

В. Д. ВАНТОРИН

Механизмы приборных и вычислительных систем

Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов приборостроительных
специальностей вузов



Москва „Высшая школа“ 1985

ББК 30.12
В 17
УДК 531.8

Рецензенты: *кафедра* „Детали машин и ТММ“ Московского автодорожного института и *кафедры* „Детали машин“ и „Теория машин и механизмов“ Всесоюзного заочного политехнического института

Ванторин В. Д.

В 17 Механизмы приборных и вычислительных систем: Учеб. пособие для приборостроит. спец. вузов. — М.: Высш. шк., 1985. — 416 с., ил.

В пер.: 1 р. 10 к.

В учебном пособии изложены основы теоретической механики и сопротивления материалов, расчета и конструирования механизмов приборных устройств. Рассмотрены их структура, кинематика и динамика, основы взаимозаменяемости, допуски и посадки. Уделено внимание аналитическим методам расчета с использованием ЭВМ.

Для студентов специальностей „Автоматизированные системы управления“ и „Электронные вычислительные машины“.

В $\frac{2105000000-105}{001(01)-85}$ 108 — 84

ББК 30.12
6П5

ВИКТОР ДМИТРИЕВИЧ ВАНТОРИН

Механизмы приборных и вычислительных систем

Научный редактор С. М. Борисов. Зап. редакцией К. И. Аношина. Редактор А. В. Дубровский. Мл. редакторы И. В. Александрова, И. М. Иванова. Художник В. И. Казакова. Художественный редактор Т. А. Дурасова. Технический редактор Э. А. Муслимова. Корректор Р. К. Косинова.

ИБ № 2922

Изд. № ОТ-312. Сдано в набор 08.07.83. Подл. в печать 21.12.84. Формат 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 26 усл. печ. л. — форзац 0,06 усл. печ. л., 26,38 усл. кр.-огт., 27,19 уч. изд. л. — форзац 0,08 уч.-изд. л. Тираж 12 000 экз. Зак. № 2747. Цена 1 р. 10 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Республиканская ордена «Знак Почета» типография им. Анохина Государственного комитета Карельской АССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 185630, Петрозаводск, ул. «Правды», 4.

© Издательство „Высшая школа“, 1985

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие написано по программе курса „Механизмы приборных и вычислительных систем“ для студентов специальности „Автоматизированные системы управления“.

Специалист, работающий в области АСУ и ЭВМ, должен быть знаком с принципами и особенностями работы приборов, механизмов вычислительных систем и принципами проектирования их элементов. Основная задача курса — дать знания необходимых инженеру основ теории механизмов и методов расчета и конструирования их деталей и узлов.

Общие вопросы расчета и конструирования механических устройств и их деталей рассматриваются в курсах „Детали машин“, „Детали точных механизмов“, „Допуски и технические измерения“, базой изучения которых служат курсы „Теоретическая механика“, „Сопротивление материалов“ и „Материаловедение“. Сведения из них, необходимые для расчета и конструирования механических устройств, изучаются в одном курсе „Механизмы приборных и вычислительных систем“. Базой изучения этого курса являются только курсы математики и физики, по которым студент еще не имеет достаточной подготовки ко времени прохождения курса.

Потребность написания данной книги возникает из необходимости привести в соответствие с программой курса совокупность сведений из различных общинженерных курсов и изложить ее по единой методике с учетом математической подготовки студентов. Изложению материала в учебном пособии предшествует краткий обзор механизмов, применяемых в приборах и периферийных устройствах ЭВМ. В дополнение материала программы в учебном пособии изложены те разделы теоретической механики, которые необходимы для изложения материала программы, но недостаточно освещаются в курсе физики. В книгу также введена глава, в которой излагаются понятия о надежности.

Динамика механизмов излагается в конце книги, что по времени совпадает с изучением соответствующих разделов математики и дает возможность студентам раньше начать работу над курсовым проектом.

Книга может быть использована в качестве учебного пособия также по курсам „Прикладная механика“, „Механизмы приборов“ и другим близким по содержанию курсам.

Автор выражает благодарность рецензентам рукописи — коллективам кафедры „Детали машин“ ВЗПИ и кафедры „Детали машин и ТММ“ МАДИ, а также коллективам кафедр „Детали машин“ и „ТММ“ МАИ, сделавшим ценные замечания при рецензировании рукописи.

Отзывы и пожелания следует направлять в издательство „Высшая школа“ по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

Автоматизация производства в условиях научно-технической революции является определяющим направлением технического прогресса. Современное производство предполагает использование во всех отраслях народного хозяйства большого количества всевозможных приборов и электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Значительную часть этих устройств составляют механические узлы.

Машиной называется устройство, выполняющее *механические движения* для преобразования энергии, материалов и информации с целью облегчения физического и умственного труда человека. Здесь под материалами подразумевают обрабатываемые предметы, перемещаемые грузы и другие объекты труда.

В зависимости от выполняемых машиной функций их можно разделить на следующие группы.

Энергетические машины, к которым относят машины-двигатели, преобразующие различного вида энергию в механическую работу (электродвигатели, двигатели внутреннего сгорания и т. д.); машины-преобразователи, преобразующие механическую энергию в другие виды энергии (электрические генераторы, компрессоры и т. д.).

Технологические машины, предназначенные для выполнения производственных процессов, в ходе которых изменяются форма, свойства, положение объектов труда (прессы, металлообрабатывающие станки, сельскохозяйственные машины и т. д.).

Транспортные машины, которые используют для перемещения различных материалов и грузов (подъемные краны, лифты, транспортеры, автомобили и т. д.).

Контрольно-управляющие машины, применяемые для контроля, регулирования и управления работой оборудования, обеспечения выполнения технологического процесса. Эти машины могут вести технологический процесс в наиболее выгодном режиме или по заданной программе (вычислительные, а также кибернетические машины, которые способны заменять некоторые функции человека).

Машина, в которой все преобразования энергии, материалов и информации выполняются без непосредственного участия человека, называется машиной-автоматом. Совокупность машин-автоматов, соединенных между собой автоматическими транспортными устройствами, предназначенная для выполнения определенного технологического процесса, образует автоматическую линию.

Приборами называют устройства для измерения, контроля, регистрации, регулирования, управления и других операций. По назначению приборы можно разделить на измерительные, контрольные, регулирующие, управляющие. Имеются также приборы, не входящие в перечисленные группы и предназначенные, например, для научных исследований.

МЕХАНИКА И ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕХАНИЗМАХ МАШИН, ПРИБОРОВ, ПЕРИФЕРИЙНЫХ УСТРОЙСТВ ЭВМ

§ 1.1. Назначение, основные виды и краткий обзор механизмов

Механизмом называется система тел, предназначенная для *преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел*. Если в преобразовании движения кроме твердых тел участвуют жидкие или газообразные тела, то механизм называется соответственно *гидравлическим* или *пневматическим*. Механизмы входят в состав большинства машин и приборов. Часть механизма, представляющая *физическое тело (твердое, жидкое), движущееся как одно целое*, называется звеном. Звено может быть отдельной деталью или совокупностью нескольких жестко соединенных между собой деталей.

Все механизмы машин, приборов и вычислительных систем выполняют следующие задачи: 1) передать механическое перемещение от источника движения к местам и деталям, где оно реализуется; 2) передать и преобразовать силы и моменты сил от источника движения в конечные пункты для выполнения механических операции; 3) произвести изменение скоростей и перемещений; 4) выполнить функциональные преобразования механического движения, т. е. произвести преобразование движения тела, происходящего по одному закону, в движение другого тела, происходящего по другому заданному закону.

Длительная практика построения механизмов привела к тому, что были созданы простейшие механизмы, которые можно подразделить на следующие виды: рычажные и кулачковые механизмы, зубчатые и червячные передачи, механизмы прерывистого движения, фрикционные передачи, винтовые механизмы, передачи с гибкими связями, механизмы с электрическими, гидравлическими и пневматическими устройствами. Такое разделение может быть названо *практической классификацией*. Она учитывает функциональное назначение механизмов, их конструктивные особенности и кинематические свойства.

Для первоначального ознакомления рассмотрим подробнее некоторые из этих механизмов [3].

Рычажные механизмы. Кривошипно-ползунный механизм (рис. 1.1) преобразует вращательное движение кривошипа 2 в возвратно-поступательное движение ползуна 4, движущегося

в неподвижных направляющих 1, или, наоборот, возвратно-поступательное движение ползуна во вращательное движение кривошипа. Звено 3, соединяющее кривошип с ползуном и совершающее сложное движение в плоскости, называется шатуном.

На рис. 1.2 показан механизм, называемый шарнирным четырехзвенником. Все его звенья — кривошип 1, шатун 2, коромысло 3 — соединены между собой шарнирно, т. е. образуют соединения, допускающие только вращательные движения.

Этот механизм преобразует вращательное движение кривошипа в качательное движение коромысла, если длины звеньев удовлетворяют условию: $AB + BC < AD + CD$.

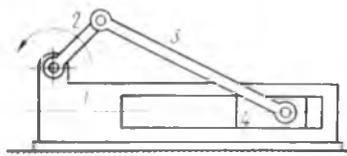


Рис. 1.1

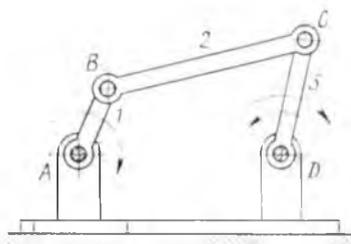


Рис. 1.2

На рис. 1.3 показан шестизвенный кулисный механизм, который преобразует вращательное движение кривошипа 2 в возвратно-поступательное движение ползуна 3. Звено 1, совершающее качательное движение вокруг оси С, называется кулисой.

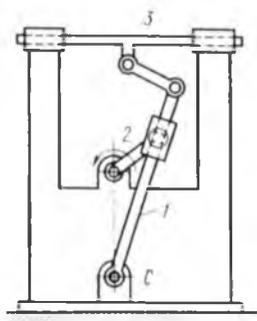


Рис. 1.3

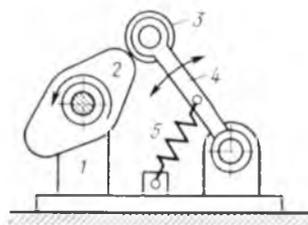


Рис. 1.4

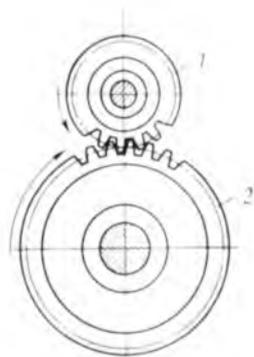


Рис. 1.5

В технике применяются разнообразные рычажные механизмы, состоящие из различного числа звеньев и предназначенные преобразовывать движение одного звена (обычно кривошипа) в плоское или пространственное движение других звеньев, выполняющих определенные функции в машинах и приборах.

Кулачковые механизмы. Кулачковый механизм с вращающимся кулачком показан на рис. 1.4. В его состав входят неподвижное звено — стойка 1 и три подвижных звена. Звено 2 называется кулачком. Его профиль представляет собой некоторую замкнутую кривую. Звено 4, совершающее качательное движение, называется штангой. С целью уменьшения потерь на трение штанга обычно снабжается цилиндрическим роликом 3. Этот кулачковый механизм преобразует вращательное движение кулачка в качательное движение штанги. Постоянный контакт ролика и кулачка осуществляется с помощью пружины 5.

В технике применяются и более сложные плоские и пространственные кулачковые механизмы, которые часто работают в сочетании с рычажными и другими механизмами.

Зубчатые механизмы. В машинах и приборах передача вращения между осями часто производится с помощью зубчатой передачи. Передача движения осуществляется путем воздействия друг на друга зубьев, расположенных на поверхности тел вращения различной формы, например конусов или цилиндров. Эти тела с расположенными на них зубьями называются зубчатыми колесами.

Простейшая цилиндрическая зубчатая передача с внешним зацеплением показана на рис. 1.5. Механизм преобразует вращательное движение одного колеса 1 во вращательное движение другого колеса 2 с другой частотой вращения и моментом. Передачи с внешним зубчатым зацеплением передают вращение с изменением направления вращения.

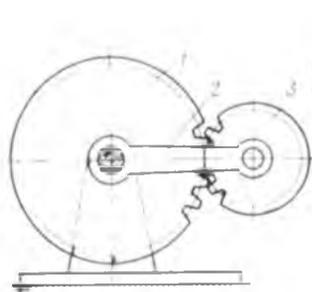


Рис. 1.6

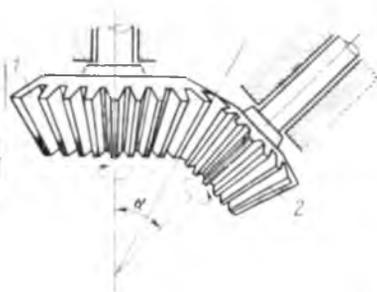


Рис. 1.7

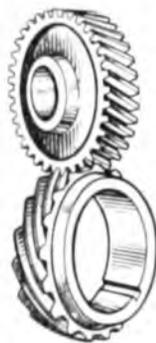


Рис. 1.8

В технике часто встречаются зубчатые передачи, у которых оси некоторых колес перемещаются. На рис. 1.6 показан такой механизм, называемый планетарным. Ось колеса 3, соединенная водилом 2 с осью колеса 1, совершает вращательное движение. Колесо 3 в этом случае называется сателлитом, а колесо 1 — центральным колесом.

Существуют зубчатые передачи, осуществляющие передачу вращения между пересекающимися и перекрещивающимися осями (пространственные зубчатые механизмы). Так, на рис. 1.7 показан механизм с коническими зубчатыми колесами 1 и 2, осуществляющий передачу вращения между осями, пересекающимися под углом α . На рис. 1.8 показана зубчатая передача с винтовыми колесами, оси которых перекрещиваются.

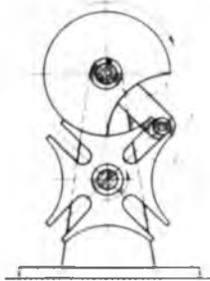


Рис. 1.9

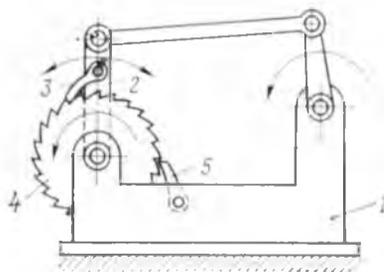


Рис. 1.10

Механизмы прерывистого движения. Для преобразования непрерывного вращательного движения в прерывистое вращательное или поступательное движение, т. е. в движение с остановками, в технике применяют различные механизмы прерывистого движения.

В качестве примера на рис. 1.9 показан мальтийский механизм. Кривошип 1, который несет на себе ролик 2, вращается непрерывно. При каждом обороте звена 1 ролик входит в паз звена 3 и поворачивает его на 90° , после чего в течение 3/4 оборота кривошипа звено 3 неподвижно. Число пазов в звене может быть различным, но не меньше трех.

Другим примером может служить показанный на рис. 1.10 механизм шарнирного четырехзвенника, приводящего в движение храповое колесо 4 посредством собачки 3, сидящей на коромысле 2. При ходе коромысла справа налево (по рисунку) собачка 3 упирается в зуб храпового колеса и поворачивает его на некоторый угол. При обратном ходе коромысла собачка 5 на стойке 1 препятствует вращению храпового колеса.

Фрикционные механизмы и вариаторы. В них для передачи движения используют силы трения. На рис. 1.11 показана фрикционная передача с круглыми цилиндрическими колесами. Передача движения осуществляется от колеса 3 к колесу 4 силой трения, возникающей между соприкасающимися поверхностями колес за счет прижатия одного колеса к другому пружиной 2, установленной в корпусе 1.

Фрикционные механизмы, позволяющие плавно изменять угловую скорость ведомого звена при постоянной угловой ско-

рости ведущего звена, называются фрикционными вариаторами. На рис. 1.12 показан лобовой фрикционный вариатор. К ролику 2 прижат диск 3. При постоянной угловой скорости вала 1, перемещая ролик 2 вдоль его оси, можно изменять угловую скорость вала 4.

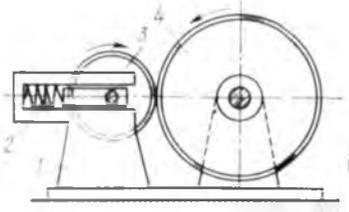


Рис. 1.11

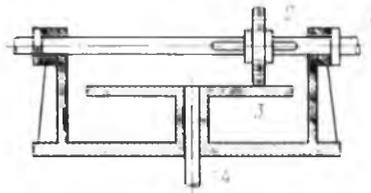


Рис. 1.12

Винтовые механизмы. Винтовыми механизмами называются такие, в которых вращательное движение с постоянной частотой вращения преобразуется в прямолинейное поступательное движение с постоянной скоростью. На рис. 1.13 показан механизм, имеющий пару винт — гайка. При вращении винта 1 гайка 2 поступательно перемещается в направляющих.

Механизмы с гибкими звеньями. В этих механизмах в качестве промежуточных звеньев используют ремни, ленты, тросы, канаты, цепи. Механизмы с гибкими звеньями применяются для передачи вращения между валами при больших межосевых расстояниях и для преобразования вращательного движения

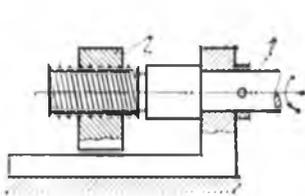


Рис. 1.13

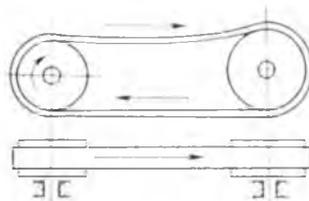


Рис. 1.14

в поступательное и наоборот. Передача состоит из двух колес (шкивов, барабанов или звездочек) и охватывающей их гибкой связи. Сцепление гибкой связи с колесами может осуществляться за счет трения (плоско-, клиноременные и другие передачи) или зацепления (цепные, зубчато-ременные передачи). На рис. 1.14 показан пример плоскоременной передачи.

Механизмы с электрическими устройствами. Во многих приборных механизмах для быстрого включения или выключения, а также для осуществления прерывистого движения звень-

ев в качестве элементов механизма используют электрические устройства. В большинстве случаев — это электромагнит (рис. 1.15). При включении электромагнита 1 рычаг 3, служащий якорем, притягивается к нему, поворачиваясь вокруг неподвижной оси 2, и посредством собачки 5 передвигает звено 7. Упор 6 делает невозможным передвижение звена 7 более чем на размер одного зуба. При выключении электромагнита пружина 4 возвращает механизм в первоначальное состояние. Подобный рычажно-храповой механизм с электромагнитным приводом применяется в телефонных станциях.

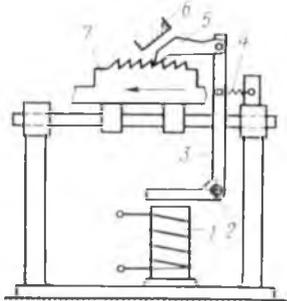


Рис. 1.15

§ 1.2. Примеры механизмов приборных и вычислительных систем

В качестве примера рассмотрим лентопротяжный механизм (рис. 1.16) прибора — самопишущего гальванометра типа ВФСМ (вторичный прибор, самопишущий, малогабаритный с ферродинамическим преобразователем), предназначенного для автоматической записи показаний гальванометра на бумажной ленте.

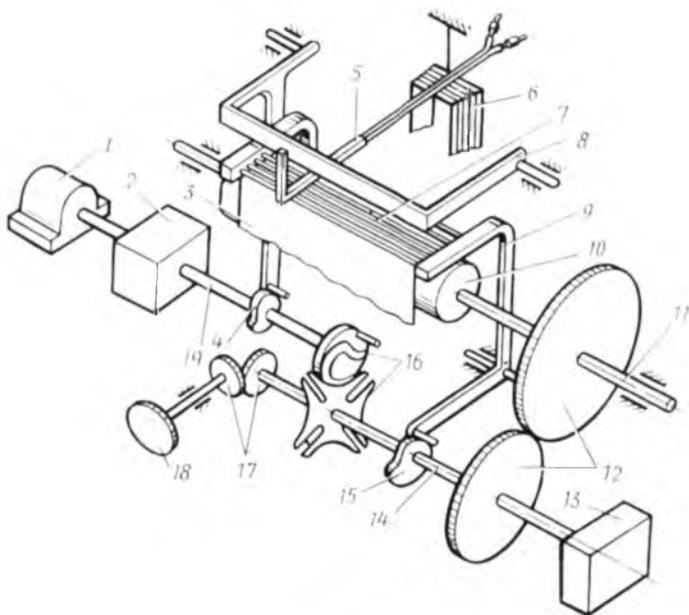


Рис. 1.16

Показания гальванометра фиксируются периодически в виде точек при нажатии печатающей дужки 8 на перемещающуюся ленту 7, покрытую краской. Лента имеет несколько цветных дорожек, что позволяет фиксировать показания нескольких датчиков на одной бумажной ленте 3. Бумажная лента движется при вращении барабана 10, закрепленного на валу 11. Вал 11 приводится во вращение от электродвигателя 1 через зубчатую передачу в корпусе 2, мальтийский механизм 16 и зубчатую передачу 12. Подъем и опускание печатающей дужки 8 производится с помощью кулачка 4 на валу 19 при каждом повороте кривошипа мальтийского механизма. В момент опускания дужки 8 стрелка 5 гальванометра прижимает красящую ленту 7 к бумажной ленте 3. Стрелка 5 связана с подвижной системой 6 гальванометра. Смена цветной дорожки красящей ленты 7 производится с помощью кулачка 15, закрепленного на валу 14, и рычага 9. Перемещение рычага 9 смены ленты согласовано с показаниями гальванометра с помощью переключателя 13 электрических цепей датчиков. Номер измеряемой величины указывается на вращающейся с помощью конической зубчатой передачи 17 шкале 18. Последовательная запись всех измеряемых величин осуществляется за каждый оборот креста мальтийского механизма.

В состав прибора входят двигатель и ряд типовых механизмов: зубчатый механизм редуктора, кулачково-рычажные механизмы, мальтийский механизм, цилиндрическая зубчатая передача и коническая зубчатая передача. Оси и валы деталей вращаются в подшипниках, смонтированных в корпус прибора.

Электронно-вычислительные машины (ЭВМ) работают в сочетании с внешними (периферийными) устройствами, служащими для подготовки ввода и вывода информации. Схема связи ЭВМ с периферийными устройствами показана на рис. 1.17.

Устройства ввода предназначены для приведения исходных данных в форму, приемлемую для обработки ее в ЭВМ. Например, константы, начальные условия, таблицы функций, команды, условные числа и т. п. вводят в машину в кодированном виде с помощью перфоленки, перфокарт, магнитной ленты и др.

Работа входных устройств требует участия оператора, и они обладают быстрым действием в тысячи раз меньшим, чем сама ЭВМ. Поэтому устройства ввода строятся как самостоятельные группы механизмов, работающих независимо от ЭВМ. Связь между машиной и входным устройством только документальная.

Выводные устройства служат для преобразования результатов

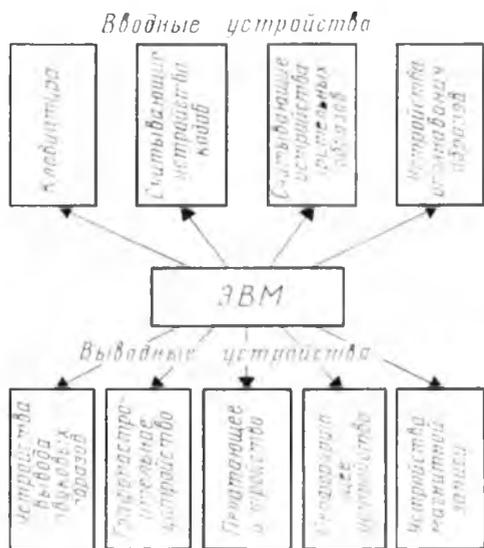


Рис. 1.17

вычислений в форму, удобную для человека. Они бывают: печатающие, перфорирующие, для магнитной записи. Все они позволяют хранить полученную информацию.

Работы по совершенствованию устройств ввода и вывода (УВВ) ведутся в двух направлениях: разработка новых более быстродействующих моделей УВВ на основе известных принципов; изыскание новых принципов ввода и вывода информации, при которых осуществляется прямая оперативная связь человека с ЭВМ.

Рассмотрим, например, кинематическую схему привода цифрового печатающего устройства (ЦПУ) (рис. 1.18) с технической скоростью печати 30 знаков в секунду.

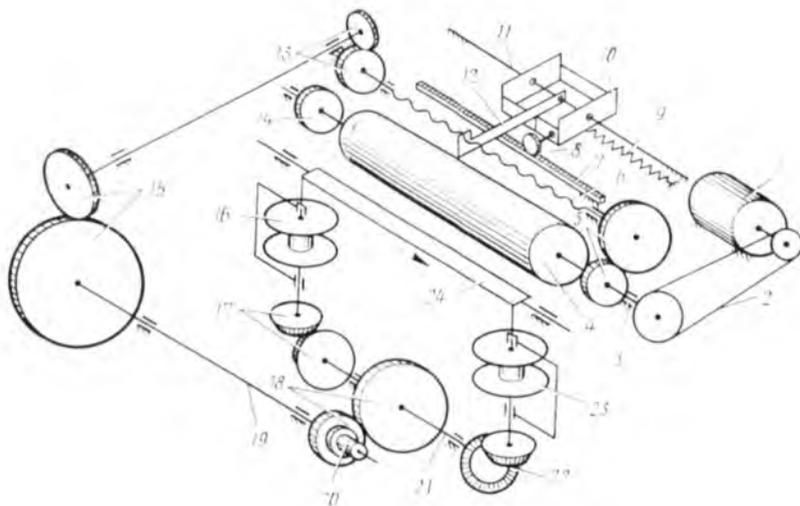


Рис. 1.18

От электродвигателя 1 с помощью зубчато-ременной передачи 2 приводится во вращение главный вал 3, на котором жестко посажен барабан 4 с нанесенными на нем выпуклыми знаками (цифры от 0 до 9 и знаки „+“ и „-“).

С помощью цилиндрической зубчатой передачи 5 сообщается вращение винту 6, который передвигает каретку 10 с печатающим молоточком (на схеме не показан) вдоль направляющей 11. Работа механизма основана на принципе так называемой „печати на лету“. В момент, когда печатающий молоточек находится против нужного знака на барабане, в катушку электромагнита, управляющего молоточком, подается сигнал, и молоточек ударяет по барабану. Так как между молоточком и барабаном помещены бумажная и красящая ленты, то на бумаге получается отпечаток соответствующего знака. Синхронизация печати осуществляется синхрогенератором 14.

После того как каретка 10 заняла крайнее левое положение, электромагнит поворачивает рычаг 12, выводя его из зацепления с винтом 6. Пружина 9 возвращает каретку в исходное положение (обратный ход), рычаг 12 зацепляется с винтом 6, и начинается новый цикл. Для того чтобы избежать удара в конце обратного хода, применен центробежный тормоз. Он приводится во вращение с помощью зубчатого колеса 8, движущегося вместе с кареткой по неподвижной зубчатой рейке 7.

Перемещение бумажной ленты осуществляется храповым механизмом (на схеме не показан) от зубчатого колеса 14 во время обратного хода каретки. Красящая лента перематывается с катушки 16 на катушку 23, которая приводится во вращение с помощью конической 17, цилиндрической 18 и двух винтовых 13, 15 зубчатых передач.

Ведущее колесо передачи 18 связано с валом 19 посредством электромагнитной муфты 20, включенной только во время обратного хода каретки 10.

Реверс красящей ленты осуществляется по сигналу следящего электро-механического устройства. При этом траверса 24 смещается (в направлении стрелки на рисунке) вместе с катушками 16 и 22 и ведомыми коническими колесами, в результате чего колесо 17 входит в зацепление с соответствующим колесом на валу 21; колеса передачи 22 выходят из зацепления, и ведущей становится катушка 16.

На рис. 1.19 показана кинематическая схема перфоратора ПР-80, который предназначен для кодирования перфокарт (пробивки в них кодовых отверстий), контроля перфорации и сортировки карт. Производительность — 120 стандартных перфокарт в минуту.

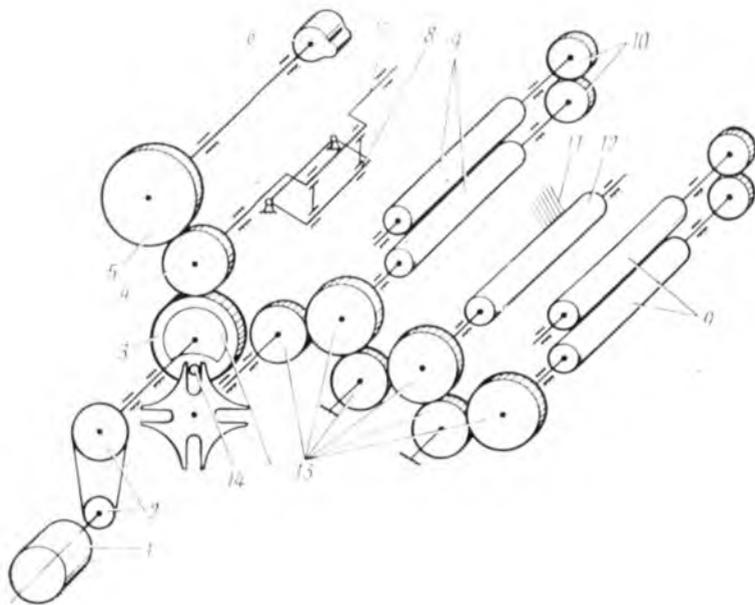


Рис. 1.19

Двигатель 1 посредством клиноременной передачи 2 и системы зубчатых колес 3, 4 и 5 вращает вал кулачка 6 механизма подачи карт в систему пробивки. Перфорация осуществляется с помощью эксцентрикового вала 7, приводящего в движение ударную планку 8. Последняя совершает возвратно-поступательное движение и ударяет по пунсомам (на схеме не показаны), пробивающим отверстие в перфокарте. Пунсоны подводятся под ударную планку электромагнитами, получающими сигналы от управляющей системы.

Передвижение перфокарт производится двумя парами роликов 9, получающих вращение от вала зубчатого колеса 3 посредством мальтийской передачи 14 и зубчатых передач 10, 13. Остановка перфокарты в момент пробивки отверстий осуществляется благодаря мальтийскому механизму 14.

Информация, закодированная на перфокарте, считывается с помощью контактных валков 12 и щеток 11, когда карта перемещается между валком и щеткой. Если в определенном месте карты имеется отверстие, то соответствующая ему щетка через контактный валок замыкает электрическую цепь, и ЭВМ воспринимает определенный импульс.

Из рассмотренных примеров видно, что в состав периферийных устройств обычно входят двигатели, механизмы зубчатых и ременных передач, рычажные, храповые, кулачковые и мальтийские механизмы, а также электромагнитные устройства, муфты и т. д., расчет и проектирование которых будут рассмотрены далее.

§ 1.3. Особенности проектирования механизмов приборных и вычислительных систем

Каждая машина или прибор состоит из трех основных частей. В машине — это двигатель, передаточный механизм, исполнительный орган; в приборе — измерительный преобразователь (датчик), передаточный механизм и регистрирующее устройство.

Передаточный механизм преобразует вид движения, изменяет значение и направление скорости исполнительного органа. В большинстве приборов реакция чувствительного элемента на изменение измеряемой величины, выражающееся в малом механическом перемещении, с помощью передаточного механизма, увеличивающего это перемещение, передается на отсчетное устройство. Механизмы приборов и вычислительных систем наряду с общими для всех механизмов признаками имеют ряд особенностей, ввиду чего методы их проектирования и расчета значительно отличаются от методов, применяемых в машиностроении.

При проектировании механизмов машин добиваются получения высоких кпд, прочности, долговечности, производительности, экономичности, малых габаритов и массы, простоты и безопасности обслуживания, удобства сборки и разборки.

При проектировании механизмов приборов стремятся к достижению высокой точности, стабильности показаний, экономичности, простоты сборки и разборки.

В *машиностроении* основными являются расчеты кпд, расчеты на прочность, расчеты деформаций, износостойкости, долговечности. Размеры деталей механизмов в этом случае получают расчетом по условиям прочности.

В *приборостроении* нагрузки, действующие на детали механизмов, невелики, поэтому механизмы называют малонагруженными. Размеры деталей при расчете на прочность оказываются слишком малыми. В этих случаях все размеры деталей, кроме зависящих от кинематических соотношений, подбирают из конструктивных соображений. В случаях, когда механизмы достаточно нагружены, размеры их деталей определяются при прочностных расчетах.

В приборных механизмах главным фактором является точность выполнения ими кинематических функций. Отсюда вытекают предъявляемые к ним требования повышенной жесткости и виброустойчивости. Повышение быстродействия механизмов вызывает увеличение динамических нагрузок, которые также учитываются при расчетах. Наличие зазоров в сочленениях звеньев, деформации звеньев от нагрузок влияют на работу механизмов и ставят определенные ограничения по скорости, точности и величинам передаваемых нагрузок.

Малая масса деталей приборов в малонагруженных механизмах позволяет применять контактирование деталей по линиям и точкам, что может обеспечить высокую кинематическую точность движения одной детали относительно другой.

ГЛАВА 2. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ

§ 2.1. Звенья и кинематические пары

Изучение структуры механизмов включает в себя рассмотрение следующих вопросов: из каких элементов состоят механизмы, по каким законам они образуются, что определяет характер относительного движения звеньев и чем определяется подвижность механизма.

Элементами механизма являются звенья и кинематические пары. Звеньями механизма называют тела, входящие в состав механизма. Определенность движения звеньев механизма обеспечивается тем, что эти звенья соединены между собой посредством кинематических пар. Кинематической парой называется соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Поверхности, линии или точки, по которым происходит соприкосновение звеньев кинематической пары, называются элементами контакта звеньев, образующих кинематическую пару. Характер относительного движения звеньев кинематической пары зависит от формы элементов контакта звеньев, поэтому строение кинематических пар в основном определяет закон передачи движения. Движение звеньев механизма всегда связано с затратой механической работы, основными параметрами которой являются перемещение и сила. Поэтому для любого механизма важны как *закон передачи перемещений* от одного звена к другому, так и *закон передачи сил*.

Сначала выясним общие свойства кинематических пар без влияния зазоров в них на относительное движение звеньев. Кинематические пары можно классифицировать по трем признакам.

1. По числу связей, накладываемых на относительное движение звеньев, кинематические пары делятся на пять классов. Как известно из механики, свободное в пространстве тело имеет

шесть степеней свободы, или шесть независимых движений: три движения вдоль координатных осей и три вращения вокруг этих осей. При вхождении звена в кинематическую пару часть этих движений теряется, т. е. на тело накладываются условия связи с другим звеном. Число условий связи, отнимающих у звена независимые движения, может быть не более пяти. При числе связей более пяти два звена соединяются жестко и не образуют кинематической пары.

Кинематической парой I класса — пятиподвижной парой — называют пару, накладывающую одно условие связи, например шар на плоскости. Кинематической парой II класса — четырехподвижной парой — называют пару, накладывающую два условия связи, например цилиндр на плоскости, и т. д.

В плоских механизмах число независимых движений звена равно трем, следовательно, число классов пар может быть только два, поэтому в плоских механизмах могут быть лишь пары IV и V классов. Классификацией кинематических пар по условиям связей широко пользуются при решении задач структурного и кинематического исследования механизмов, а также при силовом расчете механизмов.

Кинематические пары обладают определенной способностью передавать усилия. Воздействие одного звена на другое в кинематической паре осуществляется посредством их силового взаимодействия, так что наложение условия связи на звено, отнимающего свободу его перемещения в определенном направлении, подразумевает противодействие этому перемещению определенной силой или моментом. Поэтому каждому условию связи соответствует определенная реактивная сила или момент, который передается от одного звена к другому с помощью кинематической пары. Следовательно, число независимых реактивных сил и моментов, передаваемых кинематической парой, всегда равно числу условий связи. Классификация кинематических пар по классам приведена в табл. 2.1.

2. По характеру относительного движения кинематические пары делятся на плоские и пространственные. К плоским парам относятся пары V класса, а также пары IV класса, у которых соприкосновение элементов пар происходит по образующим цилиндров, например касание двух зубьев зубчатых колес, или в точке, например дисковый кулачок и толкатель со сферическим окончанием. Во всех этих случаях одно звено совершает плоское движение относительно другого. Остальные кинематические пары пространственные.

3. По характеру соприкосновения элементов пары разделяются на высшие и низшие. Низшими называются такие пары, у которых требуемое относительное движение звеньев может быть получено постоянным соприкосновением элементов пары *по поверхности*, например поступательная, вращательная, винтовая, шаровая пары. Низшие пары обладают свойством обратности движения, т. е. форма траекторий точек звеньев в отно-

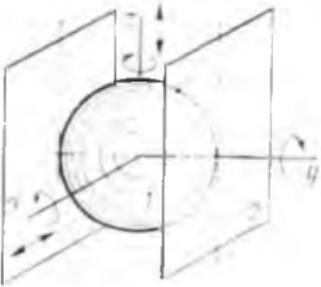
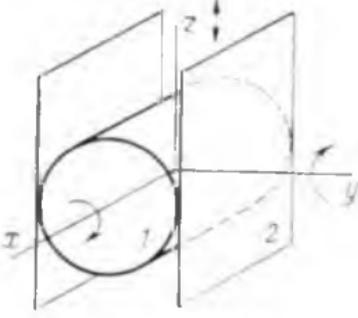
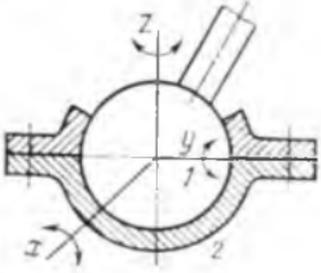
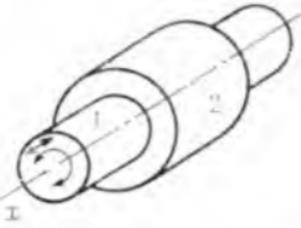
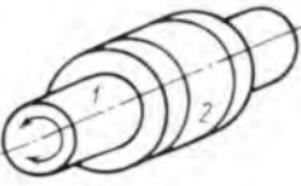
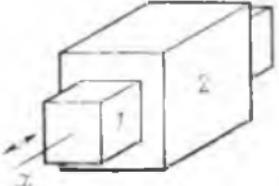
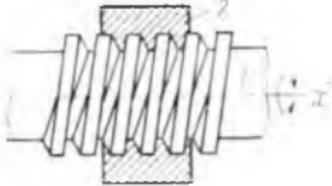
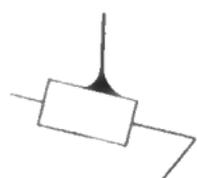
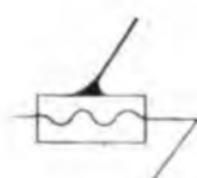
Подвижность пары	Класс	Конструктивное оформление
Пятиподвижная пара	I	
Четырехподвижная пара	II	
Трехподвижная пара	III	

Таблица 2.1

Название	Усилия, передаваемые парой	Условное обозначение по ГОСТ 2770-74
Шар — плоскость	R_y	
Цилиндр — плоскость	R_y, M_z	
Сферическая	R_x, R_y, R_z	

Подвижность пары	Класс	Конструктивное оформление
Двухполвижная пара	IV	
Однополвижная пара	V	
То же	V	
	V	

Примечание. Цифрами 1 и 2 обозначаются элементы пары.

Название	Усилия, передаваемые парой	Условное обозначение по ГОСТ 2770-74
Цилиндрическая	R_y, R_z, M_y, M_z	
Вращательная	R_x, R_y, R_z, M_y, M_z	
Поступательная	R_y, R_z, M_x, M_y, M_z	
Винтовая	$R_y, R_z, M_y, M_z,$ $M_x = f(x)$	

сительном движении не зависит от того, какое из двух звеньев принимается за неподвижное. В поступательной паре, например, движение одного звена в любом случае будет поступательным относительно другого закрепленного звена. То же касается винтовой и вращательной кинематических пар, но форма траекторий относительного движения другая.

Высшими называются такие пары, в которых требуемое относительное движение может быть получено только соприкосновением элементов пары *по линиям* или *в точках*, например шар на плоскости, цилиндр на плоскости, соприкосновение зубьев зубчатых колес и т. д. Высшие пары свойством обратности не обладают. Рассматривая пару цилиндр — плоскость, устанавливаем, что точки цилиндра при качении его по неподвижной плоскости описывают траектории — циклоиды, а при обкатывании плоскости по неподвижному цилиндру точки плоскости описывают траектории — эвольвенты. Таким образом, в высших парах формы траекторий точек звеньев будут различными в зависимости от того, какое звено считать неподвижным.

Соприкосновение элементов кинематических пар или их замыкание может обеспечиваться различно. В технике чаще встречаются пары с геометрическим замыканием, когда разъединяться элементам пары не позволяет конструкция самой пары. Встречаются также кинематические пары с силовым замыканием, т. е. замыканием с помощью силы упругости пружины или веса звена.

Достоинством низших пар является их большая, чем у высших пар, нагрузочная способность, так как передаваемые парой усилия распределяются на большую площадь контакта. В машиностроении при передаче больших нагрузок стараются использовать механизмы с низшими парами.

В приборостроении благодаря малым нагрузкам чаще применяют механизмы с высшими парами, так как в них меньше потери на трение, и, кроме того, применение высших пар позволяет делать конструкцию более компактной и получать более разнообразные траектории и законы движения звеньев.

Конструктивно поступательная и вращательная пары могут быть оформлены различным образом. Так, например, поступательная пара (рис. 2.1) может быть в виде плоского (*a*), клинчатого (*b*) или цилиндрического (*в*) ползуна.

Например, в приборах с малыми нагрузками элементы поступательной пары могут соприкасаться по отдельным линиям (рис. 2.1, *г*), однако это не высшая пара, так как то же относительное движение звеньев может быть получено соприкосновением элементов по поверхности. Для уменьшения трения в поступательной паре вводят тела качения в виде шариков или роликов (рис. 2.1, *д*). Такая конструкция представляет собой соединение, эквивалентное кинематической паре. Независимо от конструктивного выполнения поступательной пары образующие

ее звенья совершают прямолинейное поступательное относительное движение.

Во вращательных кинематических парах относительное движение точек звеньев происходит по окружностям. Это может быть пара скольжения — низшая пара (рис. 2.2, *a*) и пара с телами качения в виде шариков или роликов, движение которых не влияет на относительное движение звеньев кинематической пары (рис. 2.2, *б*).

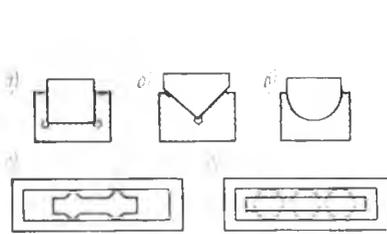


Рис. 2.1

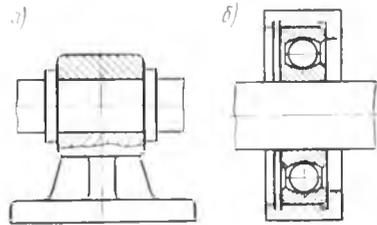


Рис. 2.2

Для упрощения выполнения и чтения схем механизмов на чертежах приняты условные изображения для кинематических пар и звеньев механизмов (см. табл. 2.1).

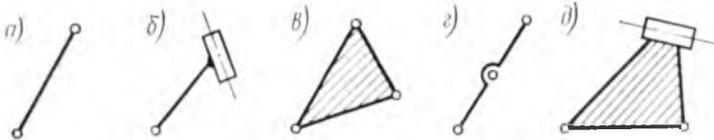


Рис. 2.3

Условные изображения звеньев механизмов показаны на рис. 2.3. На рис. 2.3, *a, б* даны условные обозначения звеньев, входящих в две кинематические пары; на рис. 2.3, *в, г* — звенья, входящие в три кинематические пары.

§ 2.2. Кинематическая цепь и механизм.

Структурная формула механизма

В теории механизмов под структурой механизмов понимают принципы строения механизмов. Изучение этих принципов необходимо для кинематического и силового расчета механизмов. Предварительно следует ввести ряд понятий.

Система звеньев, соединенных с помощью кинематических пар, называется кинематической цепью. В качестве примера на рис. 2.4, *a* изображена схема цепи, в которой имеются звенья, входящие только в одну кинематическую пару и не образуют замкнутого контура. Такие цепи называют незамкнутыми. На рис. 2.4, *б* показана цепь, все звенья которой входят не менее чем в две кинематические пары и образуют

замкнутый контур (в общем случае контуров может быть больше). Такие цепи называются замкнутыми. Пользуясь понятием кинематической цепи, дадим определение механизма, эквивалентное данному ранее.

Механизмом называется *кинематическая цепь, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев относительно любого из них все остальные звенья движутся определенным образом.*

Неподвижное звено, относительно которого рассматривается движение, называют стойкой. Звеньям, которым сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемое движение других звеньев, называют входными или ведущими звеньями, а остальные звенья называют ведомыми. Число ведущих звеньев соответствует подвижности механизма.

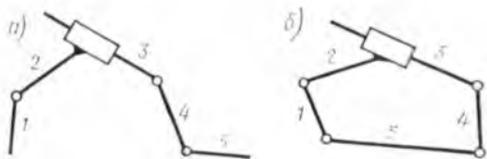


Рис. 24

Так, механизм с одним входным звеном будет механизмом с одной степенью свободы, или с одной подвижностью. Выходным звеном называется звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Все механизмы и кинематические цепи делятся на плоские и пространственные. Плоскими называются такие механизмы, все точки звеньев которых движутся в параллельных плоскостях. Остальные механизмы — пространственные.

Рассмотрим плоский механизм, имеющий n подвижных звеньев. В плоском механизме каждое звено имеет три степени свободы. Следовательно, число степеней свободы у n звеньев равно $3n$. В плоском механизме могут быть только кинематические пары V и IV классов (см. § 2.1), при этом пары V класса накладывают два условия связи и являются низшими парами; число их обозначим p_5 . Пары IV класса накладывают одно условие связи, они являются высшими парами; их число обозначим p_4 .

Число степеней свободы (независимых движений) механизма показывает скольким звеньям нужно задать движение, чтобы движение остальных звеньев было вполне определенным. Для определения числа степеней свободы W механизма надо из числа $3n$ вычесть связи, накладываемые кинематическими парами:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.1)$$

Эта формула называется структурной формулой плоского механизма или формулой Чебышева. В общем случае для пространственного механизма структурная формула имеет вид

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.2)$$

где индексы обозначают класс кинематической пары.

В структурных формулах (2.1) и (2.2) учтены степени свободы звеньев и те условия связи, которые активно влияют на характер движения звеньев механизмов. Другими словами, для осуществления определенных движений всех звеньев механизма необходимо некоторое минимальное число звеньев и кинематических пар.

Степени свободы отдельных звеньев, не оказывающие влияния на характер движения механизма в целом, называются местными степенями свободы.

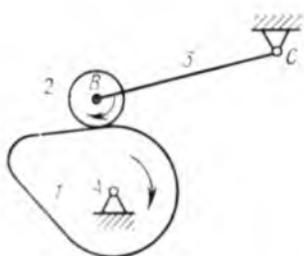


Рис. 2.5

Рассмотрим, например, схему кулачкового механизма, показанную на рис. 2.5. Здесь число подвижных звеньев: $n = 3$; $p_5 = 3$, $p_1 = 1$. Этот механизм имеет число степеней свободы $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$. Это вращение кулачка 1 и вращение ролика 2. Если ролик поворачивать вокруг его оси, то это не повлечет за собой изменения положения других звеньев. Это вращение является местной степенью свободы. Если отнять эту степень свободы, соединив жестко ролик со штангой 3, то общее число степеней свободы механизма не изменится.

Местные степени свободы вводят в механизмы для улучшения условий работы их звеньев, например для уменьшения трения в кинематических парах.

Иногда при конструировании механизма возникает необходимость ввести в механизм звенья или связи, которые не влияют на их кинематику, например чтобы придать механизму требуемую жесткость или распределить силу на несколько элементов. Такие связи называются пассивными.

В механизме, показанном на рис. 2.6, а, размеры звеньев удовлетворяют условиям: $AB = FK = CD$; $BF = AK$; $FC = KD$. Точки B , F и C движутся по окружностям с радиусом $r = AB = FK = CD$.

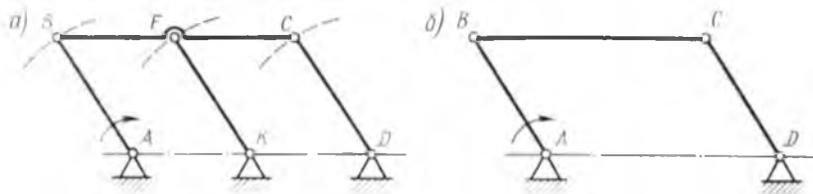


Рис. 2.6

Звено FK не влияет на движение механизма, но вносит в него пассивную связь и две пары V класса F и K . Механизм без избыточных связей показан на рис. 2.6, б.

Обнаружить наличие пассивных связей при детальном исследовании механизма нелегко, можно лишь отметить, что они

получаются, например, в случае совпадения траектории точек присоединяемых звеньев и точек звеньев механизма без пассивных связей (как в примере на рис. 2.6) или при наложении симметричных частей механизма одной на другую, или при параллельной работе звеньев или групп звеньев.

Существование пассивных связей в механизмах определяется не только наличием пассивных звеньев, но также видом применяемых кинематических пар и наличием в механизме повторяющихся кинематических пар.

Рассмотрим вал, установленный на двух опорах (рис. 2.7, а). Конструктивно его выполняют в виде двух кинематических пар, одна из которых (левая по рисунку) пара V класса, а другая — пара IV класса. В этом случае подшипники можно изготавливать с невысокой точностью — вал самоустанавливается в подшипниках

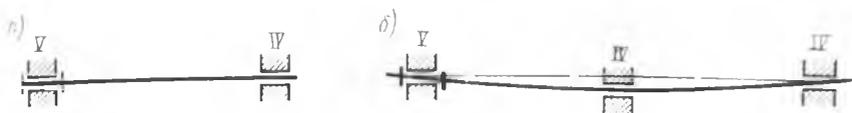


Рис. 2.7

Если тот же вал опереть на три подшипника (рис. 2.7, б), то третья опора не изменит кинематики движения вала, так как она является пассивной связью, но существенно изменит условия работы вала. Более высокие требования предъявляются к точности изготовления, так как в этой системе передаваемые силы зависят от деформации звеньев: из-за возможного несовпадения осей вала и подшипников вал вынужден изгибаться; в подшипниках появятся дополнительные силы от изгиба вала, трение в них увеличится и снизится КПД механизма.

Обозначив через q число избыточных связей в механизме, получим структурную формулу механизма [(см. формулы (2.1) и (2.2)] в следующем виде:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + q. \quad (2.3)$$

Ее называют структурной формулой Малышева. Избыточные связи, дублируя другие, не уменьшают подвижность механизма, а обращают его в статически неопределимую систему. Число избыточных связей в механизме по формуле (2.3)

$$q = W - 6n + 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1. \quad (2.4)$$

§ 2.3. Классификация плоских механизмов

Ввиду большого разнообразия существующих механизмов их целесообразно классифицировать. Классификация должна способствовать изучению и разработке общих методов

их структурного, кинематического и динамического анализа и методов проектирования. Этой цели наиболее полно служит *структурная классификация*, согласно которой все механизмы разделяются на классы. Для каждого класса разработаны общие методы структурного, кинематического и динамического исследования. Большой вклад в создание структурной классификации внес советский ученый акад. И. И. Артоболевский.

Начальными звеньями называются звенья, положение которых определяет положение механизма. В механизме с одной степенью свободы — одно начальное звено. Если начальное звено совершает вращательное движение (рис. 2.8, а), то его положение определяется углом поворота. Если начальное звено движется прямолинейно (рис. 2.8, б), то его положение определяется линейным перемещением. В механизмах с двумя степенями свободы имеется два начальных звена и т. д. *Начальное звено не обязательно должно совпадать с входным звеном.*

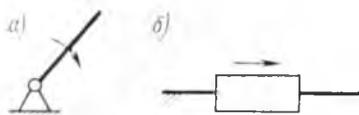


Рис. 2.8

Механизмы различных классов образуются последовательным присоединением к начальным звеньям кинематических цепей, называемых структурными группами.

Структурными группами, или группами Ассура, называют *кинематические цепи, обладающие свойством не изменять подвижности механизма, к которому их присоединяют.* Если структурную группу присоединить, например, к стойке, то она будет обладать нулевой подвижностью, т. е. становится жесткой системой.

Если из множества возможных плоских кинематических цепей выделить цепи, являющиеся структурными группами, то согласно формуле (2.1) они должны после присоединения их к стойке удовлетворить уравнению

$$W = 3n - 2p_2 - p_1 = 0.$$

При отсутствии в цепи высших пар IV класса получим

$$W = 3n - 2p_2 = 0. \quad (2.5)$$

Это уравнение можно назвать *уравнением структурной группы с низшими парами.* Ему должны удовлетворять числа звеньев и числа кинематических пар, содержащихся в ней. Уравнению (2.5) удовлетворяет ряд целых чисел: $n = 2, 4, 6, 8$ и т. д.; $p_2 = 3, 6, 9, 12$ и т. д.

Отсюда видно, что простейшей структурной группой будет кинематическая цепь из двух звеньев с тремя кинематическими парами. Такая структурная группа называется группой II класса или двухповодковой группой. В зависимости от числа и относительного расположения вращательных и поступательных пар

группы II класса делят на пять видов (рис. 2.9). Если любую из этих групп свободными парами присоединить к стойке, то они становятся неподвижными, т. е. фермами.

Следующим решением уравнения (2.5) будет структурная группа, содержащая четыре звена и шесть кинематических пар. Такая группа называется структурной группой III класса или трехповодковой группой. В состав структурных групп III класса могут входить не только вращательные (рис. 2.10, а), но и поступательные кинематические пары (рис. 2.10, б, в). Присоединяя любую из этих групп свободными парами к стойке, получим жесткие системы.

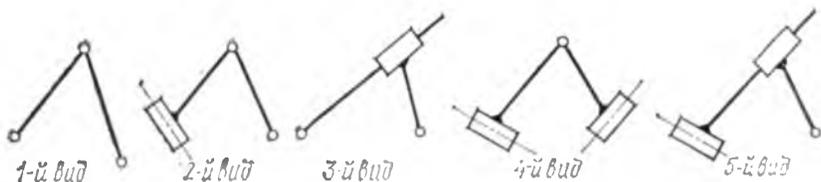


Рис. 2.9



Рис. 2.10

Другая кинематическая цепь, удовлетворяющая уравнению (2.5) и состоящая из четырех звеньев и шести пар, показана на рис. 2.11. Эта группа имеет две свободные пары и называется структурной группой IV класса. Группы более высоких классов в механизмах встречаются редко и здесь не рассматриваются.

Структурным группам присваиваются номера класса и порядка. Порядок определяется числом свободных кинематических пар, или поводков, которыми группа присоединяется к механизму или стойке. Класс структурной группы определяется числом внутренних кинематических пар, которыми образуется самый сложный замкнутый контур в группе.

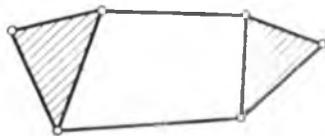


Рис. 2.11

Например, в группе IV класса такой контур образуется четырьмя парами, и эта группа имеет два поводка, т. е. второй

порядок. В группе III класса три пары образуют замкнутый контур, а порядок ее будет третьим, так как она имеет три поводка. Группы II класса имеют второй порядок, а контур образуется одним звеном, входящим в две кинематические пары.

Как уже говорилось, во всяком плоском механизме имеются одно или несколько начальных звеньев в виде кривошипа или ползуна (см. рис. 2.7), которые движутся относительно стойки.

Согласно структурной классификации, разработанной Л. В. Ассуром, И. И. Артоболевским и др., любой плоский механизм получается присоединением структурных групп к начальному звену и стойке. И наоборот, плоский механизм всегда можно разделить на начальные звенья и составляющие его структурные группы. Эти структурные группы и определяют строение механизма. Определить строение механизма — это значит установить, из каких структурных групп состоит данный механизм и в каком порядке эти структурные группы присоединены к начальным звеньям и стойке.

Механизмы, в состав которых входят начальное звено и структурные группы II класса, называются механизмами II класса. Механизмы, в состав которых входят структурные группы III класса или II и III классов, называются механизмами III класса и т. д.

Примеры образования схем механизмов из структурных групп приведены в табл. 2.2.

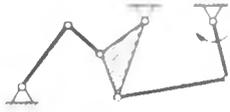
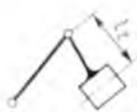
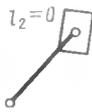
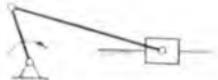
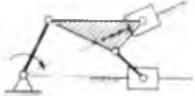
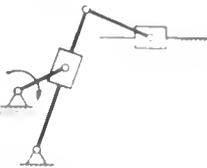
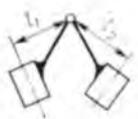
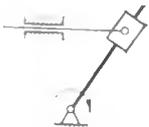
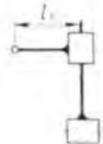
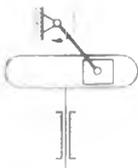
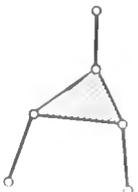
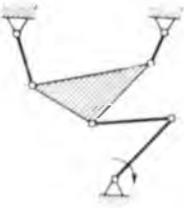
На рис. 2.12 рассмотрены примеры разложения механизмов II класса (а, б) и III класса (в) на структурные группы. Начальное звено обозначено стрелкой вращения, а структурные группы обведены пунктирной линией.



Рис. 2.12

В дальнейшем будет показано, что кинематический и силовой расчет механизмов наиболее удобно проводить для структурных групп, составляющих механизм, и именно для структурных групп различных классов разработаны методы расчетов. Рассмотренная классификация плоских механизмов с низшими парами [3, 36] может быть распространена на механизмы с высшими парами путем замены высших пар низшими.

Таблица 2..

Структурная группа	Частный вид структурной группы	Механизмы, образованные присоединением одной структурной группы	Механизмы, образованные присоединением двух структурных групп
	—		
	$l_2=0$ 		
	$l_2=0$ 		
	$l_1=l_2=0$ 		—
	$l_1=0$ 		—
	—		—

§ 3.1. Основные понятия кинематики

При изучении курса физики установлены основные понятия кинематики точки и твердых тел. При движении точки по траектории скорость и ускорение точки рассматриваются как векторные величины. При этом вектор скорости \underline{v} направлен по касательной к траектории, и его модуль (числовое значение) равен первой производной от пути по времени: $v = ds/dt$. Вектор ускорения равен первой производной от вектора скорости по времени: $\underline{a} = d\underline{v}/dt$. Он может быть разложен на две составляющие: вектор касательного ускорения \underline{a}_τ , направленный по касательной к траектории и равный по модулю $a_\tau = dv/dt$, и вектор нормального ускорения \underline{a}_n , направленный по главной нормали к траектории в данной точке в сторону вогнутости кривой и имеющий модуль $a_n = v^2/\rho$, где ρ — радиус кривизны траектории. Модуль вектора ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

Под простейшими видами движения твердого тела понимают поступательное движение и вращение тела вокруг неподвижной оси. При поступательном движении твердого тела все точки тела описывают одинаковые траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые скорости и ускорения. Для любых точек A и B тела выполняется условие: $\underline{v}_A = \underline{v}_B$ и $\underline{a}_A = \underline{a}_B$.

При вращательном движении положение тела определяется значением угла φ поворота тела относительно некоторого начального положения, а кинематическими характеристиками этого движения являются угловая скорость $\omega = d\varphi/dt$ и угловое ускорение $\varepsilon = d\omega/dt$.

Значения скорости и ускорения точки вращающегося тела с радиусом ρ соответственно равны:

$$v = \omega\rho; a_\tau = \varepsilon\rho; a_n = \omega^2\rho, \quad (3.1)$$

а значение полного ускорения точки

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \rho \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (3.2)$$

На основе этих понятий рассматриваются более сложные виды движения тел, встречающиеся в механизмах.

§ 3.2. Плоское движение твердого тела

Движение твердого тела называется плоским, если все точки тела перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение твердого тела вполне определяется движением фигуры, полученной при

сечении тела любой плоскостью, параллельной неподвижной плоскости.

Положение плоской фигуры на плоскости вполне определяется положением отрезка, соединяющего две точки этой фигуры. Рассмотрим два последовательных положения *I* и *II* фигуры (*S*), которые она занимает в процессе движения (рис. 3.1). Они определяются положениями отрезков A_1B_1 и A_2B_2 .

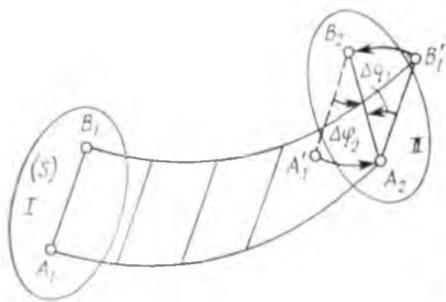


Рис. 3.1

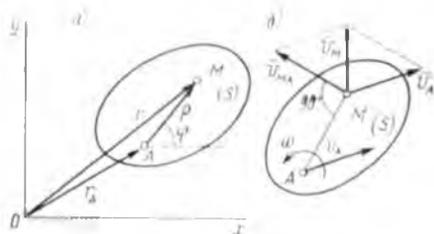


Рис. 3.2

Отрезок A_1B_1 можно привести в положение A_2B_2 , перемещая его поступательно так, чтобы точка A_1 (принятая за полюс) переместилась в точку A_2 и отрезок занял положение $A_2B'_1$, а затем повернуть вокруг полюса A_2 на угол $\Delta\varphi_1$. Аналогично можно рассмотреть перемещение фигуры (*S*), приняв за полюс точку B . При этом угол поворота $\Delta\varphi_2 = -\Delta\varphi_1$, т. е. он не зависит от того, какая точка выбрана за полюс. Отсюда заключаем, что любое плоское движение тела складывается из поступательного движения, при котором все точки тела движутся как полюс, и из вращательного движения вокруг этого полюса. За полюс можно выбирать любую точку тела.

Для определения скорости точки тела в плоском движении рассмотрим движение плоской фигуры (*S*) относительно неподвижных осей координат x, y (рис. 3.2, *a*). Положение любой точки *M* фигуры определяется радиусом-вектором $\vec{r} = \vec{r}_A + \vec{\rho}$, где вектор $\vec{\rho} = \vec{AM}$; r_A — радиус-вектор полюса *A*.

$$\vec{v}_M = d\vec{r}/dt = d\vec{r}_A/dt + d\vec{\rho}/dt.$$

Здесь $d\vec{r}_A/dt = \vec{v}_A$ — скорость полюса *A*; величина $d\vec{\rho}/dt = \vec{v}_{MA}$ — скорость, которую получает точка *M* при вращении тела вокруг полюса *A*. Таким образом,

$$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{v}_{MA}. \quad (3.3)$$

При этом модуль скорости точки *M* во вращательном движении вокруг полюса $v_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω — угловая скорость

вращения, не зависящая от выбора полюса. Вектор \vec{v}_{MA} направлен перпендикулярно радиусу вращения MA .

Следовательно, скорость любой точки M тела в плоском движении является геометрической суммой скоростей полюса и точки M при ее вращении вместе с телом вокруг полюса. Модуль и направление вектора \vec{v}_M находят построением параллелограмма скоростей согласно уравнению (3.3) (рис. 3.2, б).

Скорости точек тела в плоском движении можно определять

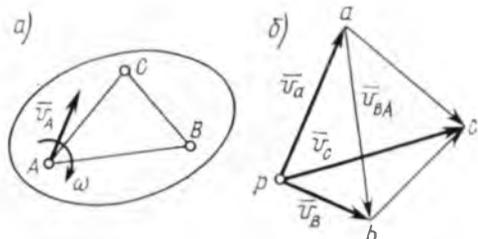


Рис. 3.3

графически построением плана скоростей. Планом скоростей называется векторная диаграмма, на которой от некоторого центра, называемого *полюсом скоростей*, отложены векторы абсолютных скоростей точек тела.

Для построения плана скоростей примем точку A фигуры за полюс. Пусть

известны ее скорость \vec{v}_A и угловая скорость ω вращения вокруг полюса (рис. 3.3, а). Требуется определить скорости точек C и B этой фигуры.

Выберем за полюс плана произвольную точку p (рис. 3.3, б) и из нее построим вектор \vec{v}_A в виде отрезка длиной pa , так что $v_A = \mu_v(pa)$. Здесь $\mu_v = v_A / (pa)$ — масштабный коэффициент, показывающий, сколько единиц скорости в метрах в секунду содержится в одном миллиметре отрезка плана скоростей. Вектор скорости \vec{v}_B точки B выразим в соответствии с формулой (3.3) векторным уравнением

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \quad (3.4)$$

$\perp BA$

Здесь вектор \vec{v}_A известен и выражен на плане отрезком длиной pa , вектор \vec{v}_{BA} известен по направлению (он перпендикулярен отрезку BA), по значению он равен $v_{BA} = \omega \cdot AB$. Вектор \vec{v}_{BA} изобразим отрезком $ab = v_{BA} / \mu_v$, направленным перпендикулярно AB в сторону вращения. Соединяя полюс p с точкой b , получаем вектор \vec{v}_B , который в масштабе изображает вектор скорости. Таким образом, точка b плана скоростей дает графическое решение векторного уравнения (3.4).

Поступая аналогично, напишем векторное уравнение для точки C

$$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{CA},$$

$\perp CA$

где $v_{CA} = \omega \cdot AC$.

В масштабе этот вектор \vec{v}_C направленный вращением. Соединяя по скорости точки C .

Значения искомых скоростей определяются по формулам $v_B = v_O + \omega \times r_{OB}$; $v_C = v_O + \omega \times r_{OC}$.

Отметим, что отрезки ab, ac, bc , соединяющие концы векторов абсолютных скоростей, изображают относительные скорости и перпендикулярны отрезкам AB, AC, BC плоской фигуры (рис. 3.3, а), следовательно, треугольник abc является подобным ABC и называется принципом подобия фигур плоского тела и фигур плана скоростей. Этот принцип в ряде случаев удобно использовать для упрощения построения планов скоростей механизмов. Планы скоростей позволяют определять скорость любой точки тела, если известны скорость одной его точки и направление скорости другой точки.

Мгновенным центром скоростей которой в данный момент времени плоской фигуры, скорость которой равна нулю. Пусть в данный момент времени точки A и B плоской фигуры (S) (рис. 3.4, а) имеют скорости соответственно \vec{v}_A и \vec{v}_B , не параллельные друг другу. Тогда точка P , лежащая на пересечении прямых, перпендикулярных векторам скоростей, будет мгновенным центром скоростей.

В соответствии с принципом подобия фигур $\triangle pab$ на плане скоростей (рис. 3.4, б) подобен $\triangle PAB$. Но точка p плана скоростей соответствует точке, скорость которой равна нулю. Следовательно, точка P будет мгновенным центром скоростей. Угловую скорость фигуры определяют из соотношения $\omega = v_A / PA = v_B / PB$.

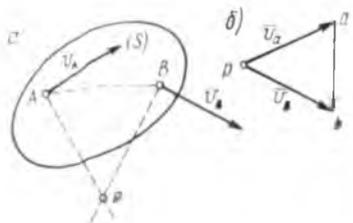


Рис. 3.4

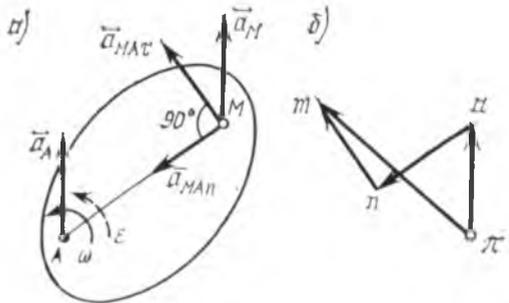


Рис. 3.5

Для определения мгновенного центра скоростей достаточно знать только направление скоростей двух точек тела. С помощью мгновенного центра скоростей решается ряд задач по определению скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев механизмов.

В соответствии с рис. 3.2, а положение точки M плоской фигуры (S) определяется вектором $\vec{r} = \vec{r}_A + \vec{\rho}$, ускорение этой точки (рис. 3.5, а)

$$\vec{a}_M = d^2\vec{r}/dt^2 = d^2\vec{r}_A/dt^2 + d^2\vec{\rho}/dt^2.$$

Здесь $d^2\vec{r}_A/dt^2 = \vec{a}_A$ — вектор ускорения полюса A , а величина $d^2\vec{\rho}/dt^2 = \vec{a}_{MA}$ определяет ускорение точки M при ее вращении вокруг полюса A . Следовательно, $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA}$, где в соответствии с формулами (3.1) и (3.2)

$$\vec{a}_{MA} = \vec{a}_{MA\tau} + \vec{a}_{MA\epsilon}; \quad a_{MA} = MA \sqrt{\epsilon^2 + \omega^2};$$

$$a_{MA\tau} = MA \cdot \omega^2; \quad a_{MA\epsilon} = MA \cdot \epsilon.$$

Таким образом, ускорение любой точки M тела — это геометрическая сумма ускорения полюса и ускорения точки M в ее вращательном движении вокруг полюса, оно может быть записано в виде векторного выражения

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA\tau} + \vec{a}_{MA\epsilon} \quad (3.5)$$

Векторное уравнение (3.5) можно изобразить в виде векторной диаграммы, которая называется планом ускорений и показана на рис. 3.5, б. Для этого из произвольной точки π , называемой полюсом плана ускорений, отложим вектор $\vec{\pi a}$, который в масштабе изображает вектор ускорения полюса \vec{a}_A . Масштабный коэффициент $\mu_a = a_A / (\pi a)$ показывает, сколько единиц ускорения содержится в одном миллиметре вектора на плане.

Из точки a плана проводят вектор \vec{ap} , который в масштабе изображает вектор $\vec{a}_{MA\tau}$. Его длина $\overline{ap} = a_{MA\tau} / \mu_a = MA \cdot \omega^2 / \mu_a$. Из точки p плана проводят вектор \vec{pt} , который в масштабе изображает вектор $\vec{a}_{MA\epsilon}$. Его длина $\overline{pt} = a_{MA\epsilon} / \mu_a = MA \cdot \epsilon / \mu_a$. Тогда в соответствии с векторным уравнением (3.5) замыкающий вектор $\vec{\pi t}$ будет изображать в масштабе ускорение точки M , значение которого $a_M = \mu_a (\pi t)$.

План ускорений можно рассматривать как графическое решение векторного уравнения (3.5), в котором могут быть неизвестными две скалярные величины (например, длина двух векторов) или одна векторная величина. Построением планов ускорений пользуются для определения неизвестных ускорений точек звеньев механизмов.

Для планов ускорений также справедлив принцип подобия фигур, и им пользуются для упрощения построения планов ускорений. Необходимо отметить, что если отрезки подобных фигур на планах скоростей повернуты на угол 90° , то на планах ускорений подобные фигуры повертываются на угол, отличный от прямого.

§ 3.3. Сложное движение точки

В ряде случаев целесообразно изучать движение точки или тела одновременно по отношению к двум системам координат, одна из которых совершает заданное движение по отношению к другой (основной), принимаемой за неподвижную. Рассмотрим неподвижную систему координат $O_1x_1y_1z_1$ и систему $Oxyz$, которая некоторым образом движется относительно неподвижной (рис. 3.6). Движение точки M по отношению к неподвижной системе координат $O_1x_1y_1z_1$ называется абсолютным, а ее скорость \bar{v} и ускорение \bar{a} — соответственно абсолютной скоростью и абсолютным ускорением. Движение точки M по отношению к подвижной системе координат $Oxyz$ называется относительным движением, а ее скорость \bar{v}_r и ускорение \bar{a}_r называются относительной скоростью и относительным ускорением.

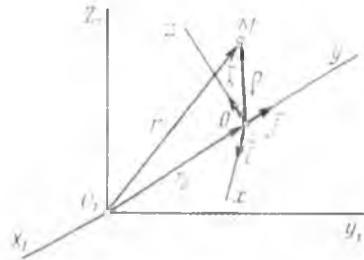


Рис. 3.6

Переносной скоростью \bar{v}_e называется скорость той точки подвижной системы координат, через которую в данный момент проходит движущаяся точка M . Переносным ускорением \bar{a}_e называют ускорение точки подвижной системы координат, через которую в данный момент проходит движущаяся точка M .

Если радиус-вектор $\bar{r} = \bar{r}(t)$ определяет положение точки M в неподвижной системе координат, радиус-вектор $\bar{r}_0 = \bar{r}_0(t)$ определяет положение начала подвижной системы координат, а радиус-вектор $\bar{\rho} = \bar{\rho}(t)$ определяет положение точки M в подвижной системе координат, то в соответствии с рис. 3.6 имеем

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{\rho}. \quad (3.6)$$

Абсолютную скорость точки M определим, дифференцируя выражение (3.6) по времени:

$$\bar{v} = d\bar{r}/dt = d\bar{r}_0/dt + d\bar{\rho}/dt. \quad (3.7)$$

Так как вектор $\bar{\rho}$ определен в подвижной системе координат, то для нахождения абсолютной производной от него воспользуемся формулой, известной из векторной алгебры, согласно которой

$$d\bar{\rho}/dt = d\bar{\rho}/dt + \bar{\omega} \times \bar{\rho}, \quad (3.8)$$

где $d\bar{\rho}/dt = (dx/dt)\bar{i} + (dy/dt)\bar{j} + (dz/dt)\bar{k} = \bar{v}_r$, является произ-

водной величины $\bar{\rho}$ по времени, или относительной скоростью точки; $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ — единичные векторы, направленные по осям координат; $\bar{\omega}$ — вектор угловой скорости подвижной системы координат. Тогда получим

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho} + \bar{v}_r, \quad (3.9)$$

где $\bar{v}_0 = d\bar{r}/dt$ — скорость начала подвижной системы координат по отношению к неподвижной.

Для определения переносной скорости точки M „закрепим“ ее в подвижной системе координат, т. е. положим в формуле (3.9) $\bar{v}_r = 0$. Тогда $\bar{v}_e = \bar{v}_0 + \bar{\omega} \times \bar{\rho}$. Это скорость той точки подвижной системы координат, с которой совпадает движущаяся точка M . Таким образом, имеем

$$\bar{v} = \bar{v}_e + \bar{v}_r, \quad (3.10)$$

т. е. абсолютная скорость точки в сложном движении равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей.

Для определения абсолютного ускорения точки в сложном движении продифференцируем формулу (3.10) по времени:

$$\bar{a} = d\bar{v}/dt = d\bar{v}_0/dt + \bar{\rho} \times (d\bar{\omega}/dt) + \bar{\omega} \times (d\bar{\rho}/dt) + d\bar{v}_r/dt. \quad (3.11)$$

Так как вектор \bar{v}_r определен в подвижной системе координат, то к нему, как и к вектору $\bar{\rho}$, применима формула (3.8):

$$d\bar{v}_r/dt = \bar{v}_r/dt + \bar{\omega} \times \bar{v}_r, \quad (3.12)$$

где $\bar{v}_r/dt = (d^2x/dt^2)\bar{i} + (d^2y/dt^2)\bar{j} + (d^2z/dt^2)\bar{k} = \bar{a}_z$ — относительное ускорение, т. е. ускорение точки по отношению к подвижной системе. Формулу (3.11) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \bar{a}_0 + \bar{\rho} \times (d\bar{\omega}/dt) + \bar{\omega} \times [\bar{v}_r + (\bar{\omega} \times \bar{\rho})] + \bar{a}_r + \bar{\omega} \times \bar{v}_r = \\ &= \bar{a}_0 + \bar{\rho} \times (d\bar{\omega}/dt) + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\rho}) + \bar{a}_r + 2(\bar{\omega} \times \bar{v}_r), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где $\bar{a}_0 = d\bar{v}_0/dt$ — ускорение начала подвижной системы координат относительно неподвижной; $d\bar{\omega}/dt = \bar{\varepsilon}$ — угловое ускорение подвижной системы координат. Чтобы найти переносное ускорение \bar{a}_e точки (ускорение той точки подвижной системы, с которой совпадает движущаяся точка M), закрепим точку в подвижной системе координат, т. е. положим $\bar{v}_r = 0$; $\bar{a}_r = 0$. Тогда согласно формуле (3.13) $\bar{a}_e = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \times \bar{\rho} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\rho})$, откуда

$$\bar{a} = \bar{a}_e + \bar{a}_r + 2\bar{\omega} \times \bar{v}_r. \quad (3.14)$$

Ускорение, определяемое членом $2\bar{\omega} \times \bar{v}_r$, называется *ускорением Кориолиса* и обозначается \bar{a}_c :

$$\bar{a} = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_c. \quad (3.15)$$

Эта формула выражает теорему Кориолиса: *абсолютное ускорение точки равно сумме переносного, относительного и кориолисова ускорений.*

Модуль кориолисова ускорения как векторного произведения определяется по формуле

$$a_c = 2\omega v_r \sin(\omega, v_r). \quad (3.16)$$

Ускорение Кориолиса \bar{a}_c направлено перпендикулярно плоскости, проходящей через векторы $\bar{\omega}$ и \bar{v}_r в ту сторону, откуда переход от вектора $\bar{\omega}$ к вектору \bar{v}_r виден против хода часовой стрелки.

Кориолисово ускорение $a_c = 0$: а) при поступательном движении подвижной системы координат ($\omega = 0$); б) в момент времени, когда относительная скорость $v_r = 0$; в) когда вектор угловой скорости подвижной системы параллелен относительной скорости ($\omega \parallel v_r$).

ГЛАВА 4. КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ

§ 4.1. Задачи кинематического исследования механизмов

При кинематическом исследовании механизмов решаются две основные задачи: 1) определение положений всех звеньев и траекторий отдельных точек звеньев механизма; 2) определение линейных скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений звеньев механизма.

Решение этих задач важно для проектирования и расчета механизмов машин и приборов. Существует два способа решения задач кинематического исследования механизмов — графический и аналитический. *Графический способ* отличается наглядностью, относительной простотой, но не дает в ряде случаев достаточно точных результатов. *Аналитический способ* позволяет получить требуемую точность, установить в аналитической форме функциональную зависимость кинематических параметров от размеров звеньев и положения начальных звеньев механизма, однако он отличается большей трудоемкостью вычислений.

Разделение сложных механизмов на структурные группы позволяет выработать общие наиболее рациональные приемы кинематического исследования механизмов. Последовательность кинематического исследования, как мы увидим далее, соответствует последовательности составления механизма из структурных групп.

§ 4.2. Метод засечек

Чтобы иметь возможность определить графически скорость и ускорение любой точки механизма при заданном положении начального звена, необходимо определить на чертеже положение всех остальных звеньев механизма.

Любой плоский механизм с низшими парами образуется путем присоединения к начальному звену структурных групп. Для любого заданного положения начального звена положения звеньев всех структурных групп начиная с первой могут быть

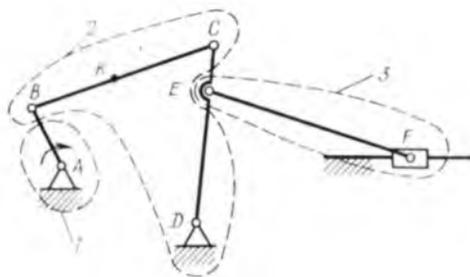


Рис. 4.1

построены методом засечек с помощью циркуля и линейки. Поясним это на примере механизма, показанного на рис. 4.1. Схема этого механизма состоит из двух структурных групп 2 и 3 II класса, присоединенных к начальному звену 1. Для построения задаемся масштабным коэффициентом построения μ_l — отношением размеров изображения звеньев на чертеже к их истинным размерам — и вычисляем длины звеньев AB , BC , CE , ED и т. д. на чертеже.

Сначала на чертеже определяется положение неподвижных точек A и D и неподвижной направляющей $x-x$ ползуна (рис. 4.2). Затем в одном из положений (AB_1) изображаем начальное

звено — кривошип. При образовании механизма сначала присоединяется структурная группа BCD (см. рис. 4.1), затем группа EF . В той же последовательности будем определять положение звеньев групп. Поскольку положение точек B_1 и D (см. рис.

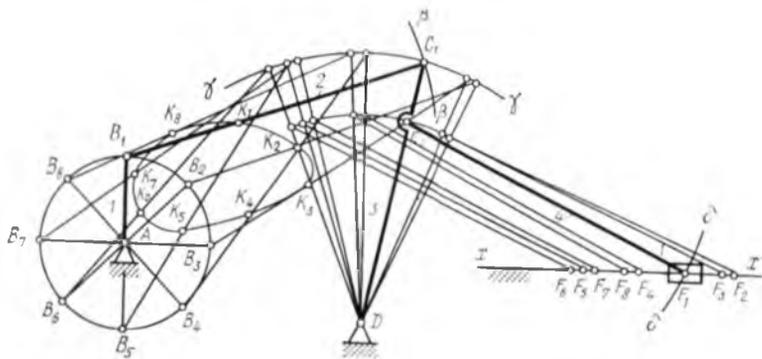


Рис. 4.2

звено — кривошип. При образовании механизма сначала присоединяется структурная группа BCD (см. рис. 4.1), затем группа EF . В той же последовательности будем определять положение звеньев групп. Поскольку положение точек B_1 и D (см. рис.

4.2) известно, то положение точки C_1 находим на пересечении окружности $\beta - \beta$, проведенной радиусом BC из точки B_1 , с окружностью $\gamma - \gamma$ радиуса CD с центром в точке D . Соединяя точки B_1 и C_1 и точки C_1 и D прямыми, получаем положение первой структурной группы. Точка E_1 находится на звене C_1D в соответствии с заданным размером DE .

Для структурной группы EF теперь известны положения точки E_1 и направляющей $x - x$. Положение шарнира F_1 найдем на пересечении направляющей $x - x$ и окружности $\delta - \delta$ радиуса EF с центром в точке E_1 . Соединяя прямой точки E_1 и F_1 , находим положение второй структурной группы. Таким образом, по заданному положению кривошипа AB_1 определены положения всех звеньев механизма.

Если задать ряд последовательных положений кривошипа AB_2, AB_3, \dots, AB_8 , то новые положения всех звеньев механизма определяются аналогично.

Если требуется построить траекторию, описываемую, например, точкой K шатуна BC механизма (см. рис. 4.1), то на звене BC во всех положениях механизма определяем положения этой точки $K_1, K_2, K_3, \dots, K_8$ (см. рис. 4.2), а затем соединяем их плавной кривой.

§ 4.3. Метод кинематических диаграмм

Для того чтобы установить закон движения выходного звена механизма, можно применить метод графиков, или *кинематических диаграмм*. В этом методе используется построение положений механизма, выполненное для ряда положений кривошипа, который будет начальным звеном (рис. 4.2). Для этого механизма требуется определить закон перемещения ползуна, его скорость и ускорение в различных положениях.

За начальное примем положение ползуна, соответствующее точке F_0 на рис. 4.2. Перемещение ползуна от этой точки обозначим s . Полагая, что кривошип AB вращается с постоянной угловой скоростью ω по часовой стрелке, значение угла φ его поворота будет откладываться по оси абсцисс, как показано на рис. 4.3, а. За начальную точку принято положение привошипа B_0 . По оси ординат для соответствующего угла φ_l будем откладывать расстояние s_l , которое измеряют по схеме положений механизма (см. рис. 4.2). Соединяя плавной кривой полученные точки, получаем график перемещения s ползуна в зависимости от угла φ поворота кривошипа, или закон перемещений ползуна. Чтобы найти истинные значения перемещения s ведомого звена, надо умножить значения длин отрезков s_l на масштабный коэффициент $\mu_s = \mu_l$.

График $s(\varphi)$ можно графически продифференцировать и получить график $ds/d\varphi$ (рис. 4.3, б). Графическое дифференцирование можно вести, например, методом приращений или мето-

дом хорд. Дифференцируя график $ds/d\varphi$ еще раз, получим график изменения $d^2s/d\varphi^2$ (рис. 4.3, в). Учитывая, что скорость ползуна $v = ds/dt = (ds/d\varphi)(d\varphi/dt) = (ds/d\varphi)\omega$, можно заключить, что для нахождения скорости ползуна нужно значение ординаты графика $ds/d\varphi$ умножить на угловую скорость кривошипа. Величина $ds/d\varphi$ называется аналогом скорости.

Аналогично ускорение ползуна $a = d^2s/dt^2 = (d^2s/d\varphi^2) \times (d\varphi/dt)^2 = (d^2s/d\varphi^2)\omega^2$. Величина $d^2s/d\varphi^2$ называется аналогом ускорения.

Таким образом, кинематические диаграммы $s(\varphi)$; $ds/d\varphi$ и $d^2s/d\varphi^2$ полностью характеризуют движение ведомого звена механизма, позволяя определить его перемещение, скорость и ускорение при любом положении кривошипа. Однако такое кинематическое исследование механизма обладает невысокой точностью, так как все графические построения носят приближенный характер, и в ряде случаев точность метода оказывается недостаточной.

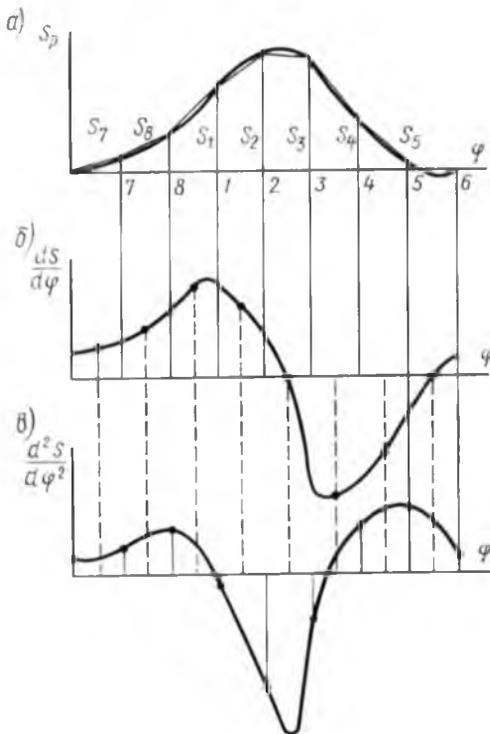


Рис. 4.3

§ 4.4. Метод планов скоростей и ускорений

В кинематике твердого тела рассмотрены векторные уравнения, связывающие скорости и ускорения точек плоской фигуры, и уравнения, связывающие скорости и ускорения в относительном движении. Эти векторные уравнения можно решать графическим способом путем построения планов скоростей и ускорений.

Для построения планов скоростей и ускорений механизма необходимо иметь план механизма при определенном положении начального звена, угловую скорость и угловое ускорение этого звена. Построив планы скоростей и ускорений механизма, можно определить угловые скорости и ускорения всех его звеньев и линейные скорости и ускорения отдельных точек звеньев. Планы скоростей и ускорений строят для каждой из структурных групп, из которых составлен механизм, а для этого необходимо

знать скорости и ускорения точек присоединения структурной группы к исходному механизму. Тогда можно построить план и определить по нему неизвестные скорости и ускорения любой точки звеньев структурной группы.

На рис. 4.4, *a* показана схема кривошипно-ползунного механизма в масштабе с коэффициентом μ_l , построенная в положении, когда угол поворота кривошипа $\varphi_1 = 40^\circ$. Требуется определить скорость и ускорение ползуна 3, точки *F* шатуна 2 и угловую скорость и угловое ускорение шатуна 2, если кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = \text{const}$.

Механизм образован присоединением к кривошипу 1 и стойке структурной группы, состоящей из ползуна 3 и шатуна 2, которая является структурной группой II класса. Для построения плана скоростей группы необходимо знать скорость точек *B* и *C_x* присоединения группы к основному механизму. Точка *C_x* — точка на неподвижной направляющей ползуна; ее скорость $v_{C_x} = 0$.

Скорость точки *B* определяют по формуле

$$v_B = \omega_1 l_{AB} = \omega_1 \mu_l (AB).$$

Вектор скорости \vec{v}_B перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону его вращения. Для определения скорости точки *C* составим уравнения

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}; \quad \vec{v}_C = \vec{v}_{C_x} + \vec{v}_{CC_x}. \quad (4.1)$$

Векторные величины, подчеркнутые двумя чертами, известны как по значению, так и по направлению, а подчеркнутые одной чертой — только по направлению.

Возьмем точку *p* за полюс скоростей и отложим от нее отрезок *pb* перпендикулярно звену *AB* (рис. 4.4, *б*). Задаваясь длиной отрезка *pb*, который на плане скоростей будет изображать вектор \vec{v}_B , определим масштабный коэффициент $\mu_v = v_B / (pb)$. Точка *C_x* плана скоростей будет совпадать с полюсом *p*, так как $v_{C_x} = 0$. В соответствии с первым уравнением (4.1) из конца вектора \vec{v}_B (на плане точка *b*) проводим направление вектора \vec{v}_{CB} перпендикулярно *BC*.

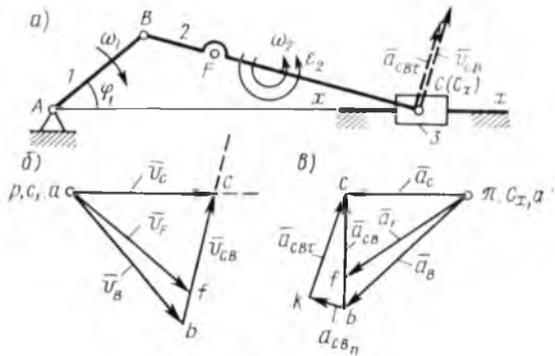


Рис. 4.4

В соответствии со вторым уравнением (4.1) из точки C_x , совпадающей с полюсом p (v_{C_x}), проводим направление вектора $\overline{v_{CC_x}}$ параллельно направляющей $x-x$. Точка C пересечения этих двух направлений определяет конец вектора $\overline{v_C}$ скорости точки C механизма.

Значение скорости точки C определяется по формуле $v_C = v_v(pC)$, а значение относительной скорости v_{CB} — по формуле $v_{CB} = v_v(bC)$.

Точку f плана — конец вектора скорости точки F шатуна — найдем по свойству подобия фигур: $bf = bc$ (BF/BC).

Соединяя точку f с полюсом p , находим отрезок pf , который в масштабе изображает скорость точки F : $v_F = v_v(pf)$.

Угловая скорость шатуна $\omega_2 = v_{CB}/l_{CB} = v_v(bC)/l_{CB}$ ($v_v(BC)$).

Направление вращения шатуна определяется направлением вектора v_{CB} . В данном случае шатун вращается против часовой стрелки.

Для построения плана ускорений необходимо знать ускорение точек B и C_x , т. е. ускорения точек присоединения структурной группы к основному механизму.

Ускорение точки B $a_B = \omega_1^2 l_{AB}$.

Так как $\omega_1 = \text{const}$, то полное ускорение точки B будет равно нормальному ее ускорению $\overline{a_B} = \overline{a_{BAn}}$, следовательно, вектор $\overline{a_B}$ будет направлен по звену AB от точки B к точке A .

Точка C_x направляющей неподвижна, поэтому $\overline{a_{C_x}} = 0$. Для точки C составляем два уравнения:

$$\begin{aligned} \overline{a_C} &= \underbrace{\overline{a_B}}_{\parallel AB} + \underbrace{\overline{a_{CBn}}}_{\parallel CB} + \underbrace{\overline{a_{CBt}}}_{\perp CB}; \\ \overline{a_C} &= \underbrace{\overline{a_{C_x}}}_{=0} + \underbrace{\overline{a_{CC_xn}}}_{=0} + \underbrace{\overline{a_{CC_xt}}}_{\parallel x-x} + \underbrace{\overline{a_{CC_xc}}}_{=0} = \overline{a_{CC_xt}}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Далее, задавая длину проведенного из полюса π параллельно линии AB отрезка πb (рис. 4.4, в), который на плане будет изображать вектор $\overline{a_B}$ — ускорение точки B , определяем масштабный коэффициент плана ускорений $\mu_a = a_B(\pi b)$. Длина отрезка плана ускорений, который изображает вектор $\overline{a_{CBn}}$, определяется по формуле $bk = a_{CBn}/\mu_a$.

В соответствии с первым векторным уравнением (4.2) из конца отрезка πb откладываем отрезок bk параллельно BC . Из точки k проводим направление вектора $\overline{a_{CBt}}$ перпендикулярно линии CB .

Чтобы определить длину вектора этого ускорения, строим в соответствии со вторым уравнением из точки C_x , совпадающей с полюсом π , направление вектора $\overline{a_C} = \overline{a_{CC_xt}}$ параллельно направляющей $x-x$. Точка c пересечения этих направлений опре-

делит длину отрезка πc , который в масштабе будет изображать вектор $\overline{a_c}$. Значение ускорения a_c определяется по формуле $a_c = \mu_a(\pi c)$.

Отрезок kc определяет в масштабе вектор касательного ускорения $\overline{a_{cB}}$. Его значение определяется по формуле $a_{cB} = \mu_a(kc)$.

Соединив точки c и b плана, получим отрезок bc , изображающий в масштабе полное относительное ускорение a_{cB} .

Ускорение точки F шатуна определяется по рис. 4.4, a, b из подобия фигур: $bf = bc(BF/BC)$. Отрезок πf определяет в масштабе ускорение точки F , значение которого $a_F = \mu_a(\pi f)$.

Угловое ускорение шатуна определяется из формулы

$$\varepsilon_2 = a_{cB} / L_{CB} = \mu_a(k/c) / [\mu_l(BC)].$$

Направление углового ускорения определяется в соответствии с направлением вектора $\overline{a_{cB}}$ на рис. 4.4, a .

§ 4.5. Определение скоростей и ускорений точек и звеньев механизмов по аналогам скоростей и ускорений

Перемещения, скорости и ускорения звеньев и точек звеньев механизма являются функциями перемещений, скоростей и ускорений входных или ведущих звеньев, которым сообщается движение. Если ведущим звеном является кривошип, то закон его движения может быть задан в виде $\varphi = \varphi(t)$. Если ведущим звеном будет ползун, то закон движения может быть задан в виде $s = s(t)$. Эти функции могут быть определены в результате динамического исследования механизма. Тогда скорости и ускорения ведущего звена определяются формулами

$$\omega = d\varphi/dt; \varepsilon = d^2\varphi/dt^2 \text{ или } v = ds/dt; a = d^2s/dt^2.$$

Однако всякий механизм, независимо от того в состав какой машины или прибора он входит, обладает определенными кинематическими свойствами, не зависящими от закона изменения параметров φ или s ведущего звена. Эти параметры мы будем называть обобщенными координатами. Не зная истинного закона изменения обобщенной координаты, можно определить зависимости кинематических параметров звеньев и точек механизма от обобщенной координаты.

Так, например, угол поворота звена с номером k может быть задан как функция $\varphi_k = \varphi_k(\varphi)$ или $\varphi_k = \varphi_k(s)$, а перемещение точки M звена может быть задано в форме $s_M = s_M(\varphi)$ или $s_M = s_M(s)$.

Угловая скорость звена выражается в виде

$$\omega_k = d\varphi_k/dt = (d\varphi_k/d\varphi) (d\varphi/dt) = i_k \omega, \quad (4.3)$$

где ω — угловая скорость ведущего звена; $i_k = d\varphi_k/d\varphi$ — безразмерная величина передаточного отношения от звена k к веду-

щему звену, которая называется аналогом угловой скорости или передаточной функцией первого порядка.

Угловое ускорение звена может быть выражено в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d}{dt}(i_k \omega) = \omega \frac{di_k}{dt} + i_k \frac{d\omega}{dt} = \\ &= \omega \frac{di_k}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + i_k \frac{d\omega}{dt}; \quad \varepsilon_k = \omega^2 i_k' + \varepsilon i_k, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где $i_k' = di_k/d\varphi$ — передаточная функция второго порядка, или аналог ускорения; ω и ε — соответственно угловая скорость и угловое ускорение ведущего звена.

Если точка M механизма определяется радиусом-вектором \bar{r}_M , то вектор скорости точки M определяется по формуле

$$\bar{v}_M = d\bar{r}_M/dt = (d\bar{r}_M/d\varphi)(d\varphi/dt) = \omega d\bar{r}_M/d\varphi$$

или в проекциях на оси координат

$$\left. \begin{aligned} v_{Mx} &= \omega dx_M/d\varphi = \omega i_{Mx}; \\ v_{My} &= \omega dy_M/d\varphi = \omega i_{My}, \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

где i_{Mx} и i_{My} — аналоги проекций скорости точки M , имеют размерность длины.

Дифференцируя формулы (4.5) по времени, находим проекции ускорения точки M :

$$\begin{aligned} a_{Mx} &= \frac{dv_{Mx}}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega i_{Mx}) = \omega \frac{di_{Mx}}{dt} + \\ &+ i_{Mx} \frac{d\omega}{dt} = \omega i_{Mx}' \frac{d\varphi}{dt} + i_{Mx} \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} a_{Mx} &= \omega^2 i_{Mx}' + \varepsilon i_{Mx}; \\ a_{My} &= \omega^2 i_{My}' + \varepsilon i_{My}, \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

где $i_{Mx}' = di_{Mx}/d\varphi$; $i_{My}' = di_{My}/d\varphi$ — аналоги проекций ускорений, имеющие размерность длины.

Аналоги скоростей и ускорений зависят только от структуры и геометрии механизма и не зависят от абсолютных значений скорости ведущего звена. Таким образом, задача определения скоростей и ускорений в механизмах сводится к отысканию аналогов скоростей и ускорений для звеньев и точек звеньев механизма. Истинные скорости и ускорения после решения этой задачи определяются с помощью формул (4.3) — (4.6).

§ 4.6. Общие положения кинематического исследования механизмов аналитическим методом

Определение перемещений, скоростей и ускорений в механизмах аналитическим методом производится, когда необходимо получить эти параметры с большой точностью. Задача сводится к составлению расчетных формул в зависимости от типа механизма. Существует два метода аналитического исследования механизмов: 1) метод замкнутых векторных контуров, разработанный В. А. Зиновьевым, и 2) метод преобразования координат, разработанный Ю. Ф. Морошкиным. Второй метод, более сложный математически, позволяет проводить исследование плоских и пространственных механизмов со многими степенями свободы. Он особенно перспективен при исследовании механизмов промышленных роботов.

Рассмотрим применение аналитического метода замкнутых векторных контуров к задачам определения траекторий точек, скоростей и ускорений звеньев и точек звеньев плоских механизмов с низшими парами. Вся схему механизма можно рассматривать как состоящую из ряда замкнутых векторных контуров, каждый из которых характеризует присоединенную структурную группу совместно с исходным механизмом. Для каждого контура составляют векторные уравнения замкнутости. Проектируя векторы на оси координат, получают уравнения в скалярном виде.

Решая эти уравнения, получают аналитические зависимости, которые дают решение задачи. Например, на рис. 4.5, а представлена векторная схема шарнирного четырехзвенника. Каждому звену соответствует вектор, длина которого равна длине звена, а направление вектора идет к промежуточному шарниру структурной группы — точке С. Уравнение замкнутости имеет вид

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{a} + \vec{l}_3.$$

На рис. 4.5, б представлена векторная схема механизма, в состав которой входят две структурные группы. В соответствии с этим можно написать два уравнения замкнутости:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{a} + \vec{l}_3;$$

$$\vec{l}_{DE} + \vec{l}_4 = \vec{l}_{DF}.$$

Для облегчения получения неизвестных из скалярных уравнений проекций в ряде случаев можно рекомендовать прием, который заключается в следующем.

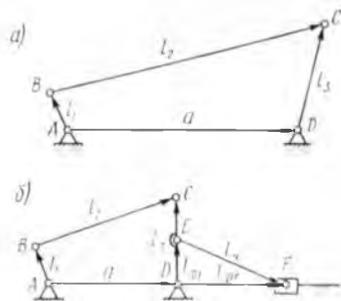


Рис. 4.5

При проектировании замкнутого векторного контура на оси координат направление осей можно выбрать произвольно. Если взять другие оси координат, повернутые на некоторый угол относительно выбранных вначале, то получим уравнения проекций, равноценные первоначальным, т. е. решение задачи в новых координатах будет таким же, как и в старых. Уравнения, полученные в результате дифференцирования первоначальных уравнений проекций, также будут равноценными. При переходе от одних координат к другим все углы в уравнениях меняются на одно и то же значение, причем его можно выбрать так, чтобы каждое уравнение обратилось в уравнение с одним неизвестным. Это дает возможность в ряде случаев упростить решение уравнений.

§ 4.7. Пример кинематического исследования кулисного механизма аналитическим методом

Схема четырехзвенного кулисного механизма представлена на рис. 4.6. В зависимости от соотношения длины кривошипа l_1 и расстояния b между центрами вращения кривошипа I и кулисы 3 механизм может быть с качающейся кулисой ($b > l_1$) и с вращающейся кулисой ($b < l_1$).

Если за начальное звено принять кривошип I , то обобщенной координатой будет угол φ_1 . Если же в качестве обобщенной координаты принять переменную длину звена $s = l_{CB}$, то получаем схему широко применяемого в машиностроении гидравлического механизма с объемным приводом. Векторное уравнение замкнутости контура ABC имеет вид

$$\vec{b} + \vec{l}_1 = \vec{l}_{CB}.$$

В проекциях на оси координат имеем

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 &= s \cos \varphi_3; \\ b + l_1 \sin \varphi_1 &= s \sin \varphi_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

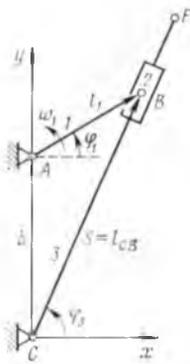


Рис. 4.6

Рассмотрим последовательно три случая.

Начальное звено — кривошип. Обобщенная координата $\varphi_1 = \varphi_1(t)$. Определяемыми величинами будут угол φ_3 и расстояние s , а также аналоги скоростей $\dot{\varphi}_{31}$ и \dot{s}_{31} ; i_{s1} $ds/d\varphi_1$ и аналоги ускорений i_{s1}^* и i_{s1}^{**} .

Из уравнений (4.7) имеем

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = (b + l_1 \sin \varphi_1) / (l_1 \cos \varphi_1); \quad (4.8)$$

$$s = \sqrt{b^2 + l_1^2 + 2bl_1 \sin \varphi_1}. \quad (4.9)$$

Дифференцируя по обобщенной координате φ_1 уравнения (4.7), имеем

$$\left. \begin{aligned} -l_1 \sin \varphi_1 &= \dot{s}_{31} \cos \varphi_3 - s i_{s1} \sin \varphi_3; \\ l_1 \cos \varphi_1 &= \dot{s}_{31} \sin \varphi_3 + s i_{s1}^* \cos \varphi_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

Произведя поворот осей координат на угол φ_3 , получим равносильные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} -l_1 \sin (\varphi_1 - \varphi_3) &= \dot{s}_{31} \cos 0 - s i_{s1} \sin 0; \\ l_1 \cos (\varphi_1 - \varphi_3) &= \dot{s}_{31} \sin 0 + s i_{s1}^* \cos 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.10')$$

откуда

$$i_{31} = l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) / s; \quad (4.11)$$

$$i_{s1} = -l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3). \quad (4.12)$$

Дифференцируя формулу (4.8), получаем выражение величины i_{31} непосредственно через обобщенную координату φ_1

$$i_{31} = (l_1^2 + l_1 b \sin \varphi_1) / (b^2 + l_1^2 + 2b l_1 \sin \varphi_1). \quad (4.13)$$

Дифференцируя уравнения (4.10) по φ_1 и применяя поворот осей координат на угол φ_3 , получаем формулы для определения аналогов ускорений:

$$i'_{31} = -[l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + 2i_{31} l_1] / s;$$

$$i'_{s1} = s i_{31}^2 - l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3).$$

Истинные скорости и ускорения звеньев и точки B в ее движении вдоль кулисы определяются формулами:

$$ds/dt = i_{s1} \omega_1, \quad \omega_3 = i_{31} \omega_1;$$

$$d^2s/dt^2 = \omega_1^2 i'_{s1} + \epsilon_1 i_{s1}, \quad \epsilon_3 = \omega_1^2 i'_{31} + \epsilon_1 i_{31}.$$

Расчетные формулы для определения основных кинематических величин сведены в табл. 4.1.

Механизм с гидроприводом. Обобщенная координата $s = l_{CB} = s(t)$. Определяемые величины: углы φ_1 и φ_3 , угловые скорости ω_1 и ω_3 и угловые ускорения ϵ_1 , ϵ_3 .

Исходными будут по-прежнему уравнения (4.7), из которых определяем неизвестные φ_1 и φ_3 . Возводя в квадрат и складывая уравнения (4.7), получаем

$$\varphi_1 = \arcsin \left[(s^2 - l_1^2 - b^2) / (2l_1 b) \right]. \quad (4.14)$$

Исключая из уравнений (4.7) угол φ_1 , получаем

$$\varphi_3 = \arcsin \left[(s^2 - l_1^2 + b^2) / (2bs) \right]. \quad (4.15)$$

Дифференцируя формулы (4.14) и (4.15) дважды, по обобщенной координате s , получаем аналоги скоростей и ускорений. Их формулы приведены в табл. 4.1.

Начальное звено — кулиса. Обобщенная координата $\varphi_3 = \varphi_3(t)$. Определяемые величины: угол φ_1 и расстояние s , а также аналоги скоростей i_{31} , i_{s3} и аналоги ускорений i'_{31} и i'_{s3} .

Из уравнений (4.7) находим

$$\varphi_1 = \arccos(s \cos \varphi_3 / l_1); \quad (4.16)$$

$$s = U \pm \sqrt{U^2 - V}, \quad (4.17)$$

где

$$U = \frac{2b \sin \varphi_3 - l_1 \cos \varphi_3}{2 \sin^2 \varphi_3}, \quad V = \frac{b^2 - l_1^2}{\sin^2 \varphi_3}.$$

Входное звено	Обобщенная координата	Выходное звено		
		1	2	3
1	$\varphi_1(t)$	—	$s = \sqrt{b^2 + l_1^2 - 2bl_1 \sin \varphi_1};$ $i_{s1} = -l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3);$ $\frac{ds}{dt} = \omega_1 i_{s1};$ $i'_{s1} = s i'_{31} - l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3);$ $\frac{d^2s}{dt^2} = \omega_1^2 i'_{s1} + \varepsilon_1 i_{s1}^2$	$\varphi_3 = \arctg \frac{b + l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1};$ $i_{31} = \frac{l_1}{s} \cos(\varphi_1 - \varphi_3); \quad \omega_3 = \omega_1 i_{31};$ $i'_{31} = \frac{-1}{s} [l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + 2i_{31} i_{s1}];$ $\varepsilon_3 = \omega_1^2 i'_{31} + \varepsilon_1 i_{31}^2$
2	$s(t)$	$\varphi_1 = \arcsin \frac{s^2 - l_1^2 - b^2}{2l_1 b};$ $i_{1s} = \frac{-1}{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)};$ $\omega_1 = \frac{ds}{dt} i_{1s};$ $i'_{1s} = \frac{s i'_{3s} - l_1 i_{1s}^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)};$ $\varepsilon_1 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 i_{1s} + \frac{d^2s}{dt^2} i_{1s}^2$	—	$\varphi_3 = \arcsin \frac{s^2 + b^2 - l_1^2}{2bs};$ $i_{3s} = \frac{1}{s} \operatorname{ctg}(\varphi_3 - \varphi_1);$ $\omega_3 = \frac{ds}{dt} i_{3s};$ $i'_{3s} = \frac{l_1 i_{1s}^2 - s i_{3s}^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_1)}{s \sin(\varphi_3 - \varphi_1)} - \frac{2i_{3s} \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{s \sin(\varphi_3 - \varphi_1)};$ $\varepsilon_3 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 i_{3s} + \frac{d^2s}{dt^2} i_{3s}^2$

$\varphi_1(t)$

$$\varphi_1 = \arccos\left(\frac{s}{l_1} \cos\varphi_3\right);$$

$$i_{13} = \frac{s}{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3)};$$

$$\omega_1 = \omega_3 i_{13};$$

$$i'_1 = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) i_{13}^2 + 2i_{s3}}{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3)};$$

$$\varepsilon_1 = \omega_3^2 i_{13}^2 + \varepsilon_3 i_{13}^2$$

$$s = U \pm \sqrt{U^2 - V};$$

$$V = \frac{b^2 - l_1^2}{\sin^2\varphi_3};$$

$$U = \frac{2b \sin\varphi_3 - l_1 \cos\varphi_3}{2 \sin^2\varphi_3};$$

$$i_{s3} = s \operatorname{tg}(\varphi_3 - \varphi_1);$$

$$\frac{ds}{dt} = \omega_3 i_{s3};$$

$$i'_{s3} = \frac{s \cos(\varphi_3 - \varphi_1)}{\cos(\varphi_3 - \varphi_1)} +$$

$$+ \frac{2i_{s3} \sin(\varphi_3 - \varphi_1) - l_1 i_{13}^2}{\cos(\varphi_3 - \varphi_1)};$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \omega_3^2 i_{s3}^2 + \varepsilon_3 i_{s3}^2$$

Дифференцируя выражения (4.7) дважды по обобщенной координате φ_3 и применяя метод поворота координат, получаем выражения для аналогов скоростей и ускорений, приведенные в табл. 4.1. Более полное описание применения метода замкнутых векторных контуров приведено в литературе [3, 10].

§ 4.8. Применение ЭВМ при кинематическом исследовании механизмов

Задача аналитического исследования кинематики механизмов сводится к определению законов изменения аналогов скоростей и ускорений ведомых звеньев механизмов, вычисление которых трудоемко. Эти вычисления целесообразно проводить на

ЭВМ. В качестве примера рассмотрим расчет аналогов скоростей и ускорений кулисного механизма, показанного на рис. 4.6, где обозначение l_1 заменено на l . Введем для величины обозначения:

$$\varphi_3 = \arctg [(b + l \sin \varphi_1) / (l \cos \varphi_1)];$$

$$s = \sqrt{b^2 + l^2 + 2bl \sin \varphi_1};$$

$$z = i_{31} = -l \cos (\varphi_1 - \varphi_3) / s;$$

$$x = i_{s1} = -l \sin (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$u = i'_{31} = -[l \sin (\varphi_1 - \varphi_3) + 2i_{31}i_{s1}] / s;$$

$$y = i'_{s1} = si'_{31} - l \cos (\varphi_1 - \varphi_3).$$

Блок-схема программы для расчета на ЭВМ показана на рис. 4.7.

Например, для угла поворота кривошипа $\Delta\varphi_1 = 15^\circ$ при $l = 150$ мм; $b = 300$ мм машина выдает результаты в следующем виде:

φ_1	0,000	s	335,410	$\varphi_3 =$	1,107
x	134,164	z	0,200		
y	-53,665	u	0,239		
φ_1	0,261	s	368,501	$\varphi_3 =$	1,166
x	117,955	z	0,251		
y	-69,362	u	0,159		

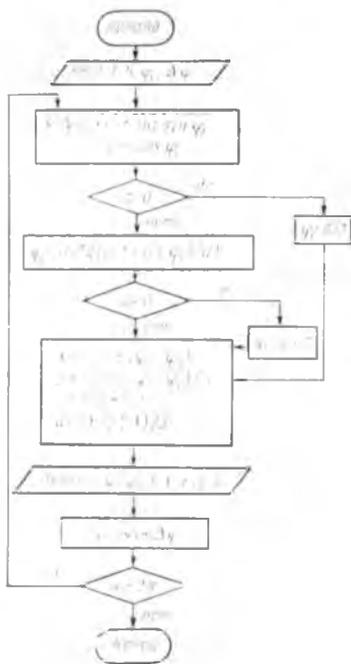


Рис. 4.7

По этим данным построены графики (рис. 4.8 и 4.9), которые показывают характер изменения кинематических параметров механизма при изменении угла поворота кривошипа.

В данной главе рассмотрены общие методы кинематического исследования рычажных механизмов. Кинематика механизмов с высшими парами (зубчатых, кулачковых и т. д.) будет рассмотрена в тех главах, где излагаются вопросы их проектирования, так как каждый из этих механизмов имеет свои особенности.

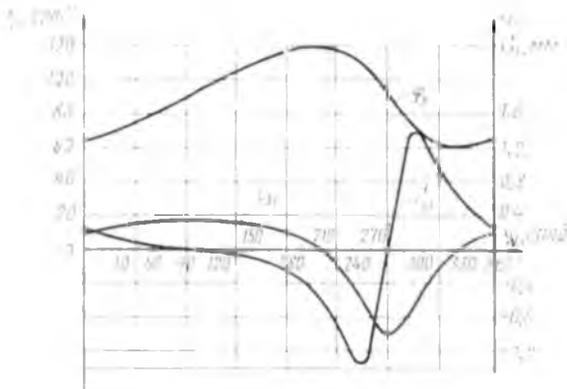


Рис. 4.8

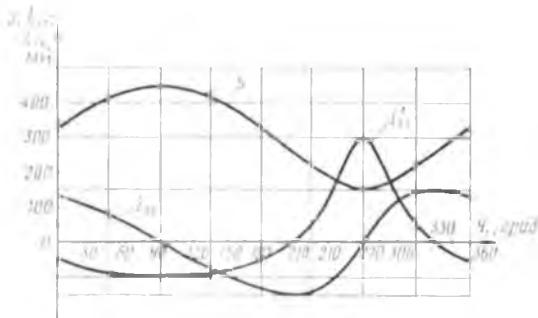


Рис. 4.9

ГЛАВА 5. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

§ 5.1. Основные понятия о силах

Статика — раздел механики, в котором изучаются законы сложения сил и условия равновесия тел, находящихся под действием сил. Под силой понимается *механическое воздействие, оказываемое одним телом на другое, в результате которого тело может деформироваться, переходить из состояния покоя в состояние движения и наоборот*. Сила является векторной величиной и характеризуется числовым значением, направлением и точкой приложения. Внешними называются силы, действующие на данное тело со стороны других тел, а внутренними — силы, с которыми частицы данного тела действуют друг на друга. Если на тело действует несколько сил, приложенных к одной точке, то, складывая их по правилу параллелограмма, находят их равнодействующую.

Моментом силы относительно точки (центра) O называется вектор, численно равный произведению модуля силы на плечо (расстояние от центра до линии действия силы) и направленный перпендикулярно плоскости, проходящей через точку O и линию действия силы в ту сторону, откуда сила видна направленной относительно точки O против хода часовой стрелки. Если точка приложения силы F определяется радиусом-вектором \vec{r} относительно точки O , то $\vec{M}_O(F) = \vec{r} \times \vec{F}$, т. е. момент силы равен векторному произведению вектора \vec{r} на вектор \vec{F} . Проекция вектора момента силы $\vec{M}_O(F)$ на ось называется моментом силы \bar{F} относительно оси. Момент равнодействующей силы относительно оси равен алгебраической сумме моментов сил данной системы сил относительно этой оси.

Парой сил называется система двух параллельных сил, равных по значению и направленных в противоположные стороны. Расстояние l между линиями действия сил пары называется плечом пары. Моментом пары \vec{T} называют вектор, перпендикулярный плоскости пары, равный по модулю $T = Fl$ и направленный в ту сторону, откуда „вращение“ пары видно против хода стрелки часов. Система сил, образующих пару, не находится в равновесии и не имеет равнодействующей. Воздействие пары на тело полностью характеризуется моментом пары. Пары сил, действующие на тело, можно складывать, а систему пар можно заменить одной равнодействующей парой, момент которой равен геометрической сумме векторов моментов всех пар системы: $\vec{T} = \sum \vec{T}_i$.

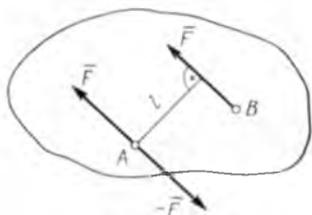


Рис. 5.1

Приведение сил. Пусть на тело в точке B действует сила \vec{F} (рис. 5.1). Состояние равновесия тела не нарушается, если к некоторой точке A приложить две равные и противоположно направленные силы, параллельные силе \vec{F} . Опуская перпендикуляр из точки A на линию действия силы F , видим, что силу, примененную к точке B тела, можно перенести в любую другую точку A , прибавив при этом пару с моментом Fl , равным моменту переносимой силы относительно точки A .

Используя основные понятия статики, рассмотрим условия равновесия тел под действием заданной системы сил, взаимодействия тел в кинематических парах и другие вопросы, имеющие место при расчетах механизмов.

§ 5.2. Приведение плоской системы сил к данному центру. Уравнения равновесия плоской и пространственной системы сил

Рассмотрим систему сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, лежащих в одной плоскости и приложенных к точкам A_1, A_2, \dots, A_n (рис. 5.2, а). Возьмем в этой плоскости произвольную точку O , называемую центром приведения, и пользуясь предыдущим доказательством, перенесем все силы системы в центр приведения. В результате на тело будет действовать система сходящихся сил $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ и система пар с моментами $T_1 = M_O(F_1)$; $T_2 = M_O(F_2)$; \dots ; $T_n = M_O(F_n)$. Систему сходящихся сил можно заменить одной силой, определенной по правилу многоугольника сил (рис. 5.2, б):

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (5.1)$$

Сила \vec{R} называется главным вектором системы.

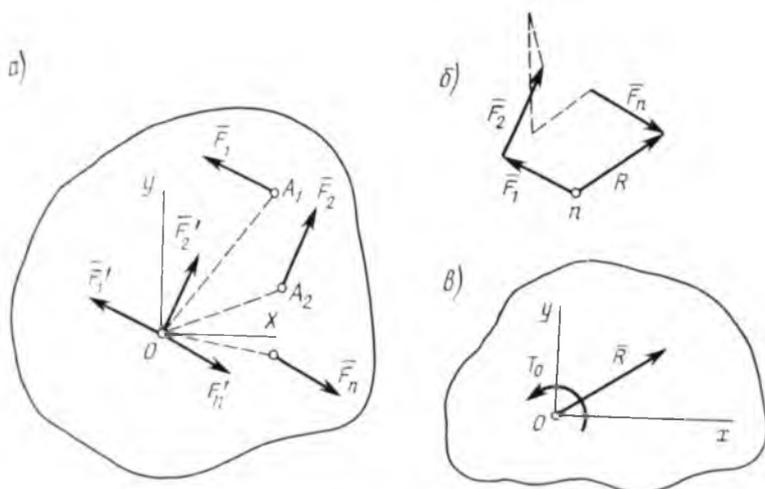


Рис. 5.2

Систему пар также можно заменить одной парой с моментом, равным алгебраической сумме моментов относительно центра O :

$$T_O = \sum_{i=1}^n M_O(F_i). \quad (5.2)$$

Момент T_O называют главным моментом системы относительно центра O . Следовательно, всякая плоская система сил, действующая на тело, может быть заменена одной силой

\overline{R} — главным вектором системы, приложенной к центру приведения O , — и одной парой с моментом T_O , равным главному моменту системы относительно центра O (рис. 5.2, в). Значение и направление вектора \overline{R} не зависит от центра приведения. Значение T_O изменяется с изменением положения центра O . Главный вектор \overline{R} не является равнодействующей силой, так как он заменяет систему сил вместе с парой. Если за центр приведения выбрана точка O , относительно которой $T_O = 0$, то вектор \overline{R} будет равнодействующей силой.

Тело под действием плоской системы сил будет находиться в равновесии в том случае, если $\overline{R} = 0$ и $T_O = 0$, или в проекциях на оси координат $R_x = 0$; $R_y = 0$. Отсюда получаем уравнения равновесия плоской системы сил:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0. \quad (5.3)$$

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на оси координат и сумма их моментов относительно любого центра в плоскости действия сил были равны нулю.

Если на тело действует пространственная система сил, то теми же методами, как и для плоской системы, можно показать, что она может быть приведена к одной силе (главному вектору) и одной паре, момент которой равен главному моменту системы. Уравнения равновесия в случае пространственной системы сил будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0; \quad \sum F_{iz} = 0; \\ \sum M_x(F_i) = 0; \quad \sum M_y(F_i) = 0; \quad \sum M_z(F_i) = 0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

§ 5.3. Система параллельных сил. Центр тяжести твердого тела. Статические моменты

Всякое твердое тело можно рассматривать как совокупность множества элементарных частиц, на каждую из которых действует сила тяжести $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \dots, \overline{F}_n$. Эту систему сил, направленных вертикально вниз, считают системой параллельных сил. Главный вектор сил тяжести, равный по модулю силе тяжести тела, определяется равенством $\overline{F} = \sum \overline{F}_i$.

Если центр этой системы сил точку C выбрать так, чтобы главный момент системы был равен нулю, то сила \overline{F} будет равнодействующей, а точка C называется центром тяжести твердого тела. Положение центра тяжести не меняется от поворота всех сил системы на одинаковый угол.

Обозначим координаты центра тяжести тела через x_C, y_C, z_C , а координаты частицы тела x_i, y_i, z_i . Так как момент равнодей-

ствующей системы сил относительно любой оси равен сумме моментов сил данной системы относительно той же оси, например $Fx_c = \sum F_i x_i$, то значения координат центра тяжести можно записать:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{\sum F_i x_i}{F}; \\ y_c &= \frac{\sum F_i y_i}{F}; \\ z_c &= \frac{\sum F_i z_i}{F}. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Рассмотрим плоскую однородную пластину площадью A и толщиной h . Отношение силы тяжести F к объему фигуры обозначим $\sigma = F/(Ah)$, тогда $F = \sigma Ah$; $F_i = \sigma h \Delta A_i$.

Координаты центра тяжести плоской пластины можно записать так:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum \sigma h \Delta A_i x_i}{\sigma Ah} = \frac{\sum \Delta A_i x_i}{A}; \\ y_c &= \frac{\sum \sigma h \Delta A_i y_i}{\sigma Ah} = \frac{\sum \Delta A_i y_i}{A}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Переходя к пределу при числе частиц, стремящемся к бесконечности, вместо сумм в числителях получим интегралы по площади:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i &= \int_A x dA = S_y; \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i &= \int_A y dA = S_x. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Величины S_x и S_y называются статическими моментами площади A относительно осей x и y . Тогда

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A}, \quad (5.8)$$

или

$$S_y = x_c A; \quad S_x = y_c A. \quad (5.9)$$

Статические моменты площадей являются геометрическими характеристиками плоских фигур и используются при расчетах на прочность.

§ 5.4. Нагрузки и реакции связей

Рассматривая условия равновесия твердого тела как звена механической системы, оперируют внешними силами, называемыми нагрузками, действующими на тело. Все внешние силы, действующие на тела, подразделяют на активные силы

и реакции связей. Направления и значения активных сил не зависят от других, действующих на тело сил. Внешние нагрузки могут быть сосредоточенными или распределенными. Сосредоточенной нагрузкой называется сила, приложенная на весьма малой площадке по сравнению с размерами тела. Эти нагрузки выражаются в единицах силы. Распределенной нагрузкой называются силы, которые приложены к поверхности, линии или объему. Эти нагрузки выражаются в единицах интенсивности q , являющейся отношением силы к длине, площади или объему, по которым распределяется нагрузка.

Для решения задач статики распределенную нагрузку, как систему параллельных или сходящихся сил, обычно заменяют сосредоточенной силой — равнодействующей, которая и будет входить в уравнения статики. Если это относится к силе тяжести, то ее прикладывают к центру тяжести тела.

Необходимо отметить, что замена распределенных нагрузок их равнодействующими справедлива только для определения реакций, действующих на тело. При этом находят равнодействующие реакций, которые часто также являются распределенными силами. В этом случае, чтобы окончательно определить действие реактивных сил на тело, нужно еще задаваться законом распределения реактивных нагрузок.

При проектировании механизмов после решения задачи статики производят расчеты на прочность, по результатам которых определяют размеры и формы тела (звена машины или прибора). Здесь распределенные нагрузки нельзя заменять сосредоточенными силами, так как характер деформации тел под действием распределенной нагрузки и ее равнодействующей будет совершенно различным.

Другие тела или препятствия, ограничивающие перемещения данного тела в пространстве под действием некоторой силы, называются связями. Функции связей могут выполнять твердые, жесткие (рис. 5.3, *а, б*), гибкие (рис. 5.3, *в*) тела, а также жидкие и газообразные среды. Сила R , с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещению, называется реакцией связи. Реакция направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

Реакции связей, или реактивные силы, отличаются от активных сил тем, что их значение зависит от активных сил и заранее неизвестно. Если связь препятствует перемещению одновременно по нескольким направлениям, то направление реакции также неизвестно. Основная задача статики — определение направлений и значений неизвестных реакций связей.

Если при скольжении тела по поверхности другого тела силой трения между ними можно пренебречь, то такая поверхность называется гладкой. Такая поверхность не дает перемещаться телу только по направлению нормали к поверхности,

и ее реакция будет направлена по нормали к поверхности в точке соприкосновения и приложена в этой точке.

Рассмотрим вопрос о реакциях в некоторых кинематических парах.

Шарнир (подшипник). Взаимодействие звеньев в шарнире (рис. 5.4, а) происходит по цилиндрической поверхности.

Если подвижная 2 и неподвижная 1 поверхности соприкосновения являются гладкими, то в каждом их элементе реакция будет направлена по радиусу цилиндра.

Равнодействующая этих элементарных сил будет проходить через центр шарнира O , а ее направление зависит от внешних сил, которые могут различным образом прижимать друг к другу соприкасающиеся поверхности цилиндров. Реакция \bar{R}_{12} , проходящая через геометрическую ось цилиндрического шарнира, может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира, и вектор \bar{R}_{12} заранее неизвестен ни по величине, ни по направлению.

Шаровой шарнир.

Взаимодействие подвижного 2 и неподвижного 1 звеньев в этой кинематической паре происходит по сферической поверхности (рис. 5.4, б).

Если не учитывать силы трения, то реакция \bar{R}_{12} шарового шарнира проходит через центр сферы, неизвестна по модулю и может иметь любое направление в пространстве.

Ползун. Взаимодействие ползуна 2 с гладкой направляющей плоскостью 1 происходит по участку их соприкосновения. На каждом элементе этого участка элементарная реакция направлена перпендикулярно плоскости (рис. 5.4, в), однако распределение давления может быть различным и зависит от действия активных сил на ползун. На рис. 5.4, в в качестве примера показаны три варианта распределения давлений. Равнодействующая элементарных сил давления — реакция R_{12} — будет направлена

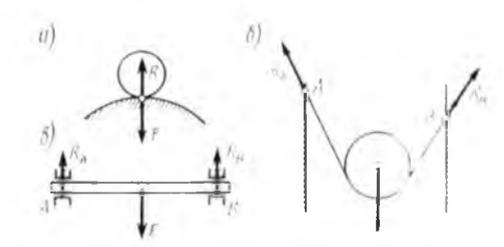


Рис. 5.3

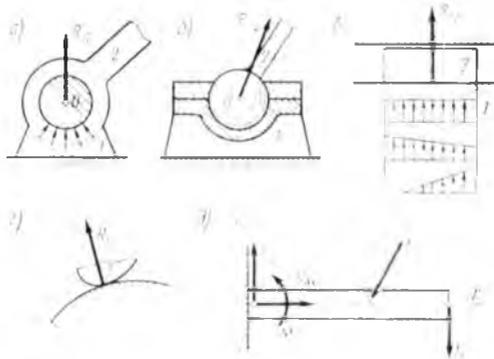


Рис. 5.4

перпендикулярно направляющей, неизвестна по модулю и неизвестна точка ее приложения.

Высшая пара. В высшей паре (рис. 5.4, з) взаимодействие звеньев 1 и 2 происходит в точке или по линии. Без учета сил трения реакция R_{12} будет направлена по общей нормали к соприкасающимся поверхностям и неизвестна лишь по модулю.

Реакции в заделке. Заделкой называется жесткое (неподвижное) соединение звеньев. Их взаимодействие сводится к силе и моменту реакции. На рис. 5.4, д показана заделка в неподвижной стенке стержня, на который действует плоская система сил F_1 и F_2 . Реакцию удобно представить в виде двух составляющих R_x и R_y силы и реактивного момента M .

Аксиома связей. Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие силами реакции связей. С помощью этой аксиомы можно изучать равновесие несвободных тел. В составляемых уравнениях равновесия реакции связей войдут как неизвестные силы, которые находят, решая эти уравнения. Решение задачи статики позволяет определить все силы, действующие на звенья механизмов, которые необходимы для расчета этих звеньев на прочность.

§ 5.5. Статически определенные и статически неопределенные задачи

При решении задач о равновесии несвободного твердого тела реакции связей являются неизвестными. Задача определения реакций может быть решена методами статики лишь в том случае, если число искомых величин не превышает числа уравнений равновесия, содержащих эти неизвестные. Такие задачи называют статически определенными, а системы тел, для

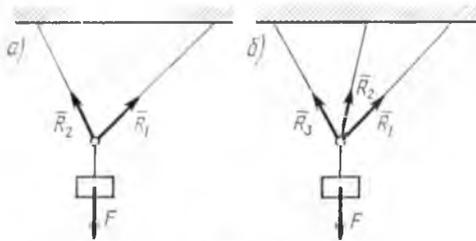


Рис. 5.5

которых имеет место это условие, — статически определенными системами. Системы, в которых число искомых величин больше числа уравнений, называются статически неопределенными системами.

В качестве примера на рис. 5.5, а показана плоская система сходящихся

сил, в которой известной величиной является вес груза F , а неизвестными — значения силы натяжения нитей R_1 и R_2 . Система сходящихся сил в плоскости имеет два уравнения равновесия. Следовательно, силы \bar{R}_1 и \bar{R}_2 могут быть определены из уравнений равновесия, и система будет статически определенной.

На рис. 5.5, б показана система с тремя нитями, нагруженная силой F . Эта система будет статически неопределимой, так как число неизвестных реакций R_1, R_2, R_3 равно трем, а уравнений статики — всего два.

Для решения статически неопределенных задач нужно отказаться от предположения, что тела являются абсолютно твердыми, и учесть их деформации. Тогда можно составить дополнительные уравнения деформаций, которые решаются совместно с уравнениями статики.

Пример статического расчета. На валу закреплены два зубчатых колеса (рис. 5.6). Силы, действующие на зубья колес, сводятся к силам F_{t1} и F_{t2} (окружным усилиям) и силам F_{r1} и F_{r2} (радиальным усилиям), при этом их равнодействующие составляют угол 20° с касательными к окружностям радиусов r_1 и r_2 . Зная окружное усилие на первом колесе $F_{t1} = 1200$ Н, из условий равновесия определить все остальные силы и реакции в подшипниках А и В, если $r_1 = 60$ мм; $r_2 = 80$ мм; $l_1 = 100$ мм; $l_2 = 100$ мм; $l_3 = 80$ мм.

