряжений в своде выработки

$$\tilde{\sigma}_\theta = 3\lambda - 1. \qquad (1.134)$$

Следовательно, в заглубленной выработке растягивающие напряжения в кровле возможны при $\lambda < 1/3$.

Обратимся теперь к формуле (1.96). Подставляя значение $\theta = 0$, после несложных преобразований получаем следующее условие появления в кровле незаглубленной выработки растягивающих напряжений:

$$\lambda\left(3-\frac{2}{\tilde H}\right) < 1-\frac{1}{2(1-\nu)\tilde H}, \qquad (1.135)$$

где

$$\tilde H = H/r_0.$$

При $\tilde H \to \infty$ формула (1.135) переходит в (1.134). Из условия (1.135) следует, что растягивающие напряжения в кровле (шелыге свода) незакрепленной и незаглубленной выработки возможны при малых коэффициентах бокового распора в массиве. Например, при $\tilde H = 2$, $\nu = 0{,}4$ условием появления растягивающих напряжений является

$$\lambda < 0{,}29.$$

Если коэффициент бокового давления определяется формулой А. Н. Динника (1.36), то условие (1.135) преобразуется к виду

$$\nu < \frac{2\tilde H - 1}{2(4\tilde H - 1)}. \qquad (1.136)$$

При $\tilde H = 2$ получаем $\nu < 0{,}21$, следовательно, растягивающие напряжения в своде выработки возможны в скальных породах.

1.6.9. Влияние земной поверхности на напорный тоннель

Определить, на какой глубине прекращается влияние земной поверхности на выработку, испытывающую внутреннее давление (напорный тоннель), т. е. начиная с какой глубины, выработку можно считать заглубленной.

Решение. В заглубленной выработке тангенциальные напряжения на контуре сечения согласно (1.77) составляют

$$\sigma_\theta = -p_0.$$

В незаглубленной выработке максимальные тангенциальные напряжения на контуре сечения определяются по формуле (1.98).

Зададимся допустимой погрешностью в определении напряжений Δ, тогда

$$\Delta = \left|\frac{\sigma_{\theta t} - \sigma_\theta}{\sigma_\theta}\right|.$$

Подставив в эту формулу выражения для $\sigma_\theta = -p$ и (1.98), получим

$$\Delta = \frac{\tilde H^2 + 1}{\tilde H^2 - 1} - 1.$$

Отсюда

$$\tilde H = \sqrt{\frac{2-\Delta}{\Delta}}. \qquad (1.137)$$

При допустимой погрешности $\Delta = 10\% = 0{,}1$ получаем

$$\tilde H = \frac{2-0{,}1}{0{,}1} = 4{,}4.$$

Т. е. при глубине заложения тоннеля $H > 4{,}4 r_0$ он может рассматриваться как заглубленный.

1.6.10. Напряжения на земной поверхности над напорным тоннелем

Определить растягивающие напряжения на земной поверхности над напорным тоннелем при глубине заложения $H = 4{,}4 r_0$.

Решение. Подставляя значение $\tilde H = 4{,}4$ в формулу (1.101), получаем

$$\sigma_{y\,\max} = \frac{4}{4{,}4^2 - 1} p_0 = 0{,}22 p_0.$$

1.6.11. Влияние земной поверхности на напорный тоннель по критерию перемещений

Определить, начиная с какой глубины напорный тоннель можно считать заглубленным, если в качестве критерия взять перемещения контура сечения тоннеля. Сравнить с примером 1.6.9.

Решение. Примем допустимую погрешность в определении перемещений Δ. Поскольку заглубленный тоннель отличается от незаглубленного наличием вертикальных составляющих перемещений (см. рис. 1.27), определяемых формулой (1.105), на основании изложенного имеем следующее условие:

$$u_{x\,\max}/u_0 = \Delta.$$

Подставляя выражение (1.105) при $\theta = 0$, получаем

$$2\frac{1-\nu}{\tilde{H}} = \Delta,$$

откуда

$$\tilde{H} = 2\frac{1-\nu}{\Delta}. \qquad (1.138)$$

При $\Delta = 0,1$; $\nu = 0,4$ получаем $\tilde{H} = 12$, т. е. $H = 12r_0$. Таким образом, *по критерию перемещений граница влияния земной поверхности находится значительно глубже, чем по напряжениям* (см. пример 1.6.9).

1.6.12. Допустимый внутренний напор в тоннеле

Напорный тоннель диаметром 2,0 м пройден в скальных породах на глубине $H = 4$ м. Характеристики пород: $\gamma = 0,02$ МН/м^3; $\lambda = 0,67$; $\nu = 0,3$. Определить допустимый внутренний напор при условии, чтобы в стенках тоннеля не появились растягивающие напряжения. Это условие вызвано, вероятно, тем, что при появлении растягивающих напряжений происходит раскрытие существующих или образование новых трещин, что может привести к увеличению фильтрационного расхода воды.

Решение. Стенки тоннеля испытывают напряжения под действием собственного веса пород (сжимающие) и под действием внутреннего напора (растягивающие). Допустим по условию задачи такой внутренний напор, при котором ни в одной точке контура сечения выработки суммарные напряжения не будут отрицательными. Определим напряжения в характерных точках контура сечения выработки A и C при действии внутреннего напора p_0 (рис. 1.43). В точке A напряжения равны величине напора

$$\sigma_{\theta A} = -p_0.$$

В точке C действуют максимальные растягивающие напряжения, определяемые по формуле (1.98). Подставляя в эту формулу данные из условия задачи, получаем

$$\sigma_{\theta t} = -\frac{4^2+1}{4^2-1}p_0 = -1,13p_0.$$

В этих же точках определим напряжения σ_θ, вызванные собственным весом пород, по формуле (1.96). Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем

$$\sigma_{\theta A} = 0,02\cdot 4\left\{1,67 - 2\cdot 0,33 - \frac{1}{4}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{1-0,6}{2\cdot 0,7} + 0,67 - 0,33\right]\right\} =$$
$$= 0,07 \text{ МПа}.$$

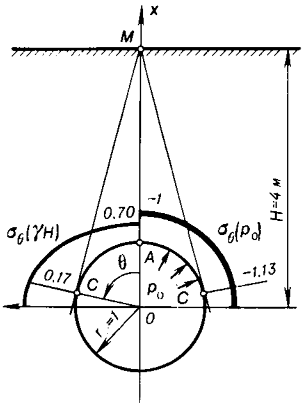


Рис. 1.43. Схема к определению напряжений в напорном тоннеле от суммарного воздействия собственного веса пород и внутреннего напора (к примеру 1.6.12)

Точка C (рис. 1.43) характеризуется координатой

$$\theta = \arccos \frac{1}{4} = 75{,}5^\circ.$$

Подставляя значения величин в формулу (1.96), получаем

$$\sigma_{\theta C} = 0{,}02 \cdot 4 \left\{ 1{,}67 - 2 \cdot 0{,}33(-0{,}875) - \frac{1}{4}[0{,}96 \cdot 0{,}25 - 0{,}33(-0{,}688)] \right\} = 0{,}17 \text{ МПа}.$$

Суммируя напряжения в характерных точках от собственного веса пород и внутреннего напора, получим следующие уравнения для определения величины напора p_0:

в точке A

$$0{,}07 - p_0 = 0;$$

в точке C

$$0{,}17 - 1{,}13 p_0 = 0.$$

Минимальная величина напора получается из условия отсутствия растягивающих напряжений в шелыге свода (точка A): $p = 0{,}07$ МПа, что соответствует высоте столба воды 7 м.

1.6.13. Влияние нагрузки на земной поверхности

Определить, какую нагрузку q можно приложить к земной поверхности на участке $l = 1{,}25 r_0$ (см. рис. 1.28), чтобы в шелыге свода тоннеля, заложенного на глубине $H = 2r_0$, не появились растягивающие напряжения. Исходные данные: $r_0 = 2$ м; $\gamma = 0{,}02$ МН/м³; $\lambda = 0{,}67$; $\nu = 0{,}3$.

Решение. Напряжения на контуре сечения тоннеля под действием только поверхностной нагрузки, соответствующей условиям поставленной задачи, показаны на рис. 1.28. В шелыге свода возникают растягивающие напряжения

$$\sigma_\theta = -0{,}5q.$$

Рассмотрим действие собственного веса пород. Подставляя исходные данные в формулу (1.96) при $\theta = 0$, получаем напряжения в шелыге свода, вызванные собственным весом пород:

$$\sigma_\theta = 0{,}02 \cdot 4 \left\{ 1{,}67 - 2 \cdot 0{,}33 - \frac{1}{2}\left[\frac{0{,}4}{2 \cdot 0{,}7} + 0{,}67 - 0{,}33\right]\right\} = 0{,}056 \text{ МПа}.$$

Суммируем напряжения от собственного веса пород и поверхностной нагрузки и требуем, чтобы сумма была равна нулю:

$$0{,}056 - 0{,}5q = 0.$$

Отсюда допустимая по условиям поставленной задачи нагрузка на поверхности: $q = 0{,}112$ МН/м².

1.6.14. Напряжения в тоннеле под железнодорожной насыпью

Тоннель круглого сечения пройден на глубине $H=2r_0$. На одном из участков тоннель проходит под железнодорожной насыпью, ось которой находится в плоскости поперечного сечения тоннеля. Определить, как изменятся напряжения на контуре сечения тоннеля под насыпью по сравнению с остальной частью тоннеля.

Исходные данные: $r_0=2$ м; $\gamma=0{,}02$ МН/м^3; $\lambda=0{,}43$; $\nu=0{,}3$; высота насыпи $h=4$ м; удельный вес насыпного грунта $\gamma_1=0{,}018$ МН/м^3.

Решение. Вначале определим напряжения на контуре сечения тоннеля, вызванные собственным весом пород, за пределами железнодорожной насыпи по формуле (1.96), которая после подстановки исходных данных принимает следующий вид:

$$\sigma_\theta(\gamma H)=0{,}02\cdot 4\left\{1{,}43-2\cdot 0{,}57\cos 2\theta-\right.$$
$$-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1-2\cdot 0{,}3}{2(1-0{,}3)}+0{,}43\right)\cos\theta-\right.$$
$$\left.\left.-(1-0{,}43)\cos 3\theta\right]\right\}.$$

Придавая углу θ значения 0; 45; 60; 90; 135; 180° и производя вычисления, получаем значения напряжений, показанные на рис. 1.44 (эпюра 1).

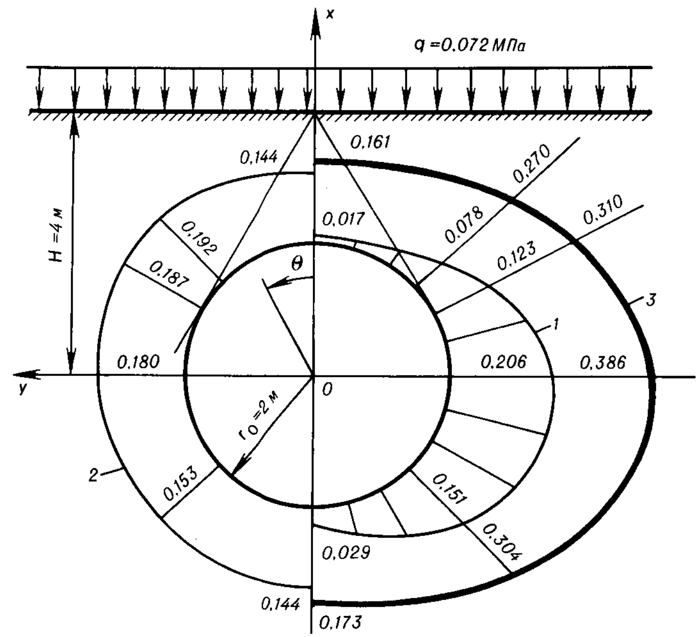


Рис. 1.44. Расчетная схема и эпюры напряжений σ_θ на контуре сечения тоннеля от собственного веса пород (*1*), равномерно распределенной нагрузки *q* (*2*) и суммарные напряжения (*3*) (к примеру 1.6.14)

Насыпь рассматриваем как равномерно распределенную нагрузку q, действующую на земную поверхность и равномерно сжимающую весь массив ($l \to \infty$). Величина нагрузки $q = \gamma_1 h = 0{,}072$ МПа. Напряжения на контуре сечения тоннеля, вызванные только весом насыпи, определим по формуле (1.113), которая после подстановки исходных данных приобретает вид

$$\sigma_\theta(q) = 2 \cdot 0{,}072 \times \left[1 + \left(\frac{\sin\theta}{2 - \cos\theta}\right)^2\right].$$

Придавая углу θ значения, соответствующие характерным точкам эпюры напряжений на контуре сечения выработки, получаем значения напряжений (эпюра *2*, рис. 1.44).

Определяем суммарные напряжения, вызванные совместным действием собственного веса пород и веса железнодорожной насыпи (эпюра *3*, рис. 1.44):

$$\sigma_\theta = \sigma_\theta(\gamma H) + \sigma_\theta(q).$$

1.6.15. Напряжения на контуре выработки эллиптического сечения

Определить условия, при которых в точках эллиптического сечения (см. рис. 1.29) выработки в гравитационном поле напряжений в массиве могут возникнуть растягивающие напряжения.

Решение. Напряжения в точках A и B контура эллиптического сечения выработки (на концах горизонтального и вертикального диаметров) определяются выражениями (1.117) и (1.118), из которых следуют условия появления растягивающих напряжений:

в точке A (в своде выработки)

$$\lambda\left(2\frac{h}{b} + 1\right) < 1; \qquad (1.139)$$

в точке B (в боках)

$$1 + 2\frac{b}{h} < \lambda. \qquad (1.140)$$

Рассмотрим эллиптическое сечение, у которого высота в 2 раза больше ширины $h = 2b$. Указанные выше условия примут следующий вид:

в точке A: $\lambda < 0{,}2$;
в точке B: $\lambda > 2$.

Как видим, условия маловероятные.

Рассмотрим сечение, у которого, напротив, высота в 2 раза меньше ширины $h = 0{,}5b$. В этом случае условия появления растягивающих напряжений следующие:

в точке A: $\lambda < 0{,}5$;
в точке B: $\lambda > 5$.

Здесь опасность появления растягивающих напряжений в своде становится более вероятной.

1.6.16. Оптимальные размеры эллиптического сечения выработки

Можно ли подобрать в гравитационном поле напряжений такое соотношение размеров эллиптического сечения выработки, чтобы напряжения на контуре сечения в своде и боках были одинаковыми?

Решение. Приравняем выражения (1.117) и (1.118):

$$1 + 2\frac{b}{h} - \lambda = \lambda\left(2\frac{h}{b} + 1\right) - 1.$$

После несложных преобразований получаем

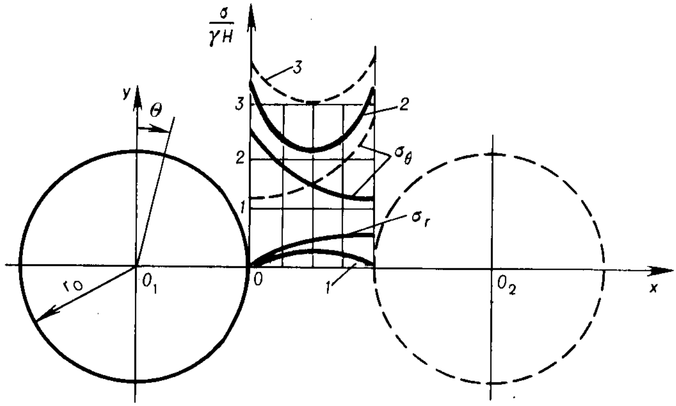


Рис. 1.45. Схема, иллюстрирующая невозможность определения напряжений в целике между двумя выработками путем суммирования напряжений σ_r и σ_θ от каждой выработки, рассматриваемой как одиночная (к примеру 1.6.17): 1 — радиальные напряжения в целике ($\sigma_r = \sigma_x$); 2 — вертикальные напряжения в целике по линии O_1x ($\sigma_y = \sigma_\theta$); 3 — суммарные напряжения σ_θ

$$\frac{b}{h} = \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{2}} - \frac{1-\lambda}{2}. \quad (1.141)$$

Подставляя различные значения λ, получаем

λ	1	0,3	0,5	2,0
b/h	1	0,38	0,54	2,08

Отсюда следует, что наиболее равномерное распределение напряжений по контуру эллиптического сечения достигается в том случае, если большая ось эллипса совпадает с направлением наибольших главных напряжений в массиве, а соотношение полуосей соответствует коэффициенту бокового давления.

1.6.17. Напряжения в целике между выработками

Можно ли получить напряжения в целике между выработками (см. рис. 1.33) суммированием эпюр напряжений от каждой выработки, рассматриваемой как одиночная?

Решение. Рассмотрим одиночную выработку с центром O_1 (рис. 1.45) по формулам (1.93), определим напряжения в точках, лежащих на оси x ($\theta = 90°$) при $\lambda = 0{,}5$.

r/r_0	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0
$\sigma_r/\gamma H$	0	0,35	0,46	0,49	0,50
$\sigma_\theta/\gamma H$	2,5	1,79	1,48	1,33	1,23

Эпюры $\tilde{\sigma}_r = \sigma_r/\gamma H$ и $\tilde{\sigma}_\theta = \sigma_\theta/\gamma H$ показаны на рис. 1.45. Очевидно, что радиальные напряжения 1 в целике никак не могут быть получены суммированием радиальных напряжений от двух выработок.

На рис. 1.45 пунктиром нанесена эпюра напряжений $\tilde{\sigma}_\theta$ от выработки с центром O_2 и построена суммарная эпюра 3, которая существенно отличается от эпюры 2 действительных напряжений в целике.

Итак, *на поставленный вопрос следует ответить отрицательно.*

1.6.18. Перемещения контура сечения ствола

Определить перемещения контура сечения вертикального ствола радиусом $r_0=3$ м на глубине 60 м в плотных глинах. Исходные данные: $E=300$ МПа; $\nu=0,4$; $\gamma=0,021$ МН/м³.

Решение. Определим компоненты начального поля напряжений в массиве по формулам (1.35) и (1.36):

$$\sigma_z^{(0)}=0,021\cdot 60=1,26 \text{ МПа};$$

$$\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\frac{0,4}{1-0,4}0,021\cdot 60= =0,84 \text{ МПа}.$$

Перемещения контура сечения ствола определим по формуле (1.120), которая в данном случае ($\sigma_x^{(0)}=\sigma_y^{(0)}=\lambda\gamma H$) принимает следующий вид:

$$u=r_0\frac{\lambda\gamma H}{2G}\left(1-\frac{p}{\lambda\gamma H}\right). \quad (1.142)$$

В условиях данной задачи $p=0$. Модуль сдвига G определим по формуле (1.26):

$$G=\frac{300}{2(1+0,4)}=107 \text{ МПа}.$$

Подставляя значения величин в формулу (1.142), получаем

$$u=3\frac{0,84}{2\cdot 107}=0,0118 \text{ м}=11,8 \text{ мм}.$$

1.6.19. Перемещения контура сечения ствола, заполненного жидкостью

Как изменятся перемещения стенок ствола в условиях примера 1.6.18, если ствол заполнен глинистым раствором с удельным весом $\gamma_w=0,012$ МН/м³ (ствол проходят способом бурения).

Решение. Определяем внутреннее давление на стенки ствола по формуле

$$p=\gamma_w H. \quad (1.143)$$

Подставляя это значение в формулу (1.142) и подставляя численные значения величин, получаем

$$u=0,0118\left(1-\frac{0,012\cdot 60}{0,84}\right)= =0,0017 \text{ м}=1,7 \text{ мм}.$$

Как видим, смещение стенок ствола в этом случае существенно уменьшилось.

1.6.20. Моделирование методом фотоупругости

Е. А. Зиминой и Е. Н. Тарасенко получена эпюра тангенциальных напряжений $\tilde{\sigma}_\theta= =\sigma_\theta/\gamma H$ на контуре сечения выработки круглого сечения экспериментально на модели из оптически активного материала *1* (на рис. 1.46).

Сравнить экспериментальные результаты с теоретическими.

Решение. Определяем напряжения $\tilde{\sigma}_\theta$ по формуле (1.93). Результаты приведены в табл. 1.5.

Построенная по этим результатам эпюра напряжений *2* (рис. 1.46) достаточно близка к экспериментальной. Точного

ТАБЛИЦА 1.5

λ	$\tilde{\sigma}_\theta$ при значениях θ, градус				
	0	22,5	45	67,5	90
0	−1,0	−0,41	1,0	2,41	3,0
0,5	0,5	0,79	1,5	2,21	2,5

совпадения экспериментальных данных с теоретическими ожидать трудно в силу всегда имеющихся погрешностей измерения.

1.6.21. Сейсмические напряжения на контуре сечения тоннеля

Тоннель круглого сечения диаметром 5 м проходит в очень крепком граните на глубине $H=200$ м в районе, сейсмичность которого составляет 9 баллов. Исходные данные приведены в табл. 1.3 (см. пример 1.4.12).

Определить напряжения в массиве на контуре сечения тоннеля, рассматривая начальное поле напряжений в массиве как гравитационное.

Решение. Определим начальное статическое поле напряжений в массиве по формулам (1.35) и (1.36):

$$\lambda=\frac{0,22}{1-0,22}=0,28;$$

$$\sigma_1^{(0)}=0,027\cdot 200=5,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{(0)}=0,28\cdot 5,4=1,5 \text{ МПа}.$$

По формуле (1.89) определим нормальные тангенциальные напряжения на контуре сечения тоннеля:

$$\sigma_\theta^{(0)}=5,4\,[1,28-2\,(1-0,28)\cos 2\theta],$$

или

$$\sigma_\theta^{(0)}=6,9\,(1-1,1\cos 2\theta).$$

Эпюра напряжений показана на рис. 1.47.

Пользуясь этой же формулой, определим динамические напряжения, которые могут возникнуть на контуре сечения тоннеля при землетрясении силой 9 баллов.

Поскольку при землетрясении

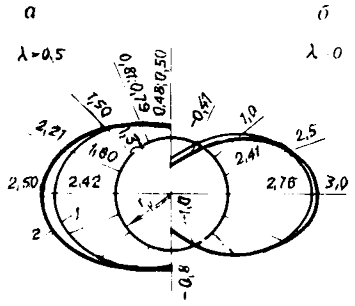


Рис. 1.46. Эпюры напряжений $\sigma_\theta/\gamma H$ на контуре сечения выработки при $\lambda=0,5$ (*а*) и $\lambda=0$ (*б*) — к примеру 1.6.20:

1 — экспериментальная; *2* — теоретическая

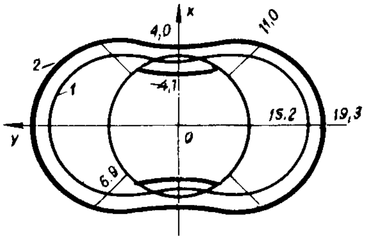


Рис. 1.47. Эпюры напряжений σ_θ на контуре сечения тоннеля (к примеру 1.6.21):

1 — от гравитационного поля напряжений; *2* — с учетом сейсмических воздействий

принципиально не может быть известно направление распространения сейсмических волн, то нас будут интересовать экстремальные значения напряжений, которые могут возникнуть в любой точке контура сечения тоннеля. Согласно формуле (1.89), экстремальные значения напряжений составляют

$$\sigma_{\theta\substack{\max\\ \min}}=\sigma_1\,[(1+\lambda)\pm 2\,(1-\lambda)], \quad (1.44)$$

или

$$\sigma_{\theta\substack{\max\\ \min}}=(\sigma_1+\sigma_2)\pm 2\,(\sigma_1-\sigma_2). \quad (1.45)$$

Рассмотрим три случая: *1* — воздействие только продольной волны в фазе сжатия; *2* — воздействие только поперечной волны; *3* — суммарное воздействие двух волн.

В первом случае $\sigma_1 = \sigma_{xP} = 1{,}0$ МПа, $\sigma_2 = \sigma_{yP} = 0{,}28$ МПа (см. табл. 1.3). Подставляя эти значения в формулу (1.45), получаем

$$\sigma_{\theta \substack{max \\ min}} = 1{,}28 \pm 2\,(1 - 0{,}28) = \left\{ \begin{array}{r} 2{,}72 \\ -0{,}16 \end{array} \right. \text{МПа}.$$

При воздействии поперечной волны массив работает в условиях чистого сдвига, при котором $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{xyS} = 0{,}60$ МПа. Подставляя эти значения в формулу (1.45), получаем

$$\sigma_{\theta \substack{max \\ min}} = \pm\, 2\sigma_1, \text{ или}$$

$$\sigma_{\theta \substack{max \\ min}} = \pm\, 1{,}2 \text{ МПа}.$$

Наконец, в третьем случае главные напряжения в массиве составляют (см. табл. 1.3): $\sigma_1 = 1{,}34$ МПа, $\sigma_2 = -0{,}06$ МПа.

Подставляя эти значения в формулу (1.45), получаем

$$\sigma_{\theta \substack{max \\ min}} = (1{,}34 - 0{,}06) \pm 2\,(1{,}34 + 0{,}06) = \left\{ \begin{array}{r} 4{,}08 \\ -1{,}52 \end{array} \right. \text{МПа}.$$

Поскольку вероятными следует признать все три рассматриваемых случая, то в качестве расчетных экстремальных значений напряжений следует принять наибольшее и наименьшее из всех трех расчетов:

$$\sigma_{\theta\, max} = 4{,}08 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\theta\, min} = -1{,}52 \text{ МПа}.$$

Совместное воздействие двух волн (третий из рассматриваемых случаев) оказалось самым неблагоприятным.

В выполненном выше расчете рассматривалось воздействие продольной волны в фазе сжатия. Очевидно, что расчет на воздействие продольной волны в фазе растяжения будет полностью идентичным, но только с противоположными знаками.

На основании вышеизложенного приходим к выводу, что на контуре сечения тоннеля при землетрясении силой 9 баллов могут возникнуть экстремальные напряжения $\sigma_{\theta \substack{max \\ min}} = \pm 4{,}08$ МПа.

Расчетную эпюру нормальных тангенциальных напряжений на контуре сечения тоннеля с учетом сейсмических воздействий построим, добавив к сжимающим и растягивающим статическим напряжениям $\sigma_\theta^{(0)}$ возможные динамические напряжения соответственно $\sigma_{\theta\, max} = 4{,}08$ МПа и $\sigma_{\theta\, min} = -4{,}08$ МПа (рис. 1.47).

При землетрясении в своде тоннеля могут возникнуть значительные растягивающие напряжения (4,1 МПа) и при недостаточной прочности гранита на растяжение могут образоваться трещины разрыва.

2. Пластические модели

2.1. Основные понятия и зависимости

Пластичность — это свойство горных пород испытывать при нагружении необратимые (остаточные, пластические) деформации.

Понятие пластичности связывается с понятием прочности, поскольку пластические деформации горных пород предшествуют их разрушению.

Прочность — это свойство материалов воспринимать нагрузки без разрушения. Прочность материала характеризуется *пределом прочности*, т. е. величиной минимальных напряжений (сжимающих, растягивающих), при которых происходит разрушение материала.

Пластичность характеризуется величиной пластических (остаточных) деформаций, воспринимаемых породой без разрушения. Чем больше величина пластических деформаций, тем более пластической является порода. Чем меньше величина пластических деформаций, тем менее пластичной, т. е. более *хрупкой*, является порода. *Хрупкость — это способность пород разрушаться без предшествующих пластических деформаций.*

С понятием прочности тесно связано предложенное проф. М. М. Протодьяконовым и широко распространенное в горной практике понятие *крепости* горных пород. *Крепость горных пород — это их способность сопротивляться различным видам разрушения.*

Для характеристики пластических свойств (прочности) горных пород, а также материалов крепи горных выработок и обделок подземных сооружений применяется *пластическая модель* (теория прочности Кулона — Мора).

Основные положения модели (теория прочности) следующие:

1) пластические деформации (разрушения) происходят путем сдвига по площадкам скольжения;

2) сдвигу по площадке скольжения препятствует сцепление и трение;

3) пластичность (прочность) материала определяется величиной только максимальных и минимальных главных напряжений (σ_1 и σ_3), средние по величине главные напряжения (σ_2) на прочность (пластичность) влияния не оказывают.

На рис. 2.1 показаны структурная схема и диаграмма напряжений пластической модели. Из схемы 2.1, *а* непосредственно следует условие пластичности (прочности) Кулона — Мора

$$\tau_c = C + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi, \qquad (2.1)$$

где τ_c — касательные напряжения на площадках скольжения;

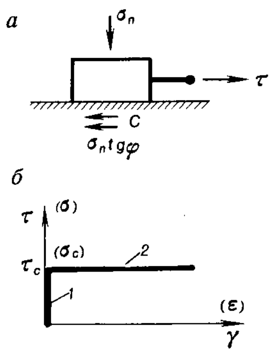


Рис. 2.1. Структурная схема (*а*) и диаграмма напряжений (*б*) жесткопластической модели:

1 — отсутствие деформаций; 2 — пластические деформации

C — сцепление, МПа; σ_n — нормальные напряжения на площадках скольжения; φ — угол внутреннего трения.

Условие (2.1) называют также *условием предельного состояния.* Графическое изображение уравнения (2.1) представляет собой *паспорт прочности* горных пород (рис. 2.2, *а*) — это огибающая наибольших кругов напряжений, которые испытывает порода на пределе прочности. Из геометрии кругов напряжений и огибающей (общей касательной к этим кругам, рис. 2.2, *а*) можно получить следующие соотношения:

предел прочности на одноосное сжатие

$$\sigma_c = \frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi}; \qquad (2.2)$$

условие прочности (пластичности) в главных напряжениях

$$\sigma_1 = \sigma_c + \beta\sigma_3, \qquad (2.3)$$

где β — параметр объемной прочности:

$$\beta = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}. \qquad (2.4)$$

Пользуясь формулами приведения (1.11) и условием (2.3), можно получить условие пластичности (прочности) в наиболее общем виде

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y + 2C\operatorname{ctg}\varphi)^2 \sin^2\varphi. \qquad (2.5)$$

Пластическая модель Кулона — Мора имеет две характеристики (прочностные характеристики пород): φ и C, параметры σ_c и β являются производными от первых двух.

На рис. 2.2, *б* показана ориентировка площадок скольжения относительно наибольших главных напряжений. Угол наклона площадки скольжения к направлению наибольшего σ_1 и наименьшего σ_3 главных напряжений составляет

$$\mu = \pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right); \quad \omega = \pm\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (2.6)$$

Следует отметить, что разрушение пород путем сдвига происходит при всестороннем сжатии. При появлении растягивающих напряжений разрушение происходит путем отрыва по площадке, перпендикулярной к направлению растягивающих напряжений. Это обстоятельство ограничивает, строго говоря, применение модели Кулона — Мора только областью сжимающих напряжений σ (рис. 2.2, *а*).

Действительные огибающие наибольших кругов напряжений, построенные по результатам стабилометрических испытаний,

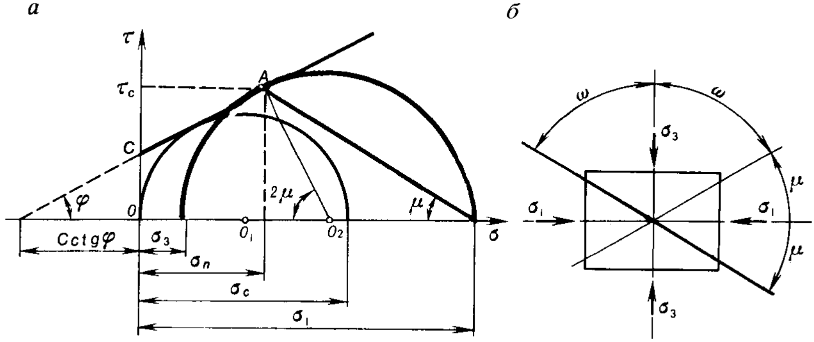


Рис. 2.2. Диаграмма наибольших кругов напряжений (*а*) и ориентировка площадок скольжения относительно главных напряжений (*б*) в пластической среде

не являются прямыми линиями, а имеют слегка выпуклую форму (рис. 2.3). С увеличением шарового тензора напряжений огибающие выполаживаются. Вместе с тем для решения задач механики подземных сооружений огибающие наибольших кругов напряжений на наиболее характерных участках вполне допустимо заменять прямыми линиями, характеризующимися параметрами C и φ.

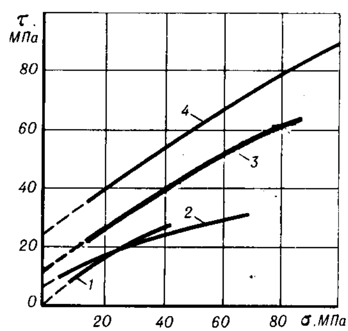


Рис. 2.3. Зависимость касательных напряжений на площадках сдвига от нормальных напряжений (данные ВНИМИ):

1 — уголь; *2* — каменная соль; *3* — бетон; *4* — песчаник

В настоящее время продолжает широко применяться в качестве характеристики массива пород предложенный проф. М. М. Протодьяконовым *коэффициент крепости* пород («кажущийся коэффициент трения») f. М. М. Протодьяконов рассматривал массив пород как «состоящий из отдельных кусков, лишь отчасти связанных между собою», который можно уподобить настоящей сыпучей среде. Коэффициенты крепости — это характеристики, аналогичные коэффициентам внутреннего трения настоящих сыпучих тел («только значительно их превышающие»), так как учитывают сцепление, существующее в массиве. Коэффициенту крепости соответствует *кажущийся угол внутреннего трения* φ^* (рис. 2.4):

$$f = \operatorname{tg}\varphi^*. \qquad (2.7)$$

Предложенная М. М. Протодьяконовым характеристика массива является приближенной (см. рис. 2.4). Однако выбор

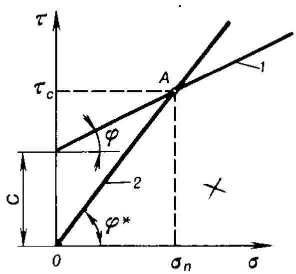


Рис. 2.4. Схема, иллюстрирующая различие угла внутреннего трения φ и кажущегося угла внутреннего трения φ* проф. М. М. Протодьяконова: 1 — паспорт прочности пород; 2 — характеристика массива пород по М. М. Протодьяконову

единой универсальной характеристики горных пород оказался, как показала практика, весьма удачным.

Если в массиве пород имеется система определенным образом ориентированных поверхностей ослабления, к числу которых относятся трещины, слоистость, сланцеватость, кливаж, то массив обладает *прочностной анизотропией*, т. е. имеет различное сопротивление разрушению по разным направлениям, поскольку сопротивление сдвигу по поверхностям ослабления меньше, чем по направлениям, не совпадающим с этими поверхностями.

Рассмотрим массив, ослабленный одной системой параллельных поверхностей ослабления (рис. 2.5, *а*). Условие предельного состояния такой среды будет зависеть от угла α между направлением максимальных сжимающих напряжений и нормалью n к поверхностям ослабления. Например, при $\alpha = 0$ и $\alpha = 90°$ поверхности ослабления не влияют на условия разрушения (пластического деформирования) пород, так как сдвиг может произойти только по площадкам скольжения (см. рис. 2.2), не совпадающим с поверхностями ослабления. Другое дело, когда $\alpha = \pm\omega$ и поверхности скольжения совпадают с поверхностями ослабления. Сопротивление пород деформированию в этом случае будет существенно меньше, чем в первом.

Прочность массива пород характеризуется огибающей *1* (рис. 2.5, *б*) с параметрами C и φ, а сопротивление сдвигу по поверхности ослабления — линией *2* с параметрами C^* и φ*.

Предельное состояние, реализующееся на поверхностях ослабления, называют *специальным предельным состоянием*. Условие специального предельного состояния имеет вид, аналогичный (2.1):

$$\tau_c = C^* + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi^*. \qquad (2.8)$$

Из построений, показанных на рис. 2.5, *б* и *в*, следует, что сдвиг произойдет по поверхности ослабления, если эта поверхность находится в секторе (заштрихованной области, рис. 2.5, *в*), границы которого составляют углы μ_1 и μ_2 с направлением наибольшего главного напряжения σ_1, а нормаль к площадке находится в секторе между n_1 и n_2.

По данным проф. В. Ю. Изаксона, значения угла внутреннего трения по поверхностям ослабления для угольных месторождений достаточно стабильны и в расчетах можно

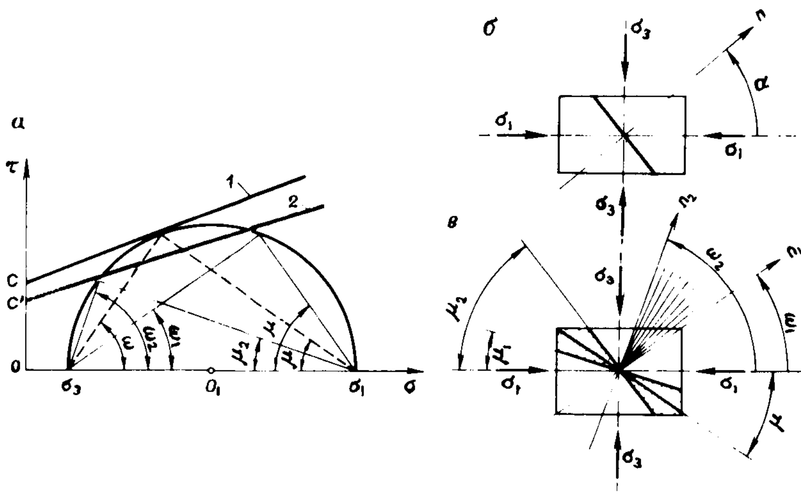


Рис. 2.5. Схема к определению прочностной анизотропии пород:

а — положение поверхности ослабления; *б* — паспорт прочности массива (1) и сопротивление сдвигу по поверхности ослабления (2); *в* — область нахождения поверхности ослабления, по которой происходит сдвиг, и нормали к ней относительно главных напряжений

принимать $\varphi^* = 20°$. Сцепление — величина менее стабильная, однако в расчетах можно пользоваться следующими величинами, рекомендуемыми проф. Г. Н. Кузнецовым: микрослоистость $C^* = (0{,}6 \div 0{,}9)\,C$; поверхности отдельности $C^* = (0{,}3 \div 0{,}6)\,C$; контакты слоев $C^* = (0 \div 0{,}3)\,C$.

Если в массиве имеется несколько поверхностей ослабления, то их совместное влияние приводит к уменьшению прочности — структурному ослаблению массива. Отношение минимальной прочности пород в массиве к прочности лабораторного образца называется коэффициентом структурного ослабления λ. Для приближенной оценки прочности массива можно воспользоваться данными ВНИМИ (табл. 2.1), полученными на основании анализа результатов натурных наблюдений и испытаний пород.

Реальная сыпучая среда, состоящая из отдельных, не связанных между собой зерен, имеет определенную структуру, обусловливаемую формой зерен и плотностью их *«упаковки»*. Пластическая деформация (сдвиг) такой среды сопровождается увеличением объема (*дилатансией*, рис. 2.6). Влияние структуры и дилатансионного эффекта сказывается на свойствах и прочностных характеристиках сыпучей среды, обусловливая ее *«структурную прочность»*. Например, угол естественного откоса для сухого песка с крупностью частиц $0{,}2 \div 0{,}5$ мм при плотности $\rho = 1{,}50 \div 1{,}52$ г/см^3, найденный по традиционной методике, со-

ТАБЛИЦА 2.1

Характеристика массива	Коэффициент λ при значениях σ_c (МПа) в образце			
	< 2	2 ÷ 10	10 ÷ 40	40
Четко видимая трещиноватость отсутствует	0,9	0,7	0,6	0,5
Трещиноватые плотные породы	0,3÷0,5	0,25÷0,40	0,20÷0,35	0,15÷0,30
Породы с нарушенной структурой	0,1	0,08	0,06	0,03

ставляет $\alpha=\varphi=30\div33°$. Если структуру массива сформировать «*дождем*» (плотность $\rho=1{,}65\div1{,}70$ г/см^3), то угол естественного откоса составит $40\div42°$, а в случае *послойной укладки* без уплотнения ($\rho=1{,}50\div1{,}56$ г/см^3) этот угол составит 36—37°.

Математическая модель дилатансионной сыпучей среды разработана д-ром техн. наук А. Ф. Ревуженко. Такая среда характеризуется эффективным углом трения между частицами φ' и углом дилатансии ν. Поскольку, как в рассмотренном выше эксперименте с углом естественного откоса, значения угла φ' для одного и того же материала можно считать постоянными, то влияние структуры (структурную прочность)

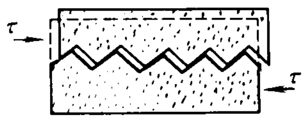


Рис. 2.6. Схема увеличения объема (дилатансии) сыпучей среды при сдвиге

следует отнести только за счет *угла дилатансии*.

Ниже сопоставлены характерные соотношения для сыпучей среды, следующие из модели Кулона—Мора и дилатансионной модели А. Ф. Ревуженко.

Модель Кулона — Мора

$$\Phi=\varphi;$$

$$\xi=\frac{1}{\beta}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right);$$

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}=\sin\varphi;$$

$$\left.\begin{matrix}\mu\\ \omega\end{matrix}\right\}=\frac{\pi}{4}\pm\frac{\varphi}{2};$$

Дилатансионная модель

$$\Phi=\arcsin\mathrm{tg}\,(\varphi'+\nu); \quad (2.9)$$

$$\xi=\mathrm{tg}\left[\frac{\pi}{4}-(\varphi'+\nu)\right]; \quad (2.10)$$

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}=\mathrm{tg}\,(\varphi'+\nu); \quad (2.11)$$

$$\left.\begin{matrix}\mu\\ \omega\end{matrix}\right\}=\frac{\pi}{4}\mp\arcsin\mathrm{tg}\,(\varphi'+\nu). \quad (2.12)$$

Заметим, что формулы дилатансионной модели (2.9)—(2.12) не переходят в соответствующие им формулы модели Кулона — Мора при $\nu=0$.

Эффект дилатансионной модели проявляется в наибольшей степени при чешуйчатой форме зерен. При рыхлой структуре сыпучей среды с зернами такой формы коэффициент $\xi = 0{,}2 \div 0{,}3$ (пористость $n = 40\%$). При уплотнении среды до пористости $n \approx 30\%$ значение ξ уменьшается практически до нуля (структура типа кирпичной кладки с перевязкой, но без сцепления). Из соотношений модели Кулона—Мора (2.3) следует нереальное значение угла $\varphi \approx 90°$. Согласно дилатансионной модели, угол $\varphi' + \nu = 45°$.

При использовании дилатансионной модели наибольшую трудность вызывает определение угла дилатансии ν. Учитывая, однако, что во всех формулах для напряжений (2.9) $\div$ (2.12) угол ν фигурирует только в сумме $\varphi' + \nu$, то в большинстве случаев можно ограничиться определением суммарного угла.

2.2. Жестко-пластическая модель

Жестко-пластическая модель массива имеет две области, соответствующие участкам *1* и *2* диаграммы напряжений (см. рис. 2.1): жесткую область, где деформации отсутствуют, и пластическую область.

Модель (теория свода) М. М. Протодьяконова. Пластическая область *2* находится в пределах *свода обрушения* в кровле выработки (рис. 2.7, *а*). Нагрузка на крепь обусловливается весом пород в объеме свода и составляет (МН на 1 м выработки):

$$P = \frac{4}{3}\gamma\frac{b^2}{f}, \qquad (2.13)$$

где b — полупролет выработки.

Среднее сопротивление крепи, необходимое для обеспечения равновесия,

$$p = \frac{2}{3}\frac{\gamma b}{f}. \qquad (2.14)$$

В случае несвязной сыпучей среды ($C = 0$) это выражение приобретает вид

$$p = \frac{2}{3}\frac{\gamma b}{\operatorname{tg}\varphi}. \qquad (2.15)$$

Как видим, по теории М. М. Протодьяконова *давление на крепь не зависит от глубины* и определяется пролетом выработки.

Можно полагать, что независимость от глубины обусловлена исходной концепцией автора о наличии свода обрушения. Однако если обратиться к принципиально иной концепции — *опускающемуся столбу пород* до поверхности (рис. 2.7, *б*), то мы также придем к ограничению нагрузок на крепь (отпора крепи, необходимого для удержания столба пород).

В общем случае отпор крепи

$$p = \frac{\gamma b - C}{\lambda \operatorname{tg}\varphi}\left[1 - \exp\left(-\lambda\frac{H}{b}\operatorname{tg}\varphi\right)\right]. \qquad (2.16)$$

При увеличении глубины $H \to \infty$ нагрузка на крепь (отпор крепи) стремится к конеч-

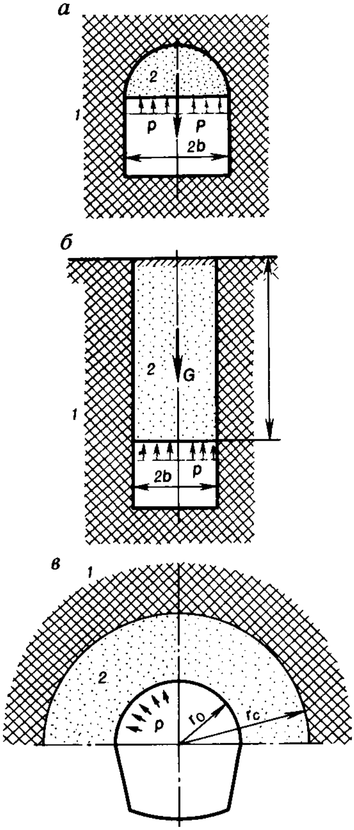


Рис. 2.7. Расчетная схема к определению давления на крепь в соответствии с жестко-пластической моделью:
а — М. М. Протодьяконова; *б* — опускающегося столба пород до поверхности; *в* — зоны разрушения пород: *1* — жесткая область; *2* — пластическая область

ной величине:

$$p=\frac{\gamma b-C}{\lambda \operatorname{tg} \varphi}. \qquad (2.17)$$

В несвязной сыпучей среде ($C=0$) давление опускающегося столба пород

$$p=\frac{1}{\lambda}\frac{\gamma b}{\operatorname{tg} \varphi}. \qquad (2.18)$$

Полученная формула с точностью до постоянного множителя идентична формуле (2.15), следующей из концепции свода обрушения.

Модель зоны нарушенных пород над выработкой не рассматривает механизма и причин образования зоны нарушенных пород. Радиус зоны r_c задается как исходная предпосылка к расчету (рис. 2.7, *в*). Давление на крепь, обусловленное весом пород в зоне разрушения, определяется выражением

$$p=\frac{\gamma r_0}{\alpha-1}\left[1-\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\alpha-1}\right]-C\left[1-\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\alpha}\right]\operatorname{ctg}\varphi, \qquad (2.19)$$

где $\alpha=\frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$.

При радиусе зоны нарушенных пород, стремящемся к бесконечности $r_c \to \infty$ имеем

$$p=\frac{\gamma r_0}{\alpha-1}-C\operatorname{ctg}\varphi. \qquad (2.20)$$

Для несвязной сыпучей среды ($C=0$) эта формула приобретает следующий вид:

$$p=\frac{\gamma r_0}{\alpha-1}. \qquad (2.21)$$

Исследования, выполненные в Институте горного дела Сибирского отделения АН СССР, показали, что при выпуске сыпучего материала из бункера образуется три системы поверхностей скольжения (рис. 2.8, *а*), причем существует четкая последовательность: в первую очередь формируются поверхности *1* и только после этого последовательно — поверхности *2* и *3*. Такой характер деформирования объясняется дилатансионной моделью материала, его *«структурной прочностью»* (рис. 2.8, *б*).

Для реализации поверхностей *скольжения 2* необходимо обеспечить возможность частицам сыпучей среды выйти из взаимного зацепления вдоль этой поверхности, возможность объемного расширения (дилатансии). Для достаточно плотного материала единственным путем ослабления условий стеснения деформаций является образование поверхностей *1*, вдоль которых условия деформирования наиболее благоприятны, а «структурная прочность» минимальна. Угол μ отклонения поверхностей скольжения *1* от вертикали существенно зависит от угла дилатансии ν и может изменяться в пределах 16—35°.

На рис. 2.8, *в* и *г* показана расчетная схема для определения давления на крепь со стороны «замкового» треугольного блока, удерживаемого силами трения, при различной высоте засыпки (глубине H):

при $H < h_{max}$

$$p=\gamma H\left[\left(1-\frac{H}{2b}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right)-\xi\frac{H}{2b}\times\right.$$
$$\left.\times\cos\frac{\varphi}{2}\cdot\operatorname{tg}\varphi\left(1-\operatorname{tg}\varphi\cdot\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right)\right]; \qquad (2.22)$$

при $H \geqslant h_{max}$

$$p=\frac{1}{2}\gamma b\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}\times$$
$$\times\left[1-\xi\cos\frac{\varphi}{2}\cdot\operatorname{tg}\varphi\left(\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}-\operatorname{tg}\varphi\right)\right]; \qquad (2.23)$$

$$h_{max}=b\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}. \qquad (2.24)$$

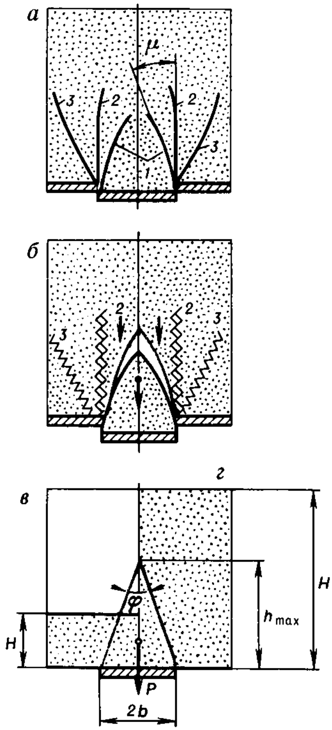


Рис. 2.8. Схемы деформирования сыпучего материала при выпуске из бункера (*а*, *б*) и расчетная схема к определению давления на крепь (*в*, *г*):

1—3 — поверхности скольжения

Согласно формуле (2.22), по мере увеличения высоты слоя засыпки (глубины) давление на крепь вначале возрастает, достигая максимума, а затем уменьшается до величины (2.23) при $H=h_{max}$, после чего остается постоянным и от глубины не зависит.

М. М. Протодьяконов предложил определять давление на крепь ствола по аналогии с плоскими подпорными стенками

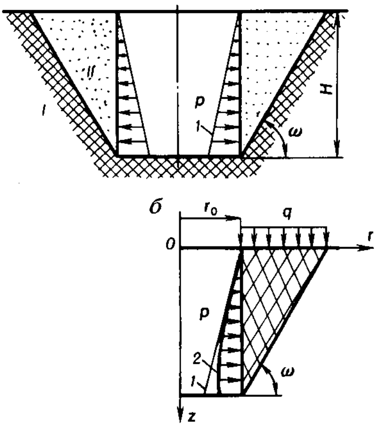


Рис. 2.9. Схемы к жестко-пластической модели массива с вертикальной выработкой: *а* — модель М. М. Протодьяконова; *б* — модель В. Г. Березанцева:

I — жесткая область; II — пластическая область: *1* — давление на крепь по формуле подпорной стенки; *2* — давление по В. Г. Березанцеву

(рис. 2.9, *а*) по формуле

$$p=\gamma H\,\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi^*}{2}\right),\qquad (2.25)$$

где φ^* — кажущийся угол внутреннего трения (см. рис. 2.4):

$$\varphi^* \doteq \mathrm{arc\,tg}\, f.$$

В сыпучей среде эта формула может быть представлена в виде

$$p=\xi\gamma H,\qquad (2.26)$$

где

$$\xi=\frac{1}{\beta}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right).$$

Проф. В. Г. Березанцев получил строгое решение осесимметричной задачи теории предельного равновесия (рис. 2.9, *б*) при одном допущении: сетку линий скольжения в пластической области в меридиональном сечении он принял прямолинейной, что соответствует случаю, когда напряжения σ_1 всегда вертикальны, а напряжения $\sigma_3=\sigma_r$. Давление на крепь ствола с учетом нагрузки на земную поверхность (q) определяется выражением

$$p=\gamma r_0\frac{\sqrt{\xi}}{\eta-1}\left[1-\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\eta-1}\right]+\xi q\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\eta}-\left[1-\xi\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\eta}\right]C\,\mathrm{ctg}\,\varphi,\qquad (2.27)$$

где

$$\eta=2\,\mathrm{tg}\,\varphi\cdot\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right);$$

$$r_c=r_0+H\,\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right).$$

При отсутствии пригрузки поверхности ($q=0$) и сцепления ($C=0$) это выражение приобретает вид

$$p=\gamma r_0\frac{\sqrt{\xi}}{\eta-1}\left[1-\left(\frac{r_0}{r_c}\right)^{\eta-1}\right].\qquad (2.28)$$

При $H\to\infty$ ($r_c\to\infty$) имеем

$$p=\gamma r_0\frac{\sqrt{\xi}}{\eta-1}.\qquad (2.29)$$

Таким образом, при увеличении глубины давление на крепь ствола стремится к постоянной величине (*2* на рис. 2.9, *б*).

Экспериментальное исследование давления сыпучей среды на крепь ствола на моделях с песком выполнено автором. Установившееся давление на крепь определяется весом G сползающего объема (П на рис. 2.10), отделенного от остальной, недеформируемой части массива четко выраженной поверхностью скольжения *1*. Очертание сползающего объема подчинено важной закономерности, а именно: радиус окружности, образован-ной пересечением поверхности скольжения с земной поверхностью, есть величина постоянная (по крайней мере для песка), составляет $r_{c0}=2r_0$ и не зависит от глубины ствола при

$$H \geqslant h_{max}=r_0 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right). \quad (2.30)$$

На основании экспериментов построена расчетная схема (рис. 2.10), в которой криволинейное очертание линии скольжения *1* в радиальном сечении заменено кусочно-линейным *2*, угол наклона наклонной части поверхности скольжения находится из условия максимума силы P (реакции крепи), трение по поверхности крепи ствола и по вертикальной части поверхности скольжения (h_0) не учитывается, не учитывается также криволинейность сползающего объема в плане. Указанные допущения идут, очевидно, «в запас», так как ведут к увеличению расчетного давления p.

В результате получена следующая расчетная формула:

$$p=\gamma r_0\left[\operatorname{tg}(\delta-\varphi)-\frac{B_1}{2B_2\cos^2(\delta-\varphi)}\right], \quad (2.31)$$

где

$$\delta=\operatorname{arc\,tg}\left[\operatorname{csc}\varphi\times\left(\sqrt{1+2\frac{H_{sh}}{r_0}\operatorname{tg}\varphi}-\cos\varphi\right)\right]; \quad (2.32)$$

$$B_1=\sin 2\delta+\sin 2(\delta-\varphi)-4\frac{H}{r_0}\cos^2\delta;$$

$$B_2=2\frac{H_{sh}}{r_0}\sin 2\delta+\cos 2\delta+\cos 2(\delta-\varphi);$$

H_{sh} — полная глубина ствола.

При малой глубине ствола $H_{sh} \leqslant h_{max}$ крепь нагружается аналогично плокойс подпорной

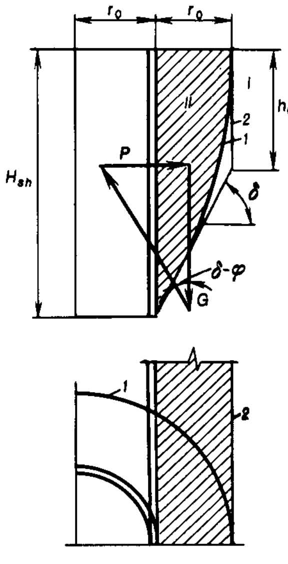


Рис. 2.10. Расчетная схема к определению давления на крепь ствола в сыпучей среде:

I — жесткая область; II — сползающий объем (пластическая область): *1* — действительная поверхность скольжения; *2* — аппроксимация

стенке и давление на крепь определяется формулой (2.26). Формула (2.31) отражает линейную зависимость величины давления на крепь ствола от глубины в пределах

$$h_{max} \leqslant H \leqslant H_{sh}. \quad (2.33)$$

Максимальное давление имеет место в нижней части ствола при $H=H_{sh}$. Поскольку угол δ находится из условия (условие максимума P)

$$4\frac{H_{sh}}{r_0}\cos^2\delta-\sin 2\delta=\sin 2(\delta-\varphi),$$

то при $H=H_{sh}$ величина $B_1=0$ и формула (2.31) приобретает следующий вид:

$$p=\gamma r_0 \operatorname{tg}(\delta-\varphi). \quad (2.34)$$

При $H_{sh}\to\infty$ угол $\delta\to 90°$, как следует из выражения (2.32), и мы получаем

$$p=\frac{\gamma r_0}{\operatorname{tg}\varphi}. \qquad (2.35)$$

Полученная формула близка к формуле М. М. Протодьяконова (2.15) для горизонтальных выработок.

2.3. Упруго-пластические модели

Структурная схема и диаграмма напряжений упруго-пластической модели массива показаны на рис. 2.11. Упругие деформации *1* предшествуют пластическим деформациям *2*. В массиве пород при строительстве выработок выделяются в общем случае две зоны (рис. 2.12): упругая *1* и пластическая *2*, в которых распределение напряжений подчиняется соответственно закону Гука (1.15), (1.22) и закону пластического течения — условию Кулона—Мора (2.1), (2.3), (2.5).

Основные соотношения одномерной ($\lambda=1$) упруго-пластической задачи (**модель А. Лабасса — К. В. Руппенейта**, рис. 2.12) следующие.

Распределение напряжений в зоне пластических деформаций ($r_0 \leqslant r \leqslant r_e$):

$$\sigma_r=(p+C\operatorname{ctg}\varphi)(r/r_0)^{\alpha}-C\operatorname{ctg}\varphi;$$
$$\sigma_\theta=\beta(p+C\operatorname{ctg}\varphi)(r/r_0)^{\alpha}-C\operatorname{ctg}\varphi, \qquad (2.36)$$

где r_e — граница зоны пластических деформаций;

$$\alpha=\frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi}.$$

Распределение напряжений в упругой области ($r \geqslant r_e$):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\}=\gamma H\left(1\mp\frac{r_e^2}{r^2}\right)\pm\sigma_{r_e}\frac{r_e^2}{r^2}, \qquad (2.37)$$

где σ_{r_e} — радиальные напряжения на границе зоны пластических деформаций:

$$\sigma_{r_e}=(p+C\operatorname{ctg}\varphi)(r_e/r_0)^{\alpha}-C\operatorname{ctg}\varphi.$$

Давление на крепь

$$p=(\gamma H+C\operatorname{ctg}\varphi)(1-\sin\varphi)\times$$
$$\times(r_0/r_e)^{\alpha}-C\operatorname{ctg}\varphi. \qquad (2.38)$$

Уравнение равновесных состояний массива, ослабленного выработкой:

$$u=\frac{r_0}{2G}(\gamma H+C\operatorname{ctg}\varphi)\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^2\sin\varphi;$$
$$\frac{r_e}{r_0}=\left[\frac{\gamma H+C\operatorname{ctg}\varphi}{p+C\operatorname{ctg}\varphi}(1-\sin\varphi)\right]^{1/\alpha}. \qquad (2.39)$$

В частном случае для несвязной сыпучей среды ($C=0$) эти формулы имеют следующий вид (**модель Р. Феннера — К. В. Руппенейта**): напряжения в зоне пластических деформаций:

$$\sigma_r=p(r/r_0)^{\alpha};$$
$$\sigma_\theta=\beta p(r/r_0)^{\alpha}. \qquad (2.40)$$

Давление на крепь

$$p=\gamma H(1-\sin\varphi)(r_0/r_e)^{\alpha}. \qquad (2.41)$$

Уравнение равновесных состояний массива с выработкой:

$$u=r_0\frac{\gamma H}{2G}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^2\sin\varphi;$$
$$\frac{r_e}{r_0}=\left[\frac{\gamma H}{p}(1-\sin\varphi)\right]^{1/\alpha}. \qquad (2.42)$$

Уравнения (2.39) и (2.42) получены из условия «*несжимаемости*» материала в процессе пластических деформаций, т. е. из условия отсутствия изменения объема ($\varepsilon_V = 0$).

Если при выводе расчетных формул использовать *ассоциированный закон течения*, то будет получено приближенное соотношение

$$\varepsilon_r = -\beta\varepsilon_\theta, \qquad (2.43)$$

отражающее увеличение объема в процессе пластических деформаций. В результате выражение (2.39) будет иметь следующий вид:

$$u = \frac{r_0}{2G}(\gamma H + C \operatorname{ctg} \varphi)\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^{\beta+1} \sin \varphi. \qquad (2.44)$$

Аналогично изменится и выражение (2.42).

Неоднородные модели отражают изменение свойств пород в процессе пластических деформаций, их разрушение (деформирование за пределом прочности). Диаграммы напряжений для наиболее распространенных моделей показаны на рис. 2.13.

Хрупкая модель разработана д-ром техн. наук Ю. М. Либерманом (*1* на рис. 2.13). Предел упругости является одновременно пределом прочности, достижение которого приводит к полному разрушению материала.

В массиве вокруг выработки образуются две зоны (рис. 2.14): зона (область) упругих деформаций *1* и зона разрушения *2*. Таким образом, в данной модели зона пластических деформаций является одновременно зоной разрушения, в которой свойства материала претерпели существенные изменения — материал потерял исходную проч-

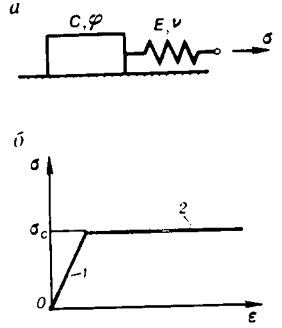


Рис. 2.11. Структурная схема (*а*) и диаграмма напряжений (*б*) упруго-пластической модели:
1 — область упругих деформаций; *2* — область пластических деформаций

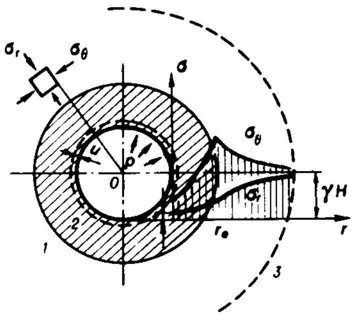


Рис. 2.12. Схема упруго-пластической модели массива с выработкой:
1 — зона упругих деформаций; *2* — зона пластических деформаций; *3* — граница зоны влияния выработки

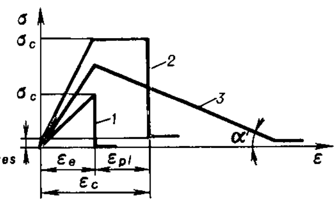


Рис. 2.13. Диаграммы напряжений упруго-пластических моделей пород, учитывающих разрушение:
1 — хрупкой; *2* — упруго-пластической с ограниченной пластической деформацией; *3* — характеризующейся постепенным снижением сопротивления за пределом прочности

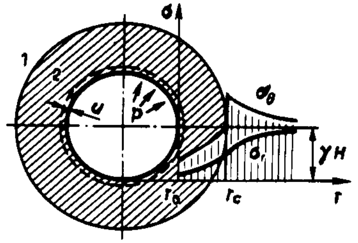


Рис. 2.14. Схема распределения напряжений в идеально хрупкой среде:
1 — область упругих деформаций; 2 — зона разрушения

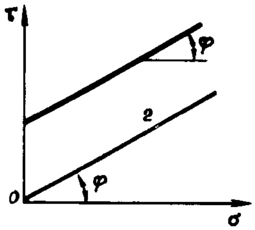


Рис. 2.15. Огибающие наибольших кругов напряжений:
1 — для неразрушенного материала (в упругой области); 2 — в зоне разрушения

ность (рис. 2.15). Граница пластической зоны является одновременно границей двух сред с разными свойствами.

В модели Ю. М. Либермана при разрушении материал теряет лишь сцепление, а угол внутреннего трения φ остается неизменным (рис. 2.15). Основные расчетные зависимости хрупкой модели массива следующие.

Напряжения в зоне разрушения описываются выражениями (2.40). На границе зоны разрушения, при переходе от разрушенного материала к исходному, имеет место скачок напряжений σ_θ.

Радиальные напряжения на границе зоны разрушения (при $r=r_c$)

$$\sigma_{r_c}=(1-\sin\varphi)(\gamma H-\sigma_c/2). \qquad (2.45)$$

Уравнение равновесных состояний:

$$u=(r_0/2G)\,[(\gamma H-\sigma_c/2)\sin\varphi+\sigma_c/2]\,(r_c/r_0)^{\beta+1};$$
$$\frac{r_c}{r_0}=\left[\frac{2\gamma H-\sigma_c}{2p}(1-\sin\varphi)\right]^{1/\alpha}. \qquad (2.46)$$

Более общей является **модель, в которой разрушению предшествует некоторая пластическая деформация** *2* (рис. 2.13)*. Особенность этой модели заключается в том, что достижение материалом предела прочности σ_c является необходимым, но недостаточным условием для разрушения. Достаточным условием является достижение предельных деформаций ε_c. Отсюда следует *деформационный критерий прочности*

$$\varepsilon\leqslant\varepsilon_c=\Pi_\varepsilon\varepsilon_e, \qquad (2.47)$$

где ε_c — общая предельная деформация пород;

Π_ε — характеристика пластичности (хрупкости) пород:

$$\Pi_\varepsilon=\varepsilon_c/\varepsilon_e; \qquad (2.48)$$

ε_e — упругая деформация.

При $\varepsilon_c=\varepsilon_e$ (хрупкий материал) $\Pi_\varepsilon=1$. Чем больше величина Π_ε отличается от 1, тем более пластичной является порода.

Согласно данной модели, в массиве вокруг выработки можно выделить три зоны (рис. 2.16): зону (область) упругих деформаций *1*, зону пластических деформаций, протекающих без раз-

* Модель предложена автором.

рушения 2, и зону разрушения 3. На границе зоны разрушения ($r=r_c$) имеет место скачок нормальных тангенциальных напряжений σ_θ.

Основные расчетные зависимости рассматриваемой модели следующие.

Напряжения в зоне разрушения описываются выражениями (2.40). Напряжения в зоне пластических деформаций ($r_c \leqslant r \leqslant r_e$) описываются выражениями

$$\sigma_r = (\sigma_{r_c} + C \operatorname{ctg} \varphi)(r/r_c)^\alpha - C \operatorname{ctg} \varphi;$$
$$\sigma_\theta = \beta(\sigma_{r_c} + C \operatorname{ctg} \varphi)(r/r_c)^\alpha - C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.49)$$

Напряжения в области упругих деформаций описываются выражениями (2.37).

Уравнение равновесных состояний массива, ослабленного выработкой:

$$u = (r_0/2G)(\gamma H + \sigma_c/\alpha) \times (r_c/r_0)^{\beta+1}(r_e/r_c)^2 \sin \varphi; \quad (2.50)$$

$$(r_e/r_c)^{\alpha+2} = \Pi_\varepsilon \{1 - [(1-2\nu)/\sin \varphi] \times [(r_e/r_c)^\alpha - 1]\}; \quad (2.51)$$

$$(r_c/r_0)^\alpha = \left[\frac{2\gamma H - \sigma_c}{2p}(1 - \sin \varphi)\right] \times \left(\frac{r_c}{r_e}\right)^\alpha - \frac{\sigma_c}{\alpha p}\left[1 - \left(\frac{r_c}{r_e}\right)^\alpha\right]. \quad (2.52)$$

Модель постепенного снижения сопротивления материала при его деформировании за пределом прочности 3 (рис. 2.13) разработана проф. А. М. Линьковым.

Условие предельного состояния, обобщенное для данной модели, имеет следующий вид (рис. 2.17):

$$\sigma_1 = \sigma_c + \beta\sigma_3 - M\left(\varepsilon_1 - \frac{\sigma_c + \beta\sigma_3}{E}\right); \quad (2.53)$$

$$\varepsilon_3 = \left(\varepsilon_1 - \frac{\sigma_c - \beta\sigma_3}{E}\right) \operatorname{tg} \delta - \sigma_3/E;$$

где M — модуль спада напряжений — новая характеристика материала ($M = \operatorname{tg} \alpha'$);

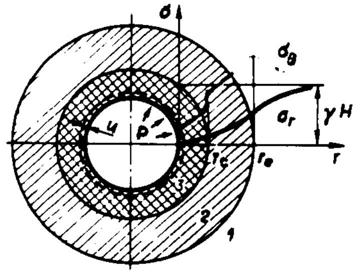


Рис. 2.16. Схема упруго-пластической неоднородной модели массива с выработкой:

1 — область упругих деформаций; 2 — зона пластических деформаций; 3 — зона разрушения

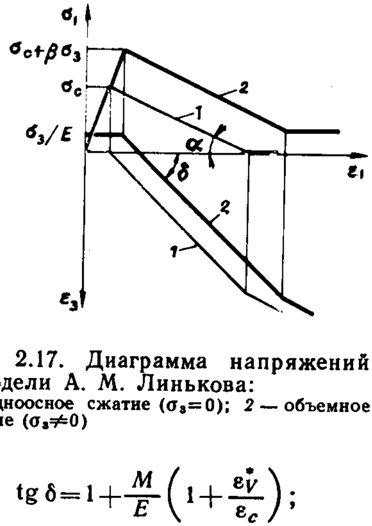


Рис. 2.17. Диаграмма напряжений к модели А. М. Линькова:

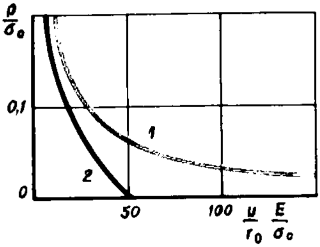
1 — одноосное сжатие ($\sigma_3 = 0$); 2 — объемное сжатие ($\sigma_3 \neq 0$)

$$\operatorname{tg} \delta = 1 + \frac{M}{E}\left(1 + \frac{\overset{*}{\varepsilon}_V}{\varepsilon_c}\right);$$
$$\varepsilon_c = \sigma_c/E;$$

$\overset{*}{\varepsilon}_V$ — увеличение объема при полном разрушении в условиях одноосного сжатия.

Модуль спада напряжений M играет в этой модели такую же роль, как показатель пластичности Π_ε в рассмотренной выше упруго-пластической неоднородной модели.

Согласно модели постепенного снижения сопротивления материала вокруг выработки в массиве, можно выделить две зоны: упругих и пластических деформаций, однако, в отличие от рассмотренных выше моа



б

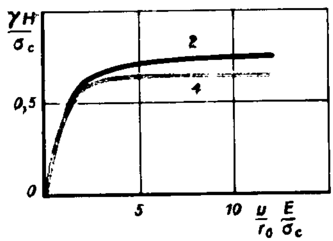


Рис. 2.18. Графики равновесных состояний (*а*) и зависимость между смещениями на контуре неподкрепленной выработки и глубиной (*б*):

1 — полное разрушение пород; *2* — остаточная прочность $0{,}1\sigma_c$.

делей, зона пластических деформаций является *непрерывно неоднородной*. Прочность материала в этой зоне (σ_c, C) непрерывно изменяется от минимальной на контуре сечения выработки до исходной — на границе зоны пластических деформаций.

Основные расчетные зависимости рассматриваемой модели следующие.

Уравнение равновесных состояний:

$$\left| u\frac{r_0}{E}+b_1p+\frac{b_1-1}{\alpha\sigma_c}\right| \times$$
$$\times \left| u\frac{r_0}{E}\,b_2p+\frac{b_2-1}{\alpha\sigma_c}\right|^n =$$
$$=\frac{|b_1-\beta\,|\,|\,b_2-\beta\,|^n}{(\beta+1)^{n+1}}\left(2\gamma H+\frac{2}{\alpha\sigma_c}\right)^{n+1}, \quad (2.54)$$

где $b_{1,\,2}=\dfrac{B^*\operatorname{tg}\delta\pm B}{2M/E}$;

$$n=\frac{B-\operatorname{tg}\delta+B^*-2}{B+\operatorname{tg}\delta-B^*+2};$$

$$B=\sqrt{\left(1+2\frac{\beta}{s}\right)\operatorname{tg}^2\delta+B^{*2}-4\frac{M}{E}(1+\beta\operatorname{tg}\delta)};$$

$$B^*=(1+M/E)\,\beta;$$

$$s=1+\frac{M}{M+E}\,\frac{\overset{*}{\varepsilon}_V}{\varepsilon_c}.$$

На рис. 2.18. показаны примеры расчетов при следующих исходных данных: $\varphi=30°$; $\beta-3$; $M/E=1$; $\gamma H/\sigma_c=1$ — при условии полного разрушения материала и при остаточной прочности $\sigma_{res}=0{,}1\sigma_c$.

Под устойчивостью горных пород понимается их способность сохранить форму и размеры обнажений, образуемых при строительстве горных выработок и подземных сооружений.

Существует три основные формы устойчивости пород:

вывалообразование под действием собственного веса обрушающихся пород;

разрушение пород в зонах концентрации напряжений, в том числе — по поверхностям ослабления;

чрезмерные смещения обнаженной поверхности без видимого разрушения пород вследствие их вязко-пластических деформаций.

При проектировании и строительстве подземных сооружений важен *прогноз устойчивости* пород, заключающийся в предварительном, до начала строительства, отнесении пород к одной из категорий принятой классификации пород по устойчивости в обнажениях. В настоящее время принята классификация, содержащая 5 категорий устойчивости пород (табл. 2.2).

ТАБЛИЦА 2.2

Категория устойчивости пород	Оценка степени устойчивости	Общая характеристика состояний пород		
		склонных к вывалообразованию	склонных к разрушению	склонных к вязко-пластическому течению
I	Вполне устойчивые	Вывалы и отслоения отсутствуют	Разрушение отсутствует	Смещения пород до 10 мм
II	Устойчивые	Возможны отдельные незначительные отслоения	Возможны неупругие деформации без разрушения, возникновение технологической трещиноватости	Смещения пород до 50 мм
III	Средней устойчивости	Возможно образование вывалов, как правило, из кровли выработки	Образование локальных зон разрушения	Смещения пород до 20 см
IV	Неустойчивые	Образование вывалов вскоре после обнажения пород, возможно образование вывалов в боках выработки	Зоны разрушения охватывают большую часть сечения выработки	Смещения пород до 50 см
V	Весьма неустойчивые	Обрушение пород вслед за обнажением	Интенсивное развитие зоны разрушения, охватывающей весь контур сечения выработки. Пучение почвы выработки	Высокая скорость смещений

Прогноз устойчивости пород позволяет существенно сузить область поисков наиболее эффективных (оптимальных) конструктивных и технологических решений при строительстве горных выработок и подземных сооружений.

Автором предложена методика оценки устойчивости скальных трещиноватых пород по их склонности к вывалообразованию. Методика получила распространение при строительстве горных транспортных тоннелей. Устойчивость пород определяется величиной показателя S, определяемого по формуле

$$S = f\frac{K_M}{K_N}\frac{K_R K_W}{K_t K_A K_\alpha}, \qquad (2.55)$$

где f — коэффициент крепости пород по М. М. Протодьяконову; K_M — коэффициент, характеризующий влияние нарушенности пород и определяемый в зависимости от модуля относительной трещиноватости (в соответствии с классификацией трещиноватых скальных пород СибЦНИИСа)

$$n = 2b/l,$$

где $2b$ — пролет выработки; l — среднее расстояние между трещинами.

n	...	>60	60—25	25—12	12—6	<6
K_M	...	0,5—2,5	2,5—5,0	5,0—7,5	7,5—9,0	9—10

K_N — коэффициент, учитывающий влияние числа систем трещин и принимающий значения: 0,5—1,0 — практически нетрещиноватые породы, скрытые поверхности ослабления, прерывистые трещины; 2—одна система трещин; 3—одна система трещин и слоистость; 4—две системы трещин; 6—две системы трещин и слоистость; 9—три системы трещин; 12—три системы трещин и слоистость; 15—четыре системы трещин и более; 20—раздробленная порода;

K_R — коэффициент, учитывающий шероховатость поверхности трещин, принимающий значения: 4—прерывистые трещины; 3—неровные неправильные волнистые трещины; 2—ровные волнистые трещины; 1,5—волнистые трещины с зеркалами скольжения; 1—ровные плоские трещины; трещины, заполненные вторичными минералами, раздробленной породой и т. п.; 0,5—плоские трещины с зеркалами скольжения;

K_W — коэффициент, учитывающий увлажнение пород и принимающий значения: 1—сухие породы; 0,8—влажные породы; 0,5—капеж; 0,3—приток воды струями;

K_t — коэффициент, учитывающий раскрытие незаполненных трещин, принимающий значения: 1—при $t < 3$ мм (а также при заполненных трещинах); 2—при $t = 3—15$ мм; 4—при $t > 15$ мм;

K_A — коэффициент, учитывающий заполнение трещин, принимающий значения: при наличии контакта стенок трещин 0,75—прочный заполнитель; 1—отсутствие заполнителя, ненарушенные стенки трещин; 2—заполнитель песок и измельченные породы (без глины); 3—заполнитель глина; 4 — каолинит, слюда, тальк, графит и т. п.; при отсутствии контакта стенок трещин: 5—песчано-глинистый заполнитель; 6—20—заполнение широких трещин глиной;

K_α — коэффициент, учитывающий ориентировку тоннеля, принимающий значения в зависимости от угла между осью выработки и поверхностью трещин: 1—при $\alpha = 70—90°$; 1,5—при $\alpha = 20—70°$; 2—при $\alpha < 20°$.

Коэффициенты K_M, K_R, K_A и K_α принимаются для наиболее развитой опасной системы трещин. Величина показателя S характеризует степень устойчивости пород (по их склонности к вывалообразованию) в соответствии с табл. 2.3.

Прогноз степени возможного разрушения пород производится на основании изложенных выше упруго-пластических моделей. Наиболее простой и понятный критерий устойчивости пород следует из сопоставления напряжений на контуре сечения выработки в упругой модели с

ТАБЛИЦА 2.3

Категория устойчивости пород	Значение показателя S	Допустимое время обнаженных пород
I	>70	Практически не ограниченное
II	5—70	До 6 мес
III	1—5	10—15 сут
IV	0,05—1,00	Не более 1 сут
V	<0,05	Обрушение вслед за обнажением

ТАБЛИЦА 2.4

Категория устойчивости пород	Максимальная протяженность зоны возможного разрушения по нормали к контуру выработки, м	Конфигурация зоны возможного разрушения
I	—	—
II	$< 0{,}2$	На отдельных участках контура сечения выработки
III	0,2—0,4	На локальных участках контура
IV	0,4—1,0	Охватывает значительную часть контура
V	> 1	Охватывает практически весь контур

прочностью пород в массиве:

$$\gamma H K_\sigma \leqslant \sigma_c \qquad (2.56)$$

или

$$\frac{\gamma H}{\sigma_c} < \frac{1}{K_\sigma},$$

где K_σ—коэффициент концентрации напряжений.

Указанный критерий устойчивости относится прежде всего к хрупкой модели массива. Если породы обладают пластическими свойствами, то их устойчивость в обнажении повышается, что выражается количественно с помощью предложенного автором коэффициента повышения устойчивости

$$K_s = 1 + \frac{1}{\sin\varphi}\left(\Pi_\varepsilon^{\sin\varphi} - 1\right), \qquad (2.57)$$

где Π_ε—характеристика пластичности пород, определяемая по формуле (2.48).

