Э. Н. НАЗИРОВ, З. А. ХУДАЙБЕРГАНОВА, Н.Х. САФИУЛЛИНА

МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКАДАН ПРАКТИКУМ

Ўзбекистон Республикаси Олий ва Ўрта махсус
таълим вазирлиги университетларнинг физика,
астрономия ва бошқа табиий фанлар
мутахассисликлари талабалари учун ўқув қўлланма
сифатида рухсат этган

ҚАЙТА ИШЛАНГАН ВА ТЎЛДИРИЛГАН ИККИНЧИ НАШРИ

ТОШКЕНТ
“ЎЗБЕКИСТОН”
2001

Тақризчилар: У. АБДУРАҲМОНОВ, М. ЖЎРАЕВ
Муҳаррир — Ю. МУЗАФФАРХЎЖАЕВ

Қўлланма умумий физиканинг физикавий механика ва молекуляр физика бўлимларига оид 31 та лаборатория ишини ўз ичига олади.

Унда университетларнинг бакалавриат босқичи физика мутахассислиги ўқув режаларидан жой олган физика практикуми ўқув дастурларининг талабларига мос тарзда ўлчаш усулларининг таҳлилига, ўлчаш натижаларини ишлашнинг замонавий усулларига алоҳида эътибор берилган. Хусусан, ишларни бажариш давомида талабалар хатоликлар назариясининг катталикнинг ўртача қиймати, мутлақ хатолик, ўртача мутлақ хатолик, нисбий хатолик, тасодифий ва мунтасил хатолик, ўлчаш натижасининг ишончлилиги, ишонч оралиғининг чегараси, ўртача квадратик хатолик каби тушунчалар ва уларни аниқлаш усуллари билан танишадилар.

Талабаларнинг бу усулларни татбиқ қилишга онгли ёндашишларига ёрдам мақсадида қўлланмага махсус “Ўлчаш натижаларини математик ишлаш” деб номланган бўлим киритилди.

Қўлланма олий ўқув юртларининг физика, астрономия ва бошқа табиий фанлар мутахассисликлари талабалари ва ўқитувчиларига мўлжалланган.

ISBN 5-640-02966-8

$$Н\frac{1603010000-31}{М351(04)2000}2001$$

МУҚАДДИМА

Физикани ўрганишда тажриба муҳим ўрин тутади. Физик қонуниятлар тажрибада аниқланади ва тажриба орқали текширилади. Талабалар физика лабораторияларида асосий физик ҳодисаларни ўрганадилар ва уларни таҳлил қилиш усуллари билан танишадилар.

Умумий физика курсидан практикум ўтказишда қуйидаги мақсадлар кўзда тутилади:

а) бўлажак физикларга асосий физик қонунларни ва ҳодисаларни чуқурроқ ўзлаштиришларига ёрдамлашиш;

б) талабаларни илмий текшириш ишларига ижодий ёндошишга, тажриба усулини тўғри танлай билишга, физик катталиклар қийматларини ўлчашга ва уларни формулалар воситасида текширишга ўргатиш;

в) замонавий асбоб-ускуналар ҳамда физик ўлчаш натижаларини математик жиҳатдан ишлаб чиқиш усуллари билан таништириш.

Бу умумий мақсад физика практикумида талабаларнинг билим даражасига ва практикумнинг асбоб-анжомлар билан таъминланганлик даражасига қараб, ҳар бир муайян ҳолда турлича йўллар билан амалга оширилади.

Физика практикумида талабалар олдига қўйиладиган масалалар умумий кўринишда қуйидаги уч хил вариантда бўлиши мумкин:

1. Физик катталикни ўлчашнинг энг мақбул усули ва ўлчаш асбоблари комплекси талабага кўрсатиб берилади;

2. Ўлчаш усули кўрсатилади, лекин ўлчаш усули учун керакли асбобларни талабанинг ўзи танлайди;

3. Талабага муайян физик катталикни кўрсатилган аниқлик билан ўлчаш топширилади. Қўйилган масалани энг яхши ҳал қилишга имкон берувчи усулни ва ўлчаш асбобларини талабанинг ўзи танлайди.

Ушбу қўлланма ўз ичига олган ишлар I-вариантга мансуб бўлиб, улар дастур талабларини қаноатлантиради ва талабалар уларни уддалай оладилар.

Қўлланма икки бўлимдан иборат бўлиб, биринчи бўлимда тажрибавий ўлчаш натижаларини математик ишлаш усуллари, иккинчи бўлимда эса механика, молекуляр физика ва термодинамикага оид ишлар баёни берилади.

Физика практикумининг ўз олдига қўйган асосий мақсадларидан бири — муайян ўлчаш усулини ва ўлчаш натижаларини тўғри таҳлил ва талқин қилишга ўргатишдир.

Тажрибада олинган маълумотлар ҳамма вақт бирор хатоликка эга бўлади. Бу хатоликнинг юзага келишига асосан тажриба шароити, ўлчаш усулининг ва физик асбобларнинг номукаммаллиги сабаб бўлади. Ўлчаш хатолиги кўрсатиб берилгандагина ўлчаш натижаси, яъни олинган маълумотлар муайян маъно касб эта бошлайди. Мана шундай тарзда ишланган тажриба натижасини назарий маълумотлар ёки жадвал маълумотлари билан таққослаб кўриш мумкин

Хатоликларни аниқлашнинг қўлланмада баён қилинган усулларини ўзлаштириб олишнинг ўзи топшириқни муваффақиятли якунлаш учун етарли эмас. Гап шундаки, хатоликни ҳисоблашнинг қатор усуллари ичидан муайян тажрибанинг физик моҳиятини тўғри ва яққол очиб берадиганини танлай билиш жуда муҳимдир. Бу ижодий жараён талабадан муайян уқувни, синчковликни, мантиқий таҳлил малакасини тақозо қилади. Дастлабки икки курс ўқуви давомида талабалар билим даражаларига кўра бундай масалани мустақил ҳал қилиш имконига эга эмаслар. Шуни назарда тутиб, ушбу қўлланмага киритилган лаборатория ишларининг ҳар бирида ўлчаш натижаларини ишлашда ва уларнинг аниқлигини баҳолашда қўлланилиши лозим бўлган усул кўрсатилади. Баъзи ҳолларда бирор муайян ишда олинган ўлчаш натижаларини қўлланмада кўрсатилган усулда ишлаш билан бир қаторда, ўқитувчи томонидан кўрсатилган бирор бошқа усулда ҳам ишлаш мумкин. Шунинг билан бирга, баъзи ҳолларда муайян натижаларни у ёки бу мақбул усул билан ишлашнинг талаба томонидан тавсия қилиниши ҳам истисно қилинмайди.

Қўлланмага киритилган ишлар нуқтавий ва қаттиқ жисм динамикасига, қайишқоқ деформацияларга, тебранишларга, тўлқинларга, модданинг кинетик назариясига, газлар ва суюқликлардаги кўчиш ҳодисаларига, суюқликлардаги сирт ҳодисаларига, моддаларнинг фазавий ўтишларига, газ, суюқлик ва қаттиқ жисмларнинг иссиқлик хоссаларига ва термодинамикага таллуқлидир.

Ушбу қўлланманинг биринчи нашридан буён 20 йилдан ортиқ вақт ўтди. Бу йиллар давомида республикамизда олий таълим тузилмасида юз берган жиддий мазмуний ва тизимий ўзгаришлар, университетлар сонининг кескин кўпайиши, физик мутахассислар тайёрлаш кўламининг ортиши, уларнинг малакасига қўйилаётган юқори талаблар янги ўқув қўлланмаларига бўлган эҳтиёжни оширди. Муаллифлар қўлланмани қайта нашрга тайёрлаш жараёнида ҳозирги замон физика практикуми дастурларининг талабларига мос равишда унга ўнга яқин янги ва анъанавий ишлар тавсифномаларини киритдилар, бир қатор ишларни қайта ишладилар. Қўлланманинг атамалари ва тилини ҳозирги кун талаблари нуқтаи назаридан қайта кўриб чиқиш зарурияти ҳам вужудга келган эди,— бу ишлар ҳам амалга оширилди.

Ушбу қўлланмани яратишда муаллифлар Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг физика факультетида умумий физика практикумини ташкил қилиш ва ўтказиш борасида йиғилган кўп йиллик тажрибани акс эттиришга ҳаракат қилдилар.

1 ҚИСМ

ЎЛЧАШ НАТИЖАЛАРИНИ ИШЛАШ

1-§ ФИЗИК КАТТАЛИКЛАРНИ ЎЛЧАШ

Физика фани бизни ўраб олган моддий дунёдаги ҳодисалар ҳақидаги маълумотларни тажриба воситасида йиғади. Лаборатория шароитида муайян ҳодисага у ёки бу омилнинг таъсирини ўрганиш мақсадида физикавий тажриба ўтказилади. Жисмлар хоссаларини ва ҳодиса табиатини тўла очиш учун шу хусусиятларни тавсифловчи муайян физик катталиклар киритиш ҳамда улар ёрдамида турли хил сифатий жиҳатларни миқдорий баҳолаш зарур. У ҳолда ҳодисанинг турли хоссалари орасидаги муносабат физик катталиклар орасидаги муносабат орқали акс этади. Физик катталик — бирор сифатни миқдорий тавсифловчи катталикдир. Физик катталиклар ёрдамида ҳар қандай жараённи математик ифодалаш мумкин. Шунинг учун физик жараёнларни кузатиш ва ҳар хил физик катталикларни ўлчаш алоҳида аҳамиятга эга. Физик катталикни ўлчаш уни эталон қилиб қабул қилинган бир жинсли миқдор билан ўзаро солиштириш жараёнидан иборатдир. Ўлчашларни иккига бўлиш мумкин:

1) бевосита ўлчаш,
2) билвосита ўлчаш.

Бевосита ўлчашда ўлчанаётган физик катталик тўғридан тўғри эталон билан ёки тегишли бирликларда даражаланган ўлчаш асбоблари билан солиштирилади. Бирор масофа оралиғини чизғич, штангенциркуль билан ўлчаш, термометр ёрдамида температурани ўлчаш, амперметр ва вольтметрлар ёрдамида мос равишда ток кучини ва кучланишни ўлчашлар бевосита ўлчашга мисол бўла олади. Ўлчанаётган катталикнинг қиймати бевосита асбобнинг шкаласи бўйича ҳисобланади ёки шкаладаги бўлимлар сони аниқланиб, уни бир бирликка тенг қилиб олинган қийматига кўпайтирилади.

Билвосита ўлчашда аниқланадиган катталик бевосита ўлчаниши мумкин бўлган катталиклар орасидаги функционал боғланишдан аниқланади. Масалан, текис ҳаракат тезлигини ўлчаш учун муайян вақт оралиғида босиб ўтилган s йўл ва t вақтни бевосита ўлчаб, сўнгра тезлик улар орасидаги $\upsilon = \frac{s}{t}$ боғланишдан ҳисобланади. Шунингдек, жисм зичлиги ρ ни аниқлаш учун бевосита жисмнинг m массасини ва V ҳажмини ўлчаб, сўнгра улар орасидаги $\rho = \frac{m}{V}$ боғланишдан зичлик ҳисобланади.

Физик катталикни аниқлаш учун қуйидаги амаллар кетма-кет бажарилиши керак:

1) асбобларни ўрнатиш ва текшириш;

2) асбобларнинг кўрсатишини кузатиш ва ёзиб олиш;

3) ўлчашлар натижасидан фойдаланиб, аниқланиши керак бўлган физик катталикни ҳисоблаш;

4) хатоликни ҳисоблаш.

Тажрибачи сезги аъзоларининг табиий ҳолда хатоликка йўл қўйиши ва ўлчов асбобларининг мукаммаллашмаганлиги туфайли ҳар қандай ўлчашда физик катталикнинг тақрибий қиймати аниқланади. Демак, ҳар қандай ўлчашни маълум аниқликдагина бажариш мумкин. Масалан, агар пластинканинг қалинлиги штангенциркуль ёрдамида 0,1 мм аниқлик билан ўлчанса, пластинканинг ҳақиқий қалинлиги ўлчанган қалинликдан 0,1 мм дан ортиқ фарқ қилмайди. Ўлчаш аниқлиги, аввало, ўлчов асбобининг аниқлиги билан белгиланади. Физик катталикни асбоб аниқлигидан катта аниқликда ўлчаш мумкин эмас.

Асбобнинг аниқлиги унинг шкаласининг энг кичик улуши билан тавсифланиб, у топилган қийматнинг ўлчанаётган катталикнинг ҳақиқий қийматига яқинлашиш даражасини белгилайди. Асбоб аниқлиги асбобнинг синфи билан берилади ва унинг паспортида кўрсатилган бўлади.

Айрим ўлчашда асбоб хатолиги унинг аниқлигига боғлиқ. Бу хатолик асбоб шкаласидан ҳисоблаш мумкин бўлган энг кичик улушнинг ± 0,5 га тенг. Масалан, агар термометр шкаласининг энг кичик улуши 0,2° га тенг бўлса, унинг хатолиги ±0,1° га тенг бўлади, тарозида ўлчашда энг кичик тош массаси 10 мг бўлса, тарозининг хатолиги деб ±5 мг олинади. Асбоб қанчалик аниқроқ бўлса, хато шунчалик камроқ бўлади.

Ўлчов асбобининг шкаласидан олинадиган ҳисобнинг аниқлигини ошириш билан ўлчаш аниқлигини ўзгартира олмаймиз. Масалан, қалам узунлигини сантиметрга бўлинган шкалали чизғич ёрдамида ўлчанганда, унинг шкаласига лупа воситасида қараш билан чизғичнинг аниқлигини ўзгартира олмаймиз.

Ҳар бир лаборатория ишида ҳар хил физик катталиклар турли аниқликда ўлчанади. Бирор ўлчашнинг аниқлиги бошқаларининг аниқлигига таъсир қилади. Шунинг учун билвосита аниқланадиган физик катталикни ўлчашдан олдин унинг аниқлигига энг катта таъсир кўрсатадиган ўлчаш хатолигини аниқ билиб олиш лозим.

Агар физик катталиклар ҳар хил аниқликда ўлчанса, айрим ўлчаш аниқлигини энг кам аниқлик билан ўлчанган катталик аниқлигидан оширишга интилишнинг ҳожати йўқ. Масалан, калориметрик ўлчашларда сувнинг ва калориметрнинг массасини 0,1 мг аниқликда ўлчаш мумкин. Сувли калориметрнинг массаси 200 г бўлганда уни 0,00005% аниқликда ўлчаш имкони бор. Лекин бундай ўлчашларда температурани ўлчаш аниқлиги 0,1° га ва ўлчанаётган температура 5°C га тенг бўлганда ўлчаш аниқлиги 2% бўлади. Шунинг учун калориметрик ўлчашда сувнинг массаси аниқлиги 100 мг га тенг бўлган тарози билан ўлчанса ҳам бўлади. Бунда ўша 200 г массани 0,1% аниқлик билан ўлчаган бўламиз.

Охирги натижа аниқлигини ошириш учун ҳар қандай физикавий катталикни бир хил тажриба шароитида бир марта эмас, бир неча марта ўлчаш керак.

2-§. ХАТОЛИК ТУРЛАРИ

Ҳар қандай ўлчашлар ҳамма вақт қандайдир хатоликлар билан бажарилади. Бу хатоликлар икки гуруҳга —*мунтасил* ва *тасодифий* хатоликларга бўлинади.

1. **Муттасил хатолик** — ҳамма вақт мавжуд бўладиган хатоликдир. Асбобнинг нотўғри ўрнатилишидан (асбобни тайёрлаш аниқлигига боғлиқ бўлган хатолик) ва ўлчаш усулининг нотўғри танланишидан келиб чиқадиган хатоликлар муттасил хатоликлардир. Бу хатоликлар баъзи ташқи омиллар таъсирида, масалан, чизғич шкаласининг нотекис даражаланишидан, термометр нолининг ҳақиқий ноль температурага мос келмаслиги, термометр капилляри кесим юзининг капилляр бўйича бир хил бўлмаслиги, амперметрдан электр ток ўтмаган вақтда унинг мили (стрелкаси)нинг шкала нолига мос келмаслиги ва бошқалар туфайли ҳам пайдо бўлади. Суюқлик ва газнинг ҳажмини ўлчашда температура ўзгариши сабабли уларнинг ҳажмий кенгайишини; массани ўлчаганда ўлчанаётган жисмга, тарози тошларига ҳаво томонидан таъсир этувчи итариб чиқариш кучи таъсир қилишини ва калориметрик ўлчашларда асбобнинг ташқи муҳит билан иссиқлик алмашинишини ҳисобга олмаслик туфайли муттассил хатоликка йўл қўйилади.

Баъзи бир физик катталиклар қийматини жадвалдан олганда (зичлик, солиштирма иссиқлик сиғими, қайишқоқлик модуллари ва бошқ.), уларни яхлитлаганда, шунингдек, формулага кирувчи баъзи доимийлар (π, e — натурал логарифмнинг асоси, g, $\sqrt{2}$ ва бошқ.)нинг тақрибий қийматларини олганда муттасил хатоликка йўл қўйилади. Масалан, $\pi=3{,}14159265$ деб олиш ўрнига $\pi=3$; $\pi=3{,}1$; $\pi=3{,}14$; $\pi=3{,}142$ деб, сувнинг синдириш кўрсаткичи учун $n=1{,}333$ деб олиш ўрнига $n=1{,}3$; $n=1{,}33$ деб олсак ҳам биз ҳар сафар муттасил хатоликка йўл қўйган бўламиз. Муттасил хатолик аниқ сабаблар туфайли юз бериб, унинг катталиги такрорий ўлчашларда ўзгармай қолиши ёки муайян қонун бўйича ўзгариши мумкин. Ўлчаш усулини ўзгартириб, асбобнинг кўрсатишларига тузатишлар киритиб, муттасил равишда таъсир қилувчи ташқи омилларни ҳисобга олиш билан бу хатоликни камайтириш мумкин.

2. **Тасодифий хатоликлар** — олдиндан ҳисобга олиниши қийин бўлган ва ҳар бир ўлчашга таъсири ҳар хил бўлган тасодифий сабабларга кўра юз берадиган хатоликлардир. Масалан, электр ўлчашларда электр тармоқдаги

кучланишнинг ўзгариши, пластинка қалинлигини ўлчаганда қалинликнинг ҳамма жойда бир хил бўлмаслиги, ўлчашларда асбоб шкаласининг етарлича ёритилмаслиги, асбобларнинг стол устида яхши жойлаштирилмаслиги, сезги аъзоларимизнинг табиий нокомиллиги оқибатида тасодифий хатоликка йўл қўямиз. Бу хатоликлар туфайли бирор физик катталикни бир неча марта ўлчаганда ҳар хил қиймат олинади.

Айрим ўлчашдаги тасодифий хатоликни йўқотиб бўлмаса-да, тасодифий ҳодисалар тўғрисидаги математик назариядан фойдаланиб, бу хатоликнинг ўлчаш натижасига таъсирини камайтириш ва хатолик катталигини ҳисоблаш учун маъқулроқ бўлган ифодани аниқлаш мумкин. Тасодифий хатоликни камайтириш учун аниқланаётган физик катталикни бир марта эмас, бир неча марта такрорий ўлчаш керак. Агар тасодифий хатолик муттасил хатоликдан катта бўлса, тасодифий хатоликни камайтириш ва унинг асбоб хатолиги билан бир хил даражада бўлиши учун ўлчашлар сонини орттириш лозим.

Муттасил ва тасодифий хатоликлардан ташқари яна *қўпол хатоликлар* ҳам бўлади. Қўпол хатолик кузатиш ва ўлчашлар нотўғри бажарилиши туфайли юз беради. Ҳисоблашда бундай натижалар ҳисобга олинмаслиги керак. Бу хатолик шкала бўйича бепарво ҳисоб олишдан, натижаларни пала-партиш ёзишдан келиб чиқади. Бундай қўпол хатоликни йўқотиш учун ёзилганларни қайта қараб чиқиб, ўлчашларни қайта бажариш керак. Ҳар қандай ўлчашда қўпол хатоликни йўқотишнинг бирдан-бир усули — ўлчашни жуда пухталик ва эътибор билан қайта бажаришдир.

Бевосита ўлчаш натижаларининг хатолиги

Ўлчаш давомида ўлчаш асбоби берадиган хатоликдан бошқа ҳар хил муттасил хатоликлар ва қўпол хатоликлар йўқотилган деб фараз қилиб, бевосита ўлчаш хатоликлари назариясининг асосий қоидаларини қараб чиқамиз. Қуйида келтириладиган хатоликлар назариясида тасодифий хатоликлар сон қиймат жиҳатидан муттасил хатоликлардан катта деб фараз қилинган.

3-§. ФИЗИК КАТТАЛИКНИНГ ЎРТАЧА ҚИЙМАТИ. МУТЛАҚ ВА НИСБИЙ ХАТОЛИКЛАР

Бирор физик катталикнинг ўлчашлар натижасида топилган $X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots X_n$ қийматлари ичида *ҳақиқий қийматга* энг яқини ушбу

$$X \approx \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad (1)$$

ифодадан аниқланади, бу ерда n — ўлчашлар сони.

Ўлчаш вақтида топилган қийматлар бир-биридан фарқли бўлиб, уларнинг ўртача қийматдан фарқи айрим ўлчашнинг *мутлақ хатолиги* дейилади. Қайси ўлчашнинг *мутлақ* хатолиги кичик бўлса, шу ўлчаш аниқроқ бажарилган деб ҳисобланади. Ўртача қийматдан катта фарқ қилувчи қўпол хатоликлар хатоликни ҳисоблаш вақтида тушириб қолдирилади.

Агар n та такрорий ўлчаш натижасида $\Delta X_1, \Delta X_2, \ldots,$ ΔX_n, мутлақ хатоликлар юз берган бўлса, *ўлчашларнинг ўртача мутлақ хатолиги* шу хатоликлар *мутлақ* қийматларининг ўртача арифметик қийматига тенгдир:

$$\Delta\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\Delta X_i|}{}. \qquad (2)$$

Табиийки, физик катталикнинг ҳақиқий қиймати топилган ўртача қийматдан $\pm\Delta\bar{X}$ қадар фарқ қилади, яъни:

$$X = \bar{X} \pm \Delta X$$

Ўлчашлар сони нега шундай танланганлиги талабани қизиқтириши мумкин. Ўлчашлар сонини танлашда асосан шунга эътибор бериш керакки, шу ўлчашлар сонида содир бўлувчи ўртача мутлақ хатолик асбоб хатолигидан катта бўлмасин. Масалан, вақтни ўлчаш асбоби 0,2 секунд хатолик билан ўлчаса, бирор жараённинг ўтиш давомлилиги учун олинган ҳақиқий вақт $(\bar{t} + 0{,}2)$ ва $(\bar{t} - 0{,}2)$ секунд оралиқда бўлади.

Бироқ баъзи бир ҳолларда ўлчаш натижасига таъсир қилувчи ташқи омиллар ўлчашлар сонини етарлича катта қилиб олганда ҳам физик катталикнинг ўртача мутлоқ хатолигини ўлчаш асбоби киритадиган хатоликдан кичрайтиришга имкон бермайди. Бундай ҳолларда ўлчашлар сони лаборатория шароити (ишга ажратилган вақт, ўлчашларни такрорлаш имкони ва бошқ.) билан белгиланиб, аниқланаётган катталикнинг хатолиги учун ўлчашнинг ўртача мутлақ хатолигини олишга тўғри келади. Аксинча, ўлчашлар вақтида юз берувчи тасодифий хатоликлар жуда кичик бўлиб, ўлчашларни қанча кўп такрорламайлик, топилган қийматлар орасидаги тафовутлар ўлчаш асбоби киритадиган хатоликдан катта бўлмайди. Бундай ҳолларда ўқувчига муайян ўлчаш хатолиги учун асбоб хатолигини ёки унинг ярмисини олиш тавсия қилинади. Шундай йўл тутиш учун талаба бир неча назорат ўлчашлар бажариб, айтилган ҳол юз бераётганига қаноат ҳосил қилиши керак.

Агар тажриба вақтида бир қатор физик катталикларни ўлчаш зарур бўлса, уларнинг ҳар бири учун ўлчаш хатолигини аниқлаш керак бўлади. Бироқ ҳар бир катталикка оид мутлақ хатоликни билганимиз ҳолда катталиклар бир жинсли бўлмаганлиги сабабли уларни ўзаро солиштириш мумкин эмас. Бундай ҳолларда хатоликнинг *нисбий қиймати* билан иш кўриш лозим. Бирор катталикнинг ўлчашлар натижасида топилган ўртача қиймати $\bar{X}$, мутлақ хатоликнинг ўртача қиймати $\Delta\bar{X}$ бўлса, нисбий хатолик

$E = \frac{\Delta\bar{X}}{\bar{X}}$ ёки фоизларда ифодаласак, $E = \frac{\Delta\bar{X}}{\bar{X}} \cdot 100\%$ бўлади.

Масалан, стол қиррасининг узунлиги чизғичда 0,002 м мутлақ хатолик билан, ёруғлик тўлқинининг узунлиги эса $2 \cdot 10^{-8}$ м мутлақ хатолик билан ўлчанган бўлса, стол қиррасининг ва ёруғлик тўлқини узунлигининг муайян қийматларида ($l = 1$ м, $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м) ўлчашларнинг нисбий хатоликлари қуйидагича бўлади:

$$E = \frac{\Delta l}{l} \; /{*}\cdot\; 100\% = 0{,}2\%,$$

$$E = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot 100\% = 3{,}3\%.$$

Демак, ёруғлик тўлқини узунлиги стол қирраси узунлигига нисбатан тахминан 16 марта каттароқ нисбий хатолик билан ўлчанган экан.

4-§. БЕВОСИТА ЎЛЧАШЛАР НАТИЖАСИНИНГ ИШОНЧЛИЛИГИ ВА ИШОНЧ ОРАЛИҒИ

Физик катталикнинг хатолигини ёки унинг ҳақиқий қийматини ўз ичига олувчи оралиғи (интервал)ни кўрсатиш тасодифий хатоликни етарли даражада тавсифламайди. Ўлчашлар натижасининг қай даражада ишончли эканлигини кўрсатувчи катталик киритиш керак. Бу катталик ўлчанаётган катталик ҳақиқий қийматининг кўрсатилган оралиқда мавжуд бўлиши эҳтимоллигидан иборатдир.

Ҳар қандай воқеанинг *эҳтимоллиги* W деб, воқеанинг содир бўлишига қулайлик яратувчи ҳоллар сони n нинг умумий ҳоллар сони N га нисбати билан ифодаланувчи

$$W = \frac{n}{N}$$

катталикка айтилади. Масалан, қутида 70 дона шар бўлиб, унинг 3 таси қизил, қолгани оқ бўлсин, дейлик. Бундай қутидан шарлар олаётганда қизил шарнинг чиқиш эҳтимоллиги 3/70, оқ шарларники эса 67/70 бўлади. Оқ ёки қизил шарлар чиқиш эҳтимоллигининг йиғиндиси бирга, қора шарлар чиқиш эҳтимоллиги эса нолга тенгдир. Тасодифий хатоликлар асосий роль ўйнаганда ўлчашлар аниқлиги фақат эҳтимоллик билан баҳоланиши мумкин.

Гаусс тасодифий хатоликни тасодифий ҳодисаларнинг бир тури деб ҳисоблаган ҳолда эҳтимоллик назарияси усулларидан фойдаланиб, тажрибада юз берадиган хатоликларнинг нормал тақсимот қонунини топди. Бу қонуннинг чиқарилишида бирор физик катталикнинг ўзгармас ташқи шароитда такрорий ўлчанишлари узлуксиз қийматлар бериши, шунингдек, ўртача қийматдан четлашиш ҳам мусбат, ҳам манфий бўлишлиги, ўлчашлар сони етарлича катта бўлганда катта хатоликлар кичик хатоликларга нисбатан камроқ учраши назарга олинади.

Ўлчашлар сони n етарлича катта бўлганда айрим ўлчашлар мутлақ хатолигининг ΔX ўртача мутлақ хатоликка таъсири жуда кичик бўлади. Шундай шароит учун $\Delta \bar{X}$

нинг тақсимоти қуйидаги қонун кўринишида ифодаланиши мумкин:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\bar X}} e^{-\frac{(\Delta X)^2}{2\sigma^2_{\bar x}}}, \qquad (3)$$

бу ерда $\sigma^2_{\bar X}$ — тақсимот дисперсияси бўлиб, уни тажрибада топилган қийматлар орқали қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$\sigma^2_{\bar X} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\bar X - X_i)^2}{n(n-1)},$$

бундан

$$\sigma_{\bar X} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\bar X - X_i)^2}{n(n-1)}}. \qquad (4)$$

$\sigma_{\bar X}$ катталик ўртача хатолик ёки ўртача арифметик қийматнинг ўртача квадратик хатолиги деб аталади.

Одатда, ўлчанаётган катталикнинг ҳақиқий қиймати тақрибан $X = \bar X$ деб олинади ёки ҳақиқий қиймат қуйидаги оралиқ ичида жойлашган деб айтиш мумкин:

$$\bar X - \Delta X < \bar X < \bar X + \Delta X \quad \text{ёки} \quad X = \bar X \pm \Delta X \qquad (5)$$

ΔX катталик муайян ўлчашлар сони учун $\sigma_{\bar X}$ билан қуйидагича боғланган:

$$\Delta X = K_{\alpha} \sigma_{\bar X}, \qquad (6)$$

бу ерда K_{α}—Гausснинг нормал тақсимоти коэффициенти дейилиб, у α_n *ишончлиликка* боғлиқдир. Хусусан, биз ишончлиликни оширишни истасак, оралиқни кенгроқ олишимиз, кичик ишончлиликда эса оралиқни торроқ қилиб олишимиз керак бўлади. Физикавий катталик ҳақиқий қийматининг олдиндан белгиланган эҳтимоллик билан мавжуд бўладиган $(\bar{X}-\Delta X, \bar{X}+\Delta X)$ оралиқ *ишонч* оралиғи дейилади. Иккинчи томондан, α_n ишончлилик ҳақиқий қийматнинг муайян оралиқда учраш эҳтимолини билдиради, у одатда фоизларда ифодаланади.

Турли сабабларга кўра ўлчашлар сонини жуда катта қилиб ($n \le 15$) олиш ва K_α ни аниқлашда (5) дан фойдаланиш мумкин бўлмайди. Ўлчашлар сони чекли бўлганда ишонч оралиғининг чегаравий қийматини белгиловчи K_α Гаусс коэффициенти ўрнига Госсет томонидан 1908 йилда киритилган ва *Стьюдент коэффициенти* деб аталувчи $t_\alpha(n)$ коэффициент киритилади. Бу коэффициент ўлчашлар сони ва ишончлилик оралиғи билан қуйидагича боғланган:

$$t_\alpha(n)=\frac{\Delta X}{S_{\bar{X}}}, \tag{7}$$

бу ерда

$$S_{\bar{X}}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\bar{X}-X_i)^2}{n(n-1)}}. \tag{8}$$

(8) катталик чекли n та ўлчаш учун ўртача квадратик хатоликдан иборат бўлиб, у тақрибан $\sigma_{\bar{X}}$ га тенг. (7) ва (8)лар асосида ўлчашларнинг мутлоқ хатолиги учун

$$\Delta X = t_\alpha(n) S_{\bar{X}} = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\bar{X}-X_i)^2}{n(n-1)}} \tag{9}$$

ифода келиб чиқади.

Муайян n ўлчашлар сони ҳамда α ишончлилик учун (9) дан ҳисобланган ΔX ишонч оралиғи (5) га қўйилса, физикавий катталикнинг ҳақиқий қиймати мавжуд бўладиган соҳа аниқланган бўлади. Аксинча, лаборатория шароитида кўпинча тавсия қилинадиган $n \le 15$ ўлчашлар сонида ΔX ишонч оралиғини $\sigma_{\bar{X}}$ га ва демак, $S_{\bar{X}}$ га тенг қилиб олишни истасак, $\alpha_n = 0,66$ га тенг бўлади. Шу ўлчашлар сонида $\Delta X = 2\sigma_{\bar{X}}$ қилиб олинганда $\alpha_n = 0,93$; $\Delta X = 3\sigma_{\bar{X}}$ қилиб олинганда эса $\alpha_n = 0,99$ бўлади.

Ўлчашнинг ΔX мутлақ хатолигини (9) формула бўйича ҳисоблаш учун, одатда, Стьюдент коэффициентлари жадвалидан фойдаланилади. Қуйидаги жадвалда n ўлчашлар сони ва α_n ишончлилик учун Стьюдент коэффициентлари қийматлари келтирилган.

1-жадвал

Стьюдент коэффициентлари

n	α_n												
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	14	29	45	62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	14	28	42	58	77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	13	27	41	57	74	94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	13	27	41	56	73	92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	13	27	40	55	72	90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	13	26	40	55	71	90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	13	26	40	54	71	90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	13	26	40	54	70	88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	13	26	40	54	70	88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	13	26	40	54	70	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
13	13	26	40	54	70	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,3
14	13	26	39	54	69	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
15	13	26	39	54	69	87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	3,0	4,1
16	13	26	39	54	69	87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,9	4,0
17	13	26	39	54	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	4,0
18	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	4,0
19	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	3,9
20	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	3,9
21	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
22	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
23	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
24	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,8
25	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
26	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
27	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8	3,7
28	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
29	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
30	13	26	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
40	13	26	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,6
60	13	25	39	53	68	85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,5
120	13	25	39	53	68	85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,6	3,4
∞	13	25	39	52	67	84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	2,6	3,3

1-жадвалдан фойдаланиш тарзини тушунтириш учун қуйидаги мисолни келтирамиз. Штангенциркуль ёрдамида стержень эни a ни ўлчаганда a=40,25 мм бўлиб, ўлчашнинг ўртача квадратик хатолиги $S_{\bar{a}}$ =0,4 мм га тенг бўлсин. Ишончлиликни a=0,6 деб олиб, n=10 та ўлчаш сонига тўғри келувчи стьюдент коэффициентини 1-жадвалдан қидирсак, у $t_{0,6}$ (10)=0,88 га тенг эканлиги аниқланади. Энди $S_{\bar{a}}$ ва $t_{\bar{a}}$ (10) нинг қийматларини билган ҳолда стержень энини ўлчашдаги мутлақ хатоликни (9) формула асосида ҳисобланса, Δa=0,88×0,4≅0,35 мм, ишонч оралиғи эса муайян α=0,6 ишончлилик учун

$$(40{,}25-0{,}35)\text{ мм} < a < (40{,}25 + 0{,}35)\text{ мм}$$
$$39{,}90\text{ мм} < a < 40{,}60\text{ мм}$$

бўлади. Агар бу мисолимизда α=0,9 деб олинса, $t_{0,9}$ (10) =1,8 ва Δa=0,92 мм бўлади. У ҳолда ўлчанаётган катталик ҳақиқий қийматининг мавжуд бўлиш оралиғи кенгаяди, яъни:

$$(40{,}25 - 0{,}92)\text{ мм} < a < (40{,}25 + 0{,}92)\text{ мм}$$
$$39{,}33\text{ мм} < a < 41{,}17\text{ мм}$$

Ишончлилик яна ҳам оширилса, яъни α=0,99 деб олинса, $t_{0,99}$ (10)=3,3 га, Δa=1,32 мм га тенг бўлиб, ишонч оралиғи эса

$$(40{,}25-1{,}32)\text{мм} < \alpha < (40{,}25+1{,}32)\text{мм}$$
$$38{,}93\text{мм} < \alpha < 41{,}57\text{мм}$$

бўлади. Топилган натижаларни бир-бирига солиштирсак, шундай хулосага келамиз: α ишончлиликни ошириш билан ўлчанаётган физик катталикнинг ишонч оралиғи катталашади, лекин унинг аниқлиги камаяди.

Билвосита ўлчаш натижаларининг хатолиги

Кириш қисмида берилган таърифга асосан билвосита ўлчанувчи катталикни аниқлаш учун унинг бевосита ўлчаниши мумкин бўлган катталиклар билан қонуний боғланишидан фойдаланилади. Изланаётган физик катталик бевосита ўлчаниши мумкин бўлган бир ёки бир неча катталикнинг функцияси бўлса, аввало, бу катталикларни бир неча мартадан ўлчаб олинади, сўнгра изланаётган катталик ва бевосита ўлчанган катталикларни ўзаро боғловчи формулалардан фойдаланиб ва бу формуладаги доимийларнинг қийматларини жадваллардан олган ҳолда изланаётган катталик ҳисобланади. Бундай ўлчаш *билвосита ўлчаш* деб аталади. Аксарият лаборатория ишларини бажаришлар шундай ўлчашлардан иборат.

Билвосита ўлчашдаги хатоликни ҳисоблашни билиш зарурдир. Билвосита ўлчаш натижаларининг хатоликларини ҳисоблаш усули бевосита ўлчаш натижаларининг хатоликларини ҳисоблашдан фарқ қилади. Хатоликларнинг умумий назариясида учта асосий масала қаралиб, уларни қуйидагича тавсифлаш мумкин.

1) Агар Y катталик билвосита изланаётган бўлса, уни аниқлаш учун бевосита X_1, X_2, . . . X_n катталикларни ўлчаш лозим. Бу катталикларни бевосита ўлчашда йўл қўйилган хатоликларни билган ҳолда улар ёрдамида изланаётган Y нинг хатолигини аниқлаш керак. Хатоликлар назариясининг ушбу биринчи масаласи шундай таърифланади: функционал боғланишнинг математик ифодаси берилган бўлиб, функция аргументининг хатолиги маълум бўлганда функциянинг хатолиги ҳисоблансин.

2) Иккинчи масала шундай таърифланади: функционал боғланиш берилган бўлиб, функциянинг хатолиги маълум бўлганда функция аргументининг хатолиги ҳисоблансин.

3) Ўлчаш учун энг қулай бўлган шароитни, яъни функция хатолиги энг кичик бўладиган шароитни белгилаш зарур.

Кўпинча лаборатория ишларида физик катталикни билвосита аниқлаймиз. Иш жараёнида юз берувчи физикавий ҳодисаларни ифодаловчи физикавий қонунлар текширилади. Қонуннинг математик ифодасидаги ҳар бир физикавий катталикнинг қиймати тақрибий ўлчанади ёки жадвалдан олинади. Демак, изланаётган асосий физикавий катталикнинг хатолиги ўлчашлар аниқлигига ҳамда фойдаланилган қонун ифодасининг кўринишига боғлиқ. Қонун ифодасининг кўриниши ўзгариши билан натижанинг хатолиги ҳам ўзгаради. Хатолик ҳисоблашни осонлаштириш мақсадида ҳар хил ҳоллар учун дифференциал ҳисобнинг махсус усуллари ишлаб чиқилган. Бу усуллар ёрдамида ҳар қандай кўринишдаги функциянинг хатолигини аниқлаш мумкин. Бундай ҳолларда изланаётган катталик бевосита ўлчанаётган ва формулага кирувчи доимий катталикларнинг функцияси деб ҳисобланади. Дифференциал ҳисобнинг махсус усулларидан фойдаланиб, хатоликлар назариясининг биринчи масаласини ечиш мумкин, яъни функционал боғланиш берилиб, функция аргументининг хатолиги маълум бўлганда улар ёрдамида функция хатолиги ҳисобланади.

Физик қонунни ифодаловчи функционал боғланишда уч хил тақрибий катталик бўлиши мумкин:

а) тақрибий сонлар ($\sqrt{2}$, π, e ларга ўхшаш); б) ҳар хил физик доимийлар (жисмнинг зичлиги, кенгайиш коэффициентлари, солиштирма иссиқлик сиғими, қовушлик коэффициентлари); в) оддий ўлчаш натижалари. Олдинги икки тур тақрибий катталиклар жадвалдан олинганлиги сабабли, уларни исталганча аниқликда танлаш мумкин. Билвосита ўлчашдаги асосий хатолик бевосита ўлчанаётган катталикларнинг хатолигига боғлиқдир.

Бевосита ўлчанаётган катталикларнинг хатоликлари ва жадвалдан олинган қийматларнинг аниқлиги маълум бўлганда дифференциал усулдан фойдаланиб, билвосита ўлчаш натижасининг хатолигини ҳисоблаш билан танишиб чиқамиз. Билвосита ўлчашдаги хатоликни аниқлашнинг умумий қоидасини дифференциал ҳисобдан келтириб чиқарамиз.

5-§. ФУНКЦИЯ ХАТОЛИКЛАРИНИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ УСУЛ ЁРДАМИДА ҲИСОБЛАШ

Бир қатор ҳолларда бирор Y физик катталикни аниқлаш учун Y билан $Y = f(X)$ қонун орқали боғланган X ни ўлчаш керак бўлади. X ни қатор ўлчашларда ўлчаш асбоби киритган муттасил хатоликлар ҳамда ташқи омиллар таъсирида юз берган тасодифий хатоликлар орқали Y катталик — функциянинг хатолиги баҳоланади. Бундай ҳолларда дифференциаллаш қоидалари асосида максимал мутлақ хатоликни ва унга мос максимал нисбий хатоликни ҳисоблаш учун ифодалар олиш мумкин. Агар X (аргумент)ни ўлчашдаги хатолик ΔX, бўлса, Y нинг мутлақ хатолиги ΔY тақрибан ушбуга тенг:

$$|\Delta Y| \approx |\, dY \,| = |f'(X)|\, |\Delta X| \qquad (10)$$

бунда $|\Delta X|$ катталик X ни ўлчашда йўл қўйилган хатоликнинг мутлақ қиймати. Бундай физик мазмунни назарга олсак,

$$\Delta Y = f'(X)\Delta X \tag{11}$$

бўлади, яъни Y катталик $Y \pm \Delta Y$ оралиқда жойлашгандир.

Билвосита ўлчанувчи катталикнинг мутлақ ***хатолигини*** аниқлашга мисол кўрайлик.

Айтайлик, кубнинг қирраси ўлчанганда 2 м га тенг бўлсин. Агар қиррани ўлчашдаги хатолик $\Delta l = 0{,}01$ м бўлса, кубнинг ҳажми учун мутлақ хатолик қандай бўлади?

Ечилиши. $V = l^3$ — кубнинг ҳажми, бунда l — куб қиррасининг узунлиги, (2) ифодага кўра

$$\Delta V = 3l^2\Delta l = 3 \cdot 0{,}01 \text{ м}^3 = 0{,}12 \text{ м}^3$$

яъни кубнинг ҳажмини аниқлашдаги мутлақ хатолик $0{,}12$ м^3 га тенг.

Энди билвосита аниқланувчи катталикнинг ***нисбий хатолигини*** аниқлаш қоидаси билан танишайлик. Таърифга кўра Y нинг нисбий хатолиги $\frac{\Delta Y}{Y}$ га тенг. Дифференциаллаш қоидасига биноан ушбу $\frac{\Delta Y}{Y}$ ифода функциянинг натурал логарифмидан олинган ҳосиладан, яъни

$$\left|\frac{\Delta Y}{Y}\right| \approx |d \ln Y| \tag{12}$$

ёки

$$\frac{\Delta Y}{Y} = (\ln Y)' = [\ln f(X)]'$$

ифоданинг мутлақ қийматидан иборатдир. Масалан, бирор Y физикавий катталик X га $Y = aX^n$ қонуният орқали боғланган бўлса, унинг нисбий хатолиги $\frac{\Delta Y}{Y} = [\ln (aX^n)]' = n\frac{\Delta X}{X}$

бўлади. Юқоридаги куб ҳажмига оид мисолимизда нисбий хатолик

$$\frac{\Delta V}{V} = [d \ln (l^3)]' = \frac{3 \cdot 0,01}{2} = 0,015 = 1,5\%$$

Кўп ҳолларда тажрибада бирор катталикни аниқлаш учун шу катталик билан муайян қонуний боғланишда бўлган икки ёки ундан ортиқ физик катталикларни бевосита ўлчаш ва демак, аниқланиши керак бўлган катталикнинг хатоликларини бевосита ўлчанувчи катталикларнинг хатоликлари орқали аниқлаш зарур бўлади. Бу вазифа ҳам дифференциал усуллар асосида ҳал қилинади. Математика тили билан айтганда кўп аргументли ушбу

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots X_n)$$

функциянинг мутлақ ва нисбий хатоликларини аниқлаш лозим. Бунинг учун аргументлар орттирмалари мутлақ қийматларининг функциянинг шу аргумент бўйича ҳосиласи мутлақ қийматига тегишлича кўпайтмалари йиғиндиси аниқланади. У функция орттирмасининг мутлақ қийматига (хатосига) тенг бўлади:

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial f(X_1, X_2, \ldots X_n)}{\partial X_1} \Delta X_1 \right| + \left| \frac{\partial f(X_1, X_2, \ldots X_n)}{\partial X_2} \Delta X_2 \right| + \ldots$$
$$+ \ldots \left| \frac{\partial f(X_1, X_2, \ldots X_n)}{\partial X_n} \Delta X_n \right|, \qquad 13)$$

бунда $\frac{\partial f(X_1, X_2, \ldots X_n)}{\partial X_1}, \ldots \frac{\partial f(X_1, X_2, \ldots X_n)}{\partial X_n}$ лар функциянинг

хусусий дифференциаллари. Аргумент орттирмаларининг мутлақ қийматлари $[|\Delta X_1|, |\Delta X_2|, \ldots |\Delta X_n|]$, бевосита ўлчанадиган физикавий катталикларнинг мутлақ хатоликларини акс эттиради. Функцияни дифференциаллаш вақтида аргументлар орасидаги турлича боғланиш характерлари туфайли мусбат ва манфий ишорали ҳадлар ҳосил бўлади. Хатоликлар назариясининг, ўлчаш жараёнида содир бўлувчи хатоликлар қўшилади, деган қоидасига биноан биз юқорида мураккаб функция дифференциали ифодасида ҳамма ҳадларнинг мутлақ қийматларини олдик. Мисоллар қараймиз. Электр қувват ушбу

$$W = IU$$

ифодадан аниқланиши мумкин. Қувватни аниқлашдаги мутлақ хатолик бевосита ўлчанувчи I ток кучи ва U кучланишларнинг мутлақ хатоликлари орқали қуйидагича топилади:

$$\Delta W = U\Delta I + I\Delta U.$$

Ом қонуни асосида бевосита ўлчашлардан $R = \frac{U}{I}$ ифода орқали аниқланувчи қаршиликнинг мутлақ хатолигини топиш учун ушбу ифоданинг аргументлари (U,I) бўйича ҳосиласини топамиз:

$$dR = \frac{dU}{I} - \frac{UdI}{I^2}.$$

Бу ифода асосида функциянинг мутлақ хатолигини ҳисоблаш учун иккинчи ҳад олдидаги манфий ишорани мусбат ишора билан алматириш лозим:

$$\Delta R = \frac{\Delta U}{I} + \frac{U\Delta I}{I^2}$$

Билвосита ўлчанаётган физикавий катталик ифодаси бўйича шу катталикнинг нисбий хатолигини аниқлаш учун юқорида кўрсатилган усулдан фойдаланиш тавсия қилинади. Яъни $\frac{\Delta Y}{Y}$ ни аниқлаш учун мураккаб ифода — функциянинг натурал логарифмидан ҳосила олинади:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = [\ln f(X_1, X_2, \ldots X_n)]' \qquad (14)$$

Айтилганларга конкрет мисол келтирамиз. Стерженнинг эгилишидан Юнг модулини аниқлашда қуйидаги ифодадан фойдаланилади:

$$E=\frac{PL^3}{4ab^3\lambda}, \qquad (15)$$

бунда P — стерженни эгувчи юк, L — стерженнинг таянч нуқталари орасидаги узунлиги, a — стерженнинг эни, b — стерженнинг қалинлиги, λ — эгилиш ёйи. E ни аниқлашдаги нисбий хатоликни ҳисоблаш ифодасини топайлик. Аввал (15) ифоданинг натурал логарифмини ёзамиз:

$$\ln E = \ln P = 3\ln L - \ln 4 + \ln a - 3\ln b - \ln l,$$

энди шу ифодани дифференциаллаймиз:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta P}{P} + 3\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta a}{a} - 3\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

Барча манфий ишораларни мусбат ишоралар билан алмаштириб чиқамиз:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta P}{P} + 3\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta a}{a} + 3\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}. \qquad (*)$$

Бу ифода E нинг нисбий хатолигини ҳисоблашга имкон беради. Бунда ΔP, ΔL, Δa, $\Delta\lambda$ лар ўрнига тажриба пайтида ўлчаш асбоблари киритган ва тасодифий хатоликлар йиғиндиси олинади.

Аниқланувчи катталикнинг тўла хатолиги айрим ўлчашларнинг хатоликлари йиғиндиси асосида белгиланганлигидан ҳар бир бевосита ўлчашда йўл қўйиладиган хатоликнинг умумий хатоликка қўшадиган ҳиссасини билиш муҳимдир. Агар ўлчанувчи ҳар бир катталик хатолигининг ҳиссасини билсак, бу катталикни ўлчашда ишлатиладиган асбобларга муайян талаблар қўя оламиз, шунинг билан бирга, бу ўлчашни неча марта такрорлаш кераклигини белгилаб олишимиз мумкин. Иккинчи томондан, баъзи катталикларни ўлчашда ортиқча аниқликка интилиш зарурияти бўлмай қолади. Бу айтилган мулоҳазаларни қуйидаги амалий мисолларда тушунтирамиз.

1. Айтайлик, (15) ифода асосида тажрибада муайян жисм учун Юнг модулини аниқлашда ўлчаш асбобларига

қўйиладиган талабларни ва тажрибанинг натижавий хатолигини аниқлаш зарур бўлсин. Талабалар тажриба шароитида стержень узунлигини миллиметрли чизғичда, стерженнинг эни ва қалинлигини штангенциркулда ўлчайдилар. Қўйилувчи юкларнинг массаси эса етарлича катта аниқликда тарозиларда ўлчаниши мумкин. Ёғоч стержень олинганда амалда унинг ўлчамлари кўпинча қуйидагича бўлади: $L = 600$ мм, $a = 30$ мм, $b = 6$ мм, $P = 100$ Г.

Алоҳида ўлчашларнинг нисбий хатоликларини аниқлаш ва ўзаро таққослаш орқали эгилиш ёйини ўлчашда ишлатиладиган асбобга қўйиладиган шарт аниқланади. Буни (*) ифода ёрдамида бажариш мумкин. Айтилганларга кўра, $\Delta a = \Delta b = 0{,}05$ мм, $\Delta L = 1$ мм, P ни эса тажриба шароитида исталганча юқори аниқликда ўлчаш мумкин, шунинг учун $\Delta P = 0$ деб оламиз. У ҳолда

$$\frac{3\Delta L}{L} = 0{,}005 = 0{,}5\%, \quad \frac{\Delta a}{a} = 0{,}002 = 0{,}2\%; \quad \frac{3\Delta b}{b} = 0{,}025 = 2{,}5\%$$

Ёғоч учун $E = 1{,}5 \cdot 10^{10}$ Па деб олсак, тажриба шароитида $\lambda = 0{,}56$ мм бўлади.

Энди λ ни ўлчашдаги хатолик бошқа катталикларни ўлчашдаги энг катта хатоликдан, яъни 2,5% дан ортиқ бўлмаслиги учун λ ўлчанадиган асбоб аниқлигига қўйиладиган шартни топамиз. У қуйидаги муносабатдан аниқланади:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{,}025 \text{ ёки } \Delta\lambda = 0{,}56 \cdot 0{,}025 = 0{,}014 \text{ мм.}$$

Кўриниб турибдики, бу аниқликка штангенциркуль ёрдамида эришиб бўлмайди. Шу сабабли λ ни ўлчашда штангенциркулга қараганда 10 марта юқори аниқликни таъминловчи микрометрдан фойдаланиш тавсия қилинади.

Тажрибада физик катталикни ўлчаш вақтида йўл қўйилувчи тўла нисбий хатоликни билвосита усул билан аниқлашга оид мисол қараймиз.

2. Молекуляр физика лабораториясига доир “Қаттиқ жисмнинг солиштирма иссиқлик сиғимини калориметр ёр-

дамида аниқлаш” деган ишда жисмнинг солиштирма иссиқлик сиғими

$$C = \frac{(C_1m_1 + C_2m_2)(T_m - T_0)}{m(T_2 - T_m)} \qquad (16)$$

ифодадан ҳисобланади. Бунда текширилаётган жисмнинг массаси $m = (110 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$ кг; калориметрнинг қоргич билан биргаликдаги массаси m_1 — $(150 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$ кг ва солиштирма иссиқлик сиғими $C_1 = (386 \pm 0,5)$ Ж/кг · К; калориметр ичидаги сувнинг массаси $m_2 = (100 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ кг ва солиштирма иссиқлик сиғими $C_2 = (4190 \pm 0,5)$ Ж/кг · К; калориметр билан унинг ичидаги сувнинг бошланғич температураси $T_0 = (291 \pm 0,1)^{\circ}$ К; текшириалётган жисмнинг қиздирилгандан кейинги температураси $T_2 = (371 \pm 2)^{\circ}$K; жисм ва калориметрдаги сувдан иборат аралашманинг температураси $T_m = (299 \pm 0,1)^{\circ}$ К бўлсин. Ўлчанган катталиклар учун келтирилган мутлақ хатоликларда асбобларнинг муттасил хатоликларидан ташқари ўлчаш усули билан боғлиқ бўлган бир қатор хатоликлар ҳам ҳисобга олинади. Масалан, калориметр идиши, қоргич ва иситилувчи жисм массаларини ҳамда температураларини аниқлашда бир қатор камчиликларга (массалари ўлчаниши керак бўлган жисмларнинг қолдиқ намлиги, жисмларнинг нотекис исиши, энергиянинг ташқи муҳитга тарқалиши ва ҳоказо) йўл қўйиладики, уларни тажриба пайтида назорат қилиб туриш мушкулдир.

Юқоридаги кўрсатмалар асосида (16) ифоданинг нисбий хатолигини аниқлаймиз. Ифодани логарифмлаш ва дифференциаллаш қуйидагини беради:

$$\frac{dC}{C} = d[\ln C] = d[\ln(C_1m_1 + C_2m_2) + \ln[T_m - T_0) - \ln m -$$

$$-\ln(T_2 - T_m)] = a[\ln(C_1m_1 + C_2m_2) + d[\ln(T_m - T_0)] -$$

$$-d[\ln m] - d[\ln(T_2 - T_m)].$$

Ўхшаш ўзгарувчилар дифференциалларини йиғиб чиққандан сўнг, дифференциалнинг математик тушунчасидан максимал нисбий хатолик тушунчасига ўтамиз. Бунинг учун ҳамма ҳадларнинг мутлоқ қийматларини оламиз, d ни Δ билан алмаштирамиз, ифода олдига ± ишора ёзамиз ва $\Delta T_0 = \Delta T_m$ эканлигини ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ёзамиз:

$$\frac{\Delta C}{C} = \left(\frac{2\Delta T_0}{T_m - T_0} + \frac{C_1 \Delta m_1 + C_2 m_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta T_2 + \Delta T_m}{T_2 - T_m} \right) \cdot 100\% =$$

$$= (0{,}25 + 0{,}0048 + 0{,}0045 + 0{,}034) \cdot 100\% =$$

$$= (2{,}5 + 0{,}48 + 0{,}45 + 3{,}4)\% = 7{,}3\%.$$

Охирги натижадан кўриниб турибдики, массаларни ўлчашга оид бўлган хатоликлар температураларни ўлчашдаги хатоликларга нисбатан кичикдир.

6-§.БИЛВОСИТА ЎЛЧАШ НАТИЖАСИНИНГ ИШОНЧЛИЛИГИ ВА ИШОНЧ ОРАЛИҒИ ЧЕГАРАСИ

Билвосита ўлчаш натижасининг мутлақ хатолигини ҳисоблаш учун (13) кўринишдаги ифодани ёзган эдик. Биз бу ифода бўйича ҳисобланган хатолик мумкин бўлган хатоликларнинг энг каттасини беришлигини айтиб ўтдик. Чунки ушбу ифодага кирувчи катталикларнинг ўлчаш хатоликлари ҳамма вақт қўшилади деб ҳисобладик (хатоликлар назариясида буни *энг ноқулай тўплам* деб юритилади). Билвосита ўлчанувчи катталикнинг хатолигини бундай тарзда баҳолаганда биз сунъий равишда тажриба натижасига ишончни камайтирамиз. Топилган қиймат изланаётган катталикнинг ҳақиқий қийматидан ортиқ даражада фарқ қилади.

Бевосита ўлчаш натижалари хатолигини ҳисоблашда ўлчаш натижасининг ишончлилиги, ҳақиқий қиймат учраши мумкин бўлган оралиқ тушунчаларини киритган эдик. Худди шу тушунчаларни билвосита аниқланувчи катталикнинг хатолигини баҳолашга ҳам татбиқ қилиш мумкин. Демак, бирор ишончлилик учун физикавий катталикнинг ишонч оралиғини кўрсатиш лозим. Биз қуйида билвосита аниқланувчи физик катталикнинг ишонч оралиғини аниқлашнинг нисбатан соддароқ усули билан танишамиз.

Айтайлик, қонун ифодаси ушбу

$$Y = f\,(X_1,\ X_2,\ \ldots\ X_n)$$

кўп аргументли функция кўринишида бўлсин. Унда функциянинг ўртача квадратик хатолиги

$$\Delta Y_{\text{кв}} = \sqrt{\Delta Y^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + \ldots \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)^2 \Delta X_n^2}. \qquad (17)$$

Бу ифодадаги ΔX_1, ΔX_2, . . ., ΔX_n, лар муайян ишончлилик учун (9) дан ҳисобланган хатоликлардир. Бунда $\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right), \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right), \ldots, \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)$ лар функция аргументларининг ўртача қийматлари бўйича ҳисобланади. Демак, бу ҳолда изланаётган физик катталик ҳақиқий қийматининг Y дан четлашиши юқорида танланган ишончлиликка эга бўлади. α_n ишончлилик учун Yнинг мавжуд бўлиш оралиғи

$$\bar{Y} - \Delta Y_{\text{кв}} < Y < \bar{Y} + \Delta Y_{\text{кв}}$$

Бу ерда $\bar{Y}$ функция аргументларини бир хил шароитда қатор такрорий ўлчашлардан топилган ўртача қийматдир. Агар тажриба шароитида такрорий ўлчашлар имкони бўлмаса, у ҳолда $\bar{Y}$ ўрнига муайян якка ўлчаш асосида ҳисобланган Y_i олинади. ΔX_1, ΔX_2, . . ., ΔX_n, лар ўрнига эса берилган катталикни ўлчашда ишлатилган асбобнинг хатолиги олинади. Шундай тарзда аниқланган Y катталик $\alpha_n = 0{,}68$ ишончлиликка эга бўлади.

7-§. МУТТАСИЛ ВА ТАСОДИФИЙ ХАТОЛИКЛАРНИ БИРГАЛИКДА ҲИСОБГА ОЛИШ

Биз юқорида тажриба хатолиги ўлчаш асбоби киритадиган муттасил хатолик билан тажрибачига ва ташқи омилларга боғлиқ бўлган тасодифий хатоликларнинг йиғиндисига боғлиқ эканлигини кўрсатиб ўтган эдик.

Умуман айтганда, агар муттасил хатолик асбоб паспортида кўрсатилган хатоликдан ташқари асбоб хусусиятининг ўзгариши (эскириши) билан ҳам боғлиқ бўлса, уларнинг йиғиндисини баҳолаш лозимдир. Одатда, асбобни даражалаш вақтида шкаланинг энг кичик бўлими асбоб хатолигидан катта қилиб олиниб, амалий мақсадларда асбоб хатолиги учун энг кичик бўлимнинг ярмига тўғри келган қийматдан фойдаланилади. Асбоб хатолиги $\alpha = 0{,}99$ ишончлилик учун берилиб, у максимал мутлақ хатоликка мос келади. Билвосита ўлчашлар ҳолида усул билан боғлиқ хатолик алоҳида баҳоланиши лозим.

Битта катталикни бирдай шароитда ўлчашлар бирдай қийматлар берса, бу ҳол тасодифий хатоликнинг асбоб хатолигидан кичик эканлигини билдиради ва бундай ҳолларда такрорий ўлчашларга зарурият бўлмайди ҳамда асбоб хатолиги тўла хатоликни белгилайди. Аксинча, кўп марта ўлчашларда ҳам тасодифий хатолик муттасил хатоликдан $5 \div 10$ марта ортиқлигича қолаберса, тўла хатоликни ҳисоблашда асбоб хатолигини назарга олмаслик мумкиндир. Бироқ тасодифий хатолик қиймати муттасил хатолик билан таққосланадиган даражада бўлиб қолган ҳолларда ўлчаш натижасининг ишонч оралиғини белгилаш учун ҳар иккала тур хатоликни назарга олиш керак бўлади. Агар асбоб хатолиги δ га тенг деб олсак, бирор бевосита ўлчанаётган X катталикнинг α_n ишончлилик учун ишонч оралиғи

$$\Delta X = \sqrt{t_\alpha^2(n) S_{\bar{X}} + \frac{t_\alpha^2(\infty)}{9} \delta^2} \qquad (18)$$

бўлади. Бунда $t_\alpha(n)$ — ишончлилик α_n ва тажриба вақтидаги n ўлчашлар сони учун Стьюдент коэффициенти, $t_\alpha(\infty)$ эса α_n ишончлилик ва чексиз катта ўлчашлар сони учун Стьюдент коэффициенти. Билвосита ўлчашлар ҳолида қатор бевосита ўлчанувчи катталиклар учун муттасил ва тасодифий хатоликлар ҳисобга олиниши лозим бўлса, ҳар сафар (18) ифодадан фойдаланиш лозимдир.

Молекуляр физика лабораториясига доир “Капилляр вискозиметр ёрдамида суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлаш” деган иш натижасининг хатолигини ҳисоблашга юқорида келтириб чиқарилган (17) ва (18) формулаларни татбиқ қилиш ва муттасил хатоликларни ҳисобга олиш билан танишиб чиқайлик. Бу ишда суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициенти бевосига ўлчанадиган катталиклар билан қуйидагича боғланган:

$$\eta = \eta_0 \frac{d \cdot t}{d_0 \cdot t_0},$$

бу ерда η_0 — тажриба ўтказилаётган температурадаги сувнинг ички ишқаланиш коэффициенти; d_0 — сувнинг шу температурадаги зичлиги; d — текширилаётган суюқликнинг зичлиги, t_0 ва t — муайян ҳажмдаги сув ва суюқликнинг оқиб чиқиш вақтлари. Тажрибада d, t_0 ва t ўлчанади, η_0 ва d_0 лар жадвалдан олинади. Буларнинг 291°K температурадаги қийматлари ва аниқликлари қуйидагичадир:

$$\eta_0 = 1{,}05 \cdot 10^{-3}\text{Па} \cdot \text{с}; \qquad \Delta\eta_0 = 0{,}005 \cdot 10^{-3}\text{Па} \cdot \text{с};$$

$$d_0 = 990 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \qquad \Delta d_0 = 2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

t_0 ва t ни тажрибада ўлчашдан олинадиган натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	t_{0i}	t_i	$\varepsilon_i = (t_i - \bar{t})$	ε_i^2
1	4,4	24,1	0,5	0,25
2	4,4	24,1	0,5	0,25
3	4,4	23,8	0,2	0,04
4	4,4	24,0	0,4	0,16
5	4,4	23,5	−0,1	0,01
6	—	23,4	−0,2	0,04
7	—	23,4	−0,2	0,04
8	—	23,2	−0,4	0,16
9	—	23,1	−0,5	0,25
		$\bar{t} = 23{,}6$		$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = 1{,}20$

Ареометр билан ўлчанган глицерин зичлиги $d = (1170 \pm 5)\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ га тенг.

Сувнинг оқиб чиқиш вақтини беш марта ўлчаш натижаси бир хилдир, бу нарса асбобнинг муттасил хатолиги ўлчашлардаги тасодифий хатоликдан катта эканлигини кўрсатади. Одатда бундай ўлчашлар бир марта бажарилади. t_0 ва t ларни ўлчашлар бир-бирига боғлиқ бўлмаганлиги учун ички ишқаланиш коэффициентини аниқлаш формуласига вақтнинг ва зичликнинг ўртача қийматларини қўйиб ҳисоблаш мумкиндир, яъни

$$\bar{\eta} = \eta_0 \frac{\bar{t} \cdot \bar{d}}{\bar{t}_0 \cdot \bar{d}_0},$$

у вақтда топилган қийматларни қўйиб ҳисоблаб чиқарсак,

$$\eta = 6{,}70 \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$$

қийматни оламиз. η нинг ишонч оралиғи чегарасини қуйидагича мулоҳаза юритиб аниқлаш мумкин. Жадвалдан олинадиган d_0 ва η_0 ларнинг ишонч оралиғи чегарасини бевосита ўлчанадиган d, t, t_0 ларнинг ишонч оралиғи чегарасига нисбатан жуда ҳам кичик қилиб олиш мумкин. Тасодифий хатоликлар назариясига асосан η нинг ишонч оралиғи чегараси (17) формуладан аниқланади.

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial d}\right)^2 \Delta d^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2 \Delta t^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial t_0}\right)^2 \Delta t_0}.$$

Δd, Δt, ва Δt_0 ишонч оралиқлари чегаралари юқорида баён қилинган бевосита ўлчаш натижаларини ишлаш қоидаларига асосан бир хил α_n ишончлиликда (9) формуладан ҳисобланади. Агар буларнинг ичида бирортаси бошқаларига нисбатан катта бўладиган бўлса, ушбу хатолик $\Delta\eta$ ни аниқлашда аҳамиятлидир. Сувнинг оқиб чиқиш вақтини аниқлашда секундомернинг муттасил хатолиги (0,2 сек) тасодифий хатолигидан катта ва аҳамиятлидир. Глицериннинг оқиб чиқиш вақти t ни аниқлашдаги 9 та ўлчашнинг тасодифий хатолиги секундомернинг хатолигига яқин бўлгани учун Δt муттасилни аниқлашда ҳар иккала хатоликни қуйидаги формула бўйича ҳисобга олинади:

$$\Delta t = \sqrt{[t_\alpha(n) S_{\bar{t}}]^2 + \left[\frac{t_\alpha(\infty)^2}{3}\right]\delta^2}$$

ва шу тажрибада $\alpha_n = 0,997$ ишончлилик билан $\Delta t = 0,45$ с бўлади.

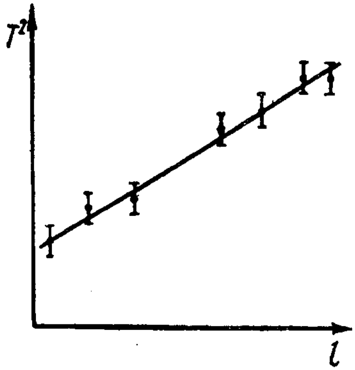
Глицерин зичлигини ўлчаш хатолиги учун ҳам юқоридаги айтилганлар тааллуқлидир. Юқорида айтилганларнинг ҳаммасини эътиборга олиб, $\alpha_n = 0,997$ деб олган ҳолда бажарилган ҳисоблаш натижаси $\Delta\eta = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Па · с қийматни беради. Демак, изланаётган катталик $\alpha = 0,997$ ишончлилик билан

$$\eta=(6,70\pm0,50)\cdot 10^{-3}\text{Па}\cdot\text{с га тенг.}$$

$$E = \frac{\Delta\eta}{\eta} = 7\%.$$

8-§. ЎЛЧАШ НАТИЖАЛАРИНИ ГРАФИК РАВИШДА ТАСВИРЛАШ

Ҳодиса ва жараёнларни ўрганиш бирор физик катталикнинг бошқа бир ёки бир неча физик катталикка боғлиқ тарзда ўзгаришини қайд қилишдан иборатдир. Математика атамаларига кўчсак, ҳодиса қонуниятини ўрганиш функциянинг аргументлари орқали ошкор кўринишини аниқлашдан иборатдир. Бир ёки иккита параметрга (аргументга) боғлиқ бўлган физикавий катталикнинг аналитик ифодасини график равишда яққол тасвирлаш мумкин. Механика ва молекуляр физикага оид лаборатория ишларини бажараётганда талабаларга асосан тўғри бурчакли координаталар тизимидан фойдаланишга тўғри келади. Бундай мақсадларда миллиметрли қоғоз ишлатиш қулайдир. Физикавий қонуният характерига қараб, параметрлар орасидаги боғланиш чизиғий, квадратик, экспоненциал, логарифмик ва ҳоказо тарзда бўлиши ва демак, графикда уларни характерловчи чизиқлар ҳам тегишли характерда бўлиши мумкин. График чизишда, одат-



1- расм.

да тажрибачи координаталар тизимининг абсцисса ўқига ўз ихтиёри билан танлаб оладиган катталикни (аргументни), масалан, тебрангич узунлигини, газ температурасини, стерженни эгувчи юк катталигини қўйса, ордината ўқига мос ҳолда тебрангичнинг тебраниш даври квадратини, газ босимини, стерженнинг эгилиш ёйини қўяди.

График чизишда энг муҳим амалий ҳолатлардан бири — олинган маълумотларнинг ўзгариш оралиғини ҳисобга олган ҳолда ҳар бир координата ўқи учун мақбул масштаб танлашдир. Масштаб танлашда амал қилинадиган муҳим шартлардан бири шуки, унинг энг кичик улуши ўлчашнинг тўла хатолигидан кичик бўлмаслиги лозим. Ўқларга қўйиладиган катталиклар ўзларининг физикавий табиатлари жиҳатидан турлича бўлишлигидан уларнинг ҳар бири учун масштаб шундай танланиши лозимки, бунда график ўқлари жуда узун ёки жуда қисқа бўлиб қолмасин. График чизиш олдидан тажриба натижалари жадвалда қайд қилинади. Жадвалдаги бир-бири билан боғлиқ бўлган маълумотлар жуфти графикда муайян нуқтани беради. Шундай нуқталар мажмуаси асосида тегишли чизиқ чизилади. Ўлчаш асбобининг хатоликлари ва бошқа омиллар таъсирида юз берадиган хатоликлар мавжудлиги туфайли бу нуқталар бирор равон чизиқ устида жойлашмайди. Шу сабабли боғланиш чизиғини тажрибавий нуқталар иккала томонда симметрик жойлашадиган қилиб ўтказилади. Ҳар бир нуқтанинг ўрни графикда кўринарли қилиб кўрсатилиши лозим. Ҳар бир ўққа қўйилувчи катталикнинг хатолигини графикда тегишли масштабда кесмача билан кўрсатиш қабул қилинган. Кесмачанинг узунлиги хатоликнинг иккиланганига тенг қилиб олинади (1-расм). Албатта, график чизиғининг йўғонлиги ўлчаш хатолигига нисбатан анча кичик бўлишига эътибор бериш лозим.

График чизиғининг эгрилиги катта бўлган ҳолларда (хусусан, график максимум ёки минимумга эга бўлганда) чизиқнинг аниқлигини ошириш мақсадида эгриланиш яқинида ўлчаш маълумотларини зичроқ олган маъқул. Физикавий боғланиш характерини ифодаловчи чизиқни тўғрилаш, масштаб танлашни осонлаштириш мақсадида координата ўқларидан бирига олинган катталикларнинг квадрати, куби, логарифми ва ҳоказо қўйилиши мумкин.

График чизишда қўлланиладиган қулай воситалардан бири —координата бошини кўчириш қоидасидир. Бунда координата бошига ноль эмас, балки ўлчанган катталикнинг энг кичик қийматини қўйиш билан график чизиладиган сатҳдан унумли фойдаланиш мумкин. Графиклар физик қонуниятлар характерини кўргазмали тасвирлаш, аналитик ифодалардан катталикнинг ўртача қийматини, хатолигини аниқлаш имконини беради.