Отбрасывая опоры и заменяя их действия реакциями, составляем расчетную схему. Полученная система сил, действующая на вал, является пространственной системой, в которой имеются неизвестные реакции опор $R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Bx}, R_{By}$ и составляющие сил, действующие на зубья колес, F_{t1}, F_{r1}, F_{r2} .

Силу F_{r1} определим из заданных условий:

$$F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} 20^\circ = 1200 \cdot 0,364 = 436,8 \text{ Н.}$$

Для определения остальных сил составим уравнения равновесия. В соответствии с уравнениями (5.4) имеем

$$\sum F_{ix} = R_{Ax} + R_{Bx} - F_{r1} - F_{r2} = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = R_{Ay} - F_{r2} + R_{By} - F_{t1} = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{iz} = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_x(\bar{F}_i) = -F_{r2}l_1 + R_{By}(l_1 + l_2) - F_{t1}(l_1 + l_2 + l_3) = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_y(\bar{F}_i) = F_{t2}l_1 - R_{Bx}(l_1 + l_2) + F_{r1}(l_1 + l_2 + l_3) = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_z(\bar{F}_i) = F_{t1}r_1 - F_{t2}r_2 = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) находим $F_{t2} = F_{t1}r_1/r_2 = 1200 \cdot 60/80 = 900$ Н. Тогда из условий задачи имеем $F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} 20^\circ = 900 \cdot 0,364 = 327,6$ Н. Из оставшихся уравнений (1), (2), (4) и (5) определим неизвестные реакции. Из уравнения (4)

$$R_{By} = [F_{r2}l_1 + F_{t1}(l_1 + l_2 + l_3)] / (l_1 + l_2) = [327,6 \cdot 100 + 1200(100 + 100 + 80)] / (100 + 100) = 1843,8 \text{ Н.}$$

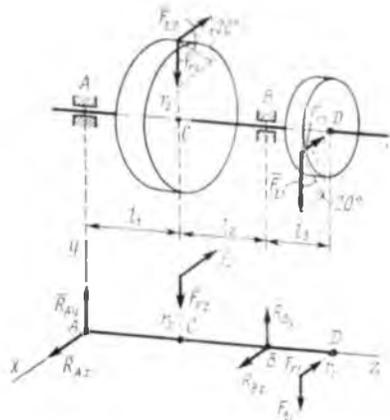


Рис. 5.6

Из уравнения (5)

$$R_{Bx} = [F_{t2}l_1 + F_{r1}(l_1 + l_2 + l_3)]/(l_1 + l_2) = [900 \cdot 100 + 436,8(100 + 100 + 80)]/(100 + 100) = 1061,52 \text{ Н.}$$

Из уравнения (1)

$$R_{Ax} = F_{r1} - R_{Bx} + F_{t2} = 436,8 - 1061,52 + 900 = 275,28 \text{ Н.}$$

Из уравнения (2)

$$R_{Ay} = F_{r2} - R_{By} + F_{t1} = 327,6 - 1843,8 + 1200 = - 316,2 \text{ Н.}$$

Реакция R_{Ay} в подшипнике А направлена не вверх, как предполагалось на расчетной схеме, а вниз, т. е. в сторону, обратную направлению оси u . Направления остальных реакций соответствуют направлениям, указанным на расчетной схеме.

ГЛАВА 6. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ

§ 6.1. Силы, действующие в механизмах

Движение механизма происходит под действием сил, приложенных к его звеньям. Определение действующих на звенья механизма сил необходимо для расчетов звеньев на прочность и износостойкость. Все силы и пары сил, которые могут действовать на звенья, можно разделить на движущие силы и силы сопротивления.

Движущие силы F_d (или пары сил с моментом T_d) приложены к ведущим (входным) звеньям. Они служат для преодоления сил сопротивления в механизме. К числу движущих сил и моментов можно отнести: силу давления газов на поршень двигателя внутреннего сгорания; момент, развиваемый электродвигателем, заводной пружиной в пружинных двигателях; действие среды, например силы давления жидкости или газа, на чувствительный элемент прибора.

Силами полезного, или технологического сопротивления F_n , называют силы, для преодоления которых предназначена данная машина. К ним относят, например, силы сопротивления прессованию в прессах, силы сопротивления резанию металла и др. Силы технологического сопротивления приложены к выходным звеньям и препятствуют их движению. Они обычно определяются экспериментально для ряда последовательных положений звеньев механизма.

Силами вредного сопротивления F_v называют силы, на преодоление которых затрачивается энергия, не дающая производственного эффекта. Это, главным образом, силы трения в кинематических парах при относительном движении звеньев. Силы реакций R в кинематических парах, или силы действия звеньев механизма друг на друга, определяются силовым расчетом механизма. Силы трения являются касательными состав-

ляющими этих реакций, но условно выделяются в самостоятельный вид сил.

Некоторые силы, одинаковые по природе, могут быть в зависимости от условий как движущими, так и силами сопротивления. Силы тяжести звеньев F_T , которые распределены по объему звеньев и условно при решении задач статики могут быть заменены силой тяжести, приложенной к центру тяжести звена, при подъеме центров тяжести звеньев они оказываются силами сопротивления, а при опускании — движущими силами. Силы инерции F_{II} и моменты сил инерции M_{II} звеньев, или динамические нагрузки, возникают в результате движения звеньев с ускорением и тоже могут быть как движущими силами, так и силами сопротивления. В быстроходных механизмах динамические нагрузки нередко превышают другие виды нагрузок.

Остановимся подробнее на определении сил инерции звеньев. Из курса физики известно уравнение поступательного движения тела массы m под действием силы F : $m\bar{a} = \bar{F}$, где \bar{a} — ускорение тела.

Обозначив вектор $m\bar{a}$ через \bar{F}_{II} , получим другой вид уравнения движения:

$$\bar{F} + \bar{F}_{II} = 0. \quad (6.1)$$

Вектор \bar{F}_{II} называют силой инерции, а уравнение (6.1) является уравнением равновесия статики и выражает принцип Даламбера: если в каждый данный момент к действующим на тело силам прибавить силу инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии, и для нее справедливы все уравнения статики. Принцип Даламбера позволяет при решении динамических задач составлять уравнения движения в форме уравнений равновесия и решать задачи динамики с помощью более простых законов статики. При этом нужно иметь в виду, что фактически на данное тело действует только сила \bar{F} , а сила инерции \bar{F}_{II} приложена к другому (ускоряющему) телу, которое воздействует силой \bar{F} на ускоряемое тело.

При вращательном движении тела вокруг оси уравнение движения имеет вид $J\bar{\varepsilon} = \bar{M}$, где \bar{M} — момент внешних движущих сил, действующих на тело; $\bar{\varepsilon}$ — угловое ускорение; J — момент инерции тела относительно оси вращения. Как и в случае сил, обозначив величину $J\bar{\varepsilon}$ через \bar{M}_{II} , получим уравнение движения в форме уравнения статики

$$\bar{M} + \bar{M}_{II} = 0, \quad (6.2)$$

где \bar{M}_{II} называется моментом сил инерции.

Рассмотрим сложное движение тела в плоскости, центр масс C которого движется с ускорением a_C . Тело имеет угловое ускорение ε (рис. 6.1, а). Разделим это тело на элементарные массы

dm_i . Каждая элементарная масса dm_i имеет свой вектор ускорения \bar{a}_i и к ней может быть отнесена элементарная сила инерции $d\bar{F}_i = -\bar{a}_i dm_i$. Таким образом получаем систему элементарных сил инерции, распределенных по всему телу. Из статики известно, что любая система сил эквивалентна одной силе — главному вектору, или результирующей силе инерции $\bar{F}_n = \sum d\bar{F}_i$, и главному моменту $\bar{M}_n = \sum \bar{M}_0(\bar{F}_i)$.

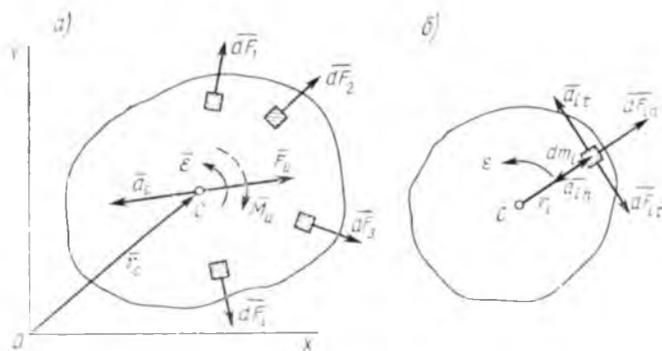


Рис. 6.1

Радиус-вектор \bar{r}_c центра масс тела определяется по формулам, аналогичным формулам § 5.3: $x_c = \sum x_i dm_i / m$; $y_c = \sum y_i dm_i / m$; $z_c = \sum z_i dm_i / m$, или в векторной форме $\bar{r}_c = \sum \bar{r}_i dm_i / m$.

Дважды дифференцируя это выражение по времени, получаем

$$\frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} = \sum \frac{dm_i}{m} \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2},$$

или

$$\bar{a}_c = \sum \bar{a}_i dm_i / m,$$

откуда

$$m \bar{a}_c = \sum \bar{a}_i dm_i = - \sum d\bar{F}_i = - \bar{F}_n. \quad (6.3)$$

При вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс C тела, у каждого элемента массы dm касательное ускорение $a_{it} = r_i \epsilon$ направлено перпендикулярно радиусу (рис. 6.1, б), а нормальное ускорение $a_{in} = r_i \omega^2$ направлено по радиусу. Соответственно этому сила инерции образуется из двух составляющих: касательной $dF_{it} = -a_{it} dm_i$ и нормальной $dF_{in} = -a_{in} dm_i$. Силы dF_{in} не дают момента относительно точки C , так как их направление проходит через нее. Момент касательных сил инерции

$$M_n = \sum r_i dF_{it} = - \sum r_i a_{it} dm = - \sum r_i^2 \epsilon dm_i = - \epsilon \sum r_i^2 dm_i,$$

или

$$M_{и} = -J_C \varepsilon, \quad (6.4)$$

где J_C — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс.

Значения результирующей силы $F_{и}$ и момента $M_{и}$, определенные по формулам (6.3) и (6.4), направлены противоположно ускорениям a_C и ε .

Если звено движется *поступательно*, то все его точки имеют одинаковые ускорения, равные ускорению a_C центра масс, а угловое ускорение $\varepsilon = 0$. Силы инерции сводятся к результирующей силе $\bar{F}_{и} = -m\bar{a}_C$, приложенной к центру масс. Если звено *вращается* равномерно вокруг оси, проходящей через центр масс ($\varepsilon = 0$; $a_C = 0$), то $F_{и} = 0$ и $M_{и} = 0$. Если звено вращается с ускорением ε , то силы инерции сводятся к паре с моментом $M_{и} = -J_C \varepsilon$.

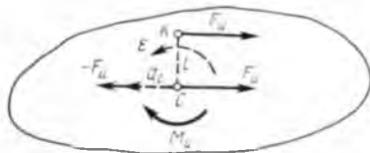


Рис. 6.2

Если звено совершает *сложное плоское движение* с ускорением a_C центра масс и угловым ускорением ε , то силы инерции звена эквивалентны одной силе $\bar{F}_{и}$, приложенной к центру C , и паре с моментом $M_{и}$.

При силовом расчете эту силу и момент удобно заменить одной равнодействующей силой. Для этого действие момента заменим действием пары сил (рис. 6.2). Если значение сил пары взять равным силе $F_{и}$, то плечо пары $l = M_{и}/F_{и}$. Одну из сил пары приложим к точке C и направим противоположно силе $F_{и}$. Тогда другая сила пары будет направлена параллельно $F_{и}$ на расстоянии l от центра C . Силы $F_{и}$ и $-F_{и}$, приложенные к точке C , уравновешиваются и их можно отбросить. Остается лишь одна сила $F_{и}$, приложенная к точке K .

Таким образом, при сложном движении звена силу инерции $F_{и}$ и момент сил инерции $M_{и}$ можно заменить одной силой $\bar{F}_{и}$, приложенной к точке K , лежащей на перпендикуляре, проведенном из точки C к направлению силы $\bar{F}_{и}$, на расстоянии $l = M_{и}/F_{и} = J_C \varepsilon / m a_C$, и равнодействующая сила $\bar{F}_{и}$, приложенная к точке K , направлена так, чтобы противодействовать угловому ускорению ε .

§ 6.2. Силовой расчет механизмов без учета сил трения

Целью силового расчета механизма является определение сил, действующих на звенья данного механизма при заданном движении его ведущего звена. Для определения внешних сил необходимо знать движение звеньев механизма, поэтому прежде

чем производить силовой расчет, необходимо произвести кинематическое исследование механизма.

Определив ускорения и скорости звеньев, определяют направление и значение сил инерции звеньев, а также сил полезного сопротивления (если они зависят от скорости движения или перемещения рабочего звена). Для определения сил инерции нужно знать массы и моменты инерции звеньев. Если механизм только проектируется и этих данных нет, то приходится предварительно задаваться ориентировочными формой и массой звеньев, а в последующих расчетах уточняют принятые значения.

Имея эти данные при силовом расчете, определяют: 1) реакции во всех кинематических парах; 2) уравновешивающую силу или момент на ведущем валу.

Под *уравновешивающим моментом* (или силой), приложенным к ведущему звену, понимают тот момент, который должен быть приложен со стороны двигателя к механизму, чтобы при данном движении механизма преодолевались сопротивления всех внешних сил, действующих на механизм.

Силовой расчет механизма без учета сил инерции называется статическим. Такой расчет производят в тех случаях, когда силы инерции невелики (при малых массах звеньев и в тихоходных механизмах). Силовой расчет механизма называется динамическим или кинестатическим, если при расчете учитываются силы инерции звеньев механизма.

В предыдущей главе было показано, что реакция в шарнире плоского механизма неизвестна по значению и направлению и проходит через центр шарнира, а в ползуне реакция направлена перпендикулярно направляющей. Она неизвестна по значению и неизвестна точка ее приложения. Таким образом, при силовом расчете в каждой паре V класса требуется определить два неизвестных. В паре IV класса направление реакции известно, а неизвестным является только ее значение.

Уравнение структурной группы $3n - 2p_3 - p_4 = 0$ является условием ее статической определимости. Действительно, для каждого звена плоского механизма можно составить три уравнения равновесия, поэтому величина $3n$ соответствует числу уравнений равновесия для звеньев группы. Величина $(2p_3 + p_4)$ соответствует числу неизвестных реакций в кинематических парах структурной группы. Исходя из этого силовой расчет механизмов удобно вести как силовой расчет структурных групп, на которые расчленяется механизм. При этом действие отсоединенных звеньев заменяется реакциями, которые определяют или из уравнений статики или построением плана сил.

Рассмотрим последовательность расчета на примере механизма, схема которого изображена на рис. 6.3, а. Пусть на звенья механизма действуют известные внешние силы F_2, F_3, F_4, F_5 , (в число этих сил входят и силы инерции звеньев). Требуется определить реакции во всех кинематических парах механизма и уравновешивающий момент M_y на кривошипе 1.

Вначале необходимо данный механизм разложить на структурные группы. Структурные группы, составляющие механизм, вычертим отдельно в масштабе, начиная с последней в порядке их присоединения. Получим структурные группы звеньев 4—5 (рис. 6.3, б), звеньев 2—3 (рис. 6.3, в) и ведущее звено 1 (рис. 6.3, г). Действие отброшенных звеньев в каждой группе

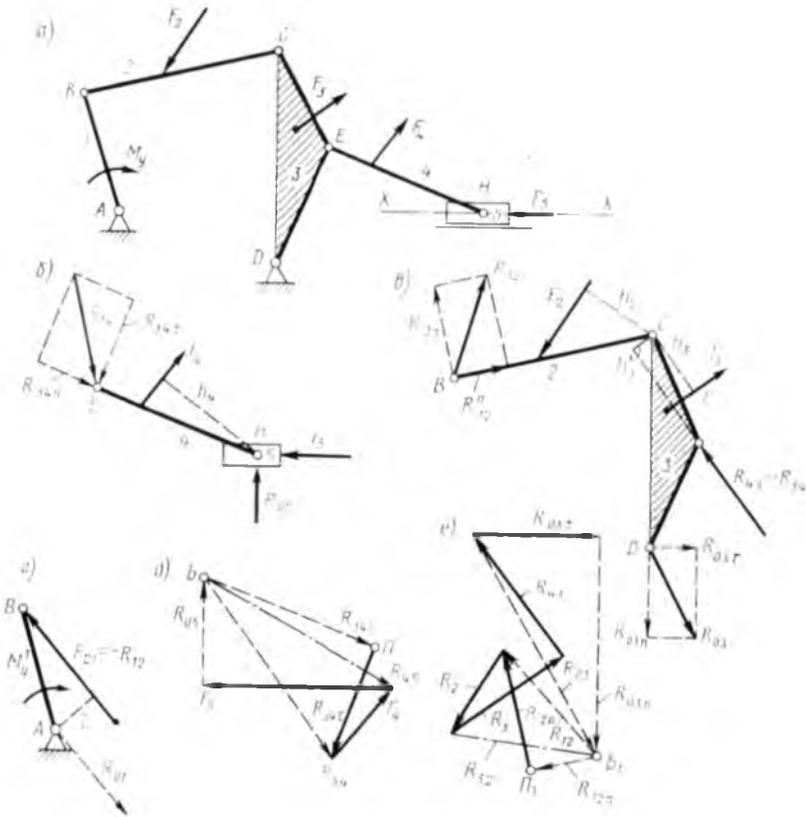


Рис. 6.3

заменяем силами реакции. При этом примем следующие обозначения: реакцию будем обозначать буквой R с двумя индексами: первый индекс обозначает номер отброшенного звена, которое производит действие, а второй индекс обозначает номер звена, на которое производится действие. Например, R_{12} — реакция звена 1 на звено 2. Стойку будем обозначать нулевым номером, тогда, например, R_{03} обозначает реакцию стойки на звено 3. Принимаем, что реакция в шарнире, без учета сил трения, проходит через центр шарнира, реакция на ползун перпендикулярна направляющей ползуна.

Для решения задачи удобно реакции в шарнирах разложить на два направления: реакция вдоль стержня с индексом l и реакция, перпендикулярная стержню, с индексом τ . Например, $\overline{R}_{34} = \overline{R}_{34l} + \overline{R}_{34\tau}$. В этом случае можно искать составляющие реакций в шарнирах, по которым в дальнейшем легко определить полные реакции. Направление составляющих выбирается произвольно.

Так как каждая структурная группа является статически определяемой системой, то число неизвестных реакций будет равно числу уравнений, которые можно составить для звеньев группы. Система внешних сил, включая силы инерции, и сил реакций, приложенных к каждой структурной группе, находится в равновесии. Следовательно, векторная сумма сил, действующих на группу, равна нулю. Поэтому для каждой структурной группы можно составить векторные уравнения равновесия. Для структурной группы 4—5 уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{\overline{R}_{34l}}{\parallel EF} + \frac{\overline{R}_{34\tau}}{\perp EF} + \overline{F}_4 + \overline{F}_5 + \frac{\overline{R}_{05}}{\perp x-x} = 0.$$

Для структурной группы 2—3 уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{\overline{R}_{12l}}{\parallel BC} + \frac{\overline{R}_{12\tau}}{\perp BC} + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{R}_{43} + \frac{\overline{R}_{03\tau}}{\perp DC} + \frac{\overline{R}_{03n}}{\parallel DC} = 0.$$

В этих уравнениях известные силы \overline{F}_2 , \overline{F}_3 , \overline{F}_4 , \overline{F}_5 подчеркнуты двумя чертами снизу. Известные по направлению реакции подчеркнуты одной чертой с указанием под ней соответствующего направления. Во втором уравнении реакция \overline{R}_{43} считается известной; она должна быть равна по значению и противоположна по направлению реакции \overline{R}_{34} , которая определяется из решения уравнения для группы 4—5. Иначе для структурной группы 2—3 задача будет статически неопределенной. Поэтому силовой расчет нужно начинать с последней (в порядке присоединения) структурной группы.

Начиная решение задачи с уравнения для группы 4—5, видим, что в этом уравнении три неизвестных вектора, в то время как графически можно решить уравнение с двумя неизвестными векторами. Одно из неизвестных, например $\overline{R}_{34\tau}$, определим из уравнения моментов всех сил, приложенных к структурной группе звеньев 4—5 относительно точки H . Имеем

$$R_{34\tau}(EH) - F_4 h_4 = 0,$$

где h_4 и EH — плечи сил относительно точки H , измеряемые непосредственно по чертежу (рис. 6.3, б). Отсюда

$$R_{34\tau} = F_4 (h_4/EH).$$

Если составляющая реакции получается со знаком «—», то ее направление нужно изменить на противоположное.

Неизвестные реакции R_{31n} и R_{05} определяем построением плана сил, выбрав масштабный коэффициент μ_F в виде отношения значения силы к длине вектора по чертежу. Из произвольной точки P — полюса плана сил — будем последовательно откладывать векторы сил, входящих в уравнение группы 4—5 (рис. 6.3 *д*).

Сначала откладываем вектор \overline{R}_{317} , далее из его конца — вектор \overline{F}_1 и из конца этого вектора откладываем вектор \overline{F}_5 . Из конца вектора \overline{F}_5 проводим направление неизвестного по значению вектора \overline{R}_{05} . Так как многоугольник сил должен быть замкнут, то в полюс плана P должен попасть конец неизвестного вектора \overline{R}_{31n} . Проведя через полюс P направление вектора \overline{R}_{31n} , получим пересечение его с направлением вектора \overline{R}_{05} в точке b . Эта точка и определит длины неизвестных векторов \overline{R}_{05} и \overline{R}_{31n} .

Соединяя точку b с концом вектора \overline{R}_{317} , получим реакцию \overline{R}_{31} в шарнире E как геометрическую сумму векторов \overline{R}_{31n} и \overline{R}_{317} . Чтобы определить реакцию R_{15} в промежуточном шарнире H , достаточно воспользоваться тем же планом. Так как каждое звено структурной группы находится в равновесии, то многоугольник сил, действующих на каждое отдельное звено, также должен быть замкнутым. Рассмотрим ползун 5. На него действуют силы $-\overline{R}_{05}$, \overline{F}_5 и сила \overline{R}_{45} , или реакция со стороны звена 4. Две из этих сил уже построены на плане, следовательно, соединив начало вектора \overline{F}_5 и конец вектора \overline{R}_{05} , получим искомую силу \overline{R}_{45} , которая в плане показана штрихпунктирной линией.

В уравнении группы 2—3 четыре неизвестных по значению вектора, два из которых можно определить из уравнений моментов сил, приложенных к каждому звену группы относительно точки C (рис. 6.3, *в*):

$$F_2 h_2 - R_{12z} (BC) = 0;$$

$$F_3 h_3 - R_{43} h'_3 + R_{03z} (CD) = 0.$$

Отсюда имеем

$$R_{12z} = F_2 h_2 / BC; \quad R_{03z} = (R_{43} h'_3 - F_3 h_3) / CD.$$

Неизвестные векторы \overline{R}_{12n} и \overline{R}_{03n} определяют построением плана сил. Для этого из полюса P_1 плана строим в масштабе вектор \overline{R}_{12z} (рис. 6.3, *е*). Из его конца строим вектор \overline{F}_2 , затем последовательно векторы \overline{F}_3 , \overline{R}_{43} , \overline{R}_{03z} . Из конца последнего проводим направление вектора \overline{R}_{03n} . Чтобы получить замкнутый многоугольник, из полюса P_1 проводим направление вектора \overline{R}_{12n} . Пересечение этих двух направлений в точке b_1 дает решение задачи.

Соединяя на плане (рис. 6.3, *e*) начало вектора \overline{R}_{12n} и конец вектора \overline{R}_{12r} , получаем полную реакцию \overline{R}_{12} в шарнире *B*. Аналогично получим полную реакцию \overline{R}_{03} в шарнире *D*.

Чтобы найти реакцию в промежуточном шарнире *C*, нужно построить замкнутый многоугольник сил, действующих на одно звено группы, например звено 2. На него действуют силы \overline{R}_{12r} , \overline{R}_{12n} , \overline{F}_2 и неизвестная сила \overline{R}_{32} реакции звена 3 на звено 2.

Первые три силы уже имеются на плане сил, поэтому, соединяя конец вектора \overline{F}_2 с началом вектора \overline{R}_{12n} , получим замыкающий вектор \overline{R}_{32} , проведенный на рис. 6.3, *e* штрихпунктирной линией. Таким образом, все реакции в структурной группе звеньев 2—3 определены.

Переходим к ведущему звену. На кривошине *I* действуют силы \overline{R}_{21} и \overline{R}_{01} и уравновешивающий момент \overline{M}_y , под действием которых он находится в равновесии (рис. 6.3, *z*). Векторное уравнение равновесия имеет вид

$$\overline{R}_{21} + \overline{R}_{01} = 0.$$

Отсюда следует, что силы \overline{R}_{01} и \overline{R}_{21} представляют пару сил с плечом *l*. Уравновешивающий момент \overline{M}_y равен по значению и направлен противоположно моменту пары сил \overline{R}_{01} и \overline{R}_{21} , следовательно, $\overline{M}_y = -\overline{R}_{21}l$.

§ 6.3. Приведенная сила и момент. Теорема Жуковского

Для решения задач динамики механизмов удобно все силы, приложенные к различным звеньям механизма, заменить одной условной силой, приложенной к одному из звеньев, которое называется звеном приведения. Эта сила называется приведенной силой $\overline{F}_{пр}$, а точка ее приложения точкой приведения.

Точка приведения и направление силы $\overline{F}_{пр}$ могут быть выбраны произвольно. Чаще всего приведенная сила приводится к ведущему звену, а ее направление совпадает с направлением скорости точки приведения. Эквивалентность приведенной силы всем силам, приложенным к механизму, определяется по равенству их работ. Элементарная работа силы \overline{F} на элементарном перемещении $d\overline{s}$ выражается формулой

$$dW = F ds \cos(\widehat{F\overline{ds}}) = \overline{F}d\overline{r}, \quad (6.5)$$

где $d\overline{r}$ — изменение радиуса-вектора точки приложения силы, или

$$dW = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

где F_x, F_y, F_z — проекции силы на оси координат; dx, dy, dz — проекции вектора $d\vec{r}$.

Элементарная работа момента M имеет выражение

$$dW = Md\varphi, \quad (6.6)$$

где $d\varphi$ — элементарный угол поворота.

Мощностью называют отношение работы силы ко времени:

$$P = dW/dt = \overline{Fv}. \quad (6.7)$$

Мощность момента

$$P = \overline{M \cdot \omega}. \quad (6.8)$$

Пользуясь понятием элементарной работы сил и моментов, сформулируем определение приведенной силы. *Приведенной силой $F_{пр}$ называется такая сила, элементарная работа которой на перемещении $ds_{пр}$ точки приведения равна сумме элементарных работ приводимых сил F_i и моментов M_i на перемещениях ds_i и $d\varphi_i$ точек приложения этих сил:*

$$F_{пр}ds_{пр} \cos \alpha_{пр} = \sum F_i ds_i \cos \alpha_i + \sum M_i d\varphi_i,$$

где α_i — угол между направлением силы и перемещением s_i точек приложения.

Разделив члены равенства на dt , получим

$$F_{пр}v_{пр} \cos \alpha_{пр} = \sum F_i v_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i, \quad (6.9)$$

или

$$P_{пр} = \sum P_i.$$

Мощность приведенной силы равна сумме мощностей приводимых сил и моментов. Здесь P_i — мощности, развиваемые силами или моментами, приложенными к звену i . Если ведущее звено — кривошип, то удобнее вместо приведенной силы ввести понятие приведенного момента сил, который равен моменту приведенной силы:

$$M_{пр} = F_{пр}l,$$

где l — плечо приведенной силы относительно оси вращения кривошипа.

Тогда $P_{пр} = M_{пр}\omega$, где ω — угловая скорость звена приведения. Общее выражение приведенного момента на основании формулы (6.8) имеет вид

$$M_{пр} = P_{пр}/\omega = \sum F_i v_i \cos \alpha_i / \omega + \sum M_i \omega_i / \omega. \quad (6.10)$$

Приведенный момент зависит только от отношения скоростей, определяемых положением ведущего звена.

Обычно в механизмах силы движущие и силы сопротивления приводят к ведущему звену раздельно. Тогда общий приведенный момент определяется как разность приведенных моментов движущих сил и сил сопротивления: $M_{пр} = M_{пр.д} - M_{пр.с}$.

Механизм под действием внешних сил находится в равновесии, если к ведущему звену приложен уравнивающая сила F_y (или уравнивающий момент M_y). Если все внешние силы и моменты привести к ведущему звену, т. е. заменить их действие одним моментом $M_{пр}$, то эти моменты будут равны по значению и противоположно направлены: $M_y = -M_{пр}$.

Соответственно $F_y = -F_{пр}$, если они приложены к одной точке и направлены по одной прямой. Если в уравнении (6.9) вместо $F_{пр}$ поставить F_y , то

$$F_y v_y \cos \alpha_y + \sum F_l v_l \cos \alpha_l + \sum M_l \omega_l = 0. \quad (6.11)$$

В конце силового расчета механизма определяют уравнивающую силу или уравнивающий момент, который должен быть приложен к ведущему звену для равновесия механизма. Уравнение (6.11) позволяет определить уравнивающую силу F_y , используя план скоростей механизма. Рассмотрим этот способ на примере механизма, показанного на рис. 6.4, а.

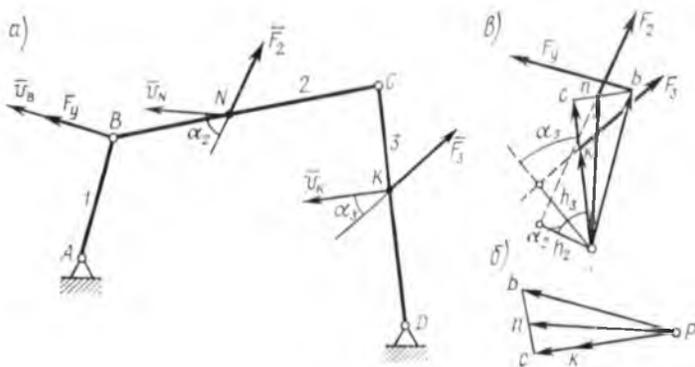


Рис. 6.4

К точкам звеньев 2 и 3 приложены силы $\overline{F}_2, \overline{F}_3$. За точку приложения уравнивающей силы примем точку B и направим ее по скорости \overline{v}_B . В этом случае $\cos \alpha_y = 1$. Уравнение (6.11) запишется в виде

$$F_y v_B - F_2 v_N \cos \alpha_2 - F_3 v_K \cos \alpha_3 = 0. \quad (6.12)$$

Построим план скоростей механизма (рис. 6.4, б) и повернем его на 90° , как показано на рис. 6.4, в. В соответствующие точки

плана перенесем силы F_2, F_3, F_y . Считая, что план скоростей есть жесткий рычаг с опорой в полюсе, возьмем сумму моментов перенесенных сил относительно полюса:

$$\begin{aligned}\sum M_p(F) &= F_y(pb) - F_2h_2 - F_3h_3 = \\ &= (F_yv_B - F_2v_N \cos \alpha_2 - F_3v_K \cos \alpha_3) \mu_v,\end{aligned}$$

так как

$$\begin{aligned}pb &= v_B \mu_v; \quad h_2 = (pn) \cos \alpha_2 = v_N \cos \alpha_2 \mu_v; \\ h_3 &= (pk) \cos \alpha_3 = v_K \cos \alpha_3 \mu_v,\end{aligned}$$

где μ_v — масштабный коэффициент плана скоростей.

Сравнивая полученную сумму моментов с уравнением (6.12), заключаем, что она обращается в нуль. Отсюда следует, что *если повернутый план скоростей механизма условно рассматривать как жесткий рычаг с опорой в полюсе и перенести силы, приложенные к механизму в соответствующие его точки, то сумма моментов этих сил относительно полюса равна нулю, если механизм под действием этих сил находится в равновесии*. Это положение называется теоремой Жуковского.

Из уравнения $F_y(pb) - F_2h_2 - F_3h_3 = 0$ определяем уравновешивающую силу

$$F_y = (F_2h_2 + F_3h_3)/(pb).$$

В общем случае формула имеет вид

$$F_y = \sum F_i h_i / h_y. \quad (6.13)$$

Если сила F_y направлена по скорости точки B , уравновешивающий момент определится по формуле $M_y = F_y l_{AB}$.

Теорема Жуковского позволяет определить уравновешивающую силу F_y без силового расчета механизма. Практически можно не поворачивать план скоростей, а повернуть на угол 90° силы при переносе их на план скоростей.

ГЛАВА 7. ТРЕНИЕ В МЕХАНИЗМАХ

§ 7.1. Силы трения

При относительном движении двух соприкасающихся тел, прижатых одно к другому некоторой силой, на поверхности соприкосновения возникает сила сопротивления этому движению — сила трения. Относительным движением может быть скольжение или качение. В соответствии с видом относительного движения различают *трение скольжения* и *трение качения*. Опыт показывает, что при одних и тех же условиях сила

трения F_{f0} , которую надо преодолеть, чтобы привести тело в движение из состояния покоя, оказывается больше силы трения F_f , которая действует в процессе движения, т. е. $F_{f0} > F_f$. Поэтому различают силу сцепления (силу трения покоя) и силу трения движения.

Явление трения используется в технике. Во всех случаях, когда скольжение тел нежелательно, трение, препятствуя скольжению, является полезным фактором, например в ременных передачах, соединениях с натягом, болтовых соединениях и т. д. Трение при относительном движении является вредным, так как на преодоление сил трения затрачивается дополнительная энергия, например при вращении валов в подшипниках, при движении поршня в цилиндре двигателя и т. д.

Трение является сложным физическим явлением, а значение силы трения F_f зависит от многих факторов, в частности от наличия на трущихся поверхностях смазки. *Сухое трение* наблюдается при отсутствии промежуточного слоя смазки: такой вид трения в механизмах встречается весьма редко. Если слой смазки полностью разделяет трущиеся поверхности, такой вид трения называют *жидкостным*. Часто в механизмах встречается трение, при котором слой смазки лишь частично разделяет трущиеся поверхности. Такой вид трения называется *полусухим* и встречается во фрикционных передачах, клиновых соединениях и т. д. Наконец, при *граничном* трении толщина слоя смазки не превышает 0,1 мкм; при этом поверхности покрыты тонким молекулярным слоем смазки.

Трение скольжения. В первом приближении сила нежидкостного скольжения прямо пропорциональна силе N нормального давления между поверхностями и направлена в сторону, противоположную относительному движению (закон Кулона):

$$F_f = fN, \quad (7.1)$$

где f — коэффициент трения, определяемый экспериментально. Коэффициенты трения для различных пар материалов приводятся в справочниках. Коэффициент f трения скольжения для ряда широко применяемых в промышленности материалов имеет следующие усредненные значения:

Сталь по стали	0,15
Сталь по бронзе	0,1
Сталь по чугуну	0,18
Чугун по чугуну	0,15
Сталь по текстолиту	0,15

Коэффициент трения скольжения определяется многими факторами, в том числе шероховатостью трущихся поверхностей, характером смазки, размерами и геометрической формой

трущихся поверхностей, скоростью относительного движения, температурой и т. д. Коэффициент трения f в формуле (7.1) можно считать постоянным только в определенном диапазоне скоростей и нагрузок. Поэтому, выполняя расчеты, нужно использовать справочные данные, полученные в условиях, соответствующих работе рассчитываемой пары трения.

Угол трения. Рассмотрим трение при равномерном движении под действием силы \vec{F} ползуна 1 по направляющей 2, прижатых друг к другу силой \vec{Q} (рис. 7.1, а). Реакция, распределенная по поверхности, сводится к составляющей \vec{N} — нормальной реакции поверхности — и силе трения \vec{F}_f , направленной по касательной к поверхности. Из условия равновесия имеем $Q = N$.

При движении ползуна сила трения \vec{F}_f направлена против вектора скорости \vec{v} . Силы \vec{N} и \vec{F}_f можно заменить одной силой \vec{R} по правилу параллелограмма и считать, что действие тела 2 на тело 1 выражается силой \vec{R} , которая является полной реакцией поверхности. Эта сила отклонена от нормали к поверхности на угол ρ :

$$\operatorname{tg} \rho = F_f / N = fN / N = f. \quad (7.2)$$

Угол ρ называется углом трения. При изменении направления движения в плоскости трения полная реакция \vec{R} изменяет направление, описывая при этом конус с углом при вершине 2ρ (рис. 7.1, б), или конус трения.

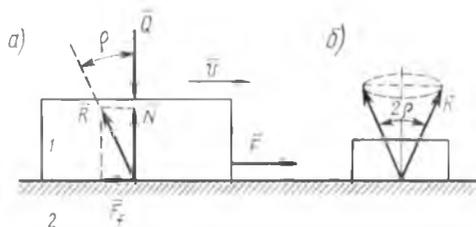


Рис. 7.1

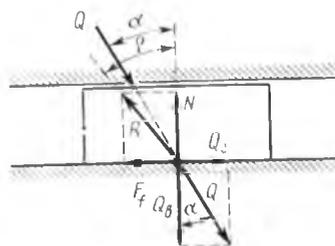


Рис. 7.2

Теперь рассмотрим случай, когда равнодействующая Q внешних сил, действующих на ползун 1, направлена под углом α к нормали (рис. 7.2). Разложим ее на тангенциальную составляющую $Q_t = Q \sin \alpha$ и нормальную составляющую $Q_n = Q \cos \alpha$. Полную реакцию R разложим на нормальную составляющую N и силу трения $F_f = fN$. При этом $Q_n = N$. Движение ползуна возможно, если

$$Q_t = Q \sin \alpha \geq F_f = fN = fQ \cos \alpha,$$

откуда $\operatorname{tg} \alpha > f = \operatorname{tg} \rho$, или $\alpha > \rho$. При этом, если $\alpha > \rho$, то движение ускоренное; если $\alpha = \rho$, то движение равномерное или покой. При $\alpha < \rho$ ползун неподвижен.

Сила Q , действующая внутри конуса трения, не может двигать ползун независимо от ее значения. Это явление называется самоторможением. Условие самоторможения $\alpha < \rho$. В тех случаях, когда на ползун кроме силы Q действует и момент, который стремится повернуть ползун в направляющих, тогда ползун прижимается к направляющей обеими сторонами, а нормальные реакции увеличиваются за счет сил, образующих момент, и сила трения будет больше, чем при одностороннем соприкосновении.

При конструировании стремятся к тому, чтобы ползун не перекашивался в направляющих и соприкосновение было односторонним.

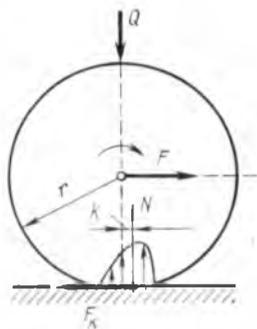


Рис. 7.3

Трение качения. Опыт показывает, что при перекачивании тел возникает сопротивление перекачиванию, которое называют трением качения. При качении катка, находящегося под нагрузкой Q (рис. 7.3) в месте контакта, каток и поверхность, на которую он опирается, деформируются. Давление на поверхности соприкосновения распределяется несимметрично относительно вертикальной оси, проходящей через центр катка. Равнодействующая сила

N нормальных давлений смещена на некоторое расстояние k в сторону движения и равна по значению нагрузке Q . Величина k , определяемая экспериментально, называется коэффициентом трения качения и имеет размерность длины.

При равномерном движении силы, действующие на каток, уравновешены, но пара сил Q и N с плечом k может уравновешиваться только парой. Следовательно, в месте контакта возникает сила трения качения F_k , которая вместе с движущей силой F образует пару с плечом, равным радиусу r катка. Равенство моментов пар выражается формулой $Qk = Fr = F_k r$, откуда сила трения качения

$$F_k = kQ/r = kN/r. \quad (7.3)$$

Коэффициент k , как и коэффициент трения скольжения, зависит от целого ряда факторов, главным образом от материалов движущихся тел. Например, стальной закаленный шарик, катящийся по закаленной стальной поверхности, имеет $k = 0,0007 \dots 0,001$ см; у стального колеса по рельсу $k = 0,05$ см; у резиновой шины по твердому грунту $k = 1$ см.

Качение одного тела по другому будет происходить только в том случае, когда сила сопротивления скольжению будет больше силы сопротивления качению.

При скольжении $F_T = fQ$; при качении $F_k = kQ/r$. Если $kr < f$,

тело катится; если $k r > f$, тело скользит; при $k r = f$ одинаковая возможность качения и скольжения.

Возможны случаи, когда качение и скольжение происходят одновременно, например в игольчатых подшипниках. Однако в большинстве случаев силы трения качения меньше по значению.

Во многих приборных механизмах сила трения определяет их погрешность; в других механизмах силы трения приводят к большим потерям мощности, поэтому в конструкциях узлов механизмов стремятся уменьшить силу трения, например, заменяя трение скольжения трением качения.

Жидкостное трение. При жидкостном трении в кинематических парах элементы трущихся поверхностей разделены слоем смазки и сила трения определяется сопротивлением сдвигу слоев жидкости. Жидкостное трение имеет ряд преимуществ: малый износ трущихся поверхностей, лучший отвод тепла от них, а также возможность работы при больших скоростях. Впервые теория жидкостного трения разработана в 1883 г. акад. Н. П. Петровым и развита в работах П. Е. Жуковского и С. А. Чаплыгина. К основным положениям этой теории относятся условия жидкостного трения.

Жидкостное трение может осуществляться только при выполнении следующих условий: 1) смазочная жидкость должна смачивать твердые тела и удерживаться в зазоре между поверхностями; 2) смазочная жидкость должна полностью разделять скользящие поверхности; 3) слой жидкости между скользящими поверхностями должен иметь толщину больше некоторого предела h_{\min} , определяющегося шероховатостью поверхностей; $h_{\min} = R_{z1} + R_{z2}$, где R_{z1} и R_{z2} — высоты неровностей профиля поверхностей; 4) в слое смазки при скольжении поверхностей должно возникнуть и поддерживаться внутреннее давление, уравновешивающее внешнюю нагрузку, которая прижимает поверхности друг к другу. Результирующая этих сил называется *несущей способностью слоя смазки*.

Для выполнения последнего условия необходимо или вводить смазку под давлением, или обеспечить непрерывное вовлечение жидкости в постепенно сужающийся (клиновидный) зазор между скользящими поверхностями твердых тел. В подшипнике, например, радиус R отверстия выполняется больше радиуса r вала. Благодаря этому создается клиновидный зазор, в который при вращении вала увлекается жидкость, прилипающая к валу, и в смазочном слое создается давление q , эпюра которого показана на рис. 7.4. Результирующая сила давления

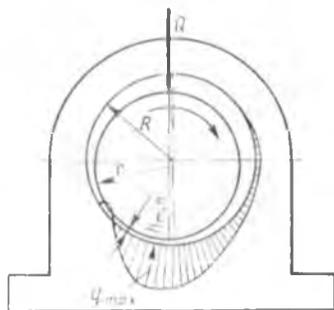


Рис. 7.4

уравновешивает внешнюю нагрузку Q и вал как бы «всплывает», образуя зазор h_{\min} в нижней части подшипника. Для удобства расчетов вводят понятие коэффициента жидкостного трения, который зависит от скорости v скольжения слоев смазки, от нагрузки Q и от динамической вязкости η жидкости. Сила жидкостного трения определяется по формуле

$$F_{\text{ж}} = \eta v S h, \quad (7.4)$$

где S — площадь поверхности скольжения; h — толщина смазочного слоя.

Коэффициент жидкостного трения $f_{\text{ж}} = F_{\text{ж}}/Q = \eta v S h/Q = \eta v h q$, где $q = Q/S$ — давление в жидкости. Тогда сила жидкостного трения

$$F_{\text{ж}} = f_{\text{ж}} Q. \quad (7.5)$$

Если условия трения близки к жидкостному трению, то силу трения называют *силой вязкого трения* и ее значение определяют по формуле

$$F_{\text{ж}} = \beta v,$$

где v — скорость относительного движения; β — коэффициент вязкого трения, зависящий от толщины слоя смазки, ее вязкости и площади поверхности соприкосновения. Расчет кинематических пар при жидкостном трении подробно излагается в литературе по курсу деталей машин [14, 28].

§ 7.2. Трение в поступательных парах с неплоскими направляющими

В предыдущем параграфе рассмотрено трение в поступательной паре с плоскими направляющими под действием нагрузки Q , направленной под углом α к нормали. При этом получена формула (7.3) для определения силы трения. Если направляющие ползуна имеют другую форму, например трапеции (клина) или цилиндра, то для определения силы трения можно воспользоваться понятием *приведенного коэффициента трения* f' и *приведенного угла трения* ρ' , которые учитывают форму направляющих.

Если направляющая имеет форму клина с углом 2γ (рис. 7.5, а), то возникающие на трущихся поверхностях нормальные реакции N_1 и N_2 и силы трения F_{f1} и F_{f2} при равномерном движении ползуна удовлетворяют условиям:

$$F_f = F_{f1} + F_{f2} = f_1 N_1 + f_2 N_2;$$

$$\bar{Q} + \bar{N}_1 + \bar{N}_2 = 0.$$

При $N_1 = N_2 = N$ и $f_1 = f_2 = f$ из силового треугольника (рис. 7.5, б) получаем $N = Q / (2 \sin \gamma)$. Тогда $F_f = 2fN = Qf \sin \gamma$, или

$$F_f = f'Q, \quad (7.6)$$

где $f' = f \sin \gamma$ — приведенный коэффициент трения; $\rho' = \arctg(f \sin \gamma)$ — приведенный угол трения. В клиновидном ползуне сила трения больше, чем в плоском, поэтому такие конструкции применяются в тех случаях, когда нужно увеличить силу трения, например использование клиноременных передач вместо плоскоремных и т. п.

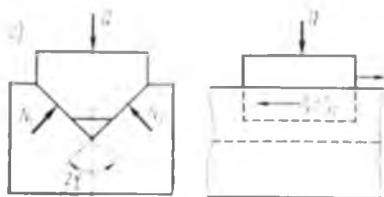


Рис. 7.5



Рис. 7.6

В механизмах находят применение также цилиндрические направляющие (рис. 7.6). Для таких ползунów силу трения определяют через приведенный коэффициент трения по формуле (7.6), где $f' = 1,27f$.

§ 7.3. Трение в винтовой паре

Рассмотрим винтовую пару с прямоугольным профилем резьбы (рис. 7.7, а) и углом подъема φ средней винтовой линии. На винт действует осевая нагрузка Q , которую считают равномерно распределенной по средней винтовой линии резьбы с радиусом $r_{ср}$. На элемент резьбы гайки приходится элементарная доля осевой нагрузки ΔQ . Рассматривая движение винта по элементу резьбы гайки, предполагаем, что к элементу резьбы приложена движущая сила ΔF , направленная горизонтально, сила нормального давления ΔN и элементарная сила трения ΔF_f , направленная в сторону, противоположную направлению скорости. При равномерном движении ($v = \text{const}$) система сил $\overline{\Delta Q}$, $\overline{\Delta N}$, $\overline{\Delta F}$, $\overline{\Delta F_f}$ уравновешена. Полагают, что соотношение между этими силами мало отличается от соотношения тех же сил при движении элемента в виде ползуна на наклонной плоскости (рис. 7.7, б), представляющей развертку на плоскость одного витка средней винтовой линии с шагом p_h . Условием равновесия системы сходящихся сил будет равенство $\overline{\Delta F} + \overline{\Delta Q} = \overline{\Delta N} + \overline{\Delta F_f}$.

В соответствии со схемой сил на рис. 7.7, б можно написать

$$\Delta F = \Delta Q \operatorname{tg}(\varphi + \rho), \quad (7.7)$$

где ρ — угол трения пары винт — гайка.

При равномерном вращении винта вращающий момент T внешних сил будет суммой элементарных моментов сил $T = \sum \Delta F r_{cp} = r_{cp} \operatorname{tg}(\varphi + \rho) \sum \Delta Q$. Так как $\sum \Delta Q = Q$, то

$$T = Q r_{cp} \operatorname{tg}(\varphi + \rho). \quad (7.8)$$

Если движущей силой будет сила Q , а момент T будет моментом сопротивления, то движение происходит в обратном направлении и сила ΔF_f меняет направление. В этом случае будет спуск ползуна по наклонной плоскости и вращающий момент $T = Q r_{cp} \operatorname{tg}(\varphi - \rho)$. При $\varphi < \rho$ момент $T = 0$. Это означает, что

без помощи внешнего момента любая по значению движущая сила Q не может заставить винт двигаться. Это явление называется *самоторможением в резьбе*, а неравенство $\varphi < \rho$ — условием самоторможения.

Рассмотрим винтовую пару с треугольной резьбой (рис. 7.7, в). Угол 2β называется углом профиля. В метрической резьбе $2\beta = 60^\circ$. Для треугольной резьбы полагают,

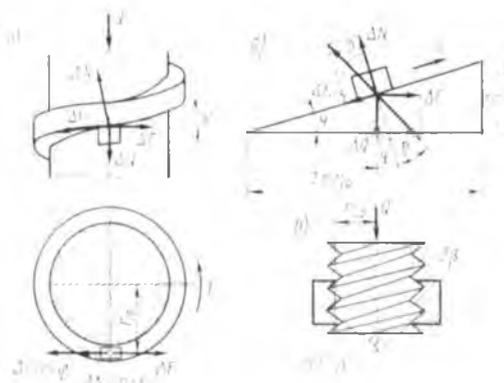


Рис. 7.7

что движение витков винта можно приближенно считать аналогичным движению клинчатого ползуна с углом клина $\gamma = 90^\circ - \beta$. Тогда приведенный коэффициент трения $f' = f \sin(90^\circ - \beta) = f \cos \beta$. Вращающий момент для винта с треугольным профилем резьбы имеет вид

$$T = Q r_{cp} \operatorname{tg}(\varphi + \rho'), \quad (7.9)$$

а условие самоторможения

$$\varphi < \rho' = \operatorname{arctg}(f / \cos \beta). \quad (7.10)$$

Так как $\rho' > \rho$, то самоторможение в резьбе с треугольным профилем наблюдается при больших углах подъема φ , чем в резьбе с прямоугольным профилем. Поэтому для разъемных соединений деталей в технике применяются преимущественно винты с треугольной резьбой.

§ 7.4. Трение скольжения во вращательной паре

Сопротивление вращению в паре будет зависеть от характера соприкосновения вала с подшипником (рис. 7.8). Положим, что их соприкосновение происходит по образующей цилиндра (точка B на рис. 7.8, a). Если вал не вращается, то реакция A уравнивается нагрузкой Q . Прикладывая к валу некоторый момент, заставим его катиться по втулке до тех пор, пока не наступит скольжение и точка касания из B переместится в точку A (рис. 7.8, b). В этом положении сила R реакции становится вертикальной, равна по значению нагрузке ($R = Q$) и образует с ней пару сил, составляя при этом угол ρ с нормальной реакцией N .

Момент силы трения $T_f = rF_f = rfN$, где $N = R \cos \rho = Q \cos \rho$. Так как $\cos \rho \approx 1$ благодаря малому значению ρ в подшипниках, то $N \approx Q$ и

$$T_f = fQr. \quad (7.11)$$

Плечо h силы R относительно центра вала не зависит от направления силы Q . Направление силы R будет всегда по касательной к кругу с радиусом h , который носит название *круга трения*.

Имеем $h = r \sin \rho \approx r \operatorname{tg} \rho = rf$, откуда $T_f = Qh$. Потери мощности на преодоление трения в подшипнике определяются по формуле

$$P_f - T_f \omega = fQr\omega. \quad (7.12)$$

Если производить более точный учет сил трения, то нужно давление между подшипниками и валом считать распределенным по цилиндрической поверхности вала в приработавшемся подшипнике. Установлено, что приведенный коэффициент трения и приведенный угол трения в этом случае определяются по формулам $f' = 1,27f$; $\rho' = \operatorname{arctg} f'$. Тогда

$$T_f = 1,27fQr. \quad (7.13)$$

В приборостроении применяют вращательные пары с коническими (рис. 7.9, a) и сферическими (рис. 7.9, b) опорными поверхностями. Если R — радиальная нагрузка опоры, то нормаль-

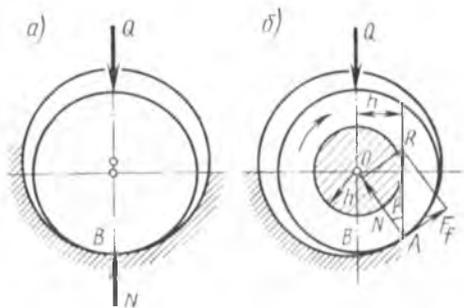


Рис. 7.8

ная реакция $N = R / \cos \alpha$. Момент силы трения в паре с конической поверхностью определяют по формуле

$$T_f = f' R r_{cp} \cos \alpha, \quad (7.14)$$

а в паре со сферической поверхностью

$$T_f = f' R d_p (2 \cos \alpha), \quad (7.15)$$

где $d_p = 2r \cos \alpha$ — рабочий диаметр сферы; $f' = f \sin \alpha$.

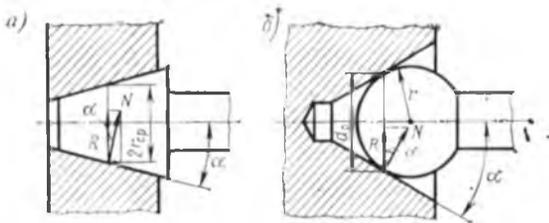


Рис. 7.9

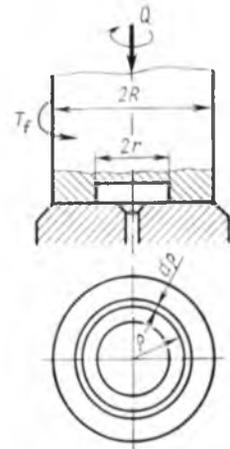


Рис. 7.10

Вращательные опоры, воспринимающие осевую нагрузку, имеют вид пары пята—подпятник с поверхностью соприкосновения в виде плоского кольца (рис. 7.10) или сплошного круга. Для кольцевой пяты распределение давления условно принимается равномерным:

$$q = Q [\pi (R^2 - r^2)] = \text{const.}$$

Момент трения на элементе площади — кольце шириной $d\rho$ — равен:

$$dT_f = \rho dF_f = \rho f d.N = f q 2\pi \rho^2 d\rho.$$

Интегрируя это выражение в пределах от r до R , получим

$$T_f = \int_r^R dT_f = f q 2\pi \int_r^R \rho^2 d\rho = \frac{2}{3} f Q (R^3 - r^3) (R^2 - r^2). \quad (7.16)$$

Для сплошной пяты $r = 0$ и момент трения $T_f = (2/3) f Q R$. Однако предположение, что на поверхности сплошной пяты $q = \text{const}$, несправедливо. Наибольшее давление приложено к центральной части опорного круга, где и происходит быстрый износ. Поэтому предпочтительнее использовать пяты с кольцевой опорной поверхностью.

§ 7.5. Трение в передачах с гибкими звеньями

В технике находят применение механизмы с гибкими звеньями в виде лент, ремней, канатов (цепь как гибкое звено здесь не рассматривается). В этом случае движение передается с помощью трения между цилиндрами, называемыми шкивами, и охватывающим их гибким телом, например ремнем. Трение гибких тел впервые было изучено Л. Эйлером. Полученные им зависимости используются для решения многих технических задач. Для возникновения сил трения необходимо, чтобы в ветвях ремня было предварительно создано натяжение, которое прижимает ремень к шкиву. Пусть в рабочем состоянии лента движется по шкиву (рис. 7.11) с некоторой скоростью $v = \text{const}$. Угол α называется углом охвата шкива. Обозначим F_1 — натяжение сбегающей ветви, а F_2 — натяжение набегающей ветви. Задача состоит в определении силы F_1 в сбегающей ветви, необходимой для преодоления силы F_2 и силы трения скольжения F_f между шкивом и ремнем.

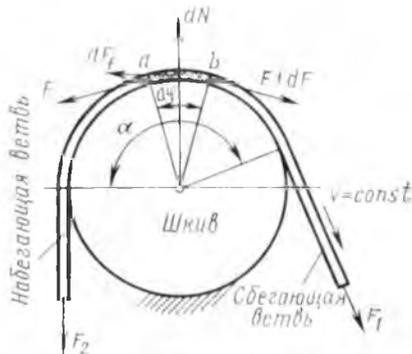


Рис. 7.11

Найдем закон изменения силы натяжения ленты, скользящей по поверхности шкива, при следующих предположениях:

- 1) коэффициент трения скольжения f — постоянная величина;
- 2) силами инерции элементов ленты, движущихся по окружности шкива, пренебрегаем;
- 3) лента представляет гибкую и нерастяжимую нить.

Выделим на дуге обхвата элемент ленты ab . Если в точке a натяжение ленты имеет значение F , то в точке b оно увеличится на величину dF за счет наличия силы трения dF_f , приложенной к средней точке дуги ab и направленной по касательной к ней:

$$dF_f = f dN, \quad (7.17)$$

где dN — равнодействующая распределенных элементарных реакций, нормальных к поверхности цилиндра. Точка приложения ее совпадает со средней точкой элемента ленты. Пусть $d\varphi$ — угол, соответствующий дуге ab . Силы натяжения F и $F + dF$. Составим сумму проекций сил, приложенных к элементу ленты, на направление радиуса, проходящего через середину дуги ab :

$$\begin{aligned} dN - F \sin(d\varphi/2) - (F + dF) \sin(d\varphi/2) = \\ = dN - 2F \sin(d\varphi/2) - dF \sin(d\varphi/2) = 0. \end{aligned}$$

Полагая для малого угла, что $\sin(d\varphi/2) = d\varphi/2$, и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, имеем $dN = Fd\varphi$. Из формулы (7.17) получим $dF_j/f = Fd\varphi$, откуда $dS^1S = f d\varphi$. Интегрируя это дифференциальное уравнение и подставляя пределы, получаем

$$\int_{F_2}^{F_1} dF_j/F = f \int_0^\alpha dx; \ln F_1 - \ln F_2 = f\alpha, \text{ или } \ln(F_1/F_2) = f\alpha.$$

Потенцируя, находим

$$F_1 = F_2 \exp(f\alpha). \quad (7.18)$$

Формула (7.18) называется формулой Эйлера. Значение силы трения на всей дуге обхвата равно окружному усилию, приложенному к шкиву и равному разности натяжений ленты: $F = F_1 - F_2$. Пользуясь формулой Эйлера, получаем $F = F_2(\exp f\alpha - 1)$, откуда

$$F_2 = F/(\exp f\alpha - 1); F_1 = (F \exp f\alpha)/(\exp f\alpha - 1). \quad (7.19)$$

Формулы (7.19) позволяют по заданному окружному усилию определить силы натяжения ветвей ленты. Эти формулы получены для малых скоростей ленты. Если скорости ленты значительны, необходимо учитывать дополнительные слагаемые, учитывающие влияние сил инерции ленты при ее движении по окружностям шкивов. Формулы (7.19) применяются и при расчетах канатных передач, передач клиновыми ремнями и лентопротяжных механизмов. В этих случаях проскальзывание ленты может происходить по части дуги обхвата из-за неравномерности растяжения ленты, на которую влияет и скорость движения.

Особенности расчетов на трение в приборных механизмах. Отличительной особенностью механизмов приборного типа является их работа при малом выходном моменте. В этом случае нагрузки в механизме либо обусловлены трением, либо имеют инерционный характер, а весь вращающий момент двигателя расходуется на преодоление сопротивления внутри самого механизма. При расчетах потерь на трение используется закон трения Кулона, согласно которому сила трения

$$F_f = \alpha + \beta N, \quad (7.20)$$

где α, β — постоянные (α характеризует так называемое молекулярное трение, не зависящее от силы нормального давления N). Преобразуя формулу (7.20), получаем

$$F_f = (\alpha/N + \beta)N = f'N, \quad (7.21)$$

где $f' = (\alpha/N + \beta)$ — переменный коэффициент трения, зависящий от нагрузки. При больших нагрузках α/N мало и практически

$f' = \beta$. При малых усилиях N , как обычно бывает в приборах, влиянием члена αN пренебрегать нельзя. Поэтому в инженерных расчетах коэффициент трения f' представляют в виде

$$f' = cf, \quad (7.22)$$

где f — постоянный коэффициент трения, не зависящий от нагрузки (приводится в справочных таблицах); c — множитель, учитывающий влияние нагрузки и конструкции узла. Значение величины c в общем случае подсчитывают по формуле

$$c = (N - a)^{-1}(N + b), \quad (7.23)$$

где a , b — постоянные, значения которых определяются конструкцией узла; N — усилие, направленное по нормали к поверхности трения. При $N = 30 \text{ Н}$ практически $c \approx 1$.

§ 7.6. О силовом расчете механизмов с учетом сил трения

Силы трения в кинематических парах механизмов значительно меньше сил нормальных реакций. Для учета трения при определении реакций можно считать результаты силового расчета механизма без учета сил трения первым приближением. По найденным при этом нормальным реакциям определяют силы трения в кинематических парах: $F_{fij} = R_{ij}f_{ij}$, где R_{ij} — нормальные реакции в паре без учета трения; f_{ij} — коэффициент трения в паре.

Добавив известные теперь силы трения к другим силам, можно повторить силовой расчет механизма, определив нормальные реакции R_{ij} . Это будет вторым приближением, более точно определяющим значение реакций. Второе приближение дает результаты, отличающиеся от истинных не более чем на несколько процентов, что обеспечивает достаточную точность инженерных расчетов.

§ 7.7. Механический коэффициент полезного действия

Относительно движению звеньев механизмов в кинематических парах сопутствует трение, на преодоление сил которого затрачивается энергия. Работа, затраченная на преодоление сил трения, частично переходит в теплоту (т. е. обуславливает нагрев звеньев), а частично расходуется на износ (истирание поверхностей трения). Кроме сил трения в парах к вредным силам относятся силы сопротивления среды, в которой движутся звенья механизма, однако на практике эти силы малы и при расчетах обычно не учитываются. Параметром, которым оценивают эффект полезного использования энергии в механиз-

ме, является механический коэффициент полезного действия — кпд. Он определяется как *отношение энергии, затрачиваемой на преодоление сил полезных сопротивлений к энергии движущих сил, приложенных к механизму.*

Очевидно, что механизм будет тем лучше, чем выше его кпд. В рабочем режиме механизм движется циклично. Циклом движения механизма называют промежуток времени, по истечении которого положение, скорость и ускорение ведущего звена принимают одни и те же значения, а его движение в течение каждого цикла происходит по одинаковому закону. Кпд механизма определяется для времени цикла движения по формуле $\eta = W_{п.с.} / W_{д.}$, где $W_{п.с.}$ — работа сил полезных сопротивлений; $W_{д.}$ — работа движущих сил. Имея в виду, что за время цикла $W_{п.с.} = W_{д.} - W_{в.с.}$, где $W_{в.с.}$ — работа вредных сил сопротивления,

$$\eta = (W_{д.} - W_{в.с.}) / W_{д.} = 1 - W_{в.с.} / W_{д.} = 1 - \psi, \quad (7.24)$$

где величина ψ называется коэффициентом потерь и показывает, какая часть затрачиваемой энергии идет на преодоление вредных сил трения в кинематических парах механизма. Очевидно, что значение кпд всегда меньше единицы, так как работа сил вредных сопротивлений не может быть в реальных механизмах равной нулю. Оно зависит от многих факторов. Например, применение подшипников качения вместо подшипников скольжения и лучших смазок в кинематических парах механизма снижает трение и повышает кпд.

Кпд зависит от значения полезно используемой энергии. Например, при холостом ходе $W_{п.с.} = 0$, следовательно, $\eta = 0$. Если при вычислении по формуле (7.24) кпд получится отрицательным ($W_{п.с.} > W_{д.}$), то механизм не сможет совершать движение под действием движущих сил; такое явление называется самоторможением. У реальных механизмов, совершающих движение, выполняется условие

$$0 < \eta < 1. \quad (7.25)$$

Кпд механизма можно вычислять также по мощностям работ, развиваемым на ведущем и выходном (рабочем) звеньях механизма. Это значение кпд называют мгновенным.

Кпд механизма зависит от конструктивных особенностей данного механизма. Механизмы, выполненные по одинаковой схеме, в разных условиях могут иметь различные кпд. Поэтому определять кпд механизма нужно в каждом конкретном случае с учетом условий его работы. В качестве примера рассмотрим определение кпд винтового механизма.

Под кпд винтового механизма понимают отношение работы силы Q полезного сопротивления к работе движущей силы F за один оборот винта. Если p_h — шаг винта (см. рис. 7.7, б), а $2\pi r_{ср}$ — длина окружности на среднем радиусе резьбы, то учитывая, что $p_h = 2\pi r_{ср} \operatorname{tg} \varphi$, выражение для кпд винта

$$\eta = Q p_h / (F 2\pi r_{ср}) = Q \operatorname{tg} \varphi / F = Q \operatorname{tg} \varphi / [Q \operatorname{tg} (\varphi + \rho)] = \operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} (\varphi + \rho). \quad (7.26)$$

При изменении угла φ кпд винта меняется. Угол φ , при котором кпд будет максимальным, определяется из уравнения $d\tau/d\varphi = 0$. Решение этого уравнения дает $\varphi = 45^\circ - \rho/2$. Зависимость $\tau(\varphi)$ при $\rho = 6^\circ$ характеризуется графиком, показанным на рис. 7.12. Из графика видно, что кпд самотормозящихся винтов мал и имеет значение не более 0,5. Следовательно, (их невыгодно применять для ходовых винтов, передающих движение (если не требуется самоторможения)). Ходовые винты обычно изготавливают с углом подъема $\varphi = 20 \dots 25^\circ$, поскольку нарезать винты с большим углом подъема $\varphi \approx 45^\circ - \rho/2$, при котором будет максимальный кпд, сложно по технологическим причинам. Вместе с тем снижение угла φ до 20° дает лишь незначительное уменьшение кпд.

В винтах с треугольной резьбой кпд определяется по формуле $\tau = \text{tg } \varphi \cdot \text{tg } (\varphi + \rho')$. Он ниже, чем кпд винта с прямоугольной резьбой, так как $\rho' > \rho$, поэтому в ходовых винтах невыгодно применять треугольную резьбу. В приборных винтовых механизмах при малых нагрузках Q кпд определяют по формуле

$$\tau = c \text{tg } \varphi \text{tg } (\varphi + \rho), \quad (7.27)$$

где c — поправочный коэффициент, зависящий от нагрузки Q , определяется по формуле (7.23), которая принимает для этого случая вид $c = (Q + 1,05) / (Q + 2,40)$.

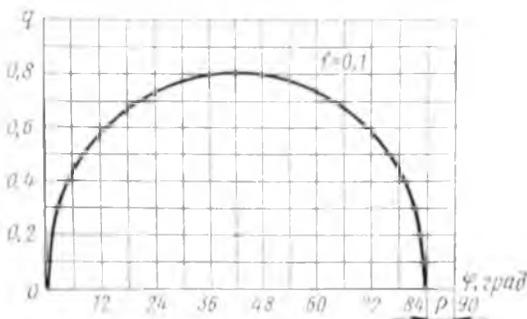


Рис. 7.12

§ 7.8. Определение кпд сложных механических систем

Механические системы приборов и вычислительных устройств обычно состоят из нескольких простых механизмов, которые соединяются для передачи энергии и движения последовательным, параллельным или смешанным способом. Рассмотрим способы определения общего кпд сложных систем механизмов, полагая, что кпд простых механизмов, входящих в систему, известны.

Последовательное соединение механизмов. Пусть система состоит из ряда механизмов, соединенных последовательно, как показано на схеме рис. 7.13.

Общий кпд такой системы механизмов будет $\tau_1 = W_n / W_{\text{д}}$, где $W_{\text{д}}$ — работа, выполняемая валом двигателя; W_n — работа, реализуемая на рабочем звене n -го механизма.

Кпд отдельных механизмов $\tau_1 = W_1 / W_{\text{д}}$; $\tau_2 = W_2 / W_1$; ...; $\tau_n = W_n / W_{n-1}$, где W_1, W_2, \dots, W_{n-1} — работы, передающиеся от одного механизма к другому последующему механизму.

Произведение отдельных кпд

$$\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n = (W_1 / W_{\text{д}}) (W_2 / W_1) \dots (W_n / W_{n-1}) = W_n / W_{\text{д}},$$

откуда заключаем, что

$$\tau_1 = W_n / W_{\text{д}} = \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n. \quad (7.28)$$

Если система состоит из n последовательно соединенных механизмов, то общий кпд ее равен произведению значений всех частных кпд механизмов, входящих в систему.

Параллельное соединение механизмов. Рассмотрим систему параллельно соединенных механизмов для передачи энергии от вала двигателя на рабочие звенья механизмов, как показано на схеме рис. 7.14. Работа двигателя W_d разветвляется на n механизмов, кпд которых $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ считаем известными.



Рис. 7.13

Отметим, что $W_d = W_1 + W_2 + \dots + W_n$; $W_{н.с} = W_1 \eta_1 + W_2 \eta_2 + \dots + W_n \eta_n$, где W_1, W_2, \dots, W_n — работы на выходных звеньях механизмов. Но $W_1 = W_d \eta_1$; $W_2 = W_d \eta_2$; ...; $W_n = W_d \eta_n$, откуда общий кпд системы будет

$$\eta = W_{н.с} / W_d = (\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n) (W_1 \eta_1 + W_2 \eta_2 + \dots + W_n \eta_n)$$

или

$$\eta = (P_1 + P_2 + \dots + P_n) (P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + \dots + P_n \eta_n), \quad (7.29)$$

где P_1, P_2, \dots, P_n — мощности на рабочих звеньях механизмов, идущие на преодоление сил полезных сопротивлений.

Смешанное соединение механизмов часто встречается в приводах вычислительных систем и других устройствах. Рассмотрим

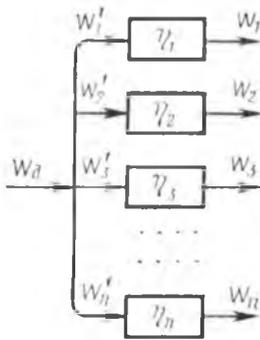


Рис. 7.14

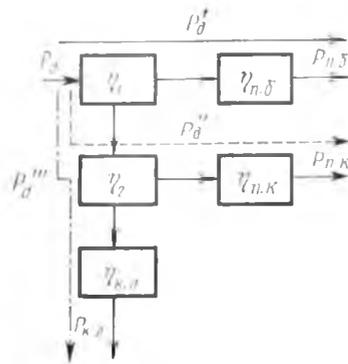


Рис. 7.15

такое соединение на примере механизмов привода быстродействующего печатающего механизма ЭЦВМ «Минск». Схема соединения механизмов этого устройства показана на рис. 7.15. Здесь η_1, η_2 — кпд зубчатых передач; $\eta_{κ,γ}$ — кпд механизма красящей ленты; $\eta_{н,κ}$ — кпд механизма печатающих колес; $\eta_{н,δ}$ — кпд механизма подачи бумаги.

Система состоит из трех параллельных направлений (сплошная, пунктирная и штрихпунктирная линии на рисунке) передачи мощности $P'_д$, $P''_д$, $P'''_д$ с последовательно соединенными механизмами. Очевидно, что $P_д = P'_д + P''_д + P'''_д$.

С другой стороны, кид последовательно соединенных механизмов по каждому направлению будет $\eta' = P_{п.б.} / P'_д = \eta_1 \eta_{п.б.}$; $\eta'' = P_{п.к.} / P''_д = \eta_1 \eta_2 \eta_{п.к.}$; $\eta''' = P_{к.л.} / P'''_д = \eta_1 \eta_2 \eta_{к.л.}$. Общй кид системы механизмов

$$\eta = \frac{P_{п.с.}}{P_д} = \frac{P_{п.б.} + P_{п.к.} + P_{к.л.}}{P_{п.б.} (\eta_1 \eta_{п.б.}) + P_{п.к.} (\eta_1 \eta_2 \eta_{п.к.}) + P_{к.л.} (\eta_1 \eta_2 \eta_{к.л.})}. \quad (7.30)$$

Аналогичным способом можно определить кид любого смешанного соединения механизмов.

Необходимо отметить, что формула (7.30) дает мгновенный кид системы механизмов, который зависит не только от частных кидов механизмов, входящих в систему, но и от того, как используется мощность на рабочих звеньях. Если определяется средний кид системы механизмов, то вместо значений мощности $P_{п.б.}$, $P_{п.к.}$, $P_{к.л.}$ нужно брать полезную работу их за цикл движения.

§ 7.9 Определение мощности и момента на валу двигателя

При вращательном движении звена мощность выражается по формуле

$$P = T\omega,$$

где T — вращающий момент, приложенный к рабочему звену; ω — угловая скорость звена. Зависимость между значениями мощности на рабочем звене (валу) механизма и на валу двигателя определяется из формул $P_д \eta = P_p$ или $T_д \omega_д = T_p \omega_p$, где $P_д$ и $T_д$ — мощность и момент двигателя; P_p и T_p — мощность и момент на рабочем валу механизма; η — кид механизма. Таким образом,

$$P_д = P_p / \eta; \quad T_д = T_p / (i_{д-p} \eta), \quad (7.31)$$

где $i_{д-p} = \omega_д / \omega_p$ — передаточное отношение от двигателя к рабочему валу.

ГЛАВА 8. ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ И СТАНДАРТИЗАЦИЯ

§ 8.1. Допуски и посадки

Механизмы машин и приборов состоят из соединений деталей, которые в процессе работы либо совершают относительное движение, либо остаются неподвижными. Две детали,

образующие соединение, называются сопрягаемыми деталями, а поверхности соединяемых элементов — сопрягаемыми поверхностями. В соединении элементов двух деталей наружная сопрягаемая поверхность называется валом, а внутренняя сопрягаемая поверхность называется отверстием независимо от их формы. Под размером элементов понимают

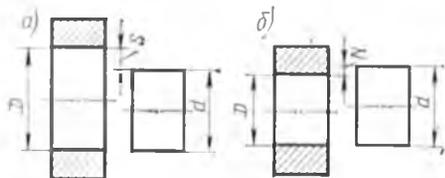


Рис. 8.1

числовое значение линейной величины в выбранных единицах измерения. Разность размеров отверстия и вала до сборки определяет характер соединения деталей, или посадку, т. е. большую или меньшую свободу относительного перемещения деталей, или степень сопротивления их относительному перемещению.

Разность размеров отверстия и вала, если размер D отверстия больше размера d вала, называется зазором (рис. 8.1, а).

$$S = D - d.$$

Зазор характеризует большую или меньшую свободу относительного перемещения деталей.

Разность размеров вала и отверстия до сборки, если размер вала больше размера отверстия, называется натягом (рис. 8.1, б).

$$N = d - D.$$

Натяг характеризует степень сопротивления относительному перемещению деталей.

Геометрические параметры деталей механизмов задаются размерами элементов, а также формой и взаимным расположением их поверхностей. При изготовлении деталей в зависимости от способа обработки возникают несовпадения геометрических параметров реальной детали и номинальных (запроектированных) значений — погрешности. Степень приближения действительных параметров к номинальным называется точностью. Погрешности свойственны не только процессу изготовления детали, но и процессу измерения размера из-за несовпадения действительного размера детали и его значения, полученного с помощью данного средства измерения. В дальнейшем будем пренебрегать погрешностью измерения, и действительными размерами D_d и d_d будем называть результаты измерения, произведенного с допустимой погрешностью.

Размеры детали, полностью соответствующие номинальным, получить невозможно при любом способе обработки. Деталь считается годной, если ее действительный размер находится в интервале между допустимыми размерами или равен одному

из них. Эти размеры называются предельными размерами. Большой из двух предельных размеров называется наибольшим предельным размером (D_{\max} , d_{\max}), меньший — наименьшим предельным размером (D_{\min} , d_{\min}) (рис. 8.2). Разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами называется допуском размера:

для отверстия $T_D = D_{\max} - D_{\min}$;

для вала $T_d = d_{\max} - d_{\min}$.

Чем выше требуемая точность детали, тем меньше допуск. Чем больше допуск, тем проще и дешевле изготовление детали.

Номинальный размер D_n , d_n указывается на чертежах деталей. Его выбирают на основе расчета (на прочность, жесткость и т. п.) или по конструктивным или технологическим соображениям. Расчетное значение номинального размера должно округляться до нормального линейного размера из числа стандартных (см. СТ СЭВ 514—77). Отклонением размера называется алгебраическая разность между размером (действительным, предельным и т. д.) и соответствующим номинальным размером.

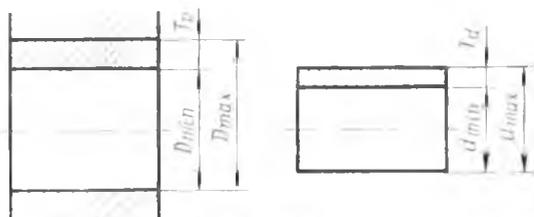


Рис. 8.2

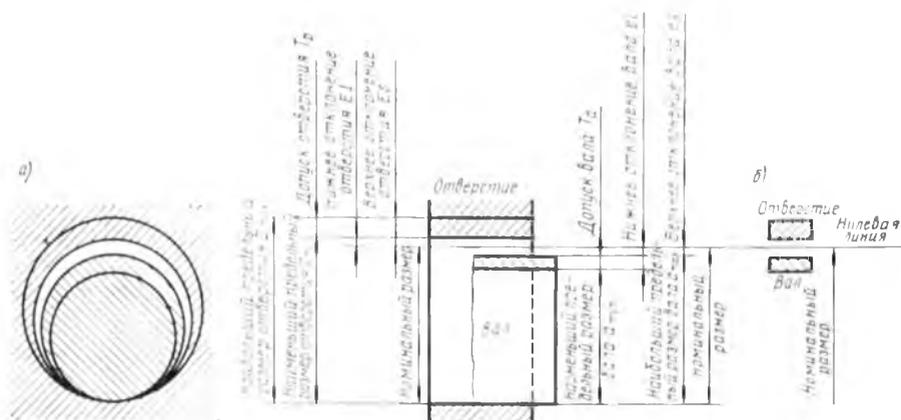


Рис. 8.3

На рис. 8.3, а показана схема расположения вала и отверстия, номинальные и предельные размеры. При совмещенных поверхностях верхние их образующие ограничивают поля допуска. Поле допуска

называется поле, ограниченное верхним и нижним отклонениями. Поле допуска определяется *размером допуска* (T_D, T_d) и *его положением* относительно номинального размера.

Верхним отклонением называют алгебраическую разность между наибольшим предельным и номинальным размерами (рис. 8.3, а):

$$\begin{aligned} \text{для отверстия } ES &= D_{\max} - D_n; \\ \text{для вала } es &= d_{\max} - d_n. \end{aligned}$$

Нижним отклонением называют алгебраическую разность между наименьшим предельным и номинальным размерами (рис. 8.3, а):

$$\begin{aligned} \text{для отверстия } EI &= D_{\min} - D_n; \\ \text{для вала } ei &= d_{\min} - d_n. \end{aligned}$$

На практике пользуются упрощенной схемой, показанной на рис. 8.3, б. Оба отклонения отверстия имеют положительный знак, а оба отклонения вала — отрицательный.

Действительным зазором или действительным натягом называют соответственно зазор или натяг, определяемый разностью действительных размеров отверстия и вала. В соединениях, где необходим зазор, действительный зазор должен находиться между двумя предельными значениями, называемыми наименьшим и наибольшим зазорами (S_{\min}, S_{\max}), которые зависят от назначения соединения. В соединениях, где необходим натяг, действительный натяг должен находиться между двумя предельными значениями, называемыми наименьшим и наибольшим натягами (N_{\min}, N_{\max}). Чтобы обеспечить независимое изготовление деталей соединения, а на сборке получить зазоры или натяги в требуемых пределах без дополнительной пригонки или регулировки

деталей, необходимо назначать посадку в виде определенного сочетания полей допусков отверстия и вала.

Посадка — характер соединения деталей, определяемый размером получающихся в нем зазоров и натягов. При назначении посадок номинальные размеры отверстия и вала принимают одинаковыми: $D_n = d_n$. Этот размер называется *номинальным размером соединения* или *сопряженным размером*. Предельные зазоры и натяги в посадке в этом

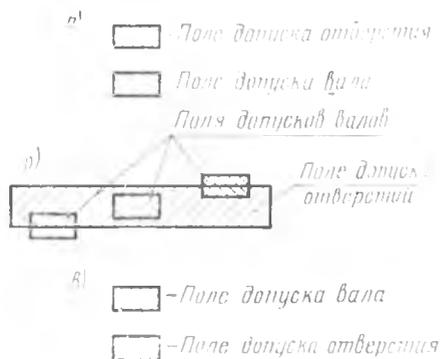


Рис. 8.4

случае рассчитываются по разности предельных размеров отверстия и вала или по разности предельных отклонений. В зависимости от взаимного расположения полей допусков отверстия и вала различают посадки трех типов (рис. 8.4): с зазором (а), натягом (б) и переходные (б'). Посадкой с зазором называется

такое соединение, при котором обеспечивается гарантированный зазор в соединении:

$$S_{\min} = D_{\min} - d_{\max} = EI - es;$$

$$S_{\max} = D_{\max} - d_{\min} = ES - ei.$$

Допуском зазора называют величину

$$T_S = S_{\max} - S_{\min} = T_D + T_d.$$

Посадкой с натягом называется такое соединение, при котором обеспечивается гарантированный натяг в соединении:

$$N_{\min} = d_{\min} - D_{\max} = ei - ES;$$

$$N_{\max} = d_{\max} - D_{\min} = es - EI.$$

Допуском натяга называют величину

$$T_N = N_{\max} - N_{\min} = T_D + T_d.$$

Переходной посадкой называется такое соединение, при котором возможно получение или зазора, или натяга, обычно малых значений:

$$N_{\max} = es - EI;$$

$$S_{\max} = ES - ei.$$

Для всех типов посадок допуск посадки есть сумма допусков отверстия и вала.

§ 8.2. Понятия взаимозаменяемости и стандартизации

На современных приборостроительных и машиностроительных заводах с массовым и серийным характером производства процессы изготовления деталей и их сборки осуществляются в разных цехах. Кроме того, используются детали и изделия, получаемые с других предприятий. Однако сборка изделий должна производиться без пригонки (доработки) деталей, что возможно лишь при условии их изготовления взаимозаменяемыми. Взаимозаменяемостью называется *свойство независимо изготовленных деталей и сборочных единиц приборов и машин обеспечивать возможность беспригоночной сборки (или замены при ремонте) сопрягаемых деталей при соблюдении предъявляемых к ним технических требований*. Сборочной единицей называется изделие, составные части которого подлежат соединению между собой на предприятии-изготовителе посредством сборочных операций.

Обеспечение беспригоночной сборки отражает *размерную взаимозаменяемость*. Соблюдение предъявляемых технических

требований означает, что детали и сборочные единицы будут взаимозаменяемы тогда, когда не только геометрические параметры, но и физико-механические и другие характеристики сопрягаемых деталей и сборочных единиц находятся в заданных пределах. Отсюда следует, что взаимозаменяемость должна обеспечиваться, начиная с исходного материала заготовок (однородность химического состава, прочностных характеристик и других физических и технологических свойств) и на всех дальнейших этапах изготовления изделия.

Взаимозаменяемость лежит в основе принципов и форм организации современного производства, на ее основе осуществляется автоматизация и механизация производственных процессов. Следовательно, это комплексное понятие, включающее не только вопросы собираемости деталей и сборочных единиц, но и технические и экономические вопросы проектирования, изготовления и эксплуатации машин и приборов.

Взаимозаменяемость может быть полной и неполной (ограниченной). Полностью взаимозаменяемыми деталями называются такие, которые при сборке могут занимать определенные места в изделиях без дополнительной обработки, подбора или регулирования и выполнять свои функции в соответствии с заданными техническими условиями. Ограниченно взаимозаменяемыми называются детали, при сборке или замене которых может потребоваться групповой подбор деталей (селективная сборка), применение компенсаторов, пригонка. Полностью или ограниченно взаимозаменяемыми могут быть не только детали, но и сборочные единицы. Применение ограниченной взаимозаменяемости может быть обусловлено экономическими соображениями, например в связи с малым объемом выпуска или недостаточной точностью имеющегося оборудования.

Взаимозаменяемость имеет большое народнохозяйственное значение — она дает возможность значительно повысить производительность сборки, удешевить производство изделий и упростить их ремонт. Большое технико-экономическое значение взаимозаменяемости способствовало развитию унификации, нормализации и стандартизации. Унификация — рациональное сокращение многообразия видов, типов и типоразмеров изделий одинакового функционального назначения. С ее помощью создают комплексы взаимозаменяемых деталей и сборочных единиц. Нормализация — система мероприятий, ограничивающих разнообразие параметров изделий и деталей, предписываемая данной отрасли промышленности в соответствующих документах — нормалях. К нормалям относятся отраслевые стандарты — ОСТ и стандарты предприятий — СП. Стандартизация — это установление и применение единых норм и требований к параметрам сырья, материалов, инструментов, деталей и готовых изделий массового потребления и оформление их в виде документов — государственных стандартов, обязательных для всех предприятий и организаций. Различают следующие категории

стандартов: МС — международный стандарт; СТ СЭВ — стандарт СЭВ; ГОСТ — государственный стандарт. Стандартизация позволяет осуществить кооперирование и специализацию заводов, создает благоприятные условия для комплексной механизации и автоматизации массового производства. При этом снижаются материальные затраты, повышается качество изделий и производительность труда, сокращаются сроки разработки и освоения производства изделий.

§ 8.3. Система допусков и посадок.

Система отверстия и система вала

Системой допусков и посадок называется закономерно построенная совокупность стандартизованных допусков и предельных отклонений деталей, а также посадок со стандартными предельными отклонениями. Системы допусков и посадок разрабатывают для отдельных типов соединений, например для гладких цилиндрических соединений, для гладких конических, шпоночных, шлицевых, резьбовых и других соединений, а система допусков — для несопрягаемых (свободных) размеров. Стандартизация систем допусков и посадок и их применение при проектировании и изготовлении механизмов машин и приборов устанавливает обоснованный минимум различных полей допусков для размеров деталей, что наряду со стандартизацией номинальных размеров создает основу для сокращения типоразмеров деталей, их унификации, организации специализированного массового производства деталей, режущего и измерительного инструмента. Устанавливаемые в стандартных системах условные обозначения допусков и посадок упрощают оформление технической документации.

В СССР принята единая для стран — членов СЭВ система допусков и посадок для гладких деталей и соединений (сокращенно ЕСДП СЭВ), увязанная с международными стандартами, принятыми в других странах мира. Основы построения ЕСДП СЭВ изложены в стандарте СТ СЭВ 145—75. В этом стандарте степени точности, характеризующие качество изготовления детали, названы квалитетами. Квалитет есть *совокупность допусков, соответствующих одинаковой степени точности для всех номинальных размеров*. Всего в СТ СЭВ 145—75 предусмотрено 19 квалитетов, обозначаемых порядковым номером, возрастающим с увеличением допуска: 01, 0, 1, 2, 3, . . . , 17. Квалитеты от 01 до 5 предназначены для калибров.

Характеристикой расположения поля допуска являются знаки и числовые значения основного отклонения — того из двух предельных отклонений размера (верхнего или нижнего), которое находится ближе к нулевой линии. Расположение основного отклонения обозначается латинской буквой или сочетанием из двух букв строчными от *a* до *zc* — для валов и прописными от *A* до *ZC* — для отверстий (рис. 8.5). Каждому из основных

отклонений соответствует определенный уровень относительно нулевой линии, от которого отсчитывается поле допуска, в сторону от нулевой линии, которая показана штриховкой. Основные отклонения стандартизованы, как правило, независимо от допусков, их числовые значения приводятся в таблицах стандарта в зависимости от номинального размера. Основные отклонения отверстий равны по числовому значению и противоположны по знаку основным отклонениям валов, обозначаемых той же буквой.

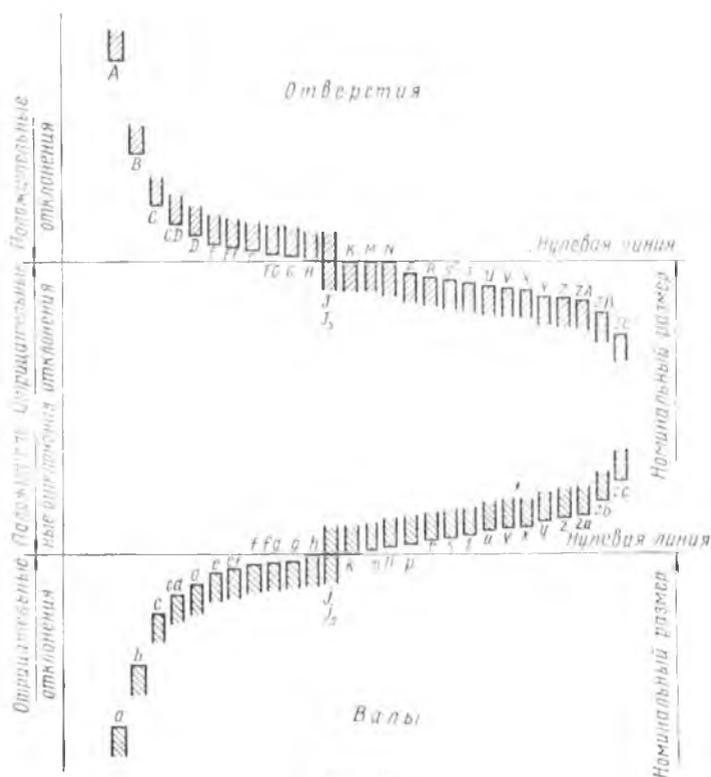


Рис. 8.5

В СТ СЭВ 144—75 устанавливаются поля допусков валов и отверстий и рекомендуемые посадки, которые получены различным сочетанием основных отклонений и допусков. В качестве примера в табл. 8.1 и 8.2 приведены поля допусков и предельных отклонений отверстий и валов 7-го качества для диаметров от 1 до 500 мм. Поля допусков, применение которых предпочтительно, обведены рамкой и отмечены двойной штриховкой. В информационном приложении к стандарту приведены рекомендации по образованию посадок из полей допусков валов и отверстий. Более полное сведения о допусках и посадках и принципах построения ЕСДП СЭВ изложены в литературе [8, 30].

Таблица 8.1

Номинальный размер, мм	Поля допусков отверстия										
	Квалитет 7										
	<i>H7</i>	<i>G7</i>	<i>H7</i>	<i>J_s7</i>	<i>K7</i>	<i>M7</i>	<i>N7</i>	<i>P7</i>	<i>R7</i>	<i>S7</i>	<i>T7</i>
Предельные отклонения, мкм											
От 1 до 3	+16	12	+10	+5	0	-2	-4	-6	-10	-14	—
	+6	+2	0	-5	-10	-12	-14	-16	-20	-24	—
Свыше 3 до 6	+22	+16	+12	+6	+3	0	-4	-8	-11	-15	—
	+10	+4	0	6	-9	-12	-16	-20	-23	-27	—
. 6 . 10	+28	+20	+15	+7	+5	0	-4	-9	13	-17	—
	+13	+5	0	-7	-10	-15	-19	-24	-28	-32	—
. 10 . 14											—
											—
. 14 . 18	+34	+24	+18	+9	+6	0	-5	-11	-16	-21	—
	+16	+6	0	-9	-12	-18	-23	-29	-34	-39	—
. 18 . 24											—
											—
. 24 . 30	+41	+28	+21	+10	+6	0	-7	-14	-20	-27	—
	+20	+7	0	-10	-15	-21	-28	-35	-41	-48	-33
. 30 . 40											-54
	+50	+34	+25	+12	+7	0	-8	-17	-25	34	-39
. 40 . 50	+25	+9	0	-12	-18	-25	-33	-42	-50	-59	-45
											-70
. 50 . 65									-30	-42	-55
	+60	40	+30	+15	+9	0	-9	-21	-69	-72	-85
. 65 . 80	+30	+10	0	15	21	-30	-39	-51	-32	-48	-64
									-62	-78	-94
. 80 . 100									-38	-78	-78
	+71	+47	+35	+17	+10	0	-10	-24	-73	-93	-113
. 100 . 120	+36	+12	0	-17	-25	-35	-45	-59	-41	-66	-91
									-76	-101	-126

Номинальный размер, мм	Поля допусков отверстий										
	F7	G7	H7	J _s 7	K7	M7	N7	P7	R7	S7	T7
	Пределы отклонений, мкм										
Свыше 120 до 140	+83	+54	+40	+20	+12	0	-12	-28	-48	-77	-107
									88	-117	-147
. 140 . 160	+43	+14	0	-20	-28	-40	-52	-68	-50	-85	-119
									-90	-127	-159
. 160 . 180									-53	-93	-131
									-93	-133	-171
. 180 . 200									-60	-107	-149
									-106	-151	-195
. 200 . 225	+96	+61	+46	+23	+13	0	-14	-33	63	113	-163
									100	-179	-209
. 225 . 270	+70	+15	0	-23	-33	-46	-60	-79	-67	-123	-179
									-113	-159	-225
. 270 . 280									-74	-138	-198
	+108	+69	+52	+26	+16	0	-11	-36	-120	-190	-250
. 280 . 315	+76	+17	0	-26	-36	-52	-63	-88	-78	-150	-229
									-130	-202	-272
. 315 . 355									-87	-169	-247
	+119	+75	+57	+28	+17	0	-16	-41	-144	-226	-304
. 355 . 400	+62	+18	0	-28	-40	-57	-73	-98	-93	-187	-273
									-150	-244	-330
. 400 . 450									-103	-209	-307
	+131	+83	+63	+31	+18	0	-17	-45	-166	-272	-370
. 450 . 500	+68	+20	0	-31	-47	-63	-80	-108	-109	-229	-337
									172	-292	-400

Таблица 8.2

Номинальный размер, мм	Поля допусков вала																	
	Квалитет 7																	
Пределные отклонения, мкм																		
От 1 до 3	14	-6	0	+5	+10	—	+14	+24	+28	-24	-16	-10	-5	0	—	-4	-14	-18
Свыше 3 до 6	-20	-10	0	+6	+13	+16	+20	+31	+35	-32	-22	12	-6	+1	+4	+8	+19	+23
„ 6 „ 10	-25	-13	0	+7	+16	+21	+25	+38	+43	-40	-28	15	-7	+1	+6	+10	+23	+28
„ 10 „ 14	-32	-16	0	+9	+19	+25	+30	+46	+51	-50	-34	-18	-9	+1	+7	+12	+28	+33
„ 14 „ 18	-40	-20	0	+10	+23	+29	+36	+56	+62	-61	-41	-21	-10	+2	+8	+15	+35	+48
„ 18 „ 24	-40	-20	0	+10	+23	+29	+36	+56	+62	-61	-41	-21	-10	+2	+8	+15	+35	+48
„ 24 „ 30	-61	-41	-21	-10	+2	+8	+15	+35	+48	-50	-25	0	+12	+27	+34	+42	+68	+85
„ 30 „ 40	-50	-25	0	+12	+27	+34	+42	+68	+85	-75	-50	-25	-12	+2	+9	+17	+43	+60
„ 40 „ 50	-75	-50	-25	-12	+2	+9	+17	+43	+60	-75	-50	-25	-12	+2	+9	+17	+43	+60
„ 50 „ 65	-60	-30	0	+15	+32	+41	+50	+83	+117	-90	-60	-30	-15	+2	+11	+20	+89	+132
„ 65 „ 80	-60	-30	0	+15	+32	+41	+50	+83	+117	-90	-60	-30	-15	+2	+11	+20	+89	+132
																	+59	+102

Номинальный размер, мм	Поля допусков вала								
	<i>e7</i>	<i>f7</i>	<i>h7</i>	<i>j_s7</i>	<i>k7</i>	<i>m7</i>	<i>n7</i>	<i>s7</i>	<i>T</i>
	Предельные отклонения, мкм								
Свыше 80 до 100								+106	+159
	-72	-36	0	+17	+38	+48	+58	+71	+124
" 100 " 120	-107	-71	-35	-17	+3	+13	+23	+114	+179
								+79	+144
" 120 " 140								+132	+210
								+92	+170
" 140 " 160	-85	-43	0	+20	+43	+55	+67	+140	+230
	-125	-83	-40	-20	+3	+15	+27	+100	+190
" 160 " 180								+148	+250
								+108	+210
" 180 " 200								+168	+282
								+122	+236
" 200 " 225	-100	-50	0	+23	+50	+63	+77	+176	+304
	-146	-96	-46	-23	+4	+17	+31	+130	+258
" 225 " 250								+185	+330
								+140	+284
" 250 " 280								+210	+367
	-110	-56	0	+26	+56	+72	+86	+158	+315
" 280 " 315	-162	-108	+52	-26	+4	+20	+34	+222	+402
								+170	+350
" 315 " 355								+247	+447
	-125	-62	0	+28	+61	+78	+94	+190	+390
" 355 " 400	-182	-119	-57	-28	+4	+21	+37	+265	+492
								+208	+435
" 400 " 450								+295	+553
	-135	-68	0	+31	+68	+86	+103	+232	+490
" 450 " 500	-198	-131	-63	-31	+5	+23	+40	+315	+603
								+252	+540

Линейные размеры и их предельные отклонения, необходимые для изготовления и контроля детали, на чертежах указываются в миллиметрах одним из двух способов:

1) условным обозначением полей допусков по СТ СЭВ 145 -75, где числом обозначают номинальный диаметр, за которым следует условное обозначение, состоящее из буквы основного отклонения и числа — номера качества (рис. 8.6, а);

2) числовыми обозначениями полей допуска в виде предельных отклонений (рис. 8.6, б). Поля допусков между центрами отверстий и между плоскостью и осью выбираются симметричными относительно номинального размера и указываются предельные отклонения на эти размеры (рис. 8.6, в).

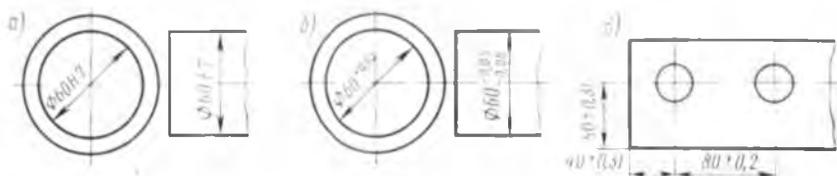


Рис. 8.6

Посадки устанавливают сочетанием полей допусков отверстия и вала. Для унификации деталей и инструмента наиболее рациональным является такой способ образования посадок, когда одна деталь (отверстие или вал) в различных посадках имеет постоянное расположение поля допуска, а требуемая посадка обеспечивается подбором расположения поля допуска другой детали соединения (соответственно вала или отверстия). Деталь, имеющая постоянное расположение поля допуска, называется основной. В связи с этим различают посадки в *системе отверстия* и в *системе вала*. В посадках в системе отверстия при одном и том же качестве и одном и том же номинальном размере предельные отклонения отверстий одинаковы для любых посадок, а различные посадки достигаются изменением предельных отклонений валов. В посадках в системе вала различные виды посадок обеспечиваются изменением предельных отклонений отверстий. Примеры расположения полей допусков в этих системах показаны на рис. 8.7. Если применяется посадка, в которой ни одна из деталей не является основной, то посадка называется внесистемной.

В системе отверстия основное отклонение отверстия равно нулю, в системе вала основное отклонение вала равно нулю.

В обозначение посадки входит номинальный размер, общий для отверстия и вала, за которым следуют обозначения полей допусков для каждого элемента — поле допуска отверстия в числителе и поле допуска вала в знаменателе. Например: в системе отверстия $40H7/g6$; $30H7/p6$; в системе вала $40G7/h6$;

30E8/h8. На рис. 8.8 показаны примеры простановки посадок на сборочном чертеже.

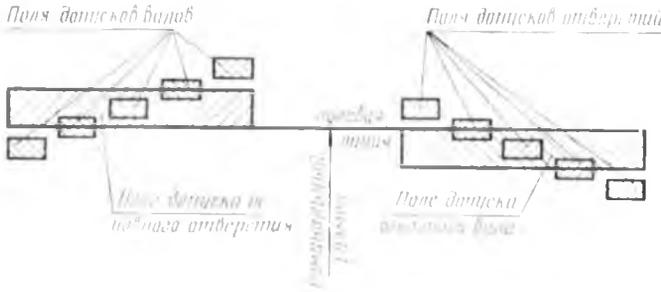


Рис. 8.7

Пример. Определить предельные размеры, допуски, зазоры и натяги в соединениях при различных посадках в системе отверстия для $\varnothing 20 H7$.

Отверстие. Номинальный размер $D_H = 20$ мм. По табл. 8.1 находим: $ES = +21$ мкм; $EI = 0$;

$$D_{\max} = D_H + ES = 20 + 0,021 = 20,021 \text{ мм};$$

$$D_{\min} = D_H + EI = 20 + 0 = 20 \text{ мм};$$

$$T_D = D_{\max} - D_{\min} = 20,021 - 20,000 = 0,021 \text{ мм}.$$

1) Посадка с зазором $\varnothing 20 H7/f7$.

Вал. Номинальный размер $d_H = 20$ мм. Из табл. 8.2: $es = -20$ мкм; $ei = -41$ мкм;

$$d_{\max} = d_H + es = 20,000 - 0,020 = 19,980 \text{ мм};$$

$$d_{\min} = d_H + ei = 20,000 - 0,041 = 19,959 \text{ мм};$$

$$T_d = d_{\max} - d_{\min} = 19,980 - 19,959 = -0,021 \text{ мм}.$$

Соединение. Зазоры:

$$S_{\max} = ES - ei = 0,021 - (-0,041) = 0,062 \text{ мм};$$

$$S_{\min} = EI - es = 0 - (-0,020) = 0,020 \text{ мм}.$$

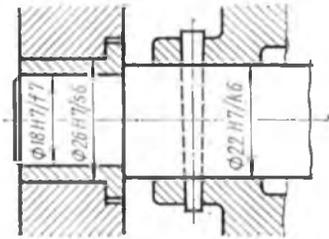


Рис. 8.8

Допуск посадки $T_s = T_D + T_d = 0,021 + 0,021 = 0,042$ мм.

2) Посадка с натягом $\varnothing 20 H7/r6$.

Вал. Номинальный размер $d_H = 20$ мм. Из табл. 8.2 имеем: $es = +41$ мкм; $ei = +28$ мкм;

$$d_{\max} = d_H + es = 20,000 + 0,041 = 20,041 \text{ мм};$$

$$d_{\min} = d_H + ei = 20,000 + 0,028 = 20,028 \text{ мм};$$

$$T_d = d_{\max} - d_{\min} = 20,041 - 20,028 = 0,013 \text{ мм}.$$

Соединение. Натяги:

$$N_{\max} = es - EI = 0,041 - 0,000 = 0,041 \text{ мм};$$

$$N_{\min} = ei - ES = 0,028 - 0,021 = 0,007 \text{ мм}.$$

Допуск посадки $T_N = T_D + T_d = 0,021 + 0,013 = 0,034$ мм.

3) Переходная посадка $\varnothing 20 H7/k6$.

Вал. Номинальный диаметр $d_H = 20$ мм. По табл. 8.2: $es = +15$ мкм;
 $ei = +2$ мкм;

$$d_{\max} = d_H + es = 20,000 + 0,015 = 20,015 \text{ мм};$$

$$d_{\min} = d_H + ei = 20,000 + 0,002 = 20,002 \text{ мм};$$

$$T_d = d_{\max} - d_{\min} = 0,013 \text{ мм}.$$

Соединение:

$$\text{Натяг } N_{\max} = es - EI = 0,015 - 0 = 0,015 \text{ мм}.$$

$$\text{Зазор } S_{\max} = ES - ei = 0,021 - 0,002 = 0,019 \text{ мм}.$$

Допуск посадки $T_S = T_D + T_d = 0,021 + 0,013 = 0,034$ мм.

В промышленной практике преимущественно применяют систему отверстия. Это объясняется тем, что отверстия технологически обрабатывать труднее, а система отверстия требует для своей реализации меньший ассортимент дорогостоящего инструмента. Система вала применяется: а) в случае использования стандартных деталей, играющих роль вала в соединении, например в соединенных наружных колец подшипников качения с отверстиями корпусов машины, шпонок с пазами на валу или втулке и т. п.; б) при наличии длинных валов одного диаметра, когда на них помещается несколько деталей с разными посадками; в) при изготовлении деталей из пруткового калиброванного материала без обработки сопряженных поверхностей.

Выбор качества зависит от точности изготавливаемого объекта и характера соединений, а также от имеющегося металлообрабатывающего оборудования. В литературе приводятся данные по соотношению стоимости и точности обработки, а также по методам обработки, обеспечивающим получение различных качеств [8, 30]. Ориентировочно можно указать на следующие области применения тех или иных качеств: 4-й и 5-й качества применяются редко, в особо точных соединениях, требующих высокой однородности зазора или натяга. 6-й и 7-й качества применяются для ответственных соединений, где к посадкам предъявляются высокие требования в отношении определенности зазоров и натягов для обеспечения механической прочности деталей, точных перемещений, плавного хода, герметичности соединения и др. Более грубые 8-й и 9-й качества применяют для посадок с перемещением деталей или с передачей усилий при относительно невысоких требованиях к однородности зазоров и натягов и для посадок, обеспечивающих среднюю точность сборки. 10-й качество применяют в грубых посадках с зазором. Наибольшее распространение в машино- и приборостроении имеют 7-й и 8-й качества.

Выбор посадок производится на основании расчетов. Расчет зазоров производится в зависимости от назначения подвижного соединения, например по условиям обеспечения необходимой

точности перемещения деталей, для компенсации температурных деформаций деталей, для установления необходимого зазора, обеспечивающего жидкостное трение, и т. д. Расчет натягов сводится к определению прочности соединения, напряжений и деформаций сопрягаемых деталей и усилий запрессовки и распрессовки. В результате расчетов получают допустимые наибольшие и наименьшие расчетные зазоры $[S_{\max}]$, $[S_{\min}]$ или натяги $[N_{\max}]$, $[N_{\min}]$. Эти значения должны быть скорректированы с учетом влияния шероховатости сопрягаемых поверхностей. По полученным расчетным зазорам или натягам выбирается стандартная посадка. При этом должны соблюдаться условия

$$S_{\min} > [S_{\min}]; S_{\max} \leq [S_{\max}]; N_{\min} \geq [N_{\min}]; N_{\max} < [N_{\max}].$$

§ 8.4. Измерение размеров деталей

Соответствие действительных размеров изготовленных деталей требованиям чертежа может быть установлено измерением их универсальным и специальным измерительным инструментом (штангенциркулем, микрометром, миниметром, индикатором и др.). При массовом производстве размеры сопряженных деталей обычно не измеряются, а контролируются с помощью предельных калибров. Предельные калибры для контроля

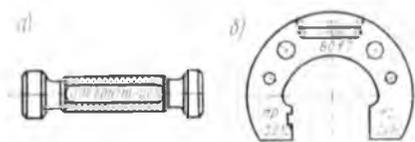


Рис. 8.9

отверстий чаще всего выполняются в виде *пробок* (рис. 8.9, а), а для контроля валов — в виде *скоб* (рис. 8.9, б). Для контроля каждого размера необходимо два предельных калибра — проходной и непроходной, которые могут быть объединены в одной конструкции. Проходной калибр

маркируется буквами ПР, а непроходной — буквами НЕ. Дополнительно в маркировку калибра входят номинальный размер, предельные отклонения и условное обозначение поля допуска контролируемого размера. Например, двухпредельная пробка (рис. 8.9, а) предназначена для контроля отверстия 60H7 ($ES = +0,030$ мм, $EI = 0$), а двухпредельная скоба (рис. 8.9, б) — для контроля вала 60f7 ($es = -0,030$ мм, $ei = -0,060$ мм).

Отверстие будет годным, если проходная сторона пробки «ПР» свободно входит в него, а непроходная «НЕ» войти не сможет. Если проходная сторона не входит в отверстие или непроходная сторона входит в него, то деталь негодна. Аналогично осуществляется контроль вала с помощью скобы.

§ 8.5. Отклонение формы и взаимного расположения поверхностей

Отклонения (погрешности) формы и взаимного расположения поверхностей возникают в процессе обработки детали из-за неточности *технологической системы* (станок — приспособление — заготовка — инструмент). На эти отклонения влияют износ инструмента, деформация детали и резцедержателей, неравномерность нагрева детали, неоднородность материала заготовки и т. д.

Отклонением формы называется отклонение формы реальной поверхности от номинальной, заданной чертежом. Отклонение формы оценивается по всей поверхности (по всему профилю) или на некотором нормируемом участке площади, длины или угла сектора. Параметром количественной оценки отклонения является расстояние Δ по нормали от точек реальной поверхности (профиля) до прилегающей поверхности в пределах участка L . Отклонениями от формы цилиндрических поверхностей в поперечном сечении могут быть, например, овальность, огранка (рис. 8.10, а, б), в продольном сечении — бочкообразность (рис. 8.10, в), седлообразность (рис. 8.10, г), конусообразность (рис. 8.10, д). Эти отклонения характеризуются величиной

$$\Delta = (d_{\max} - d_{\min})/2.$$

Отклонением расположения называется отклонение реального (действительного) расположения элемента (поверхности, оси или плоскости симметрии) от номинального, определяемого линейными и угловыми размерами между рассматриваемыми

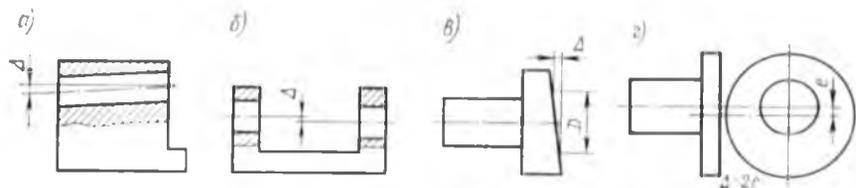


Рис. 8.11

элементами и *базами*. Базой может быть поверхность, ее образующая или точка (например, центр сферы, вершина конуса). В качестве примеров отклонений расположения на рис. 8.11, а

показано отклонение Δ от параллельности отверстия относительно базовой (нижней на рисунке) поверхности, а на рис. 8.11, б несоосность Δ . На рис. 8.11, в и г показаны соответственно торцовое биение на диаметре D и радиальное биение $\Delta - 2e$. Допуски на отклонения формы и расположения поверхностей регламентируются стандартами СТ СЭВ 301 — 76 и СТ СЭВ 636 — 77. Обозначения допусков формы и расположения на чертежах производятся в соответствии со стандартом СТ СЭВ 368 — 76.

Отклонение формы и расположения поверхностей влияет на качество изделий. В подвижных соединениях эти отклонения приводят к уменьшению износостойкости деталей вследствие повышенного давления на выступах неровностей, к нарушению плавности хода, шуму и т. д. В связи с искажением заданных геометрических профилей в высших кинематических парах (кулачки, копиры и т. д.) снижается кинематическая точность механизмов. В неподвижных соединениях отклонения вызывают неравномерность натягов, вследствие чего снижается прочность соединения, герметичность и точность центрирования. Допуски на отклонения формы и расположения поверхностей назначают и указывают на чертежах при наличии особых требований, вытекающих из условий работы, изготовления или контроля деталей. Во многих случаях допуски на отклонения расположения и формы поверхности не устанавливают и не указывают на чертеже. Считают, что они ограничиваются полем допуска на размер или на расстояние между поверхностями или осями.

§ 8.6. Шероховатость поверхности

При обработке деталей на их поверхности образуются выступы и впадины — микронеровности. Шероховатостью поверхности называют совокупность микронеровностей с от-

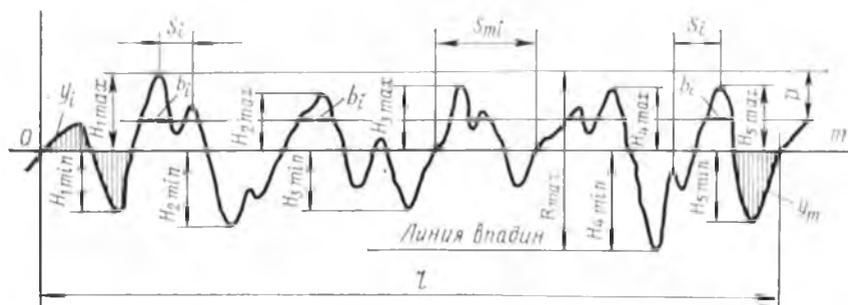


Рис. 8.12

носителем малым шагом, образующих рельеф поверхности в пределах базовой длины относительно средней линии (рис. 8.12). Базовой длиной l называется длина участка поверхности, выбираемого для измерения шероховатости. Средней линией

называется линия, имеющая форму номинального профиля и проведенная таким образом, чтобы в пределах базовой длины среднее квадратичное отклонение измеряемого профиля до этой линии было минимальным, т. е. средняя линия делит профиль так, что сумма площадей, ограничиваемых профилем шероховатости и средней линией, была равна. Шероховатость поверхности в сочетании с физическими свойствами поверхностного слоя (остаточными напряжениями обработки, степенью упрочнения и глубиной упрочненного слоя и др.), а также степенью отражательной способности, цветом определяют состояние поверхности и являются характеристикой ее качества.

Шероховатость влияет на прочность деталей, так как впадины неровностей поверхности являются концентраторами напряжений и способствуют разрушению, особенно при переменных нагрузках. Уменьшение шероховатости поверхности деталей повышает их сопротивление усталости, а также коррозионностойкость. При недостаточно гладких трущихся поверхностях в подвижных соединениях соприкосновение их происходит в отдельных точках, смазка в этих местах выдавливается, нарушается непрерывность масляной пленки и создаются условия для полусухого и сухого трения. Это приводит к повышенному износу поверхностей и увеличению трения. Шероховатость поверхности также влияет на размеры зазоров и натягов в соединениях, плотность и герметичность соединений, отражательную способность поверхности, точность измерения деталей и т. д. Шероховатость нормируется по ряду параметров, устанавливаемых ГОСТ 2789—73.

Параметрами шероховатости (рис. 8.12) являются следующие величины:

1. Среднее арифметическое отклонение профиля R_a :

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \text{ или приблизительно } R_a \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|,$$

где отклонение профиля y_i — расстояние от точек профиля до средней линии, измеренное по нормали к ней.

2. Высота неровностей профиля по десяти точкам R_z :

$$R_z = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 |H_{i \max}| + \sum_{i=1}^5 |H_{i \min}| \right),$$

где $H_{i \max}$ и $H_{i \min}$ определяются относительно средней линии.

3. Наибольшая высота неровностей профиля или расстояние между линией выступов и линией впадин R_{\max} .

4. Средний шаг неровностей профиля S_m :

$$S_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{mi},$$

где S_{mi} — шаг неровностей — отрезок средней линии, заключенный между точками пересечения смежных выступа и впадины профиля по средней линии.

5. Средний шаг неровностей профиля по вершинам S :

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i,$$

где S_i — шаг неровностей по вершинам — длина отрезка средней линии, заключенного между проекциями на нее наивысших точек двух соседних местных выступов профиля.

6. Относительная опорная длина профиля t_p :

$$t_p = \left(\frac{1}{l} \sum_{i=1}^n b_i \right) 100\%,$$

где b_i — длина отрезков, отсекаемых в пределах базовой длины линией, эквидистантной средней линии и расположенной на заданном расстоянии p от линии выступов профиля; l — базовая длина.

Шероховатость поверхности обозначают на чертеже одним

из следующих знаков \checkmark , ∇ , \checkmark с указанием над ним числового значения нормируемых параметров. Знаком

\checkmark обозначают поверхности, образованные без удаления поверхностного слоя материала (литье, штамповка и т. д.). Знаком

∇ обозначают поверхности, образованные удалением поверхностного слоя материала со снятием стружки (точение, фрезерование, шлифование и т. д.). Знаком \checkmark обозначают

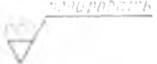
шероховатость поверхности, метод образования которой не установлен.

Числовые значения нормированных параметров шероховатости указываются в микрометрах, при этом параметр R_a указывают без символа, а другие параметры с символами, на-

пример $0.4 \checkmark$, $R_{32} \nabla$, $S_m 0.63 \checkmark$. Если нормируются одновременно

но два и более параметров шероховатости или ограничивается наибольший и наименьший предельные значения нормируемого параметра, то указываются их значения, например .

При необходимости указания дополнительных данных применяются знаки с полкой. Значение базовых длин указывается числом под полкой, например . Вид обработки поверхности, если он единственный, обеспечивающий требуемое качество поверхности, указывается над полкой, например

. Примеры обозначения шероховатости на чер-

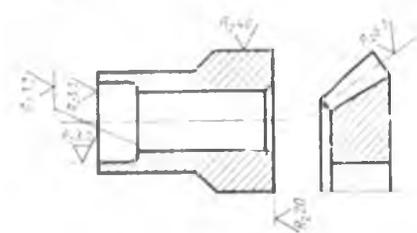


Рис. 8.13

тежах приведены на рис. 8.13. Знак, находящийся в скобках в правом верхнем углу чертежа, означает, что поверхности детали без обозначения шероховатостей имеют шероховатость, указанную перед знаком.

Выбор параметров шероховатости производится с учетом назначения и эксплуатационных свойств поверхности. Определенные ограничения шероховатости связаны с допуском размера T_p . Ориентировочно считают, что при допуске формы, составляющем $(0,25 \dots 0,6) T_p$, параметр $R_a \leq (0,05 \dots 0,012) T_p$, а параметр $R_z \leq (0,2 \dots 0,05) T_p$. В справочной литературе [8] приводятся числовые значения параметров шероховатости в зависимости от видов обработки поверхностей и числовые значения параметров шероховатости в зависимости от характеристики сопрягаемых поверхностей.

§ 8.7. Размерные цепи и их расчет

Для нормальной работы механизма необходимо, чтобы составляющие его детали и их поверхности занимали друг относительно друга определенное положение. Размерный анализ, с помощью которого достигается правильное соотношение взаимосвязанных размеров и определяются допустимые ошибки (допуски), выполняется с использованием размерных цепей. Размерной цепью называется *совокупность взаимосвязанных размеров (звеньев), образующих замкнутый контур и определяющих взаимное положение поверхностей (или осей)*

одной детали (подетальная размерная цепь) или нескольких деталей в узле (сборочная размерная цепь).

Звеном цепи называется каждый из размеров, образующих размерную цепь. Звеньями размерной цепи могут быть любые линейные или угловые параметры: диаметральные размеры, расстояния между поверхностями или осями, зазоры, натяги, перекрытия, отклонения формы и расположения поверхностей (осей) и т. д. Линейные цепи состоят из размеров, расположенных на параллельных прямых; плоские — из размеров, расположенных произвольно в одной или нескольких параллельных плоскостях; пространственные — из размеров, расположенных произвольно в пространстве; угловые — из угловых размеров (см. ГОСТ 16319 — 70).

Любая размерная цепь имеет одно *исходное (замыкающее)* звено и два или более *составляющих* звеньев. Исходным звеном называется звено, к которому предъявляется основное требование точности, определяющее качество изделия в соответствии с техническими требованиями. В процессе обработки или сборки изделия исходное звено получается обычно последним, замыкая размерную цепь, и в этом случае это звено называется замыкающим. Замыкающее звено является результатом изготовления всех остальных (составляющих) звеньев цепи.

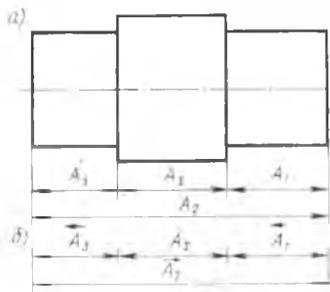


Рис. 8.14

По стандарту при составлении схемы размерной цепи все ее составляющие звенья обозначаются прописными буквами латинского алфавита (кроме букв *O, L, P, K*) с цифровым индексом, например первая цепь A_1, A_2, A_3 и т. д., вторая цепь B_1, B_2, B_3 и т. д. Замыкающие звенья обозначают теми же буквами с индексом Σ , например A_Σ, B_Σ . Числовой индекс

составляющих звеньев определяет их порядковый номер в цепи.

При решении размерных цепей их изображают в виде размерных схем. В качестве примеров на рис. 8.14, *а* показан эскиз и на рис. 8.14, *б* — схема размерной цепи детали. Составляющие звенья размерной цепи делятся на две группы. Увеличивающими называются такие звенья размерной цепи, с увеличением которых увеличивается и замыкающее звено, например A_2 на рис. 8.14, *б*. Уменьшающими соответственно называются такие звенья размерной цепи, с увеличением которых замыкающее звено уменьшается, например A_1, A_3 на рис. 8.14, *б*. На схеме размерной цепи звену приписывается определенное направление, обозначаемое стрелкой над буквенным обозначением звена, при этом увеличивающие звенья обозначаются стрелками, направленными вправо, а уменьшающие — стрелками, направленными влево. В формулах параметры (размеры,

допуски, отклонения увеличивающих и уменьшающих звеньев) обозначаются индексами соответственно «ув» и «ум».

Для проведения размерного анализа кроме размерной схемы цепи составляется уравнение размерной цепи, вытекающее из условия замкнутости цепи. Для линейных размерных цепей номинальное значение замыкающего звена представляет собой разность между суммами номинальных значений увеличивающих и уменьшающих звеньев:

$$A_{\Sigma} = \sum_1^m A_{i \text{ув}} - \sum_1^n A_{i \text{ум}},$$

где m — число увеличивающих звеньев; n — число уменьшающих звеньев.

Размерные цепи используются для решения прямой и обратной задач. *Прямая задача*: по заданному номинальному размеру и допуску замыкающего звена определить номинальные размеры, допуски и предельные отклонения всех составляющих звеньев размерной цепи. *Обратная задача*: по установленным номинальным размерам, допускам и предельным отклонениям составляющих звеньев определить номинальный размер, допуск и предельные отклонения замыкающего звена.

Решение размерных цепей производится: 1) методом максимума-минимума, при котором учитываются только предельные отклонения составляющих звеньев; 2) методом теории вероятности, при котором учитываются законы рассеяния размеров деталей и случайный характер их сочетания при сборке.

Последовательность расчетов изложена в литературе [8, 36].

ГЛАВА 9. РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ НА ТОЧНОСТЬ

§ 9.1. Задачи расчета на точность. Виды ошибок

Точностью механизмов называется их свойство обеспечивать в допустимых пределах погрешность расположения и движения выходных звеньев при определенных законах движения входных звеньев. Точность механизма оценивается значениями ошибок положения, перемещения, передаточного числа и мертвым ходом. Допустимые значения этих ошибок устанавливаются в зависимости от назначения механизма. Повышение точности механизма достигают снижением погрешностей изготовления деталей, уменьшением зазоров в кинематических парах и обеспечением необходимой жесткости деталей.

При изготовлении деталей механизмов и в процессе их эксплуатации происходят отклонения размеров и формы звеньев, возникают их деформации, изменяется характер сопряжений деталей. Все это приводит к изменению кинематических и динамических параметров механизмов и влияет на точность и надежность выполнения ими функций в приборах и машинах. Перемещения скорости и ускорения звеньев реального механизма всегда

отличаются от расчетных, когда предполагается точное соблюдение номинальных размеров звеньев и кинематических пар при отсутствии в них зазоров. В связи с этим при проектировании механизмов необходимо учитывать факторы, влияющие на точность деталей и механизмов в целом. *Для механизмов приборов и вычислительных систем точность является основным показателем их качества.*

При расчете точности механизмов решают две задачи: 1) при заданной точности механизма, например при заданной точности перемещений выходных звеньев, определяют требования к точности изготовления и сборки деталей и узлов механизма при обеспечении их взаимозаменяемости; 2) при известных (назначенных) допусках на изготовление и сборку деталей и узлов механизма рассчитывают результирующую точность механизма. Расчет механизмов на точность позволяет обоснованно назначать допуски и посадки, решать вопрос о необходимости введения в конструкцию механизма регулируемых звеньев и о рациональности применения метода полной или групповой взаимозаменяемости.

Ошибка положения механизма называется разница в положении выходных звеньев действительного и соответствующего ему идеального механизмов при одинаковых положениях входных звеньев.

Ошибка перемещения механизма называется разница перемещений выходных звеньев действительного и идеального механизмов при одинаковых перемещениях их входных звеньев.

Эти виды ошибок происходят как из-за неточности размеров звеньев реального механизма, так и из-за ошибки положения его входного звена. При перемещении входного звена из одного положения в другое примем перемещение выходного звена идеального механизма s' , а перемещение выходного звена реального механизма s . Ошибка перемещения звена будет $\Delta s' = s$.

Разности между скоростями и ускорениями выходных звеньев реального и идеального механизмов называются ошибками скорости и ускорения.

Ошибка передаточного отношения механизма Δi называют разность передаточных отношений реального i и идеального i' механизмов в данном их положении: $\Delta i = i - i'$.

Главную роль в неточности работы механизмов занимают первичные ошибки, т. е. погрешности размеров, геометрической формы и взаимного расположения элементов кинематических пар и звеньев механизмов. Первичные ошибки, вызванные неточностью изготовления деталей, называются *технологическими ошибками*, а ошибки, возникшие в процессе работы механизма из-за износа, тепловых и силовых деформаций, — *эксплуатационными*.

Различают скалярные и векторные первичные ошибки. *Скалярными ошибками* называют такие, которые полностью опреде-

ляются одной величиной (например, ошибка размера). *Векторными ошибками* называют ошибки, определяющиеся модулем и направлением, например ошибки эксцентриситета, ошибки перекося в кинематической паре и т. п.

Все первичные ошибки разделяются также на систематические и случайные. *Систематическими ошибками* называются ошибки, постоянные по значению или изменяющиеся по определенному закону в зависимости от неслучайных факторов, например температурные, ошибки от силовых деформаций, от неправильно градуированной шкалы и т. п. *Случайные ошибки* возникают при изготовлении в зависимости от ряда факторов и проявляются в рассеянии размеров однотипных деталей. Значение каждой из случайных ошибок невозможно заранее предвидеть. Влияние случайных ошибок учитывается допуском на размер, а оценить значения случайных ошибок можно приближенно методом теории вероятностей.

Действительные размеры деталей, изготовленных по одному чертежу, колеблются в определенных пределах, а ошибки их размеров распределяются по определенному закону, описываемому обычно кривой нормального распределения (кривой Гаусса). Закон распределения вероятностей случайных величин устанавливает зависимость между числовыми значениями случайной величины и вероятностью их появления.

Мертвым ходом механизма называется ошибка перемещения выходного звена, возникающая вследствие зазоров (люфтов) в сопрягаемых деталях и их упругих деформаций, и проявляющаяся при изменении направления движения входного звена (реверсе). Мертвый ход снижает точность работы механизма, приводит к возникновению вибраций и повышению динамических нагрузок. Для уменьшения или устранения мертвого хода в механизмах могут применяться такие способы, как уменьшение допусков и уменьшение шероховатости сопряженных поверхностей, применение конструкций, в которых допускается регулирование зазоров при сборке, а также конструкций, в которых зазоры устраняют с помощью упругих элементов, например пружин или мембран.

§ 9.2. Методы определения ошибок механизмов

Расчет точности кинематических цепей механизмов заключается в определении суммарных ошибок положения и перемещения ведомых звеньев в зависимости от первичных ошибок, т. е. от неточностей размеров и положений звеньев. Этот расчет можно производить аналитическим или графоаналитическим методом.

Аналитический метод основан на применении к механизмам определения полного дифференциала функций многих переменных. Пусть $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ — независимые параметры идеального механизма (размеры звеньев, параметры, определяющие

положение звеньев), а $dq_1, dq_2, dq_3, \dots, dq_n$ — дифференциалы этих параметров. Пусть далее s — параметр (угол или координата), определяющий положение выходного звена, а ds его дифференциал. Между параметрами механизма всегда существует связь, которая может быть выражена в виде функции, называемой функцией положения механизма:

$$s = f(q_1, q_2, \dots, q_n). \quad (9.1)$$

Полный дифференциал явной функции определяется по формуле

$$ds = \frac{\partial f}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial f}{\partial q_2} dq_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial q_n} dq_n. \quad (9.2)$$

Ошибки $\Delta s, \Delta q_1, \Delta q_2, \dots, \Delta q_n$ параметров механизма малы и лежат в пределах допуска, поэтому дифференциалы этих параметров можно отождествить с первичными ошибками. Уравнение (9.2), выраженное через эти ошибки примет вид

$$\Delta s = \frac{\partial f}{\partial q_1} \Delta q_1 + \frac{\partial f}{\partial q_2} \Delta q_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial q_n} \Delta q_n. \quad (9.3)$$

Уравнение (9.3) является линейным относительно первичных ошибок, а коэффициенты при первичных ошибках (частные производные) показывают степень влияния отдельных ошибок на суммарную ошибку Δs и могут быть названы *коэффициентами влияния*. Это позволяет рассматривать суммарную ошибку как алгебраическую сумму ошибок, полученных отдельно от изменения только одного параметра, т. е. принять принцип независимости действия ошибок. Таким образом,

$$\Delta s = \Delta s_{q_1} + \Delta s_{q_2} + \dots + \Delta s_{q_n}, \quad (9.4)$$

где $\Delta s_{q_1} = \frac{\partial f}{\partial q_1} \Delta q_1$; $\Delta s_{q_2} = \frac{\partial f}{\partial q_2} \Delta q_2$ и т. д.

Если функцию положения механизма $s = f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ невозможно или трудно получить в явном виде, для определения суммарной ошибки Δs можно воспользоваться уравнениями, полученными проецированием векторных контуров механизма на оси координат. Эти уравнения дифференцируют по параметрам механизма и из уравнений производных устанавливают связь между суммарной и первичными ошибками.

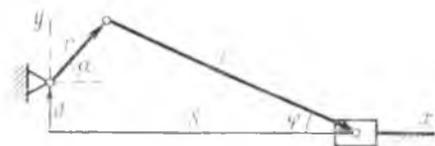


Рис. 9.1

Рассмотрим схему дезаксиального кривошипно-ползунного механизма (рис. 9.1). Векторное уравнение замкнутости схемы имеет вид $\vec{d} + \vec{r} + \vec{l} - \vec{s} = 0$. В проекциях на оси координат x и y получим два скалярных тождества:

$$\left. \begin{aligned} r \cos \alpha + l \cos \varphi - s &= 0; \\ d + r \sin \alpha - l \sin \varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9.5)$$

Считая, что $q_1 = d$; $q_2 = r$; $q_3 = l$; $q_4 = \alpha$; $q_5 = \varphi$, найдем значения ошибки положения ползуна Δs в зависимости от первичных ошибок параметров Δd , Δr , Δl , $\Delta \alpha$, $\Delta \varphi$. Для этого продифференцируем по всем переменным тождества (9.5):

$$\left. \begin{aligned} -r \sin \alpha \Delta \alpha + \Delta r \cos \alpha + \Delta l \cos \varphi - l \sin \varphi \Delta \varphi - \Delta s &= 0; \\ \Delta d + r \cos \alpha \Delta \alpha + \Delta r \sin \alpha - \Delta l \sin \varphi - l \cos \varphi \Delta \varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

Из второго уравнения (9.6) находим $\Delta \varphi = (\Delta d + r \cos \alpha \Delta \alpha + \Delta r \sin \alpha - \Delta l \sin \varphi) / (l \cos \varphi)$.