Критерий устойчивости приобретает более общий вид

$$\gamma H K_\sigma \leqslant K_s \sigma_c. \qquad (2.58)$$

Критерии (2.56) и (2.58) не учитывают размеров поперечного сечения выработки и оставляют большой простор для субъективного представления о назначении величины K_σ, особенно если контур сечения выработки имеет сложную конфигурацию.

В связи с изложенным, дальнейшим обобщением указанного подхода является метод, предложенный автором совместно с проф. Н. Н. Фотиевой. Предлагается сопоставлять напряжения и прочность пород не в одной точке на контуре сечения, а во всей области влияния выработки. Сопоставляется тензор напряжений в области влияния выработки (1.2) с условием прочности (2.5). В результате строится *граница зоны возможного разрушения* пород (условной зоны неупругих деформаций), по размерам и конфигурации которой судят о степени устойчивости пород в соответствии с табл. 2.4.

На рис. 2.19 показаны конфигурации *зон возможного разрушения пород* (условных зон неупругих деформаций) при $\varphi = 35°$ при различных формах поперечного сечения выработок и при двух значениях коэффициента бокового давления: $\lambda = 1$

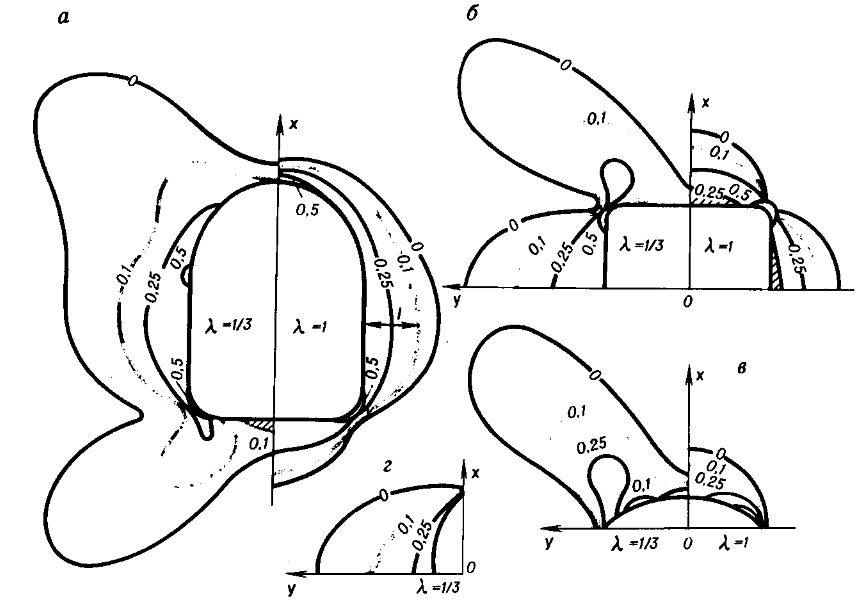


Рис. 2.19. Зоны возможного разрушения пород при различных формах поперечного сечения выработок и коэффициентах бокового давления в массиве $\lambda = 1$ и $\lambda = 1/3$ (цифры обозначают отношение $C/\gamma H$):

а — сводчатая выработка; *б* — квадратная; *в*, *г* — эллиптическая

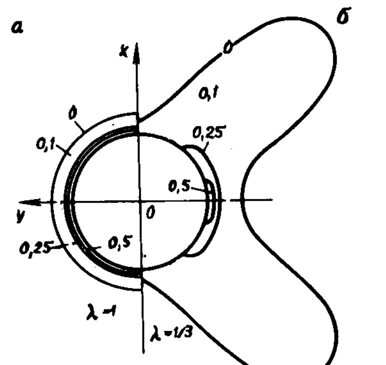


Рис. 2.20. Зоны возможного разрушения пород вблизи выработки круглого сечения (цифры обозначают $C/\gamma H$):

а — при $\lambda = 1$; *б* — при $\lambda = 1/3$

(гидростатическое поле напряжений) и $\lambda = 1/3$.

Цифры обозначают отношение $C/\gamma H$, что может характеризовать увеличение глубины при постоянном сцеплении или уменьшение прочности пород на данной глубине. На рис. 2.20 показаны конфигурации зон возможного разрушения вблизи выработки круглого сечения ($\varphi = 35°$).

При использовании модели постепенного уменьшения сопротивления пород при их деформировании за пределом прочности (см. рис. 2.17) А. М. Линьковым предложен критерий устойчивости, в котором в качестве критического состояния принято такое, которому соответствует резкое увеличение смещений пород в выработку (см. рис. 2.18, *б*).

Критерий устойчивости имеет следующий вид:

$$\frac{\gamma H}{\sigma_c} \leqslant \frac{1}{\alpha}\left[-1+\frac{E}{2M}(\beta+1)\times\right.$$
$$\times\left|\frac{(b_1-1)\,M/E-B^*(1+M/E)}{b_1-\beta}\right|^k\times$$
$$\left.\times\left|\frac{(b_2-1)\,M/E-B^*(1+M/E)}{b_2-\beta}\right|^{1-k}\right], \qquad (2.59)$$

где

$$k=\frac{1}{n+1}.$$

Для идеально хрупкого материала с вертикально обрывающейся диаграммой (см. *1*, рис. 2.13), для которого $M/E \longrightarrow \infty$, критическое состояние наступит при

$$\left(\frac{\gamma H}{\sigma_c}\right)_{cr}=\frac{1}{2},$$

что соответствует условию (2.56) при $K_\sigma=2$.

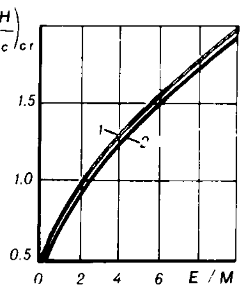


Рис. 2.21. Зависимость критического значения $(\gamma H/\sigma_c)_{cr}$ от E/M:
1 — полное разрушение; *2* — остаточная прочность $0,1\sigma_c$

В остальных случаях правая часть условия (2.59) играет такую же роль, как коэффициент повышения устойчивости в условии (2.58). На рис. 2.21 показана зависимость критического значения $\left(\frac{\gamma H}{\sigma_c}\right)_{cr}$ от отношения E/M.

2.4. Примеры расчетов с использованием пластических моделей

2.4.1. Построение паспорта прочности породы

Определить параметры паспорта прочности песчано-глинистого сланца по результатам стабилометрических испытаний. Стабилометр — это установка, позволяющая испытывать породы в условиях всестороннего сжатия вида: $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$.

Результаты испытаний следующие (главные напряжения на пределе прочности):

σ_1, МПа ...	50 *)	80	105
$\sigma_2=\sigma_3$, МПа ...	0	10	21,0

*) Предел прочности при сжатии $\sigma_1=\sigma_c$.

Решение. По данным испытаний строим круги напряжений *1* и *2*, *3* (рис. 2.22), к которым проводим общую касательную.

Отрезок, отсекаемый касательной (огибающей кругов напряжений) на оси τ, *есть сцепление.*

$$C=16 \text{ МПа}.$$

Угол наклона огибающей к оси σ *есть угол внутреннего трения* $\varphi=26°$.

2.4.2. Угол внутреннего трения песка

Какими прочностными характеристиками обладает массив

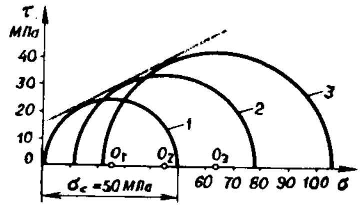


Рис. 2.22. Огибающая наибольших кругов напряжений (к примеру 2.4.1)

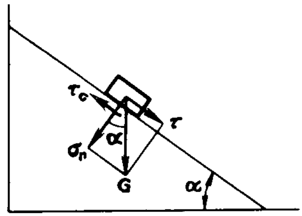


Рис. 2.23. Схема равновесия элемента на естественном откосе (к примеру 2.4.2)

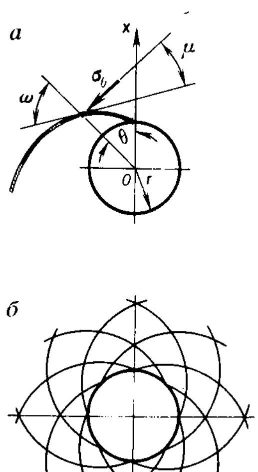


Рис. 2.24. Линия скольжения в виде логарифмической спирали (*а*) и сетка линий скольжения вокруг вертикального ствола (*б*) (к примеру 2.4.3)

сухого песка, образующий при обнажении угол естественного откоса α?

Решение. Массив сухого песка является несвязным ($C=0$) и обладает только углом внутреннего трения, который равен углу естественного откоса $\varphi=\alpha$. Рассмотрим равновесие элемента весом G на откосе (рис. 2.23). Очевидно, что сдвигающие напряжения

$$\tau=G\sin\alpha,$$

а сопротивление сдвигу

$$\tau_c=\sigma_n \operatorname{tg}\varphi=G\cos\alpha\cdot\operatorname{tg}\varphi.$$

Приравнивая $\tau=\tau_c$, получаем $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\varphi$ или $\alpha=\varphi$. Заметим, что одним из способов определения угла внутреннего трения сыпучей среды является измерение угла естественного откоса.

Заметим также, что для сыпучей среды угол внутреннего трения равен кажущемуся углу внутреннего трения М. М. Протодьяконова (см. рис. 2.4).

2.4.3. Линии скольжения вокруг выработки

Какую форму имеют линии скольжения вокруг выработки круглого сечения в гидростатическом поле напряжений (например, вокруг вертикального ствола).

Решение. Линии скольжения образуются совокупностью площадок скольжения в рассматриваемой пластической области. Особенность площадок скольжения (см. рис. 2.2, *б*) заключается в том, что они образуют постоянный угол μ с направлением наибольшего главного напряжения. В окрестности выработки круглого сечения главными напряжениями являются $\sigma_1 = \sigma_\theta$ и $\sigma_3 = \sigma_r$. Следовательно, линия скольжения (рис. 2.24, *а*) должна иметь постоянный угол с радиальным направлением

$$\omega = \pi/2 - \mu = \pi/4 + \varphi/2. \quad (2.60)$$

Такой особенностью обладают логарифмические спирали, уравнение которых применительно к данному примеру имеет вид

$$r = r_0 e^{\theta \operatorname{ctg} \omega}. \quad (2.61)$$

На рис. 2.24, *б* показана сетка линий скольжения вокруг выработки круглого сечения, образуемая пересечением поверхностей скольжения с горизонтальной плоскостью.

2.4.4. Линии скольжения вокруг напорной шахты

Как изменятся линии скольжения при пластических деформациях пород вокруг ствола, если наибольшими главными напряжениями являются σ_r, что характерно для напорной шахты, стенки которой испытывают внутреннее давление воды.

Решение. Из рис. 2.25 следует, что в данном случае угол между касательной к линии скольжения и радиальным направлением равен μ, поэтому уравнение логарифмической спирали имеет вид

$$r = r_0 e^{\theta \operatorname{ctg} \mu}. \quad (2.62)$$

Логарифмические спирали являются более крутыми (рис. 2.25), чем в примере 2.4.3 (см. рис. 2.24, *б*).

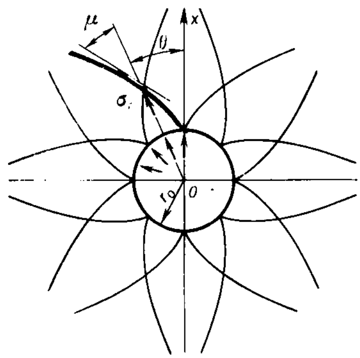


Рис. 2.25. Сетка линий скольжения вокруг напорной шахты (к примеру 2.4.4)

2.4.5. Прочностные характеристики бетона

Определить прочностные характеристики бетона по результатам испытаний в условиях всестороннего сжатия (данные О. Я. Берга и Г. Г. Соломенцева):

$$\mathrm{I} - \sigma_3 = 0;$$
$$\sigma_1 = \sigma_c = 47 \text{ МПа};$$
$$\mathrm{II} - \sigma_3 = 1{,}0 \text{ МПа};$$
$$\sigma_1 = 74{,}4 \text{ МПа};$$
$$\mathrm{III} - \sigma_3 = 8{,}7 \text{ МПа};$$
$$\sigma_1 = 87{,}7 \text{ МПа}.$$

Решение. По результатам двух испытаний: на одноосное сжатие (σ_c) и трехосное сжатие (σ_1; σ_3), пользуясь выражениями (2.2—2.4), легко получить формулы для определения параметров паспорта прочности (прочностных характеристик) пород:

$$\varphi = \arcsin \frac{\sigma_1 - \sigma_c - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_c + \sigma_3}; \quad (2.63)$$

$$C = \sigma_c \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cos \varphi}. \quad (2.64)$$

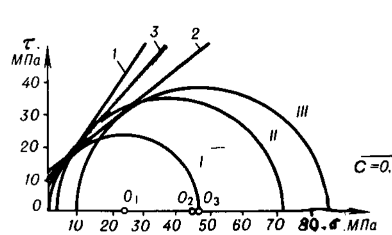


Рис. 2.26. Огибающие наибольших кругов напряжений (*1*, *2*), построенные по результатам испытаний бетона (I—II и I—III соответственно) и усредненный паспорт прочности (*3*) (к примеру 2.4.5)

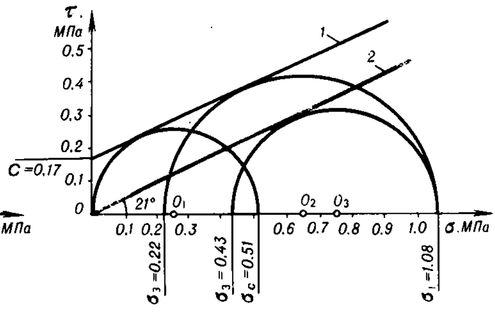


Рис. 2.27. Паспорт прочности материала модели (*1*) и сопротивление сдвигу по контактам слоев (*2*) (к примеру 2.4.6)

Подставим в формулу (2.63) результаты испытаний *1* и *2*; *1* и *3*. В результате получим

$$\varphi_{1,2} = \arcsin\frac{74{,}4-47-1{,}0}{74{,}4-47+1{,}0} = \arcsin 0{,}931 \approx 68°;$$

$$\varphi_{1,3} = \arcsin\frac{87{,}7-47-8{,}7}{87{,}7-47+8{,}7} = \arcsin 0{,}648 \approx 40°.$$

Как видим, результаты существенно расходятся, что свидетельствует, по-видимому, о значительной криволинейности (выпуклости) огибающей на данном участке. Это подтверждает и построенный по результатам испытаний график (рис. 2.26).

Для инженерных расчетов можно пользоваться усредненными результатами испытаний, соответствующими линии *3* с характеристиками: $C = 10$ МПа; $\varphi = 44°$; $\sigma_c = 47$ МПа.

2.4.6. Прочность наклонно-слоистого массива

На объемной модели из эквивалентных материалов моделируется наклонно-слоистый массив пород. На контактах слоев обеспечивается условие сухого трения, сцепление отсутствует ($C^* = 0$). Материал модели имеет следующие характеристики: $C = 0{,}17$ МПа; $\varphi = 21°$; $\sigma_c = 0{,}51$ МПа.

Определить, какие необходимо обеспечить напряжения бокового давления в массиве модели, чтобы при максимальных главных напряжениях $\sigma_1 = 1{,}08$ МПа не произошло сдвига по контактам слоев, т. е. разрушения модели массива.

Р е ш е н и е. Задачу можно решить графически. На рис. 2.27 построены огибающие наибольших кругов напряжений, соответствующие условию предельного состояния материала модели *1* и условию специального предельного состояния по контактам слоев *2*. Поскольку контактирует один и тот же материал, то угол внутреннего трения по контактам слоев $\varphi^* = \varphi = 21°$.

Условие специального предельного состояния в данном случае имеет вид

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi^*. \qquad (2.65)$$

Проводим круг напряжений с центром O_3, у которого $\sigma_1 = 1{,}08$ МПа. Из графика определяем величину напряжений бокового давления, соответствующую условию предельного состояния (2.65): $\sigma_3' = 0{,}43$ МПа. Предельный коэффициент бокового давления

$$\lambda'_{lim} = 0{,}43/1{,}08 = 0{,}47.$$

Чтобы не произошло разрушения модели, в массиве модели должен обеспечиваться коэффициент бокового давления $\lambda > 0{,}47$.

Этот же результат легко получить, пользуясь формулой (2.3). Условие специального предельного состояния имеет вид

$$\sigma_1 = \beta \sigma_3, \qquad (2.66)$$

откуда

$$\lambda_{lim} = \frac{1}{\beta} = \frac{1 - \sin \varphi^*}{1 + \sin \varphi^*}.$$

Подставляя в эту формулу величину $\varphi^* = 21°$, получим $\lambda_{lim} = 0{,}47$.

2.4.7. Испытания сыпучего материала на боковой распор

Испытывались образцы сыпучего материала на боковой распор. Нагружение производилось в жестких тонкостенных цилиндрических оболочках высотой 50 мм и диаметром 50 мм до разрушения оболочек. Регистрировались предельные значения вертикальных напряжений σ_1. Геометрические размеры и прочность оболочек позволили определить значение σ_3, разрушающее для оболочек. Результаты испытаний для образцов песка приведены в табл. 2.5.

ТАБЛИЦА 2.5

Структура	Плотность ρ, г/см³	$\xi = \sigma_3/\sigma_1$
Рыхлая	1,55	0,31
Плотная	1,70	0,16

Определить прочностные характеристики материала.

Решение. Определим характеристики для модели Кулона—Мора. Иэ соотношений (2.3) и (2.4) имеем

$$\beta = \frac{1}{\xi} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi},$$

откуда

$$\varphi = \arcsin \frac{1 - \xi}{1 + \xi}. \qquad (2.67)$$

Подставляя значения ξ из табл. 2.5, получаем $\varphi = 31{,}8°$ (рыхлая структура) и $\varphi = 46{,}4°$ (плотная структура).

Воспользуемся, далее, дилатансионной моделью сыпучей среды. Из выражения (2.11) имеем

$$(\varphi' + \nu) = \operatorname{arctg} \frac{1 - \xi}{1 + \xi}. \qquad (2.68)$$

Подставляя значения ξ из табл. 2.5, получаем: $(\varphi' + \nu) = 27{,}8°$—рыхлая структура и $(\varphi' + \nu) = 35{,}9°$—плотная структура.

2.4.8. Давление опускающегося столба породы, имеющего круглое и квадратное сечения

Формулы (2.16)—(2.18) получены применительно к протяженной выработке, столб поро-

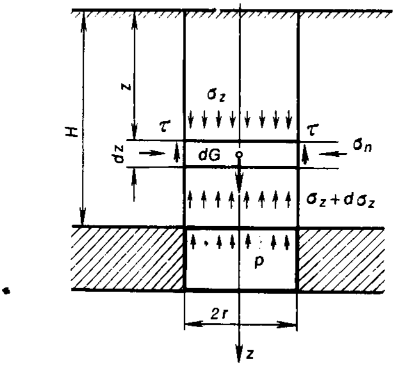


Рис. 2.28. Расчетная схема опускающегося столба породы над выработкой (к примеру 2.4.8)

ды над которой ограничен двумя параллельными плоскостями (см. рис. 2.7, *б*). Представляют интерес случаи, когда основанием столба породы является квадрат или круг. Требуется получить расчетные формулы для этих двух случаев.

Решение. Рассмотрим случай, когда опускающийся столб имеет круглое сечение с радиусом r. Выделим в столбе породы на глубине z горизонтальный слой толщиной dz и весом dG и рассмотрим равновесие этого слоя (рис. 2.28):

$$dG+\pi r^2\sigma_z-\pi r^2(\sigma_z+d\sigma_z)-$$
$$-2\pi r\tau_c\,dz=0, \qquad (2.69)$$

где $dG=\pi r^2\gamma\,dz$; $\tau_c=\sigma_n\operatorname{tg}\varphi+C$; $\sigma_n=\lambda\sigma_z$. Подставляя эти выражения в уравнение (2.69) и разделяя переменные, получаем

$$dz(\gamma r-2C-2\lambda\sigma_z\operatorname{tg}\varphi)=r\,d\sigma_z,$$

откуда

$$d\sigma_z=\left(1-2\frac{\lambda\operatorname{tg}\varphi}{\gamma r-2C}\sigma_z\right)\frac{\gamma r-2C}{r}dz$$

и далее

$$\frac{d\left(1-2\dfrac{\lambda\operatorname{tg}\varphi}{\gamma r-2C}\sigma_z\right)}{1-2\dfrac{\lambda\operatorname{tg}\varphi}{\gamma r-2C}\sigma_z}\frac{1}{\left(-2\dfrac{\lambda\operatorname{tg}\varphi}{\gamma r-2C}\right)}=$$
$$=\frac{\gamma r-2C}{r}dz.$$

Интегрируя это уравнение, убеждаемся, что постоянная интегрирования равна нулю (поскольку при $z=0$ $\sigma_z=0$), подставляем значения $z=H$, $\sigma_z=p$, после несложных преобразований получаем расчетную зависимость

$$p=\frac{\gamma r-2C}{2\lambda\operatorname{tg}\varphi}\left[1-\exp\left(-2\lambda\frac{H}{r}\operatorname{tg}\varphi\right)\right]. \qquad (2.70)$$

В случае, когда опускающийся столб пород имеет квадратное основание со стороной $2b=2r$ (рис. 2.28), уравнение равновесия имеет следующий вид:

$$dG+4b^2\sigma_z-4b^2(\sigma_z+d\sigma_z)-8b\tau_c\,dz=0,$$

где $dG=4b^2\gamma\,dz$.

Нетрудно убедиться, что далее в точности повторяется сделанный выше вывод и мы приходим к расчетной формуле (2.70), в которой диаметр $2r$ следует заменить на сторону квадрата $2b$.

Мы привели пример *аналитического решения задачи*. Полученное *общее решение* (2.70) можно рассматривать как *математическую модель* опускающегося столба пород.

2.4.9. Сопоставительные расчеты опытов М. М. Протодьяконова

Рассмотрим результаты известных экспериментов М. М. Протодьяконова по измерению мини-

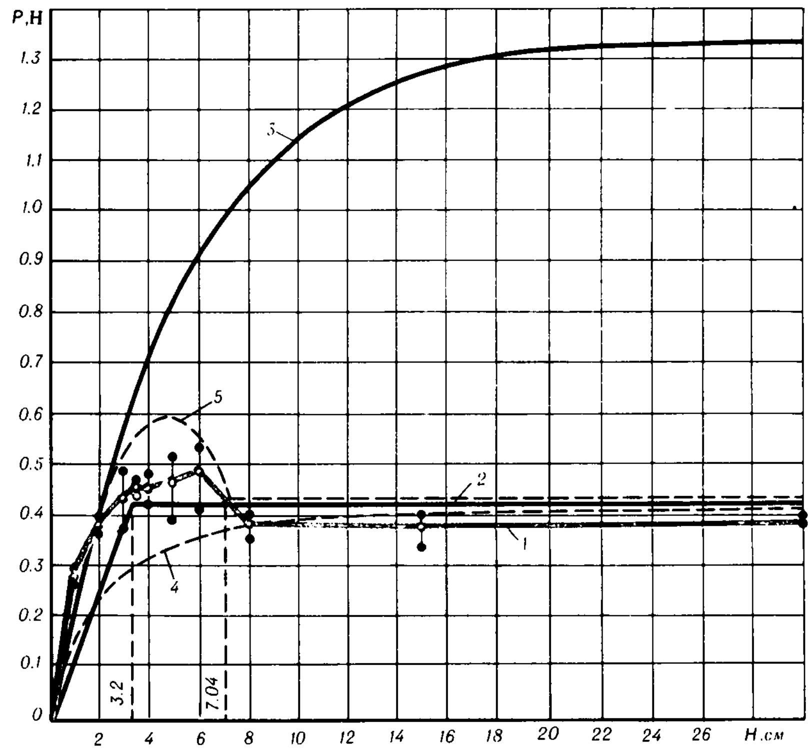


Рис. 2.2.9 Зависимость нагрузки на площадку (размером 4×4 см), закрывающую квадратный вырез в дне ящика с песком, от высоты слоя засыпки (к примеру 2.4.9):
1 — опыты М. М. Протодьяконова; 2 — теория М. М. Протодьяконова; 3 — модель опускающегося столба пород; 4 — модель нарушенной зоны; 5 — модель опускающейся треугольной призмы (пример 2.4.11)

мального давления на квадратную площадку, закрывающую отверстие в дне деревянного ящика, заполненного сыпучим материалом. На рис. 2.29 показаны результаты опытов с сухим песком при следующих исходных данных: $2b = 4$ см (площадка 4×4 см); $\gamma = 0{,}0162$ Н/см^3; $\varphi = 31°40$; $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}617$. Измерения проведены при различной высоте засыпки песка (на рис. 2.29 темными точками показан разброс результатов измерений).

Требуется сопоставить данные экспериментов с результатами расчетов при использовании жестко-пластических моделей, показанных на рис. 2.7.

Р е ш е н и е. Произведем расчеты по теории М. М. Протодьяконова. Поскольку над квадратным вырезом должен образовываться куполообразный свод, то вместо формулы (2.13) восползуемся формулой М. М. Протодьяконова, полученной применительно к данному случаю:

$$P=2\gamma\frac{b^3}{\operatorname{tg}\varphi}. \quad (2.71)$$

Подставляя в эту формулу исходные данные, получаем

$$P=2\cdot0{,}0162\frac{8}{0{,}617}=0{,}42H.$$

Высота свода

$$h=\frac{b}{\operatorname{tg}\varphi},$$

т. е. $h=\frac{2}{0{,}617}=3{,}2$ см.

По мнению М. М. Протодьяконова, начиная с глубины (высоты засыпки) $H=h$, давление остается постоянным: $P=0{,}42H=\text{const}$ (линия *2* на рис. 2.29).

Для расчетов с использованием модели опускающегося столба пород воспользуемся формулой (2.70), которая в данном случае ($C=0$) имеет следующий вид:

$$P=2\frac{\gamma b^3}{\lambda\operatorname{tg}\varphi}\left[1-\exp\left(-2\lambda\frac{H}{b}\operatorname{tg}\varphi\right)\right]. \quad (2.72)$$

Коэффициент бокового давления в массиве примем согласно условию предельного состояния (2.3):

$$\lambda=\xi=\frac{1}{\beta}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}.$$

Подставляя в приведенные выше формулы исходные данные, получаем следующую зависимость давления от глубины:

$$\lambda=\frac{1-0{,}525}{1+0{,}525}=0{,}31;$$

$$P=2\frac{0{,}0162\cdot8}{0{,}31\cdot0{,}617}\times$$

$$\times\left[1-\exp\left(-2\cdot0{,}31\frac{0{,}617}{2}H\right)\right],$$

или

$$P=1{,}35\left(1-e^{-0{,}191H}\right).$$

Подставляя значения H, при которых производились измерения, получаем следующие значения P (*3* на рис. 2.29):

H, см	1	2	3	4
P, Н	0,23	0,43	0,59	0,72
H, см	5	8	15	30
P, Н	0,83	1,06	1,27	1,34

Обратимся, далее, к модели нарушенной зоны (рис. 2.7, *в*). Следующая из этой модели формула (2.19) применительно к условиям эксперимента преобразуется к следующему виду:

$$P=4\frac{\gamma b^3}{\alpha-1}\left[1-\left(\frac{b}{b+H}\right)^{\alpha-1}\right], \quad (2.73)$$

где

$$\alpha=\frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi}.$$

Подставляя в эти формулы исходные данные, получаем

$$\alpha=\frac{2\cdot0{,}525}{1-0{,}525}=2{,}21;$$

$$P=4\frac{0{,}0162\cdot8}{1{,}21}\left[1-\left(\frac{2}{2+H}\right)^{1{,}21}\right],$$

или

$$P=0{,}43\left[1-2{,}31\,(H+2)^{-1{,}21}\right].$$

Подставляя в эту формулу указанные выше значения H, получаем соответствующие им значения P (*4* на рис. 2.29):

H, см	1	2	3	4
P, Н	0,17	0,24	0,29	0,32
H, см	5	8	15	30
P, Н	0,34	0,37	0,40	0,42

Сравнивая результаты расчетов с данными измерений, убеждаемся, что наиболее близкие результаты получаются по теории М. М. Протодьяконова и по модели нарушенной зоны, однако при глубине $H \geqslant 4b$. Начальная часть кривой нагрузки не описывается удовлетворительно ни одной из этих моделей.

Что же касается опускающегося столба пород, то эта модель дает более чем в 2 раза завышенные результаты.

2.4.10. Сопоставительные расчеты натурных измерений давления пород

Е. С. Пригожиным и В. Н. Денисовым описаны результаты натурных исследований давления сыпучих пород на обделки коллекторных тоннелей. Результаты измерений приведены в табл. 2.6.

Требуется сопоставить измеренные значения давления пород с расчетными, следующими из жестко-пластической модели массива.

Решение. Произведем расчеты давления на обделку по формуле (2.15) М. М. Протодьяконова, которая в данном случае имеет вид ($C=0$; $f=\operatorname{tg}\varphi$)

$$p=\frac{2}{3}\frac{\gamma r_0}{\operatorname{tg}\varphi}; \qquad (2.74)$$

по формуле (2.16) — модели опускающегося столба пород, которая приобретает вид ($C=0$)

$$p=\frac{\gamma r_0}{\lambda \operatorname{tg}\varphi}\left[1-\exp\left(-\lambda\frac{H}{r_0}\operatorname{tg}\varphi\right)\right], \qquad (2.75)$$

и по формуле (2.19) — модели нарушенной зоны, которая также преобразуется к виду ($C=0$)

$$p=\frac{\gamma r_0}{\alpha-1}\left[1-\left(\frac{r_0}{r_0+H}\right)^{\alpha+1}\right]. \qquad (2.76)$$

Коэффициент бокового давления λ определим по формуле (1.36) при коэффициенте Пуассона $\nu=0{,}35$ (см. табл. П. 1.2, приложение 1):

$$\lambda=\frac{0{,}35}{1-0{,}35}=0{,}54.$$

Входящий в формулы (2.19) и (2.76) коэффициент α определим по формуле

$$\alpha=\frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi},$$

подставив в эту формулу значения углов φ из табл. 2.6:

φ, градус . .	30	33	35	37
α	2,0	2,39	2,69	3,02

Подставив в приведенные выше формулы значения входящих в них величин из табл. 2.6, получим расчетные значения давления на обделки тоннелей, которые также приведены в табл. 2.6.

Сравнивая измеренные давления с расчетными, убеждаемся, что в условиях данного примера к средним значениям измеренных давлений $\bar{p}$ ближе всего расчетные величины, полученные по формуле М. М. Протодьяконова.

2.4.11. Сопоставительные расчеты давления песка с данными опытов М. М. Протодьяконова.

Сопоставить расчетные значения давления на крепь по формулам (2.22), (2.23) с данными экспериментов М. М. Протодьяконова (см. пример 2.4.9, рис. 2.29).

Решение. Напомним, что в опытах М. М. Протодьяконова равнодействующая давления

ТАБЛИЦА 2.6

Породы			H, м	r_0, м	Измеренное давление, МПа		Расчетное давление (МПа) по формулам		
Характеристика	γ, МН/м³	φ, градус			$\bar{p}$	p_{max}	(2.15)	(2.75)	(2.76)
Песок среднезернистый, обводненный	0,0167	35	5,4	1,0	0,013	0,038	0,031	0,038	0,009
Песок мелкозернистый, глинистый, обводненный	0,0198	35	5,5	1,0	0,014	0,030	0,038	0,046	0,011
Песок среднезернистый, плотный, с гравием	0,0153	37	6,5	1,0	0,015	0,044	0,027	0,035	0,007
Песок среднезернистый, с гравием	0,0165	35	12,5	1,28	0,035	0,076	0,040	0,054	0,012
Песок мелкозернистый, глинистый	0,0155	33	15,0	1,28	0,038	0,134	0,041	0,056	0,014
Песок мелкозернистый	0,0160	35	5,8	1,8	0,058	0,107	0,055	0,054	0,015
Песок мелкозернистый, обводненный	0,0157	30	4,4	2,0	0,069	0,137	0,072	0,050	0,022
Песок среднезернистый, обводненный	0,0183	30	5,0	2,0	0,061	0,154	0,084	0,064	0,026

песка измерялась на площадку 4×4 см, закрывающую вырез в дне ящика, формулы же (2.22) и (2.23) выведены для протяженной выработки (плоская задача, см. рис. 2.8, *в* и *г*). Над квадратным вырезом, если следовать логике модели, образуется не призма, а пирамида, объем, а следовательно, и вес которой меньше, чем у призмы, а силы сопротивления сдвигу несколько больше. По указанным причинам расчетные нагрузки по формулам (2.22) и (2.23) должны быть больше измеренных.

Подставим значения величин в формулу (2.22): $\varphi = 31°40 = 31{,}67°$; $\gamma = 0{,}0162$ Н/см^3 = 16,2 кН/м^3;

$$\xi = \frac{1}{\beta} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = \frac{1-0{,}525}{1+0{,}525} = 0{,}31,$$

тогда

$$p = 16{,}2H\left[\left(1 - H\frac{0{,}284}{0{,}04}\right) - -0{,}31H\frac{0{,}962\cdot0{,}617}{0{,}04}\times \times(1-0{,}617\cdot0{,}284)\right.$$

или

$$p = 16{,}2H\,(1 - 10{,}9H).$$

Придавая высоте слоя засыпки H различные значения, меньшие высоты опускающейся призмы

$$h_{\max} = 2\cdot3{,}521 = 7{,}04 \text{ см} \approx 0{,}07 \text{ м},$$

получаем соответствующие им величины давления p на площадку и, умножая их на площадь выреза $A = 16$ см^2, величины равнодействующей P:

H, см ($1\cdot10^{-2}$ м)	1	2	3	4
p, кПа	0,14	0,25	0,33	0,36
P, Н	0,23	0,40	0,52	0,58
H, см ($1\cdot10^{-2}$ м)	5	6	7	
p, кПа	0,37	0,34	0,27	
P, Н	0,59	0,54	0,43	

При $H > 7{,}04$ см давление на площадку от высоты засыпки слоя H не зависит. Величину давления определим по формуле (2.23), подставив значения входящих в эту формулу величин

$$p = \frac{1}{2}\,16{,}2\cdot0{,}02\cdot3{,}521\times \times[1-0{,}31\cdot0{,}962\cdot0{,}617\times \times(3{,}521-0{,}617)] = 0{,}26 \text{ кПа}.$$

Равнодействующая давления на площадку

$$P = 0{,}26\cdot16\cdot10^{-4} = 4{,}2\cdot10^{-4} \text{ кН} = = 0{,}42 \text{ Н}.$$

Нанесем расчетные значения равнодействующей давления на площадку на график (*5* на рис. 2.29). Полученная зависимость наилучшим образом приближается к экспериментальной, в том числе и на начальном участке при $H \leqslant 7$ см.

2.4.12. Сопоставительные расчеты давления на крепь ствола с данными опытов на моделях

На модели с песком автором исследовано установившееся давление на крепь ствола при следующих исходных данных:

$$\gamma = 16 \text{ кН/м}^3;\ \varphi = 35°;$$
$$r_0 = 0{,}05 \text{ м};\ H_{sh} = 1 \text{ м}.$$

Измеренное давление на крепь показано на графике (рис. 2.30) в виде заштрихованной области *1*, соответствующей разбросу результатов измерений.

Сопоставим расчетные нагрузки по формулам М. М. Протодьяконова (2.26), В. Г. Березанцева (2.28) и автора (2.31).

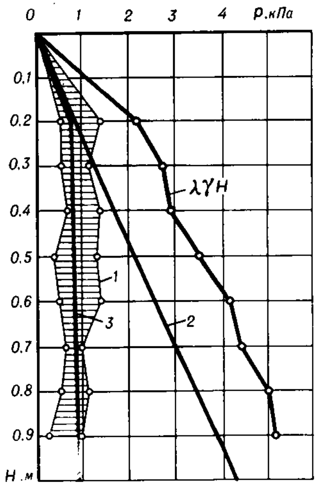


Рис. 2.30. Зависимость измеренного (*1*) и расчетного (*2*, *3*) давления на крепь ствола в сыпучей среде от глубины (к примеру 2.4.12)

Решение. Определим давление на крепь ствола по формуле (2.26):

$$\xi = \frac{1-0,574}{1+0,574} = 0,27;$$

$$p = 0,27 \cdot 16H = 4,3H.$$

При $H = 1$ м получим $p = 4,3$ кПа.

Зависимость (2.26), показанная на рис. 2.30 (линия *2*), соответствует результатам измерений только до глубины 20 см.

Обратимся к формуле (2.29). Определим входящие в эту формулу величины:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{35^\circ}{2}\right)=1,92;\ \eta=2\cdot 0,7\cdot 1,92= =2,69;\quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{35^\circ}{2}\right)=0,520.$$

Подставим полученные значения и исходные данные в формулу (2.29), в результате получим

$$p = 16\cdot 0,05\,\frac{\sqrt{0,27}}{1,69} = 0,25 \text{ кПа}.$$

Из этой формулы следует, что максимальное давление на крепь ствола при $H \to \infty$ равно 0,25 кПа, что существенно меньше измеренного ($\sim 1,0$ кПа).

Произведем расчеты по формулам автора. Поскольку зависимость (2.31) линейна, то определим положение двух точек на графике и проведем через них прямую линию. Определим входящие в формулу (2.31) величины

$$\delta = \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{1+2\cdot\frac{1,00}{0,05}\cdot 0,7} - 0,819\right)\times 1,743\right] = 82,84^\circ;$$

$$\sin 2\delta = 0,247;\quad \cos 2\delta = -0,969;$$

$$\sin 2(\delta-\varphi) = 0,995;$$

$$\cos 2(\delta-\varphi) = -0,099;$$

$$\cos^2(\delta-\varphi) = 0,450;$$

$$\operatorname{tg}(\delta-\varphi) = 1,104;\quad \cos^2\delta = 0,016;$$

$$B_1 = 0,247+0,995-4\,\frac{0,015}{0,05}H = 1,2-1,2H = 1,2(1-H);$$

$$B_2 = 2\cdot\frac{1,0}{0,05}\,0,247-0,969-0,099=8,81.$$

Подставим полученные значения величин и исходные данные в формулу (2.31), в результате получим

$$p = 16\cdot 0,05\left(1,1-1,2\,\frac{1-H}{8,81}\right),$$

или

$$p = 0,88-0,12(1-H);$$

при $H = 0,2$ м $\quad p = 0,78$ кПа;
при $H = 1,0$ м $\quad p = 0,88$ кПа.

Расчетные величины *3* (рис. 2.30) хорошо укладываются в диапазон измеренных давлений.

2.4.13. Сопоставительные расчеты опытов А. В. Надеждина

А. В. Надеждиным описаны результаты лабораторных экспериментов на моделях с песком. Моделировался ореол оттаивания в сыпучих породах вокруг ствола, поэтому исследовалось давление песка, находящегося в кольцевом пространстве между двумя соосными цилиндрическими стенками, при увеличении расстояния между этими стенками.

Радиус внутреннего цилиндра, моделирующего крепь ствола, $r_0 = 4$ см $= 0{,}04$ м; высота $H_{sh} = 45$ см $= 0{,}45$ м.

Исследования показали, что с увеличением ширины кольцевого пространства между стенками (с увеличением радиуса внешнего цилиндра) давление на крепь возрастает, однако при ширине кольцевого пространства, равного радиусу модели ствола, рост нагрузок прекращается. Таким образом, опыты А. В. Надеждина подтверждают вывод, сделанный автором (см. рис. 2.10).

Результаты измерений при ширине кольцевого пространства $\gg r_0$ приведены в табл. 2.7

Сопоставить измеренные нагрузки на крепь с расчетными по формулам В. Г. Березанцева (2.28) и автора (2.31).

Решение. Поскольку данные о свойствах материала отсутствуют, кроме того, что был использован мелкозернистый сухой песок, примем характеристики песка по аналогии с примером 2.4.12: $\gamma = 0{,}016$ Н/см³; $\varphi = 35°$.

ТАБЛИЦА 2.7

H, $1\cdot10^{-2}$ м	Давление, p, кПа		
	измеренное	расчетное по формулам (2.28)	расчетное по формулам (2.31)
2,5	0,12	0,08	0,11*
7,5	0,23	0,14	0,32*
12,5	0,33	0,16	0,54
17,5	0,37	0,17	0,56
22,5	0,42	0,18	0,58
27,5	0,47	0,18	0,59
32,5	0,49	0,19	0,60
37,5	0,51	0,19	0,62
42,5	0,50	0,19	0,63

Произведем расчет давления на крепь по формулам В. Г. Березанцева. Поскольку свойства материала мы приняли те же, что и в примере 2.4.12, то величины, входящие в расчетную формулу (2.28), можно также взять из этого примера:

$$\eta = 2{,}69; \quad \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) = 1{,}92;$$
$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}520.$$

Подставив значения величин в формулу (2.28), получим

$$p = 16\cdot 0{,}04\cdot\frac{0{,}520}{1{,}69}\times$$
$$\times\left[1-\left(\frac{0{,}04}{0{,}04+0{,}520H}\right)^{1{,}69}\right],$$

или

$$p = 0{,}2\left[1-\left(\frac{0{,}04}{0{,}04+0{,}52H}\right)^{1{,}69}\right], \text{ кПа}.$$

Результаты расчета приведены в табл. 2.7. Как и в предыдущем примере, метод В. Г. Березанцева дает заниженные результаты.

Обратимся к формулам автора. Определим значения величин, входящих в формулу (2.31):

$$\delta=\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{1+2\frac{45}{4}\cdot 0{,}7-}\right.\right.$$

$$\left.\left.-0{,}819\right)1{,}743\right]=80{,}06°;$$

$$\sin 2\delta=0{,}340;$$
$$\cos 2\delta=-0{,}940;$$
$$\sin 2(\delta-\varphi)=1{,}0;$$
$$\cos 2(\delta-\varphi)=-0{,}002;$$
$$\cos^2(\delta-\varphi)=0{,}499;$$
$$\operatorname{tg}(\delta-\varphi)=1{,}002;$$
$$\cos^2\delta=0{,}030;$$

$$B_1=0{,}340+1{,}000-4\frac{0{,}03}{0{,}04}H=$$
$$=1{,}34-3H;$$

$$B_2=2\frac{0{,}45}{0{,}04}\cdot 0{,}340-0{,}940-0{,}002=$$
$$=6{,}708.$$

Подставим эти значения в формулу (2.31):

$$p=16\cdot 0{,}04\left(1{,}0-\frac{1{,}34-3H}{2\cdot 6{,}708\cdot 0{,}499}\right),$$

или

$$p=0{,}64-\frac{1{,}34-3H}{10{,}46}.$$

Величины расчетных нагрузок, определенные по этой формуле и соответствующие значениям H из табл. 2.7, приведены в этой же таблице. Отметим, что значения p со знаком * получены по формуле (2.26).

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что расчетные нагрузки всюду больше измеренных. Это объясняется двумя причинами. Во-первых, при выводе формулы (2.31) был сделан ряд допущений, увеличивающих расчетное давление, а во-вторых, в указанных выше опытах происходило зависание песка на стенках цилиндров благодаря силам трения (так же, как в схеме опускающегося столба пород, см. рис. 2.28), что приводило к снижению давления на внутреннюю трубу, моделирующую крепь.

2.4.14. Промышленный эксперимент по измерению давления материала засыпки ствола шахты

Инженерами Н. П. Ильиным и Б. М. Карцевым описан промышленный эксперимент, проведенный в реконструируемом стволе шахты «Красный Профинтерн» в Донбассе. Для капитального ремонта ствол до гор. 865 м был засыпан гранитным щебнем и шлаком. Поскольку нижняя часть ствола находилась в углубке, то для удержания веса засыпки в стволе был сооружен капитальный предохранительный полок. Кроме него, предполагалось построить еще два мощных железобетонных полка общей стоимостью 359 тыс. руб. с расходом металла 282 т и цемента 800 м³.

Эксперимент заключался в измерении давления материала засыпки на перекрытие с целью изыскания эффективных конструктивных решений. На гор. 645 м был сооружен перекрывающий полок, на котором были размещены резинокордовые пневмобаллоны, заполненные водой и соединенные с манометрами. Баллоны воспринимали давление засыпки через уложенную на них подвижную платформу, перекрывающую все сечение ствола.

Ствол был засыпан гранитным щебнем. По мере увеличения

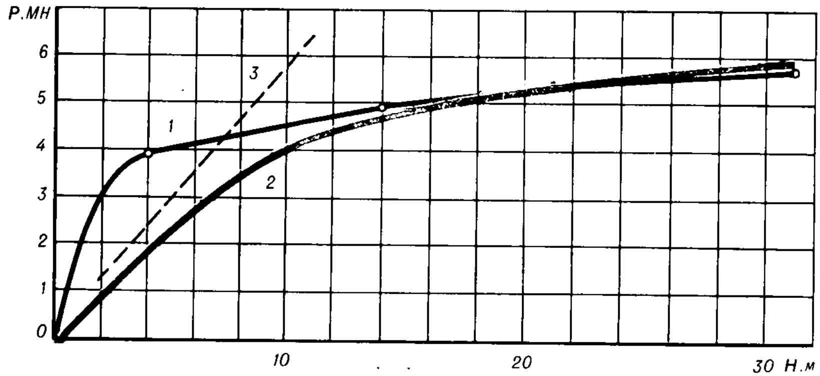


Рис. 2.31. Зависимость нагрузки от гранитного щебня, засыпаемого в ствол, на перекрытие от высоты засыпки (к примеру 2.4.14):
1 — измеренное давление; *2* — расчетное давление; *3* — полный вес засыпки

высоты засыпки давление на перекрытие нарастало с постепенным затуханием. При высоте столба засыпки 21—30 м давление стабилизировалось и при дальнейшей засыпке ствола не увеличивалось.

Ствол был засыпан полностью и простоял в таком состоянии около 3 лет. За этот период изменений нагрузки на полок не наблюдалось. На рис. 2.31 воспроизведен экспериментальный график *1* изменения нагрузки на полок.

Сопоставить результаты промышленного эксперимента с расчетом. Диаметр ствола 5,6 — 6,0 м. Крепь — бетонит, кирпич, железобетонные тюбинги, монолитный бетон. Ствол обводнен (приток около 20 м³/ч).

Решение. Опускающийся столб пород, имеющий круглое сечение в горизонтальной плоскости, рассмотрен в примере 2.4.8. Расчетная формула для условий данного примера ($C=0$, $\lambda=\xi$) имеет следующий вид:

$$p=\frac{\gamma r}{2\xi \operatorname{tg}\varphi}\left[1-\exp\left(-2\xi\frac{H}{r}\operatorname{tg}\varphi\right)\right], \tag{2.77}$$

где ξ — коэффициент бокового распора материала засыпки, определяемый из условия предельного равновесия (2.3) при $\sigma_c=0$:

$$\sigma_3=\xi\sigma_1;\quad \xi=\frac{1}{\beta}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}. \tag{2.78}$$

Данные о свойствах материала засыпки в статье отсутствуют. Примем следующие характеристики материала — гранитного щебня: удельный вес $\gamma=0{,}02$ МН/м³ (удельный вес гранита в среднем составляет около 0,03 МН/м³, коэффициент разрыхления при дроблении — 1,5); угол внутреннего трения (для определения величины коэффициента бокового распора) $\varphi=38°$ (угол естественного откоса скальных пород составляет 32—40°); коэффициент трения щебня по мокрому бетону примем равным $\operatorname{tg}\varphi=0{,}6$; этот коэффициент входит в формулу (2.77).

Определим давление на перекрытие, подставив в формулу (2.77) исходные данные и значения величин при бетонной крепи ствола диаметром 6 м:

$$\xi=\frac{1-0{,}616}{1+0{,}616}=0{,}24;$$

$$p=\frac{0{,}02\cdot 3{,}0}{2\cdot 0{,}24\cdot 0{,}6}\times$$

$$\times\left[1-\exp\left(-2\cdot 0{,}24\,\frac{0{,}6}{3}\,H\right)\right],$$

или

$$p=0{,}21\,[1-\exp\,(-0{,}10H)].$$

Придавая различные значения высоте засыпки H, вычисляем давление p на единицу площади перекрытия, и умножая это давление на площадь перекрытия $A=28{,}3$ м² ($A=\pi r^2$), получаем общую нагрузку на перекрытие P. Результаты вычислений следующие:

H, м	2	4	10	20	30
p, МПа	0,04	0,07	0,13	0,18	0,20
P, МН	1,1	2,0	3,8	5,1	5,6

Максимальное расчетное давление $p=0{,}21$ МПа; $P=5{,}9$ МН.

Расчетные нагрузки на перекрытие показаны на графике (кривая *2*, рис. 2.31). Обращает внимание существенное расхождение расчетных и экспериментальных значений нагрузок на начальной стадии засыпки ствола. Измеренная нагрузка на перекрытие превосходит полный вес засыпки (линия *3*), что вызвано, по-видимому, динамическим (ударным) воздействием падающего на перекрытие щебня.

Установившееся измеренное давление материала засыпки на полок удивительно хорошо совпадает с расчетным.

2.4.15. Сопоставительные расчеты моделирования давления сыпучей среды на крепь ствола

Проанализировать результаты экспериментов с сыпучим материалом (моделирование давления на крепь ствола), с использованием пластических моделей массива.

Решение. Рассмотрим эксперименты с утяжеленной сыпучей средой (смесь кварцевого песка с дробью). Характеристики материала следующие: $\gamma=52$ кПа; $\varphi=32°$. Геометрические характеристики: $H_{sh}=0{,}5$ м; $H=0{,}4$ м; $r_0=5$ см $=0{,}05$ м. Начальные напряжения: $\gamma H=20{,}8$ кПа; $\lambda\gamma H=15{,}0$ кПа, следовательно, $\lambda=0{,}72$.

С использованием жестко-пластической модели — модели сползающего объема (рис. 2.10), расчетных зависимостей (2.30)—(2.34) — определим расчетное давление на крепь ствола и сопоставим его с установившимся измеренным, показанным на рис. 2.32.

По формуле (2.32) вычислим угол

$$\delta=\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{1+2\,\frac{0{,}5}{0{,}05}\,\operatorname{tg}32°}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\cos 32°\right)\operatorname{csc}32°\right]=79{,}4°.$$

Вычисляем величины B_1 и B_2, входящие в формулу (2.31):

$$B_1=0{,}36+0{,}995-2{,}7H=1{,}35-2{,}7H;$$
$$B_2=7{,}232-0{,}932-0{,}084=6{,}22.$$

Подставляем значения всех величин и исходных данных в формулу (2.31), в результате

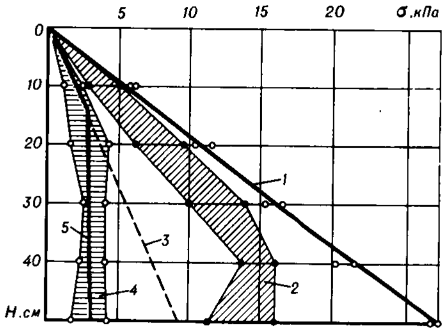


Рис. 2.32. Напряжения в массиве и давление на крепь ствола по результатам исследований на моделях ($r=5$ см; $\gamma=0{,}052$ Н/см^3; $\gamma=32°$; к примеру 2.4.15):

1 — вертикальные напряжения γH; *2* — начальные горизонтальные напряжения $\lambda\gamma H$; *3* — расчетные напряжения $\xi\gamma H$; *4* — измеренное давление на крепь ствола; *5* — расчетное давление на крепь

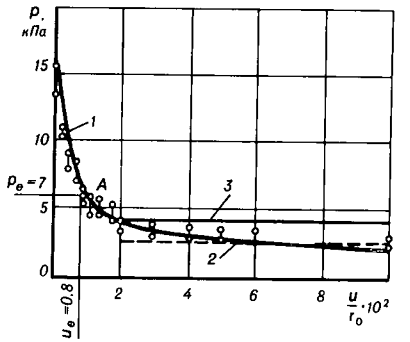


Рис. 2.33. График равновесных состояний массива с вертикальной выработкой (к примеру 2.4.15):

1 — расчетный график равновесных состояний (упруго-пластическая модель); *2*, *3* — расчетное и максимальное расчетное давление на крепь (жестко-пластическая модель)

получаем

$$p=52\cdot 0{,}05\cdot\left(1{,}09-\frac{1{,}35-2{,}7H}{2\cdot 6{,}22\cdot 0{,}58}\right),$$

или

$$p=2{,}8-\frac{1{,}35-2{,}7H}{2{,}78}.$$

Подставляя в эту формулу различные значения H, получаем

H, м	0,2	0,4	0,5
p, кПа	2,5	2,7	2,8

Расчетное давление показано на рис. 2.32 (линия *5*).

Как видим, согласование с опытом хорошее.

Максимальное расчетное давление на крепь ствола с использованием данной модели определим по формуле (2.35):

$$p=\frac{52\cdot 0{,}05}{\operatorname{tg} 32°}=4{,}2 \text{ кПа}.$$

Воспользуемся, далее, упруго-пластической моделью. На рис. 2.33 нанесены измеренные нагрузки на крепь ствола на глубине $H=0{,}4$ м в зависимости от перемещений стенок ствола.

Прежде всего необходимо определить деформационные характеристики массива модели.

Коэффициент бокового давления λ связан с коэффициентом Пуассона соотношением (1.36), из которого нетрудно получить

$$\nu=\frac{\lambda}{1+\lambda}, \text{ или } \nu=\frac{0{,}72}{1+0{,}72}=0{,}42.$$

График равновесных состояний упруго-пластической модели состоит из начальной линейной части, соответствующей упругой стадии деформирования и описываемой выражением (1.142), и нелинейной части, описываемой выражением (2.42) и соответствующей пластической стадии деформирования среды.

По результатам измерения (рис. 2.33) определим координаты точки, соответствующей, ориентировочно, упругой стадии деформирования: $p=5$ кПа; $u/r_0=1\cdot10^{-2}$. Из выражения (1.142) следует

$$G=\frac{r_0}{2u}(\lambda\gamma H-p).$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$G=\frac{100}{2}(15-5)=500 \text{ кПа}.$$

Построим расчетный график равновесных состояний массива модели и сравним его с результатами измерений.

Как уже отмечалось выше, график равновесных состояний упруго-пластической модели состоит из двух участков, соответствующих участкам диаграммы напряжений (см. рис. 2.11, *б*). Первый линейный участок начинается в точке с координатами $u=0$; $p=\lambda\gamma H$ и кончается в точке *A* с координатами u_e, p_e (предел упругости, начало пластических деформаций).

Величину p_e определим из выражения (2.41) при $r_e=r_0$. В данном случае, применительно к вертикальной выработке, имеем

$$p_e=\lambda\gamma H(1-\sin\varphi). \qquad (2.79)$$

Величину перемещений на пределе упругости определим из формулы (1.142), подставив в нее значение p_e:

$$u_e=r_0\frac{\lambda\gamma H}{2G}\left(1-\frac{p_e}{\lambda\gamma H}\right). \qquad (2.80)$$

Подставляя значения величин в формулы (2.79) и (2.80), получаем

$$p_e=15(1-\sin 32°)=7{,}0 \text{ кПа};$$

$$\frac{u_e}{r_0}=\frac{15}{2\cdot500}\left(1-\frac{7}{15}\right)=0{,}8\cdot10^{-2}.$$

Заметим, что координаты точки *A* несколько не совпали с принятыми выше для определения *G*.

Дальнейшие расчеты выполняем по формулам (2.41), (2.42), которые в данном случае удобнее представить в следующем виде, принимая во внимание объемное расширение материала:

$$p=\lambda\gamma H(1-\sin\varphi)(r_0/r_e)^{\alpha};$$

$$\frac{r_0}{r_e}=\left(\frac{\lambda\gamma H}{2G}\cdot\frac{r_0}{u}\sin\varphi\right)^{\frac{1}{\beta+1}},$$

откуда

$$p=\lambda\gamma H(1-\sin\varphi)\times\left(\frac{\lambda\gamma H}{2G}\cdot\frac{r_0}{u}\sin\varphi\right)^{\sin\varphi}. \qquad (2.81)$$

Подставляя в это уравнение равновесных состояний значения величин, получаем

$$p=15(1-0{,}53)\left(\frac{15}{2\cdot500}\frac{r_0}{u}0{,}53\right)^{0{,}53},$$

или

$$p=54{,}4\left(\frac{r_0}{u}\right)^{0{,}53}.$$

Задаваясь значениями u/r_0 (рис. 2.33), получаем координаты точек расчетного графика равновесных состояний (u, p, табл. 2 8).

ТАБЛИЦА 2.8

u/r_0, $1\cdot10^2$	p, кПа	r_e/r_0	r_e, см	$\tilde{\sigma}_{\theta\,max}$
1	6,2	1,06	5,3	1,53
2	4,8	1,19	5,9	1,54
3	3,5	1,36	6,8	1,52
4	3,0	1,46	7,3	1,52
6	2,4	1,61	8,1	1,52
8	2,1	1,71	8,6	1,52

Как видно из графика (*1* на рис. 2.33), расчеты вполне удовлетворительно согласуются с результатами измерений.

На рис. 2.33 (линии *2* и *3*) показаны расчетные нагрузки на крепь, определенные по формулам (2.34) и (2.35) жестко-пластической модели.

Из выполненного анализа можно сделать следующий вывод: *упруго-пластическая модель предпочтительна для условий, при которых пластические деформации соизмеримы по величине с упругими, а жестко-пластическая — для условий, когда пластические деформации значительно больше упругих.*

Представляет интерес изменение радиуса зоны пластических деформаций в зависимости от перемещений стенок ствола.

Радиус зоны пластических деформаций определим по формуле (2.42), которая применительно к вертикальной выработке имеет следующий вид:

$$r_e/r_0=[(\lambda\gamma H/p)\,(1-\sin\varphi)]^{1/\alpha}. \quad (2.82)$$

Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$\alpha=2\sin 32°/(1-\sin 32°)=2{,}25;$$

$$1/\alpha=0{,}444;$$

$$r_e/r_0=\left[\frac{15}{p}(1-0{,}53)\right]^{0{,}444}.$$

Подставляя p из табл. 2.8, получаем соответствующие значения r_e (табл. 2.8).

Определим, далее, коэффициент концентрации нормальных тангенциальных напряжений σ_θ на границе зоны пластических деформаций (при $r=r_e$, см. рис. 2.12). Из формулы (2.40) имеем

$$\tilde{\sigma}_{\theta\,\max}=\frac{\sigma_{\theta\,\max}}{\lambda\gamma H}=\beta\frac{p}{\lambda\gamma H}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^{\alpha}. \quad (2.83)$$

Параметр объемной прочности β определим по формуле (2.4):

$$\beta=\frac{1+\sin 32°}{1-\sin 32°}=3{,}254.$$

Подставив значения величин в формулу (2.83), получим

$$\tilde{\sigma}_{\theta\,\max}=3{,}25\frac{p}{15}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^{2{,}25}.$$

Подставляя в эту формулу значения p и r_e/r_0 из табл. 2.8, получаем соответствующие им коэффициенты концентрации напряжений $\tilde{\sigma}_{\theta\,\max}$ (табл. 2.8).

2.4.16. График равновесных состояний для глин

Построить график равновесных состояний для выработки радиусом $r_0=1{,}9$ м на глубине $H=100$ м в глинах со следующими характеристиками: $E=100$ МПа; $\nu=0{,}4$; $\varphi=18°$; $C=0{,}2$ МПа; $\gamma=0{,}02$ МН/м³.

Решение. Для описания поведения глины лучше всего подходит упруго-пластическая модель. График равновесных состояний такой модели состоит из двух частей, соответствующих упругой (линейной) и пластической (нелинейной) стадиям деформирования пород на контуре сечения выработки (см. рис. 2.11, *б*).

Точка пересечения графика с осью p известна, ее ордината $p=\gamma H$, т. е. $p=2$ МПа (рис. 2.34, *а*). Определим координаты точки $A\,(u_e,\ p_e)$, соответствующей переходу от линейных деформаций к нелинейным. Величину p_e определим по формуле

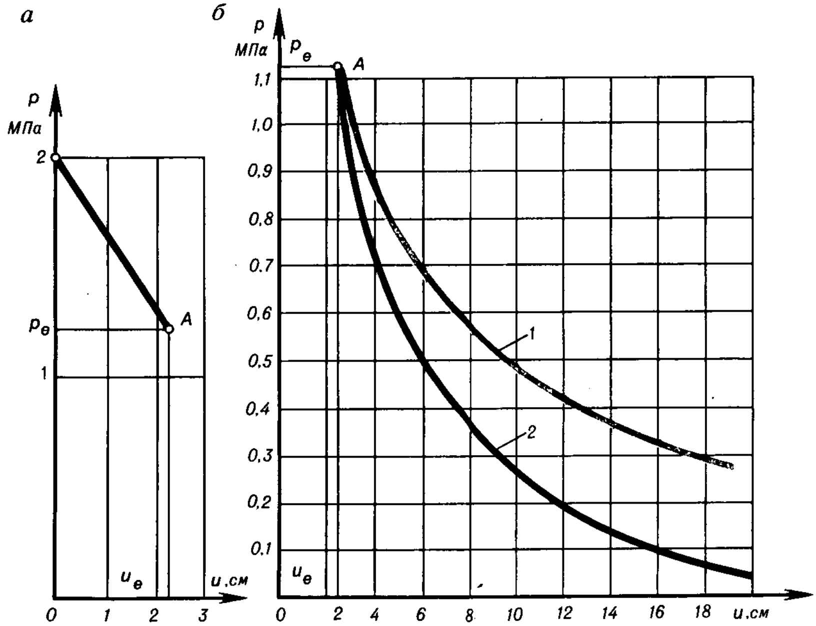


Рис. 2.34. График равновесных состояний глины ($r_0 = 1{,}9$ м; $H = 100$ м; $\gamma = 0{,}02$ МН/м³, к примеру 2.4.16):

а — упругая стадия деформирования; *б* — пластическая стадия: *1* — учет объемного расширения; *2* — условие несжимаемости

(2.38), положив в ней $r = r_e$:

$$p_e = (\gamma H + C\operatorname{ctg}\varphi)(1 - \sin\varphi) - C\operatorname{ctg}\varphi. \qquad (2.84)$$

Подставив в эту формулу исходные данные, получим $p_e = (2 + 0{,}2\cdot 3{,}078)(1 - 0{,}309) - 0{,}2\cdot 3{,}078 = 1{,}2$ МПа.

Перемещение u_e определим по формуле (1.120), подставив в нее $p = p_e$:

$$u_e = r_0 \frac{\gamma H}{2G}\left(1 - \frac{p_e}{\gamma H}\right). \qquad (2.85)$$

Модуль сдвига пород вычислим по формуле (1.26):

$$G = \frac{100}{2(1+0{,}4)} = 35{,}7 \text{ МПа}.$$

Подставив значения величин в формулу (2.85), получим

$$u_e = 1{,}9\frac{2}{2\cdot 35{,}7}\left(1 - \frac{1{,}2}{2}\right) = 0{,}021 \text{ м} = 2{,}1 \text{ см}.$$

Координаты точек графика равновесных состояний массива в стадии пластических деформаций пород на контуре сечения выработки определим по формулам (2.38) и (2.39) при условии несжимаемости и (2.44) при условии объемного расширения пород в процессе пластических деформаций.

Расчетные формулы удобно представить в следующем виде:

$$p = (\gamma H + C\operatorname{ctg}\varphi)(1 - \sin\varphi)\times \\ \times\left(\frac{\gamma H + C\operatorname{ctg}\varphi}{2Gu} r_0 \sin\varphi\right)^B - C\operatorname{ctg}\varphi, \qquad (2.86)$$

где показатель степени B принимает значения:

при условии несжимаемости материала

$$B=\alpha/2=\sin\varphi/(1-\sin\varphi); \quad (2.87)$$

при условии объемного расширения (ассоциированный закон течения)

$$B=\alpha/(\beta+1)=\sin\varphi. \quad (2.88)$$

Подставив в указанные формулы значения величин, получим

$$p=(2+0{,}616)(1-0{,}309)\times\left(\frac{2+0{,}616}{2\cdot 35{,}7u}1{,}9\cdot 0{,}309\right)^{B}-0{,}616,$$

или

$$p=1{,}808\,(0{,}0215/u)^{B}-0{,}616,$$

где показатель степени равен: при условии несжимаемости $B=0{,}447$; при условии объемного расширения $B=0{,}309$.

Результаты расчетов по этой формуле при различных значениях перемещений контура сечения выработки u (м) приведены в табл. 2.9.

По формуле (2.39) определим относительный радиус зоны пластических деформаций в зависимости от величины перемещения контура сечения выработки. Подставив в эту формулу значения величин из данного примера, получим

$$\frac{r_e}{r_0}=\left(\frac{1{,}8076}{p+0{,}616}\right)^{1{,}118}$$

Расчетные значения радиуса зоны пластических деформаций, соответствующие значениям p из табл. 2.9, приведены в этой же таблице.

ТАБЛИЦА 2.9

u, см	p (МПа) при условии		r_e/r_0 при условии	
	несжимаемости	объемного расширения	несжимаемости	объемного расширения
3	0,94	1,02	1,18	1,12
4	0,75	0,88	1,37	1,24
5	0,62	0,78	1,53	1,33
8	0,39	0,59	1,92	1,57
10	0,29	0,51	2,16	1,70
15	0,14	0,38	2,65	1,95
20	0,05	0,29	3,05	2,16

2.4.17. Равновесные состояния массива песка

Исследовать с применением пластических моделей равновесные состояния в массиве, сложенном песком при следующих исходных данных: $H=50$ м; $r_0=2$ м; $\gamma=0{,}02$ МН/м³; $\varphi=35°$; $G=100$ МПа.

Решение. Построим график равновесных состояний массива.

Определим координаты точки A (u_e, p_e) — границу линейных деформаций. Величину p_e определим по формуле (2.41) при $r_e=r_0$:

$$p_e=\gamma H(1-\sin\varphi). \quad (2.89)$$

Величину u_e определим по формуле (2.85).

Подставив в эти формулы значения величин, получим

$$p_e=0{,}02\cdot 50\,(1-0{,}574)=0{,}43 \text{ МПа};$$

$$u_e=2\,\frac{0{,}02\cdot 50}{2\cdot 100}\left(1-\frac{0{,}43}{0{,}02\cdot 50}\right)=0{,}0057 \text{ м} \approx 0{,}6 \text{ см}.$$

По формуле (2.42) определим радиус зоны пластических деформаций. Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$r_e/r_0=(0{,}426/p)^{0{,}371}.$$

Давая p различные значения ($p < p_e$), получаем соответствующие им значения радиуса зоны пластических деформаций. Результаты вычислений приведены в табл. 2.10.

Зная радиусы зоны пластических деформаций, по формуле (2.42) определим соответствующие им перемещения:

$$u = 2\frac{1}{2\cdot 100}\left(\frac{r_e}{r_0}\right)^B \cdot 0{,}574.$$

Здесь показатель степени $B=2$ при условии несжимаемости и $B=\beta+1$ при условии объемного расширения:

$$B=\frac{2}{1-\sin\varphi};$$

$$B=\frac{2}{1-0{,}574}=4{,}69.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 2.10.

Воспользуемся, далее, жестко-пластической моделью, в частности моделью опускающегося столба пород, которая при малой высоте столба удовлетворительно соответствует результатам измерений (см. рис. 2.29). Формула (2.16) модели опускающегося столба пород имеет в условиях данного примера следующий вид:

$$b=r_0;$$

$$H=r_e-r_0=r_0(r_e/r_0-1);$$

$$\lambda=\xi=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi};$$

$$p=\frac{\gamma r_0}{\xi\,\mathrm{tg}\,\varphi}\times$$

$$\times\left\{1-\exp\left[-\xi\,\mathrm{tg}\,\varphi\left(\frac{r_e}{r_0}-1\right)\right]\right\}. \quad (2.90)$$

Подставим в эту формулу значения входящих в нее величин, в результате получим

$$p=\frac{0{,}02\cdot 2}{0{,}27\cdot 0{,}7}\times$$

$$\times\{1-\exp[-0{,}27\cdot 0{,}7(r_e/r_0-1)]\},$$

или

$$p=0{,}212\{1-\exp[-0{,}189(r_e/r_0-1)]\}.$$

Подставляя в эту формулу значения r_e/r_0 из табл. 2.10, получаем соответствующие им значения p, которые приведены в той же таблице.

Графики равновесных состояний показаны на рис. 2.35. Рассматривая полученные графики, можно сделать следующий вывод: по мере увеличения зоны пластических деформаций вокруг выработки, т. е. зоны, в которой связь между частицами ослаблена, процесс разгрузки контура сечения выработки, определяемый упруго-пластической моделью (*1*, рис. 2.35), сменяется все возрастающим влиянием собственного веса пород в зоне пластических деформаций, стремящихся отделиться от массива и обрушиться в вы-

ТАБЛИЦА 2.10

p, МПа	r_e/r_0	u (см) при условии		Жестко-пластическая модель	
		несжимаемости	объемного расширения	H, м	p, МПа
0,30	1,14	0,74	1,03	0,28	0,006
0,20	1,32	1,00	2,11	0,64	0,012
0,10	1,71	1,68	7,11	1,42	0,027
0,05	2,21	2,80	23,7	2,42	0,043
0,01	4,02	9,28	—	6,04	0,092

работку, что определяется жестко-пластической моделью (*2*, рис. 2.35). Точка пересечения графиков (при смещениях контура сечения выработки 3 см) разграничивает области применения рассмотренных моделей в условиях данного примера и диапазон конструктивных мер регулирования давления на крепь с целью уменьшения требуемого отпора крепи за счет ее податливости.

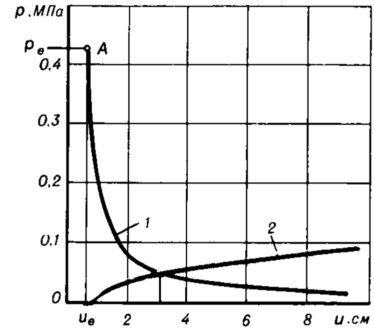


Рис. 2.35. График равновесных состояний массива песка с выработкой (к примеру 2.4.17):

1 — упруго-пластическая модель (условие несжимаемости материала); *2* — модель опускающегося столба пород

2.4.18. Определение характеристик пород по результатам испытаний

Проф. А. Н. Ставрогиным и его коллегами описаны результаты испытания некоторых видов горных пород на жестких испытательных машинах.

Жесткой называется такая испытательная машина (пресс), в конструктивных элементах которой в процессе нагружения образцов пород запасается минимум упругой потенциальной энергии, связанной с упругими деформациями элементов конструкции самой машины. Испытание образцов пород на жестких испытательных машинах позволяет получить *полную диаграмму напряжений* материала, включая его деформирование за пределом прочности.

Результаты испытаний пород показаны на рис. 2.36 с разделением по моделям пластически неоднородных сред (см. рис. 2.13). Некоторые данные о породах приведены в табл. 2.11.

Требуется определить характеристики пород по результатам испытаний применительно к пластическим моделям.

Решение. На рис. 2.36 нанесем идеализированные графики, имеющие наилучшее приближение к результатам испытаний и соответствующие моделям: хрупкой (рис. 2.36, *а*), с ограниченной площадкой текучести (рис. 2.36. *б*), характеризующейся постепенным разрушением (рис. 2.36, *в*). Величины деформаций: ε_c; ε_e; ε_{pl}; остаточную прочность σ_{res} (см. рис. 2.13) определим непосредственно по графикам испытаний.

Основные характеристики пород вычислим по формулам

$$E=\sigma_c/\varepsilon_e;\quad G=\frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$\Pi_\varepsilon=\varepsilon_c/\varepsilon_e;\quad M=\sigma_c/\varepsilon_{pl}.$$

2.4.19. Устойчивость выработки

Для пород, характеристики которых приведены в табл. 2.11, 2.12 (пример 2.4.18), определить критические с точки зрения устойчивости выработок величины $(\gamma H/\sigma_c)_{cr}$.

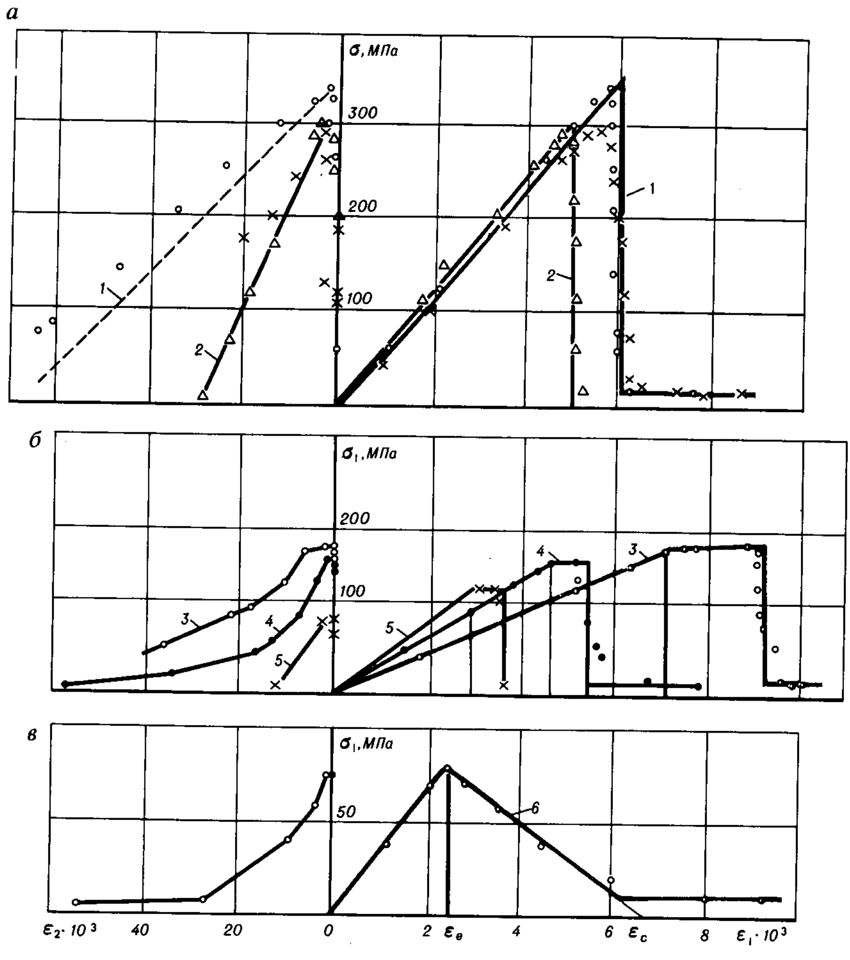


Рис. 2.36. Полные диаграммы напряжений некоторых видов пород по данным испытаний ВНИМИ (к примеру 2.4.18):

а — хрупких; *б* — с ограниченной пластической деформацией; *в* — с постепенным разрушением за пределом прочности: *1* — плагиогранит (Уралзолото); *2* — диабаз (Братская ГЭС); *3*, *4* — песчаник (Донбасс); *5* — талькохлорит (Сег-озеро); *6* — мрамор (Коелга)

Решение. Для пород № *1*—*5* критические значения указанного параметра определим из условия (2.58):

$$(\gamma H/\sigma_c)_{cr} = K_s/K_\sigma, \qquad (2.91)$$

где K_s — коэффициент повышения устойчивости пород, обладающих пластическими свойствами, определяется по формуле (2.57); K_σ — коэффициент концентрации напряжений, примем равным $K_\sigma = 2$.

Для хрупких пород (№ *1*, *2*, табл. 2.12) коэффициент повышения устойчивости $K_s = 1$, поэтому критическое значение па-

ТАБЛИЦА 2.11

№ п/п к рис. 2.36	Название пород	σ_c, МПа	ν	Петрографическая справка
1	Плагиогранит (Уралзолото)	335	0,18	Плагиоклаз—55—60%; кварц—25%; полевой шпат—10 %; зерна размером 0,3—5,0 мм.
2	Диабаз (Братская ГЭС)	295	0,22	Плагиоклаз—30—40%, пироксен—40 %, зерна размером 0,25—1,3 мм.
3	Песчаник (Донбасс)	157	0,33	Крупнозернистый, полевошпатовый
4	Песчаник (Донбасс)	142	0,12	Среднезернистый; кварц, полевой шпат, осадочные породы
5	Талькохлорит (Сег-озеро)	110	0,25	Чешуйчатый агрегат талька
6	Мрамор (Коелга)	76	0,18	Зерна размером 0,15—0,40 мм.

ТАБЛИЦА 2.12

№ п/п к рис. 2.36, табл. 2.11	ε_c, $1\cdot10^3$	ε_e, $1\cdot10^3$	ε_{pl}, $1\cdot10^3$	E $1\cdot10^{-4}$ МПа	G $1\cdot10^{-4}$ МПа	Π_ε	M, $1\cdot10^{-4}$ МПа	σ_{res}/σ_c, %
1	6,0	6,0	0	5,6	1,6	1		3
2	5,1	5,1	0	5,8	2,4	1		—
3	9,3	7,2	2,1	2,2	0,8	1,29	—	13
4	5,5	4,6	0,9	3,1	1,4	1,20	—	14
5	3,6	2,9	0,7	3,8	1,5	1,24	—	—
6	6,7	2,4	4,3	3,2	1,4	—	1,8	10

ТАБЛИЦА 2.13

№ п/п к табл. 2.11; 2.12	φ, градус	K_s	$(\gamma H/\sigma_c)_{cr}$
1	—	1	0,50
2	—	1	0,50
3	35	1,27	0,64
4	35	1,19	0,60
5	15	1,22	0,61

раметра равно 0,5 (табл. 2.13).

На величину K_s существенное влияние оказывает угол внутреннего трения φ. Поскольку данные о величине φ отсутствуют, примем значения угла внутреннего трения по приложению 1.

Результаты расчетов приведены в табл. 2.13.

Критическое значение указанного параметра для мрамора может быть вычислено по формуле (2.59), однако ориентировочное значение может быть получено с графика (рис. 2.21) по величине отношения E/M. Из табл. 2.12 находим

$$E = 3{,}2 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \; M = 1{,}8 \cdot 10^4 \text{МПа}; \; E/M = 1{,}78.$$

Из графика (рис. 2.21) определяем

$$(\gamma H/\sigma_c)_{cr} \approx 0{,}8.$$

2.4.20. График равновесных состояний хрупко разрушающейся среды.

Построить график равновесных состояний массива пород с вертикальной выработкой при следующих исходных данных. Породы: сильно нарушенные ультраосновные породы (серпентиниты, серпентиниты по дунитам). Заполнение трещин: серпофит, серпофит и талькобрейнерит. Характеристики пород: $E = 6{,}3 \cdot 10^3$ МПа, $\nu = 0{,}27$; $\sigma_c = 14$ МПа (в массиве): $\varphi = 20°$ (по трещинам); $\gamma = 0{,}025$ МН/м³.

Глубина $H = 700$ м; радиус ствола $r_0 = 4{,}4$ м. Средние начальные горизонтальные напряжения в массиве $\lambda\gamma H = 17{,}5$ МПа.

Решение. Судя по описанию (сильно нарушенный массив с легко разрушающимся заполнением трещин), для характеристики массива более всего подходит модель хрупко разрушающейся среды.

Для построения графика равновесных состояний массива воспользуемся формулами (2.46).

