630
И-37

# МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

30.121
М 31

**Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами:** Олий
М 31 техника ўқув юрт. талабалари учун қўлл. [Н. М. Беляев, Л. А. Белявский, Я. И. Купнис ва бошқ.; В. К. Качурин таҳрири остида.].— Т.: Ўзбекистон, 1993.— 336 б.

ISBN 5-640-01275-7.

1. Беляев Н. М. ва бошқ.

Тўпламда материаллар қаршилиги курсининг барча асосий бўлимлари: чўзилиш-сиқилиш, мураккаб зўриққан ҳолат ва мустаҳкамлик назарияси, силжиш ва эзилиш, буралиш, эгилиш, мураккаб қаршилик, конструкциялар элементларининг устиворлиги, юкланишларнинг динамик ва узоқ муддат таъсирига тегишли масалалар берилган.

**Сборник задач по сопротивлению материалов:** Учебное пособие для студентов втузов.

**ББК 30.121я73**

№ 11—93
Навоий номли Ўзбекистон
Республикаси
Давлат кутубхонаси.

К $\frac{2004030000-10}{\text{М 351 (04) 93}}$ 93

© «ЎЗБЕКИСТОН» нашриёти, 1993 й.

## РУСЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Тавсия қилинаётган ушбу «Масалалар тўплами» СССР ФА мухбир аъзоси марҳум Н. М. Беляевнинг «Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами" (II—XI нашрлари) китобини бир неча марта қайта ишлаган ва тўлдирган муаллифлар томонидан тузилди. Бу «тўплам»да Н. М. Беляевга тегишли бир нечта масала ҳам берилди, унинг «Тўплами» даги асосий структура ва умумий йўналиш сақланди. Шунинг учун Н. М. Беляевнинг шогирдлари ва ходимлари бўлган муаллифлар ўз устозларининг номини ёзишни ўз бурчлари, деб ҳисобладилар.

«Тўплам» асосан масалаларни талабаларнинг ўзлари ечишлари учун мўлжалланган. Шу туфайли, материаллар қаршилигини чуқурроқ ўрганувчилар учун қизиқарли бўлган анча мураккаб масалалар бунга киритилмади. Энг намунавий масалаларнинг ечими берилди. Ҳар хил шартларга эга бўлган масалалар билан бир қаторда деярли барча бўлимларда умумий шартга эга бўлган комплекс масалалар схемалар ёки рақамли маълумотларнинг кўп вариантлари билан берилди. Бу масалалар контрол ишлар ёки индивидуал уй топшириқлари учун мўлжалланади.

«Тўплам» материаллари авторлар орасида қуйидагича тақсимланади: Н. М. Беляев — баъзи бўлимлардаги айрим масалалар, Л. А. Белявский — 12—15, 24, 25, 27—29- § лар, Я. И. Кипнис —9, 11, 16, 23, 26- § лар, Н. Ю. Кушелев —1—8, 43—45- § лар ва иловалар, А. К. Синицкий — 30—35, 37- § лар, В. К. Качурин баъзи бўлимлардаги айрим масалаларга мавзу берди ва «Тўплам» ни умумий таҳрирдан чиқарди.

*В. К. Качурин*

## БАРЧА МАСАЛАЛАР УЧУН УМУМИЙ МАЪЛУМОТЛАР

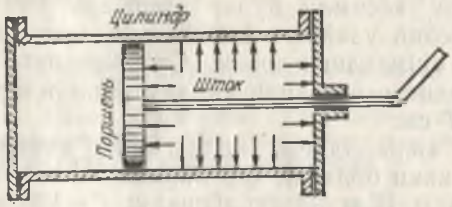
Агар масала шартида махсус кўрсатмалар бўлмаса, уни ечишда кўрсатилган катталикларнинг қуйидаги ўртача қийматларини қабул қилиш лозим:

| | СИ системасида (Н/м²) |
|---|---|
| Пўлатнинг чўзилиш ёки сиқилишдаги эластиклик модули | $E = 2.10^{11}$ |
| Алюминий ва дюралюминийнинг эластиклик модули | $E = 0{,}7.10^{11}$ |
| Чўяннинг эластиклик модули | $E = 1.2.10^{11}$ |
| Миснинг эластиклик модули | $E = 1.10^{11}$ |
| Ёғочнинг толалар бўйлаб эластиклик модули | $E = 1.10^{10}$ |
| Пўлатнинг силжишдаги эластиклик модули | $G = 8.10^{10}$ |
| Пўлатнинг ҳажмий оғирлиги | $\gamma = 7{,}8.10^{4}$ (Н/м²) |
| Пўлатнинг чизиқли кенгайиш температура коэффициенти | $\alpha = 125.10^{-7}$ |
| Миснинг чизиқли кенгайиш температура коэффициенти | $\alpha = 165.10^{-7}$ |
| Пўлатнинг кўндаланг деформация коэффициенти | $\mu = 0{,}30$ |

## 1 боб.
# БУЙЛАМА ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

## 1- §. Статик аниқланадиган системалар

**1.1.** Буғ машинаси цилиндри поршенининг диаметри 40 см (расмга қ.), поршень штогининг диаметри 5,6 см. Буғнинг босими 10 ат (1 ат = 1 кг/см$^2$ = 9,81.10$^4$ Н/м$^2$). Машинанинг бир юриши вақтидаги штокнинг энг катта кучланиши ва узунлигининг шунга яраша ўзгариши топилсин. Штокнинг узунлиги 75 см, штокнинг материали — пўлат.




1.1- масалага оид

*Е ч и ш.* Қуйидагича белгилаймиз: цилиндрнинг диаметри $D = 40$ см, штокнинг диаметри $d = 5{,}6$ см, узунлиги $l = 75$ см, буғнинг босими $q = 10$ ат = 10 кг/см$^2$ = 9,81·10$^5$ Н/м$^2$, эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см$^2$ = 19,62·10$^{10}$ Н/м$^2$. Поршень юзи:

$$F_1 = \frac{\pi D^2}{4} = 0{,}785 \cdot 40^2 = 1256 \text{ см}^2 = 0{,}1256 \text{ см}^2$$

Штокдаги куч (чапдаги буғ) қуйидагича бўлади:

$$P = P_1 \cdot q = 1256 \cdot 10 = 12560 \text{ кг} = 0{,}1256 \cdot 9{,}81 \cdot 10^3 = 1{,}23 \cdot 10^3 \text{ Н (сиқилиш)}$$

Штокнинг кўндаланг кесим юзи:

$$F_2 = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}785 \cdot 5{,}6^2 = 24{,}65 \text{ см}^2 = 2{,}465 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Штокдаги кучланишни топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F_2} = \frac{12560}{24{,}65} = 510 \text{ кг/см}^2 = \frac{1{,}23 \cdot 10^5}{2{,}465 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Штокнинг қисқариши қуйидагига тенг:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF^2} = \frac{12560 \cdot 75}{2 \cdot 10^6 \cdot 24{,}65} = 0{,}0191 \text{ см} = \frac{1{,}23 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 10^{-2}}{19{,}62 \cdot 10^{10} \cdot 2{,}465 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 191 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

**1.2.** Агар поезд жойидан қўзғалаётганда кучланиш пўлатнинг оқувчанлик чегарасидан ошмаслиги лозим бўлса, темир йўл вагонлари тортқиси винти материали учун статик нагрузкани ҳисоблашда рухсат этилган кучланиш қандай бўлиши лозим? Оқувчанлик чегарасини $\sigma_T = 0{,}6\ \sigma_B$, мустаҳкамлик чегарасини $\sigma_B = 50$ Н/мм² деб оламиз. Поезд жойидан тўсатдан қўзғалгандаги кучланиш аста-секин қўзғалгандагидан иккки марта катта бўлишини ҳисобга олинг.

*Жавоб:* 1500 Н/см².

**1.3.** Баландлиги 3 м бўлган чўян устуннинг кўндаланг кесими ҳалқасимон бўлиб, ташқи диаметри 25 см, ички диаметри 20 см. Колонна 50 кН куч билан сиқилади. Кўндаланг кесим юзидаги кучланиш, абсолют ва нисбий сиқилиш нимага тенг?

*Жавоб:* $\sigma = 283$ Н/см²; $\Delta l = 0{,}71$ мм; $\varepsilon = 2{,}36 \cdot 10^{-4}$.

**1.4.** Ёғоч устуннинг кўндаланг кесими доира бўлиб, диаметри 20 см. Агар ундаги сиқувчи кучланиш 4 МПа дан ошмаса, устун қанча юк кўтара олиши мумкин?

*Жавоб.* 125,7 кН.

**1.5.** Думалоқ кесимли пўлат стержень 100 кН куч билан чўзилади. Нисбий узайиш 1/2000 дан ошмаслиги, кучланиш 120 МПа дан ошмаслиги лозим. Стерженнинг шу шартларни қаноатлантирадиган энг кичик диаметрини топинг.

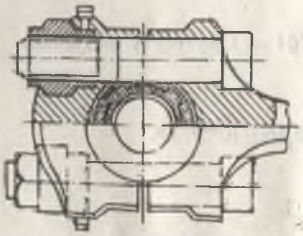
*Жавоб:* 3,57 см.

**1.6.** Шатун ажраладиган каллагининг иккала қисмини бириктирадиган икки болтдан ҳар бирининг диаметрини аниқланг (расмга қаранг). Шатундаги зўриқиш $P = 128$ кН; болт материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 600$ Н/см².

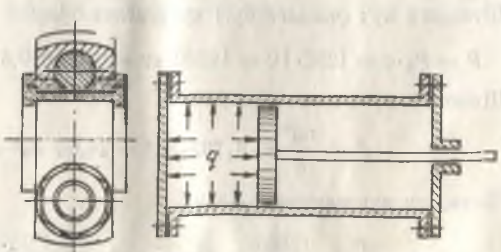
*Жавоб:* 37 мм.

**1.7.** Двигатель цилиндридаги иш босими (ташқи босимдан ортиқча босим) $q = 10$ ат, цилиндрнинг ички диаметри 350 мм (расмга қаранг). Агар болт материали учун рухсат этилган кучланиш 40 МПа бўлса, қопқоқни цилиндр деворига маҳкамлаш учун диаметри 18 мм ли болтдан қанча керак бўлади?

*Жавоб:* 10 та болт.

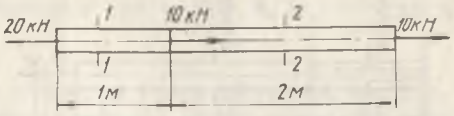


1.6- масалага оид




1.7- масалага оид

**1.8.** Агар пўлат стерженнинг кўндаланг кесим юзаси 4 см² бўлса, расмда кўрсатилганидек юкланган пўлат стержень *1—1* ва *2—2* кесимларидаги кучланишни ва унинг тўлиқ узайишини аниқланг.




1.8- масалага оид

*Ечиш.* Стерженни *1—1* кесим билан хаёлан кесамиз ва масалан, ўнг қисмини ташлаб юборамиз, чап қисмини ҳам ташлаб юбориш мумкин эди, одатда ечимни соддалаштириш учун стерженнинг кўпроқ куч қўйилган қисми ташлаб юборилади. Қолган чап қисмидаги қўйилган 20 кН кучни мувозанатлаш учун *1—1* кесимдаги ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ҳам 20 кН га тенг бўлиши ва ўнгга, яъни қолган қисмидан ташқи томонга йўналиши лозим. Шундай қилиб, *1—1* кесимда чўзувчи зўриқиш ҳам $N_1=20$ кН га тенг. Шундай мулоҳаза юритиб, *2—2* кесимдаги зўриқиш ҳам чўзувчи ва $N_2=20$ кН га тенг эканлигини аниқлаймиз. Энди кучланишни топишимиз мумкин. *1—1* кесимдаги кучланиш

$$\sigma_{1-1}=\frac{N_1}{F}=\frac{20000}{4\cdot10^{-4}}=5\cdot10^7\ \text{Н/м}^2$$

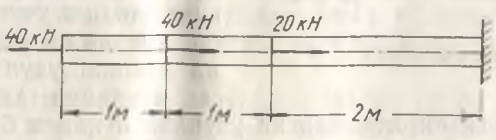
*2 — 2* кесимда эса $\sigma_{2-2}=\dfrac{N_2}{F}=\dfrac{10000}{4\cdot10^{-4}}=2{,}5\cdot10^7\ \text{Н/м}^2$

Чап қисмдаги (1 м узунликдаги) зўриқиш ўнг қисмдаги (2 м узунликдаги) зўриқишга тенг бўлмаганлиги учун ҳар бир участкадаги деформацияни алоҳида-алоҳида топиш лозим. Стерженнинг тўлиқ деформацияси айрим қисмлардаги деформацияларни қўшиш йўли билан (улар ҳар хил ишорали бўлса, алгебраик қўшиш йўли билан) топилади. Ушбу ҳолда

$$\Delta l_1=\Delta l_1+\Delta l_2=\frac{N_1l_1}{EF}+\frac{N_2l_2}{EF}=\frac{2\cdot10^4\cdot1}{2\cdot10^{11}\cdot4\cdot10^{-4}}+$$

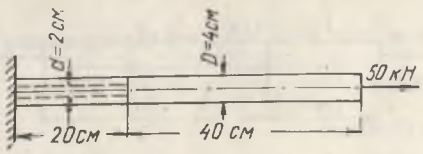
$$+\frac{1\cdot10^4\cdot2}{2\cdot10^{11}\cdot4\cdot10^{-4}}=0{,}0000\ 5\ \text{м}\approx0{,}5\ \text{мм}.$$

**1.9.** Расмда кўрсатилган пўлат стерженнинг барча участкаларидаги кучланишларни ва унинг тўлиқ деформациясини топинг. Стерженнинг кўндаланг кесими 5 см².




1.9- масалага оид

*Жавоб:* Чап участкада $\sigma=80$ МПа, ўрта участкада $\sigma=0$, ўнг участкада $\sigma=-40$ МПа, $\Delta l=0$.




1.10- масалага оид

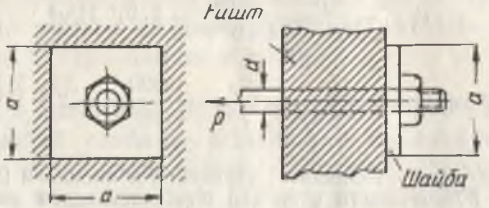
**1.10.** Расмда тасвирланган пўлат стерженнинг ўнг қисмидаги кесими яхлит думалоқ, чап қисмидаги кесими ҳалқасимон. Стерженнинг иккала қисмидаги кучланишларни ва унинг тўлиқ узайишини топинг.

*Жавоб:* Чап участкада $\sigma=53{,}1$ МПа, ўнг участкада $\sigma=39{,}7$ МПа; $\Delta l=0{,}132$ мм.

**1.11.** Ҳалқасимон кўндаланг кесимли полиэтилен трубканинг ташқи диаметри 5 см, у 2400 Н куч билан чўзилган. Рухсат этилган кучланиш 3,4 МПа бўлса, деворнинг зарур қалинлигини аниқланг.

*Жавоб:* 5 мм.

**1.12** Диаметри $d=30$ мм бўлган тортқи зўриқиш $P$ билан чўзилган (расмга қаранг), бу зўриқиш унда 80 МПа кучланиш

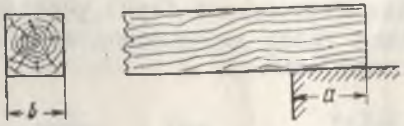



1.12- масалага оид

вужудга келтиради. Агар ғишт деворни эзиш, (маҳаллий сиқиш)га рухсат этилган кучланиш 1 МПа бўлса, квадрат шайбанинг $a$ томони қанча см бўлиши лозим.

*Жавоб:* 24 см.

**1.13.** Эни $b=15$ см бўлган ёғоч брус ғишт деворга тиралади (расмга қаранг). Брусниг шу учи орқали деворга 30 кН босим узатилади. Агар брус ёғочини толаларига кўндалангига эзилиш учун рухсат этилган кучланиш 1,2 МПа, деворни эзилиш учун рухсат этилган кучланиш 1,0 МПа бўлса, брусни деворга киритиладиган узунлик $a$ қанча бўлиши керак? Босимни брус деворга тегиш юзаси бўйлаб бир текис тақсимланган деб фараз қилинади.




1.13- масалага оид

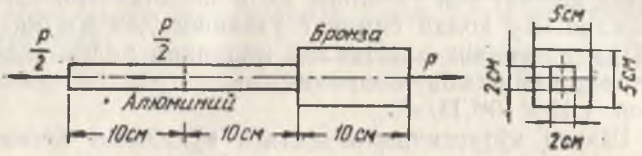
*Жавоб:* 20 см.

**1.14.** Брус 75 кН зўриқиш билан чўзилган, у диаметри 2 мм ли симлардан иборат. Тросдаги симларнинг қиялигини ҳисобга

олганда рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=300$ МПа, тросдаги симлар сонини аниқланг.

*Жавоб:* 80 та сим.

**1.15.** Расмда кўрсатилган стержень ўзига қўйилган юк таъсирида 0,2 мм чўзилади. Алюминийнинг эластиклик модули




1.15-масалага оид

$0{,}75\cdot10^{11}$ Н/м$^2$, бронзаники $1{,}1\times10^{11}$ Н/м$^2$ қабул қилинган. Юк қиймати $P$ аниқлансин.

*Жавоб:* 36,7 кН.

**1.16.** Кўприкнинг пўлат фермасига синаш учун юк қўйилганда ферма элементларидан бирига қўйилган тензометр кўрсаткичлари орасидаги фарқ 12 мм га тенг бўлди. Тензометрнинг базаси (деформация ўлчанадиган узунлиги) 20 мм, унинг катталаш коэффициенти 1000, синалаётган элементдаги кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Кучланишни Гук қонуни бўйича аниқлаймиз. Абсолют деформация тензометр кўрсатишлари фарқининг унинг катталашиш коэффициентига бўлинганига тенг:

$$\Delta l=\frac{\Delta}{k}=\frac{12}{1000}=0{,}012 \text{ мм}.$$

Нисбий деформация абсолют деформациянинг асбобнинг базасига нисбатига тенг:

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{0{,}012}{20}=0{,}0006.$$

Биз қидираётган кучланиш:

$$\sigma=E\varepsilon\approx2\cdot10^5\cdot0{,}0006=120 \text{ МПа}$$

**1.17.** Агар катталашиши 1000, ҳисоблаш аниқлиги 0,11 мм бўлса, кучланиш эса камида 1,0 МПа аниқликда ўлчаниши лозим бўлса, пўлат детални синаш учун мўлжалланган тензометрнинг минимал базаси қанчага тенг бўлади.

*Жавоб:* 20 мм.

**1.18.** Диаметри 1,2 мм ли симни базаси 10 см ли тензометр ёрдамида 100 Н юк билан синаш пайтида узайиши 0,08 мм ни ташкил қилди. Сим материали нормал эластиклиги модули нимага тенг?

*Жавоб:* $1{,}1\times10^{11}$ Н/м$^2$.

**1.19.** 100 кН юкни ўлчаганда кўндаланг кесими 10 см$^2$ ли деталга қўйилган тензометр ҳисоблари фарқи 25 мм га тенг

бўлди. Тензометр базаси 100 мм, унинг катталаштириши 500. Шу деталь материалининг эластиклик модули нимага тенг?

*Жавоб:* $2\times10^{11}$ Н/м².

**1.20.** Узунлиги 3 м ва диаметри 1,6 м ли пўлат симга маълум юк осилганда симнинг чўзилиши 1,5 мм га тенг бўлди. Кейин ўша юкнинг ўзи узунлиги 1,8 м ва диаметри 3,2 мм мис симга осилди. Бу ҳолда симнинг узайиши 0,39 мм ни ташкил қилди. Пўлат симнинг эластиклик модулини билган ҳолда мис симнинг эластиклик модулини аниқланг.

*Жавоб:* $1{,}15\times10^{11}$ Н/м².

**1.21.** Шахта кўтаргичининг катаги кўндаланг кесим юзаси 100 мм² ва узунлиги катак оғирлиги билан юкланганда 100 м га тенг бўлган тросга осилган. Катакка 3500 Н руда юкланганда троснинг узайиши 3 см га тенг бўлди. Троснинг эластиклик модулини аниқланг.

*Жавоб:* $1{,}75\times10^{11}$, Н/м².

**1.22.** Намунани маълум юк билан чўзилишга синаш пайтида бўйлама деформацияни ўлчаётган тензометр № 1 ҳисоблари фарқи 10,4 мм га, кўндаланг деформацияни ўлчаётган тензометр № 2 ники эса 7,8 мм га тенг бўлди. Тензометр № 1 нинг базаси 20 мм, тензометр № 2 ники 60 мм. Иккала тензометрнинг катталаштириши бир хил. Пауссон коэффициентини топинг.

*Жавоб:* 0,25.

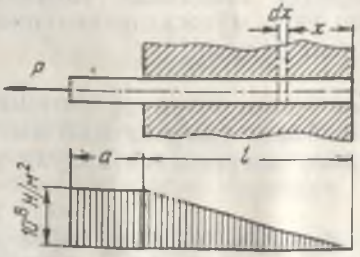
**1.23.** Диаметри 30 мм ли думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень синаш машинасида 125 кН зўриқиш билан чўзилган. Тензометрлар ёрдамида 50 мм узунликда унинг узайиши ўлчанганда 0,43 мм чиққан, диаметри эса 0,007 мм га ўзгарган. Стержень материалининг эластиклик модулини ва пуассон коэффициентини аниқланг.

*Жавоб:* $E=2{,}06\times10^{11}$ Н/м² $\mu=0{,}271$.

**1.24.** Модули Е бўлган материалдан қилинган кўндаланг кесими $F$ ли ингичка халқанинг $q$ интенсивликдаги текис тақсимланган ички босим таъсирида $D$ диаметрининг ўзгариш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\Delta D=\frac{qD^2}{2EF}$

**1.25.** Бетон деворга пўлат стержень қўйиб кетилган (расм, *а*). Уни чиқариб олиш учун $P=$ 20 кН куч керак. Пўлат стерженнинг узунлиги бўйича бир текис тақсимланган илашиш кучлари бунга тўсқинлик қилади. Стержень кўндаланг кесим юзаси 2 см², узунлиги $l=40$ см, $a=15$ см. Стержень узунлиги бўйича кесимлардаги кучланишларнинг ўзгариш эпюрасини (графигини) ясанг ва узайишини топинг.




1.25- масалага оид

*Ечим.* Стержень $a$ узунликдаги қисмининг исталган кесимида кучланиш бир хил бўлиб, қуйидагига тенг

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{20000}{2 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^{8} \text{ Н/м}^2$$

Стержень $l$ узунликдаги қисмида мувозанатлик шартига кўра илашиш кучларининг тенг таъсир этувчиси $P$ кучга тенглашиши керак. Масала шартига кўра бу куч $l$ узунликда бир текис тарқалган. Демак, бу узунлик бирлигига куч $P = P/l$ тўғри келади.

Стержень ўнг учидан $x$ масофадаги кесимни олиб кўрамиз. Бунда кесимнинг ўнгроғида илашиш кучларининг тенг таъсир этувчиси қуйидагига тенг бўлади:

$$N = px = \frac{P}{l} x.$$

Стерженнинг чап қисмини ташлаб, мувозанатлик шартидан қолган ўнг қисмида кесимдаги зўриқиш $N$ га тенглигини ҳосил қиламиз. Бунда стержень ўнг учидан $x$ масофадаги кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma(x) = \frac{N}{F} = \frac{Px}{lF},$$

Стерженнинг ўнг учидан $x=0$ бўлганда, улар нолга тенг бўлади, ўнг учидан $l$ масофадаги кучланиш:

$$\sigma_l = \frac{Pl}{lF} = \frac{P}{F} = \frac{20 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$$

Стержень узунлиги бўйича кучланишлар эпюраси расм, *б* да берилган. Стерженнинг $a$ узунликдаги қисмининг узайиши:

$$\Delta la = \frac{P_a}{EF} \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 15 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 7{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Стерженнинг $l$ узунликдаги қисми узайишини аниқлаш учун ўнг учидан $x$ масофада стерженнинг $dx$ узунликдаги узлуксиз кичик қисмини ажратамиз. Бу кесимдаги зўриқиш олдин аниқланган эди. Шунда стержень узунлигининг шу узлуксиз кичик қисмининг узайиши қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta dx = \frac{Ndx}{EF} = \frac{Px \cdot dx}{l \cdot EF},$$

Стерженнинг $l$ узунликдаги қисмининг узайишини интеграллаш йўли билан ҳосил қиламиз:

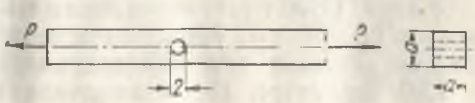
$$\Delta l_l = \int_0^l \Delta dx = \int_0^l \frac{Pxdx}{lEF} = \frac{Pl}{2EF} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Бутун стерженнинг тўлиқ узайиши $\Delta l$ қуйидагига тенг бўлади:

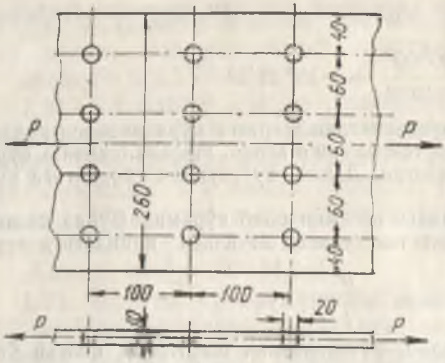
$$\Delta l = \Delta_l + \Delta l_a = 1 \cdot 10^{-3} + 7{,}5 \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-4} + 7{,}5 \cdot 10^{-5} = 17{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

**1.26.** Квадрат кўндаланг кесимли стержень $P = 1500$ Н кучлар билан чўзилади (расмга қаранг). У очиқ тешик билан (диаметри 2 мм) бўшашган. Стержень материали учун рухсат этилган кучланиш 100 МПа бўлганда кесимнинг $a$ томони қанчага тенг бўлиши лозим?

*Жавоб:* 5 мм.




1.26- масалага оид




1.28- масалага оид

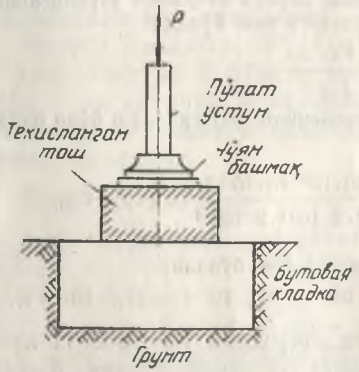
**1.27.** Эни 20 см ва қалинлиги 20 мм бўлган пўлат полоса ўз ўқида жойлашган, болт ўтадиган диаметри 25 мм ли тешик билан кучсизланган. Агар полоса материалининг мустаҳкамлик чегараси 480 МПа, запас коэффициенти 3 бўлса, полосани қанча юк билан чўзиш мумкин?

*Жавоб:* 560 кН.

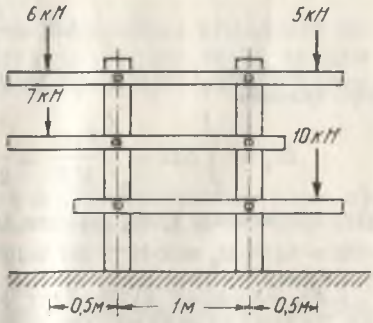
**1.28.** Пўлат полоса бўйлама кучлар билан чўзилган (расмга қаранг), у заклёпкалар ўтадиган, диаметри 20 мм ли тешиклар билан кучсизланган. Агар рухсат этилган кучланиш 160 МПа бўлса, полоса қандай энг катта юк билан чўзилиши мумкин?

*Жавоб:* 288 кН.

**1.29.** Расмда тасвирланган конструкция айрим қисмларининг кўндаланг кесимлари квадратлардан иборат. Маҳаллий қисиш эзишга рухсат этилган кучланишлар қуйидагича бўлганда кесимларнинг ўлчамини аниқланг: пўлат учун $[\sigma_п] = 140$ МПа, чўян учун $[\sigma_ч] = 100$ МПа, тош йўниш учун $[\sigma_т] = 4$ МПа, ҳарсанг тошдан терилган девор учун $[\sigma_х] = 1{,}5$ МПа, тупроқ қум учун $[\sigma_к] = 0{,}5$ МПа. Нагрузка P = 1000 кН, конструкция қисмларининг ўз оғирлиги ҳисобга олинмасин.




1.29- масалага оид




1.30- масалага оид

*Жавоб:* Пўлат устуннинг кесими 10×10 см, чўян бошмоқнинг кесими 50×50 см, йўнилган тош пойдеворининг кесими 82×82 см, ҳарсанг тош пойдеворнинг кесими 142×142 см.

**1.30.** Диаметри 10 см ли доира кўндаланг кесимли иккита устун расмда кўрсатилганидек юкланган. Горизонтал элементлар устунларга шарнирли бириктирилган деб фараз қилайлик.

Иккала устуннинг юқори, ўрта ва пастки қисмлари кесимларидаги кучланишларни аниқланг.

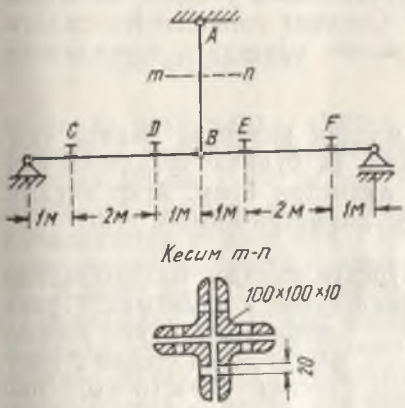
*Жавоб:* Барча кучланишлар қисувчи (Н/м²).

| Чап устунда | Ўнг устунда |
|---|---|
| Юқори қисмида $8{,}3 \cdot 10^5$ | Юқори қисмида $5{,}7 \cdot 10^5$ |
| Ўрта қисмида $21{,}6 \cdot 10^5$ | Ўрта қисмида $1{,}3 \cdot 10^5$ |
| Пастки қисмида $15{,}3 \cdot 10^5$ | Пастки қисмида $20{,}4 \cdot 10^5$ |

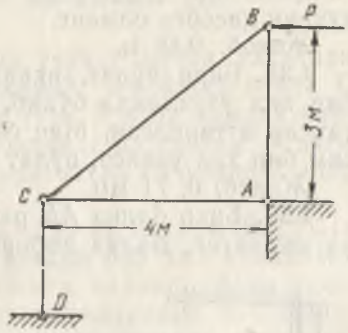
**1.31.** Парчин михлар ўтадиган тешиклар билан кучсизланган осма *AB* хавфли кесимидаги кучланишни аниқланг (расмга қаранг). *C, D, E, F* нуқталарда конструкцияга 200 кН дан босим тушади.

*Жавоб:* 65,9 МПа.

**1.32.** $P = 100$ кН куч конструкцияга расмда кўрсатилганидек таъсир қилади. Барча стерженларнинг кўндаланг кесими бир хил бўлиб, иккита тенг ёнли бурчаклик 80×80×8 дан иборат.




1.31- масалага оид




1.32- масалага оид

Стерженлардаги кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{AB} = 30{,}5$ МПа; $\sigma_{AC} = 40{,}6$ МПа

$\sigma_{BC} = -50{,}9$ МПа; $\sigma_{CD} = -30{,}5$ МПа

**1.33.** Учларида жойлашган иккита арқон *BAC* ёрдамида ғўла *A* қия текислик *BD* да кўтарилмоқда (расмга қаранг). Арқонларнинг пастки учлари расмда кўрсатилгандек маҳкамланган. Арқонларнинг юқори учларига *P* кучлар қўйилган. Агар ғўланинг оғирлиги 3 кН, арқон кўндаланг кесимининг иш юзаси 1,17 см² ва унинг учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 5{,}5$

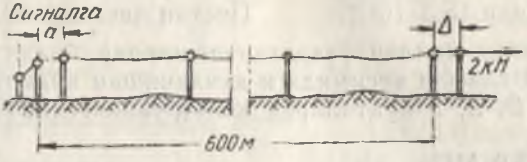



1.33- масалага оид

МПа бўлса, арқонларнинг мустаҳкамлигини текширинг. Ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмайди.

*Жавоб:* $\sigma = 4{,}15$ МПа $< 5{,}5$ МПа.

**1.34.** Темир йўл сигналини ҳаракатга келтирадиган диаметри 5 мм ва узунлиги 600 мм бўлган пўлат сим расмда кўрсатилгандек роликларда жойлашган. Агар пўлат симнинг сигнал




1.34- масалага оид

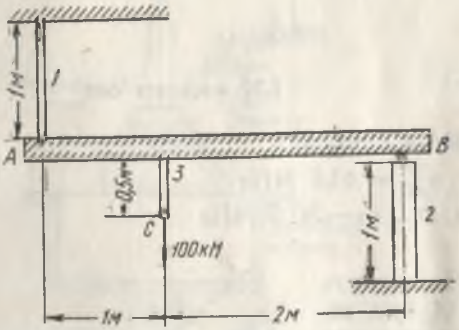
олдидаги учининг силжиши $a = 17{,}5$ см бўлса, зўриқиш 2 кН бўлганда пўлат симнинг сигнал буткасидаги учининг силжиши $\triangle$ қанчага тенглигини аниқланг? Симнинг роликлар орасидаги салқилигини ҳамда сим билан ролик орасидаги ишқаланиш кучини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 0,48 м.

**1.35.** Бири пўлат, иккинчиси мисдан қилинган иккита сим бир хил узунликда бўлиб, бир хил ўқ бўйича чўзадиган куч таъсир эттирилган. Мис симнинг диаметри 1 мм. Агар иккала сим бир хил узайса, пўлат симнинг диаметри нимага тенг?

*Жавоб:* 0, 71 мм.

**1.36.** Бикр балка $AB$ расмда кўрсатилганидек маҳкамланган ва юкланган. Балка деформациясини ҳисобга олмаймиз. Пўлат стержень *1* нинг кесими 10 см², ёғоч стойка *2* нинг кесими $10 \times 10$ см, мис стержень *3* нинг кесими 30 см². Нуқта $C$ нинг пасайишини аниқланг.




1.36- масалага оид

*Жавоб:* 0,5 мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м.

**1.37.** Узунлиги 5 м ли пўлат стержень 250 кН куч билан чўзилган. Стерженнинг ҳажми қанча катталашишини аниқланг. Ҳодиса эластик чегараларда ўтади.

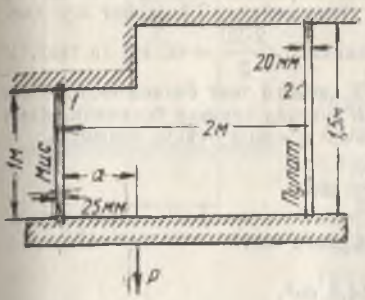
*Жавоб:* 2,5 см³ $= 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ м³.

**1.38.** Думалоқ кесимли тортқилар *1* ва *2* га бикр брус горизонтал осилган (расмга қаранг). Брусниннг деформациясини ҳисобга олмаймиз. Деформацияланган кейин ҳам горизонтал қолиши учун юк $P$ тортқи *1* дан қанча масофа $a$ да бўлиши ке-

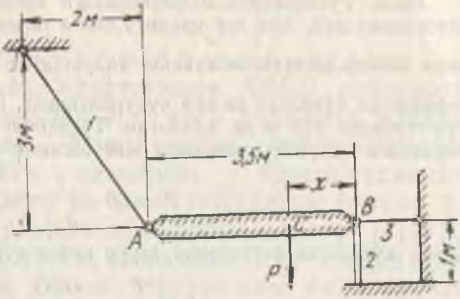
рак? Бу ҳолда, агар $P=30$ кН бўлса, тортқилардаги кучланишлар нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* $a=1{,}08$ м, $\sigma_1=33{,}0$ МПа, $\sigma_2=44{,}0$ МПа.

**1.39.** Бикр брус $AB$ расмда кўрсатилганидек юкланган ва маҳкамланган. Тортқи *1* пўлатдан қилинган, диаметри 25 мм ли думалоқ кесимли, стойка *2* ёғочдан қилинган, $20\times20$ см квадрат кесимли, брус $A$ учининг пасайиши $B$ учининг паса-




1.38- масалага оид

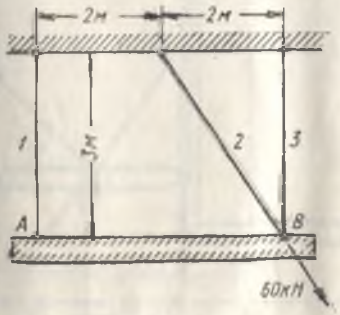



1.39- масалага оид

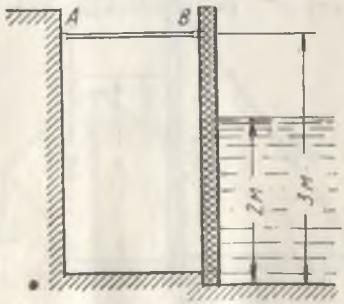
йишидан икки марта камроқ бўлиши учун $P$ кучни таянчдан қандай $x$ масофада жойлаштириш керак? Бу ҳолда нуқта $C$ нинг пасайиши 1 мм га тенг бўлиши учун $P$ кучи қандай қийматга эга бўлиши керак? Шунда тортқи *1* ва стойка *2* даги кучланишлар нимага тенг бўлади? Горизонтал стержень *3* нинг деформацияси ҳисобга олинмасин.

*Жавоб:* $x=8{,}1$ см; $P=414$ кН; $\sigma_1=23{,}4$ МПа; $\sigma_2=10{,}1$ МПа

**1.40.** Брус $AB$ 10 см$^2$ юзага тенг бўлган бир хил кўндаланг кесимли учта стерженга осилган (расмга қаранг). Агар стерженлар пўлатдан қилинган бўлса, стерженлардаги кучланишларни ҳамда $A$ нуқтанинг кўчишини ва йўналишини аниқланг. Расмда кўрсатилганидек куч 60 кН стержень *2* бўйлаб йўналган.




1.40- масалага оид




1.41- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma_1=\sigma_3=0$; $\sigma_2=60$ МПа, нуқта А горизонтал силжийди ва силжиши 1,95 мм га тенг.

**1.41.** Ёғоч тиргаклар *AB* (расмга қаранг) сув ўтказмайдиган тўсиқни сув таъсирида ағдарилишдан сақлаб туради. Тираклар ҳар 3 м дан кейин қўйилган. Агар ёғоч учун сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=3{,}0$ МПа бўлса, тиргакнинг думалоқ кесимини танланг.

*Ечим.* Тўсиқнинг 3 м узунликдаги қисмини ажратамиз (чизма текислигига перпендикуляр). Ана шу қисмига битта тирак тўғри келади. Тўсиқнинг шу қисмига таъсир қиладиган сувнинг гидростатик босими $3\cdot\frac{2\cdot 20}{2}=60$ кН га тенг. У горизонтал йўналган ва сув чуқурлигининг 1/3 қисмига тенг баландликда, яъни сув тубидан 2/3 м да қўйилган. Тўсиқнинг *B* нуқтада тиракка босимини, яъни тиракдаги қисувчи зўриқишга тенг босимни ричаг қоидаси бўйича топамиз.

$$P=60\cdot\frac{2}{3\cdot 3}=\frac{40}{3}\ \text{кН}.$$

Тирак кўндаланг кесимининг зарур юзаси қуйидагига тенг:

$$F=\frac{P}{[\sigma]}=\frac{4000}{3\cdot 30}=44{,}5\ \text{см}^2.$$

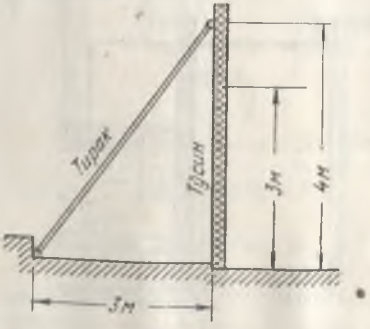
Тиракнинг диаметри:

$$d\geqslant 2\sqrt{\frac{F}{\pi}}=2\sqrt{\frac{44{,}5}{3{,}14}}=7{,}5\ \text{см}=74\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

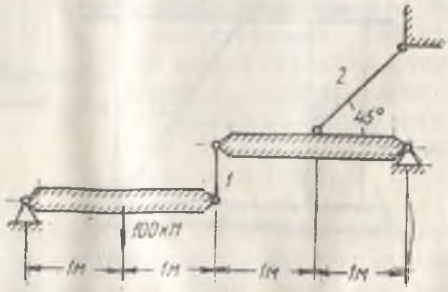
**1.42.** Сув ўтказмайдиган тўсиқни ағдарилишдан сақлаб турадиган қия тиргаклар орасидаги энг катта йўл қўйиладиган масофани аниқланг (расмга қаранг). Қия тиргаклар ёғочдан қилинган бўлиб, думалоқ кўндаланг кесимининг диаметри 15 см га тенг. Қия тиргаклар материалининг рухсат этилган кучланиши 2 МПа.

*Жавоб:* 1,88 м.

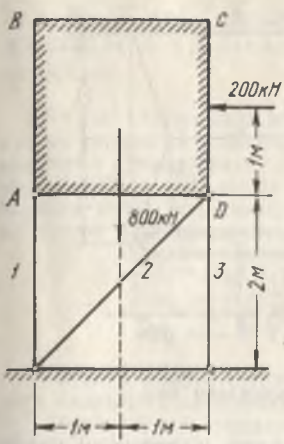
**1.43.** Тортқилар *1* ва *2* нинг думалоқ кўндаланг кесими диаметрини аниқланган (расмга қаранг). Қия тортқи материали учун рухсат этилган кучланишни 100 МПа деб олинг.



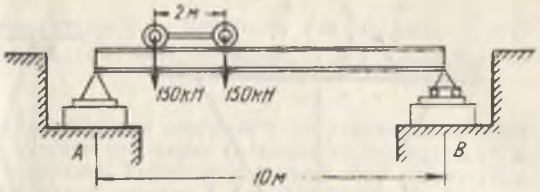

1.42- масалага оид




1.43- масалага оид




1.44- масалага оид




1.45- масалага оид

*Жавоб:* $d_1 = 25{,}2$ мм: $d_2 = 42{,}4$ мм.

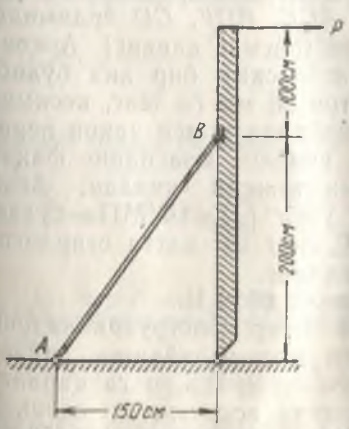
**1.44.** Конструкция *ABCD* пойдеворга стерженлар *1, 2* ва *3* ёрдамида маҳкамланган. Конструкция деформациясини ҳисобга олмаймиз. Конструкциянинг оғирлиги ва унга тушадиган ёнлама босим расмда кўрсатилган. Агар $[\sigma] = 100$ МПа бўлса, стойкалар *1* ва *3* ҳамда қия тирак *2* нинг (тўртта тенг ёнли бурчакликдан иборат) кесимини танланг.

*Жавоб:* Стойка *1* нинг кесими — бурчаклик $80\times80\times8$, қия тирак *2* нинг кесими — бурчаклик $63\times63\times6$, стойка *3* кесими — бурчаклик $32\times32\times4$.

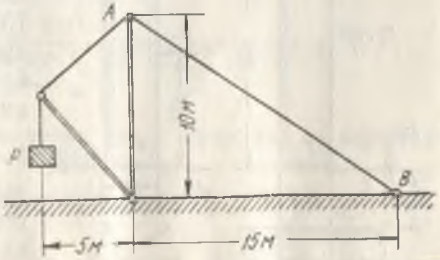
**1.45.** Кўприк балкаси ферма остидаги тош пойдевор *A* ва *B* га расмда кўрсатилгандек тиралади. Балка устида бир-бирига боғланган ва ҳар бири 150 кН дан бўлган юк ҳаракатланади. Агар ферма тагидаги тош пойдевор учун рухсат этилган кучланиш 0,9 МПа бўлса, пойдевор планда квадратлардан иборат бўлса, юкнинг энг ноқулай вазияти учун ферма ости пойдеворининг пландаги ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $55\times55$ см $= 0{,}55\times0{,}55$ м.

**1.46.** Бикр стержень (расмга қаранг) куч *P* билан юкланган ва уни диаметри 20 мм ли думалоқ кўндаланг кесимдаги қия пўлат тортқи *AB* ағдарилиб кетишдан ушлаб туради. Энг катта йўл қўйиладиган юк *P* ни ва куч қўйиладиган нуқтанинг



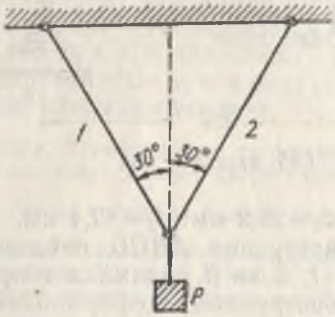

1.46- масалага оид



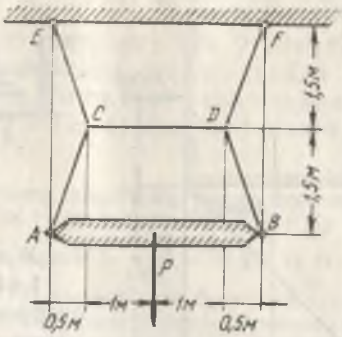

1.47- масалага оид



Б
БИ
КА
№ И-0.93




1.48- масалага оид




1.49- масалага оид

горизонтал кўчиш қийматини аниқланг. Тортқи материали учун рухсат этилган кучланиш 160 МПа га тенг.

*Жавоб:* P = 20,1 кН: δ = 5 мм = $5 \cdot 10^{-3}$ м.

**1.47.** Расмда кўтариш крани кўрсатилган. Унинг тортқиси *AB* кўндаланг кесими 500 мм² ли пўлат симарқон ҳисобланади. Симарқон учун рухсат этилган кучланиш 80 МПа га тенг. Тортқининг мустаҳкамлик шартига кўра, краннинг юк кўтарувчанлиги (максимал юк *P* нинг қиймати) нимага тенг?

*Жавоб:* 66,7 кН.

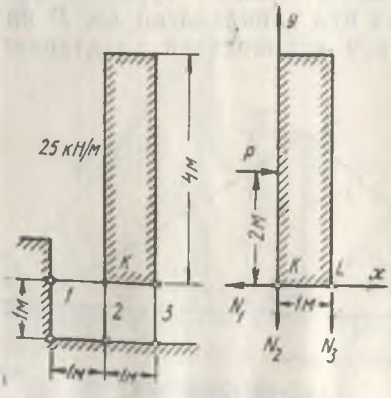
**1.48.** Юк *P* иккита стерженга расмда кўрсатилгандек осилган. Думалоқ кўндаланг кесимининг диаметри 30 мм бўлган стержень *1* нинг материали учун рухсат этилган кучланиш 160 МПа диаметри 40 мм бўлган думалоқ кўндаланг кесимли стержень *2* материалининг рухсат этилган кучланиши 60 МПа. Бу конструкция кўпи билан қанча юк *P* га чидаши мумкин?

*Жавоб:* 130 кН.

**1.49.** Оғирлиги *P* бўлган бикр брус *AB* жут арқонлар системаси *ACE, BDF, CD* ёрдамида осилган (расмга қаранг). Арқонларнинг кесими бир хил бўлиб, диаметри 25 мм га тенг, кесимининг фойдали юзаси арқон периметри ичидаги юзасининг фақат 75% ини ташкил қилади. Агар арқон учун [σ] = 10 МПа бўлса, брус *P* нинг энг катта оғирлигини аниқланг.

*Жавоб:* 6950 Н.

**1.50.** Бикр конструкцияни пойдеворга маҳкамлайдиган пўлат стерженлар (расм, *а* га қаранг) қуйидагича ясалган: стержень *1* — тўртта бурчаклик 50×50×5 дан, стержень *2* — иккита швел-




1.50- масалага оид

лер № 12 дан стержень 3— битта двутавр № 20 дан. Стерженлардаги кучланишни ва шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини аниқланг.

*Ечим.* Стерженлардаги зўриқишларни аниқлаш учун уларни хаёлан кесамиз ва қирқилган жойларида чўзувчи деб фараз қилинадиган номаълум зўриқишларни қўямиз (расм, *б* га қаранг). Горизонтал юкнинг тенг таъсир этувчиси $P=25\times4=100$ кН га тенг бўлиб, шарнир $K$ дан 2 м баландга қўйилган. Шундан кейин стерженлардаги зўриқишлар учун мувозанатлик тенгламасини ва юкнинг тенг таъсир этувчисининг мувозанатлик тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma X = P - N_1 = 0 \qquad \text{бундан} \quad N_1 = P$$
$$\Sigma m_K = -P\cdot 2 - N_3\cdot 1 = 0. \qquad N_3 = -2P;$$
$$\Sigma m_L = -P\cdot 2 + N_2\cdot 1 = 0, \qquad N_2 = 2P.$$

Шундай қилиб, стерженлар *1* ва *2* учун зўриқишлар ишораси ҳақидаги бизнинг тасаввуримиз тўғри, стержень *3* учун эса нотўғри бўлиб чиқди.

Сортаментдан стерженларнинг кўндаланг кесимлари юзаларини аниқлаймиз.

Стержень *1* учун $F_1 = 4\times4{,}80 = 19{,}2$ см$^2 = 19{,}2\cdot10^{-4}$ м$^2$;
Стержень *2* учун $F_2 = 2\times13{,}3 = 26{,}6$ см$^2 = 26{,}6\cdot10^{-4}$ м$^2$;
Стержень *3* учун $F_3 = 26{,}8$ см$^2 = 26.8\cdot10^{-4}$ м$^2$.

Зўриқишлар қийматларини ва кўндаланг кесимлар юзаларини билган ҳолда стерженлардаги кучланишларни ҳисоблаш мумкин.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{P}{F_1} = \frac{10000}{19{,}2} = 52{,}2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{2P}{F_2} = \frac{2\cdot10000}{26{,}6} = 75{,}2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = -\frac{28}{F_3} = \frac{2\cdot10000}{26{,}8} = -74{,}7 \text{ МПа}.$$

Шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини топиш учун олдин унинг горизонтал ва вертикал силжишларини аниқлаймиз. Бизнинг ҳолда горизонтал силжиш стержень *1* нинг узайишига тенг:

$$\Delta l_{гор} = \Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EF} = \frac{\sigma_1 l_1}{E} = \frac{52{,}2\cdot100}{2\cdot10^5} = 0{,}0261 \text{ см} = 0{,}261 \text{ мм} =$$
$$= 261\cdot10^{-6} \text{ м};$$

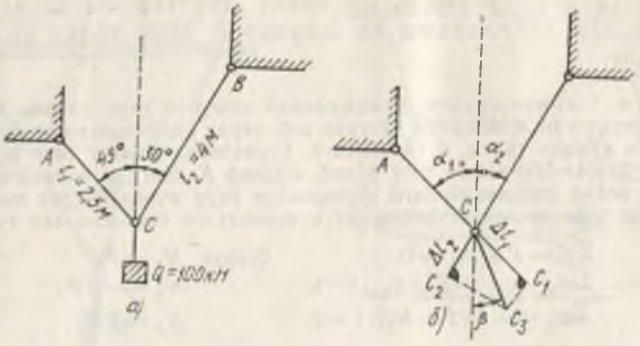
вертикал силжиш стержень *2* нинг узайишига тенг:

$$\Delta l_{верт} = \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EF_2} = \frac{\sigma_2 l_2}{E} = \frac{75{,}2\cdot100}{2\cdot10^5} = 0{,}0376 \text{ см} = 0{,}376 \text{ мм} =$$
$$= 376\cdot10^{-6} \text{ м}.$$

Шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини топиш учун горизонтал ва вертикал силжишларнинг геометрик йиғиндисини оламиз:

$$\Delta = \sqrt{\Delta^2_{гор} + \Delta^2_{верт}} = \sqrt{0{,}261^2 + 0{,}376^2} = 0{,}45 \text{ мм} = 45\cdot10^5 \text{ м}.$$

**1.51.** Юк $Q$ шарнир-стерженли система $ACB$ га осилган (расм, *а* га қаранг). Стержень $AB$ дюралюминийдан, стержень




1.51- масалага оид

*BC* пўлатдан ясалган. Пўлат ва дюралюминий учун рухсат этилган кучланиш бир хил ва $[\sigma]=150$ МПа деб олинган. Стерженлар кўндаланг кесимларининг юзасини танланг ҳамда нуқта *C* нинг горизонтал ва вертикал силжишларини топинг.

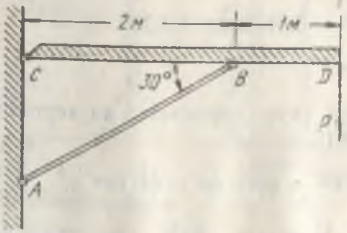
*Кўрсатма.* Нуқта *C* нинг силжишини аниқлаш учун унда стерженларни ажратамиз ва уларнинг янги узунликлари $AC_1$ ва $BC_1$ ни тасвирлаймиз, бунда эски узунликларни $\Delta l_1=CC_1$ ва $\Delta l_2=CC_2$ га катталаштирамиз (расм, *б* га қаранг). Нуқта *C* нинг янги вазиятини топиш учун узайтирилган стерженларни нуқта *A* ва *B* атрофида айлантириб, бир-бирига келтирамиз. Нуқта $C_1$ ва $C_2$ ёйлар $C_1C_3$ ва $C_2C_3$ бўйича силжийди, бу ёйларни кичик бўлгани учун $AC_1$ ва $BC_2$ ларга перпендикуляр тўғри чизиқлар деб қабул қилиш мумкин. Шунда кесма $CC_3$ биз қидираётган силжиш Δ бўлади. Бу кесмаларни вертикал билан ташкил қилган бурчакни β билан белгилаб, тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

$$\Delta=\frac{\Delta l_1}{\cos(\alpha_1-\beta)}=\frac{\Delta l^2}{\cos(\alpha_2-\beta)}.$$

Шу тенгламалардан β ни, сўнгра Δ ни ва унинг вертикал ҳамда горизонтал проекцияларини аниқлаймиз.

*Жавоб*: $F_{AC}=3{,}46$ см²; $F_{BC}=4{,}88$ см²;
$\Delta_{гор}=2{,}6$ мм; $\Delta_{верт}=5$ мм.

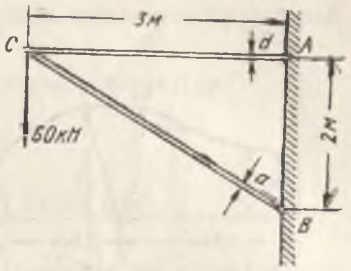
**1.52.** Бикр брус *CD* расмда кўрсатилгандек юкланган ва ёғоч қия тиргак *AB* билан мустаҳкамланган. Брусниг деформацияси ҳисобга олинмасин. Нуқта *D* нинг пасайиши ўлчаб кўрилганда, у 3 мм га тенглиги аниқланди. Қия тиргакдаги кучланишлар нимага тенг? Агар қия тиргакнинг кўндаланг кесими 20×20 см ўлчамли квадрат бўлса, нагрузка *P* нимага тенг?




1.52- масалага оид

*Жавоб:* σ=4,33 МПа *P*=57,8 кН.

**1.53.** Расмда тасвирланган кронштейнда стержень $AC$ пўлатдан, стержень $BC$ эса ёғочдан ясалган. Рухсат этилган кучланиш пўлат учун $[\sigma]=160$ МПа, ёғоч учун $[\sigma]=4$ МПа. Пўлат стерженнинг думалоқ кесими диаметри $d$ ни ҳамда ёғоч стерженнинг квадрат кесими томони $a$ ни танланг, тугун (узел) $C$ нинг горизонтал, вертикал ва тўлиқ силжишини аниқланг.



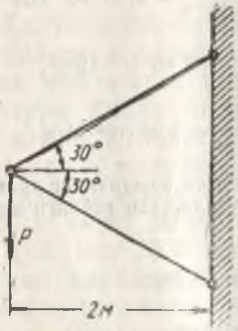

1.53- масалага оид

*Жавоб*: $d=27$ мм; $a=16{,}4$ см;

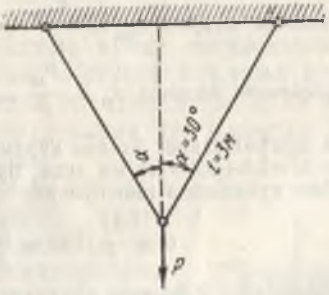
$\Delta_{верт}=6{,}2$ мм; $\Delta=6{,}64$ мм, $\Delta_{гор}=2{,}4$ мм $=24\cdot10^{-4}$ м.

**1.54.** Расмда тасвирланган кронштейн $P$ кучи билан юкланган. Иккала стержень пўлатдан ясалган. Устки стержень иккита швеллер № 12 дан, пасткиси иккита двутавр № 24 дан иборат. Чўзилишга йўл қўйилган кучланиш 160 МПа, сиқишга йўл қўйилган кучланиш — 100 МПа. Энг катта йўл қўйилган нагрузка $P$ ни ва нагрузка қўйилган узелнинг вертикал силжишини аниқланг.

*Жавоб:* $P=348$ кН, $\Delta=2{,}70$ мм $=27\cdot10^{-4}$ м.




1.54- масалага оид

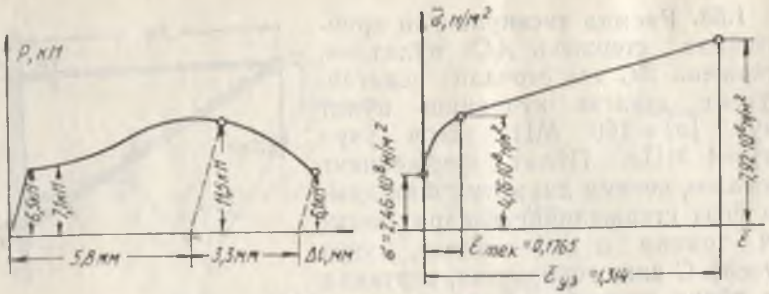



1.55- масалага оид

**1.55.** Кўндаланг кесими $F=1$ см$^2$ бўлган бир хил тортқига юк $P=10$ кН осилган (расмга қаранг). Тортқилар модули $E=1\times10^5$ МПа бўлган бир хил материалдан ясалган. Юк осилган нуқтанинг силжишини аниқланг. Агар бурчак $\alpha=52°$ бўлса, бу силжиш қандай ўзгаради?

Жавоб: 0,2 см. 2 марта катталашади.

**1.56.** Диаметри 6 мм ва каллаклар орасидаги узунлиги 30 мм бўлган пўлат стержень чўзилишга синалаётганда расм, *а* да тасвирланган диаграмма ҳосил бўлди. Узилиш жойида бўйиннинг диаметри 3,1 мм экан. Материалнинг шартли ва ҳақиқий характеристикаларини аниқланг ва ҳақиқий кучланишлар диаграммасини ясанг.




1.56- масалага оид

*Ечим.* Диаграммани кўздан кечириб (расм, *а*), биз шуни кўрамизки, пропорционаллик чегарасига $P_п = 650$ кг = 6380 Н нагрузка, оқувчанлик чегарасига эса $P_{оқ} = 710$ кг=6970 Н нагрузка, мустаҳкамлик чегарасига $P_м = 1150$ кг= = 11280 Н ва узилиш моментига $P_{уз} = 610$ кг = 5990 Н нагрузка тўғри келар экан. Намунанинг дастлабки кўндаланг кесим юзаси

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 6^2}{4} = 28{,}3 \text{ мм}^2 = 2{,}83 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

га тенг бўлганлиги учун тегишли шартли (кўндаланг кесимнинг дастлабки юзасига келтирилган) механик характеристикалар қуйидагиларга тенг бўлади:

пропорционаллик чегараси $\sigma_п = \frac{P_п}{F} = \frac{6380}{2{,}83 \cdot 10^{-5}} = 2{,}25 \cdot 10^8$ Н/м²,

оқувчанлик чегараси $\sigma_{оқ} = \frac{P_{оқ}}{F} = \frac{6970}{2{,}83 \cdot 10} = 2{,}46 \cdot 10^8$ Н/м²,

мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = \frac{P_м}{F} = \frac{11280}{2{,}83 \cdot 10^{-5}} = 3{,}98 \cdot 10^8$ Н/м.

Ўша программанинг ўзидан кўрамизки, узилган намунанинг тўлиқ қолдиқ узайиши $\Delta l = 5{,}8 + 3{,}3 = 9{,}1$ мм экан. Бу ҳолда узилишдан кейинги нисбий қолдиқ узайиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100 = \frac{9{,}1}{30} \cdot 100 = 30{,}3\%.$$

Узилиш жойидаги бўйиннинг кўндаланг кесим юзаси:

$$F_б = \frac{\pi d_б^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}1^2}{4} = 7{,}55 \text{ мм}^2 = 7{,}55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Бунда узилишдан кейин кўндаланг кесим юзасининг нисбий қолдиқ кичрайиши:

$$\psi = \frac{F - F_б}{F} \frac{28{,}3 - 7{,}55}{28{,}3} = 0{,}731 = 73{,}1\%.$$

Энди ҳақиқий характеристикаларни аниқлашга ўтамиз. Бунинг учун бир текис чегаравий қолдиқ узайиш $\Delta l_{тек}$ ни топиш лозим. Диаграммадан кўриниб турибдики, у $\Delta l_{тек} = 5{,}8$ мм га тенг. Шунда чегаравий нисбий бир текис қолдиқ узайиш қуйидагини ташкил қилади:

$$\varepsilon_т = \frac{\Delta l_{тек}}{l} = \frac{5{,}8}{30} = 0{,}193.$$

Мустаҳкамлик чегарасига тўғри келадиган ҳақиқий кучланишни шу формуладан аниқлаймиз:

$$\bar{\sigma}_м = \sigma_м (1 + \varepsilon_m) = 3{,}98 \cdot 10^8 (1 + 0{,}193) = 4{,}76 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2.$$

Узилиш пайтидаги ҳақиқий кучланиш:

$$\sigma_{уз} = \frac{P_{уз}}{F_б} = \frac{5990}{7{,}55 \cdot 10^{-6}} = 7{,}92 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$$

Ҳақиқий чегаравий нисбий бир текис қолдиқ узайишни шу формуладан топамиз:

$$\varepsilon_m = \ln (1 + \varepsilon_m) = \ln (1 + 0{,}193) = 0{,}1765.$$

Узилишдаги нисбий ҳақиқий қолдиқ узайишни ушбу формуладан топамиз:

$$\bar{\varepsilon}_{уз} = \ln \frac{1}{1 - \psi} = \ln \frac{1}{1 - 0{,}731} = 1{,}314.$$

Берилган ҳақиқий характеристикалар бўйича расм, *б* да кўрсатилган ҳақиқий кучланишлар диаграммасини ясаймиз.

## 2- §. Статик аниқланмайдиган системалар

**1.57.** Калта темир-бетон устун кўндаланг кесимининг ўлчамлари 25×25 см. У ҳар бирининг диаметри 20 мм дан бўлган ва симметрик жойлашган тўртта бўйлама пўлат стержендан иборат арматура билан таъминланган. Устунга бўйлама қисувчи кучи 600 кН юк қўйилган. Бетоннинг эластиклик модули пўлатнинг эластиклик модулидан 10 марта кичик деб олинган. Бетон ва арматурадаги зўриқишни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_б = 8{,}1$ МПа, $\sigma_а = 81{,}3$ МПа.
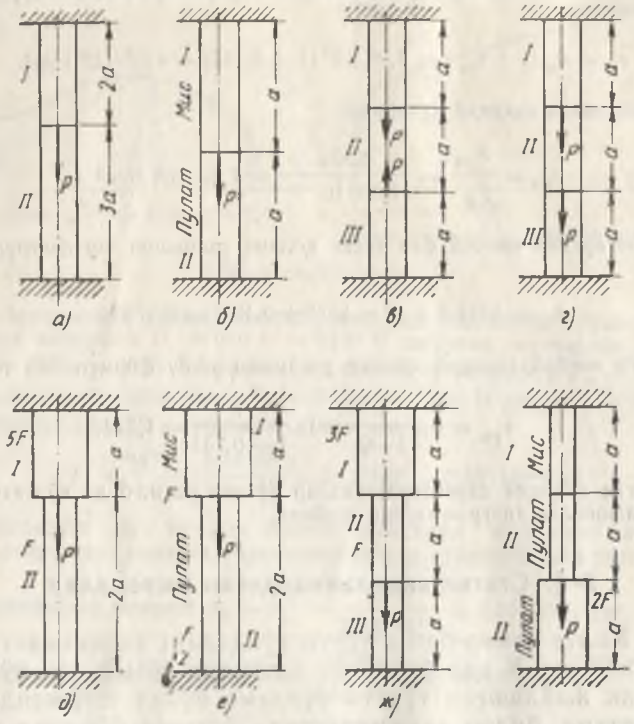
**1.58.** Қўштавр №36 дан қилинган калта устунча ҳар бирининг кесими 20×20 см ли иккита бетон стержень билан кучайтирилган. Қўштаврда кучайтирилгунгача бўлган зўриқишни ҳам қўштавр ва бетон стерженларда кучайтирилгандан кейинги зўриқишни аниқланг (агар $P = 1000$ кН бўлса). Босим, расмда кўрсатилганидек, абсолют бикр ястиқ *A* орқали узатилади. Пўлат ва бетон эластиклик модуллари нисбатини 10 га тенг деб олинг.



1.58- масалага оид

*Жавоб*: Кучайтирилгунга қадар $\sigma_п = 161{,}5$ МПа, кучайтирилгандан кейин $\sigma_п = -70{,}5$ МПа; $\sigma_б = 7{,}05$ МПа.

**1.59.** Стерженларнинг расмда I, II ва III участкаларида кўрсатилган кесимлардаги зўриқишларни аниқланг. Ҳамма стерженларнинг учлари абсолют бикр маҳкамланган.




1.59- масалага оид

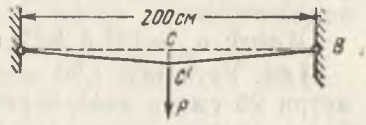
*Жавоб*:

| Зўриқиш \ Схемалар | а | б | в | г | д | е | ж | з |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_1$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | $\frac{10}{11}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $N_п$ | $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ | 0 | $-\frac{1}{11}$ | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $N_м$ | | | $\frac{1}{3}$ | $-1$ | | | $-\frac{4}{7}$ | $-\frac{5}{6}$ |

**1.60.** Диаметри 5 мм ли марказий пўлат сим ва уни ўраб турган диаметри 2,5 мм ли тўққизта мис симдан иборат тросс-даги зўриқишни топинг. Симларни бир-бирига параллел деб олинг. Троссдаги чўзувчи зўриқиш 5000 Н га тенг.

*Жавоб*: $\sigma_м = 60$ МПа, $\sigma_п = 120$ МПа.

**1.61.** Юк қўйилгунга қадар қўзғалмас нуқталар $A$ ва $B$ орасига (расмга қаранг) кучланмаган ҳолатдаги диаметри 1 мм ли пўлат сим тортилган (симнинг хусусий оғирлиги ҳисобга олинмасин). Агар нуқта $C$ нинг вертикал силжиши $CC'=4{,}5$ см бўлса, сим узунлигининг ўртасидаги нуқта $C$ га қандай нагрузка $P$ қўйиш керак ва бу ҳолда унда қандай кучланиш пайдо бўлади?



1.61- масалага оид

*Ечим.* Куч $P$ қўйилгандан кейин сим битта ярмининг абсолют узайиши $CB$ ва $C'B$ узунликлари фарқига тенг бўлади:

$$\Delta l = \sqrt{100^2 + 4{,}5^2} - 100 = 0{,}1 \text{ см} = 1\cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Унинг нисбий узайиши

$$\varepsilon = \frac{01}{100} = 0{,}001.$$

Бу ҳолда симдаги кучланишни Гук қонунидан фойдаланиб топамиз:

$$\sigma = E\varepsilon = 2\cdot 10^5 \cdot 0{,}001 = 200{,}0 \text{ МПа}$$

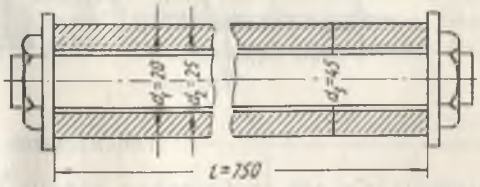
Кучланишни билган ҳолда симдаги зўриқишни аниқлаймиз:

$$N = \sigma \cdot F = 200 \cdot \frac{3{,}14\cdot 0{,}1^2}{4} = 157 \text{ Н}$$

Нуқта $C'$ куч $P$ ва иккита зўриқиш $N$ таъсирида мувозанатда туради. Кучлар учбурчаги ва $C'CB$ учбурчагининг ўхшашлигидан

$$\frac{P/2}{4{,}5} = \frac{N}{100{,}1} \quad \text{топамиз, бундан } P = 2\cdot 4{,}5\,\frac{N}{100{,}1} = 14{,}1 \text{ Н}.$$

**1.62.** Қўзғалмас нуқталар $A$ ва $B$ орасига (1.61- масаладаги расмга қаранг) диаметри 1 мм ли пўлат сим горизонтал равишда тарангланмай тортилган (симнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаймиз). Сим узунлигининг ўртасидаги нуқта $C$ га юк $P$ қўйилади. Симнинг узайиши 0,5% га етганда у узилади. Шу пайтда юк $P$ нимага тенг, нуқта $C$ нинг пасайиш катталиги ва симнинг мустаҳкамлик чегарасининг қиймати нимага тенг? Сим парчинланган бўлиб, узилиш пайтига қадар у фақат эластик деформацияланади деб ҳисобланг.



1.63- масалага оид

*Жавоб*: $P = 157$ Н, $CC' = 10$ см, $\sigma_м = 1000$ МПа.

**1.63.** Мис найча орқали пўлат болт ўтказилган (расмга қаранг). Болт винтининг қадами 3 мм га тенг. Гайка 1/4 бурам

киритилганда болт ва найчада қандай кучланишлар пайдо бўлади?

*Жавоб*: $\sigma_п = 127{,}4$ МПа. $\sigma_м = 36{,}4$ МПа.

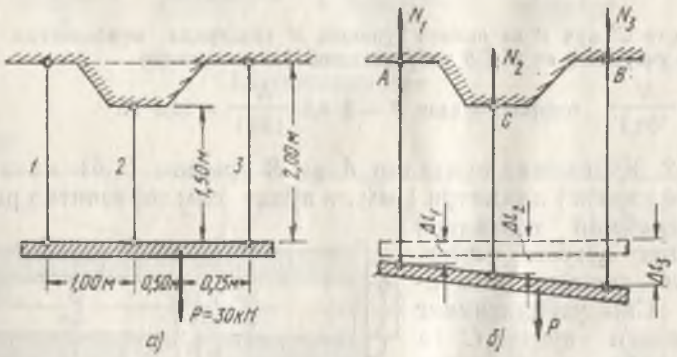
**1.64.** Узунлиги 1,50 м бўлган чўян цилиндрнинг ички диаметри 25 см ва деворларининг қалинлиги 25 мм. Цилиндрнинг ёнлари қаттиқ қопқоқлар билан ёпилган бўлиб, уларнинг ўртасидан пўлат болт ўтказилган ва гайкалар билан қаттиқланган. Гайкалар шунчалик қаттиқланганки, болтдаги чўзувчи зўриқиш 200 кН га тенглашган. Сўнгра ҳар бир қопқоққа 200 кН ли чўзувчи зўриқиш қўйилади. Агар болтнинг иш узунлиги 150 см га, кўндаланг кесими 35 см$^2$ га тенг бўлса, болтдаги кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 69,2 МПа.

**1.65.** Иш пайтида ёрилиб кетган чўян дискни юмшоқ пўлатдан қилинган бандаж тортиб тузатиш мўлжалланмоқда. Дискнинг ташқи диаметри 80 см га тенг. Ўтқазиш учун бандаж қиздирилади. Агар ўтқазгандан кейин бандаждаги кучланиш 100 МПа га тенглашиши лозим бўлса, қиздирилгунга қадар бандажнинг ички диаметри нимага тенг бўлиши керак? Дискнинг бандажга нисбатан залворлиги туфайли диск деформацияланмайди деб олинг.

*Жавоб:* 79,96 см $= 79{,}96 \cdot 10^{-2}$ м.

**1.66.** Бикр брус учта стерженга осилган ва расм, *а* да кўрсатилгандек юкланган. Брусннинг деформациясини ҳисобга ол-




1.66- масалага оид

маймиз. Стержень *1* мисдан, кесими 1 см$^2$, стержень *2* пўлатдан, кесими 1,5 см$^2$, стержень *3* алюминийдан, кесими *2* см$^2$. Стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Ечим:* Барча зўриқишлар чўзувчи бўлиб, стерженларнинг деформациясидан кейин брус расм, *б* да тасвирланган янги вазиятни эгаллайди деб фараз қиламиз. Маълумки, ясси параллел кучлар системаси учун статикада фақат битта мувозанат тенгламаси мавжуд. Шу икки тенгламани тузамиз:

1) $\Sigma m_A = -N_2 \cdot 1{,}00 - N_3 \cdot 2{,}25 + P \cdot 1{,}50 = 0;$

2) $\Sigma m_B = N_1 \cdot 2{,}25 + N_2 \cdot 1{,}25 - P \cdot 0{,}75 = 0.$

Учинчи зарур тенгламани тузиш учун деформацияларни кўриб чиқамиз (расм, *б*). Расмда тасвирланган трапециядан қуйидаги муносабатни тузиш мумкин:

$$\frac{\Delta l_3 - \Delta l_1}{2{,}25} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{1{,}00}.$$

Уни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$1{,}25\,\Delta l_1 - 2{,}25\,\Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.$$

Бу тенгламада деформацияларни зўриқишлар орқали ифодалаймиз:

$$1{,}25\,\frac{N_1 \cdot 200}{10^6 \cdot 1} - 2{,}25\,\frac{N_2 \cdot 150}{2 \cdot 10^6 \cdot 1{,}5} + \frac{N_3 \cdot 200}{0{,}7 \cdot 10^6 \cdot 2} = 0.$$

Қисқартирилгандан сўнг қуйидагини оламиз:

3) $2{,}5\,N_1 - 1{,}125\,N_2 + 1{,}43\,N_3 = 0.$

1, 2 ва 3 тенгламаларни биргаликда ечиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$N_1 = 0{,}018\ P = 0{,}018 \cdot 30000 = 550$ Н;
$N_2 = 0{,}568\ P = 0{,}568 \cdot 3000 = 17050$ Н;
$N_3 = 0{,}414\ P = 0{,}414 \cdot 30000 = 12400$ Н.

Олинган қийматларни текшириб кўрамиз:

$$\sum N = 550 + 17050 + 12400 = 30000\ \text{Н} = P.$$

Стерженлардаги кучланишлар тегишлича қуйидагиларга тенг бўлади:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{550}{1} = 550\ \text{Н/см}^2,\quad \sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{17050}{1{,}5} = 11350\ \text{Н/см}^2$$

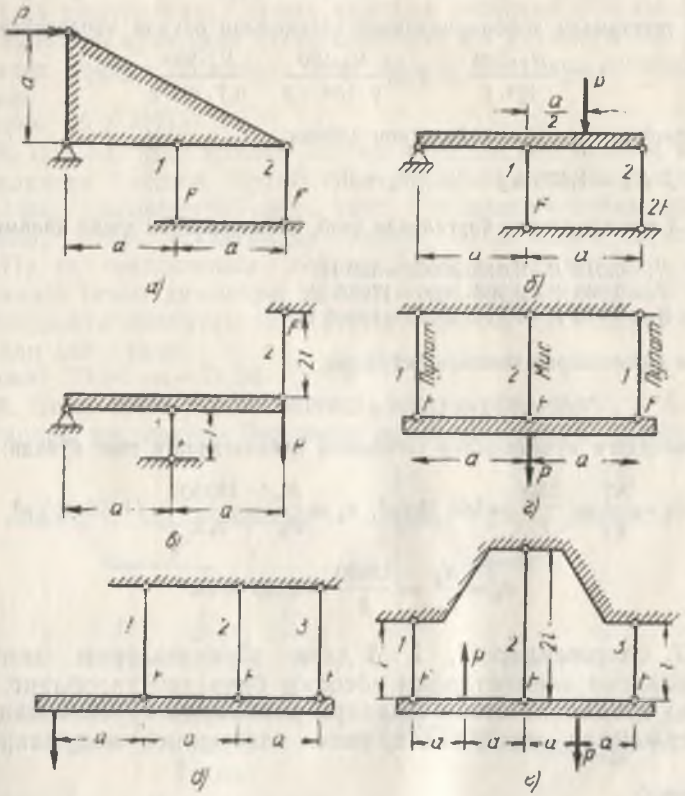
$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{12400}{2} = 6200\ \text{Н/см}^2$$

**1.67.** Стерженлар *1, 2, 3* даги зўриқишларни аниқланг. Штрихланган элементларни абсолют бикр деб ҳисобланг. Стерженлар кўндаланг кесим юзалари расмларда кўрсатилган. Барча стерженлар материалларининг эластиклик модуллари бир хил.

*Жавоб:*

| Зўриқиш \ Схемалар | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_1$ | $-\frac{1}{5}$ | $-\frac{1}{6}$ | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $N_2$ | $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{3}$ | 0 |
| $N_3$ | | | | | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |

**1.68.** Квадрат кўндаланг кесимли темир-бетон устун тўртта пўлат стержень билан арматураланган. Пўлат стерженларнинг кўндаланг кесим юзаси устун кўндаланг кесим юзасининг 1% ини ташкил қилади. Бетон учун рухсат этилган кучланиш 6 МПа га, арматура учун 120 МПа га тенг. Пўлат ва бетон эластик-

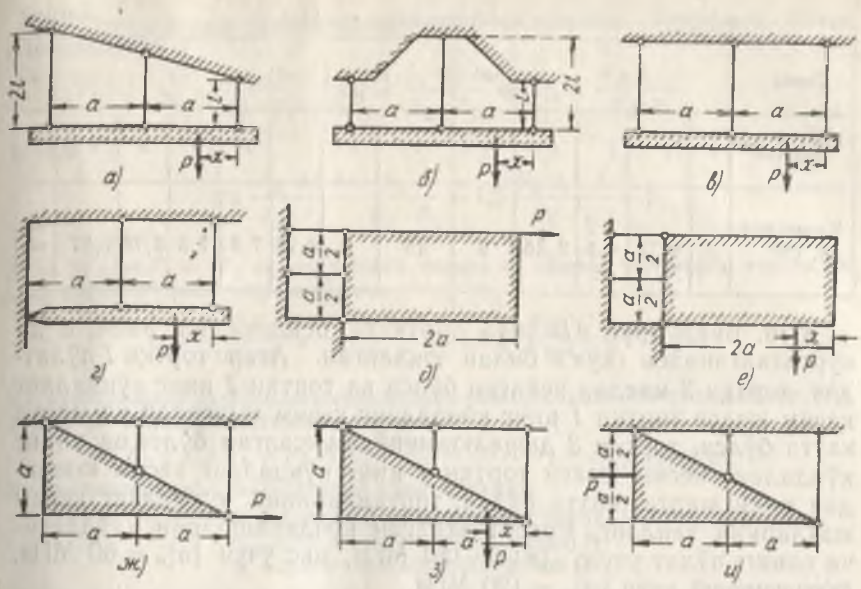



1.67- масалага оид

лик модулларининг нисбати 10 га тенг, устунга 1000 кН нагрузка тушади. Устун кесими томонлари ва стерженларнинг диаметри қанчага тенг бўлиши лозим? Материалнинг ҳолатини эластик деб ҳисобланг.

*Жавоб:* $a=39$ см; $d=22$ мм $=22\cdot10^{-3}$ м.

**1.69.** Бикр брус кўндаланг кесими бир хил бўлган ва бир хил материалдан ясалган стерженлар системаси ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг).




1.69- масалага оид

Ўлчам $x$ нинг қийматлари:

| Вариант \ Схемалар | а | б | в | г | е | з |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $a$ | $\frac{a}{2}$ |
| 3 | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ |
| 4 | $\frac{3}{2}$ | | | $\frac{3}{2}a$ | | $\frac{3}{2}$ |
| 5 | $2a$ | | | | | |

$P = 180$ кН ва $[\sigma] = 160$ МПа деб олиб, стерженлар кўндаланг кесими юзасини аниқланг.

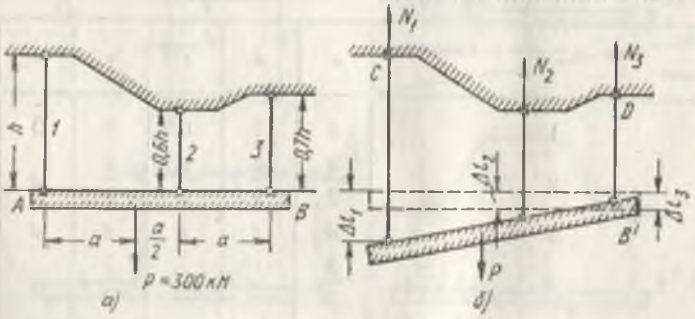
*Жавоб*:

| Схема | а | | | | | б | | | в | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Кесим юзаси, см² | 10 | 6,87 | 3,75 | 6,24 | 8,75 | 10,12 | 7,33 | 4,5 | 9,37 | 6,56 | 3,75 |

*Давоми*

| Схема | г | | | | д | е | | ж | з | | | | и |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Кесим юзаси, $см^2$ | 9 | 6,75 | 4,5 | 2,25 | 9 | 18 | 9 | 3,75 | 7,5 | 7,5 | 3,75 | 1,87 | 1,87 |

**1.70.** Бикр брус *AB* учта тортиқга осилган ва расм, *а* да кўрсатилганидек куч *P* билан юкланган. Агар тортқи *1* пўлатдан, тортқи *2* мисдан ясалган бўлса ва тортқи *2* нинг кўндаланг кесим юзаси тортқи *1* нинг кўндаланг кесим юзасидан уч марта катта бўлса, тортқи *3* дюралюминийдан ясалган бўлса ва унинг кўндаланг кесим юзаси тортқи *1* нинг кўндаланг кесим юзасидан икки марта катта бўлса, тортқиларнинг кўндаланг кесим юзаларини танланг. Рухсат этилган кучланишларни қуйидагича олинг: пўлат учун: $[\sigma]_п = 160$ МПа, мис учун $[\sigma]_м = 60$ МПа, дюралюминий учун $[\sigma]_д = 120$ МПа.




1.70- масалага оид

*Ечим.* Учта тортқининг ҳаммаси чўзилган деб фараз қиламиз. Брус *AB* юкланган дан кейин расм, *б* да тасвирланган янги вазият *A'B'* ни эгаллайди. Тортқилар осилган нуқталардаги тегишли реакцияларнинг йўналиши ҳам шу расмда тасвирланган. Мувозанат тенгламасини, яъни нуқталар *C* ва *D* га нисбатан моментлар йиғиндисини тузамиз:

$$\sum m_C = N_2 \cdot 1{,}5a + N_3 \cdot 2{,}5a - P \cdot a = 0, \quad (1)$$

$$\sum m_D = N_1 \cdot 2{,}5a + N_2\, a - P \cdot 1{,}5a = 0 \quad (2)$$

Барча тортқиларнинг узайишини қуйидаги боғлиқлик билан боғлаш мумкин:

$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_3}{a} = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{1{,}5a}, \text{ бундан } 2{,}5\,\Delta l_2 - \Delta l_1 - 1{,}5\,\Delta l_3 = 0.$$

Бу тенгламадаги узайишлар қийматларини уларнинг ифодалари билан алмаштирамиз:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot h}{E_п \cdot F_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot 0{,}6\, h}{E_м \cdot F_2} \text{ ва } \Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot 0{,}7\ h}{Eg \cdot F_3}.$$

Шунда

$$2{,}5\ \frac{N_2 \cdot 0{,}6\ h}{E_м \cdot F_2} \cdot \frac{N_1 \cdot h}{E_п \cdot F_1} - 1{,}5\ \frac{N_3 \cdot 0{,}7 \cdot h}{Eg \cdot F_3} = 0.$$

$F_2 = 3F_1$ ва $F_3 = 2F_1$ лигини ҳисобга оламиз ва охирги тенгламага эластиклик модулларининг қийматларини қўямиз:

$$2{,}5\ \frac{N_2 \cdot 0{,}6\ h}{1 \cdot 10^5 \cdot 3F_1} - \frac{N_1 \cdot h}{2 \cdot 10^5 F_1} - 1{,}5\ \frac{N_3 \cdot 0{,}7\ h}{0{,}7 \cdot 10^5 \cdot 2\ F_1} = 0. \qquad (3)$$

Қисқартиришлар ва соддалаштиришларни бажаргандан сўнг тенгламалар (1), (2) ва (3) қуйидаги системага келтирилади:

$$1{,}5\ N_2 + 2{,}5\ N_3 = P \cdot 25\ N_1 + N_2 = 1{,}5\ P \cdot N_2 - N_1 - 1{,}5\ N_3 = 0.$$

Бу системани ечиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N_1 = 0{,}39\ P = 0{,}39 \cdot 300000 = 117000\ \text{Н};$$
$$N_2 = 0{,}52\ P = 0{,}52 \cdot 300000 = 156000\ \text{Н};$$
$$N_3 = 0{,}09\ P = 0{,}09 \cdot 300000 = 27000\ \text{Н}.$$

Мустаҳкамлик шартларидан келиб чиқилганда кўндаланг кесимларнинг қуйидаги юзалари етарли бўларди:

$$F \geqslant \frac{N_1}{[\sigma_п]} = \frac{117000}{160} = 7{,}32\ \text{см}^2, \quad F_2 \geqslant \frac{N_2}{[\sigma_м]} = \frac{15600}{60} = 26\ \text{см}^2,$$

$$F_3 \geqslant \frac{N_3}{[\sigma_g]} = \frac{2700}{120} = 2{,}25\ \text{см}^2.$$

Лекин юзаларни муносабатлари шартидаги берилганларни бажариш керак: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{26}{7{,}32} > 3$ ва $\frac{F_3}{F_1} < 2$ бўлганлиги учун дастлабки юза сифатида $F = 26\ \text{см}^2$ ни оламиз. Шунда

$$F_1 = \frac{F_2}{3} = \frac{26}{3} = 8{,}67\ \text{см}^2 \text{ ва } F_3 = \frac{2}{3} F_2 = \frac{2}{3} \cdot 26 \approx 17{,}33\ \text{см}^2$$

Бу юзаларнинг иккаласи ҳам мустаҳкамлик шартлари бўйича зарур юзалардан катта, бунга йўл қўйиш мумкин. Агар биз дастлабки юзалар сифатида мустаҳкамлик шартларидан олинган $F_1$ ва $F_3$ юзаларни қабул қилганимизда эди, берилган муносабатларга риоя қилинганда бошқа тортқилар кесим юзалари мустаҳкамлик шартларида йўл қўйилгандан кичик бўларди. Шундай қилиб, узил-кесил ушбуларни қабул қиламиз: $F_1 = 8{,}67\ \text{см}^2$, $F_2 = 26\ \text{см}^2$, $F_3 = 17{,}33\ \text{см}^2$.

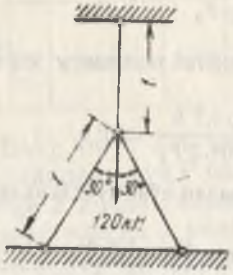
Стерженлар *2* ва *3* га тўлиқ юк тушмаслиги, статик аниқланмайдиган системалар учун характерли. Бундай системаларда, одатда, фақат энг кучсиз звеноларгина чегаравий кучланиш билан ишлайди. Бизнинг ҳолда бундай звено тортқи *2* ҳисобланади.

**1.71.** Бир нуқтада шарнирли бириктирилган учта стерженнинг кўндаланг кесими бир хил (расмга қаранг). $[\sigma] = 160$ МПа деб олиб, кўндаланг кесим юзасини аниқланг.

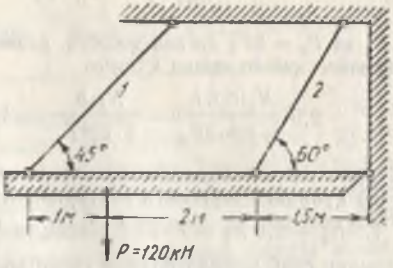
*Жавоб:* $3\ \text{см}^2 = 3 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2$

**1.72.** Бикр балканн тортқилар расмда кўрсатилгандек ушлаб туради. Биринчи тортқининг кўндаланг кесим юзаси иккинчисиникидан икки марта катта бўлиши лозим. Тортқиларнинг материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 160$ МПа қабул қилинган. Тортқиларнинг кесим юзасини аниқланг.

*Жавоб:* $F_1 = 7{,}5$ см$^2$, $F_2 = 3{,}75$ см$^2$.




1.71- масалага оид



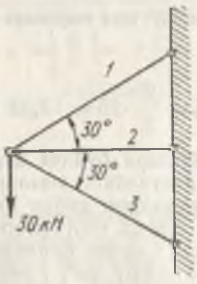

1.72- масалага оид

**1.73.** Кронштейннинг учта стержени бир хил материалдан ясалган (расмга қаранг). Биринчи стержень кесими 2 см$^2$, иккинчисиники 3 см$^2$ ва учинчисиники 4 см$^2$. Стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

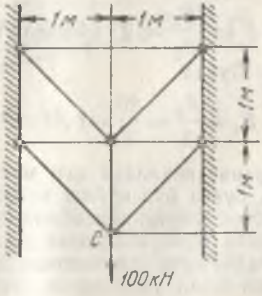
*Жавоб*: $\sigma_1 = 126{,}8$ МПа, $\sigma_2 = 26{,}8$ МПа, $\sigma_3 = 86{,}4$ МПа.

**1.74.** Юзаси 5 см$^2$ бўлган бир хил кўндаланг кесимли бешта пўлат стержендан иборат системадаги $C$ нуқтанинг пасайишини аниқланг (расмга қаранг).

*Жавоб:* 0,895 мм $\approx 895 \cdot 10^{-6}$ м.



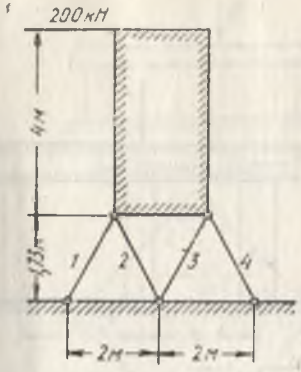

1.73- масалага оид



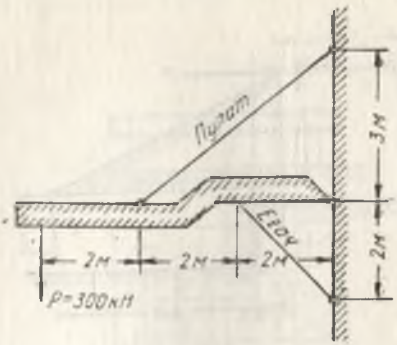

1.74- масалага оид

**1.75.** Бикр конструкцияни ушлаб турадиган тўртта стержень (расмга қаранг) бир хил материалдан ясалган ва бир хил, яъни $F = 25$ см$^2$ юзали кўндаланг кесимга эга. Улардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_1 = 133{,}0$ МПа, $\sigma_2 = 52{,}5$ МПа, $\sigma_3 = 52{,}5$ МПа, $\sigma_4 = -133{,}0$ МПа.




1.75- масалага оид




1.76- масалага оид

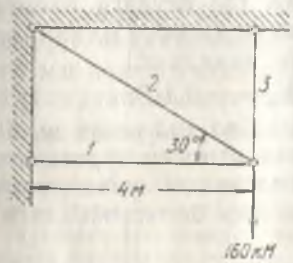
**1.76.** Бикр стержень деворга шарнир (расмга қаранг), пўлат тортқи ва ёғоч тирак ёрдамида маҳкамланган. Агар тирак кесим юзаси тортқи кесим юзасидан 10 марта катта бўлиши лозим бўлса, рухсат этилган кучланишлар эса пўлат учун $[\sigma] = 160$, МПа, ёғоч учун $[\sigma] = 6$ МПа бўлса, тортқи ва тиракнинг кесимини танланг.

*Жавоб*: $F_п = 50$ см², $F_ё = 500$ см².

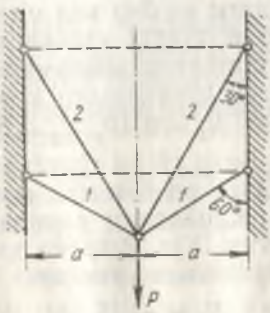
**1.77.** Расмда тасвирланган конструкцияда стержень *1* чўяндан ясалган ва $[\sigma_ч] = 80$ МПа, стержень *2* мисдан ясалган ва $[\sigma_м] = 60$ МПа ҳамда стержень *3* пўлатдан ясалган ва $[\sigma_п] = 120$ МПа. Стерженлар *1* ва *2* кўндаланг кесимларининг юзалари бир хил, стержень *3* ники эса икки марта кичик. Стерженларнинг кесимларини танланг.

*Жавоб*: $F_1 = F_2 = 24{,}6$ см², $F_3 = 12{,}3$ см².

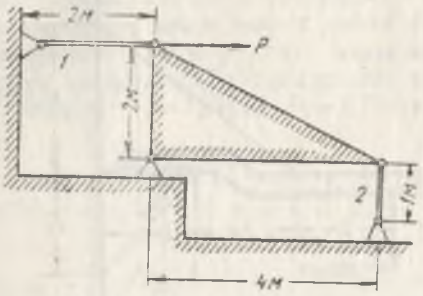
**1.78.** Расмда тасвирланган конструкцияда стержень *1* пўлатдан ясалган ва кесим юзаси $F_п = 10$ см², стержень *2* мисдан ясалган ва кесим юзаси $F_м = 20$ см², рухсат этилган кучланишлар: пўлат



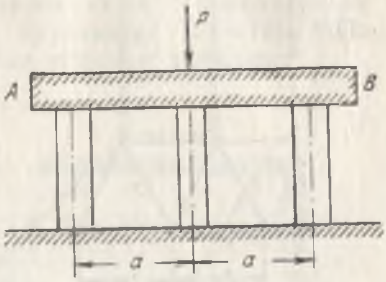

1.77- масалага оид




1.78- масалага оид




1.79- масалага оид




1.80- масалага оид

учун $[\sigma] = 160$ МПа, мис учун $[\sigma] = 60$ МПа, энг катта юкланиш $P$ ни аниқланг.

*Жавоб*: 328 кН.

**1.79.** Бикр конструкция пойдеворга шарнир ва иккита стержень ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг). Стержень *1* пўлатдан ясалган ва $[\sigma_п] = 160$ МПа, стержень *2* чўяндан ясалган ва $[\sigma_ч] = 100$ МПа. Уларнинг кесим юзалари тегишлича $F_п = 30$ см², $F_ч = 50$ см². Максимал йўл қўйиладиган юкланиш $P$ ни аниқланг.

*Жавоб:* 1125 кН.

**1.80.** Ўртасига куч $P = 1620$ кН қўйилган абсолют бикр балка $AB$ симметрик қўйилган учта калта стойкага таянади. Четдаги стойкалар бетондан қилинган ва квадрат кесим ўлчамлари 30×30 см, ўртадаги стойка ёғочдан қилинган ва тўғри тўртбурчак кўндаланг ўлчамлари 15×30 см. Стойкалардаги кучланишларни аниқланг.

Бетоннинг эластиклик модулини ёғочнинг эластиклик модулидан икки марта катта деб олинг.

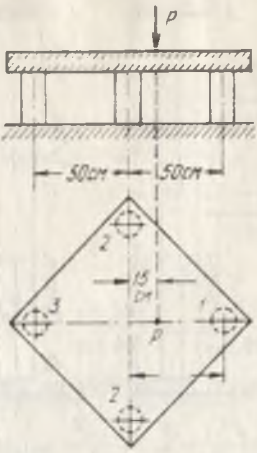
*Жавоб*: $\sigma_б = 8$ МПа. $\sigma_ё = -4$ МПа.

**1.81.** Квадрат плита бир хил кўндаланг кесимли, бир хил узунликдаги ва бир хил материалдан ясалган ҳамда симметрик жойлашган тўртта стойкага таянади (35-бетдаги расмга қаранг). Плитанинг деформацияланишини ҳисобга олмай, ҳар бир стойкадаги зўриқишлар катталигини аниқланг.

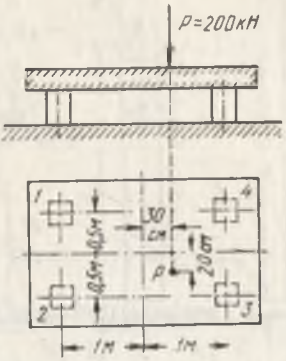
*Жавоб*: $N_1 = 0{,}4P$, $N_2 = 0{,}25\ P$, $N_3 = -0{,}1\ P$,

**1.82.** Бикр тўғри тўртбурчак плита бир хил кесимли, бир хил узунликдаги ва бир хил материалдан ясалган тўртта стойкага таянади. Стойкалар расмда кўрсатилганидек унинг четларида жойлашган. Юк $P$ ҳосил қиладиган ҳар бир стойкадаги зўриқиш катталигини аниқланг.

*Жавоб*: $N_1 = -15$ кН; $N_2 = -45$ кН; $N_3 = -85$ кН; $N_4 = -55$ кН




1.81- масалага оид




1.82- масалага оид

**1.83.** Расмда кўрсатилган стерженларнинг I, II, III участкаларидаги кесимлардаги кучланишларни аниқланг. $A$ ва $B$ текисликлар мутлақо қимирламай туради. $a=0{,}5$ м, $F=100$ см$^2$, $P=1500$ кН, $\delta=0{,}1$ мм деб олинг. Юк $P$ қўйгунга қадар зазорлар $\delta$ кўрсатилган ўлчамда туради. Юк қўйилгандан кейин улар беркилади.

*Жавоб:*

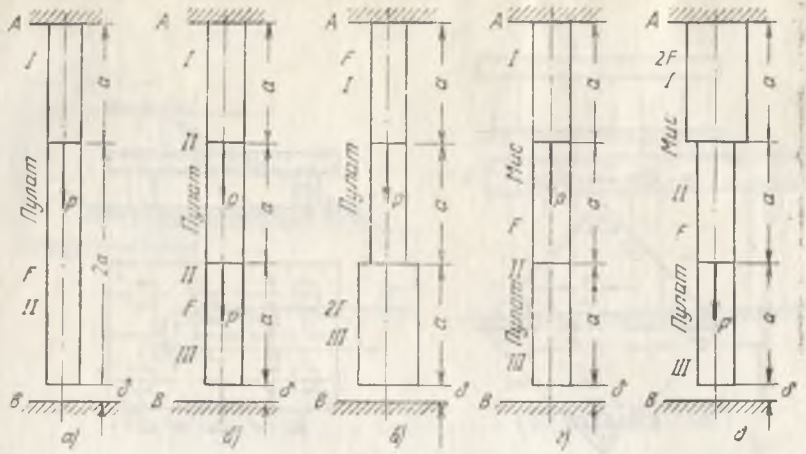
| Кучланиш \ Схемалар | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_I$ | 113,3 | 163,3 | 116,0 | 98,0 | 23,8 |
| $\sigma_{II}$ | —36,7 | 13,3 | —34,0 | —52,0 | 47,5 |
| $\sigma_{III}$ | | —136,7 | —17,0 | —52,0 | —102,5 |
| | кучланиш | | МПа | | |

**1.84.** Бикр брус (расм, *а* га қаранг) пойдеворга шарнир $C$ ҳамда кўндаланг кесими бир хил бўлган иккита пўлат тортқи ёрдамида маҳкамланган. Чапки тортқи лойиҳадаги ўлчамидан $\Delta=5$ мм калта қилиб ясалган. Конструкция йиғилгандан кейин тортқилардаги кучланишларни аниқланг.

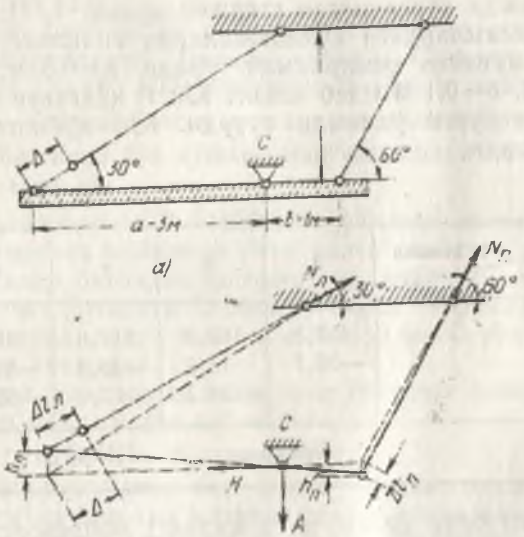
*Ечим.* Конструкция йиғилгандан кейин бикр брус расм, *б* да тасвирланган ҳия вазиятни эгаллайди. Бунда чапки тортқи $\Delta l_ч$ катталикка, ўнг тортқи эса $\Delta l_5$ катталикка узаяди. Маҳкамлаш нуқталарида $N_ч$ ва $N_ў$ реакциялар, шарнир $C$ да эса $A$ ва $H$ реакциялар вужудга келади.

Мувозанат тенгламасини, яъни барча кучларнинг шарнир $C$ га нисбатан моментлари йиғиндисини тузамиз:

$$N_ч \cdot a \sin 30° - N_ў \cdot b \sin 60° = 0$$




1.83- масалага онд




1.84- масалага онд

Бундан

$$N_ў = \frac{a \sin 30°}{b \cdot \sin 60°} N_ч = \frac{3 \cdot 0{,}5}{1 \cdot 0{,}866} N_ч = 1{,}73\ N_ч \qquad (а)$$

Қолган иккита мувозанат тенгламасига бизни қизиқтирмайдиган реакциялар $A$ ва $H$ киради. Шунинг учун биз уларни ёзмаймиз. Қўшимча тенглама тузиш учун деформацияларни кўриб чиқамиз. Расм, *б* дан кўриниб турибдики, $\frac{h_ч}{h_ў} = \frac{a}{b} = 3$.

Лекин

$$h_ч = \frac{\Delta - \Delta l_ч}{\sin 30°} \text{ ва } h_ў = \frac{\Delta l_ў}{\sin 60°}$$

Шундай қилиб,

$$\frac{(\Delta - \Delta l_ч)\cdot \sin 60°}{\sin 30° \, \Delta l_ў} = 3$$

ёки

$$\frac{\Delta - \Delta l_ч}{\Delta l_ў} = 3 \cdot \frac{\sin 30°}{\sin 60°} = 3 \cdot \frac{0{,}5}{0{,}866} = 1{,}73 \text{ бундан } 1{,}73\ \Delta l_ў + \Delta l_ч = \Delta \qquad (б)$$

$\Delta l_ч$ ва $\Delta l_ў$ ни зўриқишлар $N_ч$ ва $N_ў$ лар орқали ифодалаймиз:

$$\Delta l_ч = \frac{N_ч \cdot l_ч}{EF} = \frac{N_ч \cdot l}{EF \cdot \sin 30°}, \quad \Delta l_ў = \frac{N_ч \cdot l_ў}{EF} = \frac{N_ў \cdot l}{EF \cdot \sin 30°}.$$

Тенглама (*б*) га топилган қийматларни $\Delta l_ч$ ва $\Delta l_ў$ ни қўямиз.

$$1{,}73 \frac{N_ў \cdot l}{EF \cdot \sin 60°} + \frac{N_ч \cdot l}{EF \cdot \sin 30°} = \Delta.$$

ёки

$$N_ў + N_ч = \frac{\Delta EF}{2l}. \qquad (в)$$

Тенгламалар (а) ва (в) ларнинг иккала қисмини $F$ га бўламиз ва қуйидагини ҳисобга оламиз:

$$\frac{N_ч}{F} = \sigma_ч \text{ ва } \frac{N_ў}{F} = \sigma_ў;$$

Шунда

$$\sigma_ў = 1{,}73_ч, \quad \sigma_ў + \sigma_ч = \frac{\Delta E}{2l}.$$

Бу тенгламаларни биргаликда ечиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

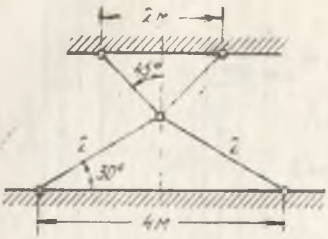
$$\sigma_ч = 0{,}184 \frac{\Delta E}{l} = \frac{0{,}184 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^5}{200} = 92{,}0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_ў = 0{,}317 \frac{\Delta E}{l} = \frac{0{,}317 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^5}{200} = 158{,}5 \text{ МПа}.$$

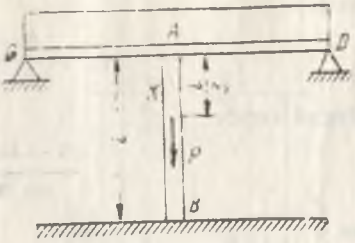
**1.85.** Расмда тасвирланган конструкцияда пўлат стерженлар *1* нинг ҳар қайсиси лойиҳадаги ўлчамидан 1 мм узунроқ қилиб ясалган. Уларнинг кесими $F_1 = 25$ см$^2$, чўян стерженлар *2* нинг кесими эса $F_2 = 40$ см$^2$. Конструкция йиғилгандан кейин стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = -32{,}1$ МПа, $\sigma_2 = -28{,}4$ МПа.

**1.86.** Узунлиги $l = 4$ м бўлган пўлат стержень $AB$ пастки учи билан бикр пойдеворга тиралади, юқориги учи эса шип орасининг балкасига маҳкамланган (расмга қаранг). $CD$ балканинг $A$ нуқтадаги эгилувчанлиги коэффициент $\alpha = 0{,}03$ мм/кН билан




1.85- масалага оид




1.86- масалага оид

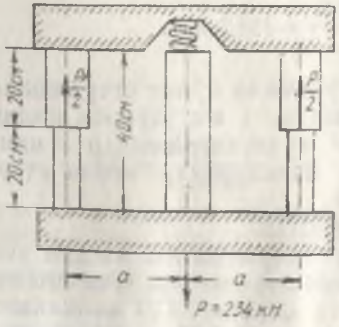
белгиланади, яъни $A$ нуқтага қўйилган 10 кН куч таъсирида балка 0,03 мм га эгилади. Агар куч $P=500$ кН стерженнинг кўндаланг кесим юзаси $F=30$ см$^2$ бўлса, $AK$ ва $KB$ участкаларда стержендаги кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб*: $\sigma_{AK}=76{,}7$ МПа, $\sigma_{KB}=-90$ МПа.

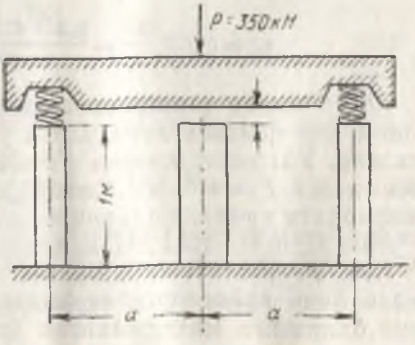
**1.87.** Иккита бикр брус расмда кўрсатилганидек учта стержень билан бириктирилган. Четдаги стерженлар пўлатдан ясалган ва юқори қисмининг кесим юзаси 16 см$^2$, пастки қисминики 10 см$^2$, ўртадаги стержень мисдан қилинган ва кесим юзаси 20 см$^2$ га тенг. Ўртадаги стерженнинг юқори учи билан юқори брус орасига эгилувчанлик коэффициенти $\alpha=1{,}25\times10^{-7}$ см/Н бўлган пружина тарангланмай қўйилган. (10 Н нагрузкага тўғри келадиган пружинанинг чўкиши.) Берилган нагрузкада бириктирувчи стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* Пўлат стерженнинг юқори қисмида $\sigma=-9$ МПа, пастки қисмида $\sigma=102{,}6$ МПа, мис стерженда $\sigma=14{,}4$ МПа.

**1.88.** Бикр брус учта стойкада туради (расмга қаранг). Четдаги стойкалар пўлатдан ясалган бўлиб, кўндаланг кесим юзаси бир хил ва 20 см$^2$ га тенг, ўртадаги стойка чўяндан ясалган ва кесим юзаси 50 см$^2$ га тенг. Четдаги стойкалар билан грунт орасига берилувчанлик коэффициенти $\alpha=5\times10^{-7}$ см/Н бўлган бир хил пружиналар тарангланмай қўйилган. Нагрузка қўйил-




1.87- масалага оид

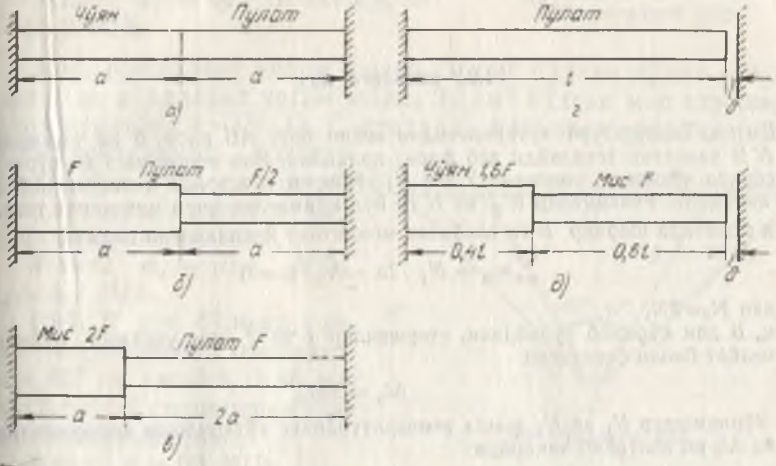



1.88- масалага оид

гунга қадар ўртадаги стойка билан брус орасида $\Delta = 0{,}5$ мм тирқиш бор эди. Стойкалардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб.* $\sigma_п = -50$ МПа, $\sigma_ч = -30$ МПа

**1.89.** Расмда тасвирланган стерженлар $t^\circ$ температурада қиздирилади. Орасида стерженлар жойлашган деворлар мутлақо берилувчан бўлмаса абсолют қиймат бўйича энг катта кучланишни аниқланг. $E_ч = 1 \cdot 10'' \; H/м^2$, $E_м = 0{,}8 \cdot 10''$, $\alpha_ч = \alpha_п$, $t^\circ = 40^\circ$ $l = 0{,}5$ м, $\delta = 0{,}1$ мм деб олинг.




1.89- масалага оид

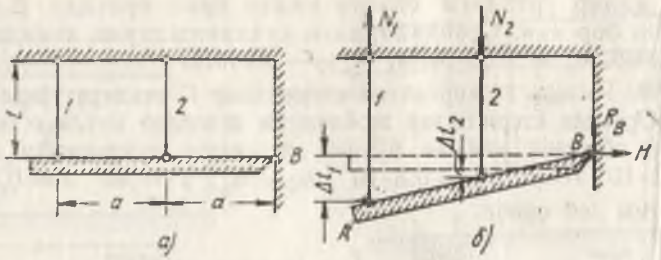
*Жавоб:*

| Схема | *а* | *б* | *в* | *с* | *д* |
|---|---|---|---|---|---|
| Кучланишнинг абсолют катталиги, МПа | 66,7 | 133.3 | 102,0 | 60,0 | 39,6 |

**1.90.** Узунлиги 12,5 м бўлган пўлат рельслар $+10^\circ$ температурада ётқизилади. Рельслар орасида $a = 4$ мм тирқиш қолдирилади. Бу тирқиш қандай температурада йўқолади? Қишда температура $-40^\circ$ бўлганда бу тирқиш қанчага тенглашади? Ёзда температура $+50^\circ$ бўлганда рельслар қандай кучланишларга учрайди?

*Жавоб:* $\pm 35{,}6^\circ$, 11,8 мм; $-36$ МПа.

**1.91.** Бикр брус $AB$ ни ушлаб турадиган стерженлар *1* ва *2* нинг температураси (расмга қаранг) конструкция йиғилгандан сўнг 60° га кўтарилиши мумкин. Стержень *1* пўлатдан ясалган ва кесим юзаси 20 см², стержень *2* мисдан ясалган ва кесим юзаси 80 см². Брусниинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаган ҳолда стерженлар *1* ва *2* да вужудга келадиган кучланишларни аниқланг.




1.91- масалага оид

*Ечим.* Температура кўтарилгандан кейин брус $AB$ расм, *б* да тасвирланган $A'B$ вазиятни эгаллайди деб фараз қилайлик. Яна стержень 1 $N_1$ зўриқиш таъсирида чўзилган, стержень *2* эса $N_2$ зўриқиш таъсирида қисилган деб фараз қилайлик. Реакциялар $R_B$ ва $H$ га йўл қўймаслик учун мувозанат тенгламаси сифатида шарнир $B$ га нисбатан моментлар йиғиндисини оламиз:

$$\sum m_B = N_1 \cdot 2a - N_2 \cdot a = 0$$

бундан $N_2 = 2N_1$

Расм, *б* дан кўриниб турибдики, стерженлар *1* ва *2* нинг узайиши қуйидаги муносабат билан боғланган.

$$\Delta l_1 = 2\Delta l_2. \qquad (2)$$

Зўриқишлар $N_1$ ва $N_2$ ҳамда температуранинг кўтарилиши деформациялар $\Delta l_1$ ва $\Delta l_2$ ни келтириб чиқаради:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{E_п F_1} + \alpha_п l \cdot \Delta t \text{ ва } \Delta l_2 = -\frac{N_2 l}{E_м \cdot F_2} + \alpha_м \cdot l \cdot \Delta t,$$

Деформациялар қийматини тенглама (2) га қўямиз.

$$\frac{N_1 l}{E_п F_1} + \alpha_п l \cdot \Delta t = 2\left(-\frac{N_2 l}{E_м F_2} + \alpha_м \cdot l \cdot \Delta t\right).$$

(1) шартни қўйиб, қисқартиришлар ва ўзгартиришларни бажариб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N_1 = \frac{2E_п \cdot F_1 (\alpha_м - \alpha_п) \cdot \Delta t}{1 + 4\dfrac{E_п \cdot F_1}{E_м \cdot F_2}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 20\,(165 \cdot 10^{-7} - 125 \cdot 10^{-7})\,60}{1 + 4\dfrac{2 \cdot 10^5 \cdot 20}{1 \cdot 10^5 \cdot 80}} =$$

$$= 64000 \text{ Н}$$

(1) шартдан:

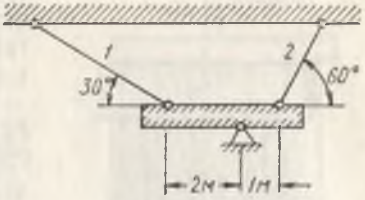
$$N_2 = 2N_1 = 2 \cdot 64000 = 128000 \text{ Н}.$$

$N_1$ ва $N_2$ даги мусбат ишоралар зўриқишларнинг йўналиши тўғри танланганлигини ҳамда стержень *1* ҳақиқатдан чўзилган, стержень *2* эса қисилганлигини кўрсатади. Демак, кучланишлар қуйидагиларга тенг экан:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{64000}{20 \cdot 10^{-4}} = 32 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_2}{F_2} = -\frac{128000}{80 \cdot 10^{-4}} = -16 \text{ МПа}$$

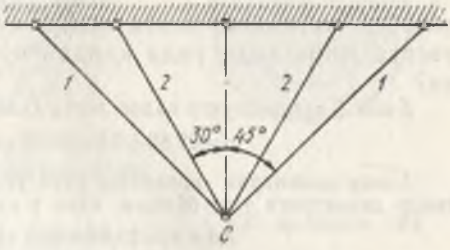
**1.92.** Бикр брус (расмга қаранг) шарнирли таянчдан ташқари юзаси 40 см² ли иккита пўлат тортқи билан тутиб турилади. Тортқиларни ўрнатгандан сўнг температура $\Delta t = +20°$ га кўтарилди. Тортқилардаги кучланишларни аниқланг.



1.92- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_1 = -470$ МПа, $\sigma_2 = -54{,}2$ МПа.

**1.93.** Кўндаланг кесим юзаси 20 см² бўлган пўлат стерженлар *1* ва кўндаланг кесим юзаси 30 см² бўлган мис стерженлар *2* температура $t = 15°$ да *C* нуқтада шарнирли бириктирилган. Конструкциянинг температураси $t_2 = -45°$ га пасайганда стерженлардаги кучланишларни аниқланг.



1.93- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_п = 10{,}4$ МПа, $\sigma_м = 5{,}7$ МПа.

**1.94.** *P* куч бўлмаса, лекин стерженнинг температураси 40° га пасайса, 1.86 масаладаги *AB* стержендаги кучланишларни аниқланг

*Жавоб*: $\sigma = 69$ МПа.

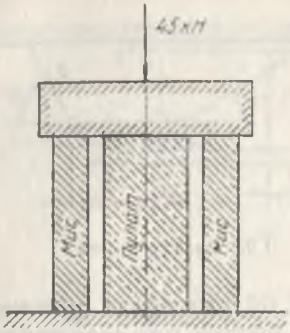
**1.95.** Кўндаланг кесими 30 см² ва узунлиги 40 см бўлган инвар найча ва ўшандек ўлчамли мис найча $0^0$ температурада бир-бирига учма-уч қўйилган. Сўнгра улар $+45{,}5^0$ температурагача қиздирилган ва улар умумий узунликларини ўзгартиришга имкон бермайдиган кучлар билан сиқилган. Бу кучларнинг катталиги қандай ва кўтарилган температурада найчалардан ҳар бирининг узунлиги қанча? Инвар учун $\alpha = 0$ ва $E = 2 \times 10^{11}$ Н/м².

*Жавоб*: $P = 150$ кН. $l_м = 40{,}01$ см; $l_м = 39{,}99$ см.

**1.96.** Қўзғалмас *A* ва *B* нуқталар орасига $t_0 = 0°$ температурада диаметри 1 мм ли пўлат сим таранглаймай осилган, унинг оғирлигини ҳисобга олмаймиз (1.61 масаладаги расмга қаранг). Симнинг температураси $t_1 = +50°$ гача кўтарилиши ва $t_2 = -50°$ гача пасайиши мумкин. Сим материали учун рухсат этилган кучланиш $\sigma = 200$ МПа. Юқорида айтилган уч хил температурада симнинг ўртасидаги *C* нуқтага қандай нагрузка *P* ни осиш мумкинлигини аниқланг.

*Жавоб*: 0° да нагрузка $P = 14$ Н, $-50°$ да $P = 3{,}2$ Н, $+50°$ да нагрузка $P = 17{,}9$ Н.

**1.97.** Юк $P = 45$ кН бикр плита орқали юзаси 15 см² ли яхлит пўлат цилиндрга ва юзаси 20 см² ли ичи бўш мис цилиндрга таъсир қилади. Куч иккала цилиндрнинг ўқи бўйлаб таъсир қилади (расмга қаранг). Нагрузка қўйилгандан сўнг темпера-




1.97- масалага оид

тура 30° га кўтарилиши мумкин. Температура кўтарилгунга қадар ва кўтарилгандан кейинги нагрузка қандай тақсимланишини аниқланг.

*Жавоб*: Температура ўзгаргунга қадар $P_п = 27$ кН, $P_м = 18$ кН. Температура ўзгаргандан кейин $P_п = 12{,}6$ кН, $P_м = 32{,}4$ кН.

**1.98.** Қалинлиги 6 мм ли пўлат лента ҳалқани диаметри 30 см ли пўлат цилиндрга ўраш лозим. Лента ҳалқа цилиндр сиртида сирпана бошлаши учун лента ҳалқа температурасини қанча кўтариш керак? Агар цилиндрнинг деформациясини ҳисобга олинмаса, лента ҳалқа худди цилиндрнинг температурасига эришганда унда қандай чўзувчи кучланиш пайдо бўлади?

*Ечим.* Қиздирилгунга қадар лента ҳалқанинг ўрта диаметри

$$d = 29{,}88 + 0{,}6 = 30{,}58 \text{ см}.$$

Ҳалқа цилиндрда сирпаниши учун унинг ички диаметри ҳеч бўлмаса цилиндр диаметрига тенг бўлиши, яъни у қуйидагича катталашиши керак.

$$\Delta d = 30 - 29{,}98 = 0{,}02 \text{ см}.$$

Лента ҳалқанинг ўрта диаметри ҳам шу $\Delta d$ катталикка ошади. Шунда диаметрининг нисбий катталашиши:

$$\varepsilon = \frac{\Delta d}{d} = \frac{0{,}02}{30{,}58} = 6{,}54 \cdot 10^{-4}.$$

Бу қиймат $\varepsilon$ ни температура кўтарилишидан диаметрининг нисбий катталашишига тенглаштирамиз

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t,$$

бундан

$$\Delta t = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{6{,}54 \cdot 10^{-4}}{125 \cdot 10^{-7}} = 52{,}2°$$

Ҳалқа қиздирилган ҳолатда киндирилгандан сўнг у аста-секин дастлабки температурасигача совийди, яъни қиздирилган ҳолатдагига қараганда унинг температураси $\Delta t = 52{,}2°$ га пасаяди. Цилиндрнинг деформациясини ҳисобга олмаганимиз учун ҳалқа ўз диаметрини кичрайтира олмайди. Демак, ҳалқадаги кучланишларни аниқлаш учун ушбу формуладан фойдаланишимиз мумкин:

$$\sigma = E\alpha \cdot \Delta t = 2 \cdot 10^5 \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 52{,}2 = 130{,}8 \text{ МПа}$$

ёки

$$\sigma = E\varepsilon = 2 \cdot 10^5 \cdot 6{,}54 \cdot 10^{-4} = 130{,}8 \text{ МПа}.$$

**1.99.** Калта чўян стержень пўлат найчага эркин киритилган, пўлат найча эса алюминий найчага эркин киритилган (расмга қаранг). Системани бикр плита орқали қисадиган куч $P$ таъсирида стержень ва найчалардаги кучланишларни аниқланг (кўндаланг деформациялар ҳисобга олинмасин).

*Ечим.* Юкланиш $P$ чўян стержень, пўлат ва алюминий найчалар орасида тарқалади. Вертикаль бўйича барча кучлар проекциялари йиғиндисининг нолга тенглиги қуйидагини беради:

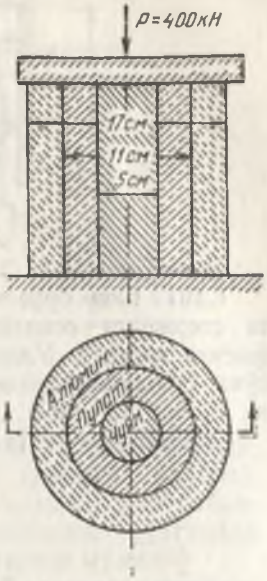
$$P_э + P_п + P_а = P.$$

Бу тенглама биз тузишимиз мумкин бўлган статиканинг ягона тенгламаси. Деформацияларни кўриб чиқиш усулига мурожаат қиламиз. Учала стерженнинг деформацияси, яъни калталашиши бир хил, яъни демак,

$$\Delta l_ч = \Delta l_п = \Delta l_а$$

бундан иккита деформация тенгламасини тузиш мумкин:

$$\Delta l_ч = \Delta l_п \text{ ва } \Delta l_ч = \Delta l_а .$$




1.99- масалага оид

Деформацияларни юклар орқали ифодалаймиз:

$$\frac{P_ч \cdot l}{E_ч F_ч} = \frac{P_п \cdot l}{E_п \cdot п} \quad \text{ва} \quad \frac{P_ч \cdot l}{E_ч \cdot F_ч} = \frac{P_а \cdot l}{E_а \cdot F_а}$$

$\frac{F_ч}{P_ч} = \sigma_ч$, $\frac{P_п}{F_п} = \sigma_п$ ва $\frac{P_а}{F_а} = \sigma_а$ эканлигини кўзда тутиб мувозанат тенгламаси ҳамда деформация тенгламаларида кучларни кучланишлар орқали ифодалаймиз ва тенгламаларда узунлик $l$ ни қисқартирамиз. Шунда мувозанат тенгламаси ва деформация тенгламалари қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_ч \cdot F_ч \cdot \sigma_ч \cdot F_п \cdot \sigma_а \cdot F_а = P. \quad \frac{\sigma_ч}{E_ч} = \frac{\sigma_п}{E_п}; \quad \frac{\sigma_ч}{E_ч} = \frac{\sigma_а}{E_а},$$

Бу учала тенглама биргаликда ечилса, кучланишларнинг қиймати топилади. Булар қуйидагиларга тенг:

$$\sigma_ч = \frac{P}{F\left(1+\frac{E_п F_п}{E_ч F_ч}+\frac{E_а \cdot F_а}{E_ч \cdot F_ч}\right)} = \frac{400000}{3{,}14 \cdot 2{,}5^2\left(1+\frac{2}{12}\cdot\frac{5{,}5^2-2{,}5^2}{2{,}5}+\frac{0{,}7}{1{,}2}\cdot\frac{6{,}5^2-5{,}5^2}{2{,}5^2}\right)} =$$

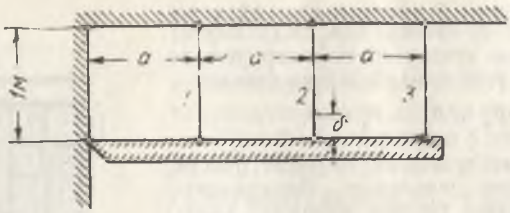
$$= 18{,}0 \text{ МПа}$$

$$\sigma_п = \frac{E_п}{E_ч} \cdot \sigma_ч = \frac{2 \cdot 10^5}{1{,}2 \cdot 10^5} \cdot 180 = 30{,}0 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_а = \frac{E_а}{E_ч} \cdot \sigma_ч = \frac{0{,}7 \cdot 10^5}{1{,}2 \cdot 10^5} \cdot 180 = 10{,}5 \text{ МПа}$$

Барча кучланишлар қисувчи кучланишлардир.

**1.100.** Бикр брус кўндаланг кесим юзаси 20 см$^2$ дан бўлган учта пўлат стерженга осилган. Ўртадаги стержень лойиҳада кўрсатилганидан $\delta = 0{,}5$ мм калтароқ ясалган (расмга қаранг). Конструкцияни йиғгандан кейин стерженларда пайдо бўладиган кучланишларни аниқланг.

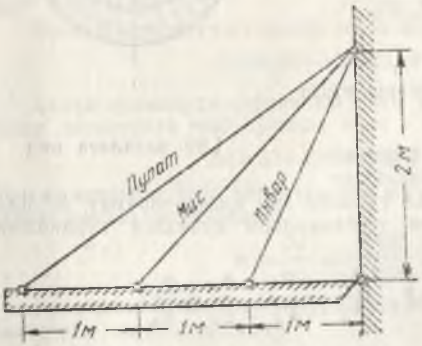



1.100- масалага оид

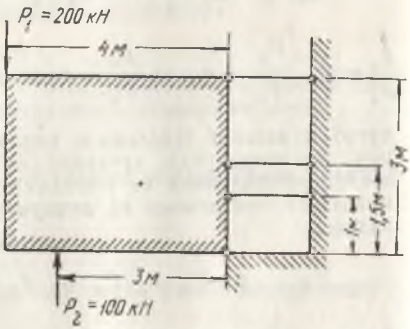
*Жавоб* $\sigma_1 = -14{,}3$ МПа, $\sigma_2 = 71{,}5$ МПа, $\sigma_3 = -42{,}9$ МПа.

**1.101.** Бикр брус кўндаланг кесим юзаси 10 см² дан бўлган учта стерженга осилган, стерженлар ҳар хил материалдан ясалган (расмга қаранг). Уларнинг температураси $\Delta t = +30°$ кўтарилгандан сўнг стерженларда нкучланишларни аниқланг. Инвар учун $\alpha_и = 0$ ва $E_п = 2 \cdot 10^5$ МПа.

*Жавоб*: $\sigma_п = -14.2$ МПа, $\sigma_м = -16{,}6$ МПа, $\sigma_и = 52{,}7$ МПа.




1.101- масалага оид




1.102- масалага оид

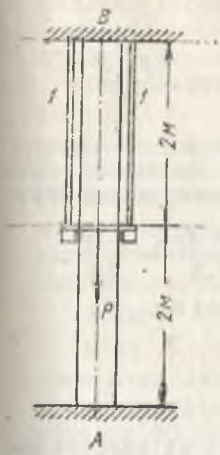
**1.102.** Бикр конструкция пой деворга шарнир ҳамда кўндаланг кесим юзаси ва узунлиги бир хил бўлган учта тортқи ёрдамида маҳкамланган. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда тортқиларнинг кесим юзасини танланг.

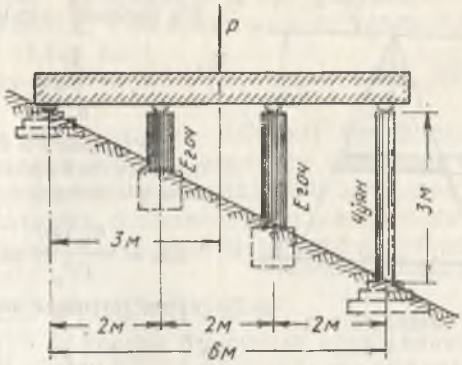
*Жавоб:* 7,65 см².

**1.103.** Бетон устун $AB$ нинг иккала учи қисилган (расмга қаранг). У ўзининг ўрта кесимида ўқ бўйлаб $P = 320$ кН куч билан юкланган. Куч қўйилгандан сўнг бетон устуннинг юқори қисмида чўзувчи кучланиш 0,5 МПа дан ошмаслиги учун икки пўлат тортқи *1* нинг кесим юзаси қандай бўлиши керак? Бу ҳолда тортқилардаги ва устуннинг пастки қисмидаги кучланишлар нимага тенг бўлади? Чўзилиш ва қисилишда бетоннинг эластиклик модули бир хил қабул қилинган: $E_б = 1{,}5 \times 10^5$ МПа.

*Жавоб*: $F = 2 \times 120$ см², $\sigma_т = 6{,}67$ МПа; $\sigma_б = 0{,}5$ МПа.

**1.104.** Бикр балка олдин ўнг учи билан кесим юзаси 100 см² бўлган чўян стойкага тиралиб, қўшимча тиракларга эга эмас




1.104- масалага оид




1.103- масалага оид

эди, сўнгра диаметри 25 см ли иккита думалоқ ёғоч тирак қўйилди (расмга қаранг). Агар чўян стойкадаги кучланиш дастлабкисидек қолса, оралиқ тиракларни қўйгандан сўнг юкланишни қанча ошириш мумкин?

*Жавоб:* Юкланишни 41% ошириш мумкин.

### 3- §. Хусусий оғирлигини ҳисоблаш

**1.105.** Агар бир метр куб бетоннинг оғирлиги 24 кН, эластиклик модули $2 \cdot 10^5$ МПа бўлса, баландлиги 10 м бўлган ўзгармас кесимли бетон устуннинг энг катта қисувчи зўриқишини ва тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Жавоб:* 0,214 МПа; 0,06 мм.

**1.106.** Оғирлиги 16 кН бўлган подъёмник клети $h = 140$ м чуқурликда икки троссга осиб қўйилган. Ҳар бир трос кўндаланг кесим юзаси 1,25 см$^2$, унинг погон метрик оғирлиги 15 Н га тенг. Трос дастлабки синаб кўрилганда шу нарса аниқланганки, узунлиги 1 м бўлган трос кесмаси 10 кН куч таъсирида 0,5 мм га уязаяди. Тросснинг юқори ва пастки учларидаги зўриқишлар қанчага тенг ва унинг тўлиқ узайиши қанча?

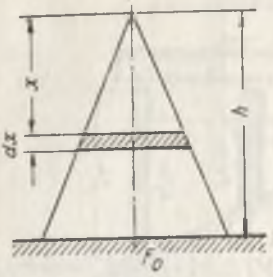
*Жавоб:* $\sigma_ю = 80{,}8$ МПа, $\sigma_п = 64{,}0$ МПа, $\Delta l = 6{,}35$ мм.

**1.107.** Расмда тасвирланган устуннинг кўндаланг кесим юзаси формула $F_x = F_o \frac{x}{h}$ га мувофиқ ўзгаради. Агар $\gamma$ ва $E$ маълум бўлса, устуннинг ўз хусусий оғирлигидан тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Ечим.* Устун чўққисидан $x$ масофада унинг узлуксиз кичик қисмида $dx$ баландликни ажратамиз. Унинг ҳажми $dV = F_x \cdot dx = F_0 \frac{x}{h} dx$.

Устуннинг $x$ баландликдаги юқори қисмининг ҳажми:

$$dV = F_x \cdot dx = F_o \frac{x}{h} dx,$$




1.107- масалага оид

Шу қисмнинг оғирлиги:

$$V_x = \int_0^x dV = \int_0^x F_0 \frac{x}{h} dx = \frac{F_0 \cdot x^2}{2h}.$$

Баландлиги $x$ бўлган юқоридаги қисмининг оғирлиги таъсирида $dx$ баландликдаги устуннинг узлуксиз кичик ҳажмининг калталашиши:

$$\Delta dx = \frac{\varphi_x \cdot dx}{EF_x} = \frac{\gamma \cdot F_0 x^2 \cdot h \cdot dx}{2 \cdot h \cdot EF_0 X} = \frac{\gamma \cdot x dx}{2E},$$

бутун устуннинг калталашиши эса

$$\Delta h = \int_0^h \Delta dx = \int_0^h \frac{\gamma x dx}{2E} = \frac{\gamma h^2}{4E}.$$

**1.108.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ бўлса, асосининг радиуси $R$ бўлган $h$ баландликдаги конуснинг хусусий оғирлигидан тўлиқ калталашишини аниқланг.

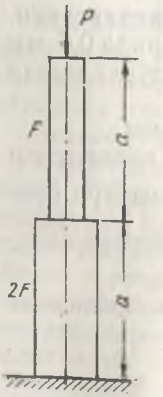
*Жавоб*: $\frac{\gamma h^2}{6E}$,

**1.109.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ маълум бўлса, расмда тасвирланган стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олиб, унинг тўлиқ калталашишини аниқланг.

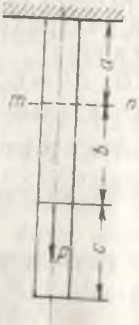
*Жавоб*: $\frac{3}{2}\frac{Pa}{EF} + \frac{3\gamma \cdot a^2}{2E}$.

**1.110.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ маълум бўлса, расмда тасвирланган кўндаланг кесими $F$ бўлган кесим $m—n$ нинг силжишини хусусий оғирлигини ҳисобга олиб аниқланг.

*Жавоб*: $\frac{Pa}{EF} + \frac{\gamma(b+c)a}{E} + \frac{\gamma a^2}{2E}$.




1.109- масалага оид




1.110- масалага оид

**1.111.** Юқори учидан вертикал осилган пўлат стержень фақат хусусий оғирлиги таъсирида қандай узунликда узилади? Пўлатнинг мустаҳкамлик чегарасини 500 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 6,41 км.

**1.112.** Баландлиги 10 м бўлган ва 650 кН куч юкланган ғиштин устуннинг кўндаланг кесими ўлчамларини аниқланг. Устуннинг солиштирма оғирлиги 2, сиқилишга рухсат этилган кучланиш $10^5$ Н/м$^2$. Устуннинг юқори ва ўрта кесимла-

ридаги зўриқишларни аниқланг. Агар устуннинг хусусий оғирлиги ҳисобга олинмаса, кўндаланг кесими ўлчамлари ҳисоб бўйича қанчага тенг бўлар эди?

*Жавоб*: 90×90 см, $\sigma_к = -0{,}8$ МПа, $\sigma_{ур} = -0{,}9$ МПа, 81× ×81 см,

**1.113.** Баландлиги 40 м бўлган, 1000 кН куч билан сиқилган, бир хил узунликдаги тўртта участкага бўлинган поғонали стойканинг кўндаланг кесимлари юзаларини аниқланг. Стойка материалининг солиштирма оғирлиги 2, рухсат этилган кучланиш 0,8 МПа. Зўриқишларнинг стойка узунлиги бўйлаб тарқалиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб:* 1,67 м²; 2,23 м², 2,97 м², 3,95 м².

**1.114.** Узунлиги 120 м бўлган бурғулаш агрегатининг штангаси ички диаметри 25 мм ли пўлат трубадан иборат бўлиб, юқори учидан маҳкамлаб қўйилган ва пастки учига бўйлама чўзувчи 20 кН куч билан юкланган. Штанга деворининг қалинлигини икки ҳолат учун: хусусий оғирлигини ҳисобга олиб ва хусусий оғирлигини ҳисобга олмай аниқланг. Агар штангани унинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмасдан лойиҳаланса, хусусий оғирлигини ҳисобга олингандаги ҳақиқий зўриқишлар рухсат этиладиган зўриқишлардан қанча фоиз юқори бўлади? Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ МПа.

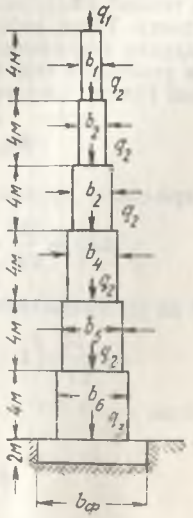
*Жавоб:* 2,5 мм; 2,3 мм; 9%.

**1.115.** Баландлиги 42 м бўлган ва $P = 4000$ кН қисувчи куч юкланган кўприк таянчининг терими ҳажмини қуйидаги уч ҳол учун аниқланг: 1) ўзгармас кесимли таянч, 2) бир хил узунликдаги учта қисмдан иборат поғонали таянч ва 3) тенг қаршиликли брус кўринишидаги таянч. Таянч терими материалининг ҳажмий оғирлиги 22 кН/м³, рухсат этиладиган кучланиш 1,2 МПа.

*Жавоб:* $V_1 = 610$ м³, $V_2 = 260$ м³, $V_3 = 209$ м³

**1.116.** Расмда олти қаватли бино ғиштин деворининг кўндаланг қирқими кўрсатилган. Чордоқ ёпмаси ва томдан деворнинг ҳар погон метрига $q_1 = 60$ кН/м, қаватлараро ёпмалардан $q_2 = 40$ кН/м ва пастки қават полидан $q = 30$ кН/м куч таъсир қилади. Бу кучлар девор ўқи бўйлаб йўналган. Девор ва пойдевор материалининг ҳажмий оғирлиги 20 кН/м³. Агар рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 0{,}6$ МПа бўлса, ҳар бир қаватдаги деворнинг энг кичик қалинлигини ва агар ерга рухсат этилган босим 0,5 МПа бўлса, пойдевор энини аниқ-узунроқ олиш мумкин?

*Жавоб*: $b_1 = 11{,}5$ см; $b_2 = 21$ см; $b_3 =$ 32 см;

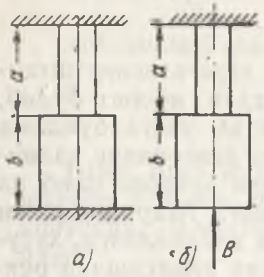



1.116- масалага оид

$b_4 = 44.5$ см; $b_5 = 59$, см; $b_6 = 76$ см;
$b_п = 125$ см.

Теплотехника ҳисобларига асосан юқори қаватларнинг деворлари қалинлигининг ҳосил бўлган минимал ўлчамлари катталашади. Бундан ташқари, ҳамма ўлчамлар ғиштларнинг стандарт ўлчамларига мувофиқлаштирилиши керак.

**1.117.** Кўндаланг кесими юзаси $F$ ва узунлиги $l = 300$ м бўлган вертикал пўлат стержень 60 МПа кучланишда бўйлама куч $P$ билан ишлайди. Стерженнинг кесими ўлчамларини ҳам, унга тушадиган кучларни ҳам ўзгартирмаган ҳолда рухсат этиладиган кучланишни 65 МПа гача ошириш мумкин деб ҳисоблаб, стерженни узунроқ олиш талаб қилинади. Стерженни қанча узунроқ олиш мумкин?



а) б)

1.118- масалага оид

*Жавоб:* 64,1 м.

**1.118.** Расм, *а* да тасвирланган стерженнинг кўндаланг кесимларидаги энг катта чўзувчи зўриқишларини аниқланг. Стержень: материалининг ҳажмий оғирлиги $\gamma$, эластиклик модули $E$. Стержень юқори қисмининг кўндаланг кесими юзаси $F_1$ паст қисминики $F_2$.

*Ечим.* Устки реакцияни $A$ ва пасткисини $B$ билан белгилаймиз. Уларнинг иккаласи ҳам юқорига йўналган деб фараз қиламиз. Бу ҳолда ягона мувозанатлик тенгламаси — вертикал ўққа проекциялар йиғиндиси — стерженнинг оғирлиги реакциялар йиғиндисига тенглигини билдиради:

$$\gamma F_1 a + \gamma F_2 b = A + B. \tag{1}$$

Шундай қилиб, система статик аниқланмайдиган система экан. Энди деформацияларни кўриб чиқишга ўтамиз. Асосий системага ўтиш учун пастки таянчни ташлаб юборамиз. Асосий системага реакциялар $B$ ни юклаймиз (расм, *б* га қаранг). Тўлиқ деформациялар нолга тенг бўлгани учун реакция $B$ келтириб чиқарган стерженнинг калталашиши унинг хусусий оғирлиги келтириб чиқарган узайишига тенг бўлиши лозим. Ана шу шарт қўшимча деформация тенгламаси бўлади. Стерженнинг реакция $B$ дан калталашиши:

$$\Delta l_B = \frac{B}{E}\left(\frac{b}{F_2} + \frac{a}{F_2}\right) = \frac{Bb}{EF_2}\left(1 + \frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}\right). \tag{2}$$

Стерженнинг хусусий оғирлигидан узайиши:

$$\Delta lQ = \frac{\gamma b^2}{2E} + \frac{\gamma a^2}{2E} + \frac{\gamma F_2 ba}{EF_1} = \frac{\gamma b^2}{2E}\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}\right] \tag{3}$$

(2) ва (3) ифодаларни тенглаштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{Bb}{EF_2}\left(1 + \frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}\right) = \frac{\gamma b_2}{2E}\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}\right]$$

бундан

$$B = \frac{\gamma bF_2}{2}\cdot\frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}};$$

(1) тенгламадан

$$A = \gamma F_1 a + \gamma F_2 b - B = \gamma F_1 a + \gamma F_2 b - \frac{\gamma b F_2}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}};$$

бир неча содда ўзгартиришлардан кейин қуйидагига эга бўламиз:

$$A - \frac{\gamma a F_1}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}}{1 + \frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}},$$

Энг катта чўзувчи кучланиш

$$\sigma_ч = -\frac{A}{F_1} = \frac{\gamma a}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}}{1 + \frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}},$$

энг кичик сиқувчи кучланиш эса:

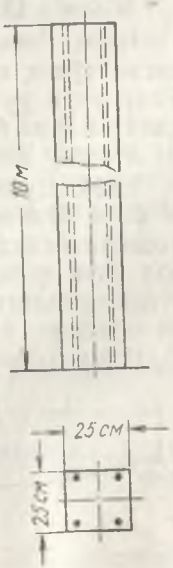
$$\sigma_ч = -\frac{B}{F_г} = -\frac{\gamma b}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{F_2}{F_1}}.$$

**1.119.** Расмда кўрсатилган ўлчамлардаги темир-бетон устун фақат хусусий оғирлиги билан юкланган. Агар темир-бетоннинг ҳажмий оғирлиги 25 кН/м³ бўлса, устун бетони ва арматурасидаги кучланишни аниқланг. Пўлат арматура ва бетон эластиклик модулларининг нисбатини 15 га тенг деб олинг, арматуранинг диаметри 25 мм.

*Жавоб:* $\sigma_б = -0{,}17$ МПа; $\sigma_п = -2{,}55$ МПа.

**1.120.** Ўзгармас кесимли бетон устун юқори ва пастки учлари билан қисиб қўйилган. Агар бетондаги чўзувчи кучланиш 0,5 МПа дан ошмаслиги лозим бўлса, устуннинг чегаравий узунлиги қанчага тенг бўлиши мумкин? Бетоннинг ҳажмий оғирлигини 25 кН/м³ деб олинг.

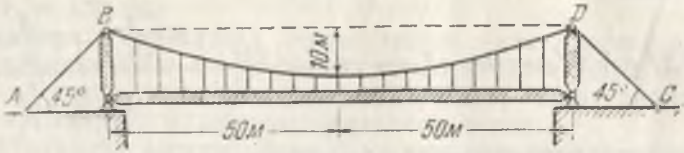
*Жавоб:* 40 м.




1.119- масалага оид

## 4- §. Эластик иплар

**1.121.** Бир хил сатҳда осилган эластик ип ҳажм бирлиги оғирлиги 80 кН/м³ ва рухсат этилган кучланиши 300 МПа бўлган матери-




1.124- масалага оид

алдан ясалган. Агар $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$ ва $\frac{1}{10}$ бўлса, пролётларнинг чегаравий қийматларини аниқланг. Таянчларнинг кучланишлари ортишини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 300 м ва 3000 м.

**1.122.** Оғирлиги 10 Н/м бўлган трос бир-биридан 40 м масофада ётган бир хил сатҳдаги икки таянчга 1 м солқиликда осилган. Троснинг таранглашиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 2000 Н.

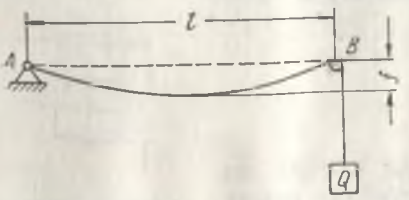
**1.123.** Осма кўприкни икки пўлат занжир тортиб туради. Занжирларнинг пролети 120 м га, солқилик стреласи эса 10 м га тенг. Кўприк конструкциясининг хусусий оғирлиги вақтинчалик фойдали куч билан бирга 60 кН/м га тенг. Агар $[\sigma] = 400$ МПа бўлса, ҳар бир занжирнинг зарур кўндаланг кесим юзасини аниқланг.

*Жавоб:* 135 см$^2$.

**1.124.** Расмда тасвирланган осма кўприк занжирига тушадиган тўлиқ куч пролет бўйича тарқалган ва 50 кН/м га тенг. Улар учун рухсат этиладиган кучланиш 300 МПа бўлса, тортқилар $AB$ ва $CD$ ларнинг зарур кесимини аниқланг.

*Жавоб:* 295 см$^2$.

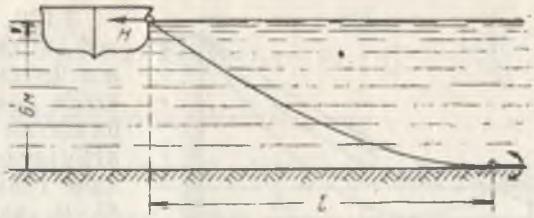
**1.125.** Думалоқ кўндаланг кесими юзаси 0,5 см$^2$, пролёти $l = 80$ м бўлган пўлат сим блок В орқали ташланган ва расмда тасвирлангандек юк $Q = 3500$ Н билан тортилган. Ушбу икки ҳол учун солқилик стреласи f ни аниқланг: 1) сим фақат хусусий оғирлиги билан юкланган ва 2) симнинг $A$ ва $B$ нуқталари орасида 1 см қалинликдаги муз қатлами яхлаб қолган. Музнинг солишитирма оғирлиги 0,9. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.




1.125- масалага оид

*Жавоб:* $f_1 = 0{,}90$ м, $f_2 = 2{,}07$ м.

**1. 126.** Бир хил сатҳдаги икки таянчга осилган, пролёти $l$ ва солқилик стреласи $f$ бўлган пўлат-алюминий симли кабелнинг пўлат ва алюминий қисмларидаги тарангликни аниқланг. Кабель




1.127- масалага оид

пўлат қисмининг юзаси $F_п$, алюмин қисминики $F_а$ ҳажмий оғирликлари ва эластик модуллари тегишлича: $\gamma_п$, $\gamma_а$, $E_п$ ва $E_а$

*Жавоб:* $H_п = \dfrac{(\gamma_п F_п + \gamma_а F_а) l^2}{8 f \left(1 + \dfrac{E_а F_а}{E_п F_п}\right)}$ ; $H_а = \dfrac{(\gamma_п F_п + \gamma_а F_а) l^2}{8 f \left(1 + \dfrac{F_п E_п}{F_а E_а}\right)}$.

**1.127.** Баржани тутиб турган якорь занжири пўлатдан ясалган, кесими 5 см². Якорни ўрнатиш нуқтасида у сув тубига горизонтал равишда тегиб туради (расмга қаранг). Агар якорни суғуриб оладиган горизонтал куч катталиги 1000 Н га тенг бўлса, баржадан якоргача бўлган масофа $l$ ни аниқланг.

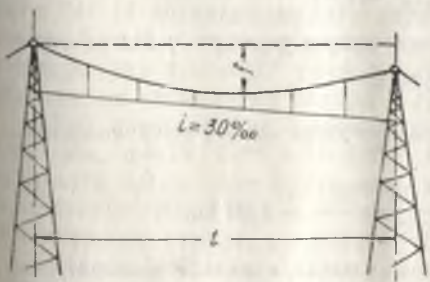
*Жавоб:* 18,8 см.

**1.128.** Кесими 1 см² га тенг бўлган сим таянчлари орасидаги горизонтал масофа 37 м га тенг. Битта таянч иккинчисидан 30 см пастроқ ва симнинг энг паст нуқтаси паст таянчдан 90 см пастроқда ётади. Агар симнинг солиштирма оғирлиги 0,08 Н/см³ га тенг бўлса, пастки таянчдан симнинг энг паст нуқтасигача бўлган горизонтал масофани аниқланг.

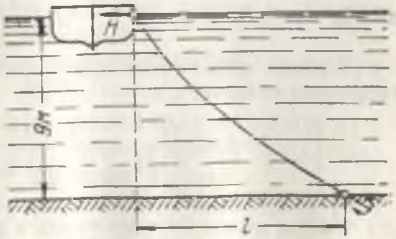
*Жавоб:* 17,1 м, $H = 1310$ Н.

**1.129.** Агар трос қиялиги $i = 30\%$, пролёт $l = 75$ м ва юк $q = 16$ Н/м бўлса, электр темир йўл симини тутиб турувчи троснинг пастки кесимидаги таранглиқни аниқланг. Троснинг энг пасайган нуқтасининг вертикал бўйича юқорироқ ётган таянчи учидан масофаси $f = 3$ м.

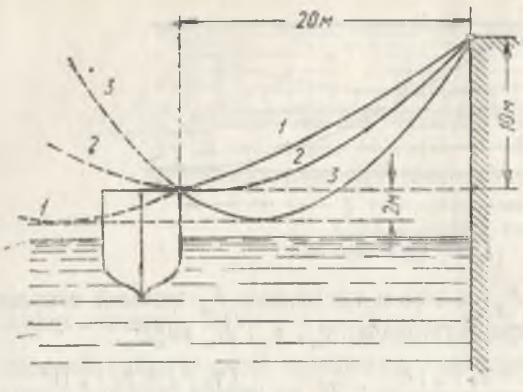
*Жавоб:* $H = 6670$ Н.




1.129- масалага оид




1.130- масалага оид




1.131- масалага оид

**1.130.** Сувда сузиб кетаётган баржа (расмга қаранг) якорь занжирига горизонтал куч $H=360$ кН узатади. Занжирнинг тўлиқ узунлиги 45 м, занжир баржага маҳкамланган нуқтасидан мунтазам сув тубигача бўлган вертикал масофа 9 м. Занжирнинг сувдаги погон оғирлиги 500 Н/м. Якорь билан занжир баржага осилган нуқтагача бўлган горизонтал масофани аниқланг.

*Жавоб:* 43,8 м.

**1.131.** Погон оғирлиги 30 Н/м, кесим юзаси 4 см$^2$ бўлган пўлат трос ёрдамида кема қирғоққа маҳкамлаб қўйилган (расмга қаранг). Трос *1, 2* ва *3* эгри чизиқлар бўйича солқиланиб турганда қандай кучлар кемани қирғоқдан нари суради. Эгри чизиқ *2* нинг пастки нуқтаси кеманинг чапки маҳкамланиш жойида, эгри чизиқ *1* нинг пастки нуқтаси чапки маҳкамланиш жойидан чапроқда, эгри чизиқ *3* нинг пастки нуқтаси эгри чизиқ *1* нинг пастки нуқтасидан ўнгроқда ва у бир сатҳда.

*Жавоб.* $H_1=1480$ Н, $H_2=600$ Н, $H_3=250$ Н.

**1.132.** Пўлат сим бир сатҳда ётган ва бир-биридан 30 м нари бўлган икки нуқтага осилиши керак. Сим +35° температурада осилади. Температура —25° бўлганда кучланиш 300 МПа дан ошмаслиги учун дастлабки солқиш стреласи қанчага тенг бўлиши керак? Сим фақат хусусий оғирлиги билангина юкланган.

*Ечим.* Сим учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича

$$\sigma=\frac{H}{F}=\frac{ql^2}{8fF}\leqslant[\sigma],$$

Симга фақат хусусий оғирлиги таъсир қилгани учун $q=\gamma\cdot F\cdot 1$ ва мустаҳкамлик шарти бу ҳолда $\dfrac{\gamma Fl^2}{8fF}\leqslant[\sigma]$ бўлади.

Тегишли қисқартиришлардан сўнг симнинг кесим юзасига зарур солқиланиш стреласини топамиз:

$$f=\frac{\gamma l^2}{8[\sigma]}=\frac{7{,}8\cdot10^{-3}\cdot30^2\cdot10^4}{8\cdot3000}=2{,}92\text{ см}.$$

Бу солқиланиш стреласига сим хавфли ҳолатда, яъни —25° температурада эга бўлиши лозим. Сим осилгандаги солқиланиш стреласини топиш учун унинг $t_1=$ —25° ҳолатидан $t_2=+35°$ ҳолатига ўтиши керак. Маълумки, симнинг икки ҳолати ўзаро қуйидаги куб тенгламалар билан боғланган:

$$H_2^3 + \left[ \frac{EFq_1^2 l^2}{24 H_1^2} + EF\alpha (t_2 - t_1) - H_2 \right] H_2^2 - \frac{EFq_2^2 l^2}{24} = 0.$$

Бу тенгламада қуйидаги алмашувларни бажарамиз:

$$H_2 = \frac{ql^2}{8f_2}, \; H_1 = H = [\sigma] F \text{ ва } q_1 = q_2 = q = \gamma \cdot F.$$

Бу ҳолда тенглама ушбу ҳолга киради:

$$f_2^3 - \frac{3}{8} l^2 \left[ \frac{\gamma^2 l^2}{24 [\sigma]^2} + \alpha (t_2 - t_1) - \frac{[\sigma]}{E} \right] f_2 - \frac{3 \gamma l^4}{64E} = 0.$$

Рақамли қийматларни қўйгандан сўнг тенглама ушбу кўринишни олади:

$$f_2^3 - \frac{3}{8} \cdot 3000^2 \left[ \frac{7{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 3000^2}{24 \cdot 3000^2} + 125 \cdot 10^{-7} \cdot (35 + 25) - \frac{3000}{2 \cdot 10^6} \right] -$$

$$- \frac{3 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 3000^4}{64 \cdot 2 \cdot 10^6} = 0.$$

Қисқартиришлардан сўнг

$$f_2^3 + 2515 f_2 - 14850 = 0.$$

Бундан $f_2 = 5{,}82$ см. Ана шу симнинг зарур дастлабки солқиланиш стреласи бўлади.

**1.133.** Кесими 95 мм$^2$ бўлган кўп толали алюминий сим бир сатҳда ётган ва бир-биридан 100 м нарида турган таянчларга осилган. Симнинг солқиланиш стреласи 4 м га тенг. Агар симнинг погонметри оғирлиги 2,57 Н, чизиқли кенгайиш коэффициенти $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}$, эластиклик модули $E = 0{,}63 \cdot 10^5$ МПа бўлса, температура 50° га пасайганда кучланишларнинг катталашишини топинг.

*Жавоб:* Кучланиш 1,1 МПа катталашди.

**1.134.** Бир хил сатҳда ётган ва бир -биридан $l = 100$ м масофада турган иккита таянч орасига ёзда $t_1 = +25°$ температурада кўп толали пўлат--алюминий сим осилади. Сим кесимининг юзаси $F = 120$ мм$^2$. Кейинчалик температура $t_2 = -5°$ гача пасаяди ва симнинг усти музлаб муз қатлами 10 мм га етади. Айни вақтда муз билан қопланган симнинг 1 м$^2$ вертикал проекциясига 240 Н интенсивликдаги горизонтал шамол кучи таъсир қилади. Бундан ташқари, шу нарса кўзда тутиладики, қишда температура $t_3 = -40°$ гача пасайиши мумкин, лекин у вақтда музлаш ва шамол бир вақтда юз бермайди.

Агар симнинг бир погон метри оғирлиги 4,91 Н, диаметри 15,2 мм, $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}$, $E = 0{,}82 \cdot 10^5$ МПа, музнинг солиштирма оғирлиги 0,9 га тенг бўлса энг ёмон шароитларда симдаги кучланишнинг 100 МПа дан ошмаслиги учун симнинг дастлабки солқиланиш стреласи қанчага тенг бўлиши керак?

*Жавоб:* 1,42 м.

2-боб

# МУРАККАБ ЗЎРИҚҚАН ҲОЛАТ. МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯСИ

## 5-§. Кучланишларни аниқлашнинг аналитик ва график усуллари

**2.1.** Диаметри 6 см бўлган стержень ўз ўқи бўйлаб $245 \cdot 10^3$ Н (25 т) куч билан чўзилган. Нормаль стержень ўқи билан 30° бурчакни ташкил қиладиган кесим бўйича нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг. Уринма кучланишлар қандай кесими бўйича максимумга эришишини аниқланг ва уларни қийматини ҳисоблаб топинг.

*Ечим.* Стержень ўқига перпендикуляр бўлган кесим бўйича кучланишни топамиз:

$$\sigma_0 = \frac{P}{F} = \frac{P}{\pi d^2/_4} = \frac{4 \cdot 245 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 0{,}06^2} = 867 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Қия кесим бўйича нормал ва уринма кучланишлар қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha = 867 \cdot 10^5 \cdot 0{,}866^2 = 650 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha = \frac{867 \cdot 10^5}{2} = 0{,}866 = 375 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Стержень ўқига 45° бурчак остидаги қия кесимлар бўйича уринма кучланишлар максимумга эришади. Уларнинг қиймати қуйидагига тенг:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{2} = \frac{867 \cdot 10^5}{2} = 433 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

**2.2.** Ўлчами $10 \times 10$ см бўлган квадрат кўндаланг кесимли стержень ўқи бўйлаб 500 кН куч билан қисилган. Кўндаланг кесимдаги ва кўндаланг кесим билан 30° бурчак ҳосил қиладиган кесимдаги тўлиқ кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $p_0 = \sigma_0 = 50{,}0$ МПа; $p_\alpha = 43{,}3$ МПа.

**2.3.** Томонларининг нисбати 5 : 1 бўлган тўғри тўртбучак кўндаланг кесимли стержень ўқи бўйлаб 320 кН куч билан чўзилган. Рухсат этиладиган уринма кучланиш 80 МПа қабул қилинган. Кесим ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $2 \times 10$ см.

**2.4.** Ўқи бўйлаб чўзилган стерженда унинг қия кесимларидан биридаги нормал кучланишлар 75 МПа га, уринма кучланишлар 43,3 МПа га тенг. Берилган қия ва кўндаланг кесимлар орасидаги бурчакни ва энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 100 МПа; 30°.

**2.5.** Ўқи бўйлаб чўзилган стержендаги энг катта нормал кучланиш 40 МПа га, қия кесимларан бири бўйича уринма кучланиш эса 17,3 МПа га тенг. Қия текисликнинг кўндаланг кесимга нисбатан бурчагини ва у бўйича таъсир қиладиган нормал кучланишнинг қийматини аниқланг.

*Жавоб:* $\alpha_1 = 30°$, $\sigma_{\alpha 1} = 30$ МПа,

$\alpha_2 = 60°$, $\sigma_{\alpha 2} = 10$ МПа.

**2.6.** Ўлчами $20 \times 20 \times 20$ см бўлган бетон кубикни сиқилишга синаш пайтида унинг емирилиши олдидан куч йўналишига нисбатан 45° бурчак остидаги қия кесими бўйича нормал кучланиши — 4,5 МПа га тенг бўлган. Кубик қандай куч таъсирида емирилган.

*Жавоб:* 360 кН.

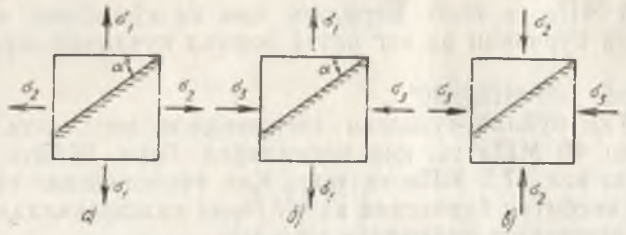
**2.7.** Конструкция элементининг танланган нуқтаси орқали ўтказилган кесимлардан бири бўйича тўлиқ кучланиш 60 МПа бўлиб, у шу кесимга 60° бурчак остида қия. Биринчи кесимга перпендикуляр бўлган иккинчи кесим бўйича нормал кучланиш нолга тенг. Шу нуқта орқали ўтказилган хавфли кесим бўйича энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 65,4 МПа.

**2.8.** Берилган $\sigma_1$ ва $\sigma_2$ (расм, *а*) ёки $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ (расм, *б*) ёки $\sigma_2$ ва $\sigma_3$ (расм, *в*) бўйича аналитик ёки график усулда $\alpha$ бурчак остидаги кесимда $\sigma_\alpha$ ва $\tau_\alpha$ ларни аниқланг. Элементдаги энг катта уринма кучланишларни аниқланг.

| Берилган қийматлар | | | | | Жавоб $\sigma_\alpha$, МПа |
|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | $\sigma_1$, МПа | $\sigma_2$, МПа | $\sigma_3$, МПа | $\alpha$ | |
| 1 | 100,0 | 50,0 | 0 | 30 | 87,5 |
| 2 | 100,0 | 50,0 | 0 | —60 | 62,5 |
| 3 | 30,0 | 30,0 | 0 | ҳар қандай | 30,0 |
| 4 | 80,0 | 0 | —20,0 | 60 | 5,0 |
| 5 | 80,0 | 0 | —20,0 | —30 | 55,0 |
| 6 | 30,0 | 0 | —30,0 | 45 | 0 |
| 7 | 30,0 | 0 | —30,0 | 30 | 15,0 |
| 8 | 30,0 | 0 | —30,0 | —60 | —15,0 |
| 9 | 0 | 20,0 | —60,0 | 60 | —50,0 |
| 10 | 0 | 20,0 | —60,0 | —30 | —30,0 |

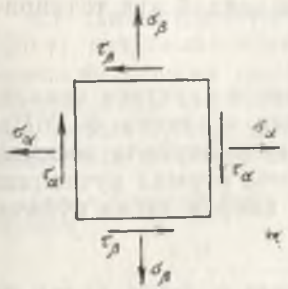
**2.9.** Идиш деворидаги асосий кучланишлар 60 МПа ва 120 МПа га тенг. Нормали энг катта асосий кучланиш йўналишига нисбатан 30° бурчак ҳосил қиладиган кесим учун нормал ва уринма кучланишларни аниқланг. Деворга нормал бўлган, энг катта уринма кучланишли кесимнинг вазиятини аниқланг ва иккала кучланиш ясовчисини шу юза бўйича ҳисобланг.



2.8- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma_\alpha = 105{,}0$ МПа $\quad \tau_2 = 26{,}0$ МПа

$\tau_{max} = 30{,}0$ МПа $\quad \sigma_{max} = 90{,}0$ МПа



2.11- масалага оид

**2.10.** Ясси зўриққан ҳолатда турган элементнинг нуқтасидаги асосий кучланишлар 120 МПа ва 45 МПа га тенг. Тўлиқ кучланиши кесимга нисбатан энг кичик бурчак билан қия бўлган кесимнинг вазиятини аниқланг.

*Жавоб:* Энг катта асосий кучланишли кесимга нисбатан 58°30′ бурчак остида.

**2.11.** Берилган $\sigma_\alpha$, $\sigma_\beta$ ва $(\tau_\beta = -\tau_\alpha)$ лар бўйича (расмга қаранг) аналитик ёки график усулда асосий кучланишларнинг қиймати ва йўналишини аниқланг ва фақат асосий кучланишлар таъсирида бўлган элементни тасвирланг.

2.11- масалага оид

| Вариант | Берилган қийматлар, МПа | | | Жавоб |
|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_\alpha$ | $\sigma_\beta$ | $\tau_\alpha$ | $\tau_{max}$ |
| 1 | 40,0 | 20,0 | 10,0 | 44,1 |
| 2 | 50,0 | 30,0 | —20,0 | 62,3 |
| 3 | —20,0 | 30,0 | 20,0 | 37,0 |
| 4 | —40,0 | 20,0 | —30,0 | 32,4 |
| 5 | —10,0 | —20,0 | 10,0 | — 3,8 |
| 6 | —20,0 | —40,0 | —40,0 | —11,2 |
| 7 | 50 | 0 | 20 | 57 |
| 8 | 0 | 60 | 30 | 72,4 |
| 9 | —40 | 0 | 20 | 8,3 |
| 10 | 0 | —80 | 25 | 7,2 |
| 11 | 50 | 50 | 10 | 60 |
| 12 | —40 | —40 | —20 | —20 |
| 13 | 0 | 0 | 25 | 25 |
| 14 | —60 | 40 | 0 | 40 |



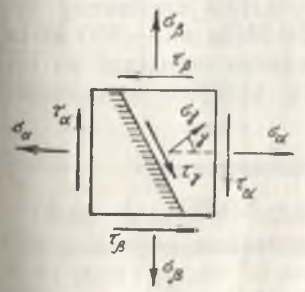
**2.12.** Ёқлари бўйича нормал ва уринма кучланишлар маълум бўлган элементдаги кўрсатилган (расмга қаранг) қия кесим бўйича аналитик ёки график усулда нормал $\sigma_\gamma$ ва уринма $\tau_\gamma$ кучланишларни аниқланг.

2.12- масалага оид

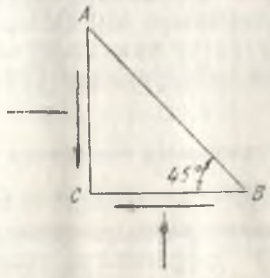
| Вариант | Берилган қийматлар | | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_\alpha$ МПа | $\sigma_\beta$ МПа | $\tau_\alpha$ МПа | $\gamma°$ | $\sigma_\gamma$ | $\tau_\gamma$ |
| 1 | 80 | 0 | 40 | 30 | 25,4 | 54,6 |
| 2 | 60 | 0 | 20 | —60 | 32,3 | —36,0 |
| 3 | 40 | 0 | —20 | —30 | 12,7 | —27,3 |
| 4 | 20 | 0 | —40 | 60 | 39,6 | 27,3 |
| 5 | —100 | 0 | 40 | —30 | —40,4 | 63,3 |
| 6 | —80 | 0 | 30 | 60 | —46,0 | —49,6 |
| 7 | —60 | 0 | —29 | 30 | —37,7 | —36,0 |
| 8 | —40 | 0 | —40 | —60 | —44,6 | —37,3 |
| 9 | 70 | 20 | —30 | —30 | 31,5 | —36,6 |
| 10 | 60 | 40 | —20 | 60 | 62,3 | 18,7 |
| 11 | 50 | 30 | 10 | 30 | 36,3 | 13,7 |
| 12 | 40 | 20 | 40 | —60 | 59,6 | —28,7 |
| 13 | 40 | —60 | 20 | 30 | —2,3 | 53,3 |
| 14 | 50 | —30 | 20 | —60 | —32,3 | —44,6 |
| 15 | 30 | —50 | —20 | —30 | —7,3 | —44,6 |
| 16 | 20 | —40 | —20 | 60 | —7,7 | 44,6 |
| 17 | —10 | —40 | 20 | —30 | —0,2 | —3,0 |
| 18 | —20 | —50 | 20 | 60 | —59,8 | 3,0 |
| 19 | —30 | —50 | —30 | 30 | —9,0 | —6,3 |
| 20 | —40 | —60 | —30 | —60 | —81,0 | 6,3 |

**2.13.** Расмда тасвирланган учбурчак элементнинг $AC$ ва $CB$ ёқлари бўйича бир хил қисувчи нормал кучланишлар — 50 МПа ва уринма кучланишлар таъсир қилади, $AB$ ёққа эса юк қўйилмаган. $AC$ ва $CB$ ёқлар бўйича уринма кучланишлар қийматини ҳамда асосий кучланишларнинг қиймати ва йўналишини аниқланг.

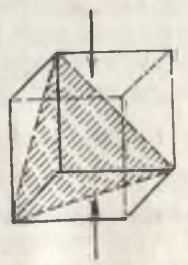
*Жавоб:* $\tau = 50$ МПа; $\sigma_1 = 0$; $\sigma_3 = -100$ МПа.



2.12- масалага оид



2.13- масалага оид



2.14- масалага оид

**2.14.** Қирраси 10 мм ли кубик қисилишга синалган. Қиймати 63000 Н куч қўйилганда у октаэдр текислик бўйича, яъни унинг барча уч ёқларига бир хил қияликдаги текислик бўйича емирилган (расмга қаранг). Шу кесимдаги емирилиш пайтидаги нормал, уринма ва тўлиқ кучланишларни аниқланг.

*Ечим.* Кўрилаётган кубикдаги асосий кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0,\ \sigma_3 = -630\ \text{МПа}.$$

Октаэдр нормал кучланиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_{окт} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{630,0}{3} = -210\ \text{МПа}.$$

Октаэдр уринма кучланиш эса қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}[\sigma_3] =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} 630,0 = 297\ \text{МПа}$$

Тўлиқ кучланиш қуйидагига тенг:

$$P_{окт} = \sqrt{\sigma_{окт}^2 + \tau_{окт}^2} = \sqrt{(-210)^2 + 297^2} = 363\ \text{МПа}.$$

**2.15.** Жадвалда кўрсатилган зўриққан ҳолатдаги элемент учун октаэдр нормал ва уринма кучланишларни аниқланг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_{окт}$ | $\tau_{окт}$ |
| 1 | 120 | 100 | 80 | 100 | 37,7 |
| 2 | 120 | 100 | —80 | 46,7 | 90 |
| 3 | 120 | 80 | —100 | 33,3 | 95 |
| 4 | 120 | —80 | —100 | —20 | 93,3 |
| 5 | 100 | 80 | —120 | 20 | 93,3 |
| 6 | 100 | —80 | —120 | —33,3 | 95 |
| 7 | 80 | —100 | —120 | —46,7 | 90 |
| 8 | —80 | —100 | —120 | —100 | 37,7 |

**2.16.** Пўлат қурол стволидан кесиб ясалган элементар кубик ёқларига кучланишлар: 550 МПа, 420 МПа ва — 350 МПа таъсир қилади. Энг катта уринма кучланишни аниқланг ва III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

*Ечими.* Асосий кучланишлар тегишлича қуйидагиларга тенг:

$$\sigma_1 = 500\ \text{МПа},\ \sigma_2 = 420\ \text{МПа ва}\ \sigma_3 = -350\ \text{МПа}.$$

Энг катта уринма кучланишлар қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{550 + 350}{2} = 450\ \text{МПа}$$

III мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг

$$\sigma_{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = 550 + 350 = 900 \text{ МПа}.$$

IV мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг:

$$\sigma_{IV} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} = 840 \text{ МПа}.$$

**2.17.** Кўрсатилган асосий кучланишларда ($\mu = 0{,}3$) I ва II мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_I$ | $\sigma_{II}$ |
| 1 | 120,0 | 100,0 | 80,0 | 120,0 | 166,0 |
| 2 | 120,0 | 100,0 | —80,0 | 120,0 | 146,0 |
| 3 | 120,0 | —100,0 | 80,0 | 120,0 | 160,0 |
| 4 | 120,0 | —100,0 | —80,0 | 120,0 | 174,0 |
| 5 | 80,0 | 100,0 | —120,0 | +100,0 ёки —120,0 | 174,0 |
| 6 | 100,0 | — 80,0 | —120,0 | +100,0 ёки —120,0 | 160,0 |
| 7 | 80,0 | 100,0 | —120,0 | +80,0 | 146,0 |
| 8 | —80,0 | —100,0 | —120,0 | —120,0 | 66,0 |

**2.18.** Асосий кучланишлар берилганда III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_{III}$ | $\sigma_{IV}$ |
| 1 | 120,0 | 100,0 | 80,0 | 40,0 | 34,6 |
| 2 | 120,0 | 100,0 | —80,0 | 200,0 | 191,0 |
| 3 | 120,0 | —100,0 | 80,0 | 220,0 | 203,0 |
| 4 | 120,0 | —100,0 | —80,0 | 220,0 | 210,0 |
| 5 | 80,0 | 100,0 | 120,0 | 220,0 | 211,0 |
| 6 | 100,0 | —80,0 | —120,0 | 220,0 | 203,0 |
| 7 | 80,0 | —100,0 | —120,0 | 20,0 | 191,0 |
| 8 | —80,0 | —100,0 | —120,0 | 40,0 | 34,6 |

**2.19.** Асосий кучланишлар қиймати 15 МПа, 40 МПа, 60 МПа бўлганда чўян деталнинг мустаҳкамлигини текширинг. Шу маркали чўян учун рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишдаги $[\sigma_t] = 30$ МПа, сиқилишдаги $[\sigma_-] = 100$ МПа. Морнинг мустаҳкамлик назариясига асосланг.

*Ечими.* Белгилаб оламиз: $\sigma_1 = 15$ МПа, $\sigma_2 = -40$ МПа, $\sigma_3 = -60$ МПа.

Мор бўйича чўзилишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \frac{[\sigma_-]}{[\sigma_+]} \leqslant [\sigma_+].$$

Бизнинг хол учун

$$15 + 60 \frac{30}{100} = 33 \text{ МПа} > 30 \text{ МПа}.$$

Бу эса бизни қаноатлантирмайди. Ҳисобий кучланиш рухсат этиладиган кучланишдан 10% ортиб кетди, бу эса мумкин эмас.

Агар биз ҳисобий қисувчи кучланишни ҳисоблаб топиб, уни ўзгартирилган шартга мувофиқ сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш билан солиштириб кўрганимизда эди, биз худди шундай натижага эга бўлар эдик:

$$\sigma_1 \frac{[\sigma_-]}{[\sigma_+]} - \sigma_3 \leqslant [\sigma_-]$$

**2.20.** Жадвалдаги ҳоллар учун Морнинг мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий сиқувчи кучланишни аниқланг.

| Вариант | Берилган қийматлар | | | Жавоб, МПа |
|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ МПа | $\sigma_-$ МПа | $[\sigma_-]/[\sigma_+]$ | $\sigma_м$, МПа |
| 1 | 100 | —60,0 | 4 | 100,0 |
| 2 | —10,0 | —70,0 | 5 | 130,0 |
| 3 | 35,0 | —25,0 | 3 | 130,0 |
| 4 | 30,0 | 10,0 | 4 | 110,0 |
| 5 | 30,0 | 0 | 4 | 120,0 |
| 6 | 0 | —70,0 | 5 | 70,0 |

## 6-§. Деформациялар. Потенциал энергия

**2.21.** Қозоннинг пўлат деворидаги асосий кучланишлар $3 \cdot 10^7$ Н/м² ва $6 \cdot 10^7$ Н/м² га тенг. Асосий нисбий деформацияларни аниқланг. Чизиқли кучланганлик ҳолатида $\sigma_1$ йўналишда қандай кучланиш шу йўналишдаги худди шундай нисбий деформацияни келтириб чиқаради. Қозон девори материалининг 1 см³ да тўпланган тўлиқ потенциал энергия запасини аниқланг. $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м² ва $\mu = 0{,}3$ деб қабул қилинг.

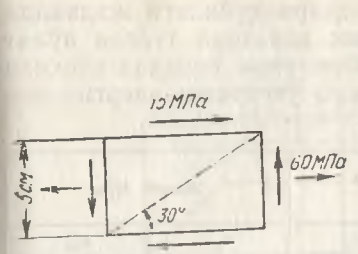
*Жавоб:* $\varepsilon_1 = 2{,}55 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2 = 0{,}6 \cdot 10^{-4}$;

$\sigma = 5{,}1 \cdot 10^7$ Н/м²; $u = 8{,}55 \cdot 10^{-3}$ Нм/см³

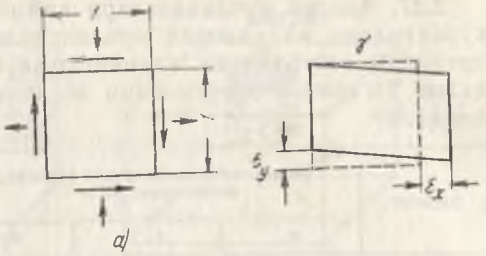
**2.22.** Пўлат листни 150 МПа кучланишда оддий чўзилишга синаш пайтида 250 мм узунликда 0,2 мм га тенг чўзилиш ўлчанган. Агар шу листни қўшимча равишда кўндаланг йўналишда худди шундай кучланиш билан юкланса, асосий деформациялар нимага тенг бўлади? Агар кўндаланг йўналишдаги қўшимча кучланишлар сиқувчи кучланишлар бўлса, ўша деформациялар нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* Қўшимча чўзувчи кучланишда: $\triangle l_1 = \triangle l_2 = 0{,}14$ мм. қўшимча қисувчи кучланишда $\triangle l_1 = 0{,}26$ мм, $\triangle l_2 = 0{,}26$ мм.