9-§. ЭНГ КИЧИК КВАДРАТЛАР УСУЛИ

Олдинги параграфларда қаралган ҳолларда бевосита ўлчанаётган ёки билвосита аниқланаётган катталик бир қатор кетма-кет ўлчашларнинг ҳаммасида ҳам ўзгармасдан турар эди. Аммо ўлчанаётган катталикка таъсир қилувчи бошқа катталикларнинг ўлчаш жараёнида ўзгариши туфайли унинг ўзи ҳам ўзгариб қоладиган ҳоллар учраб туради. Бундай ҳолларда ўлчашнинг мақсади изланаётган катталикнинг бошқа катталиклар билан функционал боғланишини энг яхши қаноатлантирувчи қонунни аниқлашдан иборат бўлади. Газ зичлигининг босимга, суюқлик қовушоқлигининг температурага ва математик тебрангич тебраниш даврининг унинг узунлигига боғланишини аниқлаш ва бошқалар шундай ўлчашларга мисол бўлади. Бундай ўлчашлар ҳам тасодифий хатоликка эга, чунки кузатиш натижаларида статистик четланишлар мавжуд бўлиб, улар ўзгарувчан “ҳақиқий” қийматга нисбатан четланишларни беради. X ўлчаш натижасидан Y изланаётган катталикнинг бир неча қийматлари топиладики, булар тўғри бурчакли координата текислигидаги нуқталар координатасидан иборатдир. Агар бу нуқталарни кетма-кет бир-бири билан туташтирсак, синиқ чизиқ ҳосил бўлиб, у биз излаётган $Y = f(X)$ боғланишни акс эттирмайди. Мақсад тажрибавий нуқталардан фойдаланиб, $Y = f(X)$ ҳақиқий боғланишни ифодаловчи чизиқни ҳосил қилишдир. Эҳтимоллик назариясининг кўрсатишича, бундай чизиқ учун нуқталардан чизиққача туширилган тикчизиқнинг узунлиги билан аниқланувчи масофа квадратларининг йиғиндиси минимал бўлиши керак. Бу усул *энг кичик квадратлар* усули деб аталади. Бу усулнинг моҳияти қуйидагича: назарий мулоҳазаларга асосан математик тебрангич даврининг квадрати унинг узунлигига тўғри мутаносиб, дейиш мумкин. Шунинг учун тажрибадан олинган нуқталарни энг яхши қаноатлантирувчи чизиқ тўғри чизиқдан жуда кам фарқ қилиши керак. Агар нуқтанинг абсциссасини X_1 деб, ординатасини Y_1 деб белгиласак, у ҳолда изланаётган тўғри чизиқ тенгламаси

$$Y_i = a + bX_{\mathrm{i}} \tag{21}$$

кўринишда бўлади. Изланаётган тўғри чизиқ тенгламаси (21) ни энг кичик квадратлар усули бўйича аниқлаш қуйидагича бажарилади: ординатаси Y_i га тенг бўлган нуқталардан изланаётган тўғри чизиққача ординаталар ўтказамиз. Бу тўғри чизиқ ординаталарининг қиймати $a + bX_i$ га тенг. Нуқтадан ордината бўйича тўғри чизиққача бўлган масофа эса $(a + bX_i - Y_i) = \varepsilon_i$ га тенг.

Агар бундай масофалар квадратларининг йиғиндиси энг кичик, яъни

$$\sum_{i=1}^{n}(a + bX_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2 = \min \tag{22}$$

бўлса, тўғри чизиқ биз излаётган тўғри чизиққа энг яқин келувчи чизиқ бўлади, деб фараз қилиш мумкин. Бу йиғиндининг минимуми дифференциал ҳисоблаш қоидаларига асосан топилади. (22) тенгламадаги a ва b коэффициентлар ўзгарувчан катталиклар бўлиб, улар учун шундай қийматларни аниқлаш керакки, бу қийматлар (22) ни тўла қаноатлантирсин. Бунинг учун (22) дан a ва b ўзгарувчилар бўйича хусусий ҳосилалар олиб, уларни нолга тенглаштирсак,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{n}(a + bX_i - Y_i) = 0,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 2\sum_{i=1}^{n}(a + bX_i - Y_i)X_i = 0,$$

ифодаларни оламиз. Буларни шундай ёзиш мумкин:

$$\sum_{i=1}^{n}(a + bX_i - Y_i) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}(a + bX_i - Y_i)X_i = 0,$$

Йиғинди ичидаги қавсни очиб чиқсак:

$$
\begin{aligned}
&na + b\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_1, \\
&a\sum_{i=1}^{n} X_i + b\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

(23) ифода (21) бошланғич тенгламанинг *нормал тенгламалари* дейилади. Бу нормал тенгламалар муайян усул бўйича тузилади. Ҳақиқатан ҳам, (23) дан кўриниб турибдики: 1) унинг *a* учун ёзилган нормал тенгламасини (биринчи тенглама) ҳосил қилиш учун (21) бошланғич тенгламанинг ҳар бирининг чап ва ўнг томонларини *a* нинг олдида турган коэффициентга кўпайтириб, ҳосил бўлган тенгламаларни йиғиб чиқиш керак. Бизнинг бошланғич тенгламамизда бу коэффициент бирга тенг. 2) (23) нинг *b* га тегишли нормал тенгламасини (иккинчи тенглама) ҳосил қилиш учун худди олдингига ўхшаш, (21) нинг чап ва ўнг томонини *b* нинг олдидаги коэффициентга кўпайтириб, ҳаммасини йиғиб чиқиш керак. Бу нормал тенгламалардан фойдаланиб (21) бошланғич тенгламадаги номаълум *a* ва *b* коэффициентларни аниқлаш мумкин. Бу номаълум коэффициентларни аниқлаш усуллари хилма-хилдир. Ушбу усуллардан бири билан танишиб чиқамиз.

(23) дан *a* ни аниқлаш учун биринчи йўлга *b* нинг нормал тенгламасини ёзамиз, иккинчи йўлни бўш қолдириб, учинчи йўлга *a* га тегишли нормал тенгламани ёзамиз. Бўш қолдирилган иккинчи йўлга *b* нинг нормал тенгламасини *b* олдидаги $\sum X_i^2$ коэффициентга бўлишдан ҳосил бўладиган тенгламани ёзамиз. Иккинчи йўлдаги тенгламани *b* нинг нормал тенгламасидаги *a* нинг коэффициенти $\sum_{i=1}^{n} X_i$ га кўпайтиришдан ҳосил бўладиган тенглама тўртинчи йўлга ёзилади. Айтилганларни бажариб кўрайлик:

$$
\begin{gathered}
a\sum X_i + b\sum X_i^2 = \sum X_i Y_i, \\
\frac{a\sum X_i}{\sum X_i^2} + b = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2}, \\
na + b\sum X_i = \sum Y_i, \\
\frac{a\sum X_i \sum X_i}{\sum X_i^2} + b\sum X_i = \frac{a\sum X_i Y_i \sum X_i}{\sum X_i^2}.
\end{gathered}
$$

Агар учинчи тенгламадан тўртинчи тенгламани айирсак,

$$a\left(n-\frac{\sum X_i\sum X_i}{\sum X_i^2}\right)=\sum Y_i-\frac{a\sum X_iY_i\sum X_i}{\sum X_i^2}.$$

тенглик ҳосил бўлади, бундан изланаётган a коэффициент топилади:

$$a=\frac{\sum Y_i-\frac{\sum X_iY_i\sum X_i}{\sum X_i^2}}{n-\frac{\sum X_i\sum X_i}{\sum X_i^2}}=\frac{\sum Y_i-\frac{\sum X_iY_i\sum X_i}{\sum X_i^2}}{P_a}. \qquad (24)$$

a нинг олдидаги P_a коэффициент a нинг *статистик вазни* деб аталади. b ни аниқлаш учун биринчи йўлга a нинг нормал тенгламасини, учинчи йўлга b нинг нормал тенгламасини ёзамиз. a учун ёзилган биринчи йўлдаги тенгламани a нинг олдидаги n коэффициентга бўлишдан ҳосил қилинган тенгламани бўш қолдирилган иккинчи йўлга ёзамиз. a нинг нормал тенгламасидаги b нинг коэффициенти $\sum X_i$ га иккинчи йўлдаги тенгламани кўпайтиришдан ҳосил бўладиган тенглама тўртинчи йўлга ёзилади. Айтилганларни бажарсак:

$$an+b\sum X_i=\sum Y_i,$$

$$a+\frac{b}{n}\sum X_i=\frac{1}{n}Y_i,$$

$$a\sum X_i+b\sum X_i^2=\sum X_iY_i,$$

$$a\sum X_i+\frac{b}{n}\sum X_i^2\sum X_i=\frac{\sum Y_i\sum X_i}{n}.$$

Учинчи йўлдан тўртинчи йўлни ҳадма-ҳад айирсак:

$$b\left(\sum X_i^2-\frac{1}{n}\sum X_i\sum X_i\right)=\sum X_iY_i-\frac{\sum Y_i\sum X_i}{n},$$

бундан изланаётган b коэффициент

$$b=\left(\frac{\sum X_iY_i-\frac{\sum X_i\sum Y_i}{n}}{\sum X_i^2-\frac{1}{n}\sum X_i\sum X_i}\right)=\frac{\sum X_iY_i-\frac{\sum Y_i\sum X_i}{n}}{P_b} \qquad (25)$$

га тенглиги келиб чиқади. b олдидаги P_b коэффициент b нинг *статистик вазни* деб аталади. (23) билан ифодаланувчи нормал тенгламалар тизимини биргаликда ечиб, a ни аниқлашда унинг нормал тенгламаси устида ҳеч қандай математик амал бажарилмайди, b нинг нормал тенгламаси устида эса бўлиш ва кўпайтириш амаллари бажарилади. Аксинча, b ни аниқлашда унинг нормал тенгламаси ўзгаришсиз қолдирилиб, a нинг нормал тенгламаси устида бўлиш ва кўпайтириш амаллари бажарилади.

Демак, (23) тенгламаларнинг ечимлари (24) ва (25) дан иборат. Улардан аниқланган a ва b ни (21) га қўйсак, тажриба натижаларидан жуда кам фарқ қилувчи изланаётган $Y_i^* = a + bX_i$ тўғри чизиқ тенгламаси топилади. Бу функционал боғланиш тажриба натижалари берадиган нуқталардан четланиши энг кичик бўлган тўғри чизиқни ифодалайди. Энг кичик квадратлар усулининг моҳияти четланишлар квадратларининг йиғиндиси минимал қийматга эга бўлган функционал боғланишни аниқлашдан иборатдир.

Хатоликлар назарияси a ва b номаълумларни аниқлашдаги хатоликларни ҳисоблаш учун тубандаги ифодаларни беради:

$$\Delta a = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{(n-k)P_a}}, \qquad \Delta b = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{(n-k)P_b}},$$

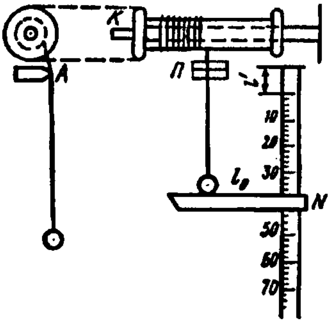
бунда k — нормал тенглама (23) даги ёки бошланғич тенглама (21) даги номаълумлар — бизнинг мисолимизда a ва b лар сони (k = 2).

Энг кичик квадратлар усулини математик тебрангич ёрдамида оғирлик кучи тезланишини аниқлашга оид ҳисоблашга татбиқ қилиш билан танишайлик. Оғирлик кучининг тезланиши

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

формуладан ҳисобланади. Вақтни катта аниқликда ўлчаш қийин бўлганлиги учун бу формуладан аниқланган тезланиш хатолиги катта бўлади. Хатоликни камайтириш мақсадида ҳисоблашни энг кичик квадратлар усули билан бажарамиз. Юқоридаги формуладан маълумки,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l,$$



2- расм.

яъни тебрангич тебраниш даврининг квадрати унинг узунлигига чизиғий боғланишда бўлиб, бурчак коэффициенти $\frac{4\pi^2}{g}$ га тенгдир. Оғирлик кучининг тезланиши қуйида келтирилган қурилмадан фойдаланиб (2-расм) аниқланади.

Тебрангич осилган ип катта ишқаланиш билан айланувчи *K* ғалтакка боғланган. Ип ғалтакдан сал пастроқда жойлашган *П* призма қиррасидаги *A* нуқтадан ошириб ташланган бўлиб, бу нуқта тебраниш нуқтасидан иборат. Тебраниш текислигига тик текисликда масштаб чизғич маҳкамланган. Расмдан кўринишича, тебрангичнинг узунлиги $l = l' + l_0 - r$, бу ерда l катталик *A* нуқтадан масштаб чизғич шкаласининг нолинчи бўлимигача бўлган масофа, l_0 эса *N* планка шарчанинг пастки нуқтасида тегиб турган пайтдаги масштаб чизғичдан олинадиган узунлик, r — шарчанинг радиуси. $l_0 - r = l^*$ деб белгилаб, узунлик ифодасига қўйсак, тебраниш даврининг квадрати учун

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l^* + \frac{4\pi^2}{g} l_0$$

ифодани оламиз. Тебрангич узунлигини ўлчашда l' ва r ўзгармас бўлади, демак, l^* ҳам ўзгармас бўлади.

T^2 нинг l_0 га боғланиши бурчак коэффициенти $\frac{4\pi^2}{g}$ га тенг бўлган ва ордината ўқини $\frac{4\pi^2}{g} l^*$ масофада кесиб ўтувчи тўғри чизиқ билан ифодаланади. Агар юқоридаги тенгламада

$$T^2 = Y, \quad l_0 = X, \quad \frac{4\pi^2}{g} = b, \quad \frac{4\pi^2}{g} l^* = a$$

белгилашлар киритсак, ифода шундай кўринишга келади:

$$Y = a + bX.$$

Тажрибада l_0 нинг ҳар хил қийматлари учун 50 та тебраниш учун кетган t вақтни ўлчаб, унинг ёрдамида тебраниш даври ва унинг квадратларини ҳисоблаймиз. Бундай ҳисоблашлар натижалари қуйидаги жадвалда келтирилган.

3-жадвал

Тартиб рақами	l_0	t	T	T^2
1	100	99,3	1,986	3,944
2	95	96,8	1,936	3,748
3	90	93,9	1,878	3,527
4	85	91,3	1,826	3,334
5	80	88,8	1,776	3,154
6	75	85,8	1,716	2,945
7	70	82,5	1,650	2,723
8	65	79,5	1,590	2,528
9	60	76,5	1,530	2,341

Юқорида айтилганлардан маълумки, изланаётган тенгламани қаноатлантирувчи a ва b ўзгарувчиларни аниқлаш учун бу жадвалдан фойдаланиб ушбу жадвални тузамиз:

4-жадвал

Тартиб рақами	$l_{0i} = X_i$	$l_{0i}^2 = X_i^2$	$T_i^2 = Y_i$	$l_{0i}T_i^2 = Y_iX_i$	Y_i^*	$\varepsilon_i = Y_i^* - Y_i$	$\varepsilon_i^2 \cdot 10^6$
1	100,0	10000	3,944	394,4	3,942	–0,002	4
2	95,0	9025	3,748	356,1	3,741	–0,007	49
3	90,0	8100	3,527	317,4	3,539	–0,012	144
4	85,0	7225	3,334	283,4	3,338	+0,004	16
5	80,0	6400	3,154	252,3	3,137	–0,017	289
6	75,0	5625	2,945	220,9	2,936	–0,009	81
7	70,0	4900	2,723	190,6	2,735	+0,012	144
8	65,0	4225	2,528	164,3	2,533	–0,005	25
9	60,0	3600	2,341	140,5	2,332	–0,009	81
Σ	720,0	59100	28,244	2319,9	—	–0,011	883

Бу жадвалдаги катталикларни (24) ва (25) га қўйсак ҳамда нормал тенгламалардаги a ва b ларни ҳисобласак, улар учун қуйидаги қийматларни оламиз:

$$a = -0{,}0833; \quad b = 0{,}04025.$$

b нинг топилган қиймати ёрдамида

$$g = \frac{4\pi^2}{b} = \frac{4\cdot 9{,}8596}{0{,}04025} = 979{,}9\,\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

ҳисобланади. Оғирлик кучи тезланишининг хатолигини аниқлаш учун a ва b нинг қийматларини (21) га қўйиб, Y^* (4-жадвалнинг 5-устуни) ҳисобланади. 5-устундаги катталиклардан 3-устундаги катталиклар айрилиб 6-устунга ёзилган. 7-га 6-даги катталикларнинг квадратлари ёзилган. Оғирлик кучи тезланишининг хатолиги ҳисоблаш формуласидан топилади:

$$\Delta g = \frac{\Delta b}{b}\,q.$$

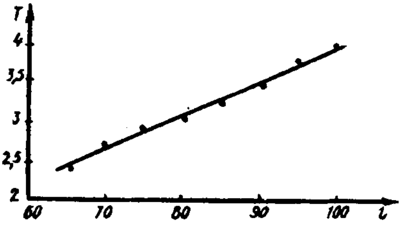
Хатоликлар назариясига кўра, b нинг мутлақ хатолигини юқоридаги жадвалдан фойдаланиб ҳисобласак бўлади:

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{(n-k)P_b}} = 2{,}8\cdot 10^4\,\text{с}^2/\text{м},$$

у ҳолда $\Delta g = 6{,}8\,\frac{\text{см}}{\text{с}}$ бўлади. Демак, оғирлик кучи тезланишининг изланаётган ҳақиқий қиймати а = 0,70 учун

$$g = (980\pm 7)\ \text{см/с}^2.$$

Агар тажрибада топилган T^2 нинг ва l_0 нинг қийматларини тўғри бурчакли координаталар текислигида жойлаштирилса, тўғри чизиқ устида ётмайдиган бир қатор нуқталар (3-расм) ҳосил бўлади. График чизиғи тебрангичнинг тўла тебраниш даври квадрати (T^2) билан чизғичдан олинган узунлик (l_0) орасидаги эмпирик боғланиш чизиғидан иборат. Нуқталар эса бевосита тажрибада ўлчанган маълумотлар асосида топилган.



3-расм.

Энди шу графикнинг ўзида энг кичик квадратлар усули билан топилган T^2(4-жадвалнинг 5-устунидаги Y^*) нинг l_0 га тегишли нуқталарини топиб, уларни туташтирсак тўғри чизиқ ҳосил бўлади. Бу тўғри чизиқ тажриба натижалари берадиган нуқталардан четланиши энг кичик бўлган тўғри чизиқни ифодалайди.

Маълумки, ҳар қандай боғланиш тўғри чизиқли боғланиш бўлавермайди. Лекин кўп ҳолларда мураккаб боғланишларга содда алмаштиришлар киритиш орқали боғланишни чизиқли кўринишга келтириш мумкин. Масалан: 1) Агар $Y = l + \frac{k}{X}$ бўлса, бундаги $\frac{1}{X}$ ўрнига янги Z ўзгарувчи киритсак, Y ва Z орасидаги боғланиш $Y = \lg + kZ$ чизиқли кўринишга келади. 2) Худди шунингдек, агар $Y = ab^*$ ифодани логарифмласак, $\lg Y = \lg a + X \lg b$ бўлиб, ундаги $\lg Y$ ва X орасидаги боғланиш чизиқли кўринишга келади. 3) $Y = \frac{1}{a + bX}$ ифодада $Y = \frac{1}{Z}$ деб алмаштирсак, $Z = a + bX$ ҳосил бўлади. 4) $Y = a + \frac{b}{X} + \frac{c}{X^2}$ ифодада $Z = \frac{1}{X}$ деб алмаштирилса, у ҳолда $Y = a + bZ + cZ^2$ бўлади; 5) $Y = \frac{X}{a + bX + cX^2}$ ифодада $Z = \frac{X}{Y}$ алмаштириш бажарилса, $Z = a + bX + cX^2$ ифода ҳосил бўлади.

10-§. ТАҚРИБИЙ СОНЛАР ВА УЛАРНИ ЁЗИШ УСУЛЛАРИ

Ўлчашлар ҳамма вақт физик катталикнинг тақрибий қийматини беради. Физик катталикларнинг сон қийматлари устидаги амаллар ҳам тақрибий натижаларга олиб келади. Жадваллардан олинадиган рақамлар ҳам тақрибийдир. Масалан, Эйлер сони, $e = 2{,}73$, $\pi = 3{,}14$ ва бошқалар тақрибий қийматлар бўлиб, улар муайян мутлақ хатоликка эга.

Тақрибий соннинг мутлақ хатолиги деб, бу соннинг ҳақиқий ва тақрибий қийматлари орасидаги фарққа айтилади. Тақрибий сон шундай ёзиладики, унинг мутлақ хатолиги соннинг охирги разряди бирлигининг ярмидан катта бўлмасин. Масалан, 9,81 ёзув бу соннинг мутлоқ хатолиги 0,005 дан катта эмаслигини кўрсатади, 276 учун мутлақ хатолик 0,5 дан ортиқ эмас деб тушуниш лозим. 276,0 учун эса 0,05; 276,000 учун эса 0,0005 ва ҳоказо. Катта сонлар учун мутлақ хатоликлар бирлар, ўнлар, юзлар ва ҳоказо бўлиши мумкин. Масалан, $3 \cdot 10^3$ нинг мутлақ хатолиги 500 га, 3000 нинг хатолиги эса 0,5 га тенгдир. Демак, бу битта соннинг икки кўринишда ёзилиши икки хил мутлоқ хатоликка мос келади.

Мутлақ хатолик ҳали тақрибий соннинг аниқлигини тўла белгилаб беролмайди. Ҳисоблаш аниқлигини унинг нисбий хатолиги яхши характерлаб беради. Масалан, 41° кенглик учун эркин тушиш тезланиши g нинг тажрибада топилган $980{,}255\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ қийматини турлича тақрибийликда ёзганда, унинг нисбий хатоликлари қуйидагича бўлади.

5-жадвал

Тартиб рақами	g	Δg	$\frac{\Delta g}{g} \cdot 100\,\%$
1	980,255	0	0
2	980,25	0,005	0,00051
3	980,2	0,055	0,00561
4	980,0	0,255	0,02601

Физикадан лаборатория ишларининг натижаларини ҳисоблашда талабалар ўлчаш асбоблари берадиган аниқликни эътиборга олмасдан арифметик амалларни юқори "аниқликда" олиб боришга уриниб, вақт ва кучларини бекорга сарфлайдилар. Масалан, 2,3 ва 3,7 рақамларнинг ҳар бири 0,05 хатоликка эга. Агар уларни ўзаро кўпайтирсак, 8,51 ҳосил бўлади. Бундаги охирги 1 рақам аҳамиятсиз бўлиб, уни 8,5 кўринишда ёзиш етарлидир. Рақамлар устида амаллар бажариш олдидан уларни ўлчаш аниқлигига мос тарзда яхлитлаб олиш лозим. Олинган сонни яхлитлаш деганда, унинг аҳамиятли разрядидан ўнгда турган рақамларни ташлаб юборишни тушунамиз. Демак, яхлитлаш учун соннинг ҳақиқий, шубҳали ва нотўғри рақамларини билиб олиш лозим бўлади.

Тажриба вақтида олинган ўлчаш натижалари, муҳим физикавий доимийларнинг жадваллардаги қийматлари тақрибий сонларни ёзиш қоидалари асосида қайд қилинади. Бу сонларни ёзишда уларнинг мутлақ хатоликлари алоҳида кўрсатилмаган бўлса-да, одатда, мутлақ хатолик ёзувда сақлаб қолинган охирги разряд бирлигининг ярмидан катта эмас, деб ҳисобланади. Сонларни шундай тарзда ёзганда унинг барча рақамлари ишончли рақам бўлади.

Оралиқ математик амалларни бажараётганда яхлитлашлар туфайли хатоликларни катталаштириб юбормаслик мақсадида битта ёки иккита аҳамиятсиз рақамларни сақлаб туриш тавсия қилинади. Ҳисоблаш натижалари доимо шу тавсияга амал қилган ҳолда яхлитлаб турилиши лозим. Тақрибий сонлар устида бажариладиган амаллар натижалари ҳам тақрибийдир. Кўпайтириш, даражага кўтариш, илдиздан чиқариш ва бўлиш амалларида кўпинча нотўғри рақамлар келиб чиқади. Масалан $2{,}77\times3{,}25=9{,}0025=9{,}00$; бунда 0,0025 нотўғри рақамдир. Шунингдек, $5{,}3\times30{,}27$ амални бажариш олдидан иккинчи сонни ҳам яхлитлаб биринчи сон аниқлигига келтирилади:

$$5{,}3\times30{,}3=160{,}59=160{,}6.$$

Демак, арифметик амалда иштирок этувчи сонлар ичида қайси бири энг кичик аниқликка эга бўлса, охирги натижа шу аниқликда ёзилади. Даражага кўтариш ва илдиздан чиқаришда ҳам натижа бошланғич сон аниқлигида ёзилади:

$$(5{,}64)^2=31{,}2096\approx31{,}21.$$

Хулоса қилиб айтганда, охирги натижанинг аниқлиги сонлар устидаги амаллар аниқлиги билан эмас, балки ўлчов асбобининг, ўлчаш усулининг аниқликлари, ўлчаш жараёнига ташқи физикавий омилларнинг таъсири билан белгиланади.

II ҚИСМ

МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКАДАН ЛАБОРАТОРИЯ ИШЛАРИ

1-ИШ. АНАЛИТИК ТАРОЗИДА АНИҚ ТОРТИШ

Керакли асбоблар ва материаллар: 1) аналитик тарози, 2) тарози тошлари, 3) тортилувчи жисм, 4) таралар (қаттиқ жисмнинг майда бўлаклари).

Қисқача назария

Тенг елкали ричаг тарозида жисм массасини аниқлаш қоидалари билан танишайлик. Ричаг тарозиларда жисм массасини ўлчашда массаси аниқланаётган жисмнинг ерга тортилиш кучи билан эталон массаларнинг ерга тортилиш кучлари солиштирилади. Тарози мувозанат ҳолатга келганда ричагга таъсир этувчи куч моментларининг йиғиндиси нолга тенг бўлади. Масалан, ричагнинг бир елкасига массаси m номаълум бўлган бирор юк осилган бўлсин, иккинчи елкасига уни мувозанатловчи m_1 массали эталон юк осилади. Мувозанат ҳолатда

$$(mg - \mathrm{F_A})l_1 = (m_1g - \mathrm{F_{1A}})l_2 \qquad (1)$$

бу ерда l_1 ва l_2 — шайин елкаларининг узунлиги, $\mathrm{F_A}$ ва $\mathrm{F_{1A}}$ — мос равишда ҳавода тортилаётган юк ва эталон тошларга таъсир этувчи Архимед кўтариш кучлари, g — ўлчаш бажарилаётган жойдаги оғирлик кучи тезланиши. (1) муносабатдан m масса топилади:

$$m = m_1\frac{l_2}{l_1} + \frac{F_\mathrm{A}l_1 - F_\mathrm{1A}l_2}{gl_1}.$$

Агар шайин елкалари $l_1 = l_2$ бўлса,

$$m = m_1 + \frac{F_\mathrm{A} - F_\mathrm{1A}}{g} = m + \frac{\Delta F}{g} \qquad (2)$$

бу ерда $\Delta F = F_\mathrm{A} — F_\mathrm{1A}$.

Жисм оғирлигининг ҳавода камайишини ҳисобга олувчи тузатмалар. Массаси аниқланаётган жисм зичлиги ва тарози тошларининг зичликлари ҳар хил бўлганлиги учун, уларга таъсир этувчи Архимед кучлари ҳам ҳар хилдир. Шунинг учун тарози елкаларини мувозанатлаш учун, жисм массаси тарози тошларининг массаси билан эмас, балки, жисм оғирлиги билан тарози тошлари оғирликларининг фарқи жисм ва тарози тошларига таъсир этувчи Архимед кучларининг фарқи билан тенглашиши керак, яъни:

$$\Delta F = P - P_1 = F_A - F_{1A},$$

бунда $P = mg$ жисмнинг оғирлиги, $P_1 = m_1 g$ — тарози тошларининг оғирлиги, $F_A = Vg\lambda$, $F_{1A} = V_1 g\lambda$, бунда $V = \frac{m}{\rho}$ жисмининг ҳажми, $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$ — тарози тошларининг ҳажми. Топилганларни ўрнига қўйилса,

$$mg - \frac{mg}{\rho}\lambda = m_1 g - \frac{m_1 g}{\rho_1}\lambda .$$

бундан $m = m_1\left[1 + \left(\frac{\lambda}{\rho} - \frac{\lambda}{\rho_1}\right)\right]$ ёки

$$m = m_1 + \Delta m; \qquad \Delta m = m_1\lambda\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_1}\right), \tag{3}$$

бу ерда m_1 — тортишдан топилган масса, яъни тузатма киритилмаган масса, m — жисмнинг ҳақиқий, яъни бўшлиқдаги массаси, λ — ҳавонинг зичлиги, Δm — жисм массасини аниқлашдаги хатолик бўлиб, бу катталик ρ ва ρ_1 га боғлиқ равишда ўзгаради. Масса учун топилган Δm тузатмадан оғирлик учун тузатма ΔP га қуйидагича ўтиш мумкин:

$$\Delta P = \Delta mg,$$

Тарози елкаларининг тенг бўлмаслиги туфайли юзага келувчи хатоликни ҳисобга олиш. Елкалари тенг бўлмаган тарозида жисм тортилганда унинг оғирлиги тарози тошларининг оғирлигига тенг бўлмайди. Лекин тортишнинг шундай усуллари борки, елкалар тенг бўлмаганда ҳам улар ёрдамида жисм оғирлигини жуда аниқ топиш мумкин.

Бундай махсус усуллар қуйидагилардан иборат: 1) Гаусснинг икки паллада тортиш усули. 2) Борднинг таралаш усули, 3) Менделеевнинг доимий юк усули.

1) **Гаусс усулида** шайин елкаларининг тенг бўлмаслиги тортиш натижасига таъсир қилмайди. Бу усул билан жисмни тортиш шундан иборат: жисмни аввало, чап паллага қўйиб тортилади; сўнгра жисм билан тарози тошлари ўрни алмаштирилиб, тортилади. Шайин елкаларининг тенг бўлмаганлиги туфайли биринчи тортиш натижаси p_1 билан иккинчи тортиш натижаси p_2 тенг бўлмайди. Биринчи тортишдаги жисм оғирлиги p ва тарози тошларининг оғирлиги P_1 лар учун куч моменти теоремасига асосан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$Pl_1 = P_1 l_2,$$

буква l_1 — чап елканинг узунлиги, l_2 — ўнг елканинг узунлиги. Жисм билан тарози тошларининг ўрни алмаштирилганда

$$P l_2 = P_2 l_1.$$

Бу икки тенгликдан

$$P = \sqrt{P_1 P_2}\ .$$

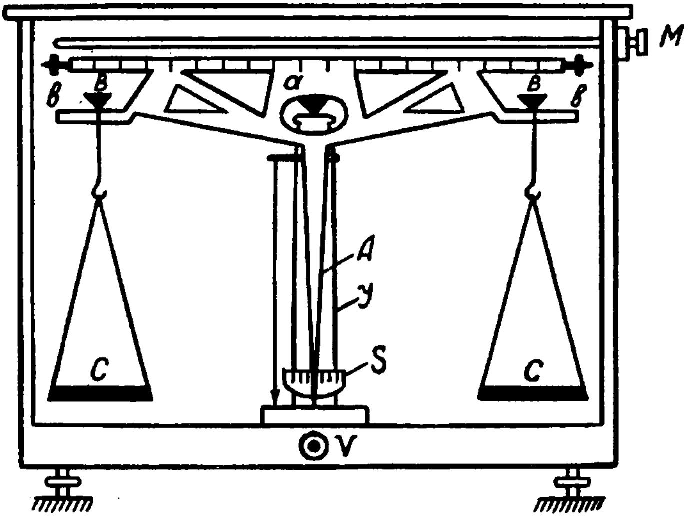
яъни жисмнинг оғирлиги биринчи ва иккинчи тортишдаги тарози тошлари оғирликлари кўпайтмасининг ўртача геометрик қийматига тенгдир.

2) **Таралаш усулида** паллаларнинг бирига тортиладиган жисм, иккинчисига тара қўйилади. Тара сифатида майда қўрғошин бўлаклари ишлатилиб, тарози мувозанат ҳолатга келгунча қўрғошин бўлакларидан қўшилиб борилади. Шундан сўнг жисм ўрнига тарози тошлари қўйилиб яна тара билан мувозанат ҳолатга келтирилади. Таранинг шундай тарзда топилган оғирлиги тортилиши керак бўлган жисм оғирлигига тенг бўлади.

3) **Доимий юк — Менделеев усулида** чап паллага тарозида тортиш мумкин бўлган максимал оғирликдаги тош қўйилади. Ўнг паллага эса, унга тенг тара қўйилиб, тарози мувозанат ҳолатга келтирилади. Сўнгра чап палладаги тош ўрнига тортиладиган жисм қўйилиб, тара билан тенглашгунча қўшимча тарози тошлари қўйилади. Шунда

жисмнинг оғирлиги олдин қўйилган максимал тошдан жисм устига тара билан тенглаштириш учун қўйилган қўшимча тошларнинг фарқига тенг бўлади. Бу усул билан тортганда сезгирлик ўзгармайди, ҳар сафар бир мартагина тортиш билан кифояланиш мумкин, тортиш вақти қисқаради ва кўп марта тортишда содир бўладиган хато лик камаяди.

Тарозининг тузилиши. Аналитик тарози чанг ва шамол кирмаслиги ва ёруғлик кўпроқ тушиши учун ойнаванд қилинади, бу ойналарни керак вақтда очиш мумкин (4-расм). Тарози тенг елкали “*BB*” ричаг (шайин)дан иборат бўлиб, у ўрта қисмидаги шайин текислигига тик ўрнатилган пўлат призманинг қирраси билан *A* устундаги текис ақиқ пластинкага қўйилган Шайиннинг ўртасидаги призмадан тенг узоқликда тарози паллалари “*CC*”ни осиш учун “*BB*” призмалар ўрнатилган. Бу учала призманинг қирралари бир-бирига параллел бўлиши керак. Шайиннинг вазияти четки призмаларни бирлаштирувчи чизиққа тик равишда унинг ўртасига ўрнатилган *I* стрелка (мил) билан аниқланади. Стрелканинг учи *A* устунчанинг пастки қисмига ўрнатилган *S* шкала бўйлаб ҳаракат қилади.



4-расм

Шайин горизонтал ҳолатда бўлганда стрелка шкаланинг ўрта қисмини кўрсатиши керак.

Тарози ишлатилмай турган вақтда уни арретирлаб қўйиш лозим. Тарози унинг *А* устунчаси ичидаги махсус мослама воситасида арретирланади, бу мослама тарозининг паллаларини ва шайинни бир оз юқори кўтариб ва уларнинг призмаларини бўшатиб, таянч юзага босилиб беҳуда ейилишдан сақлайди. Тарозини арретирлаш ёки тарози шайинини тушириш керак бўлганда, тарозининг пастки қисмидаги *V* каллак буралади. Тортишда 10 мГ дан кичик тошлардан фойдаланиш ноқулай бўлганлиги сабабли рейтердан фойдаланилади. Рейтер эса, оғирлиги 10 мГ бўлган симдан ва илиш учун қулай шаклга келтирилган қўзғалувчан юкдан иборат. Рейтер тенг ўн бўлакка бўлинган елкаларининг бирига *Т* ричаг ёрдамида (М каллакни бураш билан) қўйилиши ёки олиниши мумкин. Агар рейтер шайиннинг ўртасидан бошлаб ҳисобланган биринчи, иккинчи ва ҳоказо бўлимларга қўйилса, у тарозининг палласига қўйилган 1, 2 ва ҳоказо миллиграммларга мос келади.

Тарозида тортишдаги асосий қоидалар. 1. Арретирланмаган ҳолдаги тарозининг паллаларига юк ва тошларни қўйиш ҳамда олиш мумкин эмас.

2. Паллага юк қўйилганда унинг оғирлик маркази мумкин қадар палланинг ўрта қисмига тўғри келсин.

3. Тарози тошларини қўл билан ушлаш мумкин эмас, бу мақсад учун махсус қисқич бор.

4. Тошлар палладан олинганда, албатта, қутичадаги ўринларига қўйилишлари керак.

5. Паллалардаги юклар бир-бирларини мувозанатлашга яқин келтирилмагунча арретирни қисман бўшатиш билан стрелканинг кўрсатишидан қайси палланинг енгил эканлиги кузатилади ва шунга қараб тошдан олиш ёки қўйиш мумкин (тош билан юк орасидаги фарқ кам бўлганда, стрелка тебрангич сингари тебрана бошлайди).

6. Арретирлаш асталик билан стрелка нол нуқтадан ўтишида ижро этилиши керак.

7. Стрелканинг тебранишлари тарозининг эшиклари ёпиқ ҳолида кузатилади.

8. Арретирдан бўшатилганда стрелканинг тебраниш амплитудаси кичик бўлса (ноль нуқтадан ўнг ва чапга 3—4

хона тебраниши етарли), эшикча кичик очилгани ҳолда, қўл билан елпиш мумкин.

9. Паллаларда юкларни, айниқса, арретирланмаган ҳолда узоқ қолдириш мумкин эмас. Тортиш тугагандан сўнг, тарози арретирланиб, юкча олиниб эшикчаларни ёпиб қўйиш керак.

Аналитик тарозида тортиш

Аналитик тарозида аниқ тортиш жараёни қуйидагилардан иборат:

I. Тарозининг ноль нуқтасини аниқлаш.

II. Тарозининг сезгирлигини аниқлаш.

III. Тортиш.

I. Тарозининг ноль нуқтасини аниқлаш

Ҳар гал тарозида тортишдан олдин юк қўйилмаган тарозининг мувозанат вазиятини, яъни ишқаланиш бўлмаганда *I* стрелканинг *S* шкалада тўхтайдиган чизиғи e_0 ни аниқлаб олиш керак. Бу чизиқ тарозининг ноль нуқтаси дейилади. Ишқаланиш таъсирини йўқотиш учун, одатда, ноль нуқтани тебраниш усулидан фойдаланиб топилади. Шкала *S* тенг 20 бўлакка бўлинган бўлиб, ҳисоблашда, масалан, шкаладаги саноқ чапдан бошланади, деб фараз қилсак, тарозининг ноль нуқтаси 10 га яқин бўлади. Тарозини арретирдан бўшатилганда стрелка ноль нуқта атрофида сўнувчи тебранма ҳаракат қилади. Масалан, стрелка чап томонга четланганда a_1 дан, ўнг томонга четланганда a_2 дан қайтади деб фараз қилсак, агарда бу четланишлар ўзгармай қолса, ноль нуқтаси a_1 ва a_2 ларнинг ўртача арифметик қийматига тенг бўлар эди. Чапда 3 та ва ўнгда 2 та четланишлар олинганида, ноль нуқта

$$l = \frac{\frac{a_1 + a_3 = a_5}{3} + \frac{a_2 + a_4}{2}}{2}$$

ҳақиқий қийматга яқин бўлади.

Агар шкаланинг ноли чап четкада бўлмасдан, ўртада бўлса, у ҳолда турли томонларга оғишларнинг олдига турли ишоралар кераклиги ўз-ўзидан аён. Чап томонга оғишлар, одатда, манфий деб ҳисобланади. Шкалада стрелка кўрсатган бўлимлар битта бўлимнинг ўндан бир улушича аниқликда кўз билан чамалаб олинади. Шу тартибда ноль нуқта уч маротаба топилиб, тубандаги жадвал тариқасида ёзилади, улардан ўртачаси топилади ва хатолик хисобланади.

I		II		III	
чап	ўнг	чап	ўнг	чап	ўнг
a_1 a_2 a_5	a_2 a_4				
e_0'		e_0''		e_0'''	

II. Тарозининг сезгирлигини аниқлаш

Тарозини тавсифловчи асосий катталик унинг сезгирлигидир. Тарозининг сезгирлиги деб, тарозига қўшимча P юк қўйилганда стрелканинг оғиш бурчаги тангенсининг шу қўшимча юк оғирлигига нисбати, ёки бу нисбатга мутаносиб ва S шкалада стрелка силжишини кўрсатувчи бўлимлар сонининг шу қўшимча p юк (одатда, p = ІмГ) оғирлигига бўлган нисбати олинади; бу катталик қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\omega = \frac{L\cos\alpha}{(2P + p)L\sin\alpha + Qh},$$

бу ерда L — шайин елкасининг узунлиги, Q — шайиннинг оғирлиги, h — ўртадаги призманинг пастки қиррасидан шайиннинг оғирлик марказигача бўлган маосфа, P — тарозидаги юк, α — елка билан горизонтал йўналиш орасидаги бурчак. Формуладан маълумки, сезгирлик умумий ҳолда, тарозидаги юк P га боғлиқ бўлиб, призма қирралари бир текисликда ётса ва елкаларининг эгилишларини ҳисобга олинмаса, сезгирлик доимий бўлиб, тубандаги формула билан ифодаланади:

$$\omega = \frac{L}{Qh}.$$

Тарозининг сезгирлигини аниқлаш учун арретирланган юксиз тарози шайинидаги биринчи бўлимга рейтер осилиб ундан сўнг шайин жойига туширилса тарозининг бир палласига 1мГ юк қўйилгандек бўлади: тарозининг бу ҳолдаги тебранишларини кузатиб, унинг мувозанат вазияти e ноль нуқтани топилгандек уч марта аниқланади. Шунда юкли тарози стрелкасининг юксиз тарози ноль нуқтасига нисбатан силжиши $e - e_0$ бўлиб, бунинг мутлақ қиймати тарозининг сезгирлигини беради.

III. Тарозида тортиш

1) Тортилувчи жисм — юк тарозининг чап палласига қўйилади, ўнг паллага тошлардан қўйилиб, арретирни аста бўшатиб кўрилади, агарда юк оғир ёки енгил бўлса, тошлардан олиб ёки унга қўшилиб стрелка шкала чегарасидан чиқмасдан тебранадиган ҳолатга эришилади; 2) Юқорида кўрсатилган усул билан ноль нуқта топилади, олинган ўртача қиймат e_1 ва палладаги тошнинг оғирлиги P бўлсин. Агар e_1 катталик e_0 га тенг бўлса эди, юкнинг оғирлиги тошнинг оғирлигига аниқ тенг бўлган бўлар эди, лекин умумий ҳолда тенг бўлмаслиги мумкин, яъни, ё юк, ё тош озгина оғир бўлади. Шундай ҳолда e_1 ва e_0 га келтириш учун қўшимча юк $\Delta P'$ (кичик четланишларда, четланишни юкка мутаносиб деб фараз қилиб)ни топиш мумкин; 3) Бунинг учун тарозининг юкли вақтдаги сезгирлигини топиш керак. P нинг устига 1 мГ қўшамиз ёки оламиз ва мувозанат ҳолатини топамиз.

Шунда топилган ўртача қиймат e_2 бўлсин. Агарда юк 1 мГ бўлганда силжиш $e_1—e_2$ га тенг бўлса, e_1 ни e_2 га келтириш учун қандай қўшимча юк $\Delta P'$ кераклигини топиш мумкин:

$$\frac{1}{\Delta P'} = \frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_0} \quad \text{яъни} \quad \Delta P' = \frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_0}.$$

Шунда юкнинг оғирлиги:

$$Q = P \pm \Delta P'.$$

Шундай қилиб, миллиграммнинг ўндан бир бўлаклари аниқлигида юкнинг оғирлиги топилади. Сўнгра жисм ва тарози тошларига ҳавода Архимед кучи таъсир қилаётганлиги туфайли тортилаётган жисм оғирлигидаги ноаниқлик (3) ифода бўйича ҳисобга олинади. Ниҳоят, жисмнинг оғирлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$Q = P \pm \Delta P' + \Delta P.$$

4) Жисмнинг оғирлиги (массаси)ни тортишлар юқорида кўрсатиб ўтилган учта махсус усул билан амалга оширилади.

Саволлар

1) Нима учун ричагли тарозида жисмнинг массаси, пружинали тарозида эса жисмнинг оғирлиги ўлчанади дейилади?

2) Ричагли тарози қутбдан экваторга кўчирилса, тарозида ўлчаш натижалари ўзгарадими?

3) Нима учун шайин тебранишлари тўла сўнгандаги стрелка кўрсатадиган нол нуқтани тарозининг нол нуқтаси деб ҳисоблаш мумкин эмас?

4) тарозининг сезгирлигини белгиловчи омиллар нималардан иборат?

5) Тарозининг аниқлиги юкнинг палладаги ўрнига боғлиқми?

2-ИШ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ЗИЧЛИГИНИ ГИДРОСТАТИК ТОРТИШ УСУЛИДА АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) гидростатик тарози, 2) тарози тошлари, 3) зичликлари аниқланиши лозим бўлган жисмлар, 4) суюқлик учун идиш, 5) ингичка сим.

Қисқача назария

Берилган жисм массасининг шу жисм эгаллаган ҳажмга нисбати билан ўлчанадиган катталикни жисмларнинг зичлиги дейилади, яъни бирлик ҳажмга тўғри келадиган массани зичлик дейилади. Агар берилган жисм бир жинсли бўлмаса, у ҳолда жисмдан шундай кичик ҳажмчалар ажратиб оламизки, бу ҳажмчалардаги моддани бир жинсли деб қараш мумкин бўлсин. Демак, берилган ҳар қандай жисмнинг зичлигини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \qquad (1)$$

бу ерда ΔV — элементар ҳажм, Δm — шу ҳажмга тўғри келадиган жисмнинг массаси. Агар жисм бир жинсли бўлса, зичлик қуйидагича аниқланади:

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}. \tag{2}$$

(2) дан кўринадики, қаттиқ жисмларнинг зичлигини аниқлаш учун унинг массасини ва ҳажмини билиш кифоя экан. Берилган жисм массасини тарозида оддий тортиш йўли билан аниқлаш мумкин. Лекин берилган жисм ихтиёрий шаклда бўлса, унинг ҳажмини аниқлаш кўп қийинчиликларни вужудга келтиради.

Усулнинг назарияси

Қаттиқ жисмларнинг зичлигини гидростатик тортиш усули билан аниқлашда Архимед қонунидан фойдаланилади. Бу қонунга кўра суюқликка ботирилган ҳар қандай жисм ўз оғирлигидан жисм ҳажмидаги суюқлик оғирлигича оғирлигини йўқотади, яъни

$$P_1 - P_2 = \rho_c V g, \tag{3}$$

бу ерда P_1 — жисмнинг ҳаводаги оғирлиги (жисм оғирлигининг ҳавода камайиши назарга олинмаган), P_2 — жисмнинг суюқликдаги оғирлиги, ρ_c — жисм ботирилган суюқликнинг тажриба ўтказилаётган температурадаги зичлиги, g — оғирлик кучи тезланиши, V — зичлиги аниқланаётган жисмнинг ҳажми. Бу ҳажмни (3)дан фойдаланиб топилса,

$$V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_c g} = \frac{m_1 - m_2}{\rho_c} = \frac{\Delta m}{\rho_c}, \tag{4}$$

бу ерда m_1 ва m_2 лар мос равишда ҳавода ва суюқликда тортишда топилган массалардир. $\Delta m = m_1 — m_2$ сиқиб чиқарилган суюқлик массаси, (4) билан аниқланган ҳажмни (2)га келтириб қўйсак, изланаётган зичлик

$$\rho_0 = \frac{m}{m_1 - m_2} \rho_c = \frac{m}{\Delta m} \rho_c. \tag{5}$$

Бу топилган зичликка тузатма киритиш керак, чунки тортиш вақтида жисм билан сув оғирлигининг ҳавода камайиши эътиборга олинмаган эди. Агар жисмни тортиш вақтидаги температурада ҳавонинг зичлиги λ бўлса, у ҳолда зичликнинг тузатилган қиймати

$$\rho = \frac{m + V\lambda}{\Delta m + V\lambda}\rho_c$$

бўлади, бундаги V — жисм сиқиб чиқарган суюқлик ҳажми. Бу ҳажмнинг қиймати

$$m_1 - m_2 = V(\rho_c - \lambda)$$

дан топилади. Шундай қилиб жисмнинг тузатилган зичлиги қуйидагича бўлади:

$$\rho_0 = \frac{m + \dfrac{\rho_c\lambda}{\rho_c - \lambda}}{\Delta m + \dfrac{\Delta m_c\lambda}{\rho_c - \lambda}} = \frac{m}{\Delta m}(\rho_c - \lambda) + \lambda. \qquad (6)$$

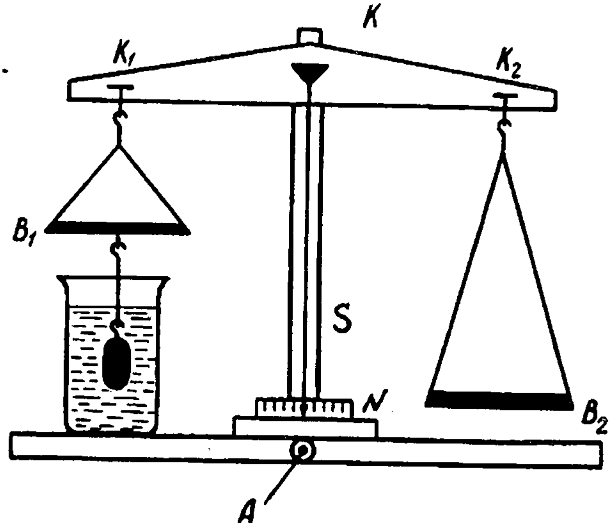
Зичликни (6) формула бўйича ҳисоблanганда жисм осилган симнинг оғирлиги эътиборга олинмаган.

Қурилманинг тузилиши

Гидростатик тортиш учун мўлжалланган тарозилар “К” призмага ўрнатилган шайинга эга (5-расм). Бунинг K_1 ва K_2 призмаларига B_1 ва B_2 паллалар осилган бўлиб, K_1,K_2 ва K призмаларнинг қирралари бир уфқий текисликда ётадилар.

Тарози шайинининг оғирлик маркази таянч нуқталаридан пастда жойлашганлиги унинг мувозанатини таъминлайди.

Тарозини ишлатиш учун A арретир бўшатилади. Бунда тарози стрелкаси S тарози шкаласи N нинг ўрта қийматини (чапга ва ўнгга бир хил қийматларга оғиши керак) кўрсатиши керак эди. Лекин призмалар қирралари уфқий сирт устида ётиб, уларда ишқаланиш жуда кам бўлганлиги учун стрелканинг шкала бўйлаб тебраниши узоқ вақт давом этади. Ҳар гал тарозида тортишдан олдин юк қўйилмаган тарозининг мувозанат вазиятини, яъни N шкаладаги S стрелка тўхтайдиган e_0 чизиқни аниқлаш



5-расм.

зарур. Бу чизиқ тарозининг ишлаб турган вақтдаги нол нуқтаси аналитик тарозининг нол нуқтасидек аниқланиши керак. Нол нуқтани аниқлаш учун арретир бўшатилиб, стрелканинг ўнгга ва чапга бир неча тебранишларидаги шкала бўйлаб четланиш a_i лар қайд қилинади. Бунда ноль нуқта қуйидаги ифодадан аниқланади;

$$e_0 = \frac{\frac{a_1+a_3}{2}+a_2}{2}$$

бу ерда a_1 ва a_3 — шкаланинг чап томондаги чизиқлари, a_2 — эса, ўнг томондагиси. Шу усулда ноль нуқта аниқлангандан сўнг тортишга ўтиш мумкин. Гидростатик тарозида тортиш вақтида қуйидаги қоидаларга амал қилиш керак:

1) Тарози доимо арретирланган бўлиши керак, тортиш учун уни арретирдан бўшатилади.

2) Тарози тошларини фақат қисқич билан олиш керак.

3) Тарози тошлари учун алоҳида қути қилинган бўлиб, ишлатилгандан сўнг тошлар ўз ўрнига қўйилиши керак.

4) Тарози паллаларига юк ёки тарози тоилари қўйилганда ёки олинганда, тарози арретирланган бўлиши керак.

Ўлчашлар

Текширилаётган қаттиқ жисм зичлигини аниқлаш учун ўлчашларни қуйидаги тартибда бажариш керак:

1) Юксиз тарозининг ноль нуқтаси юқорида баён қилинган усулда камида 3 маротаба аниқланади.

2) Жисм 0,1 мГ аниқликда ҳавода тортилади, уни m дейлик. Сўнгра, унинг оғирлиги жуда кичик бўлган ингичка сим орқали тарозининг ўнг палласи остидаги илгакка осилади ва иккинчи паллага тарози тошлари қўйиб мувозанат ҳолатга келтирилади. Бунда тарозини мувозанатловчи тарози тошларининг массаси жисм билан сим массасига тенг бўлади; бу массани m_1 дейлик. Тортиш вақтида тарозининг мувозанати деб, юкли тарозининг нол нуқтаси билан юксиз тарозининг нол нуқтасининг мос келиши тушунилади. Юкли тарозининг нол нуқтаси юксиз тарозининг нол нуқтасидек аниқланади.

3) Сўнгра тарози арретирланиб жисм дистилланган сувли идиш ичига туширилади. Бунда қуйидагиларга аҳамият бериш керак: а) жисм идиш деворига ва тубига тегиб турмаслиги керак, б) сим осилган илгак сувга ботмасин, в) жисм сиртида ҳаво пуфакчалари бўлмасин. Арретир бўшатилиб чап палладаги тарози тошларидан бир қисми олиб қўйилиб, тарози мувозанатга келтирилади. Сувга туширилган жисмнинг сим билан биргаликдаги тузатилмаган массаси m_2 бўлсин. Шунда сиқиб чиқарилган сув массаси $\Delta m = m_1 - m_2$. Шундай ўлчашларни ҳар бир жисм учун 3 марта бажариб, олинган натижаларни қуйидаги жадвалга ёзилади:

№№	m	m_1	m_2	Δm	ρ_0

Ҳисоблашлар

1) Массани сувнинг зичлигига бўлиб (4) га асосан жисм ҳажми топилади, уни (5)га қўйиб текширилаётган жисм-

нинг тузатма киритилмаган ва (6) дан тузатилган зичликлари ҳисобланади.

2) Тузатма киритилмаган зичликни аниқлашдаги нисбий хатолик тубандагича ифодаланади:

$$\frac{\Delta\rho_0}{\rho_0}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta\rho_c}{\rho_c}+\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1-m_2},$$

бу ерда $\Delta m'$, Δm_1, Δm_2, лар — тарози аниқлигига асосан олинадиган мутлақ хатоликлар, $\Delta\rho_c$— сув зичлигини жадвалдан олишдаги хатолик. Бундай ўлчашнинг мутлоқ хатолиги:

$$\Delta\rho_0=\left(\frac{\Delta m'}{m}+\frac{\Delta\rho_c}{\rho_c}+\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1-m_2}\right)\bar{\rho}_0.$$

Изланаётган зичликнинг ҳақиқий қиймати:

$$\rho_0=(\bar{\rho}\pm\Delta\rho_0).$$

Саволлар

1) Тарозида тортишда жисм осилган симнинг суюқликка ботадиган қисмига таъсир қилувчи Архимед кучини ҳисобга олмаслик натижа аниқлигига қандай таъсир қилади?

2) Серкавак ва сочилувчан жисмларнинг зичликларини қандай аниқлаш мумкин?

3-ИШ. ОШ ТУЗИ ЭРИТМАСИНИНГ КОНЦЕНТРАЦИЯСИНИ ВЕСТФАЛ ТАРОЗИСИДА АНИҚЛАШ

Керакли асбоблар ва материаллар: 1) Вестфаль тарозиси, тарози тошлари тўплами ва пинцет, 2) идишларга солинган ҳар хил концентрацияли ош тузи эритмалари, 3) дистилланган сув солинган идиш, 4) термометр, 5) фильтр қоғоз.

Қисқача назария

Маълумки, қаттиқ жисмлар суюқликларда эриб, улар билан бир жинсли муҳит ташкил этадилар. Агарда аралашмада модданинг биронтаси иккинчисига нисбатан миқдор жиҳатдан кўп бўлса, аралашмага *эритма* дейилади ва эритманинг кўпроқ қисмини ташкил қилган моддани *эритувчи*, камроқ қисмини ташкил этганини *эриган модда* дейилади. Эритмалар миқдоран концентрация катталиги билан тавсифланадилар. Концентрация эритмадаги эритувчи ва эриган модда миқдорини нисбий жиҳатдан белгилайди. Концентрацияни аниқлашнинг бир неча усуллари бор: 1) Эриган модда оғирлигининг бутун эритма оғирлигига нисбати билан аниқланувчи концентрацияга *оғирлик концентрацияси* дейилади:

$$M = \frac{P_l}{P}100\%,$$

бу ерда P_l — эрувчининг, P — эритманинг оғирликлари.

2) Эриган модда моли n нинг бутун эритмадаги моллар сонига нисбати орқали аниқланувчи концентрацияга *моляр концентрация* дейилади. Агар 1-модда n_1 мольдан, II-эса n_2 мольдан иборат бўлса моляр концентрация қуйидагича ифодаланади: 1-модданинг моляр концентрацияси

$$N_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}100\%;$$

II-модда учун эса

$$N_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}100\%.$$

Концентрацияни бундай аниқлаш шу жиҳатдан қулайки, бу бутун эритмадаги эриган модда молекулалари сонининг ундаги ҳамма молекулалар сонига нисбатини кўрсатади. Агар модда молекулалардан эмас атомлардан тузилган бўлса, моляр концентрация *атомар концентрацияни* ифодалайди.

3) Концентрация сон жиҳатдан эритманинг бирлик ҳажмидаги эриган модда массаси орқали ҳам белгиланиши мумкин:

$$C = \frac{m}{v}.$$

бу ерда m — эриган модданинг массаси, v — эритма ҳажми.

Эритма ҳусусиятини ўрганишда эритма концентрацияси температура ва босим билан бир қаторда асосий параметр ҳисобланади.

Усулнинг назарияси

Олдин айтилганлардан маълумки, эритма концентрацияси ўзгариши билан унинг зичлиги ўзгаради, бу эса зичлик ўзгаришидан эритма концентрациясини аниқлашга имкон беради. Бунинг учун эритманинг зичлиги билан концентрация орасидаги боғланишни ифодаловчи график чизилади. Бу ишдан мақсад шу графикдан фойдаланиб зичлиги маълум бўлган эритманинг концентрациясини аниқлашдир. Эритма зичлигини ишлаш принципи Архимед қонунига асосланган Вестфаль тарозисида аниқланади.

Вестфаль тарозиси шундай тузилганки, унинг ёрдамида жисмни уч ҳолатда тортиш мумкин (ҳавода, сувда ва текширилаётган суюқлик ичида).

Вестфаль тарозисида сувга ботирилган жисмга сув томонидан таъсир этувчи кўтариш кучи, сўнгра шу жисмга текширилаётган суюқлик томонидан таъсир этувчи кўтариш кучи жисм сиқиб чиқарган суюқлик оғирлигига тенгдир. Жисм томонидан сиқиб чиқарилган эритмаларнинг оғирликлари P_1, P_2, P_0 ларнинг ўша ҳажмдаги сув оғирлигига нисбати мос равишда m_1, m_2, m_0 ларнинг ҳамда эритма зичликларининг нисбати кабидир, яъни

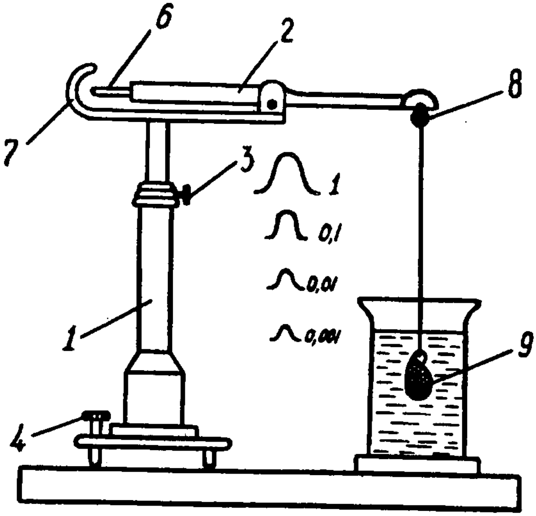
$$\frac{P_1}{P_0}=\frac{m_1}{m_0}=\frac{\rho_1}{\rho_0}. \qquad (1)$$

(1) га асосан

$$\rho_1=\rho_0\frac{m_1}{m_0}, \qquad \rho_2=\frac{m_1}{m_0}\rho_0. \qquad (2)$$

Шундай қилиб, бу усул ёрдамида сув зичлигига нисбатан эритма зичлиги топилади.

Тажриба қурилмаси Вестфаль тарозиси (6-расм) ичи ковак тик устунча *1* ва елкалари тенг бўлмаган шайин *2* дан иборат. Устунчанинг юқори қисми пастга ва юқорига силжиши ҳамда *3* винт воситасида исталган баландликда маҳкамланиши мумкин. Тарози таглигидаги *4* винт ёрдамида устунча тик ўрнатилади. Шайиннинг қисқа елкасининг учи *6* найзаланган бўлиб, унинг қарама-қарши



6-расм

томонида тагликка маҳкамланган найза (ёки шкала) *7* бор. Тарозини мувозанатлаганда найза найзага, ёки найза шкала нолига мос келиши керак. Шайиннинг узун елкаси тенг 10 бўлакка бўлинган бўлиб, уларга 1 дан 10 гача рақамлар ёзилган. Ҳар бир бўлимнинг охирида тарози тошларини осиш учун мўлжалланган кертик (ёки илмоқ) бор. Шайиннинг таянч нуқтаси нолинчи бўлимга, охири эса 10-бўлимга тўғри келади. Шайиннинг учидаги призмага илмоқ *8* осилган бўлиб, унга сим орқали сузгич *9* илинади. Тарози тошлари тақасимон шаклдаги эгилган симлардан иборат. Ҳамма тошлар 5 дона бўлиб, улардан 2 таси катта ва оғирликлари R га тенг. Катта тошнинг оғирлиги сузгич ҳажмидаги 20°С температурадаги дистилланган сув оғирлигига тенгдир. Қолган учта тошнинг оғирликлари мос равишда $0{,}1R$; $0{,}01R$; $0{,}001R$; га тенгдир. Шайиннинг охирги бўлимга осилган тарози тоши ўзининг оғирлигига мос айлантириш моментини ҳосил қилади. Агар тошлардан бирортаси шайин елкасининг 1-бўлимига эмас, балки бошқа бўлимлардан бирига осилган бўлса, яъни шайиннинг айланиш ўқига яқинроқ осилса, бу тошнинг ҳосил қиладиган моменти сон қиймати жиҳатидан ўз оғирлигининг 0,1 қисмининг бўлим рақамига кўпайтмасига тенг бўлади.

Масалан, агар катта тош 4-бўлимга осилган бўлса, у ўзининг оғирлигининг 0,4 қисмига тенг айлантирувчи момент ҳосил қилади. Сузгични текширилаётган эритма ичига туширилганда, тарози тошлари қуйидагича жойлашган бўлсин: 0,1R тош 8-бўлимда, 0,01R тош 5-бўлимда: 0,001R эса 7-бўлимда. У ҳолда сиқиб чиқарилган суюқликнинг оғирлиги шартли равишда қабул қилинган ўлчов бирлигида тубандагига тенг бўлади:

$$0{,}8R + 0{,}05R + 0{,}007R = 0{,}857R$$

Сузгич ҳажмидаги сувнинг оғирлиги ҳам худди шундай ўлчанади. Фараз қилайлик, ҳамма 4 та тарози тошлари шайиннинг 9-бўлимига осилганда тарози мувозанатлансин. Демак, бу вақтда сузгич сиқиб чиқарган сув оғирлиги тошлар билан мувозанатланган ва у 0,9999 R га тенг бўлади. Топилган оғирликлар нисбати $\frac{0{,}857}{0{,}9999}$ сузгич ҳажмидаги суюқлик ва сув массаларининг нисбатига ёки у иккинчи томондан, суюқлик ва сувнинг зичликларининг нисбатига тенгдир.

Тажриба вақтида сувнинг зичлиги тегишли температура учун жадвалдан олинади.

Ўлчашлар

1) Тарозини шундай ўрнатиш керакки, унинг устуни тик ҳолатда бўлсин. Ингичка симга боғланган сузгични шайин елкасидаги илмоққа илиб, *4*-винт ёрдамида тарози мувозантга келтирилади. Бундан кейин тортиш пайтларида тарози ўрнидан қўзғатилмаслиги лозим.

2) Сўнгра сузгични концентрацияси энг катта бўлган эритмага тушириш керак. Сузгич эритмага тўла ботиши, унинг идиш деворларига тегмаслиги ва унда ҳаво пуфакчалари бўлмаслиги керак. Шу шартлар бажарилганда тарозини тарози тошлари ёрдамида мувозанатлаб, кўрсатилган назарий маълумотлар асосида тошларнинг оғирлиги ёзиб олинади.

3) Бундай ўлчашлар ҳамма эритмалар ва дистилланган сув учун бажарилади. Эритма концентрациясини ўзгар-

тирмаслик учун ҳар сафар сузгични эритмага тушириш олдидан фильтр қоғоз билан артиб туриш керак. Ўлчаш натижаларини ва жадвалдан олинган катталикларни тубандаги жадвалга ёзиш керак:

№№	Эритма концентрацияси	Эритма зичлиги	Тажриба вақтидаги температура ва сувнинг зичлиги
1			
2			
3			
4			

Ҳисоблаш

1) (2) Формулага асосан ҳар бир эритма учун зичлик ҳисобланади.

2) Эритма зичлигининг концентрацияга боғланиш графиги чизилади. Графикдан фойдаланиб, эритманинг номаълум концентрацияси аниқланади.

3) Концентрацияси номаълум бўлган эритма зичлиги учун мутлақ ва нисбий хатолик ҳисобланади. Нисбий хатолик тубандаги формула билан ҳисобланади:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{\Delta m_0}{m_0}+\frac{\Delta m}{m};$$

бу ердаги Δm_0 ва Δm лар мос равишда сузгич ҳажмидаги сув эритма массаларини аниқлашдаги мутлақ хатоликлар бўлиб, улар тарозининг сезгирлиги билан аниқланади. Топилган нисбий хатоликдан ва зичликнинг ҳисобланган қийматидан фойдаланиб, унинг мутлақ хатолиги қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\Delta\rho=\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}+\frac{\Delta m}{m}\right)\bar{\rho}.$$

Ноъмалум концентрацияли эритманинг ҳақиқий зичлиги эса, тубандагича ёзилади:

$$\rho=(\bar{\rho}\pm\Delta\rho)\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$

Саволлар

1) Тарози тошларидан энг каттаси шайиннинг 10-бўлимига илинган, сузгич сувга тўла ботирилган ҳолларда ҳамма вақт мувозанатга эришиладими?

2) Тарози тошларининг энг каттасидан нега иккита олинади?

3) Агар олинган суюқликнинг зичлиги сувнинг зичлигидан кичик бўлса, ўлчашлар қандай бажарилади?

4-ИШ. ҚАТТИҚ ВА СУЮҚ ЖИСМЛАРНИНГ ЗИЧЛИГИНИ ПИКНОМЕТР ВОСИТАСИДА АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Аналитик тарози, 2) тарози тошлари, 3) таралар, 4) пикнометр, 5) қаттиқ жисм, 6) текшириладиган суюқлик, 7) дистилланган сув, 8) термометр, 9) фильтр қоғоз.

Қисқача назария

Берилган жисм массасининг шу жисм эгаллаган ҳажмга нисбати билан ўлчанадиган катталикни жисмнинг зичлиги дейилади, яъни унинг бирлик ҳажмга тўғри келадиган массаси *зичлик* дейилади.

Агар берилган жисм бир жинсли бўлмаса, у ҳолда жисмдан шундай кичик ҳажмчалар ажратиб оламизки, бу ҳажмчалардаги моддани бир жинсли деб қараш мумкин бўлсин. Демак, берилган ҳар қандай жисмнинг зичлигини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}. \qquad (1)$$

бу ерда ΔV — элементар ҳажми, Δm — шу ҳажмга тўғри келадиган жисмнинг массаси. Агар жисм бир жинсли бўлса, зичлик қуйидагича аниқланади:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (2)$$

Усулнинг назарияси

I. Қаттиқ жисмнинг зичлигини аниқлаш

Қаттиқ жисмнинг зичлигини аниқлаш учун жисмнинг массасини ва ҳажмини ўлчаш зарур. Жисмнинг тузатма киритилмаган массаси аналитик тарозида 0,1 мг аниқликда ўлчанади, ҳажми эса пикнометр воситаси билан аниқланади. Тарозида тортилган қаттиқ жисмни дистилланган сувли пикнометр ичига туширилганда у маълум миқдордаги сувни сиқиб чиқаради. Архимед қонунига кўра, сиқиб чиқарилган сувнинг оғирлиги сувли пикнометр оғирлиги билан қаттиқ жисм оғирликлари йиғиндисидан қаттиқ жисм солингандаги сувли пикнометр оғирлигининг айирмасига тенгдир, яъни

$$P_1 + mg - P_1 = V\rho_c g \qquad \text{ёки} \qquad m_1 + m - m_2 = V\rho_c,$$

бу ерда m_1 — сувли пикнометрнинг тузатма киритилган массаси: m_2 — қаттиқ жисм солингандан кейнги сувли пикнометр массаси: p_c — хона температурасидаги сувнинг зичлиги; V — сиқиб чиқарилган сувнинг ҳажми (қаттиқ жисмнинг ҳажми). Бундан текширилаётган қаттиқ жисмнинг туюлма ҳажми учун қуйидагини тонамиз:

$$V = \frac{m_1 + m - m_2}{p_c}.$$

Зичликка берилган таърифга кўра, қаттиқ жисмнинг зичлиги (оғирликнинг ғавода камайишини ҳисобга олмаганда)

$$p_c = \frac{m}{m_1 + m - m_2} P_c. \qquad (13)$$

Тузатилган зичликни топиш учун қуйидагича мулоҳаза юритамиз. Текширилаётган жисм бўлакларининг умумий ҳажмини V билан, уларнинг ҳақиқий зичлигини ρ билан, ҳавонинг уй температурасида $1{,}2\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ га тенг деб олинадиган зичлигини ρ_x билан, тарози тошларининг зичлигини $\rho_т$ билан белгилаймиз. Бу ҳолда $V\rho$ кўпайтма — текширилаётган бўлакларнинг ҳақиқий массаси, $V\rho_c$ —

шу бўлаклар сиқиб чиқарган сувнинг ҳақиқий массаси, $\frac{m}{\rho_{\text{т}}}\rho_{\text{х}}$ —бўлакларни мувозанатловчи тошлар сиқиб чиқарган ҳавонинг массаси, $\frac{(m_1+m-m_2)\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}$ сувни мувозанатловчи тошлар сиқиб чиқарган ҳавонинг массаси бўлади. Шунга кўра, қаттиқ жисм бўлаклари учун

$$V\rho - V\rho_{\text{Х}} = m - \frac{m}{\rho_{\text{т}}}\rho_{\text{Х}};$$

$$V\rho - V\rho_{\text{Х}} = m\left(1 - \frac{\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}\right) \qquad (4)$$

бу формула сув учун бундай ёзилади:

$$V(\rho_{\text{С}} - \rho_{\text{Х}}) = (m_1 + m - m_2)\left(1 - \frac{\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}\right). \qquad (5)$$

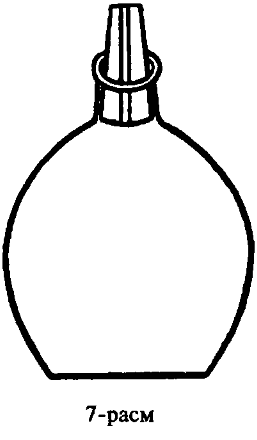
(4) ва (5) тенгламаларни ҳадма-ҳад бўлсак,

$$\frac{\rho - \rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{х}}} = \frac{m}{m_1 + m - m_2},$$

бундан

$$\rho = \frac{m}{m_1 + m - m_2}(\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{х}}) + \rho_{\text{х}} \qquad (6)$$

(6) тенглама оғирликларнинг ҳавода камайишини ҳисобга олинган ҳол учун қаттиқ жисмнинг тузатилган зичлигидир.