Вначале определим координаты точки $A(u_e, p_e)$, граничное значение внутреннего давления и смещения контура сечения ствола, при которых линейные (упругие) деформации на контуре сменяются разрушением пород. Величину p_e определим из второго выражения (2.46) при $r_c = r_0$ (для вертикального ствола γH необходимо заменить на $\lambda\gamma H$):

$$p_e = \frac{2\lambda\gamma H - \sigma_c}{2}(1 - \sin\varphi), \quad (2.92)$$

величину u_e — по формуле (2.80). Подставив в эти формулы значения величин, получим

$$p_e = \frac{2 \cdot 17{,}5 - 14}{2}(1 - 0{,}342) = 6{,}9 \text{ МПа};$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$G = \frac{6{,}3 \cdot 10^3}{2(1+0{,}27)} = 2{,}48 \cdot 10^3 \text{ МПа};$$

$$u_e = 4{,}4 \frac{17{,}5}{2 \cdot 2{,}48 \cdot 10^3}\left(1 - \frac{6{,}9}{17{,}5}\right) = 9{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0{,}9 \text{ см}.$$

Далее, расчет выполняем по формулам (2.46), в которых γH заменим на $\lambda\gamma H$ (применительно к вертикальной выработке):

$$\frac{r_c}{r_0} = \left[\frac{2\lambda\gamma H - \sigma_c}{2p}(1 - \sin\varphi)\right]^{1/\alpha}; \quad (2.93)$$

$$u = (r_0/2G)\left[(\lambda\gamma H - \sigma_c/2)\sin\varphi + \sigma_c/2\right] \times (r_c/r_0)^{\beta+1}. \quad (2.94)$$

Формулу (2.93) для последующих вычислений удобно представить в следующем виде, очевидном при обращении к (2.92):

$$r_c/r_0 = (p_e/p)^{1/\alpha}. \quad (2.95)$$

Вычислим значения α и β по формулам

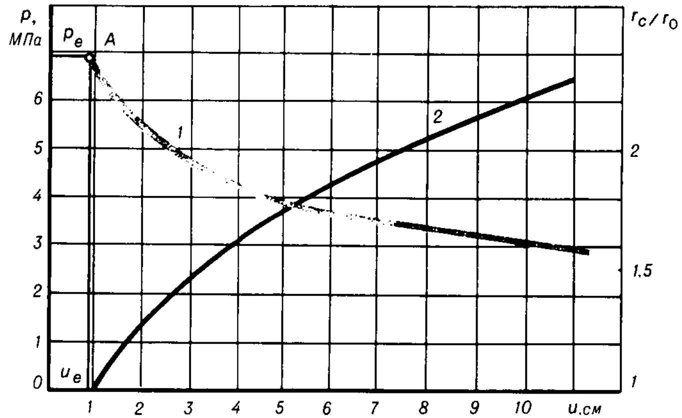


Рис. 2.37. График равновесных состояний массива (к примеру 2.4.20):
1 — график равновесных состояний $p(u)$; 2 — зависимость радиуса зоны разрушения от перемещений u

$$\alpha = 2\sin\varphi/(1-\sin\varphi);$$
$$\beta = (1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi);$$
$$\beta + 1 = 2/(1-\sin\varphi).$$

Подставив в эти формулы значение $\sin\varphi = 0{,}342$, получим $\alpha = 1{,}04$; $1/\alpha = 0{,}962$; $\beta + 1 = 3{,}04$.

Подставим значения величин и исходные данные в формулы (2.95) и (2.94), в результате получим

$$r_c/r_0 = (6{,}9/p)^{0{,}962};$$
$$u = \frac{4{,}4}{2\cdot 2{,}48\cdot 10^3}\times$$
$$\times[(17{,}5-14/2)\,0{,}342+14/2]\,(r_c/r_0)^{3{,}04},$$
или
$$u = 9{,}4\cdot 10^{-3}\,(r_c/r_0)^{3{,}04}.$$

Порядок дальнейшего расчета примем следующий: вначале, задаваясь значениями $p \leqslant p_e$, определим соответствующие им величины радиуса зоны разрушения (r_c/r_0), а затем — перемещения u. Результаты расчетов приведены в табл. 2.14.

График равновесных состояний массива показан на рис. 2.37.

Расчеты показали, что в условиях данного примера при высоких начальных горизонтальных напряжениях в массиве (по-видимому, тектонического происхождения) *массив обладает малой склонностью к разгрузке* за счет перемещения контура сечения ствола, поэтому *податливая крепь здесь будет мало эффективна*. Массив обладает

ТАБЛИЦА 2.14

p, МПа	6,9	6	5	4	3	2	1
r_c/r_0	1,0	1,14	1,36	1,69	2,23	3,29	6,41
u, см	0,9	1,3	2,3	4,4	10,3	33,6	255

большой подвижностью, при снижении отпора крепи возможны значительные перемещения пород вплоть до полного заполнения ствола.

2.4.21. Моделирование устойчивости выработки

Во ВНИМИ (Всесоюзн. научно-исслед. ин-т горной геомеханики и маркшейдерского дела) под руководством проф. Г. Н. Кузнецова были проведены эксперименты на модели в условиях всестороннего сжатия. Эксперимент выполнялся на большой установке трехосного сжатия БУ-15. Масштаб моделирования принят 1:50.

На модели имитировались незакрепленная горизонтальная выработка круглого сечения диаметром 6 м в слабых монолитных породах типа аргиллитов с пределом прочности на одноосное сжатие около 7 МПа. Выработка находилась в объемном поле сжимающих напряжений (рис. 2.38) с коэффициентом бокового давления $\lambda = 0{,}4$. Величина сжимающих напряжений увеличивалась ступенями с некоторой выдержкой во времени, что соответствовало в натуре как бы постепенному увеличению глубины, на которой пройдена выработка.

В ходе эксперимента производилось визуальное наблюдение за ее состоянием.

Материал, из которого изготовлен блок модели, был предварительно испытан в условиях одноосного сжатия. Для исключения масштабного эффекта размеры образца приняты соизмеримые с диаметром выработки. Для исключения влияния фактора времени режим нагружения принят примерно такой же, как и режим нагружения модели (ступенями с выдержкой во времени, рис. 2.39). Предел прочности материала модели $\sigma_c = 140$ КПа.

В процессе испытания модели установлено три визуально наблюдаемые стадии потери устойчивости выработки (рис. 2.40). Первая стадия (I) — появление видимых заколов; вторая (II) — образование вывалов в боках выработки; третья (III) — полное разрушение поверхности выработки.

Расчетное значение вертикальных напряжений, соответствующих первой стадии потери устойчивости, в соответствии с условием (2.56) составляет $\sigma_1 = 54$ кПа (глубина в натуре около 120 м). Однако при испытании модели при этих напряжениях не были замечены какие-либо признаки потери устойчивости. Появление заколов в боку выработки (I, рис. 2.40), ориентированных по направлению поверхностей скольжения (см. рис. 2.24, *б*), было обнаружено при $\sigma_1 = 215$ кПа.

Требуется проанализировать результаты эксперимента.

Решение. При анализе результатов моделирования необходимо учесть вязко-пластические свойства, которыми обладает песчано-парафиновый материал модели.

Для анализа применим упругопластические неоднородные модели: с ограниченной пластической деформацией и с посте-

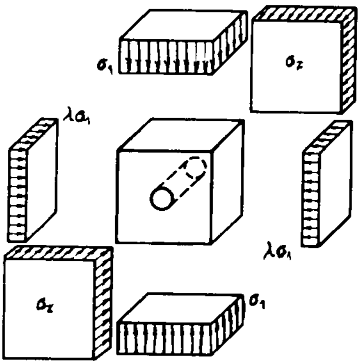


Рис. 2.38. Схема нагружения блока модели с выработкой (к примеру 2.4.21)

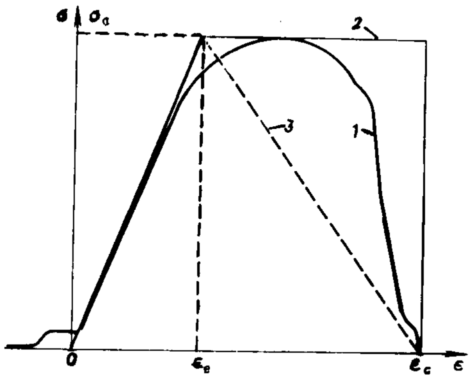


Рис. 2.39. Полная диаграмма напряжений материала модели (к примеру 2.4.21):
1 — фактическая диаграмма; 2 — модель с ограниченной пластической деформацией; 3 — модель постепенного разрушения за пределом прочности

пенным разрушением за пределом прочности. Фактическую диаграмму напряжений, показанную на рис. 2.39 (кривая *1*), аппроксимируем теоретической (*2*, *3*), соответствующей указанным моделям.

Из диаграммы напряжений (*1*) и аппроксимаций (*2*, *3*) определим характеристики материала модели $\Pi_\varepsilon = 2{,}92$; $E/M = 1{,}92$. Угол внутреннего трения материала модели $\varphi = 36°$.

По формуле (2.57) определим коэффициент повышения устойчивости

$$K_s = 1 + \frac{1}{0{,}588}(2{,}92^{0{,}588} - 1) = 2{,}49.$$

Из выражения (2.58) определим критическое значение главных вертикальных напряжений

$$\sigma_{1cr} = \sigma_c K_s / K_\sigma. \tag{2.96}$$

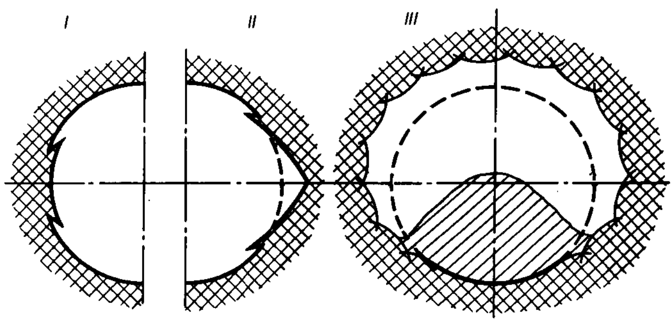


Рис. 2.40. Стадии потери устойчивости выработки (I—III) (к примеру 2.4.21)

Максимальный коэффициент концентрации напряжений в боку выработки при $\lambda = 0{,}4$, согласно формуле (1.133),

$$K_\sigma = 3 - \lambda; \quad K_\sigma = 2{,}6.$$

Подставив значения величин в формулу (2.96), получим

$$\sigma_{1cr} = \frac{2{,}49 \cdot 140}{2{,}6} = 134 \text{ кПа}.$$

Такой же результат дает и модель с модулем спада напряжений. Из графика (см. рис. 2.21) находим приближенное значение

$$(\gamma H/\sigma_c)_{cr}, \text{ т. е. } \sigma_{1cr} \approx 140 \text{ кПа}.$$

Таким образом, хотя с помощью пластических моделей мы приблизились несколько к экспериментальному значению критических напряжений ($\sigma_1 = 215$ КПа), удовлетворительным такой результат назвать нельзя. Можно предположительно назвать две причины несовпадения расчетных значений σ_1 с экспериментальными. Во-первых, образование заколов, т. е. формирование видимых трещин на поверхности выработки, свидетельствует не о критическом, а о «закритическом» состоянии модели, при котором уже сформировалась конечная зона разрушения, на что потребовалось дополнительное увеличение напряжений σ_1. Во-вторых, материал модели обладает вязкостью и связанной с ней ползучестью и релаксацией напряжений, которые рассматриваются в следующей главе и пластическими моделями массива не учитываются.

2.4.22. О моделировании сводообразования и устойчивой форме сечения выработки

Требуется объяснить, почему в опытах М. М. Протодьяконова с влажным песком удалось получить отчетливые своды (рис. 2.41), а не треугольные призмы, наблюдавшиеся в ИГД СО АН СССР. Можно ли на основании рассмотренных моделей массива пород сделать вывод об устойчивой форме поперечного сечения выработок?

Решение. М. М. Протодьяконовым получены следующие характеристики влажного песка: $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}58$; $\varphi = 30{,}1°$; $C = 0{,}1$ Н/см²; сопротивление растягивающим напряжениям $\sigma_t = 3$ кПа.

Поскольку сопротивление отрыву во влажном песке существенно меньше, чем сдвигу, вполне правдоподобным представляется объяснение, данное авторами дилатансионной модели: верхняя часть клина удержана силами сцепления. В очертании отделившихся объемов можно скорее увидеть нижнюю оторвавшуюся часть клина, чем свод. Заметим также, что в сухом песке свод никем не наблюдался. В опытах речь обычно идет об эффекте сводообразования.

Перейдем к вопросу об устойчивых формах сечения выработок.

Здесь может быть несколько различных подходов. Если исходить из равномерности распределения напряжений по контуру сечения выработки, то в гидростатическом поле напряжений наиболее рациональна круглая форма, в неравнокомпонентном—эллиптическая (см. пример 1.6.16).

В то же время в массиве, моделируемом линейно деформируемой (упругой) средой, можно найти очертание контуров отверстий, свободных от напряжений. В работе канд. техн. наук В. К. Цветкова получены очертания контуров, показанные на рис. 2.42, *а*.

С этим предложением перекликается предложение канд. техн. наук С. Б. Стажевского о контуре сечения выработки, близком к треугольному (рис. 2.42, *б*) для максимального использования собственной несущей способности нарушенных пород (см. рис. 2.8).

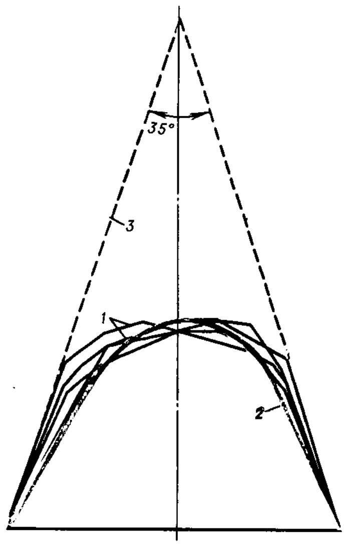


Рис. 2.41. Схема сводообразования во влажном песке (к примеру 2.4.22): *1*—фактические очертания сводов; *2*—теоретический свод М. М. Протодьяконова; *3*—опускающаяся призма

2.4.23. Оценка устойчивости выработки в трещиноватом массиве

Оценить устойчивость выработки и эффективность рекомендаций по укрепительному тампонажу массива.

Исходные данные. Однопутный железнодорожный тоннель пролетом 6,6 м строится уступным способом в плотных трещиноватых породах. Оценить устойчивость пород при проходке калотты.

Образцы пород имеют прочность $\sigma_c = 30 \div 50$ МПа. Имеется три системы трещин, слоистость выражена неярко. Среднее число трещин на базе 1 м составляет 3—10. Трещины плоские с неявно выраженными зеркалами скольжения. Имеют-

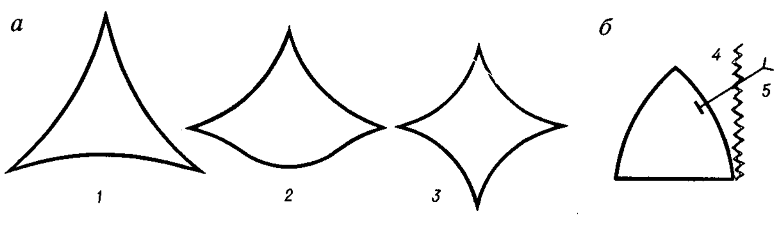


Рис. 2.42. Контуры отверстий, «свободные» от напряжений (*а*), и контур сечения выработки в нарушенных породах (*б*):
1—$\lambda=1$; *2*—$\lambda=0,5$; *3*—$\lambda=0,2$; *4*—поверхность скольжения; *5*—анкер

ся волнистые заметно зеркальные трещины. Углы встречи трещин с осью выработки $\alpha = 20 \div 40°$. Стенки трещин контактируют.

Обводненность: прерывистые струи с водопритоком около 2 м³/ч; сплошные струи с водопритоком около 10 м³/ч.

Решение. По описанию массива определяем значения входящих в формулу (2.55) коэффициентов

$$f = \sigma_c/10; \quad f = 30/10 = 3;$$

модуль относительной трещиноватости

$$n = 6{,}6/0{,}1 = 66,$$

отсюда $K_M \approx 2$;

имеется три системы трещин и слоистость, следовательно, $K_N = 12$;

трещины ровные, плоские, следовательно, $K_R = 1$;

приток воды струями, следовательно, $K_W = 0{,}3$;

коэффициент, учитывающий раскрытие трещин, $K_t = 1$;

заполнитель трещин отсутствует, стенки трещин контактируют, следовательно, $K_A = 1$;

угол между осью выработки и поверхностью трещин составляет $\alpha = 20°$, следовательно, $K_\alpha = 2$.

При определении коэффициентов принимались во внимание условия, наихудшим образом характеризующие устойчивость пород.

Подставив значения коэффициентов в формулу (2.55), получим

$$S = 3\frac{2}{12} \cdot \frac{1 \cdot 0{,}3}{1 \cdot 1 \cdot 2} = 0{,}15.$$

По табл. 2.3 относим породы к IV категории — неустойчивым. Породы в обнажении могут находиться не более 1 сут.

Проанализируем эффективность мер укрепительной инъекции для повышения устойчивости пород.

Определим факторы, воздействием на которые можно повысить устойчивость выработки: крепость пород — нельзя; количество систем трещин и слоистость — нельзя; шероховатость трещин — нельзя; снижение обводненности выработки — можно; раскрытие трещин — нельзя; заполнение трещин — можно; ориентировку трещин относительно оси выработки — нельзя, так как в данном случае нельзя изменить трассу тоннеля.

Таким образом, инъецированием пород скрепляющими составами и уменьшением обводненности пород за счет их тампонажа можно оказать влияние на устойчивость пород в обнажении.

Оценим эффективность возможных мер закрепления пород.

Заполнение трещин прочным склеивающим материалом позволит уменьшить коэффициент K_A до значения $K_A = 0{,}75$. Если снизить обводненность пород до уровня «влажные породы», то коэффициент, учитывающий увлажнение пород, примет значение $K_W = 0{,}8$.

Подставим эти значения коэффициентов в формулу (2.55) при сохранении остальных коэффициентов, в результате получим

$$S=3\frac{2}{12}\cdot\frac{1\cdot0{,}8}{1\cdot0{,}75\cdot2}=0{,}27.$$

Обращаясь к табл. 2.3, убеждаемся, что эффективность мер укрепительной инъекции для повышения устойчивости пород в условиях данного примера невысока.

3. Реологические модели

3.1. Основные понятия и зависимости

Реологические модели отражают свойство *ползучести* (течения) горных пород, т. е. их способность деформироваться во времени при постоянных напряжениях.

Структурные схемы реологических моделей включают *вязкий* элемент—элемент Ньютона—в виде поршня в цилиндре с вязкой жидкостью. В вязком элементе напряжения пропорциональны скорости деформации:

$$\sigma=\eta\frac{d\varepsilon}{dt}, \qquad (3.1)$$

где η—коэффициент динамической вязкости, Па·с.

Величина, обратная вязкости, называется *текучестью*. Вязкость характеризуется также коэффициентом кинематической вязкости

$$\nu=\eta/\rho, \qquad (3.2)$$

где ρ—плотность.

Единицы измерения коэффициента кинематической вязкости: м²/с; см²/с (1 см²/с=1 стокс).

На рис. 3.1 показаны структурные схемы некоторых основных вязко-упругих и вязко-упруго-пластических моделей. Уравнения состояния вязко-упругих моделей следующие.

Модель Максвелла 1 (рис. 3.1, *а*):

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt}+\frac{\sigma}{\eta}. \qquad (3.3)$$

при $\sigma=\sigma_0=\mathrm{const}$;

$$\varepsilon=\sigma_0(1/E+t/\eta) \qquad (3.4)$$

при $\varepsilon=\varepsilon_0=\mathrm{const}$;

$$\sigma=E\varepsilon_0\exp\left(-\frac{E}{\eta}t\right). \qquad (3.5)$$

Модель Кельвина—Фойгта *2* (рис. 3.1, *а*):

$$\sigma=E\varepsilon+\eta\frac{d\varepsilon}{dt}; \qquad (3.6)$$

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}\left[1-\exp\left(-\frac{E}{\eta}t\right)\right]. \qquad (3.7)$$

Стремясь лучше описать данные экспериментов, модели усложняют. Для моделей *3* и *4*, показанных на рис. 3.1, *а*, характерно следующее дифференциальное уравнение состояния (с точностью до значения постоянных коэффициентов):

$$E_0n\frac{d\varepsilon}{dt}+E_\infty\varepsilon=n\frac{d\sigma}{dt}+\sigma. \qquad (3.8)$$

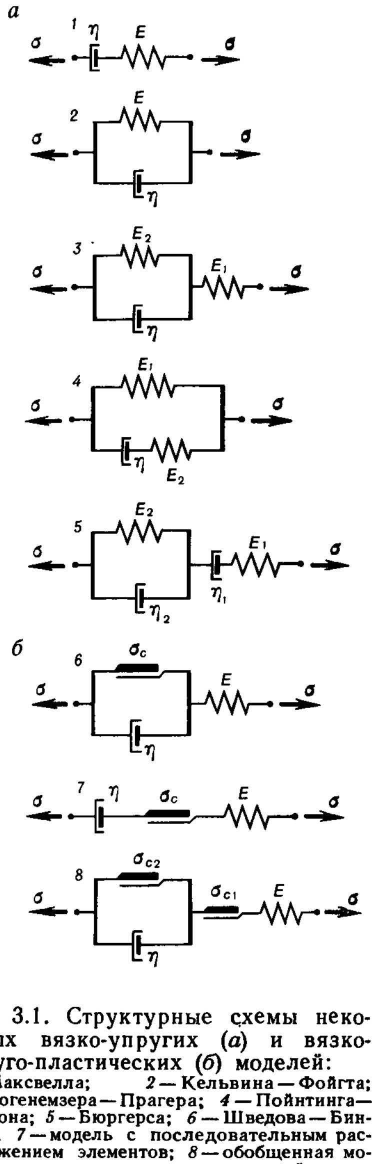


Рис. 3.1. Структурные схемы некоторых вязко-упругих (*а*) и вязко-упруго-пластических (*б*) моделей:
1 — Максвелла; *2* — Кельвина — Фойгта; *3* — Гогенемзера — Прагера; *4* — Пойнтинга — Томсона; *5* — Бюргерса; *6* — Шведова — Бингама; *7* — модель с последовательным расположением элементов; *8* — обобщенная модель с элементами кратковременной и длительной прочности

Значения коэффициентов приведены в табл. 3.1.

При $\sigma = \sigma_0 = \mathrm{const}$ уравнение (3.8) преобразуется к виду

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_\infty} \times \left[1 - \left(1 - \frac{E_\infty}{E_0}\right) \exp\left(-\frac{E_\infty}{E_0 n} t\right)\right]. \tag{3.9}$$

Модель Бюргерса 5 (рис. 3.1, *а*) объединяет модели Максвелла *1* и Кельвина — Фойгта *2*. При постоянных напряжениях $\sigma = \sigma_0 = \mathrm{const}$ уравнение ползучести имеет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \times \left(1 - \exp\left(-\frac{\eta_2}{E_2} t\right)\right] + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t. \tag{3.10}$$

На рис. 3.1, *б* показаны основные вязко-упруго-пластические модели, содержащие элемент пластичности (элемент Кулона — Мора):

модель Шведова — Бингама 6 (рис. 3.1, *б*):

при $\sigma \leqslant \sigma_c$:

$\varepsilon = \sigma / E$ (упругая модель);

при $\sigma > \sigma_c$:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma - \sigma_c}{\eta}; \tag{3.11}$$

при $\sigma = \sigma_0 = \mathrm{const}$:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0 - \sigma_c}{\eta} t; \tag{3.12}$$

модель с последовательным

ТАБЛИЦА 3.1

Модель (рис. 3.1, *а*)	Значения коэффициентов		
	E_0	E_∞	n
3	E_1	$\dfrac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$	$\dfrac{\eta}{E_1 + E_2}$
4	$E_1 + E_2$	E_1	η / E_2

расположением элементов 7, (рис. 3.1, *б*):

при $\sigma \leqslant \sigma_c$ — модель Максвелла (3.3)—(3.5);

при $\sigma > \sigma_c$ — величина ε становится неопределенной, модель ведет себя как упруго-пластическое тело;

обобщенная модель с элементами кратковременной (σ_{c1}) и длительной (σ_{c2}) прочности 8 (рис. 3.1, *б*):

при $\sigma > \sigma_{c1}$ срабатывает элемент кратковременной прочности, и величина ε становится неопределенной;

при $\sigma_{c2} < \sigma < \sigma_{c1}$ модель работает, как модель Шведова — Бингама (3.11), (3.12): при быстром нагружении большие напряжения воспринимают упругий и вязкий элементы, однако с течением времени сопротивление вязкого элемента уменьшается, все большая доля напряжений передается на пластический элемент длительной прочности, который в конце концов и срабатывает;

при малых напряжениях $\sigma < \sigma_{c2}$ модель работает, как упругая.

Описанные выше модели позволяют имитировать и изучать реологические свойства массивов пород, и в первую очередь ползучесть. Наблюдения за деформациями пород при постоянной нагрузке позволили выделить два вида ползучести: затухающую и незатухающую (рис. 3.2, *а*).

В обоих случаях деформация складывается из условно-мгновенной ε_0, возникающей в момент приложения нагрузки, и деформации, развивающейся во времени:

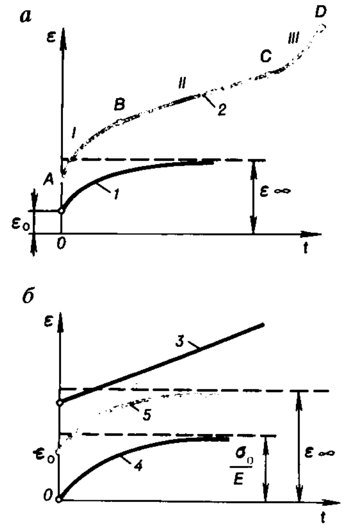


Рис. 3.2. Кривые ползучести: *а* — экспериментальные; *б* — расчетные с использованием различных моделей:
1 — затухающая ползучесть; *2* — незатухающая ползучесть; *3* — модель Максвелла (3.4); *4* — модель Кельвина — Фойгта (3.7); *5* — модель Гогенемзера — Прагера (Пойнтинга — Томсона)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon(t). \qquad (3.13)$$

Затухающая ползучесть 1 (рис. 3.2, *а*) протекает с уменьшающейся, стремящейся к нулю скоростью ($\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt \to 0$) и в конце концов прекращается, при этом деформация стремится к постоянному значению ε_∞, зависящему от величины напряжений σ_0.

Незатухающая ползучесть, помимо условно-мгновенной деформации, может включать три стадии 2 (рис. 3.2, *а*): I — стадию затухающей неустановившейся ползучести (участок *AB*), II — стадию установившейся ползучести (участок *BC*) и III — стадию прогрессирующей пол-

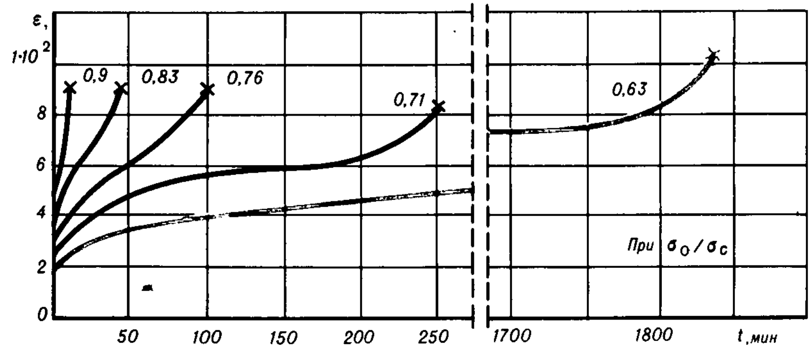


Рис. 3.3. Кривые ползучести аллювиальных пластичных глин (опыты Муроямы и Шиботы)

зучести с возрастающей скоростью, заканчивающуюся разрушением материала (участок *СД*). Продолжительность и роль той или иной стадии ползучести зависят от вида пород и величины напряжений, что иллюстрируется рис. 3.3, на котором показано семейство кривых ползучести пластичных глин. Чем больше напряжения σ_0 и чем ближе они к пределу прочности σ_c, тем менее продолжительна II стадия и тем скорее наступает III разрушающая стадия. При напряжениях, близких к пределу прочности, стадии I и III сливаются и кривая ползучести приобретает S-образную форму.

Незатухающая установившаяся ползучесть описывается моделями Максвелла и Шведова — Бингама *3* (рис. 3.2, *б*), Бюргерса, затухающая — моделью Кельвина — Фойгта, однако без упруго-мгновенных деформаций *4* (рис. 3.2, *б*). Модели Гогенемзера — Прагера и Пойнтинга — Томсона (*3* и *4*, рис. 3.1, *а*) также описывают затухающую ползучесть (*5*, рис. 3.2, *б*), при этом они характеризуются как условно-мгновенным E_0, так и длительным E_∞ модулем деформации, причем $E_\infty < E_0$. При очень медленных процессах деформирования скоростями $\dot{\sigma}$ и $\dot{\varepsilon}$ в уравнении (3.8) можно пренебречь. Деформирование модели в этом случае подчиняется обычному закону Гука с длительным модулем упругости

$$\sigma = E_\infty \varepsilon. \qquad (3.14)$$

Породам, обладающим ползучестью, свойственна *релаксация напряжений* — уменьшение напряжений с течением времени при постоянной заданной деформации.

При $\varepsilon = \varepsilon_0 = \mathrm{const}$, получаем из уравнения (3.3)

$$\sigma = E\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right), \qquad (3.15)$$

из уравнения (3.8)

$$\sigma = E_\infty \left[\varepsilon_0 + (\sigma_0/E_\infty - \varepsilon_0) \exp(-t/n)\right]. \qquad (3.16)$$

С течением времени напряжения в материале убывают (релаксируют), стремясь при $t \to \infty$ в модели Максвелла (3.15) к нулю (*1*, рис. 3.4), а в моделях *3*, *4* на рис. 3.1, *а* — к постоянной величине $\sigma_\infty = E_\infty \varepsilon_0$ (*2*, рис. 3.4).

Модели *2—4* (рис. 3.1, *а*) отражают еще одно реологическое свойство материалов (горных пород) — способность к *упругому последействию*, т. е. запаздыванию упругих деформаций. Упругое последействие — это деформация разгрузки (восстановления), протекающая в течение некоторого времени после снятия нагрузки. Если деформированную до уровня $\varepsilon = \varepsilon_0$ модель Кельвина — Фойгта (*2*, рис. 3.1, *а*) в момент времени $t = 0$ разгрузить от действующих напряжений ($\sigma_{t=0} = 0$), то решение уравнения (3.6) принимает следующий вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right). \qquad (3.17)$$

График этого уравнения (уравнения упругого последействия) показан на рис. 3.5.

С явлением ползучести связано такое свойство пород, как *длительная прочность*. Под этим термином понимается способность материалов сопротивляться разрушению при длительном действии нагрузок. С понятием длительной прочности связано понятие *долговечности*.

Если испытывать образец породы, обладающий ползучестью, загружая его вплоть до разрушения, то мы установим условно-мгновенную прочность σ_c. Если к идентичному образцу приложить напряжения, несколько меньшие σ_c, то они тоже вызовут разрушение об-

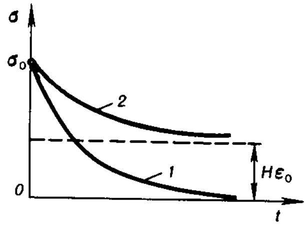


Рис. 3.4. Графики релаксации напряжений:
1 — модель Максвелла; *2* — модели Гогенемзера — Прагера и Пойнтинга — Томсона

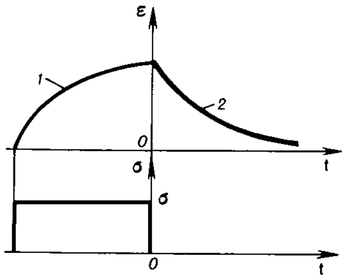


Рис. 3.5. Кривая ползучести (*1*) и деформация упругого последействия (*2*), характерные для модели Кельвина — Фойгта

разца, но уже не сразу, а через некоторое время. Так будет происходить и при других, еще меньших напряжениях, пока при очередной нагрузке деформация не станет затухающей. Сказанное иллюстрируется семейством кривых ползучести пластичных глин (рис. 3.3), на основании которых можно построить график длительной прочности (рис. 3.6).

Пределом длительной прочности $\sigma_{c\infty}$ называется максимальное значение напряжений, при которых деформация ползучести имеет затухающий характер и разрушения материала не происходит.

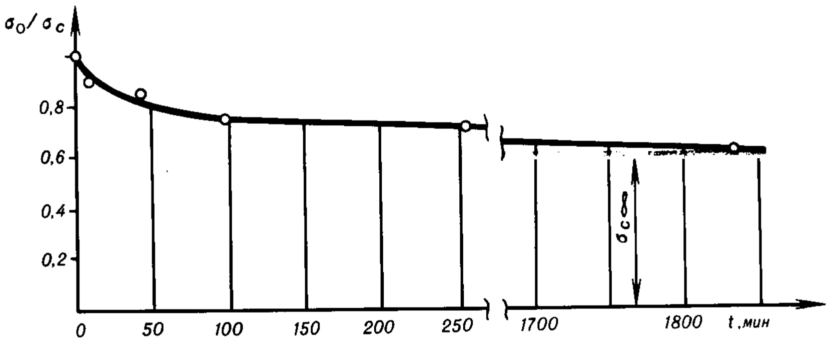


Рис. 3.6. Кривая длительной прочности аллювиальных пластичных глин (см. рис. 3.3)

Этот предел отображается асимптотой кривой длительной прочности (рис. 3.6).

Одним из критериев длительной прочности является предложенный проф. С. С. Вяловым (1956) и проф. М. Н. Гольдштейном (1957) *деформационный критерий*, согласно которому разрушение породы (грунта) наступает, если накопление деформации ползучести $\varepsilon(t)$ или $\gamma(t)$ достигает некоторого предела ε_c (или γ_c):

$$\varepsilon(t) \leqslant \varepsilon_c. \qquad (3.18)$$

Это следует, в частности, из результатов опытов, показанных на рис. 3.3.

Заметим, что указанный критерий созвучен деформационному критерию пород, обладающих пластическими свойствами (2.47), предложенному автором книги в 1971 г.

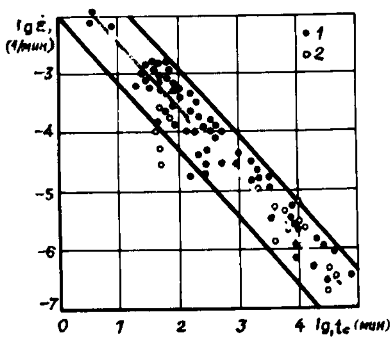


Рис. 3.7. Зависимость между скоростью ползучести и временем до разрушения грунтов:

1 — данные лабораторных испытаний; *2* — данные натурных наблюдений и крупномасштабных экспериментов

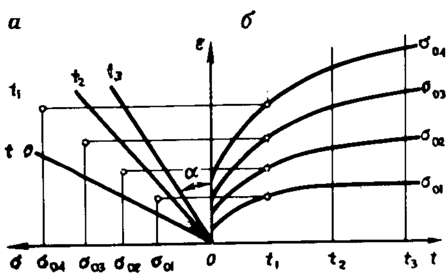


Рис. 3.8. Кривые ползучести пород (*б*) и изохронные кривые (*а*)

На стадии установившейся ползучести деформацию ползучести в любой момент времени $\varepsilon(t)$ можно выразить через скорость деформации и время:

$$\varepsilon(t)=\dot{\varepsilon}t. \tag{3.19}$$

В момент разрушения $t=t_c$ деформация

$$\varepsilon_c=\dot{\varepsilon}t_c, \tag{3.20}$$

где t_c — долговечность материала.

Условие (3.18) можно представить в виде

$$\varepsilon(t)\leqslant\dot{\varepsilon}t_c=\text{const}. \tag{3.21}$$

На рис. 3.7 показан сводный график зависимости между скоростью ползучести и временем до разрушения *(долговечностью)* различных грунтов, различной нарушенности, уплотненности и влажности. Из рис. 3.7 следует эмпирическая зависимость

$$\dot{\varepsilon}t_c=(0{,}017\div0{,}023). \tag{3.22}$$

По данным исследований ВНИМИ параметры длительной прочности песчано-глинистых осадочных пород следующие:

$$\sigma_{c\infty}=(0{,}36\div0{,}86)\,\sigma_c\approx0{,}65\sigma_c; \quad \varphi_\infty=\varphi_c. \tag{3.23}$$

3.2. Линейная наследственная среда

Теория линейной наследственной ползучести позволяет описать деформирование пород во времени с учетом истории нагружения. Деформации пород продолжаются после приложения или снятия внешних нагрузок *(наследственность)*, при этом деформации пропорциональны действовавшим в разные моменты времени напряжениям *(линейность)* и складываются между собой *(принцип суперпозиции)*. Понятие о линейности можно проиллюстрировать следующим образом. Перестроим кривые ползучести (рис. 3.8, *а*) в координатах σ, ε (рис. 3.8, *б*) для фиксированных моментов времени ($t_i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$). Если получившиеся при этом изохронные зависимости являются прямыми линиями, то мы имеем дело с линейной наследственной средой.

Согласно указанной теории, ползучесть материала (пород) описывается интегральным уравнением Вольтерра второго рода. В соответствии с принципом Вольтерра *задачу теории линейной наследственной ползучести можно формально рассматривать как задачу теории упругости, в которой вместо упругих постоянных необходимо использовать временные интегральные операторы*. Проф. А. М. Линьков и канд. техн. наук Б. З. Амусин показали, что в задачах механики подземных сооружений, в которых граничные условия и объемные силы могут приниматься не зависящими от времени, операторные выражения для упругих постоянных можно заменить обычными алгебраическими выражениями, соответствующими ядру интегрального уравнения. Метод решения задач теории ползучести с использованием временных функций вместо упругих постоянных называется *методом переменных модулей.*

Уравнение ползучести (при $\sigma=\sigma_0=\text{const}$) имеет вид

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma_0}{E}(1+\Phi), \qquad (3.24)$$

где Φ — функция ползучести.

На основании исследований акад. АН КазССР Ж. С. Ержанова, заложившего основы теории ползучести горных пород, функцию ползучести можно представить в виде

$$\Phi=\frac{\delta t^{1-\alpha}}{1-\alpha}, \qquad (3.25)$$

где α (безразмерная) и δ ($c^{-1+\alpha}$) — характеристики ползучести пород.

При расчете гидротехнических сооружений применяют функцию ползучести в виде

$$\Phi=E_0\theta(1-e^{-\lambda t})+\left(\frac{E_0}{E_\infty}-E_0\theta-1\right)\frac{t}{B+t}, \qquad (3.26)$$

где E_0 — условно-мгновенный модуль деформации; E_∞ — длительный модуль деформации; θ (м²/МН); λ (1/сут); B (сут) — параметры ползучести.

Согласно методу переменных модулей, влияние времени учитывается путем замены деформационных характеристик массива временными функциями. В частности, модуль деформации пород $E=\operatorname{tg}\alpha$ (рис. 3.8, *б*) можно представить как некоторую функцию времени E_t. Из уравнения (3.24) имеем

$$E_t=\frac{E}{1+\Phi}. \qquad (3.27)$$

Временные функции для коэффициента Пуассона и модуля сдвига имеют вид

$$\nu_t=0{,}5-\frac{0{,}5-\nu}{1+\Phi}; \qquad (3.28)$$

$$G_t=\frac{G}{1+\dfrac{3\Phi}{2(1+\nu)}}. \qquad (3.29)$$

3.3. Вязко-упруго-пластические модели

Вязко-пластические модели массива пород можно разделить на две группы. В одной из этих групп свойство вязкости является определяющим, породы (материалы) рассматриваются, по сути дела, как *вязкие жидкости*, движение которых описывается дифференциальными уравнениями Навье — Стокса. В другой группе моделей свойство вязкости лишь дополняет другие свойства (упругость, пластичность) и вязкий элемент выполняет функцию задержки во времени упругих и пластических деформаций.

Коэффициент вязкости, характеризующий сопротивление перемещению одной части текучих тел относительно другой, является величиной постоянной для жидкостей и составляет для воды $\eta=0{,}001$ Па·с (1×10^{-9} МПа·с). Вязкость битума составляет $3{,}6\cdot10^{5}$ МПа·с. Коэффициенты вязкости некоторых пород по данным канд. техн. наук К. П. Шкуриной и др. приведены в табл. 3.2. Коэффициент вязкости глинистых пород по данным канд. техн. наук В. А. Мизюмского составляет: для бесструктурного пылеватого суглинка $\eta = 8 \cdot 10^7$ МПа·с; для кембрийских глин $\eta = 4{,}3 \times \times 10^9$ МПа·с.

Наблюдения показывают, что скорость деформирования горных пород при постоянных нагрузках меняется (носит затухающий характер). Это изменение можно объяснить изменением во времени коэффициента вязкости. Проф. М. И. Весков предложил следующую эмпирическую формулу:

$$\eta_t = \eta_0 \exp \beta \frac{t}{3}, \qquad (3.30)$$

где η_0 — начальная (при $t = 0$) вязкость.

Для глинистых сланцев

$$\eta_0 = 5{,}9 \cdot 10^8 \text{ МПа·с}; \ \beta = 0{,}25.$$

В книге С. С. Вялова приведены следующие эмпирические формулы для коэффициента вязкости в зависимости от времени:

$$\eta_t = \eta_0 (1 + t/B_1)^n. \qquad (3.31)$$

Для грунтов $n = 1$; $B_1 = 0{,}5$ с; значения η_t для глин (от рыхлых до плотных) находятся в пределах от 30 до 1400 МПа·с;

$$\eta_t = \eta_\infty - (\eta_\infty - \eta_0) \exp(-t/B_1), \qquad (3.32)$$

где η_∞ — конечное значение коэффициента вязкости при $t \to \infty$, причем $\eta_\infty \gg \eta_0$;

B_1 — параметр (время), определяемый соотношением

$$B_1 = t / \ln \frac{\eta_\infty - \eta_0}{\eta_\infty - \eta}. \qquad (3.33)$$

Проф. Н. Н. Маслов сочетает зависимость (3.32) с моделью Шведова — Бингама (3.11). Уравнение ползучести, получаемое путем интегрирования выражения (3.11) с подстановкой в него соотношения (3.32) вместо η, имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma - \sigma_c}{\eta_\infty} \left[t + B \times \right.$$
$$\left. \times \ln \frac{\eta_\infty - (\eta_\infty - \eta_0) \exp\left(-\frac{t}{B_1}\right)}{\eta_0} \right]. \qquad (3.34)$$

ТАБЛИЦА 3.2

Порода	Продолжительность испытаний, сут	E, $1 \cdot 10^{-4}$ МПа	σ_c, МПа	η, $1 \cdot 10^{-11}$ МПа·с
Песчаник	110—120	7,55	237	90—140
Аркозовый песчаник	94—140	4,12	230	60—90
Пироксенит	110—650	12,88	150	40—100
Апатито-нефелин	215—224	9,41	138	80—200
Мрамор	280	9,6	118	120—220
Алевролит	60—73	1,58	25,7	1,1—4,4
Гипс	205—220	1,18	22,9	0,06—0,17

Выражение в квадратных скобках в этом уравнении характеризует стадию затухающей неустановившейся ползучести I (*2*, рис. 3.2, *а*). При $t \to \infty$ деформация ползучести переходит в установившееся течение с постоянной скоростью (3.11).

При моделировании вязко-упруго-пластического деформирования пород, окружающих выработку круглого сечения в гидростатическом поле начальных напряжений $\sigma_1^{(0)} = \sigma_2^{(0)} = \sigma^{(0)}$, проф. А. Салустовичем получены следующие зависимости.

Модель Кельвина — Фойгта (см. *2*, рис. 3.1, *а*). Смещения контура сечения выработки:

$$u = \frac{\sigma^{(0)} r_0}{2G + Br_0} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{2G + Br_0}{2\eta} t\right)\right], \quad (3.35)$$

где B — параметр, характеризующий жесткость крепи:

$$B = p/u. \quad (3.36)$$

Изменение давления на крепь во времени описывается выражением

$$p = \frac{\sigma^{(0)}}{1 + 2G/Br_0} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{2G - Br_0}{2\eta} t\right)\right]. \quad (3.37)$$

При $t \to \infty$ давление на крепь стремится к постоянной величине

$$p_{\max} = \frac{\sigma^{(0)}}{1 + 2G/Br_0}. \quad (3.38)$$

Модель Максвелла (см. *1*, рис. 3.1, *а*). Смещения контура сечения выработки:

$$u = \frac{\sigma^{(0)}}{B} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{G}{\eta} \frac{1}{1 + 2G/r_0 B} t\right)\right]. \quad (3.39)$$

Скорость смещения:

$$\frac{du}{dt} = \frac{G}{\eta} \frac{\sigma^{(0)} r_0}{2G + Br_0} \times \exp\left(-\frac{G}{\eta} \cdot \frac{Br_0}{2G + Br_0} t\right)\Bigg]. \quad (3.40)$$

Давление на крепь, характеризуемую параметром B (3.36):

$$p = \sigma^{(0)} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{G}{\eta} \frac{t}{1 + 2G/Br_0}\right)\right]. \quad (3.41)$$

Модели, исследованные проф. Р. Парашкевовым. *Модель Пойнтинга—Томсона* (см. *4*, рис. 3.1, *а*). Смещения контура сечения выработки:

$$u = \frac{\sigma^{(0)} r_0}{2G_0} \left[1 - \exp\left(-\frac{G_\infty}{\eta} t\right)\right], \quad (3.42)$$

где G_0, G_∞ — модули сдвига, соответствующие модулю условно-мгновенной деформации E_0 и длительному модулю деформации E_∞ (см. табл. 3.1).

Модель Бюргерса (см. *5*, рис. 3.1, *б*). Скорость смещения контура сечения выработки:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\sigma^{(0)} r_0}{2\eta_1} \left[1 + \frac{\eta_1}{\eta_2} \exp\left(-\frac{G}{\eta_2} t\right)\right]. \quad (3.43)$$

Примером сложной комбинированной модели, учитывающей упруго-вязко-пластические деформации и разрушение пород вокруг выработки, является модель, предложенная канд. техн. наук Б. З. Амусиным. В массиве пород вокруг выработки образуется в общем случае четыре области, характеризуемые различным состоянием пород (рис. 3.9): *1* — вязкоупругих деформаций; *2* — пластических деформаций, испытываемых породами без разрушения; *3* — непрерывно неоднородная область постепенного разрушения пород от предельного разрушения на внутренней границе ($r=r_{c2}$) до неразрушенного состояния на внешней границе ($r=r_e$); 4 — разрушенных пород.

Исходные данные к расчету следующие: φ_i; β_i — угол внутреннего трения (градус) и параметр объемной прочности (2.4) для различных зон ($i=2$, 3, 4 — номер зоны); σ_c — прочность пород в массиве с учетом всех влияющих факторов (структурного ослабления, направления поверхностей ослабления, влияния взрывных работ при проходке), МПа; σ_{res} — остаточная прочность пород в зоне разрушения, МПа; Π_ε — показатель пластичности пород (2.48); α, δ ($c^{\alpha-1}$) — реологические характеристики пород, входящие в функцию (3.25); ε_V^* — объемная деформация при полном разрушении; E, ν — модуль деформации (МПа) и коэффициент Пуассона пород в массиве; $\sigma^{(0)}$ — начальные напряжения в массиве, МПа (принято гидростатическое распределение напряжений).

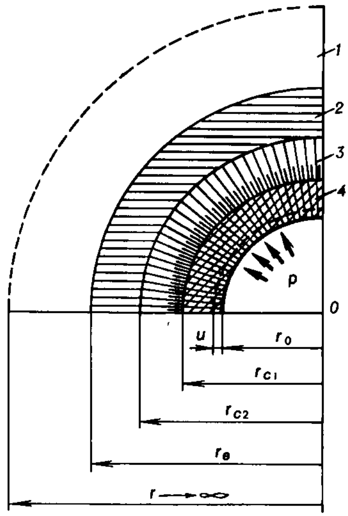


Рис. 3.9. Схема к модели Б. З. Амусина:

1 — область вязко-упругих деформаций; *2* — зона пластических деформаций без разрушения; *3* — зона постепенного разрушения; *4* — разрушенная зона

Рассмотрим некоторые приложения вязко-пластических моделей к решению инженерных задач подземного строительства.

При строительстве стволов в водоносных породах вокруг ствола создается толстостенный цилиндр искусственно замороженных пород (ледопородное ограждение), под защитой которого и осуществляется проходка.

Проф. Н. Г. Трупаком приведены кривые ползучести замороженных песков (рис. 3.10), свидетельствующие о хорошо выраженных реологических свойствах замороженных пород.

Приведем некоторые данные о свойствах замороженных пород проф. И. Д. Насонова и канд. техн. наук М. Н. Шуплика.

Длительная прочность замороженных песков может быть определена по формуле

$$\sigma_{c\infty}=\frac{\beta}{\ln\frac{t}{B}}, \qquad (3.44)$$

где B, β — коэффициенты, принимаемые по табл. 3.3; t — время, мин.

ТАБЛИЦА 3.3.

T, °C	Коэффициент влажности	Значения коэффициентов при пористости песка 38 %	
		β, МПа	B, мин.
—4	0,27 0,75 0,90	43,5 80,0 88,0	$2{,}34\cdot10^{-7}$ $6{,}76\cdot10^{-6}$ $2{,}95\cdot10^{-5}$
—8	0,27 0,52 0,74	60,0 65,0 89,5	$1{,}45\cdot10^{-7}$ $1{,}70\cdot10^{-5}$ $3{,}47\cdot10^{-5}$
—15	0,28 0,84 1,00	85,2 120,0 148,0	$3{,}46\cdot10^{-7}$ $2{,}69\cdot10^{-5}$ $1{,}00\cdot10^{-5}$

Судя по кривым ползучести (рис. 3.10), на замороженные породы может быть распространен деформаци-

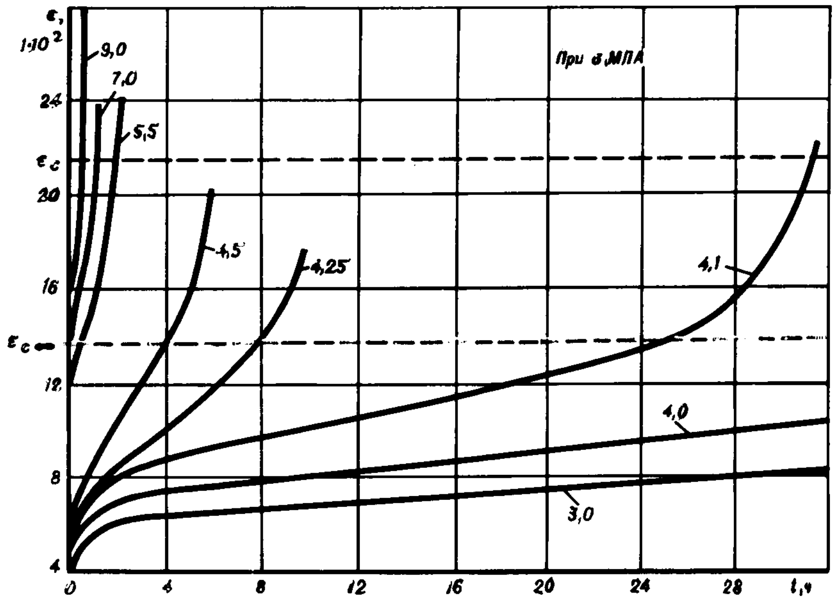


Рис. 3.10. Кривые ползучести замороженных песков при температуре —10°С

онный критерий прочности: условно-мгновенная предельная деформация $\varepsilon_c = 0{,}215$; длительная предельная деформация, соответствующая точкам перегиба кривых ползучести, началу прогрессирующей ползучести, $\varepsilon_{c\infty} \approx$ $\approx 0{,}14$.

Прочностные характеристики замороженных пород приведены в табл. 3.4. Длительные значения сцепления

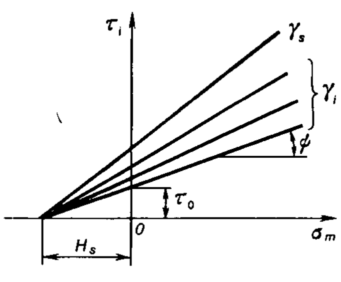


Рис. 3.11. Обобщенный паспорт прочности замороженных пород

определяют выражением, аналогичным (3.44).

Проф. С. С. Вялов предложил следующее уравнение состояния замороженных пород, соответствующее паспорту прочности, показанному на рис. 3.11:

$$\tau_i = A(t)\,\gamma_i^m\,(1 + \sigma_m/H_s), \quad (3.45)$$

где τ_i; γ_i — интенсивность касательных напряжений и деформаций сдвига; в полярной системе координат в условиях плоской деформации (напряженно-деформированное состояние неоднородного цилиндра)

$$\tau_i = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2};$$

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{2}{3}\left[(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + \varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2\right]}; \quad (3.46)$$

$A(t)$, m — временная функция модуля деформации и параметр ползучести (табл. 3.5);

ТАБЛИЦА 3.4

Породы	T, °C	Прочностные характеристики замороженных пород при времени действия нагрузки, ч						
		24	72	240	24	72	240	72
		σ_c, МПа			C, МПа			φ, градус
Песок и супесь водонасыщенные, пылеватые	—20 —10 —5	6,2 3,6 2,4	5,9 3,3 2,2	5,3 3,1 1,9	2,2 1,3 0,9	2,1 1,2 0,8	1,9 1,1 0,7	21 21 21
Суглинок и глина мягкопластичные	—20 —10 —5	4,6 3,2 1,9	4,2 3,0 1,8	3,8 2,7 1,6	1,8 1,2 0,8	1,6 1,1 0,7	1,5 1,0 0,6	12 12 12
Глина твердая	—20 —10 —5	4,1 2,8 1,7	3,9 2,5 1,6	3,7 2,3 1,5	1,7 1,2 0,7	1,6 1,0 0,6	1,5 0,9 0,5	9 9 9

σ_m — среднее напряжение:

$$\sigma_m = (\sigma_r + \sigma_\theta)/2; \qquad (3.47)$$

H_s — параметр (константа) паспорта прочности (рис. 3.11), являющегося обобщением условия прочности Кулона — Мора; $\psi = \psi(\gamma_i, t_i)$ — аналог угла внутреннего трения, зависящий от деформации сдвига и от времени.

С. С. Вяловым получено следующее уравнение, связывающее перемещения внутреннего контура сечения ледопородного цилиндра с внешней нагрузкой на этот цилиндр P_{out}:

$$u = \frac{r_0 c^2}{2\left[\dfrac{A(t)}{H_s}\right]^{1/m}} \times \left[\frac{\left(\dfrac{P_{out}}{H_s}+1\right)^m - 1}{c^{2m}\left(\dfrac{P_{out}}{H_s}+1\right)^m - 1}\right]^{1/m}, \qquad (3.48)$$

где $c = r_1/r_0$; r_1, r_0 — внешний и внутренний радиусы ледопородного цилиндра.

Условие длительного предельного состояния ледогрунтового цилиндра в соответствии с рис. 3.11 записывается в виде

$$\tau_{is} = (H_s + \sigma_m)\, \mathrm{tg}\, \psi_s. \qquad (3.49)$$

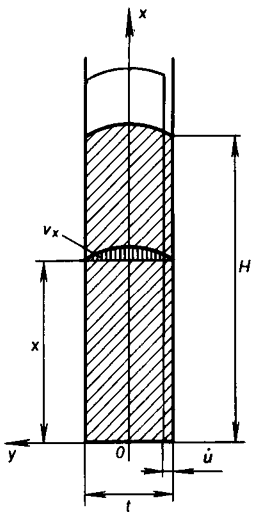


Рис. 3.12. Схема к расчету выдавливания битумного слоя

ТАБЛИЦА 3.5

Породы	Деформационные характеристики замороженных пород				
	m	T, °C	Значения $A\ (t)$ в МПа при времени действия нагрузки t, ч.		
			24	72	240
Песок и супесь водонасыщенные, пылеватые	0,27	—20	4,7	4,2	3,7
		—10	2,8	2,5	2,2
		—5	1,7	1,4	1,3
Суглинок и глина мягкопластичные	0,30	—20	4,6	3,8	3,5
		—10	2,5	2,4	2,2
		—5	1,6	1,5	1,4
Глина твердая	0,40	—20	6,4	5,2	4,2
		—10	3,5	2,9	2,3
		—5	1,9	1,6	1,3

Предельная нагрузка на ледогрунтовое ограждение определяется выражением

$$P_{lim} = H_s\left(e^{\frac{2\,\mathrm{tg}\,\psi_s}{1-\mathrm{tg}\,\psi_s}} - 1\right). \quad (3.50)$$

Толщина стенки ледогрунтового ограждения при расчете по несущей способности может быть определена по формуле, следующей из пластической модели, из соотношений (2.36):

$$E = r_0\left[\left(\frac{P_{out}}{C\,\mathrm{ctg}\,\varphi} + 1\right)^{1/\alpha} - 1\right]. \quad (3.51)$$

Толщина стенки ледогрунтового ограждения при расчете по перемещениям определяется по формуле

$$E = r_0\left\{\left[1 + \frac{B\,(1-m)\,P_{out}}{A\,(t)\left(\frac{\Delta_u}{r_0}\right)^m} \times \left(\frac{h}{r_0}\right)^{1+m}\right]^{\frac{1}{1-m}} - 1\right\}, \quad (3.52)$$

где $B = 0{,}83$ при непромороженном сечении ствола; h — высота заходки; Δ_u — предельные значения перемещений внутренней поверхности ограждения.

В практике шахтного строительства известны технические решения, когда крепь ствола отделялась от деформируемого массива пород слоем вязкого материала (на основе битума). Высказывались предложения распространить этот опыт и для компенсации деформаций ползучести пород. В этом случае в результате медленных перемещений породной поверхности ствола битум будет выдавливаться вверх в свободную полость (рис. 3.12).

Приближенное решение указанной задачи имеется в работе автора. Давление на крепь ствола, оказываемое битумным слоем, определяется зависимостью

$$p=\left(\gamma+\dot{u}\frac{\eta}{\Delta^2}\right)(H-x), \qquad (3.53)$$

где γ — удельный вес битума, МН/м^3; $\dot{u}$ — скорость смещения породных стенок ствола, м/с; Δ — толщина битумного слоя, м; H — высота столба битума, м.

3.4. Примеры расчетов с использованием реологических моделей

3.4.1. Определение коэффициента вязкости по результатам испытаний пород

В работе С. Г. Авершина приведены кривые ползучести алевролита (рис. 3.13).

Требуется определить коэффициент вязкости и модуль деформации пород и высказать мнение о возможности использования модели Кельвина — Фойгта для описания ползучести данной породы.

Решение. Из уравнения ползучести (3.7.) при $t\to\infty$ имеем

$$\varepsilon_\infty=\sigma/E. \qquad (3.54)$$

В условиях эксперимента $\sigma=0{,}55$ МПа, длительная деформация из графика (рис. 3.13) $\varepsilon_\infty=9\cdot10^{-4}$, следовательно,

$$E=\frac{0{,}55}{9\cdot10^{-4}}=610 \text{ МПа}.$$

Из уравнения ползучести (3.7) определим коэффициент вязкости

$$\eta=-\frac{Et}{\ln(1-E\varepsilon/\sigma)}. \qquad (3.55)$$

По кривой ползучести (рис. 3.13) устанавливаем: при $t=4$ сут, $\varepsilon=7\cdot10^{-4}$; при $t=16$ сут, $\varepsilon=9\cdot10^{-4}$. Подставив эти значения, а также $E=610$ МПа и $\sigma=0{,}55$ МПа в формулу (3.55), получим

$$\eta=-\frac{610\cdot4}{\left(1-\frac{610\cdot7\cdot10^{-4}}{0{,}55}\right)}=$$

$$=1629 \text{ МПа}\cdot\text{сут}=14\cdot10^7 \text{ МПа}\cdot\text{с}.$$

Аналогично вычисляем коэффициент вязкости для $t=16$ сут, получаем $\eta=1547$ МПа·сут $=13{,}4\cdot10^7$ МПа·с.

Принимаем среднее значение коэффициента вязкости

$\eta=1590$ МПа·сут $=13{,}7\times\times10^7$ МПа·с.

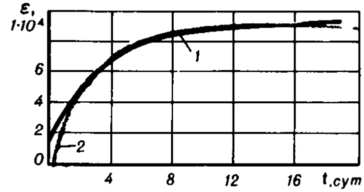


Рис. 3.13. Кривые ползучести алевролита (к примеру 3.4.1):
1 — экспериментальная; *2* — теоретическая

Построим теоретическую кривую ползучести по формуле (3.7) и сравним ее с экспериментальной. Подставив значения величин в эту формулу, получим

$$\varepsilon=\frac{0,55}{610}\left[1-\exp\left(-\frac{610}{1590}t\right)\right],$$

или

$$\varepsilon=9,02\cdot10^{-4}\left[1-\exp\left(-0,384\,t\right)\right].$$

Результаты вычислений следующие:

t, сут	0	1	2	3	4	8	12	16
ε, $1\cdot10^{-4}$	0	2,9	4,8	6,2	7,1	8,6	8,9	9,0

Как следует из рис. 3.13, теоретическая кривая хорошо описывает эксперимент.

3.4.2. Определение характеристик линейной наследственной ползучести

На рис. 3.14 показаны кривые ползучести каменной соли Старобинского месторождения по данным проф. Н. М. Проскурякова. Образцы каменной соли размерами $20\times20\times160$ мм испытывались на изгиб действием сосредоточенной силы, приложенной в центре пролета образца-балочки длиной $l=140$ мм. Измерялся прогиб балочки y при постоянной нагрузке.

Поскольку изохронные кривые (рис. 3.14) представляют собой прямые линии (ползучесть подчиняется линейному закону), для моделирования деформаций каменной соли можно использовать линейную наследственную среду. Требуется определить реологические характеристики каменной соли.

Решение. Из сопротивления материалов известна формула для определения прогиба балки под действием сосредоточенной силы

$$y=\frac{Fl^3}{48\,EJ}, \qquad (3.56)$$

где J — момент инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в образце-балочке определяются по формуле

$$\sigma=\frac{Mh}{2J}, \qquad (3.57)$$

где M — изгибающий момент:

$$M=(Fl)/4; \qquad (3.58)$$

h — высота поперечного сечения балочки.

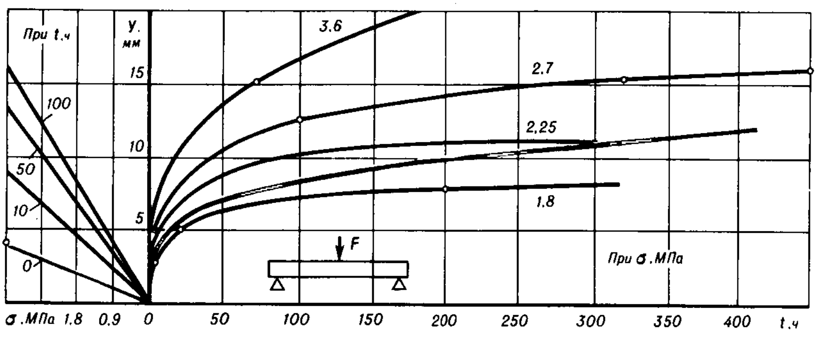


Рис. 3.14. Кривые ползучести и изохронные кривые каменной соли при испытании образцов на изгиб (к примеру 3.4.2)

Подставим значение M в формулу (3.57), из полученного уравнения выразим F и это выражение подставим в (3.56), в результате получим

$$y=\sigma\frac{l^2}{6Eh}. \qquad (3.59)$$

Воспользуемся, далее, соотношением (3.27) метода переменных модулей. Подставив его в (3.59), получаем

$$y(t)=\sigma\frac{l^2}{6Eh}(1+\Phi), \qquad (3.60)$$

или, с учетом (3.25),

$$y(t)=y_0\left(1+\frac{\delta}{1-\alpha}t^{1-\alpha}\right), \qquad (3.61)$$

где y_0 — условно-мгновенный прогиб, определяемый формулой (3.59).

Представим уравнение (3.61) в логарифмическом виде

$$\lg\left(\frac{y(t)}{y_0}-1\right)=\lg\frac{\delta}{1-\alpha}+(1-\alpha)\lg t. \qquad (3.62)$$

Введем обозначения

$$u=\lg\left(\frac{y(t)}{y_0}-1\right);$$
$$x=\lg t; \qquad (3.63)$$
$$a=\lg\left(\frac{\delta}{1-\alpha}\right);$$
$$b=1-\alpha.$$

Тогда уравнение (3.62) будет иметь следующий вид:

$$u=a+bx. \qquad (3.64)$$

Дальнейшая задача заключается в построении в координатах x и u прямой (3.64) и определении параметров a и b, по которым на основании выражений (3.63) нетрудно определить параметры ползучести:

$$\alpha=1-b;$$
$$\delta=10^a(1-\alpha). \qquad (3.65)$$

Модуль деформации E определим по значениям $\sigma=3{,}6$ МПа, $y=0{,}4$ мм точки на нулевой изохроне (рис. 3.14). Подставив эти значения и значения остальных величин в формулу (3.59), получаем

$$0{,}004=3{,}6\frac{14^2}{6\cdot 2E},$$

откуда $E=14\,700$ МПа.

Произведем вычисления y_0 по формуле (3.59), u и x для некоторых точек, выбранных на кривых ползучести (рис. 3.14) и характеризующихся значениями σ, $y(t)$ и t (в секундах). Расчеты приведены в табл. 3.6.

Точки с координатами (x, u) нанесем на график (рис. 3.15) и проведем наиболее близкую к ним прямую линию. Отрезок a, отсекаемый прямой (3.64) на оси u, равен —1,4 ($a=-1{,}4$); тангенс угла наклона прямой к оси x равен b ($\operatorname{tg}\beta=b$), следовательно, $b=1{,}4/4{,}3=0{,}32$. По формулам (3.65) определяем реологические характеристики каменной соли:

$$\alpha=1-0{,}32=0{,}68;$$
$$\delta=10^{-1{,}4}(1-0{,}68)=0{,}0127\ \text{с}^{-0{,}32}.$$

Для проверки правильности расчетов построим теоретическую кривую ползучести для $\sigma=2{,}25$ МПа и сравним ее с экспериментальной (рис. 3.14).

По формуле (3.25) вычислим значение функции ползучести:

$$\Phi=\frac{0{,}0127}{1-0{,}68}t^{1-0{,}68}=0{,}0397t^{0{,}32}.$$

Прогибы образца-балочки определим по формуле (3.61), подставив в нее полученное выра-

ТАБЛИЦА 3.6

σ, МПа	y_0, $1\cdot10^3$ см	t, $1\cdot10^{-5}$ с	$y(t)$, $1\cdot10^3$ см	u	x
1,8	2,0	7,2 0,72 0,14	7,5 5,0 2,5	0,44 0,18 —0,06	5,9 4,8 4,1
2,25	2,5	1,8 10,8	8,0 10,8	0,34 0,52	5,2 6,0
2,7	3,0	0,09 3,6 11,52 16,2	5,0 10,25 15,0 15,5	—0,18 0,38 0,60 0,62	3,9 5,6 6,1 6,2
3,6	4,0	0,09 2,5	5,0 15,0	—0,6 0,44	3,9 5,4

жение для функции ползучести:

$$y(t) = 2{,}5\cdot10^{-3}(1+0{,}0397t^{0{,}32}).$$

Результаты вычислений следующие:

t, ч	0	50	100
t, $1\cdot10^{-5}$ с	0	1,8	3,6
$y(t)$, $1\cdot10^3$ см	2,5	7,2	8,4
t, ч	200	300	400
t, $1\cdot10^{-5}$ с	7,2	10,8	14,4
$y(t)$, $1\cdot10^3$ см	9,9	11,0	11,8

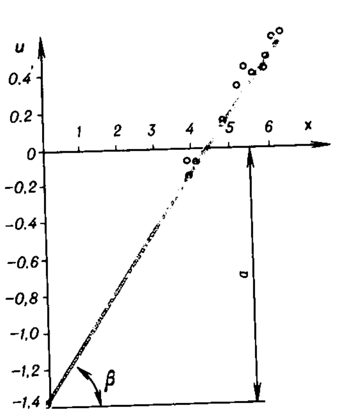


Рис. 3.15. Схема к определению реологических характеристик пород (к примеру 3.4.2)

Как следует из рис. 3.14, расчетная кривая ползучести (выделена цветом) не вполне идентична экспериментальной. Это объясняется, вероятно, малым количеством точек кривых ползучести, использованных для определения параметров α и δ, а также тем обстоятельством, что эти точки концентрируются в области положительных значений u (рис. 3.15), вследствие чего отрезок a и угол β определены недостаточно точно.

3.4.3. Определение реологических характеристик пород по экспериментальным кривым релаксации напряжений

В книге проф. Н. М. Проскурякова и др. описаны эксперименты по изучению релаксации напряжений в каменной соли. Экспериментальная кривая релаксации показана на рис. 3.16. Требуется определить реологические характеристики α и δ

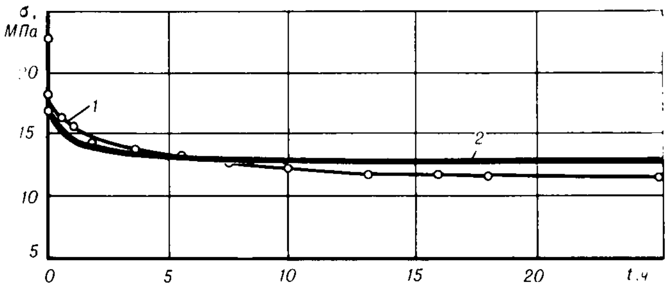


Рис. 3.16. Кривые релаксации напряжений каменной соли (к примеру 3.4.3):
1 — экспериментальная; *2* — теоретическая

по результатам этих экспериментов.

Решение. Представим уравнение ползучести для линейной наследственной среды (3.24) в более общем виде

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E}(1+\Phi). \qquad (3.66)$$

Испытания на релаксацию напряжений заключаются в том, что образец породы получает *заданную деформацию*, которая в течение опыта остается постоянной ($\varepsilon_0=\text{const}$). Заданной деформации соответствуют начальные напряжения $\sigma_0=E\varepsilon_0$. *Явление релаксации напряжений заключается в уменьшении напряжений с течением времени $\sigma(t)$ при постоянной деформации.* Из уравнения (3.66) следует уравнение релаксации напряжений

$$\sigma(t)=\frac{\sigma_0}{1+\Phi}. \qquad (3.67)$$

Для определения реологических характеристик каменной соли воспользуемся тем же приемом, что и в примере 3.4.2.

Уравнение (3.67) с учетом (3.25) представим в виде

$$1-\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}=\frac{\delta}{1-\alpha}t^{1-\alpha},$$

далее,

$$\lg\left(1-\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}\right)=\lg\left(\frac{\sigma}{1-\alpha}\right)+ +(1-\alpha)\lg t,$$

наконец,

$$s=a+bx, \qquad (3.68)$$

где

$$s=\lg\left(1-\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}\right);$$

$$a=\lg\left(\frac{\delta}{1-\alpha}\right);$$

$$b=1-\alpha; \quad x=\lg t.$$

Произведем вычисления коэффициентов уравнения (3.68) для некоторых точек кривой релаксации напряжений (рис. 3.16). Результаты вычислений приведены в табл. 3.7. Начальные напряжения $\sigma_0=23$ МПа.

Нанесем точки с координатами (x, s) на график (рис. 3.17) и проведем наиболее близкую к ним прямую. Из графика (рис. 3.17) определяем $a=-0{,}5$; $b=\operatorname{tg}\beta=0{,}5/5{,}9=0{,}085$.

По формулам (3.65) вычисляем реологические параметры:

$$\alpha=0{,}915;\ \delta=10^{-0{,}5}\cdot 0{,}085=0{,}027.$$

ТАБЛИЦА 3.7

t, час.	t, $1\cdot10^{-4}$ с	x	$\sigma(t)$, МПа	$1-\frac{\sigma(t)}{\sigma_0}$	s
1	0,36	3,5	15	0,348	—0,46
5	1,8	4,2	13	0,435	—0,36
10	3,6	4,6	12	0,478	—0,32
15	5,4	4,7	12	0,478	—0,32
25	9,0	5,0	11	0,522	—0,28

Построим теоретическую кривую релаксации напряжений и сравним ее с экспериментальной.

Подставляя значения величин в уравнение релаксации напряжений (3.67), получаем

$$\sigma(t)=\frac{23}{1+\frac{0{,}027}{0{,}085}t^{0{,}085}}=\frac{23}{1+0{,}318t^{0{,}085}}.$$

Подставляя значения t, получаем значения напряжений в указанные моменты времени:

t, $1\cdot10^{-4}$ с	0,36	1,8	3,6	5,4	9,0
$\sigma(t)$, МПа	14,0	13,3	13,0	12,8	12,5

Теоретическая кривая релаксации напряжений, построенная по результатам вычислений, показана на рис. 3.16.

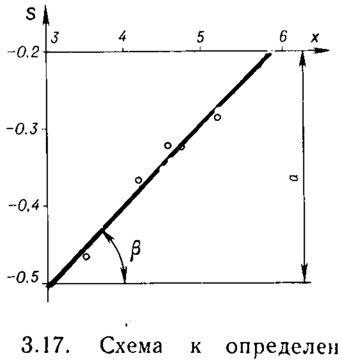


Рис. 3.17. Схема к определению реологических характеристик пород (к примеру 3.4.3)

3.4.4. Выбор механической модели каменной соли

На рис. 3.18, *б* показаны кривые ползучести каменной соли Соль-Илецкого месторождения из книги д-ра техн. наук Е. М. Шафаренко. Характеристики соли следующие: $E_0 = 2\cdot10^4$ МПа; $\nu_0 = 0{,}25$; $= 30$ МПа.

Необходимо выбрать реологическую модель каменной соли и определить ее реологические характеристики.

Решение. Строим *изохронные кривые* (рис. 3.18, *а*) и убеждаемся в физической нелинейности каменной соли данного месторождения. Изохронные кривые имеют точку излома при $\sigma \approx 0{,}4\sigma_c$, что позволяет рассматривать указанное значение напряжений как предел длительной прочности $\sigma_{c\infty} \approx 12$ МПа.

Для рассматриваемого материала (с изломом изохронных кривых) оправдано применение реологической модели (рис. 3.19), содержащей элемент условно-мгновенной деформации E_0, элементы вязко-упругих деформаций (E_1 и η_1) и элементы вязко-пластических деформаций ($\sigma_{c\infty}$ и η_2).

При напряжениях $\sigma \leqslant \sigma_{c\infty}$ модель ведет себя, как модель Гогенемзера—Прагера (*3*, рис. 3.1, *а*), и характеризуется уравнением состояния (3.9):

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E_\infty}\left[1-\left(1-\frac{E_\infty}{E_0}\right)\exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1}t\right)\right], \tag{3.69}$$

где

$$E_\infty=\frac{E_0E_1}{E_0+E_1}.$$

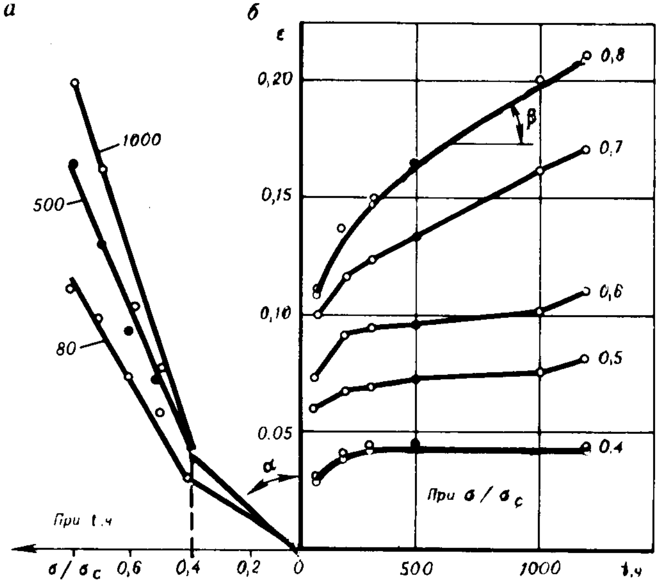


Рис. 3.18. Кривые ползучести (*б*) и изохронные кривые (*а*) каменной соли Соль-Илецкого месторождения (к примеру 3.4.4)

При $\sigma > \sigma_c$ уравнение состояния модели имеет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{\sigma-\sigma_c}{\eta_2}-\left[\frac{\sigma-\sigma_c}{\eta_2}-\frac{\sigma}{E_\infty}\cdot\frac{E_1}{\eta_1}\times\right.$$
$$\left.\times\left(1-\frac{E_\infty}{E_0}\right)\right]\exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1}t\right). \tag{3.70}$$

Из (3.69) при $t\to\infty$ получим

$$E_\infty=\sigma/\varepsilon_\infty,$$

следовательно, длительный модуль деформации можно определить как тангенс угла наклона изохронной кривой (рис. 3.18, *а*): $E_\infty=\operatorname{tg}\alpha$. Отсюда $E_\infty=\sigma_{c\infty}/\varepsilon_\infty$, где $\sigma_{c\infty}=12$ МПа; $\varepsilon_\infty=0{,}045$. Подставляя значения величин, получаем $E_\infty=267$ МПа.

Определим характеристику вязко-упругого деформирования E_1/η_1 из уравнения (3.69):

$$\exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1}t\right)=\frac{1-\varepsilon\sigma/E_\infty}{1-E_\infty/E_0},$$

откуда

$$\frac{E_1}{\eta_1}=\frac{1}{t}\ln\frac{1-\varepsilon\sigma/E_\infty}{1-E_\infty/E_0}. \tag{3.71}$$

Подставив значения входящих в эту формулу величин для одной из точек кривой ползучести при $\sigma/\sigma_c=0{,}4$ в области затухающей ползучести, получим

$$\frac{E_1}{\eta_1}=\frac{1}{190}\ln\frac{1-0{,}04\frac{12}{267}}{1-\frac{267}{2\cdot10^4}}=6\cdot10^{-5}\ \text{ч}.$$

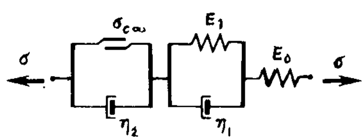


Рис. 3.19. Реологическая модель каменной соли Соль-Илецкого месторождения (к примеру 3.4.4)

Из уравнения состояния (3.70) следует, что при $t \to \infty$

$$d\varepsilon/dt = (\sigma - \sigma_{c\infty})/\eta_2, \qquad (3.72)$$

следовательно, величина η_2 характеризует угол наклона β кривой ползучести на участках установившейся ползучести (рис. 3.18, *б*) и может быть определена по формуле

$$\eta_2 = (\sigma - \sigma_{c\infty})/\mathrm{tg}\,\beta.$$

Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$\eta_2 = \frac{0{,}8\cdot 30 - 12}{\dfrac{0{,}035}{500}} = 1{,}7\cdot 10^5 \text{ МПа}\cdot\text{ч}.$$

3.4.5. Расчет ледопородного ограждения

В книге А. М. Гальперина и Е. М. Шафаренко описаны эксперименты на моделях ледопородных ограждений из замороженного песка. Механические характеристики замороженного песка при температуре —10 °С следующие: $\sigma_c = 3{,}5$ МПа; $\sigma_{c\infty} = 1{,}6$ МПа; $\nu = 0{,}3$; модули деформации для различных моментов времени следующие:

t, мин	10	20	30	40	60
E_t, МПа	218,6	134,9	110,8	104,3	95,5
t, мин	160	450	560	690	1200
E_t, МПа	90,3	85,5	81,2	78,5	58,2

Модель ледопородного ограждения представляла собой «стакан» замороженного песка (с дном), нагружаемый внешним равномерным давлением. Размеры модели: высота $H = 19$ см; внешний диаметр $D = 19$ см; толщина стенки $E = 3$ см; толщина днища 5,6 см. Давление на ледопородное ограждение поддерживалось постоянным, равным $P = 1$ МПа при температуре $T = -10$ °С. В поперечном сечении по середине высоты ледопородного стакана измерены следующие перемещения внутреннего контура:

t, мин	10	20	30	60	90
u, мм	0,34	0,51	0,66	1,05	1,23

Опыт закончился разрушением стенки цилиндра на расстоянии 6 см от дна.