2.23- масалага оид




2.25- масалага оид

**2.23.** Пўлат деталдан қирқиб тайёрланган элемент ясси кучланганлик ҳолатида (расмга қаранг). Диагонал узунлигининг ўзгаришини аниқланг.

*Жавоб:* $27 \cdot 10^{-3}$ мм $= 27 \cdot 10^{-6}$ м.

**2.24.** Поезд кўприкдан ўтаётган пўлат балканинг нуқталаридан бирида тензометрлар ёрдамида горизонтал ва вертикал йўналишлардаги ўзгаришлар ўлчанган. Горизонтал йўналишда тензометр ҳисоблари фарқи + 8 мм бўлди (базаси 20 мм ва катталишиши 1000), вертикал йўналишда тензометр ҳисоблари фарқи — 12 мм га тенг бўлди (базаси 100 мм ва катталашиши 1000).

Горизонтал ва вертикал йўналишлардаги нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* горизонтал йўналишда $\sigma = 80$ МПа, вертикал йўналишда $\sigma = 0$.

**2.25.** Ясси кучланган ҳолатда турган пўлат деталдан ажратилган элементнинг кучланган ҳолати расм, *а* да кўрсатилган. Унинг нисбий деформациялари (расм, *б* га қаранг): $\varepsilon_x = 5{,}32 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_y = -1{,}82 \cdot 10^{-4}$. Агар $\gamma = 1{,}19 \cdot 10^{-3}$ бўлса, асосий кучланишларнинг катталиги ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 160$ МПа; $\sigma_3 = -60$ МПа;

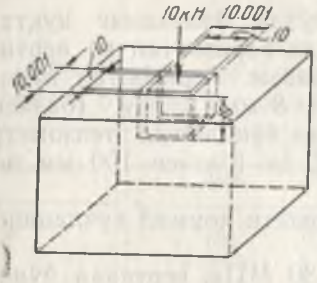
$\sigma_1$ горизонталга нисбатан соат стрелкаси йўналишида 80° бурилган.

**2.26.** Асосий кучланишлари катталиклари қуйидаги жадвалда кўрсатилган ва ҳажмий кучланганлик ҳолатида турган пўлат элемент учун ҳажмий деформация модулини ва абсолют катталик бўйича энг катта нисбий деформацияларни аниқланг.

| Вариант | Асосий кучланишларнинг берилган қийматлари, МПа | | | Жавоб |
|---|---|---|---|---|
| 1 | +15 | +30 | +45 | $\varepsilon_1 = 157 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | +15 | +30 | —45 | $\varepsilon_3 = 293 \cdot 10^{-6}$ |
| 3 | +15 | —30 | —45 | $\varepsilon_3 = 202 \cdot 10^{-6}$ |
| 4 | +15 | —30 | +45 | $\varepsilon_2 = 240 \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | —15 | —30 | —45 | $\varepsilon_3 = 157 \cdot 10^{-6}$ |
| 6 | —15 | +30 | —45 | $\varepsilon_1 = 240 \cdot 10^{-6}$ |
| 7 | —15 | —30 | +45 | $\varepsilon_1 = 293 \cdot 10^{-6}$ |
| 8 | —15 | +30 | +45 | $\varepsilon_1 = 202 \cdot 10^{-6}$ |

**2.27.** Асосий кучланишлари қийматлари қуйидаги жадвалда кўрсатилган ва ҳажмий кучланганлик ҳолатида турган пўлат деталдан ажратилган элементар кубик учун алоҳида-алоҳида ҳажм ўзгариши энергиясини ва шакли ўзгариши энергиясини аниқланг.

| Вариант | Асосий кучланишларнинг берилган қийматлари, МПа | | | Жавоб, Н/м² | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $u_ҳ$ | $u_ш$ |
| 1 | 100 | 70 | 40 | 1,47 | $5{,}85\cdot10^{-1}$ |
| 2 | 100 | 70 | — 40 | $5{,}58\cdot10^{-1}$ | 3,53 |
| 3 | 100 | — 40 | — 70 | $3{,}33\cdot10^{-3}$ | 5,35 |
| 4 | — 40 | — 70 | — 100 | 1,47 | $5{,}85\cdot10^{-1}$ |




2.28- масалага оид

**2.28.** Қалин плита планида чуқурлиги 10 мм ва кўндаланг ўлчамлари $10{,}001\times10{,}001$ мм бўлган квадрат чуқурча бор. Шу чуқурчага ўлчамлари $10\times10\times10$ мм бўлган мис кубча солиниб, устига 10000 Н куч қўйилган (расмга қаранг). Чуқурчали плитани деформацияланмайди деб олиб, кубчадаги учала асосий кутланишни аниқланг. Мис учун кўндаланг деформация коэффициенти 0,32 га тенг деб олинг.

*Ечими:* Кубчанинг устки ва пастки қирралари бўйича қисувчи кучланишлар энг катта бўлади, шунинг учун уларни $\sigma_3$ деб белгилаймиз. Улар қуйидагига тенг:

$$\sigma_3 = -\frac{P}{F} = -\frac{10000}{1} = -10000\ \text{Н/см}^2 \approx -100\ \text{МПа}$$

Планда чуқурча ва кубча симметрик бўлгани учун қолган икки асосий кучланишлар бир-бирига тенг.

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

Тегишли нисбий деформациялар $\varepsilon_1$ ва $\varepsilon_2$ ҳам бир-бирига тенг. Улар қуйидагича аниқланади:

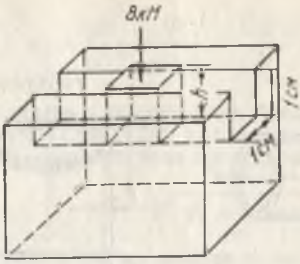
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{10{,}001 - 10}{10} = 1\cdot10^{-4}.$$

Ҳажмий кучланган ҳолатда нисбий деформация $\varepsilon_1$ нинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

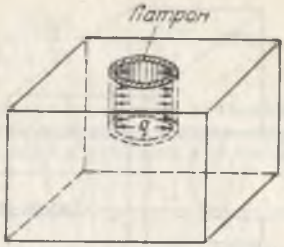
$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

$\sigma_2 = \sigma_1$ ларни ўрнига қўйиб, бу тенгликни $\sigma_1$ га нисбатан ечамиз.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{E\varepsilon_1 + \mu\sigma_3}{1 - \mu}$$




2.30- масалага оид




2.31- масалага оид

$\varepsilon_1$ ва $\sigma_3$ ларнинг қийматларини ўрнига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-4} - 0{,}32 \cdot 100}{1 - 0{,}32} = -32{,}4 \text{ МПа}.$$

**2.29.** Деформацияси ҳисобга олинмайдиган қалин плитада маълум чуқурликда диаметри 2 см ли цилиндрик чуқурча ўйилган бўлиб, унга пўлат цилиндрик стержень зазорсиз зич тиқилган. Сўнгра шу стержень қисувчи куч 20 кН билан юкланган. Стержендаги барча уч асосий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_1 = \sigma_2 = -27{,}3$ МПа, $\sigma_3 = -63{,}8$ МПа

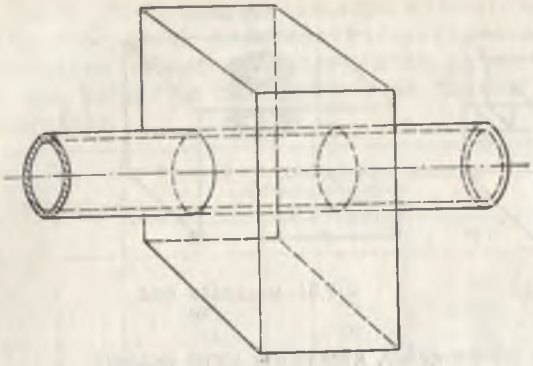
**2.30.** Деформацияланмайдиган қалин плитада эни ва чуқурлиги 1 см дан бўлган очиқ ариқча ўйилган. Шу ариқчага пландаги ўлчами $1 \times 1$ см бўлган дуралюминий параллелепипед тиқилган. Сўнгра у расмда кўрсатилганидек юкланган. Параллелепипеддаги асосий кучланишларни аниқланг. Деформацияланган сўнг унинг устки қирраси плитанинг юқори сиртига тенглашиб қолиши учун юк қўйилгунга қадар унинг баландлиги $h$ қанча бўлиши лозим? Дуралюминий учун $\mu = 0{,}33$.

*Жавоб*: $\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = -26{,}4$ МПа; $\sigma_3 = -80$ МПа; $h = 10{,}01$ мм.

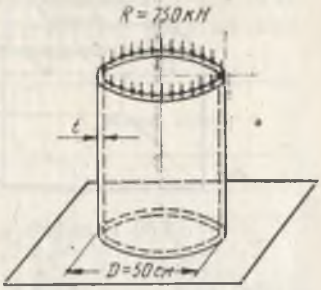
**2.31.** Абсолют бикр қалин плитада цилиндрик уя пармалаб очилган. Унга юпқа деворли ичи бўш цилиндр тарзидаги мис патрон зазорсиз зич тиқилган (расмга қаранг.) Сўнгра патрон ичига суюқлик қуйилиб, поршень ёрдамида $q = 100$ ат босимгача қисилади. Патрон материалидаги асосий кучланишларни аниқланг. Патрон билан плита орасидаги ишқаланишни ҳисобга олманг. Патроннинг девори юпқа бўлгани учун унинг ўрта диаметри катталашади, буни ҳам ҳисобга олманг. Мис учун кўндаланг деформация коэффициенти 0,32 деб қабул қилинг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -3{,}2$ МПа, $\sigma_3 = -10$ МПа.

**2.32.** Абсолют бикр қалин плитада думалоқ икки томони очиқ тешик пармаланган бўлиб, у орқали юпқа деворли жез найча ўтказилган (расмга қаранг). Найча тешикка шунчалик зич тиқилганки, ишқаланиш туфайли плита қалинлиги чегарасида найчанинг бўйлама деформацияланиши юз бермайди. Агар найча ичида босим $q = 200$ ат бўлса, плита орқали ўтказилган



2.32- масалага оид




2.35- масалага оид

найча кесмасидаги асосий кучланишлар нимага тенг? Жез учун кўндаланг деформация коэффициенти $\mu = 0{,}32$.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -9{,}4$ МПа, $\sigma_3 = -20$ МПа

## 7- §. Юпқа деворли идишлар

**2.33.** Босим баландлиги 100 м бўлганда диаметри 120 см ли чўян водопровод трубасининг девори қалинлигини аниқланг. Чўян учун чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш 20 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 30 мм $= 3 \cdot 10^{-2}$ м.

**2.34.** Ташқи диаметри 54 мм ва ички диаметри 50 мм ли винипласт водопровод трубасида босимнинг максимал баландлиги қанча бўлиши мумкин? Винипласт учун узоқ чўзилишга рухсат этиладиган кучланишни 80 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 61,5 м.

**2.35.** Диаметри 50 см ли вертикал цилиндрик идишга 20 ат ички иш босими таъсир қилмоқда. Бундан ташқари, унга туби орқали торецига текис ёйилган вертикал кучлар таъсир қилади. Вертикал кучларнинг тенг таъсир этувчиси $R = 750$ кН. Бикр қобирғалар ва диафрагмалар (расмда кўрсатилмаган) конструкциянинг турғунлигини таъминлайди. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа бўлса ва IV мустаҳкамлик назарияси қабул қилинса, идиш деворининг қалинлиги $t$ аниқлансин. Агар III мустаҳкамлик назарияси қабул қилинганда идишнинг девори $t$ қанча бўлар эди?

*Ечим.* Ташкил этувчига перпендикуляр йўналган чўзувчи энг катта кучланиш қуйидагига тенг:

$$\sigma_1 = \frac{qD}{2t} = \frac{2 \cdot 50}{2 \cdot t} = \frac{50}{t} \text{ МПа}$$

Ташкил этувчи бўйлаб йўналган кучланиш ички босим ва қисувчи куч ҳосил қилган кучланишларнинг алгебраик йигиндисидан иборат бўлади:

$$\sigma_3 = \frac{qD}{4t} - \frac{R}{\pi D \cdot t} = \frac{2 \cdot 50}{4t} - \frac{75000}{3{,}14 \cdot 50 \cdot t} = -\frac{22{,}8}{t} \text{ МПа}.$$

Цилиндрик сиртга перпендикуляр йўналган оралиқ асосий кучланишни $\sigma_2 = 0$ деб олиш мумкин. Шундай қилиб, биз ясси кучланган ҳолатга эга бўламиз. Бу ҳолда IV назария бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leqslant [\sigma].$$

Бу тенгламага илгари олинган $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ ифодаларни ва $[\sigma]$ қийматни қўйсак,

$$\sqrt{\left(\frac{50}{t}\right)^2 + \left(-\frac{22{,}8}{t}\right)^2 - \left(-\frac{50{,}0}{t} \cdot \frac{22{,}8}{t}\right)} \leqslant 80{,}0$$

Бу тенгсизликдан $t \geqslant 0{,}805$ см келиб чиқади. $t = 8$ мм деб қабул қиламиз.

Агар III мустаҳкамлик назарияси қўлланилганда эди мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни оларди:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leqslant [\sigma].$$

Бизнинг ҳолда

$$\frac{50}{t} + \frac{22{,}8}{t} \leqslant 80.$$

бундан

$$t \geqslant 0{,}973 \text{ см} \approx 10 \text{ мм} \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

IV мустаҳкамлик назариясини қўллаш натижасида конструкция енгиллашади.

**2.36.** Иш босими 10 ат таъсирида бўлган диаметри 250 см ли пўлат қозон деворининг мустаҳкамлигини текширинг. Деворнинг қалинлиги 12 мм, унинг учун рухсат этиладиган кучланиш 90 МПа га тенг. IV мустаҳкамлик назариясини қўлланг.

*Жавоб*: $\sigma_{IV} = 90$ МПа

**2.37.** Қозон цилиндрик қисмининг диаметри 200 см, у иш босими 16 ат таъсирида турибди. III мустаҳкамлик назариясига асосланиб, рухсат этиладиган кучланиш 100 МПа учун қозон деворининг қалинлиги $t$ ни танланг. Агар IV мустаҳкамлик назарияси қўлланилганда эди қозоннинг девори қандай қалинликда бўлиши керак бўлар эди?

*Жавоб:* III мустаҳкамлик назарияси бўйича $t = 16 \cdot 10^{-3}$ м, IV мустаҳкамлик назарияси бўйича $t = 14$ мм $= 14 \cdot 10^{-3}$ м.

**2.38.** Кислород баллонлари ташқи диаметри 25 см ва деворининг қалинлиги 10 мм ли пўлат цилиндрик идишлардан иборат. Агар баллондаги иш босими 30 ат га етса, баллон деворининг мутаҳкамлик запаси қанча бўлади? Мустаҳкамлик чегараси 510 МПа га тенг деб қабул қилинган. IV мустаҳкамлик назариясини қўлланг.

*Жавоб:* 15.

**2.39.** Диаметри $d = 50$ мм ли, думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень деворининг қалинлиги $t = 1$ мм ли титан қотишмасидан қилинган найсимон ғилоф ичига олинган (расмга қаранг). Стерженни $P = 240$ кН кучлар қисиб турибди. Стержень




2.39- масалага онд

ва найдаги асосий кучланишларни аниқланг. Стержень билан най орасидаги ишқаланишни ҳисобга олманг. Титаннинг эластиклик модулини $E=1{,}2\cdot10^5$ МПа деб қабул қилинг.

*Ечими.* Стерженнинг цилиндрик юзасидан хаёлан элементар кубчани қирқиб оламиз. Кубчанинг қирралари бирга тенг. Унинг икки қирраси стерженнинг кўндаланг кесимига параллел, икки қирраси эса стерженнинг цилиндрик юзасига параллел. Кўндаланг кесимга параллел бўлган қирралар бўйича кучланишлар қисувчи ва абсолют қиймат бўйича энга катта ҳисобланади. Уларни $\sigma_3$ билан белгилаймиз. Улар қуйидагига тенг.

$$\sigma_3 = -\frac{P}{F_n} = -\frac{4P}{\pi d^2} = -\frac{4\cdot20000}{3{,}14\cdot5^2} = -121{,}8 \text{ МПа}$$

Стержень бўйлама йўналишда қисилганда кўндаланг йўналишда кенгаяди ва найсимон ғилофни чўзади, натижада унда интенсивлиги $q$ бўлган ички босим ҳосил қилади. Ўз навбатида най ҳам стерженга ўшандек интенсивликдаги ёнлама қисувчи босим билан таъсир қилади. Шундай қилиб, бизнинг элементар кубчадаги иккинчи асосий кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_2 = -q.$$

Ниҳоят, тангенциал ва радиал йўналишларда нисбий деформациялар бир хил бўлганлиги туфайли (доира периметри ҳар доим худди диаметридаги нисбий деформацияга эга бўлади) кубчадаги охирги асосий кучланиш ҳам $-q$:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -q.$$

Найсимон ғилоф юпқа деворли цилиндрдан иборат. Ички босим $q$ бўлганда цилиндр ясовчисига перпендикуляр равишда чўзувчи кучланишлар қуйидагига тенг

$$\sigma_0 = \frac{qd}{2t},$$

бундан

$$q = \frac{2t\sigma_0}{d}.$$

Ясовчига параллел кучланишлар найчада бўлмайди, чунки бу йўналишда юкланиш йўқ (стержень билан найча орасидаги ишқаланиш кучини нолга тенг деб қабул қилинган):

Маълумки, юпқа деворли стерженларда учинчи йўналишдаги (найча сиртига перпендикуляр) кучланишлар нолга тенг деб олинади. Шундай қилиб, найчани чизиқли кучланган ҳолатда деб қабул қилиш мумкин.

Кучланишлар $\sigma_0$ қийматини аниқлаш учун деформацияларни кўриб чиқишга мурожаат қиламиз. Деформация бир жинсли бўлганда пўлат стержень диаметридаги нисбий деформация стержендан қирқиб олинган кубчанинг ўша йўналишдаги нисбий деформацияси билан бир хил.

$$\varepsilon_n = \varepsilon_2 = \frac{1}{E_n}[\sigma_2 - \mu_n(\sigma_1 + \sigma_3)] = \frac{1}{E_n}[-q - \mu_n(-q + \sigma_3)].$$

Титан найча диаметрининг нисбий деформацияси ўз навбатида унинг параметридаги нисбий деформация билан бир хил бўлиб, $\varepsilon_г = \frac{\sigma_в}{E_т}$; $\varepsilon_п = \varepsilon_т$ га тенг. Бу тенгликка деформациялар қийматини қўямиз.

$$\frac{1}{E_п}[-q-\mu_п(-q+\sigma_4)=\frac{\sigma_0}{E_т}$$

ҳамда $q$ нинг ўрнига унинг ифодасини $\sigma_0$ орқали алмаштирамиз:

$$\frac{1}{E_п}\left[-\frac{2t\sigma_0}{d}-\mu_п\left(-\frac{2t\sigma_0}{d}+\sigma_3\right)\right]=\frac{\sigma_0}{E_т}.$$

Бу тенгламани $\sigma_0$ га нисбатан ечиб ва ҳамма миқдорларнинг сонли қийматларини ўрнига қўйиб кучланиш $\sigma_0$ нинг қийматини топамиз.

$$\sigma_0=\frac{-\mu_п\,\sigma_3}{2\frac{t}{d}(1-\mu_п)+\frac{E_п}{E_т}}=\frac{0{,}3\cdot 121{,}8}{2\frac{0{,}1}{6}(1-0{,}3)+\frac{2\cdot 10^5}{1{,}2\cdot 10^5}}=21{,}5\text{ МПа}.$$

Пўлат стержендаги биринчи ва иккинчи асосий кучланишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_1=\sigma_2=-q=-\frac{2t\pi_0}{d}=-\frac{2\cdot 0{,}1\cdot 21{,}5}{5}=-0{,}86\text{ МПа}$$

**2.40.** Деворининг қалинлиги 1 мм бўлган диаметри 30 см ли пўлат найча бетонга тўлдирилган. Найчадаги бетон ўз ўқи йўналишида 600 кН куч билан сиқилган. Бетондаги асосий кучланишларни ва найча деворидаги чўзувчи кучланишни топинг. Бетоннинг эластиклик модули 0,14 $10^5$ МПа, унинг кўндаланг деформация коэффициенти 0,18. Найча деворларининг қалинлиги катта ва унинг деформацияларининг ҳисобга олмаслик мумкин деб олинган ҳол учун ҳам шу масалани ечинг.

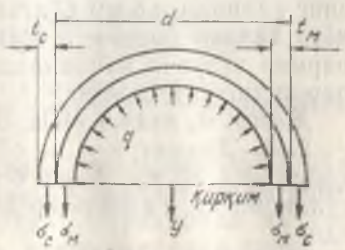
*Жавоб*: 1) $\sigma_1=\sigma_3=-0{,}135$ МПа; $\sigma_3=-8{,}5$ МПа; $\sigma_{тр}=20{,}2$ МПа;
2) $\sigma_1=\sigma_2=-1{,}86$ МПа, $\sigma_3=-8{,}5$ МПа.

**2.41.** Ички диаметри 50 мм ва ташқи диаметри 56 мм бўлган 50 мм узунликдаги пўлат найчага диаметри 50 мм бўлган ўшанча узунликдаги алюминий цилиндр тиқилган. Цилиндр ўз ўқи бўйлаб 200 кН куч билан сиқилган. Алюминий цилиндрнинг қанча калталашишини аниқланг. Пўлат найнинг ички диаметри алюминий цилиндрнинг диаметридан 0,1% катта деб олинган ҳол учун ҳам шу миқдорни топинг. Алюминийнинг кўндаланг деформация коэффициентини 0,36 деб олинг.

*Жавоб*: 1) $\Delta l=-0{,}066$ мм $=66\cdot 10^{-6}$ м.

2) $\Delta l=-0{,}071$ мм $=-71\cdot 10^{-6}$ м.

**2.42.** Ташқи диаметри $d=50$ см ва деворларининг қалинлиги $t_м=4$ мм бўлган ичи бўш мис цилиндрга деворларининг қалинлиги $t_п=2$ мм бўлган ичи бўш пўлат цилиндр тиқилган. Агар мис учун $[\sigma_м]=40$ МПа, пўлат учун



2.42- масалага оид

$[\sigma_п] = 160$ МПа бўлса, шу идишдаги рухсат этилган энг катта ички босимни аниқланг. Цилиндрлар ўқига параллел кучланишларни ҳисобга олманг.

*Ечим.* Иккала цилиндрнинг диаметрлари ва периметрларидаги нисбий деформациялар бир хил.

$$\varepsilon_п = \varepsilon_м;$$

бу ҳолда

$$\frac{\sigma_п}{E_п} = \frac{\sigma_м}{E_м}$$

бундан

$$\frac{\sigma_п}{\sigma_м} = \frac{E_п}{E_м} = \frac{2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} = 2.$$

Идишни диаметрал бўйлама кесим билан (расмга қаранг) икки қисмга бўламиз ва бир қисмининг мувозанатлик шартини барча кучлар проекцияларининг қирқиш текислигига перпендикуляр ўққа проекциялари йиғиндиси кўринишида тузамиз:

$$2\sigma_м \; t_м \, l + 2\sigma_п \; t_п \, l - ql \cdot d = 0.$$

(мис цилиндрнинг ташқи ва ички диаметрлари орасидаги фарқни ҳисобга олманг). Биз $\sigma_п = 2\sigma_м$ эканлигини ҳисобга оламиз

$$2\sigma_м \; t_м \, l + 4\sigma_м \; t_п \, l - ql \cdot d = 0,$$

бундан

$$q = \frac{2\sigma_м \, (t_м + 2t_п)}{d}.$$

Рухсат этиладиган босимни аниқлашда мис цилиндрни кўзда тутиш лозим, чунки пўлат цилиндрда босим таъсирида вужудга келадиган кучланиш $[\sigma_п]$ рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma_п] = 160$ МПа га тенг бўлади, мис цилиндрдаги кучланиш $\sigma_м$ ушбу $\frac{[\sigma_п]}{2} = 80$ МПа га тенг бўлади. Бу эса мис учун рухсат этиладиган $\sigma_м = 40$ МПа дан катта. $\sigma_м = [\sigma_м]$ деб олсак, у ҳолда

$$q = \frac{2\,[\sigma_м]\,(t_м + 2t_п)}{d} = \frac{2 \cdot 40\,(0{,}4 + 2 \cdot 0{,}2)}{50} = 1{,}28 \text{ МПа}.$$

2.43. Ички диаметри 100 мм ва деворининг қалинлиги 2 мм бўлган алюминий қотишмасидан тайёрланган цилиндр деворининг қалинлиги 5 мм бўлган чўян ғилоф ичига олинган. Цилиндрдаги газлар босими 3 МПа га тенг. Цилиндр ва ғилоф деворларини чўзувчи кучланишларни аниқланг. Бўйлама кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $\sigma_а = 14{,}5$ МПа; $\sigma_ч = 24{,}8$ МПа.

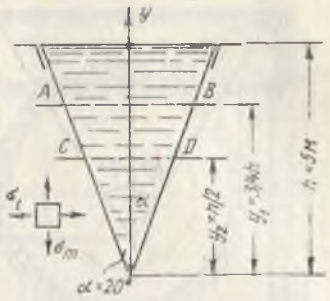
2.44. Диаметри 5 м бўлган сферик газгольдер деворининг қалинлиги 30 мм. У иш босими $6 \cdot 10^5$ Н/м$^2$ остидаги газ билан тўлдирилган. Газгольдер деворидаги чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $25 \cdot 10^6$ Н/м$^2$.

**2.45.** Қалинлиги 1 мм ли полиэтилен плёнкадан тайёрланган диаметри 1 м ли ҳаво шари — зонтнинг юпқа сферик қобиғи қандай максимал иш босимига (ташқи босимдан ортиқча босимга) чидайди? Юқори босимли полиэтилен учун $[\sigma]=5$ МПа деб олинган.

*Жавоб:* 0,2 ат.

**2.46.** Деворининг қалинлиги $t=4$ мм бўлган конус идишнинг хавфли кесимидаги асосий кучланишларни аниқланг (расмга қаранг). Идиш юқори томонидан осиб қўйилган ва сувга лиммо-лим тўлдирилган.



2.46- масалага оид

*Ечим.* Маълумки, меридионал йўналишдаги кучланиш $\sigma_m$ ва тенгенционал йўналишдаги кучланиш $\sigma_t$ ни аниқлаш учун қуйидаги формулалар мавжуд.

$$\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cos\alpha}\left(n-\frac{2}{3}y\right)y \text{ ва } \sigma_t=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cos\alpha}(h-y)\,y.$$

бунда $\gamma$ суюқликнинг ҳажмий оғирлиги, $y$ — конус чўққисидан кучланиш аниқланадиган кесимгача бўлган масофа.

Ана шу $y$ масофага қараб шу кучланишларнинг максимумини топамиз. Бунинг учун $y$ бўйича $\sigma_m$ ва $\sigma_t$ лар учун ҳосилаларни нулга тенглаймиз:

$$\frac{d\,\sigma_m}{dy}=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cos\alpha}\left(h-\frac{4}{3}\cdot y\right)=0,$$

бундан $y_1=\frac{3}{4}n$ ($AB$ кесимда) ва

$$\frac{d\sigma_t}{dy}=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cdot\cos\alpha}(h-2y)=0,$$

бундан $y_2=\frac{h}{2}$ ($CD$ кесимда).

Шундай қилиб, биз икки хавфли кесимга эга бўламиз.

$AB$ кесимда

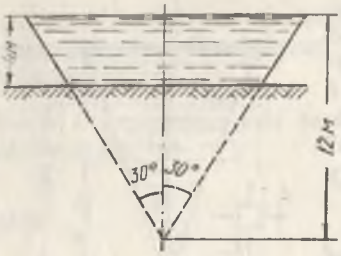
$$(\max)\,\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cdot\cos\alpha}\left(h-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}h\right)\frac{3}{4}h=\frac{3\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{16t\cos\alpha}=\frac{3\cdot0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{16\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=$$
$$=4{,}54\ \text{МПа};$$

$CD$ кесимда

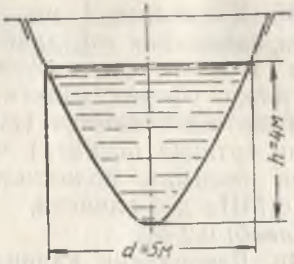
$$\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cdot\cos\alpha}\left(h-\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{2}\right)\frac{h}{2}=\frac{\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{6t\cos\alpha}=\frac{0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{6\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=4{,}03\ \text{МПа}$$

$$\max\,\sigma_t=\frac{\gamma\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cos\alpha}\left(h-\frac{h}{2}\right)\frac{h}{2}=\frac{\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{4t\cdot\cos\alpha}=\frac{0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{4\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=6{,}05\ \text{МПа}.$$

**2.47.** Нефтни сақлаш учун деворининг қалинлиги 10 мм бўлган ва кичик асосига таянадиган (расмга қаранг) кесик конус кўринишидаги идишдан фойдаланилган. Меридионал ва тангенционал йўналишлардан энг катта кучланишларни аниқланг.




2.47- масалага оид




2.48- масалага оид

Нефтнинг солиштирма оғирлигини 0,95 га тенг деб қабул қилинг.

*Жавоб*: $\sigma_m = -5{,}9$ МПа; $\sigma_t = 20{,}3$ МПа

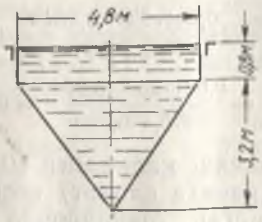
**2.48.** Деворининг қалинлиги 2 мм бўлган, юқори томонидан осиб қўйилган параболоид шаклдаги идишнинг (расмга қаранг) мустаҳкамлигини III назария бўйича текширинг. Идиш $h$ сатҳгача суюқлик билан тўлдирилган. Суюқликнинг солиштирма оғирлиги 1,1. Девор материали учун рухсат этиладиган кучланиш 20 МПа га тенг. Идишнинг мустаҳкамлигини суюқликнинг юқори сатҳ баландлигида текширинг.

*Жавоб* $\sigma_{III} = 15{,}8$ МПа $< [\sigma] = 20$ МПа.

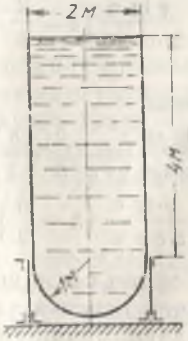
**2.49.** Бензин сақланадиган идиш шакли айланиш жисмидан иборат бўлиб, ўлчамлари расмда келтирилган. У юқори томонидан осиб қўйилган ва бензинга лиқ-лиқ тўлдирилган. Бензиннинг солиштирма оғирлиги 0,7, идиш деворининг қалинлиги 5 мм. Идишнинг цилиндрик конус қисмлари туташган жойдаги деворининг мустаҳкамлиги махсус ҳалқа белбоғ билан таъминланган. Идиш деворидаги меридионал ва тангенциал йўналишлардаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: max $\sigma_m = 3{,}95$ МПа; $\sigma_t = 5{,}25$ МПа

**2.50.** Туби ярим сферик шалдаги вертикал цилиндрик идиш сувга лиммо-лим тўлдирилган (расмга қаранг). Ён



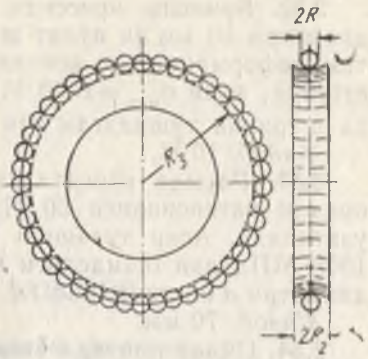

2.49- масалага оид




2.50- масалага оид

деворлари ва тубининг қалинлиги 2 мм. Идишнинг цилиндр ва сферик қисмларидаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\max \sigma_{цил} = 20$ МПа; $\max \sigma_{сфер} = 12{,}5$ МПа.



2.51- масалага оид

## 8- §. Контакт кучланишлар

**2.51.** Схемаси расмда кўрсатилган пўлат шарикли подшипникдаги ҳисобий кучланишларни IV мустаҳкамлик назарияси бўйича аниқланг. Шарикнинг радиуси $R_1 = 2{,}5$ мм, новнинг радиуси $R_2 = 3$ мм, ҳалқанинг радиуси $R_3 = 30$ мм. Подшипникнинг энг кўп куч тушадиган шаригидаги босим $P = 400$ Н.

*Ечим.* Зарур ҳисоблаш формулалари, графиклар ва жадваллар Н. М. Беляевнинг «Материаллар қаршилиги» курси дарслиги IX боб да келтирилган. Бундан кейин ўшаларга илова қилинади.

Уриниш эллипси тенгламасини коэффициентларини топамиз:

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2{,}5} - \frac{1}{3}\right) = 0{,}035,$$

$$B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{30}\right) = 0{,}2165.$$

Шунда $A$ нинг $B$ га нисбати қуйидагича бўлади:

$$\frac{A}{B} = \frac{0{,}035}{0{,}2165} = 0{,}1615.$$

Шу нисбат бўйича курснинг 10- жадвалидан $\alpha$ ни топамиз.

$$\alpha = 0{,}772.$$

Энг катта нормал кучланишни ҳисоблаймиз

$$\sigma_{max} = \alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_2 - R_1)^2}{(R_1 R_2)^2}} = 0{,}772 \sqrt[3]{\frac{400\,(2 \cdot 10^5)^2 \cdot (3 - 2{,}5)^2}{(2{,}5 \cdot 3)^2}} = 3210 \text{ МПа}.$$

Материал ичидаги хавфли нуқтада ҳисобий кучланиш ушбуга тенг $\sigma_{IV} = 0{,}6\,\sigma_{max} = 0{,}6 \cdot 3210 = 1930$ МПа. Курсдаги 92- расмдаги графикдан $\frac{A}{B} = 0{,}615$ нисбатлар қиймати бўйича коэффициентлар $n$ ни топамиз:

$$n_1 = 0{,}23 \text{ ва } n_2 = 0{,}24.$$

Шунда уриниш эллипси марказидаги ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_{IV} = n_1 \sigma_{max} = 0{,}23 \cdot 3210 = 740 \text{ МПа}.$$

Ўша эллипснинг катта ярим ўқи учида ҳисобий кучланиш эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_{IV} = n_2 \sigma_{max} = 0{,}24 \cdot 3210 = 770 \text{ МПа}.$$

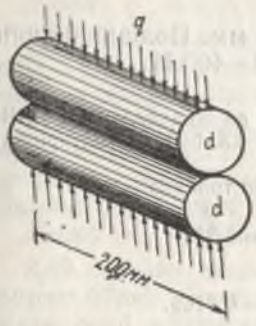
**2.52.** Бринель прессида синалаётган ясси пўлат деталга диаметри 10 мм ли пўлат шарикни ботирганда деталдаги пластик деформациялар контакт кучланиш энг катта қийматга етганда, яъни $\sigma_{max} = 1000$ МПа бўлганда бошланади. Шу пайтда шарикка тушадиган куч қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 10 Н.

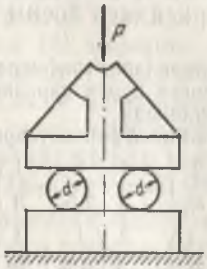
**2.53.** Расмда кўрсатилган иккита бир хил пўлат цилиндр орқали интенсивлиги 50 Н/м бўлган текис тақсимланган куч узатилади. Агар туташиш сирти бўйича энг катта кучланиш 1000 МПа дан ошмаслиги лозим бўлса, цилиндрларнинг зарур диаметри $d$ ни аниқланг.

*Жавоб:* 70 мм.

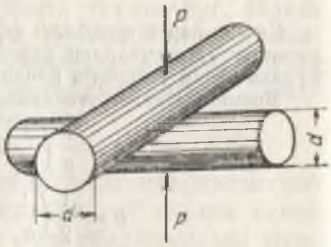
**2.54.** Пўлат плитада ётган, диаметри $d = 100$ мм ва узунлиги $l = 900$ мм бўлган иккита пўлат цилиндрик катокли кўприкси-




2.53- масалага оид




2.54- масалага оид




2.55- масалага оид

мон ферманинг шарнирли-қўзғалувчан таянчига тушаётган энг катта рухсат этиладиган босим $P$ ни аниқланг (расмга қаранг). Котокларнинг таянч сиртларидаги энг катта рухсат этиладиган кучланиш 1100 МПа га тенг.

*Жавоб:* 3110 кН.

**2.55.** Расмда кўрсатилганидек $P = 10$ кН куч билан юкланган бир хил диаметрли пўлат цилиндрлар бир-бирига тўғри бурчак остида тегиб турибди. Цилиндрларнинг зарур минимал диаметрини аниқланг. Туташиш сиртидаги энг катта рухсат этиладиган кучланиш қиймати 1200 МПа га тенг.

*Жавоб:* 232 мм.

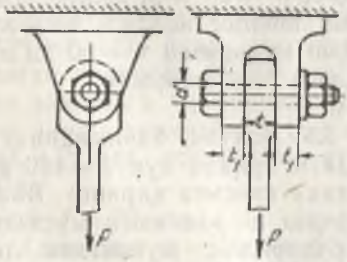
3-боб

# СИЛЖИШ ВА ЭЗИЛИШ

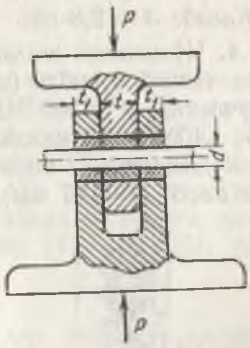
## 9-§. Болтли ва парчинмихли бирикмалар

**3.1.** Пўлатни қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлиги шартларидан келиб чиқиб, расмда тасвирланган болтли бирикма тортқисига қўйиш мумкин бўлган рухсат этиладиган юк $P$ қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: кесилишга $[\tau]=80$ МПа ва эзилишга $[\sigma]=240$ МПа. Бирикма элементларининг ўлчамлари: $d=50$ мм; $t=90$ мм; $t_1=12$ мм.

*Жавоб:* $P=240$ кН.




3.1-масалага оид




3.2-масалага оид

**3.2.** Думалоқ стерженларни қирқишга синаш учун пресслардан бирининг қўзғалувчан ва қўзғалмас траверсалари орасига жойлаштириладиган мослама ишлатилади (расмга қаранг). Агар қирқишда синаладиган пўлатнинг вақтинчалик қаршилиги $\tau_в = 300$ МН/м² бўлса, кучи 600 кН бўлган прессда қирқилиши мумкин бўлган пўлат стерженнинг энг катта диаметрини аниқланг. Бундай стерженни синашда зўғоталарнинг қўйма втулкаларида қандай эзиш кучланишлари вужудга келишини аниқланг. Зўғоталарнинг қалинлиги $t = 0{,}03$м, $t_1 = 0{,}02$.

*Ечим.* Стержень икки кесими бўйича қирқилади. Диаметри $d$ бўлган стерженни қирқиш учун зарур куч $P = 2\frac{\pi d^2}{4}\tau_в$, бундан диаметр $d = \sqrt{\frac{2P}{\pi\tau_в}}$.

Прессниng кучи тонналарда берилганлиги учун СИ системасига ўтказиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$P = 60\ \text{Т} \approx 60 \cdot 9807\ \text{Н} \approx 0{,}59\ \text{МН}.$$

Демак,

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}59}{3{,}14 \cdot 300}} \approx 0{,}036\ \text{м}.$$

Зўғоталарнинг жуда мустаҳкам қўйма втулкаларида вужудга келадиган эзиш кучланиши $\sigma_с = \frac{P}{td} = \frac{0{,}59}{0{,}03 : 0{,}036} \approx 0{,}546\ \text{МН/м}^2$.

Болт материалида ҳам худди шундай кучланиш вужудга келади. СИ бирликлар системасида жавоб қуйидагича бўлади.

$$d = 3{,}6\ \text{см}: \quad \sigma_э \approx 556\ \text{МПа}.$$

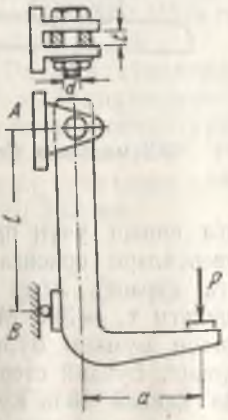
**3.3.** Куч $P = 120$ кН билан юкланган тирсакли ричагни $A$ нуқтада шарнирли пўлат болт ва $B$ нуқтада роликли таянч тутиб туради. Пўлат учун рухсат этиладиган қирқиш ва эзиш кучланишлари $[\tau] = 120$ МПа ва $[\sigma_э] = 250$ МПа бўлса, болтнинг зарур диаметрини аниқланг. Ричаг таянчлари орасидаги масофа $l = 75$ см, ўлчам $a = 50$ см, қалинлик $t = 3$ см.

*Кўрсатма.* Болтга тушадиган босимни ричагнинг мувозанатлик шартидан келиб чиқиб $A$ нуқтадаги тўлиқ реакция сифатида аниқланг.

*Жавоб:* $d = 2{,}8$ см.

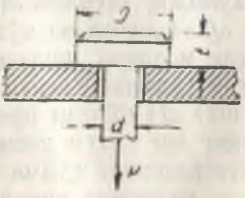
**3.4.** Чўзилишга ишлайдиган $d = 100$ мм диаметрли болт каллаги листга таяниб турибди (расмга қаранг). Агар болт кесимидаги чўзувчи кучланиш $\sigma = 100$ МПа, каллак таянган юзадаги эзиш кучланиши $\sigma_э = 40$ МПа ва каллакни қирқиш кучланиши $\tau = 50$ МПа бўлса, каллак диаметри $D$ ни ва баландлиги $t$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $D = 187$ мм; $t = 50$ мм.

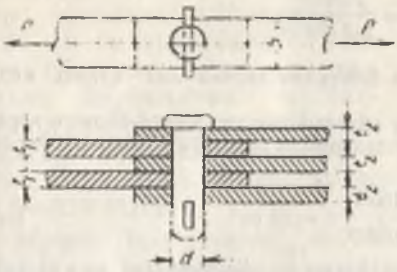



3.4- масалага оид

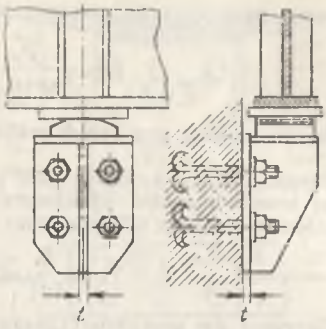
**3.5.** Болтли бирикманинг пўлат валиги орқали куч $P = 480$ кН узатилади (расмга қаранг). Валикнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартларидан, шунингдек листларнинг чўзилишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб валикнинг зарур




3.3- масалага оид



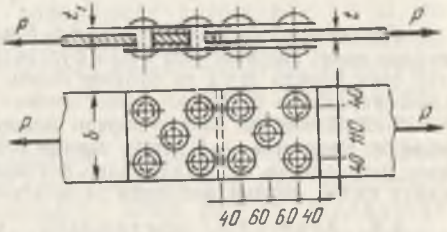
3.5- масалага оид



3.6- масалага оид

диаметрини ва листлар кесимининг ўлчамлари ($b$, $t_1$ ва $t_2$) ни аниқланг. Пўлат учун рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 160$ МПа; қириқилишга $[\tau] = 95$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 250$ МПа.

*Жавоб:* $d = 40$ мм; $b = 102{,}5$ мм; $t_1 = 24$ мм; $t_2 = 16$ мм.




3.7- масалага оид

**3.6.** Қалинлиги $t = 16$ мм бўлган листлардан қилинган кронштейн деворга тўртта анкер болтлар билан маҳкамланган (расмгр қаранг). Агар кронштейн унга босим $P = 230$ кН ни узатадиган краности балкасини тутиб турса, болтларнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб болтларнинг зарур диаметрини (бўйлама кучларни ҳисобга олмай) аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 80$ МПа, $[\sigma_э] = 240$ МПа.

*Жавоб*: $d = 30$ мм.

**3.7.** Қалинлиги $t = 10$ мм бўлган ва ҳар бирининг қалинлиги $t_1 = 6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган икки листнинг туташган жойи $P = 240$ кН куч билан чўзилади (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: парчин михлар учун — қирқишга $[\tau] = 100$ МПа, эзишга $[\sigma_э] = 240$ МПа ва листларни чўзишга $[\sigma] = 160$ МПа бўлса, диаметри $d = 20$ мм ли парчин михлар сонини аниқланг ва уларни планда жойлаштиринг.

*Ечим.* Парчин михлар икки қирқимли. Қирқишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, уларнинг зарур сони

$$n \geqslant \frac{P}{2\dfrac{\pi d^2}{4}[\tau]} = \frac{2 \cdot 240000}{3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 1000} \approx 4.$$

Эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра қуйидагича бўлиши талаб қилинади:

$$n \geqslant \frac{P}{td\,[\sigma_э]} = \frac{240000}{1 \cdot 2 \cdot 2400} = 5.$$

Туташган жойнинг ҳар қайси томонига бештадан парчин мих қўйиш керак экан.

Уларни планда жойлаштириш учун листларнинг эни қанча бўлиши кераклигини аниқлаш лозим. Чўзилишга мустаҳкамлик шартига кўра лист кесими иш юзаси қуйидагича бўлиши керак:

$$F_н \geqslant \frac{P}{[\sigma]} = \frac{240000}{16000} = 15\ см^2$$

Листнинг иш кенглиги (парчин мих ўтадиган тешикларнинг кучсизлантиришини чиқариб ташлаганда) қуйидагича бўлиши керак:

$$b_н = \frac{F_н}{t} = \frac{15}{1} = 15\ см.$$

Листнинг тўлиқ эни $b = b + md$, бунда $m$ — кўндаланг кесимдаги парчин михлар сони; листнинг эни $b \geqslant 15$ бўлганда, кўндаланг қатордаги парчин михлар сони камида $m = 2$ та бўлиши лозим; шунда кесимни иккита тешик кучсизлантиради ва листнинг тўлиқ энини қуйидагича олиш керак бўлади: $b = 15 + 2 \times 2 = 19$ см. Бешта парчин михни шахмат тартибида жойлаштирган маъқул. Қадами $a = 3\ b$ ҳамда парчин михлар тешиклари ўқларидан листларнинг четларигача ва устқўймалар четларигача бўлган масофани $c = 2\ d$ деб қабул қилиб, парчин михларни расмдагидек қилиб жойлаштирамиз.

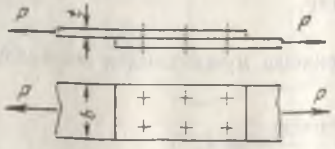
3.8. Агар 3.7. масаладаги маълумотларни ўзгартирмай олинса, ўшта икки лист туташган жойда диаметри $d = 20$ мм ли парчин михнинг сони қанча бўлиши керак? Лекин бунда икки лист туташган жой иккита устқўйма билан эмас, балки қалинлиги $t = 12$ мм ли битта устқўйма билан ёпилган. Барча михларни планда жойлаштиринг.

*Жавоб:* Туташувнинг ҳар қайси томонида 8 тадан парчин мих бўлиши керак.

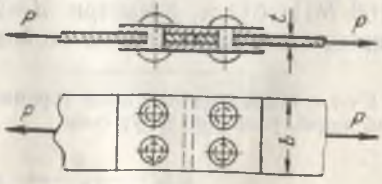
**3.9.** Қалинлиги $t = 10$ мм бўлган икки лист диаметри $d = 20$ мм ли олтита парчин мих билан устма-уст бириктирилган (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 160$ МПа, қирқишга $[\tau] = 120$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 320$ МПа бўлса, рухсат этиладиган чўзувчи кучлар $P$ ни ва листнинг зарур эни $b$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $P = 226$ кН, $b = 180$ мм.

**3.10.** Қалинлиги $t = 6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган кесими $10 \times 150$ мм бўлган икки листнинг туташган жойи



3.9- масалага оид

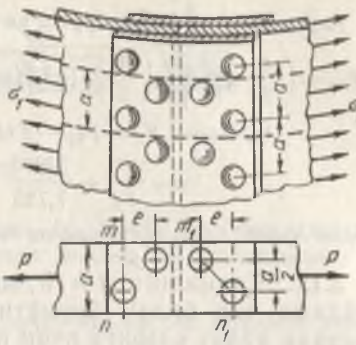


3.10- масалага оид

$P=125$ кН куч билан чўзилади. Агар туташув жойининг ҳар томонида диаметри $d=20$ мм ли иккитадан парчин мих қўйилган бўлса, парчин михли бирикманинг мустаҳкамлигини текширинг. Рухсат этилган кучланишлар: $[\sigma]=160$ МПа, $[\tau]=100$ МПа, $[\sigma_э]=320$ МПа.

*Жавоб*: Лист учун: $\sigma_{max}=114$ МПа $<160$ МПа. Парчин михлар учун: $\tau=99{,}6$ МПА $<100$ МПа

$\sigma_э=312$ МПа $<320$ МПа.



3.11- масалага оид

**3.11.** Диаметри $D=1{,}5$ м, деворининг қалинлиги $t=10$ мм бўлган цилиндрик пўлат қозоннинг бўйлама чоки ҳар бирининг қалинлиги $t=6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган. Устқўймалар қозон деворига диаметри $d=20$ мм ли икки қатор (туташувнинг икки томонида) парчин мих билан бириктирилган. Парчин михлар шахмат тартибида жойлаштирилган бўлиб, икки қатор орасидаги масофа $e=45$ мм ва ҳар бир қатордаги қадам $a=100$ мм (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: пўлат учун чўзилишга $[\sigma]=120$ МПа, қирқишга $[\tau]=80$ МПа, эзилишга $[\sigma_э]=240$ МПа, учма-уч бириктирилган жойнинг мустаҳкамлигини текширинг (қозон ичидаги буғнинг босими $q=12$ ат).

*Ечим:* Ясовчига перпендикуляр йўналган қозон деворидаги нормал кучланишлар $\sigma_2=\frac{qD}{2t}$ туташув жойини чўзадиган кучга айланади. Эни $a=10$ см бўлган полосани унда икки парчин мих жойлашадиган қилиб кесиб олиб, шу полосани чўзадиган кучлар қийматини ва икки қирқимли иккита парчин мих қабул қиладиган кучлар қийматини топамиз:

$$P=\sigma_1 \cdot F-\frac{qD}{2t}\,dt=\frac{120\cdot 150}{2}\cdot 10=90000\ \text{Н}.$$

Парчин михларнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлигини текшириш натижасида қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$\tau=\frac{2P}{\pi d^2\cdot n}=\frac{2\cdot 900}{3{,}14\cdot 2^2\cdot 2}=71{,}5\ \text{МПа}<80\ \text{МПа};$$

$$\sigma_э=\frac{P}{tdn}=\frac{90000}{1\cdot 2\cdot 2}=225\ \text{МПа}<240\ \text{МПа}.$$

Қозон деворини $m-n$ кесим бўйича (битта парчин мих тешиги кучсизлантирган) чўзилишга мустаҳкамлигини ҳамда иккита тешик кучсизлантирган $m_1-n_1$ илонизисимон шартли кесим бўйича мустаҳкамлигини ҳам текширамиз.

*Кесим* $m-n$. Кесим нетто юзаси: $F_н=(a-d)\cdot t=(10-2)\cdot 1=8$ см$^2$ Кучланиш $\sigma=\frac{P}{F_н}=\frac{90000}{8}=11250$ Н/см$^2=112{,}5$ МПа $<120$ МПа.

*Кесим* $m_1 - n_1$. Кесим брутто ва нетто юзаси:

$$F_{бр} = \left(\frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + c^2}\right) t = \left(\frac{10}{2} + \sqrt{5^2 + 4{,}5^2}\right) \cdot 1 = 11{,}725 \text{ см}^2,$$

Кучланиш $F_н = F_{бр} - 2\,td = 11{,}725 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 7{,}725$ см².

$$\sigma = \frac{P}{F_н} = \frac{90000}{7{,}725} = 116{,}5 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа}.$$

Шундай қилиб. барча мустаҳкамлик шартларига риоя қилинди.

**3.12.** Қалинлиги $t = 10$ мм ли листлардан тайёрланган ва бўйлама чок билан бириктирилган, диаметри $D = 1$ м ли цилиндрик пўлат қозонга ички иш босими $q = 12$ ат таъсир қилади. Чокни устқўйма ёпиб туради. Устқўйма қозон деворига диаметри $d = 28$ мм бўлган ва туташув жойининг ҳар қайси томонига икки қатордан жойлаштирилган парчин михлар билан маҳкамланган (3.11- масаладаги расмга қаранг).

Агар ҳар бир қатордаги парчин михлар қадами $a = 100$ мм, қаторлар орасидаги масофа $c = 50$ мм бўлса, учма-уч бирикманинг мустаҳкамлигини текширинг. Рухсат этиладиган кучланишларни 3.11- масаладагидек қабул қилинг.

*Жавоб:* $\sigma = 78$ МПа $< 120$ МПа;
$\tau = 72$ МПа $< 80$ МПа;
$\sigma_э = 130$ МПа $< 240$ МПа.

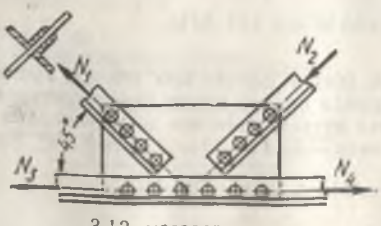
**3.13.** Пўлат стропила фермасининг ҳар бири иккита тенг ёнли бурчаклик 80×80×8 мм ли тираклари пастки белбоғга қалинлиги $t = 8$ мм ли косинка ёрдамида бириктирилади (расмга қаранг). Тираклардаги кучлар $N_1 = N_2 = 140$ кН га тенг.

Агар рухсат этиладиган кучланишлар: қирқишга $[\tau] = 100$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 260$ МПа бўлса, ҳар қайси тиракни косинкага бириктириш учун мўлжалланган диаметри $d = 17$ мм ли зарур парчин михлар сонини аниқланг.

2) Агар тиракларнинг белбоғга қиялик бурчаги 45°, белбоғнинг кесими 75×75×6 мм ли икита бурчакликдан иборат бўлса, косинкани ферманинг пастки белбоғига бириктириш учун зарур парчинмихлар сонини ҳам аниқланг.

*Жавоб:* $n_1 = 4$; $n_2 = 6$.

**3.14.** Иккита бурчаклик 80×80×8 мм дан иборат стропила фермасининг пастки белбоғидаги туташув жойи худди шундай бурчаклардан қилинган иккита устқўйма ва қалинлиги 8 мм ли косинка билан ёпилган. Улар диаметри $d = 20$ мм ли парчин михлар ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Белбоғ кучсизлантирилган кесимда нормал кучланишлар $\sigma_{max} = 140$ МПа ни вужудга келтирадиган кучлар таъсирида чўзилади. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 100$



3.13- масалага оид




3.14- масалага оид

МПа, $[\sigma_э] = 240$ МПа бўлса, қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартларидан келиб чиқиб, зарур парчин михлар сонини аниқланг ва уларни туташув жойида жойлаштиринг.

*Кўрсатма.* Горизонтал токчалардаги парчин михлар бир қирқимли, вертикал токчалардаги тўрт қирқимли.

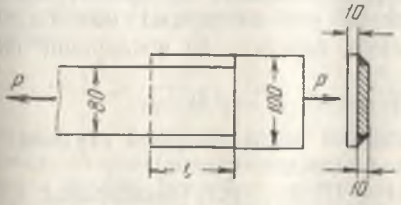
*Жавоб:* $N = 300$ кН, туташув жойининг ҳар томонида тахминан 10 қирқиш юзаси ва 8 эзилиш юзаси бўлиши талаб қилинади. Бунга бешта парчинмих билан эришилади. Горизонтал токчаларда $n_1 = 2$ (икки эзилиш юзаси), вертикал токчаларда $n_2 = 3$ ($2 \times 3 = 6$ эзилиш юзаси).

## 10- §. Пайванд бирикмалар

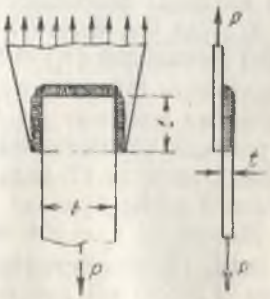
**3.15.** Кесими $10 \times 80$ мм ва $10 \times 100$ мм бўлган икки полосани устма-уст бириктириш учун мўлжалланган ён чокларнинг зарур узунлигини аниқланг (расмга қаранг). Полосаларни бўйлама кучлар чўзишга интилади. Рухсат этиладиган кучланишлар: полосаларни чўзишга $[\sigma] = 160$ МПа, чокларни қирқишга $[\tau_э] = 90$ МПа, ҳар бир чокнинг боши ва охирида 5 мм дан пайвандланмай қолган жой бўлиши мумкинлигини ҳисобга олинг ($l = l_{ҳис} + 25$ мм).

*Жавоб:* $l_{ҳис} = 10{,}2$ см; $l = 11{,}2$ см.

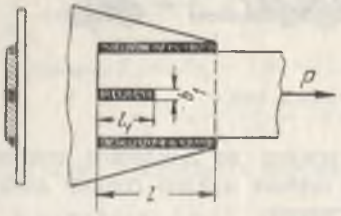
**3.16.** Кесимнинг ўлчамлари $b = 0{,}1$ м, ва $t = 0{,}01$ м бўлган ва $P = 15 \cdot 10^4$Н куч билан чўзилаётган пўлат полоса бир олди ва икки ён томонидаги чоклар билан шаклдор листга устма-уст пайвандланади (расмга қаранг). Чокларнинг қирқимга рухсат этадиган кучланиши $[\tau_э] = 9 \times 10^7$Н/м$^2$ бўлса, полосани шаклдор листга маҳкамлаш учун зарур бўладиган ён чокларнинг энг кам узунлигини аниқланг.



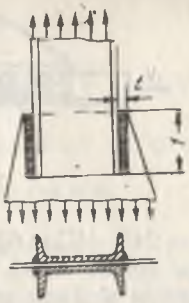

3.15- масалага оид




3.16- масалага оид




3.17- масалага оид




3.18- масалага оид

*Ечим.* Олд чокларнинг мустаҳкамлиги қирқимга шартли равишда текширилади. Барча чоклар қабул қиладиган куч уларнинг иш кесими бўйича бир текис тақсимланади деб қабул қилинган. Демак,

$$\tau_э = \frac{P}{0{,}7t\,(b+2l_x)} \leqslant [\tau_э],$$

бундан ён чокларнинг узунлиги ҳисобланади

$$l_x \geqslant \frac{1}{2}\left(\frac{P}{0{,}7t\,[\tau_э]} - b\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15\cdot 10^4}{0{,}7\cdot 0{,}01\cdot 9\cdot 10^7} - 0{,}1\right) = 0{,}069 \text{ м}.$$

Чокнинг лойиҳадаги узунлигини (чокнинг фақат бир томонида пайвандланмай қолган жой бор деб ҳисоблаб) қуйидагича олиш керак:

**3.17.** Кесими $0{,}01\times 0{,}24$ м бўлган пўлат полоса ўлчамлари $b = 0{,}02$ м ва $l_1 = 0{,}1$ м бўлган иккита ён ва битта қирқма чок ёрдамида шаклдор листга устма-уст пайвандланади. Агар полоса $P = 360$ кН куч билан чўзилса, чокнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 8\times 10^4$ кН/м$^2$ бўлса, ён чокларнинг зарур узунлигини аниқланг. Чокларнинг кучсизланганлигини ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $l = 0{,}2$ м.

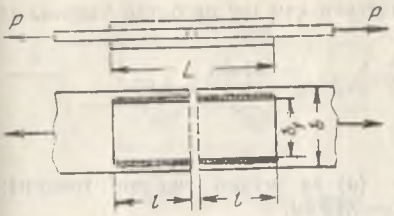
**3.18.** Иккита швеллер № 12 дан иборат ферма стойкаси ён чоклар ёрдамида фасонкага пайвандланади (расмга қаранг).

а) Агар чок катети $t = 10$ мм, чокнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$ МПа, стойка кесимидаги нормал кучланишлар $\sigma = 153$ МПа бўлса, чокларнинг зарур иш ва лойиҳа узунликларини аниқланг. б) Агар ҳар бир швеллернинг деворига қўшимча равишда узунлиги 85 мм ва эни 10 мм ли қирқма чок билан пайвандланса (3.17- масаладаги расмга қаранг), ён чокларнинг иш узунлиги қанча бўлади?

*Жавоб*: а) $l_x = 150$ мм, $l = 160$ мм; б) $l_x = 8{,}9$ см.

**3.19.** Иккита устқўйма билан ёпилган икки листнинг туташган жойи $P = 240$ кН куч билан чўзилади (расмга қаранг).

а) Агар листларнинг қалинлиги $t = 10$ мм, устқўймаларнинг қалинлиги $t_1 = 8$ мм, чокларнинг қирқимига рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$ МПа бўлса, устқўймаларни бириктириш учун за-




3.19- масалага оид




3.20- масалага оид

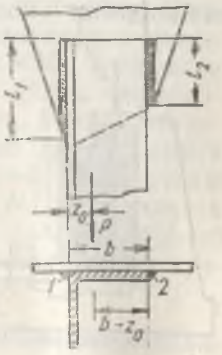
рур ён чокларнинг узунлигини аниқланг. Ҳар бир чокнинг фақат бир учидаги 5 мм узунликда пайвандланмай қолган жойни ҳисобга олинг. б) Пайвандлаб уланган жой ўлчамларини (устқўйманинг эни ва узунлигини) парчинмихли бирикма ўлчамларига (3.7- масаладаги маълумотларга қаранг) солиштиринг. Парчин михли бирикма ўрнига пайванд бирикмадан фойдаланганда қанча металл тежалишини чамалаб кўринг.

*Жавоб*: а) $l = 112$ мм; б) пайванд чок учун $a = 150$ мм, $b_1 = 130$ мм, $L = 225$ мм, парчинмихли бирикма учун $b_1 = 190$ мм ва $L = 400$ мм). Фақат листларнинг асосий металини тежаш 21% ни ташкил қилади.

**3.20.** Кесими $80 \times 8$ мм бўлган пўлат полосанинг пайвандлаб бириктирилган жойи қистирма ёрдамида крестсимон қилиб бириктирилган. Қистирма полосага расмда кўрсатилганидек тўртта олд чоклар билан пайвандланган. Агар чок катети $t = 10$ мм, полоса кесимидаги чўзувчи кучланишлар $\sigma = 150$ МПа бўлса, чоклар кесимидаги кучланишлар қийматини аниқланг. Чок учларидаги пайвандланмай қолган чоклар ҳисобига чокнинг кучсизланиб қолишини ҳисобга олинг.

*Жавоб*: $\tau_э = 90{,}5$ МПа.

**3.21.** Ўлчамлари $110 \times 110 \times 8$ мм бўлган тенг ёнли бурчакликни шаклдор листга пайвандлаш учун зарур ён чоклар узунлигини аниқланг. Чокларнинг қирқимига рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$, МПа. Бурчаклик $P = 200$ кН куч билан чўзилади, чокларнинг катетлари $t = 8$ мм (расмга қаранг).

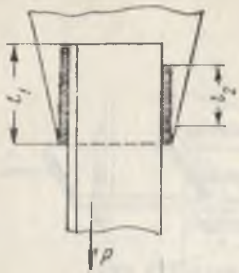



3.21- масалага оид

*Ечим.* Иккала ён чокларнинг умумий узунлиги уларнинг қирқимга мустаҳкамлик шартидан аниқланиши мумкин:

$$l = l_1 + l_2 \geqslant \frac{P}{0{,}7\,t[\tau_э]} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 1000} = 35{,}8 \text{ см.} \quad (a)$$

Чўзувчи куч $P$ бурчакликнинг оғирлик марказига қўйилган. Оғирлик маркази бурчаклик четидан $z_0 = 3$ см нарида туради. $P$ кучнинг таъсир чизиғи чап ва ўнг чоклардан ҳар хил масофада ўтганлиги учун уларнинг ҳар бирига тўғри келадиган куч улуши чокларгача бўлган масофага тескари пропорционал: $P_1 : P_2 = (b - z_0) : z_0$.



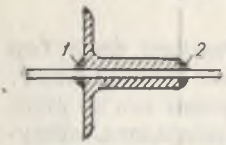

Чокларнинг узунлигини ҳам шу нисбатда тақсимлаш керак:

$$l_1 : l_2 = (b - z_0);\ z_0 = \frac{11-3}{3} = 2{,}67$$

ёки $l = 2{,}67\, l_2$ . . .

Бу қийматларни ($a$) га қўйиб ушбуни топамиз: $l_1 = 26{,}05$ см ва $l_2 = 9{,}75$ см.

Пайвандланмай қолган жойни ҳисобга олиб, лойиҳа узунлигини $l_1 = 27$ см ва $l_2 = 11$ см деб оламиз.




3.23- масалага оид

**3.22** Олдинги масала маълумотларидан фойдаланиб, ён чокларнинг ҳисобий узунлигини аниқланг. Бунда бурчаклик токчаси олд томонидан қўшимча чок билан пайвандланади. Шартли равишда олд чок $b$ узунлик бўйича силжишга бир текис ишлайди деб қабул қилинган.

*Жавоб*: $l_1 = 18{,}05$ см; $l_2 = 6{,}75$ см.

**3.23.** Ўлчамлари $125 \times 80 \times 12$ мм бўлган ҳар хил ёнли иккита бурчакликдан иборат пайванд ферма стержени қалинлиги $t = 12$ мм ли ён чоклар ёрдамида шаклдор листга маҳкамланган (расмга қаранг). Стержень кесимидаги чўзувчи кучланишлар $\sigma = 150$ МПа Чокларнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланишлари $[\tau_э] = 110$ МПа.

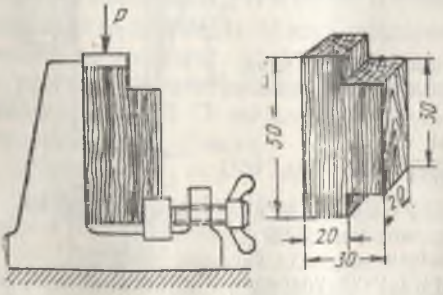
а) Чокларнинг зарур иш узунликлари $l_1$ ва $l_2$ ни аниқланг.

б) Барча ён чокларнинг узунликлари бир хил бўлиши учун бурчакликларнинг четларини бириктирадиган чоклар $l$ нинг катетлари қалинлигини қандай ўзгартириш керак?

*Жавоб:* а) $l_1 = 25{,}2$ см, $l_2 = 12{,}8$ см, $t = 2{,}36$ см.

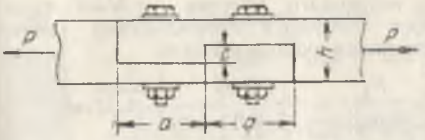
## 11- §. Ўйиқлар, шпонкалар ва конструкцияларнинг бошқа элементлари

**3.24.** Ёғочни силжишга синаш учун прессларда бирига ўрнатиладиган мосламадан фойдаланилади (расмга қаранг). Агар намуналарнинг толалари бўйлаб синишга вақтинчалик қаршилиги 12 МПа га етиши мумкин бўлса, пресс қандай куч ҳосил қилиши лозим. Синаш пайтида вужудга келадиган энг катта эзилиш кучланишлари қийматини ҳам топинг (расмда намунанинг ўлчамлари мм да берилган).

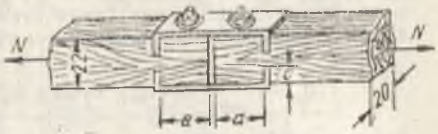



3.24- масалага оид

*Жавоб*: $P = 7200$ Н; $\sigma_э = 36$ МПа.

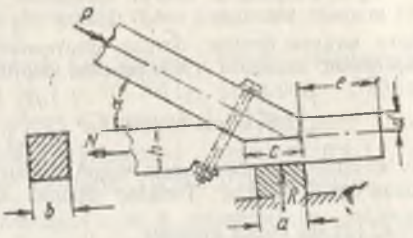



3.25- масалага оид




3.26- масалага оид

**3.25.** Ўлчамлари $b = 0{,}12$ м ва $h = 0{,}18$ м бўлган тўғри тўртбурчак кесимли иккита брус чўзилишга ишлайди ва ўзаро чуқурлиги $c = \frac{h}{4}$ бўлган тўғри тиш билан бириктирилган (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 10^7$ Н/м², толалар бўйича синишга $[\tau] = 1 \cdot 10^6$ Н/м² ва толалар бўйича эзилишга $[\sigma_э] = 8 \cdot 10^6$ Н/м² бўлса, рухсат этиладиган чўзувчи куч $P$ (ньютонларда) ни ва ўйиқлар ўлчамини аниқланг. Ўйиқни тортадиган болтлар ҳисобга олинмайди.




3.27- масалага оид

*Жавоб*: $P = 4{,}32 \cdot 10^4$ Н; $a \approx 0{,}36$ м.

**3.26.** Кесими $20 \times 22$ см² бўлган бруслардан иборат ферма белбоғининг туташиш жойи пўлат устқўймалар билан ёпилган. Устқўймаларнинг букилган токчалари бўлиб, брусларга ботиб туради (расмга қаранг). Агар толалар бўйлаб синишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 1$ МПа, эзилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma_э] = 5$ МПа, белбоғдаги чўзувчи куч $N = 50$ кН бўлса, устқўймалар токчасининг ботиш чуқурлиги $c$ ва устқўйманинг зарур ўлчами $a$ ни аниқланг. Тортувчи болтлар ҳисобга олинмайди.

*Жавоб:* $a = 25$ см, $c = 5$ см.

**3.27.** Тортқили стропила таянчи тортқига олд уйиқ ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Агар тиргакдаги қисувчи куч $P = 70$ кН, томнинг қиялик бурчаги $\alpha = 30°$, брусоклар кесимининг ўлчамлари $b = 15$ см ва $h = 20$ см бўлса, бирикманинг зарур ўлчамлари ($a$, $d$, $e$, $c$) ни аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб чўзилиш ва қисилишга $[\sigma] = 10$ МПа, толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 8$ МПа, толаларнинг кўндалангига эзилишига $[\sigma_{90}] = 2{,}5$ МПа, толаларга $30°$ бурчак остида эзилган $[\sigma_{30}] = 5$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1$ МПа. Бириктирувчи болт ва ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмайди.

*Ечим:* $P$ кучни икки ташкил этувчи, яъни вертикал ва горизонтал ташкил этувчиларга ажратиб қуйидагини оламиз:

$$P_1 = P \sin \alpha = 70000 \cdot 0{,}5 = 35000 \text{ Н}. \quad P_2 = P \cos \alpha = 70000 \cdot 0{,}865 = 60550 \text{ Н}.$$

Бу кучлар таянч реакцияси $R=P_1$ ва тортқидаги чўзувчи куч $N=P_2$ билан мувозанатлашади. $P_1$ куч таянч ястиққа толаларга перпендикуляр таяниш юзаси бўйича тортқини эзади. Эзиш кучланиши қуйидагига тенг:

$$\sigma_э = \frac{P_1}{ab} \leqslant [\tau_{90}],\ \text{бундан}\ a \geqslant \frac{P_1}{b[\sigma_{90}]} = \frac{35000}{15 \cdot 2{,}50 \cdot 10^3} = 9{,}33\ \text{см}.$$

Тиргакнинг тортқига таяниш нуқтаси ҳам шундай узунлик с га эга бўлиши лозим. Конструктив жиҳатидан у анча катта олинади.

$P_2$ куч стропила таянчи торецининг тортқига тегиб турадиган жойда вертикал юзанинг эзилишига сабаб бўлади ($F_э = b \cdot d$), бунда тиргакнинг эзилиши толаларга маълум бурчак остида, тортқининг эзилиши толалар бўйлаб юз беради. Тиргакнинг эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{P_2}{bd} \leqslant [\sigma_{90}],\ \text{бундан}\ d \geqslant \frac{P_2}{b[\sigma_{90}]} = \frac{60550}{15 \cdot 500} = 8{,}07\ \text{см}.$$

Шу кучнинг ўзи тортқининг чиқиб турган учида ($c$ узунликда) синдирувчи кучланишни пайдо қилади. Толалар бўйлаб қисилишга мустаҳкамлик шартига кўра $\frac{P_2}{be} \leqslant [\tau]$ ни ҳосил қиламиз.

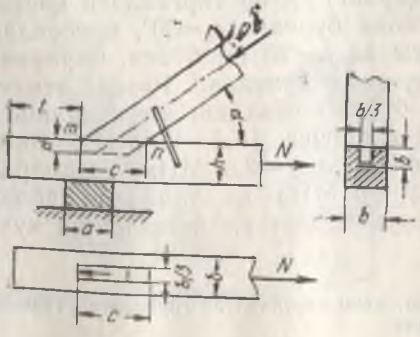
Демак,

$$c \geqslant \frac{P_2}{b[\tau]} = \frac{60550}{15 \cdot 100} = 40{,}4\ \text{см}.$$

**3.28.** Стропила фермасининг таянч узели кесими $h = 20$ см, $b = 18$ см бўлган брусларидан қилинган. Улар эни $1/_3 b$ бўлган чиқиқли ўйиқ ёрдамида бириктирилган. Стропила таянчи тортқига $\alpha = 40°$ бурчак остида қия туради ва унга $P = 30$ кН куч таъсир қилади (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 8{,}5$ МПа, толаларга кўндалангига эзилишга $[\sigma_{90}] = 2{,}5$ МПа, толаларга бурчак остида эзилишга $[\sigma_{40}] = 4{,}5$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 80$ Н/см² бўлса, бириктманинг энг кичик зарур ўлчамлари ($a, d, c, l$) ни аниқланг. $m — n$ чизиқ бўйича ишқаланишни ҳисобга олманг.

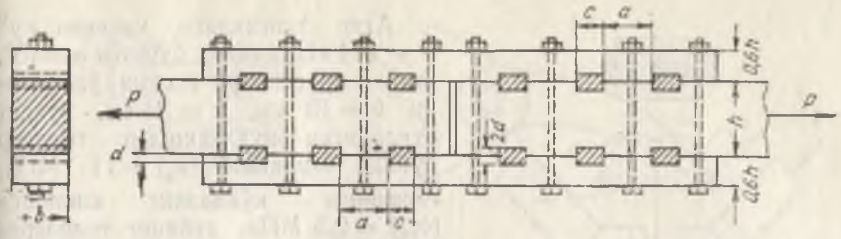
*Жавоб:* $a = 4{,}3$ см, $c = 6{,}4$ см, $d = 8{,}5$ см, $l = 17$ см.

Конструктив жиҳатдан $a$ ва $c$ ўлчамлар одатда ҳисобдагидан каттароқ олинади.




3.28- масалага оид

**3.29.** Ўлчамлари $b = 16$ см ва $h = 20$ см бўлган қайин дарахти ёғочидан қилинган икки брусниг туташган жойи олтита дуб, шпонка ва қайин устқўйма ёрдамида ўланган (расмга қаранг). Агар брусоклар $P = 120$ кН куч билан чўзилса, шпонкаларнинг зарур ўлчамларини, шунингдек улар орасидаги масофани аниқланг. Брусокларнинг чўзилишга мускамлигини ҳам текширинг.



3.29- масалага оид

Рухсат этиладиган кучланишлар: а) қайин учун: чўзилишга $[\sigma] = 10$ МПа, торецида эзилишга $[\sigma_э] = 10$ МПа, толалари бўйлаб синишга $[\tau] = 100$ Н/см². б) дуб учун: толаларига кўндаланг эзилишга $[\sigma_{90}] = 2{,}5$ МПа ва толаларига кўндаланг қирқилишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа. Тортувчи болтларнинг таъсири ҳисобга олинмайди.

*Кўрсатма.* Дуб шпонкаларнинг ўлчамлари $c$ ва $d$ қирқишга ва эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра аниқланади, бунда $P$ куч шпонкалар орасида тенг тақсимланади деб қаралади, шпонкалар ораси $a$ битта шпонка узатадиган куч $P_0 = \dfrac{P}{n}$ таъсирида толалар бўйлаб синишга қайиннинг мустаҳкамлик шартига кўра аниқланади.

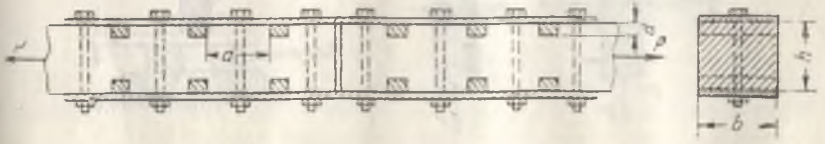
*Жавоб:* $c = 10{,}4$ см; $d = 5{,}0$ см; $a = 12{,}5$ см; $\sigma = 9{,}4$ МПа.

**3.30.** Ўлчами $20 \times 20$ см бўлган квадрат кесимли иккита брусниng туташган жойи иккита пўлат устқўйма билан ёпилган. Устқўймаларга призматик шпонкалар (ҳар қайси устқўймада олтитадан шпонка) парчинланган. Шу шпонкалар брусокларга $d = 2$ см чуқурликда ботиб туради (расмга қаранг).

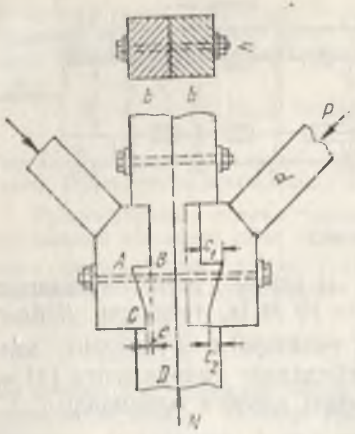
Еғочнинг чўзилиш ва эзилишга мустаҳкалик шартига кўра туташув жойи орқали узатилиши мумкин бўлган рухсат этиладиган чўзувчи куч $P$ қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 12$ МПа, толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 10$, МПа. Шпонкалар орасида куч тенг тақсимланади деб ҳисоблаб, шпонкалар орасидаги масофа $a$ ни ҳам топинг. Тортувчи болтларни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* $P = 240\,000$ Н, $a = 16{,}7$ см.

**3.31.** Еғоч кўприк тиргаклари иккита брусокдан иборат стойкага дуб ёстиқлар ёрдамида тиралади. Ёстиқлар стойкага $c_1$ ва $c_2$ чуқурликда ботиб туради (расмга қаранг). Ботиқларнинг чуқурлиги $c_1$ ва $c_2$ ҳар хил ($e = c_1 - c_2 = 1$ см) бўлгани учун тиш $BAC$ ни синишдан асрайди (синиш юзасининг изи пунктир билан кўрсатилган $BD$ чизиққа силжийди).



3.30- масалага оид



3.31- масалага оид

Агар тиргакдаги қисувчи куч $P = 184$ кН, қиялик бурчаги $\alpha = 45°$, стойка брусоклари кесими ўлчамлари $b = 15$ см, $h = 24$ см, рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 11$ МПа, толаларга кўндаланг эзилишга $[\sigma_{э0}] = 2{,}5$ МПа, дубнинг толаларга $45°$ бурчак остида эзилишига $[\sigma_{45}] = 7$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа бўлса, ёстиқнинг зарур узунлиги $a$ ни ҳамда ботиқлар чуқурлиги $c_1$ ва $c_2$ ни аниқланг. Ёстиқнинг эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра тиргакнинг энг кичик диаметрини топинг,

*Кўрсатма.* Ёстиқнинг узунлиги $a$ толалар бўйлаб синишга мустаҳкамлик шартидан, стойкага бўйлама куч узатиладиган умумий юза эса $(F = (c_1 + c_2)h$ эзилишга мустаҳкамлик шартидан аниқланади.

*Жавоб*: $a = 45$ см; $c_1 \approx 3$ см; $c_2 = 2$ см; $d = 18{,}3$ см,

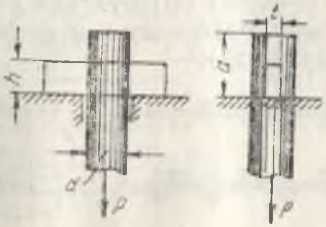
3.32. $P = 180$ кН куч билан чўзиладиган думалоқ пўлат стержень деталга тўғри тўртбурчак кесимли чека ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг). Чўзилишга, қирқилиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан стержень диаметри $d$ ни, унинг қуйруқ қисми узунлиги $a$ ни, шунингдек чека кўндаланг кесимининг ўлчамлари $t$ ва $h$ ни аниқланг (эзилишга ишлашини ҳисобга олманг). Рухсат этиладиган кучланишлар:

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}; \ [\tau] = 100 \text{ МПа ва } [\sigma_э] = 320 \text{ МПа}$$

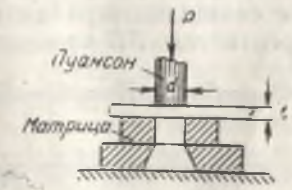
*Жавоб:* $d = 4{,}62$ см; $t = 1{,}22$ см; $h = 7{,}4$ см; $a = 9{,}33$ см.

3.33. Қалинлиги $t$ бўлган листда думалоқ тешик босим билан очилиши керак. Унинг торецидаги эзилиш кучланиши қирқиладиган металлнинг қирқилишга вақтинчалик қаршиликдан тўрт марта катталик шартидан келиб чиқиб, пуансоннинг энг кичик диаметрини аниқланг. Тешик очиш штампининг схемаси расмда кўрсатилган.

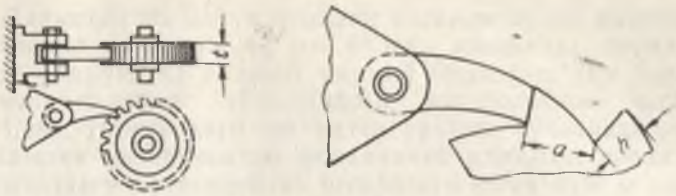
*Жавоб:* $d = t$.



3.32- масалага оид




3.33- масалага оид




3. 34-масалага оид

**3.34.** Агар храповик ғилдирагининг тишларига тормозланиш пайтида тушадиган нормал босим $P=32000$ Н бўлса, тишларнинг мустаҳкамлигини текширинг. Тиш ўлчамлари (расмга қаранг): асосининг эни $a=24$ мм, қалинлиги $t=20$ мм, тиш баландлиги $h=16$ мм.

Қирқилиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра собачка тираладиган болтнинг зарур диаметрини ҳам аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: қирқишга $[\tau]=70$ МПа, эзилишга $[\sigma_э]=120$ МПа.

*Жавоб*: $\tau=66{,}7$ МПа $<70$ МПа; $\sigma_э=100$ МПа $<120$ МПа; $d=1{,}33$ см.

## IV боб

# БУРАЛИШ

## 12-§. Думалоқ кесимли стерженларнинг буралиши

**4.1.** Буровчи момент $M=16$ кНм ни узатадиган думалоқ кесимли яхлит пўлат валнинг диаметрини аниқланг. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau]=80$ МПа, вал узунлигининг 1 м га тўғри келадиган рухсат этиладиган бураш бурчаги $[\varphi]=0{,}6°$.

*Ечим.* Валнинг мустаҳкамлик шартига кўра $\tau_{max}=\dfrac{M_б}{W_p}\leqslant[\tau]$, бундан $W_\rho=\dfrac{\pi r^3}{2}$, ушбуни топамиз:

$$r=\sqrt[3]{\frac{2M_б}{\pi[\tau]}}=\sqrt[3]{\frac{2\cdot1600000}{\pi\cdot8000}}=5{,}0\text{ см}.$$

Валнинг бикрлик шартига кўра

$\varphi=\dfrac{M_б\cdot l}{GJ_\rho}\leqslant[\varphi]$, бундан $J_\rho=\dfrac{\pi r^4}{2}$, $G=8\cdot10^4$ МПа, ҳисоблаб топамиз:

$[\varphi]=0{,}6\ \dfrac{\pi}{180}=\dfrac{\pi}{300}$.

$$r=\sqrt[4]{\frac{2M_б\cdot300\cdot l}{G\cdot\pi^2}}=\sqrt[4]{\frac{2\cdot1600000\cdot100\cdot300}{8\cdot10^6\cdot9{,}86}}=5{,}9\text{ см}.$$

*Жавоб*; $d\geqslant11{,}8$ см.

**4.2.** Вал сиртидаги кучланиш $\tau_{max}=80$ МПа, вал сиртидан радиусининг чорак масофасидаги кўндаланг кесимда уринма кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:* 60 МПа.

**4.3** Диаметри 10 см ва узунлиги 6 м бўлган яхлит пўлат вал 4° бурчакка буралган. Энг катта уринма кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 46,5 МПа.

**4.4.** Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\tau]=100$ МПа бўлса, диаметри 20 мм бўлган думалоқ кесимли пўлат стерженнинг юк кўтарувчанлиги $[M_б]$ ни аниқланг. Стерженнинг 100 см узунликдаги участкасининг буралиш бурчаги қиймати нимага тенг?

*Жавоб:* 15,7 кНсм; 0,125 рад.

**4.5.** Диаметри 20 мм ли думалоқ кесимли пўлат намуна пўлат валининг диаметри 40 мм бўлган машинада буралишга синалади. Намуна ва валнинг умумий геометрик ўқи бор. Намуна материалининг чўзилишдаги мутаносиблик чегараси 32000 Н/см². Намунадаги энг катта уринма кучланиш учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб аниқлаш керак бўлган силжишдаги мутаносиблик чегарасига етган пайтда машина валидаги уринма кучланишларнинг энг каттта қиймати қанча?

*Жавоб:* 2000 Н/см².

**4.6.** Диаметри 25 мм ли юмшоқ пўлат стержень 60 кН куч билан чўзилганда 20 см узунликда 0,122 мм узаяди. Ўша валнинг ўзи 20 кН·см буровчи момент билан юкланганда 20 см узунликда 0,75° бурчакка буралади. $E$, $G$, $\mu$ қийматларни аниқланг.

*Жавоб:* $2 \cdot 10^7$ Н/см²; $8 \cdot 10^6$ Н/см²; 0,25.

**4.7.** Узунлиги 20 см ва диаметри 20 мм бўлган пўлат намуна буралишга синалганда шу нарса аниқланадики, буровчи момент 16320 Н·см да буралиш бурчаги 0,026 рад га тенг. Буровчи момент 27000 Н·см бўлганда эластиклик чегарасига эришилади. Силжишдаги эластиклик модули ва буралишдаги эластиклик чегараси қийматларини аниқланг.

*Жавоб:* $8 \cdot 10^6$ Н/см²; 1720 Н/см².

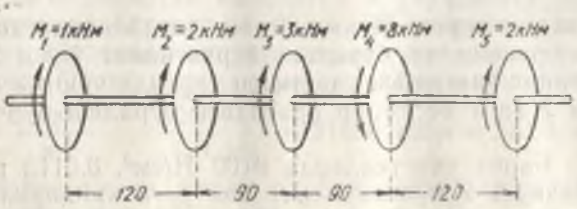
**4.8.** Диаметри 10 мм бўлган пўлат стержень синаш қурилмасида буралади. Буровчи момент 150 Н·см дан поғонама-поғона катталашади. Икки кесимнинг буралиш бурчагини ўлчайдиган асбоблар кўрсатишлари ўсиши фарқининг ўртача қиймати 3,8 мм га тенг. Кесимлар орасидаги масофа 100 мм. Асбоб шкаласининг 1 мм 1/200 рад ни билдиради. Силжишдаги эластиклик модули нимага тенг?

*Жавоб:* $8{,}05 \cdot 10^6$ Н/см².

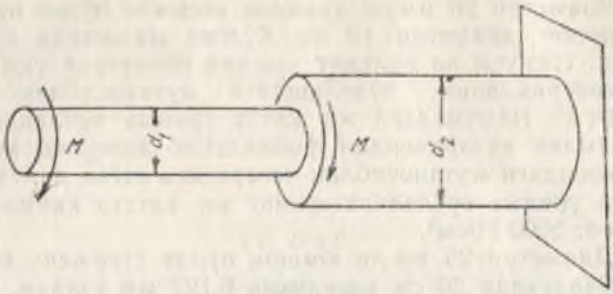
**4.9.** Пўлат валга бешта шкив орқали расмда кўрсатилган жуфт кучлар таъсир қилади. Буровчи момент эпюрасини ясанг, $[\tau] = 9000$ Н/см² бўлганда вал диаметрини танланг ва валнинг ўнгдаги охирги кесимининг чапдаги кесимига нисбатан бурилиш бурчаги катталигини аниқланг. Сўнгра биринчи ва тўртинчи жуфт кучларнинг ўрнини алмаштиринг ва шу ҳол учун масалани ечинг.

Расмдаги узунлик ўлчамлари см ларда берилган.

*Жавоб:* 7 см; 0,366 рад, 7,7 см; 0,073 рад.




4.9- масалага оид




4.11- масалага оид

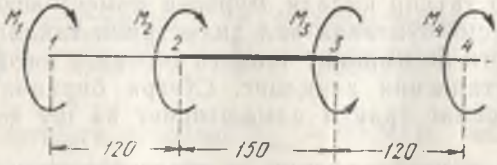
**4.10.** Бир хил буровчи моментларда бир хил буралиш бурчакли қилиб лойиҳаланган бир хил узунликдаги пўлат ва алюминий қотишмаларидан ясалган яхлит валларнинг оғирликларини таққосланг. Алюминий қотишмасининг силжишдаги эластиклик модули $2{,}7\times10^6$ Н/см$^2$, унинг ҳажмий оғирлиги 2,6.

*Жавоб:* Пўлат вал алюминий валга қараганда 75% оғир.

**4.11.** Ўнг учи қисиб қўйилган думалоқ кўндаланг кесимли стерженга иккита бир хил буровчи жуфт кучлар $M$ қўйилган (расмга қаранг). Стержень чап участкасининг диаметри 40 мм, ўнг участкасининг диаметри 60 мм, ўнг участкадаги энг катта уринма кучланиш 8000 Н/см$^2$, стерженнинг чап участкасидаги энг катта уринма кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 13500 Н/см$^2$.

**4.12.** Пўлат валга буровчи жуфт кучлар қўйилган: $M_1=114{,}20$ кНм, $M_2=271{,}6$ кНм, $M_3=500$ кНм. Вал участкаларининг узунликлари см расмда кўрсатилган. Валнинг четки участкалари диаметри 40 мм, ўрта участкаси диаметри 60 мм.




4.12- масалага оид

Валнинг чапки торец кесими 1 дан ҳисобланадиган буровчи момент эпюрасини ва буралиш бурчагининг ўсиш графигини ясанг. Валнинг ҳар қайси участкаси сиртида уринма кучланишлар ҳамда *2* ва *4* кесимлар орасидаги буралиш бурчагини ҳисобланг.

*Жавоб:* Барча участкаларда 9100 Н/см$^2$, 0,0113 рад.

**4.13.** Радиуси $r$ бўлган яхлит вал унга кийдирилган труба билан кучайтирилган. Трубанинг ички радиуси $r$ ва ташқи радиуси $R$. Вал ва труба бир хил материалдан ясалган бўлиб,

худди яхлитдек ишлайди. Валнинг юк кўтарувчанлиги икки марта ортиши учун $R:r$ нисбат нимага тенг бўлиши керак?

*Жавоб:* 1,26.

**4.14.** Ташқи диаметри $d_1=75$ мм ва ички диаметри $d_2=50$ мм бўлган 1 м узунликдаги ичи бўш пўлат вал 3500 Нм моментли жуфт куч таъсирида 1° га буралади. Валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг? Силжишдаги эластиклик модули қийматини аниқланг.

*Ечим.* Энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{max}=\frac{M_б\cdot r_1}{J_p},\qquad J_p=\frac{\pi}{32}(d_1^4-d_2^4)=249\ \text{см}^4;$$

$$\tau_{max}=\frac{350000}{249}\cdot 3{,}75=5270\ \text{Н/см}^2.$$

Силжиш учун эластиклик модулини буралиш бурчаги формуласидан топамиз.

$$G=\frac{M_б\cdot l}{\varphi\cdot J_p}=\frac{350000\cdot 100\cdot 180}{\pi\cdot 249}=8{,}05\cdot 10^6\ \text{Н/см}^2.$$

**4.15.** Узунлиги 1,8 м бўлган ичи бўш пўлат вал учларига $M=6$ кНм моментли икки жуфт кучлар юкланган. Агар буралиш бурчаги 2° дан ошиши мумкин бўлмаса, уринма кучланиш 7000 Н/см² бўлса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг.

*Жавоб:* 90,4 мм, 72,4 мм.

**4.16.** Ичи бўш валнинг ташқи диаметри ички диаметридан икки марта катта. Бу вал силжишга рухсат этиладиган кучланиш 6000 Н/см² бўлганда лойиҳадаги яхлит валдан 20% енгил. Буровчи моментлар бир хил бўлганда ичи бўш валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:* 5810 Н/см².

**4.17.** Буровчи момент ва рухсат этиладиган кучланишлар бир хил бўлганда ўлчамлари шунга мослаб танланган икки валнинг оғирликларини таққосланг. Биринчи вал — яхлит, иккинчиси трубасимон, ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати 0,6 га тенг.

*Жавоб* $P_т:P_я=0{,}702$.

**4.18.** Агар айланишлар сони 180 айл/мин, рухсат этиладиган кучланиш 4800 Н/см² ва валнинг 1 м узунлигига рухсат этиладиган буралиш бурчаги 1° бўлса, 80 от кучи қувват узатадиган яхлит пўлат валнинг диаметрини аниқланг.

*Кўрсатма.* Олдин буровчи момент қийматини ҳисоблаймиз:

$$M_б=\frac{225000\cdot N}{\pi\cdot n}=\frac{225000\cdot 80}{3{,}14\cdot 180}=31850\ \text{Н/см}=318{,}5\ \text{кН/см}.$$

Сўнгра мустаҳкамлик шарти ва бикирлик шартига кўра валнинг зарур диаметрини топамиз.

*Жавоб:* 7 см.

**4.19.** Диаметри 90 мм бўлган вал 90 от кучи қувват узатади. Агар рухсат этиладиган уринма кучланиш 6000 Н/см² бўлса, валнинг чегаравий айланишлар сонини аниқланг.

*Жавоб.* Қамида 75 айл/мин.

**4.20.** Диаметри 90 мм бўлган яхлит пўлат вал 150 айл/мин тезликда 50 от кучи қувват узатади. Валнинг шкивлар орасидаги узунлиги 4 м. Валдаги энг катта уринма кучланишни ва бир шкив иккинчисига нисбатан буриладиган бурчакни аниқланг.

*Жавоб:* 1670 Н/см², 1°4′.

**4.21.** Думалоқ кесимли яхлит вал маълум тезликка мослаб лойиҳаланган. Сўнгра унинг тезлигини 20 марта оширишга қарор қилинди. Бошқа маълумотлар ўзгармай қолгани ҳолда валнинг диаметри қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 2,71 марта камаяди.

**4.22.** Яхлит кесимли валнинг диаметрини аниқлаш учун $d = k\sqrt[3]{N:n}$ формуладан фойдаланиш мумкин. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 60$; 80 ва 100 МПа бўлса, $k$ қандай қийматга тенг?

*Жавоб:* 8,5; 7,7; 7,1.

**4.23.** Чиғир $P = 16$ кН юкни $v = 0{,}6$ м/с тезликда кўтаради. Чиғир вали фақат буралишга ишлайди деб ҳисоблаб ва зарарли қаршиликларни ҳисобга олмай, 200 айл/мин тезликда айланадиган чиғир яхлит валининг диаметрини танланг. Рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 4500$ Н/см².

*Кўрсатма.* Вал узатадиган қувват: $A = P \cdot v = 16 \cdot 0{,}6 = 9{,}6$ кН/с Валнинг айланиш сони $\omega = 20{,}9$ рад/с, буровчи момент $M_б = A:\omega = 460$ Нм. Валнинг диаметри унинг мустаҳкамлик шартидан аниқланади.

*Жавоб:* 37 мм.

**4.24.** Ташқи диаметри $d_1 = 100$ мм ва ички диаметри $d_2 = 50$ мм бўлган ичи бўш пўлат вал 80 айл/мин тезликда айланганда 2,7 м узунликда 1,8° бурчакка бурилади. У қандай қувватни узатади? Валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

$$Ечим.\ N = \frac{M_б \cdot \pi \cdot n}{225 \cdot 000},\quad M_б = \frac{\varphi \cdot J_p \cdot G}{l},\quad \varphi = \frac{\pi}{180},\quad J_p = \frac{15}{32}\pi r_1^4,$$

эканлигини билган ҳолда қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$N = \frac{\pi \cdot 15 \cdot \pi \cdot r_1^4 \cdot G \cdot \pi \cdot n}{180 \cdot 32 \cdot l \cdot 225000} = \frac{\pi^3 \cdot 15 \cdot 5^4 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 80}{180 \cdot 32 \cdot 270 \cdot 225000} = 95{,}6 \text{ от кучи.}$$

$\tau_{max}$ нинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_{max} = \frac{M_б \cdot r_1}{J_p} = \frac{\varphi \cdot G \cdot r_1}{l} = \frac{\pi \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 5}{100 \cdot 270} = 4660 \text{ Н/см}^2.$$

**4.25.** Агар валдаги уринма кучланиш 6000 Н/см², унинг ички диаметри ташқи диаметрининг 0,6 улушича бўлса, 100 айл/мин

тезликда 7000 квт қувват узатадиган ички бўш пўлат валнинг диаметрини аниқланг.

*Жавоб:* 40,5 см ва 24,8 см.

**4.26.** Турбина қувватини аниқлаганда у айлантирадиган пўлат валнинг буралиш бурчаги ўлчаб кўрилди. Валнинг 6 м узунлигида бу бурчак 1,2° га тенг бўлди. Валнинг ташқи ва ички диаметрлари 25 см ва 17 см. Валнинг айланиш тезлиги 250 айл/мин. Вал пўлатдан ясалган. Вал узатадиган қувватни ва унда ҳосил бўладиган уринма кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 2160 квт; 3490 Н/см².

**4.27.** Автомобилнинг кардан вали икки хил иш тартибда бир хил қувват — 23 от кучи узатади. Биринчи ҳолда валнинг айланиш тезлиги 108 айл/мин, иккинчи ҳолда эса 60 айл/мин. Агар вал ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати 0,9 га тенг бўлса, рухсат этиладиган уринма кучланиш $[\tau] = 4000$ Н/см² бўлса, валнинг ташқи диаметри қанча бўлиши керак? Катта тезликдан кичик тезликка ўтганда валдаги энг катта уринма кучланиш қандай ўзгаради?

*Жавоб:* $d = 10$ см; 1,8 марта ортади ва рухсат этиладиган қийматга эришади.

**4.28.** Трубанинг ўртача диаметри 30 см, деворининг қалинлиги $t = 8$ мм. Трубага буровчи момент $M = 11{,}5$ кНм таъсир қилганда унинг материалида вужудга келадиган уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Юпқа деворли трубаларни бураганда ички ва ташқи сиртлари яқинидаги уринма кучланишлар бир-биридан жуда кам фарқ қилади. Шунинг учун ҳисоблашни кучланишларнинг ўртача қийматларида бажариш керак. Буни қуйидаги формуладан аниқлаш мумкин:

$$\tau = \frac{M_б \cdot r_{ўр}}{J_p},$$

бунда $r_{ўр}$ — ҳалқасимон кесимнинг ўртача радиуси.

Ҳалқасимон кесимнинг қутбий энерция моментини ҳам қуйидаги тақрибий формуладан аниқлаш мумкин:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = r_{ўр}^2 \cdot 2\pi \cdot r_{ўр} \cdot t = 2\pi \cdot r_{ўр}^3 \cdot t.$$

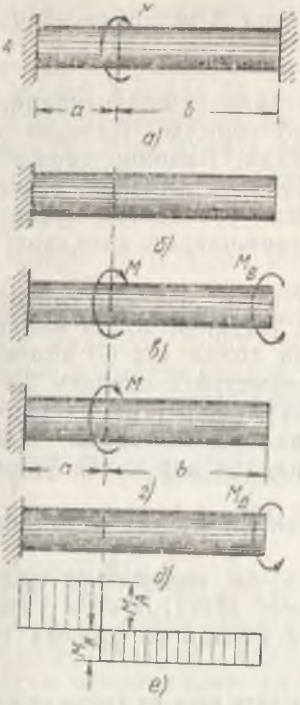
Трубадаги кучланишларнинг ўртача қиймати формуласи қуйидаги кўринишларни олади:

$$\tau = \frac{M_б}{2\pi \cdot r_{ўр}^2 \cdot t}.$$

*Жавоб:* $\tau = 1015$ Н/см²; қутбий инерция моменти аниқ ҳисоблаганда энг катта кучланиш $\tau_{max} = 1045$ Н/см².

**4.29.** Ўртача диаметри 12,5 см бўлган юпқа деворли пўлат трубанинг учларига шу трубани 625 кН/см момент билан бурайдиган кучлар жуфти қўйилган. Уринма кучланишлар 8000 Н/см² дан ошиб кетмаслиги учун труба деворларининг қалинлиги қанча бўлиши керак? Трубанинг 1 м узунлигида буралиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 0,32 см, 0,016 рад.




4.32- масалага оид

**4.30.** Пўлат труба вал 100 айл/мин тезликда айланганда 75 квт қувват узатади. Деворларнинг қалинлиги кесимнинг ўртача диаметри 1/50 улушини ташкил қилади. Ҳар 3 м узунликка буралиш бурчаги 1° дан ортиб кетмаслиги учун шу диаметр қийматини аниқланг. Бунда уринма кучланишлар нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* 17,8 см, 4180 Н/см².

**4.31.** Узунлиги 1,8 м, ўртача диаметри 30 см, деворининг қалинлиги 3 мм бўлган пўлат труба вал 100 айл/мин тезликда айланади. Агар вал деворидаги ўртача уринма кучланиш 6300 Н/см² бўлса, у қандай қувват узатади? Валнинг буралаш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 2,75 квт, 0,542°.

**4.32.** Думалоқ кесимли стержень учларидан қисиб қўйилган. Оралиқ кесимга моменти $M = 12000$ Нм бўлган кучлар жуфти қўйилган (расмдаги *а* схемага қаранг). Масофа $b = 2a$. Агар унинг диаметри 8 см бўлса, стержендаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

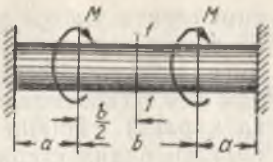
*Кўрсатма.* Статиканинг тенгламаси: $M_A + M_B = M$. Система статик аниқланмайдиган. Стерженнинг асосий (статик аниқланадиган) системаси сифатида *б* схемани қабул қиламиз. Бу схемани жуфтлар $M$ ва $M_B$ билан юкланганда (*в* схема) ва $\varphi_B = 0$ да *в* схема *а* схемага эквивалент бўлиб қолади. Энди стерженга $M$ жуфт (*г* схема) ва $M_B$ жуфт (*д* схема) таъсирини алоҳида-алоҳида кўрамиз. *е* схемадаги $B$ кесим $\varphi_B' = \dfrac{M \cdot a}{GJ_\rho}$ бурчакка бурилади, *д* схемадаги ўша кесим $\varphi_B'' = -\dfrac{M_B(a+b)}{GJ_\rho}$ га (бошқа томонга) бурилади. Лекин $\varphi_B = \varphi_B' + \varphi_B'' = 0$ бўлганлиги учун ушбуни топамиз:

$$M_B = \frac{a}{a+b} \cdot M, \quad M_A = \frac{b}{a+b} \cdot M.$$

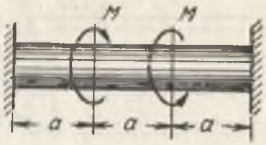
Буровчи момент эпюрасини (*е*) ясаймиз. Эпюрадан кўриниб турибдики, чап участкада уринма кучланишлар ўнг участкадагидан катта экан.

*Жавоб:* 7950 Н/см².

**4.33.** Учларидан қисилган думалоқ кесимли стержень бир-бирига тенг ва бир томонга йўналган жуфт кучлар таъсирида. Улардан ҳар бирининг моменти 8000 Н м дан (расмга қаранг). Статик аниқланмаслигини исбот қилинг ва стерженнинг ўрта




4.33- масалага оид




4.34- масалага оид

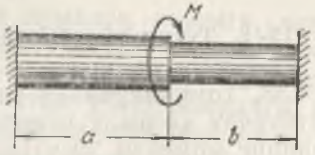
кесими *1—1* нинг бурилиш бурчагини аниқланг. Стерженнинг диаметри 10 см, ҳар қайси чекка участканинг узунлиги $a=60$ см, ўрта участканинг узунлиги $b=80$ см.

*Жавоб*: $M_A = M_B = 8000$ Н/м; 21′

**4.34.** Учларидан қисилган думалоқ кесимли стерженга бир-бирига тенг ва қарама-қарши томонга йўналган жуфт кучлар қўйилган. Ҳар қайсисининг моменти 10 000 Нм дан (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланиш (силжишга) 6000 Н/см² бўлса, стерженнинг диаметрини аниқланг. Стержень ўрта кесимининг бурилиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 8,27 см; 0.

**4.35.** Учларидан қисилган стержень чап қисмининг диаметри 6 см, ўнг қисминики 5 см. Стерженнинг умумий узунлиги $a+b=3{,}3$ м (расмга қаранг). Стерженнинг диаметри ўзгарган жойга қўйилган буровчи момент стерженнинг ҳар қайси қисмида бир хил энг катта уринма кучланиш ҳосил қилиши шартига кўра $a$ ва $b$ ўлчамларни аниқланг.




4.35- масалага оид

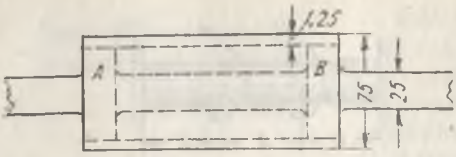
*Жавоб:* $a=1{,}8$ м; $b=1{,}5$ м.

**4.36.** Ташқи диаметри 7,5 см бўлган мис найча ўшандек ички диаметрли пўлат найча ичига жойлаштирилган. Иккала найча деворларининг қалинлиги 3 мм дан. Найчаларнинг учлари бир-бирига қаттиқ маҳкамланган бўлиб, маҳкамланиш жойига ҳар қайсисининг буровчи моменти 1000 Нм дан бўлган жуфт кучлар қўйилган. Найчаларнинг узунлиги 3 м. Миснинг силжишдаги эластиклик модули $4\times10^6$ Н/см². Найчалар орасида буровчи момент қандай тақсимланади? Найчалар қандай бурчакка буралади? Найчалар деворидаги энг катта уринма кучланишлар қанчага тенг?

*Кўрсатма.* Мис найчага тўғри келадиган буровчи моментни $M_м$ пўлат найчага тўғри келадигани $M_п$ билан белгилаймиз. Статиканинг тенгламаси бу икки моментни қўйилган жуфт кучлар моменти билан боғлайди. Найчалар учларидан бир-бирига қаттиқ маҳкамланганлиги учун уларнинг буралиш бурчаклари бир хил бўлиши керак.

*Жавоб:* 282 Нм ва 718 Нм, 1,38°; 1150 Нм/см² ва 2500 Н/см².

**4.37.** Диаметри 25 мм бўлган думалоқ кесимли пўлат стерженда цилиндрик чиқиқлар $A$ ва $B$ бор. Чиқиқларнинг ён




4.37- масалага оид

сиртларига ташқи диаметри 75 мм ва деворининг қалинлиги 1,25 мм бўлган пўлат най зич тегиб туради (расмга қаранг). Найни кийдиришдан олдин стержень моментлари $M_0 = 75$ Нм бўлган жуфт кучлар билан буралган. Най иккала чиқиққа пайвандлангандан кейин стержень учларидаги буровчи моментлар таъсири тўхтатилган. Стержень билан най орасида қандай қийматдаги моментлар таъсирлашади? Стержень ва найда энг катта уринма кучланишлар қанчага тенг?

*Кўрсатма.* Чиқиқлар $A$ ва $B$ деформацияланмайди деб ҳисоблаймиз. Кучлар жуфти $M_0$ стерженни бураган бурчак $\varphi_0$ шу кучлар жуфти олингандан сўнг най буралган қийматга қичраяди. Демак, стержень $\varphi_c = \varphi_0 - \varphi_н$ (1) бурчакка бурилганлигича қолади. Стержень билан най орасидаги таъсирлашув моментлари тенглиги иккинчи тенглама (2) ни беради. Бу тенгламаларни биргаликда ечиб, моментларнинг таъсирлашув қиймати топилади, сўнгра уринма кучланиш аниқланади.

*Жавоб:* $M_н = M_c = 68{,}5$ Нм; $J_c \cdot J_н = 0{,}0975$; 2230 Н/см$^2$; 660 Н/см$^2$.

## 13- §. Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни бураш

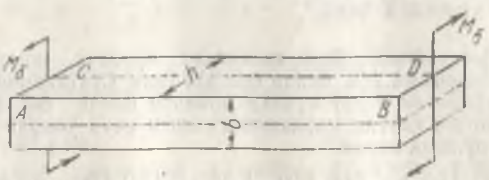
**4.38.** Томонларининг ўлчамлари *2* см ва *3* см бўлган тўғри тўртбурчак кесимли пўлат стержень (расмга қаранг) ҳар қайсисининг моменти 20 кНсм бўлган икки буровчи жуфт кучлар билан юкланган. Стерженнинг сиртида $AB$ ва $CD$ чизиқлар бўйича кўндаланг кесимда вужудга келадиган уринма кучланишлар қийматини ҳисобланг. Стерженнинг 1 м узунликдаги буралиш бурчаги қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни буралишга ҳисоблаганда қуйидаги маълумотлардан фойдаланилади:

тўғри тўртбурчакнинг буралишдаги инерция моменти $J_б = \alpha \cdot b^4$, бунда $b$ — тўғри тўртбурчакнинг томонлари икки ўлчамидан кичик.

Тўғри тўртбурчакнинг буралишдаги қаршилик моменти $W_б = \beta b^3$.

Стержень узун томонининг ўртасидаги кесимда вужудга келадиган энг катта уринма кучланиш




4.38- масалага оид

$$\tau'_{max} = \frac{M_б}{W_б}.$$

Стержень калта томони ўртасидаги энг катта уринма кучланиш

$$\tau''_{max} = \gamma \cdot \tau'_{max}.$$

Коэффициентлар $\alpha$, $\beta$ ва $\gamma$ нисбат $n/b$ қийматига боғлиқ.
Бу коэффициентларнинг қийматлари қуйидаги жадвалда келтирилган.

| $\frac{n}{b}$ | 1 | 1,5 | 1,75 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 6,0 | 8,0 | 10,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | 0,140 | 0,294 | 0,375 | 0,457 | 0,622 | 0,790 | 1,123 | 1,789 | 2,456 | 3,123 |
| $\beta$ | 0,208 | 0,346 | 0,418 | 0,493 | 0,645 | 0,801 | 1,128 | 1,789 | 2,456 | 3,123 |
| $\gamma$ | 1,0 | 0,859 | 0,820 | 0,795 | 0,766 | 0,753 | 0,745 | 0,743 | 0,742 | 0,742 |

*Ечим.* Бу масала учун $n/b = 1,5$, жадвалдан коэффициентлар қийматларини топамиз: $\alpha = 0,294$. $\beta = 0,346$ ва $\gamma = 0,859$

Энг катта кучланиш $\tau'_{max} = \frac{20000}{0,346 \cdot 8} = 7220$ Н/см².

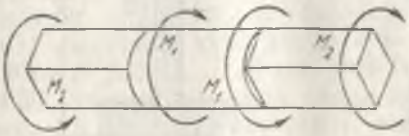
Калта томони ўртасидаги кучланиш: $\tau''_{max} = 0,859 \cdot 7220 = 6200$ Н/см².

Буралиш бурчаги: $\varphi = \frac{M_б \cdot l}{GJ_б} = \frac{20000 \cdot 100}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,294 \cdot 16} = 0,0532$ рад

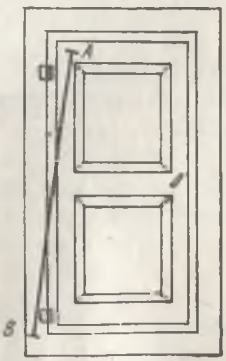
**4.39.** Стержень ўрта участкасида думалоқ кесимга, четки участкаларида доира ичига чизилган квадрат кесимга эга. Стерженга буровчи жуфт кучлар $M_1 = 110$ кН·см ва $M_2$ таъсир қилади (расмга қаранг). Ўрта ва четки участкалардаги энг катта уринма кучланишлар бир хил бўлиши учун буровчи жуфт кучлар $M_2$ қанчага тенг бўлиши керак? Кесимнинг кескин ўзгарган жойларида тўпланган кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 30 кНсм.

**4.40.** Эшик пружинаси (расмга қаранг) квадрат 6×6 мм кесимли $AB$ пўлат чивиқдан ясалган. Чивиқнинг юқори учи $A$ эшикка, пастки учи $B$ эшик ёндорига маҳкамланган. Эшикни 90° буриш учун эшик дастасидан қанча куч $P$ билан тортиш кераклигини ҳамда эшик очиқ турганда чивиқ материалидаги энг катта кучланиш 500 МПа дан ошиб кетмаслиги учун чи-




4.39- масалага оид




4.40- масалага оид

виқни олдин қанча бураш кераклигини ҳисобланг. Чивиқнинг узунлиги 2 м. Эшикнинг эни 1 м.

*Жавоб:* 22,5 Н; 87°.

**4.41.** Тезлик 120 айл/мин бўлганда 100 от кучи қувват узатадиган вал кўндаланг кесими квадратининг томонлари ўлчамини аниқланг. Уринма кучланишлар 4500 Н/см² дан ошмаслиги керак.

*Жавоб:* 86 мм.

**4.42.** Доира кесимли яхлит вал узунлигининг шундай улушидан қисилганки, унинг қисилган жойдаги кесими доирага тенг квадрат шаклини олган. Валнинг квадрат қисмидаги энг катта кучланишлар доира қисмидагидан неча марта катта? Валнинг бутун узунлиги бўйича буровчи момент бир хил. Кесими шакли ўзгарадиган жойдаги кучланишлар тўпланишини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 1,35 марта.

**4.43.** Доира ва квадрат кўндаланг кесимли иккита бир хил мустаҳкамликдаги валларнинг оғирликларини аниқланг.

*Жавоб:* 0,81.

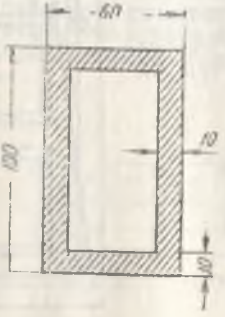
**4.44.** Стерженнинг тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими эни 4 см. Ундаги энг катта уринма кучланишлар диаметри 5 см ли доира кўндаланг кесимли стержендагига тенг бўлиши учун кесимнинг баландлиги қанча бўлиши керак? Иккала стержень бир хил буровчи моментли жуфт кучлар билан юкланган.

*Жавоб:* 6,5 см.

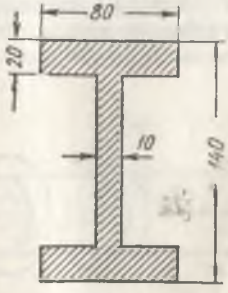
**4.45.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли стержень буровчи моменти 600 Нм дан бўлган иккита жуфт кучлар билан юкланган. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 14000$ Н/см². Агар эни 20 мм бўлса, кўндаланг кесим баландлиги қанча бўлиши керак?

*Жавоб:* 4,28 см.

**4.46.** Уринма кучланишлар $[\tau] = 10\,000$ Н/см² бўйича мустаҳкамлик шартига кўра тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ичи бўш стержень учун рухсат этиладиган буровчи момент




4.46- масалага оид




4.47- масалага оид

қийматини аниқланг. Стержень ўлчамлари расмда мм ларда кўрсатилган.

*Кўрсатма.* Масалани ечишда Н. М. Беляевнинг «Материаллар қаршилиги» дарслигидаги маълумотлардан фойдаланинг, 17- жадвал.

*Жавоб:* 900 кНсм.

**4.47.** Двутавр кесимли пўлат стержень (ўлчамлари расмда кўрсатилган, мм) стержень учларига қўйилган ва ҳар қайсиси 1000 Нм дан бўлган икки кучлар жуфти таъсирида. Энг катта уринма кучланишлар нимага тенг, улар қаерда пайдо бўлади? Стерженнинг 100 см узунлигида буралиш бурчаги нимага тенг?

*Кўрсатма.* Н. М. Беляевнинг: «Материаллар қаршилиги» дарслигидаги маълумотлардан фойдаланинг (218—219 бетлар).

*Жавоб:* 5000 Н/см$^2$, ташқи сирти яқинида токчалар ўртасида вужудга келади, 0,032 рад.

## 14- §. Кичик қадамли винтли пружиналар

**4.48.** Диаметри 20 мм бўлган думалоқ кесимли цилиндрик пўлат винтли пружина 1000 Н ўқ бўйлаб йўналган куч билан қисилган. Пружина ўрамларининг ўрта диаметри 160 мм, ўрамлар сони 8. Пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишни, чўкиш катталигини ва пружина деформациясининг тўлиқ потенциал энергиясини аниқланг.

*Ечим.* Стержендаги энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{max} = \frac{P}{F} + \frac{M_б}{W_p} = \frac{P}{\pi r^2} + \frac{2PR}{\pi r^3} = \frac{1000}{\pi}(1 + 16) = 5410 \text{ Н/см}^2,$$

Пружинанинг чўкиши:

$$\lambda = \frac{4PR^3n}{Gr^4} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 8^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^6 \cdot 1^4} = 2{,}048 \text{ см}.$$

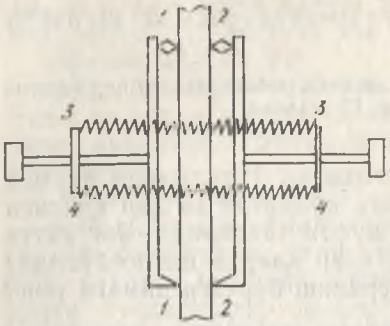
Пружина деформациясининг тўлиқ потенциал энергияси:

$$U = \frac{P \cdot \lambda}{2} = 1024 \text{ Н·см}.$$

**4.49.** Диаметри 6 мм ли пўлат симдан тайёрланган цилиндрик винтли пружина 10 ўрамдан иборат. Пружина ўрамининг ташқи диаметри 66 мм. Энг катта уринма кучланиш 24000 Н/см$^2$ дан ошмайдиган стержендаги ўқ бўйлаб йўналган чўзувчи кучни аниқланг. Шунда пружинанинг узайиши, эластик деформациянинг тўлиқ иши ва пружинанинг бикрлиги, яъни пружинани 1 см чўзиш учун зарур куч нимага тенг?

*Жавоб:* 323 Н; 5,38 см; 869 Н·см; 60 Н/см.

**4.50.** Винтли пружина ҳосил қилиш учун диаметри 5 см ли барабанга шунча диаметри 6 мм ли пўлат сим ўралиши керакки, 90 Н нагрузка таъсирида пружина 2,5 см чўксин. Бунинг учун зарур сим узунлигини аниқланг (пружина учларининг узунлигини ва ўрамларнинг қиялигини ҳисобга олманг).



4.51- масалага оид

Симнинг пружина учлари орасидаги буралиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб* 361 см; 51°15′.

**4.51.** Кўзгули ўлчаш асбоблари қурилмасининг намунада синаш пайтида асбоб пластинкалари *1—1* ва *2—2* (расмга қаранг) намунага струбциналар ёрдамида қисилади. Струбциналарда иккита бир хил цилиндрик пўлат пружина *3—3* ва *4—4* бор. Агар пружиналарни 10 мм га қисганда тирак винтнинг пластинкага босими 4 Н бўлиши керак бўлса, пружиналардан ҳар қайсиси қанчадан ўрамга эга бўлиши керак? Бунда пружиналарда қандай максимал уринма кучланишлар вужудга келади? Пружина симининг диаметри 0,5 мм, ўрамининг диаметри 4 мм.

*Жавоб:* 49 ўрам, 17300 Н/см$^2$.

**4.52.** Буферга ишлатиладиган пўлат винтли пружина ўрамларининг ўрта диаметри 20 см. Пружина 5 см га чўкканда у 500 Нм энергияни ютиши лозим. Шу билан бирга пружина стерженидаги энг катта уринма кучланиш 17500 Н/см$^2$ дан ошмаслиги керак. Пружина стерженининг диаметрини ва ўрамлар сонини аниқланг.

*Ечим.* Пружинанинг потенциал энергияси $U=\frac{P\cdot\lambda}{2}=50000$ Н/см, бундан $P=20000$ Н.

Пружина стержени материалидаги энг катта кучланиш:

$$\tau_{max}=\frac{P}{\pi r^2}+\frac{2PR}{\pi r^3}=17500\ \text{Н/см}^2.$$

Бу формулага $P$ нинг сон қийматларини қўйиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$r+2R=2{,}75\,r^3.$$

Бирин-кетин танлаш йўли билан $r=2$ см эканлигини топамиз.

Ўрамлар сони

$$n=\frac{\lambda Gr^4}{4PR^3}=\frac{5\cdot8\cdot10^6\cdot2^4}{4\cdot20000\cdot10^3}=8.$$

**4.53.** Агар олдинги масалага қуйидаги ўзгаришлар киритсак, яъни пружина 1000 Нм энергияни ютиши лозим бўлса, пружина стерженининг диаметри ва ўрамлар сони қанча марта ўзгаради?

*Жавоб:* Диаметр 1,27 марта, ўрамлар сони 11 гача ортади.

**4.54.** Цилиндрик винтли пружина 2000 Н юк таъсирида турибди. Унинг бу юкдаги тўлиқ чўкиши (ўрамларнинг бир-бирига тегиши) 8 см. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш 18000 Н/см$^2$. Пружина ясашда пўлат сим диаметри 16 см ли

барабанга ўралади. Сим диаметрини, пружина ўрамлар сонини ва тўлиқ баландлигини аниқланг. Бундай пружинанинг назарий оғирлиги нимага тенг?

*Кўрсатма.* Пружина ўрамининг радиусини $R_0 + r$ орқали ифодаланг, бунда $R_0$ — барабан радиуси. Мустаҳкамлик шартига кўра ушбу тенглама ҳосил бўлади:

$$R_0 + 1{,}5r = 14{,}13r^3$$

*Жавоб:* 17,4 мм; 7 ўрам; 20 см; 72 Н.

**4.55.** Диаметри 7,5 см бўлган ва дастлабки куч $P_0$ остида пружина билан қисилган сақлаш клапани 8 ат босимда пружина 2 см қисилгандан сўнг очилиши керак. Бутунлай юксиз турган пружина ўрамлари орасидаги масофа 5 мм, клапан очиқ турганда эса пружина 16 мм га тенг запас деформацияни сақлайди. Пружина ўрамларининг ўрта диаметри 6 см, пружина пўлат стерженининг диаметри 12 мм. Зарур ўрамлар сонини, дастлабки куч катталигини ва пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Клапандаги босим 8 ат га етганда клапан пружинага узатадиган куч $P = 3532$ Н, дастлабки куч $P$ таъсирида пружина қуйидагича чўкиши керак.

$$\lambda_0 = 0{,}5n - 1{,}6 - 2 = 0{,}5n - 3{,}6 \text{ (см)}.$$

Куч $P_0$ дан чегаравий қиймат $P$ гача катталашганда пружинанинг чўкиши 2 см га ошади. Пружинанинг чўкиши формуласини икки марта ёзамиз:

$$2 = \frac{4(P - P_0)R^3 \cdot n}{Gr^4}, \qquad (1)$$

$$0{,}5n - 3{,}6 - \frac{4P_0 \cdot R^3 n}{Gr^4}. \qquad (2)$$

Бу икки тенгламани биргаликда ечиб, $n = 12{,}1 \approx 12$ ва $\lambda = 2{,}45$ см ни ҳосил қиламиз, сўнгра мутаносиб пропорция $(P = P_0) : P_0 = 2 : 2{,}45$ дан $P$ қийматини топамиз.

*Жавоб:* 12 ўрам; 1940 Н; 34300 Н/см$^2$.

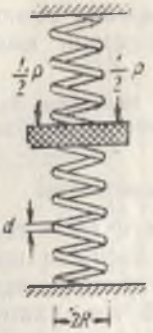
**4.56.** Цилиндрик винтли пружина стержени сифатида юпқа деворли пўлат найча хизмат қилади. Пружина шундай катталикдаги ўқ бўйлаб йўналган куч билан юкланганки, пружина стерженидаги уринма кучланишнинг ўрта қиймати 30 000 Н/см$^2$ га тенг. Металлнинг 10 Н га тўғри келадиган потенциал энергияни аниқланг. 4.28 га тегишли кўрсатмадан фойдаланинг.

*Жавоб:* $\dfrac{\tau_{тр}^2}{2G \cdot \gamma} = 72{,}2$ Н·м/Н.

**4.57.** Квадрат кесими 10×10 мм бўлган ва пўлатдан ясалган цилиндрик винтли пружинада 12 ўрам бор. Ўрамларнинг ўрта радиуси 5 см. Агар синишга рухсат этиладиган кучланиш 28 000 Н/см$^2$ бўлса, пружинага қўйилиши мумкин бўлган энг катта кучни аниқланг. Шу куч таъсир этганда пружина қанчага чўкади?

*Жавоб:* 1120 Н; 9,42 см.

**4.58.** Ташқи диаметри 20 см ва деворининг қалинлиги 2 см бўлган пўлат труба қадами 3 см (плюс қирқиш йўли қалин-



4.60- масалага оид

лиги) бўлган цилиндрик винт йўлли қилиб қирқилган. Натижада 10 ўрамли пружина ҳосил бўлган. Сўнгра бу пружинага ўқ йўналишида 9000 Н куч осилган ва у пружинани чўзган. Пружина қанча узайган, ундаги энг катта уринма кучланиш қанчага тенг ва пружинанинг тўлиқ потенциал энергияси қанча?

*Жавоб:* 10,9 см; 30760 Н/см, 49050 Н/см.

**4.59.** Диаметри 3 см бўлган доира кесимли цилиндрик пўлат винт пружина ичига кесимининг диаметри 2 см бўлган иккинчи пружина жойлаштирилган. Ташқи пружинанинг ўртача диаметри 16 см, иккинчисини 10 см, иккала пружинанинг баландлиги бир хил ва ҳар қайсиси ўнтадан ўрамга эга. Пружинага 20 000 Н нагрузка таъсир қилади ва иккала пружинани бир хил чўктиради. Ҳар бир пружинага қанча нагрузка тушади, улар қанчага чўкади ва ҳар қайси пружинадаги энг катта уринма кучланиш қанча?

*Жавоб:* 11040 ва 8960 Н; 5,6 см; 18220 ва 31390 Н/см².

**4.60.** Ўрамларининг ўртача радиуси бир хил ($R=10$ см) бўлган икки пружина доира кесимининг диаметри $d=2$ см ли пўлат симдан ясалган. Пружиналар икки қўзғалмас текисликлар орасига қўйилган. Расмда кўрсатилганидек пружиналар орасига нагрузка плитаси қўйилган бўлиб, у пружиналарнинг учларига қаттиқ маҳкамланган. Плита орқали пружиналарга пастга йўналган нагрузка $P=4500$ Н узатилади. Плита оғирлигини ҳисобга олмай туриб, пружиналар орасида нагрузка қандай тақсимланганлигини аниқланг. Юқоридаги пружинада тўртта ўрам, пастдагисида бешта ўрам бор. Плитанинг вертикал силжиши қанчага тенг? Ҳар қайси пружина стерженидаги уринма кучланиш қандай катталикка эришади?

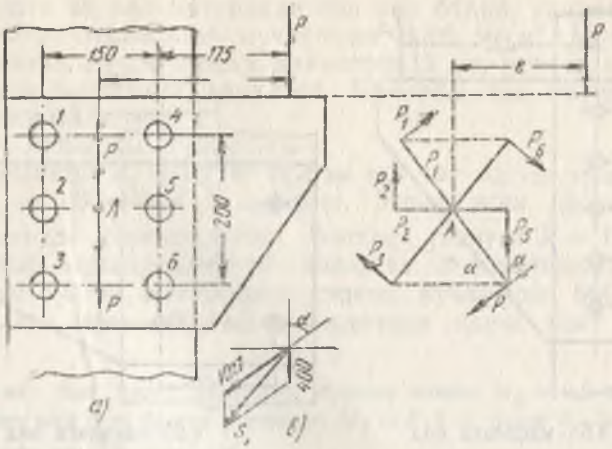
*Жавоб:* 2500 ва 2000 Н; 5 см; 16720 ва 13380 Н/см².

**4.61.** Доира кесимининг диаметри 2 см бўлган конуссимон пўлат рессора 4000 Н куч билан қисилади. Пружина устки ўрами ўқининг радиуси 4 см, пасткисиники 20 см. Агар пружина 6,5 см га чўкадиган бўлса, пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишларни аниқланг.

*Кўрсатма.* Конуссимон пружиналарнинг ҳисоби Н. М. Беляевнинг дарслигида берилган, 210- бет.

*Жавоб:* 26750 Н/см²; 8 ўрам.

**4.62.** Пассажир вагонининг кузови бутун жиҳозлари билан бирга 180 кН келади ва у квадрат кесими 3×3 см бўлган 32 та конуссимон пўлат пружиналар устида туради. Ҳар қайси пружинадаги ўрамлар сони 6 та. Статик юкдаги синишга рухсат этиладиган кучланиш 20 000 Н/см². Ўрамнинг энг катта радиуси 12 см, энг кичиги 6 см. Агар ҳар қайси йўловчи ўз юки билан бирга ўртача 1000 Н деб олинса, вагонга қанча




4.63- масалага оид

пассажирни сигдириш мумкин? Бўш вагон пружиналарни ўртача қанча чўктиради? Пассажирлар бор вагончи?

*Жавоб:* 104 киши; 1,9 см ва 3 см.

## 15- §. Силжиш ва буралишга ишлайдиган конструкциялар

**4.63.** Устунга олтита парчин мих билан маҳкамланган кронштейн (расмга қаранг) $P=24000$ Н куч билан юкланган. Энг кўп куч таъсир қиладиган парчинмихга тўғри келадиган тўлиқ кучни аниқланг.

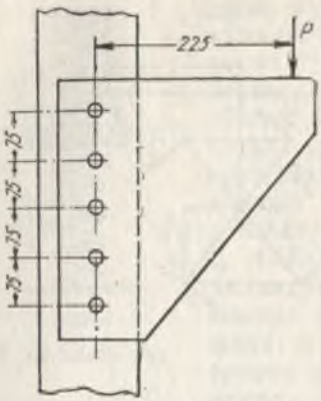
*Ечим.* Куч $P$ ни парчин михли бирикма $A$ марказига келтирамиз. Бир чизиқча чизилган куч $P$ олтита парчин мих ўртасида тенг тақсимланади. Улар ҳар қайсисига пастга томон вертикал йўналган куч $P_0=4000$ Н тўғри келади. Иккита чизиқча чизилган кучлар $P$ эса жуфт $P.\ e$ ни ҳосил қилади. Бу жуфт парчин михли бирикмани бурайди. Буралган стерженга ўхшатиб бунда ҳам кучлар жуфти $P\cdot e$ ҳосил қиладиган Р куч парчин михнинг А марказидан масофа $\rho_к$ га пропорционал ва ҳар қайсиси ўз радиусига ($\rho_к$ га) перпендикуляр йўналган. Расмдан кўриниб турибдики, $\rho_1=12{,}5$ см, $\rho_2=7{,}5$ см, $e=250$ мм$=$ $=25$ см. Айтилганлардан шу нарса келиб чиқадики. $P_1:P_2=12{,}5:7{,}5$; $P_1=\frac{5}{3}P$ экан (расм, *б* га қаранг). Демак. $P_1=P_3=P_4=P_6$ ва $P_2=P_5$. Парчин михли бирикмани бурайдиган момент $M_б=P\cdot e=\sum P_б\cdot\rho_б$,

Сон қийматларини қўйиб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

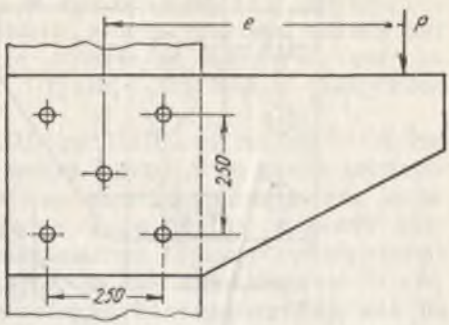
$$24000\cdot 25=4\frac{5}{3}\cdot P_2\cdot 12{,}5+2P_2\cdot 7{,}5.$$

Тенгламадан ушбуни топамиз: $P_2=6100$ Н,: $P_1=10170$ Н.

Ўртадаги парчин михлар *2* ва *5* дан энг кўп юкланган парчин мих *5* ҳисобланади, у тўлиқ куч $S_5=P_5+P_0=6100+4000=10100$ Н ни қабул қилади.




4.64- масалага оид




4.65- масалага оид

Четдаги тўртта парчин михлардан энг кўп юкланган *4* ва *6* ҳисобланади (расм, *б* ва *в*). $\cos\alpha = 0{,}6$ бўлганда бу парчин михлардаги тўлиқ куч

$$S_4 = S_6 = \sqrt{10170^2 + 4000^2 + 2 \cdot 10170^2 \cdot 4000 \cdot 0{,}6} = 13000 \text{ Н}.$$

Демак, ҳар қайсиси тўлиқ куч $S = 1300$ Н ни қабул қиладиган парчин михлар *4* ва *6* энг кўп юкланган экан.

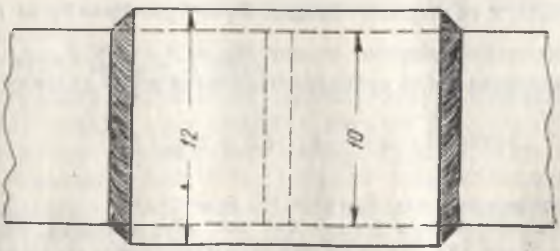
**4.64.** Расмда тасвирланган парчин михли бирикма $P = 35$ кН кучдан тушадиган нагрузкани қабул қилади. Парчин михларнинг диаметри 20 мм. Парчин михлар якка қирқишга ишлайди. Энг кўп юк тушадиган парчин михдаги уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 7040 Н/см².

**4.65.** Қалин пўлат листдан қилинган кронштейн пўлат устунга вертикал куч $P = 30\,000$ Н ни расмда кўрсатилган болтли бирикма орқали узатади. Болтлар якка қирқишга ишлайди, уларнинг диаметри 23 мм. Қирқишга рухсат этиладиган кучланиш 10 000 Н/см². Консолнинг рухсат этиладиган чиқариш ўлчами *e* қанча?

*Жавоб:* Кўпи билан 87 см.

**4.66.** Диаметри 10 см бўлган яхлит вал буралишга ишлайди. Унда туташув жойи труба муфта билан ёпилган. Муфтанинг икки ёни валга пайвандланган (104- расмга қа-




4.66- масалага оид

ранг). Муфта ва вал материали бир хил бўлиб, уларнинг силжишга рухсат этиладиган кучланиши 6000 Н/см². Муфтанинг ички диаметри 10 см, ташқи диаметри 12 см, рухсат этиладиган буровчи моментни аниқланг. Пайванд чок материалида кучланиш қанчага тенг?

*Жавоб:* 10530 Нм, 7920 Н/см².

**4.67.** Диаметри $d_в = 10$ см бўлган вал энг катта уринма кучланиш $\tau_{max} = 7000$ Н/см² да ишлайди. Унинг икки қисми болтли фланец ёрдамида бириктирилган. Болтлар радиуси $R = 10$ см ли айлана бўйлаб бир-биридан тенг масофада жойлаштирилган. Диаметри 20 мм бўлган болтлардаги қирқиш кучланиши 6000 Н/см² дан ошмаслиги керак. Фланецли бирикмада қанча болт бўлиши керак?

*Кўрсатма.* Вал қабул қиладиган буровчи момент $M_б = 0{,}5\,\pi r\, v_в^2 \tau_{max}$ фланецли бирикмага $n$ та болтда узатилади: $M_б = P \cdot R \cdot n$. бунда $P$—битта валга тўғри келадиган куч: $P = \pi r_б^2 \cdot [\tau]$.

*Жавоб:* 8 болт.

**4.68.** Икки труба фланецлар ёрдамида диаметри 40 мм ли олтита болт билан бириктирилган. Болтлар айланада хорда бўйича бир-биридан 28 см масофада жойлашган. Болтлардаги якка қирқишга рухсат этиладиган кучланиш 6000 Н/см². Бу бирикма қанча буровчи моментни узатиши мумкин? Агар қалинлиги 16 мм бўлса, фланец деворга болтларнинг эзиш кучланиши қанча?

*Жавоб:* 90,4 кН·м, 11770 Н/см².

**4.69.** Диаметри 80 мм ва 100 мм бўлган икки яхлит вал фланецлар ёрдамида тўртта болт билан бириктирилган. Диаметри 20 мм ли болтлар икки ўзаро перпендикуляр диаметрларда валлар ўқидан 10 см масофада жойлашган. Бирикма 8000 Нм буровчи моментни узатади. Валларнинг ҳар қайсисидаги энг катта уринма кучланишларни ва болтлардаги уринма кучланишларни аниқланг.

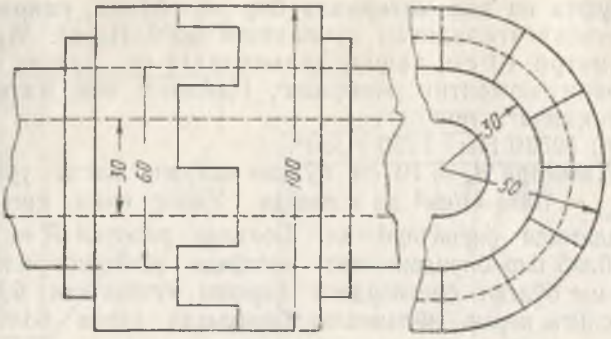
*Жавоб:* 7950; 4080 ва 6360 Н/см².

**4.70.** Буровчи момент 250 кНсм ни узатадиган фланецли бирикмада радиуси 7,5 см ли айлана бўйлаб диаметри 25 мм ли тўртта симметрик болт қўйилган. Болтлардан бири ишдан чиқди. Қолган уч болтнинг ҳар қайсисига қанча нагрузка тўғри келишини ва улардаги уринма кучланишлар нимага тенглигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Қолган учта болтдаги оғирлик марказини ва уларда вужудга келадиган кучларни топиш керак. Бундай ҳол 4.68-масалада тушунтирилган эди. Учта болтдаги кучлар моменти (уларнинг оғирлик марказига нисбатан) буровчи моментга, тенг таъсир этувчи куч эса нолга тенг.

*Жавоб*: Битта диаметр учларида жойлашган икки болтга энг кўп нагрузка тушади: $P' = P'' = 13170$ Н; $P''' = 8330$ Н.

Болтлардаги кучланишлар тегишлича 2690 ва 1700 Н/см².




4.72- масалага оид

**4.71.** Вални 200 айл/мин тезликда айлантирадиган шкив диаметри 75 мм ли яхлит валга 125 от кучи узатади. Шкив валга кесими 10×10 мм ва узунлиги 100 мм бўлган шпонка ёрдамида бириктирилган. Шпонкадаги уринма кучланишларни ва шпонканинг ариқча деворига эзилиш кучланишини аниқланг.

*Жавоб:* 11940 Н/см²; 23880 Н/см².

**4.72.** Ташқи диаметри 60 мм, ички диаметри 30 мм бўлган ичи бўш валнинг икки қисми ташқи диаметри 100 мм, ички диаметри 60 мм ли кулачокли муфта билан бириктирилган (расмга қаранг). Вал материалидаги энг катта уринма кучланишлар [τ] га тенг. Агар кучланишни ҳар бир тиш асоси кесими бўйича бир текис тақсимланган деб ҳисобланса, бу кучланишларнинг қандай қисмини синдирувчи кучланиш τ ташкил қилади.

*Жавоб:* $\tau = 0{,}396\,[\tau]$.

5-боб

# ЯССИ ШАКЛЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

## 16-§. Симметрия ўқларига эга бўлган кесимларнинг геометрик характеристикалари

**5.1.** Тўғри тўртбурчак юзасининг $x$ ва $y$ ўқларига нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментларини ҳисобланг. Ўқлар тўғри тўртбурчакнинг $b=24$ см, $h=80$ см ўлчамли икки томонига мос тушади.

*Жавоб*: $J_x = \frac{bh^3}{3} = 216000$ см$^4$;

$$J_y = \frac{b^3 \cdot h}{3} = 138200 \text{ см}^4$$

$$J_{xy} = \frac{b^2 \cdot h^2}{4} = 129600 \text{ см}^4.$$

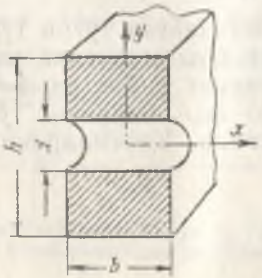
**5.2.** Думалоқ тешик билан кучсизланган тўғри тўртбурчак брус кесимининг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари катталигини аниқланг (расмга қаранг). Ўлчамлар қуйидагича: $b=12$ см, $h=20$ см, $d=5$ см.

*Жавоб*:

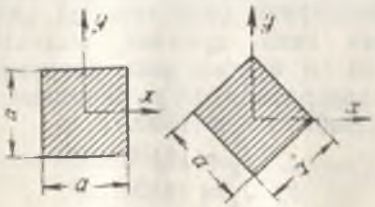
$$J_x = 7875 \text{ см}^4;\ J_y = 2160 \text{ см}^4;$$

$$W_x = 787{,}5 \text{ см}^3;\ W_y = 360 \text{ см}^3.$$

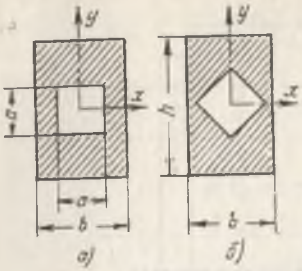
**5.3.** Ўқ $x$ ни горизонтал қолдирган ҳолда (расмга қаранг) кесимини 45° бурчакка бурилса, томонлари $a$ га тенг бўлган



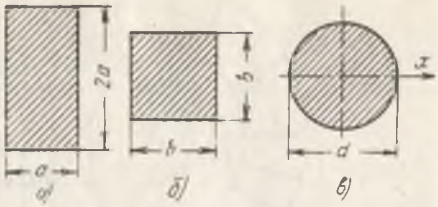

5.2- масалага оид




5.3- масалага оид




5.4- масалага оид




5.5- масалага оид

квадратнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моменти ва қаршилик моменти қандай ўзгаради?

*Жавоб:* Инерция моменти ўзгармайди, қаршилик моменти 41% кичраяди.

**5.4.** Расмда кўрсатилган ичи бўш тўғри тўртбурчак кесимнинг бош марказий инерция моментлари, бош инерция радиуслари ва қаршилик моментларини ҳисобланг. Ўлчамлар: $b=12$ см, $h=20$ см, $a=6$ см. Агар расм, *б* да кўрсатилганидек ички квадрат бўшлиқ 45° бурчакка бурилса, кесимнинг бу характеристикалари қандай ўзгаради?

*Жавоб*:

а) $J_x = 7892$ см$^4$; $J_y = 2772$ см$^4$; $i_x = 6{,}16$ см;
$W_x = 789{,}2$ см$^3$; $W_y = 462$ см$^3$; $i_y = 3{,}69$ см.

б) ўзгармайди.

**5.5.** Агар уччала кесим юзаси $F$ бир хил бўлса (расмга қаранг) тўғри тўртбурчак, квадрат ва доиранинг кесимлари инерция моментлари катталигини марказий ўқ $x$ га нисбатан таққосланг.

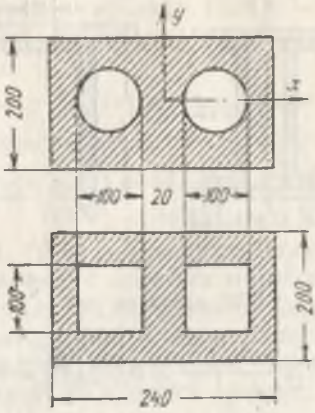
*Кўрсатма.* Шаклларнинг инерция моментларини кесим юзаси орқали ифодаланг.

*Жавоб*:

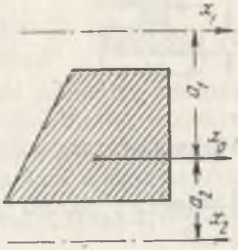
а) $J_x = 0{,}167 \cdot F^2$;
б) $J_x = 0{,}0833 \cdot F^2$;
в) $J_x = 0{,}0797 \cdot F^2$.

**5.6.** Қуйидаги икки вариантда лойиҳаланган тўғри тўртбурчак шаклли икки каналли трубанинг бош марказий инерция моментларини ҳисобланг: а) ҳар бирининг диаметри $d=10$ см бўлган икки думалоқ тешикли, б) ҳар бирининг ўлчами $10\times10$ см бўлган икки квадрат тешикли. Кесимларининг ўлчамлари расмда мм да берилган.

*Жавоб*: *а*) $J_x \approx 15000$ см$^4$,
$J_y \approx 16400$ см$^4$;
*б*) $J_x \approx 14300$ см$^4$,
$J_y \approx 14200$ см$^4$.



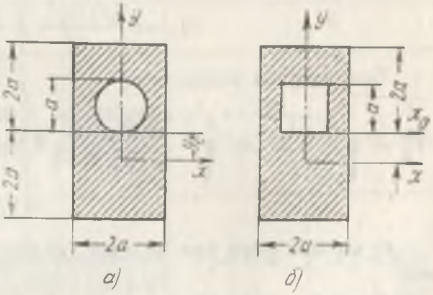

5.6- масалага оид




5.7- масалага оид

**5.7.** Юзаси $F$ бўлган кесимнинг $x_2$ ўққа нисбатан инерция моменти катталигини аниқланг. Унинг $x_1$ ўқига нисбатан инерция моменти берилган (расмга қаранг). Кесимларнинг оғирлик марказидан $x_1$ ва $x_2$ ўқларгача бўлган масофа $a_1$ ва $a_2$ ларга тенг.

*Жавоб* $J_{x_2} = J_{x1} + F(a_2^2 - a_1^2)$.




5.8- масалага оид

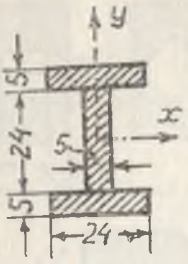
**5.8.** Қуйидаги икки вариантда лойиҳаланган тўғри тўртбурчак кесимли трубанинг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини таққосланг (расмга қаранг): а) думалоқ тешикли ва б) кесим баландлиги бўйича бир хил жойлашган квадрат тешикли. Кесимларнинг энг кичик қаршиликлар моментларини марказий ўқ $x$ га нисбатан ҳисобланг.

*Ечим.* а) вариант учун: Кесим юзаси $F = 8a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = 7{,}215a^2$, тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқи $x_0$ дан трубанинг оғирлик марказигача бўлган масофа $y_c = \frac{S_{x0}}{F}$, бунда

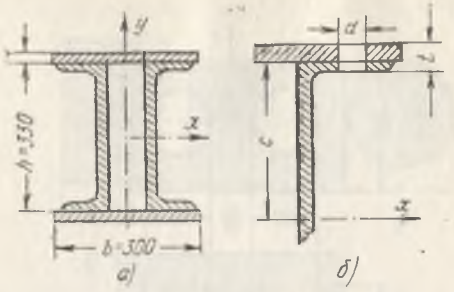
$$S_{x0} = -\frac{\pi a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = -\frac{\pi a^3}{8} \text{ ва } y_c = -\frac{\pi a^3}{8 \cdot 7.215 a^2} = -0{,}055a.$$

Кесимнинг марказий ўқ $x_0$ га нисбатан инерция моментини параллел ўқларга ўтиш формулаларидан ҳисоблаймиз:

$$[J_x = \sum (J_{x0} + F \cdot c^2)]$$




5.9- масалага оид




5.10- масалага оид

$$J_x = \left[\frac{2a(4a)^3}{12} + 8a^2(0{,}055a)^2\right] - \left[\frac{\pi a^4}{64} + \frac{\pi a^2}{4}\left(\frac{a}{2} + 0{,}055a\right)^2\right] = 10{,}33\ a^4.$$

Вертикал ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = \frac{4a\,(2a)^3}{12} - \frac{\pi a^4}{64} = 2{,}62\ a^4.$$

Бош инерция радиуслари:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{10{,}33}{7{,}215}a^2} = 1{,}2\,a;\quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{2{,}62}{7{,}215}a^2} = 0{,}6\,a$$

б) вариант учун ҳам шундай ҳисоблаш ишларини бажариб, ушбуни топамиз:

$F = 7a^2$; $y_c = 0{,}07a$; $J_x = 10{,}3a^4$: $J_y = 2{,}59a^4$; $i_x = 1{,}22a$; $i_y = 0{,}61a$.

Кесимларнинг бош ўқ x га нисбатан қаршиликлар моментлари:

а) $W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{10{,}33a^4}{2{,}055a} = 5{,}027\ a^3$; б) $W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = \frac{10{,}3a^4}{2{,}07a} = 4{,}976a^3$.

**5.9.** Ёғоч балка бир-бирига двутавр кўринишида елимланган бир хил тахтадан иборат (расмга қаранг). Агар ҳар қайси тахта кесимининг ўлчамлари 5×24 см бўлса, двутавр юзасининг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментларини аниқланг.

*Жавоб*: $J_x = 56660$ см$^4$. $J_y = 11770$ см$^4$;
$W_x = 3330$ см$^3$; $W_y = 980$ см$^3$.

**5.10.** Иккита швеллер № 33 дан иборат бўлган ва 300×14 мм ўлчамли листлар билан ёпилган йиғма балка (расмга қаранг) икки вариантда лойиҳаланади: а) пайвандлаб — листлар швеллерлар токчасига ён чоклар билан пайвандланади, б) парчинлаб — листлар швеллерлар токчасига диаметри $d=23$ мм ли парчин михлар ёрдамида пайвандланади. Иккала вариант учун кесимнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини ҳисобланг ва натижаларни таққосланг.

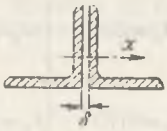
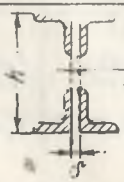
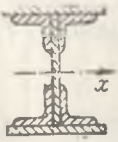
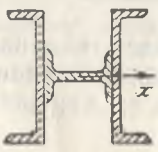
*Кўрсатма.* Кесимнинг парчин михлар учун очилган тешиклардан кучсизланишини ҳисобяаш мақсадида расм, *б* да штрихланмаган тўртта тешикнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ушбу формуладан ҳисобланг: $\Delta J_x = 4\left(\frac{dt^3}{12} + dtc^2\right)$, тешикларнинг хусусий инерция моментларини $\left(\frac{dt^3}{12}\right)$ ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Бутун кесимнинг инерция моменти $J_н = J_{бр} - \Delta J$.

*Жавоб*: а) $J_x = 40800$ см$^4$; $W_x = 2280$ см$^3$,
б) $J_x = 34300$ см$^4$; $W_x = 1920$ см$^3$.

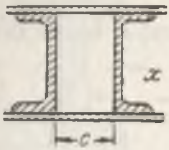
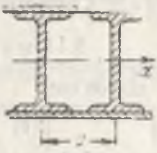
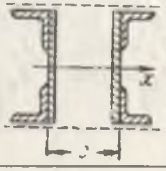
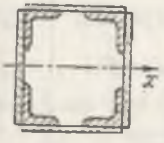
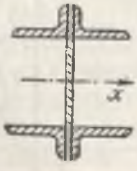
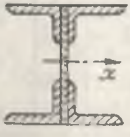
**5.11.** Прокат профиллардан тузилган пайванд кесимларнинг бош марказий инерция моментларини, қаршилик моментларини ва инерция радиусларини аниқланг (жадвалга қаранг). Таркибий кесимнинг элементлари биргаликдаги иши пунктир билан кўрсатилган бириктириш элементлари билан таъминланади.

*Жавоб:* Жадвалга қаранг.

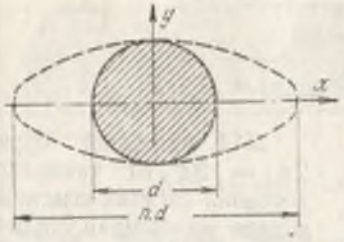
5.11 масалага

| Схема номери | Кесим схемаси | Кесим таркиби (мм) | | Жавоб см$^4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Варнант а) | Вариант б) | а) | б) |
| I |  | 2 бурчаклик 100×100×10 δ=10 | 2 бурчаклик 80×80×8 δ=8 | $J_x = 358$ $J_y = 784$ | $J_x = 147$ $J_y = 323$ |
| II |  | 2 бурчаклик 80×80×8 δ=8 | 2 бурчаклик 100×100×10 δ=10 | $J_x$=232 $J_y$=411 | $J_x$=568 $J_y$=998 |
| III |  | 4 бурчаклик 125×125×10 δ=10 $h$=400 | 4 бурчаклик 100×100×10 δ=8 $h$=300 | $J_x$=28 000 $J_y$=2960 | $J_x$=12 500 $J_y$=1990 |
| IV |  | 4 бурчаклик 140×90×10 лист 12×240 | 4 бурчаклик 110×70×8 лист 200×10 | $J_x$=10 400 $J_y$=4070 | $J_x$=5170 $J_y$=1630 |
| V |  | 2 швеллер № 36 Қўштавр№14 | 2 швеллер № 30 Қўштавр№14 | $J_x$=21 680 $J_y$=1160 00 | $J_x$=11 660 $J_y$=8566 |

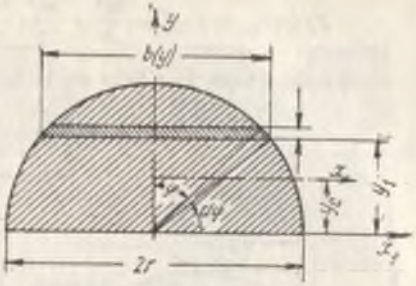
*Давоми*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| VI |  | 2 швеллер № 22<br>$c$=100<br>2 лист | 2 швеллер №16<br>$c$=100<br>2 лист | $J_x$=11 630<br>$J_y$=6740 | $J_x$=4320<br>$J_y$=3880 |
| VII |  | 280×10<br>2 швеллер № 36<br>2 лист<br>240×12 | 250×8<br>2 швеллер № 22<br>2 лист<br>280×10 | $J_x$=41570<br>$J_y$=13070 | $J_x$=11 630<br>$J_y$=11 380 |
| VIII |  | 2 қўштавр № 14<br>240×8<br>$c$=120 | 2 қўштавр № 30<br>300×12<br>$c$=150 | $J_x$=3250<br>$J_y$=3180 | $J_x$=31 700<br>$J_y$=11 300 |
| IX |  | 4 бурчаклик 50×50×5<br>2 лист<br>200×6<br>$c$=130 | 4 бурчаклик 90×90×8<br>2 лист<br>220×8<br>$c$=160 | $J_x$=2260<br>$J_y$=2170 | $J_x$=5850<br>$J_y$=8600 |
| X |  | 4 бурчаклик 70×70—7<br>4 листа<br>200×6 | 4 бурчаклик 100×100×10<br>4 лист<br>300×10 | $J_x$=5940<br>$J_y$=5940 | $J_x$=31 190<br>$J_y$=31 190 |
| XI |  | 4 бурчаклик 140×90×10<br>лист<br>240×10 | 4 бурчаклик 160×100×12<br>лист<br>300×12 | $J_x$=4060<br>$J_y$=4070 | $J_x$=8880<br>$J_y$=6110 |
| XII |  | 4 бурчаклик 80×80×8<br>2 токча девор<br>180×10<br>600×10 | 4 бурчаклик 100×100×10<br>2 токча девор<br>240×10<br>900×10 | $J_x$=89 615<br>$J_y$=1595 | $J_x$=297 380<br>$J_y$=3680 |

5.12 Расмда пунктир билан кўрсатилганидек, айлана барча нуқталарининг абсциссаларини $n$ марта оширилса, доира кесимнинг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари қандай ўзгаришини аниқланг.




5.12- масалага оид




5.13- масалага оид

*Жавоб*: $J_x - n$ марта; $J_y - n^3$ марта;
$W_x - n$ марта; $W_y - n^2$ марта катталашади.

**5.13.** Ярим доира юзасининг оғирлик маркази вазиятини аниқланг ва бош марказий инерция ўқларига нисбатан инерция моментларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Ечим.* Қўшимча ўқ $x_1$ дан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа қуйидаги формуладан аниқланади:

$$y_C = \frac{S_{x_1}}{F},$$

бунда

$$S_{x1} = \int_F y_1 dF, \text{ ва } F = 0{,}5\ \pi r^2.$$

Юзанинг статик моменти $S_{x1}$ ни ҳисоблаш учун элементар полоса $dF = b(y)\,dy$ ни ажратиб оламиз. Шунда $S_{x1} = \int_0^r b(y)\,y_1\,d\,y_1$.

Қутбий координаталарга ўтиб, қуйидагини топамиз:

$$b(y) = 2r\sin\varphi,\ y_1 = r\cos\varphi,\ d\,y_1 = -r\sin\varphi\,d\varphi.$$

Интеграл белгиси остига олиб ва унинг нолдан $r$ гача ўзгарганда бурчак $\frac{\pi}{2}$ дан 0 гача ўзгаришини ҳисобга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$S_{x1} = -2r^3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin^2\varphi\cdot\cos\varphi\,d\varphi = 2\cdot r^3 \frac{\sin^3\varphi}{3}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}\,r^3.$$

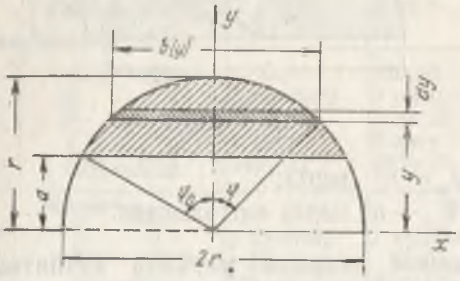
демак, $$y_C = \frac{2r^3}{3\cdot 0{,}5\,\pi r^2} = \frac{4r}{3\pi}.$$

Ярим доиранинг марказий ўқ $x$ га нисбатан инерция моментини аниқлаш учун параллел ўқларга ўтиш формуласидан фойдаланамиз. Ярим доиранинг қўшимча ўқ $x_1$ га нисбатан инерция моменти доиранинг ўша ўққа нисбатан инерция моменти ярмига тенг, яъни $J_{x1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi r^4}{8}$ эканлигини билиб, қуйидагини топамиз:

$$J_x = J_{x1} - F \cdot y_C^2 = \frac{\pi r^4}{8} - \frac{\pi r^2}{2} \cdot \frac{16r^2}{9\pi^2} = \frac{\pi r^4}{8}\left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \approx 0{,}11 r^4$$

Кесимнинг бошқа бош ўққа нисбатан моменти

$$J_y = 0{,}5\ \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi r^4}{8} = 0{,}39\, r^4.$$




5.14- масалага онд

**5.14.** Марказий бурчак $2\varphi_0 = 120°$ га таянадиган доиравий сигмент юзасининг айлана марказидан ўтадиган $x$ ва $y$ ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Кўрсатма.* Ўқ $x$ дан ихтиёрий масофа $y$ да эни $b(y)$ ва баландлиги $dy$ бўлган элементар полосани ажратиб олиб, бунда $b(y) = 2r\sin\varphi$. $y = r\cos\varphi$ ва $dy = -r\sin\varphi\, d\varphi$ қуйидагини топамиз:

$$J_x = \int_F y^2 dF = -2r^4 \int_{\varphi_0}^{0} \sin^2\varphi\cos^2\varphi\, d\varphi = \frac{r^4}{2}\int_0^{\varphi_0} \sin^2 2\varphi\, d\varphi =$$

$$= \frac{r^4}{2}\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{\sin 4\varphi_0}{8}\right).$$

Сегментнинг кўриб чиқилаётган юзасининг бошқа ўқ $y$ га нисбатан инерция моментини асоси $dy$ ва баландлиги $b(y)$ бўлган элементар полосалар (тўғри тўртбурчаклар) инерция моментлари йиғиндиси сифатида ҳисоблаш мумкин:

$$J_y = \int_{y_1}^{r} \frac{b^3(y)\, dy}{12} = \frac{8r^3}{12}\int_{\varphi_0}^{0} \sin^3\varphi\,(-r\sin\varphi)\, d\varphi = \frac{2r^4}{3}\int_0^{\varphi_0} \sin^4\varphi\, d\varphi =$$

$$= \frac{2r^4}{3}\left(\frac{3}{8}\varphi_0 - \frac{\sin\varphi_0}{4} + \frac{\sin 4\varphi_0}{32}\right).$$

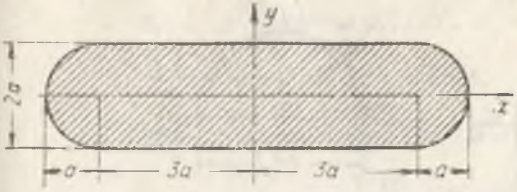
*Жавоб:* $J_x = \frac{r^4}{16}\left(4\varphi_0 - \sin 4\varphi_0\right) \approx 0{,}315\, r^4;$

$$J_y = \frac{r^4}{48}\left(12\varphi_0 - 8\sin 2\varphi_0 + \sin 4\varphi_0\right) \approx 011\, r^4.$$

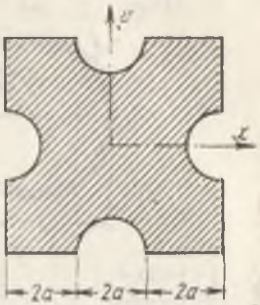
**5.15.** Расмда кўрсатилган кўприк таянчининг кесими бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари каттталигини топинг. 5.13 масала ечимидаги натижалардан фойдаланинг.

*Жавоб:* $I_x \approx 4{,}785\, a^4$; $J_y = 73\, a^4$;

$$W_x \approx 4{,}785\, a^3 \quad W_y = 13{,}3\, a^3.$$




5.15- масалага оид




5.16- масалага оид

**5.16.** Квадрат шаклидаги ҳамда тўртта симметрик жойлашган $a$ радиусли ярим доиравий ўйиқлари бўлган кесим юзасининг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини аниқланг (расмга қаранг). 5.13 масала ечимидаги натижалардан фойдаланинг. Ўқлар $x$ ва $y$ 45° бурилганда кесимнинг бу характеристикалари қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 1) $J_x = J_y \approx 86{,}2\,a^4$; $i_x = i_y \approx 1{,}7\,a$.

2) ўзгармайди.

**5.17.** Кўприк тўсини диаметри $d = 2r = 24$ см бўлган ғўладан қилинган, унинг икки томони $a = 3{,}5$ см чуқурликда йўнилган (расмга қаранг). 5.14 масала ечимидаги натижалардан фойдаланиб, тўсиннинг марказий ўқ $x$га нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини аниқланг.

*Кўрсатма.* Ҳар қайси йўнилган сигментларнинг инерция моментини радиус ва марказий бурчак $2\varphi$ орқали ифодаланг.

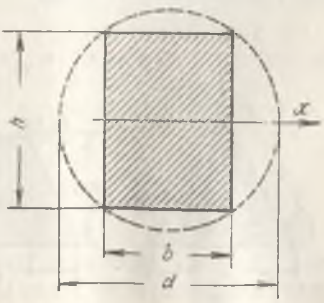
*Жавоб:* $J_x = \frac{r^4}{8}(4\alpha - \sin 4\alpha) = 8140$ см$^4$;

$W_x \approx 0{,}56\,r^3 = 958$ см$^3$.

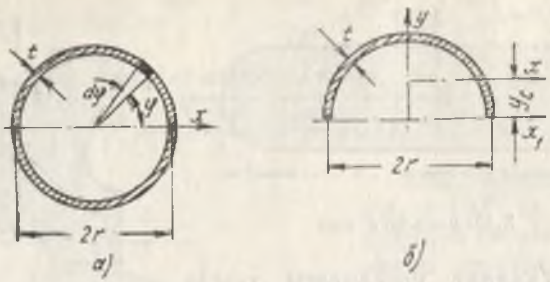
**5.18.** Диаметри $d$ бўлган думалоқ ғўладан тўғри тўртбурчак кесимли тўсин тайёрлаш керак. Унинг марказий ўқ $x$га нисбатан қаршилик моменти энг катта қийматга эга бўлсин. Шу шартга кўра кесимнинг $b$ ва $h$ ўлчамларини аниқланг (расмга қаранг).




5.17- масалага оид




5.18- масалага оид




5.19- масалага оид

*Жавоб*: $b = \frac{d}{3}\sqrt{3}$; $h = \frac{d}{3}\sqrt{6}$; $\frac{h}{b} = \sqrt{2}$

**5.19.** Қуйидаги кесимларнинг бош марказий инерция моментлари катталигини аниқланг: а) юпқа деворли доиравий цилиндр, б) юпқа деворли ярим цилиндр (расмга қаранг), бунда деворларнинг қалинлиги $t$ радиус $r$ га нисбатан анча кичиклигини ҳисобга олинг.

*Кўрсатма.* Ҳалқанинг қутбий инерция моменти $J_\rho = \int_F \rho^2 dF$ ни ҳисоблаб олиш тавсия қилинади. Бунда $dF = t \cdot r\, d\varphi$ билан ифодаланг.

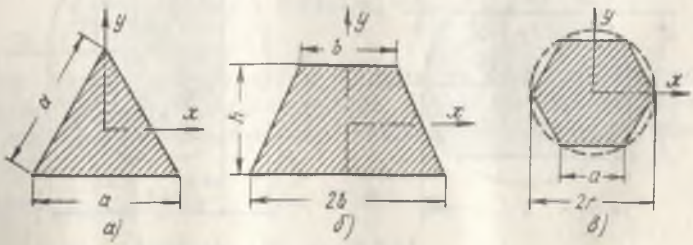
*Жавоб:* а) $J_x = J_y = \pi r^3 t$;

б) $y_C = \frac{2r}{\pi} \approx 0{,}637\, r$, $J_x \approx 0{,}3\, r^3 \cdot t$, $J_y \approx 1{,}57\, r^3 \cdot t$.

**5.20.** Қуйидаги юзаларнинг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини ҳисобланг: а) тенг ёнли учбурчак, б) тенг ёнли трапеция ва в) радиуси $r$ бўлган доирага ички чизилган мунтазам олтибурчаклик.

*Жавоб:* а) $I_x = I_y = \frac{a^4\sqrt{3}}{96} \approx 0{,}018\ a^4$, $i_x = i_y = \frac{a}{2\sqrt{6}} \approx$

$\approx 0{,}204\ a$;




5.20- масалага оид

б) $J_x = \frac{13}{108} bh^3 = 0{,}12\,bh^3$, $J_y = \frac{5}{16} b^3h \approx 0{,}312 b^3h^3$;

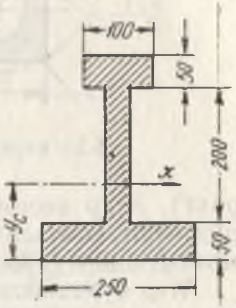
$i_y = 0{,}456b$, $i_x = 0{,}283h$;

в) $J_x = J_y = \frac{5r^4\sqrt{3}}{16} \approx 0{,}54\,r^4$;

$i_x = i_y = \frac{r\sqrt{30}}{12} \approx 0{,}456\,r$.

**521.** Токчасининг эни ҳар хил бўлган қўштавр (расмга қаранг, мм) учун кесимнинг оғирлик маркази вазиятини аниқланг ҳамда шакл юзасининг марказий $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ва энг кичик қаршилик моментини ҳисобланг. Деворнинг қалинлиги 25 мм.

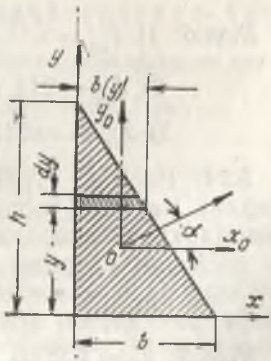
*Жавоб:* $y_C = 10{,}8$ см; $J_x = 25470$ см; $W_x = 1330$ см$^3$.



5.21- масалага оид

## 17- §. Носимметрик кесимларнинг геометрик характеристикалари

**5.22.** Учбурчак юзасининг $x$ ва $y$ ўқларига нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментлари катталикларини топинг. Ўқлар учбурчак катетларига тўғри келади. Олинган натижалардан фойдаланиб, учбурчакнинг ўқлар $x_0$ ва $y_0$ га нисбатан ўқ ҳамда марказдан қочма инерция моментларини ҳам аниқланг ва шаклининг бош инерция ўқлари вазиятини топинг.



5.22- масалага оид

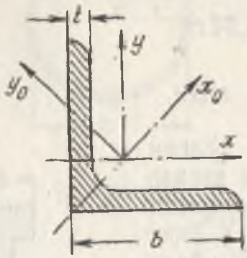
*Кўрсатма.* Юзаси $dF = b(y)\,dy$ бўлган элементар полосани ажратиб. инерция моментларини интеграл сифатида ҳисобланг.

$$J_x = \int_0^h y^2 b\,(y)\,dy;\quad J_y = \int_0^h \frac{b^3\,(y)\,dy}{3};\quad J_{xy} = \int_F x\,y\,d\,F = \int_0^h \frac{b\,(y)}{2} \cdot y \cdot b\,(y)\,dy.$$

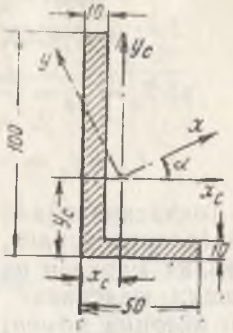
*Жавоб:* $J_x = \frac{hb^3}{12}$; $J_y = \frac{hb^3}{12}$; $J_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}$;

$$J_{x0} = \frac{bh^3}{36};\quad J_{y_0} = \frac{hb^3}{36};\quad J_{x_0y_0} = -\frac{b^2h^2}{72};\quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{bh}{h^2 - b^2}.$$

**5.23.** Ўлчамлари $125 \times 125 \times 10$ бўлган тенг ёнли прокат бурчаклиги кесими юзасининг бурчаклик токчаларига параллел бўлган марказий ўқлар $x$ ва $y$ га нисбатан марказдан қочма инерция моменти катталигини топинг (илова, 1- жадвалга қа-




5.23- масалага оид




5.24- масалага оид

ранг). Агар кесимни вертикал ўқ атрофида 180° бурилса (горизонтал токчасини чапга қилиб) марказдан қочма инерция моментининг қиймати қандай ўзгаради?

Агар бурчакликни икки тўғри тўртбурчакка ажратиб ва думалоқланган жойларни ҳисобга олмай ҳисобланса, $J_{xy}$ катталикни аниқлашдаги хатолик қанча бўлишини аниқланг.

*Жавоб*: 1) $J_{xy} = \frac{J_{x0} - J_{y0}}{2} \sin 2\alpha = -211$ см$^4$ ($\alpha < 0$);

2) $J_{xy} = 211$ см$^4$ ($\alpha$ бурчакни ишораси ўзгаради).

3) $J_{xy} = -215$ см$^3$; хатолик 1,9 %.

**5.24.** Расмда кўрсатилган тенг ёнли бурчакликнинг кесими оғирлик маркази координаталарини аниқланг, шакл юзасининг бош марказий инерция ўқлари вазиятини топинг ва шу ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисобланг. Кесимни (ўлчамлари расмда мм да берилган) иккита тўғри тўртбурчакдан иборат деб қаранг (думалоқланган жойларни ҳисобга олманг).

*Жавоб*: $x_C = 1{,}2$ см; $y_C = 3{,}7$ см; $\alpha = 14°23'$;

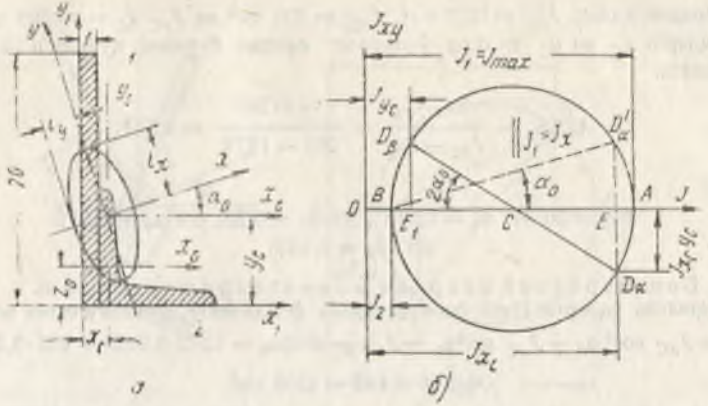
$J_x = I_{max} = 150$ см$^4$; $J_y = 15{,}7$ см$^4$.

**5.25.** Лист $200 \times 10$ мм ва тенг ёнли прокат бурчаклиги $90 \times 90 \times 9$ дан тузилган кесим оғирлик марказининг координаталарини аниқланг (расмга қаранг). Бош марказий инерция ўқларини топинг, бош инерция моментлари катталигини ҳисобланг ва шаклнинг инерция эллипсини ясанг (расмда ўлчамлар см да берилган).

*Ечим.* Кесимнинг алоҳида элементлари геометрик характеристикаларини ёзамиз ва ҳисоблаймиз.

1. Лист: кесим юзаси $F_1 = 20$ см$^2$. Хусусий инерция моментлари

$$J_x^0 = \frac{1 \cdot 20^3}{12} = 667 \text{ см}^4, \quad J_y^0 = \frac{20 \cdot 1^3}{12} \approx 2 \text{ см}^4.$$



5.24- масалага оид

2. Бурчаклик (илова, 1- жадвалга қаранг):

$F_2 = 15{,}6$ см$^2$, $J_x^0 = J_y^0 = 118$ см$^4$. $J_{max} = 186$ см$^4$. $J_{min} = 48{,}6$ см$^4$.

$$J_{xy}^0 = \frac{J_{max} = J_{min}}{2} \sin 2\alpha = -\frac{186 - 48{,}6}{2} = -68{,}7 \text{ см}^4, \quad z_0 = 2{,}55 \text{ см}.$$

1. Кесим оғирлик маркази координаталарини аниқлаш.

Ёрдамчи ўқлар $x$ ва $y$ ни танлаб, кесимнинг статик моментларини ҳисоблаймиз:

$$S_{x1} = F_1 y_{1,1} + F_2 y_{1,2} = 20 \cdot 10 + 15{,}6 \cdot 2{,}55 \cdot 2 = 239{,}7 \text{ см}^3.$$
$$S_{y1} = F_1 x_{1,1} + F_2 X_{1,2} = 20 \cdot 0.5 + 15{,}6 \cdot 3.55 = 65{,}2 \text{ см}^3$$

Ўқлар $x_1$ ва $y_1$ дан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$x_C = \frac{Sy_1}{F_1 + F_2} = \frac{65{,}2}{35{,}6} = 1.83 \text{ см}, \quad y_C = \frac{Sx_1}{F_1 + F_2} = \frac{239{,}7}{35{,}6} = 6{,}72 \text{ см}.$$

2. Бош марказий инерция ўқлари вазиятини аниқлаш.

Кесимнинг топилган оғирлик маркази орқали янги ёрдамчи ўқлар $x_C$ ва $y_C$ ни ўтказамиз. Бу ўқлар бурчаклик токчаларга параллел ва кесимнинг шу ўқларга нисбатан ўқ ва марказдан қочма моментларини ҳисоблаймиз. Бунда параллел ўқларга ўтиш формулаларидан фойдаланамиз. Ҳисоблашни жадвал тарзида бажарган маъқул.