7-расм

Тажриба қурилмаси

Аналитик тарозинининг тузилиши ва ишлаш тамойили билан 1-ишда танишилган. Пикнометр аслида ўзгармайдиган ҳажмли шиша идишдир. Пикнометрларнинг энг соддаси 7-расмда кўрсатилган. Унинг бўғзи силлиқланган тиқин билан беркитилади. Бу тиқиндаги ингичка найчадан ортиқча суюқлик оқиб чиқади. Пикнометрни суюқлик билан тўлдиришда унинг ичида ҳаво пуфакчалари қолмаслигига эътибор бериш керак, бунинг учун суюқликни пикнометр деворидан оқизиб тушириш лозим.

Ўлчашлар

1) Текширилаётган қаттиқ жисм бўлакларининг (аввало уларнинг ҳар бири пикнометр бўғизидан ўта олишига ишонч ҳосил қилиш керак) m массаси тарозида тортиб олинади.

2) Пикнометр уй температурасидаги дистилланган сув билан тўлдирилиб, сувли пикнометрнинг массаси m_1 топилади.

3) Тортилган қаттиқ жисмнинг бўлакларини сувли пикнометр ичига солиниб, тошиб чиққан сув фильтр қоғозга шимдирилади, сўнгра пикнометрнинг шу ҳолида m_2 массаси топилади. Бунда қаттиқ жисм бўлаклари сиртида ҳаво пуфакчалари бўлмаслигига айниқса катта эътибор бериш лозим. Бунинг учун бўлакчларни олдиндан озгина ҳўллаш керак. Тортишлар аниқ тарозида тортишнинг ҳамма қоидаларига асосан бажарилади.

Ҳисоблашлар

Олинган натижалардан фойдаланиб, (5) ва (6) формулалардан зичликлар ҳисобланади. Ҳаво зичлиги ρ_x нинг қиймати етарлича кичик бўлганидан формулалар зичлик учун бир-бирига яқин бўлган қийматларни беради. Шу туфайли хатоликни ҳисоблашни соддалаштириш мақсадида нисбий хатоликни (3) тенглама асосида ҳисоблаймиз:

$$\frac{\Delta\rho_0}{\bar{\rho}_0} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta m + \Delta m_1 - \Delta m_2}{m_1 + m - m_2} + \frac{\Delta\rho_c}{\rho_c},$$

бу ерда Δm, Δm_1, Δm_2 лар — тарози аниқлигига асосан олинадиган мутлақ хатоликлар, $\Delta\rho_c$, сув зичлигининг қийматини жадвалдан олишдаги хатолик. Бу топилган нисбий хатоликдан ўлчашнинг мутлақ хатолиги

$$\Delta\rho_0 = \bar{\rho}_0\left[\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta m + \Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m - m_2} + \frac{\Delta\rho_c}{\rho_c}\right],$$

ва изланаётган зичликнинг қиймати

$$\rho = (\bar{\rho}_0 \pm \Delta\rho_0)$$

ҳисобланади.

II. Суюқликнинг зичлигини аниқлаш

Усулнинг назарияси

Бу ҳолда ҳам I дагига ўхшаш суюқлик массаси аналитик тарозида тортилиб, унинг ҳажми пикнометр воситасида топилади. Текшириладиган суюқлик пикнометрга қуйилганда, унинг ҳажми пикнометрнинг ҳажмига тенг бўлади. Пикнометрнинг ҳажмини аниқлаш учун аввало пикнометрнинг массаси, сўнгра сув тўлдирилган пикнометр массаси топилади ва бу икки тортиш натижаларининг айирмаси сувнинг зичлигига бўлинади:

$$V = \frac{M_1 - m}{\rho_c}$$

бу ерда M_1 — сувли пикнометрнинг, m_1 -- пикнометрнинг (бунда оғирликнинг ҳавода камайиши ҳисобга олинмаган) массаси, ρ_c — тажриба ўтказилаётган температурадаги сувнинг зичлиги (жадвалдан олинади). Ичига текширилаётган суюқлик қуйилган пикнометрнинг (оғирлигининг ҳавода камайиши ҳисобга олинмагандаги) массаси M_2 бўлсин. У ҳолда пикнометрдаги суюқликнинг массаси $M_2 - m_1$ бўлади. Зичликка берилган таърифга кўра

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M_2 - m_1}{M_1 - m_1}\rho_c\,.$$

Энди оғирликнинг ҳавода камайишини ҳисобга олувчи формулани келтириб чиқарайлик. Агар V — пикнометрнинг тажриба ўтказилаётган температурадаги ички ҳажми; ρ — текширилаётган суюқликнинг ҳақиқий зичлиги, ρ_x — ҳавонинг 1,2 кг/м³ га тенг деб қабул қилинувчи зичлиги, $\rho_т$ — тарози тошларинингзичлиги деб олинса, у ҳолда $V\rho$ —

кўпайтма пикнометр ичидаги суюқликнинг ҳақиқий массаси; $V\rho_{\text{с}}$ — ана шу ҳажмдаги сувнинг ҳақиқий массаси бўлади. $V\rho_{\text{х}}$ — сув ёки суюқлик сиқиб чиқарган ҳавонинг массаси бўлса, у ҳолда $\frac{M_1 - m_1}{\rho_{\text{т}}}\rho_{\text{х}}$ (ёки $\frac{M_2 - m_1}{\rho_{\text{т}}}\rho_{\text{х}}$) суюқликни (ёки сувни) мувозанатловчи тарози тошлари сиқиб чиқарган ҳавонинг массаси бўлади.

Суюқликнинг мувозанат ҳолати учун

$$V\rho - V\rho_{\text{х}} = M_2 - m_1 - \frac{M_2 - m_1}{\rho_{\text{т}}}\rho_{\text{х}} \qquad \text{ёки}$$

$$V(\rho - \rho_{\text{х}}) = (M_2 - m_1)\left(I - \frac{\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}\right),$$

шунга ўхшаш, сув учун

$$V(\rho_{\text{С}} - \rho_{\text{Х}}) = (M_1 - m_1)\left(1 - \frac{\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}\right).$$

Бу икки ифодадаги ҳажм V бирдай ҳажмлар бўлганлигидан уларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\frac{\rho - \rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{х}}} = \frac{M_2 - m_1}{M_1 - m_1},$$

бундан

$$\rho = \frac{M_2 - m_1}{M_1 - m_1}(\rho_{\text{С}} - \rho_{\text{Х}}) + \rho_{\text{Х}} = \rho_0\left(1 - \frac{\rho_{\text{х}}}{\rho_{\text{т}}}\right) + \rho_{\text{Х}}. \qquad (8)$$

(8) тенглама оғирликнинг ҳавода камайишини ҳисобга олинган ҳол учун зичликнинг (ҳақиқий) қийматини ифодалайди.

Ўлчашлар

1) Ичи ва сирти қуритилган пикнометрнинг тузатилмаган массаси m аниқ тарозида тортилади.

2) Пикнометр хона температурасидаги дистилланган сувга лиқ тўлдирилиб M_1 массаси топилади.

3) Пикнометрни текширилаётган суюқликка лиқ тўлдириб, M_2 топилади. Тортиш вақтида аниқ тарозида тортишнинг ҳамма қоидаларига риоя қилинади.

Ҳисоблашлар

Ўлчаш натижаларини (7) ва (8) формулаларга қўйиб, зичликлар ҳисобланади ва улар бир-бири билан солиштирилади.

ρ_x кичиклиги туфайли зичликка киритиладиган тузатма ҳам кичикдир. (7) формуладан ҳисобланган натижанинг нисбий хатолиги

$$\frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} = \frac{\Delta M_2 + m_1}{M_2 - m_1} + \frac{\Delta M_1 - \Delta m_1}{M_1 - m_1} + \frac{\Delta\rho_c}{\rho_c},$$

бу ерда ΔM_2, ΔM_1, ва Δm_1 лар тарози аниқлигига асосан олинадиган мутлақ хатоликлар, $\Delta\rho_c$ — сув зичлиги қийматини жадвалдан олишдаги хатоликдир.

Бундан фойдаланиб, ўлчашнинг мутлақ хатолиги қуйидагича ҳисобланади:

$$\Delta\rho_0 = \left[\frac{\Delta M_2 + \Delta m_1}{M_2 - m_1} + \frac{\Delta M_1 + \Delta m_1}{M_2 - m_1} + \frac{\Delta\rho_c}{\rho_c}\right]\bar{\rho}_0.$$

Зичликнинг ҳақиқий қиймати эса

$$\rho = (\bar{\rho}_0 \pm \Delta\rho_0)\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

бўлади.

Саволлар

1) Сувли пикнометрга солинадиган қаттиқ жисм бўлакчаларининг сиртларида ҳаво пуфакчалари ҳосил бўлса, бу ҳол натижага қандай таъсир кўрсатади?

2) Қаттиқ жисм ва суюқликнинг тажриба натижасида ҳисобланган зичликлари температура ўзгарганда қандай ўзгаради?

3) Ғовак жисмларнинг зичлигини қандай аниқлаш мумкин?

5-ИШ. МАТЕМАТИК ТЕБРАНГИЧ ЁРДАМИДА ОҒИРЛИК КУЧИ ТЕЗЛАНИШИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) секундомер.

Қисқача назария

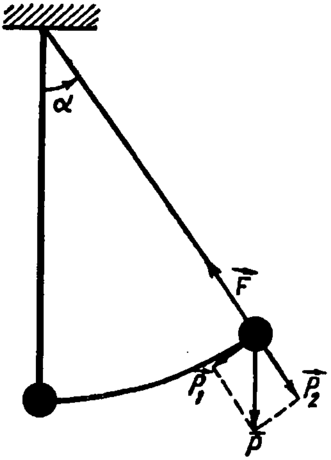
Ньютон математик тебрангич ёрдамида оғирлик кучи тезланишини жуда катта аниқлик билан топган. Бу усулнинг аниқлиги шунчалик каттаки, у ҳатто g оғирлик кучи тезланишининг географик кенгликка боғлиқ равишда ўзгариши (Δg_1) ни ҳамда Ер қатлами зичлигининг ўзгариши туфайли g нинг нормал қийматидан четлашиши (Δg_2) ни яққол аниқлашга имкон беради.

Ньютон томонидан бажарилган ўлчашлардан фойдаланиб, етарлича аниқлик билан Ер массаси аниқланган, чунки тортишиш назариясидан маълумки, оғирлик кучи тезланиши шундай ифодаланади:

$$g = \gamma \frac{M_{\text{Ер}}}{R^2},$$

бу ерда $M_{\text{Ер}}$ — Ер массаси, R — Ер радиуси, γ — гравитацион доимий. Бунда γ Кавендиш тажрибасига ўхшаш тажрибалардан, Ернинг радиуси эса астрономик ўлчашлардан аниқланиши мумкин. Ньютон ҳар хил моддадан ясалган ва массаси ҳар хил бўлган тебрангичларнинг тебраниш даврларини кузатиб оғирлик кучи тезланишининг қиймати тебрангичнинг массасига боғлиқ эмас деган хулосага келган. Бу хулоса ўз навбатида инерт ва тортишиш массаларининг бир-бирига эквивалент массалар эканлигини билдиради.

Математик тебрангич деб вазнсиз ва чўзилмайдиган ипга осилган моддий нуқтага айтилади. Тебрангичнинг узунлиги осма ипнинг боғланиш нуқтасидан унинг оғирлик марказигача бўлган масофага тенг. Оғирлик марказигача бўлган масофани аниқлаш қулай бўлиши учун тебрангич сифатида шар шаклидаги қаттиқ жисм олинади. Реал математик тебрангич билан танишишда уни узунлиги l, массаси m бўлган моддий нуқтадан иборат ва юқорида кўрсатилган шартларни қаноатлантирувчи идеал математик тебрангич билан алмаштириш мумкин (8-расм).



8-расм.

Мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилган моддий нуқтага иккита куч: 1) оғирлик кучи $\vec{P}=m\vec{g}$; 2) ипнинг таранглик кучи F таъсир қилади. Агар $\vec{P}$ оғирлик кучини ипнинг йўналиши бўйича йўналган $\vec{P}_2$ ва нуқтанинг ҳаракат ёйига ўтказилган уринма бўйича йўналган $\vec{P}_1$ ташкил этувчиларга ажратсак, нуқтанинг нормал (марказга интилма) тезланиши ип бўйлаб йўналган кучлар фарқи

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{F}-\vec{P}_2}{m} \qquad (1)$$

билан, тангенциал тезланиши эса фақат $\vec{P}_1$ куч билан аниқланади. Ньютоннинг II қонунига асосан бу тангенциал тезланиш

$$a_t = \frac{P_1}{m} = \frac{P\sin\alpha}{m} = \frac{mg\sin\alpha}{m} = g\sin\alpha \qquad (2)$$

га тенг. (2) га асосан тебранма ҳаракат бажарувчи нуқтанинг тангенциал тезланиши унинг массасига боғлиқ эмас. Демак, тезликнинг сон қиймати, шунингдек бир четки ҳолатидан иккинчи четки ҳолатига келиш учун кетадиган вақт ҳам нуқтанинг массасига боғлиқ бўлмаслиги керак. Тангенциал тезланиш сон қиймат жиҳатидан нуқта тезлигининг ўзгариш суръатини ифодалайди, яъни:

$$a_t = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

Нуқтанинг тезлиги $\upsilon = \frac{dx}{dt}$, бу ерда dx нуқтанинг dt вақт оралиғида ёй бўйлаб босиб ўтган йўли, демак,

$$a_t = -\frac{d^2x}{dt^2}.$$

$d\upsilon$ ва dx лар бир-бирига нисбатан қарама-қарши ишорага эга бўлгани учун ифода олдига манфий ишора қўйилган, чунки dx мусбат бўлганда (нуқта мувозанат ҳолатидан четга чиқаётганида) $d\upsilon$ манфий бўлади (тезлик камая боради).

Шундай қилиб,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\sin\alpha.$$

α оғиш бурчагининг кичик ($\alpha \leq 0{,}2$ рад $= 0{,}2 \cdot 57^\circ = 11{,}4^\circ$) қийматлари учун $\sin\alpha \approx \alpha$ (0,4% хатолик билан) десак,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\alpha.$$

бўлади. Агар α оғиш бурчаги нуқтанинг мувозанат ҳолатидан силжиш масофаси (x) орқали ифодаланса:

$$\alpha = \frac{x}{l},$$

у ҳолда

$$a_t = -\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{l}x \qquad (3)$$

ифодани ҳосил қиламиз. (3) дан кўринишича, исталган вақт учун нуқта силжишидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила мувозанат ҳолатидан силжишга тўғри мутаносибдир. Нуқтанинг ҳаракат қонунини аниқлаш учун исталган пайтда (3) ни тўла айниятга айлантирувчи ва мувозанат ҳолатидан силжишни ифодаловчи $X = x(t)$ функцияни топиш лозим.

Агар нуқта тебранма ҳаракат қилса, унинг функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x = x_0\sin\omega t + \varphi, \qquad (4)$$

бу ерда x_0 — тебраниш амплитудаси, φ — тебранишнинг бошланғич фазаси, ω эса циклик такрорийлик (частота) бўлиб,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\,. \tag{5}$$

(4) тенгламадаги бурчаклар радианларда ўлчаниб, уни қаноатлантирувчи ҳаракат *гармоник ҳаракат* деб аталади. Бу ҳаракатнинг тебранма ҳаракатдан иборат эканлиги синуснинг даврийлигидан маълумдир. Бу функциянинг даври 2π га тенг, яъни $(\omega t + \varphi)$ катталик 2π га ўзгарганда x қиймат такрорланади. Демак, моддий нуқта бир йўналишда ҳаракат қилиб, ўзининг ҳолатини такрор ўтиши учун керак бўладиган T вақт қуйидаги шартдан топилади:

$$(\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi) = 2\pi,$$

бундан

$$T = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega}\,. \tag{6}$$

(6) билан ифодаланувчи катталик *тебраниш даври* дейилади. (5) ва (6) формулалардан

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{7}$$

келиб чиқади, яъни тебрангичнинг тебраниш даври унинг узунлигига ва берилган нуқтадаги оғирлик кучи тезланишига боғлиқдир. Бу формуладан тебрангич узунлигининг тебраниш даври квадратига нисбати ўзгармас катталик бўлиб, оғирлик кучи тезланишига мутаносиб, яъни

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{8}$$

эканлиги келиб чиқади. Бу ифодадаги тебрангич узунлигини ва тебраниш даврини ўлчаб, g катталикни ҳисоблаб топиш мумкин.

Аммо (8) формула билан ҳисобланган g нинг аниқлиги бу формуланинг қанчалик тўғри бўлишига боғлиқ, чунки уни келтириб чиқаришда қуйидаги шартларнинг бажарилиши назарга олинган эди.

1) Ипнинг чўзилмаслик шартини қараб чиқамиз. Айтайлик, 2 Н оғирликдаги шарча олдиндан оғир юк таъсирида чўзилган пўлат симга осилган бўлсин. Пўлат симнинг диаметри $d = 0{,}2$ мм, узунлиги $l = 1$ м ва қайишқоқлик (эластиклик) модули $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па бўлсин. Ип таранглик кучи таъсирида чўзилади. Тебрангич тебранма ҳаракат қилганда таранглик кучининг қиймати $F_1 = mg\cos\alpha$ дан $F_2 = mg + \frac{mV^2}{l}$ гача (мувозанат ҳолатидан ўтиш вақтида) ўзгаради. Натижавий таранглик кучи

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{mV^2}{l} + (1 - \cos\alpha)mg.$$

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан

$$\frac{mV^2}{2} = mgh,$$

бу ерда $h = l - \cos\alpha = l\,(1 - \cos\alpha)$.

Шундай қилиб,

$$\frac{mV^2}{l} = 2mg(1 - \cos\alpha);\ \Delta F = 3mg\,(1 - \cos\alpha).$$

Йўл қўйилиши мумкин бўлган максимал силжиш бурчаги $\alpha = 0{,}2$ радиан бўлганда $\cos\alpha = 0{,}98$ бўлиб, бунда таранглик кучи $\Delta F = 0{,}06\ mg$ бўлади. Бу куч таъсирида ипнинг нисбий узайиши қуйидаги формуладан топилади:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{\Delta F}{S},$$

бу ерда S — симнинг кўндаланг кесим юзи бўлиб, у $S = \frac{\pi d^2}{4}$ га тенг. Бундан

$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{4l\Delta E}{\pi d^2} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{м},$$

демак, Δl нинг қиймати l га нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик экан.

2) Худди шунга ўхшаш ипнинг вазнсизлик шарти етарли даражада аниқ бажарилишини кўрсатиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, ўлчамлари юқорида кўрсатилган ва зичлиги $\rho = 7{,}85 \cdot 10^3$ кг/м^3 бўлган симнинг оғирлиги

$$P = \rho V g = \rho \frac{\pi d^2}{4} l g = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\text{Н}.$$

Бу оғирлик, албатта, симга осилган шар оғирлиги 2 Н га нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлган катталикдир.

3) Симнинг узунлиги $l = 1$ м ва силжиши $x = 0{,}20$ м га тенг бўлиб, $\alpha \leq 0{,}2$ рад бўлганда $\sin\alpha$ ни α билан алмаштириш 0,4% хатоликни беради.

4) Ипга осилган юкнинг ўлчамини ҳисобга олмаслик шарти билан танишайлик. Агар ипга R радиусли шар осилган бўлса, берилган масаланинг аниқ ечими қуйидагича бўлади:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}\left(1 - \frac{2R^2}{5l^2}\right). \qquad (9)$$

Шундай аниқ формула (9) ўрнига (8) формуладан фойдаланишдаги g нинг нисбий хатолиги

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2}{5}\frac{R^2}{l^2} = 0{,}4\frac{R^2}{l^2}$$

га тенг бўлади. Шарнинг диаметри 0,04 м ва ипнинг узунлиги 0,20 м бўлганда ҳам бу хатоликнинг катталиги 0,4% дан ошмайди. Демак, бундай шарни моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин.

5) (8) формулани чиқаришда биз осилган юкка фақат унинг оғирлик кучи билан ипнинг таранглик кучи таъсир қилади, деб фараз қилган эдик. Аслида эса ҳаракатланувчи жисмга ҳаво томонидан ишқаланиш кучи ҳам таъсир этади. Осилиш нуқтасида эса симнинг зарралари орасида ички ишқаланиш юз беради. Бу ҳар иккала куч таъсирида тебраниш амплитудаси камайиб боради ва тебра-

ниш даври (7) формула берадиган қийматидан бир қанча каттароқ бўлади. Тебрангичнинг тебранма ҳаракатида ишқаланиш кучларини ҳисобга олиш тебраниш даври учун қуйидаги тенгламани беради:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} - \beta^2}} \qquad (10)$$

бу ерда β — тебранма ҳаракат бажарувчи жисм ўлчамларига ва шаклига, шунингдек, тебраниш юз бераётган муҳитнинг хусусиятига боғлиқ бўлган катталик. Бу катталик амплитуда *e* марта камайиши учун керак бўладиган вақтнинг тескари қийматига тенгдир. Бу ерда *e* натурал логарифмнинг асоси бўлиб, у 2,72 га тенг. Агар шу вақт оралиғида *n* та тебраниш бажарилган бўлса, у ҳолда:

$$\beta = \frac{1}{nT}.$$

У вақтда (10) формула қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$T = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{\sqrt{1 - \frac{4\pi^2 l}{4\pi^2 n^2 T^2 g}}}.$$

бу ерда $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ифода (7) формула берадиган даврни ифодалар эди. Агар уни T_0 деб белгиласак ва T нинг T_0 дан кам фарқ қилишини ҳисобга олиб илдиз тагида $\frac{T_0^2}{T^2} = 1$ десак, T учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4\pi^2 n^2}}},$$

Оддий шароитда амплитуда $e = 2{,}72$ марта камайиши учун тебранишлар сони 50 тадан ошмайди. Демак, бундай тебранишлар учун $\frac{1}{4\pi^2 n^2}$ катталик 1 га нисбатан жуда кичикдир. Шунинг учун катта аниқлик билан $T = T_0$ десак бўлади.

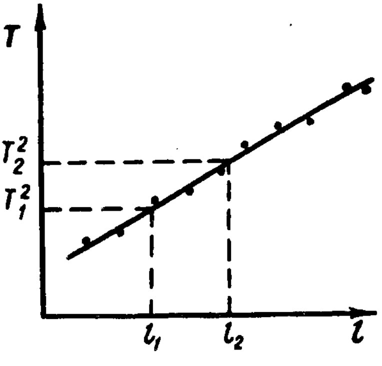
Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Оғирлик кучи тезланишини (8) формуладан ҳисоблаганда вақтни катта аниқликда ўлчаш қийин бўлганлигидан ҳисоблаш хатолиги катта бўлади. Ҳисоблаш хатолигини камайтириш учун қуйидаги усулдан фойдаланамиз. (8) дан маълумки,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l ,$$

яъни тебрангич тебраниш даврининг квадрати унинг узунлигига чизиғий боғланишда бўлиб, бурчак коэффициенти $\frac{4\pi^2}{g}$ га тенг. Агар тебрангичнинг ҳар хил узунлиги учун тебраниш даври топилса ва улардан фойдаланиб T^2 нинг i га боғланиш графиги (9-расм) чизилса, ҳосил бўлган тўғри чизиқнинг бурчак коэффициентидан фойдаланиб g ни ҳисоблаш мумкин. Бу усулнинг бошқа усуллардан афзаллиги шундан иборатки, ипнинг узунлигини ўлчаш ўрнига унинг ўзгаришини ўлчаш кифоядир. Бу эса ўлчаш хатолигини камайтириб, g нинг аниқлигини оширади. Оғирлик кучи тезланиши g ни бу тебрангич билан топишда шарчанинг радиуси ўлчанмайди.

Ҳақиқатан ҳам, тебрангичнинг узунлиги $l_1' = l_1 - r$ бўлганда тўла тебраниш даври T_1 ва $l_2=l_2-r$ бўлганда даври T_2 бўлсин, дейлик.



9-расм

У ҳолда (8) га асосан

$$g = \frac{4\pi^2(l_2 - l_1)}{T_2^2 - T_1^2}, \qquad (11)$$

бу ерда l_1 ва l_2 — тебрангичнинг осилиш нуқтасидан шарчанинг пастки нуқтасигача бўлган масофалар; T_1 ва T_2 лар эса мос равишда l_1 ва l_2 ларга тегишли тўла тебраниш даврлари.

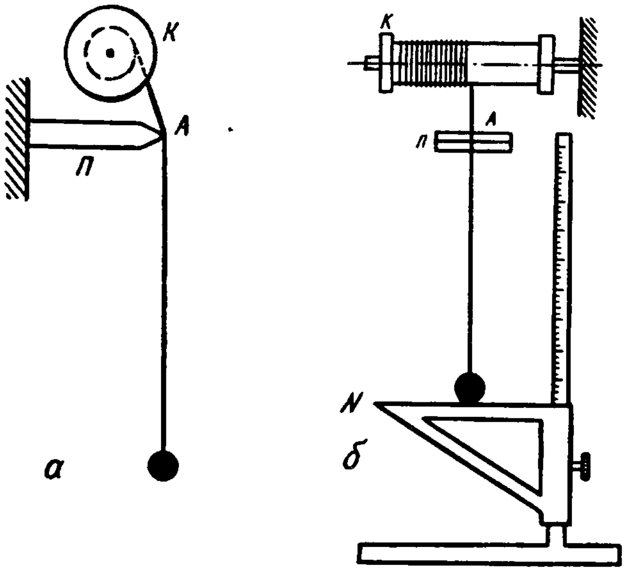
Оғирлик кучи тезланишини аниқлашда 10, *а, б*-расмларда кўрсатилган қурилмадан фойдаланилади. Шар осилган ип катта ишқаланиш билан айланувчи *К* ғалтакка маҳкамланган. Ип ғалтакдан сал пастроқда жойлашган *П* призма қиррасидаги *А* нуқтадан оширилиб ташланган бўлиб, бу нуқта атрофида тебраниш содир бўлади. Тебраниш текислигига тик текисликда масштаб чизғич маҳкамланган бўлиб, унинг ёрдамида тебрангичнинг узунлиги ўлчанади. Тебрангичнинг узунлигини ўлчаш учун масштабли чизиғичга *N* планка маҳкамланган. *N* планка учбурчакли чизғичдан иборат. *N* планка шарнинг пастки нуқтасига тегиб турган ҳолда масштабли чизғичдан олинадиган узунлик (11) тенгламадаги узунликлардан иборатдир.

Ўлчашлар

1. *К* ғалтакни бураш орқали тебрангичнинг энг кичик узунлиги (бироқ $l >> 2r$) танланиб, масштаб чизғич шкаласидан l нинг қиймати ўлчанади. Сўнгра *N* планкани бир оз пастроқ тушириб, тебрангич тебранма ҳаракатга келтирилади ва 50 та тебраниши учун кетган вақт (t_i') ўлчанади.

2. Ипни яна узайтириб, l нинг қиймати ўлчанади ва 1-бандда айтилган ўлчашлар такрорланади. Бундай ўлчашлар камида 7—8 узунлик учун бажарилади.

3. Сўнгра узунликни камайтира бориб, олинган қийматларнинг ҳаммаси учун 1-банддаги ўлчашлар бажарилади. Бунда 50 та тебраниш учун кетган вақт t_i'' орқали белгиланади.



10-расм.

4. Ўлчашлардан олинган натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

1-жадвал

l_i	$n = 50$ тебраниш учун кетган вақт		$\bar{t}_i = \frac{t_i' + t_i''}{2}$	T_i	T_i^2
	t_i'	t_i''			

Ҳисоблашлар

1. 1-жадвал маълумотларидан фойдаланиб, T^2 нинг l га боғланиш графиги (9-расмга қ.) чизилади ва график усулда тўғри чизиқнинг бир неча

$$B = \mathrm{tg}\alpha = \frac{T_n^2 - T_k^2}{l_n - l_k}$$

бурчак коэффициентлари топилади. Бу ерда T_n, T_k, l_n, ва l_k лар графикдан олинган ихтиёрий давр ва узунликлардир. Иккинчи томондан (11) га асосан бу бурчак коэффициентни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$B = \mathrm{tg}\alpha = \frac{4\pi^2}{g}.$$

2. Бундан оғирлик кучи тезланиши

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2}{\bar{B}}$$

ҳисобланади.

3. Шундан сўнг, график асосида ҳар бир тажрибавий нуқтанинг ўртачалаштирилган тўғри чизиқдан четлашиш катталиги $\varepsilon_i = T_i^2 - T_k^2$ ҳамда тўғри чизиқни ўтказишдаги хатолик топилади:

$$\Delta(\delta T^2) = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}{n-1}}.$$

Бунда тебрангич узунлигини аниқлашдаги хатолик $\Delta(\Delta l)$ етарлича кичик $[\Delta(\delta(T^2)>\Delta l]$ деб қаралган. У ҳолда $\Delta(\delta T^2)$ сон қиймат жиҳатидан ΔB га тенг бўлади.

4. Бу хатолик ҳисобга олинган ҳолда оғирлик кучи тезланишини ҳисоблаш хатолиги топилади:

$$\Delta g = \frac{\Delta B}{\bar{B}}\bar{g}.$$

5. Оғирлик кучи тезланишининг α_n ишончлиликка мос ишонч оралиғи:

$$g = \bar{g} \pm \Delta g.$$

6. Ўлчаш натижасининг нисбий хатолиги:

$$E = \frac{\Delta g}{g}\cdot 100\%.$$

Саволлар

1. Нима учун тебрангич тебранишининг бурчак амплитудасини кичик қилиб олиш тавсия қилинади?

2. Берилган тебрангич шахтага туширилса, тебраниш даври қандай ўзгаради?

3. Айни шу тебрангич Ойда қандай давр билан тебранади?

4. Ушбу ишни бажаришда қайси катталикнинг ўлчаш аниқлигини катта қилиб олиш зарур?

6-ИШ. ФИЗИК ТЕБРАНГИЧ ЁРДАМИДА ОҒИРЛИК КУЧИ ТЕЗЛАНИШИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) секундомер

Қисқача назария

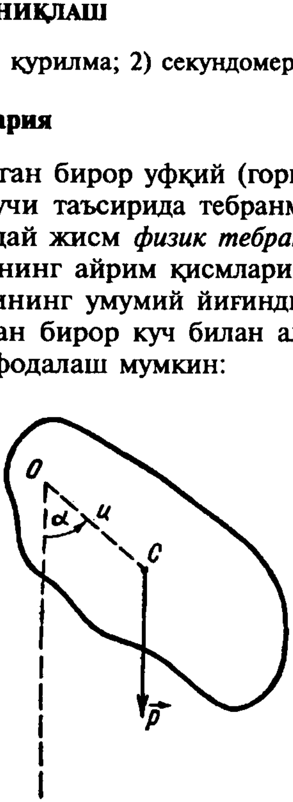
Оғирлик марказидан ўтмайдиган бирор уфқий (горизонтал) ўқ атрофида оғирлик кучи таъсирида тебранма ҳаракатга кела оладиган ҳар қандай жисм *физик тебрангич* бўла олади (11-расм). Жисмнинг айрим қисмларига таъсир қилувчи оғирлик кучларининг умумий йиғиндисини оғирлик марказига қўйилган бирор куч билан алмаштириш ва уни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec{P} = m\vec{g}, \qquad (1)$$

бу ерда m — жисмнинг массаси, $\vec{g}$ — оғирлик кучи тезланиши. O нуқтадан ўтган уфқий айланиш ўқига нисбатан $\vec{P}$ кучнинг моменти 11-расмга асосан

$$M = P\sin\alpha\ a, \qquad (2)$$

у ерда a — оғирлик маркази C дан айланиш ўқигача бўлган масофа, α — мувоза-



11-расм

нат ҳолатидан четланиш бурчаги (тебраниш амплитудаси деб ҳам аталади). Мувозанат ҳолатидан чиқарилган жисм шу куч моменти таъсирида ўзининг аввалги ҳолатига қайтишга интилади. Тебрангич мувозанат ҳолатдан ўтганда тезликка эга бўлгани учун у аввал қандай бурчакка оғдирилган бўлса, аввалги оғишига тескари йўналишда шундай бурчакка оғади. Ишқаланиш кучлари бўлмаганда шундай ҳаракат такрорланаверади. Бундай ҳаракат *гармоник тебранма ҳаракат* деб аталади. Айланма ҳаракат учун Ньютоннинг II қонунидан фойдаланиб, ҳаракат қонунини осонгина топишимиз мумкин:

$$\vec{M} = I\vec{\beta} = I\frac{d^2\vec{\alpha}}{dt^2} \tag{3}$$

бу ерда $\vec{\beta}$ — айланма ҳаракат бурчак тезланиши, $\vec{M}$ — жисмга таъсир қилувчи ташқи кучларнинг айланиш ўқига нисбатан моменти ва I — шу ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти.

Массаси m бўлган қаттиқ жисмнинг бирор қўзғалмас ўққа нисбатан инерция моментини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2, \tag{4}$$

бу ерда Δm_i— жисм айрим бўлакчасининг массаси, r_i — шу бўлакчадан айланиш ўқигача бўлган масофа. Масалан, узунлиги l бўлган бир жинсли стерженнинг оғирлик марказидан ўтувчи ва стержень узунлигига тик бўлган ўққа нисбатан инерция моменти

$$I = \frac{1}{12}ml^2.$$

Энди (2) ва (3) тенгликларга асосан, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{mga}{I}\sin\alpha, \tag{5}$$

бу ердаги манфий ишора куч моменти вектори билан бурчак силжишнинг (α нинг мусбат йўналиши) доим бир-

бирига тескари эканлигини билдиради. Оғиш бурчаги α етарлича кичик бўлганда $\sin\alpha = \alpha$ дейиш мумкин. У ҳолда

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{mga}{I}\alpha. \tag{6}$$

Бу дифференциал тенгламанинг ечими

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi), \tag{7}$$

бу ерда ω — циклик такрорийлик, φ — бошланғич фаза, α_0— мувозанат ҳолатдан максимал оғиш бурчагини кўрсатади; ҳақиқатан ҳам, $\sin(\omega t + \varphi) = 1$ бўлганда $\alpha_{\max} = \alpha_0$ бўлади, $t = 0$ бўлганда эса $\alpha = \alpha_0\sin\varphi$ бўлади. (7) тенглик (6) ни айниятга айлантириши учун

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}} \tag{8}$$

бўлиши керак. Тебраниш даври T билан циклик такрорийлик орасидаги боғланиш:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ёки} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{9}$$

(8) ва (9) формулаларни тенглаштирилса,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{ma}}. \tag{10}$$

Кўриниб турибдики, $\frac{I}{ma}$ ифоданинг ўлчамлиги узунлик ўлчамлиги билан бир хилдир, шунинг учун уни бирор l^* узунлик билан алмаштириш мумкин, яъни

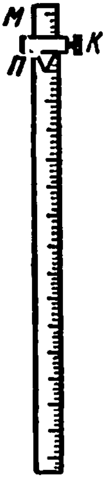
$$l^* = \frac{I}{ma} \tag{11}$$

У ҳолда (10) ни тубандагича ёзиш мумкин бўлади:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l^*}{g}} \tag{12}$$

яъни бу ифода математик тебрангич тебраниш даври $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ифодасинининг ўзгинасидир. Шунинг учун бу ерда l^* ни физик тебрангичнинг *келтирилган узунлиги* дейиш мумкин. Бунинг маъноси шуки, физик тебрангич тебраниш даври жиҳатидан узунлиги $l = \frac{I}{ma}$ бўлган математик тебрангичга эквивалент экан. Бу ерда *I, m* ва *a* лар берилган физик тебрангични тавсифловчи миқдорлардир. Шуни ҳам айтиш керакки, берилган чекли ўлчовли физик тебрангичнинг тебраниш ўқини ўзгартириш йўли билан унинг тебраниш даврини бирор қийматдан чексизликкача ўзгартириш мумкин. Физик тебрангичнинг келтирилган узунлиги тебрангич массасига боғлиқ бўлмай, фақат унинг геометрик ўлчамларига боғлиқ. Агар физик тебрангичнинг тебраниш ўқи унинг оғирлик марказидан ўтса, (11) тенгликнинг махражи нолга тенг бўлиб қолади ва бу ҳолда мувозанат ҳолатидан оғдирилган тебрангич тебранмайди, яъни тебраниш даври чексизга тенг бўлиб қолади.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси



12-расм.

Физик тебрангичлар қўлланишига қараб, хилма-хил шаклда бўлади. Улардан биттаси 12-расмда тасвирланган. У узун темир стерженьдан иборат бўлиб, сиртига оралиғи 1 см дан бўлган чизиқлар чизилган. Стерженга *П* призмали енгил *М* муфта ўрнатилган бўлиб, уни стержень бўйлаб силжитиш мумкин. Призма махсус *К* винт ёрдамида ихтиёрий нуқтада маҳкамлаб қўйилиши мумкин. Муфта ва призмаларнинг массаси ва ўлчамлари стержень массаси ва ўлчамига нисбатан жуда кичик бўлганлигидан уларнинг тебрангич ҳаракатига таъсирини ҳисобга олмаслик мумкин.

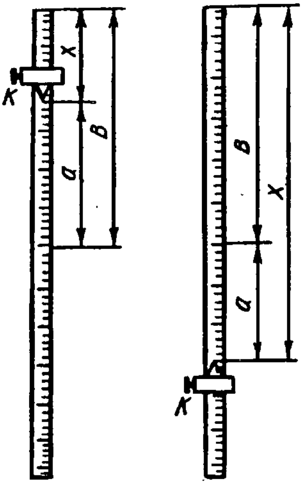
Стерженнинг тебраниш ўқига нисбатан инерция моментини Штейнер теоремасига асосан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$I = I_0 + ma^2, \qquad (13)$$

бу ерда I_0 — стерженнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти, m — стерженнинг массаси, a — призманинг қиррасидан (яъни айланиш ўқидан) оғирлик марказигача бўлган масофа. (13) тенгликка асосан (12) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}} \quad \text{ёки}$$

$$T^2 = 4\pi^2 = \frac{I_0 + ma^2}{mga}. \qquad (14)$$



13-расм.

Агар стерженнинг бирор учидан оғирлик марказигача бўлган масофани B ва ўша учидан призма қиррасигача бўлган масофани x десак (13-расм),

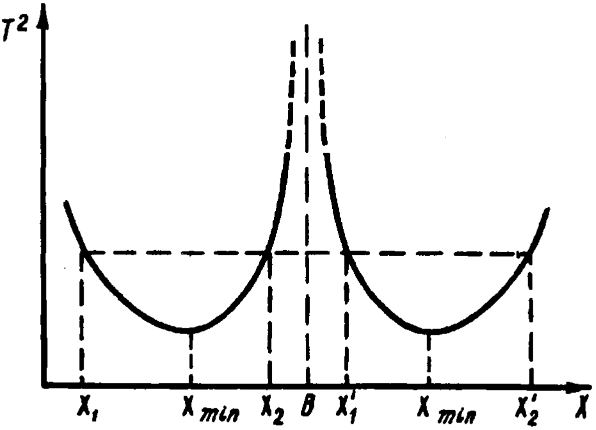
$$a = B - x \quad (\text{агар } x < B), \qquad (14,\ a)$$
$$a = x - B \quad (\text{агар } x > B). \qquad (14,\ б)$$

(14 *б*) тенглик тебрангичнинг айланиш ўқи призманинг оғирлик марказидан пастда бўлган ҳолларга тўғри келади. Бу ифодаларни (14) га қўйсак:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + m(B - x)^2}{mg(B - x)}, \qquad (15,\ a)$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + m(B + x)^2}{mg(B + x)}, \qquad (15,\ б)$$

(15, *а*) тенгликдан кўринишича, x нинг қиймати 0 дан B гача ошиб боришида T^2 нинг қиймати камайиб боради. Бирор минимал қийматга эришгандан сўнг T^2 тез ошиб боради ва $x = B$ бўлганда чексизликка интилади. (15, *б*) да ҳам худди шундай боғланишни кўрамиз. Шундай қилиб, T^2 билан x орасидаги боғланишни графикда 14-расмда кўрсатилгандек тасвирлаш мумкин.



14-расм.

14-расмдан кўриниб турибдики, x нинг 0 дан B гача ва B дан $2B$ қадар оралиқдаги қийматлари учун чизилган эгри чизиқлар тасвири бирдайдир. Функциянинг экстремум қийматларини топиш усулига кўра, x нинг I ва II чизиқлар учун минимум қийматлари қуйидагига тенг бўлади:

$$x_{\min} = B - \sqrt{\frac{I_0}{m}}, \qquad x'_{\min} = B + \sqrt{\frac{I_0}{m}}.$$

Демак, абсцисса ўқи бўйича минимумлар орасидаги масофа

$$x'_{\min} - x_{\min} = 2\sqrt{\frac{I_0}{m}} \tag{16}$$

га тенг. Бу масофа тебраниш даври минимум бўлган ҳол учун тебрангичнинг келтирилган узунлигидир, чунки (11) га асосан:

$$l^{*}_{\min} = \frac{I_0 + m(B - x_{\min})^2}{m(B - x_{\min})} = \frac{I_0 + m\left(\sqrt{\frac{I_0}{m}}\right)^2}{m\left(\sqrt{\frac{I_0}{m}}\right)} = \frac{2I_0}{\sqrt{mI_0}} = 2\sqrt{\frac{I_0}{m}}.$$

Демак, ҳақиқатан ҳам, $x'_{\min} - x_{\min} = l^*_{\min}$ экан. Энди абсцисса ўқи бўйича I эгри чизиқнинг (14-расмга қ.) чап тармоғидаги *A* ихтиёрий нуқтадан II чизиқнинг ҳам чап тармоғидаги ўша даврга мос *E* нуқтагача бўлган масофа шу берилган давр учун тебрангичнинг келтирилган узунлиги бўлади. Албатта, худди шу мулоҳазалар *C* билан *D* ва ҳоказо нуқталарга ҳам тегишлидир.

Демак, тебраниш даври квадрати (T^2) билан тебрангичнинг бирор учидан тебраниш ўқигача бўлган *x* масофа орасидаги боғланиш графигини чизсак, *A* ва *E*; *C* ва *D* ва шу каби нуқталар орасидаги масофалар тебрангичнинг олинган тебраниш даврига мос бўлган келтирилган узунлигига тенг бўлади. Берилган географик кенглик учун (12) тенгликка асосан

$$\frac{l^*}{T^2} = \text{const}$$

бўлади. Шундай қилиб, физик тнбрангичнинг келтирилган узунлиги ва унга мос тўла тебраниш даврини билсак, оғирлик кучи тезланиши

$$g = \frac{4\pi^2 l^*}{T^2} \tag{17}$$

формуладан ҳисоблаб топилади.

Ўлчашлар

1. Қўзғалувчи призманинг қиррасини тебрангичнинг бир учига яқин бўлган ва тебрангичда кўрсатилган бирор бўлимига тенглаштириб маҳкамланади, призма қиррасига тўғри келган бўлим *x* ёзиб олинади.

2. Тебрангич мувозанат ҳолатидан 6—8° оғдирилиб, камида 25 та тебраниш учун кетган вақт аниқланади, ундан тўла тебраниш даври ҳисоблаб топилади. Призманинг шу ҳолатида давр камида 3 марта аниқланиши керак.

3. Призмани ҳар гал 5 см дан силжитиб, ҳар бир ҳолат учун худди юқоридагидек тебраниш даврлари топилади.

4. Стерженнинг ўртасига (оғирлик марказига) яқинлашгач, у ағдарилади ва призмани яна стерэженнинг иккинчи

учига яқин нуқтага (албатта, энди оғирлик марказининг иккинчи томонига) маҳкамланади ва яна стерженнинг марказига етгунча юқоридаги амаллар такрорланади.

5. Ўлчашлар натижаси қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Муфтанинг ҳолати, x_i	25 та тебраниш учун кетган вақт				T_i	T_i^2
	t'_i	t''_i	t'''_i	$\bar{t}_i$		

Ҳисоблашлар

1. 1-жадвалга асосан абсцисса ўқига x_i лар ва ордината ўқига T_1^2 қийматлари қўйилиб, $T_i^2 = f(x_i)$ графиклар чизилади (14-расм).

2. Абсцисса ўқига параллел чизиқлар (камида 7 та) ўтказилиб, ҳар бир тебраниш даври учун $(x'_1 - x_1)_i$ ва $(x'_2 - x_2)_i$ лар топилади, уларнинг ўртача қиймати тебрангичнинг

$$l_i^* = \frac{(x'_1 - x_1)_i + (x'_2 - x_2)_i}{2}$$

келтирилган узунлигига тенгдир.

3. Сўнгра $\frac{l_i^*}{T_i^2}$ нисбат ҳисобланади ва натижалар 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

T_i^2	$(x'_1 - x_1)_i$	$(x'_2 - x_2)_i$	l_i^*	l_i^*/T_i^2	g_i	$\bar{g}$

4. 2-жадвалда топилган натижалар асосида (17) тенгликдан g оғирлик кучи тезланиши ва ўлчаш хатолиги ҳисоб-

ланади. Тажрибада топиладиган ҳар бир g_i нинг хатолиги l_i^* келтирилган узунликни ва бу узунликка мос келувчи тебрангич даври T_i ни аниқлашдаги ҳамда доимий катталикни жадвалдан олишдаги хатоликлардан ташкил топади:

$$\Delta g_i = g_i\left[2\frac{\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta l_i^*}{l_i^*} + 2\frac{\Delta T_i}{T_i}\right]. \tag{18}$$

Одатда π ни жадвалдан исталганча аниқликда олиш мумкиндир.

Келтирилган узунликни аниқлашдаги хатолик барча айрим ўлчашларда бир хил бўлганлиги туфайли уни

$$\Delta l_i^* = 2\bar{\varepsilon}_i \tag{19}$$

дейиш мумкин. ε_i ни эса графикдан қуйидагича аниқланади:

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\varepsilon_i}{(n-1)}}, \tag{20}$$

бу ерда

$$\varepsilon_i = (x_i - x_i^*)$$

бўлиб, бундаги x_i — стерженнинг тажриба вақтида осилиш нуқталари, x_i^* эса графикда ўртачалаштириб ўтказилган эгри чизиқ устидаги x_i нинг қийматлари. Бу қийматлар графикдан топилиб, 3-жадвалга ёзилади.

3-жадвал

Тартиб рақами	x_i	x_i^*	$\varepsilon_i = (x_i - x_i^*)$	ε_i^2
1				
2				
3				
....				

3-жадвал асосида (20) тенгламадан $\bar{\varepsilon}$ ва (19) дан тебрангич келтирилган узунлигининг хатолиги Δl_i^* ҳисобланади.

Бирор вақт оралиғини секундомер билан ўлчашдаги хатолик секундомернинг паспортида кўрсатилган муттасил хатолик (0,2 с) ва тажрибаларнинг секундомерни ишга тушириш ва тўхтатиш реакциясига боғлиқ бўлган хатоликлари йиғиндисига тенг. Бу иккала тур хатоликлар йиғиндиси 0,6 сек деб олинади. Унда 25 та тебранишдан топиладиган давр учун хатолик

$$\Delta T_i = \frac{0{,}6\,\text{с}}{25} = 0{,}024\,\text{с}$$

бўлади

Айрим ўлчашларнинг биридан иккинчисига ўтилганда T_i ва шунингдек, l_i^* ларнинг фарқи кичик бўлганидан

айрим ўлчашлар учун ҳисобланган Δg_i лар ҳам бир-биридан кам фарқ қилади. Шунинг учун оғирлик кучи тезланишининг ўртача арифметик қийматининг ўртача квадратик хатолигини

$$\Delta g = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \Delta g_i}{n(n-1)}}$$

дан ҳисоблаш ўрнига қуйидаги тенгликдан ҳисоблаш мумкин:

$$\Delta g = \sqrt{\frac{\Delta g_i^2}{(n-1)}},$$

бу ерда Δg_i —(18) ифода асосида айрим ўлчаш учун ҳисобланган хатолик. Ҳисоблаш натижасини $\alpha = 0{,}68$ ишончлилик билан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$g = \bar{g} \pm \Delta g.$$

Саволлар

1) Ишқаланиш кучларининг мавжудлиги ва тебрангичнинг тебраниш амплитудаси катталиги ўлчаш натижаларига қандай таъсир қилади?

2) Оғирлик кучи тезланиши g ни физик тебрангичда аниқлашнинг математик тебрангида аниқлашдан афзаллиги нимада?

3) Оғирлик кучи тезланиши g нинг қиймати географик кенгликка қандай боғлиқ?

7-ИШ. АҒДАРМА ТЕБРАНГИЧ ЁРДАМИДА ОҒИРЛИК КУЧИ ТЕЗЛАНИШИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма, 2) секундомер, 3) призма.

Қисқача назария

Оғирлик марказидан ўтмайдиган бирор уфқий (горизонтал) ўқ атрофида оғирлик кучи таъсирида тебранма ҳаракат қила оладиган ҳар қандай жисм физик тебрангич бўла олади. Тебрангич мувозанат ҳолатидан бирор α бурчакка четга чиқарилганда, оғирлик кучи моменти таъсирида ўзининг аввалги ҳолатига қайтишга интилади. Тебрангич мувозанат ҳолатидан ўтаётганда муайян тезликка эга бўлгани учун у аввал қандай бурчакка оғдирилган бўлса, ўша оғишга тескари йўналишда шундай бурчакка оғади. Ишқаланиш кучи бўлмаганда, бундай ҳаракат

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4}\right) \qquad (1)$$

давр билан такрорланади. Оғиш бурчаги $\alpha \approx (4° \div 5°)$ бўлганда $\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4}$ катталикни бирга нисбатан эътиборга олмаса ҳам бўлади, у ҳолда давр қуйидагича ифодаланади:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}},$$

бу ерда I — физик тебрангичнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти, m — тебрангичнинг массаси, a — тебрангичнинг оғирлик марказидан айланиш ўқигача бўлган масофа, g — оғирлик кучи тезланиши.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Оғирлик кучи тезланиши g ни билвосита аниқлашда (1) ифодадан фойдаланилади. Тажрибада тебраниш даврини етарлича аниқликда ўлчаш мумкин бўлгани ҳолда I ва a ларни шундай аниқликда ўлчаш осон эмас. Бу усулнинг афзаллиги шундаки, ўлчаш қийин бўлган бу катталиклар иштирокисиз g ни ҳисоблаш мумкин. Ағдарма тебрангичлар уларнинг қўлланишига қараб, ҳар хил шаклда бўлиши мумкин. Умуман, улар узунлиги 1м бўлган стерженлан иборат бўлиб, уларнинг сиртига оралиқлари 1 мм дан бўлган чизиқлар чизилган. Стержен бўйлаб енгил С ва оғир Д юкларни, таянч призмаларини силжитиш ва уларни исталган ҳолатларда маҳкамлаш мумкин.

Ушбу ишда 15-расмда кўрсатилган ағдарма тебрангичдан фойдаланилади. A металл стерженда $П_1$ ва $П_2$ таянч призмалар бир-биридан 60—65 см масофада силжимайдиган қилиб маҳкамланган. Улар орасида турадиган C юк $П_2$ призмага яқин маҳкамланади. Иккинчи D юк стерженнинг $П_1$ призма маҳкамланган учида туради ва у стержен бўйлаб кўчиши ва керакли вазиятда маҳкамланиши мумкин. Тебрангичнинг тебраниш даврини фақат D юкни силжитиш билан ўзгартириш мумкин. Фараз қилайлик, D юкнинг шундай ҳолати топилган бўлсинки, стержен $П_1$ ва $П_2$ призмаларда тебранганидаги тебраниш даврлари (мос равишда T_1 ва T_2 лар) бир-бирига тенг бўлсин, яъни

$$T_1 = T_2 = T = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mga_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mga_2}}. \qquad (2)$$

Маълумки, бу тенгликларнинг бажарилиш шарти тебрангичнинг бу икки ҳолдаги келтирилган узунликлари бир-бирига тенг бўлишидан, яъни $\frac{I_1}{ma_1} = \frac{I_2}{ma_2}$ бўлишидан иборатдир. Штейнер теоремасига асосан

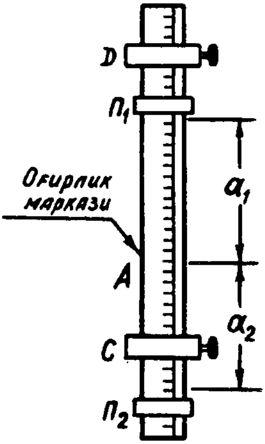
$$I_1 = I_0 + ma_1^2; \qquad I_2 = I_0 + ma_2^2, \qquad (3)$$

бу ерда I_0 — оғирлик марказидан ўтувчи (тебраниш ўқига параллел бўлган) ўққа нисбатан инерция моменти. (2) ва

(3) тенгламалардаги I_0 ва m ларни ўрнига қўйсак, g ни аниқлаш учун қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$g = 4\pi^2 \frac{a_1 + a_2}{T^2}, \qquad (4)$$

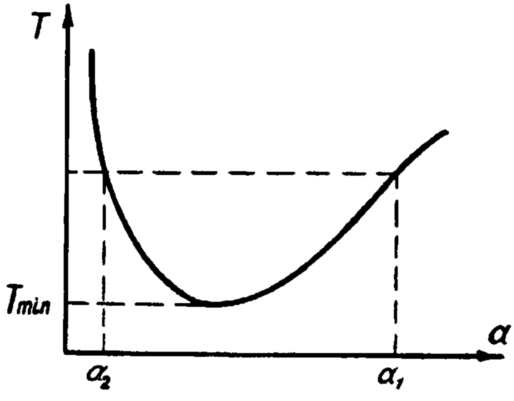
бу ерда $(a_1 + a_2)$ катталик $П_1$ ва $П_2$ таянч призмалар орасидаги масофа бўлиб, уни етарлича аниқликда (1 мм аниқликда) ўлчаш мумкин. (4) тенглама $a_1 \neq a_2$ ҳол учун (2) ва (3) тенгламалардан келиб чиқади ($a_1 = a_2$ ҳолда (2) ва (3) тенгликлар айниятга айланади). Муттасил ўлчашни бошлашдан аввал, ўлчаш аниқлигини яхши қаноатлантирувчи тажриба шароити танлаб олиниши лозим. Бунинг учун тебрангич тебраниш даврининг тебраниш нуқтасидан оғирлик марказигача бўлган масофа a га боғланишини ўрганиб чиқайлик. (1) ва (2) формулалардан



15-расм.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}}.$$

Бу боғланиш 16-расмда кўрсатилган эгри чизиқдан иборат. Тебраниш даври T нинг катталиги $a \to 0$ да $a^{-\frac{1}{2}}$ каби,



16-расм.

$a \to \infty$ да $a^{\frac{1}{2}}$ каби чексизликка интилади. $T > T_{\min}$ бўлганда a нинг иккита қийматида T бир хил қиймат олади. Тажрибада a нинг шу иккита қийматлари топилиб, улар асосида g ҳисобланади. Графикдан кўриниб турибдики, T нинг ҳар-хил қийматлари учун a_1 ва a_2 лар бир-бирига яқинлашади ёки узоқлашади. g ни ҳисоблаш аниқлигининг (a_1 — a_2) катталиклар айирмасига қандай боғлиқ эканлиги билан танишайлик.

Топилган (4) ни келтириб чиқаришда $T_1 = T_2$ деб ҳисобланган эди. Аслида тебраниш даврларини аниқ тенглаштириш мумкин эмас. Бир-бирига тенг деб ҳисобланган T_1 ва T_2 лар бир-биридан 2DT катталикка фарқ қилади, яъни

$$T_1 = T + \Delta T; \quad T_2 = T + \Delta T.$$

Шундай қилиб, $2\Delta T$ катталик даврларнинг бир-бирига мос келиш аниқлигини белгилайди. (5) ва (4) тенгламалар ёрдамида g учун қуйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$$g = 4\pi^2 \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2} = \frac{4\pi^2 (a_1 - a_2)(a_1 + a_2)}{T(a_1 - a_2) + 2\Delta T T(a_1 + a_2)};$$

буни ёзишда иккинчи даражали кичик катталик ΔT^2 ни ҳисобга олинмади. Бу ҳосил бўлган ифодани ΔT нинг даражалари бўйича қаторга ёйиб, ундаги биринчи даражали аъзолар билан чегараланса, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$g = 4\pi^2 \frac{(a_1 + a_2)}{T^2} \left[1 - \frac{2\Delta T(a_1 + a_2)}{T(a_1 - a_2)} \right]. \qquad (6)$$

Бу ифодадаги қавс ташқарисида турган катталик (4) тенгламадан иборат бўлиб, қавс ичидаги бирдан айрилувчи катталик эса g ни аниқлашдаги нисбий хатоликнинг бир қисмини ифодалайди, яъни

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta T(a_1 + a_2)}{T(a_1 - a_2)}. \qquad (7)$$

Бу катталик вақтни ўлчаш хатолигига боғлиқдир. (7) дан кўринишича ($a_1 - a_2$) нинг нолга интилиши билан T ҳам T_{min} га интилади ва хатолик чексиз орта боради (16-расм). Шундай қилиб тажриба шароити шундай танланиши керакки, a_1 ва a_2 орасидаги фарқ етарлича катта бўлсин. Агарда

$$3 < \frac{a_1}{a_2} < 1,5 \tag{8}$$

бўлса, g ни ҳисоблашдаги аниқлик қаноатланарли бўлади.

Тажриба натижалари T_1 ва T_2 даврлар учун бир хил натижа бермайди. Бундай ҳолларда (4) даги давр T ўрнига қандай қиймат қўйилади, деган савол туғилади. Кўрсатиш мумкинки, T ўрнига

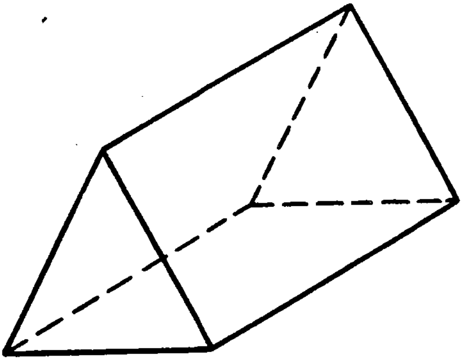
$$T = T_2 + \frac{a_1(T_1 - T_2)}{a_1 - a_2} \tag{9}$$

тенглама билан ифодаланган қийматни қўйса бўлади. Тебраниш даврлари $T_1 \approx T_2$ бўлганда ва (8) тенгсизлик бажарилганда бу тузатма унчалик аҳамиятга эга эмас, лекин тажриба ноқулай шароитларда ўтказилганда у кескин ортади.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1) D юкни тебрангичнинг бир учига C юкни $П_2$ призмага яқинроқ қилиб маҳкамлаб, тебрангични $П_1$ призмага осилади. Ташқи D юкнинг шу ҳолати учун тебрангичнинг тебраниш даври топилади. Сўнгра, D юкни ҳар гал 5 мм дан 7÷12 см чегарасида силжита бориб, ҳар бир ҳолат учун тебраниш даври (натижада давр учун 7÷9 та қиймат) топилади. Тебрангичнинг тебраниш амплитудаси 5° дан ошмаслиги керак. Ҳар бир ҳолат учун 100 та тебраниш олиниб, у икки мартадан такрорланиши керак.

2) Топилган даврларнинг ўртача арифметик қийматлари T_i билан D ташқи юкнинг стержендаги X_i ҳолатлари орасидаги боғланишни ифодаловчи график миллиметрли қоғозга чизилади.



17-расм.

3) Тебрангич ағдарилиб иккинчи $П_2$ призмага осилади ва яна D ташқи юкнинг олдидаги X_i нуқталари учун 100 та тебраниш вақти орқали T_i даврлар ўлчанади (силжиш чегараси олдингидай бўлсин)

4) Олдинги чизилган графикда T_i' ва X_i' нинг янги олинган қийматлари қўйилиб, ҳосил бўлган нуқталар туташтирилади. Ҳосил қилинган иккала чизиқнинг кесишиш нуқтасига мос келувчи X ташқи D юкнинг тебрангичга бир-бирига яқин бўлган давр қийматлари берувчи ҳолатини ифодалайди.

5) D ташқи юкни графикдан топилган X нуқтага маҳкамлаб, тебрангични навбати билан $П_1$ ва $П_2$ таянч призмаларга осилади ва мос равишда T_1 ва T_2 даврлар аниқланади. Даврнинг ҳар бирини аниқлаш учун 200 та тебранишга кетадиган вақт уч мартадан ўлчанади.

6) Сўнгра тебрангични осмадан олиб, учли тагликка (17-расм) қўйилади (таглик 3 қиррали призмадан иборат). Тебрангичнинг таглик призмадаги мувозанат ҳолати топилади. Осма призманинг учли қиррасидан таянч призма учларигача бўлган масофалар мос равишда a_1 ва a_2 ларга тенгдир. Тажрибада топилган a_1 ва a_2 ларни (9) ва (4) га қўйиб, берилган нуқта учун оғирлик кучи тезланиши ҳисобланади. Бу катталикни аниқлашдаги хатолик

$$\Delta g = \bar{g}\left[\frac{2\Delta T(a_1 + a_2)}{T(a_1 - a_2)} + \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2)}{(a_1 + a_2)}\right],$$

бу ерда ΔT — даврни секундомерда аниқлашдаги хатолик, Δa_1 ва Δa_2 лар эса, a_1 ва a_2 ларни стержендаги шкала бўлимларидан олишдаги хатоликларидир.

Саволлар

1) Оғирлик кучи тезланишини ағдарма тебрангич ёрдамида аниқлашнинг физик тебрангич ёрдамида аниқлашдан қандай афзаллиги бор?

2) Ишқаланиш кучларининг, тебрангич тебраниш амплитудасининг тажрибанинг аниқлигига таъсири қандай?

3) Физик тебрангичнинг келтирилган узунлиги деб қандай катталикка айтилади?

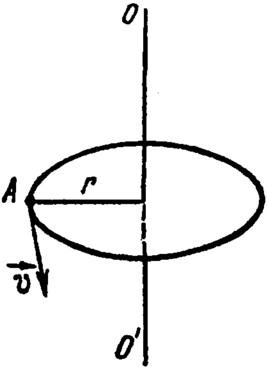
8-ИШ. ОҒИР ҒИЛДИРАКНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) горизонтал ўққа ўрнатилган оғир ғилдирак: 2) юклар тўплами; 3) штангенциркуль; 4) сантиметрли масштаб; 5) секундомер; 6) қўшимча юк.

Қисқача назария

Қўзғалмас ўқ атрофида айлана оладиган жисмга куч таъсир этса, у айлана бошлайди ва кучнинг таъсир вақти ортиши билан унинг бурчак тезлиги ортиб боради. Таъсир этувчи куч моменти қанчалик катта бўлса, бурчак тезликнинг ортиб бориш суръати, яъни бурчак тезланиши шунчалик катта бўлади. Бурчак тезланиш, шунингдек, айланаётган жисмнинг хусусиятига ва шаклига ҳам боғлиқ бўлади. Маълумки, илгариланма ҳаракатдаги жисм массаси унинг инертлик ўлчовидир. Айланма ҳаракатда эса жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти инертлик ўлчовидир.

Агар массаси *m* бўлган *A* моддий нуқта (18-расм) OO' ўқ атрофида айланаётган бўлса, унинг инерция моменти сон



18-расм.

қиймат жиҳатидан нуқта массаси m нинг айланиш ўқидан нуқтагача бўлган масофа квадратига кўпайтмасига тенг, яъни

$$I = mr^2.$$

Қаттиқ жисмнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти уни ташкил қилувчи ҳамма нуқталарининг шу ўққа нисбатан инерция моментларининг йиғиндисига тенг:

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2$$

бу ерда Dm_i — қаттиқ жисмнинг исталган кичик элементининг массаси; r_i — шу элементдан айланиш ўқигача бўлган масофа. Шундай қилиб, инерция моменти фақат жисм массасининг қийматигагина боғлиқ бўлмасдан, балки массанинг айланиш ўқига нисбатан қандай тақсимланишига ва демак, айланиш ўқининг жойланишига ҳам боғлиқдир. Ўқнинг ҳолати ўзгариши билан r_i нинг қийматлари, демак, инерция моменти ҳам ўзгаради.

Динамика қонунларини қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатига татбиқ қилинса, у қуйидагича таърифланади: қаттиқ жисмнинг бурчак тезланиши унга таъсир этувчи ташқи кучлар моментларининг тенг таъсир этувчисига тўғри мутаносиб ва бу жисмнинг инерция моментига тескари мутаносибдир:

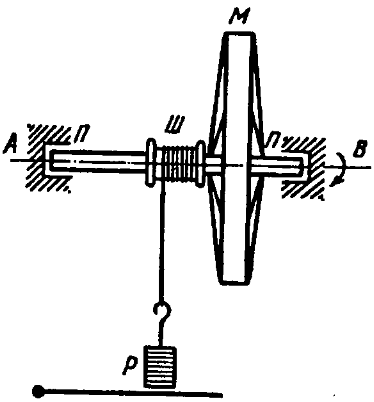
$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I}. \quad (1)$$

(1) тенгламадан кўринадики, таъсир қилувчи ташқи куч моментининг у берадиган бурчак тазланиш катталигига нисбати ўзгармас катталик бўлиб, у инерция моментига тенг бўлади. Бу ишни бажаришдан мақсад шу қонунни тажрибада текширишдан иборатдир.

1-МАШҚ. ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ ДИНАМИК УСУЛДА АНИҚЛАШ

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

М оғир ғилдирак ва *П* шкив *ПП* подшипникларда кичик ишқаланиш билан айлана оладиган қилиб *АВ* уфқий ўққа ўрнатилган (19-расм). Шкивга бир текис қилиб ип ўралади ва ипнинг бир учига $\vec{P}$ юк осилади.



19-расм.

Бошланғич ҳолатда ип шкивга тўла ўралганда *Р* юк махсус юзачага таянади, бунда юзачани очадиган очқич бўлиб, ушбу очқич очилганда юк пастга тушади ва бутун тизимни айланма ҳаракатга келтиради. Ипни чўзилмас деб ҳисобласак, юкнинг ҳаракат тезлиги *Ш* шкив гардишидаги нуқталарнинг $\vec{\upsilon}$ чизиғий тезлигига тенг бўлади, яъни

$$\upsilon = [\vec{\omega}\,\vec{r}], \qquad (2)$$

бу ерда r — радиуси, $\vec{\omega}$ — шкивнинг айланма ҳаракат бурчак тезлиги. Юкнинг тезланиши $\vec{a}$ шкив гардишидаги нуқталарнинг тангенциал тезланишига тенг:

$$\vec{a} = [\vec{\beta}\vec{r}], \qquad (3)$$

Юкнинг тушиш баландлиги h ва тушиш вақти t ни билган ҳолда тезланиш қуйидагича ифодаланади:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \qquad (4)$$

(3) ва (4) га асосан

$$\beta = \frac{2h}{t^2 r}. \quad (5)$$

Демак, бурчак тезланишни ўлчаш усули аниқланди. Таъсир этувчи куч моментини аниқлаш билан танишиб чиқайлик. P юкка ўзаро қарама-қарши йўналган икки куч: $P = mg$ га тенг бўлган оғирлик кучи ва ипнинг F таранглик кучи таъсир қилади. Юкнинг ҳавога ишқаланиш кучини ҳисобга олмаймиз. Ньютоннинг II қонунига асосан

$$ma = P - F. \quad (6)$$

Бундан $F = P - ma$ бўлиб, бу куч шкив гардишига қўйилган бўлади. Демак, шкивга таъсир этуви куч моменти

$$M_1 = Fr = (P-ma)r. \quad (7)$$

Бундан ташқари, шкивга подшипникдаги ишқаланиш кучлари таъсир қилади. Бу кучларнинг моменти M_2 ҳамма вақт M_1 моментга қарама-қарши йўналган. Шунинг учун ташқи кучларнинг йиғинди куч моменти

$$M = M_1 - M_2. \quad (8)$$

Ишқаланиш кучларининг моменти M_2 юк P нинг оғирлигига боғлиқ бўлса-да, бу боғланишни ҳисобга олмаймиз, яъни ишқаланиш кучининг моменти деганда унинг юклар оғирлиги нолга тенг бўлгандаги қийматини тушунамиз. M_2 нинг қийматини қуйидагича аниқлаш мумкин: ип илмоқ ёрдамида шкивга илинади, юк полга тегиши билан илмоқ автоматик равишда шкивдан ажралади. Шу моментдан бошлаб, айланувчи тизимга фақат ишқаланиш кучи моменти таъсир қилади ва тизим тўхтагунча секинланувчан ҳаракат қилади. Агар полга урилиш пайтида айланиш бурчак тезлиги ω бўлса, текис секинланувчан айланма ҳаракат қонунига асосан бурчак тезланиш

$$\beta = \frac{\omega}{\tau}. \quad (9)$$

Бу ерда τ —юкнинг полга урилиш пайтидан оғир ғилдиракнинг тўла тўхтагунича кетган вақт. Иккинчи томондан (1) тенгликка асосан

$$\beta = \frac{M_2}{I}, \quad M_2 = \frac{I\omega}{\tau}. \tag{10}$$

(10) ва (7) даги катталикларни (8) га келтириб қўйсак,

$$M = (P - ma)r - I\frac{\omega}{\tau}.$$

(1) га асосан

$$I = \frac{M}{\beta} = \frac{(P - ma)r}{\beta} - \frac{I\omega}{\beta\tau}.$$

ёки

$$I\left(1 + \frac{\omega}{\beta\tau}\right) = \frac{(P - ma)r}{\beta}.$$

$P = mg$ эканлиги ҳисобга олинса, бу ифода

$$I = \frac{(g - a)mr}{\beta + \frac{\omega}{\tau}} \tag{11}$$

кўринишга келади. (2) га асосан, юкнинг полга урилиш пайтидаги бурчак тезлик

$$\omega = \frac{\upsilon}{r}.$$

v ни текис тезланувчан ҳаракат қонунидан топилса,

$$\upsilon = \frac{2h}{t}.$$

Шундай қилиб

$$\omega = \frac{2h}{tr} \tag{12}$$

(4), (5) ва (12) тенгламаларни ҳисобга олган ҳолда (11) ни шундай ёзиш мумкин

$$I = \frac{mr^2\left(\frac{g}{2h} - \frac{1}{t^2}\right)}{\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t\tau}}. \tag{13}$$

(13) тенгламанинг ўнг томони P юк массаларининг ҳар хил қийматларида ўзгармас катталик бўлиши керак.

Ўлчашлар

1. Сантиметрли масштаб билан юзачадан полгача бўлган h масофани ва штангенциркуль билан r шкив радиусини уч мартадан ўлчаб, уларнинг ўртача қийматлари ($\bar{h}$ ва $\bar{r}$) олинади.