Требуется произвести расчет ледопородного цилиндра и сопоставить результаты расчетов с измеренными величинами.

Решение. Вначале определим и сопоставим с данными экспериментов прочностные характеристики замороженного песка. По табл. 3.4 определяем прочность замороженных песков: $\sigma_c = 3{,}1 \div 3{,}6$ МПа. Получили хорошее совпадение с экспериментом ($\sigma_c = 3{,}5$ МПа). С некоторым запасом принимаем для дальнейших расчетов $\sigma_c = 3{,}1$ МПа; $C = 1{,}1$ МПа; $\varphi = \psi_s = 20°$.

Определим длительную прочность замороженных песков по формуле (3.44) и табл. 3.3. Подставив значения величин при $T = -8$ °С и $t = 1200$ мин, получим

$$\sigma_{c\infty} = \frac{60}{\ln \dfrac{1200}{1{,}45\cdot 10^{-7}}} = 2{,}6 \text{ МПа}.$$

Результат получился завышенным, возможно, потому, что значение долговечности $t = 1200$ мин принято нами неточно.

Далее, по формуле (3.48) определим смещения контура сечения ледопородного цилиндра. Значения величин, входящих в эту формулу, следующие:

$$c=\frac{9,5}{6,5}=1,46;$$
$$m=0,27;$$
$$P=1 \text{ МПа};$$

$H_s=c\operatorname{ctg}\psi_s$ (см. рис. 3.11), следовательно, $H_s=1,1\operatorname{ctg}20°=3,0$ МПа.

Подставляя эти величины в формулу (3.48), получаем

$$u=\frac{6,5\cdot1,46^2}{2\left[\frac{A(t)}{3}\right]^{1/0,27}}\times$$
$$\times\left[\frac{\left(\frac{1}{3}+1\right)^{0,27}-1}{1,46^{2\cdot0,27}\left(\frac{1}{3}+1\right)^{0,27}-1}\right]^{1/0,27},$$

или

$$u=\frac{2,3}{[A(t)]^{3,7}}.$$

Значения $A(t)$ возьмем из книги И. Д. Насонова и М. Н. Шуплика. Результаты расчетов приведены в табл. 3.8.

Расчетные смещения оказались существенно меньше измеренных, что, по-видимому, объясняется влиянием дна замороженного «стакана».

Определим несущую способность ледопородного цилиндра по формуле (3.50). Значения входящих в нее величин следующие: $H_s=3$ МПа; $\psi_s=20°$;

ТАБЛИЦА 3.8

t, мин	$A(t)$, МПа	$[A(t)]^{3,7}$	u, мм
1	5,70	626	0,04
30	4,05	177	0,13
60	3,80	140	0,16
120	3,55	109	0,21

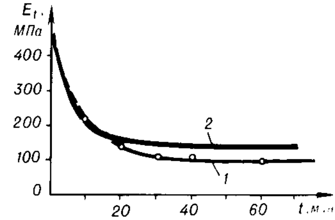


Рис. 3.20. Зависимость модуля деформации замороженного песка от времени (к примеру 3.4.5):
1—данные экспериментов; 2—расчетная кривая

$c=1,46$. Величину $\tau_{0s}(t)$ определим по длительной прочности замороженного песка $\tau_{0s}(t)=\sigma_{c\infty}/2$. После подстановки указанных значений величин в формулу (3.50) имеем

$$P_{lim}=3,0\left(1,46^{\frac{2\operatorname{tg}20°}{1-\operatorname{tg}20°}}-1\right)=$$
$$=1,6 \text{ МПа}.$$

Расчетное значение несущей способности ледопородного цилиндра оказалось завышенным по сравнению с действительным.

Воспользуемся сведениями о модуле деформации замороженного песка в различные моменты времени (рис. 3.20). Экстраполируя кривую E_t при $t\to\infty$, устанавливаем ориентировочное значение условно-мгновенного модуля деформации $E_0\approx500$ МПа.

Используем в качестве модели замороженного песка линейную наследственную среду и определим его реологические характеристики. Из выражений (3.25) и (3.27) имеем

$$\left(\frac{E_0}{E_t}-1\right)=\frac{\delta}{1-\alpha}t^{1-\alpha}. \quad (3.73)$$

Отсюда легко получить уравнение (см. примеры 3.4.2, 3.4.3)

$$y=a+bx, \quad (3.74)$$

ТАБЛИЦА 3.9

t_i, мин	t_i, $1\cdot10^{-3}$ с	$x=\lg t_i$	$\frac{E_0}{E_t}-1$	y
10	0,6	2,78	1,287	0,11
20	1,2	3,08	2,706	0,43
30	1,8	3,26	3,513	0,55
40	2,4	3,38	3,794	0,58
60	3,6	3,56	4,236	0,63
160	9,6	3,98	4,537	0,66
450	27,0	4,43	4,848	0,69
560	33,6	4,53	5,158	0,71
690	41,4	4,62	5,369	0,73
1200	72,0	4,86	7,591	0,88

где

$$y=\lg\left(\frac{E_0}{E_t}-1\right);$$

$$a=\lg\frac{\delta}{1-\alpha};$$

$$b=1-\alpha;$$

$$x=\lg t.$$

Вычислим значения x и y для различных моментов времени. Результаты вычислений приведены в табл. 3.9.

Точки с координатами $(x,\ y)$ нанесем на график (рис. 3.21) и проведем наиболее близкую к ним прямую линию. Из графика находим $a=-0{,}52$; $b=\operatorname{tg}\beta=0{,}27$. Далее, на основании (3.74) определяем реологические характеристики замороженного песка:

$$\alpha=1-b;\quad \delta=b\cdot10^{a},$$

откуда

$$\alpha=1-0{,}27=0{,}73;$$

$$\delta=0{,}27\cdot10^{-0{,}52}=0{,}082.$$

Пользуясь реологическими характеристиками, определим перемещения стенок ледопородного цилиндра и сравним их с измеренными.

Перемещения внутреннего контура поперечного сечения ледопородного цилиндра определим по формуле (1.67), которая для условий примера в соответствии с методом переменных модулей принимает вид

$$u=\frac{r_0 P\, d_{1t}}{4G_t\,(c^2-1)}, \qquad (3.75)$$

где $d_{1t}=c^2(\varkappa_t+1)=4c^2(1-\nu_t)$.

Результаты расчетов по формулам (3.25), (3.27) приведены в табл. 3.10.

Расчетные значения E_t показаны на рис. 3.20.

Подставляя в формулу (3.75) значения величин $r_0=65$ мм; $P=1$ МПа; $c=1{,}46$ и временные характеристики из табл. 3.10, получаем расчетные перемещения, которые приведены также в табл. 3.10.

ТАБЛИЦА 3.10

t_i, мин	t_i, $1\cdot10^{3}$ с	Ф	E_t, МПа	G_t, МПа	ν_t	d_{1t}	u, мм
10	0,6	1,710	184	64,3	0,43	4,86	1,1
20	1,2	2,062	163	57,0	0,43	4,86	1,2
30	1,8	2,300	152	52,8	0,44	4,77	1,3
60	3,6	2,774	132	45,5	0,45	4,69	1,5
90	5,4	3,095	122	42,1	0,45	4,69	1,6

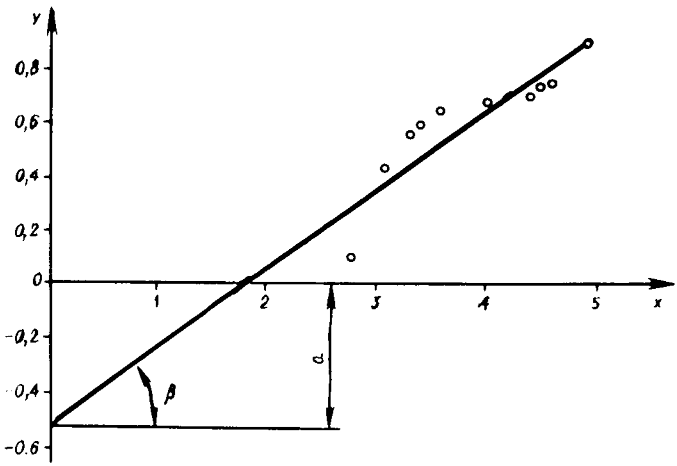


Рис. 3.21. Схема к определению реологических характеристик замороженного песка (к примеру 3.4.5)

Сравнивая расчетные перемещения с измеренными, убеждаемся, что выбранная нами модель дает завышенные перемещения, особенно в начальные моменты времени. Это свидетельствует о неполном соответствии модели объекту. Причина может крыться в том, что мы пытались подобрать линейную модель к физически нелинейному материалу. С другой стороны, можно попытаться скорректировать значения реологических характеристик α и δ, неточность определения которых связана с отсутствием экспериментальных точек в области отрицательных значений y (рис. 3.21).

3.4.6. Определение размеров ледопородного ограждения

Требуется определить размеры ледопородного ограждения при проходке ствола на глубине $H=550$ м при следующих исходных данных: радиус ствола в проходке $r_0=4$ м, породы — пылеватые насыщенные водой плотные пески с характеристиками: $\varphi=30°$; $\gamma=0{,}026$ МН/м³; напор подземных вод $h_w=200$ м.

Решение. Определяем нагрузки на ледопородное ограждение. В соответствии с существующими нормативными документами расчетное внешнее давление пород на ледопородное ограждение определяется из условия предельного состояния (2.3) с учетом взвешивающего действия воды *:

$$P_r=(\gamma H-H_w)\frac{1}{\beta}, \qquad (3.76)$$

где $H_w=\gamma_w h_w$.

Подставляя значения величин, получаем

$$P_r=(0{,}026\cdot 550-0{,}01\cdot 200)\times \frac{1-\sin 30°}{1+\sin 30°}=4{,}1 \text{ МПа}.$$

---

* Коэффициенты надежности (запаса), предусматриваемые нормативными документами, в расчет не вводятся.

Суммарное расчетное давление на ледопородное ограждение

$$P_{out}=P_r+H_w, \qquad (3.77)$$

т. е. $P_{out}=4{,}1+0{,}01\cdot 200=6{,}1$ МПа.

Далее, необходимо определить среднюю температуру ледопородного

го песка определяем по табл. 3.5: $A(t)=2{,}2$ МПа; $m=0{,}27$. Вычисляем входящие в формулу (3.48) величины: $H_s=C\operatorname{ctg}\varphi=1{,}1\cdot 2{,}6=2{,}86$ МПа; $c=r_1/r_2=(4{,}0+7{,}6)/4=2{,}9$. Подставляя значения величин в формулу (3.48), получаем

$$u=\frac{4{,}0\cdot 2{,}9^2}{2\left[\dfrac{2{,}2}{2{,}86}\right]^{1/0{,}27}}\left[\frac{\left(\dfrac{6{,}1}{2{,}86}+1\right)^{0{,}27}-1}{2{,}9^{2\cdot 0{,}27}\left(\dfrac{6{,}1}{2{,}86}+1\right)^{0{,}27}-1}\right]^{1/0{,}27}=0{,}28 \text{ м}.$$

ограждения. Принимаем $T_m=-10$°С.

Определяем толщину ледопородного ограждения из расчетной схемы предельного (пластического) состояния толстостенного цилиндра. В порядке первого приближения принимаем, что проходка ствола осуществляется заходками высотой $h=10$ м с возведением временной бетонной крепи. Расчетное время от обнажения пород до возведения крепи составляет $t=7$ сут $=168$ час.

По табл. 3.4 определяем механические характеристики замороженных песков: $C=1{,}1$ МПа, $\varphi=21$ град. Температурное воздействие на ледопородное ограждение, вызванное возведением монолитной бетонной крепи, учитывается путем увеличения расчетной толщины ограждения на 0,3 м.

Подставив значения величин в формулу (3.51), получаем

$$E=(r_0+0{,}3)\times\left[\left(\frac{6{,}1}{1{,}1\cdot 2{,}6}+1\right)^{0{,}895}-1\right]=7{,}6 \text{ м}.$$

Далее, необходимо уточнить среднюю температуру ледопородного ограждения и при необходимости повторить расчет.

Предельно допустимое смещение внутренней поверхности ограждения, обеспечивающее допустимый прогиб замораживающих колонок, составляет 0,54 м, следовательно, устойчивость ледопородного ограждения обеспечивается. Вместе с тем расчетные смещения пород вызовут затруднения при возведении временной монолитной бетонной крепи, кроме того, толщина ледопородного ограждения при однорядном расположении колонок велика и потребует много времени для создания ограждения.

В связи с изложенным, рассмотрим вариант проходки ствола с уменьшенной высотой заходки. Примем $h=1{,}5$ м без возведения временной крепи. Время обнажения замороженных пород $t=24$ ч. Температуру ледопородного ограждения примем $t_m=-10$ °С. По табл. 3.4 и 3.5 определяем механические характеристики замороженных пород: $C=1{,}3$ МПа; $\varphi=21$ град.; $m=0{,}27$; $A(t)=2{,}8$. Предельное значение смещений внутренней поверхности ограждения принимаем равным $\Delta_u=0{,}15$ м. Подставляем значения величин в формулу (3.52), в результате получаем

$$E=(4{,}0+0{,}3)\left\{\left[1+\frac{0{,}83\,(1-0{,}27)\,6{,}1}{2{,}8\left(\dfrac{0{,}15}{4{,}0}\right)^{0{,}27}}\left(\frac{1{,}5}{4{,}0}\right)^{1{,}27}\right]^{\frac{1}{1-0{,}27}}-1\right\}=6{,}2 \text{ м}.$$

Определяем смещение внутренней поверхности ледопородного ограждения по формуле (3.48). Деформационные характеристики замороженно-

Дальнейшее уменьшение толщины ледопородного ограждения может быть достигнуто за счет понижения его средней температуры.

Раздел второй

Расчет крепи

4. Взаимодействие крепи с массивом пород

4.1. Крепь (обделка) горных выработок и подземных сооружений

Крепь (обделка)—это строительная конструкция, возводимая в подземных сооружениях и горных выработках для сохранения их заданных размеров и формы и защиты от обрушений и чрезмерных смещений окружающих пород.

Крепь должна удовлетворять следующим основным требованиям.

Крепь должна быть прочной, устойчивой, надежной и долговечной при минимальном расходе материалов.

Под прочностью и устойчивостью понимается способность воспринимать давление горных пород и другие виды воздействий без разрушения. Отличие между этими понятиями заключается в следующем. При исчерпании прочности напряжения (внутренние силы) в элементах крепи достигают предельных (разрушающих) значений. При потере устойчивости разрушение крепи происходит вследствие изменения формы поперечного сечения (формы равновесия) при достижении напряжениями критических значений, которые меньше разрушающих.

Прочность и *устойчивость* крепи обеспечиваются расчетом.

Надежность—это способность крепи выполнять заданные функции в течение срока службы выработки.

Долговечность—это способность крепи сохранять заданные качества во времени в определенных горно-геологических условиях.

Крепь (обделка) должна обеспечивать заданное ограничение смещений пород вокруг выработки, определяемое назначением выработки и горно-геологическими условиями ее эксплуатации.

Крепь (обделка) в необходимых случаях должна обладать требуемыми гидроизоляционными качествами (так, крепь стволов на калийных месторождениях и месторождениях каменной соли должна быть герметичной), быть безопасной в пожарном отношении, обладать минимальной трудоемкостью при возведении и должна допускать максимальное использование средств механизации.

Основное требование, которое должно обеспечиваться при возведении крепи, заключается в наиболее качественном и полном заполнении строительного зазора между крепью и породной поверхностью выработки. Наилучший результат достигается при заполнении закрепного пространства твердеющей тампонажной массой.

Крепь горных выработок и обделки подземных сооружений различают по ряду признаков. Главным из них является характер взаимодействия крепи с окружающими породами. По этому признаку выделяют следующие типы крепи (табл. 4.1): изолирующую; ограждающую; упрочняющую; поддерживающую; подпорную.

Возможна комбинированная крепь, сочетающая качества нескольких типов, например, упрочняюще-ограждающая крепь (анкерно-металлическая), упрочняюще-подпорная (железобетонная крепь стволов в сочетании с анкерами) и др.

Другим важным признаком крепи является ее деформируемость.

Различают соответственно *жесткую* и *податливую* крепь. Податливая крепь отличается от жесткой наличием конструктивных элементов (узлов) податливости, к числу которых относятся узлы трения в металлической рамной крепи, податливые прокладки в блочной крепи, податливый наружный слой в двухслойной крепи и др.

Следует отметить, что жесткие шарнирные соединения элементов, не позволяющие крепи сокращать периметр, не относятся к узлам податливости и поэтому шарнирная крепь с жесткими стыками элементов не относится к податливой.

По степени перекрытия периметра сечения выработки различают *замкнутую* и *незамкнутую* крепь. Частным случаем незамкнутой крепи является так называемая потолочная, крепящая только кровлю выработки.

По степени перекрытия породной поверхности вдоль выработки различают *сплошную* и *рамную* крепь. Рамная крепь применяется в сочетании с элементами, перекрывающими пространство между рамами (затяжка).

По способам изготовления и возведения различают *сборную* и *монолитную* крепь. Сборная крепь (обделка) монтируется в выработке из готовых элементов: блоков, тюбингов, элементов рам. Монолитная крепь изготовляется на месте в процессе возведения (монолитная бетонная, железобетонная, набрызгбетонная крепь).

Важную роль играет технологическая схема возведения крепи, существенно влияющая на величину перемещений пород, а следовательно, и на величину действующих на крепь нагрузок (напряжений на контакте крепи с массивом). Различают следующие виды крепи:

опережающую (сооружаемую способом задавливания, в том числе — в тиксотропной рубашке);

возводимую в затопленной выработке (под промывочным раствором при проходке стволов бурением);

возводимую при наличии избыточного внутреннего давления при проходке под сжатым воздухом;

возводимую с предварительным напряжением (монолитная прессбетонная, сборная, разжимаемая на породу);

возводимую непосредственно после обнажения пород у забоя выработки (например, при совмещенном способе сооружения стволов);

возводимую с отставанием от обнажения пород в пространстве (с удалением от забоя) и времени.

По конструкции стыков элементов сборной крепи различают *шарнирную* крепь, крепь с плоскими стыками и связями растяжения в стыках (болтовыми соединениями).

По продолжительности использования различают *временную* и *постоянную* крепь. Временная крепь в большинстве случаев используется как составной элемент постоянной крепи.

По форме сечения выработки различают прямоугольную, трапециевидную, полигональную, бочкообразную,

ТАБЛИЦА 4.1

Тип крепи (обделки)	Характер взаимодействия с породами	Виды крепи (обделок)
Изолирующая	Отсутствие закономерных нагрузок. Возможны местные напряжения, вызванные случайными причинами	Тонкое изолирующее покрытие из набрызгбетона, эпоксидного компаунда и т. п.
Ограждающая	1. Отсутствие закономерных нагрузок, нагружение в результате случайных отслоений 2. Условия «заданных смещений» пород, которые крепь воспринимает без существенного отпора	Набрызгбетон, крепь-оболочка, легкие металлические конструкции Податливая крепь с отпором до 0,1 МПа
Упрочняющая	Упрочнение окружающих выработку пород, обеспечение совместных смещений нарушенных пород	Набрызгбетон Различные виды анкерной крепи Комбинированная анкерно-набрызгбетонная крепь
Поддерживающая	Работа в режиме «заданной нагрузки» (отслоение пород, вывалообразование)	Деревянная, металлическая, монолитная и сборная бетонная и железобетонная крепь, как правило, жесткая, возводимая сразу после обнажения пород
Подпорная	Работа в режиме совместного деформирования с массивом («взаимовлияющей деформации»)	Металлическая податливая крепь. Блочная крепь с податливыми прокладками Двухслойная крепь, состоящая из монолитной или сборной несущей конструкции и податливого слоя между этой конструкцией и породой Сборная крепь, вводимая в работу на некотором расстоянии от забоя. Монолитная крепь, возводимая с некоторым отставанием от забоя

ТАБЛИЦА 4.2

Механические модели		Существенные признаки	Главные влияющие факторы	Режим работы крепи
Класс, группа	Вид			
Физически линейные (линейная связь между напряжениями и деформациями)	Упругая	Деформации происходят в момент приложения нагрузки	Начальное поле напряжений	Взаимовлияющая деформация
	Вязко-упругая	Деформации происходят в течение времени после приложения нагрузки		
Физически нелинейные: — пластические	Жестко-пластическая	Выделение жесткой (недеформируемой) и пластической области	Пролет выработки	Заданная нагрузка
	Упруго-пластическая	Упругая и пластическая области	Начальное поле напряжений	Взаимовлияющая деформация
	Упруго-пластическая неоднородная	Наличие области деформаций за пределом прочности		
— вязкие	Вязко-упруго-пластическая Вязко-пластическая Вязкая	Зависимость напряжений от скорости деформации Наличие области релаксации напряжений	Начальное поле напряжений Время	Взаимовлияющая деформация, взаимовлияющая скорость деформации

ТАБЛИЦА 4.3

Достигаемый эффект	Элементы технологии подземного строительства
Сохранение напряженного состояния	Бурение и крепление стволов под промывочным раствором Строительство подземных сооружений способом «стена в грунте» Строительство подземных сооружений под сжатым воздухом Применение опережающей крепи
Ограничение смещений пород	Возведение жесткой крепи непосредственно в забое выработки с тампонажем закрепного пространства под давлением
Обеспечение смещений пород в заданных пределах	Возведение постоянной крепи (обделки) с отставанием от момента обнажения пород в пространстве (отставание от забоя) и времени Применение податливой крепи
Регулирование смещений и степени устойчивости пород путем изменения механических характеристик массива	Физико-механическое упрочнение пород Механическое упрочнение пород (применение анкерной крепи) Предотвращение выветривания пород (применение изолирующей крепи)
Ускорение смещений пород и формирования зон пластических деформаций и разрушения	Образование щелей (щелевая разгрузка пород) Применение сотрясательного взрывания пород

сводчатую (с различными очертаниями свода), подковообразную, эллиптическую, круговую и другие виды крепи. Форма и размеры поперечных сечений выработок принимаются, как правило, по рекомендуемым типовым сечениям.

Сведения о некоторых распространенных видах крепи (обделок) приведены в приложениях 3, 4.

Принято также различать крепь по материалу: деревянную, металлическую, бетонную, железобетонную, набрызгбетонную, чугунную, чугуннобетонную и др.

Сведения о механических характеристиках материалов крепи приведены в приложении 2.

Предварительный выбор типа, вида и конструкции крепи (обделки), окончательные размеры которой устанавливаются расчетом, производится с учетом *класса капитальности* подземного сооружения и горно-геологических условий его эксплуатации.

Горно-геологические условия

характеризуются *устойчивостью пород* (см. гл. 2).

Степень устойчивости пород определяется следующими основными факторами: величиной и направлением главных напряжений в нетронутом массиве пород (в частности, глубиной); механическими характеристиками пород (сцепление, угол внутреннего трения, прочность при сжатии, вязкость, набухаемость и др.); степенью нарушенности (число и характер трещин и другие поверхности ослабления); обводненностью пород; формой и размерами поперечного сечения выработки.

Чем более устойчивыми являются породы, тем более легкой и менее материалоемкой может быть конструкция крепи (обделки).

В соответствии с условиями работы крепи, механической моделью массива пород (табл. 4.2), принимаются те или иные технологические решения (табл. 4.3), с помощью которых осуществляется управляющее воздействие на массив в процессе подземного строительства.

4.2. Анализ взаимодействия крепи с массивом с использованием механических моделей

Рассмотрим упругое кольцо, моделирующее крепь (рис. 4.1, *а*), нагруженное равномерной внешней нагрузкой p. Перемещения контуров кольца определяются выражениями (1.67), из которых следует

$$u_L = \frac{p r_1 d_1'}{4G(c^2-1)}, \qquad (4.1)$$

или

$$p_L = B u_L, \qquad (4.2)$$

где

$$B = 4G\frac{c^2-1}{r_1 d_1'}. \qquad (4.3)$$

Коэффициент пропорциональности B характеризует жесткость крепи: $B = \operatorname{tg}\alpha$ (рис. 4.1, *б*).

Параметр жесткости крепи B может быть определен по приближенной формуле, если крепь рассматривать как круговой стержень:

$$B = Et/r^2, \qquad (4.4)$$

где t — толщина крепи; r — радиус нейтральной оси.

Рассмотрим, далее, массив, моделируемый, например, упругопластической моделью. Для выработки круглого сечения в гидростатическом поле напряжений имеем график равновесных состояний (*1*, рис. 4.2). Представим себе, что после некоторых начальных смещений контура выработки ($u = u_0$) в выработке установлена крепь (рис. 4.1, *а*) с характеристикой (рис. 4.1, *б*). Дальнейшее смещение контура выработки встречает возрастающее сопротивление крепи (*2*, рис. 4.2), пока линии *1* и *2* не пересекутся и не установится состояние равновесия. Координаты точки пересечения суть давление на контакте крепи с массивом $p = p_L$ и полные смещения контура выработки $u(p)$:

$$u(p) = u_0 + u_L(p_L). \qquad (4.5)$$

Из графика (рис. 4.2) следует, что, изменяя начальные смещения u_0, зависящие от технологии строительства, и параметр жесткости крепи B, можно управлять процессом взаимодействия крепи с массивом.

Указанный прием можно применить к различным механическим моделям, графики равновесных состояний которых показаны на рис. 2.18, 2.33—2.35, 2.37.

На рассмотренном выше анализе взаимодействия крепи (обделки) с массивом основан широко известный *новоавстрийский метод* строительства тоннелей (NATM).

Новоавстрийский метод не представляет собой конкретной технологии или комплекса технологий разработки пород и возведения обделки, не связан он также и с конкретными конструкциями временной крепи или постоянной обделки. Указанный метод—это общий подход к строительству тоннелей, *общая концепция последовательного использования новых и новейших сведений о поведении горных пород при строительстве тоннелей*. Метод акцентирует внимание на законах механики горных пород, на понимании механизма работы обделки тоннеля, что иллюстрируется обычно графиком взаимодействия массива пород и крепи (рис. 4.3), известного под названием «диаграмма Феннера—Пахера».

Заметим попутно, что такое название не является точным.

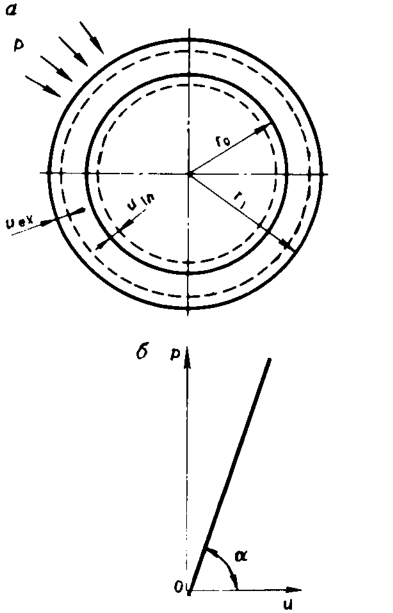


Рис. 4.1. Схема к определению сопротивления крепи смещениям пород (*а*) и график сопротивления крепи (*б*)

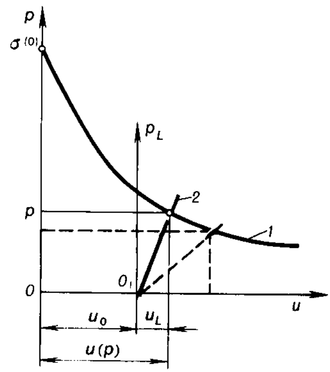


Рис. 4.2. Схема к анализу взаимодействия крепи с массивом:

1 — график равновесных состояний; *2* — график сопротивления крепи

Во-первых, в работе Р. Феннера величина давления на крепь (отпора крепи) p была получена

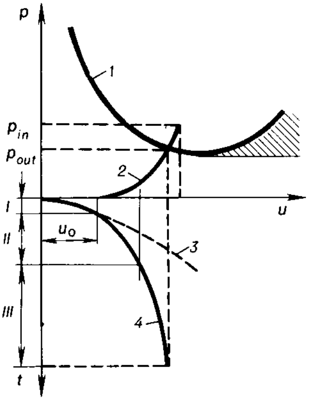


Рис. 4.3. Диаграмма взаимодействия массива пород и крепи к новоавстрийскому методу строительства тоннелей:

1 — график разгрузки (равновесных состояний) массива; 2 — сопротивление крепи; 3 — смещения пород в незакрепленной выработке; 4 — развитие смещений пород и крепи во времени; I, II, III — стадии строительства тоннеля

как функция радиуса зоны пластических деформаций (2.41). Зависимость $p(u)$ была установлена в 1954 г. К. В. Руппенейтом. Во-вторых, справедливости ради следует вспомнить, что диаграммы, подобные показанной на рис. 4.3, были впервые предложены и опубликованы в 1952 г. независимо друг от друга Б. В. Матвеевым и Ф. Мором.

Кривая разгрузки 1 на рис. 4.3 (график равновесных состояний массива) показывает уменьшение напряжений в массиве по мере деформаций массива (перемещений контура сечения выработки). Напряжения могут уменьшиться до некоторого минимума. Если же допустить дальнейшие деформации массива, то напряжения вновь станут возрастать и зона вокруг выработки придет в состояние разрушения. Таким образом, *крепь не должна быть не только слишком жесткой, но и слишком податливой.*

При возведении временной крепи (обычно это набрызгбетон с анкерами) в момент начальных смещений u_0 с дальнейшим возрастанием смещений возрастает отпор крепи 2 и в точке пересечения кривых 1 и 2 достигается состояние равновесия. Возведение внутреннего слоя (дополнительный слой набрызгбетона или монолитная обделка) идет целиком в запас надежности, при этом коэффициент запаса (безопасности)

$$S = \frac{p_{ex} + p_{in}}{p_{ex}}, \qquad (4.6)$$

где p_{ex}, p_{in} — отпор (сопротивление), создаваемый внешним и внутренним слоем обделки.

Кривые 3, 4 отражают зависимость смещений пород от времени. Кривая 3 характеризует смещения пород в незакрепленной выработке (I стадия строительства). Кривая 4 характеризует смещения пород при наличии податливой тонкостенной крепи, причем III стадия соответствует «замыканию» крепи (креплению обратного свода).

«С помощью таких чрезвычайно наглядных кривых можно объяснить еще очень большое число моментов феноменологически, но, к сожалению, не количественно», — пишет проф. Х. Дуддек.

Основоположниками новоавстрийского метода являются проф. Л. фон Рабцевич и проф. Л. Мюллер — Зальцбург. Основные принципы метода сводятся к следующему.

А. *Использование самонесущей функции (несущей способности) массива пород.* Это обеспечивается применением податливой временной крепи (анкерная набрызгбетонная, а в слабых породах — податливая арочная крепь).

Б. *Систематические контрольные измерения* напряжений в массиве, нагрузок на крепь и смещений пород. На основании этих измерений принимаются решения об усилении временной крепи (увеличение количества анкеров и толщины набрызгбетонного слоя) и о возведении второго и третьего слоя постоянной обделки.

В. *Высокий уровень понимания метода* и сотрудничество между заказчиком, подрядчиком и проектировщиками в плане выработки и оперативного принятия решений на основании результатов измерений, программа которых входит в состав общих требований к ведению работ и отражена в смете на строительство тоннеля.

Представляют интерес принципы новоавстрийского метода, сформулированные Л. Мюллером.

Породный массив вокруг подземной выработки является, по существу, несущим элементом крепи.

Поэтому одной из главных задач является всемерное сохранение естественной прочности массива. Следует по возможности предотвращать разрыхление породы, поскольку оно приводит к значительной потере прочности, и развитие одноосных и двухосных напряженных состояний, поскольку горные породы их не выдерживают.

Деформации массива следует контролировать таким образом, чтобы нагрузки на крепь развивались по мере деформаций породы в выработку и в то же время крепь предотвращала разрыхление и разрушение породы. Чем лучше это удается, тем выше безопасность и экономичность работ. Для решения указанной задачи требуются оптимальное проектирование и своевременная установка временной крепи. Это требует правильной оценки фактора времени в работе массива пород и в системе крепи и массива.

Для оценки фактора времени необходимы как предварительные лабораторные исследования, так и измерения деформаций в тоннеле. Дополнительно учитываются период естественной устойчивости пород, скорость деформаций пород и классификация горно-геологических условий.

При значительных деформациях массива временная крепь должна работать на всей породной поверхности выработки. Наиболее эффективным видом такой крепи является набрызгбетон. Набрызгбетонная крепь должна быть тонкой и податливой, при этом сводится к минимуму восприятие изгибающих моментов и трещинообразование под изгибающими нагрузками. В случае необходимости усилить временную крепь нужно не увеличивать толщину слоя набрызгбетона, а применять дополнительно металлическую сетку, арочную и анкерную крепь.

Потребность в усилении крепи определяется по результатам контрольных измерений.

Статически тоннель рассматривается как толстостенная труба, состоящая из несущей зоны породы и конструкции временной крепи. Поскольку работать статически может только труба полного профиля, то особую важность имеет замыкание выработки скальным основанием или крепью обратного свода.

Работа породного массива определяется, главным образом, периодом времени, необходимым для замыкания кольца. При проходке с длинными опережающими штольнями или уступами этот период увеличивается, что приводит к консольному эффекту и нежелательному прогибу крепи в продольном направлении. Кроме того, при разработке длинными уступами породный массив также подвергается большим нагрузкам.

В отношении перераспределения напряжений целесообразна проходка на полный профиль, тогда как при проходке уступным способом перераспределение напряжений усложняется и породный массив может подвергнуться большим разрушениям.

Решающим фактором для устойчивости конструкции является технология проходческих работ, так как ею определяется период обнаженного состояния поверхности породы. На процесс стабилизации массива и крепи в особенности влияют такие факторы, как скорость проходки калотты, опережение калотты и крепление обратного свода. Для предотвращения разрушающих концентраций напряжений в породе следует избегать образования острых углов и стремиться к сглаживанию профиля выработки.

Постоянная железобетонная обделка должна быть тонкой и должна работать совместно с временной крепью.

Система массива и временной крепи обязательно должна достигнуть состояния устойчивости до возведения постоянной обделки. Это повышает коэффициент надежности конструкции.

Временная крепь должна быть рассчитана на обеспечение устойчивого состояния. Анкерную крепь можно считать за элемент постоянной конструкции только при условии надежной защиты от коррозии.

Гидростатическое давление в породном массиве и фильтрация подземных вод должны быть исключены путем устройства дренажных каналов.

Проф. Е. Бровн пишет, что разработчики новоавстрийского метода внесли большой вклад в искусство и науку тоннелестроения. Соглашаясь с ним, отметим, что искусство и практический опыт здесь пока преобладают. Новоавстрийский метод пока не получил выхода в виде метода расчета крепи. Применение численного метода конечных элементов для расчета обделок было воспринято некоторыми специалистами как конкурирующее по отношению к новоавстрийскому методу. «Нам следует надеяться, — пишет проф. Х. Дуддек,— что в будущем «феноменологи» и «численики» добьются взаимопонимания как дополняющие друг друга и нужные друг другу партнеры».

Проф. Х. Дуддек отмечает наличие достаточно большого количества «открытых проблем» в новоавстрийском методе, в числе которых следующие:

характеристики (графики равновесных состояний) при $\lambda \neq 1$ (как преодолеть одномерность?); характеристики для сечений некруглой формы; учет сопротивления крепи изгибу; как измерить допустимое u_0; возможность экстраполяции измерений на несущую способность крепи; определение основных параметров; определение границ применения.

Отметим, что разработанные в Советском Союзе в рамках механики подземных сооружений методы расчета крепи (обделок) во многом снимают сформулированные Х. Дуддеком проблемы.

4.3. Анализ взаимодействия крепи с массивом как составная часть метода расчета крепи

В механике подземных сооружений *крепь рассматривается как элемент совместно деформируемой системы «крепь — массив»*. Расчетная схема крепи (обделки) представляет собой *схему контактного взаимодействия* крепи с деформируемым массивом (рис. 4.4). Основные виды воздействий, которым подвергается система «крепь — массив», следующие: собственный вес пород (горное давление), тектоническое поле начальных напряжений, внешнее гидростатическое давление подземных вод, внутренний напор (для напорных тоннелей и шахт), сейсмические воздействия землетрясений.

Остановимся на понятии «*горное давление*». В настоящее время это понятие используется все реже и реже. Можно назвать две причины: во-первых, изначальную размытость самого понятия, традиционно включавшего в себя как *давление на крепь* выработки (узкий смысл), так и *напряженное состояние пород* (широкий смысл), и, во-вторых, широкое привлечение в последние десятилетия в горные дисциплины, в первую очередь в механику горных пород, методов, а вместе с ними — классических терминов и понятий механики деформируемого твердого тела, отличающихся бо́льшей конкретностью и определенностью.

В настоящее время под горным давлением чаще всего понимается давление вышележащей толщи как *причина смещений, деформаций и разрушения пород и крепи* при проведении горных выработок. Это содержание вложено и в определение, предложенное Международным бюро по механике горных пород: «*Горное давление — собирательное понятие для всех процессов (явлений), происходящих в результате нарушения равновесия массива горных пород вследствие образования (проходки) в нем горных выработок*».

Этот же смысл вкладывается в выражение «*расчет на горное давление*» в отличие от расчета на другие виды нагрузок и воздействий.

Крепь в системе «крепь — массив» может быть представлена монолитной конструкцией, обладающей изгибной жесткостью; сборной конструкцией со связями растяжения в стыках и с шарнирными стыками; набрызгбетонным покрытием, многослойной конструкцией.

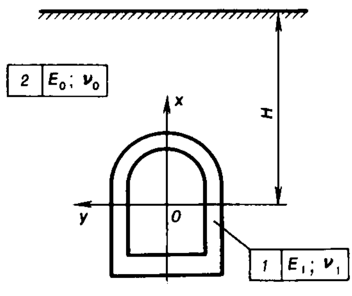


Рис. 4.4. Расчетная схема крепи (обделки) в массиве пород

Может быть рассмотрено взаимное влияние и последовательность строительства сближенных параллельных тоннелей.

На сегодняшний день преимущественное распространение в механике подземных сооружений получило применение в расчетных схемах крепи (обделок) упругой (линейно деформируемой) модели массива пород. Принципиальных трудностей применения в случае необходимости физически нелинейных моделей в связи с развитием численных методов (конечных элементов, граничных элементов, конечных разностей) не имеется, однако область применения указанных моделей ограничивается пока частными случаями учета, например, отдельных трещин или резкой неоднородности пород в пределах поперечного сечения тоннеля.

При расчете крепи (обделки) на собственный вес пород или тектоническое начальное поле напряжений применение любой модели массива в схеме контактного взаимодействия массива с крепью сталкивается с проблемой отставания возведения крепи от обнажения пород в пространстве (отставание от забоя выработки) и времени и учета начальных смещений пород u_0, происходящих до возведения крепи.

Для решения указанной проблемы применяется *одномерный анализ* взаимодействия крепи с массивом с использованием механических моделей массива, в основу которого положены следующие принципиальные позиции.

1. Одномерный анализ позволяет определить средние по периметру контура поперечного сечения выработки нормальные напряжения $\bar{p}$ на контакте крепи с массивом, справедливые как для неравнокомпонентного поля начальных напряжений ($\lambda \neq 1$), так и для выработки любой формы поперечного сечения.

2. Отставание возведения крепи от обнажения пород и наличие начальных смещений пород учитывается коэффициентом $\alpha^* \leqslant 1$, который является множителем к компонентам начального поля напряжений в массиве ($\alpha^* \sigma^{(0)}$).

3. Коэффициент α^* может быть определен из одномерного анализа смещений контура сечения незакрепленной выработки по формуле

$$\alpha^* = 1 - \frac{u_0}{u_\infty}, \qquad (4.7)$$

где u_∞ — полные смещения пород при $t \to \infty$ и $l \to \infty$ (l — расстояние до забоя выработки).

4. Коэффициент α^* может быть определен из одномерного анализа напряжений на контакте крепи с массивом по формуле

$$\alpha^* = \bar{p}/p_0, \qquad (4.8)$$

где p_0 — напряжения на контакте упругого кругового кольца (модель крепи) с линейно деформируемой средой (упругая модель массива) при условии, что кольцо вставлено в отверстие мгновенно и без зазора ($u_0 = 0$):

$$p_0 = \frac{\sigma^{(0)}}{1 + 2\dfrac{G}{Br_0}}. \qquad (4.9)$$

Для определения коэффициента α^* могут быть использо-

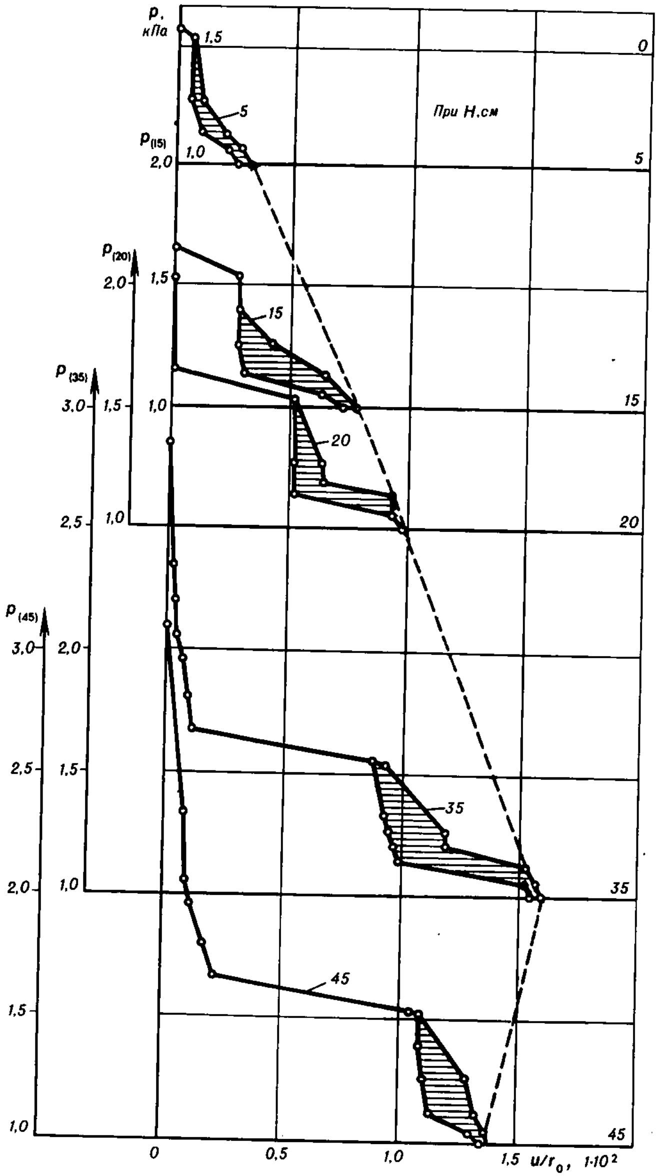


Рис. 4.5. Смещения сыпучей среды на контурах сечения ствола по мере уменьшения распора, создаваемого крепью

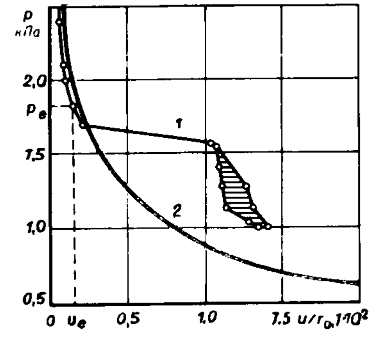


Рис. 4.6. Зависимость между смещениями сыпучей среды в стенках ствола и внутренним давлением на стенки (при разгрузке):
1 — измеренные смещения ($H=45$ см); 2 — график равновесных состояний при значениях величин: $\lambda=0{,}6$; $\gamma=0{,}016$ Н/см^3; $G=50$ Н/см^2; $\varphi=35°$

ваны эмпирические формулы

$$\alpha^* = \exp\left(-1{,}3\frac{l}{r_0}\right); \qquad \alpha^* = \exp\left(-1{,}3\frac{vt}{r_0}\right), \tag{4.10}$$

где l — расстояние до забоя выработки; r_0 — радиус выработки вчерне; v — скорость подвигания забоя; t — время.

Коэффициент α^* может быть определен также на основании обработки результатов натурных измерений давления на крепь, деформаций крепи или смещений пород (экспериментально-аналитический метод расчета крепи).

В заключение выскажем два замечания относительно использования графиков (уравнений) равновесных состояний при анализе взаимодействия крепи с массивом.

Первое замечание относится к тому, что график равновесных состояний был получен путем постепенной монотонной разгрузки массива по контуру сечения выработки при обеспечении соответствующих перемещений контура. При анализе взаимодействия крепи с массивом разгрузка массива по контуру сечения выработки происходит сразу, некоторое время смещения пород не встречают никакого сопротивления, затем в контакт с массивом вводится крепь, оказывающая нарастающее сопротивление дальнейшим смещениям пород, и устанавливается равновесие, характеризующееся некоторой точкой на графике равновесных состояний. Получается, что конечные смещения контура сечения выработки не зависят от истории ее нагружения (разгрузки), с чем нельзя согласиться. В связи с этим рекомендация авторов новоавстрийского метода не оставлять поверхность выработки без временной крепи типа набрызгбетона с анкерами представляется весьма целесообразной.

Для иллюстрации существенного влияния условий, создаваемых на поверхности выработки, на величину и характер смещений пород приведем результаты экспериментов автора на модели с песком. Имитировалась вертикальная выработка. Поверхность модели ствола (размеры модели: $H=50$ см; $d=10$ см) состояла из отдельных сегментов, которые могли перемещаться в радиальном направлении независимо друг от друга. Регулировалось давление, создаваемое сегментами на стенки ствола.

Испытания модели показали, что при уменьшении внутреннего давления на стенки ствола перемещения сыпучей среды происходили скачкообразно (рис. 4.5), причем величина перемещений значительно превосходила расчетные, соответствующие графику равновесных состояний (рис. 4.6).

Иное поведение сыпучей среды в стенках ствола наблюдалось при регулируемом перемещении стенок (см. рис. 2.33).

Другое замечание касается проблемы динамического (ударного) разрушения, которое возможно при достаточно хрупкой (например, бетонной) крепи в массиве пород, склонном к хрупкому разрушению при высоких начальных напряжениях в массиве.

Проблема динамического (внезапного) разрушения пород и крепи является «открытой», количественные критерии пока не получены. При появлении указанных выше признаков можно пойти следующими путями: увеличить запас прочности крепи, заведомо предотвратив возможность разрушения; применить конструкцию и материал крепи, исключающие ее хрупкое разрушение; применить управляющие воздействия на массив с целью искусственного упрочнения или, напротив, разупрочнения пород и регулируемого образования достаточно мощной демпфирующей зоны разрушения вокруг выработки. Выбор конкретных мер должен опираться на конкретные условия строительства.

4.4. Примеры анализа взаимодействия крепи с массивом пород

4.4.1. Определение нагрузок на крепь при наличии зазора между крепью и породой

Рассмотрим случай, когда массив моделируется упругой средой. В выработку радиуса r_0 устанавливается упругая крепь с зазором Δ. Определить среднее давление на крепь.

Решение. Уравнение (4.5) в данном случае приобретает следующий вид:

$$u(p)=\Delta+u_L(p_L), \qquad (4.11)$$

где $u(p)$—уравнение равновесных состояний (1.120); $u_L(p_L)$ — характеристика деформируемости крепи, следующая из выражения (4.2).

Подставив указанные выражения в (4.11), получим

$$r_0\frac{\sigma^{(0)}}{2G}\left(1-\frac{p}{\sigma^{(0)}}\right)=\Delta+\frac{p}{B},$$

откуда

$$p=B\,\frac{r_0\sigma^{(0)}-2G\Delta}{2G+Br_0}. \qquad (4.12)$$

Из полученной зависимости следует, что при значительном зазоре между крепью и породой при условии

$$\Delta\geqslant r_0\frac{\sigma^{(0)}}{2G} \qquad (4.13)$$

давление на крепь будет равно нулю.

Рассмотрим числовой пример. Строительство ствола осуществляется методом погружения крепи в тиксотропной рубашке. Крепь—чугунные тюбинги, наружный радиус 3,24 м. Ширина зазора, заполненного тиксотропным раствором, составляет $\Delta=10$ см и определяется величиной уширения ножевого кольца относительно наружной поверхности крепи.

Требуется определить давление на крепь в глинах ($E=20$ МПа; $\nu=0{,}4$; $\gamma=0{,}021$ МН/м^3) на глубине 50 м в случае ухода тиксотропного раствора и заполнения зазора в результате смещений пород. Удельный вес тиксотропного раствора $\gamma=0{,}013$ МН/м^3.

Коэффициент бокового давления в массиве в достаточно пластичных глинах примем $\lambda=0{,}9$ (данные испытаний ВНИМИ на боковой распор).

Определим величины, входящие в формулу (4.12):

начальные напряжения в массиве

$$\sigma^{(0)}=\lambda\gamma H=0{,}9\cdot 0{,}021\cdot 50=0{,}94 \text{ МПа};$$

модуль сдвига пород

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)}=\frac{20}{2(1+0{,}4)}=7{,}1\text{ МПа}.$$

Определим расчетную величину смещений пород при отсутствии крепи по формулам (1.120),— при $p=0$,— или (4.13):

$$u=(3{,}24+0{,}10)\frac{0{,}94}{2\cdot 7{,}1}=0{,}22\text{ м}.$$

Как видим, условие отсутствия давления (4.13) не выполняется, так как расчетные смещения превосходят ширину зазора ($\Delta=0{,}1$ м).

Представляет интерес величина смещений породных стенок ствола при наличии в закрепном пространстве тиксотропного раствора, создающего гидростатическое давление на стенки $p=\gamma_w H$. Подставив это значение в формулу (1.120), получим

$$u=r_0\frac{\sigma^{(0)}}{2G}\left(1-\frac{\gamma_w}{\gamma}\right), \qquad (4.14)$$

или

$$u=0{,}22\left(1-\frac{0{,}013}{0{,}021}\right)=0{,}08\text{ м}=8\text{ см}.$$

Таким образом, действительный зазор между крепью и породой составит в данном случае всего 2 см, вследствие чего в реальных условиях крепь может прийти в соприкосновение с породными стенками, что существенно увеличит сопротивление крепи опусканию.

По формуле (4.12) определяем давление на крепь при уходе тиксотропного раствора. Поскольку жесткость (модуль сдвига) чугуна на несколько порядков превосходит жесткость глины, принимаем для расчетов $B\to\infty$, тогда формула (4.12) принимает следующий вид:

$$\bar{p}=\sigma^{(0)}-2G\frac{\Delta}{r_0}. \qquad (4.15)$$

Подставляя значения величин, получаем

$$\bar{p}=0{,}94-2\cdot 7{,}1\frac{0{,}1}{3{,}34}=0{,}51\text{ МПа}.$$

Определим, далее, значение коэффициента α^*. Расчетное давление на крепь ствола в тех же условиях при мгновенно вставленной крепи при $B\to\infty$ будет, очевидно, равняться напряжениям в нетронутом массиве

$$p_0\approx\sigma^{(0)}=0{,}94\text{ МПа}.$$

По формуле (4.8) определим значение коэффициента

$$\alpha^*=\frac{0{,}51}{0{,}94}=0{,}54.$$

4.4.2. Определение давления на крепь при известных начальных смещениях пород

Определить давление на монолитную бетонную крепь толщиной $t=20$ см, характеризующуюся величинами: $E_1=1\cdot 10^4$ МПа; $\nu_1=0{,}2$, при начальных смещениях пород $u_0=5$ мм, в условиях примера 1.6.18.

Решение. По формуле (4.7) определяем величину коэффициента α^*. Значения $u_\infty=11{,}8$ мм находим в решении примера 1.6.18.

$$\alpha^*=1-\frac{5{,}0}{11{,}8}=0{,}57.$$

По формуле (4.4) определим характеристику жесткости крепи:

$$B=1\cdot 10^4\frac{0{,}2}{2{,}9^2}=238\text{ МПа/м}.$$

Из выражений (4.8), (4.9) следует

$$\bar{p}=\alpha^* p_0=\frac{\alpha^*\sigma^{(0)}}{1+2\frac{G}{Br_0}}. \qquad (4.16)$$

Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$\bar{p}=\frac{0,57\cdot 0,84}{1+2\frac{107}{3\cdot 238}}=0,37 \text{ МПа}.$$

4.4.3. Определение коэффициента α^* по результатам натурных измерений

Требуется определить значения коэффициентов α^* по результатам натурных измерений давления грунтового массива на обделки коллекторных тоннелей (см. табл. 2.6).

Решение. Поскольку грунтовый массив, представленный песками, имеет низкий модуль деформации ($10\div 40$ МПа), а модуль деформации обделок тоннелей на три порядка выше, то, не располагая данными о конструкции обделок для ориентировочного определения величины α^*, положим в формуле (4.16) $B\to\infty$. В связи с тем что при этом завышаются значения расчетных нагрузок на крепь, для определения α^* примем не средние, а максимальные измеренные нагрузки:

$$\alpha^*=p_{max}/\sigma^{(0)},$$

где $\sigma^{(0)}=\gamma H$.

Результаты вычислений приведены в табл. 4.4. Расчетная глубина заложения тоннелей увеличена на величину $r_0/2$ по сравнению с табл. 2.6, так как в указанной таблице глубина дана только до шелыги свода.

В двух последних строчках табл. 4.4 расчетные значения оказались больше 1 (величины в скобках), что свидетельствует о том, что расчет выполнен с некоторым запасом. Тем не

ТАБЛИЦА 4.4

Породы		H, м	γH, МПа	p_{max}, МПа	α^*
Характеристика	γ, МН/м³				
Песок обводненный	0,0167	5,9	0,098	0,038	0,39
Песок глинистый, обводненный	0,0198	6,0	0,119	0,030	0,25
Песок плотный, с гравием	0,0153	7,0	0,107	0,044	0,41
Песок с гравием	0,0165	13,1	0,216	0,076	0,35
Песок глинистый	0,0155	15,6	0,242	0,134	0,55
Песок мелкозернистый	0,0160	6,7	0,107	0,107	1,00
Песок обводненный	0,0157	5,4	0,085	0,137	1,0(1,6)
Песок обводненный	0,0183	6,0	0,110	0,154	1,0(1,4)

менее в пяти случаях из восьми значения коэффициента α^* даже при небольшом заглублении тоннелей оказались меньше 1.

4.4.4. Определение средних нагрузок на крепь при упругопластической модели массива

В условиях примера 2.4.16 при щитовой проходке тоннеля возводится с зазором $\Delta = 10$ см блочная крепь толщиной 20 см ($E_1 = 1{,}5 \cdot 10^4$ МПа). Определить средние нагрузки на крепь и величину коэффициента α^*.

Решение. По формуле (4.4) определяем характеристику жесткости крепи. Радиус нейтральной оси (средней линии) крепи составляет 1,7 м. Подставив в формулу (4.4) значения величин, получим

$$B = 1{,}5 \cdot 10^4 \frac{0{,}2}{1{,}7^2} = 1038 \text{ МПа/м}.$$

При внешнем давлении $p = 1$ МПа перемещения крепи составляют $u_L \approx 1$ мм. На рис. 2.34 линия крепи будет практически вертикальной линией, проходящей через абсциссу $u = 10$ см.

Изложенное подтверждает правомерность принятия характеристики жесткости крепи $B \to \infty$ при отличии в модулях деформации крепи и пород на несколько порядков.

Из табл. 2.9 устанавливаем, что давление на крепь в этом случае может составить $\bar{p} = 0{,}51$ МПа (при увеличении объема в процессе пластических деформаций).

Из формулы (4.9) следует, что при мгновенно вставленной крепи давление на крепь $p \to \sigma^{(0)} = \gamma H$. Отсюда

$$\alpha^* = \frac{0{,}51}{2{,}0} = 0{,}26.$$

4.4.5. Анализ взаимодействия крепи с массивом хрупко разрушающихся пород

Требуется проанализировать взаимодействие крепи с массивом пород в условиях примера 2.4.20.

Крепь ствола монолитная бетонная из бетона марки М300 толщиной $t = 0{,}4$ м. Проходка ствола осуществляется по совмещенной схеме с применением призабойной металлической опалубки высотой 4 м.

Решение. Рассматриваемый пример относится к тому случаю, когда возможно внезапное разрушение крепи и пород и когда к вопросам выбора и расчета крепи и технологии крепления следует подходить особенно внимательно.

Еще раз обратим внимание на признаки, существенно усложняющие работу крепи: хрупкое разрушение пород, пониженные прочностные характеристики пород в массиве (по трещинам, заполненным слабым легко выветривающимся материалом, который при увлажнении начинает играть роль смазки, уменьшающей трение); высокие начальные напряжения (средний коэффициент бокового давления $\lambda \approx 1$).

О сложности крепления ствола свидетельствует и график равновесных состояний массива (см. рис. 2.37), согласно которому даже при значительных смещениях пород радиальные напряжения на контуре сечения ствола остаются высокими, а разгрузка крепи вследствие этого — неэффективной.

В связи с изложенным проанализируем работу крепи с учетом твердения бетона за опалубкой. Модуль деформации бетона определим по формуле Н. Х. Арутюняна:

$$E(T)=E_b\,(1-0{,}6e^{-0{,}13T}),\quad (4.17)$$

перемещения пород по мере отхода забоя определим по формуле, следующей из (4.7) и (4.10):

$$\frac{u}{u_\infty}=\tilde{u}=1-\exp\left(-1{,}3\frac{l}{r_0}\right).\quad (4.18)$$

Проследим подвигание забоя ствола на 4 м/сутки. Через каждые сутки увеличивается возраст бетона, а участок бетонной крепи ствола становится на 4 м дальше от забоя (табл. 4.5). В течение 6 сут заходка бетонной крепи оказывается в зоне влияния забоя (это влияние, разумеется, тем меньше, чем больше расстояние от забоя l). В табл. 4.5 для каждого момента времени t_i ($i=1,\ 2,\ \ldots,\ 10$ сут) определены значения α^* по формуле (4.10) и относительные перемещения контура сечения ствола по формуле

$$\tilde{u}(t_i)=\frac{u(t_i)}{u_\infty}=1-\alpha^*.$$

Разность

$$\tilde{u}(t_{i+1})-\tilde{u}(t_i)=\Delta\alpha_i^*\quad (4.19)$$

позволяет определить долю общего коэффициента α^*, учитывающего в данном случае влияние отхода забоя, приходящуюся на каждый момент t_i этого влияния.

Поясним сказанное. Если бы в стволе на расстоянии 4 м от забоя была установлена крепь, имеющая постоянный модуль деформации, то влияние забоя выразилось бы в коэффициенте $\alpha^*=0{,}306$, определенном по формуле (4.10). В рассматриваемом примере модуль деформации крепи каждый день меняется, поэтому мы величину α^* распределили на каждый момент

ТАБЛИЦА 4.5

$t_i=T$, сут	l, м	α^*	$\tilde{u}(t_i)$	$\Delta\alpha_i^*$	$E(T)\cdot 1\cdot 10^{-3}$, МПа	B, МПа/м	p_0, МПа	$\overline{\Delta p_i}$, МПа	$\bar{p}$, МПа	σ, МПа	R_{bn}, МПа
1	4	0,306	0,694	0,212	13,7	310,6	3,78	0,801	0,801	8,8	0
2	8	0,094	0,906	0,066	15,6	353,8	4,18	0,276	1,077	11,8	3,5
3	12	0,028	0,972	0,019	17,2	390,0	4,50	0,086	1,163	12,8	5,7
4	16	0,009	0,991	0,006	18,6	421,8	4,76	0,028	1,191	13,1	7,2
5	20	0,003	0,997	0,002	19,9	451,3	5,00	0,010	1,201	13,2	8,3
6	24	0,001	0,999	0,001	21,0	476,3	5,20	0,005	1,206	13,3	9,3
10	40	0	1,0		24,2	548,8	5,73	0		13,3	11,9
			Σ 0,306					Σ 1,206			

времени, так что

$$\sum_{i=1}^{10} \Delta\alpha_i^* = \alpha^*. \quad (4.20)$$

По формуле (4.17) определены значения модуля деформации крепи $E(T)$ на каждый момент времени, соответствующие им характеристики жесткости B — по формуле (4.4) — и расчетные значения напряжений p_0 на контакте крепи с массивом при мгновенной установке крепи — по формуле (4.9). Далее, по формуле

$$\Delta\bar{p}_i = \Delta\alpha_i^* p_0$$

определены приращения давления пород на крепь ствола в каждый момент времени t_i. Установившееся давление определяется по формуле

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{10} \Delta\bar{p}_i. \quad (4.21)$$

Суммарное давление на крепь за весь период влияния отхода забоя ствола и твердения бетона составляет 1,2 МПа.

Оценим прочность крепи. Средние напряжения по сечению крепи можно определить по формуле

$$\sigma = \bar{p} r_0 / t. \quad (4.22)$$

Подставив в эту формулу значения нагрузок $\bar{p}$, получим напряжения в крепи в каждый момент времени t_i (табл. 4.5).

Нормативное сопротивление бетона $R_{bn} = 17,0$ МПа, сопротивление бетона по мере его твердения определим по формуле

$$R_b(T) = 0,7 R_b \lg T. \quad (4.23)$$

Как следует из табл. 4.5, в данном случае напряжения растут значительно быстрее, чем даже нормативное сопротивление, не говоря уже о расчетном. По-видимому, формула (4.23) не вполне подходит к данному случаю, так как отражает естественное твердение бетона, тогда как при проходке стволов в состав бетонной смеси добавляются добавки — ускорители схватывания и твердения. Но даже и с такими добавками расчетное сопротивление бетона $R_b = 13,5$ МПа в точности соответствует средним напряжениям (без достаточного запаса), что нельзя признать достаточным.

Сильное обжатие бетона в данном возрасте также является неблагоприятным фактором, так как нарушает естественный процесс набора прочности.

4.4.6. Анализ взаимодействия крепи с массивом пород, обладающим ползучестью

При проходке ствола способом бурения в Карагандинском бассейне производились измерения нагрузок на крепь. Ствол проходили установкой УКБ-3,6, диаметр ствола вчерне 3,6 м, в свету — 3,2 м. Крепь — железобетонные кольца толщиной 150 мм ($E_1 = 3 \cdot 10^4$ МПа).

Измерения производились на глубине $H = 50$ м в алевролитовых аргиллитах (основная масса глинистая) со следующими характеристиками: $\sigma_c = 8$ МПа; $E = 1100$ МПа; $\nu = 0,26$; $G = 436$ МПа; $\gamma = 0,021$ МН/м³. Технология проходки ствола на участке измерений была следующая. Вначале бурили ствол.

В течение 5 мес (179 сут) ствол на участке измерений был затоплен промывочным раствором с удельным весом $\gamma_w = 0{,}011 \div \div 0{,}012$ МН/м³. За это время ствол был пробурен на проектную глубину и в нем была смонтирована колонна крепи из секций железобетонных колец. Затем в течение трех дней глинистый раствор на участке измерений был откачан, после чего пространство между крепью и породой было затампонировано. Начиная с этого момента времени, измерительные устройства зафиксировали рост давления на крепь.

Требуется произвести расчет нагрузок на крепь ствола с привлечением механических моделей массива и сравнить расчетные величины с измеренными.

Решение. Начальное поле напряжений в массиве пород на участке измерений характеризуется величиной $\sigma_1^{(0)} = \gamma H = = 0{,}021 \cdot 50 = 1{,}05$ МПа. Сопоставляя напряжения в массиве с прочностью пород, убеждаемся, что напряжения в стенках ствола, даже с учетом концентрации напряжений, не превосходят предела прочности пород. Следовательно, пластические модели здесь неприменимы, а причиной деформирования пород является их ползучесть. Характеристики ползучести пород: $\alpha = 0{,}73$; $\delta = 0{,}0003$ с$^{-0{,}27}$. В качестве модели массива принимаем линейную наследственную среду.

В основу анализа взаимодействия крепи с массивом пород положим уравнение совместности перемещений пород и крепи. В связи с линейностью модели будем пользоваться принципом независимости действия сил.

Характерные периоды проходки и крепления ствола следующие: $t_1 = 179$ сут — деформирование пород при противодавлении промывочного раствора; $t_2 = 182$ сут — время ввода крепи в контакт с породными стенками, с этого момента начинается нагружение крепи; $t_2 - t_1 = 3$ сут — откачка раствора и деформирование пород при полной разгрузке стенок ствола.

Схема деформирования пород и крепи ствола показана на рис. 4.7. Уравнение равновесных состояний массива такое же, как и для упругой модели (1.120), только вместо модуля сдвига следует подставить переменный модуль G_t:

$$u(p) = \frac{r_0}{2G_t}(\lambda\gamma H - p). \qquad (4.24)$$

Смещения пород на контуре сечения ствола вызывались снимаемыми напряжениями: в момент времени t_0 при бурении ствола под промывочным раствором: $\sigma_{rt_0}^{(1)} = \lambda\gamma H - \gamma_w H$ — и в момент времени t_1 при откачке промывочного раствора: $\sigma_{rt_1}^{(1)} = = \gamma_w H$. Смещения контура сечения ствола под действием снимаемых напряжений на момент времени t

$$u(t) = \frac{r_0}{2G_{t_1}}(\lambda\gamma H - \gamma_w H) + \frac{r_0\gamma_w H}{2G_{t-t_1}}. \qquad (4.25)$$

Начальные смещения пород до ввода крепи в контакт с породными стенками в момент времени t_2

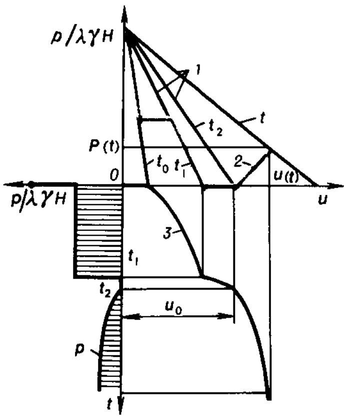


Рис. 4.7. Схема деформирования пород и крепи при строительстве ствола способом бурения (к примеру 4.4.6): *1* — графики равновесных состояний массива в различные моменты времени; *2* — график сопротивления крепи; *3* — графики смещения пород на контуре сечения ствола во времени

$$u_0=\frac{\lambda\gamma H r_0}{2G_{t_2}}+\frac{r_0}{2G_{t_1}}(\lambda\gamma H+\gamma_w H)+\frac{r_0\gamma_w H}{G_{t_2-t_1}}. \quad (4.26)$$

Перемещения крепи определяем из выражения (4.2). Окончательно уравнение совместности перемещений пород и крепи с учетом развития смещений во времени в результате ползучести пород имеет следующий вид:

$$u(p)+u(t)=u_0+u_L(p_L). \quad (4.27)$$

Подставим в это уравнение все указанные выше выражения, в результате получим

$$\frac{pr_0}{2G_t}+\frac{p}{B}=\frac{\lambda\gamma H r_0}{2G_t}+\frac{\gamma_w H r_0}{G_{t-t_1}}-\frac{\lambda\gamma H r_0}{2G_{t_2}}-\frac{\gamma_w H r_0}{G_{t_2-t_1}},$$

откуда

$$p=\lambda\gamma H\times\frac{\left(1-\frac{G_t}{G_{t_2}}\right)+\frac{\gamma_w}{\lambda\gamma}\cdot\frac{G_t}{G_{t-t_1}}\left(1-\frac{G_{t-t_1}}{G_{t_2-t_1}}\right)}{1+2\frac{G_t}{Br_0}}. \quad (4.28)$$

Характеристику жесткости крепи определим по формуле (4.4):

$$B=3\cdot 10^4\frac{0,15}{1,67}=2695 \text{ МПа/м}.$$

Коэффициент бокового давления в массиве примем с учетом ползучести пород $\lambda=0,6$.

Расчет значений функции ползучести (3.25) и временной функции G_t (переменного модуля) по формуле (3.29) приведен в табл. 4.6.

Подставим значения величин в формулу (4.28), в результате получим

$$p=0,6\cdot 0,021\cdot 50\frac{\left(1-\frac{G_t}{391}\right)+\frac{0,012}{0,6\cdot 0,021}\cdot\frac{G_t}{G_{t-t_1}}\left(1-\frac{G_{t-t_1}}{420}\right)}{1+2\frac{G_t}{1,8\cdot 2695}},$$

или

$$p=0,63\frac{\left(1-\frac{G_t}{391}\right)+0,95\frac{G_t}{G_{t-t_1}}\left(1-\frac{G_{t-t_1}}{420}\right)}{1+\frac{G_t}{2426}}.$$

ТАБЛИЦА 4.6

t	сут	$1\cdot10^6$ с	Ф	G_t, МПа	p, МПа
0	0	0	0	436	—
t_1	179	15,46	0,0970		—
t_2	182	15,72	0,0974	391	0
t_2-t_1	3	0,26	0,0322	420	—
$\frac{t}{t-t_1}$	$\frac{202}{23}$	$\frac{17,45}{1,99}$	$\frac{0,1002}{0,05578}$	$\frac{389}{409}$	0,016
	$\frac{222}{43}$	$\frac{19,18}{3,72}$	$\frac{0,1028}{0,0660}$	$\frac{388}{404}$	0,023
	$\frac{242}{63}$	$\frac{20,91}{5,44}$	$\frac{0,1052}{0,0732}$	$\frac{387}{401}$	0,028
	$\frac{302}{123}$	$\frac{26,09}{10,63}$	$\frac{0,112}{0,0877}$	$\frac{385}{395}$	0,038

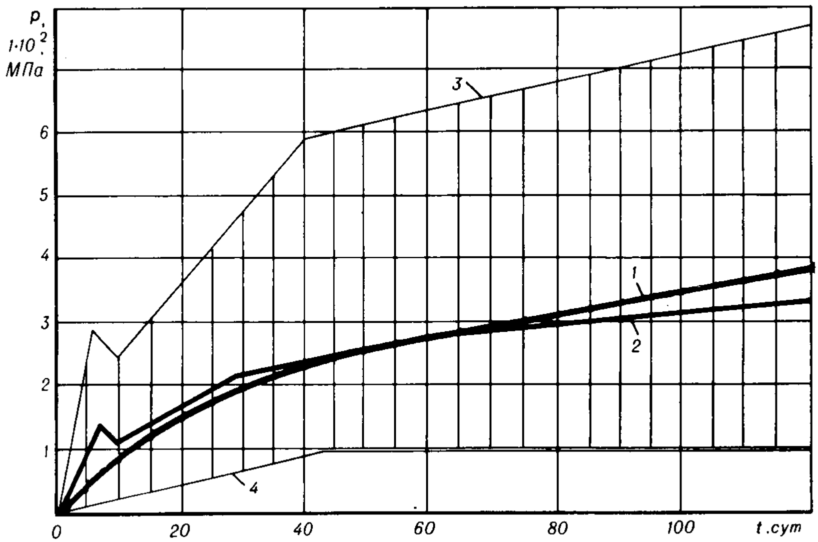


Рис. 4.8. Расчетное и измеренное давление пород на крепь ствола, пройденного бурением (к примеру 4.4.6):
1 — расчетное давление; *2* — среднее измеренное; *3* — максимальное измеренное; *4* — минимальное измеренное давление

Расчетное давление на крепь приведено в табл. 4.6. Сравнение расчетного и измеренного давления на крепь (рис. 4.8) свидетельствует о хорошей сходимости результатов.

4.4.7. Определение давления пород на крепь в массиве, описываемом моделью Кельвина — Фойгта

В массиве пород, сложенном алевролитами, характеристики которых определены в примере 3.4.1, проходят ствол диаметром 3,6 м на глубине 50 м. Крепь — железобетонные кольца толщиной 150 мм (такие же, как и в примере 4.4.6) и бетонные кольца такой же толщины из полимербетона с модулем деформации $E=1\cdot10^4$ МПа.

Требуется определить давление на указанные конструкции крепи и сопоставить их между собой.

Решение. Исходные данные для расчета следующие. Из примера 3.4.1 имеем характеристики пород: $E=610$ МПа; $\eta=1590$ МПа·сут; при $\nu=0{,}35$ модуль сдвига

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)}=\frac{610}{2(1+0{,}35)}=226 \text{ МПа};$$

$H=50$ м; $r_0=1{,}8$ м; удельный вес пород принимаем равным $\gamma=0{,}021$ МН/м³.

Характеристики жесткости крепи следующие. Для железобетонных колец из примера 4.4.6 имеем $B_1=2695$ МПа/м; для колец из полимербетона по формуле (4.4) вычисляем

$$B_2=1\cdot10^4\,\frac{0{,}15}{1{,}67}=898 \text{ МПа/м}.$$

Коэффициент бокового давления в массиве примем $\lambda=0{,}9$. Начальные напряжения в массиве

$$\sigma^{(0)}=\lambda\gamma H=0{,}9\cdot0{,}021\cdot50=0{,}945 \text{ МПа}.$$

Определяем максимальное давление на крепь по формуле (3.38):

для железобетонных колец

$$p'_{\max}=\frac{0{,}945}{1+\dfrac{2\cdot226}{1{,}8\cdot2695}}=0{,}86 \text{ МПа};$$

для полимербетонных колец

$$p''_{\max}=\frac{0{,}945}{1+\dfrac{2\cdot226}{1{,}8\cdot898}}=0{,}74 \text{ МПа}.$$

Таким образом, максимальное давление на крепь зависит от жесткости крепи, и кольца из полимербетона, жесткость которых втрое меньше, чем железобетонных, испытывают существенно меньшее давление.

Развитие давления на крепь во времени определим по формуле (3.37). Подставив в эту формулу значения величин, получим

для железобетонных колец

$$p=0{,}86\times\left[1-\exp\left(-\frac{2\cdot226+1{,}8\cdot2695}{2\cdot1590}\,t\right)\right],$$

или

$$p=0{,}86\,[1-\exp(-1{,}668t)];$$

для полимербетонных колец

$$p=0{,}74\,[1-\exp(-0{,}65t)].$$

Результаты расчетов по этим формулам приведены в табл. 4.7 и показаны на рис. 4.9. Из таблицы и графиков следует, что процесс стабилизации давления

ТАБЛИЦА 4.7

t, сут	p, МПа	
	железобетон	полимербетон
0,5	0,49	0,20
1	0,70	0,35
2	0,83	0,54
4	0,86	0,68
6	0,86	0,72
10	0,86	0,74

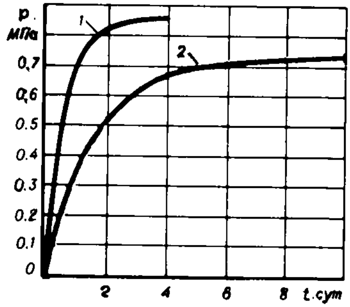


Рис. 4.9. Развитие давления на крепь во времени при моделировании массива средой Кельвина—Фойгта (к примеру 4.4.7):
1—давление на железобетонную крепь; 2—давление на менее жесткую полимербетонную крепь

на менее жесткую (более податливую) крепь занимает значительно больше времени.

4.4.8. Определение толщины битумного слоя между крепью и породой при установившейся ползучести пород

В массиве каменной соли смещение контура сечения ствола происходит со скоростью 1 см/год, что составляет $\dot{u} \approx \approx 3{,}2 \cdot 10^{-10}$ м/с. Принято решение отделить крепь от массива слоем битума, который по мере смещения стенок ствола будет выжиматься вверх в свободную полость. Требуется определить рациональные размеры слоя битума (толщину Δ и высоту столба H). Характеристики битума следующие: $\gamma = 0{,}012$ МН/м³; $\eta = 3{,}6 \cdot 10^5$ МПа·с.

Решение. Обратимся к формуле (3.53). Максимальное давление на крепь со стороны битумного слоя (при $x = 0$)

$$p_{\max} = \gamma H + \dot{u}\frac{\eta}{\Delta^2} H,$$

откуда

$$\frac{p_{\max}}{\gamma H} = 1 + \frac{\dot{u}\eta}{\gamma \Delta^2}. \qquad (4.29)$$

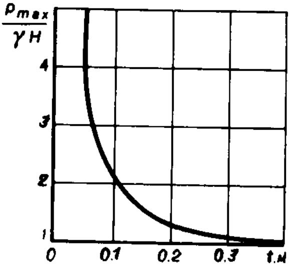


Рис. 4.10. Зависимость давления битума, отделяющего крепь ствола от массива, при постоянной скорости смещения стенок ствола от толщины битумного слоя (к примеру 4.4.8)

Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$\frac{p_{\max}}{\gamma H} = 1 + \frac{3{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}6 \cdot 10^5}{0{,}012\Delta^2} \approx$$
$$\approx 1 + \frac{0{,}01}{\Delta^2}.$$

При различной толщине битумного слоя имеем

Δ, м	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$p_{\max}/\gamma H$	5	2	1,25	1,11	1,06	1,04	1,03

График полученной зависимости показан на рис. 4.10.

5. Общий метод расчета крепи выработок круглого сечения

5.1. Общие положения и основные расчетные зависимости

Крепь (обделка) протяженной достаточно заглубленной выработки (ствола, тоннеля) круглого сечения рассматривается как многослойное (в общем случае) круговое кольцо, подкрепляющее отверстие в упругой плоскости (рис. 5.1). Нагрузки и воздействия, испытываемые системой «крепь — массив», представляются либо в виде эквивалентных напряжений, прикладываемых на бесконечности (рис. 5.1, *а*), либо в виде напряжений, прикладываемых к внутреннему контуру сечения крепи. Общий метод расчета крепи основан на применении коэффициентов передачи нагрузок (контактных напряжений).