Подставляя значение $\Delta \varphi$ в первое уравнение (9.6) и группируя члены, получаем

$$\Delta s = \Delta r \cos(\alpha + \varphi) / \cos \varphi + \Delta l / \cos \varphi - \Delta d \operatorname{tg} \varphi - \Delta \alpha \sin(\alpha + \varphi) / \cos \varphi. \quad (9.7)$$

Окончательно имеем

$$\Delta s = \Delta s_r + \Delta s_l + \Delta s_d + \Delta s_\alpha,$$

где

$$\begin{aligned} \Delta s_r &= \Delta r \cos(\alpha + \varphi) / \cos \varphi; \quad \Delta s_l = \Delta l / \cos \varphi; \\ \Delta s_d &= -\Delta d \operatorname{tg} \varphi; \quad \Delta s_\alpha = -\Delta \alpha \sin(\alpha + \varphi) / \cos \varphi. \end{aligned}$$

Рассмотрим еще один пример — схему шарнирного четырехзвенника (рис. 9.2) и найдем ошибку положения выходного звена — угла поворота звена φ — от ошибок размеров звеньев Δr , Δl , Δb , Δd и неправильности положения входного звена $\Delta \alpha$.

Проецируя векторный многоугольник схемы механизма на оси координат x и y , получаем два тождества:

$$\begin{aligned} r \cos \alpha + l \cos \beta &= d + b \cos \varphi; \\ r \sin \alpha + l \sin \beta &= b \sin \varphi. \end{aligned}$$

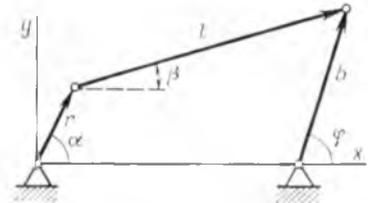


Рис. 9.2

Дифференцируя эти тождества по всем переменным, получаем

$$\begin{aligned} -r \sin \alpha \Delta \alpha + \cos \alpha \Delta r - l \sin \beta \Delta \beta + \cos \beta \Delta l &= \Delta d + \cos \varphi \Delta b - b \sin \varphi \Delta \varphi; \\ r \cos \alpha \Delta \alpha + \sin \alpha \Delta r + l \cos \beta \Delta \beta + \sin \beta \Delta l &= \sin \varphi \Delta b + b \cos \varphi \Delta \varphi. \end{aligned}$$

Умножая первое уравнение на $\cos \beta$, а второе на $\sin \beta$ и складывая их, получаем $r \Delta \alpha \sin(\beta - \alpha) + \Delta r \cos(\beta - \alpha) + \Delta l = \Delta d \cos \beta + \Delta b \cos(\beta - \varphi) + b \Delta \varphi \sin(\beta - \varphi)$ откуда ошибка положения выходного звена

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= [\Delta r \cos(\beta - \alpha) + \Delta l - \Delta b \cos(\beta - \varphi) - \\ &\quad - \Delta d \cos \beta + r \Delta \alpha \sin(\beta - \alpha)] / b \sin(\beta - \varphi). \end{aligned}$$

Получаемые аналитическим методом формулы для вычисления ошибок выходных звеньев механизмов позволяют определять эти ошибки для любого числа положений входного звена механизма и таким образом определить те его положения, в которых ошибки будут максимальными.

Графоаналитический метод определения ошибок механизмов основан на определении частных ошибок построением планов малых перемещений для *преобразованного механизма*. Преобразование механизма состоит в том, что ведущее звено считают неподвижным, а звено, имеющее ошибку, делают ведущим с направлением движения, совпадающим с направлением изменения размера из-за ошибки. Рассмотрим этот метод на примере кривошипно-ползунного механизма (см. рис. 9.1).

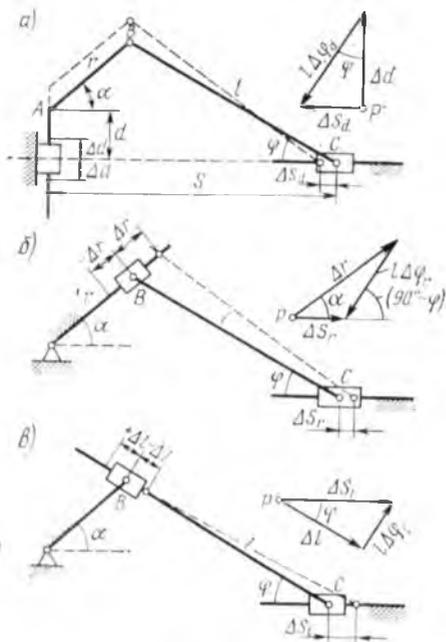


Рис. 9.3

Определим ошибку положения ползуна Δs от первичных ошибок в длинах звеньев Δd , Δr и Δl . Для этой цели рассмотрим три преобразованных механизма, показанных на рис. 9.3. На рис. 9.3, а показан механизм, у которого остановлено вращение кривошипа, а длина звена d может меняться перемещением его в дополнительном ползуне. Сообщая точке A перемещение Δd по вертикали, отложим в любом масштабе это перемещение из полюса p плана малых перемещений. Из этого же полюса проведем направление, параллельное

направляющей ползуна C , т. е. в направлении ошибки Δs_d , а из конца вектора Δd проведем линию, перпендикулярную звену BC , по которому направлено малое перемещение точки C от ошибки в угле поворота шатуна BC . Получим треугольник со сторонами Δd , Δs_d и $L\Delta\varphi_d$, который называется планом малых перемещений и строится по правилам построения плана скоростей. Отношение сторон этого треугольника по теореме синусов можно записать в виде

$$\Delta s_d / \Delta d = \sin \varphi \sin (90^\circ - \varphi) = \operatorname{tg} \varphi,$$

откуда

$$\Delta s_d = - \Delta d \operatorname{tg} \varphi.$$

Знак «—» здесь поставлен с учетом того, что за положительное перемещение ползуна принято перемещение вправо.

На рис. 9.3, б показан механизм, у которого остановлен кривошип, а длина его r может меняться за счет введения ползуна,

с помощью которого шарнир B перемещается по кривошпицу. Сообщая шарниру B перемещение Δr вдоль кривошпица, получим перемещение ползуна C . Соотношение между этими перемещениями получим из плана малых перемещений, который построен на заданной ошибке Δr по правилам построения плана скоростей:

$$\Delta s_r \Delta r = \sin [\pi/2 - (\alpha + \varphi)] / \sin (\pi/2 - \varphi) = \cos (\alpha + \varphi) / \cos \varphi,$$

откуда

$$\Delta s_r = \Delta r \cos (\alpha + \varphi) / \cos \varphi.$$

На рис. 9.3, *в* показан механизм, у которого остановлен кривошип, а длина шатуна l может меняться за счет введения ползуна, с помощью которого шарнир B перемещается по шатуну. Сообщая шарниру B перемещение Δl вдоль шатуна, получаем перемещение Δs_l ползуна C . Соотношение между этими перемещениями получим из плана малых перемещений, построенного на том же рисунке:

$$\Delta s_l \Delta l = \sin (\pi/2) \sin (\pi/2 - \varphi) = 1 \cos \varphi,$$

откуда

$$\Delta s_l = \Delta l / \cos \varphi.$$

Суммарная ошибка положения ползуна C на основании принципа независимости действия первичных ошибок определится по формуле

$$\Delta s = \Delta s_r + \Delta s_l + \Delta s_d = \Delta r \cos (\alpha + \varphi) / \cos \varphi + \Delta l / \cos \varphi - \Delta d \operatorname{tg} \varphi.$$

Графоаналитический метод определения ошибок положения механизмов применим также для определения ошибок механизмов с зазорами в нижних кинематических парах и механизмов с высшими парами. В первом случае для определения ошибки положения необходимо знать, в каком направлении выбирается зазор. Это направление соответствует направлению действия реакции в кинематической паре, которое определяется при силовом расчете механизма. Рассмотрим, например, механизм, показанный на рис. 9.4, *а*. Из-за наличия зазора δ в кинематической паре центры цилиндрических элементов пары смещены на размер $e = 0,5\delta = r_2 - r_1$. Пусть направление реакции R_{12} составляет угол θ с горизонталью.

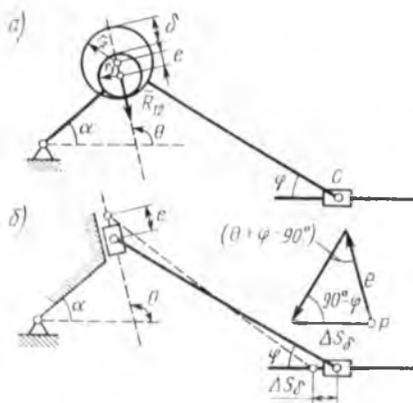


Рис. 9.4

Преобразованный механизм и план малых перемещений для него показан на рис. 9.4, б. Из плана малых перемещений имеем:

$$e/\sin(90^\circ - \varphi) = \Delta s_0/\sin(\theta + \varphi - 90^\circ),$$

откуда

$$\Delta s_0 = -e \cos(\varphi + \theta)/\cos \varphi.$$

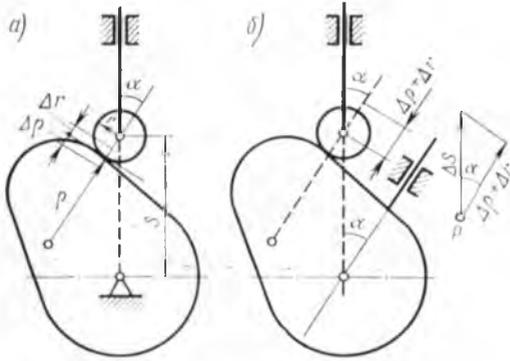


Рис. 9.5

Ошибка Δs_0 входит в качестве слагаемого в суммарную ошибку положения ползуна.

На рис. 9.5, а показан кулачковый механизм с высшей парой. Ошибка положения s штанги образуется от погрешности Δr радиуса ролика r и погрешности $\Delta \rho$ радиуса кривизны ρ профиля кулачка. На рис. 9.5, б показан преобразованный механизм с движением входного звена в направ-

лении изменения размеров из-за ошибки. План малых перемещений дает значение ошибки положения штанги в виде:

$$\Delta s = (\Delta \rho + \Delta r)/\cos \alpha.$$

§ 9.3. Оценка точности механизмов

Для определения точности механизма нужно определить его первичные ошибки, затем найти значения ошибок положения, по которым можно построить график ошибки выходного звена и определить значение максимальной ошибки и положение механизма, в котором ошибка будет максимальна. Графики каждой первичной ошибки дают возможность судить о влиянии каждой частной ошибки на результирующую ошибку положения ведомого звена механизма.

Первичные ошибки можно определять по допускаемым отклонениям, указываемым на чертежах. При этом значения первичных ошибок определяют по методу расчета на «максимум — минимум», считая, что при сборке механизма ошибки звеньев имеют самые неблагоприятные сочетания. Результирующая ошибка механизма при этом будет заведомо больше действительной.

Более точное значение ошибки механизма можно получить, если погрешность механизма оценивать с учетом вероятностного влияния погрешностей. Если положение ведомого звена меха-

низма определяется функцией $s = f(q_1, q_2, \dots, q_n)$, а $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ — средние квадратичные ошибки аргументов q_1, q_2, \dots, q_n , то средняя квадратичная ошибка $\Delta s_{\text{ср}}$ механизма определяется по формуле

$$\Delta s_{\text{ср}} = \sqrt{\sum_1^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \right)^2 \sigma_i^2}. \quad (9.8)$$

Если под σ_i понимать допускаемые отклонения на изготовление, то формула (9.8) даст наиболее вероятное значение ошибки механизма.

При определении точности группы однотипных механизмов определяют не значения ошибок в каждом отдельном механизме, которые будут функциями случайных величин, а устанавливают границы поля рассеяния ошибок положения механизмов или предельную ошибку положения (максимально возможное значение ошибки), отсчитываемую от нулевого значения.

Повышение точности механизмов может быть достигнуто повышением точности изготовления деталей и снижением влияния погрешностей изготовления на точность механизма с помощью специальных мероприятий. Первый способ приводит к удорожанию изделий и часто экономически не выгоден. Во втором способе уменьшение ошибок механизма достигается главным образом за счет изменения размеров звеньев, формы и положения деталей и изменения начальных положений механизма. При этом получают:

- уменьшение ошибки механизма в определенных его положениях;
- равенство абсолютных значений наибольших положительных и отрицательных ошибок;
- устранение преобладания ошибок одного знака;
- уменьшение абсолютных значений ошибок во всем диапазоне работы механизма.

Чтобы необходимым образом изменять размеры, форму и положение деталей механизма, в него вводят специальные регулировочные устройства: винтовые соединения, клинья, эксцентрики, а также компенсирующие детали (прокладки, втулки, шайбы и т. д.).

Для достижения заданной точности замыкающего звена размерной цепи применяется также селективная сборка, заключающаяся в том, что в условиях серийного производства механизм собирается из деталей, выбранных таким образом, чтобы обеспечить необходимую точность замыкающего звена. Для этого детали предварительно подбирают, группируя по значениям погрешностей. Каждое изделие собирают из деталей, принадлежащих к одной группе. При этом необходимо, чтобы сумма допусков всех увеличивающих звеньев размерной цепи была равна сумме допусков всех уменьшающих звеньев. Этот метод используется в производстве для малозвенных размерных цепей при высокой точности замыкающего звена.

ГЛАВА 10. ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ И НАПРЯЖЕНИЯ
РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

§ 10.1. Внутренние силы, напряжения
и деформации

При рассмотрении вопросов статики твердого тела и при силовом расчете механизмов оперируют с внешними силами, действующими на тело. В телах действуют также внутренние силы, с которыми частицы тела действуют друг на друга. Эти силы являются взаимоуравновешивающими и в уравнения статики не входят. При расчетах на прочность необходимо выяснить характер и значения внутренних сил в теле (детали), находящемся под действием внешних нагрузок, так как именно от них зависит *свойство материалов, изделий и конструкции сопротивляться разрушению, а также необратимому изменению первоначальной формы и размеров, т. е. прочность детали.*

Для изучения внутренних сил применяют *метод сечений*, который позволяет внутренние силы переводить в разряд внешних сил и изучать их с помощью методов статики. Метод сечений заключается в том, что если тело находится в равновесии под действием системы внешних сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 10.1, а), то отсекая мысленно, например, левую часть тела, рассматриваем условия равновесия его правой части (рис. 10.1, б). На поверхность сечения должны действовать силы, эквивалентные действию левой части на правую. Это будут распределенные по сечению внутренние силы, но по отношению к правой части тела они будут внешними. Система сил, действующая в сечении, как известно из статики, эквивалентна одной результирующей силе R (главному вектору) и одной паре сил с моментом \vec{M} (главным моментом).

Главный вектор и вектор главного момента разлагают на составляющие по осям координат, выбранным так, чтобы оси x и y

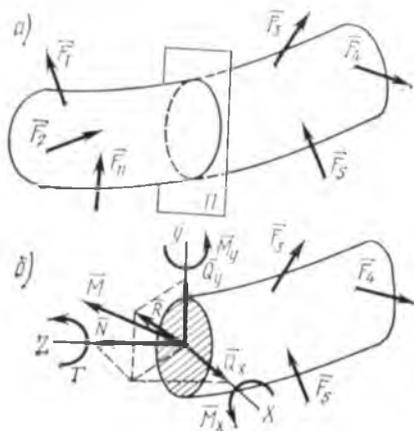


Рис. 10.1

сечения должны действовать силы, эквивалентные действию левой части на правую. Это будут распределенные по сечению внутренние силы, но по отношению к правой части тела они будут внешними. Система сил, действующая в сечении, как известно из статики, эквивалентна одной результирующей силе R (главному вектору) и одной паре сил с моментом \vec{M} (главным моментом).

Главный вектор и вектор главного момента разлагают на составляющие по осям координат, выбранным так, чтобы оси x и y

находились в плоскости сечения, ось z была перпендикулярна ему (рис. 10.1, б):

$$\bar{R} = \bar{N} + \bar{Q}_x + \bar{Q}_y,$$

$$\bar{M} = \bar{M}_x + \bar{M}_y + T.$$

Эти составляющие называются внутренними силовыми факторами сечения. Составляющая N , направленная по нормали к сечению, называется нормальной или продольной силой — она стремится оторвать одну часть тела от другой. Силы Q_x, Q_y называются поперечными силами — они стремятся сдвинуть одну часть тела относительно другой. Составляющая момента T относительно нормальной оси называется крутящим моментом — он стремится вращать (скрутить) тело относительно нормальной оси. Составляющие момента M_x и M_y называются изгибающими моментами в плоскостях yz и xz , они стремятся изогнуть тело в этих плоскостях. Если известны внешние силы, действующие на правую часть тела, то все шесть внутренних силовых факторов определяются из шести уравнений равновесия статики, которые можно составить для этой части тела.

Если в поперечном сечении возникает только нормальная сила N , а остальные факторы отсутствуют, то на этом участке имеет место растяжение или сжатие в зависимости от направления N . При наличии только поперечных сил происходит сдвиг. Если действует только момент T , то тело в данном сечении работает на кручение, а если имеется только изгибающий момент M , то происходит чистый изгиб в плоскости.

Если кроме изгибающего момента возникает поперечная сила, то нагружение называется поперечным изгибом.

Чтобы характеризовать закон распределения внутренних сил по сечению, вводят понятие напряжения. Рассмотрим сечение тела (рис. 10.2, а). В окрестности точки M выделим малую площадку ΔA . Равнодействующую внутренних сил, действующих на этой площадке, обозначим $\Delta \bar{R}$.

Уменьшая площадку ΔA , в пределе получаем полное напряжение в точке M :

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A} = \bar{p}.$$

Вектор \bar{p} полного напряжения можно разложить на составляющую $\bar{\sigma}$, направленную по нормали к плоскости сечения, назы-

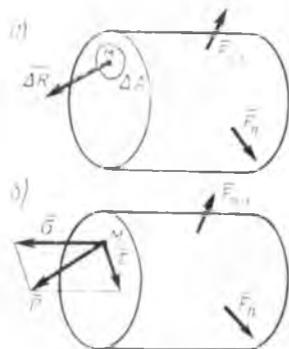


Рис. 10.2

ваемую нормальным напряжением, и составляющую $\bar{\tau}$, лежащую в плоскости сечения, называемую касательным напряжением (рис. 10.2, б):

$$\bar{p} = \bar{\sigma} + \bar{\tau}.$$

Значения этих напряжений связаны формулой

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Напряжение имеет размерность давления и выражается в Па или чаще в кратных единицах — МПа.

Раскладывая векторы нормального $\bar{\sigma}$ и касательного $\bar{\tau}$ напряжений по произвольно выбранным осям координат, получим шесть составляющих: $\bar{\sigma}_x$; $\bar{\sigma}_y$; $\bar{\sigma}_z$; $\bar{\tau}_{xy}$; $\bar{\tau}_{xz}$; $\bar{\tau}_{yz}$. Следовательно, полное напряжение, действующее в данном сечении, раскладывается на шесть составляющих. Если через точку M провести другое сечение, то полное напряжение в точке M может быть другим. Совокупность векторов напряжений всех элементарных площадок, содержащих заданную точку M , образует напряженное состояние в этой точке. Напряженное состояние в точке характеризуется шестью числовыми величинами — составляющими полного напряжения по осям координат.

Под действием внешних сил все тела в какой-то мере меняют свою форму и размеры — деформируются. Различают упругие и пластические деформации. Детали механизмов работают в основном в области упругих деформаций, т. е. они восстанавливают первоначальные размеры и форму одновременно со снятием нагрузки. Изучение деформаций проводится на основании нескольких гипотез. К этим гипотезам относятся: гипотеза *однородности* (свойства тела во всех точках одинаковы), *изотропности* (свойства материала одинаковы по всем направлениям в пределах рассматриваемого объема) и *сплошности* (тело целиком заполняет пространство, ограниченное его поверхностью). Кроме вышеупомянутых гипотез используется *принцип независимости действия сил и деформаций*. Этот принцип состоит в том, что деформации, возникающие в теле от действия на него системы внешних уравновешенных сил, не зависят от деформаций, вызванных в том же теле другой системой уравновешенных сил. Этот принцип может применяться в том случае, если зависимость между деформацией и силами, ее вызывающими, линейна.

§ 10.2. Центральное растяжение (сжатие) прямого бруса

Одним из упрощающих расчет приемов, применяемых в сопротивлении материалов, является приведение геометрической формы тела к схеме бруса. Под брусом понимается тело, один из размеров которого значительно больше двух других.

Геометрическое место центров тяжести поперечных сечений бруса называется геометрической осью бруса. Брус может иметь постоянное или переменное сечение вдоль оси. В зависимости от формы оси бруса различают прямолинейные и криволинейные брусья. Тонкий и длинный брус обычно называют стержнем. Многие сложные конструкции могут рассматриваться как состоящие из элементов, имеющих форму бруса или стержня.

Деформация прямолинейного бруса постоянного сечения от внешней нагрузки, действующей на концах и эквивалентной двум равным и противоположно направленным силам вдоль оси бруса, называется центральным растяжением или центральным сжатием бруса. Рассмотрим растяжение бруса постоянного сечения площадью A распределенной нагрузкой с интенсивностью q , приложенной на его торцах (конечных сечениях) параллельно оси бруса (рис. 10.3, а). Равнодействующие распределенных усилий $F = qA$ будут направлены вдоль оси бруса.

Для такой деформации справедлива гипотеза плоских сечений, которая утверждает, что сечения бруса, плоские до деформации, остаются плоскими и после деформации бруса и лишь получают поступательное смещение. В соответствии с этой гипотезой предполагают, что внутренние силы будут распределены равномерно по любому сечению бруса. Рассмотрим равновесие части бруса, лежащей слева от сечения $n - n$. Внутренние силы, действующие в этом сечении с напряжением $\sigma_x = \text{const}$, имеют равнодействующую N (рис. 10.3, б). Из условия равновесия $F = N$ или $F = qA = \sigma_x A$, откуда

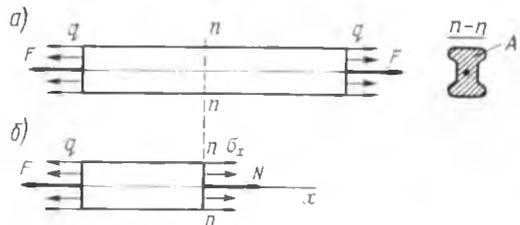


Рис. 10.3

$$\sigma_x = F/A. \quad (10.1)$$

Пусть при растяжении нагрузкой с интенсивностью $q = \text{const}$ по торцам круглый брус с первоначальной длиной l (рис. 10.4) удлинился на величину $\Delta l = l_1 - l$, где l_1 — длина деформированного бруса. Величину $\varepsilon_x = \Delta l/l$ называют относительным удлинением. При растяжении наряду с удлинением бруса наблюдается уменьшение поперечных его размеров, называемое абсолютным сужением



Рис. 10.4

$\Delta b = b - b_1$. Отношение абсолютного сужения к размеру поперечного сечения называется относительной поперечной деформацией $\mu_x = \Delta b/b$. Величина $\nu = \mu_x/\varepsilon_x$ называется ко-

эфициентом Пуассона. Он постоянный для данного материала, т. е. является характеристикой свойств материала при его деформировании под нагрузкой.

На основании опытов установлено, что напряжения, возникающие под действием нагрузки, пропорциональны относительной деформации

$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad (10.2)$$

где E — коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости первого рода и характеризующий упругие свойства материала. Из формулы (10.2) вытекает, что модуль упругости — это отношение нормального напряжения к соответствующему относительному удлинению при одноосном напряженном состоянии в пределах упругой деформации. Уравнение (10.2) называется *законом Гука*. Модуль упругости является физической константой материала и определяется опытным путем. Величина E выражается в тех же единицах, что и напряжение σ , т. е. в МПа. Для наиболее часто применяемых в машиностроении материалов модуль упругости E в МПа и коэффициент Пуассона ν имеют следующие значения:

Материал	E	ν
Сталь	$(2,0 \dots 2,1)10^5$	0,24 . . . 0,28
Чугун серый	$(1,15 \dots 1,6)10^5$	0,23 . . . 0,27
Бронза	$1,15 \cdot 10^5$	0,32 . . . 0,35
Латунь	$(0,91 \dots 0,99)10^5$	0,32 . . . 0,42

Если в формулу (10.2) подставить значения σ_x и ε_x , получим другое выражение закона Гука:

$$\Delta l = Fl_l(EA), \quad (10.3)$$

Произведение EA называют жесткостью бруса при растяжении.

При решении многих практических задач необходимо наряду с деформациями от напряжений σ учитывать удлинения, связанные с изменением температуры. В этом случае пользуются способом наложения деформаций, и деформацию ε рассматривают как сумму силовой и чисто температурной деформаций:

$$\varepsilon = \sigma_l E + \alpha \Delta t,$$

где Δt — изменение температуры бруса; α — коэффициент температурного расширения материала. Тогда получим

$$\Delta l = Fl_l(EA) + l \alpha \Delta t.$$

Принцип Сен-Венана. Предположение о равномерном распределении внутренних сил в поперечном сечении бруса при

растяжении справедливо не для всего объема бруса, так как при этом исключаются условия его закрепления на концах. Для примера сравним условия работы двух брусьев, концы которых закреплены по-разному (рис. 10.5). В местах закрепления бруса или в местах приложения нагрузки напряженное состояние бруса будет неравномерным по сечению и зависит от характера закрепления. Согласно принципу Сен-Венана *напряжения в сечениях бруса, удаленных от мест приложения нагрузки на расстоянии больше, чем размер области, занятой внешней нагрузкой, не зависят от характера распределения внешней нагрузки*. Следова-

тельно, при изучении растяжения или сжатия бруса надо исключить из рассмотрения часть его в зоне приложения нагрузки, как показано на рис. 10.5. Это относится также и к участкам, где происходит переход от одного диаметра



Рис. 10.5

к другому, и к участкам, примыкающим к отверстиям. Во всех остальных участках напряжения в поперечных сечениях будут распределены равномерно и определяться по формуле (10.1).

Формула расчета на прочность. При расчетах на прочность деталей, работающих на растяжение или сжатие, чаще всего применяют метод расчета по максимальному напряжению, возникающему в некоторой точке нагруженной конструкции. Это напряжение не должно превышать определенного значения $\sigma_{\text{пред}}$ для данного материала и условий работы конструкции. Напряжение, определяемое по формуле

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} n,$$

называется допускаемым напряжением, где $n > 1$ — число, называемое коэффициентом запаса прочности. Основная расчетная формула при растяжении или сжатии получает вид

$$\sigma_x = F/A \leq [\sigma]. \quad (10.4)$$

При известной нагрузке и допускаемом напряжении по формуле (10.4) определяют требуемую площадь поперечного сечения стержня. Если же размер площади известен, то по формуле (10.4) определяют действительное напряжение и сравнивают его с допускаемым или определяют коэффициент запаса прочности.

§ 10.3. Напряжения по наклонным площадкам при растяжении и сжатии. Закон парности касательных напряжений

Определим напряжения, возникающие на наклонной площадке, составляющей угол α с плоскостью нормального сечения бруса, находящегося в растянутом состоянии (рис. 10.6, а). Полное напряжение p на этой площадке для всех ее точек будет одним и тем же, а равнодействующая внутренних сил в сечении должна быть направлена по оси бруса и равна растягивающей силе $\sigma_x A$, т. е.

$$p A_n = \sigma_x A,$$

где $A_n = A / \cos \alpha$ — площадь косоуго сечения.

Полное напряжение на наклонной площадке $p = \sigma_x A / A_n = \sigma_x \cos \alpha$. Раскладывая это напряжение на нормальное и касательное (рис. 10.6, б), получаем

$$\sigma = p \cos \alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha,$$

$$\tau = p \sin \alpha = \sigma_x \cos \alpha \sin \alpha = 0,5 \sigma_x \sin 2\alpha.$$

Для одной и той же точки напряженного тела возникающие напряжения меняются в зависимости от угла наклона площадки или от ее ориентации. При $\alpha = 0$ $\sigma = \sigma_x$, $\tau = 0$; при $\alpha = 90^\circ$, т. е. на продольных площадках, $\sigma = \tau = 0$. Касательное напряжение имеет максимальное значение при $\alpha = 45^\circ$:

$$\tau_{\max} = \sigma_x / 2.$$

На площадках, находящихся под прямым углом друг к другу, касательные напряжения одинаковы. Действительно,

$$|0,5 \sigma_x \sin 2\alpha| = |0,5 \sigma_x \sin 2(\alpha \mp 90^\circ)|.$$

Это условие справедливо для любого напряженного состояния и носит название *закона парности касательных напряжений*. Наглядное толкование этому закону в общем виде можно дать следующим образом. Если около точки $M(x, y, z)$, взятой произвольно внутри деформированного тела, выделить элементарный параллелепипед со сторонами dx , dy , dz , параллельными координатным плоскостям (рис. 10.7), то по его граням будут действовать нормальные

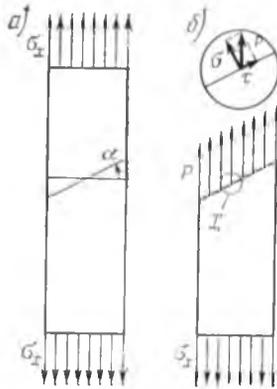


Рис. 10.6

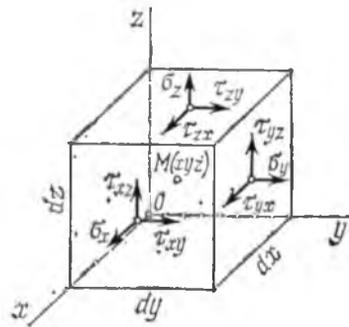


Рис. 10.7

и касательные напряжения $\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z; \tau_{xy}; \tau_{yx}; \tau_{yz}; \tau_{zy}; \tau_{zx}; \tau_{xz}$. При этом касательные напряжения записываются с двумя индексами, первый индекс соответствует нормали к сечению, по которому действует напряжение, а второй индекс соответствует оси, параллельно которой действует напряжение.

Для касательных напряжений по закону парности имеем $\tau_{xy} = -\tau_{yx}; \tau_{yz} = -\tau_{zy}; \tau_{zx} = -\tau_{xz}$. Следовательно, напряженное состояние в точке полностью определяют шесть компонентов напряжений.

Меняя ориентацию граней параллелепипеда в пространстве, можно найти такое его положение, при котором по всем граням отсутствуют касательные напряжения. Эти грани называются главными площадками, а действующие по ним нормальные напряжения — главными напряжениями. Главные напряжения обозначают $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. По площадкам, не совпадающим с главными, будут действовать касательные напряжения. Максимальное касательное напряжение будет на площадке, параллельной главному напряжению σ_2 и наклоненной под 45° к главным напряжениям σ_1 и σ_3 . При этом

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2.$$

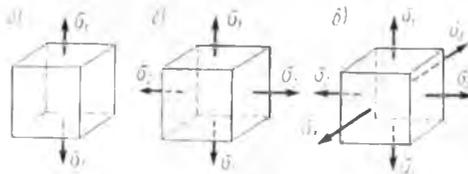


Рис. 10.8

Доказано, что в каждой точке тела имеются три главные площадки, причем они всегда взаимно перпендикулярны. Следовательно, в каждой точке будут три главных направления напряженного состояния в данной точке. В зависимости от значений главных напряжений различают три вида напряженного состояния в точке: одноосное — когда только одно из главных напряжений отлично от нуля (рис. 10.8, а); двухосное — когда два главных напряжения отличны от нуля (рис. 10.8, б); трехосное — когда все главные напряжения отличны от нуля (рис. 10.8, в). На практике чаще всего имеют место одноосное и двухосное напряженные состояния.

§ 10.4. Статически неопределимые системы

В § 4.9 рассматривался вопрос о системах, статически определимых и статически неопределимых, где под статически неопределимыми подразумевались такие системы, в которых число неизвестных величин больше числа уравнений статики. Определение усилий, действующих в статически неопределимых

системах, возможно при учете деформаций, которые испытывает система.

Для равновесия деформируемого тела кроме уравнений статики должны удовлетворяться дополнительные уравнения *совместности деформаций элементов системы*. Общее число уравнений статики и уравнений деформации должно быть равно числу искомого величин. Методику решения статически неопределенных задач рассмотрим на простых примерах.

Пример 1. Система из трех деформируемых стержней с одинаковыми площадями A сечений (рис. 10.9, а) нагружена вертикальной силой F . Определить усилия в стержнях.

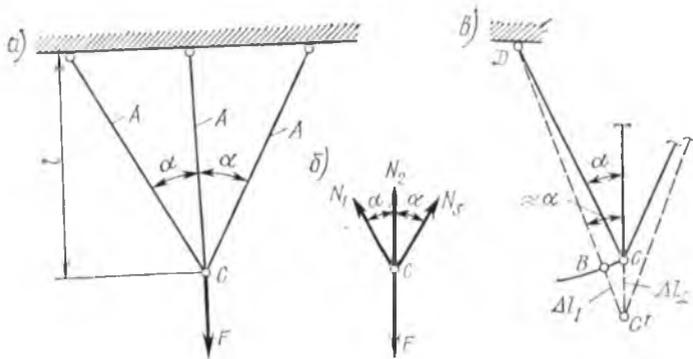


Рис. 10.9

Если отбросить связи, заменив их действия реакциями N_1 , N_2 , N_3 (рис. 10.9, б), то получим систему сходящихся сил. Проецируя эту систему на вертикальную и горизонтальную оси, получим два уравнения равновесия

$$\begin{aligned} N_1 &= N_3, \\ 2N_1 \cos \alpha + N_2 &= F. \end{aligned}$$

Полученных уравнений недостаточно для определения всех сил. Представим форму узла C до и после нагружения (рис. 10.9, в). Вертикальное перемещение узла C равно удлинению среднего стержня:

$$CC' = \Delta l_2.$$

Проводим из точки C дугу окружности радиусом CD . Отрезок $C'B$ будет равен удлинению бокового стержня:

$$C'B = \Delta l_1.$$

Вследствие малости перемещений дугу CB можно принять за отрезок, перпендикулярный прямой DC' , а угол $CC'B \approx \alpha$. Получим искомое уравнение перемещений в виде

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cos \alpha.$$

Выражая удлинения по закону Гука (10.3), имеем

$$\Delta l_1 = N_1 l / (EA \cos \alpha); \quad \Delta l_2 = N_2 l / (EA).$$

Тогда

$$N_1 = N_2 \cos^2 \alpha.$$

Решая это уравнение совместно с уравнениями равновесия, получим

$$N_1 = N_3 = F \cos^3 \alpha / (1 + 2 \cos^3 \alpha); N_2 = F / (1 + 2 \cos^3 \alpha).$$

Пример 2. Между двумя жесткими плитами, сжимаемыми силой F , зажата бронзовая втулка с площадью поперечного сечения A_6 со вставленным в нее стальным стержнем с площадью поперечного сечения A_c (рис. 10.10). Как распределится сила F между деталями?

Реакцию втулки обозначим R_6 , а реакцию стержня R_c . Уравнение равновесия статики будет одно и запишется в виде

$$R_6 + R_c - F = 0.$$

Под действием внешних нагрузок втулка и стержень получают одинаковые укорочения $\Delta l_6 = \Delta l_c$. По закону Гука

$$R_6 l_6 / (E_6 A_6) = R_c l_c / (E_c A_c),$$

где E_6, E_c — модули упругости бронзы и стали, а l_6, l_c —

Решая это уравнение совместно с уравнением равновесия статики, получим

$$R_6 = \frac{F}{1 + E_c A_c / (E_6 A_6)};$$

$$R_c = \frac{F}{1 + E_6 A_6 / (E_c A_c)}.$$

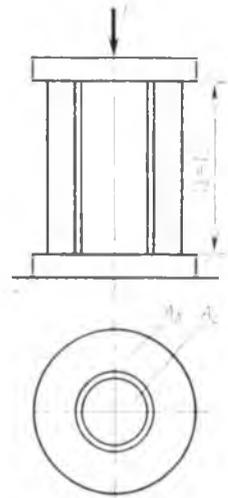


Рис. 10.10

§ 10.5. Эпюры напряжений и деформаций при растяжении и сжатии

Для наглядного представления изменения сил, перемещений и напряжений по сечениям стержней, а также выявления сечений, где эти величины имеют максимальные значения, строят графики изменения сил напряжений и перемещений, которые называются эпюрами. Рассмотрим построение эпюр на примерах.

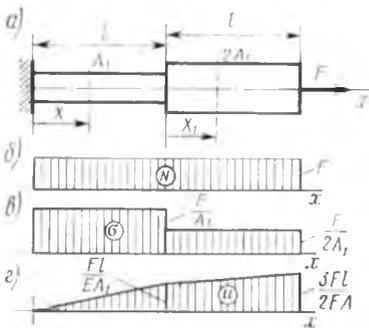


Рис. 10.11

Пример 1. Определить закон изменения нормальных сил, напряжений и перемещений по длине ступенчатого стержня, нагруженного на конце силой F (рис. 10.11, а); определить числовые значения наибольшего напряжения и наибольшего перемещения, если $F = 5$ кН, $A_1 = 2$ см², $l = 1$ м. Материал — сталь ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа). Собственным весом стержня пренебречь.

Из условия равновесия любой отсеченной части стержня следует, что продольная сила N в каждом сечении стержня численно равна силе F . Графиком изменения силы N вдоль стержня (эпюрой нормальной силы в сечении)

будет прямой, параллельная оси x (абсцисс) (рис. 10.11, б). Значение $N = F$ отложено по оси ординат вверх в некотором масштабе.

Напряжение в сечении стержня меньшей площади по формуле (10.1)

$$\sigma = F/A_1$$

а на участке с большей площадью сечения

$$\sigma = F/2A_1.$$

Эпюра напряжений будет представлена ступенчатым графиком, показанным на рис. 10.11, в. Максимальное напряжение будет равно

$$\sigma_{\max} = F/A_1 = 25 \text{ МПа.}$$

Определим перемещение u каждого сечения стержня по направлению силы F .

Перемещение сечения с координатой x (рис. 10.11, а) равно удлинению отрезка длиной x . По формуле (10.3)

$$u = Fx/(EA_1).$$

Перемещение на участке от нуля до l пропорционально x и на эпюре перемещений (рис. 10.11, г) изображается наклонной прямой с максимальной ординатой $u = Fl/(EA_1)$ при $x = l$. На втором участке стержня перемещение равно

$$u = Fl/(EA_1) + Fx_1/(2EA_1).$$

Зависимость $u(x_1)$ будет также линейной. Наибольшее перемещение при $x_1 = l$, т. е. в торцовом сечении стержня,

$$u_{\max} = Fl/(EA_1) + Fl/(2EA_1) = 3Fl/(2EA_1) = 1,87 \text{ мм.}$$

Пример 2. Построить эпюры нормальных сил, напряжений и перемещений от собственного веса для свободно подвешенного цилиндрического стержня (рис. 10.12). Длина стержня l , площадь поперечного сечения A , удельный вес материала γ .

Нормальная сила в сечении при расстоянии x от конца стержня равна весу нижележащей части стержня:

$$N = \gamma Ax.$$

Следовательно, нормальная сила пропорциональна длине x , и максимальное ее значение в сечении $x = l$ $N_{\max} = \gamma Al$.

Напряжение в сечении x равно: $\sigma = N/A = \gamma x$, а при $x = l$ максимальное напряжение $\sigma_{\max} = \gamma l$.

Перемещение u сечения стержня определяется следующим образом. Удлинение участка стержня dx по формуле (10.3) равно:

$$\Delta dx = N dx / EA = \gamma x dx / E.$$

Перемещение в сечении на расстоянии x равно удлинению верхнего участка стержня:

$$u = \int_0^x (\gamma x dx / E) = \gamma (l^2 - x^2) / (2E).$$

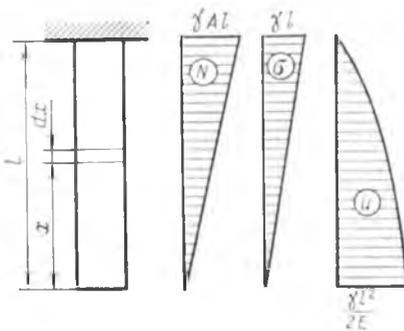


Рис. 10.12

Максимальное перемещение имеет нижнее сечение стержня ($x = 0$): $u_{\max} = \gamma l^2 / (2E)$. Закон изменения величины u на эпюре перемещений изображается квадратичной функцией.

§ 10.6. Механические свойства материалов и способы их определения

Механические свойства материалов характеризуют способность этих материалов сопротивляться деформированию и разрушению под действием внешних сил. Они зависят от химического состава, структурного состояния, способов технологической обработки и других факторов. Для определения механических свойств материалов из них изготавливают образцы, которые затем испытывают на специальных испытательных машинах. К образцу могут быть приложены различные усилия — растягивающие, сжимающие, скручивающие и другие, под действием которых образец деформируется — изменяет свои размеры и форму.

Если при испытании образца была создана упругая деформация, то она исчезает после снятия нагрузки и образец восстанавливает первоначальную форму. При пластической деформации изменения размеров и формы сохраняются и после снятия нагрузки.

Нагрузки при механических испытаниях делятся на три вида в зависимости от способа их приложения: статические, при которых нагрузка на образец за время испытания постоянна или постепенно увеличивается в процессе испытания; динамические, когда нагружение образца сопровождается значительными ускорениями точек образца (носит характер удара); циклические, когда нагрузки многократно изменяются по значению.

Основными механическими свойствами, характеризующими материалы, считаются: твердость, прочность, пластичность, сопротивление усталости, ползучесть, износостойкость.

Определение твердости. Твердость материала характеризует его способность оказывать сопротивление проникновению в материал постороннего тела, или, другими словами, способность сопротивляться значительной пластической деформации при контактом напряжении на поверхности изделия. Твердость связана определенным образом с прочностью и износостойкостью материалов. Для определения твердости проводятся испытания материалов методом вдавливания. Характеристиками твердости материалов являются: твердость по Бринеллю HB; по Роквеллу HRA, HRB и ряд других.

По методу Бринелля (рис. 10.13, а) в испытываемый материал под определенной нагрузкой F вдавливается стальная ша-

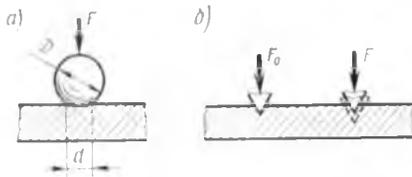


Рис. 10.13

рик (индентор) диаметром $D = 2,5 \dots 10$ мм. По диаметру отпечатка d судят о твердости материала. Число твердости по Бринеллю (НВ) определяется как отношение нагрузки к площади поверхности сферического отпечатка:

$$\text{НВ} = F/A_s = 2F / [\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})].$$

Практически твердость определяется по заранее составленным таблицам. Измеряя диаметр отпечатка, по таблице для данного прибора определяют НВ.

По методу Роквелла (рис. 10,13, б) в испытываемый материал вдавливаются алмазный конус с углом вершины $\alpha = 120^\circ$ или стальной шарик диаметром $D = 1,6$ мм под определенной нагрузкой. Твердость в этом случае пропорциональна глубине вдавливания: чем тверже материал, тем на меньшую глубину проникает алмаз и тем большая будет твердость. В приборе Роквелла на индентор действуют две последовательно прилагаемые нагрузки — предварительная $F_0 = 100$ Н и основная $F = 600, 1000$ или 1500 Н. Предварительная нагрузка служит для обеспечения плотного соприкосновения между индентором и образцом.

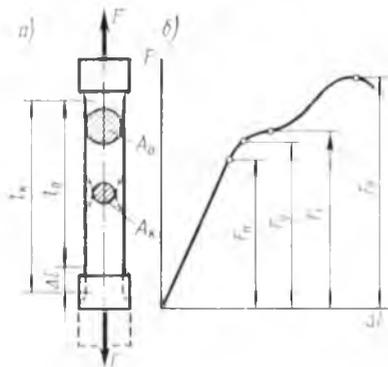


Рис. 10.14

Алмазный конус применяется для испытания твердых материалов (закаленных сталей), а стальной шарик для более мягких материалов.

Кроме рассмотренных методов определения твердости применяются также другие методы: метод Виккерса, метод Шора и т. д.

Определение прочности при растяжении. Прочность — способность материала сопротивляться разрушению под действием внешних сил, постоянных (статическая прочность) и переменных (сопротивле-

ние усталости). При статических испытаниях образец (рис. 10.14, а) со стандартными размерами деформируют плавно возрастающей нагрузкой. При испытании измеряют прилагаемую силу F и соответствующее удлинение Δl образца. По измерениям строят диаграмму растяжения (рис. 10.14, б), которая имеет ряд характерных точек. Если разделить нагрузки, соответствующие характерным точкам диаграммы, на площадь поперечного сечения образца до растяжения, то можно определить следующие характеристики прочности: предел пропорциональности $\sigma_p = F_p/A_0$; предел упругости $\sigma_y = F_y/A_0$; предел текучести $\sigma_t = F_t/A_0$; предел прочности $\sigma_b = F_b/A_0$. При расчетах обычно используют предел текучести и предел прочности. Предел текучести — это наименьшее напряжение, при котором образец начинает деформи-

роваться без заметного увеличения нагрузки. Предел прочности (временное сопротивление) — это напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке перед разрушением образца.

Пластичность. Характеристиками пластичности материала являются относительное удлинение и относительное сужение образца при статических испытаниях на прочность. Относительное удлинение при разрыве δ рассчитывается как отношение приращения длины l_k образца при разрыве к его исходной расчетной длине l_0 :

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100\%.$$

Относительное сужение определяется как отношение уменьшения площади A_k поперечного сечения образца в области шейки (в месте, где происходит разрыв) к его первоначальной площади A_0 :

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} 100\%.$$

Величины δ и ψ характеризуют способность материала пластически деформироваться. Это важное свойство в технологииковки, штамповки, прокатки и т. д.

Определение динамических характеристик. Свойства материалов противостоять ударным нагрузкам характеризуются их ударной вязкостью, которая определяется с помощью испытания образцов сечением 10×10 мм с вырезом в средней части радиусом 1 мм и глубиной 2 мм (по схеме, изображенной на рис. 10.15). Ударная вязкость определяется отношением работы, расходуемой на ударный излом образца, к площади поперечного сечения образца (в месте надреза):

$$a_{11} = W_{11}/A_0.$$

Испытания по определению ударной вязкости производятся на маятниковом копре. Работа излома W_{11} определяется по разности высот центра тяжести маятника в его положениях до и после удара.

Сопротивление усталости. Нагрузки на детали могут быть как постоянными по значению, так и переменными. Такие нагрузки вызывают в материале деталей изменяющиеся напряжения. Среди различных типов переменных нагрузок особое место занимают периодически изменяющиеся, или циклические нагрузки. Прочность материалов в условиях таких нагрузок характери-

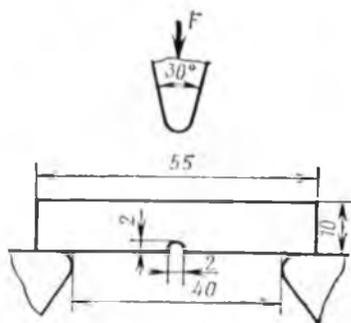


Рис. 10.15

зуют пределом выносливости. Это максимальное значение амплитуды циклически изменяющегося напряжения, при котором не происходит усталостного разрушения. Схема испытаний для определения предела выносливости показана на рис. 10.16, а. Цилиндрический образец 2 закреплен во вращающемся патроне 1. На противоположный конец образца напрессован шарикоподшипник, к наружному кольцу 3 которого подвешен груз весом F . Изменяя вес груза F , в сечении образца вызывают различные по значению напряжения σ . При этом, если верхние волокна образца испытывают растяжение, а нижние — сжатие, то через пол-оборота картина меняется. Следовательно, за каждый оборот образца осуществляется один цикл нагружения. Цикл называется симметричным, поскольку растягивающие напряжения по абсолютному значению равны сжимающим.

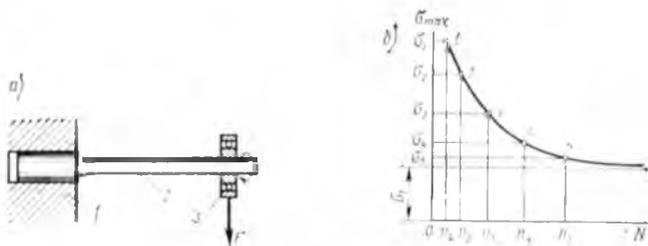


Рис. 10.16

Испытания проводят на нескольких образцах, подсчитывая каждый раз число циклов N нагружения образца до его разрушения. Результаты опытов представляют в виде кривой, показывающей зависимость разрушающего числа циклов нагружения от максимального напряжения σ_{\max} за цикл (рис. 10.16, б). Эта кривая для металлов, начиная с некоторого напряжения σ_{-1} , идет параллельно оси абсцисс. Следовательно, при этом напряжении материал не разрушается при любом числе циклов. Напряжение σ_{-1} называется *пределом выносливости при симметричном цикле*.

Практически испытания обычно не доводят до появления горизонтального участка кривой, а устанавливают базу испытания — заданное число циклов, при котором материал не должен разрушаться. Например, для незакаленных сталей предел выносливости обычно определяют на базе 10^7 циклов, а для закаленных легированных — $2,5 \cdot 10^8$ циклов. В этом случае пределом выносливости называют *наибольшее напряжение, при котором образец не разрушается при заданном числе циклов, принимаемом за базу испытания*. Для сталей обычно $\sigma_{-1} \approx (0,4 \dots 0,5)\sigma_b$, а для цветных металлов — $\sigma_{-1} \approx (0,25 \dots 0,5)\sigma_b$.

Кроме рассмотренных основных механических характеристик материалов в ряде случаев имеют значения и такие характерис-

тики, как ползучесть и износостойкость. Ползучесть — медленное непрерывное во времени увеличение пластической деформации объекта нагружения под воздействием постоянной нагрузки или напряжения. Она проявляется, например, в росте необратимых деформаций при постоянном напряжении. Явления ползучести материалов изучают на основе экспериментов. Пределом ползучести принято называть напряжение, при котором пластическая деформация за заданный промежуток времени достигает заданного значения. С увеличением температуры предел ползучести уменьшается.

Износостойкость — способность поверхностных слоев материала при контактировании в местах сопряжений деталей противостоять истиранию или разрушению. Считают, что основным фактором, приводящим к разрушению материала при изнашивании, является поверхностная усталость материала. Вообще явление изнашивания имеет более сложную физическую природу и зависит от многих факторов.

Износостойкость трущихся деталей оценивают линейным или массовым износом. Линейный износ выражается формулой

$$J_h = h L,$$

где h — толщина изношенного слоя; L — путь трения. Величина J_h называется интенсивностью изнашивания и определяется экспериментально.

Износ деталей влияет на надежность и долговечность механизмов, так как уменьшает прочность деталей, увеличивает зазоры в кинематических парах, уменьшает точность механизмов и увеличивает вибрации и динамические нагрузки. Мероприятия для уменьшения износа сводятся к подбору материалов трущихся пар, соответствующей их технологической обработке и применению смазок. К конструктивным мероприятиям, уменьшающим износ, относятся обеспечение равномерного распределения давления по поверхности трения в сопряжениях деталей, отвод теплоты из зоны трения, защита узла трения от попадания абразивных частиц.

ГЛАВА 11. ИЗГИБ

§ 11.1 Геометрические характеристики плоских сечений

При растяжении и сжатии для расчета на прочность достаточно знать площадь поперечного сечения рассматриваемого тела. При других видах деформации, например при изгибе и кручении, прочность характеризуется не только размерами сечения, но и его формой. К геометрическим характеристикам,

учитывающим этот фактор, относятся статические моменты площади сечения и моменты инерции плоских сечений. В § 5.6 было введено понятие статических моментов площадей фигур, которые в соответствии с рис. 11.1 выражаются формулами

$$S_y = Az_c = \int_A z dA; \quad S_z = Ay_c = \int_A y dA,$$

где A — площадь плоской фигуры сечения; dA — элемент площади; z_c и y_c — координаты центра тяжести плоской фигуры.

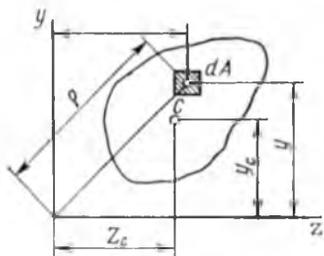


Рис. 11.1

Оси, проходящие через центр тяжести фигуры C , называются центральными осями. Статические моменты относительно центральных осей равны нулю.

Осевым моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до оси (рис. 11.1). Осевые моменты инерции выражаются формулами

$$J_z = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A z^2 dA.$$

Полярным моментом инерции J_p относительно полюса называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до данного полюса:

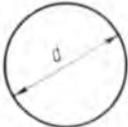
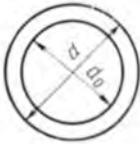
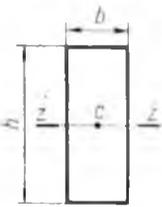
$$J_p = \int_A \rho^2 dA.$$

Центробежным моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на обе координаты площадок

$$J_{xy} = \int_A zy dA.$$

Моменты инерции имеют размерность L^4 .

Значения моментов инерции простейших фигур, а также прокатных профилей приводятся в технических справочниках. В таблице 11.1 приведены значения осевых моментов инерции J_z и моментов сопротивления W для наиболее часто встречающихся сечений.

Форма сечения	Осевой момент инерции	Момент сопротивления при изгибе
Круг сплошной 	$J_z = \frac{\pi d^4}{64}$	$W_z = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$
Кольцо 	$J_z = \frac{\pi}{64} (d_1^4 - d_0^4)$	$W_z = \frac{\pi}{32} \frac{d_1^4 - d_0^4}{d}$
Прямоугольник 	$J_z = \frac{bh^3}{12}$	$W_z = \frac{bh^2}{6}$

Можно показать, что осевые моменты инерции и полярный момент инерции связаны зависимостью

$$J_p = J_y + J_z$$

и что момент инерции сечения относительно какой-либо оси z_1 равен сумме момента инерции этого сечения относительно центральной оси z , параллельной z_1 и произведения площади сечения на квадрат расстояния h между осями:

$$J_{z_1} = J_z + Ah^2.$$

Две взаимно перпендикулярные оси координат, для которых центробежный момент инерции плоской фигуры равен нулю, называют главными осями инерции фигуры в точке начала координат. Главные оси инерции с началом в центре тяжести фигуры называются главными центральными осями инерции. Из выражения центробежного момента инерции следует, что ось симметрии фигуры является главной осью инерции, а ось, перпендикулярная ей, проходящая через центр тяжести фигуры, является главной центральной осью инерции.

§ 11.2. Плоский изгиб балок. Эпюры поперечных сил и моментов

Если на брус постоянного сечения с прямолинейной центральной осью действуют внешние силы и пары сил, расположенные в плоскости, проходящей через центральную ось, то ось бруса будет деформироваться. В поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты, т. е. внутренние моменты, действующие в плоскости, перпендикулярной плоскости поперечного сечения. Такой вид нагружения называют изгибом. Брус, закрепленный на опорах и работающий в основном на изгиб, называется балкой.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, изгиб называют чистым изгибом. Если в поперечном сечении действуют также поперечные силы, напряженное состояние называют поперечным изгибом. Если плоскость действия изгибающего момента проходит через одну из главных центральных осей поперечного сечения балки, то ось балки после деформации остается в плоскости действия момента и изгиб называется плоским изгибом.

Звенья механизмов в большинстве случаев представляют собой балки, поперечное сечение которых имеет хотя бы одну ось симметрии. Тогда, если все силы, действующие на балку, лежат в плоскости, совпадающей с осью симметрии, ось балки будет деформироваться, оставаясь в этой плоскости, и изгиб будет плоским.

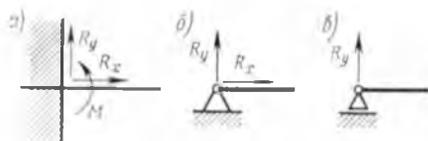


Рис. 11.2

(рис. 11.2, а) препятствует перемещениям по осям координат и повороту заделанного конца балки. Жесткая заделка передает на балку сопротивление этим перемещениям в виде сил реакций R_x , R_y и момента M . Шарнирно-неподвижная опора (рис. 11.2, б) препятствует перемещениям в направлении осей координат и передает на балку сопротивление этим перемещениям в виде сил реакций R_x и R_y . Шарнирно-подвижная опора (рис. 11.2, в) препятствует только вертикальному перемещению и передает на балку сопротивление этому перемещению в виде реакции R_y . При известных внешних нагрузках опорные реакции балок определяются методами статики, а для статически неопределимых балок составляют дополнительные уравнения деформаций.

Рассмотрим законы изменения внутренних силовых факторов в сечениях балок. В качестве примера рассмотрим балку на двух опорах, показанную на рис. 11.3, а. Из уравнений статики определяются значения и направление реакций опор при изве-

стных силе F и расстояниях a и b . По условию равновесия реакции в опорах A и B

$$R_{Ax} = 0; R_{Ay} = Fb(a + b); R_{By} = Fa(a + b).$$

Отбрасывая опоры и заменяя их действие реакциями, приходим к расчетной схеме, показанной на рис. 11.3, б. На расстоянии x от левой опоры проведем сечение C и разделим балку мысленно на две части. Чтобы каждая часть балки была в равновесии, в сечении C нужно приложить силу Q и момент $M_{изг}$ (рис. 11.3, в). Эти силовые факторы определяют из условия равновесия частей балки. Для левой части балки

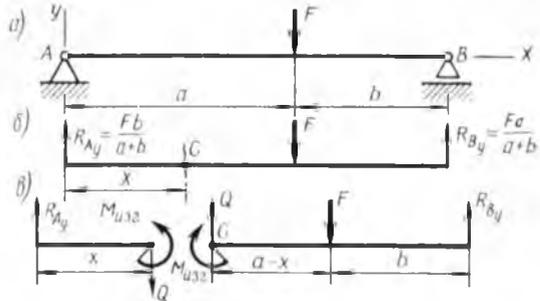


Рис. 11.3

$$R_{Ay} - Q = 0; R_{Ax} = 0; R_{Ay}x - M_{изг} = 0,$$

откуда

$$Q = R_{Ay} = Fb(a + b); M_{изг} = R_{Ay}x = Fbx(a + b).$$

Соответственно для правой части балки

$$F - R_{By} - Q = 0; M_{изг} = F(a - x) - R_{By} = (a - x + b)F,$$

откуда

$$Q = F - R_{By} = F - Fa(a + b) = Fb(a + b);$$

$$M_{изг} = F(a - x) - Fa(a + b - x) = -Fbx(a + b).$$

Таким образом, в сечении C внутренние факторы сводятся к перерезывающей силе Q и изгибающему моменту $M_{изг}$. При этом знаки внутренних факторов Q и $M_{изг}$ в разных частях балки получились противоположными, а их числовые значения — одинаковыми. Следовательно, для определения Q и $M_{изг}$ достаточно рассмотреть равновесие лишь одной части балки. Изгибающий момент в сечении равен сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону сечения, а перерезывающая сила равна сумме всех сил, расположенных по эту сторону сечения. Изгибающие моменты будем считать положительными, если они изгибают балку так, что сжатые слои будут находиться сверху (выпуклостью вниз), и отрицательными, если сжатые слои снизу

(выпуклостью вверх). Поперечную силу будем считать положительной, если равнодействующая внешних сил, действующих слева от сечения, направлена вверх, а действующих справа — вниз.

Для построения графиков изменения поперечных сил и изгибающих моментов балку разбивают на участки, на которых нагрузка однородна. В рассматриваемом примере (см. рис. 11.3) таких участков два: первый, где x меняется от нуля до a , и второй, где x меняется от a до $(a + b)$ (рис. 11.4, а). На участке I поперечная сила и изгибающий момент имеют следующие значения:

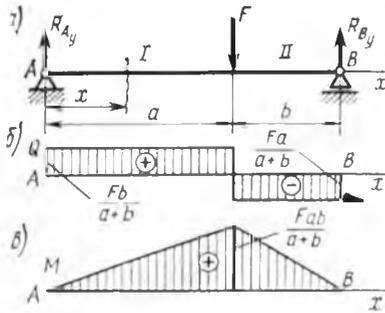


Рис. 11.4

$$Q_I = R_{Ay} = Fb(a + b);$$

$$M_{изгI} = R_{Ay}x = Fbx(a + b).$$

В пределах участка поперечная сила Q постоянна, а момент линейно растет от нуля до значения $M_{изг} = Fba(a + b)$.

На участке II эти факторы имеют значения:

$$Q_{II} = R_{Ay} - F = -Fa(a + b).$$

$$M_{изгII} = R_{Ay}x - F(x - a) = Fa - Fax(a + b).$$

Поперечная сила постоянная, а момент уменьшается по линейному закону до нуля в точке B. Эпюра поперечной силы $Q(x)$ изображена на рис. 11.4, б. В точке приложения сосредоточенной силы функция $Q(x)$ имеет разрыв, изменяясь на значение прикладываемой силы F . Эпюра момента $M_{изг}(x)$ изображена на рис. 11.4, в. В точке приложения силы график функции $M_{изг}(x)$ имеет излом.

Рассмотрим построение эпюр Q и $M_{изг}(x)$ у балки длиной l на двух опорах, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q (рис. 11.5, а). Из уравнений статики находим реакции опор

$$R_A = R_B = ql/2.$$

Рассматривая сечение C балки с координатой x , находим силовые факторы в сечении:

$$Q_C = R_A - qx = ql/2 - qx;$$

$$M_{изг} = R_Ax - qx \cdot dx/2 = qlx/2 - qx^2/2.$$

При $x = l/2$ имеем $M_{изг \max} = ql^2/8$.

Эпюры $Q(x)$ и $M(x)$ показаны соответственно на рис. 11.5, б, в.

Наконец, рассмотрим построение эпюр для консольной балки с заделкой (рис. 11.6, а). Консольной балкой называют балку, закрепленную одним концом; консолью называют часть балки, выходящую за опору.

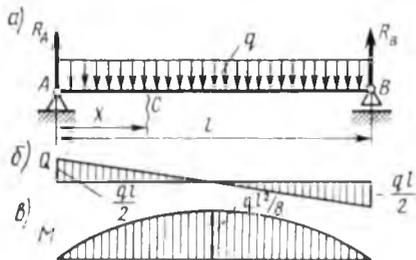


Рис. 11.5

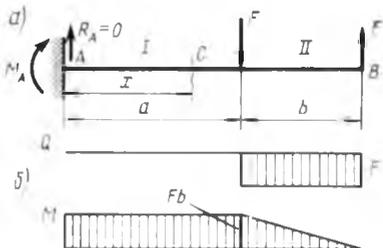


Рис. 11.6

Балку можно разбить на участки *I* и *II*. Для построения эпюр в данном случае нет необходимости определять реакции опоры. Достаточно брать сумму сил и моментов с правой стороны сечения *C*: на участке *I* $Q(x) = 0$; $M_{\text{изг}}(x) = F(a + b - x) - F(a - x) = Fb$; на участке *II* $Q(x) = F$; $M_{\text{изг}}(x) = F(a + b - x) = F(a + b) - Fx$. Построение эпюр показано на рис. 11.6, б. Эпюры показывают, что на участке *I* происходит чистый изгиб, а на участке *II* — поперечный изгиб.

Рассматривая построенные для трех разобранных примеров эпюры, нетрудно подметить определенную связь между эпюрами изгибающих моментов и поперечных сил: поперечная сила $Q(x)$ представляет собой производную от изгибающего момента $M_{\text{изг}}(x)$ по длине балки. Это можно доказать следующим образом.

Рассмотрим элемент балки длиной dx и нагруженный распределенной нагрузкой q (рис. 11.7). На концах элемента приложим изгибающие моменты M и $(M + dM)$ и поперечные силы Q и $(Q + dQ)$. Составляя уравнение равновесия для элементов балки, получим

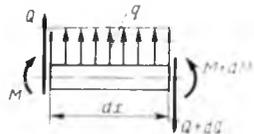


Рис. 11.7

$$Q + qdx - Q - dQ = 0;$$

$$M + Qdx + qdx \cdot dx/2 - M - dM = 0.$$

Отсюда, если отбросить $qdx^2/2$ — величину высшего порядка малости, получим

$$dQ/dx = q(x); \quad (11.1)$$

$$dM/dx = Q(x). \quad (11.2)$$

Формулы (11.1) и (11.2) используют для контроля построенных эпюр. В точках приложения сосредоточенных сил эпюра $Q(x)$ претерпевает скачок на значение внешней силы, а эпюра M_x претерпевает излом. На участках между точками приложения сил, если $q=0$, сила $Q = \text{const}$, а момент $M(x)$ является линейной функцией. На участке балки с нагрузкой интенсивности $q = \text{const}$ эпюра Q будет линейной, а эпюра $M(x)$ — квадратичной параболой.

§ 11.3. Напряжения при чистом изгибе

Рассмотрим чистый изгиб бруса постоянного поперечного сечения под действием моментов $M_{\text{изг}}$, приложенных на торцах бруса (рис. 11.8). В любом сечении бруса изгибающий момент один и тот же, и изменение кривизны для всех участков будет одинаковым. Поэтому при чистом изгибе ось бруса принимает форму дуги окружности. Верхние волокна бруса удлиняются, а нижние укорачиваются. В средней части бруса находится слой волокон $n-n$, который не изменяет своей длины. Плоскость, содержащая эти волокна, называется нейтральной плоскостью.

Предполагается, что плоские сечения однородного бруса до деформации при чистом

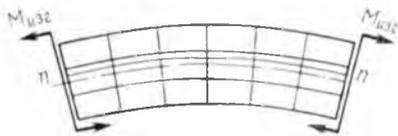
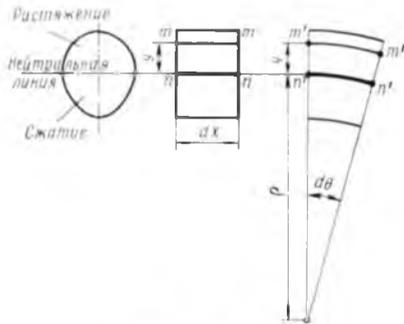


Рис. 11.8

Рис. 11.9

изгибе, поворачиваясь друг относительно друга, остаются плоскими и после деформации. Учитывая это, рассмотрим элемент бруса между двумя сечениями, отстоящими на расстоянии dx (рис. 11.9). Левое сечение условно примем за неподвижное. Тогда в результате поворота правого сечения на угол $d\theta$ слои, лежащие выше линии $n-n$, удлинятся, а нижние укоротятся. Отрезок нейтрального слоя $n-n$ сохраняет свою длину $dx = \rho d\theta$, где ρ — радиус кривизны нейтральной линии. Отрезок $m-m$, взятый на расстоянии y от нейтральной линии, получит приращение длины: $(\rho + y) d\theta - \rho d\theta = y d\theta$. Относительное удлинение слоя $m-m$ равно $\epsilon_x = y d\theta / dx$, но $dx = \rho d\theta$, откуда

$$\epsilon_x = y / \rho.$$

В соответствии с законом Гука

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E y / \rho. \quad (11.3)$$

Таким образом, при чистом изгибе напряжения в поперечном сечении меняются по линейному закону и равны нулю в нейтральном слое.

Как известно, главный вектор внутренних сил в сечении бруса является суммой сил N , Q_x и Q_y (см. § 10.1), которые уравнивают внешние силы, действующие на рассматриваемую часть бруса. В случае чистого изгиба внешним фактором является изгибающий момент, следовательно, $N=0$. Если на элементарной площадке сечения dA действует сила $\sigma_x dA$, то $N = \int_A \sigma_x dA$. Или учитывая формулу (11.3), получим

$$\frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0, \text{ откуда } \int_A y dA = 0.$$

Этот интеграл является статическим моментом площади сечения относительно нейтральной линии, принятой за ось x . Так как статический момент площади относительно оси, проходящей через центр тяжести площади, равен нулю, то нейтральная линия $n-n$ проходит через центр тяжести сечения, а нейтральный слой бруса при изгибе проходит через центр тяжести его поперечных сечений.

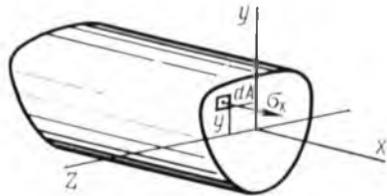


Рис. 11.10

Примем за начало координат центр тяжести сечения, а ось x направим по нейтральной оси бруса (рис. 11.10). Изгибающий момент в сечении бруса выразим через напряжения в виде интеграла

$$M_{\text{изг}} = \int_A \sigma_x y dA = M_z,$$

или

$$M_{\text{изг}} = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = EJ_z \rho.$$

Здесь J_z — момент инерции сечения относительно оси z . Таким образом,

$$1/\rho = M_{\text{изг}} / (EJ_z). \quad (11.4)$$

Тогда напряжение будет

$$\sigma_x = E y / \rho = M_{\text{изг}} y / J_z. \quad (11.5)$$

Формула (11.5) справедлива для плоского изгиба.

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтрального слоя:

$$\sigma_{x \max} = M_{\text{изг}} y_{\max} / J_z.$$

Отношение $J_z / y_{\max} = W_z$ называется моментом сопротивления при изгибе. Тогда

$$\sigma_{x \max} = M_{\text{изг}} / W_z.$$

Если $[\sigma_{\text{п}}]$ — допускаемое напряжение при изгибе, то формула для расчета на прочность приобретает вид

$$\sigma_x = M_{\text{изг}} / W_z \leq [\sigma_{\text{п}}]. \quad (11.6)$$

Значения W_z для некоторых наиболее часто встречающихся форм сечений приведены в табл. 11.1.

Из формулы (11.6) видно, что более выгодными являются формы поперечных сечений с наибольшим моментом сопротивления W_z при наименьшей затрате материала. Это возможно, если большая часть площади сечения будет удалена от нейтральной оси, как, например, у рельса, двутавровых балок и т. д.

§ 11.4. Напряжения при поперечном изгибе

Условия поперечного изгиба бруса отличаются тем, что кроме изгибающего момента в сечениях бруса будет поперечная сила Q . Эта сила вносит изменения в закон распределения нормального напряжения, установленный для чистого изгиба. В связи с незначительностью этих изменений считают, что нормальные напряжения при поперечном изгибе будут определяться, как

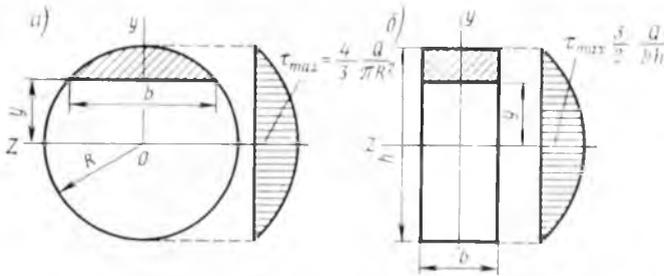


Рис. 11.11

и при чистом изгибе, по формуле (11.5). Однако наличие поперечной силы приводит к появлению касательных напряжений в сечении. При расчетах деталей машин и приборов эти касательные напряжения обычно не учитываются, поэтому ограничимся лишь упоминанием о том, что касательные напряжения могут быть определены при плоском изгибе по формуле Журавского

$$\tau = QS'_z / (J_z b),$$

где S'_z — статический момент заштрихованной площади сечения относительно оси z ; J_z — осевой момент инерции заштрихованной части сечения относительно оси z ; b — размер, ясный из рисунка. Для круглого сечения (рис. 11.11, а) $S'_z = 2(R^2 - y^2)^{3/2}$; $J_z = \pi R^4 / 4$; $b = 2(R^2 - y^2)$, отсюда $\tau = 4Q(R^2 - y^2) / (3\pi R^4)$; $\tau_{\max} = 4Q / (3\pi R^2)$. Для прямоугольного сечения со стороной h и шириной b (рис. 11.11, б):

$$S'_z = b(h^2/4 - y^2); \quad J_z = bh^3/12;$$

$$\tau = 6Q(h^2/4 - y^2) / (bh^3); \quad \tau_{\max} = 3Q / (2bh).$$

§ 11.5. Определение перемещений при изгибе. Уравнение упругой линии

Перемещения при изгибе характеризуют форму деформированного бруса и определяются искривлением его нейтральной оси, или упругой линии. Упругая линия выражается уравнением, связывающим перемещение $y(x)$ каждой ее точки с внешними нагрузками F_1 ; F_2 (рис. 11.12). Из математики известно, что кривизна линии, заданной уравнением $y = y(x)$, определяется по формуле

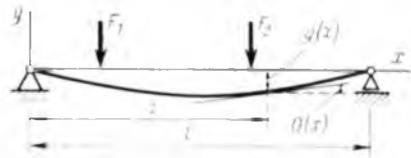


Рис. 11.12

$$1/\rho = \frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2},$$

где ρ — радиус кривизны линии. Согласно формуле (11.4) кривизну бруса можно выразить через изгибающий момент:

$$\frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = M_{\text{изг}} / (EJ_z).$$

В общем случае при переменных $M_{\text{изг}}$ и J_z это уравнение решить трудно, но его можно упростить, если учесть, что прогибы бруса $y(x)$ малы, поэтому $dy/dx \ll 1$. Пренебрегая величиной $(dy/dx)^2$, получим уравнение упругой линии в виде

$$d^2y/dx^2 = M_{\text{изг}} / (EJ_z). \quad (11.7)$$

Величина EJ_z называется жесткостью бруса при изгибе. Уравнение упругой линии бруса находят интегрируя уравнение (11.6). Определив реакции опор и построив эпюры изгибающих моментов, брус делят на участки с однородной нагрузкой, и для каждого участка записывают уравнение (11.6), в котором момент $M_{\text{изг}}$ будет определенной функцией x . Эти уравнения интегрируют, а произвольные постоянные, полученные при интегриро-

вании, определяют из условия, что на границах участков перемещения и углы наклона упругой линии бруса одинаковы.

Необходимо отметить, что формулы (11.1), (11.2), (11.7) для изгиба бруса с постоянным сечением можно написать в такой последовательности:

$$\theta = dy/dx;$$

$$M = EJ_z d^2 y/dx^2;$$

$$Q = EJ_z d^3 y/dx^3;$$

$$q = EJ_z d^4 y/dx^4.$$

Все эти соотношения являются справедливыми лишь для малых перемещений. Для большинства задач, связанных с расчетами на прочность и жесткость при изгибе, это предположение справедливо. В некоторых случаях, например при исследовании пружин, возникает необходимость решения задачи при больших перемещениях. Методы изучения больших перемещений бруса при изгибе рассматриваются в теории гибких стержней.

ГЛАВА 12. СДВИГ И КРУЧЕНИЕ

§ 12.1. Сдвиг

Если нормальные напряжения вызывают линейные деформации тела, например удлинение и сужение элементов тела, то касательные напряжения вызывают угловые деформации, или сдвиги. Сдвиги характеризуют изменение первоначального прямого угла между двумя взаимно перпендикулярными волокнами в деформированном теле. Чистым сдвигом называется напряженное состояние, при котором одно из главных напряжений равно нулю.

Схему деформации сдвига можно условно представить на деформации набора пластин (рис. 12.1, а) под действием касательных усилий, приложенных к верхней пластине. После приложения на-

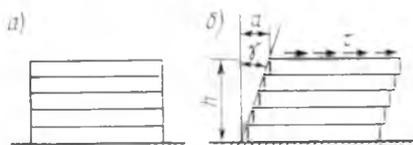


Рис. 12.1

грузки τ пластины сдвинутся относительно друг друга так, что высота h останется такой же, а вертикальная грань отклонится от своего первоначального положения на угол γ (рис. 12.1, б). Угол γ называется углом сдвига. Если абсолютная деформация сдвига характеризуется перемещением a элемента на

участке высотой h , то относительная деформация, или относительный сдвиг, при малых углах γ будет

$$a/h = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma.$$

При сдвиге также справедлив закон Гука

$$\tau = G\gamma,$$

где G — коэффициент пропорциональности, называемый модулем сдвига или модулем упругости второго рода.

Искажение прямых углов элементов деформированного тела под действием растягивающих усилий происходит за счет удлинений и укорочений элементов во взаимно перпендикулярных направлениях. Рассматривая связь между относительным сдвигом элементов тела и их линейными деформациями при растяжении, можно выразить модуль сдвига через модуль упругости E :

$$G = E/[2(1 + \nu)],$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Расчетная формула для сдвига. Если на брус с площадью поперечного сечения A действует сдвигающая нагрузка F , то касательное напряжение выражается формулой

$$\tau = F/A.$$

Разрушение детали при деформации сдвига называют срезом. Подобное разрушение можно наблюдать, например, в болтовых и заклепочных соединениях (рис. 12.2) и при деформации кручения валов. Условие прочности детали, работающей на срез, имеет вид

$$\tau = F/A \leq [\tau], \quad (12.1)$$

где $[\tau] = (0,5 \dots 0,6) [\sigma]$ — допускаемое напряжение на срез; $[\sigma]$ — допускаемое растягивающее напряжение.

§ 12.2. Кручение

Под кручением понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникает только крутящий момент, а прочие силовые факторы равны нулю. При такой деформации поперечные сечения бруса, например, с круглым поперечным сечением остаются плоскими, а расстояние между ними не меняется. Поперечные сечения поворачиваются вокруг оси стержня на некоторые углы, причем образующие цилиндра обращаются в винтовые линии (рис. 12.3, а). Таким образом, кручение круглого бруса представляет собой пример деформации чистого сдвига.

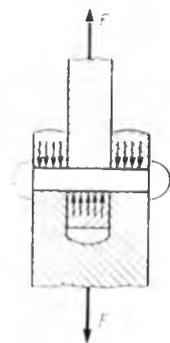


Рис. 12.2

Рассмотрим элемент деформированного бруса в виде диска толщиной dx (рис. 12.3, б). Участок $ABCD$ на поверхности диска испытывает деформацию сдвига, образуя фигуру $AB'C'D$. При этом между углом сдвига γ и углом поворота сечения $d\varphi$ на длине dx имеется зависимость:

$$BB' = rd\varphi = dx\gamma,$$

откуда

$$\gamma = rd\varphi/dx.$$

Деформация внутри бруса на расстоянии ρ от его оси $\gamma = \rho d\varphi/dx$. По закону Гука можно написать

$$\tau = G\gamma = G\rho d\varphi/dx. \quad (12.2)$$

Касательные напряжения по сечению меняются линейно от нуля в центре до максимального значения τ_{max} на поверхности бруса:

$$\tau_{max} = G\rho d\varphi/dx. \quad (12.3)$$

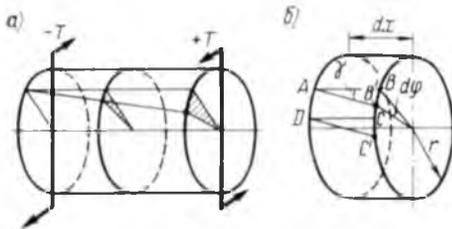


Рис. 12.3

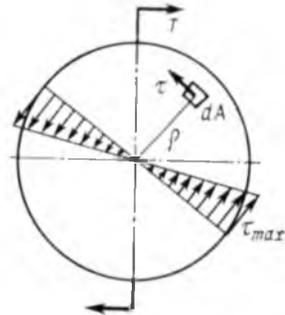


Рис. 12.4

Эпюра касательных напряжений показана на рис. 12.4. Условие равновесия части бруса, находящегося под действием внешнего крутящего момента T и касательных напряжений τ в сечении, имеет вид

$$\int_A \rho\tau dA - T = 0,$$

Учитывая зависимость (12.2), запишем

$$G \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 dA = T. \quad (12.4)$$

Интеграл $\int_A \rho^2 dA = I_p$, как указывалось в § 11.1, называется полярным моментом инерции сечения. Например, для круглого кольцевого сечения $I_p = \pi(d^4 - d_0^4)/32$, где d — наружный и d_0 — внутренний диаметр сечения. Для сплошного круглого сечения ($d_0 = 0$), $I_p = \pi d^4/32$.

Уравнение (12.3) можно записать как

$$Gd\varphi dx = Tr J_p. \quad (12.5)$$

Из уравнений (12.3) и (12.5) получаем

$$\tau_{\max} = Tr J_p. \quad (12.6)$$

Величина $J_p/r = W_p$ называется полярным моментом сопротивления (см. § 11.1). Для сплошного круглого сечения $W_p = \pi d^3/16 \approx 0,2d^3$, для кольцевого сечения $W_p = 0,2d^3(1 - d_0^4/d^4)$.

Формула (12.6) примет вид

$$\tau_{\max} = T W_p.$$

Величина $d\varphi/dx = \theta$ называется относительным углом закручивания. Из формулы (12.5) имеем

$$\theta = d\varphi/dx = T J_p G.$$

Значение полного угла поворота одного сечения относительно другого, находящегося от него на расстоянии l , получают, интегрируя уравнение $d\varphi = T dx (J_p G)$ в пределах от 0 до l

$$\varphi_l = Tl (GJ_p).$$

Величина GJ_p называется жесткостью бруса при кручении.

При расчете бруса на кручение определяют две основные величины: напряжение и угловое перемещение в зависимости от внешних моментов. Расчетная формула имеет вид

$$\tau = T W_p [\tau], \quad (12.7)$$

где $[\tau]$ — допускаемое касательное напряжение при кручении. Задаваясь допустимым значением угла φ , по формуле (12.7) можно определить размеры сечения исходя из заданной жесткости.

ГЛАВА 13. ПОНЯТИЕ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

§ 13.1. Устойчивость равновесия системы

Под устойчивостью понимают свойство систем сохранить равновесие при внешних воздействиях. Если система таким свойством не обладает, то она называется неустойчивой. Потеря системой устойчивости или отклонение от исходного равновесного состояния может быть вызвана рядом причин и сопровождается большими перемещениями, пластическими деформациями или полным разрушением.

Считается, что если после устранения причин, вызывающих отклонение, система возвращается к исходному состоянию равновесия, то это ее состояние считается устойчивым; если не возвращается — неустойчивым. Такой подход к анализу устойчивости позволяет определить значения внешних сил, при которых устойчивое положение равновесия становится неустойчивым. Эти силы называют критическими и рассматривают как предельные для данной конструкции. При расчете на устойчивость рабочая нагрузка назначается как n -я доля критической, а величина n называется запасом устойчивости.



Рис. 13.1

Рассмотрим задачу о равновесии стержня, сжатого центральными силами F (задача Л. Эйлера). Положим, что по какой-то причине сжатый стержень изогнулся (рис. 13.1). Рассмотрим условия, при которых возможно равновесие стержня с изогнутой осью.

При малых прогибах изгибающий момент M и прогиб y связаны уравнением

$$d^2y/dx^2 = M/(EJ_z),$$

где J_z — осевой момент сечения относительно оси z (см. рис. 11.10). Но изгибающий момент M по абсолютному значению равен произведению Fy . При $y > 0$ упругая линия обращена выпуклостью вверх и кривизна ее отрицательна. Момент силы направлен так, что еще сильнее искривляет упругую линию. Момент $M = -Fy$. Тогда

$$d^2y/dx^2 = -Fy/(EJ_z).$$

Введем обозначение

$$k^2 = F/(EJ_z), \tag{13.1}$$

тогда уравнение примет вид

$$d^2y/dx^2 + k^2y = 0. \tag{13.2}$$

Решением этого дифференциального уравнения будет функция

$$y = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx. \tag{13.3}$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий:

- 1) при $x=0$ $y=0$ и $C_2=0$;
- 2) при $x=l$ $y=0$, откуда $C_1 \sin kl = 0$.

Во втором случае либо $C_1=0$, либо $\sin kl = 0$. Если $C_1=C_2=0$, то $y=0$ и стержень будет прямым. Этот случай нас не интересует. Если $\sin kl = 0$, то $kl = \pi n$, где n — произвольное

целое число. Подставляя это выражение в формулу (13.1), получаем

$$F = \pi^2 J_z E n^2 l^2.$$

Следовательно, для того чтобы стержень сохранял криволинейную форму, необходимо, чтобы сила F принимала определенное значение. Наименьшее значение силы, отличной от нуля (при $n = 1$), называется первой критической силой:

$$F_{кр} = \pi^2 J_z E l^2. \quad (13.4)$$

При $n = 1$ имеем $kl = \pi$, и уравнение упругой линии (13.3) примет вид

$$y = C_1 \sin(\pi x / l),$$

т. е. стержень имеет форму синусоиды с максимальным прогибом C_1 , который остается неопределенным. При других значениях n упругая линия стержня выражается функцией

$$y = C_1 \sin(\pi n x / l)$$

и имеет вид n полуволн.

Более подробный анализ решения этой задачи без предположения малости прогибов показывает, что при силе меньше первой критической единственная прямолинейная форма равновесия является устойчивой. При силе больше, чем критическая, устойчивой формой является форма с осевой линией, изогнутой по полуволне, а прочие формы являются неустойчивыми. Для практики имеет значение только первая форма и соответственно первая критическая сила.

§ 13.2. Зависимость критической силы от условий закрепления. Расчет на устойчивость

При изменении условий закрепления значения критической силы $F_{кр}$ меняется. Однако используя особенности упругой линии, можно распространить полученное в § 13.1 решение на другие случаи закрепления стержня. В общем виде формула для критической силы имеет вид

$$F_{кр} = \pi^2 E J_z (\mu l)^{-2}, \quad (13.5)$$

где μ — коэффициент, характеризующий условия закрепления концов стержня. На рис. 13.2 показаны некоторые формы упругой линии и условия закрепления, а также приведены значения коэффициента μ для этих случаев.

Критическое напряжение находят, разделив критическую силу на площадь поперечного сечения стержня:

$$\sigma_{кр} = F_{кр} / A = \pi^2 E J_{мин} [(\mu l)^{-2} A], \quad (13.6)$$

где $J_{мин}$ — минимальный момент инерции сечения. При потере устойчивости изгиб всегда происходит в плоскости наименьшей

жесткости EJ_{\min} , т. е. нейтральной плоскостью будет служить плоскость, проходящая через центральную ось, для которой момент инерции сечения будет минимальным. Этот момент инерции сечения необходимо учитывать и при вычислении критической силы $F_{кр}$ по формуле (13.5).

Вводя обозначение $\lambda = \mu l \sqrt{J_{\min} A}$, из формулы (13.6) получают выражение критического напряжения:

$$\sigma_{кр} = \pi^2 E \lambda^{-2}. \quad (13.7)$$

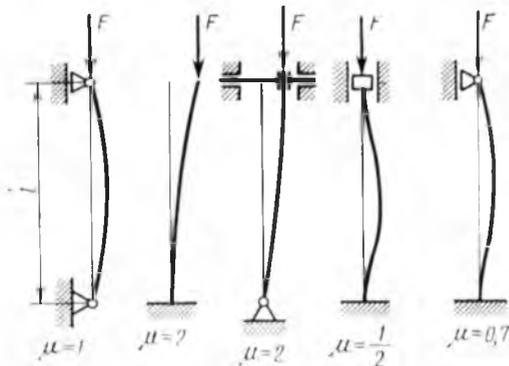


Рис. 13.2

Величина λ называется гибкостью стержня. Формула (13.7) показывает, что значение $\sigma_{кр}$ тем больше, чем меньше гибкость стержня.

Полученные формулы справедливы только в пределах действия закона Гука, т. е. для сравнительно тонких и длинных стержней, у которых напряжение сжатия при критических нагрузках оказывается меньше предела пропорциональности.

Для коротких и жестких стержней критическая сила будет большей, и в них возникают пластические деформации еще в стадии простого сжатия, т. е. до потери устойчивости. Формула Эйлера (13.4) становится неприменимой, когда $\sigma_{кр}$ достигает предела пропорциональности $\sigma_{п}$ (см. § 10.6). Отсюда находим выражение предельной гибкости:

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\pi^2 E \sigma_{п}^{-1}}.$$

Более подробный анализ устойчивости, когда применима формула Эйлера, показывает, что расчет стержня на устойчивость можно проводить по сниженным допускаемым напряжениям. Вместо допускаемого напряжения сжатия $[\sigma]_{сж}$ берется напряжение $\varphi [\sigma]_{сж}$.

Уравнение прочности имеет вид

$$F/A \leq \varphi [\sigma]_{сж}. \quad (13.8)$$

Величина φ называется коэффициентом снижения допускаемого напряжения. С увеличением гибкости она уменьшается. Значения коэффициентов φ для некоторых материалов приводятся в табл. 13.1.

Гибкость λ	Материал			Гибкость λ	Материал		
	Ст2, Ст3, Ст4	Ст5	Чугун		Ст2, Ст3, Ст4	Ст5	Чугун
0	1	1	1	100	0,60	0,51	0,16
20	0,96	0,96	0,91	120	0,45	0,36	—
40	0,92	0,89	0,69	140	0,36	0,29	—
60	0,86	0,82	0,44	160	0,29	0,24	—
80	0,75	0,70	0,26	180	0,23	0,19	—

Чтобы определить допускаемую сжимающую силу при известной длине стержня, способе его закрепления, форме и площади поперечного сечения, материале стержня и допускаемом напряжении, определяют J_{\min} , μ и гибкость стержня по формуле $\lambda = \mu l \sqrt{J_{\min} / A}$. Затем по табл. 13.1 находят φ и по формуле (13.8) определяют F .

Иногда надо определить размеры поперечного сечения стержня по заданной нагрузке F , при известной длине l , способе закрепления, материале и допускаемом напряжении. Эта задача решается путем последовательных проб, поскольку гибкость стержня неизвестна.

Пример. Подобрать размеры квадратного сечения со стороной a стойки, заземленной одним концом, а на другом свободном конце нагруженной силой $F = 200$ кН. Длина стержня $l = 1$ м, материал Ст2, допускаемое напряжение $[\sigma]_{\text{сж}} = 140$ МПа. Если стержень совсем короткий, то размер a определился бы из отношения $F/A = F/a^2 < [\sigma]_{\text{сж}}$, откуда $a^2 \approx 14,3$ см², или $a = \sqrt{14,3} = 3,78$ см.

1. Примем $a = 4$ см. В соответствии с рис. 13.2, $\mu = 2$. Тогда при $J_{\min} = bh^3/12 = a^4/12$, а $\lambda = \mu l \sqrt{J_{\min} / A} = 2l \sqrt{12} a = 173$.

Из табл. 13.1 находим $\varphi \approx 0,25$. По формуле (13.8) находим допускаемую нагрузку $F = A\varphi[\sigma]_{\text{сж}} = 56$ кН < 200 кН.

2. Примем $a = 5$ см. Далее, как в п. 1, $\lambda = 138,4$; $\varphi \approx 0,37$.

$F = A\varphi[\sigma]_{\text{сж}} = 134,5$ кН < 200 кН.

3. Задается $a = 5,65$ см; $\lambda = 122,5$; $\varphi = 0,43$.

$F = A\varphi[\sigma]_{\text{сж}} = 31,92 \cdot 0,43 \cdot 14000 = 192,04$ кН < 200 кН.

4. Заданная $a = 5,7$ см получаем $\lambda = 121,4$; $\varphi = 0,44$. Тогда

$F = A\varphi[\sigma]_{\text{сж}} = 200,2$ кН ≈ 200 кН.

Этот результат можно принять за окончательный.

ГЛАВА 14. МЕСТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ СЖАТИИ УПРУГИХ ТЕЛ

§ 14.1. Местные напряжения

Работоспособность многих деталей механизмов ограничена недостаточной прочностью поверхностных слоев в местах их контакта. Обычно у таких деталей нагрузки передаются че-

рез малые участки поверхности и вызывают в зоне контакта большие контактные напряжения. Это происходит, например, в зубчатых колесах, подшипниках качения, фрикционных колесах.

Вопрос о деформациях и напряжениях, возникающих в месте контакта, решается методами теории упругости. При решении задачи задаются следующими предположениями: 1) материалы соприкасающихся тел однородны, изотропны, а нагрузки создадут в зоне контакта только упругие деформации; 2) площадка контакта мала по сравнению с размерами тел; 3) действующие усилия направлены по нормали к поверхности соприкасающихся тел.

С учетом этих предположений задача о напряженном состоянии в зоне контакта впервые была решена Г. Герцем. В общем случае контур поверхности контакта является эллипсом, при сжатии двух шаров — окружностью, а при сжатии двух цилиндров — прямоугольником.

§ 14.2. Сжатие двух шаров

При сжатии двух шаров радиусами R_1 и R_2 силой F , Н (рис. 14.1) в результате местных упругих деформаций образуется площадка контакта, контур которой имеет форму окружности радиусом a . Радиус этой площадки в мм определяется по формуле

$$a = 1,109 \sqrt[3]{F \rho_n E_n}$$

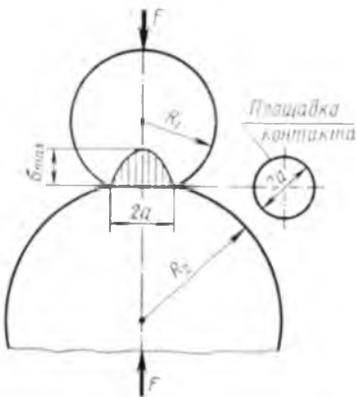


Рис. 14.1

где $\rho_n = R_1 R_2 / (R_2 \pm R_1)$ — приведенный радиус кривизны, мм (знак „—“ берут в случае контакта выпуклой поверхности радиуса R_1 с вогнутой поверхностью радиуса R_2); $E_n = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ — приведенный модуль упругости материалов шаров, МПа. Давление на площадке контакта распределяется неравномерно. Наибольшее давление будет в центре площадки. Наибольшее напряжение в МПа, действующее в центре площадки, определяется по формуле

$$\sigma_{\max} = 0,388 \sqrt[3]{F E_n^2 \rho_n^2}$$

§ 14.3. Сжатие двух цилиндров

При сжатии двух цилиндров радиусами R_1 и R_2 и длиной l (рис. 14.2), нагрузкой интенсивностью q площадка контакта имеет вид плоскости шириной b , ограниченной параллель-

ными линиями. Ширина полоски b в мм определяется по формуле

$$b = 3,04 \sqrt{q \rho_n E_n},$$

где q выражается в кН/м; ρ_n — приведенный радиус кривизны; E_n — приведенный модуль упругости (см. § 14.2).

Наибольшее давление в точках средней линии полосы контакта равно максимальному напряжению:

$$\sigma_{\max} = \sqrt{E_n q [2\pi(1-\nu^2)\rho_n]}.$$

Для материалов с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ имеем

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q E_n \rho_n},$$

где σ_{\max} выражается в МПа. Контактные напряжения пропорциональны нагрузке в степени 1/2 или 1/3 и зависят от модуля упругости. Это объясняется тем, что сама площадка контакта растет с ростом нагрузки и тоже зависит от модуля упругости.

Наибольшее касательное напряжение возникает под поверхностью площадки контакта на глубине примерно 0,5 a при круговой площадке и на глубине 0,4 b при площадке в виде полоски. Значение максимального касательного напряжения $\tau_{\max} \approx 0,3\sigma_{\max}$.

Наибольшее касательное напряжение на площадке контакта в форме круга действует на контуре площадки, а на площадке в форме полоски действует посередине полоски.

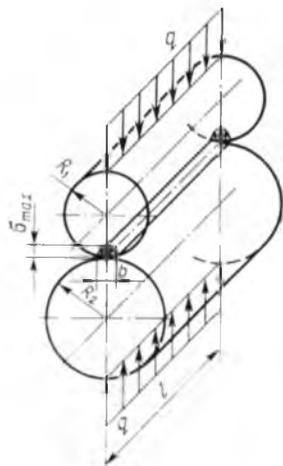


Рис. 14.2

ГЛАВА 15. РАБОТОСПОСОБНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ МАШИН И ПРИБОРОВ

§ 15.1. Нагрузки и напряжения

Нагрузки, действующие на детали механизмов, и возникающие от них напряжения могут быть постоянными и переменными. В большинстве деталей возникают переменные напряжения, характер и пределы изменения которых разнообразны. Наибольший интерес представляют регулярно изменяющиеся напряжения.

Характеристикой цикла называют отношение минимального напряжения к максимальному: $r_\sigma = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$.

Цикл называется симметричным (рис. 15.1, а), если $r_\sigma = -1$,

т. е. $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$. Другие циклы (рис. 15.1, б, в) называются асимметричными. Если $\sigma_{\min} = 0$ (рис. 15.1, б), то $r_\sigma = 0$ и цикл называется отнулевым. Для постоянной нагрузки $r_\sigma = 1$. Средним напряжением цикла называется величина

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2. \quad (15.1)$$

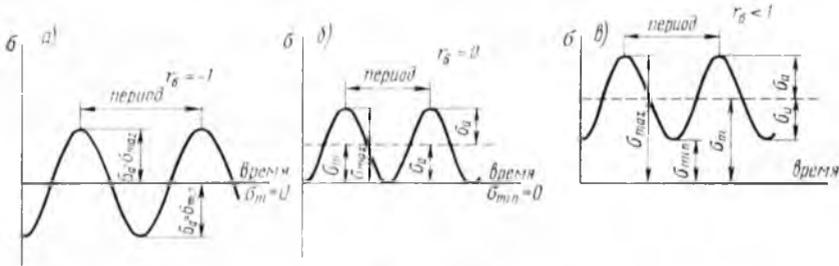


Рис. 15.1

Амплитудой цикла называется величина

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2.$$

Напряжение цикла можно представить в виде суммы среднего напряжения и напряжения симметричного цикла с амплитудой σ_a :

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (15.2)$$

Под действием внешних нагрузок напряженное состояние детали может быть простым и сложным. При простом напряженном состоянии деталь подвергается только растяжению или сжатию, изгибу или кручению. Сложным напряженным состоянием будет такое, когда в расчетах на прочность наряду с нормальным напряжением в поперечном сечении бруса приходится учитывать и касательное напряжение, например, когда деталь подвергается одновременно изгибу и кручению.

§ 15.2. Предельные и допускаемые напряжения

Предельным, или опасным, называется напряжение $\sigma_{\text{пред}}$, при котором деталь выходит из строя вследствие разрушения или большой остаточной деформации. Допускаемым, или безопасным, напряжением $[\sigma]$ называется напряжение, при котором деформации не выходят за пределы упругости. Допускаемое напряжение составляет часть предельного напряжения:

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}}/n; \quad [\tau] = \tau_{\text{пред}}/n,$$

где коэффициент $n > 1$ называется запасом прочности. Правильный выбор допускаемых напряжений — важнейшее условие обеспечения оптимальных размеров деталей и надежности

их работы. Многолетними экспериментами установлены значения допускаемых напряжений для ряда конструкций и условий работы. Эти данные, приводимые в технических справочниках, стандартах и заводских нормалях, рекомендуется использовать при расчетах на прочность деталей механизмов. Если таких данных нет, то их надлежит определить. Для этого необходимо установить числовые значения $\sigma_{\text{пред}}$ и n .

§ 15.3. Определение предельного напряжения в случае простого напряженного состояния

При постоянном напряжении ($r_\sigma = 1$) для пластичных материалов, например сталей, за предельное напряжение принимают предел текучести $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T$; $\tau_{\text{пред}} = \tau_T$. Для хрупких материалов (чугун, керамика и т. п.) предельным напряжением является предел прочности $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_B$; $\tau_{\text{пред}} = \tau_B$.

При переменных напряжениях при симметричном цикле ($r_\sigma = -1$) принимают

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{-1}; \quad \tau_{\text{пред}} = \tau_{-1},$$

где σ_{-1} и τ_{-1} — пределы выносливости, см. § 10.6.

При асимметричных циклах предельное напряжение σ_r определяют по диаграмме предельных напряжений, показанной на рис. 15.2. В этой диаграмме по оси абсцисс откладывают среднее напряжение $OB = \sigma_m = \sigma_b$, значение которого определяется по формуле (15.1), а по оси ординат откладывают отрезок $OA = \sigma_{-1} = \sigma_{\text{пред}}$ при симметричном цикле, когда $\sigma_m = 0$. Соединяя прямой точки A и B , получаем упрощенную диаграмму. Любая прямая, проведенная из начала координат O , будет геометрическим местом точек, координаты которых выражают среднее напряжение цикла

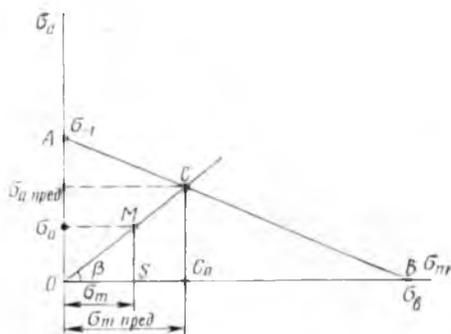


Рис. 15.2

σ_m и амплитуду цикла σ_a . Согласно формуле (15.2), например, для точки M имеем $\sigma_{\text{max}} = \sigma_{OS} + \sigma_{SM}$. Из диаграммы имеем

$$\operatorname{tg} \beta = \sigma_a / \sigma_m = (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}) / (\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}) = (1 - r_\sigma) / (1 + r_\sigma).$$

Если задано значение характеристики цикла r_σ , то определяют угол β , проводят луч, пересечение которого с прямой AB дает точку C . Ее проекция на ось σ_m (точка C_0) характеризует величину $\sigma_{m\text{пред}}$. Тогда предельное напряжение для данной r_σ

и характеристик материала σ_b и σ_{-1} будет определено по формуле $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_0 c_\sigma + \sigma_{-1} c_s$. Например, при отнулевом цикле $\sigma_m = -\sigma_a$; $\text{tg } \beta = 1$; $r_\sigma = 0$. Тогда $\sigma_{\text{пред}} = 2\sigma_m$.

§ 15.4. Влияние различных факторов на прочность деталей

Значения характеристик механических свойств материалов σ_T , σ_b , σ_{-1} и т. д. находят по результатам испытаний образцов определенной формы, размеров, при определенной температуре и шероховатости поверхности, поскольку все эти факторы влияют на механические свойства деталей. Детали реальных механизмов имеют различные формы, размеры, шероховатости поверхности и работают при различных температурах. Это необходимо учитывать при определении предельных и допускаемых напряжений.

Влияние концентрации напряжений. Замечено, что в местах резкого изменения размеров деталей (рис. 15.3): вблизи выточек (*а*), отверстий (*б*), канавок и галтелей (*в*) — в детали возникают местные напряжения, которые значительно превышают напряжения, вычисленные по формулам сопротивления материалов. Это явление называется концентрацией напряжений. Отношение местного напряжения $\sigma_{\text{дейст}}$ к расчетному $\sigma_{\text{теор}}$ называется теоретическим коэффициентом концентрации:

$$\alpha_\sigma = \sigma_{\text{дейст}} / \sigma_{\text{теор}}$$

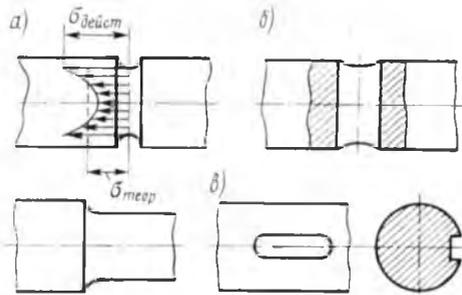


Рис. 15.3

На рис. 15.3, *а*, показано распределение напряжения при наличии концентратора (выточки) в случае растяжения. Влияние концентрации напряжений на прочность деталей оценивается эффективным коэффициентом концентрации напряжений K_σ , который обычно меньше теоретического ($K_\sigma < \alpha_\sigma$):

$$K_\sigma = \sigma_{\text{г. пред}} / \sigma_{\text{к. пред}}$$

где $\sigma_{г.пред}$ — предельное напряжение в детали с гладкой поверхностью; $\sigma_{к.пред}$ — предельное напряжение в местах концентрации напряжений. Особенно опасна концентрация напряжений при переменных нагрузках. В этом случае коэффициент концентрации определяется по формулам

$$K_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{-1к}; \quad K_{\tau} = \tau_{-1} / \tau_{-1к}, \quad (15.3)$$

где $\sigma_{-1к}$, $\tau_{-1к}$ — пределы выносливости образцов с надрезом; σ_{-1} , τ_{-1} — пределы выносливости гладкого образца.

Влияние размеров детали. Размеры детали существенно влияют на предел выносливости детали. Для учета снижения сопротивления усталости при увеличении размеров вводится коэффициент влияния размеров сечения ϵ_s . Это масштабный фактор, он представляет собой отношение предела выносливости детали размером d к пределу выносливости лабораторного образца размером d_0 :

$$\epsilon_s = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1d_0}. \quad (15.4)$$

Влияние качества поверхности. Дефекты поверхности детали являются концентраторами напряжений и влияют на ее сопротивление усталости. Влияние качества поверхности оценивают коэффициентом β , равным отношению предела выносливости образца, поверхность которого обработана так же, как поверхность детали, к пределу выносливости образца, обработанного шлифованием.

Влияние температуры. С увеличением температуры сопротивление усталости детали уменьшается. Например, для углеродистых сталей ориентировочно считают, что заметное снижение предела текучести σ_T наступает при температуре свыше 200°C. При температуре 300°C это снижение достигает 30 ... 40%, а затем предел текучести понижается примерно на 10% с повышением температуры на 100°C.

Подробные данные по выбору коэффициентов α_s , K_{σ} , ϵ_s и β приводятся в справочной литературе в виде таблиц и графиков [1, 11, 15, 25].

§ 15.5. Определение запаса объемной прочности для простого и сложного напряженного состояния

Для простого напряженного состояния детали расчетное уравнение имеет вид

$$\sigma_{\max} / |\sigma| = \sigma_{пред} / n,$$

где n — коэффициент запаса прочности. Для сложного напряженного состояния расчет ведется по эквивалентному (приведенному) предельному напряжению. Тогда

$$\sigma_{э, \max} / |\sigma| = \sigma_{э} / n.$$

Например, при одновременном действии растяжения с напряжением σ и кручения с напряжением τ эквивалентное напряжение по энергетической теории прочности определяется по формуле

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

При переменных напряжениях диаграмма предельных напряжений (см. рис. 15.2) характеризует зависимость между средними напряжениями σ_m и предельными амплитудами σ_a цикла. Любая точка M внутри этой диаграммы соответствует некоторым значениям σ_m и σ_a рабочего цикла. Точка C характеризует предельные значения напряжений для этого же цикла. Можно написать

$$\sigma_{m \text{ пред}} = n_s \sigma_m; \quad \sigma_{a \text{ пред}} = n_s \sigma_a,$$

где n_s — коэффициент запаса при переменных напряжениях. Очевидно, что значение n_s можно определить как отношение длин отрезков OC OM диаграммы.

Уравнение прямой AB на рис. 15.2 может быть написано в виде

$$\sigma_{m \text{ пред}} \sigma_B + \sigma_{a \text{ пред}} \sigma_{-1} = 1$$

или

$$\sigma_m n_s \sigma_B + \sigma_a n_s \sigma_{-1} = 1,$$

откуда

$$n_s = 1 / (\sigma_a \sigma_{-1} + \sigma_m \sigma_B). \quad (15.5)$$

Формула (15.8) получена без учета дополнительных факторов, влияющих на значения максимальных напряжений, например концентрации напряжений, состояния поверхности, размеров детали. Эти факторы мало влияют на прочность при постоянных напряжениях, поэтому их влияние относят к амплитуде цикла напряжения. С учетом перечисленных факторов формула (15.5) имеет вид

$$n_s = 1 / \{ [K_\sigma(\varepsilon, \beta)] (\sigma_a \sigma_{-1}) + \sigma_m \sigma_B \}. \quad (15.6)$$

Для касательных напряжений справедлива та же формула

$$n_\tau = 1 / \{ [K_\tau(\varepsilon, \beta)] (\tau_a \tau_{-1}) + \tau_m \tau_B \}. \quad (15.7)$$

Изложенный расчет относится к случаю одноосного напряженного состояния. В случае сложного напряженного состояния при наличии одновременно нормальных и касательных напряжений для вычисления коэффициента запаса прочности n при переменных нагрузках используется следующая зависимость

$$1/n^2 = 1/n_s^2 + 1/n_\tau^2, \quad (15.8)$$

где n_1 и n_2 — коэффициенты запаса, определяемые по формулам (15.6) и (15.7) в предположении, что действуют соответственно только нормальные σ или только касательные τ напряжения. Зависимость (15.8) подтверждается рядом опытов. Из нее можно найти искомый коэффициент запаса прочности для сложного напряженного состояния:

$$n = n_1 n_2 \sqrt{n_1^2 + n_2^2}.$$

ГЛАВА 16. КОНСТРУКЦИОННЫЕ И СМАЗОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 16.1. Общие сведения

Для изготовления деталей механизмов приборов и машин применяют различные материалы. Правильно выбранный материал в значительной мере определяет качество детали и механизма в целом. Выбор материала производится на основании их физико-механических, химических и технологических свойств и соответствия этих свойств эксплуатационным, технологическим и экономическим требованиям, предъявляемым к деталям.

Эксплуатационные требования, предъявляемые к материалу, определяются условиями работы детали в механизме. Для удовлетворения этих требований учитываются следующие свойства: 1) *прочность* — свойство материалов сопротивляться разрушению, а также необратимому изменению первоначальной формы и размеров, характеризующаяся пределом прочности σ_b и пределом выносливости; 2) *упругость*, характеризуемая пределом текучести σ_s ; 3) *жесткость*, характеризуемая модулем упругости E ; 4) *ударная вязкость* — способность материала сопротивляться ударной нагрузке; 5) *антифрикционность*, характеризуемая коэффициентом трения f ; 6) *износостойкость* — способность материала противостоять износу, характеризуемая твердостью HB, HRC и т. д.; 7) *плотность* материала; 8) *электропроводность*, *теплопроводность*, *жаропрочность*, *коррозионная стойкость* и т. д.

Технологические требования имеют целью обеспечить минимальную трудоемкость изготовления детали. Для удовлетворения этих требований учитываются следующие свойства материалов: 1) *пластичность* — свойство материала подвергаться деформированию без разрушения, позволяющее применять при изготовлении деталей различные методы обработки давлением; 2) *обрабатываемость резанием*; 3) *легкоплавкость* и *жидкотекучесть* — свойства материала, обеспечивающие получение деталей литьем; 4) *термообрабатываемость* — способность материала изменять свои свойства при тепловой обработке (закалка, отпуск, отжиг) и термо-химической обработке (цементация, азотирование и т. д.); 5) *свариваемость* — способность материалов образовывать прочные соединения при сварке.

Экономические требования, предъявляемые к материалам, определяются наименьшей себестоимостью детали, в которую включается стоимость материала и все производственные затраты на ее изготовление. С учетом этих требований выбирают тот или иной технологический процесс изготовления деталей. Например, при массовом и крупносерийном производстве экономически обосновано применять детали, изготовленные штамповкой, прессованием или литьем под давлением, а при единичном и мелкосерийном — выгоднее применять механически обработанные детали. Это оказывает влияние и на выбор материала.

Для производства деталей машин и приборов используют черные металлы (стали и чугуны), цветные металлы (медь, алюминий, сплавы на их основе и др.), неметаллические материалы (пластические массы, стекло, дерево и др.). Заводы-поставщики в соответствии с государственными стандартами гарантируют химический состав материалов и определенные механические свойства.

§16.2. Черные металлы

К черным металлам относятся стали и чугуны — сплавы железа с углеродом и другими элементами. Они обладают высокими механическими свойствами, малой стоимостью и являются основными материалами для изготовления деталей приборов и машин.

Черные металлы, содержащие более 2% углерода, называются **чугунами**. В зависимости от структуры все чугуны делятся на белые и серые. Белые чугуны обладают высокой твердостью и хрупкостью, плохо обрабатываются, поэтому детали из них изготовляют преимущественно литьем. Кроме того, белые чугуны используют как материал для производства других сортов чугуна и сталей.

Серые чугуны хорошо плавятся и обрабатываются резанием. Марки серого чугуна обозначают буквами СЧ и значениями пределов прочности при растяжении и изгибе. Например, чугун марки СЧ 15-32 имеет предел прочности при растяжении 150 МПа и при изгибе — 320 МПа.

Стали — это сплавы железа с углеродом и добавками других химических элементов, предназначенных для придания ей определенных свойств. По сравнению с другими материалами стали характеризуются высокой прочностью, пластичностью, хорошей обрабатываемостью. Термообработка большинства сталей значительно улучшает их свойства. По составу стали разделяют на углеродистые и легированные. Углеродистые стали бывают обыкновенного качества (ГОСТ 380 — 71), конструкционные качественные (ГОСТ 1050 — 74).

Стали обыкновенного качества, поставляемые по механическим свойствам, обозначают буквами Ст и числом в порядке возрастания прочности. Установлено 13 марок сталей, из кото-

рых чаще применяют стали марок от Ст0 до Ст6. Из сталей обыкновенного качества изготавливают крепежные детали, а также корпусные детали методами штамповки или сварки. Сталь обыкновенного качества, как правило, не подвергают термообработке.

Стали конструкционные качественные выпускают 24 марок и обозначают двузначными цифрами, указывающими среднее содержание углерода в сотых долях процента. Буква Г — означает содержание марганца (около 1%). Механические свойства и области применения ряда качественных конструкционных сталей приведены в табл. 16.1.

Таблица 16.1

Марка стали	Предел прочности σ_B , МПа	Предел текучести σ_T , МПа	Относительное удлинение δ , %	Твердость НВ нормализованной стали	Применение
08	330	200	33	131	Штампуемые и свариваемые детали; детали, изготавливаемые гибкой; детали, подлежащие упрочнению цементацией поверхности: корпуса, шасси, шестерни, оси
10	340	210	31	137	
15	380	230	27	143	
20	420	250	25	156	
25	460	280	23	170	
30	500	300	21	179	Детали, изготавливаемые ковкой, штамповкой и резанием: оси, валики, шестерни, гайки, не упрочняемые термообработкой
35	540	320	20	187	
40	580	340	19	217	
45	610	360	16	241	Детали, изготавливаемые резанием: оси, валы, зубчатые колеса, втулки, шпильки, гайки повышенной твердости и прочности
50	640	380	14	241	
60	690	410	12	255	Эксцентрики, кулачки, пружинные кольца, винтовые и спиральные пружины
60Г	710	420	11	269	
70	730	430	9	269	
80	1100	650	6	285	

Различают конструкционные низкоуглеродистые цементируемые (содержание углерода до 0,25%) стали и средне- и высокоуглеродистые (содержание углерода свыше 0,3%) стали, подвергаемые термообработке.

Легированные стали разделяют на качественные, высококачественные и особо качественные (ГОСТ 4513 — 71). В обозначение марок легированных сталей вводят буквы, указывающие на содержание легирующих элементов: В — вольфрам, Г — мар-

ганец, Д — медь, М — молибден, Н — никель, Р — бор, С — кремний, Т — титан, Х — хром, Ф — ванадий, Ю — алюминий. Цифры после букв обозначают содержание в процентах соответствующего элемента. Отсутствие цифр означает, что содержание легирующего элемента не превышает 1,5%. Основные характеристики и области применения некоторых легированных сталей указаны в табл. 16.2.

Таблица 16.2

Марка стали	Термообработка	Механические характеристики				Применение
		Твердость НВ	$\sigma_{0.2}$, МПа	σ_T , МПа	σ_{-1} , МПа	
15ХА	Нормализация	200	700	500	320	Шестерни, кулачки, втулки, червяки, валы повышенной прочности
	Цементация	500				
20Х	Закалка с отпуском	200	800	650	330	
38ХА	То же	270	950	800	500	
40Х	— —	290	1000	800	450	
20ХН	Нормализация	200	800	600	—	Детали, требующие повышенной пластичности и твердости поверхности: шестерни, пальцы, оси, валы
	Цементация	500				
40ХН	Закалка с отпуском	300	1000	800	460	
12ХН3А	Нормализация	280	950	700	480	
	Цементация	≥ 500				
12Х2Н4А	Нормализация	340	1150	950	530	
	Цементация	≥ 500				
30ХН3А	Закалка с отпуском	325	1000	800	—	Детали, работающие в условиях циклических и ударных нагрузок
40Х2Н2МА	То же	325	1100	950	370	
38Х2Ю	Закалка с отпуском	210	950	700	—	Силовые детали
38Х2МЮА	То же	260	1000	850	—	
	Азотирование	≥ 700				
25ХГСА	Закалка с отпуском	320	1100	850	400	Сварные и штампованные детали, силовые детали механизмов
35ХГСА	Изотермическая закалка	440	1650	1300	560	

Марка стали	Термообработка	Механические характеристики				Применение
		Твердость НВ	$\sigma_{\text{в}}$, МПа	σ_{T} , МПа	$\sigma_{\text{с}}$, МПа	
2X13	Закалка с отпуском	300	850	650	—	Коррозионно-стойкие детали
4X13	Закалка с высоким отпуском	280— —320	950	750	—	Коррозионно-стойкие детали, работающие на износ
1X17H2		280— —340	1100	850	—	

Высококачественные легированные стали дополнительно отмечают буквой А. Например, марка 12X13A означает высококачественную хромоникелевую сталь со средним содержанием углерода 0,12%, хрома около 1% и никеля 3%. С увеличением содержания углерода в стали повышается ее прочность, уменьшается пластичность и ухудшается свариваемость. Легированные стали применяют, если к деталям предъявляют требования высокой прочности, а также жаропрочности, коррозионной стойкости и т. д. Как правило, эти стали подвергают термообработке. Например, хромистые стали марок 15X, 20X с малым содержанием углерода применяют при изготовлении деталей, требующих высокой износостойкости поверхности, достигаемой благодаря цементации. Нержавеющие стали марок 2X13, 4X13, 1X17H2 после термообработки имеют высокие механические характеристики.

Различают следующие виды *термообработки* сталей:

отжиг, осуществляемый нагревом и последующим медленным остыванием в печи, уменьшает неоднородность структуры материала, повышает пластичность и вязкость, снижает твердость;

нормализация выравнивает структурную неоднородность, снижает твердость и улучшает обрабатываемость; ее проводят, нагревая детали до температуры закалки (850 ... 900°C) и медленно охлаждая их на воздухе;

закалка — нагрев детали до 850 ... 900°C и быстрое охлаждение в масле или в воде — повышает твердость и уменьшает пластичность;

отпуск уменьшает внутренние напряжения после закалки, повышает пластичность, улучшает ее обрабатываемость; осуществляется нагревом до температуры, соответствующей желаемой твердости готовой детали, и медленным охлаждением в печи или на воздухе;

улучшение заключается в закалке и последующем отпуске.

Посредством *химико-термической* обработки поверхностный слой стальных изделий насыщают различными элементами с целью его упрочнения, повышения твердости, сопротивления усталости, увеличения жаростойкости и коррозионной стойкости.

К этому виду обработки относятся:

цементация — насыщение поверхностных стальных деталей углеродом на глубину 0,8 ... 1,5 мм с целью получения после отпуска повышенной твердости поверхностного слоя, износостойкости и сопротивления усталости;

азотирование — насыщение деталей на определенную глубину (0,3 ... 0,5 мм) азотом для повышения износостойкости и предела выносливости;

цианирование — насыщение поверхностного слоя деталей одновременно углеродом и азотом на глубину 0,2 ... 0,7 мм с целью повышения механических свойств и износостойкости;

хромирование — насыщение поверхностного слоя деталей хромом с целью повышения поверхностной твердости, износостойкости и коррозионной стойкости;

алитирование — насыщение поверхностного слоя деталей алюминием с целью повышения коррозионной стойкости при высоких температурах.

§ 16.3. Цветные металлы и сплавы

В машиностроении и приборостроении для изготовления деталей применяют цветные металлы: медь, алюминий, олово, свинец и др. Однако в подавляющем большинстве случаев эти металлы применяются в виде сплавов — бронзы, латуни, сплавов алюминия и т. д.

Бронзы обладают высокими антифрикционными свойствами, хорошим сопротивлением коррозии, а также хорошей обрабатываемостью и литейными свойствами. В связи с этим бронзы широко применяют в подшипниках скольжения, направляющих, червячных и винтовых колесах, гайках винтовых механизмов, для изготовления арматуры и т. п. Бронзы по основному, кроме меди, компоненту делят на оловянистые, свинцовистые, алюминиевые, бериллиевые, кремнистые и др. Их обозначают буквами Бр и условными обозначениями основных компонентов: А — алюминий, Б — бериллий, Ж — железо, К — кремний, Мц — марганец, Н — никель, О — олово, С — свинец, Ц — цинк, Ф — фосфор, а также цифрами, выражающими среднее содержание компонентов в процентах. Например, Бр ОФ 10-1 обозначает бронзу с содержанием 10% олова и 1% фосфора. Фосфористую (Бр ОФ 6,5-1,5) и бериллиевую (Бр Б 2,5) бронзы применяют для изготовления трубчатых пружин, мембран, моментных пружин (волосков) и т. д. Механические свойства и области применения других марок бронз приведены в табл. 16.3.

Таблица 16.3

Материал	Марка	Предел прочности при растяжении $\sigma_{\text{р}}$, МПа	Твердость НВ	Применение
Бронза оловянно-фосфористая	Бр ОФ 10-1	220 ... 250	80 ... 90	Втулки ответственных подшипников, зубчатые венцы червячных колес, гайки ходовых винтов
Бронза алюминивно-железистая	Бр АЖ 9-4	500 ... 550	110 ... 180	Подшипниковые втулки (при закаленных поверхностях валов), червячные колеса, крупные отливки
Бронза оловянно-цинково-свинцовистая	Бр ОЦС 6-6-3	150 ... 200	60 ... 75	Червячные колеса тихоходных передач
Латунь кремнисто-свинцовистая	ЛКС 80-3-3	300 ... 400	90 ... 100	Втулки подшипников и другие антифрикционные детали
Латунь марганцово-свинцовистая	ЛМцС 58-2-2	350	70 ... 90	То же
Алюминиевые сплавы	Л16Т	130	—	Зубчатые колеса, втулки, стаканы, крышки
	Л1	380		
	АМц	100		

Латуни подразделяются на двойные сплавы меди с цинком, в которых содержание цинка доходит до 50%, и многокомпонентные, имеющие в своем составе также алюминий, железо, марганец, свинец, никель и другие добавки, повышающие механические и физические свойства латуни. Латуни обладают хорошими механическими свойствами, высоким сопротивлением коррозии, хорошо поддаются механической обработке. Их обозначают буквой Л и условным буквенным обозначением основных компонентов, а также числами, обозначающими среднее содержание меди и компонентов. Например, ЛК80-3 — кремнистая латунь, содержащая 80% меди и 3% кремния (остальное — цинк).

Для двойных латуней указывают только одну цифру, указывающую содержание меди в процентах, например Л59.

Латунь ЛК-80-3Л применяют для изготовления арматуры и шестерен; латунь ЛА67-2,5 применяют для изготовления коррозионно-стойких деталей, латунь Л68, Л63 применяют для изготовления деталей ударным выдавливанием (штамповка истечением). Свойства и области применения латуней дополнительно указаны в табл. 16.3.

Алюминиевые сплавы относятся к так называемым легким сплавам с плотностью не более 3500 кг/м³. Эти сплавы делятся

на литейные (АЛ), обладающие хорошими литейными свойствами, и деформируемые (АД), хорошо обрабатываемые давлением. Литейные алюминиевые сплавы (силумины) — алюминия с кремнием (до 20%) и другими улучшающими добавками — применяют для изготовления корпусных деталей и деталей сложной конфигурации, не несущих значительных нагрузок: кронштейнов, втулок, фланцев, а также для деталей быстроходных механизмов благодаря малым динамическим нагрузкам. Основные марки: АЛ1, АЛ2, АЛ9, АЛ14. Деформируемые сплавы применяются для изготовления, например, осей, втулок, шестерен, зубчатых секторов, крышек и т. д. Основными марками деформируемых сплавов являются АД1 (алюминиевый); АМЦ (алюминиево-марганцовистый), АМГ4 и АМГ6 (алюминиево-магниевые), Д1, Д16 (алюминиево-медные). Свойства некоторых алюминиевых сплавов приведены в табл. 16.3.

Титановые сплавы являются легкими сплавами с плотностью $\rho = 4500 \text{ кг м}^3$, по механическим свойствам они близки к легированным сталям, но хуже обрабатываются. В сварных и штампованных конструкциях применяют титановые сплавы марок ВТ4, ВТ5, ВТ4-2. Для изготовления крепежа применяют марки ВТ8 и ВТ14.

Магниевые сплавы, в состав которых входят алюминий, медь, цинк и другие элементы, обладают хорошей жидкотекучестью и применяются для изготовления литьем корпусов, крышек, фланцев и т. д. Детали из этих сплавов должны иметь защитные покрытия от коррозии. Основные марки: МЛ3, МЛ5, МЛ6, МА1, МА3, МА5.

Баббиты — сплавы на основе олова или свинца с дополнительными компонентами (П — никель, Т — теллур, К — кальций, С — сурьма) — представляют собой высококачественные, хорошо прирабатываемые антифрикционные подшипниковые материалы малой твердости, допускающие работу с высокими скоростями при больших давлениях. По составу баббиты делятся на три группы: *высокооловянистые* из олова с сурьмой и медью при содержании олова более 70%; *оловянно-свинцовые*, содержащие 5 ... 20% олова, около 15% сурьмы и 65 ... 75% свинца; *свинцовые*; содержащие более 80% свинца.

Подробные сведения о свойствах металлов, применяемых в машиностроении, излагаются в литературе [1. 34].

§ 16.4. Неметаллические конструкционные материалы

Пластические массы — это материалы, изготовленные на основе органических соединений (смола), обладающие при определенных условиях высокой пластичностью, позволяющей формовать изделия. Кроме связующей основы многие пластмассы содержат до 40 ... 70% наполнителя (ткани, бумага, древесная мука, стеклянные и асбестовые волокна и т.д.), а также красители, смазки, пластификаторы.

В зависимости от поведения при повышении температуры пластмассы бывают двух видов. Терморезистивные пластмассы в процессе изготовления под влиянием высокой температуры приобретают новые необратимые свойства — становятся неплавкими — и не допускают повторного формования. К ним относятся карболит, волокнит, текстолит, гетинакс, стеклотекстолит. Из этих материалов изготавливают корпуса, платы, стойки, шестерни, оси, шкалы. Термопластичные пластмассы размягчаются при высоких температурах и допускают повторное формование. К ним относятся капрон, нейлон, полиэтилен, фторопласт и т.д. Из капрона и нейлона изготавливают втулки, зубчатые колеса, корпуса, электроизоляционные детали. Они обладают малым трением и хорошей износостойкостью. Фторопласт обладает высокой механической и электрической прочностью, малым коэффициентом трения и идет на изготовление изолирующих деталей радиоаппаратуры, втулок, стоек и прокладок. Физико-механические свойства некоторых пластмасс приведены в табл. 16.4. Подробные данные по свойствам пластмасс приведены в справочной литературе [1, 34].

Таблица 16.4

Наименование и марка	Плотность, кг/м ³	Предел прочности при растяжении $\sigma_{в.р.}$, МПа	Предел прочности при сжатии $\sigma_{в.сж.}$, МПа	Предел прочности при изгибе $\sigma_{и.и.}$, МПа	Модуль продольной упругости E , МПа
Волокнит	1350 ... 1450	30 ... 40	120 ... 160	50 ... 80	(1,5 ... 20) 10 ³
Текстолит ПТ	1300 ... 1400	85	⊥ 230 130	145	(4,0 ... 6,5) 10 ³
Текстолит ПТК	1300 ... 1400	100	250	160	(4,0 ... 6,5) 10 ³
Древесно-слоистые пластики (ДСП)	1300 ... 1100	110 ... 260	110 ... 160	100 ... 280	(10 ... 80) 10 ³
Поликапролактан Б (капрон)	1300	60 ... 84	70 ... 80	90	(0,5 ... 0,7) 10 ³
Полиуретан ПУ-1	1170 ... 1220	50 ... 90	70 ... 90	60 ... 80	(12,5 ... 13,0) 10 ³

Примечание. Значки ⊥ и || указывают на значения предела прочности в направлении, перпендикулярном и параллельном волокнам.

В механизмах при необходимости широко применяют фрикционные материалы, обладающие большими коэффициентами трения. К ним относятся, например, асбестовые формованные или прессованные изделия, состоящие из тканевых лент с включением латунной или медной проволоки и пропитанные специальными смолами. За последнее время стали широко применяться пластмассовые и металлокерамические фрикционные

материалы. Их используют во фрикционных муфтах и тормозных устройствах машин и приборов.

Резина — материал на основе каучука, обладающий особыми свойствами: допускает большие упругие деформации (для мягкой резины); рассеивает при деформациях значительное количество энергии и хорошо гасит колебания; хорошо сопротивляется истиранию и действию агрессивных сред; обладает диэлектрическими свойствами. Свойства резины зависят от ее состава, технологии изготовления и вулканизации. В зависимости от назначения резины подразделяются на жесткие (для изготовления электротехнических изделий), пористые (для изготовления амортизаторов) и мягкие (для изготовления шин, упругих элементов муфт).

Резину часто армируют текстильными или стальными элементами (ткань, шнуры, тросы), что позволяет обеспечить высокую прочность в одном направлении и сохранить гибкость в другом.

Камни — естественные и искусственные минералы — применяются в прецизионных приборах в качестве опор. Ввиду большой стоимости естественных камней в технике широко применяют искусственные камни. Они отличаются высокой твердостью, износостойкостью, малым коэффициентом трения, достаточной прочностью и упругостью. Применение камней в приборах повышает их точность и долговечность.

§ 16.5. Смазочные материалы

Смазка элементов подвижных соединений механизмов машин и приборов существенно влияет на их работу. Она предназначена для уменьшения потерь на трение, износа деталей, отвода тепла, образующегося при трении, и предохранения деталей от коррозии. Падение и вид смазки учитывается при расчете элементов подвижных соединений.

Все смазочные материалы разделяют на жидкие (масла), консистентные и твердые. Жидкие масла являются основными смазочными материалами и представляют собой, главным образом, нефтяные масла. Растительные масла (льняное, касторовое и др.) и животные масла (костное, спермацетовое и др.) в механизмах машин и приборов применяются ограниченно.