5.25- масалага

**Кесим инерция моментлари жадвали**

| Кесим элементи номери | Юзаси, $F$, см$^2$ | Юзалар оғирлик маркази координаталари, см | | Юзалар инерция моментлари, см$^4$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $J_{x_C} = J_x^0 + Fy_C^2$ | | | $J_{y_C} = J_y^0 + Fx_C^2$ | | | $J_{x_C y_C} = J_{xy}^0 + Fx_C y_C$ | | |
| | | $x_C$ | $y_C$ | $J_x^0$ | $Fy_C^2$ | $J_{x_C}$ | $J_S^0$ | $Fx_C^2$ | $J_{y_C}$ | $J_{xy}^0$ | $Fx_C y_C$ | $J_{x_C y_C}$ |
| 1 | 20 | —1,33 | 3,28 | 667 | 215 | 882 | 2 | 35 | 37 | 0,00 | — 87 | — 86 |
| 2 | 15,6 | 1,72 | —4,17 | 118 | 272 | 380 | 118 | 46 | 164 | —68,7 | —112 | —181 |
| Жами: | | | | 785 | 487 | 1272 | 120 | 81 | 201 | —69 | —199 | —268 |

Шундай қилиб, $J_{xC} = 1272$ см⁴. $J_{yC} = 201$ см⁴ ва $J_{yC\,x_C} = -268$ см⁴

Ўқларга $x_C$ ва $y_C$ га бош ўқларнинг қиялик бурчаги қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{xC\,yC}}{J_{yC} - J_{xC}} = \frac{-2 \cdot 268}{201 - 1272} = 0{,}501.$$

Бундан

$$2\alpha_0 = 26°31',\ \alpha_0 = 13°18',\ \sin\alpha_0 = 0{,}23,\ \cos\alpha_0 = 0{,}973$$
$$\sin 2\alpha_0 = 0{,}443.$$

3. Бош марказий инерция моментларни ҳисоблаш.

Бурилган ўқларга ўтиш формулалардан фойдаланиб, қуйидагиларни оламиз:

$$J_x = J_{xC}\cos^2\alpha_0 + J_{yC}\sin^2\alpha_0 - J_{xC\,yC}\sin 2\alpha_0 = 1272 \cdot 0.973^2 + 201 \cdot 0{,}23^2 +$$
$$+ 268 \cdot 0{,}443 = 1336 \text{ см}^4,$$
$$J_y = J_{xC}\sin^2\alpha_0 + J_{yC}\cos^2\alpha + J_{xC\,yC}\sin 2\alpha_0 = 1272 \cdot 0{,}23^2 + 201 \cdot 0{,}973^2 -$$
$$= 268 \cdot 0{,}443 = 137 \text{ см}^4.$$

Ўша қийматлар $J_x$ ва $J_y$ ни олиб, тригонометрик функцияларни ўз ичига олмайдиган формулалардан ҳам фойдаланиш мумкин:

$$J_{\substack{\max\\\min}} = 0{,}5\left[(J_{xC} + J_{yC}) \mp \sqrt{(J_{xC} - J_{yC})^2 + 4J^2_{x\,C\,y_C}}\right].$$

Арифметик амалларни текшириш ($J_x + J_y = J_{xC} + J_{yC} = \text{const}$):

$$J_x + J_y = 1336 + 137 = 1473 \text{ см}^4,\ J_{xC} + J_{yC} = 1273 + 201 = 1473 \text{ см}^4.$$

Бош инерция ўқларининг вазияти расмда кўрсатилган. Бурчак $\alpha_0 > 0$ бўлгани учун уни $x$ ўқдан бошлаб соат стрелкасига тескари йўналишда бош ўқ $x$ гача қўямиз. Агар $J_{xC\,yC} < 0$ бўлса, инерция моменти унга нисбатан энг катта қийматга эришадиган бош ўқ биринчи квадрат орқали ўтади. Топилган катталикларни таққослаб, $J_x = J_{\max} = J_1$; $J_y = J_{\min} = J_2$ эканлигини кўрамиз.

Кесимнинг бош инерция моментларини Мор доирасидан фойдаланиб (расм, б), график тарзда ҳам аниқлаш мумкин. Танланган масштабда нуқталарнинг координаталари $D_\alpha$ ($OE = J_{xC}$, $ED_\alpha = J_{xC\,yC}$) ва $D_\beta$ ($OE_1 = J_{yC}$, $E_1D_\beta = J_{yC\,xC}$) ни қўйиб, худди берилган $\sigma_x$, $\tau_{xy}$ ва $\sigma_y$, $\tau_{yx}$ бўйича бош кучланишларни график тарзда аниқлагандагидек Мор доирасини ясаймиз.

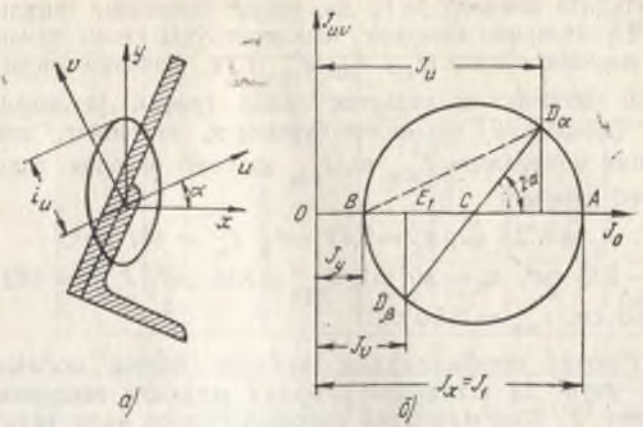
4. Кесимнинг инерция эллипсини ясаш.

Инерция эллипсининг тенгламаси $\frac{x^2}{i_y^2} + \frac{y^2}{i_x^2} = 1$, бунда $i_x$ ва $i_y$ кесимнинг инерция радиуслари эллипсининг ярим ўқлари ҳисобланади:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{1336}{35{,}6}} = 6{,}12 \text{ см}.\quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{137}{35{,}6}} = 1{,}96 \text{ см}.$$

Инерция радиусларини ўша масштабдаги тегишли ўқларга перпендикуляр қўйиб, уларда худди ярим ўқлардагидек инерция эллипсини ясаймиз (расмга қаранг).

**5.26.** 5.25 масалада кўрилган кесим учун аналитик (бурилган ўқларга ўтиш формулалари бўйича) ва график (Мор доираси ёрдамида ва эллипс бўйича) усулларда бош ўқларга $\alpha = 30°$ бурчакка қия (расм, *а*) ўқлар $u$ ва $v$ га нисбатан инерция моментлари катталигини аниқланг.




5.26- масалага оид

*Кўрсатма.* Мор доираси диаметридагидек бош марказий инерция моментлари фарқларига қурилади (5.25 масалага қаранг).

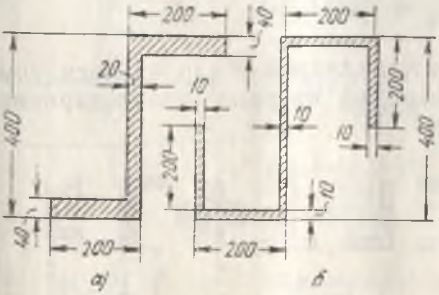
Инерция эллипсида инерция радиуси $i_u$ ўқидан ўша ўққа параллел эллипс уринмасигача масофа сифатида ўлчанади. $J_u = i_u^2 \cdot F$.

*Жавоб*: $J_u = 1035$ см$^4$; $J_v = 438$ см$^4$; $J_{uv} = 518$ см$^4$.

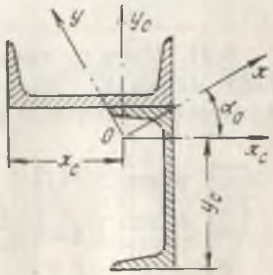
График ечими расмда кўрсатилган.

5.27. Расмда тасвирланган юпқа деворли (*а*) ва қайрилма токчали қалин деворли (*б*) зетсимон кесимлар учун бош марказий инерция ўқлари вазиятини топинг. Бош инерция моментларини ва бош инерция радиусларини аниқланг. Расмдаги ўлчамлар мм да берилган.

*Жавоб*: а) $\alpha_0 = -226°5'$, $J_x = 70900$ см$^3$, $J_y = 5400$ см$^4$;
$i_x = 17{,}7$ см, $i_y = 4{,}9$ см;
б) $\alpha_0 = -39°25'$, $J_x = 36100$ см$^4$, $J_y = 6900$ см$^4$,
$i_x = 17{,}65$ см, $i_y = 7{,}7$ см.




5.27- масалага оид




5.28- масалага оид

**5.28.** Иккита швеллер № 12 дан иборат кесимнинг оғирлик маркази координаталарини аниқланг, шаклнинг ўша кесим томонларига параллел марказий ўқлар ($J_{x_C}$, $J_{y0}$, $J_{x_Cy_C}$) га нисбатан инерция моментларини ҳисобланг ва аналитик ҳамда график усулларда бош ўқларнинг ўқлар $x_C \cdot y_C$ га қиялик бурчаги $\alpha_0$ ни топинг, шаклнинг бош инерция моментлари $J_{\min}$ ва $J_{\min}$ ва бош инерция радиуслари катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $x_C = 8{,}23$ см, $y_C = 9{,}77$ см$^4$, $J_{y_C} = 467$ см$^4$; $J_{y_Cx_C} = -223$ см$^4$, $\alpha_0 = 30°15'$, $J_{\max} = 845$ см$^4$, $J_{\min} = 332$ см$^4$, $J_{\max} = 5{,}63$ см, $i_{\max} = 3{,}54$ см.

**5.29.** Прокат профиллардан ясалган йиғма носимметрик кесимлар учун: 1) шаклнинг оғирлик маркази координаталарини топинг, 2) бош марказий инерция ўқлари вазиятини аниқланг, 3) аналитик ва график усулларда (Мор доирасини ясаб) кесимининг бош инерция моментлари, бош инерция радиусларини аниқланг ва инерция эллипсини ясанг. Кесимларнинг шакллари ва мм даги ўлчамлари жадвалдаги расмларда келтирилган.

*Жавоб.* Жадвалга қаранг (рақамлар яхлитланган).

**5.30.** Асоси $b = 30$ см, баландлиги $h = 40$ см ва ён томонининг вертикалга қиялик бурчаги $\varphi = 45°$ бўлган параллелограмм учун юзанинг марказий ўқлар $x_C$ ва $y_C$ га нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментларини аниқланг. Ўқ $x_C$ асосга параллел, бош инерция ўқлари йўналишини топинг ва бош инерция моментлари катталигини ҳисобланг. Масалани олдин ҳарфлар тарзида ечиб, кейин рақамли қийматларини ҳисобланг.

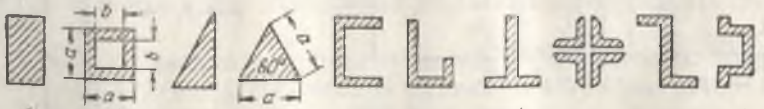
*Жавоб:* $J_{x_C} = \frac{bh^3}{12} = 160000$ см$^4$, $J_{y_C} = \frac{bh}{12}(h^2 \operatorname{tg}^2\varphi + b^2) = 25000$ см$^4$

$$J_{x_Cy_C} = \frac{bh^3}{12}\operatorname{tg}\varphi = 160000 \text{ см}^4,$$

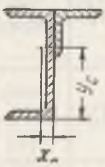
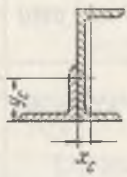
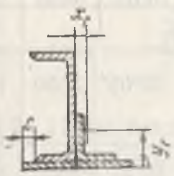
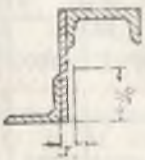
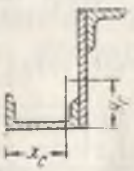
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\varphi}{(b/h)^2 + \operatorname{tg}^2\varphi - 1} = 3{,}55,\ \alpha = 38°8',\ J_{\max} = 371000 \text{ см}^4,$$

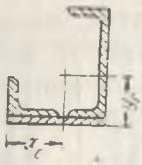
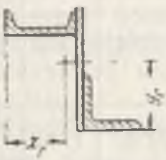
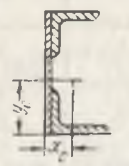
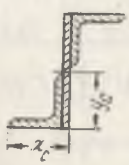
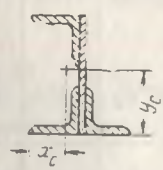
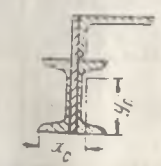
$$J_{\min} = 39000 \text{ см}^4.$$

**5.31.** Расмда тасвирланган шаклларнинг ҳар қайсиси учун бош марказий инерция ўқлари ва инерция эллипсларининг тахминий вазиятини кўрсатинг.




5.31- масалага оид

| Схема номери | Кесим схемаси | Вариант | Кесим таркиби, мм | Жавоб: Оғирлик маркази координаталари, см $x_C$ | Оғирлик маркази координаталари, см $y_C$ | $\gamma_K$ $x_C$ билан ҳосил қилган бурчак $\alpha$ | Бош инерция моментлари, см⁴ $J_{max}$ | Бош инерция моментлари, см⁴ $J_{min}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 |  | а | Швеллер № 18<br>∟80×80×8 | —0,37 | 11,51 | —11°40′ | 1565 | 245 |
| | | б | Швеллер № 24<br>∟125×125×12 | —1,95 | 16,10 | —15°50′ | 4390 | 1155 |
| 2 |  | а | Швеллер № 18 а<br>∟90×90×8 | 0,33 | 6,50 | —13°30′ | 1730 | 320 |
| | | б | Швеллер № 24<br>∟100×100×10 | 0,40 | 8,46 | —11° | 4200 | 580 |
| 3 |  | а | Швеллер № 20<br>л. 200×10<br>∟100=100×10;<br>$c = 12$ | 0,48 | 5,45 | 17°10′ | 2885 | 1065 |
| | | б | Швеллер № 30;<br>л. 260×12<br>∟140×140×12;<br>$c = 0$ | 0,84 | 8,0 | 11°55′ | 11700 | 3000 |
| 4 |  | а | Швеллер № 14;<br>л. 240×10<br>∟125×80×10 | 0,93 | 11,35 | —28°50′ | 6175 | 855 |
| | | б | Швеллер № 16;<br>240×10<br>∟160×100×12 | 0,21 | 10,5 | —34°05′ | 7070 | 2060 |
| 5 |  | а | Швеллер № 20;<br>л. 180×10<br>∟80×80×8 | 16,55 | 7,5 | 35°05′ | 4660 | 1080 |
| | | б | Швеллер № 14;<br>л. 180×10<br>∟110×110×8 | 13,4 | 8,8 | —40° | 3300 | 600 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 |  | а | Швеллер № 30; л. 200×10 ∟100×100×10 | 12,05 | 9,15 | —2125 | 10980 | 3020 |
| | | б | Швеллер № 24; л. 240×10 ∟100×110×8 | 13,9 | 6,67 | 44° | 7500 | 3300 |
| 7 |  | а | Швеллер № 16; л. 240×10 ∟125×80×10 | 1,30 | 14,0 | —17°15′ | 4370 | 520 |
| | | б | Швеллер № 20; л. 300×12 ∟125×80×12 | 1,21 | 17,3 | —13°10′ | 8870 | 790 |
| 8 |  | а | Швеллер № 16; л. 240×10 ∟140×140×10 | 16,0 | 10,7 | 37°15′ | 6310 | 1180 |
| | | б | Швеллер № 14; л. 240×10 ∟125×125×10 | 14,2 | 10,7 | 31°10′ | 5380 | 910 |
| 9 |  | а | л. 240×10; ∟100×100×10 ∟160×100×10 | 3,55 | 11,0 | 9°30′ | 5580 | 1140 |
| | | б | л. 240×10; ∟90×90×8 ∟180×110×10 | 3,85 | 9,9 | 16°05′ | 5420 | 1280 |
| 10 |  | а | л. 300×12 2∟140×140×12 | 14,6 | 15,0 | 20°05′ | 13350 | 1080 |
| | | б | л. 400×12 2∟160×160×12 | 16,6 | 20,0 | 16°25′ | 28500 | 1680 |
| 11 |  | а | л. 300×12; ∟140×140×12 2∟90×90×9 | 7,6 | 14,7 | 10°15′ | 127000 | 1300 |
| | | б | л. 300×12; ∟160×110×12 2∟110×110×8 | 9,87 | 14,85 | 12°50′ | 13770 | 1330 |
| 12 |  | а | 2 швеллер №12; л. 240×10 ∟160×100×10 | 1,91 | 13,1 | —18°40′ | 5720 | 900 |
| | | б | 2 швеллер №16; л. 360×10 ∟160×100×12 | 1,71 | 19,0 | — 6°55′ | 17000 | 1300 |

6-боб

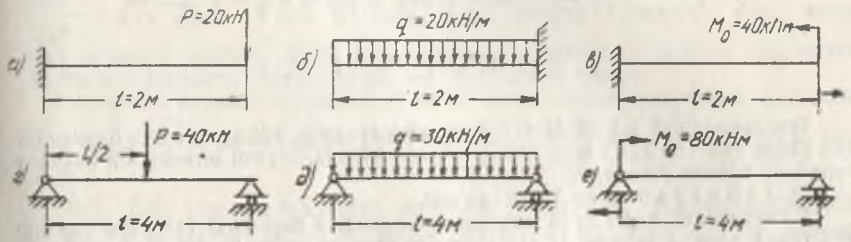
# ЯССИ ЭГИЛИШ. ИЧКИ ЗЎРИҚИШ ВА ҚУЧЛАНИШЛАР

## 18-§. Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг эпюралари

**6.1.** Юкланиш схемалари расмда кўрсатилган тўсинлар учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини* ясанг.

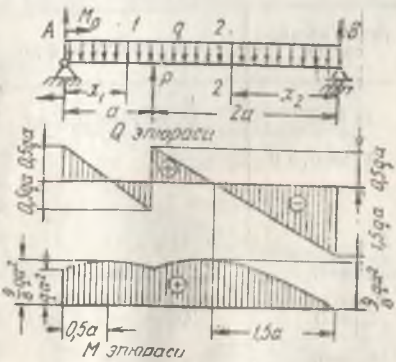
*Жавоб:*

| Схема. | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Q*, кН | 20 | —40 | 00 | 20 | 60 | —20 |
| *M*, кНм | —40 | —40 | 40 | 40 | 60 | 80 |




6.1-масалага оид

**6.2.** Икки таянчда турган қулочи $l = 3a$ бўлган $q$ интенсивликдаги тенг тақсимланган юк, моменти $M_0 = qa^2$ ли кучлар жуфти ҳамда, тўпланган куч $P = qa$ билан юкланган балка учун (расмга қаранг) $Q(x)$ ва $M(x)$ ифоданинг ҳарфлар тарзида тузинг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва $q = 20$ кНм, $a = 2$ м бўлса, абсолют қиймат бўйича энг катта бўлган эгувчи момент ва кўндаланг куч катталикларини ҳисобланг.




6.2-масалага оид

* Бу ерда ва бундан кейин жавобларда $Q$ ва $M$ эпюралар ординаталари абсолют қиймат бўйича энг катта қийматда берилган. Ишоралар уларнинг йўналишини кўрсатади.

*Ечим.* 1) Таянч реакцияларни аниқлаш.

*A* ва *B* нуқталарда таянчларнинг реакцияларини юқорига йўналтириб (горизонтал реакция $H_A$ нолга тенг), *A* ва *B* таянчларга нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:

$\sum M_B = 0;\ -A\cdot 3a - M_0 - P\cdot 2a + 3qa\cdot 1{,}5a = 0.$ бундан

$$A = \frac{1}{3a}(-qa^2 - 2qa^2 + 4{,}5\ qa^2) = 0{,}5\ qa.$$

$\sum M_A = 0;\ B\cdot 3a + Pa - 3qa\cdot 1{,}5a - M_0 = 0,\ B = 1{,}5\ qa.$

Текшириш: $\sum Y = 0;\ A + B + P - 3qa = 0.$

2) $Q(x)$ ва $M(x)$ нинг аналитик ифодаларни тузиш.

Куч *P* балкани шундай икки қисмга бўладики, уларнинг чегарасида *Q*, *M* ифодалар ҳар хил бўлади. Бу ифодаларни тузиш учун кучлар орасидаги икки кесимни кўриб чиқиш лозим: кесим *1—1* биринчи участкада P кучдан чапроқда ва кесим *2—2* ундан ўнгроқда. Бунда балканинг кичикроқ куч қўйилган қисмини кўриб чиқиш ва тенглама иложи борича соддароқ бўладиган қилиб координатлар бошини танлаш керак, $x_1$ ни *A* таянчдан бошлаб, $x_2$ ни *B* таянчдан бошлаб ҳисоблаймиз. Тенгламалар $Q(x)$ ва $M(x)$ қуйидаги кўринишни олади:

1-участка учун $(O \leqslant x_1 \leqslant a)$; $Q(x_1) = A - qx_1 = 0{,}5\ qa - qx_1$,

$$M(x_1) = Ax_1 + M_0 - \frac{qx^2}{2} = 0{,}5\ qax_1 + qa^2 - q\frac{x_1^2}{2};$$

2 участка учун $(0 \leqslant x_2 \leqslant 2a)$:

$$Q(x_2) = -B + qx_2 = 1{,}5\ qa + qx_2;\ M(x_2) = Bx_2 - q\frac{x_2^2}{2} =$$

$$= 1{,}5\ qax_2 - \frac{qx_2^2}{2};$$

Тенгламалар $Q(x)$ ва $M(x)$ шуни кўрсатадики, кўндаланг куч балканинг ҳар қайси участкасида тўғри чизиқ қоидаси бўйича, эгувчи момент эса квадрат парабола бўйича ўзгаради.

3) Эпюралар *Q* ва *M* ни ясаш.

Ўзгарувчилар $x_1$ ва $x_2$ га маълум қийматларни бериб ($Q(x)$ учун ҳар бир участкада камида иккита, $M(x)$ учун эса камида учта) функциялар $Q(x)$ ва $M(x)$ графикларини ясаймиз. Ҳисоблар жадвал шаклида бажарилган.

| Кесим абсциссалари | Кўндаланг куч $Q(x)$ | Эгувчи момент $M(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1 = 0$ | $Q_1 = A = 0{,}5\ qa$ | $M_1 = M_0 = qa^2$ |
| $x_1 = 0{,}5\ a$ | — | $M_1 = qa^2 + 0{,}5\ qa\cdot 0{,}5 - \frac{qa^2}{2} = \frac{9}{8}qa^2$ |
| $x_1 = a$ | $Q_1 = 0{,}5\ qa - qa = -0{,}5\ qa$ | $M_1 = qa^2 + 0{,}5\ qa^2 - \frac{qa^2}{2} = qa^2$ |
| $x_2 = 0$ | $Q_2 = -1{,}5\ qa$ | $M_2 = 0$ |
| $x_2 = a$ | — | $M_2 = 1{,}5\ qa^2 - \frac{qa^2}{2} = qa^2$ |
| $x_2 = 2a$ | $Q_2 = -1{,}5\ qa + 2\ qa = 0{,}5\ qa$ | $M_2 = 1{,}5\ qa\cdot 2a - \frac{q(2a)^2}{2} = qa^2$ |

Жадвалда келтирилган қийматларга кўра $Q$ ва $M$ эпюралар ясалган. Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг мусбат қийматларини юқорига ўлчаб қўямиз (баъзи курсларда $M$ эпюрани балканинг чўзилган толаларида ясаш, яъни моментларнинг мусбат қийматларини пастга қўйиш қабул қилинган).

Эпюра $Q$ икки параллел қия тўғри чизиқлар билан тасвирланади. Эпюра $M$ параболик эгри чизиқлар билан чегараланган, шу билан бирга эгувчи моментнинг энг катта қиймати $Q=0$ бўлган кесимларга тўғри келади. Биринчи участкада $M_{max}=\frac{9}{8}qa^2$ ($x_1=0,5\,a$ да). Иккинчи участкада энг катта моментни топиш учун тенглама $M(x_2)$ максимумга текширамиз:

$$\frac{dM(x_2)}{dx^2}=0=-Q_2 \text{ (манфий ишора } x_2 \text{ ўқни чапга йўналганлигидан)}$$

$$\frac{dM}{dx_2}=1,5\,qa-qx_2=0 \text{ бундан } x_2=1,5\,a.$$

Бу қийматни тенглама $M(x_2)$ га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$M_{max}=1,5\,qa\cdot 1,5\,a-\frac{q\cdot(1,5\,a)^2}{2}=\frac{9}{8}qa^2,$$

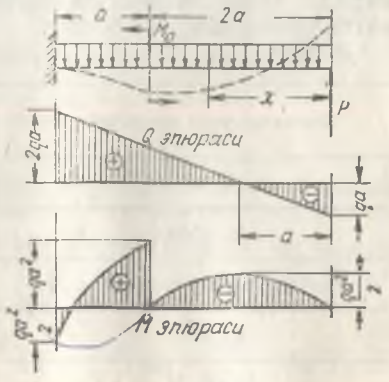
яъни биринчи участкадагидек қиймат ҳосил бўлади. Олинган эпюраларнинг кўриниши расмда кўрсатилган. Шунга эътибор берамизки, эпюра $Q$ да куч остидаги кесимда куч $P=q\,a$ катталигида сакраш бор, эпюра $M$ да эса таянч кесимда, яъни жуфт кучлар қўйилган кесимда $M$ катталикда сакраш ҳосил қиламиз. Эпюра $M$ ни чекловчи эгри чизиқларнинг характери дифференциал боғлиқлик $\frac{d^2M}{dx^2}=q$ га мос. $q<0$ бўлгани учун (пастга йўналган), яъни эпюранинг эгрилиги манфий, демак эгри чизиқнинг қавариқлиги мусбат ординаталар $M$ томонга йўналган бўлиши керак, ана шуни ҳосил қилдик.

Эпюрадан кўриниб турганидек $Q$ ва $M$ нинг ҳисобий қийматлари қуйидагига тенг: $Q_{max}=|1,5\,qa|=1,5\cdot 20\cdot 2=60$ кН, $M_{max}=\frac{9}{8}qa^2=\frac{9}{8}\cdot 20\cdot 2^2=90$ кНм.

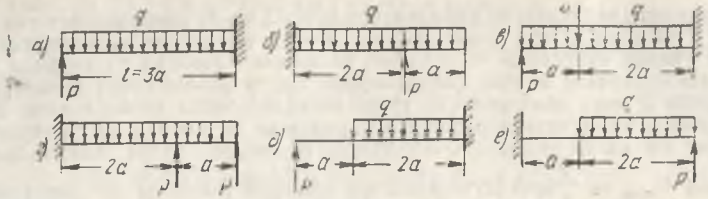
**6.3.** Бир учидан қисилган ва яхлит бир текис тақсимланган нагрузка $q=10$ кН/м, тўпланган куч $P=qa=20$ кН ва момент $M_0=qa^2=40$ кНм ли жуфт кучлар билан юкланган, узунлиги $l=3a=6$ м бўлган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).

*Жавоб:* $Q_{max}=2\,qa=2\cdot 10\cdot 2=40$ кН; $M_{max}=qa^2=10\ 2^2=40$ кНм.

*Эслатма.* Эпюра $M$ нинг кўриниши балканинг эгилган ўқи характери ҳақида фикр юритишга имкон беради. Агар $M>0$ бўлса, эгилиш эгри чизиғининг эгрилиги ҳам мусбат $\left(\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EJ}>0\right)$ ҳамда пастга қаварибэгилади, $M>0$ бўлганда қаварикдик юқорида бўлади. $M=0$ бўлган нуқта эгилган ўқ эгилиш нуқтасига тўғри келади. Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расмда пунктир билан кўрсатилган (эркин учининг силжиш йўналиши — юқорига ёки пастгалиги ҳисоблаб топилади).




6.3- масалага оид




6.4- масалага оид

**6.4.** Узунлиги $l = 3a$ бўлган консол бир текис тақсимланган юк ва тўпланган кучлар билан юкланган (расмга қаранг). $P$ кучларнинг қандай қийматларида консолнинг деворга маҳкамланган жойидаги (заделкадаги) момент нолга айланади. Кучларнинг топилган қийматлари учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва эпюранинг юзаси нолга тенглигига ишонч ҳосил қилинг.

*Кўрсатма.* $M = \int_0^x Q\,dx + M_0$; бу ерда $\int_0^x Q\,dx$ кўрилаётган кесимгача $x$ узунликда $Q$ эпюра юзасига тенг, $M_C = M_{x=0} = 0$.

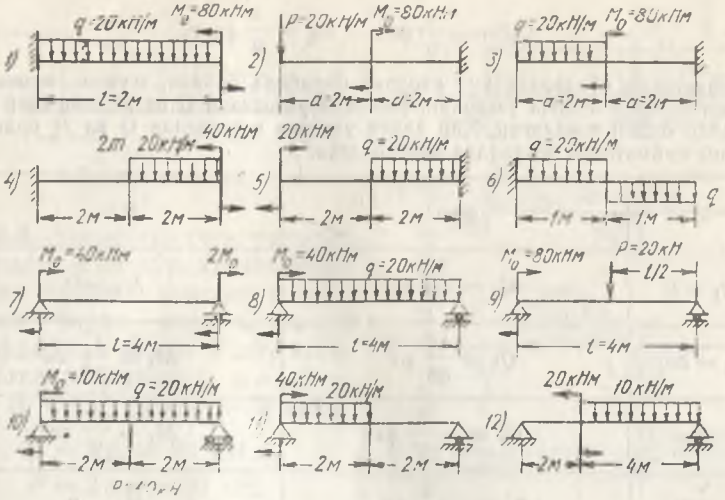
*Жавоб:*

| Схема | а | б | в | г | д | е |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ кучи | $\frac{ql}{2}$ | $\frac{3}{4}ql$ | $\frac{3}{2}ql$ | $0{,}3\,ql$ | $\frac{2}{9}ql$ | $\frac{4}{9}ql$ |
| $M_{max}$ | $\frac{ql^2}{8}$ | $-\frac{ql^2}{18}$ | $\frac{4}{9}ql^2$ | $0{,}08\,ql^2$ | $\frac{8}{81}ql^2$ | $\frac{8}{81}ql^2$ |

**6.5.** Бир учидан қисилган (1—6 схемалар) балкалар учун ва учларидан шарнирли таянган оддий балкалар учун (*7—12* схемалар) кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Балкалар расмда кўрсатилганидек юкланган. Юкларнинг схемаларда берилган рақамли қийматлари ва ўлчамларида $Q$ ва $M$ нинг абсолют қийматлари бўйича энг катта катталикларини ҳисобланг.

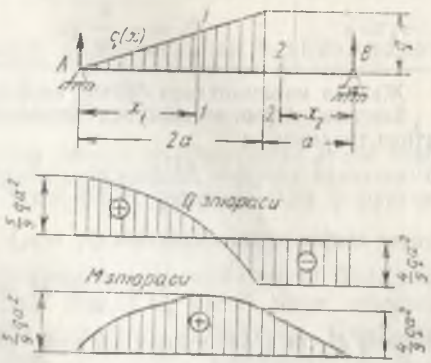
*Жавоб:*

| Консоллар учун (схема №) | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q$, кН | 40 | —20 | —40 | 60 | 20 | —20 |
| $M$, кНм | 80 | 40 | 40 | —120 | 30 | 20 |
| 2 таянчли балка учун (схема №) | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $Q$, кН | —30 | —50 | —30 | 22,5 | 20 | —23,3 |
| $M$ кН·М | —80 | 62,5 | 80 | 17,6. | 50 | 27,2 |




6.5- масалага оид

**6.6.** Икки таянчда турган, қулочи $l = 3a$ бўлган ҳамда $2a$ узунликда учбурчак қоидаси бўйича тақсимланган нагрузкали балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).




6.6- масалага оид

*Ечим.* Таянч реакцияларни мувозанат тенгламаларидан аниқлаймиз. Бунда тақсимланган нагрузкани тенг таъсир этувчисига, яъни учбурчак юзасига тенг таъсир этувчисига алмаштирамиз:

$\omega = \frac{1}{2} q \cdot 2a = qa$. Тенг таъсир этувчи учбурчакнинг оғирлик марказига қўйилган; қуйидаги ҳосил бўлади:

$$A = \frac{5}{9} qa, \qquad B = \frac{4}{9} qa.$$

Балканинг ҳар қайси участкаси учун $Q(x)$ ва $M(x)$ ифодаларни тузамиз. $1-1$ кесимда ($x_1$ нулдан $x_1 = 2a$ гача ўзгарадиган чап қисмини кўриб чиқамиз). $Q_1 = A - \omega(x)$, $M_1 = Ax_1 - \omega(x)\frac{x_1}{3}$, бу ерда $\omega(x)$ — кесимдан чап томонда жойлашган ва асоси $x_1$ ва баландлиги $q(x_1) = q\frac{x_1}{2a}$ бўлган учбурчак юзасига тенг юк юзаси, демак $Q_1 = \frac{5}{9} qa - \frac{qx_1^2}{4a}$, $M_1 = \frac{5}{9} qax_1 - \frac{qx_1^3}{12a}$. Ўнг қисмини кўриб чиқиб, $2-2$ кесим учун ($0 \leqslant x_2 \leqslant a$) қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$Q_2 = -\frac{4}{9}qa, \qquad M_2 = \frac{4}{9}qax_2.$$

Ўнг участкада кўндаланг куч квадрат парабола бўйича, эгувчи момент эса кубик парабола бўйича ўзгаради. Иккинчи участкада $Q$ ва $M$ эпюралар тўғри чизиқлар билан чекланган. Ҳар қайси участка чегарасида $Q$ ва $M$ ординаталарнинг қийматлари жадвалда келтирилган.

| $x$ | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1 = 0$ | $Q_1 = \frac{5}{9}qa$ | $M_1 = 0$ |
| $x_1 = a$ | $Q_1 = \frac{11}{36}qa$ | $M_1 = \frac{17}{36}qa^2$ |
| $x_2 = 2a$ | $Q_4 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_1 = \frac{4}{9}qa^2$ |
| $x_2 = 0$ | $Q_2 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_2 = 0$ |
| $x_2 = a$ | $Q_2 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_2 = \frac{4}{9}qa^2$ |

Жадвал маълумотлари бўйича графиклар — $Q$ ва $M$ эпюралари ясалган.

Тенглама $M_1$ ни максимумга текшириб, эгувчи моментнинг энг катта қийматини топамиз:

$$\frac{dM_1}{dx_1} = Q_1 = \frac{5}{9}qa - \frac{qx_1^2}{4a} = 0.$$

Бундан хавфли кесим абсциссаси ($x_1 = x_0$)

$$x_0 = \frac{a}{3}\sqrt{20} = \frac{2a}{3}\sqrt{5}.$$

Тенглама $M_1$ га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$M_{\max} = \frac{5}{9}qa\,\frac{2a}{3}\sqrt{5} - \frac{q}{12a}\cdot\frac{8a^3}{27}(\sqrt{5})^3 \approx \frac{5}{9}qa^2.$$

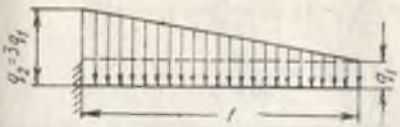
Кўндаланг кучнинг энг катта қиймати қуйидагига тенг ($Q$ эпюрага қаранг)

$$Q_{\max} = \frac{5}{9}qa.$$

**6.7.** Бир учидан қисилган балка унинг бутун узунлиги $l$ бўйича трапеция қонунига кўра тақсимланган яхлит нагрузкани қабул қилади (расмга қаранг). $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва кўндаланг кучнинг ва эгувчи моментнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматини ҳисобланг.

*Кўрсатма.* Тенгламалар $Q(x)$ ва $M(x)$ ни тузиш учун нагрузкани интенсивлиги $q_1$ бўлган тенг тақсимланган ҳамда энг катта ордината $q_0 = q_2 - q_1$ ли учбурчак қисмларга бўлиш тавсия қилинади.

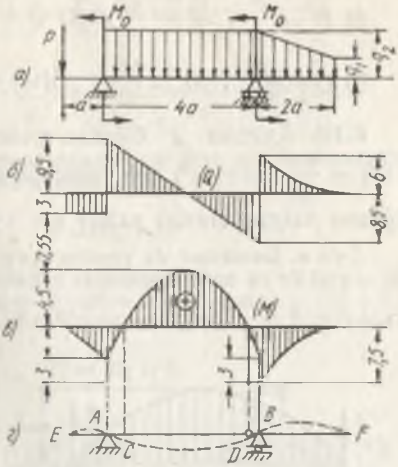
*Жавоб:* $Q = 2q_1 l$; $M = -\frac{5}{6}q_1 l^2$.



6.7- масалага оид

**6.8.** Икки таянчга таянган ва расм, *а* да кўрсатилганидек схема бўйича юкланган консолли балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг. Ушбу маълумотлар берилган: $a=1{,}5$ м, $q_1=10$ кН.м, $q_2=3q_1=30$ кН.м,

$$q_2 = 3q_1 = 30 \text{ кН.м},$$
$$P = 2q_1a = 30 \text{ кН}, ,$$
$$M_0 = \frac{4}{3} q_1a^2 = 30 \text{ кНм}.$$



6.8- масалага оид

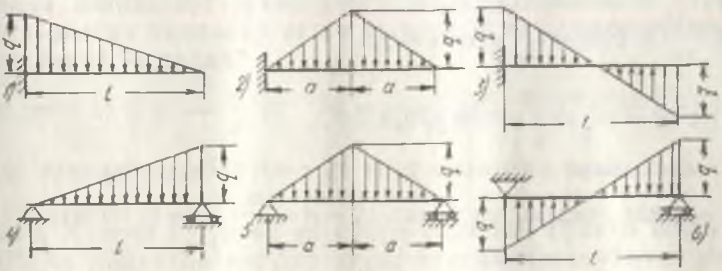
$M$ эпюра характерига асосланиб, балка эгилган ўқининг тахминий кўринишини тасвирланг.

*Жавоб:* $Q$ ва $M$ эпюралар расм, *б* ва *в* да тасвирланган.

Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расм, *г* да кўрсатилган. $M<0$ бўлган $EC$ ва $DF$ участкаларда эгилган ўқнинг қабариқлиги юқорига йўналган, $CD$ участкада пастга йўналган, чунки $M>0$. $M=0$ бўлганда $C$ ва $D$ нуқталар эгилиш нуқталари бўлади.

**6.9.** Учбурчак бўйича тақсимланган юк кўтарувчи балкалар учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда $Q$ ва $M$ нинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматларини ҳисобланг. Схемалар *1—3* да эпюранинг юзаси таянч моментга, схемалар 4—6 да нолга тенг эканлигини исботланг.

*Жавоб*: 1) $Q=\frac{ql}{2}$, $M=-\frac{ql^2}{6}$; 2) $Q=qa$, $M=-qa^2$;



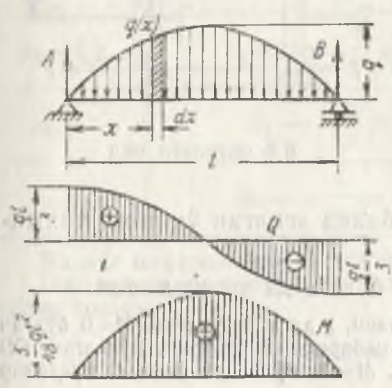
6.9- масалага оид

3) $Q = \frac{ql}{4}$, $M = \frac{ql^2}{6}$; 4) $Q = -\frac{ql}{3}$, $M = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$;

5) $Q = \frac{qa}{2}$, $M = \frac{qa^2}{3}$, 6) $Q = \frac{ql}{6}$, $M = \frac{ql^2}{36\sqrt{3}}$.

**6.10.** Қулочи $l$ бўлган учларидан шарнирли таянган балкага $q(x) = \frac{4q}{l^2}(lx - x^2)$ тенглама билан ифодаланган параболик қонун бўйича тақсимланган яхлит юк тушади. $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

*Ечим.* Балканинг $dx$ узунлигидаги кесмасига тўғри келадиган элементар юк $d\omega = q(x)\,dx$ га тенг. Симметрия туфайли таянч реакциялар бир-бирига тенг, яъни $A = B = \frac{\omega}{2}$, бунда $\omega$—парабола билан чекланган юк юзаси у қуйидагига тенг:




6.10-масалага оид

$$\omega = \int_0^l q(x)\,dx = \frac{4q}{l^2}\int_0^l (lx - x^2)\,dx = \frac{2}{3}ql.$$

Демак, $A = B = \frac{ql}{3}$.

Абсциссаси $x$ бўлган кесимда қўйилган куч ва эгувчи момент қуйидаги ифодалар билан берилади (расмга қаранг):

$$Q(x) = A - \omega(x) = \frac{ql}{3} - \int_0^x q(x)\,dx,$$

$$M(x) = Ax - \int_0^x d\omega\,(x - x_1) = \frac{ql}{3}x - \int_0^x q(x_1)\,dx_1\,(x - x_1).$$

Лекин $Q(x)$ ва $M(x)$ учун ифодаларни тузиб ўтирмай уларни дифференциал боғлиқликлардан ҳосил қилиш осонроқ. Ушбу $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x)$ тенгликдан ($q < 0$ бўлгани учун — минус ишораси олинган) икки марта интеграллаб, қуйидагини оламиз:

1) $\frac{dM}{dx} = Q(x) = -\int_0^x q(x)\,dx + Q_0$;

2) $M(x) = -\int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + Q_0 x + M_0$.

Ихтиёрий доимий интеграллаш $Q_0$ ва $M_0$ $x = 0$ бўлганда чегаравий шартлардан аниқланади. Масалан, чап таянчда $Q_0 = A = \frac{ql}{3}$, $M = 0$. Интеграл

$$\int_0^x q(x)\,dx = \frac{4q}{l^2}\int_0^x (lx - x^2)\,dx = \frac{4q}{l^2}\left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^3}{3}\right).$$

Демак,

$$Q(x) = -\frac{4q}{l^2}\left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^2}{3}\right) + \frac{ql}{3} = \frac{ql}{3}\left(1 - \frac{6x^2}{l^2} + \frac{4x^3}{l^3}\right),$$

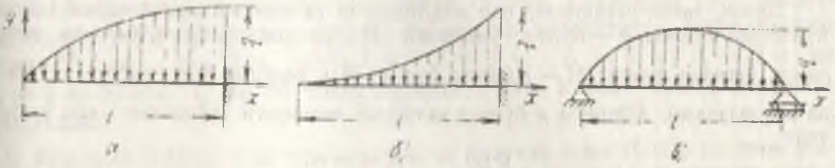
$$M(x) = -\frac{4q}{l^2}\int_0^x \left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^2}{3}\right)dx + \frac{ql}{3}x = \frac{ql}{3}\left(x - \frac{2x^3}{l^2} + \frac{x^4}{l^3}\right).$$

Нуқталар бўйича $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюраларни ясаш учун шу тенгламаларнинг ординаталарини ҳисоблаймиз (расмга қаранг).

$$x = 0 \quad Q = Q_0 = \frac{ql}{3}, \quad M = M_0 = 0;$$

$$x = \frac{l}{2} \quad Q = 0, \quad M = \frac{5}{48}ql^2 = M_{\max}$$

$$x = l \quad Q = Q_l = -\frac{ql}{3}, \quad M = M_l = 0.$$



6.11- масалага оид

**6.11.** Эгри чизиқ қонуни бўйича тақсимланган яхлит юкланишни кўтарувчи балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда агар а) $q(x) = \frac{qx}{l^2}(2l - x)$; б) $q(x) = \frac{qx^2}{l}$; в) $q(x) = q\sin\frac{\pi x}{l}$ бўлса, кўндаланг куч ва эгувчи моментнинг энг катта қийматларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Жавоб*: а) $Q = -\frac{2}{3}ql$, б) $Q = -\frac{ql}{3}$; в) $Q = \frac{ql}{\pi}$,

$$M = -\frac{ql^2}{4}; \quad M = -\frac{ql^2}{12}; \quad M = \frac{ql^2}{\pi^2}.$$

**6.12.** Агар нагрузкани 180° бурилса ва бунда унинг «оғир» қисмини консолнинг эркин учига жойлаштирилса, 6. 11 масалада кўрилган балкалар а) ва б) учун $M$ ва $Q$ ҳисобий қийматлари қандай ўзгаради?
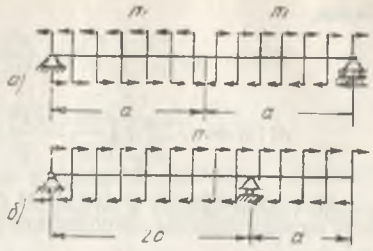
*Жавоб*: а) $Q = -\frac{2}{3}ql$; $M = -\frac{5}{12}ql^2$; б) $Q = -\frac{ql}{3}$;

$$M = -\frac{ql^2}{4}.$$

**6.13.** Қулочи $l$ бўлган ва бутун узунлиги бўйича жадаллиги $m$ бўлган моментли юк бир текис тақсимланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).




6.13- масалага оид




6.14- масалага оид

*Е ч и м.* Чап таянч реакцияси $A$ ни пастга, ўнг таянч реакцияси $B$ ни юқорига йўналтирамиз. Таянч реакцияларнинг катталиклари мувозанат тенгламаларидан аниқланади.

$$\sum M_B = 0, \quad Al - ml = 0, \quad A = m;$$

$$\sum M_A = 0, \quad Bl - ml = 0, \quad B = m.$$

Демак, таянч реакциялар сон жиҳатидан $m$ га тенг ва қарама-қарши томонга йўналган: чапкиси $A$ — пастга, ўнгдагиси $B$ — юқорига (агар $m$ Нм/м да ифодаланса, йиғинди момент $M = ml$ нинг ўлчами Н.м, реакция $A = -B = \frac{M}{l}$ эса $H$ да ифодаланади). Абсцисса $x$ бўлган ихтиёрий кесимдаги кўндаланг куч ушбуга тенг:

$$Q(x) = -A = -m.$$

Эгувчи момент

$$M(x) = -Ax + mx = 0.$$

Шундай қилиб, текис тақсимланган моментли юк таянч реакциялар ҳосил қиладиган момент билан мувозанатлашади, шу билан балка эгилмайди.

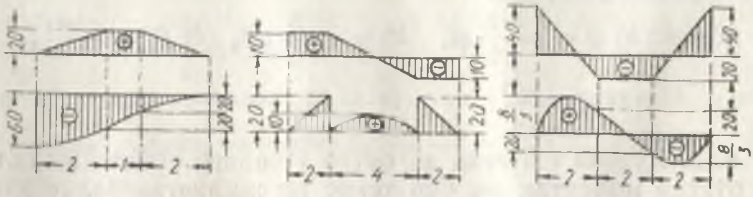
*Жавоб:* Расмга қаранг.

**6.14.** Агар $a=2$ м, $m=20$ кН/м бўлса, текис тақсимланган моментли юк билан юкланган балкалар учун эпюраларни ясанг (расмга қаранг).

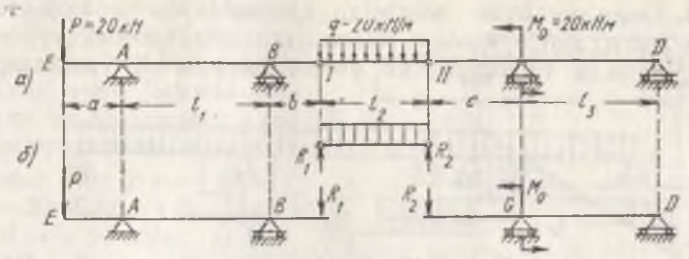
*Жавоб:* а) $Q = 0$; $M = -ma = -40$ кН.м. б) $= \frac{3}{2} m = 30$ кН

$M = -ma = -40$ кНм.

**6.15.** Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг берилган эпюралари бўйича балкаларни маҳкамлаш ва юклаш схемаларини тасвирланг ҳамда уларга қўйилган кучларнинг катталигини аниқланг. $Q$ эпюраларнинг ординаталари килоньютонда, $M$ эпюраларники кН/м ларда, узунлик м ларда берилган (расмга



6.15- масалага оид




6.16- масалага оид

қаранг). Эпюраларнинг эгри чизиқли участкалари квадрат парабола бўйича чизилган.

*Жавоб*: а) $q = \pm 10$ кН/м. б) $q = 0{,}5$ кН/м. $M = 20$ кНм, в) $q = \pm 30$ кН/м.

**6.16.** Схемада тасвирланган иккита оралиқ шарнирли тўрт таянчли балка учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Агар $a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 3$ м, $l_1 = 4$ м, $l_2 = 3$ м ва $l_3 = 4$ м бўлса, $Q$ ва $M$ эпюраларнинг энг катта ординаталарини ҳисобланг.

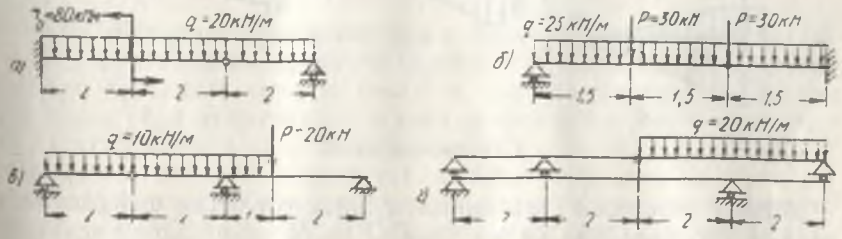
*Кўрсатма.* Схема, *б* да кўрсатилганидек балкани осма (I—II) ва икки асосий (*E*—I ва II—*D*) қисмларга бўлиш қулай. Осма балкадан шарнирлар орқали узатиладиган босимларни икки таянчли балка I—II учун ҳисобланган реакциялар $R_1$ ва $R_2$ билан алмаштириб, ҳар қайси балка учун алоҳида-алоҳида эпюраларни ясанг.

Бошқача йўл тутиш ҳам мумкин. Шарнирдаги эгувчи момент нолга тенг бўлгани учун (шарнир моментни узата олмайди) бутун система учун статика тенгламаларига қўшимча равишда шарнирлар I ва II га нисбатан моментлар тенгламасини тузиш (улардан чапда ёки ўнгда ётган кучларни кўзда тутиб) ва уларни нолга тенглаштириш мумкин. Бу барча таянч реакцияларни аниқлашга ва $Q$ ва $M$ эпюраларни шарнирсиз балка учун қилинганидек оддий усулда қуришга имкон беради.

*Жавоб:* $Q = 30$ кН, $M = -110$ Н·м.

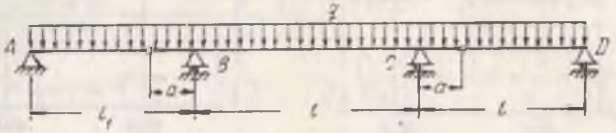
**6.17.** Схемалари расмда келтирилган шарнирли балкалар учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда кўндаланг куч ва эгувчи моментнинг энг катта абсолют қиймати катталигини ҳисобланг.

*Жавоб*: а) $Q = 100$ кН, $M = -160$ кНм; б) $Q = -120$ кН, $M = -152$ кНм; в) $Q = -30$ кН, $M = -40$ кНм, г) $Q = 40$ кН, $M = 80$ кНм.




6.17- масалага оид

6.18. Осма қулочли консолли кўприкларни лойиҳалаганда уларни энг қулай режалаш масаласини ҳал қилишга тўғри келади. Чизмада тасвирланган балка учун $a:l:l_1$ ўлчамларнинг




6.18- масалага оид

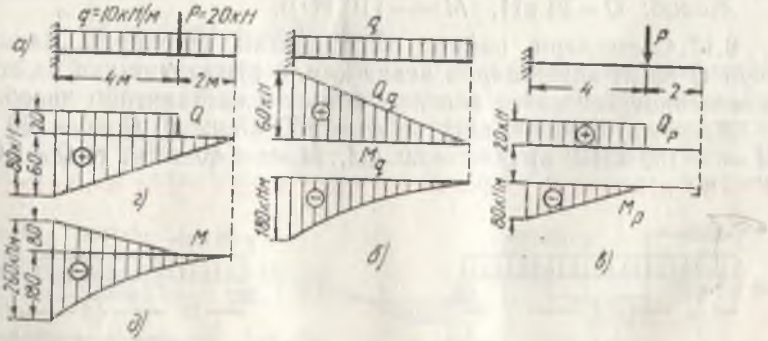
қандай нисбатида осма ва асосий балканинг хавфли кесимларида (қулоч ўртасида ҳамда $B$ ва $C$ таянчлар устида) эгувчи моментларнинг қиймати абсолют катталик бўйича бир хил бўлишини аниқланг. Энг катта эгувчи момент катталигини ҳам топинг.

*Жавоб*: $a = 0{,}146\ l$; $l_1 = 0{,}853\ l$; $M_{max} = \frac{ql^2}{16}$.

**6.19.** Мустақиллик принципи ва кучлар таъсирини қўшиш принципидан фойдаланиб, расм, *а* да тасвирланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг.

*Ечим.* Балкани бир текис тақсимланган нагрузка $q = 10$ кН/м (расм, *б*) таъсири остидаги қисми учун алоҳида ҳамда тўпланган куч таъсири остидаги қисми учун алоҳида (расм, *а*) кўриб чиқамиз. Агар графиклар бир хил ишорали бўлса, $Q$ ёки $M$ йиғинди эпюраларни ҳосил қилиш учун уларни бир-бирига тақаб қўйиш етарли. Агар графиклар ҳар хил ишорали бўлса, уларни устмауст қўйиш керак (6.20 масалага қаранг).

Эпюраларни қўшиш натижалари расм, *г* ва *д* да кўрсатилган. Эпюраларга оддий кўриниш бериш учун уларни горизонтал нолинчи ўққа келтириш мумкин, бунинг учун йиғинди ординаталар горизонтал ўқдан юқорига ёки пастга (ишорага қараб) қўйилади.



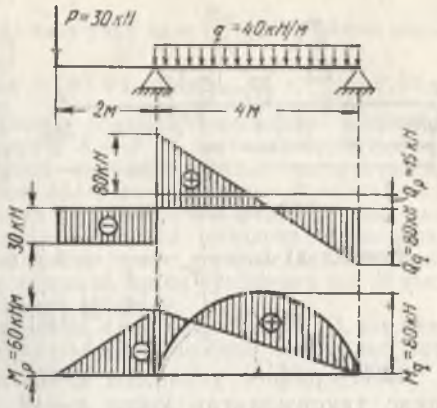

6.19- масалага оид

**6.20.** Кучларнинг таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

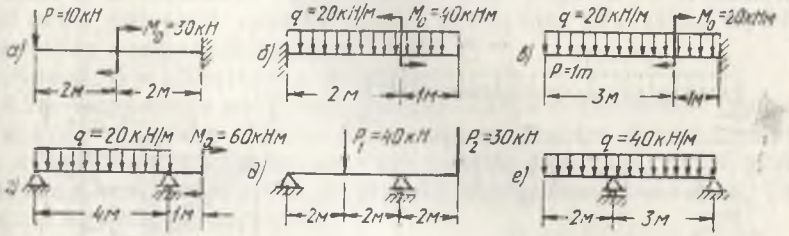
*Жавоб:* 138- бетдаги расмга қаранг.

**6.21.** Кучлар таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балкалар учун эгувчи моментлар ва кўндаланг кучлар эпюраларини ясанг.

*Жавоб:* а) $Q = -10$ кН, $M = -20$ кНм; б) $Q = 60$ кН, $M = -50$ кНм; в) $Q = -70$ кН, $M = -100$ кНм; г) $Q = -55$ кН, $M = -60$ кНм; д) $Q = -35$ кН, $M = 60$ кНм; е) $Q = 86$ кН, $M = -80$ кНм.




6.20- масалага оид



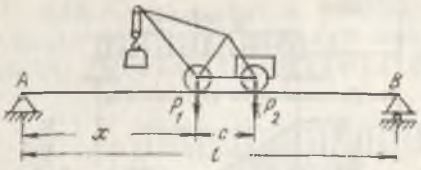

6.21- масалага оид

**6.22.** Қулочи $l$ бўлган ва интенсивлиги $q$ га тенг текис тақсимланган юк кўтарувчи балка ҳар қайсисининг узунлиги $a$ га тенг бўлган иккита консолга эга. а) Консол $a$ нинг (қулоч $l$ улушида) қулоч ўртасида эгувчи момент нолга тенг бўладиган узунлигини топинг. б) Консол $a$ нинг қандай узунлигида балканинг хавфли кесимларида энг катта эгувчи моментнинг катталиги энг кичик бўлади?

*Кўрсатма.* Куч таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиш, консолларда ётадиган юк учун алоҳида, ўрта қулоч юкланиши учун алоҳида М эпюраларини ясаш керак.

*Жавоб:* а) $a = 0{,}5\,l$; б) $a = \frac{l}{4}\sqrt{2}$.

**6.23.** Кўтариш кранининг икки ўқли аравачаси қулочи $l = 10$ м бўлган икки краности балкада ҳаракатланади. Аравача ўқлари орасидаги масофа $c = 1{,}2$ м (расмга қаранг). Қуйидаги икки ҳол учун аравачанинг эгувчи моменти энг катта қийматда бўладиган хавфли вазиятини топинг: а) кран ғилдиракларининг ҳар қайси балкага тушадиган босими бир хил ва $P_1 \approx P_2 = 20$ кН га тенг бўлган, яъни илгакда юк бўлмаган ҳол учун; б) $P_1 \approx 50$ кН ва $P_2 = 10$ кН бўлган, яъни илгакда юк бўлган ҳол учун $M_{max}$ катталигини ҳисобланг.



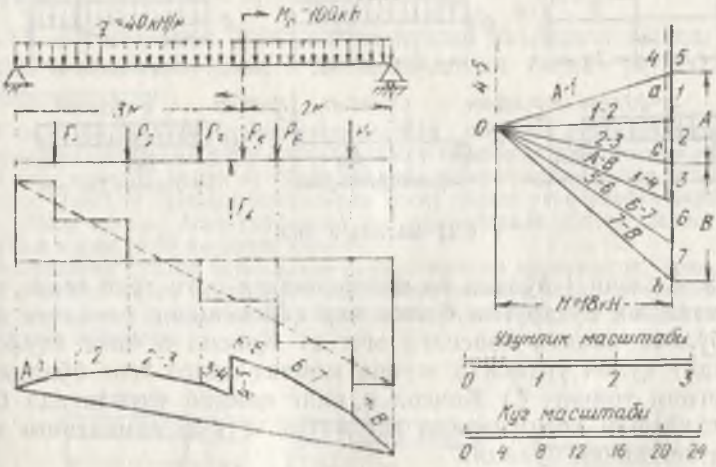

*Кўрсатма.* Чап таянч $A$ дан биринчи юк $P$ гача бўлган масофани $x$ орқали белгилаб, таянч реакциялар катталигини $x$ функциялари тарзида ифодалаш, кейин $P_1$ кучи остидаги кесимда эгувчи момент учун ифода тузиш ва уни максимумга текшириш керак.

6.23- масалага оид

*Жавоб:* а) $x = \frac{l}{2} - \frac{c}{4} = 4{,}7$ м. $M_{max} = 88{,}4$ кНм;

б) $x = \frac{l}{2} - \frac{c}{12} = 4{,}9$ м, $M_{max} = 144$ кНм;

**6.24.** График усулидан фойдаланиб, қулочи $l=5$ м бўлган текис тақсимланган юкда $q=40$ кН ва моменти $M_0=100$ кНм ли жуфт кучлар билан юкланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг.




6.24- масалага оид

*Ечим.* Балканинг исталган кесимидаги эгувчи моментни $M(x)$—Нη билан ифодалаш мумкин, бунда $H$ — куч кўпбурчагидаги кучлар масштабидаги қўйилган қутб масофаси, η — узунлик масштабида ўлчанган арқон кўпбурчаги ординатаси.

Узунликлар масштабини танлаб, балка ва юкланиш схемасини чизамиз. Куч кўпбурчагини ясаш учун тақсимланган юкни бир неча тўпланган кучлар билан, масалан, $P_1 = P_2 = P_3 = P_6 = P_7 = 40$ кН билан, жуфт кучлар $M$ ни эса узликсиз катта қийматли қарама-қарши йўналган кучлар $P_4$ ва $P_5$ билан алмаштирамиз. Кучлар $P_4$ ва $P_5$ момент $M_0=100$ кН·м ли жуфт ҳосил қилади.

Қутб вазиятини ихтиёрий олиб, қабул қилинган кучлар масштабида кучлар кўпбурчагини, сўнгра арқон кўпбурчагини ясаймиз. Жуфт $M$ қўйилган кесимда кўпбурчак арқон кўпбурчагининг *3—4* нурга параллел бўлган томонини ўтказишда ташқи жуфт моменти катталигида фарқни ҳосил қиламиз (нур *4—5* кучлар $P_4$ ва $P_5$ га параллел, чунки қутб *0* ни куч $P_1$ учи билан туташтирадиган чизиқ у билан чексизликда кесишади). Кесма *4—5* катталик жиҳатидан

момент $M_0 = H \cdot \eta_0$ га пропорционал бўлгани учун $\eta_0 = \frac{M_0}{H}$. Кўрилаётган мисолда $M = 100$ кНм қутб масофаси эса $H = 180$ кН. Демак, $\eta_0 = \frac{100}{180} = 0{,}55$ м. Эпюра $M(M_0 > 0)$ нинг мусбат ординаталари томонига узунликлар масштабида ана шу масофани қўямиз. Бу эса туташувчи $A - B$ ли арқон кўпбурчагини тугаллашга имкон беради. Куч кўпбурчагида қутбдан бошлаб туташтирувчига параллел нур $A-B$ ни ўтказиб, таянч реакциялар $ac = A$ ва $bc = B$ ни топамиз.

Балкага қўйилган тўпланган кучлар системаси учун $Q$ эпюраларни ясаш таянч реакция $A$ дан бошлаб танланган масштабда кучларни бирин-кетин қўйишдан иборат бўлади. Тўпланган кучлар сони оширилганда поғонали эпюра $Q$ охирида қия тўғри чизиққа айланади, арқон кўпбурчаги эса $M$ эпюрасидан иборат бўлган арқон эгри чизиғига айланади.

Ясалган графиклардан кўриниб турибдики, $A = 80$ кН, $B = 120$ кН, энг катта эгувчи момент $M_{max} = H \cdot \eta_{max}$, бунда узунликлар масштабида ўлчанган энг катта ордината $\eta_{max} = 0{,}89$ м.

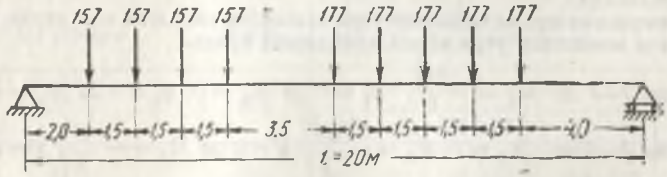
*Жавоб:* $Q = -120$ кН, $M = 160$ кНм.

**6.25.** 6. 2. масалада кўрилган балка учун $a = 2$ м ва $q = 40$ кН/м деб олиб, график усулда кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг.

*Жавоб:* $Q = 120$ кН; $M = 180$ кНм.

**6.26.** Локомотив ва тендер ғилдираклари босимининг ўрнини босадиган тўққизта тўпланган кучлар системаси билан юкланган кўприкнинг бош балкаси учун график усулда $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг (расмга қаранг). Юклар килоньютонларда, ўлчамлар метрларда берилган.

*Жавоб:* $Q_{max} = 805$ кН; $M_{max} = 4408$ кНм.




6.26- масалага оид

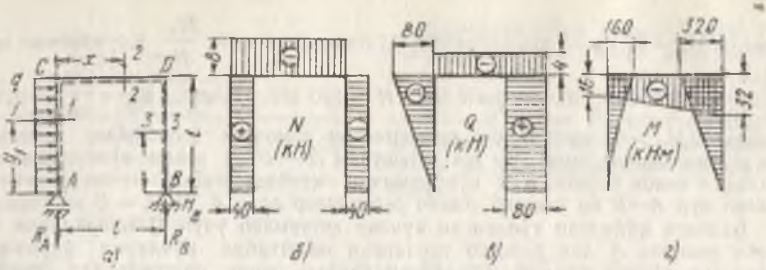
**6.27.** Расмда тасвирланган рама стерженлари учун бўйлама кучлар, кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Ушбу $l = 4$ м ва $q = 20$ кН/м бўлганда $N$, $Q$ ва $M$ катталикларнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматини топинг.

*Ечим.* Таянч реакциялар статика тенгламаларидан топилади.

$\Sigma X = 0 \quad ql - H_B = 0$, бундан $H_B = ql = 80$ кН;

$\Sigma Y = 0, \quad -R_A + R_B = 0$ ёки $R_A = R_B$;

$\Sigma M_B = 0, \quad R_A l - \frac{ql^2}{2} = 0$, бундан $R_A = \frac{ql}{2} = 40$ кН.




6.27- масалага оид

а) кесимдаги *бўйлама куч* раманинг кесилган қисмига қўйилган барча ташқи кучларнинг стержень ўқига проекциялари йиғиндисига тенг. Кесим 1—1 да $AC$ стойканинг пастки қисмини кўриб $N_1 = R_A = 40$ кН ни ҳосил қиламиз (чўзилиш). Бу зўриқиш стойка узунлиги бўйича ўзгармай қолади.

Кесим $2-2$ да (рама $AC-2$ нинг чап кесилган қисмини кўриб) бўйлама куч $N_2 = -ql = 80$ кН га эга бўламиз (сиқилиш).

Кесим *3—3* да стойка $BD$ нинг пастки қисмини кўриб $N_3 = -R_B = 40$ кН ни топамиз (сиқилиш). Кучлар эпюраси $N$ расм, *б* да кўрсатилган.

б) *Кўндаланг куч* раманинг қирқилган қисмига қўйилган ташқи кучларнинг кесим текислигига проекциялари йиғиндисига тенг. Агар ташқи кучлар қирқилган қисмни кесим марказига нисбатан соат стрелкаси йўналишида бурса, кўндаланг куч мусбат ҳисобланади.

Кесим *1—1*: $Q_1 = -qy_1$; $y_1 = 0$ да $Q = 0$; $y_1 = l$ да $Q_1 = -ql = -80$ кН.

Кесим *2—2* да: $Q_2 = -R_A = -40$ кН.

Кесим *3—3* да: $Q_3 = H_B = 80$ кН.

Кучлар эпюраси $Q$ расм, *в* да кўрсатилган.

в) *Эгувчи моментларни* балкалар учун ҳисоблагандек ҳисоблаймиз, бунда расм, *а* да кўрсатилган ички толаларни момент чўзса, эгувчи моментлар мусбат ҳисобланади*.

$M$ эпюрасини худди балкалар учун ясагандек сиқилган толаларда ясаймиз. Эгувчи моментлар учун ифода қуйидагича бўлади:

Кесим *1—1* да: $M_1 = -\frac{qy_1^2}{2}$; $y_1 = 0$ да $M_1 = 0$; $y_1 = l$ да $M_1 = -\frac{ql^2}{2}$.

Кесим *2—2* да: $M_2 = -R_A \cdot x - \frac{ql^2}{2}$; $x = 0$ да $M_2 = -\frac{ql^2}{2}$; $x = l$ да $M_2 = -ql^2$

Кесим *3—3* да: $M_3 = -H_B \cdot y_2$; $y_2 = 0$ да $M_3 = 0$; $y_2 = l$ да $M_3 = -ql^2$.

$M$ эпюраси расм, *г* да тасвирланган. Абсолют қиймат бўйича энг катта катталик $D$ узелдаги моментга тегишли, бунда $M_D = -ql^2 = -20 \cdot 4^2 = -320$ кНм.

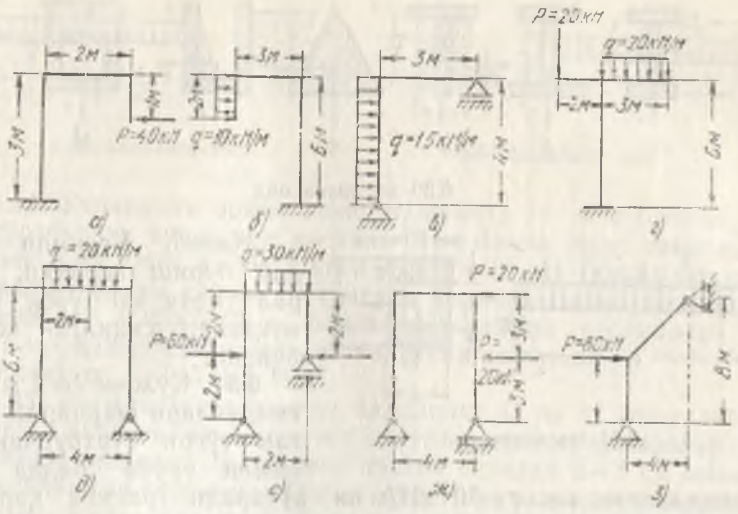
*Жавоб:* $N = -80$ кН, $Q = 80$ кН, $M = -320$ кНм.

6.28. Агар горизонтал нагрузка $q$ 6.27 масалада кўрилган раманинг ўнг стойкаси $BD$ га қўйилган бўлса, $N$, $Q$ ва $M$ эпюралар қандай ўзгаради? Горизонтал юк ўнгдан чапга йўналган деб олинади.

*Жавоб:* Эпюраларнинг кўриниши ва ишоралари ўзгаради: $N = 40$ кН; $Q = 80$ кН, $M = 160$ кНм.

---

[1] Бошқача айтганда ҳар қайси стерженни пастки қисми расм, *а* да пунктир билан кўрсатилган раманинг ичида жойлашган балка сифатида қараш мумкин.




6.29- масалага оид

6.29. Схемалари расмда кўрсатилган рамалар учун кундаланг кучлар, бўйлама кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. $N$, $Q$ ва $M$ эпюраларнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматларини ҳисобланг.

*Жавоб:*

| Ички зўриқиш | Ўлчам | Ички зўриқишларнинг энг катта қийматлари | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* | *ж* | *з* |
| *N* | кН | —40 | —20 | 40 | —80 | —40 | —60 | 45 | —28 |
| *M* | кНм | 80 | 100 | 120 | —90 | —40 | 120 | 24 | 160 |
| *Q* | кН | —40 | 20 | 60 | 60 | 40 | 60 | 45 | 40 |

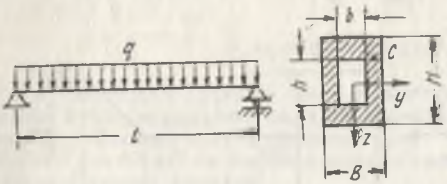
## 19- §. Эгилишдаги нормал кучланишлар

6.30. Кесимлари расмда кўрсатилган балкалар учун кесимдаги эгувчи моментни мусбат ҳисоблаб, нормал кучланишларнинг баландлик бўйича тақсимланиш эпюраларини чизинг.

Агар балка материали чўян бўлиб, у чўзилишга сиқилишга қараганда яхшироқ ишласа, тескисликда эгувчи момент таъсир қиладиган фақат битта симметрия ўқига эга бўлган кесимларни қандай яхшироқ жойлаштириш мумкин?



6.30- масалага оид



6.31- масалага оид

*Жавоб:* Кесимни шундай буриш керакки, нейтрал ўқдан энг узоқ ётган нуқталар сиқилган зонада бўлсин.

**6.31.** Қулочи $l=4$ м бўлган, учлари шарнирли таянган тўғри тўртбурчак кесимли труба балка тенг тақсимланган юк $q=30$ кН/м ни кўтаради (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини, шунингдек ўша кесимнинг $C$ нуқтасидаги кучланишлар катталигини аниқланг. Унинг ўлчамлари: $B=12$ см, $H=20$ см, $b=6$ см ва $h=10$ см.

*Ечим.* Хавфли кесимдаги энг катта кучланишлар

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_y},$$

бунда $M_{max}$ — хавфли кесимдаги (қулоч ўртасидаги) эгувчи момент, у $M_{max}=\frac{ql^2}{8}=\frac{30\cdot 4^2}{8}=60$ кНм га тенг, $W_y$ — кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан қаршилик моменти, ушбу формуладан аниқланади:

$$W_y=\frac{J_y}{z_{max}}.$$

Кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти

$$J_y=\frac{BH^3-bh^3}{12}=\frac{12\cdot 20^3-6\cdot 10^3}{12}=7500\ \text{см}^4.$$

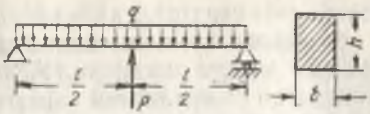
Ўша ўқдан то ундан энг узоқ нуқтагача бўлган масофа $z_{max}=\frac{H}{2}=10$ см. Демак, $W_y=\frac{7500}{10}=750$ см³, балка хавфли кесимидаги энг катта кучланиш

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_y}=\frac{60\cdot 10^5}{750}=8000\ \text{Н/см}^2.$$

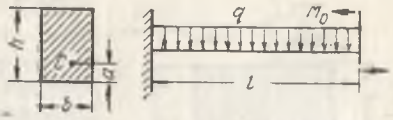
$C$ нуқтадаги нормал кучланишларни ҳисоблаш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$\sigma_C=\frac{M_{max}\cdot z_C}{J_y}=-\frac{60\cdot 10^5\cdot 5}{7500}=-4000\ \text{Н/см}^2.$$

$C$ нуқта сиқилган зонада ($M>0$, $z_C<0$) ётганлиги учун «—» ишораси олинган.




6.32- масалага оид




6.33- масалага оид

**6.32.** Учларидан эркин таянган, қулочи $l=$ 6 м бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балка текис тақсимланган юк $q=4$ кН/м ва тўпланган куч $P=20$ кН (қулоч ўртасига қўйилган) билан юкланган (расмга қаранг). Балка кесимининг ўлчамлари: $0{,}12\times0{,}20$ м. Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=15\cdot10^6$ Н/м$^2$.

**6.33.** Расмда тасвирланган балканинг $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг ва хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Балканинг пастки четидан $a=4$ см масофада жойлашган кесимнинг $C$ нуқтасидаги кучланишларни ҳам ҳисобланг. Балка қулочи $l=2$ м, кесим ўлчамлари $b=20$ см, $h=\approx30$ см. Юклар: $q=20$ кН/м, $M_0=12$ кН/м.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=930$ Н/см$^2$; $\sigma_C=-680$ Н/см$^2$.

**6.34.** Қулочи $l=5a=5$ м бўлган тўғри тўртбурчак кесимли балка расмда кўрсатилгандек юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимида вужудга келадиган энг катта нормал кучланишлар $\sigma_{max}=1210$ Н/см$^2$, кесим ўлчамлари $b=12$ см ва $h=20$ см бўлса, юк $q$ интенсивлигини аниқланг.

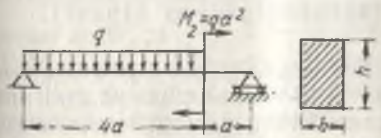
*Жавоб:* $M_{max}=2{,}42qa^2$; $q=4000$ Н/м.

**6.35.** Диаметри $d=27$ см бўлган доира кесимли ёғоч балка учларидан шарнирли таянган ҳамда ҳар бири икки тўпланган куч $P=20$ кН билан юкланган (кучлар таянчларидан бир хил $a=1$ м масофага қўйилган). Агар балканинг қулочи $l=3$ м бўлса, хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

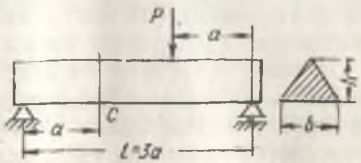
*Жавоб:* $\sigma_{max}=1040$ Н/см$^2$.

**6.36.** Расмда тасвирланган учбурчак кесимли балканинг C нуқтасида P куч таъсирида пайдо бўладиган нормал кучланишлар $\sigma_C=$ $=3000$ Н/см$^2$. Балканинг хавфли кесимидаги нормал кучланишларнинг энг катта абсолют қийматини аниқланг, $M=M_{макс}$.

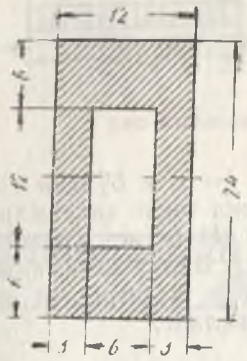
*Жавоб;* $\sigma_{max}=12000$ Н/см$^2$ (сиқилиш).




6.34- масалага оид

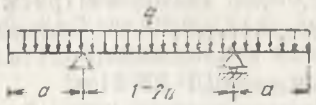



6.36- масалага оид




6.37- масалага онд

**6.37.** Қулочи $l=4$ м бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ичи бўш балка учларидан эркин таянган. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=5000$ Н/см² бўлса, вертикал текисликда қулоч ўртасига қандай тўпланган куч $P$ ни хавфсиз қўйиш мумкин? Кесим ўлчамлари расмда см да берилган.




6.39- масалага онд

*Жавоб:* $P=54000$ Н.

**6.38.** Эшик ўйиғи устига ташланган икки қатор балкага ўйиқ устидаги девор оғирлигидан $Q_0=48$ кН босим тушади. Балкани учларидан эркин таянган деб ҳисоблаб ва девор босимини бутун қулоч узунлиги $l=3{,}0$ м бўйича текис тақсимланган деб олиб, балканинг зарур кесимини икки вариантда танланг: а) икки қуштаврдан иборат, б) икки швеллердан иборат. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа.

*Ечим.* Эгувчи моментнинг энг катта қиймати

$$M_{max}=\frac{Q_0\cdot l}{8}=\frac{48\cdot 3}{8}=18 \text{ кНм}.$$

Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра икки балканинг кесими зарур қаршилик моментини аниқлаймиз:

$$W=\frac{1800000}{16000}=112{,}5 \text{ см}^3.$$

Нормал сортамент жадвалидан (иловага қаранг) зарур қаршилик моментли кесимни қидирамиз (ҳар қайси балка учун қаршилик моменти камида $W=0{,}5\cdot 112{,}5\approx 56$ см³ бўлган кесим зарур). б) вариант учун швеллер № 14 ($W=70{,}2$ см³).

**6.39.** Агар консолларнинг узунлиги $a=2$ м, қулочи $l=2a=4$ м, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа бўлса, текис тақсимланган нагрузка $q=20$ кН/м ни кўтарадиган консол балканинг қуштаврли кесимини танланг (расмга қаранг).

*Жавоб:* Қуштавр № 22а.

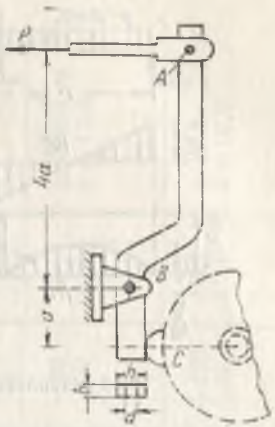
**6.40.** Лойиҳага кўра девордаги ўйиқни қуштавр профил № 12 ли иккита балка билан ёпиш кўзда тутилган. Кейин уларни бирини битта каттароқ профилли балка билан алмаштиришга қарор қилинди. Зарур қуштавр номерини аниқланг ва қайси қарор тежамлироқ эканини ҳисобланг.

*Жавоб:* Қўштавр № 18. Бунда 20% чамаси металл тежалади.

**6.41.** Қулочи $l=6$ м бўлган балкалар томони $b=20$ см ли квадрат кесимли ғўлалардан қилинади деб лойиҳалаштирилган. Қурилишда уларнинг ўрнига кесим юзаси шундай бўлган думалоқ ғўлаларга алмаштиришди. а) Алмаштириш натижасида хавфли кесимда энг катта нормал кучланишлар катталиги қандай ўзгаради? а) Лойиҳадаги мустаҳкамликни таъминлаш учун ғўлаларнинг диаметрини қандай танлаш керак?

*Жавоб:* а) 16% ошади.

б) $d=23{,}8$ см




6.43- масалага онд

**6.42.** Бир учидан қисилган квадрат кесимли балка қисилмаган учига квадрат томонига параллел қилиб қўйилган тўпланган куч $P$ билан юкланган. Агар балкани ўқи атрофида 45° буриб куч таъсир чизиғини квадрат диагоналига тўғри келтирилса, (иккала ҳолда ҳам хавфли кесимдаги энг катта кучланишларнинг катталиги бир хил бўлади деб ҳисоблаб), $P$ куч катталиги қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 29,3% камаяди.

**6.43.** Тормоз қурилмаси тортқи ҳамда эгик ричаг ABC дан иборат. Ричаг B нуқтада шарнирли болт атрофида эркин бурила олади. Тормоз берилганда тортқида $P=1500$ Н куч пайдо бўлади. Натижада тормоз калодкаси ғилдиракка $C$ нуқтада қисилади. Агар ричагнинг калта елкаси $a=0{,}25$ м, кесими $b=2$ см, $h=6$ см ўлчамли тўғри тўртбурчак, болт тешигининг диаметри $d=30$ мм бўлса, болт диаметри кучсизлантирилган ричагнинг хавфли кесимида пайдо бўладиган кучланишлар катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=14300$ Н/см².

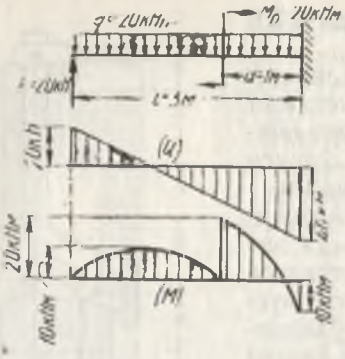
**6.44.** Юкланиш схемаси ва ўлчамлари расмда кўрсатилган балка учун энг катта эгувчи момент бўйича қуйидаги икки вариантда кесим танланг: а) қўштаврли (прокат пўлат) ва б) тўғри тўртбурчак (қарағай) — кесимнинг баландлиги энига нисбатан $h/b=3/2$. Рухсат этиладиган кучланиш пўлат учун $[\sigma]=16000$ Н/см², ёғоч учун $[\sigma]=1200$ Н/см².

*Ечиш.* Эпюралар $Q$ ва $M$ расмда тасвирланган, $M_{max}=20$ кН·м. Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра:

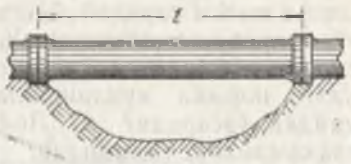
Вариант а): $W_y \geqslant \dfrac{M_{max}}{[\sigma]} = \dfrac{2000\cdot 10^2}{16000} = 125$ см³.

Сортамент бўйича (илова) қўштавр № 18 ни (қаршилик моменти $W=143$ см³, запас 14% (ёки қўштавр № 16) $W=109$ см², ўта кучланиш 13% атрофида). Қўштавр № 18 ни қабул қиламиз.

Вариант б): $W \geqslant \dfrac{2000\cdot 10^2}{1600} = 1668$ см³.



6.44- масалага оид



6.46- масалага оид

Тўғри тўртбурчак учун $W=\frac{bh^2}{6}=\frac{h}{6}\cdot\left(\frac{3}{2}b\right)^2=\frac{3}{8}b^3$, у ҳолда $b=$ $=\sqrt[3]{\frac{8\cdot 1668}{3}}=16{,}45$ см, $h=\frac{3}{2}b=24{,}7$ см. Пўлат $17\times 25$ см ни қабул қиламиз.

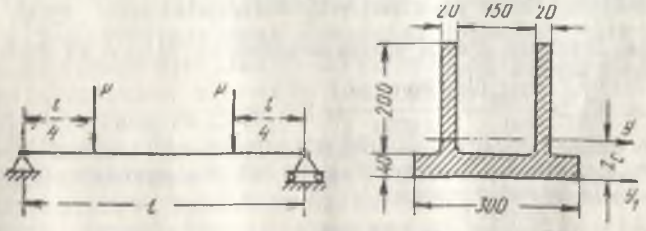
**6.45.** Бўйлама ўлчамлари ва юкланишлар берилган ҳамда расмда (жадвалда) схематик тасвирланган балкалар учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ҳамда қуйидаги вариантлардан бирида энг катта эгувчи момент бўйича кесим танланг: а) прокат профил (пўлат) ва б) доира ёки тўғри тўртбурчак кесим (қарағай) — нисбат $h/b$ берилган. Рухсат этиладиган кучланиш пўлат учун $[\sigma]=16000$ Н/см², ёғоч учун $[\sigma]=1200$ Н/см².

*Жавоб:* Жадвалга қаранг (1—10 схемалар консоллар учун, 11—20 схемалар икки таянчли балкалар учун).

**6.46.** Сув тўлдирилган чўян қувур қулочи $l=12$ м (расмга қаранг). Қувурни учлари шарнирли таянган балка деб ҳисоблаб, хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Қувурнинг ташқи диаметри $D=25$ см, ички диаметри $d=23$ см, чўяннинг солиштирма оғирлиги $\gamma=7{,}8$.

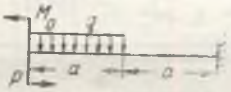
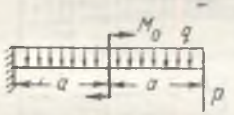
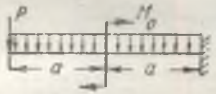
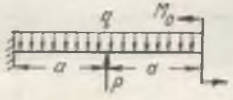
*Жавоб:* $\sigma_{max}=4120$ Н/см²

**6.47.** Қулочи $l=4$ м бўлган (расмга қаранг) болғаланувчан чўян балкага хавфсиз қўйиш мумкин бўлган рухсат этиладиган куч $P$

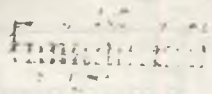
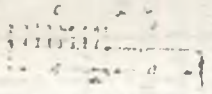
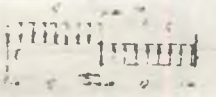
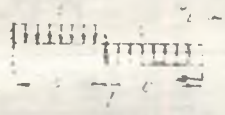
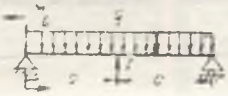


6.47- масалага оид

6.45 масалага доир жадвал

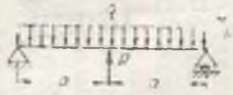
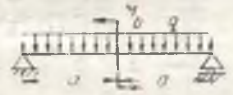
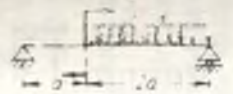
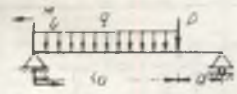
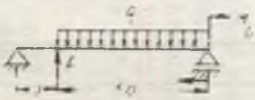
| Сxема ва вариант номери | | Балка ва юкланиш схемаси | Кесим хили ёки нисбат $h/b$ | Ўлчамлар ва юкланишлар $a$, м | $P$, кН | $q$, кН/м | $M_0$, кНм | $Q$, кН | $M$, кНм | $W$, см³ | Жавоб: Профиль номери ёки кесим ўлчамлари, см |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 | а) |  | Қўштавр | 2 | 10 | 10 | 20 | 10 | —40 | 250 | қўштавр № 22 |
| | б) | | | 1 | 10 | 20 | 10 | 10 | —20 | 1670 | $b = 16{,}45$ |
| 2 | а) |  | қўштавр | 1 | 40 | 40 | 10 | 40 | 10 | 62,5 | қўштавр № 12 |
| | б) | | | 2 | 40 | 20 | 20 | 40 | 20 | 1670 | $b = 16{,}45$ |
| 3 | а) |  | қўштавр ёки доира | 2 | 20 | 20 | 20 | 60 | —60 | 375 | қўштавр № 27 |
| | б) | | | 1 | 20 | 40 | 10 | 60 | —30 | 2500 | $b = 29{,}4$ |
| 4 | а) |  | 2 швеллер $h/b=2$ | 2 | 0,5 | 10 | 20 | —45 | —80 | 500 | швеллер № 24 |
| | б) | | | 1 | 2,5 | 10 | 0,5 | —22,5 | —20 | 1670 | $b = 13{,}6$ |
| 5 | а) |  | қўштавр $h/b=5/2$ | 2 | 20 | 40 | 2 | 140 | —260 | 1625 | қўштавр № 40 |
| | б) | | | 0,5 | 10 | 20 | 1,25 | 3,5 | —16,8 | 1355 | $b = 10{,}9$ |

6.45. масалага (*давоми*)

| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>доира | 2<br>1 | 80<br>20 | 40<br>20 | 160<br>20 | —80<br>—20 | 80<br>10 | 500<br>833 | қўштавр № 30а<br>$d = 20{,}4$ |
| 7 | а)<br>б) |  | 2 қўштавр<br>$h/b = 2$ | 2<br>1 | 60<br>20 | 30<br>20 | 60<br>10 | —60<br>—20 | 120<br>20 | 750<br>1670 | қўштавр № 27<br>$b = 13{,}6$ |
| 8 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>2 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 177<br>1670 | қўштавр № 20<br>$b = 17{,}8$ |
| 9 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 5/3$ | 2<br>1 | 20<br>5 | 20<br>10 | 40<br>5 | —60<br>—15 | 80<br>10 | 500<br>833 | қўштавр № 30а<br>$b = 12{,}2$ |
| 10 | а)<br>б) |  | 2 швеллер<br>доира | 2<br>1 | 40<br>10 | 20<br>10 | 80<br>10 | 80<br>20 | 240<br>30 | 1500<br>2500 | швеллер № 40<br>$d = 20{,}4$ |
| 11 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 3/2$ | 2<br>2 | 40<br>20 | 20<br>10 | 40<br>20 | 30<br>15 | 40<br>20 | 250<br>1670 | қўштавр № 22а<br>$b = 16{,}45$ |

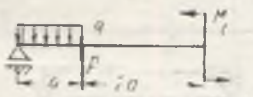
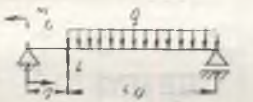
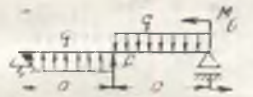
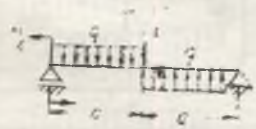
148

*давоми*

| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | а)<br>б) |  | 2 қўштавр<br>доира | 3<br>2 | 60<br>40 | 20<br>20 | 10<br>10 | 33,7<br>22,5 | 26,1<br>17,4 | 163<br>1450 | қўштавр № 14<br>$d = 24{,}5$ |
| 13 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | —<br>— | 20<br>10 | 160<br>20 | 80<br>20 | 120<br>15 | 750<br>1250 | қўштавр № 36<br>$b = 16{,}2$ |
| 14 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 2$ | 2<br>1 | —<br>— | 40<br>20 | 20<br>2,5 | —110<br>— 27,5 | 15,1<br>19 | 916<br>1580 | қўштавр № 30<br>$b = 13{,}3$ |
| 15 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | 60<br>30 | 10<br>10 | 80<br>20 | 6,25<br>31,2 | 11 5,2<br>28,8 | 722<br>2400 | қўштавр № 36<br>$b = 20{,}1$ |
| 16 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>доира | 1<br>0,5 | 20<br>10 | 20<br>20 | 20<br>5 | 40<br>20 | 60<br>15 | 375<br>1250 | қўштавр № 27<br>$d = 23{,}3$ |

149

6,45 масаланинг (давоми)

| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | а)<br>б) |  | 2 швеллера<br>$h/b = 5/3$ | 2<br>1 | 40<br>20 | 20<br>20 | 40<br>10 | 46,7<br>23,4 | 40<br>10 | 250<br>833 | швеллер № 18а<br>= 12,2 |
| 18 | а)<br>б) |  | 2 швеллера<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | 50<br>50 | 20<br>20 | 40<br>20 | 46<br>46 | 57,8<br>28,9 | 330<br>2405 | швеллер № 20а<br>= 20,1 |
| 19 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>доира | 2<br>2 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 37,5<br>25 | —30,9<br>—20,6 | — 193<br>1718 | қўштавр № 20а<br>= 25,8 |
| 20 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 3/2$ | 4<br>2 | 10<br>7,5 | 20<br>30 | 40<br>15 | 50<br>37,5 | —40<br>—15 | 250<br>1250 | қўштавр № 22а<br>= 14,9 |

қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: чўяннинг чўзилишига $[\sigma] = 3000$ Н/см², сиқилишига $[\sigma_c] = 10000$ Н/см². Кесим ўлчамлари расмда мм да кўрсатилган.

*Ечим:* Эгувчи моментлар эпюрасини ясаб, $M_{max} = \frac{Pl}{4}$ катталигини топамиз. Мустаҳкамлик шартини тузиш учун кесим инерция моментини (бош марказий ўқ $y$ га нисбатан) ҳисоблаб топиш керак. Кесимни учта тўғри тўртбурчакдан иборат деб қараб, қуйидагини топамиз:

1) Кесим юзаси $F = 2 \cdot 2 \cdot 20 + 4 \cdot 30 = 200$ см².

2) Шакл асосидан утадиган ўқ $y$ га нисбатан юзанинг статик моменти $S_{y_1} = 2 \cdot 20 \cdot 2(10 + 4) + 4 \cdot 30 = 1360$ см³.

3) Кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$z_c = \frac{1360}{200} = 6{,}8 \text{ см}.$$

4) $y$ ўққа нисбатан кесим инерция моменти параллел ўқларга ўтиш формулалари бўйича қуйидагига тенг:

$$J_y = 2\left[\frac{2 \cdot 20^3}{12} + 2 \cdot 20(10 + 4 - 6{,}8)^2\right] + \frac{30 \cdot 4^3}{12} + 30 \cdot 4(6{,}8 - 2)^2 = 9740 \text{ см}^4.$$

Мустаҳкамлик шарти ушбу кўринишни олади $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{J_y} \cdot z_{1,2} < [\sigma]$.

Бунда $z_{1,2}$ — $y$ ўқдан кесимнинг энг зўриққан нуқталаригача бўлган масофа.

а) Кесимнинг чўзилган (пастки) зонасида $z_1 = 6{,}8$ см.

б) Кесимнинг сиқилган (юқори) зонаси учун $z_2 = 24 - 6{,}8 = 17{,}2$ см.

Мустаҳкамлик шарти:

а) эгилишдаги чўзилишга

$$\sigma_{max} = \frac{pl}{4J_y} z_1 \leqslant [\sigma], \text{ бундан } P = \frac{4[\sigma] \cdot J_y}{z_1 \cdot l} = \frac{4 \cdot 3000 \cdot 9740}{6{,}8 \cdot 400} = 43000 \text{ Н}.$$

б) эгилишдаги сиқилишга

$$P \leqslant \frac{4[\sigma_c]J_y}{z_2 \cdot l} = \frac{4 \cdot 10000 \cdot 9740}{17{,}2 \cdot 400} = 56500 \text{ Н}.$$

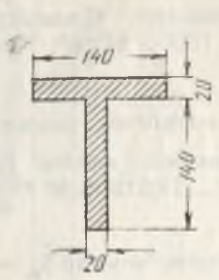
Равшанки, рухсат этиладиган юкланиш P = 43000 Н дан ошмаслиги керак, буни чўяннинг чўзилишга мустаҳкамлик шарти кўрсатаяпти.

**6.48.** Узунлиги $l = 1{,}4$ м бўлган ва бир учи қисилган тавр профилли балка вертикал текисликда тўпланган куч $P$ билан юкланган. Куч консолнинг эркин учига қўйилган. Кесим ўлчамлари расмда мм да берилган. Агар хавфли кесимда чўзувчи кучланиш $\sigma_{max} = 4240$ Н/см² бўлса, $P$ куч катталигини ва энг катта сиқувчи кучланишлар қийматини аниқланг.

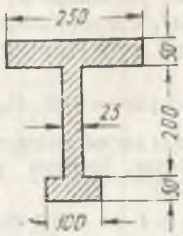
*Жавоб;* $P = 8250$ Н, $\sigma_{max} = -9320$ Н/см².

**6.49.** Қулочи $l = 2$ м, бир учидан қисилган ва бутун узунлиги бўйича вертикал текисликда бир текис тақсимланган юк $q = 30$ кН/м билан юкланган балканинг хавфли кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг. Балканинг кесими — ҳар хил токчали қўштавр, кесим ўлчамлари расмда мм да берилган.

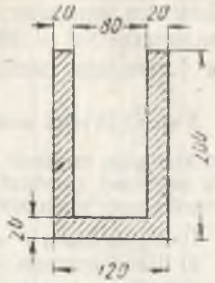
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 2540$ Н/см²; $\sigma_{min} = -4520$ Н/см².




6.48- масалага оид




6.49- масалага оид




6.50- масалага оид

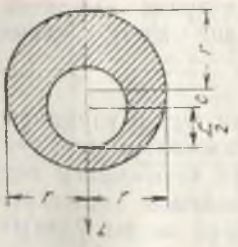
**6.50.** Расмда тасвирланган (ўлчамлари мм да берилган) тоғарасимон профилли балка икки шарнирли таянчда эркин туради ва ҳар қайси таянчлардан бир хил масофа $a = 2{,}2$ м да ётган иккита тенг куч $P = 20$ кН билан юкланган. Балка материали — чўзилишга мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = 180$ Н/мм² ва сиқилишга мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м^c = 400$ Н/мм² бўлган қотишма. Балканинг хавфли кесимидаги нуқталар учун букилишдаги чўзилишга ва сиқилишга мустаҳкамлик запаси коэффициентини аниқланг.

*Жавоб:* Чўзилишга $\kappa_1 = 1{,}8$; сиқилишга $\kappa_2 = 2{,}96$.

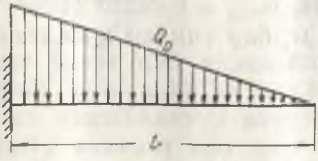
**6.51.** Йўналтирувчи стойка учун очилган носимметрик жойлашган думалоқ тешик кучсизлантирган станок калонкаси $xOz$ текисликда момент $M = 60$ кНм билан соф эгилишга учрайди. Агар $r = 15$ см бўлса, расмда кўрсатилган калонка кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Ташқи ва ички айланалар марказлари орасидаги масофа $c = 0{,}25\ r$.

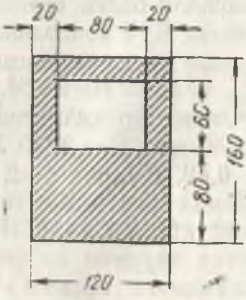
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 2870$ Н/см².

**6.52.** Бир учидан қисилган, узунлиги $l = 1{,}5$ мм бўлган балка учбурчак қонуни бўйича тақсимланган яхлит нагрузка $Q_0$ билан юкланган. Балканинг кесими тўғри тўртбурчак, ичи бўш носимметрик жойлашган бўшлиғи бор (расмга қаранг, ўлчамлар мм да берилган). а) Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 10000$ Н/см² бўлса, юк $Q_0$ катталигини аниқланг. б) Агар юк

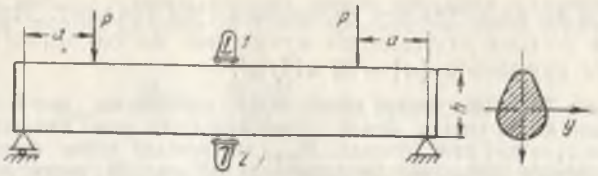



6.51- масалага оид




6.52- масалага оид



6.53- масалага оид

$Q_0$ балка узунлиги бўйича бир текис тақсимланса, юкнинг катталиги қандай ўзгаради?

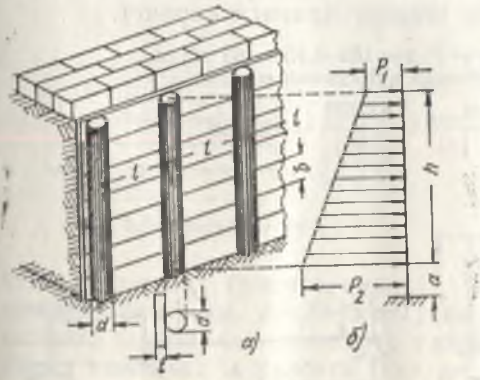
*Жавоб:* а) $Q_0=75000$ Н, б) 1,5 марта кичраяди.

**6.53.** Расмда тасвирланган схема бўйича чўян балкани синашда ($E=1{,}2\cdot10^7$ Н/см²) тензометрлар *1* ва *2* кўрсатишлари ёзиб олинди. Юкланиш поғонаси $P=50$ кН дан кўрсатишларнинг ўртача ўсиши $\triangle n_1=-15$ мм, $\triangle n_2=5$ мм га тенг бўлди. Агар кесим баландлиги $h=24$ см, $a=0{,}6$ м, тензометрлар базаси $l=20$ мм, катталаштириш коэффициенти $\kappa=1000$ бўлса, бош марказий ўқ $y$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти катталигини аниқланг.

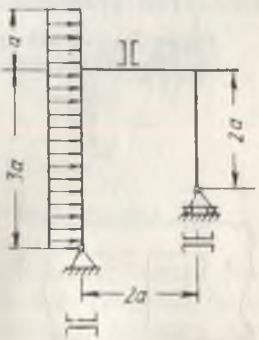
*Жавоб:* $J_y=6000$ см⁴.

**6.54.** Тўкмани тутиб турган тирак девор ҳар қайсисининг эни $b=0{,}2$ м (расмга қаранг) бўлган тахталар қоқилган думалоқ қозиқлардан иборат. Қозиқлар орасидаги масофа $l=1{,}2$ м, девор баландлиги $h=1{,}5$ м. Тирак деворга тушадиган босим чизиқли қонун бўйича $p_1=5$ кНм² (девордан баланд юк таъсирида), $p_2=18$ кН/м² гача ошади. Грунт юмшоқлиги туфайли қозиқнинг қисилган жойи грунт сатҳидан $a$ катталикка пастроқ олинади (расм, *б*).

Қоплама тахталарини қозиқларга шарнирли тиралган балкалар сифатида қараб ва ўлчам $a=0{,}25$ м деб олиб, қозиқ



6.54- масалага оид



6.55- масалага оид

диаметри $d$ ни ва тахталар қалинлиги $t$ ни танланг. Эгилишдаги чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=10$ мН/м².

*Кўрсатма.* Ҳар қайси оралиқ қозиқ тахта копламанинг $\omega=h\cdot l$ юзасидаги қисми босимини қабул қилади. Демак, босим жадаллиги қозиқ баландлиги бўйича $q_1=p_1\cdot l$ дан $q_2=p_2\cdot l$ гача ўзгаради. $M_{max}$ ни ҳисоблаб қозиқ кесими танланади. Энди копламага келсак, энг пастдаги тахта энг ноқулай шароитда турали. У қулочи $l$ бўлган икки таянчдаги бир текис тақсимланган юк $q_b=p_2\cdot b$ (пастда кв м га тушадиган босим $p_2$ га тенг, тахтанинг эни $b$ м бўлганда пог м га тушадиган босим $b$ марта катта) билан юкланган балка сифатида ишлайди.

*Жавоб:* $d=0{,}26$ м; $t=0{,}044$ м.

**6.55.** Расмда тасвирланган раманинг ён копламаси стойкага шамолнинг бир текис тақсимланган кучи $q=5000$ Н/м ни ўтказади. Рама стойкаси ва ригели икки бир хил швеллердан лойиҳаланади. Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра швеллернинг зарур номерини аниқланг. $a=2$ м, рухсат этиладиган кучланиш $[\tau]=14000$ Н/см².

*Жавоб:* № 36 ли икки швеллер.

## 20-§. Эгилишдаги уринма кучланишлар. Эгилиш маркази

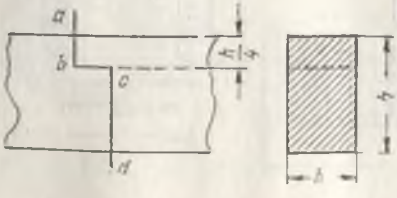
**6.56.** Кесимдаги (расмга қаранг) кўндаланг куч $Q$ мусбат ва манфий қийматида поғонали қирқим $abcd$ орқали балканинг ўнг қисмидан чап қисмига ва аксинча узатиладиган уринма кучланишлар йўналишини кўрсатинг. Агар $Q=32000$ Н, $b=12$ см ва $h=20$ см бўлса, горизонтал юза $bc$ бўйича уринма кучланишлар катталигини ҳам аниқланг.

*Жавоб:* $\tau_{max}=150$ Н/см².

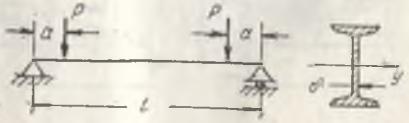
**6.57.** Эгилишда чўзилишга ва сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа ҳамда қирқишдаги чўзилишга ва сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\tau]=100$ МПа бўлганда сортамент бўйича қулочи $l=3$ м бўлган, таянчлардан бир хил масофа $a=0{,}35$ м да қўйилган икки тенг куч $P=180$ кН билан юкланган қўштавр кесимни танланг (расмга қаранг).

*Ечим:* $Q_{max}=180$ кН, $M_{max}=P\cdot a=180\cdot 0{,}35=63$ кН·м.
Эгилишдаги мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз:

$$W\geqslant\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{63\cdot 10^2}{1600}=392\ \text{см}^3.$$




6.56- масалага оид




6.57- масалага оид

Сортамент бўйича (иловага қаранг) яроқли профилни — қаршилик моменти $W = 407$ см³ бўлган қўштавр № 27а ни топамиз. Энг катта нормал кучланишлар:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{63 \cdot 10^2}{407} = 155 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}.$$

Уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текширамиз: Жадвалдан қўштавр № 27 а учун қуйидагиларга эга бўламиз:

нейтраль ўқ $y$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти $J_y = 5500$ см⁴, ўқ $y$ га нисбатан ярим кесимнинг статик моменти $S^{\circ}_y = 229$ см³, нейтрал қатлам сатҳида кесимнинг кенглиги $b(z) = \delta = 0{,}6$ см.

Журавский формуласидан қуйидагини топамиз:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S^{\circ}_y}{J_y b(z)} = \frac{180000 \cdot 229}{5500 \cdot 0{,}6} = 12500 \text{ Н/см}^2 > 10000 \text{ Н/см}^2.$$

Кесимнинг силжишга мустаҳкамлигини таъминлаш учун профиль номерини каттароқ олиш керак. Қўштавр № 30 ни ҳисоблаб кўрамиз:

$$J_y = 7080 \text{ см}^4, \; S^{\circ}_y = 268 \text{ см}^3; \; \delta = 0{,}65 \text{ см}.$$

$$\tau_{max} = \frac{QS}{J_y \delta} = \frac{180000 \cdot 268}{7080 \cdot 0{,}65} = 10500 \text{ Н/см}^2 > 10000 \text{ Н/см}^2.$$

Ўта кучланиш 5% ни ташкил этди, бунга йўл қўйиш мумкин. Кесимни қирқимга мустаҳкамлик шартидан танлашга тўғри келди.

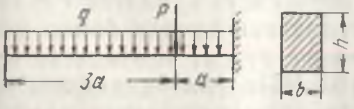
*Жавоб*: Қўштавр №30.

**6.58.** Бир учидан қисилган ва схемада кўрсатилганидек букланган ёғоч балканинг тўғри тўртбурчак кесимини танланг. Тўғри тўртбурчак томонларининг нисбати $h : b = 3 : 2$; $a = 0{,}25$ м;

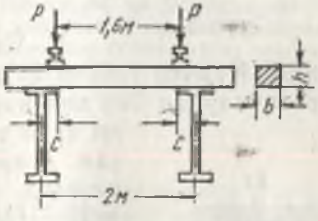
$q = 10$ кН/м, $P = 10\,qa$, $[\sigma] = 1000$ Н/см² ва $[\tau] = 120$ Н/см².

*Жавоб:* $b = 17$ см, $h = 25{,}5$ см.

**6.59.** Кўприк тўсинининг хавфли кесимида локомотив ғилдираклари босими — ҳар қайси рельсдан $P = 96$ кН куч таъсирида вужудга келадиган нормал ва уринма кучланишлар катта-



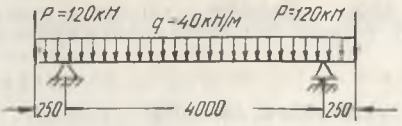

6.58- масалага оид




6.59- масалага оид

лигини аниқланг (расмга қаранг). Тўсин кўндаланг кесим ўлчамлари: $b = 21$ см, $h = 28$ см. Тўсин кўприкнинг бўйлама балкаларига шарнирли таянади ва уларнинг ўқлари орасидаги масофага тенг $l = 2$ м қулочга тенг деб ҳисобланг.

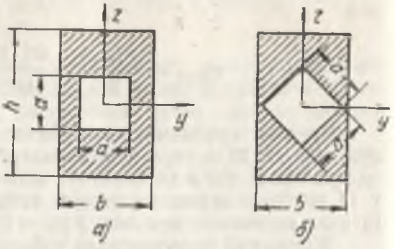
*Жавоб*: $\sigma_{max} = 7000$ кН/м²; $\tau_{max} = 2450$ кН/м².




6.60- масалага оид

**6.60.** Расмда кўрсатилгандек юкланган қўштавр профилли консол балканинг кесимини танланг. Рухсат этилган кучланишни $[\sigma] = 160$ МПа, $[\tau] = 100$ МПа.

*Жавоб:* қўштавр № 27.




6.62- масалага оид

**6.61.** Қўштавр профилли балка кўндаланг куч $Q_0$ бўлганда эгувчи момент $M_0$ таъсирига мослаб лойиҳаланади. Конструкцияни синаш учун балканинг лойиҳадаги балкага геометрик ўхшаш модели ясалган. Моделнинг барча ўлчамлари аслига қараганда $n$ марта кичрайтириб олинган. Моделни синашда юкланишлар кичрайтириб олинади, бу билан бирга моделдаги эгувчи момент $M_1$ ва кўндаланг куч $Q_1$, $Q_2$ ва $M_0$ дан бир хил марта кичик. Моделдаги энг катта уринма кучланишлар ($\max \tau_1$) асл нусхасидаги $\tau_0$ дан қанча фарқ қилишини ҳисобланг. Иккала балкадаги энг катта нормал кучланишлар бир хил.

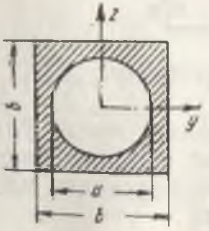
*Жавоб*: Моделдаги $_{\max}\tau_1$ лойиҳаланган балкадагидан $n$ марта кичик.

**6.62.** Ушбу икки вариантни таққосланг: а) ва б) нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган балканинг тўғри тўртбурчак трубасимон кесими учун кесим ўлчамлари: $b = 12$ см, $h = 20$ см, $a = 8$ см (расмга қаранг).

*Жавоб:* Нормал кучланишлар бўйича икки вариант ҳам бир хилда мустаҳкам, уринма кучланишлар бўйича а) вариант фойдали,

$$(\tau_б = 5{,}73\ \tau_а)$$

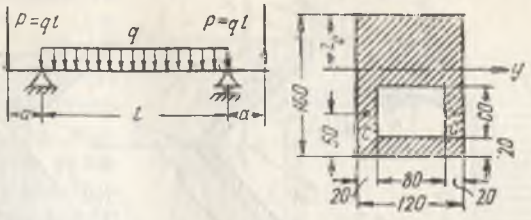
**6.63.** Қулочи $l = 3$ м бўлган учларидан эркин тиралган балка таянчлардан бир хил масофа $a = 0{,}7$ м га қўйилган $P = 120$ кН ли икки тенг тўпланган кучлар билан юкланган. Агар эгилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 60$ МПа ва қирқишга $[\tau] = 20$ МПа бўлса, кесимнинг мустаҳкамлигини текширинг. Кесим ўлчамлари (расм, $a$ га қаранг): $b = 24$ см, $d = 20$ см.




6.63- масалага оид

*Кўрсатма.* Ярим доиранинг асосга нисбатан статик моменти:

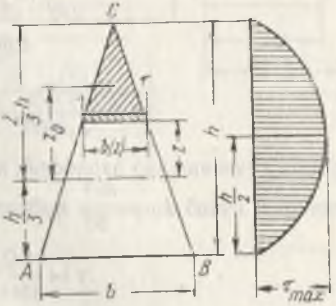
$$S_y = \frac{1}{12} d^3.$$




6.64- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_{max}=50{,}8$ МПа$<60$ МПа
$\tau_{max}=16$ МПа$<20$ МПа

**6.64.** Кулочи $l=4$ м бўлган, ҳар қайсиси $a=0{,}5$ м ли икки тенг консолли балка расм, *а* дагидек юкланган. Агар *C* нуқталардаги уринма кучланишлар $\tau_C=10$ МПа бўлса, балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар катталигини аниқланг. Кесим ўлчамлари ва *C* нуқталаргача бўлган масофа расм, *б* да мм ларда кўрсатилган.




6.65- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_{max}=70$ МПа; $\tau_{max}=11{,}2$ МПа ($z_0=7$ см, $J_y=3370$ см$^4$).

**6.65.** Шакли тенг ёнли учбурчакдан иборат бўлган балка кесими баландлиги бўйича уринма кучланишлар вертикал ташкил этувчиларининг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Кўндаланг куч *Q* ўқ *z* бўйлаб йўналган.

*Ечим.* Уринма кучланишларнинг жуфтлиги қонунига кўра, контур нуқталардаги тўлиқ уринма кучланиш йўналиш бўйича *AC* ва *BC* ёқларига тўғри келади. Кесимнинг исталган нуқтасида эса у учбурчак чўққисига йўналган деб қабул қилиниши мумкин. Журавскийнинг $\tau$ кесим эни бўйича текис тақсимланган деб фараз қилиб чиқарилган формуласи бўйича ўқ *z* га параллел бўлган ташкил этувчилар $\tau$ нинг аниқланади.

$$\tau=\frac{Q\cdot S_y}{J_y b\,(z)}. \qquad (a)$$

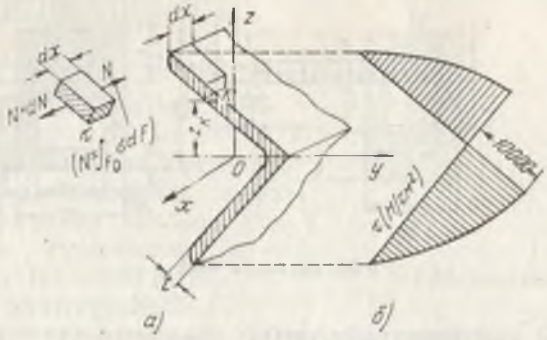
Чизиқ $b\,(z)$ да ётган ихтиёрий нуқта учун юзнинг нейтрал ўқи *y* га нисбатан олинган статик момент $S^*_y=F_0\cdot z_0$, штрихланган учбурчакнинг юзаси

$$F_0=\frac{1}{2}\cdot b\,(z)\left(\frac{2}{3}h-z\right),$$

$$z_0=z+\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}h-z\right)=\frac{2}{3}\,(h+z).$$

Демак,

$$S^*_y=\frac{1}{3}b\,(z)\left(\frac{2}{3}h-z\right)\left(\frac{h}{3}+z\right)=\frac{b\,(z)}{27}\,(2h^2+3hz-9z^2).$$




6.66- масалага оид

$$\tau = \frac{Q\,S^{\circ}_{y}}{J_y b\,(z)} = \frac{Q}{27\,J_y}\,(2\,h^2 + 3\,hz - 9\,z^2).$$

Уринма кучланишлар параболик қонун бўйича ўзгаради. Учбурчакнинг инерция моментини кўйиб $J_y = \frac{bh^3}{36}$ қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau = \frac{4\,Q}{3bh^3}\,(2\,h^2 + 3\,hz - 9\,z^2). \qquad (б)$$

Тенгламани $\tau$ максимумга текшириб, ушбуни топамиз:

$$\frac{d\tau}{dz} = 3\,h - 18\,z = 0, \text{ бундан } z = \frac{h}{6};$$

Демак, $\tau_{max} = \tau$, $z = \frac{h}{6}$ яъни учбурчакнинг ўрта чизиғига $z$ нинг бу қийматини (б) га қўйиб, ушбуни ҳосил қиламиз: $\tau_{max} = \frac{3\,Q}{bh} = \frac{3}{2}\frac{Q}{F}$. Кесим баландлиги бўйича $\tau$ эпюрасини ясаш учун ўзгарувчан $z$ га яна уч қиймат берамиз.

$$1)\ z = 0;\ \tau = \frac{4}{3}\frac{Q}{F};\quad 2)\ z = \frac{2}{3}h,\ \tau = 0\quad 3)\ z = -\frac{h}{3},\ \tau = 0$$

*Жавоб*: Расмга қаранг.

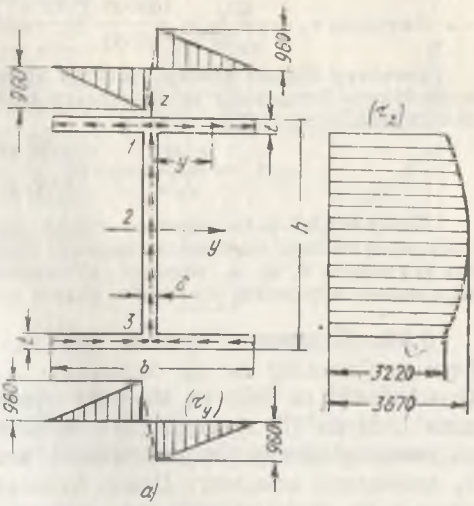
**6.66.** Профили бурчаклик $50 \times 50 \times 5$ мм бўлган балка вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Агар кесимдаги $z$ ўққа параллел бўлган кўндаланг куч $Q = 20$ кН га тенг бўлса, кесим бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг ва уларнинг К нуқтадаги қийматини топинг ($z_K = 20$ мм) ва $\tau_{max}$ ($z = 0$).

*Кўрсатма.* Қирқилган элемент учун Д. И. Журавский усули бўйича $x$ ўққа параллел юзача бўйича $\tau$ қийматини топинг (расм, *а*). Жуфтлик қонунига кўра худди шундай кучланишлар токчалар бўйлаб таъсир қилади:

$$\tau = \frac{QS^{\circ}_{y}}{J_y t},\ \text{бунда}\ S^{\circ}_{y} = \int_{F} z\,dF = \frac{t}{\cos 45^{\circ}} \int_{z}^{b\cos 45^{\circ}} z\,dz.$$

*Жавоб*: Расмга қаранг. б) $\tau_к = 68$ МПа; $\tau_{max} = \frac{Qb^2}{2J_y\sqrt{2}} = 100$ МПа.

**6.67.** Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q=160$ кН ва ўқ z бўйлаб йўналган бўлса, чизмада тасвирланган қўштавр профиль девори ва токчаларида вужудга келадиган уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Кесим ўлчамлари: $b=36$ см, $h=40$ см, $t=2$ см, $\delta=1{,}2$ см.




6.67-масалага оид

*Ечим:* Журавский формуласи бўйича уринма кучланишлар катталиги қуйидагига тенг Девор бўйлаб таъсир этадиган:

$$\tau_z=\frac{QS^{\circ}_y}{J_y\,b\,(z)};$$

токчалар бўйлаб таъсир этадиган:

$$\tau_y=\frac{QS^t_y}{J_y\,t}.$$

Бу ерда $S^{\circ}_y$, $S^t_y$ — кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан силжийдиган қисмининг статик моментлари, $b\,(z)$—$\delta$ — девор қалинлиги, $t$ — токча қалинлиги ва $J_y$ — кесимнинг марказий ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти, у қуйидагига тенг:

$$J_y=\frac{\delta\,(h-2t)^3}{12}+2\left[\frac{bt^3}{12}+bt\left(\frac{h-t}{2}\right)^2\right]=\frac{1{,}2+36^3}{12}+2\left(\frac{36\cdot2^3}{12}+\right.$$
$$\left.+\,36\cdot2\cdot19^2\right)\approx56700\ \text{см}^4.$$

Кесимнинг эни $b\ (z)=\delta$ ва токчанинг қалинлиги $t$ доимий бўлганда уринма кучланишлар катталигининг ўзгариши фақат статик момент катталигининг ўзгаришига боғлиқ бўлади. Деворнинг токчалар блан туташган жойига тегишли *1* ва *3* нуқталар учун

$$S_{1,3}=bt\cdot\frac{h-t}{2}=36{,}2\cdot219=1368\ \text{см}^3.$$

Нейтрал ўқда ётган 2 нуқта учун

$$S_z=S_{\max}=S_1+\frac{(h-2t)}{2}\cdot\frac{(h-2t)}{4}\delta=1368+18\cdot9\cdot1{,}2=1560\ \text{см}^3.$$

Токчага тегишли $y$ абсциссаси ихтиёрий нуқта учун

$$S^t_y=\left(\frac{b}{2}-y\right)t\,\frac{h-t}{2}=\left(\frac{36}{2}-y\right)2\cdot\frac{38}{2}=(18-y)\cdot38.$$

$$y=\frac{\delta}{2}\ \text{да}\ S'_y=684\ \text{см}^3;\ y=\frac{b}{2}\ \text{да}\ S'_y=0.$$

Деворда статик момент парабола бўйича, токчада тўғри чизиқ бўйича ўзгаради. Қўштавр деворидаги уринма кучланишлар катталиги (расм, *б*):

*1* ва *3* нуқталарда $\tau_{1,3}=\dfrac{Q\cdot S_1}{J_y\cdot\delta}=\dfrac{160000\cdot1368}{56700\cdot1{,}2}=322\ \text{Н/см}^3.$

2 нуқтада $\tau_2 = \frac{QS_2}{J_y \cdot \delta} = \frac{160000 \cdot 1560}{56700 \cdot 1,2} = 3670$ Н/см².

Токчалар бўйлаб таъсир этадиган уринма кучланишлар тўғри чизиқ қонуни бўйича ўзгаради, *1* ва *3* нуқталар яқинидаги энг катта қийматлар қуйидагига тенг:

$$_{max}\tau_y = \frac{Q \cdot S^t_y}{J_y \cdot t} = \frac{160000 \cdot 684}{56700 \cdot 2} \approx 960 \text{ Н/см}^2$$

Девор бўйлаб $Q$ га параллел таъсир этадиган уринма кучланишлар оқими токчаларда тескари томонларга тарқалади (расм, *а*). Девордан токчаларга ўтадиган нуқталарда $\tau_z$ ва $\tau_y$ маҳаллий кучланишлар характерига эга, шунинг учун материаллар қаршилиги усулларида уларни аниқлаб бўлмайди.

**6.68.** Балканинг кесими ҳар хил токчали қўштавр шаклида (расмда ўлчамлар см да берилган). Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 180$ кН га тенг ва юқорига йўналган бўлса, қўштавр деворидаги I, II ва III нуқталардаги уринма кучланишлар $\tau_z$ қийматини ва токчалардаги ($y$ ўққа параллел) энг катта уринма кучланишлар $\tau_y$ қийматини аниқланг. Девор баландлиги бўйича $\tau_z$ уринма кучланишлар ва токчаларнинг эни бўйича $\tau_y$ уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб*: $z_C = 12$ см; $\tau_{z,\,I} = 10,2$ МПа; $\tau_{z,\,II} = 21,2$ МПа

$\tau_{z,\,III} = 19,1$ МПа; $\tau_{y,\,I} = 5,1$ МПа; $\tau_{y,\,III} = 9,5$ МПа.

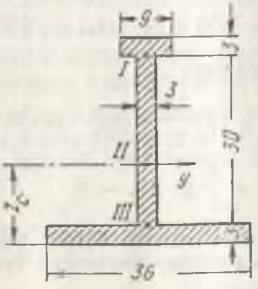
**6.69.** П-симон шаклдаги балка (ўлчамлари мм да) вертикал текислик $xz$ да эгилмоқда. Хавфли кесимда $Q_{max} = 120$ кН, $M_{max} = 50$ кНм; энг катта нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг, девор баландлиги бўйича уринма кучланишлар $\tau_z$ ва горизонтал токчалар эни бўйича уринма кучланишлар $\tau_y$ эпюрасини ясанг. Қандай нуқталарда ва қандай юзаларда уринма кучланишлар энг катта бўлишини аниқланг.

*Жавоб*:

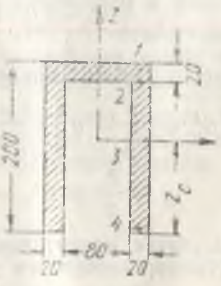
$z_C = 11,5$ см; $J_y = 3750$ см⁴; $\sigma_{max} = 153$ МПа; $_{max}\tau_y = 9,6$ МПа.

(*1* нуқтада); max $\tau_z = 21,2$ МПа. (*3* нуқтада); $\tau_2 = 14,4$ МПа.

(*2* нуқтада); max $\tau_\alpha = 76,5$ МПа (*4* нуқтада $\alpha = 45^\circ$)

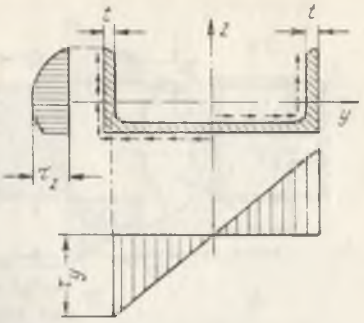



6.68- масалага онд




6.69- масалага онд

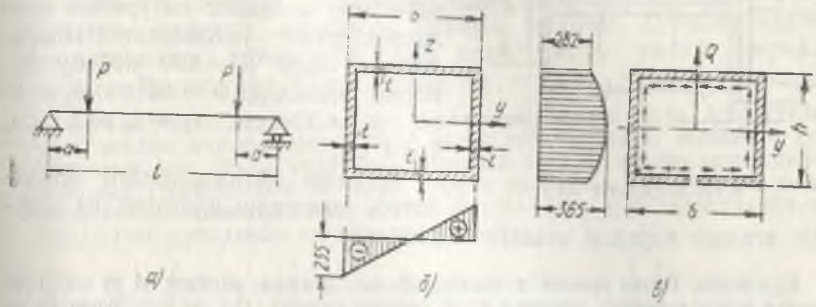
**6.70.** Швеллер №30 бикрлиги энг кичик бўлган текисликда $xz$ да эгилмоқда. Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 65{,}4$ кН бўлса ва ўқ $z$ бўйлаб йўналса, девор бўйлаб ва токчалар бўйлаб таъсир қиладиган уринма кучланишлар $\tau_y$ ва $\tau_z$ нинг эпюрасини ясанг. Токчаларнинг қалинлигини ўзгармас деб ҳисоблаб, уларнинг қиялигини ҳисобга олманг.



6.70- масалага оид

*Жавоб*: $\max \tau_u = 61{,}3$ МПа, $\max \tau_z = 56$ МПа.

**6.71.** а) Агар $P = 200$ кН, $l = 4$ м ва $a = 0{,}6$ м бўлса, схемада кўрсатилганидек юкланган тўғри тўртбурчак трубасимон балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар



6.71- масалага оид

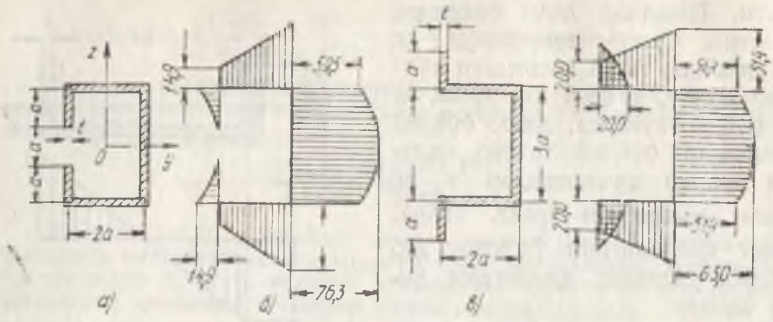
катталигини аниқланг. б) Кесимнинг вертикал ва горизонтал деворлари бўйлаб уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ясанг. в) Агар расм, *в* да кўрсатилганидек трубанинг пастки горизонтал деворида бўйлама қирқим қилинса, $\tau_y$ ва $\tau_z$ эпюралари қандай ўзгаришини аниқланг.

*Жавоб*: а) $\sigma_{max} = 156{,}5$ МПа, $\tau_{max} = 36{,}5$ МПа б) Расм, *б* да $\tau$ эпюралари Н/см² да кўрсатилган. в) Ўзгармайди.

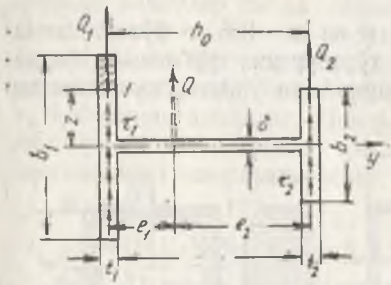
**6.72.** Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 160$ кН бўлса, вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли балка учун уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Балканинг кесими токчалари букилган швеллер шаклида (расм, *а*). Профиль деворларининг қалинлиги $t = 4$ мм, ўлчами $a = 20$ см.

Агар расм, *в* да кўрсатилганидек швеллер токчаси ташқарига букилган бўлса $\tau_y$ ва $\tau_z$ эпюрасининг катталиги ва кўриниши қандай ўзгаради?

*Жавоб*: 1) $\tau_{max} = 763$ МПа, $\tau$ эпюраси расм, *б* да кўрсатилган.
2) $\tau_{max}$ 630 МПа эпюраси расм, *г* да кўрсатилган.



6.72- масалага оид



6.73- масалага оид

**6.73.** а) Токчаларга параллел текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли носимметрик қўштавр учун кесимнинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг ва уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ясанг ($Q$=350 кН бўлса). Кесим ўлчамлари: $b$ = 36 см. $b_1$ =45 см, $b_2$ = 30 см, $t_1 - t_2$ = 2 см, $\delta$= 1 см.

б) Ечим натижаларидан фойдаланиб, симметрик қўштавр ва тавр-нинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг.

*Кўрсатма.* Барча уринма кучланишларнинг эгилиш маркази $A$ га нисбатан моменти нолга тенглиги шартига кўра (расмга қаранг) $Q_1 l_1 = Q_2 l_2$ бунда $Q_1 = \int_{F_1} \tau_1\, dF$ ва $Q_2 = \int_{F_2} \tau_2\, dF$ ва Д. И. Журавский усули бўйича аниқланадиган токчалардаги уринма кучланишлар

$$\tau_1 = \frac{QS_y^{(1)}}{J_y t_1} \text{ ва } \tau_2 = \frac{QS_y^{(2)}}{J_y \cdot t_2} \left[ \text{ бу ерда } S_y^{(1)} = \frac{t_1}{2}\left(\frac{b_1^2}{4} - z^2\right),\quad S_y^{(2)} = \right.$$

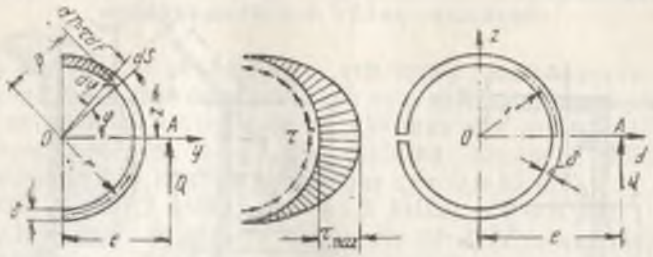
$$= \frac{t_2}{2}\left(\frac{b_2^2}{4} - z^2\right),$$

бўлгани учун $\tau_1$, $\tau_2$ ва $dF$ ни $z$ орқали ифодалаб, $Q_1$ ва $Q_2$ ни топамиз, сўнгра $Q_1 + Q_2 = Q$ эканлигини ҳисобга олиб, $e_1$ ва $e_2$ ни ҳам топамиз, $e_1 + e_2 = h_0$.

*Жавоб:* а) $e_1 = \dfrac{h}{1 + \dfrac{t \cdot b_1^3}{t_2 \cdot b_2^3}} = 8{,}7$ см; $\tau_{max} = 45$ МПа

б) симметрия двутавр учун ($b_1 = b_2$) $e_1 = 0{,}5\ h_0$, тавр учун ($b_2 = 0$) $e_2 = 0$.

**6.74.** 6.66 масалада кўрилган тенг ёнли бурчакликнинг эгилиш маркази вазиятини топинг. Токчалардаги бурилишларни ҳисобга олманг.



6.75- масалага оид

*Жавоб:* Эгилиш маркази уринма кучларнинг, яъни токчалар ўқларининг кесишиш нуқтасида ётади.

**6.75.** Вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли балкача кесимининг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Агар $Q=70$ кН, кесим эса радиуси $r=25$ см ва қалинлиги $\delta=0{,}25$ см бўлган доиравий ярим ҳалқадан иборат бўлса (расмга қаранг), профиль бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ҳам ясанг. Агар кесим қирқилган ҳалқа кўринишида бўлса (расм, б), $e$ ва $\tau_{max}$ қандай ўзгаради?

*Ечиш.* Эгилиш маркази $y$ ўқда, масалан, $A$ нуқтада ётади. Агар кўндаланг куч $Q$ эгилиш маркази орқали ўтса, кесим буралмайди. $Q$ кесимдаги уринма кучларнинг тенг таъсир этувчиси бўлганлиги учун бу кучлар моментларининг йиғиндиси (текисликдаги исталган нуқтага нисбатан) ўша нуқтага нисбатан кўндаланг куч моментига тенг. $dT$ ($dT=\tau\ dF=\tau\delta ds$); қутб сифатида 0 нуқтани қабул қилиб, қуйидагига эга бўламиз.

$$Q_e=\int_s dT\cdot\rho=\int_S\frac{Q\cdot S^\circ_y}{J_y\cdot\delta}\cdot\delta_\rho\cdot dS,\quad\text{бундан}\quad e=\frac{1}{J_y}\int_s S^\circ_y\cdot\rho\cdot dS \qquad (a)$$

Ярим ҳалқа учун (расм, *а*) $\rho=r$, $dS=r\cdot d\varphi$. Кесимнинг $y$ ўққа нисбатан силжиётган (штрихланган) қисмининг статик моменти қуйидагига тенг.

$$S^\circ_y=\int_{F_0} z\,dF=\int_\varphi^{\pi/2}(r\sin\varphi)\,\delta r\,d\varphi=r^2\delta\cos\varphi.$$

Кесимининг ўша ўққа нисбатан инерция моменти

$$J_y=\int_F z^2dF=2\int_0^{\pi/2}(r\sin\varphi)^2\,\delta r\,d\varphi=\frac{\pi r^3\delta}{2}.$$

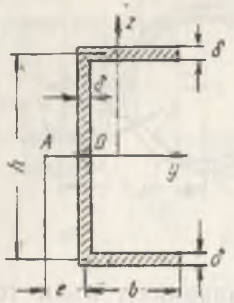
0 нуқтадан эгилиш марказигача бўлган масофа:

$$e=\frac{1}{J_y}\int_S S^\circ_y\,\rho\,dS=\frac{2}{J_y}\int_0^{\pi/2} r^2\delta\cos\varphi\cdot r\cdot r\cdot d\varphi=\frac{2r^4\delta}{J_y}=\frac{4r}{\varphi}=\frac{4{,}25}{3{,}14}=31{,}8\text{ см}.$$

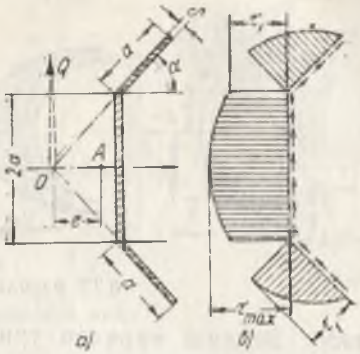
Исталган нуқтадаги уринма кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\tau=\frac{QS^\circ_y}{J_y\cdot\delta}=\frac{Qr^2\cdot\cos\varphi}{J_y}=\frac{2Q\cos\varphi}{\pi r\delta};\quad\tau_{max}=\frac{2Q}{\pi\cdot r\cdot\delta}=$$

$$=\frac{2\cdot70000}{3{,}14\cdot25\cdot0{,}25}=715\text{ МПа}.$$




6.76- масалага оид




6.77- масалага оид

Қирқилган ҳалқа учун (расм, б) қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$S°_y = r^2 \cdot \delta\,(1 - \cos\varphi);\ J_y = \pi r^3\delta;\ e = 2r = 50 \text{ см}.$$

$\tau_{max}$ қиймати ўзгармайди.

**6.76.** 6.75 масала ечими натижаларидан фойдаланиб (формула, *а*) расмда кўрсатилган юпқа деворли швеллернинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Кесим ўлчамлари: $h = 200$ мм, $b = 80$ мм, $\delta = 5$ мм. Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 60$ кН ва $z$ ўққа параллел йўналган бўлса, энг катта уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Девор ўқида қутбни 0 нуқтада танлаб $\rho = \frac{h}{2}$ ва $S°_y = (b - y)\,\delta\frac{h}{2}$ ни ҳосил қиламиз. Кесим инерция моментини ҳисоблаганда токчалар юзаларининг хусусий инерция моментларини ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $l = \frac{3b^2}{6b + h} = 2{,}82$ см; $\tau_{max} = 68{,}8$ МПа

**6.77.** Юпқа деворли балкача вертикал текисликда эгилишга ишлаяпти. Унинг профили контури бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ва кесимининг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Кесимдаги кўндаланг куч $Q = 10$ кН. Профил ўлчамлари: $a = 30$ мм, $\delta = 2$ мм ва $\alpha = 45°$. Кесимнинг $y$ ўққа нисбатан инерция моменти $J = 23{,}7$ см$^4$.

*Кўрсатма.* Қутбни токчаларнинг кесишган нуқтаси *0* да танлаб, 6.75 масаладаги формула (*а*) дан фойдаланинг.

*Жавоб*: Эпюра $\tau$ расм, б да кўрсатилган, $\tau_1 = 51{,}2$ МПа, $\tau_{max} = 70{,}2$ МПа, $e = 2{,}3$ см.

## 21-§. Эгилишдаги бош кучланишлар. Балкаларнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текшириш

**6.78.** Вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган тўғри тўртбурчак кесимли балканинг $C$ нуқтасидаги бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ нинг катталиги ва йўналишини аниқланг. Кесим ўлчамлари: $b=5$ см, $h=12$ см (расмга қаранг). Кесимдаги эгувчи момент $M=12$ кНм кўндаланг куч $Q=40$ кН.

*Жавоб:* $\sigma_1=51{,}2$ МПа; $\sigma_3=-1{,}2$ МПа; $\alpha=-8°20'$.

**6.79.** Қўштавр профилли балка № 27 $XOZ$ текисликда эгилишга ишлайди. Хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=-48{,}5$ кНм, кўндаланг куч $Q=-137$ кН. Хавфли кесимдаги $C_1$ ва $C_2$ нуқталардаги бош кучланишларнинг катталигини ва йўналишини аналитик ва график усулда (Мор доиралари ёрдамида) аниқланг. Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ девор ўқида ётади (расмга қаранг).

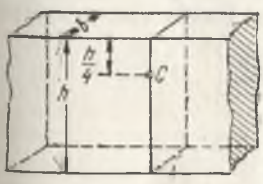
*Жавоб*: $C_1$ нуқтада $\sigma_1=156{,}5$ МПа, $\sigma_3=-35{,}5$ МПа, $\alpha=25°30'$; $C_2$ нуқтада $\sigma_1=35{,}5$ МПа, $\sigma_3=-156{,}5$ МПа, $\alpha=65°30'$

**6.80.** Трубасимон тўғри тўртбурчак кесимли балка (расмга қаранг) вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Кесимдаги эгувчи момент $M=76$ кНм, кўндаланг куч $Q=360$ кН. Кесим ўлчамлари: $B=12$ см, $H=20$ см, $t=2$ см, $\delta=1{,}5$ см. Горизонтал ва вертикал деворлар туташувларининг қандай нуқталарида (С ёки $D$) бош чўзувчи кучланишларнинг катталиги энг катта қийматга эга эканлигини аниқланг.

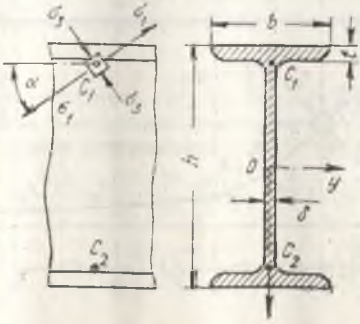
*Жавоб*: Нуқта $D$ да ($\max\sigma_C$ 142,7 МПа, $\max\sigma_D=159{,}2$ МПа).

**6.81.** Қўштавр профилли балка №27 учларидан эркин таянган ва девор текислигида $P$ куч билан юкланган. Куч қулоч $l$ ўртасига қўйилган. Хавфли кесимда энг катта нормал кучланишлар $\sigma_{max}$ ва чўзувчи бош кучланишлар $\sigma_1$ (деворнинг $C$ нуқтасида унинг токча билан туташган жойида) бир-бирига тенглик шартидан келиб чиқиб, балка қулочининг катталигини аниқланг. Агар $\sigma_{max}=156$ МПа бўлса, $P$ куч катталигини ҳам аниқланг.

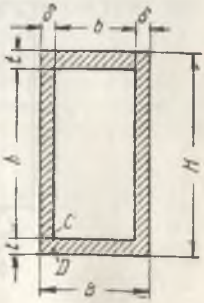
*Жавоб*: $l=150$ см. $P=155$ кН.



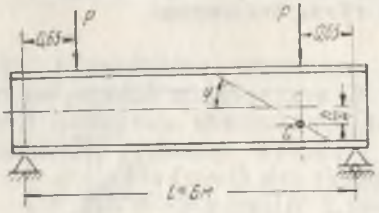
6.78-масалага оид



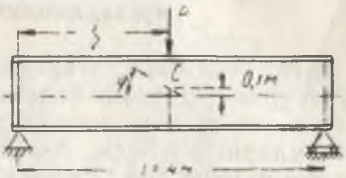
6.79-масалага оид



6.80-масалага оид



6.82- масалага оид



6.83- масалага оид

**6.82.** Учларидан эркин таянган балка вертикал текисликда иккита тўпланган куч $P=70$ кН билан юкланган (расмга қаранг). а) Рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma]=160$ МПа ва $[\tau]=100$ МПа бўлса, балканинг қўштаврли кесимини сортамент бўйича танланг. б) $C$ нуқтада балка ўқига $\alpha=30°$ бурчак остида қия ётган юза бўйича нормал ва уринма кучланишлар катталигини аниқланг. $C$ нуқта балка баландлигининг чорак қисмида $P$ куч остида кесимдан ўнгроқда олинган.

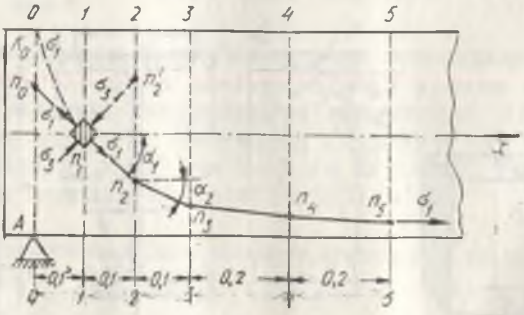
*Кўрсатма.* Қия юза бўйича $C$ нуқтада кучланишлар қуйидаги формулалар бўйича аниқланиши мумкин:

$$\sigma_\alpha=\sigma_x\cos^2\alpha+\sigma_y\sin^2\alpha-\tau_x\sin 2\alpha,\quad \tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha+\tau_x\cdot\cos 2\alpha,$$

бунда $\sigma_x=\sigma_c$, $\sigma_y=0$, $\tau_x=\tau_c$, $\alpha-\sigma_x$ йўналиши билан юзага ўтказилган нормал орасидаги бурчак.

*Жавоб*: Қўштавр №21 б) $\sigma_\alpha=67{,}3$ МПа, $\tau_\alpha=61{,}6$ МПа.

**6.83.** Қулочи $l=4$ м бўлган, икки таянчда эркин ётадиган ва ўртасига $P=150$ кН куч қўйилган қўштаврли балка № 40 нинг $C$ нуқтасидаги нормал, уринма ва бош кучланишлар катталигини аниқланг. $C$ нуқта $P$ куч остида ундан чапроқда ва нейтрал қатламдан 10 см юқорироқда ётади. Балка ўқига 30° қияликдаги юза бўйича ўша $C$ нуқтадаги нормал ва уринма кучланишлар катталигини ҳам аниқланг.



6.84- масалага оид

*Кўрсатма.* 6.82 масалага қаранг. $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ ларнинг қийматлари маълум бўлганда ушбу формулалар бўйича $\sigma_\alpha$ ва $\tau_\alpha$ лаосонгина ҳисоблаш мумкин:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_3 \sin^2 \alpha,\ \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha,$$

бунда $\alpha - \sigma_1$ йўналиши билан юзага ўтказилган нормал орасидаги бурчак.

*Жавоб*: $\sigma_c = 79{,}2$ МПа; $\tau_c = 24{,}8$ МПа; $\sigma_1 = 7{,}1$ МПа; $\sigma_3 = 86{,}3$ МПа; $\alpha_1 = -46°$; $\sigma_\alpha = -41{,}2$ МПа; $\tau_\alpha = -46{,}7$ МПа.

**6.84.** Учлари эркин тиралган, қулочи $l = 6$ м бўлган балкага интенсивлиги $q = 50$ кН/м ли текис тақсимланган яхлит юк таъсир қилади. Балканинг кесими — томонлари $b = 15$ см ва $h = 40$ см ли тўғри бурчакли тўртбурчак. Чап таянч $A$ дан $a = 0{,}1$ м масофада олинган кесим 1—1 билан нейтрал қатлам кесишган жойда ётган нуқта $n_1$ орқали ўтадиган бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ траекторияларини ясанг* (расмга қаранг).

*Ечим.* $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ траекторияларини ясаш учун ҳар 10—20 см да кесимлар ўтказиш ва уларнинг ҳар қайсисида эгувчи момент ҳамда кўндаланг куч катталикларини аниқлаш керак.

Юк симметрик бўлгани учун балканинг ярмини (масалан, чап томонини) кўриб чиқиш кифоя. Бош кучланишлар траекториялар ясашни берилган нуқта $n_1$ дан бошлаймз.

Балканинг нейтрал ўқида $\sigma = 0$ (соф силжиш) бўлгани учун $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ балка ўқига $\alpha = \pm 45$ бурчак остида йўналган. Энди $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\tau}{\sigma}$ эканлигини ҳисобга олиб, ($\sigma = 0$ ва $\tau > 0$) $2\alpha = -90°$ ва $\alpha = -45°$ ни топамиз.

Нуқта $n_1$ да топилган $\sigma_1$ ва йўналишларини қўшни кесимлар $A - 0$ ва $2 - 2$ (нуқталар $n_0$ ва $n_2$) билан учрашгунча давом эттириб, шу нуқталардаги бош кучланишларнинг йўналишларини топиш керак. Масалан, нуқта $n_2$ учун қуйидагиларни топамиз:

$$M_2 = \frac{ql}{2}\ 2a - \frac{q(2a)^2}{2} = \frac{50 \cdot 6}{2}\ 0{,}2 - \frac{50 \cdot 0{,}2^2}{2} = 29 \text{ кНм}.$$

$$Q_2 = \frac{ql}{2} - q \cdot 2a = \frac{50 \cdot 6}{2} - 5 \cdot 0{,}2 = 140 \text{ кН}.$$

Кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 40^3}{12} = 80000 \text{ см}^4.$$

Ўқ $y$ дан нуқта $n_2$ гача бўлган масофа $z_2 = 10$ см, кесимнинг пастда ётган қисми статик моменти

$$S_y^{(n^2)} = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z\right) = \frac{15}{2} \cdot \left(\frac{40^2}{2} - 10^2\right) = 2250 \text{ см}^3.$$

Нуқта $n_2$ даги нормал ва уринма кучланишлар

$$\sigma_{(2)} = \frac{M_2 z_2}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^5} \cdot 10 = 360 \text{ Н/см}^3,$$

$$\tau_{(2)} = \frac{QS^{(2)}}{Jb} = \frac{140000 \cdot 2250}{8 \cdot 10^4 \cdot 15} = 260 \text{ Н/см}^3.$$

---

* Йўналишлари ҳар қайси нуқтада $\sigma_1$ ёки $\sigma_3$ йўналишлари билан мос тушадиган чизиқлар бош кучланишлар траекториялари деб аталади.

Нуқта $n_2$ да $\sigma_1$ нинг йўналиши бурчак билан белгиланади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_2 = -\frac{2\tau}{\sigma} = -\frac{2\cdot 260}{360} = -1{,}44,\ 2\alpha_2 = -55°10'\ \text{ва}\ \alpha_2 = -27°35'.$$

Чизиқ $\sigma_1$ ни шу бурчак остида *3—3* билан кесишгунча ва ҳоказо давом эттирамиз. Энди нуқта $n_0$ га келсак, $M=0$ ва $\sigma_1$ нинг йўналиши —45° ни ташкил қилади. Кесим *А—0* дан бевосита ўнгроқда юқори нуқта $K_0$ да $\sigma_1$ вертикал йўналган. Ҳосил бўлган синиқ чизиқларга равон эгри чизиқни чизиб, берилган нуқта $n_1$ орқали ўтадиган бош кучланиш $\sigma_1$ траекториясини топамиз. Бош кучланиш $\sigma_3$ нинг траекторияси ҳам худди шу тарзда топилади, буни мустақил бажаришингизни тавсия қиламиз.

*Жавоб*: Расмга қаранг.

**6.85.** 6.84 масала маълумотларига кўра нейтрал қатламдан 10 см юқорида ётган кесим *2 — 2* даги нуқта $n_2'$ орқали ўтадиган бош чўзувчи кунланиш $\sigma_1$ траекториясини ясанг (6.84 масалага оид расмга қаранг).

*Жавоб*: $n_2'$ ўқда $\sigma_1$ нинг траекторияси қиялик бурчаги горизонтал билан 117° 35 ни ташкил қилади (соат милига тескари йўналишда).

**6.86.** Прессниг икки таянчида эркин ётган қўштаврли балка № 20 балка қулочи ўртасига қўйиладиган тўпланган куч $P=30$ кН да эгилишга синалмоқда. Эластик деформациялар электр тензометрлар (қаршилик датчиклари) ёрдамида ўлчанади. Улар балка ўқига 45° бурчак остида ётган нейтрал қатламдаги нуқталарга балка қулочининг чораклариға ёпиштирилган.

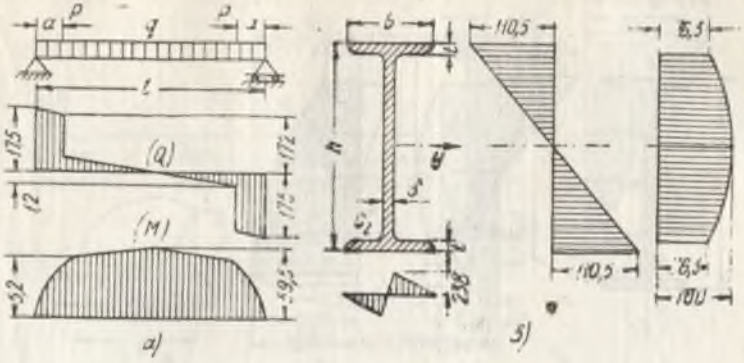
Агар ўлчаш асбоби шкаласида ҳисобланадиган ҳар қайси юкланиш поғонасининг тензометрлар кўрсатадиган ўсиши ўртача $\Delta n=10{,}6$ бўлинмани, асбоб бўлинмасининг қиймати эса (нисбий узайиш бирликларида) $c=1{,}10^{-5}$ ни ташкил қилса, балка материалининг Пуассон коэффициенти катталигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Датчикларнинг кўрсатишлари бўйича ўлчанган материалнинг нисбий узайиши $\varepsilon_{45}=c\cdot\Delta n$ Эгилаётган балканинг нейтрал қатламидаги нуқталарда материал соф силжиш шароитида ётганлигини ҳисобга олиб ва $\varepsilon_{45}$ ни бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ орқали ифодалаб, Пуассон коэффициенти аниқланадиган тенгламани осонгина тузиш мумкин.

*Жавоб.* $\mu=0{,}3$.

**6.87.** Учларидан эркин таянган, қулочи $l=3$ м бўлган балка бир текис тақсимланган яхлит юк $q=10$ кН/м ҳамда таянчлардан бир хил $a=3$ м масофада қўйилган икки тенг куч $P=160$ кН билан юкланган (расмга қаранг).

Агар чўзилиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар эгилишда $[\sigma]=160$ МПа ва силжишда $[\tau]=100$ МПа бўлса, балканинг қўштаврли кесимини танланг ҳамда энергетика назариясидан фойдаланиб қабул қилинган кесимнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текширинг. Қўштавр токчаларнинг қиялигини ҳамда девор билан туташган жойлардаги ўтишларни ҳисобга олманг.




6.87- масалага оид

*Ечим.* Эпюралар $Q$ ва $M$ расм, *а* да ясалган. $Q_{max} = 175$ кН. (таянчлар устидаги кесимларда), $M_{max} = 59{,}5$ кНм (қулоч ўртасида). Эгилишга мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз.

$$W \geqslant \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{595 \cdot 106}{16000} = 372 \text{ см}^3.$$

Агар кесим барча мустаҳкамлик шартларини қаноатлантирса, сортамент бўйича қўштавр № 27 ($M = 375$ см³) тўғри келади.

Силжишга мустаҳкамликни текшириш. $\tau_{max} = \dfrac{Q_{max} \cdot S_{max}}{I_y \cdot \delta} \leqslant [\tau]$.

Қўштавр № 27 учун $J_y = 5010$ см⁴. $S_{max} = 210$ см³, $\delta = 0{,}6$ см. Демак,

$$\tau_{max} = \frac{175000 \cdot 110}{5010 \cdot 0{,}6} = 122 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа}.$$

Силжишга мустаҳкамлик шартига риоя қилинмаган, профил номерини катталаштириш керак. Геометрик характеристикаси $J_y = 7080$ см, $S_{max} = 268$ см. $\delta = 0{,}65$ см, $t = 1{,}02$ см бўлган қаштавр № 30 ни кўрамиз.

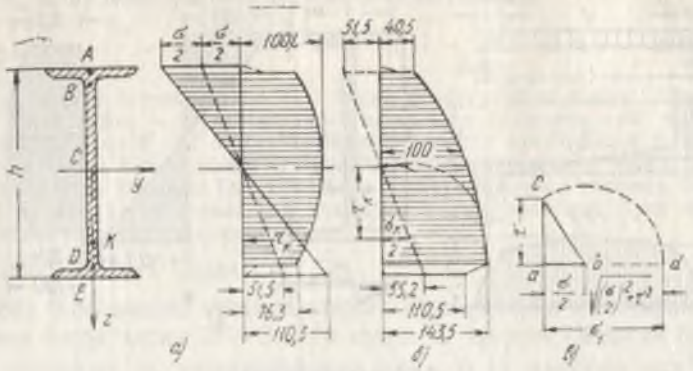
$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S}{I_y \cdot \delta} = \frac{175000 \cdot 268}{7080 \cdot 0{,}65} = 101{,}8 \approx 100 \text{ МПа}.$$

(Ўта кучланиш 2% дан кам, бунга йўл қўйиш мумкин).

Бош кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текшириш. $N = M_{max}$, $Q = Q_{max}$ бўлган хавфли кесимларда балка материалининг мустаҳкамлиги таъминланган. $M = M_{max}$, $Q = 0$ бўлган кесимда $Q = Q_{max}$, $M = 0$. Бу кесимлар учун бош кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текшириш энг катта нормал ва энг катта уринма кучланишлар бўйича текширишдан изоҳат бўлади. $M < M_{max}$ ва $Q < Q_{max}$ бўлса ҳам куч остидаги кесим энг хавфли бўлиши мумкин, лекин уларнинг биргаликдаги таъсири самараси етарлича катта бўлган нуқталардаги юқори кучланишларни ҳосил қилиш мумкин. Бундай нуқталар қўштавр девори токчаси билан туташган жойдаги $C_1$ ва $C_2$ нуқталар бўлиши мумкин. Айтилганларни тасвирлайдиган эпюралар $\sigma$ ва $\tau$ расм. *б* да келтирилган. Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ учун бош кучланишлар бўйича мустаҳкамлик назариясининг IV (энергетика) га мувофиқ мустаҳкамлигини текширамиз.

Куч остидаги кесимларда $M = 52{,}1$ кНм. $Q = 17{,}2$ кН (эпюраларига қаранг).

С нуқталардаги кучланишлар $z_c = \dfrac{h}{2} - t = \dfrac{30}{2} - 1{,}02 = 13.98$ см;



6.88- масалага оид

$$S_y^2 = S_{max} = \frac{\delta}{2}\left(\frac{h}{2} - t\right)^2 = 268 - \frac{13{,}98^2}{2} = 0.65 = 204 \text{ см}^3\text{):}$$

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z_c}{J_y} = \frac{52100 \cdot 10^2}{7080} \cdot 13{,}98 = 1030 \text{ Н/см}^2,$$

$$\tau_c = \frac{Q \cdot S_y}{J_y \cdot \delta} = \frac{172000 \cdot 204}{7080 \cdot 0{,}65} = 76{,}3 \text{ МПа.}$$

IV мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланишлар:

$$\sigma_x^{IV} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\,\tau_c^2} = \sqrt{103^2 + 3 \cdot 76{,}3^2} = 168 \text{ МПа} > 160 \text{ МПа.}$$

Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ энг хавфли нуқталар бўлиб чиқди. Уларда $\sigma_x^{IV} = 168$ МПа. Ўта кучланиш 5 % га йўл қўйиш мумкин.

**6.88.** 6.87 масала маълумотларига кўра куч тагидаги кесим да ($Q > 0$) қўштаврли профиль № 30 баландлиги бўйича (ўқ $z$ бўйлаб) энг катта бош кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг.

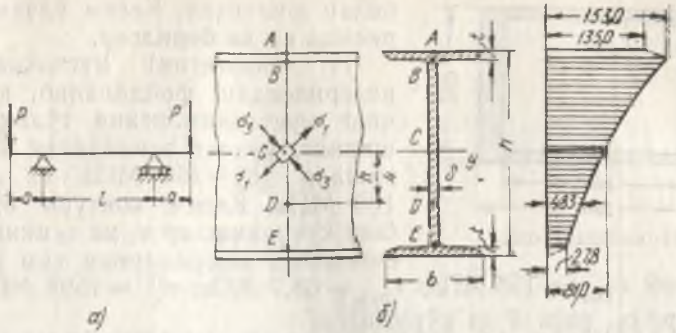
*Кўрсатма.* Эпюра $\sigma_1$ ни кесим баландлиги бўйича бир нечта нуқта учун $\sigma$. $\tau$ ва $\sigma_1 = \sigma/2 + \sqrt{(\sigma/2)^3 + \tau^2}$ қийматларни ҳисоблаш йўли билан ясаш мумкин, лекин масалани расм, *а* да ясалган $\sigma$ ва $\tau$ эпюраларидан фойдаланиб график усулда ечиш осонроқ.

График усулда ясашга $\sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}$ ифодани катетлари $\sigma/2$ ва $\tau$ га тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчак гипотенузаси сифатида қараш мумкин. У ҳолда бир масштабда ясалган $\sigma$ ва $\tau$ лар графикларидан $\sigma/2$ га тенг кесмани олиб, унга учбурчак *a b c* гипотенузаси $bd = bc$ га тенг кесмани қўшамиз (расм.*в*), бунинг учун расм, *б* да кўрсатилганидек бу кесма *bc* ни горизонталгача ёйиш кифоя. Токчалар деворга туташган жойларда ясалган график шартли кўрсатилган.

Шуниси қизиқки, агар $\tau_{max} > \sigma_{шах}$ бўлса, график *D* нуқта яқинида максимумга эга бўлади.

*Жавоб:* Расм, *б* га қаранг.

**6.89.** Агар чўзилиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар эгилишда $[\sigma] = 160$ МПа ва қирқишда $[\tau] = 100$ МПа




а) б)

6.89- масалага оид

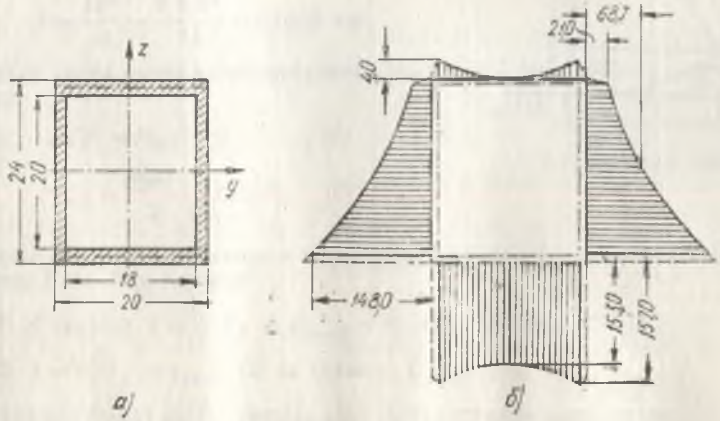
бўлса, расмда кўрсатилганидек юкланган қўштавр кесимли консол балка кесимини танланг ва IV (энергетик) мустаҳкамлик назарияси бўйича мустаҳкамликни тўлиқ текширинг.

Мор доираларини ясаш йўли билан ёки аналитик усулда расм, *б* да кўрсатилган беш нуқтанинг ҳар қайсисидаги бош кучланишлар катталиги ва йўналишини ҳам ясанг ҳамда агар $P=140$ кН, $a=0{,}5$ м, $l=2{,}5$ м бўлса, чап таянч устида балка кесими учун $\sigma_1$ эпюрасини ясанг. 6.88 ва 6.89 масалаларида олинган $\sigma_1$ эпюралари кўринишини бир-бирига таққосланг ҳамда $\sigma_1$ эпюрасини чеклайдиган эгри чизиқларнинг қабариқлиги йўналиши орасидаги фарқнинг сабабини тушунтиринг.

*Жавоб*: Кесим — қўштавр №30 а: $\sigma_x^{IV}=166$ МПа.

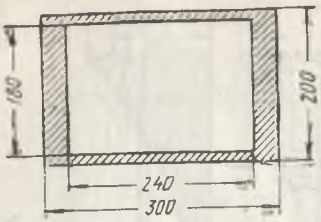
Эпюра $\sigma_1$ расм, *б* да кўрсатилган.

**6.90.** Қулочи $l=3$ м бўлган трубасимон тўғри тўртбурчак кесимли балка учларидан шарнирли таянган ва ҳар қайсиси таянчдан $a=0{,}5$ м масофага қўйилган $P=28$ кН ли тенг куч




а) б)

6.90- масалага оид



6.91- масалага онд

билан юкланган. Кесим ўлчамлари расмда см да берилган.

IV (энергетик) мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, кесимнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текширинг, рухсат этиладиган кучланишлар $[\delta]=160$ МПа ва $[\tau]=100$ МПа. Кесим контури бўйича бош кучланишлар $\tau_1$ ва $\tau_2$ нинг тақсимланиш эпюраларини ҳам ясанг.

*Жавоб*: $\sigma_{max}=153$ МПа; $\tau_{max}=68{,}7$ МПа; $\sigma_x^{IV}=1598$ МПа Эпюра $\sigma_1$, расм *б* да кўрсатилган.

**6.91.** Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma]=100$ МПа ва $[\tau]=70$ МПа, хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=600$ кНм, кўндаланг куч $Q=300$ кН бўлса, енгил қотишмадан қилинган ва вертикал текисликда эгилишга ишлаётган балканинг мустаҳкамлигини текширинг. Пуассон коэффициентининг катталигини $\mu=0{,}3$ деб олиб, энг катта нисбий деформациялар назарияси (II мустаҳкамлик назарияси) дан фойдаланинг. Расмда кўрсатилган кесим контури бўйича бош кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ҳам ясанг (ўлчамлар мм да берилган).

*Жавоб*: $\sigma_{max}=72{,}1$ МПа. $\tau_{max}=41{,}1$ МПа, $\sigma_x^{II}=69{,}2$ МПа (вертикал деворлар билан туташув нуқталари олдида горизонтал токчаларда).

## 7-боб

# ЭГИЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯ ВА КЎЧИШЛАР

## 22-§. Кўчишларни аниқлашнинг аналитик усуллари

**7.1.** Бир учидан қисилган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли пўлат балка иккинчи бўш учига қўйилган $M_0 = 10$ Нм моментли жуфт кучлар таъсирида эгилади (расмга қаранг). Балканинг узунлиги $l = 1$ м, кесим ўлчамлари: $b = 6$ см, $h = 0{,}5$ см. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш йўли билан учидаги кесимнинг энг катта эгилиш катталиги қийматини ва буриш бурчагини аниқланг ҳамда уларни аниқ ечим натижалари билан таққосланг.

*Ечим.* Балка соф эгилиш таъсирига учрайди:

$$Q = 0,\ M_A = M_0 \text{ ва } M(x) = M_0.$$

Эгилган бурчагининг тақрибий дифференциал тенгламаси

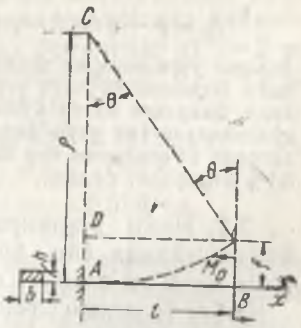
$EJ_y'' = M_0$ кўринишини олади. Бунда

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 0{,}5^3}{12} = 0{,}0625 \text{ см}^4.$$

Уни икки марта интегралаб, қуйидагиларни оламиз:

$$EJy' = M_0 x + C \qquad (1)$$

$$EJy = \frac{M_0 x^2}{2} + Cx + D \qquad (2)$$




7.1-масалага оид

Балкани $A$ кесимда маҳкамлаш шартларидан интеграллашнинг ихтиёрий доимийлари $C$ ва $D$ ни топамиз:

1) $A$ нуқтада $x = 0$, $\theta_A = y'_{(x=0)} = 0$; (1) га қўйилса, $C = 0$;

2) $x = 0$, $f_A = y_{x=0}$; (2) га қўйилса, $D = 0$.

Шундай қилиб, (1) ва (2) тенгламалар қуйидаги кўринишни олади:

$$EJy' = M_0 x, \quad EJy = \frac{M_0 x^2}{2}.$$

Кўчишларнинг энг катта қийматини $x=l$ да оламиз ($B$ нуқтада):

$$\theta_{max} = \theta_B = y'_{(x=l)} \text{ ва } f_{max} = f_B = y_{(x=l)}.$$

(1) ва (2) тенгламаларга қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\theta_B = \frac{M_0 l}{EJ} = \frac{1000 \cdot 100}{2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0625} = 0{,}08.$$

$$f_B = \frac{M_0 l^2}{2EJ} = \frac{1000 \cdot 100}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0625} = 4{,}0 \text{ см}.$$

Белгилар $\theta$ ва $f$ шуни кўрсатадики, $B$ кесим соат мили йўлига тескари бурилади, эгилиш $f_B$ эса юқорига йўналган.

Аниқроқ натижаларни эгрилик тенгламасидан олиш мумкин: $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$. Соф эгилишда $M(x) = M_0 = \text{const}$ бўлгани учун $\rho = \text{const}$, яъни балка ўқи парабола бўйича эмас (иккинчи тенгламадагидек), қуйидаги радиус чизган айлана ёйи бўйича эгилади:

$$\rho = \frac{EJ}{M_0} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0625}{1000} = 1250 \text{ см}.$$

Энди кўчишларни геометрик мулоҳазалардан осонгина топиш мумкин (расмга қаранг). Бурчак $\theta_B$ узунлиги $l$ бўлган ёйнинг радиус $\rho$ га нисбати сифатида, эгилиш эса $AD = AC - CD$ кесма сифатида аниқланади. Демак.

$$\theta_B = \frac{l}{\rho} = \frac{100}{1250} = 0{,}08 \text{ ёки } \theta_B = 4°34';$$

$$f_B = \rho - \rho \cos \theta = \rho (1 - \cos 4°34') = 1254 (1 - 0{,}99684) = 3{,}95 \text{ см}.$$

Эгилиш учун аниқ ва тахминий ечимлар орасидаги фарқ 1% чани ташкил қилади. Бурилиш бурчаги учун натижалар учинчи белгигача аниқликда мос келади. Бикрлиги катта бўлган, масалан, қўштавр балкалар конструкцияларда қўлланиладигани учун дифференциал тенглама ёрдамида тақрибий ечишдаги хатолик кўчишларни бир оз катталаштириш томонига янада камроқ (0,05—0,1% атрофида) бўлади.

**7.2.** Икки шарнирли таянчда эркин ётган $l=1$ м қулочли балка айлана ёйи бўйича эгилган. Балканинг кесими томонлари $b=6$ см ва $h=4$ см ли тўғри тўртбурчак.

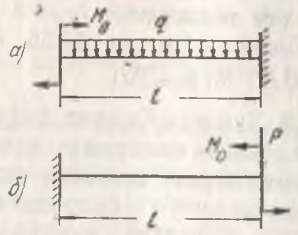
Қулоч ўртасида ўлчанган эгилиш $f = 6{,}25$ мм. Агар энг катта нормал кучланиш $\sigma_{max} = [\sigma] = 10$ МПа бўлса, материалнинг қайишқоқлик модули катталигини ва балка ўқининг эгрилик радиусини аниқланг.

*Жавоб.* $E = 1 \cdot 10^6 \text{Н/см}^2$; $\rho = 20$ м.

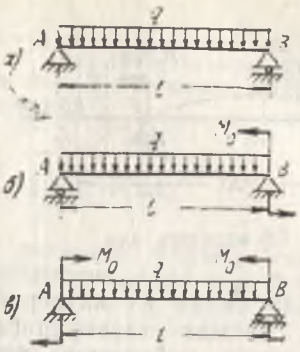
**7.3.** Диаметри $d$ ва узунлиги $l$ бўлган доира кесимли балканинг бир учи қисилган ва интенсивлиги $q$ Н/м бўлган, тенг тақсимланган юк таъсирида эгилади. Балканинг $\sigma_{max} = [\sigma]$ бўлган кесимидаги балка ўқи эгрилигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Эгрилик ва кучланишни хавфли кесимдаги эгувчи момент орқали ифодаланг.

*Жавоб.* $\frac{1}{\rho} = \frac{2[\sigma]}{Ed}$.




7.5- масалага оид




7.6- масалага оид

**7.4.** Баландлиги $h$ ва узунлиги $l$ бўлган симметрик кесимли балка бир учидан қисилган ва иккинчи учига $P$ кучи қўйилган. Бу куч хавфли кесимда энг катта кучланиш $\sigma_{max} = [\sigma]$ ни ҳосил қилади. Куч таъсирида кесимда ҳосил бўладиган эгилиш катталигини топинг, уни балка ўлчамлари ва йўл қўйилган кучланишлар орқали ифодаланг.

*Жавоб.* $f = \frac{2l^3}{2Eh}[\sigma]$.

**7.5.** Бир учидан қисилган балкалар учун (расмга қаранг) эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интеграллаш йўли билан эркин учидаги бурилиш бурчаклар ва эгилишлар қийматларини аниқланг. Қуйидаги маълумотлар берилган: а) $l=2$ м, $q=30$ кН/м, $M_0=30$ кН/м, кесим — қўштавр № 20, б) $l=2$ м, $P=20$ кН, $M_0=2$ кН/м, кесим қўштавр № 18.

*Жавоб.* $\theta = \frac{ql^3}{6EJ} - \frac{M_0 l}{EJ} = -0{,}0054$, $f = \frac{M_0 l^2}{2EJ} - \frac{ql^4}{8EJ} = 0$;

б) $\theta = \frac{M_0 l}{EJ} - \frac{Pl^2}{2EJ} = 0$, $f = \frac{M_0 l^2}{2EJ} - \frac{Pl^3}{3EJ} = -0{,}516$ см.

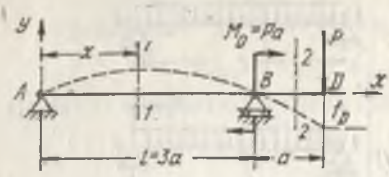
**7.6.** Расмда кўрсатилган қўштавр кесимли шарнирли таянган балкалар учун таянч кесимлар $\theta_A$ ва $\theta_B$ бурилиш бурчакларини ҳамда қулоч ўртасидаги эгилишлар $f$ ни аниқланг. Қуйидаги маълумотлар берилган: а) $l=2$ м, $q=30$ кН/м, кесим — қўштавр № 27, б) $l=6$ м, $q=20$ кН/м, $M_0=80$ кНм, кесим — қўштавр № 36, в) $l=4$ м, $q=20$ кН/м, $M_0=40$ кНм, кесим — қўштавр № 30.

*Жавоб*, а) $\theta_A = -\theta_B = -0{,}001$, $f = -0{,}062$ см;

б) $\theta_A = 0{,}0097$, $\theta_B = 0{,}0127$, $f = -1{,}94$ см;

в) $\theta_A = -\theta_B = -0{,}0094$, $f = -1{,}04$ см.

**7.7.** Учлари шарнирли таянган ва тенг тақсимланган юк $q=40$ кН/м билан юкланган қўштавр кесимли балкани сортаментдан танланг. Балка қулочи $l=8$ м. Энг катта эгилиш йўл қўйилган $[f] =$




7.8- масалага оид

$= \frac{1}{400} l$ дан ошиб кетмасин. $[\sigma] =$ $= 160$ МПа деб олиб, қабул қилинадиган кесимнинг мустаҳкамлигини ҳам текширинг.

*Жавоб.* Қўштавр №55, $\sigma_{max} =$ $= 160{,}00$ МПа $\approx [\sigma]$.

7.8. Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаларини интеграллаш йўли билан ва ихтиёрий доимийларни тенглаш усулини қўллаб, расмда тасвирланган балка учун қулочдаги энг катта эгилиш қийматини ҳамда куч қўйилган нуқталарнинг пасайишини аниқланг. Таянч кесимлар $A$ ва $B$ нинг бурилиш бурчакларини ҳам топинг.

*Ечим.* Таянч реакциялар қуйидагига тенг:

$$A = \frac{Pa + M_0}{l} \text{ (пастга)}, \quad B = \frac{P(l+a) + M_0}{l} \text{ (юқорига)}.$$

$M(x)$ учун балкада икки участка ажратилганлиги туфайли ҳар қайси участкага тегишли дифференциал тенгламаларни тузиш лозим. Ҳар қайси участкадаги моментлар ифодасини тузишда *1—1* ва *2—2* кесимларнинг абсциссалари битта координаталар бошидан (масалан, $A$ нуқтадан) ҳисобланса ҳамда ҳар гал балканинг бир хил (бизда — чап) қисмини олинса, ечим соддалашади. Шунда

$$M_1 = -Ax, \; M_2 = -Ax + B(x-l) + M_0.$$

Интегралашни қавсларни очмай бажарамиз, иккинчи участка учун $x=l$ да нолга айланадиган ўзгарувчан $(x=l)$ бўйича бажарамиз. Бу ҳол фақат ихтиёрий доимийлар қийматига таъсир қилади, ҳар қайси участка учун тегишли доимийларни тенглаштиришга олиб келади. Қуйидагини ҳосил қиламиз:

Биринчи участка учун:

$$EJy'' = -Ax;$$

$$EJy' = -\frac{Ax^2}{2} + C_1 \quad \text{(I)}$$

$$EJy_1 = -\frac{Ax^3}{6} + C_1 x + D_1. \quad \text{(II)}$$

Иккинчи участка учун:

$$EJy_2' = -Ax + B(x-l) + M_0(x-l)^0;$$

$$EJy_2' = -\frac{Ax^2}{2} + \frac{B(x-l)^2}{2} + M_0(x-l) + C_2; \quad \text{(III)}$$

$$EJy_2 = -\frac{Ax^3}{6} + \frac{B(x-l)^3}{6} + \frac{M_0(x-l)^2}{2} + C_2 x + D_2. \text{ (IV)}$$

(II ва IV) тенгламалардан кўринниб турибдики, балкани эгилган ўқи иккита эгри чизиқдан иборат экан. Эластик деформацияда балка ўқи туташ равон чизиқдан иборат бўлгани учун эгри чизиқларнинг туташиш нуқтасида (B нуқтада) улар умумий уринмага ва умумий эгилишга эга бўлиши керак.

1) $x = l$ да $y_1' = y_2'$ ва 2) $x = l$ да $y_1 = y_2$.

Биринчи шарт бўйича (I) ва (3) дан $C_1 = C_2 = C$ ни ҳосил қиламиз. Иккинчи шартдан (II) ва (IV) бўйича $D_1 = D_2 = D$ эканлигини топамиз. Ихтиёрий доимийларнинг қийматлари $C$ ва $D$ балкани $A$ ва $B$ таянчларга маҳкамлаш шартидан аниқланади, бунда эгилишлар нолга тенг.

3) $x = 0$ да $y_1 = 0$ ва демак, $D = 0$;

4) $x = l$ да $y_1 = y_2 = 0$, бундан $c = \dfrac{A l^2}{6}$ [II ёки IV дан].