Эквивалентные напряжения, прикладываемые к упругой плоскости на бесконечности, соответствующие различным видам нагрузок и воздействий, определяются по формулам:

при действии *начальных гравитационных или тектонических напряжений* в массиве

$$P_{eq} = P_{0eq} + P_{2eq}\cos 2\theta, \quad (5.1)$$

где

$$P_{0eq} = \alpha^* \frac{\sigma_1^{(0)} + \sigma_2^{(0)}}{2} \frac{2}{\varkappa_0 + 1}; \qquad P_{2eq} = \alpha^* \frac{\sigma_1^{(0)} - \sigma_2^{(0)}}{2} \frac{\varkappa_0}{\varkappa_0 + 1}; \quad (5.2)$$

$\sigma_1^{(0)}$, $\sigma_2^{(0)}$ — главные начальные напряжения в массиве; ось x (см. рис. 5.1, *а*) совпадает с направлением наибольших главных напряжений $\sigma_1^{(0)}$;

$$\varkappa_0 = 3 - 4\nu_0;$$

ν_0 — коэффициент Пуассона пород в массиве;

при действии *внешнего гидростатического давления* подземных вод на водонепроницаемую крепь

$$P_{0eq} = H_w \frac{2}{\varkappa_0 + 1}; \quad P_{2eq} = 0, \quad (5.3)$$

где H_w — статический напор подземных вод:

$$H_w = \gamma_w h_w;$$

γ_w — удельный вес воды;

h_w — пьезометрическая высота столба воды;

при *сейсмических воздействиях* землетрясений

воздействие продольной волны:

$$P_{0eq} = \sigma_{\substack{\max\\(\min)}P} \frac{1+\lambda}{2}; \quad P_{2eq} = \sigma_{\substack{\max\\(\min)}P} \frac{1-\lambda}{2}, \quad (5.4)$$

где $\sigma_{\substack{\max\\(\min)}P}$ определяются по формулам (1.51), (1.52);

$$\lambda = \nu_0/(1-\nu_0);$$

воздействие поперечной волны:

$$P_{0eq}=0;\quad P_{2eq}=\sigma_{\substack{\max\\(\min)}}S; \qquad (5.5)$$

совместное воздействие продольной и поперечной волны:

$$\begin{aligned}P_{0eq}&=(\sigma_1+\sigma_2)/2;\\ P_{2eq}&=(\sigma_1-\sigma_2)/2,\end{aligned} \qquad (5.6)$$

где

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_{\substack{\max\\(\min)}}P}{2(1-\nu_0)}\times$$
$$\times\left[1\pm\sqrt{(3-4\nu_0)(1-2\nu_0)}\right].$$

Порядок расчета крепи следующий. Вначале определяются *коэффициенты передачи внешних нагрузок* последовательно для всех слоев расчетной схемы, начиная с внутренних по рекуррентной матричной формуле

$$[K_i]=\left([B_{i-1}]-[A_i']+[B_{i-1}']\times\right.$$
$$\left.\times[K_{i-1}]\right)^{-1}[A_i], \qquad (5.7)$$

где $[K_i]$ — матрица коэффициентов передачи нагрузок:

$$[K_i]=\begin{bmatrix}K_{0\,(i)} & 0 & 0\\ 0 & K_{11\,(i)} & K_{12\,(i)}\\ 0 & K_{21\,(i)} & K_{22\,(i)}\end{bmatrix}; \qquad (5.8)$$

$$[A_i]=\begin{bmatrix}\alpha_{11\,(i)} & 0 & 0\\ 0 & \alpha_{22\,(i)} & \alpha_{23\,(i)}\\ 0 & \alpha_{32\,(i)} & \alpha_{33\,(i)}\end{bmatrix}; \qquad (5.9)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{11\,(i)}&=\frac{d_{1\,(i)}}{4G_i(c_i^2-1)};\\ \alpha_{22\,(i)}&=a_{1\,(i)}/6G_iD_i;\\ \alpha_{23\,(i)}&=-a_{2\,(i)}/6G_iD_i;\\ \alpha_{32\,(i)}&=a_{1\,(i)}'/2G_iD_i;\\ \alpha_{33\,(i)}&=-a_{2\,(i)}'/2G_iD_i;\end{aligned} \qquad (5.10)$$

$$[A_i']=\begin{bmatrix}\alpha_{11\,(i)}' & 0 & 0\\ 0 & \alpha_{22\,(i)}' & \alpha_{23\,(i)}'\\ 0 & \alpha_{32\,(i)}' & \alpha_{33\,(i)}'\end{bmatrix};$$

$$\alpha_{11\,(i)}'=-\frac{d_{2\,(i)}}{4G_i(c_i^2-1)};$$

$$\alpha_{22\,(i)}'=-a_{3\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\alpha_{23\,(i)}'=a_{4\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\alpha_{32\,(i)}'=-a_{3\,(i)}'/2G_iD_i;$$

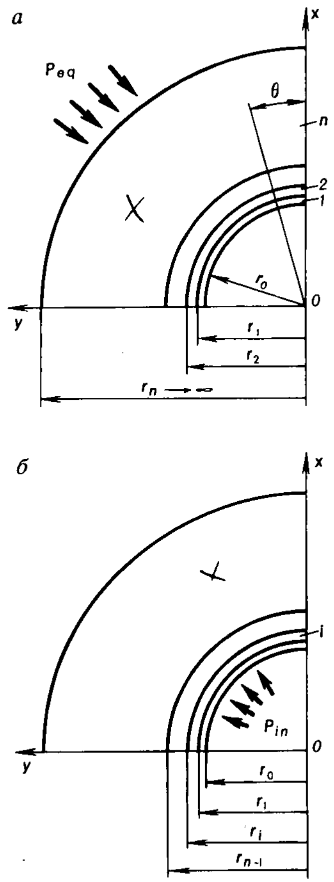


Рис. 5.1. Расчетные схемы крепи выработки круглого сечения:
а — на эквивалентные нагрузки; *б* — на внутренние нагрузки

$$\alpha_{33\,(i)}'=a_{4\,(i)}'/2G_iD_i;$$

$$[B_i]=\begin{bmatrix}\beta_{11\,(i)} & 0 & 0\\ 0 & \beta_{22\,(i)} & \beta_{23\,(i)}\\ 0 & \beta_{32\,(i)} & \beta_{33\,(i)}\end{bmatrix}; \qquad (5.11)$$

$$\beta_{11\,(i)}=\frac{d_{1\,(i)}'}{4G_i(c_i^2-1)};$$

$$\beta_{22\,(i)}=b_{1\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\beta_{23\,(i)}=-b_{2\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\beta_{32\,(i)}=b_{1\,(i)}'/2G_iD_i;$$

$$\beta_{33\,(i)}=b_{2\,(i)}'/2G_iD_i;$$

$$[B_i'] = \begin{bmatrix} \beta_{11\,(i)}' & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22\,(i)}' & \beta_{23\,(i)}' \\ 0 & \beta_{32\,(i)}' & \beta_{33\,(i)}' \end{bmatrix}; \quad (5.12)$$

$$\beta_{11\,(i)}' = -\frac{d_{2\,(i)}'}{4G_i\left(c_i^2 - 1\right)};$$

$$\beta_{22\,(i)}' = -b_{3\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\beta_{23\,(i)}' = b_{4\,(i)}/6G_iD_i;$$

$$\beta_{32\,(i)}' = -b_{3\,(i)}'/2G_iD_i;$$

$$\beta_{33\,(i)}' = b_{4\,(i)}'/2G_iD_i;$$

i — номер слоя расчетной схемы ($i = 1, 2, \ldots, n$);

G_i — модуль сдвига материала i-го слоя;

$$c_i = r_i/r_{i-1}; \quad D_i = \frac{(c_i^2 - 1)^3}{\varkappa_i + 1};$$

$$\varkappa_i = 3 - 4\nu_i;$$

ν_i — коэффициент Пуассона материала i-го слоя; $a_{j\,(i)}$; $b_{j\,(i)}$; $d_{j\,(i)}$ — коэффициенты, входящие в формулы (1.67)—(1.69).

Коэффициенты передачи нагрузок (контактных напряжений) через 1-й слой равны нулю $[K_1] = 0$, вследствие чего коэффициенты передачи нагрузок через 2-й слой определяются по формуле, следующей из (5.7):

$$[K_2] = ([B_1] - [A_2'])^{-1}[A_2]. \quad (5.13)$$

Приведем вывод матричной формулы (5.7). На произвольном i-м контакте слоев в расчетной схеме, показанной на рис. 5.1, действуют нормальные и касательные напряжения (1.64). Представим параметры напряжений в виде матрицы-столбца

$$\{P_i\} = \begin{Bmatrix} p_{0\,(i)} \\ p_{2\,(i)} \\ q_{2\,(i)} \end{Bmatrix}. \quad (5.14)$$

Круговое кольцо (см. рис. 1.19) будем рассматривать как произвольный i-й слой многослойной системы (рис. 5.1).

Параметры перемещений внутреннего и внешнего контура кругового кольца, определяемые выражениями (1.67)—(1.69), также представим в виде матриц-столбцов

$$\{U_i\}_{in} = \begin{Bmatrix} u_{0\,(i)}^{in} \\ (u_2 + v_2)_i^{in} \\ (u_2 - v_2)_i^{in} \end{Bmatrix};$$

$$\{U_i\}_{ex} = \begin{Bmatrix} u_{0\,(i)}^{ex} \\ (u_2 + v_2)_i^{ex} \\ (u_2 - v_2)_i^{ex} \end{Bmatrix}. \quad (5.15)$$

Используя матрицы (5.9)—(5.12), (5.14) и (5.15), представим формулы (1.67)—(1.69) в матричном виде

$$\{U_i\}_{in} = r_{i-1}([A_i]\{P_i\} + [A_i']\{P_{i-1}\}); \quad (5.16)$$

$$\{U_i\}_{ex} = r_i([B_i]\{P_i\} + [B_i']\{P_{i-1}\}). \quad (5.17)$$

Рассмотрим два произвольных смежных слоя многослойной системы: i-й и ($i-1$)-й (рис. 5.2). При условии полного контакта между слоями (слои «спаяны» друг с другом) выполняется очевидное условие совместности перемещений на контакте слоев (при $r = r_{i-1}$):

$$\{U_i\}_{in} = \{U_{i-1}\}_{ex}. \quad (5.18)$$

Напряжения на контактах слоев связаны следующей рекуррентной формулой:

$$\{P_{i-1}\} = [K_i]\{P_i\}, \quad (5.19)$$

откуда

$$\{P_{i-2}\} = [K_{i-1}]\{P_{i-1}\} = [K_{i-1}][K_i]\{P_i\}.$$

Подставив выражения (5.16) и (5.17) в условие (5.18) с учетом (5.19), получим следующее уравнение:

$$r_{i-1}([A_i] + [A_i'][K_i])\{P_i\} =$$
$$= r_{i-1}([B_{i-1}] + [B_{i-1}'][K_{i-1}])[K_i]\{P_i\},$$

из которого нетрудно получить формулу (5.7).

Матрица коэффициентов передачи нагрузок (напряжений) через внешний бесконечный слой, моделирующий массив пород, имеет следующий вид:

$$[K_n] = \begin{bmatrix} K_{0\,(n)} & 0 & 0 \\ 0 & K_{11}(n) & 0 \\ 0 & K_{21}(n) & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

Коэффициенты передачи касательных напряжений через бесконечный слой равны нулю ($K_{12\,(n)}=0$; $K_{22(n)}=0$), что соответствует соотношениям (1.74), (1.75).

Коэффициенты матриц $[A_n]$ и $[A'_n]$ получаются из выражений (5.9) и (5.10) при $i=n$ и $c_n \to \infty$:

$$\begin{aligned} &\alpha_{11\,(n)}=\frac{\varkappa_0+1}{4G_0};\\ &\alpha_{22\,(n)}=0;\\ &\alpha_{23\,(n)}=0;\\ &\alpha_{32\,(n)}=\frac{\varkappa_0+1}{G_0};\\ &\alpha_{33\,(n)}=0; \end{aligned} \tag{5.21}$$

$$\begin{aligned} &\alpha'_{11\,(n)}=-\frac{1}{2G_0};\\ &\alpha'_{22\,(n)}=-\frac{1}{6G_0};\\ &\alpha'_{23\,(n)}=-\frac{1}{6G_0};\\ &\alpha'_{32\,(n)}=-\frac{\varkappa_0}{2G_0};\\ &\alpha'_{33\,(n)}=\frac{\varkappa_0}{2G_0}. \end{aligned} \tag{5.22}$$

Приведенные выше матричные формулы рекомендуются для упражнений в составлении программ расчетов на ЭВМ.

При равномерной внешней нагрузке ($P_{2eq}=0$) коэффициенты передачи нагрузок определяются по формулам, следующим из (5.7) и (5.13):

$$K_{0\,(i)}=\frac{d_{1\,(i)}}{d_{2(i)}+\chi_{0(i,i-1)}(d'_{1(i-1)}-K_{0(i-1)}d'_{2(i-1)})}; \tag{5.23}$$

$$K_{0\,(2)}=\frac{d_{1\,(2)}}{d_{2\,(2)}+\chi_{0\,(21)}d'_{1\,(1)}}. \tag{5.24}$$

Здесь

$$\chi_{0\,(i,\,i-1)}=\frac{G_i}{G_{i-1}}\,\frac{c_i^2-1}{c_{i-1}^2-1}.$$

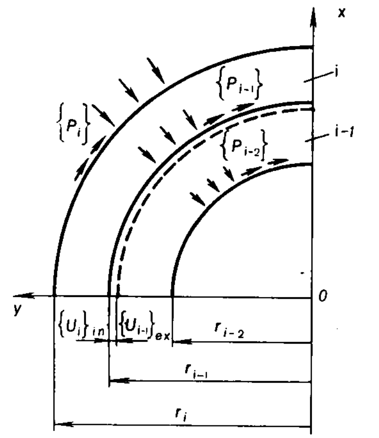


Рис. 5.2. Схема к выводу рекуррентной формулы для определения коэффициентов передачи нагрузок

Коэффициент передачи нагрузок (напряжений) через бесконечный внешний слой, моделирующий массив пород, определяется по формуле, следующей из (5.23) при $i=n$ и $c_n \to \infty$:

$$K_{0\,(n)}=\frac{\varkappa_0+1}{2+\dfrac{G_0}{G_{n-1}}\cdot\dfrac{1}{c_{n-1}^2-1}(d'_{1\,(n-1)}-K_{0\,(n-1)}d'_{2\,(n-1)})} \tag{5.25}$$

Если в расчетной схеме имеется всего два слоя: крепь и массив, то формула (5.25) приобретает следующий вид:

$$K_{0\,(2)}=\frac{\varkappa_0+1}{2+\dfrac{G_0}{G_1}\cdot\dfrac{d'_{1\,(1)}}{c_1^2-1}}. \tag{5.26}$$

После определения коэффициентов передачи нагрузок находятся напряжения на контактах слоев по рекуррентной формуле (5.19). Вычисления производятся последовательно от внешнего слоя к внутреннему.

При равномерной внешней нагрузке формула (5.19) имеет следующий вид:

$$p_{0\,(i-1)} = K_{0\,(i)}\, p_{0\,(i)}. \qquad (5.27)$$

Далее, по формулам (1.65) вычисляются нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре каждого слоя, необходимые для оценки прочности крепи. При равномерной внешней нагрузке эти формулы приобретают следующий вид:

$$\sigma_{\theta\,(i)}^{in} = p_{0\,(i)}\, m_{1\,(i)} - p_{0\,(i-1)}\, m_{2\,(i)}; \qquad (5.28)$$

$$\sigma_{\theta\,(i)}^{ex} = p_{0\,(i)}\, m'_{1\,(i)} - p_{0\,(i-1)}\, m'_{2\,(i)}.$$

При наличии неоднородных слоев, содержащих периодические более жесткие кольцевые включения (ребра), эти слои рассматриваются как квазиоднородные с приведенным модулем деформации, определяемым по формуле

$$E_{i,\,red} = E_i^{(1)}(1-\mu_i) + E_i^{(2)}\mu_i, \qquad (5.29)$$

где $E_i^{(j)}$ — модуль деформации основного материала слоя ($j=1$) и периодических кольцевых включений (ребер, $j=2$);

μ_i — коэффициент армирования слоя более жесткими ребрами:

$$\mu_i = \frac{A_i^{(2)}}{A_i^{(1)} + A_i^{(2)}}; \qquad (5.30)$$

$A_i^{(j)}$ — площадь радиального сечения основного материала слоя ($j=1$) и площадь ребер жесткости ($j=2$).

Экстремальные значения нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контуре поперечных сечений слоя по ребрам и основному материалу удобно представить в виде матричной формулы, следующей из (1.65):

$$\{\Sigma_i^{(j)}\} = \frac{E_i^{(j)}}{E_{i,\,red}}\left([S_i]\{P_i\} + [T_i]\{P_{i-1}\}\right), \qquad (5.31)$$

где

$$\{\Sigma_i^{(j)}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{\theta\,(i)\,x}^{(j)\,in} \\ \sigma_{\theta\,(i)\,y}^{(j)\,in} \\ \sigma_{\theta\,(i)\,x}^{(j)\,ex} \\ \sigma_{\theta\,(i)\,y}^{(j)\,ex} \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} i=1,2,\ldots,n-1; \\ j=1,\ 2. \end{matrix}$$

$$[S_i] = \begin{bmatrix} m_{1\,(i)} & -n_{1\,(i)} & n_{2\,(i)} \\ m_{1\,(i)} & n_{1\,(i)} & -n_{2\,(i)} \\ m'_{1\,(i)} & n'_{1\,(i)} & -n'_{2\,(i)} \\ m'_{1\,(i)} & -n'_{1\,(i)} & n'_{2\,(i)} \end{bmatrix};$$

$$[T_i] = \begin{bmatrix} -m_{2\,(i)} & n_{3\,(i)} & -n_{4\,(i)} \\ -m_{2\,(i)} & -n_{3\,(i)} & n_{4\,(i)} \\ -m'_{2\,(i)} & -n'_{3\,(i)} & n'_{4\,(i)} \\ -m'_{2\,(i)} & n'_{3\,(i)} & -n'_{4\,(i)} \end{bmatrix}.$$

Индексы *in* (внутренний), *ex* (наружный) указывают контур сечения слоя; индексы x и y — положение радиального сечения (по оси x или y), в котором определяются напряжения (см. рис. 5.1); $j=1$ — основной материал слоя; $j=2$ — периодические кольцевые включения (ребра жесткости, арматура); индекс i обозначает номер слоя (см. рис. 5.1).

Расчет на внутреннее давление. Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда к внутреннему контуру многослойной системы (см. рис. 5.1, *б*) приложены равномерные напряжения (нагрузки) $P_{0\,in}$.

Порядок расчета крепи следующий. Вначале определяются коэффициенты передачи внутренних нагрузок по рекуррентной формуле

$$K^*_{0\,(i)}=\frac{d'_{2\,(i)}}{d'_{1\,(i)}+\chi'_{0\,(i,\,i+1)}\left(d_{2\,(i+1)}-K^*_{0\,(i+1)}d_{1\,(i+1)}\right)},\qquad(5.32)$$

где

$$\chi'_{0\,(i,\,i+1)}=\frac{G_i}{G_{i+1}}\,\frac{c_i^2-1}{c_{i+1}^2-1}\,.$$

Расчеты выполняются последовательно от внешних слоев к внутренним. Коэффициент передачи внутренних нагрузок (напряжений) через внешний бесконечный слой равен нулю ($K^*_{0\,(n)}=0$). Коэффициент передачи внутренних нагрузок через следующий $(n-1)$-й слой определяется по формуле

$$K^*_{0\,(n-1)}=\frac{d'_{2\,(n-1)}}{d'_{1\,(n-1)}+2\,\frac{G_{n-1}}{G_0}\left(c_{n-1}^2-1\right)}.\qquad(5.33)$$

Далее, определяются напряжения на контактах слоев (от внутренних к внешним) по рекуррентной формуле

$$p_{0\,(i)}=p_{0\,(i-1)}K^*_{0(i)}.\qquad(5.34)$$

Затем определяются напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.28).

При высоком внутреннем напоре в бетоне напорной шахты (тоннеля) и окружающем скальном массиве могут образоваться радиальные трещины разрыва. В таких случаях применяется обычно сталебетонная обделка с внутренним стальным слоем, который и воспринимает растягивающие напряжения (рис. 5.3). Поэтому производится проверка прочности слоя бетона на растяжение по условию

$$\left|\sigma_{\theta\,in}+\sigma_{\theta\,ex}\right|/2\leqslant R_{bt},\qquad(5.35)$$

где $\sigma_{\theta\,in,\,ex}$ — суммарные (растягивающие) напряжения от действия внутреннего напора и собственного веса пород.

Если это условие не удовлетворяется, то при сталебетонной обделке производится расчет обделки с учетом образования радиальных трещин разрыва в слое бетона. Определяется коэффициент передачи внутреннего давления (нагрузок) через стальной слой по формуле

$$K^*_{0\,(1)}=\frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{1\,(1)}+2\,\frac{G_1}{G_2}(c_1^2-1)(1-\nu_2)\ln c_2+2\,\frac{G_1}{G_2}(c_1^2-1)}.\qquad(5.36)$$

Далее, определяется радиус r_3 (см. рис. 5.3) зоны образования трещин разрыва в скальном массиве пород. Заметим, что в слабых породах и грунтах трещины разрыва не образуются.

Напряжения в массиве, вызванные внутренним давлением в напорной шахте (тоннеле), определяются по формуле, следующей из формулы (1.94):

$$\left.\begin{matrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\end{matrix}\right\}=\pm\,p_{0\,in}K^*_{0\,(1)}\,\frac{1}{c_2}\,\frac{r_2^2}{r^2}\,.\qquad(5.37)$$

Напряжения в массиве, вызванные собственным весом пород, определяются по формуле (1.93).

С учетом нарушенности скального массива в качестве зоны образования трещин разрыва с некоторым запасом принимается вся область действия растягивающих напряжений σ_θ.

Затем вычисляется коэффициент передачи внутреннего дав-

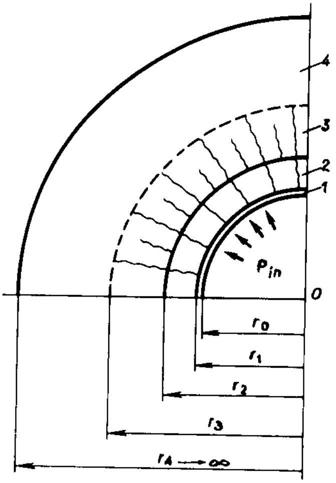


Рис. 5.3. Расчетная схема обделки высоконапорной шахты:
1 — сталь; 2 — бетон; 3 — область массива пород, имеющих радиальные трещины; 4 — ненарушенный массив

ления через стальной слой при образовании трещин в бетоне и окружающем скальном массиве (слой 3) по формуле *

$$K_{0(1)}^{*}=\frac{d_{2(1)}'}{d_{1(1)}'+2\frac{G_1}{G_2}\left(c_1^2-1\right)\left(1-\nu_2\right)\left(\ln c_2+\frac{G_2}{G_3}\frac{1-\nu_3}{1-\nu_2}\ln c_3\right)+2\frac{G_1}{G_0}\left(c_1^2-1\right)},\qquad(5.38)$$

определяются напряжения на контакте стальной оболочки с бетоном по формуле

$$p_{0(1)}=P_{0in}K_{0(1)}^{*},\qquad(5.39)$$

определяются нормальные тангенциальные напряжения в стальной оболочке и проверяется ее прочность.

Если крепь ствола является водонепроницаемой, то расчет крепи сводится к расчету многослойной системы на действие эквивалентных напряжений (5.3).

* Методика расчета разработана Х. Э. Пуэрто.

Если водонепроницаемым является промежуточный i-й слой многослойной крепи (рис. 5.4), то напорные подземные воды фильтруются через наружные слои и на внешнем контуре сечения водонепроницаемого слоя восстанавливается полный статический напор подземных вод $H_w=\gamma_w h_w$.

Радиальные напряжения на контакте i-го и $(i+1)$-го слоев (при $r=r_i$) испытывают скачок на величину H_w, при этом давление на i-й слой

$$p_{w(i)}=\frac{H_w}{1+W},\qquad(5.40)$$

где

$$W=\frac{d_{1(i)}'-K_{0(i)}d_{2(i)}'}{\chi_{0(i,\,i+1)}'\left(d_{2(i+1)}-d_{1(i+1)}K_{0(i+1)}^{*}\right)}.$$

Контактные напряжения на всех контактах $r<r_i$ определяются по формуле

$$p_{w(i-1)}=p_{w(i)}K_{0(i)}.\qquad(5.41)$$

Гидростатическое давление стремится оторвать i-й слой от слоя $(i+1)$-го. Напряжения отрыва

$$\sigma_{t(i)}=p_{w(i)}-H_w.\qquad(5.42)$$

Напряжения на всех контактах слоев $r>r_i$ определяются по формуле

$$\sigma_{t(i+1)}=\sigma_{t(i)}K_{0(i+1)}^{*}.\qquad(5.43)$$

Расчет бетонной (фильтрующей) крепи при наличии зоны затампонированных пород (рис. 5.5) производится с учетом величин напоров подземных вод, гасящихся в крепи и тампонажном слое. Эквивалентные напряжения, прикладываемые на бесконечности, определяются по формуле

$$P_{0\,eq} = (H_{w1} + H_{w2}) \frac{2}{\varkappa_0 + 1}, \quad (5.44)$$

где H_{w1} — статический напор подземных вод, гасящийся в крепи:

$$H_{w1} = H_w \frac{\ln c_1}{\ln c_1 + \frac{k_1}{k_2} \ln c_2 + \frac{k_1}{k_0} \ln \frac{r_t}{r_2}}; \quad (5.45)$$

H_{w2} — статический напор подземных вод, гасящийся в слое затампонированных пород;

$$H_{w2} = H_w \frac{k_1}{k_2} \frac{\ln c_2}{\ln c_1 + \frac{k_1}{k_2} \ln c_2 + \frac{k_1}{k_0} \ln \frac{r_t}{r_2}}; \quad (5.46)$$

k_1; k_2 — коэффициенты фильтрации соответственно через крепь и слой затампонированных пород; k_0 — коэффициент фильтрации пород в массиве; r_t — условный радиус питания (депрессии) для квазистационарного режима фильтрации за период времени t от начала дренирования (получается в результате фильтрационных расчетов и ориентировочно составляет $100 \div 500$ м).

При легко- и среднепроницаемых породах ($k_0 > 1 \cdot 10^{-4}$ м/с или $k_0 > 10$ м/сут) формулы (5.45) и (5.46) упрощаются:

$$H_{w1} = H_w \frac{\ln c_1}{\ln c_1 + \frac{k_1}{k_2} \ln c_2}; \quad (5.47)$$

$$H_{w2} = H_w \frac{k_1}{k_2} \frac{\ln c_2}{\ln c_1 + \frac{k_1}{k_2} \ln c_2}, \quad (5.48)$$

причем

$$H_{w1} + H_{w2} = H_w.$$

Расчет на суммарные нагрузки и воздействия. При одновременном действии различных постоянных, временных и кратковременных нагрузок и воздействий на крепь и на систему «крепь — массив» расчетные напряжения в крепи суммируются, при этом в соответствии с действующими нормативными документами учитываются коэффициенты надежности, к числу которых относятся следующие коэффициенты:

условий работы материала крепи; условий работы конструкции крепи; перегрузки; надежности крепи, учитывающие класс под-

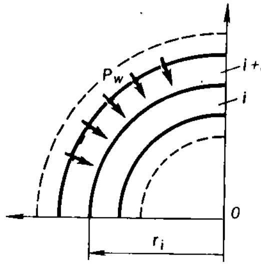


Рис. 5.4. Схема к расчету многослойной крепи на гидростатическое давление

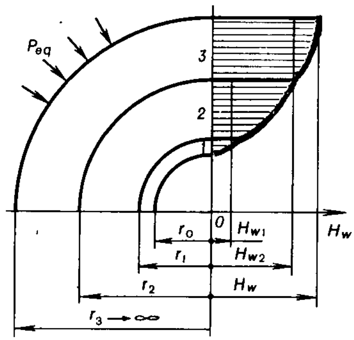


Рис. 5.5. Схема к расчету крепи в водоносных породах:

1 — крепь; 2 — зона затампонированных пород; 3 — массив

земного сооружения, а также коэффициенты сочетаний нагрузок и воздействий.

В связи с тем что в различных отраслях (гидротехническом, транспортном, шахтном подземном строительстве) приняты различные системы коэффициентов, которые к тому же регулярно пересматриваются, эти коэффициенты здесь не приводятся, а читателей мы отсылаем к нормативным документам.

Следует остановиться на определении суммарных напряжений в крепи от действия горного давления (собственного веса пород) и гидростатического давления подземных вод. Дело в том, что в водоносных породах проявляется *взвешивающее действие воды.*

Удельный вес пород с учетом взвешивающего действия воды определяется по формуле

$$\gamma^* = \gamma - (1 - n_0)\gamma_w, \qquad (5.49)$$

где γ — удельный вес пород в сухом состоянии; n_0 — доля объема пор в породе (коэффициент пористости).

Компоненты расчетного начального поля напряжений в породном скелете с учетом взвешивающего действия воды

$$\sigma_z^{(0)*} = \alpha^* [\gamma^* h_w + \gamma_w (H - h_w)]; \qquad (5.50)$$
$$\sigma_x^{(0)*} = \sigma_y^{(0)*} = \lambda \sigma_z^{(0)*},$$

где h_w — высота пьезометрического уровня при расчетной глубине H.

5.2. Оценка прочности крепи

Оценка прочности крепи осуществляется путем сравнения напряжений (внутренних сил) в крепи с характеристиками прочности материалов в соответствии с действующими нормами.

Бетонная и железобетонная крепь должна удовлетворять требованиям расчета по несущей способности (предельные состояния первой группы) и по пригодности к нормальной эксплуатации (предельные состояния второй группы). Расчет по предельным состояниям первой группы должен обеспечивать конструкции от хрупкого, вязкого или иного характера разрушения (расчет по прочности); потери устойчивости формы конструкции (расчет на устойчивость). Расчет по предельным состояниям второй группы должен обеспечивать конструкции от образования трещин, а также от их чрезмерного или продолжительного раскрытия.

По расчетным значениям нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контурах сечения крепи определяются внутренние силы: изгибающий момент M и продольная сила N — по формулам

$$M = bt^2 (\sigma_{\theta\, in} - \sigma_{\theta\, ex})/12; \qquad (5.51)$$
$$N = bt (\sigma_{\theta\, in} + \theta_{\theta\, ex})/2, \qquad (5.52)$$

где b — ширина рассматриваемого радиального сечения крепи, для сплошной крепи принимается $b = 1$ м; t — толщина крепи (высота радиального сечения).

Определяется эксцентриситет продольной силы

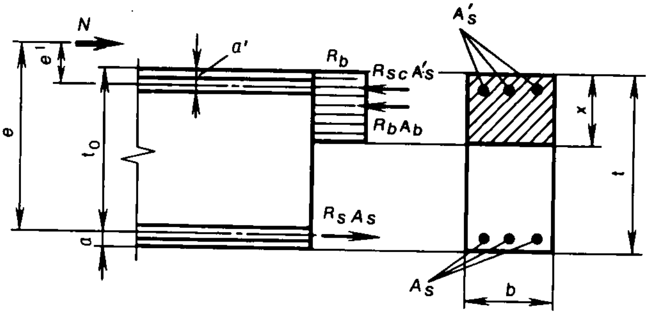


Рис. 5.6. Схема усилий и эпюра напряжений в радиальном сечении железобетонной крепи при расчете ее по прочности

$$e_0 = M/N. \quad (5.53)$$

При равномерной внешней нагрузке предельная продольная сила в радиальном сечении крепи определяется по формуле

$$N_u = R_b bt, \quad (5.54)$$

где R_b — расчетное сопротивление бетона соответствующего класса по прочности на сжатие (см. табл. П 2.1, приложения 2).

Условие прочности крепи имеет вид

$$N \leqslant N_u. \quad (5.55)$$

При неравномерной внешней нагрузке предельная продольная сила определяется по формуле

$$N_u = R_b bt\,(1 - 2e_0/t). \quad (5.56)$$

Расчет железобетонной крепи с гибкой арматурой по прочности производится в зависимости от соотношения между значением относительной высоты сжатой зоны бетона

$$\xi = x/t_0 \quad (5.57)$$

и ее граничным значением ξ_R, при котором предельное состояние крепи наступает одновременно с достижением в растянутой арматуре напряжения, равного расчетному сопротивлению R_s:

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{400}\left(1 - \frac{\omega}{1{,}1}\right)}, \quad (5.58)$$

где ω — характеристика сжатой зоны бетона, определяемая по формуле

$$\omega = 0{,}85 - 0{,}008R_b;$$

σ_{sR} — напряжение в арматуре, принимаемое для арматуры классов А-I, А-II, А-III, А-IIIв, Вр-I,

$$\sigma_{sR} = R_s.$$

При $\xi \leqslant \xi_R$ (рис. 5.6) расчет производится из условия

$$Ne \leqslant R_b bx\,(t_0 - 0{,}5x) + R_{sc}A'_s\,(t_0 - a'), \quad (5.59)$$

при этом высота сжатой зоны определяется из уравнения

$$N + R_s A_s - R_{sc}A'_s = R_b bx, \quad (5.60)$$

где R_{sc} — расчетное сопротивление арматуры сжатию для предельных состояний первой группы; A_s; A'_s — площади сечений арматуры; R_s — расчетное сопротивление арматуры растяжению; a, a' — расстояния от равнодействующих усилий в арматуре до ближайшей грани сечения.

При $\xi > \xi_R$ расчет производится также из условия (5.59), но при этом высота сжатой зоны определяется для крепи из бетона класса В30 и ниже с ненапрягаемой арматурой классов А-I, А-II, А-III из уравнения

$$N + \sigma_s A_s - R_{sc}A'_s = R_b bx, \quad (5.61)$$

где

$$\sigma_s = \left(2\,\frac{1 - x/t_0}{1 - \xi_R} - 1\right) R_s. \quad (5.62)$$

Расчет многослойной крепи по прочности в настоящее время не нормирован. При расчете внутренних слоев, материал которых испытывает всестороннее сжатие, рекомендуется руководствоваться условием (2.3), которое в применении к бетону имеет следующий вид:

$$\sigma_1 \leqslant R_{bn} + \beta\sigma_3, \tag{5.63}$$

где R_{bn} — нормативное сопротивление бетона.

В применении к металлу это условие записывается в виде

$$\sigma_1 \leqslant R_{sn} + \sigma_3, \tag{5.64}$$

где R_{sn} — нормативное сопротивление стали (чугуна).

При расчете на действие растягивающих напряжений эти напряжения сравниваются с расчетным сопротивлением материала крепи растяжению:

$$|\sigma| \leqslant R_{bt}; \tag{5.65}$$

$$|\sigma| \leqslant R_s. \tag{5.66}$$

6. Расчет крепи (обделок) вертикальных выработок

6.1. Расчет крепи на различные виды нагрузок и воздействий

Расчет на горное давление. При расчете крепи стволов на начальное поле напряжений (горное давление) эквивалентные напряжения (5.1) на бесконечности в расчетной схеме многослойного кругового кольца (см. рис. 5.1) определяются по формулам:

при гравитационном поле начальных напряжений

$$P_{0eq} = \lambda\alpha^*\gamma H \frac{2}{\varkappa_0 + 1};$$

$$P_{2eq} = 0, \tag{6.1}$$

где

$$\varkappa_0 = 3 - 4\nu_0;$$

ν_0 — коэффициент Пуассона пород в массиве;

при тектоническом поле начальных напряжений — по формулам (5.1).

Порядок расчета крепи следующий. Определяются коэффициенты передачи нагрузок, затем определяются напряжения на контактах слоев, далее, определяются нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах сечений каждого слоя по основному материалу и по ребрам (при их наличии). После этого производится проверка прочности крепи и анализируется эффективность рассматриваемой конструкции.

Расчет на сейсмические воздействия. Эквивалентные напряжения (5.1) на бесконечности определяются по формулам (1.51) или (1.52) и (5.4)—(5.6). Затем производится определение коэффициентов передачи нагрузок, далее — напряжений на контактах слоев и, наконец, —

экстремальных значений напряжений на внутреннем и внешнем контурах сечения каждого слоя. Полученные экстремальные значения напряжений рассматриваются как расчетные и равновероятные во всех радиальных сечениях крепи, поскольку действительное направление распространения сейсмических волн является принципиально непредсказуемым.

6.2. Расчет чугунной тюбинговой крепи

Колонну чугунных тюбингов можно рассматривать при расчете как двухслойную трубу (рис. 6.1), внутренний слой которой образован кольцевыми ребрами жесткости, а внешний слой — спинками тюбингов. В поперечном сечении имеем двухслойное круговое кольцо. Внутренний слой представляем в виде эквивалентного квазиоднородного слоя (метод «размазывания» ребер). В данном случае заполнение пространства между ребрами отсутствует, и средний модуль деформации внутреннего слоя определяется по формуле, следующей из (5.29):

$$E_{1red}=E_1^{(2)}\mu_1, \qquad (6.2)$$

где

$$\mu_1=a/h;$$

a — суммарная высота ребер; h — высота тюбинга.

Расчет крепи производится методом коэффициентов передачи нагрузок.

Чугунная тюбинговая крепь обычно является гидроизолирующей. Пространство между тюбингами и массивом обычно заполняет слой бетона. При наличии напорных подземных вод на контакте крепи с бетоном восстанавливается полный статический напор. Давление воды может оторвать крепь от бетона и выпучить ее в ствол. Произойдет *потеря устойчивости крепи*.

Расчет на устойчивость чугунной тюбинговой крепи производится по методике Ф. Гертриха. Ниже эта методика излагается в модифицированном виде, удобном для применения ЭВМ.

Исходными данными для расчета являются следующие: r_0 — радиус ствола в свету; r — радиус нейтральной оси тюбингового кольца; t — толщина спин-

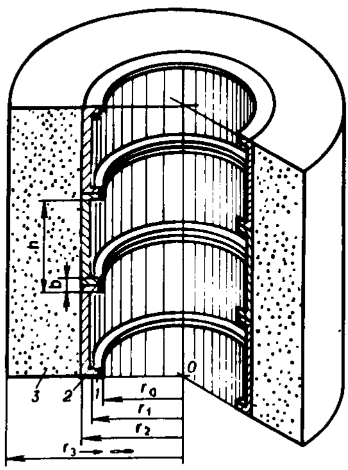


Рис. 6.1. Схема к расчету чугунной тюбинговой крепи ствола:
1 — ребра тюбингов; 2 — спинки тюбингов; 3 — массив

ТАБЛИЦА 6.1

Условие	B_1	B_2	B_3
$y_{in}/y_{ex} \geqslant 1,5$	2,59	0,389	-1
$y_{in}/y_{ex} < 1,5$	1,68	0,250	$+1$

ки; A_{net} — площадь радиального сечения тюбинга (нетто); J — момент инерции радиального сечения тюбинга; i — радиус инерции радиального сечения тюбинга:

$$i = \sqrt{J/A};$$

y_{in}; y_{ex} — расстояния от нейтральной оси до внутренней и наружной поверхности тюбинга; E — модуль упругости материала крепи (чугуна); σ_y — предел текучести материала крепи; K_f — коэффициент фланцевого соединения (стыка) тюбингов (обычно $K_f \approx 0,9$); k_0 — зазор между тюбингами и бетоном; n — число выпучиваний в поперечном сечении ствола при потере устойчивости ($n=1$ при гладкой наружной поверхности; $n=2$ при наличии наружных ребер); ξ — относительная овальность кольца крепи при сборке:

$$\xi = r_{\max}/r = D^2_{\max}/2rD_{\min},$$

B_1, B_2, B_3 — коэффициенты, принимающие значения, приведенные в табл. 6.1.

Алгоритм расчета тюбинговой крепи на устойчивость.

Решается уравнение пятой степени

$$\sum_{k=0}^{5} a_k \sigma_N^k = 0, \qquad (6.3)$$

где

$$a_0 = \frac{k_0}{r^2} - \frac{B_1^2 r^2 \xi^4}{y^2 E^2 K_f^2} n^2 \sigma_y^2 + 2\frac{B_1^2 B_2 r^3 \xi^5}{y^3 E^3 K_f^3} n^2 \sigma_y^3 - \frac{B_1^2 B_2^2 r^4 \xi^6}{y^4 E^4 K_f^4} \sigma_y^4 n^2;$$

$$a_1 = 2\frac{k_0}{Er} + 3\frac{k_0 \xi^2}{E i^2 K_f} - 6\frac{B_1^2 B_2^2 r^3 \xi^5}{y^3 E^3 K_f^3} n^2 \sigma_y^2 + 4\frac{B_1^2 B_2^2 r^4 \xi^6}{y^4 E^4 K_f^4} n^2 \sigma_y^3 + 2\frac{B_1^2 r^2 \xi^4}{y^4 E^2 K_f^2} n^2 \sigma_y;$$

$$a_2 = \frac{1}{E^2} + 6\frac{k_0 r \xi^2}{E^2 i^2 K_f} + 3\frac{k_0^2 r^2 \xi^4}{E^2 i^4 K_f^2} - 6\frac{B_1^2 B_2^2 r^4 \xi^6}{y^4 E^4 K_f^4} n^2 \sigma_y^2 + 6\frac{B_1^2 B_2 r^3 \xi^5}{y^3 K^3 K_f^3} n^2 \sigma_y - \frac{B_1^2 r^2 \xi^4}{y^2 E^2 K_f^2} n^2;$$

$$a_3 = 3\frac{r^2 \xi^2}{E^3 K_f i} + 6\frac{k_0 r^3 \xi^4}{E^5 i^4 K_f^2} + \frac{k_0 r^4 \xi^6}{E^2 i^6 K_f^3} + 4\frac{B_1^2 B_2^2 r^4 \xi^6}{y^4 E^4 K_f^4} \sigma_y n^2 - 2\frac{B_1^2 B_2^2 r^3 \xi^5}{y^3 E^3 K_f^3} n^2;$$

$$a_4 = 3\frac{r^4 \xi^4}{E^4 i^4 K_f^2} + 2\frac{k_0 r^5 \xi^6}{E^4 i^6 K_f^3} - \frac{B_1^2 B_2^2 r^4 \xi^6}{y^4 E^4 K_f^4} n^2; \quad a_5 = \left(\frac{r}{i}\right)^6 \frac{\xi^6}{E^5 K_f^5}.$$

Для решения этого уравнения можно применить стандартную программу математического обеспечения ЭВМ. Из полученных корней уравнения (6.3) выбирается минимальный положительный вещественный корень σ_N.

Далее вычисляются величины: σ_{cr} — критические напряжения и p_{cr} — критическое давление воды — по формулам

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_N}{\xi}\left[1 - \frac{r}{y}\xi \frac{\sigma_y - \sigma_N}{\left(\frac{3\pi}{2} + B_3\right) E K_f}\right]; \qquad (6.4)$$

$$p_{cr} = \sigma_{cr}\frac{A}{r}. \qquad (6.5)$$

6.3. Расчет крепи стволов, сооружаемых бурением

Для крепления стволов, сооружаемых бурением, применяют гладкие стальные трубы; трубы, усиленные шпангоутами, и трехслойную сталебетонную крепь, состоящую из двух концентрических стальных обечаек с бетонным заполнением кольцевого пространства между ними.

При расчете крепь стволов вместе с массивом рассматривается как многослойная система, внешний бесконечный слой которой моделирует массив пород (см. рис. 5.1).

Расчет крепи производится: на устойчивость стальных труб в процессе цементации затрубного пространства; на устойчивость стальных труб и внутренней стальной обечайки сталебетонной крепи при действии гидростатического давления подземных вод; на прочность при действии собственного веса пород (горное давление).

При **расчете стальных труб на устойчивость** в процессе цементации затрубного пространства определяется критическое внешнее гидростатическое давление по формуле

$$p_{cr}=3\,\frac{E^{*}J}{r^{3}}, \qquad (6.6)$$

где E^{*} — расчетный модуль упругости стали с учетом цилиндрической жесткости трубы:

$$E^{*}=E/(1-\nu^{2});$$

ν — коэффициент Пуассона стали; J — момент инерции радиального сечения трубы (на единицу ее высоты в соответствии с принятой размерностью); r — радиус окружности, проходящей через центры тяжести радиальных сечений.

Для гладких труб (без шпангоутов) формула (6.6) принимает вид

$$p_{cr}=0{,}25E^{*}(t/r)^{3}, \qquad (6.7)$$

где t — толщина стенки трубы.

При цементации затрубного пространства и откачке раствора, заполняющего ствол, необходимо, чтобы разность внешнего и внутреннего давления не достигала величины p_{cr}.

Потеря устойчивости стальной трубы может произойти и после цементации затрубного пространства, когда труба находится в цементной «обойме», под действием напора подземных вод, фильтрующихся через цементное кольцо.

При герметичной стальной трубе (без дренирующих отверстий) статический напор подземных вод передается на трубу полностью. Сказанное относится и к внутренней стальной обечайке сталебетонной крепи при нарушении герметичности внешней стальной обечайки.

Критическое давление подземных вод определяется следующим образом.

Вначале определяется величина напряжений σ_N в трубе из решения уравнения *

* Это уравнение может быть решено методом последовательных приближений.

$$\left(\frac{\sigma_N-\sigma_V}{E^*}+\frac{k_0}{r}\right)\times$$
$$\times\left[1+\left(\frac{r}{i}\right)^2\frac{\sigma_N}{E^*}\right]^{3/2}=$$
$$=1,68\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y-\sigma_N}{E^*}\times$$
$$\times\left[1-\frac{r}{4y_{ex}}\cdot\frac{\sigma_y-\sigma_N}{E^*}\right]. \quad (6.8)$$

Для гладких труб это уравнение имеет вид

$$\left(\frac{\sigma_N-\sigma_V}{E^*}+\frac{k_0}{r}\right)\times$$
$$\times\left[1+12\left(\frac{r}{t}\right)^2\frac{\sigma_N}{E^*}\right]^{3/2}=$$
$$=3,36\frac{r}{t}\frac{\sigma_y-\sigma_N}{E^*}\times$$
$$\times\left[1-\frac{r}{2t}\frac{\sigma_y-\sigma_N}{E^*}\right],$$

где σ_V — начальные напряжения в крепи вследствие обжатия породами; k_0 — начальный зазор между трубой и цементационным слоем; i — радиус инерции радиального сечения крепи; y_{ex} — расстояние от центра тяжести радиального сечения крепи до наиболее удаленной наружной кромки крепи (для гладких труб $y_{ex}=0,5t$).

Далее, определяются критические напряжения в крепи

$$\sigma_{cr}=\sigma_N\left[1-\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y-\sigma_N}{(1+3\pi/2)E^*}\right]. \quad (6.9)$$

Критическая величина гидростатического давления определяется по формуле (6.5) или — для гладких труб — по формуле

$$p_{cr}=\sigma_{cr}\frac{t}{r}. \quad (6.10)$$

Если статический напор подземных вод превышает критическое давление, полученное по формулам (6.5) и (6.10), то необходимо принять конструктивные меры обеспечения устойчивости трубы, которые могут заключаться: в увеличении момента инерции радиального сечения трубы (внутренней стальной обечайки) с помощью шпангоутов; в предотвращении отрыва трубы (обечайки) от цементационного слоя (слоя бетона) с помощью связей (анкеров); в снятии гидростатического напора устройством дрен (отверстий в трубе или внутренней стальной обечайке).

Уравнение (6.8) может быть представлено в виде степенного многочлена (6.3), где

$$a_0=b^2-2,8224\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^2\frac{\sigma_y}{E^*}\times$$
$$\times\left[1-0,5\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y}{E^*}+\right.$$
$$\left.+0,0625\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^2\left(\frac{\sigma_y}{E^*}\right)^2\right];$$
$$a_1=-\frac{2b}{E^*}+3\left(\frac{r}{i}\right)^2\frac{b^2}{E^*}+$$
$$+5,6448\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^2\frac{\sigma_y}{E^{*2}}\times$$
$$\times\left[1-0,75\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y^2}{E^*}+0,125\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^2\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{\sigma_y}{E^*}\right)^2\right];$$
$$a_2=\frac{1}{E^{*2}}-6\left(\frac{r}{i}\right)^2\frac{b}{E^{*2}}\times$$
$$\times\left[1-0,5\left(\frac{r}{i}\right)b\right]-2,8224\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)\times$$
$$\times\frac{1}{E^{*2}}\left[1+1,5\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y}{E^*}-0,375\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^2\left(\frac{\sigma_y}{E^*}\right)^2\right]; \quad (6.11)$$
$$a_3=3\left(\frac{r}{i}\right)^2\frac{1}{E^{*2}}\left[1-\left(\frac{r}{i}\right)^2b+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{r}{i}\right)^4b^2\right]-1,4114\left(\frac{r}{y_{ex}}\right)^3\frac{1}{E^{*3}}\times$$
$$\times\left(1-0,5\frac{r}{y_{ex}}\frac{\sigma_y}{E^*}\right)$$

$$a_4 = \left(\frac{r}{i}\right)^4 \frac{1}{E^{*4}}\left[3-2\left(\frac{r}{i}\right)b-0{,}1764\right];$$

$$a_5 = \left(\frac{r}{i}\right)^6 \frac{1}{E^{*5}};$$

$$b = \frac{\sigma_V}{E^*} - \frac{k_0}{r}.$$

Для решения этого уравнения можно применить стандартную программу математического обеспечения ЭВМ. Из полученных корней уравнения 5-й степени выбирается минимальный положительный вещественный корень, который и принимается за искомое значение σ_N.

Расчет на горное давление. Расчет крепи с учетом взаимодействия ее с массивом пород на горное давление при откачке из ствола глинистого (балластного) раствора после цементации затрубного (закрепного) пространства производится следующим образом.

Исходные данные для расчета:

а) геометрические размеры крепи (см. рис. 5.1): r_0 — внутренний радиус крепи; r_i — внешний радиус каждого слоя крепи ($i=1, 2, \ldots, n-2$); r_{n-1} — радиус ствола в проходке; μ_i — коэффициент армирования неоднородных слоев;

б) механические характеристики материалов слоев крепи: E_i, ν_i — модуль деформации (упругости) и коэффициент поперечной деформации (Пуассона) каждого слоя ($i=1, 2, \ldots, n-1$); G_i — модуль сдвига материалов слоев; $\varkappa_i$ — коэффициент вида напряженного состояния материалов слоев:

$$\varkappa_i = 3 - 4\nu_i;$$

R_s — расчетное сопротивление стали; R_{bn} — нормативное сопротивление бетона; φ_b — угол внутреннего трения бетона.

Для неоднородных слоев определяется приведенное (среднее) значение модуля деформации по формуле (5.29).

В соответствии с технологией сооружения ствола и возведения крепи под промывочным раствором расчет крепи производится на снимаемые нагрузки (давление откачиваемой из ствола балластной жидкости — глинистого раствора).

Вначале определяются радиальные напряжения на контактах слоев по формулам:

$$\text{при } r=r_1:\quad p_{0\,(1)} = \gamma_{mud} h_{mud} \times (1-K^*_{0\,(1)}); \tag{6.12}$$

$$\text{при } r=r_2:\quad p_{0\,(2)} = \gamma_{mud} h_{mud} \times (1-K^*_{0\,(1)} K^*_{0\,(2)}) \tag{6.13}$$

и т. д.,

где γ_{mud} — удельный вес глинистого раствора; h_{mud} — высота столба глинистого раствора в закрепном пространстве; $K^*_{0\,(i)}$ — коэффициент передачи внутренних (снимаемых) нагрузок через i-й слой ($i=1, 2, \ldots, n-1$).

Коэффициенты передачи нагрузок определяются последовательно для каждого слоя, начиная с внешних слоев (см. рис. 5.1, *б*), по формулам (5.32), (5.33).

Далее, определяются нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения каждого слоя крепи по формулам (5.28).

Проверка прочности крепи производится для крепи из стальных труб — по условию прочности трубы; для сталебетонной крепи — по условиям прочности стальных обечаек и слоя бетона.

Условие прочности стальной трубы или внутренней стальной обечайки следующее:

$$0{,}5\,(\sigma_{\theta(1)}^{in}+\sigma_{\theta(1)}^{ex})\leqslant R_s. \qquad (6.14)$$

Условие прочности слоя бетона следующее:

$$\sigma_{\theta(2)}^{in}\leqslant R_{bn}+p_{0(1)}\frac{1+\sin\varphi_b}{1-\sin\varphi_b}. \qquad (6.15)$$

Условие прочности внешней стальной обечайки следующее:

$$0{,}5\,(\sigma_{\theta(3)}^{in}+\sigma_{\theta(3)}^{ex})\leqslant R_s+p_{0(2)}. \qquad (6.16)$$

6.4. Расчет анкерной крепи

Анкеры играют роль связей, которые армируют и упрочняют породы в некоторой зоне, примыкающей к выработке. Длину анкеров и расстояние между ними принимают из следующих условий.

В гидротехнических тоннелях и горных выработках расстояние между анкерами принимается не менее 1 м.

В транспортных тоннелях длину рабочей части анкера рекомендуется определять по формуле

$$l_a=\frac{3}{4}\frac{d}{f}k_t,$$

где d — диаметр выработки ($d=2r_0$); f — коэффициент крепости пород; k_t — коэффициент, учитывающий трещиноватость массива и принимаемый по табл. 6.2.

ТАБЛИЦА 6.2

Количество трещин на 1 м² обнажения	Расстояние между трещинами, м	k_t
4—10	0,2—0,5	2,5
2—4	0,5—1,0	2,0
1—2	1—2	1,5
1	—	1

Длина рабочей части анкера

$$l_a=(0{,}7\div0{,}9)\,l,$$

где l — длина анкера.

В горных выработках длину анкера рекомендуется принимать не менее $l_a\geqslant 0{,}3r_0$.

Длина и расстояние между анкерами связаны между собой условием пересечения поверхностей скольжения, образующихся при пластическом деформировании и разрушении пород вокруг выработки (рис. 6.2, см. рис. 2.24):

$$a_1\leqslant r_0\,\mathrm{tg}\,\omega\cdot\ln\left(\frac{l_a}{r_0}+1\right);\qquad a_2\leqslant l_a\,\mathrm{tg}\,\omega. \qquad (6.17)$$

Анкеры нагружаются в результате взаимодействия с деформирующимся массивом вследствие смещений пород, вызванных образованием выработки.

Рассмотрим упругую (линейно деформируемую) модель массива. Усилия в анкерах (замкового типа), установленных в стенках ствола (рис. 6.2), определяются по формуле (методика канд. техн. наук Д. И. Колина)

$$F_a=B_a\frac{\Delta_r+\Delta_0}{1+B_aK_a}, \qquad (6.18)$$

где Δ_r — относительные смещения точек массива при неподкрепленной выработке, соответствующих концам анкеров:

$$\Delta_r = \lambda \alpha^* \frac{\gamma H r_0}{2G_0} \frac{\bar{l}}{1+\bar{l}}; \qquad \bar{l} = l/r_0; \tag{6.19}$$

Δ_0 — относительные смещения концов анкера вследствие его предварительного натяжения;

B_a — характеристика жесткости анкера:

$$B_a = \frac{E_a A_a}{l}; \tag{6.20}$$

A_a — площадь поперечного сечения анкера;

K_a — коэффициент взаимного влияния анкеров (на анкер оказывают влияние 4 соседних анкера):

$$K_a = K_{ii} + 4K_{ij}; \tag{6.21}$$

K_{ii} — коэффициент влияния усилий F_a, приложенных к массиву на концах i-го анкера, на относительные смещения пород на концах данного (i-го) анкера:

$$K_{ii} = \frac{1}{2G_0 l}\left\{(1-\nu_0)\frac{l}{r_s} - 2\frac{1-\nu_0^2}{\pi^2} + \frac{l^*}{\pi(2l^*-1)}\left[l^* + 0{,}5 - \nu_0 + \frac{1}{4(1-\nu_0)}\frac{l^*-1}{(2l^*-1)^2}\right]\right\}; \tag{6.22}$$

r_s — радиус опорной шайбы;

$$l^* = l/l_z;$$

l_z — длина замковой части анкера;

$$K_{ij} = \frac{1-\nu_0}{2\pi l G_0}\left[1 + \frac{3-4\nu_0}{8(1-\nu_0)^2}\right] \times \left(l' - \frac{1}{\sqrt{(l')^2+1}}\right); \tag{6.23}$$

$$l' = l/a_{ij};$$

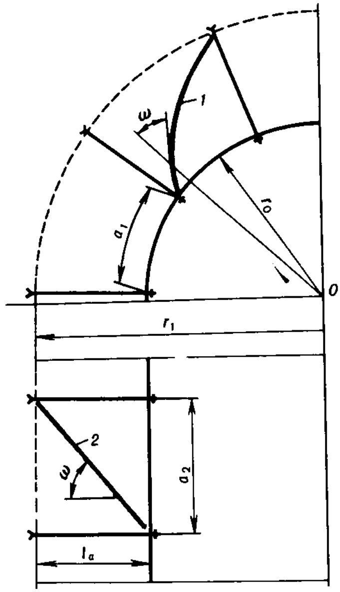


Рис. 6.2. Схема к расчету анкерной крепи:
1, 2 — линии скольжения

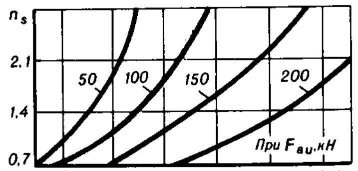


Рис. 6.3. Коэффициент упрочнения пород K_{str} в зависимости от числа анкеров, приходящихся на 1 м² поверхности выработки, и их несущей способности F_{au}

a_{ij} — расстояние от j-го анкера до рассматриваемого (i-го).

Упрочнение пород вокруг выработки анкерами характеризуется коэффициентом упрочнения K_{str}, который может быть определен из графика, показанного на рис. 6.3.

6.5. Расчет набрызгбетонной крепи

Набрызгбетонная крепь представляет собой тонкое покрытие, наносимое на поверхность выработки. Набрызгбетонная крепь повторяет форму поверхности выработки, т. е. имеет неровности (особенно при буровзрывной проходке), соизмеримые и даже превышающие ее толщину.

Неровности контура сечения выработки аппроксимируются гипотрохоидальной кривой и характеризуются числом неровностей n_1 и средней амплитудой Δ отклонений от проектного контура. Эти параметры могут задаваться на основе статистической обработки результатов натурных измерений (табл. 6.3).

Метод расчета набрызгбетонной крепи разработан проф. Н. Н. Фотиевой. Расчеты показывают, что в сравнительно прочных породах ($E_1/E_0 \leqslant 3$) напряжения в набрызгбетонной крепи мало зависят от ее толщины t. Так при $E_1/E_0 = 3$ увеличение толщины крепи в 3 раза (от 5 см до 15 см) снижает напряжения в среднем на 8—10%. Следовательно, повышение несущей способности набрызгбетонной крепи эффективнее может быть достигнуто не увеличением ее толщины, а уменьшением амплитуды неровностей контура сечения выработки как путем применения гладкого (контурного) взрывания, так и выравниванием поверхности выработки путем заполнения впадин набрызгбетоном (на выступах же набрызгбетонное покрытие может иметь минимальную толщину).

ТАБЛИЦА 6.3

Пролет выработки, м	Количество выступов	Количество впадин	Δ, см	t, см
4,3	11	10	6,5	2—5
4,5	9	6	5,3	2—5
6,4	11	8	8,2	3—8
6,6	10	11	10,2	2—5
3,6	10	9	14	2—6
3,6	11	9	11	2—5

В относительно слабых породах ($E_1/E_0 > 3$) влияние толщины крепи на ее напряженное состояние более значительно и повысить несущую способность крепи можно как уменьшением амплитуды неровностей Δ, так и увеличением ее толщины t.

Представим набрызгбетонную крепь в поперечном сечении ствола как упругую безмоментную линию нулевой толщины с отличающимися от массива пород деформационными характеристиками, работающую только на сжатие-растяжение и не работающую на изгиб.

Напряжения в крепи определяются по формулам:

во впадинах

$$\sigma_\theta = \lambda\alpha^*\gamma H \frac{4}{\varkappa_1+1}\frac{G_1}{G_0}\times$$
$$\times\frac{1+\varkappa_0\dfrac{n\Delta}{r_0}}{1-\dfrac{n\Delta}{r_0}}; \qquad (6.24)$$

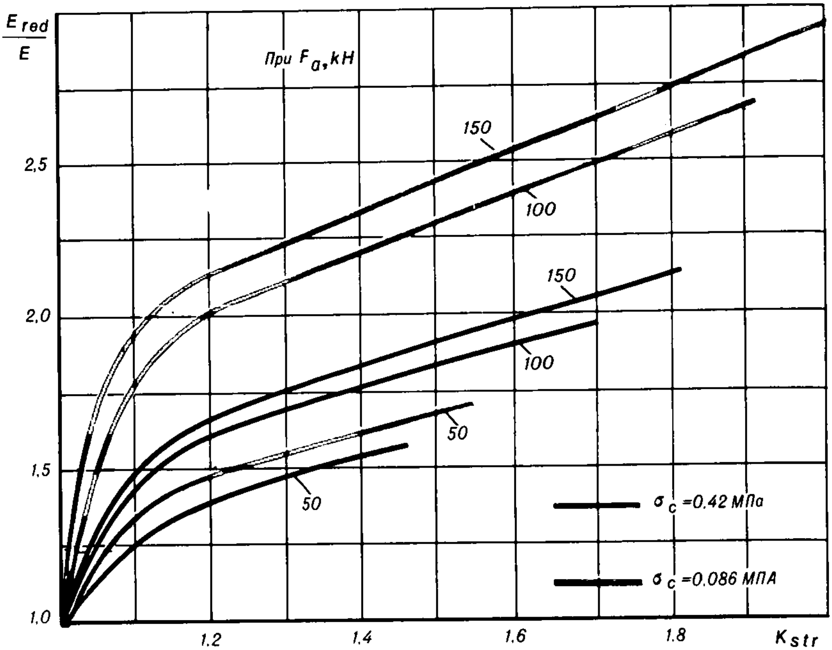


Рис. 6.4. Зависимость коэффициента повышения модуля деформации упрочненной анкерами среды от коэффициента упрочнения (по О. В. Тимофееву и В. Л. Трушко)

на выступах

$$\sigma_\theta = \lambda\alpha^*\gamma H \frac{4}{\varkappa_1+1} \frac{G_1}{G_0} \times \frac{1-\varkappa_0 \dfrac{n\Delta}{r_0}}{1+\dfrac{n\Delta}{r_0}}. \qquad (6.25)$$

Из этих формул следует, что поскольку $n\Delta/r_0<1$, то наибольшие по абсолютной величине напряжения возникают во впадинах контура сечения выработки (в местах переборов) и являются сжимающими. На выступах напряжения σ_θ могут менять знак, при $\varkappa_0 n\Delta/r_0 > 1$ они становятся растягивающими.

В случае гладкой (без неровностей) крепи напряжения в крепи

$$\sigma_\theta = \lambda\alpha^*\gamma H \frac{4}{\varkappa_1+1} \frac{G_1}{G_0}. \qquad (6.26)$$

Заметим, что напряжения на контуре поперечного сечения незакрепленного ствола с учетом неровностей составляют:

во впадинах

$$\sigma_\theta = 2\lambda\gamma H \frac{1+\dfrac{n\Delta}{r_0}}{1-\dfrac{n\Delta}{r_0}}; \qquad (6.27)$$

на выступах

$$\sigma_\theta = 2\lambda\gamma H \frac{1-\dfrac{n\Delta}{r_0}}{1+\dfrac{n\Delta}{r_0}}. \qquad (6.28)$$

Набрызгбетонная крепь часто применяется в сочетании с анкерами. В этом случае при расчете набрызгбетонной крепи необходимо учесть упрочняющее влияние анкеров. Для этого вначале определяется приведенный модуль деформации (сдвига) упрочненной анкерами зоны ($G_{1\,red}$) по графикам, приведенным на рис. 6.4. Затем определяется приведенный модуль сдвига массива по формуле

$$G_{0\,red}=G_{1\,red}\frac{2\,(c_1^2-1)}{d_{2\,(1)}-K^*_{0\,(1)}d_{1\,(1)}}, \qquad (6.29)$$

где

$$K^*_{0\,(1)}=\frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{1\,(1)}+2\frac{G_{1\,red}}{G_0}(c_1^2-1)}; \qquad (6.30)$$

величины c_1; $d_{1\,(1)}$; $d_{2\,(1)}$; $d'_{1\,(1)}$; $d'_{2\,(1)}$ относятся к слою пород, упрочненных анкерами, и определяются по формулам, входящим в выражения (1.66) — (1.68).

Расчет набрызгбетонной крепи производится по формулам (6.24), (6.25), в которые вместо G_0 следует подставить вычисленные по формуле (6.29) значения $G_{0\,red}$.

6.6. Примеры расчета крепи стволов

6.6.1. Расчет монолитной бетонной крепи ствола

Расчетная схема монолитной бетонной крепи ствола представляет собой двухслойное кольцо (рис. 6.5), внешний бесконечный слой которого моделирует массив пород, нагруженное на бесконечности эквивалентными напряжениями P_{eq}.

Требуется определить напряжения на контакте крепи с массивом (нагрузку на крепь), напряжения в крепи и несущую способность крепи при различных характеристиках массива пород при толщине крепи, характеризуемой величиной $c_1=1,1$.

Решение. Условия работы крепи будем характеризовать величиной расчетных начальных напряжений в массиве

$$\sigma_r^{(0)}=\lambda\alpha^*\gamma H, \qquad (6.31)$$

отношением модулей сдвига пород и материала крепи G_0/G_1 и величиной коэффициента Пуассона пород в массиве ν_0 (табл. 6.4). Коэффициент Пуассона бетона принимаем постоянным $\nu_1=0,2$.

Определим коэффициенты передачи нагрузок через внешний бесконечный слой по формуле (5.26), в которой

$$\varkappa_0+1=3-4\nu_0+1=4\,(1-\nu_0);$$

$$\frac{d'_{1\,(1)}}{c_1^2-1}=\frac{c_1^2(\varkappa_1-1)+2}{c_1^2-1}=$$

$$=2\frac{c_1^2(1-2\nu_1)+1}{c_1^2-1}=$$

$$=2\frac{1,1^2(1-2\cdot0,2)+1}{1,1^2-1}=2\cdot8,219.$$

Подставив значения величин в формулу (5.26), получим

$$K_{0\,(2)}=2\frac{1-\nu_2}{1+8,219\frac{G_0}{G_1}}.$$

Вычисленные по этой формуле значения коэффициента передачи нагрузок приведены в табл. 6.4. Как видим, величина указанного коэффициента существенно зависит от отношения модулей деформации пород и материала крепи, причем в слабых породах коэффициент передачи нагрузок оказывается больше 1.

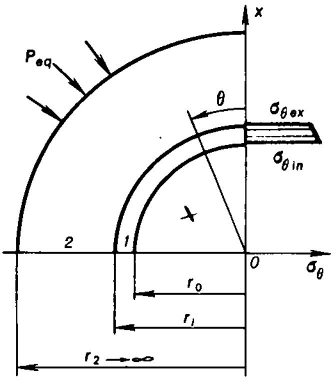


Рис. 6.5. Расчетная схема монолитной бетонной крепи ствола:
1 — крепь; 2 — массив (к примеру 6.6.1)

Определим, далее, напряжения на контакте крепи с массивом пород в долях начальных напряжений в массиве. В соответствии с формулами (5.1) и (5.27) имеем

$$p_{0\,(1)} = \sigma_r^{(0)} \frac{2}{\varkappa_0+1} K_{0\,(2)}, \qquad (6.32)$$

откуда

$$\frac{p_{0\,(1)}}{\sigma_r^{(0)}} = \frac{2}{\varkappa_0+1} K_{0\,(2)} = \frac{K_{0\,(2)}}{2(1-\nu_0)}.$$

Вычисленные по этой формуле значения контактных напряжений приведены в табл. 6.4.

Определим нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре поперечного сечения крепи по формулам (1.65) и (5.28):

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{in} = p_{0\,(1)} m_{1\,(1)}; \qquad \sigma_{\theta\,(1)}^{ex} = p_{0\,(1)} m'_{1\,(1)}, \qquad (6.33)$$

где

$$m_{1\,(1)} = \frac{2c_1^2}{c_1^2-1};$$

$$m'_{1\,(1)} = m_{1\,(1)} - 1,$$

или

$$m_{1\,(1)} = \frac{2\cdot 1{,}1^2}{1{,}1^2-1} = 11{,}5;$$

$$m'_{1\,(1)} = 10{,}5.$$

Таким образом,

$$\frac{\sigma_\theta^{in}}{\sigma_r^{(0)}} = 11{,}5\,\frac{p_{0\,(1)}}{\sigma_r^{(0)}};$$

$$\frac{\sigma_\theta^{ex}}{\sigma_r^{(0)}} = 10{,}5\,\frac{p_{0\,(1)}}{\sigma_r^{(0)}}.$$

ТАБЛИЦА 6.4

$\frac{G_0}{G_1}$	ν_0	$K_{0\,(2)}$	$p_{0\,(1)}/\sigma_r^{(0)}$	$\sigma_{\theta\,in}/\sigma_r^{(0)}$	$\sigma_{\theta\,ex}/\sigma_r^{(0)}$	$\sigma_{\theta\,m}/\sigma_r^{(0)}$
10	0,15	0,02	0,01	0,12	0,11	0,12
1	0,20	0,17	0,11	1,26	1,15	1,20
0,1	0,30	0,77	0,55	6,30	5,75	6,02
0,01	0,35	1,20	0,92	10,6	9,68	10,1
0,001	0,40	1,19	0,99	11,4	10,4	10,9

Вычисленные по этим формулам значения напряжений приведены в табл. 6.4.

Как следует из таблицы, напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения крепи (см. рис. 6.5) мало отличаются друг от друга ($\sigma_{\theta\, in} = 1{,}1\, \sigma_{\theta\, ex}$), поэтому, учитывая ползучесть бетона и длительное действие нагрузок, в качестве расчетных вполне можно принять средние напряжения по сечению крепи

$$\sigma_{\theta m} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\theta\, in} + \sigma_{\theta\, ex}\right),$$

которые также приведены в табл. 6.4.

Иными словами, мы пренебрегаем незначительным эксцентриситетом продольной силы. Пользуясь формулами (5.51)—(5.53), нетрудно убедиться, что $e_0/t = 0{,}008$.

Условие прочности крепи (5.55) в данном случае приобретает следующий вид:

$$\sigma_{\theta m} \leqslant R_b. \qquad (6.34)$$

Пользуясь этим условием и результатами расчетов, можно определить предельные значения расчетных начальных напряжений в массиве (6.31), которые и будут служить характеристикой несущей способности крепи. Очевидно, что

$$\sigma_r^{(0)} = \lambda\alpha^* \gamma H = \frac{R_b}{\sigma_{\theta m}/\sigma_r^{(0)}}. \qquad (6.35)$$

Приняв по табл. П.2.1 (приложение 2) расчетное сопротивление бетона, определим по формуле (6.35) несущую способность крепи. Результаты вычислений приведены в табл. 6.5.

ТАБЛИЦА 6.5

$\frac{G_0}{G_1}$	$\frac{\sigma_{\theta m}}{\sigma_r^{(0)}}$	Несущая способность крепи $\lambda\alpha^* \gamma H$ (МПа) при классе бетона по прочности на сжатие		
		B15	B20	B25
1	1,20	7,08	9,58	12,1
0,1	6,02	1,41	1,91	2,41
0,01	10,1	0,84	1,14	1,44
0,001	10,9	0,78	1,06	1,33

Пользование табл. 6.5 проиллюстрируем следующим примером. Требуется определить предельную глубину применения крепи толщиной 30 см ствола диаметром в свету 6 м из бетона класса B15 в породах с характеристиками: $G_0 = 390$ МПа; $\nu_0 = 0{,}3$; $\gamma = 0{,}02$ МН/м³ (аргиллиты). Проходка ствола осуществляется по совмещенной схеме ($\alpha^* = 0{,}4$).

Пользуясь табл. П2.1 (приложение 2), определяем модуль сдвига бетона класса B15

$$G_1 = 0{,}4\, E_b \frac{\varphi_{b1}}{\varphi_{b2}} = 0{,}4 \cdot 23 \cdot 10^3 \times \frac{0{,}85}{2} = 3910 \text{ МПа}.$$

Следовательно, $G_0/G_1 \approx 0{,}1$. По табл. 6.5 находим соответствующее значение $\lambda\alpha^* \gamma H = 1{,}41$ МПа. Коэффициент бокового давления в массиве определим по формуле А. Н. Динника (1.36):

$$\lambda = \frac{0{,}3}{1 - 0{,}3} = 0{,}43.$$

Отсюда предельная глубина применения указанной крепи

$$H_u = \frac{1{,}41}{0{,}43 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}02} = 410 \text{ м}.$$

6.6.2. Расчет обделки шахты уравнительного резервуара на горное давление, внутренний напор и сейсмические воздействия землетрясений

Обделка шахты уравнительного резервуара имеет следующие размеры: $r_0=12{,}5$ м; $r_1=13{,}3\div13{,}5$ м; $H=60$ м. Материал обделки — монолитный бетон с характеристиками: $E_1=1\times10^4$ МПа; $\nu_1=0{,}15$; $R_b=9$ МПа.

Породы — известняки с характеристиками: $E_0=7\cdot10^3$ МПа; $\nu_0=0{,}25$; $\gamma=0{,}0265$ МН/м³.

Строительство осуществляется в районе, характеризующемся сейсмичностью 8 баллов (условия Миатлинской ГЭС). Уравнительный резервуар заполняется водой на высоту $h_w=50$ м.

Требуется произвести расчет и проверить прочность обделки на все виды воздействий.

Решение. Произведем расчет обделки на собственный вес пород (горное давление). Расчетная схема показана на рис. 6.5.

Определяем эквивалентные напряжения по формуле, следующей из (5.1):

$$P_{eq}=\lambda\alpha^*\gamma H\frac{2}{\varkappa_0+1},\qquad(6.36)$$

где

$$\lambda=\frac{\nu_0}{1-\nu_0}=\frac{0{,}25}{1-0{,}25}=1/3;$$

$$\varkappa_0=3-4\nu_0=3-4\cdot0{,}25=2.$$

Учитывая небольшую глубину шахты, примем (с запасом) максимальное значение $\alpha^*=1$.

Подставляя значение величин в формулу (6.36), получаем

$$P_{eq}=\frac{1}{3}\cdot1\cdot0{,}0265\cdot60\frac{2}{2+1}=$$
$$=0{,}35\text{ МПа}.$$

Определяем коэффициент передачи равномерных нагрузок через внешний бесконечный слой по формуле (5.26). Предварительно определим входящие в эту формулу величины (см. пример 6.6.1)

$$c_1=\frac{r_1}{r_0}=\frac{13{,}4}{12{,}5}=1{,}07;$$

$$d_{1\,(1)}'=2\,[1{,}07^2\,(1-2\cdot0{,}15)+1]=3{,}603;$$

$$c_1^2-1=1{,}07^2-1=0{,}1449;$$

$$\frac{G_0}{G_1}=\frac{E_0(1+\nu_1)}{E_1(1+\nu_0)}=\frac{7\cdot10^3}{1\cdot10^4}\cdot\frac{1{,}15}{1{,}25}=0{,}644.$$

Подставляя значения величин в формулу (5.26), получаем

$$K_{0\,(2)}=\frac{2+1}{2+0{,}644\dfrac{3{,}603}{0{,}1449}}=0{,}166.$$

Определяем напряжения на контакте обделки с массивом (давление на обделку) по формуле, следующей из (5.27):

$$p_{0\,(1)}=K_{0\,(2)}P_{eq}.\qquad(6.37)$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$p_{0\,(1)}=0{,}166\cdot0{,}35=0{,}058\text{ МПа}.$$

Далее, по формулам (6.33) определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения обделки:

$$m_{1\,(1)}=\frac{2\cdot1{,}07^2}{1{,}07^2-1}=15{,}8;$$

$$m_{1\,(1)}'=14{,}8;$$

$$\sigma_{\theta\,in}=0{,}058\cdot15{,}8=0{,}92\text{ МПа};$$

$$\sigma_{\theta\,ex}=0{,}058\cdot14{,}8=0{,}86\text{ МПа}.$$

Произведем расчет обделки на внутренний напор. Определяем коэффициент передачи внутренних напряжений через обделку по формуле (5.33), которая в данном случае имеет следующий вид:

$$K^{*}_{0\,(1)}=\frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{1\,(1)}+2\frac{G_1}{G_0}(c_1^2-1)}. \qquad (6.38)$$

Определяем входящие в эту формулу величины:

$$d'_{2\,(1)}=\varkappa_1+1=3-4\nu_1+1=$$
$$=4(1-\nu_1)=4(1-0{,}15)=3{,}4.$$

Подставляя значения величин в формулу (6.38), получаем

$$K^{*}_{0\,(1)}=\frac{3{,}4}{3{,}603+2\frac{0{,}1449}{0{,}644}}=0{,}839.$$

Определяем напряжения на контакте обделки с массивом, вызванные внутренним давлением воды, по формуле (5.34):

$$p_{0\,(1)}=P_{0\,in}K^{*}_{0\,(1)}, \qquad (6.39)$$

где

$$P_{0\,in}=\gamma_w h_w=0{,}01\cdot 50=0{,}5\ \text{МПа}.$$

Отсюда

$$p_{0\,(1)}=0{,}5\cdot 0{,}839=0{,}420\ \text{МПа}.$$

Определяем напряжения на внутреннем и внешнем контуре поперечного сечения обделки по формулам (5.28), где $m_1=15{,}8$; $m_2=14{,}8$; $m'_1=14{,}8$; $m'_2=13{,}8$. Таким образом,

$$\sigma_{\theta\,in}=0{,}420\cdot 15{,}8-0{,}5\cdot 14{,}8=$$
$$=-0{,}764\ \text{МПа};$$
$$\sigma_{\theta\,ex}=0{,}420\cdot 14{,}8-0{,}5\cdot 13{,}8=$$
$$=-0{,}684\ \text{МПа}.$$

Произведем расчет обделки на сейсмическое воздействие землетрясения силой 8 баллов. Расчетная схема показана на рис. 6.5. Эквивалентные напряжения на бесконечности описываются выражениями (5.1) и (5.4). Определим входящие в эти выражения величины по формулам (1.51)—(1.52), где

$$AK_1=k_c=0{,}05;$$
$$K_h=1;$$
$$T_0=0{,}5\ \text{с}.$$

Скорость распространения продольных волн v_p определим по формуле (1.49):

$$v_p=\sqrt{\frac{7\cdot 10^3\cdot 9{,}8}{0{,}0265}\cdot\frac{1-0{,}25}{1{,}25(1-2\cdot 0{,}25)}}=$$
$$=1762\ \text{м/с}.$$

Подставляя значения величин в формулу (1.51), получаем

$$\sigma_{\max\,p \atop \min}=\pm\frac{1}{2\pi}\cdot 0{,}05\cdot 0{,}0265\cdot 1762\times$$
$$\times 0{,}5\cdot 1=\pm\ 0{,}186\ \text{МПа}.$$

Поскольку обделка шахты не прианкерена к массиву, то расчет обделки произведем на действие продольной волны только в фазе сжатия.

Из выражений (5.6) следует

$$P_{0\,eq}=\frac{\sigma_{\max p}}{2(1-\nu_0)}; \qquad (6.40)$$

$$P_{2\,eq}=\frac{\sigma_{\max\,p}}{2(1-\nu_0)}\sqrt{(3-4\nu_0)(1-2\nu_0)}.$$

Подставляя в эти формулы значения входящих в них величин, получаем

$$P_{0\,eq}=\frac{0{,}186}{2(1-0{,}25)}=0{,}124\ \text{МПа};$$
$$P_{2\,eq}=0{,}124\times$$
$$\times\sqrt{(3-4\cdot 0{,}25)(1-2\cdot 0{,}25)}=$$
$$=0{,}124\ \text{МПа}.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок через внешний бесконечный слой.

Коэффициент передачи равномерных нагрузок определен выше и составляет $K_{0\,(2)}=0{,}166$.