Главным свойством масел, характеризующим их смазывающую способность, является вязкость, или внутреннее трение жидкостей, т.е. *свойство сопротивляться сдвигу одного слоя жидкости относительно другого слоя*. За основную величину, характеризующую вязкость, принята так называемая динамическая вязкость μ , числовое значение которой определяют экспериментально. По закону Ньютона, который связывает силу жидкостного трения с другими параметрами движущихся слоев жидкости,

$$F_f = \mu S v / h,$$

где F_f — сила жидкостного трения; S — площадь сдвигаемых слоев; v — скорость; h — расстояние между слоями; μ — динамическая вязкость. Эта зависимость позволяет экспериментально определять динамическую вязкость.

Вязкость масел обычно определяют на специальных приборах — *вискозиметрах* и приводят в справочниках с указанием диапазона температур.

Кинематической вязкостью ν называют отношение динамической вязкости к плотности ρ жидкости: $\nu = \mu/\rho$. Вязкость масел понижается с ростом температуры и увеличивается с ростом давления.

Кроме вязкости масла характеризуются также содержанием примесей, температурой вспышки, температурой застывания, кислотностью. Некоторые эксплуатационные показатели масел можно существенно повысить с помощью присадок, вводимых в масла в малых количествах. К таким присадкам относятся, например, соединения хлора, фтора, фосфора. Масла, применяемые в качестве смазок механизмов приборов, должны сохранять свои физико-механические свойства в значительном диапазоне температур в течение длительного времени и не вызывать коррозии поверхностей деталей. Значения кинематической вязкости и область применения некоторых марок масел приведены в табл. 16.5.

Таблица 16.5

Марка масла	Кинематическая вязкость ν , мм ² /с, при температуре 50°С	Область применения
Масло приборное МПВ	6,5...8,0	Контрольно - измерительные приборы, агрегаты, работающие при невысоких нагрузках в условиях низких температур, миниатюрные шарикоподшипники, пневмоамортизаторы
Индустриальное И5А (веретенное)	4,0...5,0	Высокоскоростные точные механизмы с частотой вращения 15 000...20 000 об/мин.
Индустриальное И8А	6...8	Механизмы, работающие с малой нагрузкой при частоте вращения 10 000...15 000 об/мин
Индустриальное И12А (веретенное)	10...14	Механизмы с частотой вращения до 10 000 об/мин
Индустриальное И30А (машинное)	28...33	Механизмы, работающие на малых скоростях

Консистентные (пластические) смазки — смеси нефтяного масла с добавками животного или растительного масла, загущенные кальциевыми (солидолы) или натриевыми (консталлины) маслами.

Для этих смазок характерна хорошая влагостойкость, т. е. сохранение свойств в контакте с водой и нагревостойкость. Консистентные смазки обладают следующими достоинствами: могут применяться в тяжело нагруженных узлах трения, работающих при высоких температурах, в узлах трения, подверженных динамическим нагрузкам; они герметизируют зазоры, предохраняя трущиеся поверхности от попадания загрязнений.

Из консистентных смазок наибольшее распространение имеют: универсальные тугоплавкие, например ЦИАТИМ-201, применяемая в диапазоне рабочих температур $-60 \dots -90^\circ\text{C}$, ЦИАТИМ-203 — противозадирная ($-50 \dots +90^\circ\text{C}$);

универсальные среднеплавкие, например солидол жировой УС-1 и УС-3 (рабочая температура до 50°C), консталлин жировой УТ-1 (до 110°C). Сведения по смазкам и рекомендации по их применению в различных условиях излагаются в справочной литературе [1,34].

При работе механизмов при высоких температурах, в химически активных средах и в вакууме жидкие смазки теряют свои свойства. В этих случаях применяют твердые смазки, к которым относятся графит, а также сульфиды и селениды молибдена или вольфрама. Из твердых смазок наибольшее распространение получил дисульфид молибдена (MoS_2), который наносится на трущиеся поверхности в виде пленки толщиной $20 \dots 30 \text{ мкм}$ и применяется в обычных условиях и в вакууме при больших перепадах температур ($-180 \dots +400^\circ\text{C}$) и высоких удельных давлениях. В опорах трения часто применяют металлокерамические самосмазывающиеся материалы в виде бронзо-графитовых и железо-графитовых материалов, где кроме твердой смазки (графита) присутствует жидкая смазка, заполняющая поры материала. Применяют также пористые антифрикционные материалы на основе меди и серебра, поры которых заполнены сульфидами, селенидами и теллуридами молибдена, вольфрама, ниобия. В этих случаях твердая смазка обеспечивает высокую несущую способность и малые коэффициенты трения.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПРИБОРНЫХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

ГЛАВА 17. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И ИХ ДЕТАЛЕЙ

§ 17.1. Условия работы машин и приборов и требования к их качественным показателям

Механизмы машин и приборов работают в различных условиях. Различными могут быть скорости рабочих органов, внешние нагрузки, рабочая температура и т. д. Так, например, частота вращения звеньев механизма может быть и весьма малой, а может достигать нескольких десятков тысяч оборотов в минуту. Значения нагрузок на отдельные детали механизмов могут колебаться от долей ньютона до нескольких меганьютонов при разнообразном характере их изменения. Ряд механизмов работает в условиях высоких или низких температур, а некоторые механизмы в среде, загрязненной пылью. В любом случае механизмы должны работать безотказно в течение длительного времени (в соответствии с заданным сроком службы). Для этого механизмы должны обладать определенными качественными показателями, т. е. удовлетворять целому ряду требований, учитывающих их условия работы.

Качество механизмов определяется тем, что наряду с обеспечением указанных в задании на проектирование технических параметров, например скоростей, диапазона передаточных отношений, механизм должен обладать простотой конструкции, технологичностью и экономичностью, минимальными потерями на трение; малыми габаритными размерами и массой, надежностью и долговечностью.

Простота конструкции механизма является важным показателем его качества. Она обеспечивается рациональным выбором схемы механизма с минимальным числом звеньев для выполнения заданных кинематических показателей, а также отсутствием в ней избыточных связей. Простая конструкция всегда работоспособнее, чем сложная, ее легче регулировать.

Технологичность конструкции определяется простотой изготовления деталей механизма, удобством его сборки и ремонта. Для изготовления простой детали требуется менее сложное оборудование и инструмент, следовательно, уменьшается стоимость производства изделия. Технологичность конструкции механизма характеризуется также степенью использования стандартных, нормализованных и унифицированных деталей и узлов.

Коэффициент полезного действия — энергетический показатель, определяющий экономичность работы механизма. Трение

в кинематических парах механизма приводит не только к снижению кпд, но и к большему износу поверхностей трения, к снижению точности механизмов. Уменьшение потерь на трение и повышение кпд механизмов достигается уменьшением масс перемещающихся деталей, применением антифрикционных материалов, улучшением условий смазки и охлаждением трущихся поверхностей, максимальным уравниванием сил инерции и т. д.

Надежность и долговечность являются важнейшими показателями качества механизма. Они характеризуются *вероятностью безотказной работы с необходимой точностью в течение заданного срока службы в заданных условиях эксплуатации*. Надежность обеспечивается следующими показателями деталей механизма: прочностью; износостойкостью; жесткостью; нагревостойкостью; вибростойкостью.

Прочность деталей механизма, или способность их противостоять нагрузкам без поломок и остаточных деформаций, называют объемной прочностью. Способность детали противостоять нагрузкам без преждевременного разрушения рабочих поверхностей детали (выкрашивание, отслоение и т. д.) называют контактной прочностью. Размеры и форму детали устанавливают в соответствии с результатами расчетов на объемную и контактную прочность.

Износостойкостью должны обладать детали, работающие в условиях трения (опорные части осей и валов в подшипниках, шарики и ролики в подшипниках качения, зубья зубчатых колес, поверхности фрикционных колес, профили кулачков и т. д.). Под износостойкостью понимают *способность трущихся поверхностей противостоять процессу разрушения поверхностных слоев трущихся тел, который приводит к уменьшению их размеров (износу) в направлении, перпендикулярном поверхности трения*.

Износ рабочих поверхностей возникает в основном от механического сцепления трущихся поверхностей и от твердых частиц, попадающих между трущимися поверхностями. Износ изменяет форму и размеры детали, меняет характер их сопряжения, снижает точность работы механизмов и прочность деталей.

Повышение износостойкости деталей достигается применением специальных износостойких материалов, уменьшением давления между трущимися поверхностями, улучшением условий смазки, снижением температуры узлов трения, термической или химико-термической обработкой деталей.

Жесткость, т. е. способность деталей сопротивляться изменению формы под действием сил, является наряду с прочностью важным показателем работоспособности механизма. Требование рациональной жесткости предъявляется к деталям, деформация которых может влиять на точность механизма. На жесткость обычно рассчитывают валы передач, корпуса приборов, а также пружины, в которых должна быть обеспечена определенная

зависимость деформации от действия нагрузки. Деформация деталей изменяет взаимное расположение рабочих поверхностей, вызывает концентрацию напряжения и неравномерный износ, снижает точность работы механизма. На основании расчета на жесткость иногда приходится менять форму, размеры и материал детали, удовлетворяющие расчету на прочность. Значения деформаций деталей от нагрузки определяются по формулам сопоставления материалов, рассмотренным в гл. 11 и 12.

Нагревостойкость, или способность нормально функционировать в определенном диапазоне температур, в ряде случаев является необходимым требованием к механизмам приборов и машин. Изменение температуры вызывает температурные деформации деталей, влияя на точность механизмов. Выделяемая теплота приводит к ухудшению условий смазки, а повышение температуры деталей выше определенных пределов снижает их нагрузочные способности. Для предотвращения нежелательных эффектов, вызываемых изменением температуры, в механизмах предусматривают отвод выделяемой теплоты с помощью систем охлаждения, введение в механизм специальных элементов температурной компенсации и т. д.

Виброустойчивостью называется способность механизмов нормально работать при вибрации. Под вибрацией имеют в виду механические колебания с относительно малой амплитудой и высокой частотой. Вибрация обычно является следствием недостаточной уравновешенности масс звеньев механизмов и недостаточной их жесткости. Вибрация влияет на точность работы механизмов, изменяет потери на трение, вызывает усталостное разрушение деталей, особенно в случае механического резонанса. В связи с этим в ряде случаев необходимы специальные расчеты на виброустойчивость.

Всемерное снижение массы и габаритов диктуется необходимостью экономии материалов, экономией производственных площадей, удобством транспортировки и т. д.

Бесшумность работы и внешний вид являются показателями качества приборов и машин. Устранение возбудителей шума увеличивает срок службы механизмов, повышает производительность труда.

§ 17.2. Общие замечания по расчету и конструированию деталей механизмов

Задачей конструирования является удовлетворение требований, предъявляемых к механизму и его деталям. Решение этой задачи обеспечивается правильным выбором материала, формы, размеров, допусков на размеры и качества поверхностей деталей.

Геометрическая форма и размеры каждой детали определяются рядом факторов: назначением детали и взаимодействием ее с другими деталями; направлением, значением и местом прило-

жения действующих на деталь сил и моментов; видом деформаций детали; условиями эксплуатации механизма; свойствами материалов; технологией изготовления и др. Основные размеры деталей определяют расчетом на прочность, жесткость и износостойкость. При расчетах форму детали часто приводят к некоторой расчетной схеме, в которой силы, действующие на деталь, условно принимаются сосредоточенными или распределенными по простому закону.

Считают, что прочность детали обеспечена, если расчетные напряжения σ или τ в опасных сечениях не превышают допускаемых напряжений $[\sigma]$ или $[\tau]$. Для определения напряжений в деталях на основе кинематического и силового расчета механизма определяют значение, направление и место приложения наибольших сил и моментов, действующих на деталь, и составляют расчетную схему детали. Затем определяют опорные реакции, изгибающие и крутящие моменты, в результате чего находят опасные сечения или места возникновения наибольших напряжений. Выбирают материал и уточняют форму и размеры детали с учетом технологии ее изготовления.

Если форма и размеры детали известны, то определяют напряжения в опасных сечениях по формулам (10.4), (11.5), (12.1), (12.7) сопротивления материалов в зависимости от вида деформации детали.

Если размеры опасных сечений детали неизвестны (не назначены), то их определяют на основе выбранного допускаемого напряжения. Для этого в каждом конкретном случае формулы преобразуют и решают относительно искомого размера сечения детали. Полученные в результате расчета размеры детали должны быть согласованы с действующими стандартами на эти размеры.

Для повышения точности расчетов конструктор в выбор допускаемых напряжений вносит поправки, учитывающие влияние конкретных факторов. Эти поправки могут быть в виде эмпирических коэффициентов или величин в виде формул, таблиц или графиков, полученных в результате опыта эксплуатации и изготовления соответствующих конструкций.

Допускаемые напряжения более точно могут быть определены дифференциальным методом с учетом многих факторов, влияющих на значение предельного напряжения $\sigma_{пред}$ и коэффициент запаса прочности n . Этот метод определения допускаемых напряжений рассмотрен в гл. 15.

§ 17.3. Надежность механических систем

Развитие техники характеризуется постоянным усложнением механических систем автоматики и вычислительной техники и сопровождается повышением требований к надежности отдельных узлов и деталей этих систем. Под надежностью понимают комплекс параметров, включающий безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость, причем в

зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации надежность может характеризоваться как одним из этих параметров, так и их совокупностью.

Работоспособностью называется состояние объекта, при котором он способен выполнять свои функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией. Безотказностью называется свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или наработки. Долговечностью называется свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

Отказом называют событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта. Отказы могут быть классифицированы по различным признакам: по степени влияния на работоспособность — полный или частичный; по физическому характеру проявления отказа — катастрофический или параметрический; по связи с другими отказами — независимый или зависимый; по времени появления — внезапный или постепенный.

Ремонтпригодностью называется свойство объекта, заключающееся в возможности предупреждения и обнаружения причин возникновения отказов и устранения их последствий посредством ремонта или технического обслуживания.

Сохраняемость — свойство объекта непрерывно сохранять исправное и работоспособное состояние в течение и после хранения и (или) транспортирования.

Надежность объектов или изделий количественно оценивается величинами, называемыми показателями, или характеристиками, надежности. Так как отказы являются случайными событиями, то все количественные характеристики надежности имеют вероятностный характер и их находят посредством математической обработки результатов большого числа наблюдений при испытании и эксплуатации изделий. К основным характеристикам надежности относятся следующие показатели.

Вероятность безотказной работы $p(t)$ — вероятность того, что в заданном интервале времени и при заданных условиях эксплуатации система будет работать без отказа. Она определяется отношением числа объектов, безотказно проработавших до момента времени t , к числу объектов, работоспособных в начальный момент времени $t=0$. Вероятность отказа $q(t) = 1 - p(t)$ (несовместимые события).

Средняя наработка на отказ T_{cp} — это среднее ожидаемое время работы изделия между отказами.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ — это число отказов, приходящееся на единицу времени:

$$\lambda = n / (N t_n),$$

где t_n — время испытания; N — число изделий, поставленных на испытание; n — число изделий, отказавших за время испытания.

Для большинства элементов систем и их деталей графическую зависимость интенсивности отказов от времени можно изобразить кривыми, показанными на рис. 17.1. Кривая имеет три основных участка: период приработки ($0 < t < t_1$), период нормальной эксплуатации ($t_1 < t < t_2$), когда $\lambda = \text{const}$, и период увеличения числа отказов ($t > t_2$) из-за окончания срока службы отдельных элементов. Этот период иначе называют периодом проявления физического износа. На основании статистической обработки экспериментальных данных для периода нормальной эксплуатации введен закон распределения, по которому вероятность безотказной работы может быть определена по формуле

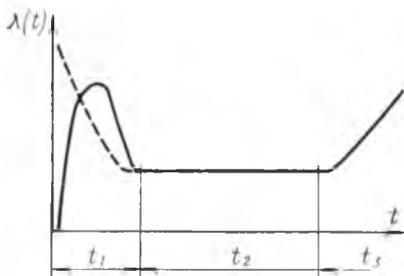


Рис. 17.1

$$p(t) = \exp(-\lambda_i t).$$

Средние значения λ при нормальных условиях работы изделий приводятся в литературе [13,19].

В приборах и ЭВМ сложные электромеханические системы состоят из элементов, которые соединяются между собой последовательным, параллельным или смешанным способом. В теории надежности под последовательным основным соединением понимают такое, при котором отказ любого элемента приводит к отказу системы в целом. При параллельном соединении отказ системы наступает только при отказе всех элементов.

Вероятность безотказной работы системы, состоящей из многих последовательно соединенных ремонтируемых элементов, выражается произведением вероятностей безотказной работы отдельных составляющих элементов:

$$p(t) = \prod_{i=1}^n p_i = \exp\left(-t \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) = \exp(-\Lambda t), \quad (17.1)$$

где $\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ — интенсивность отказов всей системы; n — число элементов системы.

Если разложить функцию $p(t)$ в ряд Тейлора $\exp(-\Lambda t) = 1 - \lambda t + (\lambda t)^2/2! - \dots$ и ограничиться первыми двумя членами ввиду малости λ , получим вероятность отказа в виде $q \approx \lambda t$. Среднее время работы системы без отказов $T_{cp} = 1/\Lambda$. Тогда для времени безотказной работы системы справедлива формула

$$t = q T_{cp} = T_{cp} (1 - p).$$

Нормальные условия эксплуатации изделия определяются ГОСТами и техническими условиями (ТУ). Если условия эксплуатации отличаются от нормальных, это учитывается поправочным

коэффициентом k , значения которого приводятся в справочной литературе [13]. Тогда

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i k_i.$$

Пусть система состоит из $m+1$ элементов, соединенных параллельно, т. е. отказ системы наступает только в случае отказа всех $m+1$ элементов (обычно это называется m -кратным резервированием). Полагаем, что все элементы работают одновременно. Вероятности отказов отдельных элементов взаимно независимы и справедливо соотношение $q = \prod_{i=1}^{m+1} q_i$. Если все элементы одинаковы и работают в одинаковых условиях, то вероятность отказа системы

$$q = [q_i]^{m+1}; \quad p = 1 - [q]^{m+1}. \quad (17.2)$$

Когда $\lambda_i = \lambda_0 = \text{const}$, выражения упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} q &= (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}; \quad p = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}; \\ T_{\text{ср}} &= (1/\lambda_0) \sum_{i=1}^{m+1} (1/i). \end{aligned} \right\} \quad (17.3)$$

Из этих выражений видно, что при параллельном соединении элементов надежность системы выше надежности составляющих элементов. При смешанном соединении элементов системы при наличии взаимного влияния отказов на надежность остающихся работоспособных элементов выражения для подсчета надежности системы будут сложнее.

Пример 1. Структурная схема прибора состоит из следующих элементов: 1 — источника питания ($\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-6} 1/r$); 2 — усилителя ($\lambda_2 = 110 \cdot 10^{-6} 1/r$); 3 — показывающего механизма ($\lambda_3 = 20 \cdot 10^{-6} 1/r$); 4 — электродвигателя малой мощности ($\lambda_4 = 15 \cdot 10^{-6} 1/r$); 5 — измерительного прибора ($\lambda_5 = 50 \cdot 10^{-6} 1/r$); 6 — десяти разъемов ($\lambda_6 = 0,5 \cdot 10^6 1/r$).

Вероятность безотказной работы элементов прибора в течение 10 000 ч

$$\begin{aligned} p_1 &= \exp(-5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,995; \quad p_2 = \exp(-110 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,895; \\ p_3 &= \exp(-20 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,980; \quad p_4 = \exp(-15 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,985; \\ p_5 &= \exp(-50 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,951; \quad p_6 = \exp(-0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = 0,995. \end{aligned}$$

Вероятность безотказной работы всего прибора при последовательном соединении элементов

$$p = \prod_1^6 p_i = 0,995 \cdot 0,896 \cdot 0,980 \cdot 0,985 \cdot 0,957 \cdot 0,995 = 0,814.$$

Если параллельно поставить резервный двигатель 4, то вероятность отказа одного электродвигателя

$$q_4 = 1 - p_4 = 1 - 0,985 = 0,015.$$

Вероятность отказа системы двух двигателей по формуле (17.2):

$$q_{\text{сист}} = (q_1 \cdot 1000)^2 = 0,015^2 = 0,000225.$$

Отсюда $P_{\text{наст}} = 1 - q_{\text{наст}} = 0,9998$. Вероятность безотказной работы всего прибора с резервом

$$P = P_1 P_2 P_3 P_{\text{наст}} P_5 P_6 \approx 0,826 \approx 0,83\%.$$

Резервирование повышает надежность системы, при этом целесообразно резервировать наиболее слабые элементы.

Анализируя формулы (17.1) и (17.3), отметим следующее.

1. Надежность сложной системы всегда меньше надежности самого ненадежного элемента, поэтому целесообразно, чтобы система состояла из равнонадежных элементов. Желательно не включать в сложную систему слабые элементы.

2. Чем больше элементов имеет система, тем меньше ее надежность. В современный период развития техники создаются сложные автоматические системы (автоматические линии, математические машины и т. д.), включающие многие тысячи элементов. Если в этих системах не обеспечить достаточную надежность, применение таких систем становится нецелесообразным.

Пути повышения надежности. Значение параметра надежности закладывается в процессе конструирования и расчета изделия и обеспечивается рациональной технологией его изготовления и правильной эксплуатацией. Правильный выбор схем и конструкции деталей, тщательная обработка схемы и конструкции изделия — важное условие достижения высокой надежности. Статически определяемые и самоустанавливающиеся системы наиболее надежны. В этих системах меньше проявляется вредное влияние дефектов производства и влияние распределения нагрузки. Надежность изделий тесно связана с их долговечностью. Изделия, долговечность которых меньше заданного срока службы, не могут быть надежными.

Надежность изделия повышается с уменьшением напряженности деталей (повышением запасов прочности). Однако это требование вступает в противоречие с требованием уменьшения габаритных размеров и массы изделий. Чтобы удовлетворить эти противоречивые требования, необходимо рационально использовать высокопрочные материалы, упрочняющую технологию, дающую возможность увеличить прочность и износостойкость деталей. Практика показывает, что использование в конструкции унифицированных деталей, узлов, элементов и блоков массового производства резко повышает надежность изделия. Блочное построение систем, доступность всех частей изделия для осмотра, контроля, ремонта или замены резко сокращают стоимость и время ремонта.

При проектировании приборных комплексов необходимо применять такие схемы и конструкции, в которых отказ одного элемента не приводил бы к отказу всего комплекса. Одним из путей повышения надежности в этих случаях является резерви-

рование элементов, приборов и устройств, несущих наиболее ответственные функции. Под общим резервированием понимают использование резервных дублирующих узлов, например двух одинаковых датчиков к одному прибору. По способу включения резервирования различают: постоянное резервирование, когда резервные приборы присоединены к основным и работают в одинаковом режиме с ними, и замещение — резервные приборы включают после отказа основных приборов.

Эффективной мерой повышения надежности механических устройств является хорошая смазка: правильный выбор ее, рациональная система подвода смазки к трущимся поверхностям, защита трущихся поверхностей от пыли и грязи.

Если условия эксплуатации таковы, что возможны случайные перегрузки и вредное влияние динамических нагрузок, в конструкции следует предусматривать предохранительные устройства, например предохранительные муфты, реле максимальной силы тока, а при динамических нагрузках предусматривать упругие муфты.

Повысить надежность на стадии изготовления удается, применяя процессы, повышающие физико-механические свойства поверхностного слоя металлических изделий: прокатку, обкатку, термообработку и т. д.

Различные процессы изготовления по-разному влияют на сопротивление усталости деталей, на их износостойкость, на схватывание. Поэтому для каждой детали надо предусмотреть такую технологию ее изготовления, чтобы надежность ее работы в изделии была максимальной. Для уменьшения отказов за счет дефектов производства все детали необходимо тщательно контролировать. Повысить надежность позволяет также улучшение технологии изготовления элементов изделий и их сборки, обеспечение взаимозаменяемости деталей и блоков, введение в технологический режим тренировки систем в условиях, близких к эксплуатационным.

Надежность работы изделия на этапе эксплуатации обеспечивается прежде всего обеспечением нормального режима работы. Важное значение имеют квалификация и ответственность обслуживающего персонала. Вопросы надежности более подробно освещены в литературе [5, 9].

ГЛАВА 18. ЗУБЧАТОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

§ 18.1. Основные виды зубчатых передач

Зубчатые передачи — наиболее распространенный тип механических передач в приборах, во внешних устройствах ЭВМ и автоматических системах. Их используют для преобразования вращательного движения входного (ведущего) звена во вращательное или поступательное движение выходного (ведомого)

звена механизма. Зубчатые передачи обладают рядом достоинств: относительно малыми габаритами и массой, высокой технологичностью изготовления, высоким кпд, постоянным передаточным отношением, для них характерна высокая надежность работы и большая долговечность, простота ухода и обслуживания. Зубчатым передачам свойственны и некоторые недостатки: относительно высокая сложность изготовления, вибрации вследствие недостаточно точного изготовления, невозможность бесступенчатой регулировки передаточного отношения и шум при высокой частоте вращения.

На рис. 18.1 показаны различные виды зубчатых передач, состоящих из двух зубчатых колес. Меньшее из двух колес передачи называют шестерней (в приборах — трибом). При преобразовании вращательного движения в поступательное (или наоборот) применяется реечная передача.

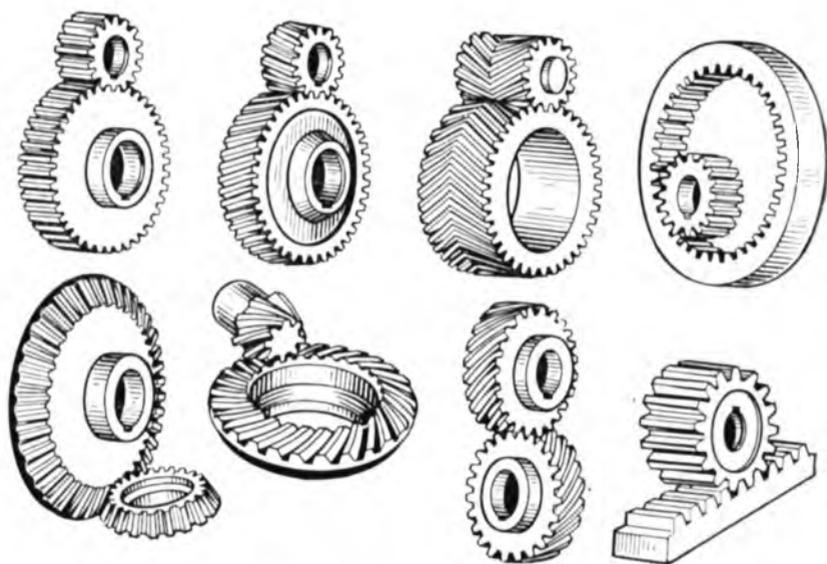


Рис. 18.1

По *профилю* (очертанию) зубьев передачи различают: эвольвентные, циклоидальные, с цевочным и часовым зацеплением, а также передачи с зацеплением Новикова. По значению передаваемого *вращающего момента* зубчатые передачи делятся на силовые и кинематические. По *числу ступеней* (по числу пар колес) зубчатые передачи делятся на одноступенчатые и многоступенчатые. По характеру *относительного движения* колес различают передачи с неподвижными осями колес и передачи, у которых имеются колеса (сателлиты) с подвижными осями вращения — планетарные и дифференциальные. По *конструк-*

тивному выполнению корпуса различают передачи закрытые, размещенные в специальном корпусе и обеспеченные смазкой, и открытые, работающие с периодической смазкой.

Зубчатые передачи для уменьшения частоты вращения называются понижающими (редукторы), а для увеличения частоты вращения — повышающими (мультипликаторы). В приборах понижающие передачи позволяют осуществлять точные перемещения элементов настройки. В измерительных приборах посредством повышающих передач «расширяют шкалы» для измерений с высокой точностью.

По *точности изготовления* ГОСТом предусмотрено 12 степеней точности зубчатых передач. В приборных механизмах применяют передачи 3...7-й степеней точности, а в машинах — 6...10-й.

В приборных и вычислительных системах и в машиностроении применяют в основном такие же типы зубчатых передач, по условиям их работы различны. Зубчатые колеса силовых передач машин работают при больших нагрузках, поэтому при их проектировании производят расчеты на прочность и долговечность. Зубчатые колеса механизмов и приборов обычно работают при малых нагрузках. В этом случае параметры колес, профили зубьев назначают исходя из условия получения необходимых общих размеров передачи, технологии изготовления, плавности хода и кинематической точности, а прочностные расчеты могут проводиться только в виде проверочных расчетов для наиболее нагруженных зубчатых пар. В некоторых автоматических системах нагрузки на зубчатые колеса могут быть значительными. В этих случаях наряду с расчетами по геометрии и кинематике проводят расчеты колес на прочность и долговечность.

§ 18.2. Основная теорема зацепления.

Эвольвентное зацепление

В зубчатых передачах вращение от одного колеса к другому передается за счет усилий в точках контакта поверхностей зубьев, образующих высшую кинематическую пару. Для обеспечения непрерывного зацепления зубьев и постоянного передаточного отношения, т. е. отношения угловых скоростей колес передачи, профили зубьев должны быть очерчены определенными кривыми. Чтобы установить, какими именно кривыми должны быть очерчены профили зубьев, рассмотрим передачу вращения от оси O_1 к оси O_2 посредством давления профиля 1 на профиль 2 (рис. 18.2, а). В точке K их соприкосновения линейные скорости точек обоих профилей будут

$$v_1 = \omega_1 \cdot O_1K; \quad v_2 = \omega_2 \cdot O_2K,$$

где ω_1 — угловая скорость колеса с осью O_1 ; ω_2 — угловая скорость колеса с осью O_2 . Эти скорости направлены перпендику-

лярно соответственно радиусам O_1K и O_2K . Через точку K проведем общую нормаль $n-n$ к профилям. Если пренебречь трением между поверхностями профилей (звеньями пары), то сила давления (действия) профиля 1 на профиль 2 направлена по этой нормали, поэтому линию $n-n$ называют линией действия. Если считать, что профили, соприкасаясь, не отходят друг от друга и не вдавливаются друг в друга, то проекции скоростей v_1 и v_2 на линию действия должны быть равны $v_{1n} = v_{2n} = v_n$.

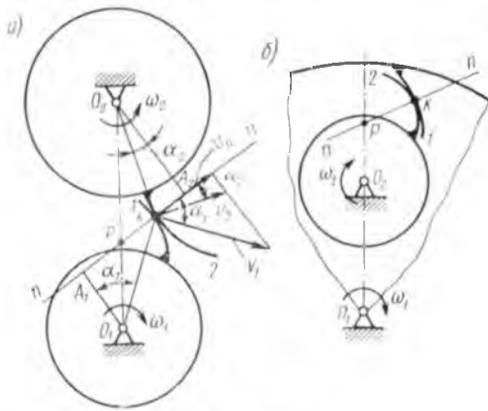


Рис. 18.2

При этом

$$v_{1n} = v_1 \cos \alpha_1 = \omega_1 \cdot O_1K \cos \alpha_1 = \omega_1 \cdot O_1A_1;$$

$$v_{2n} = v_2 \cos \alpha_2 = \omega_2 \cdot O_2K \cos \alpha_2 = \omega_2 \cdot O_2A_2.$$

Отрезки O_1A_1 и O_2A_2 — равны длинам перпендикуляров, опущенных из центров O_1 и O_2 на линию действия.

Из равенства проекций $v_{1n} = v_{2n}$ скоростей имеем: $\omega_1 \omega_2 = O_2A_2 / O_1A_1$.

Точка P пересечения линии действия $n-n$ с линией центров O_1O_2 называется полюсом передачи. Из подобия треугольников O_1A_1P и O_2A_2P следует, что $O_2A_2/O_1A_1 = O_2P/O_1P$. Отсюда получаем

$$\omega_1 \omega_2 = O_2P / O_1P. \quad (18.1)$$

Эта формула выражает основную теорему зацепления: *полюс передачи делит линию центров на части обратно пропорциональные угловым скоростям.*

Если точка P находится между центрами O_1 и O_2 , то вращение звеньев 1 и 2 происходит в разные стороны, а зацепление называется внешним. Если точка P находится, как показано на рис. 18.2, б, вне отрезка O_1O_2 , то вращение звеньев происходит в одну сторону, а зацепление называется внутренним.

Передаточное отношение обозначается буквой i с индексами. Например, если первое звено вращается со скоростью ω_1 , а второе — со скоростью ω_2 , то передаточное отношение $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$ или $i_{21} = \omega_2 / \omega_1$.

Из теоремы зацепления заключаем, что для постоянного передаточного отношения в зубчатой передаче необходимо, чтобы общая нормаль к профилям зубьев все время проходила через одну и ту же точку на линии центров — неподвижный

полюс зацепления P . Профили зубьев, отвечающие условию постоянства передаточного отношения, называются сопряженными.

В настоящее время в приборостроении и машиностроении применяются главным образом зубчатые колеса с *эвольвентным* профилем зубьев. Ограниченное применение находят также профили с *циклоидальным*, *цвочным* и *часовым* зацеплением.

Эвольвентой, или разверткой окружности, называется кривая, которую описывает любая точка прямой линии, перекаत्याющейся без скольжения по окружности радиуса r_b (рис. 18.3).

Эта окружность называется *основной окружностью*, а прямая называется *производящей прямой*. На рис. 18.3 показана эволь-

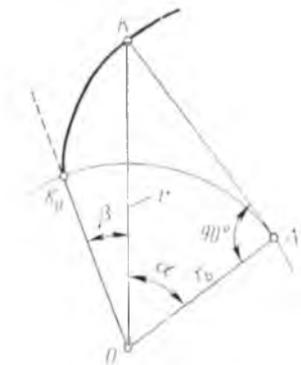


Рис. 18.3

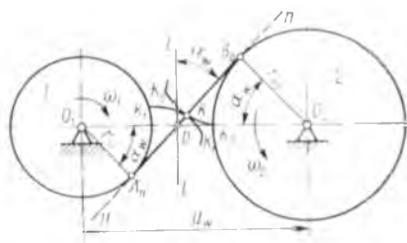


Рис. 18.4

вента K_0K окружности радиусом r_b . Точка K характеризуется полярными координатами: радиусом $r = OK$ и углом β .

Из способа образования эвольвенты следует, что дуга $\overset{\frown}{K_0A}$ равна отрезку прямой AK . Из треугольника OKA находим: $KA = r_b \operatorname{tg} \alpha$, откуда

$$r_b \operatorname{tg} \alpha = r_b (\alpha + \beta).$$

Тогда координата точки K определяется по формулам

$$\left. \begin{aligned} r &= r_b / \cos \alpha, \\ \beta &= \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (18.2)$$

Функцию $\operatorname{tg} \alpha - \alpha$ называют *инволютой* угла α .

Свойства эвольвентного зацепления. На рис. 18.4 показаны зубья двух колес — ведущего 1 и ведомого 2, профили которых очерчены по эвольвентам K_1K_1 и K_2K_2 и касаются друг друга в точке K . Проведем нормаль $n-n$ к профилям зубьев в точке K . Эта нормаль в соответствии с определением эвольвенты будет касательной к основным окружностям. При вращении колес точка K перемещается, но общая нормаль будет по-прежнему касаться основных окружностей, следовательно, точка K должна

перемещаться по линии $n-n$, и эта линия является геометрическим местом точек контакта зубьев в процессе их движения. Она называется линией зацепления. Неизменным является и положение полюса зацепления P на линии центров, следовательно, зубья с эвольвентными профилями будут сопряженными. Угол α_w между линией зацепления и перпендикуляром $l-l$ к линии центров O_1O_2 в полюсе P называется углом зацепления. Отрезки $O_1P = r_1$ и $O_2P = r_2$ называются радиусами начальных окружностей. Отрезки $O_1A_0 = r_{b1}$, $O_2B_0 = r_{b2}$ радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha_w; \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha_w.$$

Передаточное отношение i_{12} можно выразить через радиусы начальных и основных окружностей:

$$i_{12} = r_2/r_1 = r_{b2}/r_{b1}.$$

Отсюда следует, что если в эвольвентном зацеплении сблизить или раздвинуть центры колес O_1 и O_2 , то передаточное отношение i_{12} не изменится, так как r_{b1} и r_{b2} остаются неизменными. Ошибки длины межосевого расстояния a_w не влияют на значение передаточного отношения, но при этом меняется угол зацепления α_w . Если $r_{b2} \rightarrow \infty$, то $i_{12} \rightarrow \infty$. Это означает, что основная окружность колеса 2 превращается в прямую линию. При увеличении радиуса r_{b2} эвольвента профиля зуба приближается по форме к прямой линии и при $r_{b2} = \infty$ зубья зубчатой рейки имеют прямолинейный профиль.

Зацепление зубчатого колеса и зубчатой рейки с углом зацепления α_w называется реечным зацеплением (рис. 18.5).

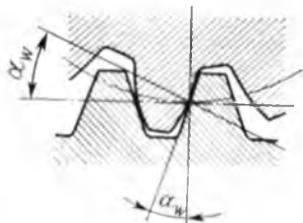


Рис. 18.5

§ 18.3. Геометрические элементы эвольвентного зацепления цилиндрических колес

Рассмотрим показанное на рис. 18.6 цилиндрическое зубчатое колесо с прямыми зубьями. Его делительной окружностью (поверхностью) называется соосная окружность (поверхность) диаметром d , которая является базовой для определения элементов зубьев и их размеров. Расстояние между одноименными профилями соседних зубьев по дуге делительной окружности зубчатого колеса называется окружным шагом и обозначается p_t . Угловым шагом τ зубьев называется центральный угол концентрической окружности зубчатого колеса, равный $2\pi/z$ или $360^\circ/z$, где z — число зубьев колеса.

Для передачи вращения у сопрягаемых колес должен быть *одинаковый окружной шаг*. Размер окружного шага связан с числом зубьев и длиной делительной окружности формулой $z p_t = \pi d$, откуда диаметр делительной окружности

$$d = z p_t / \pi = z m_t. \quad (18.3)$$

Величина $m_t = p_t / \pi = d / z$ называется *окружным модулем* зубьев и является основным параметром зубчатой передачи, через который выражаются остальные размеры зубчатых колес. Зубчатые колеса с модулем $m_t < 1$ мм называются *мелко модульными*.

Числовые значения модуля стандартизованы (СТ СЭВ 310—76). Некоторые из этих значений в миллиметрах даны в табл. 18.1.

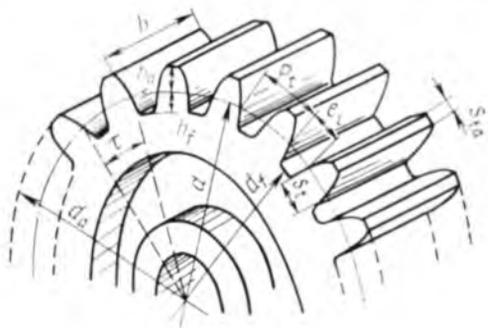


Рис. 18.6

Таблица 18.1

I ряд	0,05; 0,06; 0,08; 0,1; 0,12; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; ... ; 80,0
II ряд	0,055; 0,07; 0,09; 0,11; 0,14; 0,18; 0,22; 0,28; 0,35; 0,45; 0,55; 0,7; 0,9; 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; ... ; 90,0

Примечание. Значения I ряда являются предпочтительными.

Кроме делительного диаметра d различают диаметр d_a вершин зубьев и диаметры d_f впадин зубьев (рис. 18.6). Делительной головкой зуба называют часть зуба высотой h_a , заключенную между поверхностью вершин зубьев и делительной поверхностью.

Делительной ножкой зуба называют часть зуба высотой h_f , заключенную между делительной поверхностью и его поверхностью впадин. Высотой зуба называется расстояние между окружностями (поверхностями) вершин и впадин зубьев: $h = h_a + h_f$.

Расстояние s_f между разноименными профилями зуба по дуге делительной окружности называется делительной толщиной зуба, а расстояние e_c между ближайшими разноименными

профилями соседних зубьев по делительной окружности называется окружной делительной шириной впадин. Шириной венца b называется наибольшее расстояние между торцами зубьев цилиндрического колеса.

Косозубые зубчатые колеса. Для передач между параллельными осями применяются также колеса с косыми зубьями. Зубья таких колес выполняют по винтовой линии, как показано на рис. 18.7, а, с углом наклона на делительном цилиндре β . В этом случае зубья одновременно соприкасаются не по всей длине, а линия их соприкосновения $P_1 - P_2$ перемещается по поверхности зуба и лежит в плоскости зацепления Π , касательной к основному цилиндру. Чем больше угол β наклона зубьев, тем дольше пара зубьев будет находиться в зацеплении. Угол $\beta = 8 \dots 18^\circ$ для обеих колес зубчатой пары должен быть одинаковым.

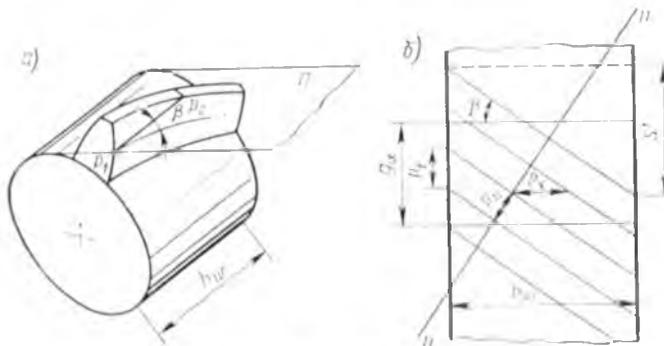


Рис. 18.7

Для определения параметров косозубого колеса рассмотрим схему развертки делительного цилиндра (рис. 18.7, б). В нормальном сечении $n - n$ зубьев определяется *нормальный шаг* p_n и *нормальный стандартный модуль* m_n , в торцовом сечении определяется *окружной шаг* p_t и *окружной модуль* зубьев m_t , в осевом сечении — *осевой шаг* p_x и *осевой модуль* m_x . Эти величины связаны между собой следующими зависимостями:

$$p_t = p_n / \cos \beta = p_x \operatorname{tg} \beta; \quad m_t = m_n \cos \beta = m_x \operatorname{tg} \beta.$$

Диаметр делительной окружности косозубого колеса

$$d = z m_t = z m_n \cos \beta. \quad (18.4)$$

Прочность зуба определяется его размерами и формой в нормальном сечении. Форму косога зуба в нормальном сечении принято определять через параметры *эквивалентного прямозубчатого колеса*, т. е. считают, что профиль косых зубьев в нормальном сечении $n - n$ соответствует профилю зубьев некоторого

эквивалентного прямоугобого колеса, показанного на рис. 18.8 пунктиром, с диаметром начальной окружности d_v , числом зубьев z_v и модулем, равным нормальному модулю m_n .

Нормальное к зубу сечение делительного цилиндра косозубого колеса (рис. 18.8) образует эллипс с полуосями $c = d/2$ и $e = d(2 \cos \beta)$. Радиус кривизны эллипса в полюсе зацепления

$$r_v = e^2 / c = d / (2 \cos^2 \beta).$$

Эквивалентное прямоугобое колесо будет иметь диаметр

$$d_v = 2r_v = d / \cos^2 \beta, \quad (18.5)$$

а число зубьев

$$\begin{aligned} z_v &= d_v / m_n = d / (m_n \cos^2 \beta) = \\ &= m_t z / (m_t \cos^3 \beta) = \\ &= z / \cos^3 \beta. \end{aligned} \quad (18.6)$$

Косозубые колеса хорошо прирабатываются, обладают большей плавностью передачи движения и меньшим шумом по сравнению с прямоугобыми. К недостаткам косозубых передач относятся: более низкий КПД из-за увеличения скоростей скольжения при увеличении угла β и возникновения осевой силы, отсутствующей у прямоугобых колес.

Зацепление зубчатых колес. Рассмотрим зацепление двух зубчатых колес, показанное на рис. 18.9. Кинематический эффект

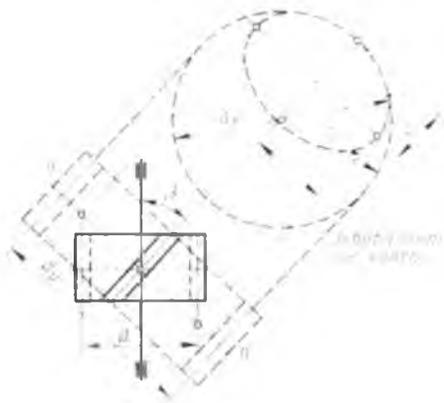


Рис. 18.8

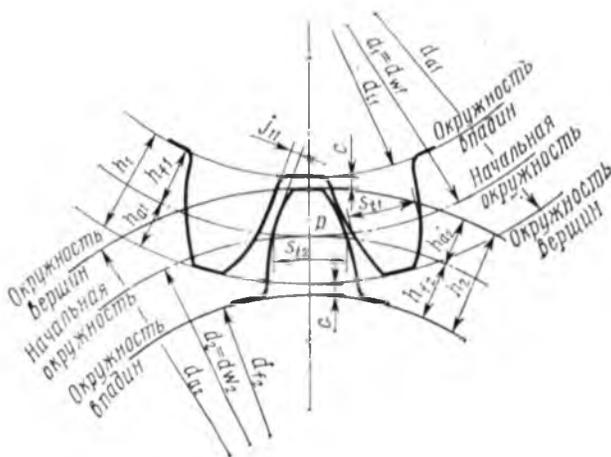


Рис. 18.9

зацепления эквивалентен качению без скольжения начальных окружностей с диаметрами d_{w1} и d_{w2} . У зубчатых колес, зубья которых нарезаны без смещения режущего инструмента (о нарезке зубьев будет сказано ниже), начальные и делительные окружности совпадают:

$$d_{w1} = d_1 = z_1 m_t; \quad d_{w2} = d_2 = z_2 m_t.$$

Формулы для определения основных параметров цилиндрических прямозубых и косозубых колес с углом зацепления $\alpha = 20^\circ$, нарезанных без смещения, приведены в табл. 18.2.

Значения коэффициента Ψ_{bd} ширины зубчатого колеса в зависимости от материала колес и их конструктивного оформления приведены в табл. 18.3.

Зацепление, в котором $s_{t1} + s_{t2} = p_t$, называется беззазорным или плотным. Однако на практике $s_{t1} + s_{t2} < p_t$, чтобы возникал боковой зазор j_n , который необходим для обеспечения условий смазки, компенсации температурного расширения и неточности изготовления и сборки.

Таблица 18.2

Параметр	Формула
Модуль нормальный	$m_n = m$ (по СТ СЭВ 310—76)
Шаг нормальный	$p_n = \pi m_n$
Угол наклона зубьев	$\beta = 8 \dots 15^\circ$
Торцовый модуль	$m_t = m_n / \cos \beta$
Торцовый шаг	$p_t = p_n / \cos \beta$
Диаметр делительной окружности	$d_1 = z_1 m_t; \quad d_2 = z_2 m_t$
Высота делительной головки зуба	$h_a = h_a^* m$
Высота делительной ножки зуба	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
Высота зуба	$h = h_a + h_f$
Ширина венца	$b + \Psi_{bd} d_1$

Для колес с внешним зацеплением

Диаметр окружности выступов	$d_a = d + 2h_a$
Диаметр окружности впадин	$d_f = d - 2h_f$
Межосевое расстояние	$a = 0,5 (d_1 + d_2)$

Для колес с внутренним зацеплением

Диаметр окружности выступов	$d_a = d - 2h_a$
Диаметр окружности впадин	$d_f = d - 2h_f$
Межосевое расстояние	$a = 0,5 (d_2 - d_1)$

Примечание. Коэффициент головки зуба $h_a^* = 1$. Коэффициент ножки зуба $c^* = 0,5$ при $m < 0,5$ мм; $c^* = 0,35$ при $0,5 < m < 1$ мм; $c^* = 0,25$ при $m > 1$ мм.

Таблица 18.3

Расположение колеса относитель- но опор (см. ниже рис. 19.4)	Твердость рабочих поверх- ностей зубьев	
	НВ < 350	НВ > 350
Симметричное	0,8...1,4	0,4...0,9
Несимметричное	0,6...1,2	0,3...0,6
Консольное	0,3...0,4	0,2...0,25

При вращении колес скорости точек их начальных окружностей одинаковы, т. е. $v_1 = v_2$ или $\omega_1 d_1/2 = \omega_2 d_2/2$. Тогда передаточное отношение пары зубчатых колес будет

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Отношение числа зубьев колеса z_2 к числу зубьев шестерни z_1 называют передаточным числом $u = z_2/z_1 > 1$. Это число используют при расчетах на контактную прочность.

Коэффициент торцового перекрытия. На рис. 18.10 показаны начальное и конечное положения профилей зубьев двух зацепляющихся колес, ограниченных окружностями вершин зубьев с диаметрами d_{a1} и d_{a2} . Длина линии зацепления ограничена отрезком $A_0B_0 = g$. Отрезок линии зацепления $AB = g_a$, ограниченный точкой A входа пары зубьев в зацепление и точкой B выхода зубьев из зацепления, называется длиной активной линии зацепления.

Угол поворота зубчатого колеса от входа в зацепление зуба до выхода его из зацепления, взятый по начальной окружности диаметром d_w , называется углом торцового перекрытия и обозначается φ_a .

Чтобы каждая последующая пара зубьев входила в зацепление до момента, когда предыдущая пара уже вышла из зацепления, необходимо, чтобы $\varphi_a > \tau$, где τ — угловой шаг. Коэффициентом торцового перекрытия ε_a называется от-

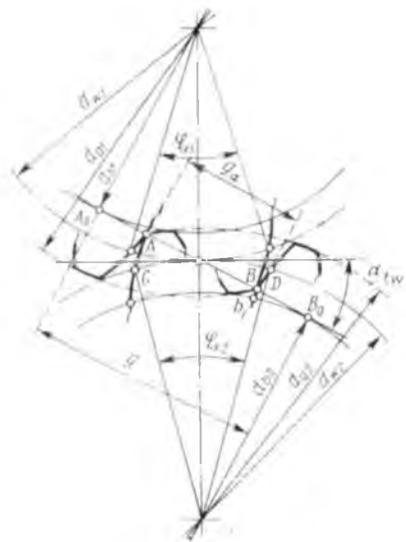


Рис. 18.10

ношение угла торцового перекрытия зубчатого колеса цилиндрической передачи к его угловому шагу: $\varepsilon_\alpha = \varphi_\alpha / \tau$.

Учитывая, что угловой шаг $\tau = p_t / (d_w / 2) = p_b / (d_b / 2)$, где p_b — шаг по основной окружности, угол торцового перекрытия $\varphi_\alpha = \widehat{CD} / (d_w / 2)$ по свойству эвольвенты $g_\alpha = ab$. Из отношения дуг $\widehat{ab} / \widehat{CD} = d_b / d_w$ имеем $\varphi_\alpha = \widehat{abd_w} / (d_b d_w / 2) = g_\alpha (d_b / 2)$, откуда

$$\varepsilon_\alpha = g_\alpha / p_b. \quad (18.7)$$

Коэффициент торцового перекрытия численно равен среднему числу пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении, и является качественной характеристикой зацепления. Чем больше ε_α , тем выше плавность работы передачи. Учитывая погрешности изготовления колес, для прямозубых передач рекомендуют $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$; для косозубых $\varepsilon_\alpha \geq 1$. Коэффициент торцового перекрытия определяют в зависимости от числа зубьев колес по формуле, приведенной ниже в табл. 18.4.

В косозубом зацеплении зубья нагружаются постепенно и в зацеплении всегда находится не менее двух пар зубьев. Вследствие наклона зубьев угол перекрытия φ_α в косозубом зацеплении больше угла φ_α в прямозубом зацеплении на размер $\Delta\varphi$, причем (см. рис. 18.7, б)

$$\Delta\varphi = 2s' / d = 2b_w \operatorname{tg} \beta_b d,$$

где β_b — угол наклона винтовой линии зуба на начальном цилиндре; d — диаметр делительной окружности. Тогда

$$\varphi_\alpha' = \varphi_\alpha + \Delta\varphi = \varphi_\alpha + 2b_w \operatorname{tg} \beta_b d.$$

Учитывая, что угловой шаг зубьев $\tau = 2p_t / d$, коэффициент перекрытия косозубых колес получим по формуле

$$\varepsilon_\alpha' = \varphi_\alpha' / \tau = \varepsilon_\alpha' + \varepsilon_\beta, \quad (18.8)$$

где ε_α — коэффициент торцового перекрытия; величину $\varepsilon_\beta = b_w \operatorname{tg} \beta_b / p_t$ называют коэффициентом осевого перекрытия. Косозубые колеса могут работать даже при $\varepsilon_\alpha < 1$ без нарушения зацепления, если будет обеспечено осевое перекрытие $b_w \operatorname{tg} \beta_b > p_t$. При $\beta \leq 20^\circ$

$$\varepsilon_\alpha' \approx [1,88 - 3,2 (1/z_1 \pm 1/z_2)] \cos \beta,$$

где знак «+» соответствует внешнему зацеплению, а «-» внутреннему. При $\varepsilon_\alpha = 1$ длина контактных линий зубьев $l = b_w / \cos \beta_b$. В остальных случаях $l = \varepsilon_\alpha b_w / \cos \beta_b$.

Но так как ε_z меняется ступенчато, то за расчетную длину контактных линий принимают величину

$$l_z = k_s \varepsilon_a b_{\omega} / \cos \beta_b,$$

где k_s — коэффициент, учитывающий колебания суммарной длины контактной линии. Обычно $k_s = 0,95$.

§ 18.4. Изготовление зубчатых колес

Заготовки для зубчатых колес в зависимости от материала, формы и размеров получают литьем, штамповкой или ковкой. Зубья колес изготавливают нарезанием, накатыванием, штамповкой и резе литьем. В большинстве случаев зубья нарезают. Выбор способа нарезания обуславливается требуемой точностью, характером производства и областью применения зубчатых колес. Чаще для нарезания применяют два метода: копирования и обкатки.

Метод копирования заключается в прорезании впадин между зубьями модульными фрезами: дисковыми (рис. 18.11, *а*) или концевыми (рис. 18.11, *б*). После прорезания каждой впадины

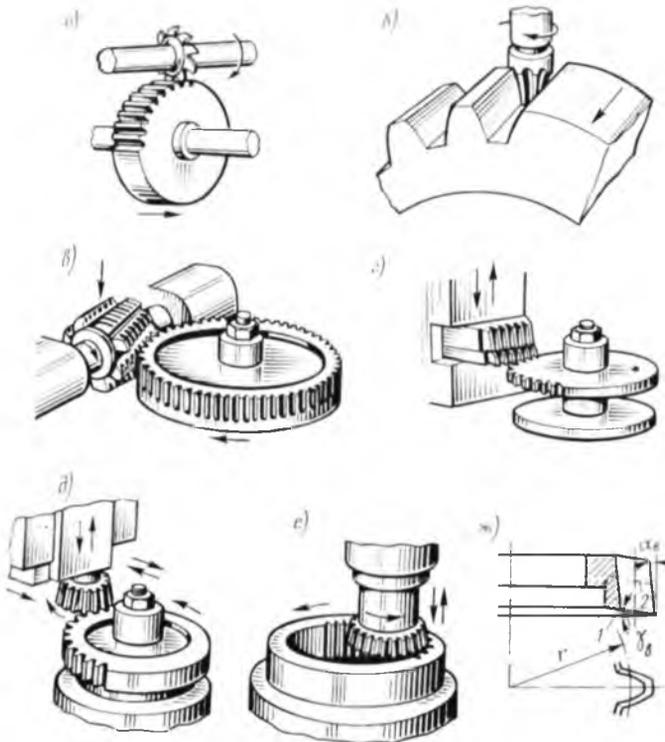


Рис. 18.11

заготовку с помощью делительного устройства поворачивают на размер углового шага. Профиль впадины представляет собой копию профиля инструмента. Метод копирования прост и не требует сложного оборудования, но низкопроизводителен, не обеспечивает высокой точности и применяется только в единичном и мелкосерийном производстве, в основном при нарезании крупномодульных зубьев.

Для изготовления колес **методом обкатки** разработаны специальные высокопроизводительные станки. Он основан на воспроизведении зубчатого зацепления, одним из элементов которого является режущий инструмент, а другим элементом — заготовка зубчатого колеса. На рис. 18.11, *в* показана схема нарезания колеса, когда режущим инструментом является червячная фреза. На рис. 18.11, *г* колесо нарезают зубчатой рейкой, а на рис. 18.11, *д, е* — дисковыми долбяком в виде зубчатого колеса, каждый зуб которого является резцом. Режущие свойства долбяка или рейки определяются углами заточки: задним α_b и передним γ_b (рис. 18.11, *ж*). Кроме движения врезания и подачи инструменту и заготовке придается движение, как колесам, находящимся в зацеплении. При этом средняя линия рейки (или начальная окружность долбяка) перекачивается без скольжения по начальной окружности нарезаемого колеса в конце процесса нарезания зубьев. Эта окружность, по которой катится средняя линия рейки, называется также делительной окружностью колеса. Зацепление инструмента с нарезаемым зубчатым колесом называется станочным зацеплением. Червячным и реечным инструментом по методу обкатки можно нарезать прямозубые и косозубые колеса с внешним зацеплением, а долбяком можно нарезать прямозубые колеса с внешним и внутренним зацеплением.

Чтобы получить высокую точность и малую шероховатость поверхностей, зубья после нарезания подвергаются доводочным операциям — шлифованию и шевингованию. *Шлифование* применяется для обработки закаленных зубьев и выполняется шлифовальными кругами, расположенными под таким же углом, как и профиль рейки. *Шевингование* применяют для тонкой обработки незакаленных колес. Его производят специальным инструментом — шевером, имеющим форму зубчатого колеса с узкими канавками на поверхности зубьев. Вращаясь в зацеплении с обрабатываемым колесом, шевер режущими кромками канавок снимает тонкие стружки. В обоих случаях поверхность зубьев обрабатывается методом обкатки.

В качестве отделочных операций применяются притирка и обкатка. *Притирка* закаленных колес выполняется притиром — чугуном точно изготовленным колесом с нанесенной притирочной абразивной пастой. *Обкатка* применяется для сглаживания шероховатости поверхностей незакаленных зубьев. Колесо обкатывается под нагрузкой по эталонному колесу из твердого материала.

Геометрия зубчатого колеса при нарезании обкаткой определяется параметрами исходного контура реечного инструмента и его расположением по отношению к заготовке. Исходным контуром реечного инструмента является проекция режущей грани инструмента на плоскость, перпендикулярную оси заготовки. Исходный контур (рис. 18.12) инструментальной зубчатой рейки для нарезания цилиндрических колес регламентирован ГОСТ 13755—68. Для модуля $m \geq 1$ мм стандартизованы угол профиля $\alpha = 20^\circ$, глубина захода $h_t = 2m$, радиальный зазор $c = 0,25m$, радиус скругления $r_t = 0,4m$. Исходная рейка имеет шаг p_t одинаковый по высоте зубьев. Линия, по которой толщина зуба равна ширине впадины, называется средней или модульной прямой.

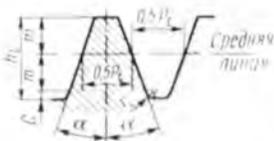


Рис. 18.12

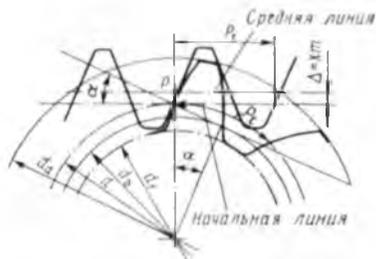


Рис. 18.13

При нарезании зубчатого колеса с числом зубьев z и модулем m рейка углубляется в заготовку. При этом по окружности диаметром $d = 2OP$ (рис. 18.13) обкатывается некоторая прямая рейки. Так как шаг рейки по любой прямой одинаков, то на окружности диаметром d шаг на колесе будет равен шагу рейки. Эта окружность (окружность обкатки) называется делительной окружностью. Средняя линия рейки в процессе нарезания приближается к делительной окружности колеса. Если процесс нарезания закончить в момент, когда средняя линия рейки будет обкатываться по делительной окружности колеса, то получится колесо без смещения, у которого $s_t = e_t = p_t/2$, где s_t — толщина зуба; e_t — ширина впадины; p_t — шаг рейки.

Процесс нарезания можно закончить, когда средняя линия рейки не дойдет до делительной окружности на расстояние $\Delta = xm > 0$ (рис. 18.13). Это расстояние называется смещением инструмента и выражается в долях модуля. Величина x называется коэффициентом смещения. Если средняя линия рейки в конце нарезания будет находиться на расстоянии меньше $d/2$ от центра колеса, то считают, что $x < 0$. Из условия равенства шага рейки шагу по делительной окружности колеса следует, что $\pi d = zp_t$, отсюда диаметр d делительной окружности и диаметр d_b основной окружности колеса остаются такими же, как у колес, нарезанных без смещения:

$$d = zp_t/\pi = zm; \quad d_b = d \cos \alpha.$$

Диаметр d_a окружности выступов, диаметр d_f окружности впадин и толщина s_f зуба по делительной окружности при положительном смещении увеличиваются, при отрицательном — уменьшаются (рис. 18.14). Таким образом, положительное смещение повышает прочность зубьев на изгиб.

Изготавливать зубчатые колеса со смещением инструмента не сложнее и не дороже, чем колеса без смещения инструмента.

Отличие заключается только в размере заготовки и в установке инструмента. У колес, нарезанных со смещением, изменяются также угол зацепления и межосевое расстояние.

При изучении зацепления колес, нарезанных со смещением, вводится понятие *воспринимаемого смещения*, которое является разностью межосевого расстояния цилиндрической зубчатой передачи a_w и ее делительного межосевого расстояния $a = (d_1 + d_2) / 2$.

Отношение воспринимаемого смещения к расчетному модулю зубчатого колеса называется коэффициентом воспринимаемого смещения. Уравнительным смещением называется разность между суммой или разностью смещения и воспринимаемым смещением. Коэффициентом уравнительного смещения называют отношение уравнительного смещения к расчетному модулю цилиндрического зубчатого колеса.

Формулы для вычисления основных параметров цилиндрических передач, нарезанных со смещением, приведены в табл. 18.4.

Таблица 18.4

Параметры	Расчетные формулы
<i>Передачи с внешним зацеплением</i>	
Коэффициент суммы смещений x_Σ	$x_\Sigma = x_1 + x_2$
Угол профиля α_t	$\text{tg } \alpha_t = \text{tg } \alpha / \cos \beta$
Угол зацепления $\alpha_{t\omega}$	$\text{inv } \alpha_{t\omega} = 2x_\Sigma \text{tg } \alpha / (z_1 + z_2) + \text{inv } \alpha_t$
Межосевое расстояние a_w	$a_w = [m(z_1 + z_2) / 2 \cos \beta] (\cos \alpha_t / \cos \alpha_{t\omega})$
Делительный диаметр d	$d_1 = mz_1 / \cos \beta; d_2 = mz_2 / \cos \beta$
Передаточное число u	$u = z_2 / z_1$
Начальный диаметр d_w	$d_{w1} = 2a_w / (u + 1); d_{w2} = 2a_w u / (u + 1)$
Коэффициент воспринимаемого смещения y	$y = (a_w - a) / m$
Коэффициент уравнительного смещения Δy	$\Delta y = x_\Sigma - y$
Диаметр вершин зубьев d_a	$d_{a1} = d_1 + 2m(h_a^* + x_1 - \Delta y);$ $d_{a2} = d_2 + 2m(h_a^* + x_2 - \Delta y)$

Параметры	Расчетные формулы
Диаметр впадин d_f	$d_{f1} = d_1 - 2m(h_a^* + c^* - x_1)$ $d_{f2} = d_2 - 2m(h_a^* + c^* - x_2)$
Коэффициент торцового перекрытия ε_α	$\varepsilon_\alpha = [z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \times \operatorname{tg} \alpha_{tw}] / 2\pi$
Угол профиля зуба в точке окружности вершины α_a	$\cos \alpha_{a1} = \frac{db_1}{d_{a1}} = \frac{d_1 \cos \alpha_t}{d_{a1}}$; $\cos \alpha_{a2} = \frac{db_2}{d_{a2}} = \frac{d_2 \cos \alpha_t}{d_{a2}}$

Передаточные с внутренним зацеплением

Коэффициент разности смещений x_d	$x_d = x_2 - x_1$
Угол профиля α_t	$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta$
Угол зацепления α_{tw}	$\operatorname{inv} \alpha_{tw} = 2x_d \operatorname{tg} \alpha / (z_2 - z_1) + \operatorname{inv} \alpha_t$
Межосевое расстояние a_w	$a_w = [m(z_2 - z_1) / 2 \cos \beta] (\cos \alpha_t / \cos \alpha_{tw})$
Делительный диаметр d	$d_1 = mz_1 / \cos \beta$; $d_2 = mz_2 / \cos \beta$
Передаточное число u	$u = z_2 / z_1$
Начальный диаметр d_w	$d_{w1} = 2a_w(u - 1)$; $d_{w2} = 2a_w u / (u - 1)$
Диаметр вершины зубьев d_a	$d_{a1} = d_1 + 2m(h_a^* + x_1)$ $d_{a2} = d_2 - 2m(h_a^* - x_2 - 0,2)$
Диаметр впадин d_f	$d_{f1} = d_1 - 2m(h_a^* + c^* - x_1)$ $d_{f2} = d_2 + 2m(h_a^* + c^* + x_2)$
Коэффициент торцового перекрытия ε_α	$\varepsilon_\alpha = [z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} - z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} + (z_2 - z_1) \times \operatorname{tg} \alpha_{tw}] / 2\pi$

Примечание. Для прямозубых передач $\beta = 0$.

Подрезание зуба. Эвольвенты двух зубьев могут касаться друг друга только в пределах активной линии зацепления (отрезок AB на рис. 18.10). Вне участка A_0B_0 , ограниченного точками касания линии зацепления с основными окружностями, эвольвенты не касаются, а пересекаются. Поэтому при изготовлении колеса режущим профилем зуба инструмент срезает часть зуба колеса, так как возникает явление *интерференции*, когда часть пространства одновременно занята двумя взаимодействующими зубьями. В результате получается колесо с подрезанными зубьями (рис. 18.15). Подрезание зуба — вредное явление, уменьшающее его прочность. Подрезания не будет, если при нарезании точка пересечения окружности выступов долбяка или линия головок рейки не выходила за пределы отрезка A_0B_0 (см. рис. 18.10), т. е. $PA_0 > PA$.

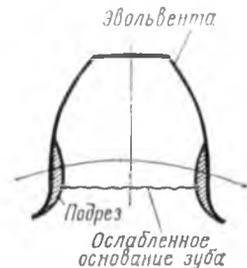


Рис. 18.15

Из этого условия можно определить минимальное число зубьев колеса, при котором отсутствует подрезание зуба. В общем случае для цилиндрических колес, в том числе для колес со смещением x ,

$$z_{\min} = [2(h_e^* - h_a^* - x) \cos \beta] \sin^2 \alpha,$$

где h_e^* — коэффициент граничной высоты зуба колеса; h_a^* — коэффициент высоты головки исходного контура (по ГОСТ 13755—68 $h_e^* - h_a^* = 1$). Для прямозубых колес с $\alpha = 20^\circ$ без смещения $z_{\min} = 17$.

Зубчатые колеса с числом зубьев $z < z_{\min}$ во избежание подреза зубьев нужно нарезать с положительным смещением, при этом смещение подбирают так, чтобы линия головок исходного контура рейки пересекала линию зацепления в точке A_0 . Общая формула для смещения при нарезании прямозубых и косозубых колес имеет вид

$$x_{\min} = h_e^* - h_a^* - z \sin^2 \alpha_t / 2 \cos \beta.$$

Нарезание зубчатых колес со смещением производится также, если нужно получить передачу с высокими показателями по прочности, износостойкости и КПД или если спроектировать необходимо передачу по заданному межосевому расстоянию. Выбор наиболее рационального смещения производится с помощью определенных систем, регламентируемых ГОСТ 16532—70. В ГОСТе и справочниках приводятся таблицы, номограммы и блокировочные контуры, по которым выбирают коэффициенты смещения [1, 11].

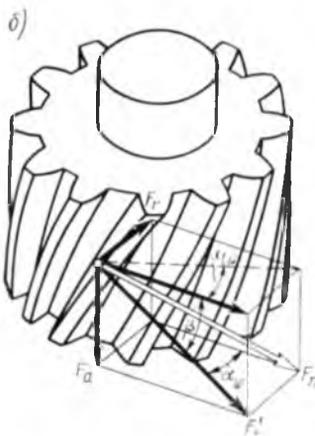
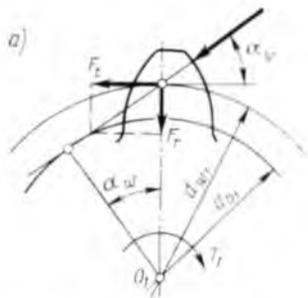


Рис. 18.16

§ 18.5. Силы, действующие в зацеплении

В прямозубой цилиндрической передаче (рис. 18.16, а) нормальная сила F_n направлена по линии зацепления как общей нормали к рабочим поверхностям зубьев. Эту силу переносят в полюс зацепления и раскладывают на окружную F_t и радиальную F_r составляющие. При заданной расчетной нагрузке в виде вращающего момента T_1 окружную составляющую силу определяют по формуле

$$F_t = 2T_1 / d_w$$

и через нее выражают другую составляющую и полную силу:

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w; F_n = F_t \cos \alpha_w. \quad (18.9)$$

В косозубой цилиндрической передаче (рис. 18.17, б) силу F_n раскладывают на три составляющие:

окружную силу $F_t = 2T_1/d_{w1}$; осевую силу $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_b$; радиальную силу $F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cos \beta_b$. Полная сила $F_n = = F_t' \cos \alpha_w = F_t \cos \alpha_w \cos \beta_b$.

§ 18.6 Неэвольвентные виды зацеплений

Циклоидное зацепление. Профили зубьев колес с циклоидным зацеплением очерчены двумя кривыми: головка зуба эпициклоидой \mathcal{E} (рис. 18.17), которая является траекторией точки производящей (вспомогательной) окружности радиуса r_{n2} , катящейся по начальной окружности радиуса r с внешней стороны, а ножка зуба — гипоциклоидой Γ , которая является траекторией точки производящей окружности радиуса r_{n1} , катящейся по начальной окружности с внутренней ее стороны. Переход с гипоциклоиды на окружность впадин выполняется с закруглением радиусом ρ . Радиусы производящих окружностей для обеспечения перекрытия $\varepsilon > 1$ вычисляют по формулам

$$r_{n1} = (0,35 \dots 0,45) r_1;$$

$$r_{n2} = (0,35 \dots 0,45) r_2,$$

где r_1 и r_2 — радиусы начальных окружностей сопряженных колес.

Рабочий участок AB линии зацепления имеет форму дуг AP и PB двух производящих окружностей, расположенных между точками пересечения окружностей головок с производящими окружностями. Значение угла зацепления зависит от положения точек контакта на линии зацепления.

По сравнению с эвольвентным в циклоидном зацеплении меньше трение и износ зубьев и меньше допустимое число зубьев на шестерне. К недостаткам зацепления относятся большая чувствительность к неточности изготовления и трудность нарезания зубьев высокопроизводительными методами (обкаткой). Из-за этих недостатков циклоидное зацепление в приборостроении применяется редко.

Часовое зацепление применяется в механизмах часов и некоторых приборах, например в самописцах с пружинным двигателем. Часовое зацепление является упрощенным циклоидным зацеплением. Оно менее технологично, чем эвольвентное, но

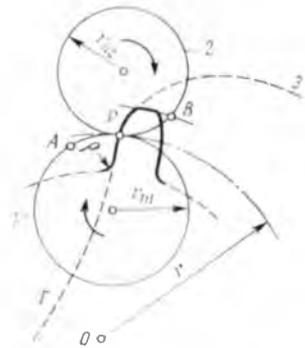


Рис. 18.17

удозлетворяет требованиям малых габаритов при больших передаточных отношениях ($i_{12} \geq 12$). В этом зацеплении небольшое трение, и износ боковых поверхностей зубьев происходит равномерно. Часовое зацепление получило наибольшее распространение в тихоходных повышающих нерезервных передачах, где действующие усилия исчисляются долями ньютона, например счетчиков, тахометрах и т. п.

В часовом зацеплении радиус производящей окружности $r_{п1} = 0,5 r_1$, поэтому профиль ножки зуба является продолжением радиуса колеса. Профиль головки имеет форму не эпициклоиды, а близкой к ней дуги окружности с радиусом ρ , центр которой лежит на окружности центров диаметром d_i (рис. 18,18). Он несколько меньше диаметра начальной окружности $d = d_c + 2\Delta c$.

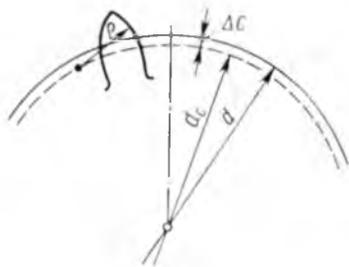


Рис. 18.18

Различают два типа зацепления: 1) ведущее колесо — ведомая шестерня; 2) ведущая шестерня — ведомое колесо и резервные передачи.

Шаг зацепления $p_t = \pi m$, угловой шаг $\tau = 360/z$. Диаметр начальной окружности $d = mz$, межосевое расстояние $a = m(z_1 + z_2)/2$. Основные параметры колес часового зацепления для модулей $m = 0,05 \dots 1,0$ мм и допуски на них определяются по формулам и таблицам ГОСТ 13678—73. Радиус кривизны профиля головки зуба определяется по формуле $\rho = \rho^* m$, где ρ^* выбирают по таблицам ГОСТ в зависимости от числа зубьев шестерни и колеса. Значение $\rho^* = 1,9 \dots 3$ для передач I типа и $\rho^* = 1,9 \dots 21$ для передач II типа. Значения смещения окружности центров $\Delta c = \Delta c^* m$ также берут из ГОСТа, где $\Delta c^* = 0,29 \dots 0,12$ для I типа передач, $\Delta c^* = 0,16 \dots 0,24$ для II типа.

К недостаткам часового зацепления относятся: а) возможность передачи движения только в одном направлении из-за зазоров между зубьями, которые приводят к большому мертвому ходу и к ударам при реверсе; б) непостоянство передаточного отношения в процессе зацепления пары зубьев.

Цевочное зацепление (точечное циклоидальное) по характеру близко к часовому. Применяется, главным образом, при малых усилиях и скоростях в дешевых изделиях, а также в малоомощных планетарных редукторах с внутренним зацеплением, где замена колеса с зубьями, нарезанными по внутреннему ободу, цевочным колесом дает экономический эффект. В этом зацеплении (рис. 18.19, а) теоретически профиль зуба одного циклоидального колеса обращен в точку ($r_{п2} = 0$), а второго — в эпициклоиду, описываемую производящей окружностью радиусом $r_{п1} = r_1$, которая катится по начальной окружности радиуса r_2 . Так как

зуб нельзя выполнить в виде точки, то зубья меньшего колеса (триба) выполняются в виде цевок (валиков или пальцев) диаметром $d_{ц}$ (рис. 18.19, б), а профиль сопряженного зуба колеса выполняется по кривой, эквидистантной эпициклоиде. Размер смещения равен радиусу цевки, т. е. $0,5d_{ц}$.

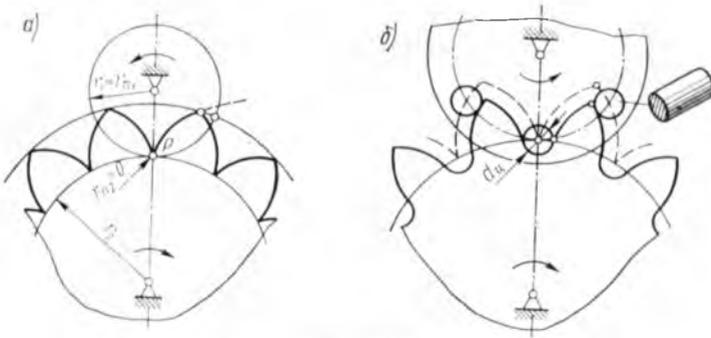


Рис. 18.19

Параметры цевочного зацепления определяют из таблиц. Обычно толщина зуба $s = p_t 2 = 1,57m$; $h_a = 1,35m$; $h_f = 1,45m$; $d_{ц} = (1,05 \dots 1,35)m$, боковой зазор $j_m = (0,25 \dots 0,22)m$. Линия зацепления будет кривой, начало которой совпадает с полюсом P (рис. 18.19, а), а конец находится на окружности выступов колеса. Угол зацепления переменный. Коэффициент торцового перекрытия $\epsilon_t = 1$.

Достоинством цевочного зацепления является малая чувствительность к загрязнению. Недостатки — низкая точность и быстрый износ.

§ 18.7. Точность изготовления зубчатых колес

Неточности изготовления зубчатых колес и монтажа передачи приводят к ошибкам относительного положения входного и выходного звеньев передачи, к рассогласованию их движений, росту динамических нагрузок. Для обеспечения требуемого качества работы зубчатой передачи установлены нормы точности (СТ СЭВ 641—77 для колес с модулями $m > 1$ мм и СТ СЭВ 642—77 для колес с модулями $0,1 \text{ мм} \leq m \leq 1$ мм). В стандарте предусмотрено 12 степеней точности. Чем меньше числовое обозначение, тем выше точность. На практике чаще применяются передачи 5... 8-й степеней точности. Для каждой степени точности зубчатых колес стандарт устанавливает нормы кинематической точности, плавности работы, бокового зазора, контакта зубьев.

За показатель *кинематической точности* принята величина

F'_{ir} — наибольшая угловая погрешность положения колеса в пределах одного оборота (рис. 18.20, а) при зацеплении его с идеально точным колесом, т. е. разность между действительным и номинальным углами поворота ведомого колеса, выраженная длиной дуги делительной окружности.

За показатель *плавности работы* принята величина f_{ir} — местная кинематическая погрешность, многократно проявляющаяся за один оборот колеса и характеризующая амплитуду гармонических составляющих кинематической погрешности и связанная с ошибками внутри шага (рис. 18.20, а).

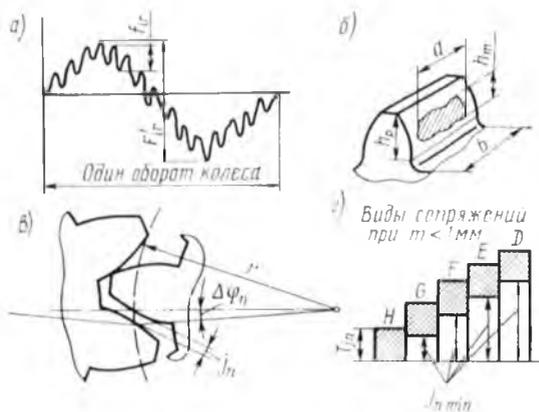


Рис. 18.20

Характер сопряжения зубьев принят размер „пятна контакта“ боковых поверхностей зубьев по длине ($a \cdot b \cdot 100\%$) и высоте ($h_m \cdot h_p \cdot 100\%$) зуба (рис. 18.20, б).
 Характер сопряжения зубьев определяется размером бокового зазора — j_n (рис. 18.20, в) и видом сопряжения. Для эвольвентных цилиндрических передач с $m \geq 1$ мм по СТ СЭВ 641—77 установлено шесть видов сопряжений H, E, D, G, B и A и соответствующие им минимальные значения j_n . Для передач с $m < 1$ мм по ГОСТ 9178—72 установлены пять видов сопряжений H, G, F, E и D . Расположение полей допусков T_{jn} на боковые зазоры показано на рис. 18.20, г. Каждому виду сопряжений соответствует один вид допуска на боковой зазор, обозначаемый соответственно h, g, f и т. д.

На чертежах точность зубчатых колес и передач обозначают указанием степени точности (или степеней точности по отдельным показателям точности) и вида сопряжения. Например, 7—G СТ СЭВ 641—77 — передача с 7-й степенью точности по всем трем показателям (кинематической точности, плавности работы и контакту зубьев) с видом сопряжения G . Обозначение 6—7 — 7—G, СТ СЭВ 642—77 соответствует передаче с 6-й степенью по кинематической точности, 7-й степенью по плавности работы, 7-й степенью по контакту зубьев с видом сопряжения G и допуском f на боковой зазор.

Рекомендации для ориентировочного выбора степени точности и шероховатости поверхности зубчатых передач приведены в табл. 18.5.

Характеристика механизмов, степень точности	Шероховатость поверхности зубьев R_z , мкм	Применение
Высокоточные механизмы, 5-я степень точности	$R_z \leq 0,63$	В выходных звеньях ответственных кинематических цепей счетно-решающих, отсчетных и других особо точных механизмов и устройств. В высокоскоростных механизмах при скоростях зубьев от 15 до 35 м/с прямозубых и от 30 до 70 м/с косозубых колес
Механизмы повышенной точности, 6-я степень точности	$R_z \leq 0,63$	В кинематических цепях счетно-решающих, отсчетных, делительных, измерительных и других высокоточных механизмов. Передачи, работающие при скоростях зубьев до 15 м/с прямозубых и до 30 м/с косозубых колес
Механизмы нормальной точности, 7-я степень точности	1,25	В системах управления и регулирования, в точных приборах. Передачи, работающие при скоростях зубьев до 10 м/с и умеренных нагрузках
Механизмы пониженной точности, 8-я степень точности	$R_z \leq 2,5$	Неответственные кинематические цепи приборов управления и регулирования, приборы средней точности. Передачи общего машиностроения, не требующие особой точности и работающие при скоростях зубьев до 6 м/с
Механизмы низкой точности, 9-я степень точности	$R_z \leq 40$	Передачи, к которым не предъявляются требования точности, работающие при скоростях зубьев до 2 м/с

Вид сопряжения, определяющий значения бокового зазора, выбирают исходя из следующих рекомендаций: сопряжение *H* применяют в тихоходных ступенях отсчетных, счетно-решающих и других точных механизмов при однородных материалах колес и корпуса; сопряжение *G* применяют в тех же механизмах при средних скоростях, когда материалы колес и корпуса имеют разные коэффициенты линейного расширения α ; сопряжение *F* применяется в быстроходных ступенях тех же механизмов, а также в силовых редукторах при значительных колебаниях температуры колес и корпуса; сопряжения *E* и *D* применяют в механизмах с пониженными требованиями к точности при средних скоростях, больших колебаниях температуры.

§ 19.1. Характер повреждений зубьев
и расчет зубьев колес на прочность

Поломка зубьев возникает чаще всего из-за усталости материала, которая является следствием циклической нагрузки при зацеплении зубьев и выражается в появлении усталостной трещины. При этом у основания зуба со стороны растянутых волокон появляется усталостная трещина (рис. 19.1, а). Поломка зубьев может произойти и внезапно от действия силы, превышающей допустимую нагрузку для статической прочности материала.

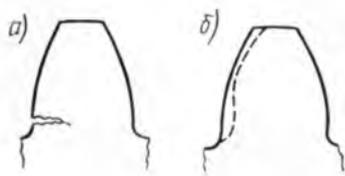


Рис. 19.1

Износ рабочей поверхности зубьев из-за истирания приводит к искажению профиля зуба (рис. 19.1, б), а это, в свою очередь, вызывает увеличение динамических нагрузок, уменьшение точности передач, повышение напряжений при изгибе и в конечном итоге поломку зубьев. Такой вид повреждений зубьев характерен для открытых зубчатых передач. Уменьшению износа зубьев способствует повышение износостойкости поверхности зубьев благодаря химико-термической обработке и правильному подбору связи.

Выкрашивание рабочих поверхностей зубьев является следствием контактной усталости материала. Оно выражается в появлении мелких трещин вблизи полюса зацепления, а затем в отрыве мелких частиц с поверхности зубьев. Нарушение сплошной масляной пленки приводит к *задирам* поверхности. В зацеплении появляются возрастающие динамические нагрузки, ускоряющие разрушение зубьев. Выкрашивание — характерный вид повреждения зубьев для закрытых передач. Для его предупреждения увеличивают твердость рабочих поверхностей зубьев, подбирают соответствующую смазку.

Интенсивность выхода из строя зубчатых колес зависит, в первую очередь, от значений напряжений, возникающих в зубьях. Эти напряжения зависят, с одной стороны, от прикладываемых нагрузок, а с другой — от геометрических колес и зубьев. Для обеспечения необходимого срока службы зубчатых передач надо рассчитать параметры зубчатой передачи так, чтобы они обеспечивали достаточную контактную прочность и прочность на изгиб. Методы расчета на прочность прямозубых и косозубых цилиндрических передач с модулем $m \geq 1$ мм стандартизован (ГОСТ 21354—75). Стандартом предусмотрены следующие виды расчетов:

1) расчеты на прочность активных поверхностей зубьев включают расчет на контактную усталость — для предотвращения усталостного выкрашивания и расчет на контактную прочность при действии максимальной нагрузки — для предотвращения остаточных деформаций или хрупкого разрушения поверхностного слоя;

2) расчеты на прочность зубьев при изгибе включают расчет на сопротивление усталости — для предотвращения усталостного излома зубьев; расчет на прочность при максимальной нагрузке — для предотвращения остаточной деформации или хрупкого излома зубьев и расчет на малоцикловую усталость при изгибе — для предотвращения излома зубьев при плавном или ударном нагружении.

Для большинства зубчатых передач, применяемых в приборах и вычислительных машинах, основными видами расчета являются расчет на контактную прочность и на сопротивление усталости при изгибе.

§ 19.2. Расчет зубьев на контактную прочность. Контактные напряжения

Опыт эксплуатации показывает, что выкрашивание поверхностей зубьев начинается в области полюса P зацепления, поэтому расчет контактных напряжений ведется для зацепления в полюсе. На рис. 19.2 показана схема зацепления колес, где контакт зубьев рассматривают как контакт двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 , а максимальное контактное напряжение определяют по формуле Герца (см. гл. 14):

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_n}{2\pi(1-\nu^2)} \frac{q_n}{\rho_n}} \quad (19.1)$$

Здесь $E_n = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ — приведенный модуль упругости E_1 и E_2 — модули упругости материала шестерни и колеса; ν — коэффициент Пуассона; q_n — отношение нормальной расчетной нагрузки F_n (см. § 18.5) к длине контактных линий

$$q_n = F_n l_z = \frac{F_{Ht} k_{H\beta} k_{H\alpha}}{b_w k_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha_w} = \frac{\omega_{Ht}}{k_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha_w},$$

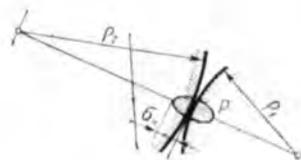


Рис. 19.2

где F_{Ht} — расчетная окружная сила от передаваемого вращающего момента; b_w — рабочая ширина зубчатого венца; $k_{H\beta}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность нагрузки по длине зуба; $k_{H\alpha}$ — коэффициент динамичности нагрузки; $\omega_{Ht} = F_{Ht} b_w$ — удельная окружная сила; $k_{\alpha} = 0,95$ — коэффициент, учитывающий влияние торцового перекрытия.

Приведенный радиус кривизны для косозубой передачи (см. рис. 18.7) определяют по формуле

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2 \cos \beta_b}{d_{w1} \sin \alpha_w} = \frac{2 \cos \beta_b}{d_{w2} \sin \alpha_w} = \frac{2(u \pm 1) \cos \beta_b}{d_{w1} u \sin \alpha_w}$$

Здесь знак «+» соответствует внешнему, а знак «-» внутреннему зацеплению. Подставляя значения ρ_n и ρ_n в формулу (19.1) и учитывая соотношения $\sin \alpha_w = \sin \alpha_{tw} \cos \beta_b$ и $\cos \alpha_{tw} \sin \alpha_{tw} = (1/2) \sin 2\alpha_{tw}$, получаем

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{2\pi(1-\nu^2)} \frac{4w_H \cos \beta_b (u \pm 1)}{k_t \varepsilon_a d_{w1} u \sin 2\alpha_{tw}}}$$

Введем обозначения: $Z_H = \sqrt{2 \cos \beta_b (\sin 2\alpha_{tw})}$ — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев; его определяют по графикам (рис. 19.3) в зависимости от угла β и смещений x_1, x_2 при нарезании колес. Цифры на кривых соответствуют значению величины $(x_1 + x_2) (z_1 + z_2)$; $Z_M = \sqrt{E_n [\pi(1-\nu^2)]}$ — коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубчатых колес; $Z_\varepsilon = \sqrt{1 + (k_t \varepsilon_a)}$ — коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий, для прямозубых колес $Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_a)/3}$; для косозубых колес $Z_\varepsilon = \sqrt{1 + \varepsilon_a}$. Формула для контактных напряжений принимает вид:

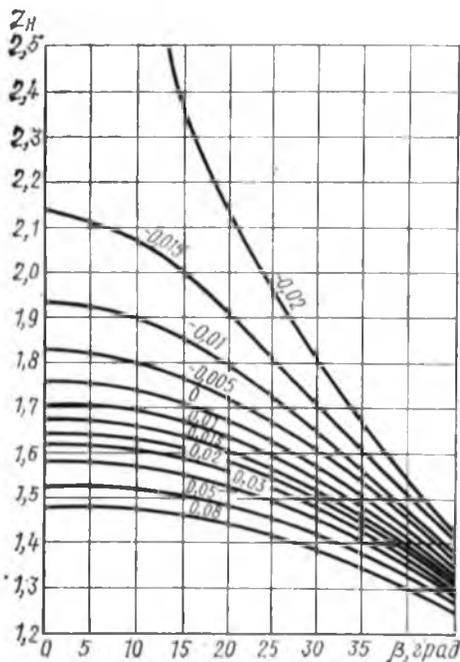


Рис. 19.3

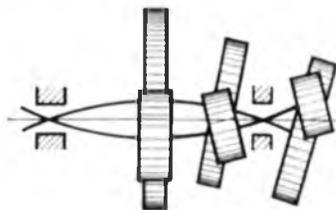


Рис. 19.4

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{w_H u \pm 1}{d_{w1} u}} \leq [\sigma_H], \quad (19.2)$$

где σ_H — допускаемое напряжение на контактную усталость.

Коэффициент $k_{H\beta}$ неравномерности распределения нагрузки по ширине колеса, возникающей из-за деформации валов, кор-

пуга, опор зависит от ширины колеса, твердости материала и точности изготовления. На рис. 19.4 изображено взаимное расположение зубчатых колес при деформации валов в случаях симметричного, несимметричного и консольного расположения колес относительно опор. При несимметричном и консольном расположении колеса перекашиваются, из-за чего зацепление происходит не по всей ширине колеса. Интенсивность нагрузки по линии соприкосновения зубьев неодинакова и максимальное ее значение больше, чем при равномерном распределении нагрузки.

При постоянной нагрузке для твердости материала зубчатых колес $HВ < 350$ и скорости $v < 10$ м/с $k_{H\beta} = 1,05 \dots 1,1$. Большие значения соответствуют консольному расположению колес. Эти условия типичны для зубчатых передач приборов и ЭВМ. Для колес, у которых $HВ > 350$ и $v > 10$ м/с, коэффициент $k_{H\beta}$ определяют по графикам, приведенным в ГОСТ 21354-75, а также в [11, 26].

Коэффициент k_{Hv} динамической нагрузки учитывает непостоянство угловой скорости колеса из-за ошибки шага зубчатых колес, возникающей при их изготовлении. Значение k_{Hv} зависит от скорости, погрешности шага, присоединенных масс, упругости зубьев:

$$k_{Hv} = 1 + \frac{F_{\lambda}}{F_t k_{H\beta}} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b_w d_w}{2T_1 k_{H\beta}}, \quad (19.3)$$

где F_{λ} — динамическая составляющая нагрузки; $F_t k_{H\beta}$ — нагрузка на зуб с учетом ее концентрации от вращающего момента T_1 на шестерне; удельная динамическая сила ω_{Hv} определяется по формуле

$$\omega_{Hv} = F_{\lambda} b_w = \delta_H g_0 v \sqrt{a_w} u \leq u_{Hv \max}. \quad (19.4)$$

Здесь коэффициент δ_H учитывает твердость материала зубьев: для прямозубых колес при $HВ \leq 350$ $\delta_H = 0,006$, для косозубых $\delta_H = 0,02$; коэффициент g_0 учитывает погрешность зацепления по шагу и при модуле $m < 3,5$ мм для 7-й степени точности принимают $g_0 = 47$, для 8-й — $g_0 = 56$. Если значения ω_{Hv} превышают значения $\omega_{Hv \max}$, то их принимают равными предельным: для значений $m \leq 3,55$ мм при 7-й степени точности $\omega_{Hv \max} = 240$ Н/мм; при 8-й — $\omega_{Hv \max} = 380$ Н/мм; при 9-й $\omega_{Hv \max} = 700$ Н/мм.

В проектных расчетах, когда a_w и v еще не известны, для зубчатых механизмов приборов и ЭВМ, имеющих в зацеплении $v < 5$ м/с, твердость $HВ < 350$, $a_w \leq 100$ мм, можно приближенно принимать при 7-й степени точности $k_{Hv} = 1,2 \dots 1,05$, при 8-й — $k_{Hv} = 1,25 \dots 1,08$. После определения размеров передачи следует уточнить k_{Hv} по формуле (19.3).

§ 19.3. Материалы зубчатых колес и определение допускаемых напряжений

Прочность зубчатых колес зависит от их материала. Выбор материала определяется характером нагрузок в передаче, скоростью, сроком службы, условиями эксплуатации и видом смазки. Для повышения стойкости зубьев против заедания шестерню и колесо изготавливают из разных материалов. Зубья шестерни должны обладать большей твердостью, поскольку она делает больше оборотов. В ряде случаев для стальных шестерен и колес берут сталь одной марки, но с различной термической обработкой, например: шестерню изготавливают из стали 45 улучшенной, а колесо — из стали 45 нормализованной.

Сырые и термообработанные *конструкционные стали* 35, 40, 45, 50 применяют для изготовления колес малонагруженных передач с цилиндрическими и коническими колесами, работающими со скоростями до 3 м/с. *Легированные стали* 40X, 45X, 12ХНЗА, 18ХГТ и другие применяют для колес, работающих с повышенными скоростями, при требованиях коррозионной стойкости. Из *бронз* БрОФ10-1, БрАЖ9-4 и других изготавливают колеса, работа которых сопровождается большим относительным скольжением рабочих поверхностей. При этом ведущее колесо выполняют стальным, а ведомое — из бронзы. *Латуни* ЛС59-1, ЛЖМц66-6-3-2 и другие применяют для зубчатых колес при легких условиях эксплуатации и отсутствии регулярной смазки.

Алюминиевые сплавы Д16М, Д16Т применяют для изготовления колес малонагруженных передач при требовании уменьшения массы и инерционности колес.

Пластмассовые колеса из текстолита ПТ, ПТК и полиамидной смолы П-68 применяют в передачах, где требуется бесшумная работа, а детали должны обладать коррозионной стойкостью, износостойкостью, небольшой массой и инерционностью. Несущая способность передач с пластмассовыми колесами в 3...5 раз ниже по сравнению с колесами из стали.

Допускаемые контактные напряжения поверхностей зубьев при расчете их предела выносливости определяют, используя связь между числом N циклов напряжения и разрушающим напряжением σ_H (рис. 19.5). На участке $N < N_0$

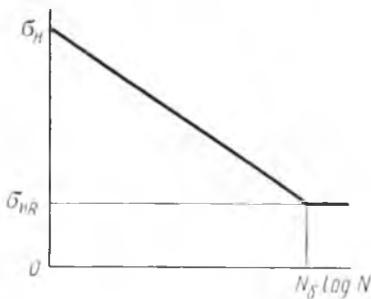


Рис. 19.5

(меньше базового числа нагружений) справедлива приближенная зависимость

$$N\sigma_H^m = \text{const},$$

где $m = 6$ для контактных напряжений стальных колес. Значение σ_{HR} является пределом выносливости,

$$\sigma_H = \sigma_{HR} \sqrt[m]{N_6 N} = \sigma_{HR} k_{HL}, \quad (19.5)$$

где k_{HL} — коэффициент долговечности ($1 < k_{HL} < 2,6$). Условие $k_{HL} \leq 2,6$ исключает пластические деформации на поверхности зубьев.

Из формулы (19.5) следует, что коэффициент k_{HL} учитывает возможность повышения допускаемых напряжений для коротковременно работающих передач $N < N_{H6}$. На участке $N > N_{H6}$ предел выносливости не меняется и $k_{HL} = 1$.

Допускаемые контактные напряжения определяются по формуле

$$[\sigma_H] = [\sigma_H^*] k_{HL}, \quad (19.6)$$

где $[\sigma_H^*]$ — допускаемое контактное напряжение при базовом числе циклов N_{H6} . Ниже в табл. 19.2 приведены значения $[\sigma_H^*]$ для наиболее распространенных материалов зубчатых колес.

Различают режимы постоянной и переменной нагрузки. При режиме постоянной нагрузки изменение максимального напряжения цикла не превышает 20%. Расчетное число циклов перемены напряжений

$$N = 60cnt, \quad (19.7)$$

где n — частота вращения колеса, по материалу которого определяется допускаемое напряжение, об/мин; c — число зацеплений зуба за один оборот колеса; t — расчетный срок службы передачи, ч. При переменном режиме нагрузки расчетное число циклов принимают равным некоторому эквивалентному числу циклов $N_{H\text{эв}}$. Методика определения $N_{H\text{эв}}$ приведена в литературе [11, 26].

§ 19.4. Выбор и расчет параметров передач на контактную выносливость

Проектирование зубчатого механизма начинают с выбора и расчета основных параметров: передаточного числа u , числа зубьев z , межосевого расстояния a_w , диаметра колес d_w , ширины венца колес b_w и модуля m . Если задана кинематическая схема механизма и режим работы выходного вала (частота вращения n ; вращающий момент T), то на первом этапе выбирают передаточные числа каждой ступени, назначают числа зубьев колес, выбирают двигатель. После этого выполняют *проектный расчет* для обоснования размерных параметров передачи. Если межосевое расстояние a_w выбирают из конструктивных соображений, то диаметр шестерни для передачи без

смещения исходного контура ($x_1 = x_3 = 0$) или со смещением при $x_1 + x_2 = 0$ определяют по формуле

$$d_{w1} = d_1 = 2a_w(u + 1) \quad (19.8)$$

По диаметру d_1 , задаваясь минимально допустимым числом зубьев z_1 , можно определить модуль передачи: $m = d_1 \cos \beta / z_1$, где $\beta = 8 \dots 18^\circ$ — угол наклона зубьев по делительному цилиндру. Модуль можно также определить предварительно по эмпирической формуле $m = (0,01 \dots 0,02) a_w$. После этого выполняют *проверочный расчет* на прочность зубчатой передачи с выбранными размерными параметрами.

Проектный расчет на контактную выносливость. Этот расчет служит для предварительного определения размеров передачи (a_w или d_{w1}).

При проектном расчете исходными данными являются: 1) вращающий момент T и циклограмма нагружения; 2) передаточное число u ; 3) вид передачи — прямозубая или косозубая; 4) материалы колес, термообработка и твердость рабочих поверхностей зубьев; 5) параметр $\psi_{ba} = b_w/d_{w1}$ или $\psi_{ba} = b_w/a_w = 2\psi_{ba}/(u + 1)$. Параметр ψ_{ba} принимается в зависимости от нагруженности передачи:

Малонагруженные передачи	0,01 . . . 0,1
Легконагруженные передачи	0,1 . . . 0,3
Средненагруженные передачи	0,3 . . . 0,5

Ориентировочное значение межосевого расстояния a_w можно получить из формулы (19.2), если учесть соотношения:

$$d_{w1} = \frac{a_w}{u + 1}; \quad \omega_{H1} = \frac{2T_1 k_{H\beta} k_{H\alpha}}{d_{w1} \psi_{ba} a_w}; \quad b_w = \psi_{ba} a_w; \quad T_{H1} = T_{2H} u.$$

Тогда

$$a_w = (u + 1) \sqrt[3]{\left(\frac{Z_H Z_M Z_\epsilon}{u [\sigma_H]}\right)^2 \frac{T_{2H} k_{H\beta} k_{H\alpha}}{\psi_{ba}}}. \quad (19.9)$$

Вводя обозначение $K_a = \sqrt[3]{(Z_H Z_M Z_\epsilon)^2 k_{H\alpha}}$, МПа^{1/3}, значение a_w , мм, можно определить по формуле

$$a_w = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_{2H} k_{H\beta}}{u^2 \psi_{ba} [\sigma_H]^2}}.$$

Рекомендуемые значения коэффициента K_a приведены в табл. 19.1.

Т а б л и ц а 19.1

Материал	Коэффициент K_a , МПа ^{1/3}	
	прямо- зубые	косозубые
Сталь — сталь	495	430
Сталь — бронза	430	375
Сталь — текстолит	200	170
Сталь — полиамид	155	135

Предварительно определив α_w , согласуют полученные значения со стандартными (α_w и m), уточняют значения коэффициентов в расчетных формулах и проводят проверочный расчет контактного напряжения по формуле (19.2).

§ 19.5. Расчет зубьев на выносливость при изгибе

Наибольшие напряжения от изгибающих нагрузок возникают у основания зуба в зоне перехода эвольвенты в галтель. Здесь наблюдается концентрация напряжения. Рассмотрим прямозубое зацепление и допустим, что вся нагрузка F_n передается одной парой зубьев и приложена к вершине зуба (рис. 19.6). Зуб в наших предположениях является консольной балкой, для которой применимы методы сопротивления материалов.

На расчетной схеме (рис. 19.6) нормальная сила $F_n = F_t \cos \alpha_w$ согласно формуле (18.9).

Для удобства расчета силу F_n переносят по линии ее действия до оси симметрии зуба и разлагают на две составляющие: изгибающую зуб $F_t' = F_n \cos \alpha' = F_t \cos \alpha' / \cos \alpha_w$ и сжимающую зуб $F_r' = F_n \sin \alpha' = F_t \sin \alpha' / \cos \alpha_w$, где α' — угол при вершине зуба, больший, чем α_w .

Эпюры напряжений σ_{II} от изгибающей силы F_t' и $\sigma_{сж}$ от сжимающей силы F_r' в опасном сечении показаны на рис. 19.6. Так

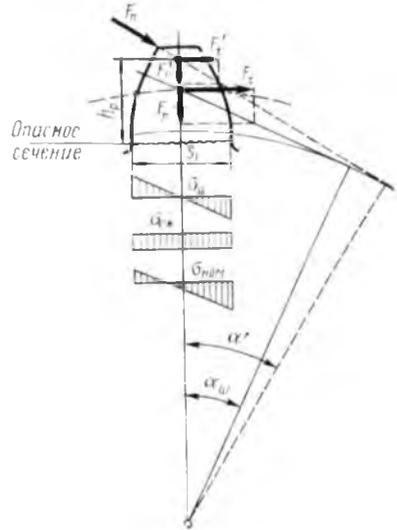


Рис. 19.6

как трещины появляются на растянутой стороне зуба, то номинальное напряжение в опасном сечении зуба определяют по формуле

$$\sigma_{ном} = \sigma_{н} - \sigma_{сж} = F'_t h_p / W_{н} - F'_r A,$$

где $W_{н} = b_w s_1^2 / 6$ — момент сопротивления зуба изгибу; $A = b_w s_1$ — площадь сечения; b_w — рабочая ширина зубчатого венца; s_1 и h_p указаны на рис. 19.6.

Учитывая концентрацию напряжений, выражаемую коэффициентом k_s , получаем значения местных напряжений:

$$\sigma_F = \sigma_{ном} k_s = \frac{F_t}{b_w} \left(\frac{6 h_p \cos \alpha'}{s_1^2 \cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha'}{s_1 \cos \alpha_w} \right) k_s.$$

Введем обозначение

$$Y_F = \left(\frac{6 m h_p \cos \alpha'}{s_1^2 \cos \alpha_w} - \frac{m \sin \alpha'}{s_1 \cos \alpha_w} \right) k_s,$$

где m — модуль. Величину Y_F называют коэффициентом прочности зуба, учитывающим его форму. Тогда напряжение при изгибе будет

$$\sigma_F = F_t Y_E (m b_w). \quad (19.10)$$

Так как величины s_1 и h_p пропорциональны модулю, то отношения $m h_p / s_1^2$ и $m h_p$ не зависят от модуля. Поэтому коэффициент Y_F также не зависит от модуля и может быть вычислен в зависимости от числа зубьев z или (для косозубых колес) от эквивалентного числа зубьев $z_v = z / \cos^3 \beta$ и коэффициента смещения x . Графики для определения Y_F показаны на рис. 19.7. В формуле (19.10) расчетную окружную силу F_t выражают через исходную окружную силу от передаваемого вращающего момента T_F по формуле

$$F_t = F_{Ft} k_{F\beta} k_{Fv},$$

где $F_{Ft} = 2T_{1F} / d_1 = 2T_{2F} / d_2$; $k_{F\beta}$ — коэффициент, учитывающий концентрацию нагрузки по длине зуба; k_{Fv} — коэффициент, учитывающий динамические нагрузки, возникающие в передаче. При определении напряжений при изгибе учитывается также влияние перекрытия с помощью коэффициента $Y_\varepsilon = 1 k_\varepsilon \varepsilon_\alpha$ (для косозубых колес принимают $Y_\varepsilon = 1$), а влияние угла наклона зуба β в градусах на напряжение изгиба учитывают коэффициентом Y_β , определяемым по формуле

$$Y_\beta = 1 - \beta / 140^\circ.$$

Тогда формула (19.10) для напряжения при изгибе принимает вид

$$\sigma_F = \frac{F_{Ft} Y_F Y_3 Y_4 k_{F3} k_{Fv}}{mb_w} \leq [\sigma_F], \quad (19.11)$$

где $[\sigma_F]$ — допускаемое напряжение на выносливость при изгибе. При $HV < 350$, $v < 10$ м/с и $k_{F3} = 1,05 \dots 1,1$ коэффициент k_{Fv} вычисляется по формуле (19.3) с заменой в ней индекса Н на F. При этом $\delta_F = 0,016$ для прямозубых колес и $\delta_F = 0,006$ для косозубых.

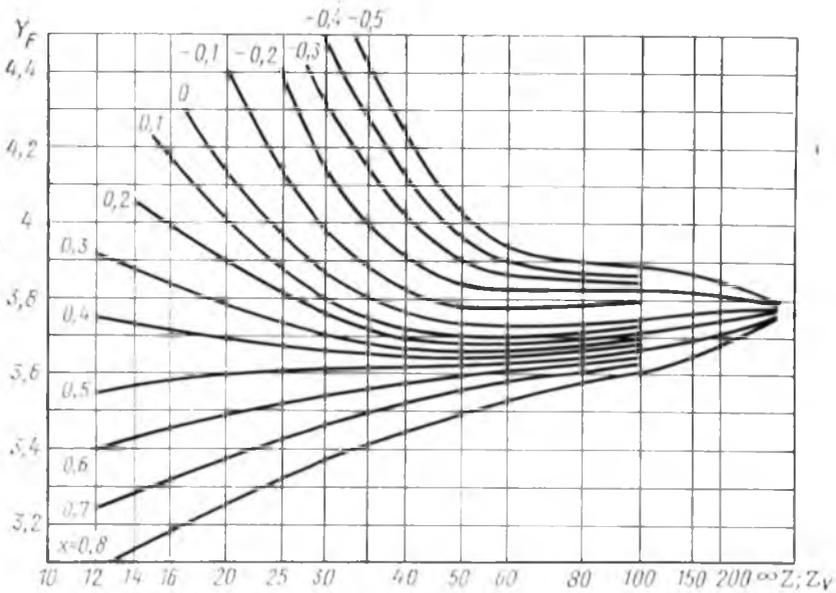


Рис. 19.7

Предельные значения удельной динамической силы $w_{F \max} = 310$ Н/мм при 7-й степени точности; $w_{F \max} = 410$ Н/мм при 8-й степени точности и $w_{F \max} = 880$ Н/мм при 9-й степени точности.

Подставляя соотношения $m = d_1 z$; $b_w = \psi_{bd} d_1$; $F_{Ft} = 2T_{1F} d_1$ в формулу (19.11) и решив ее относительно m , получим формулу для проектного расчета:

$$m = \sqrt[3]{\frac{Y_F Y_3 Y_4 2T_{1F} k_{F3} k_{Fv}}{z_1^2 \psi_{bd} [\sigma_F]}} \quad (19.12)$$

При средних значениях коэффициентов Y_4 , Y_3 , k_{Fv} ориентировочное значение модуля можно определить по формуле

$$m = K_m \sqrt[3]{\frac{Y_{F1} T_{1F} k_{F3}}{z_1^2 \psi_{bd} [\sigma_F]}}$$

где вспомогательный коэффициент $K_m = 1,4$ для прямозубых и $K_m = 1,12$ для косозубых колес при $\varepsilon_3 > 1$.

При $HV \leq 350$ принимают $\psi_{bd} = 0,3 \dots 0,4$ при консольном расположении колес; $\psi_{bd} = 0,4 \dots 0,5$ при несимметричном и $\psi_{bd} = 0,5 \dots 0,6$ при симметричном их расположении относительно опор.

После предварительного определения модуля m и других размерных параметров передачи передачу их согласуют со стандартными, уточняют значения коэффициентов и проводят проверочный расчет на выносливость при изгибе по формуле (19.11) и контактную выносливость по формуле (19.2).

Допускаемое напряжение изгиба для распространенных методов обработки (шлифование поверхности зуба, отсутствие деформационного упрочнения и др.) определяется по формуле

$$[\sigma_F] = \sigma_{FR} k_{FC} k_{FL} S_F = [\sigma_F'] k_{FL},$$

где σ_{FR} — базовый предел выносливости материала зубьев при изгибе для отнулевого цикла; $S_F = 1,7 \dots 2,2$ — коэффициент безопасности; k_{FC} — коэффициент, зависящий от характера нагрузки ($k_{FC} = 1$ при одностороннем приложении нагрузки и $k_{FC} = 0,7 \dots 0,8$ при реверсивном нагружении); k_{FL} — коэффициент долговечности. Для материала колес с твердостью $HV \leq 350$ $1 \leq k_{FL} \leq 2,08$.

Для всех марок сталей базовое число циклов нагружения $N_0 = 4 \cdot 10^6$. По заданному сроку службы его определяют по формуле (19.7) для режима постоянной нагрузки. Значения $[\sigma_F']$ для распространенных материалов даны в табл. 19.2.

Таблица 19.2

Марка материала	Термообработка	Допускаемое напряжение при базовом числе циклов		
		[σ_F'], МПа		[σ_H'], МПа
		Вид нагрузки		
		пере- свин- ная	ревер- свин- ная	
Сталь 35	Нормализация	160	100	390
Сталь 45	»	180	114	460
	Улучшение	195	130	600
	Закалка ТВЧ сквозная с охватом дна впадины	210	160	800
Сталь 50	Нормализация	190	120	495
Сталь 50Г	Закалка объемная	220	165	800
Сталь 40Х	Нормализация	200	130	550
	Улучшение	230	150	650

Марка материала	Термообработка	Допускаемое напряжение при базовом числе циклов		
		[σ'_F], МПа		[σ'_H], МПа
		Вид нагрузки		
		нереверсивная	реверсивная	
Сталь 20Х и 20ХФ	Цементация с закалкой и последующей шлифовкой рабочих поверхностей	280	210	1100
Сталь 12ХНЗА	—	330	250	1150
Сталь 18ХГТ	—	300	220	1150
Сплав Д16М	Отжиг	59	36	135
Сплав Д16Т	Закалка	140	90	250
Бронза БрОФ10-1	—	50	35	145
БрАЖ9-4	—	80	65	180
Латунь ЛС59-1	—	145	105	265
Латунь ЛАЖМц66-6-3-2	—	110	85	205
Текстолит ПТ	—	40	40	45...55
Текстолит ПТК	—	50	50	50...60
Полнаимидкапролон	—	30	30	42

С методикой расчетов на прочность при действии максимальной нагрузки и на малоцикловую выносливость при изгибе можно ознакомиться в литературе [11, 26].

§ 19.6. Передачи коническими зубчатыми колесами

Конические зубчатые колеса применяются для передачи вращения между валами с пересекающимися осями. Их выполняют с прямыми, косыми (тангенциальными) и криволинейными (круговыми, эвольвентными) зубьями. При скоростях $v \leq 2 \dots 3$ м/с рекомендуется применение прямозубых колес. При больших скоростях рекомендуются круговые зубья. Зубья конических колес нарезают на специальных станках специальными резами.

Геометрические параметры конических колес. В конических зубчатых передачах вводится понятие начальных конусов, аналогичное понятию начальных цилиндров в цилиндрической передаче. Начальные конусы соприкасаются по образующим и перекатываются друг по другу без скольжения. Вершины на-

чальных конусов находятся в точке пересечения их осей. При нарезании конических колес смещения режущего инструмента обычно не применяют, поэтому начальный и делительный конусы совпадают. Торцевым сечением считается сечение зуба поверхностью дополнительного конуса, ось которого совпадает с осью начального конуса, а образующие перпендикулярны образующим начального конуса. На рис. 19.8 образующая начального конуса показана штрихпунктирной линией, а образующая дополнительного конуса — пунктирной. Окружность, получаемая в результате пересечения начального и дополнительного конусов, называется делительной (начальной) окружностью диаметром d_c конического колеса. Половина

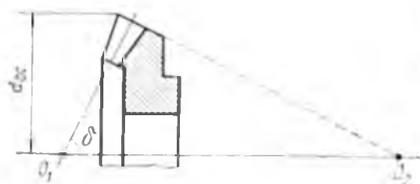


Рис. 19.8

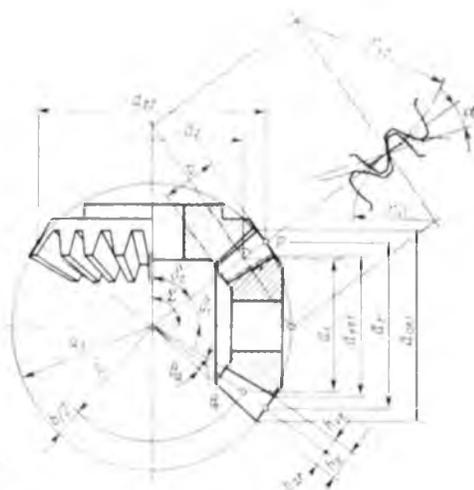


Рис. 19.9

углов при вершинах начальных конусов шестерни и колеса обозначаются соответственно δ_1 и δ_2 и в большинстве случаев $\Sigma = \delta_1 + \delta_2$ (рис. 19.9).

По длине зубья конических колес имеют переменную высоту и толщину. Зубчатый венец ограничивается внешним и внутренним торцами. Размеры зубьев, их модуль, шаг конических колес по наружному торцу стандартизованы и обозначаются индексом e . Основные геометрические соотношения конических прямозубых колес формы I, у которых образующие конусов пересекаются в одной точке, без смещения при $\Sigma = 90^\circ$ и $\alpha = 20^\circ$, приведены в табл. 19.3.

Коэффициент ширины зубчатого венца принимают $k_{be} = b R_e = 0,25 \dots 0,3$ (меньшие значения при $u > 3$, большие — при $u \leq 3$). Для конических колес выражение передаточного числа u может быть получено в тригонометрической форме. Из равенства скоростей точек на начальных конусах имеем $\omega_1 d_{e1} = \omega_2 d_{e2}$, но $d_{e1} = 2R_e \sin \delta_1$; $d_{e2} = 2R_e \sin \delta_2$, откуда

$$u = z_2 z_1 = \omega_1 \omega_2 = \sin \delta_2 \sin \delta_1.$$

Если $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, то $u = \text{tg } \delta_2 = \text{ctg } \delta_1$.

Таблица 19.3

Наименование параметра	Обозначение	Формула
Число зубьев:		
шестерни	z_1	ГОСТ 13733—77
колеса	z_2	ГОСТ 13733—77
плоского колеса	z_c	$z_c = \sqrt{z_1 + z_2}$
Внешний торцовый модуль	m_{te}	СТ СЭВ 310—76
Средний окружной модуль	m_w	$m_w = m_{te} R_e / R_c$
Внешнее конусное расстояние	R_e	$R_e = 0,5 m_{te}$
Среднее конусное расстояние	R	$R = R_e - 0,5b$
Ширина зубчатого венца	b	$b \leq 0,3 R_e$; $b \leq 10 m_{te}$
Средний делительный диаметр	d	$d = z m_w$
Передаточное число	u	$u = z_2 / z_1$
Углы делительных конусов:		
шестерни	δ_1	$\operatorname{tg} \delta_1 = z_1 / z_2 = 1 / u_{12}$
колеса	δ_2	$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$
Коэффициент радиального зазора	c^*	$c^* = 0,2$ при $m_w > 1$ мм; $c^* = 0,3$ при $0,5 \leq m_w \leq 1$ мм; $c^* = 0,45$ при $m_w < 0,5$ мм
Внешняя высота головки зуба	h_{ae}	$h_{ae} = m_{te}$
Внешняя высота ножки зуба	h_{fe}	$h_{fe} = (1 + c^*) m_{te}$
Внешний делительный диаметр	d_e	$d_e = z m_{te}$
Внешний диаметр вершин зубьев	d_{ae}	$d_{ae} = d_e + 2 h_{ae} \cos \delta$
Углы:		
ножки зубьев	θ_f	$\operatorname{tg} \theta_f = h_{fe} / R_e$
головки зубьев	θ_a	$\theta_{a1} = \theta_{f2}$; $\theta_{a2} = \theta_{f1}$

Силы, действующие в зацеплении. Нормальную силу F_n , действующую на зуб прямозубого конического колеса в среднем сечении зуба, удобно разложить на составляющие, как показано на рис. 19.10. Окружная сила на шестерне F_{t1} определяется моментом T_1 , передаваемым этой шестерней:

$$F_{t1} = 2T_1 / d_1 = 2T_2 / d_2 = F_{t2}.$$

Радиальное усилие на шестерне

$$F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1.$$

Осевое усилие на шестерне

$$F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1.$$

Отсюда $F_{r2} = F_{a1}$; $F_{a2} = F_{r1}$.

Расчет зубьев конических колес на прочность. С целью упрощения расчетов на прочность коническое колесо заменяют эквивалентным ему (приведенным) цилиндрическим колесом с радиусом начальной окружности, равным длине образующей дополнительного конуса (размеры их обозначены индексом v на рис. 19.9). Модуль эквивалентного колеса принимают равным нормальному модулю m_n конического колеса в сечении посредине длины зуба. Учитывая, что $d_{v1} = m_n z_{v1}$; $d_{v2} = m_n z_{v2}$; $d_1 = m_n z_1$; $d_2 = m_n z_2$, а также что $d_{v1} = d_1 \cos \delta_1$; $d_{v2} = d_2 \cos \delta_2$, получаем

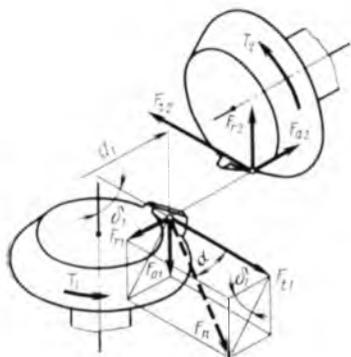


Рис. 19.10

$$z_{v1} = z_1 \cos \delta_1;$$

$$z_{v2} = z_2 \cos \delta_2,$$

где z_1 и z_2 — числа зубьев конических колес. По значениям выбирают коэффициенты прочности зубьев при расчетах на прочность.

Передаточное число эквивалентных колес при $\Sigma = 90^\circ$

$$u_v = \frac{d_{v2}}{d_{v1}} = d_2 \cos \delta_1 / d_1 \cos \delta_2 = \frac{d_2}{d_1} \operatorname{tg} \delta_2 = u^2,$$

где $u = z_2/z_1$ — передаточное число конической передачи.

Соотношение между модулями m_n и m_{te} для прямозубых конических колес будет

$$m_n = m_{te} (1 - 0,5k_{be}). \quad (19.13)$$

Так как силы давления между зубьями конической и эквивалентной ей цилиндрической передачи должны быть одинаковы, то в соответствии с рис. 19.10 имеем

$$F_{t1} = 2T_1 / d_1 = 2T_1 / d_{v1} \cos \delta_1 = 2T_{v1} / d_{v1}.$$

Отсюда момент на эквивалентном колесе

$$T_{v1} = T_1 / \cos \delta_1 = T_1 \sqrt{\operatorname{tg}^2 \delta_2 + 1} = T_1 \sqrt{u^2 + 1} / u.$$

При расчете на контактную прочность используется формула (19.2). Для прямозубых конических колес с углом зацепления $\alpha_w = 20^\circ$ формула для расчета контактного напряжения принимает вид

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t k_{H\beta} k_{H\alpha} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 b d_1 u}} \leq [\sigma_H],$$

где Z_H определяют по графикам рис. 19.3 (для прямозубых колес без смещения $Z_H = 1,76$); Z_M определяют в зависимости от механических свойств материалов колес (для стальных колес $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$). Коэффициент $Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha)/3}$ для прямозубых конических колес, где $\epsilon_\alpha \approx 1,88 - 3,2 (1/z_{v1} + 1/z_{v2})$; $k_{H\beta}$ определяют по таблице 19.4; $k_{H\alpha}$ — определяют по формуле (19.3).

Таблица 19.4

Относительная ширина эквивалентного колеса $\frac{b}{d_v} = \frac{k_{be} u}{2 - k_{be}}$	Коэффициент $k_{F\beta}$				Коэффициент $k_{H\beta}$			
	шариковые опоры		роликовые опоры		шариковые опоры		роликовые опоры	
	Твердость рабочих поверхностей зубьев							
	НВ > 350	НВ < 350	НВ > 350	НВ < 350	НВ > 350	НВ < 350	НВ > 350	НВ < 350
0,2	1,25	1,13	1,15	1,08	1,16	1,07	1,08	1,04
0,4	1,55	1,29	1,30	1,15	1,37	1,14	1,20	1,08
0,6	1,92	1,47	1,48	1,25	1,58	1,23	1,32	1,13
0,8	—	1,7	1,67	1,35	1,80	1,34	1,44	1,18
1,0	—	—	1,9	1,45	—	—	1,55	1,23

Примечание. Значения коэффициентов $k_{F\beta}$ и $k_{H\beta}$ соответствуют консольному расположению одного из колес передачи.

При проектном расчете ориентировочные значения среднего диаметра конической прямозубой шестерни получают, решая данное уравнение относительно d_1 :

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{1,1 k_{H\beta} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 \psi_{bd} u [\sigma_H]^2}},$$

где $K_d = \sqrt{(Z_H Z_M Z_\epsilon)^2 2 k_{H\alpha}}$ (для стальных колес $K_d = 167$). Коэффициент $\psi_{bd} = b_w d_1$ рекомендуется брать в пределах $\psi_{bd} = 0,3 \dots 0,6$ при соблюдении условия $b_w R_e \leq 0,3$ и $b_w \leq 10 m_{te}$.

При расчете на изгиб используется формула (19.10) для напряжения изгиба зуба цилиндрического колеса, в которую вместо величин T_1 , m , u , z_1 подставляют соответственно T_{v1} , m_n , u_v , z_{v1} :

$$\sigma_F = \frac{Y_{F1} k_{F\beta} k_{Fv} T_{v1}}{0,85 m_n^2 z_1 b} = \frac{2 Y_{F1} k_{F\beta} k_{Fv} \sqrt{u^2 + 1}}{0,8 m_n^2 u z_1 |\cos \delta_1|}$$

Числовой коэффициент 0,85 учитывает худшую нагрузочную способность конических колес по сравнению с цилиндрическими.

Коэффициент $k_{F\beta}$ можно определить для конических колес в зависимости от относительной ширины эквивалентного колеса b/d_v из табл. 19.4.

Допускаемые напряжения $[\sigma_F]$ определяют, как и в прямозубых колесах. Учитывая, что $\cos \delta_1 = 1 / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_1} = u / \sqrt{u^2 + 1}$, получаем

$$\sigma_F = \frac{2,35 Y_{F1} k_{F\beta} k_{Fv} T_1}{m_n^2 z_1 b} \leq [\sigma_F]$$

При проектном расчете задаются величиной $\psi_{bd} = b/d_1$ и получают расчетную формулу для среднего модуля:

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2,35 Y_{F1} k_{F\beta} k_{Fv} T_1}{z_1^2 \psi_{bd} [\sigma_F]}}$$

По формуле (19.13) определяют m_{te} , для которого принимают ближайшее большее значение по ГОСТу и вычисляют размеры колес. Если материал обоих колес одинаков, то расчет ведут по шестерне. При различных материалах расчет ведут для колеса, у которого отношение $[\sigma_F] Y_F$ меньше.

Кпд зубчатых передач. Для приближенных расчетов в силовых зубчатых передачах на подшипниках качения при номинальных нагрузках можно пользоваться следующими экспериментальными данными: у цилиндрической передачи $\eta = 0,99 \dots 0,98$ при 6-й и 7-й степенях точности; $\eta = 0,975 \dots 0,97$ при 8-й и 9-й степенях точности в закрытой передаче и $\eta = 0,96 \dots 0,95$ в открытой передаче, у конической передачи при упомянутых условиях соответственно $\eta = 0,98 \dots 0,96$; $\eta = 0,96 \dots 0,95$ и $\eta = 0,95 \dots 0,94$.

§ 19.7. Особенности расчета и проектирования мелко модульных зубчатых передач

К передачам с модулем $m < 1$ мм, применяемым в механизмах приборов, предъявляют ряд специфических требований, в частности требования повышенной точности изготовления и сборки, повышенной плавности работы, минимального значения мертвого хода, малых габаритных размеров, а к механизмам, составленным из нескольких пар зубчатых колес — требования рационального распределения передаточных отношений по ступеням с целью обеспечения малых габаритных размеров сложной передачи и быстродействия механизма.

В практике проектирования приборных мелко модульных зубчатых передач существуют более простые, чем в машиностроении, но достаточно обоснованные методы определения параметров

отдельных элементов передач. Ряд параметров зубчатых колес выбирается из конструктивных соображений. При малых нагрузках значением модуля и числами зубьев задаются в соответствии с передаточным отношением. Расчет на изгибную прочность производят обычно только для тихоходной ступени, нагруженной наибольшим моментом. Модуль остальных колес принимают равным модулю тихоходной ступени. Проверку напряжений изгиба проводят по формуле (19.11), а контактных напряжений — по формуле (19.2). По рекомендациям, приведенным в литературе [35], для мелко модульных колес без смещения коэффициенты Y_F при числе зубьев z для цилиндрических колес и числе зубьев z_v эквивалентного колеса для конических колес имеют следующие значения:

$z(z_v) \dots$	17	18	20	25	30	35	40	50	60	80	100	200
Y_F	4,8	4,2	4,15	3,98	3,88	3,80	3,77	3,73	3,73	3,73	3,75	3,77

Эти значения у мелко модульных колес отличаются от значений Y_F у колес с $m \sim 1$, так как высоты зубьев неодинаково выражаются через модуль. При постоянной нагрузке у колес с твердостью HB < 350 при скоростях $v < 15$ м/с можно принимать $k_{F\beta} = k_{H\beta} = 1$; в других случаях $k_{F\beta} = k_{H\beta} = 1 \dots 1,5$, причем меньшие значения берут для нешироких колес при симметричном расположении их относительно опор. Коэффициент динамической нагрузки принимают $k_{F\alpha} = k_{H\alpha} = 1 \dots 1,3$, причем меньшие значения — при высокой точности изготовления [колес и малых скоростях].

При длительном режиме работы с постоянной или маломеняющейся нагрузкой определение допускаемых изгибных напряжений при симметричном цикле производится по формуле $[\sigma_F] = \sigma_{-1} n$; при отнулевом цикле $[\sigma_F] = 1,5 \sigma_{-1} / n$, где $n = 1,3 \dots 2$ — коэффициент запаса прочности. Предел выносливости можно определять по формулам: $\sigma_{-1} = 0,43 \sigma_b$ — для углеродистых сталей; $\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_b$ — (70...120) МПа — для легированных сталей; $\sigma_{-1} = 85 \dots 105$ МПа — для бронз и латуней; $\sigma_{-1} = (0,2 \dots 0,4) \sigma_b$ — для деформируемых алюминиевых сплавов; для пластмасс допускаемые напряжения определяют по графикам, приводимым в литературе [20]. Допускаемые контактные напряжения в МПа: $[\sigma_H] = 2,6 \text{HB}$, где HB — число твердости по Бринеллю, — для стальных колес; $[\sigma_H] = (0,75 \dots 0,9) \sigma_b$ — для бронз; $[\sigma_H] = 45 \dots 57,4$ МПа — для текстолитовых колес.

При кратковременных нагрузках $[\sigma_F] = \sigma_T / n_T$ и $[\sigma_H] < 2,8 \sigma_T$ для сталей (HB < 350), где $n_T = 1,2 \dots 1,5$; $[\sigma_F] = \sigma_b (n_b k_T)$ и $[\sigma_H] = 42 \text{HRC}$ для сталей с твердостью HB ≥ 350 , где HRC — число твердости по Роквеллу; $n_b = 1,8 \dots 2$; $k_T = 1, 2 \dots 2$.

КПД мелко модульных зубчатых передач определяют с учетом влияния малых нагрузок на коэффициент трения [см. формулу (7.26)]. Для цилиндрических зубчатых пар:

$$\eta = 1 - \pi \epsilon_a f (1/z_1 + 1/z_2) / 2, \quad (19.14)$$

где ϵ_α — коэффициент перекрытия пары колес: можно принять $\epsilon_\alpha = 1,5$; f — коэффициент трения скольжения зубьев; z_1 ; z_2 — числа зубьев колес; c — поправочный коэффициент на нагрузку, определяемый как функция окружной силы F_t в передаче: $c = (F_t + 2,92) / (F_t + 0,174)$.

При $F_t \gg 30$ Н коэффициент $c = 1$. В формуле (19.14) знак «+» берется для внешнего зацепления и знак «-» для внутреннего. Для цилиндрической передачи с косозубыми колесами поправочный коэффициент в формуле (19.14) принимают равным

$$c = (F_n + 3,11) / (F_n + 0,185),$$

где $F_n = F_t / (\cos \beta \cos \alpha)$ — нормальная сила; β — угол наклона зубьев; α — угол зацепления в нормальном сечении. Для конических колес с углом зацепления $\alpha = 20^\circ$ и $\Sigma = 90^\circ$

$$\eta = 1 / [1 + 1,62\pi c f (\cos \delta_1 / z_1 + \cos \delta_2 / z_2)],$$

где δ_1 и δ_2 — углы делительных конусов колес.