Қулочдаги энг катта эгилиш қиймати (II) тенгламадан топилади. Агар $y_1 = y_{max}$ бўлса, у ҳолда $y' = 0$. (I) ни нолга тенглаштириб, $x$ нинг $y_{max}$ га мос келадиган зарур қийматини топамиз.

$$0 = -\frac{Ax^2}{2} + \frac{Al^2}{6}, \text{ бундан } x = \frac{l}{\sqrt{3}}.$$

Бу қийматни (II) га қўйиб ҳамда $A$ ва $C$ ларни қийматлари билан алмаштириб, $y_{max} = f$ ни ҳосил қиламиз:

$$EJf = -\frac{Pa + M_0}{6l} \cdot \frac{l^3}{3\sqrt{3}} = \frac{Pa + M_0}{6l} \cdot \frac{l^3}{\sqrt{3}} = \frac{Pa + M_0}{9\sqrt{3}} l^2;$$

$$f = \frac{(Pa + M_0) \cdot l^2}{9 EI \sqrt{3}}.$$

Куч таъсирида кесимдаги эгилиш катталигини $x = l + a$ ва $y = f_D$ да (IV) тенгламадан топамиз:

$$EJ f_D = -\frac{Pa + M_0}{6l} (l + a)^3 + \frac{P(a + l) + M_0}{6l} a^3 + \frac{M_0 a^2}{2} +$$

$$+ \frac{Pa + M_0}{6l} l^2 (l + a); \qquad f_D = -\frac{Pa^2 (l + a) + M_0 al}{3 EJ}.$$

Ниҳоят, таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини $x = 0$ ва $x = l$ да (I) тенгламадан аниқлашимиз мумкин:

$$\theta_A = y'_{1(x=0)} \text{ ёки } EJ\theta_A = C = \frac{(Pa + M_0) l^2}{6l}, \text{ бундан } 0_A = \frac{(Pa + M_0) l}{6 EJ};$$

$$\theta_B = y'_{1(x=l)} \text{ ёки } EJ\theta_B = -\frac{(Pa + M_0) l^2}{2l} + \frac{(Pa + M_0) l^2}{6l} =$$

$$= -\frac{(Pa + M_0) l^2}{3}, \quad \theta_B = -\frac{(Pa + M_0) l}{3 EJ}.$$

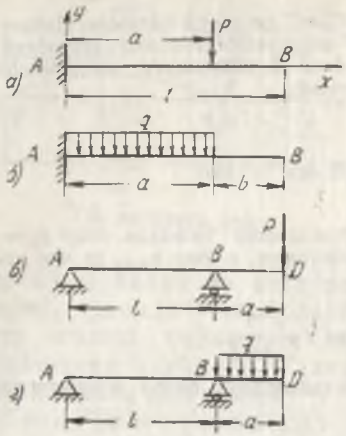
Олинган натижалар кучларнинг мустақил таъсир қилиш принципига жавоб беради, улар тўпланган куч $P$ ва жуфт кучлар $M$. лар айрим-айрим вужудга келтирган силжишларни ажратишга имкон беради.

Шунга ҳам эътибор берамизки, кўшни участкаларда ихтиёрий доимийларнинг тенглигидан ($C_1 = C_2$ ва $D_1 = D_2$) иккинчи участка учун (IV) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

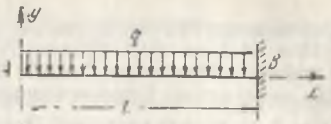
$$EJy = D + Cx - \frac{Ax^3}{6}\Big|_1 + \frac{B(x - l)^3}{6} + \frac{M_0 (x - l)^2}{2}. \quad \text{(IV а)}$$

Вертикал чизиқдан чап томонда биринчи участка эгри чизиғи тенгламасига кирадиган ҳадлар, ўнгда иккинчи участка тенгламасига (яъни $y_2 = y_1 + y_{рухс}$ га) кирадиган қўшимча ҳадлар жойлашган.

Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расмда пунктир чизиқ билан кўрсатилган.



7.9- масалага оид



7.10- масалага оид

**7.9.** Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интеграллашнинг ихтиёрий доимийларни тенглаштириш усулидан фойдаланиб қуйидагиларни аниқланг: бир учи қисилган балкалар учун эркин учидаги кесимнинг эгилиши ва бурилиш бурчагини, шарнирли тиралган балкалар учун таянч кесимлар ($\theta_A$ ва $\theta_B$) нинг бурилиш бурчакларини, қулоч ўртасидаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишларни аниқланг.

*Жавоб.* а) $f = -\dfrac{Pa^2(3l-a)}{6EJ}$, $\theta = -\dfrac{Pa^2}{2EJ}$;

б) $f = -\dfrac{qa^3(3a-4в)}{24EJ}$, $\theta = -\dfrac{qa^3}{6EJ}$;

в) $\theta_A = \dfrac{Pal}{6EJ}$, $\theta_B = -\dfrac{Pal}{3EJ}$, $f_C = \dfrac{Pal^2}{16EJ}$, $f_D = -\dfrac{Pa^2(l+a)}{3EJ}$;

г) $\theta_A = \dfrac{qa^2l}{12EJ}$, $\theta_B = -\dfrac{qa^2l}{6EJ}$, $f_C = \dfrac{qa^2l^2}{32EJ}$, $f_D = -\dfrac{qa^3(4l+3a)}{24EJ}$.

**7.10.** Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасини интегралашнинг ихтиёрий доимийлари мазмуни ва ўлчамларини, яъни эластик чизиқ тенгламасига кирадиган дастлабки параметрларни аниқланг. Дастлабки параметрлар усулида расмда тасвирланган балканинг учидаги кесими эгилиш ва бурилиш бурчагини топинг.

*Ечим.* Эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини $M(x)$ учун ифода тузишни талаб қилмайдиган кўринишда тасаввур қилиб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$EJy'' = M(x) \quad (1)$$

$$EJy''' = \theta(x) \quad (2) \quad \text{ва} \quad EJy^{IV} = q(x). \quad (3)$$

(3) тенгламани тўрт марта интегралаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

1) $EJy''' = \int_0^x q(x)\,dx + C_1$;

2) $EJy'' = \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + C_1 x + C_2$;

3) $EJy' = \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$;

4) $EyJ = \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$.

Бу тенгламаларга кирадиган ихтиёрий доимийларнинг қийматлари координаталар бошида $x=0$ бўлиш шартидан аниқланади. (1) ва (2) тенгламалардан фойдаланиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$C_1 = EJy'_{(x=0)} = Q(x=0) = P_0,\ C_2 = EJy''_{(x=0)} = M_0.$$

Бундан ташқари, $x=0$ да $C_3 = EJy_{(x=0)} = EJ\theta_0$ ва $C_4 = EJy_{(x=0)} = EJf_0$.

Шундай қилиб, интеграллашнинг ихтиёрий доимийлари дастлабки параметрлар, яъни $x=0$ бўлганда геометрик ва куч факторлари ҳисобланади. Уларнинг ўлчами шундан топилади: $f_0$ ва $\theta_0$ — дастлабки кесимнинг эгилиши ва бурилиш бурчаги, $P_0$ ва $M_0$ — координаталар бошидаги тўпланган куч ва момент.

Эгилган ўқнинг тенгламаси дастлабки параметрлар орқали қуйидагича ёзилади:

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0 x^2}{2} + \frac{P_0 x^3}{6} + \int_0^x\int_0^x\int_0^x\int_0^x q(x)\,dx^4\right]. \qquad (а)$$

Тенг тақсимланган юк $q(x) = q_0 = \text{const}$ бўлганда ва тўрт марта интеграллашдан кейин тенгламанинг охирги ҳади қуйидаги қийматни олади: $\frac{q_0 x^4}{24}$, (а) тенглама эса қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0 x^2}{2} + \frac{P_0 x^3}{6} + \frac{q_0 x^4}{24}\right]. \qquad (б)$$

Ундан берилган балкадаги силжишларни аниқлашда фойдаланамиз. Координаталар бошида ($A$ нуқтада) куч ҳам, момент ҳам бўлмаганлиги, яъни $P_0=0$ ва $M_0=0$ бўлгани, юк $q_0=q$ (манфий ўқ $y$ томонга йўналган) бўлгани учун эгилиш ва бурилиш бурчакларининг тенгламалари қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + \theta_0 x - \frac{qx^4}{24EJ},\quad y' = \theta_0 - \frac{qx^3}{6EJ}.$$

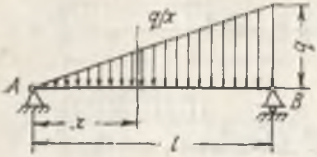
Бошланғич параметрлар $f_0$ ва $\theta_0$ ни $B$ кесимда балкани маҳкамлаш шартидан аниқлаймиз: $x=l$ бўлганда $y=0$ ва $x=l$ бўлганда $y=0$ бундан

$$\theta_0 = \frac{ql^3}{6EJ} = \theta_A \text{ ва } f_0 = -\frac{ql^4}{8EJ} = f_A.$$

Координаталар бошини рационал танлаганда ечим соддалашиши мумкин. Координаталар бошини $B$ нуқтада деб олиб ва ўқ $x$ ни чапга йўналтириб, шу масаланинг ўзини ечишни тавсиф қиламиз. Бунда дастлабки параметрлар қандай ўзгаради?

*Жавоб:* $f_0 = 0;\ \theta_0 = 0;\ M_0 = -\frac{ql^2}{2};\ P_0 = ql;\ \theta_A = -\frac{ql^3}{6EJ};$

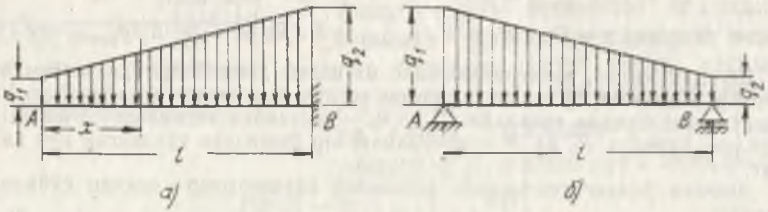
$$f_A = -\frac{ql^4}{8EJ}.$$



7.12- масалага оид

**7.11.** Дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, схемалари 7.5 ва 7.6 масалаларда келтирилган балкалардаги чизиқли ва бурчакли кўчишларни аниқланг.

**7.12.** Дастлабки параметрлар усулида қулочи $l$ га тенг бўлган балкадаги энг катта эгилиш қиймати ($f_{max}$) ни, шунингдек қулоч ўртасидаги эгилиш ($f_c$) ни аниқланг. Балка учбурчак бўйича тенг тақсимланган юк таъсирида (расмга қаранг).



7.13- масалага оид

*Кўрсатма.* Юк интенсивлиги $q(x) = -q\,\frac{x}{l}$. Бу функцияни тўрт марта интеграллаб, (а) тенгламанинг охирги ҳадини топамиз (7.10 масалага қаранг):

$$\int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x q(x)\,dx^4 = -\frac{qx^5}{120l} = -\frac{q}{l}\cdot\frac{x^5}{5!};$$

$$f_{max} = -0{,}00652\,\frac{ql^4}{EJ}.$$

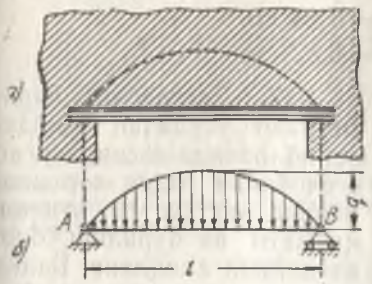
*Жавоб*:

$$x = 0{,}52\,l \text{ да; } f_c = -0{,}00651\,\frac{ql^4}{EJ}.$$

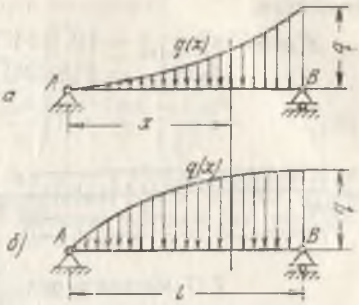
**7.13.** Трапеция бўйича ўзгарадиган яхлит юк таъсиридаги балкалар учун қуйидагиларни аниқланг:
а) консол учун (расм, *а*) учидаги кесимнинг бурилиш бурчагини ва эгилишни; б) шарнирли тиралган балка учун (расм, *б*) таянчлардаги бурилиш бурчакларини ва қулоч ўртасидаги эгилишни.

*Кўрсатма:* Нагрузкани тенг тақсимланган $q(x) = q\,\frac{x}{l}$ ва учбурчак қонуни бўйича ўзгарадиган (расм, *а*) қисмларига бўлиб олиш қулай, бунда $q = -(q_2 - q_1)$. Эгилган ўқ тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + 0_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0 x^2}{2!} + \frac{P_0 x^3}{3!} + \frac{q_0 l^4}{4!} + \frac{q}{l}\,\frac{x^5}{5!}\right].$$




7.14- масалага оид




7.15- масалага оид

*Жавоб*:

а) $0 = \frac{(3q_1 + q_2)l^3}{24\,EJ}$, $f = -\frac{(11q_1 + 4q_2)l^4}{120\,EJ}$;

б) $\theta_A = -\frac{(8q_1 + 7q_2)l^3}{30\,EJ}$, $0_B = \frac{(7\,q_1 + 7\,q_2)l^3}{360\,EJ}$, $f = -\frac{5(q_1 + q_2)l^4}{768\,EJ}$.

**7.14.** Биноларнинг ғиштин деворларидаги эшик ва дераза ўринлари устига ташланадиган балкаларни ҳисоблашда балкага тушадиган юк унинг устидаги девор қисми оғирлигидан аниқланади. У парабола бўйича тақсимланган бўлади (расм, *а*). Балка икки учидан шарнирли тиралган деб қабул қилиб (расм, *б*), энг катта эгилиш қийматини аниқланг. Юкнинг ўзгариш қонуни $q(x) = \frac{4\,qx}{l^4}(l - x)$ тенглама билан белгиланади.

*Жавоб*: $f = -\frac{61\,q \cdot l^4}{5760\,EJ} \approx 0{,}0106\,\frac{ql^4}{EJ}$.

**7.15.** Учлари шарнирли тиралган балка учун қулоч ўртасидаги эгилишни ва таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини аниқланг. Балка парабола қонуни бўйича ўзгарадиган куч таъсирида. Балкага юк икки вариантда қўйилишини кўриб чиқинг (расмга қаранг): а) $q(x) = \frac{qx^2}{l^2}$ ва б) $q(x) = \frac{qx(2l - x)}{l^2}$.

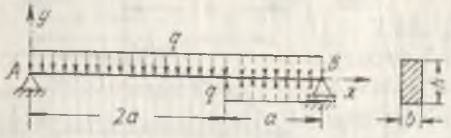
*Жавоб*: а) $\theta_A = -\frac{ql^3}{90EJ}$, $\theta_B = \frac{ql^3}{72\,EJ}$, $f = -0{,}00386 \cdot \frac{ql^4}{EJ}$;

б) $\theta_A = -\frac{ql^3}{36\,EJ}$, $\theta_B = \frac{11ql^3}{360\,EJ}$, $f = -0{,}00916\,\frac{ql^4}{EJ}$.

**7.16.** Узунлиги $l = 12$ м бўлган № 40 қўштавр профилли пўлат балка ўртасига маҳкамланган трос ёрдамида кран билан кўтарилади. Хусусий оғирлиги таъсирида энг катта нормал кучланишлар ва энг катта эгилишлар қийматини аниқланг. Икки вариант мавжуд: а) балканинг энг катта бикрлик текис-

лигида эгилиши; б) балканинг энг кичик бикрлик текислигида эгилиши.

*Жавоб*: а) $\sigma_{max} = 10{,}7$ МПа, $f_{max} = 0{,}24$ см.
б) $\sigma_{max} = 118$ МПа, $f_{max} = 6{,}82$ см.




7.17- масалага оид

**7.17.** Дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган ёғоч балка таянч кесимларининг энг катта эгилиш қиймати ва бурилиш бурчакларини аниқланг. Балка кесими — томонлари $b = 15$ см ва $h = 20$ см бўлган тўғри тўртбурчак, қулочи $l = 3a = 6$ м, $2a$ узунликда қўйилган юкланиш интенсивлиги $q = 3$ кН/м.

*Ечим.* Таянч реакциялар: $A = \frac{4}{3} qa$, $B = \frac{2}{3} qa$ координаталар бошини А нуқтада деб қабул қилamiz. Икки ёки кўп участкаларга бўлинган балка учун у кучлар, жуфтлар ва бир текис тақсимланган юк билан юкланганда эгилган ўқнинг умумий тенгламаси қуйидагича ёзилиши мумкин.

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left(\frac{M_0 x^2}{2!} + \frac{P_0 x^3}{3!} + \frac{q_0 x^4}{4!}\right) + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_i (x - a_m)^2}{2!} + \frac{P_i (x - a_p)^3}{3!} + \frac{q_i (x - a_q)^4}{4!}\right],$$

бунда $f_0\ \theta_0\ M_0$ ва $P_0$ дастлабки параметрлар (7.10. масалага қаранг); $q_0$ — координаталар бошидан ҳисоблаганда биринчи участкадаги тенг тақсимланган юк интенсивлиги; $M_i$, $P_i$, $q_i$ — $x = a_i$ бўлганда иккинчи участка (ва кейинги ҳар қайси участка) бошида пайдо бўладиган куч омиллари. Вертикал чизиқ билан ажратилган тенгликнинг чап қисми фақат биринчи участка чегарасида эгилган ўқнинг тенгламасидан иборат. Умуман бутун тенглама фақат балканинг охирги участкаси (бизнинг ҳолда иккинчи участка) эгри чизиғини билдиради. Демак, худди 7.8 масаладагидек, $y_2 = y_1 + y_{рух}$. Шу мулоҳазалардан келиб чиқиб, биринчи участканинг $q_0$ юкини балка охиригача давом эттириш керак, шунда иккинчи участкадаги юқорига йўналган (расмга қаранг) $q_i = q_0$ қўшимча юкнинг бузилган юкланиш схемаси тикланади.

Кўриб чиқилаётган балкада дастлабки параметрлар (А нуқта):

$$f_0 = 0,\ M_0 = 0,\ P_0 = A = \frac{4}{3} qa;$$

юклар: $q_0 = q$, $M_i = 0$, $P_i = 0$, $q_i = q(a_q = 2a)$.

Эластик чизиқ тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$y = \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left(\frac{4}{3}\frac{qax^3}{6} - \frac{qx^4}{24}\right) + \frac{q(x - 2a)^4}{24\ EJ}.$$

Дастлабки параметр қиймати $\theta_0$ ни $B$ таянчдаги эгилишнинг нолга тенглиги шартидан топамиз ($x = 3a$ бўлганда $y = 0$). $x = 3a$ ни жойига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$0 = \theta_0 \cdot 3a + \frac{1}{EJ}\left[\frac{2}{9} qa(3a)^2 - \frac{q}{2q}(3a)^4 + \frac{qa^4}{24}\right];\ \text{бундан}\ \theta_0 = -\frac{8}{9}\frac{qa^3}{EJ}.$$

Эгилишлар ва бурилиш бурчакларининг охирги тенгламаси:

$$y=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{8}{9}qa^3x+\frac{2}{9}qax^3-\frac{qx^4}{24}\right)\Big|_1+\frac{q(x-2a)^4}{24EJ}, \qquad (а)$$

$$y'=\frac{1}{EJ}\left(-\frac{8}{9}qa^3+\frac{2}{3}qax^2-\frac{qx^3}{6}\right)\Big|_1+\frac{q(x-2a)^3}{6EJ} \qquad (б)$$

Энг катта эгилишни топиш учун $y=y_{max}$ ёки $y'=0$ бўлган абсцисса $x$ ни топиш керак. Кўриб чиқилаётган типдаги балкаларда энг катта эгилиш қулоч ўртасида ётади, шунинг учун биринчи участкага тегишли тенглама (σ) нинг фақат бир қисмини кўриб чиқамиз:

$$\frac{qx^2}{6}-\frac{2}{3}qax^2+\frac{8}{9}qa^3=0.$$

Тенгламани кетма-кет танлаш усулида ечиб, $x=1,445a$ эканлигини топамиз. Тенглама (а) га $x$ нинг қийматини қўйиб, биринчи участка учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$f_{max}=\frac{1}{EJ}\left[-\frac{8}{9}qa^3\cdot 1,445a+\frac{2}{9}qa\,(1,445a)^3-q\,\frac{(1,445a)^4}{24}\right]=$$

$$=-\frac{0,8qa^4}{EJ}.$$

Сонли жавобни топиш учун балка бикрлигини ҳисоблаймиз:

$$J=\frac{bh^3}{12}=\frac{15\cdot 20^3}{12}=10000\ \text{см}^4,\quad EJ=1\cdot 10^6\cdot 10^4=10^{10}\ \text{Н}\cdot\text{см}^2.$$

Демак,

$$f_{max}=-\frac{0,8qa^4}{EJ}=-\frac{0,8\cdot 3\cdot 24\cdot 10^9}{1\cdot 10^{10}}=-3,84\ \text{см}.$$

Таянч кесимларнинг бурилиш бурчаклари:

$$\theta_A=y'_{(x=0)},\quad \theta_B=y'_{(x=3a)}.$$

Тенглама (б) дан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\theta_A=-\frac{8qa^3}{9EJ}=-\frac{8\cdot 3\cdot 2^3\cdot 10^7}{9\cdot 10^{10}}=0,0213,\quad \theta_B=\frac{7qa^3}{9EJ}=$$

$$=\frac{7}{9}\cdot\frac{3\cdot 2^3\cdot 10^7}{10^{10}}=0,0187.$$

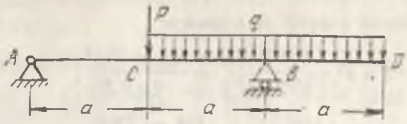
**7.18.** 7.9 масалада кўрилган балкалар учун дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, схемаларда кўрсатилган кесимларнинг эгилишлари ва бурилиш бурчакларини аниқланг.

*Жавоб:* 7.9 масалага қаранг.

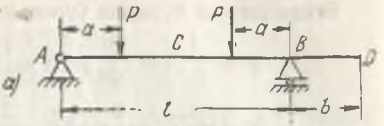
**7.19.** Агар $P=qa$ бўлса, расмда тасвирланган балканинг қулочи ўртасидаги ва эркин учидаги эгилишлар қийматини аниқланг. Агар тенг тақсимланган юк $q$ ни балканинг бутун узунлигига сочиб юборилса, бу эгилишлар қандай бўлади?

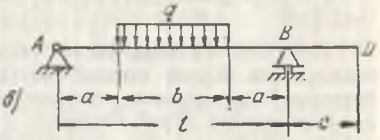
*Жавоб:* 1) $f_C=-\frac{7qa^4}{EJ}$, $f_D=-\frac{qa^4}{48EJ}$; 2) $f_C=-\frac{qa^4}{4EJ}$, $f_D=$

$$=\frac{qa^4}{8EJ}.$$




7.19- масалага оид




7.20- масалага оид

**7.20.** Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаларини интеграллаб ёки дастлабки параметрлар усулининг универсал тенгламаларидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балкалар қулочи ўртасидаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар қийматини топинг.

*Жавоб:* а) $f_C = -\frac{Pa(3l^2 - 4a^2)}{24EJ}$, $f_D = \frac{Pab(l-a)}{2EJ}$;

б) $f_C = -\frac{qb(8l^3 - 4b^2l + b^3)}{384EJ}$, $f_D = -\frac{abc(3l^2 - b^2)}{48EJ}$.

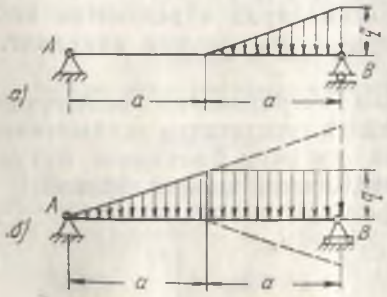
**7.21.** Қулочи ярмида учбурчак қонуни бўйича тақсимланган юк қўйилган икки таянчли балканинг қулочи ўртасидаги эгилиш қийматини аниқланг. Икки вариантда берилган: а) балканинг чап ярмига қўйилмаган; б) ўнг ярмига тенг тақсимланган юк қўйилган (расмга қаранг).

*Кўрсатма.* Схема, *б* да балканинг ўнг ярмига учбурчак юкланиш юқорига ва пастга қўшимча қўйилиши керак.

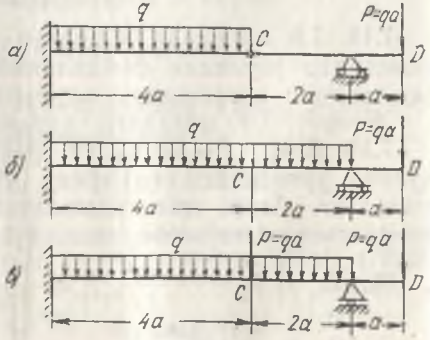
*Жавоб:* а) $f = -0{,}0375\frac{qa^4}{EJ}$;

б) $f = -0{,}171\frac{qa^4}{EJ}$.

**7.22.** Қулочида шарнирлари бўлган балкалар учун куч қўйилган кесимлардаги ($f_D$) ва шарнирлардаги ($f_C$) эгилишлар қийматини




7.21- масалага оид




7.22- масалага оид

аниқланг (расмга қаранг). Кесим бутун узунлик бўйича бир хил деб ҳисоблансин.

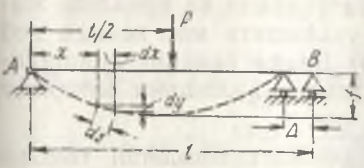
*Кўрсатма.* Балкани асосий ва осма қисмларга ажратинг. Унинг учун ташлаб юборилган боғланиш ўрнига шарнир орқали узатиладиган кучларни қўйинг. Осма балка учун эгилган ўқ тенгламасини тузаётганда шуни ҳисобга олингки, унинг учун дастлабки эгилиш

$f_0 = f_C$, бунда $f_C$ — асосий балканинг $C$ нуқтасидаги эгилиш.

*Жавоб:* а) $f_C = -\frac{64qa^4}{3EJ}$, $f_D = \frac{29qa^4}{3EJ}$;

б) $f_C = -\frac{128qa^4}{3EJ}$, $f_D = \frac{62qa^4}{3EJ}$;

в) $f_C = -\frac{64qa^4}{EJ}$, $f_D = \frac{94qa^4}{3EJ}$.




7.23- масалага оид

**7.23.** Қулочи $l$ бўлган балканинг ўртасига $P$ куч қўйилган. Балка ўқидаги таянч нуқталар $A$ ва $B$ да жойлашганда қўзғалувчан таянчнинг кўчиш қийматини $\Delta$ ни аниқланг. Уни куч остидаги эгилиш $f$ орқали ифодаланг.

*Ечим.* Кўчиш $\Delta$ эгилган ўқ узунлиги билан унинг горизонталга проекцияси орасидаги фарқ сифатида аниқланиши мумкин (расмга қаранг): $\Delta = \int_l (ds - dx)$.

Ушбу $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ ёки $ds = dx\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$ эканлигини ҳисобга олиб ва биномни Ньютон формуласи бўйича қўйиб, тахминан ушбуни топамиз: $ds = dx\left[1 + \frac{1}{2}(y')^2\right]$. Кўчиш $\Delta$ учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta = \int_l \left\{ dx\left[1 + \frac{1}{2}(y')^2\right] - dx \right\}, \text{ ёки } \Delta = \frac{1}{2}\int_l (y')^2 dx. \qquad \text{(а)}$$

Энди $y'$ ни ифодалаш қолди. Бурилган балка учун эгилишлар тенгламаси ва бурилиш бурчаклари тенгламаси қуйидаги кўринишни олади (қулочнинг иккала ярми симметрик бўлгани учун унинг ярмини кўриб чиқиш кифоя):

$$y = \theta_0 x + \frac{Ax^3}{6EJ} = -\frac{Pl^2}{16EJ}x + \frac{Px^3}{12EJ}, \quad y^1 = \theta_0 + \frac{Ax^2}{2EJ} = -\frac{Pl^2}{16EJ} + \frac{Px^2}{4EJ}.$$

Ҳосила $y'$ ни куч остидаги эгилиш $f\left(x = \frac{l}{2} \text{ да } f = -\frac{Pl^3}{48EJ}\right)$ орқали ифодалаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$y' = -\frac{Pl^3}{48EJ}\left(\frac{3}{l} - \frac{12x^2}{l^3}\right) = \frac{f}{l}\left(3 - \frac{12x^2}{l^2}\right).$$

Тенглама (а) га қўйиб, қидирилаётган кўчишни топамиз:

$$\Delta = 2\int_0^{l/2} \frac{f^2}{2l^2}\left(3 - \frac{12x^2}{l^2}\right)^2 dx.$$

*Жавоб:* $\Delta = 2{,}4\frac{f^2}{l}$.

**7.24.** 7.23 масала ечимидан фойдаланиб, қулочи $l$ бўлган, учлари шарнирли тиралган ва бир текис тақсимланган яхлит юк $q$ билан юкланган балка ўқи учларининг яқинлашувини топинг.

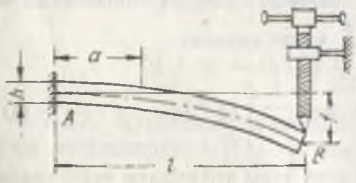
*Жавоб:* $\Delta = 2{,}49\frac{f^2}{l}$; бундан $f = -\frac{5ql^4}{384EJ}$.

**7.25.** Қулочи $l=8$ м бўлган қўштавр профилли № 55 ли балка учларидаги остки токчалари билан шарнирли таянчларга тиралади ва тенг тақсимланган юк $q=40$ кН/м таъсирида туради.

а) Қўзғалувчан таянчнинг кўчиши (қиймат ва йўналиш жиҳатдан) балка пастки толаларнинг узайишига мос келади деб ҳисоблаб, шу кўчишини аниқланг. б) Балка ўқининг қийшайиши шу силжиш қийматига қандай таъсир қилишини аниқланг (7.23 масалага қаранг).

*Жавоб:* $\Delta = \frac{ql^3}{12EW} = 0{,}428$ см (қулочи катталашадиган томонига); б) томони камайишига 1,3%.

**7.26.** Бош кучланишларнинг катталиклари ва йўналишларини аниқлаш учун лок қоплаш усулидан фойдаланилади. Синалаётган деталга юк қўйилганда унинг узайиши маълум қийматга етадиган нуқталарда лок қопламасида дарзлар пайдо бўлади. Бу дарзлар бош чўзувчи кучланишлар йўналишларига перпендикуляр ётади. Локнинг сезгирлигини, яъни дарзлар пайдо бўладиган нисбий узайиш қиймати $\varepsilon$ ни баҳолаш учун расмда схематик тарзда кўрсатилган ўлчаш қурилмасидан фойдаланилади. Бир учидан қисилган пўлат балкача лок билан қопланади ва балканинг эркин учига босим узатадиган винт ёрдамида эгилади. $B$ нуқтадаги эгилиш индикатор билан ўлчанади.



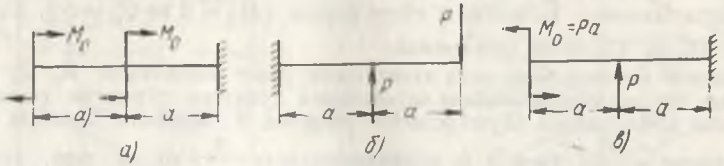
7.26- масалага оид

Агар эгилиш $f=7{,}2$ мм бўлганда дарзлар $a=20$ см масофага тарқалса, локнинг сезгирлигини ва лок қопламасида дарзлар пайдо қиладиган кучланишлар қийматини аниқланг. Балкачанинг қулочи $l=60$ см, кесим ўлчамлари: $b=30$ мм, $h=10$ мм.

*Жавоб:* $\varepsilon = \frac{3(l-a)h\cdot f}{2l^3} = 2\cdot 10^{-4}$; $\sigma = E\cdot\varepsilon = 4000$ Н/см².

## 23-§. Эгилишдаги силжишларни аниқлашнинг графоаналитик ва график усуллари

**7.27.** Расмда тасвирланган балкалар учун эгилиш қийматини ва охирги кесимнинг бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг.




7.27-масалага оид

*Жавоб:* а) $f=\frac{7M_0a^2}{2EJ}$, $\theta=\frac{3M_0a}{EJ}$; б) $f=-\frac{11Pa^3}{6EJ}$, $\theta=-\frac{3Pa^2}{2EJ}$,

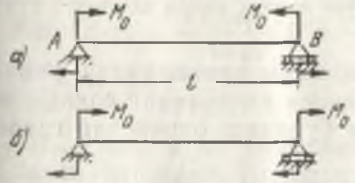
в) $f=\frac{5Pa^2}{6EJ}-\frac{2M_0a^2}{EJ}$, $\theta=\frac{2M_0a}{EJ}-\frac{Pa^2}{2EJ}$.

**7.28.** Учлари шарнирли тиралган балка икки вариантда тенг таянч моментлар билан юкланган бўлса (расмга қаранг), таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини ва қулоч ўртасидаги эгилишни графоаналитик ва аналитик усулларда аниқланг:

*Жавоб:* $\theta_A=-\theta_B=-\frac{M_0l}{2EJ}$, $f_C=-\frac{M_0l^2}{8EJ}$; б) $\theta_A=\theta_B=-\frac{M_0l}{6EJ}$, $f_C=0$.

**7.29.** Бир учидан қисилган ва расм, *а* да кўрсатилгандек юкланган балканинг эркин учи кесимидаги эгилиш қийматини ва бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг. Натижаларни аналитик усулда текширинг.




7.29-масалага оид

7.28-масалага оид

*Ечими.* Берилган балка учун эгувчи моментлар эпюрасини ясаб (расм. *б*), уни пастга йўналган яхлит сохта юк сифатида қараймиз ($M<0$). Сохта балканинг ($M$ эпюранинг нолинчи ўқи $M^C-B^C$) таянчларини берилган балкани маҳкамлаш шартларига мувофиқ танлаймиз. $A$ кесимда эгилиш ҳам, бурилиш ҳам йўқ, яъни $f_A=\frac{M_A^C}{EJ}=0$ ва $\theta_A=\frac{Q_A^C}{EJ}=0$, шунинг учун $A^C$ учини эркин қолдирамиз ($M_A^C=0$, $Q_A^C=0$)·$f_B\neq 0$ ва $Q_B\neq 0$ бўлган $B$ кесим $B^C$ нуқтада сохта балканинг қисилишига тўғри келади. $\left(M_B^C\neq 0 \text{ ва } Q_B^C\neq 0\right)$. Ана шу қиймат $M_B^C$ ва $Q_B^C$ бизни қизиқтиради.

Уларни аниқлаш учун сохта яхлит юкни унинг майдонлари $\omega_1$, $\omega_2$ ва $\omega_3$ яъни ҳар бир майдоннинг оғирлик марказларига қўйилган тўпланган сохта кучлар билан алмаштирамиз. Шуни эслатиб ўтамизки, $n$ даражали парабола билан чегараланган майдон (расм. *в* да штрихланган) $\omega=\frac{n}{n+1}ah$ га тенг, оғирлик марказигача бўлган масофа эса $x_C=\frac{(n+1)a}{2(n+2)}$; $n$-даражали қўшимча (штрихланмаган) парабола учун

$$\omega=\frac{1}{n+1}ah \text{ ва } x_C=\frac{n+1}{n+2}a.$$

Эгувчи моментларнинг эпюраси икки квадрат параболa ($n=2$) билан чекланганлиги учун юк майдонлари

$$\omega_1=\frac{2}{3}\cdot\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{3};\ \omega_2=\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{2};\ \omega_3=\frac{1}{3}\cdot\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{6}.$$

Бу кучларнинг маҳкамланиш жойига нисбатан елкалари (кесим В):

$$c_1=2a-\frac{3}{8}a=\frac{13}{8}a;\quad c_2=\frac{a}{2}+a=\frac{3}{2}a,\quad c_3=\frac{3}{4}a.$$

Эгувчи момент $M_B^C$ ва $Q_B^C$ кесимдаги сохта юкдан тушадиган кўндаланг куч $Q_B^C$ қуйидагига тенг:

$$M_B^C=-\omega_1c_1-\omega_2c_2-\omega_3c_3=-\left(\frac{qa^3}{3}\cdot\frac{13}{8}a+\frac{qa^3}{2}\cdot\frac{3a}{2}+\frac{qa^3}{6}\cdot\frac{3}{4}a\right)=-\frac{17}{12}qa^4,$$

$$Q_B^C=-\omega_1-\omega_2-\omega_3=-\left(\frac{qa^3}{3}+\frac{qa^3}{2}+\frac{qa^3}{6}\right)=-qa^3.$$

Қидирилаётган силжишлар тегишлича қуйидагиларга тенг бўлади:

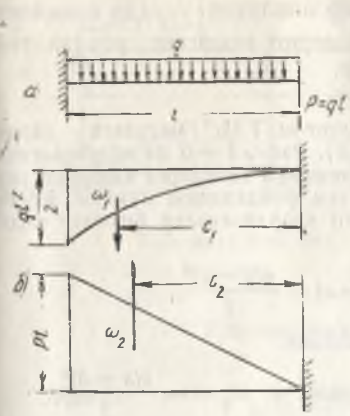
$$f_B=\frac{M_B^C}{EJ}=-\frac{17qa^4}{12EJ},\quad \theta_B=\frac{Q_B^C}{EJ}=-\frac{qa^3}{EJ}.$$

Олинган натижаларни аналитик усулда текшириш учун координаталар бошини $A$ нуқтада олиш керак, балканинг ўнг ярмига юқори ва пастга томон $q$ юк қўйиш керак.

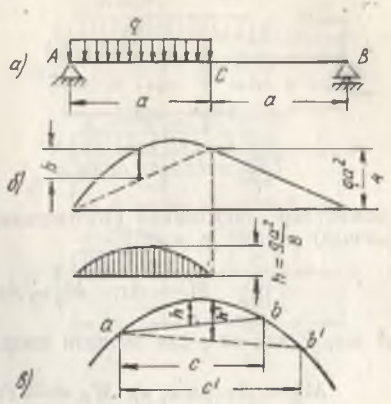
**7.30.** Кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиб, расмда кўрсатилгандек юкланган консолнинг эркин учидаги кесимнинг эгилиш қиймати ва бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* Икки сохта балкани, яъни эгувчи моментларнинг икки эпюрасини ясанг: тақсимланган юк $q$ ва тўпланган куч $P$ (расм, *б*), ҳар қайси юкдан





7.30- масалага оид

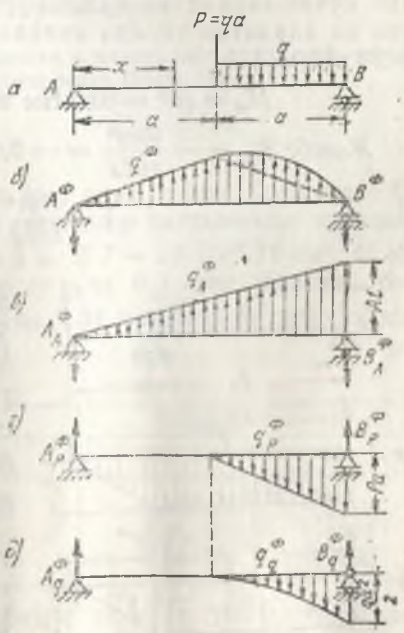


7.31- масалага оид

ҳосил бўладиган кўчишларни алоҳида-алоҳида аниқланг ва алгебраик усулда қўшинг.

*Жавоб:* $f=\frac{5ql^4}{24EJ}$; $\theta=\frac{ql^3}{3EJ}$.

**7.31.** Расмда тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги эгилиш катталигини ва таянч кесимлардаги бурилиш бурчакларини графоаналитик усулда аниқланг.

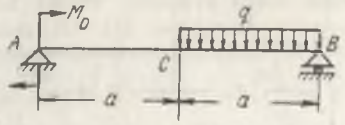


*Кўрсатма.* Эгувчи моментлар эпюрасини (расм, *б*) икки тенг учбурчакка ва параболик сигментга бўлиб олиш қулай. Ихтиёрий ватар $a-b$ (расм, *в*) билан чекланган квадрат парабола сигментининг юзаси $\omega=\frac{2}{3}hc$ га тенг. Агар балкага тенг тақсимланган юк $q$ қўйилган бўлса, сигментнинг баландлиги $h=\frac{qc^2}{8}$, сигмент учларидан оғирлик марказигача бўлган масофа: $x_C=c/2$

*Жавоб:* $f_C=-\frac{5qa^4}{48EJ}$; $\theta=-\frac{9qa^3}{48EJ}$; $\theta_B=\frac{7qa^3}{48EJ}$.

**7.32.** Расм, *а* да тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги эгилишни ($f_C$) ва таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини ($\theta_A$;

7.32- масалага оид



7.33- масалага оид

$\theta_B$) графоаналитик усулда аниқланг. Натижаларни аналитик усулда текширинг.

*Кўрсатма.* 7.31 масалага қаранг (расм, *б*). Расм, *в* — *д* да кўрсатилганидек $M$ эпюрани қисмларга ажратиш усулидан ҳам фойдаланиш мумкин. Эгувчи моментлар тенгламаси (абсциссаларни битта координаталар бошидан ҳисоблаганда):

$$M_1 = Ax; \quad M_2 = Ax - P(x-a) - \frac{q(x-a)^2}{2}.$$

$A$ дан, $P$ дан ва $q$ дан тегишли эпюраларни ясаймиз.

$M_A = Ax$ (расм, *в*); $M_P = -P(x-a)$ (расм, *г*); $M_q = -\frac{q(x-a)^2}{2}$ (расм, *д*)

$M$ эпюра ясовчиларга ажралади. Улар ҳар қайси кучдан алоҳида-алоҳида ясалади (ўнг учидан қисилган консолдаги каби) ($M=M_A+M_P+M_q$); $B$ таянчдаги йиғинди момент нолга тенг. Ҳар қайси эпюрадан графоаналитик усулда кўчишлар аниқланиб, кейин қўшиб чиқилади:

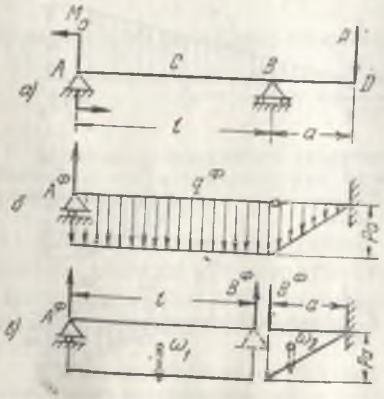
*Жавоб:* $f_C = -\frac{13qa^4}{48EJ}$; $\theta_A = -\frac{19qa^3}{48EJ}$; $\theta_B = \frac{7qa^3}{16EJ}$.

**7.33.** Ушбу шартлар учун балканинг таянч кесимлари бурчак кўчишларини ва қулочи ўртасидаги эгилишни графоаналитик ва аналитик усулда аниқланг (расмга қаранг): $a=2$ м, $q=20$ кН/м,

$$M_0 = qa^2 = 80 \text{ кНм ва } EJ = 12\cdot10^{10} \text{ Н/см}^2.$$

*Жавоб:* $\theta_A = -\frac{39qa^3}{48EJ} = -0{,}0108$; $\theta_B = \frac{25qa^3}{48EJ} = 0{,}0069$;

$$f = \frac{17qa^4}{48EJ} = 0{,}95 \text{ см}.$$

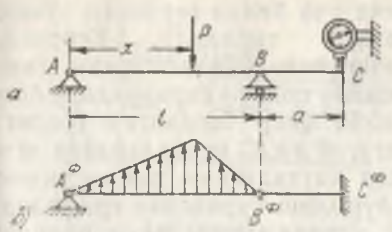


7.34- масалага оид

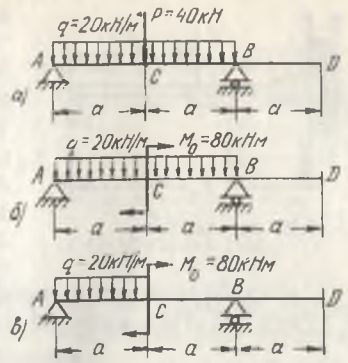
**7.34.** Агар $M=Pa$ деб қабул қилинса, консолли балка учун қулоч ўртасидаги эгилишлар катталигини ($f_C$) ва эркин учидаги эгилиш катталигини ($f_D$), шунингдек таянч кесимлар ($\theta_B$ ва $\theta_B$) ва охирги кесим ($\theta_D$) бурилиш бурчакларини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* $Q^C$ ва $M^C$ ни аниқлаш учун сохта балкани (расм, *б*) $l$ узунликдаги осма балка $A^C B^C$ га ва асосий балкага (*а* узунликдаги консолга) ажратиш қулай (расм, *в* га қаранг). Эпюрани қисмларга ажратиш усулидан ҳам фойдаланиш мумкин (7.32-масалага қаранг).





7.35- масалага оид



7.36- масалага оид

*Жавоб:* $f_C = \frac{Pal^2}{8EJ}$; $f_D = -\frac{Pa^2}{6EJ}(3l+2a)$;

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pal}{2EJ};$$

$$\theta_D = -\frac{Pa}{2EJ}(l+a).$$

**7.35.** Балканинг эркин учидаги эгилиш қулочдаги юкнинг ҳар хил вазиятларида индикатор ёрдамида ўлчанади. Индикатор энг катта қийматни кўрсатиши учун $P$ юкни чапки $A$ таянчдан қандай $x$ масофада жойлаштириш керак?

*Кўрсатма.* $B$ нуқтадаги сохта реакцияни $x$ масофанинг функцияси сифатида ифодалаш ва уни максимумга текшириш керак (расм, *б*).

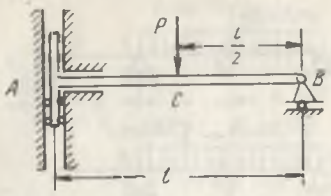
*Жавоб:* $x = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0{,}577\ l$.

**7.36.** Расмда тасвирланган балкалар учун қулоч ўртасидаги ($f_C$) ва консолнинг эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини графоаналитик усулда аниқланг. Агар $a=2$ м, $EJ = 10\cdot10^{10}$ Н·см$^2$ бўлса, чап таянч ва ўнг охирги кесимлар ($\theta_A$ ва $\theta_B$) нинг бурилиш бурчакларини ҳам топинг. 7.31, 7.32 ва 7.34 масалаларга доир кўрсатмалардан фойдаланинг.

*Жавоб:*

| Схема | Эгилишлар, см | | Бурилиш бурчаклари | |
|---|---|---|---|---|
| | $f_C$ | $f_D$ | $\theta_A$ | $\theta_D$ |
| *а* | —1,2 | 1,87 | —0,00934 | 0,00934 |
| *б* | —0,667 | 1,33 | —0,0040 | 0,00667 |
| *в* | —0,33 | 0,73 | —0,00167 | 0,00367 |

**7.37.** Машина элементи қулочи $l$ га тенг бўлган балкадан иборат. Балка бир учи билан шарнирли қўзғалувчан таянчга,




7.37- масалага оид

иккинчи учи билан вертикал йўналтирувчига тиралади. Вертикал йўналтирувчи бўйлаб эркин (ишқаланмай) ползун сирпанади, у балка билан бикр боғланган (расмга қаранг). $A$ ва $C$ нуқталардаги эгилишлар катталигини ҳамда таянчдаги бурилиш бурчагини графоаналитик усулда ушбу икки вариант учун аниқланг:

а) агар балканинг қулочи ўртасига тўпланган куч $P$ қўйилган бўлса; б) ўша кучнинг ўзи ползунга қўйилган бўлса.

*Жавоб*: а) $f_A = -\frac{11\,Pl^3}{48\,EJ}$, $f_C = -\frac{Pl^3}{6\,EJ}$, $\theta_B = \frac{3\,Pl^2}{8\,EJ}$;

б) $f_A = -\frac{3\,Pl^3}{3\,EJ}$, $f_C = -\frac{Pl^3}{16\,EJ}$; $\theta_B = \frac{Pl^2}{6\,EJ}$.

**7.38.** Қўштавр балка № 24 ни унинг қулочи ўртасига қўйилган тўпланган куч $P$ билан синаш керак. Балкани учларидан шарнирли тиралган деб ҳисоблаб, энг катта нормал кучланишлар ва энг катта эгилиш рухсат этиладиган қийматларга етиши учун зарур бўлган балка қулочи $l$ ни ҳамда зарур юк $P$ қийматини танланг. $[\sigma] = 160$ МПа, $[f] = 0{,}5$ см.

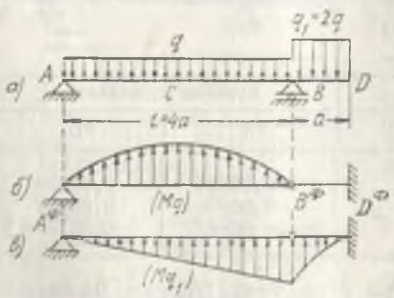
*Жавоб:* $l = 300$ см, $P = 61{,}5$ кН.

**7.39.** Кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* Ҳар бир юкдан бўладиган эгилишларни алоҳида-алоҳида аниқланг (расм, *б* ва *в* га қаранг) ва уларни ишораларини ҳисобга олиб қўшинг.

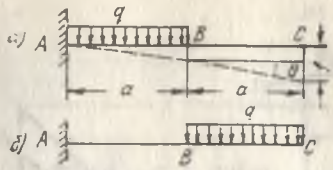
*Жавоб*: $f_C = -\frac{7\,qa^4}{3\,EJ}$;

$f_D = \frac{13\,qa^4}{12\,EJ}$.

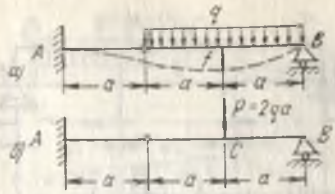



7.39- масалага оид

**7.40.** Бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк $q$ билан юкланган консол учун эркин учидаги абсолют қиймат бўйича эгилиш $f = \frac{ql^4}{8\,EJ}$ га, бурилиш бурчаги эса $\theta = \frac{ql^3}{6\,EJ}$ га эга эканлигини билиб, геометрик мулоҳазалардан қуйидагиларни аниқланг: а) узунлигининг ярмига юкланган консолнинг охирги кесими эгилиш катталигини ва бурилиш бурча-




7.40- масалага оид




7.41- масалага оид

гини; б) ўша кесимнинг эгилиш катталиги ва бурилиш бурчагини $AB = a$ узунлик бўйича тақсимланган нагрузкани ўша узунликдаги $BC$ участкага сурилган ҳол учун аниқланг.

*Жавоб*: а) $f_C = -\frac{7qa^3}{24EJ}$, $\theta_C = -\frac{qa^2}{6EJ}$;

б) $f_C = -\frac{41qa^4}{24EJ}$, $\theta_C = -\frac{7qa^4}{6EJ}$.

**7.41.** Балканинг $2a$ узунлигига тенг тақсимланган юкни (расм, *а*) қулоч ўртасига қўйилган тўпланган куч $P=2qa$ билан алмаштирилса, шу осма балканинг ўртасидаги эгилиш катталиги қандай ўзгаришини аниқланг (расм, *б*).

*Жавоб*: а) $f = -\frac{3qa^4}{8EJ}$

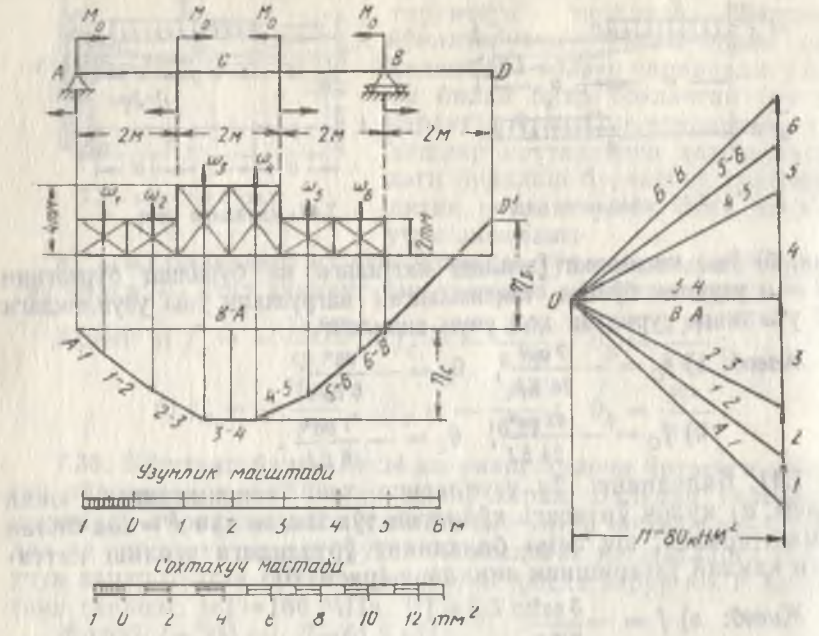
б) $f = -\frac{qa^4}{2EJ}$

**7.42.** Қулочи $l$ бўлган, учлари шарнирли тиралган балка ўз оғирлиги таъсирида турибди. Агар балканинг ҳамма ўлчамларини $n$ марта катталаштирилса, энг катта нормал ва уринма кучланишлар, таянч кесимларнинг бурилиш бурчаклари ва қулоч ўртасидаги эгилиш қандай ўзгаришини аниқланг. Агар балканинг тиралиш шарти ўзгарса, энг катта кучланишлар ва чўкишлар қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 1) Эгилиш $n^2$ марта ўзгаради, бошқа ҳамма катталиклар $n$ марта ўзгаради. 2) Фақат хусусий оғирлик таъсирида бу нисбатлар балканинг тиралиш схемасига боғлиқ бўлмайди.

**7.43.** Агар расмда тасвирланган балканинг қулочи $l=6$ м, консолнинг узунлиги $a=2$ м, $M=20$ кНм, $E=2\cdot10^{11}$ Н/см$^2$, $J=3500$ см$^4$ бўлса, қулоч ўртасидаги ва эркин учидаги эгилишлар катталиги ва йўналишини график усулда аниқланг. Олинган натижаларни графоаналитик усулда текширинг.

*Ечим.* Эгилишларни аниқлаш сохта юкланиш эгувчи моментларининг эпюрасини ясашдан иборат бўлади. Танланган узунликлар масштабида балка схемасини чизамиз ва унинг учун эгувчи моментлар эпюрасини ясаймиз. $M$ эпюра юзасини яхлит сохта юкланиш сифатида қабул қилиб, уни бир неча юк юзалари $\omega_1$, $\omega_2$ ва ҳ. к. га бўламиз, яъни яхлит юкланишни тўпланган сохта кучлар (юк юзаларининг оғирлик марказларига қўйилган ва $\omega_1=\omega_2=20$ кНм$^2$, $\omega_3=\omega_4=40$ кНм$^2$, $\omega_5=\omega_6=20$ кНм$^2$ га тенг бўлган кучлар билан алмаштирамиз.




7.43- масалага онд

Сохта кучлар масштабини танлаб ўша масштабда ихтиёрий олинган $H$ қутб масофасида куч кўпбурчагини ясаймиз. $O$ қутбнинг вазияти баландлик бўйича ҳам ихтиёрий. $O$ нуқта кучлар чизиғидан чапда ётади (агар улар чапдан ўнгга қараб қўйиладиган бўлса). Сохта кучлар йўналиши $M$ эпюра ишорасига қараб танланади: агар $M>0$, $\omega>0$, яъни юқорига қўйилади.

Сохта юкланишнинг симметриклигини ҳисобга олиб, қутбни кучлар йиғиндиси баландлиги ўртасига жойлаштирамиз, $A$—1, 1—2 ва ҳ. к. нурларни ўтказамиз ҳамда $A$ нуқтадан бошлаб арқон кўпбурчагини ясаймиз. Юк юзалари $\omega$ қанча кўп бўлса, арқон кўпбурчаги балканинг эгилган ўқини тасвирлайдиган эгри чизиққа яқин бўлади, лекин

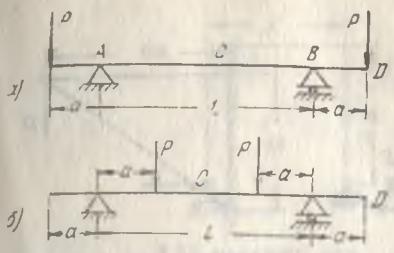
$$\frac{EJ}{H}=k \text{ марта } \left(M^c=H\cdot\eta;\ f=\frac{M^c}{EJ} \text{ бўлгани учун } f=\frac{H\cdot\eta}{EJ}=\frac{\eta}{k}\right).$$

Арқон кўпбурчагининг туташтирувчи чизиғи $AB$ берилган балкани маҳкамлаш шартини қаноатлантириши керак (чунки $f_A=0$ ва $f_B=0$, $\eta_A=0$ ва $\eta_B=0$). Энди узунликлар масштабида туташтирувчи чизиқ $AB$ дан то арқон кўпбурчагининг тегишли томонлари $3-4$ ва $6-B$ гача бўлган ординаталар $\eta_C$ ва $\eta_D$ ни (вертикал $D'D$ гача давом эттирилган) ўлчаш қолади. Улар қуйидагиларга тенг чиқади: $\eta_C=175$ см, $\eta_D=200$ см.

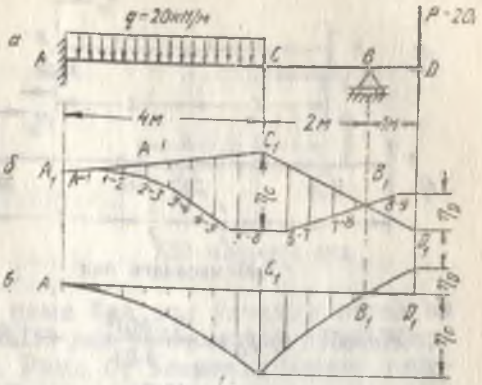
Биз қутб масофасини $H=80$ кНм, бикрликни $EJ=7\cdot10^{10}$ Н см$^2$ $=7000$ кНм$^2$ деб олганлигимиз учун тегишли эгилишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$f_C=\frac{H}{EJ},\quad \eta_C=\frac{80\cdot175}{7000}=2 \text{ см};$$

$$f_D=\frac{80\cdot200}{7000}=2{,}3 \text{ см}.$$



7.44- масалага оид



7.45- масалага оид

Графоаналитик ечимда қуйидаги жавоблар олинади:

$$f_C = -\frac{7\,M_0a^2}{4\,EJ} = -2 \text{ см}, \quad f_D = \frac{2\,M_0a^2}{EJ} = 2{,}29 \text{ см}.$$

**7.44.** График усулдан фойдаланиб, расмда кўрсатилган икки балка учун, агар $P = 40$ кН, $l = 4a = 4$ м ва $EJ = 4000$ кНм² бўлса, эгилган ўқни ясанг ҳамда қулоч ўртасидаги эгилишлар ($f_C$) ва консолнинг эркин учидаги эгилишлар ($f_D$) катталигини аниқланг.

Ясаш натижаларини графоаналитик усулда текшириб кўринг.

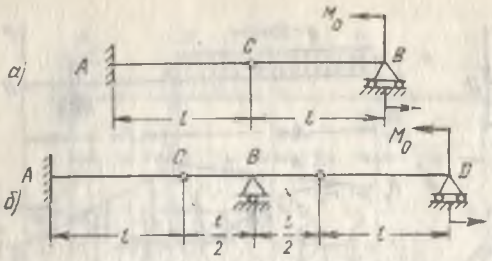
*Жавоб:* а) $f_C = 2$ см,
$f_D = -2{,}33$ см;
б) $f_C = -1{,}83$ см;
$f_D = 1{,}5$ см.

**7.45.** Агар балканинг бикрлиги $EJ = 24000$ кНм² бўлса (расм, *а* га қаранг), балканинг шарнирли эгилган ўқини ясанг ҳамда шарнирдаги эгилишни ($f_C$) ва $P$ куч остидаги кесимдаги эгилиш ($f_D$) катталигини аниқланг. График ечим натижаларини аналитик усулда текширинг.

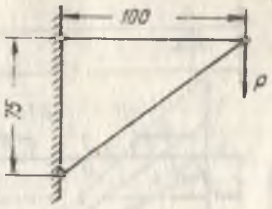
*Кўрсатма.* Берилган балка асосий ва осма балкаларга ажралганлиги учун иккита туташтирувчи чизиқни: асосий балка учун $A_1C_1$ чизиқни (арқон кўпбурчагининг биринчи томони бўйлаб йўналган, чунки $\theta_A = 0$ ва $f_A = 0$) ва шарнир $C_1$ ҳамда таянч $B_1$ орқали ўтадиган иккинчи чизиқ $C_1D_1$ ни (осма балка учун, расм, *б*) чизиш керак. Арқон эгри чизиғини горизонтал нолинчи ўққа келтириш мумкин (расм, *в*).

*Жавоб:* $f_C = -1{,}77$ см; $f_D = 0{,}8$ см.

**7.46.** Агар $M_0 = 60$ кНм бўлса, расмда тасвирланган балкалар учун шарнир $C$ нинг вертикал силжишларини графоаналитик ва график усулларда аниқланг. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 16000$ Н/см², $l = 3$ м бўлса, балканинг қуштаврли кесимини энг катта эгувчи момент бўйича танланг.




7.46- масалага оид




7.48- масалага оид

*Жавоб*: а) $f_C = -\frac{M_0 l^2}{3EJ} = -1{,}8$ см (қўштавр № 27)

б) $f_C = \frac{M_0 l^2}{3EJ} = 1{,}8$ см.

**7.47.** 7.22 масалада берилган шарнирли балкалар учун берилган ўлчамлар ва юкланишларда шарнирдаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини график усулда аниқланг. Балканинг горизонтал нолинчи чизиққа келтирилган эгилган ўқини ясанг.

*Жавоб.* 7.22 масалага қаранг.

## 24- §. Кўчишларни аниқлашнинг энергетик усуллари

**7.48.** Расмда кўрсатилган кронштейн элементларида тўпланган деформациянинг потенциал энергияси билан ташқи кучлар иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, 120 кН га тенг куч $P$ қўйилган узелнинг вертикал кўчиш катталигини аниқланг. Пўлат тортқининг кесими 10 см$^2$, қарағайдан қилинган тиракнинг кесими 250 см$^2$.

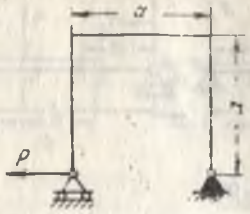
*Жавоб:* 0,273 см.

**7.49.** Қулочи $l$ бўлган ва учларидан шарнирли тиралган балка қулочининг ўртасига тўпланган вертикал куч $P$ ва тўпланган момент $M$ таъсир қилади. Балканинг бикрлиги $EJ$ доимий. Балка деформациясининг потенциал энергияси нимага тенг?

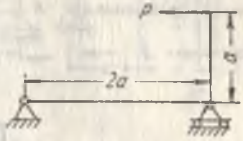
*Жавоб*: $\frac{P^2 l^3}{96EJ} + \frac{M^2 l}{24EJ}$

**7.50.** Қулочи $l$, бикрлиги $EJ$ ва баландлиги $h$ бўлган доимий кесимли балка соф эгилиш таъсирида турибди. Балкадаги энг катта нормал кучланишлар рухсат этиладиган кучланишларга $[\sigma]$ га тенг деб ҳисоблаб, балкада тўпланган потенциал энергиянинг миқдорини ҳисобланг.

*Жавоб*: $\frac{2[\sigma]^2 Jl}{Eh^2}$.




7.51- масалага оид




7.52- масалага оид

**7.51.** Расмда кўрсатилган рама бир хил ўлчамли ригел ва стойкага эга, улар қўштавр № 10 дан тайёрланган бўлиб, бир-бирига қаттиқ маҳкамланган. Рама бу элементларининг узунлиги $a=100$ см. Раманинг қўзғалувчан таянчини чапга силжитишга интиладиган горизонтал куч $P=6000$ Н. Эгилиш потенциал энергияси билан куч $P$ иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, рама чап таянчининг силжишлари қийматини аниқланг.

*Жавоб:* $\frac{5}{3}\frac{Pa^3}{EJ}=2{,}525$ см.

**7.52.** Қулочи $2a=4$ м бўлган ва икки таянчга тиралган балканинг ўнг томонига $a=2$ м баландликдаги стойка қаттиқ маҳкамланган (расмга қаранг). Стойканинг юқори учига горизонтал куч $P=9000$ Н қўйилган. Балка ҳам, стойка ҳам қўштаврлар № 16 дан ясалган. Ташқи кучларнинг иши эгилишдаги потенциал энергияга тенг бўлганлигидан фойдаланиб, $P$ куч қўйилган нуқтанинг горизонтал кўчиш қийматини ҳисобланг. Агар ҳисоблаш вақтида балканинг сиқилиш потенциал энергияси ҳам ҳисобга олинса, силжиш қиймати қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 4,12 см; фақат 0,009 см га ўзгаради.

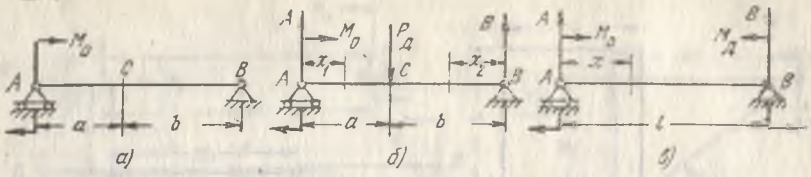
**7.53.** Қулочи 6 м бўлган қўштаврли пўлат балка № 22 бир учи билан шарнирли қўзғалмас таянчга, иккинчи учи билан винтли цилиндрик пружинага таянади. Пружина ўқининг диаметри 10 см, пружина стерженининг диаметри 2 см, ўрамлар сони 6. Балка қулочининг ўртасига қўйилган куч $P=20$ кН таъсирида шу системада тўпланган потенциал энергия миқдорини ҳисобланг. Потенциал энергия билан ташқи кучларнинг иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, балка ўрта қисмининг вертикал кўчиш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* 36,4 кНм; 3,64 см.

**7.54.** Кастильяно теоремаси ёрдамида балканинг $C$ кесимидаги эгилишни (расм, схема $a$ га қаранг), шунингдек балка охирги кесимларини бурилиш бурчакларини аниқланг.

*Ечим.* $C$ нуқтага қўшимча куч $P$ ни қўйиб, кейин эгилишни интеграллар йиғиндиси сифатида ҳисоблаш керак:

$$y_C=\frac{1}{EJ}\int_{(a)}M_1\frac{\partial M_1}{\partial P_K}dx+\frac{1}{EJ}\int_{(b)}M_1\frac{\partial M_2}{\partial P_K}dx.$$




7.54- масалага оид

Берилган юк ва куч $P_к$ ли балкани кўрсатиб, кесимлар абсциссаларини $x_1$ ва $x_2$ билан белгилаймиз (схема, *б*), таянч реакцияларни ҳисоблаймиз:

$$A = -\frac{M_0}{l} + P_к \frac{b}{l}, \quad B = \frac{M_0}{l} + P_к \frac{a}{l}.$$

Сўнгра барча интеграл остидаги қийматларни ҳисоблаймиз:

$$M_1 = M_0 - M_0 \frac{x_1}{l} + P_к \frac{b}{l} x_1, \quad \frac{\partial M_1}{\partial P_к} = \frac{b}{l} x_1,$$

$$M_2 = M_0 \frac{x_2}{l} + P_к \frac{a}{l} x_2, \quad \frac{\partial M_2}{\partial P_к} = \frac{a}{l} x_2.$$

Хусусий ҳосилаларни ҳисоблагандан сўнг, $P_к$ ни нолга тенг деб олиш керак. Қидирилаётган эгилиш

$$y_C = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^a M_0\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{bx}{l}\,dx + \int_0^b M_0 \frac{x^2 a}{l^2}\,dx\right] = M_0 \frac{ab\,(a^2+3\,ab+2\,b^2)}{6\,EJ\,(a+b)^2}.$$

Балка чап учи $A$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун берилган схема *а* учун таянч реакцияларни ҳисоблаш, $M$ (x) ифодани тузиш, берилган $M_0$ момент бўйича ҳосила олиш ва қуйидаги интегрални ҳисоблаш керак:

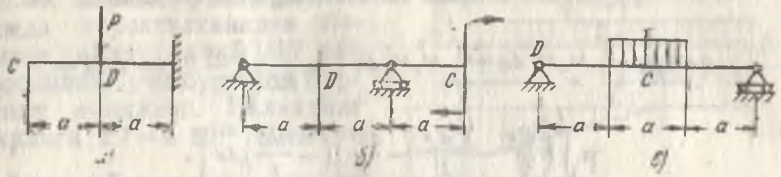
$$\theta_A = \frac{1}{EJ}\int_0^l M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial M_0}\,dx = \frac{1}{EJ}\int_0^l M_0\left(1-\frac{x}{l}\right)^2 dx = \frac{M_0 l}{3\,EJ}.$$

Балка ўнг учи B нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун балкани юклашнинг янги схемаси $B$ ни кўриб чиқиш керак. Бунда балканинг чап учидаги берилган момент $M$ дан ташқари яна ўнг учи B га $M_к$ момент ҳам қўйилган. Таянч реакцияларни, эгувчи момент $M_к(x)$ ни, хусусий ҳосила $M(x)$ ни (бу схема, *b* учун $M_к$ бўйича) ҳисоблаб, қидирилаётган бурилиш бурчагини аниқлайдиган интеграл тузамиз:

$$\theta_B = \frac{1}{EJ}\int_0^l M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial M_к}\,dx = \frac{1}{EJ}\int_0^l M_0\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{x}{l}\,dx = \frac{M_0 l}{6\,EJ}.$$

Барча уч жавоб ҳам мусбат ишорага эга. Бу шуни билдирадики, эгилиш йўналиши $y_C$ пастга қараган ($P_к$ куч каби), чап таянчдаги бурилиш бурчаги соат стрелкаси йўналишида (хусусий ҳосила олинган $M_0$ каби) ҳамда ўнг таянчдаги бурилиш бурчаги соат милига тескари йўналган ($M_к$ каби).

**7.55.** Кастильяно теоремаси ёрдамида расмда кўрсатилган балкалар учун $C$ кесимнинг эгилишини ва $D$ кесимнинг бури-



7.55- масалага оид

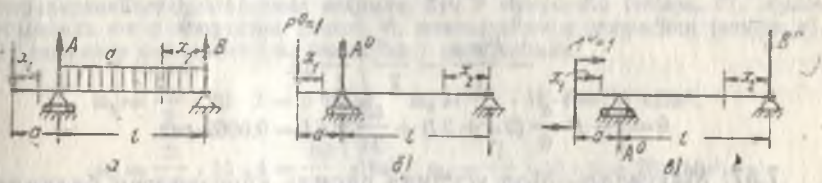
лиш бурчагини аниқланг. $P=21$ кН, $M=21$ кНм, $q=12$ кН/м, балкаларнинг кесими қўштавр № 12.

*Жавоб:* а) $-\frac{5}{6}\frac{Pa^3}{EJ}=-2{,}5$ см, $\frac{Pa^2}{2EJ}=0{,}015$ *рад*;

б) $-\frac{7}{6}\frac{Ma^2}{EJ}=-3{,}5$ см, $\frac{Ma}{12EJ}=0{,}0025$ *рад*;

в) $-\frac{205\,qa^4}{384\,EJ}=-0{,}916$ см, $-\frac{13}{24}\frac{qa^3}{EJ}=-0{,}0093$ *рад*.

**7.56.** Максвелл — Мор усулида расмда кўрсатилганча юкланган пўлат балка консоли учининг эгилиши ва бурилиш бурчагини аниқланг. $P=20$ кН, $q=30$ кН/м, $l=4$ м, $a=1$ м, $I=3500$ см$^4$.



7.56- масалага оид

*Ечими.* Балка кесимининг силжиши (эгилиши ёки бурилиш бурчаги) Максвелл—Мор бўйича қуйидагича ифодаланади:

$$\Delta=\sum\int_{(l)}\frac{M\cdot M^0}{EJ}\,dx.$$

Бу ерда $M(x)$ ёки $M$ — берилган юкланиш схемасида балка кесимидаги эгувчи момент (схема *а* га қаранг), $M^0$ — якка юкланишдан ўша кесимдаги эгувчи момент. Эгилишни аниқлашда якка юкланиш сифатида шу эгилиш қидирилаётган кесимга қўйилган юк $P^0=1$ қабул қилинади (схема *б* га қаранг). Параллел тарзда қуйидаги ҳисобларни бажарамиз:

Схема *а* бўйича юкланиш

$$B=\frac{ql}{2}-P\frac{a}{l},$$

$$M_1=-Px_1,$$

$$M_2=\left(\frac{ql}{2}-P\frac{a}{l}\right)x_2-\frac{qx_2^2}{2};$$

Схема *б* бўйича юкланиш

$$B^0=P^0\frac{a}{l}=\frac{a}{l},$$

$$M_1^0=-1\,x_1=-x_1,$$

$$M_2^0=-\frac{a}{l}x_2.$$

Энди эгилиш $y$ ни икки интервал йиғиндиси сифатида ҳисоблаймиз:

$$y=\frac{1}{EJ}\left[\int_0^a M_1M_1^{\circ}\,dx+\int_0^l M_2M_2^{\circ}\,dx\right]=\frac{1}{EJ}\left[\int_0^a -Px\,(-x)\,dx+\right.$$

$$\left.+\int_0^l\left(\frac{qlx}{2}-\frac{Pax}{l}-\frac{qx^2}{2}\right)\left(-\frac{ax}{l}\right)dx\right],$$

$$y=\frac{Pa^2(a+l)}{3EJ}-\frac{qal^3}{24EJ}=-0{,}667\text{ см}.$$

«Минус» ишораси эгилиш $P^{\circ}$ куч йўналишига тескари томонга йўналганлигини билдиради.

Консол учининг бурилиш бурчагини аниқлаш учун яна бир юкланиш ҳолатини (схема, *в*), яъни консол учига момент $M^{\circ}=1$ қўйилган ҳолни кўриб чиқамиз. Бу ҳолатда ўнг таянчнинг таянч реакцияси ва якка эгувчи моментлар қуйидагича ифодаланади.

$$B^{\circ}=\frac{M^{\circ}}{l}=\frac{1}{l},\qquad M_1^{\circ}=1,\qquad M_2^{\circ}=\frac{x}{l}.$$

Берилган юкланиш (схема, *а*) дан ҳосил бўладиган $M_1$ ва $M_2$ ларнинг қийматлари олдинроқ топилган. Қидирилаётган бурилиш бурчаги қуйидаги интегралларнинг йиғиндисидан аниқланади:

$$EJ\,\theta=\int_0^a M_1M_1^{\circ}\,dx+\int_0^l M_2\cdot M_2^{\circ}\,dx=\int_0^a -Px\cdot 1\cdot dx+\int_0^l\left(\frac{qlx}{2}-\right.$$

$$\left.-\frac{Pax}{l}-\frac{qx^2}{2}\right)\frac{x}{l}\,dx.$$

$$\theta=\left[-P\frac{a}{6}(3a+2l)+\frac{ql^3}{24}\right]:EJ=0{,}0062\text{ рад}.$$

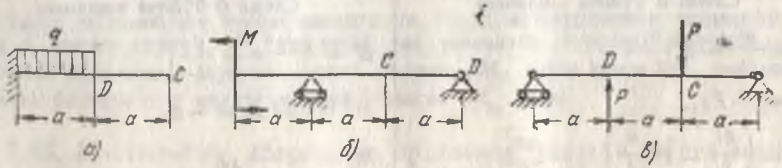
**7.57.** Максвелл—Мор усулида расмда кўрсатилган балкалар учун $C$ кесимнинг эгилиш катталигини ва $D$ кесимнинг бурилиш бурчагини аниқланг. $P=18$ кН, $M=10$ кНм, $q=12$ кН/м, $a=1$ м, балкаларнинг кесими қўштавр № 10.

*Жавоб*:

а) $-\frac{7qa^4}{24EJ}=-0{,}884$ см, $-\frac{qa^3}{6EJ}=-0{,}00505$ рад;

б) $\frac{Ma^2}{4EJ}=0{,}632$ см, $-\frac{Ma}{3EJ}=-0{,}00842$ рад;

в) $-\frac{Pa^3}{18EJ}=-0{,}2525$ см, $-\frac{Pa^2}{18EJ}=-0{,}002525$ рад.




*а)* *б)* *в)*

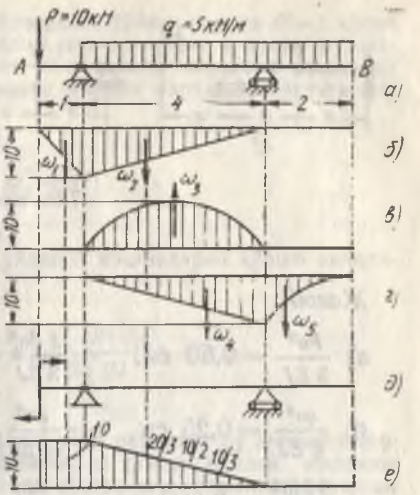
7.57- масалага оид

**7.58.** Верешчагин усулида расмда кўрсатилганидек юкланган пўлат балка $AB$ чап консолининг учи бурилиш бурчагини аниқланг. Балканинг бикрлиги $EJ=4\cdot10^{10}$ Н/см².

*Ечими:* Балканинг бир неча участкалари юкланган ҳолларда исталган кўчиш $\Delta$ қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$\Delta=\sum\frac{\omega\cdot M^{\circ}_{C}}{EJ},$$

бунда $\omega$ — берилган юкланиш эгувчи моментининг эпюраси юзаси, $M^{\circ}_{c}$ — силжиш қидирилаётган кесимга қўйилган якка юк $P^{\circ}=1$ ёки $M^{\circ}=1$ эгувчи моментининг эпюраси ординатаси. Ордината $M^{\circ}_{c}$ балка участкасининг шундай кесимида олинадики, шу участкада берилган юкланиш эгувчи моменти эпюрасининг оғирлик маркази шу кесим қаршисига тўғри келади.




7.58- масалага оид

Кучларнинг таъсирларини қўшиш усулидан фойдаланиб, эгувчи момент эпюраларини алоҳида-алоҳида ясаймиз: куч $P$ эпюрасини (эпюра, *б*), қулоч чегарасида юк $q$ эпюрасини (эпюра, *в*), консолда юк $q$ эпюрасини (эпюра, *г*). Шу эпюралар юзаларини (юк юзаларини) ҳисоблаймиз.

$$\omega_1=\frac{1}{2}\cdot10\cdot1=5\ \text{кНм}^2,\quad \omega_2=\frac{1}{2}\cdot10\cdot4=20\ \text{кНм}^2,$$

$$\omega_3=\frac{2}{3}\cdot10\cdot4=\frac{80}{3}\ \text{кНм}^2,\quad \omega_4=\frac{1}{2}\cdot10\cdot4=20\ \text{кНм}^2,$$

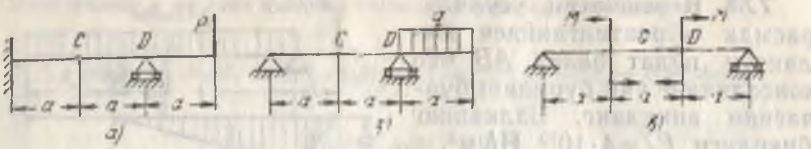
$$\omega_5=\frac{1}{2}\cdot10\cdot2=\frac{20}{3}\ \text{кН}\cdot\text{м}^2.$$

Балка консолининг чап учига момент $M^{\circ}=1$ ни қўямиз (схема, *д*) ва шу якка юкнинг эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *е*). Схемалар *б*, *в* ва *г* ларда кўрсатилган юк юзаларининг оғирлик марказлари қаршисига тўғри келадиган ординаталар $M^{\circ}_{c}$ қийматларини ҳисоблаймиз. Бу ординаталар схема, *е* да берилган. Сўнгра $A$ кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини ҳисоблаймиз.

$$EJ\,\theta_A=-0{,}5\cdot1-20\cdot\frac{2}{3}+\frac{80}{3}\cdot\frac{1}{2}-20\,\frac{1}{3}-\frac{20}{3}\cdot0=-\frac{70}{6}\ \text{кНм}^2.$$

$$\theta_A=-\frac{70\cdot10^7}{6\cdot4\cdot10^{10}}=-0{,}0029\ \text{рад}.$$

**7.59.** Верешчагин усулидан фойдаланиб, расмда кўрсатилган балкаларнинг $C$ кесимидаги эгилиш катталигини ва $D$ кесимдаги бурилиш бурчагини аниқланг. Ҳар қайси балканинг бикрлиги $EJ=8\cdot10^9$ Н/см², $P=12$ кН, $M=8$ кНм, $q=16$ кН/м, $a=1$ м.



7.59- масалага оид

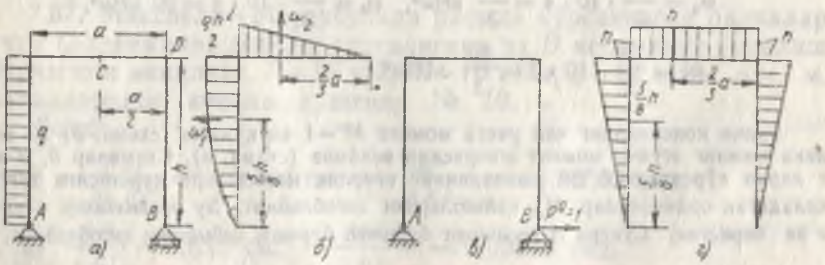
*Жавоб:*

а) $\frac{Pa^3}{3EJ} = 0{,}50$ см, $-\frac{2Pa^2}{3EJ} = -0{,}01$ рад;

б) $\frac{qa^4}{8EJ} = 0{,}25$ см, $-\frac{qa^3}{3EJ} = -0{,}0067$ рад;

в) $\frac{5Ma^2}{8EJ} = 0{,}625$ см, $-\frac{Ma}{2EJ} = -0{,}005$ рад.

**7.60.** Расмда кўрсатилган рама $B$ таянчининг текис тақсимланган юкланиш таъсирида горизонтал силжишини аниқланг. Шунингдек, $C$ кесимнинг вертикал силжишини ва $D$ кесимнинг бурилиш бурчагини ҳам аниқланг. Раманинг барча участкаси бикрлиги бир хил ва ўзгармас.



7.60- масалага оид

*Ечими.* Масалани Кастильяно теоремаси, Максвелл — Мор интеграллари ёки Верешчагин усулида счиш мумкин. Биз Верешчагин усулида ечамиз. Берилган юкланишдан (схема, *а*) эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *б*). Юзаларнинг оғирлик марказлари вазиятини кўрсатамиз ва эпюранинг ҳар бир участка қиймати юзасини ҳисоблаймиз:

$$\omega_1 = \frac{2}{3}\,\frac{qh^2}{2}\,h = \frac{qh^3}{3}, \qquad \omega_2 = \frac{1}{2}\,\frac{qh^2}{2}\,a = \frac{qh^2a}{4}.$$

Қидирилаётган кўчиш жойида унинг йўналиши бўйича рамага $P^\circ = 1$ кучни қўямиз (схема, *в*). Ана шу якка юкланишдан эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *г*) ва бу эпюранинг ҳар қайси участкасида берилган юкланиш эпюрасининг ҳар қайси участкаси юзаларининг оғирлик маркази вазиятига мос келадиган ординатани белгилаймиз:

$$M_1^\circ = \frac{5}{8}h, \quad M_1^\circ = h.$$

Рама $B$ таянчининг горизонтал кўчиши қуйидаги ҳосилаларни қўшиб аниқланади:

$$\Delta_B = \frac{1}{EJ}\left(\frac{qh^3}{3}\,\frac{5}{8}\,h + \frac{qh^2a}{4}\,h\right) = \frac{qh^3}{24\,EJ}(5h + 6a).$$

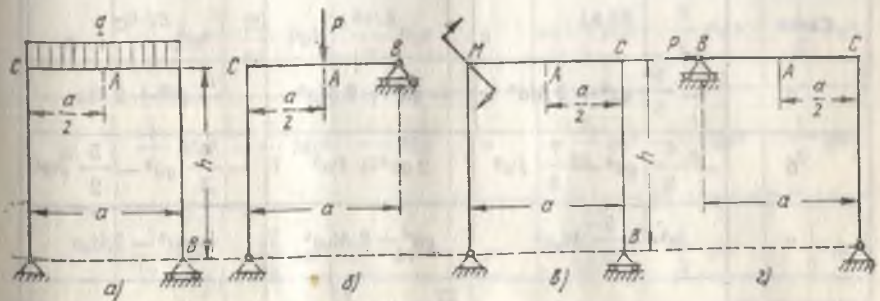
$C$ кесимнинг вертикал кўчишини аниқлаш учун раманинг бу кесимига вертикал таъсир қиладиган $P^\circ = 1$ кучни қўйиш керак ҳамда бундай юкланиш ҳолати учун эгувчи момент эпюрасини ясаш, сўнгра шу эпюранинг берилган юкланиш эпюралари юзаларининг оғирлик марказлари вазиятларига мос координаталарни ҳисоблаш керак (схема, *б*). Сўнгра яна берилган юкланиш эпюралари юзаларини якка юк эпюраларининг ординаталарига кўпайтириш операцияларини бажариш керак. Бу ҳосилаларни қўшиб ва бикрлик қийматига бўлиб, $C$ кесимнинг вертикал силжиш катталигини аниқлаймиз.

$D$ кесимнинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун раманинг $M^\circ = 1$ момент билан юкланиш ҳолатини кўриб чиқиш керак. Бу момент бурилиш бурчаги аниқланиши керак бўлган кесимга қўйилади, сўнгра юқорида бажарилган операциялар яна такрорланади.

*Жавоб:*

$$y_C = -\frac{qh^2a^2}{32\,EJ}; \quad \theta_D = \frac{qh^2a}{12\,EJ}.$$

**7.61.—7.63.** Исталган энергетик усулда расмда кўрсатилган статик аниқланадиган ҳамда барча участкалардаги бикрлик $EJ$ ўзгармас ҳамда бир хил бўлган рамаларнинг $A$ кесимидаги вертикал кўчиш ($y_A$), $B$ кесимидаги горизонтал кўчиш $\Delta_B$ ва $C$ кесимидаги бурилиш бурчаги ($\theta_C$) катталикларини аниқланг.

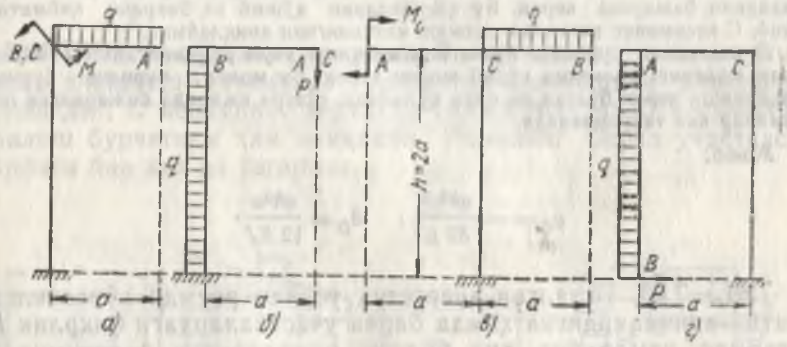



7.61-масалага оид

Жавобларда манфий ишора билан пастга ва чапга йўналган кўчишлар кўрсатилган. Манфий бурилиш бурчаги соат мили бўйича йўналган.

*7.61- масала жавоби.*

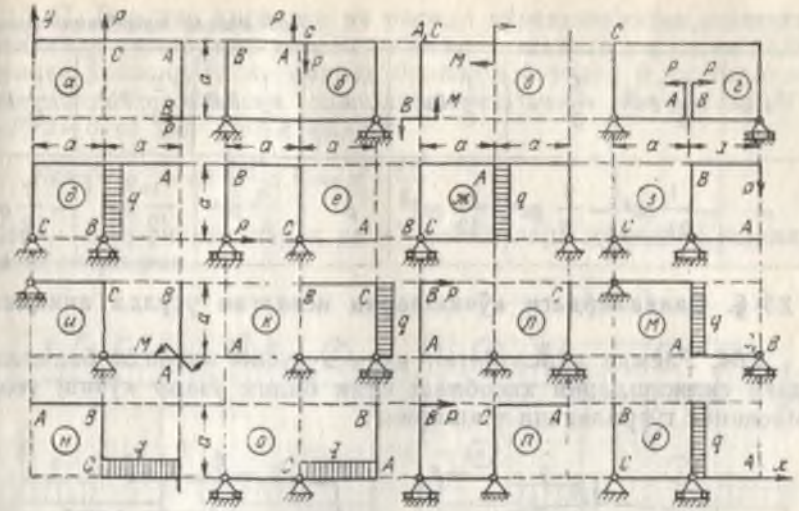
| Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot \theta_C$ |
|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{5}{384} qa^4$ | $\frac{1}{12} qa^3 h$ | $-\frac{1}{24} qa^3$ |
| *б* | $-\frac{1}{48} Pa^3$ | $\frac{1}{16} Pa^2 h$ | $-\frac{1}{16} Pa^3$ |
| *в* | $-\frac{1}{16} Ma^2$ | $\frac{1}{2} Mah$ | $\frac{1}{6} Ma$ |
| *г* | $\frac{1}{16} Pha^2$ | $\frac{1}{3} Ph^2 (a + h)$ | $-\frac{1}{3} Pha$ |




7.62- масалага оид

*7.62- масала жавоби*

| Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot \theta_C$ |
|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{9}{8} qa^4 + 2Ma^2$ | $-qa^4 + 2Ma^2$ | $-qa^3 + 2Ma$ |
| *б* | $-\frac{4}{3} qa^4 - \frac{7}{3} Pa^3$ | $2qa^4 + Pa^3$ | $-\frac{4}{3} qa^3 - \frac{5}{2} Pa^2$ |
| *в* | $qa^4 + \frac{5}{2} M_0 a^2$ | $qa^4 + 2M_0 a^2$ | $-qa^3 - 2M_0 a$ |
| *г* | $-qa^4 - 3Pa^3$ | $\frac{22}{3} qa^4 + \frac{28}{3} Pa^3$ | $2Pa^2$ |



7.63- масалага онд

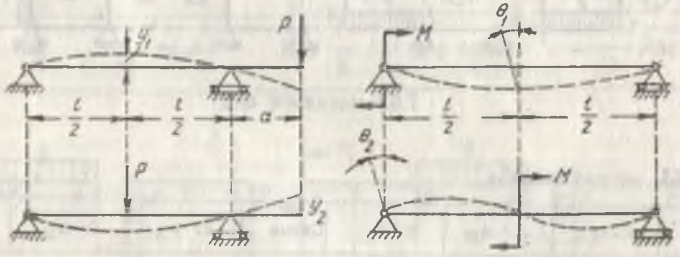
*7.63- масала жавоби*

| Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot \theta_C$ | Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot \theta_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{7}{6}Pa^3$ | $-\frac{11}{6}Pa^3$ | $-\frac{1}{2}Pa^2$ | *д* | $-\frac{1}{3}qa^4$ | $-\frac{29}{24}qa^4$ | $\frac{11}{12}qa^3$ |
| *б* | $\frac{5}{3}Pa^3$ | $-\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{11}{6}Pa^2$ | *е* | $-Pa^3$ | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $-Pa^2$ |
| *в* | $-\frac{1}{2}Ma^2$ | $\frac{3}{2}Ma^2$ | $Ma$ | *ж* | $-\frac{1}{4}qa^4$ | $-\frac{4}{3}qa^4$ | $-\frac{7}{24}qa^3$ |
| *г* | $\frac{1}{4}Pa^3$ | $\frac{29}{24}Pa^3$ | $\frac{1}{2}Pa^2$ | *з* | $-\frac{1}{3}Pa^3$ | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^2$ |
| *и* | $\frac{11}{6}Ma^2$ | $-\frac{7}{3}Ma^2$ | $\frac{1}{3}Ma$ | *н* | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $-\frac{1}{6}qa^4$ | $\frac{1}{6}qa^3$ |
| *к* | $\frac{1}{12}qa^4$ | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $\frac{1}{3}qa^3$ | *о* | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $\frac{1}{3}qa^4$ | $-\frac{1}{6}qa^3$ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| л | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{5}{3}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^2$ | п | $\frac{1}{6}Pa^3$ | $\frac{2}{3}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^2$ |
| м | $-\frac{1}{24}qa^4$ | $-\frac{1}{8}qa^4$ | $\frac{1}{12}qa^3$ | р | $\frac{1}{6}qa^4$ | $\frac{1}{12}qa^4$ | $-\frac{1}{12}qa^3$ |

## 25-§. Балкалардаги кўчишларни исталган усулда аниқлаш

**7.64.** Расмда кўрсатилган икки хусусий мисолда балкалардаги силжишларни ҳисоблаш йўли билан ўзаро кўчиш теоремасининг тўғрилигини текширинг.




7.64- масалага оид

*Жавоб:* $y_1 = y_2 = \frac{Pl^2a}{16EJ}$; $\theta_2 = \theta_2 = \frac{Ml}{24\,EJ}$.

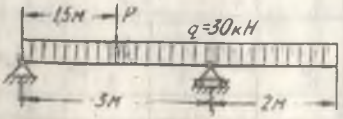
**7.65.** Икки таянчга тиралган консолли балка расмда кўрсатилгандек юкланган. Консол учидаги эгилиш нолга тенг бўлиши учун $P$ кучи қанча бўлиши лозим?

*Жавоб:* 100 кН.

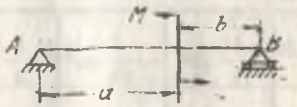
**7.66.** Икки таянчга тиралган балка расмда кўрсатилганидек тўпланган момент билан юкланган. Момент қўйилган кесимдаги эгилиш катталигини ва ҳар қайси таянчдаги бурилиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб:* $y = -\frac{M\,a\,b\,(a-b)}{3\,E\,J\,(a+b)}$; $\theta_A = -\frac{M\,(a^2+2ab-2\,b^2)}{6\,E\,J\,(a+b)}$;

$$\theta_B = -\frac{M\,(b^2+2\,ab-2\,a^2)}{6\,E\,J\,(a+b)}.$$




7.65- масалага оид

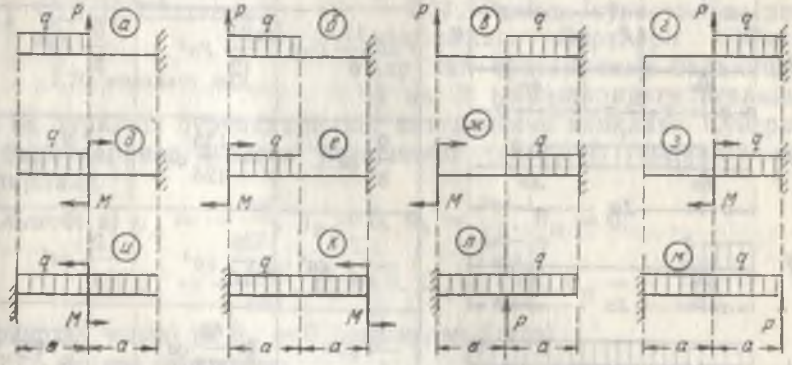



7.66- масалага оид

7.67. Бир учи қисилган ва расмда кўрсатилгандек юкланган балкалар учун эркин учининг эгилиш катталиги $y_к$ ни ва балка қулочи ўртасидаги кесимнинг бурилиш бурчаги $\theta$ катталигини аниқланг. Ҳисоблашни соддалаштириш учун $P=q\cdot a$ ва $M=P\cdot a=q\cdot a^2$ деб қабул қилинг.

*Жавоб:* $y_к=\kappa\cdot\frac{q\cdot a^4}{EJ}$; $\theta=\kappa'\cdot\frac{q\,a^3}{EJ}$;

Сонли коэффициентлар $\kappa$ ва $\kappa'$ қийматлари қуйидаги жадвалда келтирилган.

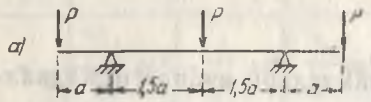
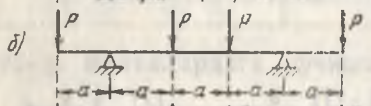
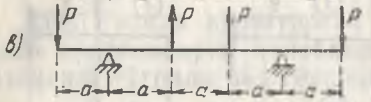
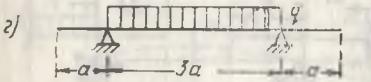
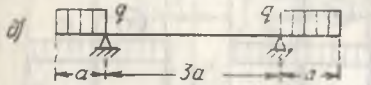
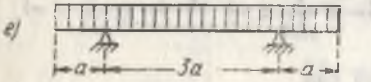
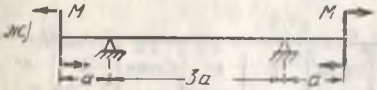
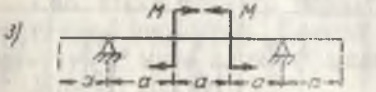


7.67- масалага онд

| Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{7}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | *б* | $\frac{23}{24}$ | $-\frac{1}{2}$ | *в* | $\frac{19}{8}$ | $-\frac{4}{3}$ | *г* | $\frac{13}{24}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| *д* | $-\frac{5}{24}$ | 0 | *е* | $\frac{7}{24}$ | 0 | *ж* | $\frac{41}{24}$ | $-\frac{5}{6}$ | *з* | $\frac{29}{24}$ | $-\frac{5}{6}$ |
| *и* | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{6}$ | *к* | 0 | $-\frac{1}{6}$ | *л* | $-\frac{7}{6}$ | $-\frac{2}{3}$ | *м* | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

7.68. Икки консолли симметрик балкалар 206-бетдаги жадвалда келтирилган расмларда кўрсатилган симметрик юк билан юкланган. Консол учидаги эгилиш катталиги $y_у$ ни, қулоч ўртасидаги эгилиш катталиги $y_ў$ ни, чап таянчдаги кесимнинг бурилиш бурчаги катталигини ҳарфлар тарзида аниқланг.

*7.68- масалага доир*

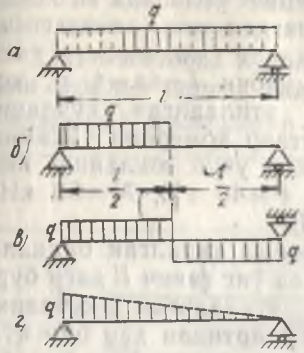
| Схема | Жавоб | | |
|---|---|---|---|
| | $EJv_y$ | $EJy_{\frac{1}{2}}$ | $EJ\theta$ |
| а)  | $-\frac{61}{48}Pa^3$ | $\frac{9}{16}Pa^3$ | $\frac{15}{16}Pa^2$ |
| б)  | $-\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{2}Pa^2$ |
| в)  | $-\frac{17}{6}Pa^3$ | $\frac{25}{12}Pa^3$ | $\frac{5}{2}Pa^2$ |
| г)  | $\frac{9}{8}qa^4$ | $-\frac{135}{128}qa^4$ | $-\frac{9}{8}qa^3$ |
| д)  | $-\frac{7}{8}qa^4$ | $\frac{9}{16}qa^4$ | $\frac{3}{4}qa^3$ |
| е)  | $\frac{1}{4}qa^4$ | $-\frac{63}{128}qa^4$ | $-\frac{3}{8}qa^3$ |
| ж)  | $-2Ma^2$ | $\frac{9}{8}Ma^2$ | $\frac{3}{2}Ma$ |
| з)  | $\frac{1}{2}Ma^2$ | $-\frac{5}{8}Ma^2$ | $-\frac{1}{2}Ma$ |

**7.69.** Бир учидан қисилган, қулочи 2 м га тенг бўлган қўштаврли пўлат балка № 24 интенсивлиги 6 кН/м бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган. Энг катта нормал кучланишлар 160 МПа дан ошмаслиги учун балканинг эркин учига қўшимча равишда қанча тўпланган $P$ кучни қўйиш мумкин? Энг катта эгилиш 1/300 қулоч улушидан ошмаслиги керак.

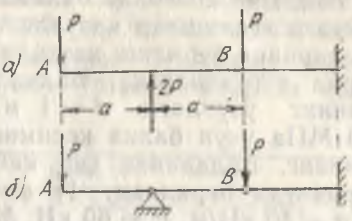
*Жавоб:* $P=12800$ Н (бикрлик шартига кўра).

**7.70.** Схема, *а* бўйича юкланган балканинг ўрта кесимидаги эгилишни бирга тенг деб олиб (расмга қаранг) ва расмнинг қолган учта схемасидаги балкалар юкланишини бир-бирига таққослаб, шу уч балка ўрта кесимларидаги эгилишлар нимага тенг бўлишини аниқланг. Ҳисобларни таққослаш йўли билан схема, *в* бўйича, балканинг энг катта эгилиши балка *а* қулочининг ўртасидаги эгилишидан қанча кичиклигини аниқланг.

*Жавоб.* 1) 0,5; 0; 0,5; 2) 16 марта.



7.70- масалага оид



7.71- масалага оид

**7.71.** Расмда кўрсатилган ва маҳкамлаш шартлари бўйича ҳар хил бўлган икки балканинг $A$ ва $B$ кесимларидаги эгилишлар ва бурилиш бурчакларининг катталигини аниқланг. Сўнгра бу балкаларнинг эгилган ўқларининг тахминий кўринишини тасвирланг.

*Жавоб*: а) $y_A = -\frac{Pa^3}{EJ}$, $y_B = 0$, $\theta_A = \frac{Pa^2}{EJ}$, $\theta_B = 0$;

б) $y_A = -\frac{2Pa^3}{3EJ}$, $y_B = 0$, $\theta_A = \frac{5Pa^2}{6EI}$, $\theta_B = -\frac{Pa^2}{6EI}$

(шарнирдан чапда) ва $\theta_B = 0$ (шарнирдан ўнгда)

*7.72- масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Қўштавр номери | $y_ў$, см | $y_y$, см | $\theta_A$ рад |
|---|---|---|---|---|---|
| а) | 1 | 27 | —0,866 | 0,266 | —0,01067 |
| | 2 | 27 | —0,931 | 0,196 | —0,00931 |
| б) | 1 | 33 | 0,169 | —0,474 | 0,00068 |
| | 2 | 30а | —0,343 | —0,129 | —0,00343 |
| в) | 1 | 27 | —0,057 | —0,566 | —0,00133 |
| | 2 | 30 | —0,799 | 0,494 | —0,00659 |
| г) | 1 | 27 | —0,498 | 2,413 | —0,00732 |
| | 2 | 18 | 0 | —0,711 | —0,00518 |
| д) | 1 | 24а | —0,658 | 0,844 | —0,00438 |
| | 2 | 18 | 0 | —0,194 | 0 |
| е) | 1 | 24а | —1,272 | 1,37 | —0,00965 |
| | 2 | 33 | —0,881 | 0,89 | —0,00678 |

7.72. Бир консолли балкалар қулочининг ўртасида ва консол учидаги эгилишлар катталигини, шунингдек чап таянчдаги кесимларнинг бурилиш катталигини аниқланг (жадвалдаги расмларда кўрсатилган). Балкаларнинг қулочи $l=4a=4$ м, консолнинг узунлиги $a=1$ м. Рухсат этиладиган кучланиш 160 МПа учун балка кесимининг қўштавр номерини тахминан танланг. Балканинг ҳар қайси схемаси учун юкланиш икки вариантда берилади: 1) $q=2$ кН/м, $P=40$ кН, $M=60$ кНм; 2) $q=40$ кН/м, $P=60$ кН, $M=20$ кНм.
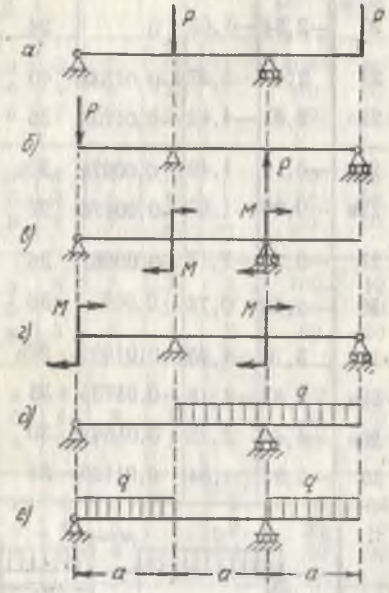
7.73. Расмда кўрсатилган икки таянчга тиралган балкалар учун $C$ кесимдаги эгилиш катталигини ва ўнг таянч $B$ даги бурилиш бурчагини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланиш 16000 Н/см² бўлгандаги мустаҳкамлик шартидан ҳар бир қўштаврли балканинг кесимини тахминан танланг ёки жавобли жадвалда кўрсатилган қўштаврлар номерлари ҳақидаги маълумотлардан фойдаланинг. Балка юклашнинг икки варианти берилади: 1) $q=20$ кН/м, $P=40$ кН, $M=60$ кНМ ва 2) $q=40$ кН/м, $P=60$ кН, $M=30$ кНм. Балкалар қулочи

*7.73-масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Қўштавр номери | Жавоб | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $y_C$, см | $\theta_B$, рад | $\Delta y_C$, см |
| а) | 1 | 33 | —1,355 | 0,00926 | —0,031 |
| | 2 | 40 | —1,197 | 0,00806 | —0,022 |
| б) | 1 | 27а | —1,212 | 0,00707 | —0,045 |
| | 2 | 30 | —1,319 | 0,00675 | —0,038 |
| в) | 1 | 36 | —1,295 | 0,00822 | —0,027 |
| | 2 | 45 | —1,117 | 0,00692 | —0,017 |
| г) | 1 | 27 | —0,355 | —0,00488 | —0,046 |
| | 2 | 30 | —1,130 | 0,00832 | —0,038 |
| д) | 1 | 27 | —0,444 | 0,00866 | —0,046 |
| | 2 | 20 | 0 | 0,00785 | —0,084 |
| е) | 1 | 27а | —1,858 | 0,01192 | —0,045 |
| | 2 | 36 | —1,046 | 0,00775 | —0,027 |

$l = 3a = 6$ м. Агар ҳар қайси балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олинса, уларнинг эгилиши қандай $\Delta y_C$ қийматга ўзгаради?

**7.74.** Расмларда кўрсатилган балкаларнинг эгилишлар катталигини ҳарфлар тарзида аниқланг. Қулоч ўртасидаги ($y_ў$) ва консол учидаги ($y_у$) эгилишларни аниқланг.

| Схема | Жавоб | |
|---|---|---|
| | $EJy_ў$ | $EJy_у$ |
| а)  | $\frac{1}{12} Pa^3$ | $-\frac{3}{4} Pa^3$ |
| б) | $\frac{5}{12} Pa^3$ | $-\frac{5}{4} Pa^3$ |
| в) | $\frac{1}{4} Ma^2$ | $-\frac{7}{12} Ma^2$ |
| г) | $-\frac{1}{4} Ma^2$ | $\frac{13}{12} Ma^2$ |
| д) | $\frac{1}{48} qa^4$ | $-\frac{13}{14} qa^4$ |
| е) | $\frac{1}{48} qa^4$ | $-\frac{5}{16} qa^4$ |

**7.75.** Қўштавр кесимли балкалар 210-бетдаги расмда кўрсатилганидек юкланган. Қулоч ўртасидаги ($y_ў$) ва консол учидаги ($y_у$) эгилишлар катталигини, шунингдек ўнг таянчдаги бурилиш бурчагини аниқланг. Участка узунлиги $a = 2$ м, ҳар қайси балка схемаси учун юкланиш икки вариантда берилади: 1) $M = 20$ кНм, $P = 30$ кН, $q = 10$ кН/м. 2) $M = 30$ кНм, $P = 20$ кН, $q = 2$ кН/м.

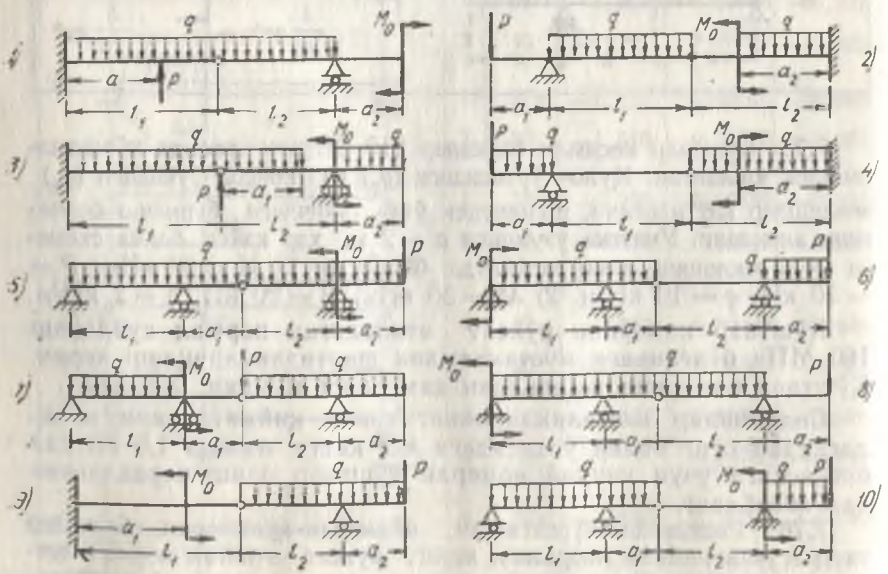
Қўштавр номерини рухсат этиладиган нормал кучланиш 160 МПа бўлгандаги мустаҳкамлик шартидан аниқлаш керак. Қўштавр номерини жадвалдан ҳам олиш мумкин (3-графа).

Силжишлар катталикларининг сонли қийматларини аниқлагандан сўнг балка ўртасидаги энг катта эгилиш 1,6 см дан ошмаслиги учун қандай номерли қўштавр олиш кераклигини ҳам ҳисобланг.

**7.76.** Расмларда кўрсатилган шарнирли-қўштаврли балкалар учун эгувчи момент эпюрасини ясанг, рухсат этилган нормал кучланиш 160 МПа бўлганда қўштавр номерини танланг, сўнгра шар-

*7.75- масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Мустаҳкамлик шартига кўра қўштавр номери | Жавоб | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $y_B$, см | $y_V$, см | $\theta_B$, рад | Бикрлик шартига кўра қўштавр номери |
| г) | 1 | 24а | —3,16 | 1,23 | 0,00878 | 30а |
| | 2 | 20 | —2,54 | —1,63 | 0 | 24 |
| ғ) | 1 | 27 | 2,4 | —3,87 | —0,01533 | 40 |
| | 2 | 22а | 2,87 | —4,42 | —0,01732 | 36 |
| д) | 1 | 24а | —3,16 | 1,49 | 0,00878 | 30а |
| | 2 | 22а | —0,96 | —1,67 | —0,00478 | 27 |
| е) | 1 | 27 | —0,27 | —2,13 | —0,00667 | 36 |
| | 2 | 30 | —2,64 | 0,75 | 0,008 | 36 |
| ё) | 1 | 18 | 3,10 | —4,40 | —0,01805 | 27а |
| | 2 | 22а | 2,87 | —4,18 | —0,01735 | 36 |
| ж) | 1 | 20а | —4,61 | 2,30 | 0,01642 | 30 |
| | 2 | 30 | —2,92 | 1,84 | 0,01120 | 36 |




*7.76- масалага оид*

нирдаги ($y_ў$) ва консолнинг эркин учидаги $y_у$ эгилиш катталигини аниқланг. Ўлчамлар ва юкланишлар жадвалда кўрсатилган.

*7.76. масалага доир*

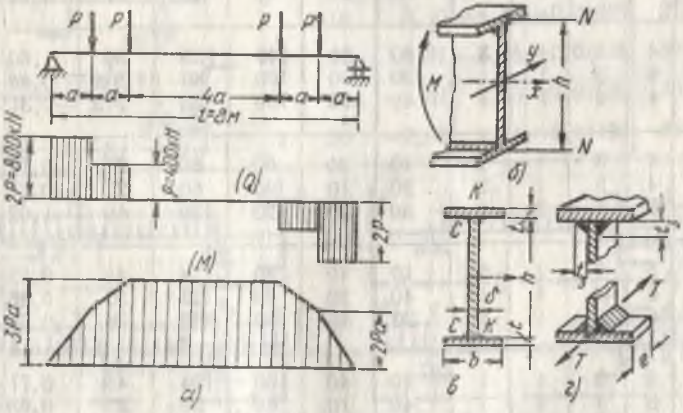
| Схема | Вариант | Ўлчамлар, м | | | | Юкланиш | | | Жавоб | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $l_1$ | $l_2$ | $a_1$ | $a_2$ | $P$ | $q$ | $M_0$ | $M_{max}$ | Профиль номери | Эгилиш, см | |
| | | | | | | кН | кН/м | кН.м | кН.м | | $y_ў$ | $y_у$ |
| 1 | а | 3 | 5 | 1 | 1 | 100 | 40 | 160 | 272 | 55 | —0,77 | —0,01 |
| | б | 4 | 4 | 3 | 1 | 80 | 20 | 100 | 110 | 36 | 0,65 | —0,71 |
| | в | 3 | 5 | 1 | 1 | 50 | 20 | 80 | 136 | 20 | —1,12 | —0,01 |
| 2 | а | 4 | 4 | 2 | 2 | 20 | 40 | 80 | 440 | 65 | —1,07 | 0,56 |
| | б | 3 | 4 | 1 | 1 | 30 | 20 | 100 | 190 | 45 | —1,44 | 0,45 |
| | в | 4 | 4 | 2 | 2 | 10 | 20 | 40 | 220 | 50 | —1,38 | 0,72 |
| 3 | а | 4 | 2 | 1 | 1 | 100 | 10 | 80 | 140 | 40 | 2,25 | —0,99 |
| | б | 3 | 5 | 3 | 2 | 100 | 20 | 120 | 84 | 30а | 1,13 | 1,80 |
| | в | 5 | 6 | 1 | 2 | 60 | 20 | 40 | 43 | 24 | 2,51 | —1,18 |
| 4 | а | 4 | 5 | 1 | 3 | 40 | 20 | 140 | 125 | 36 | 1,60 | —0,71 |
| | б | 4 | 3 | 1 | 1 | 30 | 20 | 100 | 80 | 30а | 0,88 | —0,64 |
| | в | 4 | 4 | 1 | 1 | 40 | 20 | 100 | 53 | 24а | —0,31 | —1,01 |
| 5 | а | 4 | 3 | 1 | 2 | 10 | 20 | 60 | 60 | 27 | —0,12 | —0,13 |
| | б | 4 | 5 | 1 | 2 | 20 | 10 | 100 | 60 | 27 | —0,36 | 1,78 |
| | в | 5 | 4 | 2 | 2 | 30 | 20 | 120 | 130 | 40 | —1,02 | 0,61 |
| 6 | а | 5 | 3 | 1 | 2 | 10 | 40 | 80 | 174 | 45 | 0,55 | —0,93 |
| | б | 6 | 3 | 1 | 1 | 40 | 20 | 60 | 125 | 36 | 0,96 | —0,57 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 80 | 123 | 36 | 0,56 | —0,38 |
| 7 | а | 6 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 100 | 194 | 45 | 0,71 | —0,20 |
| | б | 5 | 4 | 1 | 1 | 40 | 10 | 80 | 59 | 27 | 0,68 | +0,02 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 2 | 40 | 20 | 80 | 57 | 27 | 0,65 | —1,18 |
| 8 | а | 4 | 3 | 1 | 1 | 80 | 40 | 90 | 90 | 33 | —0,21 | —0,24 |
| | б | 4 | 5 | 2 | 1 | 20 | 10 | 80 | 80 | 30а | —1,89 | 0,46 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 20 | 73 | 30 | —0,19 | 0,20 |
| 9 | а | 2 | 3 | 1 | 2 | 20 | 10 | 60 | 70 | 30 | 0,73 | —1,69 |
| | б | 3 | 4 | 1 | 2 | 50 | 20 | 100 | 140 | 40 | 0,54 | —1,43 |
| | в | 2 | 4 | 1 | 2 | 120 | 20 | 240 | 300 | 55 | 0,40 | —1,11 |
| 10 | а | 6 | 4 | 2 | 2 | 10 | 20 | 60 | 63 | 27а | 0,48 | 0,48 |
| | б | 4 | 3 | 2 | 1 | 20 | 40 | 80 | 120 | 36 | —0,90 | 0,50 |
| | в | 3 | 2 | 1 | 1 | 40 | 20 | 40 | 40 | 22а | 0,18 | —0,33 |

8-боб

# ТАРКИБИЙ БАЛКАЛАР. ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ БАЛКАЛАР

## 26-§. Таркибий балкалар

**8.1.** Агар рухсат этиладиган кучланишлар: эгилишда чўзилиш ва сиқилишга $[\sigma] = 160$ МПа, асосий металлнинг қирқилишга $[\tau] = 100$ МПа ва чокларнинг қирқилишга рухсат этилган кучланиши $[\tau_э] = 80$ МПа бўлса, краности пайванд балкасининг қўштаврли кесимини танланг. Балка ҳар бири $P = 400$ кН дан бўлган тўртта тенг куч би-




8.1- масалага оид

лан юкланган (расм, *а*). Қабул қилинган кесимни IV мустаҳкамлик назарияси бўйича тўлиқ текширинг ва $[f] = \frac{1}{500}\, l = 1{,}6$ см да балканинг бикрлигини текширинг. Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олманг.

*Ечим.* Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюралари расм, *а* да кўрсатилган. $Q_{max} = 800$ кН, $M_{max} = 1200$ кНм, кесимнинг зарур қаршилик моменти

$$W \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{1200 \cdot 10^5}{16000} = 7500 \text{ см}^3.$$

Нормал сортамент жадвалида зарур қаршилик моментли қўштавр бўлмаганлигидан лист металлдан таркибий кесимни лойиҳалаш керак, яъни девор ва икки токчани пайванд чоклар билан бирлаштиришни кўзда тутиш керак.

а) *Кесим ўлчамларини тахминий танлаш учун* конструктив мулоҳазалардан келиб чиқиб хомаки ҳисоблаб кўрилади. Кейинчалик текшириш ҳисобини бажариб ўлчамларга тузатиш киритилади.

Деворнинг ўлчами эмпирик формула бўйича олиниши мумкин:

$$h = 1{,}2\sqrt{\frac{W}{\delta}} \approx 1{,}2\sqrt{W} = 1{,}2\sqrt{7500} = 104 \text{ см}.$$

($W$—см³ да). Деворнинг қалинлиги $\delta$ кўчишга мустаҳкамлик шартидан танланади, лекин камида 0,6 см олинади. Кўндаланг куч $Q$ бутунлай деворга таъсир қилганлиги учун уни баландлиги $h$ ва қалинлиги $\delta$ бўлган тўғри тўртбурчак деб қабул қилиб, шартли равишда қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_{max}}{2h\delta} \leqslant [\tau], \text{ бундан } \delta \geqslant \frac{3Q_{max}}{2[\tau]h} = \frac{3 \cdot 800000}{2 \cdot 10000 \cdot 100} = 1{,}2 \text{ см}.$$

Биз $h = 100$ см ва $\delta = 1{,}2$ см деб оламиз.

Токча кесимининг ўлчамларини тахминий белгилаш учун токчаларга эгувчи момент елкаси тахминан $h$ га тенг бўлган (80 — 85 %) жуфт кучлар $N$ тарзида таъсир қилади деб тахмин қилинади (расм, *б*). Демак, $N = \frac{0{,}8M}{h}$. Куч токчаларнинг чўзилишига ва сиқилишига сабаб бўлади. Шунинг учун токча кесимининг юзаси

$$F_т \geqslant \frac{N}{[\sigma]} = \frac{0{,}8 \cdot M}{h[\sigma]} = \frac{0{,}8 \cdot 1200 \cdot 10^5}{100 \cdot 16000} = 60 \text{ см}^2.$$

Одатда, конструктив мулоҳазаларга кўра токчаларнинг энини $b = (0{,}3 \div 0{,}4)\ h$ деб олинади. Биз $b = 30$ см деб олиб, токчанинг қалинлигини топамиз: $t = \frac{F_т}{b} = \frac{60}{30} = 2$ см.

Белгиланган ўлчамларни аниқлаштириш учун кесимнинг марказий ўққа нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини ҳисоблаш керак:

$$J_y = \frac{\delta h^3}{12} + 2\left[\frac{bt^3}{12} + bt\left(\frac{b+t}{2}\right)^2\right] = \frac{1{,}2 \cdot 100^3}{12} +$$

$$+ 2\left[\frac{30 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 30 \cdot 51^2\right] = 412000 \text{ см}^4,$$

$$W_y = \frac{J_y}{z_{max}} = \frac{412000}{52} = 7900 \text{ см}^3 > 7500 \text{ см}^3.$$

Кесимни бир оз кичрайтириш, масалан, токчаларнинг ўлчамларини ўзгартириб кичрайтириш мумкин. Ҳар қайси токча кесимларининг зарур ўлчамлари тахминий ҳисоблаб топилган: $b = 31$ см ва $t = 1{,}8$ см. Бунда инерция моменти ва қаршилик моменти қуйидагига тенг бўлади:

$$J_y = 389000 \text{ см}^4,\ W_y = \frac{389000}{51{,}8} = 7500 \text{ см}^3.$$

Биз ана шуни қидираётган эдик.

Ярим кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти

$$S_y^0 = bt\frac{h+t}{2} + \frac{\delta h}{2}\frac{h}{4} = 31 \cdot 1{,}8 \cdot 50{,}9 + \frac{1{,}2 \cdot 100^2}{8} =$$

$$= 2840 + 1500 = 4340 \text{ см}^3.$$

б) *Қабул қилинган кесимни текшириш учун қилинадиган ҳисоб.* Энг катта нормал ва энг катта уринма кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = 160 \text{ МПа}, \quad \tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_y^0}{J_y \cdot \delta} = 74 \text{ МПа} < [\tau].$$

Мустаҳкамликнинг энергетика назариясига мувофиқ бош кучланишлар бўйича текшириш кучлар остидаги икки кесимда энг катта зўриққан нуқталар учун бажарилиши керак: а) бунда $Q = Q_{max}$ ва б) $M = M_{max}$. (расм, *в*) бўлган кесимда деворнинг токчалар билан туташган жойларидаги $C$ ва $K$ нуқталар энг зўриққан нуқталар бўлиб чиқди. Ҳисобий кучланишлар:

$$\sigma_C^{IV} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau_c^2} = 159{,}8 \text{ МПа}, \quad \sigma_k^{IV} = \sqrt{\sigma_k^2 + 3\tau_k^2} = 167 \text{ МПа}.$$

Ўта кучланиш (токчанинг К нуқтасида) 4,3% ни ташкил қилди, бунга йўл қўйиш мумкин.

в) *Пайванд чокларнинг мустаҳкамлигини текшириш.* Иккита четдаги чокларга таъсир қиладиган ва токчанинг деворга нисбатан кўчишига йўл қўймайдиган бўйлама силжитувчи куч $e$ узунликдаги участкада $T = \frac{QS_y^T}{J_y} e$ га тенг. Шу узунлик $e$ нинг ўзида икки чокнинг кесим юзаси (расм, *г*). $F_ч = 2 \cdot 0{,}7 \cdot t_ч \cdot e = 1{,}4 \cdot t_ч \cdot e$, бунда $t_ч$ — чокнинг қалинлиги.

Чокларнинг қирқилишга мустаҳкамлик шартидан $\frac{T}{F_2} \leqslant [\tau_э]$ ушбуни топамиз,

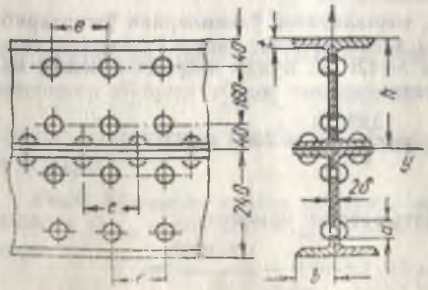
$t_ч \geqslant \frac{Q \cdot S_y^T}{1{,}4 \cdot J_y [\tau_э]}$, бундан $t_ч = 0{,}52$ см. Биз $t_ч = 6$ мм деб қабул қиламиз.

г) *Кесимнинг бикрлигини текшириш.* Балканинг бикрлигини баҳолаш учун энг катта эгилиш катталигини рухсат этиладиган катталикка таққослаймиз. Эгилишда кўчишларни аниқлашнинг усулларидан биридан фойдаланиб қулоч ўртасида балка ўқининг эгилиш катталигини аниқлаймиз. Энг катта эгилиш қуйидагига тенг:

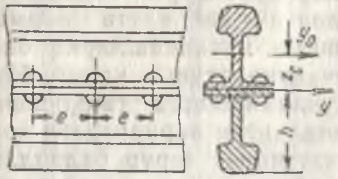
$$f = \frac{45Pa^3}{2EJ} = \frac{45 \cdot 40000 \cdot 100^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 389000} = 11{,}6 \text{ см} < [f].$$

Эслатиб ўтамиз, кесимнинг бундан бошқа ҳам яроқли вариантларини танлаш мумкин.

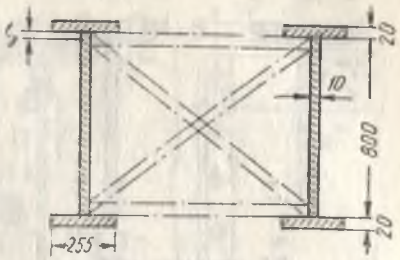
8.2. Оғир юкларни суриш учун қурилишда мавжуд бўлган прокат швеллерлар № 24 дан вақтинчалик ҳавозалар қурилди. Қулочи $l = 6$ м бўлган ҳар қайси балка тўрттадан швеллердан тузилган. Швеллерлар диаметри $d = 17$ мм ли парчин михлар ёрдамида токчалар ва деворлар тарзида парчинлаб ясалган. Парчин михлар қадами $e = 120$ мм (расмга қаранг). Хавфли кесимдаги кўндаланг куч $Q = 120$ кН, эгувчи момент $M = 180$ кНм. Кесимнинг парчин мих учун очилган тешиклар туфайли кучсизланишини ҳисобга олиб, балканинг мустаҳкамлигини, шу-



8.2- масалага оид




8.3- масалага оид




8.4- масалага оид

нингдек энг кўп зўриққан вертикал парчин михларнинг мустаҳкамлигини ҳам текшириб кўринг. Рухсат этиладиган кучланишлар $[\delta]=160$ МПа ва $[\tau]=100$ МПа·см.

*Жавоб.* $J_{бх}=29200$ см$^4$; $J_э=26000$ см$^4$; $S_y^0=735$ см$^3$;
$\sigma_{max}=157$ МПа; $\tau_{max}=26{,}7$ МПа; $\tau_э=79{,}5$ МПа.

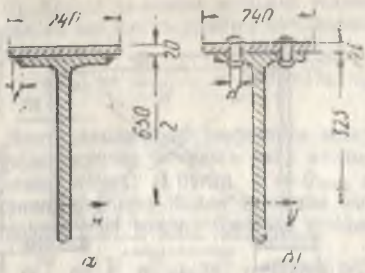
**8.3.** Икки таянчда эркин ётган балка *I*-а типидаги икки рельсдан токчалари—токчаларга парчинлаб ясалган (расмга қаранг). Ҳар қайси рельс кесим юзаси $F_0=55{,}6$ см$^2$, унинг хусусий марказий ўқига нисбатан юзасининг инерция моменти $J_{y_0}=1476$ см$^4$, рельс товонидан оғирлик марказигача бўлган масофа $z_c=6{,}93$ см, парчин михларнинг диаметри $d=20$ мм. Агар қирқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau]=100$ МПа, балка кесимидаги кўндаланг кучнинг энг катта қиймати $Q=122{,}5$ кН бўлса, парчин михларнинг зарур қадами $e$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $e=110$ мм.

**8.4.** Вақтинчалик кўприкнинг қулочи параллел жойлашган иккита бўйлама пайванд балкалардан лойиҳаланади (расмга қаранг). Ҳар қайси балканинг кесими $10\times800$ мм ли лист (девор) ва $20\times255$ мм ли икки полоса токчадан иборат. Улар деворга катетлари $t_ч=5$ мм ли чекка чоклар билан пайвандланган. Агар кўприкнинг хавфли кесимида эгувчи момент $M=140$ кН·м, ўша кесимдаги кўндаланг куч $Q=1200$ кН, рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma]=160$ МПа, см, $[\tau]=100$ МПа ва $[\tau_ч]=85$ МПа бўлса, кесимнинг мустаҳкамлигини текширинг. Мустаҳкамликнинг энергетика назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=137$ МПа, $\tau_{max}=81$ МПа,
$\sigma_x^{IV}=165{,}8$ МПа $>[\sigma]$; $\tau_ч=83{,}5$ МПа.

**8.5.** Қўштавр профиль № 65 ли краности балкасини кучайтиришнинг икки вариантини кўриб чиқинг; қўштавр токчаларига кесими $20\times240$ мм ли бўйлама полосалар икки вариантда маҳкамланган: а) Узлуксиз чекка чоклар билан пайвандлаб ва



8.5- масалага оид

б) $d=30$ мм диаметрли парчинмихлар ёрдамида (расмга қаранг). Ҳар қайси вариантдаги балкалар кучайтирилгандан сўнг ҳисобланган энг катта нормал ва уринма кучланишларни балка кучайтирилгунга қадар бўлган кучланишларга таққосланг. Пайвандланган вариантдаги чоклар катетининг зарур баландлиги $t_ч$ ни ва парчинланган вариантдаги парчин михларнинг энг катта рухсат этиладиган қадами $e$ ни ҳам аниқланг (агар хавфли кесимдаги кўндаланг куч $Q = 1000$ кН, чоклар ва парчин михларнинг қирқилишга рухсат этилган кучланишлари $[\tau] = 100$ МПа бўлса), уринма кучланишларни ҳисоблаганда инерция моментини ва статик моментни бруттода қабул қилинг.

*Жавоб:* а) Пайвандланган вариант: $\frac{\sigma_a}{\sigma_0} = 0{,}515$; $\frac{\tau_a}{\tau_0} = 0{,}92$,

$t_ч = 5{,}5$ мм. б) Парчинланган вариант: $\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = 0{,}68$; $\frac{\tau_1}{\tau_0} = 0{,}92$;

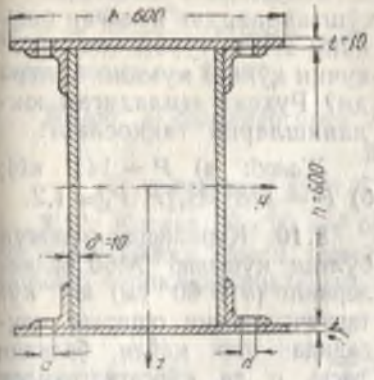
$e = 18{,}3$ см.

**8.6.** Парчинлаб ясалган қутисимон кўндаланг кесимли таркибий балка вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=800$ кНм, кўндаланг куч $Q = 480$ кН, кесим иккита вертикал ва иккита горизонтал листлардан тузилган. Листларнинг кўндаланг ўлчамлари бир хил: $b = h = 60$ см, $t = 1$ см ҳамда тўртта тенг ёнли бурчаклик $75\times75\times8$ мм дан иборат. Улар диаметри $d=23$ мм ли парчинмихлар ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Парчинмих тешиклари кесими 15 % ($J_{бр}$ дан) кучсизланганлигини ҳисобга олиб, балканинг мустаҳкамлигини текширинг ва белбоғдаги горизонтал парчинмихларнинг энг катта рухсат этиладиган қадами $e$ ни аниқланг. Эгилишда чўзилиш ва қирқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 16$ кН/см², асосий металл ва парчинмихларнинг қирқилишга ва эзилишга рухсат этилган кучланишлари $[\tau] = 10$ кН/см² ва $[\sigma_э] = 25$ кН/см².

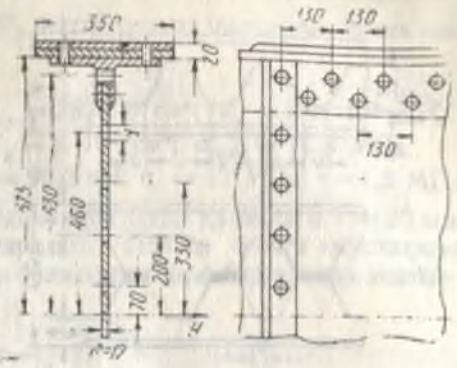
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 15{,}9$ кН/см² $< 16$ кН/см²;

$\tau_{max} = 4{,}4$ кН/см² $< 10$ кН/см²; $e = 0{,}192$ см.

**8.7.** Агар хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=2400$ кНм, кўндаланг куч $Q = 800$ кН, эгилишдаги чўзилишга ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 13$ кН/см², асосий металл ва парчинмихларнинг қирқилишга ва парчинмихларнинг эзилишга рухсат этиладиган кучланишлари $[\tau] = 8$ кН/см² ва $[\sigma] = 25$ кН/см² бўлса, кесими $1550\times12$ мм² бўлган девор, тўртта тенг ёнли бурчаклик $140\times140\times12$ мм ва белбоғлик листлар $350\times10$ мм² (ҳар токчада иккитадан лист) дан тузил-




8.6- масалага оид




8.7- масалага оид

ган қўштавр кесимли краности балкасининг мустаҳкамлигини текширинг. Балка диаметри $d = 23$ мм ли парчинмихлар ёрдамида ясалган (расмга қаранг). Шахмат тартибида жойлаштирилган икки қатор парчинмихларнинг қадами $a = 130$ мм.

*Кўрсатма.* Горизонтал листлар ҳар қайси токчада иккитадан парчинмихлар билан, вертикал лист мавжуд парчинмихлардан (расмга қаранг) ҳамда ҳар қайси бурчаклик вертикал ва горизонтал парчинмихлар билан кучсизланган деб ҳисобланг.

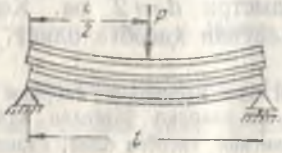
*Жавоб*: $\sigma_{max} = 12{,}35$ кН/см$^2 < [\sigma]$; $\tau_{max} = 5{,}4$ кН/см$^2 < [\tau]$;

8.8. Икки қўштавр № 30а бир-бирининг устига жойлашади ва қулоч $l = 6$ м ўртасига қўйилган $P = 100$ кН кучдан эгилади (расмга қаранг). Қўштавр токчалари шу ҳолатда пайвандланади, шундан сўнг юк олинади. Балканинг қулоч ўртасида кесимидаги четки толаларнинг нормал кучланишларини аниқланг: а) $P$ куч босиб турганда, б) $P$ куч олингандан сўнг.

Пайвандлаш (чўкиш) кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб*: а) $\sigma = 14{,}5$ кН/см$^2$, б) $\sigma_{кол} = \pm 2{,}7$ кН/см$^2$.

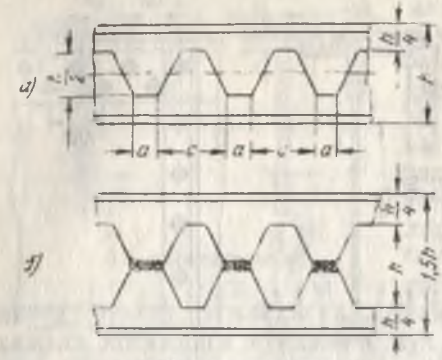
8.9. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 140$ МПа бўлса, қуйидагиларни аниқланг: а) агар 8.8 масалада кўриб чиқилган таркибий балкани расмда кўрсатилганидек ($l = 6$ м да) икки таянчга қўйилса, балка ўртасига қўйиш мумкин бўлган $P$ куч қийматини аниқланг; б) токчаларидан пайвандланган



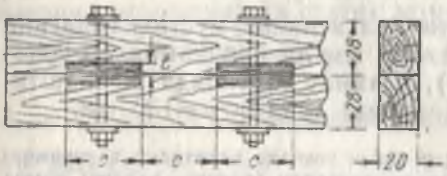

8.8- масалага оид




8.9- масалага оид




8.10- масалага оид




8.11- масалага оид

қўштаврлардан ясалган балкани эгмай туриб қандай $P$ кучни қўйиш мумкин бўларди? Рухсат этиладиган юкланишларни таққосланг.

*Жавоб*: а) $P = 141$ кН; б) $P = 118$ кН, $P : P_1 \approx 1{,}2$.

**8.10.** Қурилишда мавжуд бўлган қўштавр №60 балкаларнинг ($h = 60$ см) юк кўтарувчанлигини ошириш мақсадида ҳар қайси балкани расм, *а* да кўрсатилганидек қирқиш, сўнгра иккала ярмини расм, *б* да кўрсатилганидек пайвандлаш таклиф қилинади. Агар $a = \frac{h}{4} = 15$ см; $c = 50$ см бўлса, лойиҳа амалга оширилгандан сўнг балкага қўйиладиган рухсат этиладиган юк қийматини қандай ўзгартириш мумкинлигини аниқланг (процентда). Балканинг қирқишдан кучсизланганлигини ҳисобга олинг.

Агар $Q_{max} = 200$ кН бўлса, қирқишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau_э] = 9{,}2$ кН/см² да пайванд чокларнинг мустаҳкамлигини ҳам текширинг.

*Жавоб:* б) вариантда балканинг юк кўтарувчанлигини 51% ошириш мумкин, $\tau_э = 8$ кН/см² $< 9{,}2$ кН/см².

**8.11.** Қулочи $l = 6$ м бўлган, икки учидан эркин тиралган ёғоч таркибий балка таянчлардан бир хил $a = 2$ м масофада қўйилган тенг кучлар $P = 45$ кН билан юкланган. Балка ҳар бирининг кесими 20×28 см бўлган икки қарағай ғўлани қарағай калодкалар ва болтлар ёрдамида бириктириб ясалган (расмга қаранг). Ҳар қайси калодканинг ўлчами $c = 40$ см, $h = 2t = 8$ см. Агар эгилишга рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилиш ва сиқилишга $[\sigma] = 1200$ Н/см², толалар бўйлаб эгилишга $[\sigma_э] = 1250$ кН/см² ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 120$ Н/см² бўлса, балканинг ва бириктириш элементларининг мустаҳкамлигини текширинг. Болт тешикларининг диаметри $d = 2$ см. Кесимнинг қаршилик моменти 15% га кичрайганлигини ҳисобга олинг.

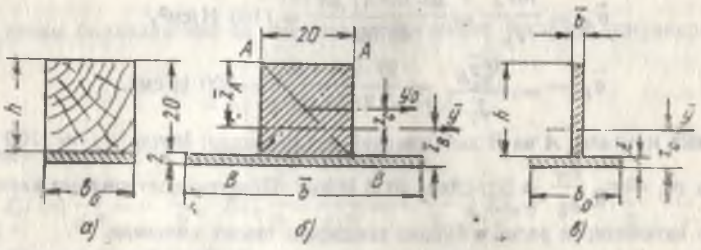
*Кўрсатма.* Кучсизланишни ҳисобга олганда кесимнинг инерция моменти $J_н = J_{бр} - \Delta J$, бунда $\Delta J$ — болт тешиги ва калодка ўйиғидан кучсизланиш инерция моменти. Бирикманинг кучсизланганлигини ҳисобга олиб, қаршилик моменти $W_н = 0{,}85 \frac{J_н}{z_{max}}$ деб қабул қилинади.

Бирикманинг мустаҳкамлиги бўйлама силжитувчи куч таъсирида текширилади, $T = \frac{Q_{max} \cdot S^{\circ}_{y}}{J_y} \cdot e$, бунда $J_y$ ва $S^{\circ}_{y}$ брутто олинади (калодкалар ўқлари орасидаги масофа $e = 2$ с).

*Жавоб*: а) балкалар учун $J_{бр} = 293000$ см$^4$; $J_н = 263 \cdot 10^3$ см$^4$; $W_н = 8 \cdot 10^3$ см$^3$; $\sigma_{max} = 11{,}3$ МПа.

б) калодкалар учун $T = 96{,}3$ кН; $\sigma_с = 12$ МПа; $\tau = 1{,}2$ МПа

**8.12.** Кесими $20 \times 20$ см$^2$ бўлган ёғоч брус қалинлиги $t = 20$ мм ли пўлат полоса билан кучайтирилган. Полоса ёғочга мустаҳкам елимлаб бириктирилган бўлиб, у билан эгилишга биргаликда ишлай-




8.12-масалага оид

ди (расмга қаранг). Агар балканинг хавфли кесимидаги эгувчи момент $M = 29$ кНм, материаллар эластиклик модулларининг нисбати $E_п : E_ё = 20$ бўлса, ёғоч ва пўлатдаги нормал кучланишлар катталигини аниқланг.

*Ечиш и.* Ҳар хил материаллардан тузилган балканинг кесимини берилган материалга эквивалент бўлган бир материалдан қилинган «келтирилган» кесим билан алмаштириб ҳисобланади. Эквивалентлик шартига кўра ва ясси кесимлар гипотезаси асосида $\varepsilon = \varepsilon_0$ (ҳарф устидаги чизиқча шуни кўрсатадики, тегишли нисбий узайиш кесимнинг «келтирилган» элементига, $\varepsilon_0$ эса асосий элементга тегишли).

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ бўлгани учун $\frac{\sigma_ё}{\sigma} = \frac{E_0}{E}$. Масалан, пўлат ёғочга алмаштирилса, у ҳолда $\frac{\sigma_п}{\sigma_ё} = \frac{E_п}{E_ё} = 20$, яъни пўлат полосани алмаштирган ёғоч полосадаги кучланишлар катталиги пўлатдагидан 20 марта кичик бўлиши керак. Шунинг учун полоса энини $\bar{b} = b_0 = \frac{E_п}{E_0} = 20\, b_0 = 400$ см билан алмаштириш керак (расм, *б*). Аксинча, агар ёғоч ўрнига пўлат олинса, келтирилган кесимда полосанинг эни $\bar{b} = b_0 \frac{E_ё}{E_п} = 1$ см (расм, *в*). Иккала ҳолда ҳам келтирилган кесим тавр кўринишига эга, эгилишга ушбу формула бўйича ҳисобланади: $\bar{\sigma} = \frac{M_z}{J_y}$, бунда $\bar{J}_y$ — келтирилган кесимнинг унинг оғирлик марказидан ўтадиган ўқи $y$ га нисбатан инерция моменти.

Ёғоч билан алмаштирилган кесим учун расм, *б* га кўра қуйидагига эга бўламиз:

Брус ўқидан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$\overline{z_C} = \frac{\overline{S_{y_0}}}{F} = \frac{2 \cdot 400\,(10 + 1)}{400 + 800} = 7{,}33 \text{ см}.$$

Келтирилган кесимнинг инерция моменти:

$$\overline{J_y} = \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 400 \cdot 7{,}33^2 + \frac{400 \cdot 2^3}{12} + 800\,(11 - 7{,}33)^2 = 45700 \text{ см}^4.$$

Марказий ўқдан то таврнинг четки толаларигача бўлган масофа

$$\overline{z_A} = 10 + 7{,}33 = 17{,}33 \text{ см}; \quad \overline{z_B} = 10 + 2 - 7{,}33 = 4{,}67 \text{ см}.$$

Келтирилган кесимнинг четларидаги нормал кучланишлар:

$$\overline{\sigma_A} = \frac{M\overline{z_A}}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^4 \cdot 17{,}33}{45700} = 1100 \text{ Н/см}^2,$$

$$\overline{\sigma_B} = = \frac{M\overline{z_B}}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^4 \cdot 4{,}67}{45700} = 300 \text{ Н/см}^2.$$

Чекка нуқталар $A$ ва $B$ даги ҳақиқий кучланишлар: ёғочда $\sigma_A = 1100$ Н/см², пўлатда $\sigma_B = \sigma_B \frac{E_п}{E_ё} = 300 \cdot 20 = 6000$ Н/см². Пўлатга «келтирилган» кесим учун олинган натижаларни расм, *в* бўйича текшириш тавсия қилинади.



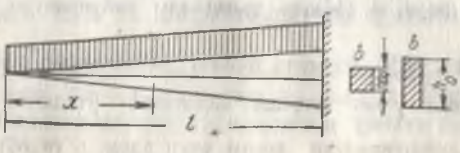
8.13- масалага оид

**8.13.** Узунлиги $l = 50$ см ва кесим ўлчамлари $b = 2$ см ҳамда $h = 5$ см бўлган бир учидан қисилган ёғоч брусок иккита пўлат полоса билан кучайтирилган. Пўлат полосаларнинг қалинлиги $t = 2{,}5$ мм ва эни $b = 20$ мм (расмга қаранг). Брусокнинг эркин учига $xz$ текисликда $P$ куч қўйилган. Кесим элементларининг биргаликдаги иши тўлиқ таъминланган деб ҳисоблаб, рухсат этиладиган юк $P$ катталигини аниқланг. Агар эластиклик модуллари нисбати $E_ё : E_п = 1 : 20$ бўлса, ёғоч учун рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma_ё] = 1$ кН/см² ва пўлат учун $[\sigma_п] = 16$ кН/см².

*Жавоб*: $P = 930$ Н.

## 27-§. Ўзгарувчан кесимли балкалар

**8.14.** Расмда кўрсатилган балка кесимининг эни $b$ ўзгармас ва баландлиги $h(x)$ ўзгарувчан. Балканинг энг катта эгилиш қийматини ($f_0$) топинг ва уни худди ўшандек қулочли ва ўшан-



8.14- масалага оид

дек юкланишли, лекин доимий кесимли балканинг энг катта эгилиши қиймати билан таққосланг.

*Ечиши.* $M_0$ билан эгувчи моментни, $W_0$ билан балка қисилган жойидаги кесимнинг қаршилик моментини белгилаймиз. Эгилишга қаршиликка тенглик шарти қуйидагича ифодаланади:

$$\sigma_{max} = \frac{M(x)}{W(x)} = \frac{M_0}{W_0} = [\sigma].$$

$M(x)$, $M_0$, $W(x)$ ва $W_0$ ларнинг ҳарфий қийматларини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{qx^2}{2} \cdot \frac{6}{b[h(x)]^2} = \frac{ql^2}{2} \cdot \frac{6}{bh_0^2},$$

ундан кесим баландлигини ва инерция моментининг ўзгариш қонунларини топамиз:

$$h(x) = h_0 \frac{x}{l}, \quad J(x) = J_0 \frac{x^3}{l^3}.$$

Балканинг эгилган ўқи тенгламасини топамиз:

$$EJ(x)\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{qx^2}{2}, \quad EJ_0 \frac{x^3}{l^3} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{qx^2}{2}, \quad EJ_0 y'' = -\frac{ql^3}{2} \cdot \frac{1}{x}.$$

Бу тенгламани интеграллаймиз:

$$EJ_0 y' = -\frac{ql^3}{2} \ln x + C$$

ва $x = l$ да $y' = 0$ шартидан $C$ қийматини аниқлаймиз:

$$C = \frac{ql^3}{2} \ln l, \quad EJ_0 y' = -\frac{ql^3}{2} \ln x + \frac{ql^3}{2} \ln l.$$

Иккинчи марта интеграллаймиз:

$$EJ_0 y = -\frac{ql^3}{2} x \ln x + \frac{ql^3}{2} x + \frac{ql^3}{2} x \ln l + D.$$

$x = l$ бўлганда $y = 0$ бўлгани учун $D = -\frac{ql^4}{2}$.

Эгилишларнинг охирги тенгламаси:

$$EJ_0 y = -\frac{ql^3}{2}(x \ln x - x - x \ln l + l).$$

$x = 0$ деб қабул қилиб, $x \ln x - x \ln l = -x \ln \frac{l}{x}$ бўлгани учун бунда ҳам нолга тенг, балканинг энг катта эгилиш қийматини топамиз:

$$f_{max} = -\frac{ql^4}{2EJ_0} = 4 f_0.$$

*Эслатма.* Бу масалани ечганда, шунингдек 27-§ нинг баъзи бошқа масалаларини ечганда шуни ҳисобга оламизки, балканинг кўндаланг кесимларида нормал кучланишлар горизонтал йўналган, аслида эса устки ва остки толаларда кучланишларнинг йўналиши балка сиртига параллел.

**8.15.** Бир хил қаршиликли икки балка қисилган жойида бир хил квадрат кесимга эга бўлиб, эркин учида бир хил кучлар

билан юкланган. Биринчи балканинг эни, иккинчи балканинг баландлиги ўзгаради. Қайсиниси енгил? Улардан қайсинисининг энг катта эгилиши катта?

*Жавоб*: $v_1 : v_2 = f_1 : f_2 = 3 : 4$.

**8.16.** Қарағай ёғочдан эни ўзгарувчан, лекин баландлиги $h = 10$ см доимий бўлган брус тайёрланган. Брусниng бир учи қисилган, иккинчи эркин учига $P = 3000$ Н юк қўйилган, брусниng қулочи $l = 1{,}2$ м. Қисилган жойда брус эни $b_0$ ва эркин учидаги энг кичик эни $b$ қандай бўлиши керак (агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 10$ МПа ва $[\tau] = 1{,}2$ МПа бўлса)? Брусниng эркин учидан қандай $a$ узунлигида брусниng энг кичик эни таъминланиши керак? Брус эркин учининг эгилиши $f_1$ ни аниқланг. Агар қисилган жойда кесимнинг эни $b_0$ дан эркин учида нолгача чизиқли қонун бўйича ўзгаради деб ҳисобланса, брус учидаги эгилиш $f_2$ нимага тенг бўлади?

*Жавоб*: $b_0 = 21{,}6 \approx 22$ см; $b = 3{,}75 \approx 4$ см; $a = 22{,}2 \approx 22$ см;

$$f_1 = -\frac{Pl}{6EJ_0}(3l^2 - a^2) = -1{,}4 \text{ см}; \quad f_2 = -\frac{Pl^3}{2EJ_0} = -1{,}41 \text{ см}.$$

**8.17.** Эгилишга қаршилиги тенг бўлган балка бир учидан қисилган, кўндаланг кесими квадрат, бутун узунлиги бўйича интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган куч билан юкланган. Агар рухсат этиладиган нормал кучланиш $[\sigma]$ қиймати берилган бўлса, квадрат томонлари қандай қонун бўйича ўзгариши керак? Балка эркин учининг эгилиши нимага тенг?

*Жавоб*: $a^3x = \frac{3qx^2}{[\sigma]}$; $f = -\frac{3ql^4}{8EJ_0}$.

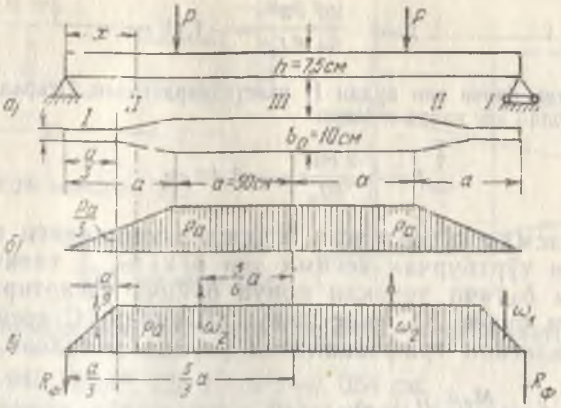
**8.18.** Баландлиги $h$ ўзгармайдиган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли, икки таянчли балка эгилишга тенг қаршиликли шаклга эга. Балкага интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк қўйилган. Балканинг баландлигини, қулочи катталигини, рухсат этиладиган кучланишларни ва нормал эластиклик модулини билган ҳолда энг катта эгилиш қийматини ҳисобланг. Таянчларда балканинг эни торайиб бориб, нолга тенг бўлади деб ҳисобланг.

*Жавоб*: $f = \frac{[\sigma]P}{4Eh}$.

**8.19.** Диаметри 12 см бўлган думалоқ кўндаланг кесимли пўлат балка учлари билан тиралган ва 2,4 м ли қулочи ўртасига $P = 18$ кН куч қўйилган. Балканинг энг катта эгилиш қийматини аниқланг. Агар балкага эгилишга тенг қаршилик қиладиган шакл берилса, эгилиш нимага тенг бўлади?

*Жавоб*: $-0{,}255$ см; $-\frac{3Pl^3}{80EJ_0} = -0{,}458$ см.

**8.20.** Узунлиги 126 см ва эни 5 см бўлган пўлат полоса учлари билан шарнирли таянчларга тиралади. Полосанинг қулочи ўрта-




8.21- масалага оид

сидаги қалинлиги 1 см, таянчларга томон эса $h = h_0\left(\frac{2x}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$ қонуни бўйича ингичкалашиб нолга тенглашади. Қулоч ўртасига қўйилган $P$ куч таъсирида куч остидаги эгилиш 2,4 см га тенг. $P$ куч нимага тенг?

*Жавоб*: 320 Н.

**8.21.** Эни ўзгарувчан қарағай балка расмда кўрсатилгандек шакл ва ўлчамларга эга (схема, *а*), шу билан бирга $b_0 = 3b_1$. $P$ кучларнинг ҳар қайсиси 2000 Н га тенг. Энг катта эгилишни топинг.

*Ечими.* Графоаналитик усулдан фойдаланамиз. $M$ эпюрани ясаймиз (схема, *б*). Балканинг уч участкасида кесимларининг инерция моментлари қуйидагига тенг:

$$J_{\text{I}} = \frac{1}{3} \cdot J_0,\ J_{\text{II}} = J_x = J_0 \cdot \frac{x}{a},\ J_{\text{III}} = J_0.$$

Барча участкаларда бир хил бикрлик $EJ_0$ даги балка эпюрасига $M\ (x)$ эпюрани келтирамиз. Бунинг учун I участкаларда $M\ (x)$ эпюра ординаталарини уч марта катталаштирамиз, II участкаларда $a : x$ нисбатда келтирамиз, III участкада ўзгаришсиз қолдирамиз (схема, *в*). Сохта юк юзалари $\omega_1$ ва $\omega_2$ ни ҳисоблаймиз, сўнгра сохта таянч реакция $R_c$ ни топамиз:

$$\omega_1 = \frac{Pa^2}{6},\ \omega_2 = \frac{5}{3} Pa^2,\ R_c = \frac{11}{6} Pa^2.$$

Қулоч ўртасида сохта эгувчи момент

$$M_c = -\frac{11}{6} Pa^2 \cdot 2a + \frac{1}{6} Pa^2 \left(\frac{5}{3} a + \frac{1}{9} a\right) + \frac{5}{3} Pa^2 \cdot \frac{5}{6} a = -\frac{107}{54} Pa^3.$$

Энг катта эгилиш қиймати

$$f = -\frac{107\,Pa^3}{54\,EJ_0} = -1{,}41 \text{ см}.$$

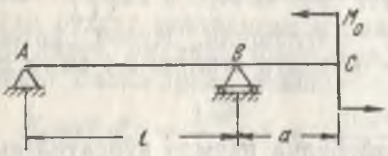
I участкаларда балка эни худди II участкалардагидек ўзгаради деб тахмин қилинса, у ҳолда энг катта эгилиш:

$$f = -\frac{2\,Pa^3}{EJ_0} = -1{,}42 \text{ см}.$$

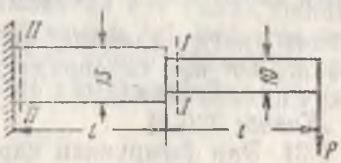
8.22. Расмда кўрсатилган эгилишга қаршилиги тенг балканинг тўғри тўртбурчак кесими эни $b(x)$ ни $A$ таянчда нолдан $B$ таянчда $b_0$ гача чизиқли қонун бўйича ўзгартиради. Кейин $b_0$ қиймати бутун $BC$ участкада сақланади. $C$ кесимнинг эгилиш катталигини графоаналитик усулда аниқланг.

*Жавоб:* $f = \frac{M_0 a}{2EJ_0}(l + a)$.

8.23. Қулочи $2l = 80$ см бўлган ёғоч балка чап учидан қисилган. Балканинг эркин ўнг учига $P = 2000$ Н куч қўйилган. Балка бир қисмининг диаметри 13 см, иккинчисиники 10 см




8.22- масалага оид




8.23- масалага оид

(расмга қаранг). I—I, II—II кесимларда энг катта нормал кучланишлар нимага тенг? Балка эркин учининг эгилиш катталигини топинг. Кучланишлар концентрацияси таъсирини ҳисобга олманг.

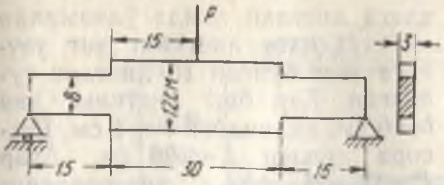
*Кўрсатма.* Эгилиш катталигини аниқлаш учун Кастильяно теоремасидан фойдаланган маъқул. Нисбат $J_2 : J_1 = 2{,}86$. Қидирилаётган эгилиш катталиги учун ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$f = \frac{1}{EJ_1}\int_0^l Px^2\,dx + \frac{1}{EJ_2}\int_0^{2l} Px^2\,dx = \frac{Pl^3}{3EJ_1}\left(1 + \frac{7}{2{,}86}\right).$$

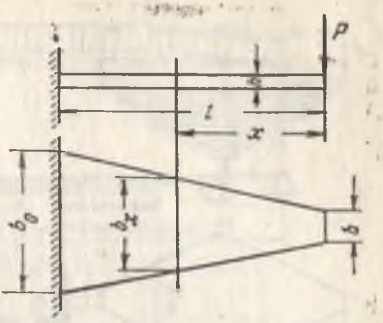
Жавобдаги мусбат ишора эгилиш йўналиши $P$ куч йўналиши билан мос келганлигини кўрсатади.

*Жавоб*: $\sigma_{II} = 0{,}91\ \sigma_I$; $\sigma_I = 810$ Н/см$^2$; $f \approx 0{,}3$ см.

8.24. Қарағай тахтадан расмда кўрсатилгандек поғонали тарзда ўзгарадиган кесимли балка тайёрланган. Кучланишлар концентрацияси таъсирини ҳисобга олмаган ҳолда $P = 4000$ Н куч таъсирида балканинг энг катта эгилишини, энг катта нор-




8.24- масалага оид




8.25- масалага оид

мал кучланишларни, энг ката уринма кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 940 Н/см²; 125 Н/см²,—0, 054 см.

**8.25.** Расмда кўрсатилган ўзгарувчан кесимли балканинг исталган кесимидаги энг катта нормал кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* $\sigma_{max} = \dfrac{Px}{W_0\left[2+(1-\alpha)\dfrac{x}{l}\right]}$, бунда $\alpha = \dfrac{b}{b_0}$.

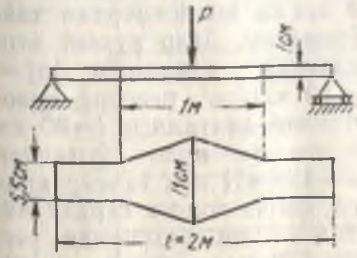
**8.26.** Эни ўзгарувчан пўлат полоса расмда кўрсатилган ўлчамларга эга. $P = 100$ Н, энг катта нормал кучланишларни ва энг катта эгилишни ҳисобланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max} = 27{,}3$ МПа; $f = -\dfrac{11\,Pl^3}{384\,EJ_0} = 1{,}25$ см.

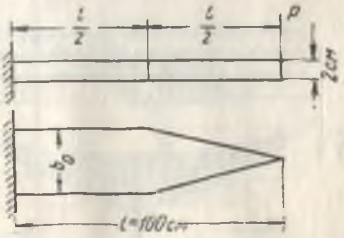
**8.27.** Расмда кўрсатилган пўлат полосанинг зарур эни $b_0$ ни аниқланг. $P = 400$ Н куч таъсирида, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 15000$ Н/см². Балканинг энг катта эгилишини ҳам топинг.

*Жавоб:* $b_0 = 4$ см; $f = -\dfrac{17\,Pl^3}{48\,EJ_0} = -2{,}66$ см.

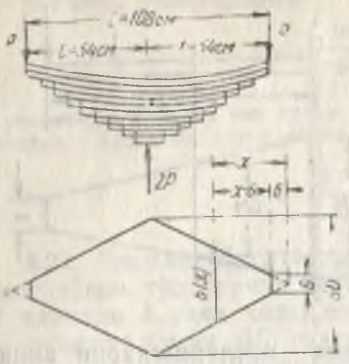
**8.28.** Пўлат рессора (расмга қаранг) баландлиги ўзгармайдиган, эгилишга қаршилиги тенг брусни ҳосил қиладиган тўқ-




8.26- масалага оид




8.27- масалага оид



8.28- масалага оид

қизта листдан ҳамда ўлчамлари шу тўққизта листнинг энг узунига тенг бўлган 10- листдан тузилган. Ҳар бир листнинг эни $h=6$ см, қалинлиги $t=1$ см. Рессора қулочи $L=108$ см. Агар $P=12$ кН бўлса, рессоранинг қулочи ўртасида эгилиш қийматини топинг.

*Ечими.* Рессорани эни ўзгарувчан ўлчамлари расмнинг пастки қисмида кўрсатилган брус сифатида тасвирлаймиз. Координаталар бошини брус ён қирраларининг проекциялари кесишган нуқтада деб қабул қиламиз. Эгилишни аниқлаш учун Кастильяно теоремасидан фойдаланамиз ва бунда балка кесимининг инерция моменти ўзгарувчан қийматини ҳисобга оламиз.

$$b(x)=b_0\cdot\frac{x}{l+6}=60\cdot\frac{x}{60}=x,\quad J(x)=J_0\cdot\frac{x}{l+6},$$

$$M(x)=P(x-6),\quad \frac{\partial M(x)}{\partial P}=x-6,$$

$$f=\int_6^{60}\frac{M(x)}{EJ(x)}\cdot\frac{\partial M(x)}{\partial P}\,dx=\frac{P(l+6)}{EJ_0}\left\{\frac{x^2}{2}\Big|_6^{60}-12x\Big|_6^{60}+36\ln x\Big|_6^{60}\right\}=8{,}8\text{ см}.$$

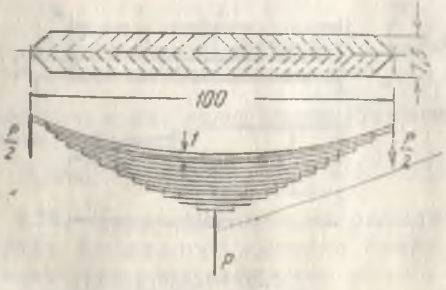
9 листдан (устки листсиз) рессора учун бошқа шартлар ўшандек қолганда эгилиш қуйидагига тенг бўларди:

$$f=\frac{Pl^3}{2EJ_0}=10{,}5\text{ см}.$$

**8.29.** Пўлат рессора (расмга қаранг) эни 7,5 см ва қалинлиги 110 мм ли ўнта пўлат листдан тузилган. Рессора қулочи 1 м, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=40$ кН/см$^2$, рессоранинг кўтарувчанлиги ва қулочи ўртасидаги эгилиш қийматини аниқланг.

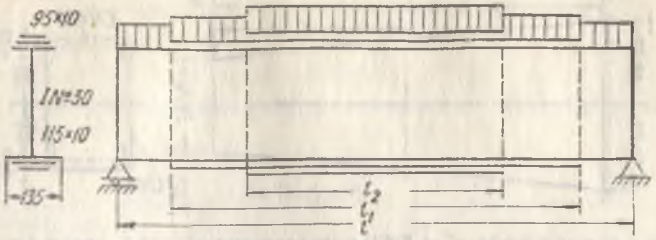
*Жавоб*: $[P]=20$ кН; $f=-\dfrac{[\sigma]l^2}{4Et}=-5$ см.

**8.30.** Тенг қаршиликли пўлат рессора эни 8 см ва қалинлиги 8 мм ли полосалардан тайёрланган. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=30$ кН/см$^2$, рессора қулочининг катталиги $l=80$ см бўлса ва қулоч ўртасида $P=128$ кН куч таъсир қилса, қанча полоса керак? Айтилган юк таъсирида рессора қанча чўкишини ҳам ҳисобланг.




8.29- масалага оид

*Жавоб:* 10 полоса, 3 см.



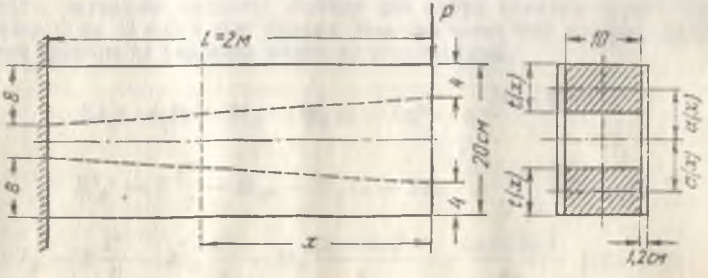

8.31- масалага оид

**8.31.** Қулочи $l=5{,}4$ м бўлган ўзгарувчан кесимли балка (расмга қаранг) икки таянчда ётади ва унга интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк таъсир қилади. Балка қўштавр № 30 дан ва икки жуфт листдан тузилган. Ўлчамлари 115×10 мм бўлган иккинчи жуфт листлар қўштавр токчаларига пайвандланган. Ўлчамлари 95×10 мм ли иккинчи жуфт листлар эса биринчи жуфт листларга пайвандланган. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=14$ кН/см$^2$. Рухсат этиладиган юк $[q]$ қийматини, биринчи ва иккинчи жуфт листларнинг назарий узунлиги $l_2$ ни ҳамда қулоч ўртасида балканинг эгилиш катталигини аниқланг. Шунингдек, интенсивликдаги юк таъсир қиладиган ўзгармас кесимли балканинг эгилишини таққосланг.

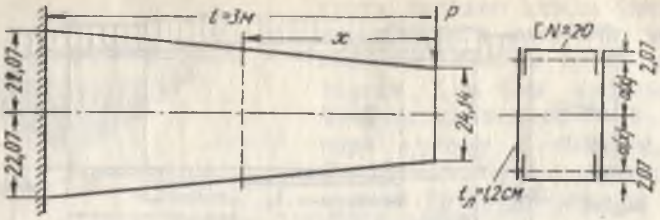
*Кўрсатма.* Олдин қўштавр №30 балканинг юк кўтарувчанлигини ҳисоблаш керак: $[M_0]=66{,}08$ кНм. Сўнгра иккита горизонтал листли ва тўртта листли кесимларнинг $J$ ва $W$ ларини ҳисоблаб, шу профилларга мос юк кўтарувчанликни аниқланг: $[M_1]=110$ кНм ва $[M_2]=146{,}2$ кНм. Сўнгра $[M_2]$ қиймати бўйича тенг тақсимланган юкнинг рухсат этиладиган интенсивлиги топилади. Горизонтал листларнинг боши ва узунлиги назарий жойларини аниқлаш учун $M(x)$ ифода $[M_0]$ ва $[M_1]$ ларга тенглаштирилади. Эгилиш қийматини Кастильяно теоремаси ёрдамида ҳисоблаш осон. Бунда, ҳар хил бикрликдаги балка участкаларини сони бўйича учта интегрални қўшиш кифоя.

*Жавоб:* 40 кН/м; 4,00 м; 2,66 м; —1,37 см; —1,24 см.

8.32. Умуман ўзгармас баландликдаги, лекин ўзгарувчан кесимли балка ўзгарувчан баландликдаги икки қарағай брус-




8.32- масалага оид




8.33- масалага онд

лардан тузилган. Бруслар ён томонларидан қалин фанер билан туташтирилган. Балка ўлчамлари расмда кўрсатилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва $P=5$ кН куч таъсирида эркин учининг эгилиш катталигини топинг.

*Жавоб:* 1215 Н/см²; ≈2,1 см.

**8.33.** Баландлиги ўзгарувчан балка иккита швеллердан тузилган бўлиб, швеллерлар иккита пўлат лист билан туташтирилган. Расмда балканинг барча ўлчамлари кўрсатилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва $P=90$ кН куч таъсирида эркин учининг эгилиш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* 165 МПа; ≈—1,5 см.

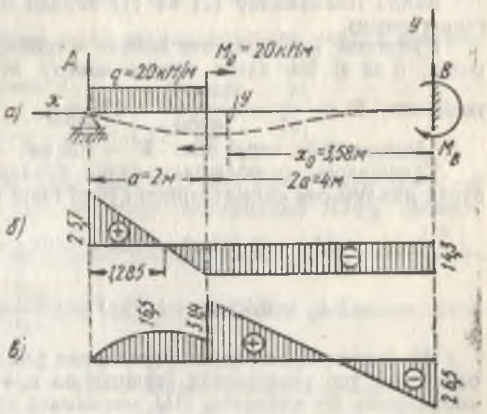
*Кўрсатма.* 8.32 ва 8.33 масалаларни график усулда ечган маъқул.

9-боб

# СТАТИК АНИҚЛАНМАЙДИГАН СИСТЕМАЛАР

## 28-§. Балкалар

**9.1.** Расмда кўрсатилган пўлат балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, эгувчи момент ва кўндаланг кучлар эпюраларини ясанг, балканинг қўштавр кесимини танланг, нормал кучланиш 160 МПа бўлганда, балканинг энг катта эгилиш қийматини аниқланг (уни рухсат этиладиган энг катта эгилиш, яъни балка қулочининг 0,002 улушига тенг эгилиш билан таққосланг).




9.1-масалага оид

*Ечими.* Статика тенгламаларидан қуйидаги боғлиқликни топамиз:

$$H_B = 0, \quad A + B = qa \quad (1)$$

$$3\,Ba - M_B = M_0 + \frac{qa^2}{2}. \quad (2)$$

Икки тенгламада — учта номаълум. Статик аниқмасликни очишда балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасини интеграллаш усулидан фойдаланамиз ва бунда интеграллашнинг ихтиёрий доимийларини тенглаштириш усулини қўллаймиз (22-§ даги масалалар ечимига қаранг). Координаталар бошини $B$ нуқтада, балканинг қисилган жойида деб қабул қиламиз, шунда ихтиёрий доимийлар $C$ ва $D$ нолга тенг бўлади. Эластик чизиқнинг дифференциал тенгламасини тузамиз ва уни икки марта интегралаймиз.

$$EJ_y'' = Bx - M_B - M_0 (x-2a)^0 - q\frac{(x-2a)^2}{2},$$

$$EJ_y' = B\frac{x^2}{2} - M_B x - M_0 (x-2a) - q\frac{(x-2a)^3}{6} + C,$$

$$EJ_y = B\frac{x^3}{6} - M_B\frac{x^2}{2} - M_0\frac{(x-2a)^2}{2} - q\frac{(x-2a)^4}{24} + Cx + D.$$

Номаълум қийматларни аниқлаш учун қуйидаги уч шартни ёзамиз

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0; \text{ бундан } D = 0;$$
$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0; \quad -\,,, - \quad C = 0,$$
$$x_2 = 3a, \quad y_2 = 0;$$

$x_2$ қийматини эгилишлар тенгламасига қўйиб, қуйидаги боғлиқликни ҳосил қиламиз:

$$9\,Ba - 9\,M_B = M_0 + \frac{qa^2}{12}. \tag{3}$$

$M_B$ қийматини аниқлаш учун (2) ва (3) тенгламаларни биргаликда ечамиз:

$$\begin{array}{l} (2)\quad 3\,Ba - M_B = M_0 + \dfrac{qa^2}{2} \\ (3)\quad 9\,Ba - 9\,M_B = M_0 + \dfrac{qa^2}{12} \end{array} \Bigg| -3$$

$$M_B = \frac{1}{3}M_0 + \frac{17}{72}qa^2 = \frac{2}{3} + \frac{17}{9} = 2{,}56 \text{ тм} = 25{,}6 \text{ кНм}.$$

Кейин тенгламалар (2) ва (1) лардан $B = 14{,}3$ кН ва $A = 25{,}7$ кН эканлигини топамиз.

Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдаги усулда қурамиз (схемалар, *б* ва *в*). Энг катта эгувчи момент $M = 31{,}4$ кНм. Балка ўлчамларини танлаймиз: $W = \dfrac{M}{[\sigma]} = \dfrac{3140000}{16000} = 196$ см³.

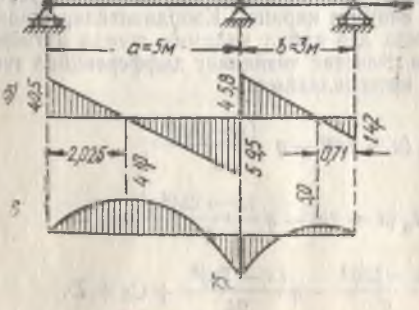
Қўштавр №20а керак экан: $W = 203$ см³, $J = 2030$ см⁴, $EJ = 40{,}6 \cdot 10^9$ Н/см².

Кўчишларни ҳисоблашдан олдин бурилиш ва эгилишлар тенгламаларига барча маълум сон қийматларини қўйиб ёзиш тавсия қилинади.

$$EJ_y' = 0{,}715\,x^2 - 2{,}56\,x - 2\,(x-4) - \frac{1}{3}(x-4)^3, \tag{I}$$

$$EJ_y = 0{,}23\,x^3 - 1{,}28\,x^2 - (x-4)^2 - \frac{1}{12}(x-4)^4. \tag{II}$$

22-§ да тушунтирилган усуллардан фойдаланиб, энг катта эгилишли кесим балканинг ўнг участкасида ётишини ва $x_0 = 3{,}58$ м абсциссага эга эканлигини аниқлаймиз. Бу қийматни (II) тенгламага қўямиз ва энг катта эгилиш қиймати $f = 1{,}35$ см, яъни рухсат этилган $[f] = 1{,}2$ см дан 12% катталигини аниқлаймиз. Қўштавр № 20а ўрнига навбатдаги қўштавр № 22 ни ($J = 2500$ см⁴, $W = 332$ см³) қабул қилиб, энг катта эгилиш қийматини 1,18 см гача пасайтирамиз. Хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар бу янги профилда 135,5 МПа гача кичраяди.




9.2-масалага оид

**9.2.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, рухсат эти-

ладиган нормал кучланиш 160 МПа учун балка кесимини танланг, $A$ таянчдан 2 м нарида турган кесимдаги эгилиш қийматини ҳисобланг.

*Ечими.* Статика тенгламасини тузамиз:

$$A + B + C = q(a+b); \tag{1}$$

$$A(a+b) + Bb - \frac{q(a+b)^2}{2} = 0. \tag{2}$$

Статик аниқмасликни топиш учун икки карра умумий эгилишлар тенгламасини қўллаймиз:

$$EJ_y = EJ_{y_0} + EJ\theta_0 \cdot \frac{x}{1!} + \sum \frac{M(x-l_0)^2}{2!} + \sum \frac{P(x-l_0)^3}{3!} + \sum \frac{q(x-l_0)^4}{4!};$$

$B$ кесимда $EJ\,\theta_A\ a + A\frac{a^3}{6} - \frac{qa^4}{24} = 0;$ (3)

$C$ кесимда $EJ\,\theta_A\ (a+b) + A\frac{(a+b)^3}{6} + B\frac{b^3}{6} - \frac{q(a+b)}{24} = 0.$ (4)

Шу тўрттала тенгламани ечиб, $A = 40{,}5$ кН, $B = 105{,}3$ кН ва $C = 14{,}2$ кН эканлигини топамиз.

Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдаги усулда ясаймиз (схема, *б* ва *в*).

Кесимнинг зарур қаршилик моменти

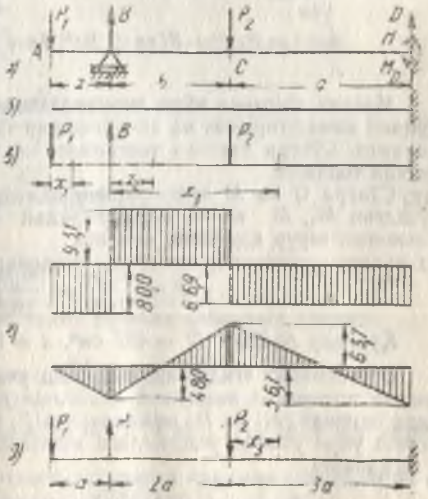
$$W = \frac{M}{[\sigma]} = \frac{4 \cdot 750000}{16000} = 297 \text{ см}^3.$$

Қўштавр № 24 тўғри келади: $W = 289$ см³, $J = 3640$ см⁴, $EJ = 69 \cdot 10^9$ Н см²

Неталган силжишни ҳисоблаш учун олдин (уч тенгламадан) $EJQ_A$ қиймати ни аниқлаш керак ($A = 40{,}5$ кН эканлигини ҳисобга олиб): $EJ\theta_A = -\frac{Aa^2}{6} + \frac{qa^3}{24} = -\frac{40{,}5 \cdot 25}{6} + \frac{20 \cdot 125}{24} = -\frac{1550}{24}$ кН. м². Қидирилаётган эгилишни аниқлаш учун умумий эгилишлар тенгламасига $x = 2$ м қийматини қўямиз:

$$EJ_y = -\frac{1550}{24} \cdot 2 + 40{,}5\frac{2^3}{6} - \frac{20 \cdot 2^4}{24} = 88{,}5 \text{ кН. м}^3.$$

Бундан $y = 8{,}85 : 6{,}9 = 1{,}28$ см.



9.3-масалага оид

**9.3.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқланмаслигини очиб беринг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, рухсат этиладиган нормал кучланиш 160 МПа учун кесим танланг. $C$ кесимдаги эги-

лиш қийматини аниқланг. $P_1=80$ кН, $P_2=160$ кН, $a=60$ см, $b=2a=120$ см, $c=3a=180$ см.

*Ечими.* Расмда (схема, *а*) таянч реакцияларни $H$, $B$, $D$ ва $M_D$ билан белгилаймиз. Статика тенгламасини тузамиз:

$$H=0, \quad (1) \quad P_1+P_2=B+D \quad (2)$$

$$-P_1(a+b+c)+B(b+c)-P_2c+M_D=0 \qquad (3')$$

ёки

$$-6P_1a+5Ba-3P_2a+M_D=0. \qquad (3'')$$

Ортиқча номаълум сифатида таянч реакция $B$ ни танлаймиз. Асосий ҳиссобий система расмда кўрсатилган (схема, *б*). Балкага берилган кучни ($P$ кучларни) ва ортиқча номаълум $B$ ни қўямиз (схема, *в*). Схема, *в* даги балка схема, *а* даги балкага эквивалент бўлиши учун схема, *в* га деформацияларнинг умумийлиги шартини, яъни $f_B=0$ шартни қўшиш керак. Кастильяно теоремасидан фойдаланамиз:

$$f_B=\frac{\partial U}{\partial B}=\frac{1}{EJ}\left(\int_0^a M_1\frac{\partial M_1}{\partial B}\,dx+\int_0^b M_2\frac{\partial M_2}{\partial B}\cdot dx_2+\int_b^{b+c} M_3\frac{\partial M_3}{\partial B}\cdot dx\right)=0.$$

$M_1$, $M_2$, $M_3$— балканинг ҳар қайси уч участкасидаги кесимларнинг эгувчи моментлари. Бикрлик $EJ$ ни доимий деб оламиз. Интеграл ости қийматларни ҳисоблаймиз:

$$M_1=-P_1x_1, \qquad \frac{\partial M_1}{\partial B}=0;$$

$$M_2=-P_1(x_2+a)+Bx_2, \qquad \frac{\partial M_2}{\partial B}=x_2;$$

$$M_3=-P_1(x_3+a)+Bx_3-P_2(x_3-b); \qquad \frac{\partial M_3}{\partial B}=x_3.$$

Бу қийматларни тенглама $f_B=0$ интеграллари остига қўямиз:

$$\int_0^{b+c}(-P_1x^2-P_1ax+Bx^2)\,dx+\int_b^{b+c}(-P_2x^2+P_2bx)\,dx=0.$$

Масала шартига кўра интеграллашдан сўнг $b$ ва $c$ ни $a$ орқали, $P_2$ ни $P_1$ орқали алмаштирамиз ва ҳисоблашдан сўнг $B=21,64\cdot P_1=173{,}1$ кН ни ҳосил қиламиз. Сўнгра статика тенгламасидан $D=66{,}9$ кН ва $M_D=56{,}7$ кНм эканлигини топамиз.

Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларини одатдаги усулларда ясаймиз. Бунда олдин тузилган $M_1$, $M$ ва $M_3$ ифодаларидан фойдаланамиз (схема, *г* га қаранг). Кесимнинг зарур қаршилик моменти

$$W=\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{6370000}{16000}=397 \text{ см}^3.$$

Қўштавр №27а: $W=407$ см$^3$, $J=5500$ см$^4$ тўғри келади.

$C$ кесимнинг эгилишини аниқлаш учун $C$ нуқтага қўйилган $P_2$ куч бўйича ҳосила потенциал энергияни ҳисоблаш керак. Энди $B$ куч маълум куч сифатида олинади. $M_1$ ва $M_2$ ифодаларига $P_2$ куч кирмайди. Ҳисоблашни соддалаштириш учун учинчи участкадаги кесимни $P_2$ кучдан ҳисоблаш маъқул (схема, *д* га қаранг).

$$M_3=-P_1(3a+x_3)+B(2a+x_2)-P_2x_3, \quad \frac{\partial M_3}{\partial P_2}=-x_3,$$

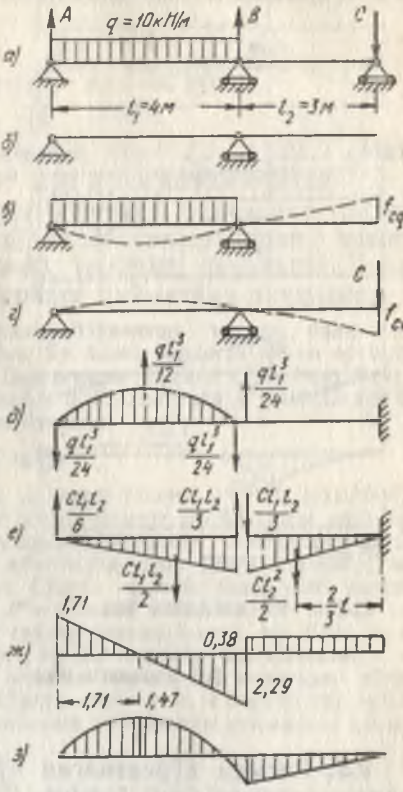
$$f_c = \frac{1}{EJ}\int_0^{3a} (3P_1ax + P_1x^2 - 2Bax - Bx^2 + P_2x^2)\,dx.$$

Интеграллаб ва барча сон қийматларни қўйиб, $f_c = 0{,}24$ см эканлигини топамиз. Эгилишнинг мусбат қиймати эгилиш йўналиши $P_2$ куч йўналишига тўғри келишини кўрсатади.

**9.4.** Расмда кўрсатилган пўлат балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг ва таянч реакцияларни аниқланг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

*Ечим.* Балка бир марта статик аниқланмайдиган балка ҳисобланади. Аниқмаслигини очиб бериш учун кўчишларни таққослаш усулидан фойдаланамиз. Ортиқча маҳкамлаш сифатида $C$ таянчни қабул қиламиз. Асосий система расм, *б* да кўрсатилган. Балкага берилган юкни (схема, *в*) ва ортиқча номаълум куч $C$ ни (схема, *е*) қўямиз. Берилган юк таъсирида $C$ кесимда балканинг эгилишини $f_{cq}$ орқали, $C$ куч таъсирида эгилишини $f_{cc}$ орқали белгилаймиз. Берилган балканинг $C$ кесимида таянч бор, демак $f_c = 0$ ёки $f_{cq} + f_{cc} = 0$. (1)

Эгилишлар $f_{cq}$ ва $f_{cc}$ қийматини энг кенг тарқалган эгилишлар жадвалидан тайёр ҳолда олган маъқул. Бу жадваллар справочниклар ва баъзи дарсликларда келтирилган.




9.4- масалага оид

$$EJf_{cq} = \frac{ql_1^3 l_2}{24}, \qquad (2)$$

$$EJf_{cc} = -\frac{Cl_2^2}{3}(l_1 + l_2). \qquad (3)$$

Схемалар, *д* ва *е* да ўша эгилишларнинг ўзини графоаналитик усулда ҳисоблаш учун маълумотлар келтирилган.

(2) ва (3) ифодаларни (1) га қўйиб таянч реакция қийматини топамиз:

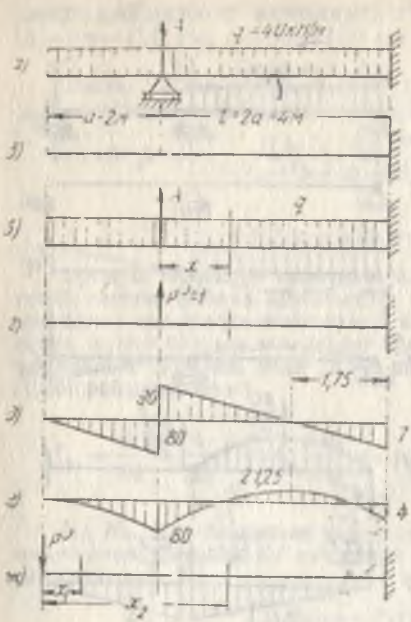
$$C = \frac{ql_1^{(3)}}{8\,l_1(l_1 + l_2)} = \frac{80}{21} = 3{,}81 \text{ кН}.$$

Сўнгра статика тенгламаларидан ҳисоблаб, $A = 17{,}14$ кН, $B = 26{,}67$ кН эканлигини аниқлаймиз.

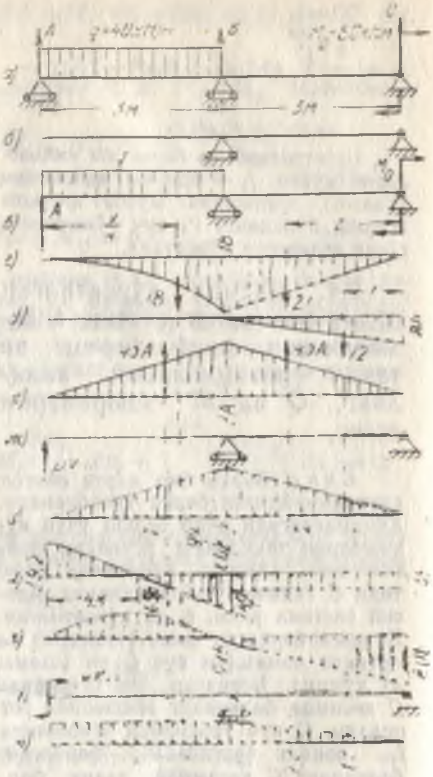
Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларини одатдаги усулларда қурамиз (схема, *ж* ва *з*).

Зарур қаршилик моменти $W = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{1470000}{16000} = 92$ см³.

Қўштавр № 16: $W = 109$ см³, $J = 873$ см⁴.



9.5- масалага оид



9.6- масалага оид

**9.5.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда балка кесимини танланг ва консол учининг эгилиш қийматини аниқланг.

*Ечим.* Максвелл-Мор усулини қўллаймиз. Ортиқча номаълум сифатида $A$ реакцияни қабул қиламиз. Асосий статик аниқланадиган балка схема, *б* да кўрсатилган. Бу балкани икки марта юклаймиз: берилган юк ва $A$ куч билан (схема, *в*) ҳамда якка куч $P^0 = 1$ билан (схема, *г*). $A$ кесимдаги эгилишни ифодалайдиган Мор интеграли нолга тенг бўлиши керак.

$$\int_l M(x) \cdot M^0 dx = 0.$$

Балканинг чап участкасини кўрмаймиз, чунки бу участкада якка юкнинг эгувчи моменти нолга тенг.

Иккинчи участкада:

$$M(x) = A(x) - \frac{q(x+a)^2}{2}, \quad M^0 = P^0 x = x; \quad \int_0^l Ax^2 dx - \int_0^l \frac{q(x+a)^2}{2} \cdot x \cdot dx = 0.$$

Бундан $A = 170$ кН. $Q$ ва $M$ эпюралар схемалар, *д* ва *е* ларда ясалган. $M_{max} = 80$ кНм. Қаршилик моменти $W = 500$ см$^3$, қўштавр № 30а тўғри келади.

Эгилишни аниқлаш учун Мор интегралини тузишда консол учига $P^0=1$ кучни қўямиз ва шу жойдан схема, *ж* да кўрсатилганидек кесимлар абсциссаларининг ҳисобини бажарамиз:

$$EJ_y = \int_0^{l+a} \frac{qx^2}{2} x dx + \int_a^{l+a} A(x-a)\, x dx,$$

интегрални олиб, рақамларни қўйгандан сўнг $EJ_y = 133{,}3$ кНм³, $y = 0{,}86$ см, яъни кўчиш пастга $P^0$ куч йўналишида бўлади.

**9.6.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma] = 160$ МПа да балка кесимини танланг, шунингдек чап таянчдаги кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини аниқланг.

*Ечими.* Ортиқча маҳкамлаш сифатида чап таянчни оламиз, балканинг асосий системаси, схема, *б* да кўрсатилган. Бу балка берилган юк ва ортиқча номаълум $A$ билан юкланган (схема, *в*) Верешчагин усулини қўллаймиз. Бикрлиги ўзгармас бўлган балка учун бу усулдан фойдаланганда $A$ таянчдаги эгилишнинг нолга тенглик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sum \omega M^0 = 0.$$

Бу йиғиндини тузиш учун тақсимланган юкланиш (схема, *г*), $M_0$ (схема, *д*), ортиқча номаълум $A$ (схема, *г*) ларнинг эгувчи момент эпюраларини ясаймиз. Ҳар қайси эпюрада ўзига хос ординаталарни кўрсатамиз. Эпюра ҳар қайси участкасининг олий марказида стрелка қўямиз ва унинг ёнига ҳар қайси юк юзасининг кНм² даги қийматини ёзамиз. Сўнгра асосий балканинг асосий системасини ўша кесимга қўйилган юк $P^0=1$ билан юклаймиз. Бу жойда ортиқча номаълум $A$ ўша юк йўналишида таъсир қилади (схема, *ж*). Якка эгувчи момент $M^0$ эпюрасини тузамиз (схема, *з*). Бу эпюрада биз схемалар *г*, *е*, *д* ларда белгиланган сохта юкларнинг оғирлик марказлари қаршисига тўғри келадиган ординаталарни ажратамиз. Сўнгра схема *г*, *д*, *е* лардан ҳар қайси юза ω нинг схема, *з* даги тегишли ординатага кўпайтмаси суммасини ҳисоблаймиз, яъни:

$$-180 \cdot \frac{9}{4} - 270 \cdot 2 - 120 \cdot 1\frac{1}{2} + 4{,}5A \cdot 2 + 4{,}5A \cdot 2 = 0.$$

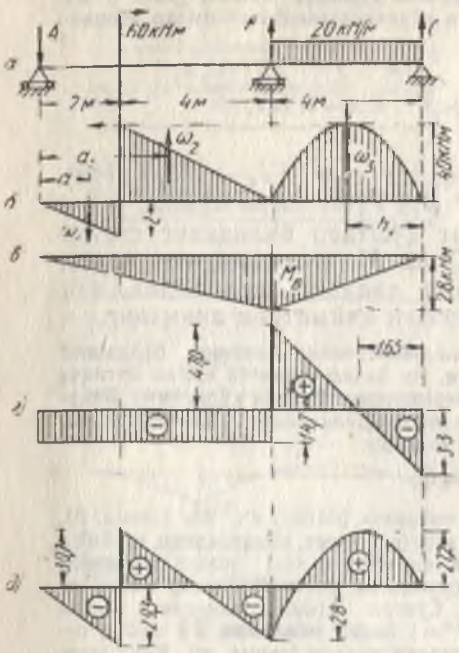
Бундан $A=59{,}2$ кН, статика тенгламаларидан $B=34{,}9$ кН ва $C=25{,}9$ кН. Бутун балка учун кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдаги усулдагидек ясаймиз (схема, *и*, *к*). $M_{max} = 80$ кНм да қўштавр №30а керак. Чап таянчдаги бурилиш бурчагини аниқлаш учун балканинг ҳисобий схемасини $A$ кесмада $M^0=1$ момент билан юклаш керак (схема, *л*). $M=1$ нинг эгувчи момент эпюраси схема, *м* да кўрсатилган. Юқоридагиларга ўхшаш ҳисобларни бажарамиз:

$$EJ\theta_A = -180 \cdot 1 - 270 \cdot \frac{2}{3} - 120 \cdot \frac{1}{3} + 4{,}5 \cdot 59{,}2 + 4{,}5 \cdot 59{,}2 \cdot \frac{2}{3},$$
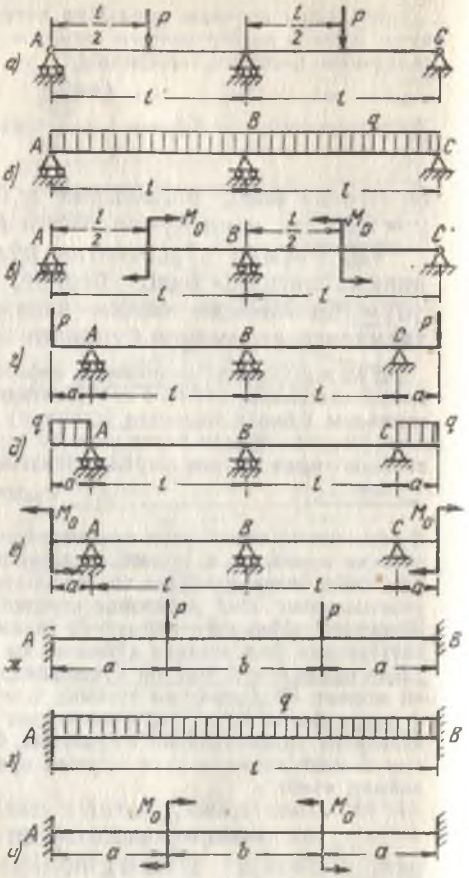
$$EJ\theta_A = 44 \text{ кНм}^2; \quad \theta_A = 0{,}0028 \text{ рад}.$$

**9.7.** Икки қулочли ёғоч балка расмда кўрсатилгандек юкланган. Балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни ҳисобланг, $M$ ва $Q$ эпюраларни ясанг ва $h:b=2$ нисбатда ҳамда рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=10$ МПа бўлганда балканинг тўғри тўртбурчак кесимини танланг.

*Ечими.* Балка бир марта статик аниқмас балка ҳисобланади. Статик аниқмасликни очиш учун уч момент ҳақидаги теоремани қўллаймиз. Ортиқча номаълум сифатида ўрта таянчдаги эгувчи моментни қабул қиламиз. Икки ало-




9.7- масалага оид




9.8- масалага оид

ҳида балка учун қилингани каби иккала қулоч учун ҳар қайси қулочда жойлашган юкларнинг эгувчи момент эпюраларини ясаймиз. Стрелкалар билан юк юзалари ω нинг тенг таъсир этувчисини белгилаймиз ва бу юзаларнинг четки таянчлардан масофалари $a$ ва $b$ ни кўрсатамиз (схема, *б*). Сўнгра уч момент формуласини тузамиз:

$$M_A \cdot l_1 + 2M_B(l_1 + l_2) + M_C\, l_2 = -6\left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} + \omega_2 \cdot \frac{a_2}{l_1} + \right.$$

$$\left. + \omega_3 \cdot \frac{l_3}{l_2}\right).$$

Формулага кирадиган катталикларнинг қийматлари

$$M_A = M_C = 0,\ \omega_1 = -20\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,\ \omega_2 = 80\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,\ \omega_3 = \frac{320}{3}\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,$$

$$a_1 = \frac{4}{3}\ \text{м},\quad a_2 = \frac{10}{3}\ \text{м},\quad b_3 = 2\ \text{м}.$$

Бу қийматларни формулага қўйгандан сўнг қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$2M_B \cdot 10 = -6\left(-20\,\frac{4}{3\cdot 6} + 80\,\frac{10}{3\cdot 6} + \frac{320\cdot 2}{3\cdot 4}\right) = -560,\ M_B = -28\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

Схема, *в* да иккала қулоч учун $M_B$ нинг эпюраси $M\ (x)$ кўрсатилган.

Статика тенгламаларидан таянч реакцияларнинг қийматларини топамиз: $A=14{,}7$ кН, $B=61{,}7$ кН, $C=33$ кН. Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларни ясаймиз (схема, *г* ва *д*). Кесимни танлаймиз: зарур қаршилилик моменти:

$$W=\frac{M_{\max}}{[\sigma]}=\frac{30{,}7\cdot 10^2}{1}=3070\ \text{см}^3,$$

чунки $W=\frac{bh^2}{6}=\frac{h^3}{12}$, бу ҳолда $h=\sqrt[3]{36840}=33{,}3$ см. $b=0{,}5h=17$ см.

9.8. Расмда кўрсатилган тўққизта балканинг ҳар қайсиси учун исталган усулда статик аниқмасликни очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг ва энг катта эгувчи моментлар қийматини ҳисобланг. Схемалар: *ж, з, и* учун $A_x=B_x=0$ деб олинг.

*Жавоб:*

а) $A=\frac{6}{16}P,\ B=\frac{11}{8}P,\ M_B=\frac{3}{16}Pl,\ M_P=\frac{5}{32}Pl;$

б) $A=\frac{3}{8}ql,\ B=\frac{5}{4}ql,\ M_B=-\frac{1}{8}ql^2,\ M_{\max}=\frac{9}{128}ql^2;$

в) $A=-\frac{9M_0}{8l},\ B=\frac{9M_0}{4l},\ M_B=-\frac{1}{8}M_0,\ M_{\max}=\frac{9}{16}M_0;$

г) $A=P\left(1+\frac{3a}{2l}\right),\ B=-3P\frac{a}{l},\ M_B=\frac{1}{2}Pa,\ M_A=-Pa;$

д) $A=qa\left(1+\frac{3a}{4l}\right),\ B=-\frac{3qa^2}{2l},\ M_B=-\frac{1}{4}qa^2,\ M_A=-\frac{1}{2}qa^2;$

е) $A=\frac{3}{2}\cdot\frac{M_0}{l},\ B=-\frac{3M_0}{l},\ M_B=\frac{1}{2}M_0,\ M_A=-M_0;$

ж) $A=P,\ M_A=M_B=-Pa\frac{a+b}{2a+b},\ M_P=Pa\frac{a}{2a+b};$

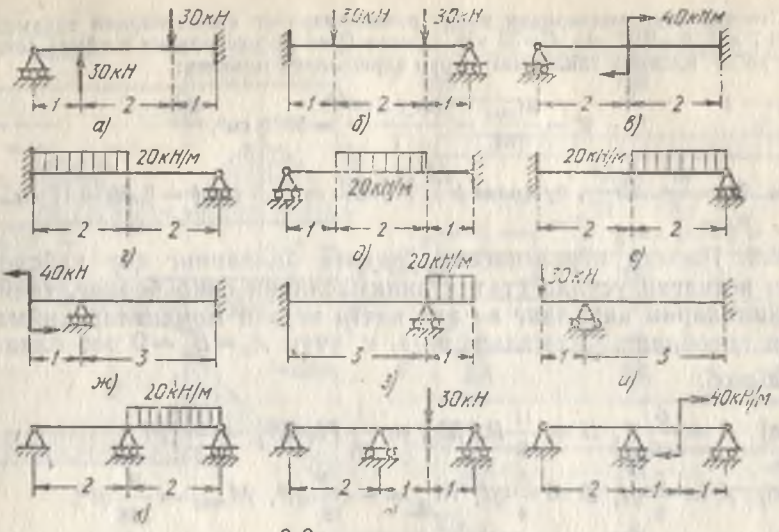
з) $A=\frac{ql}{2},\ M_A=M_B=-\frac{1}{12}ql^2,\ M=\frac{1}{24}ql^2$ (қулочи ўртасида);

и) $A=0,\ M_A=M_B=-M_0\frac{b}{2a+b},\ M=M_0\frac{2a}{2a+b}$ (қулочи ўртасида).

9.9. Расмда бир марта статик аниқланмайдиган балкалар ҳар хил юкланиш схемалари билан берилган. Схемалардаги масофалар метрларда кўрсатилган. Исталган усулда статик аниқмасликни очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.

*Жавоб:* Таянч реакциялар ва эгувчи моментнинг экстремал қийматлари кўрсатилган. Чапдан ўнгга томон ҳисобланади.

а) — 16,4 кН; — 16,4 кНм; 10,8 кНм; 16,4 кН; — 5,6 кНм;
б) — 33,6 кНм; 3,84 кН; 4,8 кНм; 21,6 кНм; 21,6 кН;
в) — 11,25 кН; — 22,5 кНм; 17,5 кНм; 11,25 кН; —1,25 кНм;
г) —22,5 кНм; 35,6 кН; 9,2 кНм; 4,4 кН;
д) 13,1 кН; 17,4 кНм; 26,9 кН; — 27,5 кНм;
е) —17,5 кНм; 14,4 кН; 16,4 кНм; 25,6 кН;



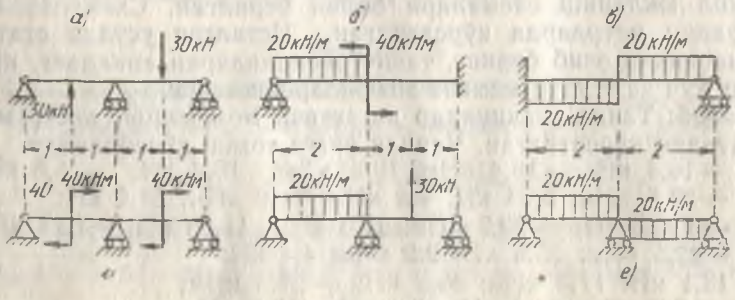

9.9- масалага оид

ж) 20 кН; —40 кНм; —20 кН; 20 кНм;
з) 5,0 кНм; —5 кН; —10 кНм; 25 кН;
и) 45 кН; —30 кНм; —15 кН; 15 кНм;
к) —2,5 кН; —5 кНм; 25 кН; 7,7 кНм; 17,5 кН;
л) —2,8 кН; —5,6 кНм; 20,6 кН; 12,2 кНм; 12,2 кН;
м) 1,25 кН; 2,5 кНм; —22,5 кН; —19|+21 кНм; 21,25 кН.

**9.10.** Расмда статик аниқмас балкаларни юклаш схемалари келтирилган. Улар 9.9 масаладаги баъзи схемаларни устма-уст қўйиб ҳосил қилинган. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюрасини ясанг (9.9- масала ечимларидан фойдаланиш мумкин).

*Жавоб:* (9.9- масала жавобига тушунтиришга қаранг).

а) —15 кН; —15 кНм; 0,15 кНм; 15 кН;
б) 36,9 кН; 34 кНм; —12,4 кНм; 3,1 кН;
в) 5 кНм; —21,25 кН; —6,25 кНм; 11,3 кНм; 21,22 кН;

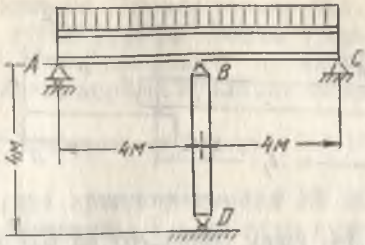



9.10- масалага оид

г) —20 кН; —20/+20кНм; 0; —20/+20 кНм; 20 кН;

д) 20,3 кН; 10,3 кН; 0,6 кНм; 4,4 кН; —14,7 кНм;

е) 20 кН; 10 кНм; 0; —10кНм —20 кН.



9.11-масалага оид

**9.11.** Узунлиги $L=8$ м бўлган балка № 40 (қўштавр пўлат балка) учлари шарнирли бикр таянчларга таянган, қулочи ўртасидан $H=4$ м баландликдаги труба чўян устун билан тутиб турилади (расмга қаранг). Устуннинг ташқи диаметри 16 см, ички диаметри 12 см. Балкага 20 кН/м интенсивликдаги тенг тақсимланган юкланиш таъсир этади. Чўян устундаги зўриқишни ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланиш ва устундаги кучланишни аниқланг. Агар ўртадаги таянч бикр бўлса, унинг реакцияси нимага тенг?

*Кўрсатма.* Кўчишнинг $B$ нуқтадаги биргаликдаги тенгламаси:

$$\frac{5}{384}\cdot\frac{ql^4}{E_3J}-\frac{BL^3}{48E_6J}=\frac{BH}{E_ч\cdot H};$$

Бундан В устундаги зўриқиш қиймати ҳисоблаб топилади:

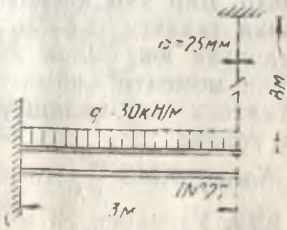
$$B=\frac{5}{8}\frac{qL}{\kappa},\quad \text{бунда}\quad \kappa=1+\frac{E_6}{E_ч}\cdot\frac{48HJ}{F\cdot L^3}=1{,}0135.$$

*Жавоб*: $B=98700$ Н, балкадаги кучланиш $395\cdot10^5$ н/М², колоннадаги кучланиш $112\cdot10^5$ Н/м². Бикр таянчда $B=100$ кН.

**9.12.** Узунлиги 4 м бўлган пўлат қўштавр балка № 22 учлари билан шарнирли бикр таянчларга, ўртасидан эса баландлиги 8 м (кўндаланг кесим юзаси 400 см²) бўлган ёғоч стойкага таянади. Таянчдан 1 м нарига ҳар бири $P=30$ кН бўлган икки куч қўйилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва стойкадаги кучланишни топинг.

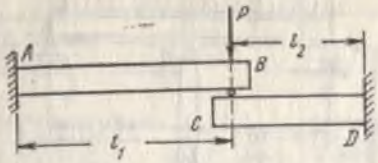
*Жавоб:* $469\cdot10^5$ Н/м², $\approx10^6$ Н/м².

**9.13.** Қўштавр пўлат балка № 22 бир учи билан деворга қисилган, иккинчи учи диаметри 25 мм ли вертикал пўлат тортқи билан тортиб қўйилган (расмга қаранг). Балка интенсивлиги 30 кН/м бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган. Тортқидаги зўриқиш ва кучланиш қийматларини ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг. Агар балкани улашдан олдин ўрнатилган тортқи 8 м дан 2,5 мм узунроқ бўлса, зўриқиш ва кучланиш қандай ўзгаради?
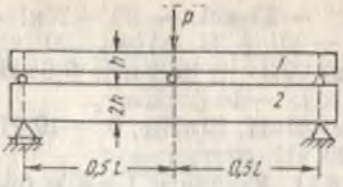


9.13-масалага оид

*Жавоб:* 32300 Н, $656\cdot10^5$ Н/м², $1640\cdot10^5$ Н/м², 3090 Н, $627\cdot10^5$ Н/м², $1830\cdot10^5$ Н/м².




9.14- масалага оид




9.15- масалага оид

**9.14.** Икки балка $AB$ ва $CD$ туташган жойга $P$ куч қўйилган (расмга қаранг). Уларнинг қулочлари ва бикрликлари нисбатлари: $l_1 \cdot l_2 = 3:2$ ва $EJ_1 . EJ_2 = 4:5$ маълум бўлса, балкалар орасида бу куч қандай тақсимланади?

*Жавоб:* $P_1 \approx 0{,}19\ P$; $P_2 \approx 0{,}81\ P$.

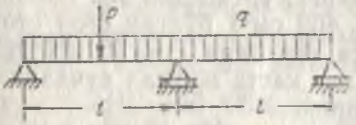
**9.15.** Бир хил материалдан ясалган, узунлиги ва эни бир хил бўлган тўғри тўртбурчак кесимли икки балка расмда кўрсатилгандек бири иккинчисининг устига қўйилган. Юқоридаги балканинг баландлиги пастдаги балканикидан икки марта кичик. Балкалар орасида юк қандай тақсимланади?

*Жавоб:* $P_1 = \frac{1}{9}$; $P_2 = \frac{8}{9} P$.

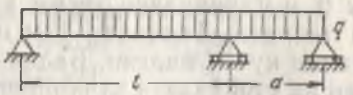
**9.16.** Расмда кўрсатилган балка бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Балканинг ўнг томондаги таянчга қўйилган учи кўтарилиб кетмаслиги учун чап қулоч ўртасига қўйилган $P$ кучнинг қиймати нимага тенг бўлиши мумкин?

*Жавоб:* $P = 4\ ql$.

**9.17.** Икки қулочли қирқилмаган балка бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Ўнг таянчдаги реакция нолга тенг бўлиши учун балка қулочлари $l$ ва $a$ қандай нисбатда бўлиши керак (расмга қаранг)?




9.16- масалага оид




9.17- масалага оид

*Жавоб:* $a = 0{,}433\ l$.

**9.18.** Бир учи қисилган ва иккинчи учи шарнирли қўзғалувчан таянчга таянган балка бутун қулоч $l$ бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Қулочдаги энг катта мусбат эгувчи моменти қийматини қисилган жойдаги манфий момент қийматига тенг қилиш учун таянчни қанча кўтариш ёки тушириш керак?

*Жавоб:* $0{,}013 \frac{ql^4}{EJ}$ га кўтариш керак.

**9.19.** Узунлиги 3 м бўлган квадрат $30 \times 30$ см кесимли ёғоч балка узунлиги 2 м дан ва кўндаланг кесим юзаси 8 см$^2$

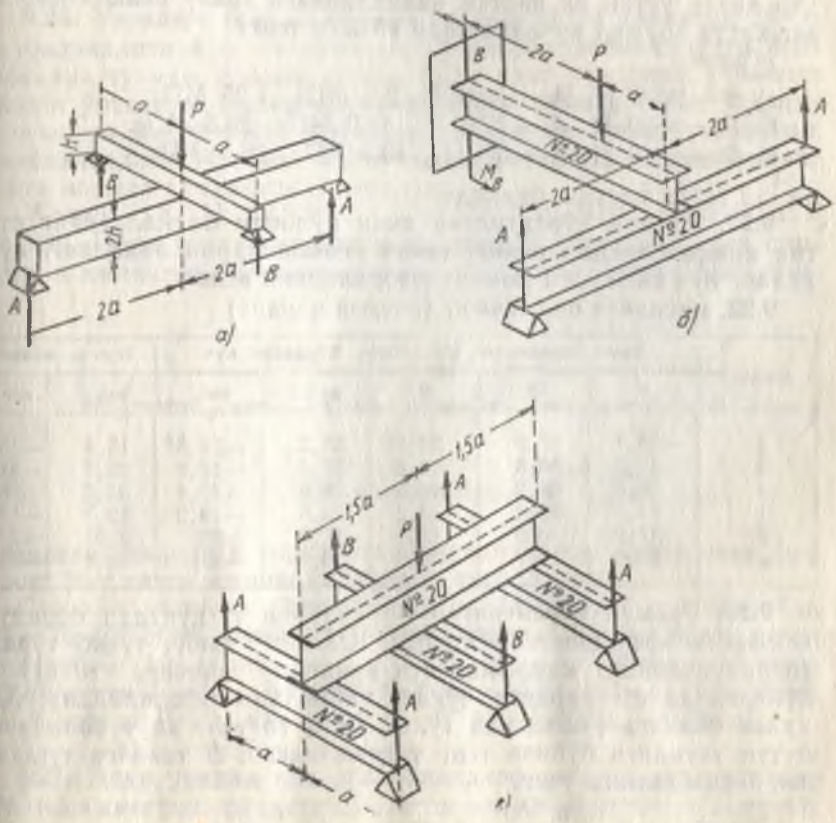
дан бўлган учта пўлат тортқига осилган. Иккита тортқи балкани учларидан, учинчиси ўртасидан тутиб туради. Балка ўртасига $P = 130$ кН куч таъсир қилади. Тортқилардаги зўриқишлар қийматини ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* ўртадаги $1425 \cdot 10^5$ Н/м², четдаги тортқида — $10^7$ Н/м², балкада $27 \cdot 10^5$ Н/м².

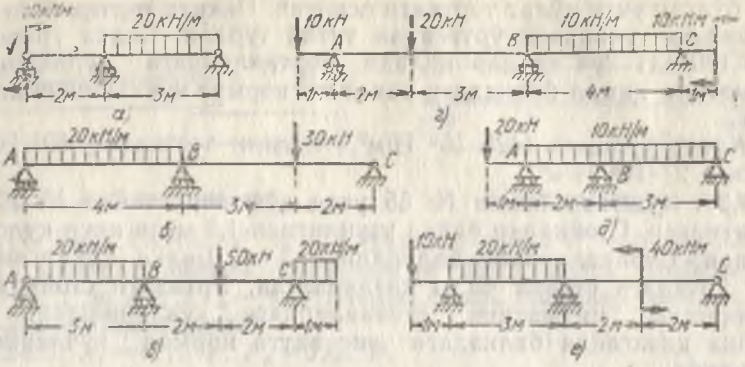
**9.20.** Қўштавр балка № 55 учта қўштавр стойка № 20 га ўрнатилган. Стойкалар балка узунлигини 1,5 м ли икки қулочга бўлади. Стойкаларнинг баландлиги 3 м. Балка қўйилгандан сўнг ўртадаги стойка 40°га қиздирилган. Ўртадаги стойкадаги зўриқишлар қийматини, стойкалардаги кучланишларни ва стойка қизиганда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $111 \cdot 10^3$ Н; $414 \cdot 10^5$ Н/м², $207 \cdot 10^5$ Н/м², $417 \cdot 10^5$ Н/м².

**9.21.** Балкалар расмда кўрсатилганидек айқаш жойлаштирилган. Юкланмаган ҳолда балкалар туташган жойларда




9.21- масалага оид




9.22- масалага оид

юқори балканинг таги пастдаги балканинг устига босимсиз тегиб туради. Балка ўлчамлари расмда кўрсатилган, бунда $a = 100$ см, $b = 12$ см, $h = 20$ см. Куч $P = 12$ кН таъсирида ҳар қайси устки ва пастки балкалардаги таянч реакциялар ва энг катта нормал кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:*

а) $B = 2000$ Н, $A = 4000$ Н, 2,5 МПа, 1,25 МПа;
б) $B = 6580$ Н, $A = 2710$ Н, 42,0 МПа, 29,5 МПа;
в) $B = 4740$ Н, $A = 630$ Н, 10,3 МПа, 25,7 МПа

ва 5.1 МПа пастки балкада.

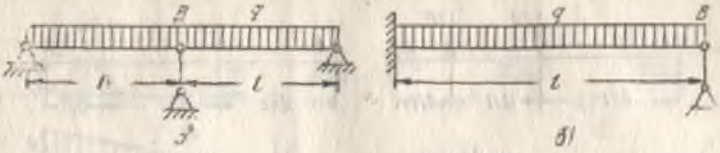
**9.22.** Расмда кўрсатилган икки қулочли балкаларнинг статик аниқмаслигини очинг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.

9.22. масалага оид жавоб (расмга қаранг)

| Схема | Таянч реакциялар, кН | | | Кўндаланг куч | | Эгувчи момент | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $A$ | $B$ | $C$ | макс. | мин. | макс. | мин. |
| *а* | —12,7 | 47,9 | 24,8 | 35,2 | —24,8 | 15,4 | —15,5 |
| *б* | 32,1 | 66,3 | 11,6 | 32,1 | —47,9 | 25,7 | —31,8 |
| *в* | 20,6 | 68,9 | 40,5 | 29,5 | —39,4 | 31,0 | —28,2 |
| *г* | 21,4 | 29,4 | 19,2 | 20,8 | —19,2 | 12,7 | —13,2 |
| *д* | 37,6 | 19,0 | 13,4 | 17,6 | —20 | 0,90 | —20 |
| *е* | 39,9 | 42,7 | —12,6 | 29,9 | —30,1 | 14,8 | —25,2 |

**9.23.** Расмда кўрсатилган балкаларни $B$ нуқтада берилувчанлик коэффициенти $\alpha$ бўлган эластик таянч тутиб туради (берилувчанлик коэффициенти иккинчи таянчига 10 кН юк қўйилганда см лардаги чўкиш қийматини ифодалайди). Ҳар қайси балкага тушадиган тўлиқ юк $Q$ га тенг ва у балканинг бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган. $B$ таянчга тушадиган босим нимага тенг?

*Жавоб:* а) $B = \frac{5}{8} \cdot \frac{Q}{K}$, бунда $\kappa = 1 + \frac{6EJ\alpha}{l^3}$;



9.23- масалага оид

б) $B=\frac{3}{8}\cdot\frac{Q}{\kappa}$, бунда $\kappa=1+\frac{3EJ\alpha}{l^3}$.

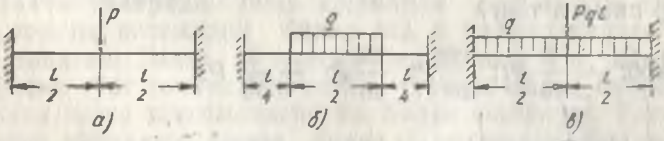
**9.24.** Узунлиги $l$, оғирлиги $Q$, инерция моменти $J$ бўлган балка бир хил эластик учта стойка устида ётади (стойкалар балка учлари ва ўртасига тиралган). Стойкани 1 см калталаштириш учун ўқ зўриқиши $S$ талаб қилинади. Ўртадаги стойкага тўғри келадиган юк $B$ нимага тўғри келади?

*Жавоб:* $B=\frac{Q}{8}\cdot\frac{192EJ+5l^3\cdot S}{72EJ+l^3\cdot S}$.

**9.25.** Узунлиги 6 м ли қўштавр балка № 16 диаметри 25 см ва баландлиги 4 м ли думалоқ кўндаланг кесимли учта ёғоч стойкада туради. Иккита стойка балканинг учларида, учинчиси қулочи ўртасида. Балка бутун узунлиги бўйича текис тақсимланган ва $q=20$ кН/м интенсивликдаги юк билан юкланган. Стойкалардаги зўриқиш ва кучланишни ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 74,8 кН; 22,6 кН; 1,53 МПа; 0,46 МПа; 154,5 МПа.

**9.26.** Икки учидан қисилган ва расмда кўрсатилгандек симметрик юкланган балкаларнинг юк кўтарувчанлигини аниқланг.



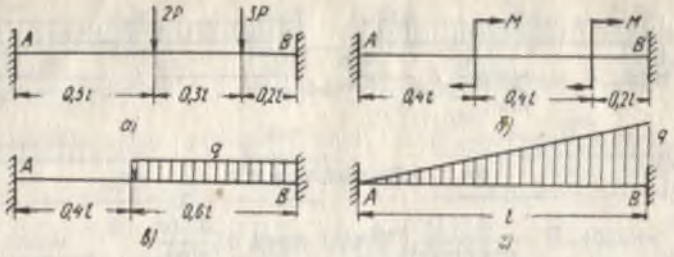
9.26- масалага оид

Қисилган жойидаги горизонтал реакцияларни нолга тенг деб олинг. Энг катта эгилиш қийматини ҳисобланг.

Схема, *а* да кесим тўғри тўртбурчак, $12\times30$ см² қулочи $l=6$ м, $[\sigma]=10\cdot10^6$ Н/м², балка материали қайин. Схема, *б* да кесим қўштавр № 10, қулоч $l=4$ м. Схема, *в* да кесим — қўштавр № 20, қулоч $l=6$ м. Қўштавр балкалар учун $[\sigma]=16\cdot10^7$ Н/м².

*Жавоб:* а) $P\approx24$ кН; —1,0 см; б) $q=7$ кН/м, —0,96 см;
в) $q=4$кН/м; — 1,1 см.

**9.27.** Икки учидан қисилган балкалар расмда кўрсатилгандек носимметрик юкланган. Статик аниқмаслигини кўрсатинг, таянч реакцияларини топинг ва $Q$ ҳамда $M$ эпюраларни ясанг.



9.27- масалага оид

*Жавоб:*

| Схема | $A$ | $M_A$ | Кулочдаги эгувчи моментнинг характерли ординаталари | $M_B$ | $B$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $1{,}312\ P$ | $-0{,}346\ Pl$ | $0{,}310\ Pl$, $-0{,}104\ Pl$ | $0{,}634\ Pl$ | $3{,}688\ P$ |
| *б* | $-2{,}4\ \frac{M}{l}$ | $0{,}4\ M$ | $\frac{-0{,}56\text{ м}}{0{,}44\text{ м}}$, $\frac{-0{,}52\text{ м}}{0{,}48\text{ м}}$ | $0$ | $2{,}4\ \frac{M}{l}$ |
| *в* | $0{,}1512\ ql$ | $-0{,}0396ql^2$ | $0{,}0209ql^2$, $0{,}0323\ ql^2$ | $-0{,}0684ql^2$ | $0{,}4488\ ql$ |
| *г* | $0{,}15\ ql$ | $-0{,}033ql^2$ | $M_{max} = 0{,}0215\ ql^2$ | $-0{,}05ql^2$ | $0{,}35\ ql$ |

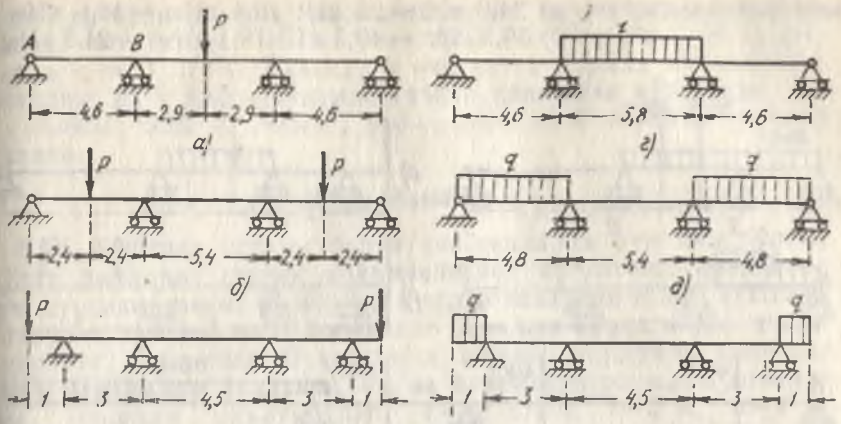
**9.28.** Қирқилмаган балка бир хил узунлик $l$ даги икки қулочга эга. Балканинг чап учи қисилган, қолган учта таянч шарнирли. Чап қулочнинг ўртасига $P$ куч қўйилган. Таянч реакциялар нимага тенг?

*Жавоб:* $-\frac{9}{56}Pl$; $\frac{17}{28}P$; $\frac{25}{56}P$; $-\frac{3}{56}P$.

**9.29.** Қулочлари $l_1$ *ва* $l_2$ бўлган қирқилмаган балка чап учидан қисилган ва ўнг учи эркин таяниб туради. Эркин таяниб турган учидан $a$ масофада $P$ юк қўйилган. Қисилган жойдаги момент ва ўрта таянчдаги момент нимага тенг $(a<l_2)$?

*Жавоб:* $M_к = \frac{Pa(l_2^2-a^2)}{l_2(3l_1+4l_2)}$; $M_ў = -2M_к$.

**9.30.** Қирқилмаган қўштавр балкалар расмда кўрсатилгандек симметрик юк билан юкланган. $P=60$ кН, $q=40$ кН/м. Исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг, таянч реакцияларни ҳисобланг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma]=160$ МПа бўлганда қўштавр номерини танланг ва балканинг ўрта кесимидаги эгилиш қийматини ҳисобланг.




9.30- масалага оид

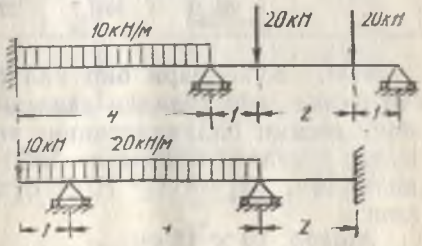
*Жавоб:*

| Схема | $A$, кН | $B$, кН | $M_{min}$, кНм | $M_{max}$, кНм | Қўштавр | $y$, см |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | 6,2 | 36,2 | —28,5 | 58,5 | N 27 | —1,23 |
| *б* | 25,8 | 34,2 | —20,1 | 61,9 | N 27 | 0,72 |
| *в* | 83,1 | —23,1 | —60 | 9,2 | N 27 | —0,23 |
| *г* | 16,0 | 13,20 | —73,4 | 94,8 | N 33 | —1,4 |
| *д* | 87,1 | 104,9 | —42,9 | 94,9 | N 33 | 0,79 |
| *е* | 47,7 | — 7,7 | —20 | 3,1 | N 18 | —0,30 |

**9.31.** Кесимнинг инерция моменти $J$ ва узунлиги $l$ бўлган пўлат балка учларидан бикр шарнирли таянчларга таянган, иккита оралиқ кесимлари билан эса $h$ баландликдаги пўлат устунга таянган. Балка уч қулочи бир-бирига тенг. Юкланмаганда ҳамма тўрт таянчи бир сатҳда туради. Балка бутун узунлиги билан текис тақсимланган юк билан юкланган. Таянчларнинг зарур кўндаланг кесим юзаси $F$ ни топинг. Бунинг учун стойкалардаги зўриқишлар ва четдаги зўриқишлар бир хил бўлиши керак.

*Жавоб:* $F = \frac{486Jh}{7l^3}$.

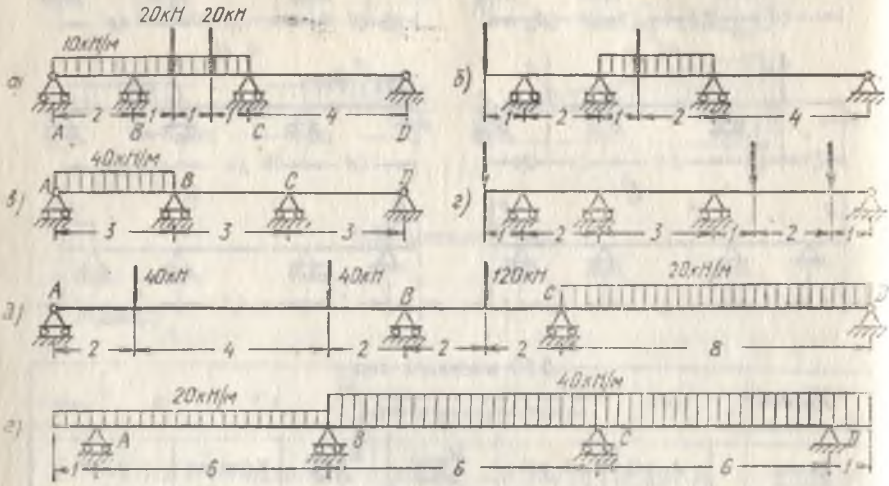
**9.32.** Расмда кўрсатилган қирқилмаган балкалар учун исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.




9.32- масалага оид

*Жавоб*: ($Q$ ва $M$ ларнинг ик кала ишорадаги энг катта қий-

матлари кўрсатилган). *а*) 24,6 кН; — 22 кН; 15,4 кНм; — 18,6 кНм.
*б*) 39,5 кН; — 40,5 кН; 19,1 кНм; —21,8 кНм.




9.33- масалага оид

**9.33.** Расмларда уч қулочли қирқилмаган балкалар кўрсатилган, улар ҳар хил схемаларда юкланган. Исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг. $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва таянч реакцияларни топинг. Балкалар участкаларининг узунлиги расмда метрларда кўрсатилган.

*Жавоб:*

| Схема | $A$, кН | $B$, кН | $C$, кН | $D$, кН | $M_{max}$ кНм | $M_{min}$ кНм |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | 1,1 | 56,7 | 34,6 | — 2,4 | 17,8 | — 17,9 |
| *б* | 6,0 | 56,2 | 40,7 | — 2,9 | 24,2 | — 18,0 |
| *в* | 52,0 | 78,0 | —12,0 | 02,0 | 33,6 | — 24,0 |
| *г* | 70,5 | —51,8 | 92,0 | 49,3 | 49,3 | — 43,0 |
| *д* | 31,4 | 94,6 | 169,7 | 64,3 | 103,4 | —125,1 |
| *е* | 65,9 | 184,7 | 271,3 | 138,1 | 101,5 | 151,3 |

**9.34.** Қулочлари бир хил бўлган тўрт қулочли қирқилмаган балка ёғоч ғўладан ясалган. Балка узунлиги 8 м. Кўндаланг кесими баландлигининг энига нисбати 1,5 га тенг. Балка бутун узунлиги бўйича $q=7000$ Н/м интенсивликдаги юк билан юкланган. $[\sigma]=8\cdot10^6$ Н/м$^2$ бўлганда брус ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* 10 × 15 см.

**9.35.** Тўрт қулочли қирқилмаган қўштавр балка № 22 нинг чекка қулочлари 3 м дан, ўртадагилари 4 м дан. Балка бутун

узунлиги бўйича текис тақсимланган юк билан юкланган. Юкланиш интенсивлиги чекка қулочларда $q_1=20$ кН/м, ўрта қулочларда $q_2=30$ кН/м. Балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг ва у қайси кесимда таъсир қилишини кўрсатинг.

*Жавоб:* $9{,}12\cdot10^4$ кН/м², ўрта таянчдаги кесимда таъсир қилади.

## 29-§. Рамалар

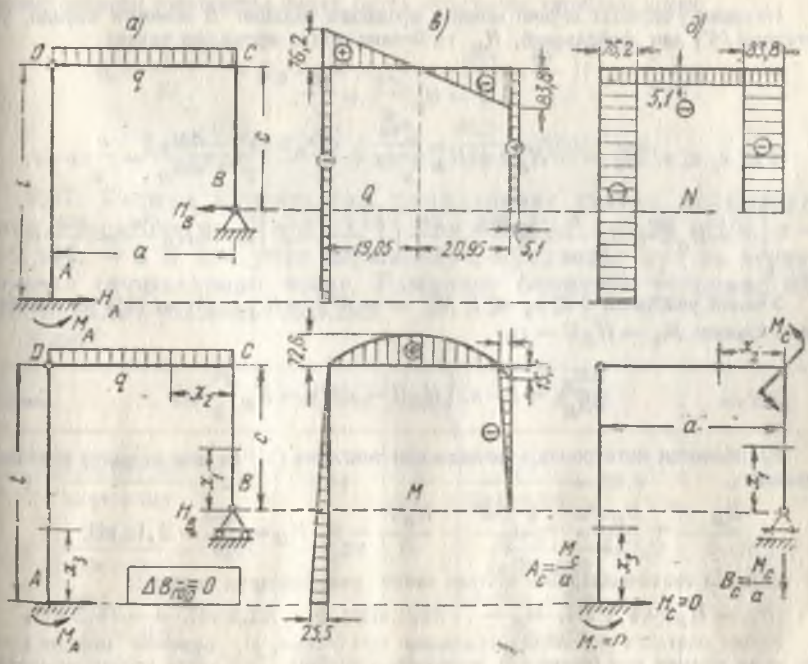
**9.36.** Қўштавр кесими барча участкаларда бир хил бўлган пўлат раманинг статик аниқмаслигини кўрсатинг, кўндаланг куч, буровчи момент ва нормал куч эпюраларини ясанг, қўштавр номерини танланг ва $C$ кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини аниқланг. Раманинг $D$ кесимида шарнир бор, рама таянчларини маҳкамлаш усуллари, юк ва ўлчамлари расмда кўрсатилган. Рақамли маълумотлар: $q=40$ кН/м, $l=5$ м, $a=4$ м, $c=3$ м, $[\sigma]=16\cdot10^7$ Н/м².

*Ечим.* Схема, *а* да таянч реакцияларни кўрсатамиз ва статика тенгламаларини ёзамиз:

$$H_A=H_B, \tag{1}$$

$$A+B=qa, \tag{2}$$

$$\frac{qa^2}{2}-Aa+H_A(l-c)+M_A=0. \tag{3}$$




9.36- масалага оид

Шарнирнинг борлиги яна икки тенгламани ёзишга имкон беради: шарнирнинг бир томонида олинган барча кучларнинг шарнирга нисбатан моментлари йигиндиси нолга тенг:

$$Ba - \frac{qa^2}{2} - H_B \cdot c = 0, \tag{4'}$$

$$H_A \cdot l + M_A = 0. \tag{4''}$$

Тенгламалар (4) дан исталган бири статиканинг биринчи уч тенгламасига қўшимча ҳисобланади. Номаълумлар бешта бўлгани учун масала бир марта статик аниқмас ҳисобланади.

«Ортиқча» номаълум сифатида $H_B$ ни қабул қиламиз (схема, *б*). Схема, *б* даги рама берилган рамага эквивалент (схема, *а*) бўлиши учун схема, *б* га қуйидаги шартни қўшиш керак:

$$\Delta B_{\text{гор}} = 0. \tag{5}$$

Кастильяно теоремасини қўллаймиз $\Delta B_{\text{гор}} = \frac{\partial U}{\partial H_B}$ бўлгани учун

$$\sum \int M(x) \frac{\partial M}{\partial H_B} dx = 0. \tag{5'}$$

Участкалар бўйича тенглама (5′) интеграллари йиғиндисини ҳисоблаймиз:

$$0 \leqslant x_1 \leqslant c;\ M_1 = -H_B \cdot x_1,\ \frac{\partial M}{\partial H_B} = -x_1.$$

$$\int_0^c (-H_B \cdot x)(-x)\,dx = \frac{H_B \cdot c^3}{3}.$$

Иккинчи участкада эгувчи момент ифодасига реакция $B$ моменти киради, уни тенглама (4′) дан фойдаланиб, $H_B$ га боғлиқ ҳолда ифодалаш керак:

$$B = H_B \frac{e}{a} + \frac{qa}{2},$$

$$0 \leqslant x_2 \leqslant a,\ M_2 = -H_B c + H_B \frac{c}{a} x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2},\ \frac{\partial M_2}{\partial H_B} = \frac{c}{a} x - c,$$

$$\int_0^a \left(-H_B C + H_B \frac{c}{a} x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2}\right)\left(\frac{c}{a} x - c\right) dx = H_B \frac{c^2 a}{3} - \frac{qca^3}{24}.$$

Учинчи участкада $0 \leqslant x_3 \leqslant l$, $M_3 = -M_A - H_A x$; (1) ва (4″) ни ҳисобга олиб ёзамиз: $M_3 = H_B(l - x)$,

$$\frac{\partial M_3}{\partial H_B} = l - x,\ \int_0^l H_B (l - x)^2 dx = H_B \frac{l^3}{3}.$$

Ҳисобланган интеграллар йиғиндисини тенглама (5′) га асосан нолга тенглаштирамиз:

$$\frac{H_B \cdot c^3}{3} + \frac{H_B c^2 a}{3} - \frac{q \cdot c \cdot a^3}{24} - \frac{H_B l^3}{3} = 0,\ H_B = \frac{240}{27} \approx 5{,}1 \text{ кН}.$$

Статика тенгламаларидан қолган таянч реакцияларни топамиз:

$H_A = H_B = 5{,}1$ кН, $M_A = -25{,}2$ кНм, $B = 83{,}8$ кН, $A = 76{,}2$ кН.

Кейин одатдаги усулларда кўндаланг куч (схема, *в*), буровчи момент (схема, *г*) ва нормал куч (схема, *д*) эпюраларни ясаймиз. Энг катта эгувчи моментли ($x = 2{,}095$ м) кесим вазиятини ва $M_{\max} = 72{,}6$ кНм қийматни топамиз. За-

рур қаршилик моменти $W = 454$ см³. Қўштавр №30 ни танлаймиз: $W = 472$ см³, $J = 7080$ см⁴, $F = 46{,}5$ см².

Эгувчи моментдан ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланишлар $[\sigma] = 7260000 : 472 = 15380$ Н/см², иккинчи участканинг исталган кесимида нормал кучдан ҳосил бўладиган сиқувчи кучланишлар $\sigma = 5100 : 46{,}5 = 110$ Н/см², раманинг юқори толаларидаги йиғинди энг катта сиқувчи кучланишлар ($x_2 = 2{,}095$ м бўлган кесимда) $\sigma_{max} = 15380 + 110 = 15490$ Н/см² < 16000 Н/см².

Кесим $C$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун рама асосий системасининг бу кесимида (схема, *б*) қўшимча момент $M_c$ ни қўямиз (схема, *е*). Кесим $C$ нинг бурилиш бурчаги

$$\theta_C = \frac{1}{EJ} \sum \int_{(l)} M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial M_C} dx.$$

Раманинг учта участкасидаги эгувчи момент $M(x)$ қийматларини ҳисоблаб бўлдик. $\frac{\partial M(x)}{\partial M_C}$ қийматларини схема, *е* учун ҳисоблаймиз. Момент $M_C$ ҳосил қилган таянч реакциялар шу схемада кўрсатилган. $M_C$ таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи моментлар қийматларини ёзамиз: $M_1 = 0$, $M_2 = M_C - M_C \cdot \frac{x}{a}$, $M_3 = 0$.

Ҳосила фақат иккинчи участкадагина нолдан фарқли. Бу ерда у $\frac{\partial M(x)}{\partial M_c} = 1 - \frac{x}{a}$ га тенглашади. Демак, кесим $C$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун раманинг иккинчи участкасида фақат битта интегрални ҳисоблаш керак:

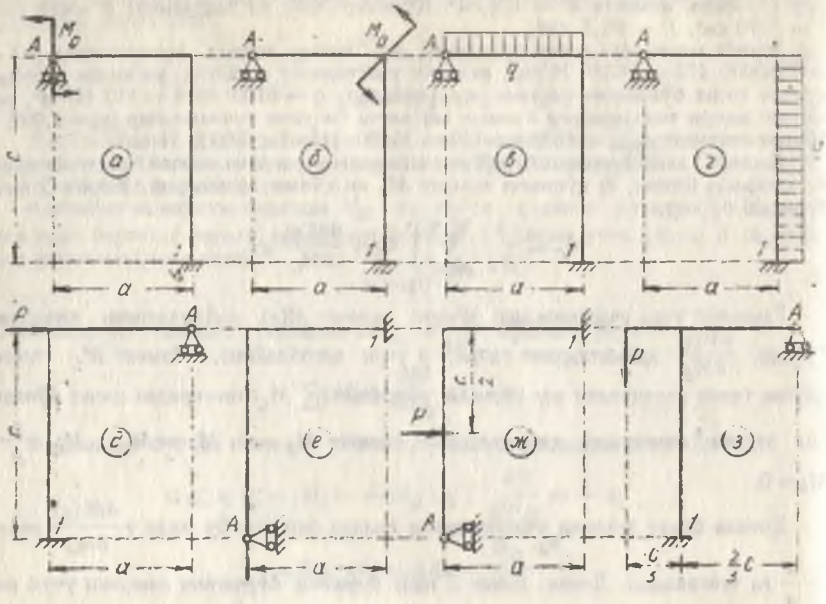
$$\theta_c = \frac{1}{EJ} \int_0^a \left( -H_B \cdot c + H_B \frac{c}{a} x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2} \right) \left( 1 - \frac{x}{a} \right) dx,$$

$$\theta_c = \frac{1}{EJ} \left( -H_B \frac{Ca}{3} + \frac{qa^3}{24} \right) = \frac{86{,}3}{EJ} = 0{,}0061 \text{ рад.}$$

**9.37.** Расмда кўрсатилган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг ва $P = 40$ кН, $M = 40$ кНм, $q = 20$ кН/м, $a = 2$ м, $c = 3$ м ҳол учун нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Раманинг бикрлиги ўзгармас бўлиб, иккала участкада бир хил.

*Жавоб*:

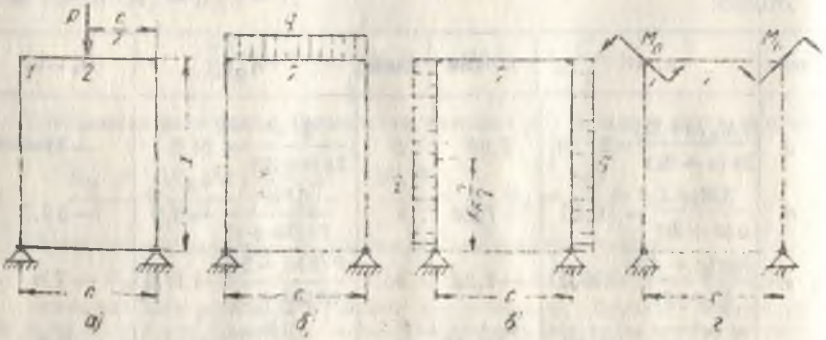
| Схема | $A$, кН | $M_1$ кНм | Схема | $A$, кН | $M_1$ кНм |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $\frac{3M_0(a+2c)}{2a(a+3c)} = 21{,}82$ | 3,64 | *д* | $\frac{3Pc^2}{2a(a+3c)} = 24{,}5$ | — 71 |
| *б* | $\frac{3M_0c}{a(a+3c)} = 16{,}36$ | — 7,28 | *е* | $\frac{3Pa^2}{2c(3a+c)} = 8{,}9$ | — 53,3 |
| *в* | $\frac{3qa(a+4c)}{8(a+3c)} = 19{,}09$ | — 1,82 | *ж* | $\frac{P(24a+5c)}{16(3a+c)} = 17{,}5$ | — 7,5 |
| *г* | $\frac{qc^3}{2a(a+3c)} = 12{,}27$ | — 65,46 | *з* | $-\frac{9P}{22} = -16{,}4$ | —7,2 |




9.37- масалага оид

**9.38.** Расмда кўрсатилгандек юкланган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг, $P=40$ кН, $c=3$ м, $a=4$ м, $q=20$ кН, $M=60$ кНм бўлганда нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Рамаларнинг бикрлиги ўзгармас бўлиб, барча участкаларда бир хил.

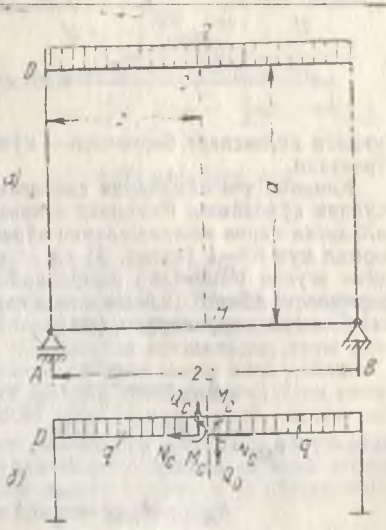
*Жавоб:* ($H$ — таянч реакциянинг горизонтал ташкил этувчиси).




9.38- масалага оид

| Схема | $H$, кН | $M_1$ кНм | $M_2$ кНм |
|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{3Pc^2}{8a(2a+3c)} \approx -2$ | $-\frac{3Pc^2}{8(2a+3c)} = 88$ | $\frac{Pc(4a+3c)}{8(2a+3c)} = 22$ |
| *б* | $-\frac{qc^3}{4a(2a+3c)} \approx -2$ | $-\frac{qc^3}{4(2a+3c)} = -8$ | $\frac{qc^2(2a+c)}{8(2a+3c)} \approx 14{,}5$ |
| *в* | $\frac{3qa(a+2c)}{4(2a+3c)} = 35{,}3$ | $\frac{9qa^2(a+2c)^2}{32(2a+3c)^2} = 31{,}15$ | $-\frac{qa^3}{4(2a+3c)} = -18{,}8$ |
| *г* | $\frac{3M_0c}{a(2a+3c)} = 7{,}9$ | $\frac{3M_0c}{(2a+3c)} = 31{,}8$ | $-\frac{2M_0a}{(2a+3c)} = 28{,}2$ |

**9.39.** Берк контурли рама ригел узунлиги бўйича $q = 20$ кН/м интенсивликдаги текис тақсимланган юк билан юкланган. Рама ўлчамлари: $a = 5$ м, $2c = 6$ м (расмга қаранг, схема, *а*). Барча участкаларнинг бикрлигини ўзгармас ҳамда бир хил деб ҳисоблаб, раманинг статик аниқмаслигини кўрсатинг. Нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, $[\sigma] = 16 \cdot 10^7$ Н/м$^2$ бўлганда раманинг қўштавр кесимини танланг ва ригел ўртасида кесимнинг эгилиш бурчагини аниқланг.

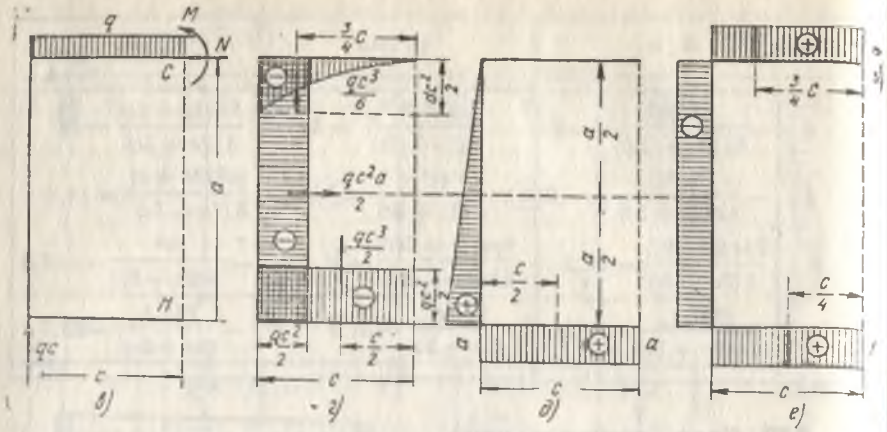


9.39- масалага оид

*Ечим.* Таянч реакциялар статика тенгламаларидан топилади $A = B = qc = 60$ кН, $H_A = 0$. Ички зўриқишларни аниқлаш учун рамани шундай қирқамизки, раманинг симметрияси ва юкланиш симметрияси бузилмасин. Ригел ўртасидан, кесим $C$ дан ўтган қирқим шундай қирқим бўлиши мумкин. Раманинг олдинги иш шартларини сақлаш учун ўтказилган кесимга $M_c$, $N_c$, $Q_c$ кучларни қўямиз (схема, *б*). Кесим $C$ нинг вертикал йўналишда кўчиши мумкин, горизонтал кўчиш ҳамда кесим $C$ нинг бурилиш бурчаги нолга тенг. Симметрик бўлгани учун кўндаланг куч $Q_c$ ҳам нолга тенг. Энди раманинг бир ярмини, кесим $C$ дан чап томондаги ярмини ҳамда бу кесимда раманинг бошқа қисмидан берилаётган кучни кўрсатамиз. Бу кучларни $M$ ва $N$ билан белгилаймиз. Бу асосий система раманинг ўнг қисмидан чап қисмига кесим $H$ да узатиладиган кучларни кўрсатмаймиз, чунки бу кучлар эгувчи моментлар ифодасига кирмайди. Ушбу шартни ёзамиз: $\Delta_c^{гор} = 0$ ва $\theta_c = 0$. Бу шартга риоя қилинганда схема, *б* берилган схемага эквивалент бўлади. Кейин ечимни исталган усулда давом эттириш мумкин. Кучлар усулининг каноник тенгламасини қўллаймиз:

$$\Delta N_q + N\delta_{NN} + M \cdot \delta_{NM} = 0, \qquad (1)$$

$$\theta_{Mq} + N \cdot \delta_{NN} + M \cdot \delta_{MM} = 0, \qquad (2)$$



9.39- масалага оид

бундаги индекслар: биринчиси — кўчиш жойини, иккинчиси — кўчиш сабабини кўрсатади.

Каноник тенгламаларда саналган кўчишларни ҳисоблаш учун Верешчагин усулини қўллаймиз. Раманинг *в* ярмидаги ҳисоблаш схемасида рамага таъсир қиладиган барча юкланишларни кўрсатамиз: $q$, $M$ ва $N$, сўнгра юк $q$ (схема, *г*), нормал куч $N^0=1$ (схема, *д*) ва эгувчи момент $M^0=1$ (схема, *е*) ҳосил қиладиган эгувчи моментлар эпюраларини алоҳида-алоҳида ясаймиз. Верешчагин формуласи: $\Delta\Sigma\omega M^0$ (9.6-масалага қаранг).

Ясалган эпюралардан фойдаланиб, ҳосилалар $\omega M^0$ ни ҳисоблаймиз:

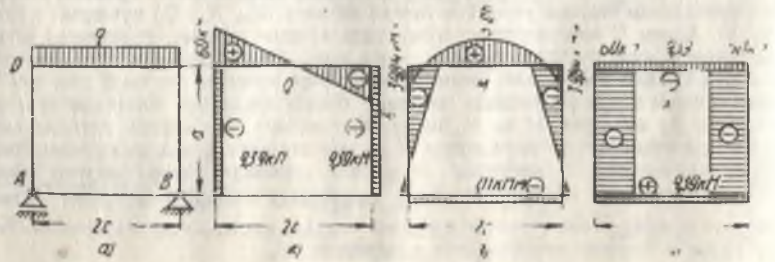
$$\Delta_{Nq}=-\frac{qc^2a}{2}\cdot\frac{a}{2}-\frac{qc^3}{2}\cdot a=-\frac{qc^2a}{4}(a+2c),$$

$$\theta_{Mq}=-\frac{qc^3}{6}\cdot 1-\frac{qc^2a}{2}\cdot 1-\frac{qc^3}{2}\cdot 1=-\frac{qc^2}{6}(3a+4c),$$

$$\delta_{MN}=\delta_{NM}=\frac{a^2}{2}\cdot 1+ac\cdot 1=\frac{a}{2}(a+2c).$$

$$\delta_{NN}=\frac{a^2}{2}\cdot\frac{2}{3}a+ac\cdot a=\frac{a^2}{3}(a+3c),$$

$$\delta_{MM}=1\cdot c\cdot 1+1\cdot a\cdot 1+1\cdot c\cdot 1=a+2c.$$



9.39- масалага оид



Ҳисобланган қийматларни каноник тенгламаларга қўямиз.

$$N\frac{a^2}{3}(a+3c)+M\frac{a}{2}(a+2c)=$$

$$=\frac{qc^2a}{4}(a+2c), \qquad (1)$$

$$N\frac{a}{2}(a+2c)+M(a+2c)=\frac{qc^3}{6}(3a+4c). \qquad (2)$$

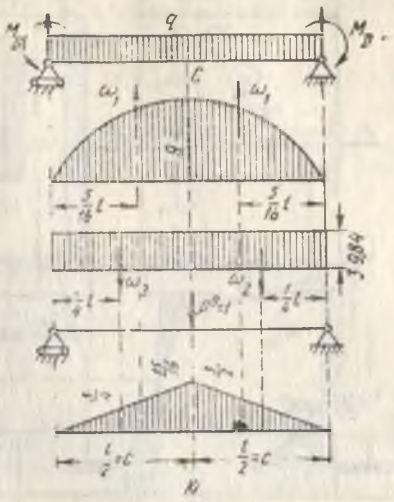
Бу тенгламаларни ечиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N=\frac{2qc^3}{a(a+6c)}=9{,}39\approx 9{,}4\ \text{кН},$$

$$M=\frac{qc^2}{6}\cdot\frac{3a^2+16ca+12c^2}{a^2+8ca+12c^2}=50{,}16\ \text{кНм}.$$

Раманинг чапки юқори бурчагида эгувчи момент қиймати

$$M_D=M-\frac{qc^2}{2}=50{,}16-90=-39{,}84\ \text{кНм}.$$



9.39- масалага оид

Раманинг пастки бурчагидаги эгувчи момент

$$M_A=M_D+N\cdot a=-39{,}84+9{,}4\cdot 5=7{,}11\ \text{кНм}.$$

Эпюралар *M*, *Q* ва *N*, *ж*, *з*, *и* схемаларда ясалган. Кесимни танлаймиз: қўштавр № 24а керак: $W=317$ см³, $J=3800$ см⁴. Агар кўчишлар қийматларини бу ерда келтирилгандек ҳарфларда эмас, рақамларда ифодаласак, ечим анча оддийлашади. Лекин бу ҳолда йўл қўйилган хатоларни сезиш анча қийин.

Кесим *C* нинг эгилишини аниқлаш учун ригелни текис тақсимланган юкланишли ва таянчлардаги момент $M_D=-39{,}84$ кНм бўлган оддий балка деб қараймиз. Шу юкланишларда эгувчи момент эпюраларини ясаймиз ва улардан кейин $P^0=1$ куч (кесим *C* га қўйилган кучдан) ҳосил бўладиган якка эгувчи момент эпюрасини ясаймиз. Бу эпюраларнинг ҳаммаси схема, *к* да кўрсатилган.

Дастлабки икки эпюранинг юзаларини ярмини ҳисоблаймиз:

$$\omega_1=180\ \text{кНм}^2\ \text{ва}\ \omega_2=119{,}52\ \text{кНм}^2.$$

Якка момент эпюрасининг дастлабки икки эпюра оғирлик марказлари вазиятига тўғри келадиган ординаталари:

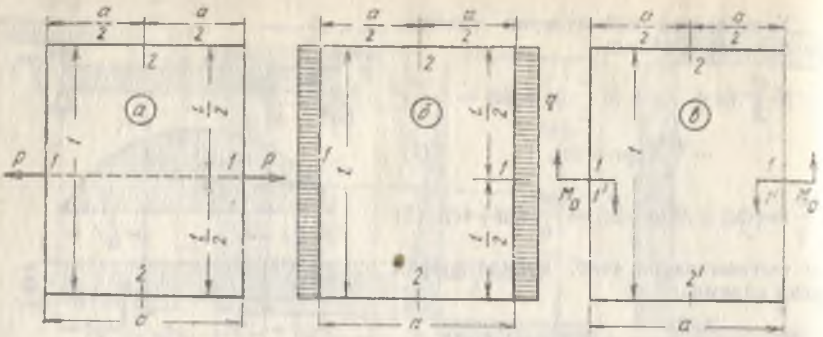
$$M_1^0=\frac{15}{16}\text{м}\quad\text{ва}\quad M_2^0=\frac{3}{4}\text{м}.$$

Ҳосилалар $\omega M^0$ йиғиндиси қуйидагига тенг:

$$2\left(180\cdot\frac{15}{16}-119{,}52\cdot\frac{3}{4}\right)=2(168{,}76-89{,}64)=158{,}2\ \text{кНм}^3.$$

Қидирилаётган эгилиш $y_C=\dfrac{158{,}2\cdot 10^9}{2\cdot 10^{11}\cdot 3800}=2{,}08$ см.

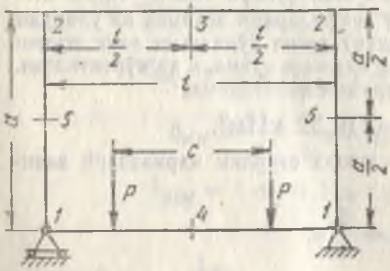
**9.40.** Бикрлиги ўзгармас бўлган рамалар расмда кўрсатилгандек симметрик юкланган. Статик аниқмасликни кўрсатинг, нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Раманинг деформацияланиши натижасида *1—1* ва *2—2* кесимлар орасидаги масофаларнинг ўзгариш қийматини ҳисобланг.



9.40- масалага оид

*Жавоб*:

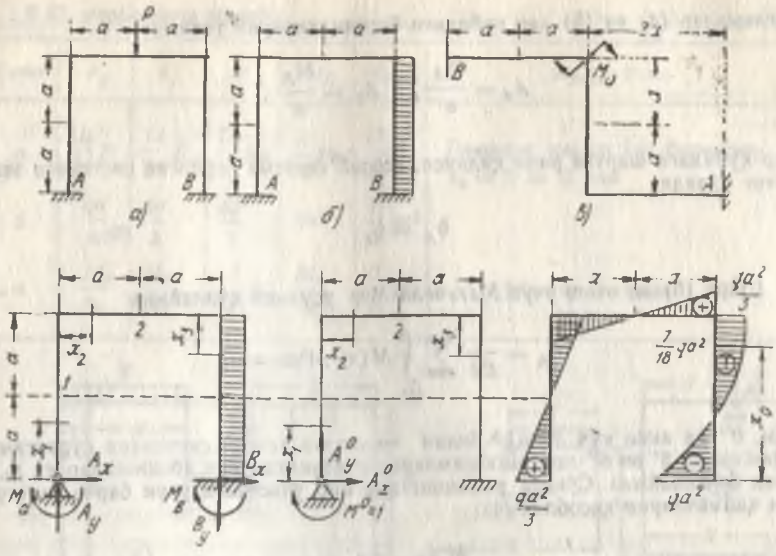
| Схема | $N_3$ | $M_1$ | $M_2$ | $\Delta_{11}$ | $\Delta_{12}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $0{,}5\ P$ | $-\frac{Pl\,(l+2a)}{8\,(l+a)}$ | $\frac{Pl^2}{8\,(l+a)}$ | $\frac{Pl^3\,(l+4a)}{96\,(l+a)}$ | $-\frac{Pl^2a^2}{32\,(l+a)}$ |
| *б* | $-0{,}5\ ql$ | $\frac{ql^2\,(l+3a)}{24\,(l+a)}$ | $-\frac{ql^2}{12\,(l+a)}$ | $\frac{ql^4\,(l+5a)}{192\,(l+a)}$ | $\frac{ql^3a^2}{48\,(l+a)}$ |
| *в* | $\mp\frac{2M_0(l+a)}{l\,(l+2a)}$ | $\pm 0{,}5\ M_0$ | $\pm\frac{M_0l}{2\,(l+2a)}$ | 0 | 0 |



9.41- масалага оид

**9.41.** Расмда кўрсатилганидек рама иккита куч $P$ билан симметрик тарзда юкланган. Раманинг барча участкаларидаги кесимлар бир хил. Статик аниқмасликни кўрсатинг, ригелдаги нормал куч $N$ ва эгувчи момент $M_2$ қийматларини, раманинг пастки бурчакларидаги $M_1$ эгувчи моментларни ҳамда кучлар $P$ орасидаги участкадаги эгувчи момент $M_4$ ни, кесим *3* даги ва кесим *4* даги эгилишларни, шунингдек кесимлар *5* ларнинг яқинлашиш қийматини ҳисобланг. Рақамли маълумотлар: $P=40$ кН, $l=5$ м, $a=4$ м, $c=3$ м, $[\sigma]=160$ МПа, балка кесими қўштавр.

*Жавоб*: $N=-6320$ $H$, $M_2=-3{,}75$ кНм; $M_1=21{,}53$ кНм; $M_4=-18{,}47$ кНм; қўштавр № 18; $y_3=0{,}45$ см (юқорига), $y_4=1{,}98$ см; $\Delta_5=1{,}38$ см.



9.42- масалага оид

**9.42.** Расмда кўрсатилган иккита шарнирли рамалар учун таянч реакцияларни аниқланг, эгувчи момент, кўндаланг куч ва нормал куч эпюраларини ясанг. Барча участкаларнинг бикрлиги ўзгармас ва бир хил.

*Ечим.* Схема, *б* да кўрсатилган масалани ечамиз. Раманинг қисилган учларида иккитадан, жами олтита таянч реакциялар таъсир қилади. Статика тенгламалари учта. Ҳар бир ички шарнир яна биттадан тенглама қўшади; шарнирнинг исталган бир томонига таъсир қиладиган барча кучларнинг моментлари йиғиндиси шарнирга нисбатан нолга тенг. Рамада иккита шарнир бор. Демак, жами статиканинг бешта тенгламасига эга бўлдик. Шундай қилиб, рама бир марта статик аниқмас. Ортиқча номаълум сифатида таянч момент $M_A$ ни танлаймиз. Шунда расм, *б'* да кўрсатилган рама асосий система бўлади. Асосий системани берилган кучлар ва ортиқча номаълум $A_A$ билан юклаймиз. Расм, *б* да барча таянч реакцияларни белгилаймиз ва статиканинг бешта тенгламасини тузамиз:

$$A_x + B_x = 2q \cdot a, \tag{1}$$

$$A_y = B_y, \tag{2}$$

$$2qa^2 - B_y \cdot 2a - M_A - M_B = 0. \tag{3}$$

Нуқта *1* га нисбатан кучлар моментларининг йиғиндиси:

$$A_x \cdot a - M_A = 0. \tag{4}$$

Нуқта *2* га нисбатан кучлар моментларнинг йиғиндиси:

$$A_x \cdot 2a - M_A - A_y \cdot a = 0 \tag{5}$$

Тенгламалар (4) ва (5) дан қуйидаги боғлиқликларни топамиз:

$$A_x = \frac{M_A}{a}, \quad A_y = \frac{M_A}{a}.$$

Агар қуйидаги шартга риоя қилинса, асосий система берилган системага эквивалент бўлади:

$$\theta_A = 0. \qquad (6)$$

Шарт (6) ни очиш учун Максвелл-Мор усулини қўллаймиз:

$$\theta_A = \frac{1}{EJ} \sum \int_{(l)} M(x) \cdot M^0 dx = 0.$$

Расм, *б''* да якка куч $M^0=1$ билан юкланган асосий системани кўрсатамиз. Кейин схема *б'* ва *б''* лардан кесимларнинг вазиятларини абсциссалар $x_1$, $x_2$, $x_3$ билан белгилаймиз. Сўнгра раманинг ҳар бир участкаси учун барча интеграл ости қийматларни ҳисоблаймиз:

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 2a, \; M = M_A - \frac{M_A}{a} \cdot x_1 = M_A \left(1 - \frac{x_1}{a}\right), \; M_1^0 = 1 - \frac{x_1}{a};$$

$$0 \leqslant x_2 \leqslant 2a,$$

$$M = M_A - \frac{M_A}{a} \cdot 2a + \frac{M_A}{a} 2a \cdot x_2 = -M_A \left(1 - \frac{x_2}{a}\right), \; M_2^0 = -\left(1 - \frac{x_2}{a}\right);$$

$$0 \leqslant x_3 \leqslant 2a, \; M_3 = M_A - \frac{M_A}{a}(2a - x_3) + \frac{M_A}{a} \cdot 2a - \frac{qx_3^2}{2} =$$

$$= M_A + M_A \cdot \frac{x_3}{a} - \frac{qx_3^2}{2} = M_A \left(1 + \frac{x_3}{a}\right) - \frac{qx_3^2}{2}, \; M_3^0 = \left(1 + \frac{x_3}{a}\right).$$

Ҳисобланган қийматларни Максвелл-мор интегралига қўямиз:

$$\int_0^{2a} M_A \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 dx + \int_0^{2a} M_A \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 dx + \int_0^{2a} M_A \left(1 + \frac{x}{a}\right)^2 dx -$$

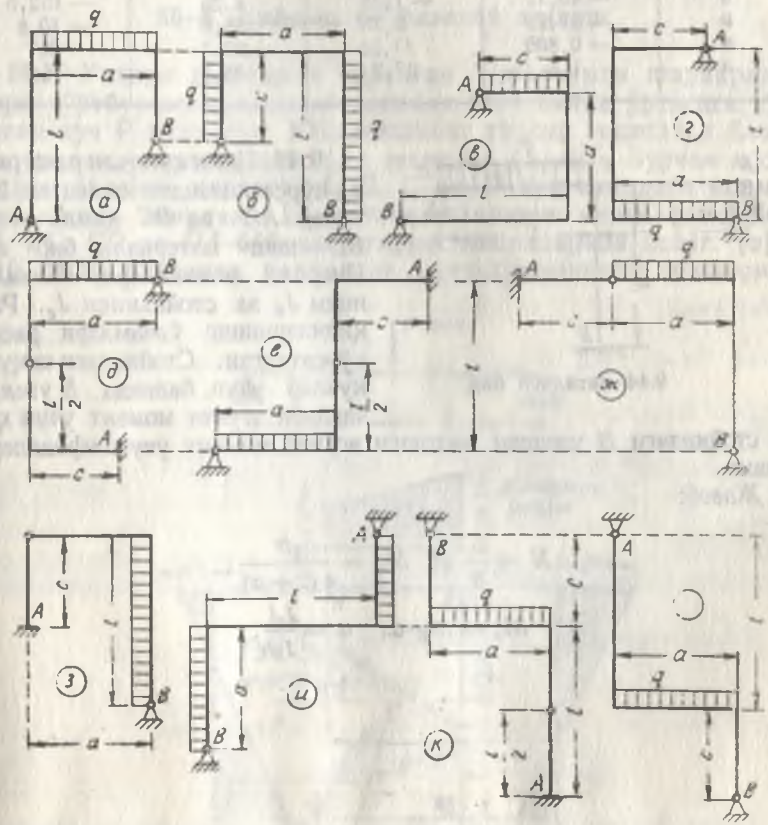
$$- \int_0^{2a} \frac{qx^2}{2} \left(1 + \frac{x}{a}\right) dx = 0.$$

$$M_A \left(\frac{2}{3}a + \frac{2}{3}a + \frac{26}{3}a\right) = \frac{4}{3}qa^3 + 2qa^3.$$

Бундан $M_A = \frac{qa^2}{3}$, кейин эса статика тенгламаларидан бошқа қолган реакцияларни топамиз. Уларнинг қийматлари қуйидаги жавобда келтирилган. Эгувчи момент эпюраси расм, *б* да ясалган.

*9.42- масаланинг жавоби*

| Схема | $A_y$ | $A_x$ | $M_A$ | $M_B$ | $M_{max}$ | $M_{max}$ ўрни |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $\frac{13}{30}P$ | $\frac{13}{30}P$ | $\frac{13}{30}Pa$ | $\frac{3}{10}Pa$ | $\frac{17}{30}Pa$ | Рамани нг юқори ўнг бурчагида $x_0 = 5/3a$ $B$ дан |
| *б* | $\frac{qa}{3}$ | $\frac{qa}{3}$ | $\frac{qa^2}{3}$ | $qa^2$ | $\frac{7}{18}qa^2$ | |
| *в* | $\frac{M_0}{3a}$ | $\frac{M_0}{3a}$ | $-\frac{4}{3}M_0$ | $\frac{M_0}{3}$ | $\frac{2}{3}M_0$ | $M_0$ қўйилган кесимда |

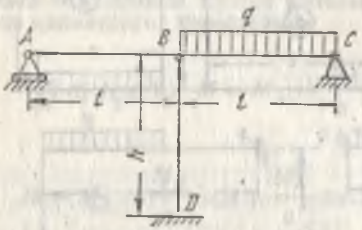


9.43- масалага оид

**9.43.** Расмда кўрсатилган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг. Раманинг барча участкаларида бикрлик ўзгармас ва бир хил, унга текис тақсимланган юк $q = 20$ кН/м таъсир қилади. Рама элементларининг ўлчамлари: $l = 5$ м, $a = 4$ м, $c = 3$ м.

*Жавоб*: ($H_B$ —таянч $B$ реакциясининг горизонтал ташкил этувчиси)

| Схема | $H_B$, кН | $B$, кН | $M_{max}$, кНм | $M_{min}$, кНм |
|---|---|---|---|---|
| *а* | — 3,68 | 38,16 | 25,36 | — 18,4 |
| *б* | 50,3 | — 15,15 | 63,3 | — 59,1 |
| *в* | 26,8 | 8,6 | 66 | — 43 |
| *д* | — 26,5 | 52,5 | 82,5 | — 68,9 |
| *г* | 9,83 | 46,15 | 77 | — 24,6 |
| *е* | — 13,3 | 31,7 | 33,2 | — 111,6 |
| *ж* | — 8,05 | 50,06 | 22,4 | — 89,8 |
| *з* | — 49,15 | — 1,06 | 4,25 | — 152,5 |
| *и* | — 37,29 | 9,79 | 38,6 | — 10,8 |
| *к* | — 0,896 | 41,23 | 39,7 | — 2,7 |
| *л* | 1,4 | 37,2 | 38,8 | — 7,0 |



9.44-масалага оид

**9.44.** Икки қулочли рама расмда кўрсатилгандек юкланган. Балкалар $AB$ ва $BC$ ҳамда стойка $BD$ нинг материали бир хил. Инерция моментлари: балкаларники $J_б$ ва стойканики $J_c$. Рама қисмларининг ўлчамлари расмда кўрсатилган. Стойкадаги сиқувчи кучлар учун, балкада $B$ узелдан чапдаги эгувчи момент учун ҳамда стойкадаги $B$ узелдан пастдаги эгувчи момент учун ифодаларни тузинг.

*Жавоб*:

$$N = \frac{5}{8}\,ql;\quad M_б = \frac{ql^2}{4\,(2+\alpha)};$$

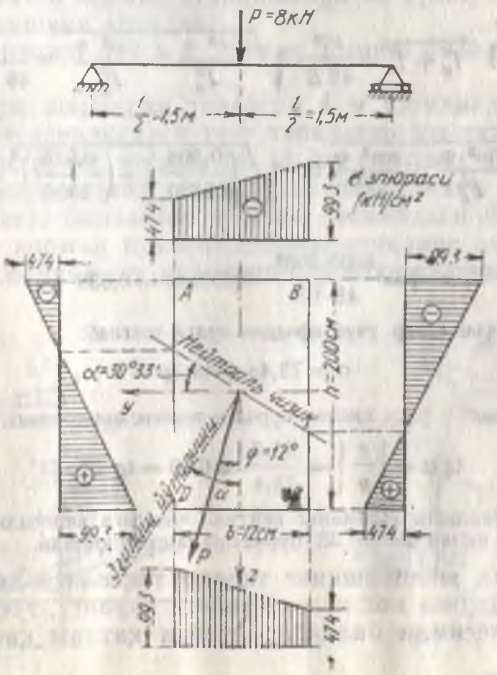
$$M_c = M_б \cdot \alpha;\quad \alpha = \frac{J_c l}{J_б h}.$$

10-боб

# МУРАККАБ ҚАРШИЛИК

## 30-§. Қийшиқ ва фазовий эгилиш

**10.1.** Учлари шарнирли тиралган (шарсимон шарнирлар) тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балка ўртасига тўпланган куч P қуйилган. Юкланишнинг таъсир текислиги балка ўқи орқали ўтадиган вертикал текислик билан $\varphi$ бурчак ҳосил қилади (расмга қаранг). *A*, *B*, *C* ва *D* нуқталардаги нормал кучланишни аниқланг. Бу кучланишларнинг кесим томонлари *AB*, *BC*, *CD* ва *DA* бўйича ўзгариш эпюраларини ясанг. $[\sigma] = 10$ МПа бўлганда балканинг мустаҳкамлигини текширинг.




9.1-масалага оид

**Балка қулочи ўртасида унинг тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини ҳам аниқланг.**

*Ечим.* Қийшиқ эгилишда хавфли кесимнинг $y$ ва $z$ координатали исталган нуқтасидаги нормал кучланиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma = M_{\max}\left(\frac{\cos\varphi}{J_y}z + \frac{\sin\varphi}{J_z}y\right). \quad M_{\max} = \frac{Pl}{4} \quad 8000\cdot\frac{3000}{4} = 6\cdot10^7 \text{ Нм}.$$

$$\cos\varphi = \cos 12° = 0{,}978; \quad \sin\varphi = \sin 12° = 0{,}208;$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{12\cdot20^3}{12} = 8000 \text{ см}^4, \quad J_z = \frac{hb^3}{12} = \frac{20\cdot12^3}{12} = 2880 \text{ см}^4.$$

$$\sigma = 6\cdot10^7\left(\frac{0{,}978}{8000}\cdot z + \frac{0{,}208}{2880}\cdot y\right)\cdot\frac{1}{10^2} = 73{,}42z + 43{,}3y.$$

$A$ нуқтадаги кучланиш ($y_A = +6$ см; $z_A = -10$ см), $\sigma_A = -73{,}4\cdot10 + 43{,}3\cdot6 = 474$ Н/см², шунга ўхшаш $\sigma_B \leqslant -73{,}4\cdot10 - 43{,}3\cdot6 = -993$ Н/см² аниқлаймиз, $\sigma_c = +474$ Н/см²; $\sigma_D = 993$ Н/см². Энг катта кучланиш $B$ ва $D$ кесимлардаги нуқталарда ҳосил бўлади; $\sigma_{\max} = \sigma_D = -\sigma_B = 993$ Н/см² = $= 9{,}93$ МПа $< [\sigma] = 10$ МПа. Кучланишларнинг кесим томонлари бўйича ўзгариш эпюралари шаклда берилган.

Энг катта эгилиш балка қулочи ўртасидаги кесимга тўғри келади. Бу эгилишнинг ясовчилари $y$ ва $z$ ўқлари йўналишида қуйидаги формулалардан ҳисобланиши мумкин.

$$f_y = \frac{P_y l^3}{48EJ_z} = \frac{Pl^3\cdot\sin\varphi}{48\ EJ_z} \text{ ва } f_z = \frac{P_z\cdot l^3}{48EJ_y} = \frac{Pl^3\cos\varphi}{48\ EJ_y}.$$

Тўлиқ эгилиш

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \frac{Pl^3}{48\,E}\sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{J_z^2} + \frac{\cos^2\varphi}{J_y^2}} = \frac{Pl^3}{48\ EJ_{кел}};$$

бунда

$$\frac{1}{J_{кел}} = \sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{J_z^2} + \frac{\cos^2\varphi}{J_y^2}} = \sqrt{\left(\frac{0{,}208}{2880}\right) + \left(\frac{0{,}978}{8000}\right)^2} = 0{,}000142 \text{ }^1/\text{см}^4.$$

Шундай қилиб

$$f = \frac{8000\cdot300^3}{48\cdot10^6}\cdot0{,}000142 = 0{,}639 \text{ см}.$$

Нормал кучланишлар учун ифодани нулга тенглаб:

$$\sigma = 73{,}4z + 43{,}3y = 0$$

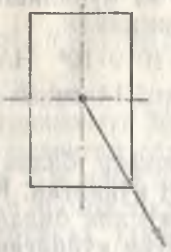
нейтрал чизиқнинг у ўққа қиялик бурчаги тангенсини топамиз:

$$\operatorname{tg}\alpha = \left|\frac{z}{y}\right| = \frac{43{,}3}{73{,}4} \approx 0{,}59 = \operatorname{tg}\ 30°\,33'.$$

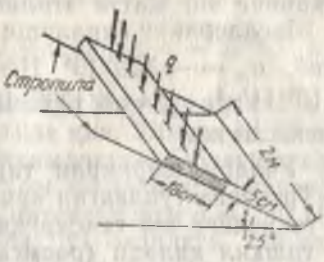
Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал чизиғига перпендикуляр бўлади ва $z$ ўқ йўналиши билан $\alpha = 30°\ 33'$ бурчакни ташкил қилади.

**10.2.** Агар юкланишнинг таъсир текислиги диагонал текисликлардан бирига мос келса (расмга қаранг), тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли балкада нейтрал қатлам қандай вазиятни эгаллайди?

*Жавоб.* Бошқа диагонал текисликка мос тушади.



10.2- масалага оид




10.3- масалага оид

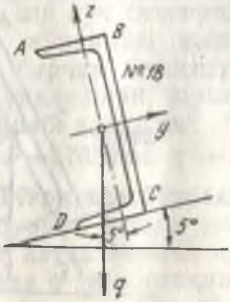
**10.3.** Томнинг стропилаларга шарнирли тиралган тахта обрешёткаларига вертикал йўналишда тенг тақсимланган юкланиш $q$ таъсир қилмоқда (расмга қаранг). $[\sigma] = 107$ Н/м$^2$ бўлганда бу юкланишнинг йўл қўйиладиган энг катта қийматини аниқланг ва обрешётка тахтаси қулочининг ўртасидаги тўлиқ эгрилиқни ҳисобланг.

*Жавоб:* $146 \cdot 10^5$ Н/м$^2$, 1,47 см.

**10.4.** Девор текислигига тўғри келадиган вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган № 70 ли қўштаврни таянчларга ўрнатишда хатога йўл қўйилган, натижада қўштаврнинг девори вертикалдан $\varphi = 2°$га оғган. Қўштаврнинг шу билан боғлиқ равишдаги энг катта нормал зўриқишлари ва тўлиқ эгилиши қанчага катталашишини аниқланг.

*Жавоб.* Зўриқиш 51,5% га, тўлиқ эгилиш 99% га катталашган.

**10.5.** Учлари шарнирли тиралган 4 м узунликдаги балкага $q = 5$ кН/м интенсивликдаги тенг тарқалган юк таъсир қилади. Балканинг кўндаланг кесими № 18 ли швеллер. Швеллернинг девори юкланиш таъсир қиладиган текисликка $\varphi = 5°$ қия (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталардаги нормал кучланишларни аниқланг ва $AB$, $BC$ ва $DC$ чизиқлар бўйича шу кучланишлар эпюраларини ясанг.




10.5- масалага оид




10.6- масалага оид

Балканинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини ҳам топинг. Швеллернинг бурилиши ҳисобга олинмайди.

*Жавоб.* $\sigma_A = -309 \cdot 10^5$ Н/м², $\sigma_B = -1019 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_C = 626 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_D = +1336 \cdot 10^5$ Н/м²; $f = 1{,}14$ см; $\alpha = 47°57'$ (девор текислигига)

**10.6.** Учлари шарнирли тиралган қўштавр балка қулочи $l = 5$ м ўртасига тўпланган куч $P = 8000$ Н қўйилган. Қўштавр девори текислиги юк таъсир қиладиган текислик билан $\varphi = 20°$ бурчак ташкил қилади (расмга қаранг). Йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 16 \cdot 10^7$ Н/м² бўлганда балка кесимини танланг.

*Ечими.* Бу ҳолда мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_{max} = M_{max} = \left(\frac{\cos\varphi}{W_y} + \frac{\sin\varphi}{W_z}\right) = \frac{8000 \cdot 500}{4}\left(\frac{0{,}94}{W_y} + \frac{0{,}342}{W_z}\right) \leqslant 16 \cdot 10^3 \text{ Н/см}^2.$$

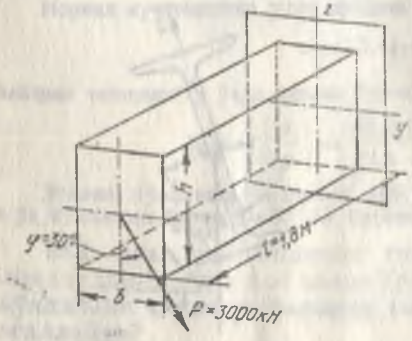
$$\frac{8000 \cdot 500}{4 \cdot 16 \cdot 10^3}\left(\frac{0{,}94}{W_y} + \frac{0{,}342}{W_z}\right) = \frac{58{,}75}{W_y} + \frac{21{,}38}{W_z} \leqslant 1.$$

Кесимни кетма-кет синаш йўли билан танлаймиз. Масалан, № 20 ли қўштаврни оламиз, мустаҳкамлик шартига $W_y = 184$ см⁴ ва $W_z = 23{,}1$ см⁴ қийматларни қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

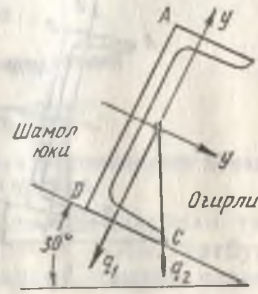
$$\frac{58{,}75}{184} + \frac{21{,}38}{23{,}1} = 0{,}319 + 0{,}925 = 1{,}244 > 1$$

Мустаҳкамлик шарти қониқарли бўлмайди, максимал кучланиш йўл қўйиладиган кучланишдан 24,4% катта чиқади. Шунинг учун қўштаврнинг номерини катталаштириш керак. Энди № 22 ли қўштаврни олиб кўрамиз, унда $W_y = 232$ см³ ва $W_z = 28{,}6$ см³. Энди қуйидаги ҳосил бўлади: $\frac{58{,}75}{232} + \frac{21{,}38}{28{,}6} =$ $= 0{,}253 + 0{,}748 = 1{,}001 \approx 1$, Ўта кучланиш 0,1% га йўл қўйиш мумкин. Демак, № 22 ли қўштаврни танлаймиз.

**10.7.** Бир учи билан қисилиб тиралган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч брусниг иккинчи учига тўпланган куч $P$ қўйилган (расмга қаранг). $h : b = 1{,}5$ деб олиб, йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ кН/м² учун брусниг кесими ўлчамла-




10.7- масалага оид




10.8- масалага оид

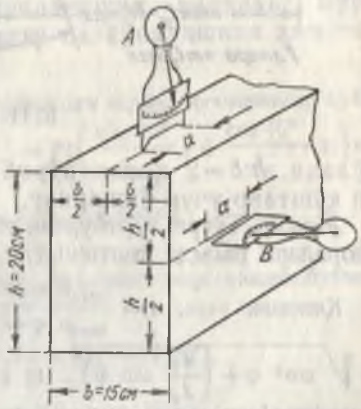
рини танланг. Энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб.* $h = 19{,}9$ см $\approx 20$ см; $f = 0{,}93$ см; $\alpha = 52°25'$ $z$ ўқи билан.

**10.8.** Томнинг стропила тираклари бир-биридан 3 м нарида бўлиб, горизонтга 30° бурчак остида қия. Уларга № 20 ли швеллердан қилинган обрешётка маҳкамланган. Обрешёткалар бир-биридан 2 м нари жойлашган. Том текислигига перпендикуляр йўналган шамол юкланишининг интенсивлиги $q = 750$ Н/м, томнинг вертикал таъсир қиладиган ўз огирлиги интенсивлиги $q_2 = 500$ Н/м (расмга қаранг). Ҳавли кесимда $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталардаги нормал кучланишларни аниқланг ва $AB$, $AD$ ва $DC$ чизиқлари бўйича бу кучланишлар эпюраларини ясанг. Швеллернинг буралиши ҳисобга олинмайди.

*Жавоб*: $\sigma_A = -273 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_B = +105 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_C = +446 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_D = +67 \cdot 10^5$ Н/м².

**10.9.** Учлари шарнирли тиралган 2,4 м узунликдаги тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балканинг ўртасига тўпланган куч $P$ қўйилган. Балканинг хавфли кесимига ўрнатилган тензометрлар $A$ ва $B$ да (базаси 20 мм ва минг марта катталаштириладиган тензометрларда, расмга қаранг) шундай ўзгаришлар кузатилади: $A$ — кичрайиш 9 мм, $B$ — катталашиш 6 мм. Юк $P$ нинг қиймати ва йўналишини аниқланг, шунингдек балкадаги энг катта нормал кучланиш қийматини топинг.



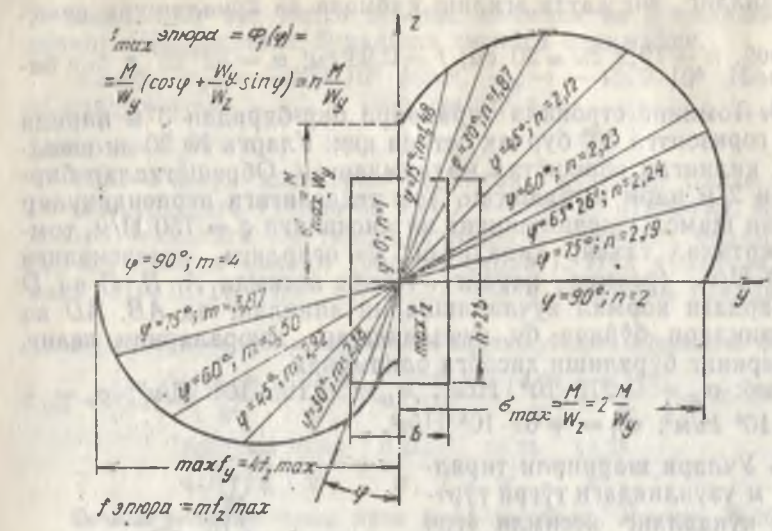
10.9- масалага оид

*Жавоб*: $P = 839$ Н; $\varphi = 26°34'$ вертикалига; $\sigma_{max} = 75 \cdot 10^4$ Н/м²

**10.10.** Бир учи қистириб тиралган 1,4 м узунликдаги № 24а ли қўштавр балканинг иккинчи учига тўпланган куч $P$ қўйилган бўлиб, шу куч таъсирида у 3 мм эгилган. Эгилиш йўналиши балка кўндаланг кесими инерциясининг асосий ўқлари орасидаги бурчак биссектрисасига тўғри келади. Куч $P$ қиймати ва йўналишини, шунингдек марказдаги энг катта чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб*: $P = 17650$ Н: $\varphi = 3°55'$ вертикалга; $\sigma_{max} = 1184 \cdot 10^4$ Н/м².

**10.11.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли балка $xz$ текислигига $\varphi$ бурчак остида қия текисликда букилади (расмга қаранг). Энг катта нормал кучланиш ва балканинг тўлиқ эгилишини бурчак $\varphi$ га боғлиқлигини кўрсатувчи графикларни ясанг. $\varphi$ нинг исталган қийматида юкланиш қийматини бир хил деб ҳисобланг. Қандай бурчак $\varphi$ да нормал кучланиш энг катта




10.11- масалага оид

бўлади. $h:b=2$ ҳолин кўриб чиқинг. Бундай ясашларни № 18 ли қўштавр учун бажаринг.

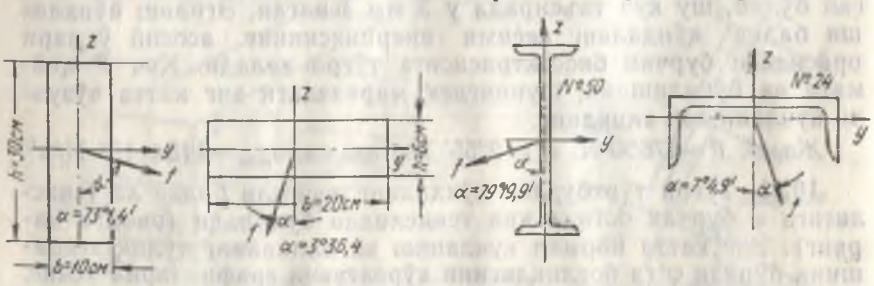
*Жавоб:* Тўғри тўртбурчак кесим учун $\sigma_{max}=\Phi_1(\varphi)$ ва $f=\Phi_2(\varphi)$ эпюралари расмда келтирилган.

Қисқалик учун; $n=\frac{{}^{max}\sigma\ \varphi\neq 0}{{}^{max}\sigma\ \varphi=0}=\cos\varphi+\frac{W_y}{W_z}\sin\varphi$. $m=\frac{\sigma\neq 0 \text{ да } f}{\varphi=0 \text{ да } f}=$

$=\sqrt{\cos^2\varphi+\left(\frac{J_y}{J_z}\sin\varphi\right)^2}$. $\operatorname{tg}\varphi=W_y/W_z$. шарт учун энг катта нормал кучланиш тўғри келади. $h:b=2$ нисбатда $h_{max}=2{,}236$, $\varphi=63_0\,26'$ да № 18 қўштавр учун $h_{max}=7{,}83$; $\varphi=82°\,40'$ да.

Шундай қилиб, энг кам юк кўтарувчанлик текислиги энг кичик бикрлик текислигига тўғри келмайди.

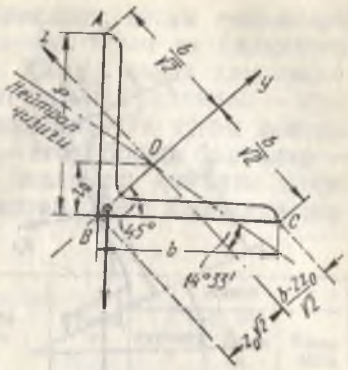
**10.12.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган балкаларнинг эгилиши натижасида кесимларнинг оғирлик марказлари




10.12- масалага оид

кўрсатилган йўналишларда сурилган. Балкаларнинг ҳар қайсиси учун ташқи кучларнинг таъсир текисликлари вазиятини аниқланг ($\psi$ бурчакнинг $z$ ўқ билан).

*Жавоб:* а) $\varphi = 20°$; б) $\varphi = 35°$; в) $\varphi = 8°$; 2) $\varphi = 60°$



10.13- масалага оид

**10.13.** Узунлиги 1,6 м ли, 80×80×7 мм ўлчамли бурчаклик бир учи қистириб тиралган балка каби ишлайди. Унинг эркин учига тўпланган куч $P = 1000$ Н қўйилган. Кучнинг йўналиши кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади (расмга қаранг). Хавфли кесимда нейтрал чизиқ вазиятини ва $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги нормал кучланишни аниқланг. Бурчакликнинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини ҳам топинг.

*Ечиш.* Хавфли кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишлар қуйидагига тенг: $\sigma = M_{max}\left(\frac{\sin\varphi}{J_z}y + \frac{\cos\varphi}{J_y}\cdot z\right) = Pl\left(\frac{\sin 45°}{J_z}y + \frac{\cos 45°}{J_y}\cdot z\right) =$

$$1000\cdot 160\cdot 0{,}107\left(\frac{y}{27} + \frac{z}{104}\right) = 4190\ y + 1088\ z.$$

Охирги ифодани нулга тенглаштириб, нейтрал чизиқнинг ўққа қиялик бурчаги тангенсини топамиз:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{z} = -\frac{1088}{4190} = -0{,}26 = \operatorname{tg}(-14°33').$$

Нуқталар $A$, $B$ ва $C$ координаталари ушбу қийматларга эга (расмга қаранг).

$$y_A = y_C = \frac{b - 2z_0}{\sqrt{2}} = \frac{8 - 2\cdot 2{,}23}{\sqrt{2}} = 2{,}5 \text{ см}.$$

$$z_A = -z_C = \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5{,}66 \text{ см},\ y_B = -z_0\sqrt{2} = -2{,}23\cdot\sqrt{2} = -3{,}15 \text{ см},\ z_B = 0.$$

Бу координаталарни $\sigma$ ни ҳисоблаш формуласига қўйиб, ушбуни оламиз:

$$\sigma_A = 4190\times 2{,}5 + 1088\cdot 5{,}66 = 16640 \text{ Н/см}^2,\ \sigma_C = 4190\cdot 2{,}5 - 1088\cdot 5{,}66 = 4330 \text{ Н/см}^2 \text{ ва } \sigma_B = -4190\cdot 3{,}15 = -13220 \text{ Н/см}^2.$$

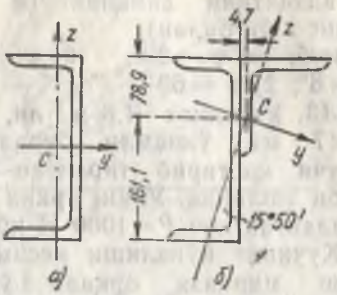
Бурчакликнинг энг катта эгилиши қуйидагига тенг:

$$f = \frac{Pl^3\cos\varphi}{3EJ_y}\sqrt{1 + \left(\frac{J_y\sin\varphi}{J_z\cos\varphi}\right)^2} = \frac{1000\cdot 160^3\cdot 0{,}707}{3\cdot 2\cdot 10^7\cdot 104}\sqrt{1 + \left(\frac{104\cdot 0{,}707}{27\cdot 0{,}707}\right)^2} = 1{,}85 \text{ см}.$$

Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал чизиғига перпендикуляр.




10.14- масалага оид




10.15- масалага оид

**10.14.** № 14 ли (ОСТ 29) зет кесимли том обрешёткаси қулочи 2,5 м бўлган, учлари шарнирли тиралган, интенсивлиги $q$ ли бир текис тақсимланган юкланган балка каби ишлайди. Кесимнинг асосий марказий ўқлари вазиятлари расмда кўрсатилган:

$\beta = 21°48'$, $J_{y_0} = 847$ см$^4$, $J_{z_0} = 61{,}4$ см$^4$, $b = 65$ мм, $h = 140$ мм. Йўл қўйилган зўриқиш $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда, энг катта йўл қўйиладиган юкланиш қийматини, шунингдек шу юкланиш таъсирида обрешётка қулочи ўртасидаги тўлиқ эгилишнинг қиймати ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб*: 15 кН/м; 057 см; 34°26′.

**10.15.** Учлари шарнирли тиралган балканинг 3,2 м узунликдаги қулочи ўртасига тўпланган юк $P$ қўйилган. Балканинг кўндаланг кесими № 24 швеллер (расм, *а* га қаранг). Балканинг бутун узунлиги бўйича швеллер деворига ўлчами $125 \times 125 \times 12$ мм ли бурчаклик пайвандлаш кўзда тутилган (расм, *б* га қаранг). Балканинг кўзда тутиладиган кесими асосий марказий ўқларининг вазияти расм, б да кўрсатилган. Бу ўқларга нисбатан инерция моментлари: $J_y = 4671$ см$^4$ ва $J_z = 873$ см$^4$.

Йўл қўйиладиган зўриқиш $[\sigma] = 160$ МПа да юк $P$ нинг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг: а) битта швеллер учун ва б) бурчаклик пайвандланган швеллер учун (иккала ҳолда ҳам юкнинг таъсир текислиги швеллер девори текислигига параллел бўлиб, кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади). Биринчи ва иккинчи ҳолда балканинг энг катта эгилишини ҳам аниқланг. Бунда $P = 4$ кН деб олинг.

*Жавоб*: а) $P = 4{,}8$ кН, $f = 0{,}47$ см, б) $P = 4{,}3$ кН, $f = 0{,}51$ см.

Бурчаклик қўшиш юкнинг йўл қўйиладиган қийматини 9,2% камайтиради, балканинг эгилиши 8,5% ортади.

**10.16.** Расмда тасвирланган балкалар учун нейтрал чизиқнинг вазиятини топинг (ўқ $y$ билан бурчак $\alpha$), хавфли кесимда

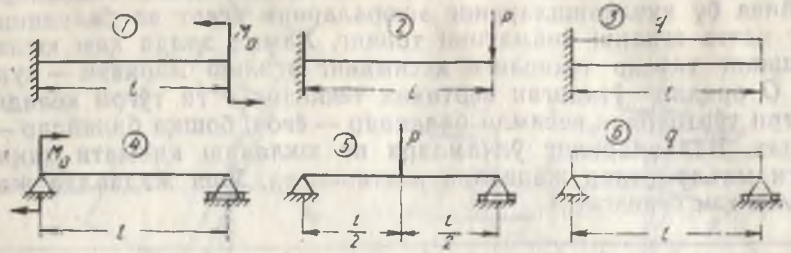
энг катта нормал кучланишларни аниқланг, кесим томонлари бўйича бу кучланишларнинг эпюраларини ясанг ва балканинг энг катта эгилиш қийматини топинг. Ҳамма ҳолда ҳам юкланишнинг таъсир текислиги кесимнинг эгилиш маркази — нуқта $O$ орқали ўтадиган вертикал текислик $v$ га тўғри келади. Тўғри тўртбурчак кесимли балкалар — ёғоч, бошқа балкалар — пўлат. Балкаларнинг ўлчамлари ва юкланиш қиймати ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган. Ўша жадвалда жавоблар ҳам берилган.

| № п/п | Балка схемаси ва кесими | Қулочи, м | Юкланиши | Кесим ўлчамлари | Бурчак φ | Жавоб | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | бурчак α | $f_{max}$ см | $\sigma_{max}$ МПа |
| 1 | 1—А | 1,5 | $M_0 = 0{,}4$ кНм | 12×20 см | 60° | 78°16′ | 1,38 | 9,72 |
| 2 | 1—Б | 1,4 | $M_0 = 0{,}2$ кНм | қўштавр № 12 | 30° | 82°8′ | 1,77 | 144,3 |
| 3 | 1—В | 2,0 | $M_0 = 0{,}6$ кНм | швеллер № 27 | 60° | 87°55′ | 1,98 | 149,2 |
| 4 | 2—А | 2,0 | $P = 80$ Н | 10×15 см | 45° | 66°2′ | 1,32 | 75,4 |
| 5 | 2—Б | 1,5 | $P = 200$ Н | қўштавр № 16 | 30° | 83°22′ | 0,97 | 127,3 |
| 6 | 2—В | 1,4 | $P = 300$ Н | швеллер № 22 | 60° | 87°38′ | 0,79 | 155,2 |
| 7 | 3—А | 2,0 | $q = 2$ Н/см | 10×25 см | 45° | 80°55′ | 1,37 | 95,0 |
| 8 | 3—Б | 1,2 | $q = 3$ Н/см | қўштавр № 14 | 30° | 82°46° | 0,47 | 116,8 |
| 9 | 3—В | 2,4 | $q = 2$ Н/см | швеллер № 24 | 45° | 85°54′ | 1,41 | 148,1 |
| 10 | 4—А | 2,5 | $M_0 = 0{,}6$ кНм | 12×30 см | 60° | 84°43′ | 0,94 | 88,8 |
| 11 | 4—Б | 3,0 | $M_0 = 0{,}8$ кНм | қўштавр № 27 | 45° | 87°2′ | 1,23 | 151,6 |
| 12 | 4—В | 2,2 | $M_0 = 0{,}3$ кНм | швеллер № 14 а | 30° | 79°39′ | 0,80 | 146,3 |
| 13 | 5—А | 2,5 | $P = 250$ Н | 9×15 см | 45° | 70°12′ | 0,67 | 87,3 |
| 14 | 5—Б | 4,0 | $P = 1200$ Н | қўштавр № 36 | 60° | 88°44′ | 1,34 | 154,2 |
| 15 | 5—В | 2,4 | $P = 400$ Н | швеллер № 14 | 30° | 80°54′ | 0,64 | 138,8 |
| 16 | 6—А | 3,2 | $q = 6$ Н/см | 16×24 см | 60° | 75°37′ | 0,89 | 90,0 |
| 17 | 6—Б | 5,0 | $q = 4$ Н/см | қўштавр № 40 | 60° | 88°50′ | 2,12 | 132,6 |
| 18 | 6—В | 4,0 | $q = 1{,}2$ Н/см | швеллер № 16 | 45° | 85°9′ | 2,24 | 141,5 |

**10.17.** Учбурчак кўндаланг кесимли чўян брус (расмга қаранг) учларидан шарнирли таянган. $AB$ томонга параллел текисликда тўпланган куч $P$ таъсирида эгилади. Бу куч қулоч ўртасига $l = 1{,}8$ м қўйилган. Агар чўян учун чўзилишга йўл қўйиладиган кучланиш 400 Н/см², сиқилишга йўл қўйиладиган кучланиш 1200 Н/см² бўлса, брус кўндаланг кесимининг зарур ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $h = 12$ см.

Балканинг маҳкамланиш ва юкланиш схемаси




Балканинг кўндаланг кесими схемаси



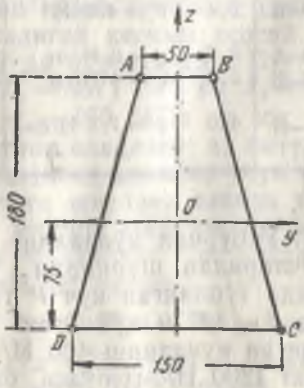

10.16- масалага оид

**10.18.** Кўндаланг кесими трапеция шаклида бўлган чўян брус (расмга қаранг) узунлиги 1,2 м. Бруснинг бир учи қисилган, иккинчи учига тўпланган $P$ куч қўйилган. Бу кучнинг йўналиши кўндаланг кесим оғирлик маркази $O$ ва $C$ нуқта орқали ўтади. Трапеция бурчакларининг чўққиларидаги нормал кучланишларни ва бруснинг энг катта эгилишини аниқланг.

$E = 1{,}2 \cdot 10^7$ Н/см², $J_y = 4455$ см⁴, $J_z = 1875$ см⁴; $P = 12{,}5$ кН. Расмдаги ўлчамлар мм ларда берилган.




10.17- масалага оид




10.18- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_A = 39{,}1$ МПа; $\sigma_B = 10{,}9$ МПа; $\sigma_C = -60{,}3$ МПа; $\sigma_D = 24{,}6$ МПа; $f = 0{,}58$ см.

**10.19.** Кўндаланг кесими ярим доира шаклидаги балканинг узунлиги 2 м. Балка учларидан шарнирли таянган, интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта чўзувчи ва қисувчи кучланишларни, унинг энг катта эгилишини аниқланг.




10.19- масалага оид

*Ечим*. Балка кесимининг оғирлик маркази диаметрал ўқ $y_1$ дан $z_0 = \dfrac{4r}{3\pi} = \dfrac{4 \cdot 10}{3 \cdot 3{,}14} = 4{,}24$ см масофадаги $O$ нуқтада ётади. Кесимнинг бош марказий ўқлар $y$ ва $z$ га нисбатан инерция моментлари $J_z = \dfrac{\pi r^4}{8} = \dfrac{3{,}14 \cdot 10^4}{8} = 3927$ см$^4$ ва

$$J_y = J_{y_1} - z_0^2 \cdot F = \frac{\pi r^4}{8} - z_0^2 \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 10^4}{8} - 4{,}24^2 \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{2} = 1098 \text{ см}^4$$ га тенг.

Нейтрал чизиқнинг ўқ $y$ га қиялик бурчагини қуйидаги формуладан аниқлаймиз: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{J_y}{J_z} \operatorname{tg}\varphi = \dfrac{1098}{3927} \cdot 0{,}364 = 0{,}1018 = \operatorname{tg} 5°48{,}6'$.

Энг катта нормал кучланишлар нейтрал чизиқдан энг узоқ нуқталарда вужудга келади, булар $B$ ва $A$ нуқталардир (нейтраль ўққа параллел бўлган чизиқ $HK$ даги нуқта кесим контурига уринади). Балканинг хавфли кесими қулоч ўртасида ётади. Бу кесимда

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\sin\varphi}{J_z} y + \frac{\cos\varphi}{J_y} \cdot z\right) = \frac{4 \cdot 200^2}{8}\left(\frac{0{,}3420}{3927} \cdot y - \frac{0{,}9397}{1098} \cdot z\right) =$$

$$= 1{,}74\, y - 17{,}12\, z.$$

Координаталари $y_B = r = 10$ см ва $z_B = -z_0 = -4{,}24$ см бўлган

$B$ нуқтадаги нормал кучланиш чўзувчи кучланиш бўлади, у қуйидагига тенг:

$$\sigma_B = 1{,}74 \cdot 10 + 17{,}12 \cdot 4{,}24 = 9 \text{ МПа}.$$

$A$ нуқта координаталари: $z_A = OD = CD - OC = r\cos\alpha - z_0 = 10 \cdot 0{,}9949 - 4{,}24 = 5{,}71$ ва $y_A = -AD = AC \sin\alpha = -r \cdot \sin\alpha = -10 \cdot 0{,}1012 = -1{,}01$ см.

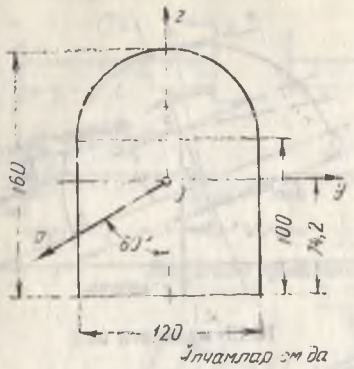
$A$ нуқтадаги кучланиш хусусий кучланиш бўлади, у қуйидагига тенг:

$$\sigma_A = -1{,}71 \cdot 1{,}01 - 17{,}12 \cdot 5{,}71 = 9{,}95 \text{ МПа}$$

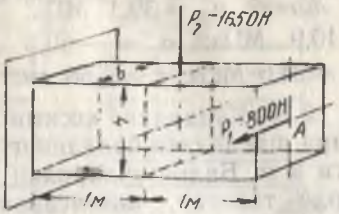
Балканинг энг катта эгилишини қуйидаги формуладан топамиз:

$$f = \frac{5\, ql^4}{384\, E} \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{J_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{J_z^2}} = \frac{4 \cdot 200^4}{384 \cdot 10^6} \sqrt{\left(\frac{0{,}9397}{1098}\right)^2 + \left(\frac{0{,}3420}{3927}\right)^2} =$$

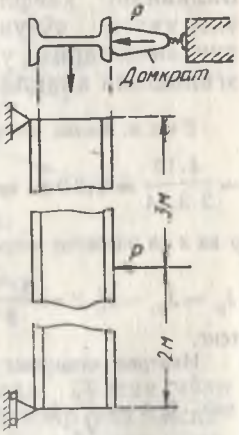
$= 0{,}072$ см.




10.20- масалага оид




10.21- масалага оид




10.22- масалага оид

**10.20.** Расмда кўрсатилган кўндаланг кесимли ёғоч брус учларидан шарнирли таянган. Қулочнинг ўртаси $l = 3$ м да брусга тўпланган куч $P$ таъсир қилади. Бу куч кесимнинг симметрия ўқига 60° бурчак остида йўналган. Агар йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 1100$ Н/см² бўлса, $P$ кучнинг энг катта йўл қўйилган қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 3880 Н.

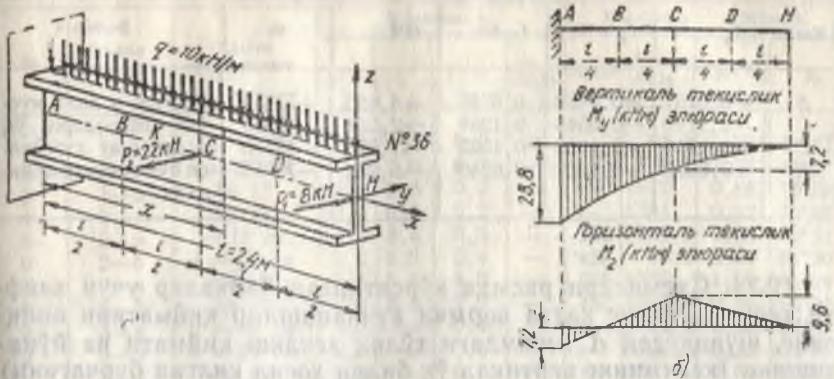
**10.21.** Бир учидан қисилган ёғоч балкани $P_1$ ва $P_2$ кучлар эгади (расмга қаранг). Балканинг баландлиги $h$ нинг эни $b$ га нисбати 2 бўлган тўғри тўртбурчак кесимини танланг ва унинг $A$ кесимда тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини аниқланг; $[\sigma] = 10$ МПа.

*Жавоб*: $9 \times 18$ см; $f_A = 1{,}98$ см (вертикалга 80°51′ бурчак остида).

**10.22.** Қўштавр балка № 40 5 м қулоч учларидан шарнирли таянган. Балка девори горизонтал ётади. Балка горизонтал жойлашган домкрат учун вақтинчалик таянч вазифасини ўтайди. Домкрат таянчлардан биридан 2 м нари ўрнатилган (расмга қаранг). Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олиб, домкратга тушадиган энг катта йўл қўйиладиган юкланишни аниқланг. Балка материали учун $[\sigma] = 160$ МПа.

*Жавоб:* 11 кН.

**10.23.** Қўштавр балка № 36 бир учидан қисилган ва энг катта бикрлик текислигида $q$ интенсивликдаги тенг тақсимланган юк билан, энг кичик бикрликдаги текисликда эса $P_1$ ва $P_2$ тўпланган кучлар билан юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишларни, шунингдек $B$, $C$, $D$ ва $H$ кесимлардаги тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини аниқланг.




10.23- масалага оид

*Ечим:* Қўштавр № 36 учун сортамент бўйича

$J_z = 516$ см⁴, $J_y = 13380$ см⁴, $W_y = 743$ см³ ва $W_z = 71{,}1$ см³.

Вертикал ($M_y$ ва горизонтал $M_z$) текисликларда эгувчи моментларнинг эпюралари расм, *б* да кўрсатилган. Кесим *C* ёки кесим *A* хавфли хисобланади.

$M_{yC} = -0{,}72$ кНм, $M_{zC} = -0{,}96$ кН·м бўлган кесим *C* да энг катта чўзувчи кучланиш *K* нуқтада ётади. У қуйидагига тенг:

$$\max \sigma (C) = \sigma_K = \frac{M_{yC}}{W_y} + \frac{M_{zC}}{W_z} = \frac{72000}{743} + \frac{96000}{71{,}1} = 97 + 1350 = 1447 \text{ Н/см}^4.$$

$M_{yA} = 2{,}88$ кНм, $M_{zA} = 0{,}72$ кНм бўлган кесим *A* да энг катта чўзувчи кучланиш *N* нуқтада вужудга келади:

$$\max \sigma (A) = \frac{M_{yA}}{W_y} + \frac{M_{zA}}{W_z} = \frac{288000}{743} + \frac{72000}{71{,}1} = 388 + 1012 = 1400 \text{ Н/см}^2.$$

Кесим *C* энг хавфли.

Вертикал ва горизонтал текисликларда балка букилган ўқининг дифференциал тенгламаларини интегралаш эгилишлар учун қуйидаги ифодаларга олиб келади: $f_z = -\Phi_1 (6m^2 - 4m^3 + m^4)$ ва

$$f_y = \Phi_2 \{8 (P-1) m^3 - 12 (P-2) m^2|_{AC} - P(2m-1)^3|_{CH}\} =$$

$$\Phi_2 [14 m^3 - 9 m^2|_{AC} - \frac{11}{4} (2m-1)^3|_{CH}],$$

бу ерда $m = \frac{x}{l}$, $P = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2200}{800} = 2{,}75$, $\Phi_1 = \frac{ql^4}{24 EJ_y} = \frac{10^5 \cdot 240^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 13380} =$

$= 0{,}0517$ см.

$$\Phi_2 = \frac{P_1 l^3}{40 EJ_z} = \frac{800 \cdot 240^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 516} = 0{,}223 \text{ см}.$$

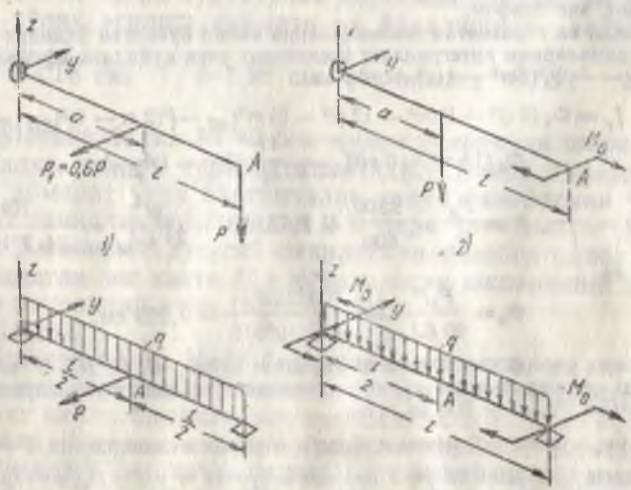
Ҳисоблаш учун формулаларга *m* қийматни қўйиб, *B*, *C*, *H*, *D* кесимлардаги иккала бош инерция ўқининг тўлиқ эгилишининг ташкил этувчиларини топамиз: $m = 1/4$, $m = 1/2$, $m = 3/4$ ва $m \approx$.

1. Тўлиқ эгилиш қийматини қуйидаги формуладан аниқлаймиз: $f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}$.

Тўлиқ эгилиш йўналиши ва ўқ *z* орасидаги бурчак $\alpha$ ушбу $\operatorname{tg} \alpha = f_y / f_z$ ифодадан топилади. Тегишли ҳисоблашлар натижалари жадвалда келтирилган. Балканинг эгилган ўқи фазовий эгри чизиқдан иборат.

| Кесим | $f_y$, см | $f_z$, см | $f$, см | $tg\alpha$ | $\alpha$ | Эслатма |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $B$ | —0,0767 | —0,0163 | 0,0785 | +4,695 | +77°59′ | Бурчак $\alpha$ нинг мусбат қийматлари ўқ $z$ дан соат стрелкаси йўналишида қўйилади |
| $C$ | —0,1116 | —0,0549 | 0,1244 | +2,034 | +63°49′ | |
| $D$ | +0,1116 | —0,1035 | 0,1522 | —1,078 | —47°10′ | |
| $H$ | +0,8093 | —0,1550 | 0,8240 | —5,222 | —79°10′ | |

**10.24.** Схемалари расмда кўрсатилган балкалар учун хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар қийматини аниқланг, шунингдек $A$ кесимдаги тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини (кесимнинг вертикал ўқ билан ҳосил қилган бурчагини) топинг. Балкаларнинг вариантлари а) ёғоч балка, думалоқ кесимли, диаметри $d$; б) ёғоч балка, тўғри тўртбурчак кесимли, томонларининг нисбати $h:b=2$; в) пўлат балка, қўштавр кесимли, г) пўлат балка, тоғарасимон кесимли (бу ҳолда ташқи кучларнинг таъсир текислиги кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади деб ҳисоблансин). Схемалар *1* ва *2* даги балкаларнинг учлари қисилган, схемалар *3* ва *4* да эса вертикал текисликда ҳам, горизонтал текисликда ҳам шарнирли маҳкамланган. Икки таянчдан бири қўзғалмас. Ҳамма ҳолларда ҳам балка кесимининг баландлиги вертикал ўқ $z$ га параллел. Балкаларнинг ўлчамлари ва юкланиш қиймати ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган. Шу жадвалда жавоблар ҳам берилган.

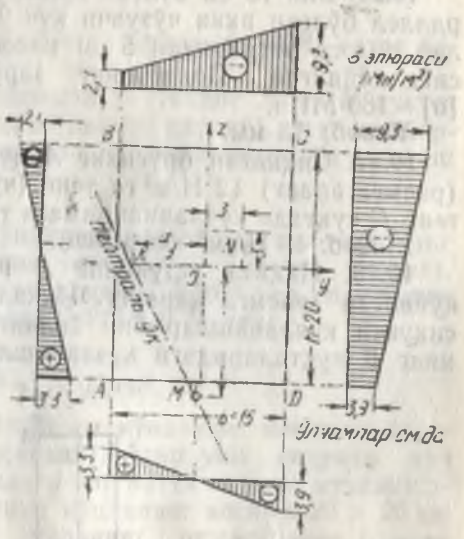



10.24- масалага оид

| № | Балка схемаси | Кесим ўлчамлари | Узунлик, м | | | | Юкланиш | | Жавоб. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l$ | $a$ | $P$, Н | $q$ Н/см | М, Нм | $\sigma_{max}$ МПа | $f_A$, см | $\alpha$ |
| 1 | 1—а | $d = 16$ см | 1,5 | 1,0 | 0,2 | — | — | 80,3 | 0,73 | 17°17′ |
| 2 | 1—б | $h = 20$ см | 1,8 | 1,0 | 0,3 | — | — | 135,0 | 1,18 | 42°9′ |
| 3 | 1—в | № 12 | 1,2 | 0‘8 | 0,2 | — | — | 1512 | 0,66 | 75°38′ |
| 4 | 1—г | № 14 | 1,4 | 0,9 | 0,2 | — | — | 1381 | 0,62 | 72°26′ |
| 5 | 2—а | = 12 см | 1,0 | 0,4 | 0,2 | — | 150 | 100,2 | 0,80 | 79°31′ |
| 6 | 2—б | $d = 18$ см | 1,2 | 0,5 | 0,4 | — | 120 | 90,5 | 0,80 | 81°30′ |
| 7 | 2—в | № 18 | 1,6 | 0,6 | 1,0 | — | 200 | 1507 | 1,55 | 86°24′ |
| 8 | 2—г | № 20 | 2,0 | 0,8 | 2,0 | — | 100 | 1540 | 0,96 | 67°35′ |
| 9 | 3—а | $d = 18$ см | 3,0 | — | 0,4 | 4 | — | 94,5 | 0,93 | 28°4′ |
| 10 | 3—б | $h = 24$ см | 2,4 | — | 0,6 | 6 | — | 100,0 | 0,52 | 69°27′ |
| 11 | 3—в | № 20 | 2,8 | — | 0,4 | 7 | — | 1585 | 0,82 | 79°10′ |
| 12 | 3—г | № 24 | 3,6 | — | 0,3 | 10 | — | 1524 | 0,80 | 61°43′ |
| 13 | 4—а | $d = 14$ см | 2,4 | — | — | 3 | 140 | 95,5 | 0,87 | 37°52′ |
| 14 | 4—б | $h = 20$ см | 3,0 | — | — | 4 | 100 | 97,5 | 0,93 | 46°51′ |
| 15 | 4—в | № 16 | 2,2 | — | — | 10 | 150 | 1589 | 0,79 | 77°17′ |
| 16 | 4—г | № 18 | 2,8 | — | — | 8 | 160 | 1589 | 0,96 | 72°9′ |

## 31-§. Марказдан ташқаридаги чўзилиш ва сиқилиш

**10.25.** Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчакли ёғоч стойкага бўйлама сиқувчи куч $P = 90$ кН қўйилган. Бу куч $N$ нуқтага қўйилган (расмга қаранг). Кесимнинг нейтрал ўқи вазиятини аниқланг ва тўғри тўртбурчак томонлари бўйича нормал кучланишлар эпюраларини ясанг.




10.25-масалага оид

*Ечими.* Стойканинг кўндаланг кесимидаги кучланишларни топиш учун қуйидаги формулалардан фойдаланилади:

$$\sigma = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{y_P y}{i_z^2} + \frac{z_P z}{i_y^2}\right).$$

Бу ҳолда $P = -90000$ Н (куч стойкани сиқади), $F = bh = 15 \cdot 20 = 300$ см² = $= 0{,}03$ м², $y_P = z_P = 3$ см. кўндаланг кесим инерция радиуслари квадратлари эса қуйидагига тенг

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{bh^3}{12\,bh} = \frac{h^2}{12} = \frac{20^2}{12} = \frac{100}{3}\ \text{см}^2;$$

$$i_z^2 = \frac{J_z}{F} = \frac{hb^3}{12\,bh} = \frac{b^2}{12} = \frac{15^2}{12} = \frac{75}{4}\ \text{см}^2$$

Ушбу $F$, $P$, $y_P$, $z_P$ $i_y^2$, $i_z^2$ қийматларини кучланишларни ҳисоблаш формуласига қўйиб қуйидагига эга бўламиз ($y$ ва $z$ см ларда берилган).

$$\sigma = -\frac{90000}{0{,}03}\left(1 + \frac{3\cdot 4}{75}y + \frac{3\cdot 3}{100}z\right) = -3\cdot 10^6(1 + 0{,}16y + 0{,}09z)\ \text{Н/м}^2.$$

$\sigma = 0$ деб олиб, нейтрал ўқ вазиятини топамиз. Қуйидаги формула ҳосил бўлади: $1 + 0{,}16y + 0{,}09z = 0$, $z = 0$, бундан $a_y = -\frac{1}{0{,}16} = -6{,}25$ см ($K$ нуқтада),

$y = 0$ да эса $a_z = -\frac{1}{0{,}09} = -11{,}1$ см ($M$ нуқтада).

Кесимнинг нейтрал ўқи $K$ ва $M$ нуқталар орқали ўтади.

Нормал кучланишлар $y$ ва $z$ координаталарга боғлиқ бўлгани учун уларнинг кесим томонлари бўйлаб ўзгариш эпюраларини ясаш учун тўғри тўртбурчакли бурчаклари учларидаги кучланишлар қийматини ифодалаш кифоя. Координаталари $y_A = -7{,}5$ см ва $z_A = -10$ см бўлган $A$ нуқтада $\sigma_A = -3\cdot 10^6(1 - 0{,}16\times 7{,}5 - 0{,}09\times 10) = 3{,}3\times 10^6$ Н/м$^2$ = 3,3 мН/м$^2$.

Бошқа бурчақлардаги нуқталарда ҳам кучланишлар худди шундай ҳисобланади. $\sigma_B = -2{,}1$ мН/м$^2$, $\sigma_C = -9{,}3$ мН/м$^2$, $\sigma_D = -3{,}9$ мН/м$^2$ Бу нуқталарда сиқилиш юз беради. Кучланишлар эпюралари расмда кўрсатилган.

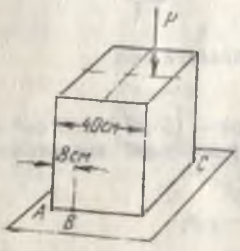
**10.26.** Эни 18 см бўлган пўлат полосага унинг ўқларига параллел бўлган икки чўзувчи куч 9 кН таъсир қилади. Бу кучлар полоса четларидан 5 см масофада унинг қалинлиги ўртасига қўйилган. Полосанинг зарур қалинлигини аниқланг. $[\sigma] = 160$ МПа.

*Жавоб:* 7,3 мм.

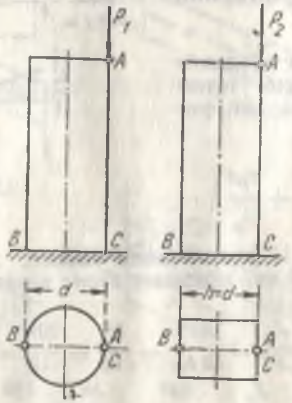
**10.27.** Сиқилган брусниг $A$ нуқтасидаги нормал кучланиш (расмга аранг) 12 Н/м$^2$ га тенг (чўзилиш), $B$, нуқтада у нолга тенг. $C$ нуқтада кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 48 Н/см$^2$ (сиқилиш).

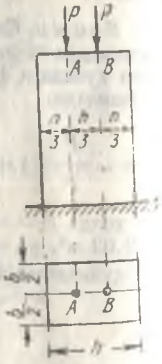
**10.28.** Иккита устуннинг $A$ нуқталарига сиқувчи кучлар қўйилган (расмга қаранг). Иккала устуннинг $C$ нуқталарида сиқувчи кучланишлар бир хиллиги маълум бўлди. Устунларнинг $B$ нуқталаридаги кучланишларни таққосланг.



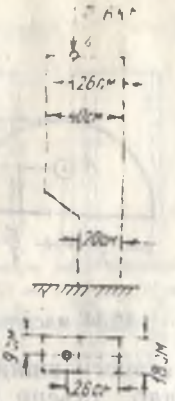

10.27- масалага оид




10.28- масалага оид




10.29- масалага оид



10.30- масалага оид



10.31- масалага оид

*Жавоб:* Думалоқ кесимли устунда кучланиш 20% катта бўлади.

**10.29.** Тўғри тўртбурчак кесимли устуннинг *A* ва *B* нуқталарига бир хил кучлар қўйилган (расмга қаранг). Агар кучлардан бири олиб қўйилса, устундаги энг катта сиқувчи кучланиш қандай ўзгаради.

*Жавоб:* Ўзгармайди.

**10.30.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли бетон устуннинг пастки қисми мустаҳкамлигини текшириш (расмга қаранг). Чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш 7 Н/см² дир, сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш эса 70 Н/см² га тенг.

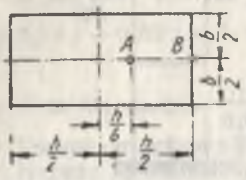
*Жавоб:* $\max \sigma_ч = 6{,}3$ Н/см² $< 7$ Н/см²,
$\max \sigma_с = 9{,}7$ Н/см² $< 70$ Н/см².

**10.31.** Устуннинг асоси 20×30 см кўндаланг кесимли брусдан қилинган (расм, *а* га қаранг). Агар уни сиқувчи куч $P = 36$ кН бўлса, устун асосидаги энг катта нормал кучланишни аниқланг. Агар устун асосини кўндаланг кесими 20 × 20 см бўлган брусдан қилинса, бу кучланиш нимага тенг бўлади (расм, *б* га қаранг).

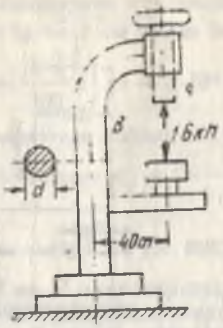
*Жавоб:* а) 12 МПа, б) 9 МПа.

**10.32.** Агар тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли бетон устунни сиқувчи куч: а) *A* нуқтага, б) *B* нуқтага қўйилган бўлса, бетон устуннинг емирилиши қандай кучланишдан (чўзилишданми ёки сиқилишданми) рўй беради. Сиқилишда бетоннинг мустаҳкамлик чегараси чўзилишдагидан олти марта катта. σ ва ε орасидаги боғлиқликни емирилгунга қадар чизиқли деб ҳисобланг.

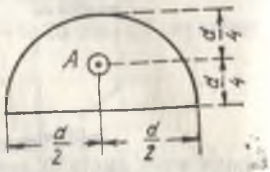
*Жавоб:* а) сиқилишдан; б) чўзилишдан.




10.32- масалага оид




10.33- масалага оид




10.34- масалага оид

**10.33.** Детални пармалашда пармалаш станоги шпиндели $A$ га (расмга қаранг) 1,6 кН босим ўқ бўйлаб таъсир қилади. Агар чўзилишга йўл қўйиладиган кучланиш 350 Н/см$^2$ бўлса, думалоқ чўян устун $B$ нинг диаметрини аниқланг.

*Жавоб:* 125 мм.

**10.34.** Кўндаланг кесими $d=20$ см диаметрли ярим доира кўринишидаги калта ёғоч стойка бўйлама сиқувчи куч $P$ билан юкланган. Бу куч стойка эни ва қалинлигининг ўртасига — $A$ нуқтага қўйилган (расмга қаранг). Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=10$ МПА бўлса, $P$ кучнинг йўл қўйиладиган энг катта қийматини аниқланг. Агар стойка оддий сиқилишга ишлаётган бўлса, унга қандай $P$ кучни қўйиш мумкин эди.

*Жавоб:* 9,68 кН, 15,7 кН.

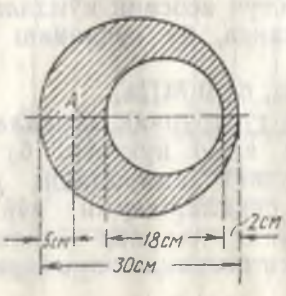
**10.35.** Пўлат труба $AB$ га бикр маҳкамланган креставина $CDEF$ га тўртта бир хил юк $P=100$ Н симметрик тарзда осилган (расмга қаранг). $AB$ трубанинг ташқи диаметри 60 мм, деворининг қалинлиги 2 мм. Тўртта юк осилган трубадаги энг катта чўзувчи кучланишни, шунингдек юклардан бири олинган ҳолдаги энг катта чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 110 Н/см$^2$; 1256 Н/см$^2$.

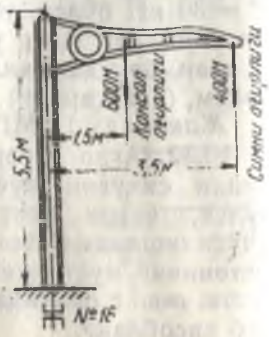
**10.36.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган устун $A$ нуқтага қўйилган бўйлама куч билан сиқилган. Ушбу ҳолда мак-



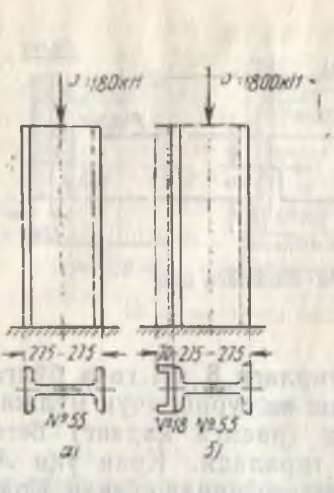

10.35- масалага оид



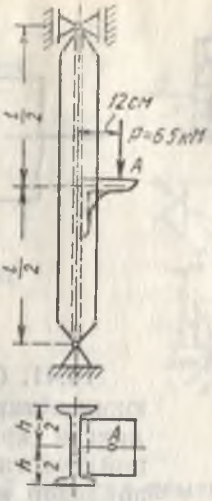

10.36- масалага оид



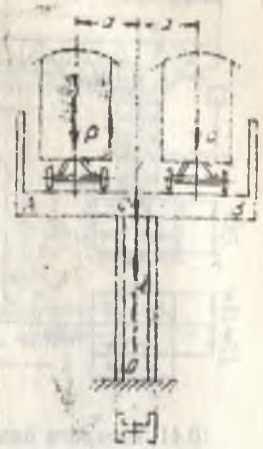

10.37- масалага оид




10.38- масалага оид




10.39- масалага оид




10.40- масалага оид

симал нормал кучланиш деворларининг қалинлиги ҳамма ерда бир хил бўлиб, 60 см га тенг ҳолдагидан қанча марта кам бўлишини аниқланг.

*Жавоб:* 1,15 марта.

**10.37.** Якка трамвай симини осиш учун мўлжалланган устун иккита швеллер № 16 дан иборат (расмга қаранг). Симнинг, консолнинг оғирлигини ҳисобга олиб ҳамда устуннинг ўз оғирлигини ҳам ҳисобга олиб, устун асосидаги кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* +116 Н/см²; —130 Н/см².

**10.38.** Марказига сиқувчи куч $P=180$ кН қўйилган қўштаврли калта стойка № 55 (расм, *а* га қаранг) стойканинг бутун узунлиги бўйича унга пайвандланган швеллер № 18 билан кучайтирилган (расм, *б* га қаранг). Қўштаврли стойкадаги ҳамда швеллер билан кучайтирилган стойкадаги энг катта сиқувчи кучланишлар қанчага тенг?

*Жавоб*: а) 15,79 МПа; б) 17,07 МПа.

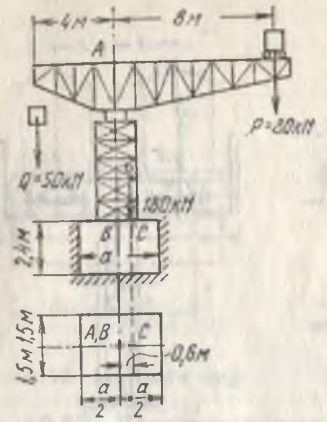
**10.39.** Учларидан шарнирли бириктирилган қўштавр кесимли калта стойкага кронштейн орқали нагрузка $P=6,5$ кН узатилади (расмга қаранг). Агар рухсат этилган кучланиш 160 МПа бўлса, қўштаврнинг зарур номерини аниқланг.

*Жавоб:* № 22.

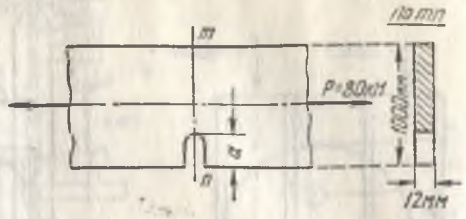
**10.40.** Қўштавр стойкалар $CD$ балкалар $AB$ ни тутиб туради. Балкалар устига тор изли тўмир йўл рельслари ётқизилган (расмга қаранг).

Агар конструкциянинг битта стойкага узатиладиган хусусий оғирилги $Q = 12$ кН, $P = 8$ кН, $a = 1$ м ва $[\sigma] = 140$ МПа бўлса, йўллардан иккаласи ёки биттаси устида вагонлар турганда зарур қўштавр номерини аниқланг.

*Жавоб:* № 36.




10.41- масалага оид




10.42- масалага оид

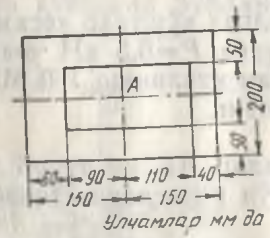
**10.41.** Оғирлиги 8 кН гача бўлган юкни кўтариш ва суриш учун мўлжалланган кран (расмга қаранг) бетон пойдеворга тиралади. Кран ўқи $AB$ пойдевор маркази орқали ўтади. Кранинг 18 кН га тенг бўлган оғирлиги (юк $P$ ва посонги оғирлиги $Q$ бу ҳисобга кирмайди) пойдеворга $C$ нуқтада ўқ $AB$ дан 0,6 м масофада қўйилган деб ҳисоблаб, пойдеворнинг $A$ томони ўлчамини аниқланг. Бунда пойдевор асосида чўзувчи кучланишлар бўлмасин. Шу топилган $a$ қийматида грунтга қанча энг катта босим тушади? Бетоннинг ҳажмий оғирлиги 2,2 кН/м$^3$.

*Жавоб:* 3,68 м = 3,7 м; 16,1 кН/м$^2$.

**10.42.** Пўлат полоса марказий қўйилган кучлар $P$ дан чўзилади (расмга қаранг). Агар энг катта нормал кучланиш 150 МПа дан ошмаса, полосада бир томонлама ўйиқ қандай $a$ чуқурликда қилиниши мумкин? Ўйиқда кучланишларнинг тўпланиши ҳисобга олинмасин.

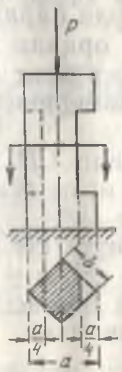
*Жавоб:* 20,7 мм.

**10.43.** Тўғри тўртбурчак кесимли ичи бўш пўлат устунни қўшишда икки параллел деворнинг қалинлиги хато равишда бир хил чиқмай қолган (расмга қаранг). Устунни сиқувчи бўйлама юк $A$ нуқтага қўйилган деб ҳисоблаб, юкнинг йўл қўйиладиган энг катта қийматини аниқланг. [σ] = 160 МПа. Устун деворларининг қалинлиги ҳамма ерда бир хил (50 мм) деб ҳисоблаб, юкнинг энг катта қийматини аниқланг.




10.43- масалага оид

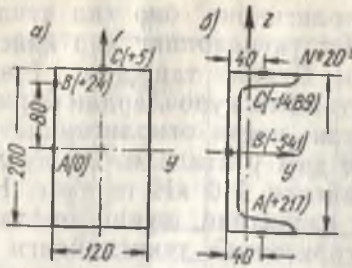
*Жавоб:* 594, 7 кН, 640 кН, яъни 7,6% катта.



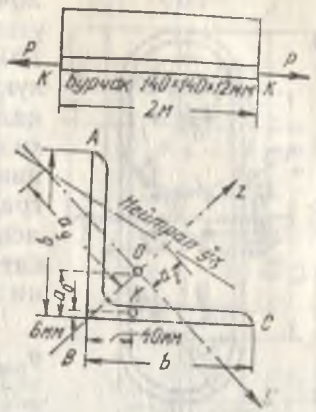

10.44- масалага оид

**10.44.** Томонлари $a$ га тенг бўлган квадрат кундаланг кесимли калта стойка марказига қўйилган куч $P$ билан сиқилган. Агар бунда а) расмда кўрсатилгандек битта кемтик қилинса, ва б) стойканинг қарама-қарши томонида иккита шундай бир хил кемтик қилинса, стойкада энг катта сиқувчи кучланиш қанча фоиз катталашади?






10.45- масалага оид




10.46- масалага оид

*Жавоб:* 70,2%, 33,3%.

**10.45.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган стойкалар марказдан ташқарига қўйилган бўйлама сиқувчи юк $P$ таъсирида турибди. Баъзи нуқталар учун тажриба йўли билан топилган кучланишлар маълум. Расмда бу нуқталардаги кучланишлар қиймати Н/см$^2$ да берилган.

Стойкалардан ҳар бири учун юк $P$ қийматларини ва $y$ қўйилган нуқталарнинг координатларини, шунингдек энг катта сиқувчи кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:*

а) $P = 6$ кН, $y_P = +2$ см, $z_P = -4$ см; $\max\sigma = -80$ Н/см$^2$;

б) $P = 15$ кН; $y_P = +0{,}22$ см, $z_P = 9{,}5$ см, $\max\sigma = 1584$ Н/см$^2$

**10.46.** Ўлчамлари $140 \times 140 \times 12$ мм бўлган бурчакликни битта куч P = 15 кН чўзади. Кучлар учларидаги кесимлардаги нуқталар $K$ га қўйилган (расмга қаранг). Нейтрал ўқ вазиятини ва бурчаклик кесимларидаги $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги кучланишларни аниқланг. Агар бурчакликнинг узунлиги 2 м бўлса, унинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини топинг. Бурчакликнинг буралишини ҳисобга олманг.

*Кўрсатма:* Бурчакликнинг энг катта эгилиши қуйидаги формуладан аниқланади

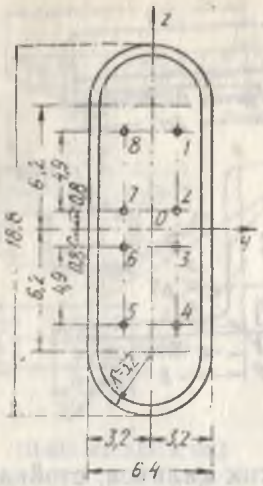
$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{\left(\frac{M_z l^2}{8EJ_z}\right)^2 + \left(\frac{M_y l^2}{8EJ_y}\right)^2} = \frac{Pl^2}{8E}\sqrt{\left(\frac{y_k}{J_z}\right)^2 + \left(\frac{z_k}{J_y}\right)^2}$$

Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал ўқига перпендикуляр.

*Жавоб:* $a_y = -12{,}25$ см, $a_z = +3{,}37$ см, $\sigma_A = -512$ Н/см$^2$.

$\sigma_B = +1216$ Н/см$^2$, $\sigma_C = +234$ Н/см$^2$, $f = 0{,}355$ см.

**10.47.** Расмда икки изли темир йўл кўприги таянчининг горизонтал кесимлари тасвирлганган. Таянчнинг оғирлиги 3200 кН. Нуқта *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7* ва *8* ларда таянчга кўприк қу-



10.47- масалага оид

лочлари оғирлигининг бир хил кучлари узатилади. Бу кучларнинг ҳар қайсиси 120 кН дан. Бундан ташқари, *1* ва *2* нуқталарда таянчга қулочлардан бири орқали ўтадиган поезд оғирлигининг бир хил кучлари ҳам узатилади. Бу кучларнинг ҳар қайсиси 210 кН га тенг. Нейтрал ўқнинг вазиятини, шунингдек таянч асосидаги горизонтал текисликдаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $a_y = -26{,}6$ см; $a_z - 86{,}6$м; $\sigma_{max} = 49{,}2$ кН/м²; $\sigma_{min} = 33$ кН/м²

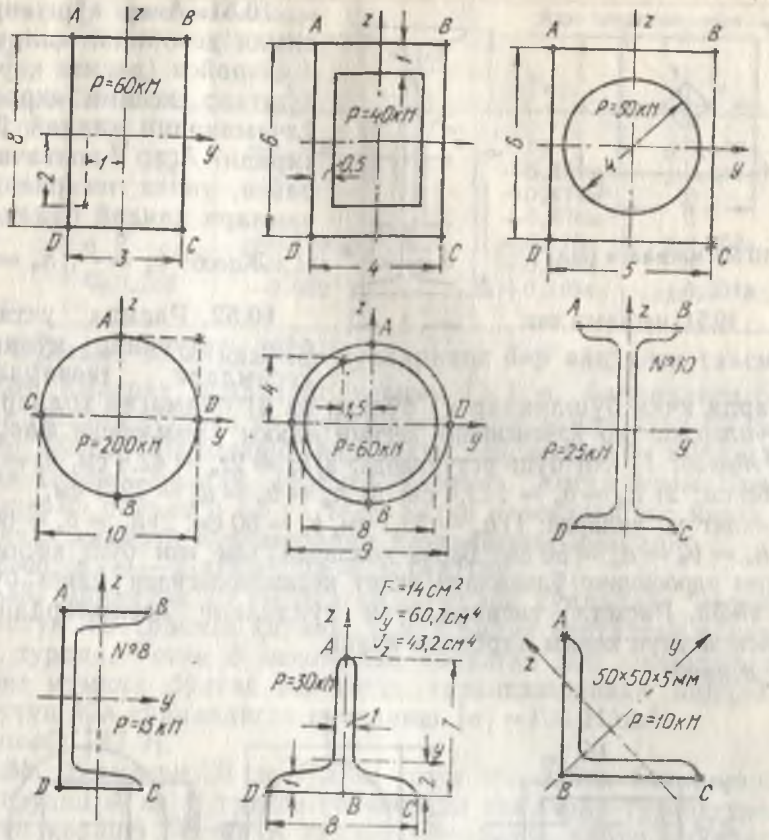
**10.48.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган (ўлчамлар см да кўрсатилган) $l = 1{,}5$ м узунликдаги пўлат стерженларни бўйлама кучлар $P$ чўзади. Бу кучлар юлдузчалар билан белгиланган нуқталардаги ички кесимларга қўйилган. Нейтрал чизиқ координаталар ўқларида кесадиган кесимларни топинг, *A, B, C* ва *D* нуқталардаги нормал кучланишларни ҳисобланг, бу кучланишларнинг кесим томонлари бўйлаб ўзгариш эпюраларини ясанг ва стержен узунлигининг ўртасидан эгилиш стреласи $f$ ни аниқланг. Кесимлари схемалар *4* ва *7* да тасвирланган стерженлар учун энг катта нормал кучланишлар катталигини ҳам аниқланг. Юпқа деворли стерженларнинг эгилиш ва буралиш деформацияси натижасида вужудга келадиган кучланишларни ҳисобга олманг. Жавоблар жадвалда келтирилган.

*10.48- масалага*

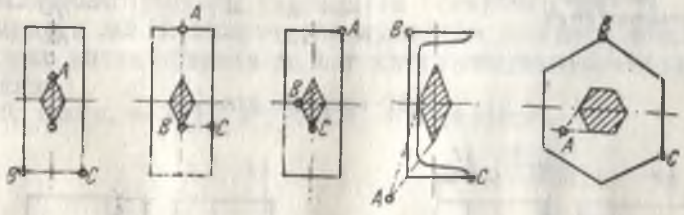
| Схема номери № | Нейтрал ўқ нуқталарининг координаталари | | Кесим нуқталаридаги кучланишлар, Н/см² | | | | | Эгилиш $f$, см |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $a_y$, см | $a_z$, см | $\sigma_A$ | $\sigma_B$ | $\sigma_C$ | $\sigma_D$ | $\sigma_{max}$ | |
| 1 | +0,75 | +2,67 | +375 | −625 | +125 | +1125 | 1125 | 0,49 |
| 2 | +0,96 | −1,56 | +1672 | +281 | −1005 | +386 | 1672 | 0,57 |
| 3 | −1,15 | +1,48 | −919 | +331 | +1493 | +243 | 1493 | 0,45 |
| 4 | −1,25 | −1,25 | +1273 | −764 | −764 | +1273 | 1695 | 0,41 |
| 5 | +6,04 | −2,27 | +1342 | −443 | +784 | +115 | 1403 | 0,30 |
| 6 | −0,54 | −3,30 | −532 | +1580 | +949 | −1164 | 1580 | 0,55 |
| 7 | −0,53 | −2,49 | +23 | +1283 | +747 | −514 | 1283 | 0,45 |
| 8 | +0,77 | +2,17 | −280 | +412 | −700 | +1524 | 1524 | 0,41 |
| 9 | −0,63 | +1,05 | +1415 | −454 | +10 | — | 1415 | 0,54 |

**10.49.** Расмда тўғри тўртбурчак, тоғарасимон ва олти бурчакли кўндаланг кесимлар, шунингдек уларнинг кесим ядролари тасвирланган. Агар кесим текислигига перпендикуляр куч $A$ нуқтага қўйилган бўлса, бу кесимларнинг ҳар қайсисида нейтрал ўқ қандай ўтади?






10.48- масалага оид



10.49- масалага оид

*Жавоб: B* ва *C* нуқталар орқали ўтади.

**10.50.** Расмда тош устуннинг квадрат кўндаланг кесими тасвирланган. Устунни бўйламасига сиқадиган куч $P$ кесим ядроси чегарасида $K$ нуқтага қўйилган. Бу нуқта $OC$ диагоналда ётади. *A, B, C* ва *D* нуқталардаги кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб*: $\sigma_A = 0$; $\sigma_B = \sigma_D = -\frac{P}{F}$; $\sigma_C = -2\frac{P}{F}$.



10.50- масалага оид



10.51- масалага оид

**10.51.** Агар қўштавр кесимли деворнинг қалинлиги $d$ кичрайса (расмга қаранг), қўштавр кесими ядроси ўз ўлчамларини қандай ўзгартиради? Агар $d$ нолгача кичрайса, унинг чегаравий ўлчамлари қандай бўлади?

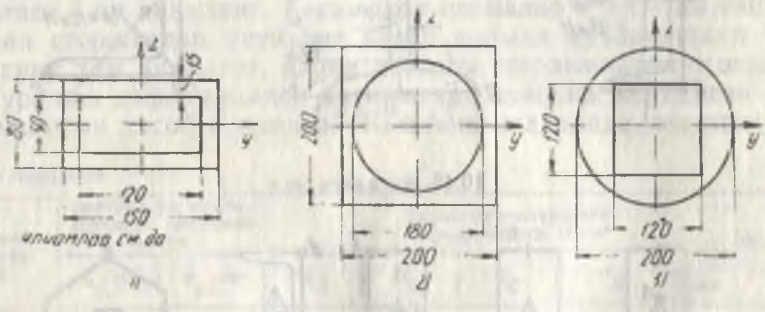
*Жавоб:* $b_я = \frac{b}{3}$; $h_я = h_1$

**10.52.** Расмда учта ички бўш устуннинг кўндаланг кесимлари тасвирланган. Уларда ички бўшлиқлар а) бўлган ва б) бўлмаган ҳоллар учун устунлардан ҳар қайсисининг кесими ядроси ўлчамларини аниқланг.

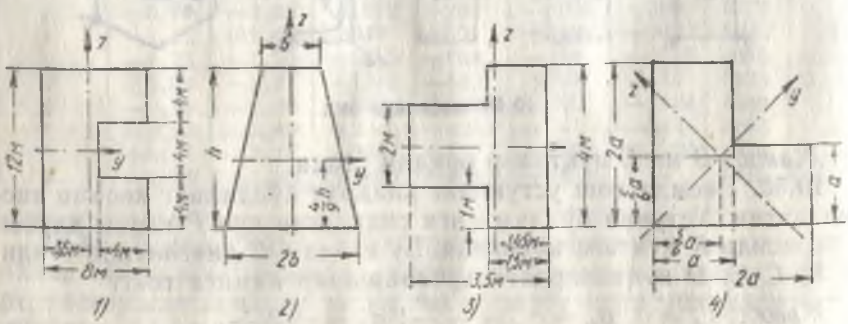
*Жавоб*: 1) ички бўш устунларда: а) $h_я = 2z_я = 42{,}9$ см, $b_я = 2y_я = 68$ см; 2) $h_я = b_я = 112{,}4$ см; 3) $h_я = b_я = d_я = 72{,}0$ см; б) яхлит устунларда; 1) $h_я = 26{,}7$ см, $b_я = 50$ см; 2) $h_я = b_я = 66{,}7$см; 3) $h_я = b_я = d_я = 50$ см. Барча ҳолларда ҳам ички бўш кесимларда кесим ядросининг ўлчамлари яхлит кесимлардагидан катта бўлади.

**10.53.** Расмда тасвирланган кўндаланг кесимлардан ҳар қайсиси учун кесим ядросини ясанг.

*Жавоб:*



10.52- масалага оид



10.53- масалага оид

| Кесим | Ядро координаталари | | Кесим | Ядро координаталари | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $y_я$ | $z_я$ | | $y_я$ | $z_я$ |
| 1 | 0 | ±2,36м | 3 | 0 | ±0,467м |
| | +1,44м | 0 | | +0,242м | ±0,461м |
| | —1,88 | 0 | | +0,478м | 0 |
| | | | | —0,676м | 0 |
| 2 | 0 | +0,181 | | —0,118а | ±0,253а |
| | 0 | —0,144 | 4 | —0,206а | 0 |
| | ±0,268 | —0,052 | | +0,165а | ±0,354а |

## 32- §. Бўйлама ва кўндаланг кучларнинг бир вақтдаги таъсири

**10.54.** Квадрат кўндаланг кесими 1×1 м, баландлиги 5 м бўлган ғиштин устунга ўз хусусий оғирлиги ҳамда кучи 80 Н/м² га тенг бўлган шамолнинг бир текис тақсимланган кўндаланг босими таъсир қилади (расмга қаранг). Устун термасининг солиштирма оғирлиги 1,6 га тенг. Устун асосидаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг.

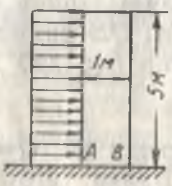
*Жавоб:* $\sigma_A = -2 \cdot$ кН/м²; $\sigma_B = -14$ кН/м².

**10.55.** Диаметри 15 см бўлган думалоқ кўндаланг кесимли ёғоч устун $AB$ (расмга қаранг) $P$ куч билан тортилган канатни тутиб туради. Устун $B$ кесимидан қисилган деб ҳисоблаб, канатнинг мумкин бўлган энг катта тарангланишини аниқланг. Ёғоч учун йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ Н/см².

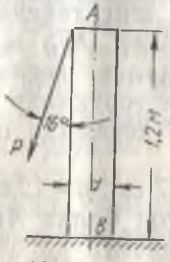
*Жавоб:* 787 Н.

**10.56.** Диаметри 20 см бўлган устун ердан 5 м баландликда икки группа $A$ ва $B$ группа горизонтал симларни тутиб туради (расмга қаранг). Устун $A$ группа симлардан қабул қиладиган горизонтал зўриқиш 100 Нга, $B$ группа симлардан қабул қиладиган горизонтал зўриқиш эса 150 Н га тенг. Иккала группадаги симларнинг устунга узатадиган оғирлиги 280 Н. Устуннинг оғирлиги 90 Н. Устун ерга қўмилган жойдаги кўндаланг кесимда энг катта чўзувчи ва энг катта сиқувчи кучланишларни аниқланг.

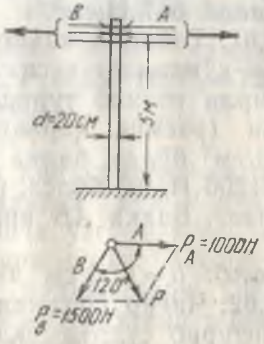
*Жавоб:* $\max \sigma_ч = 83$ Н/см²; $\max \sigma_с = 85{,}4$ Н/см².




10.54- масалага оид




10.55- масалага оид




10.56- масалага оид




10.57- масалага оид

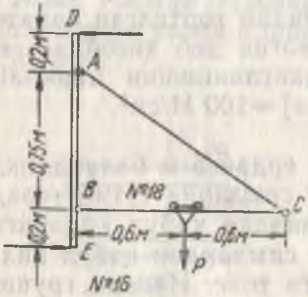
**10.57.** Агар юк $P=800$ Н бўлса, велосипед эгари маҳкамланган трубкадаги нормал кучланишни аниқланг (расмга қаранг). Трубканинг ташқи диаметри 24 мм, ички диаметри 21 мм. Трубканинг $B$ учини қисилган деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 113,9 МН/м².

**10.58.** Ичи бўш кесик конус шаклидаги завод трубасининг баландлиги 32 м, труба юқори кесимининг ташқи диаметри 2 м, асосининг ташқи диаметри 3,5 м. Деворининг қалинлиги тегишлича 25 см ва 1 м. Труба термасининг 1 м оғирлиги 1,6 кН га тенг. Труба вертикал проекциясининг 1 м га таъсир қиладиган энг катта шамол кучини аниқланг. Шамол таъсирида труба асосида чўзувчи кучланишлар бўлмайди. Шамолнинг трубанинг диаметрал кесими бўйича босимини бир текис тақсимланган деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 89,5 Н/м².

**10.59.** Деворга маҳкамланадиган краннинг қўштаврли балкаси $BC$ стойка $DE$ га ва тортқи $AC$ га шарнирли бириктирилган (расмга қаранг). Агар юк $P=4$ кН бўлса, балканинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.




10.59- масалага оид

*Жавоб:* 976 Н/см².

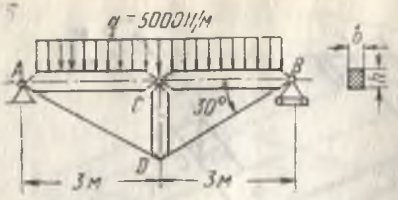
**10.60.** Деворга маҳкамланадиган краннинг стойкаси $DE$ (олдинги масаладаги расмга қаранг) иккита швеллер № 16 дан иборат; швеллерлар девори бир-бирига пайвандланган. Деворлар текислиги чизма текислигига параллел. Стойканинг кўндаланг кесимидаги бевосита $A$ нуқта остида жойлашган кесимдаги энг катта сиқувчи кучланишни аниқланг. Юк $P=4$ кН $C$ нуқтада деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 557 Н/см².

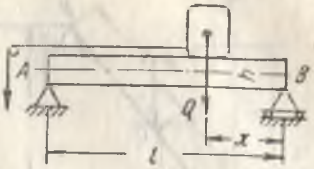
**10.61.** Томонларининг нисбати $h:b=1{,}5$ бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч шпренгел балкаси учларидан шарнирли таяниб туради, у тенг тақсимланган юк билан юкланган (расмга қаранг). Агар йўл қўйиладиган кучланиш 100 Н/см² бўлса, балка кўндаланг кесими ўлчамларини ҳамда $[\sigma]=1200$ Н/см² бўлса, пўлат тортқилар $AD$ ва $DB$ диаметрини аниқланг. Балка $AB$ нинг $C$ кесимида шарнир бор деб ҳисобланг:

*Жавоб:* $h=17{,}6$ см; $b=11{,}7$ см; $d=12{,}6$ мм.

**10.62.** Чиғир ёрдамида ёғоч балка $AB$ устида юк $Q=1$ кН сирпантириб судралмоқда (расмга қаранг). Балка тўғри тўрт-




10.61- масалага оид




10.62- масалага оид

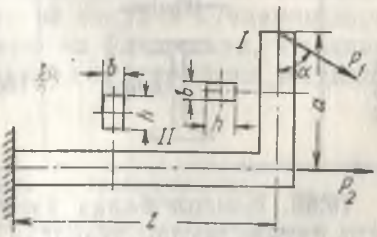
бурчак кесимли (баландлиги $h=30$ см, эни $b=10$ см, қулочи $l=6$ м) юк билан балка орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f=0{,}4$ деб ҳисобланг. Балкада энг катта сиқувчи кучланиш ҳосил бўладиган юк вазиятини ва шу кучланиш катталигини аниқланг. Юк $Q$ ни тўпланган, чиғир тросининг кучини юк ости сатҳида қўйилган деб ҳисобланг.

*Жавоб:* $x=2{,}97$ м; $\sigma_{max}=99{,}3$ Н/см$^2$.

**10.63.** Диаметри 6 см ли трубка юпқа резиналанган матодан қилинган бўлиб, учларидан елимлаб ёпиштирилган. Трубкага 1,2 атм. босим остида (атмосфера босимига қўшимча равишда) ҳаво ҳайдалган. Трубка учлари бир-биридан 30 см нари турган таянчлар устига қўйилган ва қулоч ўртасида тўпланган куч $P$ билан юкланган.

Трубка кесимининг бирор нуқтасида сиқувчи кучланишлар пайдо бўладиган пайтгача эгилишга ишлайди деб ҳисоблаб, $P$ кучининг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг. Куч ва таянч реакцияларнинг маҳаллий босимларини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 3,39 Н.

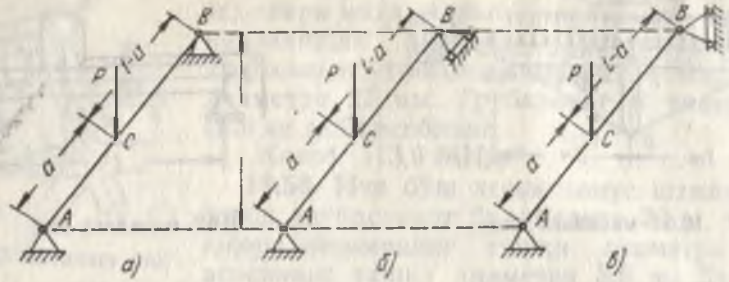



10.64- масалага оид

**10.64.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли тирсакли стержень деворга қистириб қўйилган. У иккита тўпланган куч $P_1$ ва $P_2$ билан юкланган (расмга қаранг). Стерженнинг ҳар бир участкаси учун эгувчи момент эпюраларини ясанг ҳамда энг катта нормал кучланишларни аниқланг. $P_1=360$ Н, $P_2=7200$ Н, $l=50$ см, $a=30$ см, $h=6$ см, $b=4$ см, $\alpha=60°$.

*Жавоб:* $\sigma_I=358$ Н/см$^2$; $\sigma_{II}=1078$ Н/см$^2$.

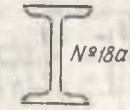
**10.65.** Узунлиги $l$ бўлган $AB$ балка қия ўрнатилган. Унинг $C$ кесимига вертикал йўналган тўпланган куч $P$ қўйилган (расмга қаранг). Балка узунлиги бўйича ўзгарадиган эгувчи момент ва бўйлама кучлар эпюраларини ясанг. Юқори шарнирли таянчнинг ҳар хил жойлашиш вариантлари учун энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг. Кўндаланг кесимнинг хили ва унинг ўлчамлари, балка узун-




10.65- масалага оид

лиги, юкланишнинг вазияти ва катталиги жадвалда кўрсатилган. Бунда жавоблар ҳам берилган. Ҳамма ҳолларда ҳам балканинг баландлиги кучларнинг таъсир йўналишига параллел.