Коэффициенты передачи неравномерных нагрузок определим по формулам, следующим из (5.7):

$$K_{11\,(2)}=2\frac{\beta_1}{B};\qquad(6.41)$$

$$K_{21\,(2)}=2\frac{\alpha_1}{B},$$

где

$$B=\alpha_2\beta_1-\alpha_1\beta_2;$$

$$\alpha_1=\frac{1}{\varkappa_0+1}(1+\chi''b_{1\,(1)});$$

$$\alpha_2=\frac{1}{\varkappa_0+1}(\varkappa_0+\chi''b'_{1\,(1)});$$

$$\beta_1=\frac{1}{\varkappa_0+1}(-1+\chi''b_{2\,(1)});$$

$$\beta_2=\frac{1}{\varkappa_0+1}(\varkappa_0+\chi''b'_{2\,(1)});$$

$$\chi''=\frac{G_0}{G_1}\frac{\varkappa_1+1}{(c_1^2-1)^3};$$

коэффициенты b_1, b'_1, b_2 и b'_2 входят в формулы (1.69). Определяем эти коэффициенты:

$$D_1=\frac{(1{,}07^2-1)^3}{2+1}=0{,}001\,014\,1;$$

$$b_{1\,(1)}=1{,}07^4\,(3+1{,}07^2)-D_1=5{,}432\,104;$$

$$b'_{1\,(1)}=2\cdot1{,}07^4+1{,}07^2+1+D_1=$$
$$=4{,}767\,506;$$

$$b_{2\,(1)}=1{,}07^4\,(3-1{,}07^2)+D_1=2{,}432\,672;$$

$$b'_{2\,(1)}=1{,}07^2+1+D_1=2{,}145\,914.$$

Определяем величины, входящие в формулы (6.41):

$$\chi''=0{,}644\frac{3{,}4}{(1{,}07^2-1)^3}=719{,}7134;$$

$$\alpha_1=\frac{1}{3}(1+\chi''\cdot5{,}432\,104)=1303{,}519;$$

$$\alpha_2=\frac{1}{3}(2+\chi''\cdot4{,}767\,506)=1144{,}413;$$

$$\beta_1=\frac{1}{3}(-1+\chi''\cdot2{,}432\,672)=583{,}2756;$$

$$\beta_2=\frac{1}{3}(2+\chi''\cdot2{,}145\,914)=515{,}4811;$$

$$B\cdot10^{-3}=1{,}144\,413\cdot583{,}2756-$$
$$-1{,}303\,519\cdot515{,}4811=-4{,}431\,23.$$

Подставляя значения величин в формулы (6.41), получаем коэффициенты передачи неравномерных нагрузок

$$K_{11\,(2)}=-2\frac{583{,}2756}{4{,}431\,23\cdot10^3}=-0{,}263;$$

$$K_{21\,(2)}=-2\frac{1303{,}519}{4{,}431\,23\cdot10^3}=-0{,}588.$$

Определяем напряжения на контакте обделки с массивом пород по формулам, следующим из (5.14), (5.19) и (5.20):

$$p_{0\,(1)}=P_{0\,eq}K_{0\,(2)};\qquad(6.42)$$
$$p_{2\,(1)}=P_{2\,eq}K_{11\,(2)};$$
$$q_{2\,(1)}=P_{2\,eq}K_{21\,(2)}.$$

Подставляя в эти формулы значения величин, получаем

$$p_{0\,(1)}=0{,}124\cdot0{,}166=0{,}0206\text{ МПа};$$
$$p_{2\,(1)}=-0{,}124\cdot0{,}263=-0{,}0326\text{ МПа};$$
$$q_{2\,(1)}=-0{,}124\cdot0{,}588=-0{,}0729\text{ МПа}.$$

Определяем экстремальные значения нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контуре сечения обделки по формулам (1.65), которые в данном случае имеют следующий вид:

$$\sigma_{\theta\,in}=p_{0\,(1)}m_1-(p_{2\,(1)}n_1-q_{2\,(1)}n_2)\times$$
$$\times\cos2\theta;$$
$$\sigma_{\theta\,ex}=p_{0\,(1)}m'_1+\qquad(6.43)$$
$$+(p_{2\,(1)}n'_1-q_{2\,(1)}n'_2)\cos2\theta.$$

Определяем значения коэффициентов

$m_1=15{,}8$ (вычислен выше);

$$m'_1=m_2=14{,}8;$$
$$n_1=2m_1m_2=2\cdot15{,}8\cdot14{,}8=467{,}7;$$
$$n_2=m_1m'_2=m_1\,(m_1-2)=$$
$$=15{,}8\cdot13{,}8=218{,}0;$$
$$n'_1=\frac{1{,}07^4+6\cdot1{,}07^2+1}{(1{,}07^2-1)^2}=437{,}2;$$
$$n'_2=2\frac{-1{,}07^4+2\cdot1{,}07^2+1}{(1{,}07^2-1)^2}=188{,}5.$$

Подставляя значения величин в формулы (6.43), получаем

$$\sigma_{\theta\, in}=0{,}0206\cdot 15{,}8-(-0{,}0326\cdot 467{,}7+$$
$$+0{,}0729\cdot 218{,}0)\cos 2\theta=$$
$$=0{,}325-0{,}645\cos 2\theta;$$
$$\sigma_{\theta\, ex}=0{,}0206\cdot 14{,}8+(-0{,}0326\cdot 437{,}2+$$
$$+0{,}0729\cdot 188{,}5)\cos 2\theta=$$
$$=0{,}305-0{,}511\cos 2\theta.$$

Экстремальные значения напряжений при $\theta=0$ и $\theta=90°$ (напомним, что ось x на рис. 6.5 совпадает с направлением наибольших главных напряжений в массиве) приведены в табл. 6.6.

Определяем изгибающие моменты и продольные силы по формулам (5.51) и (5.52):

при $\theta=0$

$$M=1\cdot 0{,}9^2\frac{-0{,}320+0{,}206}{12}=$$
$$=-0{,}0077\ \text{МН}\cdot\text{м};$$
$$N=1\cdot 0{,}9\frac{-0{,}320-0{,}206}{2}=$$
$$=-0{,}237\ \text{МН}.$$

Аналогичные вычисления производим для сечения $\theta=90°$. Результаты расчетов приведены в табл. 6.6. Убеждаемся, что радиальное сечение обделки, совпадающее с осью x ($\theta=0$), подвергается внецентренному растяжению.

Проверим прочность крепи при суммарном воздействии горного давления и землетрясения.

Расчетное сопротивление бетона (класса В15, табл. П 2.1 приложения 2) $R_b=8{,}5$ МПа; $R_{bt}=0{,}75$ МПа.

В табл. 6.7 приведены расчетные значения нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контуре сечения крепи от всех рассмотренных видов воздействий. Основным является сочетание постоянных и длительных временных нагрузок, т. е. горного давления и внутреннего напора. Из табл. 6.7 следует, что напряжения в обделке от этих воздействий имеют разные знаки, т. е. взаимно погашают друг друга. При определении суммарных напряжений необходимо иметь в виду, что расчет на собственный вес пород выполнен с большим запасом (принято максимальное значение $\alpha^*=1$), поэтому целесообразно ввести уменьшающий коэффициент сочетаний (примерно 0,5).

В результате определяем суммарные напряжения в обделке от основного сочетания нагрузок:

$$\sigma_{\theta\, in}=0{,}92\cdot 0{,}5-0{,}764=-0{,}3\ \text{МПа};$$
$$\sigma_{\theta\, ex}=0{,}86\cdot 0{,}5-0{,}684=-0{,}25\ \text{МПа}.$$

ТАБЛИЦА 6.6

θ, градус	cos 2θ	$\sigma_{\theta\, in}$, МПа	$\sigma_{\theta\, ex}$, МПа	M, МН·м	N, МН
0	1	—0,320	—0,206	—0,0077	—0,237
90	—1	0,970	0,816	0,0104	0,804

ТАБЛИЦА 6.7

Воздействия	$\sigma_{\theta\, in}$, МПа	$\sigma_{\theta\, ex}$, МПа
Горное давление	0,92	0,86
Внутренний напор	—0,764	—0,684
Сейсмика	—0,320	—0,206
	0,970	0,816

Таким образом, основные напряжения в крепи являются растягивающими, причем они существенно меньше расчетного сопротивления бетона.

Сейсмическое воздействие входит в особое сочетание нагрузок. Очевидно, что наиболее неблагоприятным окажется воздействие землетрясения при заполненной шахте.

Представляющие наибольшую опасность растягивающие напряжения при особом сочетании нагрузок составляют:

$$\sigma_{\theta\, in} = -0{,}30 - 0{,}32 = -0{,}62 \text{ МПа};$$
$$\sigma_{\theta\, ex} = -0{,}25 - 0{,}206 = -0{,}46 \text{ МПа}.$$

Сравнивая расчетные значения напряжений с расчетными характеристиками прочности бетона, убеждаемся, что во всех случаях прочность обделки удовлетворяется.

Следует отметить, что в напорных водоводах при землетрясениях может возникнуть *гидродинамическое давление* воды, которое определяется выражением

$$P_{in,\max} = \frac{AK_1}{2\pi} K_h \gamma_w v_w T_0, \qquad (6.44)$$

где $\gamma_w = 0{,}01$ МН/м^3 — удельный вес воды; $v_w = 1300$ м/с — скорость звука в воде, остальные величины те же, что и в формулах (1.51).

Подставив значения величин в формулу (6.44), получим

$$P_{in\,\max} = \frac{0{,}05}{2\pi}(1 - 0{,}005\cdot 60)\times$$
$$\times 0{,}01\cdot 1300\cdot 0{,}5 = 0{,}036 \text{ МПа}.$$

Гидродинамическое давление $P_{in\,\max}$ составляет менее 10% от внутреннего напора.

Из приведенных выше расчетов следует, что увеличение растягивающих напряжений в обделке на 10% не нарушит ее прочности.

6.6.3. Расчет крепи ствола в тектоническом поле начальных напряжений

Требуется произвести расчет крепи ствола применительно к условиям Коробковского месторождения Курской магнитной аномалии. Исходные данные для расчета:

по данным измерений:

$$\sigma_1^{(0)} = 20{,}5 \text{ МПа}; \quad \sigma_2^{(0)} = 17{,}0 \text{ МПа};$$
$$E_0 = 0{,}64\cdot 10^5 \text{ МПа};$$
$$\nu_0 = 0{,}26 \text{ (породы-сланцы)};$$
$$\gamma = 0{,}028 \text{ МН/м}^3.$$

Характеристики крепи (бетон): $E_1 = 0{,}24\cdot 10^5$ МПа; $\nu_1 = 0{,}17$; $r_0 = 4{,}0$ м; $r_1 = 4{,}4$ м; $c_1 = 1{,}1$; $t = 0{,}4$ м; $H = 370$ м; $\alpha^* = 0{,}512$.

Решение. Находим вспомогательные величины, входящие в формулы для коэффициентов передачи нагрузок (5.26) и (6.41):

$$c_1^2 = 1{,}21; \quad c_1^4 = 1{,}4641;$$

$$\varkappa_0 = 3-4\cdot 0{,}26 = 1{,}96;$$
$$\varkappa_1 = 3-4\cdot 0{,}17 = 2{,}32;$$
$$(c_1^2-1)^3 = 0{,}009\,261;$$
$$\frac{G_0}{G_1} = \frac{0{,}64\cdot 10^5}{0{,}24\cdot 10^5}\cdot\frac{1+0{,}17}{1+0{,}26} = 2{,}476;$$
$$\chi'' = 2{,}476\frac{3{,}32}{0{,}21^3} = 887{,}628;$$
$$D_1 = \frac{0{,}009\,261}{3{,}32} = 2{,}789\cdot 10^{-3};$$
$$d_1' = 1{,}21\cdot 1{,}32+2 = 3{,}6;$$
$$b_1 = 6{,}161\,072;\quad b_1' = 5{,}160\,989;$$
$$b_2 = 2{,}623\,528;\quad b_2' = 2{,}212\,789;$$
$$\alpha_1 = \frac{1}{2{,}96}(1+887{,}628\cdot 6{,}161\,072) = 1847{,}885;$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{2{,}96}(1{,}96+887{,}628\cdot 5{,}160\,989) = 1548{,}310;$$
$$\beta_1 = \frac{1}{2{,}96}(-1+887{,}628\cdot 2{,}623\,528) = 786{,}3908;$$
$$\beta_2 = \frac{1}{2{,}96}(1{,}96+887{,}628\cdot 2{,}212\,789) = 664{,}2208;$$
$$B\cdot 10^{-3} = 1{,}548\,310\cdot 786{,}3908 - 1{,}847\,885\cdot 664{,}2208 = -9{,}826\,91.$$

Находим коэффициенты передачи нагрузок

— по формуле (5.26):

$$K_{0\,(2)} = \frac{1{,}96+1}{2+2{,}476\dfrac{3{,}6}{0{,}21}} = 0{,}066;$$

— по формулам (6.41):

$$K_{11\,(2)} = -2\frac{786{,}3908}{9{,}826\,91\cdot 10^3} = -0{,}160;$$
$$K_{21\,(2)} = -2\frac{1847{,}885}{9{,}826\,91\cdot 10^3} = -0{,}376.$$

По формулам (6.42) с учетом (5.1) определяем напряжения на контакте крепи с массивом пород:

$$p_{0\,(1)} = 0{,}512\frac{20{,}5+17{,}0}{2}\cdot\frac{2}{2{,}96}0{,}066 = 0{,}428\text{ МПа};$$
$$p_{2\,(1)} = 0{,}512\frac{20{,}5-17{,}0}{2}\times\frac{1{,}96}{2{,}96}(-0{,}160) = 0{,}594\cdot(-0{,}160) = -0{,}094\text{ МПа};$$
$$q_{2\,(1)} = 0{,}594\cdot(-0{,}376) = -0{,}224\text{ МПа}.$$

Вычисляем вспомогательные величины, входящие в формулы (6.43):

$$m_1 = 11{,}52;\quad m_1' = 10{,}52;$$
$$n_1 = 242{,}55;\quad n_2 = 109{,}75;$$
$$n_1' = 220{,}50;\quad n_2' = 88{,}70.$$

По формулам (6.43) определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения крепи:

$$\sigma_{\theta in} = 0{,}428\cdot 11{,}52-(-0{,}094\cdot 242{,}55+0{,}224\cdot 109{,}75)\cos 2\theta = 4{,}930-1{,}78\cos 2\theta;$$
$$\sigma_{\theta ex} = 0{,}428\cdot 10{,}52+(-0{,}094\cdot 220{,}50+0{,}224\cdot 88{,}70)\times\cos 2\theta = 4{,}502+0{,}858\cos 2\theta.$$

Экстремальные значения напряжений при $\theta = 0$ (по направлению действия в массиве максимальных напряжений $\sigma_1^{(0)}$) и $\theta = 90°$ приведены в табл. 6.8.

По формулам (5.51) и (5.52) определяем изгибающие моменты и продольные силы

при $\theta = 0$:

$$M = 1\cdot 0{,}4^2\frac{3{,}146-5{,}360}{12} = -0{,}0295\text{ МН}\cdot\text{м};$$
$$N = 1\cdot 0{,}4\frac{3{,}146+5{,}360}{2} = 1{,}701\text{ МН}.$$

Аналогичные вычисления выполняем при $\theta = 90°$. Результаты расчетов приведены в табл. 6.8.

Проверку прочности и подбор материала крепи (класса или марки бетона) производим, пользуясь формулой (5.56) и условием прочности (5.55).

ТАБЛИЦА 6.8

θ, градус	cos 2θ	$\sigma_{\theta in}$, МПа	$\sigma_{\theta ex}$, МПа	M, МН·м	N, МН
0	1	3,146	5,360	—0,0295	1,701
90	—1	6,714	3,644	0,0409	2,072

Поскольку в данном случае напряжения в крепи невелики, причем крепь испытывает только сжимающие напряжения, для крепления ствола может быть принят бетон марки М150 по прочности на сжатие. Расчетное сопротивление бетона $R_b = 7,0$ МПа.

В соответствии с главой СНиП 2.03.01—84 при оценке прочности крепи необходимо учесть неблагоприятное условие бетонирования в вертикальном положении (высота слоя бетонирования свыше 1,5 м) путем введения в расчет понижающего коэффициента $\gamma_{b3} = 0,85$ (СНиП, табл. 15, с. 19).

Наиболее напряженным является сечение крепи при $\theta = 90°$. Эксцентриситет продольной силы

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{0,0409}{2,072} = 0,0197 \text{ м}.$$

По формуле (5.56) определяем предельное значение продольной силы:

$$N_u = 0,85 \cdot 7,0 \cdot 1 \cdot 0,4 \left(1 - \frac{2 \cdot 0,0197}{0,4}\right) = 2,14 \text{ МН}.$$

Убеждаемся, что условие прочности 5.55) удовлетворяется:

$$2,07 < 2,14.$$

6.6.4. Расчет крепи ствола с учетом твердения бетона в раннем возрасте и ползучести пород

Вертикальный шахтный ствол проходят в условиях Донецкого бассейна по совмещенной технологической схеме с ежесуточным подвиганием забоя на 4 м. Исходные данные для расчета следующие. Характеристики пород (аргиллиты): $E_0 = 5 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_0 = 0,36$; $G_0 = 1840$ МПа; $\gamma = 0,02$ МН/м³; $\alpha = 0,71$; $\delta = 0,008$ с$^{-0,29}$.

Геометрические характеристики: $r_0 = 4$ м; $r_1 = 4,4$ м; $H = 300$ м.

Крепь — монолитный бетон марки М300 по прочности на сжатие с характеристиками: $E_b = 29 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_1 = 0,2$; $R_b = 15,5$ МПа.

Испытания контрольных образцов бетона на сжатие характеризуют набор прочности бетона в процессе его твердения:

T, сут ...	0,3	2	7	18
σ_c, МПа ...	0,98	9,8	21,4	29,1

Требуется произвести расчет крепи, проанализировав процесс нагружения крепи в раннем возрасте твердения бетона с учетом ползучести пород.

Решение. В данном случае необходимо учесть совместное влияние трех факторов: подвигание забоя ствола; твердение бетона и ползучесть пород.

Влияние удаления забоя ствола от рассматриваемого поперечного сечения учтем так же, как это было сделано в примере 4.4.5. Начальное расстояние рассматриваемого сечения ствола от забоя примем $l = 1$ м, учитывая нарушенность забоя в результате взрывных работ, а также наличие слоя неубранной породы, необходимой для выравнивания площадки для опалубки. Расстояние l в последующие сутки увеличивается на величину суточного подвигания забоя (4 м, табл. 6.9).

Коэффициент $\alpha^*(l)$ определяем по формуле (4.10), относительные перемещения контура сечения ствола — по формуле

$$\tilde{u}(t_i) = 1 - \alpha^*.$$

ТАБЛИЦА 6.9

t_i, сут	l, м	$\alpha^*(l)$	$\tilde{u}(t)_i$	$\Delta\alpha_i^*$	α^*
1	1	0,744	0,256	0,516	0,516
2	5	0,228	0,772	0,158	0,674
3	9	0,070	0,930	0,049	0,723
4	13	0,021	0,979	0,015	0,738
5	17	0,006	0,994	0,004	0,742
6	21	0,002	0,998	0,001	0,743
7	25	0,001	0,999	0,001	0,744
10	37	0	1	0	0,744

Долю $\Delta\alpha_i^*$ общего коэффициента α^*, приходящуюся на каждый момент времени, определяем по формуле (4.19). Результаты вычислений приведены в табл. 6.9. Здесь же приведены значения α^* как сумма $\Delta\alpha_i^*$ с нарастающим итогом.

Изменение модуля деформации бетона определяем по формуле (4.17). Модуль сдвига бетона определяем по формуле

$$G_1(T) = 0{,}4E_1(T).$$

Окончательная расчетная формула имеет следующий вид:

$$G_1(T) = 0{,}4 \cdot 29 \cdot 10^3 [1 - \exp(-1{,}3T)],$$

где T — возраст бетона, сут.

Результаты вычислений приведены в табл. 6.10.

Далее по формуле (3.25) определяем значения функции ползучести в моменты времени t_i (значения t_i берутся в секундах); по формулам (3.29) и (3.28) определяем значения G_{0t}, ν_{0t} и $\varkappa_{0t}$. Результаты вычислений приведены в табл. 6.10.

Коэффициенты передачи нагрузок для каждого момента времени определяем по формуле (5.26), которая приобретает следующий вид:

$$K_{0(2)i} = \frac{\varkappa_{0t} + 1}{2 + 16{,}438\dfrac{G_{0t}}{G_1(T)}}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 6.11. Здесь же приведены приращения коэффициента передачи нагрузок в каждый последующий момент времени $\Delta K_{0(2)i}$.

Определяем приращения нормальных напряжений на контакте крепи с массивом (нагрузок на крепь) в каждый момент

ТАБЛИЦА 6.10

$t_i=T$, сут	$t_i=T$, $1\cdot10^5$ с	$G_1(T)$, $1\cdot10^{-3}$ МПа	Ф	G_{0t}, $1\cdot10^{-3}$, МПа	ν_{0t}	$\varkappa_{0t}$
1	0,864	5,49	0,745	1,009	0,419	1,324
2	1,728	6,23	0,911	0,917	0,426	1,296
3	2,592	6,89	1,025	0,863	0,431	1,276
4	3,456	7,46	1,114	0,825	0,434	1,264
5	4,320	7,97	1,188	0,796	0,436	1,256
6	5,184	8,41	1,253	0,772	0,438	1,248
7	6,048	8,80	1,310	0,752	0,440	1,240
10	8,640	9,70	1,453	0,706	0,443	1,228

времени, вызванные подвиганием забоя, по формуле

$$\Delta p'_{0\,(2)\,i}=\Delta\alpha_i^*\lambda\gamma H\,\frac{2}{\varkappa_{0t}+1}\,K_{0\,(2)}',$$

где

$$\lambda=\frac{\nu_0}{1-\nu_0}=\frac{0,36}{1-0,36}=0,56.$$

Значения $\Delta\alpha^*$ берем из табл. 6.9, $\varkappa_{0t}$ — из табл. 6.10, значения $K_{0\,(2)\,i}$ — из табл. 6.11. Результаты вычислений приведены в табл. 6.11.

Далее, необходимо определить приращения нормальных напряжений на контакте крепи с массивом (нагрузок на крепь) в каждый момент времени, вызванные ползучестью пород. Для этого поступим следующим образом. Определим коэффициенты передачи нагрузок $K'_{0\,(2)}$ без учета ползучести пород, полагая деформационные характеристики массива G_0 и ν_0 неизменными.

Расчеты выполним по формуле (5.26), которая после подстановки величин приобретает следующий вид:

$$K'_{0\,(2)}=\frac{3-4\cdot0,36+1}{2+16,438\,\dfrac{1840}{G_1(T)}}=$$

$$=\frac{2,56}{2+\dfrac{30,246\cdot10^3}{G_1(T)}}.$$

Значения $G_1(T)$ берем из табл. 6.10.

ТАБЛИЦА 6.11

t_i, сут	$K_{0\,(2)\,i}$	$\Delta K_{0\,(2)\,i}$	$\Delta p_{0\,(2)}$, МПа	$K'_{0\,(2)}$	$\Delta K'_{0\,(2)}$	$\Delta K_{0\,(2)}(\Phi)$
1	0,463	0	0,691	0,341	0	0
2	0,520	0,057	0,240	0,373	0,032	0,025
3	0,561	0,032	0,081	0,401	0,028	0,004
4	0,593	0,026	0,026	0,423	0,022	0,004
5	0,619	0,021	0,007	0,442	0,019	0,003
6	0,641	0,017	0,002	0,457	0,015	0,002
7	0,658	0,017	0,002	0,471	0,014	0,003
10	0,697	0,039	0	0,500	0,029	0,010

Результаты вычислений приведены в табл. 6.11. Вычислим приращения этих коэффициентов передачи нагрузок в каждый последующий момент времени (результаты приведены в табл. 6.11).

Полученные приращения коэффициентов передачи нагрузок учитывают только твердение бетона. Вычисленные ранее и приведенные в той же табл. 6.11 приращения коэффициентов передачи нагрузок $\Delta K_{0\,(2)}$ учитывают и твердение бетона, и ползучесть пород. Следовательно, разность между этими величинами даст нам приращения коэффициентов передачи нагрузок, вызванные только ползучестью пород:

$$\Delta K_{0\,(2)}(\Phi) = \Delta K_{0\,(2)\,i} - \Delta K'_{0\,(2)}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 6.11. Теперь можно определить приращения нормальных напряжений на контакте крепи с массивом, вызванные ползучестью пород

$$\Delta p''_{0\,(2)\,i} = \alpha^* \lambda \gamma H \frac{2}{\varkappa_{0i}+1} \Delta K_{0\,(2)}(\Phi),$$

в которую значения α^* подставляем из табл. 6.9, значения $\varkappa_{0i}$ — из табл. 6.10. Результаты вычислений приведены в табл. 6.12. Заметим, что для получения более точных результатов необходимо производить вычисления с большим числом значащих цифр.

Определяем полные напряжения на контакте крепи с массивом, суммируя с нарастающим итогом $\Delta p'_{0(2)i}$ и $\Delta p''_{0(2)i}$:

$$p_{0(2)} = \sum_{i=1}^{10} \left(\Delta p'_{0(2)i} + \Delta p''_{0(2)i}\right).$$

Результаты вычислений приведены в табл. 6.12.

Средние по радиальному сечению нормальные тангенциальные напряжения в крепи

$$\sigma_{\theta m} = p_{0(2)} (m_{1(1)} + m_{2(1)})/2,$$

где

$$m_{1(1)} = \frac{2c_1^2}{c_1^2 - 1} = \frac{2\cdot 1,1^2}{1,1^2 - 1} = 11,5;$$

$$m_{2(1)} = m_{1(1)} - 1 = 11,5 - 1 = 10,5.$$

Отсюда $\sigma_{\theta m} = 11 p_2$. Результаты вычислений приведены в табл. 6.12.

На рис. 6.6 показаны графики нарастания прочности бетона (по данным испытания контрольных образцов *1* и напряжений в крепи *2*). В течение первых двух суток твердения бетона напря-

ТАБЛИЦА 6.12

t_i, сут	$\Delta p''_{0(2)}$, МПа	$p_{0(2)}$, МПа	$\sigma_{\theta m}$, МПа
1	0	0,691	7,60
2	0,049	0,980	10,78
3	0,008	1,069	11,76
4	0,009	1,104	12,14
5	0,007	1,118	12,30
6	0,004	1,124	12,36
7	0,007	1,133	12,46
10	0,022	1,155	12,70

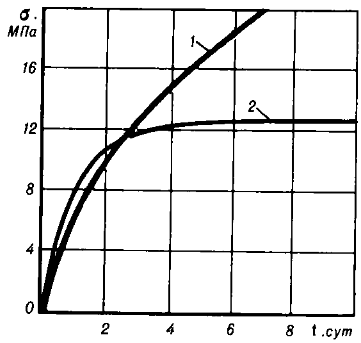


Рис. 6.6. Зависимость предела прочности бетона на сжатие (*1*) и средних напряжений в бетонной крепи ствола (*2*) от времени при нагружении крепи в раннем возрасте (к примеру 6.6.4)

жения в бетонной крепи превосходят ее прочность, что неблагоприятно скажется на конечной прочности и несущей способности крепи.

Заметим, что для более точного расчета напряжений в крепи необходимо учесть еще ползучесть бетона в раннем возрасте.

6.6.5. Расчет сталебетонной обделки вертикальной емкости сжиженного газа

Исходные данные: внутренний радиус емкости $r_0 = 300$ см; наружный радиус $r_3 = 350$ см; толщина внутренней металлической облицовки $t_1 = 5$ мм; бетон марки М300 по прочности на сжатие; $E_b = 29\cdot 10^3$ МПа; $\nu_b = 0,2$; $G_b = 0,4E_b = 0,4\cdot 29\cdot 10^3 = 11,6\cdot 10^3$ МПа; $R_b = 13,5$ МПа; $R_{bt} = 1$ МПа; $R_{btn} = 1,5$ МПа.

Стальная оболочка (внутренний слой) имеет следующие характеристики: $E_s = 2,1\cdot 10^5$ МПа;

$\nu_s=0{,}3$; $G_s=8{,}08\cdot10^4$ МПа; $R_s=230$ МПа.

Массив пород имеет следующие характеристики: $E_0=1{,}5\cdot10^3$ МПа; $\nu_0=0{,}35$; $G_0=560$ МПа.

Требуется проверить прочность обделки на внутреннее давление сжиженного газа 1,0 МПа.

Решение. Определяем коэффициенты передачи нагрузок через слой бетона (второй слой) по формуле (5.33), которая принимает следующий вид:

$$K^*_{0(2)}=\frac{d'_{2(2)}}{d'_{1(2)}+2\dfrac{G_b}{G_0}(c_2^2-1)}, \qquad (6.45)$$

и через внутренний слой стали по формуле (5.32):

$$K^*_{0(1)}=\frac{d'_{2(1)}}{d'_{1(1)}+\chi'_{0(1,2)}(d_{2(2)}-K^*_{0(2)}d_{1(2)})}. \qquad (6.46)$$

Расчеты сведены в табл. 6.13.

ТАБЛИЦА 6.13

Величины	Номера слоев i	
	1	2
$c_i=r_i/r_{i-1}$	1,0017	1,1647
c_i^2	1,0033	1,3566
$\varkappa_i=3-4\nu_i$	1,8	2,2
$d_{1(i)}=c_i^2(\varkappa_i+1)$	—	4,3411
$d_{2(i)}=2c_i^2+\varkappa_i-1$	—	3,9132
$d'_{1(i)}=c_i^2(\varkappa_i-1)+2$	2,8026	3,6279
$d'_{2(i)}=\varkappa_i+1$	2,8	3,2

$$\chi_{0(1,2)}=\frac{8{,}08\cdot10^4}{11{,}6\cdot10^3}=\frac{0{,}0033}{0{,}3566}=0{,}0644.$$

Подставляя значения величин в формулы (6.45) и (6.46), получаем

$$K^*_{0(2)}=\frac{3{,}2}{3{,}6279+2\dfrac{11{,}6\cdot10^3}{560}0{,}3566}=0{,}1739;$$

$$K^*_{0(1)}=\frac{2{,}8}{2{,}8026+0{,}0644\,(3{,}9132-0{,}1739\cdot4{,}3411)}=0{,}9315.$$

Определяем напряжения на контактах слоев по формулам (5.34):

$$p_{0(1)}=P_{0in}K^*_{0(1)}=1{,}0\cdot0{,}9315=0{,}9315 \text{ МПа};$$

$$p_{0(2)}=p_{0(1)}K^*_{0(2)}=0{,}9315\cdot0{,}1739=0{,}1620 \text{ МПа}.$$

Определяем напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.28), расчеты сведены в табл. 6.14.

Как видим, растягивающие напряжения в бетоне (второй слой) превышают прочность бетона на растяжение, вследствие чего в бетоне образуются радиальные трещины разрыва. В связи с этим произведем расчет обделки с учетом образования трещин в бетоне.

По формуле (5.38) определим коэффициент передачи нагрузок через слой стали. Положим, $c_3=1$, так как слабые породы под действием внутреннего давления уплотняются и трещинообразование в них не происходит.

Формула (5.38) принимает следующий вид:

$$K^*_{0(1)} = \frac{d'_{2(1)}}{d'_{1(1)} + 2\frac{G_s}{G_b}(c_1^2 - 1)(1 - \nu_b)\ln c_2 + 2\frac{G_s}{G_0}(c_1^2 - 1)}. \quad (6.47)$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$K^*_{0(1)} = \frac{2{,}8}{2{,}8026 + 2\frac{8{,}08\cdot 10^4}{1{,}16\cdot 10^4}0{,}0033(1 - 0{,}2)\ln 1{,}1647 + \frac{8{,}08\cdot 10^4}{560}0{,}0033} =$$

$$= \frac{2{,}8}{2{,}8026 + 5{,}6\cdot 10^{-3} + 0{,}9523} = 0{,}7446.$$

Напряжения в стальной оболочке

$$\sigma^{in}_{\theta(1)} = 0{,}7446\cdot 608{,}06 - 1{,}0\cdot 607{,}06 = -154{,}3 \text{ МПа};$$

$$\sigma^{ex}_{\theta(1)} = 0{,}7446\cdot 607{,}06 - 1{,}0\cdot 606{,}06 = -154{,}0 \text{ МПа}.$$

Как видим, напряжения в стальной оболочке не превышают расчетное сопротивление стали на растяжение ($R_s = 230$ МПа), вследствие чего можно обойтись без дополнительного армирования бетона.

Коэффициент передачи нагрузок через слой бетона, разбитый радиальными трещинами,

$$K^*_{0(2)} = 1/c_2, \quad (6.48)$$

ТАБЛИЦА 6.14

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
$m_{1(i)} = 2c_i^2/(c_i^2 - 1)$	608,06	7,608
$m_{2(i)} = m'_{1(i)} = m_{1(i)} - 1$	607,06	6,608
$m'_{2(i)} = m_{1(i)} - 2$	606,06	5,608
$\sigma^{in}_{\theta i}$, МПа	−40,65	−4,92
$\sigma^{ex}_{\theta i}$, МПа	−40,58	−4,15

т. е.

$$K^*_{0(2)} = 1/1{,}3566 = 0{,}7371.$$

Давление, оказываемое обделкой на породную поверхность емкости,

$$p_{0(3)} = P_{0in}K^*_{0(1)}K^*_{0(2)} = 1{,}0\cdot 0{,}7446\cdot 0{,}7371 = 0{,}549 \text{ МПа}.$$

6.6.6. Определение критического значения внешнего гидростатического давления

Требуется определить критическое внешнее гидростатическое давление на гладкую стальную трубу (крепь ствола, сооружаемого бурением) диаметром 1,9 м с толщиной стенки 20 мм при ее погружении в промывочный раствор.

Исходные данные: $E_s = 2\cdot 10^5$ МПа; $\nu_s = 0{,}3$.

Решение. Определяем значения величин:

$$E^* = \frac{2\cdot 10^5}{1 - 0{,}3^2} = 2{,}2\cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$J = 1\cdot t^3/12 = 1\cdot 0{,}2^3/12 = 6{,}7\cdot 10^{-4} \text{ м}^4.$$

Подставляя значения величин в формулу (6.7), получаем

$$p_{cr} = \frac{2{,}2\cdot 10^5}{4}\left(\frac{0{,}02}{0{,}95}\right)^3 = 0{,}513 \text{ МПа}.$$

Критические напряжения значительно ниже расчетной прочности стали.

Далее, определим критическое давление подземных вод, фильтрующихся через цементное кольцо, после цементации закрепного пространства.

Дополнительные данные: $\sigma_y = 240$ МПа; $k_0 = 0$; $\sigma_V = 125{,}4$ МПа.

Составляем уравнение (6.8):

$$\frac{\sigma_N - 125{,}4}{2{,}2\cdot 10^5}\left[1+12\left(\frac{95}{2}\right)^2\frac{\sigma_N}{2{,}2\cdot 10^5}\right]^{3/2} = 3{,}36\frac{95}{2}\cdot\frac{240-\sigma_N}{2{,}2\cdot 10^5}\left(1-\frac{95}{4}\cdot\frac{240-\sigma_N}{2{,}2\cdot 10^5}\right)$$

или

$$\frac{\sigma_N - 125{,}4}{2{,}2\cdot 10^5}(1+0{,}123\sigma_N)^{3/2} = 7{,}25\cdot 10^{-4}(240-\sigma_N)\times[1-1{,}08\cdot 10^{-4}(240-\sigma_N)].$$

Первый шаг: принимаем $\sigma_N = 200$ МПа, подставляем это значение в уравнение и проверяем его:

$$0{,}3391\cdot 10^{-3}(129{,}53) = 0{,}029\,[0{,}995\,68]$$
$$\text{или } 0{,}0439 > 0{,}028\,87.$$

Второй шаг: принимаем $\sigma_N = 220$ МПа и повторяем все операции:

$$0{,}430\cdot 10^{-3}(148{,}63) = 0{,}0145\,[0{,}997\,84]$$
$$\text{или } 0{,}0639 \neq 0{,}014\,47.$$

Поскольку неравенство увеличилось, убеждаемся, что следует искать значения $\sigma_N < 200$ МПа.

Третий шаг: принимаем $\sigma_N = 180$ МПа и повторяем все операции:

$$0{,}248\cdot 10^{-3}(111{,}31) = 0{,}0435\,[0{,}993\,52]$$
$$\text{или } 0{,}0276 < 0{,}043.$$

Сравнивая с результатами на первом шаге, убеждаемся, что неравенство поменяло знак, следовательно, искомое значение находится в пределах

$$180 < \sigma_N < 200 \text{ МПа}.$$

Четвертый шаг: принимаем $\sigma_N = \frac{180+200}{2} = 190$ МПа и повторяем вычисления. Получаем

$$0{,}293\cdot 10^{-3}(120{,}3) = 0{,}036\,25\,[0{,}9946]$$
$$\text{или } 0{,}0352 \approx 0{,}0360.$$

Удовлетворяемся полученной точностью и принимаем $\sigma_N = 190$ МПа (при необходимости можно продолжить вычисления и добиться большей точности).

Далее, по формуле (6.9) определяем критические напряжения

$$\sigma_{cr} = 190\left[1-\frac{95}{2}\frac{240-190}{\left(1+\frac{3}{2}\right)2{,}2\cdot 10^5}\right] = 189{,}6 \text{ МПа}.$$

По формуле (6.10) находим критическое значение гидростатического давления

$$p_{cr} = 189{,}6\frac{2}{95} = 4 \text{ МПа}.$$

Критическая высота статического уровня подземных вод для данной конструкции крепи составляет 400 м.

6.6.7. Расчет крепи ствола, сооружаемого бурением

Для условий примера 6.6.6 требуется определить нагрузки на крепь (напряжения на контакте трубы с цементационной зоной), напряжения в слоях и проверить прочность слоев.

Дополнительные данные: глубина $h_{mud} = 500$ м; $r_0 = 0{,}95$ м; $r_1 = 0{,}97$ м; $r_2 = 1{,}12$ м.

Характеристики материала цементационной зоны: $E_2 = 0{,}5\cdot 10^4$ МПа; $\nu_2 = 0{,}1$.

Характеристики пород:

$$E_0 = 1\cdot 10^4 \text{ МПа}; \ \nu_0 = 0{,}25.$$

ТАБЛИЦА 6.15

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
c_i	1,0210	1,1546
c_i^2	1,0425	1,3332
$\varkappa_i$	1,8	2,6
$d_{1(i)}$	—	4,7995
$d_{2(i)}$	—	4,2664
$d'_{1(i)}$	2,834	4,1331
$d'_{2(i)}$	2,8	3,6

Расчетное сопротивление стали $R_s = 230$ МПа. Удельный вес глинистого раствора $\gamma_{mud} = 0{,}013$ МН/м³.

Решение. Определяем коэффициенты передачи нагрузок по формулам (6.45) и (6.46).

Определяем значения входящих в эти формулы величин (табл. 6.15).

$$G_1 = \frac{2\cdot 10^7}{2(1+0{,}3)} = 7{,}69\cdot 10^4 \text{ МПа};$$

$$G_2 = \frac{0{,}5\cdot 10^6}{2(1+0{,}1)} = 0{,}227\cdot 10^4 \text{ МПа};$$

$$G_3 = \frac{1\cdot 10^6}{2(1+0{,}25)} = 0{,}4\cdot 10^4 \text{ МПа};$$

$$\chi'_{(1,2)} = \frac{7{,}69\cdot 10^4}{0{,}227\cdot 10^4}\cdot\frac{0{,}0425}{0{,}3332} = 4{,}321.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок

$$K^*_{0(2)} = \frac{3{,}6}{4{,}1331 + 2\dfrac{0{,}227\cdot 10^4}{0{,}4\cdot 10^4}\cdot 0{,}3332} = 0{,}798;$$

$$K^*_{0(1)} = \frac{2{,}8}{2{,}834 + 4{,}321\,(4{,}2664 - 0{,}728\cdot 4{,}7995)} = 0{,}593.$$

Находим напряжения на контакте трубы с цементационным слоем по формуле (6.12), которая в данном случае имеет вид

$$p_{0(1)} = \gamma_{mud} h_{mud}\left(1 - K^*_{0(1)}\right). \qquad (6.49)$$

Подставляя значения величин, получаем

$$p_{0(1)} = 0{,}013\cdot 500\,(1 - 0{,}593) = 2{,}64 \text{ МПа}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения стальной трубы по формулам (5.28), которые принимают вид

$$\sigma^{in}_{\theta(1)} = p_{0(1)} m_{1(1)};\quad \sigma^{ex}_{\theta(1)} = p_{0(1)} m'_{1(1)}. \qquad (6.50)$$

Находим значения коэффициентов

$$m_{1(1)} = \frac{2c_1^2}{c_1^2 - 1} = \frac{2\cdot 1{,}0425}{0{,}0425} = 49{,}06;$$

$$m'_{1(1)} = m_{1(1)} - 1;\quad m'_{1(1)} = 48{,}06.$$

Определяем напряжения

$$\sigma^{in}_{\theta(1)} = 2{,}64\cdot 49{,}06 = 129{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma^{ex}_{\theta(1)} = 2{,}64\cdot 48{,}06 = 126{,}9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\theta(1)m} = 128{,}2 \text{ МПа}.$$

Сравнивая с расчетным сопротивлением стали ($R_s = 230$ МПа) согласно условию (6.14), убеждаемся, что условие прочности выполняется.

6.6.8. Расчет трехслойной сталебетонной крепи стволов, сооружаемых бурением

Требуется произвести расчет трехслойной сталебетонной крепи ствола глубиной 500 м, возводимой погружным способом. Радиус ствола в свету составляет $r_1 = 1,8$ м; толщина внутренней стальной обечайки $t_1 = 20$ мм; $r_2 = 2,08$ м; $t_3 = 10$ мм. Удельный вес промывочного раствора $\gamma_{mud} = 0,0112$ МН/м³.

Породы представлены глинами ($E_0 = 330$ МПа; $\nu_0 = 0,32$).

Сведений о характеристиках цементационного слоя не имеется, поэтому его в расчет принимать не будем, что дает некоторый (незначительный) запас прочности крепи.

Механические характеристики материалов крепи следующие: сталь — $E_s = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu_s = 0,3$; бетон М400 — начальный модуль упругости $E_b = 2,9 \cdot 10^4$ МПа; $\nu_b = 0,2$. Поскольку в расчете учитывается не начальный, а общий модуль деформации бетона, то в соответствии с рекомендациями СНиП начальный модуль деформации бетона делим на понижающий коэффициент $\varphi_{b2} = 2$, учитывающий влияние длительной ползучести бетона. Окончательно расчетное значение модуля общей деформации бетона принимаем $E_b = 1,45 \cdot 10^4$ МПа. Нормативное сопротивление бетона М400 сжатию $R_{bn} = 22,5$ МПа. Угол внутреннего трения бетона, по данным испытаний ВНИМИ, принимаем $\varphi_b = 45°$.

Решение. Определяем вспомогательные величины, входящие в формулы (5.33), (5.32). Результаты расчета сведены в табл. 6.16.

Модуль сдвига пород

$$G_0 = \frac{330}{2(1+0,32)} = 125 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок.

Коэффициент передачи нагрузок через внешнюю стальную оболочку определяем по формуле (5.33), в данном случае $n = 4$; $n - 1 = 3$:

$$K^*_{0(3)} = \frac{2,8}{2,8077 + 2\dfrac{8,077 \cdot 10^4}{125}(1,0096 - 1)} = 0,184.$$

Коэффициент передачи напряжений через слой бетона определяем по формуле (5.32) при $i = 2$:

$$K^*_{0(2)} = \frac{3,2}{3,5673 + \dfrac{0,604 \cdot 10^4 \cdot 0,3061}{8,077 \cdot 10^4 \cdot 0,0096}(2,8192 - 0,184 \cdot 2,8269)} = 0,354.$$

Коэффициент передачи внутренних нагрузок через внутреннюю стальную оболочку определяем по формуле (5.32) при $i = 1$:

$$K^*_{0(1)} = \frac{2,8}{2,8178 + \dfrac{8,077 \cdot 10^4 \cdot 0,0233}{0,604 \cdot 10^4 \cdot 0,3061}(3,8122 - 0,354 \cdot 4,1795)} = 0,550.$$

Определяем напряжения на контактах слоев по формулам (6.12), (6.13):

при $r = r_1$: $p_{0(1)} = 0,0112 \cdot 500 \times (1 - 0,550) = 2,52$ МПа;

при $r = r_2$: $p_{0(2)} = 0,0112 \cdot 500 \times (1 - 0,550 \cdot 0,354) = 4,51$ МПа;

ТАБЛИЦА 6.16

Величины	Номера слоев (i)		
	1	2	3
$c_i = r_i/r_{i-1}$	1,0111	1,1428	1,0048
c_i^2	1,0223	1,3061	1,0096
$\varkappa_i = 3-4\nu_i$	1,8	2,2	1,8
$G_i = E_i/2\,(1+\nu_i)$	$8{,}077\cdot10^4$	$0{,}604\cdot10^4$	$8{,}077\cdot10^4$
$d_{1\,(i)} = c_i^2\,(\varkappa_i+1)$	2,8624	4,1795	2,8269
$d_{2\,(i)} = 2c_i^2 + \varkappa_i - 1$	2,8446	3,8122	2,8192
$d'_{1\,(i)} = c_i^2\,(\varkappa_i-1)+2$	2,8178	3,5673	2,8077
$d'_{2\,(i)} = (\varkappa_i+1)$	2,8	3,2	2,8
$m_{1\,(i)} = 2c_i^2/(c_i^2-1)$	91,686	8,5338	210,33
$m_{2\,(i)} = m'_{1\,(i)} = m_{1\,(i)}-1$	90,686	7,5338	209,33
$m'_{2\,(i)} = m_{1\,(i)}-2$	89,686	6,5338	208,33

при $r = r_3$ (нагрузка на крепь):

$$p_{0\,(3)} = 0{,}0112\cdot500\,(1-0{,}550\cdot0{,}354\times\times0{,}184) = 5{,}40\text{МПа}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.28).

Внутренняя стальная обечайка:

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{in} = 2{,}52\cdot91{,}686 = 231{,}0\ \text{МПа};$$

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{ex} = 2{,}52\cdot90{,}686 = 228{,}5\ \text{МПа}.$$

Сравнивая напряжения с расчетным сопротивлением стали $R_s = 230$ МПа, убеждаемся, что условие прочности внутренней стальной обечайки практически удовлетворяется ($\sigma_{\theta\,(1)\,m} = 229{,}8$ МПа).

Слой бетона:

$$\sigma_{\theta\,(2)}^{in} = 4{,}51\cdot7{,}53-2{,}52\cdot6{,}53 = 17{,}5\ \text{МПа};$$

$$\sigma_{\theta\,(2)}^{ex} = 4{,}51\cdot6{,}53-2{,}52\cdot5{,}53 = 15{,}5\ \text{МПа}.$$

Внешняя стальная обечайка:

$$\sigma_{\theta(3)}^{in}=5{,}40\cdot 210{,}33-4{,}51\cdot 209{,}33=$$
$$=192 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\theta(3)}^{ex}=5{,}40\cdot 209{,}33-4{,}51\cdot 208{,}33=$$
$$=191 \text{ МПа}.$$

Произведем проверку прочности материалов крепи.

Прочность слоя бетона проверяется по условию (6.15):

$$15{,}7\leqslant 17{,}5+2{,}52\,\frac{1+\sin 45^\circ}{1-\sin 45^\circ}.$$

Убеждаемся, что прочность бетона удовлетворяется с большим запасом.

Прочность внешней стальной обечайки проверяется по условию (6.16):

$$0{,}5\,(192+191)\leqslant 230+4{,}51$$

или

$$192 < 234.$$

Условие прочности удовлетворяется также с существенным запасом.

В условиях данного примера следовало бы уменьшить толщину внешней стальной оболочки и изменить марку бетона, при этом пришлось бы несколько увеличить толщину внутренней стальной оболочки (из-за изменения коэффициентов передачи нагрузок).

Подбор слоев сталебетонной крепи таким образом, чтобы расход металла и стоимость крепи были минимальны при обеспечении прочности, представляет собой задачу *оптимального проектирования* крепи.

6.6.9. Расчет бетонной крепи ствола, сооружаемого бурением

В статье П. Ричардсона и В. Е. Томаса описано бурение слепого ствола и его крепление кольцами из высокопрочного бетона. По мнению авторов, такая крепь примерно втрое дешевле металлической. Диаметр ствола в проходке 6,1 м (20 футов), в свету — 4,26 м (14 футов).

Крепь — секции (кольца) из высокопрочного минимально армированного бетона толщиной 61 см (2 фута). Пространство между крепью и породой цементируется. Таким образом, крепь вместе с цементационным слоем представляет собой двухслойное кольцо (рис. 6.7) со следующими размерами (после перевода футов в м): $r_0=2{,}13$ м; $r_1=2{,}74$ м; $r_2=3{,}05$ м. Прочность бетона $\sigma_{c1}=75{,}6$ МПа, прочность цементационного слоя $\sigma_{c2}=25{,}2$ МПа.

Требуется оценить несущую способность крепи ствола.

Решение. В указанной выше статье отсутствуют сведения о деформационных характеристиках бетона и цементного камня. Примем следующие значения характеристик с учетом ползучести материалов при длительном действии нагрузок: $E_1=35\cdot 10^3$ МПа; $\nu_1=0{,}2$ (бетон); $E_2=17{,}5\times\times 10^3$ МПа; $\nu_2=0{,}2$ (цементный камень).

Рассмотрим два вида пород: глины с характеристиками $E_0'==350$ МПа; $\nu_0'=0{,}4$ и слабые аргиллиты с характеристиками $E_0''=3500$ МПа и $\nu_0''=0{,}36$.

Рассмотрим наиболее распространенную в практике бурения стволов ситуацию, когда высота столба глинистого раствора равна глубине ствола.

Таким образом, в условиях данного примера $h_{mud}=H$.

Определим предельную глубину H_{lim} применения крепи ствола в указанных выше породах.

Условие прочности крепи можно представить по аналогии с (6.14) в виде

$$\sigma_{\theta m} \leqslant \sigma_{c1}, \qquad (6.51)$$

где $\sigma_{\theta m}$ — средние по радиальному сечению нормальные тангенциальные напряжения, определяемые согласно (5.28) по формуле

$$\sigma_{\theta m} = p_{0\,(1)} \frac{m_{1\,(1)} + m'_{1\,(1)}}{2} = p_{0\,(1)} (m_{1\,(1)} - 0{,}5); \qquad (6.52)$$

$p_{0\,(1)}$ — нормальные напряжения на контакте бетонного кольца с цементационным слоем, определяемые согласно (6.12) по формуле

$$p_{0\,(1)} = \gamma_{mud} H \left(1 - K^*_{0\,(1)}\right). \qquad (6.53)$$

Напомним, что напряжения на контакте слоев крепи при проходке стволов способом бурения определяются как сумма начальных и снимаемых напряжений.

Начальные напряжения на контактах всех слоев обусловливаются гидростатическим давлением глинистого раствора

$$p^0_{0\,(i)} = \gamma_{mud} H.$$

В результате откачки глинистого раствора из ствола после цементации закрепного пространства с внутреннего контура сечения крепи снимаются напряжения

$$P^{(1)}_{0\,in} = -\gamma_{mud} H.$$

Снимаемые напряжения на контакте бетона с цементационным слоем

$$p^{(1)}_{0\,(1)} = -\gamma_{mud} H K^*_{0\,(1)}.$$

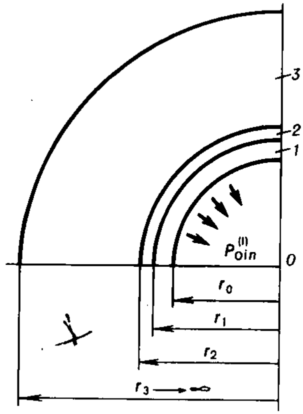


Рис. 6.7. Расчетная схема крепи ствола, сооружаемого бурением (к примеру 6.6.9):
1 — бетон; 2 — цементационный слой; 3 — массив

Сумма начальных и снимаемых напряжений дает формулу (6.53).

Подставляя (6.53) в (6.52) и далее в условие (6.51), получаем

$$\gamma_{mud} H_{lim} \left(1 - K^*_{0\,(1)}\right) (m_{1\,(1)} - 0{,}5) = \sigma_{c1},$$

откуда

$$H_{lim} = \frac{\sigma_{c1}}{\gamma_{mud} \left(1 - K^*_{0\,(1)}\right) (m_{1\,(1)} - 0{,}5)}. \qquad (6.54)$$

Определение вспомогательных величин сведено в табл. 6.17.

Определяем коэффициенты передачи внутренних напряжений по формулам (5.33) и (5.32). Вспомогательная величина, входящая в формулу (5.32),

$$\chi'_{0\,(1,\,2)} = \frac{G_1}{G_2} \frac{c_1^2 - 1}{c_2^2 - 1} = \frac{14 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^3} \cdot \frac{0{,}655}{0{,}232} = 5{,}646.$$

ТАБЛИЦА 6.17

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
c_i	1,286	1,113
c_i^2	1,655	1,239
$\varkappa_i$	2,2	2,2
$d_{1(i)}$	—	3,9648
$d_{2(i)}$	—	3,678
$d'_{1(i)}$	3,986	3,4868
$d'_{2(i)}$	3,2	3,2
$G_i=0{,}4\ E_i$	$14\cdot10^3$	$7\cdot10^3$

ТАБЛИЦА 6.18

Породы	G_0, МПа	Значения $K_0^*(i)$		H_{lim}, м
		$i=1$	$i=2$	
Глина	125	0,143	0,106	1490
Аргиллит	1287	0,246	0,526	1694

Значения коэффициентов передачи внутренних напряжений для рассматриваемых в примере видов пород приведены в табл. 6.18.

Удельный вес глинистого раствора принимаем $\gamma_{mud}=$ $=0{,}013$ МН/м³. Определяем величину $m_{1(1)}$, входящую в формулу (6.52):

$$m_{1(1)}=\frac{2c_1^2}{c_1^2-1}=\frac{2\cdot1{,}655}{0{,}655}=5{,}053;$$

$$m_{1(1)}-0{,}5=5{,}053-0{,}5=4{,}553.$$

Подставляя значения величин в формулу (6.54), определяем предельную (опасную) глубину (по прочности) рассматриваемой в примере крепи ствола. Если принять общий коэффициент запаса равным 2, то допустимая глубина ствола составит в глинах 745 м, в аргиллитах 847 м.

Произведем проверку прочности цементационного слоя по условию (6.15), которое в данном случае принимает вид

$$\sigma_{\theta(2)}^{in}\leqslant\sigma_{c2}+p_{0(1)}\frac{1+\sin\varphi_2}{1-\sin\varphi_2}. \quad (6.55)$$

Напряжения на контакте цементационного слоя с бетоном определим по формуле (6.53), подставив вместо H значение H_{lim} из табл. 6.18:

$$p_{0(1)}=0{,}013\cdot1490(1-0{,}143)=16{,}60\ \text{МПа}.$$

Напряжения на контакте цементационного слоя с массивом определим по формуле, следующей из (6.13):

$$p_{0(2)}=\gamma_{mud}H\left(1-K_{0(1)}^{*}K_{0(2)}^{*}\right).$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$p_{0(2)}=0{,}013\cdot1490\,(1-0{,}143\cdot0{,}106)=$$
$$=19{,}08\ \text{МПа}.$$

Напряжения на внутреннем контуре сечения цементационного слоя определяем по формуле (5.28), где

$$m_{1(2)}=\frac{2c_2^2}{c_2^2-1}=\frac{2\cdot1{,}239}{0{,}239}=10{,}368;$$

$$m_{2(2)}=m_{1(2)}-1=10{,}368-1=9{,}368.$$

Подставляя значения величин в формулу (5.28), получаем $\sigma^{in}_{\theta(2)} = 19{,}08 \cdot 10{,}368 - 16{,}60 \cdot 9{,}368 = 42{,}31$ МПа.

Угол внутреннего трения цементного камня принимаем $\varphi_2 = 40°$. Подставляем теперь значения всех величин в условие (6.55):

$$42{,}31 \leqslant 25{,}2 + 16{,}6 \frac{1+\sin 40°}{1-\sin 40°},$$

или

$$42{,}31 < 71{,}7.$$

Как видим, условие прочности цементационного слоя удовлетворяется с большим запасом.

В данном случае, учитывая объемное сжатие, которому подвергается материал цементационного слоя, принятая высокая прочность материала этого слоя нерациональна.

6.6.10. Расчет трехслойной сталебетонной крепи ствола в водоносных породах

Требуется произвести расчет трехслойной сталебетонной крепи ствола (рис. 6.8), пройденного способом бурения, на суммарное действие горного и гидростатического давления.

Исходные данные: $E_0 = 200$ МПа; $\nu_0 = 0{,}32$; $\varkappa_0 = 1{,}72$; $G_0 = 76$ МПа (песчаник); $E_1 = E_3 = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu_1 = \nu_3 = 0{,}3$; $R_s = 225$ МПа (сталь); $E_2 = 2{,}52 \cdot 10^4$ МПа; $\nu_2 = 0{,}2$; $R_{bn} = 22{,}5$ МПа (бетон).

Геометрические характеристики: $r_0 = 182$ см; $r_1 = 184$ см; $r_2 = 208$ см; $r_3 = 210$ см (толщина

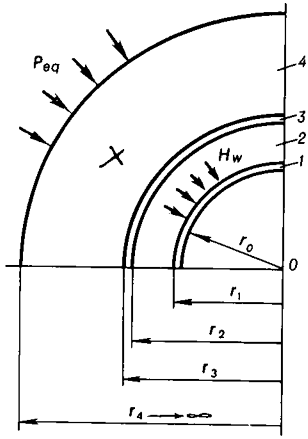


Рис. 6.8. Расчетная схема трехслойной сталебетонной крепи ствола на гидростатическое давление подземных вод (к примеру 6.6.10):
1, 3 — стальные обечайки; 2 — бетон; 4 — массив пород

стальных обечаек 20 мм); $H = 400$ м.

Статический напор подземных вод $H_w = 2$ МПа ($h_w = 200$ м; $\gamma_w = 0{,}01$ МН/м³).

Решение. Определяем вспомогательные величины, входящие в расчетные формулы (табл. 6.19).

Определяем коэффициенты передачи внешних нагрузок через каждый слой расчетной схемы (рис. 6.8) по формулам (5.24), (5.23), (5.25), которые принимают следующий вид:

$$K_{0(3)} = \frac{d_{1(3)}}{d_{2(3)} + \chi_{0(3,2)}\left(d'_{1(2)} - K_{0(2)} d'_{2(2)}\right)}; \qquad (6.56)$$

$$K_{0(4)} = \frac{\varkappa_0 + 1}{2 + \frac{G_0}{G_3}\frac{1}{c_3^2 - 1}\left(d'_{1(3)} - K_{0(3)} d'_{2(3)}\right)}. \qquad (6.57)$$

ТАБЛИЦА 6.19

Величины	Номера слоев (i)		
	1	2	3
$c_i = r_i/r_{i-1}$	1,011	1,130	1,0096
c_i^2	1,022	1,278	1,0193
$\varkappa_i = 3-4\nu_i$	1,8	2,2	1,8
$d_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i+1)$	2,8616	4,0896	2,854
$d_{2(i)} = 2c_i^2+\varkappa_i-1$	2,844	3,756	2,8386
$d'_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i-1)+2$	2,8176	3,5336	2,8154
$d'_{2(i)} = \varkappa_i+1$	2,8	3,2	2,8
$G_i = E_i/2(1+\nu_i)$, МПа	$8{,}08 \cdot 10^4$	$1{,}01 \cdot 10^4$	$8{,}08 \cdot 10^4$
$m_{1(i)} = 2c_i^2/(c_i^2-1)$	92,909	9,194	105,63
$m'_{1(i)} = m_{2(i)} = m_{1(i)}-1$	91,909	8,194	104,63
$m'_{2(i)} = m_{1(i)}-2$	90,909	7,194	103,63

Определяем вспомогательные величины $\chi_{0(i,\,i-1)}$:

$$\chi_{0(2,1)} = \frac{G_2}{G_1}\frac{c_2^2-1}{c_1^2-1} = \frac{1{,}01 \cdot 10^4}{8{,}08 \cdot 10^4}\frac{0{,}278}{0{,}022} = 1{,}5795;$$

$$\chi_{0(3,2)} = \frac{G_3}{G_2}\frac{c_3^2-1}{c_2^2-1} = \frac{8{,}08 \cdot 10^4}{1{,}01 \cdot 10^4}\frac{0{,}0193}{0{,}278} = 0{,}5544.$$

Вычисленные по формулам (5.24), (6.56) и (6.57) коэффициенты передачи внешних нагрузок приведены в табл. 6.20.

ТАБЛИЦА 6.20

Величины	Номера слоев (i)			
	1	2	3	4
$K_{0(i)}$	0	0,498	0,729	1,335
$K^*_{0(i)}$	0,667	0,385	0,064	0

Определяем коэффициенты передачи внутренних напряжений (нагрузок) через каждый слой расчетной схемы (рис. 6.8) по формулам (5.33) и (5.32), которые принимают вид:

$$K_{0\,(3)}^{*}=\frac{d'_{2\,(3)}}{d'_{1\,(3)}+2\,\frac{G_3}{G_0}\left(c_3^2-1\right)};\qquad(6.58)$$

$$K_{0\,(2)}^{*}=\frac{d'_{2\,(2)}}{d'_{1\,(2)}+\chi'_{0\,(2,\,3)}\left(d_{2\,(3)}-K_{0\,(3)}^{*}d_{1\,(3)}\right)};\qquad(6.59)$$

$$K_{0\,(1)}^{*}=\frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{1\,(1)}+\chi'_{0\,(1,\,2)}\left(d_{2\,(2)}-K_{0(2)}^{*}\,d_{1\,(2)}\right)}.\qquad(6.60)$$

Определяем вспомогательные величины $\chi'_{0\,(i,\,i+1)}$:

$$\chi'_{0\,(2,\,3)}=\frac{G_2}{G_3}\,\frac{c_2^2-1}{c_3^2-1}=\frac{1{,}01\cdot10^4}{8{,}08\cdot10^4}\cdot\frac{0{,}278}{0{,}0193}=1{,}800;$$

$$\chi_{0\,(1,\,2)}=\frac{G_1}{G_2}\,\frac{c_1^2-1}{c_2^2-1}=\frac{8{,}08\cdot10^4}{1{,}01\cdot10^4}\cdot\frac{0{,}022}{0{,}278}=0{,}633.$$

Вычисленные по формулам (6.58)—(6.60) значения коэффициентов передачи нагрузок приведены в табл. 6.20.

Произведем расчет крепи на горное давление (собственный вес пород). Как и в примере 6.6.9, примем

$$h_{mud}=H;\quad \gamma_{mud}=0{,}0112\text{МН/м}^3.$$

Определяем напряжения на контактах слоев по формулам (6.12)—(6.13).

$$p_{0\,(1)}=0{,}0112\cdot400\,(1-0{,}667)=1{,}492\ \text{МПа};$$

$$p_{0\,(2)}=0{,}0112\cdot400\,(1-0{,}667\cdot0{,}385)=3{,}330\ \text{МПа},$$

а также по формуле, следующей из (6.12) и (6.13):

$$p_{0\,(3)}=0{,}0112\cdot400\times(1-0{,}667\cdot0{,}385\cdot0{,}064)=4{,}406\ \text{МПа}.$$

Определяем максимальные напряжения, действующие на внутреннем контуре сечения каждого слоя, по формуле (5.28). Значения коэффициентов $m_{1\,(i)}$ и $m_{2\,(i)}$ определены ранее (см. табл. 6.19). Вычисленные значения напряжений приведены в табл. 6.21.

Произведем расчет крепи на гидростатическое давление подземных вод. Рассмотрим случай, когда водонепроницаемой является внешняя стальная оболочка. Расчет крепи производится на эквивалентные напряжения, прикладываемые на бесконечности (см. рис. 6.8) и определяемые по формуле (5.3):

$$P_{0\,eq}=2\frac{2}{2{,}72}=1{,}470\ \text{МПа}.$$

Определяем напряжения на контактах слоев по формуле (5.27):

$$p_{0\,(3)}=P_{0eq}K_{0\,(4)}=1{,}470\cdot1{,}335=1{,}963\ \text{МПа};$$

ТАБЛИЦА 6.21

Номера слоев i	Значения $\sigma_{\theta\,(i)}^{in}$, МПа		
	горное давление	гидростатическое давление	
		на крепь	на внутренний слой
1	138,6	66,2	61,1
2	18,4	7,4	6,2
3	117,0	57,6	50,6

$$p_{0\,(2)}=p_{0\,(3)}K_{0\,(3)}=1{,}963\cdot 0{,}729==1{,}431 \text{ МПа};$$

$$p_{0\,(1)}=p_{0\,(2)}K_{0\,(2)}=1{,}431\cdot 0{,}498==0{,}713 \text{ МПа}.$$

Определяем максимальные нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем контуре сечения каждого слоя по формуле (5.28). Результаты расчетов приведены в табл. 6.21.

Рассмотрим особый, однако, возможный случай, когда внешняя стальная оболочка в процессе эксплуатации ствола оказалась проницаемой для воды в результате коррозии стали, дефектов сварки и т. п. В этом случае вода фильтруется сквозь слой бетона и на контакте внутренней стальной обечайки и слоя бетона восстанавливается полный статический напор подземных вод (рис. 6.8).

Гидростатическое давление на внутренний слой определяем по формуле (5.40):

$$W=\frac{d'_{1'(1)}}{\chi'_{0\,(1,\,2)}\left(d_{2\,(2)}-K^{*}_{0(2)}d_{1\,(2)}\right)}==\frac{2{,}8176}{0{,}633\,(3{,}756+4{,}0896\cdot 0{,}385)}=2{,}04;$$

$$p_{w\,(1)}=\frac{2{,}0}{1+2{,}04}=0{,}658 \text{ МПа}.$$

Напряжения во внутренней стальной обечайке определяем по формуле (5.28):

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{in}=0{,}658\cdot 92{,}909=61{,}1 \text{ МПа}.$$

Гидростатическое давление стремится оторвать внутреннюю стальную обечайку от бетона. На контакте обечайки с бетоном возникают напряжения отрыва

$$\sigma_{t1}=p_w-H_w=0{,}658-2{,}0==-1{,}342 \text{ МПа}.$$

Если произойдет отрыв обечайки от бетона, то все гидростатическое давление $H_w=2$ МПа полностью передастся на эту обечайку и очевидно, что произойдет потеря ее устойчивости. Чтобы предотвратить эти нежелательные последствия, необходимо связать внутреннюю обечайку с бетоном связями растяжения (анкерами). Необходимую площадь связей определим из следующих соображений. Усилие отрыва обечайки, приходящееся на 1 м² поверхности, составляет 13 420 МН. Если принять расчетное сопротивление анкеров растяжению $R_s=$ $=230$ МПа, то требуемая площадь анкеров на 1 м² поверхности обечайки

$$A_a=\frac{13\,420}{230}=58 \text{ см}^2.$$

Определим напряжения в остальных слоях крепи в случае, когда гидростатическое давление действует на контакт внутренней обечайки с бетоном.

Находим напряжения на контактах слоев по формуле (5.34):

$$p_{0\,(2)}=\sigma_{t1}K^{*}_{0\,(2)}=-1{,}342\cdot 0{,}385==-0{,}517 \text{ МПа};$$

$$p_{0\,(3)}=p_{0\,(2)}K^{*}_{0\,(3)}=-0{,}517\cdot 0{,}064==-0{,}033 \text{ МПа}.$$

Определяем максимальные значения нормальных тангенциальных напряжений в слоях крепи на внутреннем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.28). Результаты расчетов приведены в табл. 6.21.

Проверим прочность крепи на суммарное действие горного (собственный вес пород) и гидростатического давления.

Внутренняя стальная оболочка: максимальные суммарные напряжения меньше расчетного сопротивления стали:

$$(138{,}6+66{,}2=204{,}8) < 230 \text{ МПа}.$$

Внешняя стальная оболочка: подставляем значения величин в условие прочности (5.64):

$$(117{,}0+50{,}6=167{,}6) < [235+(3{,}33-0{,}517)=237{,}8].$$

Условие прочности удовлетворяется с большим запасом.

Слой бетона: подставляем значения величин в условие прочности (5.63):

$$(18{,}4+6{,}2=24{,}6) > \left[22{,}5+\frac{1+\sin 45^\circ}{1-\sin 45^\circ}\times (1{,}492-1{,}342)=23{,}4\right].$$

Как видим, условие прочности бетона в наиболее неблагоприятном особом случае, когда внешняя стальная оболочка в процессе эксплуатации ствола оказывается проницаемой для воды, не удовлетворяется на 5%.

Учитывая исключительность обстоятельств, армирование бетона анкерами, связывающими бетон с внутренней стальной оболочкой, а также незначительность превышения напряжений над сопротивлением материала, можно, по-видимому, удовлетвориться прочностью рассматриваемой крепи. Вместе с тем окончательное суждение может быть вынесено с учетом конкретных условий эксплуатации и назначения ствола.

Оценивая конструкцию крепи в целом, нельзя не обратить внимание на чрезмерный запас прочности внешней стальной оболочки. Поскольку внешняя стальная оболочка работает в наиболее благоприятных условиях всестороннего сжатия, ее толщину можно принимать меньшей, по сравнению с внутренней стальной оболочкой.

6.6.11. Расчет бетонной крепи в водоносных породах

Требуется произвести расчет крепи ствола радиусом в свету $r_0=4$ м. Рассчитываемое сечение находится на глубине $H=655$ м в водоносном горизонте с напором подземных вод $H_w = 3{,}09$ МПа. Окружающие породы — песчаники с характеристиками: $E_0=16\,800$ МПа; $\nu_0=0{,}3$; $\varkappa_0=1{,}8$; $G_0=646$ МПа. Удельный вес пород с учетом взвешивающего действия воды $\gamma^*=0{,}0204$ МН/м³. Коэффициент бокового давления пород в массиве $\lambda=0{,}21$, корректирующий множитель $\alpha^*=0{,}2$.

Материал крепи — монолитный бетон марки М200 с характеристиками: $E_1=24\cdot10^3$ МПа; $\nu_1=0{,}15$; $G_1=9{,}6\cdot10^3$ МПа; $R_b=9$ МПа; толщина крепи 30 см ($r_1=4{,}3$ м).

Вокруг ствола имеется зона затампонированных пород (см. рис. 5.5), радиальная протяженность которой составляет 8 м ($r_2=12{,}3$ м). Характеристики пород в зоне тампонажа: $E_2=1{,}154E_0$, т. е. $E_2=19\,380$ МПа; $\nu_2=0{,}25$; $G_2=7\,750$ МПа.

Коэффициенты фильтрации воды через массив, зону тампонажа и крепь составляют:

$$k_0>10^{-4} \text{ м/с};$$
$$k_2=6,096\cdot10^{-8} \text{ м/с};$$
$$k_1=1{,}83\cdot10^{-8} \text{ м/с}.$$

ТАБЛИЦА 6.22

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
c_i	1,075	2,860
c_i^2	1,1556	8,182
$\varkappa_i$	2,4	2,0
$d_{1(i)}$	3,929	24,546
$d_{2(i)}$	3,7112	17,364
$d'_{1(i)}$	3,6178	10,182
$d'_{2(i)}$	3,4	3,0

Решение. Поскольку расчетная схема представляет собой многослойное кольцо, нагруженное эквивалентными напряжениями на бесконечность (см. рис. 5.5), то для расчета крепи требуется определение коэффициентов передачи внешних нагрузок через каждый слой расчетной схемы. Результаты вычислений сведены в табл. 6.22.

Определяем величину $\chi_{0(2,1)}$, входящую в формулу (5.24):

$$\chi_{0(2,1)}=\frac{G_2}{G_1}\,\frac{c_2^2-1}{c_1^2-1}=$$
$$=\frac{7750}{9{,}6\cdot10^3}\cdot\frac{7{,}182}{0{,}1556}=37{,}26.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок по формулам (5.24) и (5.25):

$$K_{0(2)}=\frac{24{,}546}{17{,}367+37{,}263\cdot3{,}6178}=0{,}161;$$

Произведем расчет крепи на горное давление. Определяем эквивалентные напряжения на бесконечности по формуле (5.1):

$$P_{0eq}=\lambda\alpha^*\gamma^*H\,\frac{2}{\varkappa_0+1}=$$
$$=0{,}21\cdot0{,}2\cdot0{,}0204\cdot655\,\frac{2}{2{,}8}=2{,}004\text{ МПа}.$$

Определяем нормальные напряжения на контакте крепи с массивом (зоной затампонированных пород) по формуле (5.27):

$$p_{0(1)}=P_{0eq}K_{0(3)}K_{0(2)}=$$
$$=2{,}004\cdot0{,}898\cdot0{,}161=0{,}29\text{ МПа}.$$

Определяем средние напряжения в крепи по формуле, следующей из (5.28):

$$\sigma_{\theta(1)m}=p_{0(1)}(m_{1(1)}-0{,}5), \quad (6.61)$$

где

$$m_{1(1)}=\frac{2c_1^2}{c_1^2-1}=\frac{2\cdot1{,}1556}{0{,}1556}=14{,}853.$$

Отсюда

$$\sigma_{\theta(1)m}=0{,}290\cdot(14{,}853-0{,}5)=$$
$$=4{,}16\text{ МПа}.$$

Произведем расчет крепи на гидростатическое давление. По формулам (5.47) и (5.48) определяем статический напор подземных вод, гасящийся в крепи и тампонажной зоне:

$$H_{w1}=$$
$$=3{,}09\,\frac{\ln 1{,}075}{\ln 1{,}075+\dfrac{1{,}83\cdot10^{-8}}{6{,}096\cdot10^{-8}}\ln 8{,}182}=$$
$$=0{,}024\text{ МПа};$$

$$H_{w2}=$$
$$=3{,}09\,\frac{\ln 8{,}182}{\ln 1{,}075+\dfrac{1{,}83\cdot10^{-8}}{6{,}096\cdot10^{-8}}\ln 8{,}182}=$$
$$=0{,}699\text{ МПа}.$$

$$K_{0(3)}=\frac{1{,}8+1}{2+\dfrac{6460}{7750}\cdot\dfrac{1}{7{,}182}(10{,}182-0{,}161\cdot3{,}4)}=0{,}898.$$

Определяем эквивалентные напряжения на бесконечности по формуле (5.44):

$$P_{0eq} = (0{,}024 + 0{,}699)\frac{2}{2{,}8} = 0{,}516 \text{ МПа}.$$

Определяем напряжения на контакте крепи с массивом:

$$p_{0\,(1)} = P_{0eq} K_{0\,(3)} K_{0\,(2)} = 0{,}516 \cdot 0{,}898 \cdot 0{,}161 = 0{,}075 \text{ МПа}.$$

Определяем среднее значение нормальных тангенциальных напряжений в радиальном сечении крепи по формуле (6.61):

$$\sigma_{\theta\,(1)\,m} = 0{,}075\,(14{,}853 - 0{,}5) = 1{,}07 \text{ МПа}.$$

Суммарные напряжения в крепи от действия горного давления (собственного веса пород) и гидростатического давления

$$\sigma_{\theta\,(1)\,m} = 4{,}16 + 1{,}07 = 5{,}23 \text{ МПа}.$$

Убеждаемся, что напряжения в крепи меньше расчетного сопротивления бетона $R_b = 9$ МПа.

6.6.12. Расчет сооружения, возводимого способом «стена в грунте»

Требуется произвести расчет круглого в плане заглубленного сооружения, возводимого способом «стена в грунте». Размеры сооружения: внутренний диаметр 30 м; глубина $H = 15$ м; толщина стен 60 см. Материал стен — монолитный бетон марки М200 с конструктивным армированием. Грунт — глина с характеристиками: $E_0 = 300$ МПа; $\nu_0 = 0{,}36$; $G_0 = 110$ МПа; $\gamma = 0{,}0215$ МН/м³. Удельный вес глинистого раствора $\gamma_{mud} = 0{,}0125$ МН/м³.

Решение. Метод *«стена в грунте»* заключается в предварительном устройстве кольцевой траншеи под защитой глинистого раствора, которая затем заполняется бетоном. После твердения бетона под защитой бетонной стены в грунте извлекается грунт из внутренней части сооружения.

Из изложенного следует, что при рассматриваемом способе строительства можно выделить *начальные напряжения* в конструкции, *обусловленные весом глинистого раствора*, заполняющего траншею. Бетонирование стен только фиксирует напряжение на контактах стены с грунтом

$$p_0^{(0)} = \gamma_{mud} h_{mud}. \tag{6.62}$$

Извлечение внутреннего ядра означает снятие этих напряжений с внутренней поверхности стены:

$$P_{0in}^{(1)} = -\gamma_{mud} h_{mud}. \tag{6.63}$$

Полные напряжения в конструкции равны сумме начальных и снимаемых. Для радиальных напряжений на внешнем контуре сечения стены получаем выражение

$$p_{0\,(1)} = \gamma_{mud} h_{mud} \left(1 - K^*_{0\,(1)}\right), \tag{6.64}$$

знакомое по расчету крепи стволов, сооружаемых бурением.

Определяем коэффициент передачи внутренних нагрузок по формуле (5.33):

$$c_1 = 1{,}04;$$
$$c_1^2 = 1{,}0816;$$
$$\nu_1 = 0{,}15;$$
$$\varkappa_1 = 2{,}4;$$
$$d'_{1\,(1)} = 1{,}0816\,(2{,}4 - 1) + 2 = 3{,}514;$$

$$d'_{2(1)}=2{,}4+1=3{,}4;$$
$$G_1=0{,}4E_1=0{,}4\cdot24\cdot10^3\cdot0{,}42=$$
$$=4{,}03\cdot10^3\ \text{МПа};$$
$$K^*_{0(1)}=\frac{3{,}4}{3{,}514+2\dfrac{4030}{110}0{,}0816}=0{,}358.$$

Подставляем значения величин в формулу (6.64), где $h_{mud}=H=15$ м, в результате получаем напряжения на контакте стены с грунтом (давление на стену):

$$p_{0(1)}=0{,}0125\cdot15\,(1-0{,}358)=$$
$$=0{,}12\ \text{МПа}.$$

Определяем средние напряжения в стене по формуле (6.61):

$$m_{1(1)}=\frac{2\cdot1{,}0816}{0{,}0816}=26{,}510;$$
$$\theta_{\theta(1)m}=0{,}12\cdot(26{,}510-0{,}5)=$$
$$=3{,}12\ \text{МПа}.$$

Как видим, напряжения в стене существенно меньше расчетного сопротивления бетона ($R_b=9$ МПа).

6.6.13. Расчет тюбинговой крепи ствола, пройденного способом бурения

Требуется произвести расчет чугунной тюбинговой крепи ствола шахты № 5 «Ново-Волынская», пройденного установкой УЗТМ-6,2.

Исходные данные для расчета: $r_0=253{,}2$ см; $r_1=270{,}7$ см; $r_2=273{,}2$ см; модуль деформации чугуна $E_1=1\cdot10^5$ МПа; $\nu_1=0{,}25$; расчетное сопротивление сжатию $R=208{,}8$ МПа (табл. П2.2, приложение 2).

Характеристики массива пород: $G_0=417$ МПа; $\nu_0=0{,}26$; $\varkappa_0=1{,}96$. Глубина $H=330$ м. Удельный вес глинистого раствора $\gamma_{mud}=0{,}0112$ МН/м³.