2. Ҳар хил массали P юкларни ипга осиб, уларнинг ҳар бирининг полга урилиш вақти t ва ғилдиракнинг тўла тўхташи учун кетадиган вақт τ камида уч мартадан аниқланади. Натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	Юкнинг массаси, m	t_i			$\bar{t}$	τ_i			$\bar{\tau}$	I
		$t_i^{'}$	$t_i^{''}$	$t_i^{'''}$		$\tau_i^{'}$	$\tau_i^{''}$	$\tau_i^{'''}$		
1. 2. 3. ...										

Ҳисоблашлар

1. Ҳар бир юк учун тажрибада ўлчанган катталикларнинг ўртача қийматларини (13) га қўйиб, ғилдиракнинг инерция моментлари ҳисобланади.

2. Инерция моментини аниқлашдаги мутлақ хатолик (13) ҳисоблаш тенгламасини дифференциаллаш усули билан топилади:

$$\Delta I = \bar{I}\sqrt{\frac{\Delta m^2}{m^2} + 4\frac{\Delta r^2}{r^2} + \frac{t^2}{(\tau + t)^2}\cdot\frac{\Delta\tau^2}{\tau^2} + \frac{[gt(2\tau + t) + 2h]^2}{(\tau + t)^2(gt^2 - 2h)^2}\Delta t^2 + \frac{g^2 t^2}{(gt^2 - 2h)^2}\,\frac{\Delta h^2}{h^2}}.$$

3. Топилган инерция моменти қийматларининг ишонч оралиғи (I+ΔI) да ўзгармас бўлиши текширилади.

4. Натижанинг нисбий хатолиги: $\varepsilon = \frac{\Delta I}{I}\cdot 100\%$.

2-МАШҚ. ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ УСУЛИДА АНИҚЛАШ

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Бу усулда ҳам 19-расмда тасвирланган ғилдиракдан фойдаланилади. Агар винт ёрдамида ғилдиракка бирор қўшимча юк ўрнатилса, унинг фарқсиз мувозанати турғун мувозанатига мос келади. Қурилма ғилдиракнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўқ атрофида тик текислик бўйича мувозанат ҳолатидан чапга ва ўнгга оғиб, тебранма ҳаракат бажарувчи физик тебрангич (20-расм) дан иборат. Тебрангичнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\varphi = \varphi_0 \sin \frac{2\pi}{T} t, \tag{14}$$

бу ерда φ — ғилдиракнинг мувозанат ҳолатидан оғиши, φ_0 — тебраниш амплитудаси, T — тебраниш даври, t — тебраниш вақти. (14) тенгламани вақт бўйича дифференциаллаб, ғилдиракнинг айланма ҳаракат бурчак тезлигини топамиз:

$$\omega = \dot{\varphi} = \varphi_0 \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

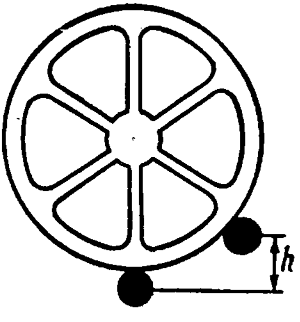
Ғилдирак мувозанат ҳолатидан ўтаётганда бурчак тезлик ўзининг максимал қийматига эришади, яъни

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \varphi_0. \tag{15}$$

Тизимнинг ушбу вақтдаги кинетик энергияси қуйидагича аниқланади:

$$E_к = \frac{I\omega_0^2}{2} + \frac{I'\omega_0^2}{2}, \tag{16}$$

бу ерда I ва I' — ғилдирак ва қўшимча юкнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моментлари. Иккинчи томондан, тизим мувозанат ҳолатидан энг четлашган вазиятида



20-расм.

$$E_p = mgh \tag{17}$$

потенциал энергияга эга бўлади. Бу ерда m — қўшимча юкнинг массаси, h эса унинг мувозанат ҳолатидан кўтарилиш баландлиги бўлиб, қуйидагича ифодаланади:

$$h = d(1 - \cos\varphi_0), \tag{18}$$

бу ерда $d = R + r$ — юкнинг оғирлик марказидан айланиш ўқигача бўлган масофа, R — ғилдирак радиуси, r — қўшимча юкнинг радиуси. (18) да

$$\cos\varphi_0 = \cos^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi_0}{2}$$

десак, у ҳолда $h = d\,(1 - \cos^2\frac{\varphi_0}{2} + \sin^2\frac{\varphi_0}{2})$ ёки $h = d\,2\sin^2\frac{\varphi_0}{2}$ бўлади, кичик тебраниш амплитудаси учун

$$h = d\frac{\varphi_0}{2}. \tag{18'}$$

Кичик тебраниш амплитудалари учун топилган h нинг (18′) ифодасини (17) га қўйсак, потенциал энергия учун

$$E_p = mgd\frac{\varphi_0^2}{2} \tag{19}$$

ифода ҳосил бўлади. Ишқаланиш кучларини ва ҳавонинг қаршилигини назарга олмаганда энергиянинг сақланиш қонунига асосан (16) билан (19) ни тенглаштирсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{I\omega^2}{2} + \frac{I'\omega^2}{2} = mgd\frac{\varphi_0^2}{2}$$

ёки

$$\frac{1}{2}(I + I')\left(\frac{2\pi\varphi_0}{T}\right)^2 = mgd\frac{\varphi_0^2}{2},$$

бундан ғилдиракнинг инерция моменти учун

$$I = \frac{mgd}{4\pi^2}T^2 - I' \tag{20}$$

ифодани топамиз. Бу ифоданинг ўнг томонидаги биринчи ҳаднинг барча катталиклари (яъни m, d ва T лар) тажрибада аниқланади. Қўшимча юкнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I' қуйидаги фомулага мувофиқ аниқланади:

$$I'=md^2. \qquad (21)$$

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Қўшимча юк техник тарозида 0,5 граммгача аниқликда ўлчанади. Сўнгра уни ғилдиракка ўрнатилиб, тузилмани тебранишга келтирилади (тебраниш амплитудаси 8°—10° дан ошмасин) Секундомер билан 40—50 та тебраниш учун кетган вақт 5—7 марта аниқланади. Олинган натижа 1-жадвалга ёзилади ва T тўла тебраниш даврининг ўртача қиймати топилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	n_i	t_i	T_i	$\overline{T}$	ΔT	ΔT^2
1. 2. 3.						

2. Сўнгра штангенциркуль ёрдамида ғилдирак ва қўшимча юкнинг диаметрлари 3 мартадан ўлчанади, уларнинг ўртача қийматларидан R, r ва d лар топилади. Натижалар 2 жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	D_r	R	Dюк	r	$R+r$
1 2 3					
Ўртача					

3. d ни билган ҳолда (21) дан юкнинг ва (20) дан ғилдиракнинг инерция моменти аниқланади.

4. Ғилдиракнинг тебранма усулда топилган инерция моменти динамик усулда топилган қиймат билан солиштириб кўрилади.

5. Хатолик билвосита ўлчаш натижаларини ҳисоблаш қоидаларига асосан топилса, мутлақ хатолик қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta I = \bar{I}\sqrt{\frac{\Delta m^2}{m^2} + \frac{(gT^2 + 8\pi^2 d)^2}{(gT^2 - 4\pi^2 d)^2}\cdot\frac{\Delta d^2}{d^2} + \frac{4g^2T^2}{(gT^2 - 4\pi^2 d)^2}\cdot\frac{\Delta T^2}{T^2}},$$

бундан фойдаланиб, ўлчашнинг нисбий хатолиги

$$E = \frac{\Delta I}{\bar{I}}\cdot 100\%$$

ҳисобланади.

Саволлар

1) Ғилдиракка таъсир қилувчи ишқаланиш кучи моменти юкнинг илгариланма ҳаракат тезлигига қандай боғланган?

2) Юкнинг пастга ҳаракатланишида тебраниш нимага ва қандай таъсир қилади?

3) Ихтиёрий геометрик шаклдаги жисмнинг инерция моменти қандай ҳисобланади?

9-ИШ. УЧ ИПЛИ ТЕБРАНГИЧ ЁРДАМИДА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ АНИҚЛАШ ВА ШТЕЙНЕР ТЕОРЕМАСИНИ ТЕКШИРИШ

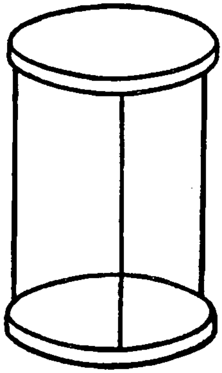
Керакли асбоб ва материаллар: 1) уч ипли тебрангич; 2) секундомер; 3) штангенциркуль; 4) ўлчашда керак бўладиган жисмлар тўплами.

Усулнинг назарияси

Уч ипли тебрангич учта параллел ипларга осилган юпқа дискдан иборат (21-расм).

Агар дискни бирор кичик бурчакка буриб, ўз ҳолига қўйилса, тебрангич вертикал ўқ атрофида айланма-тебранма ҳаракат қила бошлайди. Бу айланма-тебранма ҳаракат гармоник тебранма ҳаракатга яқин бўлади, шунинг учун ҳам вақтнинг исталган пайти учун дискнинг буралиш бурчаги φ қуйидагича аниқланади:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\frac{2\pi}{2}t, \qquad (1)$$



21-расм.

бу ерда φ_0 — тебраниш амплитудаси, T — тебраниш даври, t — тебраниш вақти. Дискнинг бурчак тезлиги (1) дифференциаллаш йўли билан аниқланади:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\varphi_0 \sin\frac{2\pi}{T}t\right) = \varphi_0\frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t. \qquad (2)$$

Диск мувозанат ҳолатидан ўтаётган пайтларда ($t = 0,\ \frac{1}{2}T;\ T;\ \frac{3}{2}T\ldots$ ва хо казо) бурчак тезликнинг мутлақ максимал қиймати

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}\varphi_0 \qquad (3)$$

бўлади.

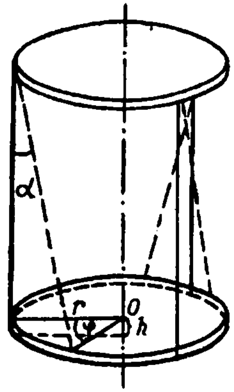
Диск φ_0 бурчакка буралса, ипларнинг буралиши натижасида у бирор h баландликка кўтарилади (22-расм). Натижада диск потенциал энергияси mgh га ортади. Диск мувозанат ҳолатидан ўтаётганда эса бу ортиқча потенциал энергиянинг бир қисми $\frac{I\omega_0^2}{2}$ га тенг бўлган айланма ҳаракат кинетик энергиясига айланади, иккинчи қисми эса ишқаланиш кучларини енгиш ишига сарфланади. Лекин ишқаланиш жуда кам деб ҳисобласак,

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = mg\,h \qquad (4)$$

бўлади. (4) даги ω_0 катталик (3) орқали ифодаланса, бу тенглик

$$\frac{1}{2}I\left(\frac{2\pi}{T}\varphi_0\right)^2 = mgh \qquad (5)$$

кўринишда ёзилади, бу ерда I — дискнинг марказидан ўтган вертикал ўққа нисбатан инерция моменти: h ва φ_0 лар 15-расмдан аниқланади:



22-расм.

$$h=l\,(1-\cos\alpha),\ \varphi_0 r=\alpha l, \qquad (6)$$

бу ерда l — осма ипларнинг узунликлари, r — диск марказидан иплар боғланган нуқталаргача бўлган оралиқ, α — ипларнинг оғиш бурчаклари. α бурчак жуда кичкина бўлгани учун катта аниқлик билан

$$\cos\alpha=1-\frac{\alpha^2}{2} \qquad (7)$$

деб олиш мумкин. У ҳолда (6) ва (7) га асосан:

$$h = l\frac{\alpha^2}{2} = \frac{r^2}{2l}\varphi_0^2. \qquad (8)$$

Агар ушбу ифодани (5) га қўйсак,

$$\frac{m\frac{r^2}{l}}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \qquad (9)$$

тенгликни оламиз, бунда $\frac{r^2}{l}$ — тизим учун ўзгармас катталикдир, шунинг учун уни “a” ҳарфи билан белгилаб, яъни $a=\frac{r^2}{l}$ деб олиб

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{mga} \tag{10}$$

ни ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, уч ипли тебрангич даврини ўлчаш унинг инерция моментини аниқлашга имкон беради.

Тебрангич ёрдамида инерция моментларини аниқлаш

Агар дискнинг массасини m_0 ва инерция моментини I_0 билан белгиласак, (10) га асосан,

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_0}{m_0 ga} \tag{11}$$

деб ёзиш мумкин. Диск марказига массаси m_x бўлган жисм қўйилганда тизимнинг массаси m_0+m_x бўлиб, унинг инерция моменти I_0+I_x ва (10) га асосан, тизимнинг тебраниш даври квадрати

$$T_{\bar{0}}^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + I_x}{(m_0 + m_x)ga} \tag{12}$$

бўлади. Бунда (11) ни эътиборга олган ҳолда жисмнинг инерция моменти учун

$$I_x = I_0 \left[\frac{m_0 + m_x}{m_0} \cdot \frac{T_x^2}{T_0^2} - 1 \right] \tag{13}$$

ифодани топамиз.

Штейнер теоремасини текшириш

Қаттиқ жисмнинг ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти шу ўққа параллел ва қаттиқ жисм оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти I_0 билан жисм массасининг ўқлар орасидаги масофа квадрати d^2 га кўпайтмаси йиғиндисига тенг:

$$I = I_0 + md^2. \tag{14}$$

Уч ипли тебрангич ёрдамида энди Штейнер теоремаси текширилади. Бунинг учун, масалан, массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита цилиндрик жисм олиб, уларнинг ўқлари дискнинг ўқи билан устма-уст тушадиган ҳолатда диск устига жойлаштирилади. Уларнинг ўз ўқларига (бу ўқлар цилиндрик жисмларнинг масса марказларидан ўтади) нисбатан инерция моментлари I_1 ва I_2 бўлсин, у ҳолда бутун тизимнинг массаси ва инерция моменти мос ҳолда

$$m_0+m_1+m_2 \text{ ва } I_0+I_1+I_2$$

бўлади. (12) га асосан тизимнинг тебраниш даври

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + I_1 + I_2}{(m_0 + m_1 + m_2)ga} \tag{15}$$

билан аниқланади.

Сўнгра бу жисмларни диск устига шундай жойлаштириш керакки, уларнинг ҳар бирининг ўқлари диск ўқидан d_1 ва d_2 узоқликда ётсин. Штейнер теоремасига асосан тизимнинг инерция моменти бу ҳолда ($I_0+I_1+I_2+m_1 d_1^2+$ $+m_2 d_1^2$) га тенг. Тебраниш даври эса

$$T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + I_1 + I_2 + m_1 d_1^2 + m_2 d^2}{(m_0 + m_1 + m_2)ga} \tag{16}$$

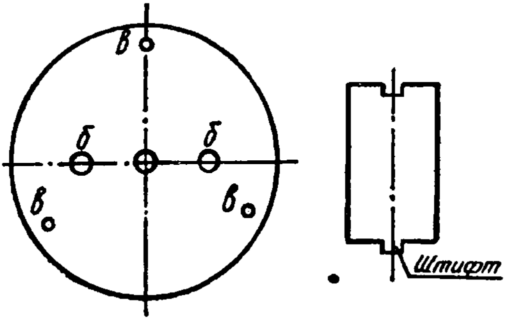
бўлади. (15) ва (16) дан

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\left(m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2\right)}{(m_0 + m_1 + m_2)ga}. \tag{17}$$

(17) тенгликнинг бажарилиши тажрибада текширилади ва бу Штейнер теоремаси тўғри эканлигининг исботи бўлади.

Тажриба қурилмаси

Қурилманинг кўриниши 23-расмда берилган. Дискнинг четларида “*в*” тешиклари бўлиб, улар осма ипларни ўтказиш ичун мўлжалланган. Булардан ташқари, дискда яна



23-расм.

учта “*б*” тешик бор: улардан бири диск марказида, қолган иккитаси эса унга симметрик тарзда жойлашган. Бу тешиклар инерция моментлари ўлчанадиган жисмларни маҳкамлашга мўлжалланган.

Текширилувчи жисмлар цилиндр ёки параллелепипед шаклида бўлиб, улар маҳкамловчи штифт ва чуқурчага эга. Жисмни диск устига ўрнатиш учун унинг штифти дискдаги бирор “*б*” тешикка киритиб маҳкамланади. Жисмларни йиғишда (тизимни ҳосил қилишда) биринчисининг штифти иккинчисининг чуқурчасига жойлаштирилади.

Ўлчашлар

1. Олинган жисмларнинг m_1 ва m_2 массалари ўлчанади ва тортишдаги Δm_1 ва Δm_2 хатоликлар аниқланади.

2. Жисмни тортиб бўлгандан сўнг, тебрангични айланма-тебранма ҳаракатга келтириб, 100 марта тебраниш учун кетган вақт 3 марта ўлчанади. Бу вақт асосида юк қўйилмаган тебрангичнинг тебраниш даври T_0 ва (11) формула ёрдамида I_0 инерция моменти топилади.

3. I_0 аниқланганидан сўнг, маълум массали жисмлардан бири дискнинг марказий тешигига маҳкамлаб қўйилади. Юқоридагидек ўлчашлар бажариб, (13) формула билан I_1 аниқланади.

4. Биринчи жисм устига иккинчисини қўйиб, юқоридагидек ўлчашлар бажариб T_1 аниқланади.

5. Иккала юкни марказий тирқишнинг ёнларидаги симметрик тирқишларга жойлаштириб T_2 топилади.

6. Жисмларнинг геометрик ўлчамлари аниқланади (агар жисм параллелепипед бўлса, айланиш ўқига тик бўлган қирралари, цилиндр бўлса, унинг диаметри аниқланади). Ўлчашлар бир неча марта бажарилиб, ўртачаси олинади.

Ҳисоблашлар

1. I_0 ни ҳисоблашдаги хатолик қуйидагича аниқланади:

$$\Delta I_0 = \bar{I}_0\left[\frac{\Delta m_0}{m_0} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta a}{a} + 2\frac{\Delta T_0}{T_0} + 2\frac{\Delta \pi}{\pi}\right].$$

Δm_0 ва Δa лар асбобнинг паспортида берилган. Оғирлик кучи тезланиши қийматини олишдаги хатолик Δg=0,0005 м/с^2 га тенг $\left(g = 9{,}81\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$. Агар π=3,14 деб олинса, $\Delta\pi$=0,001 бўлади. Вақтни секундомер билан ўлчашдаги хатолик унинг фақат аниқлигига боғлиқ бўлмасдан, балки у тажриба ўтказувчининг секундомерни юргизиш ва тўхтатишдаги реакция тезлигига ҳам боғлиқдир. Шу томонларни ҳисобга олганда, бирор вақт оралиғини секундомер билан ўлчашдаги хатоликни 0,6 с деб олиш мумкин. У вақтда даврни аниқлашдаги хатолик $\Delta T_0 = \frac{0{,}6}{100}$ с $= 6 \cdot 10^{-3}$ с бўлади.

2. I_x ни ўлчашда йўл қўйилган хатолик қуйидагича аниқланади:

$$\Delta I_x = \Delta I_0 + I_0\frac{m_0 + m_x}{m_0}\cdot\frac{T_2^2}{T_0^2}\left(\frac{\Delta I_0}{I_0} + \frac{\Delta m_0 + \Delta m_x}{m_0 + m_x} + \frac{\Delta m_0}{m_0} + 2\frac{\Delta T_x}{T_x} + 2\frac{\Delta T_0}{T_0}\right).$$

3. Тажрибада аниқланган I_x ушбу

$$I'_x = \frac{4}{3}m_x(b^2 + c^2) \qquad (18)$$

ифодадан ҳисобланган қиймат билан солиштирилади (бу ифодада "*b*" ва "*c*" лар параллелепипед шаклидаги жисм қирраларининг узунликлари) ва йўл қўйилган хатолик

$$\Delta I'_x = I'_x\left(\frac{\Delta m_x}{m_x} + \frac{2b\Delta b + 2c\Delta c}{b^2 + c^2}\right)$$

формула орқали ҳисобланади. Қиррани ўлчашдаги хатоликлар

$$\Delta b = \left[\sqrt{\frac{\sum(\bar{b} - b_i)^2}{n(n-1)}} + 0{,}05\right]\text{мм},$$

$$\Delta c = \left[\sqrt{\frac{\sum(\bar{c} - c_i)^2}{n(n-1)}} + 0{,}05\right]\text{мм},$$

бу ерда 0,05 мм штангенциркуль билан ўлчашдаги муттасил хатолик.

Инерция моментларининг тажрибада (18) формула билан ҳисобланган натижалари йўл қўйилиши мумкин бўлган хатолик чегарасида бир-бирига яқин бўлиши кутилади.

Топилган натижалардан фойдаланиб, (17) тенгликнинг бажарилиши текширилади ва унинг хатолиги қуйидагича аниқланади. Чап томоннинг хатолиги $\Delta\left(T_2^2 - T_1^2\right) = 2(T_2\Delta T_2 + T_1 + \Delta T_1)$.

Иккала даврни ҳисоблашдаги хатолик бир хил $\Delta T_2 = \Delta T_1 = \Delta T$ бўлганлигидан: $\Delta\left(T_2^2 - T_1^2\right) = 2(T_2 + T_1)\Delta T$. Ўнг томоннинг хатолиги қуйидагича аниқланади:

$$\Delta\left[\frac{4\pi^2\left(m_1d_1^2 + m_2d_2^2\right)}{(m_0 + m_1 + m_2)ga}\right] = \frac{4\pi^2\left(m_1d_1^2 + m_2d_2^2\right)}{(m_0 + m_1 + m_2)ga}\left[2\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta d}{d} + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta m_0 + \Delta m_1 \cdot + \Delta m_2}{m_0 + m_1 + m_2} + \frac{d_1^2\Delta m_1 + d_2^2\Delta m_2 + 2d_1m_1\Delta d_1 + 2d_2m_2\Delta d_2}{m_1d_1^2 + m_2d_2^2}\right].$$

Ҳамма натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Жисм массаси	100 та тебраниш учун кетган ўртача вақт	Давр	Ўлчанган инерция моменти	Хисобланган инерция моменти (18)	$T_2^2 - T_1^2$	(17) нинг ўнг томонининг қиймати
0 $m_1 + \Delta m_1$ $(m_1 + m_2) \pm (\Delta m_1 + \Delta m_2)$ $(m_1 + m_2 + m_3) \pm$ $\pm (\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3)$		$T_0 \pm \Delta T_0$ $T_x \pm \Delta T_x$ $T_1 \pm \Delta T_1$ $T_2 \pm \Delta T_2$	$I_0 \pm \Delta I_0$ $I_x \pm \Delta I_x$	$I'_x \pm \Delta I'_x$		

Саволлар

1) Уч ипли тебрангич қандай куч моменти таъсирида тик ўқ атрофида айланма-тебранма ҳаракат қилади?

2) Нега уч ипли тебрангич ипларининг таранглиги бир хил бўлиши лозим?

3) Ҳисоблаш формуласини келтириб чиқаришда пастки диск осилган ипларнинг қайишқоқлигини ҳисобга олмаслик ўринлими?

4) Тажриба аниқлиги қандай омиллар билан чекланади?

10-ИШ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТ ҚОНУНЛАРИНИ ОБЕРБЕК ТЕБРАНГИЧИДА ТЕКШИРИШ

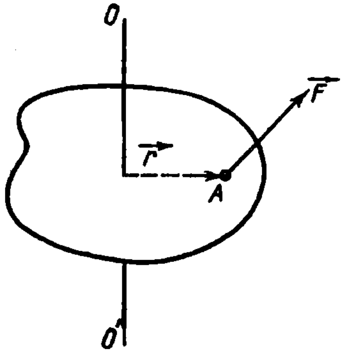
Керакли асбоб ва материаллар: 1) Обербек тебрангичи; 2) юклар тўплами; 3) секундомер; 4) штангенциркуль; 5) миллиметрли чизғич.

Қисқача назария

Илгариланма ҳаракат ҳолида жисмга таъсир этувчи $\vec{F}$ ташқи куч билан жисм оладиган $\vec{a}$ тезланиш орасидаги боғланиш Ньютоннинг II қонуни билан белгиланар эди:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

яъни жисм оладиган чизиқли тезланиш таъсир этувчи кучга мутаносибдир.



24-расм.

Қўзғалмас ўқда айланиш имконига эга бўлган қаттиқ жисмга (24-расм) $\vec{F}$ ташқи куч таъсир қилганда жисмнинг ҳаракат қонуни юқорида кўрсатилгандан бошқачароқ бўлади. Бунда жисмнинг ҳаракат характерини $\vec{F}$ кучнинг айланиш ўқига нисбатан моменти белгилайди. Ўқда айланиш ҳолатини $\vec{a}$ чизиқли тезланиш эмас, балки β бурчак тезланиш характерлайди. Куч моменти ушбу

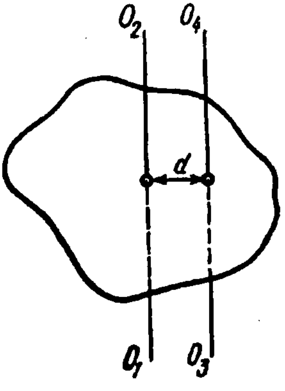
$$\vec{M} = [\vec{F} \cdot \vec{r}]$$

вектор кўпайтмадан иборат. $\vec{F}$ куч айланиш ўқига тик, лекин $\vec{r}$ га нисбатан турлича бурчак остида йўналганида унинг таъсирини икки қисмга — жисмни айлантирувчи ва ўқни деформацияловчи таъсирларга ажратиш мумкин. $\vec{F}\,\hat{}\,\vec{r}$ бурчак 90° га тенг бўлгандагина куч соф айлантирувчи таъсир кўрсатади. Бу ҳолда ташқи куч айлантирувчи моментининг сон қиймати $M=F \cdot r$ бўлади.

Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни жисмга таъсир этувчи куч моменти билан айланиш бурчак тезланишини боғлайди. Фақат бу ҳолда жисм массаси ўрнига жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти билан иш кўрилади. Энди шу катталик билан танишамиз. Маълумки,

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2$$

ифода қаттиқ жисмнинг шу ўққа нисбатан инерция моменти дейилади. Қаттиқ жисм айланиш ўқи ҳолатининг ўзгариши билан r_i ларнинг қийматлари ўзгариб, у ўз навбатида I ни ўзгартиради. Агар айланиш ўқи йўналишини



25-расм.

оғирлик марказидан ўтган ўқ йўналишига параллел тарзда ўзгартирилса, бу ўқларга нисбатан инерция моментлари орасидаги боғланиш Штейнер теоремасидан топилади. Бу теорема шундай таърифланади: қаттиқ жисмнинг ихтиёрий айланиш ўқи (O_3 O_4)га нисбатан (25-расм) инерция моменти шу ўққа параллел ва қаттиқ жисм оғирлик марказидан ўтувчи O_1 O_2 ўққа нисбатан I_0 инерция моменти билан жисм массасининг ўқлар орасидаги масофа квадрати d^2 га кўпайтмаси йиғиндисига тенгдир:

$$I=I_0+md^2.$$

Шуни ҳам айтиш керакки, агар жисм бир неча қисмдан иборат бўлса, унинг инерция моменти таркибий қисмлар инерция моментларининг йиғиндисига тенг бўлади. Айланма ҳаракат қилувчи жисмнинг бурчак тезланиши унга таъсир қилувчи куч моменти ҳамда айланиш ўқига нисбатан инерция моменти орасидаги боғланиш айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонунини ташкил қилади:

$$\beta = \frac{\vec{M}}{I}.$$

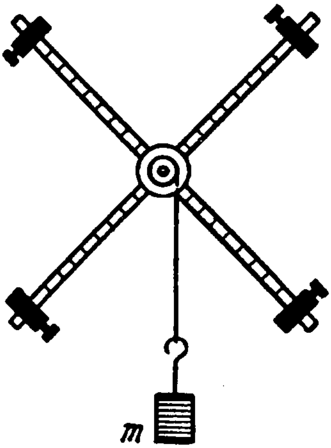
Бу ишни бажаришдан мақсад шу қонунни тажрибавий текширишдир.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Обербек тебрангичи уфқий ўқда кичик ишқаланиш билан айланувчи марказий дискка ўрнатилган ўзаро тик стерженлардан ташкил топган (26-расм). Тебрангичнинг инерция моментини ўзгартириш учун стержендаги юкларни силжитиш керак. Унда яна кичик шкив ўрнатилган бўлиб, унга ип ўралади. Тебрангич ипга маҳкамланган m юк ёрдамида айланма ҳаракатга келтирилади. Биз текширадиган қурилма учун айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\beta = \frac{M - M_x}{I_0 + m_0 d^2}, \qquad (1)$$

бу ерда M — тизимни айлантирувчи ташқи кучлар моменти; M_x — ишқаланиш кучи моменти; I_0 — юксиз тебрангичнинг оғирлик марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти; m_0 — стерженлардаги 4 та юкнинг массаси; d — айланиш ўқидан стержендаги алоҳида юкларнинг оғирлик марказигача бўлган масофа. (1) тенгламани тажрибавий текшириш учун уни қулай кўринишга келтирамиз. Маълум муносабатлар:



26-расм.

$$\beta = \frac{a}{r}, \quad a = \frac{2h}{t^2}, \quad M = F \cdot r$$

ва m юкнинг

$$a = \frac{mg - F}{m}$$

ҳаракат тенгламаси асосида (1) ни қуйидагича ёзамиз:

$$mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) - M_x = (I_0 + md^2)\frac{2h}{rt^2}, \qquad (2)$$

бу ерда a — юк m нинг тезланиши; r — шкив радиуси; h — юк m нинг платформадан полгача босиб ўтадиган йўли; t — юк m нинг ҳаракат вақти; F — ипнинг таранглик кучи; g — оғирлик кучи тезланиши.

(2) тенглама m юк тушиш вақтининг унинг массасига, стержендаги юкларнинг ҳолатига, M_x ишқаланиш кучи моментига ва тажриба давомида ўзгармай қолувчи қурилма

параметрларига боғланишини ифодалайди. Агар ишқаланиш кучи моментининг тезликка боғлиқлиги ҳисобга олинмаса, (2) тенгламанинг ва шунингдек, (1) нинг тўғрилигини қуйидагича текшириш мумкин. (2) тенглик d^2 га нисбатан ёзилса,

$$d^2 = \frac{r}{2hm_0}(mgr - M_x)t^2 - \left(\frac{m}{m_0}r^2 + \frac{I_0}{m_0}\right) \tag{3}$$

ҳосил бўлади. Бундан кўринишича, d^2 нинг t^2 га боғланиши тўғри чизиқлидир ва уни тажрибада бевосита текшириш мумкин. (3) ифодада

$$d^2=y,\ t^2=x, \tag{4}$$

$$\frac{r}{2hm_0}(mgr - M_x) = a, \tag{5}$$

$$\frac{m}{m_0}r^2 + \frac{I_0}{m_0} = b \tag{6}$$

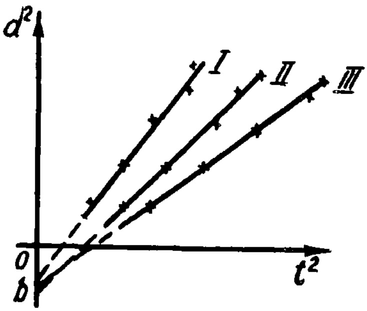
белгилашлар киритсак, у қуйидаги кўринишга келади:

$$y=ax-b. \tag{7}$$

(5) ва (6) лар билан ифодаланувчи a ва b параметрларнинг қиймати m юк массасига боғлиқ. $\frac{m}{m_0}r^2$ катталик, одатда, $\frac{I_0}{m_0}$ катталикнинг $(1\div2)\%$ ини ташкил қилганлиги учун уни ҳисобга олмаган ҳолда кўрсатилган хатолик билан b ни ўзгармас деб, (6) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$b = \frac{I_0}{m_0}. \tag{8}$$

Шундай қилиб, агар юк массасининг ҳар хил қийматлари учун d^2 нинг t^2 га боғланиш графиклари чизилса, бурчак коэффициенти ҳар хил бўлган, лекин ордината ўқидан бир хил катталикдаги $b = \frac{I_0}{m_0}$ кесмани кесувчи тўғри чизиқлар оиласи олинади (27-расм).



27-расм.

Ўлчашлар

1. Қурилма билан танишилади. Тебрангичнинг текис айланиши ва ип узунлигининг етарлича эканлиги текширилади. Стержендаги юк — цилиндрнинг узунлиги D_1, марказий цилиндр диаметри D_2 ва қурилманинг бошқа керакли параметрлари ёзиб олинади.

2. Секундомернинг юриши, ишга тушириш каллагининг ишлаши, тўхтатилган стрелкасининг бошланғич ноль ҳолатига қайтиши текширилади. Стрелка ноль ҳолатига қайтарилганда унинг кўрсатиши циферблатнинг бир бўлимидан ортиққа фарқ қилмаслиги керак.

3. Стержендаги юклар айланиш ўқидан d_1 масофада маҳкамланиб, ипга m_1 га тенг юк осилади ва унинг платформадан полга тушиш вақти t_1 ўлчанади. t_1 вақт камида 3 марта ўлчаниши керак.

4. d_1 нинг шу қийматида $m_2 > m_1$ юкнинг тушиш вақти t_2 ва $m_3 > m_2$ нинг тушиш вақти t_3 лар 3 мартадан ўлчанади.

5. Стержендаги юкларни айланиш ўқидан d_2 масофада маҳкамлаб, ипга навбати билан m_1, m_2, m_3 юкларни осиб, мос равишда уларнинг тушиш вақтлари t'_1, t'_2, t'_3 лар 3 мартадан ўлчанади.

6. d нинг яна 3 та қиймати учун юқоридаги 3, 4, 5 бандлардаги ўлчашлар такрорланади.

Тажрибада олинган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади. Бу жадвалдаги l — юклардан марказий цилиндргача бўлган масофа.

1-жадвал

$d = \frac{D_1 + D_2}{2} + l$	d^2	m_1					m_2					m_3				
		t_1'	t_1''	t_1'''	$\overline{t_1}$	$\overline{t_1^2}$	t_2'	t_2''	t_2'''	$\overline{t_2}$	$\overline{t_2^2}$	t_3'	t_3''	t_3'''	$\overline{t_3}$	$\overline{t_3^2}$

Ҳисоблашлар

1. *m* юкнинг ҳар бир қиймати учун 1-жадвалдаги тажриба натижаларидан фойдаланиб, ордината ўқига d^2 ни, абсциссага t^2 ни қўйиб миллиметрли қоғозда графиклар (27-расмга қ.) чизилади. Тажриба нуқталарининг тўғри чизиқ устида жойлашиш ёки жойлашмаслиги текширилади. Агар нуқталардан бирортасининг тўғри чизиққача бўлган оралиғи бошқа нуқталарнинг тўғри чизиққача узоқлигидан 3 мартадан ортиқ катта бўлса, тўғри чизиқни ўтказишда ва ҳисоблашларда бу нуқта назарга олинмайди.

2. Энг кичик квадратлар усулидан фойдаланиб, графикда чизилган бирор тўғри чизиқ учун *a* ва *b* параметрлар ҳамда *b* ни аниқлашдаги Δb хатолик қуйидаги ифодалардан ҳисобланади:

$$a = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{1}{n}\sum x_i \sum x_i},$$

$$b = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i - \frac{\sum x_i y_i \sum x_i}{\sum x_i^2}}{\frac{\sum x_i \sum x_i}{\sum x_i^2} - n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i - \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i \sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{\sum x_i^2}}{P_b},$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{(n-k)P_b}},$$

бу ерда *n* ўлчашлар сони; *k* — эса параметрлар сони. Буларни аниқлаш учун 1-жадвалдан фойдаланиб, қуйидаги 2-жадвал тузилади. Бу жадвалдаги y_i^* катталик эса *a* ва *b* параметрлар ёрдамида (7) дан топилган уі нинг қийматидир, яъни:

$$y_i^* = ax_i - b.$$

2-жадвал

Тартиб рақами	x_i	x_i^2	y_i	x_iy_i	y^*_i	$\varepsilon_i=y^*_i-y_i$	ε_i^2
1 2 3 . . .							
	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum\limits_{i=1}^{n} y_i$	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_iy_i$			$\sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$

3. График чизилган координата тизимининг ордината ўқидан *b* га тенг кесма ажратиб, кесманинг охиридан ҳар иккала томонга Δb га тенг кесмалар белгиланади. Агар ордината ўқининг кесилиш нуқталари $\pm\Delta b$ (*b* дан ҳисоблангандa) оралиқда бўлса, тажрибанинг хатолиги чегарасида (1) тенгламанинг тўғрилиги исботланади.

4. Ҳисобланган *b* нинг қийматидан фойдаланиб, (8) дан I_0 ҳисобланади.

5. I_0 ни ҳисоблашдаги хатолик қуйидагича аниқланади:

$$\Delta I_0 = I_0\sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2},$$

бу ерда Δm_0 — юклар массасини ўлчашдаги хатолик.

Саволлар

1) Стержендаги юкларнинг ҳар қандай ҳолатларида ҳам уларни нуқтадан иборат деб ҳисоблаш мумкинми?

2) Нотўғри геометрик шаклдаги жисмнинг инерция моменти қандай аниқланади?

3) Ипга осилган юкнинг пастга ҳаракатланишида унинг тебранишига йўл қўйилса, у ўлчаш натижаларига қандай таъсир қилади?

11-ИШ. ЛЕРМАНТОВ АСБОБИ ВОСИТАСИДА ҚАЙИШҚОҚЛИК МОДУЛИНИ ЧЎЗИЛИШДАН АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Лермантов асбоби; 2) чизғич; 3) кузатиш найи; 4) микрометр.

Қисқача назария

Қаттиқ жисмлар ташқи кучлар таъсирида деформацияланади. Кучларнинг таъсири тўхташи билан йўқолиб кетадиган деформацияни *қайишқоқ деформация* дейилади. Маълумки, барқарорлашган қайишқоқ деформацияда жисмнинг ҳар кесимида бўладиган ички қайишқоқ кучлар ўша таъсир этувчи ташқи кучларни мувозанатлайди. Шунинг учун қайишқоқ деформацияда ички қайишқоқ кучнинг катталигини аниқлашда уни жисмга қўйилган ташқи куч катталигига тенг, деб олинади. Ички қайишқоқ кучларнинг катталиги кучланиш деб аталувчи физик катталик билан тавсифланиб, у сон қиймати жиҳатдан бир бирлик кесим юзига таъсир этувчи қайишқоқ кучга тенгдир:

$$\sigma = \frac{f}{s}. \tag{1}$$

Деформация ўлчови нисбий деформация ε дан иборат бўлиб, у сон қиймати жиҳатдан мутлақ деформация Δx нинг жисм ўлчамини тавсифловчи катталик x нинг бошланғич ҳолатдаги қийматига нисбатига тенгдир:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}. \tag{2}$$

Гук ўз тажрибаларида қайишқоқ деформацияланган жисмда юзага келувчи кучланишнинг нисбий деформация катталигига тўғри мутаносиб эканлигини аниқлади:

$$\varepsilon = k\delta, \tag{3}$$

бу ерда k — мутаносиблик коэффициенти бўлиб, уни қайишқоқлик модули дейилади. (3) муносабат ҳар қандай қайишқоқ деформация учун Гук қонунини ифодалайди.

Усулнинг назарияси

Симнинг бўйига чўзилиш деформацияси қайишқоқ деформациянинг бир туридир. Симга таъсир қилувчи кучнинг ўзгариши билан симнинг узунлиги ҳам ўзгаради. Бундаги нисбий деформация ε нисбий чўзилишдан иборатдир.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}.$$

У ҳолда чўзилиш деформацияси учун Гук қонуни (3) қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = E\frac{\Delta L}{L},$$

бу ерда қайишқоқлик модули $k = E$ бўлиб, Юнг модули деб аталади. (1) ва (4) тенгликлардан бу модул учун қуйидаги ифода келиб чиқади:

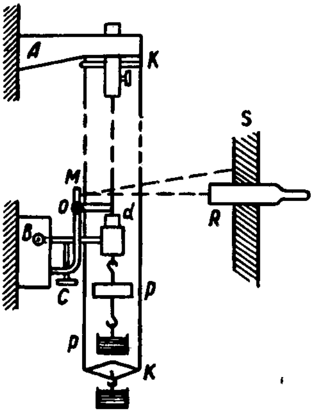
$$E = \frac{f}{s}\frac{\Delta L}{L},$$

Юнг модули берилган қаттиқ жисм учун ўзгармас катталикдир ва унинг сон қиймати деформацияланувчи жисмнинг қандай моддадан тузилишига боғлиқ.

Тажриба қурилмаси

Асбобнинг тузилиши 28-расмда берилган. Текширилаётган сим A ва B иккита кронштейн орасига тортилган. PP юклар қўйилиши билан сим чўзилади. Цилиндр d га учи таяниб турувчи M кўзгу билан битта ўққа бириктирилган l узунликдаги r стержен юк таъсирида сим чўзилганда O ўқ атрофида бурила олади. Сим ΔL узунликка чўзилганда кўзгу L бурчакка бурилади ва улар орасида қуйидаги муносабат мавжуд бўлади:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta L}{L}. \qquad (5)$$



28-расм.

Юк қўйилиши натижасида симнинг чўзилиши билан боғлиқ бўлган кўзгунинг бурилиш бурчаги α ни S шкаладан келаётган нур тасвирининг кўриш трубаси R да ўзгариши орқали баҳолаш мумкин. Агарда Δn кўзгунинг α бурчакка бурилишидаги шкала бўйича олинган даражалар фарқи, D шкаладан кўзгугача бўлган масофа бўлса, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\Delta n}{D}. \tag{6}$$

Чўзилиш миқдори ΔL жуда кичик бўлганда барча α ҳам жуда кичик бўлади, шунинг учун $\operatorname{tg}2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha$. (5) ва (6) формулалардан:

$$\Delta L = \frac{\Delta n}{2D} l. \tag{7}$$

Пастки B кронштейнда f арретир бўлиб, c винтни бураш билан симни қўйилган юкдан озод этиш мумкин. Симга осиладиган юкларни юқоридаги кронштейнга осилган осмадан олинади. Юкларни симдан олганда шу осмага илинади ва шу билан юқори кронштейннинг эгилиши доимий қолади. Симга юк осаётганда ва юкдан озод этаётганда хар доим арретирни кўтариб қўйиш керак.

Ўлчашлар

1. Арретир туширилиб, симнинг узунлиги чизғич билан ўлчанади.

2. Симнинг кўндаланг кесими юзи S ни топиш учун, микрометр билан симнинг бир неча еридан диаметри

ўлчаниб, топилган қийматларнинг d ўртачаси олинади, $S = \frac{\pi d_1^2}{4}$ ҳисобланади.

3. Симга бор юкларнинг ярмини осилади, найдан шкалани топиб, унинг ўрта қисмига тўғриланади. Бундан кейин кўзгу билан шкала орасидаги масофа D ўлчанади.

4. Бундан сўнг арретирни кўтариб, ҳамма юкларни олиб, арретирни тушириб, шкала даражасининг бошланғич "ноль" нуқтаси аниқланади.

5. Симга осилувчи юкни 0,5 кг дан орттириб бориб, найдан қараб шкаланинг кўрсатишлари $\Delta n_i'$ ни ёзиб борилади.

6. Шунингдек, юкларни қайтариб олишдаги кўрсатишлар ($\Delta n_i''$) ни тубандаги жадвалга ёзиб борилади. Бир хил юклардаги кўрсатишларнинг ўртачасини топиш керак.

№	P_i	$n_i' \downarrow$	$n_i'' \uparrow$	$\bar{n}_i$	Δn_i	E_i		

Ҳисоблашлар

1. Юкларнинг ортиши билан ΔL нинг ўзгариши орасидаги боғланиш графиги чизилиб (ΔL ўрнига унга мутаносиб Δn лар олинади), ҳақиқатан тўғри мутаносиблик — Гук қонуни мавжуд эканлигига ишонч ҳосил қилинади:

2. (1), (4) ва (7) тенгликлардан:

$$E = \frac{2PLD}{S\Delta nl}; \qquad S = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

бўлганлигидан:

$$E = \frac{8PLD}{\pi d_1^2 l\,\Delta n} = \frac{8PLD}{\pi d_1^2 l(\bar{n}_i - n_0)}. \tag{8}$$

(8) формула бўйича ҳар бир юк учун $E\left(\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}\right)$ лар топилиб, улардан ўртачаси ва мутлақ хатолиги қуйидагича

$$\Delta E = \overline{E}\sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2 +}$$

$$\overline{+\left(2\frac{\Delta d_1}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \bar{n}_i + \Delta n_0}{\bar{n}_i - n_0}\right)}$$

аниқланади.

Унинг ҳақиқий қиймати

$$E = \overline{E} \pm \Delta E$$

ва нисбий хатолиги

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\overline{E}} 100\%$$

ҳисобланади.

Саволлар

1) Қандай физик катталикни модданинг қайишқоқлик модули дейилади?

2) Бу ишда ўлчанаётган катталикларнинг қайси бири энг катта, қайси бири энг кичик хатолик билан ўлчанса бўлади?

3) Нима учун симнинг диаметри унинг узунлигига қараганда аниқроқ ўлчаниши лозим?

4) Чўзилишдаги деформация потенциал энергиясини қандай аниқлаш мумкин?

5) Нима учун симга осилган юкнинг тебранишига йўл қўймаслик керак?

6) Нима учун кузатиш найига тушувчи шуъланинг оғиш бурчаги 2α га тенг?

12-ИШ. ҚАЙИШҚОҚЛИК МОДУЛИНИ ЭГИЛИШДАН АНИҚЛАШ

Керакли асбоблар ва материаллар: 1) Қайишқоқлик модулини эгилишдан топишда ишлатиладиган асбоб, унинг ёнида тўғри тўртбурчак кесимли стерженлар тўплами бор; 2) вертикал масофаларни ўлчашга мосланган микрометр; 3) штангенциркуль; 4) шкаласи миллиметрларга бўлинган чизғич.

Қисқача назария

Қайишқоқлик назариясида деформация деб, ташқи кучлар таъсирида қаттиқ жисм зарраларининг нисбий жойлашувидаги ҳар қандай ўзгаришни айтилади. Агар ташқи кучлар кичик бўлса, уларнинг таъсир қилиши тўхташи билан кучлар вужудга келтирган деформациялар ҳам, умуман айтганда, йўқолади; ташқи кучлар катта бўлганда, улар вужудга келтирган деформациялар кучлар таъсири йўқолиши билан бутунлай йўқолиб кетмай, қолдиқ деформация деб аталувчи деформация юз беради. Қолдиқ деформация биринчи ошкор бўлганида қайишқоқлик чегарасига эришилган бўлади.

Агар жисмларнинг қайишқоқлик чегарасига катта ташқи кучлар таъсирида эришиладиган бўлса, бундай жисмлар (масалан, пўлат, каучук) қайишқоқ жисмлар деб, агар қайишқоқлик чегараси жуда кичик ташқи кучлар таъсиридаёқ намоён бўлаверса, бундай жисмлар (масалан, қўрғошин) ноқайишқоқ жисмлар дейилади.

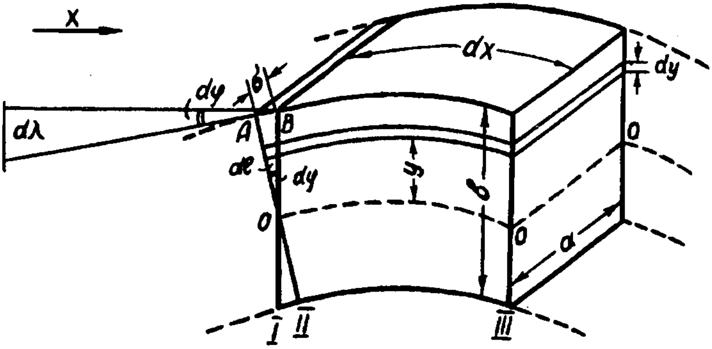
Деформациянинг турлари кўп, масалан, чўзилиш, силжиш, эгилиш, буралиш ва бошқалар.

Барча турдаги кичик деформациялар қуйидаги асосий қонунларга бўйсунади: 1) қайишқоқлик соҳасида деформация ташқи куч катталигига мутаносиб бўлади; 2) ташқи кучнинг фақат ишораси ўзгарса, деформациянинг ишорасигина ўзгариб, қиймати ўзгармайди; 3) бир нечта ташқи кучлар таъсир қилган ҳолдаги умумий деформация ҳар бир куч таъсирида вужудга келадиган деформациялар йиғиндисига тенг.

Бу ишда деформация турларидан бири — эгилиш деформацияси билан танишамиз.

Усулнинг назарияси

Агар тўғри қайишқоқ стерженнинг бир учини деворга киргизиб қаттиқ маҳкамлаб, унинг иккинчи учига Р юк қўйилса, у ҳолда стерженнинг юк қўйилган учи пасаяди,



29-расм.

яъни стержен эгилади. Равшанки, бу ҳолда стерженнинг устки қатлами чўзилади, остки қатламлари сиқилади, нейтрал қатлам деб аталувчи ўртадаги бирор қатламнинг узунлиги ўзгармайди, у фақат салгина эгилади. Стерженнинг эркин учининг силжиши λ — эгилиш ёйи дейилади.

Юк қанчалик катта бўлса, эгилиш ёйи ҳам шунчалик катта бўлади, бундан ташқари, эгилиш ёйи стерженнинг шакли ва ўлчамларига ҳамда унинг қайишқоқлик модулига боғлиқ бўлиши керак. Эгилиш ёйини ҳисоблаб топиш учун узунлиги L, эни b ва қалинлиги a бўлган тўғри бурчакли стерженнинг бирор кўндаланг кесимини кўриб чиқайлик. Фараз қилайлик, бу кўндаланг кесим стерженнинг эркин учидан x масофада бўлсин. Қуйидаги чизмада шу стерженнинг қаралаётган кесимга бевосита яқин турган dx узунликдаги элементи тасвирланган (29-расм). I ҳолат — шу кесимнинг эгилишдан олдинги вазияти, II ҳолат — шу кесимнинг эгилгандан кейинги унга қўшни бўлган III кесимга нисбатан вазияти.

Эгилишдан олдин I вазият III вазиятга параллел эди; эгилишда кесимнинг OO' нейтрал қатламдан ўтувчи ўқ атрофида айланганлиги натижасида I вазият II вазиятга ўтди (кесимнинг OO' дан ўтувчи ўқ атрофида айланишига dx элементнинг нейтрал қатламдан юқоридаги қатламларининг узайиши ва нейтрал қатламдан пастдагиларининг қисқариши сабаб бўлади).

Стерженнинг нейтрал қатламдан y масофада турган ва баландлиги dy бўлган ихтиёрий бир қатламнинг узайишини топайлик. 29-расмдан кўриниб турибдики,

$$\frac{dl}{\sigma}=\frac{y}{b/2} \qquad \text{бундан,} \qquad dl=\frac{2\sigma y}{b}.$$

Бу қатламни dl қадар узайтириш учун бирор df куч керак; Гук қонунига асосан, бу куч:

$$df=\frac{Eds\,dl}{dx},$$

бундаги E — стержен материалининг қайишқоқлик модули, dS — чўзилаётган қатламнинг юзи.

Бу ифодага dl нинг юқорида топилган қийматини ва $ds=ady$ ни (бу чизмадан кўриниб турибди) қўйсак:

$$df=\frac{2Ea\sigma y}{dxb}dy.$$

Стерженнинг бутун кўндаланг кесмига таъсир қилувчи айлантирувчи моментни ҳисоблаб топиш учун ҳамма df кучлар моментларини ҳисоблаб топиш ва сўнгра бу моментларни қўшиш керак. Айлантирувчи элементар момент:

$$dM=ydf=\frac{2Ea\sigma y^2}{dxb}dy.$$

Демак, муайян кўндаланг кесимга таъсир қилувчи қайишқоқлик кучлари вужудга келтирган умумий айлантирувчи момент:

$$M=\int_{b/2}^{b/2}\frac{2Ea\,\sigma y^2}{dxb}dy=\frac{Eab^2\sigma}{6dx}.$$

Қайишқоқлик кучларини вужудга келтирган айлантирувчи момент мувозанат ҳолатда ташқи кучнинг айлантирувчи моментига тенг бўлгани учун

$$M=\frac{Eab^2\sigma}{6dx}=Px \qquad (1)$$

деб ёза оламиз, бундаги P — стерженнинг эркин учига қўйилган юкнинг оғирлиги, X — юк P қўйилган нуқтадан текширилаётган кесмагача бўлган масофа.

Кўндаланг кесимнинг I ва II йўналишларининг орасидаги $d\varphi$ бурчак — текширилаётган кесим эгилишининг ўлчовидир.

Чизмадан кўриниб турибдики:

$$d\varphi = \frac{\sigma}{b/2} = \frac{2\sigma}{b}.$$

A ва *B* нуқталардан кесимларнинг I ва II йўналишларига тик чизиқ ўтказиб, уларни стерженнинг эркин учигача давом эттирамиз, демак, бу тик кесмаларнинг узунлиги *X* га тенг бўлади. Бу икки кесманинг ўзаро $d\varphi$ бурчак ҳосил қилиши кўриниб турибди. Бу иккала кесманинг охирлари $d\lambda$ масофа эгилиш ёйининг элементидир; бу элемент текширилаётган кўндаланг кесимнингтина бурилишидан ҳосил бўлган. Чизмадан,

$$d\lambda = xd\varphi,$$

бу ерга $d\varphi$ нинг юқорида топилган қийматини ва σ нинг (1) тенгламадан топиладиган

$$\sigma = \frac{6Px\,dx}{Eab^2}$$

қийматини қўйсак

$$d\lambda = \frac{2\sigma x}{b} = \frac{12Px^2}{Eab^3}dx. \tag{2}$$

Эгилишнинг бутун ёйи қуйидаги интеграл билан ифодаланади:

$$\lambda = \int_0^L \frac{12P}{Eab^3}x^2dx = \frac{4PLx^3}{Eab^3}. \tag{3}$$

Бу λ — бир учи қаттиқ маҳкамланган ва эркин учида юки бўлган стерженнинг эгилиш ёйидир. Стерженнинг иккала учи қаттиқ таянчлар устига эркин қўйилган ҳолда ҳам эгилиш ёйи (2) тенгламадан топилади. Аммо, бунда *P* ўрнига $\frac{P}{2}$ ни қўйиш ва интегрални *0* дан *L* гача эмас, балки 0 дан $\frac{L}{2}$ гача олиш лозим. Дарҳақиқат, эгилишнинг бу ҳолида таянчларнинг ҳар бири стерженга $\frac{P}{2}$ га тенг куч билан акс таъсир қилсада, стерженнинг ўрта қисми горизонтал вазиятда қолаверади. Демак, иккала учи таянч устида ётган стерженнинг эгилиши худди у ўртасидан маҳкамланган ҳолдагидек, унинг ўртасидан $\frac{L}{2}$ масофада турувчи ҳар икки учига эса, юқорига йўналган $P/2$ куч таъсир қилаётган ҳолдагидек бўлади. Бинобарин, эгилиш ёйи бу ҳолда қуйидагича бўлади:

$$\lambda = \int_0^{L/2} \frac{12\frac{P}{2}}{Eab^3} x^2 dx = \frac{PL^3}{4Eab^3}.$$

бундан

$$E = \frac{PL^3}{4ab^3\lambda}. \qquad (4)$$

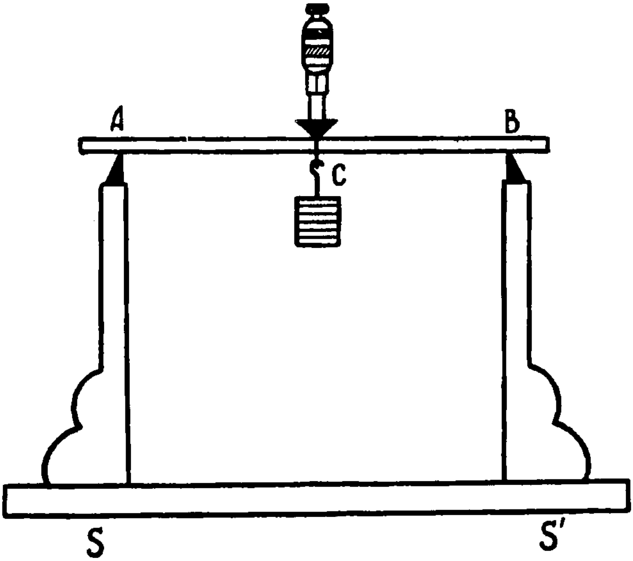
Тажриба қурилмаси ва ўлчашлар

Қайишқоқлик модулини эгилишдан топишда ишлатиладиган асбоб икки учида SS' икки устуни бўлган вазмин тагликдан иборатдир (30-расм).

Устунларнинг устига қирраларини параллел қилиб пўлат призмалар ўрнатилган. Тик масофаларни ўлчашда микрометр ишлатилади. Текширилаётган материалдан ясалган стержень устунлардаги призмаларга шундай қўйиладики, унинг ўртаси *А* ва *Б* орасидаги масофанинг ўртасига тўғри келсин (30-расм). Стерженнинг *С* нуқтасига юк қўйиладиган илгак осилади.

Тик ўрнатилган микрометрнинг пастки учи илгакдаги ўткир учли призманинг охирига текканда неон лампа ёнади. Шу холатда микрометрнинг кўрсатиши ёзиб олинади.

Микрометрнинг стержен юксиз пайтидаги бу кўрсатиши нолинчи ҳолат бўлади. Бундан сўнг илгакка биттадан юк қўя бориб, ҳар бир янги холат учун микрометрнинг кўрсатишлари ёзиб борилади. Сўнгра бу ўлчашлар тескари тартибда такрорланади, яъни стержендаги юклар бирин-кетин олина бориб, бунда ҳар гал микрометр-



30-расм.

ининг лампа ёнишига мос келувчи кўрсатишлари ёзиб олинади. Агар микрометрнинг стерженда юк йўқ вақтдаги кўрсатишини n_0 билан ва ҳар хил юклар қўйилгандагиларни n_i билан белгиласак, $(n_0$-$n_i)$ шу юкларга тўғри келувчи эгилиш ёйи λ ни беради. Олинган ва ҳисоблаб чиқарилган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилиши керак:

1-жадвал

NN	P_i	$n'_i\downarrow$	$n''_i\uparrow$	$\lambda'_i\downarrow$	$\lambda''_i\uparrow$	$\bar{\lambda}_i$	E_i			
1.										
2.										
3.										
4.										
5.										

Бу жадвалда (↓) ва (↑) белгилар стерженга юкларни қўя бориш ва ола боришда олинган натижаларни кўрсатади. Юкнинг ўзгаришига мос эгилиш ёйи ўзгаришларини кўрсатувчи график чизилади ва катталиклар орасида чизиғий боғланиш (Гук қонуни) борлигига ишонч ҳосил қилинади. Ниҳоят, стерженнинг призмалар орасидаги L узунлиги ва тўғри-тўртбурчак кесимли стерженнинг a ва b томонлари узунликлари ўлчанади. Стерженнинг узунлиги аниқлиги 1 мм га тенг бўлган масштабли чизғич билан, стержен кесимининг эни ва қалинлиги эса аниқлиги 0,1 мм бўлган штангенциркуль билан ўлчанади, олинган маълумотлар 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

№	Стерженнинг ўлчамлари		
	L (мм)	a (мм)	b (мм)
1. 2. 3. 4. 5.			
Ўртачаси			

Ҳисоблашлар

1. Ўлчащдан топилган маълумотлардан фойдаланиб, (4) формулага кўра қайишқоқлик модули ва унинг хатолиги топилади. Охирги натижани кг/мм² ларда ифодалаш лозим.

Қайишқоқлик модулини аниқлашдаги максимал мутлақ хатолик

$$\Delta E = \overline{E}\sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2},$$

бу ердаги ΔP, ΔL, Δa, Δb ва $\Delta\lambda$ лар ўлчаш асбобларининг хатоликларидир. Нисбий хатолик эса

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\overline{E}} \cdot 100\%$$

ифода бўйича ҳисобланади.

2. Бу усулда E нинг қиймати ва хатолик энг кичик квадратлар усули билан аниқланади. Қайишқоқлик модулини ифодаловчи (4) тенгламани

$$P = \frac{4ab^3E}{L^3}\lambda \qquad (5)$$

кўринишда ёзамиз ва унга тубандаги

$$P = y, \qquad \lambda = x, \qquad c = \frac{4ab^3E}{L^3}$$

белгиларни киритсак, юқоридаги тенглама ўрнига қуйидаги чизиқли тенглама

$$y = cx$$

ҳосил бўлади. Бу тенгламаларнинг сони илгакка қўйиладиган юклар сонига тенгдир, яъни

$$y_i = cx_i. \qquad (6)$$

Энг кичик квадратлар усули c учун қуйидаги ифодани беради:

$$c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i x_i}{\sum x_i^2}; \qquad (7)$$

унинг хатолиги $\alpha = 0,68$ ишончлиликда ушбуга тенг:

$$\Delta c = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{\sum x_i^2 (n-1)}}, \qquad (8)$$

бунда ε_i — тажрибада аниқланган y_i лар билан энг кичик квадратлар усулида топилган y_i^* ларнинг фарқи, n эса, ўлчашлар сони. Юқоридаги (7) ва (8) тенгламалар билан ифодаланган ўзгармас катталик c ни ва унинг хатолигини аниқлаш учун, 1-жадвалдан фойдаланиб, қуйидаги 3-жадвални тузамиз:

3-жадвал

№	y_i	x_i	x_i^2	y_ix_i	y_i^*	ε_i	E_i^2
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
йиғинди			$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n} y_ix_i$			$\sum_{i=1}^{n} E_i^2$

Ўзгармас катталик c нинг қийматидан қайишқоқлик модули

$$E = \frac{cL}{4ab^3}$$

ва унинг хатолиги

$$\Delta E = \overline{E}\sqrt{\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta b}{b}\right)^2}$$

ҳисобланади.

Бу ерда ΔL, Δa ва Δb лар $\alpha=0{,}68$ ишончлилик билан аниқланган мутлақ хатоликдир. Унга изланаётган қайишқоқлик модулининг $\alpha=0{,}68$ ишончлилик билан топилган ишонч оралиғи

$$E = \overline{E} \pm \Delta E.$$

Саволлар

1. Стерженга қўйиладиган юкнинг катталиги нима билан чекланади?

2. Стерженнинг нотекислиги ўлчаш натижасига қандай таъсир қилади?

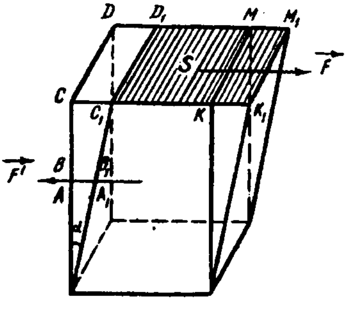
3. E нинг аниқлигига қайси катталикни ўлчаш аниқлиги энг катта таъсир кўрсатади?

13-ИШ. СИЛЖИШ МОДУЛИНИ БУРАЛИШДАН АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) секундомер; 3) чизғич; 4) штангенциркуль; 5) микрометр; 6) тарози ва тарози тошлари.

Қисқача назария

Силжиш модули силжиш деформациясини, қаттиқ жисмнинг қайишқоқлик хусусиятини тавсифловчи физик катталикдир. Силжиш деформацияси қаттиқ жисм қатламларининг бир-бирига нисбатан параллел силжишидан содир бўлади. Бирор параллелепипед шаклидаги жисмни қараб чиқамиз ҳамда силжиш деформациясини ҳосил қилиш учун унинг бир томонига у билан айни бир текисликда ётувчи $\vec{F}$ куч билан таъсир этамиз (31-расм). Бу куч қўйилган томоннинг юзаси S бўлсин. Қўйилган куч таъсирида силжиш туфайли *CDMK* уфқий текислик $C_1D_1M_1K_1$ ҳолатга ўтади. Бунда қаттиқ жисмнинг маҳкамланган пастки уфқий қатламидан ташқари ҳамма қатламлари силжийди. Шу билан бир вақтда жисмда ташқи таъсир кучининг йўналишига тескари йўналишда $\vec{F}'$ қайишқоқлик кучи ҳосил бўлади. Деформация мувозанат ҳолатга оид бўлса, жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан тезланишлари нолга тенг бўлади ва қайишқоқлик кучи $\vec{F} = -\vec{F}'$ бўлади. Агар жисм бир жинсли бўлса, ҳар бир уфқий кесимга таъсир қилувчи кучлар кесим бўйича текис тақсимланади ва қуйидаги кучланиш ҳосил бўлади:



31-расм.

$$\vec{\sigma}_t = \frac{\vec{F}}{S}.$$

$\vec{F}'$ куч қаралаётган кесим текислигида ётганлиги учун ҳосил бўлган кучланиш *тангенциал кучланиш* дейилади. Қаралаётган ҳолда силжиш бир жинслидир. Анизотроп жисм ҳолида эса деформация кесимнинг ҳар хил жойида ҳар хил бўлади. Шундай ҳоллар учун кучланишни аниқлашда жуда кичик dS элементар кесим олиш керак, чунки шундай кесим бўйичагина кучни текис тақсимланган дейиш мумкин, яъни

$$\vec{\sigma}_t = \frac{d\vec{F}}{dS}.$$

31-расмдаги параллелепипеднинг бир жинсли силжиши билан тўлароқ танишиб чиқайлик Силжишнинг мутлақ қиймати (AA_1; BB_1; CC_1; ...) уфқий кесимнинг ҳар қайсиси учун ҳар хил бўлгани ҳолда

$$\gamma = \frac{AA_1}{OA} = \frac{BB_1}{OB} = \frac{CC_1}{OC} = tg\,\alpha$$

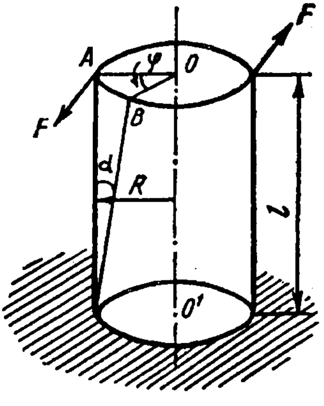
нисбий силжиш бутун жисм учун бир хилдир.

Агар деформация кичик бўлса, $\mathrm{tg}\alpha \approx \alpha$ ва γ нисбий деформация α силжиш бурчагига тенгдир. Қайишқоқ деформация чегарасида

$$\gamma \sim \sigma_t \text{ ёки } \sigma = N\gamma, \qquad (1)$$

бу ерда N — силжиш модули. Агар $\gamma = 1$ бўлса (бу ҳол $\alpha = 45°$ бўлганда юз беради), N силжиш модули σ_t тангенциал кучланишга тенг бўлади (яъни $N = \sigma_t$). (1) тенгламадан силжиш модули сон қиймат жиҳатидан силжиш бурчаги $\alpha = 45°$ га тенг бўлгандаги тангенциал кучланишга тенг эканлиги келиб чиқади. У фақат жисмнинг қайишқоқлик хусусиятларига боғлиқ бўлиб, унинг шаклига ва ўлчамига боғлиқ эмас. (1) тенглама силжиш деформацияси учун Гук қонунини ифодалайди.

Буралиш деформациясидан силжиш содир бўлади. Параллел қатламларнинг бир-бирига нисбатан буралиши туфайли силжиш юз бе-



32-расм.

ради. Бундай деформацияни ҳосил қилиш учун бир жинсли стерженнинг юқориги асосини жуфт $\vec{F}\vec{F}$ куч таъсирида OO' ўқ атрофида бирор φ бурчакка буриш керак (32-расм). φ буралиш бурчаги дейилади; бу бурчак қайишқоқ деформацияда жуфт кучлар моментига мутаносибдир:

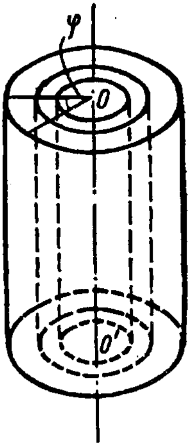
$$\varphi \sim M \text{ ёки } M = D\varphi. \tag{2}$$

(2) формуладаги D мутаносиблик коэффициенти *буралиш модули* дейилади.

Агар узун ва ингичка стерженга қўйилган M куч моменти етарлича катта бўлса, φ буралиш бурчагининг қиймати ҳам катта (10°÷20°) бўлади. Бунинг натижасида стержень қисқаради, ён сиртидаги тик чизиқлар винтсимон чизиққа ўтади. Агар буралиш бурчаги етарлича кичик бўлса, стерженнинг уфқий қатламлари орасидаги масофа ўзгармайди. Лекин тик тўғри чизиқ устида ётган нуқталар бир-бирига нисбатан жуда кичик бурчакка силжийди ва стерженнинг ён сиртида ҳосил бўлган деформация силжиш деформациясини ифодалайди. У ҳолда юқорида айтилганларга асосан $\operatorname{tg}\alpha=\gamma$ катталик *силжиш нисбий деформациясини* тавсифлайди. 32-расмдан кўриниб турибдики, φ буралиш бурчаги ва α силжиш бурчагининг ҳар бири AB ёйга таянганлиги учун улар орасида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$\frac{\varphi}{\alpha} = \frac{l}{R}, \tag{3}$$

бу ерда R — стержень радиуси, l — унинг узунлиги. Агар стерженни фикран коаксиал ковак цилиндрларга (33-расм) ажратсак, уларнинг ҳар бири учун φ буралиш бурчаги ўзгармас бўлиб, α силжиш бурчаги эса ҳар хил бўлади (у цилиндр сиртида максимал бўлади). Шундай қилиб, буралиш деформацияси бир жинсли силжишга олиб келади. Бу деформацияларни тавсифловчи D ва N катталиклар орасидаги боғланиш қуйидаги кўринишдадир:



33-расм.

$$D = \frac{\pi R^4}{2l} N. \qquad (4)$$

Бу тенглама буралиш деформациясидан N силжиш модулини аниқлашга имкон беради.

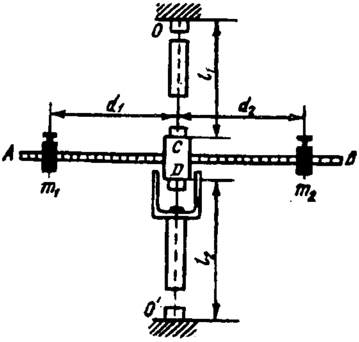
Усулнинг назарияси ва қурилманинг тузилиши

Бу ишда қўлланиладиган қурилма узунлиги l_1 ва l_2 бўлган ингичка симларга маҳкамланган AB стержендан иборат (34-расм). Симларнинг зичлиги ρ ва кўндаланг кесим юзи $S = \pi R^2$ га тенг. Симларнинг бир учи AB стерженнинг C ва D нуқталарига, иккинчи учи O ва O' нуқталарга қўзғалмас қилиб маҳкамланади. Стержень сантиметрларда даражаланган бўлиб, унинг устида m_1 ва m_2 массали юкларни сурии мумкин. Бу юклар стержень уфқий ҳолатда бўладиган қилиб, стерженнинг айланиш ўқидан d_1 ва d_2 масофаларда маҳкамланади. Юкли стерженни уфқий текисликда φ бурчакка бурилганда l_1 ва l_2 симлар ҳам шу бурчакка бурилади. Агар стерженни ўз ҳолига қўйиб юборилса, тузилма симларнинг қайишқоқлик кучи таъсирида бошқа кучлар бўлмагандагидек (ишқаланиш кучини ҳисобга олинмаганда) эркин тебранади. Тузилманинг қайишқоқлик кучи таъсиридаги ҳаракати гармоник буралма тебранишдан иборатдир. Унда икки симнинг қайишқоқлик кучларининг моментлари $\vec{M}_1$ ва $\vec{M}_2$ бир томонга йўналган бўлиб, моментлар йиғиндиси қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2. \qquad (5)$$

Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракат асосий қонунига биноан

$$\vec{M} = I\frac{d^2\varphi}{dt^2}, \qquad (6)$$



34-расм.