*10.65- масалага*

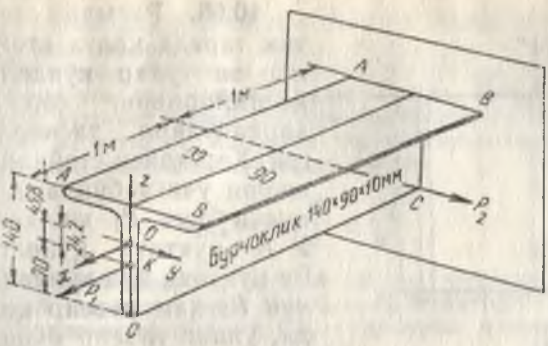
| Тартиб номери | Кесим хиллари ва ўлчамлари | $l$ см | $a$, см | $H$, см | $P$, кН | Юқори таянч варианти | Жавоб: Энг катта кучланишлар см² | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | чўз. | сиқ. |
| 1 |  | 180 | 80 | 150 | 2 | *а* | 86,0 | 87,0 |
| 2 | | | | | | *б* | 81,9 | 91,2 |
| 3 | | | | | | *в* | 80,1 | 93,0 |
| 4 |  | 160 | 60 | 140 | 10 | *а* | 1271 | 1357 |
| 5 | | | | | | *б* | 1142 | 1486 |
| 6 | | | | | | *в* | 1102 | 1526 |



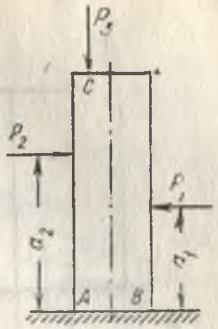


**10.66.** Консол балка ўзаро маҳкамланган тенг ёнлимас иккита бурчакликдан тузилган (расмга қаранг). Унга иккита куч таъсир қилади: $P_1=20$ кН, бу куч $x$ ўқига параллел бўлиб, балканинг эркин учига кесим баландлиги ўртасига қўйилган ($K$ нуқтада) ҳамда $P_2=750$ Н. Бу кучнинг $x$ ўқига перпендикуляр йўналиши балка ўрта кесимининг эгилиш маркази орқали ўтади. Нейтрал чизиқнинг вазиятини ҳамда $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги нормал кучланишлар қийматини (қисилган кесимдаги), шунингдек балка эркин учининг оғирлик маркази $O$ нинг тўлиқ силжишини аниқланг. Балканинг узунлиги $l=2\ a$.

*Ечимни текшириш учун маълумотлар.* Қисилган кесимдаги кучлар: $N=$ $=20.000$Н, $M_y=48400$ Н см ва $M_z=75000$ Н см. Қисилган кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишлар ушбу формула бўйича ҳисобланади: $\sigma=$ $=450{,}5-54{,}5z-153y$. $O$ нуқтанинг тўлиқ силжиши ясовчиларини қуйидаги формуладан топамиз:




10.66- масалага оид



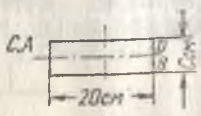
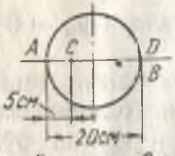
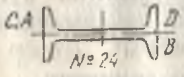

10.67- масалага оид

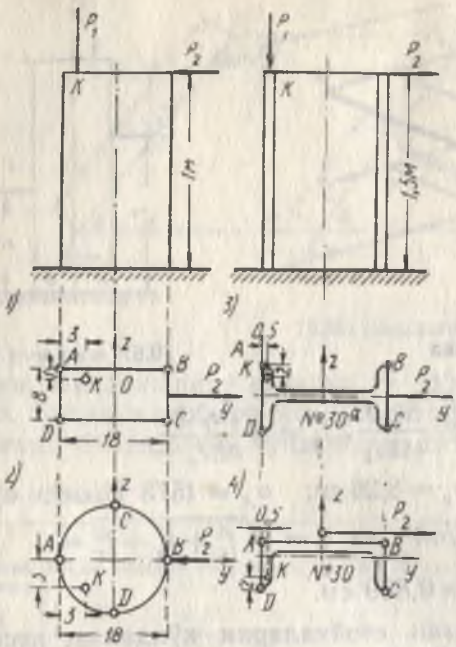
$$f_x = \frac{P_1 l}{EF}, \quad f_y = \frac{5P_2 l^3}{48EJ_z}, \quad f_z = \frac{P_1 \cdot z_p \cdot l^2}{8EJ_y}.$$

*Жавоб:* $a_y = 2{,}94$ см; $a_z = 8{,}26$ см; $\sigma_A = 1578$ Н/см²; $\sigma_B = -1177$ Н/см²; $\sigma_C = 964$ Н/см² ва $f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2 + f_x^2} = \sqrt{0{,}045^2 + 0{,}64^2 + 0{,}545^2} = 0{,}839$ см.

**10.67.** Расмда тасвирланган стойкаларни кўндаланг кесимнинг $C$ нуқтасига қўйилган $P_3$ куч сиқади. Стойка кучлар $P_1$ ва $P_2$ таъсирида эгилади. Кучлар таъсирининг боғлиқмаслик принципини қўллаш мумкин деб ҳисоблаб стойка баландлиги бўйича эгувчи моментнинг ўзгариш эпюрасини ясанг ҳамда стойканинг хавфли кесимида энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг. Кўндаланг кесим хиллари ва ўлчамлари, юкланишларнинг вазияти ва катталиги жадвалда келтирилган, жадвалда жавоблар ҳам берилган.

*10.67- масалага*

| Тартиб номери | Кўндаланг кесим хили ва ўлчамлари | Ўлчамлар, см | | Юкланишлар кН | | | Жавоб | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a_1$ | $a_2$ | $P_1$ | $P_2$ | $E_2$ | $AC$ томонда | $BD$ томонда |
| 1 |   | 120 | 80 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | −80,8 | +69,0 |
| 2 |   | 60 | 130 | 1,2 | 1,0 | 4,0 | +50,9 | 76,4 |
| 3 |   | 90 | 140 | 2,0 | 4,0 | 5,0 | +964 | −1251 |




10.68- масалага оид

**10.68.** Расмда схематик тарзда калта стойкалар ва улар кўндаланг кесимларининг ҳар хил вариантлари тасвирланган. Ҳар қайси стойканинг юқори учига бўйлама сиқувчи куч $P_1$ юкланган, у $K$ нуқтага қўйилган. Бу нуқтада яна кўндаланг куч $P_2$ ҳам таъсир қилади, унинг таъсир йўналиши кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади.

Стойкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг, унинг асосидаги кесимда нейтрал ўқ вазиятини ҳамда $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталарда нормал кучланишларни топинг, нейтрал ўқ исталган кўндаланг кесимда ўтадиган $H$ нуқта координаталарини кўрсатинг, юпқа деворли стойкаларнинг эгилиш-буралиш деформацияларини ҳисобга олманг.

Юклар $P_1$ ва $P_2$ нинг қийматлари ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган, жадвалда жавоблар ҳам берилган.

*10.68- масалага оид*

| Кесим номери | $P_1$, кН | $P_2$, кН | Жавоб | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $a_y$, см | $a_z$, см | $\sigma_A$, МПа | $\sigma_B$, МПа | $\sigma_C$, МПа | $\sigma_D$, МПа | $\sigma_{max}$, МПа |
| 1 | 1,8 | 0,16 | +1,81 | —1,78 | —10,26 | +2,14 | +7,76 | —4,64 | 10,26 |
| 2 | 2,5 | 0,30 | +1,13 | +4,05 | —8,84 | +6,88 | +1,40 | —3,17 | 9,14 |
| 3 | 12 | 2 | —14,8 | —1,66 | —10,45 | —153,2 | +56,5 | +105,1 | 162,5 |
| 4 | 6 | 1 | —13,7 | +1,47 | +26,8 | —5,7 | —106,3 | —73,8 | 112,5 |

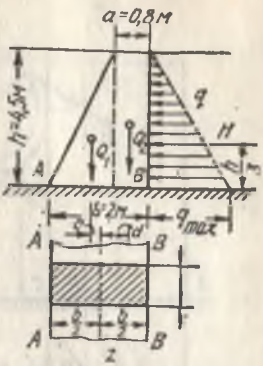
Барча ҳолларда ҳам $H$ нуқта координаталари $y_н = 0$ ва $z_н = a_z$ га тенг.

**10.69.** Кўндаланг қирқими расмда тасвирланган тош тирак девор тупроқ уюмини тутиб туради. Деворнинг солиштирма оғирлиги 1,8 га тенг. Тупроқнинг босими горизонтал йўналган бўлиб, девор баландлиги бўйича учбурчак қонунига кўра тақсимланган: асосига энг катта босим тўғри келади. $q_{max} = 1{,}5$ кН/м$^2$. Девор асосидаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Девор узунлиги бўйича 1 м жойни ажратиб оламиз. Деворнинг бу жойини пастки учидан қисилган, тупроқ босимидан эгиладиган ва ўз оғирлигидан сиқиладиган ғўла сифатида қараш мумкин. Девор асосида ғўланинг кесими энг зўриққан бўлади. Бу кесимдаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни қуйидаги формуладан ҳисоблаш мумкин:

$$\sigma_{max}^{min} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

Куч $N$ деворнинг ажратиб олинган қисмининг хусусий оғирлигига тенг: $N = Q_1 + Q_2$, бунда $Q_1$ — бурчак призманинг оғирлиги, $Q_2$ — тўртбурчак призманинг оғирлиги.



10.69- масалага оид

$$Q_1 = \frac{1}{2}\ h\ (b-a)\ l\ \gamma = \frac{1}{2}\ 4{,}5\ (2-0{,}8) = 4{,}86\text{кН},$$

$$Q_2 = hal \cdot \gamma = 4{,}5 \cdot 0.8 \cdot 1 \cdot 1{,}8 = 6{,}48\text{кН},$$

бўлганлиги учун $N$ 4,86+6,48=11,34 кН.

Эгувчи момент $M$ оғирликлар $Q_1$ ва $Q_2$ нинг кучлари моментлари йиғиндисига ҳамда тупроқ босимининг тенг таъсир этувчиси $H$ нинг девор асоси марказий ўқи атрофидаги моментлар йиғиндисига тенг.

$$M = Q_1\left(a + \frac{b-a}{3} - \frac{b}{2}\right) - Q_2 \cdot \frac{b-a}{2} + \frac{q_{max} \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{3} = 4{,}86 \cdot 0{,}2 - 6{,}48 \times$$

$$\times 0{,}6 + \frac{1{,}5 \cdot 4{,}5}{2} \cdot \frac{4{,}5}{3} = 2.15\ \text{кНм},$$

$$F = b \cdot l = 2 \cdot 1 = 2\text{м}^2 \text{ ва } W = W_z = \frac{lb^2}{6} = \frac{1 \cdot 2^2}{6} = 0{,}67\text{м}^3,$$

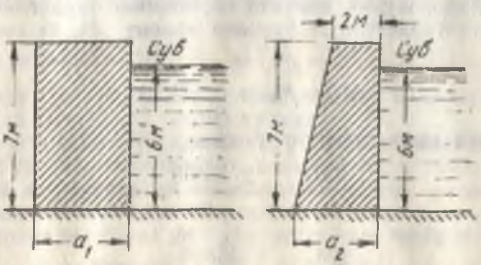
Шундай қилиб,

$$\sigma_{min}^{max} = -\frac{11{,}34}{2} \mp \frac{2{,}15}{0{,}67} = -5{,}67 \mp 3{,}22\text{кН/м}^2\ \sigma_{max} = \sigma_A = -899\text{кН/м}^2,$$
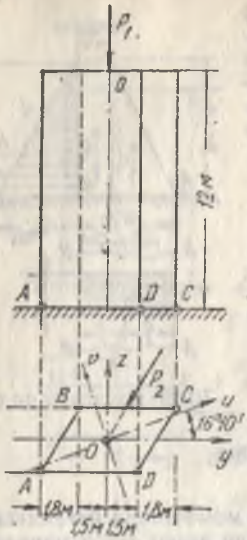
$$\sigma_{min} = \sigma_B = -245\ \text{кН/м}^2.$$

**10.70.** Расмда баландлиги 7 м ли бетон тўғоннинг кўндаланг кесими икки вариантда тасвирланган. Бетоннинг солиштирма оғирлигини 2 га тенг деб олиб, тўғоннинг зарур энини ($a_1$ ва $a_2$) шундай танлаш керакки, унинг асосида чўзувчи кучлар ҳосил бўлмасин.

*Жавоб:* $a_1 = 3{,}93$ м, $a_2 = 3{,}52$ м.



10.70- масалага оид




10.71- масалага оид

**10.71.** Планда қия бўлган тош кўприк таянчи (расмга қаранг) юқори кесимида вертикал куч $P=100$ кН (кўприк қулочи ва кўприкдан ўтаётган поезднинг оғирлиги) билан юкланган. Бу юк $O$ нуқтага қўйилган. Таянч яна кесими томонлари $AB$ ва $CD$ га параллел горизонтал куч $P_2=20$ кН (поезднинг тормозланиш кучи) билан ҳам юкланган. Таянч термасининг ҳажмий оғирлиги 2 кН/м³ га тенг. Таянч кўндаланг кесими бош $u$ ва $v$ инерция ўқларининг вазияти расмда кўрсатилган. $J_u = 8{,}94$ м⁴ ва $J_v = 33{,}4$ м⁴. Таянчнинг асосидаги горизонтал кесимда энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{шах} = \sigma_A = -59{,}5$ кН/м²; $\sigma_{min} = \sigma_C = -2{,}4$ кН/м².

## 33- §. Эгилиш ва буралиш

**10.72.** Валга иккита шкив ўтқазилган (расм, *а* га қаранг), шкивлар орқали тасмалар ташланган; тасмаларнинг тармоқлари бир-бирига параллел бўлиб, биринчи шкивда горизонтга 30° бурчак остида, иккинчи шкивда 45° бурчак остида қия; биринчи шкивдан тасма электр мотордан боради, бу тасмада кетувчи тармоқдаги зўриқиш келувчи тармоқдагидан икки марта катта. Иккинчи шкивдан тасма станокка боради. Бу тасмада келувчи тармоқдаги зўриқиш кетувчи тармоқдагидан икки марта катта. Станокнинг қуввати 100 о. к. Вал 200 айл/мин тезликда айланади. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, валнинг зарур диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш 800 Н/см².

*Ечим.* Вал эгилади, шкивлар орасидаги унинг қисми эса буралади. Буровчи момент қуйидаги формуладан аниқланади:

$$M_б = \frac{2250}{\pi n} N = \frac{2250 \cdot 100}{3{,}14 \cdot 200} = 358 \text{ Н·м}.$$

Биринчи шкивга кийдирилган тасманинг кетувчи *а* тармоғининг таранглигини $t_1$ билан белгилаймиз, шунда келувчи тармоқнинг таранглиги $2\,t_1$ га тенг бўлади. Шкивни айлантираётган ва буровчи момент $M_б$ га тенг бўлган момент учун

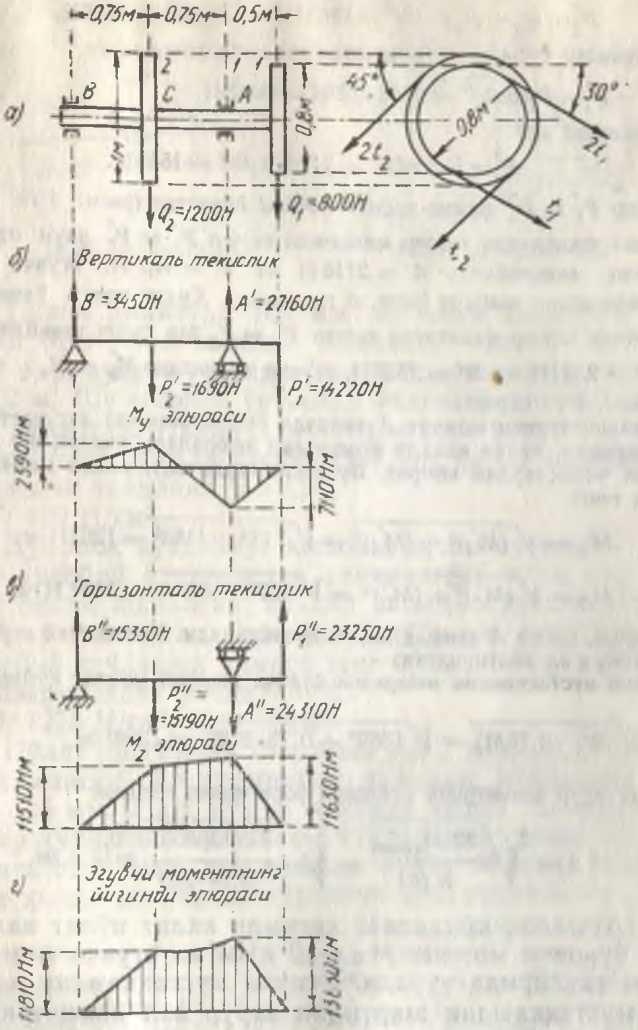
$$M_1 = M_б = \frac{1}{2} D_1 t_1;$$

бунда $D_1$ — биринчи шкив диаметри, бундан

$$t_1 = \frac{2M}{D_1} = \frac{2 \cdot 35800}{80} = 895\text{Н};$$

Иккинчи шкив учун айнан

$$t_2 = \frac{2M}{D_2} = \frac{2 \cdot 35800}{100} = 716\text{ Н}.$$




10.72- масалага оид

Шундай қилиб, шкивлар ўтқазилган кесимларда вал қия кучлар билан юкланган:

$$R_1 = 3t_1 = 3 \cdot 895 = 2685 \text{ Н} \quad \text{ва} \quad R_2 = 3t_2 = 3 \cdot 716 = 2148 \text{ Н}.$$

Бундан ташқари, ўша кесимларда шкивларнинг оғирлигига тенг вертикал кучлар: $Q_1 = 80$ Н ва $Q_2 = 120$ Н таъсир қилади.

Энг катта буровчи моментни ҳисоблаш учун олдин вертикал ва горизонтал текисликлардаги буровчи моментларни аниқлаймиз. Бунинг учун кучлар $R_1$ ва $R_2$ ни вертикал ва горизонтал ташкил этувчиларга ажратамиз. Вертикал ташкил этувчиларни шкивларнинг оғирликлари билан қўшамиз. Шунда биринчи шкивдан тушадиган вертикал юк қуйидагига тенг бўлади:

$$P_1' = Q_1 + R_1 \sin 30^\circ = 80 + 2685 \cdot 0{,}5 = 1423 \text{ Н}.$$

Иккинчи шкивдан эса

$$P_2' = Q_2 + R_2 \sin 45^\circ = 120 + 2148 \cdot 0{,}707 = 1639\text{Н}.$$

Биринчи шкивдан тушадиган горизонтал юк қуйидагига тенг:

$$P_1'' = R_1 \cos 30^\circ = 2685 \cdot 0{,}866 = 2365\text{Н}.$$

Иккинчи шкивдан эса

$$P_2'' = R_2 \cos 45^\circ = 2148 \cdot 0{,}707 = 1519\text{Н}.$$

Бунда юклар $P_1''$ ва $P_2''$ қарама-қарши томонга йўналган (расм, *в* га қаранг).

Вертикал текисликда таъсир қиладиган юклар $P_1'$ ва $P_2'$ учун оддий усулда реакцияларни аниқлаймиз: $A' = 2716$ Н ва $B' = 345$ Н, эгувчи моментлар $M_э' = M_y$ эпюрасини ясаймиз (расм, *б* га қаранг). Худди шунга ўхшаш, горизонтал текисликда таъсир қиладиган юклар $P_1''$ ва $P_2''$ дан таянч реакцияларни аниқлаймиз: $A'' = 2341$Н ва $B'' = 1535$Н, эгувчи моментлар $M_э'' = M_z$ эпюраларини ясаймиз (расм, *в* га қаранг).

Натижавий эгувчи момент $A$ таянчда ёки $C$ кесимда энг катта қийматга эришиши мумкин, чунки иккала моментлар эпюралари учлари шу кесимларда ётган синиқ чизиқлардан иборат. Бу кесимларда натижавий момент қиймати қуйидагига тенг:

$$M_A = \sqrt{(M_A')^2 + (M_A'')^2} = \sqrt{711^2 + 1163^2} = 1363\text{Н}\cdot\text{м}.$$

$$M_C = \sqrt{(M_C')^2 + (M_C'')^2} = \sqrt{259^2 + 1151^2} = 1181\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Шундай қилиб, кесим $A$ хавфли кесим ҳисобланади. Натижавий эгувчи момент эпюраси расм, *г* да келтирилган.

Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий момент қуйидагига тенг:

$$M_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{M_A^2 + 0{,}75 M_б^2} = \sqrt{1369^2 + 0{,}75 \cdot 358^2} = 1398\text{Нм}.$$

Валнинг зарур диаметрини қуйидаги формуладан топамиз:

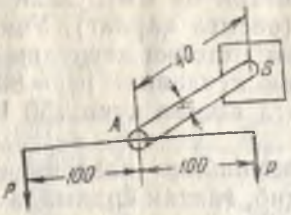
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\, M_{\text{ҳисоб}}}{\pi\, [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 139800}{3{,}14 \cdot 800}} = 12{,}1\ \text{см}.$$

**10.73.** Думалоқ кўндаланг кесимли яхлит пўлат вал хавфли кесимда буровчи момент $M_б = 10$ кНм ва эгувчи момент $M_э = 12$ кНм таъсирида туради. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан зарур вал диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ кН/м$^2$. Агар ҳисобни тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб бажарилганда валнинг диаметри қандай бўлиши керак эди?

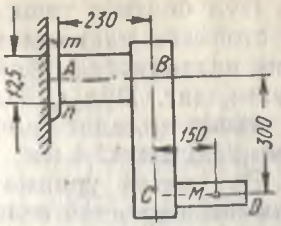
*Жавоб:* 126 мм; 124 мм.

**10.74.** Ички диаметри ташқи диаметрининг 0.6 улушини ташкил қилиши керак бўлган ичи бўш пўлат вал хавфли кесимда эгувчи момент $M_э = 9$ кНм ва буровчи момент $M_б = 12$ кНм таъсирига учрайди. Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 1200$ Н/см$^2$ бўлса ва энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланилса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг.

*Жавоб:* 245 мм, 147 мм.




10.76- масалага оид




10.77- масалага оид

**10.75.** Ташқи диаметри 160 мм ва ички диаметри 100 мм бўлган ичи бўш чўян валнинг айланиш тезлиги 100 айл/мин бўлиб, 200 о. к. қувват узатади. Таянч подшипниклар орасидаги масофа 1,2 м. Шу масофа ўртасида валга кўндаланг тўпланган куч 3 кН қўйилган. Иккинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, валнинг хавфли кесимидаги энг катта ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг. $\mu = 0{,}25$.

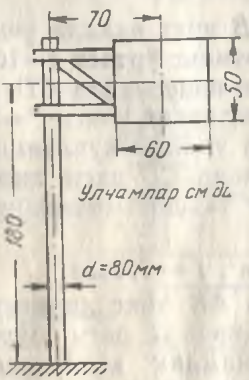
*Жавоб:* 409 Н/см².

**10.76.** Думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень $AB$ даги энг катта ҳисобий кучланишни аниқланг. У икки бир хил юк $P = 100$ Н билан юкланган. Юклар расмда кўрсатилгандек қўйилган. Агар юклардан бири олиб қўйилса, стержендаги энг катта ҳисобий кучланиш нимага тенг бўлади? Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

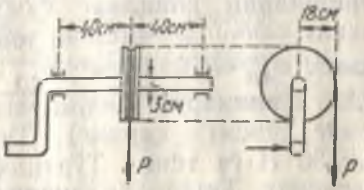
*Жавоб:* 1273 Н/см², 1518 Н/см².

**10.77.** Пўлат тирсаклик стержень $ABC$ расмда кўрсатилгандек маҳкамланган. $AB$ қисмининг думалоқ кўндаланг кесими диаметри 125 мм. 2 кН куч $M$ нуқтада чизма текислигига перпендикуляр қўйилган. Кўндаланг кучларнинг уринма кучланишларини ҳисобга олмай, энг хавфли нуқта $M$ даги бош кучланишларни ҳамда учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 451$ Н/см²; $\sigma_2 = -54$ Н/см²; $\sigma_{x\,III} = 505$ Н/см², $\sigma_{xIV} = 480$ Н/см²




10.78- масалага оид




10.79- масалага оид

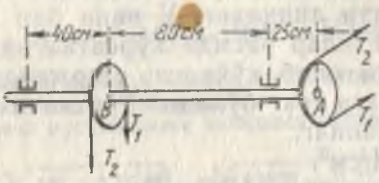
**10.78.** Йўл белгиси ташқи диаметри 80 мм бўлган ичи бўш думалоқ стойкага маҳкамланган (расмга қаранг). Учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, стойка деворининг қалинлигини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см², белгига таъсир қиладиган энг катта шамол кучи 150 Н/м².

*Жавоб:* 2,36 мм≈2,4 мм.

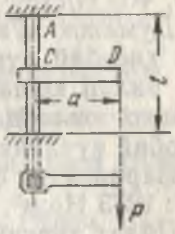
**10.79.** Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, ғалтак ёрдамида кўтариш мумкин бўлган энг катта йўл қўйиладиган юк $P$ қийматини аниқланг (расмга қаранг). Ғалтак валининг думалоқ кўндаланг кесими диаметри 30 мм. Вал материали учун йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².

*Жавоб:* 79 Н.

**10.80.** Иккита бир хил шкив $A$ ва $B$ валга ўтқазилган (расмга қаранг). 100 айл/мин да етакчи шкив $A$ 10 о. к. узатади. $A$ шкивдаги тасманинг иккала тармоғи горизонтал, $B$ шкивдагиники вертикал. Тасмаларнинг таранглиги: $T_2=150$ Н, $T_1>T_2$,




10.80- масалага оид




10.81- масалага оид

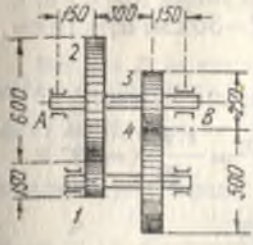
шкивларнинг диаметри 60 см га тенг. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, валнинг зарур диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².

*Жавоб:* 60 мм.

**10.81.** Квадрат кесимли пўлат брус $AB$ нинг иккала учи қисилган, кесим ўлчамлари 20×20 мм, қулочнинг ўртаси $l=160$ см да брусга худди ўшандек кесимли пўлат поперечина $CD$ маҳкамланган. Унинг узунлиги $a=30$ см. Унинг эркин учига $P=30$ Н куч қўйилган (расмга қаранг). Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра брусок $AB$ ва поперечина $CD$ даги ҳисобий кучланишларни аниқланг ҳамда $P$ куч таъсири йўналишида нуқтанинг қанча силжишини топинг.

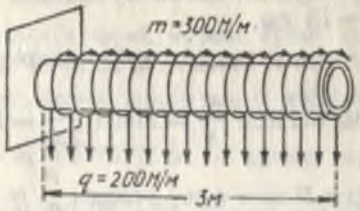
*Жавоб:* $\sigma_{AB}=704$ Н/см²; $\sigma_{CD}=675$ Н/см²; $f=9{,}4$ мм.

**10.82.** Цилиндрик тишли узатма вали $AB$ нинг диаметрини аниқланг (расмга қаранг). Тишли ғилдирак $1$ даги буровчи момент 30 Н·га тенг. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг. Тишли ғилдиракларнинг хусусий оғирликларини ҳисобга олманг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².










10.82- масалага оид

10.83- масалага оид

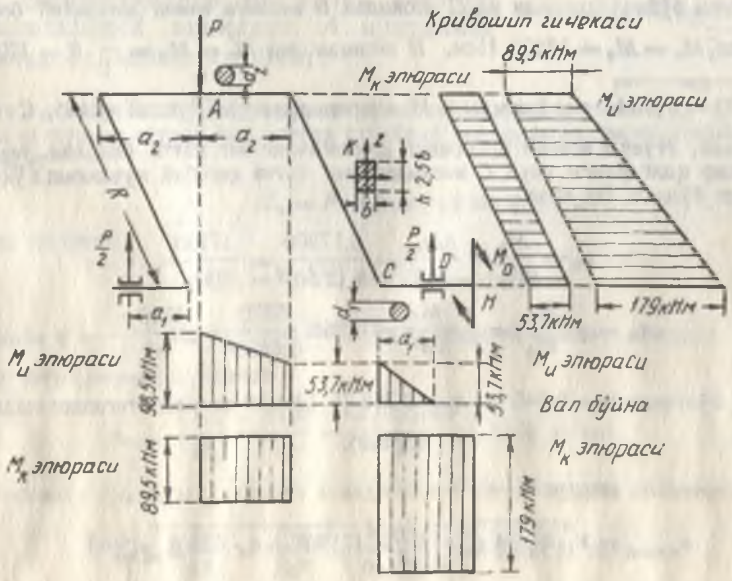
Учинчи мустаҳкамлик назарияси асосида валнинг диаметрини қанча олиш керак эди?

*Жавоб:* 56,2 мм; 57,8 мм.

**10.83.** Ташқи диаметри 80 мм ва деворининг қалинлиги 5 мм бўлган дюралюминий труба узунлиги бўйича текис тақсимланган моментлар таъсирида буралади $m=30$ Нм/м ҳамда тенг тақсимланган кўндаланг юк таъсирида эгилади $q=20$ Н/м (расмга қаранг). Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра трубанинг хавфли кесимидаги ҳисобий кучланишни аниқланг ҳамда энг катта эгилиш ва буралиш бурчагини топинг.

*Жавоб:* $\sigma_{\text{ҳисоб}} = 612$ Н/см², $f = 3{,}48$ см; $\varphi = 0{,}03$ рад $= 1°43{,}3'$

**10.84.** Энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланиб, расмда схематик тарзда тасвирланган кривошипли механизмнинг вали бўйни, шчекалари ва мотила бўйни ўлчамла-




10.84- масалага оид

рини аниқланг. $P$ кучининг ва подшипниклардаги реакцияларнинг таъсир йўналиши кривошип текислигига перпендикуляр. $n=200$ айл/мин да двигателдан узатиладиган қувват $N=50$ о. к. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см², $R=30$ см, $a_1=18$ см, $a_2=15$ см.

*Ечим.* Момент $M_б$ ва куч $P$ қийматларини формулалардан топамиз:

$$M_б = 71620\,\frac{N}{h} = 71620\,\frac{50}{200} = 17900 \text{ Н.м} \quad \text{ва} \quad P = \frac{M_б}{R} = \frac{17900}{30} = 597 \text{ Н}.$$

Кесим $D$ даги таянч реакция $\frac{P}{2}$ га тенг.

$CD$ участкада вал бўйини буралиш ва эгилиш таъсирига учрайди. Бу участкадаги буровчи момент ўзгармас бўлиб, $M_б = 17900$Н·см, эгувчи момент чизиқли қонун бўйича ўзгаради ва $C$ кесимда энг катта қийматга эришади. Бунда: $M_э = M_э^{max} = \frac{P}{2}\,a_1 = \frac{597}{2}\cdot 18 = 5370$ Н·см (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шундай қилиб, $C$ кесим хавфли ҳисобланади Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб,

$$\sigma_{ҳисоб} = \frac{1}{W_y}\sqrt{M_э^2 + M_б^2} \leqslant [\sigma].$$

Демак,

$$d_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{32}{\pi\,[\sigma]}\sqrt{M_э^2 + M_б^2}} = \sqrt[3]{\frac{32}{3{,}14\cdot 800}\sqrt{5370^2 + 17900^2}} \approx 6{,}2 \text{ см}.$$

Реакция $D$ ни ва кучлар жуфти $M_0$ ни $C$ кесимга кўчириб, кривошип шчекаси ҳам буралиш ва ҳам эгилишга учрашини кўрамиз. Шчека бўйича буровчи момент ўзгармайди, у $M_б = \frac{P}{2}\,a_1 = 5370$ Н см га тенг, эгувчи момент эса чизиқли қонун бўйича ўзгаради ва $C$ кесимдан $B$ кесимга томон кичрайиб боради. $C_1$ кесимда $M_э = M_0 = 17900$ Нсм, $B$ кесимда эса $M_э = M_0 = \frac{P}{2}\,R = 17900 - \frac{597}{2}\cdot 30 = 8950$ Н·см. (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шундай қилиб, $C$ кесим хавфли экан. Эгувчи момент кривошип шчекасининг энг катта бикрлик текислигида таъсир қилганлиги учун $C$ кесимдаги энг катта ҳисобий кучланиш $z$ ўқидаги $K$ нуқтада бўлади. Бу ерда

$$\sigma_к = \frac{M_э}{W_y} = \frac{6M_0}{bh^2} = \frac{6{,}17900}{b\,(2{,}5b)^2} = \frac{17190}{b^2},$$

$$\tau_к = \gamma\,\frac{M_б}{W_б} = \gamma\,\frac{M_б}{\beta\,b^3} = 0{,}766\,\frac{5370}{0{,}645b^3} = \frac{6380}{b^3}.$$

$\frac{h}{b} = 2{,}5$ бўлганда $\beta = 0{,}645$ ва $\gamma = 0{,}766$ (§ 13.4.38 масалага тегишли жадвалга қаранг).

Мустаҳкамлик шартидан

$$\sigma_{ҳисоб} = \sqrt{\sigma_к^2 + 4\,\tau_к^2} = \frac{1}{b^3}\sqrt{17190^2 + 4\cdot 6380^2} \leqslant [\sigma]$$

Ушбуни топамиз:

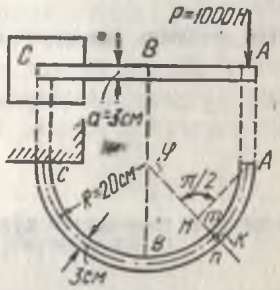
$$b \geqslant \sqrt[3]{\frac{\sqrt{17190^2+4\cdot 6380^2}}{800}} = 2{,}79 \approx 2{,}8 \text{ см}. \quad h = 2{,}5\cdot b = 7 \text{ см}.$$

Реакция $D$ ва кучлар жуфти $M_0$ ни $B$ кесимга кўчириб, мотило бўйни ҳам эгилиш ва буралишга учрашини кўрамиз. $AB$ участкадаги буровчи момент ўзгармайди ва $M_б = M_0 - \frac{P}{2} R = 8950$ Н см га тенг, эгувчи момент эса $B$ кесимдан $A$ кесимга ўсиб боради. $B$ кесимда $M_э = \frac{1}{2} Pa_1 = 5370$ Н см. $A$ кесимда эса $M_э = \frac{P}{2}(a_1 + a_2) = \frac{597}{2}(18+15) = 9850$ Н см. (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шунинг учун $A$ кесим хавфли кесим ҳисобланади. Мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз:

$$d_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{32}{\pi[\sigma]}\sqrt{M_э^2+M_б^2}} = \sqrt[3]{\frac{32\sqrt{9850^2+9860^2}}{3{,}14\cdot 800}} = 5{,}5 \text{ см}.$$

Кривошипли механизмнинг $A$ кесимидан чапдаги участкалари кўриб чиқилган $AB$, $BC$ ва $CD$ участкаларга қараганда анча қулай шароитда туради.

**10.85.** Квадрат кўндаланг кесими 3×3 см ли пўлат стержень ярим доира кўринишида букилган бўлиб, $C$ учи билан деворга қисилган. Унинг эркин учига куч $P = 1000$ Н қўйилган (расмга қаранг). Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, стерженнинг $B$ ва $C$ кесимларидаги энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг. $A$ нуқтанинг вертикал силжишини топинг.




10.85- масалага оид

*Ечим.* Куч $P$ $AB$ стерженнинг эгилиши ва буралишига сабаб бўлади. $A$ кесимга φ бурчак остида қия турган ихтиёрий $mn$ кесимда (расмга қаранг) эгувчи момент

$$M_э = P\cdot\overline{HA} \approx P\cdot R\sin\varphi,$$

буровчи момент

$$M_б = P\cdot\overline{HK} = P\cdot R(1-\cos\varphi).$$

$B$ кесимда $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $M_э = M_б = P\cdot R$. Бу кесимда эгилишдан вужудга келадиган энг катта нормал кучланиш

$$\sigma_{max} = \frac{M_э}{W_э} = \frac{6PR}{a^3} = \frac{6\cdot 1000\cdot 20}{3^3} = 4440 \text{ Н/см}^2.$$

Ўша кесимда буралишдан вужудга келадиган энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{max} = \frac{M_б}{W_б} = \frac{PR}{\beta a^3} = \frac{1000\cdot 20}{0{,}208\cdot 3^3} = 3560 \text{ Н/см}^2$$

(квадрат кесим учун коэффициент $\beta=0{,}208$—13-§ даги 4.38-масаладаги жадвалга қаранг). Эгри чизиқли стерженнинг буралиши натижасида пайдо бўладиган кучланишлар кичик бўлгани учун ҳисобга олмаймиз.

Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича $B$ кесимдаги энг катта ҳисобий кучланиш

$$\max \sigma_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2} = \sqrt{4440^2 + 3\cdot 3560^2} = 7600 \text{ Н/см}^2.$$

$C$ кесимда $\varphi = \pi$. $M_э = 0$ ва $M_б = 2P \cdot R$. Шунинг учун $\sigma = 0$, $\tau_{\max} = 2\cdot 3560 = 7120$ Н/см².

Бу кесимдаги ҳисобий кучланиш

$$\max \sigma_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{3\tau_{\max}^2} = \sqrt{3}\,\tau_{\max} = 1{,}732\cdot 7120 = 12330 \text{ Н/см}^2.$$

$C$ кесим $B$ кесимга қараганда ёмон шароитда туради.

$ABC$ стержень $A$ учининг $P$ куч таъсири йўналишида кўчишини Кастильяно теоремаси ёрдамида аниқлаймиз. Бунда стерженнинг эгилиш ва буралиш потенциал энергиясини ҳисобга оламиз. Стерженнинг $ds = Rd\varphi$ узунликдаги элементида эгилиш ва буралиш потенциал энергияси қуйидагича тенг:

$$dU_э + dU_б = \frac{M_э^2 d\varphi \cdot R}{2EJ_э} + \frac{M_б^2 \cdot Rd\varphi}{2GJ_б}.$$

Бутун стержень ҳажмидаги потенциал энергия:

$$U = U_э + U_б = \int_0^{\pi} \left( \frac{M_э^2}{2EJ_э} + \frac{M_б^2}{2GJ_б} \right) R \cdot d\varphi.$$

Кастильяно теоремасига кўра $f_A = \dfrac{\partial U}{\partial P} = \displaystyle\int_0^{\pi} \left( \frac{M_э \dfrac{\partial M_э}{\partial P}}{EJ_э} + \frac{M_б \dfrac{\partial M_б}{\partial P}}{GJ_б} \right) R \cdot d\varphi.$

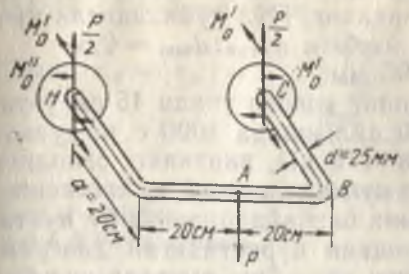
$\dfrac{\partial M_э}{\partial P} = R\sin\varphi$, $\dfrac{\partial M_б}{\partial P} = R(1-\cos\varphi)$, $G = 0{,}4E$, $J_э = \dfrac{a^4}{12}$ ва $J_б = \alpha \cdot a^4 = 0{,}14a^4$.

$$f_A = \frac{PR^3}{Ea^4} \int_0^{\pi} \left[ 12\sin^2\varphi + \frac{(1-\cos)^2}{0{,}42} \right] d\varphi = \frac{3\pi PR^3}{Ea^4} \left( 2 + \frac{1}{0{,}82} \right) =$$

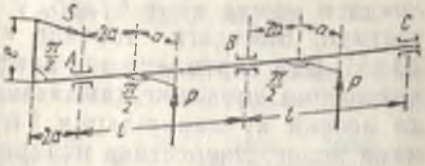
$$= \frac{3{,}14\cdot 3\cdot 100\cdot 20^3}{34\cdot 2\cdot 10^6} \left( 2 + \frac{1}{0{,}8\cdot 0{,}14} \right) = 0{,}51 \text{ см}.$$

**10.86.** Диаметри 25 мм ли думалоқ кўндаланг кесимли тўғри тўртбурчак пўлат скоба икки учидан деворга қисилган ва $P$ куч билан юкланган (расмга қаранг). Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, $P$ кучнинг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа/м². А нуқтанинг вертикал кўчишини ҳам топинг.

*Кўрсатма.* Деворга қисилган кесимларнинг ҳар бирида $1/2\ P$ га тенг вертикал реакция вужудга келади, вертикал текисликдаги таянч момент $M_0' = \dfrac{1}{2} Pa$ ҳамда $BC$ ёки $DH$ ўқ атрофидаги таянч момент $M_0''$. Бу момент $\dfrac{\partial U}{\partial M_0''} = 0$



10.86- масалага оид



10.87- масалага оид

шартидан аниқланади. Симметрия туфайли эгилиш ва буралиш потенциал энергиясини фақат *AB* ва *BC* участкаларда ҳисоблаш кифоя.

*Жавоб:* 1200 Н; 0,07 мм.

**10.87.** Диаметри 28 мм ли кулачокли вал *A*, *B* ва *C* подшипникларга маҳкамланган. У расмда схематик тарзда кўрсатилгандек юкланган. $P=800$ Н, $l=32$ см, $a=4$ см ва $e=5$ см. Энг катта уринма кучланишлар назариясидан келиб чиқиб, статик ноаниқликни очинг, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ҳамда валнинг хавфли кесимидаги ҳисобий кучланишни ҳисобланг.

*Жавоб:* 5600 Н/см$^2$.

## 34- §. Мураккаб қаршиликнинг умумий ҳоли

**10.88.** Қуйидаги ҳолларда материалнинг емирилиши юз берадиган юзалар стерженнинг кўндаланг кесим текислиги билан қандай $\alpha$ бурчакни ташкил қилади:

а) оддий чўзилишда; б) буралишда ва в) бир вақтда буралиш ва чўзилишда? Емирилиш пайтида кўндаланг кесим текислигида $\sigma=0{,}8\tau_{max}$ Материал мўрт ва пластик ҳолатда турган ҳолни кўриб чиқамиз. Масалани ечишда биринчи ва учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* Материал мўрт ҳолатда бўлганда: *б*) $\alpha=0,^\circ$, б) $\alpha=45^\circ$, в) $\alpha=34^\circ6'$.

Материал пластик ҳолатда бўлганда: *а*) $\alpha=45^\circ$, *б*) $\alpha=0$, *в*) $\alpha=10^\circ54'$.

**10.89.** Ташқи диаметри 80 мм ва ички диаметри 60 мм бўлган трубасимон стерженни моменти 4000 Нм бўлган кучлар жуфти бурайди. Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа бўлса, стерженга қўшимча равишда қандай энг катта чўзувчи куч қўйиш мумкин? Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* 273 кН.

**10.90.** Ичи бўш вал бир вақтнинг ўзида моменти 40 кНм бўлган кучлар жуфти билан буралишга ва 300 кН куч билан ўқ бўйлаб чўзилишга учрамоқда. Учинчи мустаҳкамлик наза-

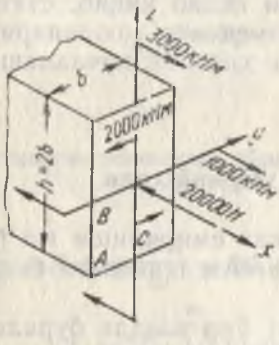
риясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 120$ МПа. Диаметрлар нисбати $d_{ички} : d_{таш} = 0{,}6$.

*Жавоб:* $d_{таш} = 159$ мм; $d_{ички} = 95$ мм.

**10.91.** Диаметри 22 см ли валнинг консол учида 45 см узунликдаги эшкак винт бўлиб, у 300 айл/мин да 4000 о. к. қувват узатади. Винтдаги тортиш кучи 170 кН, винтнинг оғирлиги 20 кН. Вал сиртидаги энг хавфли нуқтада асосий кучланишлар қийматини аниқланг ҳамда валнинг бир айланишида бу нуқтада асосий кучланишларни ўзгаришини кўрсатадиган диаграммани ясанг. Энергетика назариясига кўра ўша нуқтада ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* $\max \sigma_1 = 52{,}7$ МПа; $\max \sigma_3 = -39{,}6$ МПа; $\sigma_{ҳисоб} = 80{,}2$ МПа.

**10.92.** Ички диаметри 80 мм ва деворининг қалинлиги 5 мм бўлган пўлат труба ўқ бўйлаб сиқувчи куч 40 кН ва буровчи момент 3 кНм таъсирига учрамоқда. Учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, труба қўшимча равишда учраши мумкин бўлган энг катта йўл қўйиладиган ички (атмосфера босимидан ортиқча) босим қийматини аниқланг.



10.93- масалага оид

$[\sigma] = 120$ МПа. Ички босим трубада бўйлама зўриқишлар ҳосил қилмайди деб ҳисобланг. Энг катта уринма кучланишлар таъсир қиладиган юзаларнинг труба ўқига қиялик бурчагини аниқланг.

*Жавоб:* 17,8 ат; $10^\circ 48'$.

**10.93.** Расмда кўрсатилгандек кучлар қўйилган тирсакли вал шчекасининг тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими ўлчамларини аниқланг. Томонларининг нисбати $h : b = 2$. Энг катта уринма кучланишлар назариясини қўлланг. $[\sigma] = 80$ МПа.

*Ечим.* Кесимдаги энг хавфли нуқта қуйидагилардан бири ҳисобланади:

*1) A* нуқта, бунда куч $N$ ва моментлар $M_y$ ва $M_z$ нинг нормал кучланишлари бир хил ишорали (сиқилиш), бу нуқтада уринма кучланишлар бўлмайди;

2) *B* нуқта, унда буралишдан ҳосил бўладиган уринма кучланишлар энг катта бўлади, сиқувчи нормал кучланишлар эса фақат $N$ кучдан ва $M_z$ моментдан пайдо бўлади;

3) *C* нуқта, бунда буралишдан вужудга келадиган уринма кучланишлар *B* нуқтадагидан бир оз кичик бўлади, сиқувчи нормал кучланишлар эса $N$ кучдан ва $M_y$ моментдан каттароқ $M_z$ моментдан пайдо бўлади.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бу нуқталардан ҳар қайсиси учун материалнинг мустаҳкамлик шартини тузамиз.

Шчека ўлчами $b$ орқали ифодаланган кесимларнинг геометрик характеристикалари: $F = bh = 2b^2$, $W_y = \dfrac{bh^2}{6} = \dfrac{4b^3}{6} = \dfrac{2}{3} b^3$,

$W_z = \dfrac{hb^2}{6} = \dfrac{b^3}{3}$ · ва $W_б = \beta b^2 = 0{,}493\, b^3$ ($h : b = 2$ коэффициентда $\beta = 0{,}493$. § 13 даги 4.38 масаладаги жадвал).

Уқлар $y$ ва $z$ дан энг узоқ $A$ нуқтада материалнинг мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

ҳисоб $\sigma_A = |\sigma_A| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|M_z|}{W_z} = \frac{2000}{2b^2} + \frac{30000}{2b^3} \cdot 3 + \frac{10000}{b^3} \cdot 3 =$

$$= \frac{1000}{b^2} + \frac{75000}{b^3} \leqslant [\sigma] = 8000 \text{ Н/см}^2.$$

$|\sigma_A| = |\sigma|$ деб ҳисоблаб, $b$ ни аниқлаш учун қуйидаги тенгламани оламиз: $8000b^3 - 1000b - 75000 = 0$ ёки $b^3 - 1{,}25b - 93{,}75 = 0$. Танлаш йўли билан $b = 4{,}6$ см ни топамиз.

$B$ нуқтадаги нормал кучланиш $|\sigma_B| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_z|}{W_z} = \frac{1000}{b^2} + \frac{30000}{b^3}$.

Уринма кучланиш эса

$$|\tau_B| = \frac{|M_б|}{W_б} = \frac{20000}{0{,}493b^3} = \frac{40570}{b^3}.$$

Мустаҳкамлик шарти

ҳисоб $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} = \sqrt{\left(\frac{1000}{b^2} + \frac{30000}{b^3}\right)^2 + 4\left(\frac{40570}{b^3}\right)^2} \leqslant [\sigma] =$

$= 8000$ Н/см$^2$.

$\sigma_B = [\sigma]$ деб ҳисоблаб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$b^6 - 1{,}563\,b^2 + 93{,}75\,b - 11690 = 0.$$

Танлаш йўли билан $b = 4{,}8$ см ни топамиз.

$C$ нуқтадаги нормал кучланиш: $|\sigma_c| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_y|}{W_y} = \frac{1000}{b^2} + \frac{45000}{b^3}$,

уринма кучланиш эса: $|\tau_C| = \gamma|\tau_B| = 0{,}795 \cdot \frac{40570}{b^3} = \frac{32250}{b^3}$;

$h:b = 2$ да $\gamma = 0{,}795$.

Мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

ҳисоб $\sigma_C = \sqrt{\sigma_C^2 + 4\tau_C^2} = \sqrt{\left(\frac{1000}{b^2} + \frac{45000}{b^3}\right)^2 + 4\left(\frac{32250}{b^3}\right)^2} \leqslant [\sigma] = 800$ Н/см$^2$.

$\sigma_C = [\sigma]$ деб ҳисоблаб, қуйидаги тенгламани оламиз:

$$b^6 - 1{,}563\,b^2 - 140{,}63b = 9665 = 0.$$

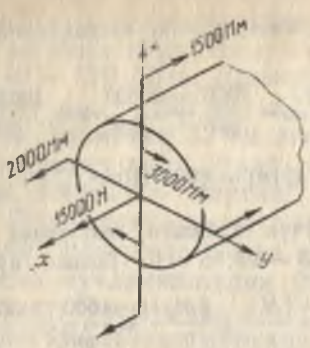
Танлаш йўли билан $b = 4{,}7$ см ни топамиз.

$B$ нуқта энг хавфли нуқта экан. Вал шчекаси ўлчамларини қуйидагиларга тенг деб қабул қилиш керак: $b = 4{,}8$ см ва $h = 2 \cdot 4{,}8 = 9{,}6$ см.

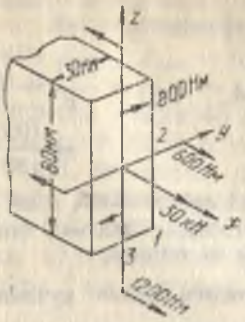
**10.94.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими $10 \times 4$ см ли стержень моменти 1000 Нм бўлган жуфт кучлар таъсирида буралади ва марказий қўйилган куч 60 кН таъсирида чўзилади. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра энг катта ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 5060 Н/см$^2$.

**10.95.** Тирсакли валнинг мотило бўйни расмда кўрсатилгандек юкланган. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, бўйиннинг зарур диаметрини




10.95- масалага оид




10.96- масалага оид

аниқланг. $[\sigma] = 120$ МПа. Хавфли нуқта координаталарини кўрсатинг.

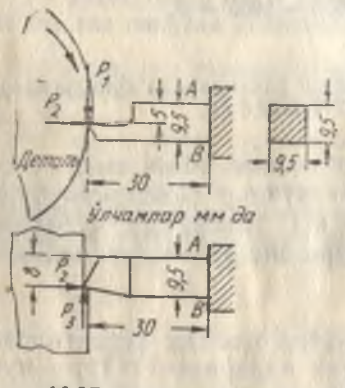
*Жавоб:* 68 мм; $y_0 = -2{,}73$ см; $z_0 = -2{,}04$ см.

**10.96.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесим $3 \times 8$ см ли тирсакли вал бўйни расмда кўрсатилгандек юкланган. Нейтрал ўқ вазиятини аниқланг ва учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, шчеканинг кўндаланг кесимидаги энг хавфли учта нуқтада ҳисобий кучланишларни топинг (тўғри тўртбурчаклик бурчаги учида ва унинг томонлари ўртасида).

*Жавоб:* $a_y = -0{,}375$ см; $a_z = +1{,}33$ см; $\sigma_{x_1} = 100$ мН/м²;

$$\sigma_{x.2} = 105{,}4 \text{ мН/м}^2; \ \sigma_{x.3} = 82{,}1 \text{ мН/м}^2.$$

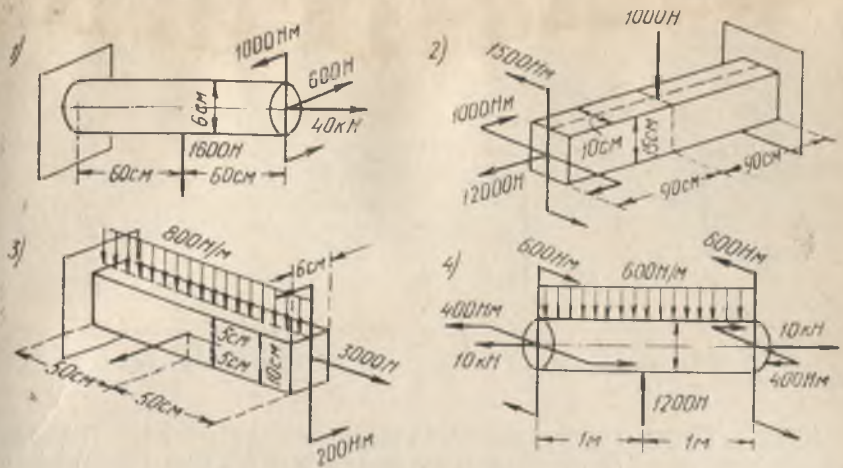
**10.97.** Деталь йўнилаётганда токарлик станоги кескичининг тиғи (расмга қаранг) учта ўзаро перпендикуляр зўриқиш таъсирига учрайди: $P_1$— тор маънода кесишга қаршилик, $P_2$— кескични орқага қайтаришга интиладиган радиал куч ва $P_3$— деталь ўқига параллел бўлган ўқ бўйлаб йўналган зўриқиш ёки узатиш зўриқиши.




10.97- масалага оид

Энергетика мустаҳкамлик назариясига кўра энг хавфли учта нуқтада ва кескичнинг $AB$ кесими марказида (кескични бу кесимда қисилган деб ҳисоблаб) ҳисобий кучланишни аниқланг. $P_1 = 600$ Н, $P_2 = 0{,}15\ P_1$ ва $P_3 = 0{,}35\ P_1$. Ҳисобни кўндаланг кучлар тушадиган уринма кучланишларни ҳисобга олиб ва ҳисобга олмай бажаринг. Айтилган нуқталарда ажратилган элементларнинг қирралари бўйича қандай кучланишлар таъсир этишини кўрсатинг.

*Жавоб:* Кўндаланг кучларни ҳисобга олганда: 169,2 МПа, 130,5МПа,




10.98- масалага оид

6,04 МПа, 21,2 МПа. Қўндаланг кучларни ҳисобга олмаганда: 169,2 МПа, 127,1 МПа, 48,5 МПа, 1,0 МПа.

**10.98.** Расмда тасвирланган думалоқ ва тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли стерженлар учун учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 1) 85 МПа: 2) 19,91 МПа; 3) 9,5 МПа; 4) 8,83 МПа.

**10.99.** Думалоқ кўндаланг кесимли $ABCD$ пўлат тирсакли стержень учи $A$ нинг тўлиқ силжиш катталигини ҳамда силжишни ташкил қиладиган учта ясовчи катталигини аниқланг (расмга қаранг).

Юкланиш $P=1000$ н.

*Ечим.* $Q=1$ куч йўналишида $A$ нуқтанинг кўчиши қуйидагига тенг:

$$f_Q = -\frac{Pl_1\, l_3^2}{2EJ_э} = -\frac{100°\cdot 20\cdot 30^2}{2\cdot 10^7\cdot 12{,}57} = -0{,}0358 \text{ см}.$$

$A$ нуқта вертикал бўйича $Q=1$ куч йўналишига тескари томонга, яъни юқорига кўчади.

$H=1$ куч йўналишидаги кўчиш қуйидагига тенг:

$$f_H = \frac{Pl_2\, l_3^2}{2EJ_э} = \frac{100°\cdot 25\cdot 30^2}{2\cdot 2\cdot 10^7\cdot 12{,}57} = 0{,}0448 \text{ см}.$$

$S=1$ куч йўналишидаги кўчиш қуйидагига тенг:

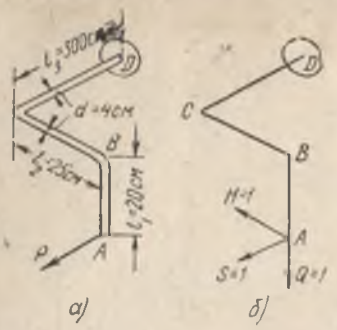
$$f_S = \frac{P}{E}\left[\frac{l_3}{F} + \frac{l_1^2 l_2\, E}{GJ_p} + \frac{1}{3J_б}\left(l_1^3 + l_2^3 + 3l_1^2\, l_3 + 3\, l_2^2 l_3\right)\right] =$$

$$= \frac{1000}{2\cdot 10^7}\left[\frac{30}{12{,}57} + \frac{20^2\cdot 25\cdot 2\cdot 10^7}{8\cdot 10^6\cdot 2\cdot 12{,}57} + \frac{1}{3\cdot 12{,}57}(20^2 + 25^3 + 3\cdot 20^2\cdot 30 + \right.$$

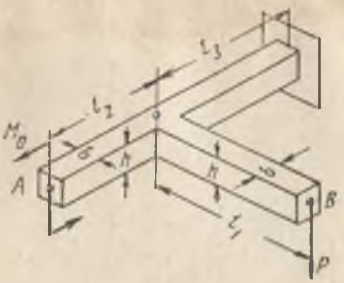
$$\left. + 3\cdot 25^2\cdot 30)\right] = 0{,}2035 \text{ см}.$$

$A$ нуқтанинг фазодаги тўлиқ кўчиши:

$$f = \sqrt{f_Q^2 + f_H^2 + f_S^2} = \sqrt{0{,}0358^2 + 0{,}0448^2 + 0{,}2035^2} = 0{,}212 \text{ см}.$$




10.99- масалага оид

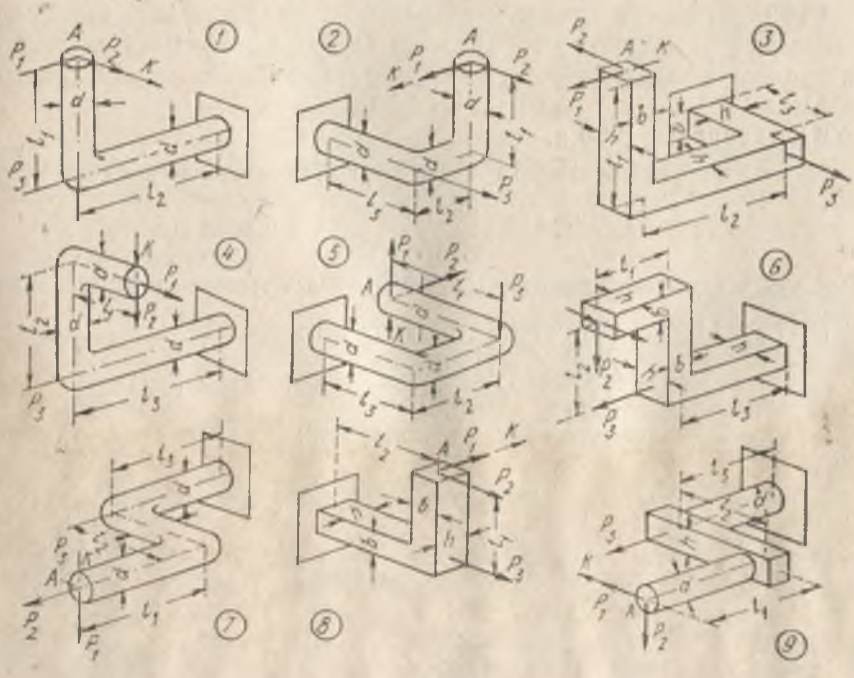



10.100- масалага оид

**10.100.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли, пўлат тирсакли стерженнинг $A$ ва $B$ нуқталари вертикал силжишлари катталигини аниқланг (расмга қаранг), $P = 10$ кН, $M_0 = 10$ кНм, $l_1 = 1$ м, $l_2 = 0{,}8$ м, $l_2 = 0{,}8$ м, $l_3 = 1$ м, $b = 8$ см ва $h = 12$ см.

*Жавоб*:

$$f_A = 0{,}71 \text{ см}; \quad f_B = 1{,}54 \text{ см}.$$



10.101- масалага оид

**10.101.** Расмда тасвирланган пўлат тирсакли стерженлар учун стерженнинг ҳар қайси участкасидаги бўйлама куч, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг, учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг ва $K$ стрелка билан кўрсатилган йўналишда $A$ кесимнинг оғирлик маркази силжишини топинг. Стерженларнинг ўлчамлари ва юкланишларнинг катталиклари жадвалда берилган. Жадвалда жавоблар ҳам келтирилган.

*10.101-масалага доир*

| Схема ва вариант номери | Ўлчамлари, см | | | | | | Юкланиш, кН | | | Жавоб | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $d$ | $h$ | $b$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $\sigma_{ҳис.}$, МПа | $f$, см |
| 1*а* | 6 | — | — | 60 | 80 | — | 0,8 | 1,2 | 90 | 89,4 | 0,57 |
| 1*б* | 5 | — | — | 90 | 60 | — | 1 | 0,6 | 40 | 109,1 | 0,90 |
| 2*а* | 4 | — | — | 30 | 40 | 60 | 0,5 | 0,3 | 20 | 87,8 | 0,45 |
| 2*б* | 7 | — | — | 50 | 80 | 40 | 1,2 | 1,0 | 80 | 64,4 | 0,23 |
| 3*а* | — | 5 | 3 | 60 | 30 | 20 | 7,5 | 0,45 | 25 | 99,7 | 0,83 |
| 3*б* | — | 9 | 5 | 70 | 40 | 60 | 2,5 | 4,0 | 60 | 133 | 0,87 |
| 4*а* | 6 | — | — | 60 | 80 | 60 | 0,9 | 2,0 | 30 | 116,1 | 1,49 |
| 4*б* | 8 | — | — | 80 | 90 | 60 | 1,6 | 3,0 | 90 | 96,2 | 1,31 |
| 5*а* | 9 | — | — | 80 | 60 | 90 | 6,0 | 9,0 | 7,5 | 122,7 | 0,75 |
| 5*б* | 7 | — | — | 70 | 50 | 80 | 6,0 | 4,0 | 2,0 | 161,2 | 1,90 |
| 6*а* | — | 10 | 6 | 40 | 60 | 50 | 5,0 | 6,0 | 90 | 150 | 0,54 |
| 6*б* | — | 8 | 4 | 40 | 30 | 40 | 3,6 | 2,0 | 40 | 155 | 0,51 |
| 7*а* | 5 | — | — | 40 | 50 | 40 | 1,0 | 0,8 | 40 | 102,1 | 0,71 |
| 7*б* | 4 | — | — | 30 | 20 | 40 | 0,6 | 0,8 | 30 | 97,9 | 0,38 |
| 8*а* | — | 6 | 4 | 30 | 50 | — | 1,8 | 1,6 | 38 | 84,0 | 0,19 |
| 8*б* | — | 8 | 3 | 60 | 40 | — | 2,0 | 1,5 | 60 | 162,3 | 0,73 |
| 9*а* | 5 | 6 | 6 | 50 | 30 | 50 | 1,2 | 1,0 | 50 | 154,7 | 0,69 |
| 9*б* | 8 | 9 | 6 | 60 | 50 | 40 | 4,0 | 5,0 | 80 | 151,7 | 0,55 |

**10.102.** Тирсакли стержень $ABCH$нинг ҳар қайси участкаси учун (расмга қаранг) бўйлама куч, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ва энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланиб, қуйидаги вариантлардан бирини ечинг:

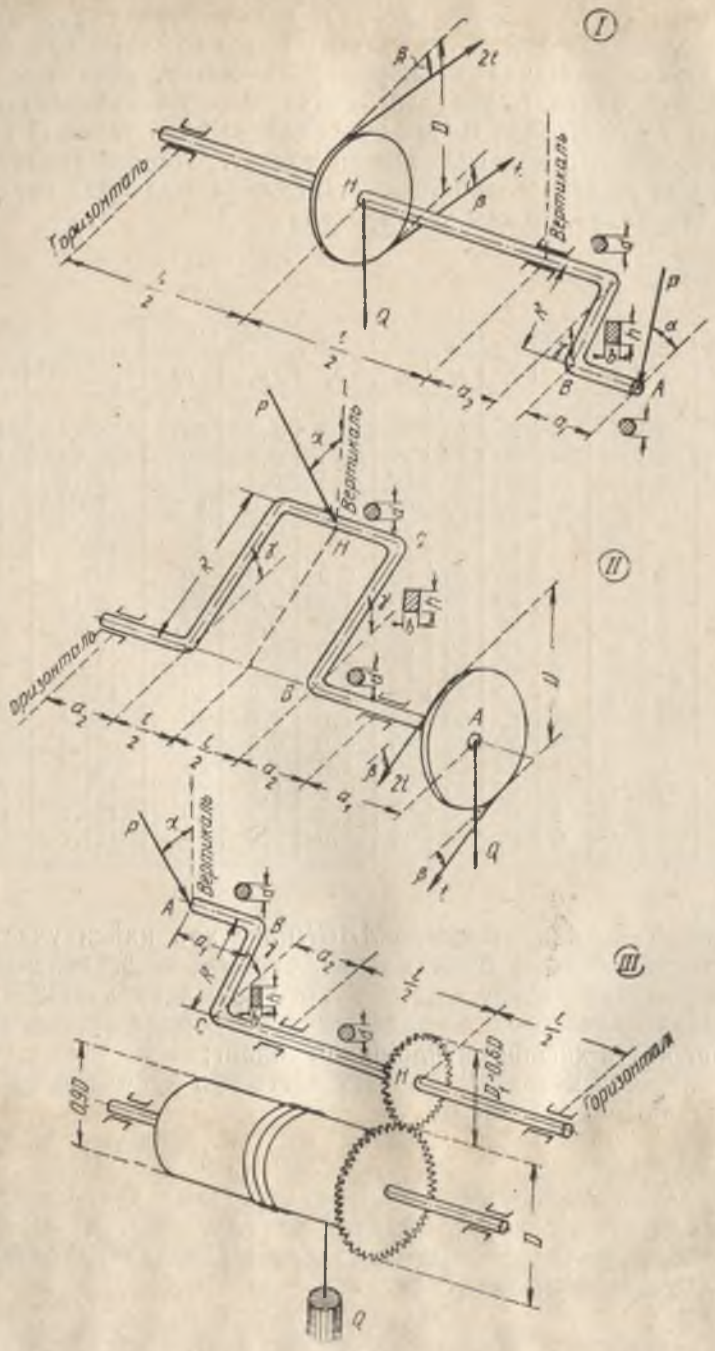
а) энг катта ҳисобий кучланишни топинг;

б) юк $Q$ ёки қувват $N$ нинг энг катта йўл қўйиладиган оғирлик катталигини белгиланг;

в) стерженнинг думалоқ ва тўғри тўртбурчак кесимлари ўлчамларини аниқланг.

Қўндаланг кучлар ҳосил қиладиган уринма кучланишларни ҳисобга олманг. Асосий йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа.

Ҳисоблаш учун зарур маълумотлар жадвалда келтирилган. Жадвалда жавоблар ҳам берилган.




10.102- масалага оид

*10.102- масалага доир*

| Тартиб номери | Схема ва вариант номери | Стержень ўлчамлари, см | | | | | Кесимлар ўлчамлари, мм | | | | Бурчаклар | | | $N$ о.к. | $n$ айл/мин | $Q$, кг | Жавоб |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a_1$ | $a_2$ | $l$ | $R$ | $D$ | $d$ | $b$ | $h$ | $h/b$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | | | | |
| 1 | I—а | 8 | 8 | 20 | 40 | 60 | 100 | 65 | 110 | — | 45° | 0° | 30° | 150 | 250 | 70 | $\sigma_{ўр} = 806$ кг/см² |
| 2 | I—б | 10 | 15 | 18 | 28 | 36 | 68 | 32 | 80 | — | 60° | 30° | 0° | — | 500 | 0 | $[N] = 120$ л.с |
| 3 | I—в | 12 | 10 | 16 | 25 | 40 | — | — | — | 3 | 90° | 30° | 0° | 100 | 300 | 60 | $d = 74$ мм, $h = 99$ мм, |
| 4 | II—а | 11 | 18 | 25 | 30 | 60 | 40 | 20 | 50 | — | 20° | 45° | 30° | 9 | 300 | 90 | $\sigma_{хис} = 816$ кг/см² |
| 5 | II—б | 15 | 10 | 24 | 40 | 40 | 90 | 60 | 96 | — | 18° | 45° | 0° | — | 600 | 0 | $[N] = 189$ л.с |
| 6 | II—в | 15 | 12 | 20 | 50 | 50 | — | — | — | 1,7 | 24° | 90° | 0° | 145 | 500 | 60 | $d = 82$ мм, $h = 90,9$ мм |
| 7 | III—а | 24 | 16 | 80 | 40 | 30 | 30 | 14 | 35 | — | 30° | — | 45° | — | — | 120 | $\sigma_{хис} = 823$ кг/см² |
| 8 | III—б | 20 | 10 | 90 | 30 | 27 | 32 | 12 | 45 | — | 0° | — | 0° | — | — | — | $[Q] = 117,9$ кг |
| 9 | III—в | 15 | 10 | 80 | 32 | 28 | — | — | — | 2,5 | 90° | — | 90° | — | — | 80 | $d = 25,8$ мм, $h = 28$ мм |

## 35- §. Юпқа деворли стерженлар

**10.103.** Расм, *а* да тасвирланган профиль учун эгилиш маркази вазиятини аниқланг, асосий секториал координаталар эпюрасини ясанг ва секториал инерция моменти катталигини ҳисобланг.

*Ечими.* Кесим $z$ ўққа нисбатан симметрик бўлгани учун оғирлик маркази $C$ ва эгилиш маркази $A$ бир ўқда ётади. Кесим оғирлик марказининг пастки токча ўрта чизиғидан масофаси $z_C$ қуйидагига тенг:

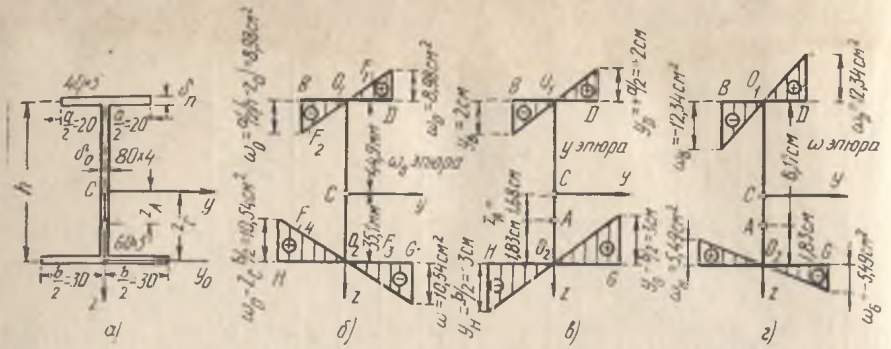
$$z_C = \frac{S_{y0}}{F} = \frac{-4\cdot0,5\cdot8-8\cdot0,4\cdot4}{4\cdot0,5+8\cdot0,4+6\cdot0,5} = -\frac{28,8}{8,2} = -3,51 \text{ см}.$$

$C$ кесим оғирлик марказидан эгилиш маркази $A$ гача бўлган масофа $z_A$ ни топиш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади: $z_A = -\dfrac{S_{\omega_0 y}}{J_z}$, бунда: $S_{\omega_0 y}$ — қутб $C$ га нисбатан кесимнинг секториал-чизиқли статик моменти; $J_z$ — асосий марказий инерция ўқи $z$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти. Ҳисоб боши сифатида $O_1$ нуқтани қабул қилиб, секториал юзаларнинг қўшимча эпюрасини $\omega_0$ ни ясаймиз (расм, *б* га қаранг).

Секториал чизиқли статик мемент $S_{\omega_0 y}$ ушбу ифодадан аниқланади:

$$S_{\omega_0 y} = \int_F \omega_0 y\, dF = \int_P \omega_0 y\, \delta_т\, dy.$$

Интеграл Верешчагин усулида ҳисобланиши мумкин. Бунинг учун эпюра юзаларининг оғирлик марказлари тагида ётган масофалар $y$ ни эпюралари координаталарига кўпайтириш керак (расм, *в* га қаранг). Устки токчанинг ўнг ярми учун эпюра $\omega_0$ юзаси мусбат бўлиб, $F_1 = \dfrac{1}{2}(h - z_C)\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{a}{2} = \dfrac{h - z_C}{8}a^2$ га тенг. Юза $F_1$ оғирлик маркази тагидаги эпюра, $y$ ординаталари эса мусбат бўлиб, $y_1 = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a}{2} = \dfrac{a}{3}$ га тенг. Шундай қилиб, $S'_{\omega_0 y} = \dfrac{a^3}{24}(h - z_c)\delta_т$. Устки




10.103- масалага оид

токчанинг чап ярми учун $F_2 = -\frac{1}{8}(h - z_c)a^2$, ордината эса $y_2 = -\frac{a}{8}$.

Шунинг учун $S^{II}\omega_0 y = \frac{a^3}{24}(h - z_c)\delta_т$.

Худди шунга ўхшаш пастки токчанинг ўнг ва чап ярми учун қуйидагини топамиз:

$$S^{IV}_{\omega_0 y} = S^{IV}_{\omega_0 y} = -\frac{b}{24} z_e \delta_т.$$

Секториал-чизиқли статик моментнинг тўлиқ катталиги қуйидагига тенг:

$$S_{\omega_0 y} = 2(S^{I}_{\omega_0 y} + S^{III}_{\omega_0 y}) = \frac{\delta_ў}{12}[a^3(h - z_c) - b^3 z_c] =$$

$$= \frac{0,5}{12}[4^2 \cdot (8 - 3,51) - 6^3 \cdot 3,51] = -19,62 \text{ см}^5.$$

Кесимнинг $z$ ўққа нисбатан инерция моменти қуйидагига тенг:

$$J_z = \frac{h\delta_y^3 + (a^3 + b^3)}{12}\delta_т = \frac{8 \cdot 0,4^3 + (4^3 + b^3)}{12} \cdot 0,5 = 11,71 \text{ см}^4,$$

эгилиш маркази координатаси эса

$$z_A = \frac{S_{\omega_0 y}}{J_z} = +\frac{19,62}{11,72} = 1,68 \text{ см}.$$

Энди нуқта $A$ ни асосий секториал қутб учун қабул қилиб, $O_1$ ва $O_2$ нуқталарни эса асосий нолинчи секториал нуқталар учун қабул қилиб, асосий секториал координаталар эпюрасини ясаймиз (расм, *г* га қаранг). Бунда

$$\omega_D = -\omega_B = \frac{a}{2}[zo_1] = 6,17 \cdot \frac{4}{2} = 12,34 \text{ см}^2 \text{ ва } \omega_H = -\omega_c = \frac{b}{2}|zo_2| =$$

$$= 1,83 \cdot \frac{6}{2} = 5,49 \text{ см}^2.$$

Секториал инерция моментини ҳисоблаш учун $J_\omega = \int_F \omega^2 dF$, яна Верешчагин усулидан фойдаланамиз. Устки токчанинг ўнг ярми учун қуйидагига эга бўламиз: $J'_\omega = \frac{1}{2}\omega_D \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{3}\omega_D \delta_т = \frac{1}{6}a\delta_т \cdot \omega_D^2$;

устки токчанинг чап ярми учун

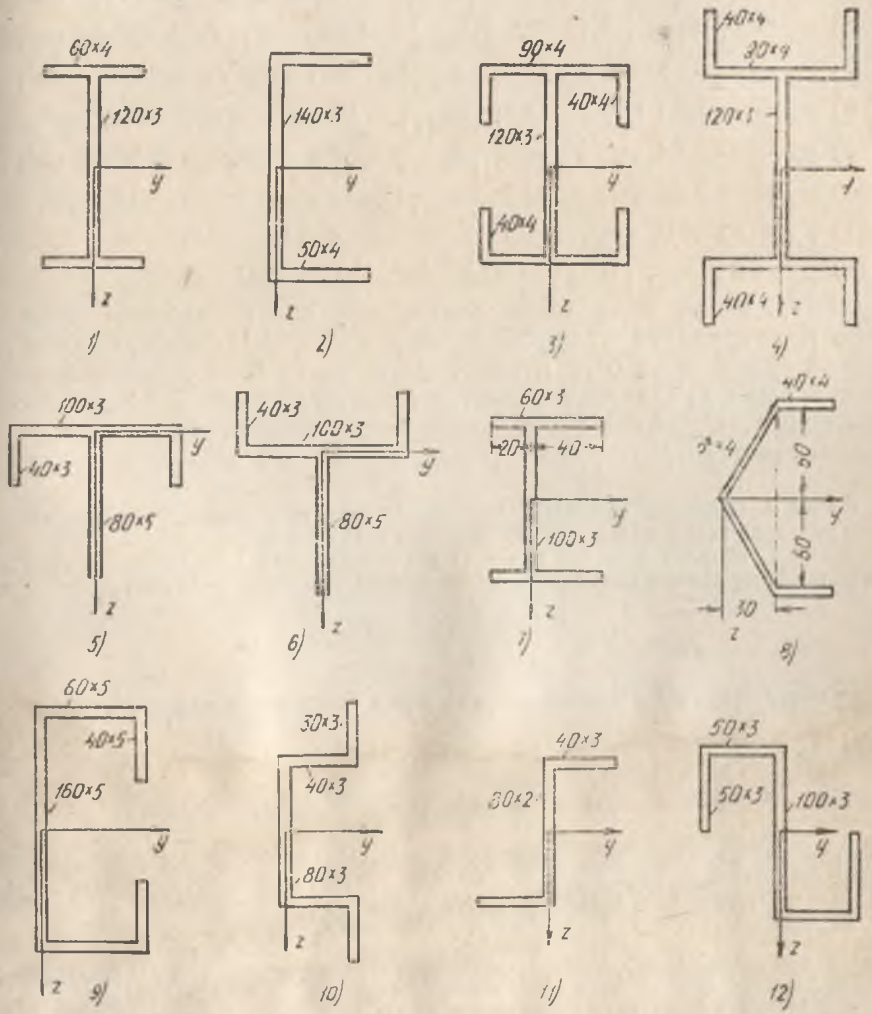
$$J'_\omega = \frac{1}{6} a\delta_т \cdot \omega_B^2 = \frac{1}{6} a\delta_т \cdot \omega_D^2;$$

пастки токчанинг чап ва ўнг ярми учун

$$J'''_\omega = J^{IV}_\omega = \frac{1}{6} b\delta_т \cdot \omega_G^2;$$

шунинг учун

$$J_\omega = 2\left(J'_\omega + J'''_\omega\right) = \frac{1}{3}\delta_т\left(a\omega_D^2 + b\omega_G^2\right) = \frac{0{,}5}{3}(4 \cdot 12{,}34^2 + 6 \cdot 5{,}49^2) =$$
$$= 131{,}7 \text{ см}^6.$$




10.104- масалага оид

**10.104.** Расмда тасвирланган профиллар учун эгилиш маркази ($A$ нуқта) вазиятини аниқланг, асосий секториал юзалар эпюрасини ясанг, шу эпюранинг энг катта ординатаси $\omega_{max}$ ни аниқланг ва секториал инерция моменти катталигини ҳисобланг. Расмдаги ўлчамлар мм да берилган.

*Жавоб:* (рақамлар яхлитланган):

1) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 18$ см$^2$; $J\omega = 518{,}5$ см$^6$;

2) $y_A = -1{,}85$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 22{,}05$ см$^2$; $J\omega = 726$ см$^6$.

3) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 45$ см$^2$; $J\omega = 10220$ см$^6$;

4) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 27$ см$^2$; $J\omega = 3995$ см$^6$;

5) $y_A = 0$, $z_A = -1{,}41$ см; $|\omega_{max}| = 12{,}95$ см$^2$; $J\omega = 150{,}5$ см$^6$;

6) $y_A = 0$, $z_A = +1{,}41$ см; $|\omega_{max}| = 12{,}95$ см$^2$, $J\omega = 150{,}5$ см$^6$;

7) $y_A = -0{,}78$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 16{,}1$ см$^2$; $J\omega = 289{,}5$ см$^6$;

8) $y_A = -1{,}33$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 16$ см$^2$; $J\omega = 319{,}5$ см$^6$;

9) $y_A = -3{,}64$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 57{,}45$ см$^2$; $J\omega = 9890$ см$^6$;

10) $y_A = -2{,}31$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 12{,}15$ см$^2$; $J\omega = 189$ см$^6$;

11) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 11{,}2$ см$^2$; $J\omega = 112{,}5$ см$^6$;

12) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 33{,}35$ см$^2$, $J\omega = 2500$ см$^6$.

**10.105.** Расм, *а* да тасвирланган кўндаланг кесимли стержень $K$ нуқталарга қўйилган кучлар $P = 1200$ Н таъсирида чўзилади (расм, *а* ва *б* га қаранг). $B$, $a$, $H$, $L$, $Q$ ва $R$ нуқталардаги нормал кучланишлар катталигини аниқланг ва бу кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тақсимланиш эпюрасини ясанг.

*Ечими.* Стержень кўндаланг кесимининг геометрик характеристикалари: Кўндаланг кесим юзаси $F = 0{,}25\ (6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2) = 4{,}5$ см$^2$.

Кесим $C$ оғирлик маркази билан $O$ нуқта орасидаги масофа (расм, *в*) $0$ нуқта профиль девори баландлиги ва қалинлиги ўртасида жойлашган:

$$y_C = \frac{S_{z_0}}{F} = \frac{0{,}25(2 \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4)}{4{,}5} = 1{,}78 \text{ см}.$$

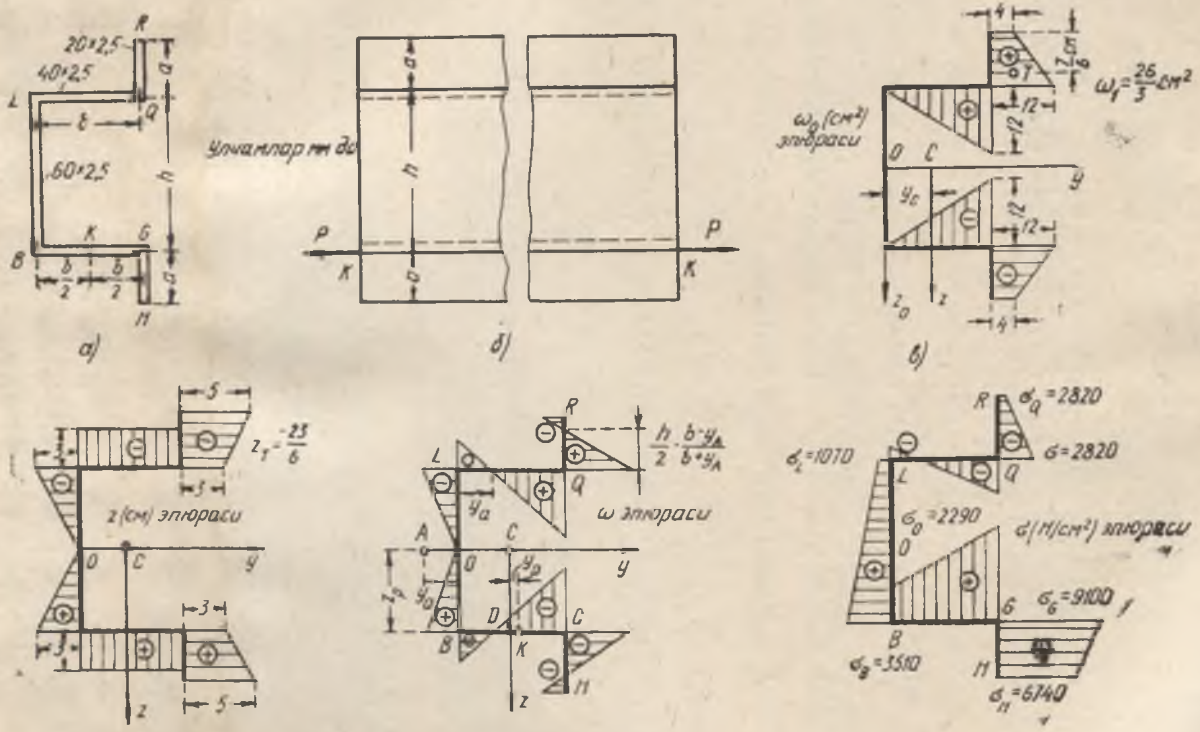
Кесимнинг асосий марказий инерция ўқи $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = 0{,}25\left[\frac{1}{12}(6^3 + 2 \cdot 2^3 + 2{,}4 \cdot 0{,}25^2) + 2 \cdot 4 \cdot 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4^2\right] = 38{,}85 \text{ см}^4.$$

Кесимнинг асосий марказий инерция ўқи $z$ га нисбатан моменти:

$$J_z = 0{,}25\left[\frac{1}{12}(6 \cdot 0{,}25^2 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}25^2 + 2 \cdot 4^3) + 6 \cdot 1{,}78^2 + 2 \cdot 4 \cdot 0{,}22^2 + \right.$$
$$\left. + 2 \cdot 2 \cdot 2{,}22^2\right] = 12{,}45 \text{ см}^4.$$

$P$ кучлар қўйилган $K$ нуқтанинг асосий инерция ўқларига нисбатан эксцентриситетлари ушбуга тенг: $z_p = \frac{h}{2} = 3$ см ва $y_p = \frac{b}{2} - y_c = \frac{4}{2} - 1{,}78 = 0{,}22$ см.




10.105- масалага оид

Эгилиш марказининг вазиятини топиш учун қутбдаги ва ҳисоб боши $O$ нуқтадаги секториал координаталарнинг қўшимча эпюраси $\omega_0$ (расм, *в*) ҳамда профиль нуқталарнинг $y$ ўқдан масофалари эпюраси (расм, *г*) ясалган.

Эгилиш марказининг профиль девори ўрта чизиғидан масофаси $y_A$ қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$y_A = \frac{S_{\omega_0 z}}{J_y} = \frac{-2\cdot 0{,}25\left(\frac{12\cdot 4}{2}\cdot 3 + \frac{3+5}{2}\cdot 2\frac{23}{6}\right)}{38{,}85} = -\frac{51{,}35}{38{,}85} = -1{,}32 \text{ см}.$$

Асосий секториал координаталар эпюраси $\omega$ ни ясашда $A$ нуқта асосий секториал қутб сифатида, $O$ нуқта эса асосий нолинчи секториал нуқта сифатида қабул қилинган. Эпюра $\omega$ расм, *д* да тасвирланган. $B$, $G$, $H$, $I$, $Q$ ва $R$ нуқталардаги секториаллар координаталарининг қийматлари қуйидагига тенг:

$$\omega_B = -\omega_L = y_A\cdot\frac{h}{2} = 1{,}32\cdot\frac{6}{2} = 3{,}95 \text{ см}^2;\ \omega_G = -\omega_Q =$$

$$= \omega_B - \frac{bh}{2} = 3{,}96 - \frac{4\cdot 6}{2} = -8{,}04 \text{ см}^2;\ \omega_H = -\omega_R = \omega_G + a(b + y_A) =$$

$$= -8{,}04 + 2(4 + 1{,}32) = 2{,}6 \text{ см}^2.$$

Секториал инерция моменти $J_\omega$ ни Верешчагин усулида ҳисоблаймиз:

$$J_\omega = 2\cdot 0{,}25\left[3{,}96^2 + \frac{1}{3}3{,}96^2\cdot 1{,}32 + \frac{1}{3}\cdot 8{,}04^2\cdot 2{,}68 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3}\cdot 8{,}04^2\cdot\frac{6}{2}\cdot\frac{4-1{,}32}{4+1{,}32} + \frac{1}{3}\cdot 2{,}6^2\left(2 - \frac{6}{2}\cdot\frac{4-1{,}32}{4+1{,}32}\right)\right] = 61{,}95 \text{ см}^6.$$

Нормал кучланишларни аниқлаш учун қуйидаги формулалардан фойдаланамиз

$$\sigma = P\left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y}{J_z} + \frac{z_p z}{J_y}\right) + \frac{B\omega}{J_\omega}.$$

$P$ кучлар қўйилган кесимлардаги бимомент катталиги қуйидагига тенг:

$$B = B_{max} = P\omega_k = P\left(\omega_B - \frac{bh}{4}\right) = 1200\left(3{,}96 - \frac{6}{2}\cdot\frac{4}{2}\right) =$$

$$= -1200\cdot 2{,}04 = -2448 \text{ кг см}^2.$$

Шундай қилиб,

$$\sigma = \frac{1200}{4{,}5} + \frac{1200\cdot 0{,}22}{12{,}45}\cdot y + \frac{1200\cdot 3}{38{,}85}\cdot z - \frac{2448}{61{,}95}\omega = 266{,}7 + 21{,}19y +$$

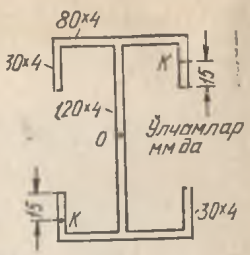
$$+ 92{,}68z - 39{,}52\,\omega.$$

Сўнгги формула бўйича ҳисобланган нормал кучланишларнинг катталиклари ва нуқталар координаталарининг қийматлари жадвалда ҳамда кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тарқалиши эпюрада келтирилган (расм, *е*). Энг катта нормал кучланиш $G$ нуқтада вужудга келади:

$\sigma_G = 910$ Н/см².

| нуқталар / катталиклар | $B$ | $D$ | $G$ | $H$ | $O$ | $L$ | $N$ | $\theta$ | $R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$, см | −1,78 | +0,46 | +2,22 | +2,22 | −1,78 | −1,78 | +0,46 | +2,22 | +2,22 |
| $z$, см | +3 | +3 | +3 | +5 | 0 | −3 | −3 | −3 | −5 |
| $\omega$, см² | +3,96 | 0 | −8,04 | +2,6 | 0 | −3,96 | 0 | +8,04 | −2,6 |
| $\sigma$, Н/см² | +351 | +554 | +910 | +674 | +229 | +107 | −2 | −282 | −47 |

**10.106.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган стержень иккита куч $P=6$ кН билан чўзилган. Кучлар учларидаги кесимларга қўйилган. Агар: а) $P$ кучлар учларидаги кесимларнинг оғирлик марказлари $O$ га қўйилган ва б) учларидаги кесимларга девор қалинлигининг ўртасидаги $K$ нуқтага иккитадан $P/2$ кучлар қўйилган бўлса (расмга қаранг), стерженнинг кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.



10.106- масалага оид

*Жавоб:* а) $\sigma = 3750$ Н/см² (чўзилиши); б) $\sigma = 15300$ Н/см² (чўзилиши) ва $\sigma = 7810$ Н/см² (сиқилиш).

**10.107.** Расмда тасвирланган стержень кучлар $P=1{,}5$ кН билан юкланган. Бу кучлар учларидаги кесимларнинг $K_1$ ва $K_2$ нуқталарига қўйилган. Оралиқ кесимдаги $B$, $D$, $Q$, $H$, $L$ ва $N$ нуқталардаги нормал кучланишлар катталигини аниқланг ва бу кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тақсимланиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб:* $\sigma_D = -\sigma_B = 2100$ Н/см²; $\sigma_H = -\sigma_G = 14500$ Н/см²; $\sigma_N = -\sigma_L = 10500$ Н/см².

**10.108.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган стержень марказга қўйилган кучлар $P=160$ кН билан чўзилади. Стержендаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma = 11640$ Н/см² (чўзилиш), $\sigma = 3640$ Н/см² (сиқилиш).

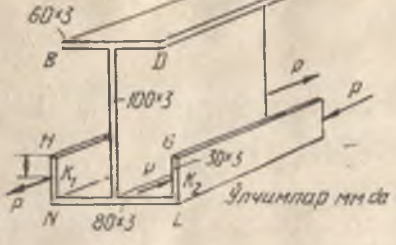
**10.109.** Узунлиги $l=2$ м бўлган ва бир учидан қисилган тўғарасимон профилли пўлат стержень (расм, *а* га қаранг) иккинчи учидан тўпланган куч $P=2000$ Н билан юкланган. Бу куч токча энининг ўртасига қўйилган (расм, *б* га қаранг). Энг катта нормал ва уринма кучланишлар катталикларини аниқланг.

*Ечими.* А. Стержень кўндаланг кесимининг геометрик характеристикалари.

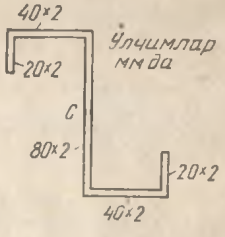
Кўндаланг кесим юзаси $F=15{,}6$ см².

Асосий марказий ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти: $J_y = 652{,}8$ см⁴.

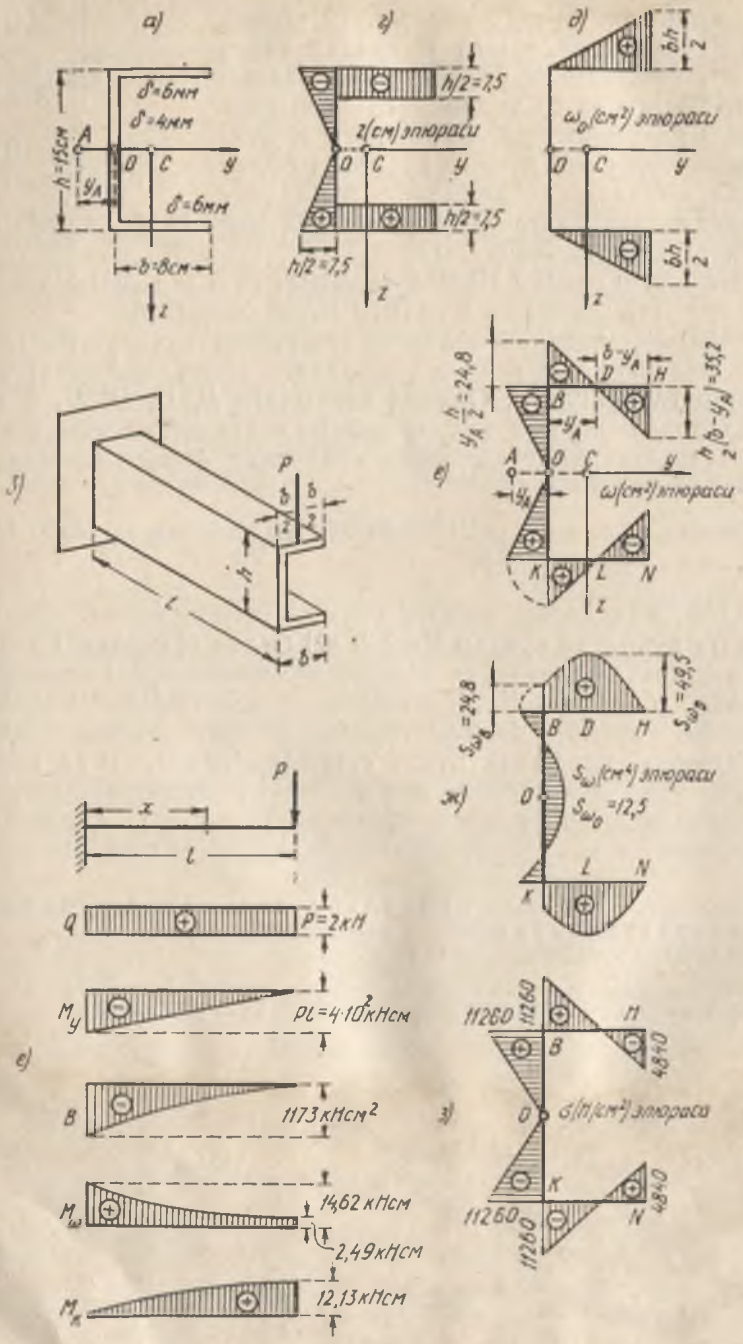
Соф буралишдаги кесимнинг инерция моменти $J_б = 1{,}609$ см⁴.



10.107- масалага оид



10.108- масалага оид




10.109- масалага онд

Қутб $O$ ва асосий инерция ўқи $z$ га нисбатан секториал-чизиқли статик момент (расм, *г* ва *д* га қаранг) Верешчагин усулида ҳисобланган (10.103-масала ечимига қаранг):

$$S_{\omega_0 z} = -2160 \text{ см}^5.$$

Эгилиш маркази координатаси:

$$y_A = \frac{S_{\omega_0 z}}{J_y} = -3{,}31 \text{ см}.$$

Асосий секториал қутб $A$ ва асосий нолинчи секториал нуқта $O$ учун асосий секториал координаталар эпюраси ω расм, *е* да тасвирланган. Верешчагин усулида ҳисобланган секториал инерция моменти $J_\omega = 4370$ см$^6$ га тенг.

Секториал-статик моментлар эпюраси $S_\omega$ расм, *ж* да келтирилган. $D$ нуқта учун $S_{\omega D} = 49{,}5$ см$^4$. $B$ нуқта учун $S_{\omega B} = 24{,}85$ см$^4$ ва $O$ нуқта учун $S_{\omega_0} = -12{,}45$ см$^4$.

Уринма кучланишлар аниқланадиган нуқтадан бир томонда жойлашган кўндаланг кесим қисмининг $y$ ўққа нисбатан оддий статик моментлари: $D$ нуқта учун $S_{yD} = 21{,}1$ см$^3$, $B$ нуқта учун $S_{yB} = 36$ см$^3$, ва $O$ нуқта учун $S_{y_0} = 47{,}25$ см$^3$.

Стерженнинг эгилиш-буралиш характеристикаси:

$$\alpha = \sqrt{\frac{GJ_\delta}{EJ_\omega}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1{,}649}{2 \cdot 10^6 \cdot 4370}} = 0{,}0123 \frac{1}{\text{см}};$$

$$\alpha l = 0{,}0123 \cdot 200 = 2{,}46; \; Sh\alpha l = 5{,}79 \text{ ва } ch\alpha l = 5{,}88.$$

Кесимнинг эгилиш марказига нисбатан юкланишнинг қўйилиш эксцентриситети — $e = b/2 + |y_A| = 8/2 + 3{,}31 = 7{,}31$ см.

Б. Стерженнинг исталган кесимидаги куч омиллари. Кўрилаётган ҳолда би моментларнинг дифференциал тенгламаси ечими қуйидаги кўринишни олади (М. Н. Беляев. Сопротивление материалов, 1954 йилги ва кейинги нашрлари, 552-бет):

$$B = -\frac{Pe}{\alpha ch\alpha l} Sh\alpha (l - x), \; M_\omega = \frac{Pe}{ch\alpha l} ch\alpha (l - x) \text{ ва}$$

$$M_\delta = \frac{Pe}{ch\alpha l} [ch\alpha l - ch\alpha (l - x)].$$

Ўқ $y$ атрофида ясси эгилишдаги эгувчи момент ва кўндаланг куч қуйидагига тенг: $M_y = -P(l - x)$ ва $Q = +P$. Стержень узунлиги бўйича куч омилларнинг ўзгариш эпюралари расм, *в* да берилган. $B$, $M_\omega$ ва $M_y$ лар қисилган кесимда энг катта қийматга эришади: $x = 0$ да:

$$B_{max} = -\frac{Pesh\alpha l}{\alpha ch\alpha l} = -\frac{2000 \cdot 7{,}31 \cdot 5{,}79}{0{,}0123 \cdot 5{,}88} = 1173000 \text{ Н см}^2,$$

$$M_{\omega max} = Pe = 2000 \cdot 7{,}31 = 14620 \text{ Н·см}.$$

$$M_{y max} = -Pl = -2000 \cdot 200 = -400 \text{ кН·см}.$$

Соф буралиш моменти стерженнинг эркин учида энг катта қийматга эришади, $x = l$ да;

$$M_{\delta \, max} = \frac{Pe(ch\alpha l - 1)}{ch\alpha l} = \frac{2000 \cdot 7{,}31}{5{,}88}(5{,}88 - 1) = 12{,}13 \text{ кН см}$$

шу кесимнинг ўзида

$$M_\omega = \frac{Pe}{ch\alpha l} = \frac{2000 \cdot 7{,}31}{5{,}88} = 2{,}49 \text{ кН·см}.$$

Стержень узунлиги бўйича кўндаланг куч ўзгармайди: $Q=P=2000$ Н.

В. Нормал ва уринма кучланишлар

Қисилган кесимда нормал кучланишлар қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$\sigma=\frac{M_{y\max}\,z}{J_y}+\frac{B_{\max}\,\omega}{J_\omega}=-\frac{40000}{652{,}8}z-\frac{117300}{4370}\omega=-61{,}3\,z-26{,}8\,\omega.$$

Кесимнинг $B$, $D$, $H$, $K$, $L$ ва $N$ нуқталаридаги нормал кучланишлар ҳамда координаталар ва қийматлари жадвалда келтирилган. Жадвал маълумотларига кўра эпюра ясалган (расм, *в* га қаранг).

| нуқталар / катталиклар | $H$ | $D$ | $B$ | $K$ | $L$ | $N$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$, см | −7,5 | −7,5 | −7,5 | +7,5 | +7,5 | +7,5 |
| $\omega$, см² | +35,2 | 0 | −24,8 | +24,8 | 0 | −35,2 |
| $\sigma$, Н/см² | −484 | +460 | +1126 | −1126 | −460 | +484 |

Қисилган кесимдаги уринма кучланишлар кўндаланг куч $Q$ ҳамда эгилиш-буралиш моменти $M_\omega$ дан ҳосил бўладиган кучланишлардан йиғилади:

$$\tau=\tau_Q+\tau_\omega=\frac{Q\cdot S_y}{J_y\cdot\delta}+\frac{M_{\omega\,\max}\cdot S_\omega}{J_\omega\cdot\delta}.$$

Уринма кучланишлар $O$ нуқтада энг катта қийматга эришади, бу нуқта $\tau_Q$ ва $\tau_\omega$ йўналишлари мос тушади:

$$\tau_{\max}=\tau_Q=\frac{2000\cdot 47{,}25}{652{,}8\cdot 0{,}4}+\frac{1462\cdot 12{,}45}{4370\cdot 0{,}4}=36{,}2+10{,}4=46{,}6\ \text{Н/см}^2.$$

$\tau_Q$ ва $\tau_\omega$ йўналишлари мос тушмайдиган $D$ ва $L$ нуқталарда

$$\tau_{D,\,L}=\frac{1462\cdot 49{,}5}{4370\cdot 0{,}6}-\frac{2000\cdot 21{,}1}{652{,}8\cdot 0{,}6}=27{,}6-10{,}8=16{,}8\ \text{Н/см}^2;$$

$B$ ва $K$ нуқталарда (бунда ҳам $\tau_Q$, $\tau_\omega$ йўналишлар мос тушмайди):

$$\tau_{B,\,K}=\frac{2000\cdot 36}{652{,}8\cdot 0{,}4}-\frac{1462\cdot 24{,}8}{4370\cdot 0{,}4}=27{,}6-20{,}8=6{,}8\ \text{Н/см}^2.$$

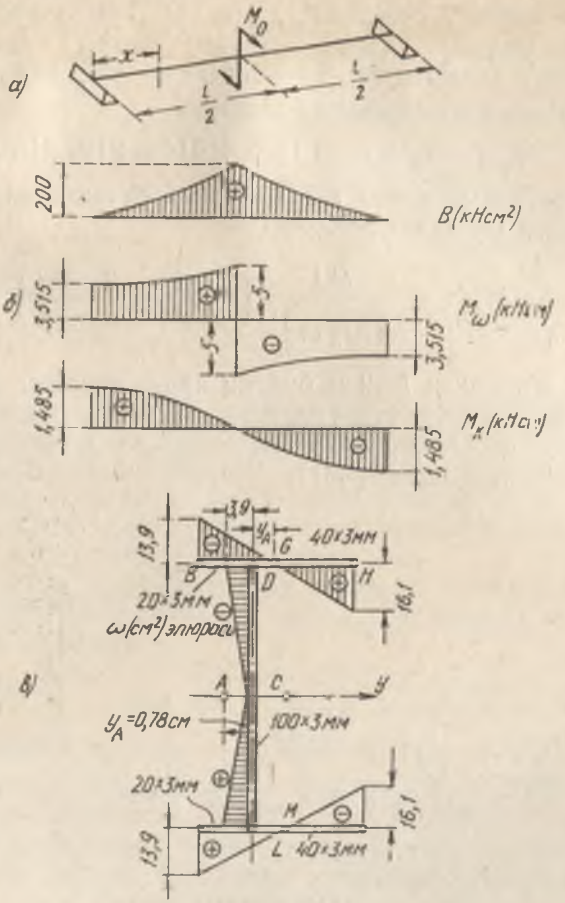
Стерженнинг эркин учида уринма кучланишлар соф буралиш кучланиши ва кўндаланг кучланишдан йиғилади:

$$\tau=\tau_\delta+\tau_Q=\frac{M_\delta\cdot\delta}{J_\delta}+\frac{Q\cdot S'_y}{J_y\cdot\delta}.$$

Бу кесимда уринма кучланишлар стерженнинг ташқи сиртидаги $B$ ва $K$ нуқталарда энг катта қийматга эришади, бунда

$$\tau_{\max}=\tau_{B,\,K}=\frac{1213\cdot 0{,}6}{1{,}649}+\frac{2000\cdot 36}{652{,}8\cdot 0{,}6}=4414+184\approx 4600\ \text{Н/см}^2.$$

**10.110.** Узунлиги $l=1$ м бўлган дюралюминий стерженнинг учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин улар бемалол айлана олиши мумкин. Стержень моменти $M_0=100$ Нм бўлган кучлар жуфти билан юкланган. Кучлар жуфти стержень ўқига перпендикуляр текисликда




10.110- масалага оид

қулоч ўртасига қўйилган (расм, *а* га қаранг). Стерженнинг кўндаланг кесими расм, *в* да тасвирланган. Энг катта секториал нормал ва уринма кучланишлар, соф буралиш энг катта кучланишлари ва стержень кесимининг буралиш бурчаги (қулоч ўртасида) катталикларини аниқланг. $E=7\cdot10^{10}$ Н/см²; $G=2{,}7\cdot10^{10}$ Н/м².

*Ечимни текшириш учун маълумотлар.* Кесимнинг секториал инерция моменти $J_\omega = 289{,}6$ см⁶. Стерженнинг буралиш-эгилиш характеристикаси $\alpha = 0{,}0108$ см$^{-1}$. Ушбу ҳол учун бимоментлар дифференциал тенгламасининг ечимини қуйидаги китобдан қаранг: Н. М. Беляев. Сопротивление материалов, 1954 ва кейинги йилги нашрлари, 552-бет. Стержень узунлиги $\frac{1}{2}$ бўйича ўзгариш эпюралари $B$, $M_\omega$ ва $M_б$ расм, *б* да берилган.

*Жавоб*: Энг катта секториал нормал кучланишлар стерженнинг ўрта кесимидаги $H$ ва $N$ нуқталарда ётади: $\sigma_{max} = 11100$ Н/см². Энг катта секториал уринма кучланишлар ўша кесимдаги $G$ ва $M$

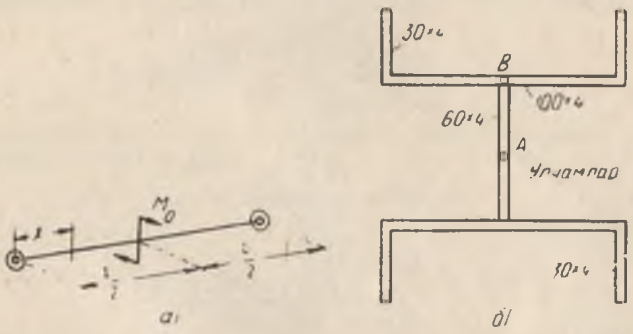
нуқталарда вужудга келади. $\tau_{\omega\,max} = 447$ Н/см². Стерженнинг таянч кесимидаги уринма кучланишлар соф буралиш кучланиши ва эгилиш-буралиш моменти $M_\omega$ кучланишидан иборат бўлиб, $G$ ва $M$ нуқталарда энг катта қийматга эришади:

$$\tau_{max}' = \tau_\delta + \tau_\omega = 1875 + 314 \approx 2190 \text{ Н/см}^2.$$

Стержень ўрта кесимининг таянч кесимларга нисбатан буралиш бурчаги қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\varphi = \frac{1}{GJ_\delta}\int_0^{l/2} M_\delta dx = \frac{M_0 l}{4\,GJ_\delta\,ch\,\frac{\alpha l}{2}}\left(ch\,\frac{\alpha l}{2} - \frac{2}{\alpha l}\,sh\,\frac{\alpha l}{2}\right) = 0{,}078 \text{ рад.}$$

**10.111.** Узунлиги $l=2$ м бўлган пўлат стержень икки учидан қисиб қўйилган. Қулочи ўртасига $M_0$ моментли кучлар жуфти қўйилган. У стержень ўқига перпендикуляр текисликда таъсир қилади (расм, *а* га қаранг). Стерженнинг кўндаланг кесими

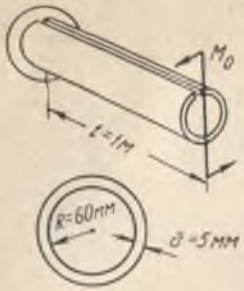



10.111- масалага оид

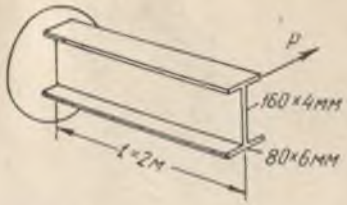
расм, *б* да тасвирланган. Стержень узунлиги бўйича куч омилларининг ўзгариш эпюраларини ясанг, $M_0$ момент қийматини аниқланг (бунда энг катта секториал нормал кучланиш 150 МПа дан ошмасин), энг катта секториал уринма кучланишларни ва соф буралиш кучланишларини, шунингдек стержень ўрта кесимининг буралиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $M_{0\,max} = 50{,}2$ кН см $\approx 50$ кН. м; $\tau_{\omega\,max} = \tau_B = 1560$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{K\,max} = 3690$ Н/см² ($x = 50$ см да); $\tau_{H\,max} = 4710$ Н/см² ($x = 50$ см да); $\varphi = 0{,}078$ рад.

| x, см / куч омиллари | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| $B$, н/см² | — 95640 | — 425100 | 0 | + 425100 | + 956400 |
| $M_\omega$, Нсм | 25000 | 18370 | 16330 | 18370 | 25000 |
| $M_\delta$, Нсм | 0 | 6630 | 8670 | 6630 | 0 |




10.112- масалага оид




10.113- масалага оид

**10.112.** Бўйлама қирқими бўлган трубасимон кесимли пўлат стержень бир учидан қисилган (расмга қаранг). Стерженнинг эркин учига қўйилган $M=200$ Нм моментли кучлар жуфти уни бурайди. Энг катта секториал нормал ва уринма кучланишларни, соф буралиш энг катта уринма кучланишларни ва стержень эркин учининг бурилиш бурчагини аниқланг.

Таққослаш учун худди ўшандек кесимли, лекин бўйлама қирқими бўлмаган стержендаги уринма кучланишларни ва буралиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{\omega\ max} = 1610$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{\omega\ max} = 128$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{б\ max} = 6220$ Н/см² (эркин учида); $\varphi = 0{,}124$ рад. Қирқилмаган стерженда. $\tau_{б\ max} = 1774$ Н/см² ва $\varphi = 0{,}00037$ рад.

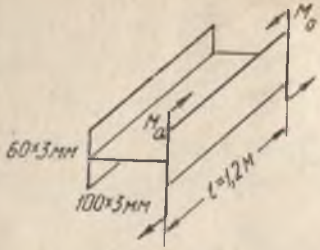
**10.113.** Қўштавр кесимли пўлат стержень бир учидан қисиб қўйилган. Унинг эркин учига $P=600$ Н куч қўйилган бўлиб, бу куч токчанинг ўрта чизиғи бўйича таъсир қилади (расмга қаранг). Энг катта нормал ва уринма кучланишларни, энг катта буралиш бурчагини ҳамда стержень эркин учининг оғирлик маркази $P$ куч таъсирида йўналишида қандай қисилишини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{max} = 12510$ Н/см²; $\tau_{max} = 1540$ Н/см²; $\varphi = 0{,}0444$ рад; $f = 1{,}56$ см.

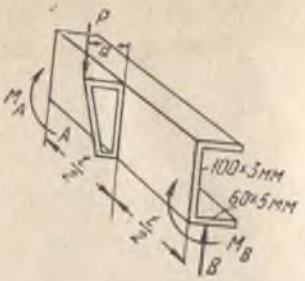
**10.114.** Қўштавр кўндаланг кесимли алюминий стержень бир учидан бўйлама ўқ йўналишида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин у эркин айланиши мумкин. Унга $M_0$ моментли кучлар жуфти қўйилган. У токчалардан бири текислигида таъсир қилади (расмга қаранг). Стержендаги энг катта нормал кучланишлар $[\sigma]=8000$ Н/см² дан ошмайдиган энг катта момент $M_0$ қийматини аниқланг. Энг катта секториал уринма кучланишлар ва соф буралиш кучланишларини топинг. $E=7\cdot10^6$ Н/см², $G=2{,}7/10^6$ Н/ см².

*Жавоб*: $M_{0\ max} = 14{,}4$ кН см; $\tau_{\omega\ max} = 113$ Н/см²; $\sigma_{б\ max} = 958$ Н/см².

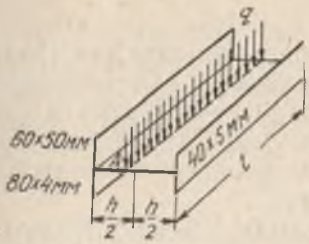
**10.115.** Тоғарасимон профилли пўлат стерженнинг учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган,




10.114- масалага оид




10.115- масалага оид




10.116- масалага оид

лекин эркин айлана олиши мумкин. Қулоч ўртаси $l=1{,}6$ м га, $P=2500$ Н куч қўйилган (расмда кўрсатилган жойга қўйилган). $a=10$ см.

Стерженнинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{max}=16290$ Н/см²; $\tau_{max}=4660$ Н/см².

**10.116.** Узунлиги $l=90$ см бўлган пўлат стержень учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин эркин айланиши мумкин. Стержень тенг таксимланган $q$ интенсивликдаги юк билан юкланган. Стерженнинг кўндаланг кесими — тенгёнлимас қўштавр (расмга қаранг). Нагрузка $q$ девор баландлигининг ўртасига қўйилган.

Стержендаги нормал кучланишлар 160 МПа дан ошмайдиган энг катта юк $q$ қийматини аниқланг. Юк $q=50$ Н/см бўлганда энг катта нормал ва уринма кучланишларни ҳамда стержень ўрта кесимининг бўйлама ўқ атрофида бурилиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $q_{max}=65{,}9$ Н/см; $\sigma_{max}=12140$ Н/см²; $\tau_{max}=2580$ Н/см². $\varphi=0{,}0324$ рад.

## 11-боб

# КОНСТРУКЦИЯЛАР ҚИСМЛАРИНИНГ УСТИВОРЛИГИ

### 36-§. Сиқилган стерженларнинг устиворлиги

**11.1.** Агар стержень қуйидаги материаллардан ясалган бўлса ва критик зўриқишларни ҳисоблаш учун ҳали Эйлер формуласи қўлланилса, стерженнинг энг кичик қайишқоқлигини аниқланг:

а) мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 220$ МПа ва нормал эластиклик модули $E = 1{,}9 \cdot 10^{11}$ Н/м$^2$ бўлган пўлатдан;

б) $\sigma_м = 490$ МПа ва $E = 2{,}15 \cdot 10^{11}$ Н/м$^2$ бўлган 3,5% ли никелдан;

в) $\sigma_м = 177$ МПа ва $E = 7 \cdot 10^{11}$ Н/м$^2$ бўлган дюралюминийдан;

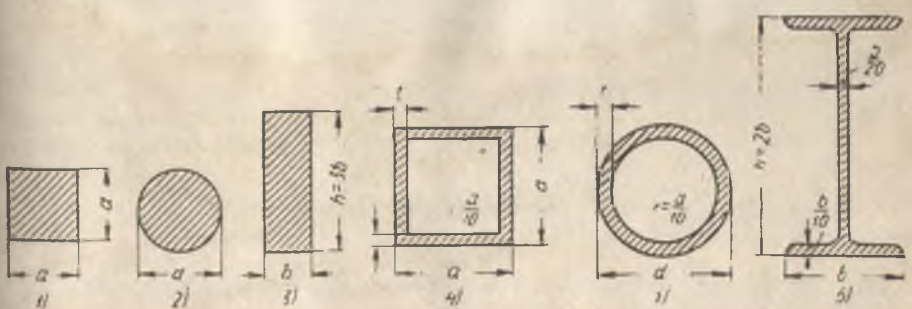
г) $\sigma_м = 16$ МПа ва $E = 10^{10}$ Н/м$^2$ бўлган қарағай ёғочидан.

*Жавоб*: а) 92,3; б) 65,8; в) 62,5; г) 78,5.

**11.2.** Маҳкамланиш ва юкланиш шартлари бир хил бўлган, бир хил узунликдаги икки стержендан қайси бири қайишқоқроқ — квадрат кесимли стерженми ёки думалоқ кесимли стерженми?

*Жавоб:* иккинчи стерженнинг қайишқоқлиги 2,3% юқорироқ.

**11.3.** Эйлер формуласидан фойдаланиб, бир хил шароитда ишлайдиган, расмда тасвирланган кўндаланг кесимларнинг юзаси тенг бўлган устунларнинг критик зўриқишлари қийматлари нисбатини топинг.



11.3-масалага оид

*Жавоб*: $P_{к1}:P_{к2}:P_{к3}:P_{к4}:P_{к5}:P_{к6}=1:0{,}955:0{,}333:4{,}56:4{,}35:2{,}38$.

**11.4.** Қўштавр №27 кўндаланг кесимли қисилган устун учун критик куч ва критик кучланиш қийматларини аниқланг. Устуннинг иккала учи шарнирли тиралган (шарли шарнир). Устуннинг узунлиги 4 м. Материал — мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 200$ МПа ва эластиклик модули $E = 2\cdot10^{11}$ Н/м² бўлган пўлат.

*Ечими.* Қўштавр №27 учун $F=40{,}2$ см², $J_{min}=J_y=260$ см⁴ ва $i_{min}=iy$ 2,54 см. Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda=\frac{\mu l}{i_{min}}=\frac{1\cdot400}{2{,}54}=157{,}5>\lambda_{чегар}=\pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_м}}=3{,}14\sqrt{\frac{2\cdot10^{11}}{2\cdot10^{8}}}=99.3;$$

Шундай қилиб, Эйлер формуласини қўлласа бўлар экан. Критик зўриқиш:

$$P_к=\frac{EJ_{min}\cdot\pi^2}{(\mu l)^2}=\frac{2\cdot10^{11}\cdot260\cdot10^{-8}\cdot9{,}87}{(1\cdot4)^2}=320\text{ кН га тенг;}$$

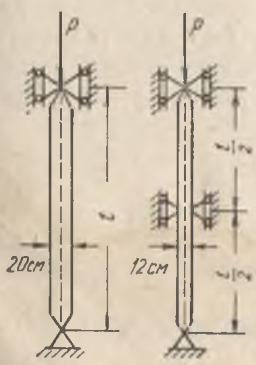
критик кучланиш

$$\sigma_к=\frac{P_к}{F}=\frac{320800}{40{,}2\cdot10^{-4}}=798\cdot10^5\text{ Н/м}^2.$$

**11.5.** Эйлер формуласидан фойдаланиб, бўйлама сиқувчи юк $P = 12{,}5$ кН учун сортамент бўйича 2,6 м узунликдаги устуннинг қўштаврли кўндаланг кесимни танланг. Устуннинг бир учи қисилган, иккинчи учи шарнирли тиралган. Материал — пўлат-3. Устиворлик запаси коэффициенти $\kappa_y = 2$.

*Кўрсатма.* Эйлер формуласидан $J_{min}$ нинг зарур қиймати аниқланади, сўнгра сортамент бўйича профиль номери топилади (бунда $J_{min}=J_y$ худди шундай ёки бундан каттароқ қийматга эга).

Бунда




11.6- масалага оид

$$\lambda=\frac{\mu l}{i_{min}}=\frac{0{,}7\cdot260}{1{,}55}=117>\lambda_{чегар}\approx100,$$

яъни Эйлер формуласини қўлласа бўлади.

**11.6.** Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак $12\times20$ см, узунлиги 6 см бўлган устун учун сиқувчи куч ва йўл қўйилган кучланиш қийматини аниқланг. Устун материали — эластиклик модули $E = 0{,}9\times10^{10}$ Н/м² ва мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 15$ МПа бўлган ёғоч (устуннинг икки проекцияси кўрсатилган, расмга қаранг). Устиворлик запаси коэффициенти $\kappa_y = 3$.

*Жавоб*: 65800 Н; 2,74 МПа.

## 12-боб

# ЮКЛАРНИНГ ДИНАМИК ВА УЗОҚ ТАЪСИРИ

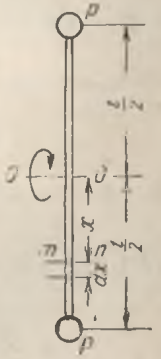
### 37-§. Инерция кучларининг таъсири.

**12.1.** Массаси 30 кН бўлган юк пўлат арқон ёрдамида равон тезланиш билан кўтарилади, дастлабки икки секундда юк 4 м баландликка кўтарилади. Арқоннинг кўндаланг кесим юзаси 5 см², узунлиги 90 м материалнинг ҳажмий оғирлиги $7{,}2 \cdot 10^4$ Н/м³. Арқоннинг ўз оғирлигини ҳисобга олмаган ва ҳисобга олган ҳолда ундаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $722 \cdot 10^5$ Н·м²; $8 \cdot 10^7$ Н/м².

**12.2.** Думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стерженнинг узунлиги $l = 1{,}6$ м; унинг иккала учига $P = 30$ Н дан юк қўйилган. У горизонтал ўқ $O—O$ атрофида равон айланади (600 айл/мин тезликда) (расмга қаранг).

Агар йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 120$ МПа бўлса, стерженнинг зарур кўндаланг кесим юзасини аниқланг. Стерженнинг узайишини топинг.



12.2-масалага оид

*Ечими.* Юк $P$ нинг айланиши натижасида вужудга келадиган инерция кучи $P'_д$ қуйидаги формуладан ҳисобланиши мумкин:

$$P'_д = \frac{P}{g} \cdot \omega^2 \frac{l}{2} = \frac{P\pi^2 n^2 \cdot l}{1800\ g}.$$

Бунда $\omega$ — юкнинг айланиш бурчак тезлиги; $n$ — минутига айланишлар сони; $g$ — оғирлик кучи тезланиши.

Стерженнинг ўзи айланиши натижасида вужудга келадиган инерция кучи $P''g$ ни топиш учун айланиш ўқидан $x$ масофада стерженнинг $dx$ элементини ажратамиз. Ажратилган элементга таъсир қиладиган инерция кучи $dP''_g$ қуйидагига тенг:

$$dP^п_д = \frac{F\gamma}{g} dx \cdot \omega^2 x = \frac{F \cdot \gamma \cdot \pi^2 \cdot n^2}{900\ g} x dx;$$

бу ерда $F$ — стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

Стерженнинг $mn$ кесимдаги инерция кучи $P^п_g$ қийматини топиш учун стерженнинг $mn$ кесимдан $P$ юккача бўлган узунлигидаги элементар инерция кучларини қўшиш керак.

$$F''_д = \int_x^{l/2} dP''_д = \frac{F\gamma\pi^2n^2}{900\,g}\int_x^{l/2} xdx = \frac{F\cdot\gamma\cdot\pi^2\cdot n^2}{1800\,g}\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right).$$

$mn$ кесимдаги нормал кучланиш инерция кучлари $P'_д$ ва $P''_д$ дан ҳосил бўладиган динамик нагрузкалар йиғиндисидан иборат (юк оғирлигидан ва стерженнинг ўзидан ҳосил бўладиган статик кучланишлар кичик бўлганлиги туфайли улар ҳисобга олинмайди):

$$\sigma_д = \frac{1}{F}(P'_g + P''_g) = \frac{\pi^2n^2}{1800\,g}\left[\frac{Pl}{F}+\gamma\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right].$$

Стержендаги энг катта чўзувчи кучланиш айланиш ўқида ётади, яъни $x = 0$ да; шунинг учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади;

$$\frac{\pi^2n^2l}{1800\,g}\left(\frac{P}{F}+\gamma\frac{l}{4}\right)\leqslant[\sigma]$$

бундан

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \geqslant \frac{4\,\rho\pi^2n^2l}{7200\,g\,[\sigma]-\pi^2n^2l^2g},$$

$F$ ифодасига сон қийматларни қўйиб қуйидагини топамиз:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot3\cdot9{,}87\cdot600^2\cdot160}{3{,}14\,(7200\cdot1200\cdot981-9{,}87\cdot600^2\cdot0{,}0078\cdot160)}} \approx 1{,}1 \text{ см}.$$

$mn$ кесими олдида ажратилган $dx$ узунликдаги стержень элементининг узайиши:

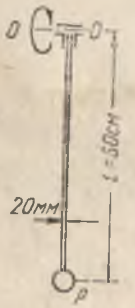
$$d\Delta l = \sigma_д\frac{dx}{E} = \frac{\pi^2n^2}{1800\,Eg}\left[\frac{Pl}{F}+\gamma\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right]dx;$$

бутун стерженнинг узунлиги эса

$$\Delta l = 2\int_0^{l/2} d\Delta l = \frac{\pi^2n^2l}{900\,gE}\int_0^{l/2}\left[\frac{P}{F}+\frac{\gamma}{l}\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right]dx = \frac{\pi^2n^2l}{1800\,gE}\left(\frac{P}{F}+\frac{\gamma l}{6}\right) =$$

$$= \frac{9{,}87\cdot600^2\cdot160}{1800\cdot981\cdot2\cdot10^6}\left(\frac{3\cdot4}{3{,}14\cdot1{,}1^2}+\frac{0{,}0078\cdot160}{6}\right) = 0{,}087 \text{ см}.$$

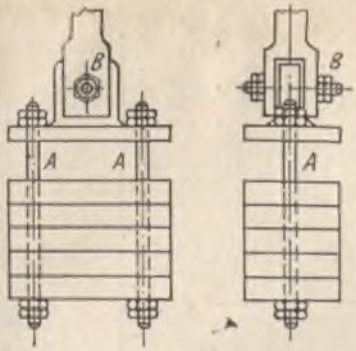
**12.3.** Думалоқ кўндаланг кесимли чўян стерженнинг эркин учида юк $P$ (расмга қ.) бўлиб, горизонтал ўқ $O$—$O$ атрофида 120 сек$^{-1}$ доимий бурчак тезлик билан айланади. Агар чўяннинг чўзилишидаги мустаҳкамлик чегараси 160 МПа, ҳажмий оғирлиги $7{,}2\cdot10^4$ Н/м$^3$ бўлса, стержень емирладиган $P$ юк қийматини аниқланг.



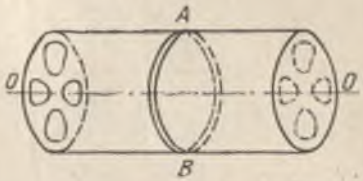
12.3- масалага оид

*Жавоб:* 50 Н.

**12.4.** Массаси 6000 Н ли двигатель баландлиги 40 см, эни 60 см, узунлиги 80 см ли бетон пойдеворга ўрнатилган. Бетоннинг ҳажмий оғирлиги $2\cdot10^4$ Н/м$^3$. Айланувчи якорнинг мувозанатланмаган қисми 20 Н бўлиб, айланиш ўқидан 15 см масофада жойлашган. Инерция кучининг вертикал ташкил этувчиси йўналиши пойдеворнинг вертикал симметрия ўқига мос тушади деб ҳисоблаб, пой-




12.5- масалага оид




12.6- масалага оид

девор асосида унинг ўз оғирлигидан, двигатель оғирлигидан ва инерция кучининг вертикал ташкил этувчисидан пайдо бўладиган энг катта сиқувчи кучланишни аниқланг. Буни икки ҳол учун бажаринг: а) двигатель ишламайди; б) двигатель 2000 айл/мин тезликда ишлайди.

Пойдеворнинг тебраниши ва инерция кучининг горизонтал ташкил этувчисидан пайдо бўладиган кучланишни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* а) 20,5 кН/м²; б) 48,5 кН/м².

**12.5.** Кўтаргич посангисининг (расмга қ.) оғирлиги 42 кН. Кўтарилаётган кўтаргичга тормоз берилганда пасаяётган посангига 1,5 м/сек га тенг тезланиш таъсир қилади. Агар посанги болтларининг материали учун $[\sigma]=32$ МПА ва $[\tau]=20$ МПА бўлса, болтлар $A$ ва $B$ диаметрини аниқланг. Болтлар сони $A$ — иккита, $B$ — битта.

*Жавоб*: $d_A=31$ мм; $d_B=39{,}3$ мм.

**12.6.** Юпқа деворли узун пўлат барабан (расмга қ.) $O$—$O$ ўқ атрофида айланади (600 айл/мин). У айланиш ўқига фақат ёнлари билан маҳкамланган. Агар барабаннинг ўртача диаметри 2 м бўлса, барабан деворидан ажратилган ҳалқа $AB$ даги нормал кучланишни аниқланг.

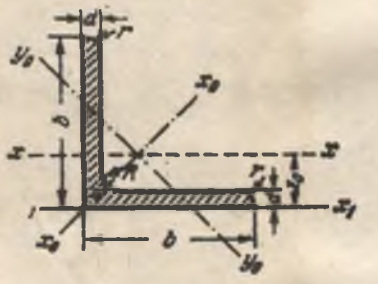
Торец кесимларидаги барабан маҳкамламалари таъсирини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* $314\cdot10^5$ Н/м².

## ГОСТ 8509—72 ГА МУВОФИҚ ПРОКАТ ПЎЛАТНИНГ СОРТАМЕНТИ

### Тенг ёнли бурчакликлар

1-жадвал



| Проф. номери | Ўлчамлари | | $P$ см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м. кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | |
| 5 | 50 | 3 | 2,96 | 7,11 | 1,55 | 11,3 | 1,95 | 2,95 | 1,00 | 12,4 | 1,33 | 2,32 |
| | | 4 | 3,89 | 9,21 | 1,54 | 14,6 | 1,94 | 3,80 | 0,99 | 16,6 | 1,38 | 3,05 |
| | | 5 | 4,80 | 11,20 | 1,53 | 17,8 | 1,92 | 4,63 | 0,98 | 20,9 | 1,42 | 3,77 |
| 5,6 | 56 | 4 | 4,38 | 13,1 | 1,73 | 20,8 | 2,18 | 5,41 | 1,11 | 23,3 | 1,52 | 3,44 |
| | | 5 | 5,41 | 16,0 | 1,72 | 25,4 | 2,16 | 6,59 | 1,10 | 29,2 | 1,57 | 4,25 |
| 6,3 | 63 | 4 | 4,96 | 18,9 | 1,95 | 29,9 | 2,45 | 7,81 | 1,25 | 33,1 | 1,69 | 3,90 |
| | | 5 | 6,13 | 23,1 | 1,94 | 36,6 | 2,44 | 9,52 | 1,25 | 41,5 | 1,74 | 4,81 |
| | | 6 | 7,28 | 27,1 | 1,93 | 42,9 | 2,43 | 11,20 | 1,24 | 50,0 | 1,78 | 5,72 |
| 7 | 70 | 4,5 | 6,20 | 29,0 | 2,16 | 46,0 | 2,74 | 12,0 | 1,39 | 51,0 | 1,88 | 4,87 |
| | | 5 | 6,86 | 31,9 | 2,16 | 50,7 | 2,72 | 13,2 | 1,39 | 56,7 | 1,90 | 5,38 |
| | | 6 | 8,15 | 37,6 | 2,15 | 59,6 | 2,71 | 15,5 | 1,38 | 68,4 | 1,94 | 6,39 |
| | | 7 | 9,42 | 43,0 | 2,14 | 68,2 | 2,69 | 17,8 | 1,37 | 80,1 | 1,90 | 7,39 |
| | | 8 | 10,70 | 48,2 | 2,13 | 76,4 | 2,68 | 20,0 | 1,37 | 91,9 | 2,02 | 8,37 |
| 7,5 | 75 | 5 | 7,39 | 39,5 | 2,31 | 62,6 | 2,91 | 16,4 | 1,49 | 69,6 | 2,02 | 5,80 |
| | | 6 | 8,78 | 46,5 | 2,30 | 73,9 | 2,90 | 19,3 | 1,48 | 83,9 | 2,06 | 6,89 |
| | | 7 | 10,1 | 53,3 | 2,29 | 84,6 | 2,89 | 22,1 | 1,48 | 98,3 | 2,10 | 7,96 |
| | | 8 | 11,5 | 59,8 | 2,28 | 94,6 | 2,87 | 24,8 | 1,47 | 113 | 2,15 | 9,02 |
| | | 9 | 12,8 | 66,1 | 2,27 | 105 | 2,86 | 27,5 | 1,46 | 127 | 2,18 | 10,10 |



1-жадвалнинг давоми.

| Проф. номери | Ўлчамлари | | $F$, см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | |
| 8 | 80 | 5,5 | 8,63 | 52,7 | 2,47 | 83,6 | 3,11 | 21,8 | 1,59 | 93,2 | 2,17 | 6,78 |
| | | 6 | 9,38 | 57,0 | 2,47 | 90,4 | 3,11 | 23,5 | 1,58 | 102 | 2,19 | 7,36 |
| | | 7 | 10,8 | 65,3 | 2,45 | 104 | 3,09 | 27,0 | 1,58 | 119 | 2,23 | 8,51 |
| | | 8 | 12,3 | 73,4 | 2,34 | 116 | 3,08 | 30,3 | 1,57 | 137 | 2,27 | 9,65 |
| 9 | 90 | 6 | 10,3 | 82,1 | 2,78 | 130 | 3,50 | 34,0 | 1,79 | 145 | 2,43 | 8,33 |
| | | 7 | 12,3 | 94,3 | 2,77 | 150 | 3,49 | 38,9 | 1,78 | 169 | 2,47 | 9,64 |
| | | 8 | 13,9 | 106 | 2,76 | 168 | 3,48 | 43,8 | 1,77 | 194 | 2,51 | 10,9 |
| | | 9 | 15,6 | 118 | 2,75 | 186 | 3,46 | 48,6 | 1,77 | 219 | 2,55 | 12,2 |
| 10 | 100 | 6,5 | 12,8 | 122 | 3,09 | 193 | 3,88 | 50,7 | 1,99 | 214 | 2,68 | 10,1 |
| | | 7 | 13,8 | 131 | 3,08 | 207 | 3,88 | 54,2 | 1,98 | 231 | 2,71 | 10,8 |
| | | 8 | 15,6 | 147 | 3,07 | 233 | 3,87 | 60,9 | 1,98 | 265 | 2,75 | 12,2 |
| | | 10 | 19,2 | 179 | 2,05 | 284 | 3,84 | 74,1 | 1,96 | 333 | 2,83 | 51,1 |
| | | 12 | 22,8 | 209 | 3,03 | 331 | 3,81 | 86,9 | 1,96 | 402 | 2,91 | 17,9 |
| | | 14 | 26,3 | 237 | 3,00 | 375 | 3,78 | 99,3 | 1,94 | 472 | 2,99 | 20,6 |
| | | 16 | 29,7 | 264 | 2,98 | 416 | 3,74 | 112,0 | 1,94 | 542 | 3,06 | 23,3 |
| 11 | 110 | 7 | 15,2 | 176 | 3,40 | 279 | 4,29 | 72,7 | 2,19 | 308 | 2,96 | 11,9 |
| | | 8 | 17,2 | 198 | 3,39 | 315 | 4,28 | 81,8 | 2,18 | 353 | 3,00 | 13,5 |
| 12,5 | 125 | 8 | 19,7 | 294 | 3,37 | 467 | 4,87 | 122 | 2,49 | 516 | 3,36 | 15,5 |
| | | 9 | 22,0 | 327 | 3,86 | 520 | 4,86 | 135 | 2,48 | 582 | 3,40 | 17,3 |
| | | 10 | 24,3 | 360 | 3,85 | 571 | 4,84 | 149 | 2,47 | 649 | 3,45 | 19,1 |
| | | 12 | 28,9 | 422 | 3,82 | 670 | 4,82 | 174 | 2,46 | 782 | 3,53 | 22,7 |
| | | 14 | 33,4 | 482 | 3,80 | 764 | 4,78 | 200 | 2,45 | 916 | 3,61 | 26,2 |
| | | 16 | 37,8 | 539 | 3,78 | 853 | 4,75 | 224 | 2,44 | 1051 | 3,68 | 29,6 |
| 14 | 140 | 9 | 24,7 | 466 | 4,34 | 739 | 5,47 | 192 | 2,79 | 818 | 3,78 | 19,4 |
| | | 10 | 27,3 | 512 | 4,33 | 814 | 5,76 | 211 | 2,73 | 911 | 3,82 | 21,5 |
| | | 12 | 32,5 | 602 | 4,31 | 957 | 5,43 | 248 | 2,76 | 1097 | 3,90 | 25,5 |

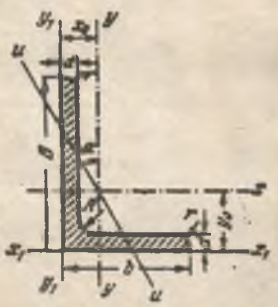
| Проф.номери | Ўлчамлари | | F, см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | b | d | | | | | | | | | | |
| 16 | 160 | 10 | 31,4 | 774 | 4,96 | 1229 | 6,25 | 319 | 3,19 | 1356 | 4,30 | 24,7 |
| | | 11 | 34,4 | 844 | 4,95 | 1341 | 6,24 | 348 | 3,18 | 1494 | 4,35 | 27,0 |
| | | 12 | 37,4 | 913 | 4,94 | 1450 | 6,23 | 376 | 5,17 | 1633 | 3,39 | 29,4 |
| | | 14 | 43,3 | 1046 | 4,92 | 1662 | 6,20 | 431 | 3,16 | 1911 | 4,47 | 34,0 |
| | | 16 | 49,1 | 1175 | 4,89 | 1866 | 6,17 | 485 | 3,14 | 2191 | 4,55 | 38,5 |
| | | 18 | 54,8 | 1299 | 4,87 | 2061 | 6,13 | 537 | 3,13 | 2472 | 4,63 | 43,0 |
| | | 20 | 60,4 | 1419 | 4,85 | 2248 | 6,10 | 589 | 3,12 | 2756 | 4,70 | 47,4 |
| 18 | 180 | 11 | 38,8 | 1216 | 5,60 | 1933 | 7,06 | 500 | 3,59 | 2128 | 4,85 | 30,5 |
| | | 12 | 42,2 | 1317 | 5,59 | 2093 | 7,04 | 540 | 3,58 | 2324 | 4,89 | 33,1 |
| 20 | 200 | 12 | 47,1 | 1823 | 6,22 | 2896 | 7,84 | 749 | 3,99 | 3182 | 5,37 | 37,0 |
| | | 13 | 50,9 | 1961 | 6,21 | 3116 | 7,83 | 805 | 3,98 | 3452 | 5,42 | 39,9 |
| | | 14 | 54,6 | 2097 | 6,20 | 3333 | 7,81 | 861 | 3,97 | 3722 | 5,46 | 42,8 |
| | | 16 | 62,0 | 2363 | 6,17 | 3755 | 7,78 | 970 | 3,96 | 4264 | 5,54 | 48,7 |
| | | 20 | 76,5 | 2871 | 6,12 | 4560 | 7,72 | 1182 | 3,93 | 5355 | 5,70 | 60,1 |
| | | 25 | 94,3 | 3466 | 6,06 | 5494 | 7,63 | 1438 | 3,91 | 6733 | 5,89 | 74,0 |
| | | 30 | 111,5 | 4020 | 6,00 | 6351 | 7,55 | 1688 | 3,89 | 8130 | 6,07 | 87,6 |
| 22 | 220 | 14 | 60,4 | 2814 | 6,83 | 4470 | 8,60 | 1159 | 4,38 | 4941 | 5,93 | 47,4 |
| | | 16 | 68,6 | 3175 | 6,81 | 5045 | 8,58 | 1306 | 4,36 | 5661 | 6,02 | 53,8 |
| 25 | 250 | 16 | 78,4 | 4717 | 7,76 | 7492 | 9,78 | 1942 | 4,98 | 8286 | 6,75 | 61,5 |
| | | 18 | 87,7 | 5247 | 7,73 | 8337 | 9,75 | 2158 | 4,96 | 9342 | 6,83 | 86,9 |
| | | 20 | 97,0 | 5765 | 7,71 | 9160 | 9,72 | 2370 | 4,94 | 10401 | 6,91 | 76,1 |
| | | 22 | 106,1 | 6270 | 7,69 | 9961 | 9,69 | 2579 | 4,93 | 11464 | 7,00 | 83,3 |
| | | 25 | 119,7 | 7006 | 7,65 | 11125 | 9,64 | 2887 | 4,91 | 13064 | 7,11 | 94,0 |
| | | 28 | 133,1 | 7717 | 7,61 | 12244 | 9,59 | 3190 | 4,89 | 14674 | 7,23 | 104,5 |
| | | 30 | 142,0 | 8177 | 7,59 | 12965 | 9,56 | 3389 | 4,89 | 14753 | 7,31 | 111,4 |



## Тенгёнлимас бурчакликлар

ГОСТ—8510—72

2-жадвал



| Профиль номери | Ўлчамлари, мм | | | P, см² | $I_x$см⁴ | $i_x$см, | $I_y$,см⁴ | $i_y$,см | $I_u$ мин см⁴ | $i_u$ мин см | tg α | $I_{x_1}$, см⁴ | $I_{y_1}$, см⁴ | $x_0$, см | $y_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | B | b | d | | | | | | | | | | | | | |
| 5,6/3,6 | 56 | 36 | 4 | 3,58 | 11,4 | 1,78 | 3,7 | 1,02 | 2,19 | 0,78 | 0,406 | 23,2 | 6,25 | 0,84 | 1,82 | 2,81 |
| | | | 5 | 4,41 | 13,8 | 1,77 | 4,48 | 1,01 | 2,66 | 0,78 | 0,404 | 29,2 | 7,91 | 0,88 | 1,86 | 3,46 |
| 6,3/4 | 63 | 40 | 4 | 4,04 | 16,3 | 2,01 | 5,16 | 1,13 | 3,07 | 0,87 | 0,397 | 33,0 | 8,81 | 0,91 | 2,03 | 3,17 |
| | | | 5 | 4,98 | 19,9 | 2,00 | 6,26 | 1,12 | 3,72 | 0,86 | 0,396 | 41,4 | 10,8 | 0,95 | 2,08 | 3,91 |
| | | | 6 | 5,90 | 23,3 | 1,99 | 7,28 | 1,11 | 4,36 | 0,86 | 0,393 | 49,9 | 13,1 | 0,99 | 2,12 | 4,63 |
| | | | 8 | 7,68 | 29,6 | 1,96 | 9,15 | 1,09 | 5,58 | 0,85 | 0,386 | 66,9 | 17,9 | 1,09 | 2,20 | 6,03 |
| 7/4,5 | 70 | 45 | 5 | 5,59 | 27,8 | 2,23 | 9,05 | 1,27 | 5,34 | 0,98 | 0,406 | 56,7 | 15,2 | 1,05 | 2,28 | 4,39 |
| 7,5/5 | 75 | 50 | 5 | 6,11 | 34,8 | 2,39 | 12,5 | 1,43 | 7,24 | 1,09 | 0,436 | 69,7 | 20,8 | 1,17 | 2,39 | 4,79 |
| | | | 6 | 7,25 | 40,9 | 2,38 | 14,6 | 1,42 | 8,48 | 1,08 | 0,435 | 83,9 | 25,2 | 1,21 | 2,44 | 5,69 |
| | | | 8 | 9,47 | 52,4 | 2,35 | 18,5 | 1,40 | 10,9 | 1,07 | 0,430 | 112 | 34,2 | 1,29 | 2,52 | 7,43 |
| 8/5 | 80 | 50 | 5 | 6,36 | 41,6 | 2,56 | 12,7 | 1,41 | 7,58 | 1,09 | 0,387 | 84,6 | 20,8 | 1,13 | 2,60 | 4,99 |
| | | | 6 | 7,55 | 49,0 | 2,55 | 14,8 | 1,40 | 8,88 | 1,08 | 0,386 | 102 | 25,2 | 1,17 | 2,65 | 5,92 |
| 9/5,6 | 90 | 56 | 5,5 | 7,86 | 65,3 | 2,88 | 19,7 | 1,58 | 11,8 | 1,22 | 0,384 | 132 | 32,2 | 1,26 | 2,92 | 6,17 |
| | | | 6 | 8,54 | 70,6 | 2,88 | 21,2 | 1,58 | 12,7 | 1,22 | 0,384 | 145 | 35,1 | 1,28 | 2,95 | 6,70 |
| | | | 8 | 11,18 | 90,9 | 2,85 | 27,1 | 1,56 | 16,3 | 1,21 | 0,380 | 194 | 47,8 | 1,36 | 3,04 | 8,77 |
| 10/6,3 | 100 | 63 | 6 | 9,59 | 98,3 | 3,23 | 30,6 | 1,79 | 18,2 | 1,38 | 0,393 | 198 | 49,9 | 1,42 | 3,23 | 7,53 |
| | | | 7 | 11,1 | 113 | 3,19 | 35,0 | 1,78 | 20,8 | 1,37 | 0,392 | 232 | 58,7 | 1,46 | 3,28 | 8,70 |
| | | | 8 | 12,6 | 127 | 3,18 | 39,2 | 1,77 | 23,4 | 1,36 | 0,391 | 266 | 67,6 | 1,50 | 3,32 | 9,87 |
| | | | 10 | 15,5 | 154 | 3,15 | 47,1 | 1,75 | 28,3 | 1,35 | 0,387 | 333 | 85,8 | 1,58 | 3,40 | 12,10 |

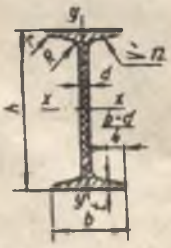
| Профиль номери | Ўлчамлари. мм | | | $F$, см² | $I_x$ см⁴ | $i_x$, см | $I_y$, см⁴ | $i_y$, см | $I_u$ мин см⁴ | $i_u$ мин см | tg α | $I_{x_1}$, см⁴ | $I_{y_1}$, см⁴ | $x_0$, см | $y_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B$ | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | | | | |
| 11/7 | 110 | 70 | 6,5 | 11,4 | 142 | 3,53 | 45,6 | 2,00 | 26,9 | 1,53 | 0,402 | 286 | 74,3 | 1,58 | 3,55 | 8,98 |
| | | | 8 | 13,9 | 172 | 3,51 | 54,6 | 1,98 | 32,3 | 1,52 | 0,400 | 353 | 92,3 | 1,64 | 3,61 | 10,90 |
| 12,5/8 | 125 | 80 | 7 | 14,1 | 227 | 4,01 | 73,7 | 2,29 | 43,4 | 1,76 | 0,407 | 452 | 119 | 1,80 | 4,01 | 11,0 |
| | | | 8 | 16,0 | 256 | 4,00 | 83 | 2,28 | 48,8 | 1,75 | 0,406 | 518 | 137 | 1,84 | 4,05 | 12,5 |
| | | | 10 | 19,7 | 312 | 3,98 | 100 | 2,26 | 59,3 | 1,74 | 0,404 | 649 | 173 | 1,92 | 4,14 | 15,5 |
| | | | 12 | 23,4 | 365 | 3,95 | 117 | 2,24 | 69,5 | 1,72 | 0,400 | 781 | 210 | 2,00 | 4,22 | 18,3 |
| 14/9 | 140 | 90 | 8 | 18,0 | 364 | 4,49 | 120 | 2,58 | 70,3 | 1,98 | 0,411 | 727 | 194 | 2,03 | 4,49 | 14,1 |
| | | | 10 | 22,2 | 444 | 4,47 | 146 | 2,56 | 85,5 | 1,96 | 0,409 | 911 | 245 | 2,12 | 4,58 | 17,5 |
| 16/10 | 160 | 100 | 9 | 22,9 | 606 | 5,15 | 186 | 2,85 | 110 | 2,20 | 0,391 | 1221 | 300 | 2,23 | 5,19 | 18,0 |
| | | | 10 | 25,3 | 667 | 5,13 | 204 | 2,84 | 121 | 2,19 | 0,390 | 1359 | 335 | 2,28 | 5,23 | 19,8 |
| | | | 12 | 30,0 | 784 | 5,11 | 239 | 2,82 | 142 | 2,18 | 0,388 | 1634 | 405 | 2,36 | 5,32 | 23,6 |
| | | | 14 | 34,7 | 897 | 5,08 | 272 | 2,80 | 162 | 2,16 | 0,385 | 1910 | 477 | 2,43 | 5,40 | 27,3 |
| 18/11 | 180 | 110 | 10 | 28,3 | 952 | 5,80 | 276 | 3,12 | 165 | 2,42 | 0,375 | 1933 | 444 | 2,44 | 5,88 | 22,2 |
| | | | 12 | 33,7 | 1123 | 5,77 | 324 | 3,10 | 194 | 2,40 | 0,374 | 2324 | 537 | 2,52 | 5,97 | 26,4 |
| 20/12,5 | 200 | 125 | 11 | 34,9 | 1449 | 6,45 | 446 | 3,58 | 264 | 2,75 | 0,392 | 2920 | 718 | 2,79 | 6,50 | 27,4 |
| | | | 12 | 37,9 | 1568 | 6,43 | 482 | 3,57 | 285 | 2,74 | 0,392 | 3189 | 786 | 2,83 | 6,54 | 129,7 |
| | | | 14 | 43,9 | 1801 | 6,41 | 551 | 3,54 | 327 | 2,73 | 0,390 | 3726 | 922 | 2,91 | 6,62 | 34,4 |
| | | | 16 | 49,8 | 2026 | 6,38 | 617 | 3,52 | 367 | 2,72 | 0,388 | 4264 | 1061 | 2,99 | 6,71 | 39,1 |
| 25/16 | 250 | 160 | 12 | 48,3 | 3147 | 8,07 | 1032 | 4,62 | 604 | 3,54 | 0,410 | 6212 | 1634 | 3,53 | 7,97 | 37,9 |
| | | | 16 | 63,6 | 4091 | 8,02 | 1333 | 4,58 | 781 | 3,5 | 0,408 | 8308 | 2200 | 3,69 | 8,14 | 49,9 |
| | | | 18 | 71,1 | 4545 | 7,99 | 1475 | 4,56 | 866 | 3,49 | 0,407 | 9358 | 2487 | 3,77 | 8,23 | 55,8 |
| | | | 20 | 78,5 | 4987 | 7,97 | 1613 | 4,53 | 949 | 3,48 | 0,405 | 10410 | 2776 | 3,85 | 8,31 | 61,7 |



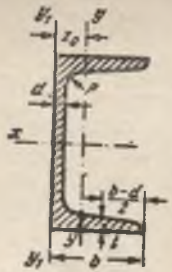
## Қўштавр балкалар

**ГОСТ—8239—72**

3- жадвал



| Проф. номери | Ўлчамлари | | | | $F$, см² | $I_x$, см⁴ | $W_x$, см³ | $i_x$, см | $S_x$, см³ | $I_y$, см⁴ | $W_y$, см³ | $i_y$, см | Масса 1 п.м. кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $h$ | $b$ | $d$ | $t$ | | | | | | | | | |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 | 9,46 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 | 11,5 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,5 | 1,55 | 13,7 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 20,2 | 873 | 109 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,5 | 1,70 | 15,9 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 23,4 | 1290 | 143 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,4 | 1,88 | 18,4 |
| 18а | 180 | 100 | 5,1 | 8,3 | 25,4 | 1430 | 159 | 7,51 | 89,8 | 114 | 22,8 | 2,12 | 19,9 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 26,8 | 1840 | 184 | 8,28 | 104 | 115 | 23,1 | 2,07 | 21,0 |
| 20а | 200 | 110 | 5,2 | 8,6 | 28,9 | 2030 | 203 | 8,37 | 114 | 155 | 28,2 | 2,32 | 22,7 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 30,6 | 2550 | 232 | 9,13 | 131 | 157 | 28,6 | 2,27 | 24,0 |
| 22а | 220 | 120 | 5,4 | 8,9 | 32,8 | 2790 | 254 | 9,22 | 143 | 206 | 34,3 | 2,50 | 25,8 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 34,8 | 3460 | 289 | 9,97 | 163 | 198 | 34,5 | 2,37 | 27,3 |
| 24а | 240 | 125 | 5,6 | 9,8 | 37,5 | 3800 | 317 | 10,1 | 178 | 260 | 41,6 | 2,63 | 29,4 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 40,2 | 5010 | 371 | 11,2 | 210 | 260 | 41,5 | 2,54 | 31,5 |
| 27а | 270 | 135 | 6,0 | 10,2 | 43,2 | 5500 | 407 | 11,3 | 229 | 337 | 50,0 | 2,80 | 33,9 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5 | 7080 | 472 | 12,3 | 268 | 337 | 49,9 | 2,69 | 36,5 |
| 30а | 300 | 145 | 6,5 | 10,7 | 49,9 | 7780 | 518 | 12,5 | 292 | 436 | 60,1 | 2,95 | 39,2 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 53,8 | 9840 | 597 | 13,5 | 339 | 419 | 59,9 | 2,79 | 42,2 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9 | 13380 | 743 | 14,7 | 423 | 516 | 71,1 | 2,89 | 48,6 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 72,6 | 19062 | 953 | 16,2 | 545 | 667 | 86,1 | 3,03 | 57,0 |
| 45 | 450 | 160 | 9 | 14,2 | 84,7 | 27696 | 1231 | 18,1 | 708 | 808 | 101 | 3,09 | 66,5 |
| 50 | 500 | 170 | 10 | 15,2 | 100 | 39727 | 1589 | 19,9 | 919 | 1043 | 123 | 3,23 | 78,5 |
| 55 | 550 | 180 | 11 | 16,5 | 118 | 55962 | 2035 | 21,8 | 1181 | 1356 | 151 | 3,39 | 92,6 |
| 60 | 600 | 190 | 12 | 17,8 | 138 | 76806 | 2560 | 23,6 | 1491 | 1725 | 182 | 3,54 | 108 |



## Швеллерлар
ГОСТ 8240 — 72

4-жадвал

| проф. номери | Ўлчамлари | | | | $F$, см² | $I_x$, см⁴ | $W_x$, см³ | $i_x$, см | $S_x$, см³ | $I_y$, см⁴ | $W_y$, см³ | $i_y$, см | $z_0$, см | Масса, 1п.м, кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $h$ | $b$ | $d$ | $t$ | | | | | | | | | | |
| 5 | 50 | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,19 | 22,8 | 9,1 | 1,92 | 5,59 | 5,61 | 2,75 | 0,954 | 1,16 | 4,84 |
| 6,5 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15,0 | 2,54 | 9,0 | 8,7 | 3,68 | 1,08 | 1,24 | 5,90 |
| 8 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 13,3 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 | 7,05 |
| 10 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 | 8,59 |
| 14 | 140 | 58 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,60 | 40,8 | 45,4 | 11,0 | 1,70 | 1,67 | 12,3 |
| 14a | 140 | 62 | 4,9 | 8,7 | 17,0 | 545 | 77,8 | 5,66 | 45,1 | 57,5 | 13,3 | 1,84 | 1,87 | 13,3 |
| 16 | 160 | 64 | 5,0 | 8,4 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 54,1 | 63,6 | 13,8 | 1,87 | 1,80 | 14,2 |
| 16a | 160 | 68 | 5,0 | 9,0 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 59,4 | 78,8 | 16,4 | 2,01 | 2,00 | 15,3 |
| 18 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 69,8 | 86 | 17,0 | 2,04 | 1,94 | 16,3 |
| 18a | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 22,2 | 1190 | 132 | 7,32 | 76,1 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,13 | 17,4 |
| 20 | 200 | 76 | 5,2 | 9,0 | 23,4 | 1520 | 152 | 8,07 | 87,8 | 113 | 20,5 | 2,20 | 2,07 | 18,4 |
| 20a | 200 | 80 | 5,2 | 9,7 | 25,2 | 1670 | 167 | 8,15 | 95,9 | 139 | 24,2 | 2,35 | 2,28 | 19,8 |
| 22 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 2110 | 192 | 8,89 | 110 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,21 | 21,0 |
| 22a | 220 | 87 | 5,4 | 10,2 | 28,8 | 2330 | 212 | 8,99 | 121 | 187 | 30,0 | 2,55 | 2,46 | 22,6 |
| 24 | 240 | 90 | 5,6 | 10,0 | 30,6 | 2900 | 242 | 9,73 | 139 | 208 | 31,6 | 2,60 | 2,42 | 24,0 |
| 24a | 240 | 95 | 5,6 | 10,7 | 32,9 | 3180 | 265 | 9,84 | 151 | 254 | 37,2 | 2,78 | 2,67 | 25,8 |
| 27 | 270 | 96 | 6,0 | 10,5 | 35,2 | 4160 | 308 | 10,9 | 178 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 | 27,7 |
| 30 | 300 | 100 | 6,5 | 11,0 | 40,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 224 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 | 31,8 |
| 33 | 330 | 105 | 7,0 | 11,7 | 46,5 | 7980 | 484 | 13,1 | 281 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 | 36,5 |
| 36 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 10820 | 601 | 14,2 | 350 | 513 | 61,7 | 3,10 | 2,68 | 41,9 |
| 40 | 400 | 115 | 8,0 | 13,5 | 16,5 | 15220 | 761 | 15,7 | 444 | 642 | 73,4 | 3,23 | 2,75 | 48,3 |

## МУНДАРИЖА


Русча нашрига сўз боши . . . . . 4

Барча масалалар учун умумий маълумотлар . . . . . 4

1-боб. Бўйлама чўзилиш ва сиқилиш . . . . . 5

1-§. Статик аниқланадиган системалар . . . . . 5
2-§. Статик аниқланмайдиган системалар . . . . . 23
3-§. Хусусий оғирлигини ҳисоблаш . . . . . 45
4-§. Эластик ишлар . . . . . 49

2-боб. Мураккаб зўриққан ҳолат. Мустаҳкамлик назарияси . . . . 54

5-§. Кучланишларни аниқлашнинг аналитик ва график усуллари . 54
6-§. Деформациялар. Потенциал энергия . . . . . 60
7-§. Юпқа деворли идишлар . . . . . 64
8-§. Контакт кучланишлар . . . . . 71

3-боб. Силжиш ва эзилиш . . . . . 73

9-§. Болтли ва парчинмихли бирикмалар . . . . . 73
10-§. Пайванд бирикмалар . . . . . 79
11-§. Уйиқлар, шпонкалар ва конструкцияларнинг бошқа элементлари . . . . . 82

4-боб. Буралиш . . . . . 88

12-§. Думалоқ кесимли стерженларнинг буралиши . . . . . 88
13-§. Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни бураш . . . . . 96
14-§. Кичик қадамли винтли пружиналар . . . . . 99
15-§. Силжиш ва буралишга ишлайдиган конструкциялар . . . . 103

5-боб. Ясси шаклларнинг геометрик характеристикалари . . . . . 107

16-§. Симметрия ўқларига эга бўлган кесимларнинг геометрик характеристикалари . . . . . 107
17-§. Носимметрик кесимларнинг геометрик характеристикалари . 117

6-боб. Ясси эгилиш. Ички зўриқиш ва кучланишлар . . . . . 125
18-§. Қўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг эпюралари . . 125
19-§. Эгилишдаги нормал кучланишлар . . . . . 141
20-§. Эгилишдаги уринма кучланишлар. Эгилиш маркази . . . . 154
21-§. Эгилишдаги бош кучланишлар. Балкаларнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текшириш . . . . . 165

7-боб. Эгилишдаги деформация ва кўчишлар . . . . . 173

22-§. Кўчишларни аниқлашнинг аналитик усуллари . . . . . 173
23-§. Эгилишдаги силжишларни аниқлашнинг графоаналитик ва график усуллари . . . . . 187
24-§. Кўчишларни аниқлашнинг энергетик усуллари . . . . . 196
25-§. Балкалардаги кўчишларни исталган усулда аниқлаш . . . 206

8-боб. **Таркибий балкалар. Узгарувчан кесимли балкалар** . . . . . 214
26-§. Таркибий балкалар . . . . . 214
27-§. Узгарувчан кесимли балкалар . . . . . 222
9-боб. **Статик аниқланмайдиган системалар** . . . . . 231
28-§. Балкалар . . . . . 231
29-§. Рамалар . . . . . 249
10-боб. **Мураккаб қаршилик** . . . . . 261
30-§. Қийшиқ ва фазовий эгилиш . . . . . 261
31-§. Марказдан ташқаридаги чўзилиш ва сиқилиш . . . . . 275
32-§. **Бўйлама ва кўндаланг кучларнинг бир вақтдаги таъсири** . . 285
33-§. Эгилиш ва буралиш . . . . . 292
34-§. Мураккаб қаршиликнинг умумий ҳоли . . . . . 301
35-§. Юпқа деворли стерженлар . . . . . 309
11-боб. **Конструкциялар қисмларининг устиворлиги** . . . . . 323
36-§. Сиқилган стерженларнинг устиворлиги . . . . . 323
12-боб. **Юкларнинг динамик ва узоқ таъсири** . . . . . 325
37-§. Инерция кучларининг таъсири . . . . . 325
Иловалар . . . . . 328

---

*Николай Михайлович Беляев,*
*Лев Александрович Белявский,*
*Яков Исаевич Кипнис,*
*Никита Юрьевич Кушелев*
*и Анатолий Константинович Синицкий*

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

*Учебное пособия для студентов высших технических учебных заведений*

Перевод со второго издания. М., «Наука», 1972.

На узбекском языке

*Издательство «Ўзбекистон»—1993—700129, Ташкент, Навои, 30.*

Таржимон *Б. Қорабоев*
Муҳаррир *С. Мирбобоева*
Бадиий муҳаррир *Р. Неккадамбоев*
Техн. муҳаррир *А. Бахтиёров*
Мусаҳҳиқа *Г. Азизова*

Теришга берилди 12.02.92. Босишга рухсат этилди 2.12.92. Бичими 60×90¹/₁₆. Босма қоғози № 2. Литературная гарнитурада. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. л. 21,0. Нашр л. 22.99. 3000 нусхада. Буюртма № 388. Баҳоси шартнома асосида.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 26—92.

Ўзбекистон Республикаси Давлат Матбуот қўмитаси Тошкент матбаа комбинатининг ижарадаги корхонасида босилди. 700129, Тошкент Навоий кўчаси, 30.

620
М-31

# МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

620
М-31

# МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

В. К. КАЧУРИН таҳрири остида

*Олий техника ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлланма*

Бу ... БИ.
№ 411193

Тошкент
«Ўзбекистон»
1993

30.121
М 31

**Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами:** Олий М 31 техника ўқув юрт. талабалари учун қўлл. [Н. М. Беляев, Л. А. Белявский, Я. И. Купнис ва бошқ.; В. Қ. Қачурин таҳрири остида.].— Т.: Ўзбекистон, 1993.— 336 б.

ISBN 5-640-01275-7.

1. Беляев Н. М. ва бошқ.

Тўпламда материаллар қаршилиги курсининг барча асосий бўлимлари: чўзилиш-сиқилиш, мураккаб зўриққан ҳолат ва мустаҳкамлик назарияси, силжиш ва эзилиш, буралиш, эгилиш, мураккаб қаршилик, конструкциялар элементларининг устиворлиги, юкланишларнинг динамик ва узоқ муддат таъсирига тегишли масалалар берилган.

**Сборник задач по сопротивлению материалов:** Учебное пособие для студентов втузов.

**ББК 30.121я73**

№ 11—93
Навоий номли Ўзбекистон
Республикаси
Давлат кутубхонаси.

К $\frac{2004030000-10}{М\ 351\ (04)\ 93}$ 93

© «ЎЗБЕКИСТОН» нашриёти, 1993 й.

## РУСЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Тавсия қилинаётган ушбу «Масалалар тўплами» СССР ФА мухбир аъзоси марҳум Н. М. Беляевнинг «Матерналлар қаршилигидан масалалар тўплами" (II—XI нашрлари) китобини бир неча марта қайта ишлаган ва тўлдирган муаллифлар томонидан тузилди. Бу «тўплам»да Н. М. Беляевга тегишли бир нечта масала ҳам берилди, унинг «Тўпламн» даги асосий структура ва умумий йўналиш сақланди. Шунинг учун Н. М. Беляевнинг шогирдлари ва ходимлари бўлган муаллифлар ўз устозларининг номини ёзишни ўз бурчлари, деб ҳисобладилар.

«Тўплам» асосан масалаларни талабаларнинг ўзлари ечишлари учун мўлжалланган. Шу туфайли, матерналлар қаршилигини чуқурроқ ўрганувчилар учун қизиқарли бўлган анча мураккаб масалалар бунга киритилмади. Энг намунавий масалаларнинг ечимн берилди. Ҳар хил шартларга эга бўлган масалалар билан бир қаторда деярли барча бўлимларда умумий шартга эга бўлган комплекс масалалар схемалар ёки рақамли маълумотларнинг кўп вариантлари билан берилди. Бу масалалар контрол ишлар ёки индивидуал уй топшириқлари учун мўлжалланади.

«Тўплам» материаллари авторлар орасида қуйидагича тақсимланади: Н. М. Беляев — баъзи бўлимлардаги айрим масалалар, Л. А. Белявский — 12—15, 24, 25, 27—29-§ лар, Я. И. Кипнис —9, 11, 16, 23, 26-§ лар, Н. Ю. Кушелев —1—8, 43—45-§ лар ва иловалар, А. К. Синицкий — 30—35, 37-§ лар, В. К. Качурин баъзи бўлимлардаги айрим масалаларга мавзу берди ва «Тўплам» ни умумий таҳрирдан чиқарди.

*В. К. Качурин*

## БАРЧА МАСАЛАЛАР УЧУН УМУМИЙ МАЪЛУМОТЛАР

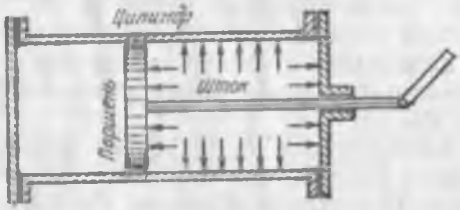
Агар масала шартида махсус кўрсатмалар бўлмаса, уни ечишда кўрсатилган катталикларнинг қуйидаги ўртача қийматларини қабул қилиш лозим:

| | СИ системасида (Н/м²) |
|---|---|
| Пўлатнинг чўзилиш ёки сиқилишдаги эластиклик модули | $E = 2.10^{11}$ |
| Алюминий ва дюралюминийнинг эластиклик модули | $E = 0{,}7.10^{11}$ |
| Чўяннинг эластиклик модули | $E = 1.2.10^{11}$ |
| Миснинг эластиклик модули | $E = 1.10^{11}$ |
| Ёғочнинг толалар бўйлаб эластиклик модули | $E = 1.10^{10}$ |
| Пўлатнинг силжишдаги эластиклик модули | $G = 8.10^{10}$ |
| Пўлатнинг ҳажмий оғирлиги | $\gamma = 7{,}8.10^{4}$ (Н/м³) |
| Пўлатнинг чизиқли кенгайиш температура коэффициенти | $\alpha = 125.10^{-7}$ |
| Миснинг чизиқли кенгайиш температура коэффициенти | $\alpha = 165.10^{-7}$ |
| Пўлатнинг кўндаланг деформация коэффициенти | $\mu = 0{,}30$ |

## 1 боб.
# БУЙЛАМА ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

### 1-§. Статик аниқланадиган системалар

**1.1.** Буғ машинаси цилиндри поршенининг диаметри 40 см (расмга қ.), поршень штогининг диаметри 5,6 см. Буғнинг босими 10 ат (1 ат = 1 кг/см² = 9,81·10⁴ Н/м²). Машинанинг бир юриши вақтидаги штокнинг энг катта кучланиши ва узунлигининг шунга яраша ўзгариши топилсин. Штокнинг узунлиги 75 см, штокнинг материали — пўлат.




1.1-масалага оид

*Ечиш.* Қуйидагича белгилаймиз: цилиндрнинг диаметри $D = 40$ см, штокнинг диаметри $d = 5{,}6$ см, узунлиги $l = 75$ см, буғнинг босими $q = 10$ ат = $= 10$ кг/см² $= 9{,}81 \cdot 10^5$ Н/м², эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см² $= 19{,}62 \cdot 10^{10}$ Н/м². Поршень юзи:

$$F_1 = \frac{\pi D^2}{4} = 0{,}785 \cdot 40^2 = 1256 \text{ см}^2 = 0{,}1256 \text{ см}^2$$

Штокдаги куч (чапдаги буғ) қуйидагича бўлади:

$$P = P_1 \cdot q = 1256 \cdot 10 = 12560 \text{ кг} = 0{,}1256 \cdot 9{,}81 \cdot 10^5 = 1{,}23 \cdot 10^5 \text{ Н (сиқилиш)}$$

Штокнинг кўндаланг кесим юзи:

$$F_2 = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}785 \cdot 56^2 = 24{,}65 \text{ см}^2 = 2{,}465 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Штокдаги кучланишни топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F_2} = \frac{12560}{24{,}65} = 510 \text{ кг/см}^2 = \frac{1{,}23 \cdot 10^5}{2{,}465 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Штокнинг қисқариши қуйидагига тенг:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF^2} = \frac{12560 \cdot 75}{2 \cdot 10^6 \cdot 24{,}65} = 0{,}0191 \text{ см} = \frac{1{,}23 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 10^{-2}}{19{,}62 \cdot 10^{10} \cdot 2{,}465 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 191 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

1.2. Агар поезд жойидан қўзғалаётганда кучланиш пўлатнинг оқувчанлик чегарасидан ошмаслиги лозим бўлса, темир йўл вагонлари тортқиси винти материали учун статик нагрузкани ҳисоблашда рухсат этилган кучланиш қандай бўлиши лозим? Оқувчанлик чегарасини $\sigma_т = 0{,}6\ \sigma_в$, мустаҳкамлик чегарасини $\sigma_в = 50$ Н/мм² деб оламиз. Поезд жойидан тўсатдан қўзғалгандаги кучланиш аста-секин қўзғалгандагидан иккки марта катта бўлишини ҳисобга олинг.

*Жавоб:* 1500 Н/см².

1.3. Баландлиги 3 м бўлган чўян устуннинг кўндаланг кесими ҳалқасимон бўлиб, ташқи диаметри 25 см, ички диаметри 20 см. Колонна 50 кН куч билан сиқилади. Кўндаланг кесим юзидаги кучланиш, абсолют ва нисбий сиқилиш нимага тенг?

*Жавоб:* $\sigma = 283$ Н/см²; $\Delta l = 0{,}71$ мм; $\varepsilon = 2{,}36 \cdot 10^{-4}$.

1.4. Ёғоч устуннинг кўндаланг кесими доира бўлиб, диаметри 20 см. Агар ундаги сиқувчи кучланиш 4 МПа дан ошмаса, устун қанча юк кўтара олиши мумкин?

*Жавоб.* 125,7 кН.

1.5. Думалоқ кесимли пўлат стержень 100 кН куч билан чўзилади. Нисбий узайиш 1/2000 дан ошмаслиги, кучланиш 120 МПа дан ошмаслиги лозим. Стерженнинг шу шартларни қаноатлантирадиган энг кичик диаметрини топинг.

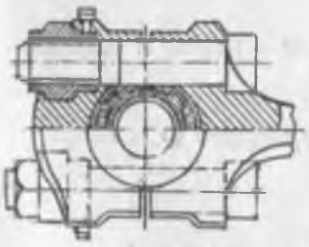
*Жавоб:* 3,57 см.

1.6. Шатун ажраладиган каллагининг иккала қисмини бириктирадиган икки болтдан ҳар бирининг диаметрини аниқланг (расмга қаранг). Шатундаги зўриқиш $P = 128$ кН; болт материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 600$ Н/см².

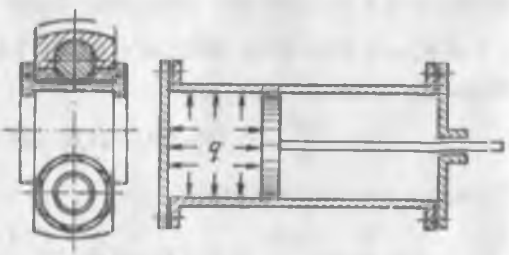
*Жавоб:* 37 мм.

1.7. Двигатель цилиндридаги иш босими (ташқи босимдан ортиқча босим) $q = 10$ ат, цилиндрнинг ички диаметри 350 мм (расмга қаранг). Агар болт материали учун рухсат этилган кучланиш 40 МПа бўлса, қопқоқни цилиндр деворига маҳкамлаш учун диаметри 18 мм ли болтдан қанча керак бўлади?

*Жавоб:* 10 та болт.



1.6- масалага оид




1.7- масалага оид

**1.8.** Агар пўлат стерженнинг кўндаланг кесим юзаси 4 см² бўлса, расмда кўрсатилганидек юкланган пўлат стержень *1—1* ва *2—2* кесимларидаги кучланишни ва унинг тўлиқ узайишини аниқланг.




1.8- масалага оид

*Ечиш.* Стерженни *1—1* кесим билан хаёлан кесамиз ва масалан, ўнг қисмини ташлаб юборамиз, чап қисмини ҳам ташлаб юборнш мумкин эди, одатда ечимни соддалаштириш учун стерженнинг кўпроқ куч қўйилган қисмн ташлаб юборилади. Қолган чап қисмидаги қўйилган 20 кН кучни мувозанатлаш учун *1—1* кесимдаги ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ҳам 20 кН га тенг бўлиши ва ўнгга, яъни қолган қисмидан ташқи томонга йўналяши лозим. Шундай қилиб, *1—1* кесимда чўзувчи зўриқиш ҳам $N_1=20$ кН га тенг. Шундай мулоҳаза юритиб, *2—2* кесимдаги зўриқиш ҳам чўзувчи ва $N_2=20$ кН га тенг эканлигини аниқлаймиз. Энди кучланишни топишимиз мумкин. *1—1* кесимдаги кучланиш

$$\sigma_{1-1}=\frac{N_1}{F}=\frac{20000}{4\cdot10^{-4}}=5\cdot10^7\ \text{Н/м}^2$$

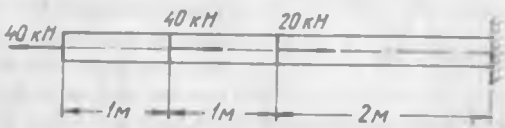
*2 — 2* кесимда эса $\sigma_{2-2}=\frac{N_2}{F}=\frac{10000}{4\cdot10^{-4}}=2{,}5\cdot10^7\ \text{Н/м}^2$

Чап қисмдагн (1 м узунликдаги) зўриқиш ўнг қисмдаги (2 м узунликдаги) зўриқишга тенг бўлмаганлиги учун ҳар бир участкадаги деформацняни алоҳида-алоҳида топиш лозим. Стерженнинг тўлиқ деформацияси айрим қисмлардаги деформацияларни қўшиш йўли билан (улар ҳар хил ишорали бўлса, алгебраик қўшиш йўли билан) топилади. Ушбу ҳолда

$$\Delta l_1=\Delta l_1+\Delta l_2=\frac{N_1l_1}{EF}+\frac{N_2l_2}{EF}=\frac{2\cdot10^4\cdot1}{2\cdot10^{11}\cdot4\cdot10^{-4}}+$$

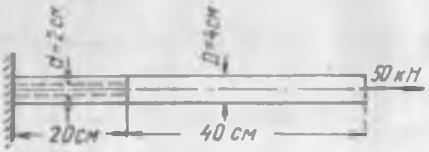
$$+\frac{1\cdot10^4\cdot2}{2\cdot10^{11}\cdot4\cdot10^{-4}}=0{,}0000\ 5\ \text{м}\approx0{,}5\ \text{мм}.$$

**1.9.** Расмда кўрсатилган пўлат стерженнинг барча участкаларидаги кучланишларни ва унинг тўлиқ деформациясини топинг. Стерженнинг кўндаланг кесими 5 см².




1.9- масалага оид

*Жавоб:* Чап участкада $\sigma=80$ МПа, ўрта участкада $\sigma=0$, ўнг участкада $\sigma=-40$ МПа, $\Delta l=0$.