Решение. Расчетная схема крепи такая же, как на рис. 6.7. Особенность расчета тюбинговой крепи заключается в том, что внутренний слой является неоднородным. Этот слой образован ребрами тюбингов, причем площадь ребер составляет 10% площади слоя ($\mu_1=0{,}1$).

Определяем приведенные характеристики первого слоя по формуле (5.29):

$$E_{1red}=1\cdot10^5\cdot0{,}1=1\cdot10^4\ \text{МПа};$$
$$G_{1red}=\frac{E_{1red}}{2\,(1+\nu_1)}=\frac{1\cdot10^4}{2\,(1+0{,}25)}=$$
$$=0{,}4\cdot10^4\ \text{МПа}.$$

Определяем вспомогательные величины, необходимые для расчета. Результаты вычислений приведены в табл. 6.23.

Определяем коэффициенты передачи внутренних нагрузок по формулам (5.32), (5.33):

$$\chi'_{0(1,2)}=\frac{G_1}{G_2}\frac{c_1^2-1}{c_2^2-1}=\frac{0{,}4\cdot10^4}{4\cdot10^4}\times$$
$$\times\frac{0{,}143}{0{,}0186}=0{,}769;$$

$$K^*_{0(2)}=\frac{3}{3{,}0185+2\dfrac{4\cdot10^4}{417}0{,}0186}=0{,}455;$$

$$K^*_{0(1)}=\frac{3}{3{,}143+0{,}769\,(3{,}0371-0{,}455\cdot3{,}0557)}=0{,}680.$$

ТАБЛИЦА 6.23

Величины	Номера слоев i	
	1	2
$c_i = r_i/r_{i-1}$	1,0691	1,0092
c_i^2	1,1430	1,0186
$\varkappa_i = 3-4\nu_i$	2,0	2,0
$G_i = E_i/2(1+\nu_i)$	$0{,}4\cdot10^4$	$4\cdot10^4$
$d_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i+1)$	—	3,0557
$d_{2(i)} = 2c_i^2+\varkappa_1-1$	—	3,0371
$d'_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i-1)+2$	3,1430	3,0185
$d'_{2(i)} = \varkappa_i+1$	3	3
$m_{1(i)} = 2c_i^2/(c_i^2-1)$	16,00	113,1
$m_{2(i)} = m'_{1(i)} = m_{1(i)}-1$	15,00	112,1
$m'_{2(i)} = m_{1(i)}-2$	—	111,1

Определяем напряжения на контактах слоев по формулам (6.53):

$$p_{0(1)} = 0{,}0112\cdot330(1-0{,}680) = 1{,}183 \text{ МПа};$$

$$p_{0(2)} = 0{,}0112\cdot330(1-0{,}680\cdot0{,}455) = 2{,}552 \text{ МПа}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.31), которые в данном случае принимают вид

$$\sigma_{\theta(1)}^{in} = \frac{E_1^{(2)}}{E_{1red}} p_{0(1)} m_{1(1)}; \quad (6.65)$$

$$\sigma_{\theta(2)}^{in} = p_{0(2)} m_{1(2)} - p_{0(1)} m_{2(2)}. \quad (6.66)$$

Подставляя в эти формулы значения величин, получаем

$$\sigma_{\theta(1)}^{in} = \frac{4\cdot10^4}{0{,}4\cdot10^4} 1{,}183\cdot16 = 189{,}3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\theta(2)}^{in} = 2{,}552 \cdot 112{,}1 - 1{,}183 \cdot 111{,}1 = 154{,}6 \text{ МПа}.$$

Сравнивая полученные значения напряжений с расчетным сопротивлением чугуна, убеждаемся, что прочность тюбингов обеспечена. Это подтверждают и результаты обследования крепи ствола (повреждений тюбингов не обнаружено).

6.6.14. Определение несущей способности чугунной тюбинговой крепи

Требуется определить несущую способность крепи ствола из чугунных тюбингов конструкции Шахтспецстроя при следующих исходных данных:

$$r_0 = 350 \text{ см};\ r_1 = 374 \text{ см};$$
$$r_2 = 377 \text{ см};\ E = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$
$$\nu = 0{,}25;\ \mu_1 = 0{,}1;\ R = 208{,}8 \text{ МПа}.$$

Решение. Чугунная тюбинговая крепь применяется в очень слабых водоносных породах, модуль деформации которых не менее чем на три порядка отличается от модуля деформации чугуна. Как было показано выше (см. табл. 6.4), в этом случае напряжения на контакте крепи с массивом (нагрузки на крепь) мало отличаются от расчетных начальных напряжений в массиве. Таким образом, во многих случаях давление, испытываемое чугунной тюбинговой крепью в слабых водоносных породах, заранее известно. По этой причине целесообразно в качестве характеристики несущей способности чугунной тюбинговой крепи определить предельное значение напряжений на контакте крепи с массивом $P_{out}^{(u)}$ (внешних нагрузок на крепь).

Определяем коэффициент передачи внешних нагрузок через второй слой (спинки тюбингов).

Определяем вспомогательные величины (табл. 6.24).

$$\chi_{0(2,1)} = \frac{G_2}{G_1}\frac{c_2^2-1}{c_1^2-1} = \frac{1}{0{,}1}\frac{0{,}0161}{0{,}1418} = 1{,}135.$$

Подставляя значения величин в формулу (5.24), получаем

$$K_{0(2)} = \frac{3{,}0483}{3{,}0322 + 1{,}135 \cdot 3{,}1418} = 0{,}462.$$

Определяем расчетные (приведенные) напряжения на кон-

ТАБЛИЦА 6.24

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
c_i	1,0686	1,0080
c_i^2	1,1418	1,0161
$\varkappa_i$	2	2
$d_{1(i)}$	—	3,0483
$d_{2(i)}$	—	3,0322
$d'_{1(i)}$	3,1418	—
$m_{1(i)}$	16,1	126,2
$m_{2(i)} = m'_{1(i)}$	—	125,2
$m'_{2(i)}$	—	124,2

такте слоев (спинки с ребрами) по формуле (5.27):

$$p_{0\,(1)} = 0,462\ P_{out}.$$

Определяем максимальные значения нормальных тангенциальных напряжений, которые имеют место на внутреннем контуре сечения каждого слоя, по формулам (5.28):

$$\sigma_{\theta\,(2)}^{in} = P_{out}\cdot 126,2 - 0,462 P_{out} 125,2 = 68,4 P_{out};$$

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{in} = \frac{1}{0,1}\,0,462 P_{out}\cdot 16,1 = 74,4 P_{out}.$$

Условие прочности крепи имеет вид

$$\sigma_{\theta\max} \leqslant R. \qquad (6.67)$$

Из результатов выполненных выше расчетов видно, что максимальные напряжения в крепи возникают на внутренней поверхности ребер. Следовательно, прочность крепи определяется прочностью ребер. Отсюда находим предельное значение нормальных напряжений на контакте крепи с массивом:

$$P_{out}^{(u)} = \frac{R}{74,4} = \frac{208,8}{74,4} = 2,8\ \text{МПа}.$$

6.6.15. Расчет чугунной тюбинговой крепи на устойчивость

Наиболее распространенная конструкция крепи для стволов, строящихся в сложных горно-геологических условиях, состоящая из чугунных тюбингов и слоя бетона между тюбингами и массивом пород, имеет недостаток — возможность потери устойчивости тюбинговой колонны при высоких напорах подземных вод.

Расчет критических напоров подземных вод и критических напряжений в крепи производится по формулам (6.3)—(6.5).

Для решения уравнения пятой степени (6.3) можно применить стандартную программу математического обеспечения ЕС ЭВМ (рис. 6.9). Из полученных корней уравнения выбирается минимальный положительный вещественный корень, после чего по формулам (6.4) и (6.5) вычисляются величины σ_{cr} и p_{wcr}.

Для решения уравнения (6.3) можно воспользоваться и другими типами ЭВМ.

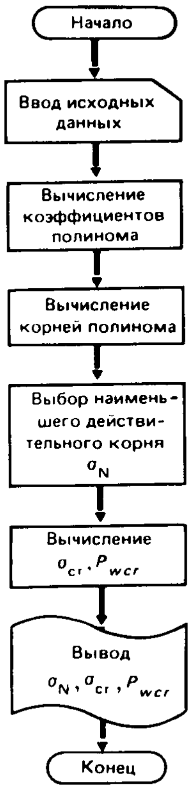


Рис. 6.9. Блок-схема программы расчета чугунной тюбинговой крепи на устойчивость (к примеру 6.6.15)

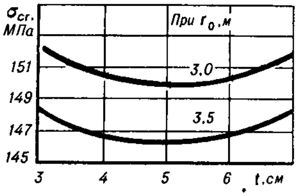


Рис. 6.10. Зависимость критических напряжений в чугунной тюбинговой крепи от толщины спинки (к примеру 6.6.15)

Предлагается исследовать устойчивость чугунной тюбинговой крепи в соответствии с исходными данными, приведенными в табл. 6.25 при $K_f=0{,}9$; $E=1\cdot10^5$ МПа; $\xi=0{,}01$; $n=1$; $\sigma_y=180$ МПа.

На рис. 6.10 показаны зависимости вычисленных значений критических напряжений в тюбингах от толщины спинки. Критические напряжения во всех конструкциях тюбингов меньше расчетного сопротивления серого чугуна, следовательно, тюбинговая крепь подвержена потере устойчивости. Обращает на себя внимание некоторое уменьшение критических напряжений при увеличении толщины спинок тю-

ТАБЛИЦА 6.25

r_0, см	t, мм	A_{net}, см²	J, см⁴	y_{in}, см	y_{ex}, см
300	30	569,24	37521,40	19,50	7,50
	40	677,15	42484,00	19,62	7,38
	50	817,59	48296,20	19,45	7,55
	60	972,35	57551,00	19,42	8,08
	70	1095,13	77277,88	21,14	8,86
350	30	577,60	36804,00	18,49	7,07
	40	685,50	41130,00	18,59	6,97
	50	803,40	48945,00	19,38	7,15
	60	938,30	59619,00	19,85	7,64
	70	1095,60	74346,00	20,12	8,34

бингов ($t = 4 \div 6$ см), что нельзя признать рациональным.

Расчет устойчивости чугунной тюбинговой крепи можно произвести и без применения ЭВМ, для этого лучше воспользоваться записью уравнения (6.3) в форме, аналогичной (6.8), а именно:

$$\left(\frac{\sigma_N}{E}+\frac{k_0}{r}\right)\left[1+\left(\frac{r}{i}\right)^2\xi^2\frac{\sigma_N}{EK_f}\right]^{3/2}= =B_1\frac{r}{y}\xi^2\frac{\sigma_y-\sigma_N}{EK_f}\left(1-B_2\frac{r}{y}\frac{\sigma_y-\sigma_N}{EK_f}\right)n. \quad (6.68)$$

Требуется произвести расчет критического напора подземных вод и критических напряжений в тюбинговой крепи Шахтспецстроя для ствола диаметром в свету 4,5 м при толщине спинки тюбинга 30 мм. Исходные данные для расчета следующие:

$A_{net}=405{,}6$ см^2; $J=12640{,}64$ см^4;
$y_{in}=15{,}21$ см;
$y_{ex}=4{,}79$ см; $k_0=0$;
$K_f=0{,}9$; $E=1\cdot10^5$ МПа;
$r=240{,}5$ см; $i^2=31{,}165$ см^2;
$i=5{,}58$ см; $\xi=1{,}03$
(при $\varepsilon=1\%$);
$\sigma_y=180$ МПа;
$r_2=2{,}52$ м.

Решение. Поскольку $y_{in}/y_{ex}=3{,}2>1{,}5$, расчет производим по внутренней кромке тюбингов (внутренняя поверхность ребра). Рассмотрим наиболее неблагоприятный случай одностороннего выпучивания $n=1$. По табл. 6.1 находим значения коэффициентов $B_1=2{,}59$; $B_2=0{,}389$; $B_3=-1$; $y=15{,}21$ см.

Подставляем значения величин в уравнение (6.68), в результате получаем

$$\frac{\sigma_N}{1\cdot10^5}\times \times\left[1+\left(\frac{240{,}5}{5{,}58}\right)^2\cdot1{,}03\frac{\sigma_N}{1\cdot10^5\cdot0{,}9}\right]^{3/2}= =2{,}59\frac{240{,}5}{15{,}21}1{,}03^2\frac{180-\sigma_N}{1\cdot10^5\cdot0{,}9}\times \times\left(1-0{,}389\frac{240{,}5}{15{,}21}1{,}03\frac{180-\sigma_N}{1\cdot10^5\cdot0{,}9}\right),$$

или

$$\sigma_N(1+0{,}0212\sigma_N)^{3/2}= =48{,}274(180-\sigma_N)\times \times[1-7{,}039\cdot10^{-5}(180-\sigma_N)]. \quad (6.69)$$

Это уравнение решается методом последовательных приближений, результаты расчета приведены в табл. 6.26.

ТАБЛИЦА 6.26

Шаг	Значения σ_N, МПа	Уравнение (6.69)
1	150	$5513 \neq 1445$
2	130	$3444 \neq 2405$
3	120	$2670 \neq 2884$
4	(130+120)/2=125	$3039 \neq 2644$
5	(125+120)/2=122,5	$2850 \neq 2764$
6	(122,5+120)/2=121,25	$2759 \neq 2824$
7	(121,25+122,5)/2=121,88	$2805 \neq 2794$
8	(121,88+121,25)/2=121,56	$2781 \neq 2809$
9	(121,56+121,88)/2=121,72	$2793 \neq 2802$
10	(121,88+121,72)/2=121,8	$2799 \approx 2798$

На 10-м шаге расчетов получено удовлетворительное решение уравнения при $\sigma_N = 121,8$ МПа.

Подставляем это значение с другими исходными данными в формулу (6.4) и определяем критические напряжения в тюбингах:

$$\sigma_{cr} = \frac{121,8}{1,03} \times \left[1 - \frac{240,5}{15,21} 1,03 \frac{180 - 121,8}{\left(\frac{3\pi}{2} - 1\right) 1 \cdot 10^5 \cdot 0.9}\right] = 117,9 \text{ МПа}.$$

Вычисляем критическое давление подземных вод по формуле (6.5):

$$p_{wcr} = 117,9 \frac{405,6 \cdot 10^{-4}}{2,405} = 2 \text{ МПа}.$$

6.6.16. Сопоставительный расчет стендовых испытаний трехслойной сталебетонной крепи ствола

Трехслойная сталебетонная крепь ствола, описанная в примере 6.6.10, испытывалась на стенде. С помощью кольцевого гидравлического домкрата создавалось внешнее равномерное давление на крепь. По мере роста внешнего давления измерялись деформации внешней и внутренней стальной оболочки (табл. 6.27 и 6.28).

Требуется произвести расчет крепи и сопоставить измеренные деформации с расчетными.

Решение. Пользуясь данными примера 6.6.10, определяем нормальные тангенциальные напряжения, испытываемые внутренней и внешней стальными оболочками.

Напряжения на внутреннем контуре сечения внутренней оболочки определяются выражением, следующим из (5.27) и (5.28):

$$\sigma^{in}_{\theta(1)} = P_{out} K_{0\,(3)} K_{0\,(2)} m_{1\,(1)}. \qquad (6.70)$$

Подставляя в эту формулу значения величин из примера 6.6.10 (табл. 6.19, 6.20), получаем

$$\sigma^{in}_{\theta(1)} = P_{out} \cdot 0,729 \cdot 0,498 \cdot 92,909 = 33,73 P_{out}.$$

Напряжения на внешнем контуре сечения внешней оболочки определяются выражением

$$\sigma^{ex}_{\theta(3)} = P_{out} \left(m'_{1\,(3)} - K_{0\,(3)} m'_{2\,(3)}\right).$$

Подставляя значения величин из табл. 6.19, 6.20, получаем

$$\sigma^{ex}_{\theta(3)} = P_{out} (104,63 - 0,729 \cdot 103,63) = 29,08 P_{out}.$$

Тангенциальные деформации в местах измерений определим по формулам обобщенного закона Гука (1.22):

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3)].$$

Поскольку $\sigma_1 = \sigma_{\theta\,(i)}$; $\sigma_2 = \sigma_{r\,(i)} p_{0\,(i)}$; $\sigma_3 = 0$, то отсюда имеем

$$\varepsilon_{\theta\,(i)} = \frac{1}{E_i} (\sigma_{\theta\,(i)} - \nu_i p_{0(i)}). \qquad (6.71)$$

Деформации на внутренней поверхности внутренней стальной оболочки

$$\varepsilon^{in}_{\theta(1)} = \frac{\sigma^{in}_{\theta(1)}}{E} = \frac{33,73}{2,1 \cdot 10^5} P_{out} = 16.06 \cdot 10^{-5} P_{out}.$$

Расчетные значения деформаций показаны на рис. 6.11.

ТАБЛИЦА 6.27

P_{out}, МПа	Измеренные деформации $\varepsilon_\theta \cdot 10^5$ внутренней оболочки по тензорезисторам								
	2	4	8	12	10	14	16	20	22
0,3	1	10	0	3	3	3	3	7	5
0,6	6	7	2	6	7	7	7	10	8
0,9	8	9	6	12	12	12	11	17	12
1,2	15	21	14	17	16	16	17	21	15
1,5	20	20	24	22	21	21	23	28	20
1,8	25	27	25	27	27	27	27	32	24
2,1	30	35	47	31	32	34	37	36	30
2,4	34	35	39	37	36	39	38	42	34
2,7	36	36	43	42	42	46	43	48	40
3,0	44	40	42	45	47	51	42	61	44
3,3	49	46	46	57	53	57	52	54	46
3,6	57	46	47	56	58	64	59	61	50
4,0	59	54	53	63	65	74	64	67	61
4,2	64	54	56	67	68	78	67	72	67

Деформации на внешней поверхности наружной оболочки определяются выражением

$$\varepsilon^{ex}_{\theta(3)} = (\sigma^{ex}_{\theta(3)} - \nu P_{out})/E$$

или

$$\varepsilon^{ex}_{\theta(3)} = P_{out}\,\frac{29{,}08 - 0{,}3}{2{,}1\cdot 10^6} = 13{,}7\cdot 10^{-5} P_{out}.$$

Расчетные значения деформаций показаны на рис. 6.12.

Как видно из рис. 6.11 и 6.12, расчетные величины деформаций хорошо укладываются в разброс результатов измерений. Отметим, что в расчетах допущена небольшая неточность, а именно — мы воспользовались данными примера 6.10, в котором был произведен расчет крепи в условиях плоской деформации. Стендовые же испытания производились в условиях плоского напряженного состояния ($\sigma_z = 0$). Разница заключается в величине $\varkappa_i$. Если при плоской деформации

$$\varkappa_i = 3 - 4\nu_i,$$

ТАБЛИЦА 6.28

P_{out}, МПа	Измеренные деформации $\varepsilon_\theta \cdot 10^5$ внешней оболочки по тензорезисторам						
	38	46	50	54	126	128	132
0,3	4	7	2	16	2	12	5
0,6	4	9	9	6	26	9	10
0,9	11	6	8	3	24	11	11
1,2	16	14	15	9	23	10	15
1,5	21	19	18	23	28	6	14
1,8	22	29	21	23	31	14	19
2,1	20	27	22	42	24	10,2	25
2,4	20	34	23	42	23	64	20
2,7	26	34	27	42	23	20	23
3,0	27	43	29	37	27	43	27
3,3	22	37	32	42	42	44	43
3,6	22	41	33	47	16	40	45
4,0	27	51	37	61	29	32	57
4,2	26	51	41	52	18	19	57

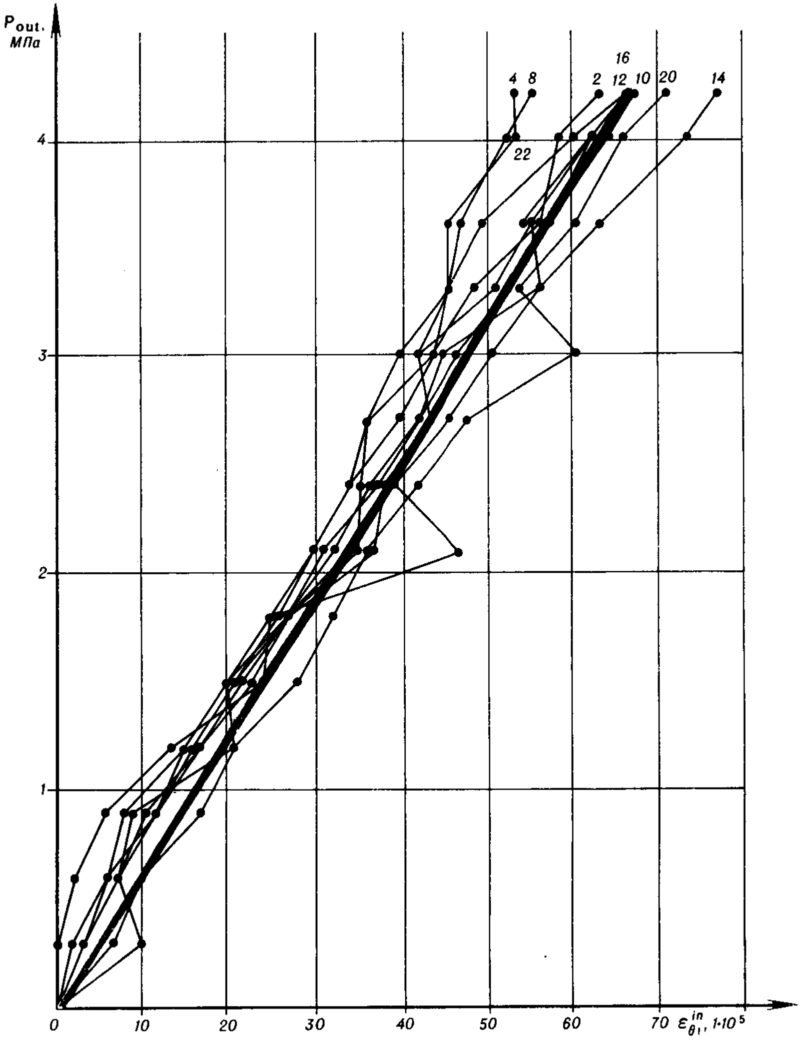


Рис. 6.11. Зависимость между измеренными и расчетными деформациями внутренней стальной оболочки трехслойной сталебетонной крепи и внешним давлением (к примеру 6.6.16 цифрами обозначены номера тензорезисторов)

то при плоском напряженном состоянии

$$\varkappa_i = (3 - \nu_i)/(1 + \nu_i).$$

Предлагаем читателям самим убедиться, какова неточность расчетов. Ясно, однако, что она меньше разброса результатов измерений.

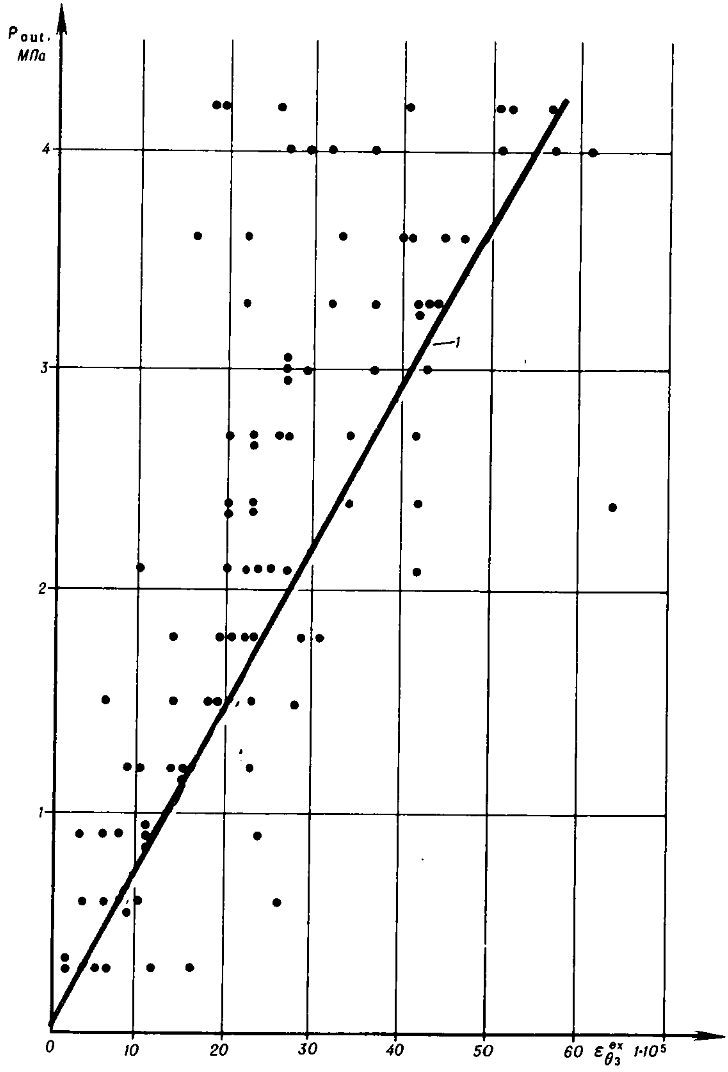


Рис. 6.12. Зависимость между измеренными и расчетными деформациями внешней стальной оболочки трехслойной сталебетонной крепи и внешним давлением (к примеру 6.6.16):
1 — расчетные значения деформаций

Обращает на себя внимание большой разброс результатов измерений деформации внешней стальной оболочки (рис. 6.12). Это связано с техническими трудностями измерений на контакте крепи с нагружающим устройством.

6.6.17. Сопоставительный расчет результатов модельных испытаний трехслойной сталебетонной крепи

В ИГД им. А. А. Скочинского выполнялись испытания трехслойной сталебетонной крепи на моделях.

Размеры модели:

$$r_0=350 \text{ мм};\ r_1=351{,}5 \text{ мм};\ r_2=389{,}5 \text{ мм};\ r_3=400 \text{ мм}.$$

Толщина внешней и внутренней стальных оболочек составляла $t_1=t_3=1{,}5$ мм.

Испытание модели крепи заключалось в нагружении ее внешней равномерной нагрузкой с помощью домкратной установки. Модель крепи доводилась до разрушения. Разрушение крепи заключалось в потере устойчивости внешней и внутренней стальных оболочек и разрушении бетона.

Разрушающая внешняя нагрузка составила для данной модели 8,5—10 МПа.

Разрушение бетона произошло при напряжениях, превышающих предел прочности бетона $\sigma_c=50\div54$ МПа, что позволило авторам работы сделать заключение об упрочнении бетона в конструкции сталебетонной крепи (коэффициент упрочнения составил 1,37—1,54).

Требуется произвести расчет модели крепи и сопоставить результаты расчета с данными экспериментов.

Решение. Определяем вспомогательные величины (табл. 6.29) и коэффициенты передачи внешних нагрузок по формулам (5.23), (5.24):

$$\chi_{0\,(2,\,1)}=\frac{0{,}115}{0{,}808}\cdot\frac{0{,}2853}{0{,}0086}=4{,}722;$$

$$\chi_{0\,(3,\,2)}=\frac{0{,}808}{0{,}115}\cdot\frac{0{,}00754}{0{,}2853}=0{,}1857;$$

$$K_{0\,(2)}=\frac{4{,}2839}{3{,}9036+4{,}722\cdot3{,}0863}=0{,}232;$$

$$K_{0\,(3)}=\frac{3{,}1002}{3{,}0921+0{,}1857\,(3{,}7133-0{,}232\cdot3{,}333)}=0{,}852.$$

Определяем напряжения на контактах слоев при разрушающих внешних нагрузках $P_{out}=9{,}2$ МПа по формуле (5.27):

$$p_{0\,(2)}=P_{out}K_{0\,(3)}=9{,}2\cdot0{,}852=7{,}838 \text{ МПа};$$

$$p_{0\,(1)}=p_{0\,(2)}K_{0(2)}=7{,}838\cdot0{,}232=1{,}818 \text{ МПа}.$$

Определяем напряжения на внутреннем контуре каждого слоя в поперечном сечении крепи по формулам (5.28):

$$\sigma^{in}_{\theta\,(3)}=9{,}2\cdot266{,}2-7{,}838\cdot265{,}2=370{,}4 \text{ МПа};$$

$$\sigma^{in}_{\theta\,(2)}=7{,}838\cdot9{,}01-1{,}818\cdot8{,}01=56{,}06 \text{ МПа};$$

$$\sigma^{in}_{\theta\,(1)}=1{,}818\cdot234{,}6=426{,}5 \text{ МПа}.$$

Таким образом, разрушение крепи произошло при расчетных напряжениях в стальных оболочках, существенно превышающих предел текучести стали, что, по-видимому, и привело к потере устойчивости и сжатию оболочек.

Упрочнение же бетона объясняется его повышенным сопротивлением в условиях всестороннего сжатия.

ТАБЛИЦА 6.29

Величины	Номера слоев (i)		
	1	2	3
$c_i = r_i/r_{i-1}$	1,00428	1,1337	1,00376
c_i^2	1,0086	1,2853	1,00754
ν_i	0,3	0,2	0,3
E_i, $1 \cdot 10^5$ МПа	2,1	0,285÷0,292	2,1
G_i, $1 \cdot 10^5$ МПа	0,808	0,114÷0,117	0,808
$\varkappa_i = (3-\nu_i)/(1+\nu_i)$	2,077	2,333	2,077
$d_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i + 1)$	3,1035	4,2839	3,1002
$d_{2(i)} = 2c_i^2 + \varkappa_i - 1$	3,0942	3,9036	3,0921
$d'_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i - 1) + 2$	3,0863	3,7133	3,0851
$d'_{2(i)} = \varkappa_i + 1$	3,077	3,333	3,077
$m_{1(i)} = 2c_i^2/(c_i^2 - 1)$	234,6	9,010	267,2
$m_{2(i)} = m'_{1(i)} = m_{1(i)} - 1$	233,6	8,010	266,2
$m'_{2(i)} = m_{1(i)} - 2$	232,6	7,010	265,2

6.6.18. Сопоставительный расчет модельных испытаний бетонной крепи ствола

М. Квасьневским описаны результаты испытаний моделей бетонной крепи ствола. На рис. 6.13 приведены результаты измерений тангенциальных деформаций на внутреннем и внешнем контуре поперечного сечения крепи по мере роста внешних равномерных нагрузок на крепь, создаваемых домкратной установкой.

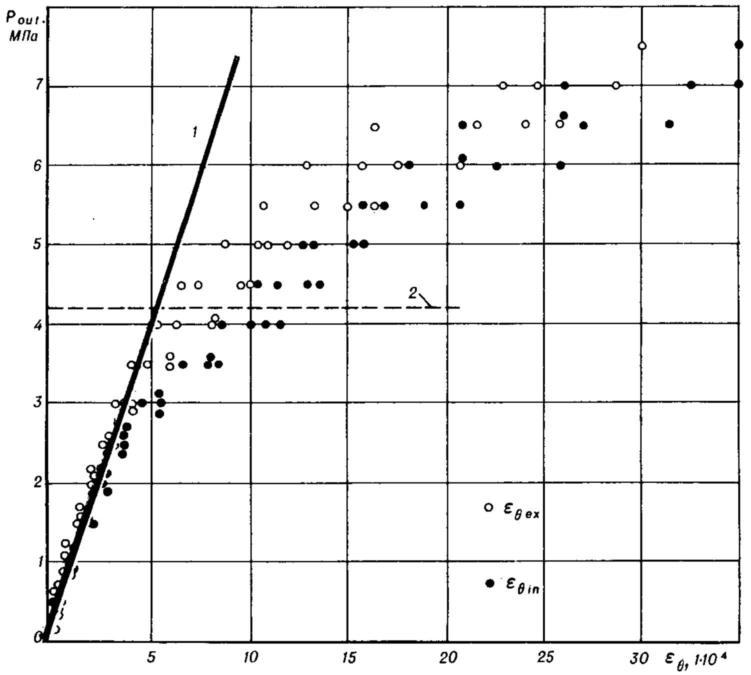


Рис. 6.13. Зависимость между деформациями на внутреннем ($\varepsilon_{\theta in}$) и внешнем ($\varepsilon_{\theta ex}$) контуре сечения бетонной крепи ствола и внешним равномерным давлением по результатам модельных испытаний (к примеру 6.6.18):
1 — расчетные деформации на внутреннем контуре; 2 — уровень нагрузок, соответствующий пределу прочности материала крепи

Характеристики модели следующие:

$r_0 = 32{,}5$ см; $r_1 = 40{,}5$ см; $t = 8$ см.

Характеристики материала модели:

$E_b = 45\,185$ МПа; $\sigma_c = 34{,}1$ МПа.

Требуется определить деформации в модели крепи и сравнить их с измеренными.

Решение. Определяем вспомогательные величины:

$$c = \frac{r_1}{r_0} = \frac{40{,}5}{32{,}5} = 1{,}246;\ c^2 = 1{,}553;$$

$$m = \frac{2c^2}{c^2 - 1} = \frac{2 \cdot 1{,}553}{0{,}553} = 5{,}62.$$

Определяем напряжения на внутреннем контуре поперечного сечения крепи по формуле (5.28):

$$\sigma_{\theta in} = P_{out} m_1 = 5{,}62 P_{out}.$$

Определяем тангенциальные деформации в условиях одноосного сжатия ($\sigma_r = 0$; $\sigma_z = 0$) по формуле закона Гука

$$\varepsilon_{\theta in} = \frac{\sigma_{\theta in}}{E_b} = P_{out}\frac{5{,}62}{45 \cdot 185} = 1{,}24 \cdot 10^{-4}\ P_{out}.$$

Полученная расчетная зависимость (1) показана на рис. 6.13.

Сравнивая расчетные и измеренные величины, можно отметить следующее.

Модельный материал крепи обладает повышенными пластическими свойствами, о чем свидетельствует существенное превышение измеренных деформаций над расчетными и повышенная прочность крепи по сравнению с прочностью материала (линия *2*).

До напряжений в крепи, составляющих примерно 70% от предельных (линия *2*), наблюдается удовлетворительная сходимость расчетных и измеренных деформаций.

6.6.19. Расчет анкерной крепи

Требуется произвести расчет анкерной крепи ствола и проследить натяжение анкеров по мере отхода забоя от рассматриваемого сечения с учетом ползучести пород.

Характеристики пород и крепи ствола примем такие же, как в примере 6.6.4.

$$E_0 = 5\cdot10^3 \text{ МПа}; \ \nu_0 = 0,36;$$
$$G_0 = 1840 \text{ МПа}; \ \lambda = 0,56;$$
$$\gamma = 0,02 \text{ МН/м}^3; \ \alpha = 0,71;$$
$$\delta = 0,008 \text{ с}^{-0,29};$$
$$r_0 = 4,4 \text{ м}; \ H = 300 \text{ м}.$$

Величины $\Delta\alpha_i^*$; α_i^*; G_{0t}, ν_{0t} (табл. 6.30) заимствуем из примера 6.6.4 (табл. 6.9; 6.10).

Характеристики анкерной крепи: длина анкера $l = 200$ см; длина замковой части анкера $l_z = 50$ см; радиус опорного элемента анкера $r_s = 5$ см; межанкерные расстояния $a_1 = a_2 = 100$ см; $E_a = 2,1\cdot10^5$ МПа; $A_a = 6,15$ см²; $R_a = 225$ МПа.

Решение. Проверяем соотношения между длиной анкеров и межанкерными расстояниями по условиям (6.17). По табл. П 1.1 (приложение 1) находим угол внутреннего трения для аргиллитов $\varphi_{\min} = 20°$. По формуле (2.6) вычисляем

$$\omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = 55°.$$

Подставляем значения величин в условия (6.17), в результате получаем

$$100 < \left[440\cdot\operatorname{tg}55°\cdot\ln\left(\frac{0,7\cdot200}{440}+1\right) = 174\right];$$
$$100 < (200\cdot0,7\operatorname{tg}55° = 200).$$

Таким образом, условия (6.17) удовлетворены. Натяжение в анкерах определяется по формуле (6.18). Поскольку анкера устанавливаются без предварительного натяжения, то $\Delta_0 = 0$.

Определяем остальные величины, входящие в формулу (6.18). По формуле (6.20) определяем характеристику жесткости анкера:

$$B = \frac{2,1\cdot10^5\cdot6,15\cdot10^{-4}}{2} = 64,575 \text{ МН/м}.$$

Определяем коэффициенты влияния системы анкеров по формулам (6.21)—(6.23):

$$K_{at} = K_{iit} + 4K_{ijt},$$

где

$$K_{iit} = \frac{1}{2G_{0t}\cdot2}\left\{(1-\nu_{0t})\frac{2}{0,05} - 2\frac{1-\nu_{0t}^2}{\pi^2} + \frac{4}{\pi(2\cdot4-1)}\left[4+0,5-\nu_{0t}+\frac{1}{4(1-\nu_{0t})}\frac{3}{(8-1)^2}\right]\right\},$$

ТАБЛИЦА 6.30

t_i, сут	$\Delta\alpha_i^*$	α_i^*	G_{0t}, $1\cdot10^{-3}$, МПа	ν_{0t}	K_{iit}, $1\cdot10^3$ м/МН	K_{ijt}, $1\cdot10^3$ м/МН	K_{at}, $1\cdot10^3$ м/МН	Δ'_{ri}, $1\cdot10^3$ м	Δ''_{ri}, $1\cdot10^3$ м	$\Delta F'_{ati}$, МН	$\Delta F''_{ati}$, МН	F'_{at}, МН	F''_{at}, МН	F_{at}, МН
1	0,516	0,516	1,009	0,419	5,892	0,106	6,316	1,180	0,533	0,0541	0,0244	0,0541	0,0244	0,0785
2	0,158	0,674	0,917	0,426	6,426	0,116	6,890	0,398	0,155	0,0178	0,0069	0,0719	0,0313	0,1032
3	0,049	0,723	0,863	0,431	6,758	0,122	7,246	0,131	0,114	0,0057	0,0050	0,0777	0,0363	0,1140
4	0,015	0,438	0,825	0,434	7,034	0,127	7,542	0,042	0,091	0,0018	0,0039	0,0795	0,0402	0,1197
5	0,004	0,742	0,796	0,436	7,265	0,131	7,789	0,012	0,076	0,0005	0,0032	0,0800	0,0434	0,1232
6	0,001	0,743	0,772	0,438	7,465	0,135	8,005	0,003	0,067	0,0001	0,0028	0,0801	0,0462	0,1263
7	0,001	0,744	0,752	0,440	7,637	0,138	8,189	0,003	0,059	0,0001	0,0025	0,0802	0,0487	0,1289
10	0	0,744	0,706	0,443	8,092	0,146	8,677	0	0,149	0	0,0062	0,0802	0,0549	0,1351

или

$$K_{iit}=G_{0t}^{-1}\left\{9{,}949-10\nu_{0t}+0{,}051\nu_{0t}^2+\right.$$
$$\left.+0{,}045\left[4{,}5-\nu_{0t}+\frac{0{,}015}{1-\nu_{0t}}\right]\right\}.$$
$$K_{ijt}=\frac{1-\nu_{0t}}{2\pi\cdot 2G_{0t}}\left[1+\frac{3-4\nu_{0t}}{8(1-\nu_{0t})^2}\right]\times$$
$$\times\left(2-\frac{1}{\sqrt{4+1}}\right),$$

или

$$K_{ijt}=0{,}124\,\frac{1-\nu_{0t}}{G_{0t}}\left[1+\frac{0{,}75-\nu_{0t}}{2(1-\nu_{0t})^2}\right].$$

Результаты расчетов для каждого момента времени t_i, соответствующего определенному расстоянию рассматриваемого сечения ствола от забоя, приведены в табл. 6.30.

Величину Δ_r необходимо определить с учетом фактора времени (ползучесть пород) и с учетом подвигания забоя ствола. Проанализируем влияние каждого из названных факторов.

Долю относительных смещений точек массива, соответствующих концам анкеров, вызванных удалением забоя от рассматриваемого сечения ствола, приходящуюся на каждую заходку, определяем по формуле (6.19), которая приобретает следующий вид:

$$\Delta'_{ri}=\lambda\gamma H r_0\,\frac{\bar{l}}{1+\bar{l}}\,\frac{\Delta\alpha_i^*}{2G_{0t}},\qquad(6.72)$$

где $\bar{l}=\frac{2}{4{,}4}=0{,}454.$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$\Delta'_{ri}=0{,}56\cdot0{,}02\cdot300\cdot4{,}4\,\frac{\Delta\alpha_i^*}{2G_{0t}}\times$$
$$\times\frac{0{,}454}{1{,}454}=2{,}308\frac{\Delta\alpha_i^*}{G_{0t}}\ \text{м}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 6.30.

Долю относительных смещений точек массива, соответствующих концам анкеров, вызванных ползучестью пород, определяем также по формуле (6.19), которая принимает следующий вид:

$$\Delta''_{ri}=\lambda\gamma H r_0\,\frac{\bar{l}}{1+\bar{l}}\,\frac{\alpha_t^*}{2}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{G_{0t_i}}-\frac{1}{G_{0t_{i-1}}}\right).\qquad(6.73)$$

Подставляя значения величин, получаем

$$\Delta''_{ri}=2{,}308\alpha_i^*\left(\frac{1}{G_{0t_i}}-\frac{1}{G_{0t_{i-1}}}\right),$$

при $t_i=1$ сут

$$\Delta''_{ri}=2{,}308\cdot0{,}516\left(\frac{1}{1009}-\frac{1}{1840}\right)=$$
$$=0{,}533\cdot10^{-3}\ \text{м}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 6.30.

Приращения величин натяжения анкеров в каждый момент времени определяем по формуле (6.18), которая принимает вид:

$$\Delta F_{ati}=B_a\,\frac{\Delta_{ri}}{1+B_aK_{ai}}.\qquad(6.74)$$

Вычисленные по этой формуле приращения усилий натяжения анкеров, вызванные удалением забоя ствола ($\Delta F'_{ati}$) и ползучестью пород ($\Delta F''_{ati}$), приведены в табл. 6.30.

Усилия в анкерах, вызванные влиянием каждого из исследуемых факторов (F'_{at} и F''_{at}), получаемые путем суммирования с нарастающим итогом приращений усилий

$$F_{at}=\sum_{i=1}^{10}\Delta F_{ati}$$

приведены в табл. (6.30).

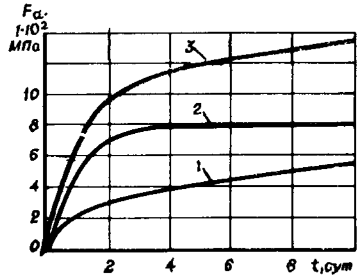


Рис. 6.14. Зависимость усилий натяжения анкеров от времени (к примеру 6.6.19):
1 — вызванных ползучестью пород; *2* — вызванных удалением забоя ствола; *3* — суммарные в анкерах

Суммарные усилия натяжения анкеров определяем как сумму (табл. 6.30):

$$F_{at} = F'_{at} + F''_{at}.$$

На рис. 6.14 показан рост усилий в анкерах в зависимости от времени.

Остается проверить прочность анкерной крепи. Напряжения в анкерных стержнях определяем по формуле

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_a}. \qquad (6.75)$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$\sigma_a = \frac{0,1351}{6,15 \cdot 10^{-4}} = 219,7 \text{ МПа}.$$

Убеждаемся, что напряжения в анкерах меньше расчетного сопротивления стали ($R_s =$ $= 225$ МПа).

Проверяем прочность закрепления анкера. Пусть диаметр шпура под анкер составляет $d_{bh} = 4,2$ см; удельное сцепление замка с породой $\tau_c =$ $= 4,5$ МПа, тогда предельное усилие закрепления анкера определим по формуле

$$F_{a\,lim} = \pi d_{bh} l_z \tau_c, \qquad (6.76)$$

или

$$F_{a\,lim} = \pi \cdot 4,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 4,5 = 0,297 \text{ МПа}.$$

Убеждаемся, что предельное усилие закрепления анкера существенно больше расчетных усилий в анкерах (см. табл. 6.30).

6.6.20. Расчет набрызгбетонной крепи

Требуется произвести расчет набрызгбетонной крепи для условий вентиляционного ствола шахты № 5—7 (Донбассантрацит). Ствол диаметром 4,5 м при углубке со 180 до 504 м пересекал достаточно прочные породы, в основном песчаники ($f =$ $= 20$) и алевролиты ($f = 12$), а также аргиллиты ($f = 6$). Углубка ствола осуществлялась заходками по 2 м.

Р е ш е н и е. Недостающие исходные данные для расчета примем по табл. 6.3 (характеристики неровностей):

$$n = 9; \quad \Delta = 5,3 \text{ см};$$

и по табл. П 1.1 (приложение 1, механические характеристики наиболее слабых пород — аргиллитов):

$$E_0 = 17 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \nu_0 = 0,36;$$
$$G_0 = 6,2 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \varkappa_0 = 1,56.$$

Примем набрызгбетон класса В 20 (табл. П2.1, приложение 2) с характеристиками:

$$E_1 = 27 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \nu_1 = 0,2;$$
$$G_1 = 10,8 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \varkappa_1 = 2,2;$$
$$R_b = 11,5 \text{ МПа}; \quad R_{bt} = 0,9 \text{ МПа}.$$

Расчетное поперечное сечение ствола примем на глубине $H =$

$=400$ м, удельный вес пород примем $\gamma=0{,}02$ МН/м³, коэффициент бокового давления в массиве определим по формуле А. Н. Динника (1.36):

$$\lambda=\frac{0{,}36}{1-0{,}36}=0{,}56.$$

Коэффициент α^*, учитывающий отставание возведения крепи от обнажения пород, определяем по формуле (4.10), принимаем расстояние набрызгбетонной крепи от забоя ствола равным $l=0{,}5$ м, тогда

$$\alpha^*=\exp\left(-1{,}3\frac{0{,}5}{2{,}25}\right)=0{,}75.$$

Определяем максимальные сжимающие нормальные тангенциальные напряжения, имеющие место во впадинах набрызгбетонной крепи, по формуле (6.24):

$$\sigma_\theta=0{,}56\cdot0{,}75\cdot0{,}02\cdot400\frac{4}{2{,}2+1}\times$$

$$\times\frac{10{,}8\cdot10^3}{6{,}2\cdot10^3}\cdot\frac{1+1{,}56\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}{1-\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}=$$

$$=7{,}32\frac{1+1{,}56\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}{1-\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}=12{,}4 \text{ МПа}.$$

Определяем напряжения на выступах набрызгбетонной крепи по формуле (6.25):

$$\sigma_\theta=7{,}32\frac{1-1{,}56\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}{1+\frac{9\cdot0{,}053}{2{,}25}}=4 \text{ МПа}.$$

Результаты расчета говорят о том, что набрызгбетонная крепь ствола испытывает только сжимающие напряжения. Расчетные значения максимальных напряжений во впадинах набрызгбетонной крепи несколько (на 7,8 %) превышают расчетное сопротивление набрызгбетона. С этим обстоятельством можно примириться, учитывая, что расчет выполнен с некоторым запасом (по самым слабым породам, занимающим небольшую часть геологического разреза). Учитывая наличие существенно более прочных пород, можно полагать, что коэффициент бокового давления в действительности меньше расчетного. Кроме того, расчет произведен по нижней кромке набрызгбетонной крепи, которая при нанесении крепи на стенки следующей заходки ствола будет упрочнена наложением нового слоя набрызгбетона. Можно учесть также вспомогательное назначение ствола.

При расчете мы приняли, что крепь полностью повторяет неровности стенок незакрепленного ствола.

В действительности же при нанесении набрызгбетонной крепи амплитуда неровностей уменьшается (к чему, как было сказано в § 6.5, следует стремиться сознательно).

Допустим, что при нанесении набрызгбетона амплитуда неровностей уменьшилась с 5,3 до 4 см. Определим в этом случае напряжения во впадинах крепи

$$\sigma_\theta=7{,}32\frac{1+1{,}56\frac{9\cdot0{,}04}{2{,}25}}{1-\frac{9\cdot0{,}04}{2{,}25}}=10{,}9 \text{ МПа}.$$

Как видим, такого уменьшения неровностей уже достаточно для значительного уменьшения напряжений в крепи.

7. Расчет крепи (обделок) горизонтальных выработок и тоннелей круглого сечения

7.1. Общие положения и основные расчетные зависимости

Расчет крепи горных выработок и обделок тоннелей круглого поперечного сечения производится с использованием общего метода, изложенного в гл. 5.

При расчете крепи на собственный вес пород (горное давление), начальное поле напряжений в массиве пород, в поперечном сечении тоннеля (горной выработки), является, как правило, неравнокомпонентным, вследствие чего эквивалентные напряжения на бесконечности (5.1) в расчетной схеме (см. рис. 5.1) при гравитационном поле начальных напряжений определяются следующими соотношениями:

$$P_{0eq}=\alpha^*\gamma H\,\frac{1+\lambda}{\varkappa_0+1}\,; \qquad (7.1)$$

$$P_{2eq}=\alpha^*\gamma H\,\frac{1-\lambda}{2}\,\frac{\varkappa_0}{\varkappa_0+1}\,. \qquad (7.2)$$

Проверка прочности крепи производится в соответствии с § 5.2.

Расчет рамной крепи. Рамная крепь горизонтальных выработок при расчете заменяется эквивалентным ей слоем с приведенными характеристиками, определяемыми по формулам:

приведенная толщина

$$t_{red}=\sqrt{12J/A}, \qquad (7.3)$$

где J — момент инерции поперечного сечения рамы; A — площадь поперечного сечения рамы;

приведенный модуль деформации

$$E_{red}=E\,\frac{A}{t_{red}\,a}\,, \qquad (7.4)$$

где E — модуль деформации (упругости) материала рамы; a — шаг установки рам.

Указанный эквивалентный слой с приведенными характеристиками рассматривается как элемент расчетной схемы (см. рис. 5.1). Определяются коэффициенты передачи нагрузок, напряжения на контактах слоев и, наконец, нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре рассматриваемого эквивалентного слоя в поперечном сечении крепи ($\sigma_{\theta in}$ и $\sigma_{\theta ex}$).

Внутренние силы в поперечных сечениях рам определяются по формулам:

продольные силы

$$N=\frac{\sigma_{\theta in}+\sigma_{\theta ex}}{2}\,\frac{E}{E_{red}}\,A; \qquad (7.5)$$

изгибающие моменты

$$M=\frac{\sigma_{\theta in}-\sigma_{\theta ex}}{2}\,\frac{E}{E_{red}}\,W, \qquad (7.6)$$

где W — момент сопротивления поперечного сечения рамы.

7.2. Примеры расчета крепи горизонтальных выработок и обделок тоннелей

7.2.1. Расчет монолитной бетонной крепи на собственный вес пород (горное давление)

Требуется произвести расчет и установить *область применения крепи* для типового сечения горной выработки: однопутевой квершлаг или штрек на прямолинейном участке с одним проходом при следующих исходных данных: $r_0 = 1{,}65$ м; $t = 300$ мм; материал крепи — бетон марки М200:

$$E_1 = 10{,}08 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \nu_1 = 0{,}2;$$
$$G_1 = 4030; \quad \varkappa_1 = 2{,}2; \quad R_b = 9 \text{ МПа}.$$

Решение. Принимаем расчетную схему крепи, такую же, как показана на рис. 6.5. Эквивалентные напряжения на бесконечности определяются выражениями (5.1), (7.1) и (7.2).

Далее, необходимо определить коэффициенты передачи нагрузок через бесконечный слой, моделирующий массив пород, по формулам (5.26) и (6.41).

Определяем значения входящих в эти формулы вспомогательных величин (заметим, что при расчетах на неравномерную нагрузку необходимо удерживать возможно больше значащих цифр):

$$c_1 = \frac{r_1}{r_0} = \frac{1{,}65 + 0{,}3}{1{,}65} = 1{,}181828;$$
$$c_1^2 = 1{,}396\,694\,2; \quad c_1^4 = 1{,}950\,754\,7;$$
$$\frac{d'_{1\,(1)}}{c_1^2 - 1} = \frac{c_1^2(\varkappa_1 - 1) + 2}{c_1^2 - 1} =$$
$$= \frac{1{,}396\,694\,3 \cdot 1{,}2 + 2}{0{,}396\,694\,3} = 9{,}266\,667;$$

$$D_1 = \frac{(c_1^2 - 1)^3}{\varkappa_1 + 1} = \frac{0{,}396\,694\,2^3}{3{,}2} =$$
$$= 0{,}019\,508\,22;$$
$$b_{1(1)} = c_1^4(3 + c_1^2) - D_1 =$$
$$= 1{,}950\,754\,7\,(3 + 1{,}396\,694\,2) - D_1 =$$
$$= 8{,}557\,363\,6;$$
$$b'_{1\,(1)} = 2c_1^4 + c_1^2 + 1 + D_1 =$$
$$= 2 \cdot 1{,}950\,754\,7 + 1{,}396\,694\,2 + 1 + D_1 =$$
$$= 6{,}317\,712;$$
$$b_{2(1)} = c_1^4(3 - c_1^2) + D_1 =$$
$$= 1{,}950\,754\,7\,(3 - 1{,}396\,694\,2) + D_1 =$$
$$= 3{,}147\,164\,5;$$
$$b'_{2\,(1)} = c_1^2 + 1 + D_1 =$$
$$= 1{,}396\,694\,2 + 1 + D_1 = 2{,}416\,202\,4.$$

Область применения крепи будем искать в осадочных породах угольных месторождений (см. табл. П 1.1 приложения 1), характеризующихся следующими величинами:

$$G_0/G_1 = 0{,}05; \ 0{,}1; \ 0{,}3; \ 0{,}5; \ 0{,}8;$$
$$\nu_0 = 0{,}25; \quad \varkappa_0 = 2.$$

Коэффициент бокового давления в массиве принимаем постоянным и равным $\lambda = \nu_0/(1 - \nu_0) = 0{,}25/0{,}75 = 1/3$.

Определяем вспомогательные величины, входящие в формулы (6.41) и зависящие от соотношения модулей деформации пород и материала крепи:

$$\chi'' = \frac{G_0}{G_1}\frac{\varkappa_1 + 1}{(c_1^2 - 1)^3} = \frac{G_0}{G_1}\frac{3{,}2}{0{,}3966942^3} =$$
$$= 51{,}260\,451\,\frac{G_0}{G_1};$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\varkappa_0 + 1}(1 + \chi'' b_{1(1)}) =$$
$$= \frac{1}{3}(1 + \chi'' \cdot 8{,}557\,363\,6);$$

$$\alpha_2=\frac{1}{\varkappa_0+1}(\varkappa_0+\chi''b'_{1\,(1)})=$$

$$=\frac{1}{3}(2+\chi''\cdot 6{,}317\,72);$$

$$\beta_1=\frac{1}{\varkappa_0+1}(-1+\chi''b_{2(1)})=$$

$$=\frac{1}{3}(-1+\chi''\cdot 3{,}147\,164\,5);$$

$$\beta_2=\frac{1}{\varkappa_0+1}(\varkappa_0+\chi''b'_{2\,(1)})=$$

$$=\frac{1}{3}(2+\chi''\cdot 2{,}416\,202\,4);$$

$$B=\alpha_2\beta_1-\alpha_1\beta_2.$$

Вычисленные значения всех этих величин приведены в табл. 7.1.

По формулам (5.26) и (6.41) определяем значения коэффициентов передачи нагрузок. Результаты вычислений приведены в табл. 7.1.

Определяем эквивалентные напряжения по формулам (7.1):

$$P_{0eq}=\alpha^*\gamma H\,\frac{1+\frac{1}{3}}{3}=0{,}444\,\alpha^*\gamma H;$$

$$P_{2eq}=\alpha^*\gamma H\,\frac{1-\frac{1}{3}}{2}\cdot\frac{2}{3}=0{,}222\,\alpha^*\gamma H.$$

Зная коэффициенты передачи нагрузок через бесконечный слой и эквивалентные напряжения на бесконечности, по формулам (6.42) определяем напряжения на контакте крепи с массивом (нагрузки на крепь). Результаты вычислений приведены в табл. 7.1.

На рис. 7.1, *а* показаны эпюры нормальных (радиальных) и касательных напряжений на контакте крепи с массивом в долях величины $\alpha^*\gamma H$

$$\tilde{p}_{(1)}=\frac{p_{(1)}}{\alpha^*\gamma H};\quad \tilde{q}_{(1)}=\frac{q_{(1)}}{\alpha^*\gamma H}\quad(7.7)$$

для значений $G_0/G_1=0{,}05$ и $G_0/G_1=0{,}8$ соответственно.

Вычисляем вспомогательные величины, необходимые для определения нормальных тангенциальных напряжений в крепи, по формулам (1.65):

$$m_{1\,(1)}=\frac{2c_1^2}{c_1^2-1}=\frac{2\cdot 1{,}397}{0{,}397}=7{,}038;$$

$$m'_{1\,(1)}=m_{1\,(1)}-1;$$

$$m'_{1\,(1)}=6{,}038;\quad m_{2\,(1)}=m'_{1\,(1)}=6{,}038;$$

$$m'_{2\,(1)}=m_{1\,(1)}-2=7{,}038-2=5{,}038;$$

$$n_{1\,(1)}=2m_{1\,(1)}m_{2\,(1)}=2\cdot 7{,}038\cdot 6{,}038=$$

$$=84{,}991;$$

$$n_{2\,(1)}=m_{1\,(1)}m'_{2(1)}=7{,}038\cdot 5{,}038=$$

$$=35{,}457;$$

$$n'_{1\,(1)}=\frac{c_1^4+6c_1^2+1}{(c_1^2-1)^2}=$$

$$=\frac{1{,}951+6\cdot 1{,}397+1}{0{,}397^2}=71{,}906;$$

$$n'_{2\,(1)}=2\,\frac{2c_1^2+1-c_1^4}{(c_1^2-1)^2}=$$

$$=2\,\frac{2\cdot 1{,}397+1-1{,}951}{0{,}397^2}=23{,}387.$$

Теперь по формулам (6.43) определим нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре поперечного сечения крепи:

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}=\tilde{p}_{0\,(1)}\cdot 7{,}038-$$

$$-(\tilde{p}_{2\,(1)}\cdot 84{,}991-\tilde{q}_{2\,(1)}\cdot 35{,}457)\cos 2\theta;$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta ex}=\tilde{p}_{0\,(1)}\cdot 6{,}038+$$

$$+(\tilde{p}_{2\,(1)}\cdot 71{,}906-\tilde{q}_{2\,(1)}23{,}387)\cos 2\theta.$$

Здесь

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}=\frac{\sigma_{\theta in}}{\alpha^*\gamma H};\quad \tilde{\sigma}_{\theta ex}=\frac{\sigma_{\theta ex}}{\alpha^*\gamma H}.$$

Эпюры напряжений показаны на рис. 7.1, *б*.

Напряжения в своде выработки (радиальное сечение, совпадающее с осью x, $\sigma_{\theta\,(x)}$) опре-

ТАБЛИЦА 7.1

Величины	Значения величин при G_0/G_1				
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,8
χ''	2,563 022 6	5,126 045 1	15,378 135	25,630 226	41,008 361
α_1	7,644 238 8	14,955 144	44,198 764	73,442 388	117,307 819
α_2	6,064 146	11,461 626	33,051 543	54,641 462	87,026 338
β_1	2,355 418	5,044 169	15,799 174	26,554 179	42,686 686
β_2	2,730 927	4,795 187	13,052 229	21,309 271	33,694 833
B	—6,592 259	—13,898 333	—54,705 310	—114,044 586	—237,801 407
$K_{0(2)}$	1,218	1,025	0,628	0,452	0,319
$K_{11(2)}$	—0,721	—0,726	—0,578	—0,466	—0,359
$K_{21(2)}$	—2,319	—2,152	—1,616	—1,288	—0,987
$p_{0(1)}/\alpha^*\gamma H$	0,541	0,455	0,279	0,201	0,142
$p_{2(1)}/\alpha^*\gamma H$	—0,160	—0,161	—0,128	—0,103	—0,080
$q_{2(1)}/\alpha^*\gamma H$	—0,515	—0,478	—0,359	—0,286	—0,219
$\sigma^{in}_{\theta(x)}/\alpha^*\gamma H$	—0,9	—0,06	0,11	0,03	0,03
$\sigma^{in}_{\theta(y)}/\alpha^*\gamma H$	8,5	6,5	3,8	2,8	2,0
$\sigma^{ex}_{\theta(x)}/\alpha^*\gamma H$	3,8	2,3	0,88	0,5	0,2

ОКОНЧАНИЕ ТАБЛ. 7.1

Величины	Значения величин при G_0/G_1				
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,8
$\sigma_{\theta(y)}^{ex}/\alpha^*\gamma H$	2,7	3,1	2,5	1,9	1,5
$M_x/\alpha^*\gamma H$, МН·м/МПа	—0,035	—0,018	—0,006	—0,004	—0,001
$M_y/\alpha^*\gamma H$, МН·м/МПа	0,044	0,026	0,010	0,007	0,004
$N_x/\alpha^*\gamma H$, МН/МПа	0,435	0,336	0,148	0,080	0,034
$N_y/\alpha^*\gamma H$, МН/МПа	1,68	1,44	0,945	0,705	0,525
e_0, м	0,026	0,018	0,010	0,010	0,008
N_u, МН	2,32	2,38	2,52	2,52	2,56
$(\alpha^*\gamma H)_u$, МПа	1,38	1,65	2,67	2,57	4,88

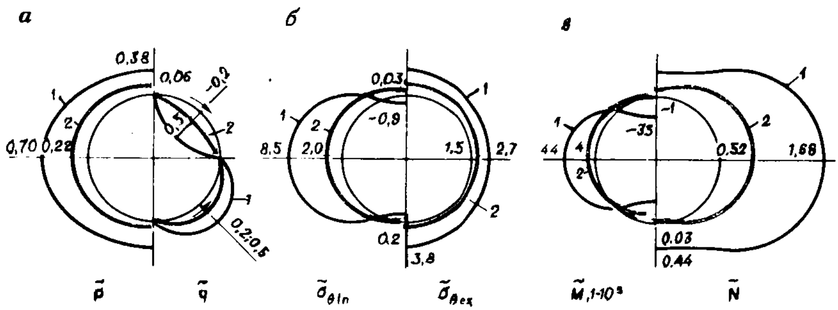


Рис. 7.1. Эпюры нормальных и касательных напряжений на контакте крепи с массивом (*а*), нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем и внешнем контуре сечения крепи (*б*), изгибающих моментов и продольных сил (*в*) (к примеру 7.2.1 все величины даны в долях $\alpha^*\gamma H$):

1 — при $G_0/G_1 = 0,05$; *2* — при $G_0/G_1 = 0,8$

деляются по полученным выше формулам при $\theta=0$, напряжения в боках выработки, на концах горизонтального диаметра, в сечениях, совпадающих с осью y ($\sigma_{\theta(y)}$), определяются при $\theta = 90°$.

Результаты вычислений приведены в табл. 7.1.

Определяем изгибающие моменты и продольные силы в своде (M_x, N_x) и в боках выработки (M_y, N_y) по формулам (5.51) и (5.52), которые после подстановки значений $b=1$ м и $t=0{,}3$ м принимают следующий вид:

$$M = 1\cdot 0{,}3^2(\sigma_{\theta in}-\sigma_{\theta ex})/12 = 7{,}5\cdot 10^{-3}(\sigma_{\theta in}-\sigma_{\theta ex}),\ \text{МН м};$$

$$N = 1\cdot 0{,}3(\sigma_{\theta in}+\sigma_{\theta ex})/2 = 0{,}15(\sigma_{\theta in}+\sigma_{\theta ex}),\ \text{МН}.$$

Результаты вычислений по этим формулам приведены в табл. 7.1, эпюры изгибающих моментов и продольных сил показаны на рис. 7.1, *в*.

Из табл. 7.1 следует, что наиболее опасными являются сечения крепи, находящиеся на концах горизонтального диаметра, так как в этих сечениях имеет место максимальный изгибающий момент M_y и максимальная продольная сила N_y.

Следовательно, несущая способность крепи определяется прочностью материала крепи именно в этом сечении.

Заметим, что наличие растягивающих напряжений в своде (и обратном своде) не представляет опасности для крепи, так как может привести лишь к образованию трещин разрыва, которые не влекут за собой разрушения (потери несущей способности) крепи в целом. Образование трещин является недопустимым только для крепи (обделок) некоторых видов подземных сооружений. В этих случаях к крепи (обделке) предъявляются требования трещиностойкости.

Итак, определяем эксцентриситет продольной силы в опасных сечениях по формуле (5.53), которая имеет в данном случае следующий вид:

$$e_0 = M_y/N_y. \qquad (7.8)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.1.

Определяем предельную продольную силу в опасных сечениях по формуле (5.56), которая после подстановки значений входящих в нее величин принимает следующий вид:

$$N_u = 9\cdot 1\cdot 0{,}3\left(1-\frac{2e_0}{0{,}3}\right) = 18(0{,}15-e_0),\ \text{МН}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.1.

Очевидно, что область применения данной конструкции крепи в рассматриваемых условиях определяется предельным значением $(\alpha^*\gamma H)_u$, которое определим из условия (5.55).

В табл. 7.1 приведены значения

$$\tilde{N} = N_y/\alpha^*\gamma H,$$

откуда

$$N_y = \tilde{N}\alpha^*\gamma H.$$

Подставляя это выражение в условие (5.55), получаем

$$(\alpha^*\gamma H)_u = N_u/\tilde{N}. \qquad (7.9)$$

Результаты вычислений приведены в табл. 7.1. Зависимость несущей способности крепи от отношения G_0/G_1 показана на рис. 7.2. Пользуясь этим гра-

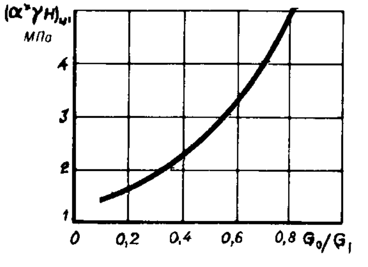


Рис. 7.2. Зависимость несущей способности крепи от отношения G_0/G_1 (к примеру 7.2.1)

фиком, можно оценить несущую способность крепи в рассмотренном диапазоне отношений G_0/G_1, *не выполняя достаточно трудоемкого расчета.*

7.2.2. Расчет рамной крепи горизонтальной выработки

Требуется произвести расчет рамной четырехшарнирной крепи горизонтальной выработки круглого сечения, работающей в жестком режиме. Расположение шарниров показано на рис. 7.3, *а*.

Исходные данные для расчета следующие: массив сложен слабыми неустойчивыми аргиллитами с характеристиками:

$$E_0 = 1{,}1\cdot 10^3 \text{ МПа};\ \nu_0 = 0{,}26;$$
$$\gamma = 0{,}0224 \text{ МН/м}^3;\ H = 200 \text{ м};$$

диаметр выработки в проходке составляет 3,8 м; крепь рамная из профиля СВП-27 с характеристиками: $A = 34{,}37$ см²; $J = 646{,}1$ см⁴; $W = 100{,}2$ см³; $E = 2{,}1\cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0{,}3$; шаг установки рам $a = 0{,}5$ м; рамы возводятся с отставанием $l = 1$ м от забоя выработки.

Решение. Четырехшарнирную крепь с показанным на рис. 7.3*а* расположением шарниров можно рассматривать в гравитационном поле начальных напряжений массива как монолитную, так как в монолитной крепи изгибающие моменты меняют знак и становятся равными нулю при $\theta \approx \pm 45°$ и $\theta \approx \pm 135°$ (см. рис. 7.1*в*), т. е. именно в местах расположения шарниров в крепи, рассматриваемой в данном примере.

В расчетной схеме заменим рамную крепь эквивалентным ей квазисплошным слоем с приведенными характеристиками, определяемыми по формулам (7.3) и (7.4):

$$t_{red} = \sqrt{\frac{12\cdot 646{,}1}{34{,}37}} = 15{,}0 \text{ см};$$

$$E_{red} = 2{,}1\cdot 10^5\cdot\frac{34{,}37}{15\cdot 50} = 9624 \text{ МПа}.$$

Порядок дальнейшего расчета такой же, как и в примере 7.1. Расчетная схема показана на рис. 7.3 *б*. Определяем коэффициенты передачи нагрузок через бесконечный внешний слой, моделирующий массив пород, по формулам (5.26) и (6.41). Определяем значения входящих в эти формулы вспомогательных величин:

$$r_1 = 1{,}9 \text{ м};\quad r_{0\,red} = r_1 - t_{red} = 1{,}75 \text{ м};$$
$$c_1 = 1{,}085\,714;\quad c_1^2 = 1{,}178\,776;$$
$$c_1^4 = 1{,}389\,512;\quad \varkappa_1 = 1{,}8;$$
$$\frac{d_{1\,(1)}'}{c_1^2 - 1} = \frac{1{,}178\,776\cdot 0{,}8 + 2}{0{,}178\,776} = 16{,}4620;$$
$$D_1 = \frac{0{,}178\,776^3}{2{,}8} = 0{,}002\,040\,6;$$
$$b_{1\,(1)} = 1{,}389\,512\,(3 + 1{,}178\,776) - 0{,}004\,06 + 5{,}804\,417;$$
$$b_{1\,(1)}' = 2\cdot 1{,}389\,512 + 1{,}178\,776 + 1 + 0{,}002\,040\,6 = 4{,}959\,840;$$
$$b_{2\,(1)} = 1{,}389\,512\,(3 - 1{,}178\,776) + 0{,}002\,040\,6 = 2{,}532\,653;$$

$$b'_{2\,(1)}=1{,}178\,775\,5+1+0{,}002\,040\,6=$$
$$=2{,}180\,816\,1;$$
$$\varkappa_0=1{,}96;\quad G_0=\frac{1{,}1\cdot 10^3}{2\,(1+0{,}26)}=436\text{ МПа};$$
$$G_{1\,red}=\frac{9624}{2\,(1+0{,}3)}=3702\text{ МПа};$$
$$\chi''=\frac{436}{3702}\cdot\frac{2{,}8}{0{,}178\,775\,5^3}=57{,}714\,389;$$
$$\alpha_1=\frac{1}{2{,}96}(1+57{,}714\,389\cdot 5{,}804\,417)=$$
$$=113{,}512\,96;$$
$$\alpha_2=\frac{1}{2{,}96}(1{,}96+57{,}714\,389\times$$
$$\times 4{,}959\,840)=97{,}369\,630;$$
$$\beta_1=\frac{1}{2{,}96}(-1+57{,}714\,389\times$$
$$\times 2{,}532\,653)=49{,}044\,102;$$
$$\beta_2=\frac{1}{2{,}96}(1{,}96+57{,}714\,389\times$$
$$\times 2{,}180\,816)=43{,}183\,942;$$
$$B\cdot 10^{-3}=0{,}973\,696\,3\cdot 4{,}904\,410-$$
$$-1{,}135\,129\,6\cdot 4{,}318\,394=-0{,}1265;$$
$$B=-126{,}5.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок по формулам (5.26) и (6.41):

$$K_{0\,(2)}=\frac{2{,}96}{2+\frac{436}{3702}\cdot 16{,}462}=0{,}751;$$
$$K_{11\,(2)}=-2\,\frac{49{,}044}{126{,}5}=-0{,}775;$$
$$K_{21\,(2)}=-2\,\frac{113{,}51}{126{,}5}=-1{,}794.$$

Далее, определяем напряжения на контакте массива с квазисплошным слоем, моделирующим крепь, по формулам (6.42). Предварительно определяем эквивалентные напряжения по формулам (7.1) и (7.2):

$$\alpha^*=\exp\left(-1{,}3\,\frac{l}{r_1}\right)=$$
$$=\exp\left(-1{,}3\,\frac{1{,}0}{1{,}9}\right)=0{,}5;$$
$$\lambda=\frac{0{,}26}{1-0{,}26}=0{,}35;$$

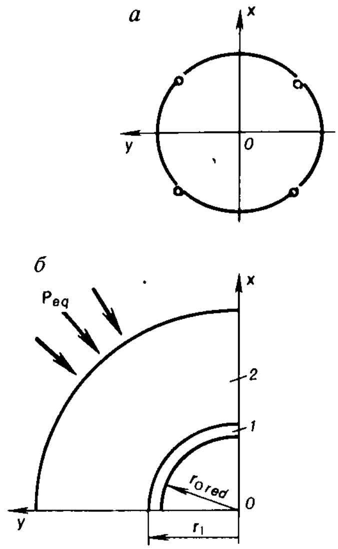


Рис. 7.3. Схема четырехшарнирной рамной крепи (*а*) и расчетная схема (*б*):
1 — квазисплошной слой, моделирующий крепь; *2* — массив (к примеру 7.2.2)

$$P_{0\,eq}=0{,}5\cdot 0{,}0224\cdot 200\,\frac{1+0{,}35}{2{,}96}=$$
$$=1{,}02\text{ МПа};$$
$$P_{2\,eq}=0{,}5\cdot 0{,}0224\cdot 200\times$$
$$\times\frac{1-0{,}35}{2}\cdot\frac{1{,}96}{2{,}96}=0{,}482\text{ МПа}.$$

Определяем напряжения на контакте крепи с массивом

$$p_{0\,(1)}=1{,}02\cdot 0{,}751=0{,}766\text{ МПа};$$
$$p_{2\,(1)}=0{,}48\cdot(-0{,}775)=-0{,}372\text{ МПа};$$
$$q_{2\,(1)}=0{,}48\,(-1{,}794)=-0{,}861\text{ МПа}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах сечения квазисплошного слоя, моделирующего крепь, по формулам (6.43). Вычисляем входящие в эти формулы коэффициенты:

$$m_1=\frac{2\cdot 1{,}179}{0{,}179}=13{,}2;\quad m'_1=12{,}2;$$

$$n_1 = 2\cdot 13{,}2\cdot 12{,}2 = 322{,}1;$$
$$n_2 = 13{,}2\cdot 11{,}2 = 147{,}8;$$
$$n_1' = \frac{1{,}390 + 6\cdot 1{,}179 + 1}{0{,}179^2} = 295{,}4;$$
$$n_2' = 2\,\frac{2\cdot 1{,}179 + 1 - 1{,}390}{0{,}179^2} = 122{,}8.$$

Нормальные тангенциальные напряжения

$$\sigma_{\theta in} = 0{,}766\cdot 13{,}2 - [(-0{,}372)\cdot 322{,}1 - (-0{,}861)\cdot 147{,}8]\cos 2\theta = 10{,}11 - 7{,}43\cos 2\theta;$$
$$\sigma_{\theta ex} = 0{,}766\cdot 12{,}2 + [(-0{,}372)\cdot 295{,}4 - (-0{,}861)\cdot 122{,}8]\cos 2\theta = 9{,}34 - 4{,}16\cos 2\theta.$$

Значения напряжений при $\theta = 0$ (сечение, совпадающее с осью x) и $\theta = 90°$ (сечение, совпадающее с осью y) приведены в табл. 7.2.

Определяем продольные силы и изгибающие моменты в металлических сегментах крепи по формулам (7.5) и (7.6), которые приобретают следующий вид:

$$N = \frac{\sigma_{\theta in} + \sigma_{\theta ex}}{2}\,\frac{2{,}1\cdot 10^5}{9624}\,34{,}37\times 10^{-4} = 0{,}037\,(\sigma_{\theta in} + \sigma_{\theta ex}),\ \text{МН};$$
$$M = \frac{\sigma_{\theta in} - \sigma_{\theta ex}}{2}\,\frac{2{,}1\cdot 10^5}{9624}\times 100{,}2\cdot 10^{-6} = 0{,}001\times(\sigma_{\theta in} - \sigma_{\theta ex}),\ \text{МН}\cdot\text{м}.$$

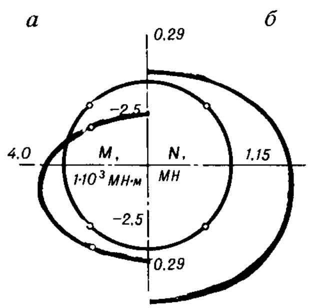


Рис. 7.4. Эпюры изгибающих моментов (*а*) и продольных сил (*б*) в сегментах крепи (к примеру 7.2.2)

ТАБЛИЦА 7.2

θ, градус	Напряжения, МПа	
	$\sigma_{\theta in}$	$\sigma_{\theta ex}$
0	2,68	5,18
90	17,54	13,50

ТАБЛИЦА 7.3

θ, градус	Внутренние силы	
	N, МН	M, МН м
0	0,29	—0,0025
90	1,15	0,0040

Вычисленные значения изгибающих моментов и продольных сил приведены в табл. 7.3. Эпюры изгибающих моментов и нормальных сил показаны на рис. 7.4. Как и предполагалось, *изгибающие моменты в местах шарниров равны нулю.*

Определим теперь экстремальные значения напряжений в элементах крепи по формуле, известной из сопротивления материалов,

$$\sigma = N/A \pm M/W. \qquad (7.10)$$

Подставляя значения изгибающих моментов и продольных сил из табл. 7.3, получаем

— для верхнего и нижнего сегмента крепи:

$$\sigma = \frac{0{,}29}{37{,}34\cdot 10^{-4}} \mp \frac{0{,}0025}{100{,}2\cdot 10^{-6}} = 77{,}7 \mp 25{,}0;$$

— для боковых сегментов крепи:

$$\sigma = \frac{1{,}15}{37{,}34\cdot 10^{-4}} \pm \frac{0{,}004}{100{,}2\cdot 10^{-6}} = 308{,}0 \pm 39{,}9.$$

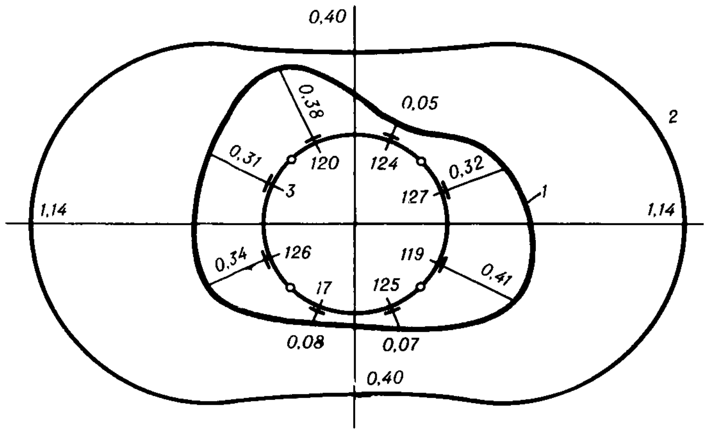


Рис. 7.5. Эпюры расчетных (*1*) и измеренных (*2*) нормальных (радиальных) напряжений *p* (МПа) на контакте крепи с породами (к примеру 7.2.2)

Материал крепи испытывает только сжимающие напряжения. Прочность боковых сегментов не удовлетворяется ($\sigma_{max} = 347{,}9$ МПа). В данном случае боковые сегменты крепи будут испытывать пластические деформации.

Представляет интерес сравнить результаты расчета с данными натурных измерений в сходных условиях. Измерения проводились на аналогичной кольцевой металлической четырехшарнирной крепи из профиля СП-28 в условиях Карагандинского бассейна (данные В. А. Борисовца). Породы — слабые неустойчивые аргиллиты с пределом прочности на одноосное сжатие $\sigma_c = 7{,}01$ МПа. Измерения производились на податливой крепи с помощью контактных динамометров. На рис. 7.5 показаны расчетная эпюра *1* нормальных (радиальных) напряжений на контакте крепи с массивом в условиях данного примера и эпюра измеренных контактных напряжений *2* (цифрами отмечены номера динамометров) на 10-е сутки измерений (до срабатывания узлов податливости). Обращает на себя внимание *качественное сходство* эпюр. Что касается сопоставления количественных значений напряжений, то необходимо иметь в виду, что расчетная эпюра характеризует установившиеся напряжения на контакте с жесткой крепью, а измерения производились на податливую крепь. Кроме того, в публикации о результатах измерений отсутствуют многие данные, необходимые для расчета.