§ 19.8. Определение числа ступеней в передаче и распределение общего передаточного отношения по ступеням

Чтобы по возможности ограничить габариты и массу редуктора, нецелесообразно большие передаточные отношения реализовать в одной ступени передачи. Для одной ступени зубчатой передачи рекомендуют передаточные отношения в следующих пределах: прямозубые — до 5, косозубые — до 7, конические — до 4. Если требуется реализовать большие передаточные отношения, передача должна состоять из нескольких зубчатых передач, соединенных последовательно, т. е. применяют многоступенчатую передачу. Часто такие передачи выполняют в специальном корпусе, и механизм вместе с корпусом представляет самостоятельную конструкцию (сборочную единицу). Передача, предназначенная для уменьшения частоты вращения, называется редуктором, а предназначенная для увеличения частоты вращения — мультипликатором.

Определим передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма, показанного на рис. 19.11, а. Передаточные отношения отдельных пар будут:

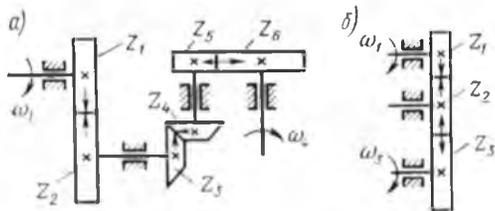


Рис. 19.11

Определим передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма, показанного на рис. 19.11, а. Передаточные отношения отдельных пар будут:

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1; i_{34} = \omega_2 / \omega_3 = z_4 / z_3; i_{56} = \omega_3 / \omega_4 = z_6 / z_5.$$

Общее передаточное отношение

$$i_{16} = i_{12}i_{34}i_{56} = z_2z_4z_6 / (z_1z_3z_5).$$

В общем случае

$$i_{1n} = i_{12}i_{34} \dots i_{(n-1)n}. \quad (19.15)$$

Направление вращения выходного звена может быть определено по правилу стрелок, которое заключается в том, что стрелкой показывают направление скорости точки контакта каждого колеса. Тогда при внешнем зацеплении стрелки будут направлены в разные стороны, а при внутреннем — в одну сторону. Направление стрелки на выходном колесе механизма покажет направление его вращения (рис. 19.11). В плоских механизмах направление вращения выходного звена можно также определить по знаку передаточного отношения, если в формуле (19.15) передаточные отношения отдельных пар брать со знаком «—» для внешнего и со знаком «+» для внутреннего зацепления.

Если на промежуточном валу находится не два, а одно колесо, зацепляющееся одновременно с двумя колесами, как показано на рис. 19.11, б, то передаточное отношение такого механизма

$$i_{13} = i_{12}i_{23} = (-z_2/z_1)(-z_3/z_2) = +z_3/z_1.$$

В этом случае число зубьев z_2 промежуточного, или паразитного, колеса не влияет на передаточное отношение механизма. Включение промежуточных колес в механизм приводит к изменению направления вращения выходного вала.

При проектировании многоступенчатых передач возникает проблема рационального выбора числа ступеней и распределения передаточных отношений по ступеням. Решение этой задачи зависит от назначения передачи и других требований. Наиболее важными требованиями при проектировании передач в приборах являются: 1) обеспечение минимальных габаритов и массы; 2) получение минимальной инерционности; 3) минимальные погрешности передачи.

В то же время благодаря малой мощности в приборных передачах не лимитированы по минимуму размеры колес и модули. Чтобы добиться минимальных габаритов и массы, зубчатые колеса выполняют с одним модулем, а число зубьев шестерен всех ступеней берут одинаковым. Передаточные отношения в этом случае целесообразно брать одинаковыми:

$$i_{12} = i_{23} = \dots = i_{(n-1)n} = \sqrt[n]{i_0},$$

где i_0 — общее передаточное отношение многоступенчатой передачи.

Проектирование малоинерционных передач имеет целью уменьшить инерционные нагрузки, увеличить быстродействие

механизма, работающего в старт-стопном режиме и обеспечить устойчивость работы следящих систем. Определение приведенного момента инерции механизмов рассматривается ниже в гл. 31. Здесь лишь укажем, что момент инерции механизма будет минимальным, если передаточные отношения и диаметры колес

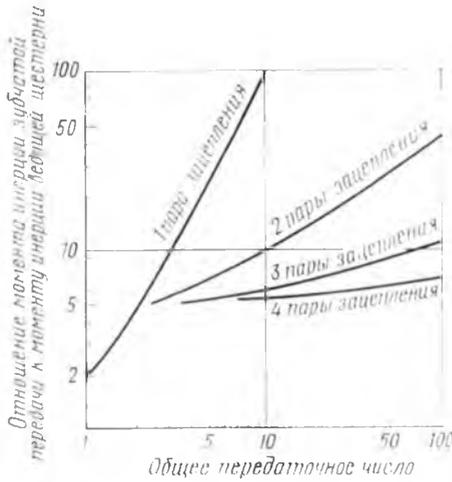


Рис. 19.12

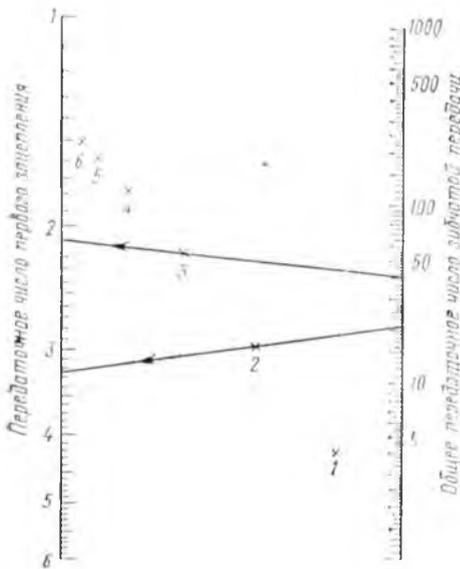


Рис. 19.13

в быстроходных ступенях будут малы. Последующие тихоходные ступени почти не влияют на момент инерции. С этой же целью целесообразно колеса быстроходных ступеней изготавливать из пластмасс.

Чтобы снизить погрешности передачи, необходимо уменьшить число ступеней передачи. При этом тихоходная ступень вносит наибольшую долю в общую погрешность передачи, поэтому целесообразно передаточное отношение наиболее тихоходных передач делать максимальным. Оптимальное число ступеней, необходимое для реализации передаточного отношения i_0 , в зависимости от требуемого момента инерции, может быть найдено с помощью семейства кривых, показанных на рис. 19.12.

Ориентировочные значения передаточных отношений отдельных ступеней можно определить по номограмме, приведенной на рис. 19.13. Для этого на правой вертикальной шкале находят деление, соответствующее i_0 , затем накладывают линейку так, чтобы она проходила через это деление и точку, обозначенную крестиком, соответствующую общему количеству ступеней. На левой вертикальной шкале

линейка покажет передаточное отношение первой ступени i_{12} .

Передаточное отношение последующих ступеней

$$i_{k-1,k} = i_0 i_{12}.$$

Далее на правой вертикальной шкале находят деление, соответствующее передаточному отношению i_{k-1} , и накладывают линейку так, чтобы она проходила через это деление и точку $(k-1)$ зацеплений. На левой вертикальной шкале находят передаточное отношение второй ступени i_{23} и т. д.

Например, необходимо спроектировать трехступенчатый редуктор с $i = 45$. Проводя линию через точку 3, получаем $i_{12} = 2,1$. Далее, найдя $i_0 i_{12} \approx 21$, проводим из этой точки линию через точку 2. Получаем $i_{23} = 3,2$. Передаточное отношение тихоходной ступени $i_{34} = i_0 (i_{12} i_{23}) = 6,7$.

Вопрос о выборе оптимальных передаточных отношений для обеспечения быстродействия механизма излагается в работах [23, 35].

В силовых передачах условиями рационального распределения общего передаточного отношения i_0 по ступеням являются: 1) получение оптимальных размеров и обеспечение необходимых условий смазки зацеплений; 2) соосное расположение валов редуктора. Чтобы колеса и тихоходной, и быстроходной ступеней одинаково погружались в масло, принимают $i_{0, \text{стр}} \approx (1,2 \dots 1,3) i_{\text{тих}}$.

Для закрытой двухступенчатой цилиндрической соосной передачи из условия обеспечения одинаковой нагрузочной способности ступеней передаточное отношение быстроходной ступени определяется по формуле

$$i_{0, \text{стр}} \approx (i_1 - 1) \sqrt{1,5 i_1} (1 + \sqrt{1,5 i_0} - 1).$$

Однако в этом случае не выполняется условие одинакового погружения колес в масло.

§ 19.9 Конструкции мелко модульных зубчатых механизмов

Зубчатые колеса механизмов приборов и систем ЭВМ обычно имеют малые размеры. Шестерни (трибы) изготавливают непосредственно на валу (рис. 19.14). Насадные шестерни устанавливают так, чтобы расстояние от впадины зуба до отверстия под валик было не менее 2,5 m . Шестерню насаживают на гладкий вал с гарантированным натягом или закрепляют на валу штифтом.

При изготовлении цилиндрических зубчатых колес рекомендуется придерживаться типовых конструкций, показанных на рис. 19.15. При диаметре колес больше 50 мм

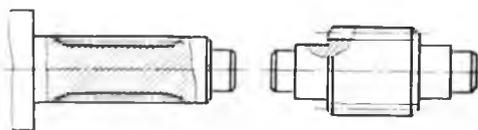


Рис. 19.14

для уменьшения массы в дисках колес делаются выточки или отверстия.

Заготовки зубчатых колес большого диаметра и с малой шириной венца штампуют из листового материала, и нарезание зубьев производят у целого пакета заготовок, насаженных на оправку. Такие зубчатые колеса крепят торцевой поверхностью на втулки. Получают сборные колеса (рис. 19.16). Колесо устанавливают на втулку (рис. 19.16, а) или на триб (рис. 19.16, б), крепят развальцовкой или расчеканкой. На рис. 19.16, в плоское колесо собрано со втулкой на винтах и зафиксировано штифтом.

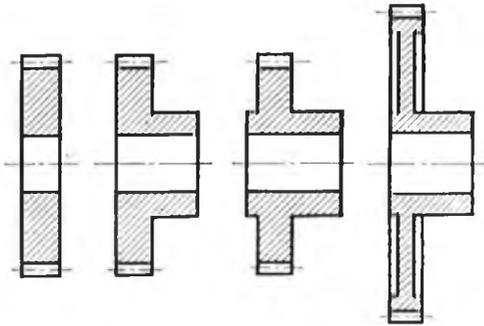


Рис. 19.15

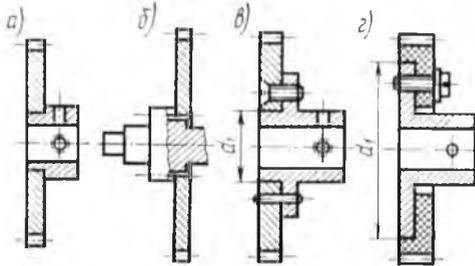


Рис. 19.16

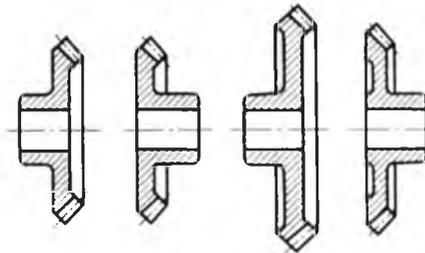


Рис. 19.17

Сборная конструкция колес часто применяется и в случаях, когда материалом зубчатого венца является цветной металл или пластмасса (рис. 19.16, г). Типовые конструкции конических зубчатых колес показаны на рис. 19.17. Рекомендации по выбору размеров элементов мелкозубчатых колес приводятся в справочной литературе [7, 34, 35].

В приборах и вычислительных системах применяют весьма разнообразные конструкции зубчатых механизмов. Однако из их многообразия можно выделить несколько типов конструктивного исполнения, которые обычно берутся за основу компоновки проектируемого механизма. К основным типам конструкций относятся: однокорпусная конструкция; двухплатная конструкция; конструкция в отдельном закрытом корпусе; конструкция на одной общей плате. Выбор конструкции определяется назначением механизма, расположением его в приборе и другими факторами.

Пример двухплатной конструкции редуктора следящей системы показан на рис. 19.18. Здесь подшипники расположены на концах валов, а зубчатые колеса между платами. Двухплатная конструкция является, как правило, открытой и устанавливается внутри корпуса прибора. Широко применяется в механизмах настройки радиоаппаратуры, для ручного ввода математических величин в вычислительные устройства и т. д.

Платы 1 и 3 изготовлены из листового материала и соединены четырьмя стойками 2. Концы стоек вставляют в отверстия плат и взаимно точно фиксируют. На платах закрепляют крышки 13 с шарикоподшипниками 12. Валы 11 с закрепленными на них зубчатыми колесами 9 устанавливают в шарикоподшипниках. При такой установке валов регулировка зацеплений осуществляется смещением крышек вместе с подшипниками, после чего обоймы закрепляют винтами 7 и фиксируют штифтами 8. На платах кроме обойм закреплен электродвигатель 10 и потенциометр 5 на скобе 4, который соединяется с валом редуктора с помощью втулочной муфты 6.

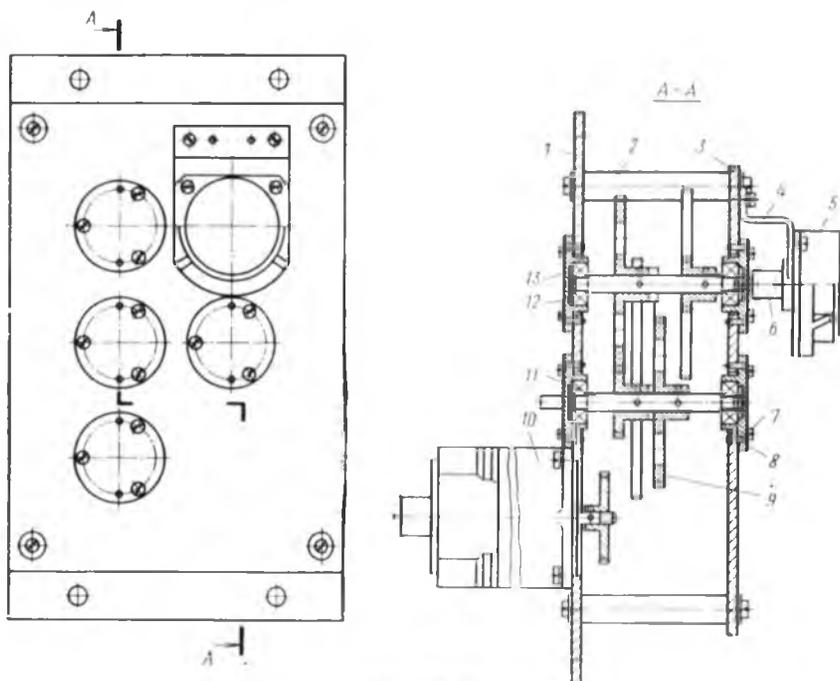


Рис. 19.18

Пример конструкции в закрытом сборном корпусе показан на рис. 19.19. Корпус редуктора собран из нескольких деталей, изготовленных из листового материала. Стенки корпуса 1, 4, 8, 15 соединены между собой винтами 13. Основание (дно) 9 кор-

пуca и крышка 3 — съемные. Основание соединяется со стенками винтами 6 и зафиксировано установочными штифтами 5. На стенке 1 корпуса установлен двигатель 7, вращение которого через коническую и цилиндрические передачи передается на потенциометр 11 и выходной вал 2. Потенциометр закреплен на корпусе редуктора с помощью скобы 10 и соединен с валом редуктора втулочной муфтой 12.

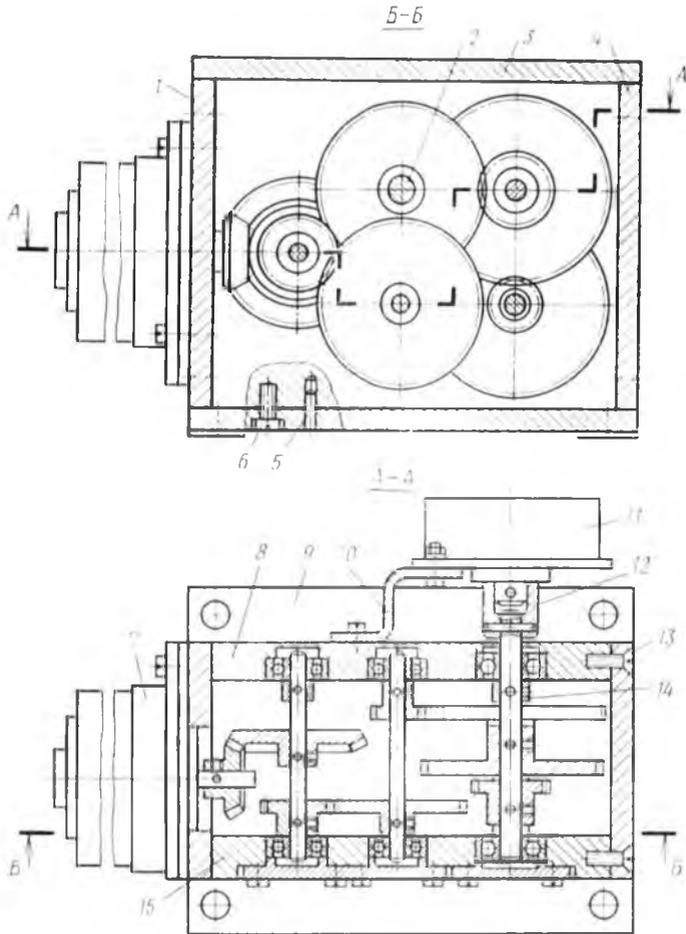


Рис. 19.19

Зубчатые колеса при сборке стопорят на валах установочными винтами, а после регулировки фиксируют коническими штифтами. Осевой натяг шарикоподшипников создается зубчатыми колесами и установочными кольцами 14.

Сборные корпуса, стенки которых соединяются винтами, применяют в единичном и мелкосерийном производстве. В серийном

производстве корпуса приборных редукторов обычно литые или пластмассовые. Для изготовления литых корпусов часто применяют легкие алюминиевые сплавы, например силумин АЛ2, АЛ9 и др. Для редукторов мощностью свыше 100 ... 200 Вт применяют также чугунные корпуса. Для изготовления литых (прессованных) пластмассовых корпусов применяют фенопласты, например К-8-2 или ФКПМ-15Т и другие, позволяющие получать изделия с малой толщиной стенок, которые могут работать в большом диапазоне температур. Подробные сведения о конструкциях приборных редукторов и их деталей приведены в справочной литературе [7, 20, 35].

ГЛАВА 20. ПЛАНЕТАРНЫЕ И ВОЛНОВЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 20.1. Планетарные зубчатые передачи

Зубчатые механизмы с колесами, оси которых совершают вращательное движение, называются планетарными механизмами (рис. 20.1). Колеса 1 и 3, вращающиеся вокруг общей оси O_1 , называются центральными колесами, а колесо 2, ось которого вращается на вращающемся рычаге II , называется сателлитом, а сам рычаг II водилом.

По формуле Чебышева (2.1) степень подвижности рассматриваемого механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Планетарные механизмы, *степень подвижности которых равна 2*, называются дифференциальными механизмами. Они служат для сложения движений и могут применяться, например, для математических операций или для передачи мощностей от двух двигателей на один рабочий вал и т. п. Если одно из звеньев такого механизма закрепить, то он превращается в планетарный механизм с одной степенью подвижности. В этом случае механизм часто называется планетарной передачей. Планетарные передачи при малом числе пар зубчатых колес способны реализовать большие передаточные отношения.

Для уменьшения нагрузки на зубья колес, уменьшения габаритных размеров, улучшения уравновешенности водила, разгрузки подшипников центральных колес на водиле механизма устанавливают несколько сателлитов, располагающихся на равных

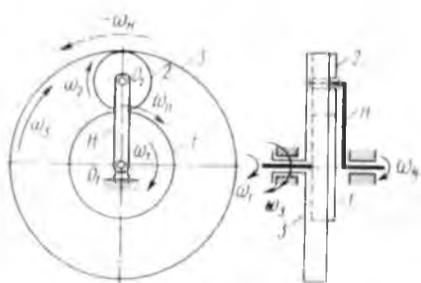


Рис. 20.1

расстояниях по окружности. При этом кинематические параметры передачи не изменяются, а при кинематических расчетах учитывается только один сателлит. Для определения передаточного отношения планетарной передачи можно использовать, например, принцип обращения движения, который заключается в том, что относительное движение звеньев механической системы не изменится, если всей системе дополнительно сообщить общее движение, например вращение вокруг оси O_1 . В соответствии с этим сообщим всему механизму мысленно угловую скорость, равную ω_4 , вокруг оси O_1 , т. е. скорость, равную скорости водила, но направленную в обратную сторону. Тогда абсолютная скорость водила становится равной нулю, скорости звеньев после обращения движения

$$\omega' = \omega_1 - \omega_H; \omega_2' = \omega_2 - \omega_H; \omega_3' = \omega_3 - \omega_H; \omega_4' = \omega_H - \omega_H = 0.$$

Поскольку механизм при этом обратился в механизм с неподвижными осями колес, то для каждой пары колес можно написать выражение передаточного отношения в виде

$$\begin{aligned} i_{12}' &= (\omega_1 - \omega_H) / (\omega_2 - \omega_H) = -z_2' / z_1; \\ i_{23}' &= (\omega_2 - \omega_H) / (\omega_3 - \omega_H) = +z_3 / z_2; \\ i_{13}' &= i_{12}' i_{23}' = (\omega_1 - \omega_H) / (\omega_3 - \omega_H) = -z_3 / z_1. \end{aligned}$$

В общем случае формула для передаточного отношения обращенного дифференциального механизма, состоящего из n колес, может быть написана в виде

$$i_{kn}' = (\omega_k - \omega_H) / (\omega_n - \omega_H), \quad (20.1)$$

где ω_H — угловая скорость водила исходного механизма.

При известном числе зубьев колес передаточное отношение i_{kn}' может быть вычислено, тогда формула (20.1) является уравнением связи между угловыми скоростями звеньев ω_k , ω_n и ω_H . Задавая значение скорости двум звеньям по формуле (20.1), определяют скорость третьего звена.

В планетарной передаче (рис. 20.1) одно из ведущих звеньев будет остановлено (например, $\omega_3 = 0$), тогда формула (20.1) примет вид

$$i_{13}' = (\omega_1 - \omega_H) / (-\omega_H) = 1 - \omega_1 / \omega_H = 1 - i_{1H}.$$

Передаточное отношение планетарной передачи

$$i_{1H} = 1 - i_{13}' \quad (20.2)$$

будет на единицу больше передаточного отношения обращенного механизма.

Схемы основных типов планетарных передач с цилиндрическими колесами и их параметры приведены в табл. 20.1.

Таблица 20.1

№ схемы	Схема	Передачное отношение	Интервалы рациональных передаточных отношений	Класс γ передач с опорными качения	Характеристика области применения
1		При $\omega_3 = 0$ $i = \frac{\omega_1}{\omega_H}$ $= 1 + \frac{z_4}{z_1}$	1,28...1,6 2,8...8	0,96...0,99	Силовые передачи с высоким кпд и ограниченным интервалом передаточных отношений. В передачах применяются от 2 до 20 сателлитов
2		При $\omega_4 = 0$ $i = \frac{\omega_1}{\omega_H}$ $= 1 + \frac{z_5 - z_1}{z_1 z_3}$	1...16	0,96...0,99	Однорядная (одноступенчатая) передача по схеме 1 является простейшей и имеет минимальные габариты. Передача с двухрядным сателлитом по схеме 2 имеет большие кинематические возможности

№ схемы	Схема	Передаточное отношение	Интервалы рациональных передаточных отношений
3			До 1600 и более

Кпд η передач с опорами качения	Характеристика области применения
Зависит от передаточного отношения	<p>Передачи с большими кинематическими возможностями. Применяют при необходимости получить большие передаточные отношения, если кпд не имеет значения (например, в передачах приборов). При очень больших передаточных отношениях мгновенное передаточное отношение может сильно колебаться из-за биения колес. Основное применение имеет конструкция с двумя внутренними зацеплениями по схеме 4, как имеющая меньшие габариты и больший кпд</p>

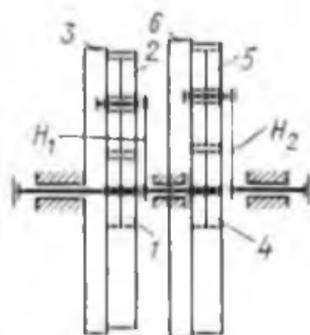
4

При $\omega_1 = 0$

$$i = \frac{\omega_H}{\omega_4} =$$

$$= \frac{1}{21 - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}}$$

5

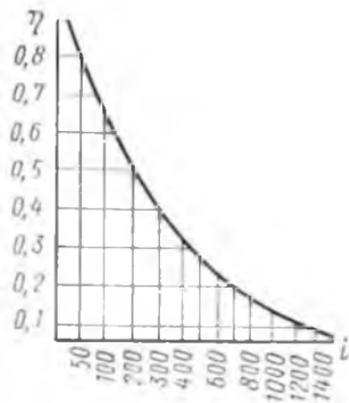
При $\omega_3 =$
 $= \omega_6 = 0$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_{H_2}} =$$

$$= \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{z_6}{z_4}\right)$$

16 ... 63



0,93...0,97

Двухступенчатый редуктор, составленный из двух однорядных передач. Имеет высокий кпд. Применяется для силовых приводов в случаях, когда передаточное отношение передач по схемам 1 и 2 недостаточно

Достоинством планетарных передач являются широкие кинематические возможности, позволяющие использовать передачу как понижающую с большими передаточными отношениями и как повышающую. Кроме того, планетарные передачи имеют малые габариты и массу по сравнению со ступенчатой зубчатой передачей с тем же передаточным отношением. Это объясняется тем, что: а) мощность передается по нескольким потокам и нагрузка на зубья в каждом зацеплении уменьшается; б) при симметричном расположении сателлитов силы в передаче взаимно уравновешиваются и нагрузки на опоры входных и выходных валов невелики, что упрощает конструкцию опор и снижает потери; в) внутреннее зацепление, имеющееся в передаче, обладает повышенной нагрузочной способностью по сравнению с внешним зацеплением. Недостатком планетарных передач являются повышенные требования к точности изготовления и большой мертвый ход.

Планетарные механизмы широко применяют в приборных устройствах в следящих и автоматических системах, самопишущих приборах, в отсчетных механизмах измерительных устройств, механизмах настройки аппаратуры и т. д. Они применяются как самостоятельно, так и в сочетании со ступенчатыми зубчатыми механизмами.

Выбор числа зубьев колес в планетарных передачах связан с кинематическим расчетом и предшествует расчету передачи на прочность. В зависимости от заданного передаточного отношения в соответствии с интервалами рациональных передаточных отношений по табл. 20.1 можно выбрать схему планетарной передачи тогда можно определить выражение передаточного отношения через числа зубьев колес. Например, для механизма по схеме I (табл. 20.1)

$$i_{II} = 1 + z_3/z_1 \quad (20.3)$$

При определении числа зубьев колес дополнительно руководствуются рядом условий.

1. Во всех планетарных механизмах оси вращения центральных колес и водила должны совпадать. Например, для механизма по схеме I (табл. 20.1) *условие соосности* выразится уравнением

$$r_{w1} + r_{w2} = r_{w3} - r_{w2},$$

где r_{w1} , r_{w2} , r_{w3} — радиусы начальных окружностей.

При одинаковом модуле и углах зацепления условие соосности выражается через число зубьев:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2 \quad (20.4)$$

Выбор чисел зубьев колес планетарной передачи производят по формулам (20.3) и (20.4). Для этого задаются числом зубьев одного из колес. Если колеса нарезаются без смещения инструмента, то, например, можно задаться $z_1 \geq 16$. По известному

z_1 из уравнения (20.3) определяют z_3 , а из уравнения (20.4) определяют z_2 .

Для планетарной передачи с двумя рядами сателлитов условия соосности имеют вид (табл. 20.1):

для схемы 2 $m_1(z_1 + z_2) = m_2(z_4 - z_3)$;

для схемы 3 $m_1(z_1 + z_2) = m_2(z_3 + z_4)$;

для схемы 4 $m_1(z_1 - z_2) = m_2(z_4 - z_3)$.

Здесь m_1 и m_2 — модули первой и второй зубчатой пары.

2. Число сателлитов выбирают из условия соседства. Это условие устанавливает возможность размещения сателлитов в одной плоскости. Оно выполняется, если диаметр d_e окружности вершин зубьев сателлита меньше расстояния A_1A_2 между осями соседних сателлитов (рис. 20.2):

$$d_e \quad A_1A_2 = 2R \sin(\pi/p),$$

где R — радиус окружности, на которой располагаются центры сателлитов; p — число сателлитов.

Для однорядной планетарной передачи с колесами, нарезанными без смещения инструмента, получаем

$$m(z_2 + 2h_e^*) < m(z_1 + z_2) \sin(\pi/p),$$

или

$$\sin(\pi/p) > (z_2 + 2h_e^*) / (z_1 + z_2), \quad (20.5)$$

где h_e^* — коэффициент высоты зуба.

Этому условию удовлетворяет ряд целых чисел p при известных z_1, z_2, z_3 . Для передач с двумя рядами сателлитов условие соседства составляют для каждого ряда и число p определяют по большему сателлиту.

3. Поскольку оси сателлитов должны размещаться на одинаковых расстояниях друг от друга по окружности их вращения, то не при всяком числе p можно будет собрать такой механизм. После установки первого сателлита центральные колеса принимают строго определенное относительное положение. При установке следующих сателлитов их зубья могут оказаться не строго против впадин центрального колеса, и осуществить сборку механизма невозможно. Условие, при котором механизм может быть собран, называется *условием сборки*. Оно требует, чтобы сумма чисел зубьев $z_3 + z_1$ была кратна числу сателлитов p . Для передач с однорядным расположением сателлитов условие сборки выражается уравнением

$$(z_3 + z_1)/p = q, \quad (20.6)$$

где p — число сателлитов, взятое из ряда чисел, удовлетворяющих неравенству (20.5), а q — любое целое число. Для двух-

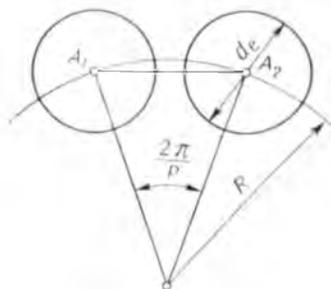


Рис. 20.2

рядных сателлитов (схема 2 в табл. 20.1) условие сборки имеет вид

$$(z_1 z_3 \mp z_2 z_4) pd = q,$$

где d — наибольший общий делитель чисел z_2 и z_3 .

Силы в зацеплении и расчет зубьев на прочность. Определение сил и моментов сил в планетарных механизмах производится по условию равновесия отдельных звеньев. Для выполнения силового расчета должны быть известны внешний момент на входном или выходном валах механизма, геометрические

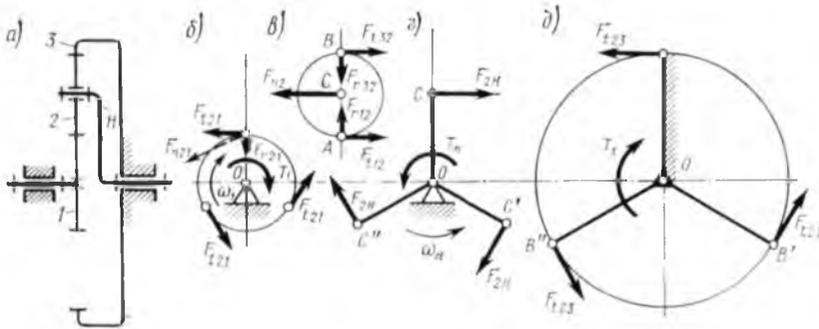


Рис. 20.3

размеры механизма, массы звеньев, угловая скорость ω_1 входного звена и коэффициенты трения в кинематических парах. Обычно считают, что все звенья движутся равномерно. Пусть на входном звене 1 механизма (рис. 20.3, а), имеющего три сателлита 2 с центрами масс, расположенными на их осях вращения, действует вращающий момент T_1 . Из равенства колеса 1 (рис. 20.3, б) можно заключить, что окружная сила на зуб колеса со стороны 2 при трех сателлитах будет $F_{t21} = T_1 / 3r_1$, а нормальная сила давления на зуб $F_{n21} = F_{t21} \cos \alpha_w$. Радиальная составляющая $F_{r21} = F_{t21} \operatorname{tg} \alpha_w$.

Суммарное воздействие сил F_{r21} на опору O равно нулю. При увеличении числа сателлитов силы F_{t21} уменьшаются, что приводит к соответствующему уменьшению размеров зубьев и размеров передачи. На зуб колеса 2 (рис. 20.3 в) со стороны колеса 1 действует сила $F_{t12} = -F_{t21}$, а в точке B сила $F_{t32} = -F_{t12}$ со стороны колеса 3. В этих точках действуют также две радиальные силы F_{r32} и F_{r12} , равные по значению, противоположно направленные. В точке C со стороны водила H на сателлит действует сила $F_{H2} = -(F_{t32} + F_{t12})$. Водило, показанное в виде тройного рычага (рис. 20.3, г), находится под действием трех сил $F_{2H} = -F_{H2}$ и внешнего момента T_H , направленного противоположно угловой скорости ω_H :

$$T_H = 3F_{2H} (r_{\omega 1} + r_{\omega 2}) = 3 \cdot 2F_{t12} (r_{\omega 1} + r_{\omega 2}),$$

где r_{ω_1} — радиус начальной окружности колеса 1; r_{ω_2} — радиус начальной окружности сателлита 2. Реакция в опоре O водила равна нулю благодаря симметричному расположению сателлитов.

Колесо 3 (рис. 20.3, *д*) показано в виде тройного рычага, в трех точках которого B , B' и B'' действуют равные силы $F_{r23} = -F_{r32}$, создающие момент $T_3 = 3F_{r23}r_{\omega_3}$, где r_{ω_3} — радиус начальной окружности колеса 3. По условию равновесия внешних моментов

$$T_1 - T_H - T_3 = 0.$$

Это уравнение служит для проверки правильности определения сил.

Из изложенного следует, что подшипники центральных колес в данной схеме разгружены от радиальных усилий, если предполагается равномерное распределение нагрузки по сателлитам. На подшипники сателлитов действует сила $F_{H2} = 2F_{r12}$, и эти подшипники работают в тяжелых условиях, в связи с чем в ряде случаев максимальная мощность, которую может передавать механизм, лимитируется работоспособностью подшипников, а не нагрузочной способностью зацепления.

Определение усилий при двухрядном расположении сателлитов производится аналогично. Например, для механизма по схеме 2 (табл. 20.1)

$$F_H = F_{r12}(r_2 - r_1) r_2; F_{r11} = F_H r_2 (r_2 - r_1).$$

В планетарной передаче энергия от входного звена передается по нескольким потокам, следовательно, нагрузки на зубья колес соответственно уменьшаются и окружное усилие на зуб определяется по формуле

$$F_{r21} = 2T_1 k_H d_{\omega_1} p,$$

где T_1 — передаваемый крутящий момент; d_{ω_1} — диаметр начальной окружности колеса; p — число сателлитов; k_H — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по сателлитам ($1,05 \leq k_H \leq 2,85$). Причиной этой неравномерности являются технологические ошибки — несоосность опор центральных звеньев, эксцентриситеты зубчатых колес, погрешности размеров и формы зубьев, неточности радиального и углового размещения сателлитов, а также деформации звеньев под нагрузкой, особенно при консольном расположении осей сателлитов. Уменьшить неравномерность нагружения сателлитов можно: 1) повышением точности изготовления и качества сборки; 2) применением специальных уравнительных устройств; 3) увеличением податливости звеньев. Наиболее простым средством уменьшения коэффициента k_H является введение в конструкцию упругих элементов. Например, сателлиты устанавливают на оси через резиновые или полиамидные вкладыши. Такие же вкладыши можно применять в опорных узлах водила и центральных колес.

Расчет на прочность зубьев колес планетарных передач ведут по формулам § 19.6 с учетом особенностей работы передачи при определении окружного усилия на зубьях колес. КПД различных схем планетарных передач указаны в табл. 20.1. Более подробные сведения по проектированию и расчету планетарных передач даются в литературе [7, 14].

В качестве примера конструкции планетарной передачи на рис. 20.4 показан приборный двухскоростной планетарный редуктор. Корпус редуктора 7 вместе с крышкой 8 и входным валом

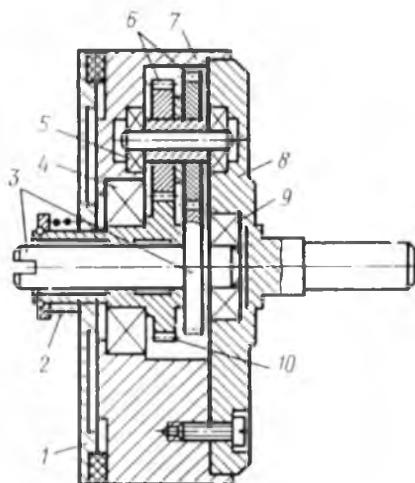


Рис. 20.4

является водилом, которое может вращаться относительно общего корпуса, не показанного на рисунке. В корпусе-водителе редуктора в подшипниках 4, 9 установлены центральные колеса 10 и 3, а также блок сателлитов 6 в подшипниках 5. Механизм может иметь два движения: 1) если диск 1 муфты прижат посредством пружины 2 к корпусу 7, то колесо 10 соединяется с водилом и угловые скорости входного и выходного валов одинаковы; 2) при замыкании электрической цепи фрикционной муфты пружина 2 сжимается, происходит расцепление диска 1 с корпусом 7, центральное колесо 10 с диском 1 становятся неподвижными, и механизм становится планетарным.

Дифференциальные зубчатые механизмы, имеющие две степени подвижности, используются для сложения и разделения движений и применяются в вычислительных машинах, следящих системах и т. д. Угол поворота выходного звена дифференциального механизма $\varphi_{\text{вых}} = f(\varphi_1, \varphi_2)$, где φ_1 и φ_2 — углы поворота двух входных звеньев.

Угловая скорость выходного звена выражается формулой

$$\omega_{\text{вых}} = i_{11} \omega_1 + i_1 \omega_2, \quad (20.7)$$

где i_{11} — передаточное отношение механизма при неподвижном втором звене ($\omega_2 = 0$); i_1 — передаточное отношение механизма при неподвижном первом звене ($\omega_1 = 0$).

Рассмотрим дифференциальный механизм, показанный на рис. 20.5 а. Если выходное звено — водило H имеет угловую скорость $\omega_H = \omega_{\text{вых}}$, а выходные звенья — колеса 1 и 3 соответственно угловые скорости ω_1 и ω_3 , то при остановленном колесе

$\mathcal{Z}(\omega_3 = 0)$ передаточное отношение механизма по принципу обращения движения

$$i_{1H} = \omega_1 / \omega_H = 1 - i_{13}^* = 1 + z_3 / z_1,$$

откуда $\omega_H = \omega_1 / (1 + z_3 / z_1)$ и $i_{1H} = 1 / (1 + z_3 / z_1)$.

При остановленном первом колесе ($\omega_1 = 0$)

$$i_{3H} = \omega_3 / \omega_H = 1 - i_{31}^* = 1 + z_1 / z_3,$$

откуда

$$\omega_H = \omega_3 (1 + z_1 / z_3);$$

$$i_{1H} = 1 / (1 + z_1 / z_3),$$

следовательно,

$$\omega_H = i_{1H} \omega_1 + i_{13} \omega_3 = \omega_1 (1 + z_3 / z_1) + \omega_3 (1 + z_1 / z_3).$$

В коническом дифференциале (рис. 20.5, б) необходимо, чтобы числа зубьев были попарно равны: $z_1 = z_2$ и $z_3 = z_4$.

Пользуясь методом обращения движения, можно установить, что при выходном звене — водиле H отдельные передаточные отношения будут

$$i_1 = 1/2; \quad i_{11} = 1/2.$$

Тогда

$$\omega_H = \omega_1 / 2 + \omega_2 / 2.$$

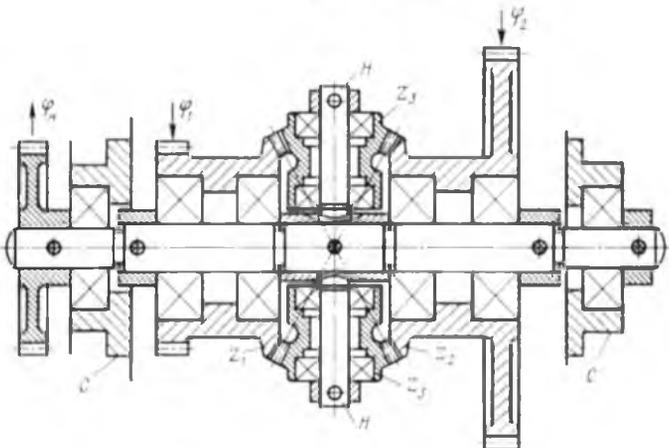


Рис. 20.6

В счетно-решающих системах конические дифференциалы применяют в качестве сумматоров. Если к выходному звену присоединить зубчатую передачу с передаточным отношением $i=2$, то угол поворота выходного вала будет равен сумме слагаемых — углов поворота входных звеньев:

$$\varphi_{\text{вых}} = \varphi_{\text{вх1}} + \varphi_{\text{вх2}}$$

На рис. 20.6 показана конструкция дифференциального суммирующего механизма, состоящего из водила H , двух центральных колес z_1 и z_2 , двух сателлитов z_3 и корпуса или стойки C .

Углы поворота двух входных звеньев (колес z_1 и z_2) и угол поворота выходного звена (водила H) связаны соотношением

$$\varphi_H = (\varphi_1 + \varphi_2) 2.$$

§ 20.2. Волновые передачи

В волновых передачах вращение передается и преобразуется за счет волнового деформирования одного из звеньев — гибкого колеса 2 (рис. 20.7, *a*). Передача состоит также из

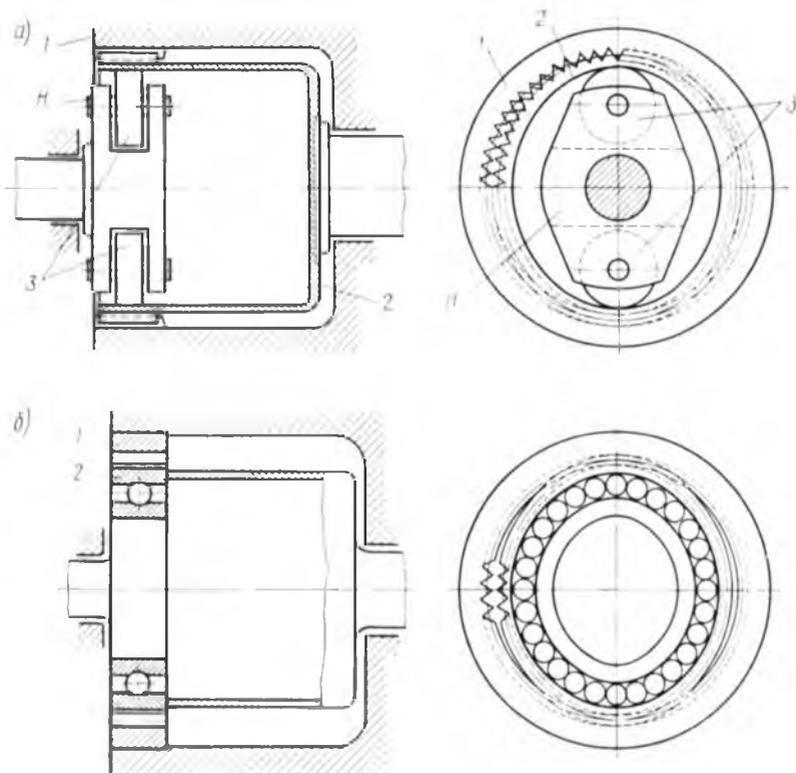


Рис. 20.7

води́ла H с двумя (или тремя) свободно вращающимися роликами $З$ и неподвижного жесткого зубчатого колеса 1 с внутренними зубьями. Жесткое колесо 1 соединено с корпусом (стойкой). Гибкое колесо 2 выполнено в виде «стакана» с тонкой деформирующейся стенкой. Гибкое колесо помещено внутри жесткого колеса, а водило вставлено внутрь гибкого колеса. Наружный размер водила больше внутреннего диаметра обода гибкого колеса, в связи с чем при сборке гибкое колесо деформируется и принимает форму овала при отсутствии внешних нагрузок.

Если вращать водило, которое обычно является входным звеном, то зоны зацепления зубьев будут также вращаться, образуются бегущие волновые деформации гибкого колеса (отсюда и название передачи). Водило называется генератором волны (волнообразователем). При двух роликах на водиле передача называется двухволновой, при трех роликах — трехволновой. Наряду с такими генераторами свободной деформации применяются генераторы принудительной деформации (рис. 20.7, б) в виде кулачка эллиптического или другого профиля, которые создают определенную деформацию гибкого колеса. Передачи с генератором принудительной деформации более долговечны.

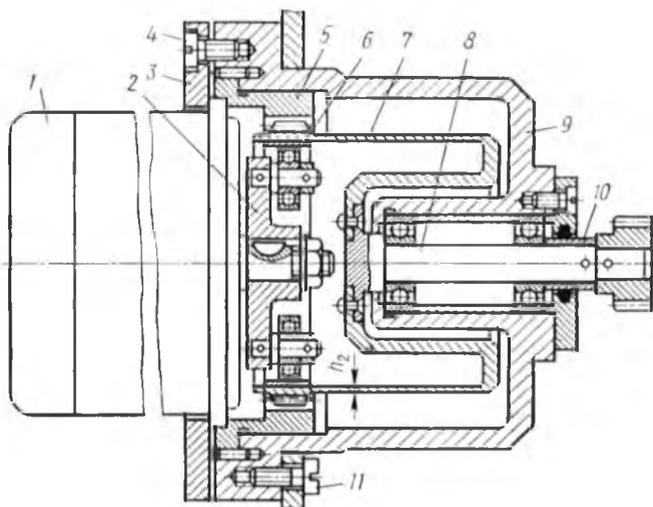


Рис. 20.8

На рис. 20.8 показана конструкция одноступенчатого волнового редуктора с неподвижным жестким колесом 5 , имеющая двухволновый генератор 2 свободной деформации с двумя роликами (шарикоподшипниками), которые катятся внутри стального закаленного гибкого кольца 6 , запрессованного в подвижное гибкое зубчатое колесо 7 . Выходной вал 8 , соединенный с гибким колесом, вращается в двух шарикоподшипниках, смонтиро-

ванных в корпус 9. Для предотвращения перемещения выходного вала 8 на нем установлена и закреплена штифтом втулка 10. Жесткое колесо 5 с электродвигателем 1 центрируется по расточке в корпусе редуктора штифтами и закрепляется винтами 4 на фланце 3. Корпус крепится винтами 11 к панели.

Волновые передачи кинематически представляют собой разновидность планетарных передач с одним гибким зубчатым колесом, поэтому для их кинематического исследования можно применить метод обращения движения. Если гибкое колесо 2 (см. рис. 20.7, а) будет выходным звеном, то, задавая мысленно механизму вращение со скоростью $-\omega_H$, остановим водило H . Тогда передаточное отношение i'_{21} обращенного механизма будет

$$i'_{21} = (\omega_2 - \omega_H) / (\omega_1 - \omega_H) = -\omega_2 / \omega_H + 1 = +z_1 / z_2,$$

так как $\omega_1 = 0$ и зацепление внутреннее.

Передаточное отношение механизма от входного звена H к звену 1 будет

$$i_{H2} = \omega_H / \omega_2 = 1 / (1 - z_1 / z_2) = -z_2 / (z_1 - z_2). \quad (20.8)$$

Так как $z_1 > z_2$, то генератор волн H и колесо 2 вращаются в противоположных направлениях.

Для обеспечения работоспособности механизма необходимо выполнить условие $\Delta = d_1 - d_2 > h$, где d_1 — диаметр делительной окружности жесткого колеса; d_2 — диаметр делительной окружности гибкого колеса; h — высота зуба.

Умножая числитель и знаменатель в формуле (20.8) на размер модуля зубьев, получим другое выражение передаточного отношения механизма:

$$i_{H2} = d_2 / (d_2 - d_1) = -d_2 / \Delta. \quad (20.9)$$

Если выходным звеном является жесткое колесо 1, то аналогичным способом получим

$$i_{H1} = z_1 / (z_1 - z_2) = d_1 / \Delta, \quad (20.10)$$

откуда видно, что генератор и колесо 1 вращаются в одном направлении.

Обозначим разность чисел зубьев жесткого и гибкого колеса $k = z_1 - z_2$. Она кратна числу волн и принимается равной 2, 4, 6, ... для двухволновой передачи и 3, 6, 9, ... для трехволновой.

Тогда суммарная радиальная деформация гибкого колеса

$$d_1 - d_2 = \Delta = mk,$$

где m — модуль зацепления.

Формулы (20.9) и (20.10) можно представить в следующем виде:

$$i_{H2} = -d_2 / km, \quad (20.11)$$

$$i_{H1} = d_1 / km. \quad (20.12)$$

Отсюда видно, что при заданных d_1 и d_2 основным параметром, определяющим передаточное отношение, является не число зубьев, а величина Δ , пропорциональная $(d_1 - d_2)$. Числа зубьев колес могут быть любыми, но с выполнением условия $z_1 - z_2 = k$. Модуль передачи определяется по формуле $m = \Delta/k$.

В механизмах приборов и систем управления применяются как кинематические, так и силовые волновые передачи с модулем $m = 0,2 \dots 2$ мм. В силовых передачах гибкие колеса изготовляют из высококачественных легированных сталей, а в кинематических передачах — из пластмасс.

Расчет на прочность волновых передач. В кинематических волновых передачах зубья колес испытывают напряжения, поэтому размер модуля выбирают исходя из конструктивных соображений. Наиболее напряженной деталью является гибкое колесо, тонкая стенка которого испытывает растягивающие и сжимающие напряжения от изгиба и сдвигающие от кручения. Подробные сведения о геометрии, КПД, конструкциях и расчете деталей волновых передач приведены в литературе [6, 11, 20, 35]. Здесь ограничимся лишь некоторыми рекомендациями по этим вопросам [35].

Толщину гибкого зубчатого колеса под венцом h_c в мм определяют по приближенной формуле с запасом прочности 1,55 ... 2,0:

$$h_c \approx (75 + z_2/4) d_2 \cdot 10^{-4}.$$

Для кинематических передач величину h_c можно уменьшить в 1,2 ... 1,4 раза. Толщина тела гибкого колеса

$$h_2 = (0,5 \dots 0,7) h_c.$$

Длина стакана гибкого колеса с дном $l \geq (0,8 \dots 1,1) d_2$. Ширина венца зубчатого колеса $b_w = (0,06 \dots 0,2) d_2$. Для пластмассовых колес $h_2 \approx 0,3d_{f2}$, где d_{f2} — диаметр окружности впадин гибкого колеса. Значение h_2 не должно быть меньше половины высоты зуба.

Структурные схемы волновых передач. В настоящее время существует много разновидностей волновых передач. На рис. 20.9, а показана схема волновой передачи с неподвижным гибким колесом G и вращающимся жестким колесом $Ж$. Частота вращения генератора H равна n_H ; частота вращения колеса $Ж$ равна $n_ж$. Генератор изображается со стрелками, показывающими направление сил, деформирующих гибкое звено. На рис. 20.9 б показана схема с неподвижным жестким колесом. На рис. 20.9, в показана схема, в которой ролики генератора нажимают на внешнюю поверхность цилиндра гибкого колеса. На рис. 20.9, г показана схема с плоским гибким колесом, имеющим зубья на торцовой поверхности; жесткое колесо неподвижное и имеет зубья на конической поверхности. Двухволновой генератор, нажимая на диск гибкого колеса, изгибает его, вводя в зацепле-

ние зубья колес и образуя две бегущие по окружности волны. На рис. 20.9, *а* показана схема двухступенчатой волновой передачи, в которой гибкое колесо выполнено в виде узкого кольца, а генератор является общим для обеих ступеней. Такая передача называется сдвоенной; она имеет два жестких колеса. На рис. 20.9, *б* показана схема сдвоенной волновой передачи с охватывающим генератором.

Волновые передачи часто применяются в сочетании с зубчатыми или планетарными передачами. Такие передачи называются комбинированными. Волновые зубчатые механизмы в настоящее

время широко используют в механизмах настройки радиоэлектронной аппаратуры, в лентопротяжных устройствах, системах дистанционного управления, манипуляторах и т. д. В настоящее время разработан ряд одноступенчатых волновых редукторов с передаточными отношениями $i = 80 \dots 315$ и имеется стандарт на их основные параметры (ГОСТ 23108 — 78).

Волновые зубчатые механизмы обладают рядом достоинств:

1) с их помощью можно получать большие передаточные отношения при сравнительно малых габаритах и массе. В одноступенчатой передаче с электроприводом можно получить передаточное отношение от 50 до 250, в ус-

тановочной отсчетной передаче до 1000. В двухступенчатой волновой передаче передаточные отношения еще больше ($i = 2000 \dots 5000$);

2) в одновременном зацеплении находится до 40% от общего числа зубьев, благодаря чему обеспечена высокая нагрузочная способность;

3) волновым передачам свойственна высокая кинематическая точность вследствие уменьшения общей ошибки при большом числе зацепляющихся зубьев и сведения к минимуму мертвого хода;

4) высокий КПД ($\eta_i = 0,7 \dots 0,9$) при больших передаточных отношениях благодаря малым скоростям скольжения в зацеплении;

5) малые нагрузки на валы и опоры вследствие симметричности конструкции;

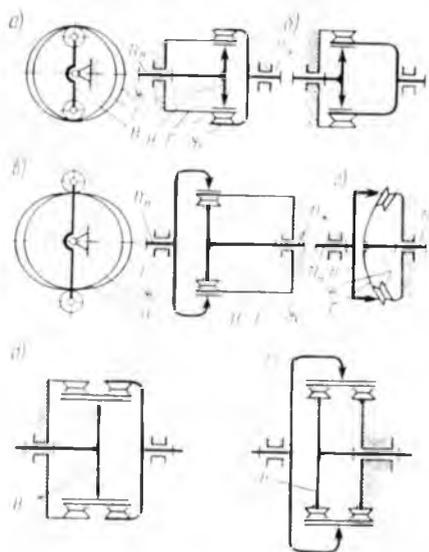


Рис. 20.9

б) возможность передачи движения в герметизированный объем, например в вакуум.

К недостаткам мелко модульных волновых приборных передач относятся: 1) сложность изготовления; 2) непостоянство мгновенного передаточного числа при применении генератора волн свободной деформации.

ГЛАВА 21. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ СО СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ И ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 21.1. Общие сведения

Для передачи вращения между валами, оси которых скрещиваются, применяются винтовые, гипоидные и червячные передачи. Исходными или начальными поверхностями для образования зубчатых колес служат однополостные гиперболоиды вращения 1 и 2 (линейчатые поверхности) (рис. 21.1), а различные участки их, соприкасающиеся по прямым линиям, могут быть использованы в качестве начальных поверхностей зубчатых колес.

Для упрощения изготовления колес участки A_1 и A_2 заменяют цилиндрами, а участки B_1 и B_2 усеченными конусами. Если на сопряженных участках гиперболоидов вдоль линий их контакта нарезать зубья с одинаковым нормальным шагом p_n и углом зацепления α_n , то получим зубчатые передачи с постоянным передаточным отношением. Передача с цилиндрическими косозубыми колесами на участке $A_1 - A_2$ называется винтовой, частным случаем которой является червячная передача, а зубчатая передача на участке $B_1 - B_2$ в виде конических косозубых колес называется гипоидной зубчатой передачей. Чаще всего угол скрещивания осей валов этих передач $\delta = 90^\circ$.

Винтовые передачи в приборных механизмах применяются при передаточных отношениях $i = 1 \dots 6$, а червячные передачи при $i = 8 \dots 200$ и более. Гипоидные передачи применяются в исполнительных механизмах автоматических устройств и счетно-вычислительных машинах. Методика их расчета приводится в литературе [7].

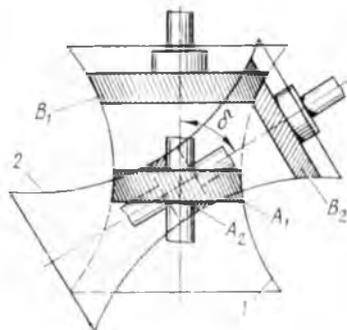


Рис. 21.1

§ 21.2. Винтовые и зубчатые передачи

Колеса винтовых зубчатых передач выполняются как цилиндрические косозубые. Касание зубьев происходит в точке, что, учитывая большое скольжение вдоль зубьев, обуславливает возможность передачи лишь небольших усилий. Поэтому винтовые передачи используют как кинематические.

Схема винтовой передачи показана на рис. 21.2. Диаметры начальных и делительных цилиндров колес, нарезанных без смещения инструмента, определяются, как в косозубых колесах:

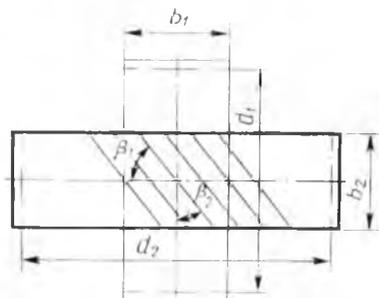


Рис. 21.2

$$d_1 = m_{t1} z_1 = m_n z_1 \cos \beta_1;$$

$$d_2 = m_{t2} z_2 = m_n z_2 \cos \beta_2,$$

где m_n — нормальный модуль; m_{t1} и m_{t2} — окружные модули колес; β_1 и β_2 — углы наклона зубьев соответственно шестерни и колеса. Межосевое расстояние $a_w = 0,5 \times (d_1 + d_2)$; ширину колеса принимают $b_1 = b_2 = 3\pi m_n \sin \beta_1$; передаточное отношение $i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1$.

Выразив z_1 и z_2 через диаметры d_1 и d_2 колес, получим

$$i_{12} = d_2 \cos \beta_1 / d_1 \cos \beta_2. \quad (21.1)$$

Необходимое передаточное отношение винтовой передачи можно получить, не только изменяя диаметры колес, но и изменяя углы наклона зубьев. В некоторых приборах удобнее при одинаковом диаметре колес изменять передаточное отношение подбором углов наклона зубьев. Чтобы вписать передачу в заданное межосевое расстояние, применяют винтовые колеса, нарезанные со смещением исходного контура режущего инструмента.

В винтовых зубчатых передачах иногда наблюдается *заедание* зубьев. Оно заключается в местном молекулярном сцеплении контактирующих поверхностей из-за высоких давлений и отсутствия смазочного слоя и происходит обычно при больших скоростях. Разрушение при заедании происходит с вырыванием частиц поверхностей. Этому вредному явлению в большей степени подвержены зубья с незакаленными поверхностями и зубья из однородных материалов. Поэтому в качестве материалов колес применяют или закаленную сталь по закаленной стали, или разнородные материалы — закаленную сталь по бронзе, текстолиту или полиамадам, а также применяют специальные противозадирные смазки.

Расчет винтовых передач на прочность производят по эмпирической формуле. Допускаемую нормальную нагрузку по износу определяют по формуле

$$F_n = (cd_1)^2 [k] \varphi,$$

где $c = 2d_2 (d_1 + d_2)$ — приведенный диаметр; $[k]$ — условное допускаемое напряжение, определяемое по табл. 21.1; $\varphi = (1 + 0,5v_s) (1 + v_s)$ — коэффициент скорости скольжения; $v_s = v_1 \sin \beta_1 + v_2 \sin \beta_2$ — скорость скольжения; v_1 и v_2 — окружные скорости колес.

Таблица 21.1

Материал	[k], МПа	
	после непродолжительной притирки	после тщательной притирки
Сталь (HRC ≥ 50) по бронзе	0,035	0,085
Сталь (HRC ≥ 50) по стали	0,040	0,105
Пластмасса по стали (HRC ≥ 50)	0,070	0,175

Оценка прочности зубьев передачи на изгиб производится приближенно по формулам для косозубых цилиндрических колес. Кпд винтовых колес с перпендикулярными осями определяют по формуле

$$\eta = \operatorname{ctg} \beta_2 \operatorname{tg} (\beta_2 + \rho'), \quad (21.2)$$

где ρ' — приведенный угол трения $\rho' = \operatorname{arctg} (f, \cos \alpha)$; c — поправочный коэффициент, зависящий от нормальной силы F_n , действующей на зуб;

$$c = (F_n + 1,05) (F_n + 2,4); \quad (21.3)$$

$$F_n = F_{t2} / \cos \beta_2 \cos \alpha_n, \quad (21.4)$$

где F_{t2} — окружная сила на колесе.

§ 21.3. Общие сведения о червячных передачах

Червячная передача (рис. 21.3) относится к передачам зацепления с перекрещивающимися осями валов. Эту передачу можно рассматривать как частный случай винтовой зубчатой передачи при $\beta_1 \gg \beta_2$. Движение в ней осуществляется по принципу винтовой пары. Винтом является червяк, угол наклона винтовой линии которого $\gamma = \beta_2$, а колесо подобно гайке, изогнутой по окружности. Червячные передачи получили широкое применение в механизмах приборов и машин для передачи вращения между осями, скрещивающимися под углом $\delta = 90^\circ$. Их преимущества заключаются в возможности получения большого передаточного отноше-

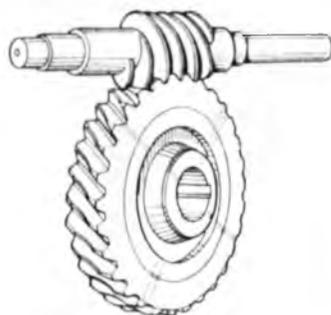


Рис. 21.3

ния при малых габаритах передачи, плавности и бесшумности работы и возможности самоторможения. К недостаткам червячных передач относятся сравнительно низкий КПД и необходимость применения для колеса цветных металлов.

В приборах находят применение передачи, состоящие из червяка и косозубого цилиндрического колеса (рис. 21.4, а). Эти передачи могут передавать небольшую нагрузку, быстро изнашиваются из-за точечного характера контакта зубьев и при-

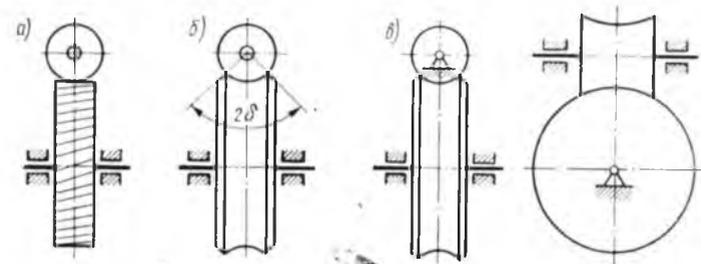


Рис. 21.4

меняются в механизмах малой мощности. Больше распространение имеют червячные передачи, у которых зубья колеса имеют вогнутую форму и охватывают червяк по дуге с углом охвата 2δ (рис. 21.4, б). Эти передачи имеют линейный характер контакта зубьев и способны передавать большие нагрузки. Для высоконагруженных механизмов находят применение так называемые глобоидные червячные передачи, у которых не только зубья колес охватывает червяк, но и червяк охватывает колесо (рис. 21.4, в). Червяк в этом случае имеет нецилиндрическую форму. Изготовление и сборка глобоидных передач отличается повышенной сложностью.

Передаточное отношение червячных передач

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1, \quad (21.5)$$

где z_1 — число заходов (зубьев) червяка; z_2 — число зубьев колеса; ω_1 и ω_2 — угловые скорости соответственно червяка и колеса.

В кинематических передачах передаточное отношение может достигать значения $i_{12} = 1000$; в силовых передачах обычно $i_{12} = 8 \dots 100$. Значения осевых модулей m выбирают по СТ СЭВ 267 — 76, а межосевые расстояния a_w по ГОСТ 2144 — 66.

§ 21.4. Геометрические параметры червячных передач

Геометрические расчеты червячных передач аналогичны расчетам зубчатых передач. Червяки бывают трех типов в зависимости от формы боковой поверхности нарезки червяка.

1. Архимедовы червяки являются винтами с трапецидальной нарезкой (в осевом сечении). В торцовом сечении

профили очерчены архимедовой спиралью, червяк нарезают стандартным инструментом с профилем зубчатой рейки и обычно не шлифуют.

2. Конволютные червяки в осевом сечении имеют выпуклый профиль, в нормальном сечении — прямолинейный, а в торцовом сечении — профиль удлиненной эвольвенты.

3. Эвольвентные червяки в осевом сечении имеют выпуклый профиль, а в торцовом сечении — эвольвентный. Эвольвентный червяк можно шлифовать плоским шлифовальным кругом, что дает им преимущество перед другими видами червяков.

Стандартный угол профиля у архимедовых червяков в осевом сечении, у конволютных в нормальном сечении, а у эвольвентных, как у косозубых колес, в нормальном сечении косозубой рейки, сцепляющейся с червяком, принят равным 20°.

Для силовых передач с модулями $m \geq 2$ мм стандартный коэффициент диаметра червяка $q = d_1 / m$ выбирают из ряда чисел 6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25. Здесь d_1 — диаметр делительного цилиндра червяка. В приборных механизмах q может быть нестандартным, но при выборе его целесообразно брать целые числа в пределах 10 ... 26. При уменьшении модуля значение q увеличивается.

К параметрам червячной передачи относятся: число заходов червяка, которое выбирают в пределах $z_1 = 1 \dots 4$ для силовых и $z_1 < 6$ в приборных передачах. Число зубьев z_2 червячного колеса определяется передаточным отношением передачи при условии $z_2 \geq z_{\min}$. В кинематических передачах $z_{\min} = 17 \dots 18$, а в силовых $z_{\min} = 26 \dots 28$.

Смещение режущего инструмента при нарезании применяется, если необходимо вписать передачу в заданное межосевое расстояние, а иногда для упрочения зубьев колеса. При этом червячное колесо нарезают со смещением инструмента, а размеры червяка остаются неизменными.

Если a_w — заданное межосевое расстояние в мм, а $a = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5m(q + z_2)$ — межосевое расстояние, при котором касаются делительные окружности, то их разность $a_w - a = mx$ называется смещением червяка, а x — коэффициентом смещения. Коэффициент смещения ($-1 < x \leq 1$) определяется по формуле

$$x = \frac{a_w}{m} - 0,5(q + z_2).$$

Если значение x не укладывается в заданные пределы, то выбирают другое значение q , соответствующее принятому модулю, или варьируют числом зубьев колеса z_2 . Определения других размерных параметров червячной передачи с архимедовым червяком приведены в табл. 21.2 в соответствии с обозначениями рис. 21.5.

Наименование параметра	Обозначение	Формула
<i>Передача</i>		
Межосевое расстояние	a_w	$a_w = 0,5m(z_2 + q + 2x)$
Коэффициент радиального зазора	c^*	$c^* = 0,25$ при $m > 1$ мм
Коэффициент высоты головки зуба	h_a^*	$h_a^* = 1$
<i>Червяк</i>		
Делительный диаметр	d_1	$d_1 = qm$
Коэффициент диаметра червяка	q	$q = d_1/m$
Делительный угол подъема витка	γ	$\operatorname{tg} \gamma = z_1/q$
Высота витка	h	$h = (2h_a^* + c^*)m$
Диаметр вершин витков	d_{a1}	$d_{a1} = d_1 + 2m$
Диаметр впадин витков	d_{f1}	$d_{f1} = d_1 - 2,5m$
Шаг червяка	p_t	$p_t = \pi m$
Ход витка	p_{z1}	$p_{z1} = pz_1$
Длина нарезанной части червяка	b_1	$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m$ при $z_1 = 1; 2;$ $b_1 \geq (12,5 + 0,09z_2)m$ при $z_1 = 4$
<i>Червячное колесо</i>		
Делительный диаметр	d_2	$d_2 = z_2 m$
Диаметр вершин зубьев	d_{a2}	$d_{a2} = m(z_2 + 2 + 2x)$
Диаметр впадин зубьев	d_{f2}	$d_{f2} = m(z_2 - 2,5 + 2x)$
Наибольший диаметр колеса	d_{aM2}	$d_{aM2} \leq d_{a2} + 6m/z_1 + 2$
Ширина венца колеса	b_2	$b_2 \leq 0,75d_{a1}$ при $z_1 \leq 3;$ $b_2 \leq 0,67d_{a1}$ при $z_1 = 4$
Условный угол обхвата	2δ	$\sin \delta = b_2(d_{a1} - 0,5m)$

Примечание. Большее значение угла условного обхвата принимается при больших значениях z_2 и малых значениях q .

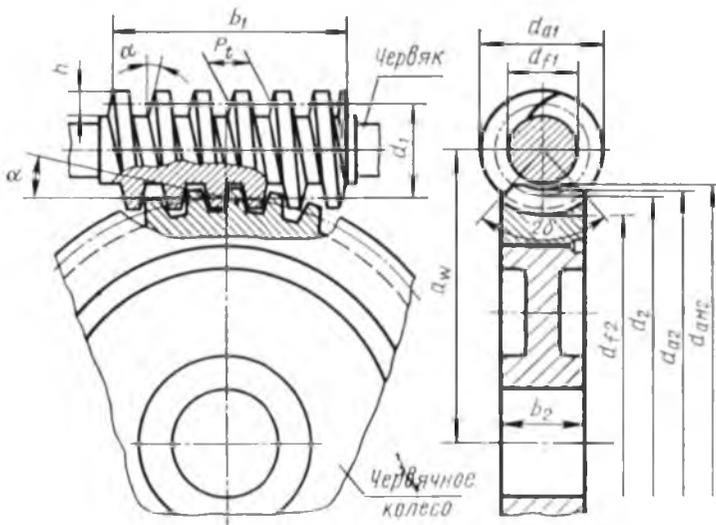


Рис. 21.5

§ 21.5. Материалы и конструкция червячных передач

Во время работы червячных передач развиваются большие скорости скольжения при неблагоприятных условиях гидродинамической смазки. Из-за этого происходит разрушение поверхностей зубьев в результате выкрашивания и схватывания, выражающегося как бы в «сваривании» микронеровностей контактирующих поверхностей или «намазывании» материала зубьев колеса на червяк. Разрушаются, как правило, только зубья колес. Во избежание разрушения материалы червяка и колеса выбираются так, чтобы зубья колес были выполнены из антифрикционных сравнительно мягких материалов, а червяки — из стали (при возможности со шлифованной поверхностью). Червяки изготовляют из цементируемых сталей (15X, 20X, 12XНЗА, 18ХГТ, 20ХФ) с твердостью после термообработки HRC 58 ... 63 и из среднеуглеродистых сталей (45, 40X 38ХГН, 40ХН) с поверхностной или объемной закалкой до твердости HRC 50 ... 55.

Червячные колеса изготовляют из бронз марок БрОФ10-1 и БрОФН-10 при скоростях скольжения $v_s = 6 \dots 25$ м/с; БрОЦС 6-3-3, БрОЦС 5-5-5 и БрСцН7-2 при $v_s < 12$ м/с; БрАЖ9-4, БрАЖ10-4-4 и т. д. при $v_s < 8$ м/с. В приборных устройствах применяют также червячные колеса, изготовленные из пластмасс. Червячные колеса по конструкции могут быть цельные и составные. Типовые конструкции цельных червячных колес показаны на рис. 21.6. Колеса с проточкой применяют при диаметрах более 100 ... 120 мм. С целью экономии бронзы большие по размерам колеса делают составными. В них бронзовый зубчатый

обод посажен на стальную ступицу с натягом (рис. 21.7), а для предотвращения возможного смещения в стыкуемые поверхности устанавливают винты или штифты. Венцы крепят к ступице также с помощью эпоксидных клеев. Конструктивные размеры элементов червяков и колес приводятся в справочной литературе [7, 20, 35, 34].

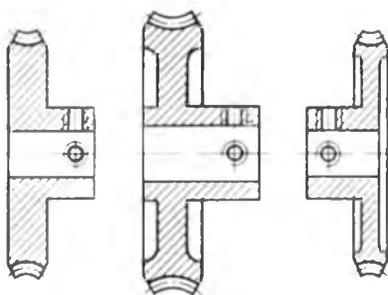


Рис. 21.6

также с помощью эпоксидных клеев. Конструктивные размеры элементов червяков и колес приводятся в справочной литературе [7, 20, 35, 34].

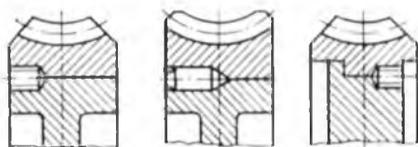


Рис. 21.7

§ 21.6. Силы, действующие в червячном зацеплении, и расчет зубьев червячного колеса на прочность

Силы, действующие в зацеплении, рассматриваются как приложенные в полюсе зацепления. Их удобно задавать тремя взаимно перпендикулярными составляющими (рис. 21.8). Окружная сила на колесе, равная осевой силе на червяке:

$$F_{t2} = 2T d_2 = F_{a1};$$

окружная сила на червяке, равная осевой силе на колесе:

$$F_{t1} = 2T_1 d_1 = F_{r2} \operatorname{tg}(\gamma + \rho) = F_{a2},$$

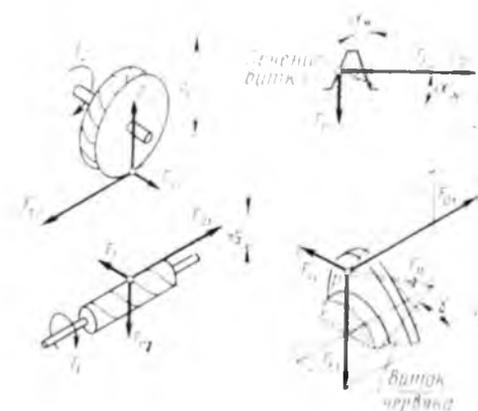


Рис. 21.8

где ρ — угол трения;
радиальные силы на колесе и червяке

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} z_w.$$

Здесь T_2 и T_1 — вращающие моменты соответственно на колесе и на червяке.

Нормальное усилие на зуб колеса

$$F_n \approx F_{r2} (\cos \gamma \cos z_w),$$

где γ — начальный угол подъема червяка, определяемый по формуле $\operatorname{tg} \gamma = z_1 (q + 2x)$.

По найденным силам проводят расчет валов и подшипников, а также расчет на прочность самой передачи. Кпд червячной

передачи при ведущем червяке выполняют по формуле, как у винтовых передач, с учетом потерь в зубчатом зацеплении:

$$\eta = c \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} (\gamma + \rho'),$$

где ρ' — приведенный угол трения, $\rho' = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (f / \cos \alpha)$; f — коэффициент трения; c — поправочный коэффициент, зависящий от нормальной силы F_n , определяют по формуле (21.3). При ведущем червячном колесе кпд передачи находят по формуле

$$\eta = c \operatorname{tg} (\gamma - \rho') \operatorname{tg} \gamma.$$

В закрытых передачах коэффициент трения $f = 0,007 \dots 0,1$ для пары сталь — бронза и $f = 0,12$ для пары текстолит — сталь.

В самотормозящихся червячных передачах кпд $\eta < 0,5$. Средние значения кпд и угла γ в зависимости от числа заходов z_1 червяка при ориентировочных расчетах можно принимать в следующих пределах:

z_1	γ	η
1;	3,5 ... 7,5°;	0,19 ... 0,7
2;	7 ... 15°;	0,75 ... 0,82
4;	14 ... 28°;	0,87 ... 0,92

Расчет на прочность элементов червячных передач основан на тех же принципах, что и расчет косозубых передач. Расчет зубьев колеса закрытых силовых передач (со смазкой) ведется по *контактным напряжениям*; расчет зуба на изгиб в этом случае является проверочным. Для открытых передач проверку зуба колеса проводят только на *изгиб*.

В приборных передачах основные параметры часто выбирают по условию получения необходимых габаритных размеров передачи. Прочностной расчет в этом случае проводится в виде проверочного расчета зубьев на изгиб.

При расчете червячной передачи на контактную прочность, учитывая, что радиус кривизны профиля червяка $\rho = \infty$, после упрощений для стального червяка ($E_1 = 2,15 \cdot 10^5$ МПа) и бронзовых зубьев колеса ($E_2 = (0,885 \dots 1,13) 10^5$ МПа) получают приведенный модуль упругости $E_n = 1,3 \cdot 10^5$ МПа. Выражение для контактного напряжения принимает вид

$$\sigma_H = \frac{170}{z_2 q} \sqrt{\left(\frac{z_2 q + 1}{a_w}\right)^3 k T_2} < [\sigma_H], \quad (21.6)$$

а межосевое расстояние можно определить по формуле

$$a_w = (z_2 q + 1) \sqrt[3]{\left(\frac{170}{[\sigma_H] z_2 q}\right)^2 k T_2}.$$

Здесь a_w — выражено в мм; $[\sigma_H]$ — в МПа и вращающий момент на колесе T_2 — в Н · мм. Коэффициент нагрузки k в применении к червячным передачам определяют как произведение $k = k_3 k_v$.

Бронзовые зубья хорошо прирабатываются, и при постоянной внешней нагрузке можно коэффициент концентрации нагрузки принимать $k_3 = 1$, а коэффициент динамичности k_v , учитывая плавность работы передачи, принимают меньше, чем для зубчатых передач: при $v \leq 3$ м/с $k_v = 1 \dots 1,1$, при $v > 3$ м/с $k_v = 1,1 \dots 1,2$.

При передаче больших усилий тело червяка испытывает деформацию изгиба, что влияет на коэффициент концентрации нагрузки k_2 , который в этом случае с учетом деформации и переменности нагрузки определяют по формулам и таблицам из литературы [23].

Расчет на прочность по напряжениям от изгиба проводится только для зубьев червячного колеса. Точный расчет изгибающих напряжений зубьев усложняется тем, что зуб по ширине колеса имеет переменную форму сечения, а основание зуба расположено по дуге окружности. В приближенных расчетах червячное колесо рассматривают как косозубое, а в формулу расчета косых зубьев вводят поправки и упрощения.

1. Из-за дуговой формы зуба и в связи с переменной толщиной зуба колеса считают, что зуб червячного колеса на 20 ... 40% прочнее зуба косозубого колеса. В соответствии с этим коэффициент прочности зуба Y_F для червячных колес определяется в зависимости от $z_v = z_2 \cos^3 \gamma$ следующими значениями:

z_v	20	24	28	32	36	40	45	50	60	80	100	150	300
Y_F	1,98	1,88	1,80	1,71	1,63	1,55	1,48	1,45	1,40	1,34	1,3	1,27	1,24

2. Для червячного зацепления

$$Y_\epsilon = 1 / (\epsilon_\alpha \cdot 0,75) = 1 / (1,8 \cdot 0,75) = 0,74.$$

3. Для некоторого среднего значения $\gamma \approx 10^\circ$ получим $Y_\beta = 0,93$. В этих предположениях формула (19.10) для определения напряжения σ_F в зубьях червячного колеса принимает вид

$$\sigma_F = 0,7 Y_F F_{t2} k_F / (m b_{w2}).$$

Здесь коэффициент нагрузки $k_F = k_H = k_3 k_v$; b_{w2} — рабочая ширина венца по дуге с углом 2δ (град),

$$b_{w2} = \pi d_1 2\delta / 360^\circ = \pi m q \delta / (180^\circ \cos \gamma).$$

Формула для проверки напряжения σ_F принимает вид

$$\sigma_F = Y_F F_{t2} k_F / (m^2 q k_\delta) \leq [\sigma_F], \quad (21.7)$$

где $k_\delta = \delta / (39,5^\circ \cos \gamma)$ — коэффициент, учитывающий условный угол охвата червяка колесом и угол подъема линии витков червяка.

Допускаемые напряжения. Допускаемое контактное напряжение в МПа, соответствующее эквивалентному числу циклов перемены напряжений:

$$[\sigma_H] = [\sigma'_H] k_{HL},$$

где $[\sigma'_H]$ — допускаемое контактное напряжение, соответствующее базовому числу циклов $N_{H0} = 10^7$. Его значения для различных металлов приведены в табл. 21.3; $k_{HL} = \sqrt[m]{N_{H0}/N_{Hэкв}}$ — коэффициент долговечности; $N_{Hэкв}$ — эквивалентное число циклов перемены напряжений, определяемое по формуле (19.5) при $m = 4$.

Для колес из мягких бронз с $\sigma_u < 300$ МПа и $N_{H0} = 10^7$ принимают $0,67 \leq k_{HL} \leq 1,7$. Для колес из материалов с $\sigma_u > 350$ МПа принимают $k_{HL} = 1$. Допускаемое напряжение при изгибе определяют по формуле

$$[\sigma_F] = [\sigma'_F] k_{FL},$$

где $[\sigma'_F]$ — допускаемое напряжение, соответствующее базовому числу циклов $N_{F0} = 10^6$, выбирают по табл. 21.3 в зависимости от материала венца, способа отливки, твердости рабочих поверхностей червяка и вида нагрузки;

$$k_{FL} = \sqrt[m]{N_{F0}/N_{Fэкв}}$$

— коэффициент долговечности при расчете на изгибную прочность.

Таблица 21.3

Марка материала	Способ литья	Механические свойства		Червяк твердостью HRC ≥ 35			Червяк твердостью HRC < 35		
		предел прочности при растяжении σ_B , МПа	предел текучести σ_T , МПа	$[\sigma'_H]$, МПа	$[\sigma'_F]$, МПа, при нагрузке		$[\sigma'_H]$	$[\sigma'_F]$, МПа, при нагрузке	
					нереверсивной	реверсивной		нереверсивной	реверсивной
Бр ОФ 10-1	В землю	200	140	180	64	40	150	51	32
	В кокиль	250	170	225	73	50	188	58	40
Бр ОНФ	Центробежное	290	170	260	88	58	218	66	46
Бр ОЦС 6-3-3	В землю	150 ... 200	80 ... 100	145	46	36	115	37	29
	В кокиль	180 ... 220	80 ... 100	160	49	40	130	39	32
Бр ОЦС 5-5-5	"	200 ... 270	80 ... 100	185	51	46	150	41	37
Бр АЖН 10 4 4	"	600	200	280*	123	120	—	98	96
ЛА ЖМц 66-63-2	"	650	240	—	140	130	230*	112	104

* Для скорости скольжения $v_c < 0,5$ м/с.

Здесь $N_{F_{э\text{кв}}}$ определяют по формуле (19.5), полагая $m = 9$. Предельные значения k_{FL} ограничивают для бронзовых и латунных колес значениями $0,54 \leq k_{FL} \leq 1$.

После определения основных параметров червячной передачи при проектном расчете следует провести проверку действительных контактных и изгибных напряжений по формулам (21.6) и (21.7).

По результатам проверок окончательно устанавливают материалы элементов червячной пары.

Скорость скольжения в метрах в секунду между зубьями колеса и витками червяка определяют по формуле

$$v_s = v_1 \cos \gamma = \pi d_1 n (60 \cos \gamma),$$

где n — частота вращения червяка, об/мин.

Из-за сравнительно низкого КПД червячной передачи в силовых передачах выделяется значительное количество теплоты. В ненагруженных маломощных передачах приборов выделение теплоты незначительно, поэтому методика теплового расчета здесь не рассматривается.

Особенности конструирования червячных механизмов приборов заключаются в необходимости удовлетворить повышенные требования к точности и устранению мертвого хода. При назначении степени точности можно исходить из таких рекомендаций: 4-ю и 5-ю степени точности назначают при изготовлении особо точных отсчетных и эталонных механизмов.

Механизмы 6-й степени точности применяют при работе с большой частотой вращения и в отсчетных устройствах; механизмы 7-й и 8-й степеней точности применяют для работы на средних скоростях; 9-ю степень точности назначают для неотвечественных тихоходных механизмов с ручным управлением.

§ 21.7. Определение ошибок зубчатых и червячных передач

При расчете точности кинематических цепей зубчатых и червячных передач обычно рассматривают две задачи: 1) расчет кинематической ошибки выходного звена; 2) расчет мертвого хода механизма.

Кинематическая ошибка $\Delta\varphi_k$ передачи представляет собой разность между действительным и номинальным (расчетным) углами поворота выходного колеса. Если F'_i , мкм, — значение допуска на кинематическую погрешность зубчатого колеса, то допуск в угловых минутах на угловую кинематическую погрешность колеса с номером i

$$\Delta\varphi_{ki}^{\max} = 2F'_i \cdot 180 \cdot 60 (mz \cdot 1000\pi) = 6,88F'_i(mz).$$

Здесь модуль m выражается в миллиметрах.

Для получения вероятного значения допуска величину F'_i умножают на коэффициент вероятности, который принимают равным 0,7. Тогда

$$\Delta\varphi_{ki} = 4,8F'_i(mz).$$

Кинематическая ошибка многоступенчатой передачи, состоящей из n пар зубчатых колес и имеющей $n + 1$ валов, равна сумме приведенных к выходному валу кинематических погрешностей зубчатых колес передачи:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\Sigma n} = 4,8 \left[\frac{F'_{i1}}{(mz)_1 i_{1(n+1)}} + \frac{F'_{i2}}{(mz)_1 i_{2(n+1)}} + \right. \\ \left. + \frac{F'_{i3}}{(mz)_1 i_{3(n+1)}} + \dots + \frac{F'_{i(2n-2)}}{(mz)_{2n-2} i_{n(n+1)}} + \right. \\ \left. + \frac{F'_{i(2n-1)}}{(mz)_{2n-1} i_{n(n+1)}} + \frac{F'_{i2n}}{(mz)_{2n}} \right], \end{aligned} \quad (21.8)$$

где F'_{ij} — допуск на кинематическую погрешность j -го колеса (из таблиц ГОСТ), мкм; $(mz)_j$ — модуль, мм, и число зубьев j -го колеса; $i_{j(n+1)}$ — передаточное отношение от j -го вала к выходному валу ($n + 1$). Кинематическую погрешность зубчатых колес, расположенных на одном валу, суммируют.

Мертвым ходом механизма называется ошибка перемещения выходного звена, возникающая вследствие зазоров (люфтов) в сопрягаемых деталях и их упругих деформаций и проявляющаяся при изменении направления движения (реверсе) входного звена. Эта ошибка равна разнице в положениях выходного звена при одинаковых положениях входного звена при прямом и обратном движении механизма. Мертвый ход снижает точность работы механизма, приводит к возникновению вибраций и повышению динамических нагрузок.

Ошибка мертвого хода на выходном валу механизма $\Delta\varphi_{мл}$ без учета влияния зазоров в опорах валов выражается формулой

$$\Delta\varphi_{мл} = \Delta\varphi_n + \Delta\varphi_y,$$

где n — номер выходного вала; $\Delta\varphi_n$ — мертвый ход, вызванный боковыми зазорами между зубьями колес; $\Delta\varphi_y$ — мертвый ход, вызванный упругими деформациями валов.

Допускаемая ошибка определяется по заданной точности отсчета следящей системы или измерительного устройства. Если между зубьями сопряженных колес имеется боковой зазор J_n (см. рис. 18.20), то угловую люфтовую погрешность, или мертвый ход колеса, в радианах определяют по формуле

$$\Delta\varphi_n = j_n / (r \cos \alpha),$$

где r — радиус делительной окружности колеса; $\alpha = 20^\circ$ — угол зацепления. Размер i_n дается в микрометрах, а размер люфтовой погрешности определяют в угловых минутах:

$$\Delta\varphi_{л0}^k = 2j_n 180 \cdot 60 / (1000 m z \pi \cos \alpha) = 7,33 j_n / (m z), \quad (21.9)$$

где m — модуль зацепления, мм; z — число зубьев колеса. Люфтовую погрешность конических зубчатых передач подсчитывают так же, как и цилиндрических, по формуле (21.9).

В червячной передаче люфтовая погрешность червячного колеса в угловых минутах определяется по формуле

$$\Delta\varphi_{л.ч.ш} = 7,33 j_{n_s} (m_s z \cos \gamma),$$

где m_s — модуль червячного колеса, мм; z — число зубьев червячного колеса; γ — угол подъема линии витка червяка.

В общем случае для понижающей передачи, состоящей из n пар зубчатых и червячных пар и имеющей $(n+1)$ валов, формула люфтовой погрешности, приведенной к выходному z_{2n} , имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{л} = & (\Delta\varphi_{л1} i_{1(n+1)}) + \Delta\varphi_{л3} i_{2(n+1)} + \dots \\ & \dots + (\Delta\varphi_{л(2n-3)} i_{(n-1)(n+1)}) + (\Delta\varphi_{л(2n-1)} i_{n(n+1)}), \end{aligned} \quad (21.10)$$

где $\Delta\varphi_{л1}$, $\Delta\varphi_{л3}$, ..., $\Delta\varphi_{л(2n-3)}$, $\Delta\varphi_{л(2n-1)}$ — люфтовые погрешности передач $z_1 z_2$, $z_3 z_4$, ..., $z_{2n-3} z_{2n-2}$, $z_{2n-1} z_{2n}$ каждой пары; $i_{1(n+1)}$, $i_{2(n+1)}$, ..., $i_{n(n+1)}$ — передаточные отношения передач.

Мертвый ход, вызванный упругими деформациями валов при реверсе, определяется двойным углом закручивания валов. Он не связан с кинематическими ошибками зубчатой передачи. Ошибка упругого мертвого хода в радианах выражается формулой

$$\Delta\varphi_y = 2 T l_k G J_p,$$

где T — крутящий момент на валу, Н·мм; l_k — длина закручиваемой части вала, мм; G — модуль сдвига материала вала, МПа; J_p — полярный момент инерции площади сечения вала, мм⁴ (для круглого сечения вала $J_p \approx 0,1 d^4$). Переводя значения $\Delta\varphi_y$ в угловые минуты, для стальных валов ($G = 8 \cdot 10^4$ МПа) круглого сечения получаем

$$\Delta\varphi_y = 0,88 T l_k d^4.$$

Упругий мертвый ход передачи, состоящей из n пар зубчатых колес и $(n+1)$ валов, приведенный к выходному валу, подсчитывается по формуле

$$\Delta\varphi_y = \frac{\Delta\varphi_{y1}}{i_{1(n+1)}} + \frac{\Delta\varphi_{y2}}{i_{2(n+1)}} + \dots + \frac{\Delta\varphi_{yn}}{i_{n(n+1)}} + \Delta\varphi_{y(n+1)}.$$

Уменьшение ошибок мертвого хода может быть достигнуто:
 а) повышением степени точности изготовления зубчатых передач;

б) рациональным распределением передаточного отношения по ступеням многозвенного механизма. Из формул (21.8) и (21.10) видно, что на ошибку выходного звена влияет значение передаточных отношений, причем ошибка уменьшается, если увеличивать передаточные отношения тихоходных ступеней: $i_{12} < i_{34} < i_{56} \dots$. Для определения рационального распределения передаточного числа многоступенчатых передач разработаны графики и номограммы [35];

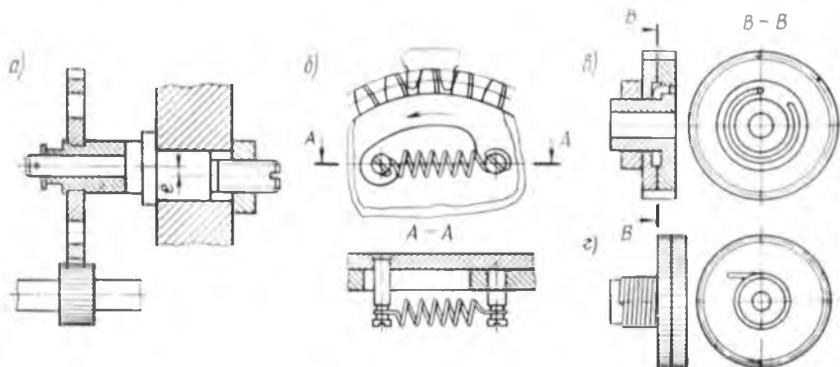


Рис. 21.9

в) регулированием бокового зазора за счет межосевого расстояния при сборке механизма, например с помощью втулки с эксцентриситетом e (рис. 21.9, а), позволяющей перемещать ось одного из колес;

г) применением в тихоходных ступенях механизма двойных колес, соединенных пружинами (варианты некоторых конструкций двойных колес показаны на рис. 21.9, б — г).

Устранение мертвого хода в червячных передачах достигается применением червяков с переменным шагом. Перемещая такой червяк в осевом направлении, можно компенсировать износ зубьев колеса и устранить боковой зазор.

ГЛАВА 22. ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ И ВАРИАТОРЫ

§ 22.1. Общие сведения

Фрикционные передачи — это передачи, в которых движение от ведущего звена к ведомому передается силами трения. Различают фрикционные передачи с жесткими рабочими телами и с гибкой связью (передачи с гибкой связью рассматриваются ниже в гл. 23). Различают фрикционные передачи для

преобразования вращательного движения ведущего звена во вращательное движение ведомого звена (рис. 22.1, *а, б*), применяемые в механизмах малой мощности, когда не требуется строго постоянства передаточного отношения, и передачи для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот (рис. 22.1, *в*), применяемые в самопишущих приборах, счетно-решающих устройствах и т. п. Фрикционные передачи выполняются с постоянным и регулируемым передаточным отношением (вариаторы).

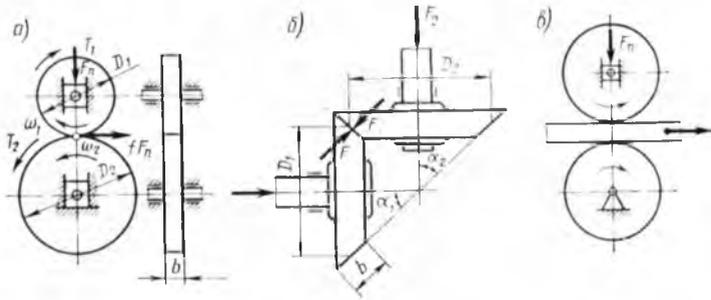


Рис. 22.1

Передаточное отношение фрикционных силовых передач может быть $i_{12} \leq 15$, а несильных ручных передач приборов $i_{12} \leq 25$.

Достоинствами фрикционных передач являются: простота конструкции; бесшумность работы; автоматическая защита от поломок при перегрузках; отсутствие мертвого хода; возможность бесступенчатого регулирования передаточного отношения.

К недостаткам фрикционных передач относятся: большие нагрузки на валы и подшипники; непостоянство передаточного отношения из-за упругого скольжения; неравномерный износ и опасность повреждения передачи из-за буксования.

§ 22.2. Передачи цилиндрическими и коническими фрикционными колесами

Если считать, что передача работает без проскальзывания, то из равенства окружных скоростей колес (рис. 22.1, *а*) имеем $\omega_1 D_1/2 = \omega_2 D_2/2$, откуда передаточное отношение передачи $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = D_2/D_1$.

В реальной передаче вследствие упругих деформаций колес происходит проскальзывание (упругое скольжение), обусловленное различными по знаку и значению напряжениями в зоне контакта ведущего и ведомого катков. Из-за упругого скольжения окружная скорость ведомого колеса меньше скорости ведущего и их разность зависит от упругих свойств материалов

катков и передаваемого момента. В связи с этим передаточное отношение фрикционной передачи определяется по формуле

$$i_{12} = \omega_1/\omega_2 = D_2/(D_1\zeta),$$

где ζ — коэффициент, учитывающий скольжение ($\zeta = 0,995$ для передач, работающих всухую; $\zeta = 0,95$ для передач, работающих в масле при больших передаточных отношениях). Тогда при заданном передаточном отношении

$$D_2 = D_1 i_{12} \zeta.$$

Передача движения прижатыми друг к другу с силой F_n колесами обеспечивается, если сила трения $F_f = fF_n$ будет больше окружного усилия $F_t = T_2/(0,5D_2)$ от полезного момента T_2 на ведомом колесе диаметром D_2 .

Необходимая сила сжатия колес

$$F_n = 2\beta T_2 / f D_2,$$

где β — коэффициент запаса сцепления ($\beta = 2 \dots 3$ для приборных и $\beta = 1,25 \dots 1,5$ для силовых передач); f — коэффициент трения (для стали по стали или по чугуну в масле $f = 0,04 \dots 0,05$; при работе всухую $f = 0,15 \dots 0,18$; для стали по текстолиту всухую $f = 0,2 \dots 0,25$).

Коническая фрикционная передача (рис. 22.1, б) состоит из двух конических колес и передает вращение между пересекающимися осями валов. Чаще всего угол между осями $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$. Средние диаметры колес и передаточное отношение определяют по формулам:

$$D_2 = D_1 i_{12} \zeta;$$

$$i_{12} = \omega_1/\omega_2 = D_2/(D_1\zeta) = \operatorname{tg} \alpha_2 \zeta = \operatorname{ctg} \alpha_1 \zeta.$$

Обычно передаточное отношение $i_{12} < 4$.

Значения осевых сил прижатия колес следующие:

$$F_1 = F_n \sin \alpha_1; \quad F_2 = F_n \sin \alpha_2.$$

Тогда

$$F_1 = \beta F_t \sin \alpha_1 / f.$$

Если $\alpha_1 < \alpha_2$, то $F_1 < F_2$ и нажимное устройство целесообразнее ставить на меньшем колесе. Для неметаллических колес ширина колес b (рис. 22.1, а, б) чаще всего определяется по допустимому отношению $[q]$ силы к длине контактной линии. Для цилиндрических катков

$$b = F_n / [q];$$

для конических катков

$$b = F_1 / [q] \sin \alpha_1.$$

Допускаемое давление $[q]$ принимают в зависимости от материала катков; например, у текстолита по стали или чугуну $[q] = 40 \dots 80$ кН/м; у фибры по стали или чугуну $[q] = 35 \dots 40$ кН/м. Для металлических колес (коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$) контактные напряжения определяют по формуле Герца:

$$\sigma_{H1} = 0,418 \sqrt{F_n E_n (b \rho_n)} \leq [\sigma_{H1}]. \quad (22.6)$$

Здесь E_n — приведенный модуль упругости, МПа; ρ_n — приведенный радиус кривизны для конических колес, мм; $[\sigma_{H1}]$ — допускаемое контактное напряжение, МПа: для стальных колес в сухую $[\sigma_{H1}] = (12 \dots 15)$ НВ; для стальных колес в масле $[\sigma_{H1}] = (25 \dots 30)$ НВ; для чугунных колес $[\sigma_{H1}] = 1,5\sigma_{в.и.}$, где $\sigma_{в.и.}$ — предел прочности при изгибе. Коэффициент полезного действия фрикционных передач $\eta = 0,9 \dots 0,95$. Сведения по расчету фрикционных передач на выносливость даны в литературе [15].

§ 22.3. Фрикционные вариаторы

Фрикционные передачи с плавным изменением частоты вращения ведомого вала называются вариаторами. Они используются в некоторых счетно-решающих устройствах. Конструкции вариаторов могут быть весьма разнообразны. Наиболее распространены вариаторы с непосредственным контактом ведущего и ведомого звеньев и вариаторы с промежуточными элементами.

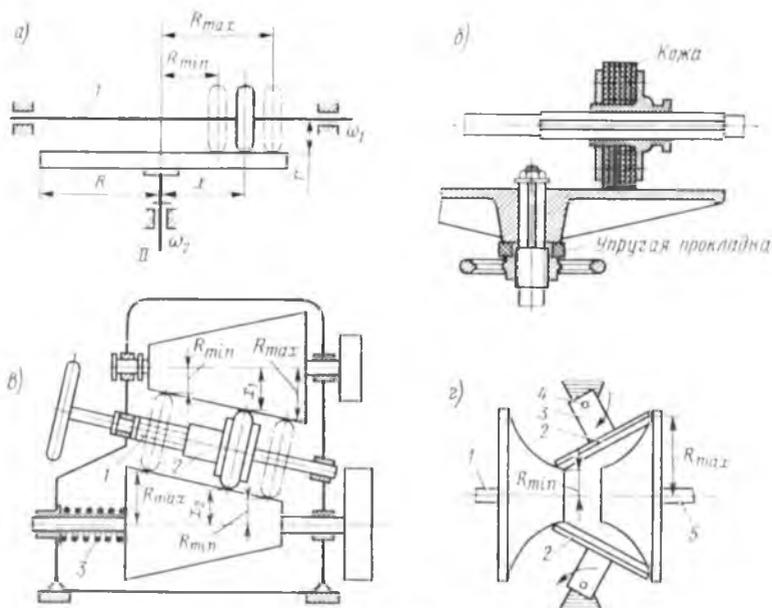


Рис. 22.2

Лобовой вариатор. Схема лобового вариатора показана на рис. 22.2, а, а конструкция катков — на рис. 22.2, б. На ведущем валу 1, вращающемся с угловой скоростью ω_1 , насажен диск с радиусом r , который может перемещаться вдоль оси. Ведомый вал 2 с диском радиуса R прижимается к колесу ведущего вала. Изменение передаточного отношения осуществляется перемещением ведущего диска по оси, при этом радиус ведомого диска меняется от R_{\min} до R_{\max} . Минимальное и максимальное передаточные отношения определяют по формулам:

$$i_{12\min} = \omega_1 / \omega_{2\max} = R_{\min} / (r^2); \quad i_{12\max} = \omega_1 / \omega_{2\min} = R_{\max} / (r^2).$$

Диапазон регулирования угловой скорости ведомого вала

$$D = \omega_{2\max} / \omega_{2\min} = i_{12\max} / i_{12\min}.$$

Для лобовых вариаторов $D = 2 \dots 3$.

Вариатор с промежуточным диском и коническими колесами. На рис. 22.2, в показан вариатор, состоящий из двух конических колес, между которыми зажат каток, свободно посаженный на ось. Каток может перемещаться вдоль образующих конусов, при этом меняются размеры x_1 и x_2 радиусов конусов. Передаточное отношение вариатора $i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = x_2 / x_1$; диапазон регулирования $D = i_{12\max} / i_{12\min} = (R_{\max} / R_{\min})^2$.

Торовый вариатор (рис. 22.2, г). На концах ведущего 1 и ведомого 5 валов насажены две чашки-диска с торowymi поверхностями. Передача осуществляется с помощью двух промежуточных роликов 2, свободно вращающихся на осях 3 и зажатых между дисками. Различные передаточные отношения получают поворотом осей роликов вокруг шарниров 4.

Вариатор шарикового типа. Конструкция лобового вариатора, у которого ведущий ролик заменен двумя шариками, помещенными в обойму, показана на рис. 22.3. Передача движения

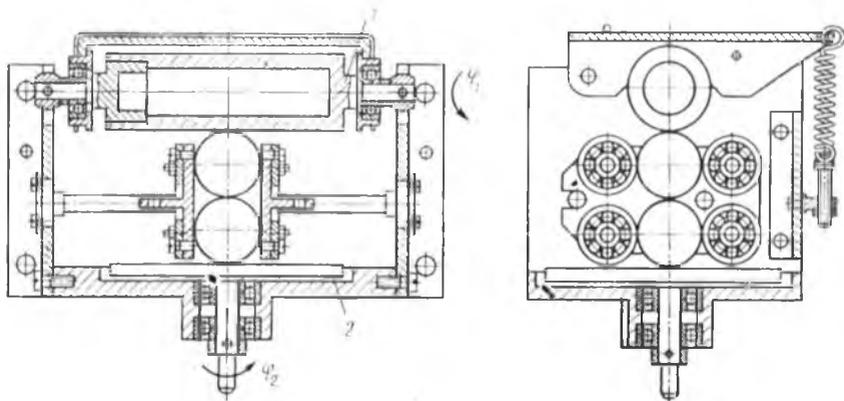


Рис. 22.3

между валиком 1 и диском 2 осуществляется через шарики. Для изменения передаточного отношения обойма с шариками перемещается вправо или влево по цилиндрическим направляющим. Такие вариаторы передают небольшие моменты и служат как вычислительные механизмы для получения квадратов угла поворота ведущего звена φ_1 , для логарифмирования угла поворота φ_2 , а в сочетании с другими винтовыми, зубчатыми и дифференциальными механизмами — для интегрирования, возведения в степень, умножения.

ГЛАВА 23. ПЕРЕДАЧИ ГИБКОЙ СВЯЗЬЮ

§ 23.1. Общие сведения

Передачи гибкой связью применяются при больших межосевых расстояниях, а также для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот. Передача состоит из ведущего и ведомого колес (шкивов, барабанов или звездочек) и охватывающей их гибкой связью (ремня, шнура, стальной ленты, проволоки или цепи). В соответствии с типом гибкой связи различают ленточные, плоскоременные, клиноременные, круглоременные и цепные передачи. Наибольшее применение в периферийных устройствах ЭВМ и приборах находят передачи плоскоременные, клиноременные и передачи зубчатым ремнем.

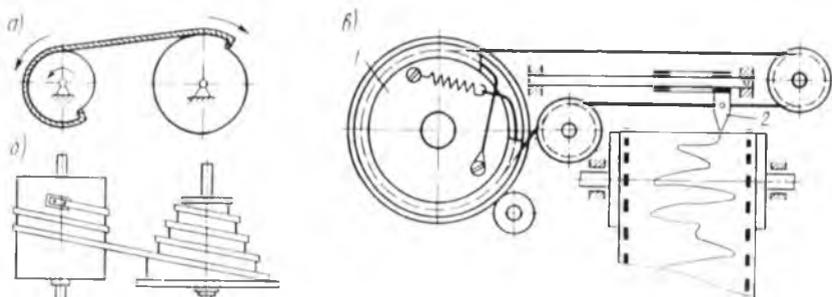


Рис. 23.1

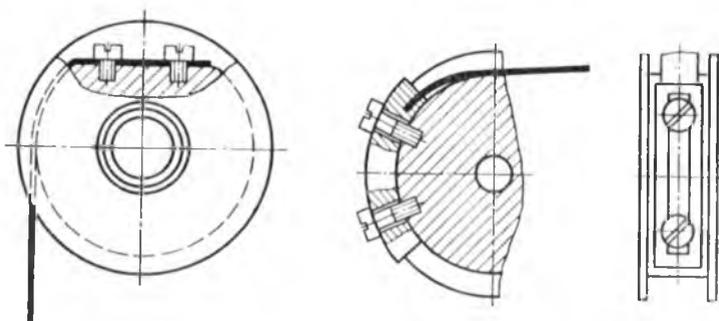


Рис. 23.2

Передачи с непосредственным соединением. На рис. 23.1 показаны некоторые схемы передач гибкой связью с непосредственным соединением, в которых концы гибкой связи прикреплены к ведущим и ведомым звеньям (колесу или барабану), чтобы исключить возможность проскальзывания и обеспечить точное передаточное отношение. Гибкой связью в этом случае чаще всего служат стальные ленты или канатики. Толщина ленты (0,05 ... 1,5 мм) и ее ширина (2,5 ... 60 мм), как и площади сечения канатиков, стандартизованы.

Передача гибкой связью на рис. 23.1 *б* имеет переменное передаточное отношение. На рис. 23.1, *в* показана схема регистрирующего механизма автоматического потенциометра, преобразующего вращательное движение барабана 1 в поступательное движение указателя 2.

На рис. 23.2 показаны некоторые способы крепления концов гибкой связи в передачах с непосредственным соединением. Для нормальной работы передачи необходимо постоянное натяжение гибкой связи, например с помощью пружин. Сила натяжения стальной ленты определяется по формуле

$$F = bh^2 [\sigma_n] / 6r, \quad (23.1)$$

где b и h — соответственно ширина и толщина ленты; $[\sigma_n] = 10 \dots 12$ МПа — допускаемое напряжение при изгибе; r — наименьший допускаемый радиус ролика или барабана (эта величина регламентирована ГОСТом в зависимости от толщины h ленты).

Передачи трением. К этим передачам относятся передачи, например, шнуром (пассиком), гибкой лентой (ремнем). Передача состоит из ведущего и ведомого шкивов (колес) и бесконечного ремня, надетого на шкивы с предварительным натяжением. Передача движения между шкивами осуществляется за счет трения между шкивами и гибким звеном.

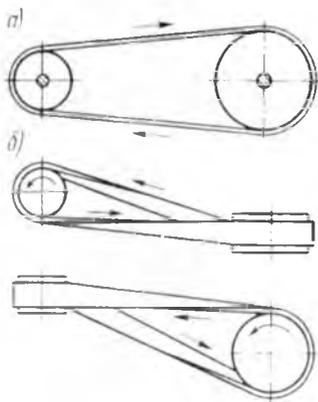


Рис. 23.3

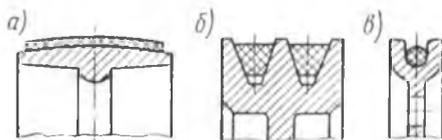


Рис. 23.4

На рис. 23.3, *а* показана схема ременной передачи при параллельных осях шкивов, а на рис. 23.3, *б* — при перекрещивающихся осях. На рис. 23.4, *а* — *в* показаны форма поперечного сечения ремня и сечения шкивов соответственно передачи плоским ремнем, клиновыми ремнями и круглым ремнем-шнуром.

Круглоремennые передачи применяются в приборостроении. *Плоскоремennые* и *клиноремennые* передачи применяются в приводах машин и приборов между валами с параллельными осями, при передаточном отношении $i_{12} \leq 6$, при скоростях ремня $v = 5 \dots 30$ м/с и мощностях $P = 0,3 \dots 5$ кВт.

Коэффициент трения пары материалов шкива и ремня должен иметь большое значение. Кроме того, ремень должен обладать высоким сопротивлением усталости. Ремни могут быть бесшовные и шивные. Наибольшее распространение получили прорезиненные плоские ремни. Находят применение также хлопчатобумажные цельнотканые ремни с пропиткой специальным составом и плоские ремни из синтетических материалов, которые обладают большой прочностью и долговечностью. Основные размеры плоских синтетических ремней:

Ширина b , мм	Толщина h , мм	Длина l , мм
10; 17; 20; 25	0,4 ... 0,6	250 ... 950
30	0,4 ... 0,6	1000 ... 1400
40	1,0 ... 1,2	1500 ... 2000

Предельная скорость для этих ремней $v_{\max} = 75$ м/с. Рекомендуемые отношения $D_{\min}/h = 100 \dots 150$, где D_{\min} — минимальный диаметр шкива.

Клинозные ремни не имеют швов и по сечению состоят из кордотканевого слоя 1, резинового или резиноктаневого слоя 2 и обертки 3 в виде слоев прорезиненной ткани (рис. 23.5).

Круглые ремни имеют диаметр 3 ... 12 мм. Их изготавливают из прорезиненного хлопчатобумажного волокна, кожи, шелка, нейлона или стали. Допускаемое отношение $D_{\min}/d_{\text{рем}} \approx \approx 20$, где $d_{\text{рем}}$ — диаметр ремня. Профиль канавок на шкиве делают полукруглой или трапециевидной формы с углом 40° .

Достоинствами ремennых передач являются плавность и бесшумность работы и простота

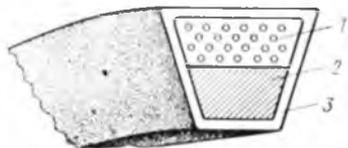


Рис. 23.5

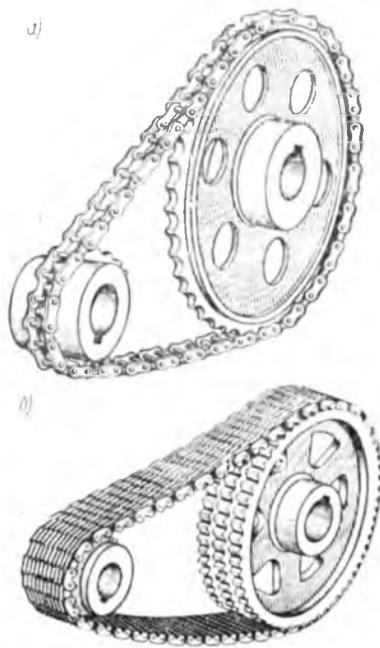


Рис. 23.6

устройства. Недостатком этих передач является непостоянство передаточного отношения и значительные нагрузки на опоры.

Передачи гибкой связью зацеплением. К этому виду передач относятся цепные передачи, передачи перфорированной лентой и передачи зубчатыми ремнями. Цепная передача (рис. 23.5) состоит из ведущей и ведомой звездочек, охватываемых бесконечной цепью, звенья которой входят в зацепление с зубьями звездочек.

Цепные передачи с *втулочно-роликовыми цепями* (рис. 23.6, а) и *зубчатыми цепями* (рис. 23.6, б) применяют в приводах мощностью $P = 0,3 \dots 100$ кВт при скоростях $v \leq 20$ м/с у втулочно-роликовых и $v \leq 35$ м/с у зубчатых цепей. К недостаткам цепных передач относят непостоянство мгновенного передаточного отношения из-за неравномерного движения цепи, что приводит к большим динамическим нагрузкам.

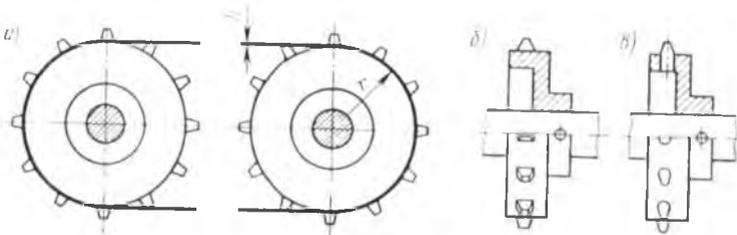


Рис. 23.7

Передача перфорированной лентой (рис. 23.7, а) состоит из ведущего и ведомого зубчатых барабанов, охваченных перфорированной лентой. Барабаны могут иметь зубья прямоугольного сечения (рис. 23.7, б) и вставные зубья круглого сечения (рис. 23.7, в). Наименьший радиус барабана r выбирается в зависимости от толщины h стальной холоднокатаной ленты. Шаг перфорации выбирают в пределах $t = 6 \dots 20$ мм в зависимости от толщины ленты. Достоинством передачи по сравнению с передачами трением является постоянство передаточного отношения и меньшее давление на опоры барабанов.

У передач с зацеплением не наблюдается проскальзывания гибкого звена, меньше давление на опоры валов и более высокие тяговые характеристики.

§ 23.2. Кинематика и динамика ременной передачи

Если D_1 — диаметр малого шкива, а D_2 — диаметр большого шкива (рис. 23.8), то их окружные скорости

$$v_1 = \omega_1 D_1 / 2; \quad v_2 = \omega_2 D_2 / 2.$$

При $v_1 = v_2$ передаточное отношение

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = D_2 / D_1.$$

Это справедливо для передач с непосредственным соединением шкива с гибким звеном. В передачах трением ветви ремня имеют разное натяжение и разное упругое удлинение ремня. Изменение упругого удлинения ремня на шкиве по дуге охвата сопровождается его скольжением по шкиву и называется упругим скольжением. Упругое скольжение ремня по шкиву является причиной непостоянства передаточного отношения в ременной передаче. Упругое скольжение оценивают коэффициентом скольжения

$$\xi = (v_1 - v_2) / v_1.$$

Тогда $v_2 = v_1 (1 - \xi)$, откуда передаточное отношение

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = D_2 / [D_1 (1 - \xi)]. \quad (23.2)$$

Значение коэффициента скольжения принимают в пределах $\xi = 0,005 \dots 0,02$.

Угол обхвата ремнем меньшего шкива в градусах определяют по формуле

$$\alpha_1 = 180 - 57,3 (D_2 - D_1) / a > [\alpha_1], \quad (23.3)$$

где a — межосевое расстояние; $[\alpha_1] > 150^\circ$ для плоских ремней и $[\alpha_1] > 120^\circ$ для клиновых ремней. Угол между ветвями ремня $\gamma = 180^\circ - \alpha_1$.

Для нормальной работы необходимо создать начальное (предварительное) натяжение ремня F_0 . Если F_1 и F_2 — натяжения ведущей и ведомой ветвей ремня, то окружная сила F_t передачи определяется по формуле

$$F_t = F_1 - F_2 = 2T_1 / D_1,$$

где $F_1 = F_0 + F_t / 2 = T_1 + T_1 / D_1$; $F_2 = F_0 - F_t / 2 = T_1 - T_1 / D_1$; $F_0 = \sigma_0 A$. Здесь T_1 — передаваемый момент; $A = bh$ — площадь поперечного сечения ремня; σ_0 — предварительное напряжение ремня. Для прорезиненных и текстильных ремней $\sigma_0 = 1,6 \dots 2$ МПа; для ремней из синтетических волокон с покрытием из полиамида $\sigma_0 = 7,5$ МПа; для тонких пленочных ремней с полиамидной основой толщиной $h \leq 1$ мм $\sigma_0 = 12 \dots 15$ МПа.

Минимальный диаметр шкива зависит от размеров поперечного сечения ремня и его жесткости. Для круглых ремней диаметр малого шкива рекомендуется принимать в пределах $D_1 = (20 \dots 30) d_{\text{рем}}$, где $d_{\text{рем}}$ — диаметр ремня. Для плоских ремней $D_1 = (25 \dots 50) h$, где h — толщина ремня, и для клиновых $D_1 = (5 \dots 8) h$, где h — высота сечения клинового ремня.

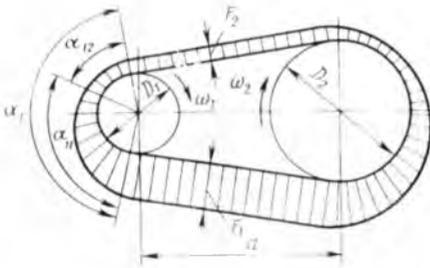


Рис. 23.8

Соотношение между силами F_1 и F_2 (рис. 23.8) определяется по формуле Эйлера

$$F_1 = F_2 \exp(f\alpha_1),$$

где f — коэффициент трения. Для прорезиненных ремней и стальных или чугунных шкивов $f = 0,3$ и для хлопчатобумажных ремней $f = 0,21$. Эта формула справедлива, если на всей дуге шкива, определяемой углом α_1 , нет проскальзывания ремня и если пренебречь влиянием веса, жесткости и центробежных сил ремня. Однако на части дуги охвата, определяемой углом α_{11} , из-за изменения упругих удлинений ремня возникает упругое скольжение и угол обхвата уменьшается до значения

$$\alpha_{11} \leq (0,8 \dots 0,85) \alpha_1. \quad (23.4)$$

В приборных передачах ввиду малых нагрузок проверка прочности ремня не проводится. Расчет передачи ведется в следующем порядке: по известным геометрическим размерам передачи и моменту T_1 на ведущем шкиве определяется полезная окружная сила

$$F_t = 2T_1/D_1.$$

По формулам (23.3) и (23.4) определяют угол α_1 и угол α_{11} . Необходимое предварительное натяжение определяется по формуле

$$F_0 = F_1 - F_2 = 0,5F_t \frac{\exp(f\alpha_{11}) + 1}{\exp(f\alpha_{11}) - 1}. \quad (23.5)$$

При расчете круглоремennых передач в формулу (23.5) подставляют приведенный коэффициент трения $f' = 1,27f$, а для клиноремennой передачи $f' = f \cos(\gamma/2)$, где γ — угол канавки шкива.

Силы от натяжения ветвей ремня (рис. 23.9), действующие на валы шкивов, определяют из параллелограмма сил по формуле

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \gamma} \approx 2F_0 \cos(\gamma/2).$$

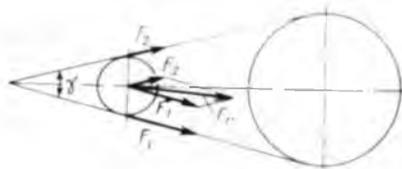


Рис. 23.9

Угол $\gamma/2 = 90^\circ - \alpha_1/2$, где α_1 — угол обхвата меньшего шкива. Отсюда

$$F_r \approx 2F_0 \sin(\alpha_1/2). \quad (23.6)$$

Кпд ремennой передачи зависит от потерь при скольжении ремня, потерь от сопротивления воздуха и потерь на внутреннее трение в ремне. Для плоскоремennых передач обычно принимают $\eta = 0,96$, для клиноремennых $\eta = 0,95$.

§ 23.3. Расчет ременной передачи по тяговой способности

Основными критериями работоспособности ременных передач являются тяговая способность и долговечность. Тяговая способность определяется силами сцепления между ремнем и шкивами. Расчет ремня основан на кривых скольжения (рис. 23.10), построенных в координатах: коэффициент тяги φ — относительное упругое скольжение ξ . Коэффициент тяги представляет относительную нагрузку:



Рис. 23.10

$$\varphi = F_t / (F_1 + F_2) = F_t / 2F_0 = \sigma_p / 2\sigma_0,$$

где $\sigma_p = F_t / (bh)$ — напряжение ремня от полезной нагрузки. Кривые скольжения получают экспериментально, повышая полезную нагрузку F_t при постоянном F_0 . При $\varphi < \varphi_0$ скольжение вызывается упругими деформациями ремня

которые пропорциональны нагрузке. При дальнейшем росте нагрузки скольжение возрастает и при $\varphi = \varphi_{\max}$ начинается буксование ремня. Кпд передачи η сначала возрастает, а при $\varphi > \varphi_0$ начинает уменьшаться.

Размеры поперечного сечения плоского ремня выбирают по критерию тяговой способности из условия

$$\sigma_p = F_t / (bh) < [\sigma_p] = [\sigma_p]_0 c. \quad (23.7)$$

Здесь $[\sigma_p]_0$ — допускаемое полезное напряжение — выбирается по кривым скольжения для типовой передачи.

Так, при $\sigma_0 = 1,8$ МПа; $h/D_1 = 1,25$; $\alpha_1 = 180^\circ$ и $v = 10$ м/с для плоских прорезиненных ремней $[\sigma_p]_0 = 2,1$ МПа; для тканых хлопчатобумажных ремней $[\sigma_p]_0 = 1,7$ МПа. Для ремней из синтетических волокон при $\sigma_0 = 7,5$ МПа, $h/D_1 = 1,100$, $\alpha_1 = 180^\circ$ и $v = 10$ м/с $[\sigma_p]_0 = 6$ МПа.

Влияние параметров передачи и условий ее работы учитывается коэффициентом

$$c = c_a c_v c_z c_m.$$

Коэффициент c_0 учитывает условия натяжения ремня и расположение осей передачи:

Угол наклона линии центров к горизонту	$< 60^\circ$	$60^\circ \dots 80^\circ$	$80^\circ \dots 90^\circ$
Коэффициент c_0	1	0,9	0,8

Коэффициент c_a учитывает влияние угла обхвата α_1 на малом шкиве:

Угол обхвата α_1	80°	100°	120°	140°	160°	180°
Коэффициент c_a плоскоременной передачи	—	0,76	0,82	0,88	0,94	1,0
То же, клиноременной передачи	0,62	0,74	0,83	0,89	0,95	1,0

Коэффициент c_v учитывает влияние центробежных сил:

Скорость ремня v , м/с	1	5	10	15	20	25	30
Коэффициент c_v прорезиненных ремней	1,04	1,03	1,0	0,95	0,88	0,79	0,68
То же, синтетических ремней	1,03	1,01	1,0	0,99	0,97	0,95	0,92

Коэффициент c_b учитывает режим работы:

Характер нагрузки	Равномерная	С умеренными колебаниями	Со значительными колебаниями	Ударная
Пусковая нагрузка в процентах от номинальной	$\leq 120\%$	150%	$\leq 200\%$	$\leq 300\%$
Коэффициент c_b	1,0	0,9	0,8	0,7

Расчет плоскоременной передачи. При проектировании передачи по известным полезной окружной силе F_t и величинам $[\sigma_p]_0$ и c определяют площадь bh поперечного сечения плоского ремня по формуле (23.7) и по стандарту выбирают подходящий ремень. Ширина шкива в мм

$$B = 1,1b + (3 \dots 10),$$

где b — ширина ремня, мм.

Ориентировочное межосевое расстояние $a = (1,5 \dots 2)(D_1 + D_2)$. При выбранной длине ремня L значение a определяют по формуле

$$a = 0,125 \{ 2L - \pi(D_1 + D_2) + \sqrt{[2L - \pi(D_1 + D_2)]^2 - 8(D_2 - D_1)^2} \}. \quad (23.8)$$

Проверку передачи на долговечность можно провести по критерию количества пробегов в секунду $u = v/L \leq [u]$. Для плоскоременной передачи $[u] = 5,1 \text{ с}^{-1}$; для клиноременной $[u] = 10 \text{ с}^{-1}$. При этом время нормальной эксплуатации ремней составляет 2000... 5000 ч.

Расчет клиноременной передачи. Клиноременная передача по сравнению с плоскоременной имеет меньшее скольжение, большую несущую способность и меньшее межосевое расстояние $a_{\min} = 0,6(D_1 + D_2)$.

По сечению ремни имеют семь типоразмеров: О, А, Б, В, Г, Д и Е (ГОСТ 1284—68). В периферийных устройствах ЭВМ чаще применяются ремни типов О и А, площади сечений которых соответственно равны 47 и 81 мм². Усилие предварительного натяжения для ремня типа О рекомендуется $2F_0 = 110 \dots 170$ Н, а типа А $2F_0 = 200 \dots 300$ Н. Диаметр шкива для ремня типа О $D_{\min} \geq 63$ мм, для ремня типа А $D_{\min} = 90$ мм. Используя формулу (23.7), число ремней можно определить по формуле

$$z = F_t [\sigma_p]_0 A c_\alpha c_v, \quad (23.9)$$

где A — площадь сечения ремня. Значение $[\sigma_p]_0$ зависит от диаметра шкива D_1 и типа ремня.

Для ремня типа О при $D_1 = 70$ мм $[\sigma_p]_0 = 1,45$ МПа, при $D_1 = 90$ мм $[\sigma_p]_0 = 1,65$ МПа; для ремня типа А при $D_1 = 100$ мм $[\sigma_p]_0 = 1,51$ МПа, при $D_1 = 125$ мм $[\sigma_p]_0 = 1,7$ МПа.

§ 23.4. Расчет передачи с зубчатым ремнем

Зубчатые ремни изготавливают из эластичной пластмассы или резины, армированных стальными тросиками диаметром $d = 0,3 \dots 0,8$ мм, полиамидным кордом или тросиками из стекловолокна. Зубчатый ремень (рис. 23.11) характеризуется модулем зацепления $m = p_p / \pi = 2 \dots 10$ мм ($p_p = 6,28 \dots 31,4$ мм — шаг ремня). Высота трапециевидных зубьев $h = 0,6 m$; наименьшая толщина зуба $s = m$; угол профиля $2\beta = 50^\circ$, толщина ремня в миллиметрах $H = m + 1$, а его расчетная длина $L = \pi m z_p$, где z_p — число зубьев ремня; ширина ремня $b = 8 \dots 80$ мм в зависимости от модуля; например, при $m = 2$ $b = 8; 10; 12; 12,5; 16$ мм; при $m = 3$ $b = 12,5; 16; 20; 25$ мм.

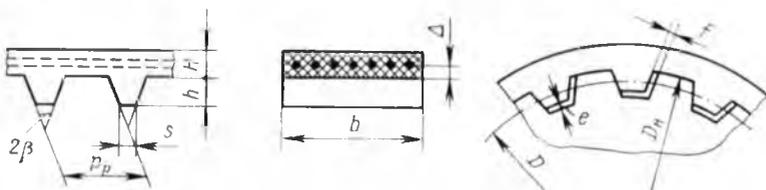


Рис. 23.11

Модуль m ремня выбирают в зависимости от передаваемой мощности. Например, при $P \leq 0,4$ кВт $m = 2, 3$; при $P = 0,4 \dots 3$ кВт $m = 3; 4$. Минимальный угол обхвата определяется числом зубьев ремня, находящихся в зацеплении; оно должно быть не менее шести.

Необходимая расчетная ширина ремня $b_p = F_p [F]$. Здесь $F_p = F_t k_g k_p k_0$ — расчетная нагрузка на ремень, зависящая от коэффициента перегрузки $k_g = 1,01 \dots 1,5$; коэффициента режима

работы $k_p = 1,0 \dots 1,5$; коэффициента, учитывающего способ натяжения: $k_0 = 1$ без ролика; $k_0 = 1,1$ при натяжном ролике. Допускаемые значения нагрузки на единицу ширины ремня $[F]$ зависят от модуля.

При $m = 2$ мм $[F] = 5$ Н/мм; при $m = 3$ мм $[F] = 10$ Н/мм; при $m = 4$ мм и диаметре тросика $d = 0,4$ мм $[F] = 15$ Н/мм, а при диаметре тросика $d = 0,75$ мм $[F] = 26$ Н/мм; при $m = 5$ мм $[F] = 35$ Н/мм и при $m = 7$ мм $[F] = 45$ Н/мм.

Делительные диаметры шкивов $D_1 = mz_1$ и $D_2 = mz_2$, где z_1 — число зубьев малого шкива, а $z_2 = z_1 i_{12}$ — число зубьев большого шкива. Передаточное отношение $i_{12} \leq 12$. При $m = 2 \dots 5$ мм, $z_{1\min} = 10 \dots 20$, при $m = 7 \dots 10$ мм $z_{1\min} = 20 \dots 26$; большие значения берут для больших скоростей. Наружные диаметры шкивов (рис. 23.11) $D_{н1} = mz_1 - 2\Delta$ и $D_{н2} = mz_2 - 2\Delta$, где $\Delta \approx 0,6 \dots 1,3$ мм. Для устранения возможности сбегания ремня на малом шкиве выполняют буртики. Шаг зубьев на наружном диаметре шкива $p_{ш} = \pi D_{н} z$, где $D_{н}$ и z — соответственно наружный диаметр и число зубьев шкива. Между зубьями шкива и ремня делают зазоры: боковой $f = (0,25 - 0,4) m$ и радиальный $e = (0,25 - 0,35) m$, где большие значения соответствуют меньшим модулям.

§ 23.5. Понятие о расчете цепных передач

Для расчета передачи должна быть известна передаваемая мощность P , частота вращения ведущей звездочки n_1 и частота вращения ведомой звездочки n_2 или передаточное отношение $i_{12} = n_1/n_2$. Оптимальное значение числа зубьев меньшей (обычно ведущей) звездочки выбирают в зависимости от значения передаточного отношения по формуле $z_{1\min} = 29 - 2i_{12}$ для втулочно-роликовых цепей, а в передачах с зубчатыми цепями $z_{1\min}$ берут на 20 ... 30% выше, чем для роликовых цепей.

Выбор значений шага p цепи производят по таблицам (ГОСТ 589—74). Делительный диаметр звездочки определяется по формуле $d = p/\sin(\pi/z)$. В приборостроении и ЭВМ в основном применяются втулочно-роликовые цепи с небольшим шагом $p \leq 20$ мм.

Межосевое расстояние цепной передачи выбирают из условия

$$a = (30 \dots 60) p,$$

где числовой коэффициент принимают тем больше, чем больше передаточное отношение. Угловая скорость ω_2 ведомой звездочки переменна при $\omega_1 = \text{const}$ и скорость цепи меняется: $v_{\max} > v > v_{\min} \cos(\pi/z)$.

Это вызывает в передаче динамические нагрузки, которые ограничивают предельную частоту вращения n_1 меньшей звез-

дочки. Наибольшая рекомендуемая частота вращения малой звездочки при $z_1 \leq 15$ характеризуется следующими значениями.