1.10- масалага оид

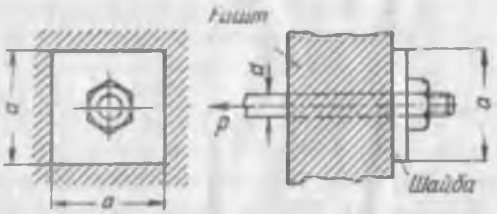
**1.10.** Расмда тасвирланган пўлат стерженнинг ўнг қисмидаги кесими яхлит думалоқ, чап қисмидаги кесими ҳалқасимон. Стерженнинг иккала қисмидаги кучланишларни ва унинг тўлиқ узайишини топинг.

*Жавоб:* Чап участкада $\sigma = 53{,}1$ МПа, ўнг участкада $\sigma = 39{,}7$ МПа; $\Delta l = 0{,}132$ мм.

**1.11.** Ҳалқасимон кўндаланг кесимли полиэтилен трубканинг ташқи диаметри 5 см, у 2400 Н куч билан чўзилган. Рухсат этилган кучланиш 3,4 МПа бўлса, деворнинг зарур қалинлигини аниқланг.

*Жавоб:* 5 мм.

**1.12** Диаметри $d = 30$ мм бўлган тортқи зўриқиш $P$ билан чўзилган (расмга қаранг), бу зўриқиш унда 80 МПа кучланиш




1.12- масалага оид

вужудга келтиради. Агар ғишт деворни эзиш, (маҳаллий сиқиш)га рухсат этилган кучланиш 1 МПа бўлса, квадрат шайбанинг $a$ томони қанча см бўлиши лозим.

*Жавоб:* 24 см.

**1.13.** Эни $b = 15$ см бўлган ёғоч брус ғишт деворга тираладн (расмга қаранг). Бруснинг шу учи орқали деворга 30 кН босим узатилади. Агар брус ёғочини толаларига кўндалангига эзилиш учун рухсат этилган кучланиш 1,2 МПа, деворни эзилиш учун рухсат этилган кучланиш 1,0 МПа бўлса, брусни деворга киритиладиган узунлик $a$ қанча бўлиши керак? Босимни брус деворга тегиш юзаси бўйлаб бир текис тақсимланган деб фараз қилинади.




1.13- масалага оид

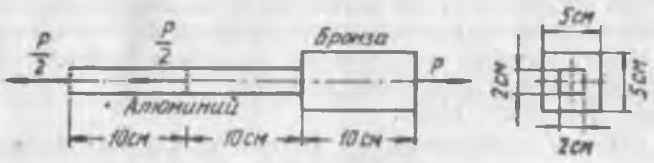
*Жавоб:* 20 см.

**1.14.** Брус 75 кН зўриқиш билан чўзилган, у диаметри 2 мм ли симлардан иборат. Тросдаги симларнинг қиялигини ҳисобга

олганда рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=300$ МПа, тросдаги симлар сонини аниқланг.

*Жавоб:* 80 та сим.

**1.15.** Расмда кўрсатилган стержень ўзига қўйилган юк таъсирида 0,2 мм чўзилади. Алюминийнинг эластиклик модули




1.15- масалага оид

$0{,}75\cdot10^{11}$ Н/м², бронзаники $1{,}1\times10^{11}$ Н/м² қабул қилинган. Юк қиймати $P$ аниқлансин.

*Жавоб:* 36,7 кН.

**1.16.** Кўприкнинг пўлат фермасига синаш учун юк қўйилганда ферма элементларидан бирига қўйилган тензометр кўрсаткичлари орасидаги фарқ 12 мм га тенг бўлди. Тензометрнинг базаси (деформация ўлчанадиган узунлиги) 20 мм, унинг катталаш коэффициенти 1000, синалаётган элементдаги кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Кучланишни Гук қонуни бўйича аниқлаймиз. Абсолют деформация тензометр кўрсатишлари фарқининг унинг катталашиш коэффициентига бўлинганига тенг:

$$\Delta l=\frac{\Delta}{k}=\frac{12}{1000}=0{,}012 \text{ мм}.$$

Нисбий деформация абсолют деформациянинг асбобнинг базасига нисбатига тенг:

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{0{,}012}{20}=0{,}0006.$$

Биз қидираётган кучланиш:

$$\sigma=E\varepsilon\approx2\cdot10^5\cdot0{,}0006=120 \text{ МПа}$$

**1.17.** Агар катталашиши 1000, ҳисоблаш аниқлиги 0,11 мм бўлса, кучланиш эса камида 1,0 МПа аниқликда ўлчаниши лозим бўлса, пўлат детални синаш учун мўлжалланган тензометрнинг минимал базаси қанчага тенг бўлади.

*Жавоб:* 20 мм.

**1.18.** Диаметри 1,2 мм ли симни базаси 10 см ли тензометр ёрдамида 100 Н юк билан синаш пайтида узайиши 0,08 мм ни ташкил қилди. Сим материали нормал эластиклиги модули нимага тенг?

*Жавоб:* $1{,}1\times10^{11}$ Н/м².

**1.19.** 100 кН юкни ўлчаганда кўндаланг кесими 10 см² ли деталга қўйилган тензометр ҳисоблари фарқи 25 мм га тенг

бўлди. Тензометр базаси 100 мм, унинг катталаштириши 500. Шу деталь материалининг эластиклик модули нимага тенг?

*Жавоб:* $2\times10^{11}$ Н/м².

**1.20.** Узунлиги 3 м ва диаметри 1,6 м ли пўлат симга маълум юк осилганда симнинг чўзилиши 1,5 мм га тенг бўлди. Кейин ўша юкнинг ўзи узунлиги 1,8 м ва диаметри 3,2 мм мис симга осилди. Бу ҳолда симнинг узайиши 0,39 мм ни ташкил қилди. Пўлат симнинг эластиклик модулини билган ҳолда мис симнинг эластиклик модулини аниқланг.

*Жавоб:* $1{,}15\times10^{11}$ Н/м².

**1.21.** Шахта кўтаргичининг катаги кўндаланг кесим юзаси 100 мм² ва узунлиги катак оғирлиги билан юкланганда 100 м га тенг бўлган тросга осилган. Катакка 3500 Н руда юкланганда троснинг узайиши 3 см га тенг бўлди. Троснинг эластиклик модулини аниқланг.

*Жавоб:* $1{,}75\times10^{11}$, Н/м².

**1.22.** Намунани маълум юк билан чўзилишга синаш пайтида бўйлама деформацияни ўлчаётган тензометр № 1 ҳисоблари фарқи 10,4 мм га, кўндаланг деформацияни ўлчаётган тензометр № 2 ники эса 7,8 мм га тенг бўлди. Тензометр № 1 нинг базаси 20 мм, тензометр № 2 ники 60 мм. Иккала тензометрнинг катталаштириши бир хил. Пауссон коэффициентини топинг.

*Жавоб:* 0,25.

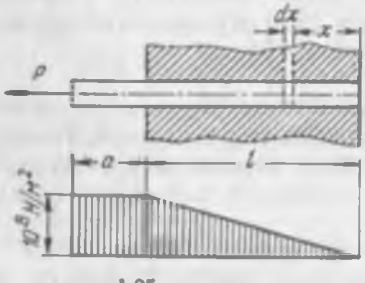
**1.23.** Диаметри 30 мм ли думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень синаш машинасида 125 кН зўриқиш билан чўзилган. Тензометрлар ёрдамида 50 мм узунликда унинг узайиши ўлчанганда 0,43 мм чиққан, диаметри эса 0,007 мм га ўзгарган. Стержень материалининг эластиклик модулини ва пуассон коэффициентини аниқланг.

*Жавоб:* $E=2{,}06\times10^{11}$ Н/м² $\mu=0{,}271$.

**1.24.** Модули Е бўлган материалдан қилинган кўндаланг кесими $F$ ли ингичка халқанинг $q$ интенсивликдаги текис тақсимланган ички босим таъсирида $D$ диаметрининг ўзгариш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\Delta D=\frac{qD^2}{2EF}$

**1.25.** Бетон деворга пўлат стержень қўйиб кетилган (расм, *а*). Уни чиқариб олиш учун $P=$ 20 кН куч керак. Пўлат стерженнинг узунлиги бўйича бир текис тақсимланган илашиш кучлари бунга тўсқинлик қилади. Стержень кўндаланг кесим юзаси 2 см², узунлиги $l=40$ см, $a=15$ см. Стержень узунлиги бўйича кесимлардаги кучланишларнинг ўзгариш эпюрасини (графигини) ясанг ва узайишини топинг.




1.25- масалага онд

*Ечим.* Стержень $a$ узунликдаги қисмининг исталган кесимида кучланиш бир хил бўлиб, қуйидагига тенг

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{20000}{2 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$$

Стержень $l$ узунликдаги қисмида мувозанатлик шартига кўра илашиш кучларининг тенг таъсир этувчиси $P$ кучга тенглашиши керак. Масала шартига кўра бу куч $l$ узунликда бир текис тарқалган. Демак, бу узунлик бирлигига куч $P = P/l$ тўғри келади.

Стержень ўнг учидан $x$ масофадаги кесимни олиб кўрамиз. Бунда кесимнинг ўнгроғида илашиш кучларининг тенг таъсир этувчиси қуйидагига тенг бўлади:

$$N = px = \frac{P}{l} x.$$

Стерженнинг чап қисмини ташлаб, мувозанатлик шартидан қолган ўнг қисмида кесимдаги зўриқиш $N$ га тенглигини ҳосил қиламиз. Бунда стержень ўнг учидан $x$ масофадаги кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma(x) = \frac{N}{F} = \frac{Px}{lF},$$

Стерженнинг ўнг учидан $x=0$ бўлганда, улар нолга тенг бўлади, ўнг учидан $l$ масофадаги кучланиш:

$$\sigma_l = \frac{Pl}{lF} = \frac{P}{F} = \frac{20 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 10 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$$

Стержень узунлиги бўйича кучланишлар эпюраси расм, *б* да берилган. Стерженнинг $a$ узунликдаги қисмининг узайиши:

$$\Delta la = \frac{P_a}{EF} \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 7{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Стерженнинг $l$ узунликдаги қисми узайишини аниқлаш учун ўнг учидан $x$ масофада стерженнинг $dx$ узунликдаги узлуксиз кичик қисмини ажратамиз. Бу кесимдаги зўриқиш олдин аниқланган эди. Шунда стержень узунлигининг шу узлуксиз кичик қисмининг узайиши қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta dx = \frac{Ndx}{EF} = \frac{Px \cdot dx}{l \cdot EF},$$

Стерженнинг $l$ узунликдаги қисмининг узайишини интеграллаш йўли билан ҳосил қиламиз:

$$\Delta l_l = \int_0^l \Delta dx = \int_0^l \frac{Pxdx}{lEF} = \frac{Pl}{2EF} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Бутун стерженнинг тўлиқ узайиши $\Delta l$ қуйидагига тенг бўлади:

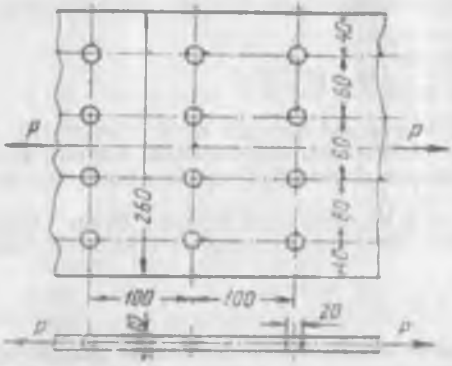
$$\Delta l = \Delta_l + \Delta l_a = 1 \cdot 10^{-3} + 7{,}5 \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-4} + 7{,}5 \cdot 10^{-5} = 17{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

1.26. Квадрат кўндаланг кесимли стержень $P = 1500$ Н кучлар билан чўзилади (расмга қаранг). У очиқ тешик билан (диаметри 2 мм) бўшашган. Стержень материали учун рухсат этилган кучланиш 100 МПа бўлганда кесимнинг $a$ томони қанчага тенг бўлиши лозим?

*Жавоб:* 5 мм.




1.26- масалага оид




1.28- масалага оид

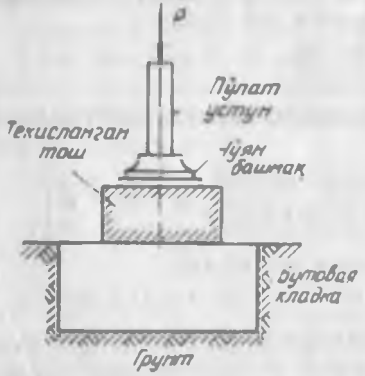
**1.27.** Эни 20 см ва қалинлиги 20 мм бўлган пўлат полоса ўз ўқида жойлашган, болт ўтадиган диаметри 25 мм ли тешик билан кучсизланган. Агар полоса материалининг мустаҳкамлик чегараси 480 МПа, запас коэффициенти 3 бўлса, полосани қанча юк билан чўзиш мумкин?

*Жавоб:* 560 кН.

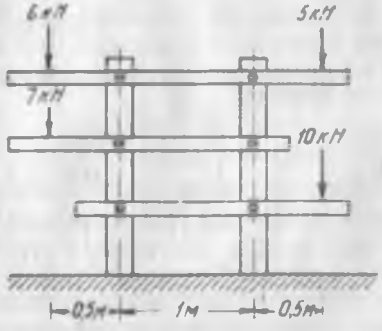
**1.28.** Пўлат полоса бўйлама кучлар билан чўзилган (расмга қаранг), у заклёпкалар ўтадиган, диаметри 20 мм ли тешиклар билан кучсизланган. Агар рухсат этилган кучланиш 160 МПа бўлса, полоса қандай энг катта юк билан чўзилиши мумкин?

*Жавоб:* 288 кН.

**1.29.** Расмда тасвирланган конструкция айрим қисмларининг кўндаланг кесимлари квадратлардан иборат. Маҳаллий қисиш эзишга рухсат этилган кучланишлар қуйидагича бўлганда кесимларнинг ўлчамини аниқланг: пўлат учун $[\sigma_п] = 140$ МПа, чўян учун $[\sigma_ч] = 100$ МПа, тош йўниш учун $[\sigma_т] = 4$ МПа, ҳарсанг тошдан терилган девор учун $[\sigma_к] = 1{,}5$ МПа, тупроқ қум учун $[\sigma_к] = 0{,}5$ МПа. Нагрузка $P = 1000$ кН, конструкция қисмларининг ўз оғирлиги ҳисобга олинмасин.




1.29- масалага оид




1.30- масалага оид

*Жавоб:* Пўлат устуннинг кесими 10×10 см, чўян бошмоқнинг кесими 50×50 см, йўнилган тош пойдеворининг кесими 82×82 см, ҳарсанг тош пойдеворнинг кесими 142×142 см.

**1.30.** Диаметри 10 см ли доира кўндаланг кесимли иккита устун расмда кўрсатилганидек юкланган. Горизонтал элементлар устунларга шарнирли бириктирилган деб фараз қилайлик.

Иккала устуннинг юқори, ўрта ва пастки қисмлари кесимларидаги кучланишларни аниқланг.

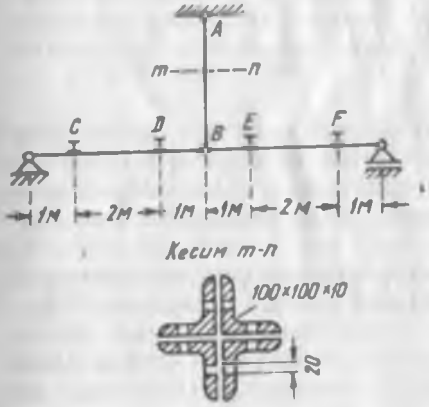
*Жавоб:* Барча кучланишлар қисувчи (Н/м²).

| Чап устунда | Ўнг устунда |
|---|---|
| Юқори қисмида $8{,}3 \cdot 10^5$ | Юқори қисмида $5{,}7 \cdot 10^5$ |
| Ўрта қисмида $21{,}6 \cdot 10^5$ | Ўрта қисмида $1{,}3 \cdot 10^5$ |
| Пастки қисмида $15{,}3 \cdot 10^5$ | Пастки қисмида $20{,}4 \cdot 10^5$ |

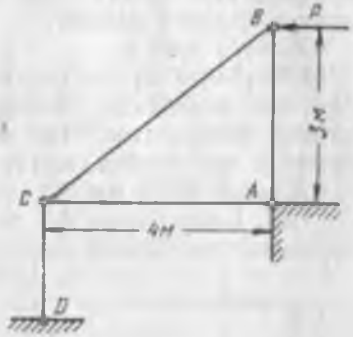
**1.31.** Парчин михлар ўтадиган тешиклар билан кучсизланган осма *AB* хавфли кесимидаги кучланишни аниқланг (расмга қаранг). *C, D, E, F* нуқталарда конструкцияга 200 кН дан босим тушади.

*Жавоб:* 65,9 МПа.

**1.32.** $P = 100$ кН куч конструкцияга расмда кўрсатилганидек таъсир қилади. Барча стерженларнинг кўндаланг кесими бир хил бўлиб, иккита тенг ёнли бурчаклик 80×80×8 дан иборат.




1.31- масалага оид



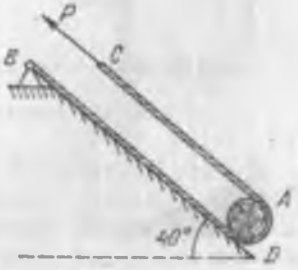

1.32- масалага оид

Стерженлардаги кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{AB} = 30{,}5$ МПа; $\sigma_{AC} = 40{,}6$ МПа

$\sigma_{BC} = -50{,}9$ МПа; $\sigma_{CD} = -30{,}5$ МПа

**1.33.** Учларида жойлашган иккита арқон *BAC* ёрдамида ғўла *A* қия текислик *BD* да кўтарилмоқда (расмга қаранг). Арқонларининг пастки учлари расмда кўрсатилгандек маҳкамланган. Арқонларнинг юқори учларига *P* кучлар қўйилган. Агар ғўланинг оғирлиги 3 кН, арқон кўндаланг кесимининг иш юзаси 1,17 см² ва унинг учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 5{,}5$

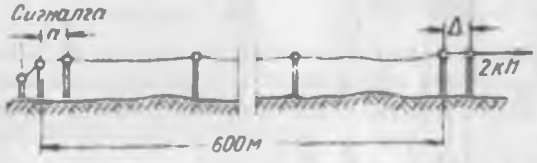



1.33- масалага оид

МПа бўлса, арқонларнинг мустаҳкамлигини текширинг. Ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмайди.

*Жавоб:* $\sigma = 4{,}15$ МПа $< 5{,}5$ МПа.

**1.34.** Темир йўл сигналини ҳаракатга келтирадиган диаметри 5 мм ва узунлиги 600 мм бўлган пўлат сим расмда кўрсатилгандек роликларда жойлашган. Агар пўлат симнинг сигнал




1.34- масалага оид

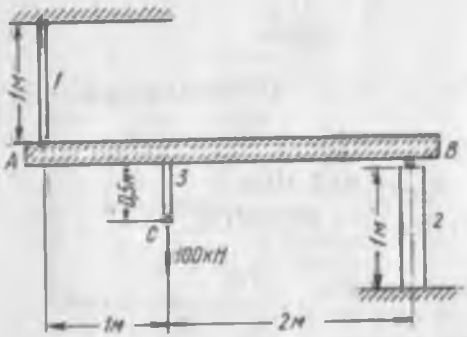
олдидаги учининг силжиши $a = 17{,}5$ см бўлса, зўриқиш 2 кН бўлганда пўлат симнинг сигнал буткасидаги учининг силжиши $\Delta$ қанчага тенглигини аниқланг? Симнинг роликлар орасидаги салқилигини ҳамда сим билан ролик орасидаги ишқаланиш кучини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 0,48 м.

**1.35.** Бири пўлат, иккинчиси мисдан қилинган иккита сим бир хил узунликда бўлиб, бир хил ўқ бўйича чўзадиган куч таъсир эттирилган. Мис симнинг диаметри 1 мм. Агар иккала сим бир хил узайса, пўлат симнинг диаметри нимага тенг?

*Жавоб:* 0, 71 мм.

**1.36.** Бикр балка $AB$ расмда кўрсатилганидек маҳкамланган ва юкланган. Балка деформациясини ҳисобга олмаймиз. Пўлат стержень *1* нинг кесими 10 см², ёғоч стойка *2* нинг кесими $10 \times 10$ см, мис стержень *3* нинг кесими 30 см². Нуқта *C* нинг пасайишини аниқланг.




1.36- масалага оид

*Жавоб:* 0,5 мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м.

**1.37.** Узунлиги 5 м ли пўлат стержень 250 кН куч билан чўзилган. Стерженнинг ҳажми қанча катталашишини аниқланг. Ҳодиса эластик чегараларда ўтади.

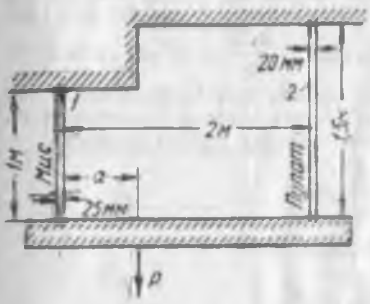
*Жавоб:* 2,5 см³ $= 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ м³.

**1.38.** Думалоқ кесимли тортқилар *1* ва *2* га бикр брус горизонтал осилган (расмга қаранг). Бруснинг деформациясини ҳисобга олмаймиз. Деформацияланган кейин ҳам горизонтал қолиши учун юк *P* тортқи *1* дан қанча масофа *a* да бўлиши ке-

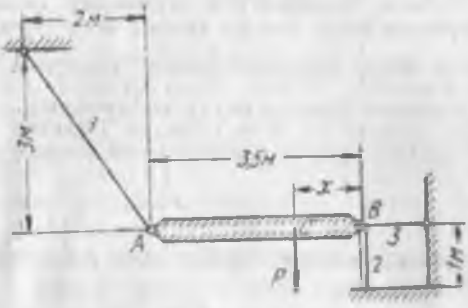
рак? Бу ҳолда, агар $P=30$ кН бўлса, тортқилардаги кучланишлар нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* $a=1{,}08$ м, $\sigma_1=33{,}0$ МПа, $\sigma_2=44{,}0$ МПа.

**1.39.** Бикр брус $AB$ расмда кўрсатилганидек юкланган ва маҳкамланган. Тортқи *1* пўлатдан қилинган, диаметри 25 мм ли думалоқ кесимли, стойка *2* ёғочдан қилинган, 20×20 см квадрат кесимли, брус $A$ учининг пасайиши $B$ учининг пасайишидан икки марта камроқ бўлиши учун $P$ кучни таянчдан қандай $x$ масофада жойлаштириш керак? Бу ҳолда нуқта $C$ нинг пасайиши 1 мм га тенг бўлиши учун $P$ кучи қандай қийматга эга бўлиши керак? Шунда тортқи *1* ва стойка *2* даги кучланишлар нимага тенг бўлади? Горизонтал стержень *3* нинг деформацияси ҳисобга олинмасин.



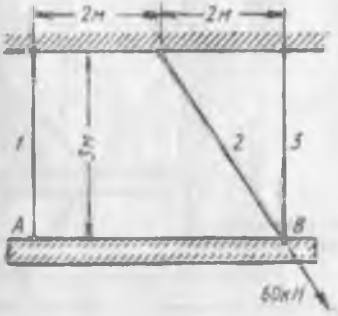

1.38- масалага оид



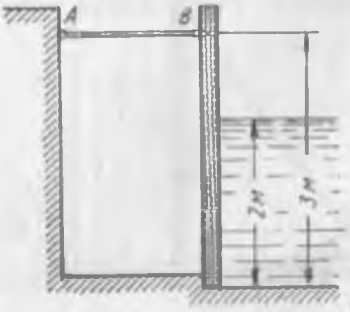

1.39- масалага оид

*Жавоб:* $x=8{,}1$ см; $P=414$ кН; $\sigma_1=23{,}4$ МПа; $\sigma_2=10{,}1$ МПа

**1.40.** Брус $AB$ 10 см$^2$ юзага тенг бўлган бир хил кўндаланг кесимли учта стерженга осилган (расмга қаранг). Агар стерженлар пўлатдан қилинган бўлса, стерженлардаги кучланишларни ҳамда $A$ нуқтанинг кўчишини ва йўналишини аниқланг. Расмда кўрсатилганидек куч 60 кН стержень *2* бўйлаб йўналган.




1.40- масалага оид




1.41- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$; $\sigma_2 = 60$ МПа, нуқта А горизонтал силжийди ва силжиши 1,95 мм га тенг.

**1.41.** Ёғоч тиргаклар *AB* (расмга қаранг) сув ўтказмайдиган тўсиқни сув таъсирида ағдарилишдан сақлаб туради. Тираклар ҳар 3 м дан кейин қўйилган. Агар ёғоч учун сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 3{,}0$ МПа бўлса, тиргакнинг думалоқ кесимини танланг.

*Ечим.* Тўсиқнинг 3 м узунликдаги қисмини ажратамиз (чизма текислигига перпендикуляр). Ана шу қисмига битта тирак тўғри келади. Тўсиқнинг шу қисмига таъсир қиладиган сувнинг гидростатик босими $3 \cdot \frac{2 \cdot 20}{2} = 60$ кН га тенг. У горизонтал йўналган ва сув чуқурлигининг 1/3 қисмига тенг баландликда, яъни сув тубидан 2/3 м да қўйилган. Тўсиқнинг *B* нуқтада тиракка босимини, яъни тиракдаги қисувчи зўриқишга тенг босимни ричаг қоидаси бўйича топамиз.

$$P = 60 \cdot \frac{2}{3 \cdot 3} = \frac{40}{3} \text{ кН}.$$

Тирак кўндаланг кесимининг зарур юзаси қуйидагига тенг:

$$F = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{4000}{3 \cdot 30} = 44{,}5 \text{ см}^2.$$

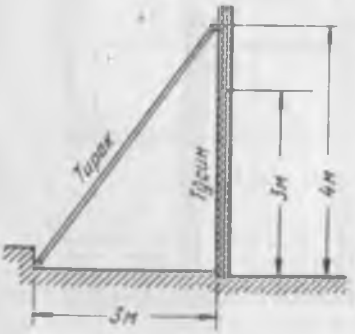
Тиракнинг диаметри:

$$d \geq 2\sqrt{\frac{F}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{44{,}5}{3{,}14}} = 7{,}5 \text{ см} = 74 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

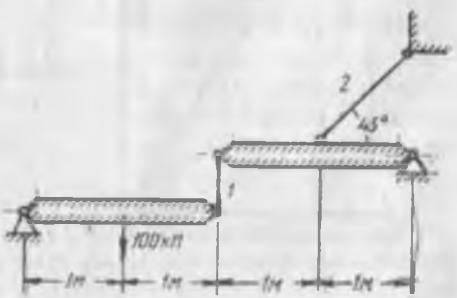
**1.42.** Сув ўтказмайдиган тўсиқни ағдарилишдан сақлаб турадиган қия тиргаклар орасидаги энг катта йўл қўйиладиган масофани аниқланг (расмга қаранг). Қия тиргаклар ёғочдан қилинган бўлиб, думалоқ кўндаланг кесимининг диаметри 15 см га тенг. Қия тиргаклар материалининг рухсат этилган кучланиши 2 МПа.

*Жавоб:* 1,88 м.

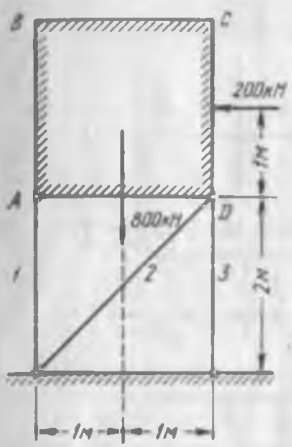
**1.43.** Тортқилар *1* ва *2* нинг думалоқ кўндаланг кесими диаметрини аниқланган (расмга қаранг). Қия тортқи материали учун рухсат этилган кучланишни 100 МПа деб олинг.



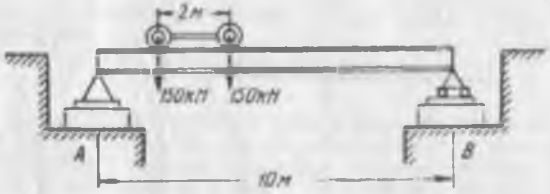

1.42- масалага оид




1.43- масалага оид




1.44- масалага оид




1.45- масалага оид

*Жавоб:* $d_1 = 25{,}2$ мм: $d_2 = 42{,}4$ мм.

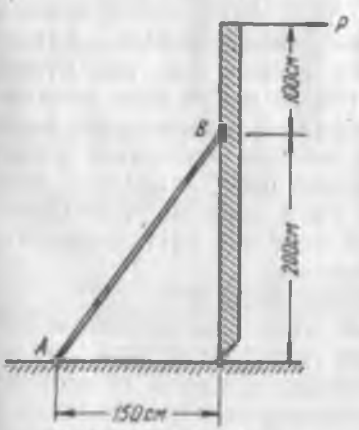
**1.44.** Конструкция *ABCD* пойдеворга стерженлар *1*, *2* ва *3* ёрдамида маҳкамланган. Конструкция деформациясини ҳисобга олмаймиз. Конструкциянинг оғирлиги ва унга тушадиган ёнлама босим расмда кўрсатилган. Агар $[\sigma] = 100$ МПа бўлса, стойкалар *1* ва *3* ҳамда қия тирак *2* нинг (тўртта тенг ёнли бурчакликдан иборат) кесимини танланг.

*Жавоб:* Стойка *1* нинг кесими — бурчаклик $80\times80\times8$, қия тирак *2* нинг кесими — бурчаклик $63\times63\times6$, стойка *3* кесими — бурчаклик $32\times32\times4$.

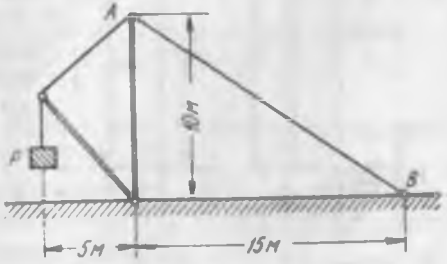
**1.45.** Кўприк балкаси ферма остидаги тош пойдевор *A* ва *B* га расмда кўрсатилгандек тиралади. Балка устида бир-бирига боғланган ва ҳар бири 150 кН дан бўлган юк ҳаракатланади. Агар ферма тагидаги тош пойдевор учун рухсат этилган кучланиш 0,9 МПа бўлса, пойдевор планда квадратлардан иборат бўлса, юкнинг энг ноқулай вазияти учун ферма ости пойдеворининг пландаги ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $55\times55$ см $= 0{,}55\times0{,}55$ м.

**1.46.** Бикр стержень (расмга қаранг) куч *P* билан юкланган ва уни диаметри 20 мм ли думалоқ кўндаланг кесимдаги қия пўлат тортқи *AB* ағдарилиб кетишдан ушлаб туради. Энг катта йўл қўйиладиган юк *P* ни ва куч қўйиладиган нуқтанинг

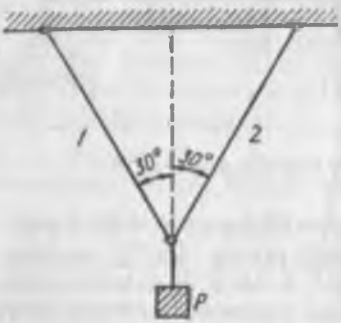



1.46- масалага оид

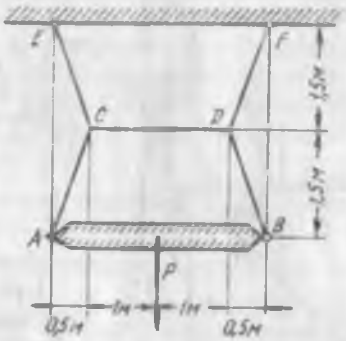



1.47- масалага оид

Бух. ТИИ ЛП
БИБЛ ТЕКА
№ 44-193




1.48- масалага оид




1.49- масалага оид

горизонтал кўчиш қийматини аниқланг. Тортқи материали учун рухсат этилган кучланиш 160 МПа га тенг.

*Жавоб:* P = 20,1 кН: δ = 5 мм = $5 \cdot 10^{-3}$ м.

**1.47.** Расмда кўтариш крани кўрсатилган. Унинг тортқиси *AB* кўндаланг кесими 500 мм² ли пўлат симарқон ҳисобланадн. Симарқон учун рухсат этилган кучланиш 80 МПа га тенг. Тортқининг мустаҳкамлик шартига кўра, кранинг юк кўтарувчанлиги (максимал юк *P* нинг қиймати) нимага тенг?

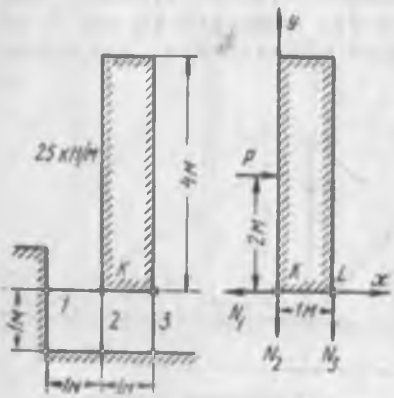
*Жавоб:* 66,7 кН.

**1.48.** Юк *P* иккита стерженга расмда кўрсатилгаидек оснлган. Думалоқ кўндаланг кесимининг диаметри 30 мм бўлган стержень *1* нинг материали учун рухсат этилган кучланиш 160 МПа диаметри 40 мм бўлган думалоқ кўндаланг кесимли стержень *2* материалининг рухсат этилган кучланиши 60 МПа. Бу конструкция кўпи билан қанча юк *P* га чидаши мумкин?

*Жавоб:* 130 кН.

**1.49.** Оғирлиги *P* бўлган бикр брус *AB* жут арқонлар системаси *ACE, BDF, CD* ёрдамида осилган (расмга қаранг). Арқонларнинг кесими бир хил бўлиб, диаметри 25 мм га тенг, кесмининг фойдали юзаси арқон периметри ичидаги юзасининг фақат 75% ини ташкил қилади. Агар арқон учун [σ] = 10 МПа бўлса, брус *P* нинг энг катта оғирлигини аниқланг.

*Жавоб:* 6950 Н.




1.50- масалага оид

**1.50.** Бикр конструкцияни пойдеворга маҳкамлайдиган пўлат стерженлар (расм, *а* га қаранг) қуйидагича ясалган: стержень *1* — тўртта бурчаклик 50×50×5 дан, стержень *2* — иккита швел-

лер № 12 дан стержень 3— битта двутавр № 20 дан. Стерженлардаги кучланишни ва шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини аниқланг.

*Ечим.* Стерженлардаги зўриқишларни аниқлаш учун уларни ҳаёлан кесамиз ва қирқилган жойларида чўзувчи деб фараз қилинадиган номаълум зўриқишларни қўямиз (расм, *б* га қаранг). Горизонтал юкнинг тенг таъсир этувчиси $P=25\times4=100$ кН га тенг бўлиб, шарнир $K$ дан 2 м баландга қўйилган. Шундан кейин стерженлардаги зўриқишлар учун мувозанатлик тенгламасини ва юкнинг тенг таъсир этувчисининг мувозанатлик тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma X = P - N_1 = 0 \qquad \text{бундан} \quad N_1 = P$$
$$\Sigma m_K = -P\cdot2 - N_3\cdot1 = 0, \qquad N_3 = -2P;$$
$$\Sigma m_L = -P\cdot2 + N_2\cdot1 = 0, \qquad N_2 = 2P.$$

Шундай қилиб, стерженлар *1* ва *2* учун зўриқишлар ишораси ҳақидаги бизнинг тасаввуримиз тўғри, стержень *3* учун эса нотўғри бўлиб чиқди.

Сортаментдан стерженларнинг кўндаланг кесимлари юзаларини аниқлаймиз.

Стержень *1* учун $F_1 = 4\times4{,}80 = 19{,}2$ см$^2 = 19{,}2\cdot10^{-4}$ м$^2$;
Стержень *2* учун $F_2 = 2\times13{,}3 = 26{,}6$ см$^2 = 26{,}6\cdot10^{-4}$ м$^2$;
Стержень *3* учун $F_3 = 26{,}8$ см$^2 = 26{,}8\cdot10^{-4}$ м$^2$.

Зўриқишлар қийматларини ва кўндаланг кесимлар юзаларини билган ҳолда стерженлардаги кучланишларни ҳисоблаш мумкин.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{P}{F_1} = \frac{10000}{19{,}2} = 52{,}2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{2P}{F_2} = \frac{2\cdot10000}{26{,}6} = 75{,}2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = -\frac{28}{F_3} = \frac{2\cdot10000}{26{,}8} = -74{,}7 \text{ МПа}.$$

Шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини топиш учун олдин унинг горизонтал ва вертикал силжишларини аниқлаймиз. Бизнинг ҳолда горизонтал силжиш стержень *1* нинг узайишига тенг:

$$\Delta l_{гор} = \Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EF} = \frac{\sigma_1 l_1}{E} = \frac{52{,}2\cdot100}{2\cdot10^5} = 0{,}0261 \text{ см} = 0{,}261 \text{ мм} =$$
$$= 261\cdot10^{-6} \text{ м};$$

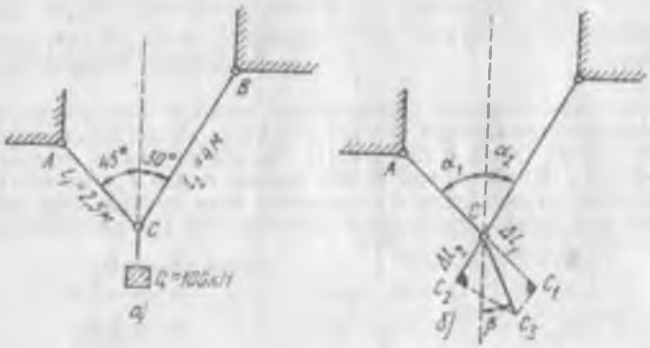
вертикал силжиш стержень *2* нинг узайишига тенг:

$$\Delta l_{верт} = \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EF_2} = \frac{\sigma_2 l_2}{E} = \frac{75{,}2\cdot100}{2\cdot10^5} = 0{,}0376 \text{ см} = 0{,}376 \text{ мм} =$$
$$= 376\cdot10^{-6} \text{ м}.$$

Шарнир $K$ нинг тўлиқ силжишини топиш учун горизонтал ва вертикал силжишларнинг геометрик йиғиндисини оламиз:

$$\Delta = \sqrt{\Delta^2_{гор} + \Delta^2_{верт}} = \sqrt{0{,}261^2 + 0{,}376^2} = 0{,}45 \text{ мм} = 45\cdot10^{-6} \text{ м}.$$

**1.51.** Юк $Q$ шарнир-стерженли система $ACB$ га осилган (расм, *а* га қаранг). Стержень $AB$ дюралюминийдан, стержень



1.51- масалага оид

$BC$ пўлатдан ясалган. Пўлат ва дюралюминий учун рухсат этилган кучланиш бир хил ва $[\sigma] = 150$ МПа деб олинган. Стерженлар кўндаланг кесимларининг юзасини танланг ҳамда нуқта $C$ нинг горизонтал ва вертикал силжишларини топинг.

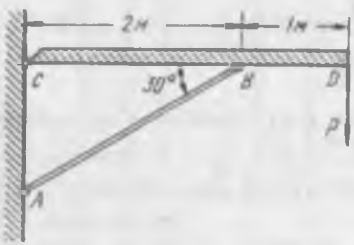
*Кўрсатма.* Нуқта $C$ нинг силжишини аниқлаш учун унда стерженларни ажратамиз ва уларнинг янги узунликлари $AC_1$ ва $BC_1$ ни тасвирлаймиз, бунда эски узунликларни $\Delta l_1 = CC_1$ ва $\Delta l_2 = CC_2$ га катталаштирамиз (расм, *б* га қаранг). Нуқта $C$ нинг янги вазиятини топиш учун узайтирилган стерженларни нуқта $A$ ва $B$ атрофида айлантириб, бир-бирига келтирамиз. Нуқта $C_1$ ва $C_2$ ёйлар $C_1C_3$ ва $C_2C_3$ бўйича силжийди, бу ёйларни кичик бўлгани учун $AC_1$ ва $BC_2$ ларга перпендикуляр тўғри чизиқлар деб қабул қилиш мумкин. Шунда кесма $CC_3$ биз қидираётган силжиш $\Delta$ бўлади. Бу кесмаларни вертикал билан ташкил қилган бурчакни $\beta$ билан белгилаб, тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

$$\Delta = \frac{\Delta l_1}{\cos(\alpha_1 - \beta)} = \frac{\Delta l_2}{\cos(\alpha_2 - \beta)}.$$

Шу тенгламалардан $\beta$ ни, сўнгра $\Delta$ ни ва унинг вертикал ҳамда горизонтал проекцияларини аниқлаймиз.

*Жавоб*: $F_{AC} = 3{,}46$ см²; $F_{BC} = 4{,}88$ см²;
$\Delta_{гор} = 2{,}6$ мм; $\Delta_{верт} = 5$ мм.

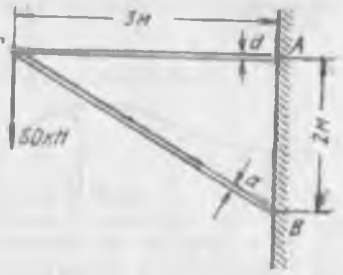
1.52. Бикр брус $CD$ расмда кўрсатилгандек юкланган ва ёғоч қия тиргак $AB$ билан мустаҳкамланган. Брусснинг деформацияси ҳисобга олинмасин. Нуқта $D$ нинг пасайиши ўлчаб кўрилганда, у 3 мм га теиглиги аниқланди. Қия тиргакдаги кучланишлар нимага тенг? Агар қия тиргакнинг кўндаланг кесими $20 \times 20$ см ўлчамли квадрат бўлса, нагрузка $P$ нимага тенг?



1.52- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma = 4{,}33$ МПа $P = 57{,}8$ кН.

**1.53.** Расмда тасвирланган кронштейнда стержень $AC$ пўлатдан, стержень $BC$ эса ёғочдан ясалган. Рухсат этилган кучланиш пўлат учун $[\sigma]=160$ МПа, ёғоч учун $[\sigma]=4$ МПа. Пўлат стерженнинг думалоқ кесими диаметри $d$ ни ҳамда ёғоч стерженнинг квадрат кесими томони $a$ ни танланг, тугун (узел) $C$ нинг горизонтал, вертикал ва тўлиқ силжишини аниқланг.



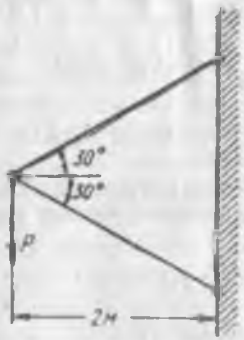

1.53- масалага оид

*Жавоб*: $d=27$ мм; $a=16{,}4$ см;

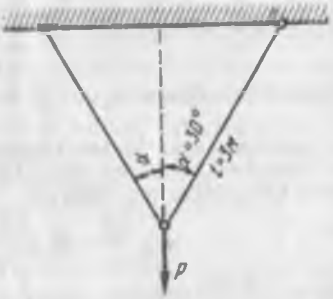
$\Delta_{верт}=6{,}2$ мм; $\Delta=6{,}64$ мм, $\Delta_{гор}=2{,}4$ мм $=24\cdot10^{-4}$ м.

**1.54.** Расмда тасвирланган кронштейн $P$ кучи билан юкланган. Иккала стержень пўлатдан ясалган. Устки стержень иккита швеллер № 12 дан, пасткиси иккита двутавр № 24 дан иборат. Чўзилишга йўл қўйилган кучланиш 160 МПа, сиқишга йўл қўйилган кучланиш — 100 МПа. Энг катта йўл қўйилган нагрузка $P$ ни ва нагрузка қўйилган узелнинг вертикал силжишини аниқланг.

*Жавоб:* $P=348$ кН, $\Delta=2{,}70$ мм $=27\cdot10^{-4}$ м.




1.54- масалага оид

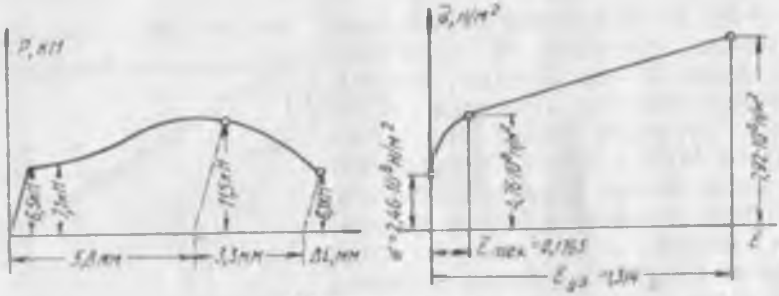



1.55- масалага оид

**1.55.** Кўндаланг кесими $F=1$ см$^2$ бўлган бир хил тортқига юк $P=10$ кН осилган (расмга қаранг). Тортқилар модули $E=1\times10^5$ МПа бўлган бир хил материалдан ясалган. Юк осилган нуқтанинг силжишини аниқланг. Агар бурчак $\alpha=52°$ бўлса, бу силжиш қандай ўзгаради?

Жавоб: 0,2 см. 2 марта катталашади.

**1.56.** Диаметри 6 мм ва каллаклар орасидаги узунлиги 30 мм бўлган пўлат стержень чўзилишга синалаётганда расм, *а* да тасвирланган диаграмма ҳосил бўлди. Узилиш жойида бўйиннинг диаметри 3,1 мм экан. Материалнинг шартли ва ҳақиқий характеристикаларини аниқланг ва ҳақиқий кучланишлар диаграммасини ясанг.



1.56- масалага онд

*Ечим.* Диаграммани кўздан кечириб (расм, *а*), биз шуни кўрамизки, пропорционаллик чегарасига $P_п = 650$ кг = 6380 Н нагрузка, оқувчанлик чегарасига эса $P_{оқ} = 710$ кг=6970 Н нагрузка, мустаҳкамлик чегарасига $P_м = 1150$ кг= = 11280 Н ва узилиш моментига $P_{уз} = 610$ кг = 5990 Н нагрузка тўғри келар экан. Намунанинг дастлабки кўндаланг кесим юзаси

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 6^2}{4} = 28{,}3 \text{ мм}^2 = 2{,}83 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

га тенг бўлганлиги учун тегишли шартли (кўндаланг кесимнинг дастлабки юзасига келтирилган) механик характеристикалар қуйидагиларга тенг бўлади:

пропорционаллик чегараси $\sigma_п = \frac{P_п}{F} = \frac{6380}{2{,}83 \cdot 10^{-5}} = 2{,}25 \cdot 10^8$ Н/м²,

оқувчанлик чегараси $\sigma_{оқ} = \frac{P_{оқ}}{F} = \frac{6970}{2{,}83 \cdot 10} = 2{,}46 \cdot 10^8$ Н/м²,

мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = \frac{P_м}{F} = \frac{11280}{2{,}83 \cdot 10^{-5}} = 3{,}98 \cdot 10^8$ Н/м.

Ўша программанинг ўзидан кўрамизки, узилган намунанинг тўлиқ қолдиқ узайиши $\Delta l = 5{,}8 + 3{,}3 = 9{,}1$ мм экан. Бу ҳолда узилишдан кейинги нисбий қолдиқ узайиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100 = \frac{9{,}1}{30} \cdot 100 = 30{,}3\%.$$

Узилиш жойидаги бўйиннинг кўндаланг кесим юзаси:

$$F_б = \frac{\pi d_б^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}1^2}{4} = 7{,}55 \text{ мм}^2 = 7{,}55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Бунда узилишдан кейин кўндаланг кесим юзасининг нисбий қолдиқ кичрайиши:

$$\psi = \frac{F - F_б}{F} \frac{28{,}3 - 7{,}55}{28{,}3} = 0{,}731 = 73{,}1\%.$$

Энди ҳақиқий характеристикаларни аниқлашга ўтамиз. Бунинг учун бир текис чегаравий қолдиқ узайиш $\Delta l_{тек}$ ни топиш лозим. Диаграммадан кўриниб турибдики, у $\Delta l_{тек} = 5{,}8$ мм га тенг. Шунда чегаравий нисбий бир текис қолдиқ узайиш қуйидагини ташкил қилади:

$$\varepsilon_т = \frac{\Delta l_{тек}}{l} = \frac{5{,}8}{30} = 0{,}193.$$

Мустаҳкамлик чегарасига тўғри келадиган ҳақиқий кучланишни шу формуладан аниқлаймиз:

$$\bar{\sigma}_м = \sigma_м (1 + \varepsilon_m) = 3{,}98 \cdot 10^8 (1 + 0{,}193) = 4{,}76 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2.$$

Узилиш пайтидаги қақиқий кучланиш:

$$\sigma_{уз} = \frac{P_{уз}}{F_б} = \frac{5990}{7{,}55 \cdot 10^{-6}} = 7{,}92 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$$

Ҳақиқий чегаравий нисбий бир текис қолдиқ узайишни шу формуладан топамиз:

$$\varepsilon_m = \ln (1 + \varepsilon_m) = \ln (1 + 0{,}193) = 0{,}1765.$$

Узилишдаги нисбий ҳақиқий қолдиқ узайишни ушбу формуладан топамиз:

$$\bar{\varepsilon}_{уз} = \ln \frac{1}{1 - \psi} = \ln \frac{1}{1 - 0{,}731} = 1{,}314.$$

Берилган ҳақиқий характеристикалар бўйича расм, *б* да кўрсатилган ҳақиқий кучланишлар диаграммасини ясаймиз.

## 2- §. Статик аниқланмайдиган системалар

**1.57.** Калта темир-бетон устун кўндаланг кесимининг ўлчамлари 25×25 см. У ҳар бирининг диаметри 20 мм дан бўлган ва симметрик жойлашган тўртта бўйлама пўлат стержендан иборат арматура билан таъминланган. Устунга бўйлама қисувчи кучи 600 кН юк қўйилган. Бетоннинг эластиклик модули пўлатнинг эластиклик модулидан 10 марта кичик деб олинган. Бетон ва арматурадаги зўриқишни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_б = 8{,}1$ МПа, $\sigma_а = 81{,}3$ МПа.

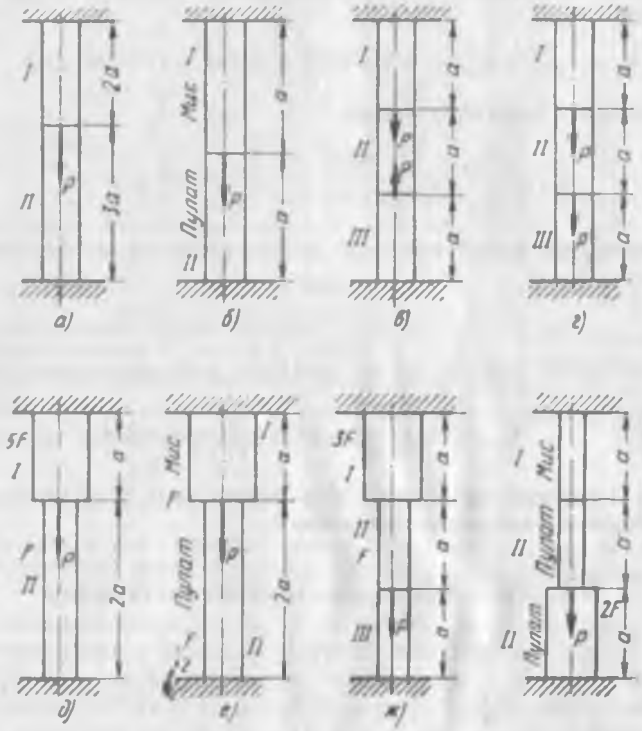
**1.58.** Қўштавр №36 дан қилинган калта устунча ҳар бирининг кесими 20×20 см ли иккита бетон стержень билан кучайтирилган. Қўштаврда кучайтирилгунгача бўлган зўриқишни ҳам қўштавр ва бетон стерженларда кучайтирилгандан кейинги зўриқишни аниқланг (агар $P = 1000$ кН бўлса). Босим, расмда кўрсатилганидек, абсолют бикр ястиқ $A$ орқали узатилади. Пўлат ва бетон эластиклик модуллари нисбатини 10 га тенг деб олинг.

*Жавоб*: Кучайтирилгунга қадар $\sigma_п = 161{,}5$ МПа, кучайтирилгандан кейин $\sigma_п = -70{,}5$ МПа; $\sigma_б = 7{,}05$ МПа.

**1.59.** Стерженларнинг расмда I, II ва III участкаларида кўрсатилган кесимлардаги зўриқишларни аниқланг. Ҳамма стерженларнинг учлари абсолют бикр маҳкамланган.




1.58- масалага оид




1.59- масалага онд

*Жавоб:*

| Зўриқиш \ Схемалар | а | б | в | г | д | е | ж | з |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_1$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | $\frac{10}{11}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $N_п$ | $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{2}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ | 0 | $-\frac{1}{11}$ | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $N_m$ | | | $\frac{1}{3}$ | $-1$ | | | $-\frac{4}{7}$ | $-\frac{5}{6}$ |

**1.60.** Диаметри 5 мм ли марказий пўлат сим ва уни ўраб турган диаметри 2,5 мм ли тўққизта мис симдан иборат тросс-даги зўриқишни топинг. Симларни бир-бирига параллел деб олинг. Троссдаги чўзувчи зўриқиш 5000 Н га тенг.

*Жавоб*: $\sigma_м = 60$ МПа, $\sigma_п = 120$ МПа.

**1.61.** Юк қўйилгунга қадар қўзғалмас нуқталар $A$ ва $B$ орасига (расмга қаранг) кучланмаган ҳолатдаги диаметри 1 мм ли пўлат сим тортилган (симнинг хусусий оғирлиги ҳисобга олинмасин). Агар нуқта $C$ нинг вертикал силжиши $CC'=4{,}5$ см бўлса, сим узунлигининг ўртасидаги нуқта $C$ га қандай нагрузка $P$ қўйиш керак ва бу ҳолда унда қандай кучланиш пайдо бўлади?



1.61- масалага оид

*Ечим.* Куч $P$ қўйилгандан кейин сим битта ярмининг абсолют узайиши $CB$ ва $C'B$ узунликлари фарқига тенг бўлади:

$$\Delta l = \sqrt{100^2 + 4{,}5^2} - 100 = 0{,}1 \text{ см} = 1\cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Унинг нисбий узайиши

$$\varepsilon = \frac{01}{100} = 0{,}001.$$

Бу қолда симдаги кучланишни Гук қонунидан фойдаланиб топамиз:

$$\sigma = E\varepsilon = 2\cdot 10^5 \cdot 0{,}001 = 200{,}0 \text{ МПа}$$

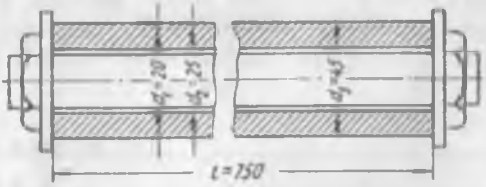
Кучланишни билган ҳолда симдаги зўриқишни аниқлаймиз:

$$N = \sigma \cdot F = 200 \cdot \frac{3{,}14\cdot 0{,}1^2}{4} = 157 \text{ Н}$$

Нуқта $C'$ куч $P$ ва иккита зўриқиш $N$ таъсирида мувозанатда туради. Кучлар учбурчаги ва $C'CB$ учбурчагининг ўхшашлигидан

$$\frac{P/2}{4{,}5} = \frac{N}{100{,}1} \quad \text{топамиз, бундан } P = 2\cdot 4{,}5\,\frac{N}{100{,}1} = 14{,}1 \text{ Н}.$$

**1.62.** Қўзғалмас нуқталар $A$ ва $B$ орасига (1.61- масаладаги расмга қаранг) диаметри 1 мм ли пўлат сим горизонтал равишда таранглаимай тортилган (симнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаймиз). Сим узунлигининг ўртасидаги нуқта $C$ га юк $P$ қўйилади. Симнинг узайиши 0,5% га етганда у узилади. Шу пайтда юк $P$ нимага тенг, нуқта $C$ нинг пасайиш катталиги ва симнинг мустаҳкамлнк чегарасининг қиймати нимага тенг? Сим парчинланган бўлиб, узилиш пайтнга қадар у фақат эластик деформацияланади деб ҳисобланг.



1.63- масалага оид

*Жавоб*: $P = 157$ Н, $CC' = 10$ см, $\sigma_м = 1000$ МПа.

**1.63.** Мис найча орқали пўлат болт ўтказилган (расмга қаранг). Болт винтининг қадами 3 мм га тенг. Гайка 1/4 бурам

киритилганда болт ва найчада қандай кучланишлар пайдо бўлади?

*Жавоб*: $\sigma_п = 127{,}4$ МПа. $\sigma_м = 36{,}4$ МПа.

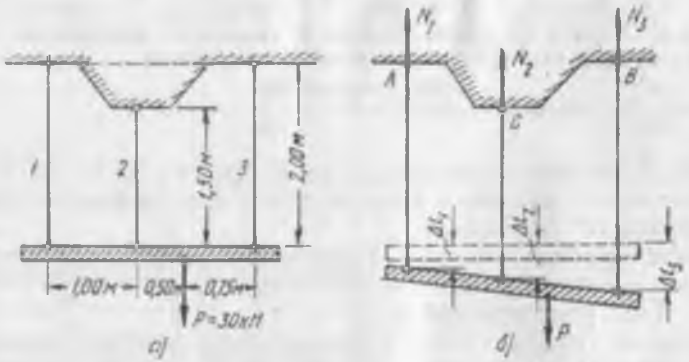
**1.64.** Узунлиги 1,50 м бўлган чўян цилиндрнинг ички диаметри 25 см ва деворларнинг қалинлиги 25 мм. Цилиндрнинг ёнлари қаттиқ қопқоқлар билан ёпилган бўлиб, уларнинг ўртасидан пўлат болт ўтказилган ва гайкалар билан қаттиқланган. Гайкалар шунчалик қаттиқланганки, болтдаги чўзувчи зўриқиш 200 кН га тенглашган. Сўнгра ҳар бир қопқоққа 200 кН ли чўзувчи зўриқиш қўйилади. Агар болтнинг иш узунлиги 150 см га, кўндаланг кесими 35 см² га тенг бўлса, болтдаги кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 69,2 МПа.

**1.65.** Иш пайтида ёрилиб кетган чўян дискни юмшоқ пўлатдан қилинган бандаж тортиб тузатиш мўлжалланмоқда. Дискнинг ташқи диаметри 80 см га тенг. Ўтказиш учун бандаж қиздирилади. Агар ўтказгандан кейин бандаждаги кучланиш 100 МПа га тенглашиши лозим бўлса, қиздирилгунга қадар бандажнинг ички диаметри нимага тенг бўлиши керак? Дискнинг бандажга нисбатан залворлиги туфайли диск деформацияланмайди деб олинг.

*Жавоб:* 79,96 см $= 79{,}96 \cdot 10^{-2}$ м.

**1.66.** Бикр брус учта стерженга осилган ва расм, *а* да кўрсатилгандек юкланган. Брустнинг деформациясини ҳисобга ол-




1.66- масалага оид

маймиз. Стержень *1* мисдан, кесими 1 см², стержень *2* пўлатдан, кесими 1,5 см², стержень *3* алюминийдан, кесими *2* см². Стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Ечим:* Барча зўриқишлар чўзувчи бўлиб, стерженларнинг деформациясидан кейин брус расм, *б* да тасвирланган янги вазиятни эгаллайди деб фараз қиламиз. Маълумки, ясси параллел кучлар системаси учун статикада фақат битта мувозанат тенгламаси мавжуд. Шу икки тенгламани тузамиз:

1) $\Sigma m_A = -N_2 \cdot 1{,}00 - N_3 \cdot 2{,}25 + P \cdot 1{,}50 = 0;$

2) $\Sigma m_B = N_1 \cdot 2{,}25 + N_2 \cdot 1{,}25 - P \cdot 0{,}75 = 0.$

Учинчи зарур тенгламани тузиш учун деформацияларни кўриб чиқамиз (расм, *б*). Расмда тасвирланган трапециядан қуйидаги муносабатни тузиш мумкин:

$$\frac{\Delta l_3 - \Delta l_1}{2{,}25} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{1{,}00}.$$

Уни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$1{,}25\,\Delta l_1 - 2{,}25\,\Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.$$

Бу тенгламада деформацияларни зўриқишлар орқали ифодалаймиз:

$$1{,}25\,\frac{N_1 \cdot 200}{10^6 \cdot 1} - 2{,}25\,\frac{N_2 \cdot 150}{2 \cdot 10^6 \cdot 1{,}5} + \frac{N_3 \cdot 200}{0{,}7 \cdot 10^6 \cdot 2} = 0.$$

Қисқартирилгандан сўнг қуйидагини оламиз:

3) $2{,}5\,N_1 - 1{,}125\,N_2 + 1{,}43\,N_3 = 0.$

1, 2 ва 3 тенгламаларни биргаликда ечиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$N_1 = 0{,}018\ P = 0{,}018 \cdot 30000 = 550$ Н;
$N_2 = 0{,}568\ P = 0{,}568 \cdot 3000 = 17050$ Н;
$N_3 = 0{,}414\ P = 0{,}414 \cdot 30000 = 12400$ Н.

Олинган қийматларни текшириб кўрамиз:

$$\sum N = 550 + 17050 + 12400 = 30000\ \text{Н} = P.$$

Стерженлардаги кучланишлар тегишлича қуйидагиларга тенг бўлади:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{550}{1} = 550\ \text{Н/см}^2,\quad \sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{17050}{1{,}5} = 11350\ \text{Н/см}^2$$

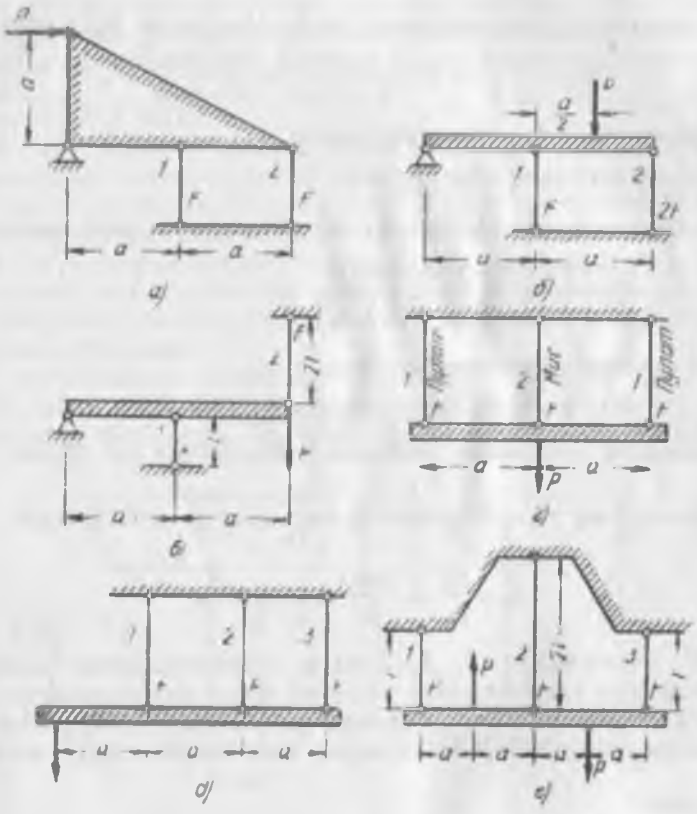
$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{12400}{2} = 6200\ \text{Н/см}^2$$

**1.67.** Стерженлар *1, 2, 3* даги зўриқишларни аниқланг. Штрихланган элементларни абсолют бикр деб ҳисобланг. Стерженлар кўндаланг кесим юзалари расмларда кўрсатилган. Барча стерженлар материалларининг эластиклик модуллари бир хил.

*Жавоб:*

| Зўриқиш \ Схемалар | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_1$ | $-\frac{1}{5}$ | $-\frac{1}{6}$ | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $N_2$ | $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{3}$ | 0 |
| $N_3$ | | | | | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |

**1.68.** Квадрат кўндаланг кесимли темир-бетон устун тўртта пўлат стержень билан арматураланган. Пўлат стерженларнинг кўндаланг кесим юзаси устун кўндаланг кесим юзасининг 1% ини ташкил қилади. Бетон учун рухсат этилган кучланиш 6 МПа га, арматура учун 120 МПа га тенг. Пўлат ва бетон эластик-

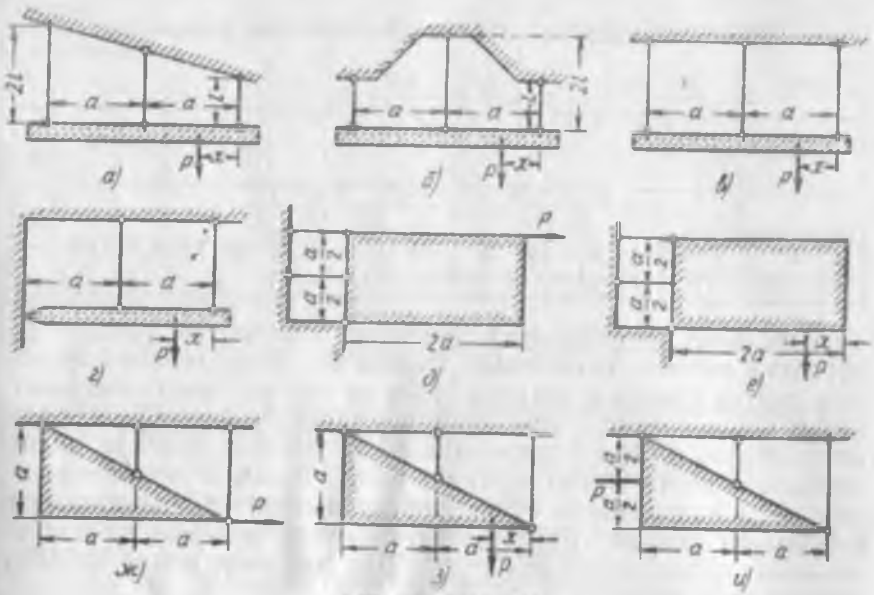


1.67- масалага онд

лик модулларининг нисбати 10 га тенг, устунга 1000 кН нагрузка тушади. Устун кесими томонлари ва стерженларнинг диаметри қанчага тенг бўлиши лозим? Материалнинг ҳолатини эластик деб ҳисобланг.

*Жавоб:* $a=39$ см; $d=22$ мм $=22\cdot10^{-3}$ м.

**1.69.** Бикр брус кўндаланг кесими бир хил бўлган ва бир хил материалдан ясалган стерженлар системаси ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг).



1.69-масалага оид

Ўлчам $x$ нинг қийматлари:

| Вариант \ Схемалар | а | б | в | г | е | з |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | $a$ | $\frac{a}{2}$ |
| 3 | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ |
| 4 | $\frac{3}{2}$ | | | $\frac{3}{2}a$ | | $\frac{3}{2}$ |
| 5 | $2a$ | | | | | |

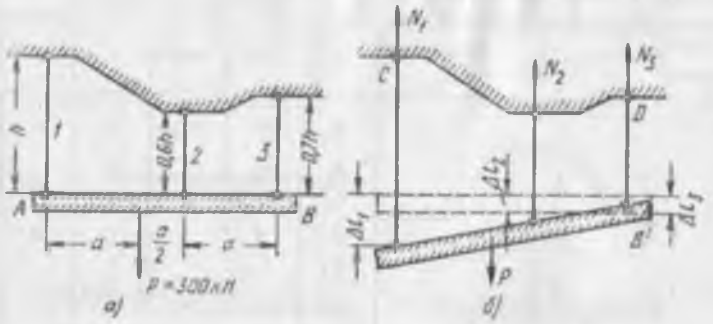
$P = 180$ кН ва $[\sigma] = 160$ МПа деб олиб, стерженлар кўндаланг кесими юзасини аниқланг.

*Жавоб*:

| Схема | а | | | | | б | | | в | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Кесим юзаси, см² | 10 | 6,87 | 3,75 | 6,24 | 8,75 | 10,12 | 7,33 | 4,5 | 9,37 | 6,56 | 3,75 |

| Схема | е | | | | д | ё | | ж | з | | | | и |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | | 1 | 2 | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Кесим юзаси, $см^2$ | 9 | 6,75 | 4,5 | 2,25 | 9 | 18 | 9 | 3,75 | 7,5 | 7,5 | 3,75 | 1,87 | 1,87 |

**1.70.** Бикр брус *AB* учта тортиқга осилган ва расм, *а* да кўрсатилганидек куч *P* билан юкланган. Агар тортқи *1* пўлатдан, тортқи *2* мисдан ясалган бўлса ва тортқи *2* нинг кўндаланг кесим юзаси тортқи *1* нинг кўндаланг кесим юзасидан уч марта катта бўлса, тортқи *3* дюралюминийдан ясалган бўлса ва унинг кўндаланг кесим юзаси тортқи *1* нинг кўндаланг кесим юзасидан икки марта катта бўлса, тортқиларнинг кўндаланг кесим юзаларини танланг. Рухсат этилган кучланишларни қуйидагича олинг: пўлат учун: $[\sigma]_п = 160$ МПа, мис учун $[\sigma]_м = 60$ МПа, дюралюминий учун $[\sigma]_д = 120$ МПа.




1.70- масалага оид

*Ечим.* Учта тортқининг ҳаммаси чўзилган деб фараз қиламиз. Брус *AB* юкланган кейин расм, *б* да тасвирланган янги вазият *A'B'* ни эгаллайди. Тортқилар осилган нуқталардаги тегишли реакцияларнинг йўналиши ҳам шу расмда тасвирланган. Мувозанат тенгламасини, яъни нуқталар *C* ва *D* га нисбатан моментлар йиғиндисини тузамиз:

$$\sum m_C = N_2 \cdot 1{,}5a + N_3 \cdot 2{,}5a - P \cdot a = 0, \quad (1)$$

$$\sum m_D = N_1 \cdot 2{,}5a + N_2 \cdot a - P \cdot 1{,}5a = 0 \quad (2)$$

Барча тортқиларнинг узайишини қуйидаги боғлиқлик билан боғлаш мумкин:

$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_3}{a} = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{1{,}5a}, \text{ бундан } 2{,}5\,\Delta l_2 - \Delta l_1 - 1{,}5\,\Delta l_3 = 0.$$

Бу тенгламадаги узайишлар қийматларини уларнинг нфодалари билан алмаштирамиз:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot h}{E_п \cdot F_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot 0{,}6\, h}{E_м \cdot F_2} \text{ ва } \Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot 0{,}7\, h}{Eg \cdot F_3}.$$

Шунда

$$2{,}5\,\frac{N_2 \cdot 0{,}6\, h}{E_м \cdot F_2} \cdot \frac{N_1 \cdot h}{E_п \cdot F_1} - 1{,}5\,\frac{N_3 \cdot 0{,}7 \cdot h}{Eg \cdot F_3} = 0.$$

$F_2 = 3F_1$ ва $F_3 = 2F_1$ лигини ҳисобга оламиз ва охирги тенгламага эластиклик модулларининг қийматларини қўямиз:

$$2{,}5\,\frac{N_2 \cdot 0{,}6\, h}{1 \cdot 10^5 \cdot 3F_1} - \frac{N_1 \cdot h}{2 \cdot 10^5 F_1} - 1{,}5\,\frac{N_3 \cdot 0{,}7\, h}{0{,}7 \cdot 10^5 \cdot 2F_1} = 0. \qquad (3)$$

Қисқартиришлар ва соддалаштиришларни бажаргандан сўнг тенгламалар (1), (2) ва (3) қуйидаги системага келтирилади:

$$1{,}5\,N_2 + 2{,}5\,N_3 = P \cdot 25\,N_1 + N_2 = 1{,}5\,P \cdot N_2 - N_1 - 1{,}5\,N_3 = 0.$$

Бу системанн ечиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N_1 = 0{,}39\,P = 0{,}39 \cdot 300000 = 117000 \text{ Н};$$
$$N_2 = 0{,}52\,P = 0{,}52 \cdot 300000 = 156000 \text{ Н};$$
$$N_3 = 0{,}09\,P = 0{,}09 \cdot 300000 = 27000 \text{ Н}.$$

Мустаҳкамлик шартларидан келиб чиқилганда кўндаланг кесимларнинг қуйидаги юзалари етарли бўларди:

$$F > \frac{N_1}{[\sigma_п]} = \frac{117000}{160} = 7{,}32 \text{ см}^2, \quad F_2 > \frac{N_2}{[\sigma_м]} = \frac{15600}{60} = 26 \text{ см}^2,$$

$$F_3 > \frac{N_3}{[\sigma_g]} = \frac{2700}{120} = 2{,}25 \text{ см}^2.$$

Лекин юзаларни муносабатлари шартидаги берилганларни бажариш керак: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{26}{7{,}32} > 3$ ва $\frac{F_3}{F_1} < 2$ бўлганлиги учун дастлабки юза сифатида $F = 26$ см$^2$ ни оламиз. Шунда

$$F_1 = \frac{F_2}{3} = \frac{26}{3} = 8{,}67 \text{ см}^2 \text{ ва } F_3 = \frac{2}{3}F_2 = \frac{2}{3} \cdot 26 \approx 17{,}33 \text{ см}^2$$

Бу юзаларнинг иккаласи ҳам мустаҳкамлик шартлари бўйича зарур юзалардан катта, буига йўл қўйиш мумкин. Агар биз дастлабки юзалар сифатида мустаҳкамлик шартларидан олинган $F_1$ ва $F_3$ юзаларни қабул қилганимизда эди, берилган муносабатларга риоя қилинганда бошқа тортқилар кесим юзалари мустаҳкамлик шартларида йўл қўйилгандан кичик бўларди. Шундай қилиб, узил-кесил ушбуларни қабул қиламиз: $F_1 = 8{,}67$ см$^2$, $F_2 = 26$ см$^2$, $F_3 = 17{,}33$ см$^2$.

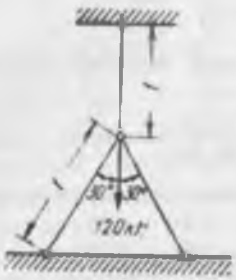
Стерженлар *2* ва *3* га тўлиқ юк тушмаслиги, статик аниқланмайдиган системалар учун характерли. Бундай системаларда, одатда, фақат энг кучсиз звеноларгина чегаравий кучланиш билан ишлайди. Бизнинг ҳолда бундай звено тортқи *2* ҳисобланади.

**1.71.** Бир ноқтада шарнирли бириктирилган учта стерженнинг кўндаланг кесими бир хил (расмга қаранг). $[\sigma] = 160$ МПа деб олиб, кўндаланг кесим юзасини аниқланг.

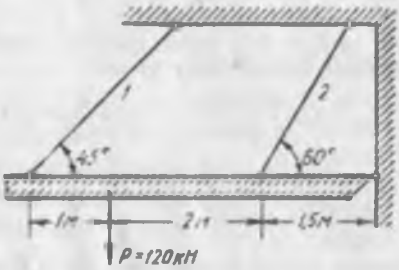
*Жавоб:* 3 см$^2 = 3 \cdot 10^{-4}$ м$^2$

**1.72.** Бикр балкани тортқилар расмда кўрсатилгандек ушлаб туради. Биринчи тортқининг кўндаланг кесим юзаси иккинчисиникидан икки марта катта бўлиши лозим. Тортқиларнинг материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа қабул қилинган. Тортқиларнинг кесим юзасини аниқланг.

*Жавоб:* $F_1=7{,}5$ см², $F_2=3{,}75$ см².




1.71- масалага оид



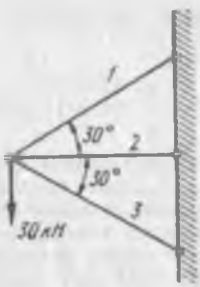

1.72- масалага оид

**1.73.** Кронштейннинг учта стержени бир хил материалдан ясалган (расмга қаранг). Биринчи стержень кесими 2 см², иккинчисиники 3 см² ва учинчисиники 4 см². Стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

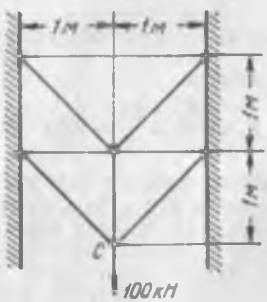
*Жавоб*: $\sigma_1=126{,}8$ МПа, $\sigma_2=26{,}8$ МПа, $\sigma_3=86{,}4$ МПа.

**1.74.** Юзаси 5 см² бўлган бир хил кўндаланг кесимли бешта пўлат стержендан иборат системадаги $C$ нуқтанинг пасайишини аниқланг (расмга қаранг).

*Жавоб:* 0,895 мм $\approx 895\cdot10^{-6}$ м.



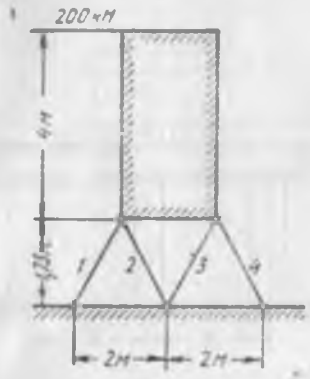

1.73- масалага оид



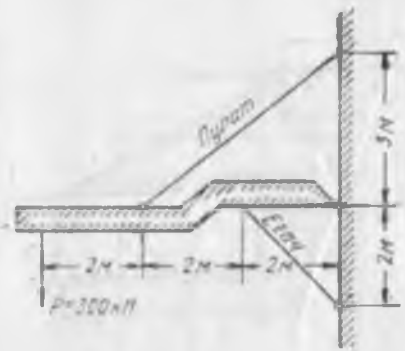

1.74- масалага оид

**1.75.** Бикр конструкцияни ушлаб турадиган тўртта стержень (расмга қаранг) бир хил материалдан ясалган ва бир хил, яъни $F=25$ см² юзали кўндаланг кесимга эга. Улардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_1=133{,}0$ МПа, $\sigma_2=52{,}5$ МПа, $\sigma_3=52{,}5$ МПа, $\sigma_4=-133{,}0$ МПа.




1.75- масалага оид




1.76- масалага оид

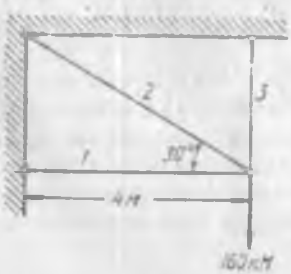
**1.76.** Бикр стержень деворга шарнир (расмга қаранг), пўлат тортқи ва ёғоч тирак ёрдамида маҳкамланган. Агар тирак кесим юзаси тортқи кесим юзасидан 10 марта катта бўлиши лозим бўлса, рухсат этилган кучланишлар эса пўлат учун $[\sigma] = 160$, МПа, ёғоч учун $[\sigma] = 6$ МПа бўлса, тортқи ва тиракнинг кесимини танланг.

*Жавоб*: $F_п = 50$ см², $F_ё = 500$ см².

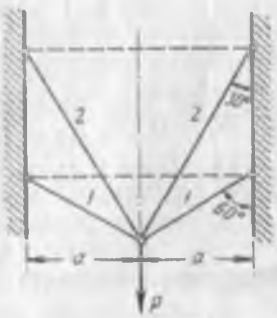
**1.77.** Расмда тасвирланган конструкцияда стержень *1* чўяндан ясалган ва $[\sigma_ч] = 80$ МПа, стержень *2* мисдан ясалган ва $[\sigma_м] = 60$ МПа ҳамда стержень *3* пўлатдан ясалган ва $[\sigma_п] = 120$ МПа. Стерженлар *1* ва *2* кўндаланг кесимларининг юзалари бир хил, стержень *3* ники эса икки марта кичик. Стерженларнинг кесимларини танланг.

*Жавоб*: $F_1 = F_2 = 24{,}6$ см², $F_3 = 12{,}3$ см².

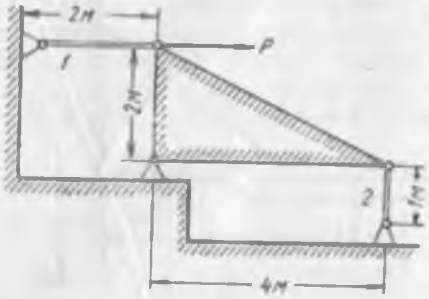
**1.78.** Расмда тасвирланган конструкцияда стержень *1* пўлатдан ясалган ва кесим юзаси $F_п = 10$ см², стержень *2* мисдан ясалган ва кесим юзаси $F_м = 20$ см², рухсат этилган кучланишлар: пўлат



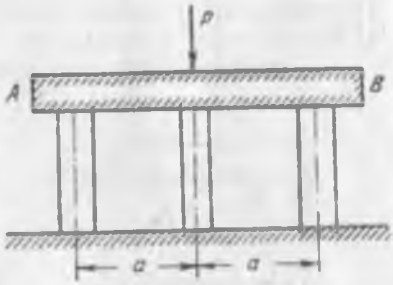

1.77- масалага оид




1.78- масалага оид




1.79- масалага оид




1.80- масалага оид

учун $[\sigma] = 160$ МПа, мис учун $[\sigma] = 60$ МПа, энг катта юкланиш $P$ ни аниқланг.

*Жавоб*: 328 кН.

**1.79.** Бикр конструкция пойдеворга шарнир ва иккита стержень ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг). Стержень *1* пўлатдан ясалган ва $[\sigma_п] = 160$ МПа, стержень *2* чўяндан ясалган ва $[\sigma_ч] = 100$ МПа. Уларнинг кесим юзалари тегишлича $F_п = 30$ см², $F_ч = 50$ см². Максимал йўл қўйиладиган юкланиш $P$ ни аниқланг.

*Жавоб:* 1125 кН.

**1.80.** Ўртасига куч $P = 1620$ кН қўйилган абсолют бикр балка $AB$ симметрик қўйилган учта калта стойкага таянади. Четдаги стойкалар бетондан қилинган ва квадрат кесим ўлчамлари 30×30 см, ўртадаги стойка ёғочдан қилинган ва тўғри тўртбурчак кўндаланг ўлчамлари 15×30 см. Стойкалардаги кучланишларни аниқланг.

Бетоннинг эластиклик модулини ёғочнинг эластиклик модулидан икки марта катта деб олинг.

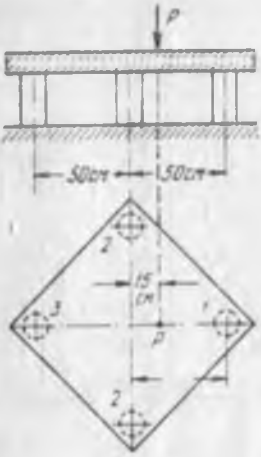
*Жавоб*: $\sigma_б = 8$ МПа. $\sigma_ё = -4$ МПа.

**1.81.** Квадрат плита бир хил кўндаланг кесимли, бир хил узунликдаги ва бир хил материалдан ясалган ҳамда симметрик жойлашган тўртта стойкага таянади (35- бетдаги расмга қаранг). Плитанинг деформацияланишини ҳисобга олмай, ҳар бир стойкадаги зўриқишлар катталигини аниқланг.

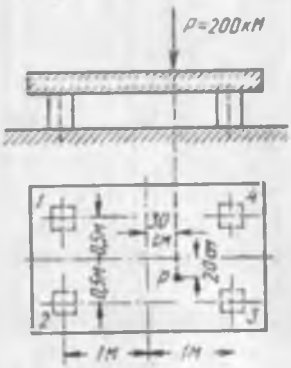
*Жавоб*: $N_1 = 0{,}4P$, $N_2 = 0{,}25\ P$, $N_3 = -0{,}1\ P$,

**1.82.** Бикр тўғри тўртбурчак плита бир хил кесимли, бир хил узунликдаги ва бир хил материалдан ясалган тўртта стойкага таянади. Стойкалар расмда кўрсатилганидек унинг четларида жойлашган. Юк $P$ ҳосил қиладиган ҳар бир стойкадаги зўриқиш катталигини аниқланг.

*Жавоб*: $N_1 = -15$ кН; $N_2 = -45$ кН; $N_3 = -85$ кН; $N_4 = -55$ кН




1.81- масалага оид




1.82- масалага оид

**1.83.** Расмда кўрсатилган стерженларнинг I, II, III участкаларидаги кесимлардаги кучланишларни аниқланг. $A$ ва $B$ тикисликлар мутлақо қимирламай туради. $a=0{,}5$ м, $F=100$ см$^2$, $P=1500$ кН, $\delta=0{,}1$ мм деб олинг. Юк $P$ қўйгунга қадар зазорлар $\delta$ кўрсатилган ўлчамда туради. Юк қўйилгандан кейин улар беркилади.

*Жавоб:*

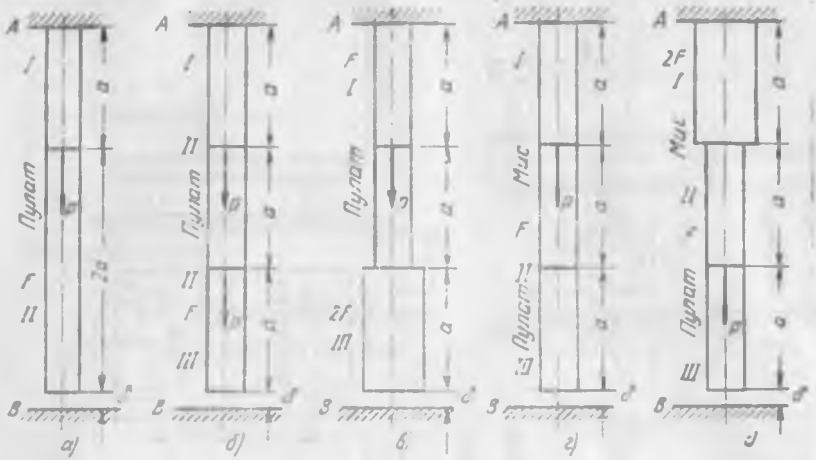
| Кучланиш \ Схемалар | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_I$ | 113,3 | 163,3 | 116,0 | 98,0 | 23,8 |
| $\sigma_{II}$ | —36,7 | 13,3 | —34,0 | —52,0 | 47,5 |
| $\sigma_{III}$ | | —136,7 | —17,0 | —52,0 | —102,5 |
| | кучланиш | | МПа | | |

**1.84.** Бикр брус (расм, *а* га қаранг) пойдеворга шарнир $C$ ҳамда кўндаланг кесими бир хил бўлган иккита пўлат тортқи ёрдамида маҳкамланган. Чапки тортқи лойиҳадаги ўлчамидан $\Delta=5$ мм калта қилиб ясалган. Конструкция йиғилгандан кейин тортқилардаги кучланишларни аниқланг.

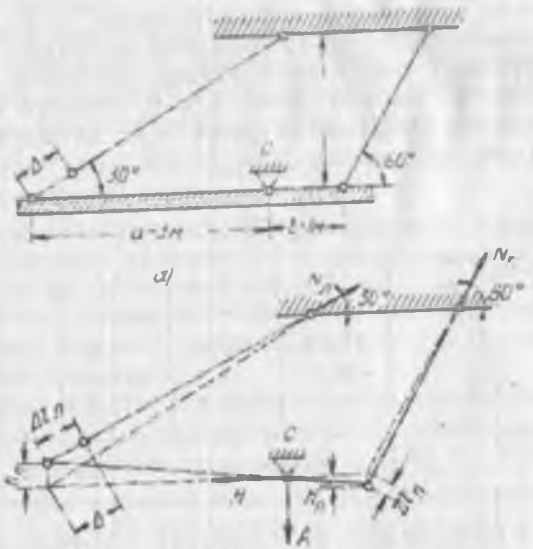
*Ечим.* Конструкция йиғилгандан кейин бикр брус расм, *б* да тасвирланган қия вазиятни эгаллайди. Бунда чапки тортки $\Delta l_4$ катталикка, ўнг тортқи эса $\Delta l_5$ катталикка узаяди. Маҳкамлаш нуқталарида $N_4$ ва $N_5$ реакциялар, шарнир $C$ да эса $A$ ва $H$ реакциялар вужудга келади.

Мувозанат тенгламасини, яъни барча кучларнинг шарнир $C$ га нисбатан моментлари йиғиндисини тузамиз:

$$N_4 \cdot a \sin 30^\circ - N_5 \cdot b \sin 60^\circ = 0$$




1.83- масалага онд




1.84- масалага онд

Бундан

$$N_{\text{ў}} = \frac{a \sin 30^\circ}{b \cdot \sin 60^\circ} N_{\text{ч}} = \frac{3 \cdot 0{,}5}{1 \cdot 0{,}866} N_{\text{ч}} = 1{,}73\ N_{\text{ч}} \qquad (a)$$

Қолган иккита мувозанат тенгламасига бизни қизиқтирмайдиган реакциялар $A$ ва $H$ киради. Шунинг учун биз уларни ёзмаймиз. Қўшимча тенглама тузиш учун деформацияларни кўриб чиқамиз. Расм, *б* дан кўриниб турибдики, $\frac{h_{\text{ч}}}{h_{\text{ў}}} = \frac{a}{b} = 3.$

Лекин

$$h_ч = \frac{\Delta - \Delta l_ч}{\sin 30°} \text{ ва } h_ў = \frac{\Delta l_ў}{\sin 60°}$$

Шундай қилиб,

$$\frac{(\Delta - \Delta l_ч)\cdot \sin 60°}{\sin 30° \, \Delta l_ў} = 3$$

ёки

$$\frac{\Delta - \Delta l_ч}{\Delta l_ў} = 3 \cdot \frac{\sin 30°}{\sin 60°} = 3 \cdot \frac{0{,}5}{0{,}866} = 1{,}73 \text{ бундан } 1{,}73\,\Delta l_ў + \Delta l_ч = \Delta \qquad (б)$$

$\Delta l_ч$ ва $\Delta l_ў$ ни зўриқишлар $N_ч$ ва $N_ў$ лар орқали ифодалаймиз:

$$\Delta l_ч = \frac{N_ч \cdot l_ч}{EF} = \frac{N_ч \cdot l}{EF \cdot \sin 30°}, \quad \Delta l_ў = \frac{N_ч \cdot l_ў}{EF} = \frac{N_ў \cdot l}{EF \cdot \sin 30°}.$$

Тенглама (*б*) га топилган қийматларни $\Delta l_ч$ ва $\Delta l_ў$ ни қўямиз.

$$1{,}73 \frac{N_ў \cdot l}{EF \cdot \sin 60°} + \frac{N_ч \cdot l}{EF \cdot \sin 30°} = \Delta.$$

ёки

$$N_ў + N_ч = \frac{\Delta EF}{2l}. \qquad (в)$$

Тенгламалар (а) ва (в) ларнинг иккала қисмини $F$ га бўламиз ва қуйидагини ҳисобга оламиз:

$$\frac{N_ч}{F} = \sigma_ч \text{ ва } \frac{N_ў}{F} = \sigma_ў;$$

Шунда

$$\sigma_ў = 1{,}73\sigma_ч, \quad \sigma_ў + \sigma_ч = \frac{\Delta E}{2l}.$$

Бу тенгламаларни биргаликда ечиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

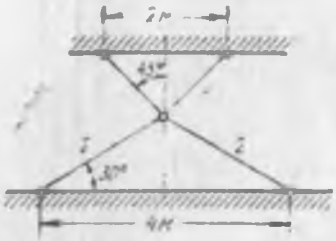
$$\sigma_ч = 0{,}184 \frac{\Delta E}{l} = \frac{0{,}184 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^5}{200} = 92{,}0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_ў = 0{,}317 \frac{\Delta E}{l} = \frac{0{,}317 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^5}{200} = 158{,}5 \text{ МПа}.$$

**1.85.** Расмда тасвирланган конструкцияда пўлат стерженлар *1* нинг ҳар қайсиси лойиҳадаги ўлчамидан 1 мм узунроқ қилиб ясалган. Уларнинг кесими $F_1 = 25$ см², чўян стерженлар *2* нинг кесими эса $F_2 = 40$ см². Конструкция йиғилгандан кейин стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = -32{,}1$ МПа, $\sigma_2 = -28{,}4$ МПа.

**1.86.** Узунлиги $l = 4$ м бўлган пўлат стержень $AB$ пастки учи билан бикр пойдеворга тиралади, юқориги учи эса шип орасининг балкасига маҳкамланган (расмга қаранг). $CD$ балканинг $A$ нуқтадаги эгилувчанлиги коэффициент $\alpha = 0{,}03$ мм/кН билан



1.85- масалага оид



1.86- масалага оид

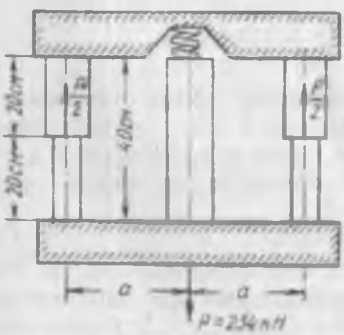
белгиланади, яъни $A$ нуқтага қўйилган 10 кН куч таъсирида балка 0,03 мм га эгилади. Агар куч $P=500$ кН стерженнинг кўндаланг кесим юзаси $F=30$ см² бўлса, $AK$ ва $KB$ участкаларда стержендаги кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб*: $\sigma_{AK}=76{,}7$ МПа, $\sigma_{KB}=-90$ МПа.

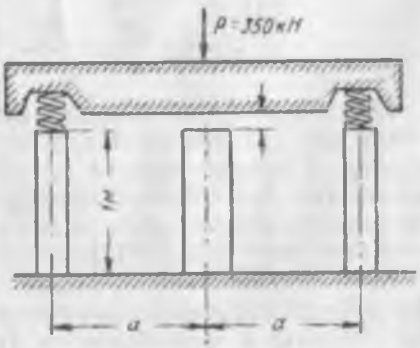
**1.87.** Иккита бикр брус расмда кўрсатилганидек учта стержень билан бириктирилган. Четдаги стерженлар пўлатдан ясалган ва юқори қисмининг кесим юзаси 16 см², пастки қисминики 10 см², ўртадаги стержень мисдан қилинган ва кесим юзаси 20 см² га тенг. Ўртадаги стерженнинг юқори учи билан юқори брус орасига эгилувчанлик коэффициенти $\alpha=1{,}25\times10^{-7}$ см/Н бўлган пружина тарангланмай қўйилган. (10 Н нагрузкага тўғри келадиган пружинанинг чўкиши.) Берилган нагрузкада бириктирувчи стерженлардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* Пўлат стерженнинг юқори қисмида $\sigma=-9$ МПа, пастки қисмида $\sigma=102{,}6$ МПа, мис стерженда $\sigma=14{,}4$ МПа.

**1.88.** Бикр брус учта стойкада туради (расмга қаранг). Четдаги стойкалар пўлатдан ясалган бўлиб, кўндаланг кесим юзаси бир хил ва 20 см² га тенг, ўртадаги стойка чўяндан ясалган ва кесим юзаси 50 см² га тенг. Четдаги стойкалар билан грунт орасига берилувчанлик коэффициенти $\alpha=5\times10^{-7}$ см/Н бўлган бир хил пружиналар тарангланмай қўйилган. Нагрузка қўйил-




1.87- масалага оид
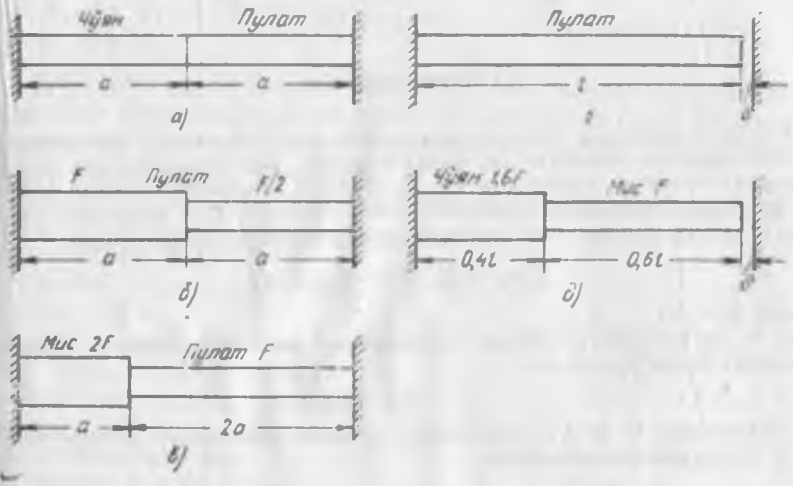



1.88- масалага оид

гунга қадар ўртадаги стойка билан брус орасида $\Delta = 0{,}5$ мм тирқиш бор эди. Стойкалардаги кучланишларни аниқланг.

*Жавоб.* $\sigma_п = -50$ МПа, $\sigma_ч = -30$ МПа

**1.89.** Расмда тасвирланган стерженлар $t°$ температурада қиздирилади. Орасида стерженлар жойлашган деворлар мутлақо берилувчан бўлмаса абсолют киймат бўйича энг катта кучланишни аниқланг. $E_ч = 1 \cdot 10^{11}$ Н/м², $E_м = 0{,}8 \cdot 10^{11}$, $\alpha_ч = \alpha_п$, $t° = 40°$ $l = 0{,}5$ м, $\delta = 0{,}1$ мм деб олинг.




1.89- масалага оид

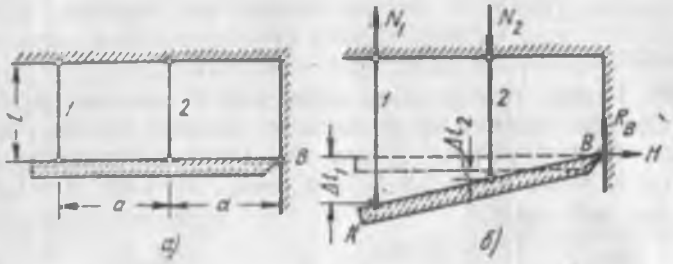
*Жавоб:*

| Схема | а | б | в | с | д |
|---|---|---|---|---|---|
| Кучланишнинг абсолют катталиги, МПа | 66,7 | 133.3 | 102,0 | 60,0 | 39,6 |

**1.90.** Узунлиги 12,5 м бўлган пўлат рельслар $+10°$ температурада ётқизилади. Рельслар орасида $a = 4$ мм тирқиш қолдирилади. Бу тирқиш қандай температурада йўқолади? Қишда температура $-40°$ бўлганда бу тирқиш қанчага тенглашади? Ёзда температура $+50°$ бўлганда рельслар қандай кучланишларга учрайди?

*Жавоб:* $\pm 35{,}6°$, 11,8 мм; —36 МПа.

**1.91.** Бикр брус $AB$ ни ушлаб турадиган стерженлар *1* ва *2* нинг температураси (расмга қаранг) конструкция йиғилгандан сўнг 60° га кўтарилиши мумкин. Стержень *1* пўлатдан ясалган ва кесим юзаси 20 см², стержень *2* мисдан ясалган ва кесим юзаси 80 см². Брусниинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаган ҳолда стерженлар *1* ва *2* да вужудга келадиган кучланишларни аниқланг.




1.91- масалага оид

*Ечим.* Температура кўтарилгандан кейин брус $AB$ расм, *б* да тасвирланган $A'B$ вазиятни эгаллайди деб фараз қилайлик. Яна стержень 1 $N_1$ зўриқиш таъсирида чўзилган, стержень *2* эса $N_2$ зўриқиш таъсирида қисилган деб фараз қилайлик. Реакциялар $R_B$ ва $H$ га йўл қўймаслик учун мувозанат тенгламаси сифатида шарнир $B$ га нисбатан моментлар йиғиндисини оламиз:

$$\sum m_B = N_1 \cdot 2a - N_2 \cdot a = 0$$

бундан $N_2 = 2N_1$

Расм, *б* дан кўриниб турибдики, стерженлар *1* ва *2* нинг узайиши қуйидаги муносабат билан боғланган.

$$\Delta l_1 = 2\Delta l_2. \qquad (2)$$

Зўриқишлар $N_1$ ва $N_2$ ҳамда температуранинг кўтарилиши деформацнялар $\Delta l_1$ ва $\Delta l_2$ ни келтириб чиқаради:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{E_п F_1} + \alpha_п l \cdot \Delta t \text{ ва } \Delta l_2 = -\frac{N_2 l}{E_м \cdot F_2} + \alpha_м \cdot l \cdot \Delta t,$$

Деформациялар қийматини тенглама (2) га қўямиз.

$$\frac{N_1 l}{E_п F_1} + \alpha_п l \cdot \Delta t = 2\left(-\frac{N_2 l}{E_м F_2} + \alpha_м \cdot l \cdot \Delta t\right).$$

(1) шартни қўйиб, қисқартиришлар ва ўзгартиришларни бажариб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$N_1 = \frac{2E_п \cdot F_1 (\alpha_м - \alpha_п) \cdot \Delta t}{1 + 4\frac{E_п \cdot F_1}{E_м \cdot F_2}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 20 (165 \cdot 10^{-7} - 125 \cdot 10^{-7}) 60}{1 + 4\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 20}{1 \cdot 10^5 \cdot 80}} =$$

$$= 64000 \text{ Н}$$

(1) шартдан:

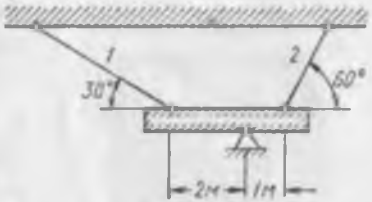
$$N_2 = 2N_1 = 2 \cdot 64000 = 128000 \text{ Н}.$$

$N_1$ ва $N_2$ даги мусбат ишоралар зўриқишларнинг йўналиши тўғри танланганлигини ҳамда стержень *1* ҳақиқатдан чўзилган, стержень *2* эса қисилганлигини кўрсатади. Демак, кучланишлар қуйидагиларга тенг экан:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{64000}{20 \cdot 10^{-4}} = 32 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_2}{F_2} = -\frac{128000}{80 \cdot 10^{-4}} = -16 \text{ МПа}$$

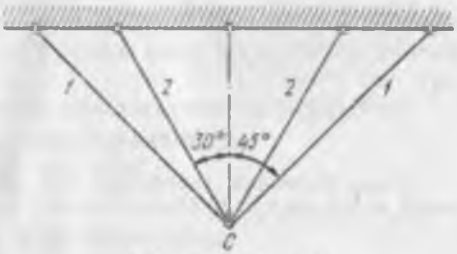
**1.92.** Бикр брус (расмга қаранг) шарнирли таянчдан ташқари юзаси 40 см² ли иккита пўлат тортқи билан тутиб турилади. Тортқиларни ўрнатгандан сўнг температура $\Delta t = +20°$ га кўтарилди. Тортқилардаги кучланишларни аниқланг.



1.92- масалага онд

*Жавоб*: $\sigma_1 = -470$ МПа, $\sigma_2 = -54{,}2$ МПа.

**1.93.** Кўндаланг кесим юзаси 20 см² бўлган пўлат стерженлар *1* ва кўндаланг кесим юзаси 30 см² бўлган мис стерженлар *2* температура $t = 15°$ да *C* нуқтада шарнирли бириктирилган. Конструкциянинг температураси $t_2 = -45°$ га пасайганда стерженлардаги кучланишларни аниқланг.



1.93- масалага онд

*Жавоб*: $\sigma_п = 10{,}4$ МПа, $\sigma_м = 5{,}7$ МПа.

**1.94.** *P* куч бўлмаса, лекин стерженнинг температураси 40° га пасайса, 1.86 масаладаги *AB* стержендаги кучланишларни аниқланг

*Жавоб*: $\sigma = 69$ МПа.

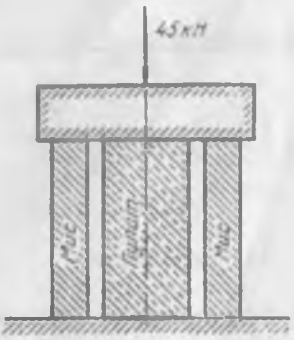
**1.95.** Кўндаланг кесими 30 см² ва узунлиги 40 см бўлган инвар найча ва ўшандек ўлчамли мис найча 0° температурада бир-бирига учма-уч қўйилган. Сўнгра улар +45,5° температурагача қиздирилган ва улар умумий узунликларини ўзгартиришга имкон бермайдиган кучлар билан сиқилган. Бу кучларнинг катталиги қандай ва кўтарилган температурада найчалардан ҳар бирининг узунлиги қанча? Инвар учун $\alpha = 0$ ва $E = 2 \times 10^{11}$ Н/м².

*Жавоб*: $P = 150$ кН. $l_м = 40{,}01$ см; $l_м = 39{,}99$ см.

**1.96.** Қўзғалмас *A* ва *B* нуқталар орасига $t_0 = 0°$ температурада диаметри 1 мм ли пўлат сим тарангламай осилган, унинг оғирлигини ҳисобга олмаймиз (1.61 масаладаги расмга қаранг). Симнинг температураси $t_1 = +50°$ гача кўтарилиши ва $t_2 = -50°$ гача пасайиши мумкин. Сим материали учун рухсат этилган кучланиш $\sigma = 200$ МПа. Юқорида айтилган уч хил температурада симнинг ўртасидаги *C* нуқтага қандай нагрузка *P* ни осиш мумкинлигини аниқланг.

*Жавоб*: 0° да нагрузка $P = 14$ Н, $-50°$ да $P = 3{,}2$ Н, $+50°$ да нагрузка $P = 17{,}9$ Н.

**1.97.** Юк $P = 45$ кН бикр плита орқали юзаси 15 см² ли яхлит пўлат цилиндрга ва юзаси 20 см² ли ичи бўш мис цилиндрга таъсир қилади. Куч иккала цилиндрнинг ўқи бўйлаб таъсир қилади (расмга қаранг). Нагрузка қўйилгандан сўнг темпера-




1.97- масалага оид

тура 30° га кўтарилиши мумкин. Температура кўтарилгунга қадар ва кўтарилгандан кейинги нагрузка қандай тақсимланишини аниқланг.

*Жавоб*: Температура ўзгаргунга қадар $P_п = 27$ кН, $P_м = 18$ кН. Температура ўзгаргандан кейин $P_п = 12{,}6$ кН, $P_м = 32{,}4$ кН.

**1.98.** Қалинлиги 6 мм ли пўлат лента ҳалқани диаметри 30 см ли пўлат цилиндрга ўраш лозим. Лента ҳалқа цилиндр сиртида сирпана бошлаши учун лента ҳалқа температурасини қанча кўтариш керак? Агар цилиндрнинг деформациясини ҳисобга олинмаса, лента ҳалқа худди цилиндрнинг температурасига эришганда унда қандай чўзувчи кучланиш пайдо бўлади?

*Ечим.* Қиздирилгунга қадар лента ҳалқанинг ўрта диаметри

$$d = 29{,}88 + 0{,}6 = 30{,}58 \text{ см}.$$

Ҳалқа цилиндрда сирпаниши учун унинг ички диаметри ҳеч бўлмаса цилиндр диаметрига тенг бўлиши, яъни у қуйидагича катталашиши керак.

$$\Delta d = 30 - 29{,}98 = 0{,}02 \text{ см}.$$

Лента ҳалқанинг ўрта диаметри ҳам шу $\Delta d$ катталикка ошади. Шунда диаметрининг нисбий катталашиши:

$$\varepsilon = \frac{\Delta d}{d} = \frac{0{,}02}{30{,}58} = 6{,}54 \cdot 10^{-4}.$$

Бу қиймат $\varepsilon$ ни температура кўтарилишидан диаметрининг нисбий катталашишига тенглаштирамиз

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t,$$

бундан

$$\Delta t = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{6{,}54 \cdot 10^{-4}}{125 \cdot 10^{-7}} = 52{,}2°$$

Ҳалқа қиздирилган ҳолатда кийдирилгандан сўнг у аста-секин дастлабки температурасигача совийди, яъни қиздирилган ҳолатдагига қараганда унинг температураси $\Delta t = 52{,}2°$ га пасаяди. Цилиндрнинг деформациясини ҳисобга олмаганимиз учун ҳалқа ўз диаметрини кичрайтира олмайди. Демак, ҳалқадаги кучланишларни аниқлаш учун ушбу формуладан фойдаланишимиз мумкин:

$$\sigma = E\alpha \cdot \Delta t = 2 \cdot 10^5 \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 52{,}2 = 130{,}8 \text{ МПа}$$

ёки

$$\sigma = E\varepsilon = 2 \cdot 10^5 \cdot 6{,}54 \cdot 10^{-4} = 130{,}8 \text{ МПа}.$$

**1.99.** Калта чўян стержень пўлат найчага эркин кнритилган, пўлат найча эса алюминий найчага эркин кирнтилган (расмга қаранг). Системани бикр плита орқали қисадиган куч $P$ таъсирида стержень ва найчалардаги кучланишларни аниқланг (кўндаланг деформациялар ҳисобга олинмасин).

*Ечим.* Юкланиш $P$ чўян стержень, пўлат ва алюминий найчалар орасида тарқалади. Вертикаль бўйича барча кучлар проекциялари йиғиндисининг нолга тенглиги қуйидагини беради:

$$P_ч + P_п + P_а = P.$$

Бу тенглама биз тузишимиз мумкин бўлган статиканинг ягона тенгламаси. Деформацияларни кўриб чиқиш усулига мурожаат қиламиз. Учала стерженнинг деформацияси, яъни калталашиши бир хил, яъни демак,

$$\Delta l_ч = \Delta l_п = \Delta l_а$$

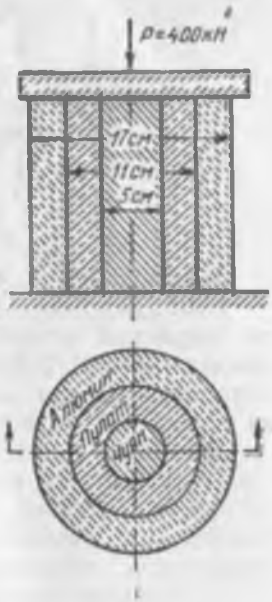
бундан иккита деформация тенгламасини тузиш мумкин:

$$\Delta l_ч = \Delta l_п \quad \text{ва} \quad \Delta l_ч = \Delta l_а .$$

Деформацияларни юклар орқали ифодалаймиз:

$$\frac{P_ч \cdot l}{E_ч F_ч} = \frac{P_п \cdot l}{E_п \cdot F_п} \quad \text{ва} \quad \frac{P_ч \cdot l}{E_ч \cdot F_ч} = \frac{P_а \cdot l}{E_а \cdot F_а}$$

$\frac{P_ч}{F_ч} = \sigma_ч$, $\frac{P_п}{F_п} = \sigma_п$ ва $\frac{P_а}{F_а} = \sigma_а$ эканлигини кўзда тутиб мувозанат тенгламаси ҳамда деформация тенгламаларида кучларни кучланишлар орқали ифодалаймиз ва тенгламаларда узунлик $l$ ни қисқартирамиз. Шунда мувозанат тенгламаси ва деформация тенгламалари қуйидаги кўринишни олади:




1.99- масалага оид

$$\sigma_ч \cdot F_ч + \sigma_п \cdot F_п + \sigma_а \cdot F_а = P, \quad \frac{\sigma_ч}{E_ч} = \frac{\sigma_п}{E_п}; \quad \frac{\sigma_ч}{E_ч} = \frac{\sigma_а}{E_а}.$$

Бу учала тенглама биргаликда ечилса, кучланишларнинг қиймати топилади. Булар қуйидагиларга тенг:

$$\sigma_ч = \frac{P}{F\left(1+\frac{E_п F_п}{E_ч F_ч}+\frac{E_а \cdot F_а}{E_ч \cdot F_ч}\right)} = \frac{400000}{3{,}14 \cdot 2{,}5^2\left(1+\frac{2}{12}\cdot\frac{5{,}5^2-2{,}5^2}{2{,}5}+\frac{0{,}7}{1{,}2}\cdot\frac{5{,}5^2-5{,}5^2}{2{,}5^2}\right)} =$$

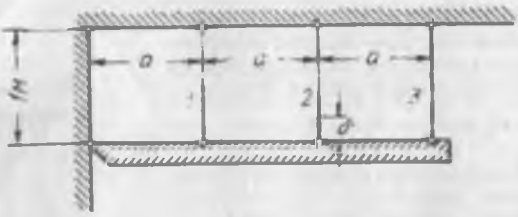
$$= 18{,}0 \text{ МПа}$$

$$\sigma_п = \frac{E_п}{E_ч} \cdot \sigma_ч = \frac{2 \cdot 10^5}{1{,}2 \cdot 10^5} \cdot 180 = 30{,}0 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_а = \frac{E_а}{E_ч} \cdot \sigma_ч = \frac{0{,}7 \cdot 10^5}{1{,}2 \cdot 10^5} \cdot 180 = 10{,}5 \text{ МПа}$$

Барча кучланишлар қисувчи кучланишлардир.

**1.100.** Бикр брус кўндаланг кесим юзаси 20 см² дан бўлган учта пўлат стерженга осилган. Ўртадаги стержень лойиҳада кўрсатилганидан $\delta = 0{,}5$ мм калтароқ ясалган (расмга қаранг). Конструкциянн йиғгандан кейин стерженларда пайдо бўладиган кучланишларни аниқланг.

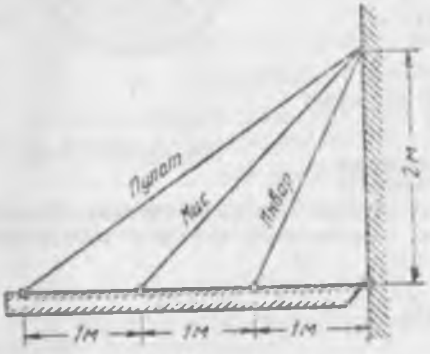



1.100- масалага онд

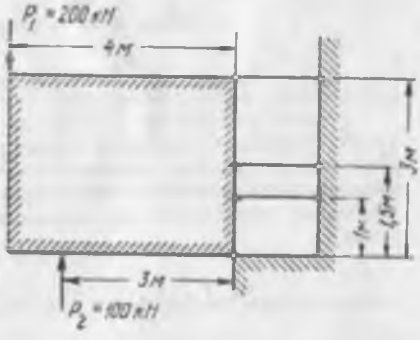
*Жавоб* $\sigma_1 = -14{,}3$ МПа, $\sigma_2 = 71{,}5$ МПа, $\sigma_3 = -42{,}9$ МПа.

**1.101.** Бикр брус кўндаланг кесим юзаси 10 см² дан бўлган учта стерженга осилган, стерженлар ҳар хил материалдан ясалган (расмга қаранг). Уларнинг температураси $\Delta t = +30^\circ$ кўтарилгандан сўнг стерженларда нкучланишларни аниқланг. Инвар учун $\alpha_и = 0$ ва $E_п = 2 \cdot 10^5$ МПа.

*Жавоб*: $\sigma_п = -14.2$ МПа, $\sigma_м = -16{,}6$ МПа, $\sigma_и = 52{,}7$ МПа.




1.101- масалага онд




1.102- масалага онд

**1.102.** Бикр конструкция пой деворга шарнир ҳамда кўндаланг кесим юзаси ва узунлиги бир хил бўлган учта тортқи ёрдамида маҳкамланган. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда тортқиларнинг кесим юзасини танланг.

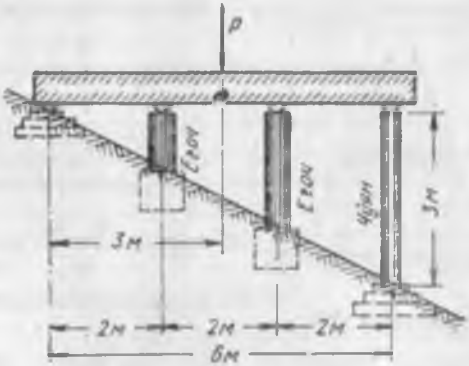
*Жавоб:* 7,65 см².

**1.103.** Бетон устун $AB$ нинг иккала учи қисилган (расмга қаранг). У ўзининг ўрта кесимида ўқ бўйлаб $P = 320$ кН куч билан юкланган. Куч қўйилгандан сўнг бетон устуннинг юқорн қисмида чўзувчи кучланиш 0,5 МПа дан ошмаслиги учун икки пўлат тортқи *1* нинг кесим юзаси қандай бўлиши керак? Бу ҳолда тортқилардаги ва устуннинг пастки қисмидаги кучланишлар нимага тенг бўлади? Чўзилиш ва қисилишда бетоннинг эластиклик модули бир хил қабул қилинган: $E_б = 1{,}5 \times 10^5$ МПа.

*Жавоб*: $F = 2 \times 120$ см², $\sigma_т = 6{,}67$ МПа; $\sigma_б = 0{,}5$ МПа.

**1.104.** Бикр балка олдин ўнг учи билан кесим юзаси 100 см² бўлган чўян стойкага тиралиб, қўшимча тиракларга эга эмас




1.104- масалага оид




1.103- масалага оид

эди, сўнгра диаметри 25 см ли иккита думалоқ ёғоч тирак қўйилди (расмга қаранг). Агар чўян стойкадаги кучланиш дастлабкисидек қолса, оралиқ тиракларни қўйгандан сўнг юкланишни қанча ошириш мумкин?

*Жавоб:* Юкланишни 41% ошириш мумкин.

### 3- §. Хусусий оғирлигини ҳисоблаш

**1.105.** Агар бир метр куб бетоннинг оғирлиги 24 кН, эластиклик модули $2 \cdot 10^5$ МПа бўлса, баландлиги 10 м бўлган ўзгармас кесимли бетон устуннинг энг катта қисувчи зўриқишини ва тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Жавоб:* 0,214 МПа; 0,06 мм.

**1.106.** Оғирлиги 16 кН бўлган подъёмник клети $h = 140$ м чуқурликда икки троссга осиб қўйилган. Ҳар бир трос кўндаланг кесим юзаси 1,25 см$^2$, унинг погон метрик оғирлиги 15 Н га тенг. Трос дастлабки синаб кўрилганда шу нарса аниқланганки, узунлиги 1 м бўлган трос кесмаси 10 кН куч таъсирида 0,5 мм га уязаяди. Тросснинг юқори ва пастки учларидаги зўриқишлар қанчага тенг ва унинг тўлиқ узайиши қанча?

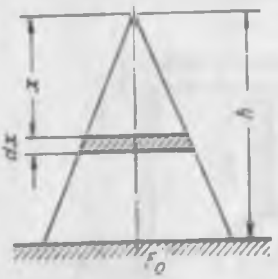
*Жавоб:* $\sigma_ю = 80{,}8$ МПа, $\sigma_п = 64{,}0$ МПа, $\Delta l = 6{,}35$ мм.

**1.107.** Расмда тасвирланган устуннинг кўндаланг кесим юзаси формула $F_x = F_o \frac{x}{h}$ га мувофиқ ўзгаради. Агар $\gamma$ ва $E$ маълум бўлса, устуннинг ўз хусусий оғирлигидан тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Ечим.* Устун чўққисидан $x$ масофада унинг узлуксиз кичик қисмида $dx$ баландликни ажратамиз. Унинг ҳажми $dV = F_x \cdot dx = F_0 \frac{x}{h} dx$.

Устуннинг $x$ баландликдаги юқори қисмининг ҳажми:

$$dV = F_x \cdot dx = F_0 \frac{x}{h} dx,$$



1.107- масалага оид

Шу қисмнинг оғирлиги:

$$V_x = \int_0^x dV = \int_0^x F_0 \frac{x}{h}\,dx = \frac{F_0 \cdot x^2}{2h}.$$

Баландлиги $x$ бўлган юқоридаги қисмининг оғирлиги таъсирида $dx$ баландликдаги устуннинг узлуксиз кичик ҳажмининг калталашиши:

$$\Delta dx = \frac{\varphi_x \cdot dx}{EF_x} = \frac{\gamma \cdot F_0 x^2 \cdot h \cdot dx}{2 \cdot h \cdot EF_0 X} = \frac{\gamma \cdot x dx}{2E},$$

бутун устуннинг калталашиши эса

$$\Delta h = \int_0^h \Delta dx = \int_0^h \frac{\gamma x dx}{2E} = \frac{\gamma h^2}{4E}.$$

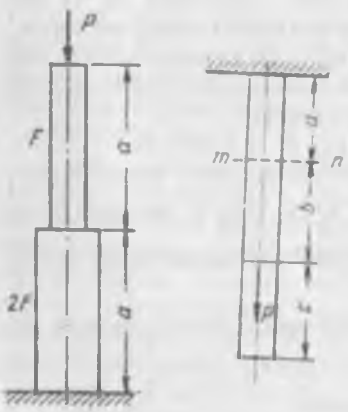
**1.108.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ бўлса, асосининг радиуси $R$ бўлган $h$ баландликдаги конуснинг хусусий оғирлигидан тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Жавоб:* $\frac{\gamma h^2}{6E}$.

**1.109.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ маълум бўлса, расмда тасвирланган стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олиб, унинг тўлиқ калталашишини аниқланг.

*Жавоб:* $\frac{3}{2}\frac{Pa}{EF} + \frac{3\gamma \cdot a^2}{2E}$.

**1.110.** Агар материалнинг ҳажмий оғирлиги $\gamma$ ва эластиклик модули $E$ маълум бўлса, расмда тасвирланган кўндаланг кесими $F$ бўлган кесим $m—n$ нинг силжишини хусусий оғирлигини ҳисобга олиб аниқланг.



1.109- масалага оид

1.110- масалага оид

*Жавоб:* $\frac{Pa}{EF} + \frac{\gamma(b+c)a}{E} + \frac{\gamma a^2}{2E}$.

**1.111.** Юқори учидан вертикал осилган пўлат стержень фақат хусусий оғирлиги таъсирида қандай узунликда узилади? Пўлатнинг мустаҳкамлик чегарасини 500 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 6,41 км.

**1.112.** Баландлиги 10 м бўлган ва 650 кН куч юкланган ғиштин устуннинг кўндаланг кесими ўлчамларини аниқланг. Устуннинг солиштирма оғирлиги 2, сиқилишга рухсат этилган кучланиш $10^5$ Н/м$^2$. Устуннинг юқори ва ўрта кесимла-

ридаги зўриқишларни аниқланг. Агар устуннинг хусусий оғирлиги ҳисобга олинмаса, кўндаланг кесими ўлчамлари ҳисоб бўйича қанчага тенг бўлар эди?

*Жавоб*: 90×90 см, $\sigma_{ю} = -0{,}8$ МПа, $\sigma_{ур} = -0{,}9$ МПа, 81× ×81 см,

**1.113.** Баландлиги 40 м бўлган, 1000 кН куч билан сиқилган, бир хил узунликдаги тўртта участкага бўлинган поғонали стойканинг кўндаланг кесимлари юзаларини аниқланг. Стойка материалининг солиштирма оғирлиги 2, рухсат этилган кучланиш 0,8 МПа. Зўриқишларнинг стойка узунлиги бўйлаб тарқалиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб:* 1,67 м²; 2,23 м², 2,97 м², 3,95 м².

**1.114.** Узунлиги 120 м бўлган бурғулаш агрегатининг штангаси ички диаметри 25 мм ли пўлат трубадан иборат бўлиб, юқори учидан маҳкамлаб қўйилган ва пастки учига бўйлама чўзувчи 20 кН куч билан юкланган. Штанга деворининг қалинлигини икки ҳолат учун: хусусий оғирлигини ҳисобга олиб ва хусусий оғирлигини ҳисобга олмай аниқланг. Агар штангани унинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмасдан лойиҳаланса, хусусий оғирлигини ҳисобга олингандаги ҳақиқий зўриқишлар рухсат этиладиган зўриқишлардан қанча фоиз юқори бўлади? Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ МПа.

*Жавоб:* 2,5 мм; 2,3 мм; 9%.

**1.115.** Баландлиги 42 м бўлган ва $P = 4000$ кН қисувчи куч юкланган кўприк таянчининг терими ҳажмини қуйидаги уч ҳол учун аниқланг: 1) ўзгармас кесимли таянч, 2) бир хил узунликдаги учта қисмдан иборат поғонали таянч ва 3) тенг қаршиликли брус кўринишидаги таянч. Таянч терими материалининг ҳажмий оғирлиги 22 кН/м³, рухсат этиладиган кучланиш 1,2 МПа.

*Жавоб:* $V_1 = 610$ м³, $V_2 = 260$ м³, $V_3 = 209$ м³

**1.116.** Расмда олти қаватли бино ғиштин деворининг кўндаланг қирқими кўрсатилган. Чордоқ ёпмаси ва томдан деворнинг ҳар погон метрига $q_1 = 60$ кН/м, қаватлараро ёпмалардан $q_2 = 40$ кН/м ва пастки қават полидан $q = 30$ кН/м куч таъсир қилади. Бу кучлар девор ўқи бўйлаб йўналган. Девор ва пойдевор материалининг ҳажмий оғирлиги 20 кН/м³. Агар рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 0{,}6$ МПа бўлса, ҳар бир қаватдаги деворнинг энг кичик қалинлигини ва агар ерга рухсат этилган босим 0,5 МПа бўлса, пойдевор энини аниқ-узунроқ олиш мумкин?

*Жавоб*: $b_1 = 11{,}5$ см; $b_2 = 21$ см; $b_3 =$ 32 см;

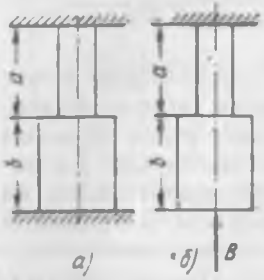


1.116- масалага оид

$b_4 = 44.5$ см; $b_5 = 59$, см; $b_6 = 76$ см;
$b_п = 125$ см.

Теплотехника ҳисобларига асосан юқори қаватларнинг деворлари қалинлигининг ҳосил бўлган минимал ўлчамлари катталашади. Бундан ташқари, ҳамма ўлчамлар ғиштларнинг стандарт ўлчамларига мувофиқлаштирилиши керак.

**1.117.** Кўндаланг кесими юзаси $F$ ва узунлиги $l = 300$ м бўлган вертикал пўлат стержень 60 МПа кучланишда бўйлама куч $P$ билан ишлайди. Стерженнинг кесими ўлчамларини ҳам, унга тушадиган кучларни ҳам ўзгартирмаган ҳолда рухсат этиладиган кучланишни 65 МПа гача ошириш мумкин деб ҳисоблаб, стерженни узунроқ олиш талаб қилинади. Стерженни қанча узунроқ олиш мумкин?



1.118- масалага оид

*Жавоб:* 64,1 м.

**1.118.** Расм, *а* да тасвирланган стерженнинг кўндаланг кесимларидаги энг катта чўзувчи зўриқишларини аниқланг. Стержень: материалининг ҳажмий оғирлиги $\gamma$, эластиклик модули $E$. Стержень юқори қисмининг кўндаланг кесими юзаси $F_1$ паст қисминики $F_2$.

*Ечим.* Устки реакцияни $A$ ва пасткисини $B$ билан белгилаймиз. Уларнинг иккаласи ҳам юқорига йўналган деб фараз қиламиз. Бу ҳолда ягона мувозанатлик тенгламаси — вертикал ўққа проекциялар йиғиндиси — стерженнинг оғирлиги реакциялар йиғиндисига тенглигини билдиради:

$$\gamma F_1 a + \gamma F_2 b = A + B. \tag{1}$$

Шундай қилиб, система статик аниқланмайдиган система экан. Энди деформацияларни кўриб чиқишга ўтамиз. Асосий системага ўтиш учун пастки таянчни ташлаб юборамиз. Асосий системага реакциялар $B$ ни юклаймиз (расм, *б* га қаранг). Тўлиқ деформациялар нолга тенг бўлгани учун реакция $B$ келтириб чиқарган стерженнинг калталашиши унинг хусусий оғирлиги келтириб чиқарган узайишига тенг бўлиши лозим. Ана шу шарт қўшимча деформация тенгламаси бўлади. Стерженнинг реакция $B$ дан калталашиши:

$$\Delta l_B = \frac{B}{E}\left(\frac{b}{F_2} + \frac{a}{F_1}\right) = \frac{Bb}{EF_2}\left(1 + \frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}\right). \tag{2}$$

Стерженнинг хусусий оғирлигидан узайиши:

$$\Delta lQ = \frac{\gamma b^2}{2E} + \frac{\gamma a^2}{2E} + \frac{\gamma F_2 ba}{F_1} = \frac{\gamma b^2}{2E}\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}\right] \tag{3}$$

(2) ва (3) ифодаларни тенглаштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{Bb}{EF_2}\left(1 + \frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}\right) = \frac{\gamma b_2}{2E}\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}\right]$$

бундан

$$B = \frac{\gamma bF_2}{2}\cdot\frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}};$$

(1) тенгламадан

$$A = \gamma F_1 a + \gamma F_2 b - B = \gamma F_1 a + \gamma F_2 b - \frac{\gamma b F_2}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}};$$

бир неча содда ўзгартиришлардан кейин қуйидагига эга бўламиз:

$$A = \frac{\gamma a F_1}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}}{1 + \frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}},$$

Энг катта чўзувчи кучланиш

$$\sigma_c = -\frac{A}{F_1} = \frac{\gamma a}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}}{1 + \frac{b}{a}\frac{F_1}{F_2}},$$

энг кичик сиқувчи кучланиш эса:

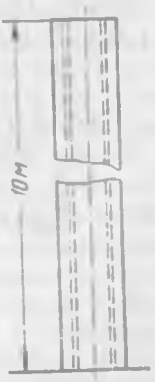
$$\sigma_q = -\frac{B}{F_2} = -\frac{\gamma b}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b}\frac{F_2}{F_1}}{1 + \frac{a}{b}\cdot\frac{F_2}{F_1}},$$

**1.119.** Расмда кўрсатилган ўлчамлардаги темир-бетон устун фақат хусусий оғирлиги билан юкланган. Агар темир-бетоннинг ҳажмий оғирлиги 25 кН/м³ бўлса, устун бетони ва арматурасидаги кучланишни аниқланг. Пўлат арматура ва бетон эластиклик модулларининг нисбатини 15 га тенг деб олинг, арматуранинг диаметри 25 мм.

*Жавоб*: $\sigma_б = -0{,}17$ МПа; $\sigma_п = -2{,}55$ МПа.

**1.120.** Ўзгармас кесимли бетон устун юқори ва пастки учлари билан қисиб қўйилган. Агар бетондаги чўзувчи кучланиш 0,5 МПа дан ошмаслиги лозим бўлса, устуннинг чегаравий узунлиги қанчага тенг бўлиши мумкин? Бетоннинг ҳажмий оғирлигини 25 кН/м³ деб олинг.

*Жавоб:* 40 м.



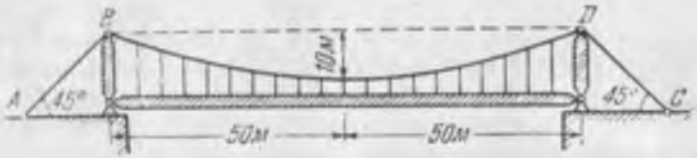




1.119- масалага оид

## 4- §. Эластик иплар

**1.121.** Бир хил сатҳда осилган эластик ип ҳажм бирлиги оғирлиги 80 кН/м³ ва рухсат этилган кучланиши 300 МПа бўлган матери-




1.124- масалага оид

алдан ясалган. Агар $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$ ва $\frac{1}{10}$ бўлса, пролётларнинг чегаравий қийматларини аниқланг. Таянчларнинг кучланишлари ортишини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 300 м ва 3000 м.

**1.122.** Оғирлиги 10 Н/м бўлган трос бир-биридан 40 м масофада ётган бир хил сатҳдаги икки таянчга 1 м солқиликда осилган. Троснинг таранглашиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 2000 Н.

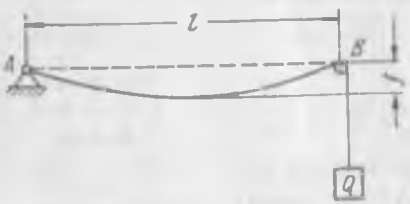
**1.123.** Осма кўприкни икки пўлат занжир тортиб туради. Занжирларнинг пролети 120 м га, солқилик стреласи эса 10 м га тенг. Кўприк конструкциясининг хусусий оғирлиги вақтинчалик фойдали куч билан бирга 60 кН/м га тенг. Агар $[\sigma] = 400$ МПа бўлса, ҳар бир занжирнинг зарур кўндаланг кесим юзасини аниқланг.

*Жавоб:* 135 см².

**1.124.** Расмда тасвирланган осма кўприк занжирига тушадиган тўлиқ куч пролет бўйича тарқалган ва 50 кН/м га тенг. Улар учун рухсат этиладиган кучланиш 300 МПа бўлса, тортқилар *AB* ва *CD* ларнинг зарур кесимини аниқланг.

*Жавоб:* 295 см².

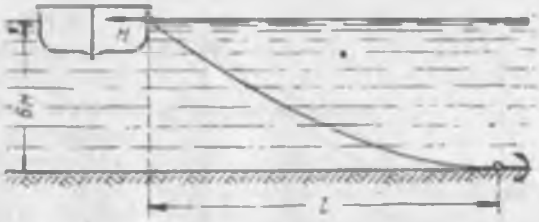
**1.125.** Думалоқ кўндаланг кесими юзаси 0,5 см², пролёти $l = 80$ м бўлган пўлат сим блок B орқали ташланган ва расмда тасвирлангандек юк $Q = 3500$ Н билан тортилган. Ушбу икки ҳол учун солқилик стреласи f ни аниқланг: 1) сим фақат хусусий оғирлиги билан юкланган ва 2) симнинг *A* ва *B* нуқталари орасида 1 см қалинликдаги муз қатламн яхлаб қолган. Музнинг солиштирма оғирлиги 0,9. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олманг.




1.125- масалага оид

*Жавоб:* $f_1 = 0{,}90$ м, $f_2 = 2{,}07$ м.

**1. 126.** Бир хил сатҳдаги икки таянчга осилган, пролёти *l* ва солқилик стреласи *f* бўлган пўлат-алюминий симли кабелнинг пўлат ва алюминий қисмларидаги тарангликни аниқланг. Кабель



1.127- масалага оид

пўлат қисмининг юзаси $F_п$, алюмин қисминики $F_а$ ҳажмий оғирликлари ва эластик модуллари тегишлича: $\gamma_п$, $\gamma_а$, $E_п$ ва $E_а$

*Жавоб:* $H_п = \dfrac{(\gamma_п F_п + \gamma_а F_а) l^2}{8 f \left(1 + \dfrac{E_а F_а}{E_п F_п}\right)}$; $H_а = \dfrac{(\gamma_п F_п + \gamma_а F_а) l^2}{8 f \left(1 + \dfrac{F_п E_п}{F_а E_а}\right)}$.

**1.127.** Баржани тутиб турган якорь занжири пўлатдан ясалган, кесими 5 см². Якорни ўрнатиш нуқтасида у сув тубига горизонтал равишда тегиб туради (расмга қаранг). Агар якорни суғуриб оладиган горизонтал куч катталиги 1000 Н га тенг бўлса, баржадан якоргача бўлган масофа $l$ ни аниқланг.

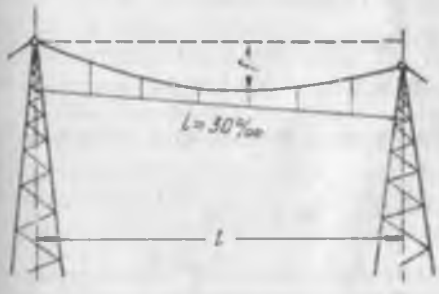
*Жавоб:* 18,8 см.

**1.128.** Кесими 1 см² га тенг бўлган сим таянчлари орасидаги горизонтал масофа 37 м га тенг. Битта таянч иккинчисидан 30 см пастроқ ва симнинг энг паст нуқтаси паст таянчдан 90 см пастроқда ётади. Агар симнинг солиштирма оғирлиги 0,08 Н/см³ га тенг бўлса, пастки таянчдан симнинг энг паст нуқтасигача бўлган горизонтал масофани аниқланг.

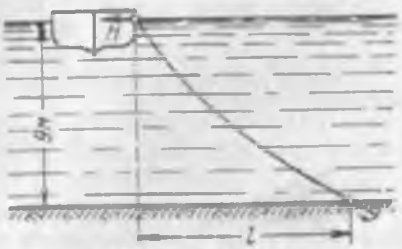
*Жавоб:* 17,1 м, $H = 1310$ Н.

**1.129.** Агар трос қиялиги $i = 30\%$, пролёт $l = 75$ м ва юк $q = 16$ Н/м бўлса, электр темир йўл симини тутиб турувчи троснинг пастки кесимидаги тарангликни аниқланг. Троснинг энг пасайган нуқтасининг вертикал бўйича юқорироқ ётган таянчи учидан масофаси $f = 3$ м.

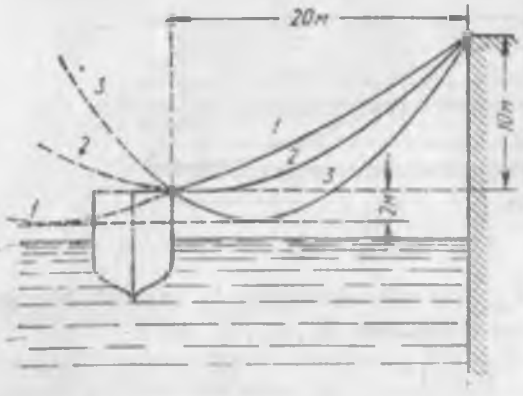
*Жавоб:* $H = 6670$ Н.




1.129- масалага оид




1.130- масалага оид




1.131- масалага оид

**1.130.** Сувда сузиб кетаётган баржа (расмга қаранг) якорь занжирига горизонтал куч $H=360$ кН узатади. Занжирнинг тўлиқ узунлиги 45 м, занжир баржага маҳкамланган нуқтасидан мунтазам сув тубигача бўлган вертикал масофа 9 м. Занжирнинг сувдаги погон оғирлиги 500 Н/м. Якорь билан занжир баржага осилган нуқтагача бўлган горизонтал масофани аниқланг.

*Жавоб:* 43,8 м.

**1.131.** Погон оғирлиги 30 Н/м, кесим юзаси 4 см$^2$ бўлган пўлат трос ёрдамида кема қирғоққа маҳкамлаб қўйилган (расмга қаранг). Трос *1, 2* ва *3* эгри чизиқлар бўйича солқиланиб турганда қандай кучлар кемани қирғоқдан нари суради. Эгри чизиқ *2* нинг пастки нуқтаси кеманинг чапки маҳкамланиш жойида, эгри чизиқ *1* нинг пастки нуқтаси чапки маҳкамланиш жойидан чапроқда, эгри чизиқ *3* нинг пастки нуқтаси эгри чизиқ *1* нинг пастки нуқтасидан ўнгроқда ва у бир сатҳда.

*Жавоб.* $H_1=1480$ Н, $H_2=600$ Н, $H_3=250$ Н.

**1.132.** Пўлат сим бир сатҳда ётган ва бир-биридан 30 м нари бўлган икки нуқтага осилиши керак. Сим $+35°$ температурада осилади. Температура $-25°$ бўлганда кучланиш 300 МПа дан ошмаслиги учун дастлабки солқиш стреласи қанчага тенг бўлиши керак? Сим фақат хусусий оғирлиги билангина юкланган.

*Ечим.* Сим учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича

$$\sigma=\frac{H}{F}=\frac{ql^2}{8fF}\leqslant[\sigma],$$

Симга фақат хусусий оғирлиги таъсир қилгани учун $q=\gamma\cdot F\cdot 1$ ва мустаҳкамлик шарти бу ҳолда $\dfrac{\gamma F l^2}{8fF}\leqslant[\sigma]$ бўлади.

Тегишли кисқартиришлардан сўнг симнинг кесим юзасига зарур солқиланиш стреласини топамиз:

$$f=\frac{\gamma l^2}{8[\sigma]}=\frac{7{,}8\cdot 10^{-3}\cdot 30^2\cdot 10^4}{8\cdot 3000}=2{,}92\text{ см}.$$

Бу солқиланиш стреласига сим хавфли ҳолатда, яъни $-25°$ температурада эга бўлиши лозим. Сим осилгандаги солқиланиш стреласини топиш учун унинг $t_1=-25°$ ҳолатидан $t_2=+35°$ ҳолатига ўтиши керак. Маълумки, симнинг икки ҳолати ўзаро қуйидаги куб тенгламалар билан боғланган:

$$H_2^3+\left[\frac{EFq_1^2l^2}{24H_1^2}+EF\alpha(t_2-t_1)-H_2\right]H_2^2-\frac{EFq_2^2l^2}{24}=0.$$

Бу тенгламада қуйидаги алмашувларни бажарамиз:

$$H_2=\frac{ql^2}{8f_2},\ H_1=H=[\sigma]F \text{ ва } q_1=q_2=q=\gamma\cdot F.$$

Бу ҳолда тенглама ушбу ҳолга киради:

$$f_2^3-\frac{3}{8}l^2\left[\frac{\gamma^2l^2}{24[\sigma]^2}+\alpha(t_2-t_1)-\frac{[\sigma]}{E}\right]f_2-\frac{3\gamma l^4}{64E}=0.$$

Рақамли қийматларни қўйгандан сўнг тенглама ушбу кўринишни олади:

$$f_2^3-\frac{3}{8}\cdot3000^2\left[\frac{7{,}8\cdot10^{-6}\cdot3000^2}{24\cdot3000^2}+125\cdot10^{-7}\cdot(35+25)-\frac{3000}{2\cdot10^6}\right]-$$

$$-\frac{3\cdot7{,}8\cdot10^{-3}\cdot3000^4}{64\cdot2\cdot10^6}=0.$$

Қисқартиришлардан сўнг

$$f_2^3+2515f_2-14850=0.$$

Бундан $f_2=5{,}82$ см. Ана шу симнинг зарур дастлабки солқиланиш стреласи бўлади.

**1.133.** Кесими 95 мм² бўлган кўп толали алюминий сим бир сатҳда ётган ва бир-биридан 100 м нарида турган таянчларга осилган. Симнинг солқиланиш стреласи 4 м га тенг. Агар симнинг погонметри оғирлиги 2,57 Н, чизиқли кенгайиш коэффициенти $\alpha=23\cdot10^{-6}$, эластиклик модули $E=0{,}63\cdot10^5$ МПа бўлса, температура 50° га пасайганда кучланишларнинг катталашишини топинг.

*Жавоб:* Кучланиш 1,1 МПа катталашди.

**1.134.** Бир хил сатҳда ётган ва бир -биридан $l=100$ м масофада турган иккита таянч орасига ёзда $t_1=+25°$ температурада кўп толали пўлат--алюминий сим осилади. Сим кесимининг юзаси $F=120$ мм². Кейинчалик температура $t_2=-5°$ гача пасаяди ва симнинг усти музлаб муз қатлами 10 мм га етади. Айни вақтда муз билан қопланган симнинг 1 м² вертикал проекциясига 240 Н интенсивликдаги горизонтал шамол кучи таъсир қилади. Бундан ташқари, шу нарса кўзда тутиладики, қишда температура $t_3=-40°$ гача пасайиши мумкин, лекин у вақтда музлаш ва шамол бир вақтда юз бермайди.

Агар симнинг бир погон метри оғирлиги 4,91 Н, диаметри 15,2 мм, $\alpha=19\cdot10^{-6}$, $E=0{,}82\cdot10^5$ МПа, музнинг солиштирма оғирлиги 0,9 га тенг бўлса энг ёмон шароитларда симдаги кучланишнинг 100 МПа дан ошмаслиги учун симнинг дастлабки солқиланиш стреласи қанчага тенг бўлиши керак?

*Жавоб:* 1,42 м.

2-боб

# МУРАККАБ ЗЎРИҚҚАН ҲОЛАТ. МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯСИ

## 5-§. Кучланишларни аниқлашнинг аналитик ва график усуллари

**2.1.** Диаметри 6 см бўлган стержень ўз ўқи бўйлаб $245 \cdot 10^3$ Н (25 т) куч билан чўзилган. Нормаль стержень ўқи билан 30° бурчакни ташкил қиладиган кесим бўйича нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг. Уринма кучланишлар қандай кесими бўйича максимумга эришишини аниқланг ва уларни қийматини ҳисоблаб топинг.

*Ечим.* Стержень ўқига перпендикуляр бўлган кесим бўйича кучланишни топамиз:

$$\sigma_0 = \frac{P}{F} = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{4 \cdot 245 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 0{,}06^2} = 867 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Қия кесим бўйича нормал ва уринма кучланишлар қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha = 867 \cdot 10^5 \cdot 0{,}866^2 = 650 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha = \frac{867 \cdot 10^5}{2} = 0{,}866 = 375 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Стержень ўқига 45° бурчак остидаги қия кесимлар бўйича уринма кучланишлар максимумга эришади. Уларнинг қиймати қуйидагига тенг:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{2} = \frac{867 \cdot 10^5}{2} = 433 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

**2.2.** Ўлчами $10 \times 10$ см бўлган квадрат кўндаланг кесимли стержень ўқи бўйлаб 500 кН куч билан қисилган. Кўндаланг кесимдаги ва кўндаланг кесим билан 30° бурчак ҳосил қиладиган кесимдаги тўлиқ кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $p_0 = \sigma_0 = 50{,}0$ МПа; $p_\alpha = 43{,}3$ МПа.

**2.3.** Томонларининг нисбати 5 : 1 бўлган тўғри тўртбучак кўндаланг кесимли стержень ўқи бўйлаб 320 кН куч билан чўзилган. Рухсат этиладиган уринма кучланиш 80 МПа қабул қилинган. Кесим ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $2 \times 10$ см.

**2.4.** Ўқи бўйлаб чўзилган стерженда унинг қия кесимларидан биридаги нормал кучланишлар 75 МПа га, уринма кучланиш-

лар 43,3 МПа га тенг. Берилган қия ва кўндаланг кесимлар орасидаги бурчакни ва энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 100 МПа; 30°.

**2.5.** Ўқи бўйлаб чўзилган стержендаги энг катта нормал кучланиш 40 МПа га, қия кесимларан бири бўйича уринма кучланиш эса 17,3 МПа га тенг. Қия текисликнинг кўндаланг кесимга нисбатан бурчагини ва у бўйича таъсир қиладиган нормал кучланишнинг қийматини аниқланг.

*Жавоб*: $\alpha_1 = 30°$, $\sigma_{\alpha 1} = 30$ МПа,

$\alpha_2 = 60°$, $\sigma_{\alpha 2} = 10$ МПа.

**2.6.** Ўлчами $20 \times 20 \times 20$ см бўлган бетон кубикни сиқилишга синаш пайтида унинг емирилиши олдидан куч йўналишига нисбатан 45° бурчак остидаги қия кесими бўйича нормал кучланиши — 4,5 МПа га тенг бўлган. Кубик қандай куч таъсирида емирилган.

*Жавоб:* 360 кН.

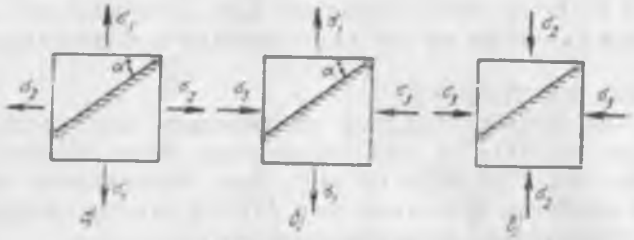
**2.7.** Конструкция элементининг танланган нуқтаси орқали ўтказилган кесимлардан бири бўйича тўлиқ кучланиш 60 МПа бўлиб, у шу кесимга 60° бурчак остида қия. Биринчи кесимга перпендикуляр бўлган иккинчи кесим бўйича нормал кучланиш нолга тенг. Шу нуқта орқали ўтказилган хавфли кесим бўйича энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 65,4 МПа.

**2.8.** Берилган $\sigma_1$ ва $\sigma_2$ (расм, *а*) ёки $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ (расм, *б*) ёки $\sigma_2$ ва $\sigma_3$ (расм, *в*) бўйича аналитик ёки график усулда $\alpha$ бурчак остидаги кесимда $\sigma_\alpha$ ва $\tau_\alpha$ ларни аниқланг. Элементдаги энг катта уринма кучланишларни аниқланг.

| Вариант | Берилган қийматлар | | | | Жавоб $\sigma_\alpha$, МПа |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$, МПа | $\sigma_2$, МПа | $\sigma_3$, МПа | $\alpha°$ | |
| 1 | 100,0 | 50,0 | 0 | 30 | 87,5 |
| 2 | 100,0 | 50,0 | 0 | —60 | 62,5 |
| 3 | 30,0 | 30,0 | 0 | ҳар қандай | 30,0 |
| 4 | 80,0 | 0 | —20,0 | 60 | 5,0 |
| 5 | 80,0 | 0 | —20,0 | —30 | 55,0 |
| 6 | 30,0 | 0 | —30,0 | 45 | 0 |
| 7 | 30,0 | 0 | —30,0 | 30 | 15,0 |
| 8 | 30,0 | 0 | —30,0 | —60 | —15,0 |
| 9 | 0 | 20,0 | —60,0 | 60 | —50,0 |
| 10 | 0 | 20,0 | —60,0 | —30 | —30,0 |

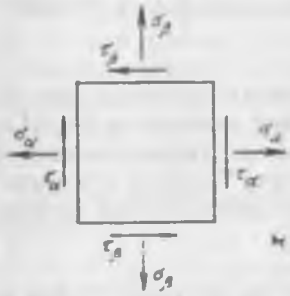
**2.9.** Идиш деворидаги асосий кучланишлар 60 МПа ва 120 МПа га тенг. Нормали энг катта асосий кучланиш йўналишига нисбатан 30° бурчак ҳосил қиладиган кесим учун нормал ва уринма кучланишларни аниқланг. Деворга нормал бўлган, энг катта уринма кучланишли кесимнинг вазиятини аниқланг ва иккала кучланиш ясовчисини шу юза бўйича ҳисобланг.



2.8- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma_\alpha = 105{,}0$ МПа $\quad \tau_2 = 26{,}0$ МПа

$\tau_{max} = 30{,}0$ МПа $\quad \sigma_{max} = 90{,}0$ МПа



2.11- масалага оид

**2.10.** Ясси зўриққан ҳолатда турган элементнинг нуқтасидаги асосий кучланишлар 120 МПа ва 45 МПа га тенг. Тўлиқ кучланиши кесимга нисбатан энг кичик бурчак билан қия бўлган кесимнинг вазиятини аниқланг.

*Жавоб:* Энг катта асосий кучланишли кесимга нисбатан 58°30′ бурчак остида.

**2.11.** Берилган $\sigma_\alpha$, $\sigma_\beta$ ва $(\tau_\beta = -\tau_\alpha)$ лар бўйича (расмга қаранг) аналитик ёки график усулда асосий кучланишларнинг қиймати ва йўналишини аниқланг ва фақат асосий кучланишлар таъсирида бўлган элементни тасвирланг.

2.11- масалага оид

| Вариант | Берилган қийматлар, МПа | | | Жавоб |
|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_\alpha$ | $\sigma_\beta$ | $\tau_\alpha$ | $\tau_{max}$ |
| 1 | 40,0 | 20,0 | 10,0 | 44,1 |
| 2 | 50,0 | 30,0 | —20,0 | 62,3 |
| 3 | —20,0 | 30,0 | 20,0 | 37,0 |
| 4 | —40,0 | 20,0 | —30,0 | 32,4 |
| 5 | —10,0 | —20,0 | 10,0 | — 3,8 |
| 6 | —20,0 | —40,0 | —40,0 | —11,2 |
| 7 | 50 | 0 | 20 | 57 |
| 8 | 0 | 60 | 30 | 72,4 |
| 9 | —40 | 0 | 20 | 8,3 |
| 10 | 0 | —80 | 25 | 7,2 |
| 11 | 50 | 50 | 10 | 60 |
| 12 | —40 | —40 | —20 | —20 |
| 13 | 0 | 0 | 25 | 25 |
| 14 | —60 | 40 | 0 | 40 |

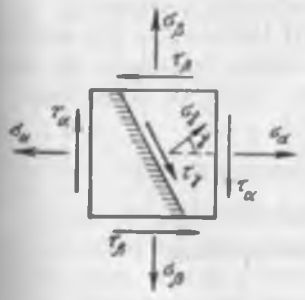
**2.12.** Ёқлари бўйича нормал ва уринма кучланишлар маълум бўлган элементдаги кўрсатилган (расмга қаранг) қия кесим бўйича аналитик ёки график усулда нормал $\sigma_\gamma$ ва уринма $\tau_\gamma$ кучланишларни аниқланг.

2.12- масалага оид

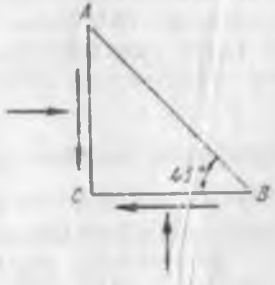
| Вариант | Берилган қийматлар | | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_\alpha$ МПа | $\sigma_\beta$ МПа | $\tau_\alpha$ МПа | $\gamma'$ | $\sigma_\gamma$ | $\tau_\gamma$ |
| 1 | 80 | 0 | 40 | 30 | 25,4 | 54,6 |
| 2 | 60 | 0 | 20 | —60 | 32,3 | —36,0 |
| 3 | 40 | 0 | —20 | —30 | 12,7 | —27,3 |
| 4 | 20 | 0 | —40 | 60 | 39,6 | 27,3 |
| 5 | —100 | 0 | 40 | —30 | —40,4 | 63,3 |
| 6 | —80 | 0 | 30 | 60 | —46,0 | —49,6 |
| 7 | —60 | 0 | —29 | 30 | —37,7 | —36,0 |
| 8 | —40 | 0 | —40 | —60 | —44,6 | —37,3 |
| 9 | 70 | 20 | —30 | —30 | 31,5 | —36,6 |
| 10 | 60 | 40 | —20 | 60 | 62,3 | 18,7 |
| 11 | 50 | 30 | 10 | 30 | 36,3 | 13,7 |
| 12 | 40 | 20 | 40 | —60 | 59,6 | —28,7 |
| 13 | 40 | —60 | 20 | 30 | —2,3 | 53,3 |
| 14 | 50 | —30 | 20 | —60 | —32,3 | —44,6 |
| 15 | 30 | —50 | —20 | —30 | —7,3 | —44,6 |
| 16 | 20 | —40 | —20 | 60 | —7,7 | 44,6 |
| 17 | —10 | —40 | 20 | —30 | —0,2 | —3,0 |
| 18 | —20 | —50 | 20 | 60 | —59,8 | 3,0 |
| 19 | —30 | —50 | —30 | 30 | —9,0 | —6,3 |
| 20 | —40 | —60 | —30 | —60 | —81,0 | 6,3 |

**2.13.** Расмда тасвирланган учбурчак элементнинг $AC$ ва $CB$ ёқлари бўйича бир хил қисувчи нормал кучланишлар — 50 МПа ва уринма кучланишлар таъсир қилади, $AB$ ёққа эса юк қўйилмаган. $AC$ ва $CB$ ёқлар бўйича уринма кучланишлар қийматини ҳамда асосий кучланишларнинг қиймати ва йўналишини аниқланг.

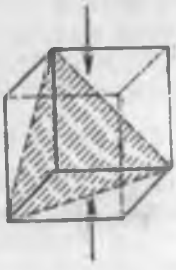
*Жавоб*: $\tau = 50$ МПа; $\sigma_1 = 0$; $\sigma_3 = -100$ МПа.



2.12- масалага оид




2.13- масалага оид



2.14- масалага оид

**2.14.** Қирраси 10 мм ли кубик қисилишга синалган. Қиймати 63000 Н куч қўйилганда у октаэдр текислик бўйича, яъни унинг барча уч ёқларига бир хил қияликдаги текислик бўйича емирилган (расмга қаранг). Шу кесимдаги емирилиш пайтидаги нормал, уринма ва тўлиқ кучланишларни аниқланг.

*Ечим.* Кўрилаётган кубикдаги асосий кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0,\ \sigma_3 = -630\ \text{МПа}.$$

Октаэдр нормал кучланиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_{окт} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{630,0}{3} = -210\ \text{МПа}.$$

Октаэдр уринма кучланиш эса қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\,[\sigma_3] =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}\,630,0 = 297\ \text{МПа}$$

Тўлиқ кучланиш қуйидагига тенг:

$$P_{окт} = \sqrt{\sigma_{окт}^2 + \tau_{окт}^2} = \sqrt{(-210)^2 + 297^2} = 363\ \text{МПа}.$$

**2.15.** Жадвалда кўрсатилган зўриққан ҳолатдаги элемент учун октаэдр нормал ва уринма кучланишларни аниқланг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_{окт}$ | $\tau_{окт}$ |
| 1 | 120 | 100 | 80 | 100 | 37,7 |
| 2 | 120 | 100 | —80 | 46,7 | 90 |
| 3 | 120 | 80 | —100 | 33,3 | 95 |
| 4 | 120 | —80 | —100 | —20 | 93,3 |
| 5 | 100 | 80 | —120 | 20 | 93,3 |
| 6 | 100 | —80 | —120 | —33,3 | 95 |
| 7 | 80 | —100 | —120 | —46,7 | 90 |
| 8 | —80 | —100 | —120 | —100 | 37,7 |

**2.16.** Пўлат қурол ствolидан кесиб ясалган элементар кубик ёқларига кучланишлар: 550 МПа, 420 МПа ва — 350 МПа таъсир қилади. Энг катта уринма кучланишни аниқланг ва III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

*Ечими.* Асосий кучланишлар тегишлича қуйидагиларга тенг:

$$\sigma_1 = 500\ \text{МПа},\ \sigma_2 = 420\ \text{МПа ва}\ \sigma_3 = -350\ \text{МПа}.$$

Энг катта уринма кучланишлар қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{550 + 350}{2} = 450\ \text{МПа}$$

III мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг

$$\sigma_{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = 550 + 350 = 900 \text{ МПа}.$$

IV мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг:

$$\sigma_{IV} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2} = 840 \text{ МПа}.$$

**2.17.** Кўрсатилган асосий кучланишларда ($\mu = 0{,}3$) I ва II мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_I$ | $\sigma_{II}$ |
| 1 | 120,0 | 100,0 | 80,0 | 120,0 | 166,0 |
| 2 | 120,0 | 100,0 | —80,0 | 120,0 | 146,0 |
| 3 | 120,0 | —100,0 | 80,0 | 120,0 | 160,0 |
| 4 | 120,0 | —100,0 | —80,0 | 120,0 | 174,0 |
| 5 | 80,0 | 100,0 | —120,0 | +100,0 ёки —120,0 | 174,0 |
| 6 | 100,0 | — 80,0 | —120,0 | +100,0 ёки —120,0 | 160,0 |
| 7 | 80,0 | 100,0 | —120,0 | +80,0 | 146,0 |
| 8 | —80,0 | —100,0 | —120,0 | —120,0 | 66,0 |

**2.18.** Асосий кучланишлар берилганда III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни топинг.

| Вариант | Берилган асосий кучланишлар, МПа | | | Жавоб, МПа | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_{III}$ | $\sigma_{IV}$ |
| 1 | 120,0 | 100,0 | 80,0 | 40,0 | 34,6 |
| 2 | 120,0 | 100,0 | —80,0 | 200,0 | 191,0 |
| 3 | 120,0 | —100,0 | 80,0 | 220,0 | 203,0 |
| 4 | 120,0 | —100,0 | —80,0 | 220,0 | 210,0 |
| 5 | 80,0 | 100,0 | 120,0 | 220,0 | 211,0 |
| 6 | 100,0 | —80,0 | —120,0 | 220,0 | 203,0 |
| 7 | 80,0 | —100,0 | —120,0 | 20,0 | 191,0 |
| 8 | —80,0 | —100,0 | —120,0 | 40,0 | 34,6 |

**2.19.** Асосий кучланишлар қиймати 15 МПа, 40 МПа, 60 МПа бўлганда чўян деталнинг мустаҳкамлигини текширинг. Шу маркали чўян учун рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишдаги $[\sigma_t] = 30$ МПа, сиқилишдаги $[\sigma_-] = 100$ МПа. Морнинг мустаҳкамлик назариясига асосланг.

*Ечими.* Белгилаб оламиз: $\sigma_1 = 15$ МПа, $\sigma_2 = -40$ МПа, $\sigma_3 = -60$ МПа.

Мор бўйича чўзилишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \frac{[\sigma_1]}{[\sigma_-]} \leqslant [\sigma_+].$$

Бизнинг хол учун

$$15 + 60 \frac{30}{100} = 33 \text{ МПа} > 30 \text{ МПа}.$$

Бу эса бизни қаноатлантирмайди. Ҳисобий кучланиш рухсат этиладиган кучланишдан 10% ортиб кетди, бу эса мумкин эмас.

Агар биз ҳисобий қисувчи кучланишни ҳисоблаб топиб, уни ўзгартирилган шартга мувофиқ сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш билан солиштириб кўрганимизда эди, биз худди шундай натижага эга бўлар эдик:

$$\sigma_1 \frac{[\sigma_-]}{[\sigma_+]} - \sigma_3 \leqslant [\sigma_-]$$

**2.20.** Жадвалдаги ҳоллар учун Мориинг мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий сиқувчи кучланишни аниқланг.

| Вариант | Берилган қийматлар | | | Жавоб, МПа |
|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$, МПа | $\sigma_3$, МПа | $[\sigma_-]/[\sigma_+]$ | $\sigma_м$, МПа |
| 1 | 100 | −60,0 | 4 | 100,0 |
| 2 | −10,0 | −70,0 | 5 | 130,0 |
| 3 | 35,0 | −25,0 | 3 | 130,0 |
| 4 | 30,0 | 10,0 | 4 | 110,0 |
| 5 | 30,0 | 0 | 4 | 120,0 |
| 6 | 0 | −70,0 | 5 | 70,0 |

## 6-§. Деформациялар. Потенциал энергия

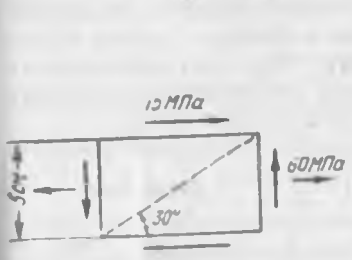
**2.21.** Қозоннинг пўлат деворидаги асосий кучланишлар $3 \cdot 10^7$ Н/м² ва $6 \cdot 10^7$ Н/м² га тенг. Асосий нисбий деформацияларни аниқланг. Чизиқли кучланганлик ҳолатида $\sigma_1$ йўналишда қандай кучланиш шу йўналишдаги худди шундай нисбий деформацияни келтириб чиқаради. Қозон девори материалининг 1 см³ да тўпланган тўлиқ потенциал энергия запасини аниқланг. $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м² ва $\mu = 0{,}3$ деб қабул қилинг.

*Жавоб:* $\varepsilon_1 = 2{,}55 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2 = 0{,}6 \cdot 10^{-4}$;

$\sigma = 5{,}1 \cdot 10^7$ Н/м²; $u = 8{,}55 \cdot 10^{-3}$ Нм/см³

**2.22.** Пўлат листни 150 МПа кучланишда оддий чўзилишга синаш пайтида 250 мм узунликда 0,2 мм га тенг чўзилиш ўлчанган. Агар шу листни қўшимча равишда кўндаланг йўналишда худди шундай кучланиш билан юкланса, асосий деформациялар нимага тенг бўлади? Агар кўндаланг йўналишдаги қўшимча кучланишлар сиқувчи кучланишлар бўлса, ўша деформацияларнинг нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* Қўшимча чўзувчи кучланишда: $\Delta l_1 = \Delta l_2 = 0{,}14$ мм, қўшимча қисувчи кучланишда $\Delta l_1 = 0{,}26$ мм, $\Delta l_2 = 0{,}26$ мм.




2.23- масалага оид




2.25- масалага оид

**2.23.** Пўлат деталдан қирқиб тайёрланган элемент ясси кучланганлик ҳолатида (расмга қаранг). Диагонал узунлигининг ўзгаришини аниқланг.

*Жавоб:* $27 \cdot 10^{-3}$ мм $= 27 \cdot 10^{-6}$ м.

**2.24.** Поезд кўприкдан ўтаётган пўлат балканинг нуқталаридан бирида тензометрлар ёрдамида горизонтал ва вертикал йўналишлардаги ўзгаришлар ўлчанган. Горизонтал йўналишда тензометр ҳисоблари фарқи + 8 мм бўлди (базаси 20 мм ва катталишиши 1000), вертикал йўналишда тензометр ҳисобларн фарқи — 12 мм га тенг бўлди (базаси 100 мм ва катталашиши 1000).

Горизонтал ва вертикал йўналишлардаги нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* горизонтал йўналишда $\sigma = 80$ МПа, вертикал йўналишда $\sigma = 0$.

**2.25.** Ясси кучланган ҳолатда турган пўлат деталдан ажратилган элементнинг кучланган ҳолати расм, *а* да кўрсатилган. Унинг нисбий деформациялари (расм, *б* га қаранг): $\varepsilon_x = 5{,}32 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_y = -1{,}82 \cdot 10^{-4}$. Агар $\gamma = 1{,}19 \cdot 10^{-3}$ бўлса, асосий кучланишларнинг катталиги ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 160$ МПа; $\sigma_3 = -60$ МПа;

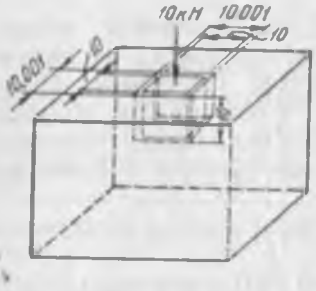
$\sigma_1$ горизонталга нисбатан соат стрелкаси йўналишида 80° бурилган.

**2.26.** Асосий кучланишлари катталиклари қуйидаги жадвалда кўрсатилган ва ҳажмий кучланганлик ҳолатида турган пўлат элемент учун ҳажмий деформация модулини ва абсолют катталик бўйича энг катта нисбий деформацияларни аниқланг.

| Вариант | Асосий кучланишларнинг берилган қийматлари, МПа | | | Жавоб |
|---|---|---|---|---|
| 1 | + 15 | + 30 | + 45 | $\varepsilon_1 = 157 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | + 15 | + 30 | — 45 | $\varepsilon_3 = 293 \cdot 10^{-6}$ |
| 3 | + 15 | — 30 | — 45 | $\varepsilon_3 = 202 \cdot 10^{-6}$ |
| 4 | + 15 | — 30 | + 45 | $\varepsilon_3 = 240 \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | — 15 | — 30 | — 45 | $\varepsilon_3 = 157 \cdot 10^{-6}$ |
| 6 | — 15 | + 30 | — 45 | $\varepsilon_1 = 240 \cdot 10^{-6}$ |
| 7 | — 15 | — 30 | + 45 | $\varepsilon_1 = 293 \cdot 10^{-6}$ |
| 8 | — 15 | + 30 | + 45 | $\varepsilon_1 = 202 \cdot 10^{-6}$ |

**2.27.** Асосий кучланишлари қийматлари қуйидаги жадвалда кўрсатилган ва ҳажмий кучланганлик ҳолатида турган пўлат деталдан ажратилган элементар кубик учун алоҳида-алоҳида ҳажм ўзгариши энергиясини ва шакли ўзгариши энергиясини аниқланг.

| Вариант | Асосий кучланишларнинг берилган қийматлари, МПа | | | Жавоб, Н/м² | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $u_ҳ$ | $u_ш$ |
| 1 | 100 | 70 | 40 | 1,47 | $5,85 \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | 100 | 70 | — 40 | $5,58 \cdot 10^{-1}$ | 3,53 |
| 3 | 100 | — 40 | — 70 | $3,33 \cdot 10^{-3}$ | 5,35 |
| 4 | — 40 | — 70 | — 100 | 1,47 | $5,85 \cdot 10^{-1}$ |



2.28- масалага оид

**2.28.** Қалин плита планида чуқурлиги 10 мм ва кўндаланг ўлчамлари 10,001×10,001 мм бўлган квадрат чуқурча бор. Шу чуқурчага ўлчамлари 10×10×10 мм бўлган мис кубча солиниб, устига 10000 Н куч қўйилган (расмга қаранг). Чуқурчали плитани деформацияланмайди деб олиб, кубчадаги учала асосий кутланишни аниқланг. Мис учун кўндаланг деформация коэффициенти 0,32 га тенг деб олинг.

*Ечими:* Кубчанинг устки ва пастки қирралари бўйича қисувчи кучланишлар энг катта бўлади, шунинг учун уларни $\sigma_3$ деб белгилаймиз. Улар қуйидагига тенг:

$$\sigma_3 = -\frac{P}{F} = -\frac{10000}{1} = -10000 \text{ Н/см}^2 \approx -100 \text{ МПа}$$

Планда чуқурча ва кубча симметрик бўлгани учун қолган икки асосий кучланишлар бир-бирига тенг.

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

Тегишли нисбий деформациялар $\varepsilon_1$ ва $\varepsilon_2$ ҳам бир-бирига тенг. Улар қуйидагича аниқланади:

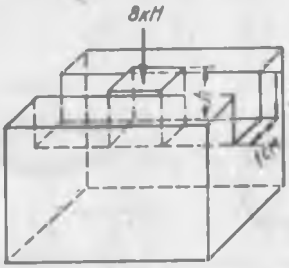
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{10,001 - 10}{10} = 1 \cdot 10^{-4}$$

Ҳажмий кучланган ҳолатда нисбий деформация $\varepsilon_1$ нинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

$\sigma_2 = \sigma_1$ ларни ўрнига қўйиб, бу тенгликни $\sigma_1$ га нисбатан ечамиз.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{E\varepsilon_1 + \mu\sigma_3}{1 - \mu}$$




2.30- масалага онд




2.31- масалага онд

$\varepsilon_1$ ва $\sigma_3$ ларнинг қийматларини ўрнига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} - 0{,}32 \cdot 100}{1 - 0{,}32} = -32{,}4 \text{ МПа}.$$

**2.29.** Деформацияси ҳисобга олинмайдиган қалин плитада маълум чуқурликда диаметри 2 см ли цилиндрик чуқурча ўйилган бўлиб, унга пўлат цилиндрик стержень зазорсиз зич тиқилган. Сўнгра шу стержень қисувчи куч 20 кН билан юкланган. Стержендаги барча уч асосий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_1 = \sigma_2 = -27{,}3$ МПа, $\sigma_3 = -63{,}8$ МПа

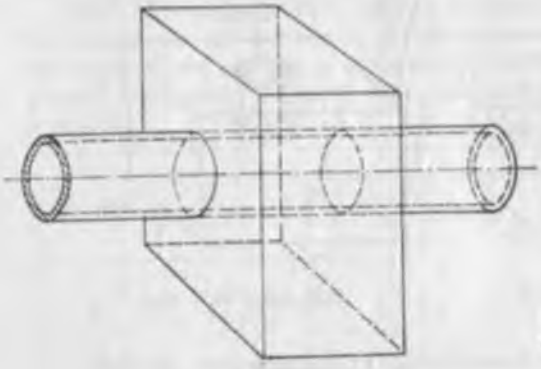
**2.30.** Деформацияланмайдиган қалин плитада эни ва чуқурлиги 1 см дан бўлган очиқ ариқча ўйилган. Шу ариқчага плиндаги ўлчами $1 \times 1$ см бўлган дуралюминий параллелепипед тиқилган. Сўнгра у расмда кўрсатилганидек юкланган. Параллелепипеддаги асосий кучланишларни аниқланг. Деформацияланган-дан сўнг унинг устки қирраси плитанинг юқори сиртига тенглашиб қолиши учун юк қўйилгунга қадар унинг баландлиги $h$ қанча бўлиши лозим? Дуралюминий учун $\mu = 0{,}33$.

*Жавоб*: $\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = -26{,}4$ МПа; $\sigma_3 = -80$ МПа; $h = 10{,}01$ мм.

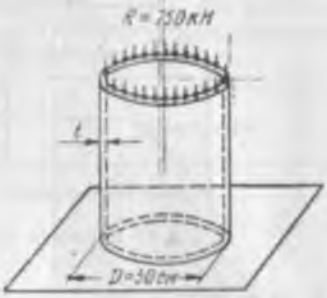
**2.31.** Абсолют бикр қалин плитада цилиндрик уя пармалаб очилган. Унга юпқа деворли ичи бўш цилиндр тарзидаги мис патрон зазорсиз зич тиқилган (расмга қаранг.) Сўнгра патрон ичига суюқлик қуйилиб, поршень ёрдамида $q = 100$ ат босимгача қисилади. Патрон материалидаги асосий кучланишларни аниқланг. Патрон билан плита орасидаги ишқаланишни ҳисобга олманг. Патроннинг девори юпқа бўлгани учун унинг ўрта диаметри катталашади, буни ҳам ҳисобга олманг. Мис учун кўндаланг деформация коэффициенти 0,32 деб қабул қилинг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -3{,}2$ МПа, $\sigma_3 = -10$ МПа.

**2.32.** Абсолют бикр қалин плитада думалоқ икки томони очиқ тешик пармаланган бўлиб, у орқали юпқа деворли жез найча ўтказилган (расмга қаранг). Найча тешикка шунчалик зич тиқилганки, ишқаланиш туфайли плита қалинлиги чегарасида найчанинг бўйлама деформацияланиши юз бермайди. Агар найча ичида босим $q = 200$ ат бўлса, плита орқали ўтказилган



2.32- масалага оид




2.35- масалага оид

найча кесмасидаги асосий кучланишлар нимага тенг? Жез учун кўндаланг деформация коэффициенти $\mu = 0{,}32$.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -9{,}4$ МПа, $\sigma_3 = -20$ МПа

## 7- §. Юпқа деворли идишлар

**2.33.** Босим баландлиги 100 м бўлганда диаметри 120 см ли чўян водопровод трубасининг девори қалинлигини аниқланг. Чўян учун чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш 20 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 30 мм $= 3 \cdot 10^{-2}$ м.

**2.34.** Ташқи диаметри 54 мм ва ички диаметри 50 мм ли винипласт водопровод трубасида босимнинг максимал баландлиги қанча бўлиши мумкин? Винипласт учун узоқ чўзилишга рухсат этиладиган кучланишни 80 МПа деб олинг.

*Жавоб:* 61,5 м.

**2.35.** Диаметри 50 см ли вертикал цилиндрик идишга 20 ат ички иш босими таъсир қилмоқда. Бундан ташқари, унга туби орқали торецига текис ёйилган вертикал кучлар таъсир қилади. Вертикал кучларнинг тенг таъсир этувчиси $R = 750$ кН. Бикр қобирғалар ва диафрагмалар (расмда кўрсатилмаган) конструкциянинг турғунлигини таъминлайди. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа бўлса ва IV мустаҳкамлик назарияси қабул қилинса, идиш деворининг қалинлиги $t$ аниқлансин. Агар III мустаҳкамлик назарияси қабул қилинганда идишнинг девори $t$ қанча бўлар эди?

*Ечиш.* Ташкил этувчига перпендикуляр йўналган чўзувчи энг катта кучланиш қуйидагига тенг:

$$\sigma_1 = \frac{qD}{2t} = \frac{2 \cdot 50}{2 \cdot t} = \frac{50}{t} \text{ МПа}$$

Ташкил этувчи бўйлаб йўналган кучланиш ички босим ва қисувчи куч ҳосил қилган кучланишларнинг алгебраик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$\sigma_3 = \frac{qD}{4t} - \frac{R}{\pi D \cdot t} = \frac{2 \cdot 50}{4t} - \frac{75000}{3{,}14 \cdot 50 \cdot t} = -\frac{22{,}8}{t} \text{ МПа}.$$

Цилиндрик сиртга перпендикуляр йўналган оралиқ асосий кучланишни $\sigma_2 = 0$ деб олиш мумкин. Шундай қилиб, биз ясси кучланган ҳолатга эга бўламиз. Бу ҳолда IV назария бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leqslant [\sigma].$$

Бу тенгламага илгари олинган $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ ифодаларни ва $[\sigma]$ қийматни қўйсак,

$$\sqrt{\left(\frac{50}{t}\right)^2 + \left(-\frac{22{,}8}{t}\right)^2 - \left(-\frac{50}{t} \cdot \frac{22{,}8}{t}\right)} \leqslant 80{,}0$$

Бу тенгсизликдан $t > 0{,}805$ см келиб чиқади. $t = 8$ мм деб қабул қиламиз.

Агар III мустаҳкамлик назарияси қўлланилганда эди мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни оларди:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leqslant [\sigma].$$

Бизнинг ҳолда

$$\frac{50}{t} + \frac{22{,}8}{t} \leqslant 80,$$

бундан

$$t \geqslant 0{,}973 \text{ см} \approx 10 \text{ мм} \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

IV мустаҳкамлик назариясини қўллаш натижасида конструкция енгиллашади.

**2.36.** Иш босими 10 ат таъсирида бўлган диаметри 250 см ли пўлат қозон деворининг мустаҳкамлигини текширинг. Деворнинг қалинлиги 12 мм, унинг учун рухсат этиладиган кучланиш 90 МПа га тенг. IV мустаҳкамлик назариясини қўлланг.

*Жавоб:* $\sigma_{IV} = 90$ МПа

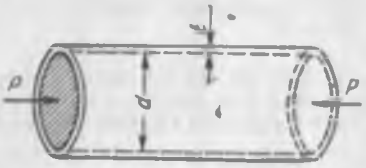
**2.37.** Қозон цилиндрик қисмининг диаметри 200 см, у иш босими 16 ат таъсирида турибди. III мустаҳкамлик назариясига асосланиб, рухсат этиладиган кучланиш 100 МПа учун қозон деворининг қалинлиги $t$ ни танланг. Агар IV мустаҳкамлик назарияси қўлланилганда эди қозоннинг девори қандай қалинликда бўлиши керак бўлар эди?