бу ерда I — бутун тизимнинг OO' айланиш ўқига нисбатан инерция моменти. Ушбу инерция моменти OO' ўққа нисбатан симларнинг $I_{\text{сим}}$, стерженнинг $I_{\text{ст}}$ ва юкларнинг $I_{\text{юк}}$ инерция моментларининг йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$I=I_{\text{сим}}+I_{\text{ст}}+I_{\text{юк}}.$$

Штейнер теоремасига асосан юкларнинг OO' ўққа нисбатан инерция моменти $I_{\text{юк}}=I_{01}+I_{02}+m_1 d_1^2+m_2 d_2^2$, бу ерда I_{01} ва I_{02} — *1* ва *2* юкларнинг OO' ўққа параллел ва шу юклар оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моментлари. У ҳолда $I=I_{\text{сим}}+I_{\text{ст}}+I_{01}+I_{02}+m_1 d_1^2+m_2 d_2^2$ бўлади, лекин $I_{\text{сим}}+I_{\text{ст}}+I_{01}+I_{02}=I_1$ катталик берилган қурилма учун ўзгармас катталикдир. AB стержень горизонтал текисликда қийшаймасдан тебраниши учун $m_1=m_2=m$ ва $d_1=d_2=d$ бўлиши керак. Шуларни ҳисобга олганда (6) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$M_1+M_2=(I_1+2md^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{7}$$

Бу ерда M_1 ва M_2 — симларнинг қайишқоқлик куч моментлари; улар қайишқоқ деформация чегарасида φ буралиш бурчагига мутаносиб бўлиб, йўналишлари φ бурчакнинг йўналишига тескаридир:

$$M_1=-D_1\varphi,\ M_2=-D_2\varphi. \tag{8}$$

φ буралиш бурчаги кичик бўлиши ва симларнинг деформацияси қайишқоқлик чегарасида бўлиши учун қурилмада махсус таянч бор. Бу таянч φ бурчакни чеклайди, бунда эришилиши мумкин бўлган бурчакнинг максимал қиймати $\varphi_{\max}=\frac{\pi}{4}$ бўлади. (7) ва (8) тенгликлардан маълумки,

$$-(D_1+D_2)\varphi=(I_1+2md^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

ёки

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}=-\frac{(D_1+D_2)}{I_1+2md^2}\varphi. \tag{9}$$

Бу (9) тенглама иккинчи тартибли дифференциал тенглама ва бу тенгламанинг ечими гармоник тебранма ҳаракат тенгламасидан иборат:

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \varphi), \tag{10}$$

бу ерда φ_0 — тебраниш амплитудаси; ψ — тебранишнинг бошланғич фазаси; ω эса тебранишнинг циклик такрорийлиги бўлиб,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D_1 + D_2}{I_1 + 2md^2}} \tag{11}$$

га тенг. Бундан:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_1 + 2md^2}{D_1 + D2}}.$$

Бундаги D_1 ва D_2 лар (4) тенгламадан ҳисобланади:

$$D_1 = \frac{\pi R^4}{2l_1}N, \qquad D_2 = \frac{\pi R^4}{2l_2}N,$$

буларни (11) га қўйилса, буралма тебранишнинг тўла даври учун

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_1 + 2md^2}{\frac{\pi R^4 N}{2}\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)}} \tag{12}$$

ёки

$$T^2 = \frac{8\pi I_1}{R^4 N\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)} + \frac{16\pi m}{R^4 N\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)}d^2 \tag{13}$$

ифода ҳосил бўлади. (13) тенгламадан кўринадики, буралма тебраниш даври квадрати T^2 нинг юкнинг оғирлик марказидан айланиш ўқигача бўлган масофа квадрати d^2 га боғланиши тўғри чизиқлидир. Бу боғланишни текшириш учун юклардан айланиш ўқигача бўлган d масофанинг ҳар хил қийматларига мос келувчи T ларни аниқлаб, улар орасидаги боғланиш тўғри бурчакли координата тизимида чизилади. У тўғри чизиқдан иборат бўлиши керак. Лекин тажрибада турли хатоликлар туфайли топилган нуқталарнинг баъзи бирлари тўғри чизиқдан четлашган бўлади. Бу четлашиш квадратларининг йиғиндиси минимал бўладиган тўғри чизиқ тенгламасини энг кичик квадратлар усули билан аниқлаш мумкин. Шу мақсадда (13) тенгламадаги катталикларни қуйидагича белгилаймиз:

$$\left.\begin{aligned} T^2 = y, \quad a &= \frac{8\pi I_1}{R^4 N\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)}, \\ d^2 = x, \quad b &= \frac{16\pi m}{R^4 N\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

У ҳолда (13) тенглама

$$y=a+bx \tag{15}$$

кўринишга келади. Бу тенгламадаги *a* ва *b* коэффициентларни график усулда ёки энг кичик квадратлар усули билан аниқлаш мумкин. *a* ва *b* коэффициентларни энг кичик квадратлар усули бўйича аниқлашда китобнинг I қисмида улар учун келтириб чиқарилган (24) ва (25) формулалардан фойдаланиш керак. *b* нинг топилган қийматини (14) тенгламадаги ифодасига тенглаштириб, ундан симнинг

$$N = \frac{16\pi m}{R^4 b\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)} \tag{16}$$

силжиш модули аниқланади.

Ўлчашлар

1. Юклар тортилиб, уларнинг m_1 ва m_2 массалари ва массаларни аниқлашдаги Δm хатолик топилади.

2. Симнинг бир неча жойида диаметри ўлчаниб, унинг R радиуси ва радиусни аниқлашдаги ΔR хатолик топилади.

3. Юклар *AB* стерженнинг учларига жойлаштирилиб, унинг 15—20 та тўла тебраниши учун кетган t вақт ўлчанади, ундан *T* тебраниш даври аниқланади: $T = \frac{t}{n}$, бунда n — тўла тебранишлар сони, t эса n та тебраниш учун кетган вақт. Юклар марказга томон силжитилиб, ўлчаш такрорланади. Юкларнинг *OO'* айланиш ўқига нисбатан камида 5÷6 ҳолати учун тебраниш даври топилади. Ўлчаш натижалари қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	d	d^2	t	T	T^2
1 2 3 ...					

4. 1-жадвал натижалари асосида $T^2 = f(d^2)$ боғланиш графиги чизилиб, ўлчаш хатолиги чегарасида топилган тажрибавий нуқталарнинг тўғри чизиқ устида жойлашишига ишонч ҳосил қилинади.

5. a, b ва N лар график усулда ёки энг кичик квадратлар усули билан аниқланади.

Ҳисоблашлар

1. Натижаларни график усулда ҳисоблаганда

$$b = tg\alpha = \frac{T_k^2 - T_n^2}{d_k^2 - d_n^2},$$

$$\Delta b = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}{n-1}},$$

бу ерда ε_i тажрибавий нуқталарнинг тўғри чизиқдан четлашиши бўлиб, графикдан топилади; n — нуқталар сони.

2. Натижаларни энг кичик квадратлар усули билан ишлаб чиқиш учун 1-жадвал асосида қуйидаги 2-жадвал тузилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	x_i	y_i	y_ix_i	x_i^2	y_i^*	s_i	ε_i^2
1 2 3 ...							
	$\sum_{i=1}^{n} x_i$		$\sum_{i=1}^{n} y_ix_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$			$\sum_{i=1}^{n} s_i^2$

Бу жадвалдаги катталикларга қўйилган i индекс 1 дан n гача бўлган сонларни қабул қилиб, ўлчашлар тартибини белгилайди. Энг кичик квадратлар усули билан топилган a ва b коэффициентларни (15) тенгламага қўйиб, x_i нинг қийматларига мос келувчи y_i^* ҳисобланади ва 2-жадвалнинг 6-устунига ёзилади. 7-устундаги ε_i ҳисоблаб топилган y_i^* билан тажрибада топилган y_i лар орасидаги фарқдир: $\varepsilon_i=y_i^*-y_i$. Унинг ёрдамида b коэффициентнинг хатолиги $\Delta b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1} \varepsilon_i^2}{Pb(n-2)}}$ ҳисобланади. Бу ерда ўлчаш натижаларининг хатолигини аниқлаш қоидаларига асосан

$$P_b = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

N силжиш модулининг мутлақ хатолиги α ишончлилик билан қуйидагича ифодаланади:

$$\Delta N = \overline{N}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \frac{\Delta l^2 (l_1^2 + l_2^2)^2}{l_1^2 l_2^2 (l_1 + l_2)^2}}.$$

Ўлчашнинг нисбий хатолиги эса

$$E = \frac{\Delta N}{N} \cdot 100\%$$

га тенг. Ўлчаш натижасининг α ишончлиликдаги ишонч оралиғи

$$N = \overline{N} \pm \Delta N.$$

Саволлар

1) Сим йўғонлигининг бутун узунлик бўйлаб бирдай бўлмаслиги ўлчаш натижасига қандай таъсир қилади?

2) Тизимнинг тебранишлари соф даврийми ёки соф гармоникми?

14-ИШ. БОҒЛИҚ ТИЗИМЛАРНИНГ ТЕБРАНИШЛАРИНИ ЎРГАНИШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) пружина; 3) секундомер.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Тажрибада шундай тебранма тизимлар учрайдики, улар бир неча қисмлардан иборат бўлса ҳам уларни битта қаттиқ жисм деб қаралади. Лекин агар шу тизимнинг битта қисми бирор ташқи қайишқоқ ёки квазиқайишқоқ куч таъсирида тебратилса, унинг тебраниши шу бўлак мустақил тебранган ҳолдагидан бошқачароқ бўлади.

Тизимни фақат бир йўналишда тебранаётган (яъни эркинлик даражаси бирга тенг бўлган) бир неча айрим жисмларга ёки жисмлар гуруҳига ажратиш билан бундай тизимда бўладиган мураккаб тебранишларни соддалаштириш мумкин. Шу билан бирга, боғланишларнинг мавжудлиги бу қисмларнинг тебранишларига қандай таъсир этишини ҳам кузатиш мумкин. Боғланган тизим қисмларини галма-гал маҳкамлаш билан унинг айрим қисмларининг тебранишларини ўрганиш мумкин. Тизимнинг шу йўсинда ажратилган қисмлари *парциал тизимлар* дейилади. Ҳар бир парциал тизимнинг хусусий такрорийлиги парциал такрорийлик дейилади.

Бизнинг тажрибада тебранма тизим A ва B ўқларда тебранадиган, P пружина билан боғланган, икки физикавий тебрангичдан иборатдир (35-расм). Агар шу тебрангичлардан бирини маҳкамлаб қўйилса, иккинчиси биринчи парциал тизим бўлади. Шу тизимнинг парциал такрорийлигини топамиз. Мувозанат вазиятидан чиқарилган тебрангтичга оғирлик кучи ва пружинанинг қайишқоқлик кучи моментлари таъсир қилади. 36-расмга биноан, оғирлик кучи моменти:

$$M_1=-m_1 g a_1 \sin\alpha, \qquad (1)$$

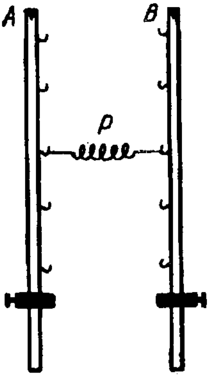
бу ерда m_1 — тебрангичнинг массаси, a_1 — айланиш ўқи (призманинг қирраси) дан O оғирлик марказигача бўлган масофа. Иккинчи момент эса

$$M_2=-k\,y\,x, \qquad (2)$$

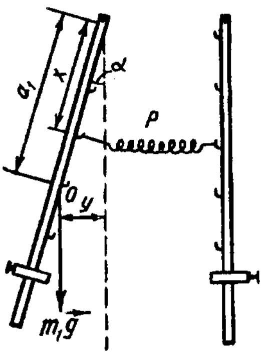
бу ерда k — пружинанинг қайишқоқлик коэффициенти, x — айланиш ўқидан пружина маҳкамланган нуқтагача бўлган масофа, y — тебрангич оғганда шу нуқтанинг силжиши (пружинанинг чўзилиши).

Кичик оғиш бурчаклари учун $\sin\alpha\approx\alpha$, $y=\alpha x$ бўлади. Шунинг учун натижавий моментни шундай ёзиш мумкин:

$$M=M_1+M_2=-(m_1 g a_1+kx^2)\alpha. \qquad (3)$$



35-расм



36-расм

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракати учун Ньютоннинг II қонуни қуйидаги кўринишга эга:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I}, \qquad (4)$$

бу ерда b — бурчак тезланиш, M — куч моменти; I — айланиш ўқига нисбатан жисмнинг инерция моменти.

Демак, тебрангич (I парциал тизим)нинг ҳаракат тенгламаси (3) ва (4) га асосан қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{m_1 g a_1 + kx^2}{I_1}\alpha. \qquad (5)$$

Агар (5) тенгламада

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{m_1 g a_1 + kx}{I_1}} \qquad (6)$$

белгилаш киритсак, у

$$\frac{d^2\alpha}{dt_2} = -\omega_1^2\alpha \qquad (5')$$

кўринишга келади. (5′) тенгламани t нинг ҳар қандай қийматлари учун қуйидаги функция қаноатлантиради:

$$\alpha=\alpha_0\sin(\omega_1 t+\varphi), \qquad (7)$$

бу ифодада α_0 — тебраниш амплитудаси, $(\omega_1 t+\varphi)$ — тебраниш фазаси, φ — бошланғич фаза; α_0 ва φ лар бошланғич шартлардан аниқланади, яъни $\alpha(t=0$ да) ва $\frac{d\alpha}{dt}$ ($t=0$ да) берилган бўлиши керак.

(6) ифодадан аниқланадиган такрорийлик, тебрангичлардан бири маҳкамланганлиги учун биринчи тизимнинг парциал такрорийлиги бўлиб, тебраниш даври билан қуйидагича боғланган:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}.$$

Худди шунингдек, иккинчи тизимнинг парциал такрорийлиги

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{m_2 g a_2 + kx^2}{I_2}} \qquad (8)$$

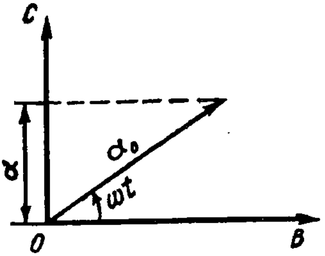
бўлади. Ҳар бир айрим тебрангичнинг хусусий такрорийликлари қуйидагича ифодаланади:

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{m_1 g a_1}{I_1}} \quad \text{ва} \quad \omega_0'' = \sqrt{\frac{m_2 g a_2}{I_2}}.$$

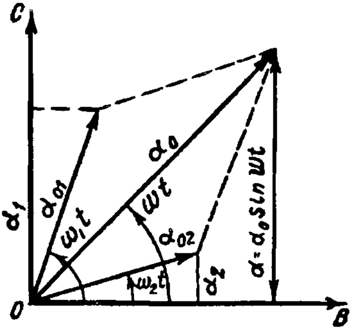
Демак, тебрангичларнинг парциал такрорийликлари хусусий такрорийликларидан катта экан.

Ўзаро боғлиқ бўлган тебрангичлардан бирини маҳкамлаб, иккинчисини мувозанат ҳолатидан четлантирилса ва ундан сўнг биринчисини ҳам қўйиб юборилса, уларнинг ҳар бири амплитудаси даврий равишда ошиб ва камайиб турадиган тебранма ҳаракат қиладики, бундай тебраниш *тепкили тебраниш* дейилади. Тажриба $\tau_т$ тепкили тебраниш даври (яъни тебраниш амплитудаси ўзининг энг кичик қийматидан энг катта қийматигача ортиб, сўнгра яна энг кичик қийматигача камайишига кетадиган вақт) иккала тебрангич учун ҳам бир хил бўлишини кўрсатади.

Бир тўғри чизиқ бўйлаб юз бераётган икки тебранишнинг қўшилишини кўрайлик. Бу тебранма ҳаракатлар бир-бирига яқин бўлган ω_1 ва ω_2 такрорийликлар билан содир бўлаётган бўлсин. Тебранишларнинг қўшилишини вектор диаграмма ёрдамида кўрсатиш қулайдир. Масалан, уфқий ўқ олиб, унда ихтиёрий нуқтани танлаб олайлик. Бу нуқтадан бошлаб бирор масштабда сон жиҳатдан α_0 амплитудага тенг бўлган вектор ажратиб, уни ω бурчак тезлик билан соат милининг айланишига қарама-қарши йўналишда айлантирсак, у ҳолда бирор t вақтда амплитуда вектори бу ўқ билан ωt бурчак ташкил қилади (37-расм). Бу векторнинг дастлабки ($t=0$) пайтдаги йўналишига тик бўлган OC йўналишга проекцияси: $\alpha=\alpha_0 \sin \omega t$. Амплитудаси α_0 ва доиравий циклик такрорийлиги ω бўлган гармоник тебраниш ҳам худди шундай тенглама билан ифодаланади.



37-расм



38-расм.

Амплитудалари α_{01} ва α_{02} бўлган икки гармоник тебранишнинг вектор диаграммаси 38-расмда келтирилган. Натижавий α_0 амплитуда α_{01} ва α_{02} векторлардан тузилган параллелограммнинг диагоналидан иборат бўлиб, натижавий тебраниш мана шу диагоналнинг тик ўққа бўлган проекцияси билан ифодаланади. Бошланғич пайтда (t=0) иккала вектор уфқий ўқ бўйлаб йўналган бўлади. Қўшилувчи α_{01} ва α_{02} амплитудаларнинг векторлари турли бурчак тезланишлар билан айланганликлари учун улар орасидаги бурчак вақт ўтиши билан ўзгариб боради ва t секунддан сўнг

$$\omega_1 t-\omega_2 t=(\omega_1-\omega_2)t$$

бўлади. Косинуслар теоремасига асосан:

$$\alpha_0^2=\alpha_{01}^2+\alpha_{02}^2+2\alpha_{01}\alpha_{02}\cos\left[(\omega_1-\omega_2)\,t\right]. \tag{9}$$

Бирдай ($\alpha_{01}=\alpha_{02}$) амплитудаларга эга бўлган, лекин даврлари ва бинобарин, доиравий такрорийликлари бир-биридан жуда оз фарқ қиладиган икки тебранишнинг қўшилишини кўрайлик. Бу ҳолда

$$\alpha_0^2=2\alpha_{01}^2\left[1+\cos(\omega_1-\omega_2)t\right] \tag{9'}$$

ва

$$\alpha_0=2\alpha_{01}\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t$$

бўлади ва уфқий ўқ йўналиши билан

$$\omega t = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \qquad (10)$$

бурчак ҳосил қилади. Шунинг учун α_0 векторнинг вертикал ўққа проекцияси

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t = 2\alpha_{01} \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{t} \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \qquad (11)$$

бўлиб, натижавий гармоник ҳаракатни ифодалайди.

Шундай қилиб, натижавий тебранишни қўшилувчи такрорийликлар йиғиндисининг ярми $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ га тенг такрорийликли, амплитудаси гармоник ўзгарадиган ва $2\alpha_{01}\sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$ га тенг бўлган гармоник тебраниш деб қараш мумкин экан.

Амплитуда аниқ мусбат катталик бўлганлиги учун (9′) нинг ўнг томонидаги катталикнинг мусбат қийматини оламиз:

$$\alpha_0 = \left| 2\alpha_{01} cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right|.$$

Косинус мутлақ қийматининг даври π га тенг, шунинг учун косинус аргументининг π га ўзгариш вақт оралиғи, яъни амплитуда мутлақ қийматининг ўзгариш даври — *тепкили тебраниш даври* қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\pi = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau_{\text{т}} , \qquad (12)$$

бундан

$$\tau_{\text{т}} = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}.$$

Шундай қилиб, такрорийликлари бир-бирига яқин бўлган икки гармоник тебранишнинг қўшилишидан юзага келган натижавий тебранишлар соф гармоник тебраниш бўлмайди, лекин уни амплитудаси маълум давр билан ўзгариб турадиган гармоник ҳаракат деб қараш мумкин экан. Амплитуданинг ўзгариш такрорийлиги ($\nu_т$) давр ($\tau_т$)га тескари катталикдир:

$$\nu_т = \frac{1}{\tau_т} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = \nu_1 - \nu_2,$$

яъни натижавий тебраниш амплитудасининг ўзгариш такрорийлиги қўшилувчи тебранишлар такрорийликларининг айирмаси (ν_1-ν_2) га тенг экан.

Демак, боғланган тебрангичларда тепкили тебранишлар вақтида ҳар бир тебрангич бир вақтда бир-бирига яқин бўлган ω_1 ва ω_2 такрорийликли тебранишларда қатнашади. Бу тебранишлар *нормал тебранишлар* дейилади. Ҳар бир нормал тебранишни қуйидагича ажратиб олиш мумкин.

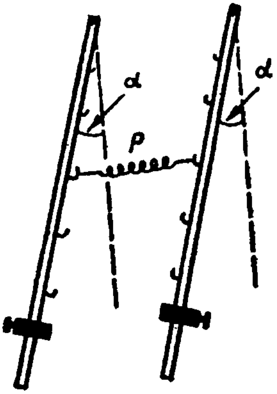
Фараз қилайлик, тебрангичларнинг хусусий такрорийликлари бир хил бўлсин, яъни $\omega_0' = \omega_0'' = \omega_0$. Бу тенгликка асосан $\frac{m_1 g a_1}{I_1} = \frac{m_2 g a_2}{I_2}$ бўлиб, тебрангичлар бир хил бўлганликлари учун $I_1 = I_2$ бўлади. Шунинг учун (6) ва (8) дан тебрангичларнинг парциал такрорийликлари ҳам тенг бўлади:

$$\omega_1 = \omega_2. \tag{13}$$

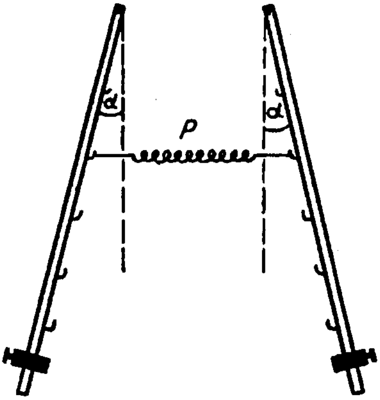
Агар иккала тебрангич мувозанат вазиятидан бир томонга бир хил бурчакка (39-расм) оғдирилса, уларнинг хусусий такрорийликлари бир хил ($\omega_0' = \omega_0''$) бўлганлиги учун тебрангичлар бир хил фазада тебраниб *P* пружина деформацияланмайди. Шундай қилиб, боғланган ҳар бир тебрангичнинг тебраниш такрорийлиги хусусий тебраниш такрорийлигига тенг бўлади, буни *биринчи нормал шакрорийлик* (ω_1^*) дейилади:

$$\omega_1^* = \omega_0. \tag{14}$$

Агар тебрангичларни қарама-қарши томонларга тенг бурчакка оғдирсак (40-расм), тебрангичлар доимо қарама-қарши фазада тебранади. Бу ҳолда *P* пружина ҳамма вақт бир тебрангич мувозанат вазиятида маҳкамланиб, иккинчиси тебранганда ҳосил бўладиган деформацияга қараганда 2 марта кўп деформацияланади. Шунинг учун



39-расм.



40-расм.

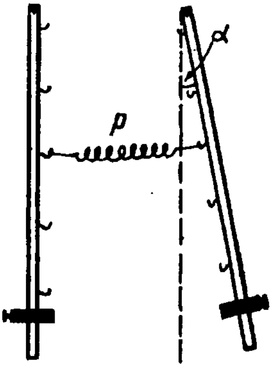
ҳар бир тебрангичнинг тебраниш тақрқийликси фақат хусусий такрорийликдангина эмас, балки нормал такрорийликдан ҳам катта бўлади ва уни *иккинчи нормал такрорийлик* (ω_2^*) дейилади:

$$\omega_2^* = \sqrt{\frac{m_1 g a_1 + 2kx^2}{I_1}} = \sqrt{\frac{m_2 g a_2 + kx^2}{I_2}}. \tag{15}$$

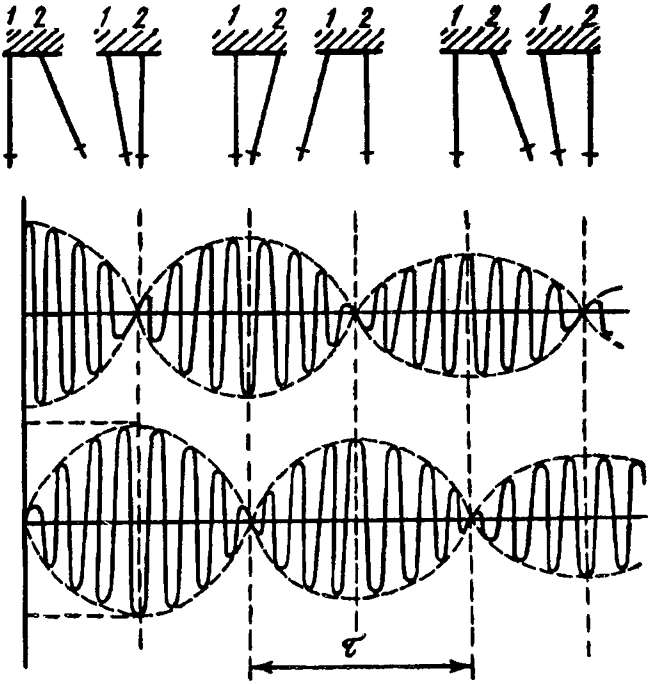
Агар тебрангичлар мувозанат вазиятидан турлича бурчакка оғдирилган бўлса, уларнинг ҳар бири бир вақтда мана шу иккала такрорийлик билан тебранади, деб ҳисоблаш мумкин. Ҳар бир тебрангичнинг бир вақтда ҳар хил такрорийликли икки тебранишда қатнашишидан, такрорийлиги нормал такрорийликлар айирмасига тенг бўлган тепкили тебраниш ҳосил бўлади:

$$\omega_T = \omega_2^* - \omega_1^*. \tag{16}$$

Юқорида кўрилган тебраниш ҳодисаларини боғланган тебрангичларда энергиянинг бир тебрангичдан иккинчисига узатилиши нуқтаи назаридан кўриб чиқайлик. Четга оғдирилган II тебрангич дастлабки вақтларда *P* пружина воситасида оғмаган I тебрангични тебранишга келтирувчи мажбурловчи куч вазифасини бажаради (41-расм). II тебрангичнинг тебраниш фазаси чорак давр олдинда бўлади. Иккала тебрангичнинг хусусий (ва парциал) такрорийликлари бир хил бўлганлиги учун уларнинг бир-бирига таъсири тебранишнинг резонанс тарзда содир бўлишига олиб келади. Боғланган тизимда кузатиладиган мураккаб (тепкили) тебранишларнинг физикавий моҳияти 42-расмда кўрсатилган. Ўқларда ишқаланишнинг мавжудлиги ва ҳавонинг қаршилиги ҳисобига тепкили тебраниш амплитудаси вақт ўтиши билан камайиб боради.



41-расм.



42-расм.

Ўлчашлар ва ўлчаш натижаларини ишлаш

Ишнинг вазифаси ўзаро боғланган иккита физик тебрангич тизимнинг тебранишларини кузатишдан ва юқорида олинган ифодаларни текширишдан иборат. Бунинг учун хусусий, парциал ва нормал тебранишлар даврини ҳамда тепкили тебраниш даврини ўлчаш ва олинган натижаларни аналитик ёки график усулда тасвирлаб, назарий тенгламалар билан солиштириш керак.

Ишни қуйидаги тартибда бажариш ва натижаларни ҳисоблаш тавсия қилинади:

1. Боғловчи пружинани олиб, тебрангичлардан биридаги юкни силжитиш билан иккала тебрангичнинг тебраниш даврлари 0,2 сек аниқликда бир хил бўлишини таъминлаш керак (50 та тебраниш учун кетган вақт 0,1 секундга фарқ қилиши керак).

Топилган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	Қўзғалмас юкли тебрангич	Қўзғалувчи юкли тебрангич		
	50 та тебраниш вақти	50 та тебраниш вақти		
		юкнинг I вазияти	II вазияти	III вазияти
1				
2				
3				
...				

Бу ўлчашларга асосланиб, хусусий тебраниш даври топилади:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\,a}}. \qquad (17)$$

2. Боғловчи пружинани улаб, тебрангичлардан бирини маҳкамлаб, иккинчисининг 50 та тебраниш вақти ва тебрангичлар айланиш ўқидан пружина маҳкамланган нуқтагача бўлган x масофа ўлчанади. Сўнгра бу масофа-

ни ўзгартириб, унинг камида 4—5 қиймати учун тебрангичнинг 50 та тўла тебраниш вақти ўлчанади. Олинган натижалар қуйидаги 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	x_i	50 та тебраниш вақти	T_i	$\frac{1}{T_i^2}$	x_i^2
1					
2					
3					
…					

Бу жадвалдаги маълумотлардан фойдаланиб, ўқлардан бирига x_i^2, иккинчисига $\frac{1}{T_i^2}$ нинг қийматларини қўйиб график чизилади. (6) ёки (8) ифодага асосан, парциал такрорийликнинг квадратини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\omega^2 = \frac{mga}{l} + \frac{k}{I}x^2 = \omega_0^2 + \frac{k}{I}x^2, \qquad (18)$$

яъни

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{k}{I}x^2 \quad \text{ёки} \quad \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{T_0^2} + \frac{k}{4\pi^2 I}x^2.$$

Демак, $\frac{1}{T^2}$ билан x^2 чизиқли боғланган экан. Графикда ҳосил бўлган тўғри чизиқ ордината ўқини $1/T_0^2$ масофада кесиши ва унинг бурчак коэффициенти $\frac{k}{4\pi^2 l}$ га тенг бўлиши маълумдир.

Биринчидан, графикнинг тўғри чизиқдан иборат бўлиши, иккинчидан, тўғри чизиқни ордината ўқидан кесган $1/T_i^2$ кесма қиймати аввалги пунктда топилган натижаларга мос келиши (6) ва (8) ифодаларнинг бажарилишини тасдиқлайди.

График чизаётган вақтда x^2 ва $1/T^2$ ўқларда масштабларни шундай танлаш кераккки, ҳосил бўладиган тўғри чизиқ ва ўқлар бир-бири билан тахминан 45° ли бурчак ҳосил қилсин.

3. Тебрангичларни бир томонга (39-расм) ва қарама-қарши томонга (40-расм) бир хил оғдириб, T_1^* ва T_2^* нормал тебраниш даврлари топилади. Бу ўлчашлар ҳам x нинг юқоридаги қийматлари учун бажарилади.

Натижалар қуйидаги 3-жадвалга ёзилади:

3-жадвал

Тартиб рақами	x_i	50 та тебраниш вақти		Нормал тебраниш даврлари	
		Бир томонга, t_1	Қарама-қарши томонга, t_2	Бир томонга, T_1^*	Қарама-қарши томонга, T_2^*
1					
2					
3					
...					

(14) ифодага асосан, тебрангичлар бир томонга оғдирилгандаги тебраниш даври T_0 бўлиб, пружинанинг қаерда маҳкамланишига боғлиқ эмас. Шунинг учун:

$$T_1^* = T_0.$$

Иккинчи нормал тебраниш даври эса (5) га асосан, қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{1}{T_2^{*2}} = \frac{1}{T_0^2} + \frac{k}{2\pi^2 I}x^2. \tag{19}$$

(19) ни (18) га бўлишдан

$$\frac{\frac{1}{T_2^{*2}} - \frac{1}{T_0^2}}{\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T_0^2}} = 2 \tag{20}$$

ҳосил бўлади, яъни иккинчи нормал тебраниш даври ва хусусий тебраниш даври квадратлари тескари қийматларининг айирмаси парциал тебраниш даври ва хусусий тебраниш даври квадратлари тескари қийматларининг айирмасидан 2 марта катта экан.

2- ва 3-жадваллар асосида қуйидаги 4-жадвал тузилади.

4-жадвал

Тартиб рақами	x_i	Давр			$\frac{T_1^*}{T_0} = 1$	$\frac{\frac{1}{T_2^{*2}} - \frac{1}{T_0^2}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_0^2}} = 2$
		T_1^*	T_2^*	T_0		
1	2	3	4	5	6	7
1 2 3 …						

6- ва 7-устундаги сонлар ўзгармас бўлиб, мос равишда 1 ва 2 га яқин бўлиши керак. Бу эса (14) ва (15) ифодаларнинг бажарилишини тасдиқлайди.

4. Пружинанинг аввалги вазиятлари учун тепкили тебраниш даври топилади. Бунинг учун фақат бир тебрангич оғдирилганда иккала тебрангичнинг тебраниши кузатилади. Тебрангичлардан бирининг бир неча марта (n=3÷5) кетма-кет тўхташи учун кетган вақтнинг ўртача қиймати ўлчаниб, тепкили тебраниш даври топилади:

$$\tau_т = \frac{\bar{t}}{n}.$$

Тепкили тебраниш такрорийлиги эса (яъни $\tau_т$ нинг тескари қиймати) нормал тебраниш такрорийликларининг айирмасига тенг эканлигига ишонч ҳосил қилиш керак. Натижалар қуйидаги 5-жадвалга ёзилади. Бу жадвал 7-устунидаги сонларнинг 1 га яқин бўлиши (13) ифоданинг бажарилишини тасдиқлайди.

5-жадвал

Тартиб рақами	x_i	n та тепкили тебраниш вақти, t	Тепкили тебраниш даври, τ_T	Тепкили тебраниш такрорийлиги, ν_T	Нормал такрорийликлар фарқи, $\nu_2^* - \nu_1^*$	$\frac{\nu_2^* - \nu_1^*}{\nu_T}$
1	2	3	4	5	6	7
1						
2						
3						
...						

Саволлар

1) Ишда келтириб чиқарилган формулалар тўғри бўлиши учун тебрангичларни боғловчи пружина қандай шартларни қаноатлантириши керак?

2) Резонанс вақтида энергиянинг тебраниш даври қандай бўлади?

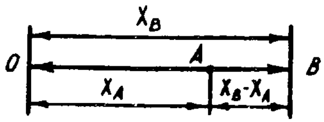
3) Сўнувчи тебранишлар учун “давр” ва “амплитуда” тушунчалари қатъийми?

15-ИШ. ТОВУШ ТЎЛҚИНИНИНГ ҲАВОДА ТАРҚАЛИШ ТЕЗЛИГИНИ ТУРҒУН ТЎЛҚИН УСУЛИ БИЛАН АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) товуш генератори; 3) эшитиш найи.

Қисқача назария

Товуш физик ҳодиса бўлиб, у муҳитнинг даврий деформацияси натижасида вужудга келадиган тўлқинсимон ҳаракатни ифодалайди Бундай ҳаракат қайишқоқ муҳитдагина вужудга келади ва тарқалади. Агар муҳит заррала-



43-расм.

рининг тебраниш частотаси эшитиш чегараси оралиғида (секундига 20 дан то 20000 тагача тебраниш) бўлса, товушни эшитамиз. Одатда, назарий ҳисоблашларда товуш тарқатаётган муҳит зарраларининг тебраниши гармоник тебранма ҳаракат деб қаралади. Товуш манбаининг тебранма ҳаракатини

$$y = a \sin \omega t \qquad (1)$$

тенглама билан ифодалаш мумкин. Бу ерда y — товуш манбаи исталган нуқтасининг мувозанат ҳолатдан силжиши; a — шу силжишнинг максимал қиймати ёки амплитудаси, ω — тебранишнинг циклик такрорийлиги, t — тебраниш кузатилаётган вақт, ωt — тебраниш фазаси. Тебраниш фазасининг қиймати орқали тебранма жараён босқичини характерлаш мумкин бўлади. Амплитудалари бир хил бўлган иккита нуқтанинг силжишлари ва тезликлари вақтнинг исталган пайтида сон қиймат ва йўналиш жиҳатидан тенг бўлса, нуқталар бир хил фазада тебранади ёки фазалар фарқи 2π га тенг бўлади, чунки синус даври 2π бўлган даврий функциядир. (1) тенгламани ёзишда тебранувчи нуқтанинг бошланғич вақтда ($t=0$) мувозанат ҳолатда ($y=0$) бўлиши назарда тутилган. Бундай тебранишнинг бошланғич фазаси нолга тенг дейилади.

Бир нуқтанинг иккинчи нуқтага бўладиган таъсири бир онда узатилмаслиги сабабли, нуқта манбадан қанча узоқ жойлашса, у шунча кеч тебрана бошлайди. Агар таъсир v тезлик билан узатилса (бу тўлқиннинг *фазавий тезлиги* дейилади), муҳитнинг товуш манбаидан x масофада жойлашган нуқтаси тебранма ҳаракат бошланишидан $\tau = \frac{x}{v}$ вақт ўтгандан кейингина тебрана бошлайди. Бу нуқтанинг тебраниш такрорийлиги манбанинг тебраниш такрорийлигига тенг бўлади. Бошқача айтганда, агар бирор пайтда манбанинг мувозанат ҳолатдан силжиши $y = a \sin \omega t$ бўлса, у вақтда текширилаётган нуқтанинг мувозанат ҳолатдан силжиши манбанинг бундан τ вақт олдинги силжишига, яъни $t-\tau$ вақтдаги силжишига тенг бўлади. Демак, муҳит нуқтасининг силжиши

$$y_1 = a_0 \sin \omega \,(t-\tau) \text{ ёки } y_1 = a_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (2)$$

га тенг. Бу тенглама югурувчи монохроматик тўлқин тенгламаси деб юритилади. Бу ифода, агар нуқтанинг манбагача бўлган масофаси маълум бўлса, вақтнинг исталган пайтида нуқтанинг мувозанат ҳолатдан силжишини топишга имкон беради. Тебраниш бир вақтда етиб келган нуқталарнинг геометрик ўрни текисликдан иборат бўлса, тўлқин *ясси тўлқин* дейилади. Агар ясси тўлқин тарқалишида энергия йўқолмаса, муҳит зарраларининг тебраниш амплитудаси a_0 манбанинг тебраниш амплитудаси a га тенг бўлади.

(2) тенгламага асосан, муҳитнинг бир хил фазада тебранаётган икки нуқтаси орасидаги масофа (43-расм):

$$x_B - x_A = \frac{2\pi v}{\omega}.$$

Ҳақиқатан, A ва B нуқталар учун

$$y_A = a_0 \sin \omega \left(t - \frac{x_A}{v}\right);$$

$$y_B = a_0 \sin \omega \left(t - \frac{x_B}{v}\right)$$

силжишларни ёзиш мумкин. Бу ерда

$$\varphi_A = \omega\left(t - \frac{x_A}{v}\right) \text{ ва } \varphi_B = \omega\left(t - \frac{x_B}{v}\right)$$

A ва B нуқталарнинг берилган пайтдаги тебраниш фазалари. Агар A ва B нуқталар бир хил фазада тебранаётган бўлса,

$$\omega\left(t - \frac{x_A}{v}\right) - \omega\left(t - \frac{x_B}{v}\right) = 2\pi$$

бўлади. Бундан

$$x_B - x_A = \frac{2\pi v}{\omega}$$

эканлиги келиб чиқади. Ушбу оралиқ тўлқин узунлиги дейилиб, λ билан белгиланади. Айтилганларга кўра:

$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi v}{2\pi \nu} = v \cdot T, \qquad (3)$$

яъни *тўлқин узунлиги* деб, бир даврга тенг вақт ичида тебранма ҳаракат жараёни тарқала оладиган масофага айтилади.

Муҳит зарраларининг силжиши тўлқин тарқалиш йўналишида бўлса, бундай тўлқин *бўйлама тўлқин,* агар зарраларнинг силжиши тўлқин тарқалишига тик бўлса, бундай тўлқин *кўндаланг тўлқин* дейилади. Ҳаводаги товуш тўлқинлари бўйлама тўлқиндир. Агар товуш тўлқини ўз йўлида тўсиққа дуч келса, қисман қайтади. Натижада муҳитнинг ҳар бир нуқтаси бир вақтнинг ўзида иккита ҳаракатда: манбадан келаётган тебранма ҳаракатда ва тўсиқдан қайтган тебранма ҳаракатда қатнашади. Биринчи тебранма ҳаракат (2) тенглама, яъни

$$y_1 = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

билан, иккинчиси

$$y_2 = a \sin \omega \left(t - \frac{x + 2l}{v} \right)$$

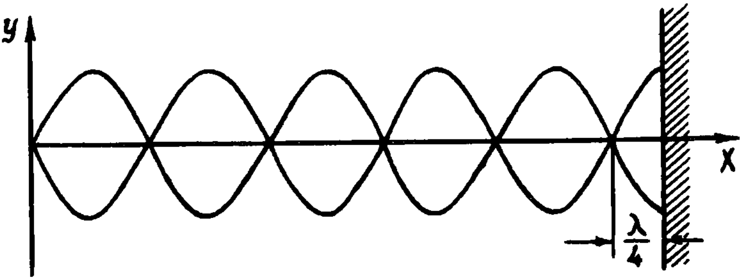
тенглама билан ифодаланади, чунки қайтган тўлқиннинг берилган нуқтагача ўтган йўли тўғри тўлқин юрган йўлдан $2l$ га ортиқ бўлади. Бу тебранишларни қўшиш натижасида

$$y = y_1 + y_2 = 2a \cos \frac{l\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{x + l}{v} \right)$$

га ёки $\omega = \frac{2\pi}{T}$ эканлиги ҳисобга олинса,

$$y = 2a \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + l}{\lambda} \right) \qquad (4)$$

га эга бўламиз. Муҳит чегарасидан тўлқиннинг кўп марта қайтиши натижасида ҳосил бўлувчи иккиламчи тўлқинларни ҳисобга олмаганда жараённи (4) тенглама кўринишида ифодалаш мумкин. Тенгламадан кўринадики, агар



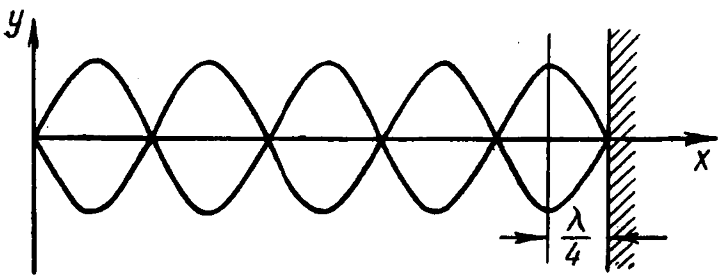
44-расм.

тўлқин зичлиги каттароқ муҳитдан зичлиги кичикроқ муҳитга тушаётган бўлса, $\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, $5\frac{\lambda}{4}$, ... масофаларда, яъни $l=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$ да (чорак тўлқин узунлигининг тоқ қийматларида) тебраниш амплитудаси нолга тенг бўлади. Ушбу тенгламадан яна $(x+l)$ катталик ҳамма нуқталар учун ўзгармас бўлганидан муҳитнинг ҳамма нуқталари мутлақ қиймати бўйича бир хил фазада тебраниши кўриниб турибди. Бундай тўлқин *турғун тўлқин* деб аталади; у 44-расмда тасвирланган.

Тебраниш амплитудаси нолга тенг бўлиб қоладиган муҳит нуқталари турғун тўлқиннинг *тугунлари* дейилади. Амплитудаси энг катта қийматга эга бўладиган нуқталар *дўнгликлар* дейилади. Икки қўшни дўнглик ёки тугунлар орасидаги масофа *турғун тўлқин узунлиги* дейилиб, у товуш тўлқин узунлигининг ярмига тенг бўлади:

$$\lambda_{\text{т}} = \frac{\lambda}{2}.$$

Ушбу тажриба шароитида бўлганидек, агар тўлқин зичлиги кичик бўлган муҳитдан зичлиги катта бўлган муҳитга тушаётган бўлса, қайтиш чегарасида тўлқин тугуни жойлашади. Биринчи дўнглик тўсиқдан $\frac{\lambda}{4}$ масофада бўлади (45-расм). Турғун тўлқин ёрдамида товушнинг тўлқин



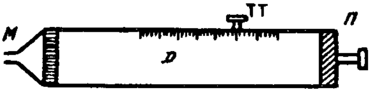
45-расм.

узунлигини ва унинг муҳит ичида тарқалиш тезлигини (3) тенгламадан аниқлаш мумкин. Бунинг учун генератордан олинган тебранишлар такрорийлиги ва тажриба вақтида топилган $\lambda_т$ ни (3) га қўйиш лозим:

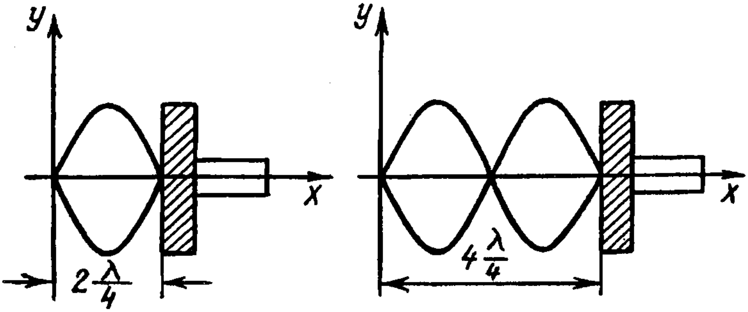
$$v=\lambda\nu=2\lambda_т\nu. \qquad (5)$$

Тажриба қурилмаси

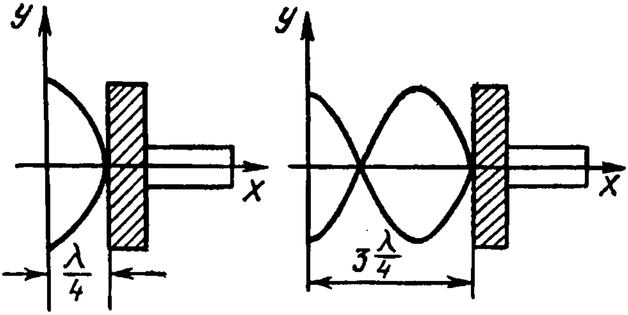
Қурилма товуш тўлқинининг ҳавода тарқалиш тезлигини аниқлашга мосланган. Узунлиги 1 м ва диаметри 4 см бўлган металл най (46-расм) бир томонидан ҳаракатланадиган *П* металл поршень билан ёпилган. Най кесигида жойлашган *ТТ* товуш найи миллиметрли шкала бўйлаб ҳаракатлана олади. Найнинг иккинчи томонига М товуш манбаи қўйилган. Товуш манбаи сифатида ЗГ-10 товуш генераторидан фойдаланилади. Генератор лимбини бураганимизда ўзгарувчан ток такрорийлиги 20 Гц дан 20000 Гц гача ўзгара олади. Товушнинг баланд-пастлиги "амплитуда" деб ёзилган дастак ёрдамида созлаб турилади. *М* манбанинг тебраниши натижасида поршендан қайтган товуш найда турғун тўлқинни вужудга келтиради. *ТТ* товуш найининг ҳолатига қараб, тўлқин тугунлари ва дўнгликларининг тақсимланиши то-



46-расм.



47-расм.



48-расм.

пилади. Агар поршендан *TT* товуш найигача бўлган масофа чорак тўлқин узунлигининг жуфт қийматларига, яъни $l = 2k\frac{\lambda}{4}$ бўлса (бу ерда k — ихтиёрий бутун сонлар), у ҳолда бу ерга тугун тўғри келади ва товуш эшитилмайди (47-расм). Агар бу масофа тоқ қийматларга $\left(l = 2(k+1)\frac{\lambda}{4}\right)$ тўғри келса, у вақтда *TT* товуш найи киритилган ерга дўнглик тўғри келади ва товуш баландлиги максимал бўлади (48-расм).

Ўлчашлар

1. *ТТ* товуш найи поршенга энг яқин масофага қўйилади.

2. Генератор маълум такрорийликка қўйилади.

3. Кучли товуш пайдо бўлгунча *ТТ* товуш найи маҳкамланган сургич аста-секин силжитилади ва шкаладан товушнинг максимумига мос келган l'_i ҳолатлар ёзиб олинади. Сургични орқага қайтара бориб, шунга ўхшаш l''_i ҳолатлар қайтадан аниқланади. Товушнинг бир хил максимумига тегишли ҳолатлар қийматларининг ўртачаси $\bar{l}_i$ топилади.

4. Икки қўшни максимум ўртача қийматларининг фарқи $(\bar{l}_i - \bar{l}_{i-1})$ топилади.

5. Топилган $(\bar{l}_i - \bar{l}_{i-1})$ нинг қиймати изланаётган тўлқин узунлигининг ярмига тенг бўлади.

6. Худди шундай ўлчашлар ν_i такрорийликнинг $4 \div 5$ қийматлари учун такрорланади. Олинган натижалар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

ν_j	max тартиб рақами	"*ТТ*" нинг ҳолати		$\bar{l}_i$	$\bar{l}_i - \bar{l}_{i-1}$	λ_i	ν_i	λ_j	ν_j
		l'_i	l''_i						
ν_1	1 2 3 . . .								
ν_2 . . .									

Ҳисоблашлар

λ_j тўлқин узунлигининг ўртача квадратик хатолигини ҳисоблаш учун 1-жадвал асосида қуйидаги 2-жадвал тузилади.

2-жадвал

ν_j	$\Delta\lambda_i=\lambda_j-\lambda_i$	$(\Delta\lambda_i)^2$	$\sum\limits_{i=1}^{n}(\Delta\lambda_i)^2$	$\Delta\lambda_j$	Δv_j

2-жадвалдан фойдаланиб, битта такрорийлик учун ($j=1$)

$$\Delta\lambda_j = t_a(n)\sqrt{\frac{\sum(\Delta\lambda_i)^2}{n(n-1)}}$$

ўртача квадратик хатолик ҳисобланади. Шу такрорийлик ($j=1$) учун тезликнинг мутлақ хатолиги

$$\Delta v_j = \left(\frac{\Delta\lambda_j}{\lambda_j} + \frac{\Delta\nu_j}{\nu_j}\right)v_j$$

ифодадан топилади. Бунда $\Delta\nu_j$ — такрорийликни генератордан олишдаги хатолик.

Худди шунингдек, ҳисоблашлар ν_j такрорийликнинг қолган қийматлари учун ҳам бажарилади, v_j ва Δv_j ларнинг топилган қийматлари ушбу 3-жадвалга ёзилади.

3-жадвал

ν_j	v_j	Δv_j	P_j	$P_j\cdot v_j$	$\bar{v}$	$\bar{v}-v_j$	$(\bar{v}-v_j)^2$
			$\sum\limits_{j=1}^{n}P_j$	$\sum\limits_{j=1}^{n}P_j v_j$			$\sum\limits_{j=1}^{n}(\bar{v}-v_j)^2$

Тезлик қийматининг хатолиги турли такрорийликда турлича бўлганлигидан бу ўлчашлар бирдай аниқликка эга эмас. Шунинг учун тезликнинг ўртача қийматини ва унинг хатолигини топиш учун ўлчаш вазни тушунчаси киритилади. Ўлчанган катталиклар тўпламида энг кичик хатолик билан ўлчангани энг катта вазнга эга деб қабул қилинади. Шунинг учун турлича хатоликка эга бўлган ўлчашлар вазни уларнинг дисперсияларига (ўртача квадратик хатоликнинг квадратига) ёки стандартларига (хатоликнинг ўртача квадратига) тескари мутаносибдир. Вазннинг нисбий қиймати тушунчасини киритиб, уни бирор ихтиёрий сонга нисбатан баҳолаш мумкин.

Шундай ихтиёрий сон сифатида Δv_j лар ичидан энг каттасини танлаб олиб, уни Δv_k орқали белгилайлик. Бунда ихтиёрий ўлчашнинг нисбий вазни қуйидагича бўлади:

$$P = \frac{\Delta v_k}{\Delta v_j}.$$

Шундай қилиб, энг катта Δv_k хатоликка эга бўлган v_k ўлчаш учун нисбий вазн $P_k=1$ га тенг.

Ўлчашлар нисбий вазнларини ҳисобга олган ҳолда ҳаводаги товуш тезлигининг ўртача қиймати 3-жадвал асосида

$$\bar{v} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{5} P_j v_j}{\sum\limits_{j=1}^{5} P_j}$$

формула бўйича, унинг хатолиги эса

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\sum\limits_{j=1}^{5}(\bar{v} - v_j)^2}{\sum\limits_{j=1}^{5} P_j \sum\limits_{j=1}^{5}(P_j - 1)}}$$

формуладан ҳисобланади. Топилган натижалардан изланаётган тезликнинг қиймати:

$$v=v\pm\Delta v.$$

Саволлар

1) Турғун тўлқиннинг иккита тугуни орасидаги нуқталар қандай фазада тебранади?

2) Товуш қаттиқ жисмларда қандай тарқалади?

3) Нима учун товушнинг ҳавода тарқалиш тезлиги ҳавонинг температурасига боғлиқ бўлади?

16-ИШ. ТОВУШ ТЎЛҚИНИНИНГ ҲАВОДА ТАРҚАЛИШ ТЕЗЛИГИНИ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ УСУЛИ БИЛАН АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Квинке асбоби; 2) товуш генератори.

Қисқача назария

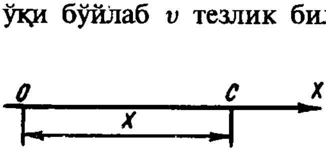
Туташ муҳитларда (газ, суюқлик ва қаттиқ жисм) бир ёки бир неча зарраларнинг тебраниши уларга қўшни бўлган зарраларни ҳам тебранишга келтиради, чунки улар орасида ўзаро таъсир кучлари мавжуддир. Туташ муҳитларда тебранишлар бир жойда сақланиб турмасдан фазога тарқала боради. Тебранишларнинг фазода тарқалиш жараёни *тўлқин* дейилади. Тебранишлар бир онда тарқалмай, тебранишнинг табиатига ва муҳитнинг хоссаларига боғлиқ равишда бирор чекли тезлик билан тарқалади.

Бирор C нуқта $y=f(t)$ қонун бўйича бирор йўналишда тебранаётган бўлсин. Ҳисоб боши ($x=0$) деб, тебраниши $y=f(t)$ қонун бўйича юз бераётган нуқтани танлаймиз. У вақтда x ўқида ётувчи ҳар қандай бошқа нуқта ҳам шу қонун бўйича тебранади, лекин унинг тебраниши $x=0$ даги нуқтага нисбатан бирор вақт кечикиш билан юз беради. Бу кечикиш вақти тўлқиннинг тезлигига боғлиқдир. Шунинг учун ихтиёрий $C(x)$ нуқтанинг (49-расм) t моментдаги тебраниши қуйидаги қонун бўйича юз беради,

$$y(x,\ t)=f\left(t-\frac{x}{v}\right), \qquad (1)$$

бу ерда v — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги. (1) ифода x ўқи бўйлаб v тезлик билан тарқалаётган югурувчи ясси тўлқин учун умумий ифодадир. Агар $x=0$ даги нуқта

$$y=a\sin(\omega t+\alpha) \qquad (1a)$$



49-расм.

қонун бўйича гармоник тебраниш бажараётган бўлса, у вақтда ясси монохроматик тўлқин ифодаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$y=a\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\alpha\right]. \qquad (2)$$

(1) ва (1а) ифодалардаги y катталик x координатанинг ва t вақтнинг даврий функцияси ҳисобланади. T давр ω циклик такрорийлик билан $T=\frac{2\pi}{\omega}$ ифода орқали боғланган.

Товуш тўлқин узунлиги, тебраниш такрорийлиги ва тарқалиш тезликлари орасида

$$v=\lambda\nu \qquad (3)$$

боғланиш мавжуд.

Ҳаводаги ва бошқа муҳитлардаги қайишқоқ тебранишлар жуда катта такрорийлик диапазонида содир бўлади. Тебранишларнинг хусусий ҳоли — товуш тебранишларининг такрорийлик диапазони 20 Гц дан $20\cdot10^3$ Гц гача оралиқда бўлади. Одамнинг қулоғи шу такрорийлик соҳасидаги тебранишларнигина эшита олади.

Газда бир вақтда битта эмас, бир неча тўлқин тарқалиши мумкин. Бундай тарқалишнинг содда ҳоли бир йўналишда бир хил такрорийликли икки тўлқиннинг тарқалишидан иборат (бизнинг тажрибамизга мос келадиган ҳол. Бу иккита тўлқин учун (1) га асосан қуйидагини ёзамиз:

$$y_1=a_1\sin\omega\left(t-\frac{x_1}{\upsilon}\right)=a_1\sin2\pi\left(\nu t-\frac{x_1}{\lambda}\right),$$

$$y_2=a_2\sin\omega\left(t-\frac{x_2}{\upsilon}\right)=a_2\sin2\pi\left(\nu t-\frac{x_2}{\lambda}\right),$$

бу ерда x_1 ва x_2 — мос равишда қўшилувчи тўлқинларнинг тебраниш манбаидан натижавий тебраниш қаралаётган нуқтага етиб келгунча босиб ўтган масофалари.

Тўлқинлар бир-бирини қоплаган соҳада тебранишлар устма-уст тушиб, тўлқинларнинг қўшилиши (интерференцияси) юз беради. Бунинг натижасида тебранишлар баъзи жойларда кучаяди, баъзи жойларда сусаяди. Муҳитнинг ҳар бир нуқтасидаги натижавий тебраниш шу нуқтага етиб келган иккита тебранишнинг йиғиндисидан иборат бўлади. Механикавий ҳаракатнинг мустақиллик тамойилига кўра (товуш тўлқинлари ҳам шулар қаторига киради) нуқтадаги натижавий тебраниш

$$y=y_1+y_2,$$

бу натижавий тебраниш ҳам ω частота билан юз беради, унинг амплитудаси умумий ҳолда ($a_1 \neq a_2$) қуйидагига тенг:

$$a=\sqrt{a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)},$$

бунда φ_1 ва φ_2 нуқта B га келган тебранишларнинг бошланғич фазалари бўлиб, улар мос равишда

$$\varphi_1=-2\pi\frac{x_1}{\lambda}; \qquad \varphi_2=-2\pi\frac{x_2}{\lambda}$$

га тенг. Унда қўшилувчи тўлқинларнинг бошланғич фазалари фарқи қуйидагича бўлади:

$$\varphi_2-\varphi_1=2\pi\frac{x_1-x_2}{\lambda}. \qquad (4)$$

Ушбу ифодадан кўринишича, қўшилувчи тўлқинларнинг йўл фарқи жуфт ярим тўлқин узунлигига, яъни

$$d=x_1-x_2=2k\frac{\lambda}{2} \qquad (5)$$

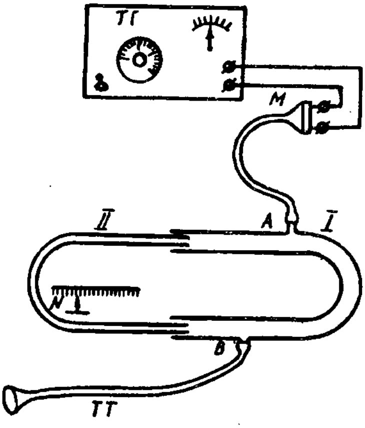
га тенг бўлганда натижавий тебраниш амплитудаси максимумга эришади. Қўшилувчи тўлқинларнинг йўл фарқи тоқ ярим тўлқин узунлигига, яъни

$$d=x_1-x_2=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (6)$$

га тенг бўлганда натижавий тебраниш амплитудаси минимум бўлади. Бу ерда k сон (k=0, 1, 2, 3 ...) нолдан бошлаб бутун қийматларни қабул қилувчи катталик. Демак, интерференция максимум ва минимумларининг ўрни қўшилувчи тебранишларнинг амплитуда катталикларига боғлиқ бўлмай, фақат тўлқинларнинг манбадан кузатиш нуқтасигача бўлган йўл фарқига боғлиқ бўлар экан. Ушбу ишда шу ҳолатдан фойдаланиб, товуш тўлқинининг ҳавода тарқалиш тезлигини интерференция усули билан аниқланади.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Товуш тўлқинининг ҳавода тарқалиш тезлигини интерференция усули билан аниқлаш учун (3) га кўра, товушнинг ν такрорийлигини ва λ тўлқин узунлигини ўлчаш керак. Бунда такрорийлик товуш генератори шкаласидан олинади, тўлқин узунлиги эса интерференцияланувчи тўлқинларнинг йўл фарқидан топилади. Товуш тебранишлари манбаи вазифасини *ГЗ* товуш генераторига уланган, электр тебранишларни товуш тебранишларига айлантириб берувчи асбоб — мембранали электромагнит бажаради (бу мақсадда унолғич (наушник)дан фойдаланиш мумкин). Товуш тебранишлари манбадан шиша найга, сўнгра Квинке асбобига келади (50-расм). *М* товуш манбаи фанердан ясалган қутига жойлаштирилган. Электромагнит ясси мембранасининг ўлчамлари товуш тўлқини тарқаладиган найнинг диаметридан каттадир. Товуш тўлқинининг узунлиги най диаметридан катта. Шунинг учун тўлқинни ҳамма ерда ясси, яъни унинг амплитудасининг катталиги масофага боғлиқ эмас, дейиш мумкин (албатта, бу ҳолда товуш энергиясининг атроф муҳитга сочилиши назарга олинмайди). Квинке асбоби *U* симон иккита шиша найдан иборат бўлиб, улардан бири ҳаракатсиз, иккинчиси биринчисининг ичига қисман киритилган бўлади. Товуш манбаини Квинке асбоби билан туташтирувчи найчанинг *А* нуқтасида тўлқин иккига ажралади. Бу найчанинг қаршисида яна *В* найча бўлиб,



50-расм.

унда ҳар иккала тўлқин бир йўналишда тарқалади ҳамда ундан чиқиб тажрибакорнинг қулоғига қўйиладиган ва шу тарзда товуш интенсивлиги кузатиладиган *ТТ* товуш найига келади. Ҳар иккала товуш тўлқини битта манбадан чиққанлиги учун улар когерентдир. Когерент тўлқинларнинг *В* найчага етиб келгунча юрган йўллари фарқининг қийматига қараб, *ТТ* товуш найида юксак ёки паст товуш эшитилади. II найни I най бўйича силжитиб, тўлқинларнинг йўллар фарқини жуфт ярим тўлқин узунлигига тенг қилинса, *ТТ* товуш найида юксак товуш эшитилади. Агар йўллар фарқини тоқ ярим тўлқин узунлигига тенг қилинса, паст товуш эшитилади.

ТТ товуш найидаги товушнинг 1-минимал эшитилишидан 2-минимал эшитилишигача II най қанча силжитилганини (l) Квинке асбобидаги *N* шкаладан билган ҳолда товуш тўлқини узунлигини аниқлаш мумкин. (6) га асосан 1-минимум учун йўллар фарқи

$$d_1=(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

2-минимум учун эса

$$d_2=[2(k+1)+1]\frac{\lambda}{2}.$$

Квинке асбобидаги кўрсаткич *N* шкала бўйича l га силжиганда, қўшилувчи тўлқинлар йўллари фарқи $2l$ га ортади, яъни $d_2=d_1+2l$. Бундан

$$l=\frac{d_2-d_1}{2}=\frac{\lambda}{2};\qquad \lambda=2l \qquad (7)$$

бўлади. Тўлқин узунлиги учун топилган (7) ифода (3) га қўйилса, товуш тўлқинининг ҳавода тарқалиш тезлиги учун қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\upsilon=2l\nu=\lambda\,\nu.$$

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Товуш генераторини тармоққа улаб, унда 2000÷2500 Гц такрорийлик олинади.

2. Қўзғалувчан II найни I най ичига мумкин бўлганича тўла киритилади ҳамда қулоққа тутилган *ТТ* товуш

найида товуш минимал бўлгунча II най орқага силжитилади ва N шкаладан шу l'_1 ҳолат ёзиб олинади.

3. Қўзғалувчан II найни орқага силжита бориб, N шкалада навбатдаги минимал товуш эшитиладиган l'_i ҳолатлар ёзиб олинади.

4. Қўзғалувчан II найни олдинга силжита бориб, N шкалада шу ν_1, такрорийликка мос келувчи товуш минимал бўладиган l'_i ҳолатлар қайтадан қайд қилинади. Тажрибадан олинган натижалар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

ν_j	min тартиб рақами	N шкала кўрсатиши		$\bar{l}_i = \frac{l'_i + l''_i}{2}$	$\lambda_i = 2(\bar{l}_{i+1} - \bar{l}_i)$	λ_j	v_j
		l'_i	l''_i				
ν_1	1 2 3 . . .						
ν_2 . . .							

5. Камида яна тўртта такрорийлик учун юқорида баён қилинган тартибда ўлчашлар бажарилади ва натижалар 1-жадвалга ёзилади.

Ўлчаш натижаларини олдинги ишни ҳисоблаш усули бўйича ҳам ишлаб чиқиш лозим. Ўлчашлар нисбий вазнларини ҳисобга олган ҳолда ҳаводаги товуш тезлигининг ўртача қиймати

$$\bar{v} = \frac{\sum P_j \cdot v_j}{\sum P_j}$$

формула бўйича, унинг хатолиги эса

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} (\bar{v} - v_j)^2}{\sum\limits_{j=1}^{n} P_j \sum\limits_{j=1}^{n} (P_j - 1)}}$$

формуладан ҳисобланади. Товуш тўлқинининг ҳавода тарқалиш тезлигининг ишонч оралиғи қуйидагича ифодаланади:

$$v = \bar{v} \pm \Delta v.$$

Саволлар

1) Квинке асбобида тарқалаётган тўлқин қандай тўлқин (бўйлама, кўндаланг, ясси ёки сферик тўлқин) бўлади?

2) Товуш қаттиқ жисмларда қандай тарқалади?

3) Товушнинг ҳавода тарқалиш тезлиги ҳавонинг температурасига қандай боғлиқ?

17-ИШ. АВОГАДРО СОНИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Заррабин (микроскоп) Биолам-70-СI; 2) ИО-19 типидаги универсал ёритгич; 3) тўрли ва тирқишли окуляр; 4) предмет шишалар ва ёпғич шишалар тўплами; 5) текшириладиган эмульсия; 6) электрплита; 7) парафин; 8) четка; 9) секундомер; 10) пипетка; 11) фильтр қоғоз.

Қисқача назария

Авогадро сони ихтиёрий модда молидаги (киломолидаги) молекулалар сонидир. У муҳим универсал доимийлардан бири бўлиб, кўпгина бошқа асосий катталикларнинг (Больцман доимийси, электрон заряди ва б.) қийматларини ҳисоблашда унинг сон қийматидан фойдаланилади. Авогадро сонини аниқлашнинг кўплаб усуллари мавжуд. Унинг аниқ қиймати модданинг кристалл тузилиши ва зичликлари ҳақидаги маълумотлар асосида топилади. Агар кристаллнинг моляр массаси μ унинг зичлиги ρ, элементар ячейка ҳажми V ва ундаги молекулалар сони n маълум бўлса, Авогадро сони қуйидаги ифодадан ҳисобланади:

$$N_A = \frac{n\mu}{V \cdot \rho}.$$

Авогадро сонини аниқлаш усулларидан бири Ж. Перрен усули бўлиб, у суюқлик ичида муаллақ туриб Броун ҳаракатида иштирок этувчи зарраларнинг баландлик бўйича тақсимланишини кузатишга асослангандир. Ж. Перрен-нинг иши модда молекуляр-кинетик тузилиши тасаввурларининг мустаҳкамланишда катта рол уйнади.

Усулнинг назарияси

Бу ишда Авогадро сонини аниқлашда Ж. Перрен усулидан фойдаланилади. Махсус тайёрланган ва зарралари сферик шаклда бўлган эмульсиянинг ҳар хил сатҳлари заррабиннинг кўриш майдонида кузатилади. Суюқлик молекулаларининг ўзаро урилиши натижасида суюқликда муаллақ турган эмульсия зарралари тартибсиз (Броун) ҳаракат қилади. Эмульсия зарралари Броун зарралари дейилади. Уларни микроскопда кўриш мумкин. Броун зарраларининг массаси суюқлик молекулалари массасидан катта бўлганлиги сабабли уларнинг тезликлари молекула тезликларидан кичикдир. Ж. Перрен ўлчашларининг кўрсатишича, Броун зарраларининг баландлик бўйича тақсимланиши Больцман қонуни билан ифодаланади:

$n_1 = n_0 e - \frac{mg(h_1 - h_0)}{kT}$. Броун зарраларига Больцман қонунини татбиқ қилишда уларга суюқлик томонидан таъсир қиладиган (кўтариш) итариш кучини ҳисобга олиш лозим. Бу куч ҳисобга олинганда Броун зарраларининг баландлик бўйича тақсимот қонуни ушбу формула билан ифодаланади:

$$n_1 = n_0 e - \frac{V(\rho_k - \rho)(h_1 - h_0) g}{kT}, \qquad (1)$$

бу ерда V — зарранинг ҳажми, $\rho_к$ — Броун зарраларини ташкил қилувчи модда зичлиги, ρ — зарраларни муаллақ тутувчи суюқлик зичлиги ($\rho_к > \rho$), n_0 ва n_1 лар эса h_0 ва h_1 сатҳлардаги ҳажм бирлигидаги зарралар сони, g — оғирлик кучи тезланиши, k — Больцман доимийси, T — тажриба шароитида хонанинг мутлақ температураси. Эмульсия зарраси шарча шаклида бўлса, ҳажми $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ бўлади, бу ерда r — зарра радиуси. Агарда (1) да $k = \frac{R}{N_A}$ эканлигини ҳисобга олинса, Авогадро сонини ҳисоблаш учун ушбу ифода ҳосил бўлади:

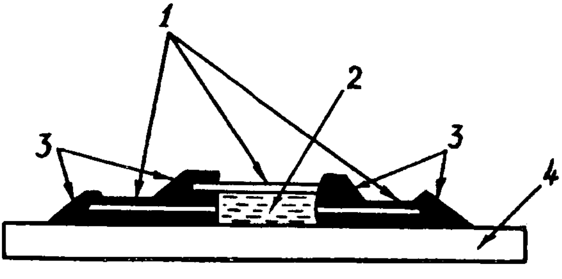
$$N_A = \frac{3RT \ln \frac{n_0}{n_1}}{4\pi r^3 g(\rho_k - \rho)(h_1 - h_0)}, \qquad (2)$$

бу ерда R — универсал газ доимийси.

Тажриба қурилмаси

Броун зарраларини кузатиш учун эмульсия лаборантлар томонидан олдиндан, қуйида баён қилинган тартибда тайёрланади: канифолнинг спиртдаги 2% ли эритмасидан 10 см^3 ни 15 см^3 дистилланган сувга томчи-томчи қилиб қуйилади ва яхшилаб аралаштирилади. Ҳосил бўлган оқ сут рангидаги эмульсия тиндириш учун 1 суткага қолдирилади. Бу вақт давомида эритма тубига йирик зарралар чўкиб қолади. Тажриба учун эмульсия шу чўкмадан олинади. Канифол зичлиги $\rho_k = 1{,}08$ г/см^3, эмульсияники $\rho = 0{,}95$ г/см^3. Канифолнинг спирт ва сувдаги эритмасидан олинадиган эмульсия уч суткадан кейин зарраларнинг жуда катталашиши туфайли тажриба учун яроқсиз бўлиб қолади. Шунинг учун лаборант бир сутка олдин кичик ҳажмда 2 қисми спирт ва 3 қисми дистилланган сувдан иборат 2% ли эмульсия тайёрлаб қўйиши лозим. Тажрибадан сўнг эмульсияни ташлаш мумкин.