Шаг цепи p , мм	12,7	15,875	19,05	25,4	31,75
Частота вращения n , об/мин	1250	1000	900	800	630

Число зубьев меньшей звездочки зависит от передаточного отношения:

Передаточное отношение i_{12} ...	1	2	3	4	5	6
Минимальное число зубьев z_{\min}	31	27	25	23	21	17

Наибольшее полезное усилие для втулочно-роликовой цепи рекомендуется выбирать по эмпирической формуле

$$F_{\max} = F_{\text{разр}} n_b k,$$

где $F_{\text{разр}}$ — разрушающая нагрузка, принимаемая по таблицам (ГОСТ 13568—75) для втулочно-роликовых цепей; $n_b = 7 \dots 19,5$ — коэффициент безопасности; $k = 1 \dots 2,5$ — коэффициент эксплуатации передачи, учитывающий характер нагрузки, качество смазки и расположение передачи в пространстве.

ГЛАВА 24. МЕХАНИЗМЫ РЫЧАЖНЫЕ, ПРЕРЫВИСТОГО ДЕЙСТВИЯ И ВИНТОВЫЕ

§ 24.1. Рычажные механизмы

В состав рычажных механизмов входят вращательные и поступательные пары. Благодаря наличию в рычажных механизмах только низших пар они могут передавать значительные усилия при высоком кпд. Однако эти механизмы могут воспроизводить только некоторые виды функций положения и не могут обеспечить любой наперед заданный закон движения выходного звена. В приборных и вычислительных устройствах наибольшее распространение получили механизмы шарнирных трех- и четырехзвенников, например синусный, тангенсный, поводковый, кулисный, кривошипно-ползунный механизмы. Методы кинематического исследования и силового расчета этих механизмов рассмотрены в гл. 4 и 6. Поэтому здесь рассмотрим вопросы расчета их геометрических параметров по заданным условиям.

Характер преобразования движения входного звена в движение выходного звена зависит от схемы механизма и ее параметров.

Например, любой прибор можно рассматривать как преобразователь входного сигнала измеряемой величины x в выходной сигнал y на отсчетном устройстве. Механизм прибора преобразует величину x (в виде углового или линейного перемещения) в величину y (перемещения указателя прибора). Функция $y = f(x)$ является функцией положения механизма, по которой подбравшись схема и параметры схемы механизма.

Схема механизма для воспроизведения заданной функции обычно определяется путем ее сравнения с известными функциями положения различных механизмов. После выбора схемы подбирают ее параметры, чтобы механизм наиболее точно воспроизводил заданную зависимость.

Шарнирный четырехзвенник. Этот механизм используется в счетно-решающих устройствах, лентопротяжных механизмах, дроссельных расходомерах, дифференциальных мановакуумметрах и других устройствах. Шарнирный четырехзвенник имеет три разновидности: кривошипно-коромысловый, двухкривошипный и двухкоромысловый. Эти разновидности отличаются соотношением размеров их звеньев.

Кривошипно-коромысловый механизм (рис. 24.1) преобразует вращательное движение кривошипа AB в качательное движение коромысла CD . Рассмотрим задачу определения длин звеньев шарнирного четырехзвенника по заданным условиям.

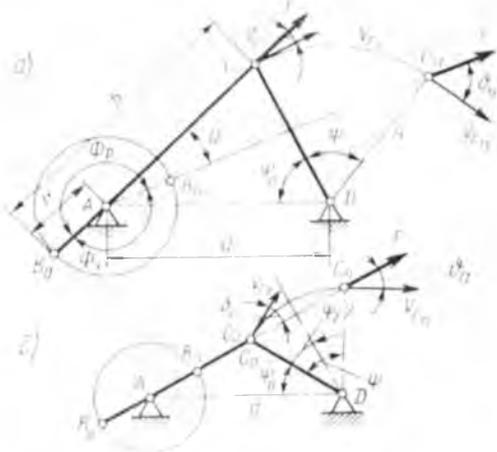


Рис. 24.1

1. Заданы: длина коромысла R и угол его рычага ψ ; определить: длины звеньев a, b, r

Положения C_0D и C_nD (рис. 24.1, а) представляют заданные положения выходного звена — коромысла. Межосевое расстояние a и положение точки A могут быть выбраны конструктором произвольно. Тогда определится угол ψ_0 . Остальные размеры — радиус кривошипа r и длину шатуна b — определяют исходя из рассмотрения двух крайних положений механизма:

$$b + r = AC_n = a^2 + R^2 - 2aR \cos(\psi_0 + \psi);$$

$$b - r = AC_0 = a^2 + R^2 - 2aR \cos \psi_0.$$

Отсюда

$$r = (AC_n - AC_0)/2; \quad b = (AC_n + AC_0)/2.$$

Работа механизма зависит от углов давления. Углом давления называют угол θ , образуемый *вектором скорости* точки приложения силы и *вектором силы* F , действующей на выходное звено (без учета силы трения). От углов давления зависят значения реакций в кинематических парах и, следовательно, КПД механизма. На рис. 24.1, а, б показаны углы давления θ_0 и θ_n в шарнире C в крайних положениях коромысла. Для уменьшения углов давления рекомендуется выбрать такой угол ψ_0 , при котором продолжение хорды C_0C_n будет проходить через точку A

(рис. 24.1, б). Тогда $\cos(\Psi_0 + \Psi/2) = [R \cos(\Psi/2)]/a$, откуда определяется Ψ_0 . В таком механизме время прямого хода равно времени обратного хода коромысла.

В общем случае время рабочего хода коромысла характеризуется углом поворота кривошипа Φ_p , а время обратного (холостого) хода углом Φ_x . Их отношение

$$K = \Phi_p/\Phi_x = (180^\circ + \theta)/(180^\circ - \theta)$$

называется коэффициентом увеличения средней скорости. Угол θ определяется из формулы

$$\theta = 180^\circ(K - 1)/(K + 1). \quad (24.1)$$

2. Заданы: Длина коромысла R , угол размаха Ψ и коэффициент увеличения средней скорости K коромысла; определить: длины звеньев a , b и r .

По формуле (24.1) определяют угол θ . В этом случае положение точки A не может быть выбрано произвольно. Если C_0D и C_nD представляют собой заданные положения коромысла (рис. 24.2), то точка A должна лежать на окружности m , являющейся геометрическим местом вершин угла θ , опирающегося на хорду C_0C_n . Центр окружности O находится посередине гипотенузы прямоугольного треугольника C_0C_nN .

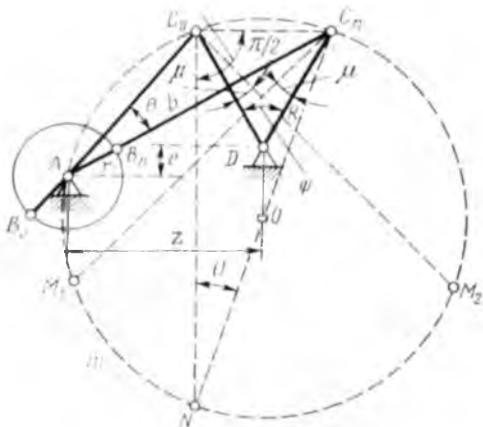


Рис. 24.2

Хотя точка A может быть расположена в любом месте по окружности m , ее место следует выбрать так, чтобы не получить в положениях C_0 и C_n недопустимо больших углов давления. Если из точек C_0 и C_n провести лучи под углом $\mu = 90^\circ - \vartheta_{\text{доп}}$ к отрезкам C_0D и C_nD , то опору A следует располагать на дугах

$M_1\widehat{C}_0$ и $M_2\widehat{C}_n$, иначе угол давления будет больше допустимого. Радиус r и длину шатуна b определяют по формулам из предыдущего примера. Для механизма с вращательными парами ориентировочное значение угла $\vartheta_{\text{доп}} = 45^\circ$.

В ряде случаев для выбора положения точки A на дуге \widehat{C}_0M_1 целесообразно дополнительно задать размер z или e из конструктивных соображений.

В приборных механизмах часто требуется спроектировать шарнирный четырехзвенник, кривошип которого не совершает полный оборот, а поворачивается на заданный угол φ . При этом коромысло поворачивается на заданный угол Ψ . Закон движения входного звена и требуемый закон движения выходного звена известны, т. е. задается функция положения механизма в виде $\Psi = f(\varphi)$ и требуется спроектировать механизм шарнирного четырехзвенника, воспроизводящий заданную функцию.

Шарнирный четырехзвенник (рис. 24.3, а) определяется

шестью независимыми параметрами: длинами звеньев l_1, l_2, l_3, l_0 и углами наклона входного и выходного звеньев φ и ψ .

Если определять относительные размеры звеньев, то, принимая $l_1/l_1 = r = 1$; $l_2/l_1 = b$; $l_3/l_1 = R$ и $l_0/l_1 = a$, получим пять параметров, подлежащих определению, l, R, a, φ, ψ .

Пусть известна функция $\psi = f(\varphi)$ положения механизма. Составим для произвольного i -го положения (рис. 24.3, б) уравнение проекций векторного многоугольника механизма на оси координат x и y :

$$\cos \varphi_i + b \cos \delta_i = R \cos \psi_i - a,$$

$$\sin \varphi_i + b \sin \delta_i = R \sin \psi_i.$$

Возводя почленно оба равенства в квадрат, исключаем из уравнений угол δ_i :

$$R \cos \varphi_i - \frac{R \cos (\psi_i - \varphi_i)}{a} + \frac{a^2 + R^2 + 1 - b^2}{2a} \cos \varphi_i = 0.$$

Вводя обозначения

$$p_0 = R; \quad p_1 = -\frac{R}{a};$$

$$p_2 = \frac{a^2 + R^2 + 1 - b^2}{2a}, \quad (24.2)$$

приходим к уравнению

$$p_0 \cos \psi_i + p_1 \cos (\psi_i - \varphi_i) + p_2 - \cos \varphi_i = 0. \quad (24.3)$$

Если требуется спроектировать механизм по трем заданным положениям, т. е. при заданных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ значения угла выходного звена должны принимать значения ψ_1, ψ_2, ψ_3 , то получим три уравнения с тремя неизвестными p_0, p_1, p_2 . Находя эти неизвестные, по формулам (24.2) определяем параметры механизма R, b и a .

Если требуется спроектировать механизм по числу положений более трех, то уравнение (24.3) даст систему уравнений с теми же тремя неизвестными. Так как число уравнений больше числа неизвестных, то задача может быть решена лишь приближенно.

Уравнение (24.3) для механизма, приближенно воспроизводящего заданную зависимость, имеет вид

$$p_0 \cos \psi_i + p_1 \cos (\psi_i - \varphi_i) + p_2 - \cos \varphi_i = \Delta_i, \quad (24.4)$$

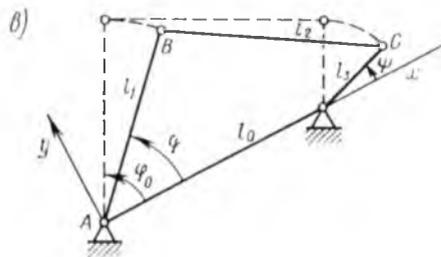
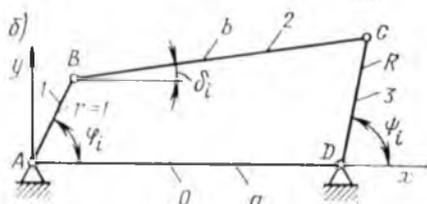
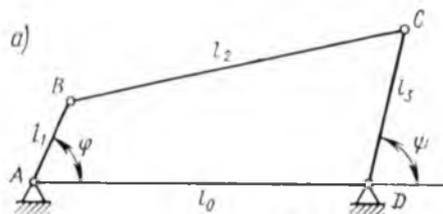


Рис. 24.3

где Δi — отклонение воспроизводимой функции от заданной функции в точке i . Задача проектирования механизма в этом случае сводится к определению таких ρ_0, ρ_1, ρ_2 , при которых отклонения были бы минимальными.

Эта задача решается с применением ЭВМ по известным в математике методам, которые рассмотрены в литературе по теории механизмов [3, 17, 36]. Если требуется реализовать приближенно линейную зависимость между углами поворота ведущего и ведомого звеньев, то за конечное следует принять такое расположение звеньев, при котором ведущее и ведомое звенья параллельны, а шатун BC перпендикулярен им (показано пунктиром на рис. 24.3, в). Для реализации линейной зависимости $\psi = k\varphi$ задаются длиной l_2 шатуна, а отношение длин ведущего и ведомого звеньев в первом приближении принимают $l_1/l_3 = k$. Длина l_0 определится по формуле $l_0 = \sqrt{l_2^2 + (l_1 - l_3)^2}$. Для произвольного положения механизма уравнения проекций векторного многоугольника на оси координат имеют вид

$$\begin{aligned} l_1 \cos \varphi + l_2 \cos \delta &= l_3 \cos \psi + l_0, \\ l_1 \sin \varphi + l_2 \sin \delta &= l_3 \sin \psi. \end{aligned}$$

Исключая угол δ , находим

$$\begin{aligned} l_2^2 &= (l_0 - l_3 \cos \psi - l_1 \cos \varphi)^2 - (l_3 \sin \psi - l_1 \sin \varphi)^2 = \\ &= l_0^2 - l_3^2 - l_1^2 - 2l_3l_1(\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi) - \\ &\quad - 2l_0(l_3 \cos \psi - l_1 \cos \varphi). \end{aligned} \quad (24.5)$$

В среднем положении, когда ведущее и ведомое звенья параллельны ($\varphi = \psi = \varphi_0$), получим формулу для определения угла φ_0 в виде

$$\cos \varphi_0 [l_3^2 - l_0^2 - (l_3 - l_1)^2] [2l_0(l_3 - l_1)].$$

Задавая углы φ в заданном интервале и подставляя в формулу (24.5), находим угол ψ . Погрешность схемы определяют по формуле

$$\Delta = \psi - k\varphi.$$

Если необходимо, корректируют отношение $k = l_1/l_3$ и вновь вычисляют величину Δ .

Кривошипно-ползунный механизм применяется в вариометрах, тахометрах, индикаторах, электроконтактных манометрах и других приборах. Исходными величинами для синтеза кривошипно-ползунного механизма обычно являются ход ползуна s , коэффициент увеличения средней скорости K и эксцентриситет h (рис. 24.4, а).

Зависимость между этими величинами и длинами кривошипа r и шатуна l можно определить из геометрических соотношений:

$$s^2 = (AC_0)^2 + (AC_n)^2 - 2(AC_0)(AC_n) \cos \theta.$$

Площадь треугольника AC_0C_n равна

$$sh/2 = [(AC_0)(AC_n) \sin \theta]/2.$$

Определяя угол θ по формуле (24.1) и учитывая, что $AC_0 = l - r$ и $AC_n = l + r$, получаем

$$\left. \begin{aligned} r &= 0,5s \sqrt{1 - 2(h/s)(1 - \cos \theta) \sin \theta}; \\ l &= 0,5s \sqrt{1 + 2(h/s)(1 + \cos \theta) \sin \theta} \end{aligned} \right\} \quad (24.6)$$

Кинематика кривошипно-ползунных механизмов рассмотрена в гл. 4. При $K=1$ угол $\theta=0$ — такой механизм называется центральным; у него $h=0$; $r=s/2$. В этом случае длина l вообще может быть произвольной, однако рекомендуется принимать $0,3 > r/l > 0,2$.

Кривошипно-ползунный механизм можно применить для преобразования вращательного движения входного звена (кривошипа) в поступательное движение выходного звена (ползуна). Функция положения $s(\varphi)$ может быть линейной или нелинейной. Для произвольного положения механизма уравнения проекций векторного многоугольника на оси координат (рис. 24.4, б) имеют вид

$$r \cos \varphi + l \cos \beta = s;$$

$$r \sin \varphi = h + l \sin \beta.$$

Из второго уравнения получаем

$$\sin \beta = (r \sin \varphi - h) / l = \lambda \sin \varphi - \nu,$$

где $\lambda = r/l$; $\nu = h/l$.

Тогда из первого уравнения

$$\begin{aligned} s &= r \cos \varphi + l \sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi - \nu)^2} \\ &= r (\cos \varphi + \lambda \sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi - \nu)^2}) \end{aligned} \quad (24.7)$$

Хорошее приближение функции $s(\varphi)$ к виду $s = k\varphi$, где k — коэффициент пропорциональности, механизм реализует, если $h=r$, а в среднем положении угол $\varphi = \pi/2$. Погрешность схемы определяется по формуле $\Delta = \varphi - ks$, где s определяется по формуле (24.7). Отклонение Δ функции $s(\varphi)$ быстро растет, если угол $(\varphi - \pi/2) > 20^\circ$.

Длиной шатуна l обычно задаются конструктивно так, чтобы $\lambda = r/l < 1,4$. После определения основных параметров механизма, задаваясь несколькими значениями угла φ в пределах задан-

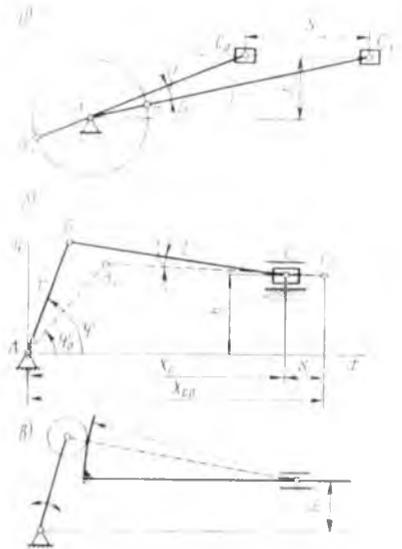


Рис. 24.4

ного интервала его изменения, по формуле (24.4) определяют значения s , строят график изменения Δ и определяют максимальную погрешность, а при необходимости вносят изменение в схему.

В приборных механизмах роль ползуна часто выполняет чувствительный элемент, например мембранная коробочка (рис. 24.4, в). В этом случае отсутствует поступательная пара ползуна — направляющая. Шатун, входящий в две вращательные пары, заменен высшей парой с точечным контактом (сфера — цилиндр).

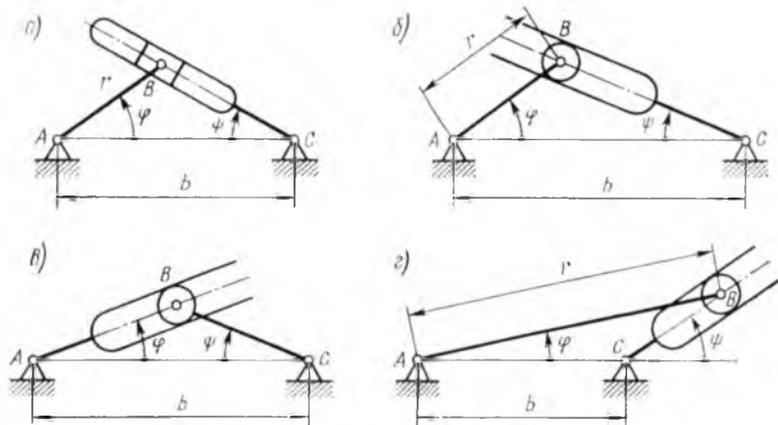


Рис. 24.5

Кулисные механизмы применяются в приборах для измерения линейных перемещений, в грейферных механизмах киноаппаратов, электромеханических тумблерах и др. Эти механизмы могут быть как с низшими (рис. 24.5, а), так и с высшими парами (рис. 24.5, б—г). В кулисных механизмах, у которых выполняется условие $r < b$ (рис. 24.5, а—в), вращение ведущего и ведомого звеньев происходит в противоположных направлениях. Если $r > b$ (рис. 24.5, г), то кривошип и кулиса вращаются в одном направлении. Для проектирования механизма с ведущим кривошипом (рис. 24.6) могут быть заданы: перемещение s точки кулисы и коэффициент K увеличения средней скорости.

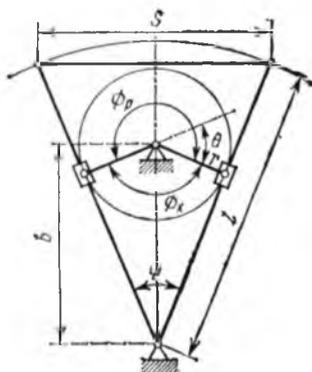


Рис. 24.6

Из чертежа угол качания кулисы $\psi = \theta = (\Phi_p - \Phi_x) / 2 = 180^\circ (K - 1) / (K + 1)$.
Длина кулисы $l = [s \sin(\psi / 2)] / 2$. (24.8)

Длину кривошипа r и межосевое расстояние b определяют из конструктивных соображений. Так как с увеличе-

нием размера r при заданных s и ψ давление в кинематических парах уменьшается, целесообразно принимать r возможно большим. Межосевое расстояние

$$b = r \sin(\psi, 2).$$

Во многих случаях кулисный механизм с высшей парой служит для приближенного воспроизведения линейной зависимости между углами поворота φ и ψ при ограниченных значениях этих углов.

Функция положения механизма при ведущем кривошипе (см. рис. 24.5, б, г)

$$\psi = \arctg [\sin \varphi / \pm (b/r - \cos \varphi)]. \quad (24.9)$$

Знак «+» соответствует схеме на рис. 24.5, б, знак «-» схеме на рис. 24.5, г.

При ведущей кулисе (см. рис. 24.5, в)

$$\psi = \arcsin (b \sin \varphi / r) - \varphi.$$

Погрешность схемы при реализации линейной зависимости определяется по методике, как для шарнирного четырехзвенника и кривошипно-ползунного механизма.

Синусный и тангенсный механизмы применяются в счетно-решающих устройствах, механизмах включения, термореле и других приборах. Синусный механизм с нижними парами (рис. 24.7, а) является разновидностью кулисного механизма. В приборных механизмах ползун обычно заменяют высшей парой (рис. 24.7, б), что уменьшает трение и повышает точность механизма. Функция положения механизма при ведущем кривошипе выражается формулой

$$s = r \sin \varphi.$$

Аналог скорости, или передаточная функция,

$$i_{21} = ds/d\varphi = v_1/\omega_2 = r \cos \varphi = r \sqrt{1 - (s/r)^2}. \quad (24.10)$$

При малых углах φ механизм приближенно реализует линейную зависимость $s \approx r\varphi$.

При ведущей кулисе функция положения

$$\varphi = \arcsin (s/r).$$

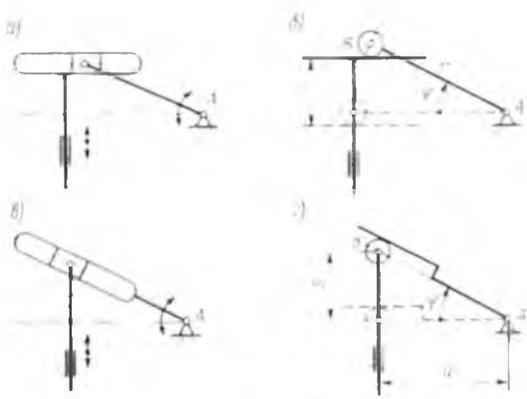


Рис. 24.7

При осуществлении заданной линейной зависимости $\varphi = ks$ погрешность схемы определяется по формуле

$$\Delta_{\text{сх}} = \arcsin (s/r) - ks.$$

Тангенсный механизм с низшими парами (рис. 24.7, в) также представляет разновидность кулисного механизма. В приборных механизмах ползуны кулисы отсутствуют, а его заменяет высшая пара (рис. 24.7, г). Функция положения при ведущей кулисе выражается формулой

$$s = a \operatorname{tg} \varphi.$$

Аналог скорости

$$i_{21} = ds/d\varphi = v_1 \omega_2 = a \cos^2 \varphi = a [1 + (s/a)^2]. \quad (24.11)$$

При малых значениях угла φ имеем $v_1 \omega_2 \approx a = \text{const}$, следовательно, механизм приближенно воспроизводит линейную зависимость $s \approx a\varphi$.

При ведущем ползуне функция положения

$$\varphi = \operatorname{arctg} (s/a).$$

Погрешность схемы при осуществлении заданной линейной зависимости

$$\Delta_{\text{сх}} = \operatorname{arctg} (s/a) - ks.$$

Поводковые механизмы применяются для передачи вращательного движения звеньев (поводков), оси вращения которых пересекаются или параллельны, в реле времени, спидометрах, мембранных расходомерах и других устройствах. Схема поводкового механизма показана на рис. 24.8. Механизм состоит из двух валов 1 и 4, находящихся в разных плоскостях и жестко связанных с ними поводков 2 и 3. Диаметр поводков обычно мал по сравнению с их длиной и при выводе формул принимается равным нулю. Траекторией точки касания поводков является прямая пересечения плоскостей вращения поводков. Перемещение точки касания поводков

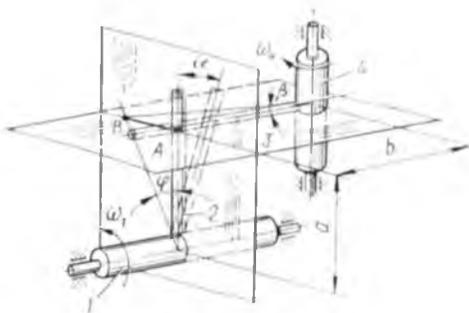


Рис. 24.8

точки касания поводков является прямая пересечения плоскостей вращения поводков. Перемещение точки касания поводков

$$AB = a \operatorname{tg} \varphi = b \operatorname{tg} \beta,$$

откуда

$$\beta = \operatorname{arctg} [(a \operatorname{tg} \varphi) / b].$$

Дифференцируя исходное равенство по φ , получаем

$$a \cos^2 \varphi = [b \cos \beta] (d\beta \, d\varphi).$$

Аналог скорости, или передаточное отношение механизма,

$$i_{11} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi}{d\beta} = \frac{b \cos^2 \varphi}{b \cos^2 \beta} = \frac{b \cos^2 \varphi [1 + (a^2 \operatorname{tg}^2 \varphi) b]}{a}. \quad (24.12)$$

Передаточное отношение может быть постоянным и переменным. Если $a = b$, то $i_{11} = 1$. Регулировка передаточного отношения может быть осуществлена наклоном поводка 2 к оси валика 1 на некоторый угол α . В этом случае

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{a \operatorname{tg} \varphi}{b + a \operatorname{tg} \alpha / \cos \varphi}; \quad (24.13)$$

$$i_{11} = \frac{b \cdot (\cos \varphi + a \operatorname{tg} \alpha)^2 + (a \sin \alpha)^2}{a (b + a \cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha)}. \quad (24.14)$$

Погрешность линейного преобразования движения $\beta = k\varphi$ определяется по формуле

$$\Delta = \beta - k\varphi = \operatorname{arctg} [(a \operatorname{tg} \varphi) b] - k\varphi.$$

§ 24.2. Механизмы прерывистого действия

Механизмы прерывистого действия служат для преобразования вращательного движения во вращательное или поступательное движение, с периодическими остановками определенной продолжительности. Наибольшее распространение, особенно в автоматических устройствах, имеют механизмы: мальтийские; храповые; кулачковые; цевочные и с неполными зубчатыми колесами.

Мальтийские механизмы предназначены для преобразования равномерного вращательного движения кривошипа в поворот выходного звена — креста (или звезды) — с последующей остановкой определенной продолжительности. Эти механизмы в сочетании с зубчатыми и червячными передачами используются в многопозиционных машинах-автоматах, конвейерах с прерывистым движением ленты и т. д.

Плоские мальтийские механизмы могут быть с внешним (рис. 24.9, а) и внутренним (рис. 24.9, б) зацеплением. При вращении входного звена — кривошипа 1 — цевка 3 входит в паз креста 2 и поворачивает его на угол $\alpha_2 = 2\pi/z$, где z — число пазов креста. Когда цевка 3 выходит из паза, крест останавливается и фиксируется секторным замком 4. Число z радиальных пазов креста может быть от 3 до 12. За один оборот кривошипа с одной цевкой крест делает $1/z$ оборота и остановку.

В механизме с внутренним зацеплением кривошип и крест вращаются в одном направлении и работают с меньшими угловыми ускорениями, чем в механизме с внешним зацеплением.

Чтобы получить движение креста с остановками разной про-

должительности, применяют механизм, показанный на рис. 24.10, у которого два кривошипа с пальцами расположены под углом λ . Применяются также механизмы с пальцами, расположенными на разном расстоянии от оси вращения кривошипа.

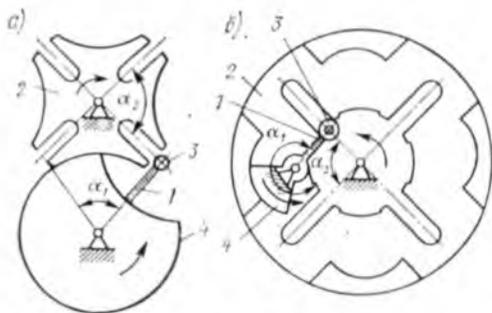


Рис. 24.9

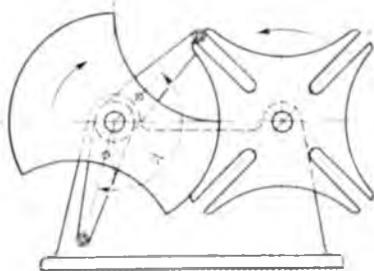


Рис. 24.10

Отношение времени движения t_d выходного звена 2 к времени T оборота входного звена 1 называется коэффициентом движения механизма $K_d = t_d/T$.

Движение выходного звена мальтийских механизмов совпадает с движением кулисы в кулисном механизме, у которого используется только часть α_1 угла поворота кривошипа. На рис. 24.11 показана схема кулисного механизма, эквивалентного мальтийскому механизму с внешним зацеплением.

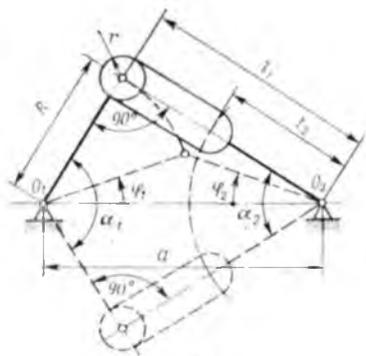


Рис. 24.11

Так как в момент входа и выхода пальца в пазы креста угол между радиусом пальца и кулисы составляет 90° (см. рис. 24.9), то очевидно, что

$$\alpha_1 = \pi - \alpha_2 = \pi - 2\pi'z = \pi(1 - 2z). \quad (24.15)$$

Тогда коэффициент движения

$$K_d = t_d/T = \alpha_1/(2\pi) = (z - 2)/(2z).$$

Время движения выходного звена при постоянной угловой скорости ω_1 , s^{-1} , кривошипа

$$t_d = \alpha_1/\omega_1 = \pi(1 - 2/z)/(\pi n_1/30) = 30(1 - 2/z)/n_1,$$

где n_1 — частота вращения кривошипа, об/мин.

Основные геометрические размеры механизма с внешним зацеплением при заданном межосевом расстоянии a и числе пазов z определяются в соответствии с обозначениями на рис. 24.11:

$$\alpha_2 = 2\pi/z; \quad \alpha_1 = \pi(1 - 2/z); \quad R = a \sin(\alpha_2/2); \\ l_1 = a \cos(\alpha_2/2); \quad l_2 = a - R = a[1 - \sin(\alpha_2/2)].$$

Закон движения выходного звена механизма определяется по формулам для кулисного механизма с качающейся кулисой. Для произвольного положения пальца, если обозначить через φ_1 и φ_2 текущие углы поворота звеньев (рис. 24.11), имеем

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{R \sin \varphi_1}{a - R \cos \varphi_1} \quad \text{или} \quad \varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{R \sin \varphi_1}{a - R \cos \varphi_1}$$

Дважды дифференцируя это выражение по φ_1 , получаем аналоги угловой скорости и углового ускорения:

$$\dot{i}_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{R(a \cos \varphi_1 - R)}{a^2 + R^2 - 2aR \cos \varphi_1}; \quad (24.16)$$

$$\ddot{i}_{21} = \frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2} = \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} = \frac{-R(a^2 - R^2) \sin \varphi_1}{a(a^2 + R^2 - 2aR \cos \varphi_1)^2}. \quad (24.17)$$

По формулам (24.16) и (24.17) можно определить максимальные значения аналогов скоростей и ускорений и других величин.

Некоторые параметры механизма внешним зацеплением в зависимости от числа z пазов креста приведены в табл. 24.1.

Таблица 24.1

Параметр	Число пазов креста z						
	3	4	5	6	8	10	12
α_1	120°	90°	72°	60°	45°	36°	30°
α_2	60°	90°	108°	120°	135°	144°	150°
$i_{21\max}$	6,16	2,41	1,13	1,0	0,62	0,45	0,35
$\dot{i}_{21\max}$	31,43	5,40	2,30	1,35	0,7	0,47	0,35
$K = t_{21}/T$	0,166	0,25	0,3	0,333	0,375	0,40	0,416

Вращающий момент на валу кривошипа $T_1 = T_{1\text{ст}} + T_{1\text{дин}}$, где $T_{1\text{ст}}$ — статический момент сопротивления; $T_{1\text{дин}}$ — динамический момент, возникающий вследствие неравномерного движения креста и связанных с ним звеньев. Наибольшее значение вращающего момента на валу кривошипа для механизма с внешним зацеплением при $z \leq 6$ определяют по формуле

$$T_{1\max} = T_{1\text{ст}\max} + T_{1\text{дин}\max} = (i_{21\max}/\eta) (T_{2\text{ст}} + \frac{1}{2} J_2 \omega_1^2 i_{21\max}'),$$

где ω_1 — угловая скорость кривошипа; $T_{2\text{ст}}$ — статический момент сопротивления креста; J_2 — момент инерции креста и связанных с ним деталей, приведенный к валу креста; $\eta = 0,8 \dots 0,85$ — КПД механизма с валами в подшипниках качения. При $z > 6$ и для механизма с внутренним зацеплением вращающий момент определяют по большему из моментов $T_{1\text{ст}\max} = i_{21\max} T_{2\text{ст}}/\eta$ или $T_{1\text{дин}\max} = i_{21\max} J_2 \omega_1^2 i_{21\max}'/\eta$.

Сила в ньютонах, действующая на ось ролика цевки, достигающая максимального значения при положении ее на линии центров O_1O_2 , и наибольшая мгновенная мощность в киловаттах на валу кривошипа определяются по формулам:

$$F_{\max} = T_{1\max}/R;$$

$$P_{\max} = T_{1\max}n_1/9750,$$

где R — длина кривошипа, мм; $T_{1\max}$ — максимальный вращающий момент, Н · мм; n_1 — частота вращения кривошипа, об/мин.

При выборе двигателя для привода с мальтийским механизмом наибольший момент двигателя должен соответствовать наибольшему моменту нагрузки на его валу.

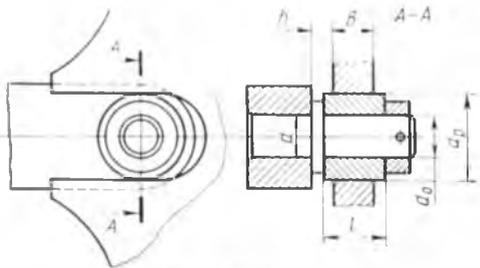


Рис. 24.12

Надежность работы мальтийского механизма зависит от прочности и жесткости деталей, износостойкости рабочих поверхностей пазов креста, ролика и оси цевки, точности изготовления и сборки. Из конструктивных соображений принимают наружный диаметр

ролика цевки $d_p = (0,2 \dots 0,4)R_1$; диаметр оси ролика цевки $d_0 \approx (0,5 \dots 0,65)d_p$ (рис. 24.12). Длина полоски контакта B , мм, между роликом и поверхностью паза или толщина креста определяется на контактные напряжения по формуле

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{F_{\max} E_n / (B r_p)} \leq [\sigma_H],$$

где F_{\max} — сила, определяемая по формуле (24.28), Н; E_n — приведенный модуль упругости, МПа; r_p — радиус ролика, мм; $[\sigma_H]$ — допускаемое контактное напряжение для материала креста, МПа. Для стальных закаленных поверхностей из сталей 50, 40Х принимают $[\sigma_H] = 1000 \dots 1200$ МПа.

Толщина креста

$$B \geq F_{\max} E_n / (5,72 r_p [\sigma_H]).$$

Размеры оси и ролика цевки рассчитывают из условия ограничения давления q , МПа, во избежание выдавливания смазки и увеличения износа трущихся поверхностей:

$$q = F_{\max} / (l d_0) \leq [q], \quad (24.18)$$

где l и d_0 — длина и диаметр трущихся поверхностей оси и ролика, мм. Для стальных закаленных поверхностей $[q] = 15 \dots 20$ МПа.

Оси роликов изготавливают из стали 50 или стали 40X, закаленных до твердости поверхности HRC 50 ... 58. Для роликов берут сталь ШХ15, закаленную до HRC 58 ... 62, или сталь 20X, цементированную до твердости HRC 50 ... 60.

Ось цевки рассчитывают на прочность при изгибе

$$\sigma_{из} = M_{из} W_{из} = F_{max} (h + 0,5B) (0,1d^3) \leq [\sigma_{из}],$$

где $h + 0,5B$ — плечо силы (конструктивно принимают $h = 3 \dots 6$ мм), мм; d — диаметр оси цевки (рис. 24.12), мм. Учитывая динамический характер нагрузки, допускаемое напряжение на изгиб для закаленных сталей 50 и 40X принимают $[\sigma_{из}] = 80 \dots 100$ МПа.

Для сопряжения размеров паза креста и ролика цевки принимают посадки $H9/f8$ и $H8/f9$, а для ролика цевки и оси — посадку $H7/f7$. Трущиеся поверхности обрабатываются с шероховатостью $R_a = 1,25 \dots 0,63$ мкм.

Храповые механизмы преобразуют качательное движение входного звена в прерывистое вращательное или поступательное движение выходного звена. Храповые механизмы применяют в шаговых искателях, реле времени и т. д. По принципу работы храповые механизмы можно разделить на зубчатые и фрикционные. Схема зубчатого храпового механизма показана на рис. 24.13, а, а его конструкция — на рис. 24.13, б. Механизм состоит из храпового колеса 4 и собачки 3, шарнирно связанной с выходным звеном 2 приводного механизма, которое является входным звеном храпового механизма. При непрерывном вращении кривошипа 1 поворот храпового колеса производится при прямом ходе коромысла 2. При обратном ходе коромысла 2 стопорная собачка 5, прижимаемая к колесу пружиной, препятствует обратному движению колеса 4.

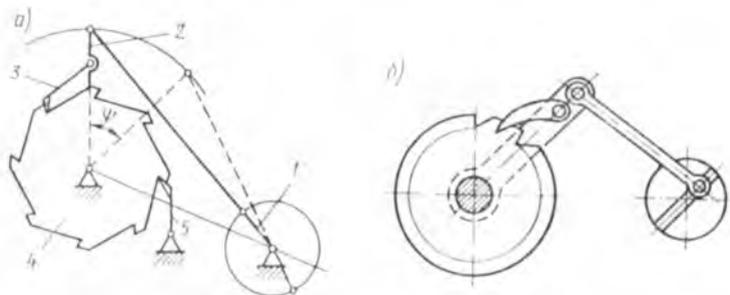


Рис. 24.13

Число зубьев колес определяется наименьшим углом поворота ψ за один ход собачки. Если D — наружный диаметр храпового колеса, то, задаваясь углом ψ , определяют число зубьев z и шаг p :

$$z = 2\pi/\psi; \quad p = \pi D/z.$$

Расчет механизма на прочность сводится к проверке на срез и смятие осей собачек и определению длины зуба колеса *b*.

Так как работа механизма сопровождается жесткими ударами собачки о зубья храпового колеса, скорость ведущего звена должна быть невелика.

Фрикционные храповые механизмы не обеспечивают прерывистого движения и их относят к обгонным муфтам.

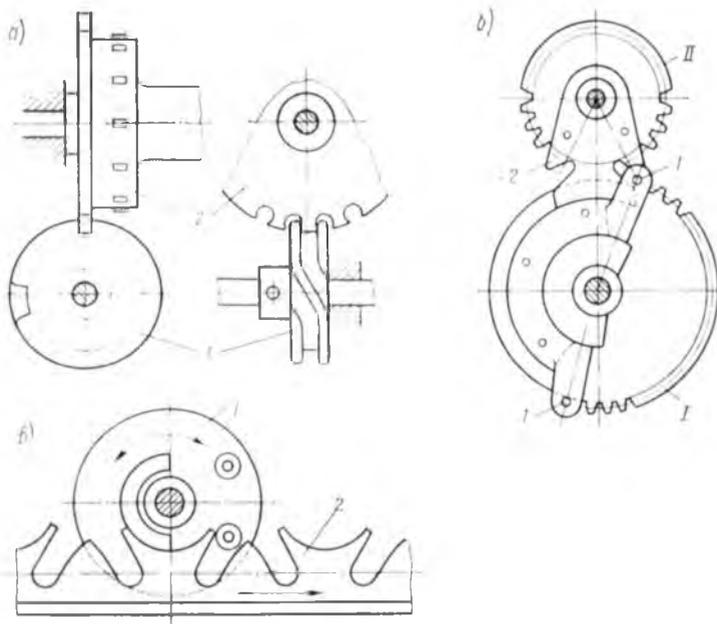


Рис. 24.14

На рис. 24.14, *a* приведена конструкция кулачкового механизма прерывистого движения. За один оборот кулачка *1* выходной диск *2* поворачивается на угол, соответствующий одному шагу. Время движения диска и паузы определяется профилем кулачка. На рис. 24.14, *б* приведена конструкция механизма с неполными зубчатыми колесами. Входное колесо *1* снабжено зубчатым сектором и двумя цевками *1*, а выходное звено *II* снабжено планкой *2* для смягчения ударов и фиксации его во время паузы. На рис. 24.14, *в* изображен механизм, преобразующий вращение входного звена *1* в прерывистое поступательное движение выходного звена *2*.

§ 24.3. Винтовые механизмы

Винтовые механизмы применяют для преобразования вращательного движения в прямолинейное поступательное движение. Они обладают большой плавностью и точностью хода. Винто-

вые механизмы способны передавать большие усилия при незначительных перемещениях (домкраты, прессы и т. д.), обладают большими передаточными отношениями, в них легко реализовать явление самоторможения. Недостатком винтовых механизмов является сравнительно низкий КПД.

На рис. 24.15 приведены основные типы трехзвенных винтовых механизмов, применяемых в машиностроении и приборостроении. На рис. 24.15, а изображена схема механизма, звенья которого входят в одну вращательную, одну поступательную и одну винтовую пары. При вращении винта 1 гайка 2 движется поступательно. На рис. 24.15, б показан механизм, состоящий из двух винтовых и одной поступательной пары. Винт 3 вращается и движется поступательно. Обе гайки 1 и 2 имеют одинаковое направление резьбы, но разные шаги $S_1 \neq S_2$. При вращении винта гайки сближаются или расходятся: при этом скорость относительного движения пропорциональна разности ($S_1 - S_2$) шагов. Такие механизмы с дифференциальным винтом применяют в измерительных и счетно-решающих устройствах. Они позволяют получать очень малые перемещения за один оборот винта. На рис. 24.15, в показан винтовой механизм с двумя винтовыми и одной поступательной парами, при этом одна винтовая пара имеет правую, а другая — левую резьбу. В этом механизме скорость относительного движения гаек 1 и 2 пропорциональна сумме шагов нарезки. Механизм позволяет получать большие перемещения гаек за один оборот винта 3.

Другие варианты винтовых механизмов с одним ведущим звеном являются разновидностями рассмотренных типов механизмов.

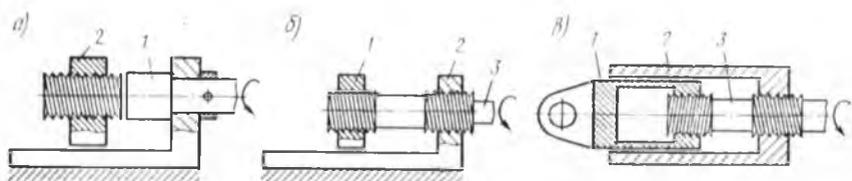


Рис. 24.15

Конструкции деталей. Винты изготовляют в виде цилиндров, на которых нарезана резьба. Размеры элементов резьбы стандартизованы: d , d_1 и d_2 — соответственно наружный, внутренний и средний диаметры резьбы; S — ход винтовой линии, равный осевому перемещению гайки за один оборот винта; z — число заходов; p — шаг резьбы, т. е. расстояние между соответствующими точками соседних витков (для многозаходной резьбы $S = zp$); φ — угол подъема винтовой линии, который связан со средним диаметром резьбы; $\operatorname{tg} \varphi = S/(\pi d_2)$.

В винтовых механизмах применяются однозаходные (реже двух- и трехзаходные) трапецидальные резьбы (рис. 24.16, а), а также метрические резьбы (рис. 24.16, б) с крупным и мелким шагом.

Ходовые винты обычно изготавливают из сталей 45; 50; 40Х и др. Их подвергают термической обработке для получения необходимой твердости рабочих поверхностей.

Гайки являются втулками с внутренней резьбой. Для уменьшения потерь на трение гайки обычно изготавливают из бронз марок БрОФ10-1, БрОЦС6-6-3, БрАЖ9-4, а также из антифрикционного чугуна, латуни и пластмасс.

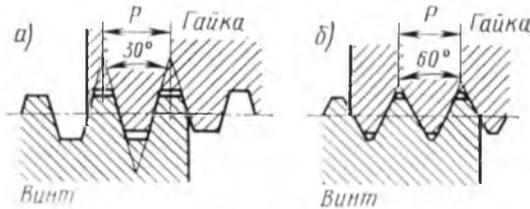


Рис. 24.16

Кинематика. В механизме, показанном на рис. 24.15, а, перемещение h гайки при повороте винта на

угол φ определяется соотношением $h = S\varphi / (2\pi)$. Скорость гайки $v = S\omega / (2\pi)$, где S — шаг винтовой линии; ω — угловая скорость винта.

В дифференциальном механизме (см. рис. 24.15, б) относительное перемещение гаек при повороте винта на угол φ будет $h = (S_1 - S_2) \varphi / (2\pi)$ и скорость $v = (S_1 - S_2) \omega / (2\pi)$.

В механизме, показанном на рис. 24.15, в, относительные перемещения и скорости гаек определяют по формулам

$$h = (S_1 + S_2) \varphi / (2\pi); \quad v = (S_1 + S_2) \omega / (2\pi).$$

Точность винтовых механизмов обеспечивается, во-первых, назначением соответствующих допусков на изготовление винтов и гаек и, во-вторых, устранением мертвого хода, появляющегося из-за зазоров между поверхностями винта и гайки и износа резьбы. Для ликвидации зазоров применяют состоящие из двух частей гайки, конструкция которых позволяет регулировать осевой зазор между винтом и гайкой. На рис. 24.17, а показана конструкция гайки, позволяющая регулировать зазор при сборке, а на рис. 24.17, б конструкция с пружинным устройством, создающим дополнительное давление на боковые поверхности резьбы.

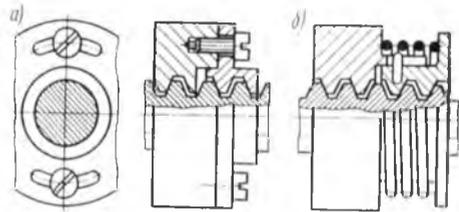


Рис. 24.17

Износостойкость винтовой пары обеспечивается правильным выбором материалов винта и гайки по значению допустимого давления на поверхности резьбы, определяемого по формуле

$$q = 4F / [H\pi(d^2 - d_1^2)] \leq [q], \quad (24.19)$$

где F — осевое усилие на винте; d — наружный диаметр резьбы; d_1 — внутренний диаметр резьбы; $H \approx 6$ — расчетное число витков гайки.

Допустимые давления в винтовой паре по 8 ... 11 качеству точности принимают: для стали и бронзы $[q] = 7 \dots 9$ МПа, для закаленной стали и бронзы $[q] = 10 \dots 12$ МПа.

Из формулы (24.19) определяют высоту гайки, учитывая, что $d_2 = (d_1 \pm d) z$:

$$H = 4FS [\pi (d^2 - d_1^2) [q] z],$$

где z — число заходов.

Расчет на прочность проводится для сильно нагруженных винтов. Вращающий момент на винте при осевой нагрузке F определяется по формуле (см. гл. 7)

$$T = [F d_2 \operatorname{tg}(\varphi + \varphi')] / 2.$$

Напряжение кручения можно учитывать коэффициентом $k = 1,3$ для трапецидальной резьбы и $k = 1,35$ для метрической. Из условия прочности на сжатие (или растяжение)

$$kF \leq \pi d_1^2 [\sigma] / 4,$$

откуда получают формулу для внутреннего диаметра резьбы

$$d_1 = \sqrt{4kF / (\pi [\sigma])}.$$

Допустимая длина винта L определяется из условия устойчивости его на продольный изгиб по формуле

$$L = \pi \sqrt{E J_{\min} k_1 / (F k_2)},$$

где $J_{\min} = \pi d_1^4 / 64$ — момент инерции сечения винта; $k_1 = 2,5 \dots 4$ — коэффициент, учитывающий конструкцию опор винта; $k_2 \approx 3$ — коэффициент запаса устойчивости. Обычно принимают $L \leq (15 \dots 20) d_2$.

ГЛАВА 25. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

§ 25.1. Общие сведения о кулачковых механизмах

Кулачковым называется механизм с высшей кинематической парой, в состав которого входит кулачок. Кулачком называется профильное звено высшей кинематической пары, форма которого (рабочий профиль) определяется законом движения второго звена, входящего в эту кинематическую пару, — штанги. Кулачковый механизм отличается от других механизмов с высшей парой, например зубчатых, тем, что в нем все время соприкасаются одни и те же профили, а в зубчатых механизмах профили входят в контакт последовательно один за другим.

Штанга может совершать возвратно-поступательное или возвратно-качательное движение. Если штанга совершает возвратно-

поступательное движение, то ее называют толкателем, а если штанга совершает качательное движение, то ее называют коромыслом. Очертание элемента высшей пары на штанге может быть в виде остррия (рис. 25.1, а), грибка (рис. 25.1, б), плоскости (рис. 25.1, в) или ролика (рис. 25.1, г).

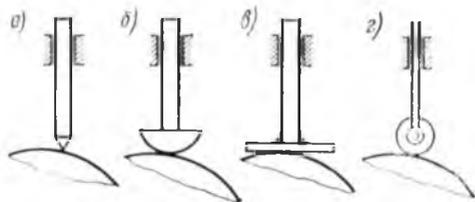


Рис. 25.1

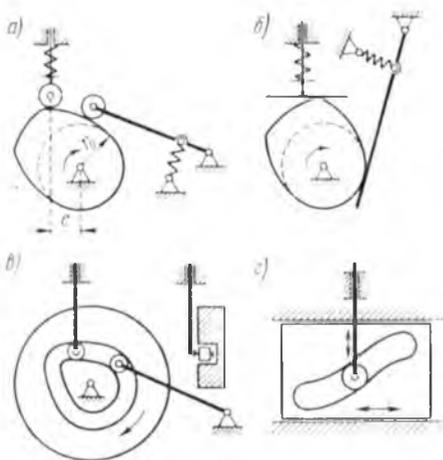


Рис. 25.2

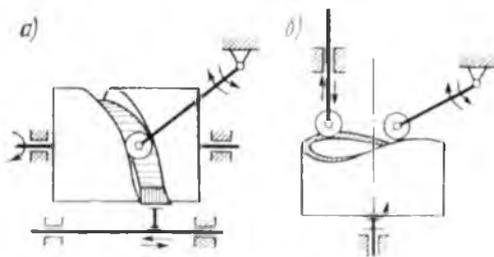


Рис. 25.3

Кулачковые механизмы могут быть плоскими (рис. 25.2) и пространственными (рис. 25.3).

Если обратный ход толкателя происходит за счет веса или силы пружины, то замыкание высшей пары называется силовым (рис. 25.2, а, б). Если прямой и обратный ходы толкателя обеспечиваются профилем кулачка (пазовый кулачок), то замыкание называется геометрическим (рис. 25.2, в, г).

Схемы наиболее распространенных трехзвенных кулачковых механизмов показаны на рис. 25.2: кулачковые механизмы с вращающимся кулачком с роликовым поступательно движущимся толкателем или роликовым коромыслом (рис. 25.2, а); кулачковые механизмы с вращающимся кулачком, плоским поступательно движущимся толкателем или плоским коромыслом (рис. 25.2, б); кулачковые пазовые механизмы с поступательно движущимся роликовым толкателем или роликовым коромыслом (рис. 25.2, в); кулачковый пазовый механизм с поступательно движущимся кулачком и поступатель-

но движущимся толкателем (рис. 25.2, г). Применяются также кулачки со сложным движением штанги (пазовые двухроликовые, с рамочным толкателем и др.).

Профилем кулачка плоского кулачкового механизма называют кривую, получаемую как границу сечения кулачка плоскостью, параллельной плоскости движения кулачка.

На рис. 25.3, *a* показан пространственный цилиндрический пазовый кулачковый механизм с роликовым толкателем или роликовым коромыслом, а на рис. 25.3, *б* — торцовый кулачковый механизм с роликовым толкателем или роликовым коромыслом. Кроме таких кулачковых механизмов применяются пространственные конические и коноидные кулачковые механизмы.

С помощью кулачковых механизмов, имеющих одну степень свободы, можно получить закон движения штанги в виде некоторой функции одного независимого переменного. Так, механизм с вращающимся кулачком и поступательно движущимся толкателем воспроизводит закон движения:

$$s = s_0 + s(\varphi),$$

где s — перемещение толкателя; s_0 — начальное значение перемещения; φ — угол поворота кулачка. Механизм с вращающимся кулачком и коромыслом воспроизводит закон движения:

$$\beta = \beta_0 + \beta(\varphi),$$

где β — угол поворота коромысла; β_0 — начальный угол поворота; φ — угол поворота кулачка. Соответственно кулачковые механизмы с поступательно движущимся кулачком воспроизводят законы движения:

$$s = s_0 + s(x);$$

$$\beta = \beta_0 + \beta(x),$$

где x — перемещение кулачка.

Основным достоинством кулачковых механизмов является возможность с их помощью воспроизвести широкий класс законов движения, удовлетворяющих определенным условиям, в том числе движение с остановками. Кулачковые механизмы просты по конструкции и имеют сравнительно высокий кпд. Благодаря этому кулачковые механизмы широко применяются в автоматических машинах в качестве механизмов, выполняющих функции управления.

К недостаткам кулачковых механизмов относятся: большие давления в месте контакта высшей пары, из-за чего механизм может передавать лишь сравнительно малые усилия; большие динамические нагрузки при больших скоростях; высокая трудоемкость изготовления кулачков со сложным профилем.

§ 25.2. Проектирование кулачковых механизмов

Проектирование кулачкового механизма производится в определенной последовательности:

- 1) выбирают схему механизма;

- 2) выбирают закон движения ведомого звена (штанги);
- 3) определяют основные параметры звеньев механизма;
- 4) рассчитывают профиль кулачка;
- 5) рассчитывают звенья на прочность и долговечность;
- 6) рассчитывают привод.

Выбор схемы кулачкового механизма и способа замыкания высшей пары обуславливается целым рядом условий. Так как кулачковый механизм выполняет определенную операцию рабочего процесса, то движение исполнительного органа, выполняющего эту операцию, должно быть известно. Это движение может быть поступательным, вращательным или сложным. Выбирая схему механизма, намечают относительное расположение осей кулачка и исполнительного органа машины, после чего определяют кинематическую цепь механизма, выполняющую операцию, частью которой может быть кулачковый механизм. Часто эта кинематическая цепь может состоять только из звеньев кулачкового механизма.

Конструкция механизма при силовом замыкании получается проще, чем при геометрическом. Геометрическое замыкание пары обычно применяют, когда при обратном ходе штанги необходимо преодолевать значительные нагрузки.

Закон движения ведомого звена (штанги) кулачкового механизма выбирается в соответствии с требованиями рабочего процесса. Чаще всего кинематический цикл кулачкового механизма

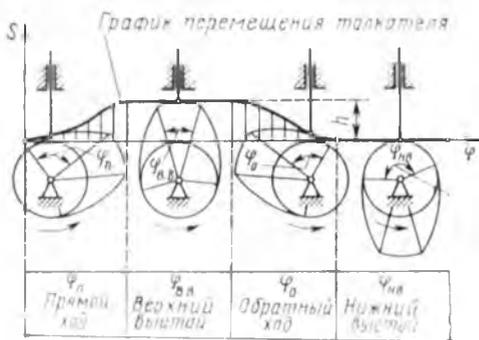


Рис. 25.4

состоит из четырех фаз движения (рис. 25.4): *первая фаза* с продолжительностью t_n и углом поворота кулачка φ_n соответствует прямому, или рабочему, ходу толкателя; *вторая фаза* с продолжительностью $t_{н.н}$ и углом поворота кулачка $\varphi_{н.н}$ соответствует паузе (выстою) толкателя после рабочего хода в состоянии наибольшего удаления h ; *третья фаза* с продолжительностью t_0 и углом поворота кулачка φ_0 соответствует обратному ходу толкателя; *четвертая фаза* с продолжительностью $t_{н.п}$ и углом поворота кулачка $\varphi_{н.п}$ соответствует выстою толкателя в начальном состоянии (рис. 25.4).

Полное время кинематического цикла механизма равно сумме фазовых интервалов:

$$t_{к.ц} = t_n + t_{н.н} + t_0 + t_{н.п},$$

а сумма углов поворота плоского кулачка за цикл

$$\varphi_n + \varphi_{н.н} + \varphi_0 + \varphi_{н.п} = 2\pi.$$

В некоторых случаях в циклограмме механизма (показанной в нижней части рис. 25.4) число выстоев толкателя может не быть равным двум.

Технологическим процессом для кулачкового механизма обычно задаются фазовые интервалы t_n , $t_{н.в}$, t_o , $t_{н.в}$ и подъем толкателя $h = s_{\text{повх}}$. Закон движения в фазах t_n и t_o надлежит выбрать конструктору.

Выбор закона движения рабочего хода определяется требованиями технологического процесса, а обратного хода — производительностью машины и динамикой самого механизма. На практике обычно используют типовые законы движения, которые удовлетворяют кинематическим и динамическим требованиям и обеспечивают простую технологию изготовления профиля кулачка.

По заданным ускорениям штанги, начальным и конечным условиям, интегрируя функцию перемещения штанги, на каждом интервале движения определяют законы изменения скоростей и ускорений штанги. При этом обычно оперируют не со скоростями и ускорениями как таковыми, а с величинами, пропорциональными им — *аналогами* скоростей и ускорений. Так, например, скорость штанги может быть представлена следующим образом:

$$v = ds/dt = (ds/d\varphi) (d\varphi/dt) = \omega ds/d\varphi,$$

а ускорение

$$a = d^2s/dt^2 = (d^2s/d\varphi^2) (d\varphi/dt)^2 = \omega^2 d^2s/d\varphi^2,$$

где φ — угол поворота кулачка; ω — угловая скорость кулачка; s — перемещение штанги; $ds/d\varphi$, $d^2s/d\varphi^2$ — аналоги скорости и ускорения штанги. Они не зависят от абсолютных значений скорости кулачка. Таким образом, графики $s(\varphi)$, $ds/d\varphi$ и $d^2s/d\varphi^2$ можно рассматривать как графики, представляющие функции перемещения $s(t)$, скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ штанги.

Некоторые типовые законы движения штанги кулачковых механизмов для интервала прямого хода показаны на рис. 25.5.

При движении с постоянным ускорением (рис. 25.5, а) при $\varphi = 0$, $\varphi = \varphi_n/2$ и $\varphi = \varphi_n$ ускорение мгновенно меняет свое значение и движение штанги сопровождается динамическим (мягким) ударом. При этом ускорение, скорость и перемещение штанги определяются по формулам

$$a = 4h t_n^{\pm}; v = (4h t_n) (\varphi/\varphi_n);$$

$$s = 2h (\varphi/\varphi_n)^2,$$

где знак «+» относится к интервалу $0 < \varphi < \varphi_n/2$, а знак «-» — к интервалу $\varphi_n/2 < \varphi < \varphi_n$.

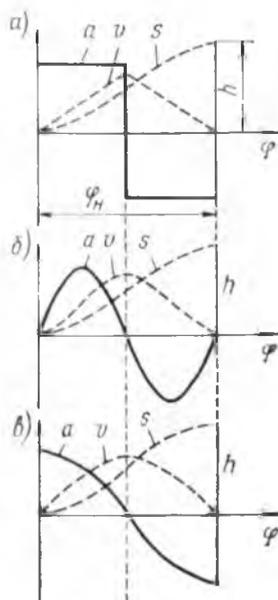


Рис. 25.5

При синусоидальном законе изменения ускорения (рис. 25.5, б)

$$\begin{aligned} a &= 2\pi (h/\varphi_n^2) \sin (2\pi\varphi/\varphi_n); \\ v &= (h'\varphi_n) [1 - \cos (2\pi\varphi/\varphi_n)]; \\ s &= h [\varphi'\varphi_n - (1/2\pi) \sin (2\pi\varphi/\varphi_n)]. \end{aligned}$$

При косинусоидальном законе движения (рис. 25.5, в)

$$\begin{aligned} a &= (\pi^2/2) (h'\varphi_n^2) \cos (\pi\varphi/\varphi_n); \\ v &= (\pi/2) (h'\varphi_n) \sin (\pi\varphi/\varphi_n); \\ s &= (h/2) [1 - \cos (\pi\varphi/\varphi_n)]. \end{aligned}$$

Ударные инерционные нагрузки необходимо учитывать при расчете на прочность звеньев механизма. Максимальная ударная инерционная нагрузка $F_{\text{и}} = ma_{\text{max}}$, где m — масса штанги; a_{max} — максимальное ускорение штанги в момент удара.

Действительные максимальные ускорения звеньев оказываются значительно больше, чем подсчитанные теоретически. При мгновенном приложении нагрузки к реальному механизму в нем возникают упругие колебания, из-за которых увеличиваются ускорения. В связи с этим при расчетах звеньев механизма на прочность инерционную нагрузку подсчитывают по формуле

$$F_{\text{и}} = mk_{\text{дин}}a_{\text{max}},$$

где $k_{\text{дин}}$ — коэффициент динамичности.

Установлены следующие значения коэффициента динамичности: для законов с плавным изменением ускорения $k_{\text{дин}} = 1$; для законов с мгновенным изменением значения, но не знака ускорения $k_{\text{дин}} = 2$; для законов с мгновенным изменением знака ускорения $k_{\text{дин}} = 3$.

Для быстроходных механизмов рекомендуется выбирать безударный закон движения, для механизмов со средней скоростью можно выбирать движение с постоянным ускорением и только для тихоходных механизмов допускается задавать закон движения с $v = \text{const}$, при котором ускорение теоретически возрастает до бесконечности в моменты резкого изменения скорости.

Во многих случаях технологический процесс определяет размер хода h исполнительного органа, например штанги, а также максимально допустимую скорость v_{max} или максимально допустимое ускорение a_{max} . Тогда оценку и выбор законов движения при заданных фазовых углах можно производить по максимальным значениям v_{max} и a_{max} .

Определение основных параметров. После выбора схемы механизма и закона движения штанги задача проектирования кулачкового механизма еще не может быть решена однозначно. Рассматривая схему механизма с вращающимся кулачком и поступательно движущейся штангой (см. рис. 25.2, а), видим, что он имеет

два параметра — наименьший радиус кулачка r_0 и эксцентриситет e . Меняя величины r_0 и e , мы можем получать разные механизмы, реализующие один и тот же закон движения штанги. Они будут различаться по габаритам и коэффициенту полезного действия. Таким образом, чтобы выбрать наилучший вариант, необходимо определить параметры r_0 и e так, чтобы механизм имел малые габариты и достаточно высокий кпд. Для этого надо провести анализ сил, действующих в кулачковом механизме.

Кулачок с поступательно движущимся толкателем. Рассмотрим схему кулачка на рис. 25.6. На толкатель действуют следующие силы: F — внешняя нагрузка; F_n — сила давления кулачка на толкатель, направленная по нормали к профилю кулачка; F_1, F_2 — реакции направляющей; F_{f1}, F_{f2} — силы трения толкателя о направляющие: $F_{f1} = fF_1$ и $F_{f2} = fF_2$, где f — коэффициент трения. Угол ϑ между направлением силы F_n и направлением скорости точки приложения силы называется углом давления.

Для определения силы F_n составим уравнения равновесия сил, действующих на толкатель:

$$\sum F_x = F_1 - F_2 - F_n \sin \vartheta = 0;$$

$$\sum F_y = F_n \cos \vartheta - F - F_{f1} - F_{f2} = 0;$$

$$\sum T(F) = F_n y \sin \vartheta - F_2 b = 0.$$

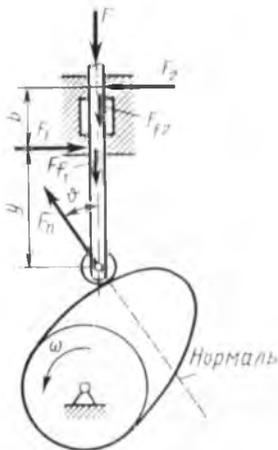


Рис. 25.6

Здесь момент взят относительно нижней точки направляющей, где приложена сила F_1 . Решая эти уравнения относительно F_n , получаем

$$F_n = F_1 [\cos \vartheta - f(1 - 2y/b) \sin \vartheta].$$

Из формулы видно, что если знаменатель обратится в нуль, то сила F_n станет бесконечно большой, т. е. наступит самоторможение, или заклинивание механизма, и его кпд станет равным нулю. Угол $\vartheta_{кр}$, при котором наступает самоторможение, определяют по формуле

$$\operatorname{tg} \vartheta_{кр} = f |1 - 2y/b|.$$

Угол $\vartheta_{кр}$ называется критическим углом давления.

Заклинивания не произойдет, если в любом положении механизма

$$\vartheta \leq \vartheta_{доп} < \vartheta_{кр},$$

где $\vartheta_{доп} = 30 \dots 40^\circ$ для механизма, изображенного на этой схеме.

Добиться того, чтобы угол давления в проектируемом механизме во всех его положениях был меньше допустимого $\vartheta_{\text{доп}}$, можно подбирая параметры r_0 и e , так как эти параметры связаны с углом давления. Чтобы установить эту связь, рассмотрим рис. 25.7. Из подобия $\triangle ABD$ и треугольника скоростей имеем

$$AD/v_T = AB/v_K = AB (\omega \cdot AB) = 1/\omega,$$

откуда

$$AD = v_T / \omega = ds/d\varphi.$$

Из условия $\text{tg } \vartheta = KD/BK = (AD - e) / [\sqrt{r_0^2 - e^2} + s(\varphi)]$ получаем

$$\text{tg } \vartheta = (ds/d\varphi - e) / [\sqrt{r_0^2 - e^2} + s(\varphi)].$$

Увеличивая наименьший радиус r_0 кулачка и увеличивая эксцентриситет e , можно уменьшить угол давления. Если кулачок центральный ($e=0$), то

$$\text{tg } \vartheta = (ds/d\varphi) / [r_0 + s(\varphi)].$$

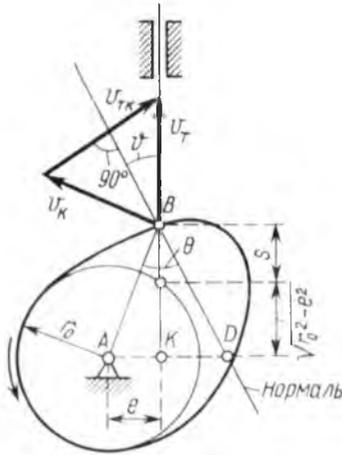


Рис. 25.7

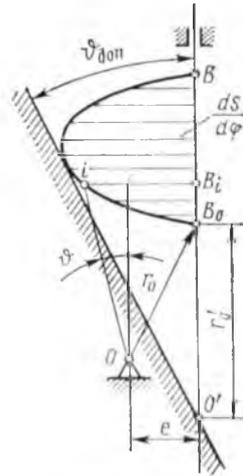


Рис. 25.8

Определение параметров r_0 и e удобно проводить графически. Положим, что законы движения $s(\varphi)$ и $ds/d\varphi$ известны. В ряде положений точки B толкателя перпендикулярно перемещению этой точки отложим соответствующее значение величины $ds/d\varphi = v_T/\omega$ (рис. 25.8). Получим график $ds/d\varphi = f(s)$. Пусть центр вращения кулачка находится в точке O . Возьмем на полученном графике произвольную точку i и точку B_0 нижнего положения толкателя и соединим их с центром O . Тогда отрезок

$OB_0 = r_0$ будет наименьшим радиусом кулачка, а угол ϑ между лучом Oi и линией, параллельной линии B_0B , будет равен углу давления в положении B_1 толкателя. Для определения размеров величин r_0 и e к кривой $ds/d\varphi = f(s)$ проводят касательную под углом $\vartheta_{\text{доп}}$ к вертикали BB_0 . Если центр вращения кулачка расположить в заштрихованной зоне, то угол давления будет всегда меньше $\vartheta_{\text{доп}}$. Выбирая положение центра вращения кулачка в заштрихованной зоне или на ее границе, тем самым определяют r_0 и e , чтобы радиус r_0 был возможно меньшим. У центрального механизма минимальный радиус будет равен r'_0 (рис. 25.8) и такой механизм по габаритам будет больше, чем механизм со смещением e .

Минимальный радиус r_0 кулачка с плоским толкателем выбирают так, чтобы радиус кривизны профиля в точке касания его с толкателем всегда был больше нуля:

$$\rho = r_0 + s(\varphi) + d^2s/d\varphi^2 > 0,$$

откуда

$$r_0 > -[s(\varphi) + d^2s/d\varphi^2].$$

С помощью графиков $s(\varphi)$ и $d^2s/d\varphi^2$ находят наибольшее по абсолютной величине отрицательное значение их суммы и берут r_0 больше этого значения.

Теперь следует определить вращающий момент на валу кулачка. Суммарная нагрузка F_y (рис. 25.9), действующая со стороны толкателя на кулачок, складывается из внешней нагрузки F , веса G , силы инерции F_n толкателя, сил трения F_{f1} и F_{f2} о направляющие и силы пружины F_0 :

$$F_y = F + G + F_n + F_{f1} + F_{f2} + F_0.$$

Для преодоления этой силы к валу кулачка надо приложить вращающий момент T , который создает силу $F_n = F_y/\cos\vartheta$. Если пренебречь силой трения качения ролика толкателя по профилю кулачка, то, раскладывая силу F_n на вертикальную F_n и горизонтальную F_r составляющие, получим формулу для определения момента:

$$T = F_r [r_0 + s(\varphi)] + F_n e,$$

где $F_n = F_y$; $F_r = F_y \operatorname{tg} \vartheta$. Отсюда

$$T = F_y \{ [r_0 + s(\varphi)] \operatorname{tg} \vartheta + e \}.$$

По этой формуле можно построить график изменения вращающего момента в зависимости от угла φ поворота кулачка и определить среднее и максимальные значения момента, по которым следует выбрать двигатель.

Кулачок с качающейся штангой. Основными параметрами схемы (рис. 25.10) являются размеры a_k , r_0 , L и угол β_0 . Между ними существует связь, которая выражается формулой

$$r_0 = \sqrt{a_k^2 + L^2 - 2a_k L \cos \beta_0}.$$

В этом механизме заклинивание не происходит даже при больших углах давления ϑ . Допускаемые углы давления берут в пределах $\vartheta_{\text{доп}} = 60 \dots 70^\circ$, но желательно, чтобы они были меньше. Поэтому определение параметров a_k ; L ; β_0 по допускаемым углам давления не рационально.

Практически угол β_0 выбирают в пределах $10 \dots 30^\circ$ при условии, что $\beta_0 + \beta_{\text{max}} \leq 50 \dots 60^\circ$.

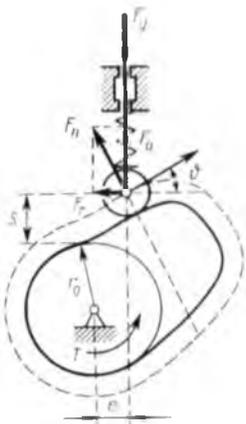


Рис. 25.9

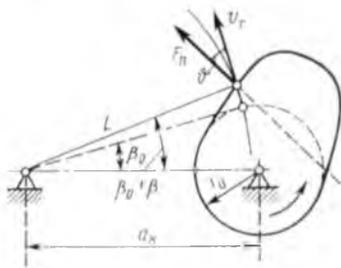


Рис. 25.10

Отношение длин можно принимать в пределах

$$L/a_k = 1 \dots 0,8.$$

Межосевое расстояние a_k выбирают исходя из желаемых габаритов механизма и удобства расположения валов системы.

Радиус ролика толкателя r_p относится к параметрам кулачковых механизмов с роликовым толкателем. Чтобы уменьшить контактные напряжения и износ в высшей паре, радиус r_p должен быть возможно большим. Однако увеличение радиуса ролика может привести к тому, что практический профиль кулачка будет иметь самопересечения. Рассмотрим теоретический (центральной) профиль кулачка на рис. 25.11. Предположим, что минимальный радиус кривизны теоретического профиля 1 равен ρ_{min} . Если взять $r_p < \rho_{\text{min}}$, то практический профиль 2 кулачка в виде огибающей окружностей радиусом r_p , центры которых находятся на теоретическом профиле, не будет иметь самопересечений. Если же взять $r_p^* > \rho_{\text{min}}$, то получится профиль 3 с самопересечением, который не может быть выполнен практически.

Чтобы самопересечение отсутствовало, должно выполняться условие

$$r_p \leq 0,7 \rho_{\text{min}}.$$

С другой стороны, радиус r_p должен быть меньше минимального радиуса r_0 кулачка. Поэтому берут

$$r_p < 0,4r_0.$$

Из значений радиуса ролика, полученных по двум условиям, выбирают наименьшее.

Расчет профиля кулачка. После выбора схемы механизма, закона движения штанги и определения основных параметров кулачка необходимо определить профиль кулачка. Эту задачу можно решать графическим или аналитическим способом. Ввиду недостаточной точности графического способа рассмотрим аналитический метод расчета профиля кулачка.

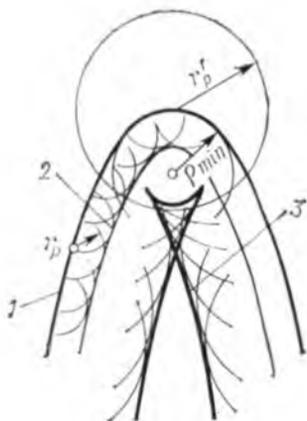


Рис. 25.11

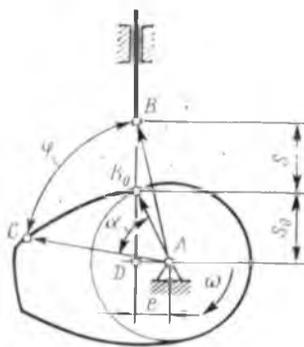


Рис. 25.12

Рассмотрим схему механизма с вращающимся кулачком и поступательно движущимся острым толкателем ($r_p = 0$), представленную на рис. 25.12. За начальное примем нижнее положение толкателя, характеризующееся точкой B_0 . Если кулачок повернуть на угол φ , то на линию движения толкателя перейдет точка профиля C и точка толкателя, пройдя расстояние s , займет положение B . Точки профиля кулачка будем определять полярными координатами: радиусом-вектором r и углом α . Угол называется углом профиля. Необходимо иметь в виду, что $\alpha \neq \varphi$. Пусть известны параметры механизма r_0 и e и закон движения толкателя $s = s(\varphi)$.

Радиус-вектор r профиля кулачка определяется из треугольника ABD :

$$r = \sqrt{(s + s_0)^2 + e^2},$$

где $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$.

Угол профиля α отличается от угла поворота кулачка φ на угол

$$B_0AB = \text{arctg} [(s_0 + s(\varphi))/e] - \text{arctg} (s_0/e).$$

Отсюда имеем

$$\alpha = \varphi - \text{arctg} [(s_0 + s(\varphi))/e] + \text{arctg} (s_0/e).$$

Эти формулы являются уравнениями профиля кулачка в полярных координатах.

Для центрального кулачкового механизма $e=0$ и уравнения профиля будут более простыми:

$$r = r_0 + s(\varphi); \quad \alpha = \varphi.$$

Задавая значение угла поворота кулачка φ , последовательно рассчитывают полярные координаты r и α профиля кулачка.

Если толкатель механизма оканчивается роликом с радиусом r_p (см. рис. 25.11), то полученный профиль кулачка с острым толкателем соответствует центральному профилю. Практический, или конструктивный, профиль кулачка отстоит от центрального на расстоянии r_p , т. е. является эквидистантной кривой.

Рассмотрим схему механизма с вращающимся кулачком и качающейся штангой с острием на конце, представленную на рис. 25.13. За начальное положение штанги возьмем ее нижнее положение, характеризующееся точкой B_0 и углом β_0 .

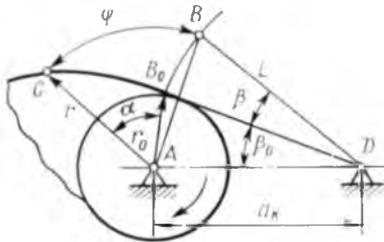


Рис. 25.13

После поворота кулачка на угол φ точка C профиля переместится в положение B и штанга повернется на угол β . Пусть известны параметры механизма a_k , L и закон движения штанги $\beta = \beta(\varphi)$.

Из треугольников AB_0D и ABD имеем:

$$r = \sqrt{a_k^2 + L^2 - 2a_kL \cos [\beta_0 + \beta(\varphi)]},$$

$$r_0 = \sqrt{a_k^2 + L^2 - 2a_kL \cos \beta_0}.$$

Угол профиля α отличается от угла поворота φ кулачка на угол $B_0AB = B_0AD - BAD$. Согласно теореме синусов можно написать:

$$r_0 / \sin \beta_0 = L / \sin \angle B_0AD; \quad r / \sin [\beta_0 + \beta(\varphi)] = L / \sin \angle BAD,$$

отсюда получаем

$$\alpha = \varphi \pm \text{arc sin} \{(L/r) \sin [\beta_0 + \beta(\varphi)]\} - \text{arc sin} \{(L/r_0) \sin \beta_0\}.$$

Задавая значения угла поворота кулачка, последовательно рассчитывают полярные координаты r и α профиля кулачка.

Если штанга механизма оканчивается роликом, то полученный профиль будет центровым профилем.

В последней формуле верхние знаки относятся к схеме, показанной на рис. 25.13. Если направление вращения кулачка в этой схеме изменить на обратное или центр вращения штанги D расположить с левой стороны, то нужно брать нижние знаки.

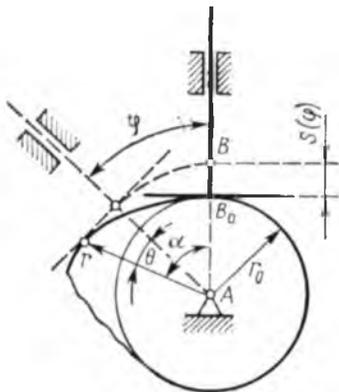


Рис. 25.14

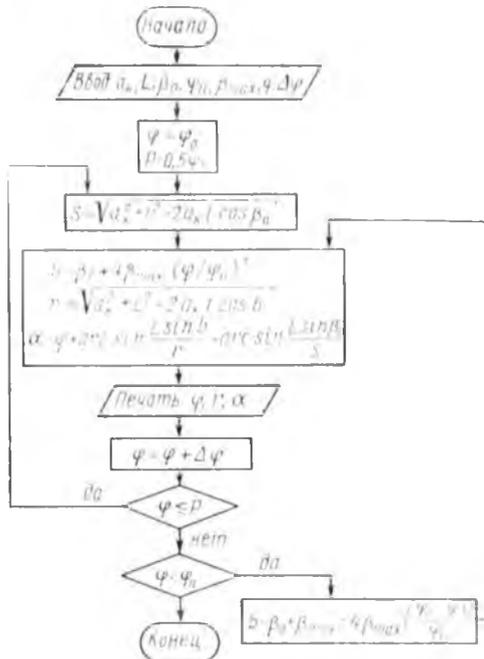


Рис. 25.15

Схема механизма с вращающимся кулачком и плоским толкателем показана на рис. 25.14. Формулы для расчета профиля приведем без вывода:

$$r = \sqrt{[r_0 + s(\varphi)]^2 + (ds, d\varphi)^2},$$

$$\alpha = \varphi + \arctg \left\{ \frac{ds, d\varphi}{[r_0 + s(\varphi)]} \right\}.$$

Пример расчета центрового профиля кулачка с качающейся штангой (см. рис. 25.13) на ЭВМ. Даны основные параметры схемы кулачкового механизма $a_k = L = 100$ мм; $\beta_0 = 20^\circ$; $\beta_{\max} = 30^\circ$; $\varphi_n = 100^\circ$; $\varphi_{н.в} = 30^\circ$; $\varphi_0 = 100^\circ$; закон движения штанги для прямого хода:

$$\beta = \beta_0 + 4\beta_{\max} (\varphi/\varphi_n)^3 \text{ при } 0 < \varphi < 50^\circ;$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_{\max} - 4\beta_{\max} [(\varphi_n - \varphi)/\varphi_n]^3 \text{ при } 50^\circ < \varphi < 100^\circ.$$

Расчитать полярные координаты центрового профиля кулачка на интервале φ_n . Расчетные формулы:

$$r = \sqrt{a_k^2 + L^2 - 2a_k L \cos[\beta_0 + \beta(\varphi)]};$$

$$\alpha = \varphi + \arcsin \left\{ \frac{L}{r} \sin[\beta_0 + \beta(\varphi)] \right\} - \arcsin \left\{ \frac{L}{r_0} \sin \beta_0 \right\}.$$

Блок-схема для расчета на ЭВМ показана на рис. 25.15. Результат вычислений, проведенных машиной, дает следующие значения параметров кулачка:

φ	r , мм	α
0	34,729	0
10°	34,953	9°55'
20°	36,378	19°26'
30°	40,283	28°27'
40°	47,482	36°09'
50°	60,141	72°27'
60°	72,194	49°11'
70°	79,365	56°35'
80°	83,002	65°25'
90°	84,333	75°03'
100°	84,523	85°

Профиль кулачка, построенный по этим данным, показан на рис. 25.16.

Расчет на прочность и долговечность. На рис. 25.17, *а, б* показаны конструкции кулачковых механизмов с роликовыми толкателями. На рис. 25.17, *в, г* показаны толкатели с точечным контактом, применяемые в механизмах приборов. На рис. 25.17, *д* показана конструкция сложного пространственного кулачкового механизма с цилиндрическим и торцовым кулачками на одном валу.

Наибольшие напряжения и износ в механизме возникают в месте контакта кулачка с толкателем. По результатам расчета на контактную прочность определяют размеры и подбирают материалы кулачка и ролика, обеспечивающие надежную работу механизма.

Максимальное контактное напряжение определяется по формуле Герца для сжатых цилиндров:

$$\sigma_{H1} = 0,418 \sqrt{F_n E_n / b \rho_n} \leq [\sigma_H],$$

где F_n — нормальное усилие на кулачок; $E_n = 2E_k E_p / (E_k + E_p)$ — приведенный модуль упругости; E_k и E_p —

соответственно модули упругости материалов кулачка и ролика; $\rho_n = r_p \rho / (r_p + \rho)$ — приведенный радиус кривизны; r_p — радиус ролика; ρ — радиус кривизны профиля кулачка.

Поскольку величины F_n и ρ_n являются функциями угла поворота, то за расчетное положение кулачка нужно брать то, при котором отношение F_n / ρ_n имеет максимальное значение.

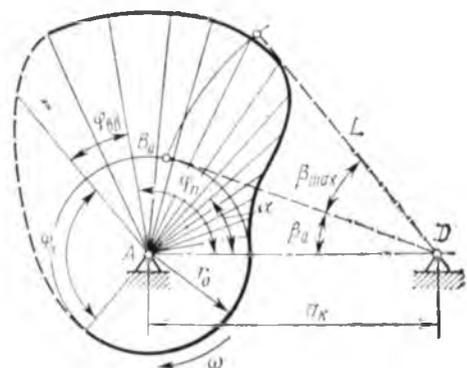


Рис. 25.16

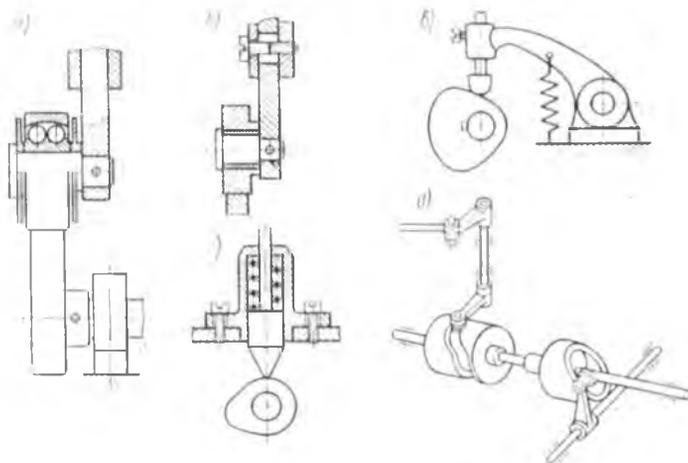


Рис. 25.17

Рабочие поверхности кулачков и роликов при обработке шлифуют. Кулачки обычно изготовляют из стали, чугуна или бронзы, а ролики и толкатели — из стали. Значения допускаемых напряжений для кулачка и ролика из углеродистой закаленной стали $\sigma_H = 1200$ МПа; для кулачка из бронзы Бр ОФ6,5-0,15 и стального закаленного ролика $[\sigma_H] = 570$ МПа; для кулачка и ролика из цементированной стали 20Х $[\sigma_H] = 1600$ МПа. По формуле Герца рассчитывают ширину ролика b , обеспечивающую необходимую прочность.

ГЛАВА 26. МЕХАНИЗМЫ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ (ЭМУ)

§ 26.1. Электромагнитные устройства, их типы и тяговые характеристики

Механизмами с ЭМУ будем называть механизмы, основным элементом которых является электромагнит, предназначенный для механического перемещения входного звена механизма. Работа по перемещению подвижного элемента ЭМУ или входного звена механизма совершается за счет электромагнитных сил. ЭМУ применяют в различного рода реле, контакторах, приводах выключателей, электромагнитных муфтах, тормозах, распределительных устройствах, шаговых двигателях, приводах управления, программных механизмах и т. д. В приборных устройствах используют преимущественно ЭМУ постоянного тока, которые потребляют меньшую мощность и способны развивать большие тяговые усилия.

Схема простейшего ЭМУ показана на рис. 26.1. Оно состоит из двух основных элементов: одной или нескольких обмоток 2 и магнитной цепи. С помощью обмотки создается магнитный поток, а магнитная цепь является его проводником. Магнитный поток проходит через воздушные зазоры и магнитопровод из ферромагнитных материалов. Магнитопровод состоит из сердечника 1 с полюсным наконечником 5, подвижного элемента — якоря (плунжера) 3 и ярма 4. В электромагнитных муфтах неподвижные части магнитопровода называют полу муфтами.

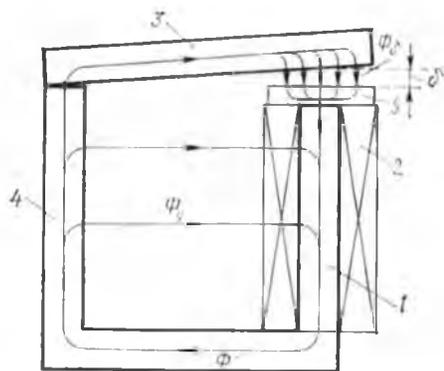


Рис. 26.1

ЭМУ имеет одно подвижное вращающееся или движущееся поступательно звено — якорь. Движущая сила магнитного поля зависит от размера δ рабочего воздушного зазора. Остальные зазоры в местах сочленения элементов магнитопровода называются нерабочими или паразитными зазорами. Поверхности, создающие магнитное поле в зазоре, называются полюсами.

Часть полного магнитного потока Φ , проходящая через рабочий зазор δ , называется рабочим магнитным потоком и обозначается Φ_δ . Этот поток обуславливает силы, под действием которых совершается перемещение якоря. Часть потока Φ , которая не замыкается через рабочий воздушный зазор, называется потоком рассеяния, или утечки, и обозначается Φ_y (рис. 26.1). Значение рабочего потока Φ_δ зависит от конфигурации магнитной цепи и размера δ зазора. Следовательно, поток Φ_δ изменяется при движении якоря.

Для характеристики магнитного поля вводят понятие плотности магнитного поля, или магнитной индукции, $B_\delta = \Phi_\delta / A$, где A — площадь воздушного зазора в направлении, перпендикулярном потоку.

Величина B_δ зависит от материала, формы и размеров сечения магнитопровода и формы полюсного наконечника. Ее значение определяется опытным путем.

При расчетах магнитных систем за основной (расчетный) принимают магнитный поток Φ_δ в рабочем воздушном зазоре, а остальные потоки выражают в долях от него. Отношение $\Phi / \Phi_\delta = \sigma$ называют коэффициентом рассеяния. Очевидно, что

$$\sigma = (\Phi_\delta + \Phi_y) / \Phi_\delta = 1 + \Phi_y / \Phi_\delta.$$

Сила, противодействующая движению якоря под действием электромагнитных сил, обычно задается или определяется в про-

цессе проектирования. Зависимости механической силы сопротивления от хода якоря $F_M(\delta)$ или момента от угла поворота якоря $M_M(\alpha)$ называются механическими характеристиками. Механические характеристики строят с учетом коэффициента допуска $k_{д.с}$ по силе или моменту, учитывающего отклонения параметров противодействующих пружин, входящих в устройство, и размеров деталей в сборке, при которых фактическая сила может быть больше номинальной: $F_M = k_{д.с} f(\delta)$, где $k_{д.с} = 1.3 \dots 1.7$.

Если механическая характеристика ЭМУ известна, то определяется расчетная тяговая (движущая) сила $F_{э.р}$, которая должна быть больше некоторого критического значения $F_{э.кр}$:

$$F_{э.р} = k_3 F_{э.кр},$$

где k_3 — коэффициент запаса по силе, учитывающий возможность снижения напряжения источника питания, отклонений расчетного значения силы, действительного сопротивления, влияния механических перегрузок и т. д. Для быстродействующих реле $k_3 = 4 \dots 5$, для слаботочных реле $k_3 = 4 \dots 3$, для реле управления $k_3 = 2.5 \dots 3$, для контактов, пускателей и электромагнитных муфт $k_3 = 2 \dots 2.5$.

Расчетный размер δ воздушного зазора при постоянной силе F_M принимается равным максимальному зазору δ_0 в отключенном ЭМУ. Рекомендуется принимать следующие значения δ_0 : в слаботочных быстродействующих реле $\delta_0 = 2 \dots 5$ мм; в контакторах, электромагнитных муфтах $\delta_0 = 10 \dots 20$ мм; в приводных и тормозных электромагнитах $\delta_0 = 30 \dots 150$ мм.

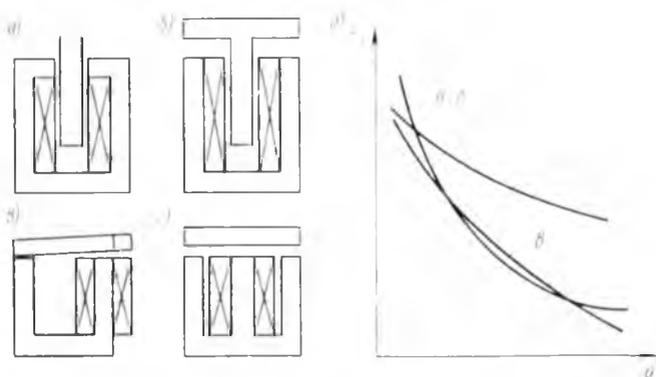


Рис. 26.2

Типы ЭМУ, определенные тяговыми характеристиками, можно классифицировать: 1) по характеру движения якоря — с угловым и поступательным перемещением якоря; 2) по расположению якоря — с внутренним втягивающимся якорем (рис. 26.2, а, б) и с внешним якорем (рис. 26.2, в, г); 3) по виду тяговой харак-

теристики $F_3 = f(\delta)$, т. е. по зависимости силы электромагнитного притяжения F_3 , действующей на якорь, от воздушного зазора δ : кривые тяговых характеристик для различных конструкций Э.М.В. приводятся в специальной литературе [12], а на рис. 26.2, δ показан вид этих характеристик для схем, приведенных на рис. 26.2, $a - z$.

Изменяя форму магнитопровода, размер хода якоря, размеры и форму полюсного наконечника, который может быть плоским,

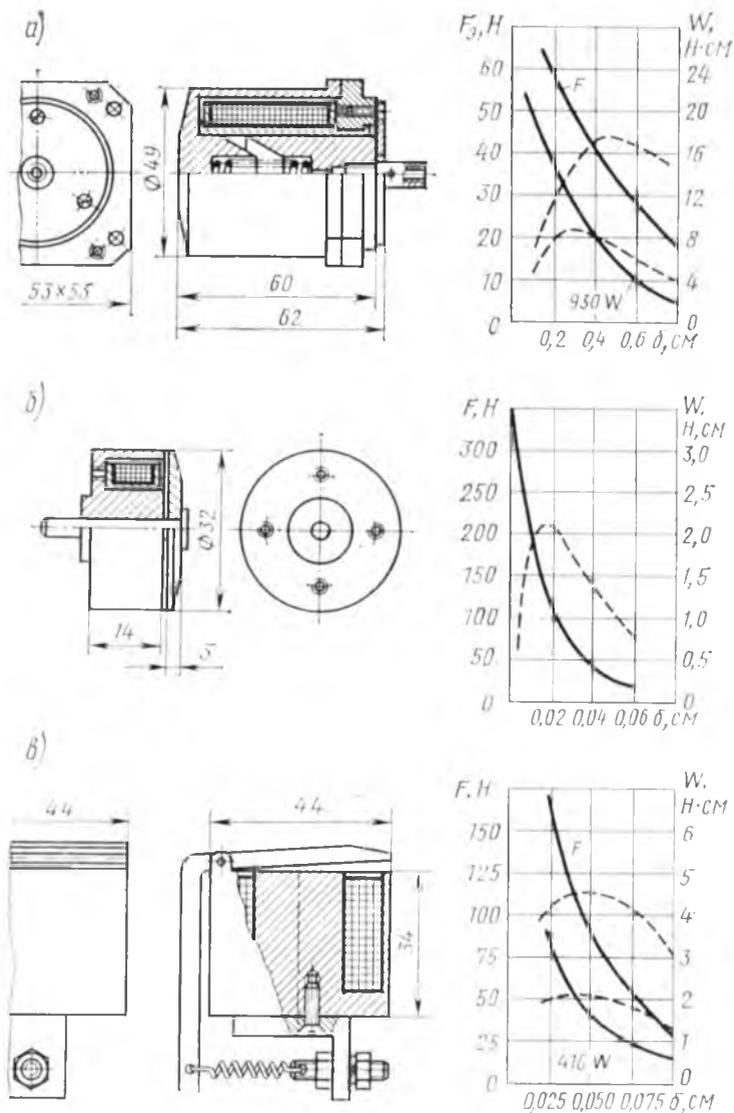


Рис. 26.3

коническим или иным, можно влиять на вид тяговой характеристики и изменять ее в желаемом направлении.

На рис. 26.3, а—в показаны примеры конструкции некоторых ЭМУ, где указаны их основные размеры и тяговые характеристики $F_{\delta} = f(\delta)$ (сплошные линии), в ненагретом состоянии при различных значениях намагничивающих сил F , а также кривые условной механической работы $W = F_{\delta,р} \delta$ (пунктирные линии).

Если принять распределение рабочего потока Φ_{δ} в воздушном зазоре равномерным, то силу F_{δ} можно найти по формуле Максвелла

$$F_{\delta} = B_{\delta}^2 A / (2\mu) = \Phi_{\delta}^2 / (2\mu A),$$

где A — площадь воздушного зазора; μ — абсолютная магнитная проницаемость. Этой формулой рекомендуется пользоваться при малых зазорах: для цилиндрического сечения зазора с диаметром d при $d/\delta > 5$; для прямоугольного сечения зазора со сторонами a и b при $a/\delta > 5$ и $b/\delta > 5$.

§ 26.2 Определение основных параметров ЭМУ

Площадь полюса A_B рабочего воздушного зазора определяется по формуле Максвелла:

$$A_B = 2\mu F_{\delta,р} B_{\delta}^2.$$

Чтобы получить минимальные габариты, массу, потери намагничивающей силы, индукцию рекомендуется принимать в пределах B_{δ} (0,7 ... 1,1) 10^{-4} Т (для стали марки Э).

Площадь сечения A_c сердечника при отсутствии полюсного наконечника принимается равной A_B . Тогда диаметр якоря

$$d_e = \sqrt{4A_B/\pi} = 17,9 \sqrt{F_{\delta,р} B_{\delta}^2},$$

где d_e — выражено в мм; $F_{\delta,р}$ — в Н; B_{δ} — в Т.

В существующих конструкциях ЭМУ диаметр полюсного наконечника $d_{п.н}$ (1,1 ... 1,2) d_e : чем больше воздушный зазор, тем больше должно быть отношение $d_{п.н} d_e$.

Размеры ярма и якоря. Сечения ярма и сердечника обычно одинаковы. Площадь сечения якоря принимают $A_{\text{я}} = A_c \sigma$, где σ — коэффициент рассеяния.

Для площади сечения обмотки катушки и других параметров катушки расчетные формулы приводятся в специальной литературе.

Магнитопровод ЭМУ изготавливают из магнитомягких материалов: низкоуглеродистых электротехнических сталей марок Э, ЭА, АА; низкоуглеродистых сталей марок 10, 20 и др., кремнистой стали марки ХВП (Э310), а также из никелевых сталей с высокой магнитной проницаемостью (для быстродействующих ЭМУ) и др.

§ 26.3. Динамические характеристики ЭМУ

Динамическими характеристиками ЭМУ являются: время срабатывания $t_{ср}$, прошедшее с момента подачи напряжения на катушку до полной остановки якоря, и время отпущания $t_{от}$ с момента выключения напряжения до остановки якоря. Время срабатывания $t_{ср} = t'_{тр} + t'_{дв}$, где $t'_{тр}$ — время от подачи напряжения до начала движения якоря и $t'_{дв}$ — время движения якоря. Аналогично время отпущания $t_{от} = t''_{тр} + t''_{дв}$.

Если $t_{ср}$ и $t_{от}$ меньше 50 мс, ЭМУ — быстродействующее. При значениях $t_{ср}$ и $t_{от}$ в диапазоне 50 ... 150 мс ЭМУ считается с нормальным временем действия и при времени срабатывания и отпущания более 150 мс устройство определяют как ЭМУ замедленного действия.

Точное определение периодов $t'_{дв}$ и $t''_{дв}$ сложно и трудоемко. Поэтому при оценке быстродействия ЭМУ достаточно найти $t_{ср}$, поскольку в большинстве случаев величина $t_{от}$ имеет тот же порядок значений, что и $t_{ср}$. При этом время $t'_{дв}$ определяют приближенно, полагая, что якорь движется из состояния покоя с постоянным ускорением. Тогда $\delta_{от} - \delta_{пр} = a(t'_{дв})^2/2$, a — ускорение; $\delta_{от}$; $\delta_{пр}$ — размеры рабочего воздушного зазора соответственно при отпущенном и притянутом якоре. Отсюда $\delta_{от} - \delta_{пр} = vt'_{дв}/2$, где v — скорость якоря в конце движения.

С другой стороны кинетическая энергия якоря в конце движения равна работе сил F_s и F_m , приложенных к якору, которая графически равна заштрихованной площади на графиках этих сил (рис.26.4):

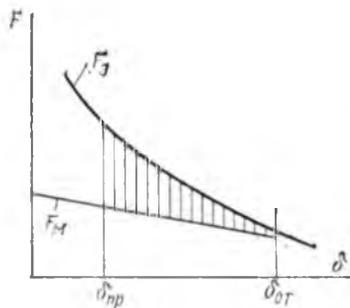


Рис. 26.4

$$mv^2/2 = s\mu_F\mu_\delta,$$

где μ_F ; μ_δ — масштабные коэффициенты графиков сил; m — масса якоря и присоединенных к нему приводных элементов.

Тогда имеем

$$v = \sqrt{2s\mu_F\mu_\delta/m}.$$

Подставляя значение v в предыдущую формулу, получаем

$$\delta_{от} - \delta_{пр} = \sqrt{\frac{2s\mu_F\mu_\delta}{m}} t'_{дв}/2,$$

откуда

$$t'_{дв} = (\delta_{от} - \delta_{пр}) \sqrt{2m/s\mu_F\mu_\delta}.$$

Время трогания рассчитывают по формуле

$$t'_{тр} = (L/R) \ln [I_{уст} / (I_{уст} - I_{ср})],$$

где $I_{уст} = UR$ — установившееся значение силы тока ЭМУ; U — напряжение питания; R — сопротивление обмотки; $L = W^2 / \sum R_{\delta}$ — индуктивность обмотки (W — число витков обмотки; $\sum R_{\delta}$ — суммарное магнитное сопротивление воздушных зазоров); $I_{ср}$ — сила тока срабатывания, определяется при известном усилии $F_{\text{ср}}$ в зависимости от типа ЭМУ по формулам, приводимым в специальной литературе [12, 22].

§ 26.4. Применение ЭМУ во внешних устройствах ЭВМ. Примеры конструкций механизмов с ЭМУ

ЭМУ применяют в перфорирующих, печатающих, считывающих и других устройствах ввода и вывода информации ЭВМ. В *перфорирующих устройствах* ЭМУ могут использоваться: для управления пробивными пуансонами (управляющие электромагниты), для непосредственной пробивки отверстий (пробивные электромагниты), в электромагнитных приводах перемещения пер-

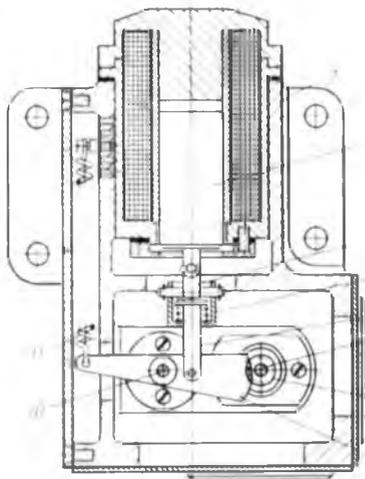
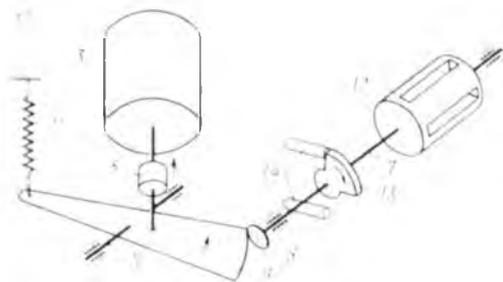


Рис. 26.5

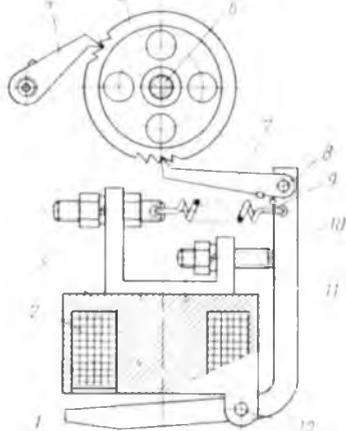


Рис. 26.6

фолент, в качестве кодовых электромагнитов наборно-перфорирующих устройств. В электромеханических *печатающих устройствах* ЭМУ используются для управления печатающими молоточками (печатающие электромагниты) и печатающими штырьками в знакосинтезирующих устройствах. В *считывающих устройствах* ЭМУ могут использоваться: при считывании перфокарт в качестве толкателя при выборке и подаче перфокарты; при считывании с перфолент — в электромагнитных приводах перемещения (электромагнит сцепления) и останова (электромагнит тормоза) перфолент.

ЭМУ, применяемые во внешних устройствах ЭВМ, характеризуются импульсным режимом работы, высоким быстродействием, малыми габаритами и массой, большим сроком службы и высокой надежностью.

Наряду с применением ЭМУ в составе сложных систем для выполнения самостоятельных функций их используют в качестве элементов механизмов, которые преобразуют движение якоря ЭМУ в требуемое движение выходного звена механизма.

В качестве примеров рассмотрим схему (рис. 26.5, *а*) и конструкцию механизма привода переключателя каналов волнового (рис. 26.5, *б*). В корпусе 2, отлитом из алюминиевого сплава, установлены электромагнит постоянного тока 1, двулучный рычаг 9 с зубчатым сектором установлен на оси 10 и одним плечом сопрягается с возвратной пружиной 11, а другим — с трибкой 8 и якорем 3 электромагнита посредством тяг 4 и 6 через пружинный демпфер 5. На валу трибки 7 жестко установлен ротор с волноводным каналом 12 и ограничитель 13 с упорами 14. При подаче напряжения на электромагнит его якорь посредством зубчато-рычажного механизма поворачивает ротор до установки ограничителя на упор и удерживает его в этом положении. После снятия напряжения с электромагнита ротор под действием возвратной пружины устанавливается в первоначальное положение.

На рис. 26.6 показано шаговое поворотное устройство, построенное на базе электромагнита 3 клапанного типа. Якорь 1 электромагнита жестко соединен с подпружиненным рычагом 10, на конце которого на оси 8 установлена подпружиненная собачка 7, упирающаяся в зубец храпового колеса 5, жестко соединенного с выходным валом 6. При подаче напряжения на катушку 2 якорь поворачивается вокруг оси 12. При этом рычаг 10 растягивает возвратную пружину 9 и заводит собачку 7 за следующий зуб храпового колеса 5. После снятия напряжения с электромагнита рычаг 10 под действием пружины 9 возвращается в исходное положение до упора 11; собачка 7 поворачивает храповое колесо 5 на один зуб. Подпружиненная защелка 4 предотвращает обратное вращение храпового колеса. Устройство преобразует возвратно-поворотное движение якоря в одностороннее вращательное движение выходного вала 6 с остановами.

РАСЧЕТ ДЕТАЛЕЙ И СОЕДИНЕНИЙ

ГЛАВА 27. ОСИ, ВАЛЫ, ОПОРЫ И НАПРАВЛЯЮЩИЕ

§ 27.1. Общие сведения о валах и опорах

Вращающиеся детали механизмов устанавливают на валах или осях, обеспечивающих постоянное положение осей вращения деталей. Валы предназначены для передачи вращающего момента и для фиксации расположенных на них деталей. Валы работают на *изгиб* и *кручение*, а в некоторых случаях на *растяжение* или *сжатие*. Ос и предназначены для фиксации вращающихся деталей. Они могут вращаться вместе с деталями или быть неподвижными, в этом случае на оси вращаются детали. Вращающего момента оси не передают и работают на *изгиб*. Участки валов и осей, которыми они опираются на опоры, называются цапфами, а при осевых нагрузках — пятнами.

Цапфы, расположенные на концах вала или оси, называются шпильками, а промежуточные цапфы — шейками. Детали, охватывающие цапфы, называются подшипниками. Если деталь охватывает пятно, она называется подпятником. Цапфы и подшипники представляют собой кинематические пары или кинематические соединения, включающие в себя ряд деталей и выполняющие функции кинематической пары, например опоры на подшипниках качения.

Размеры и форма валов и осей определяются их назначением, значением и направлением действующих на них нагрузок и другими факторами.

По конструкции валы и оси разделяются на: гладкие постоянного сечения (рис. 27.1, а, б), ступенчатые (рис. 27.1, в, г), валы-шестерни (рис. 27.1, д), коленчатые валы (рис. 27.1, е). Часто применяют также карданные и гибкие валы, особенности конструкции и расчет которых рассмотрены ниже.

По характеру трения между элементами цапф и подшипников различают опоры: с трением качения, например шариковые подшипники (рис. 27.1, г); с трением скольжения — цилиндрические (рис. 27.1, б, в), конические (рис. 27.1, ж), шаровые (рис. 27.1, з), на центрах (рис. 27.1, и), на кернах или шпильках (рис. 27.1, к). Встречаются также опоры с жидкостным или воздушным трением, опоры упругие и с магнитным подвесом.

Элементы конструкции и материалы осей и валов. Цапфы валов выполняют, как правило, цилиндрическими, длина их в зависимости от расчетного диаметра цапфы составляет $l \approx (0.3 \dots 2) d$

при применении подшипников скольжения; длина l под подшипник качения определяется шириной подшипника.

Конические цапфы (рис. 27.1, ж) позволяют регулировать радиальный зазор за счет осевого перемещения вала. Во избежание заклинивания устанавливают регулируемый упор. Шаровые цапфы (рис. 27.1, з) допускают прогибы и перекосы вала. Диаметры

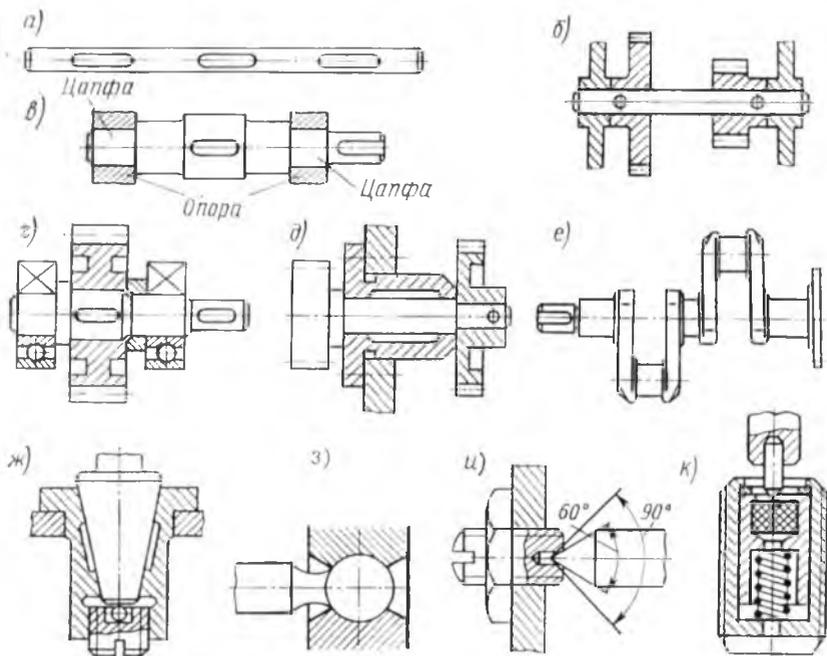


Рис. 27.1

цапф и посадочных мест под зубчатые колеса и другие детали на валах назначают из ряда нормальных линейных размеров в соответствии с ГОСТ 6636—69.

При установке на валу нескольких деталей, соединяемых с ним с помощью шпонок, шпоночные канавки располагают на одной прямой (рис. 27.1, а, в, г).

Переходные участки между ступенями валов и осей чаще всего

выполняют: 1) с галтелью постоянного или переменного радиуса, т. е. с плавным переходом от одного сечения к другому (рис. 27.2, а); с канавкой для выхода инструмента (рис. 27.2, б); с коническим переходом от одного диаметра к другому

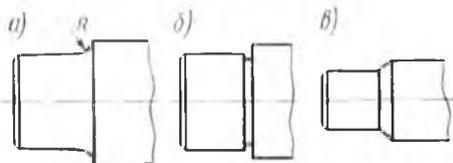


Рис. 27.2

(рис. 27.2, в). Галтели и конические переходы выполняют с целью уменьшения концентрации напряжений.

Посадочные поверхности валов и цапф шлифуют для уменьшения шероховатости. Материал осей и валов назначают с учетом условий их работы, чаще всего используют конструкционные стали марок 20, 30, 40, 45, 50, а также стали Ст5, Ст6. При повышенных требованиях к несущей способности и долговечности цапф валы изготавливают из сталей с улучшением марок 35, 40, 40Х, 40ХН. Для увеличения износостойкости цапф в подшипниках скольжения применяют стали 20, 20Х, 12ХН3А с последующей цементацией цапф.

§ 27.2. Валы и оси

Основными критериями работоспособности валов являются прочность и жесткость. При работе валы испытывают сложную деформацию изгиба и кручения (иногда валы работают только на кручение). При работе на изгиб цикл нагрузки считают симметричным ($r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -1$), а при кручении — отнулевым ($r = 0$) у реверсивных механизмов.

Предварительный расчет валов. Для выполнения расчета вала необходимо знать его конструкцию (места приложения нагрузки, расположение опор и т. п.). В то же время разработка конструкций вала невозможна без предварительной оценки его диаметра из условия прочности вала на кручение по известному крутящему моменту. Допускаемые напряжения принимают пониженными, поскольку не учитывается влияние изгибающего момента. Кроме того, установлено, что при расчете валов на жесткость их диаметры получаются больше, чем при расчете на прочность, и рабочие напряжения оказываются невысокими.

Условие прочности при кручении [см. формулу (129)] имеет вид

$$\tau = T / W_p \leq [\tau],$$

где T — крутящий момент; W_p — полярный момент сопротивления (для круглого сплошного сечения $W_p \approx 0,2d^3$, для вала с центральным осевым отверстием $W_p \approx 0,2d^3 (1 - d_0^4/d^4)$, где d_0 — диаметр отверстия). Величина $\xi_w = 1 - d_0^4/d^4$ называется коэффициентом снижения момента сопротивления. Числовое значение полярного момента сопротивления для вала с центральным отверстием

$$W_p = 0,2d^3 \xi_w.$$

Диаметр вала в сантиметрах определяется по формуле

$$d = \sqrt[3]{T (0,2 [\tau] \xi_w)} = c \sqrt[3]{P (n \xi_w)},$$

где P — передаваемая мощность, кВт; n — частота вращения вала, об/мин; величина c зависит от материала вала и ожидаемого

расположения нагрузки относительно опор. При постоянной нагрузке и небольших изгибающих моментах (короткие валы из сталей Ст5, Ст6 и 45 при $[\tau] = 50$ МПа) принимают $c = 10$; при переменной нагрузке и малых изгибающих моментах или постоянной нагрузке и средних изгибающих моментах ($[\tau] = 37$ МПа) принимают $c = 11$; при переменной нагрузке и средних изгибающих моментах или постоянной нагрузке и значительных изгибающих моментах ($[\tau] = 28,5$ МПа) принимают $c = 12$.

При наличии шпоночного паза в опасном сечении вала полученные значения увеличивают на 5 ... 10%, а затем округляют до ближайшего стандартного по ГОСТ 6636—69.

Проверочный расчет валов. После предварительного определения диаметра вала обычно вычерчивают эскиз вала с насаженными деталями и устанавливают места расположения опор. Затем составляют расчетную схему, в которой вал рассматривается как балка на двух опорах; силы от деталей, посаженных на вал, условно считают сосредоточенными и приложенными по середине ширины посадочного места детали, а реакции в цапфах — по середине длины цапфы. Далее определяют реакции в опорах вала и строят эпюры сил, изгибающих и крутящих моментов от всех действующих нагрузок.

Если силы расположены в различных плоскостях, то для определения результирующих моментов определяют изгибающие моменты во взаимно перпендикулярных плоскостях M_x и M_y и складывают их геометрически: $M_{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$. Построенные эпюры используются для определения расчетных напряжений в любом сечении вала.

Максимальные нормальное и касательное напряжения в опасном сечении вала определяются по формулам

$$\sigma = M_{\Sigma} W_{\Sigma}; \quad \tau = T / (2 W_{\Sigma}), \quad (27.2)$$

где $W_{\Sigma} = 0,1d^3$ — момент сопротивления при изгибе для сплошного круглого сечения и $W_{\Sigma} \approx 0,1d^3 z_w$ — момент сопротивления для вала с центральным отверстием диаметром d_w .

Если при расчете учитывается нормальное напряжение не только от изгиба, но и от растяжения или сжатия вала осевой силой N , то

$$\sigma = M_{\Sigma} W_{\Sigma} \pm N (\pi d^2 / 4), \quad (27.3)$$

где знак «+» соответствует растягивающей силе, а знак «—» — сжимающей.

Проверку прочности производят по эквивалентному (приведенному) напряжению. При одновременном действии нормальных и касательных напряжений, согласно формуле (15.7), эквивалентное напряжение

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma_{\Sigma}].$$

По результатам проверки по формуле (27.4), если необходимо, вносят исправления в выбранную конструкцию вала. У осей касательное напряжение отсутствует. Диаметр сплошной цилиндрической оси рассчитывают по формуле $d = M_n / (0,1 [\sigma_n])$, а диаметр цилиндрической полый оси по формуле $d = \sqrt[3]{M_n / (0,1 [\sigma_n] \xi_w)}$.

Допускаемые напряжения на изгиб стальных валов при симметричном цикле изменения принимают $[\sigma_n] \approx 0,1\sigma_b$ для осей с отнулевым циклом напряжения $[\sigma_n] \approx 0,16\sigma_b$, а при постоянных напряжениях $[\sigma_n] \approx 0,33\sigma_b$, где σ_b — предел прочности.

Последовательность проверочного расчета валов по приведенным напряжениям покажем на двух примерах.

1. Рассчитать эквивалентное напряжение вала прямошестеренной цилиндрической передачи, эскиз которого показан на (рис. 27.3, а), полагая, что известны окружные силы колес F_{t1} и F_{t2} и радиальные силы F_{r1} и F_{r2} , а диаметр вала определен по крутящему моменту T по формуле (27.1)

Заданные силы составляют расчетные нагрузки, которые вызывают изгиб вала в двух плоскостях. Сначала составляют расчетные схемы вала в вертикальной (рис. 27.3, б) и горизонтальной (рис. 27.3, в) плоскостях и из уравнений статики определяют реакции в опорах для каждой расчетной схемы:

$$R_{A\text{верт}} = |F_{t2}(l_2 + l_3) - F_{t1}l_3|/l;$$

$$R_{B\text{верт}} = |F_{t2}l_1 + F_{t1}(l_1 - l_2)|/l;$$

$$R_{A\text{гор}} = |F_{r2}(l_2 + l_3) - F_{r1}l_3|/l;$$

$$R_{B\text{гор}} = |F_{r1}(l_1 + l_2) - F_{r2}l_1|/l.$$

Затем строят эпюры изгибающих моментов в вертикальной $M_{\text{верт}}$ и горизонтальной $M_{\text{гор}}$ плоскостях, а также эпюру крутящего момента $T = 2F_{t1}/d_1 = 2F_{t2}/d_2$. Эпюры показаны на рис. 27.3, б — г.

Опасное сечение вала будет там, где суммарный изгибающий момент $M_n = \sqrt{M_{\text{гор}}^2 + M_{\text{верт}}^2}$ будет наибольшим. Далее по формулам (27.2) определяют максимальные нормальные и касательные напряжения, а по формуле (27.4) определяют эквивалентное напряжение и сравнивают его с допускаемым напряжением.

2. Определить эквивалентное напряжение вала червяка (рис. 27.4, а), считая, что известны окружная F_t , радиальная F_r и осевая F_a силы, приложенные к зубу червяка на расстоянии радиуса делительного цилиндра посередине его длины. Эти силы вызывают изгиб вала в горизонтальной и вертикальной плоскостях, а сила F_a вызывает сжатие левого участка вала. Составляя расчетные схемы вала в вертикальной (рис. 27.4, б) и горизонтальной (рис. 27.4, в) плоскостях, определяют реакции R_A и R_B в опорах вала и строят эпюры изгибающих моментов, а также продольных сил и крутящего момента

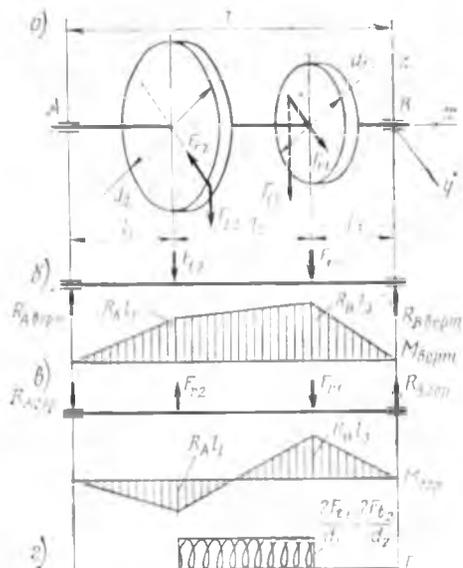


Рис. 27.3

(рис. 27.4, з). При этом максимальный изгибающий момент в вертикальной плоскости

$$M_{\text{верт}} = F_r l/4 + F_a d_1/4;$$

в горизонтальной плоскости

$$M_{\text{гор}} = F_t l/4.$$

Суммарный изгибающий момент

$$M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{верт}}^2 + M_{\text{гор}}^2} = 0,25 \sqrt{(F_r l + F_a d_1)^2 + (F_t l)^2}.$$

Напряжения, действующие в опасном сечении:

$$\sigma_{\text{и}} = M_{\text{и}}/0,1d^3; \sigma_{\text{сж}} = F_a/0,25\pi d^2; \tau = T/0,2d^3.$$

Результирующее нормальное напряжение $\sigma = \sigma_{\text{и}} - \sigma_{\text{сж}}$. Подставляя значение σ и τ в формулу (27.4), при известном диаметре вала d определяют эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{э}}$ и сравнивают его с допускаемым напряжением.

Расчет валов и осей на сопротивление усталости. При предварительном определении диаметра и проверочном расчете валов

и осей на прочность не учитываются усталостные характеристики материалов и концентрация напряжений, а также качество поверхности. Практикой установлено, что основным видом разрушения валов является усталостное. Поэтому для валов расчет на сопротивление усталости является основным. Расчет обычно производят в форме проверки коэффициента запаса прочности. При расчете намечают опасные сечения вала, которые подлежат проверке, при этом учитывается характер эпюр изгибающих и крутящих моментов, наличие концентрации напряжений в местах изменения сечения ступенчатых валов. Для опасного сечения определяют действительный коэффициент n

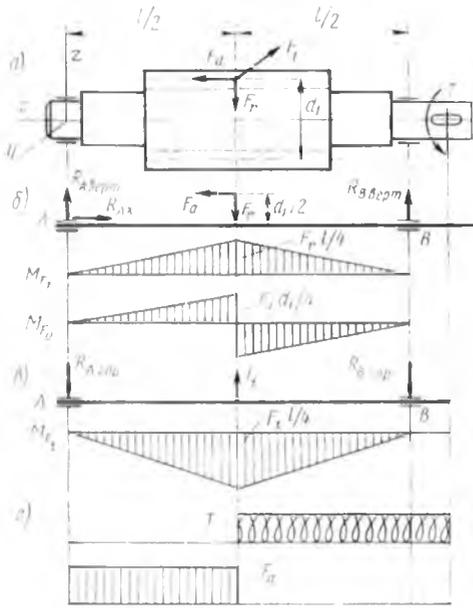


Рис. 27.4

запаса сопротивления усталости и сравнивают его с допускаемым коэффициентом $[n]$. Коэффициент запаса прочности определяют по формуле

$$n = n_{\sigma} n_{\tau} / \sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2} \geq [n] \approx 1,5, \quad (27.5)$$

где $n_{\sigma} = \sigma_{-1} / \left(\frac{K_{\sigma}}{\beta_{\sigma \sigma}} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m \right)$ — коэффициент запаса по нормальным напряжениям;

$n_{\tau} = \tau_{-1} / \left(\frac{K_{\tau}}{\beta_{\tau \tau}} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m \right)$ — коэффициент за-

паса по касательным напряжениям. Здесь σ_{-1} и τ_{-1} — пределы выносливости при изгибе и кручении. Другие величины, входящие в формулы, определяются следующим образом.

Для рассматриваемого опасного сечения, используя эпюры изгибающих и крутящих моментов, определяют напряжения наружных волокон вала. Согласно принятому условию амплитуды σ_a и средние напряжения σ_m при симметричном цикле

$$\sigma_a = \sigma_{\max} = M_{\max} / W_{II}; \quad \sigma_m = 0;$$

при отнулевом цикле

$$\tau_a = \tau_m = \tau_{\max} / 2 = T_{\max} / (2 W_{II}),$$

где $W_{II} = 0,1 d^3 z_{II}$.

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе K_σ и кручении K_τ в зависимости от наличия в сечении концентраторов напряжений определяют из табл. 27.1.

Таблица 27.1

Фактор концентрации	K_τ		K_σ	
	при σ_{II} , МПа			
	700	1000	700	1000
Гадзель (см. рис. 15.3, б) при:				
$r/d = 0,02$	2,5	3,5	1,8	2,1
$r/d = 0,06$	1,85	2,0	1,4	1,53
$r/d = 0,10$	1,6	1,61	1,25	1,33
Выточка (см. рис. 15.3, а) при:				
$r/d = 0,02$	1,9	2,35	1,4	1,7
$r/d = 0,06$	1,8	2,0	1,35	1,65
$r/d = 0,10$	1,7	1,85	1,25	1,5
Поперечное отверстие (см. рис. 15.3, в) при $d_0/d = 0,05 \dots 0,25$	1,9	2,0	1,75	2,0
Шпоночная канавка (см. рис. 15.3, з)	1,7	2,0	1,4	1,7
Шлицы	При расчете по внутреннему диаметру $K_\tau = K_\sigma = 1$			
Посадка с натягом при давлении $q \geq 20$ МПа	2,4	3,6	1,8	2,5
Резьба	1,8	2,4	1,2	1,5

Масштабные факторы ϵ_σ ; ϵ_τ , учитывающие влияние размеров детали при изгибе, зависят от диаметра вала и материала. Учитывая, что $\epsilon_\sigma = \epsilon_\tau$, масштабные факторы имеют следующие значения:

Диаметр вала, мм	15	20	30	40	50
Углеродистая сталь	0,95	0,92	0,88	0,85	0,81
Легированная сталь	0,87	0,83	0,77	0,73	0,70

Коэффициенты ψ_σ и ψ_τ , учитывающие влияние среднего напряжения цикла на сопротивление усталости, обычно принимают: $\psi_\sigma = 0,05$, $\psi_\tau = 0$ — для низкоуглеродистых сталей; $\psi_\sigma = 0,1$, $\psi_\tau = 0,05$ — для среднеуглеродистых сталей; $\psi_\sigma = 0,15$, $\psi_\tau = 0,1$ — для легированных сталей.

Коэффициенты β_σ и β_τ учитывают шероховатость поверхности. Для шлифованных и полированных поверхностей принимают $\beta_\sigma = \beta_\tau = 1$; при чистовой обточке $\beta_\sigma = \beta_\tau = 1,05 \dots 1,25$; при обдирке $\beta_\sigma = \beta_\tau = 1,2 \dots 1,5$. На значение коэффициента β влияет упрочнение поверхности (цементация, азотирование и т. д.). Влияние этих факторов подробно излагается в литературе [26].

У вращающихся осей напряжение изгиба меняется по симметричному циклу ($\sigma_m = 0$) и формула (27.5) имеет вид

$$n = \beta_\sigma \beta_\tau \sigma_{-1} (K \sigma_a) = [n],$$

У неподвижных осей нагружение статическое ($\sigma_m = \sigma_a$). Тогда формула (27.5) имеет вид

$$n = \sigma_T [\sigma_m (K_\sigma \beta_\sigma \beta_\tau + \psi_\sigma)] = [n],$$

где σ_T — предел текучести.

Учет срока службы. В предыдущих расчетах предполагался весьма длительный срок службы вала, практически весь срок амортизации. Если срок службы вала ограничен и число циклов N напряжений меньше базового числа циклов N_0 , то расчетный предел выносливости можно повысить. При $N < N_0$ учитывается возможность повышения допускаемых напряжений для кратковременно работающих механизмов с целью более полного использования ресурсов прочности. В этом случае расчетный предел выносливости определится по формуле

$$\sigma_{-1p} \approx \sigma_{-1} \sqrt[m]{N_0/N}, \quad (27.6)$$

где базовое число циклов $N_0 = (3 \dots 5) 10^6$ для валов небольшой площади сечения и $N_0 = 10^7$ для валов большой площади сечения; показатель степени кривой усталости $m = 6$ для валов с посадками с натягом; $m = 9$ для обычных конструкций стальных валов. Число циклов $N = 60nt$, где n — частота вращения вала, об/мин; t — время работы, ч.

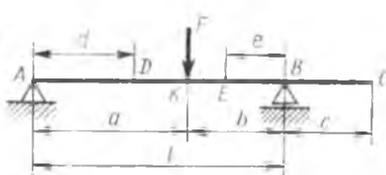
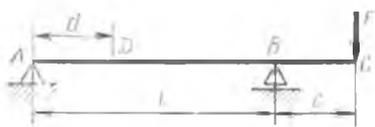
Расчет на изгибную жесткость. Упругие перемещения валов отрицательно влияют на работу связанных с ними деталей — подшипников, зубчатых колес и т. д. При большом прогибе может произойти заклинивание подшипников, а в зубчатых зацеплениях перекося зубьев и возникновение концентрации нагрузки по длине зуба. В отсчетных и делительных механизмах упругие перемещения снижают точность измерений.

Значения допускаемых упругих перемещений зависят от требований, предъявляемых к конструкции, и устанавливаются для каждого отдельного случая. Ориентировочно углы поворота (в радианах) сечения вала в местах расположения типовых деталей имеют следующие допустимые значения:

Шариковые однорядные подшипники	0,005
Шариковые сферические подшипники	0,05
Роликовые цилиндрические подшипники	0,0025
Роликовые конические подшипники	0,0016
Подшипники скольжения	0,001
Зубчатые колеса	0,001... 0,002

Согласно опытным данным максимальный прогиб валов обычно не должен превышать $(2...3)10^{-4}$ от расстояния между опорами, а допустимый прогиб для валов, несущих зубчатые колеса, в месте крепления колеса составляет $0,01 m$ для цилиндрических и $0,005 m$ для конических колес, где m — модуль зацепления.