7.2.3. Сопоставление результатов расчета с данными испытания объемной модели методом фотоупругости

В монографии «Метод фотоупругости» (Том 1, под ред. Г. Л. Хесина) описано экспериментальное исследование напряженного состояния обделки тоннеля круглого сечения при его поэтапной проходке и креплении (с. 176—178). Моделировалась следующая ситуация: первый этап — проходка участка тоннеля; второй этап — крепление этого участка вплоть до забоя тоннеля; третий этап (решающий) — отход забоя тоннеля, вызывающий нагружение обделки. Задача решалась на объемной модели с применением метода двойного замораживания деформаций. Длина участка тоннеля принималась равной трем диаметрам.

Обделка выполнялась из того же материала, что и массив: $E_1 = E_0$; $\nu_1 = \nu_0 = 0{,}5$; $\varkappa_1 = \varkappa_0 = 1$; толщина обделки определялась соотношением $t/2r_0 = 0{,}1$, отсюда $c = r_1/r_0 = 1{,}2$. Блок модели (массив) испытывал только вертикальные напряжения, следовательно, $\lambda = 0$.

Решение. Произведем расчет обделки тоннеля в условиях моделирования.

Вначале определяем коэффициенты передачи нагрузок через внешний слой (массив) по формулам (5.26) и (6.41). Вычисляем входящие в эти формулы величины:

$$c_1^2 = 1{,}44; \quad c_1^4 = 2{,}0736;$$

$$\frac{d_1'}{c^2 - 1} = \frac{1{,}440 + 2}{0{,}44} = 4{,}545;$$

$$D = \frac{0{,}44^3}{2} = 0{,}042\,592;$$

$$b_1 = 2{,}0736\,(3 + 1{,}44) - 0{,}042\,592 = \\ = 9{,}164\,192;$$

$$b_1' = 212{,}0736 + 1{,}44 + 1 + 0{,}042\,592 = \\ = 6{,}629\,792;$$

$$b_2 = 2{,}0736\,(3 - 1{,}44) + 0{,}004\,259\,2 = \\ = 3{,}277\,408;$$

$$b_2' = 1{,}44 + 1 + 0{,}004\,259\,2 = 2{,}482\,592;$$

$$\chi'' = 1\,\frac{1+1}{0{,}44^3} = 23{,}478\,588;$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\,(1 + 23{,}478\,588 \cdot 9{,}164\,192) = \\ = 108{,}0811;$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\,(1 + 23{,}478\,588 \cdot 6{,}629\,792) = \\ = 78{,}399\,08;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2}\,(1 + 23{,}478\,588 \cdot 3{,}277\,408) = \\ = 37{,}974\,46;$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2}\,(1 + 23{,}478\,588 \cdot 2{,}482\,592) = \\ = 29{,}643\,88;$$

$$B \cdot 10^{-3} = 0{,}783\,290\,8 \cdot 3{,}797\,446 - \\ - 1{,}080\,811 \cdot 2{,}964\,388 = -0{,}229;$$

$$B = 229.$$

Вычисляем коэффициенты передачи нагрузок:

$$K_{0\,(2)} = \frac{2}{2 + 4{,}545} = 0{,}306;$$

$$K_{11\,(2)} = -2\,\frac{37{,}974}{229} = -0{,}332;$$

$$K_{21\,(2)} = -2\,\frac{108{,}08}{229} = -0{,}944.$$

Поскольку блок модели нагружался непосредственно усилиями, моделирующими вес пород ($P = \gamma H$; $\lambda = 0$), то эквивалентные напряжения, приложенные в расчетной схеме на бесконечности:

$$P_{0\,eq} = \alpha^* \gamma H\,(1 + \lambda)/2 = \frac{1}{2}\,\alpha^* \gamma H = \\ = \alpha^* \frac{P}{2};$$

$$P_{2\,eq} = \alpha^* \gamma H\,(1 - \lambda)/2 = \\ = \frac{1}{2}\,\alpha^* \gamma H = \alpha^* \frac{P}{2}.$$

Напряжения на контакте обделки с массивом в долях нагрузки на модель (γH)

$$p_{(1)} = \alpha^* \frac{P}{2}\,(0{,}306 - 0{,}332 \cos 2\theta);$$

$$q_{(1)} = \alpha^* \frac{P}{2}\,(-0{,}944) \sin 2\theta.$$

Таким образом, имеем $\alpha^*\tilde{p}_{0\,(1)}=0{,}153$; $\alpha^*\tilde{p}_{2(1)}=-0{,}166$; $\alpha^*\tilde{q}_{2\,(1)}=-0{,}472$, где $\tilde{p}_{0\,(1)}=$ $=\frac{p_{0\,(1)}}{P}$; $\tilde{p}_{2\,(1)}=\frac{p_{2\,(1)}}{P}$; $\tilde{q}_{2\,(1)}=$ $=\frac{q_{2\,(1)}}{P}$.

Определяем нормальные тангенциальные напряжения в обделке по формулам (6.43).

Вычисляем входящие в эти формулы коэффициенты

$$m_1=\frac{2\cdot 1{,}44}{0{,}44}=6{,}54;\quad m_2=m_1'=5{,}54;$$

$$m_2'=4{,}54;$$

$$n_1=2\cdot 6{,}54\cdot 5{,}54=72{,}46;$$

$$n_2=6{,}54\cdot 4{,}54=29{,}69$$

$$n_1'=\frac{2{,}0736+61{,}44+1}{0{,}44^2}=60{,}50;$$

$$n_2'=2\,\frac{2\cdot 1{,}44+1-2{,}0736}{0{,}44^2}=18{,}66.$$

Нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах сечения обделки (в долях внешней нагрузки P)

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}/\alpha^*=0{,}153\cdot 6{,}54-$$
$$-[(-0{,}166)\cdot 72{,}46-(-0{,}472)\cdot 29{,}69]\times$$
$$\times\cos 2\theta=1{,}00-1{,}98\cos 2\theta;$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta ex}/\alpha^*=0{,}153\cdot 5{,}54+$$
$$+[(-0{,}166)\cdot 60{,}50-(-0{,}472)\cdot 18{,}66]\times$$
$$\times\cos 2\theta=0{,}85-1{,}24\cos 2\theta.$$

В результате моделирования получена следующая эмпирическая формула для тангенциальных нормальных напряжений на внутреннем контуре наиболее напряженного сечения обделки (у забоя выработки):

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}=0{,}46-0{,}77\cos 2\theta. \quad (7.11)$$

Сравнивая это выражение с расчетной зависимостью

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}=\alpha^*(1{,}00-1{,}98\cos 2\theta), \quad (7.12)$$

приходим к важному выводу, что коэффициент α^*, учитывающий отставание возведения крепи от обнажения пород, не равен 1 даже при возведении крепи непосредственно в забое ($l=0$).

В условиях рассматриваемого примера указанный коэффициент составляет в среднем

$$\alpha^*\approx 0{,}42. \quad (7.13)$$

Таким образом, эмпирические формулы (4.10) являются не вполне точными. При малых значениях $l\to 0$ (или $t\to 0$) расчет с использованием этих формул приводит к значительному увеличению расчетных напряжений в крепи. Погрешность идет, как видим, в запас надежности расчета, но в иных случаях этот запас может оказаться чрезмерным.

Подставив значение α^* (7.13) в выражение (7.12), получим

$$\tilde{\sigma}_{\theta in}=0{,}42-0{,}83\cos 2\theta.$$

На рис. 7.6 показаны расчетная (*1*) и измеренная (*2*) эпю-

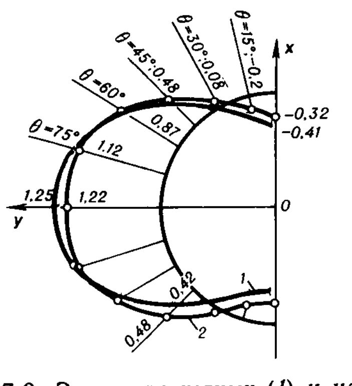


Рис. 7.6. Эпюры расчетных (*1*) и измеренных (*2*) нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем контуре сечения модели обделки тоннеля (к примеру 7.2.3)

ры нормальных тангенциальных напряжений на внутреннем контуре сечения модели обделки тоннеля.

7.2.4. Расчет чугунной тюбинговой обделки на гидростатическое давление подземных вод

Требуется произвести расчет чугунной тюбинговой обделки 8500/7800 тоннеля на гидростатическое давление подземных вод при следующих исходных данных:

породы: $E_0 = 260$ МПа; $\nu_0 = 0{,}3$; $G_0 = 100$ МПа; $\varkappa_0 = 1{,}8$;

обделка — чугунные тюбинги: $E = 1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0{,}3$; $\varkappa = 1{,}8$; $G = 38\,460$ МПа; $r_0 = 3{,}90$ м; $r_1 = 4{,}224$ м; $r_2 = 4{,}25$ м; $\mu_1 = 0{,}0933$.

Статический напор подземных вод составляет $h_w = 142{,}5$ м.

ТАБЛИЦА 7.4

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
$c_i = r_i/r_{i-1}$	1,0831	1,0062
c_i^2	1,1730	1,0123
$d_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i + 1)$	—	2,8346
$d_{2(i)} = 2c_i^2 + \varkappa_1 - 1$	—	2,8246
$d'_{1(i)} = c_i^2(\varkappa_i - 1) + 2$	2,9384	2,8096
$d'_{2(i)} = \varkappa_i + 1$	2,8	2,8

Решение. Расчетная схема обделки тоннеля представляет собой трехслойное кольцо (см. рис. 5.1, *а*). Первый внутренний слой образован кольцевыми ребрами тюбингов (см. рис. 6.1), второй — спинками, третий (бесконечный) моделирует массив пород.

Эквивалентные напряжения, приложенные на бесконечности, определяем по формуле (5.3):

$$P_{0eq} = H_w \frac{2}{\varkappa_0 + 1} = 0{,}01 \cdot 142{,}5 \times \times \frac{2}{2{,}8} = 1{,}018 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициенты передачи внешних нагрузок через второй и третий слои расчетной схемы по формулам (5.24) и (5.25). Вычисление вспомогательных величин, входящих в эти формулы, сведено в табл. 7.4.

Приведенный модуль деформации первого слоя, образованного ребрами тюбингов, определяем по формуле (5.29), которая в данном случае принимает вид

$$E_{1\,red} = E\mu_1 = 1 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0933 = 9330 \text{ МПа}.$$

Приведенный модуль сдвига первого слоя

$$G_{1\,red} = \frac{E_{1\,red}}{2(1+\nu)} = \frac{9330}{2(1+0{,}3)} = 3588 \text{ МПа}.$$

$$\chi_{0(2,1)} = \frac{38460}{3588} \cdot \frac{0{,}0123}{0{,}1730} = 0{,}7621.$$

Коэффициенты передачи нагрузок

$$K_{0(2)} = \frac{2{,}8346}{2{,}8246 + 0{,}7621 \cdot 2{,}9384} = 0{,}560;$$

$$K_{0\,(3)}=$$
$$=\frac{2{,}8}{2+\frac{100}{38460}\cdot\frac{1}{0{,}0123}(2{,}8096-0{,}560\cdot 2{,}8)}=$$
$$=1{,}238.$$

Определяем напряжения на контактах слоев. Нормальные (радиальные) напряжения на контакте крепи с массивом (нагрузки на крепь)

$$p_{0\,(2)}=P_{0eq}\cdot K_{0\,(3)}=1{,}018\cdot 1{,}238=$$
$$=1{,}260\ \text{МПа}.$$

Средние напряжения на контакте первого и второго слоев.

$$p_{0\,(1)}=p_{0\,(2)}K_{0\,(2)}=1{,}260\cdot 0{,}560=$$
$$=0{,}706\ \text{МПа}.$$

Определяем напряжения на внутреннем и внешнем контурах сечения каждого слоя. Вычисления сведены в табл. 7.5.

Нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах сечения ребер тюбингов определяем по формуле (5.31), которая при равномерной внешней нагрузке принимает следующий вид:

$$\{\Sigma_i^{(j)}\}=\begin{Bmatrix}\sigma_{\theta\,(i)\,in}^{(j)}\\ \sigma_{\theta\,(i)\,ex}^{(j)}\end{Bmatrix}=$$
$$=\frac{E_i^{(j)}}{E_{i\,\text{red}}}\left(\begin{bmatrix}m_{1\,(i)}\\ m_{1\,(i)}'\end{bmatrix}p_{0\,(i)}+\right.$$
$$\left.+\begin{bmatrix}-m_{2\,(i)}\\ -m_{2\,(i)}'\end{bmatrix}p_{0\,(i-1)}\right),\qquad(7.14)$$

а применительно к ребрам тюбингов ($i=1$; $p_{0\,(0)}=0$; $E_1^{(1)}=0$; $E_{1\,red}=\mu_1 E_1^{(2)}$) — следующий вид:

$$\{\Sigma_1^{(2)}\}=\frac{1}{\mu_1}\begin{vmatrix}m_{1\,(1)}\\ m_{2\,(1)}\end{vmatrix}p_{0\,(1)},\qquad(7.15)$$

или

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{\theta\,(1)\,in}^{(2)}\\ \sigma_{\theta\,(1)\,ex}^{(2)}\end{Bmatrix}=\frac{1}{0{,}0933}\begin{bmatrix}13{,}56\\ 12{,}56\end{bmatrix}0{,}706.$$

ТАБЛИЦА 7.5

Величины	Номера слоев (i)	
	1	2
$m_{1\,(i)}=2c_i^2/(c_i^2-1)$	13,56	164,6
$m_{2\,(i)}=m_{1\,(i)}'=m_{1(1)}-1$	12,56	163,6
$m_{2\,(i)}'=m_{1\,(i)}-2$	11,56	162,6
$\sigma_{\theta\,(i)}^{in}$, МПа	102,5	91,9
$\sigma_{\theta\,(i)}^{ex}$, МПа	95,0	91,3

Результаты вычислений приведены в табл. 7.5.

Нормальные тангенциальные напряжения в спинках тюбингов определяем по формулам (5.28):

$$\sigma_{\theta\,(2)}^{in}=p_{0\,(2)}m_{1\,(2)}-p_{0\,(1)}m_{2\,(2)}=$$
$$=1{,}260\cdot 164{,}6-0{,}706\cdot 163{,}6=$$
$$=91{,}9\ \text{МПа};$$
$$\sigma_{\theta\,(2)}^{ex}=p_{0\,(2)}m_{1\,(2)}'-p_{0\,(1)}m_{2\,(2)}'=$$
$$=1{,}260\cdot 163{,}6-0{,}706\cdot 162{,}6=$$
$$=91{,}3\ \text{МПа}.$$

7.2.5. Сопоставительный расчет монолитно-прессованной бетонной обделки перегонного тоннеля метрополитена методом механики подземных сооружений и методом «активных» нагрузок

Я. И. Маренным приведены результаты расчета обделки тоннеля методом активных нагрузок (с. 108—110). Суть указанного традиционного метода заключается в том, что *обделка* *рассматривается как криволинейный брус на упругом (Винклеровском) основании.* На брус (обделку) действуют *активные* вертикальные и горизонтальные нагрузки, принимаемые на основании тех или иных соображений (нормативных документов), под влиянием которых брус деформируется и вступает во взаимодействие с упругим основанием. На участках, где перемещения обделки направлены в сторону массива, возникает *пассивный отпор* со стороны основания (пород). Участки, на которых перемещения обделки под действием активной нагрузки направлены внутрь выработки, рассматриваются как безотпорные (*«зона отлипания»*).

Напомним, что методы механики подземных сооружений основаны на рассмотрении массива и обделки как единой деформируемой системы, при этом напряжения на контакте обделки с массивом (нагрузки на крепь) не задаются, а получаются в процессе расчета.

Исходные данные для расчета следующие.

Обделка: $d = 5{,}2$ м; $D = 5{,}92$ м; $E_b = 2{,}9 \cdot 10^4$ МПа.

Грунтовый массив — легкая супесь естественной влажности: $\gamma = 0{,}0185$ МН/м^3; коэффициент упругого отпора $k_0 = 70$ МН/м^3; $\lambda = 0{,}7$; $H = 10$ м.

При расчете приняты следующие активные нагрузки на обделку: вертикальная равномерно распределенная $q_x = 0{,}143$ МПа и горизонтальная равномерно распределенная $q_y = 0{,}090$ МПа. Полученные в результате расчета эпюры изгибающих моментов и продольных сил показаны на рис. 7.7.

Решение. Расчетная схема обделки тоннеля представляет собой двухслойное кольцо (см. рис. 6.5). Эквивалентные напряжения на бесконечности определяются по формулам (7.1) и (7.2).

Принимаем $\nu_0 = 0{,}32$, тогда $\varkappa_0 = 3 - 4\nu_0 = 3 - 4 \cdot 0{,}32 = 1{,}72$.

Значение коэффициента α^*, учитывая небольшую глубину тоннеля, примем максимально возможным $\alpha^* = 1$.

Эквивалентные напряжения

$$P_{0eq} = \alpha^* \gamma H \frac{1+\lambda}{\varkappa_0 + 1} = 1{,}0 \cdot 0{,}0185 \cdot 10 \frac{1+0{,}7}{2{,}72} = 0{,}116 \text{ МПа};$$

$$P_{2eq} = \alpha^* \gamma H \frac{1-\lambda}{2} \cdot \frac{\varkappa_0}{\varkappa_0 + 1} = 1{,}0 \cdot 0{,}0185 \cdot 10 \frac{1-0{,}7}{2} \times \frac{1{,}72}{2{,}72} = 0{,}018 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициенты передачи нагрузок через внешний (второй) слой, моделирующий грунтовой массив по формулам (5.26) и (6.41). Модуль деформации грунтового массива определим, пользуясь известной формулой Б. Г. Галеркина, связывающей модуль деформации с коэффициентом отпора

$$k_0 = \frac{E_0}{r_1 (1 + \nu_0)}. \qquad (7.16)$$

Отсюда

$$E_0 = k_0 r_1 (1 + \nu_0). \qquad (7.17)$$

Подставив в эту формулу значения величин, получим

$$E_0 = 70 \cdot \frac{5{,}92}{2} (1 + 0{,}32) = 273{,}5 \text{ МПа}.$$

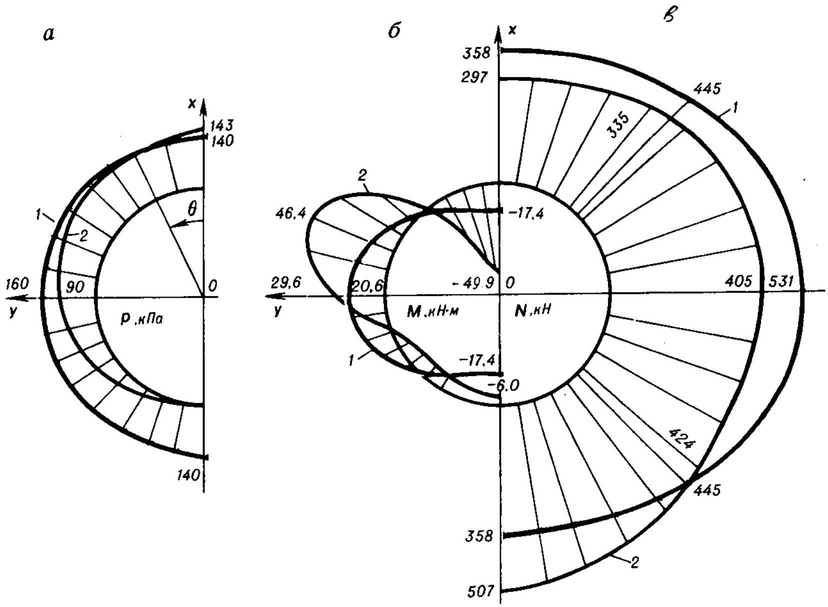


Рис. 7.7. Результаты расчета обделки тоннеля методом механики подземных сооружений (*1*) и методом активных нагрузок (*2*):

а — эпюры напряжений на контакте обделки с массивом; *б* — эпюры изгибающих моментов; *в* — эпюры продольных сил (к примеру 7.2.5)

Следует отметить, что для супеси величина модуля деформации сильно завышена (см. табл. П 1.2, приложение 1).

Вычисляем входящие в формулы для коэффициентов передачи нагрузок вспомогательные величины:

$$c_1 = D/d = 5{,}92/5{,}20 = 1{,}138\,462;$$

$$c_1^2 = 1{,}296\,095;$$

$$c_1^4 = 1{,}679\,861;$$

$$\nu_1 = 0{,}2; \quad \varkappa_1 = 2{,}2;$$

$$\frac{d'_{1\,(1)}}{c_1^2 - 1} = \frac{c_1^2(\varkappa_1 - 1) + 2}{c_1^2 - 1} =$$

$$= \frac{1{,}296\,095 \cdot 1{,}2 + 2}{0{,}296\,095} = 12{,}007\,34;$$

$$D_1 = \frac{(c_1^2 - 1)^3}{\varkappa_1 + 1} = \frac{0{,}296\,095^3}{3{,}2} = 0{,}008\,112;$$

$$b_{1\,(1)} = c_1^4(3 + c_1^2) - D_1;$$

$$b_{1\,(1)} = 7{,}208\,730;$$

$$b'_{1\,(1)} = 2c_1^4 + c_1^2 + 1 + D_1;$$

$$b'_{1\,(1)} = 5{,}663\,929;$$

$$b_{2\,(1)} = c_1^4(3 - c_1^2) + D_1;$$

$$b_{2\,(1)} = 2{,}870\,436;$$

$$b'_{2\,(1)} = c_1^2 + 1 + D_1; \qquad b'_{2\,(1)} = 2{,}304\,207;$$

$$G_0 = \frac{273{,}5}{2(1 + 0{,}32)} = 103{,}6 \text{ МПа};$$

$$G_1 = 0{,}4 \cdot E_b = 0{,}4 \cdot 2{,}9 \cdot 10^4 = 11\,600 \text{ МПа};$$

$$\chi'' = \frac{103{,}6}{11\,600} \cdot \frac{3{,}2}{0{,}296\,095^3} = 1{,}100\,927;$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\varkappa_0 + 1}(1 + \chi'' b_{1\,(1)});$$

$$\alpha_1 = 3{,}285\,399;$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\varkappa_0 + 1}(\varkappa_0 + \chi'' b'_{1\,(1)});$$

$$\alpha_2 = 2{,}924\,843;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\varkappa_0 + 1}(-1 + \chi'' b_{2\,(1)});$$

$$\beta_1 = 0{,}794\,169;$$

$$\beta_2=\frac{1}{\varkappa_0+1}\,(\varkappa_0+\chi''b'_{2\,(1)});$$
$$\beta_2=1{,}564\,987;$$
$$B=\alpha_2\beta_1-\alpha_1\beta_2;\quad B=-2{,}818\,787.$$

Вычисляем коэффициенты передачи нагрузок

$$K_{0\,(2)}=\frac{2{,}72}{2+\dfrac{103{,}6}{11\,600}\,12{,}007\,34}=1{,}291;$$
$$K_{11\,(2)}=-2\,\frac{0{,}794\,169}{2{,}818\,787}=-0{,}563;$$
$$K_{21\,(2)}=-2\,\frac{3{,}285\,399}{2{,}818\,787}=-2{,}331.$$

Определяем напряжения на контакте обделки с грунтовым массивом по формулам (6.42):

$$p_{0\,(1)}=P_{0eq}K_{0\,(2)}=$$
$$=0{,}116\cdot1{,}291=0{,}150\ \text{МПа};$$
$$p_{2\,(1)}=P_{2eq}K_{11\,(2)}=$$
$$=0{,}018\cdot(-0{,}563)=-0{,}010\ \text{МПа};$$
$$q_{2\,(1)}=P_{2eq}K_{21\,(2)}=$$
$$=0{,}018\cdot(-2{,}331)=-0{,}042\ \text{МПа}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах поперечного сечения обделки по формулам (6.43). Вычисляем входящие в эти формулы коэффициенты

$$m_1=\frac{2c_1^2}{c_1^2-1};\quad m_1=8{,}754;$$
$$m_2=m'_1=m_1-1;$$
$$m_2=m'_1=7{,}754;$$
$$m'_2=m_1-2;\quad m'_2=6{,}754;$$
$$n_1=2m_1m_2;\quad n_1=135{,}8;$$
$$n_2=m_1m'_2;\quad n_2=59{,}12;$$
$$n'_1=\frac{c^4+6c^2+1}{(c^2-1)^2};\quad n'_1=119{,}3;$$
$$n'_2=2\,\frac{2c^2+1-c^4}{(c^2-1)^2};\quad n'_2=43{,}62.$$
$$\sigma_{\theta\,in}=0{,}150\cdot8{,}754-$$
$$-[(-0{,}010)\cdot135{,}8-(-0{,}042)\cdot59{,}12]\times$$
$$\times\cos2\theta=1{,}31-1{,}12\cos2\theta;$$
$$\sigma_{\theta\,ex}=0{,}150\cdot7{,}754+$$
$$+[(-0{,}010)\cdot119{,}3-(-0{,}042)\cdot43{,}62]\times$$
$$\times\cos2\theta=1{,}16+0{,}64\cos2\theta.$$

Значения напряжений в характерных точках поперечного сечения тоннеля приведены в табл. 7.6.

Вычисляем изгибающие моменты и продольные силы в характерных радиальных сечениях обделки по формулам (5.51) и (5.52); толщина обделки $t=(D-d)/2=(5{,}92-5{,}20)=0{,}36$ м.

$$M=1\cdot0{,}36^2\,(\sigma_{\theta in}-\sigma_{\theta ex})/12=$$
$$=0{,}0108\,(\sigma_{\theta in}-\sigma_{\theta ex}),\ \text{МН}\cdot\text{м};$$
$$N=1\cdot0{,}36\,(\sigma_{\theta in}+\sigma_{\theta ex})/2=$$
$$=0{,}18\,(\sigma_{\theta in}+\sigma_{\theta ex}),\ \text{МН}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 7.7.

Результаты расчетов в виде эпюр показаны на рис. 7.7. Сравнивая результаты расчетов, убеждаемся в *существенных качественных и количественных различиях* в распределении изгибающих моментов (рис. 7.7, *б*) по периметру сечения тоннеля. Несмотря на то что расчет ме-

ТАБЛИЦА 7.6

θ	Напряжения, МПа	
	$\sigma_{\theta in}$	$\sigma_{\theta ex}$
0; π	0,19	1,80
π/4; 3π/4	1,31	1,16
π/2	2,43	0,52

ТАБЛИЦА 7.7

θ	Внутренние силы	
	M, МН·м	N, МН
0; π	—0,0174	0,358
π/4; 3π/4	0,0016	0,445
π/2	0,0206	0,531

тодом механики подземных сооружений выполнен с максимально возможным запасом ($\alpha^* = 1$), расчетная несущая способность обделки оказывается значительно выше, чем при расчете методом активных нагрузок, так как величина изгибающих моментов в обделке значительно меньше, что объясняется более полным учетом влияния массива пород.

7.2.6. Определение модуля деформации бетона по результатам натурных испытаний обделок

В. В. Рукиным и В. Л. Куперманом описаны натурные испытания обделок напорных тоннелей из обычного и латексного (с добавкой синтетического латекса) бетона. Испытания проводились в опытной выработке размерами $r_0 = 1{,}25$ м; $r_1 = 1{,}55$ м, пройденной в песчаниках и алевролитах. Штамповыми испытаниями установлен модуль деформации пород в массиве $E_0 = 0{,}3 \cdot 10^4$ МПа. Испытания обделок заключались

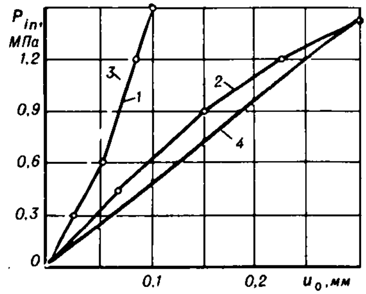


Рис. 7.8. Зависимость перемещений внутреннего контура сечения обделки опытного тоннеля от внутреннего давления (к примеру 7.2.6):
1 — на участке с обычным бетоном; *2* — на участке с латексным бетоном; *3*, *4* — расчетные графики

в измерении перемещений внутреннего контура сечения опытной выработки при задании внутреннего давления (метод напорных камер, рис. 7.8).

Требуется определить модуль деформации обычного и латексного бетона по результатам испытаний (эти данные в статье отсутствуют).

Решение. Расчетная схема представляет собой двухслойное кольцо, в котором слой *1* (внутренний) моделирует обделку и слой *2* (бесконечный внешний слой) — массив пород. Двухслойное кольцо испытывает внутреннее давление P_{in}.

Определяем коэффициент передачи внутренних нагрузок через первый слой по формуле (5.33), которая принимает следующий вид:

$$K^*_{0\,(1)} = \frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{1\,(1)} + 2\frac{G_1}{G_0}\left(c_1^2 - 1\right)}. \qquad (7.18)$$

Перемещения внутреннего контура сечения обделки описываются формулой, следующей из (5.16):

$$u_0=\frac{r_0}{4G_1\,(c_1^2-1)}\,(p_{0\,(1)}d_{1\,(1)}-P_{in}d_{2\,(1)}). \tag{7.19}$$

Подставив в эту формулу соотношение (5.34)

$$p_{0\,(1)}=P_{in}K_{0\,(1)}^{*} \tag{7.20}$$

и поменяв знак правой части, чтобы избавиться от знака «минус», характеризующего перемещения в сторону грунтового массива, получим

$$u_0=\frac{P_{in}r_0}{4G_1\,(c_1^2-1)}\,(d_{2\,(1)}-K_{0\,(1)}^{*}d_{1\,(1)}). \tag{7.21}$$

Теперь подставим в эту формулу выражение (7.18) и получим уравнение

$$4G_1\,\frac{u_0}{r_0}\,\frac{c_1^2-1}{P_{in}}=d_{2\,(1)}-\frac{d_{1\,(1)}d_{2\,(1)}'}{d_{1\,(1)}'+2\,\frac{G_1}{G_0}\,(c_1^2-1)}. \tag{7.22}$$

Нетрудно убедиться, что это уравнение является квадратным относительно искомой величины G_1. Предлагаем желающим выполнить необходимые преобразования и получить окончательную расчетную формулу в общем виде.

Вычисляем входящие в уравнение величины: $c_1=\frac{r_1}{r_0}=\frac{1{,}55}{1{,}25}=1{,}24$; $c_1^2=2{,}5376$; принимаем значения коэффициентов Пуассона: $\nu_1=0{,}2$; $\nu_0=0{,}25$, тогда $\varkappa_1=2{,}2$; $\varkappa_0=2{,}0$;

$$d_{1\,(1)}=4{,}920\,32;\quad d_{2\,(1)}=4{,}2752;$$
$$d_{1\,(1)}'=3{,}845\,12;\quad d_{2\,(1)}'=3{,}2.$$

Подставляем полученные значения величин в уравнение (7.22), получаем

$$u_0\,\frac{G_1}{P_{in}}\,\frac{4\cdot 0{,}5376}{1{,}25}=4{,}2752-\frac{4{,}920\,32\cdot 3{,}2}{3{,}845\,12+\frac{G_1}{G_0}\,1{,}0752},$$

отсюда

$$\frac{G_1^2u_0}{G_0P_{in}}\cdot 1{,}8497+G_1\times\left(\frac{u_0}{P_{in}}\,6{,}6148-\frac{1}{G_0}\,4{,}5967\right)-0{,}693\,64=0. \tag{7.23}$$

Из графика натурных испытаний (рис. 7.8) имеем: для обычного бетона $P_{in}=1{,}5$ МПа; $u_0=0{,}1$ мм $=1\cdot 10^{-4}$ м, для латексного бетона $P_{in}=1{,}4$ МПа, $u_0=0{,}3$ мм $=3\cdot 10^{-4}$ м. Напомним также, что на участке с обычным бетоном $E_0=1{,}05\times 10^4$ МПа, $G_0=0{,}42\cdot 10^4$ МПа, а на участке с латексным бетоном $E_0=1{,}3\cdot 10^4$ МПа, $G_0=0{,}52\cdot 10^4$ МПа.

Подставляя эти значения в уравнение (7.23), получаем:

для обычного бетона

$$G_1^2\cdot 2{,}936\cdot 10^{-8}-G_1\cdot 6{,}535\cdot 10^{-4}-0{,}693\,64=0;$$

для латексного бетона

$$G_1^2\cdot 7{,}622\cdot 10^{-8}-G_1\cdot 5{,}335\cdot 10^{-4}-0{,}693\,64=0.$$

Решаем полученные квадратные уравнения, в результате получаем:

для обычного бетона

$$G_1=23\,270 \text{ МПа};$$
$$E_b=G_1/0{,}4=23\,270/0{,}4=5{,}8\cdot 10^4 \text{ МПа};$$

для латексного бетона

$$G_1=8\,120 \text{ МПа};\quad E_b=2{,}03\cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

Благодаря добавке латекса, *модуль деформации бетона уменьшился в 2,8 раза.*

Представляет интерес полученный при этом эффект. Определим максимальные растягивающие напряжения, действующие на внутреннем контуре поперечного сечения тоннеля при использовании того и другого вида бетона. Модуль деформации пород примем постоянным, равным $E_0 = 1{,}05 \cdot 10^4$ МПа ($G_0 = 0{,}42 \cdot 10^4$ МПа).

Определим коэффициенты передачи внутренних нагрузок по формуле (7.18). Результаты расчетов приведены в табл. 7.8.

Нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем контуре сечения тоннеля определим по формуле (5.28), которая приобретает следующий вид:

$$\sigma_{\theta\,(1)}^{in} = p_{0\,(1)} m_{1\,(1)} - P_{in} m_{2\,(1)}, \qquad (7.24)$$

или с учетом (7.20)

$$\sigma_{\theta in} = P_{in} \left(K^*_{0\,(1)} m_1 - m_2\right). \qquad (7.25)$$

Входящие в эту формулу коэффициенты

$$m_1 = 5{,}72; \quad m_2 = 4{,}72.$$

Таким образом,

$$\sigma_{\theta in}/P_{in} = K^*_{0\,(1)} \cdot 5{,}72 - 4{,}72.$$

Результаты расчетов по этой формуле приведены в табл. 7.8.

Как видим, в условиях эксперимента в обделке из латексного бетона максимальные растягивающие напряжения в 1,8 раза меньше, чем в обычном бетоне.

На основании выполненных расчетов понятны следующие результаты испытаний: «В камере с обделкой из обычного бетона давление было поднято в первом цикле нагружения до 1,2 МПа, в камере с обделкой из латексного бетона — до 1,4 МПа. После опорожнения камеры из обычного бетона в ее обделке были обнаружены три трещины длиной 5—7 м и четыре трещины длиной 2—3 м. Направление трещин — вдоль оси камеры. При опорожнении камеры с обделкой из латексного бетона трещин не было обнаружено».

ТАБЛИЦА 7.8

Величины	Значения величин для бетона	
	обычного	латексного
G_1/G_0	5,54	1,93
$K^*_{0\,(1)}$	0,326	0,540
$\sigma_{\theta in}/P_{in}$	—2,86	—1,63

Как следует из описания, в обделке из обычного бетона были обнаружены трещины разрыва. Расчетные напряжения в обделке при $P_{in} = 1{,}2$ МПа составляют

$$\sigma_{\theta in} = -1{,}2 \cdot 2{,}85 = 3{,}42 \text{ МПа},$$

которые превышают прочность бетона на растяжение (см. табл. П2.1, приложение 2).

7.2.7. Расчет сталебетонной обделки высоконапорного тоннеля

При наполнении напорного тоннеля Чивор II крупнейшей в Колумбии ГЭС «Чивор», построенного в 1977—1981 гг., производились измерения деформаций внутренней стальной оболочки. Результаты измерений в зависимости от величины

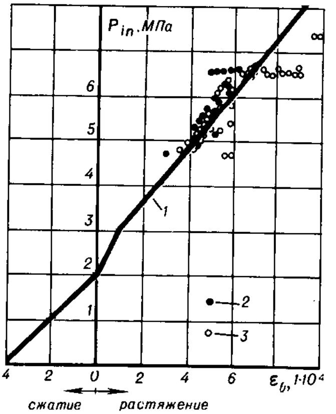


Рис. 7.9. Зависимость между расчетными (1) и измеренными двумя деформометрами (2, 3) деформациями в стальной оболочке напорного тоннеля и внутренним давлением (к примеру 7.2.7)

внутреннего напора показаны точками на рис. 7.9*).

Замерная станция расположена в кремнистых тонкослоистых трещиноватых сланцах с мелкими прослойками песчаников со следующими характеристиками: $\gamma = 0{,}0285$ МН/м^3; $\nu_0 = 0{,}29$;

$$E_0 = (0{,}3 \div 0{,}5)\cdot 10^4 \text{ МПа};$$
$$\sigma_c = 34 \div 46 \text{ МПа};$$
$$H = 210 \text{ м}; \quad \lambda = 0{,}41.$$

Тоннель имеет внутренний радиус $r_0 = 1{,}95$ м, радиус тоннеля в проходке $r_1 = 2{,}50$ м.

Стальная оболочка состоит из собственно оболочки и наружных стальных бандажей, создающих предварительное обжатие оболочки. Предварительные напряжения в оболочке составляют 173,3 МПа. Толщина стальной оболочки $t_1 = 0{,}018$ м.

Бандажи представляют собой кольца толщиной $t_2 = 0{,}032$ м и шириной $b_2 = 0{,}21$ м, расположенные с шагом $a_2 = 0{,}35$ м.

Механические характеристики стали: $E_s = 2{,}1\cdot 10^5$ МПа; $\nu_s = 0{,}3$; прочностные характеристики стальной оболочки: $\sigma_{se} = 400$ МПа; $\sigma_{st} = 560$ МПа; характеристики стали бандажей: $\sigma_{se} = 1000$ МПа; $\sigma_{st} = 1150$ МПа. Бандажные кольца подвергнуты предварительным растягивающим напряжениям 134 МПа.

Механические характеристики бетона:

$$E_b = 2{,}4\cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \nu_b = 0{,}2;$$
$$R_b = 21 \text{ МПа}; \quad \sigma_{bt} = 2{,}1 \text{ МПа}.$$

При строительстве тоннеля постоянная обделка возводилась с большим отставанием от обнажения пород, вследствие чего она не испытывает давления пород. Обделка испытывает внешнее гидростатическое давление $p_w = 1{,}5 \div 2{,}0$ МПа.

Требуется произвести расчет обделки тоннеля и сравнить результаты расчета с данными измерений.

Решение. Расчетная схема обделки тоннеля представляет собой многослойное кольцо, нагруженное внутренним давлением (см. рис. 5.1, б). При повышении внутреннего давления в процессе наполнения тоннеля обделка претерпевает несколько стадий деформирования.

На начальной стадии ликвидируется зазор между стальной оболочкой и бетоном.

На первой стадии происходит упругое взаимодействие слоев:

*) Данные натурных измерений Х. Э. Пуэрто.

стального 1, неоднородного стального, образованного бандажами 2, бетонного 3, массива 4.

На второй стадии в бетоне появляются трещины разрыва, которые при увеличении напора разбивают слой бетона на отдельные клинья. Внутренний напор воспринимается стальной оболочкой и массивом, а бетон только передает давление на массив.

На третьей стадии трещины разрыва появляются и в массиве, окружающем тоннель. В результате между обделкой и массивом появляется дополнительный (четвертый) слой, в котором характеристики пород отличаются от массива: $E_4=(0,2 \div 0,4)E_0$; $\nu_4=\nu_0$. Бесконечный внешний слой, моделирующий массив, приобретает индекс $i=5$ (рис. 7.10).

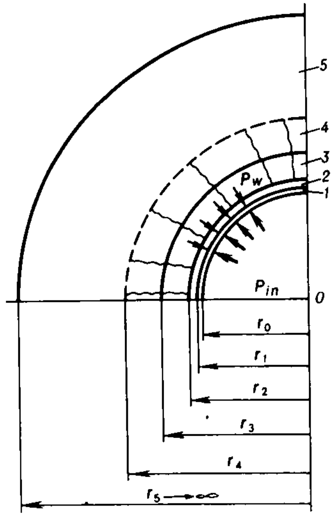


Рис. 7.10. Расчетная схема обделки высоконапорного тоннеля на третьей стадии деформирования (к примеру 7.2.7):
1 — стальная оболочка; 2 — бандажи в бетоне; 3 — бетон; 4 — область массива, нарушенного трещинами; 5 — ненарушенный массив

Расчет обделки тоннеля на первой стадии деформирования. При определении внутреннего давления необходимо учесть наличие внешнего гидростатического давления $p_w=1,8$ МПа. Поскольку вода фильтруется через бетон, а контакт стали с бетоном при отсутствии специальных мероприятий и анкеров является весьма непрочным (часто образуется зазор, вызванный усадкой бетона при твердении), то можно полагать что внешнее гидростатическое давление полностью передается на стальную оболочку и деформирует ее, образуя зазор между сталью и бетоном.

Вследствие малой толщины оболочки, по сравнению с радиусом тоннеля, можно с достаточной для данного расчета точностью считать, что для преодоления внешнего гидростатического давления и указанного зазора внутренний напор должен сравняться с внешним гидростатическим давлением

$$P_{in}=p_w. \qquad (7.26)$$

Желающие могут убедиться в этом, воспользовавшись строгими формулами (1.67).

Следовательно, внутренний напор, воспринимаемый всем пакетом слоев, меньше действительного напора на величину внешнего гидростатического давления:

$$P_{in}^*=P_{in}-p_w. \qquad (7.27)$$

Определяем коэффициенты передачи внутренних нагрузок

ТАБЛИЦА 7.9

Величины	Номера слоев (i)		
	1	2	3
t_i, м	0,018	0,032	0,51
r_i, м	1,968	2,00	2,51
E_i. МПа	$21\cdot10^4$	$13,6\cdot10^4$	$2,4\cdot10^4$
ν_i	0,3	0,3	0,2
$G_i=E_i/2\,(1+\nu_i)$	$8,08\cdot10^4$	$5,22\cdot10^4$	$1\cdot10^4$
$\varkappa_i=3-4\nu_i$	1,8	1,8	2,2
$c_i=r_i/r_{i-1}$	1,0092	1,0163	1,25
c_i^2	1,0185	1,0328	1,5625
$d_{1\,(i)}=c_i^2\,(\varkappa_i+1)$	2,8518	2,8918	5,000
$d_{2\,(i)}=2c_i^2+\varkappa_i-1$	2,837	2,8656	4,3252
$d'_{1\,(i)}=c_i^2\,(\varkappa_i-1)+2$	2,8148	2,8262	3,8751
$d'_{2\,(i)}=\varkappa_i+1$	2,8	2,8	3,2

через слои расчетной схемы по формулам (5.32) и (5.38). Вычисление вспомогательных величин сведено в табл. 7.9.

Приведенный модуль деформации неоднородного второго слоя определяем по формуле (5.29), которая принимает вид

$$E_{2\,red}=E_2^{(1)}\,(1-\mu_2)+E_2^{(2)}\mu_2, \quad (7.28)$$

где $E_2^{(1)}$—модуль деформации бетона, заполняющего пространство между бандажами;

μ_2—коэффициент армирования:

$$\mu_2=\frac{b_2}{a_2}=\frac{0,21}{0,35}=0,6;$$

$E_2^{(1)}$—модуль деформации стали (бандажей).

Подставляя значения величин получаем

$$E_{2\,red}=2,4\cdot10^4\,(1-0,6)+21\cdot10^4\cdot0,6= =13,56\cdot10^4 \text{ МПа}.$$

Модуль деформации пород в массиве принимаем

$$E_0=0,4\cdot10^4 \text{ МПа},$$

тогда

$$G_0=E_0/2\,(1+\nu_0)=0,4\cdot10^4/2\cdot1,29= =0,155\cdot10^4 \text{ МПа};$$

$$\chi'_{0\,(2,\,3)}=\frac{G_{2\,red}}{G_3}\cdot\frac{c_2^2-1}{c_3^2-1};$$

$$\chi'_{0\,(2,\,3)}=0,304;$$

$$\chi'_{0\,(1,\,2)}=\frac{G_1}{G_2}\cdot\frac{c_1^2-1}{c_2^2-1};$$

$$\chi'_{0\,(1,\,2)}=0,873.$$

Коэффициенты передачи внутренних нагрузок вычисляем последовательно, начиная с третьего слоя:

$$K_{0(3)}^{*}=\frac{d_{2(3)}'}{d_{1(3)}'+2\frac{G_3}{G_0}(c_3^2-1)};$$

$$K_{0(3)}^{*}=\frac{3,2}{3,8751+2\frac{1\cdot10^4}{0,155\cdot10^4}\cdot0,5625}=0,287;$$

$$K_{0(2)}^{*}=\frac{d_{2(2)}'}{d_{1(2)}'+\chi_{0(2,3)}'(d_{2(3)}-K_{0(3)}^{*}d_{1(3)})};$$

$$K_{0(2)}^{*}=\frac{2,8}{2,8262+0,304(4,3252-0,287\cdot5)}=0,756;$$

$$K_{0(1)}^{*}=\frac{d_{2(1)}'}{d_{1(1)}'+\chi_{0(1,2)}'(d_{2(2)}-K_{0(2)}^{*}d_{1(2)})};$$

$$K_{0(1)}^{*}=\frac{2,8}{2,8148+0,873(2,8656-0,756\cdot2,8918)}=0,822.$$

Определяем напряжения на контактах слоев по формуле (5.34), начиная с первого слоя:

$$p_{0(1)}=P_{in}^{*}K_{0(1)}^{*}=0,822P_{in}^{*};$$

$$p_{0(2)}=p_{0(1)}K_{0(2)}^{*}=0,822\cdot0,756P_{in}^{*}=0,621P_{in}^{*};$$

$$p_{0(3)}=p_{0(2)}K_{0(3)}^{*}=0,621\cdot0,287P_{in}^{*}=0,178P_{in}^{*}.$$

Определяем нормальные тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре сечения каждого слоя по формулам (5.28). Вычисления входящих в эти формулы коэффициентов сведены в табл. 7.10. В табл. 7.10 приведены расчетные значения напряжений в долях внутреннего напора P_{in}^{*}, определяемого соотношением (7.27).

Нормальные тангенциальные напряжения в неоднородном

ТАБЛИЦА 7.10

Величины	Номера слоев (i)		
	1	2	3
$m_{1(i)}=2c_i^2/(c_i^2-1)$	110,1	63,0	5,56
$m_{2(i)}=m_{1(i)}'=m_{1(i)}-1$	109,1	62,0	4,56
$m_{2(i)}'=m_{1(i)}-2$	108,1	61,0	3,56
$\sigma_{\theta(i)}^{in}/P_{in}^{*}$	—18,6	—18,3	—1,84
$\sigma_{\theta(i)}^{ex}/P_{in}^{*}$	—18,4	—18,0	—1,40

Примечания: напряжения в первом и втором слоях определены без учета начальных напряжений, вызванных обжатием стальной оболочки бандажами; напряжения во втором слое даны в сечениях по бандажным кольцам.

втором слое в сечении по ребрам (бандажам) определяем по формулам, следующим из (5.31):

$$\sigma_{\theta\,(2)}^{in\,*}=\frac{E_2^{(2)}}{E_{2\,red}}\times(p_{0\,(2)}m_{1\,(2)}-p_{0\,(1)}m_{2\,(2)});$$
$$\sigma_{\theta\,(2)}^{ex\,*}=\frac{E_2^{(2)}}{E_{2\,red}}\times(p_{0\,(2)}m'_{1\,(2)}-p_{0\,(1)}m'_{2\,(2)}),\qquad(7.29)$$

где σ_θ^* — напряжения без учета начальных напряжений в бандажных кольцах.

Подставляя в эти формулы значения величин, получаем

$$\frac{\sigma_{\theta\,(2)}^{in\,*}}{P_{in}^*}=\frac{21\cdot10^4}{13{,}6\cdot10^4}\times(0{,}621\cdot63{,}0-0{,}822\cdot62{,}0)=-18{,}3;$$
$$\frac{\sigma_{\theta\,(2)}^{ex\,*}}{P_{in}^*}=\frac{21\cdot10^4}{13{,}6\cdot10^4}\times(0{,}621\cdot62{,}0-0{,}822\cdot61{,}0)=-18{,}0.$$

Для определения деформаций стальной оболочки на начальной стадии деформирования при повышении внутреннего напора до уровня внешнего гидростатического давления и ликвидации зазора между сталью и бетоном рассмотрим деформации стальной оболочки с бандажами отдельно. Оболочка с бандажными кольцами представляет собой двухслойную конструкцию. Приведенный модуль деформации внешнего слоя, образованного бандажами, определяем по формуле (7.28), где $E_2^{(1)}=0$ (в данном случае пространство между кольцами бандажей ничем не заполнено).

Подставляя значения величин, получаем

$$E'_{2\,red}=E_2^{(2)}\mu_2=21\cdot10^4\cdot0{,}6=12{,}6\cdot10^4\text{ МПа};$$

$$G'_{2\,red}=\frac{12{,}6\cdot10^4}{2(1+0{,}3)}=4{,}85\text{ МПа}.$$

Коэффициент передачи внутренних нагрузок через первый слой определим по формуле, следующей из (5.32),

$$K_{0\,(1)}^*=\frac{d'_{2\,(1)}}{d'_{(1)}+\chi'_{0\,(1,\,2)}d_{2\,(2)}},\qquad(7.30)$$

где

$$\chi'_{0\,(1,\,2)}=\frac{G_1}{G'_{2\,red}}\cdot\frac{c_1^2-1}{c_2^2-1}=\frac{8{,}08\cdot10^4}{4{,}85\cdot10^4}\frac{0{,}0185}{0{,}0328}=0{,}940.$$

Подставляя в формулу значения величин из табл. 7.9, получаем

$$K_{0\,(1)}^{*\prime}=\frac{2{,}8}{2{,}8148+0{,}940\cdot2{,}8656}=0{,}508.$$

Деформации стальной оболочки определим по известной формуле

$$\varepsilon_\theta=u_0/r_0.\qquad(7.31)$$

Перемещения стальной оболочки описываются выражениями (1.67), следовательно,

$$\varepsilon_\theta=\frac{p_{0\,(1)}d_{1\,(1)}-p_{0\,(0)}d_{2\,(1)}}{4G_1(c_1^2-1)},\qquad(7.32)$$

или

$$\varepsilon_\theta=P_{in}\frac{K_{0\,(1)}^{*\prime}d_{1\,(1)}-d_{2\,(1)}}{4G_1(c_1^2-1)}.\qquad(7.33)$$

Подставляя в эту формулу значения величин из табл. 7.9, получаем

$$\varepsilon_\theta=P_{in}\frac{0{,}508\cdot2{,}8518-2{,}837}{4\cdot8{,}08\cdot10^4\cdot0{,}0185}=-2{,}32\cdot10^4P_{in}.$$

При $P_{in}=p_w=1{,}8$ МПа величина деформаций

$$\varepsilon_\theta=-2{,}32\cdot10^{-4}\cdot1{,}8=-4{,}18\cdot10^{-4}.$$

Следовательно, до наполнения тоннеля стальная оболочка под влиянием внешнего гидростатического давления p_w испытывала сжимающие деформации $\varepsilon_\theta = 4{,}18 \cdot 10^4$ (точка A на графике, рис. 7.9).

Перемещения внутреннего контура стальной оболочки, соответствующие начальному зазору между сталью и бетоном, составляют

$$u_{\theta\,(1)}^{in} = \varepsilon_\theta\, r_0 = 4{,}18 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}95 = \\ = 8{,}2 \cdot 10^{-4} = 0{,}82 \text{ мм}.$$

Напряжения в стальной оболочке и бандажных кольцах в начальный момент деформирования обделки тоннеля, когда внутренний напор уравновешивает внешнее гидростатическое давление $P_{in} = p_w = 1{,}8$ МПа (точка B на графике, рис. 7.9), обусловлены обжатием оболочки бандажами и составляют: в стальной оболочке $\sigma_{\theta\,(1)}^{(0)} = 176{,}3$ МПа; в бандажных кольцах $\sigma_{\theta\,(2)}^{(0)} = -134$ МПа.

Указанные начальные напряжения необходимо суммировать с расчетными напряжениями, получаемыми из анализа взаимодействия слоев обделки между собой и с массивом пород:

$$\sigma_{\theta\,(1)} = \overset{*}{\sigma}_{\theta\,(1)} + \overset{(0)}{\sigma}_{\theta\,(1)}; \\ \sigma_{\theta\,(2)} = \overset{*}{\sigma}_{\theta\,(2)} + \overset{(0)}{\sigma}_{\theta\,(2)}. \qquad (7.34)$$

Измерительные приборы (деформометры) не фиксируют начальные напряжения в стальной оболочке, так как установлены после ее обжатия бандажами.

Перейдем теперь к определению внутреннего давления, соответствующего переходу от первой стадии деформирования обделки ко второй. Условие перехода — достижение напряжениями в бетоне предела прочности на растяжение

$$\sigma_{\theta\,(3)} = \sigma_{bt}. \qquad (7.35)$$

Из табл. 7.10 получаем следующие соотношения:

$$\sigma_{\theta\,(3)}^{in} = 1{,}84\,(P'_{in} - p_w) = 2{,}1; \\ \sigma_{\theta\,(3)}^{ex} = 1{,}4\,(P''_{in} - p_w) = 2{,}1.$$

Отсюда, при $p_w = 1{,}8$ МПа, имеем $P'_{in} = 2{,}94$ МПа, что соответствует предельному состоянию слоя бетона (зарождение трещин разрыва на внутреннем контуре поперечного сечения), и $P''_{in} = 3{,}3$ МПа — разделению слоя бетона радиальными трещинами на отдельные клинья.

Деформации стальной оболочки, соответствующие предельному состоянию бетонного слоя, определим по формуле (7.32), которая принимает следующий вид:

$$\varepsilon_\theta = P_{in}^{*\prime} \frac{K_{0\,(1)}^{*} d_{1\,(1)} - d_{2\,(1)}}{4G_1\,(c_1^2 - 1)}.$$

Подставляя в эту формулу значения величин (см. табл. 7.9), получаем

$$\varepsilon_\theta = (2{,}94 - 1{,}8) \times \\ \times \frac{0{,}822 \cdot 2{,}8518 - 2{,}837}{4 \cdot 8{,}08 \cdot 10^4 \cdot 0{,}0185} = -0{,}94 \cdot 10^{-4}.$$

Деформация оболочки соответствует точке C на графике рис. 7.9.

Перемещения внутреннего контура сечения оболочки

$$u_0 = \varepsilon_\theta\, r_0 = -0{,}94 \cdot 10^4 \cdot 1{,}95 = \\ = 1{,}85 \cdot 10^4 \text{ м} = 0{,}18 \text{ мм}.$$

Расчет обделки тоннеля на второй и третьей стадиях деформирования. При образовании радиальных трещин в слое бетона и окружающем массиве характер взаимодействия слоев обделки меняется. В расчетной схеме появляется еще один слой (*4*, см. рис. 7.10), образованный примыкающей к обделке областью массива, в которой характеристики пород изменились вследствие образования трещин разрыва.

На основании изложенных выше натурных испытаний принимаем характеристики пород в зоне трещинообразования:

$$G_4 = 0{,}3G_0 = 0{,}3\cdot 0{,}155\cdot 10^4 = 465 \text{ МПа}; \quad \nu_4 = \nu_0 = 0{,}29.$$

Коэффициент передачи внутренних нагрузок через слой (*2*) определяем по формуле (5.38), которая в данном случае принимает следующий вид:

$$K_{0\,(2)}^{*} = \frac{d_{2\,(2)}'}{d_{1\,(2)}' + 2\dfrac{G_2}{G_0}(c_2^2 - 1)\left[\dfrac{G_0}{G_3}(1-\nu_3)\left(\ln c_3 + \dfrac{G_3}{G_4}\,\dfrac{1-\nu_4}{1-\nu_3}\ln c_4\right) + 1\right]}. \tag{7.36}$$

Подставим в эту формулу значения входящих в нее величин (см. табл. 7.9), в результате получим

$$K_{0\,(2)}^{*} = \frac{2{,}8}{2{,}8262 + 2\dfrac{5{,}22\cdot 10^4}{0{,}155\cdot 10^4}\,0{,}0328\left[\dfrac{0{,}155\cdot 10^4}{1\cdot 10^4}\,0{,}8\left(\ln 1{,}25 + \dfrac{1\cdot 10^4}{465}\cdot\dfrac{0{,}71}{0{,}8}\ln c_4\right) + 1\right]},$$

или

$$K_{0\,(2)}^{*} = \frac{2{,}8}{5{,}096 + 5{,}228\ln c_4}.$$

Радиус зоны трещинообразования в массиве определим из уравнения, предложенного Х. Э. Пуэрто (решение этого уравнения выполним графически):

$$\sigma_\theta(\gamma H) = \sigma_\theta(P_{in}) + p_w, \tag{7.37}$$

где $\sigma_\theta(\gamma H)$ — напряжения в массиве вокруг тоннеля, вызванные собственным весом пород; $\sigma_\theta(P_{in})$ — напряжения в массиве, вызванные внутренним напором в тоннеле; $p_w = 1{,}8$ МПа — гидростатическое давление в массиве.

За границу зоны трещинообразования в поперечном сечении тоннеля (r_4, рис. 7.10) принимается геометрическое место точек (окружность), в которых суммарные нормальные тангенциальные напряжения равны нулю.

Прочность пород в массиве на растяжение, принимая во внимание их естественную трещиноватость, полагается равной нулю.

Выражение для $\sigma_\theta(\gamma H)$ получаем из (1.93) в следующем виде:

$$\sigma_\theta(\gamma H) = \gamma H\left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1 + \frac{1}{c_4^2}\right) - \frac{1-\lambda}{2}\left(1 + \frac{3}{c_4^4}\right)\cos 2\theta\right]. \tag{7.38}$$

ТАБЛИЦА 7.11

c_4	$\sigma_\theta(\gamma H)$, МПа	Значения $\sigma_\theta(P_{in})+p_w$ (МПа) при P_{in}, МПа		
		3	5	8
1,0	1,38	—2,01	—2,37	—2,90
1,1	2,32	—1,98	—2,27	—2,71
1,2	2,83	—	—2,20	—2,57
1,3	3,10	—	—	—2,45

ТАБЛИЦА 7.12

P_{in}, МПа	c_4	$K^*_{0\,(2)}$	$K^*_{0\,(1)}$	ε_θ, $1\cdot10^4$
3	1,06	0,518	0,698	—1,7
5	1,10	0,500	0,691	—4,6
8	1,16	0,477	0,681	—9,3

Очевидно, что зона трещинообразования имеет максимальную протяженность вдоль оси x ($\theta=0$), поскольку в этом направлении коэффициенты концентрации нормальных тангенциальных напряжений минимальны.

Подставляя в формулу (7.38) значения величин при $\theta=0$, получаем

$$\sigma_\theta(\gamma H)=5{,}985\left[0{,}705\left(1+\frac{1}{c_4^2}\right)-\right.$$
$$\left.-0{,}295\left(1+\frac{3}{c_4^4}\right)\right].$$

Результаты расчетов по этой формуле при различных значениях c_4 приведены в табл. 7.11.

На рис. 7.11 построен график зависимости $\sigma_\theta(\gamma H)$ от величины c_4.

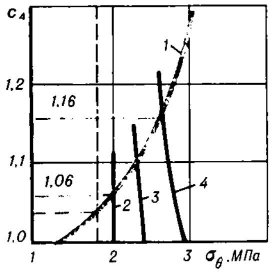


Рис. 7.11. Зависимость между нормальными тангенциальными напряжениями в массиве, окружающем напорный тоннель, и величиной c_4 (к примеру 7.2.7.):
1 — график $\sigma_\theta(\gamma H)$; 2, 3, 4 — графики зависимости $\sigma_\theta(P_{in})+p_w$ при значениях P_{in} соответственно 3, 5, 8 МПа

Растягивающие напряжения, возникающие в массиве под действием внутреннего напора, определим по формуле

$$\sigma_\theta(P_{in})=-p_{0\,(3)}/c_4^2, \qquad (7.39)$$

или, подставляя значение $p_{0\,(3)}$, —

$$\sigma_\theta(P_{in})=-0{,}178\,(P_{in}-p_w)/c_4^2,$$

отсюда

$$\sigma_\theta(P_{in})+p_w=$$
$$=-\left[0{,}178\,(P_{in}-1{,}8)/c_4^2+1{,}8\right].$$

Результаты расчетов по этой формуле при различных значениях P_{in} и c_4 приведены в табл. 7.11, а графики построены на рис. 7.11.

Очевидно, что точки пересечения графиков определяют искомую величину c_4, характеризующую размер зоны трещинообразования в массиве (табл. 7.12).

Зная величины c_4, определяем коэффициенты передачи нагрузок

$K^*_{0(2)}$ в зависимости от величины внутреннего напора. Результаты расчетов приведены в табл. 7.12.

Определяем коэффициент передачи внутренних нагрузок через первый слой по формуле

$$K^*_{0(1)}=\frac{2,8}{2,8148+0,873\cdot(2,8656-K^*_{0(2)}\cdot 2,8918)}.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.12.

Теперь можно определить деформации внутренней стальной оболочки по формуле (7.32), которая принимает следующий вид:

$$\varepsilon_\theta=(P_{in}-p_w)\frac{K^*_{0(1)}d_{1(1)}-d_{2(1)}}{4G_1(c_1^2-1)}. \qquad (7.40)$$

Подставляя в эту формулу значения величин, получаем

$$\varepsilon_\theta=(P_{in}-1,8)\frac{K^*_{0(1)}\cdot 2,8518-2,837}{4\cdot 8,08\cdot 10^4\cdot 0,0185}.$$

Результаты расчетов при соответствующих значениях P_{in} и $K^*_{0(1)}$ приведены в табл. 7.12.

Расчетная зависимость $\varepsilon_\theta(P_{in})$ вполне удовлетворительно согласуется с данными натурных измерений.

Представляет интерес величина напряжений, возникающих в стальной оболочке при расчетном внутреннем напоре в тоннеле 8,0 МПа.

Напряжения на внутреннем контуре сечения стальной оболочки определяем по формуле (5.28):

$$\sigma^{in}_{\theta(1)}=(K^*_{0(1)}m_{1(1)}-m_{2(1)})(P_{in}-p_w). \qquad (7.41)$$

Подставляя в эту формулу значения величин из табл. 7.10 и 7.12, получаем

$$\sigma^{in}_{\theta(1)}=(0,681\cdot 110,1-1\cdot 109,1)\times\times(8,0-1,8)=-211,6\ \text{МПа}.$$

Учитывая предварительное обжатие оболочки бандажами в соответствии с (7.34), определяем полные напряжения в стальной оболочке:

$$\sigma^{in}_{\theta(1)}=-211,6+176,3=-35,2\ \text{МПа}.$$

Напряжения на внутреннем контуре сечения бандажей определяем по формуле (7.29):

$$\sigma^{in}_{\theta(2)}=\frac{E_2^{(2)}}{E_{2\,red}}(K^*_{0(2)}m_{1(2)}-m_{2(2)})\times\times K^*_{0(1)}(P_{in}-p_w). \qquad (7.42)$$

Подставляя значения величин из табл. 7.10 и 7.12, получаем

$$\sigma^{in}_{\theta(2)}=\frac{21\cdot 10^4}{13,56\cdot 10^4}(0,477\cdot 63,0-62,0)\times\times 0,681\cdot(8,0-1,8)=-208,9\ \text{МПа}.$$

Учитывая предварительное растяжение колец в соответствии с (7.34), определяем полные напряжения в бандажных кольцах

$$\sigma_{\theta(2)}=-208,9-134=-342,9\ \text{МПа}.$$

Сравнивая расчетные напряжения с прочностными характеристиками стали, можно прийти к выводу, что прочность стальной конструкции обделки напорного тоннеля используется далеко не полностью.

Список литературы

Баклашов И. В., Картозия Б. А. Механика подземных сооружений и конструкции крепей. М., Недра, 1984.

Булычев Н. С. Механика подземных сооружений. М., Недра, 1982.

Булычев Н. С., Фотиева Н. Н., Стрельцов Е. В.. Проектирование и расчет крепи капитальных выработок. М., Недра, 1986.

Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. М., Высшая школа, 1978.

Ержанов Ж. С., Айталиев Ш. М., Масанов Ж. К. Сейсмонапряженное состояние подземных сооружений в анизотропном слоистом массиве. Алма-Ата: Наука, 1980.

Прочность и деформируемость горных пород/Ю. М. Карташов, Б. В. Матвеев, Г. В. Михеев, А. Б. Фадеев. М., Недра, 1979.

Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б. Об учете дилатансии в основных справочных формулах механики сыпучих сред.— Физико-техн. пробл. разработки полезн. ископ., 1986, № 4, с. 13—16.

Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Новые методы расчета нагрузок на крепи.— Физико-техн. пробл. разработки полезн. ископ., 1976, № 3, с. 21—40.

Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев; «Наукова думка», 1968.

Фотиева Н. Н. Расчет обделок тоннелей некругового поперечного сечения. М., Стройиздат, 1974.

Фотиева Н. Н. Расчет крепи подземных сооружений в сейсмически активных районах. М., Недра, 1980.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Механические характеристики пород

ТАБЛИЦА П 1.1

Механические характеристики пород (в образцах) угольных месторождений (данные ВНИМИ)

Бассейн, глубина, м	Наименование пород	σ_c, МПа	C, МПа	φ, градус	E, $1 \cdot 10^{-3}$ МПа	ν
Донецкий, 600—1300	Песчаники	100 (60—140)	23 (13—40)	45 (30—60)	40 (25—69)	0,31
	Алевролиты	60 (25—100)	13 (8—26)	35 (20—41)	25 (14—50)	0,34 (0,24—0,41)
	Аргиллиты	40 (10—60)	9 (5—12)	30 (20—40)	17 (5—38)	0,36 (0,29—0,42)
	Уголь	19 (16—22)	3,4	37	4,6	0,30
Донецкий, Центральный район, 600—1000	Песчаники	130 (90—180)	—	35 (30—40)	46 (32—60)	0,20 (0,16—0,25)
	Алевролиты	75 (60—90)	12 (10—14)	30 (25—35)	39 (32—45)	0,17 (0,16—0,21)
	Аргиллиты	60 (30—70)	10 (6—14)	28 (26—34)	25 (6—45)	0,35 (0,18—0,50)
Печорский, 600—1200	Песчаники	120 (70—180)	20 (12—28)	35 (34—36)	39 (25—53)	0,25 (0,20—0,30)
	Алевролиты	75 (50—100)	17 (15—23)	34 (34—35)	27 (20—35)	0,22 (0,16—0,28)
	Аргиллиты	50 (25—80)	14 (10—18)	34 (32—36)	15 (7—25)	0,22 (0,15—0,30)
	Уголь	13 (9—16)	2,8	32	5,4	0,35
Карагандинский, 300—800	Песчаники	70 (20—100)	15 (4—25)	35 (25—47)	20 (4—35)	0,28 (0,26—0,30)
	Алевролиты	50 (15—70)	10 (4—15)	—	12 (4—20)	—
	Аргиллиты	30 (8—40)	5 (1—8)	—	15 (10—20)	—
Кузнецкий, 300—600	Песчаники	100 (50—160)	17 (10—26)	35 (30—40)	31 (20—45)	0,18 (0,15—0,25)
	Алевролиты	60 (20—110)	12 (9—14)	30 (29—32)	23 (18—27)	0,33 (0,25—0,40)
	Аргиллиты	30 (10—50)	6 (4—9)	30 (28—33)	20 (14—25)	0,28 (0,20—0,35)
	Уголь	29 (20—38)	8,6	28	5,1	0,29

Примечание: в скобках указан интервал изменчивости показателей; средний удельный вес пород составляет: песчаников — 0,024—0,026 МН/м³, алевролитов и аргиллитов — 0,026—0,028 МН/м³.

ТАБЛИЦА П 1.2

Механические характеристики слабых пород (грунтов)

Наименование пород	Влажность, %	γ, $1\cdot10^2$ МН/м^3	C, $1\cdot10^2$ МПа	φ, градус	E, МПа	ν
Супесь от текучей до твердой	15 21—23	2,28 1,97—2,00	0,4—4,0 0,4—2,5	24—28 17—25	12—24 7—16	0,30—0,32 0,32
Супесь с гравием и галькой	15 20—28	2,28 1,93—1,94	1,0—6,0 0,4—2,0	24—29 19—25	12—30 7—17	0,32 0,32
Песок:						
пылеватый	25—28	2,00	0,2	27	12	0,30
мелкий	26—27	1,96—1,97	0,1	29—30	20—23	0,30
мелкий слабосцементированный	25	2,00	0,5	28	35	0,35
средней крупности	22—23	2,00—2,02	0,1	36	32	0,30
средней крупности слабосцементированный	20	2,0	0,5	40	40	0,28
крупный	15—22	2,10—2,15	0,1—0,5	38—43	40	0,28—0,40
гравелистый	15—20	2,10—2,15	0,1—0,5	40—45	40	0,27—0,30
Гравийногалечник с песком	15	2,15	0,2	45	50	0,30
Валунный грунт с гравием, галькой, песком	10—15	2,35—2,40	0,5—1,0	43—45	60	0,27
Суглинок:						
от текучего до полутвердого	30	1,92	1,5—2,4	18	6,0—8,5	0,35
тугопластический	19	2,10	2,0	23	18	0,30
твердый	15—16	2,19—2,21	2,0—6,0	19—27	18—30	0,35
с гравием и галькой	29	1,99	1,4—2,8	20—25	9—14	0,35
с гравием, галькой и валунами	10	2,30	1,5—8,0	28—30	25—50	0,30
Глина, суглинок	18—26	2,02—2,12	2,0—3,0	20—25	10—22	0,40
Глина:						
ленточная и слоистая текучепластическая и мягкопластическая	36	1,89	0,6—2,0	14—20	6—10	0,42
ленточная тугопластическая	19	2,10	2,0	23	18	0,42
переотложенная с гравием и галькой полутвердая и твердая	18	2,12	4,0	23	45	0,35
дислоцированная твердая	18	2,12	8,0	22	150	0,35
тонкослоистая твердая	12	2,15	20	25	300	0,35

2. Механические характеристики материалов крепи

ТАБЛИЦА П 2.1

Механические характеристики бетона (СНиП 2.03.01—84)

Характеристики	Значения характеристик при классе бетона по прочности на сжатие, МПа									
	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
R_{bn}	11,0	15,0	18,5	22,0	25,5	29,0	32,0	36,0	39,5	43,0
R_b	8,5	11,5	14,5	17,0	19,5	22,0	25,0	27,5	30,0	33,0
R_{btn}	1,15	1,40	1,60	1,80	1,95	2,10	2,20	2,30	2,40	2,50
R_{bt}	0,75	0,90	1,05	1,20	1,30	1,40	1,45	1,55	1,60	1,65
E_b, $1\cdot 10^{-3}$	23,0	27,0	30,0	32,5	34,5	36,0	37,5	39,0	39,5	40,0

Примечания: начальный коэффициент поперечной деформации бетона $\nu=0,2$; начальный модуль сдвига бетона определяется из соотношения $G=0,4\,E_b$; при длительном действии нагрузки модуль деформации бетона определяется из соотношения

$$E=E_b\,\frac{\varphi_{b1}}{\varphi_{b2}},$$

где φ_{b1} — коэффициент, учитывающий влияние кратковременной ползучести бетона и принимаемый равным 0,85; φ_{b2} — коэффициент, учитывающий влияние длительной ползучести бетона на деформации элемента без трещин и принимаемый равным 2.

ТАБЛИЦА П 2.2

Прочностные характеристики чугуна в отливках чугунных тюбингов

Марка чугуна	Расчетное сопротивление сжатию (МПа) при толщине спинки тюбингов, мм									
	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Сч 21-40	176,4	172,0	154,4	145,5	132,3	123,5	114,7	105,8	96,0	88,2
Сч 28-48	205,8	205,8	188,7	175,8	167,2	158,7	150,0	141,5	131,3	123,5
Вч 50-2	297	288	282	273	264	255	249	243	240	234
Вч 60-2	356	349	342	331	320	310	302	299	292	288
Вч 70-3	416	412	403	391	378	365	357	353	344	340

Примечание: расчетное сопротивление чугуна при растяжении в три-четыре раза меньше, чем при сжатии.

Модуль упругости серого чугуна $E=1\cdot 10^5$ МПа; модуль упругости высокопрочного чугуна $E=(1,6\div 1,8)\cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона чугуна $\nu=0,3$.

ТАБЛИЦА П 2.3

Марки и характеристики прокатной стали

Марка стали	Толщина листа, мм	R_s, R_{st}, МПа
В Ст3 сп 5	6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 22, 24, 26, 28, 30	225 215
В Ст3 сп 5-2	6, 8, 10 12, 14, 16, 18, 20	270 260
09Г2С-12	6, 8 10, 12, 14, 16, 18, 20 25, 30	330 310 290

Примечания: модуль упругости стали $E_s = 21 \cdot 10^4$ МПа; коэффициент Пуассона стали $\nu = 0{,}3$.

3. Крепь вертикальных стволов

ТАБЛИЦА П 3.1

Характеристики чугунных тюбингов конструкции Шахтспецстроя (ТУ 24.01.3693—80)

$2r_0$, м	t, мм	r_1, мм	r_2, мм	μ_1	A_{net}, см²/см	J_{net}, см⁴/см	y_{in}, мм	y_{ex}, мм
6	30	3240	3270	0,120	5,692	375,21	195	75
	40	3230	3270	0,135	6,772	424,84	196	74
	50	3220	3270	0,155	8,175	482,96	194	76
	60	3210	3270	0,185	9,724	575,51	189	81
	70	3230	3300	0,195	10,951	772,78	211	89
7	30	3725	3755	0,120	5,776	368,04	185	71
	40	3715	3755	0,135	6,855	411,30	186	70
	50	3715	3765	0,145	8,034	489,45	194	72
	60	3715	3775	0,165	9,383	596,19	198	77
	70	3714	3784	0,195	10,956	743,46	201	83

t — толщина спинки.

ТАБЛИЦА П 3.2

Сборные железобетонные обделки шахтных стволов на коллекторных тоннелях

Марка тюбингов	r_0, мм	r_1, мм	r_2, мм	t, мм	h, мм	μ_1
6,0 НБ (СК, КБ)—Ш	2780	2920	3000	80	1000	0,30
8,5 НБ (СБ, КБ)—Ш	3900	4130	4250	120	750	0,37
9,8 НБ (СБ, КБ)—Ш	4500	4730	4900	170	750	0,44

Примечания: тюбинги изготовляются из гидротехнического бетона марки М400 (R_b=17,5 МПа), тюбинги имеют плоские стыки и связи растяжения в стыках; h — высота тюбинга (тюбингового кольца); t — толщина спинки.

4. Крепь горизонтальных выработок. Обделки тоннелей круглого сечения

ТАБЛИЦА П 4.1

Чугунная тюбинговая обделка тоннелей

D/d, мм	Тип тюбинга	r_0, мм	r_2, мм	t, мм	μ_1	h, мм	A_{net}, см²/см	y_{ex}, мм	y_{in}, мм	J, см⁴/см
5490/5100	Н-3Л	2550	2745	18	0,068	1000	2,930	45,1	149,9	92,64
	Н-2Л, С-2Л, К-2Л	2550	2745	20	0,102	1000	3,740	52,5	142,5	128,95
6000/5600	Н, С, К	2800	3000	25	0,090	1000	4,06	47,9	152,1	126,4
7500/7000	75Н,75С,75К	3500	3750	29*	0,150	1000	—	—	—	—
8500/7800	85НЛО 85НВО 85СВО	3900	4250	25	0,093	750	—	—	—	—
	85КВО	3900	4250	30	0,173	750	—	—	—	—
9500/8800	СНО	4400	4750	34*	0,129	750	6,30	99	251	752,4
	СН, СС, СК	4400	4750	46*	0,147	750	8,70	104	246	100,85

Примечания: * — размер с учетом приливов у ребер; материал — серый чугун (Сч 21-40); $r_1=r_2-t$; h — высота тюбинга (ширина тюбингового кольца).

ТАБЛИЦА П. 4.2

Монолитная бетонная крепь выработок круглого сечения для сложных горно-геологических условий

$2r_0$, м	t, см	Примечание
2,9	30, 35	Бетон марки М200 ($R_b=9$ МПа, $E_b=24\cdot10^3$ МПа)
3,2	30, 35	
3,4	30, 35	
3,6	35, 40, 50	
3,8	35, 40, 50	
4,0	35, 40, 50	
4,4	35, 40, 45, 55	
4,5	40, 45, 55	
5,0	40, 45, 50, 60	

ТАБЛИЦА П 4.3

Сборные железобетонные обделки коллекторных тоннелей

Марка тюбингов	r_0, мм	r_1, мм	r_2, мм	t, мм	h, мм	μ_1	Диаметр щита, м
Тб21, Тб21У	890	977	1047	70	350	0,46	2,15
Тб26, Тб26У	1125	1212	1275	63	450	0,36	2,61
Тб32, Тб32У	1410	1520	1580	60	600	0,43	3,23
Тб40, Тб40У	1770	1880	1970	90	800	0,57	4,00

Примечание: клиновые тюбинги с плоскими стыками и связями растяжения между кольцами. Тюбинги изготовляются из гидротехнического бетона марки М500 (R_b= =21,5 МПа, E_b=36·10³ МПа).

Оглавление

Булычев Н. С.

Б 90 Механика подземных сооружений в примерах и задачах: Учебное пособие для вузов.— М.: Недра, 1989, 270 с.: ил.
ISBN 5—247—00294—6

На большом числе примеров показаны приемы и методы решения типовых задач оценки устойчивости пород, расчета различных конструкций крепи горных выработок и обделок гидротехнических, транспортных и коммунальных тоннелей на основные виды нагрузок. В начале каждой главы приведен перечень расчетных формул, даны краткие методические указания и примеры расчетов. В конце книги приведены справочные сведения о механических характеристиках пород, о материалах и параметрах крепи.

Для студентов горных, строительных и транспортных специальностей вузов.

Б $\frac{2501000000-058}{043(01)-89}$ 169—88 ББК 33.141

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Булычев Николай Спиридонович

МЕХАНИКА ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Заведующий редакцией *Т. И. Королева*
Редактор издательства *Э. Н. Чернегова*
Художник *А. М. Павлов*
Художественный редактор *О. Н. Зайцева*
График-иллюстратор *М. А. Швыряев*
Технические редакторы *Л. А. Мурашова, Н. В. Жидкова*
Корректор *Л. М. Кауфман*

ИБ № 7369

Сдано в набор 09.06.88. Подписано в печать 06.01.89. Т-06320. Формат 60×90[1]/16. Бумага офсетная № 1. Гарнитура Литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,0. Усл. кр.-отт. 34,5. Уч.-изд. л. 17,1. Тираж 7550 экз. Заказ № 456. 1476-9. Цена 95 коп.

Ордена «Знак Почета» издательство «Недра», 125047 Москва, пл. Белорусского вокзала, 3

Набрано в ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО «Первая Образцовая типография» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113054 Москва, Валовая, 28

Отпечатано с готовых пленок Тульской типографией Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. г. Тула, 300600, пр. Ленина, 109.