Қурилма Биолам заррабинидан, ИО-19 типдаги универсал ёритгичдан, текширилаётган эмульсия солинган



51-расм.

юпқа шиша кюветадан иборатдир. 51-расмда шундай кюветанинг кўндаланг кесмаси берилган. 1 — ёпқич шишалар, 2 — эмульсия, 3 — ёпиштирувчи парафин қатлами, 4 — предмет шиша.

Бундай кюветани қуйида баён қилинган усулда тайёрланади. Иккита ёпқич шиша иситилган парафин ёрдамида бир-биридан бирор масофада предмет шишага ёпиштирилади. Шишалар орасида очиқ қолган оралиққа эмульсия сурилади ва устидан предмет шиша билан ёпилади (бунда ҳаво пуфакчалари ҳосил бўлишига йўл қўймаслик лозим). Эмульсия қуриб қолмаслиги учун кюветанинг ён томонларини парафинлаш лозим.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Эмульсияли кюветани заррабиннинг столчасига қўйилади. Универсал ёриттични манбага уланади ва эмульсия максимал ёритилади. Заррабин фокусланганда объективи (×40) ва окуляри (×15) бўлиши керак. Кюветага шикаст етказмаслик учун объективни энг пастки ҳолатидан секин-аста юқорига кўтариб фокуслаш лозим. Бунда эмульсиянинг ҳар бир сатҳида муаллақ зарралар аниқ кўриниши керак.

2. Фокуслангандан сўнг окуляр (×15) ни тирқишли шундай окуляр билан алмаштирилади. Кўриш майдонини чеклаш учун тирқиш сифатида ўртаси тешилган фольга парчаси олинади. Заррабин ёрдамида суюқликдаги муаллақ зарраларнинг Броун ҳаракати кузатилади. Кузатилаётган сатҳ h_1 микрометрик винт барабанидаги бўлимлар бўйича белгиланади ва шу сатҳдаги зарраларни ҳисоблашга киришилади. 5 секундлик оралиқлар билан кўриш майдонидаги зарралар саналади. Шундай ҳисоблар камида 150 марта такрорланиб, натижалар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

	Кўриш майдонидаги зарралар сони $n_{зi}$	$\bar{n}_{зi}$
	3, 2, 4, 0, 5, ... 0, 1, 3, 2, 4, ...	

3. Сўнгра микрометрик винт ёрдамида заррабин тубуси вертикал бўйича 40—50 мкм га кўтарилади ва юқорида баён қилинган тартибда h_2 сатҳдаги зарралар саналиб, натижалар 1 жадвалга ёзилади. h_2 даги ҳисоблашлар сони h_1 дагига тенг бўлиши керак.

4. Ҳар бир сатҳдаги зарралар сонининг ўртача қийматлари $n_{з1}$ ва $n_{з2}$ топилади. Иккала сатҳдаги зарралар концентрацияларининг нисбати $\frac{n_1}{n_2}$ тегишли сатҳлардаги зарралар сони ўртача қийматларининг нисбати $\frac{n_{з1}}{n_{з2}}$ га тенг деб олиш мумкин.

5. Кузатишлар олиб борилган сатҳ қатламлари орасидаги масофа ($h_2 - h_1$)ни ҳисоблашда суюқлик–шиша чегарасида ёруғликнинг синишини ҳисобга олувчи тузатма киритиш керак. Ҳақиқий масофа эса,

$$h_2 - h_1 = \delta \Delta h,$$

бу ерда δ — эмульсия синдириш кўрсаткичи δ_1 нинг шиша синдириш кўрсатгичи δ_2 га нисбатига тенг бўлиб, ҳисоблашда уни $\delta = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{1{,}35}{1{,}51} = 0{,}89$ деб олиш мумкин; Δh — микрометрик винт шкаласидан олиниб, у окулярнинг ёки объективнинг силжишига тенгдир. Лекин $\Delta h = \alpha_1 x_1$ бу ерда α_1 — микрометр винт барабанининг бўлим баҳоси, x_1 — силжиш Δh га мос келувчи микрометрик винт барабанидаги бўлимлар сони.

6. Зарра ҳажмини $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ орқали ҳисоблаш учун унинг ўртача радиуси r ни аниқлаш керак. Бунинг учун тўрли окуляр (×15) дан фойдаланилади. Эмульсия томчиси предмет шиша устига томизилади ва уни қуритиш учун бироз вақт очиқ қолдирилади. Сўнгра уни ёпқич шиша билан ёпилади. Қуриш пайтида эмульсиянинг сферик шаклдаги зарралари бирикиб занжирчалар ҳосил қилади. Окулярга қўйилган тўр квадратининг бир томонига тўғри

келувчи зарралар сони ҳисобланади. Эмульсия зарраларининг радиуслари ҳар хил бўлгани учун бундай ўлчашлар камида 10 марта бажарилади. N_A ни аниқлашда катта хатоликни зарранинг ўртача радиусини ўлчашдаги хатолик ташкил қилгани учун уни жуда диққат билан ўлчаш керак бўлади. Эмульсия зарраларининг радиусини аниқлашда объектив (×40) ва окуляр (×15) олинганда тўрнинг энг кичик катагининг баҳоси $\alpha_2=2,4\cdot10^{-6}$ м бўлади.

7. Хонадаги температура термометрдан аниқланади.
8. (2) га ва тажрибадан олинган натижаларга асосан ушбу

$$N_A = \frac{RT\ln\frac{n_{s1}}{n_{s2}}}{g(\rho_k-\rho)\,\delta\,\Delta h\frac{4}{3}\pi r^3} \tag{3}$$

ифодадан Авогадро сони ҳисобланади. (3) даги R, g ва π доимий катталиклар жадвалдан етарлича аниқликда олинади, деб N_A ни аниқлашдаги нисбий хатоликни қуйидаги ифодадан ҳисобланади:

$$\frac{\Delta N_A}{N_A}=\frac{\Delta T}{T}+\frac{\bar{n}_{s_2}\Delta\bar{n}_{s_2}+\bar{n}_{s_1}\Delta\bar{n}_{s_1}}{\bar{n}_{s_1}\cdot\bar{n}_{s_2}}+\frac{\Delta\rho_k+\Delta\rho}{\rho_k-\rho}+\frac{\Delta(\Delta h)}{\Delta h}+3\frac{\Delta\bar{r}}{\bar{r}}, \tag{4}$$

бу ерда ΔT, Δn_{s_1}, Δn_{s_2}, $\Delta\rho_k$, $\Delta\rho$, $\Delta(\Delta h)$, Δr — лар мос равишда температурани, h_1 ва h_2 сатҳдаги зарралар сонини, зичликларни, сатҳлар орасидаги масофани, зарралар радиусларини аниқлашдаги хатоликлардир. (4) ёрдамида Авогадро сонини аниқлашдаги мутлақ хатолик топилади.

Ҳамма қилинган ҳисоблар ўлчамлари бирдай бўлган зарралар учунгина ўринлидир. Юқорида баён қилинган усулда тайёрланган эмульсияда ўлчамлари ҳар хил бўлган зарралар мавжуд бўлиб, зарраларнинг ўлчамлар бўйича тақсимот чизиғи максимумга эгадир. Максимумнинг ҳолати эмульсия концентрациясига боғлиқ бўлиб, унинг эскириши билан максимум катта радиуслар томон силжийди. Шунинг учун ҳам ҳисоблашда зарраларнинг ўртача арифметик радиусидан эмас, балки ундан кичикроқ бўлган энг катта эҳтимолликли радиусдан фойдаланиш лозим. Лекин эмульсия зарраларининг ўлчамлари бўйича тақсимот эгри чизиғини олиш қийин, ундан ташқари, ўлчамлари бир хил бўлган эмульсияни тайёрлаш мураккабдир. Шунинг учун (3) дан ҳисобланган Авогадро сони мутлақ қиймат жиҳатдан бирмунча кичиклашгандир. Лекин шунга қарамай вазифани шундай қўйиш мақбулдир. Чунки уни бажариш ўқувчига Броун ҳаракатини кузатишга, оғирлик кучи майдонида зарралар зичлигининг баландлик бўйича ўзгариш мавжудлигига ишонч ҳосил қилишга, ҳамда ўқувчига ўз ўлчашлари асосида аниқ қийматдан кўп фарқ қилмайдиган Авогадро сонини топишга имкон беради.

Саволлар

1) Нима учун h_1 ва h_2 сатҳдаги ўлчашлар сони бир хил ва катта бўлиши керак?

2) Эмульсия температурасини хона температурасига тенг деб олиниши хатолик киритадими? Нега? Бу Авогадро сонининг қийматига таъсир қиладими?

3) Авогадро сонини яна қандай усуллар билан аниқлаш мумкин?

18-ИШ. ЛОШМИДТ СОНИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) термометр; 3) совуқ ва иссиқ сув учун колбалар; 4) электр плита.

Қисқача назария

Авогадро қонунига асосан босими ва температураси бирдай бўлган ҳар қандай газнинг бирдай ҳажмидаги молекулалар сони бирдай бўлади. Ҳақиқатан, бирдай ҳажмли икки хил газнинг босими ва температураси бирдай бўлса, уларнинг ҳар бири учун ҳолат тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$pV=N_1kT, \qquad pV=N_2kT,$$

бу ерда N_1 ва N_2 — ҳар бир ҳажмдаги молекулалар сони. Бу икки тенгликка асосан $N_1=N_2$ бўлиб, у Авогадро қонунини ифодалайди. Бу қонунни яна шундай таърифлаш мумкин: молекулалари сони бирдай бўлган икки хил газ, босим ва температуралари бирдай бўлганда бирдай ҳажмни эгаллайди. Шунинг учун ҳар қандай газнинг бир моли берилган босим ва температурада бирдай ҳажмни эгаллайди. Хусусан 0°С температура ва 1 физик атмосфера босимида ҳар қандай газнинг бир моли

$$V_0 = \frac{RT_0}{p_0} = \frac{8{,}31 \cdot 273}{101325} \frac{Ж}{моль \cdot K} \cdot K \cdot \frac{1}{\frac{Н}{м^2}} = 0{,}0224 \frac{м^3}{моль}$$

ҳажмни эгаллайди. Ушбу нормал шароитда газнинг 1 $м^3$ даги n_0 молекулалари сонини N_A Авогадро сонини билган ҳолда ҳисоблаш осондир: $n_0 = \frac{N_A}{V_0} = 2{,}7 \cdot 10^{26}$ $м^{-3}$; бу сон *Лошмидт сони* дейилиб, у газнинг ҳажм бирлигидаги молекулалар сонига тенг.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Ушбу ишнинг мақсади ҳаво учун n_0 Лошмидт сонини аниқлашдан иборат. Маълумки, реал газнинг ҳолати

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT$$

Ван-дер-Ваальс тенгламаси орқали ифодаланади. Тажриба нормал шароитга яқин шароитда ўтказилиши туфайли реал газнинг ҳолат тенгламаси ўрнига 0,5% дан кичик хатолик билан

$$p\mu = \rho RT$$

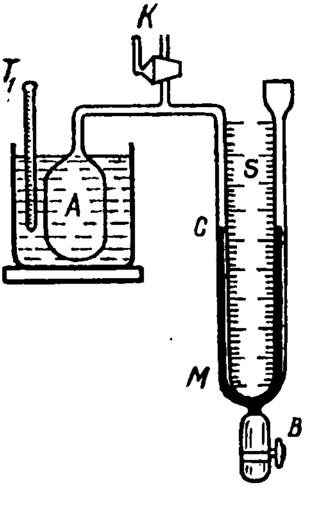
идеал газ ҳолат тенгламасини ёки газларнинг кинетик назариясидан келиб чиқадиган

$$p = nkT$$

тенгламани олиш мумкин; бу ерда k — Больцман доимийси; n — берилган шароит учун газ концентрацияси. Тажрибада газ молекулаларининг концентрацияси n ни (1) дан фойдаланиб топиш мумкин. Бунинг учун газнинг босими ва температураси ўлчанади. Берилган газ учун бу катталиклар 52-расмда кўрсатилган қурилмада ўлчанади. Ҳажми 200÷300 см³ бўлган А шиша баллон капилляр най ёрдамида *U* симон *M* симоб манометри билан уланган. Манометрнинг иккинчи учи очиқ. Манометрдаги симоб сатҳларининг фарқи *S* шкала орқали ҳисобланади. Манометрнинг баллон билан бирлашган томони жўмрак орқали атмосферага туташади. Баллонни иссиқ сувли идишга тушириб иситилади ва унинг температураси (T_1) термометр билан ўлчанади. *B* винтни бураш билан манометрнинг А баллонга туташтирилган томонидаги симоб мениски С нуқтага келтирилиб, манометрдаги симоб устунининг фарқи (h_1) ёзиб олинади. Атмосфера босимини p_0 десак, у ҳолда манометрнинг баллон билан бирлашган томонидаги босим (1) га асосан қуйидагича ёзилади:

$$p_0+Dgh_1=n_1kT_1, \qquad (2)$$

бу ерда D — берилган температурадаги симоб зичлиги, g — эркин тушиш тезланиши, T_1 — газнинг температураси. Агар формулага кирган бошқа катталиклар маълум бўлса, (2) дан ҳаво молекулаларининг концентрациясини (n_1) аниқлаш мумкин бўлар эди. Ҳақиқатда эса T_1 температуранинг ўзгариши натижасида n_1 ҳам ўзгариб туради. Бундан ташқари, қурилмадаги газ ҳажми икки қисм — V_1 ва V_2 дан иборат. Шулардан V_1 — қиздирилаётган газнинг ҳажми (*A* баллон) ва V_2 — температураси қарийб ўзгармайдиган ҳажм (баллон билан манометр оралиғи). Биринчи қисмдаги молекулалар сони $N_1=n_1V_1$, иккинчи қисмдагиси $N_2=n_2V_2$, иккала қисмдаги молекулаларнинг уму-



52-расм

мий сони эса $N=N_1+N_2$. K жўмрак ёпиқ бўлгани учун V_1 ва V_2 ҳажмдаги босимлар бирдай бўлади. У ҳолда $n_1kT_1=n_2kT_0$, бундан $n_1T_1=n_2T_0$. n_1 ва n_2 — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони, шу сабабли

$$\frac{N_1T_1}{V_1}=\frac{N_2T_0}{V_2}, \qquad N_2=\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{T_1}{T_0}\cdot N_1$$

деб ёзиш мумкин; молекулаларнинг умумий сони:

$$N=N_1\left(1+\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{T_1}{T_0}\right); \qquad N_1=\frac{N}{1+\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{T_1}{T_0}}. \tag{3}$$

Бундан кўринадики, турли температураларда N_1 доимий бўлмас экан. Ҳисоблашларнинг кўрсатишича, n_1 нинг қийматини 0,2% хатолик билан ўзгармайди, дейишимиз учун $V_1>10^3V_2$ бўлиши керак. (3) ни ҳисобга олган ҳолда (2) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$p_0+Dgh_1=\frac{NkT_1}{V_1\left(1+\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{T_1}{T_0}\right)}=\frac{N(V_1+V_2)kT_1}{(V_1+V_2)\left(V_1+V_2\frac{T_1}{T_0}\right)}=$$

$$=\frac{n_0'(V_1+V_2)kT_1}{V_1+V_2\frac{T_1}{T_0}}, \tag{4}$$

бу ерда $n_0'=\frac{N}{V_1+V_2}$ бўлиб, T_0' бошланғич температурада бирлик ҳажмдаги молекулалар сонини беради. (4) нинг махражидаги ифодани қуйидагича ўзгартирамиз:

$$V_1+V_2\frac{T_1}{T_0}=V_1+V_2\frac{T_1}{T_0}+V_2-V_2=(V_1+V_2)+\left(V_2\frac{T_1}{T_0}-\right.$$

$$\left.-V_2\right)=(V_1+V_2)+V_2\left(\frac{T_1-T_0}{T_0}\right)=(V_1+V_2)[1+$$

$$\left.+\frac{V_2}{V_1+V_2}\cdot\frac{T_1-T_0}{T_0}\right],$$

бундаги

$$\varepsilon = \frac{V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

катталикни кичик бўлганлиги учун

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} = 1 - \varepsilon$$

каби ёзиш мумкин. Шу алмаштиришларни бажаргандан кейин (4) тенгламани h_1 га нисбатан ечсак,

$$h_1 = \frac{n_0' k T_1}{Dg}\left(1 - \frac{V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_0}\right) - \frac{p_0}{Dg} \qquad (5)$$

ни ҳосил қиламиз. Тажриба бошида A баллондаги босим ва температура уни ўраб олган муҳит температураси T_0 ва босими p_o га тенг. Бу ҳолда газнинг ҳолат тенгламаси

$$p_0 = n_0' k T_0 \qquad (*)$$

бўлади. (5) даги

$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} = C \qquad (**)$$

берилган қурилма учун доимий катталикдир. Шу (*) ва (**) катталикларни (5) га қўйсак:

$$h_1 = \frac{n_0' k}{Dg}(T_1 - T_0) - \frac{n_0' k T_1}{Dg} \cdot \frac{(T_1 - T_0)}{T_0} C \quad \text{ёки}$$

$$\frac{h_1}{T_1 - T_0} = \frac{n_0' k}{Dg} - \frac{n_0' k}{Dg} \cdot \frac{T_1}{T_0} C. \qquad (6)$$

(6) тенглама n_0' ни ҳисоблаш тенгламасидир. Турли T_i температуралар учун ҳар гал h_i менисклар фарқини ўлчаб, олинган натижалар асосида (6) га ўхшаш тенгламалар тизимини тузамиз. Тенгламани қулайроқ кўринишда ёзиш учун қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$y_i = \frac{h_i}{T_i - T_0}; \quad x_i = \frac{Ti}{T_0}; \quad d = \frac{n_0' k}{Dg}; \quad e = \frac{n_0' k C}{Dg}.$$

У ҳолда (6) нинг ўрнига

$$y_i = d + ex_i \tag{7}$$

ифода ҳосил бўлади. Бу тенгламалар тизимини энг кичик квадратлар усули билан ечиш натижасида тенгламадаги d озод ҳад топилади ва ундан $d = \frac{n'_0 k}{Dg}$ орқали n'_0 ни топамиз. n'_0 — тажрибада p_o босим ва T_0 температура учун ҳаво молекулаларининг концентрацияси. Хона температураси учун топилган n'_0 газ концентрациясидан унинг нормал шароитдаги (273°К ва 706 мм. сим. уст.) қийматига, яъни Лошмидт сонига қуйидаги ифода ёрдамида ўтиш мумкин:

$$n_0 = \frac{760}{273} \cdot \frac{T_0}{p_0} \cdot n'_0. \tag{8}$$

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. K жўмракни очиб, A баллонни ташқи атмосфера билан туташтирган ҳолда манометр тирсакларидаги симоб сатҳларининг баландликлари 4—5 см бўлгунча B винт буралади. Ҳар иккала тирсакдаги сатҳлар тенглашгандан кейин ушбу вазият C деб белгилаб олинади. K жўмрак ёпилиб, баллондаги газ ташқи муҳитдан ажратилади.

2. Сув электр плитка ёрдамида махсус колбада 363°—373°К гача иситилади ва A баллон туширилган идишга у тўла кўмилгунча қуйилади. Баллондаги газнинг температураси (T_1) сувли идиш ичига туширилган термометр ёрдамида ўлчанади.

3. B винт ёрдамида манометр тирсагидаги симоб сатҳи олдин белгилаб олинган C менискка келтирилади ва манометр тирсакларидаги симоб сатҳлари фарқи (h_l) ўлчанади.

4. Идишдаги иссиқ сувга совуқ сув аралаштира бориб, температуранинг ўзгариш оралиғини 4°—5° дан қилиб, 2- ва 3- бандда кўрсатилган ўлчашлар 7—8 хил температура учун такрорланади. Тажрибадан олинган натижалар қуйидаги жавдалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	T_i	h_i	Хона температураси ва жадвалдан олинадиган катталиклар
1 2 3 4 . . .			$T_0 =$ $D =$ $g =$ $k =$

5. Натижаларни энг кичик квадратлар усули бўйича ишлаб чиқиш учун 1-жадвал асосида 2-жадвал тузилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	x_i	x_i^2	y_i	$x_i y_i$	y_i^*	$\varepsilon_i = y_i^* - y_i$	ε_i^*
1 2 3 4 …							
	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum\limits_{i=1}^{n} y_i$	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i$			$\sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$

(7) тенгламадаги *d* ва *e* коэффициентлар 2-жадвалдаги қийматлар асосида қуйидаги ифодалардан ҳисобланади:

$$d = -\frac{\sum y_i - \dfrac{\sum x_i y_i \sum x_i}{\sum x_i^2}}{P_a}, \tag{9}$$

бу ерда $P_a = n - \dfrac{\sum x_i \sum x_i}{\sum x_i^2}$ бўлиб, *a* коэффициентнинг вазни дейилади;

$$e = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum y_i \sum x_i}{\frac{1}{n}\sum x_i \sum x_i - \sum x_i^2} \qquad (10)$$

d нинг (9) дан ҳисобланган қийматидан фойдаланиб, хонадаги ҳаво молекулаларининг концентрациясини ҳисоблаш мумкин, яъни:

$$n_0' = \frac{Dgd}{k};$$

n_0' ни аниқлашдаги хатолик

$$\Delta n_0' = n_0'\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta D}{D}\right),$$

бу ерда Δg ва ΔD катталиклар — g ва D ларнинг қийматларини жадвалдан олишдаги хатоликлар, Δd эса d ни ҳисоблашдаги хатолик бўлиб, у қуйидаги ифодадан ҳисобланади:

$$\Delta d = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{(n - \delta)P_a}},$$

бу ерда $\sum \varepsilon_i^2 = \sum (y_i^* - y_i)^2$. (9) ва (10) дан топилган d ва e коэффициентларни (7) га қўйиб, x_i лар учун $y_i^* = d + ex_i$ ҳисобланади; n — умумий ўлчашлар сони, δ — коэффициентлар сони [(7) ифода учун $\delta=2$].

Нормал шароит учун (8) дан ҳисобланган n_0 Лошмидт сонининг хатолиги қуйидагича аниқланади:

$$\Delta n_0 = n_0\left(\frac{\Delta T_0}{T_0} + \frac{\Delta p_0}{p_0} + \frac{\Delta n_0'}{n_0'}\right),$$

бу ерда ΔT_0 ва Δp_0 — хона температураси (T_0) ва атмосфера босимини (p_0) ўлчашдаги хатоликлар.

Саволлар

1) Нима учун ўлчашни бошлашдан аввал баллон ташқи атмосфера билан туташтирилади?

2) Симоб манометрни бошқа суюқликли манометр билан алмаштириш тажриба натижасига таъсир қиладими?

3) Тажриба вақтида ташқи муҳит температурасининг ўзгариши натижага қандай таъсир қилади?

19-ИШ. ҲАВОНИНГ ИЧКИ ИШҚАЛАНИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ ВА МОЛЕКУЛАЛАРНИНГ ЎРТАЧА ЭРКИН ЮГУРИШ ЙЎЛИ УЗУНЛИГИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) секундомер; 3) воронка.

Қисқача назария

Газнинг ёндош қатламлари бир-биридан фарқли тезликлар билан ҳаракатланганда қатламлар орасида ички ишқаланиш кучлари деб аталувчи *тутиниш кучлари* юзага келади. Бу куч муҳитнинг хусусиятига, ишқаланувчи сиртларнинг катталигига, қатламлараро тезлик градиентига боғлиқдир. Газлар кинетик назарияси ички ишқаланиш коэффициенти учун ушбу ифодани беради:

$$\eta = \frac{1}{3}\bar{\lambda}\bar{v}\rho, \qquad (1)$$

бу ерда η — газнинг ички ишқаланиш коэффициенти, $\bar{\lambda}$ — газ молекулаларининг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги, $\bar{v}$ — молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги, ρ — газнинг муайян шароитдаги зичлиги. Шунингдек, кинетик назарияга кўра, молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (2)$$

бунда R — универсал газ доимийси, T — мутлақ температура, μ — моляр масса.

Ушбу ишда газнинг (ҳавонинг) капиллярдан оқишини кузатиш орқали ҳавонинг ички ишқаланиш коэффициенти (η) ва ушбу коэффициент орқали шу шароит учун газ молекулаларининг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги ҳисоблаб топилади:

$$\overline{\lambda} = \frac{3\eta}{\rho v}. \qquad (3)$$

Усулнинг назарияси

Қовушоқ газ найда оқаётганда қатламларнинг тезликлари най ўқидан най девори томон камая боради. Капилляр най ўқининг бир бирлик узунлигида босимнинг тушиши $\left(-\frac{dp}{dl}\right)$ бўлса, найдаги суюқлик бирор юпқа қатламининг тезлиги

$$v = \frac{1}{4\eta}\left(-\frac{dp}{dl}\right)(r_0^2 - r^2), \qquad (4)$$

бунда r_0 — капилляр радиуси, r — қаралаётган қатламнинг капилляр ўқидан узоқлиги. Капилляр ўқидаги қатлам ($r=0$) максимал тезликка эга бўлади:

$$v_{\max} = \frac{1}{4\eta}\left(-\frac{dp}{dl}\right)r_0^2.$$

Капилляр учларидаги босимлар фарқи қатламлар орасидаги ишқаланиш кучлари билан мувозанатлашганда қатламларнинг тезликлари турғунлашади. Бундай ҳаракат *ламинар оқиш* дейилиб, бу ҳол учун Пуазейль қонуни ўринлидир. Тажриба шароитида най учларидаги босимлар фарқи унча катта бўлмаганлиги сабабли, оқаётган газни тақрибан сиқилмайдиган газ дейиш мумкин. Капиллярнинг кўндаланг кесимидан вақт бирлигида ўтувчи газ ҳажми (4) ифода ёрдамида топилади:

$$V_0 = \frac{\pi r_0^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}, \qquad (5)$$

бунда (p_1-p_2) — капилляр учларидаги босимлар фарқи, l — капилляр узунлиги.

Тажриба шароитида сув манометри билан ўлчанувчи босимлар фарқи унча катта эмас (60÷160 мм сув устуни). Бирор чекли t вақт ичида капиллярдан ўтган газ ҳажми (5) ни t вақтга кўпайтиришдан топилади:

$$V = V_0 t = \frac{\pi r_0 (p_1 - p_2)}{8\eta l} t. \tag{6}$$

Бу ифодадаги r_0, l катталиклар муайян қурилма учун доимий бўлиб, қуйидаги белгилашни киритиш мумкин:

$$A = \frac{\pi r_0^4}{8l}. \tag{7}$$

У ҳолда (6) ни ишқаланиш коэффициенти учун ёзсак,

$$\eta = \frac{\pi r_0^4}{8lV}(p_1 - p_2) = A\frac{\Delta pt}{V}. \tag{8}$$

ифода ҳосил бўлади, бунда $\Delta p=p_1-p_2$. V, t ва Δp лар тажриба шароитида кузатилади ва ўлчанади. A ни эса қурилмада кўрсатилган r ва l қийматлар асосида олдиндан ҳисоблаб қўйиш мумкин. (8) ифодадан ҳисобланган η нинг қиймати орқали (3) дан ҳаво молекулаларининг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги топилади. Бунинг учун (3) ифодани қуйидаги кўринишда ёзган маъқул:

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\rho}\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}}. \tag{3'}$$

Юқорида Пуазейль қонуни ламинар оқиш учунгина ўринли эканлигини айтиб ўтган эдик. Тажрибада олинадиган маълумотлар бу шарт тажрибада қай даражада қаноатлантирилганини текшириб кўришга имкон беради. Бунинг учун ушбу

$$k_e = \frac{2ur_0\rho}{\eta} < 1000 \qquad (9)$$

тенгсизликнинг бажарилишини текшириш лозим. Бунда *Re* — Рейнольдс сони, *u* эса

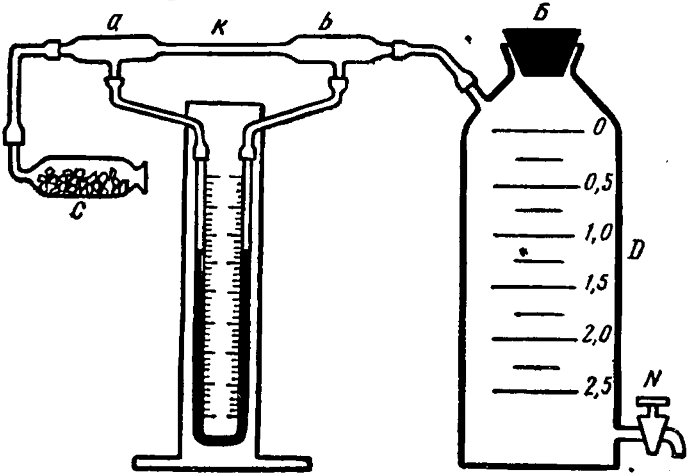
$$u = \frac{V}{\pi r_0^2 t} \qquad (10)$$

ифодадан топиладиган оқим тезлиги.

Тажриба қурилмаси

Ушбу ишда фойдаланиладиган қурилма 53-расмда кўрсатилган *a* шиша учёқлама най *C* ҳаво қуриттич баллончани *K* капилляр ҳамда *M* манометрнинг чап тирсаги билан боғлайди, *b* учёқлама най эса капиллярнинг иккинчи учини манометрнинг ўнг тирсаги ва газ ўлчагич билан боғлайди.

Манометр суюқлиги сувдан иборат. *D* газ ўлчагич баллон литрларда даражаланган бўлиб, ундан *N* жўмрак орқали суюқлик оқиб чиқаётганда суюқлик сатҳининг пасайиши капилляр орқали оқиб ўтган газ ҳажмини аниқлашга имкон беради.



53-расм

Ўлчашлар

1. *Б* тиқинни очиб, *N* жумракнинг ёпиқлигида *D* газ ўлчагичга сув тўлдирилади ва *Б* тиқинни зич ёпилади.

2. *N* жўмрак очилса, ундан сув оқиб чиқа бошлайди, газ ўлчагичдаги бўшаётган соҳани *К* капиллярдан оқиб ўтувчи ҳаво эгаллай бошлайди. Манометрдаги суюқлик сатҳлари фарқи сувнинг *N* жўмракдан оқиб чиқиш тезлигига боғлиқдир. Шу тезликни бошқариш билан манометрдаги суюқлик сатҳлари фарқи Δh ни 60÷160 мм оралиғида танлаш ҳамда ҳар сафар Δh нинг турғун бўлишига эришиш лозим.

3. Муайян Δh_k учун газ ўлчагичдан 0,5 л; 1 л; 2 л; 2,5 л сув оқиб чиқишига мос келган t_i вақт секундомер ёрдамида аниқланади. Δh_k манометр кўрсатишларидан СИ тизим бирликларида ифодаланган Δp_k ларга ўтиш лозим. Олинган маълумотлар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	V_i	Δh_k	t_i				$\overline{t}_k$	$\Delta p\overline{t}_k$	$\frac{A}{V}$	$\eta_k = \frac{A\Delta p_k \overline{t}_k}{V}$
			t'	t''	t'''	$\overline{t}_i$				
1										
2										
3										
...										

Ҳисоблашлар

Ўлчаш натижасида топилган катталикларни (8) га келтириб қўйиб, ундан η_k лар ҳисобланади. Охирги натижани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\eta=\eta\pm\Delta\eta.$$

бу ерда $\Delta\eta$ — ўлчаш хатолиги бўлиб, у дифференциал усул ёрдамида аниқланади. Бунинг учун (8) дан фойдаланиб, аввало ўлчашнинг нисбий хатолиги, сўнгра бу хатоликни топилган $\overline{\eta}$ га кўпайтириб, $\Delta\eta$ ҳисобланади:

$$\Delta\eta = \bar{\eta}\left|4\frac{\Delta r_0}{r_0} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta(\Delta h)}{\Delta h} + \frac{\Delta t}{t}\right|, \qquad (11)$$

бу ерда $\Delta(\Delta h)$ — манометрда ўлчаш хатолиги, Δt эса $\left(\Delta t = \sqrt{(t_a(n)S_t) + \left(\frac{t_a(\infty)}{3}\right)^2 \delta^2}\right)$ вақтни ўлчашдаги хатолик. 1-жадвал асосида V ва t ларнинг исталган бирор қиймати учун (10) ифода ёрдамида u ни ҳисоблаш мумкин. Бу катталик асосида (9) ифода текширилади. Ички ишқаланиш коэффициентини ва тажриба шароитидаги ҳаво температурасини билган ҳолда (3′) дан молекулаларнинг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги ҳисобланади. Топилган катталиклар қуйидаги 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	η_k	T	$\bar{v}$	ρ	λ_k	$\bar{\lambda}$
1 2 3 ...						

Ўртача эркин югуриш йўли узунлигининг ҳақиқий қиймати

$$\lambda = \lambda \pm \Delta\lambda.$$

$\Delta\lambda$ учун (3) ифодадан қуйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$$\Delta\lambda = \bar{\lambda}\left(\frac{\Delta\eta}{\eta} + \frac{\Delta v}{v}\right),$$

бундаги $\Delta\eta$ ўрнига (11) дан топилган қиймат қўйилади, Δv ни аниқлашда ΔT=0,5°К деб олиш лозим. Буларни ҳисобга олганда ўртача эркин югуриш йўли узунлигини аниқлашдаги хатолик қуйидагича бўлади:

$$\Delta\lambda = \bar{\lambda}\left(\frac{\Delta\eta}{\eta} + \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}\right).$$

Саволлар

1) Газ ва суюқликлардаги ички ишқаланишнинг температурага боғланиш механизмида қандай фарқ бор?

2) Ишлатиладиган ҳаво қуритилмаса нима бўлади?

3) Манометрик суюқлик сифатида зичлиги сувникидан каттароқ суюқлик олинса, у нимага таъсир қилади?

4) Газлар ички ишқаланиш коэффициентининг босимга боғлиқ бўлмаслигининг сабаби нимада?

20-ИШ. ГАЗЛАРНИНГ СОЛИШТИРМА ИССИҚЛИК СИҒИМЛАРИ НИСБАТИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) U симон сувли манометр; 3) қўл насос.

Қисқача назария

Газнинг солиштирма иссиқлик сиғими унинг қиздирилиш шароитига боғлиқ бўлади. Шу сабабли газни икки хил иситиш шароитига мос бўлган икки хил солиштирма иссиқлик сиғими: ўзгармас ҳажмдаги (C_V) ва ўзгармас босимдаги (C_p) солиштирма иссиқлик сиғими тушунчаси мавжуддир. C_V (ёки C_p) сон қиймат жиҳатидан ўзгармас ҳажмда (ёки ўзгармас босимда) бир бирлик газ массаси температурасини 1 К га кўтариш учун зарур бўладиган иссиқлик миқдорига тенг:

$$C_V = \frac{\Delta Q_V}{m\Delta T} \text{ ёки } C_p = \frac{\Delta Q_p}{m\Delta T}. \qquad (1)$$

Газларда солиштирма иссиқлик сиғими тушунчаси билан бир қаторда моляр иссиқлик сиғими тушунчасидан ҳам фойдаланилади. Газнинг ўзгармас ҳажмдаги (ёки ўзгармас босимдаги) моляр иссиқлик сиғими деб, сон қиймат жиҳатдан ўзгармас ҳажмда (ёки ўзгармас босимда) бир моль газнинг температурасини 1 К га ошириш учун зарур бўладиган иссиқлик миқдорига тенг бўлган катталикка айтилади:

$$C_{V\mu} = \frac{\Delta Q_V}{m\Delta T}\mu \quad \text{ёки} \quad C_{V\mu} = \frac{\Delta Q_p}{m\Delta T}\mu, \qquad (2)$$

бунда μ — газнинг моляр массаси. Юқоридаги (1) ни (2) билан солиштирсак, моляр иссиқлик сиғими билан солиштирма иссиқлик сиғими орасидаги қуйидаги боғланишларни топамиз:

$$C_{V\mu} = C_V \cdot \mu \quad \text{ёки} \quad C_{p\mu} = C_p \cdot \mu.$$

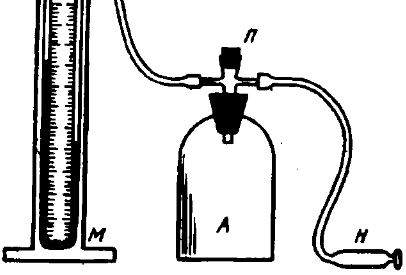
(1) ва (2) дан иссиқлик сиғимлари нисбати топилади:

$$\gamma = \frac{C_{p\mu}}{C_{V\mu}} = \frac{C_p}{C_V}. \qquad (3)$$

γ берилган газ учун ўзгармас бўлиб, *Пуассон коэффициенти* деб аталади. Бу ишнинг мақсади ҳаво учун шу нисбатни аниқлашдан иборат.

Тажриба қурилмаси

Қурилма ҳаво билан тўлдирилган 20—30 литр ҳажмли *А* шиша баллондан иборат (54-расм). Резина найлар ёрдамида баллонга уланган сувли *U* симон *М* манометрнинг тирсакларидаги газ ҳажмининг ўзгаришини ҳисобга олмаслик учун баллоннинг ҳажми етарлича катта қилиб олинади. Баллонга яна *Н* қўл насоси ҳам уланган бўлиб, унинг ёрдамида баллонга газ дамланади. *П* тиқин баллон ичида-



54-расм.

ги газни ташқи атмосферадан ажратиб туради. Сиқилган газнинг ортиқчаси жуда кичик вақт оралиғида ташқарига чиқиб кетишга улгуриши ва юз берган кенгайишни адиабатик жараён деб ҳисоблаш мумкин бўлиши учун *П* тиқин тиқилган тешик етарлича катта бўлиши керак.

Усулнинг назарияси

А баллонга ташқи атмосфера босимидан каттароқ босимли (p) ва хона температурасидаги (T) газ қамалган бўлсин. *П* тиқинни қисқа муддатга олиб, баллондаги газ ташқи атмосфера билан туташтирилади. Бунда, аввало, газ босими атмосфера босимигача камая боради ва газ тез кенгайганлиги туфайли унинг температураси ҳам пасаяди. Тиқин ёпилгандан кейин баллондаги газ исиб, унинг температураси хонадаги ҳаво температурасигача кўтарилади.

Агар баллон деворларининг иссиқлик ўтказувчанлиги паст бўлиб, тиқиннинг тешиги етарлича катта бўлса, температура мувозанати босим мувозанатидан кечикиброқ юз беради, яъни $\Delta t_p \ll \Delta t_T$; бу ерда Δt_p, Δt_T — мос равишда босим ва температура мувозанати юзага келгунча ўтадиган вақт. Тиқин очиқ турадиган Δt вақт шундай танлансаки, бунда $\Delta t_T > \Delta t > \Delta t_p$ шарт бажарилса, баллон девори орқали иссиқлик алмашинишни назарга олмаслик ва юз берадиган кенгайишни адиабатик дейиш мумкиндир. (Қурилма конструкциясида бу шарт етарлича аниқ бажарилади.)

Адиабатик жараёнда босим билан ҳажм орасидаги боғланиш

$$pV^{\gamma} = \text{const} \tag{4}$$

кўринишда бўлади. Бу тенгламани Клапейрон тенгламаси ёрдамида p ва T ўзгарувчилар орқали ёзсак,

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma} \tag{5}$$

тенгликни ҳосил қиламиз. Адиабатик кенгайиш охирида газ босими атмосфера босимига (p) ва температурасига (T_2) тенглашиб, у T_1 хона температурасидан бир оз кичикдир (газ кенгаётганда ички энергияси ҳисобига иш бажариб, температураси пасаяди). *П* тиқинни ёпиб баллондаги газ яна атмосферадан ажратилганда газ изохорик равишда секин-аста исий бошлайди. Унинг исиш тезлиги идиш деворининг иссиқлик ўтказувчанлиги билан белгиланади. Газнинг температураси ортиши билан босим ҳам ортиб боради. Тизим $\Delta t_T \approx \Delta t$ вақт оралиғида мувозанатлашиб, температураси T_1 хона температурасига тенг бўлган T_3 температурагача кўтарилади. Тиқин бекитилгандан кейинги температуранинг мувозанатланиш жараёни Гей-Люссак қонунига бўйсунади, яъни:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} = \frac{p_0}{T_1}. \qquad (6)$$

(5) даги T_1/T_2 нисбатни (6) даги ифодаси орқали алмаштирилса,

$$\left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\gamma} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1}$$

бўлади. Бу тенгламани γ га нисбатан ечсак,

$$\gamma = \frac{\ln\frac{p_1}{p_2}}{\ln\frac{p_1}{p_3}} = \frac{\ln\frac{p_1}{p_0}}{\ln\frac{p_1}{p_3}} \qquad (7)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ердаги p_1 ва p_3 босимлар p_o атмосфера босимидан кам фарқ қилганлиги учун (7) га $p_1 = p_0 + h_1$, $p_3 = p_0 + h_2$ белгилашлар киритиб, соддалаштириш мумкин. Логарифмларни қаторга ёйиб, иккинчи тартибли кичик ҳадларни назарга олмаганда қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\gamma = \frac{\ln(p_0 + h_1)/p_0}{\ln(p_0 + h_1) - \ln(p_0 + h_2)} = \frac{\ln\left(1 + \frac{h_1}{p_0}\right)}{\ln\left(1 + \frac{h_1}{p_0}\right) - \ln\left(1 + \frac{h_2}{p_0}\right)} \approx$$

$$\approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \qquad (8)$$

Бу тенглама ёрдамида γ ни ҳисоблаш учун газнинг адиабатик кенгайишгача ва адиабатик кенгайишдан кейинги босимининг атмосфера босимидан ортиқча қисмлари — h_1 ва h_2 ларни ўлчаш керак. Шуни эсда тутиш керакки, бу иккала катталик (h_1 ва h_2) ни газда термодинамик мувозанат юз берган (яъни иссиқлик алмашиниш тўхтаган) дан кейингина ўлчаш лозимдир.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Ўлчашни бошлашдан олдин қурилманинг уланиш жойлари етарлича герметик эканлигига ишонч ҳосил қилиш керак. Бунинг учун манометрдаги сув сатҳлари фарқи 20—25 см га етгунча баллонга насос ёрдамида ҳаво дамланади. Вақт ўтиши билан газ босимининг ўзгариши манометрдан кузатиб борилади. Агар қурилма герметик бўлса, маълум вақтдан сўнг термодинамик мувозанат юз бериб, босимнинг камайиши тўхтайди. Акс ҳолда, қурилмада содир бўлаётган сирқишни топиш лозим бўлади Баллон ичидаги газ босими барқарорлашгач, босимнинг атмосфера босимидан ортиқча қисми h_1 ўлчанади; у сувли манометрдаги сатҳлар айирмасига тенг.

2. Сўнгра *П* тиқинни жуда қисқа муддат ичида очиб ёпилади. Термодинамик мувозанатдан кейин яна баллон ичидаги газ босимининг атмосфера босимидан ортиқча қисми h_2 сувли манометрдаги сатҳлар айирмаси бўйича ўлчанади.

3. Тажриба камида 12—15 марта такрорланади ва олинган натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	Манометр кўрсатиши		γ_i	$\varepsilon_i = \bar{\gamma} - \gamma_i$	ε_i^2
	h_1	h_2			
1 2 ...					
			$\bar{\gamma}$		$\sum\limits_{i=1}\varepsilon_i^2$

4. Ҳар бир ўлчаш учун γ_i, унинг ўртача қиймати $\bar{\gamma}$ ва ўлчашнинг ишонч оралиғи α_n ишончилилик билан қуйидаги ифодадан топилади:

$$\Delta\gamma = t_a(n) S_{\bar{\gamma}}.$$

Натижа $\gamma=\bar{\gamma}\pm\Delta\gamma$ ифодадан ҳисобланади.

Саволлар

1) Газ адиабатик кенгайганда унинг ички энергияси қандай ўзгаради?

2) П тиқинни ёпишнинг кечикиши тажриба натижасига қандай таъсир қилади?

3) Нима учун қурилмада симобли эмас, балки сувли манометрдан фойдаланилади?

4) Баллондаги газда сув буғлари бўлса, у тажриба натижасига таъсир қиладими?

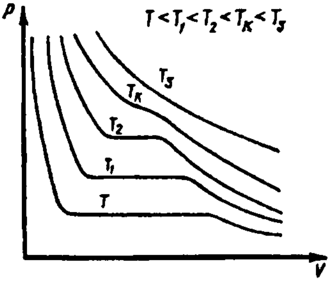
5) Танланган температура оралиғида γ температурага боғлиқми? Температурани хона температурасидан 1000 К га оширилса, шундай боғланиш кузатиладими?

21-ИШ. ЭФИРНИНГ КРИТИК ТЕМПЕРАТУРАСИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма; 2) эфир солинган ампула; 3) термометр.

Қисқача назария

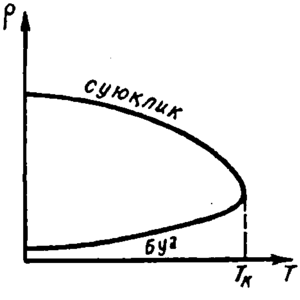
Реал газнинг турли температураларга оид изотермаларида барча моддалар учун умумий бўлган қонуниятни кўриш мумкин (55-расм). Масалан, температура қанча юқори бўлса, биринчидан, газ конденсацияси бошланадиган ҳажм шунчалик кичик; иккинчидан, газ тўла конденсациялангандан кейин суюқлик эгаллайдиган ҳажм шунчалик каттадир. Демак, суюқлик ва газ орасидаги мувозанат ҳолатига мос келувчи изотерма тўғри чизиғининг узунлиги температура ортиши билан қисқариб боради. Конденсация газнинг катта зичлигида бошланиб, суюқ-



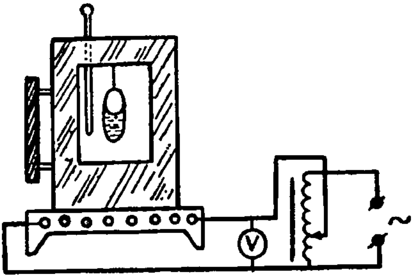
55-расм.

ликнинг кичик зичлигида тўхтайди. Бошқача қилиб айтганда, температура қанча юқори бўлса, бирдай босимда газ ва суюқлик зичликлари бир-бирига шунчалик яқин бўлади. Етарлича юқори температурада изотерманинг уфқий қисми қисқара бориб, маълум бир температурада нуқтага айланади. Шу температура ($T_к$) *критик температура* дейилади. Ҳар хил моддаларнинг критик температуралари қийматлари турличадир. Масалан, сув учун у 647К, азот учун 126 К, карбонат ангидрид (CO_2) учун 305 К га тенг. Табиатда энг паст критик температурага эга бўлган модда атом оғирлиги 3 га тенг бўлган гелий (Не) изотопи бўлиб, у учун $T_к$=3,34 К.

Изотерма уфқий қисмининг $T=T_к$ да нуқтага айланиш вазиятига мос келувчи модда ҳолати *критик ҳолат* дейилади. Бу ҳолатга мос келувчи босим эса *критик босим* дейилади. Сув учун критик босим 217,7 атм га тенг. Критик ҳолатда модда массаси муайян критик ҳажмни эгаллайди. Агар температурасини критик температурада доимий сақлаб, газни сиқилса, унинг зичлиги айни шу температура ва босимдаги суюқлик зичлигига тенглашгунча орта боради. Ундан кейинги сиқишда идишда фақат суюқлик бўлади. Критик температурада модданинг газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтишида газ — суюқлик чегараси ҳосил бўлмайди, яъни суюқлик ва газлар бир вақтда мувозанат ҳолатда бўладиган соҳа йўқ. Критик ҳолатда суюқлик ва газнинг фарқи йўқолади. Шунинг учун, агар суюқлик ва суюқлик буғи зичлигининг температурага боғланиш графигини битта чизмада чизилса, у суюқлик учун пастга, буғ учун юқорига қараб йўналади. Критик температурада ҳар иккала чизиқ учрашади, яъни суюқлик зичлиги буғ зичлигига тенглашади (56-расм). Критик ҳолатда суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти ва солиштирма буғланиш иссиқлиги нолга тенг бўлади.



56-расм.



57-расм.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Ушбу ишнинг мақсади критик ҳолатни кузатиб, суюқ жисмларнинг критик температурасини аниқлашдан иборат. Бунинг учун қуйидаги тажрибадан фойдаланилади. Текшириладиган суюқлик шиша найга қуйилиб, ундаги ҳаво чиқарилгач, най герметик кавшарланади. Бу суюқлик солинган найча тунукадан ясалган цилиндрсимон идишга жойлаштирилади. Идишнинг икки томонида слюда дарчалар бўлиб, улар орқали кузатиш олиб борилади (57-расм). Ҳодисани кузатишда эфирдан фойдаланиш жуда қулайдир, чунки унинг критик босими анча паст (атиги 35,5 атм чамасида, температураси ҳам унча юқори эмас (467 К). Эфир автотрансформаторга уланган электр плитка воситасида иситилади. Найча ёнига термометр жойлаштириб, температура кўтарила бораётганда суюқлик ва унинг буғи орасидаги чегара (мениск) кузатиб борилади. Бирор температурага етганда мениск тўсатдан йўқолади ва найча бир жинсли модда билан тўлгандай бўлади. Менискнинг йўқолиши найчадаги модда менискидан иккала томонда жойлашган қисмларнинг зичлиги тенг бўлиб қолганини кўрсатади. Демак, мана шу мениск йўқолиши пайтидаги температура текширилаётган суюқликнинг критик температурасидир. Шундан сўнг, температураси критик температурадан юқори бўлган найчани совута бошласак, найча ичида критик температурада бирданига туман ҳосил бўлиб, у тезда конденсациялана бошлайди ва яна суюқлик — буғ чегараси — мениск пайдо бўлади. Шундай қилиб суюқликнинг критик температурасини герметик идишда мениск йўқолиши ёки пайдо бўлиши вақтидаги температурани ўлчаш орқали аниқлаш мумкин.

Агар найчадаги суюқлик миқдори муайян бир қийматга эга бўлсагина мениск най бўйлаб силжимай қолади, чунки бунда суюқлик буғининг зичлиги критик зичликка тенг бўлади. Агар идишдаги суюқлик критик миқдордан ортиқ бўлса, температура ортиши билан мениск юқорига силжиб, суюқлик бутун ҳажмни эгаллайди. Суюқлик миқдори кам бўлган ҳолда мениск пастга силжийди ва бутун ҳажмни буғ эгаллаб олади. Фақат шу жисмнинг критик ҳажмига тенг ҳажмли идишдагина температура ортиши билан суюқлик ва буғнинг ҳажмлари деярли ўзгармай туради. Чунки суюқлик исиш вақтида унинг бир қисми буғга айланади ва бунинг натижасида буғнинг зичлиги ортади. Лекин суюқлик ҳажми ўзгармайди, чунки исиш натижасида унинг ҳажми буғланган суюқлик ҳажмича ортади. Шундай қилиб, суюқлик зичлиги камайиб, унинг устидаги буғ зичлиги орта боради. Бу жараён суюқлик ва буғ зичликлари орасидаги фарқ йўқолгунча давом этади. Бундай ҳолат *критик ҳолат* деб аталиб, бунда моддани на суюқлик ва на буғ деб бўлади.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Ампуланинг бутунлигига ишонч ҳосил қилиб, қиздиргични таъминловчи автотрансформатор 220 В кучланишли ўзгарувчан ток тармоғига уланади. Автотрансформаторнинг дастагини бураб, шундай ҳолатни топиш керакки, қиздиргичнинг температураси минутига 1,5—2 К га ошадиган бўлсин. Ўртача исиш тезлигини аниқлаш учун ампуланинг 5 минут давомида қанча градусга исишини аниқлаш керак.

2. Температура чамаси 440 К га етгандан кейин ампуладаги мениск ҳолатини узлуксиз кузатиб туриш лозим. Ампулада мениск йўқолган пайтдаги температура термометрдан белгилаб олинади ва қиздириш тўхтатилади.

3. Совишни кузатиб туриб, ампулада мениск ҳосил бўлгандаги температура аниқланади.

4. Юқорида 2-, 3- бандларда баён қилинган тартибда тажриба 4—5 марта такрорланади. Ампуладаги менискнинг йўқолиши ва пайдо бўлишига мос температураларнинг ўртача қиймати топилади.

Саволлар

1) Агар ампуладаги модда критик миқдордан ортиқ (ёки кам) бўлса, иситиш жараёнида суюқлик мениски ўзини қандай тутади?

2) Тажрибада олинган изотермалар реал газ учун Ван-дер-Ваальс назарий изотермаларидан нима билан фарқ қилади?

3) Совиш натижасида критик ҳолатга яқинлашишда ампуладаги модданинг хиралашишига сабаб нима?

4) Нормал шароитда газ ҳолатда ёки қаттиқ ҳолатда бўладиган моддаларнинг критик температураларини қандай усуллар билан аниқлаш мумкин?

5) Этил эфирни қиздирганда унинг критик ҳолатини кузатиш мумкин бўлиши учун 293°К температурада у ампула ҳажмининг қандай қисмини эгаллаб туриши керак? Этил эфирнинг критик босими p_x=35,5 атм; моляр массаси m=74 кг/кмоль; 293 К температурадаги зичлиги r=0,714 · 103 кг/м^3 деб олинсин.

22-ИШ. СУЮҚЛИКНИНГ ИЧКИ ИШҚАЛАНИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ СТОКС УСУЛИДА АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) тагликка ўрнатилган ва ичига қовушоқ суюқлик солинган шиша цилиндр-қурилма; 2) металл шарчалар тўплами; 3) заррабин; 4) секундомер; 5) термометр (0°—50°С да даражаланган); б) штангенциркуль; 7) масштаб чизғич; 8) шовун.

Усулнинг назарияси

Шар шаклдаги қаттиқ жисмларнинг қовушоқ муҳитдаги ҳаракати вақтида таъсир қиладиган кучнинг катталиги

$$F=6\pi v r\eta$$

Стокс формуласи орқали ифодаланади. Бунда v — шарчанинг барқарорлашган ҳаракати тезлиги, η — муҳитнинг ички ишқаланиш коэффициенти, r — шарча радиуси.

Ифодадаги v, r, F катталиклар тажрибада етарлича аниқ ўлчаниши мумкинлигидан суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициенти η ни аниқлаш имкони келиб чиқади. Шу усулга оид назарий мулоҳазалар билан танишайлик.

Айтайлик, муайян r радиусли бир жинсли қаттиқ шарча суюқликда эркин тушаётган бўлсин. Бу шарчага ρVg оғирлик кучи, суюқликнинг $\rho_c Vg$ кўтариш кучидан ташқари ҳаракатга қарама-қарши йўналишда $6\pi v r\eta$ Стокс кучи таъсир қилади; бу ерда ρ ва ρ_c — мос равишда шарча ва суюқлик зичликлари, V — шарча ҳажми.

Шарчанинг суюқлик ичидаги ҳаракатини икки босқичга ажратиш мумкин, 1-босқичда шарча тезланувчан ҳаракат қилиб бу ҳаракат давомида таъсир қилувчи йиғинди куч камая боради. Ниҳоят, шарча тезлигининг муайян қийматида йиғинди куч нолга тенг бўлиб қолади ва 2-босқичда шарча доимий тезлик билан ҳаракатланади. Тажрибада шарчанинг тезланувчан ҳаракат вақтини ва демак, шундай ҳаракатда босиб ўтадиган йўлини билиш муҳимдир.

1-босқичдаги ҳаракат тенгламаси Ньютоннинг II қонуни асосида қуйидагича ёзилади:

$$Vg(\rho-\rho_c)-6\pi\eta rv=V\rho\frac{dp}{dt}$$

ёки

$$\frac{dv}{dt}=\frac{g(\rho-\rho_c)}{\rho}-\frac{6\pi\eta rv}{V_\rho}. \tag{1}$$

(1) ифода v га нисбатан бир жинсли бўлмаган чизиқли дифференциал тенгламадан иборат. Бунинг ечими бир жинсли тенгламанинг умумий ечими билан бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечими йиғиндисидан иборат, яъни:

$$v=v_{ум}+v_x. \tag{1'}$$

Ушбу ечимларни топайлик. Бир жинсли тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{6\pi\eta rv}{V_\rho} \quad \text{ёки} \quad \frac{dv}{v}=-\frac{6\pi\eta r}{V_\rho}dt, \tag{2}$$

бунда $\frac{6\pi\eta r}{V\rho}$ катталик ўзгармас бўлиб, ўлчамлиги вақт ўлчамлигининг тескарисига тенг. Уни $\frac{1}{\tau}$ орқали белгилаймиз, яъни

$$\frac{6\pi\eta r}{V\rho} = \frac{1}{\tau}, \text{ бундан } \tau = \frac{V\rho}{6\pi\eta r}; \tag{3}$$

τ релаксация вақти дейилади. Агар шарча ҳажмининг ифодасини (3) га қўйсак, τ учун

$$\tau = \frac{2}{9}\cdot\frac{r^2\rho}{\eta} \tag{3'}$$

ифодани оламиз. (2) бир жинсли тенглама релаксация вақти орқали ёзилса,

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dt}{\tau}$$

тенглама ҳосил бўлиб, унинг ечими қуйидагича бўлади:

$$\ln v = -\frac{t}{\tau} + \ln C; \qquad \ln\left(\frac{v}{C}\right) = -\frac{t}{\tau},$$

бундан

$$v_{ум} = C\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{4}$$

Барқарорлашган жараён ҳолида $\frac{dv}{dt} = 0$ бўлиб, бу ҳол учун (1) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{g(\rho - \rho_c)}{\rho} = \frac{6\pi\eta r}{V\rho}v,$$

бундан бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечими топилади:

$$v_x = v_0 = \frac{Vg(\rho - \rho_c)}{6\pi\eta r}. \tag{5}$$

(5) тенглама шарча барқарор ҳаракатининг тезлигини ифодалайди. (4) ва (5) ларни (1′) га келтириб қўйиб, умумий ечимини аниқлаймиз.

$$v(t) = \frac{Vg(\rho - \rho_c)}{6\pi\eta r} + Ce^{-\frac{t}{\tau}}$$

ёки

$$v(t) = v_0 + Ce^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{6}$$

Бошланғич шартлардан фойдаланиб, C ни аниқлаш мумкин, шарчанинг суюқлик ичидаги ҳаракати бошида, яъни $t=0$ да $v(0)=v_0+C$ бўлади, бундан

$$C=-[v_0-v(0)]. \tag{7}$$

(7) ни (6) формулага қўйсак, ҳаракат тенгламасининг ечими учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$v(t)=v_0-[v_0-v(0)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{8}$$

Шарча тезлиги (8) га асосан барқарорлашган ҳаракат тезлиги экспоненциал қонун бўйича v_0 га яқинлашади. v_0 барқарор ҳаракат тезлиги τ релаксация вақтининг катталиги билан аниқланади. Агар шарчанинг тушиш вақти релаксация вақтидан бир неча марта катта бўлса, тезликнинг барқарорлашиш жараёнини тугалланган, деб қараш мумкин.

Шарчанинг барқарорлашган ҳаракат тенгламаси (1) га асосан қуйидагича ёзилади:

$$Vg(\rho-\rho_c)-6\pi\eta r v_0=0,$$

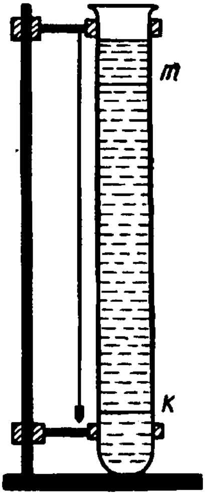
бундан

$$\eta = \frac{Vg(\rho - \rho_c)}{6\pi r v_0} = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho - \rho_c}{v_0}, \tag{9}$$

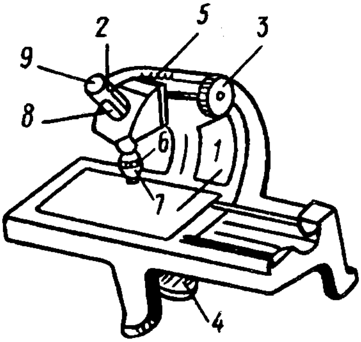
бу ердаги ρ, ρ_c, v_0, r катталиклар қийматларини билган ҳолда ушбу ифода ёрдамида суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлаш мумкин.

Тажриба қурилмаси

Ички ишқаланиш коэффициентини Стокс усулида аниқлашда ишлатиладиган қурилма (58–расм) диаметри 5 см, узунлиги 80 см бўлган шиша идишдан иборат бўлиб унга текшириладиган суюқлик (кастор мойи, глицерин) қуйилади. Тажрибада ишлатиладиган шарчаларнинг диаметрлари МИР типидаги ўлчов заррабини ёрдамида аниқланади (59–расм). Заррабин қуйидаги қисмлардан ташкил топган: *1* — буюм (предмет) столи, *2* — микроскоп, *3* — микрометрик винт. *4* — буюмни ёритувчи кўзгу. Заррабин микрометрик винт воситасида силжитилаётганда унинг барабани ҳам айланади ва *5* шкала кўрсаткичи силжийди. Ҳисоб олиш учун заррабин шкаласидан бутун миллиметрларни, барабандан эса 0,1 ва 0,01 миллиметр улушлари қаралади. Буюм тасвирини фокуслашда *6*–объектив ҳалқадан фойдаланилади. Объектив *7* нинг фокал текислигида жойлашган ипларнинг равшан тасвирини ҳосил қилиш учун *8* ҳалқани маҳкамлаб қўйиб, *9* окуляр линзани бураш лозим. Диаметрлари ўлчаниши лозим бўлган шарчаларни жойлаш учун лабораторияда, одатда, махсус ўйиқларга эга бўлган шаффоф пластинкалар тайёрлаб қўйилади.



58-расм.



59-расм.

Тажриба шароитининг таҳлилига оид кўрсатмалар

1. Юқоридаги (9) ифода шарча ҳаракатланадиган муҳитнинг чегаралари чексиз узоқлашган ҳоллар учунгина ўринлидир. Бироқ лабораторияда бундай шароитни яратиб бўлмайди ва шарча ҳаракатига идиш деворларининг таъсири сезилади. Бундай ҳолларда қуйидаги

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{(\rho - \rho_c)}{\left(1 + 2{,}4 \frac{r}{R}\right) v_0} \tag{10}$$

аниқроқ ифодадан фойдаланиш лозим. Бу ерда R — суюқлик солинган цилиндрик идишнинг радиуси. (10) ифодадан кўринишича, кичик диаметрли шарчалар олинганда юқоридаги таъсир камаяди.

2. Стокс формуласи шарча билан ҳаракатланувчи қатламнинг ламинар кўчиши учунгина ўринлидир. Тажрибада аниқланадиган v_0, r, η катталиклар шарчанинг ҳаракат характерини текшириш имконини беради. Ҳақиқатан ҳам, Рейнольдс сони

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_c r v_0}{\eta} < 10$$

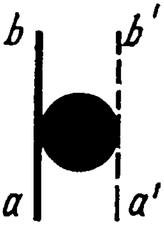
бўлса, суюқлик қатламларининг ҳаракатини ламинар ҳаракат деб аташ мумкин. Тажрибада бунга ишонч ҳосил қилиш лозим.

3. Юқориги тамға релаксация масофасидан пастроқда жойлаштирилганлигига ишонч ҳосил қилиш лозим. Релаксация масофаси эса $t \gg \tau$ шартда тақрибан $s \geq \tau v_0$ ифодадан ҳисобланиши мумкин. τ релаксация вақти эса (3) ифодадан аниқлаб олинади.

Ўлчашлар

1. Тажриба бошида танлаб олинган шарчалар шаффоф пластинканинг ўйиқларига жойлаштирилгандан сўнг,

ҳар бирининг диаметри ўлчов микроскопи ёрдамида аниқлаб олинади. Ўлчаш жараёнида окуляр визирини шарча четларида жойлаштириш намунаси 60-расмда кўрсатилган. Микрометрнинг (a b) вазиятга мос кўрсатишини n_1, (a' b') вазиятга мос келувчи кўрсатишини эса n_2 десак, шарча диаметри $d=n_2-n_1$ бўлади. Ҳар бир шарча диаметри бир неча марта такрорий ўлчашлар ўртачаси сифатида олинади. Шарчалар учун топилган маълумотлар 1-жадвалга ёзилади.



60-расм.

2. Ҳар бир шарчанинг икки тамға (m ва k) орасини босиб ўтиш вақти (t) секундомер воситасида аниқланади.

3. Суюқлик солинган идишнинг R радиуси штангенциркуль ёрдамида ўлчаб олинади.

4. Миллиметрли линейка ёрдамида тамғалар орасидаги l масофа аниқланади.

5. ρ, ρ_c ларнинг қийматлари жадваллардан тегишлича аниқликда олинади. Бу маълумотларнинг барчаси 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	n_1	n_2	d_i	r_i	t_i	Доимийлар
1						ρ
2						$\rho_c =$
3						$k =$
...						$l =$

Ҳисоблашлар

(9) ёки (10) формуладаги ўзгарувчан катталикларни ва изланаётган η ни ҳисоблаб, натижалар 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	r_i	r_i^2	$v_{0i} = \frac{l}{t_i}$	r_i^2/v_{0i}	η_i	$\varepsilon_i = \bar{\eta} - \eta_i$	ε_i^2
1							
2							
3							
…							

Ушбу жадвал асосида η нинг ўртача квадратик ва мутлақ хатолиги

$$\Delta\eta = t_a(n)\, s_{\bar{\eta}}$$

ҳисобланиб, α ишончлилик учун ишонч оралиғи қуйидагича ёзилади:

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta.$$

Бундан ташқари, бирор ўлчаш натижаси учун Рейнольдс сони, (3′) формула бўйича τ релаксация вақти ва s релаксация йўли ҳисобланади. Чиққан натижалар асосида Стокс формуласининг берилган тажрибавий қурилма учун татбиқи таҳлил қилинади.

Саволлар

1) Бу усул ёрдамида ички ишқаланиш коэффициентини қайси суюқлик учун аниқроқ ҳисоблаш мумкин: сув учунми ёки глицерин учунми?

2) Қандай шароит учун қаршилик кучи ҳаракат тезлигига мутаносиб бўлади?

3) Бу тажрибада қайси бир катталик аниқроқ ўлчанади?

4) Суюқликларнинг қандай ҳаракати ламинар ва турбулент оқиш деб аталади?

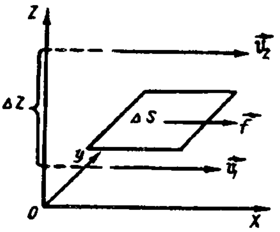
23-ИШ. СУЮҚЛИКНИНГ ИЧКИ ИШҚАЛАНИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ КАПИЛЛЯР ВИСКОЗИМЕТР ЁРДАМИДА АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) тажриба қурилмаси, 2) термометр, 3) секундомер, 4) ареометр, 5) суюқлик, 6) мензурка.

Қисқача назария

Суюқликларда ҳам газлардаги каби қовушоқлик ҳодисаси кузатилади. Лекин уларда бу жараён газлардагидан бошқачароқ юз беради. Суюқликнинг қовушоқлиги, яъни импульснинг қатламдан қатламга кўчиши асосан молекулалар туфайли содир бўлади. Суюқлик молекулалари ғаз молекулалари каби эркин ҳаракат қилолмайди, улар тебранма ҳаракат қилиб, вақт–вақти билан кўчади, бунда силжиш масофаси уларнинг ўлчамлари тартибида бўлади. Суюқлик зичлиги катта бўлгани сабабли унда молекулаларнинг илгариланма ҳаракати жуда ҳам чеклангандир. Паст температураларда суюқлик молекулаларининг сакраб кўчишлари сийрак бўлиб, суюқликнинг қовушоқлиги газларникига нисбатан жуда ҳам каттадир. Суюқлик қовушоқлигининг температурага боғланиши кучли: у температура ортиши билан тез камаяди.

Суюқлик ҳаракатланганда унинг қатламлари орасида ички ишқаланиш кучлари юзага келиб, улар қатламлар тезликларини тенглаштиришга интилади. Бу кучларнинг юзага келишини шундай тушунтириш мумкин: ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланувчи қатламлар ўзаро молекулалар алмашинади, катта тезлик билан ҳаракатланувчи қатлам молекуласи секинроқ ҳаракатланувчи қатламга бирор миқдор импульс узатади, натижада секинроқ ҳаракатланувчи қатлам ҳаракати тезлашади. Аксинча, бундай алмашиниш натижасида тезлиги катта бўлган қатлам секинлашади. Импульснинг қатламдан қатламга кўчиши натижасида қатламларнинг импульси ўзгаради (ор-



61-расм.

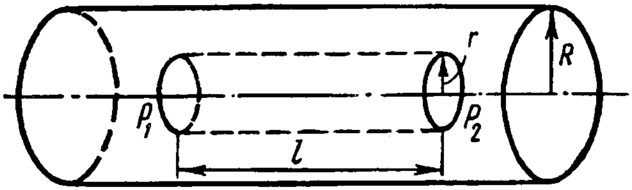
тади ёки камаяди). Демак, қатламларнинг ҳар бирига импульснинг вақт бирлигида ўзгаришига тенг бўлган куч таъсир этар экан. Бу куч ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланувчи суюқлик қатламлари орасидаги ишқаланиш кучидан иборат бўлиб, қуйидагича ифодаланди (61-расм):

$$F = -\eta \frac{dv}{dz} \cdot \Delta S. \qquad (1)$$

(1) дан кўриниб турибдики, суюқлик қатламлари орасидаги ички ишқаланиш кучи бир-бирига тегиб турувчи қатлам юзи ΔS га ва улар орасидаги $\frac{dv}{dz}$ тезлик градиентига тўғри мутаносиб экан. Бу ифодадаги η суюқликнинг *ички ишқаланиш коэффициенти* деб аталади. Агар (1) да $\frac{dv}{dz} = 1$ ва $\Delta S = 1$ деб олинса, $F = \eta$ бўлади, яъни динамик қовушоқлик коэффициенти сон қиймат жиҳатидан тезлик градиенти бир бирликка тенг бўлганда, тегишиб турувчи қатламларнинг юза бирлигига таъсир қилувчи ишқаланиш кучига тенгдир. СИ ўлчов бирликлар тизимида ички ишқаланиш коэффициентининг бирлиги қилиб суюқликнинг шундай ички ишқаланиши қабул қилинадики, бунда тезлик градиенти бир бирликка ($1c^{-1}$) тенг бўлганда 1 $м^2$ юзага таъсир қилувчи куч 1 ньютон бўлади.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Қовушоқ суюқликнинг найдаги стационар оқишини қараб чиқайлик. Ички ишқаланиш кучлари туфайли суюқликнинг оқиш тезлиги найнинг ўқида максимал бўлиб, унинг деворлари яқинида нолга тенг. Найнинг кесими бўйича тезликнинг тақсимланиш қонунини аниқлаш учун суюқликдан фикран най ўқи бўйлаб l узунликдаги r радиусли цилиндр ажратиб оламиз (62-расм). Ажратилган цилиндрнинг ташқи сиртига, (1) га асосан, қуйидаги ички ишқаланиш кучи таъсир қилади:



62-расм.

$$F = 2\pi\, r l\eta \frac{dv}{dr}, \qquad (2)$$

бу ерда $2\pi\, rl$ — цилиндрик қатламнинг ён сирти, $\frac{dv}{dr}$ — тезлик градиенти. Ажратиб олинган цилиндрик қатлам ён сиртининг ҳар бир нуқтасида оқиш тезлиги доимийдир, чунки (2) билан ифодаланувчи куч цилиндр асосларидаги босимлар фарқи билан мувозанатлашади, яъни:

$$2\pi\, r l\eta \frac{dv}{dr} + (p_1 - p_2)\pi r^2 = 0,$$

бундан

$$dv = \frac{(p_1 - p_2)}{2\eta l} r dr$$

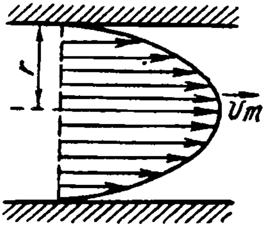
Бу ифодани интегралласак, v учун

$$v = -\frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} r^2 + C \qquad (3)$$

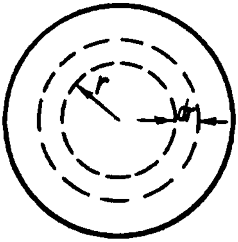
ни ҳосил қиламиз. Найнинг деворида $r = R$ ва $v = 0$ бўлиб, (3) даги интеграллаш доимийси

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2$$

бўлади ва уни (3) га келтириб қўйсак:



63-расм.