Таблица 27.2

			
θ_A	$Fab(l+b)/(6EJl)$	$-Fcl/(6EJ)$	
θ_B	$-Fab(l+a)/(6EJl)$	$Fcl/(3EJ)$	
θ_C	θ_B	$Fc(2l+3c)/(6EJ)$	
θ_{D1}	$Fb(l^2-b^2-3d^2)/(6EJl)$	$Fc(3d^2-l^2)/(6EJl)$	
θ_{E1}	$-Fa(l^2-a^2-3e^2)/(6EJl)$		
θ_K	$Fab(b-a)/(3EJl)$	—	
y_D	$Fbd(l^2-b^2-d^2)/(6EJl)$	$-Fcd(l^2-d^2)/(6EJl)$	
y_E	$Fae(l^2-a^2-e^2)/(6EJl)$	—	
y_K	$Fa^2b^2/(3EJl)$	—	
y_C	$\theta_B c$	$Fc^2(l+c)/(3EJ)$	

Примечание. В таблице E — модуль упругости материала вала; J — момент инерции сечения (для круглого вала $J = \pi d^4/64$). Суммарные значения перемещений определяются по формулам $y = \sqrt{y_{\text{верт}}^2 + y_{\text{гор}}^2}$; $\theta = \sqrt{\theta_{\text{верт}}^2 + \theta_{\text{гор}}^2}$, где $y_{\text{верт}}$; $\theta_{\text{верт}}$ — прогиб и угол поворота в вертикальной плоскости, а $y_{\text{гор}}$; $\theta_{\text{гор}}$ — прогиб и угол поворота в горизонтальной плоскости на расчетной схеме вала. Эти деформации получают алгебраическим суммированием деформаций от каждой силы, действующей в данной плоскости (согласно принципу наложения деформаций).

Прогобы и углы наклона упругой линии вала определяют, решая дифференциальное уравнение упругой линии балки (см. § 11.5). Для простых случаев следует пользоваться готовыми формулами для углов поворота θ и прогибов y , приведенными в табл. 27.2. Найденные значения θ и y не должны превышать допускаемых значений.

Расчет на крутильную жесткость. Под действием крутящего момента вал деформируется (закручивается). Угол закручивания цилиндрического участка вала длиной l под действием крутящего момента T определяется по формуле

$$\varphi = Tl / (GJ_p), \quad (27.7)$$

где G — модуль сдвига; J_p — полярный момент инерции (для круглого сечения $J_p \approx 0,1 d^4$). Для ступенчатого вала, состоящего из n цилиндрических участков,

$$\varphi = \sum_{i=1}^n T_i l_i / (GJ_{pi}), \quad (27.8)$$

где l_i — длина i -го участка; J_{pi} — полярный момент инерции i -го участка; T_i — вращающий момент, приложенный к i -му участку. Допускаемый угол закручивания зависит от назначения вала, от требований и условий работы конструкции и колеблется в широких пределах. Например, для длинных валиков и ходовых винтов допускаемый угол закручивания принимают $|\varphi| \leq 5 \dots 10' / \text{м}$ ($0,015 \dots 0,3$ рад/м), в отдельных случаях допускается $|\varphi| \leq 20' / \text{м}$. К валам высокоточных передач предъявляют особые требования в отношении жесткости, так как угол закручивания влияет на мертвый ход механизма (упругий мертвый ход).

Угол закручивания вала φ , рад, и крутящий момент T , Н·мм, определяют по формулам

$$\varphi = T / (GJ_p) \leq |\varphi| 1000 \quad \text{или} \quad T \leq 0,1 d^4 G \leq |\varphi| 1000,$$

где d — диаметр вала, мм; G — модуль сдвига, МПа.

Диаметр вала, необходимый для обеспечения требуемой крутильной жесткости,

$$d = 10k \sqrt[4]{T / (G|\varphi|)}, \quad (27.9)$$

где коэффициент $k=1,1$ учитывает возможные ослабления вала, например, шпоночным пазом или отверстиями под штифты.

Гибкие валы применяются для передачи вращающего момента между теми узлами машин и приборов, которые в процессе работы меняют свое относительное положение. Эти валы имеют криволинейную геометрическую ось и предназначены для передачи сравнительно небольших мощностей при большой частоте вращения. Гибкий вал конструктивно состоит из нескольких слоев

стальной проволоки 2 круглого сечения, навитых вокруг сердечника 3 (рис. 27.5, а). Соседние слои имеют противоположное направление наливки. У вала правого вращения наружный слой навит в левую сторону, а у вала левого вращения — в правую. Поэтому при передаче момента наружный слой уплотняет внутренние слои, и в этом случае валы имеют наибольшую несущую способность.

Для предохранения от загрязнений и повреждений, сохранения смазки и безопасности работы гибкие валы заключаются в оболочку (броню), обычно металлическую, тканевую или резиноканевую.

Металлическая броня 1 состоит из стальной ленты фасонного сечения. Концы гибких валов и брони припаивают к специальной арматуре 4 — наконечникам вала, а их в свою очередь присоединяют к жестким валам узлов, между которыми гибкий вал передает движение (рис. 27.5, б, в).

Гибкие валы нормального типа В1 и усиленного типа ВУ предназначены для приводов управления и контроля, а валы типа В2-А — для автомобильных приводов. При работе вала радиус R кривизны его оси не должен быть меньше радиуса R_{\min} , указанного в табл. 27.3. Кпд гибких валов определяется опытным путем. Он равен 0,93 ... 0,89. Наибольший угол закручивания $\varphi \leq 20^\circ/\text{м}$.

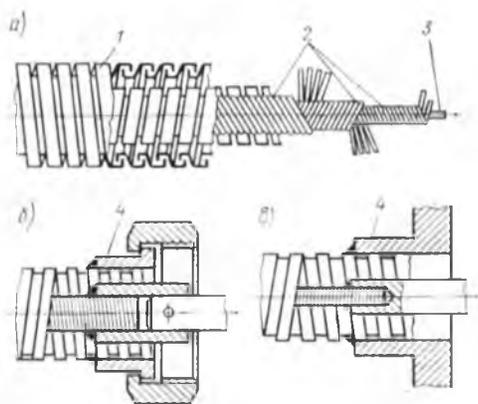


Рис. 27.5

Таблица 27.3

Тип вала					Тип вала				
	Номинальный диаметр вала, мм	Минимальный радиус кривизны оси R_{\min} , мм	Расчетная частота вращения, об/мин	Максимальный крутящий момент (при R_{\min}), Н·м		Номинальный диаметр вала, мм	Минимальный радиус кривизны оси R_{\min} , мм	Расчетная частота вращения, об/мин	Максимальный крутящий момент (при R_{\min}), Н·м
В2-3Бр	3	100	7200	0,05	В1-12	12	240	1750	2,20
В2-4	4	125	4800	0,15	В1-16	16	300	1350	3,50
В2-5	5	125	3600	0,20	В1-20	20	350	1150	4,50
В1-6	6	150	3200	0,30	В1-25	25	400	950	6,50
В1-8	8	160	2500	0,40	В1-30	30	450	800	10,00
В1-10	10	200	2100	1,20					

§ 27.3. Опоры качения

Опоры качения валов и осей выполняют чаще всего в виде подшипников качения. Конструкции подшипников (рис. 27.6) состоят из наружного кольца 1, внутреннего кольца 2, между дорожками качения 3 которых помещаются тела качения 4 (шарики или ролики). Тела качения распределяются равномерно по дорожкам качения с помощью сепаратора 5. На рис. 27.7 показаны различные виды тел качения: шарики (а), цилиндрические ролики короткие (б) и длинные (в), цилиндрические витые ролики (г), конические (д), бочкообразные (е), игольчатые (ж) тела вращения.

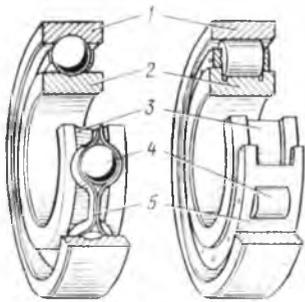


Рис. 27.6

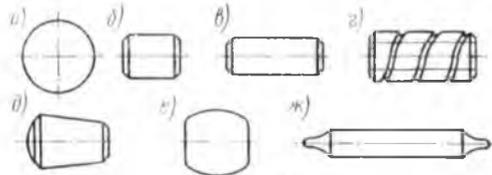


Рис. 27.7

Шариковые подшипники более быстроходны, чем роликовые, могут фиксировать вал в осевом направлении, менее чувствительны к прогибам вала. Роликовые подшипники с цилиндрическими роликами не воспринимают осевую нагрузку, но имеют более высокую (на 70 ... 90%) несущую способность, чем шариковые подшипники тех же размеров.

Достоинствами подшипников качения являются: а) малые моменты трения; б) малая ширина; в) простота ухода и малый расход смазочных материалов; г) высокая степень стандартизации, взаимозаменяемость и невысокая стоимость при массовом производстве. К основным недо-

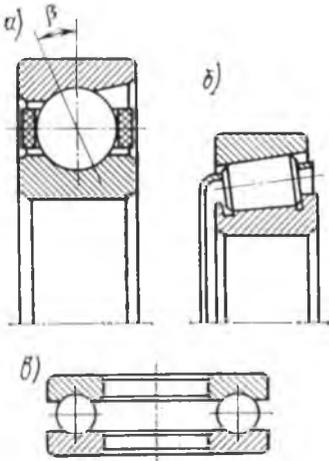


Рис. 27.8

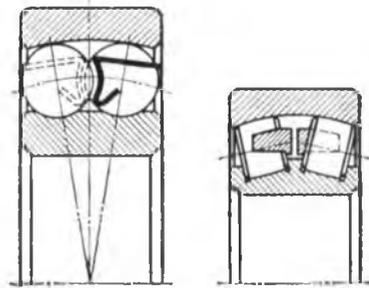


Рис. 27.9

статкам подшипников качения относятся: а) значительные диаметральные габариты, б) ограниченный срок службы при большой частоте вращения.

По направлению действия воспринимаемых нагрузок подшипники качения делятся на: радиальные (см. рис. 27.6), способные воспринимать в основном радиальную нагрузку (шариковые радиальные подшипники могут воспринимать и осевую нагрузку, достигающую по значению 70% от недоиспользованной радиальной нагрузки); радиально-упорные (рис. 27.8, а, б), способные воспринимать радиальную и осевую нагрузку; упорные (рис. 27.8, в), способные воспринимать осевую нагрузку.

По способности самоустанавливаться подшипники делят на несамоустанавливающиеся и самоустанавливающиеся (сферические) (рис. 27.9). По габаритным размерам все подшипники разделяют на серии. В зависимости от размера наружного кольца бывают серии: сверхлегкие, особо легкие, легкие, средние и тяжелые. В зависимости от ширины кольца подшипники делят на узкие, нормальные, широкие и особо широкие.

Подшипники качения маркируют нанесением на торец кольца цифр, условно обозначающих внутренний диаметр d , серию, тип подшипника и класс точности изготовления. Подшипники выпускаются следующих классов точности в порядке повышения точности: 0 (нормальный); 6 (повышенный), 5 (высокий), 4 (особо высокий), 2 (сверхвысокий).

Кольца и тела качения изготавливают из шарикоподшипниковых высокоуглеродистых хромистых сталей, например ШХ15 и ШХ15СГ и др., сепараторы — из мягкой углеродистой стали, а сепараторы высокоскоростных подшипников — из бронзы, текстолита, нейлона.

В приборах применяются миниатюрные шарикоподшипники с наружным диаметром от 1,0 до 8 мм, конструкция которых показана на рис. 27.10. Применяют также нестандартные насыпные шарикоподшипники (рис. 27.11), у которых отсутствует сепаратор. Роль внутреннего и наружного колец выполняют сам вал и неподвижная чашка, которые в этом случае изготавливают из высококачественных сталей и закаливают до твердости HRC 55 ... 60. Эти подшипники позволяют точно центрировать вал и обладают малым моментом трения.

Выбор посадок колец подшипников качения на вал и в корпус зависит от значения, направления и характера нагрузок, типа и размеров подшипника, условий эксплуатации, метода регулирования зазоров и условий сборки. Различают местное, циркуляционное и колебательное нагружения неподвижных колец: местная нагрузка воспринимается ограниченным участком дорожки качения и передается на ограниченный участок корпуса; циркуляционная нагрузка воспринимается всей окружностью дорожки качения; колебательная нагрузка распределяется на определенный участок кольца.

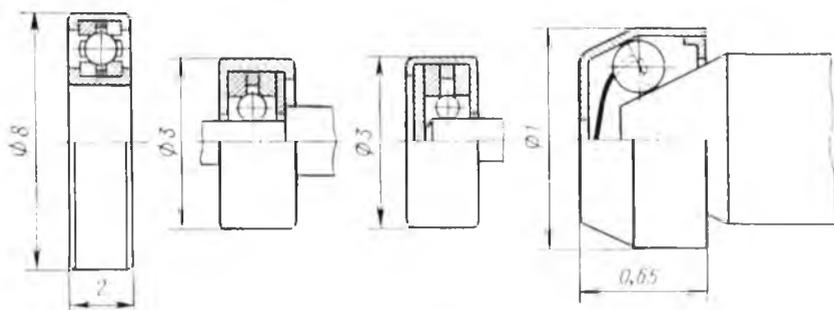


Рис. 27.10

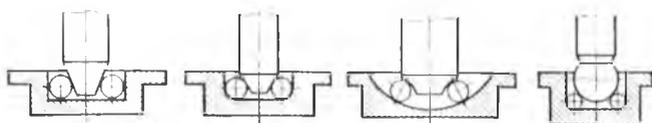


Рис. 27.11

Посадка подшипников на вал осуществляется по системе отверстия, а в корпус — по системе вала. В зависимости от вида нагружения для радиальных подшипников рекомендуются следующие посадки [8]:

Вид нагружения	Внутреннее кольцо на вал	Наружное кольцо на вал
Местное	j_55 ; J_66 ; h_5 ; h_6 ; g_6 ; f_7	J_66 ; J_77 ; H_6 ; H_7 ; H_8 ; H_9 ; G_7
Циркуляционное	n_5 ; m_5 ; k_5 ; j_55 ; n_6 ; m_6 ; k_6 ; j_56	N_6 ; M_6 ; K_6 ; N_7 ; M_7 ; K_7
Колебательное	j_55 ; j_56	J_66 ; J_77

Установку неподвижных колец подшипников осуществляют, как правило, по более свободной посадке, чем вращающихся. При этом чем больше нагрузка и меньше частота вращения, тем плотнее должна быть посадка. На рис. 27.12, а показано крепление внутреннего кольца на валу посредством посадки с натягом, на рис. 27.12, б — крепление концевыми шайбами, на рис. 27.12, в — гайкой. Наружные кольца закрепляют между упорным выступом корпуса и выступом крышки (рис. 27.13, а), между выступом

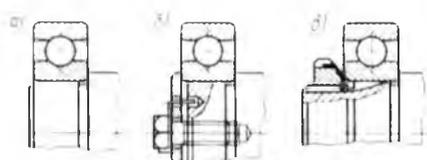


Рис. 27.12

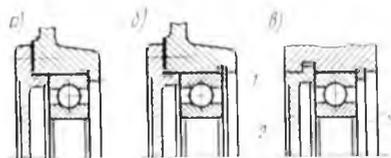


Рис. 27.13

крышки и упорным пружинным кольцом 1 (рис 27.13, б), а в разъемных корпусах наружные кольца крепят цельными кольцами 3 большого сечения и врезными крышками 2 (рис. 27.13, в). Возможны и другие варианты крепления колец, которые приводятся в справочной литературе [1, 25, 34].

Необходимо отметить, что конструкции и размеры торцовых крышек для осевой фиксации подшипников, восприятия осевых нагрузок и герметизации стандартизированы (ГОСТ 18511—73 ... 18513—73). В зависимости от диаметра наружных колец подшипников параметры крышек, а также параметры установочных гаек, пружинных стопорных колец приводятся в справочниках [1, 34]. Применение стандартных деталей в подшипниковых узлах упрощает их проектирование и удешевляет изготовление.

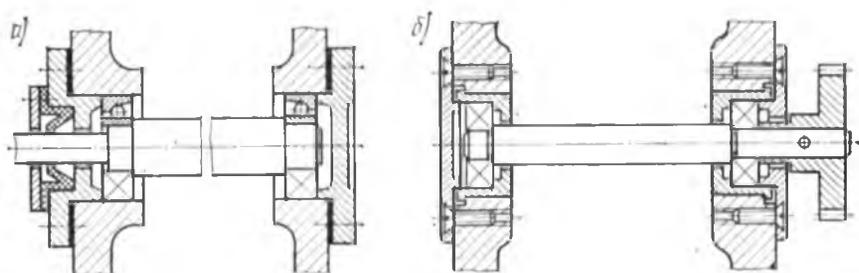


Рис. 27.14

При установке вала в двух подшипниках применяют различные конструкции подшипниковых узлов, например конструкцию, где радиально-упорные подшипники установлены в общей сквозной расточке корпуса, а размер осевого зазора регулируют набором прокладок между крышками и торцами корпуса (рис. 27.14, а). На рис. 27.14, б показана конструкция, в которой между неподвижным наружным кольцом подшипника и крышкой имеется осевой зазор $\Delta = 0,02 \dots 0,1$ мм. Такая конструкция дает возможность подшипнику перемещаться в корпусе, компенсируя температурное удлинение вала, что важно особенно при длинных валах. Другие типовые конструктивные решения приводятся в справочной литературе [1, 34].

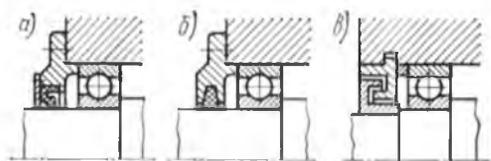


Рис. 27.15

Чтобы защитить подшипниковые узлы от загрязнения и предупредить вытекание смазки, их снабжают уплотняющими устройствами. При малых и средних скоростях применяют контактные манжетные уплотнения в виде пластмассовых ($v \leq 10$ м/с) или войлочных ($v \leq 5$ м/с) колец (рис. 27.15, а, б). При высоких скоростях применяют лабиринтные уплотнения (рис. 27.15, в), изви-

листый зазор которых заполняют консистентной смазкой. Бывают уплотнения и других конструкций.

Смазку подшипников качения производят пластическими (консистентными) смазками, жидкими маслами и твердыми смазками. Консистентной смазкой заполняют корпус подшипника на $\frac{1}{3}$... $\frac{1}{2}$ объема свободного пространства корпуса и меняют ее один раз в 6 ... 8 месяцев. Кальциевые смазки (солидолы) применяют при длительной работе со скоростью вала $v \leq 10$ м/с при температуре не выше 60°C . Натриевые смазки (консталины) применяют при тех же условиях, но при температуре не выше 120°C .

В качестве жидкой смазки используют нефтяные масла при температуре до 120°C и синтетические масла при более высоких температурах. В зависимости от условий работы применяют различные способы подачи жидкой смазки. При малых скоростях смазка поступает при окутании тел качения в масляную ванну. При горизонтальном расположении оси подшипников заливка масла в корпус производится до уровня, соответствующего положению центра тела качения, находящегося в нижней части подшипника. Часто смазку подают разбрызгиванием из общей масляной ванны погруженным в нее на 10 ... 15 мм зубчатым колесом. При значительных скоростях применяется смазка масляным туманом, получающимся в результате разбрызгивания масла зубчатыми колесами, или распыления масла специальными распылителями. Туман проникает в подшипники и обеспечивает их смазку.

Смазку в малогабаритные подшипники, вращающиеся со скоростью $v \leq 50$ м/с, подают фитилями или дозирующей масленкой, отрегулированной на подачу нескольких капель масла в час. Фетровые фитили при работе выполняют и роль фильтра. Твердые смазки (графит, дисульфид молибдена и др.) используют в узлах, работающих в вакууме, при низких ($t < -100^\circ\text{C}$) или высоких ($t > 300^\circ\text{C}$) температурах. В этом случае сепараторы подшипников изготовляют из самосмазывающихся материалов. Тела качения, соприкасаясь со стенками гнезд сепаратора, снимают с них тонкую пленку твердой смазки и переносят ее на поверхность качения колец подшипника.

§ 27.4. Выбор подшипников качения

Число типоразмеров подшипников качения ограничено стандартом. Для каждого типоразмера рассчитана или экспериментально установлена грузоподъемность (работоспособность). При проектировании сами подшипники качения не конструируют и не рассчитывают, а подбирают из числа стандартных. Методика подбора также стандартизирована (см. ГОСТ 18854—73 и 18855—73).

Подшипники подбирают по допустимой статической нагрузке, чтобы не возникали остаточные деформации, и по

динамической, нагрузочной способности, чтобы не происходили усталостные разрушения.

Подбор подшипников по статической нагрузке выполняют, если частота вращения $n \leq 1$ об/мин или вал совершает качательное движение. Условия работы должны удовлетворять неравенству

$$Q_0 \leq C_0, \quad (27.10)$$

где C_0 — допустимая статическая нагрузка (ее значения приводятся в каталогах для каждого типоразмера подшипника); $Q_0 = X_0 R + Y_0 A$ — приведенная статическая нагрузка. Здесь R и A — соответственно радиальная и осевая нагрузки на подшипник; X_0 и Y_0 — коэффициенты радиальной и осевой нагрузки. Например: для однорядных шариковых радиальных подшипников $X_0 = 0,6$; $Y_0 = 0,5$; для шариковых радиально-упорных подшипников $X_0 = 0,5$; $Y_0 = 0,47$ при $\beta = 12^\circ$ и $X_0 = 0,5$, $Y_0 = 0,37$ при $\beta = 24^\circ$ (см. рис. 27,8, а). В любом случае принимают $Q = R$.

В миниатюрных насыпных подшипниках число шариков бывает от 3 до 6, поэтому считают, что вся нагрузка воспринимается одним шариком. В этом случае в подшипнике с цилиндрической или конической цапфой диаметр шарика в миллиметрах может быть определен по формуле $d_{ш} \approx 0,7 \sqrt{R}$, где R — радиальная нагрузка, Н.

Если расчетная частота вращения вала будет $n > 1$ об/мин, то подшипник подбирают по динамической нагрузочной способности. Условия подбора:

$$C_{расчетная} \leq C_{номинально-каталожная}. \quad (27.11)$$

Номинальная динамическая нагрузочная способность — это постоянная радиальная нагрузка, которую подшипник (с неподвижным наружным кольцом) может выдержать, совершив один миллион оборотов внутреннего кольца, без появления признаков усталостного разрушения не менее чем у 90% подшипников, подвергающихся испытаниям. Значения номинальной динамической нагрузочной способности приводятся в каталогах для каждого типоразмера подшипника.

Для подбора подшипников используют эмпирическую зависимость

$$L_h = (10^6 / 60n) (C / Q)^\alpha, \quad (27.12)$$

где L_h — долговечность, ч; n — частота вращения, об/мин; C — динамическая нагрузочная способность, Н; Q — приведенная нагрузка, Н; $\alpha = 3$ для шарикоподшипников; $\alpha = 3,3$ для роликоподшипников.

Подшипники качения часто работают при совместном действии радиальной и осевой нагрузки, которая может быть постоянной или сопровождаться толчками и ударами; вращаться может как наружное, так и внутреннее кольцо; в широких пределах может изменяться температура окружающей среды — все эти факторы

влияют на работоспособность подшипников и учитываются при выборе приведенной (расчетной) нагрузки.

Приведенную радиальную нагрузку Q для радиальных и радиально-упорных шариковых и роликовых подшипников определяют по формуле

$$Q = (Xk_k R + YA) k_s k_T; \quad (27.13)$$

для упорных подшипников

$$Q = Ak_s k_T, \quad (27.14)$$

где R — радиальная нагрузка; A — осевая нагрузка; X и Y — соответственно коэффициенты радиальной и осевой нагрузок, приведенные в табл. 27.4; k_k — коэффициент вращения (при вращении внутреннего кольца $k_k = 1$; при вращении наружного кольца $k_k = 1,2$); k_s — коэффициент безопасности, учитывающий динамичность нагрузки (при постоянной нагрузке $k_s = 1$; при нагрузке с толчками и с перегрузкой до 125% $k_s = 1,3 \dots 1,8$; при нагрузке с сильными ударами $k_s = 2 \dots 3$); k_T — температурный коэффициент, вводимый при $t = 100$ С.

Коэффициент Y зависит от так называемого параметра осевого нагружения e , который в свою очередь зависит от отношения осевой нагрузки A подшипника к его допустимой статической нагрузке C_0 и характеризует неравномерность распределения нагрузки по телам качения.

Для радиальных подшипников по отношению A/C_0 , пользуясь табл. 27.4, определяют e , и в зависимости от значения отношения $A/(k_k R)$ определяют коэффициенты X и Y .

Таблица 27.4

Тип шарикоподшипников	Относительная нагрузка $\frac{A}{C_0}$	$\frac{A}{k_k R} \leq e$		$\frac{A}{k_k R} > e$		e
		X	Y	X	Y	
Радиальные однорядные	0,014			0,56	2,30	0,19
	0,056			0,56	1,71	0,26
	0,11	1	0	0,56	1,45	0,30
	0,28			0,56	1,15	0,38
	0,56			0,56	1,00	0,44
Радиально- упорные	0,014			0,46	1,81	0,30
	0,056			0,46	1,46	0,37
	0,11	1	0	0,46	1,22	0,45
	0,28			0,46	1,04	0,52
	0,56			0,46	1,00	0,54
$\beta = \begin{cases} 18^\circ \\ 24^\circ \\ 30^\circ \end{cases}$	—			0,43	1,00	0,57
	—	1	0	0,41	0,87	0,68
	—			0,39	0,76	0,80

Для радиально-упорных подшипников осевую нагрузку определяют с учетом осевых составляющих S , возникающих от радиальных нагрузок из-за угла β . Принимают для шарикоподшипников $S=eR$; для конического роликоподшипников $S=0,83eR$. Осевые нагрузки в этом случае будут зависеть от расположения подшипников на валу. Например, для одного из подшипников на рис. 27.16 имеем $S_1=e_1R_1$; для другого подшипника $S_2=e_2R_2$. Полная осевая сила в правом подшипнике будет $A+S_1-S_2$. Эту силу и нужно принимать за осевую в формуле (27.13). Так как параметр e зависит от отношения A/C_0 , а величину A определяют с учетом составляющей от радиальной нагрузки, зависящей от e , то приходится сначала приблизительно определить e без учета влияния радиальной нагрузки и также приблизительно определить коэффициент Y . Затем уточняют все величины и окончательно определяют эквивалентную динамическую нагрузку.

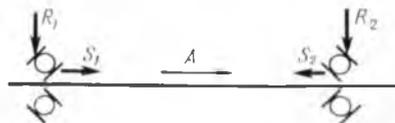


Рис. 27.16

Найденное по формулам (27.13) и (27.14) значение радиальной нагрузки Q подставляют в формулу (27.12) и определяют долговечность выбранного по динамической нагрузочной способности подшипника или по заданной долговечности находят допустимую динамическую нагрузку, которую должен выдерживать подшипник. Сопоставляя расчетное значение нагрузочной способностью со значением в каталоге, подбирают соответствующий типоразмер подшипника так, чтобы выполнялось условие (27.11). Если типоразмер подшипника выбран по конструктивным соображениям, то по каталогу определяют его динамическую нагрузочную способность C , затем находят приведенную нагрузку Q по формуле (27.13) по известным действующим нагрузкам и параметру нагружения e . Тогда по формуле (27.12) находят его долговечность и сравнивают с заданной долговечностью.

§ 27.5. Опоры скольжения, упругие и магнитные опоры

Цилиндрические опоры — подшипники — имеют цилиндрическую рабочую поверхность большой площади, значительный момент трения, надежно работают при больших нагрузках. Однако эти опоры из-за невозможности регулировать зазор между цапфой и подшипником не обеспечивают высокой точности центрирования вала. Конструкции цилиндрических опор скольжения показаны на рис. 27.17. В мало нагруженных конструкциях применяют неразъемные подшипники в виде втулок, запрессованных в корпусе ($a, б$), или фланцев, прикрепленных к корпусу винтами ($в$). При действии радиальных сил R и небольших осевых сил Q используют шипы со сферической поверхностью, упирающейся в шарик или в стальную пластину ($г$). При действии зна-

чительных осевых сил подшипник выполняют с кольцевой пятой (∂), а при больших радиальных нагрузках и для удобства сборки применяют разъемные подшипники (e), состоящие из корпуса 1, крышки 2, вкладыша 4 и крепежных винтов 3.

Материалы вала и втулки подшипника должны обладать малым коэффициентом трения, высокой износостойкостью и хорошей прирабатываемостью, т. е. антифрикционными свойствами. Поэтому материалом цапфы служат стали 45, 50, 40X, закаленные до твердости HRC 50 ... 55. Для втулок или вкладышей в зависимости от условий работы применяют следующие материалы: 1) при больших давлениях и средних скоростях бронзы типа БрОФ10-1, БрОС10-10 и др.; 2) при малых давлениях — металлокерамические материалы, пластмассы, полиамиды и др.

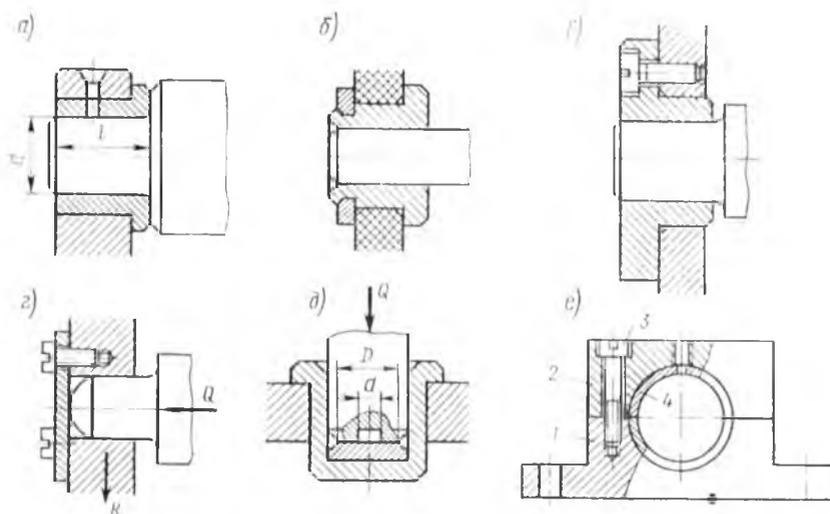


Рис. 27.17

При малых и средних скоростях в опорах скольжения имеет место полужидкостное или полусухое трение. Чтобы уменьшить трение и износ, поверхности цапф и подшипников должны иметь малую шероховатость ($R_a = 1,25 \dots 0,08$ мкм) и надежную смазку. Для сопряжения цапф с подшипником назначаются посадки по системе отверстий. Посадка определяется скоростью и требуемой точностью. При средних и малых скоростях скольжения применяются посадки H7/f7; H9/f8; H8/e9; при высоких скоростях — посадки H7/e8; при малых скоростях и высокой точности сопряжения — посадки H6/g5; H7/g9.

Расчет подшипников скольжения сводится к определению необходимого диаметра цапфы d и ее длины l . Расчет основывается на экспериментальных данных и носит условный характер. Диаметр цапфы d (рис. 27.17, а) и длина l должны быть такими,

чтобы не происходило выдавливания смазки и подшипник не нагревался. Необходимо, чтобы среднее давление не превосходило допустимого:

$$q = R/dl \leq [q], \quad (27.15)$$

где R — нагрузка на цапфу; d — диаметр и l — длина цапфы. Значения $[q]$ установлены экспериментально. Например, при трении стали по стали $[q] = 15 \dots 18$ МПа, стали по баббиту $[q] = 6 \dots 9$ МПа, стали по бронзе $[q] = 6 \dots 9$ МПа.

Для нормальной работы подшипника необходимо также, чтобы его температура не превышала некоторого максимального значения (обычно 75°C). Повышение температуры происходит от работы сил трения, мощность которых можно определить по формуле

$$P_f = fRv, \quad (27.16)$$

где v — окружная скорость; R — реакция в подшипнике; f — коэффициент трения.

Мощность, приходящаяся на единицу диаметрального сечения подшипника:

$$P_0 = P_f/dl = fRv/(dl) = fqv.$$

Условие, при котором подшипник не нагревается, записывают в виде

$$qv - \frac{R}{dl} \frac{\pi dn}{60 \cdot 100} \leq \frac{Rn}{1900l} \leq [qv],$$

откуда

$$qv = Rn (1900l) \leq [qv], \quad (27.17)$$

где n — частота вращения, об/мин; d — диаметр цапфы (вала), мм; R — реакция в подшипнике, Н; l — длина подшипника, мм. Допустимые значения $[qv]$ в большинстве случаев колеблются в пределах $[qv] = 2 \dots 10$ МПа·м/с и приводятся в справочной литературе [2].

При расчетах размеры d и l обычно находят в следующем порядке: выбрав материалы трущейся пары, определяют величину $[q]$, по известной нагрузке R по формуле (27.15) определяют величину dl . Задавшись отношением $k = l/d = 0,3 \dots 1,2$ по формуле $d = \sqrt{R/(k[q])}$ определяют d , а затем $l = kd$. После этого полученные значения d и l проверяют по формуле (27.17) на нагрев.

Расчет цилиндрических опор, нагруженных осевыми силами. Опоры скольжения, воспринимающие осевые нагрузки, называются подпятниками или упорными подшипниками. Давление в кольцевой пяте (рис. 27.17, *d*) определяют по формуле

$$q = 4Q [\pi (D^2 - d^2)],$$

где Q — осевая нагрузка; D и d — наружный и внутренний диаметры кольцевой поверхности трения. Значение давления проверяют по условию $q \leq [q]$, как в формуле (27.15).

Расчет по произведению $qv_{\text{ср}}$ позволяет проверить подшипник на нагрев и износ:

$$qv_{\text{ср}} \leq [qv], \quad (27.18)$$

где $v_{\text{ср}} = \pi(D + d)n/120\,000$ — средняя скорость скольжения, м/с; D и d — наружный и внутренний диаметры кольца, мм; n — частота вращения, об/мин.

Конические опоры воспринимают большие радиальные и малые осевые нагрузки, точно центрируют цапфу, но имеют большой момент трения. На рис. 27.18 показана конструкция регулируемой конической опоры 1 с торцовым винтом 3 и шариком 2. Для облегчения приработки конические опоры обычно изготавливают с двумя рабочими поясками. Угол $\alpha = 2 \dots 6^\circ$. Цапфы конических опор изготавливают из высокоуглеродистой стали и закалывают до твердости HRC 50 ... 60, втулки делают из фосфористой бронзы или латуни.

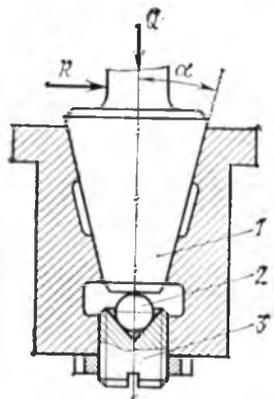


Рис. 27.18

Коническую опору можно рассчитывать как цилиндрические подшипники. При этом нормальная сила реакции N , возникающая от осевой силы Q , выражается как

$$N = Q \sin \alpha.$$

Конические опоры обычно работают при малых скоростях, поэтому их рассчитывают только на ограничение давления:

$$q = N/A_p \leq [q]. \quad (27.19)$$

Здесь A_p — расчетная площадь опоры, равная площади рабочих поясков; значения $[q]$ принимают те же, что для подшипников скольжения.

Момент трения скольжения в конической опоре рассчитывают, полагая силу N равномерно распределенной по всей рабочей поверхности:

$$T_Q = fNr_{\text{ср}} = fQd_{\text{ср}}(2 \sin \alpha).$$

Если на опору действует радиальная сила R , то нормальная реакция от этой силы будет $N = R/\cos \alpha$ (см. § 7.4). Тогда приведенный момент трения от силы R будет

$$T_R = f_1Nr_{\text{ср}} = 1,27fRd_{\text{ср}}/(2 \cos \alpha).$$

При одновременном действии на опору сил Q и R суммарный момент трения

$$T_{\Sigma} = T_Q + T_R.$$

Опоры на центрах применяются преимущественно в приборных механизмах, где требуется высокая точность центрирования оси подвижной системы при небольших (до 20 Н) нагрузках

и малых скоростях. Площади рабочих поверхностей соприкосновения цапф и втулок в этих опорах невелики, благодаря чему они имеют небольшой момент трения, но и невысокую износостойкость. Варианты конструкций опор на центрах показаны на рис. 27.19, а—д. Втулки опор на центрах позволяют осуществлять регулировку осевого зазора при сборке.

При назначении размеров элементов опоры можно использовать следующие рекомендации (рис. 27.19, а): $d=0,5 \dots 1,5$ мм; $D=2,5d$; $L \approx 3d$; $l \approx 1,5d$; $2\alpha = 60^\circ$; $2\beta = 90^\circ$.

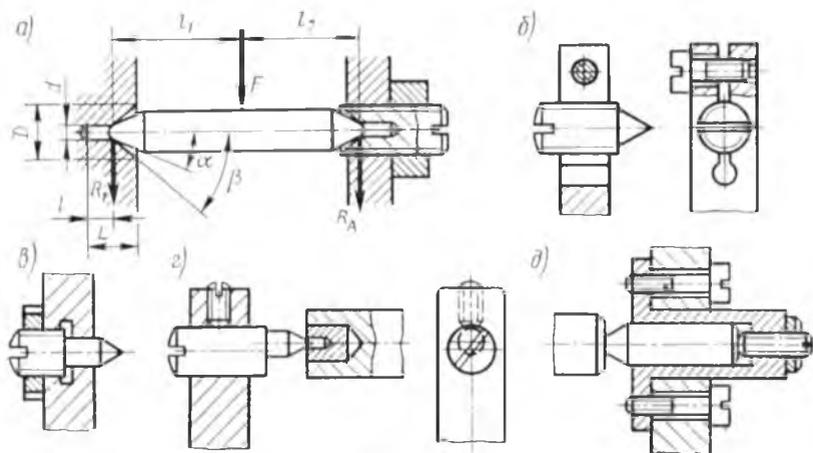


Рис. 27.19

Цапфы изготовляют из сталей У8А, У12А, закаленных до HRC 50 ... 60, из цинкованной стали, кобальт-вольфрамовых сплавов. Для втулок применяют углеродистые стали, фосфористые бронзы, искусственные камни (рубин, агат).

Рабочие поверхности сопрягаемых деталей обрабатывают до шероховатости $R_a=0,16 \dots 0,32$ мкм.

Расчет на прочность определяется видом действующих нагрузок.

1. При действии только осевой нагрузки Q (рис. 27.20) нагрузка уравнивается силами N нормального давления, распределенными по окружности диаметром d :

$$N = Q \sin \alpha.$$

Момент трения в опоре

$$T_Q = fNd 2 = Qfd (2 \sin \alpha).$$

Расчет на прочность заключается в проверке максимального напряжения по формуле Герца

$$\sigma_H = 0,59 \sqrt{QE_H \pi dr \sin \alpha} [\sigma_H], \quad (27.20)$$

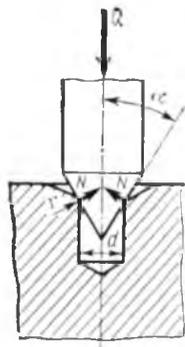


Рис. 27.20

где r — радиус кривизны закругления втулки в месте контакта центра со втулкой; πd — длина контактной окружности. Если получается $\sigma_H > [\sigma_H]$, то увеличивают размеры d и r опоры.

2. При действии только радиальной нагрузки F (см. рис. 27.19, а) ось прижимается к одной стороне втулки и нагрузка распределяется на обе опоры в виде радиальных сил R_1 и R_2 . Момент трения в левой по рисунку опоре

$$T_{R_1} = R_1 f d (2 \cos \alpha).$$

Момент трения в правой опоре

$$T_{R_2} = R_2 f d (2 \cos \alpha).$$

Полный момент трения

$$T_F = T_{R_1} + T_{R_2} = F f d (2 \cos \alpha).$$

По формуле Герца при контакте двух поверхностей наибольшее нормальное напряжение

$$\sigma_H = m \sqrt{N_1 E_{II}^* \rho_{II}^*} \leq [\sigma_H]. \quad (27.21)$$

Здесь $N_1 = R_1 / \cos \alpha$ — наибольшая нагрузка; E_{II}^* — приведенный модуль упругости; ρ_{II}^* — приведенная кривизна поверхностей соприкосновения втулки и цапфы, форма которых определяется главной кривизной в двух взаимно перпендикулярных плоскостях; коэффициент m зависит от соотношений радиусов кривизны поверхностей в точке их соприкосновения. Способы определения величины ρ_{II}^* и m излагаются в литературе [21].

3. При одновременном действии осевой Q и радиальной F нагрузок суммарный момент трения определяют по формуле

$$T_{\Sigma} = f d (F \cos \alpha + Q \sin \alpha) \cdot 2. \quad (27.22)$$

Шаровые опоры применяются тогда, когда цапфа должна иметь возможность поворачиваться в плоскости, проходящей через ось вращения. Их конструкции показаны на рис. 27.21, а, б. Шаровые опоры воспринимают радиальные и осевые нагрузки и обеспечивают высокую точность центрирования (с погрешностью до 10 мкм), но сложны в изготовлении. Обычно угол опорного конуса $\alpha = 45^\circ$. В некоторых конструкциях при осевом нагружении в качестве цапфы используется шарик.

Материал цапф — стали 45, 50, У10А, У12А, иногда бронза БрАЖ9-4, материал шарика — стали ШХ10, ШХ15. Материал подшипника — бронзы БрАЖ9-4, БрОФ10-1, иногда сталь 30. Шероховатость рабочих поверхностей $R_a = 0,32 \dots 0,08$ мкм.

Момент трения в опоре определяется, как и для опор на центрах. Расчет на прочность также совпадает с расчетом опор на центрах [см. формулы (27.20), (27.21)].

Опоры на кернах (шпилях) применяются, когда при незначительной нагрузке на ось необходимо получить минимальный момент трения, а сохранение точного расположения оси не обязательно. Опоры этого типа применяются в некоторых счетно-решающих, счетно-измерительных, часовых и других устройствах. Опора состоит из цапфы, имеющей на конце сферическую поверхность малого радиуса r_k (рис. 27.22). Часто ось с кернами выполняют составной: керны диаметром 0,5 ... 1 мм обычно запрессовывают в ось. Керн опирается на полированную сферическую поверхность подушки с радиусом r_n , выполняемой из камня или закаленной стали. Конструкции опор показаны на рис. 27.23, а—д.

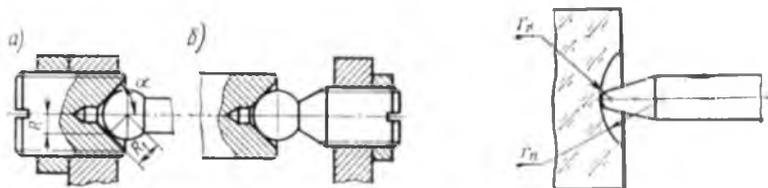


Рис. 27.21

Рис. 27.22

Принимают радиус закругления керна $r_k = 0,01 \dots 0,15$ мм, радиус закругления подушки $r_n = 0,04 \dots 0,3$ мм, осевой зазор $\delta \leq 0,293 (r_n - r_k)$.

Керны изготавливают из инструментальных сталей У10А, У12А, закаленных до твердости HRC 62. Они имеют следующие параметры [24]: $[\sigma_H] = 2900 \dots 3900$ МПа; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа. Для кернов используют также кобальт-вольфрамовый сплав, у которого $[\sigma_H] = 1950 \dots 3900$ МПа; $E = 1,3 \cdot 10^5$ МПа. Материалом подшипника служат агат ($[\sigma_H] = 3900 \dots 4900$ МПа, $E = 10^5$ МПа), корунд, рубин и сапфир ($[\sigma_H] = 3900 \dots 4900$ МПа, $E = 4,5 \cdot 10^5$ МПа), а в неотчетливых конструкциях применяют также бронзу и латунь.

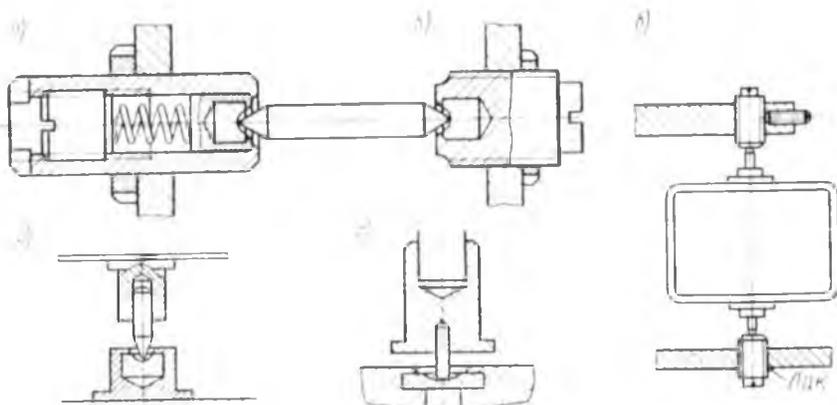


Рис. 27.23

При вертикальном положении керна (рис. 27.23, *в — д*) под действием осевой нагрузки Q , выраженной в ньютонах, наибольшие напряжения смятия в паскалях определяют по формуле Герца, которая в данном случае имеет вид

$$\sigma_{H1} = 0,617 \sqrt[3]{Q (1/r_k + 1/r_n)^2 (1/E_k + 1/E_n)} \leq [\sigma_{H1}], \quad (27.23)$$

где r_k и r_n — радиусы закругления соответственно керна и пяты, м; E_k и E_n — модули упругости керна и пяты, Па.

При горизонтальном расположении оси (см. рис. 27.22) наибольшее напряжение смятия определяется по той же формуле, где сила Q заменена силой $R \sin \alpha$ (R — реакция наиболее нагруженной опоры, α — угол отклонения нормальной реакции от направления оси; этот угол определяется в зависимости от смещения при осевом зазоре δ в опоре и может быть определен по формуле $\alpha = \arcsin [s (r_n - r_k)]$, где $s = 1 - (\delta/2)[2r_k/(r_n r_k) - 1] - \delta/2$ — смещение оси в вертикальном направлении от зазора δ).

Если условие прочности (27.23) не выполняется, то увеличивают радиусы r_k и r_n . При этом надо иметь в виду, что с увеличением радиуса r_k закругления керна увеличивается момент трения в опоре.

Опоры на ножах применяются, когда подвижные части механизма совершают колебательные движения в пределах небольшого угла, например в электромагнитных реле, весах, тензомерах и др. Эти опоры являются опорами качения и имеют очень малый момент трения.

Ножевая опора состоит из ножа призматической формы 1 и подушки 2 (рис. 27.24, *а, б*). Наибольший угол α отклонения ножа ограничивается условием самоторможения (обычно $\alpha = 4 \dots 5^\circ$). Ножи и подушки крепятся запрессовкой или винтами, регулирующими положение ножа.

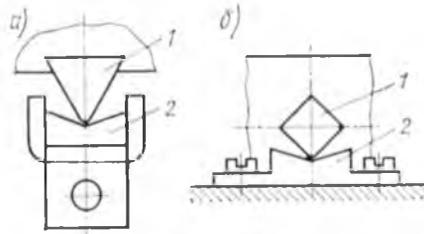


Рис. 27.24

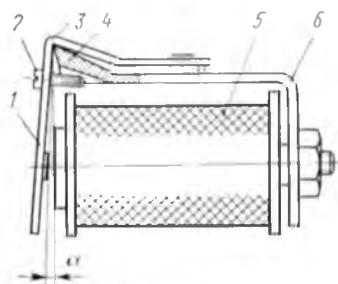


Рис. 27.25

Ножи изготовляют из закаленной стали. Они имеют угол при вершине $30 \dots 90^\circ$. Материал подушек более твердый — закаленная сталь, агат или халцедон. Каменные подушки крепят с помощью щеллачного лака.

Опоры на ножах рассчитывают на контактные напряжения в паскалях по формуле Герца

$$\sigma_H = 0,59 (Q/l) (E_n / \rho_n) \leq [\sigma_H], \quad (27.24)$$

где Q — нагрузка на нож, Н; l — длина рабочей кромки ножа, м; E_n — приведенный модуль упругости, Па; ρ_n — приведенный радиус кривизны, м, в точке контакта, принимаемый приближенно равным радиусу закругления ножа.

На рис. 27.25 в качестве примера показана пожевая опора подвижной части электромагнитного реле. Пожом 4 здесь является верхний конец ярма 6, которое неподвижно закреплено на сердечнике катушки 5 реле. Роль призматической подушки 3 играет согнутая часть якоря 1. Винт 2 служит для предохранения якоря от выпадания. Угол отклонения $\alpha = 1^\circ$.

Упругие опоры применяются в высокочувствительных электроизмерительных приборах, в реле, где подвижная система совершает колебательные движения. Опора представляет собой подвес из упругой проволоки или ленты. Основным преимуществом таких опор являются малые потери на сопротивление, которые в расчетах можно не принимать во внимание. В зависимости от вида деформации упругих элементов опоры бывают крутильные (рис. 27.26, а, б) и изгибные (рис. 27.26, в).

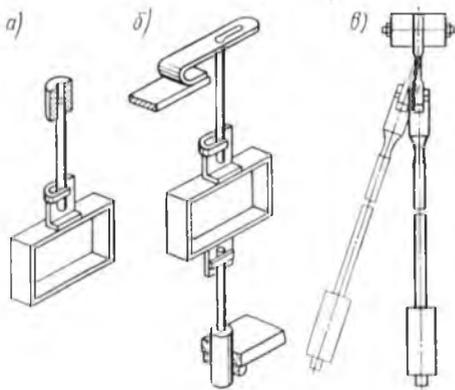


Рис. 27.26

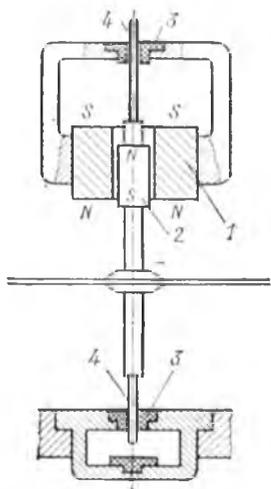


Рис. 27.27

В крутильных опорах подвижная система может подвешиваться на одной нити или на двух растяжках. Сечение проволочных подвесов и растяжек круглое диаметром 1 ... 100 мкм, а ленточных — прямоугольное толщиной 5 ... 50 мкм и шириной 50 ... 400 мкм. Для предохранения растяжек от обрыва при случайных перегрузках их крепят к основанию с помощью упругих

элементов (рессор). Подвески и рессоры изготавливают из бронзы, пружинных сталей, кварца и т. д.

В изгибных опорах упругими элементами являются плоские пружины. Расчет упругих опор сводится к расчету момента сопротивления, создаваемого упругим элементом, и напряжений, возникающих в нем при деформациях. Расчет упругих элементов излагается ниже в гл. 29.

Магнитные опоры применяют в некоторых измерительных приборах, имеющих малый вес и вертикальную ось вращения. Для удержания оси в вертикальном положении в них используются магнитные силы. На рис. 27.27 показана схема магнитной опоры диска электрического счетчика, состоящая из двух магнитов 1 и 2. Магнит 2 втягивается внутрь магнита 1 и поддерживает на весу подвижную систему счетчика. Центрирование вращающейся части осуществляется тонкими штифтами 4 из нержавеющей стали, помещенными в графитовые втулки 3. Опоры этого типа имеют очень малый момент трения и не требуют ухода.

§ 27.6. Направляющие прямолинейного движения

Направляющими называются устройства, обеспечивающие необходимую траекторию (обычно прямолинейного) движения подвижного звена (ползуна, камня кулисы и т. п.). Различают направляющие с трением скольжения, с трением качения и с упругими элементами. Общим требованием к направляющим является обеспечение надежного взаимодействия сопрягаемых звеньев с заданной точностью, исключающего самоторможение (заклинивание).

Направляющие с трением скольжения могут быть призматические и цилиндрические. Призматические направляющие (рис. 27.28) применяются

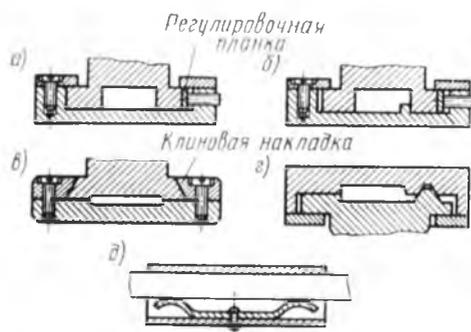


Рис. 27.28

при больших нагрузках и высокой точности направления движения. На рис. 27.28, а, б показаны направляющие прямоугольного профиля, на рис. 27.28, в — направляющая клиновидного профиля. Требуемый зазор в направляющих обеспечивается регулировочными планками и накладками. Клиновые направляющие обеспечивают большую точность центрирования, но в них и большие потери на трение. Для уменьшения потерь одну из направляющих делают прямоугольной, а другую клиновой (рис. 27.28, г).

Для снижения влияния температурного расширения в призма-

тических направляющих иногда применяют пружинное замыкание (рис. 27.28, *д*).

Цилиндрические направляющие проще по конструкции, но обеспечивают движение с меньшей точностью. Они могут как допускать вращение ползуна (рис. 27.29, *а*), так и предотвращать его (рис. 27.29, *б, в*) с помощью двух цилиндрических направляющих или лыски на ползуне и упорной планки на одном из элементов пары.

Для предохранения от заклинивания ползуна при изменении температуры материалы трущихся деталей должны иметь по возможности одинаковые температурные коэффициенты расширения

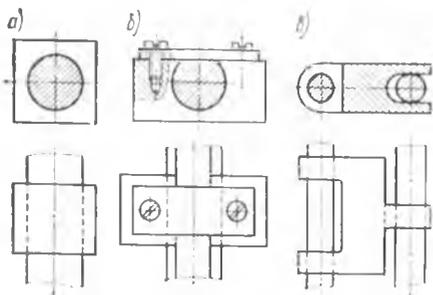


Рис. 27.29

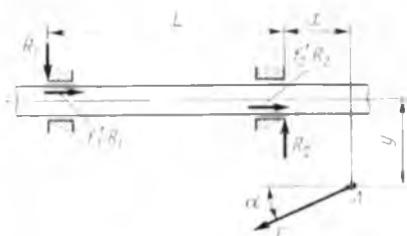


Рис. 27.30

или между направляющей и ползуном оставляют зазор, гарантирующий отсутствие заклинивания. Чтобы избежать силового заклинивания, нагрузку необходимо прикладывать в заданных точках и под определенными углами.

Расчет направляющих в основном сводится к определению рациональной длины L направляющей, при которой обеспечивается плавное и легкое движение ползуна. На рис. 27.30 изображена расчетная схема, в которой нагрузка в виде силы F приложена в точке A с координатами x и y под углом α к направлению движения. В опорах возникают реакции R_1 и R_2 и силы трения $f_1^* R_1$ и $f_2^* R_2$, где f_1^* , f_2^* — приведенные коэффициенты трения. Если параметры x , y и α таковы, что происходит силовое заклинивание, то возникает равновесие, описываемое уравнениями

$$R_2 - R_1 - F \sin \alpha = 0;$$

$$F \cos \alpha - f_1^* R_1 - f_2^* R_2 = 0;$$

$$R_1 (L + x) - R_2 x - (f_1^* R_1 + f_2^* R_2) y = 0.$$

При составлении уравнения моментов не учтены моменты сил трения ввиду их малости по сравнению с другими величинами.

Исключая из уравнений величины R_1 и R_2 , получаем зависимость между параметрами в виде

$$L - (f'_1 + f'_2) y = \operatorname{tg} \alpha [f'_2 L + (f'_1 + f'_2 x)]. \quad (27.25)$$

Исследуя уравнение (27.25), можно вывести определенные рекомендации по выбору размеров, обеспечивающих работу направляющих без заклинивания. Необходимо иметь в виду, что приведенные коэффициенты трения могут быть одинаковыми или различными, например: для цилиндрических направляющих $f'_1 = f'_2 = 1,27f$; для плоских направляющих $f'_1 = f'_2 = f$; для клиновых направляющих $f'_1 = f'_2 = f \sin(\beta/2)$, где f — коэффициент трения; β — угол клина. Однако в последних двух случаях приведенный коэффициент трения будет зависеть от направления реакции, т. е. от того, какой поверхностью ползуна прижимается к направляющей.

Рассмотрим частные случаи: 1) если сила F параллельна направлению движения ($\alpha = 0$), то

$$y_{\max} \leq L (f'_1 + f'_2);$$

2) если точка A находится на оси направляющей ($y = 0$), то

$$\alpha_{\max} \leq \operatorname{arctg} \{L [f'_2 L + (f'_1 + f'_2) x]\};$$

3) если точка A находится между опор на оси направляющей, то ползун прижимается к одной стороне направляющей, тогда $f'_1 = f'_2 = f'$ и

$$\alpha_{\max} \leq \operatorname{arctg} (1 f').$$

При конструировании направляющих обычно известна точка приложения и направление силы F . Тогда из уравнения (27.25) можно определить минимальное расстояние между опорами, или длину направляющей

$$L_{\min} = k [(f'_1 + f'_2) (y + x \operatorname{tg} \alpha) (1 - f'_2 \operatorname{tg} \alpha)],$$

где $k = 1 \dots 1,5$ — коэффициент надежности, вводимый для обеспечения высокого кпд. Кпд ползуна в направляющих можно определять по формуле

$$\eta = 1 - f' \operatorname{tg} \alpha.$$

Для повышения кпд и износостойкости направляющие обычно изготавливают из стали 40, 50, чугуна СЧ 12-28, СЧ 15-32, а ползуны — из бронзы Бр ОЦС10-2, Бр ОФ10-1, латуни ЛС 59-1, а также из текстолита и капрона.

В направляющих с трением скольжения давления на поверхностях соприкосновения невелики и расчет на прочность можно не производить.

Сопряжения ползуна и цилиндрической направляющей обычно осуществляют с посадками $H7/g6$; $H7/j7$; $H9/j8$; $H8/e9$ по системе отверстия, а призматических направляющих с посадками $H7/h6$ и $H7/g6$.

Направляющие с трением качения обладают высокой плавностью хода и потери на трение в них гораздо меньше. Однако они более сложны в изготовлении и по конструкции. Тела качения в этих направляющих помещаются между ползуном и направляющими.

Роликовые направляющие (рис. 27.31, а) имеют призматические рабочие поверхности, а оси роликов укрепляются в каретке или в стойке механизма. В качестве роликов используют подшипники качения (рис. 27.31, в) или стандартные шариковые подшипники (рис. 27.31, г).

Шариковые направляющие (рис. 27.31, б) имеют меньшие габариты и обеспечивают более высокую точность движения каретки. Для удержания шариков 1 на определенном расстоянии друг от друга служат сепараторы 2. Длина каретки должна быть в 1,5 раза больше, чем ее перемещение.

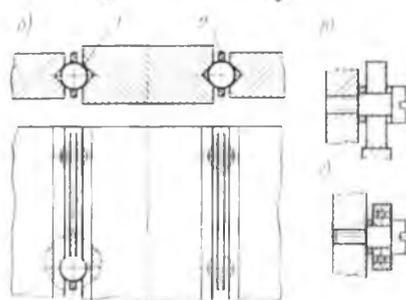
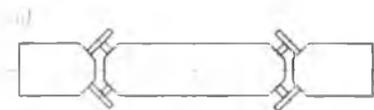


Рис. 27.31

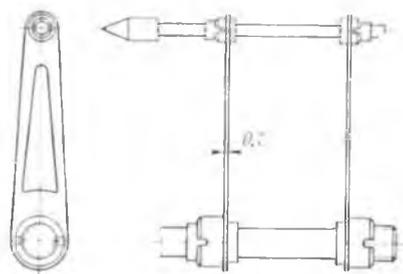


Рис. 27.32

Направляющие с трением качения обычно изготавливают из закаленной стали 50 или 40X, а каретку — из стали 40 или 50. Дорожки качения шлифуют и подвергают термической обработке до твердости HRC 58 ... 63.

Направляющие с упругими элементами (рис. 27.32) пригодны при малых перемещениях (0,1 ... 3 мм). Высокая точность движения сочетается с простотой конструкции и отсутствием потерь на трение. Применяются в точных измерительных приборах, вибродатчиках и т. п. Перемещения в них осуществляются за счет упругой деформации тонких плоских пружин.

§ 28.1. Основные понятия

Муфтой называется устройство, предназначенное для соединения валов или для соединения валов с деталями, свободно вращающимися на них (зубчатыми колесами, шкивами, звездочками и т. п.) с целью передачи вращения. Муфты передают вращающий момент без его изменения. Кроме основного своего назначения — передачи момента — муфты отдельных типов выполняют дополнительные функции, например гасят вибрацию, предохраняют механизм от перегрузок, позволяют включать и отключать механизм без останова двигателя.

При передаче движения между двумя соосными валами при условии, чтобы они работали как один целый вал, соединение выполняют глухими (жесткими) муфтами. Если требуется соединить несоосные валы, то применяют компенсирующие муфты, которые допускают небольшие радиальные, осевые, угловые или комбинированные смещения осей валов. Для уменьшения динамических нагрузок при передаче вращающего момента соединения валов осуществляют упругими муфтами. Если отдельные участки кинематической цепи требуют частого пуска и останова, то валы соединяют управляемыми сцепными муфтами. Во избежание поломки деталей механизма от случайных перегрузок применяют предохранительные муфты, а при передаче движения только в одну сторону — обгонные муфты.

Все муфты по управляемости могут быть разделены на следующие группы: 1) муфты нерасцепляемые, осуществляющие постоянное соединение валов — жесткие, компенсирующие, упругие; 2) муфты сцепные управляемые — кулачковые, зубчатые, фрикционные, электромагнитные; 3) муфты сцепные самоуправляющиеся, в том числе по моменту (предохранительные), по направлению движения (обгонные), по скорости (центробежные).

Основной характеристикой муфт является передаваемый ими вращающий момент. Наиболее распространенные муфты стандартизованы и их основные параметры регламентируются ГОСТами или нормами. В этом случае муфты подбирают по большему диаметру соединяемых валов и расчетному моменту $T_p = kT$, где T — действительный передаваемый момент; k — коэффициент режима работы муфты; в приводах от электродвигателя обычно принимают: $k = 1,15 \dots 1,4$ при спокойной нагрузке; $k = 1,5 \dots 2$ при переменной нагрузке; $k = 2,5 \dots 4$ при ударной нагрузке.

После выбора муфты наиболее слабые звенья ее проверяют на прочность по расчетному моменту. В приборостроении муфты часто изготавливают индивидуально, и их параметры рассчитывают по известному моменту T_p .

При выборе конструкции муфты необходимо учитывать ее назначение, особенности компоновки механизма, характер действия нагрузки и условия эксплуатации.

§ 28.2. Постоянные соединительные муфты

Эти муфты делятся на глухие и подвижные, или компенсирующие, которые допускают некоторую неточность сборки. Глухая втулочная муфта (рис. 28.1) состоит из втулки 1, соединенной с валами коническими штифтами (а) или шпонками (б), а при больших моментах — шлицами. Втулка надевается на цилиндрические валы с посадкой $H7/k6$. Эти муфты подбирают по диаметру вала. Основные параметры муфт приводятся в справочной литературе [1, 34]. Ориентировочные значения основных размеров:

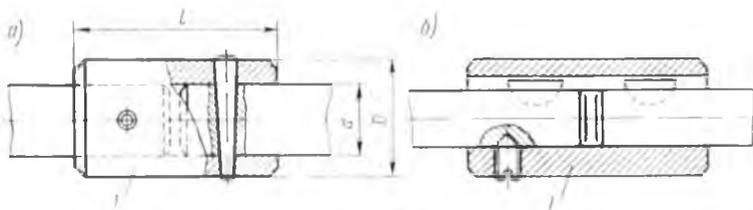


Рис. 28.1

$D = 1,5d$; $l = (3 \dots 4)d$. Прочность втулки проверяют на кручение и смятие в местах контакта со штифтами или шпонками. Втулочные муфты требуют высокой точности в отношении соосности и параллельности соединяемых валов.

Среди подвижных, или компенсирующих, муфт встречается ряд разновидностей.

Расширительные муфты (рис. 28.2) допускают небольшие осевые смещения вала, но требуют их соосности. Их рекомендуется применять при малых нагрузках и скоростях. Обычно принимают $l \approx d$; $\delta = 0,3d$.

Поводковые муфты различных конструкций (рис. 28.3, а, б) применяют в приборах при диаметрах вала 3 ... 12 мм. Эти муфты допускают несоосность и перекос осей валов. Они состоят из двух полумуфт — фланцев, закрепленных на валах штифтами или шпонками. На одном из фланцев устанавливают неподвижный или утапливаемый палец, входящий в паз второго фланца. К сожалению, у поводковых муфт всегда существует мертвый ход за счет зазора, образуемого посадкой пальца в пазу. Размер мертвого хода в угловых муфтах определяется по формуле $\Delta\varphi = 3420 \delta/r$, где δ — зазор, мм; r — расстояние, мм, между осями пальца и вала. Основные размеры и конструкции поводковых муфт приводятся в справочной литературе [34].

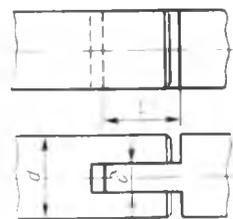


Рис. 28.2

Для амортизации ударных нагрузок, например при изменении направления вращения, применяются упругие поводковые

муфты (рис. 28.3, в). В этих муфтах между дисками находится прокладка из резины или кожи толщиной 6 ... 10 мм с отверстиями для пальцев, которые попарно закреплены в полумуфтах. При диаметрах вала больше 25 мм эти муфты применять не рекомендуется.

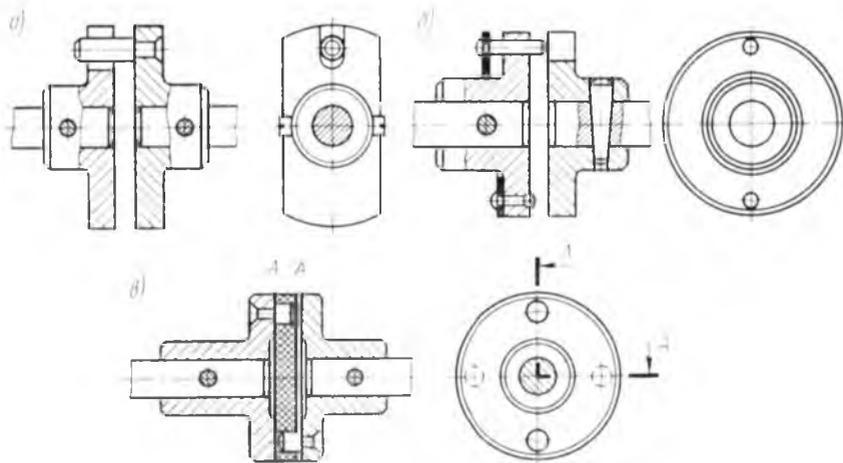


Рис. 28.3

Упругая втулочно-пальцевая муфта (рис. 28.4), являющаяся разновидностью упругой поводковой муфты, способна передавать большие вращающие моменты (6,3 ... 16 000 Н·м).

Эта наиболее распространенная муфта имеет неметаллические упругие элементы из резины, которая обладает хорошей демпфирующей способностью и электроизоляционными свойствами. Муфта состоит из двух дисковых полумуфт, в одной из которых в конических отверстиях закреплены пальцы 1 с надетыми на них резиновыми втулками или кольцами 2. Кольца имеют трапециевидное сечение, что выравнивает напряжения в них. Число пальцев составляет 3 ... 12. ГОСТ 21423—75 предусматривает несколько типоразмеров муфт для диаметров валов 9 ... 160 мм. Пальцы проверяют на прочность при изгибе, а резиновые элементы — на смятие в местах их соприкосновения с пальцем по формуле

$$q = 2T_p (zD_0 l d_n) \leq [q], \quad (28.1)$$

где T_p — расчетный момент (см. § 28.1); z — число пальцев; d_n — диаметр пальца; l — длина втулки или набора колец; D_0 — диаметр окружности центров пальцев. Рекомендуемое допустимое давление $[q] = 15 \dots 20$ МПа.

Пальцы рассчитывают на прочность при изгибе по формуле

$$\sigma_{из} = M_{из} / (0,1d_n^3), \quad (28.2)$$

где $M_{из} = T_p l (zD_0)$ — изгибающий момент; остальные обозначения, как в формуле (28.1).

В системах автоматики и в конструкциях ЭВМ находят применение упругие муфты с резиновой звездочкой. Они используются для передачи крутящего момента $T = 2,5 \dots 400$ Н·м при диаметре вала $6 \dots 45$ мм и обладают хорошими эксплуатационными качествами. Муфта состоит из двух полу муфт 1, 2 фланцевого типа (рис. 28.5) с торцовыми выступами и резиновой звездочки 3, зубья которой расположены между выступами. Основные параметры этих муфт в зависимости от момента приводятся в справочнике [1].

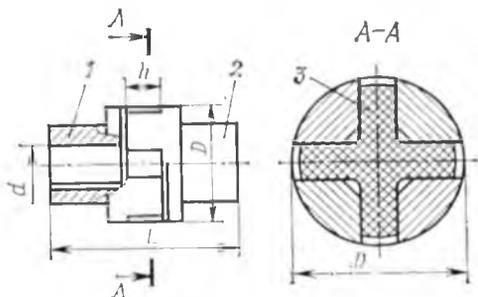


Рис. 28.5

Муфта допускает радиальное смещение осей до 0,2 мм и перекос осей до $1^\circ 30'$. Соотношение основных размеров: $D \approx 2,5d$, $L \approx 3d$; $h = (0,3 \dots 0,22)D$. Работоспособность резиновой звездочки определяется напряжением смятия:

$$\sigma_{см} \approx 24DT_p / [zh(D^3 - d^3)] < [\sigma_{см}],$$

где $z = 4; 6$ — число зубьев звездочки; $[\sigma_{см}] = 2 \dots 2,5$ МПа.

Крестовая муфта с плавающим диском состоит из двух полу муфт 1 и 3 с пазами и промежуточного диска 2 с крестообраз-

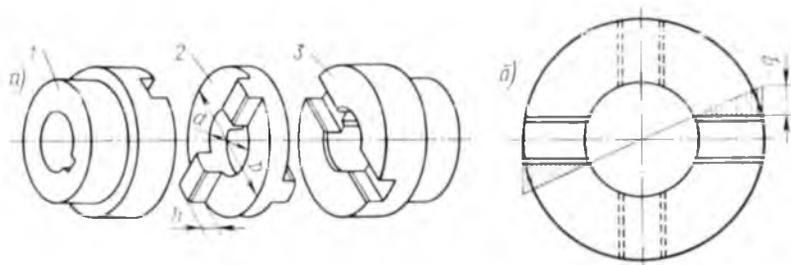


Рис. 28.6

разно расположенными выступами (рис. 28.6, а). Эта муфта допускает больше, чем у поводковых муфт, смещения осей валов $e < 0,05d$ и перекос осей до 1° . КИД муфты в среднем составляет 0,96. Полу­муфты и диск изготовляют из стали и подвергают поверхностной закалке. Муфты проверяют на износостойкость по давлению q , которое полагают распределенным по закону треугольника (рис. 28.6, б):

$$q = 12T_p \{ (2D - d) (D - d) h \} \leq [q],$$

где T_p — расчетный крутящий момент; $[q] = 15 \dots 30$ МПа.

В приборных механизмах применяются крестовые муфты, основные параметры которых для диаметров валов $d = 4 \dots 10$ мм приведены в справочной литературе [34]. В механизмах приводов следящих систем для повышения КИД применяют также крестовые муфты, в которых трение скольжения заменено трением качения. Конструкции таких муфт описаны в литературе [27].

Мембранная муфта (рис. 28.7) допускает перекос осей валов до $2^\circ 30'$ и смещение осей до $\pm 0,7$ мм. Муфта обладает небольшим упругим мертвым ходом, не превышающим $6 \dots 12'$. Эти муфты применяют для передачи малых моментов в тихоходных и среднескоростных механизмах приборов. Мембраны изготовляют из стали, фосфористой бронзы, текстолита и других материалов. Момент передается с одной полу­муфты на другую через мембрану 1. Размеры мембранных муфт в зависимости от диаметра валов ($d = 4 \dots 12$ мм) приводятся в литературе [34].

Шарнирная (карданная) муфта (рис. 28.8, а) применяется для передачи вращающего момента между валами, расположенными под углом $\delta \leq 45^\circ$, или параллельными валами. Муфта состоит из двух универ-

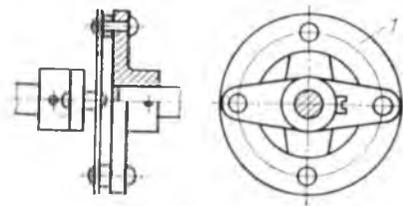


Рис. 28.7

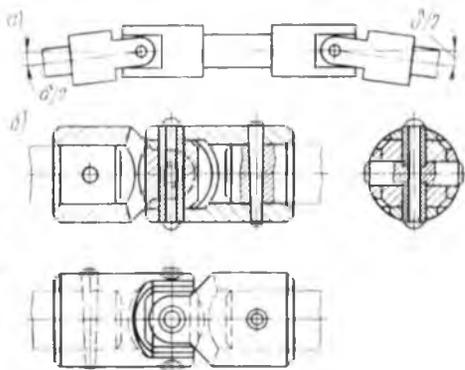


Рис. 28.8

сальных шарниров Гука, каждый из которых состоит из двух вилок, соединенных крестовиной. Конструктивное выполнение одного из вариантов муфты показано на рис. 28.8, б.

Для осевого смещения валов во время работы применяют телескопический промежуточный вал.

Параметры малогабаритных шарнирных муфт стандартизованы

(ГОСТ 5147—69) для валов диаметром $d=8 \dots 40$ мм. Выбранную стандартную муфту проверяют по условию

$$T_p \leq T \cos \delta,$$

где δ — угол перекося валов; T — допускаемый вращающий момент для муфты по ГОСТ 5147 — 69 при $\delta=0$.

Кпд одного универсального шарнира приближенно можно принимать $\eta = 0,95 \dots 0,61$ при $\delta = 0 \dots 18^\circ$.

§ 28.3. Управляемые сцепные муфты

Сцепные муфты применяют для временного соединения и разъединения валов. Они делятся на кулачковые и зубчатые; frictionные; электромагнитные.

Кулачковая муфта состоит из двух полумуфт с кулачками на торцовых поверхностях (рис. 28.9). Одна полумуфта 2 закрепляется жестко на валу 1, другая полумуфта 7 может свободно передвигаться на шпонке 6 или шлицах по другому обычно ведомому валу 5 с помощью управляющего устройства 4. При включении кулачки одной полумуфты входят во впадины другой, создавая жесткое соединение валов. Муфты устанавливают на соосных валах с применением центрирующего кольца 3. Включение муфт предпочтительно производить при остановке механизма. При движении включение сопровождается ударами.

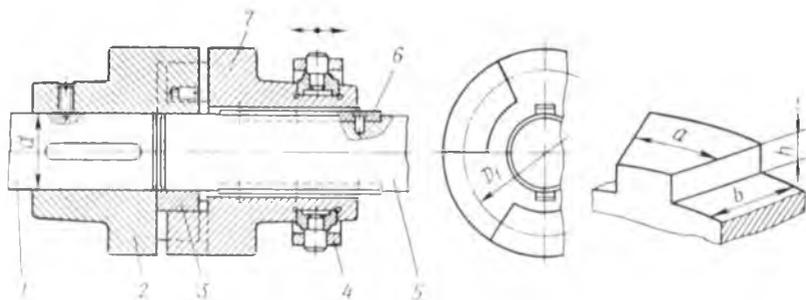


Рис. 28.9

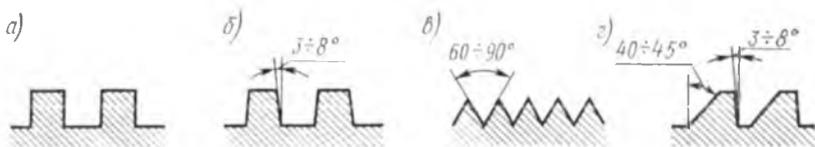


Рис. 28.10

Профили кулачков в развертке показаны на рис. 28.10. Треугольный профиль (рис. 28.10, в) обеспечивает легкость и быстроту включения, но требует большей силы прижатия полумуфт, чем

прямоугольный (рис. 28.10, *a*) или трапецевидный (рис. 28.10, *б*) профили. Несимметричные профили кулачков (рис. 28.10, *з*) применяются в реверсивных передачах. Габаритные размеры муфты обычно принимают конструктивно, а размеры кулачков как основных элементов муфты проверяют расчетом по моменту T_p на ограничение давления:

$$q = 2T_p k (zD_1 bh) \leq [q],$$

где D_1 ; b ; h — размеры муфты (см. рис. 28.9); $[q] = 30 \dots 40$ МПа для муфт, включаемых на ходу, и $[q] = 80 \dots 120$ МПа для муфт, включаемых при неподвижных валах; $k = 2 \dots 3$ — коэффициент неравномерности распределения нагрузки на кулачки; z — число кулачков.

Кулачки проверяют на прочность при изгибе у основания по формуле

$$\sigma_{из} = 2T_p k h (zD_1 W_{из}) \leq [\sigma_{из}],$$

где $W_{из} = a^2 b / 6$ — момент сопротивления изгибу; допускаемое напряжение изгиба $[\sigma_{из}] = 50 \dots 70$ МПа при включении на малых скоростях и $[\sigma_{из}] = 35 \dots 45$ МПа при включении на повышенных скоростях.

Детали кулачковых муфт изготавливают из сталей 15Х, 20Х с последующей цементацией поверхностей кулачков или закаленных сталей 40Х, 30ХН.

Сцепные зубчатые муфты (рис. 28.11, *a*) состоят из двух полумуфт в виде зубчатых колес с зубьями эвольвентного профиля с одинаковым числом зубьев. Одна полумуфта изготавливается с наружными, а другая — с внутренними зубьями. Включение и выключение такой муфты осуществляется передвижением одной полумуфты вдоль вала с помощью управляющего устройства. Зубчатые муфты имеют малые размеры, так как окружная

сила распределяется на большое число зубьев. Для удобства включения торцы зубьев у обеих полумуфт закруглены. При расчете на прочность зубьев допускаемые напряжения принимают такими же, как и для кулачковых муфт. На рис. 28.11, *б* показан вариант конструкции зубчатой

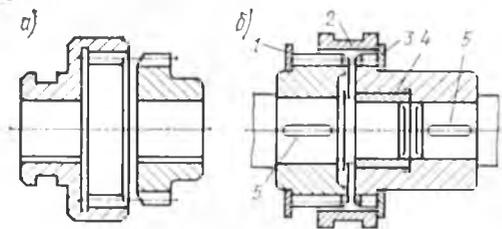


Рис. 28.11

муфты с подвижной обоймой 2, которая имеет внутренние зубья и управляется с помощью отводки. Две полумуфты с наружными зубьями соединены с валами шпонками 5. Диски 1 и 3 являются ограничителями, а втулка 4 центрирует валы и выполняет функцию подшипника при их относительном вращении.

Фрикционные муфты в отличие от кулачковых и зубчатых муфт обеспечивают плавное сцепление и расцепление валов при любых скоростях. В этих муфтах для соединения валов используются силы трения между поверхностями полумуфт. По форме рабочих поверхностей фрикционные муфты разделяют на: а) дисковые — однодисковые (рис. 28.12, а) и многодисковые (рис. 28.12, б), у которых рабочими поверхностями являются плоские (боковые) поверхности дисков; б) конусные (рис. 28.12, в); в) цилиндрические (рис. 28.12, г), у которых рабочие поверхности имеют цилиндрическую форму (колодочные, ленточные).

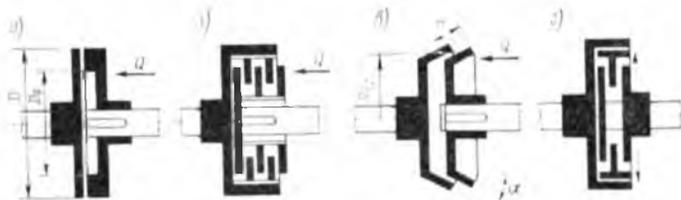


Рис. 28.12

Многодисковые муфты применяются при передаче больших моментов. В качестве примера на рис. 28.13 показана конструкция многодисковой муфты, которая состоит из двух соединенных с валами полумуфт 2 и 7 и двух групп дисков. Одна группа дисков 4 соединена с помощью наружных зубьев или шлицев с полумуфтой 2, а другая группа дисков 5 соединена с полумуфтой 7. При включении муфты диски зажимаются между упорными кольцами 3 и 6 с помощью рычажного механизма включения 1. В выключенной муфте между дисками появляются зазоры и передачи движения не происходит.

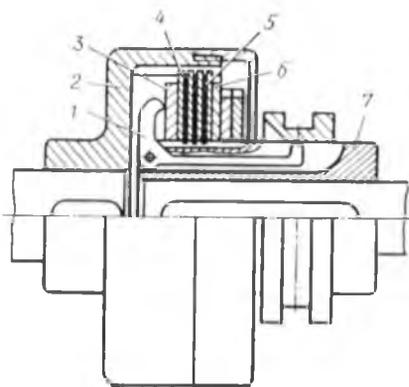


Рис. 28.13

Для облегчения выключения конусной муфты и предотвращения заклинивания угол α (см. рис. 28.12, в) не должен быть меньше угла трения. Для металлических поверхностей $\alpha \geq 8 \dots 15^\circ$.

Расчет фрикционных муфт сводится к определению размеров трущихся поверхностей, остальные размеры обычно назначаются из конструктивных соображений. Вращающий момент T , который может передавать дисковая муфта, определяется по формуле

$$T = \beta Q f R_{cp} i = \pi \beta (D^2 - D_0^2) [q] f R_{cp} i, 4,$$

где $\beta = 1,25 \dots 1,5$ — коэффициент запаса сцепления; Q — сила прижатия дисков; f — коэффициент трения; $[q]$ — допускаемое

давление; $R_{cp} = (D + D_0)/4$ — средний радиус поверхностей трения; i — число поверхностей трения.

Необходимая сила прижатия дисков

$$Q = T/R_{cp}fi.$$

Момент, передаваемый конусной муфтой:

$$T = \beta QR_{cp}f \sin \alpha = 2\pi\beta R_{cp}^2 b [q] f \sin \alpha.$$

Величины f и $[q]$ выбирают из характеристик фрикционных материалов. Обычно для стали по металлокерамике $[q] = 0,3 \dots 0,8$ МПа, $f = 0,1 \dots 0,4$; для стали по стали со смазкой $[q] = 0,6 \dots 0,8$ МПа, $f = 0,08$.

Задаваясь средним радиусом R_{cp} , можно определить ширину поверхности трения

$$b \geq T \sin \alpha / 2\pi R_{cp}^2 [q] f.$$

Принимают $b/R_{cp} = 0,3 \dots 0,5$.

Осевая сила включения конусной муфты

$$Q = T \sin \alpha / R_{cp} f.$$

Электромагнитные муфты относятся к сцепным управляемым муфтам, обладают высоким быстродействием и возможностью регулирования передаваемого момента. Эти муфты используются также в качестве предохранительных муфт и тормозных устройств. Широкое распространение получили фрикционные и порошковые муфты.

Электромагнитные фрикционные муфты отличаются тем, что сила прижатия дисков или конусов создается электромагнитом, на обмотку которого подается напряжение через скользящие контакты — кольца и щетки. В некоторых конструкциях муфту включают пружины, а электромагнит используется для выключения муфты.

Многодисковая электромагнитная муфта (рис. 28.14) состоит из внутренней полумуфты 1, являющейся корпусом электромагнита, катушки 2, пакета 5 наружных и внутренних фрикционных дисков, якоря 4; наружной полумуфты 3. Муфта питается постоянным током через контактные кольца 6.

Конструкции многодисковых фрикци-

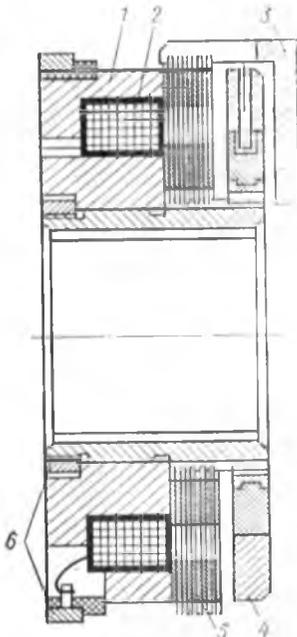


Рис. 28.14

онных муфт с магнитопроводящими и вынесенными дисками для моментов $T=0,045 \dots 160$ Н·м нормализованы (см. МН 5658—65 ... 5660—65). Муфты с магнитопроводящими дисками более компактны, обладают саморегулируемостью при износе дисков и работают в масле.

Электромагнитные порошковые муфты широко применяются в следящих системах, в тормозных динамометрических устройствах, приводах для точных перемещений благодаря их быстрдействию (время срабатывания $t=0,05 \dots 0,005$ с) и возможности управлять передаваемым моментом, а также малой зависимости передаваемого момента от скорости. Конструкции электромагнитных порошковых муфт очень разнообразны; их расчет приводится в специальной литературе.

В качестве примера на рис. 28.15 показана конструкция приборной бесконтактной электромагнитной порошковой муфты БИМ. Муфта состоит из трех основных частей — корпуса и двух полу-муфт. Неподвижный корпус состоит из собственно корпуса 3, в котором размещается катушка 4 электромагнита, крышек 1 и 10 и кожуха 17, которые прикрепляются к корпусу винтами. Внутри корпуса в подшипниках 16 и 14 свободно вращается полумуфта, состоящая из магнитопровода 2 с приваренным к нему стаканом 6 и прикрепленной к стакану обоймой 9, с которой связано через

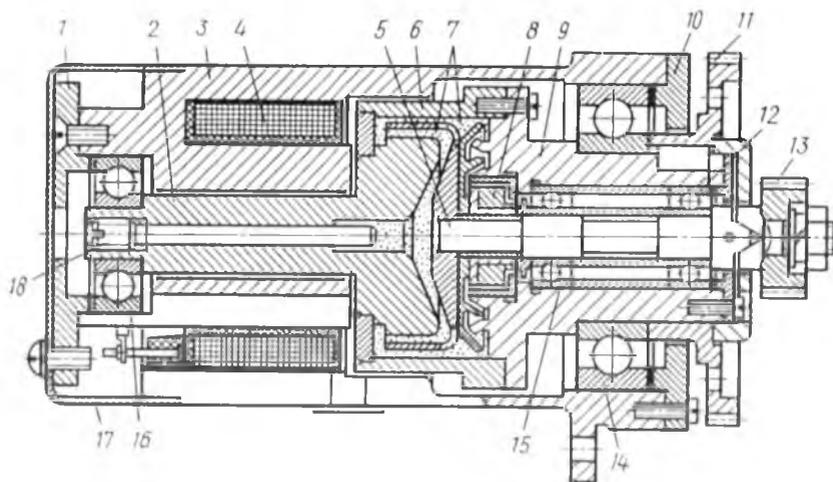


Рис. 28.15

шпонку зубчатое колесо 11. Внутри стакана в подшипниках 12 и 15 свободно вращается другая полумуфта, состоящая из вала 5 с чашкой, зубчатого колеса 13, магнитной ловушки 8, предназначенной для защиты подшипников от попадания в них порошковой смеси 7 из пространства между магнитопроводом и чашкой полумуфты. Это пространство через канал, закрываемый винтом 18,

наполняется рабочей смесью, состоящей из карбошильного железа и сухого наполнителя в виде талька или графита.

При выключенной муфте зубчатые колеса *11* и *13* могут вращаться независимо друг от друга и являются входным и выходным звеньями муфты. Сцепление полумуфт (чашки и магнитопровода со стаканом) осуществляется изменением вязкости рабочей смеси в зазоре при включении питания катушки электромагнита. Размер зазора берется в пределах 0,5 ... 2 мм. Конструкции электромагнитных порошковых муфт нормализованы и подбираются по номинальному моменту на валу и его частоте вращения.

§ 28.4. Самоуправляющие сцепные муфты

По характеру работы эти муфты делятся на: а) предохранительные, или муфты предельного момента, выключающиеся при перегрузках; б) обгонные, или муфты свободного хода, передающие момент при вращении только в одном направлении; в) центробежные, или муфты предельной скорости, включающиеся или выключающиеся при достижении определенной частоты вращения.

Предохранительные муфты применяются для ограничения по максимуму передаваемого момента.

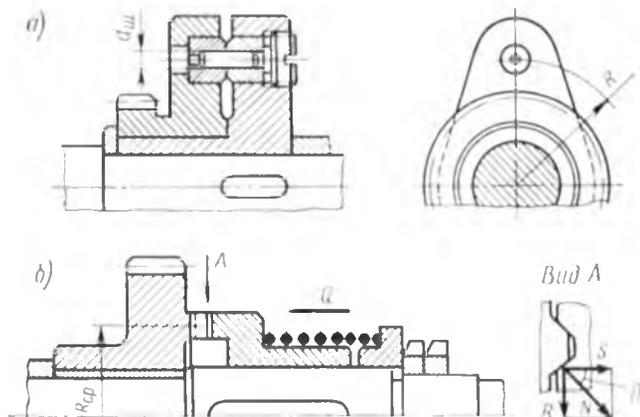


Рис. 28.16

Муфты с *разрушающимся элементом*, например срезным штифтом (рис. 18.16, а), состоят из двух фланцевых полумуфт, соединенных штифтом. При перегрузке штифт срезается. Диаметр штифта $d_{ш}$ проверяют на срез по формуле

$$T_{\max} \leq \pi d_{ш}^2 z R \tau_b / 4,$$

где T_{\max} — наибольший передаваемый момент; $z = 1; 2$ — число штифтов; R — радиус центров штифтов; τ_b — предел прочности материала штифта на срез.

Пружинно-кулачковая муфта (рис. 28.16, б) аналогична по принципу действия сцепной кулачковой муфте. Полумуфты прижимаются пружиной с регулируемой силой Q , а профиль кулачков — трапецевидный с углом $\beta = 30 \dots 45^\circ$. В ряде случаев вместо кулачков применяют шарики, частично входящие в отверстия в полумуфтах.

При увеличении вращающего момента выше установленного предельного значения T_{\max} осевая составляющая S нормальной силы N деформирует пружину ($S > Q$), и кулачок выходит из паза. Расчетная сила Q прижима при предельном моменте приближенно (без учета сил трения) определяется по формуле

$$Q = T_{\max} \operatorname{tg} \beta / R_{\text{ср}}.$$

Сила Q сжатия пружины в обоих положениях муфты должна быть примерно одинаковой, поэтому пружина должна быть нежесткой.

При кратковременных перегрузках силы трения на кулачках и в соединении вала с полумуфтой препятствуют размыканию муфты. С учетом трения сила сжатия пружины определяется по формуле

$$Q = T_{\max} [\operatorname{tg} (\beta - \rho) + 2R_{\text{ср}} f d] / R_{\text{ср}},$$

где $\rho = 4 \dots 6^\circ$ — угол трения; $R_{\text{ср}}$ — средний радиус кулачков; d — диаметр вала; β — угол наклона кулачков; $f \approx 0,15$ — коэффициент трения в шлицевом или шпоночном соединении подвижной полумуфты с валом.

При частых кратковременных перегрузках и значительных угловых скоростях широко применяются также фрикционные предохранительные муфты. Они передают вращающий момент за счет сил трения. Эти муфты, как и фрикционные, могут быть дисковыми, конусными или с цилиндрическими поверхностями трения. Конструкции предохранительных фрикционных муфт отличаются от сцепных тем, что они не имеют управляющего устройства. Описания конструкций этих муфт и расчет их параметров приводятся в литературе [1.34].

Обгонные муфты применяются для передачи вращающего момента в одном направлении. Если угловая скорость ведущего вала больше, чем ведомого, муфта включена и передает момент, а если меньше — выключена и позволяет ведомому валу свободно вращаться. Обгонные муфты по способу включения подразделяют на фрикционные и храповые.

Роликовая фрикционная обгонная муфта (рис. 28.17) состоит из двух полумуфт, между которыми в клиновидных зазорах помещаются ролики, которые отжимаются пружинами. При передаче момента ролики заклиниваются между полумуфтами в суживающейся части зазора, образуя жесткое сцепление. Если скорость ведомого вала превысит скорость ведущего, то под действием сил трения ролики передвинутся в широкую часть зазора и муфта выключится. Роликовые муфты работают бесшумно.

но, с большой частотой включений. Муфты выбирают по нормали МН 3—61, а стальные ролики проверяют на контактную прочность по формуле Герца

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{2QE/(ld)} = 850 \sqrt{Q/(ld)} \leq [\sigma_H],$$

где $Q = T/(zR \operatorname{tg} \gamma/2)$ — сила, действующая на ролик; $z \geq 3$ — число роликов; угол $\gamma \approx 7^\circ$ — угол подъема профиля в точке контакта с роликом; R — радиус окружности полумуфты; d , l — соответственно диаметр и длина ролика.

Для стальных роликов ($\text{HRC} > 60$) $[\sigma_H] < 1500$ МПа.

Храповые муфты применяют при малых угловых скоростях и вращающих моментах, так как их включение сопровождается ударом. Одна из конструкций храповой муфты показана на рис. 28.18: муфта соединяет ведомое зубчатое колесо 1 и ведущий вал 4 посредством собачки 2, шарнирно соединенной с диском 3 и отжимаемой от него пружиной. При вращении вала 4 по часовой стрелке собачка 2, упираясь в зуб храпового колеса 1, вращает его. При вращении вала 4 в обратную сторону собачка скользит по зубьям храпового колеса и вращение не передается.

Центробежные муфты автоматически включают или выключают исполнительный механизм при достижении ведущим валом определенной угловой скорости. Они срабатывают в результате взаимодействия центробежных сил

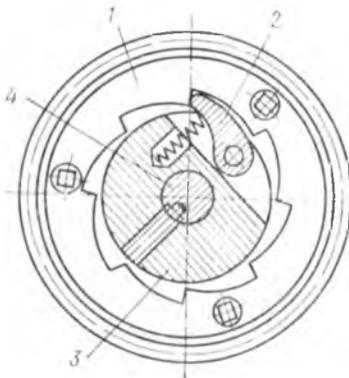


Рис. 28.18

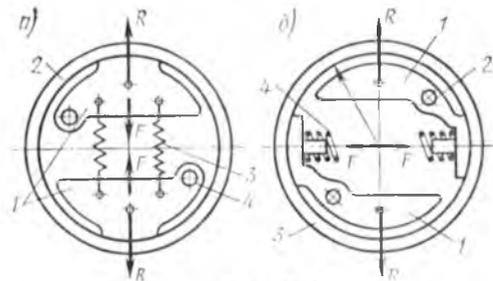


Рис. 28.19

специальных грузов с тормозными колодками и применяются: для повышения плавности разбега механизма; для разгона двигателя с малым пусковым моментом без нагрузки и последующим плавным включением нагрузки; для отключения механизма, когда скорость вращения двигателя превышает допустимое значение.

По принципу действия эти муфты являются фрикционными. Муфты, в которых рабочие элементы разжаты пружинами и замыкаются под действием центробежных сил, называются *нормально разомкнутыми*, а муфты, в которых рабочие элементы сжаты пружинами и размыкаются центробежными силами, называются *нормально замкнутыми*. Нормально разомкнутая муфта (рис. 28.19, а) имеет на ведущей полумуфте колодки 1, способные поворачиваться вокруг оси 4, и пружины 3, отжимающие силой F колодки от рабочей поверхности ведомой полумуфты 2. По мере разгона ведущей полумуфты центробежные силы R , преодолевая силу пружины, прижимают колодки к рабочей поверхности ведомой полумуфты.

Нормально замкнутая муфта (рис. 28.19, б) имеет на ведущей полумуфте колодки 1, поворачивающиеся вокруг оси 2. Они прижимаются к рабочей поверхности ведомой полумуфты 3 пружинами 4. При превышении ведущей полумуфтой заданной угловой скорости центробежные силы R , преодолевая силу пружин F , плавно отводят колодки от рабочей поверхности ведомой полумуфты.

ГЛАВА 29. УПРУГИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

§ 29.1. Назначение, классификация и основные свойства упругих элементов

В приборах, автоматических устройствах, аппаратах и машинах широко используются пружины и упругие чувствительные элементы различной конструкции. Их применяют: в качестве аккумуляторов энергии в пружинных двигателях различных самопишущих приборов, часовых механизмах, фотозатворах; для создания противодействующих сил и моментов, обеспечивающих силовое замыкание кинематических цепей, например в кулачковых механизмах, муфтах; в качестве чувствительных элементов в измерительных системах; для упругого соединения деталей и т. д.

Пружины по назначению подразделяют на: измерительные, которые используются в качестве упругих измерительных преобразователей усилий и моментов в линейные и угловые перемещения; натяжные, предназначенные для силового замыкания кинематических цепей; кинематические пружинные устройства, выполняющие роль беззазорных направляющих, гибких связей передач или упругих опор; амортизаторы, предохраняющие приборы и их элементы от перегрузок при вибрациях и ударах; пружинные двигатели, используемые в малогабаритных автономных приборах; электроконтактные, которые по назначению близки к натяжным пружинам,

но с дополнительными свойствами электропроводности и коррозионной стойкости.

Упругие элементы разделяют на винтовые пружины растяжения (рис. 29.1, а) и сжатия (рис. 29.1, б), проволока которых при деформации пружины скручивается; винтовые пружины кручения (рис. 29.1, в, г), плоские пружины (рис. 29.1, д), материал которых испытывает деформацию изгиба; упругие оболочки, материал которых испытывает сложную деформацию. Упругие оболочки применяют в виде гофрированных трубок — сильфонов (рис. 29.1, е), мембран (рис. 29.1, ж) и мембранных коробок (рис. 29.1, з), трубчатых пружин (рис. 29.1, и). Амортизаторы иногда изготавливают в виде резиновых упругих элементов (рис. 29.1, к).

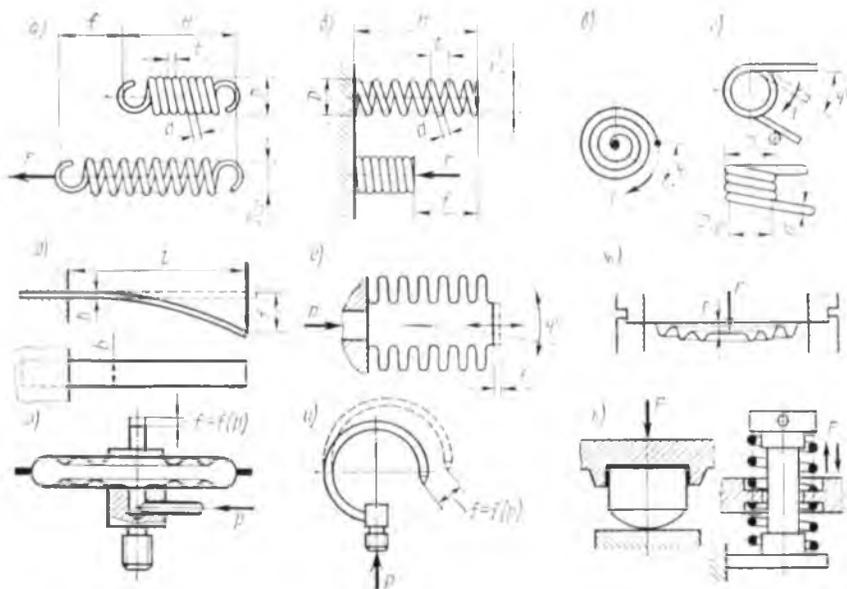


Рис. 29.1

Основными показателями упругих элементов являются: упругая характеристика, коэффициент жесткости, или жесткость, коэффициент чувствительности, упругое последствие и упругий гистерезис.

Упругой характеристикой называется зависимость между линейной деформацией f или угловой деформацией φ упругого элемента и силой F или моментом T , вызывающими эту деформацию; $f = f(F)$; $\varphi = \varphi(T)$ (рис. 29.1, а — и). Характеристика упругого элемента в зависимости от его конструкции и упругих свойств может быть линейной или нелинейной.

Жесткостью k упругого элемента называется предел отношения приращения нагрузки ΔF к приращению прогиба Δf , когда

$\Delta f \rightarrow 0$. Если характеристика упругого элемента линейна, то его жесткость постоянна: $k = F/f = \text{const}$. В этом случае характеристика будет выражаться формулами Fkf или $T = k\varphi$.

Чувствительностью (эластичностью) s упругого элемента называется величина, обратная жесткости: $s = df/dF = 1/k$ или $s = d\varphi/dT$.

Несовершенные свойства материалов упругих элементов вызывают упругое последствие и упругий гистерезис, которые могут быть источником погрешностей в измерительных устройствах. Упругое последствие проявляется в запаздывании деформации пружины по сравнению с изменением прилагаемой нагрузки. Гистерезис проявляется в несовпадении характеристик пружины при нагружении и снятии нагрузки. Значение гистерезиса зависит от материала и напряжений в материале пружины. Вследствие этого для ряда чувствительных элементов допускаемые напряжения определяются не пределом прочности или текучести, а допустимым значением гистерезиса.

§ 29.2. Материалы и допускаемые напряжения

Упругие элементы должны обладать устойчивыми во времени высокими упругими свойствами, значительной прочностью при ударных нагрузках, стойкостью против коррозии и рядом других свойств, обусловливаемых назначением и условиями работы.

Для изготовления винтовых пружин, навиваемых в холодном состоянии, применяются: 1) стальная углеродистая проволока диаметром $d=0,2 \dots 12$ мм. В зависимости от механических свойств проволока подразделяется на I, II и III класс. Для ответственных пружин применяется проволока I класса; 2) пружинная проволока из легированных сталей диаметром $d=0,5 \dots 14$ мм. После навивки пружины подвергают термообработке (низкому отпуску).

Размеры сечений, марки и свойства материалов для изготовления проволочных пружин приводятся в справочной литературе [1, 34].

Для изготовления плоских и спиральных пружин применяется стальная холоднокатаная термообработанная лента толщиной $h=0,08 \dots 1,5$ мм и шириной в $1,6 \dots 80$ мм (ГОСТ 21996—76). Широко используется лента из сталей 65Г, У8А, У10А, У12А, а для ответственных пружин — из стали 60С2А.

Для антимагнитных и коррозионно-стойких пружин с хорошей электропроводностью применяют бронзы марок БрОФ6,5-0,4; БрОЦ4-3; БрКМц3-1, а для ответственных пружин бериллиевую бронзу БрБ2. Для ответственных упругих элементов применяют латунь марок Л62, Л80. Вид и режим термической обработки пружин зависит от материала и требований, предъявляемых к пружине.

Допускаемые напряжения принимают: при расчете пружин на кручение $[\tau] = \tau_b/n$ и при расчете на изгиб $[\sigma_n] = \sigma_b/n$, где τ_b

и σ_b — пределы прочности; коэффициенты запаса прочности для неотвечественных пружин при спокойной нагрузке и больших деформациях $n = 1,5 \dots 2$; для пружин с малыми радиусами изгиба или завивки $n = 3 \dots 4$; при высоких требованиях к стабильности свойств пружин в заданном интервале температур, при малых значениях остаточных деформаций и строгой линейности характеристики $n = 5 \dots 10$.

Механические свойства некоторых материалов, применяемых для упругих элементов, приведены в табл. 29.1.

Таблица 29.1

Материал	Твердость НВ	Предел прочности σ_b , МПа	Предел упругости σ_{yT} , МПа	Предел текучести σ_T , МПа	Модуль упругости E , МПа
Стали:					
65Г	До 580	1400	—	800	$2 \cdot 10^5$
У8А...У12А	620...680	750...1200	—	—	$2 \cdot 10^5$
60С2	460	1600	—	1400	$2 \cdot 10^5$
50ХФА	450	1300	—	1100	$2,12 \cdot 10^5$
Латуни:					
Л 62	140	600	420	500	$1,16 \cdot 10^5$
Л 80	145	640	420	500	$1,16 \cdot 10^5$
Бронзы:					
Бр КМц3-1	180	900	—	540	$1,2 \cdot 10^5$
Бр ОЦ4-3	160	550	—	—	$1,24 \cdot 10^5$
Бр ОФ6,5-04	180	750	450	620	$1,12 \cdot 10^5$
Бр Б2	400	1350	960	1280	$1,35 \cdot 10^5$

§ 29.3. Винтовые пружины растяжения, сжатия и кручения

Основными размерами пружин растяжения, сжатия и кручения являются: диаметр проволоки d ; наружный диаметр D ; средний диаметр витка пружины D_{cp} ; шаг витков t ; число витков n ; длина пружины в свободном (ненагруженном) состоянии H (для пружин сжатия и растяжения); индекс пружины $c = D_{cp}/d$. С увеличением индекса c жесткость пружины снижается. Индекс пружины рекомендуется принимать $c = 16 \dots 8$ при $d < 0,4$ мм; $c = 12 \dots 6$ при $d = 0,4 \dots 2$ мм и $c = 10 \dots 4$ при $d > 2$ мм.

Для того чтобы нагрузка на пружину сжатия передавалась центрально, концевые витки поджимают к соседним, а торцовые поверхности шлифуют перпендикулярно оси пружины. У пружин

растяжения концы отгибают и выполняют в виде крючков или на концах закрепляют специальные детали — пружинодержатели.

Расчет пружины заключается в определении диаметра проволоки d , диаметра пружины D и числа витков n по заданной внешней нагрузке F и рабочему ходу f пружины.

Рассмотрим пружину растяжения (рис. 29.2, а) на которую действует нагрузка F . Под ее действием материал пружины испытывает сложную деформацию кручения и сдвига, вызываемую действием крутящего момента $T = FD/2$ и перерезывающей силы F (рис. 29.2, б, в). Наибольшее касательное напряжение будет

$$\tau = \tau_{кр} + \tau_{ср} = T W_p + F A = 8FD_{ср} (\pi d^3) + 4F (\pi d^2),$$

где W_p — полярный момент сопротивления при кручении; A — площадь сечения проволоки. Отношение $\tau_{кр} / \tau_{ср} = 2c$. Так как индекс пружины $c > 4$, то напряжение кручения значительно больше напряжения сдвига, поэтому расчет проводят только на кручение, учитывая влияние сдвига и кривизны витков коэффициентом $k' = (4c + 2) / (4c - 3)$. Тогда расчетная формула принимает вид

$$\tau = 8FD_{ср} k' / (\pi d^3) \leq [\tau],$$

откуда диаметр проволоки

$$d = 1,6 \sqrt[3]{Fck' / [\tau]}. \quad (29.1)$$

Допускаемое напряжение кручения принимают ориентировочно при статической нагрузке $[\tau] = 0,4\sigma_b$; при пульсирующей нагрузке $[\tau] = 0,2\sigma_b$, где σ_b — предел прочности. Задаваясь напряжением $[\tau]$ и индексом c по формуле (29.1), определяют диаметр проволоки d , тогда средний и наружный диаметры пружины $D_{ср} = cd$; $D = D_{ср} + d$.

Число витков n определяют расчетом деформации пружины. При определении полного прогиба f пружины будем исходить из равенства элементарных работ от действия внешней силы F и внутреннего крутящего момента T . Тогда $Fdf = Td\varphi$, где df — элементарное перемещение по оси пружины; $d\varphi = Tdl / (GJ_p)$ — элементарный угол деформации при кручении; dl — элементарный отрезок витка пружины; G — модуль сдвига; J_p — полярный момент инерции. Получаем

$$FdF = T^2 dl / (GJ_p).$$

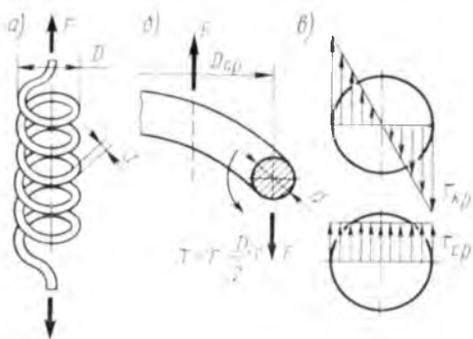


Рис. 29.2

Интегрируя последнее выражение, имеем

$$f = T^2 l (GJ_p F).$$

Подставляя в это уравнение значение длины проволоки $l = \pi D_{cp} n$, момента $T = F D_{cp} 2$, индекса пружины $c = D_{cp} / d$, получаем

$$f = 8 F c^3 n (G d).$$

Через F_1 обозначим силу предварительной нагрузки для обеспечения устойчивой работы пружины; F_2 — наибольшую рабочую нагрузку на пружину. Этим нагрузкам соответствуют прогибы f_1 и f_2 . Выражая разность прогибов, получим формулу числа рабочих витков пружины

$$n = G d (f_2 - f_1) [8 c^2 (F_2 - F_1)]. \quad (29.2)$$

Цилиндрические винтовые пружины сжатия (см. рис. 29.1, б) и растяжения (см. рис. 29.1, а) рассчитывают в такой последовательности.

По условиям работы определяется рабочая нагрузка на пружину F_2 . После этого находят: наименьшую нагрузку $F_1 \approx (0,3 \dots 0,8) F_2$ и предельно допустимую нагрузку $F_3 \approx (1,1 \dots 1,2) F_2$; рабочий ход пружины $H = f_2 - f_1$ при изменении нагрузки от F_2 до F_1 ; средний диаметр пружины D_{cp} ; индекс пружины $c = D_{cp} / d$ задается материалом пружины с допуском напряжением $[\tau]$ и модулем сдвига G (для пружинной стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа).

Диаметр проволоки d определяют по формуле (29.1), подставляя $F = F_3$, и выбирают по ГОСТу проволоку ближайшего диаметра. Число рабочих витков n определяют по формуле (29.2). Шаг пружины растяжения $t_p = d$, для пружины сжатия $t_{сж} d + f_3 n$, где f_3 — предельный прогиб пружины от силы F_3 . Полное число витков пружины сжатия $n_1 = n + (1,5 \dots 2)$, а для пружины растяжения $n_1 = n$.

Угол подъема витков α определяется из формулы $\operatorname{tg} \alpha = t (\pi D_{cp})$; длина развернутой проволоки $L = \pi D_{cp} n_1 \cos \alpha + 2L_1$, где L_1 — развернутая длина прицепа.

Длина пружины сжатия при рабочей деформации равна $H_2 = H - f_2$, где $H = n_1 t_{сж}$ — длина пружины в свободном состоянии.

Длина цилиндрической части пружины растяжения при рабочей деформации равна $H_2 = H + f_2$, где $H = n_1 t_p = n_1 d$ — длина пружины в свободном состоянии.

Виты пружины можно подобрать также по справочным таблицам [1].

Винтовые пружины кручения (см. рис. 29.1, в, г) применяются для создания противодействующего момента T при закручивании свободного конца пружины на угол φ . Материал таких пружин испытывает в основном напряжения изгиба. Наи-

большие углы закручивания $[\varphi]$ пружины при числе витков: $n = 1$ $[\varphi] \leq 120^\circ$; при $n = 3$ $[\varphi] \leq 162^\circ$.

Пружины кручения, как правило, устанавливают на цилиндрическую оправку диаметром d_0 (рис. 29.3) с зазором, обеспечивающим свободный поворот витков пружины. Один конец пружины соединяется с неподвижной деталью, другой — с подвижной и нагружается при этом усилием F на плече a .

По условиям работы пружины определяют наибольший рабочий момент пружины $T_2 = F_2 a$; рабочий угол закручивания $\varphi_2 \leq [\varphi]$, наименьший рабочий момент $T_1 = (0,3 \dots 0,8) T_2$ и предельный допустимый момент $T_3 = (1,1 \dots 1,2) T_2$. Диаметр проволоки определяют из условия прочности при изгибе:

$$d = \sqrt[3]{32 T_2 (\pi [\sigma_{из}])} \approx \sqrt[3]{T_2 (0,1 [\tau_{из}])}. \quad (29.3)$$

Из таблиц ГОСТа выбирается ближайшее значение.

Допускаемые напряжения на изгиб принимают: при статической нагрузке $[\sigma_{из}] = 0,5 \tau_b$; при пульсирующей нагрузке $[\tau_{из}] = 0,33 \tau_b$. Диаметр пружины $D = (6 \dots 12) d$. Рабочий угол закручивания пружины из круглой проволоки

$$\varphi_2 = T_2 l (EJ) = 64 T_2 l (E \pi d^4). \quad (29.4)$$

Длина проволоки пружины на рабочем участке равна $l = \pi D_{cp} n_0$, где n_0 — число витков пружины в свободном состоянии. Тогда

$$\varphi = 64 F a D_{cp} n_0^3 (E d^4), \quad (29.5)$$

где a — размер, показанный на рис. 29.3.

Задавая угол закручивания, по формуле (29.5) определяют число витков n_0 и длину l . Длина развернутой проволоки пружины $L = l + a + b$ (рис. 29.3). Шаг пружины в миллиметрах $t = d + (0,3 \dots 0,5)$; $\operatorname{tg} \alpha = t (\pi D_{cp})$.

Диаметр пружины при полном угле закручивания φ_2

$$D' \approx b / (\pi n + \varphi_2 / 2).$$

Диаметр оправки, на которую надевают пружину:

$$d_0 = 0,9 (D' - d).$$

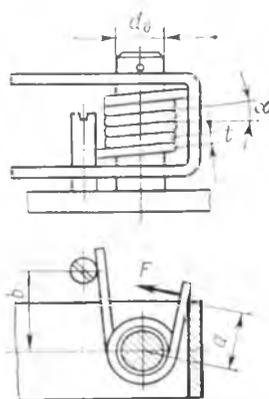


Рис. 29.3

§ 29.4. Плоские пружины

Плоские прямые пружины (см. рис. 29.1, д) применяют, когда необходимы небольшие перемещения при малых усилиях, например в реле и переключателях или в качестве упругих подвесов

и упругих опор. Плоскую прямую пружину рассчитывают как консольную балку, заделанную одним концом и нагруженную сосредоточенной силой F на конце (рис. 29.4).

Изгибающий момент достигает максимального значения в сечении заделки: $M_{\max} = Fl$. Наибольшее напряжение изгиба в этом сечении

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_{II} = 6Fl / (bh^2) \leq [\sigma_{II}],$$

где W_{II} — момент сопротивления сечения пружины при изгибе; b — ширина пружины; h — толщина пружины. Отсюда можно определить допускаемую нагрузку

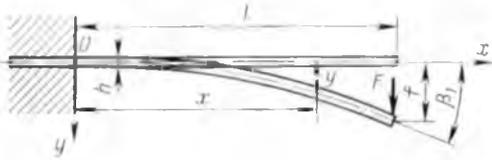


Рис. 29.4

$$[F] = bh^2 [\sigma_{II}] / (6l). \quad (29.6)$$

Прогиб пружины y в любом сечении x может быть найден из формулы $d^2y/dx^2 = M/(EJ_z)$ (см. гл. 11).

Изгибающий момент в сечении x будет $M = F(l-x)$. Тогда

$$d^2y/dx^2 = F(l-x)/(EJ_z).$$

Дважды интегрируя, получаем:

$$dy/dx = F(lx - x^2/2)/(EJ_z) + C_1;$$

$$y = F(lx^2/2 - x^3/6)/(EJ_z) + C_1x + C_2.$$

В заделке при $x=0$ имеем $dy/dx=0$ и $y=0$, т. е. $C_1 = C_2 = 0$.

Уравнение изогнутой оси пружины на рис. 29.5 будет

$$y = F(lx^2/2 - x^3/6)/(EJ_z).$$

Максимальный прогиб $f = Fl^3/(3EJ_z)$. Для прямоугольного сечения $J_z = bh^3/12$. Тогда

$$f = 4[F]l^3/(Ebh^3) = 3l^2[\sigma_{II}]/(2Eh). \quad (29.7)$$

Для создания заданного прогиба f необходимо приложить усилие

$$F = fEbh^3/(4l^3).$$

В некоторых случаях необходимо при большом усилии получить малый прогиб. Для этого у пружины создают предварительное натяжение (рис. 29.5). Пружина 1 в свободном состоянии имеет изогнутую форму (показано пунктиром) с прогибом f_0 , а при сборке упорная планка 2 выпрямляет пружину и создается предваритель-

ное натяжение с силой F_0 , создавая предварительный прогиб. Такая пружина начинает прогибаться, если рабочая нагрузка $F > F_0$.

Расчет таких пружин можно вести по формулам (29.6), (29.7), где прогиб $f = f_0 + f_p$; f_p — рабочий прогиб пружины.

Спиральные пружины по назначению разделяют на заводные в пружинных двигателях и моментные в колебательных системах, приборах и т. п.

Существует два основных вида пружинных двигателей: с неподвижным и с вращающимся барабаном. На рис. 29.6 показано устройство двигателя с вращающимся барабаном. Валик 1 двигателя вращают, прикладывая к нему момент T , и закручивают пружину; в другом конце пружины, закрепленном на барабане 4, возникает уравновешивающая сила. Устройство с собачкой 3 и храповым колесом фиксирует валик 1 в определенном положении. На барабане 4 имеется зубчатое колесо 5, передающее движение механизму. Некоторые способы крепления пружины на валике показаны на рис. 29.7.

При расчете спиральной заводной пружины определяют ее геометрические параметры: толщину h , ширину b и длину L , а также рациональное

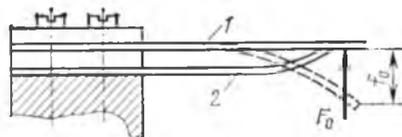
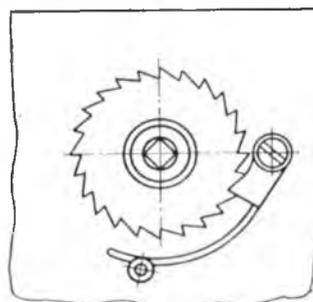
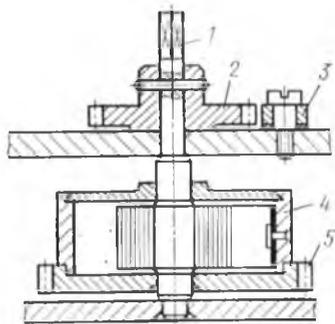


Рис. 29.5

Рис. 29.6

соотношение между размерами барабана, пружины и рабочим числом оборотов барабана.

Моментные спиральные пружины измерительных систем применяют в приборах для создания противодействующего мо-

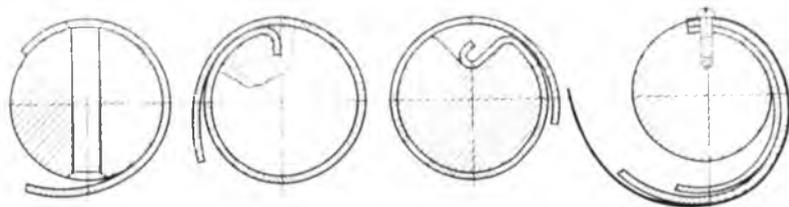


Рис. 29.7

мента подвижной системы, для подвода тока к рамкам электронизмерительных приборов, а также для силового замыкания кинематических цепей механизмов. На рис. 29.8, а показан пример конструкции спиральной моментной пружины (волоска), а на рис. 29.8, б — пример крепления концов моментной пружины с помощью пайки. Витки пружины должны располагаться строго концентрично относительно оси вращения.

Моментные пружины обычно имеют малую жесткость. К ним предъявляются требования строгой пропорциональности момента и угла закручивания φ , минимальной остаточной деформации, постоянства упругих свойств во времени, малого температурного коэффициента расширения.

Выполнение этих требований обеспечивается правильным выбором материала, расчетом пружины и рациональной технологией изготовления. Задачей расчета является определение основных

размеров пружины: толщины h , ширины b и длины L по заданному противодействующему моменту T и углу закручивания φ .

Теория и расчет пружин двигателей и моментных пружин подробно рассматривается в литературе [19, 21, 23].

§ 29.5. Мембраны, сильфоны и трубчатые пружины

Мембраной называется круглая плоская (рис. 29.9, а) или гофрированная (рис. 29.9, б) пластинка, заделанная по краям. Мембраны применяют в качестве чувствительных элементов приборов для измерения давления, в акустических приборах (микрофонах, телефонах и т. п.). Гофрированные мембраны допускают большие перемещения f , чем плоские. Мембраны изготавливают из высококачественных пружинных сталей, бронз и латуней, а также резины и пластмасс. Обычно толщина металлических мембран составляет 0,06 ... 1,5 мм, а неметаллических 0,1 ... 5 мм.

Расчет мембраны по заданной характеристике весьма сложен и приводится в специальной литературе. Кроме того, эти расчеты недостаточно точны, так как свойства мембран зависят от многих конструктивных и технологических факторов. Вследствие этого характеристики мембран, дающие зависимость прогиба f от давления p , действующего на мембрану, часто определяют эксперимен-

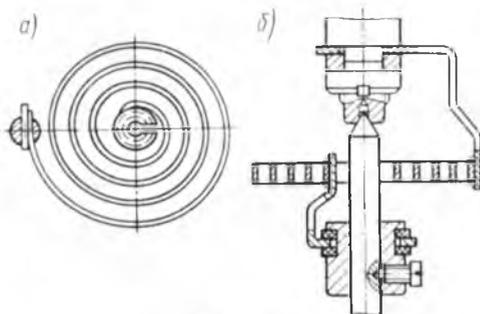


Рис. 29.8

тально. Приведенные на рис. 29.10 характеристики некоторых мембран показывают, что они зависят от размеров мембраны, количества и формы гофров.

Для повышения чувствительности и увеличения упругих деформаций применяют элементы в виде мембранной коробки (рис. 29.11), внутренняя полость которой соединяется с объемом, в котором измеряется избыточное давление ($p-p_0$). В ряде случаев при проектировании приборов раз-

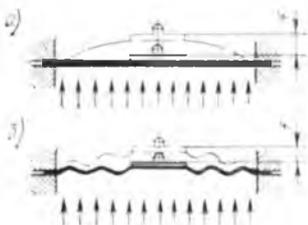


Рис. 29.9

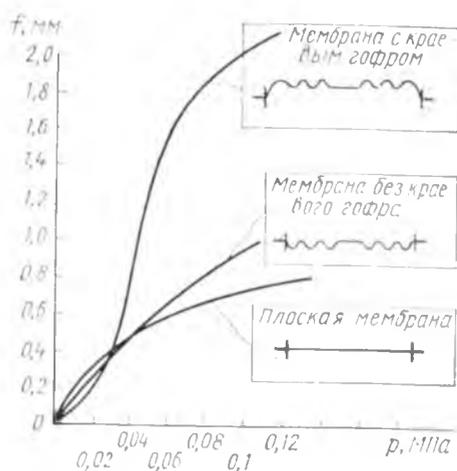


Рис. 29.10

меры, конструкция и характеристики мембран и мембранных коробок могут выбираться из нормалей заводов-изготовителей.

Сильфонами называют тонкостенные цилиндрические трубки, стенки которых имеют волнообразные складки (гофры) (рис. 29.12). Под действием сил F , приложенных к крайним сечениям (а), или внутреннего (внешнего) давления p (б) стенки сильфона деформируются и длина сильфона изменяется.

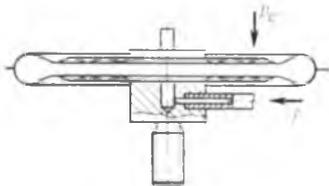


Рис. 29.11

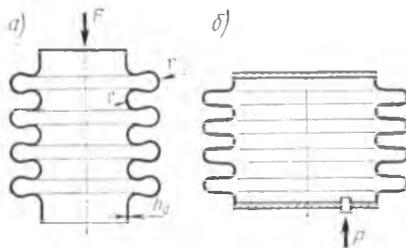


Рис. 29.12

Сильфоны применяют в приборах в качестве упругих чувствительных элементов для измерения давления, упругого соединения труб и т. д.

Конструкции, основные параметры и размеры приборных сильфонов регламентируются ГОСТами. Сильфоны изготавливают из

нержавеющих сталей (для работы в средах, не вызывающих коррозию, при температурах $-200^{\circ}\text{C} \dots +400^{\circ}\text{C}$) или из латуни (для работы при температурах $-60^{\circ}\text{C} \dots +100^{\circ}\text{C}$). Для изготовления сильфонов применяются также бронзы Бр Б2, Бр Б2,5 и др., а для работы в агрессивных средах используют сильфоны из сплава ЭИ1702.

Методика определения характеристик сильфонов по известным геометрическим параметрам приводится в литературе [21].

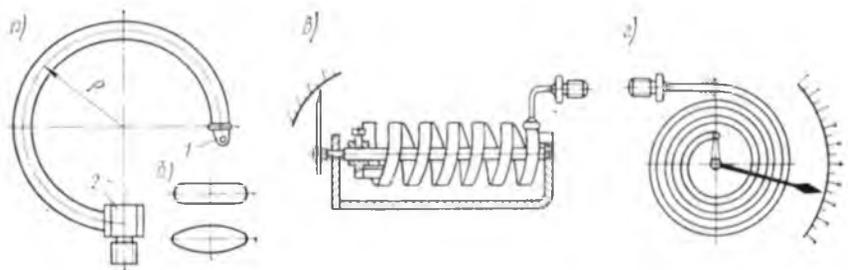


Рис. 29.13

Трубчатые манометрические пружины применяют в качестве чувствительных элементов для измерения избыточного давления или вакуума. Они имеют различные формы сечения. На рис. 29.13, *а* показана трубка манометра, свободный конец 1 которой запаян и связан с передаточным механизмом, а другой конец жестко закреплен в штуцере 2, соединяемом с измеряемой средой. При изменении давления трубка деформируется, изменяя свой радиус кривизны ρ . Перемещение конца 1 трубки вызывает отклонение стрелки прибора.

Широко применяют трубки с овальным или эллипсным сечением (рис. 29.13, *б*). Для измерения высоких давлений применяют трубки и других сечений.

В манометрах применяются также многовитковые манометрические пружины (рис. 29.13, *в*, *г*), которые отклоняют стрелку на угол более 360° без передаточного механизма, однако они имеют большие температурные погрешности и более сложны в изготовлении.

Подробные данные по расчету и подбору трубчатых пружин приводятся в литературе [21].

ГЛАВА 30. СОЕДИНЕНИЯ

§ 30.1. Неразъемные соединения

Неразъемными называются соединения, которые нельзя разобрать без разрушения соединяющих или соединяемых элементов. Эти соединения получают сваркой, пайкой, склеиванием, с по-

мощью заклепок, развальцовкой, заформовкой. К этим соединениям относят и соединения с гарантированным натягом (прессовые соединения).

Сварные соединения получают за счет совместного сплавления или пластического деформирования материала соединяемых деталей. Сваривать можно как металлические, так и неметаллические детали. Наиболее распространенными способами сварки являются электродуговая и электроконтактная сварка. При электродуговой сварке (рис. 30.1, а) электрическая дуга, возникающая между электродом 2 и свариваемыми элементами 1, выделяет тепло, расплавляя металл элементов и электрода и образуя при этом прочный шов.

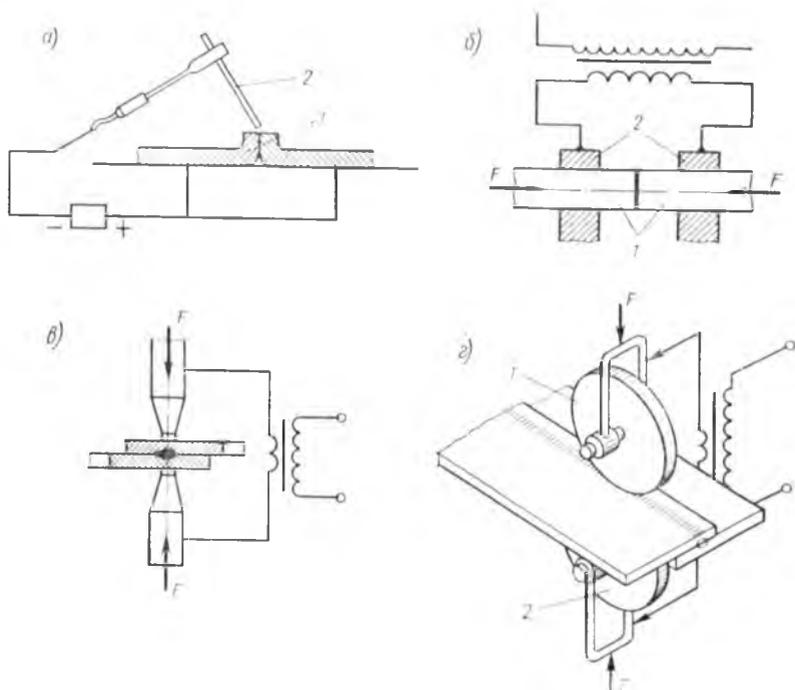


Рис. 30.1

Электроконтактная сварка осуществляется за счет разогрева стыка при прохождении тока через зазор, обладающий большим сопротивлением, чем сплошное сечение детали. Этот способ сварки имеет несколько разновидностей. На рис. 30.1, б показана схема стыковой сварки. Свариваемые детали 1 укрепляются в зажимах 2, соединенных с источником электрического напряжения, и сжимаются силой F . Нагрев производится до сплавления стыка. Так сваривают стержни, трубы и подобные им детали.

При точечной сварке (рис. 30.1, *в*), применяемой для соединения тонких листовых деталей, сварные точки образуются в местах, где через электроды, сжимающие свариваемые листы, проходит ток. Точечную сварку производят на специальных установках. На рис. 30.1, *г* показана шовная сварка, с помощью которой изготовляют герметичные швы в тонколистовых конструкциях толщиной 1,5 ... 2 мм. Электродами служат фольки 1 и 2, сжимаемые силой F .

Реже применяют газовую, электронно-лучевую, ультразвуковую и холодную сварку. При газовой сварке оплавление элементов деталей и присадочного прутка происходит в струе пламени специальной горелки, при этом можно сваривать также изделия из пластмасс.

Электронно-лучевая сварка осуществляется в вакууме за счет разогрева свариваемых металлов пучком электронов большой энергии. Этот вид сварки отличается отсутствием электродов и флюса, возможностью сварки тонкостенных деталей, прочностью шва.

Ультразвуковая сварка основана на создании в месте сварки местных пластических деформаций и позволяет сваривать разнородные материалы и детали различных сечений.

Холодную сварку осуществляют без нагрева соединяемых деталей, создавая с помощью пуансонов или роликов давление в месте сварки. Свариваемые поверхности должны быть хорошо очищены. Этот вид сварки применяют для соединения пластичных материалов (меди, алюминия) при толщине соединяемых деталей, не превышающей 3 ... 4 мм.

С помощью сварки получают соединения, равнопрочные основному материалу; масса сварных конструкций меньше массы конструкций с другими видами соединений. Процесс сварки характеризуется высокой производительностью, его можно автоматизировать. К недостаткам сварки относятся: наличие остаточных напряжений в свариваемых элементах, вызывающих их коробление, а в ряде случаев затруднение контроля качества соединения и повышенная чувствительность к вибрациям в связи с концентрацией напряжений.

В зависимости от расположения соединяемых элементов различают следующие основные виды сварных соединений: стыковые (рис. 30.2, *а*), нахлесточные (рис. 30.2, *б*), угловые (рис. 30.2, *в*), тавровые (рис. 30.2, *г*). По направлению шва относительно направления приложения нагрузки F различают лобовые (рис. 30.2, *д*), косые (рис. 30.2, *е*) и фланговые швы (рис. 30.2, *ж*). Стыковые, угловые и тавровые соединения выполняют как без скоса, так и со скосом (односторонним или двусторонним) кромок элементов.