64-расм.

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(R^2 - r^2). \tag{4}$$

(4) га асосан тезлик най кесими бўйича квадратик қонун асосида девор яқинидаги ($r=R$) ноль қиймати ($v=0$) дан най ўқидаги ($r=0$)

$$v_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2$$

максимал қийматигача ўсади. Бу ўзгаришни 63–расмдан кўриш мумкин. Суюқликнинг най кесими бўйича оқиш тезлигининг ўзгариш қонуни (4) ни билган ҳолда найдан t вақт ичида оқиб чиқадиган суюқлик ҳажмини ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун r радиусли ҳалқани dr қалинликдаги ҳалқачаларга (64–расм) ажратамиз. Бундай dr қалинликдаги ҳалқанинг кесимидан вақт бирлигида оқиб чиқадиган суюқлик ҳажми

$$dq = dS \cdot v = 2\pi r dr v$$

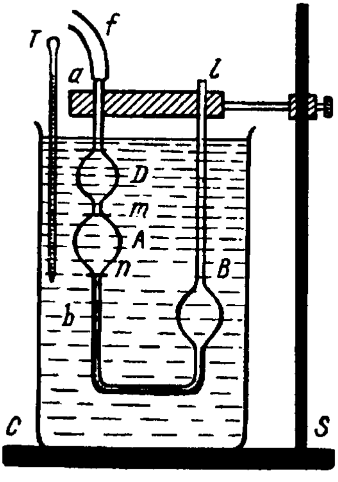
га тенг. Барча кесимлардан оқиб чиқадиган суюқлик ҳажмини аниқлаш учун бу ифодани 0 дан R гача интеграллаймиз:

$$q = \int_0^R 2\pi r v dr = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(p_1 - p_2). \tag{5}$$

Ҳосил бўлган ифода *Пуазейль формуласи* деб аталиб, у вақт бирлиги ичида барча кесимлардан оқиб чиқадиган суюқлик ҳажмини ифодалайди. Ушбу формулага асосан t вақт ичида оқиб чиқадиган суюқлик ҳажми топилади:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(p_1 - p_2)\cdot t. \qquad (5')$$

Ишнинг мақсади (5) дан фойдаланиб, суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлашдан иборат. Шу мақсадда ишлатиладиган асбоблар ***вискозиметрлар*** дейилади. Кўпчилик ҳолларда вискозиметрларда ўлчашлар оқиш тезлигининг қовушоқликка боғланиши (5) Пуазейль қонуни билан ифодаланувчи суюқликнинг капилляр найдан оқиб ўтишини кузатишга асослангандир. Бу ишда фойдаланиладиган қурилма 65–расмда кўрсатилган. У сувли шиша идиш — *C* термостат ичига туширилган “*abl*” вискозиметрдан, *T* термометрдан ва *S* штативдан иборатдир. Вискозиметр *U* симон найдан иборат бўлиб, унинг “*ab*” чап тирсагида *A* ва *D* резервуарлар бор. A резервуар тагига *b* капилляр най пайвандланган. Капиллярнинг пастки учи ўнг тирсакдаги текшириладиган суюқлик қуйиладиган *B* резервуар билан туташтирилган бўлади. *B* резервуардаги суюқлик *A* резервуарга сўриб олинади. Унинг юқори ва пастки учларида m ва n тамғалар бўлиб, тажрибада бу тамғалар орасидан суюқликнинг оқиб чиқиш вақти ўлчанади. (5) Пуазейль формуласидан фойдаланиб, бундай вискозиметрлардан суюқликнинг нисбий ички ишқаланиш коэффициентини аниқлаш мумкин. Агар иккита суюқлик олиб (улардан бирига тегишли катталикларга 0 индекс, иккинчисига 1 индекс қўямиз), айни бир капиллярдан (*l* ва *R* лар бирдай) уларнинг бирдай *Q* ҳажмларининг



65-расм.

оқиб чиқиши учун кетган вақтларни t_0 ва t_1 десак, (5) га асосан қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$Q_0 = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(p_1 - p_2)t_0 \quad ва \quad Q_1 = \frac{\pi R^4}{8\eta_1 l}(p_1 - p_2)t_1.$$

Уларнинг нисбатидан:

$$\eta_1 = \frac{\Delta p_1 t_1}{\Delta p_0 t_0}\eta_0. \tag{6}$$

Қаралаётган ҳолда Δp_1 ва Δp_0 ҳаракатлантирувчи кучлар суюқликларнинг $d_1 gl$ ва $d_0 gl$ оғирлик кучларига тенг бўлганидан (6) ифода

$$\eta_1 = \frac{gld_1 t_1}{gld_0 t_0}\eta_0 = \frac{d_1 t_1}{d_0 t_0}\eta_0 \tag{7}$$

кўринишдаги содда ҳолга келади; бунда d_1 ва d_0 — суюқликларнинг зичликлари. Демак, тажрибада бевосита ўлчанувчи катталиклар суюқликларнинг оқиб чиқиш вақтларидан иборат бўлиб, d_1, d_0 ва η_0 катталиклар тажриба шароитидаги температура учун жадвалдан олинади.

Ўлчашлар

1. Тажрибани бошлашдан аввал вискозиметр сув билан яхшилаб чайиб ташланиб, унга дистилланган сув қуйилади ва асбобни шовун ёрдамида тик ўрнатилади.

2. Сўнгра *A* найчага кийгизилган *f* резина най орқали эҳтиётлик билан ҳавоси чиқарилган резина шар ёрдамида *D* резервуар тўлгунча сув сўриб олинади. Сувнинг оқиб тушиши кузатилади. Бунинг учун секундомерни сув мениски *m* тамғадан ўтаётган пайтда юргизиб юбориб мениск *n* тамғадан ўтаётганда тўхтатилади. Бу вақт *A* резервуар ҳажмидаги сувнинг капиллярдан оқиб тушиш вақти t_0 га тенгдир. Бундай ўлчашлар сув учун 10 марта бажарилиши керак.

3. Вискозиметрдаги сув ўрнига текшириладиган суюқлик қуйилиб, юқорида баён қилинган тартибда унинг оқиб чиқиш вақти t_1 ни 10 марта ўлчанади ва олинган натижалар 1–жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	t_{0i}	t_{1i}	$\varepsilon_i = \overline{t_1} - t_{1i}$	ε_i^2	d_{1i}	$\delta_i = \overline{d_1} - d_{1i}$	δ_i^2
1 2 3 ...							
				$\sum \varepsilon_i^2$			$\sum \delta_i^2$

4. Шундан кейин текширилувчи суюқликнинг зичлиги d_1 ни юқорида айтилганидек, жадвалдан олинади ёки ареометр ёрдамида ўлчанади.

5. Сувли C идишга туширилган T термометрдан сувнинг температураси аниқланиб, унга мос келувчи сув зичлиги d_0 ва сувнинг ички ишқаланиш коэффициенти η_0 жадвалдан олинади.

Ҳисоблашлар

Сувнинг t_0 ва суюқликнинг t_1 оқиб чиқиш вақтларини ўлчашлар бир–бирига боғлиқ бўлмаганлигидан ички ишқаланиш коэффициенти аниқланадиган (7) формулага вақтлар ва d_1 нинг ўртача қийматларини қўйиб, η_1 ни ҳисоблаш мумкин.

Тасодифий хатоликлар назариясига асосан η_1 нинг ишонч оралиғининг чегараси қуйидаги

$$\Delta\eta_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta_1}{\partial d_1}\right)\Delta d_1^2 + \left(\frac{\partial\eta_1}{\partial t_1}\right)\Delta t_0^2 + \left(\frac{\partial\eta_1}{\partial t_1}\right)\Delta t_0^2}$$

ифодадан ҳисобланади. Бундаги Δd_1, Δt_0 ва Δt_1 ишонч оралиқлари чегаралари бевосита ўлчаш натижаларини ишлаш қоидаларига асосан, бир хил ишончлиликда олинади. $\Delta\eta_1$ нинг ифодасини ёзишда жадвалдан олинадиган d_1 ва η_0 катталиклар ишонч оралиғининг чегарасини бевосита ўлчанадиган d_1, t_0 ва t_1 ларнинг ишонч оралиғининг чегарасига нисбатан жуда ҳам кичик қилиб олиш мумкинлиги ҳисобга олинган.

Саволлар

1) Суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлашнинг яна қандай усулларини биласиз?

2) (5′) формулани келтириб чиқаришда капиллярдаги сирт таранглик кучларини ҳисобга олиш керакми?

3) Вискозиметр В резервуаридаги суюқлик сатҳи баландлиги суюқликнинг капиллярдан оқиб чиқиш тезлигига таъсир кўрсатадими?

24-ИШ. ТЕБРАНИШЛАРНИНГ СЎНИШИДАН СУЮҚЛИКНИНГ ИЧКИ ИШҚАЛАНИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма, 2) секундомер, 3) текшириладиган суюқлик.

Қисқача назария

Бу ишдан мақсад дискнинг суюқликда симметрия ўқи атрофида буралма сўнувчи хусусий тебранишларини кузатиш орқали суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлашдан иборат. Бунинг учун жисмнинг сўнувчи тебраниши қонунлари билан танишайлик. Оддий тажрибалардан маълумки, бирор турткидан кейин бошланган тебраниш аста-секин сусайиб сўнади. Ниҳоят, тебранаётган жисм тинч ҳолатга келади. Бунинг сабаби шундаки, тебранишларни уйғотишда берилган механикавий энергия юзага келган ишқаланиш кучлари туфайли иссиқликка айланади. Тезликлари кичик бўладиган тебранишларда ишқаланиш кучлари тезликнинг биринчи даражасига мутаносиб, деса бўлади. Масалан, пружинага осилган юкнинг тебранма ҳаракати тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m\ddot{x} = -kx - h\dot{x}, \qquad (1)$$

бу ерда $h\dot{x}$ — ишқаланиш кучи, h — ишқаланиш кучи коэффициенти бўлиб, у доимий катталикдир. Бу иккинчи даражали дифференциал тенгламанинг ечими

$$x = Ae^{-\beta_c t}\cos(\omega_1 t + \varphi) \qquad (2)$$

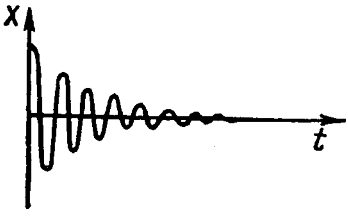
бўлади (бу ерда A ва φ — бошланғич шартга боғлиқ бўлган доимий катталиклар, $\beta_c = \frac{h}{2m}$, $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{h^2}{4m^2}}$, $\varphi = arctg\left(\frac{2\beta_c\omega_0}{\omega_1^2 - \omega_0^2}\right)$,

яъни ечим $e^{-\beta_c t}$ сўнувчи экспоненциал функциянинг $\cos(\omega_1 t+\varphi)$ даврий функцияга кўпайтмасидан иборат. Функциянинг даври $T_1 = \frac{2\pi}{\omega}$ бўлиб, у сўнувчи тебранишнинг

шартли даври дейилади. (2) қонун бўйича содир бўлувчи ҳаракат 66-расмда кўрсатилгандек, сўнувчи синусоидал тебранишни ифодалайди. Тебранишларнинг вақт ўтиши билан сўниш тезлигини характерловчи β_c катталик *сўниш коэффициенти* дейилади. Сўниш суръатини тебранишлар сони орқали баҳолаш учун *декремент* (ёки логарифмик декремент) катталигидан, *сўниш декрементини* аниқлаш учун (2) ифодадан фойдаланамиз. (2) ифодани t, $t+T$ вақтлар учун ёзиб бирининг иккинчисига нисбатини олсак, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{x_1}{x_2} = -e^{-\beta_c T} \text{ ёки } \ln\frac{x_1}{x_2} = \beta_c T = \Theta, \qquad (3)$$

бу ерда Θ — бир давр ичидаги иккита кетма-кет энг чеккага оғишлар катталиги нисбатининг натурал логарифмига тенг бўлиб, *сўниш декременти* деб аталади. Сўниш декременти физикавий жиҳатдан тебранишлар амплитудаси



66-расм

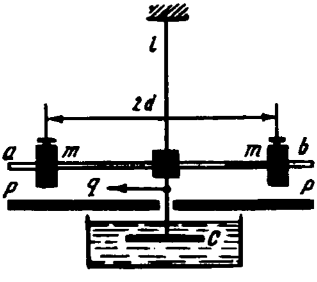
“*e*” (натурал логарифм асоси) марта кичрайиши учун керак бўладиган N тебраниш сонига тескари бўлган катталикдир, яъни: $\Theta = \frac{1}{N}$.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини тебранишларнинг сўнишидан аниқлашда 67-расмда кўрсатилган қурилмадан фойдаланилади. Қурилмада узунлиги l бўлган пўлат симга учларида mm юклар маҳкамланган “*ab*” дастак осилган. Дастакнинг пастки томонига юзаси l га тик ҳолда *c* диск ва *q* мил (стрелка) маҳкамланган. Дастакнинг буралиш бурчаги *PP* лимбдан ҳисобланади. *C* диск текшириладиган суюқликка туширилади. Дастакни мувозанат ҳолатидан α бурчакка буриб, ўз ҳолига қўйиб юборилганда диск суюқликда сўнувчи тебранма ҳаракат қилади. Дискнинг буралма сўнувчи тебранишлари иккита куч моменти таъсирида содир бўладики, бунда тизимнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ифодаланади:

$$I\ddot{\alpha}=M_1+M_2, \tag{4}$$

бу ерда $\ddot{\alpha}$ — бурчакдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила, яъни бурчак тезланиш; I — тизимнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти; M_1 — осма l нинг қайишқоқ куч моменти; M_2 эса дискка таъсир этувчи ишқаланиш кучи моменти бўлиб, тизимнинг бошқа қисмларидаги ва ҳавонинг ишқаланиш кучлари моментлари ҳам унга қўшилган деб ҳисобланади. (4) тенгламанинг ечими буралиш бурчагининг вақтга боғлиқ тарзда ўзгариш қонунидан иборатдир. Ечимни аниқлаш учун M_1 ва M_2 нинг ифодаларини топиб, (4) га қўйиш керак.

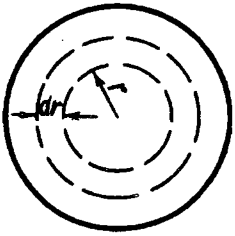


67-расм.

Қайишқоқ куч моменти Гук қонунига асосан, буралиш бурчаги кичик бўлганда, бурчакка мутаносибдир, яъни:

$$M_1=-D\alpha, \tag{5}$$

бу ерда D — симнинг буралиш модули, α — буралиш бурчаги. Ишқаланиш кучининг моменти қуйидагича ҳисобланади. Дискни фикран, қалинлиги dr бўлган концентрик ҳалқаларга бўламиз (68-расм). Ҳалқанинг ҳар бир dS элементига таъсир этувчи ишқаланиш кучи сон қиймат жиҳатидан Ньютон қонунига асосан



68-расм.

$$dF = -\eta dS \frac{dv}{dn}$$

бўлиб, ҳалқани чекловчи айланага уринма бўйича йўналгандир. Бу ерда η — суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициенти; $\frac{dv}{dn}$ — суюқлик қатламлари тезликларининг дискнинг юзасига нормал йўналишдаги градиенти; dS — радиуси r ва қалинлиги dr бўлган ҳалқанинг юзи: $dS = 2\pi r dr$. Шу кучнинг айланиш ўқига нисбатан моменти:

$$dM_2 = dF \cdot r = -2\pi_\eta r^2 \frac{dv}{dn} dr.$$

Дискнинг айланиш тезлиги кичик бўлганда ҳар бир элемент яқинида тезлик градиентини шу элементнинг тезлигига мутаносиб дейиш мумкин, яъни:

$$\frac{dv}{dn} = kv,$$

бунда k — суюқликнинг табиатига, дискнинг материалига, шунингдек, диск юзининг нотекислик даражасига боғлиқ бўлган катталик. Элемент тезлигини дискнинг бурчак тезлиги билан алмаштирилса ($v = \omega r$), унга таъсир этувчи момент ифодаси ушбу кўринишга келади:

$$dM_2 = -2\pi\eta r^3 \omega dr k. \qquad (6)$$

Дискнинг ҳамма элементларига иккала томондан таъсир қилувчи куч моментини аниқлаш учун (6) ни 0 дан R гача интеграллаш керак:

$$M_2 = 2\int_0^R dM_2 = -\pi\eta kR^4\omega,$$

бу тенгламада $B=\pi kR^4$ белгилаш киритилса, M_2 учун

$$M_2 = -B\eta\omega = -B\eta\dot{\alpha}$$

ифода ҳосил бўлади, бунда $\dot{\alpha}$ — бурчакдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила, яъни бурчак тезлик. Топилган куч моментларининг (5) ва (7) даги қийматларини (4) га келтириб қўйилса, дискнинг ҳаракат тенгламаси ушбу кўринишни олади:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{D}{I}\alpha - \frac{B\eta}{I}\dot{\alpha}, \tag{8}$$

бу тенгламанинг ечими (2) га ўхшаш:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta_c t}\sin(\omega t+\varphi), \tag{9}$$

бу ерда α_0 — тебранишнинг бошланғич амплитудаси, β_c — сўниш коэффициенти:

$$\beta_c = \frac{B\eta}{2I}, \tag{10}$$

ω — тебранишнинг циклик такрорийлиги: $\omega = \sqrt{\frac{D^2}{I^2} - \beta_c^2}$,

φ — тебранишнинг бошланғич фазаси. Сўниш декрементига берилган таърифга ва (3) га асосан, (9) қонун бўйича содир бўлувчи тебранишларнинг сўниш декременти қуйидагича ифодаланади:

$$\ln = \frac{a_t}{a_{t+T}} = \beta_c T = \Theta, \tag{11}$$

бу ерда T — дискнинг *шартли тебраниш* даври. Тажрибадан шартли тебраниш даври ва логарифмик сўниш декрементини аниқлагандан сўнг (11) ифодадан *сўниш коэффициенти* топилади. Сўнгра (10) ифодадан суюқликнинг ички *ишқаланиш коэффициенти* ҳисобланади:

$$\eta = \frac{2I}{B} \cdot \frac{\Theta}{T}, \qquad (12)$$

бу ерда B — берилган қурилма учун доимий катталик бўлиб, қурилмада кўрсатилган бўлади. Штейнер теоремасига асосан, тизимнинг инерция моменти: $I=I_0+2md^2$, бу ерда I_0 — симга осилган бутун тизимнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти, md^2 — дастакдаги ҳар бир юкнинг оғирлик марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти; m — юкнинг массаси; d — юкнинг оғирлик марказидан тизимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа. Тизим инерция моментининг ифодаси (12) га қўйилса, суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлаш учун қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

$$\frac{T}{\Theta} = \frac{2I_0}{B\eta} + \frac{4m}{B\eta} d^2. \qquad (13)$$

(13) дан кўринишича, дастакдаги юкларни айланиш ўқидан бирдай, лекин ҳар гал ҳар хил d_i масофаларда жойлаштириб, тизимни тебранишга келтирилганда унинг T_i шартли тебраниш даврининг Θ сўниш декрементига нисбати d_i^2 га чизиқли боғланишда бўлади. Демак, шартли тебраниш даврининг сўниш декрементига нисбатининг айланиш ўқи билан юклар орасидаги масофанинг квадратига боғланишини текшириб, (13) дан η ни ҳисоблаш мумкин.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Иккала юкни тортиб, m аниқланади.

2. Айланиш ўқидан иккала томонда бирдай d_1 масофа ўлчаниб, юклар маҳкамланади.

3. Диск текшириладиган суюқлик солинган идишга туширилади. Дастак "*ab*" мувозанат ҳолатидан бирор ки-

чик бурчакка бурилади ва ўз ҳолига қўйиб юборилади. Бунда бутун тизим сўнувчи тебранма ҳаракат қилади. Тизимнинг α_0 бошланғич амплитудаси *PP* лимбдан белгилаб олинади ва секундомер шу моментда ишга туширилиб, тизим 25 та тебраниш бажаргандан кейин тўхтатилади ва яна лимбдан α тебранишлар амплитудаси белгилаб олинади. Юкларнинг d_1 ҳолати учун ўлчашлар камида 3 марта такрорланади. Олинган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

d_i	n=25			$\bar{T}_i$	T_i	α_{0i}	α_i	Θ_i	$\frac{T_i}{\Theta_i}$
	t'	t'	t'''						

4. Тажриба юқорида 2—3 бандда баён қилинган усулда d нинг камида 5—6 қийматлари учун такрорланади ва натижалар 1-жадвалга ёзилади. Олинган натижалар асосида T_i, Θ_i ва уларнинг нисбатлари ҳисобланади.

5. h ни 1-жадвал натижалари асосида энг кичик квадратлар усулидан фойдаланиб аниқлаш учун (13) га қуйидаги белгилашлар киритамиз:

$$y_i = \frac{T_i}{\Theta_i}, \quad a = \frac{2I_0}{B\eta}, \quad b = \frac{4m}{B\eta}, \quad x_i = d_i^2.$$

У ҳолда (13) нинг ўрнига ушбу тенглама ҳосил бўлади:

$$y_i = a + bx_i. \tag{14}$$

Бу тенгламалар тизимини қаноатлантирувчи a ва b ўзгарувчиларни аниқлаш учун 1-жадвалдан фойдаланиб, қуйидаги жадвал тузилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	x_i	x_i^2	y_i	xy_i	y_i^*	$\varepsilon_i = y_i^* - y_i$	ε_i^2
1 2 3 ...							
	$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$			$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$

(14) тенгламалар тизимини a ва b ўзгарувчиларга нисбатан ечилса, улар учун қуйидаги ифодалар ҳосил бўлади:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}{n - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}},$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{P_b}.$$

Буларнинг сон қийматларини 2–жадвал натижалари асосида ҳисоблаш мумкин. Юқоридаги белгилашга асосан b нинг ифодасини унинг сон қийматига тенглаштирамиз:

$$b = \frac{4m}{B\eta},$$

бунда m ва b ни билган ҳолда изланаётган η ни аниқлаш мумкин:

$$\eta = \frac{4m}{Bb}. \tag{15}$$

Суюқликнинг тажрибада топилган ички ишқаланиш коэффициенти қийматининг хатолигини (15) асосида ҳисоблаш мумкин:

$$\Delta\eta = \eta\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta b}{b}\right),$$

бу ерда Δm — юкларнинг массасини аниқлашдаги хатолик, ΔB — доимий B ни аниқлашдаги хатолик, Δb эса b ни аниқлаш хатолиги. Хатоликлар назариясига кўра, b нинг хатолигини 2-жадвалдан фойдаланиб, ушбу

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{(n-\delta)P_b}}$$

ифодадан ҳисоблаш мумкин, бу ерда n — ўлчашлар сони, δ — ифода (17) даги ўзгарувчилар сони, P_b — катталик b нинг вазни. ε_i^2 ни ҳисоблаш учун a ва b ларнинг сон қийматларини (14) га қўйиб, x_i лар учун y_i^* ҳисобланади. Маълумки, ҳисоблаб топилган y_i^* дан тажрибада топилган y_i ларнинг айирмаси ε_i га тенг, яъни $\varepsilon_i = y_i^* - y_i$.

Саволлар

1) Суюқликнинг ички ишқаланиш коэффициентини аниқлашнинг яна қандай усулларини биласиз?

2) Газларнинг ички ишқаланиш коэффициентини ҳам ушбу усулда аниқласа бўладими? Газлар ҳолида яна қандай усуллардан фойдаланиш мумкин?

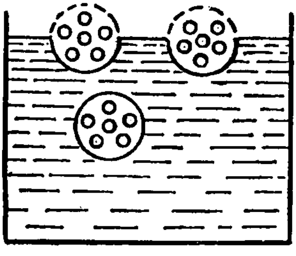
3) Суюқликлар ва газлар ички ишқаланиш коэффициентининг температурага боғланиши қандай тушунтирилади?

25-ИШ. СИРТ ТАРАНГЛИК КОЭФФИЦИЕНТИНИ ҲАЛҚАНИ СУЮҚЛИКДАН УЗИШ УСУЛИ БИЛАН АНИҚЛАШ

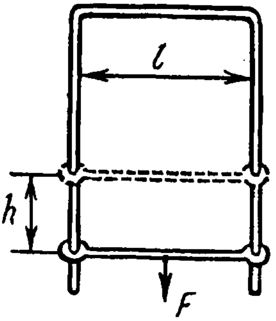
Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма (Жоли тарозиси), 2) осма ҳалқа, 3) тарози тошлар тўплами, 4) штангенциркуль.

Қисқача назария

Суюқликнинг сирт қатламга эга бўлиши, модда зичлигининг сирт қатламдан ўтишда сакраб ўзгариши суюқликнинг бир қатор хоссаларини белгилайди. Суюқлик ҳажмидаги молекулаларга нисбатан сирт қатламдаги молекулалар бошқача шароитда бўлади. Суюқлик ичидаги ҳар бир молекула ҳамма томондан қўшни молекулалар билан ўралган бўлиб (69-расм), унга ҳар томонлама бир хил тортишиш кучлари таъсир қилади. Суюқлик сиртидаги молекулага қўшни молекулалар томонидан таъсир қилувчи тортишиш кучлари суюқлик ичига ва ён томонларга йўналган бўлиб, бу куч унга чегарадош ва молекулалари зичлиги бирмунча кичик бўлган газ қатлами томонидан таъсир қилувчи тортишиш кучи билан мувозанатлашмайди. Суюқлик сиртидаги молекулага сиртга тик ва суюқлик ичига йўналган натижавий куч таъсир қилади. Бу куч таъсирида молекула суюқлик ичига тортилади. Иссиқлик ҳаракати туфайли суюқлик ичидаги молекулалар суюқликнинг сирт қатламига чиқиб туради. Молекулаларнинг суюқлик ичига кетиш тезлиги сирт қатламга келиш тезлигидан катта, шу сабабли суюқликнинг сирт қатламидаги молекулалар сони камая бориб, динамик мувозанат юзага келгунча (яъни маълум вақтда сирт қатламга келувчи ва сиртдан кетувчи молекулалар сони тенглашгунча) сирт қатлами қисқара боради. Шундай қилиб, ташқи кучлар бўлмаганда суюқлик мумкин бўлган энг кичик сиртни эгаллайди. Маълумки, бирдай ҳажмли жисмлардан шар шаклидагиси энг кичик сиртга эга, шунинг учун суюқлик-



69-расм.



70-расм.

ка фақат ички кучлар таъсир этганда у шар шаклини олади. Ташқи кучлар мавжудлигида суюқлик шакли ўзгаради. Сиртни катталаштириш учун бунда иш бажариш зарур. Бу иш молекулани суюқлик ҳажмидан сиртга чиқариш учун сарфланади. Демак, суюқлик сиртини ΔS қадар катталаштириш учун бажариладиган иш:

$$\Delta A = a \cdot n \cdot \Delta S \qquad (1)$$

бўлади, бу ерда a — битта молекулани суюқлик ҳажмидан сиртга чиқариш иши, n — бир бирлик сиртга тўғри келувчи молекулалар сони. Кўпайтма $an=\sigma$ га суюқликнинг *сирт таранглик коэффициенти* дейилади. (1) ни σ га нисбатан ечилса,

$$\sigma = \frac{\Delta A}{\Delta S} \qquad (2)$$

бўлади. (2) га асосан, суюқликнинг *сирт таранглик коэффициенти сон қиймати жиҳатдан суюқлик сиртини бир бирликка ўзгартириш учун бажарилиши керак бўлган ишга тенг.*

Сирт таранглик коэффициенти σ ни сирт таранглик кучи орқали ифодалайлик. Бир томони эркин ҳаракат қила оладиган (70-расм) симдан ясалган рамкани совуннинг сувдаги эритмасига туширилса, рамкада суюқликнинг иккита эркин сиртли юпқа пардаси ҳосил бўлади. Агар рамканинг қўзғалувчан томонини бирор F куч билан пастга тортиб (бунда совун пардаси чўзилади), сўнгра ўз ҳолига қўйилса, парда қисқаради (дастлабки ҳолига қайтади). Суюқлик сиртини қисқартирувчи кучни *сирт таранглик кучи* дейилади. Қўзғалувчан тўсинчани Δh га силжитишда сирт таранглик кучига қарши бажариладиган иш:

$$\Delta A = F \cdot \Delta h$$

Бу иш (2) га асосан $\Delta A = \sigma \cdot \Delta S = 2l\Delta h \cdot \sigma$ бўлади, бу ерда $\Delta S = 2l \cdot \Delta h$ — парда сиртининг ўзгариши. Ишнинг ҳар иккала ифодасини ўзаро қиёслаб кўрилса,

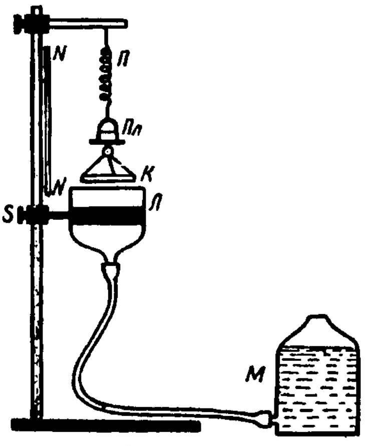
$$\sigma = \frac{F}{2l}, \qquad (3)$$

бу ерда $\frac{F}{2}$ — парданинг бир томонига таъсир қилувчи куч. Шундай қилиб, сирт таранглик коэффициенти сон қиймати жиҳатдан суюқлик сирт пардаси чегарасининг узунлик бирлигига қўйилган кучга тенг.

Бу куч суюқлик сирт пардаси чегарасининг исталган элементига тик ва суюқлик сиртига уринма бўлиб йўналган. Сирт таранглик коэффициенти СИ бирликлар тизимида Н/м да, СГС да эса дн/см да ўлчанади.

Тажриба қурилмаси ва усулнинг назарияси

Бу ишда сирт таранглик коэффициенти Жоли тарозиси деб аталувчи асбоб воситасида аниқланади. Асбобнинг тузилиши 71-расмда кўрсатилган. Тик штатив устига қайишқоқ *П* пружина ўрнатилган, унинг пастки учига *Р* тарози тошлари ва енгил *К* алюминий ҳалқа учун уфқий пластинка осилган. Штатив бўйлаб *Л* шиша идиш ҳаракатлана олади. *Л* идиш резина най ёрдамида иккинчи *М* идиш билан туташтирилган. *Л* идишнинг ҳолатини *С* винт ёрдамида ўзгартириш мумкин. *Л* идишни шундай ўрнатиш керакки, *К* ҳалқа унинг ичига тушсин. *М* идиш ичига текшириладиган суюқлик солинади. *Л* идишдаги суюқлик сирти ҳалқага тўла теккунга қадар *М* идиш юқорига кўтарилади. Агар *М* идиш аста-секин пастга туширилса, ҳалқа билан боғлиқ бўлган суюқлик сирт пардаси пасая бориб, *П* пружинани чўзади. Ҳалқанинг суюқликдан узилиш пайтига мос келувчи пружина деформацияси суюқлик томонидан ҳалқага таъсир этаётган кучга мос келади. Пружинанинг



71-расм.

чўзилишини штативга маҳкамланган *NN* кўзгу ёрдамида ўлчанади. Бунинг учун *Пл* пластинканинг ёйига уфқий сим маҳкамланган — уни визир дейилади. Визирни кўзгудаги тасвири билан устма-уст келтириб, унга мос келувчи шкала бўлимлари белгилаб олинади.

Ҳалқанинг узилиш пайтида, унга тегиб турувчи суюқлик сиртини тик деб ҳисоблаш мумкин. Суюқлик томонидан ҳалқага тубандаги кучлар таъсир қилади: 1) ҳалқанинг ички контури билан боғланган парданинг сирт таранглик кучи

$$f_1 = \pi D_1 \sigma;$$

2) ҳалқанинг ташқи контури билан боғланган парданинг сирт таранглик кучи

$$f_2 = \pi D_2 \sigma;$$

3) ҳалқанинг кесими бўйлаб *h* баландликка кўтарилган суюқлик устунчасининг оғирлиги

$$f_3 = \frac{\pi (D_1 + D_2)}{4} (D_2 - D_1) h \rho g.$$

Ҳалқанинг узилиш пайтида бу кучларнинг ҳаммасини ўзаро параллел ва тик деб ҳисоблаш мумкин, у вақтда ҳалқага суюқлик томонидан таъсир этувчи натижавий куч

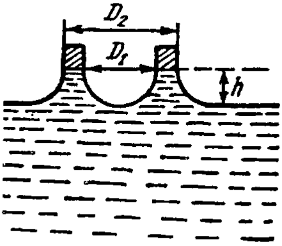
$$F = \pi (D_1 + D_2) \left[\sigma + \frac{D_2 - D_1}{4} h \rho g \right], \qquad (4)$$

бу ерда D_1 ва D_2 — ҳалқанинг ички ва ташқи диаметрлари, σ — сирт таранглик коэффициенти, ρ — суюқлик зичлиги, g — оғирлик кучи тезланиши.

h катталикни тахминан шундай баҳолаш мумкин. Суюқликнинг эгриланган сирти остидаги босим ташқи босимдан

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

катталикка фарқ қилишини кўрсатиш мумкин. Бу ерда R_1 ва R_2 — ўзаро тик иккита текислик орасидаги сиртга нормал йўналган суюқлик сиртининг радиуслари. Агар эгрилик маркази суюқлик ичида жойлашса, радиус (+) мусбат ишора билан, агар эгрилик маркази суюқликдан ташқарида бўлса, (–) манфий ишора билан олинади. Биз кўраётган ҳалқа учун узилиш моментида ҳалқага ёпишиб олган суюқлик биринчи сиртининг эгрилик радиуси ҳалқанинг ички радиусига, иккинчисиники эса катталик жиҳатидан тахминан h га тенг (72-расм). Демак, кўтарилган суюқлик устунчасининг ҳалқага тегиб турган жойда ҳосил қиладиган босими ушбу кўринишда ифодаланади:



72-расм.

$$p_x = p_0 + \Delta p = p_0 - \sigma\left(\frac{2}{D_1} - \frac{1}{h}\right).$$

Суюқликнинг ифқий сирти остидаги босим p_0 бўлганда, узилиш пайтида

$$p_0 = p_x + \rho g h,$$

бу ерда p_0 — атмосфера босими. Юқоридаги тенгламалардан

$$h^2 - \frac{\sigma}{\rho g} + \frac{2\sigma h}{D_1 \rho g} = 0,$$

бундаги $\frac{2\sigma h}{D_1 \rho g}$ — кичик миқдорни ҳисобга олмаганда, қуйидагини оламиз:

$$h \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}. \tag{5}$$

(5) ни (4) га қўйсак,

$$F = \pi (D_1 + D_2)\sigma\left[1 + \frac{D_2 - D_1}{4}\sqrt{\frac{\rho g}{\sigma}}\right]. \tag{6}$$

Бунда қуйидагича белгилашлар киритамиз:

$$A = \frac{F}{\pi(D_1 + D_2)}, \qquad (7)$$

$$D = \frac{D_2 - D_1}{4}. \qquad (8)$$

У ҳолда

$$\sigma = A - D\sqrt{\sigma\rho g} \quad \text{ёки} \; \sigma^2 - (2A + D^2\rho g)\sigma + A^2 = 0, \qquad (9)$$

бу тенгламани σ га нисбатан ечилса,

$$\sigma = A - \frac{D^2\rho g}{2}\left[\sqrt{\frac{4A}{D^2\rho g} + 1} - 1\right]. \qquad (10)$$

(6) формула билан ифодаланувчи F куч пружинанинг чўзилишидан аниқланиши учун пружина олдиндан даражаланган бўлиши керак.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Пружинани даражалаш учун пластинка *Пл* га ҳалқани осиб, уни уфқий текисликда ўрнатилади ва шкаладан визирнинг ҳолати аниқланади. Пластинка *Пл* га кетма-кет 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 гача 0,5 граммдан орттириб тарози тошлари қўйиб борилади ва ҳар сафар визирнинг ҳолати белгиланади. Ўлчашлар беш марта такрорланади ва натижалар 1–жадвалга ёзилади.

1–жадвал

Визирнинг ҳолати									
Тартиб рақами	Юк қўйилмасдан олдин	Юк олинган-дан кейин	Ўртача	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0

2. 1-жадвал натижаларидан фойдаланиб визирнинг юксиз ва юкли ҳолатининг ўртача қийматлари топилади ва 2–жадвал тузилади. Унда пружинанинг чўзилиши l_i (визирнинг юкли ҳолатининг ўртача қийматидан юксиз ҳолатининг ўртача қиймати айирмаси) нинг юк катталигига боғлиқлиги кўрсатилади.

2–жадвал

Тартиб ра- қами	Юклар F_i	Пружинанинг чўзилиши, l_i	$\Delta l_i = l_{i+1} - l_i$	$F_i l_i$	F_i^2	l_i^*	$\varepsilon_i = l_i^* - l_i$	ε_i^2
1	0,5							
2	1,0							
3	1,5							
4	2,0							
5	2,5							
6	3,0							
				$\sum_{i=1}^{n} F_i l_i$	$\sum_{i=1}^{n} F_i^2$			$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$

2-жадвалдан фойдаланиб, пружина чўзилишининг бир юкдан иккинчи юкка ўтишдаги ўзгариши $\Delta l_i = l_{i+1} - l_i$ ҳисобланади. Агар Δl_i нинг катталиги визир ҳолатининг ўртача оғишларига мос келса, у ҳол l_i нинг юкка боғланишини чизиғий боғланиш дейиш мумкин ва у боғланишни қуйидагича ифодаланади:

$$F_i = Kl_i, \tag{12}$$

бу ерда K — бурчак коэффициенти бўлиб, у энг кичик квадратлар усули билан аниқланади:

$$K = \frac{\sum_i F_i^2}{\sum_i F_i l_i}. \tag{13}$$

(13) тенгликдан аниқланган K нинг қийматини (12) га қўйиб, тажрибада топилган F_i нинг ҳар бир қиймати учун l_1^* ва $\varepsilon_i = l_1^* - l_i$ ни ҳамда ε_i^2 ларни ҳисоблаш мумкин. K катталикнинг хатолиги қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\Delta K = K^2 \sqrt{\frac{\sum\limits_i \varepsilon_i^2}{(n-1)\sum\limits_i F_i^2}}, \tag{14}$$

бу ерда n — тизим (12) даги тенгламалар сони, бизда эса у юклар сонига (n=6) тенг. Агар даражаланган пружина номаълум куч таъсирида l қадар чўзилган бўлса, бу кучнинг катталиги

$$F=(K\pm\Delta K)l$$

бўлади.

3. Пружинани даражалаб бўлгандан сўнг ҳалқанинг ички ва ташқи диаметрлари ўлчанади. Ҳалқа юпқа бўлганлиги учун ўлчаш эҳтиётлик билан бажарилиши керак. Акс ҳолда ҳалқа деформацияланиши мумкин. Ҳар бир диаметрни ҳар хил йўналишда беш мартадан ўлчаб, ўлчаш натижалари 3-жадвалга ёзилади ва ўртача қиймати бўйича

$$\pi(\overline{D}_1+\overline{D}_2) \quad \text{ва} \quad \frac{\overline{D}_2-\overline{D}_1}{4}$$

катталиклар ҳамда $\pi(\overline{D}_1+\overline{D}_2)$ нинг хатолиги ҳисобланади.

3-жадвал

Тартиб рақами	D_1	D_2	$\varepsilon_i = \pi\left[(\overline{D}_1+\overline{D}_2)-(D_1+D_2)\right]$	ε_i^2
1 2 3 …				
	$\overline{D}_1$	$\overline{D}_2$		$\sum\limits_i \varepsilon_i^2$

$\pi(\overline{D}_1+\overline{D}_2)$ катталикнинг хатолиги қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$\Delta\left[\pi(\overline{D}_1+\overline{D}_2)\right] = \sqrt{\frac{\sum\limits_i \varepsilon_i^2}{n(n-1)} t_a^2(n) + \left(\frac{t_a(\infty)}{3}\right)^2 \delta^2}, \tag{15}$$

бу ерда n — диаметрни ўлчашлар сони, δ — ўлчаш асбобининг энг кичик бўлими баҳоси, ε_i — 3-жадвалда кўрсатилган хатолик.

4. Ҳалқанинг диаметрлари аниқлангандан кейин уни спирт ёки ацетон билан тозаланади ва *М* идишни дистилланган сув билан тўлдириб, ҳалқани *Л* идишдаги суюқлик сиртига теккизилади. *М* идишни аста-секин пастга тушира бориб, сув сиртидан ҳалқанинг узилиш пайтидаги визир ҳолати белгиланади. Диққат билан кузатилса, узилгунга қадар ҳалқа юқорига кўтарилади ва *Л* идишдаги суюқликнинг пасайиши билан у узилади. Узилишга мос келувчи визир вазиятини белгилаш керак. Ҳалқанинг суюқликдан узилиш жараёнини камида 10 марта такрорлаш керак. Визирнинг бошланғич нолинчи ҳолати учун пружинани даражалашда аниқланган қиймат олинади. Пружинанинг чўзилиши ҳалқанинг узилиш вақтидаги визир ҳолатидан визирнинг нолинчи ҳолатини айирилганига тенг.

Тажриба натижалари 4-жадвалга ёзилади.

4-жадвал

Тартиб рақами	Визирнинг нолинчи ҳолати	Визирнинг узилишдаги ҳолати	Пружинанинг чўзилиши, l_i	$\varepsilon_i = \bar{l} - l_i$	ε_i^2
1					
2					
3					
...					

Тажрибада олинган натижалардан узилиш пайтидаги пружина чўзилишининг ўртача қиймати топилади ва унинг хатолиги ушбу тенгликдан ҳисобланади:

$$\Delta l = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{\sum_i \varepsilon_i^2}{n(n-1)}}, \qquad (16)$$

бунда $t_\alpha(n)$ — амалдаги ўлчашлар сонига ва ишонч эҳтимоллиги (0,7) га мос бўлган Стьюдент коэффициенти, ε_i^2 — пружинанинг чўзилишига тегишли (4-жадвалдаги) катталик.

Шундай қилиб, ҳамма чизиғий ўлчамларни сантиметрларда ифодаланса, даражалаш натижаларига асосан ҳалқага узилиш пайтида таъсир этувчи F куч (12) ва (13) га кўра қуйидагигига тенг бўлади:

$$F = K\bar{l}. \tag{17}$$

Кучнинг бу қийматини (7) га қўямиз, сўнгра (7) ва (8) ларни (11) тенгламага қўйсак, σ ни ҳисоблаш учун қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\sigma = \frac{K\bar{l}}{\pi(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} - \frac{D^2\rho g}{2}\left[\sqrt{\frac{4A}{D^2\rho g} + 1} - 1\right]. \tag{18}$$

σ ни ҳисоблашдаги хатоликни эса қуйидагича аниқлаш мумкин. (18) нинг ўнг томонидаги иккинчи ҳад кичик тузатмадан иборат бўлгани учун σ нинг хатолигини аниқлашда уни ҳисобга олмасак ҳам бўлади. У ҳолда хатоликлар назариясига асосан σ ни аниқлашдаги хатолик учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\Delta\sigma = \sigma\sqrt{\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 + \left\{\frac{\Delta[\pi(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)]}{[\pi(D_1 + D_2)]}\right\}^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}$$

илдиз остидаги ҳадларнинг ҳар бирини мос равишда (14), (15), (16) мутлақ хатоликлар ёрдамида топилади.

Саволлар

1) Тозаланмаган ҳалқа ўлчаш натижасига қандай таъсир қилади?

2) s қандай омилларга боғлиқ?

3) Сирт таранглик кучини аниқлашда нима учун ҳалқа қатъий уфқий бўлиши керак?

4) Юқорида баён қилинган усул билан ҳўлламайдиган суюқликнинг сирт таранглик коэффициентини аниқлаб бўладими?

5) Ҳалқанинг узилиш пайтидаги сирт таранглик кучининг йўналишини чизиб кўрсатинг.

26-ИШ. СИРТ ТАРАНГЛИК КОЭФФИЦИЕНТИНИ СУЮҚЛИКНИНГ КАПИЛЛЯР НАЙЛАРДА КЎТАРИЛИШ БАЛАНДЛИГИ БЎЙИЧА ТОПИШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) *КМ* типидаги катетометр; 2) “Мир” типидаги ўлчов заррабини; 3) ҳар хил диаметрли капилляр найлар тўплами; 4) қурилма; 5) ёриткич.

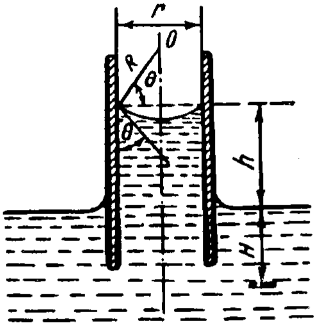
Қисқача назария

Маълумки, кенг идишга солинган суюқликка капилляр най туширилса, ундаги суюқлик сатҳи кенг идишдаги ҳўлловчи суюқлик сатҳидан баландроқда, ҳўлламайдиган суюқлик учун пастроқда бўлади. Бу ҳодисани тушуниш учун мениск шаклини ва молекуляр босимнинг суюқлик сиртининг эгрилигига боғлиқлигини ҳисобга олиш керак. Суюқликнинг ясси сиртидан *H* чуқурликдаги босим (73-расм) ушбуга тенг:

$$p_a + \rho g H + p, \qquad (1)$$

бу ерда p_a — атмосфера босими, $\rho g h$ — гидростатик босим, p — суюқликнинг ясси сирти остидаги молекуляр босим. Ўша чуқурликда цилиндрик капиллярдаги босим эса

$$p_a + \rho g(H + h) - \frac{2\sigma}{R} + p, \qquad (2)$$



73-расм.

бу ерда R — сферик шаклда деб ҳисобланувчи ботиқ сиртнинг радиуси, σ — суюқликнинг *сирт таранглик коэффициенти.* Мувозанат ҳолатда (1) ва (2) тенглашади, ундан

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}. \qquad (3)$$

Маълумки, найдаги суюқлик сиртининг эгрилик радиусини капилляр радиуси r ва чегаравий бурчак θ орқали (73–расм) қуйидагича ифодалаш мумкин: $R = \frac{r}{\cos\theta}$ унда (3) ни h га нисбатан ечилса,

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}\cos\theta.$$

Чегаравий бурчак жуда кичик бўлганда (тўла ҳўллаш) бу тенгламани соддалаштириб, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g h}.$$

Шундай қилиб, суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти қанча катта ёки капиллярнинг радиуси қанча кичик бўлса, унинг капилляр най бўйича кўтарилиш баландлиги шунча катта бўлади. Агар суюқлик капиллярни ҳўлламайдиган бўлса, чегаравий бурчак 90° дан катта, яъни суюқлик мениски қавариқ бўлади. Бундай ҳолларда капиллярдаги суюқлик сатҳи кенг идишдагидан пастроқда бўлади. Суюқликнинг сирт таранглик коэффициентини (4) дан аниқлаш учун капилляр радиуси r ни, суюқлик зичлиги ρ ни, суюқликнинг капилляр бўйича кўтарилиш баландлиги h ни билиш керак.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Агар радиуслари r_1, r_2, r_3 бўлган капилляр найларни тўла ҳўллайдиган суюқлик ичига туширилса, (4) га асосан улардаги суюқликларнинг кўтарилиш баландликлари мос равишда

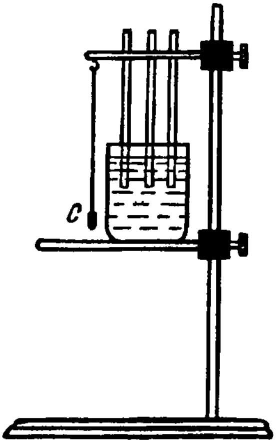
$$h_1 = \frac{2\sigma}{\rho g r_1}, \quad h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g r_2}, \quad h_3 = \frac{2\sigma}{\rho g r_3}$$

бўлади. Булардан фойдаланиб, σ ни ҳисоблаш учун қуйидагиларни оламиз:

$$\sigma = \frac{r_1 r_2 \rho g}{2(r_1 - r_2)}(h_1 - h_2) = \frac{r_1 r_3 \rho g}{2(r_3 - r_1)}(h_1 - h_3) =$$

$$= \frac{r_2 r_3 \rho g}{2(r_3 - r_2)}(h_2 - h_3). \qquad (5)$$

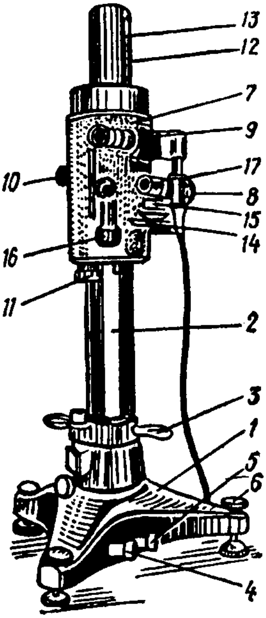
Шундай қилиб, найларнинг радиусларини ва суюқликнинг уларда кўтарилиш баландликларини ўлчаб, суюқлик зичлигининг хона температурасидаги қийматини жадвалдан олиб, унинг сирт таранглик коэффициентини (5) бўйича ҳисоблаш мумкин. Бу ишда 74-расмда кўрсатилган қурилмадан фойдаланилади. Қурилмада махсус тутқичга маҳкамланган капилляр найлар, улардан ташқари, текшириладиган суюқликли идиш учун шу тутқичга бириктирилган кўчма полка бор. Найлар *С* шовун ёрдамида тик ўрнатилади ва тутқичнинг ён томонида ўрнатилган электр лампа воситасида ёритилади. Найларнинг r_1, r_2, r_3 радиусларини "МИР" типидаги ўлчов микроскопи ёрдамида, h_1, h_2, h_3 тик масофаларни эса "КМ" типидаги катетометр воситасида ўлчанади.



74-расм.

Катетометрнинг тузилиши

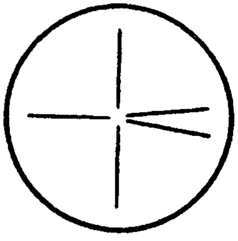
Катетометр яхлит учоёққа ўрнатилган тик штативдан, ўлчов кареткасидан, кўриш трубасидан ва ўлчов микроскопидан иборат (75-расм). Учоёқ *1* га колонна *2* ўрнатилган бўлиб, каллак *3* ёрдамида уни тик ўқ атрофида айлантириш мумкин. Микрометрик силжитишни *5* винт маҳкамланган ҳолда *4* винт ёрдамида амалга ошириш мумкин. Колоннага миллиметрли шиша шкала ўрнатилган бўлиб, шкала колонна ўқига қатъий параллел жойлашган. Учоёқдаги винтларни бураб, колоннани доиравий ватерпас ёрдамида тик ўрнатилади. Кўриш найи *8*, ўлчов заррабини *9* ўрнатилган ўлчов кареткаси *7* колонна бўйлаб роликларда силжий олади. Ўлчов кареткасини тик бўйича катта силжитишлар *10* винт бўшатилган ҳолда кўл билан амалга оширилади. Уни аниқ силжитишлар эса *10* винтни маҳкамлаган ҳолда, микрометрик *11* винт ёрдамида бажарилади. Каретка колонна ичидаги посанги билан мувозанатланган. Посанги йўналтирувчи *13* ролик орқали ўтказилган *12* пўлат лента воситасида каретка билан бирлаштирилган. Кўриш найи *8* кареткага ўрнатилган. Найни объектнинг танланган нуқтасига фокуслаш *14* маховникни бураш орқали амалга оширилади. Кўриш найини қўпол созлаш шу найида ўрнатилган механик визир ёрдамида бажарилади. Тубуснинг ён томонида ўқи кўриш найининг визир ўқига параллел бўлган *15* цилиндрик ватерпас жойлашган. Ватерпасдаги пуфакча учлари тасвирларини *17* лупа орқали қараб, микрометрик *16* винт ёрдамида мос келтирилади. Мана шундай ҳолатда ватерпас уфқий ўрнатилган бўлади. Пуфакча яримлари бир–бирига мос жойлашганда кўриш трубасининг визир ўқи аниқ уфқий ҳолатга келади. Кўриш найини уфқий текисликда аниқ ўрнатиш 5 винт маҳкамланган ҳолатида 4 микрометрик винт воситасида бажарилади. Катетометр ўлчов кареткасида масштаб тўрга эга бўлган ўлчов заррабини ўрнатилган. Масштаб тўр тик ва уфқий йўналишларда *10* қисмга бўлинган. Ўлчов заррабини шундай ўрнатилганки, тўрнинг *10* та уфқий биссектори миллиметрли шкаланинг иккита чизиғи орасида жойлашади. Демак, ҳар бир биссекторга тик йўналишда 0,1 миллиметр мос келади. Уфқий йўналишда биссекторнинг 0,1 қисми 0,01 мм га тенг. Миллиметрнинг 0,001 улушлари эса кўз билан чамаланади.



75-расм.

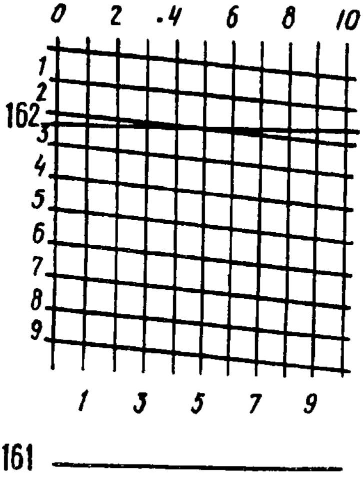
Кўриш найи ва ўлчов заррабини ёрдамида ўлчанувчи узунликни миллиметрли шкала билан таққосланади. Кареткани колоннада тик силжитиш ва тик ўқ атрофида колоннани буриш орқали объектнинг танланган нуқтасига визирлаш амалга оширилади. Тегишли ҳисоблашларни микрометрнинг окуляри орқали шкаладан ва масштаб тўрдан олинади. Тик кесмаларнинг узунлиги тегишли ҳисобларнинг айирмаси сифатида топилади.

Катетометрда ишлаш усули



76-расм.

Учоёқнинг кўтариш винтларини бураш орқали доиравий ватерпас ёрдамида колоннанинг ўқи тик ҳолатга келтирилади. Ўлчов заррабинининг ёритиш тизими трансформатор орқали ток тармоғига уланади. Винт *10* бўшатилади, ўлчов кареткасини объектнинг танланган нуқтаси сатҳига кўтарилади ва механик визир ёрдамида кўриш найи объектга йўналтирилади. Кўриш найининг окулярини тўрнинг кескин тасвири ҳосил бўладиган қилиб, фокусловчи линзани эса объектнинг кескин тасвири ҳосил бўладиган қилиб ўрнатилади. Шундан сўнг, кўриш найини объект нуқтасига аниқ тўғриланади. Буни *10* винт маҳкамланган ҳолда *11* винт ва *5* винт маҳкамланган ҳолда *4* винт ёрдамида амалга оширилади. Кўриш найининг тўрида кесишган чизиқлар бўлиб, унинг ўнг томонидаги уфқий штрихи бурчак биссектор кўринишида ишланган (76-расм). Найни тўғрилашда объект нуқтаси тўрнинг ўнг ярмида, бурчак биссекторнинг аниқ ўртасида уфқий штрих сатҳида жойлашиши лозим. Аниқ тик тўғрилашда пуфакларнинг ярим тасвири ёй ҳосил қилган ватерпас доимо кўриш майдонида бўлиши лозим. Шундан сўнг, масштаб тўр бўйича биринчи ҳисоб олинади. Сўнгра колоннани буриб, кўриш найи иккинчи объектнинг тегишли нуқтасига йўналтирилади ва юқоридаги тартибда ўлчаш бажарилади. Ўлчов заррабинининг кўриш майдонида бир вақтда миллиметрли шкаланинг рақамлар билан белгиланган иккита штрихи тасвири ва масштаб тўр кўринади. Бутун миллиметрларнинг саноқ индекси вазифасини 0,1 улушли нолинчи биссектор бажаради.



77-расм.

Масалан, 77-расмдаги рақамлар саноғини ёзиб кўрайлик. Бунда штрих нолинчи биссекторни ўтмаган, яқинроқдаги катта штрих нолинчи штрихга етмаган. Ҳисоблаш бу ерда 162 мм билан бундан нолинчи биссекторгача бўлган кесма узунлигининг йиғиндисини беради. Бу кесмада миллиметрнинг 0,1 улушлари сони биссекторнинг ўтган охирги 0,1 миллиметри билан, яъни 2 рақами билан белгиланади. Миллиметрнинг 0,01 ва 0,001 улушлари ҳисоби эса тўрнинг уфқий йўналишида, яъни миллиметрли штрих тўрнинг тўртинчи ва бешинчи бўлими орасидан олинади, у тақрибан 0,044 мм га мос келади. Ҳисоблашнинг охирги натижаси 162,244 мм бўлади. Ўлчаш аниқлигини ошириш учун уни бир неча марта такрорлаш керак. Ўлчаш вақтида қуйидагиларга аҳамият бериш лозим: 1) ўлчашлар кўриш найи қайта фокусланмаган ҳолда, 2) найнинг уфқий ҳолатини сақлаган ҳолда бажарилиши керак.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Тажрибада фойдаланиладиган учта капилляр найдан кесиб олинган ва махсус уячаларга жойлаштирилган намуна бўлакларнинг ички диаметрлари 0,01 мм аниқликда “МИР” заррабинида ўлчанади ва натижалар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	r_1	r_2	r_3	h_1	h_2	h_3
1 2 3 ...						

2. Найлар махсус эритмада, сўнгра дистилланган сувда тозалаб ювилади ва иссиқ ҳаво ўтказилиб қуритилади.

3. Найлар тутқичда тик ўрнатилади ва дистилланган сувда идишга ярмидан ортиқроғи ботирилиб, бир оз вақт шундай қолдирилади.

4. Най деворлари ҳўллангандан кейин уни бир неча сантиметр кўтарилади ва катетометр орқали қараб, ка-

пилляр ичидаги суюқлик мениски чўққисининг ҳолати аниқлаб олинади.

5. Найларнинг сувга ботиш ҳолатини яна 2—3 марта ўзгартириб, ҳар сафар мениск ҳолати диққат билан ўлчанади, олинган натижалар 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал асосида сувнинг сирт таранглик коэффициенти (5) формула бўйича ҳисоблаб топилади. Ўлчаш хатолиги

$$\Delta\sigma = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{\sum\limits_i(\bar{\sigma} - \sigma_i)^2}{n(n-1)}}$$

дан ҳисобланади ва олинган натижа усулнинг хатолигини ифодаловчи ушбу

$$\Delta\sigma = \bar{\sigma}\left[\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_1 r_2(r_2 - r_1)}\Delta r + \frac{2}{h_1 - h_2}\Delta h\right]$$

хатолик билан солиштирилади. Бу ерда Δr — найларнинг радиусларини ўлчашдаги хатолик бўлиб, у катетометрнинг аниқлигига тенг.

Саволлар

1) Сирт таранглик коэффициенти температурага қандай боғлиқ?

2) Най каналининг тоза бўлмаслиги натижага қандай таъсир қилади?

3) Юқорида баён қилинган усул билан капилляр деворларини ҳўлламайдиган суюқликнинг сирт таранглик коэффициентини аниқлаш мумкинми?

4) Сирт таранглик коэффициентини аниқлашнинг яна қандай усулларини биласиз.

27-ИШ. СУЮҚЛИКЛАРНИНГ ТЕМПЕРАТУРАВИЙ ҲАЖМИЙ КЕНГАЙИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма, 2) сув буғлаткич, 3) резина найлар.

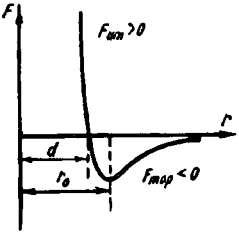
Қисқача назария

Модданинг суюқ ҳолати оралиқ ҳолат бўлиб, температуранинг кўтарилиши билан унинг хусусияти буғ хусусиятига ўта боради. Бу эса модда молекуляр тузилишининг ўзгариши билан узвий боғлиқдир. Суюқлик қаттиқ жисмдан шуниси билан фарқланадики, биринчидан, унинг зарралари бир-бирига нисбатан қўзғалувчандир, яъни у оқиш хусусиятига эга, иккинчидан, у қаттиқ жисмлар каби доимий ҳажмга эга. Унча юқори бўлмаган температураларда суюқликнинг молекуляр ҳажми газ ёки буғнинг молекуляр ҳажмидан анча кичикдир. Демак, суюқлик молекулалари буғ молекулаларига қараганда бир-бирига яқинроқ жойлашган бўлиб, улар орасидаги молекулалараро тортишиш газдагидан каттароқ бўлади. Маълумки, молекулага қуйидаги

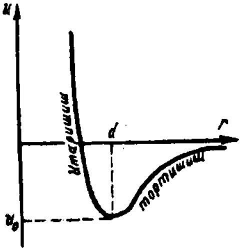
$$F=F_{\text{тор.}}+F_{\text{ит.}}=-\frac{a}{r^7}+\frac{b}{r^9} \qquad (1)$$

молекулалараро куч таъсир қилади; бу ерда r — молекулалар орасидаги масофа, a ва b — молекула тузилишига боғлиқ бўлган доимийлар. Йиғинди ўзаро таъсир кучининг масофага боғланиши 78-расмда кўрсатилган: $r=d$ бўлганда итаришиш кучлари тортишиш кучларини мувозанатлайди; $r>d$ бўлганда $F>0$ бўлади, яъни итаришиш кучлари тортишиш кучларидан устун келади; $r>d$ бўлганда, аксинча, $F>0$ бўлади.

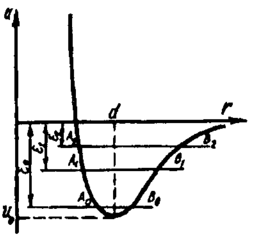
Молекулалараро кучларнинг характери маълум бўлса, молекулалараро таъсир энергиясининг графигини — потенциал эгри чизиғини чизиш мумкин. Бундай потенциал эгри чизиқ 79-расмда кўрсатилган. Бу ерда u_0 — молекулалар бир-биридан $r=d$ масофада тинч турган ҳолга мос келувчи минимал молекулалараро таъсир энергияси. (1)



78-расм.



79-расм.



80-расм.

ифодадан тортишиш кучларининг масофага боғлиқ равишда ўзгариш суръати итаришиш кучларининг ўзгариш суръатидан кичик эканлиги кўриниб турибди. Шу туфайли потенциал эгри чизиқ носимметрикдир. Эгри чизиқ минимумдан чапда ($r < d$) кескин туша боради, Минимумдан ўнгда эса ($r > d$) у аввало ётиқроқ чизиқ бўйича ўса боради, сўнгра ўсишдан тўхтайди. Эгри чизиқни таҳлил қилиш суюқлик ва қаттиқ жисмларнинг хусусиятлари, хусусан, иссиқликдан кенгайиш сабаби устида мулоҳаза юритишга имкон беради. Суюқлик ёки қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиш сабабини тушунтириш учун турли температурадаги молекула тўлиқ энергиясининг молекулалар орасидаги масофага боғлиқ ҳолда ўзгариш чизиғини қараб чиқайлик. Бу боғланиш 79-расмда кўрсатилган; бунда ε_0 — молекула тебранма ҳаракатининг мутлақ ноль температурадаги минимал энергияси, ε_1 ва ε_2 — молекулаларнинг T_1 ва T_2 температураларга мос келувчи энергияси. 80-расмдан кўринишича, жисмнинг температураси ортиши билан тебранишлар энергияси ортади. Демак, агар молекула T_1 температурада A_1 ва B_1 нуқталар орасида тебранса. T_2 температурада A_2 ва B_2 нуқталар орасида тебранади. Потенциал эгри чизиқнинг носимметриклиги туфайли A нуқтанинг чапга силжишига қараганда B нуқтанинг ўнгга силжиши каттароқ бўлади. Бундан температуранинг ортиши билан мувозанат ҳолатининг ҳам ўнгга силжиши маълум бўлади.

Демак, молекулалараро таъсир потенциал эгри чизиғининг носимметриклиги натижасида температуранинг ортиши билан молекулалар орасидаги масофа ортади. Бу нарса суюқлик ва қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиш механизмини сифат жиҳатдан тушунтиради.

Маълумки, суюқликнинг температуравий ҳажмий кенгайиш коэффициенти

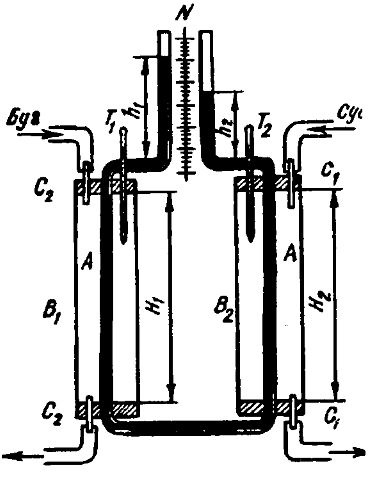
$$\beta = \frac{1}{\Delta T} \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \qquad (2)$$

билан характерланади, бу ерда ΔT — температуранинг ўзгариши, ΔV — ҳажмнинг ўзгариши, V_0 — бошланғич ҳажм. (2) га асосан, ҳажмий кенгайиш коэффициенти сон қиймат жиҳатдан температура изобарик $\Delta T = 1°$ га ўзгаргандаги ҳажмнинг нисбий ўзгаришига тенг.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Температуравий ҳажмий кенгайиш коэффициентини аниқлаш усули туташ идиш тирсакларида суюқлик температуралари ҳар хил бўлганда иккита тирсакдаги суюқлик сатҳларининг мувозанати шартига асосланади. Бу ҳол учун тирсаклардаги сатҳлар баландликлари улардаги суюқликлар зичликларига тескари мутаносибдир.

Тажриба қурилмаси тарҳи 81-расмда кўрсатилган. Текширилаётган суюқлик A туташ найга қуйилади. A туташ найнинг очиқ учларидаги суюқлик сатҳларининг фарқини ҳисоблаш қулай бўлиши учун улар бир-бирига яқинлаштирилган бўлади. Найнинг тузилмаси тирсаклари B_1 ва B_2 термостатларга жойлаштирилган. Термостат C_1C_1' ва C_2C_2' тиқинли шиша цилиндрдан иборат бўлиб, B_1 орқали водопровод суви, B_2 орқали сув буғлатгичда ҳосил бўлган буғ ўтказилади. Уларнинг температуралари термостатга жойлаштирилган T_1 ва T_2 термометрлар ёрдамида ўлчанади. Иккала тирсакдаги суюқликнинг температуралари фарқи термостатлар ёрдамида ўзгартирилади, бунинг натижасида улардаги суюқлик зичликлари ўзгаради. 70-расмда кўрсатилган фарқ чап тирсак ўнг тирсакка қараганда иссиқроқ бўлган ҳолга мос келади.



81-расм.

Соддалик учун термостат тирсакларининг баландликлари — термостатдаги C_1C_1' ва C_2C_2' тиқинлар орасидаги масофа бир-бирига тенг, яъни $H_1=H_2=H$ қилиб олинган.

Тирсакдаги суюқлик ҳосил қиладиган босим суюқлик зичлигининг суюқлик устуни баландлигига кўпайтмасига тенг бўлади. Тик тирсаклардаги босимлар фарқи $H(\rho_2-\rho_1)g$ га тенг, бу ерда ρ_1 ва ρ_2 — ўнг (совуқ) ва чап (иссиқ) томондаги суюқлик зичликлари. Бу босимлар айирмаси h_1-h_2 суюқлик сатҳлари фарқи ҳосил қиладиган $(h_1-h_2)\rho_2 g$ босимлар айирмаси билан мувозанатлашади. Шунинг учун қуйидаги тенглик ўринлидир:

$$H(\rho_2-\rho_1)=(h_1-h_2)\rho_2. \qquad (3)$$

Туташ найдаги суюқликнинг t_1 температурадаги V_1 ҳажми ўша суюқликнинг t_2 температурадаги V_2 ҳажми билан қуйидагича боғланган:

$$V_1=V_2(1+\beta\Delta t) \text{ ёки } \frac{V_1}{V_2}=(1+\beta\Delta t),$$

бу ерда $\Delta t=t_1-t_2$, β — ***температуравий ҳажмий кенгайиш коэффициенти.*** Тирсаклардаги суюқлик зичликларининг нисбати ҳажмлар нисбатига тескари мутаносиб:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{1+\beta\Delta t}, \text{ бундан } \rho_1=\frac{\rho_2}{1+\beta\Delta t}.$$

Зичликнинг бу ифодаси (3) га қўйилса, β ни ҳисоблаш учун қуйидаги

$$\beta=\frac{h_1-h_2}{[H-(h_1-h_2)]\Delta t} \qquad (4)$$

ифода ҳосил бўлади.

Агар термостат тирсакларининг H_1 ва H_2 баландликлари бир-бирига тенг бўлмаса, β ни ҳисоблашда қуйидаги ифодадан фойдаланилади:

$$\beta=\frac{(H_1-H_2)-(h_1-h_2)}{[H_2-(h_1-h_2)]\Delta t}. \qquad (5)$$

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

(4) формуладан маълумки, β ни ҳисоблаш учун (h_1-h_2) сатҳлар фарқини, Δt температуралар айирмасини ва термостат тирсакларининг баландликлари H ни диққат билан ўлчаш керак. Ўлчашлар қуйидаги тартибда бажарилади:

1. B_2 термостат резина най ёрдамида сув қувури жўмрагига уланиб, сув оқизилади ва ундаги T_2 термометрнинг кўрсатиши (t_2) ёзиб олинади. Сув буғлаткичга сув тўлдириб, ток манбаига уланади. B_1 термостатни резина най ёрдамида сув буғлаткичга туташтириб, суюқликнинг температураси (t_1) 80°–90°С га етгунча ундан буғ ўтказилади. Ундаги T_1 термометрнинг кўрсатишидан t_1 ва A туташ найнинг юқориги қисмидаги суюқлик сатҳлари фарқи (h_1-h_2) ёзиб олинади.

2. Сўнгра сув буғлаткич токдан узилади. Чап тирсакдаги суюқлик совий бошлаб, температураси пасая боради. T_1 термометр кўрсатишини кузатиб бориб, унинг ҳар бир 10°С га пасайишига мос келувчи (h_1-h_2) сатҳлар фарқи ўлчаб борилади.