При проектировании сварных соединений основным требованием является равнопрочность шва и материалов соединяемых деталей. Часто целесообразно назначать все размеры шва по конструктивным соображениям, а затем выполнять проверочный на

прочность. При расчете на прочность утолщение металла (усиление) стыковых швов не учитывается.

Расчет на прочность стыкового шва (рис. 30.2, а) производится по формуле

$$\sigma = F/(ls) \leq [\sigma'], \quad (30.1)$$

где σ — расчетное напряжение в сварном шве; F — сила, действующая на шов; s — расчетная толщина более тонкой свариваемой детали; l — длина шва; $[\sigma']$ — допускаемое напряжение в шве.

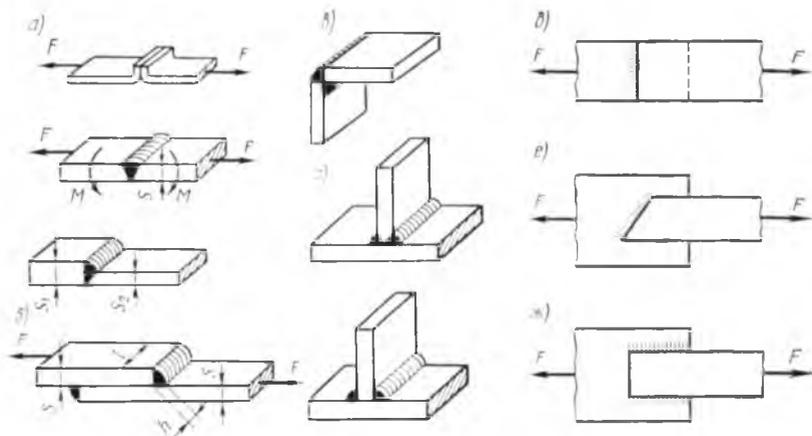


Рис. 30.2

Если шов находится также под действием момента M , то расчетная формула имеет вид

$$\sigma = E (ls) \pm M/W \leq [\sigma'], \quad (30.2)$$

где W — момент сопротивления сечения.

Нахлесточные лобовые и фланговые швы рассчитывают на срез по формуле

$$\tau = F/A_{св} \leq [\tau'], \quad (30.3)$$

где τ — касательное напряжение; $[\tau']$ — допускаемое напряжение в сварном шве; $A_{св} = 2lh$ — суммарная площадь сечения сварного шва; $h = 0,7s$ — расчетная высота шва; l — длина шва (рис. 30.2, б).

Для точечной сварки $A_{св} = \pi d_r n l$, где d_r — диаметр сварной точки; n — число точек; для шовной сварки $A_{св} = bl$, где b — ширина ролика; l — длина шва.

Угловые (рис. 30.2, в) и тавровые (рис. 30.2, г) швы рассчитывают на срез по формуле (30.3). Допускаемые напряжения при статической нагрузке для сварных швов назначают в зависимости от допускаемого напряжения $[\sigma]$ для основного материала детали и в зависимости от материалов электродов. Например, при ручной

дуговой сварке электродами Э42, Э50 [σ'] = 0,9 [σ] и [τ'] = 0,6 [σ]; при автоматической и ручной сварке электродами Э42А и Э50А [σ'] = [σ], [τ'] = 0,65 [σ].

При переменных нагрузках значения допускаемых напряжений швов и деталей в зоне швов снижают умножением на эмпирический коэффициент $\gamma \leq 1$, зависящий от характеристики цикла нагружения $r = F_{\min} / F_{\max}$, где F_{\max} — максимальная сила цикла; F_{\min} — минимальная сила цикла ($F > 0$ при растяжении, $F < 0$ при сжатии), и от вида шва и материала свариваемых деталей.

Характеристика цикла, r	Стыковое соединение	Тавровое соединение
1 ... 0	$\gamma = 1$	$\gamma = 1 \dots 0,75$
-0,2 ... -1	$\gamma = 0,93 \dots 0,75$	$\gamma = 0,71 \dots 0,6$

Подробно выбор коэффициента γ изложен в литературе [11, 26].

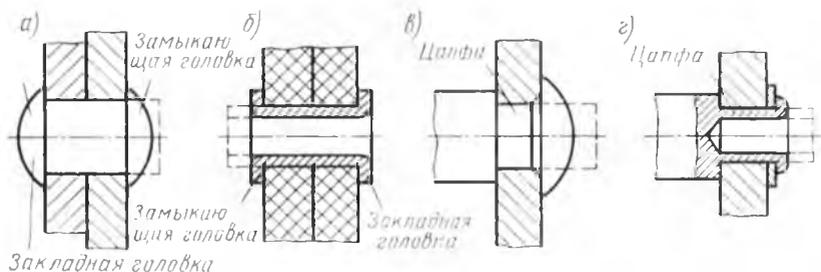


Рис. 30.3

Заклепочные соединения в связи с широким использованием сварных соединений применяют редко (обычно там, где нецелесообразно применять сварку). Заклепочные соединения выполняют с помощью специальных деталей — заклепок (рис. 30.3, а, б) или с помощью цапф на соединяемых деталях (рис. 30.3, в, г). Одна головка, предварительно выполненная на заклепке, называется закладной, другая, формируемая ударами инструмента, называется замыкающей. Форма и размеры заклепок стандартизованы (рис. 30.4, а—е). Диаметр заклепки в миллиметрах зависит от толщины s , мм склепываемых деталей следующим образом: $d \approx s + (2 \dots 10)$; длина заклепки $l = \sum s + (1,5 \dots 1,7) d$, где $\sum s$ — суммарная толщина склепываемых деталей. Диаметр отверстия под заклепку на 0,2 ... 0,5 мм превышает диаметр заклепки при $d = 1 \dots 5$ мм. Отверстия под заклепки в деталях сверлят или вырубят на штампах.

Стальные заклепки из сталей Ст2, Ст3, 10, 15 применяют для прочных соединений. Латунные заклепки используют обычно для соединения деталей из пластмасс, керамики и гетинакса. Алюминиевые заклепки изготовляют из сплавов АМг5Г, Д18, АД1 и В65.

Они имеют меньшее, чем стальные заклепки, сопротивление срезу и плохо выдерживают знакопеременные нагрузки.

При соединении эластичных материалов не рекомендуется использовать заклепки с потайной головкой и заклепки малого диаметра. Пустотелые заклепки применяют для соединения деталей из металла с деталями из пластмасс при малых усилиях сдвига. При значительной протяженности соединяемых деталей соединение выполняют в виде заклепочного шва, состоящего из одного или нескольких рядов заклепок.

Различают три основных типа заклепочных соединений: внахлестку (рис. 30.5, а), с одной накладкой (рис. 30.5, б) и с двумя накладками (рис. 30.5, в). По назначению различают прочные, плотные (герметичные) и прочно-плотные заклепочные соединения. В соединениях внахлестку и с одной накладкой заклепки работают на срез и на изгиб из-за несимметричного приложения нагрузки F , а в соединении с двумя накладками заклепки работают только на срез.

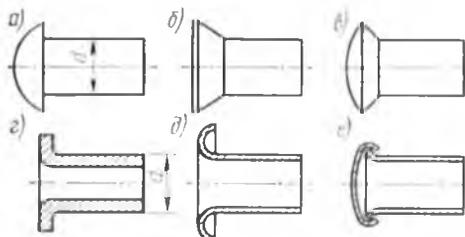


Рис. 30.4

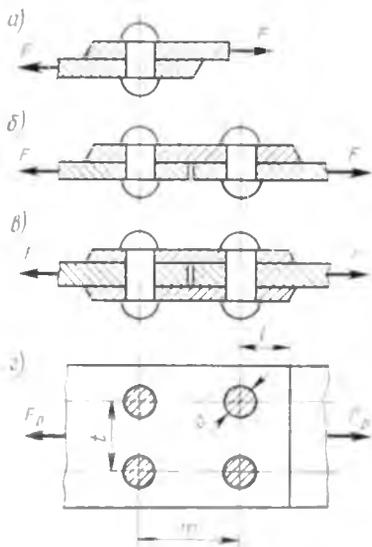


Рис. 30.5

Расчет заклепочных соединений проводится на срез и смятие боковых поверхностей заклепок по расчетной нагрузке F_p , действующей на шов. Этот расчет будет условным, так как часть нагрузки передается за счет сил трения между соединяемыми деталями, что учитывается при назначении допустимого напряжения. При срезе

$$\tau = 4F_p (zn\pi d^2) \cdot |\tau|, \quad (30.4)$$

где d — диаметр заклепки; n — число заклепок; z — число срезов. Расчетная формула на смятие заклепок и соединяемых деталей

$$\sigma_{см} = F_p (nsd) \cdot |\sigma|_{см}, \quad (30.5)$$

где s — толщина самой тонкой из соединяемых деталей. Допускаемые напряжения для стальных заклепок при отверстиях, изготов-

ленных сверлением, принимают $[\tau] = 140$ МПа; $[\sigma]_{св} = 280 \dots 320$ МПа; при отверстиях, изготовленных штамповкой, $[\tau] = 100$ МПа; $[\sigma]_{св} = 240 \dots 280$ МПа. При переменных нагрузках допускаемые напряжения снижаются.

Параметры шва t , l , m (рис. 30.5, τ) выбирают в зависимости от диаметра заклепок: $l = (1,5 \dots 2,0) d$; $t = (3 \dots 4) d$; $m = (2 \dots 3) d$.

В соединениях элементов приборов, при малых нагрузках заклепки обычно не рассчитывают, а выбирают конструктивно. При суммарной толщине склепываемых деталей $\sum s = 2 \dots 10$ мм принимают $d = 1 \dots 0,5 \sum s$, где величины d и s выражают в миллиметрах.

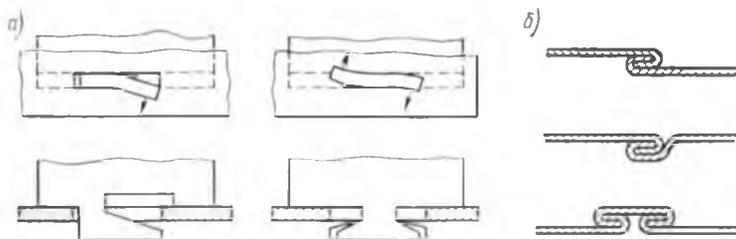


Рис. 30.6

В механизмах приборов заклепочные соединения с помощью цапф применяют для крепления стоек, распорок, ножек, зубчатых колес на валиках и т. д. Соединения листовых деталей иногда осуществляют, загибая вставляющиеся в отверстие лапки (рис. 30.6, a) или загибая края пластины (рис. 30.6, b).

Соединение завальцовкой широко применяют при операциях сборки. При этом одна из деталей имеет на торце дополнительный припуск материала, который обжимают по поверхности другой детали. Завальцовку применяют для соединения круглых деталей, например стекол с оправками (рис. 30.7, a), каменных опор с втулками (рис. 30.7, b), втулок с корпусами (рис. 30.7, $в$).

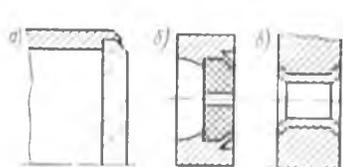


Рис. 30.7

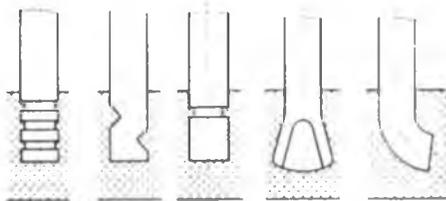


Рис. 30.8

Заформовка. Для закрепления металлических элементов в пластмассовых, стеклянных, металлических и керамических деталях применяется заформовка. Ее проводят, погружая метал-

лическую деталь в форму с материалом другой детали, находящемся в жидком состоянии. После застывания материала образуется неразъемное соединение. Заформовку можно получать и в процессе прессования пластмассы, а для лучшего соединения металлической детали придают соответствующую форму (рис. 30.8).

Пайкой называют соединение металлических или металлизированных деталей с помощью припоя (расплавленного металла или сплава), температура плавления которого ниже температуры плавления материала соединяемых деталей. В отличие от сварки пайка сохраняет неизменной структуру, механические свойства и химический состав основного материала. Пайка вызывает значительно меньшие остаточные напряжения. В процессе пайки между соединяемыми поверхностями деталей вводится расплавленный припой, который после остывания образует шов, менее прочный, чем сварной. Качественный паяный шов можно получить только при чистых поверхностях спаиваемых деталей. Для защиты поверхности от окисления применяют флюсы, которые, защищая поверхность от окисления, повышают текучесть припоя.

Различают легкоплавкие и тугоплавкие припои. К *легкоплавким припоям* с температурой плавления до 300°С относятся оловянно-свинцовые сплавы. Для понижения температуры плавления в эти сплавы вводят висмут и кадмий, а для увеличения прочности добавляют сурьму. *Тугоплавкие припои* содержат в своем составе медь, цинк, серебро и имеют температуру плавления выше 500°С.

Пайку менее прочными легкоплавкими припоями применяют главным образом для получения надежного электрического контакта при соединении медных токоведущих проводов между собой и с радиоэлементами, а также для получения герметичного соединения при незначительных давлениях.

Высокотемпературная пайка обеспечивает высокую механическую прочность шва при температуре свыше 100°С. Для ответственных соединений применяют серебряный припой, который устойчив против коррозии, хорошо выдерживает вибрации и удары.

Способ нагрева деталей зависит от конструкции соединения, требуемого количества теплоты и температуры. Пайкой в основном легкоплавкими припоями соединяют небольшие детали. Пайка горелкой применяется для массивных деталей, как правило, с использованием тугоплавких припоев. Пайку в печи проводят, если детали можно собрать вместе с припоем. Детали перед помещением в печь желательнее соединить с помощью винтов, заклепок и т. д. Применяются и другие способы пайки, например пайка индукционным нагревом, пайка сопротивлением, пайка в жидкой среде, пайка ультразвуком.

Качество паяного соединения определяется степенью заполнения зазора припоем и прочностью его связи с поверхностью деталей. Учитывая малую прочность, особенно легкоплавких припоев, при конструировании соединений предусматривают специальные меры, например увеличение поверхности спаиваемых поверхностей, устранение воздей-

ствия нагрузок непосредственно на шов посредством устройства загибов и уступов (рис. 30.9).

Расчет паяных соединений на прочность зависит от вида нагружения и конструкции шва и может производиться аналогично расчету подобного сварного соединения. Допускаемые напряжения выбираются в зависимости от механических свойств припоя.

Соединение склеиванием в приборостроении находит широкое применение. С помощью различных клеев можно получить соединения деталей как из однородных, так и из неоднородных материалов (металла и пластмассы, стекла и бумаги и т. п.). К клеевым соединениям не предъявляют требований высокой прочности, однако они должны хорошо сопротивляться вибрациям, колебаниям температур и воздействию высокой влажности.

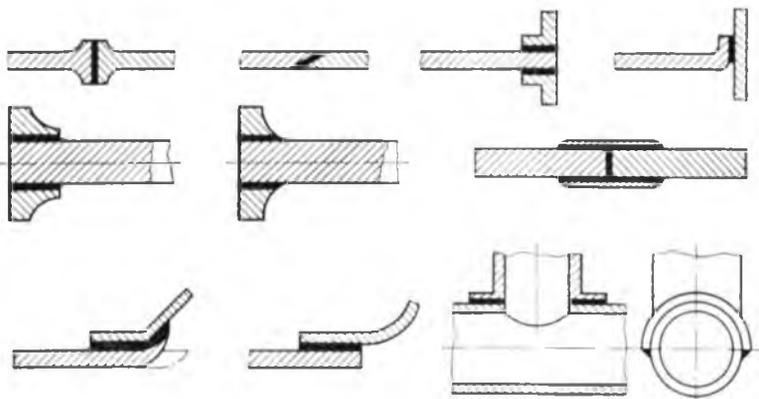


Рис. 30.9

При конструировании деталей следует предусматривать необходимость их сжатия при склеивании, а в некоторых случаях и нагрева, необходимых для получения качественного соединения. Желательно, чтобы поверхности склеивания деталей были шероховатые. Толщина слоя клея не должна превышать $0,15 \dots 0,25$ мм.

Клеи делят на три группы: твердеющие при удалении растворителя, при охлаждении расплава и твердеющие за счет химических процессов. Процесс склеивания с использованием первой группы клеев сводится к нанесению на поверхность деталей раствора клея, сдавливанию деталей и последующему удалению растворителя путем его испарения или впитывания в склеиваемый материал. При добавлении растворителя такое соединение разрушается, и его не применяют в тяжелых условиях эксплуатации. Клеи второй группы перед нанесением разжижают нагреванием, затем наносят на поверхности, которые сдавливают и выдерживают при комнатной температуре. Эти клеи также обратимы, т. е. при нагревании становятся вязкими, и соединение разрушается. Клеи третьей группы необратимы, соединение обладает большой

прочностью, однако процесс склеивания бывает сложным. Клен обычно твердеют при нагреве соединения.

Для склеивания применяют: 1) *животные клеи* — казеиновый, столярный, альбуминовый; они обладают хорошей адгезией со многими материалами, но не влагостойки; 2) *клеи на основе крахмала* (применяются как временные соединители); 3) *резиновые клеи*, представляющие раствор каучука в бензине или других растворителях, позволяют получать хорошие соединения твердых и эластичных материалов, однако соединение разрушается в бензине, керосине и других органических растворителях; 4) *синтетические клеи* дают прочные швы, выдерживающие большие механические нагрузки, но требуют строгого соблюдения режима склеивания и подготовки поверхности деталей.

К синтетическим относятся клеи Бф-2, Бф-4, Бф-6 — растворы фенолформальдегидных смол в спирте или ацетоне; эпоксидный клей Д-9 — синтетическая эпоксидная смола с добавлением отвердителя смолы — и ряд других клеев. Подробные сведения о марках клеев, их характеристики и рекомендации к их применению приводятся в справочной литературе [1, 34].

Клеевое соединение обычно работает на сдвиг. Его прочность проверяют по формуле

$$\tau = F / bl \leq [\tau], \quad (30.6)$$

где b и l — соответственно ширина и длина шва; F — расчетная нагрузка.

Допускаемое напряжение $[\tau]$ для различных видов клеев и соединяемых материалов приводится в справочной литературе [34].

Соединения деталей с гарантированным натягом. К этому виду соединений относятся соединения с применением посадок $R8/h6$; $H7/u7$; $H7/r6$; $H7/p6$ и др. Они занимают промежуточное положение между неразъемными и разъемными соединениями. Хотя детали могут быть разъединены, но в большинстве случаев сопрягаемые поверхности при разборке повреждаются, что снижает надежность повторного их соединения. Поэтому соединения с гарантированным натягом условно отнесены к неразъемным соединениям.

Эти соединения отличаются хорошим центрированием и простотой конструкции. Чем больше натяг и меньше шероховатость поверхности, тем выше надежность соединения. Наиболее распространены соединения по цилиндрическим поверхностям.

Сборку деталей проводят под прессом, иногда с предварительным нагревом охватываемой детали или охлаждением охватываемой. Для облегчения сборки на деталях выполняют фаски (рис. 30.10, *а*). Чтобы снизить требования к точности изготовления деталей, часто на валке делают накатку и неподвижное соединение осуществляется за счет выступов накатки (рис. 30.10, *б*). Подобное соединение целесообразно, если охватываемая деталь изготовлена из пластичного материала (пластмассы, меди, алюми-

нения). Длина посадочной части должна в 1,1 ... 1,5 раза превышать диаметр валика.

Размер натяга определяют потребным давлением q на посадочной поверхности, при котором силы трения оказываются больше внешних сдвигающих сил. Исходными данными для расчета соединения являются характер и значение нагрузки, номинальные размеры, ориентировочная точность соединения. По осевому ус-

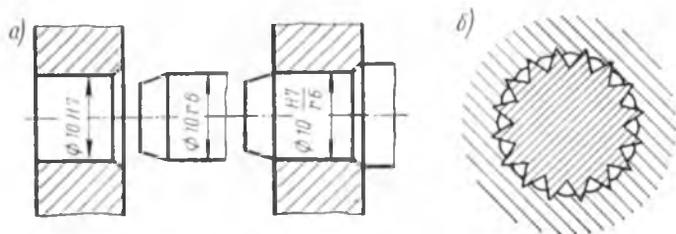


Рис. 30.10

лию F или крутящему моменту T , приложенным к элементам соединения с номинальными размерами d и l , определяют наименьшее давление

$$q = F (f \pi d l); \quad q = 2T (f \pi d^2 l), \quad (30.7)$$

где f — коэффициент трения (для сталей $f \approx 0,08 \dots 0,1$). Из теории расчета толстостенных цилиндров давление на поверхности контакта q связано с натягом N зависимостью

$$q = N [d (c_1 E_1 + c_2 E_2)], \quad (30.8)$$

где $c_1 = [(d_2^3 - d_1^3) (d_2^2 - d_1^2)]^{-1} \nu_1$; $c_2 = [(d_2^3 + d^3) (d_2^2 - d^2)]^{-1} \nu_2$; E_1, E_2, ν_1, ν_2 — соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона материала вала и втулки (для стали $E \approx (2,1 \dots 2,2) \times 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$; для бронзы $E = (1 \dots 1,1) 10^5$ МПа; $\nu = 0,33$); d_1 — диаметр отверстия охватываемой детали (для сплошного вала $d_1 = 0$); d_2 — наружный диаметр охватывающей детали (втулки); d — сопрягаемый размер.

Расчетный натяг N меньше, чем разность размеров N_n сопрягаемых деталей, поскольку измерение производится по вершинам микронеровностей профиля, которые при запрессовке сминаются. Поэтому полученные значения N корректируют по формуле

$$N = N_n - 1,2 (R_{z1} + R_{z2}), \quad (30.9)$$

где R_{z1}, R_{z2} — высоты микронеровностей сопрягаемых деталей.

После этого подбирают ближайшую стандартную посадку с натягом, большим, чем расчетный. Прочность деталей проверяют по наибольшему действительному натягу. Подробный расчет прессовых соединений излагается в литературе [11, 26].

§ 30.2. Разъемные соединения

Разъемными называют соединения, которые можно многократно собрать и разобрать без разрушения соединяющих элементов. К этим соединениям относятся резьбовые, шпоночные и шлицевые, штифтовые, штыковые. Во всех случаях соединения должны обеспечивать прочность, надежность и жесткость соединения деталей, а в ряде случаев и герметичность.

Резьбовыми соединениями называются соединения посредством резьбы, т. е. образованных на цилиндрическом или коническом стержне канавок различного профиля (треугольного, трапециевидного и т. д.), которые расположены по винтовой линии. Выступы между канавками называются витками резьбы. Наружная резьба располагается на внешней стороне цилиндра (деталь с наружной резьбой называется винтом); витки внутренней резьбы располагаются на внутренней цилиндрической поверхности (такая деталь называется гайкой). Внутренняя резьба может быть нарезана в отверстиях детали. Достоинствами резьбовых соединений являются их высокая надежность, удобство сборки и разборки, простота и малая стоимость изготовления сопрягаемых деталей. Все это достигается благодаря стандартизации параметров резьбы и массовому производству резьбовых деталей.

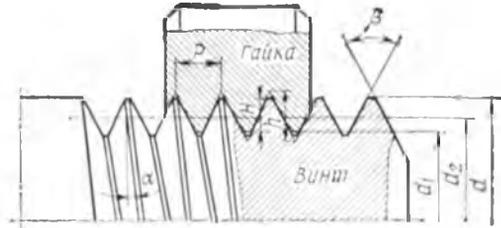


Рис. 30.11

На рис. 30.11 показано резьбовое соединение винта и гайки с треугольной резьбой. Основными элементами резьбы являются d — наружный (номинальный) диаметр резьбы; d_1 — внутренний диаметр резьбы; d_2 — средний диаметр резьбы; p — шаг резьбы; β — угол заострения, или угол профиля; n — число заходов резьбы; $\alpha = \text{arctg} [np (\mp d_2)]$ — угол подъема винтовой линии. По направлению витков резьбы делятся на правые и левые; по числу заходов n различают резьбы однозаходные и многозаходные. По назначению резьбы делятся на крепежные, которые применяются для соединения деталей, и специальные, применяемые в основном для элементов передаточных механизмов.

Крепежные резьбы, как правило, выполняют с треугольным профилем с притупленными вершинами и дном впадин для предотвращения резьбы от повреждений и уменьшения концентрации напряжений. Крепежная резьба может быть метрической, дюймовой, трубной и конической.

Метрическая резьба является основной крепежной резьбой и имеет угол профиля $\beta = 60^\circ$. Рабочая высота треугольного

профиля $h=0,541 p$, где p — шаг резьбы (рис. 30.11). При одном и том же номинальном диаметре d стандартом (СТ СЭВ 182—75) предусмотрены резьбы с разным шагом. Максимальный шаг для данного диаметра называется крупным, остальные — мелким. Резьбы с мелким шагом отличаются от резьбы с крупным шагом как высотой резьбы h , так и шагом p ; они меньше ослабляют тело винта и обеспечивают лучшее самоторможение, поэтому применяются для тонкостенных деталей, в соединениях, подверженных вибрационным нагрузкам, и в устройствах для точной регулировки.

Специальные резьбы используются в передаточных механизмах, ходовых и регулировочных винтах; их выполняют с трапецидальным, прямоугольным, пилообразным (упорная резьба) и круглым профилями. Из специальных резьб наибольшее распространение имеет трапецидальная резьба с углом профиля $\beta=30^\circ$, $h=0,5 p$.

Параметры и обозначения резьб приводятся в справочниках [1, 34].

Для изготовления винтов и гаек используются самые различные металлы: стали, латуни и дюралюминий и др.

Резьбовые соединения осуществляются с помощью специальных деталей — болтов, винтов и шпилек. Болт — стержень с шестигранной головкой на одном конце и с резьбой на другом (рис. 30.12, а); винт — стержень с головкой на одном конце и резьбой на другом (рис. 32.12 б); шпилька — стержень с резьбой на обоих концах: одним навинчивается в деталь, а на другой конец навинчивается гайка (рис. 30.12 в); гайка — деталь с внутренней резьбой (рис. 30.12, а, в). Гайки, винты и болты по точности делятся на три класса.

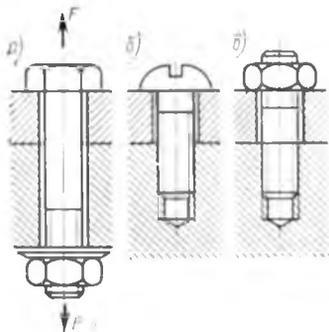


Рис. 30.12

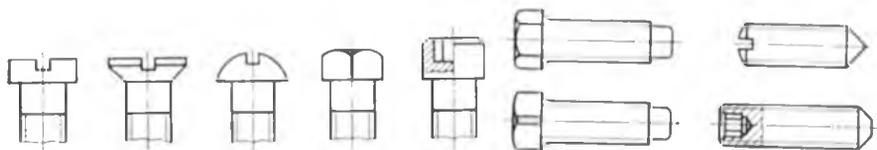


Рис. 30.13

Рис. 30.14

Головки винтов могут иметь различную форму (рис. 30.13).

Для фиксирования положения деталей на валах в ряде случаев применяют установочные винты с резьбой по всей длине стержня и наконечником определенной формы (рис. 30.14). Виды гаек различной формы показаны на рис. 30.15.

Для предохранения резьбового соединения от саморазвинчивания нарезка производится с углом подъема резьбы $\alpha = 1,5 \dots 2,5^\circ$ (при угле трения $\rho = 5 \dots 6^\circ$), чем обеспечивается условие самоторможения. Однако в условиях динамических нагрузок это не гарантирует самоотвинчивания. Поэтому применяют различные средства стопорения: установку контргайк (рис. 30.16, а), пружинных шайб (рис. 30.16, б), шплинтов (рис. 30.16, в), стопорных шайб (рис. 30.16, г), скручивание проволокой (рис. 30.16, д) и др. Стопорение винтов наглухо производят кернением или расклепыванием винтов. В приборах и радиоаппаратуре широко применяется стопорение винтов с помощью краски или клея, которые наносят или на резьбу, или между головкой винта и деталью. Обозначения, размеры и форма болтов, шпилек, гаек, шайб и других крепежных деталей стандартизованы. Данные по ним приводятся в справочной литературе [1, 34].

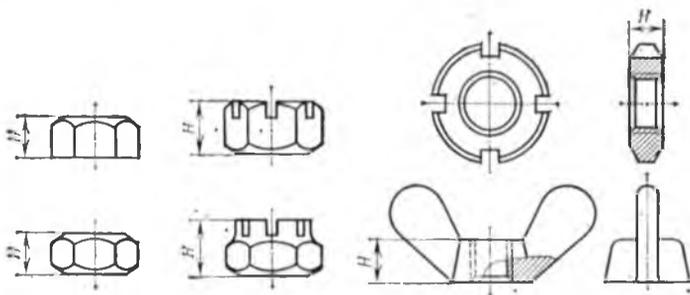


Рис. 30.15

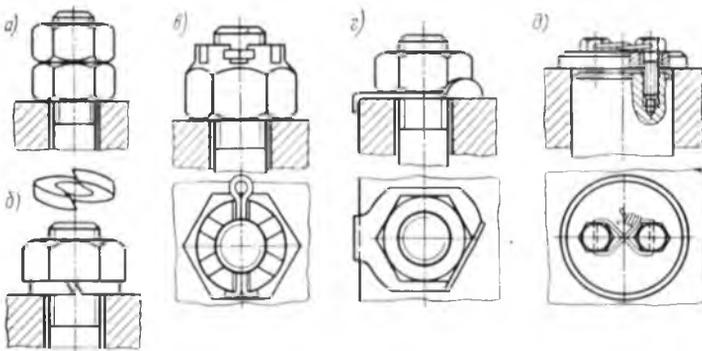


Рис. 30.16

Расчет резьбовых соединений. Так как параметры элементов резьбовых соединений стандартизованы, то расчет производится по одному параметру — номинальному диаметру d_1 резьбы, остальные размеры определяются ГОСТом.

Расчет болта, растягиваемого осевой силой. При отсутствии предварительной затяжки расчетная формула при расчете стерж-

ня, растягиваемого осевой силой F (см. рис. 30.12 а), имеет вид

$$\sigma = 4F / (\pi d_1^2) \leq [\sigma],$$

откуда имеем

$$d_1 = \sqrt{4F / (\pi [\sigma])} = 1,13 \sqrt{F / [\sigma]}. \quad (30.10)$$

При статической нагрузке для незакаленных болтов можно принимать $[\sigma] \leq 0,86\sigma_T$, а для закаленных $[\sigma] \leq 0,6\sigma_T$, где σ_T — предел текучести.

Если материал гайки менее прочен, чем материал винта, то может произойти срез витков гайки. В этом случае необходима проверка на прочность элементов резьбы или выбор числа витков резьбы гайки или высоты H гайки (см. рис. 30.15).

Условие прочности резьбы гайки на срез

$$\tau = F / (\pi dkH) \leq [\tau], \quad (30.11)$$

где d — наружный диаметр резьбы; k — коэффициент полноты резьбы ($k \approx 0,87$ для треугольной и $k \approx 0,65$ для трапецидальной резьбы); $[\tau]$ — допускаемое напряжение на срез материала гайки. Условие прочности резьбы винта на срез

$$\tau = F / (\pi d_1 kH) \leq [\tau], \quad (30.12)$$

где d_1 — внутренний диаметр резьбы. Резьба проверяется также на смятие:

$$\sigma_{см} = 4Fp / [\pi (d^2 - d_1^2) H] \leq [\sigma]_{см}, \quad (30.13)$$

где p — шаг резьбы. Проверку резьбы на срез и смятие необходимо делать в том случае, если стальной винт или шпилька ввинчивается в корпус, изготовленный, например, из алюминиевого сплава и т. п.

В большинстве случаев резьбовые соединения являются *предварительно затянутыми*, т. е. до приложения рабочей нагрузки к соединению винт затягивается и подвергается растяжению усилием предварительной затяжки, при этом на винт действует крутящий момент, создаваемый с помощью ключа и равный моменту трения в резьбе винта.

В теле винта возникают растягивающие и сдвигающие напряжения:

$$\sigma = 4F / (\pi d_1^2) \text{ и } \tau = T / W_p = 0,5d_2 F \operatorname{tg}(\alpha + \rho') / (0,2d_1^3),$$

где ρ' — приведенный угол трения в треугольной нарезке; F — осевая сила (рабочей и предварительной затяжки), растягивающая болт. Болт рассчитывается по эквивалентному напряжению

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Необходимое усилие предварительной затяжки может быть определено из условия сохранения плотности (нераскрытия) стыка после приложения рабочей нагрузки из-за удлинения стержня винта.

Обозначив отношение $\sigma_0 = \beta$, расчет болта с предварительной затяжкой можно вести по формуле

$$d_1 = \sqrt{4F\beta^2 / (\pi [\sigma])}. \quad (30.14)$$

Из условия нераскрытия стыка для метрической резьбы можно принять $\beta \approx 1,3$. Для винтов малого диаметра ($d \leq 6$ мм) имеется опасность перенапряжения от затяжки. Поэтому допускаемое напряжение снижают: для винтов из углеродистой стали в этом случае принимают $[\sigma] = (0,25 \dots 0,4) \sigma_T$.

Расчет резьбового соединения, нагруженного поперечной силой. При установке болта в отверстие с зазором (рис. 30.17, а) применяется предварительная затяжка, и поперечная сила F уравнивается силами трения. Необходимую силу затяжки определяют из условия

$$F \leq F_f = F_0 f i,$$

где F_f — сила трения; $f = 0,15 \dots 0,2$ — коэффициент трения; F_0 — сила затяжки; i — число плоскостей трения соединяемых деталей. Отсюда $F_0 \geq F / (f i)$.

Принимая $i = 1$; $f = 0,2$, получаем $F_0 = 5F$. Соединение, в котором нагрузка на болт в 5 раз превышает полезную нагрузку на соединение, нерационально. Поэтому с целью уменьшения размеров болта применяют конструкции, в которых поперечная сила воспринимается специальными деталями — штифтами, втулками и т. п., которые работают на срез и смятие и разгружают болт.

При установке болта в отверстие без зазора (рис. 30.17, б) болт рассчитывают на срез и проверяют на смятие по формулам

$$\tau = 4F / (\pi d^2) \leq [\tau]; \quad \sigma_{см} = F / (hd) \leq [\sigma]_{см},$$

где h — длина сминаемой части болта. Для стальных болтов $[\tau] = (0,2 \dots 0,3) \sigma_T$; $[\sigma]_{см} \leq (0,3 \dots 0,4) \sigma_T$. Отсюда

$$d = \sqrt{4F / (\pi [\tau])} = 1,13 \sqrt{F / [\tau]}. \quad (30.15)$$

Клеммовыми соединениями (зажимами) называются устройства, передающие действующие силы и моменты за счет трения между зажимом и валиком. В этих соединениях используются детали с резьбой. Они позволяют разъединять, передвигать и снова

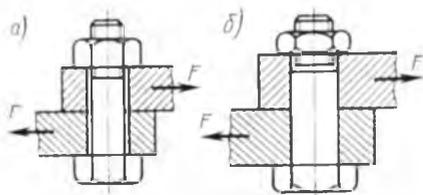


Рис. 30.17

закреплять детали соединения. Передаваемые усилия зависят от силы затяжки винта. Примеры клеммовых соединений показаны на рис. 30.18.

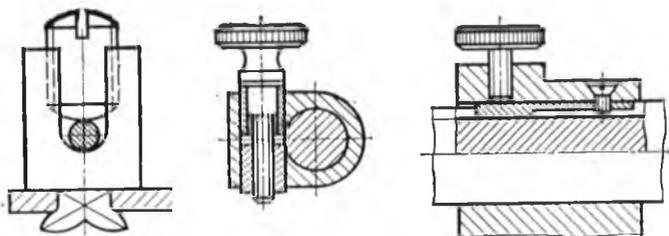


Рис. 30.18

Шпоночное соединение обеспечивает соединение валов и установленных на них ступиц колес. Оно передает вращающий момент с помощью специальной детали — шпонки, закладываемой в пазы соединяемых деталей. Различают следующие типы шпонок (рис. 30.19): клиновидная врезная (*a*) создает напряженное состояние по широким граням и передает вращающий момент за счет сил трения (применяется редко); призматическая шпонка со скругленными концами (*b*) воспринимает нагрузку боковыми гранями; призматическая направляющая шпонка, дополнительно крепящаяся винтами (*в*), допускает перемещение детали вдоль вала; сегментная шпонка (*г*) работает как призматическая, но более удобна в изготовлении; круглая цилиндрическая (*д*). Основные размеры шпонок стандартизованы.

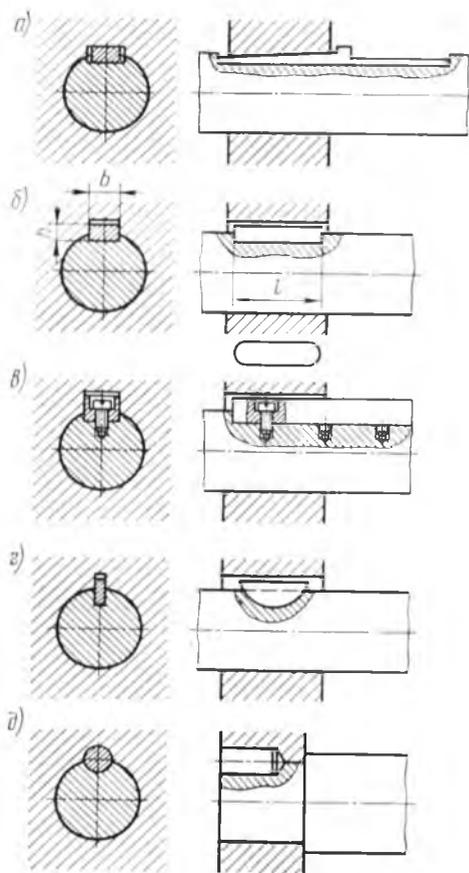


Рис. 30.19

Рис. 30.19) клиновидная врезная (*a*) создает напряженное состояние по широким граням и передает вращающий момент за счет сил трения (применяется редко); призматическая шпонка со скругленными концами (*b*) воспринимает нагрузку боковыми гранями; призматическая направляющая шпонка, дополнительно крепящаяся винтами (*в*), допускает перемещение детали вдоль вала; сегментная шпонка (*г*) работает как призматическая, но более удобна в изготовлении; круглая цилиндрическая (*д*). Основные размеры шпонок стандартизованы.

Расчет призматических шпонок обычно проводится в виде проверочного расчета на срез шпонки и смятие ее боковых граней.

Допускаемое усилие на смятие боковых граней

$$[F] \leq hl [\sigma]_{\text{см}} 2, \quad (30.16)$$

где l — расчетная длина шпонки; h — высота шпонки. Размеры поперечного сечения шпонки (b и h) подбираются из числа стандартных в зависимости от диаметра вала.

Если соединение передает вращающий момент T при диаметре вала d , то длина шпонки l определяется из расчета на смятие по формуле

$$l = 4T (hd [\sigma]_{\text{см}}) \quad (30.17)$$

и из расчета на срез по формуле

$$l = 2T (db [\tau]_{\text{ср}}). \quad (30.18)$$

Из двух значений l выбирают большее.

Шпонки изготавливают обычно из сталей 40 и 45 и Ст6. Допускаемое напряжение смятия при стальной втулке $[\sigma]_{\text{см}} = 80 \dots 100$ МПа, при чугунной втулке $[\sigma]_{\text{см}} = 45 \dots 55$ МПа. Допускаемые напряжения среза принимаются при спокойной нагрузке $[\tau]_{\text{ср}} = 120$ МПа, при нагрузке с толчками $[\tau]_{\text{ср}} = 85$ МПа и при ударной нагрузке $[\tau]_{\text{ср}} = 50$ МПа.

Шлицевые (зубчатые) соединения служат для передачи вращающего момента между валами и установленными на них деталями и обеспечивают центровку деталей. Соединение деталей в осевом направлении может быть подвижным и неподвижным. В зависимости от формы выступов (шлицев) различают соединения: с прямобочным профилем (рис. 30.20, а); с эвольвентным

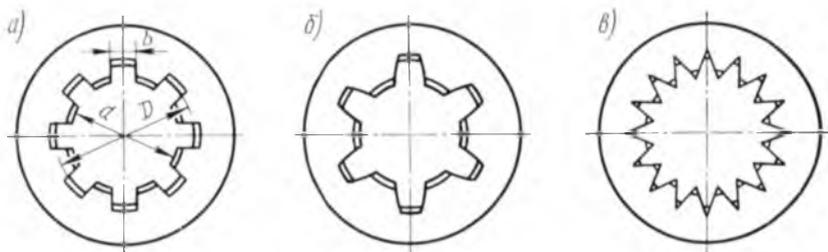


Рис. 30.20

(рис. 30.20, б) и с треугольным (рис. 30.20, в) профилем. В шлицевых соединениях центрирование втулки на валу может осуществляться по наружному диаметру вала D , по внутреннему диаметру вала d или по боковым граням.

Соединения прямобочного профиля стандартом разбиты на три серии — легкую, среднюю и тяжелую и характеризуются размерами D , d , b (рис. 30.20, а) и числом шлиц $z=6; 8$ и 10 в легкой и средней сериях для наружных диаметров $14 \dots 125$ мм.

Элементы шлицевых соединений эвольвентного профиля центрируются в основном по боковым граням, число зубьев в соединении $z=11 \dots 50$; их модуль колеблется от 1 до 10 мм; угол исходного контура $\alpha=30^\circ$.

Размеры соединений треугольного профиля выбираются из нормалей, угол впадин вала принимается равным 30, 36 и 45°. Центрирование элементов производится по боковым сторонам шлиц. Эти соединения применяются при тонкостенных втулках и сравнительно малых моментах. Число шлиц $z=20 \dots 70$.

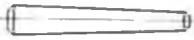
Шлицевые соединения проверяют на смятие боковых поверхностей шлиц. При выбранных размерах величин D , d , z и длине соединения l проверочная формула на смятие имеет вид

$$\sigma_{см} = 8T/[zl(D^2 - d^2)\psi] < [\sigma]_{см} \quad (30.19)$$

где T — передаваемый момент; ψ — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по шлицам (для прямобочных шлиц $\psi=0,75$ при $z=4$; 6 и $\psi=0,7$ при $z=10$; для зубьев с эвольвентным и треугольным профилем $\psi=0,5$). Допускаемые напряжения выбираются в пределах $[\sigma]_{см} = 80 \dots 200$ МПа.

Штифтовые соединения обеспечивают точное расположение деталей, штифты также служат в качестве звена, предохраняющего от перегрузок (предохранительные штифты). Основные типы их приведены в табл. 30.1. На рис. 30.21, *a—в* показаны примеры штифтовых соединений.

Таблица 30.1

Наименование штифтов	Формы штифтов
Цилиндрический	
Конический	
Конический разводный	
Пружинный	
Цилиндрический, насеченный с конца	
Цилиндрический, насеченный посередине	

Цилиндрические штифты фиксируются в отверстии натягом или силой трения. Однако при повторной сборке характер посадки может меняться. Штифты с насеченными канавками имеют меньшую вероятность выпадения из-за повышенной прочности сцепления. С этой целью проводят также кернение концов штифта после установки или использование пружинящих колец (рис. 30.21, а).

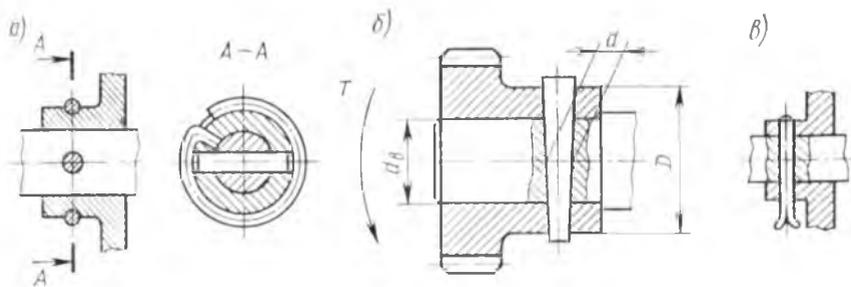


Рис. 30.21

При передаче штифтом вращающего момента T (рис. 30.21, б) штифт срезается по двум сечениям площадью $A = \pi d^2/4$ силой $F = 2T/d_b$, где d_b — диаметр вала; d — диаметр штифта. Тогда проверочная формула на срез

$$\tau = F/(2A) = 4T/(\pi d_b d^2) \leq [\tau]_{ср},$$

откуда диаметр штифта

$$d \geq \sqrt[3]{2T/(d_b \pi [\tau]_{ср})}. \quad (30.20)$$

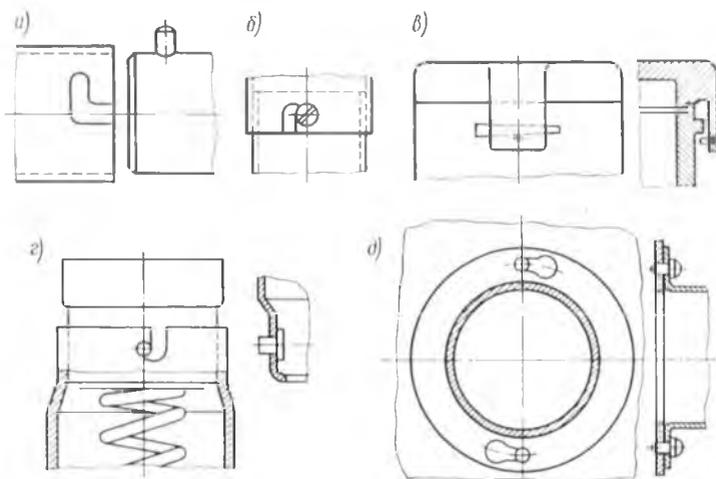


Рис. 30.22

Материалом штифтов служат стали марок 30 ... 50; У8А. Допускаемые напряжения на срез принимают $[\tau]_{ср} = 50 \dots 80 \text{ МПа}$.

Штыковые (байonetные) соединения применяют для крепления часто снимаемых деталей. Они обеспечивают легкую сборку и разборку соединения без применения инструмента путем введения одной детали в другую с последующим поворотом. При этом штифты или винты, закрепленные в одной детали, входят в пазы другой детали. Для предохранения от самопроизвольного разведения применяются пружинные защелки или стопорные винты. Типовые штыковые соединения показаны на рис. 30.22, *a—d*.

§ 30.3. Фиксаторы

Фиксаторами называются механические устройства, предназначенные для точной установки и удержания подвижного звена механизма в определенном заданном положении. Различают фиксаторы с жесткой и упругой фиксацией.

Фиксаторы с жесткой фиксацией надежно закрепляют звено в заданном положении (рис. 30.23, *a*), но в ряде случаев срываются недостаточно быстро. Фиксаторы с упругой фиксацией

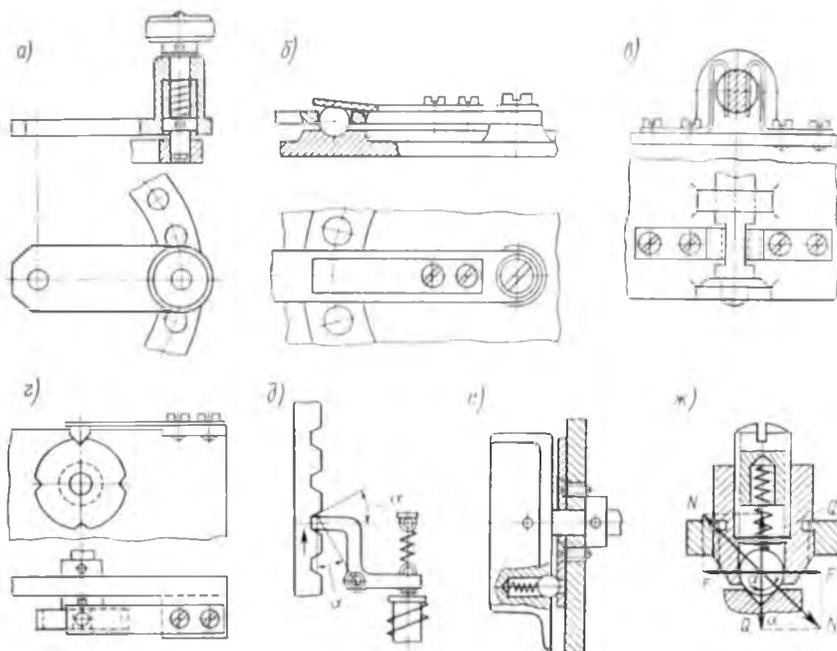


Рис. 30.23

с ацней, примеры которых показаны на рис. 30.23, б—е, срабатывают автоматически и удерживают звено под действием пружины.

Основными элементами фиксатора являются фиксирующий элемент (защелка), пружина и элемент с пазами. Наибольшее распространение имеют фиксаторы с защелкой в виде шарика или в виде поворотного рычага с роликом.

Для вывода шарика из фиксированного положения необходима сила $F = Q \operatorname{tg}(\alpha + \rho)$, где α — угол наклона нормальной реакции N гнезда; ρ — угол трения между гнездом и шариком; Q — сила пружины (рис. 30.23, ж). Обычно $\alpha = 45 \dots 50$; $\rho = 5 \dots 8$.

ГЛАВА 31. ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ

§ 31.1. Кинетическая энергия механизма

Кинетической энергией E_k материальной точки массой m называется величина $m v^2/2$, где v — скорость движения точки. Кинетическая энергия является скалярной и положительной величиной и имеет размерность работы $L^2 M T^{-2}$. Кинетической энергией системы (тела) называется скалярная величина, равная сумме кинетических энергий всех точек системы.

Если тело движется поступательно, то скорости всех его точек одинаковы и равны скорости центра масс. Тогда

$$E_k = \sum m_i v_i^2 / 2 = (v_c^2 / 2) \sum m_i = m v_c^2 / 2, \quad (31.1)$$

где v_c — скорость центра масс тела, а m — масса тела.

Если тело вращается вокруг оси (например, вокруг оси z), то скорость любой точки тела $v_i = \omega r_i$; где r_i — радиус вращения точки. Кинетическая энергия вращающегося тела

$$E_k = \sum m_i (\omega r_i)^2 / 2 = (\omega^2 / 2) \sum m_i r_i^2 = J_z \omega^2 / 2, \quad (31.2)$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси вращения.

Если тело совершает сложное движение в плоскости, то это движение в каждый момент времени можно представить как поступательное движение тела со скоростью его центра масс v_c и вращательное движение вокруг оси, проходящей через центр масс с угловой скоростью ω . Тогда кинетическая энергия тела в этом движении будет суммой кинетической энергии поступательного и вращательного движения относительно центра масс:

$$E_k = m v_c^2 / 2 + J_C \omega^2 / 2. \quad (31.3)$$

Механизм является системой нескольких движущихся звеньев (тел). Кинетическая энергия механизма является суммой кинетических энергий всех его звеньев и может быть выражена в виде

$$E_{k \text{ мех}} = \sum m_i v_{ci}^2 / 2 + \sum J_{Ci} \omega_i^2 / 2, \quad (31.4)$$

где m_i — масса i -го звена; v_{ci} — скорость центра масс i -го звена; J_{Ci} — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс звена; ω_i — угловая скорость i -го звена.

Для определения движения механизма под действием сил используют следующий закон: *изменение кинетической энергии механизма за некоторый промежуток времени равно сумме работ всех приложенных к механизму внешних сил на соответствующем перемещении:*

$$\Delta E_k = E_k - E_{k0} = W_d - W_c, \quad (31.5)$$

где W_d — работа движущих сил; W_c — работа сил сопротивления.

Для бесконечно малого перемещения формула (31.5) принимает вид

$$dE_k = dW^e = dW_d - dW_c, \quad (31.6)$$

где величиной dW^e обозначена элементарная работа всех приложенных к механизму внешних сил.

§ 31.2. Приведение масс

При исследовании динамики механизмов удобно действительные массы и моменты инерции звеньев механизма заменять эквивалентными им условной массой m_n , сосредоточенной на звене приведения, и моментом инерции J_n звена приведения. Эти величины называются соответственно приведенной массой и приведенным моментом инерции механизма.

Условием эквивалентности является равенство кинетической энергии тела приведенной массы и кинетической энергии механизма, т. е. законы движения звена приведения в составе механизма и звена приведения с массой m_n под действием приведенной силы одинаковы. Приведение сил рассматривалось в § 7.4.

Обозначая через v скорость точки приведения массой m_n , получаем выражение кинетической энергии приведенной массы в виде $m_n v^2/2$. Из условия эквивалентности

$$m_n v^2/2 = \sum m_i v_{ci}^2/2 + \sum J_{ci} \omega_i^2/2,$$

откуда

$$m_n = \sum m_i (v_{ci}/v)^2 + \sum J_{ci} (\omega_i/v)^2. \quad (31.7)$$

Выражая кинетическую энергию через приведенный момент инерции $E_k = J_n \omega^2/2$, где ω — угловая скорость звена приведения, получаем

$$J_n = \sum m_i (v_{ci}/\omega)^2 + \sum J_{ci} (\omega_i/\omega)^2. \quad (31.8)$$

Из формул (31.7) и (31.8) следует, что приведенная масса и приведенный момент инерции механизма являются функциями положения звена приведения, так как отношения скоростей не зависят от скорости ведущего звена механизма. Если ведущим звеном является кривошип, положение которого определяется углом поворота φ , то, взяв его за звено приведения, получим

$$m_n = m_n(\varphi); \quad J_n = J_n(\varphi).$$

Отсюда следует, что функции $m_{\Pi}(\varphi)$ и $J_{\Pi}(\varphi)$ можно определить, не зная закона движения механизма. Отношения скоростей для каждого положения звена привода можно определять с помощью планов скоростей,

Пример. Для синусного механизма насоса (рис. 31.1, а) даны m_1 — масса кривошипа, m_3 — масса кулисы; масса ползуна $m_2 \approx 0$; r — длина кривошипа; J_{C_1} — момент инерции кривошипа относительно оси, проходящей через его центр тяжести. Сила F действует, когда кулиса движется влево, а при обратном движении $F = 0$. Определить приведенный момент T_{Π} на кривошипе AB от силы $F = \text{const}$, приложенной к кулисе, и приведенный момент инерции механизма J_{Π} . Вычертить графики изменения J_{Π} и T_{Π} .

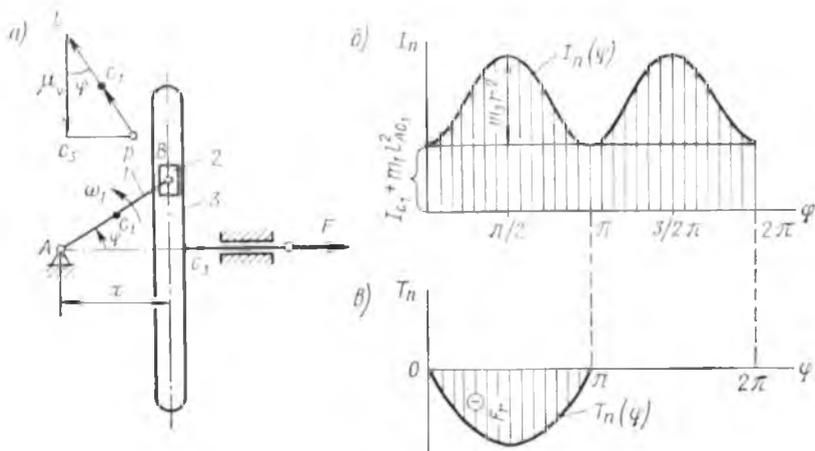


Рис. 31.1

Из формулы (31.8) для данного механизма

$$J_{\Pi} = m_1 (v_{C_1}/\omega_1)^2 + J_{C_1} (\omega_1/\omega_1)^2 + m_3 (v_{C_3}/\omega_1)^2.$$

Из плана скоростей (рис. 31.1, а)

$$v_{C_1} = \mu_v \cdot \rho C_1; v_{C_3} = \mu_v \cdot \rho C_3; \omega_1 = v_B/r = \mu_v \cdot pb/r.$$

Отсюда

$$J_{\Pi} = J_{C_1} + m_1 \left(\frac{\rho C_1}{pb} \right)^2 r^2 + m_3 \left(\frac{\rho C_3}{pb} \right)^2 r^2 = J_{C_1} + m_1 l_{AC_1} + m_3 r^2 \sin^2 \varphi,$$

так как из плана скоростей

$$\rho_3 c_3 / pb = \sin \varphi; \rho c_1 / pb = l_{AC_1} / r.$$

Вид графика $J_{\Pi}(\varphi)$ показан на рис. 31.1, б.

Приведенный момент T_{Π} определяется из равенства работ или мощностей. В соответствии с формулой (7.7) мощность приведенного момента $P_{\Pi} = T_{\Pi} \omega_1 = F v_{C_3}$, откуда $T_{\Pi} = F v_{C_3} / \omega_1 = -Fr \sin \varphi$.

Вид графика $T_{\Pi}(\varphi)$ при постоянной силе F показан на рис. 31.1, в.

§ 31.3. Уравнение движения механизма

Уравнение (31.6) изменения кинетической энергии позволяет получить уравнение движения механизма. Если кинетическую энергию \dot{E}_k механизма выразить через приведенный момент инерции J_n и скорость ω звена привода, то получим $E = J_n \omega^2 / 2$. В § 6.3 введено понятие приведенного момента сил, работа которого на элементарном перемещении звена привода равна работе приводимых сил. Элементарная работа приведенного момента движущих сил $dW_d = T_{nd} d\varphi$, элементарная работа приведенного момента сил сопротивления $dW_c = T_{nc} d\varphi$.

Работа всех внешних сил, приложенных к механизму, может быть выражена через положительную работу приведенного момента движущих сил и отрицательную работу приведенного момента сил сопротивления $(T_{nd} - T_{nc}) d\varphi$. Формула (31.6) примет вид

$$d(J_n \omega^2 / 2) = (T_{nd} - T_{nc}) d\varphi,$$

или

$$\frac{d(J_n \omega^2 / 2)}{d\varphi} = T_{nd} - T_{nc}.$$

Дифференцируя левую часть уравнения, получаем

$$\frac{d(J_n \omega^2 / 2)}{d\varphi} = (\omega^2 / 2) \left(\frac{dJ_n}{d\varphi} \right) + J_n \omega \left(\frac{d\omega}{d\varphi} \right) = (\omega^2 / 2) \left(\frac{dJ_n}{d\varphi} \right) + J_n \left(\frac{d\omega}{dt} \right).$$

Так как

$$\omega \left(\frac{d\omega}{d\varphi} \right) = \omega \left(\frac{d\omega}{dt} \right) \left(\frac{dt}{d\varphi} \right) = \frac{\omega}{\omega} \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt},$$

$$J_n \frac{d\omega}{dt} + (\omega^2 / 2) \frac{dJ_n}{d\varphi} = T_{nd} - T_{nc}. \quad (31.9)$$

Уравнение (31.9) называется *дифференциальным уравнением движения механизма в форме уравнения моментов*. Если за звено привода взято звено, движущееся поступательно, то удобнее получить *дифференциальное уравнение движения механизма в форме уравнения сил*:

$$m_n \left(\frac{dv}{dt} \right) - (v^2 / r) \left(\frac{dm_n}{ds} \right) = F_{nd} - F_{nc}. \quad (31.10)$$

Таким образом, оперируя понятием приведенной массы механизма и приведенными силами, задачу исследования движения механизма под действием сил можно свести к задаче исследования движения по окружности приведенной массы m_n под действием приведенной движущей силы F_{nd} и приведенной силы сопротивления F_{nc} (рис. 31.2, а), если звеном привода является кривошип. Оперируя понятием приведенного мо-

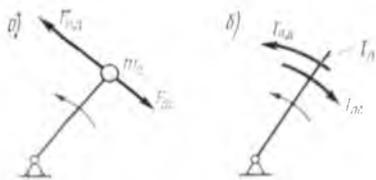


Рис. 31.2

мента инерции механизма и приведенными моментами движущих сил и сил сопротивления, задачу о движении механизма можно свести к задаче вращения звена приведения с переменным моментом инерции $J_n(\varphi)$ под действием приведенных моментов движущих сил $T_{нд}$ и сил сопротивлений $T_{нс}$ (рис. 31.2, б).

§ 31.4. Определение скорости звена приведения

Для определения скорости звена приведения необходимо проинтегрировать уравнение движения. Это уравнение может быть решено в квадратурах, если приведенные моменты сил являются функциями только угла поворота или постоянны. Тогда уравнение (31.9) может быть представлено в виде

$$d(J_n \omega^2 / 2) = [T_{нд}(\varphi) - T_{нс}(\varphi)] d\varphi.$$

Интегрируя его от φ_0 до φ , получим

$$\frac{J_n \omega^2}{2} - \frac{J_n \omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} [T_{нд}(\varphi) - T_{нс}(\varphi)] d\varphi,$$

откуда

$$\omega = \sqrt{(2/J_n) \int_{\varphi_0}^{\varphi} [T_{нд}(\varphi) - T_{нс}(\varphi)] d\varphi + (J_{н0}/J_n) \omega_0^2}. \quad (31.11)$$

Если заданы функции $T_{нд}(\varphi)$, $T_{нс}(\varphi)$, $J_n(\varphi)$ и начальная угловая скорость ω_0 , то с помощью формулы (31.11) можно определить значения угловой скорости ω в функции угла поворота $\omega = \omega(\varphi)$. Отсюда можно получить закон движения звена приведения. Из равенства $\omega(\varphi) = d\varphi/dt$ имеем $dt = d\varphi/\omega(\varphi)$. Интегрируя это уравнение, получаем

$$t = t_0 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)}.$$

При известном графике функции $1/\omega(\varphi)$ значение интеграла может быть получено графически. Тогда получим график $t = t(\varphi)$.

Уравнение (31.9) также может быть решено в квадратурах в частном случае, когда момент инерции $J_n = \text{const}$, а приведенные моменты сил являются функциями скорости ω или постоянны. Тогда уравнение принимает вид

$$J_n (d\omega/dt) = T_{нд}(\omega) - T_{нс}(\omega),$$

откуда

$$J_n \frac{d\omega}{T_{нд}(\omega) - T_{нс}(\omega)} = dt.$$

Интегрируя, получаем

$$t = t_0 + J_{\Pi} \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{T_{\Pi.1}(\omega) - T_{\Pi.2}(\omega)}. \quad (31.12)$$

В общем случае приведенные моменты могут быть функциями переменных φ , ω , t . Задачу интегрирования тогда решают приближенными методами, чаще всего с использованием ЭВМ.

§ 31.5. Режимы движения механизма

Процесс движения механизма от пуска до остановки условно разбивают на три части: 1) время разбега; 2) время установившегося движения; 3) время выбега, или останова. На рис. 31.3 показана кривая изменения угловой скорости ведущего звена от времени. Режим разбега характеризуется возрастанием скорости от нуля до рабочего значения $\omega_{\text{ср}}$. Кинетическая энергия механизма также возрастает. Следовательно, из уравнения (31.6) изменения кинетической энергии получаем $W_{\text{д}} > W_{\text{с}}$.

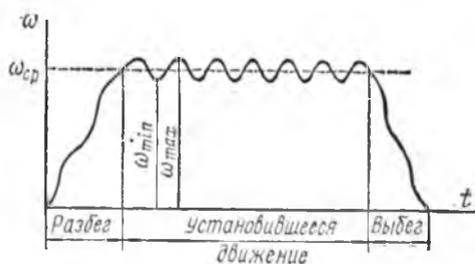


Рис. 31.3

При установившемся движении угловая скорость ведущего звена циклически изменяется и работа движущих сил равна работе сил сопротивления $W_{\text{д}} = W_{\text{с}}$. При выбеге механизма после отключения питания двигателя угловая скорость уменьшается до нуля. Движение при выбеге происходит до тех пор, пока вся кинетическая энергия механизма не израсходуется на работу сил сопротивления.

Время разбега характеризует быстродействие механизмов и задается подбором необходимого пускового момента двигателя. Режим установившегося движения характеризуется тем, что угловая скорость ведущего звена изменяется периодически. Изменения угловой скорости ведущего звена за цикл принято оценивать коэффициентом неравномерности движения

$$\delta = (\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}) / \omega_{\text{ср}}, \quad (31.13)$$

где $\omega_{\text{ср}} = (\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}) / 2$ (рис. 31.3). Для механизмов приборов и машин практикой установлены определенные допустимые коэффициенты неравномерности. При заданных значениях $\omega_{\text{ср}}$ и δ максимальная и минимальная скорости ведущего звена определяются из формул

$$\omega_{\text{max}} = \omega_{\text{ср}} (1 + \delta/2); \quad \omega_{\text{min}} = \omega_{\text{ср}} (1 - \delta/2). \quad (31.14)$$

Задачу обеспечения заданного коэффициента δ можно решить двумя способами: а) приближая закон изменения приведенных моментов движущих сил к закону изменения приведенных моментов сил сопротивления выбором рациональных схемы механизма и режима его работы; б) увеличивая приведенный момент инерции механизма с помощью маховика с большим моментом инерции, закрепленного на ведущем валу.

Задачу обеспечения постоянной средней скорости $\omega_{ср}$ механизма при случайных или непериодических изменениях сил сопротивления или движущих сил решают, применяя автоматические регуляторы скорости, которые при нарушении установившегося режима движения изменяют движущую силу или силу сопротивления и восстанавливают равенство работ этих сил в пределах цикла.

Время выбega обычно стараются сократить, например, путем торможения, т. е. увеличением работы сил вредного сопротивления.

§ 31.6. Расчет момента инерции маховика

Как сказано в § 31.5, маховик на валу ведущего звена увеличивает приведенный момент инерции механизма и уменьшает колебания угловой скорости δ . В механизмах приборных и вычислительных систем этот способ стабилизации угловой скорости применяется редко, поэтому здесь рассмотрим лишь один приближенный способ расчета маховика, когда приведенные моменты движущих сил и сил сопротивлений зависят от угла поворота звена привода.

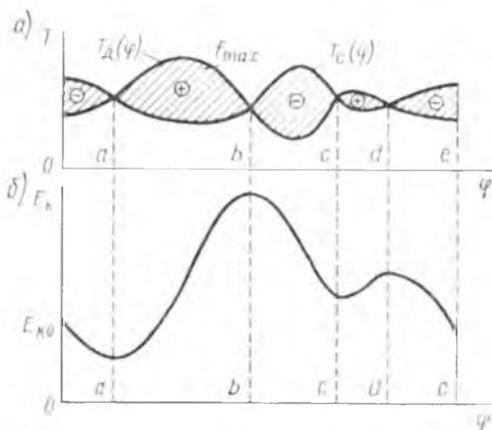


Рис. 31.4

энергии E_k механизма, график изменения которой показан на рис. 31.4, б, где E_{k0} — кинетическая энергия механизма в начале цикла.

На участках Oa , bc , de кинетическая энергия убывает, а на участках ab , cd — возрастает. Это возрастание или убывание кинетической энергии будет тем больше, чем больше заштрихованные площади на рис. 31.4, а, которые выражают сумму работ движущих

и сил сопротивлений за цикл установившегося движения (рис. 31.4, а). Заштрихованные площади на этом графике характеризуют работу моментов сил, которая в соответствии с уравнением (31.6) характеризует изменение кинетической

щих сил и сил сопротивления. Наибольшее и наименьшее значения кинетической энергии будут соответствовать точкам a и b цикла. На интервале ab будет произведена максимальная работа моментов сил, которая равна заштрихованной площади f_{\max} графика, умноженной на масштабные коэффициенты μ_T и μ_φ :

$$W_d^{ab} - W_c^{ab} = f_{\max} \mu_T \mu_\varphi.$$

Максимальной и минимальной кинетической энергии соответствует максимальная ω_{\max} и минимальная ω_{\min} угловая скорость звена привода.

Приведенный момент инерции механизма J_n можно рассмотреть состоящим из трех слагаемых:

$$J_n = J_M + J_0 + \Delta J_n,$$

где J_M — момент инерции маховика; J_0 — момент инерции звена привода и тех вращающихся звеньев механизма, которые связаны со звеном привода постоянным передаточным отношением; ΔJ_n — переменная часть приведенного момента инерции от звеньев, связанных со звеном привода переменным передаточным отношением. Значение величины ΔJ_n зависит от угла поворота φ звена привода. Если изменение ΔJ_n незначительно, то можно положить $J_n - \Delta J_n \approx J_{n, \text{ср}} = \text{const}$.

Тогда

$$J_n = J_M + J_{n, \text{ср}} = \text{const}.$$

Следовательно, для интервала ab графиков $T_1(\varphi)$, $T_c(\varphi)$, $E_k(\varphi)$ (рис. 31.4) по уравнению (31.6) можно написать

$$J_n (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = f_{\max} \mu_T \mu_\varphi,$$

или

$$J_n (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = f_{\max} \mu_T \mu_\varphi.$$

Преобразуя выражение в скобках, получаем

$$(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) (\omega_{\max} + \omega_{\min}) = \omega_{\text{ср}} \delta,$$

откуда

$$(J_M + J_{n, \text{ср}}) \omega_{\text{ср}} \delta = f_{\max} \mu_T \mu_\varphi,$$

или

$$J_M = f_{\max} \mu_T \mu_\varphi / \omega_{\text{ср}} \delta - J_{n, \text{ср}}. \quad (31.15)$$

Формула (31.15) позволяет определить момент инерции маховика, необходимый для обеспечения заданного коэффициента неравномерности движения δ при известной угловой скорости $\omega_{\text{ср}}$. Если известны приведенный момент инерции механизма J_n и средняя угловая скорость $\omega_{\text{ср}}$, то, используя графики приведенных моментов, можно определить по формуле (31.15) коэффициент δ , а по формулам (31.14) — максимальную и минимальную угловую скорость ведущего звена механизма.

§ 31.7. Расчет быстродействия механизма

Расчет механизма на быстродействие сводится к определению времени его разгона или определению постоянной времени, которая характеризует поведение механизма в динамическом режиме. Если переменная часть приведенного момента инерции механизма ΔJ_n мала по сравнению со значением приведенного момента, то, полагая $\Delta J_n = 0$, получаем

$$J_n = J_d + J_0 = \text{const.}$$

где J_d — момент инерции якоря двигателя; J_0 — момент инерции механизма, приведенный к валу двигателя.

Согласно уравнению (31.9) уравнение движения вала двигателя имеет вид

$$J_n (d\omega / dt) = T_d - T_c,$$

где T_d — текущий момент двигателя; T_c — момент сил сопротивления, приведенный к валу двигателя.

Время, в течение которого угловая скорость ω достигает номинального значения $\omega_n = \omega_{cp}$, будет временем разгона.

Для ряда наиболее распространенных электродвигателей приближенно можно допустить, что при изменении ω от нуля до ω_n момент T_d меняется линейно и механическая характеристика может быть представлена графиком, показанным на рис. 31.5, где $T_{пуск}$ — пусковой момент двигателя; T_n — номинальный момент двигателя в рабочем режиме; T_c — момент сил сопротивления.

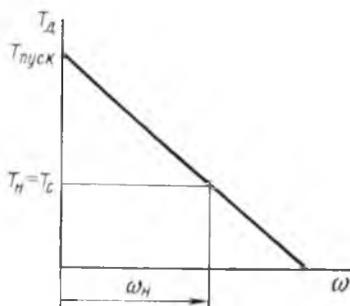


Рис. 31.5

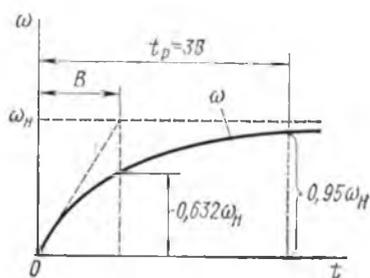


Рис. 31.6

Для угловой скорости $\omega < \omega_n$ имеем

$$(T_{пуск} - T_d) / (T_{пуск} - T_n) = \omega / \omega_n,$$

откуда $T_d = T_{пуск} - (T_{пуск} - T_n) \omega / \omega_n$.

Уравнение (31.9) принимает вид

$$J_n (d\omega/dt) + (T_{\text{пуск}} - T_n) \omega / \omega_n = T_{\text{пуск}} - T_n,$$

или

$$d\omega/dt + \omega (T_{\text{пуск}} - T_n) / (J_n \omega_n) = (T_{\text{пуск}} - T_n) / J_n.$$

Решением этого уравнения будет функция $\omega = \omega_n [1 - \exp(-t/B)]$, где величина $B = J_n \omega_n / (T_{\text{пуск}} - T_n)$ называется постоянной времени.

График изменения угловой скорости ω в процессе разгона показан на рис. 31.6. Время t_p , в течение которого достигается значение ω_n , теоретически бесконечно велико. Практически считают, что $t_p = 3B$, по истечении которого отношения $(\omega_n - \omega) / \omega_n \ll \ll 0,05$. Постоянная времени B — это время, в течение которого угловая скорость ω достигла бы значения ω_n , если бы она нарастала по линейному закону: $\omega = (\omega_n/B) t$.

Величина B определяет динамические свойства механизма. Чем она больше, тем медленнее протекает переходный процесс.

§ 31.8. Регуляторы скорости

В процессе установившегося движения механизма могут происходить нарушения режима движения из-за изменения условий работы, например при изменении нагрузки. Когда нарушается равенство $W_d = W_c$, механизм переходит в режим разбега или выбега, т. е. средняя угловая скорость ведущего звена $\omega_{\text{ср}}$ начинает меняться. В этом случае маховик не может обеспечить стабилизацию среднего значения угловой скорости ведущего звена. Поддерживать постоянство угловой скорости $\omega_{\text{ср}}$ можно, приводя в соответствие движущие силы и силы сопротивления, восстанавливая таким образом равенство работ этих сил за цикл движения механизма.

Устройства, автоматически регулирующие нагрузку или подачу энергии в двигатель для обеспечения постоянной средней скорости механизма, называются регуляторами скорости. Основным элементом каждого регулятора является датчик, который реагирует на изменение скорости движения. Датчиками могут быть, например, *вращающиеся грузы*, центробежная сила которых пропорциональна квадрату угловой скорости; *тахогенераторы*, вырабатывающие электрический ток, напряжение которого пропорционально угловой скорости; *спусковые устройства*, осуществляющие периодическую остановку и пуск в ход регулируемого механизма.

По принципу действия все регуляторы разделяются на группы.

Тормозные регуляторы, в которых излишек энергии двигателя поглощается тормозным устройством. Эти регуляторы применяются в маломощных приборных механизмах, где потери энергии на трение не оказывают влияния на работу механизма. В зависимости от вида сил сопротивления различают регуляторы: а) с трением между твердыми телами; б) с трением о среду — воздушные и жид-

костные; в) с торможением вихревыми токами — магнитоиндукционные.

Для установившегося движения механизма при постоянной средней скорости соблюдается равенство средних приведенных моментов движущих сил и сил сопротивления: $T_{\text{пл}} = T_{\text{ис}}$. При наличии тормозного регулятора момент сопротивления $T_{\text{ис}} = T_c + T_p$, где T_c — приведенный момент сил сопротивления от нагрузки и трения в механизме; T_p — момент от сил сопротивления регулятора. Таким образом, чтобы поддерживать заданную скорость, необходимо выполнить условие

$$T_d = T_{\text{пл}} - T_c. \quad (31.16)$$

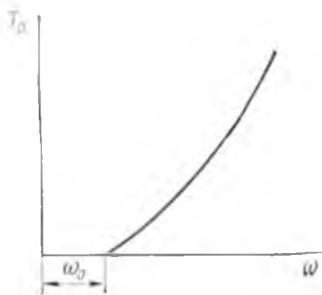


Рис. 31.7

График изменения тормозного момента T_p регулятора показан на рис. 31.7, где ω_0 — критическая скорость, т. е. значение угловой скорости, соответствующее началу действия тормоза.

В качестве примера рассмотрим расчет характеристики регулятора радиального действия (рис. 31.8), применяемого в электрических счетных машинах и других устройствах. На валике 4 электродвигателя закреплен диск 2 с двумя грузиками 3, которые могут поворачиваться вокруг осей O . При уменьшении нагрузки частота вращения двигателя увеличивается и центробежная сила $F_{\text{ц}}$ возрастает. Преодолевая силу F_c сопротивления пружин 5, грузики 3 с силой N прижимаются к внутренней цилиндрической поверхности стакана 1, закрепленного на корпусе двигателя. При этом возникают силы трения $F_f = fN$, создающие тормозной момент регулятора $T_p = 2F_f R$.

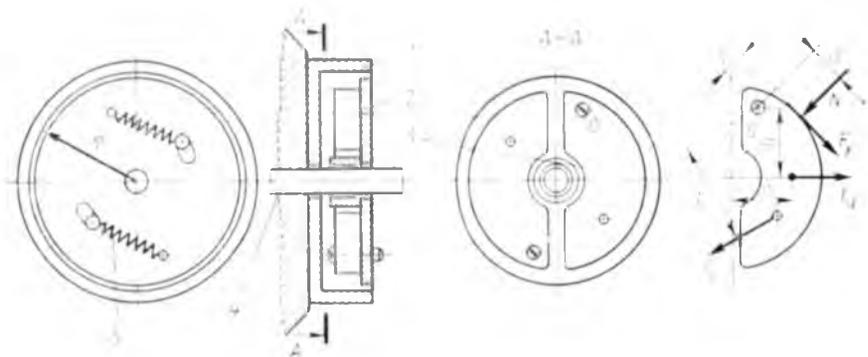


Рис. 31.8

Сила инерции одного грузика

$$F_{и} = mc\omega^2,$$

где m — масса грузика; c — расстояние центра тяжести грузика от оси вращения. Уравнение равновесия грузика 3 относительно его оси вращения имеет вид (рис. 31.8)

$$F_f a + Nb + E_c l - F_{и} h = 0.$$

Отсюда находим силу трения

$$F_f = \frac{F_{и} h - F_c l}{b/f + a} \quad (31.17)$$

и тормозной момент регулятора

$$T_p = 2F_f R \frac{2\omega^2 mchR}{b/f + a} = \frac{2F_c l R}{b/f + a}, \quad (31.18)$$

где f — коэффициент трения.

Пусть теперь известна характеристика двигателя $\omega = \omega(T_d)$ (рис. 31.9), а также коэффициент неравномерности δ и средняя $\omega_{ср}$. Тогда максимальная и минимальная угловые скорости валика равны:

$$\omega_{max} = \omega_{ср} (1 + \delta/2);$$

$$\omega_{min} = \omega_{ср} (1 - \delta/2).$$

Отложив на оси ординат (рис. 31.9) эти значения и проведя горизонтальные линии до пересечения с кривой $\omega = \omega(T_d)$, на оси абсцисс найдем соответствующие им значения момента двигателя T_{d1} и T_{d2} . Вычитая из этих значений соответствующие моменты сопротивления $T_{сmax}$ и $T_{сmin}$, находим по чертежу наибольший и наименьший моменты сопротивления регулятора T_{pmax} и T_{pmin} . Из уравнения (31.18) получаем:

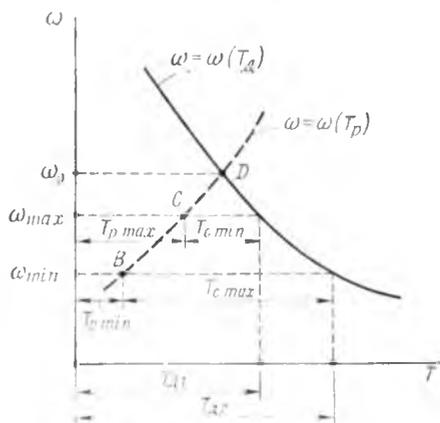


Рис. 31.9

$$\left. \begin{aligned} T_{pmax} &= \frac{2\omega_{max}^2 mchR}{b/f + a} - \frac{2F_c l R}{b/f + a}; \\ T_{pmin} &= \frac{2\omega_{min}^2 mchR}{b/f + a} - \frac{2F_c l R}{b/f + a}; \end{aligned} \right\} \quad (31.19)$$

где m , c , h , R , a , b , l — постоянные параметры регулятора (см. рис. 31.8); F_c — сила натяжения пружины, постоянная в рабочем положении; f — коэффициент трения, который в заданном диапазо-

не скоростей может считаться постоянным и зависит от выбранных материалов.

Задаваясь конструктивно радиусом R стакана, размерами c , h , a , b , l и выбрав материалы стакана и грузиков, получаем два уравнения для определения массы грузиков m и силы пружины F_c . Далее по уравнению (31.18) можно построить характеристику регулятора $\omega = \omega(J_p)$, которая будет проходить через точки B и C (рис. 31.9). Точка D , соответствующая пересечению характеристик, дает угловую скорость ω_0 , при которой регулятор начинает торможение.

Регуляторы с трением о воздух могут быть с переменным и постоянным размахом крыльев. На рис. 31.10 показана конструкция регулятора с переменным размахом крыльев, в котором пара сил инерции F_{il} создает момент, который, преодолевая момент спиральной пружины 3, поворачивает крыло 2 вокруг его оси и увеличивает тормозной момент регулятора, который можно определить по эмпирической формуле

$$T_p = (k\pi bh^4/2250) h^2 \sin \alpha, \quad (31.20)$$

где b , h — ширина и длина лопасти крыла, мм; α — угол между осью вращения валика 1 и осью симметрии крыла; k — аэродинамический коэффициент, определяемый экспериментально.

Регулятор с торможением вихревыми токами показан на рис. 31.11. Он представляет собой металлический диск 1, вращающийся в постоянном магнитном поле. При вращении диска в нем возникают вихревые токи, создающие магнитное поле, кото-

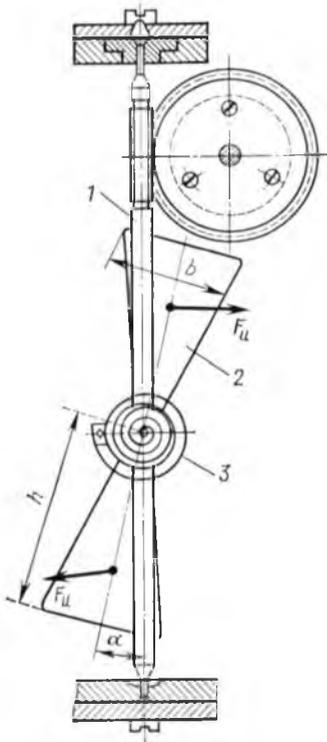


Рис. 31.10

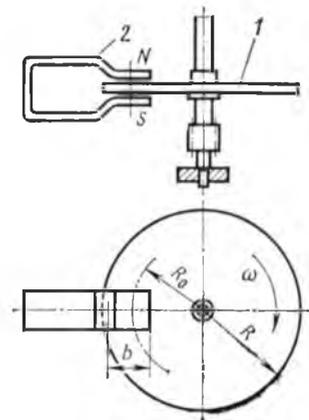


Рис. 31.11

рое, взаимодействуя с полем постоянного магнита 2, препятствует вращению диска.

Тормозной момент регулятора в Н·м находят по формуле

$$T_p = \omega_p B^2 b^2 r_0^2 R,$$

где B — магнитная индукция постоянного магнита, Т; r_0 — расстояние от центра диска до полюсов магнита (центра следа полюса), м; R — сопротивление вихревым токам в диске, ом; b — ширина полюса магнита, м; ω_p — угловая скорость диска, c^{-1} .

Момент T_p можно изменять, изменяя r_0 перемещением магнита. Наибольший тормозной момент может быть при $r_0 = (0,7 \dots 0,8)r$, где r — радиус диска. Воздушный зазор магнита выбирается в пределах 2...3 мм. Эти регуляторы применяют в случаях, когда необходима строгая линейная зависимость между тормозным моментом и угловой скоростью вала регулятора.

Спусковые регуляторы действуют периодически и применяются при малой частоте вращения оси, угловая скорость которой регулируется. На рис. 31.12 показан спусковой регулятор с автоколебательной системой, состоящий из маятника-регулятора 7 и жестко связанного с ним анкера 3. Анкер вместе с маятником совершает колебания вокруг неподвижной оси 2. На анкере укреплены палетты 1 и 4, которые удерживают ходовое колесо 5 от вращения. Движущий момент на валу 6 колеса создается силой тяжести G гири. При переходе через среднее положение палетты позволяют колесу повернуться на один зуб. При повороте зуб толкает анкер и сообщает колебательной системе импульс, необходимый для поддержания ее непрерывных колебаний, затем в крайнем положении маятника происходит остановка ходового колеса, после чего этот процесс повторяется. Период собственных колебаний маятника T_m связан с параметрами регулятора формулой

$$T_m = 2\pi\sqrt{Jmgl(1 + \varphi^2/52\ 520)}, \quad (31.21)$$

где J — момент инерции маятника; m — масса маятника; l — расстояние от точки подвеса до центра тяжести маятника; g — ускорение свободного падения; φ — угол отклонения маятника, град.

Частота вращения колеса в оборотах в минуту $n = 60/T_m z$, где z — число зубьев колеса.

Для изменения скорости ходового колеса изменяют длину маятника l . Рассмотренный спусковой регулятор может применяться лишь в стационарных приборах. В переносных приборах применяют регуляторы с балансом. Баланс, заменяющий маятник, уравновешен и его работа не зависит от положения в пространстве.

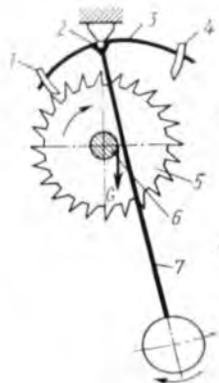


Рис. 31.12

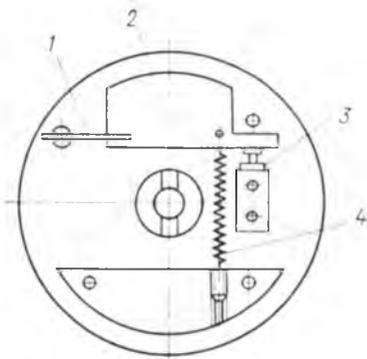


Рис. 31.13

Электроконтактные регуляторы применяются в двигателях малой мощности. На рис. 31.13 показан электроконтактный регулятор вибрационного действия. В момент включения двигателя ток проходит через замкнутые контакты 3 регулятора и подается в цепь питания двигателя. При увеличении частоты вращения сила инерции груза 2 преодолевает силы сопротивления пружин 1 и 4, отклоняет груз 2 и размыкает контакты 3. Частота вращения якоря уменьшается, вследствие чего контакты вновь замыкаются, и процесс повторяется.

Непрерывное замыкание и размыкание контактов дают возможность автоматически поддерживать угловую скорость $\omega_{\text{ср}}$, близкую к постоянной. Изменение задаваемой угловой скорости в этих регуляторах осуществляется подбором элементов электрической схемы.

Вопросы конструирования и расчета регуляторов скорости подробно изложены в литературе [3, 13,21].

ГЛАВА 32. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

§ 32.1. Задача уравнивания и условия уравнивания звеньев

Если звено механизма движется с переменной скоростью или траектории его точек непрямолинейны, то из-за возникающих при этом ускорений появляются силы инерции звена, которые дополнительно нагружают связанные с ним звенья. Силы инерции вызывают динамические давления в кинематических парах, увеличивают силы трения, вызывают дополнительные напряжения в материале звеньев, вибрации механизма и нарушения плавности движения. Массы звеньев, силы инерции которых вызывают дополнительные давления на опоры, называются неуравновешенными массами. Устранение или уменьшение дополнительных нагрузок, вызываемых силами инерции, называется **у р а в н о в е ш и в а н и е м м а с с**.

Многие механизмы приборов и периферийных устройств ЭВМ работают с большими скоростями и уравнивание звеньев этих механизмов имеет очень важное значение. При уравнивании сил инерции звеньев механизма решаются две задачи: 1) уравнивание динамических нагрузок в кинематических парах механизма; 2) уравнивание динамических нагрузок на фундамент.

Решение первой задачи для звеньев, совершающих сложное и колебательное движение, представляет значительные трудности,

поэтому здесь мы ограничиваемся примером вращающихся звеньев.

Рассмотрим тело на рис. 31.1. Пусть центр тяжести тела находится в точке C . Построим оси координат так, чтобы плоскость xOy проходила через центр тяжести C , а начало координат O находилось на оси вращения z . Систему координат xOy жестко свяжем с вращающимся телом. Каждой элементарной массе m_i , расположенной на расстоянии r_i от оси z , соответствует направленная по радиусу сила инерции $F_i = m_i \omega^2 r_i$, где ω — постоянная угловая скорость вращения тела вокруг оси z .

Любая система сил может быть заменена одной силой — главным вектором и одной парой с моментом, равным главному моменту сил. Главный вектор сил инерции равен векторной сумме сил системы

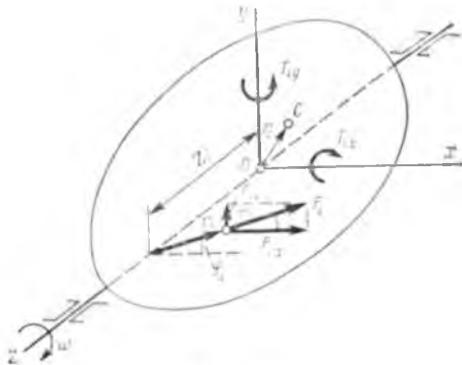


Рис. 32.1

$$\bar{F}_n = \sum_i \bar{F}_i = \omega^2 \sum_i m_i \bar{r}_i.$$

Момент силы инерции массы m_i относительно оси x будет:

$$T_{ix} = -F_{ix} z_i = -F_i \sin \varphi_i z_i = -\omega^2 m_i r_i \sin \varphi_i z_i = -\omega^2 m_i y_i z_i.$$

Момент сил инерции тела относительно оси x

$$T_{n,x} = \sum_i T_{ix} = -\omega^2 \sum_i m_i y_i z_i = -\omega^2 J_{yz},$$

а момент сил инерции относительно оси y

$$T_{n,y} = \sum_i T_{iy} = \omega^2 \sum_i m_i x_i z_i = \omega^2 J_{xz},$$

где $J_{yz} = \sum_i m_i y_i z_i$; $J_{xz} = \sum_i m_i x_i z_i$ называются центробежными моментами тела относительно плоскостей yOz и xOz . Тело будет полностью уравновешено, если главный вектор сил инерции и главный момент будут равны нулю, т. е. $\bar{F}_n = 0$; $T_{n,x} = 0$; $T_{n,y} = 0$. Это возможно в том случае, если $\sum_i m_i \bar{r}_i = 0$.

Учитывая, что радиус-вектор центра тяжести тела определяется по формуле

$$\bar{r}_c = \sum_i m_i \bar{r}_i / m,$$

заключаем, что $\bar{F}_n = 0$, если $\bar{r}_c = 0$, т. е.

$$x_c = 0 \text{ и } y_c = 0. \quad (32.1)$$

Центр тяжести тела должен находиться на оси вращения, и она в этом случае называется центральной.

Равенство нулю проекций главного момента возможно, если центробежные моменты обращаются в нуль:

$$J_{xz} = 0; J_{yz} = 0. \quad (32.2)$$

Ось вращения z , относительно которой выполняются условия (32.1), называется главной осью инерции.

Таким образом, для полной уравновешенности вращающегося звена необходимо, чтобы ось вращения была центральной и главной осью инерции тела. Тело считается уравновешенным статически, если выполняется только условие (32.1). Тело считается уравновешенным динамически, если выполняется только условие (32.2).

§ 32.2. Статическое и динамическое уравновешивание вращающихся масс

Статическое уравновешивание проводят для звеньев, имеющих малую толщину по сравнению с размером диаметра (зубчатые колеса, шкивы и т. п.) и вращающихся с малой угловой скоростью. Операцию уравновешивания осуществляют, устанавливая на детали дополнительные корректирующие массы — противовесы. Пусть, например, на вращающемся кулачке неуравновешенная масса m_1 имеет центр тяжести C_1 (рис. 32.2) на расстоянии r_1 от оси вращения. Сила инерции этой массы $F_u = m_1 \omega^2 r_1$. Чтобы ее уравновесить, надо создать силу $F_0 = F_u$, направленную в противоположную сторону. Для этого с противоположной стороны от оси вращения помещают противовес массой m_0 на расстоянии r_0 от оси вращения. Из условия равенства $F_u = F_0$ получаем

$$m_0 = m_1 r_1 / r_0.$$

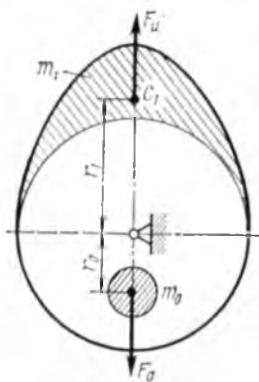


Рис. 32.2

Если на одном вращающемся звене имеется несколько неуравновешенных масс, центры тяжести которых расположены в одной плоскости, то, определив силы инерции каждой массы, определяют их равнодействующую. Затем подбирают, как и в предыдущем случае, один противовес, сила инерции которого уравновесит найденную равнодействующую. Такой метод уравновешивания применяется, когда известны значения и расположение масс, силы инерции

которых надо уравновесить, например, когда конструкция звена или ее форма является причиной неуравновешенности (форма кулачка, кривошипа и т. п.).

Если на вращающемся звене имеется несколько неуравновешенных масс, вращающихся в разных плоскостях, то звено будет неуравновешено статически и динамически. В этом случае все неуравновешенные силы инерции приводят к главному вектору сил инерции $F_{и}$ и главному моменту сил инерции $T_{и}$, которые нужно уравновесить. Следовательно, задача сводится к уравновешиванию силы и момента, приложенных к звену.

Рассмотрим вращающееся звено, к которому приложена сила $F_{и}$ и момент $T_{и}$, как показано на рис. 32.3. Значение и направление силы $F_{и}$ и момента $T_{и}$ будем считать известными, а оси координат возьмем так, чтобы плоскость xOy проходила через точку C центра тяжести тела. Выберем произвольно две плоскости Π_1 и Π_2 , в которых будем устанавливать противовесы. Пусть эти плоскости будут торцовыми плоскостями звена.

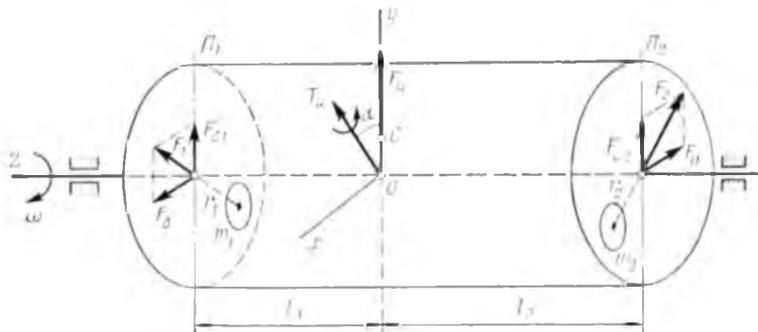


Рис. 32.3

Силу $F_{и}$ заменим двумя силами F_{c1} и F_{c2} , расположенными в плоскостях Π_1 и Π_2 так, чтобы сила $F_{и}$ была их равнодействующей. Для этого составим два уравнения

$$F_{и} = F_{c1} + F_{c2};$$

$$F_{c1}l_1 = F_{c2}l_2,$$

откуда $F_{c1} = F_{и}l_2 / (l_1 + l_2)$; $F_{c2} = F_{и}l_1 / (l_1 + l_2)$.

Момент $T_{и}$ заменим парой, силы F_1 которой расположены в плоскостях Π_1 и Π_2 . Значение сил пары определяют из уравнения

$$F_1 = T_{и} / (l_1 + l_2),$$

а направление сил F_1 показано на рис. 32.3. Силы F_{c1} ; F_{c2} ; F_1 можно сложить по правилу параллелограмма и получить их равнодействующие F_1 и F_2 .

Таким образом, сила $F_{и}$ и момент $T_{и}$ заменены силами F_1 и F_2 , расположенными в плоскостях Π_1 и Π_2 . Чтобы их уравно-

весить, достаточно с противоположной стороны поместить противовесы массой m_1 и m_2 на расстояниях r_1 и r_2 так, чтобы их силы инерции уравновесили известные силы F_1 и F_2 .

Статическая и динамическая уравновешенность вращающегося тела может быть достигнута установкой двух противовесов, центры масс которых лежат в двух произвольно выбранных плоскостях. Это положение учитывается при конструировании устройств, с помощью которых уравновешивают вращающиеся детали. Такие детали могут иметь небольшую неуравновешенность из-за неточности изготовления, неоднородности материала и т. д. Процесс устранения небольшой неуравновешенности деталей называется балансировкой, его проводят на специальных балансировочных машинах. Конструкции балансировочных машин разнообразны, но в большинстве случаев балансировочную деталь устанавливают на упругое основание (подшипники на упругом основании или люльку на пружинах) и сообщают детали частоту вращения, близкую к резонансной. Силы инерции создают колебания с большой амплитудой.

Схема установки с качающейся рамой (люлькой) показана на рис. 32.4. Люлька 2 качается на шарнире O , находящемся на основании 1. Пружина 5 заменяет вторую опору люльки 2. Балансируемую деталь 4 устанавливают в подшипниках 3 люльки. Для размещения уравновешивающих масс выбираем плоскости Π_1 и Π_2 . Деталь устанавливают в люльке так, чтобы одна из этих плоскостей проходила через шарнир O . Деталь приводится во вращение от специального электродвигателя и разгоняется до большой угловой скорости ω . После этого двигатель отключается и деталь начинает выбег. При некоторой частоте вращения, которую называют критической, колебания люльки происходят с наибольшей амплитудой, пропорциональной значению статического момента неуравновешенной массы m_1 в плоскости Π_1 .

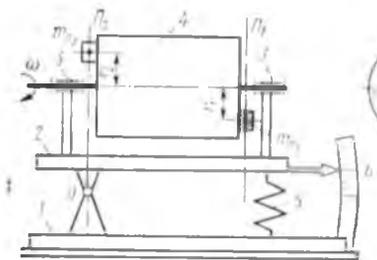


Рис. 32.4

С помощью индикатора или шкалы 6 фиксируют размер максимальной амплитуды. Специальным устройством можно отметить угол α , определяющий положение неуравновешенной массы m_1 , когда стрелка оказывается в верхнем положении.

После определения значения и положения массы m_1 в плоскости Π_1 с противоположной стороны на расстоянии r_1 от оси вращения устанавливают противовес m_{11} . Затем деталь снова приводят во вращение. Если противовес установлен правильно, то колебаний люльки не будет. Переставив деталь в подшипниках так, чтобы плоскость Π_1 проходила через ось O , повторяют испытание и находят массу m_{12} и положение r_2 второго противовеса.

§ 32.3. Понятие об уравнивании механизмов

В кинематических парах движущегося механизма силы инерции звеньев вызывают дополнительные динамические нагрузки. Возникают эти нагрузки и в кинематических парах, связывающих механизм со стойкой или фундаментом механизма. Уравнивание динамических нагрузок на фундамент рассмотрим на примере плоского механизма. Если все силы инерции звеньев привести к центру масс механизма, то в соответствии с формулой (7.3) получим главный вектор сил инерции $\vec{F}_u = -m\vec{a}_c$, где m — масса механизма, а \vec{a}_c — вектор ускорения центра масс C , и вектор главного момента сил инерции \vec{T}_u . Условием уравнивания механизма на фундаменте будет равенство нулю проекций этих векторов на оси координат: $F_{ux} = 0$; $F_{uy} = 0$; $T_{ux} = 0$; $T_{uy} = 0$. Первые два условия говорят о том, что $a_c = 0$, или

$$x_c = \text{const}, \quad y_c = \text{const}, \quad (32.3)$$

т. е. центр тяжести механизма в процессе работы должен быть неподвижным.

Проекции момента T_{ux} ; T_{uy} на оси координат выражаются через центробежные моменты инерции:

$$\begin{aligned} T_{ux} &= - \sum_i F_{uyi} z_i = - \sum_i m_i \ddot{y}_i z_i = \\ &= - \frac{d^2}{dt^2} \sum_i m_i y_i z_i = - \frac{d^2}{dt^2} J_{yz} = 0; \\ T_{uy} &= \sum_i F_{uxi} z_i = \sum_i m_i \ddot{x}_i z_i = \\ &= \frac{d^2}{dt^2} \sum_i m_i x_i z_i = \frac{d^2}{dt^2} J_{xy} = 0. \end{aligned}$$

В плоском механизме $z_i = \text{const}$, если ось z перпендикулярна плоскости движения. Поэтому равенство нулю проекций центробежных моментов инерции удовлетворяется, если положить, что

$$J_{yz} = \text{const}; \quad J_{xy} = \text{const}. \quad (32.4)$$

Уравнения (32.4) характеризуют динамическую уравновешенность механизма, или отсутствие колебаний вокруг осей x и y . Если плоский механизм изготовить так, чтобы его звенья по форме были симметричны относительно плоскости движения xOy (рис. 32.5), то каждой точке любого звена с координатой z_i будет соответствовать точка того же звена с координатой $-z_i$. В выражениях центробежных моментов J_{yz} и J_{xy} будет одинаковое количество положительных и отрицательных членов $J_{xz} = J_{yz} = 0$, т. е. будет удовлетворено условие динамической уравновешенности (32.4).

В этом случае остается удовлетворить условиям статической уравновешенности механизма (32.3). Эту задачу решают подбором противовесов, устанавливаемых на некоторых звеньях механизма так, чтобы центр тяжести механизма вместе с противовесами при его движении был неподвижным. Покажем решение этой задачи на примере плоского шарнирного четырехзвенника (рис. 32.6). Пусть массы звеньев m_1 , m_2 , m_3 и положения центров масс C_1 , C_2 , C_3 звеньев известны. Заменяем массу m_2 в точке C_2 двумя массами m_B и m_D , сосредоточенными в точках B и D . Их значения определяют из уравнений:

$$m_B + m_D = m_2; \quad m_B b = m_D d.$$

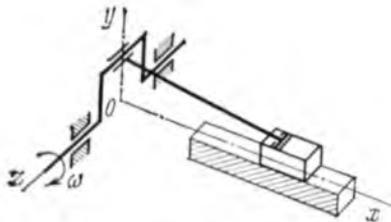


Рис. 32.5

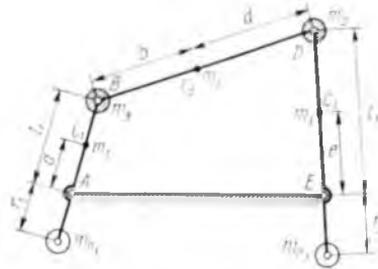


Рис. 32.6

Эти массы эквивалентны массе m_2 , сосредоточенной в точке C_2 , и их уравновешивают с помощью противовесов $m_{п1}$ и $m_{п3}$, поставленных так, что их статические моменты будут равны статическим моментам масс звеньев. Получим два уравнения:

$$m_B l_1 + m_1 a = m_{п1} r_1;$$

$$m_C l_3 + m_3 d = m_{п3} r_3.$$

Задаваясь значениями r_1 и r_3 , определяем массы противовесов

$$m_{п1} = (m_B l_1 + m_1 a) / r_1; \quad m_{п3} = (m_C l_3 + m_3 d) / r_3.$$

Центр тяжести масс $m_{п1}$, m_1 и m_B будет в неподвижной точке A , а центр тяжести масс $m_{п3}$, m_3 , m_C будет в точке E . Следовательно, и общий центр тяжести находится на линии AE и неподвижен.

В ряде случаев полное или частичное уравновешивание механизмов достигают, соединяя одинаковые механизмы с симметрично расположенными звеньями. Вопросы уравновешивания механизмов подробно освещены в литературе [3, 36].

§ 33.1. Некоторые сведения из теории колебаний

При эксплуатации машин и приборов и их транспортировке механизмы и их детали подвергаются колебаниям, которые создают дополнительные нагрузки и являются источниками погрешностей показаний приборов и систем автоматического управления.

При изучении колебательного движения в курсе физики рассматривались собственные и вынужденные колебания систем.

Собственные колебания системы имеют место, когда отсутствуют активные силы. Если пренебречь силами сопротивления, уравнение движения тела массой m при действии упругой силы $F_y = cx$, где c — жесткость пружины, имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + cx = 0. \quad (33.1)$$

Решением этого уравнения будет функция

$$x = x_0 \sin(\omega t - \alpha), \quad (33.2)$$

где x_0 — амплитуда колебаний; t — текущее время; α — положение колеблющегося тела при $t=0$; $\omega = \sqrt{c/m}$ — круговая частота колебаний.

Периодом собственных незатухающих колебаний называется время одного полного колебания системы

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{m/c}.$$

Частотой собственных колебаний называется величина, обратная периоду:

$$\nu = 1/T = (1/2\pi) \sqrt{c/m}.$$

Частота собственных колебаний системы будет тем больше, чем меньше масса системы и жестче пружина.

Практически каждая деталь или узел машины или прибора связаны с другими деталями. Эти связи при малых деформациях можно считать упругими. Поэтому каждая деталь обладает возможностью собственных колебаний по гармоническому закону, если их вывести из равновесия путем импульсного воздействия — толчка.

Собственные колебания системы с учетом сопротивления имеют место, когда кроме упругих сил на тело действует также сила сопротивления, пропорциональная скорости $F_c = kx$. Уравнение колебательного движения имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + cx = 0. \quad (33.3)$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид

$$x = C_1 e^{y_1 t} + C_2 e^{y_2 t},$$

где C_1 и C_2 — постоянные, определяемые из начальных условий; $y_{1,2} = \omega (-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1})$. Здесь $\omega = \sqrt{c/m}$; $\beta = k/(2m\omega)$. Характер движения зависит как от круговой частоты ω , так и от коэффициента k , называемого коэффициентом успокоения. При $\beta < 1$ решение уравнения (33.3) приводится к виду

$$x = x_0 e^{-\beta \omega t} \sin(\omega \sqrt{1 - \beta^2} t - \alpha), \quad (33.4)$$

и движение будет колебательным с затухающей амплитудой $x_0 \exp(-\beta \omega t)$ и с периодом колебаний $T = 2\pi / (\omega \sqrt{1 - \beta^2})$. При $\beta > 1$ значение x с течением времени уменьшается и тело возвращается в положение равновесия без колебаний.

Вынужденные колебания происходят, когда кроме упругих сил F_y и сил сопротивления F_c на тело действует переменная активная сила, например меняющаяся по гармоническому закону $F = F_0 \sin \omega_b t$. Здесь F_0 — амплитуда возмущающей силы, а ω_b — ее круговая частота.

Уравнение движения имеет вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + cx = F_0 \sin \omega_b t. \quad (33.5)$$

Его решение выражается функцией

$$x = C_1 e^{y_1 t} + C_2 e^{y_2 t} + A \sin(\omega_b t - \varepsilon), \quad (33.6)$$

где C_1 , C_2 , y_1 , y_2 имеют те же значения, что и в случае собственных колебаний; ε — начальная фаза вынуждающей силы; амплитуда вынужденных колебаний

$$A = (F_0/m) \sqrt{(\omega^2 - \omega_b^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2 \omega_b^2}. \quad (33.7)$$

Первые два слагаемых общего уравнения (33.6) при любом значении β уменьшаются со временем и вскоре после начала процесса ими можно пренебречь. Тогда движение происходит по закону

$$x = A \sin(\omega_b t - \varepsilon). \quad (33.8)$$

При этом можно заключить, что: 1) вынужденные колебания происходят с частотой возмущающей силы; 2) амплитуда колебаний A не зависит от начальных условий и времени t после начала колебаний, и колебания не затухают; 3) амплитуда колебаний A тем больше, чем больше амплитуда возмущающей силы F_0 и чем меньше силы сопротивления, выражаемые величиной β ; 4) амплитуда колебаний A зависит от круговой частоты ω_b возмущающей силы

и при некотором ее значении $\omega_p = \omega^2(1 - 2\beta^2)$ достигает своего максимума:

$$A_{\max} = F_0 (2m\beta\omega^2) \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (33.9)$$

При $\beta = 0$ максимум амплитуды будет при $\omega_p = \omega$. Такое совпадение частоты собственных колебаний и частоты возмущающей силы, а также явления, его сопровождающие, называют резонансом.

§ 33.2. Защита механизмов от механических колебаний

Автоматизация технологических процессов, увеличение мощности и быстроходности современных машин при снижении их масс требуют тщательных динамических расчетов, в том числе расчетов на колебания. Исследование состояний систем в условиях резонанса позволяет снизить вибрационную напряженность механизмов.

При проектировании конструкций, подверженных воздействию возмущающих сил, резонанс стараются устранить, например, изменяя параметры системы или частоту возмущающей силы, уменьшая амплитуду возмущающей силы, повышая выносливость деталей, подвергающихся воздействию переменной нагрузки.

В тех случаях, когда не удастся избежать резонанса, применяют специальные устройства, которые полностью или частично устраняют колебания опасной амплитуды отдельных элементов конструкций, например жидкостные и электромагнитные демпферы и динамические виброгасители, при крутильных колебаниях — муфты с нелинейными характеристиками.

Максимальные динамические напряжения в упругих системах при воздействии возмущающих сил можно оценить амплитудой вынужденных колебаний. Оценка влияния колебаний на напряжения в системе производится с помощью коэффициента динамичности k_d системы, т. е. отношения максимальной амплитуды вынужденных колебаний к максимальному статическому отклонению под действием постоянной силы F_0 . Статическое отклонение системы определяют по формуле

$$A_{ст} = F_0/c = (F_0/m)(c/m) = (F_0/m)/\omega^2,$$

где c — жесткость упругого элемента системы. Тогда

$$\begin{aligned} k_d &= A/A_{ст} = \omega^2 \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2 - 4\beta^2\omega^2\omega_0^2)^2 + 4\beta^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} = \\ &= 1/\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4\beta^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}}, \end{aligned}$$

где величина A определяется по формуле (33.7). Из формулы видно, что чем ближе система к резонансу, тем больше коэффициент динамичности. Силы сопротивления в системе уменьшают k_d .

Для защиты от вредного воздействия возмущающей силы на элементы конструкций и приборы между ними и источником колебаний помещают упругую прослойку или пружинные подвески, которые препятствуют распространению колебаний. Такую защиту называют виброизоляцией или амортизацией. Решение задачи ведут двумя путями: 1) прямая задача — помешать источнику колебаний распространять колебания на окружающие конструкции; 2) обратная задача — защитить устройство, например прибор, от колебаний, возникающих в конструкции, на которой прибор установлен.

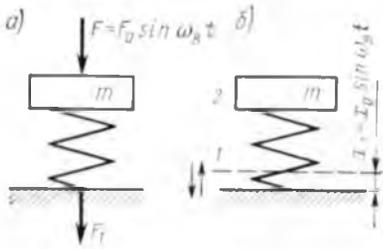


Рис. 33.1

Передача колебаний от источника к объекту может осуществляться двумя способами (рис. 33.1). На рис. 33.1, а показана масса m , к которой приложена возбуждающая гармоническая сила $F = F_0 \sin \omega_0 t$. Такой случай называют силовым возбуждением. Движение массы при отсутствии демпфирующего сопротивления ($k=0$) описывается уравнением (33.1). В соответствии с формулой (33.7) при $\beta=0$ закон движения массы m будет:

$$x = \frac{F_0 \sin \omega_0 t}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} = \frac{F_0 \sin \omega_0 t}{c - m\omega_0^2}.$$

Сила сжатия пружины, которая передается основанию (стенке или фундаменту) в виде силы F_1 , будет зависеть только от сжатия x пружины и определится по формуле

$$\frac{F_0 \sin \omega_0 t}{1 - (\omega_0/\omega)^2} = F_{10} \sin \omega_0 t.$$

Отношение амплитуды F_{10} силы, действующей на основание, к амплитуде F_0 силы, возбуждающей объект, взятое по абсолютной величине, называют коэффициентом передачи сил или степенью изоляции:

$$k_n = \frac{F_{10}}{F_0} = \frac{1}{|1 - (\omega_0/\omega)^2|}. \quad (33.10)$$

На рис. 33.1, б показана масса m , возбуждение которой осуществляется перемещением x основания по гармоническому закону $x = x_0 \sin \omega_0 t$ и называется кинематическим возбуждением. Можно показать, что и в этом случае передача колебаний от основания к объекту характеризуется коэффициентом k_n , определяемым по формуле (33.10).

Таким образом, характеристикой передачи сил от источника колебаний к объекту или к основанию при силовом и кинематическом возбуждении может служить коэффициент k_H , который зависит от частоты собственных колебаний ω системы и от частоты возмущающих колебаний ω_B . График изменений величины k_H в зависимости от отношения ω_B/ω показан на рис. 33.2. Из графика видно, что если $\omega_B/\omega = \sqrt{2}$, $k_H = 1$: колебания источника полностью переходят на объект. Если $\omega_B/\omega < \sqrt{2}$, то $k_H > 1$ и упругая прокладка (пружина) усиливает вибрацию. При $\omega_B/\omega > \sqrt{2}$ коэффициент $k_H < 1$, и упругая прокладка выполняет функцию устройства, уменьшающей вибрацию. Для создания хорошей виброизоляции необходимо, чтобы собственная частота системы ω была в несколько раз ниже частоты возбуждения ω_B . Например, если $\omega_B/\omega = 3$, то $k_H = 0,125$, т. е. амплитуда колебаний прибора будет в восемь раз меньше амплитуды колебаний приборной доски, на которой он укреплен. Чтобы увеличить отношение ω_B/ω , можно брать более податливые (мягкие) амортизаторы или увеличивать массу объекта, увеличивая собственную частоту системы $\omega = \sqrt{c/m}$. Обычно принимают $\omega_B/\omega = 2,5 \dots 5$.

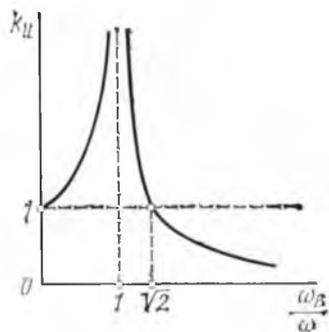


Рис. 33.2

При расчете виброзащиты частота колебаний основания ω_B обычно известна. Поэтому если выбрать предварительно амортизатор, то можно определить по его паспортным данным жесткость c , соответствующую его амплитуде и номинальной нагрузке. Тогда по известной массе m определяют частоту ω . Затем по формуле (33.10) вычисляют коэффициент k_H .

Решение обратной задачи заключается в том, что, задавшись коэффициентом k_H , определяют отношение ω_B/ω и далее, зная частоту колебаний основания ω_B , находят $\omega = \sqrt{c/m}$. В зависимости от массы m объекта определяют необходимую жесткость c , по которой подбирают амортизатор.

В качестве упругих элементов для виброизоляции в приборах применяются типовые конструкции резиновых и пружинных амортизаторов и виброизолирующих опор, размеры и характеристики которых приводятся в нормальных, стандартах и справочниках [34].

На рис. 33.3 приведены примеры конструкций типовых амортизаторов: резиновые упоры (*a—в*), резиновый амортизатор (*г*), пружинный амортизатор (*д*). Обычно устанавливают не один, а несколько амортизаторов, которые располагают симметрично относительно центра масс прибора. Число амортизаторов и их типоразмеры выбирают так, чтобы нагрузка, приходящаяся на каж-

дый амортизатор, была близка к номинальной, приведенной в технических условиях на данный типоразмер.

Амортизаторы могут устанавливаться параллельно или последовательно. При параллельном соединении суммарный коэффициент жесткости $c = c_1 + c_2 + \dots + c_n$. При последовательном соединении суммарный коэффициент жесткости c определяют по формуле $1/c = 1/c_1 + 1/c_2 + \dots + 1/c_n$.

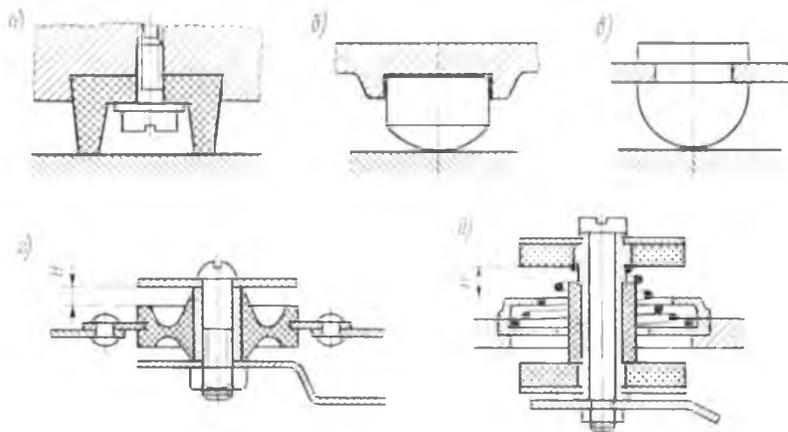


Рис. 33.3

Для защиты приборов от толчков и ударов используют амортизаторы и упоры. Считают, что для предохранения от ударов амортизаторы должны быть такими, чтобы их деформация при ударе не превышала 50 ... 60% от первоначального наименьшего зазора H между подвижной и неподвижной деталями, т. е. $x_{\max} \leq 0,6H$ (рис. 33.3, *г*, *д*). Требуемый коэффициент жесткости амортизатора

$$c > F_{\max} / x_{\max} = m a_{\max} / (0,6H), \quad (33.11)$$

где m — масса прибора; a_{\max} — максимальное ускорение при ударе.

Из неравенства (33.11) видно, что с увеличением жесткости амортизатора его способность противостоять ударам увеличивается. В связи с этим нужно устанавливать отдельные амортизаторы, предохраняющие от вибрации (мягкие) и амортизаторы для защиты от ударов (жесткие). Можно применять амортизаторы особой конструкции, которые при воздействии вибрации имеют малую жесткость и обеспечивают виброзащиту, а при воздействии удара с ростом деформации их жесткость возрастает, обеспечивая защиту от удара. Методы расчета амортизирующих систем и рекомендации по их выбору изложены в литературе [34].

Успокоители механических колебаний. Многие механические приборы представляют собой упругие системы с подвижными мас-

сами, в которых под влиянием изменения измеряемой величины, а также от толчков и ударов нарушаются условия равновесия и возникают собственные колебания. В самопишущих приборах такие колебания искажают записываемую кривую, а в показывающих приборах затрудняют точное снятие значения измеряемой величины.

Устройства, применяемые для уменьшения амплитуды и продолжительности собственных колебаний подвижных систем приборов, называются успокоителями или демпферами. В приборах чаще применяются воздушные, жидкостные и магнитиндукционные успокоители, в которых усилие торможения пропорционально скорости подвижной системы.

Собственные колебания вращающейся системы с учетом сопротивления успокоителя описываются уравнением

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + c\varphi = 0,$$

где φ — угол отклонения системы от равновесного состояния; k — коэффициент сопротивления успокоителя. Уравнение можно написать в виде

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta\omega \frac{d\varphi}{dt} + \omega^2\varphi = 0, \quad (33.12)$$

где величина $\beta = k/(2J\omega) = k\sqrt{J}/(2J\sqrt{c}) = k(2\sqrt{Jc})$ называется степенью успокоения, а величина $\omega = \sqrt{c/J}$ — частота собственных колебаний.

Решение уравнения (33.12) имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\beta\omega t} \sin(\omega t \sqrt{1 - \beta^2} - \alpha).$$

Если $\beta = 0$, то система совершает гармонические колебания без затухания. Если $\beta < 1$, система совершает затухающие колебания с периодом $T = 2\pi/(\omega\sqrt{1 - \beta^2})$. Система считается практически успокоившейся, если ее амплитуда колебаний не превышает некоторой малой величины $\Delta\varphi$, например 1% от полной длины шкалы прибора.

Время, в течение которого подвижная система практически устанавливается в положении равновесия, называется временем успокоения и может быть определено по формуле

$$t_{\text{усп}} = \frac{\ln[1/(\lambda\sqrt{1 - \beta^2})]}{\beta\omega} = \sqrt{\frac{J}{c\beta^2}} \ln[1/(\lambda\sqrt{1 - \beta^2})], \quad (33.13)$$

где $\lambda = \Delta\varphi/\varphi_0$ — коэффициент, характеризующий относительную точность установки системы в положение равновесия.

Для расчета успокоителя должны быть известны величины $t_{\text{усп}}$, J , λ и c . По формуле (33.13) устанавливают степень успокоения

β , а из формулы $\beta = k 2 \sqrt{Jc}$ определяют необходимый коэффициент сопротивления k , после чего выбирают тип успокоителя и его конструктивные параметры.

Рассмотрим некоторые типы успокоителей. В приборах, где не требуется большого коэффициента сопротивления, применяются

воздушные успокоители—

крыльчатые и поршневые.

Воздушный поршневой успокоитель (рис. 33.4) состоит из камеры 1

и перемещающегося в ней поршня 2, который жестко соединен с подвижной системой прибора 3.

Зазор между поршнем и цилиндром $\delta = 0,02 \dots 0,1$ мм. Для расчета коэффициента

сопротивления воздушных успокоителей применяют эмпирические формулы.

Например, для поршневого успокоителя с плоским поршнем

$$k = AR^2 (0,335 \delta + 0,032) 10^{-5},$$

для успокоителя с поршнем, имеющим загнутые края,

$$k = AR^2 (0,435 \delta + 0,415) 10^{-5}.$$

В этих формулах A — площадь поршня, $см^2$; R — расстояние от оси вращения подвижной системы до центра поршня, $см$; δ — зазор между поршнем и камерой, $мм$. Значение коэффициента k выражается в $Н \cdot см \cdot с, рад$.

Жидкостные успокоители (рис. 33.5) имеют большой коэффициент сопротивления k и применяются в приборах с большими подвижными массами и моментами инерции.

В них используют трансформаторное и турбинное масла, их смеси, глицерин и др. Успокоитель состоит из неподвижного цилиндра 2, заполненного жидкостью, в которой перемещается поршень 1, жестко соединенный с подвижной системой прибора.

Жидкость перетекает из одной полости цилиндра в другую через зазор δ и отводной капилляр радиусом r . Винтом 3 можно изменить проходное отверстие капилляра и регулировать значение коэффици-

ента сопротивления.

Винтом 3 можно изменить проходное отверстие капилляра и регулировать значение коэффици-

ента сопротивления.

Винтом 3 можно изменить проходное отверстие капилляра и регулировать значение коэффици-

ента сопротивления.

Винтом 3 можно изменить проходное отверстие капилляра и регулировать значение коэффици-

ента сопротивления.

Винтом 3 можно изменить проходное отверстие капилляра и регулировать значение коэффици-

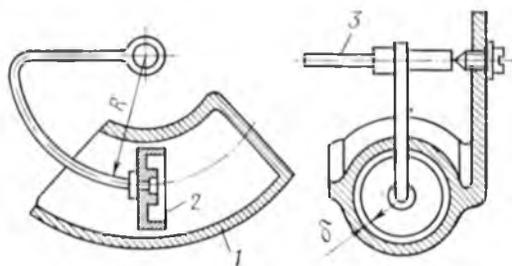


Рис. 33.4

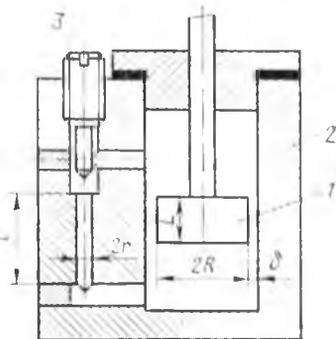


Рис. 33.5

цента k . Коэффициент сопротивления в Па·с для такого успокоителя определяют при открытом капилляре по формуле

$$k_{\min} = \frac{24\pi\mu R^2 L l}{(3r^4 L + 4\delta^2 R l)},$$

а при закрытом капилляре

$$k_{\max} = \frac{6\pi\mu R^2 L}{\delta^3}.$$

Здесь μ — динамическая вязкость жидкости в Па·с; размеры δ , R , L , l , r в см показаны на рис. 33.5.

Принцип действия *магнитоиндукционных* успокоителей такой же, как у регуляторов с торможением вихревыми токами (см. § 31.8). Вихревые токи возникают в подвижной части при взаимодействии с магнитным полем постоянного магнита. Успокоитель (рис. 33.6) состоит из постоянного магнита 1 и движущегося в его зазоре металлического сектора 2, связанного с подвижной системой прибора. Зазор между полюсами магнита и поверхностью сектора не менее 0,5 мм. Для получения большого момента торможения применяются успокоители с несколькими магнитами. Коэффициент сопротивления в Н·см·с/рад определяют по формуле

$$k = (B^2 b^2 r_0^2 / R_d) 10^{-2},$$

где B — магнитная индукция в зазоре, Т; R_d — сопротивление диска, Ом; b — ширина следа полюса магнита, см; r_0 — расстояние от центра следа до центра диска, см (см. рис. 31.11).

Коэффициент k максимален при $r_0 = (0,7 \dots 0,8) r$ (см. рис. 31.11).

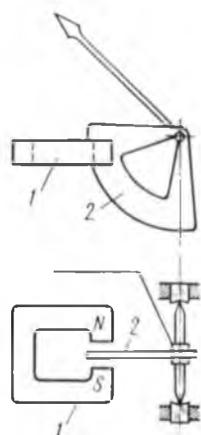


Рис. 33.6

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Анурьев В. И.* Справочник конструктора машиностроителя. М., 1978.
- Анисимов Б. В., Савельев А. Я.* Основы конструирования и производства ЭВМ. М., 1972.
- Артоболевский И. И.* Теория механизмов и машин. 3-е изд., М., 1975.
- Бутенин Н. В., Лучц Я. Л., Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики. 3-е изд., М., 1979.
- Гаврилов А. Н.* Основы технологии и приборостроения. М., 1976.
- Гинзбург Е. Г.* Волновые зубчатые передачи. Л., 1969.
- Дмитриев Ф. С.* Проектирование редукторов точных приборов. Л., 1971.
- Донуски и посадки/Мягков В. Д., Палей М. А., Романов А. В. и др.* Л., 1978.
- Журавлев Ю. П., Котелюк Л. А., Циклинский Н. И.* Надежность и контроль ЭВМ. М., 1978.
- Зиновьев В. А.* Курс теории механизмов и машин. 2-е изд. М., 1972.
- Иванов М. Н.* Детали машин. М., 1976.
- Казаков Л. А.* Электромагнитные устройства радиоэлектронной аппаратуры. М., 1978.
- Красковский Е. Я., Румянцев В. В., Дружинин Ю. А.* Проектирование передаточных механизмов систем автоматики и ЭВМ. Л., 1972.
- Кудрявцев В. Н.* Планетарные передачи. Л., 1966.
- Кудрявцев В. Н.* Детали машин. Л., 1980.
- Куцкоков В. А.* Точность кинематических цепей приборов. Л., 1980.
- Левицкая О. Н., Левицкий П. И.* Курс теории механизмов и машин. М., 1978.
- Машнев М. М., Красковский Е. Я., Лебедев П. А.* Теория механизмов и машин и детали машин. 2-е изд. Л., 1980.
- Милосердин Ю. В., Лакин Ю. Г.* Расчет и конструирование механизмов приборов и установок. М., 1978.
- Мосягин Р. В., Павлов Б. П.* Детали и узлы малогабаритных редукторов. Л., 1967.
- Первицкий Ю. Д.* Расчет и конструирование точных механизмов Л., 1976.
- Пименов А. И.* Механизмы настройки РЭА. М., 1977.
- Плюснин А. Е., Ермаков В. И., Пин Л. Г.* Проектирование механических передач приборов. М., 1967.
- Прикладная механика/Осецкий В. М., Горбачев Б. Г., Добробарский Г. А. и др.* М., 1977.
- Проектирование механических передач/Чернавский С. А., Ицкович Г. М., Киселев В. А. и др.* М., 1976.
- Решетов Д. Н.* Детали машин. 3-е изд. М., 1974.
- Рошин Г. И.* Конструирование механизмов радиоэлектронной аппаратуры. М., 1973.
- Сопrotивление материалов/Смирнов А. Ф., Александров А. А., Монахов Н. И. и др.* М., 1975.
- Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М., 1964.
- Тищенко О. Ф., Валединский А. С.* Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. М., 1977.
- Технология металлов и других конструкционных материалов/Барановский М. А., Вербицкий Е. И., Дмитриевич А. М. и др.* Минск, 1973.
- Технология конструкционных материалов/Дальский А. М., Арутюнов И. А., Барсукова Т. М. и др.* М., 1977.
- Феодосьев В. И.* Сопrotивление материалов. 8-е изд. М., 1982.
- Чурабо Д. Д.* Детали и узлы приборов. 4-е изд. М., 1975.
- Элементы приборных устройств: курсовое проектирование/Под ред. О. Ф. Тищенко. М., 1978.*
- Юдин В. А., Петрокас Л. В.* Теория механизмов и машин. 2-е изд. М., 1977.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
МЕХАНИКА И ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ	
Глава 1. Общие сведения о механизмах машин, приборов, периферийных устройств ЭВМ	5
Глава 2. Структура механизмов	15
Глава 3. Кинематика твердого тела	28
Глава 4. Кинематика механизмов	35
Глава 5. Статика твердого тела	49
Глава 6. Силовой расчет механизмов	58
Глава 7. Трение в механизмах	69
Глава 8. Взаимозаменяемость и стандартизация	85
Глава 9. Расчет механизмов на точность	107
ОСНОВЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ	
Глава 10. Внутренние силы и напряжения. Растяжение и сжатие	116
Глава 11. Изгиб	131
Глава 12. Сдвиг и кручение	142
Глава 13. Понятие об устойчивости. Устойчивость сжатых стержней	145
Глава 14. Местные напряжения при сжатии упругих тел	149
Глава 15. Работоспособность деталей машин и приборов	151
Глава 16. Конструкционные и смазочные материалы	157
ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПРИБОРНЫХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ	
Глава 17. Общие вопросы расчета и проектирования механизмов и их деталей	169
Глава 18. Зубчатое зацепление	177
Глава 19. Расчет и конструирование зубчатых передач	200
Глава 20. Планетарные и волновые зубчатые передачи	225
Глава 21. Зубчатые передачи со скрещивающимися осями и червячные передачи	241
Глава 22. Фрикционные передачи и вариаторы	255
Глава 23. Передачи гибкой связью	260
Глава 24. Механизмы рычажные, прерывистого действия и винтовые	270
Глава 25. Кулачковые механизмы	287
Глава 26. Механизмы с электромагнитными устройствами (ЭМУ)	301
РАСЧЕТ ДЕТАЛЕЙ И СОЕДИНЕНИЙ	
Глава 27. Оси, валы, опоры и направляющие	309
Глава 28. Муфты	340
Глава 29. Упругие элементы	353
Глава 30. Соединения	364
ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ	
Глава 31. Движение механизма под действием сил	386
Глава 32. Уравновешивание механизмов	400
Глава 33. Механические колебания	407
Список литературы	416