3. A найнинг иситиладиган ва совитиладиган тик қисмларининг H баландликлари ўлчанади. Бу масофа B_1 ва B_2 термостат тиқинлари орасидаги масофалардан иборатдир. Уларнинг ҳар бирини миллиметрли масштабли линейка ёрдамида камида уч мартадан ўлчаш керак.

4. Тажрибани юқорида баён қилинган тартибда 4—5 марта такрорлаш керак. Олинган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1–жадвал

t_{1i}	t_2	$t_{1i}-t_2$	$(h_1-h_2)_i$			$\overline{(h_1-h_2)}_i$	β_i
			I	II	III		
90							
80							
70							
60							
50							
40							

5. 1-жадвал натижалари асосида (4) ёки (5) ифодадан фойдаланиб β ҳисобланади. B_1 ва B_2 термостатдаги тик тирсак баландликлари $H_1=H_2=H$ бўлган ҳол учун дифференциал усул бўйича ўлчаш хатолиги ушбу

$$\Delta\beta=\beta\left[\frac{2H\Delta h}{[H-(h_1-h_2)](h_1-h_2)}+\frac{\Delta H}{H-(h_1-h_2)}+\frac{2\Delta t}{t_1-t_2}\right]$$

ифодадан аниқланади. Бу ерда $\Delta h_1=\Delta h_2=\Delta h$ туташ найнинг икки учидаги суюқлик сатҳларини аниқлашдаги хатолик бўлиб, унинг катталиги суюқлик менискининг ҳолати ва миллиметрли шкаладан ҳисоблаш аниқлиги билан белгиланади. Бу хатоликни $\Delta h=1$ мм деб олиш мумкин.

Саволлар

1) Ҳажмий кенгайиш коэффициенти температурага қандай боғланган?

2) Оддий найлар ўрнига капилляр найларни ишлатиш мумкинми?

3) Асбоб тирсакларидаги найлар диаметрларининг ҳар хил бўлиши тажриба натижасига таъсир кўрсатадими?

4) Туташ идишнинг кенгайиши суюқликнинг ҳажмий кенгайиш коэффициентига таъсир қиладими?

28-ИШ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ТЕМПЕРАТУРАВИЙ ЧИЗИҚЛИ КЕНГАЙИШ КОЭФФИЦИЕНТИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) қурилма, 2) металл стерженлар тўплами, 3) сув буғлаткич, 4) индикатор, 5) резина найлар, 6) миллиметрли линейка.

Қисқача назария

Қаттиқ жисмнинг температураси ортиши билан кристалл панжарадаги зарралар орасидаги ўртача масофа ортади. Қиздирилганда зарралар орасидаги масофанинг ўзгаришига сабаб нима? Қаттиқ жисм зарраларига масофага боғлиқ бўлган атомлараро ўзаро таъсир кучи таъсир қилади. Кристалл панжара тугунидаги зарралар фақат бирор мувозанат ҳолат атрофида тебранма ҳаракат бажара олади. Қаттиқ жисмнинг ички энергияси зарраларнинг тебранма ҳаракат энергиясидан иборат бўлиб, бу энергия унинг температураси орқали аниқланади. Панжарадаги зарралар ногармоник тебранма ҳаракат қилади. Бунинг сабаби ўзаро таъсир кучининг зарралар орасидаги масофага мураккаб боғлиқлигидадир: зарралар орасидаги масофа нисбатан катта бўлганда ўзаро таъсир тортишиш кучи сифатида намоён бўлиб, масофанинг камайиши билан у ишорасини ўзгартиради ва тез ўзгарувчи итаришиш кучига айланади. Бошқача айтганда, зарранинг қўшни заррага яқинлашишига қараганда ундан узоқлашиши "осонроқдир". Демак, жисмни иситиш зарралар орасидаги ўртача масофанинг ортишига, яъни жисмнинг ҳажмий кенгайишига олиб келади. Шундай қилиб, қаттиқ жисмнинг иссиқликдан кенгайишига сабаб кристалл панжарадаги зарралар тебранма ҳаракатининг ногармониклигидадир. Бу ҳолни тушуниб олиш учун 27-ишдаги 80-расм бўйича молекулалараро таъсир потенциал энергиясининг зарралараро масофага боғлиқ ҳолда ўзгариш графиги билан танишиш тавсия қилинади.

Усулнинг назарияси

Иссиқликдан кенгайиш миқдорий жиҳатдан *чизиғий кенгайиш коэффициенти* билан характерланади ва қуйидагича аниқланади. Айтайлик, узунлиги l_0 бўлган жисм температурасини ΔT қадар ўзгартирилганда у Δl қадар узайсин. У ҳолда чизиғий кенгайиш коэффициенти қуйидаги муносабатдан аниқланади:

$$\alpha = \frac{1}{\Delta T}\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad (1)$$

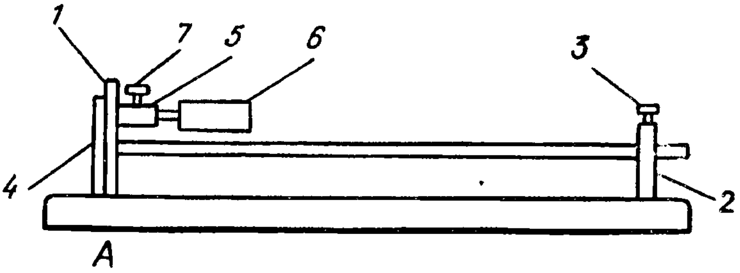
яъни чизиғий кенгайиш коэффициенти сон қиймат жиҳатдан температуранинг ўзгариши бир бирликка тенг бўлганда узунликнинг нисбий ўзгаришига тенг ва ўлчов бирлиги 1/ град. (1) га асосан кейинги температураси бошланғич температурасидан ΔT га фарқ қиладиган жисм узунлиги l_t қуйидаги формуладан аниқланади:

$$l_t = l_0(1+\alpha\Delta T),$$

бу ерда l_0 — жисмнинг бошланғич узунлиги.

Тажриба қурилмаси ва ўлчашлар

Қурилма А ёғоч таглик (82-расм) устига маҳкамланган. Тагликдаги иккита тиргакка (1 ва 2) текширилаётган стерженлардан бири ўрнатилиб, унинг бир учи *3* винт



82-расм

ёрдамида қўзғалмас қилиб маҳкамланади. Стерженнинг иккинчи учидаги *4* пластинка стерженни *2* тиргакда параллел ўрнатиш учун хизмат қилади. Тиргакдаги *5* найга *6* ўлчаш индикатори ўрнатилиб, *7* винт ёрдамида маҳкамланади. (1) формуладан маълумки, чизиғий кенгайиш коэффициентини аниқлаш учун стерженнинг l_0 бошланғич узунлигини, Δl узунлик ўзгаришини ва ΔT температура ўзгаришини ўлчаш керак. Буларни ўлчаш қуйидаги тартибда бажарилади:

1. Стерженни тиргакларда шундай ўрнатиш керакки, ундаги *4* пластинка *1* тиргакка тегиб турсин ва стержень *3* винт ёрдамида маҳкамлансин. Стерженнинг l_0 бошланғич узунлиги деб, *4* пластинканинг ички сиртидан *3* винтнинг марказигача бўлган масофа олинади ва уни миллиметрли чизғич ёрдамида 1 мм аниқлик билан 5—6 марта ўлчанади.

2. Ўлчаш индикаторини шундай ўрнатиш керакки, унинг қўзғалувчан учи *4* пластинкага тегиб турсин. Индикаторни ўрнатиш икки этапдан иборат: а) индикаторни олдинга ёки орқага суриб миллиметрли шкала нолига мосланади; ундан сўнг, индикатор циферблатини бураб, стрелка узайишни 0,01 мм аниқликда ўлчайдиган катта шкала нолига тўғриланади.

3. Сув буғлатгичга сув тўлдирилиб, ток манбаига уланади. Стержень резинка найлар ёрдамида сув буғлатгич билан туташтирилиб, унинг исиш натижасида узайиши индикатор милининг силжишидан кузатилади. Стержень температураси буғ температурасига тенглашганда кенгайиш тўхтаб, буғ ўтиши давом этгани ҳолда индикатор кўрсатиши ўзгармай қолади. Индикаторнинг бу ҳолдаги кўрсатиши стержень узунлигининг Δl ўзгаришига тенг бўлади ва уни ёзиб олинади.

4. Узунликнинг Δl ўзгаришига мос келувчи $\Delta T = T_\text{к} - T_0$ температура ўзгаришини, яъни сувнинг қайнаш температураси $T_\text{к}$ билан хона температураси T_0 орасидаги айирмани аниқлаш керак. Хонадаги атмосфера босимини билган ҳолда $T_\text{к}$ ни жадвалдан, T_0 ни эса хонадаги термометрдан олинади.

Ҳар бир стержень учун ўлчашлар юқорида баён қилинган тартибда камида 5—6 марта бажарилади. Ҳар сафар стерженлар сув қувури суви билан хона температурасигача совитилади. Тажрибадан олинган натижаларни 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	Δl_i	$\varepsilon_i = \overline{\Delta} l - \Delta l_i$	ε_i^2	l_{0i}	$\overline{l}_0$	ΔT	α
1 2 3 ...							

1-жадвал маълумотларидан фойдаланиб, (1) ифодадан жисмларнинг чизиғий кенгайиш коэффициентлари ҳисобланади. а ни аниқлашдаги хатолик (1) асосида дифференциал усулда ҳисобланади:

$$\Delta\alpha = \alpha\sqrt{\left[\frac{\Delta(\Delta l)}{\Delta l}\right]^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{l_0}\right) + \left(\frac{\Delta T_0}{T_\text{к} - T_0}\right)}, \qquad (2)$$

бунда $\Delta(\Delta l) = \sqrt{t_\alpha^2(n) S_{\overline{\Delta l}}^2 + \left(\frac{t_\alpha(\infty)}{3}\right)^2 \delta^2}$ стержень узунлигининг ўзгаришини аниқлашдаги хатоликни ифодалайди, бу ерда δ — индикаторнинг аниқлиги, $S_{\overline{\Delta l}}$ ўртача квадратик хатолик, Δl_0 — стерженнинг бошланғич узунлигини аниқлашдаги хатолик, Δt_0 — хона температурасини ўлчашдаги хатолик.

Саволлар

1) Қаттиқ жисмлар қиздирилганда нима учун кенгаяди?

2) Жисмлар қиздирилганда ҳамма вақт ҳам кенгаядими?

3) Чизиғий кенгайиш коэффициентининг ҳар хил жисмлар учун турлича бўлишлигини қандай тушунтириш мумкин?

4) Чизиғий кенгайиш коэффициенти температурага қандай боғланган?

29-ИШ. СУЮҚЛИКНИНГ СОЛИШТИРМА БУҒЛАНИШ ИССИҚЛИГИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) калориметр; 2) термометр; 3) буғ қуритгич; 4) электр сув қайнаткич; 5) техникавий тарози ва тарози тошлари.

Қисқача назария

Суюқликнинг сирт қатламида жойлашган молекулалар бу қатламда узоқ вақт қололмайди. Бу қатламдаги молекулалар иссиқлик ҳаракати туфайли суюқликнинг ички қатламидан келган молекулалар билан ўрин алмашинади. Шунга ўхшаш силжишларда катта тезликка эга бўлган суюқлик молекулалари суюқликдан ташқарига чиқиши ва буғ фазасига ўтиши ҳам мумкин. Молекулаларнинг суюқликдан буғ фазасига ўтиши *буғланиш* дейилашди. Молекулалар суюқлик ташқарисига чиқиши учун суюқликда қолувчи молекулалар томонидан қўйиладиган тортишиш кучини енгиши, яъни молекуляр тутиниш кучларига қарши иш бажа́риши керак. Бу иш молекулаларнинг ҳаракат кинетик энергияси ҳисобига бажарилади. Молекулаларнинг буғ фазасига ўтиши v умумий тезлик катталигига эмас, балки тезликнинг суюқлик сиртига тик ташкил этувчиси v_n га боғлиқдир. Қуйидаги

$$\frac{m_0 v_n^2}{2} > A_i \qquad (1)$$

тенгсизлик ўринли бўлсагина, молекулалар суюқлик ташқарисига чиқа олади. Бу ерда m_0 — молекуланинг массаси, A_i — молекулалар орасидаги тутиниш кучларига қарши бажариладиган иш. Буғланиш иши ёки унга эквивалент бўлган Q_i иссиқлик ички буғланиш иссиқлиги дейилади. Молекуляр тутиниш кучларига қарши бажарилиши керак бўлган ишдан ташқари модда суюқ ҳолатдан газ ҳолатга ўтишида ҳажмини V_1 дан V_2 га ўзгартириш учун ташқи босим кучига қарши иш бажариши керак. Бу иш сон қиймат жиҳатдан суюқлик устидаги буғнинг босими (p) билан модданинг буғ ва суюқ ҳолатдаги ҳажмлари фарқи $(V_2 - V_1)$ нинг кўпайтмасига тенг, яъни:

$$A_т = p(V_2 - V_1). \qquad (2)$$

Бу ишга эквивалент бўлган иссиқлик ташқи буғланиш иссиқлиги дейилади. Ички ва ташқи буғланиш иссиқликлари йиғиндиси

$$Q = Q_i + p_2(V_2 - V_1) \qquad (3)$$

умумий буғланиш иссиқлиги, кўпинча *яширин буғланиш иссиқлиги* дейилади. Одатда, 1 кг ёки 1 кмоль суюқликка мос келган яширин буғланиш иссиқлиги тегишли равишда *солиштирма буғланиш иссиқлиги* ёки *моляр буғланиш иссиқлиги* деб аталади.

Бир кмоль суюқликни изотермик буғлантириш учун керак бўладиган иссиқликка тенг бўлган

$$q_\mu = \frac{Q}{n} \qquad (4)$$

катталик моляр буғланиш иссиқлиги дейилади ва СИ ўлчов бирликлар тизимида Ж/кмоль да ўлчанади; бу ерда n — кмоллар сони, Q — (3) дан аниқланадиган иссиқлик.

Суюқликнинг солиштирма буғланиш иссиқлигини моляр буғланиш иссиқлигидан аниқлаш учун уни μ моляр массага бўлиш керак, яъни

$$q = \frac{q_\mu}{\mu} = \frac{Q}{m}, \qquad (5)$$

бу ерда m — буғланган суюқлик ёки конденсацияланган буғ массаси. (5) га асосан солиштирма буғланиш иссиқлиги сон қиймат жиҳатдан 1 кг суюқликни изотермик буғлантириш учун керак бўладиган иссиқлик миқдорига тенг; у СИ тизимда Ж/кг бирликда ўлчанади. Равшанки, солиштирма буғланиш иссиқлиги суюқлик молекулалари орасидаги тутиниш кучларини сон қиймат жиҳатдан тавсифловчи катталик бўлиб, бу кучлар қанча катта бўлса, бу иссиқлик ҳам шунча катта бўлади.

Агар ташқи иссиқлик манбаи ёрдамида ёпиқ идишдаги суюқлик температурасини ўзгармас қилиб сақланса, дастлабки пайтларда буғланувчи молекулалар сони ортиб боради. Лекин молекулаларнинг суюқлик ҳажмидан буғ фазасига ўтиши билан бир вақтда унга тескари бўлган жараён — буғ молекулаларининг хаотик ҳаракат натижасида яна суюқликка қайтиши юз беради. Буғ молекулаларининг суюқликка қайтиши *конденсация* деб аталади. Конденсацияланувчи молекулалар сони буғдаги молекулалар зичлигига мутаносибдир. Солиштирма конденсация иссиқлиги, равшанки, солиштирма буғланиш иссиқлигига тенг бўлади. Бу ишда сув учун солиштирма буғланиш иссиқлиги буғнинг конденсацияланиш вақтида ажраладиган иссиқликдан аниқланади.

Усулнинг назарияси

Бу усул буғнинг конденсацияланишида ажраладиган иссиқликни калориметр ёрдамида ўлчашга асосланган. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан, бирор миқдор сувни буғлантириш учун сарфланган иссиқлик миқдори буғнинг конденсацияланишида тўла қайта ажралади. Масалан, агар m массали буғ буғлантириш температурасида конденсацияланса, унда (5) га асосан

$$Q=qm$$

иссиқлик миқдори ажралади. Бу тенгламадаги m конденсацияланган буғ массасини ва Q ажралган иссиқлик миқдорини тажрибада аниқлаш мумкин бўлганлиги учун ундан q солиштирма буғланиш иссиқлигини ҳисоблаш мумкин. (5) даги m ва Q ларни тажрибада аниқлаш учун қуйида баён қилинадиган Реньо калориметридан фойдаланилади. Айтайлик, калориметрнинг жездан қилинган ички идишининг қоргич билан биргаликдаги массаси m ва ундаги сувнинг массаси m_1 бўлиб, уларнинг бошланғич температураси T_0 бўлсин. Электрик сув буғлатгичдан резина най орқали келадиган сув буғи калориметрда конденсациялансин. Берилган босимда сувнинг қайнаш температураси $T_к$ бўлса, конденсацияланган буғнинг температураси ҳам $T_к$ бўлади. Конденсация натижасида ажралган иссиқлик ҳисобига калориметрнинг ва унинг ичидаги сувнинг температураси бошланғич температурасига қараганда юқорироқ T_1 температурага қадар ортади. Шунингдек, калориметрдаги сувнинг массаси ҳам конденсацияланган буғ массасича ошади. Буғ конденсациялангандан кейинги сувли калориметр массаси M_3 дан сувли калориметрнинг аввалги массаси M_2 нинг фарқи конденсацияланган буғ массаси $m=M_3-M_2$ га тенг бўлади. Юқорида айтилган температуралар ва массаларни билган ҳолда иссиқлик баланси тенгламасини тузиш мумкин. Ҳақиқатан, калориметр ичида конденсацияланган буғдан ажраладиган умумий иссиқлик миқдори qm конденсация иссиқлиги билан конденсацияланган m массали сув температурасининг $T_к$ дан T_1 гача совиши натижасида ажраладиган $C_1m(T_к-T_1)$ иссиқлик йиғиндисига тенг:

$$Q_1=qm+C_1m(T_к-T_1),$$

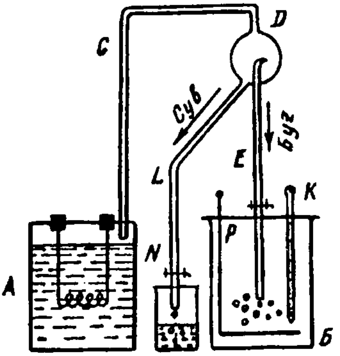
бу ерда C_1 — сувнинг солиштирма иссиқлик сиғими. Иккинчи томондан, бу калориметрда ажралган Q_1 иссиқлик миқдори калориметр ва унинг ичидаги сувга узатилади, у эса қуйидагича аниқланади:

$$Q_2=(m_2C+m_1C_1)(T_1-T_0),$$

бу ерда C — калориметр материалининг солиштирма иссиқлик сиғими. Изоляцияланган тизим учун энергиянинг сақланиш қонунига асосан $Q_1=Q_2$. Бу тенгликка Q_1 ва Q_2 нинг юқорида топилган ифодаларини қўйиб, сувнинг изланаётган солиштирма буғланиш иссиқлиги қуйидаги тенгликдан ҳисобланади:

$$q=\frac{(mC+m_1C_1)(T_1-T_0)-mC_1(T_к-T_1)}{m} \qquad (6)$$

Тажриба қурилмаси



83-расм.

Бу ишда фойдаланиладиган қурилма 83-расмда кўрсатилган. У *А* электр сув буғлатқичдан, *Б* калориметрдан, *D* буғ қуриткичдан, буғ ўтказувчи *C* резина найдан, *C* найда конденсацияланган буғни ва электр сув буғлаткичдан келган сувни чиқарувчи *L* найдан ҳамда *D* буғ қуриткичдан чиққан қуруқ буғни калориметрга етказувчи *E* найдан тузилган. *P* қорғич ва *E* буғ чиқарувчи най калориметр ичига туширилган. *D* буғ қуриткичнинг вазифаси конденсацияланган сув буғини калориметрга туширмасдан ташқарига чиқаришдир. Агар буғ қуриткичнинг тагида сув йиғилса, *L* найчадаги *N* қисқични очиб, уни чиқариб юбориш мумкин. Температуралар *K* термометр билан ўлчанади. Б калориметр икки идишдан тузилган бўлиб, улар юпқа жездан ясалган. Ички идиш ташқарисидан ҳаво бўшлиғи билан ажралган бўлиб, у иссиқлик ўтказувчанлиги кичик бўлган ёғоч тагликка ўрнатилади.

Ўлчашлар

1. Техник тарозининг юксиз ҳолатдаги ноль нуқтаси топилади. Сўнгра, калориметрнинг ички идиши қоргич билан биргаликда тортилиб, уларнинг биргаликдаги m_2 массаси топилади. Сувли калориметр массаси m_3 ўлчанади. Ундан m_2 калориметр массаси айирилса, калориметрга солинган сувнинг массаси $m_1 = m_3 - m_2$ топилади.

2. Қурилма 83-расмда кўрсатилгандек қилиб йиғилади ва *H* қисқични бекитиб, *N* қисқич очиб қўйилади. Электр сув буғлатгичга сув қуйиб, электр занжирга уланади.

3. Калориметрдаги сувнинг T_0 бошланғич температураси аниқланади. Буғлатгичдаги сув қайнаб чиққандан кейин *L* найча орқали сув буғи ўта бошлайди, шундан сўнг *П* қисқични очиб, *N* ни ёпиш керак. Сувнинг температураси

40°—50°С га етганда H қисқични ёпиб, N ни очиш ва электр сув буғлатгични занжирдан узиш керак. Сувни қоргич билан аралаштириб, унинг температурасининг ўзгариши кузата борилади ва температуранинг туша бошлаши олдидан унинг T_1 қиймати ёзиб олинади.

4. Сўнгра сувли калориметрни яна тортиб m_4 ва ундан фойдаланиб, конденсацияланган сув массаси $m=m_4-m_3$ топилади.

5. Сувнинг қайнаш температураси тажриба шароитидаги босим учун жадвалдан олинади. Босим эса хонадаги барометр ёрдамида аниқланади.

Бундай тажриба камида 3—4 марта такрорланиб, олинган натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	m_2	m_3	m_1	m_4	m	T_0	T_1	$T_к$	q_l
1									
2									
3									
...									

Ҳисоблашлар

1-жадвал натижаларидан фойдаланиб, (6) формула бўйича сувнинг солиштирма буғланиш иссиқлиги ҳисобланади. Уни сувнинг массасига кўпайтириб, моляр буғланиш иссиқлиги топилади. (6) даги солиштирма иссиқлик сиғимларини, сувнинг қайнаш температурасини жадвалдан олаётганда уларнинг хатолигини тажрибада ўлчанаётган m, m_1, m_2, T_0, T_1 ларнинг хатолигидан исталганча кичик қилиб олиш мумкин. Шунда билвосита ўлчаш натижасининг хатолигини ҳисоблаш ифодаси анча соддалашади. (6) формулани дифференциаллаб, нисбий хатоликни ҳисоблаш учун ушбу ифодани топамиз:

$$\frac{\Delta q}{q}=\frac{[(c+c_1)(T_1-T_0)+c_1(T_к-T_1)]\Delta m+[2(cm_2+c_1m_1)c_1m_1]\Delta T}{(cm_2+c_1m_1)(t_1-t_0)-mc_1(t_к-t_1)}+\frac{\Delta m}{m},$$

бу ерда массаларни ва температураларни ўлчашдаги хатоликларнинг ўзаро тенглиги, яъни $\Delta T_1=\Delta T_0=\Delta T$ ва $\Delta m_2=\Delta m_1=\Delta m$ эканлиги ҳисобга олинган. ΔT температурани ўлчашдаги хатолик бўлиб, уни термометр шкаласи энг кичик бўлимининг 1/2 га тенг деб олиш мумкин.

Ўлчашнинг мутлақ хатолиги эса, қуйидагига тенг:

$$\Delta q = \left(\frac{\Delta q}{q}\right)\overline{q}$$

ва ўлчаш натижаси $q=q\pm\Delta q$ кўринишда берилади.

Саволлар

1. Суюқликларнинг буғланиш иссиқлиги суюқлик температурасига қандай боғланган?
2. Буғланиш иссиқлиги қийматининг аниқлигига тажрибадаги қайси ўлчаш энг кўп таъсир кўрсатади?
3. Тажрибада қандай термометрдан фойдаланган маъқул?
4. Иссиқлик баланс тенгламасини ёзишда қандай иссиқлик миқдорлари ҳисобга олинмаган?

30-ИШ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ СОЛИШТИРМА ИССИҚЛИК СИҒИМИНИ ВА РЕАЛ ТИЗИМНИНГ ЭНТРОПИЯСИ ЎЗГАРИШИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) электр сув қайнаткич; 2) металл буғ иситкич; 3) калориметр; 4) иккита калориметрик термометр (0°—100°С интервалда даражаланган); 5) текшириладиган жисмлар тўплами; 6) техникавий тарози ва тарози тошлари.

Қисқача назария

Бу ишнинг мақсади қаттиқ жисмнинг солиштирма иссиқлик сиғимини ва реал тизим энтропиясининг ўзгаришини аниқлашдан иборат. Иссиқлик сиғимининг Больцманнинг энергиянинг эркинлик даражалар бўйича тенг тақсимланиш қонунига асосланувчи мумтоз назариясига кўра, ҳамма содда қаттиқ жисмлар грамматомининг иссиқлик сиғими

$$C_\mu = 3R,$$

Классик назариянинг натижаси Дюлонг ва Птининг экспериментал қонунига мос келади. Қаттиқ жисмлар учун етарлича юқори температурадагина унинг ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғими ўзгармас босимдаги иссиқлик сиғимидан фарқланади. Нисбатан паст температураларда қаттиқ жисмнинг умуман иссиқлик сиғими ҳақида гапириш ва унинг бирлик массаси (ёки бир килограммм-атоми)га оид иссиқлик сиғимини жисм температурасини бир градусга оширишдаги ички энергиянинг ўзгариши орқали аниқлаш мумкин. Қаттиқ жисмнинг ички энергияси панжара тугунидаги атомнинг тебраниши билан аниқланади. Бир атомли бир килограмм–атом кристалл панжара N тугундан иборат бўлса, у $3N$ тебраниш эркинлик даражасига эга бўлади ва унинг ҳар биттасига kT энергия мос келиб, тўла ички энергияси $U=3NkT=3RT$ бўлади (бу ерда k — Больцман доимийси, R — универсал газ доимийси). Бундан бир килограмм–атом қаттиқ жисмнинг иссиқлик сиғими;

$$C_\mu = \frac{dU}{dT} = 3R. \qquad (1)$$

Температуранинг пасайиши билан ҳамма жисмларнинг иссиқлик сиғими камаяди ($T\rightarrow 0$, $C\mu\rightarrow 0$). Бу ҳодиса термодинамиканинг II қонунига боғлиқ бўлиб, у квант назарияси асосидагина тушунтирилиши мумкин. Кўпинча иссиқлик сиғими модданинг бир килограмми (ёки бир грамми) учун аниқланиб, уни солиштирма иссиқлик сиғим деб юритилади, яъни (1) га асосан:

$$C = \frac{C_\mu}{\mu} = \frac{3R}{\mu},$$

бу ерда μ — модданинг килограмм-атом массаси.

Тажрибада солиштирма иссиқлик сиғими модданинг бирлик массаси температурасини 1К га ошириш учун зарур бўладиган иссиқлик миқдори сифатида аниқланади. Бошланғич температураси t_0 бўлган m массали жисмни t_1 гача иситиш учун унга қуйидаги иссиқлик миқдорини сарфлаш зарур бўлади:

$$Q = Cm(t_1 - t_0).$$

Температуралари турлича бўлган бир нечта жисм ўзаро контактга келтирилганда бундай тизим температуравий мувозанатга ўтаётганда унинг энтропияси ўзгара боради. *Энтропия* — ёпиқ термодинамик тизимда ўз-ўзидан юз берадиган жараёнларнинг йўналишини тавсифловчи ҳолат функциясидир. Энтропиянинг ҳолат функцияси сифатида мавжудлигини термодинамиканинг II қонуни асослайди. Тизимнинг ихтиёрий A ва B ҳолатлари энтропияларининг айирмаси

$$\Delta S = S_B - S_A = \int \frac{dQ}{T}, \qquad (4)$$

бу ерда dQ — тизим ҳолатини ўзгартиришда берилган иссиқлик миқдори, T — тизим иссиқлик миқдори олаётгандаги мутлақ температура.

Изоляцияланган тизимларда адиабатик юз берадиган қайтар жараёнларда энтропия ўзгармай қолади. Қайтмас жараёнларда у ўса боради. Ҳамма реал жараёнлар қайтмас жараёнлар бўлиб, уларда $\Delta S > 0$.

Тизим энтропияси билан микроҳолатлар сони орасида қуйидаги

$$S = k \ln W \qquad (5)$$

боғланиш мавжуд бўлиб, у ***Больцман тенгламаси*** деб аталади. Бу ерда k — Больцман доимийси, W — тизимнинг макроҳолатини тавсифловчи микроҳолатлар сони бўлиб, *термодинамик эҳтимоллик* дейилади. (5) га асосан, тизимнинг энтропияси Больцман доимийси билан муайян макроҳолат термодинамик эҳтимоллиги натурал логарифми кўпайтмасига тенг. Больцман формуласи энтропияга қуйидагича статистик маъно беради: *энтропия* — тизимнинг тартибсизлиги ўлчовидир. Ҳақиқатан ҳам, муайян макроҳолатни тавсифловчи микроҳолатлар сони қанча кўп бўлса, макроҳолат энтропияси шунча катта бўлади. Термодинамик мувозанатда микроҳолатлар сони максимал, шунинг учун энтропия ҳам максималдир.

Усулнинг назарияси ва тажриба қурилмаси

Бу ишда солиштирма иссиқлик сиғими калориметр ёрдамида аниқланади. Массаси M_1 (калориметрнинг ички идиши билан қоргичининг биргаликдаги массаси) бўлган калориметрга температураси t_1 бўлган M_2 массали сув қуйилади. Текшиpалаётган қаттиқ жисмни t_2 гача иситилади ва калориметр ичига туширилади. Калориметрдаги аралашма (сув ва қаттиқ жисм) температураси t_m бўлсин. Агар текширилаётган жисмнинг массаси m бўлса, унинг сувли калориметрга берадиган иссиқлик миқдори (3) га асосан

$$Q = Cm(t_2 - t_m),$$

бу ерда C — текширилаётган жисмнинг солиштирма иссиқлик сиғими. Калориметр ва ундаги сувнинг температураси t_m гача кўтарилади. Улар мос равишда

$$Q_1 = C_1 m_1 (t_m - t_1) \text{ ва } Q_2 = C_2 m_2 (t_m - t_1)$$

иссиқлик олади. Бу ерда C_2 ва C_1 — сувнинг ва калориметрнинг солиштирма иссиқлик сиғимлари. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан: $Q = Q_1 + Q_2$, бунга катталикларнинг юқоридаги ифодаларини қўйиб, тенгламани C га нисбатан ечсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$C = \frac{(C_1 m_1 + C_2 m_2)(t_m - t_1)}{m(t_2 - t_m)} \tag{6}$$

Адиабатик изоляцияланган жисмлар тизими (калориметр ички идиши ва қоргичи, қуйилган сув, текширилаётган жисм) учун $\Delta S \geq 0$ Клаузиус тенгсизлиги ўринлидир. Тенгсизлик изоляцияланган тизимда юз берувчи қайтмас жараён учун энтропиянинг ортишини кўрсатади. Энтропиянинг аддитивлиги туфайли

$$\Delta S = \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i, \tag{7}$$

бу ерда ΔS — тизим энтропиясининг ўзгариши, ΔS_i — тизимга кирувчи айрим жисмларнинг энтропия ўзгаришлари. Қиздирилган жисмнинг сувли калориметрга туширилишидан олдинги ҳолатидан калориметр ичидаги сувга туширилишидан кейинги температуравий мувозанат ҳолатига ўтишидаги энтропия ўзгариши (4) га асосан ушбуга тенг:

$$\Delta S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T_m} \frac{CmdT}{T} = Cm\ln\frac{T_m}{T_2}. \qquad (8)$$

Тизимнинг температураси аралашма температурасига етганда калориметр ва калориметрдаги сув энтропиясининг ўзгариши (8) га ўхшаш тарзда ҳисобланса, мос равишда қуйидагича бўлади:

$$\Delta S_2 = C_1 m_1 \ln\frac{T_m}{T_2} \quad \text{(калориметр учун);}$$

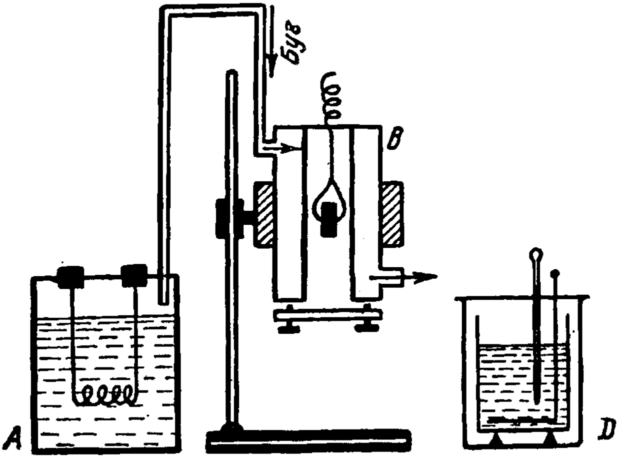
$$\Delta S_3 = C_2 m_2 \ln\frac{T_m}{T_1} \quad \text{(калориметрдаги сув учун),}$$

бу ерда T_2, T ва T_1 — мос равишда қиздирилган жисмнинг, аралашманинг ва калориметр билан ундаги сувнинг жисм туширилмасдан олдинги мутлақ температуралари. (7) га асосан бутун тизим энтропиясининг ўзгариши қуйидагига тенг:

$$\Delta S = (C_1 m_1 + C_2 m_2)\ln\frac{Tm}{T_1} + Cm\ln\frac{Tm}{T_2}. \qquad (9)$$

Тажриба қурилмаси

Қурилма 84-расмда кўрсатилган *A* электр сув буғлаткич, *B* металл буғ иситгич ва *D* калориметрдан иборат. Солиштирма иссиқлик сиғими аниқланадиган жисм металл буғ иситгичга жойлаштирилиб, сув буғлаткичдан келадиган буғ билан қиздирилади. Сув буғлаткич билан буғ иситкич резина най орқали бирлаштирилади. Бу иситкич бир-бирининг ичига киритилган иккита концентрик металл цилиндрдан иборат бўлиб, жисм ички цилиндрнинг ичига паст томондаги тешикдан киритилади. Калориметр иккита жез идишдан иборат бўлиб, ички идишни катта идиш



84-расм.

ичига унинг деворларига тегмайдиган қилиб, иссиқлик ўтказмайдиган таглик устига қўйилади. Ҳамма ўлчашларда термометр ва қоргич ички идишда қолдирилади.

Ўлчашлар ва ҳисоблашлар

1. Калориметрнинг ички идиши қоргич билан биргаликда тортилиб, унинг массаси m_1 топилади.

2. Калориметрга сув солиб тортилади, яъни m_3 масса аниқланади. Бундан сувсиз калориметрнинг массаси m_1 ни айирсак, сувнинг массаси $m_2=m_3-m_1$ топилади.

3. Калориметрдаги сувнинг температураси t_1 буғ иситгич тагига қўйилган калориметрик термометр билан ўлчанади.

4. Текширилаётган қаттиқ жисмни тортиб, унинг m массаси топилади ва жисмни буғ иситгичга қўйилади.

5. Буғ иситгични резина най орқали сув буғлатгичга бирлаштириб, жисмнинг температураси буғнинг температурасига етгунча буғ юборилади. 15—20 минут ўтгандан кейин буғнинг ва жисмнинг температураси t_3 тенглашади. Бу температура буғ иситкичга қўйилган термометр билан ўлчанади.

6. Буғ иситкичнинг пастки эшикчаси очилиб, жисмни калориметрга туширилади. Жисм калориметрга ту-

ширилаётганда ундаги сув ташқарига сочилмаслиги лозим. Калориметрдаги сувни қоргич билан аралаштираётиб, температуранинг ўзгариши кузатиб борилади ва аралашманинг максимал температураси t_m белгиланади.

7. Шундай ўлчашларни (2; 3; 4; 5; 6–бандларда кўрсатилган) ҳар бир жисм учун 3—4 марта такрорлаш керак.

Олинган натижалар қуйидаги жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	m_1	m_2	m_3	m	t_1	t_2	t_m	C
1								
2								
3								
4								
...								

Жадвал маълумотларидан фойдаланиб, (6) формула бўйича жисмларнинг солиштирма иссиқлик сиғимлари, (2) бўйича уларнинг килограмм-атом иссиқлик сиғимлари ҳисобланади. Тажриба натижаларининг юқорида баён қилинган назария натижалари билан мос келишлиги таҳлил қилинади. Натижалар асосида жисмлар тизимининг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишидаги ΔC энтропия ўзгариши (9) бўйича ҳисобланади.

Усулнинг максимал хатолиги ушбу ифода орқали ҳисобланади:

$$\Delta C = C\left(\frac{\Delta t_m + \Delta t_1}{t_m - t_1} + \frac{\Delta m_2 C_2 + \Delta m_1 C_1}{C_2 m_2 + C_1 m_1} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta t_2 + \Delta t_m}{t_2 - t_m}\right).$$

Бу ифодани келтириб чиқаришда C_1 ва C_2 лар жадвалдан етарлича аниқликда олинади деб қаралиб, уларнинг хатоликлари назарга олинмаган. Бу ифодадан ҳисоблаб топилган хатолик тажриба натижаларига асосан ҳисобланган C нинг ўртача арифметик мутлақ хатолиги билан солиштирилиши лозим.

Саволлар

1. Қаттиқ жисмнинг иссиқлик сиғими температурага қандай боғланган?

2. Тизимга кирувчи жисмлар учун ҳисобланган энтропия ўзгаришларига асосланиб қандай хулосалар чиқариш мумкин?

3. Иссиқлик сиғимини ҳисоблаш формуласи (6) даги катталикларнинг қайси бирлари ўлчаш натижасига катта хатолик киритади?

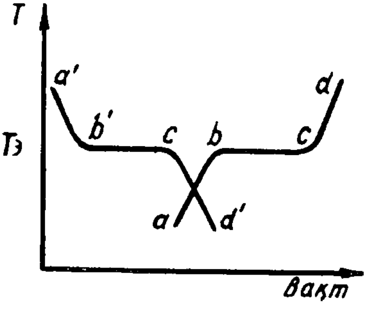
4. Нега калориметр темирдан эмас, балки жездан ясалади?

31-ИШ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ЭРИШ ИССИҚЛИГИНИ АНИҚЛАШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) текшириладиган металл; 2) тигель; 3) терможуфт; 4) гальванометр; 5) секундомер; 6) электриситкич; 7) пинцет; 8) техник тарози ва тарози тошлари.

Қисқача назария

Кристалл қаттиқ жисмларни муайян температурада қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтказиш учун энергия сарфлаш керак. Кристалл қаттиқ жисмнинг муайян температурада қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиш жараёни *эриш* деб ва сарфланиши керак бўлган энергия *эриш иссиқлиги* деб аталади. Қаттиқ жисмнинг эришини кузатиш учун унинг температурасининг вақтга боғлиқ ўзгариши билан танишайлик (85-расм). Ордината ўқига жисмнинг температураси ва абсцисса ўқига вақт қўйилган. Чизиқнинг “*ab*” қисми қаттиқ ҳолатдаги кристаллнинг исиш жараёнини тасвирлайди. “*bc*” уфқий қисми қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиш жараёнини тасвирлайди. Ўтиш жараёнини ўзгармас $T_э$ эриш температурасида юз бериб, бунда жисмнинг исиши тўхтайди. Чунки берилаётган иссиқликнинг ҳаммаси жисмнинг қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиши учун сарфланади (эриш иссиқлиги). *c* нуқтада



85-расм.

жисм тўла суюқликка ўтган бўлиб, *cd* қисм суюқликнинг исишига тегишлидир. Расмдаги иккинчи ($a'b'c'd'$) чизиқ қиздирилган модданинг совиш жараёнини тасвирлайди. Чизиқнинг $a'b'$ қисмида суюқлик эриш–кристаллизация температурасигача совийди, чизиқнинг $b'c'$ уфқий қисми суюқ ҳолатдан қаттиқ ҳолатга ўтишга мос келиб, бунда жисмнинг совиши давом этади, лекин кристалланиш яширин иссиқлиги ташқи муҳитга узатилаётган иссиқлик билан компенсацияланиши натижасида температура ўзгармайди; чизиқнинг $c'a'$ қисми жисмнинг қаттиқ ҳолатдаги совишига мос келади.

Графикдан кўринадики, жисмнинг қаттиқ–суюқ ҳолатга ва аксинча, суюқ–қаттиқ ҳолатга ўтиши муайян бирдай температурада юз беради ва бу температура *эриш* ёки *кристалланиш* температураси дейилади. Бу температура турли жисмлар учун турличадир. Суюқлик қайнаш температурасининг ташқи босимга боғланишига ўхшаш, моддаларнинг кристалланиш температураси ва унга тенг бўлган эриш температураси ҳам босимга боғлиқ бўлиб, у босимнинг ортиши билан ё ортади, ё камаяди. Босим ортиши билан эриш температурасининг кўтарилиш сабабини шундай тушунтириш мумкин: босим ортиши билан қаттиқ жисм зарралари бир–бирига яқинлашади; маълумки, жисм эриётганда кристалл панжаранинг зарралари бир-биридан узоқлашиши керак. Ташқи босим эса бу узоқлашишга ҳалақит беради, натижада эритишга кўпроқ энергия сарфланади — эриш температураси кўтарилади. Жисмнинг қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтишида иссиқлик сарфланади, аксинча, модда суюқ ҳолатдан қаттиқ ҳолатга ўтаётганда ўзи ташқи муҳитга иссиқлик узатади. Бу иссиқликлар миқдор жиҳатидан бир–бирига тенг бўлади.

Эриш температурасидаги бир бирлик масса қаттиқ жисмни шу температурадаги суюқликка айлантириш учун сарфланадиган иссиқлик миқдори *солиштирма эриш иссиқлиги* дейилади ва у ушбуга тенг:

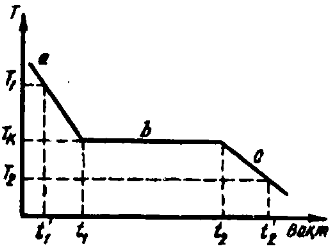
$$L = \frac{Q}{m}, \qquad (1)$$

бунда Q — сарфланган иссиқлик миқдори, m — жисмнинг массаси, L — солиштирма эриш иссиқлиги бўлиб, СИ бирликлар тизимида Ж/кг да ўлчанади. Солиштирма эриш иссиқлиги турли жисмлар учун турличадир.

Усулнинг назарияси

Бу ишда эритилган металлнинг тўла қаттиқ ҳолатга ўгишидан олдинги ва кейинги ўртача совиш тезликларини кузатиш асосида қалайининг солиштирма эриш иссиқлиги аниқланади. Бу усул қуйидагидан иборат: аввало текширилаётган модда эритилади, сўнгра у эриш температурасидан юқорироқ температурагача қиздирилиб, кейин совитилади. Агар совишда температуранинг вақтга боғлиқ ўзгариши узлуксиз кузатиб борилса, 86-расмда тасвирланган график олинади. Бу расмда ҳам 85-расмдагига ўхшаш ўқларга мос равишда температура ва вақт қўйилган. График *a*, *b* ва *c* қисмлардан иборат: модда графикнинг *a* қисмида суюқ ҳолатда бўлиб, температураси атроф муҳит температурасидан юқори-бўлганлиги учун иссиқликни ўзидан ташқи муҳитга узатади ва температураси пасая боради. Унинг иссиқлик йўқотиш тезлиги ва демак, температурасининг пасайиши модда билан ҳаво температураси айирмасига тақрибан мутаносибдир. Шунинг учун совиш жараёнида бу тезлик (чизиқнинг қиялик бурчаги) камаяди. Модда билан тигелнинг иссиқлик йўқотиш ўртача тезлиги:

$$q_c = \frac{\Delta Qc}{\Delta t} = (C_c m_1 + C_0 m_2)\frac{T_1 - T_к}{t_1 - t_1'}, \qquad (2)$$



86-расм.

бу ерда C_c ва m_1 — модданинг суюқ ҳолатидаги солиштирма иссиқлик сиғими ва массаси; C_0 ва m_2 — модда солинган тигелнинг солиштирма иссиқлик сиғими ва массаси; T_1, $T_к$ t_1 ва t'_1 эса 76-расмда кўрсатилган температура ва вақтлар.

Эгри чизиқнинг *b* уфқий қисмида модда суюқ ҳолатдан қаттиқ ҳолатга ўтади ва ташқарига иссиқлик бериши илгаридагидек давом этади, лекин температура ўзгармайди. Ташқи муҳитга бериладиган иссиқлик модданинг суюқ ҳолатдан қаттиқ ҳолатга ўтишида ажраладиган иссиқликка тенг. Кристалланиш бошланадиган вақт t_1, унинг охири эса t_2 бўлса, $t=t_2-t_1$ тўла кристалланиш вақти ва $T_\text{к}$ кристалланиш температураси бўлади. (1) га асосан, кристалланиш вақтида модда берган тўла иссиқлик миқдори:

$$Q=Im,\ \text{ёки}\ Q=q\tau, \qquad (3)$$

бу ерда q — модданинг $T_\text{к}$ температурада иссиқлик йўқотиш тезлиги. Эгри чизиқнинг с қисмида модда қаттиқ ҳолатда бўлиб, бу қисмда ўртача иссиқлик йўқотиш тезлиги:

$$q_\text{к}=\frac{\Delta Q_\text{к}}{\Delta t}=(C_\text{к}m_1+C_0m_2)\frac{T_\text{к}-T_2}{t'_1-t_2}, \qquad (4)$$

бу ерда $C_\text{к}$ — модданинг қаттиқ ҳолатидаги солиштирма иссиқлик сиғими. Агар T_1 ва T_2 температуралар шундай танлаб олинсаки, улар учун

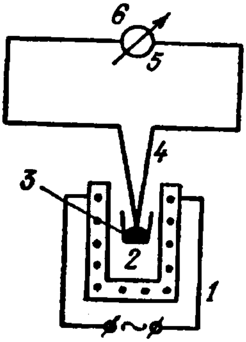
$$\frac{T_1-T_2}{2}=T_\text{к}$$

тенглик бажарилса, q учун қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин:

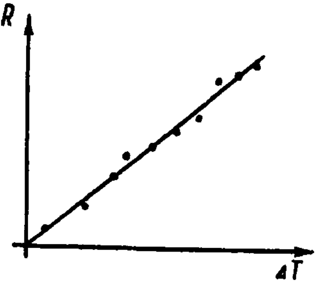
$$q=\frac{q_c+q_\text{к}}{2}; \qquad (5)$$

75-расмдаги графикдан ҳамда (2) ва (4) тенгламалардан фойдаланиб, q_c билан $q_\text{к}$ ни ҳисоблаш, сўнгра топилган қийматларни (5) га қўйиб, q ни топиш мумкин. q ва t ларни билган ҳолда (3) дан Q ни, шунингдек, (1) дан L солиштирма эриш иссиқлигини ҳисоблаш мумкин. Ҳамма ифодалар бирлаштирилса, L ни ҳисоблаш учун қуйидаги формула келиб чиқади:

$$L=\frac{(t'_2-t_1)}{2m_1}(C_cm_1+C_0m_2)\frac{T_1-T_\text{к}}{t_1-t'_1}+(C_\text{к}m_1+C_0m_2)\frac{T_\text{к}-T_2}{t'_2-t_2}$$



87-расм.



88-расм.

Тажриба қурилмаси

Қалайининг солиштирма эриш иссиқлигини аниқлашда ишлатиладиган қурилманинг тарҳи 87-расмда кўрсатилган. У *1* электр иситкичдан, *3* қалайи солинган *2* чинни тигелдан, *4* терможуфтдан иборат. Қурилмада температура *4* терможуфт ёрдамида ўлчанади. Терможуфт занжирига *5* гальванометр уланган бўлиб, унинг кўрсатиши *n* терможуфт учларидаги температуралар фарқига мутаносибдир, яъни $\Delta T = T - T^* = an$, бу ерда T ва T^* — мос равишда терможуфт иссиқ учининг ва совуқ учининг температуралари, a — мутаносиблик коэффициенти бўлиб, терможуфнинг хилига боғлиқ бўлади. Қурилмада фойдаланиладиган терможуфтни даражалаш графиги (88-расмдаги ΔT нинг *n* га боғланиш графиги) одатда берилган бўлади. Бу графикдан гальванометр кўрсаткичининг n силжишига тегишли ΔT топилади. Терможуфтнинг совуқ учи гальванометрга уланганлиги учун унинг температураси хона температурасига тенг бўлади. T^* ни хонадаги термометрдан билган ҳолда терможуфт иссиқ учининг T температурасини гальванометр кўрсаткичининг силжишидан аниқлаш мумкин, яъни $T = \Delta T + T^*$.

Ўлчашлар

1. Қалайини ва чинни тигелни техник тарозида тортиб уларнинг массалари (m_1 ва m_2) аниқланади.

2. Қурилмани 76-расмда кўрсатилгандек йиғиб, электриситкич ток занжирига уланади. Қалайи эригандан сўнг унга терможуфтнинг пайвандланган учини тушириб, гальванометр кўрсатиши шкала бўйича 50—60 мм га силжигунча қиздириш лозим.

3. Сўнгра электриситкични токдан узиб, қалайи совитилади. Шу вақтдан бошлаб, гальванометр кўрсаткичининг ҳар 15 секунддаги силжишлари ёзиб борилади. Гальванометрнинг кўрсатиши камайиб бориб, n_{230} га келганда бир оз вақт қўзғалмай туради. Бу температура қалайининг қотиш температураси бўлади. Кўрсаткичнинг тўхтаб турган вақтини аниқ билиш учун кўрсатиши илгаригидек ҳар 15 секундда қайд қилиб борилади. Қалайи қотгандан кейин бутун тизим яна совий бошлайди ва гальванометр кўрсатиши яна ўзгара боради. Бу ўзгариш яна ҳар 15 секундда қайд қилиб борилади.

4. Хонанинг температураси Т* ўлчанади.

5. Бундай ўлчашларни (циклни) камида 3 марта такрорлаш ва сўнгра қалайини эритиб, терможуфтни олиб қўйиш керак. Тажрибадан олинган натижалар қуйидаги 1-жадвалга ёзилади.

1-жадвал

Тартиб рақами	t_i	I цикл			II цикл			III цикл			T^*
		n_i	ΔT_i	T_i	n_i	ΔT_i	T_i	n_i	ΔT_i	T_i	
1											
2											
3											

Ҳисоблашлар

1. Терможуфт учун берилган даражалаш графигидан фойдаланиб, гальванометрнинг терможуфт совиётганда ёзиб олинган n_1 кўрсатишларига мос келган ΔT_i ва бундан T_i лар аниқланади.

2. Гальванометр n_i кўрсатишларига мос келувчи t_i вақт билан уларга мос келган T_i лар дан фойдаланиб, 75-расмда тасвирланган график чизилади. Ҳамма циклдан олинган натижалар бир графикда чизилиши лозим.

3. Қалайининг солиштирма эриш иссиқлигини (6) дан аниқлаш учун чизилган графикдан T_1, t'_1, $T_к$, t_1, t_2, T_2 ва t'_2 катталиклар аниқланади. Буларни аниқлашда бошланғич ва охирги нуқталарни шундай танлаш керакки, улар учун юқоридаги (5) шарт бажарилсин ва бу нуқталар эгри чизиқнинг а ва с тўғри чизиғий қисмида бўлсин. Шуни эсда сақлаш керакки, $T_1 - T_к$ ва $T_к - T_2$ оралиқлар қанча катта бўлса, натижа шунча аниқроқ бўлади.

4. L ни ҳисоблаш учун керак бўладиган катталиклар графикдан камида учта нуқтада топилиб, улар учун L ҳисобланади ва натижалар қуйидаги 2-жадвалга ёзилади.

2-жадвал

Тартиб рақами	m_1	m	T_1	T_2	t_1	i'_1	t_2	i'_1	Жадвалдан олинадиган катталиклар	L
1										
2										
3										
…										

5. L нинг хатолиги (6) формуладан дифференциал усул асосида топилади. (6) даги $C_с$, $C_к$ ва C_0 ларни жадвалдан олишда ва m_1, m_2 массаларни ўлчашда ҳамма вақт етарлича аниқликни таъминлаш мумкин бўлгани учун уларни доимий деб, t_1, t'_1, t_2, t'_2 вақтларни ва T_1, T_2, $T_к$ температураларни ўзгарувчан катталиклар деб олинса, бу усул L нинг нисбий хатолиги учун қуйидаги ифодани беради:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{(C_с m_1 + C_0 m_0)(T_1 - T_к)\left[\dfrac{t_2 \Delta t}{(t_1 - t'_1)^2} + \dfrac{(t_2 - t_1)\Delta T}{(t_1 - t'_1)^2 (T_1 - T_к)}\right]}{\dfrac{t_2 - t_1}{2}\left[\dfrac{C_с m_1 + C_0 m_2}{t_1 - t'_1}(T_1 - T_к) + \dfrac{C_к m_1 + C_0 m_2}{t'_2 - t_2}(T_к - T_2)\right]} +$$

$$+ \frac{(C_к m_1 + C_0 m_2)(T_к - T_2)\left[\dfrac{(t'_2 - t_1)\Delta t}{(t'_2 - t_2)^2} + \dfrac{(t_2 - t_1)\Delta T}{(t'_2 - t_2)(T_x - T_1)}\right]}{\dfrac{t_2 - t_1}{2}\left[\dfrac{C_с m_1 + C_0 m_2}{t_1 - t'_1}(T_1 - T_к) + \dfrac{C_x m_1 + C_0 m_2}{t'_2 - t_2}(T_к - T_2)\right]}$$

бу ерда ΔT — температуралар (T_1, $T_к$ ва T_2) ни графикдан аниқлашдаги хатолик — ҳаммаси учун бирдай бўлиб, у терможуфтни даражалашдаги $\Delta T'$ хатолик билан даражалаш графигидан температурани аниқлашдаги $\Delta T'$ хатолик йиғиндисига тенг. $\Delta T'$ ва $\Delta T''$ лар графикдан аниқланади. Агар улар бир хил масштабда чизилган бўлса, $\Delta T=2\Delta T'$, $\Delta T=2\Delta T'$ бўлади; Δt эса графикдан аниқланадиган турли температураларга мос келувчи вақтлар (t_1, t'_1, t_2, t'_2) ни аниқлашдаги хатолик бўлиб, у асбоб — секундомер хатолиги $\Delta t_{ас}$ ва вақтни график бўйича аниқлашдаги $\Delta t_{гр}$ хатоликлар йиғиндисига тенг, яъни $\Delta t=\Delta t_{ас}+\Delta t_{гр}$. Вақтларнинг ҳаммаси битта графикдан аниқлангани учун $\Delta t_1=\Delta t'_1=\Delta t_2=\Delta t'_2=\Delta t$ деб олинган.

L нинг нисбий хатолигидан фойдаланиб, унинг мутлақ хатолигини қуйидагича аниқлаш мумкин;

$$\Delta\overline{L}=\left(\frac{\Delta L}{L}\right)\overline{L}.$$

Ниҳоят, охирги натижа

$$L=\overline{L}+\Delta L\ .$$

Саволлар

1) Модданинг тўла кристалланиш вақти атроф муҳитнинг температураси юқори ёки паст бўлганда қандай ўзгаради?

2) Ўта совиган модда учун 86-расмдаги чизиқ шакли қандай бўлади?

3) Нима учун $T_1-T_к$ ва $T_к-T_2$ оралиқларни бирдай олиш тавсия қилинади?

4) Қаттиқ жисмларнинг солиштирма эриш иссиқлигини яна қандай усуллар билан аниқлаш мумкин?

ИЛОВА

1. Турли температураларда сувнинг зичлиги

T, (K)	ρ, $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$	T, (K)	ρ, $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$	T, (K)	ρ, $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$
273	999,87	295	999,52	306	997,57
274	999,93	296	999,40	307	997,32
275	999,97	297	999,27	308	997,07
276	999,99	298	999,13	309	996,81
277	1000,00	299	998,97	310	996,54
278	999,99	300	998,80	311	996,26
279	999,97	301	998,62	312	995,97
280	999,93	302	998,43	313	995,67
281	999,88	303	998,23	314	995,37
282	999,81	304	998,02	315	995,05
293	999,73	305	997,80	316	994,72
294	999,63			317	994,40

2. Турли босимларда сувнинг қайнаш температураси

	H (мм.сим.уст.ҳисобида)											
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
0	370,07	370,47	370,86	371,26	371,64	372,03	372,41	372,78	373,15	373,52	373,88	373,24
1	,11	,51	,90	,29	,68	,06	,44	,82	,19	,55	,91	,27
2	,15	,55	,94	,33	,72	,10	,47	,85	,22	,59	,95	,31
3	,19	,59	,98	,37	,76	,14	,52	,89	,26	,63	,99	,34
4	,23	,63	371,02	,41	,80	,18	,56	,93	,30	,66	374,02	,38
5	,27	,67	,06	,45	,84	,22	,59	,97	,33	,70	,06	,41
6	,31	,71	,10	,49	,87	,25	,63	374,00	,37	,73	,09	,45
7	,35	,75	,14	,53	,91	,29	,67	,04	,41	,77	,13	,48
8	,39	,78	,18	,57	,95	,33	,71	,08	,44	,80	,17	,52
9	,43	,82	,22	,60	371,99	,37	,74	,11	,48	,84	,20	,56
10	,47	,86	,26	,64	372,03	,41	,78	,15	,52	,88	,24	,59

3. Турли температураларда сувнинг сирт таранглик коэффициенти

T, (К)	$\sigma \cdot 10^3 \left(\frac{Н}{м}\right)$	T, (К)	$\sigma \cdot 10^3 \left(\frac{Н}{м}\right)$	T, (К)	$\sigma \cdot 10^3 \left(\frac{Н}{м}\right)$
273	75,49	303	71,03	333	66,00
278	74,75	308	70,29	338	65,10
283	74,01	313	69,54	343	64,20
288	73,26	318	68,60	348	63,30
293	72,53	323	67,80	353	62,30
298	71,78	328	66,90		

4. Турли температураларда сувнинг ички ишқаланиш коэффициенти

(Рақам жадвалдан олинаётганда юқорида кўрсатилган коэффициентга бўлинади)

T, (К)	η:10^6 (Па·с)	T, (К)	η:10^6 (Па·с)	T, (К)	η:10^6 (Па·с)
273	1797	294	980	343	407
278	1518	295	957	353	357
383	1307	296	936	363	317
288	1140	297	915	373	284
289	1110	298	895	383	256
290	1082	303	803	393	232
291	1055	313	655	403	212
292	1029	323	551	413	196
293	1004	333	470	423	184

5. Газларнинг баъзи доимийлари

ρ — зичлик, C_p — 291°К да солиштирма иссиқлик сиғими ва $\frac{C_p}{C_V}$ — нисбат; η — 273°К да ички ишқаланиш коэффициенти, χ — 273°К да иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти; $p_х$ — критик босим, $T_х$ — критик температура.

	$\rho, \left(\frac{кг}{м^3}\right)$	$C_p \cdot 10^{-3}, \left(\frac{Ж}{кг \cdot К}\right)$	$\frac{C_p}{C_V}$	$\eta \cdot 10^4$, (Па·с)	$\chi \cdot 10^2, \left(\frac{Вт}{м \cdot К}\right)$	$p_х \cdot 10^{-5}$, (Па)	$T_х$ (К)
Азот	1,2507	1,0433	1,4	0,167	2,43	33,94	126
Аргон	1,7839	0,7271	1,67	0,222	1,62	48,70	151
Водород	0,0899	14,2879	1,41	0,084	16,84	12,97	33,2
Ҳаво	1,2928	1,0098	1,4	0,172	2,41	37,69	132
Гелий	0,1786	5,2375	1,67	0,189	14,15	2,28	5
Кислород	1,4290	0,9134	1,40	0,192	2,44	50,66	154,3
Карбонат ангидрид	1,9768	0,8464	1,3	0,140	1,39	73,96	304,2

6. Суюқ жисмларнинг баъзи доимийлари

σ — 291°К да сирт таранглик коэффициенти; η — 291°К да с-291° К да ички ишқаланиш коэффициенти; β — 291°К да ҳажмий кенгайиш коэффициенти; С — 291°К солиштирма иссиқлик сиғими, τ — нормал босимда қайнаш температураси; q — солиштирма буғланиш иссиқлиги (373°К ва нормал босимда); $T_к$ — критик температура; $p_к$ — критик босим.

(Рақам жадвалдан олинаётганда юқорида кўрсатилган коэффициентга бўлиниши лозим.)

	$\sigma \cdot 10^2, \left(\frac{Н}{м}\right)$	$\eta \cdot 10^3$, (Па·с)	$\beta \cdot 10^4, \left(\frac{1}{К}\right)$	$C \cdot 10^{-3}, \left(\frac{Ж}{кг \cdot К}\right)$	τ, (К)	$q \cdot 10^3, \left(\frac{Ж}{кг}\right)$	$T_к$, (К)	$p_к \cdot 10^{-5}$, (Па)
Анилин	4,3	4,6	8,5	2,095	457,2	435,76	699	52,99
Ацетон	2,3	0,347	13,1	2,179	329,2	523,75	508	47,62
Сув	7,3	1,05	1,8	4,186	373	2258,83	647	220,88
Глицерин	6,6	1393	5,0	2,430	563	—	—	—
Симоб	50,0	1,59	1,81	0,138	629	284,92	1743	—
Этил спирт	2,2	1,19	11,0	2,430	351,3	846,92	516	63,83
Этил эфир	1,7	0,238	16,3	2,346	307,6	846,38	467	35,46

7. Қаттиқ жисмларнинг баъзи доимийлари

α — кенгайиш коэффициенти (273÷373)°К да солиштирма иссиқлик сиғими; χ — 291°К да иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти; $T_э$ — эриш температураси; L — эриш иссиқлиги; E — Юнг модули; N — силжиш модули.

(Рақам жадвалдан олинаётганда юқорида кўрсатилган коэффициентга бўлиниши лозим.)

	$\alpha \cdot 10^4, \left(\frac{1}{К}\right)$	$L \cdot 10^{-3}, \left(\frac{Ж}{кг}\right)$	$\chi \cdot 10^{-2}, \left(\frac{Вт}{м \cdot К}\right)$	$T_э$, (К)	$C \cdot 10^3, \left(\frac{Ж}{кг \cdot К}\right)$	$E \cdot 10^{-10}$, (Па)	$N \cdot 10^{-10}$, (Па)
Алюминий	0,238	0,897	2,011	931,7	321,79	7,05	2,63
Бронза	0,171—0,212	0,436	0,587	—	—	8,08	2,97
Висмут	0,135	1,299	0,080	544	52,96	3,19	1,2
Вольфрам	0,045	0,155	1,592	3653,3	—	—	—
Вуд қотишмаси	—	0,168	1,257	338,5	35,20	—	—
Темир	0,121	0,429	0,587	1803	96,4—138	21,2	8,2
Пўлат	0,106	0,503	0,461	—	—	20,9	8,12
Константан	0,1523	0,419	0,226	—	—	16,3	6,11
Жез	0,188—0,193	0,384	1,089	1173	—	9,7—10,2	3,5
Муз	0,51	2,095	0,025	273	333,65	—	—
Мис	0,167	0,394	3,855	1356	175,98	12,98	4,83
Никель	0,128	0,461	0,587	1725	244,3—305,8	20,4	7,9
Қалайи	0,230	0,230	0,658	504,9	58,66	5,43	2,04
Платина	0,091	0,117	0,696	2043	—	16,8	6,04
Кўрғошин	0,293	0,126	0,348	600	22,46	1,62	0,562
Чинни	0,04	—	0,010	—	—	—	—

8. Турли географик кенгликларда оғирлик кучи тезланиши $g\left(\frac{м}{сек^2}\right)$ нинг қийматлари

Кенглик	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
0°	9,7803	9,7803	9,7804	9,7804	9,7806	9,7807	9,7809	9,7811
15°	9,7838	9,7842	9,7847	9,7852	9,7858	9,7863	9,7869	9,7875
30°	9,7932	9,7940	9,7948	9,7956	9,7965	9,7973	9,7982	9,7990
45°	9,8062	9,8071	9,8080	9,8089	9,8098	9,8107	9,8116	9,8124
60°	9,8191	9,8199	9,8207	9,8214	9,8222	9,8229	9,8236	9,8242
75°	9,8287	9,8291	9,8295	9,8299	9,8302	9,8306	9,8309	9,8301

Кенглик	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
0°	9,7813	9,7816	9,7819	9,7822	9,7825	9,7829	9,7833
15°	9,7882	9,7888	9,7895	9,7902	9,7909	9,7917	9,7924
30°	9,7999	9,8008	9,8017	9,8026	9,8035	9,8044	9,8053
45°	9,8133	9,8142	9,8150	9,8159	9,8167	9,8175	9,8184
60°	9,8248	9,8255	9,8261	9,8266	9,8272	9,8277	9,8282
75°	9,8314	9,8316	9,8318	9,8319	9,8320	9,8321	9,8321

9. Турли муҳитларда товушнинг тарқалиш тезлиги

(Газлар учун келтирилган маълумотлар 273 К га тааллуқлидир.)

Газлар	v,(м/с)	Суюқликлар	$v, \left(\frac{м}{с}\right)$	Қаттиқ жисмлар	$v, \left(\frac{м}{с}\right)$
Азот	333,64	Азот	962	Алюминий	6400
Аргон	319,0	Анилин	1659	Темир	5930
Водород	1286,0	Ацетон	1170	Жез	4280—4700
Ҳаво (қуруқ)	331,46	Сув (дистилланган)	1407	Мис	4720
Гелий	970	Глицерин	1930	Никель	—
Кислород	314,84	Кислород	912	Қалайи	3320
Неон	435	Симоб	1451	Крон шиша	5260—6120
Карбонат ангидрид	260,3	Этил спирт	1177	Пўлат	5740

АСОСИЙ БЕЛГИЛАШЛАР

W — эҳтимоллик
σ_x — ўртача квадратик хатолик (ўлчашлар сони $n \to \infty$ да)
S_x — ўртача квадратик хатолик ($n \leq 30$ да)
$K_\alpha(n)$ — Гausсснинг нормал тақсимот коэффициенти
$t_\alpha(n)$ — Стьюдент коэффициенти
a_n — ишончлилик
ε — айрим ўлчашнинг мутлақ хатолиги
E — нисбий хатолик, Юнг модули
l — узунлик
m — масса
t — вақт
V — ҳажм
$\vec{v}$ — тезлик
$\vec{a}$ — тезланиш
ω — циклик такрорийлик (бурчак тезлик)
ν — такрорийлик
T — давр (механикада) мутлақ температура (молекуляр физикада)

τ_T — тепкили тебраниш даври
$\vec{F}$ — куч
$\vec{M}$ — куч моменти
I — инерция моменти
$\vec{\sigma}_t$ — уринма кучланиш
$\vec{P}$ — оғирлик кучи
$\vec{g}$ — оғирлик кучи тезланиши
A — иш

$\bar{\beta}$ — бурчак тезланиш

ρ — зичлик

d — масофа (механикада), солиштирма оғирлик (молекуляр физикада)

N — силжиш модули (механикада), молекулалар сони (молекуляр физикада)

i — эркинлик даражаси

U — ички энергия

λ — молекуланинг эркин югуриш йўли (кинетик назарияда), тўлқин узунлиги (тебраниш ва тўлқинлар бўлимида)

N_A — Авогадро сони

k — Больцман доимийси

R — универсал газ доимийси

γ — иссиқлик сиғимлари нисбати

μ — моляр масса

α — чизиқли кенгайиш коэффициенти (молекуляр физикада), тебранишлар амплитудаси (механикада)

β — ҳажмий кенгайиш коэффициенти

$\beta_с$ — сўниш коэффициенти

$T_к$ — критик температура

$p_к$ — критик босим

η — ички ишқаланиш коэффициенти

χ — иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти

σ — сирт таранглик коэффициенти

C — солиштирма иссиқлик сиғими

q — солиштирма буғланиш иссиқлиги

L — эриш иссиқлиги

Q — иссиқлик миқдори

S — энтропия

τ — қайнаш температураси

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТ

1. А. Н. Зайдель. Элементарные оценки ошибок измерений, “Наука”, 1968.

2. О. Н. Кассандрова, В. В. Лебедев, Обработка результатов наблюдений, “Наука”, 1970.

3. Б. М. Шиголев. Математическая обработка наблюдений, Физматгиз, 1969.

4. Ю. В. Линник. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений, Физматгиз, 1958.

5. Т. А. Агекян. Основы теории ошибок для астрономов и физиков, “Наука”, 1968.

6. С. П. Стрелков. Механика, “Ўқитувчи”. Т., 1977.

7. С. Э. Хайкин. Физические основы механики, “Наука”, М., 1971 г.

8. А. К. Кикоин, И. К. Кикоин. Молекуляр физика, “Ўқитувчи”, Т., 1978 г.

9. В. И. Иверонова. Физикадан практикум “Механика ва молекуляр физика”, “Ўқитувчи”. Т., 1973 г.

10. Л. Л. Гольдин. Руководство к лабораторным занятиям по физике, “Наука”, М., 1973 г.

МУНДАРИЖА

I ҚИСМ. ЎЛЧАШ НАТИЖАЛАРИНИ ИШЛАШ

II ҚИСМ. МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКАДАН ЛАБОРАТОРИЯ ИШЛАРИ

Назиров Эргаш, Худайбергенова Зульфия, Сафиуллина Наджия

МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКАДАН АМАЛИЙ МАШFУЛОТЛАР

Ўзбек тилида

"ЎЗБЕКИСТОН" нашриёти — 2001.
Тошкент, 700129, Навоий, 30.

Бадиий муҳаррир *Т. Қаноатов*
Тех. муҳаррир *Т. Харитонова*
Мусаҳҳиҳ *Н. Умарова*
Компьютерда тайёрловчи *А. Юлдашева*

Теришга берилди 16.10.2000. Босишга рухсат этилди 31.05.2001.
Бичими 84×108$^{1}/_{32}$. Босма қоғозига тип "Таймс" гарнитурада офсет
босма усулида босилди. Шартли бос.т. 15,12. Нашр т. 15,86.
2000 нусхада чоп этилди. Буюртма № 91
Баҳоси шартнома асосида.

"Ўзбекистон" нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Нашр
№ 69-99.

Ўзбекистон Республикаси Давлат матбуот қўмитаси Тошкент
китоб-журнал фабрикасида босилди. 700197, Тошкент,
Юнусобод даҳаси, Муродов кўчаси, 1.

Назиров Э.Н. ва бошқ.

Н18 Механика ва молекуляр физикадан практикум: Университетларнинг физика, астрономия ва бошқа табиий фанлар мутахассисликлари талабалари учун ўқув қўлланма/Э.Н.Назиров, З.А. Худайберганова, Н.Х.Сафиуллина.—2-нашри, қайта ишланган ва тўлдирилган.—Т.:”Ўзбекистон”,2001.—286 б.

ISBN 5-640-02966-8 **ББК 22.2я73+22.36я73**

$$\text{Н}\frac{1603010000-31}{\text{М}351(04)2000}2001$$