*Жавоб:* III мустаҳкамлик назарияси бўйича $t = 16 \cdot 10^{-3}$ м, IV мустаҳкамлик назарияси бўйича $t = 14$ мм $= 14 \cdot 10^{-3}$ м.

**2.38.** Кислород баллонлари ташқи диаметри 25 см ва деворининг қалинлиги 10 мм ли пўлат цилиндрик идишлардан иборат. Агар баллондаги иш босими 30 ат га етса, баллон деворининг мутаҳкамлик запаси қанча бўлади? Мустаҳкамлик чегараси 510 МПа га тенг деб қабул қилинган. IV мустаҳкамлик назариясини қўлланг.

*Жавоб:* 15.

**2.39.** Диаметри $d = 50$ мм ли, думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень деворининг қалинлиги $t = 1$ мм ли титан қотишмасидан қилинган найсимон ғилоф ичига олинган (расмга қаранг). Стерженни $P = 240$ кН кучлар қисиб турибди. Стержень




2.39- масалага оид

ва найдаги асосий кучланишларни аниқланг. Стержень билан най орасидаги ишқаланишни ҳисобга олманг. Титаннинг эластиклик модулини $E = 1{,}2 \cdot 10^5$ МПа деб қабул қилинг.

*Ечими.* Стерженнинг цилиндрик юзасидан хаёлан элементар кубчани қирқиб оламиз. Кубчанинг қирралари бирга тенг. Унинг икки қирраси стерженнинг кўндаланг кесимига параллел, икки қирраси эса стерженнинг цилиндрик юзасига параллел. Кўндаланг кесимга параллел бўлган қирралар бўйича кучланишлар қисувчи ва абсолют қиймат бўйича энга катта ҳисобланади. Уларни $\sigma_3$ билан белгилаймиз. Улар қуйидагига тенг.

$$\sigma_3 = -\frac{P}{F_n} = -\frac{4P}{\pi d^2} = -\frac{4 \cdot 20000}{3{,}14 \cdot 5^2} = -121{,}8 \text{ МПа}$$

Стержень бўйлама йўналишда қисилганда кўндаланг йўналишда кенгаяди ва найсимон ғилофни чўзади, натижада унда интенсивлиги $q$ бўлган ички босим ҳосил қилади. Ўз навбатида най ҳам стерженга ўшандек интенсивликдаги сиқлама қисувчи босим билан таъсир қилади. Шундай қилиб, бизнинг элементар кубчадаги иккинчи асосий кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_2 = -q.$$

Ниҳоят, тангенциал ва раднал йўналишларда нисбий деформациялар бир хил бўлганлиги туфайли (доира периметри ҳар доим худди диаметридаги нисбий деформацияга эга бўлади) кубчадаги охирги асосий кучланиш ҳам $-q$:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -q.$$

Найсимон ғилоф юпқа деворли цилиндрдан иборат. Ички босим $q$ бўлганда цилиндр ясовчисига перпендикуляр равишда чўзувчи кучланишлар қуйидагига тенг

$$\sigma_0 = \frac{qd}{2t},$$

бундан

$$q = \frac{2t\sigma_0}{d}.$$

Ясовчига параллел кучланишлар пайдо бўлмайди, чунки бу йўналишда юкланиш йўқ (стержень билан най орасидаги ишқаланиш кучини нолга тенг деб қабул қилинган):

Маълумки, юпқа деворли стерженларда учинчи йўналишдаги (най сиртига перпендикуляр) кучланишлар нолга тенг деб олинади. Шундай қилиб, найчани чизиқли кучланган ҳолатда деб қабул қилиш мумкин.

Кучланишлар $\sigma_0$ қийматини аниқлаш учун деформацияларни кўриб чиқишга мурожаат қиламиз. Деформация бир жинсли бўлганда пўлат стержень диаметридаги нисбий деформация стержендан қирқиб олинган кубчанинг ўша йўналишдаги нисбий деформацияси билан бир хил.

$$\varepsilon_n = \varepsilon_2 = \frac{1}{E_n}[\sigma_2 - \mu_n(\sigma_1 + \sigma_3)] = \frac{1}{E_n}[-q - \mu_n(-q + \sigma_3)].$$

Титан найча диаметрининг нисбий деформацияси ўз навбатида унинг параметридаги нисбий деформация билан бир хил бўлиб, $\varepsilon_т = \frac{\sigma_0}{E_т}$; $\varepsilon_п = \varepsilon_т$ га тенг. Бу тенгликка деформациялар қийматини қўямиз.

$$\frac{1}{E_п}\left[-q-\mu_п\left(-q+\sigma_3\right)\right]=\frac{\sigma_0}{E_т}$$

ҳамда $q$ нинг ўрнига унинг ифодасини $\sigma_0$ орқали алмаштирамиз:

$$\frac{1}{E_п}\left[-\frac{2t\sigma_0}{d}-\mu_п\left(-\frac{2t\sigma_0}{d}+\sigma_3\right)\right]=\frac{\sigma_0}{E_т}.$$

Бу тенгламани $\sigma_0$ га нисбатан ечиб ва ҳамма миқдорларнинг сонли қийматларини ўрнига қўйиб кучланиш $\sigma_0$ нинг қийматини топамиз.

$$\sigma_0=\frac{-\mu_п\,\sigma_3}{2\frac{t}{d}\left(1-\mu_п\right)+\frac{E_п}{E_т}}=\frac{0{,}3\cdot 121{,}8}{2\,\frac{0{,}1}{6}\left(1-0{,}3\right)+\frac{2\cdot 10^5}{1{,}2\cdot 10^5}}=21{,}5\ \text{МПа}.$$

Пўлат стержендаги биринчи ва иккинчи асосий кучланишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_1=\sigma_2=-q=-\frac{2t\sigma_0}{d}=-\frac{2\cdot 0{,}1\cdot 21{,}5}{5}=-0{,}86\ \text{МПа}$$

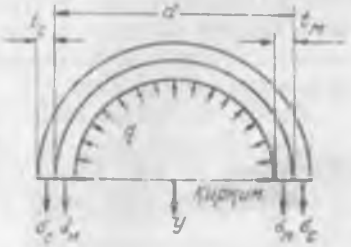
**2.40.** Деворининг қалинлиги 1 мм бўлган диаметри 30 см ли пўлат найча бетонга тўлдирилган. Найчадаги бетон ўз ўқи йўналишида 600 кН куч билан сиқилган. Бетондаги асосий кучланишларни ва найча деворидаги чўзувчи кучланишни топинг. Бетоннинг эластиклик модули 0,14 $10^5$ МПа, унинг кўндаланг деформация коэффициенти 0,18. Найча деворларининг қалинлиги катта ва унинг деформацияларининг ҳисобга олмаслик мумкин деб олинган ҳол учун ҳам шу масалани ечинг.

*Жавоб*: 1) $\sigma_1=\sigma_3=-0{,}135$ МПа; $\sigma_3=-8{,}5$ МПа; $\sigma_{тр}=20{,}2$ МПа;
2) $\sigma_1=\sigma_2=-1{,}86$ МПа, $\sigma_3=-8{,}5$ МПа.

**2.41.** Ички диаметри 50 мм ва ташқи диаметри 56 мм бўлган 50 мм узунликдаги пўлат найчага диаметри 50 мм бўлган ўшанча узунликдаги алюминий цилиндр тиқилган. Цилиндр ўз ўқи бўйлаб 200 кН куч билан сиқилган. Алюминий цилиндрнинг қанча калталашишини аниқланг. Пўлат найнинг ички диаметри алюминий цилиндрнинг диаметридан 0,1% катта деб олинган ҳол учун ҳам шу миқдорни топинг. Алюминийнинг кўндаланг деформация коэффициентини 0,36 деб олинг.

*Жавоб*: 1) $\Delta l=-0{,}066$ мм $=66\cdot 10^{-6}$ м.
2) $\Delta l=-0{,}071$ мм $=-71\cdot 10^{-6}$ м.

**2.42.** Ташқи диаметри $d=50$ см ва деворларининг қалинлиги $t_м=4$ мм бўлган ичи бўш мис цилиндрга деворларининг қалинлиги $t_п=2$ мм бўлган ичи бўш пўлат цилиндр тиқилган. Агар мис учун $[\sigma_м]=40$ МПа, пўлат учун



2.42- масалага оид

$[\sigma_п] = 160$ МПа бўлса, шу идишдаги рухсат этилган энг катта ички босимни аниқланг. Цилиндрлар ўқига параллел кучланишларни ҳисобга олманг.

*Ечим.* Иккала цилиндрнинг диаметрлари ва периметрларидаги нисбий деформациялар бир хил.

$$\varepsilon_п = \varepsilon_м;$$

бу ҳолда

$$\frac{\sigma_п}{E_п} = \frac{\sigma_м}{E_м}$$

бундан

$$\frac{\sigma_п}{\sigma_м} = \frac{E_п}{E_м} = \frac{2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} = 2.$$

Идишни диаметрал бўйлама кесим билан (расмга қаранг) икки қисмга бўламиз ва бир қисмининг мувозанатлик шартини барча кучлар проекцияларининг қирқиш текислигига перпендикуляр ўққа проекциялари йигиндиси кўринишида тузамиз:

$$2\sigma_м \; t_м \, l + 2\sigma_п \; t_п \, l - ql \cdot d = 0.$$

(мис цилиндрнинг ташқи ва ички диаметрлари орасидаги фарқни ҳисобга олманг). Биз $\sigma_п = 2\sigma_м$ эканлигини ҳисобга оламиз

$$2\sigma_м \; t_м \, l + 4\sigma_м \; t_п \, l - ql \cdot d = 0,$$

бундан

$$q = \frac{2\sigma_м \; (t_м + 2t_п)}{d}.$$

Рухсат этиладиган босимни аниқлашда мис цилиндрни кўзда тутиш лозим, чунки пўлат цилиндрда босим таъсирида вужудга келадиган кучланиш $[\sigma_п]$ рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma_п] = 160$ МПа га тенг бўлади, мис цилиндрдаги кучланиш $\sigma_м$ ушбу $\frac{[\sigma_п]}{2} = 80$ МПа га тенг бўлади. Бу эса мис учун рухсат этиладиган $\sigma_м = 40$ МПа дан катта. $\sigma_м = [\sigma_м]$ деб олсак, у ҳолда

$$q = \frac{2[\sigma_м](t_м + 2t_п)}{d} = \frac{2 \cdot 40 (0{,}4 + 2 \cdot 0{,}2)}{50} = 1{,}28 \text{ МПа}.$$

**2.43.** Ички диаметри 100 мм ва деворининг қалинлиги 2 мм бўлган алюминий қотишмасидан тайёрланган цилиндр деворининг қалинлиги 5 мм бўлган чўян ғилоф ичига олинган. Цилиндрдаги газлар босими 3 МПа га тенг. Цилиндр ва ғилоф деворларини чўзувчи кучланишларни аниқланг. Бўйлама кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $\sigma_а = 14{,}5$ МПа; $\sigma_ч = 24{,}8$ МПа.

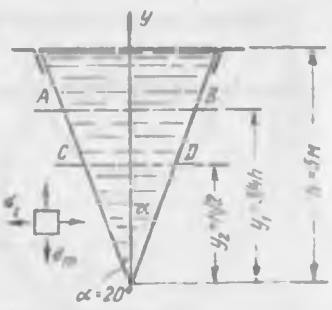
**2.44.** Диаметри 5 м бўлган сферик газгольдер деворининг қалинлиги 30 мм. У иш босими $6 \cdot 10^5$ Н/м² остидаги газ билан тўлдирилган. Газгольдер деворидаги чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $25 \cdot 10^6$ Н/м².

**2.45.** Қалинлиги 1 мм ли полиэтилен плёнкадан тайёрланган диаметри 1 м ли ҳаво шари — зонтнинг юпқа сферик қобиғи қандай максимал иш босимига (ташқи босимдан ортиқча босимга) чидайди? Юқори босимли полиэтилен учун $[\sigma]=5$ МПа деб олинган.

*Жавоб:* 0,2 ат.

**2.46.** Деворининг қалинлиги $t=4$ мм бўлган конус идишнинг хавфли кесимидаги асосий кучланишларни аниқланг (расмга қаранг). Идиш юқори томонидан осиб қўйилган ва сувга лиммо-лим тўлдирилган.




2.46- масалага оид

*Ечим.* Маълумки, меридионал йўналишдаги кучланиш $\sigma_m$ ва тангенционал йўналишдаги кучланиш $\sigma_t$ ни аниқлаш учун қуйидаги формулалар мавжуд.

$$\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cos\alpha}\left(h-\frac{2}{3}y\right)y \text{ ва } \sigma_t=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cos\alpha}(h-y)\,y.$$

бунда $\gamma$ суюқликнинг ҳажмий оғирлиги, $y$ — конус чўққисидан кучланиш аниқланадиган кесимгача бўлган масофа.

Ана шу $y$ масофага қараб шу кучланишларнинг максимумини топамиз. Бунинг учун $y$ бўйича $\sigma_m$ ва $\sigma_t$ лар учун ҳосилаларни нулга тенглаймиз:

$$\frac{d\,\sigma_m}{dy}=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cos\alpha}\left(h-\frac{4}{3}y\right)=0,$$

бундан $y_1=\frac{3}{4}h$ ($AB$ кесимда) ва

$$\frac{d\sigma_t}{dy}=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cdot\cos\alpha}(h-2y)=0,$$

бундан $y_2=\frac{h}{2}$ ($CD$ кесимда).

Шундай қилиб, биз икки хавфли кесимга эга бўламиз.

$AB$ кесимда

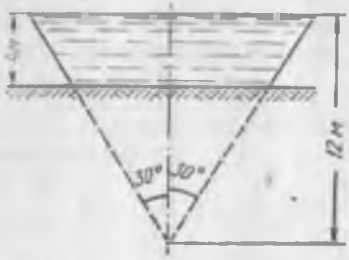
$$(\max)\,\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cdot\cos\alpha}\left(h-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}h\right)\frac{3}{4}h=\frac{3\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{16t\cos\alpha}=\frac{3\cdot0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{16\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=$$
$$=4{,}54\text{ МПа};$$

$CD$ кесимда

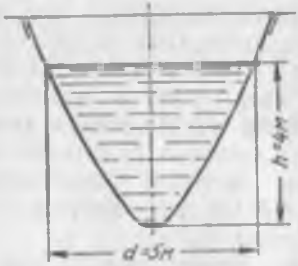
$$\sigma_m=\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2t\cdot\cos\alpha}\left(h-\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{2}\right)\frac{h}{2}=\frac{\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{6t\cos\alpha}=\frac{0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{6\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=4{,}03\text{ МПа}$$

$$\max\,\sigma_t=\frac{\gamma\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}{t\cos\alpha}\left(h-\frac{h}{2}\right)\frac{h}{2}=\frac{\gamma h^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{4t\cdot\cos\alpha}=\frac{0{,}001\cdot500^2\cdot0{,}364}{4\cdot0{,}4\cdot0{,}940}=6{,}05\text{ МПа}.$$

**2.47.** Нефтни сақлаш учун деворининг қалинлиги 10 мм бўлган ва кичик асосига таянадиган (расмга қаранг) кесик конус кўринишидаги идишдан фойдаланилган. Меридионал ва тангенционал йўналишлардан энг катта кучланишларни аниқланг.




2.47- масалага оид




2.48- масалага оид

Нефтнинг солиштирма оғирлигини 0,95 га тенг деб қабул қилинг.

*Жавоб*: $\sigma_m = -5{,}9$ МПа; $\sigma_t = 20{,}3$ МПа

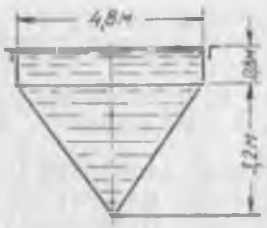
**2.48.** Деворининг қалинлиги 2 мм бўлган, юқори томонидан осиб қўйилган параболоид шаклдаги идишнинг (расмга қаранг) мустаҳкамлигини III назария бўйича текширинг. Идиш $h$ сатҳгача суюқлик билан тўлдирилган. Суюқликнинг солиштирма оғирлиги 1,1. Девор материали учун рухсат этиладиган кучланиш 20 МПа га тенг. Идишнинг мустаҳкамлигини суюқликнинг юқори сатҳ баландлигида текширинг.

*Жавоб* $\sigma_{III} = 15{,}8$ МПа $< [\sigma] = 20$ МПа.

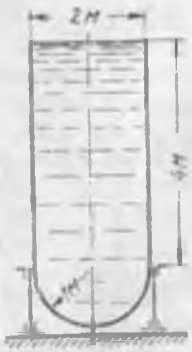
**2.49.** Бензин сақланадиган идиш шакли айланиш жисмидан иборат бўлиб, ўлчамлари расмда келтирилган. У юқори томонидан осиб қўйилган ва бензинга лиқ-лиқ тўлдирилган. Бензиннинг солиштирма оғирлиги 0,7, идиш деворининг қалинлиги 5 мм. Идишнинг цилиндрик конус қисмлари туташган жойдаги деворининг мустаҳкамлиги махсус ҳалқа белбоғ билан таъминланган. Идиш деворидаги меридионал ва тангенциал йўналишлардаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: max $\sigma_m = 3{,}95$ МПа; $\sigma_t = 5{,}25$ МПа

**2.50.** Туби ярим сферик шалдаги вертикал цилиндрик идиш сувга лиммо-лим тўлдирилган (расмга қаранг). Ён



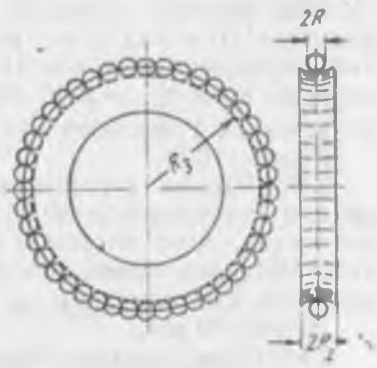

2.49- масалага оид




2.50- масалага оид

деворлари ва тубининг қалинлиги 2 мм. Идишнинг цилиндр ва сферик қисмларидаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

*Жавоб*: $\max \sigma_{цил} = 20$ МПа; $\max \sigma_{сфер} = 12{,}5$ МПа.




2.51- масалага оид

## 8- §. Контакт кучланишлар

**2.51.** Схемаси расмда кўрсатилган пўлат шарикли подшипникдаги ҳисобий кучланишларни IV мустаҳкамлик назарияси бўйича аниқланг. Шарикнинг радиуси $R_1 = 2{,}5$ мм, новнинг радиуси $R_2 = 3$ мм, ҳалқанинг радиуси $R_3 = 30$ мм. Подшипникнинг энг кўп куч тушадиган шаригидаги босим $P = 400$ Н.

*Ечим.* Зарур ҳисоблаш формулалари, графиклар ва жадваллар Н. М. Беляевнинг «Материаллар қаршилиги» курси дарслиги IX боб да келтирилган. Бундан кейин ўшаларга илова қилинади.

Уриниш эллипси тенгламасини коэффициентларини топамиз:

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2{,}5} - \frac{1}{3}\right) = 0{,}035,$$

$$B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{30}\right) = 0{,}2165.$$

Шунда $A$ нинг $B$ га нисбати қуйидагича бўлади:

$$\frac{A}{B} = \frac{0{,}035}{0{,}2165} = 0{,}1615.$$

Шу нисбат бўйича курснинг 10- жадвалидан $\alpha$ ни топамиз.

$$\alpha = 0{,}772.$$

Энг катта нормал кучланишни ҳисоблаймиз

$$\sigma_{max} = \alpha \sqrt[3]{\frac{PE^3 (R_2 - R_1)^3}{(R_1 R_2)^2}} = 0{,}772 \sqrt[3]{\frac{400\,(2 \cdot 10^5)^3 \cdot (3 - 2{,}5)^3}{(2{,}5 \cdot 3)^2}} = 3210 \text{ МПа}.$$

Материал ичидаги хавфли нуқтада ҳисобий кучланиш ушбуга тенг $\sigma_{IV} = 0{,}6\,\sigma_{max} = 0{,}6 \cdot 3210 = 1930$ МПа. Курсдаги 92- расмдаги графикдан $\frac{A}{B} = 0{,}615$ нисбатлар қиймати бўйича коэффициентлар $n$ ни топамиз:

$$n_1 = 0{,}23 \text{ ва } n_2 = 0{,}24.$$

Шунда уринии эллипси марказидаги ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_{IV} = n_1 \sigma_{max} = 0{,}23 \cdot 3210 = 740 \text{ МПа}.$$

Ўша эллипснинг катта ярим ўқи учида ҳисобий кучланиш эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_{IV} = n_2 \sigma_{max} = 0{,}24 \cdot 3210 = 770 \text{ МПа}.$$

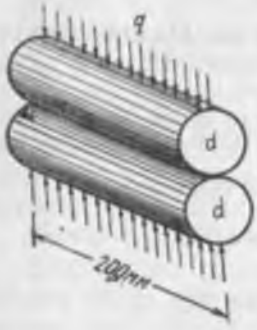
**2.52.** Бринель прессида синалаётган ясси пўлат деталга диаметри 10 мм ли пўлат шарикни ботирганда деталдаги пластик деформациялар контакт кучланиш энг катта қийматга етганда, яъни $\sigma_{маx} = 1000$ МПа бўлганда бошланади. Шу пайтда шарикка тушадиган куч қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 10 Н.

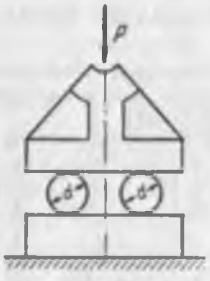
**2.53.** Расмда кўрсатилган иккита бир хил пўлат цилиндр орқали интенсивлиги 50 Н/м бўлган текис тақсимланган куч узатилади. Агар туташиш сирти бўйича энг катта кучланиш 1000 МПа дан ошмаслиги лозим бўлса, цилиндрларнинг зарур диаметри $d$ ни аниқланг.

*Жавоб:* 70 мм.

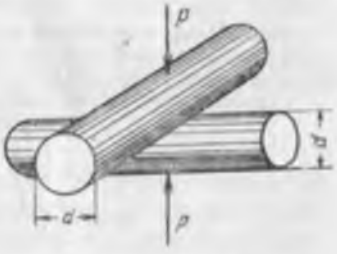
**2.54.** Пўлат плитада ётган, диаметри $d = 100$ мм ва узунлиги $l = 900$ мм бўлган иккита пўлат цилиндрик катокли кўприкси-




2.53- масалага оид




2.54- масалага оид




2.55- масалага оид

мон ферманинг шарнирли-қўзғалувчан таянчига тушаётган энг катта рухсат этиладиган босим $P$ ни аниқланг (расмга қаранг). Котокларининг таянч сиртларидаги энг катта рухсат этиладиган кучланиш 1100 МПа га тенг.

*Жавоб:* 3110 кН.

**2.55.** Расмда кўрсатилганидек $P = 10$ кН куч билан юкланган бир хил диаметрли пўлат цилиндрлар бир-бнрига тўғри бурчак остида тегиб турибди. Цилиндрларнинг зарур минимал диаметрини аниқланг. Туташиш сиртидаги энг катта рухсат этиладиган кучланиш қиймати 1200 МПа га тенг.

*Жавоб:* 232 мм.

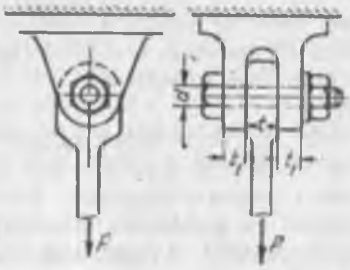
3-боб

# СИЛЖИШ ВА ЭЗИЛИШ

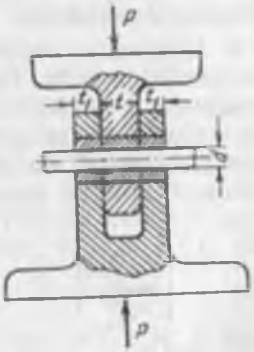
## 9-§. Болтли ва парчинмихли бирикмалар

**3.1.** Пўлатни қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлиги шартларидан келиб чиқиб, расмда тасвирланган болтли бирикма тортқисига қўйиш мумкин бўлган рухсат этиладиган юк $P$ қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: кесилишга $[\tau]=80$ МПа ва эзилишга $[\sigma]=240$ МПа. Бирикма элементларининг ўлчамлари: $d=50$ мм; $t=90$ мм; $t_1=12$ мм.

*Жавоб:* $P=240$ кН.




3.1-масалага оид




3.2-масалага оид

**3.2.** Думалоқ стерженларни қирқишга синаш учун пресслардан бирининг қўзғалувчан ва қўзғалмас траверсалари орасига жойлаштириладиган мослама ишлатилади (расмга қаранг). Агар қирқишда синаладиган пўлатнинг вақтинчалик қаршилиги $\tau_в=300$ МН/м² бўлса, кучи 600 кН бўлган прессда қирқилиши мумкин бўлган пўлат стерженнинг энг катта диаметрини аниқланг. Бундай стерженни синашда зўғоталарнинг қўйма втулкаларида қандай эзиш кучланишлари вужудга келишини аниқланг. Зўғоталарнинг қалинлиги $t=0{,}03$м, $t_1=0{,}02$.

*Ечим.* Стержень икки кесими бўйича қирқилади. Диаметри $d$ бўлган стерженни қирқиш учун зарур куч $P = 2\frac{\pi d^2}{4}\tau_в$, бундан диаметр $d = \sqrt{\frac{2P}{\pi\tau_в}}$.

Прессининг кучи тонналарда берилганлиги учун СИ системасига ўтказиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$P = 60\ \text{Т} \approx 60 \cdot 9807\ \text{Н} \approx 0{,}59\ \text{МН}.$$

Демак,

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}59}{3{,}14 \cdot 300}} \approx 0{,}036\ \text{м}.$$

Зўғоталарининг жуда мустаҳкам қўйма втулкаларида вужудга келадиган эзиш кучланиши $\sigma_c = \frac{P}{td} = \frac{0{,}59}{0{,}03 : 0{,}036} \approx 0{,}546\ \text{МН/м}^2$.

Болт материалида ҳам худди шундай кучланиш вужудга келади. СИ бирликлар системасида жавоб қуйидагича бўлади.

$$d = 3{,}6\ \text{см}: \quad \sigma_э \approx 556\ \text{МПа}.$$

**3.3.** Куч $P = 120$ кН билан юкланган тирсакли ричагни $A$ нуқтада шарнирли пўлат болт ва $B$ нуқтада роликли таянч тутиб туради. Пўлат учун рухсат этиладиган қирқиш ва эзиш кучланишлари $[\tau] = 120$ МПа ва $[\sigma_э] = 250$ МПа бўлса, болтнинг зарур диаметрини аниқланг. Ричаг таянчлари орасидаги масофа $l = 75$ см, ўлчам $a = 50$ см, қалинлик $t = 3$ см.

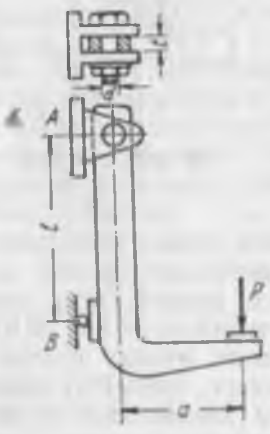
*Кўрсатма.* Болтга тушадиган босимни ричагнинг мувозанатлик шартидан келиб чиқиб $A$ нуқтадаги тўлиқ реакция сифатида аниқланг.

*Жавоб:* $d = 2{,}8$ см.

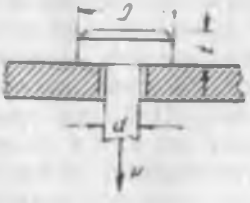
**3.4.** Чўзилишга ишлайдиган $d = 100$ мм диаметрли болт каллаги листга таяниб турибди (расмга қаранг). Агар болт кесимидаги чўзувчи кучланиш $\sigma = 100$ МПа, каллак таянган юзадаги эзиш кучланиши $\sigma_э = 40$ МПа ва каллакни қирқиш кучланиши $\tau = 50$ МПа бўлса, каллак диаметри $D$ ни ва баландлиги $t$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $D = 187$ мм; $t = 50$ мм.

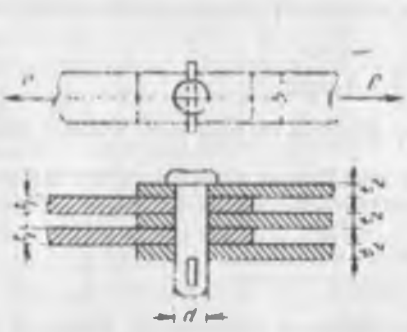
**3.5.** Болтли бирикманинг пўлат валиги орқали куч $P = 480$ кН узатилади (расмга қаранг). Валикнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартларидан, шунингдек листларнинг чўзилишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб валикнинг зарур



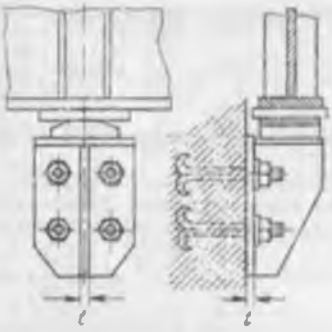

3.4- масалага оид




3.3- масалага оид



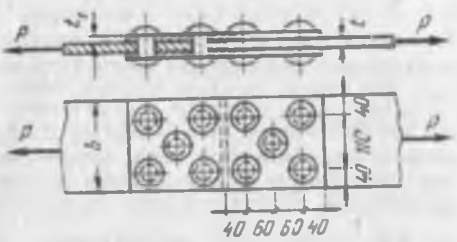
3.5- масалага оид



3.6- масалага оид

диаметрини ва листлар кесимининг ўлчамлари ($b$, $t_1$ ва $t_2$) ни аниқланг. Пўлат учун рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 160$ МПа; қирқилишга $[\tau] = 95$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 250$ МПа.

*Жавоб:* $d = 40$ мм; $b = 102{,}5$ мм; $t_1 = 24$ мм; $t_2 = 16$ мм.




3.7- масалага оид

**3.6.** Қалинлиги $t = 16$ мм бўлган листлардан қилинган кронштейн деворга тўртта анкер болтлар билан маҳкамланган (расмгр қаранг). Агар кронштейн унга босим $P = 230$ кН ни узатадиган краности балкасини тутиб турса, болтларнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб болтларнинг зарур диаметрини (бўйлама кучларни ҳисобга олмай) аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 80$ МПа, $[\sigma_э] = 240$ МПа.

*Жавоб*: $d = 30$ мм.

**3.7.** Қалинлиги $t = 10$ мм бўлган ва ҳар бирининг қалинлиги $t_1 = 6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган икки листнинг туташган жойи $P = 240$ кН куч билан чўзилади (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: парчин михлар учун — қирқишга $[\tau] = 100$ МПа, эзишга $[\sigma_э] = 240$ МПа ва листларни чўзишга $[\sigma] = 160$ МПа бўлса, диаметри $d = 20$ мм ли парчин михлар сонини аниқланг ва уларни планда жойлаштиринг.

*Ечиш.* Парчин михлар икки қирқимли. Қирқишга мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, уларнинг зарур сони

$$n > \frac{P}{2\frac{\pi d^2}{4}[\tau]} = \frac{2 \cdot 240000}{3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 1000} \approx 4.$$

Эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра қуйидагича бўлиши талаб қилинади:

$$n \geqslant \frac{P}{td\,[\sigma_э]} = \frac{240000}{1 \cdot 2 \cdot 2400} = 5.$$

Туташган жойнинг ҳар қайси томонига бештадан парчин мих қўйиш керак экан.

Уларни планда жойлаштириш учун листларнинг эни қанча бўлиши керак-лигини аниқлаш лозим. Чўзилишга мустаҳкамлик шартига кўра лист кесими иш юзаси қуйидагича бўлиши керак:

$$F_н \geqslant \frac{P}{[\sigma]} = \frac{240000}{16000} = 15\ см^2$$

Листнинг иш кенглиги (парчин мих ўтадиган тешикларнинг кучсизлантиришини чиқариб ташлаганда) қуйидагича бўлиши керак:

$$b_н = \frac{F_н}{t} = \frac{15}{1} = 15\ см.$$

Листнинг тўлиқ эни $b = b + md$, бунда $m$ — кўндаланг кесимдаги парчин михлар сони; листнинг эни $b \geqslant 15$ бўлганда, кўндаланг қатордаги парчин михлар сони камида $m = 2$ та бўлиши лозим; шунда кесимни иккита тешик кучсизлантиради ва листнинг тўлиқ энини қуйидагича олиш керак бўлади: $b = 15 + 2 \times 2 = 19$ см. Бешта парчин михни шахмат тартибида жойлаштирган маъқул. Қадами $a = 3\ b$ ҳамда парчин михлар тешикларни ўқларидан листларнинг четларигача ва устқўймалар четларигача бўлган масофани $c = 2\ d$ деб қабул қилиб, парчин михларни расмдагидек қилиб жойлаштирамиз.

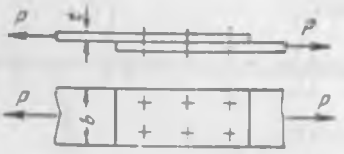
**3.8.** Агар 3.7. масаладаги маълумотларни ўзгартирмай олинса, ўшта икки лист туташган жойда диаметри $d = 20$ мм ли парчин михнинг сони қанча бўлиши керак? Лекин бунда икки лист туташган жой иккита устқўйма билан эмас, балки қалинлиги $t = 12$ мм ли битта устқўйма билан ёпилган. Барча михларни планда жойлаштиринг.

*Жавоб:* Туташувнинг ҳар қайси томонида 8 тадан парчин мих бўлиши керак.

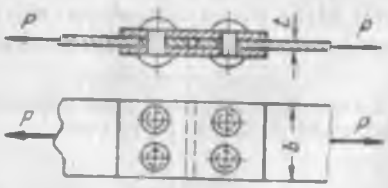
**3.9.** Қалинлиги $t = 10$ мм бўлган икки лист диаметри $d = 20$ мм ли олтита парчин мих билан устма-уст бириктирилган (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 160$ МПа, қирқишга $[\tau] = 120$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 320$ МПа бўлса, рухсат этиладиган чўзувчи кучлар $P$ ни ва листнинг зарур эни $b$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $P = 226$ кН, $b = 180$ мм.

**3.10.** Қалинлиги $t = 6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган кесими $10 \times 150$ мм бўлган икки листнинг туташган жойи



3.9- масалага оид

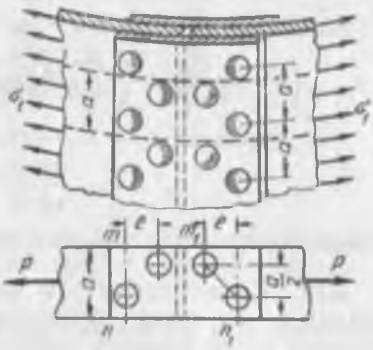


3.10- масалага оид

$P=125$ кН куч билан чўзилади. Агар туташув жойининг ҳар томонида диаметри $d=20$ мм ли иккитадан парчин мих қўйилган бўлса, парчин михли бирикманинг мустаҳкамлигини текширинг. Рухсат этилган кучланишлар: $[\sigma]=160$ МПа, $[\tau]=100$ МПа, $[\sigma_э]=320$ МПа.

*Жавоб*: Лист учун: $\sigma_{max}=114$ МПа $<160$ МПа. Парчин михлар учун: $\tau=99{,}6$ МПА $<100$ МПа

$\sigma_э=312$ МПа $<320$ МПа.



3.11- масалага оид

**3.11.** Диаметри $D=1{,}5$ м, деворининг қалинлиги $t=10$ мм бўлган цилиндрик пўлат қозоннинг бўйлама чоки ҳар бирининг қалинлиги $t=6$ мм ли икки устқўйма билан ёпилган. Устқўймалар қозон деворига диаметри $d=20$ мм ли икки қатор (туташувнинг икки томонида) парчин мих билан бириктирилган. Парчин михлар шахмат тартибида жойлаштирилган бўлиб, икки қатор орасидаги масофа $e=45$ мм ва ҳар бир қатордаги қадам $a=100$ мм (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: пўлат учун чўзилишга $[\sigma]=120$ МПа, қирқишга $[\tau]=80$ МПа, эзилишга $[\sigma_э]=240$ МПа, учма-уч бириктирилган жойнинг мустаҳкамлигини текширинг (қозон ичидаги бугнинг босими $q=12$ ат).

*Ечим:* Ясовчига перпендикуляр йўналган қозон деворидаги нормал кучланишлар $\sigma_2=\dfrac{qD}{2t}$ туташув жойини чўзадиган кучга айланади. Эни $a=10$ см бўлган полосани унда икки парчин мих жойлашадиган қилиб кесиб олиб, шу полосани чўзадиган кучлар қийматини ва икки қирқимли иккита парчин мих қабул киладиган кучлар қийматини топамиз:

$$P=\sigma_2 \cdot F=\frac{qD}{2t}\,dt=\frac{120\cdot 150}{2}\cdot 10=90000\ \text{Н}.$$

Парчин михларнинг қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлигини текшириш натижасида қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$\tau=\frac{2P}{\pi d^2\cdot n}=\frac{2\cdot 900}{3{,}14\cdot 2^2\cdot 2}=71{,}5\ \text{МПа}<80\ \text{МПа};$$

$$\sigma_э=\frac{P}{tdn}=\frac{90000}{1\cdot 2\cdot 2}=225\ \text{МПа}<240\ \text{МПа}.$$

Қозон деворини $m-n$ кесим бўйича (битта парчин мих тешиги кучсизлантирган) чўзилишга мустаҳкамлигини ҳамда иккита тешик кучсизлантирган $m_1-n_1$ илонизисимон шартли кесим бўйича мустаҳкамлигини ҳам текширамиз.

*Кесим $m-n$.* Кесим нетто юзаси: $F_н=(a-d)\ t=(10-2)\cdot 1=8$ см$^2$ Кучланиш $\sigma=\dfrac{P}{F_н}=\dfrac{90000}{8}=11250$ Н/см$^2=112{,}5$ МПа $<120$ МПа.

*Кесим* $m_1 - n_1$. Кесим брутто ва нетто юзаси:

$$F_{бр} = \left(\frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + c^2}\right) t = \left(\frac{10}{2} + \sqrt{5^2 + 4{,}5^2}\right) \cdot 1 = 11{,}725 \text{ см}^2,$$

Кучланиш $F_н = F_{бр} - 2td = 11{,}725 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 7{,}725$ см².

$$\sigma = \frac{P}{F_п} = \frac{90000}{7{,}725} = 116{,}5 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа}.$$

Шундай қилиб. барча мустаҳкамлик шартларига риоя қилинди.

**3.12.** Қалинлиги $t = 10$ мм ли листлардан тайёрланган ва бўйлама чок билан бириктирилган, диаметри $D = 1$ м ли цилиндрик пўлат қозонга ички иш босими $q = 12$ ат таъсир қилади. Чокни устқўйма ёпиб туради. Устқўйма қозон деворига диаметри $d = 28$ мм бўлган ва туташув жойининг ҳар қайси томонига икки қатордан жойлаштирилган парчин михлар билан маҳкамланган (3.11- масаладаги расмга қаранг).

Агар ҳар бир қатордаги парчин михлар қадами $a = 100$ мм, қаторлар орасидаги масофа $c = 50$ мм бўлса, учма-уч бирикманинг мустаҳкамлигини текширинг. Рухсат этиладиган кучланишларни 3.11- масаладагидек қабул қилинг.

*Жавоб*: $\sigma = 78$ МПа $< 120$ МПа;
$\tau = 72$ МПа $< 80$ МПа;
$\sigma_э = 130$ МПа $< 240$ МПа.

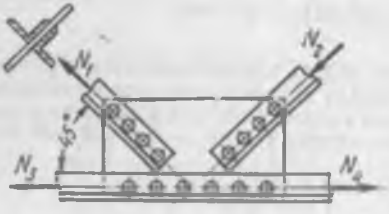
**3.13.** Пўлат стропила фермасининг ҳар бири иккита тенг ёнли бурчаклик $80 \times 80 \times 8$ мм ли тираклари пастки белбоғга қалинлиги $t = 8$ мм ли косинка ёрдамида бириктирилади (расмга қаранг). Тираклардаги кучлар $N_1 = N_2 = 140$ кН га тенг.

Агар рухсат этиладиган кучланишлар: қирқишга $[\tau] = 100$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 260$ МПа бўлса, ҳар қайси тиракни косинкага бириктириш учун мўлжалланган диаметри $d = 17$ мм ли зарур парчин михлар сонини аниқланг.

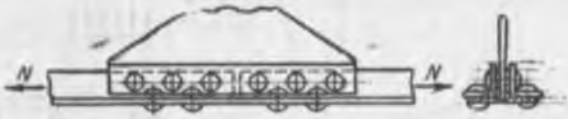
2) Агар тиракларнинг белбоғга қиялик бурчаги 45°, белбоғнинг кесими $75 \times 75 \times 6$ мм ли икита бурчакликдан иборат бўлса, косинкани ферманинг пастки белбогига бириктириш учун зарур парчинмихлар сонини ҳам аниқланг.

*Жавоб:* $n_1 = 4$; $n_2 = 6$.

**3.14.** Иккита бурчаклик $80 \times 80 \times 8$ мм дан иборат стропила фермасининг пастки белбоғидаги туташув жойи худди шундай бурчаклардан қилинган иккита устқўйма ва қалинлиги 8 мм ли косинка билан ёпилган. Улар диаметри $d = 20$ мм ли парчин михлар ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Белбоғ кучсизлантирилган кесимда нормал кучланишлар $\sigma_{max} = 140$ МПа ни вужудга келтирадиган кучлар таъсирида чўзилади. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 100$



3.13- масалага оид




3.14- масалага оид

МПа, $[\sigma_э] = 240$ МПа бўлса, қирқиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартларидан келиб чиқиб, зарур парчин михлар сонини аниқланг ва уларни туташув жойида жойлаштиринг.

*Кўрсатма.* Горизонтал токчалардаги парчин михлар бир қирқимли, вертикал токчалардаги тўрт қирқимли.

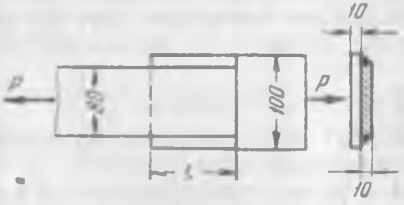
*Жавоб:* $N = 300$ кН, туташув жойининг ҳар томонида тахминан 10 қирқиш юзаси ва 8 эзилиш юзаси бўлиши талаб қилинади. Бунга бешта парчинмих билан эришилади. Горизонтал токчаларда $n_1 = 2$ (икки эзилиш юзаси), вертикал токчаларда $n_2 = 3$ ($2 \times 3 = 6$ эзилиш юзаси).

## 10- §. Пайванд бирикмалар

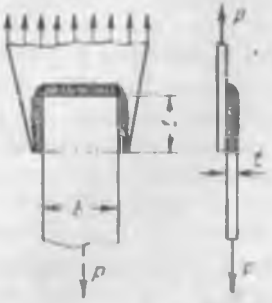
**3.15.** Кесими $10 \times 80$ мм ва $10 \times 100$ мм бўлган икки полосани устма-уст бириктириш учун мўлжалланган ён чокларнинг зарур узунлигини аниқланг (расмга қаранг). Полосаларни бўйлама кучлар чўзишга интилади. Рухсат этиладиган кучланишлар: полосаларни чўзишга $[\sigma] = 160$ МПа, чокларни қирқишга $[\tau_э] = 90$ МПа, ҳар бир чокнинг боши ва охирида 5 мм дан пайвандланмай қолган жой бўлиши мумкинлигини ҳисобга олинг ($l = l_{ҳис} + 25$ мм).

*Жавоб:* $l_ҳ = 10{,}2$ см; $l = 11{,}2$ см.

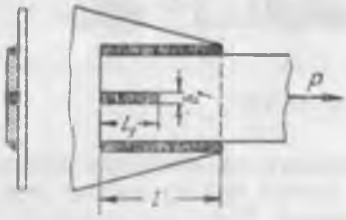
**3.16.** Кесимнинг ўлчамлари $b = 0{,}1$ м, ва $t = 0{,}01$ м бўлган ва $P = 15 \cdot 10^4$ Н куч билан чўзилаётган пўлат полоса бир олди ва икки ён томонидаги чоклар билан шаклдор листга устма-уст пайвандланади (расмга қаранг). Чокларнинг қирқимга рухсат этадиган кучланиши $[\tau_э] = 9 \times 10^7$ Н/м² бўлса, полосани шаклдор листга маҳкамлаш учун зарур бўладиган ён чокларнинг энг кам узунлигини аниқланг.



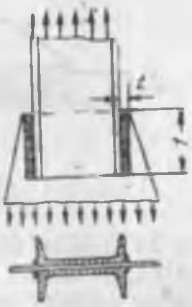

3.15- масалага оид




3.16- масалага оид




3.17- масалага оид




3.18- масалага оид

*Ечиш.* Олд чокларнинг мустаҳкамлиги қирқимга шартли равишда текширилади. Барча чоклар қабул қиладиган куч уларнинг иш кесими бўйича бир текис тақсимланади деб қабул қилинган. Демак,

$$\tau_э = \frac{P}{0{,}7t\,(b+2l_х)} \leqslant [\tau_э],$$

бундан ён чокларнинг узунлиги ҳисобланади

$$l_х \geqslant \frac{1}{2}\left(\frac{P}{0{,}7t\,[\tau_э]} - b\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15\cdot 10^4}{0{,}7\cdot 0{,}01\cdot 9\cdot 10^7} - 0{,}1\right) = 0{,}069 \text{ м}.$$

Чокнинг лойиҳадаги узунлигини (чокнинг фақат бир томонида пайвандланмай қолган жой бор деб ҳисоблаб) қуйидагича олиш керак:

**3.17.** Кесими $0{,}01\times 0{,}24$ м бўлган пўлат полоса ўлчамлари $b = 0{,}02$ м ва $l_1 = 0{,}1$ м бўлган иккита ён ва битта қирқма чок ёрдамида шаклдор листга устма-уст пайвандланади. Агар полоса $P = 360$ кН куч билан чўзилса, чокнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 8\times 10^4$ кН/м$^2$ бўлса, ён чокларнинг зарур узунлигини аниқланг. Чокларнинг кучсизланганлигини ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $l = 0{,}2$ м.

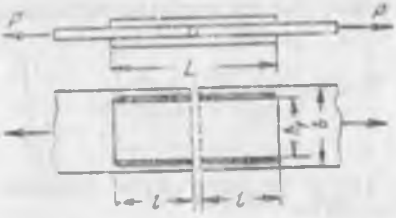
**3.18.** Иккита швеллер № 12 дан иборат ферма стойкаси ён чоклар ёрдамида фасонкага пайвандланади (расмга қаранг).

а) Агар чок катети $t = 10$ мм, чокнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$ МПа, стойка кесимидаги нормал кучланишлар $\sigma = 153$ МПа бўлса, чокларнинг зарур иш ва лойиҳа узунликларини аниқланг. б) Агар ҳар бир швеллернинг деворига қўшимча равишда узунлиги 85 мм ва эни 10 мм ли қирқма чок билан пайвандланса (3.17- масаладаги расмга қаранг), ён чокларнинг иш узунлиги қанча бўлади?

*Жавоб*: а) $l_х = 150$ мм, $l = 160$ мм; б) $l_э = 8{,}9$ см.

**3.19.** Иккита устқўйма билан ёпилган икки листнинг туташган жойи $P = 240$ кН куч билан чўзилади (расмга қаранг).

а) Агар листларнинг қалинлиги $t = 10$ мм, устқўймаларнинг қалинлиги $t_1 = 8$ мм, чокларнинг қирқимига рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$ МПа бўлса, устқўймаларни бириктириш учун за-



3.19- масалага оид



3.20- масалага оид

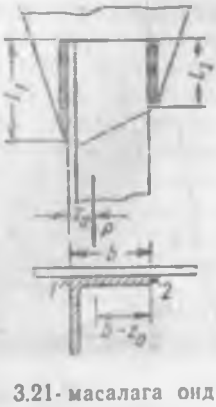
рур ён чокларнинг узунлигини аниқланг. Ҳар бир чокнинг фақат бир учидаги 5 мм узунликда пайвандланмай қолган жойни ҳисобга олинг. б) Пайвандлаб уланган жой ўлчамларини (устқўйманинг эни ва узунлигини) парчинмихли бирикма ўлчамларига (3.7- масаладаги маълумотларга қаранг) солиштиринг. Парчин михли бирикма ўрнига пайванд бириқмадан фойдаланганда қанча металл тежалишини чамалаб кўринг.

*Жавоб*: а) $l = 112$ мм; б) пайванд чок учун $a = 150$ мм, $b_1 = 130$ мм, $L = 225$ мм, парчинмихли бирикма учун $b_1 = 190$ мм ва $L = 400$ мм). Фақат листларнинг асосий металини тежаш 21% ни ташкил қилади.

3.20. Кесими $80 \times 8$ мм бўлган пўлат полосанинг пайвандлаб бириктирилган жойи қистирма ёрдамида крестсимон қилиб бириктирилган. Қистирма полосага расмда кўрсатилганидек тўртта олд чоклар билан пайвандланган. Агар чок катети $t = 10$ мм, полоса кесимидаги чўзувчи кучланишлар $\sigma = 150$ МПа бўлса, чоклар кесимидаги кучланишлар қийматини аниқланг. Чок учларидаги пайвандланмай қолган чоклар ҳисобига чокнинг кучсизланиб қолишини ҳисобга олинг.

*Жавоб*: $\tau_э = 90{,}5$ МПа.

3.21. Ўлчамлари $110 \times 110 \times 8$ мм бўлган тенг ёнли бурчакликни шакллдор листга пайвандлаш учун зарур ён чоклар узунлигини аниқланг. Чокларнинг қирқимига рухсат этиладиган кучланиши $[\tau_э] = 100$, МПа. Бурчаклик $P = 200$ кН куч билан чўзилади, чокларнинг катетлари $t = 8$ мм (расмга қаранг).

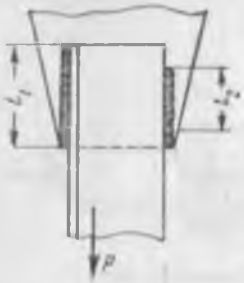


3.21- масалага оид

*Ечим*. Иккала ён чокларнинг умумий узунлиги уларнинг қирқимга мустаҳкамлик шартидан аниқланиши мумкин:

$$l = l_1 + l_2 > \frac{P}{0{,}7\,t[\tau_э]} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 1000} = 35{,}8 \text{ см}. \quad (a)$$

Чўзувчи куч $P$ бурчакликнинг оғирлик марказига қўйилган. Оғирлик маркази бурчаклик четидан $z_0 = 3$ см нарида туради. $P$ кучнинг таъсир чизиғи чап ва ўнг чоклардан ҳар хил масофада ўтганлиги учун уларнинг ҳар бирига тўғри келадиган куч улуши чокларгача бўлган масофага тескари пропорционал: $P_1 : P_2 = (b - z_0) : z_0$.



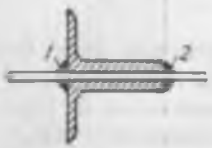
Чокларнинг узунлигини ҳам шу нисбатда тақсимлаш керак:

$$l_1 : l_2 = (b - z_0);\ z_0 = \frac{11-3}{3} = 2{,}67$$

ёки $l = 2{,}67\, l_2$ . . .

Бу қийматларни (*а*) га қўйиб ушбуни топамиз: $l_1 = 26.05$ см ва $l_2 = 9{,}75$ см.

Пайвандланмай қолган жойни ҳисобга олиб, лойиҳа узунлигини $l_1 = 27$ см ва $l_2 = 11$ см деб оламиз.



3.23- масалага оид

**3.22** Олдинги масала маълумотларидан фойдаланиб, ён чокларнинг ҳисобий узунлигини аниқланг. Бунда бурчаклик токчаси олд томонидан қўшимча чок билан пайвандланади. Шартли равишда олд чок *b* узунлик бўйича силжишга бир текис ишлайди деб қабул қилинган.

*Жавоб*: $l_1 = 18{,}05$ см; $l_2 = 6{,}75$ см.

**3.23.** Ўлчамлари $125 \times 80 \times 12$ мм бўлган ҳар хил ёнли иккита бурчакликдан иборат пайваид ферма стержени қалинлиги $t = 12$ мм ли ён чоклар ёрдамида шакдор листга маҳкамланган (расмга қаранг). Стержень кесимидаги чўзувчи кучланишлар $\sigma = 150$ МПа Чокларнинг қирқимга рухсат этиладиган кучланишлари $[\tau_э] = 110$ МПа.

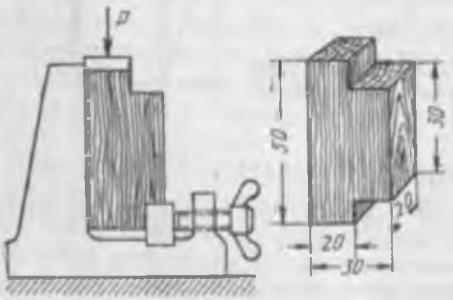
а) Чокларнинг зарур иш узунликлари $l_1$ ва $l_2$ ни аниқланг.

б) Барча ён чокларнинг узунликлари бир хил бўлиши учун бурчакликларнинг четларини бириктирадиган чоклар *l* нинг катетлари қалинлигини қандай ўзгартириш керак?

*Жавоб:* а) $l_1 = 25{,}2$ см, $l_2 = 12{,}8$ см, $t = 2{,}36$ см.

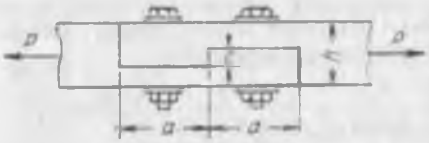
## 11- §. Ўйиқлар, шпонкалар ва конструкцияларнинг бошқа элементлари

**3.24.** Ёғочни силжишга синаш учун пресслардан бирига ўрнатиладиган мосламадан фойдаланилади (расмга қаранг). Агар намуналарнинг толалари бўйлаб синишга вақтинчалик қаршилиги 12 МПа га етиши мумкин бўлса, пресс қандай куч ҳосил қилиши лозим. Синаш пайтида вужудга келадиган энг катта эзилиш кучланишлари қийматини ҳам топинг (расмда намунанинг ўлчамлари мм да берилган).

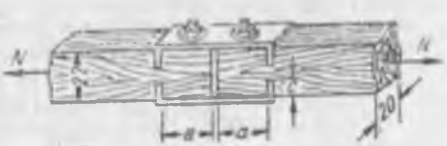



3.24- масалага оид

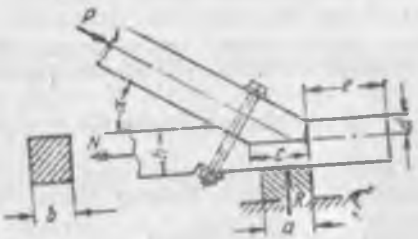
*Жавоб*: $P = 7200$ Н; $\sigma_э = 36$ МПа.



3.25- масалага оид



3.26- масалага оид



3.27- масалага оид

**3.25.** Ўлчамлари $b = 0{,}12$ м ва $h = 0{,}18$ м бўлган тўғри тўртбурчак кесимли иккита брус чўзилишга ишлайди ва ўзаро чуқурлиги $c = \frac{h}{4}$ бўлган тўғри тиш билан бириктирилган (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 10^7$ Н/м², толалар бўйича синишга $[\tau] = 1 \cdot 10^6$ Н/м² ва толалар бўйича эзилишга $[\sigma_э] = 8 \cdot 10^6$ Н/м² бўлса, рухсат этиладиган чўзувчи куч $P$ (ньютонларда) ни ва ўйиқлар ўлчамини аниқланг. Ўйиқни тортадиган болтлар ҳисобга олинмайди.

*Жавоб*: $P = 4{,}32 \cdot 10^4$ Н; $a \approx 0{,}36$ м.

**3.26.** Кесими 20×22 см² бўлган бруслардан иборат ферма белбоғининг туташиш жойи пўлат устқўймалар билан ёпилган. Устқўймаларнинг букилган токчалари бўлиб, брусларга ботиб туради (расмга қаранг). Агар толалар бўйлаб синишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 1$ МПа, эзилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma_э] = 5$ МПа, белбоғдаги чўзувчи куч $N = 50$ кН бўлса, устқўймалар токчасининг ботиш чуқурлиги $c$ ва устқўйманинг зарур ўлчами $a$ ни аниқланг. Тортувчи болтлар ҳисобга олинмайди.

*Жавоб:* $a = 25$ см, $c = 5$ см.

**3.27.** Тортқили стропила таянчи тортқига олд уйиқ ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Агар тиргакдаги қисувчи куч $P = 70$ кН, томнинг қиялик бурчаги $\alpha = 30°$, брусоклар кесимининг ўлчамлари $b = 15$ см ва $h = 20$ см бўлса, бирикманинг зарур ўлчамлари ($a$, $d$, $e$, $c$) ни аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб чўзилиш ва қисилишга $[\sigma] = 10$ МПа, толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 8$ МПа, толаларнинг кўндалангига эзилишига $[\sigma_{90}] = 2{,}5$ МПа, толаларга 30° бурчак остида эзилган $[\sigma_{30}] = 5$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1$ МПа. Бириктирувчи болт ва ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмайди.

*Ечим:* $P$ кучни икки ташкил этувчи, яъни вертикал ва горизонтал ташкил этувчиларга ажратиб қуйидагини оламиз:

$P_1 = P \sin \alpha = 70000 \cdot 0{,}5 = 35000$ Н. $P_2 = P \cos \alpha = 70000 \cdot 0{,}865 = 60550$ Н.

Бу кучлар таянч реакцияси $R = P_1$ ва тортқидаги чўзувчи куч $N = P_2$ билан мувозанатлашади. $P_1$ куч таянч ястиққа толаларга перпендикуляр таяниш юзаси бўйича тортқини эзади. Эзиш кучланиши қуйидагига тенг:

$$\sigma_э = \frac{P_1}{ab} \leqslant [\sigma_{90}],\ \text{бундан}\ a \geqslant \frac{P_1}{b[\sigma_{90}]} = \frac{35000}{15 \cdot 2{,}50 \cdot 10^2} = 9{,}33\ \text{см}.$$

Тиргакнинг тортқига таяниш нуқтаси ҳам шундай узунлик $c$ га эга бўлиши лозим. Конструктив жиҳатидан у анча катта олинади.

$P_2$ куч стропила таянчи торецининг тортқига тегиб турадиган жойда вертикал юзанинг эзилишига сабаб бўлади ($F_э = b \cdot d$), бунда тиргакнинг эзилиши толаларга маълум бурчак остида, тортқининг эзилиши толалар бўйлаб юз беради. Тиргакнинг эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{P_2}{bd} \leqslant [\sigma_{90}],\ \text{бундан}\ d \geqslant \frac{P_2}{b[\sigma_{90}]} = \frac{60550}{15 \cdot 500} = 8{,}07\ \text{см}.$$

Шу кучнинг ўзи тортқининг чиқиб турган учида ($e$ узунликда) синдирувчи кучланишни пайдо қилади. Толалар бўйлаб қирқилишга мустаҳкамлик шартига кўра $\frac{P_2}{be} \leqslant [\tau]$ ни ҳосил қиламиз.

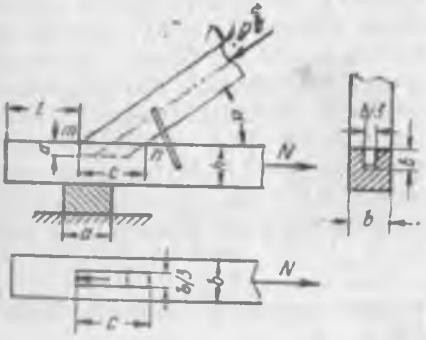
Демак,

$$e \geqslant \frac{P_2}{b[\tau]} = \frac{60550}{15 \cdot 100} = 40{,}4\ \text{см}.$$

**3.28.** Стропила фермасининг таянч узели кесими $h = 20$ см, $b = 18$ см бўлган брусларидан қилинган. Улар эни $1/3 b$ бўлган чиқиқли ўйиқ ёрдамида бириктирилган. Стропила таянчи тортқига $\alpha = 40°$ бурчак остида қия туради ва унга $P = 30$ кН куч таъсир қилади (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 8{,}5$ МПа, толаларга кўндалангига эзилишга $[\sigma_{90}] = 2{,}5$ МПа, толаларга бурчак остида эзилишга $[\sigma_{40}] = 4{,}5$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 80$ Н/см$^2$ бўлса, бирикманинг энг кичик зарур ўлчамлари ($a, d, c, l$) ни аниқланг. $m - n$ чизиқ бўйича ишқаланишни ҳисобга олманг.

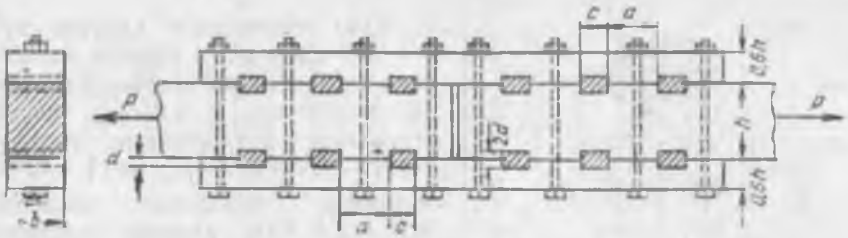
*Жавоб:* $a = 4{,}3$ см, $c = 6{,}4$ см, $d = 8{,}5$ см, $l = 17$ см.

Конструктив жиҳатдан $a$ ва $c$ ўлчамлар одатда ҳисобдагидан каттароқ олинади.




3.28- масалага оид

**3.29.** Ўлчамлари $b = 16$ см ва $h = 20$ см бўлган қайин дарахти ёғочидан қилинган икки бруснинг туташган жойи олтита дуб, шпонка ва қайин устқўйма ёрдамида уланган (расмга қаранг). Агар брусоклар $P = 120$ кН куч билан чўзилса, шпонкаларнинг зарур ўлчамларини, шунингдек улар орасидаги масофани аниқланг. Брусокларнинг чўзилишга мускамлигини ҳам текширинг.




3.29- масалага оид

Рухсат этиладиган кучланишлар: а) қайин учун: чўзилишга $[\sigma] = 10$ МПа, торецида эзилишга $[\sigma_э] = 10$ МПа, толалари бўйлаб синишга $[\tau] = 100$ Н/см². б) дуб учун: толаларига кўндаланг эзилишга $[\sigma_{эо}] = 2{,}5$ МПа ва толаларига кўндаланг қирқилишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа. Тортувчи болтларнинг таъсири ҳисобга олинмайди.

*Кўрсатма.* Дуб шпонкаларнинг ўлчамлари $c$ ва $d$ қирқишга ва эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра аниқланади, бунда $P$ куч шпонкалар орасида тенг тақсимланади деб қаралади, шпонкалар ораси $a$ битта шпонка узатадиган куч $P_0 = \frac{P}{n}$ таъсирида толалар бўйлаб синишга қайиннинг мустаҳкамлик шартига кўра аниқланади.

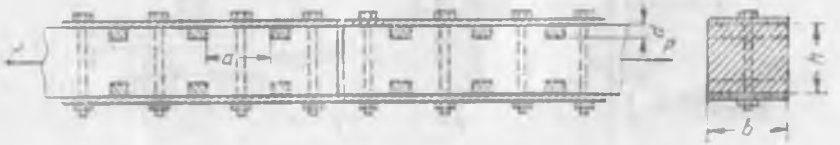
*Жавоб:* $c = 10{,}4$ см; $d = 5{,}0$ см; $a = 12{,}5$ см; $\sigma = 9{,}4$ МПа.

**3.30.** Ўлчами $20 \times 20$ см бўлган квадрат кесимли иккита брусниг туташган жойи иккита пўлат устқўйма билан ёпилган. Устқўймаларга призматик шпонкалар (ҳар қайси устқўймада олтитадан шпонка) парчинланган. Шу шпонкалар брусокларга $d = 2$ см чуқурликда ботиб туради (расмга қаранг).

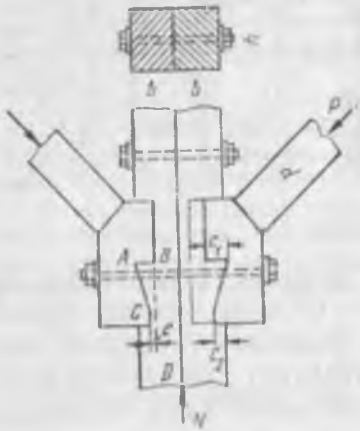
Ёғочнинг чўзилиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра туташув жойи орқали узатилиши мумкин бўлган рухсат этиладиган чўзувчи куч $P$ қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 12$ МПа, толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа ва эзилишга $[\sigma_э] = 10$, МПа. Шпонкалар орасида куч тенг тақсимланади деб ҳисоблаб, шпонкалар орасидаги масофа $a$ ни ҳам топинг. Тортувчи болтларни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* $P = 240\,000$ Н, $a = 16{,}7$ см.

**3.31.** Ёғоч кўприк тиргаклари иккита брусокдан иборат стойкага дуб ёстиқлар ёрдамида тиралади. Ёстиқлар стойкага $c_1$ ва $c_2$ чуқурликда ботиб туради (расмга қаранг). Ботиқларнинг чуқурлиги $c_1$ ва $c_2$ ҳар хил ($e = c_1 - c_2 = 1$ см) бўлгани учун тиш $BAC$ ни синишдан асрайди (синиш юзасининг изи пунктир билан кўрсатилган $BD$ чизиққа силжийди).




3.30- масалага оид



3.31- масалага оид

Агар тиргакдаги қисувчи куч $P = 184$ кН, қиялик бурчаги $\alpha = 45°$, стойка брусоклари кесими ўлчамлари $b = 15$ см, $h = 24$ см, рухсат этиладиган кучланишлар: толалар бўйлаб эзилишга $[\sigma_э] = 11$ МПа, толаларга кўндаланг эзилишга $[\sigma_{г0}] = 2{,}5$ МПа, дубнинг толаларга $45°$ бурчак остида эзилишига $[\sigma_{45}] = 7$ МПа ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 1{,}2$ МПа бўлса, ёстиқнинг зарур узунлиги $a$ ни ҳамда ботиқлар чуқурлиги $c_1$ ва $c_2$ ни аниқланг. Ёстиқнинг эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра тиргакнинг энг кичик диаметрини топинг,

*Кўрсатма.* Ёстиқнинг узунлиги $a$ толалар бўйлаб синишга мустаҳкамлик шартидан, стойкага бўйлама куч узатиладиган умумий юза эса ($F = (c_1 + c_2)\,h$ эзилишга мустаҳкамлик шартидан аниқланади.

*Жавоб*: $a = 45$ см; $c_1 \approx 3$ см; $c_2 = 2$ см; $d = 18{,}3$ см,

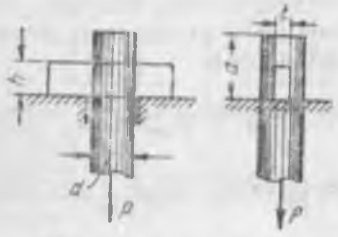
**3.32.** $P = 180$ кН куч билан чўзиладиган думалоқ пўлат стержень деталга тўғри тўртбурчак кесимли чека ёрдамида маҳкамланган (расмга қаранг). Чўзилишга, қирқилиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан стержень диаметри $d$ ни, унинг қуйруқ қисми узунлиги $a$ ни, шунингдек чека кўндаланг кесимининг ўлчамлари $t$ ва $h$ ни аниқланг (эзилишга ишлашини ҳисобга олманг). Рухсат этиладиган кучланишлар:

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}; \quad [\tau] = 100 \text{ МПа ва } [\sigma_э] = 320 \text{ МПа}$$

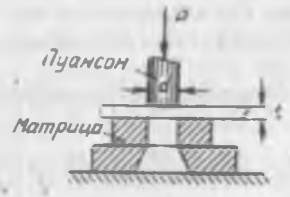
*Жавоб:* $d = 4{,}62$ см; $t = 1{,}22$ см; $h = 7{,}4$ см; $a = 9{,}33$ см.

**3.33.** Қалинлиги $t$ бўлган листда думалоқ тешик босим билан очилиши керак. Унинг торецидаги эзилиш кучланиши қирқиладиган металлнинг қирқилишга вақтинчалик қаршиликдан тўрт марта катталик шартидан келиб чиқиб, пуансоннинг энг кичик диаметрини аниқланг. Тешик очиш штампининг схемаси расмда кўрсатилган.

*Жавоб:* $d = t$.



3.32- масалага оид




3.33- масалага оид




3. 34- масалага оид

**3.34.** Агар храповик ғилдирагининг тишларига тормозланиш пайтида тушадиган нормал босим $P=32000$ Н бўлса, тишларнинг мустаҳкамлигини текширинг. Тиш ўлчамлари (расмга қаранг): асосининг эни $a=24$ мм, қалинлиги $t=20$ мм, тиш баландлиги $h=16$ мм.

Қирқилиш ва эзилишга мустаҳкамлик шартига кўра собачка тираладиган болтнинг зарур диаметрини ҳам аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: қирқишга $[\tau]=70$ МПа, эзилишга $[\sigma_э]=120$ МПа.

*Жавоб*: $\tau=66{,}7$ МПа $<70$ МПа; $\sigma_э=100$ МПа $<120$ МПа; $d=1{,}33$ см.

## IV боб

# БУРАЛИШ

## 12-§. Думалоқ кесимли стерженларнинг буралиши

**4.1.** Буровчи момент $M = 16$ кНм ни узатадиган думалоқ кесимли яхлит пўлат валнинг диаметрини аниқланг. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 80$ МПа, вал узунлигининг 1 м га тўғри келадиган рухсат этиладиган бураш бурчаги $[\varphi] = 0{,}6°$.

*Ечиш.* Валнинг мустаҳкамлик шартига кўра $\tau_{max} = \frac{M_б}{W_p} \leqslant [\tau]$, бундан $W_\rho = \frac{\pi r^3}{2}$, ушбуни топамиз:

$$r = \sqrt[3]{\frac{2M_б}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1600000}{\pi \cdot 8000}} = 5{,}0 \text{ см}.$$

Валнинг бикрлик шартига кўра

$\varphi = \frac{M_б \cdot l}{GJ_p} \leqslant [\varphi]$, бундан $J_p = \frac{\pi r^4}{2}$, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, ҳисоблаб топамиз:

$[\varphi] = 0{,}6 \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{300}$.

$$r = \sqrt[4]{\frac{2M_б \cdot 300 \cdot l}{G \cdot \pi^2}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 1600000 \cdot 100 \cdot 300}{8 \cdot 10^6 \cdot 9{,}86}} = 5{,}9 \text{ см}.$$

*Жавоб*; $d > 11{,}8$ см.

**4.2.** Вал сиртидаги кучланиш $\tau_{max} = 80$ МПа, вал сиртидан радиусининг чорак масофасидаги кўндаланг кесимда уринма кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:* 60 МПа.

**4.3** Диаметри 10 см ва узунлиги 6 м бўлган яхлит пўлат вал 4° бурчакка буралган. Энг катта уринма кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 46,5 МПа.

**4.4.** Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 100$ МПа бўлса, диаметри 20 мм бўлган думалоқ кесимли пўлат стерженнинг юк кўтарувчанлиги $[M_б]$ ни аниқланг. Стерженнинг 100 см узунликдаги участкасининг буралиш бурчаги қиймати нимага тенг?

*Жавоб:* 15,7 кНсм; 0,125 рад.

**4.5.** Диаметри 20 мм ли думалоқ кесимли пўлат намуна пўлат валининг диаметри 40 мм бўлган машинада буралишга синалади. Намуна ва валининг умумий геометрик ўқи бор. Намуна материалининг чўзилишдаги мутаносиблик чегараси 32000 Н/см². Намунадаги энг катта уринма кучланиш учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб аниқлаш керак бўлган силжишдаги мутаносиблик чегарасига етган пайтда машина валидаги уринма кучланишларнинг энг каттта қиймати қанча?

*Жавоб:* 2000 Н/см².

**4.6.** Диаметри 25 мм ли юмшоқ пўлат стержень 60 кН куч билан чўзилганда 20 см узунликда 0,122 мм узаяди. Ўша валнинг ўзи 20 кН·см буровчи момент билан юкланганда 20 см узунликда 0,75° бурчакка буралади. $E$, $G$, $\mu$ қийматларни аниқланг.

*Жавоб:* $2 \cdot 10^7$ Н/см²; $8 \cdot 10^6$ Н/см²; 0,25.

**4.7.** Узунлиги 20 см ва диаметри 20 мм бўлган пўлат намуна буралишга синалганда шу нарса аниқланадики, буровчи момент 16320 Н·см да буралиш бурчаги 0,026 рад га тенг. Буровчи момент 27000 Н·см бўлганда эластиклик чегарасига эришилади. Силжишдаги эластиклик модули ва буралишдаги эластиклик чегараси қийматларини аниқланг.

*Жавоб:* $8 \cdot 10^6$ Н/см²; 1720 Н/см².

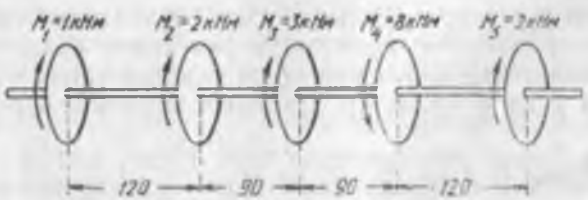
**4.8.** Диаметри 10 мм бўлган пўлат стержень синаш қурилмасида буралади. Буровчи момент 150 Н·см дан поғонама-поғона катталашади. Икки кесимнинг буралиш бурчагини ўлчайдиган асбоблар кўрсатишлари ўсиши фарқининг ўртача қиймати 3,8 мм га тенг. Кесимлар орасидаги масофа 100 мм. Асбоб шкаласининг 1 мм 1/200 рад ни билдиради. Силжишдаги эластиклик модули нимага тенг?

*Жавоб:* $8{,}05 \cdot 10^6$ Н/см².

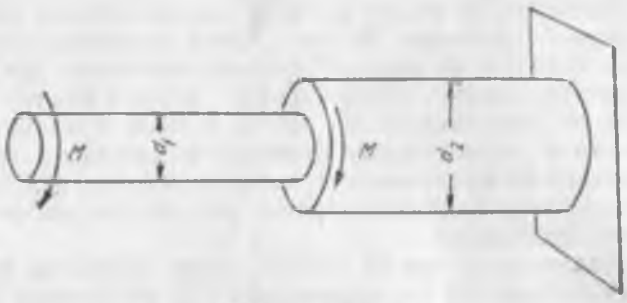
**4.9.** Пўлат валга бешта шкив орқали расмда кўрсатилган жуфт кучлар таъсир қилади. Буровчи момент эпюрасини ясанг, $[\tau] = 9000$ Н/см² бўлганда вал диаметрини танланг ва валнинг ўнгдаги охирги кесимининг чапдаги кесимига нисбатан бурилиш бурчаги катталигини аниқланг. Сўнгра биринчи ва тўртинчи жуфт кучларнинг ўрнини алмаштиринг ва шу ҳол учун масалани ечинг.

Расмдаги узунлик ўлчамлари см ларда берилган.

*Жавоб:* 7 см; 0,366 рад, 7,7 см; 0,073 рад.




4.9- масалага онд




4.11-масалага оид

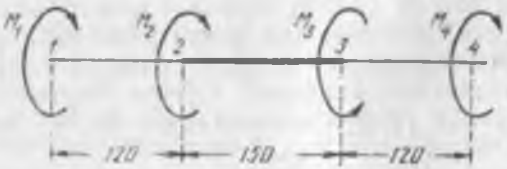
**4.10.** Бир хил буровчи моментларда бир хил буралиш бурчакли қилиб лойиҳаланган бир хил узунликдаги пўлат ва алюминий қотишмаларидан ясалган яхлит валларнинг оғирликларини таққосланг. Алюминий қотишмасининг силжишдаги эластиклик модули $2{,}7\times10^6$ Н/см², унинг ҳажмий оғирлиги 2,6.

*Жавоб:* Пўлат вал алюминий валга қараганда 75% оғир.

**4.11.** Ўнг учи қисиб қўйилган думалоқ кўндаланг кесимли стерженга иккита бир хил буровчи жуфт кучлар $M$ қўйилган (расмга қаранг). Стержень чап участкасининг диаметри 40 мм, ўнг участкасининг диаметри 60 мм, ўнг участкадаги энг катта уринма кучланиш 8000 Н/см², стерженнинг чап участкасидаги энг катта уринма кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 13500 Н/см².

**4.12.** Пўлат валга буровчи жуфт кучлар қўйилган: $M_1=114{,}20$ кНм, $M_2=271{,}6$ кНм, $M_3=500$ кНм. Вал участкаларининг узунликлари см расмда кўрсатилган. Валнинг четки участкалари диаметри 40 мм, ўрта участкаси диаметри 60 мм.




4.12-масалага оид

Валнинг чапки торец кесими 1 дан ҳисобланадиган буровчи момент эпюрасини ва буралиш бурчагининг ўсиш графигини ясанг. Валнинг ҳар қайси участкаси сиртида уринма кучланишлар ҳамда *2* ва *4* кесимлар орасидаги буралиш бурчагини ҳисобланг.

*Жавоб:* Барча участкаларда 9100 Н/см², 0,0113 рад.

**4.13.** Радиуси $r$ бўлган яхлит вал унга кийдирилган труба билан кучайтирилган. Трубанинг ички радиуси $r$ ва ташқи радиуси $R$. Вал ва труба бир хил материалдан ясалган бўлиб,

худди яхлитдек ишлайди. Валнинг юк кўтарувчанлиги икки марта ортиши учун $R:r$ нисбат нимага тенг бўлиши керак?

*Жавоб:* 1,26.

**4.14.** Ташқи диаметри $d_1 = 75$ мм ва ички диаметри $d_2 = 50$ мм бўлган 1 м узунликдаги ичи бўш пўлат вал 3500 Нм моментли жуфт куч таъсирида 1° га буралади. Валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг? Силжишдаги эластиклик модули қийматини аниқланг.

*Ечим.* Энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{max} = \frac{M_1 \cdot r_1}{J_p}, \quad J_p = \frac{\pi}{32}(d_1^4 - d_2^4) = 249 \text{ см}^4;$$

$$\tau_{max} = \frac{350000}{249} \cdot 3{,}75 = 5270 \text{ Н/см}^2.$$

Силжиш учун эластиклик модулини буралиш бурчаги формуласидан топамиз.

$$G = \frac{M_1 \cdot l}{\varphi \cdot J_p} = \frac{350000 \cdot 100 \cdot 180}{\pi \cdot 249} = 8{,}05 \cdot 10^6 \text{ Н/см}^2.$$

**4.15.** Узунлиги 1,8 м бўлган ичи бўш пўлат вал учларига $M = 6$ кНм моментли икки жуфт кучлар юкланган. Агар буралиш бурчаги 2° дан ошиши мумкин бўлмаса, уринма кучланиш 7000 Н/см² бўлса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг.

*Жавоб:* 90,4 мм, 72,4 мм.

**4.16.** Ичи бўш валнинг ташқи диаметри ички диаметридан икки марта катта. Бу вал силжишга рухсат этиладиган кучланиш 6000 Н/см² бўлганда лойиҳадаги яхлит валдан 20% енгил. Буровчи моментлар бир хил бўлганда ичи бўш валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:* 5810 Н/см².

**4.17.** Буровчи момент ва рухсат этиладиган кучланишлар бир хил бўлганда ўлчамлари шунга мослаб танланган икки валнинг оғирликларини таққосланг. Биринчи вал — яхлит, иккинчиси трубасимон, ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати 0,6 га тенг.

*Жавоб* $P_т : P_я = 0{,}702$.

**4.18.** Агар айланишлар сони 180 айл/мин, рухсат этиладиган кучланиш 4800 Н/см² ва валнинг 1 м узунлигига рухсат этиладиган буралиш бурчаги 1° бўлса, 80 от кучи қувват узатадиган яхлит пўлат валнинг диаметрини аниқланг.

*Кўрсатма.* Олдин буровчи момент қийматини ҳисоблаймиз:

$$M_б = \frac{225000 \cdot N}{\pi \cdot n} = \frac{225000 \cdot 80}{3{,}14 \cdot 180} = 31850 \text{ Н/см} = 318{,}5 \text{ кН/см}.$$

Сўнгра мустаҳкамлик шарти ва бикирлик шартига кўра валнинг зарур диаметрини топамиз.

*Жавоб:* 7 см.

**4.19.** Диаметри 90 мм бўлган вал 90 от кучи қувват узатади. Агар рухсат этиладиган уринма кучланиш 6000 Н/см² бўлса, валнинг чегаравий айланишлар сонини аниқланг.

*Жавоб.* Камида 75 айл/мин.

**4.20.** Диаметри 90 мм бўлган яхлит пўлат вал 150 айл/мин тезликда 50 от кучи қувват узатади. Валнинг шкивлар орасидаги узунлиги 4 м. Валдаги энг катта уринма кучланишни ва бир шкив иккинчисига нисбатан буриладиган бурчакни аниқланг.

*Жавоб:* 1670 Н/см², 1°4′.

**4.21.** Думалоқ кесимли яхлит вал маълум тезликка мослаб лойиҳаланган. Сўнгра унинг тезлигини 20 марта оширишга қарор қилинди. Бошқа маълумотлар ўзгармай қолгани ҳолда валнинг диаметри қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 2,71 марта камаяди.

**4.22.** Яхлит кесимли валнинг диаметрини аниқлаш учун $d = k\sqrt[3]{N:n}$ формуладан фойдаланиш мумкин. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 60$; 80 ва 100 МПа бўлса, $k$ қандай қийматга тенг?

*Жавоб:* 8,5; 7,7; 7,1.

**4.23.** Чиғир $P = 16$ кН юкни $v = 0{,}6$ м/с тезликда кўтаради. Чиғир вали фақат буралишга ишлайди деб ҳисоблаб ва зарарли қаршиликларни ҳисобга олмай, 200 айл/мин тезликда айланадиган чиғир яхлит валининг диаметрини танланг. Рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 4500$ Н/см².

*Кўрсатма.* Вал узатадиган қувват: $A = P \cdot v = 16 \cdot 0{,}6 = 9{,}6$ кН/с Валнинг айланиш сони $\omega = 20{,}9$ рад/с, буровчи момент $M_б = A:\omega = 460$ Нм. Валнинг диаметри унинг мустаҳкамлик шартидан аниқланади.

*Жавоб:* 37 мм.

**4.24.** Ташқи диаметри $d_1 = 100$ мм ва ички диаметри $d_2 = 50$ мм бўлган ичи бўш пўлат вал 80 айл/мин тезликда айланганда 2,7 м узунликда 1,8° бурчакка бурилади. У қандай қувватни узатади? Валдаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

$$Ечим.\ N = \frac{M_б \cdot \pi \cdot n}{225\,000},\quad M_б = \frac{\varphi \cdot J_p \cdot G}{l},\quad \varphi = \frac{\pi}{180},\quad J_p = \frac{15}{32}\pi r_1^4,$$

эканлигини билган ҳолда қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$N = \frac{\pi \cdot 15 \cdot \pi \cdot r_1^4 \cdot G \cdot \pi \cdot n}{180 \cdot 32 \cdot l \cdot 225000} = \frac{\pi^3 \cdot 15 \cdot 5^4 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 80}{180 \cdot 32 \cdot 270 \cdot 225000} = 95{,}6 \text{ от кучи.}$$

$\tau_{max}$ нинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_{max} = \frac{M_б \cdot r_1}{J_p} = \frac{\varphi \cdot G \cdot r_1}{l} = \frac{\pi \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 5}{100 \cdot 270} = 4360 \text{ Н/см}^2.$$

**4.25.** Агар валдаги уринма кучланиш 6000 Н/см², унинг ички диаметри ташқи диаметрининг 0,6 улушича бўлса, 100 айл/мин

тезликда 7000 квт қувват узатадиган ички бўш пўлат валнинг диаметрини аниқланг.

*Жавоб:* 40,5 см ва 24,8 см.

**4.26.** Турбина қувватини аниқлаганда у айлантирадиган пўлат валнинг буралиш бурчаги ўлчаб кўрилди. Валнинг 6 м узунлигида бу бурчак 1,2° га тенг бўлди. Валнинг ташқи ва ички диаметрлари 25 см ва 17 см. Валнинг айланиш тезлиги 250 айл/мин. Вал пўлатдан ясалган. Вал узатадиган қувватни ва унда ҳосил бўладиган уринма кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 2160 квт; 3490 Н/см².

**4.27.** Автомобилнинг кардан вали икки хил иш тартибда бир хил қувват — 23 от кучи узатади. Биринчи ҳолда валнинг айланиш тезлиги 108 айл/мин, иккинчи ҳолда эса 60 айл/мин. Агар вал ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати 0,9 га тенг бўлса, рухсат этиладиган уринма кучланиш $[\tau] = 4000$ Н/см² бўлса, валнинг ташқи диаметри қанча бўлиши керак? Катта тезликдан кичик тезликка ўтганда валдаги энг катта уринма кучланиш қандай ўзгаради?

*Жавоб:* $d = 10$ см; 1,8 марта ортади ва рухсат этиладиган қийматга эришади.

**4.28.** Трубанинг ўртача диаметри 30 см, деворининг қалинлиги $t = 8$ мм. Трубага буровчи момент $M = 11{,}5$ кНм таъсир қилганда унинг материалида вужудга келадиган уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Юпқа деворли трубаларни бураганда ички ва ташқи сиртлари яқинидаги уринма кучланишлар бир-биридан жуда кам фарқ қилади. Шунинг учун ҳисоблашни кучланишларнинг ўртача қийматларида бажариш керак. Буни қуйидаги формуладан аниқлаш мумкин:

$$\tau = \frac{M_б \cdot r_{ўр}}{J_p},$$

бунда $r_{ўр}$ — ҳалқасимон кесимнинг ўртача радиуси.

Ҳалқасимон кесимнинг қутбий энерция моментини ҳам қуйидаги тақрибий формуладан аниқлаш мумкин:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = r_{ўр}^2 \cdot 2\pi \cdot r_{ўр} \cdot t = 2\pi \cdot r_{ўр}^3 \cdot t.$$

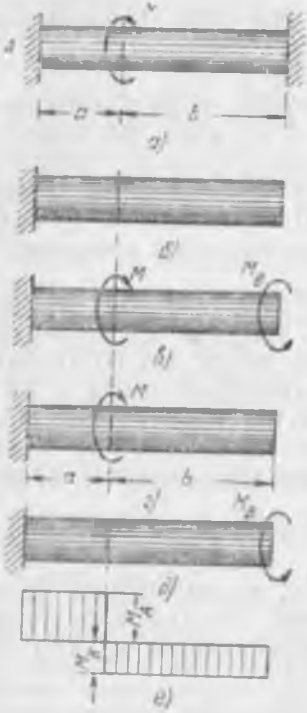
Трубадаги кучланишларнинг ўртача қиймати формуласи қуйидаги кўринишларни олади:

$$\tau = \frac{M_б}{2\pi \cdot r_{ўр}^2 \cdot t}.$$

*Жавоб:* $\tau = 1015$ Н/см²; қутбий инерция моменти аниқ ҳисоблаганда энг катта кучланиш $\tau_{max} = 1045$ Н/см².

**4.29.** Ўртача диаметри 12,5 см бўлган юпқа деворли пўлат трубанинг учларига шу трубани 625 кН/см момент билан бурайдиган кучлар жуфти қўйилган. Уринма кучланишлар 8000 Н/см² дан ошиб кетмаслиги учун труба деворларининг қалинлиги қанча бўлиши керак? Трубанинг 1 м узунлигида буралиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 0,32 см, 0,016 рад.



4.32- масалага оид

**4.30.** Пўлат труба вал 100 айл/мин тезликда айланганда 75 квт қувват узатади. Деворларнинг қалинлиги кесимнинг ўртача диаметри 1/50 улушини ташкил қилади. Ҳар 3 м узунликка буралиш бурчаги 1° дан ортиб кетмаслиги учун шу диаметр қийматини аниқланг. Бунда уринма кучланишлар нимага тенг бўлади?

*Жавоб:* 17,8 см, 4180 Н/см².

**4.31.** Узунлиги 1,8 м, ўртача диаметри 30 см, деворининг қалинлиги 3 мм бўлган пўлат труба вал 100 айл/мин тезликда айланади. Агар вал деворидаги ўртача уринма кучланиш 6300 Н/см² бўлса, у қандай қувват узатади? Валнинг буралаш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 2,75 квт, 0,542°.

**4.32.** Думалоқ кесимли стержень учларидан қисиб қўйилган. Оралиқ кесимга моменти $M = 12000$ Нм бўлган кучлар жуфти қўйилган (расмдаги *а* схемага қаранг). Масофа $b = 2a$. Агар унинг диаметри 8 см бўлса, стержендаги энг катта уринма кучланишлар нимага тенг?

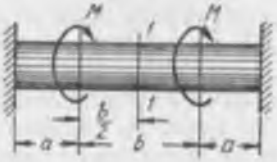
*Кўрсатма.* Статиканинг тенгламаси: $M_A + M_B = M$. Система статик аниқланмайдиган. Стерженнинг асосий (статик аниқланадиган) системаси сифатида *б* схемани қабул қиламиз. Бу схемани жуфтлар $M$ ва $M_B$ билан юкланганда (*в* схема) ва $\varphi_B = 0$ да *в* схема *а* схемага эквивалент бўлиб қолади. Энди стерженга $M$ жуфт (*г* схема) ва $M_B$ жуфт (*д* схема) таъсирини алоҳида-алоҳида кўрамиз. *е* схемадаги $B$ кесим $\varphi_B' = \frac{M \cdot a}{GJ_p}$ бурчакка бурилади, *д* схемадаги ўша кесим $\varphi_B'' = -\frac{M_B(a+b)}{GJ_p}$ га (бошқа томонга) бурилади. Лекин $\varphi_B = \varphi_B' + \varphi_B'' = 0$ бўлганлиги учун ушбуни топамиз:

$$M_B = \frac{a}{a+b} \cdot M, \quad M_A = \frac{b}{a+b} \cdot M.$$

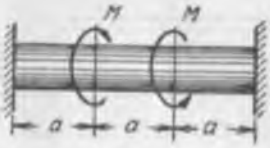
Буровчи момент эпюрасини (*е*) ясаймиз. Эпюрадан кўриниб турибдики, чап участкада уринма кучланишлар ўнг участкадагидан катта экан.

*Жавоб:* 7950 Н/см².

**4.33.** Учларидан қисилган думалоқ кесимли стержень бир-бирига тенг ва бир томонга йўналган жуфт кучлар таъсирида. Улардан ҳар бирининг моменти 8000 Н м дан (расмга қаранг). Статик аниқланмаслигини исбот қилинг ва стерженнинг ўрта



4.33- масалага оид



4.34- масалага оид

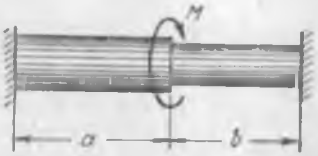
кесими *1—1* нинг бурилиш бурчагини аниқланг. Стерженнинг диаметри 10 см, ҳар қайси чекка участканинг узунлиги $a=60$ см, ўрта участканинг узунлиги $b=80$ см.

*Жавоб*: $M_A = M_B = 8000$ Н/м; 21′.

**4.34.** Учларидан қисилган думалоқ кесимли стерженга бир-бирига тенг ва қарама-қарши томонга йўналган жуфт кучлар қўйилган. Ҳар қайсисининг моменти 10 000 Нм дан (расмга қаранг). Агар рухсат этиладиган кучланиш (силжишга) 6000 Н/см² бўлса, стерженнинг диаметрини аниқланг. Стержень ўрта кесимининг бурилиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб:* 8,27 см; 0.

**4.35.** Учларидан қисилган стержень чап қисмининг диаметри 6 см, ўнг қисминики 5 см. Стерженнинг умумий узунлиги $a+b=3{,}3$ м (расмга қаранг). Стерженнинг диаметри ўзгарган жойга қўйилган буровчи момент стерженнинг ҳар қайси қисмида бир хил энг катта уринма кучланиш ҳосил қилиши шартига кўра $a$ ва $b$ ўлчамларни аниқланг.



4.35- масалага оид

*Жавоб:* $a=1{,}8$ м; $b=1{,}5$ м.

**4.36.** Ташқи диаметри 7,5 см бўлган мис найча ўшандек ички диаметрли пўлат найча ичига жойлаштирилган. Иккала найча деворларининг қалинлиги 3 мм дан. Найчаларнинг учлари бир-бирига қаттиқ маҳкамланган бўлиб, маҳкамланиш жойига ҳар қайсисининг буровчи моменти 1000 Нм дан бўлган жуфт кучлар қўйилган. Найчаларнинг узунлиги 3 м. Миснинг силжишдаги эластиклик модули $4\times10^6$ Н/см². Найчалар орасида буровчи момент қандай тақсимланади? Найчалар қандай бурчакка бураладн? Найчалар деворидаги энг катта уринма кучланишлар қанчага тенг?

*Кўрсатма.* Мис найчага тўғри келадиган буровчи моментни $M_м$ пўлат найчага тўғри келадигани $M_п$ билан белгилаймиз. Статиканинг тенгламаси бу икки моментни қўйилган жуфт кучлар моменти билан боғлайди. Найчалар учларидан бир-бирига қаттиқ маҳкамланганлиги учун уларнинг буралиш бурчаклари бир хил бўлиши керак.

*Жавоб:* 282 Нм ва 718 Нм, 1,38°; 1150 Нм/см² ва 2500 Н/см².

**4.37.** Диаметри 25 мм бўлган думалоқ кесимли пўлат стерженда цилиндрик чиқиқлар $A$ ва $B$ бор. Чиқиқларнинг ён




4.37- масалага оид

сиртларига ташқи диаметри 75 мм ва деворининг қалинлиги 1,25 мм бўлган пўлат най зич тегиб туради (расмга қаранг). Найни кийдиришдан олдин стержень моментлари $M_0 = 75$ Нм бўлган жуфт кучлар билан буралган. Най иккала чиқиққа пайвандлангандан кейин стержень учларидаги буровчи моментлар таъсири тўхтатилган. Стержень билан най орасида қандай қийматдаги моментлар таъсирлашади? Стержень ва найда энг катта уринма кучланишлар қанчага тенг?

*Кўрсатма.* Чиқиқлар *A* ва *B* деформацияланмайди деб ҳисоблаймиз. Кучлар жуфти $M_0$ стерженни бураган бурчак $\varphi_0$ шу кучлар жуфти олингандан сўнг най буралган қийматга кичраяди. Демак, стержень $\varphi_c = \varphi_0 - \varphi_н$ (1) бурчакка бурилганлигича қолади. Стержень билан най орасидаги таъсирлашув моментлари тенглиги иккинчи тенглама (2) ни беради. Бу тенгламаларни биргаликда ечиб, моментларнинг таъсирлашув қиймати топилади, сўнгра уринма кучланиш аниқланади.

*Жавоб*: $M_н = M_c = 68{,}5$ Нм; $J_c : J_н = 0{,}0975$; 2230 Н/см²; 660 Н/см².

## 13- §. Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни бураш

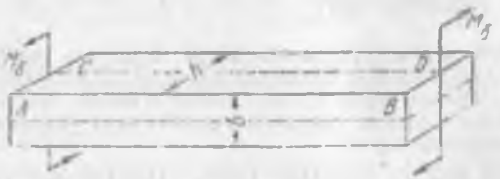
4.38. Томонларининг ўлчамлари *2* см ва *3* см бўлган тўғри тўртбурчак кесимли пўлат стержень (расмга қаранг) ҳар қайсисининг моменти 20 кНсм бўлган икки буровчи жуфт кучлар билан юкланган. Стерженнинг сиртида *AB* ва *CD* чизиқлар бўйича кўндаланг кесимда вужудга келадиган уринма кучланишлар қийматини ҳисобланг. Стерженнинг 1 м узунликдаги буралиш бурчаги қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни буралишга ҳисоблаганда қуйидаги маълумотлардан фойдаланилади:

тўғри тўртбурчакнинг буралишдаги инерция моменти $J_б = \alpha \cdot b^4$, бунда $b$ — тўғри тўртбурчакнинг томонлари икки ўлчамидан кичик.

Тўғри тўртбурчакнинг буралишдаги қаршилик моменти $W_б = \beta b^3$.

Стержень узун томонининг ўртасидаги кесимда вужудга келадиган энг катта уринма кучланиш




4.38- масалага оид

$$\tau'_{max} = \frac{M_б}{W_б}.$$

Стержень калта томони ўртасидаги энг катта уринма кучланиш

$$\tau''_{max} = \gamma \cdot \tau'_{max}.$$

Коэффициентлар $\alpha$, $\beta$ ва $\gamma$ нисбат $n/b$ қийматига боғлиқ.
Бу коэффициентларнинг қийматлари қуйидаги жадвалда келтирилган.

| $\frac{n}{b}$ | 1 | 1,5 | 1,75 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 6,0 | 8,0 | 10,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | 0,140 | 0,294 | 0,375 | 0,457 | 0,622 | 0,790 | 1,123 | 1,789 | 2,456 | 3,123 |
| $\beta$ | 0,208 | 0,346 | 0,418 | 0,493 | 0,645 | 0,801 | 1,128 | 1,789 | 2,456 | 3,123 |
| $\gamma$ | 1,0 | 0,859 | 0,820 | 0,795 | 0,766 | 0,753 | 0,745 | 0,743 | 0,742 | 0,742 |

*Ечим.* Бу масала учун $n/b = 1,5$, жадвалдан коэффициентлар қийматларини топамиз: $\alpha = 0,294$. $\beta = 0,346$ ва $\gamma = 0,859$

Энг катта кучланиш $\tau'_{max} = \frac{20000}{0,346 \cdot 8} = 7220$ Н/см².

Калта томони ўртасидаги кучланиш: $\tau''_{max} = 0,859 \cdot 7220 = 6200$ Н/см².

Буралиш бурчаги: $\varphi = \frac{M_б \cdot l}{GJ_б} = \frac{20000 \cdot 100}{8 \cdot 10^6 \cdot 0,294 \cdot 16} = 0,0532$ рад

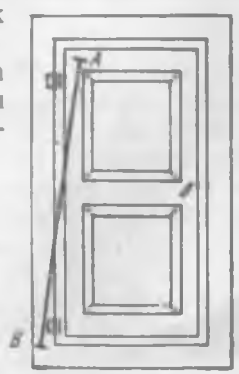
**4.39.** Стержень ўрта участкасида думалоқ кесимга, четки участкаларида доира ичига чизилган квадрат кесимга эга. Стерженга буровчи жуфт кучлар $M_1 = 110$ кН·см ва $M_2$ таъсир қилади (расмга қаранг). Ўрта ва четки участкалардаги энг катта уринма кучланишлар бир хил бўлиши учун буровчи жуфт кучлар $M_2$ қанчага тенг бўлиши керак? Кесимнинг кескин ўзгарган жойларида тўпланган кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 30 кНсм.

**4.40.** Эшик пружинаси (расмга қаранг) квадрат 6×6 мм кесимли $AB$ пўлат чивиқдан ясалган. Чивиқнинг юқори учи $A$ эшикка, пастки учи $B$ эшик ёндорига маҳкамланган. Эшикни 90° буриш учун эшик дастасидан қанча куч $P$ билан тортиш кераклигини ҳамда эшик очиқ турганда чивиқ материалидаги энг катта кучланиш 500 МПа дан ошиб кетмаслиги учун чи-




4.39- масалага оид




4.40- масалага оид

виқни олдин қанча бураш кераклигини ҳисобланг. Чивиқнинг узунлиги 2 м. Эшикнинг эни 1 м.

*Жавоб:* 22,5 Н; 87°.

**4.41.** Тезлик 120 айл/мин бўлганда 100 от кучи қувват узатадиган вал кўндаланг кесими квадратининг томонлари ўлчамини аниқланг. Уринма кучланишлар 4500 Н/см² дан ошмаслиги керак.

*Жавоб:* 86 мм.

**4.42.** Доира кесимли яхлит вал узунлигининг шундай улушидан қисилганки, унинг қисилган жойдаги кесими доирага тенг квадрат шаклини олган. Валнинг квадрат қисмидаги энг катта кучланишлар доира қисмидагидан неча марта катта? Валнинг бутун узунлиги бўйича буровчи момент бир хил. Кесими шакли ўзгарадиган жойдаги кучланишлар тўпланишини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 1,35 марта.

**4.43.** Доира ва квадрат кўндаланг кесимли иккита бир хил мустаҳкамлиқдаги валларнинг огирликларини аниқланг.

*Жавоб:* 0,81.

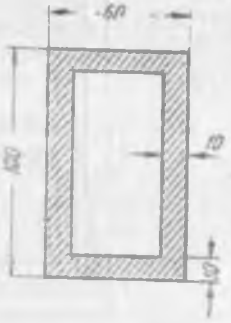
**4.44.** Стерженнинг тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими эни 4 см. Ундаги энг катта уринма кучланишлар диаметри 5 см ли доира кўндаланг кесимли стержендагига тенг бўлиши учун кесимнинг баландлиги қанча бўлиши керак? Иккала стержень бир хил буровчи моментли жуфт кучлар билан юкланган.

*Жавоб:* 6,5 см.

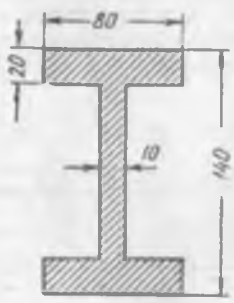
**4.45.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли стержень буровчи моменти 600 Нм дан бўлган иккита жуфт кучлар билан юкланган. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau] = 14000$ Н/см². Агар эни 20 мм бўлса, кўндаланг кесим баландлиги қанча бўлиши керак?

*Жавоб:* 4,28 см.

**4.46.** Уринма кучланишлар $[\tau] = 10\,000$ Н/см² бўйича мустаҳкамлик шартига кўра тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ичн бўш стержень учун рухсат этиладиган буровчи момент




4.46- масалага онд




4.47- масалага онд

қийматини аниқланг. Стержень ўлчамлари расмда мм ларда кўрсатилган.

*Кўрсатма.* Масалани ечишда Н. М. Беляевнинг «Материаллар қаршилиги» дарслигидаги маълумотлардан фойдаланинг, 17- жадвал.

*Жавоб:* 900 кНсм.

**4.47.** Двутавр кесимли пўлат стержень (ўлчамлари расмда кўрсатилган, мм) стержень учларига қўйилган ва ҳар қайсиси 1000 Нм дан бўлган икки кучлар жуфти таъсирида. Энг катта уринма кучланишлар нимага тенг, улар қаерда пайдо бўлади? Стерженнинг 100 см узунлигида буралиш бурчаги нимага тенг?

*Кўрсатма.* Н. М. Беляевнинг: «Материаллар қаршилиги» дарслигидаги маълумотлардан фойдаланинг (218—219 бетлар).

*Жавоб:* 5000 Н/см², ташқи сирти яқинида токчалар ўртасида вужудга келади, 0,032 рад.

## 14-§. Кичик қадамли винтли пружиналар

**4.48.** Диаметри 20 мм бўлган думалоқ кесимли цилиндрик пўлат винтли пружина 1000 Н ўқ бўйлаб йўналган куч билан қисилган. Пружина ўрамларининг ўрта диаметри 160 мм, ўрамлар сони 8. Пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишни, чўкиш катталигини ва пружина деформациясининг тўлиқ потенциал энергиясини аниқланг.

*Ечиш.* Стерженидаги энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{max} = \frac{P}{F} + \frac{M_б}{W_p} = \frac{P}{\pi r^2} + \frac{2PR}{\pi r^3} = \frac{1000}{\pi}(1 + 16) = 5410 \text{ Н/см}^2,$$

Пружинанинг чўкиши:

$$\lambda = \frac{4PR^3n}{Gr^4} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 8^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^6 \cdot 1^4} = 2{,}048 \text{ см}.$$

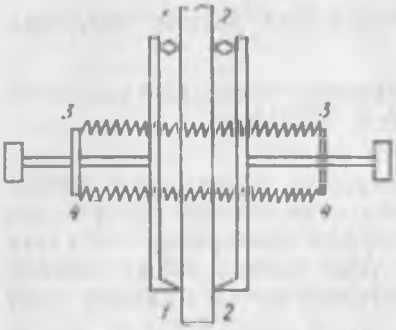
Пружина деформациясининг тўлиқ потенциал энергияси:

$$U = \frac{P \cdot \lambda}{2} = 1024 \text{ Н·см}.$$

**4.49.** Диаметри 6 мм ли пўлат симдан тайёрланган цилиндрик винтли пружина 10 ўрамдан иборат. Пружина ўрамининг ташқи диаметри 66 мм. Энг катта уринма кучланиш 24000 Н/см² дан ошмайдиган стерженидаги ўқ бўйлаб йўналган чўзувчи кучни аниқланг. Шунда пружинанинг узайиши, эластик деформациянинг тўлиқ иши ва пружинанинг бикрлиги, яъни пружинани 1 см чўзиш учун зарур куч нимага тенг?

*Жавоб:* 323 Н; 5,38 см; 869 Н·см; 60 Н/см.

**4.50.** Винтли пружина ҳосил қилиш учун диаметри 5 см ли барабанга шунча диаметри 6 мм ли пўлат сим ўралиши керакки, 90 Н нагрузка таъсирида пружина 2,5 см чўксин. Бунинг учун зарур сим узунлигини аниқланг (пружина учларининг узунлигини ва ўрамларнинг қиялигини ҳисобга олманг).



4.51- масалага оид

Симнинг пружина учлари орасидаги буралиш бурчаги нимага тенг?

*Жавоб* 361 см; 51°15′.

**4.51.** Қўзгули ўлчаш асбоблари қурилмасининг намунада синаш пайтида асбоб пластинкалари *1—1* ва *2—2* (расмга қаранг) намунага струбциналар ёрдамида қисилади. Струбциналарда иккита бир хил цилиндрик пўлат пружина *3—3* ва *4—4* бор. Агар пружиналарни 10 мм га қисганда тирак винтнинг пластинкага босими 4 Н бўлиши керак бўлса, пружиналардан ҳар қайсиси қанчадан ўрамга эга бўлиши керак? Бунда пружиналарда қандай максимал уринма кучланишлар вужудга келади? Пружина симининг диаметри 0,5 мм, ўрамининг диаметри 4 мм.

*Жавоб:* 49 ўрам, 17300 Н/см².

**4.52.** Буферга ишлатиладиган пўлат винтли пружина ўрамларининг ўрта диаметри 20 см. Пружина 5 см га чўкканда у 500 Нм энергияни ютиши лозим. Шу билан бирга пружина стерженидаги энг катта уринма кучланиш 17500 Н/см² дан ошмаслиги керак. Пружина стерженининг диаметрини ва ўрамлар сонини аниқланг.

*Ечиш.* Пружинанинг потенциал энергияси $U=\frac{P\cdot\lambda}{2}=50000$ Н/см, бундан $P=20000$ Н.

Пружина стержени материалидаги энг катта кучланиш:

$$\tau_{max}=\frac{P}{\pi r^2}+\frac{2PR}{\pi r^3}=17500\ \text{Н/см}^2.$$

Бу формулага $P$ нинг сон қийматларини қўйиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$r+2R=2{,}75r^3.$$

Бирин-кетин танлаш йўли билан $r=2$ см эканлигини топамиз.

Ўрамлар сони

$$n=\frac{\lambda Gr^4}{4PR^3}=\frac{5\cdot 8\cdot 10^6\cdot 2^4}{4\cdot 20000\cdot 10^3}=8.$$

**4.53.** Агар олдинги масалага қуйидаги ўзгаришлар киритсак, яъни пружина 1000 Нм энергияни ютиши лозим бўлса, пружина стерженининг диаметри ва ўрамлар сони қанча марта ўзгаради?

*Жавоб:* Диаметр 1,27 марта, ўрамлар сони 11 гача ортади.

**4.54.** Цилиндрик винтли пружина 2000 Н юк таъсирида турибди. Унинг бу юкдаги тўлиқ чўкиши (ўрамларнинг бир-бирига тегиши) 8 см. Силжишга рухсат этиладиган кучланиш 18000 Н/см². Пружина ясашда пўлат сим диаметри 16 см ли

барабанга ўраладн. Сим диаметрини, пружина ўрамлар сонини ва тўлиқ баландлигини аниқланг. Бундай пружинанинг назарий оғирлиги нимага тенг?

*Кўрсатма.* Пружина ўрамининг радиусини $R_0 + r$ орқали ифодаланг, бунда $R_0$ — барабан радиуси. Мустаҳкамлик шартига кўра ушбу тенглама ҳосил бўлади:

$$R_0 + 1{,}5r = 14{,}13r^3$$

*Жавоб:* 17,4 мм; 7 ўрам; 20 см; 72 Н.

**4.55.** Диаметри 7,5 см бўлган ва дастлабки куч $P_0$ остида пружина билан қисилган сақлаш клапани 8 ат босимда пружина 2 см қисилгандан сўнг очилиши керак. Бутунлай юксиз турган пружина ўрамлари орасидаги масофа 5 мм, клапан очиқ турганда эса пружина 16 мм га тенг запас деформацияни сақлайди. Пружина ўрамларининг ўрта диаметри 6 см, пружина пўлат стерженининг диаметри 12 мм. Зарур ўрамлар сонини, дастлабки куч катталигини ва пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Клапандаги босим 8 ат га етганда клапан пружинага узатадиган куч $P = 3532$ Н, дастлабки куч $P$ таъсирида пружина қуйидагича чўкиши керак.

$$\lambda_0 = 0{,}5n - 1{,}6 - 2 = 0{,}5n - 3{,}6 \text{ (см)}.$$

Куч $P_0$ дан чегаравий қиймат $P$ гача катталашганда пружинанинг чўкиши 2 см га ошади. Пружинанинг чўкиши формуласини икки марта ёзамиз:

$$2 = \frac{4(P - P_0)R^3 n}{Gr^4}, \qquad (1)$$

$$0{,}5n - 3{,}6 = \frac{4P_0 R^3 n}{Gr^4}. \qquad (2)$$

Бу икки тенгламани биргаликда ечиб, $n = 12{,}1 \approx 12$ ва $\lambda = 2{,}45$ см ни ҳосил қиламиз, сўнгра мутаносиб пропорция $(P - P_0) : P_0 = 2 : 2{,}45$ дан $P$ қийматини топамиз.

*Жавоб:* 12 ўрам; 1940 Н; 34300 Н/см².

**4.56.** Цилиндрик винтли пружина стержени сифатида юпқа деворли пўлат найча хизмат қилади. Пружина шундай катталикдаги ўқ бўйлаб йўналган куч билан юкланганки, пружина стерженидаги уринма кучланишнинг ўрта қиймати 30 000 Н/см² га тенг. Металлнинг 10 Н га тўғри келадиган потенциал энергияни аниқланг. 4.28 га тегишли кўрсатмадан фойдаланинг.

*Жавоб:* $\dfrac{\tau_{ўр}^2}{2G \cdot \gamma} = 72{,}2$ Н·м/Н.

**4.57.** Квадрат кесими 10×10 мм бўлган ва пўлатдан ясалган цилиндрик винтли пружинада 12 ўрам бор. Ўрамларнинг ўрта радиуси 5 см. Агар синишга рухсат этиладиган кучланиш 28 000 Н/см² бўлса, пружинага қўйилиши мумкин бўлган энг катта кучни аниқланг. Шу куч таъсир этганда пружина қанчага чўкади?

*Жавоб:* 1120 Н; 9,42 см.

**4.58.** Ташқи диаметри 20 см ва деворининг қалинлиги 2 см бўлган пўлат труба қадами 3 см (плюс қирқиш йўли қалин-




4.60- масалага оид

лиги) бўлган цилиндрик винт йўлли қилиб қирқилган. Натижада 10 ўрамли пружина ҳосил бўлган. Сўнгра бу пружинага ўқ йўналишида 9000 Н куч осилган ва у пружинани чўзган. Пружина қанча узайган, ундаги энг катта уринма кучланиш қанчага тенг ва пружинанинг тўлиқ потенциал энергияси қанча?

*Жавоб:* 10,9 см; 30760 Н/см, 49050 Н/см.

**4.59.** Диаметри 3 см бўлган доира кесимли цилиндрик пўлат винт пружина ичига кесимининг диаметри 2 см бўлган иккинчи пружина жойлаштирилган. Ташқи пружинанинг ўртача диаметри 16 см, иккинчисини 10 см, иккала пружинанинг баландлиги бир хил ва ҳар қайсиси ўнтадан ўрамга эга. Пружинага 20 000 Н нагрузка таъсир қилади ва иккала пружинани бир хил чўктиради. Ҳар бир пружинага қанча нагрузка тушади, улар қанчага чўкади ва ҳар қайси пружинадаги энг катта уринма кучланиш қанча?

*Жавоб:* 11040 ва 8960 Н; 5,6 см; 18220 ва 31390 Н/см².

**4.60.** Ўрамларининг ўртача радиуси бир хил ($R=10$ см) бўлган икки пружина доира кесимининг диаметри $d=2$ см ли пўлат симдан ясалган. Пружиналар икки қўзғалмас текисликлар орасига қўйилган. Расмда кўрсатилганидек пружиналар орасига нагрузка плитаси қўйилган бўлиб, у пружиналарнинг учларига қаттиқ маҳкамланган. Плита орқали пружиналарга пастга йўналган нагрузка $P=4500$ Н узатилади. Плита оғирлигини ҳисобга олмай туриб, пружиналар орасида нагрузка қандай тақсимланганлигини аниқланг. Юқоридаги пружинада тўртта ўрам, пастдагисида бешта ўрам бор. Плитанинг вертикал силжиши қанчага тенг? Ҳар қайси пружина стерженидаги уринма кучланиш қандай катталикка эришади?

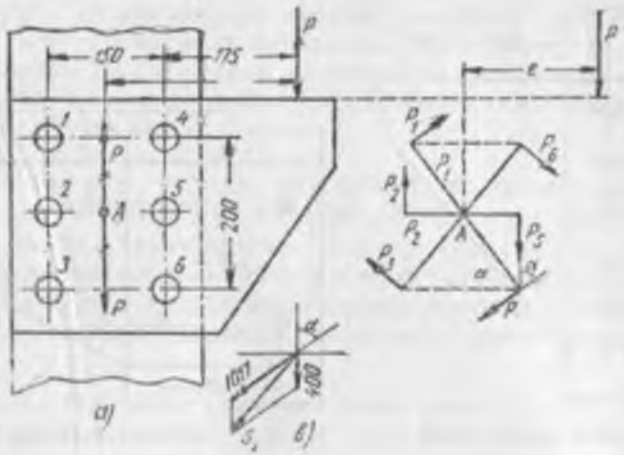
*Жавоб:* 2500 ва 2000 Н; 5 см; 16720 ва 13380 Н/см².

**4.61.** Доира кесимининг диаметри 2 см бўлган конуссимон пўлат рессора 4000 Н куч билан қисилади. Пружина устки ўрами ўқининг радиуси 4 см, пасткисиники 20 см. Агар пружина 6,5 см га чўкадиган бўлса, пружина стерженидаги энг катта уринма кучланишларни аниқланг.

*Кўрсатма.* Конуссимон пружиналарнинг ҳисоби Н. М. Беляевнинг дарслигида берилган, 210- бет.

*Жавоб:* 26750 Н/см²; 8 ўрам.

**4.62.** Пассажир вагонининг кузови бутун жиҳозлари билан бирга 180 кН келади ва у квадрат кесими $3\times3$ см бўлган 32 та конуссимон пўлат пружиналар устида туради. Ҳар қайси пружинадаги ўрамлар сони 6 та. Статик юкламандаги синишга рухсат этиладиган кучланиш 20 000 Н/см². Ўрамнинг энг катта радиуси 12 см, энг кичиги 6 см. Агар ҳар қайси йўловчи ўз юки билан бирга ўртача 1000 Н деб олинса, вагонга қанча




4.63- масалага онд

пассажирни сигдириш мумкин? Бўш вагон пружиналарни ўртача қанча чўктиради? Пассажирлар бор вагончи?

*Жавоб:* 104 киши; 1,9 см ва 3 см.

## 15-§. Силжиш ва буралишга ишлайдиган конструкциялар

**4.63.** Устунга олтита парчин мих билан маҳкамланган кронштейн (расмга қаранг) $P=24000$ Н куч билан юкланган. Энг кўп куч таъсир қиладиган парчинмихга тўғри келадиган тўлиқ кучни аниқланг.

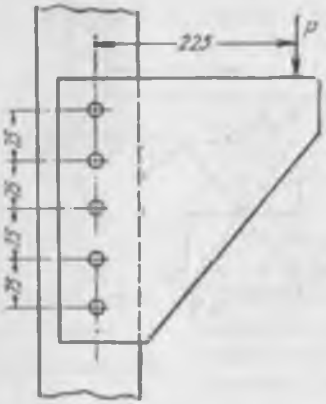
*Ечиш.* Куч $P$ ни парчин михли бирикма $A$ марказига келтирамиз. Бир чизиқча чизилган куч $P$ олтита парчин мих ўртасида тенг тақсимланади. Улар ҳар қайсисига пастга томон вертикал йўналган куч $P_0=4000$ Н тўғри келади. Иккита чизиқча чизилган кучлар $P$ эса жуфт $P\cdot e$ ни ҳосил қилади. Бу жуфт парчин михли бирикмани бурайди. Буралган стерженга ўхшатиб бунда ҳам кучлар жуфти $P\cdot e$ ҳосил қиладиган Р куч парчин михнинг А марказидан масофа $\rho_к$ га пропорционал ва ҳар қайсиси ўз радиусига ($\rho_к$ га) перпендикуляр йўналган. Расмдан кўриниб турибдики, $\rho_1=12{,}5$ см, $\rho_2=7{,}5$ см, $e=250$ мм$=25$ см. Айтилганлардан шу нарса келиб чиқадики. $P_1:P_2=12{,}5:7{,}5$; $P_1=\frac{5}{3}P$ экан (расм, *б* га қаранг). Демак. $P_1=P_3=P_4=P_6$ ва $P_2=P_5$. Парчин михли бирикмани бурайдиган момент $M_б=P\cdot e=\sum P_б\cdot\rho_б$.

Сон қийматларини қўйиб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

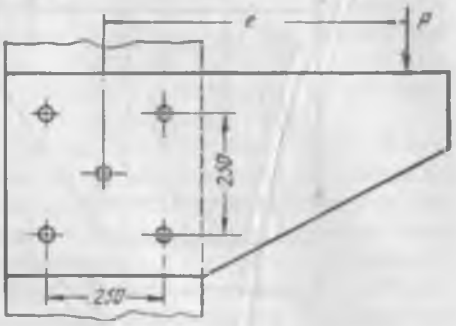
$$24000\cdot 25=4\frac{5}{3}\cdot P_2\cdot 12{,}5+2P_2\cdot 7{,}5.$$

Тенгламадан ушбуни топамиз: $P_2=6100$ Н,: $P_1=10170$ Н.

Ўртадаги парчин михлар *2* ва *5* дан энг кўп юкланган парчин мих *5* ҳисобланади, у тўлиқ куч $S_5=P_5+P_0=6100+4000=10100$ Н ни қабул қилади.




4.64- масалага оид




4.65- масалага оид

Четдаги тўртта парчин михлардан энг кўп юкланган *4* ва *6* ҳисобланади (расм, *б* ва *в*). $\cos\alpha = 0{,}6$ бўлганда бу парчин михлардаги тўлиқ куч

$$S_4 = S_6 = \sqrt{10170^2 + 4000^2 + 2 \cdot 10170^2 \cdot 4000 \cdot 0{,}6} = 13000 \text{ Н}.$$

Демак, ҳар қайсиси тўлиқ куч $S = 1300$ Н ни қабул қиладиган парчин михлар *4* ва *6* энг кўп юкланган экан.

**4.64.** Расмда тасвирланган парчин михли бирикма $P = 35$ кН кучдан тушадиган нагрузкани қабул қилади. Парчин михларнинг диаметри 20 мм. Парчин михлар якка қирқишга ишлайди. Энг кўп юк тушадиган парчин михдаги уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 7040 Н/см².

**4.65.** Қалин пўлат листдан қилинган кронштейн пўлат устунга вертикал куч $P = 30\,000$ Н ни расмда кўрсатилган болтли бирикма орқали узатади. Болтлар якка қирқишга ишлайди, уларнинг диаметри 23 мм. Қирқишга рухсат этиладиган кучланиш 10 000 Н/см². Консолнинг рухсат этиладиган чиқариш ўлчами *e* қанча?

*Жавоб:* Кўпи билан 87 см.

**4.66.** Диаметри 10 см бўлган яхлит вал буралишга ишлайди. Унда туташув жойи труба муфта билан ёпилган. Муфтанинг икки ёни валга пайвандланган (104- расмга қа-




4.66- масалага оид

ранг). Муфта ва вал материали бир хил бўлиб, уларнинг силжишга рухсат этиладиган кучланиши 6000 Н/см². Муфтанинг ички диаметри 10 см, ташқи диаметри 12 см, рухсат этиладиган буровчи моментни аниқланг. Пайванд чок материалида кучланиш қанчага тенг?

*Жавоб:* 10530 Нм, 7920 Н/см².

**4.67.** Диаметри $d_в = 10$ см бўлган вал энг катта уринма кучланиш $\tau_{max} = 7000$ Н/см² да ишлайди. Унинг икки қисми болтли фланец ёрдамида бириктирилган. Болтлар радиуси $R = 10$ см ли айлана бўйлаб бир-биридан тенг масофада жойлаштирилган. Диаметри 20 мм бўлган болтлардаги қирқиш кучланиши 6000 Н/см² дан ошмаслиги керак. Фланецли бирикмада қанча болт бўлиши керак?

*Кўрсатма.* Вал қабул қиладиган буровчи момент $M_б = 0{,}5\,\pi r\, v_в^2 \tau_{max}$ фланецли бирикмага $n$ та болтда узатилади: $M_б = P \cdot R \cdot n$. бунда $P$—битта валга тўғри келадиган куч: $P = \pi r_б^2 \cdot [\tau]$.

*Жавоб:* 8 болт.

**4.68.** Икки труба фланецлар ёрдамида диаметри 40 мм ли олтита болт билан бириктирилган. Болтлар айланада хорда бўйича бир-биридан 28 см масофада жойлашган. Болтлардаги якка қирқишга рухсат этиладиган кучланиш 6000 Н/см². Бу бирикма қанча буровчи моментни узатиши мумкин? Агар қалинлиги 16 мм бўлса, фланец деворга болтларнинг эзиш кучланиши қанча?

*Жавоб:* 90,4 кН·м, 11770 Н/см².

**4.69.** Диаметри 80 мм ва 100 мм бўлган икки яхлит вал фланецлар ёрдамида тўртта болт билан бириктирилган. Диаметри 20 мм ли болтлар икки ўзаро перпендикуляр диаметрларда валлар ўқидан 10 см масофада жойлашган. Бирикма 8000 Нм буровчи моментни узатади. Валларнинг ҳар қайсисидаги энг катта уринма кучланишларни ва болтлардаги уринма кучланишларни аниқланг.

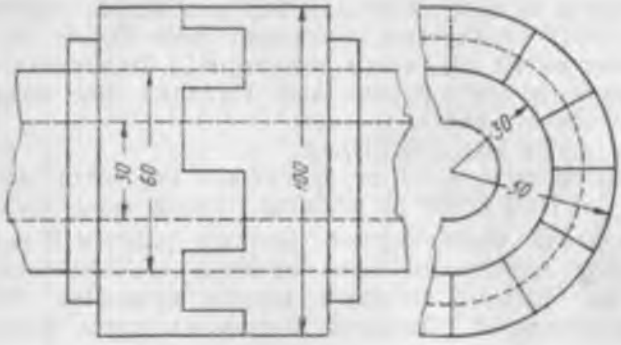
*Жавоб:* 7950; 4080 ва 6360 Н/см².

**4.70.** Буровчи момент 250 кНсм ни узатадиган фланецли бирикмада радиуси 7,5 см ли айлана бўйлаб диаметри 25 мм ли тўртта симметрик болт қўйилган. Болтлардан бири ишдан чиқди. Қолган уч болтнинг ҳар қайсисига қанча нагрузка тўғри келишини ва улардаги уринма кучланишлар нимага тенглигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Қолган учта болтдаги оғирлик марказини ва уларда вужудга келадиган кучларни топиш керак. Бундай ҳол 4.68-масалада тушунтирилган эди. Учта болтдаги кучлар моменти (уларнинг оғирлик марказига нисбатан) буровчи моментга, тенг таъсир этувчи куч эса нолга тенг.

*Жавоб*: Битта диаметр учларида жойлашган икки болтга энг кўп нагрузка тушади: $P' = P'' = 13170$ Н; $P''' = 8330$ Н.

Болтлардаги кучланишлар тегишлича 2690 ва 1700 Н/см².




4.72- масалага оид

**4.71.** Вални 200 айл/мин тезликда айлантирадиган шкив диаметри 75 мм ли яхлит валга 125 от кучи узатади. Шкив валга кесими 10×10 мм ва узунлиги 100 мм бўлган шпонка ёрдамида бириктирилган. Шпонкадаги уринма кучланишларни ва шпонканинг ариқча деворига эзилиш кучланишини аниқланг.

*Жавоб:* 11940 Н/см²; 23880 Н/см².

**4.72.** Ташқи диаметри 60 мм, ички диаметри 30 мм бўлган ичи бўш валнинг икки қисмн ташқи диаметри 100 мм, ички диаметри 60 мм ли кулачокли муфта билан бириктирилган (расмга қаранг). Вал материалндаги энг катта уринма кучланишлар [τ] га тенг. Агар кучланишни ҳар бир тиш асоси кесими бўйича бир текис тақсимланган деб ҳисобланса, бу кучланишларнинг қандай қисмини синдирувчи кучланиш τ ташкил қилади.

*Жавоб:* $\tau = 0{,}396\,[\tau]$.

5-боб

# ЯССИ ШАКЛЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

## 16-§. Симметрия ўқларига эга бўлган кесимларнинг геометрик характеристикалари

**5.1.** Тўғри тўртбурчак юзасининг $x$ ва $y$ ўқларига нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментларини ҳисобланг. Ўқлар тўғри тўртбурчакнинг $b=24$ см, $h=80$ см ўлчамли икки томонига мос тушади.

*Жавоб*: $J_x = \frac{bh^3}{3} = 216000$ см$^4$;

$$J_y = \frac{b^3 \cdot h}{3} = 138200 \text{ см}^4$$

$$J_{xy} = \frac{b^2 \cdot h^2}{4} = 129600 \text{ см}^4.$$

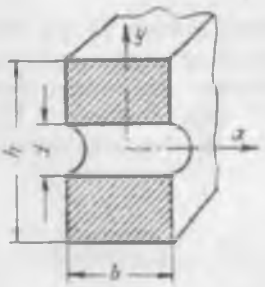
**5.2.** Думалоқ тешик билан кучсизланган тўғри тўртбурчак брус кесимининг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари катталигини аниқланг (расмга қаранг). Ўлчамлар қуйидагича: $b=12$ см, $h=20$ см, $d=5$ см.

*Жавоб*:

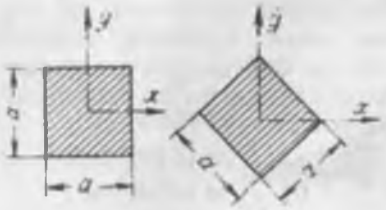
$$J_x = 7875 \text{ см}^4;\ J_y = 2160 \text{ см}^4;$$

$$W_x = 787{,}5 \text{ см}^3;\ W_y = 360 \text{ см}^3.$$

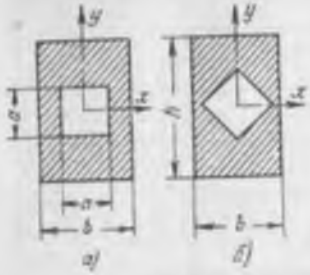
**5.3.** Ўқ $x$ ни горизонтал қолдирган ҳолда (расмга қаранг) кесимини 45° бурчакка бурилса, томонлари $a$ га тенг бўлган



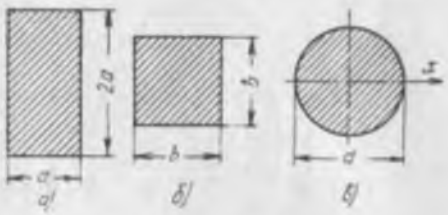

5.2- масалага оид




5.3- масалага оид



5.4- масалага онд



5.5- масалага онд

квадратнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моменти ва қаршилик моменти қандай ўзгаради?

*Жавоб:* Инерция моменти ўзгармайди, қаршилик моменти 41% кичраяди.

**5.4.** Расмда кўрсатилган ичи бўш тўғри тўртбурчак кесимнинг бош марказий инерция моментлари, бош инерция радиуслари ва қаршилик моментларини ҳисобланг. Ўлчамлар: $b=12$ см, $h=20$ см, $a=6$ см. Агар расм, *б* да кўрсатилганидек ички квадрат бўшлиқ 45° бурчакка бурилса, кесимнинг бу характеристикалари қандай ўзгаради?

*Жавоб*:

а) $J_x = 7892$ см$^4$; $J_y = 2772$ см$^4$; $i_x = 6{,}16$ см;
$W_x = 789{,}2$ см$^3$; $W_y = 462$ см$^3$; $i_y = 3{,}69$ см.

б) ўзгармайди.

**5.5.** Агар уччала кесим юзаси $F$ бир хил бўлса (расмга қаранг) тўғри тўртбурчак, квадрат ва доиранинг кесимлари инерция моментлари катталигини марказий ўқ $x$ га нисбатан таққосланг.

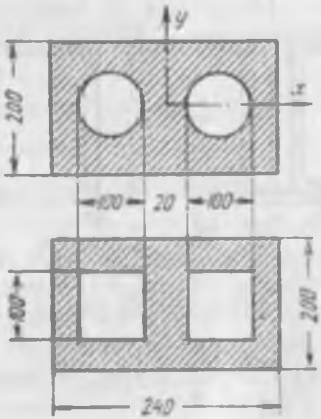
*Кўрсатма.* Шаклларнинг инерция моментларини кесим юзаси орқали ифодаланг.

*Жавоб*:

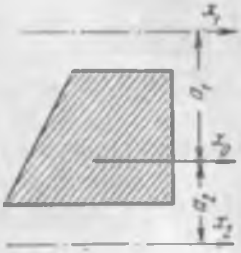
а) $J_x = 0{,}167 \cdot F^2$;
б) $J_x = 0{,}0833 \cdot F^2$;
в) $J_x = 0{,}0797 \cdot F^2$.

**5.6.** Қуйидаги икки вариантда лойиҳаланган тўғри тўртбурчак шаклли икки каналли трубанинг бош марказий инерция моментларини ҳисобланг: а) ҳар бирининг диаметри $d=10$ см бўлган икки думалоқ тешикли, б) ҳар бирининг ўлчами $10\times10$ см бўлган икки квадрат тешикли. Кесимларининг ўлчамлари расмда мм да берилган.

*Жавоб*: *а*) $J_x \approx 15000$ см$^4$,
$J_y \approx 16400$ см$^4$;
*б*) $J_x \approx 14300$ см$^4$,
$J_y \approx 14200$ см$^4$.



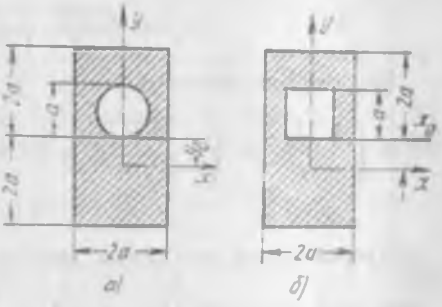

5.6- масалага онд




5.7- масалага онд

5.7. Юзаси $F$ бўлган кесимнинг $x_2$ ўққа нисбатан инерция моменти катталигини аниқланг. Унинг $x_1$ ўқига нисбатан инерция моменти берилган (расмга қаранг). Кесимларнинг оғирлик марказидан $x_1$ ва $x_2$ ўқларгача бўлган масофа $a_1$ ва $a_2$ ларга тенг.

*Жавоб* $J_{x_2} = J_{x1} + F(a_2^2 - a_1^2)$.




5.8- масалага онд

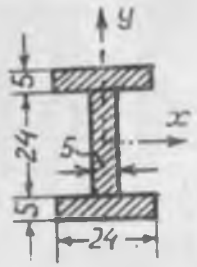
5.8. Қуйидаги икки вариантда лойиҳаланган тўғри тўртбурчак кесимли трубанинг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини таққосланг (расмга қаранг): а) думалоқ тешикли ва б) кесим баландлиги бўйича бир хил жойлашган квадрат тешикли. Кесимларнинг энг кичик қаршиликлар моментларини марказий ўқ $x$ га нисбатан ҳисобланг.

*Е ч и м.* а) вариант учун: Кесим юзаси $F = 8a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = 7{,}215a^2$, тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқи $x_0$ дан трубанинг оғирлик марказигача бўлган масофа $y_c = \frac{S_{x0}}{F}$, бунда

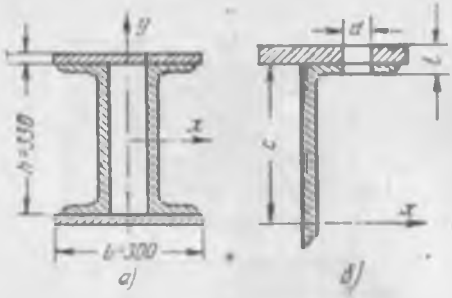
$$S_{x0} = -\frac{\pi a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = -\frac{\pi a^3}{8} \text{ ва } y_c = -\frac{\pi a^3}{8 \cdot 7.215 a^2} = -0{,}055a.$$

Кесимнинг марказий ўқ $x_0$ га нисбатан инерция моментини параллел ўқларга ўтиш формулаларидан ҳисоблаймиз:

$$[J_x = \sum (J_{x0} + F \cdot c^2)]$$




5.9- масалага оид




5.10- масалага оид

$$J_x = \left[\frac{2a(4a)^3}{12} + 8a^2\,(0{,}055a)^2\right] - \left[\frac{\pi a^4}{64} + \frac{\pi a^2}{4}\left(\frac{a}{2} + 0{,}055a\right)^2\right] = 10{,}33\ a^4.$$

Вертикал ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = \frac{4a\,(2a)^3}{12} - \frac{\pi a^4}{64} = 2{,}62\ a^4.$$

Бош инерция радиуслари:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{10{,}33}{7{,}215}a^2} = 1{,}2\,a;\quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{2{,}62}{7{,}215}a^2} = 0{,}6\,a$$

б) вариант учун ҳам шундай ҳисоблаш ишларини бажариб, ушбуни топамиз:

$F = 7a^2$; $y_c = 0{,}07a$; $J_x = 10{,}3a^4$; $J_y = 2{,}59a^4$; $i_x = 1{,}22a$; $i_y = 0{,}61a$.

Кесимларнинг бош ўқ x га нисбатан қаршиликлар моментлари:

а) $W_x = \dfrac{J_x}{y_{max}} = \dfrac{10{,}33a^4}{2{,}055a} = 5{,}027\ a^3$; б) $W_x = \dfrac{J_x}{y_{max}} = \dfrac{10{,}3a^4}{2{,}07a} = 4{,}976a^3$.

**5.9.** Ёғоч балка бир-бирига двутавр кўринишида елимланган бир хил тахтадан иборат (расмга қаранг). Агар ҳар қайси тахта кесимининг ўлчамлари $5\times24$ см бўлса, двутавр юзасининг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментларини аниқланг.

*Жавоб*: $J_x = 56660$ см$^4$. $J_y = 11770$ см$^4$;
$W_x = 3330$ см$^3$; $W_y = 980$ см$^3$.

**5.10.** Иккита швеллер № 33 дан иборат бўлган ва $300\times14$ мм ўлчамли листлар билан ёпилган йиғма балка (расмга қаранг) икки вариантда лойиҳаланади: а) пайвандлаб — листлар швеллерлар токчасига ён чоклар билан пайвандланади, б) парчинлаб — листлар швеллерлар токчасига диаметри $d=23$ мм ли парчин михлар ёрдамида пайвандланади. Иккала вариант учун кесимнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини ҳисобланг ва натижаларни таққосланг.

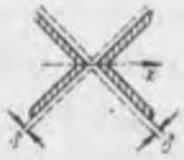
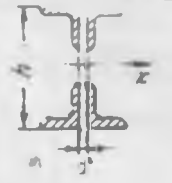
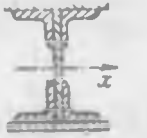
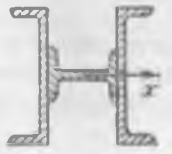
*Кўрсатма.* Кесимнинг парчин михлар учун очилган тешиклардан кучсизланишини ҳисоблаш мақсадида расм, *б* да штрихланмаган тўртта тешикнинг $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ушбу формуладан ҳисобланг: $\Delta J_x = 4\left(\frac{dt^3}{12} + dtc^2\right)$, тешикларнинг хусусий инерция моментларини $\left(\frac{dt^3}{12}\right)$ ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Бутун кесимнинг инерция моменти $J_н = J_{бр} - \Delta J$.

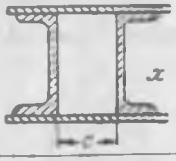
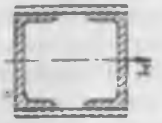
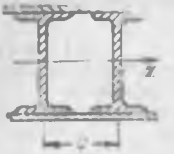
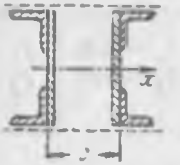
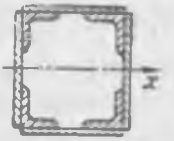
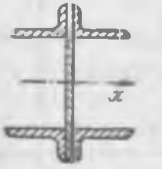
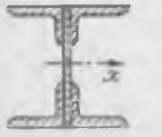
*Жавоб*: а) $J_x = 40800$ см$^4$; $W_x = 2280$ см$^3$,
б) $J_x = 34300$ см$^4$; $W_x = 1920$ см$^3$.

**5.11.** Прокат профиллардан тузилган пайванд кесимларнинг бош марказий инерция моментларини, қаршилик моментларини ва инерция радиусларини аниқланг (жадвалга қаранг). Таркибий кесимнинг элементлари биргаликдаги иши пунктир билан кўрсатилган бириктириш элементлари билан таъминланади.

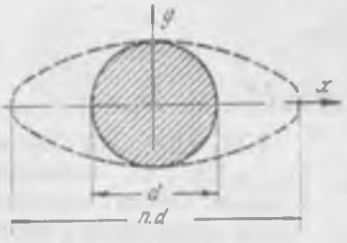
*Жавоб:* Жадвалга қаранг.

5.11 масалага

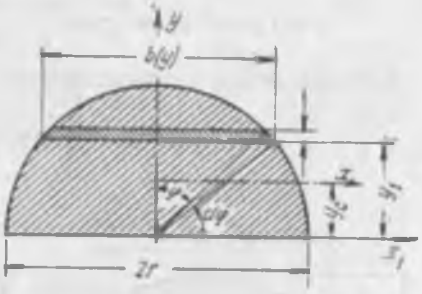
| Схема номери | Кесим схемаси | Кесим таркиби (мм) | | Жавоб см$^4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Вариант а) | Вариант б) | а) | б) |
| I |  | 2 бурчаклик 100×100×10 δ=10 | 2 бурчаклик 80×80×8 δ=8 | $J_x = 358$ $J_y = 784$ | $J_x = 147$ $J_y = 323$ |
| II |  | 2 бурчаклик 80×80×8 δ=8 | 2 бурчаклик 100×100×10 δ=10 | $J_x$=232 $J_y$=411 | $J_x$=568 $J_y$=998 |
| III |  | 4 бурчаклик 125×125×10 δ=10 $h$=400 | 4 бурчаклик 100×100×10 δ=8 $h$=300 | $J_x$=28 000 $J_y$=2960 | $J_x$=12 500 $J_y$=1990 |
| IV |  | 4 бурчаклик 140×90×10 лист 12×240 | 4 бурчаклик 110×70×8 лист 200×10 | $J_x$=10 400 $J_y$=4070 | $J_x$=5170 $J_y$=1630 |
| V |  | 2 швеллер № 36 Қўштавр№14 | 2 швеллер № 30 Қўштавр№14 | $J_x$=21 680 $J_y$=1160 00 | $J_x$=11 660 $J_y$=8566 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| VI |  | 2 швеллер №22<br>$c=100$<br>2 лист | 2 швеллер №16<br>$c=100$<br>2 лист | $J_x=11\,630$<br>$J_y=6740$ | $J_x=4320$<br>$J_y=3880$ |
| VII |  | 280×10<br>2 швеллер № 36<br>2 лист<br>240×12 | 250×8<br>2 швеллер № 22<br>2 лист<br>280×10 | $J_x=41570$<br>$J_y=13070$ | $J_x=11\,630$<br>$J_y=11\,380$ |
| VIII |  | 2 қўштавр № 14<br>240×8<br>$c=120$ | 2 қўштавр № 30<br>300×12<br>$c=150$ | $J_x=3250$<br>$J_y=3180$ | $J_x=31\,700$<br>$J_y=11\,300$ |
| IX |  | 4 бурчаклик 50×50×5<br>2 лист<br>200×6<br>$c=130$ | 4 бурчаклик 90×90×8<br>2 лист<br>220×8<br>$c=160$ | $J_x=2260$<br>$J_y=2170$ | $J_x=5850$<br>$J_y=8600$ |
| X |  | 4 бурчаклик 70×70—7<br>4 листа<br>200×6 | 4 бурчаклик 100×100×10<br>4 лист<br>300×10 | $J_x=5940$<br>$J_y=5940$ | $J_x=31\,190$<br>$J_y=31\,190$ |
| XI |  | 4 бурчаклик 140×90×10<br>лист<br>240×10 | 4 бурчаклик 160×100×12<br>лист<br>300×12 | $J_x=4060$<br>$J_y=4070$ | $J_x=8880$<br>$J_y=6110$ |
| XII |  | 4 бурчаклик 80×80×8<br>2 токча девор<br>180×10<br>600×10 | 4 бурчаклик 100×100×10<br>2 токча девор<br>240×10<br>900×10 | $J_x=89\,615$<br>$J_y=1595$ | $J_x=297\,380$<br>$J_y=3680$ |

5.12 Расмда пунктир билан кўрсатилганидек, айлана барча нуқталарининг абсциссаларини $n$ марта оширилса, донра кесимнинг бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари қандай ўзгаришини аниқланг.




5.12- масалага оид




5.13- масалага оид

*Жавоб*: $J_x - n$ марта; $J_y - n^3$ марта;
$W_x - n$ марта; $W_y - n^2$ марта катталашади.

**5.13.** Ярим доира юзасининг оғирлик маркази вазиятини аниқланг ва бош марказий инерция ўқларига нисбатан инерция моментларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Ечим.* Қўшимча ўқ $x_1$ дан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа қуйидаги формуладан аниқланади:

$$y_C = \frac{S_{x_1}}{F},$$

бунда

$$S_{x1} = \int_F y_1 dF, \text{ ва } F = 0{,}5\ \pi r^2.$$

Юзанинг статик моменти $S_{x1}$ ни ҳисоблаш учун элементар полоса $dF = b(y)\,dy$ ни ажратиб оламиз. Шунда $S_{x1} = \int_0^r b(y)\, y_1\, d\,y_1$.

Қутбий координаталарга ўтиб, қуйидагини топамиз:

$$b(y) = 2r\sin\varphi,\ y_1 = r\cos\varphi,\ d\,y_1 = -r\sin\varphi\, d\varphi.$$

Интеграл белгиси остига олиб ва унинг нолдан $r$ гача ўзгарганда бурчак $\frac{\pi}{2}$ дан 0 гача ўзгаришини ҳисобга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$S_{x1} = -2r^3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin^2\varphi\cos\varphi\, d\varphi = 2r^3 \frac{\sin^3\varphi}{3} \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3} r^3.$$

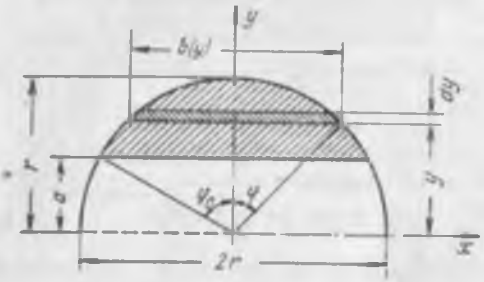
демак, $$y_C = \frac{2r^3}{3 \cdot 0{,}5\,\pi r^2} = \frac{4r}{3\pi}.$$

Ярим доиранинг марказий ўқ $x$ га нисбатан инерция моментини аниқлаш учун параллел ўқларга ўтиш формуласидан фойдаланамиз. Ярим доиранинг қўшимча ўқ $x_1$ га нисбатан инерция моменти доиранинг ўша ўққа нисбатан инерция моменти ярмига тенг, яъни $J_{x1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi r^4}{8}$ эканлигини билиб, қуйидагини топамиз:

$$J_x = J_{x1} - F \cdot y_C^2 = \frac{\pi r^4}{8} - \frac{\pi r^2}{2} \cdot \frac{16 r^2}{9\pi^2} = \frac{\pi r^4}{8}\left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \approx 0{,}11 r^4$$

Кесимнинг бошқа бош ўққа нисбатан моменти

$$J_y = 0{,}5 \cdot \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi r^4}{8} = 0{,}39\, r^4.$$




5.14- масалага оид

**5.14.** Марказий бурчак $2\varphi_0 = 120°$ га таянадиган доиравий сигмент юзасининг айлана марказидан ўтадиган $x$ ва $y$ ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Кўрсатма.* Ўқ $x$ дан ихтиёрий масофа $y$ да эни $b(y)$ ва баландлиги $dy$ бўлган элементар полосани ажратиб олиб, бунда $b(y) = 2r\sin\varphi$. $y = r\cos\varphi$ ва $dy = -r\sin\varphi\, d\varphi$ қуйидагини топамиз:

$$J_x = \int_F y^2 dF = -2r^4 \int_{\varphi_0}^{0} \sin^2\varphi\cos^2\varphi\, d\varphi = \frac{r^4}{2}\int_0^{\varphi_0} \sin^2 2\varphi\, d\varphi =$$

$$= \frac{r^4}{2}\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{\sin 4\varphi_0}{8}\right).$$

Сегментнинг кўриб чиқилаётган юзасининг бошқа ўқ $y$ га нисбатан инерция моментини асоси $dy$ ва баландлиги $b(y)$ бўлган элементар полосалар (тўғри бурчаклар) инерция моментлари йиғиндиси сифатида ҳисоблаш мумкин:

$$J_y = \int_{y_1}^{r} \frac{b^3(y)\, dy}{12} = \frac{8r^3}{12}\int_{\varphi_0}^{0} \sin^3\varphi\,(-r\sin\varphi)\, d\varphi = \frac{2r^4}{3}\int_0^{\varphi_0} \sin^4\varphi\, d\varphi =$$

$$= \frac{2r^4}{3}\left(\frac{3}{8}\varphi_0 - \frac{\sin\varphi_0}{4} + \frac{\sin 4\varphi_0}{32}\right).$$

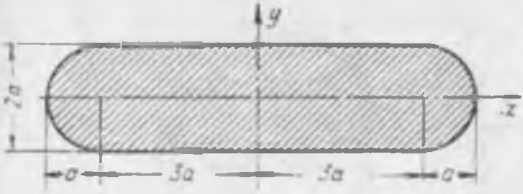
*Жавоб:* $J_x = \frac{r^4}{16}\left(4\varphi_0 - \sin 4\varphi_0\right) \approx 0{,}315\, r^4;$

$$J_y = \frac{r^4}{48}(12\varphi_0 - 8\sin 2\varphi_0 + \sin 4\varphi_0) \approx 011\, r^4.$$

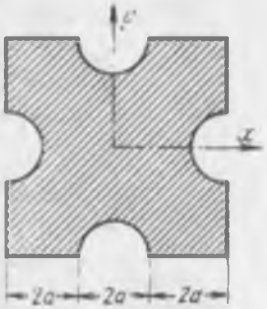
**5.15.** Расмда кўрсатилган кўприк таянчининг кесими бош марказий инерция моментлари ва қаршилик моментлари каталигини топинг. 5.13 масала ечимидаги натижалардан фойдаланинг.

*Жавоб:* $I_x \approx 4{,}785\, a^4$; $J_y = 73\, a^4$;

$$W_x \approx 4{,}785\, a^3 \quad W_y = 13{,}3\, a^3.$$




5.15- масалага оид




5.16- масалага оид

**5.16.** Квадрат шаклидаги ҳамда тўртта симметрик жойлашган $a$ радиусли ярим доиравий ўйиқлари бўлган кесим юзасининг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини аниқланг (расмга қаранг). 5.13 масала ечимидаги натижалардан фойдаланинг. Ўқлар $x$ ва $y$ 45° бурилганда кесимнинг бу характеристикалари қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 1) $J_x = J_y \approx 86{,}2\,a^4$; $i_x = i_y \approx 1{,}7\,a$.

2) ўзгармайди.

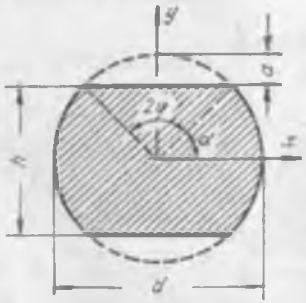
**5.17.** Кўприк тўсини диаметри $d = 2r = 24$ см бўлган ғўладан қилинган, унинг икки томони $a = 3{,}5$ см чуқурликда йўнилган (расмга қаранг). 5.14 масала ечимидаги натижалардан фойдаланиб, тўсиннинг марказий ўқ $x$ га нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини аниқланг.

*Кўрсатма.* Ҳар қайси йўнилган сегментларининг инерция моментини радиус ва марказий бурчак $2\varphi$ орқали ифодаланг.

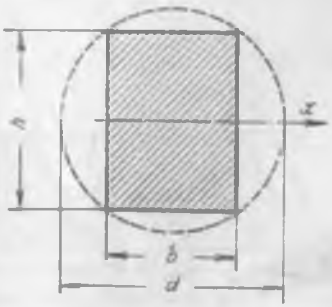
*Жавоб:* $J_x = \dfrac{r^4}{8}(4\alpha - \sin 4\alpha) = 8140$ см$^4$;

$W_x \approx 0{,}56\,r^3 = 958$ см$^3$.

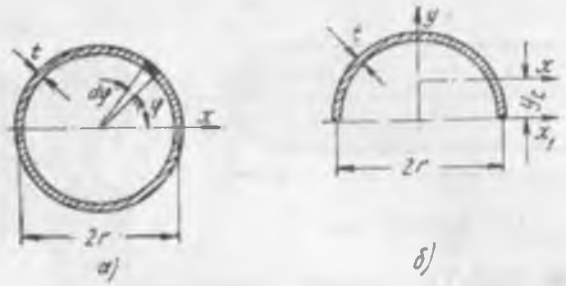
**5.18.** Диаметри $d$ бўлган думалоқ ғўладан тўғри тўртбурчак кесимли тўсин тайёрлаш керак. Унинг марказий ўқ $x$ га нисбатан қаршилик моменти энг катта қийматга эга бўлсин. Шу шартга кўра кесимнинг $b$ ва $h$ ўлчамларини аниқланг (расмга қаранг).




5.17- масалага оид




5.18- масалага оид




5.19- масалага оид

*Жавоб:* $b = \frac{d}{3}\sqrt{3}$; $h = \frac{d}{3}\sqrt{6}$; $\frac{h}{b} = \sqrt{2}$

**5.19.** Қуйидаги кесимларнинг бош марказий инерция моментлари катталигини аниқланг: а) юпқа деворли доиравий цилиндр, б) юпқа деворли ярим цилиндр (расмга қаранг), бунда деворларнинг қалинлиги $t$ радиус $r$ га нисбатан анча кичиклигини ҳисобга олинг.

*Кўрсатма.* Ҳалқанинг қутбий инерция моменти $J_\rho = \int_F \rho^2 dF$ ни ҳисоблаб олиш тавсия қилинади. Бунда $dF = t \cdot r\, d\varphi$ билан ифодаланг.

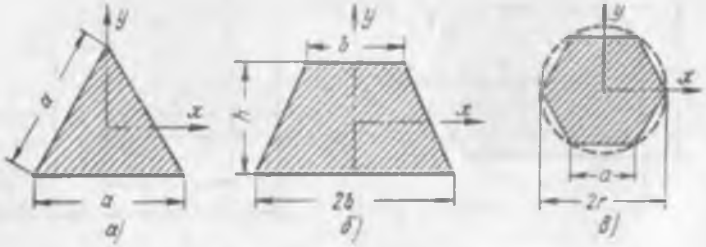
*Жавоб:* а) $J_x = J_y = \pi r^3 t$;

б) $y_C = \frac{2r}{\pi} \approx 0{,}637\, r$, $J_x \approx 0{,}3\, r^3\, t$, $J_y \approx 1{,}57\, r^3 \cdot t$.

**5.20.** Қуйидаги юзаларнинг бош марказий инерция моментларини ва бош инерция радиусларини ҳисобланг: а) тенг ёнли учбурчак, б) тенг ёнли трапеция ва в) радиуси $r$ бўлган доирага ички чизилган мунтазам олтибурчаклик.

*Жавоб:* а) $I_x = I_y = \frac{a^4\sqrt{3}}{96} \approx 0{,}018\ a^4$, $i_x = i_y = \frac{a}{2\sqrt{6}} \approx$

$\approx 0{,}204\ a$;




5.20- масалага оид

б) $J_x = \frac{13}{108} bh^3 = 0{,}12\,bh^3$, $J_y = \frac{5}{16} b^3 h \approx 0{,}312 b^3 h^3$;

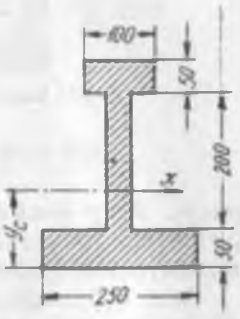
$i_y = 0{,}456b$, $i_x = 0{,}283h$;

в) $J_x = J_y = \frac{5r^4\sqrt{3}}{16} \approx 0{,}54\,r^4$;

$i_x = i_y = \frac{r\sqrt{30}}{12} \approx 0{,}456\,r$.

**521.** Токчасиннинг эни ҳар хил бўлган қўштавр (расмга қаранг, мм) учун кесимнинг оғирлик маркази вазиятнни аниқланг ҳамда шакл юзасининг марказий $x$ ўққа нисбатан инерция моментини ва энг кичик қаршилик моментини ҳисобланг. Деворнинг қалинлиги 25 мм.

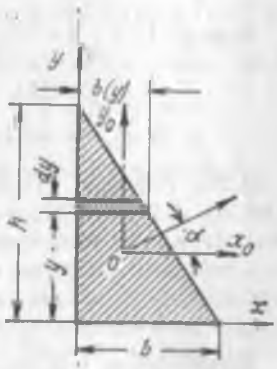
*Жавоб:* $y_C = 10{,}8$ см; $J_x = 25470$ см; $W_x = 1330$ см$^3$.



5.21- масалага оид

## 17- §. Носимметрик кесимларнинг геометрик характеристикалари

**5.22.** Учбурчак юзасининг $x$ ва $y$ ўқларига нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментлари катталикларини топинг. Ўқлар учбурчак катетларига тўғри келади. Олинган натижалардан фойдаланиб, учбурчакнинг ўқлар $x_0$ ва $y_0$ га нисбатан ўқ ҳамда марказдан қочма инерция моментларини ҳам аниқланг ва шаклининг бош инерция ўқлари вазиятини топинг.



5.22- масалага оид

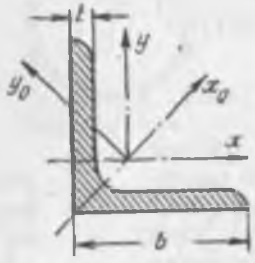
*Кўрсатма.* Юзаси $dF = b(y)\,dy$ бўлган элементар полосани ажратиб, инерция моментларини интеграл сифатида ҳисобланг.

$$J_x = \int_0^h y^2 b(y)\,dy;\quad J_y = \int_0^h \frac{b^3(y)\,dy}{3};\quad J_{xy} = \int_F x\,y\,dF = \int_0^h \frac{b(y)}{2} \cdot y \cdot b(y)\,dy.$$

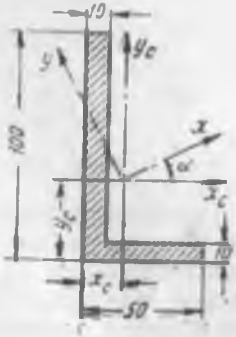
*Жавоб:* $J_x = \frac{hb^3}{12}$; $J_y = \frac{hb^3}{12}$; $J_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}$;

$$J_{x0} = \frac{bh^3}{36};\quad J_{y_0} = \frac{hb^3}{36};\quad J_{x_0y_0} = -\frac{b^2h^2}{72};\quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{bh}{h^2 - b^2}.$$

**5.23.** Ўлчамлари $125\times125\times10$ бўлган тенг ёнли прокат бурчаклнгн кесими юзасининг бурчаклик токчаларига параллел бўлган марказий ўқлар $x$ ва $y$ га нисбатан марказдан қочма инерция моменти катталигини топинг (илова, 1- жадвалга қа-




5.23- масалага оид




5.24- масалага оид

ранг). Агар кесимни вертикал ўқ атрофида 180° бурилса (горизонтал токчасини чапга қилиб) марказдан қочма инерция моментининг қиймати қандай ўзгаради?

Агар бурчакликни икки тўғри тўртбурчакка ажратиб ва думалоқланган жойларни ҳисобга олмай ҳисобланса, $J_{xy}$ катталикни аниқлашдаги хатолик қанча бўлишини аниқланг.

*Жавоб*: 1) $J_{xy} = \frac{J_{x0} - J_{y0}}{2} \sin 2\alpha = -211$ см$^4$ ($\alpha < 0$);

2) $J_{xy} = 211$ см$^4$ ($\alpha$ бурчакни ишораси ўзгаради).

3) $J_{xy} = -215$ см$^3$; хатолик 1,9 %.

**5.24.** Расмда кўрсатилган тенг ёнли бурчакликнинг кесими оғирлик маркази координаталарини аниқланг, шакл юзасининг бош марказий инерция ўқлари вазиятини топинг ва шу ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисобланг. Кесимни (ўлчамлари расмда мм да берилган) иккита тўғри тўртбурчакдан иборат деб қаранг (думалоқланган жойларни ҳисобга олманг).

*Жавоб*: $x_C = 1{,}2$ см; $y_C = 3{,}7$ см; $\alpha = 14°23'$;

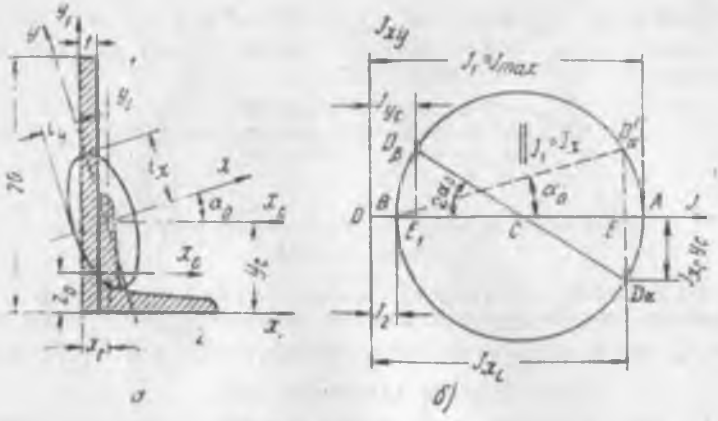
$J_x = I_{max} = 150$ см$^4$; $J_y = 15{,}7$ см$^4$.

**5.25.** Лист 200×10 мм ва тенг ёнли прокат бурчаклиги 90×90×9 дан тузилган кесим оғирлик марказининг координаталарини аниқланг (расмга қаранг). Бош марказий инерция ўқларини топинг, бош инерция моментлари катталигини ҳисобланг ва шаклнинг инерция эллипсини ясанг (расмда ўлчамлар см да берилган).

*Ечим.* Кесимнинг алоҳида элементлари геометрик характеристикаларини ёзамиз ва ҳисоблаймиз.

1. Лист: кесим юзаси $F_1 = 20$ см$^2$. Хусусий инерция моментлари

$$J_x^0 = \frac{1 \cdot 20^3}{12} = 667 \text{ см}^4. \quad J_y^0 = \frac{20 \cdot 1^3}{12} \approx 2 \text{ см}^4.$$



5.24- масалага оид

2. Бурчаклик (илова, 1- жадвалга қаранг):

$F_2 = 15{,}6$ см², $J_x^0 = J_y^0 = 118$ см⁴. $J_{max} = 186$ см⁴. $J_{min} = 48{,}6$ см⁴.

$$J_{xy}^0 = \frac{J_{max} - J_{min}}{2} \sin 2\alpha = -\frac{186 - 48{,}6}{2} = -68{,}7 \text{ см}^4, \quad z_0 = 2{,}55 \text{ см}.$$

1. Кесим оғирлик маркази координаталарини аниқлаш.

Ёрдамчи ўқлар $x$ ва $y$ ни танлаб, кесимнинг статик моментларини ҳисоблаймиз:

$$S_{x1} = F_1 y_{1\cdot1} + F_2 y_{1\cdot2} = 20 \cdot 10 + 15{,}6 \cdot 2{,}55 \cdot 2 = 239{,}7 \text{ см}^3.$$
$$S_{y1} = F_1 x_{1\cdot1} + F_2 X_{1\cdot2} = 20 \cdot 0{,}5 + 15{,}6 \cdot 3{,}55 = 65{,}2 \text{ см}^3$$

Ўқлар $x_1$ ва $y_1$ дан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$x_C = \frac{Sy_1}{F_1 + F_2} = \frac{65.2}{35{,}6} = 1.83 \text{ см}, \quad y_C = \frac{Sx_1}{F_1 + F_2} = \frac{239{,}7}{35{,}6} = 6{,}72 \text{ см}.$$

2. Бош марказий инерция ўқлари вазиятини аниқлаш.

Кесимнинг топилган оғирлик маркази орқали янги ёрдамчи ўқлар $x_C$ ва $y_C$ ни ўтказамиз. Бу ўқлар бурчаклик текисликларга параллел ва кесимнинг шу ўқларга нисбатан ўқ ва марказдан қочма моментларини ҳисоблаймиз. Бунда параллел ўқларга ўтиш формулаларидан фойдаланамиз. Ҳисоблашни жадвал тарзида бажарган маъқул.

5.25- масалага

**Кесим инерция моментлари жадвали**

| Кесим элементи номери | Юзаси, $F$, см² | Юзалар оғирлик маркази координаталари, см | | Юзалар инерция моментлари, см⁴ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $J_{x_C} = J_x^0 + Fy_C^2$ | | | $J_{y_C} = J_y^0 + Fx_C^2$ | | | $J_{x_C y_C} = J_{xy}^0 + Fx_C y_C$ | | |
| | | $x_C$ | $y_C$ | $J_x^0$ | $Fy_C^2$ | $J_{x_C}$ | $J_S^0$ | $Fx_C^2$ | $J_{y_C}$ | $J_{xy}^0$ | $Fx_C y_C$ | $J_{x_C y_C}$ |
| 1 | 20 | —1,33 | 3,28 | 667 | 215 | 882 | 2 | 35 | 37 | 0,00 | — 87 | — 86 |
| 2 | 15,6 | 1,72 | —4,17 | 118 | 272 | 380 | 118 | 46 | 164 | —68,7 | —112 | —181 |
| Жами: | | | | 785 | 487 | 1272 | 120 | 81 | 201 | —69 | —199 | —268 |

Шундай қилиб, $J_{xC} = 1272$ см$^4$, $J_{yC} = 201$ см$^4$ ва $J_{yC\,xC} = -268$ см$^4$

Ўқларга $x_C$ ва $y_C$ га бош ўқларнинг қиялик бурчаги қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{xC\,yC}}{J_{yC} - J_{xC}} = \frac{-2 \cdot 268}{201 - 1272} = 0{,}501.$$

Бундан

$$2\alpha_0 = 26°31',\ \alpha_0 = 13°18',\ \sin\alpha_0 = 0{,}23,\ \cos\alpha_0 = 0{,}973$$
$$\sin 2\alpha_0 = 0{,}443.$$

3. Бош марказий инерция моментларни ҳисоблаш.

Бурилган ўқларга ўтиш формулалардан фойдаланиб, қуйидагиларни оламиз:

$$J_x = J_{xC}\cos^2\alpha_0 + J_{yC}\sin^2\alpha_0 - J_{xC\,yC}\sin 2\alpha_0 = 1272 \cdot 0.973^2 + 201 \cdot 0{,}23^2 +$$
$$+ 268 \cdot 0{,}443 = 1336 \text{ см}^4,$$
$$J_y = J_{xC}\sin^2\alpha_0 + J_{yC}\cos^2\alpha + J_{xC\,yC}\sin 2\alpha_0 = 1272 \cdot 0{,}23^2 + 201 \cdot 0{,}973^2 -$$
$$- 268 \cdot 0{,}443 = 137 \text{ см}^4.$$

Ўша қийматлар $J_x$ ва $J_y$ ни олиб, тригонометрик функцияларни ўз ичига олмайдиган формулалардан ҳам фойдаланиш мумкин:

$$J_{\substack{\max\\\min}} = 0{,}5\left[(J_{xC} + J_{yC}) \mp \sqrt{(J_{xC} - J_{yC})^2 + 4J^2_{x_C y_C}}\right].$$

Арифметик амалларни текшириш ($J_x + J_y = J_{xC} + J_{yC} = \text{const}$):

$$J_x + J_y = 1336 + 137 = 1473 \text{ см}^4,\ J_{xC} + J_{yC} = 1273 + 201 = 1473 \text{ см}^4.$$

Бош инерция ўқларининг вазияти расмда кўрсатилган. Бурчак $\alpha_0 > 0$ бўлгани учун уни $x$ ўқдан бошлаб соат стрелкасига тескари йўналишда бош ўқ $x$ гача қўямиз. Агар $J_{xC\,yC} < 0$ бўлса, инерция моменти унга нисбатан энг катта қийматга эришадиган бош ўқ биринчи квадрат орқали ўтади. Топилган катталикларни таққослаб, $J_x = J_{\max} = J_1$; $J_y = J_{\min} = J_2$ эканлигини кўрамиз.

Кесимнинг бош инерция моментларини Мор доирасидан фойдаланиб (расм, б), график тарзда ҳам аниқлаш мумкин. Танланган масштабда нуқталарнинг координаталари $D_\alpha$ ($OE = J_{xC}$, $ED_\alpha = J_{xC\,yC}$) ва $D_\beta$ ($OE_1 = J_{yC}$, $E_1 D_\beta = J_{yC\,xC}$) ни қўйиб, худди берилган $\sigma_x$, $\tau_{xy}$ ва $\sigma_y$, $\tau_{yx}$ бўйича бош кучланишларни график тарзда аниқлагандагидек Мор доирасини ясаймиз.

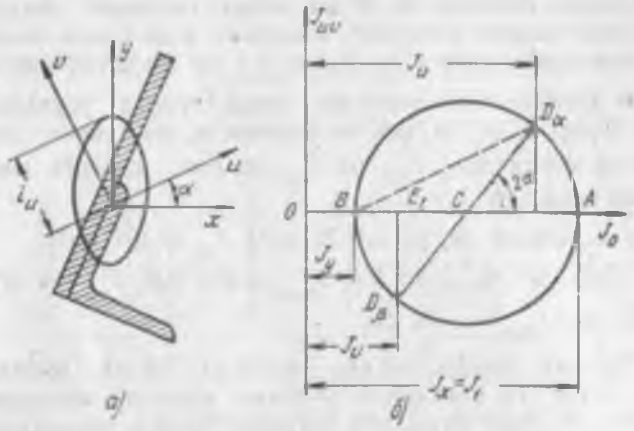
4. Кесимнинг инерция эллипсини ясаш.

Инерция эллипсининг тенгламаси $\dfrac{x^2}{i_y^2} + \dfrac{y^2}{i_x^2} = 1$, бунда $i_x$ ва $i_y$ кесимнинг инерция радиуслари эллипсининг ярим ўқлари ҳисобланади:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{1336}{35{,}6}} = 6{,}12 \text{ см}.\quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{137}{35{,}6}} = 1{,}96 \text{ см}.$$

Инерция радиусларини ўша масштабдаги тегишли ўқларга перпендикуляр қўйиб, уларда худди ярим ўқлардагидек инерция эллипсини ясаймиз (расмга қаранг).

**5.26.** 5.25 масалада кўрилган кесим учун аналитик (бурилган ўқларга ўтиш формулалари бўйича) ва график (Мор доираси ёрдамида ва эллипс бўйича) усулларда бош ўқларга $\alpha = 30°$ бурчакка қия (расм, *а*) ўқлар $u$ ва $v$ га нисбатан инерция моментларини аниқланг.




5.26- масалага оид

*Кўрсатма.* Мор доираси диаметридагидек бош марказий инерция моментлари фарқларига қурилади (5.25 масалага қаранг).

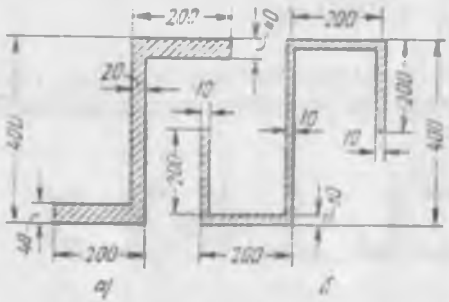
Инерция эллипсида инерция радиуси $i_u$ ўқидан ўша ўққа параллел эллипс уринмасигача масофа сифатида ўлчанади. $J_u = i_u^2 \cdot F$.

*Жавоб*: $J_u = 1035$ см$^4$; $J_v = 438$ см$^4$; $J_{uv} = 518$ см$^4$.

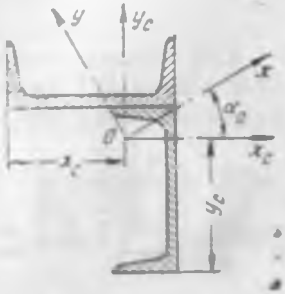
График ечими расмда кўрсатилган.

**5.27.** Расмда тасвирланган юпқа деворли (*а*) ва қайрилма токчали қалин деворли (*б*) зетсимон кесимлар учун бош марказий инерция ўқлари вазиятини топинг. Бош инерция моментларини ва бош инерция радиусларини аниқланг. Расмдаги ўлчамлар мм да берилган.

*Жавоб*: а) $\alpha_0 = -226°5'$, $J_x = 70900$ см$^3$, $J_y = 5400$ см$^4$;
$i_x = 17{,}7$ см, $i_y = 4{,}9$ см;
б) $\alpha_0 = -39°25'$, $J_x = 36100$ см$^4$, $J_y = 6900$ см$^4$,
$i_x = 17{,}65$ см, $i_y = 7{,}7$ см.




5.27- масалага оид




5.28- масалага оид

**5.28.** Иккита швеллер № 12 дан иборат кесимнинг оғирлик маркази координаталарини аниқланг, шаклнинг ўша кесим томонларига параллел марказий ўқлар ($J_{x_C}$, $J_{y_0}$, $J_{x_C y_C}$) га нисбатан инерция моментларини ҳисобланг ва аналитик ҳамда график усулларда бош ўқларнинг ўқлар $x_C \cdot y_C$ га қиялик бурчаги $\alpha_0$ ни топинг, шаклнинг бош инерция моментлари $J_{\max}$ ва $J_{\min}$ ва бош инерция радиусларн катталигини аниқланг.

*Жавоб*: $x_C = 8{,}23$ см, $y_C = 9{,}77$ см$^4$, $J_{y_C} = 467$ см$^4$;
$J_{y_C x_C} = -223$ см$^4$, $\alpha_0 = 30°15'$, $J_{\max} = 845$ см$^4$, $J_{\min} = 332$ см$^4$,
$J_{\max} = 5{,}63$ см, $i_{\max} = 3{,}54$ см.

**5.29.** Прокат профиллардан ясалган йиғма носимметрик кесимлар учун: 1) шаклнинг оғирлик маркази координаталарини топинг, 2) бош марказий инерция ўқлари вазиятини аниқланг, 3) аналитик ва график усулларда (Мор доирасини ясаб) кесимининг бош инерция моментлари, бош инерция радиусларини аниқланг ва инерция эллипсини ясанг. Кесимларнинг шакллари ва мм даги ўлчамлари жадвалдаги расмларда келтирилган.

*Жавоб.* Жадвалга қаранг (рақамлар яхлитланган).

**5.30.** Асоси $b = 30$ см, баландлиги $h = 40$ см ва ён томонининг вертикалга қиялик бурчаги $\varphi = 45°$ бўлган параллелограмм учун юзанинг марказий ўқлар $x_C$ ва $y_C$ га нисбатан ўқ ва марказдан қочма инерция моментларини аниқланг. Ўқ $x_C$ асосга параллел, бош инерция ўқлари йўналишини топинг ва бош инерция моментлари катталигини ҳисобланг. Масалани олдин ҳарфлар тарзида ечиб, кейин рақамли қийматларини ҳисобланг.

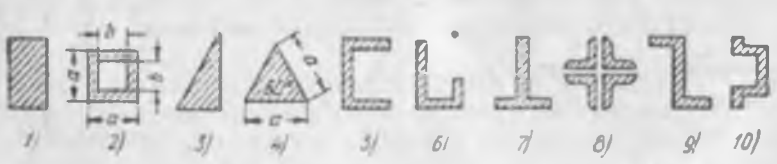
*Жавоб*: $J_{x_C} = \frac{bh^3}{12} = 160000$ см$^4$, $J_{y_C} = \frac{bh}{12}(h^2 \operatorname{tg}^2\varphi + b^2) = 25000$ см$^4$

$$J_{x_C y_C} = \frac{bh^3}{12} \operatorname{tg}\varphi = 160000 \text{ см}^4,$$

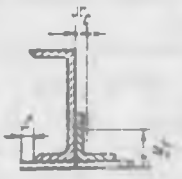
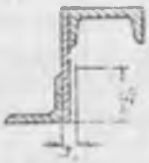
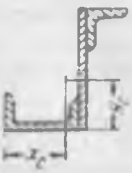
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\varphi}{(b/h)^2 + \operatorname{tg}^2\varphi - 1} = 3{,}55,\ \alpha = 38°8',\ J_{\max} = 371000 \text{ см}^4,$$

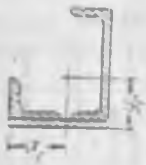
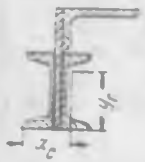
$$J_{\min} = 39000 \text{ см}^4.$$

**5.31.** Расмда тасвирланган шаклларнинг ҳар қайсиси учун бош марказий инерция ўқлари ва инерция эллипсларининг тахминий вазиятини кўрсатинг.




5.31- масалага онд

| Схема номери | Кесим схемаси | Вариант | Кесим таркиби, мм | Жавоб | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Оғирлик маркази координаталари, см | | $x_C$, $y_C$ ўқлар билан ҳосил қилган бурчак | Бош инерция моментлари, $см^4$ | |
| | | | | $x_C$ | $y_C$ | $\alpha$ | $J_{max}$ | $J_{min}$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 |  | а | Швеллер № 18 ∟80×80×8 | —0,37 | 11,51 | —11°40′ | 1565 | 245 |
| | | б | Швеллер № 24 ∟125×125×12 | —1,95 | 16,10 | —15°50′ | 4390 | 1155 |
| 2 |  | а | Швеллер № 18 а ∟90×90×8 | 0,33 | 6,50 | —13°30′ | 1730 | 320 |
| | | б | Швеллер № 24 ∟100×100×10 | 0,40 | 8,46 | —11° | 4200 | 580 |
| 3 |  | а | Швеллер № 20 л. 200×10 ∟100=100×10; $c = 12$ | 0,48 | 5,45 | 17°10′ | 2885 | 1065 |
| | | б | Швеллер № 30; л. 260×12 ∟140×140×12; $c = 0$ | 0,84 | 8,0 | 11°55′ | 11700 | 3000 |
| 4 |  | а | Швеллер № 14; л. 240×10 ∟125×80×10 | 0,93 | 11,35 | —28°50′ | 6175 | 855 |
| | | б | Швеллер № 16; 240×10 ∟160×100×12 | 0,21 | 10,5 | —34°05′ | 7070 | 2060 |
| 5 |  | а | Швеллер № 20; л. 180×10 ∟80×80×8 | 16,55 | 7,5 | 35°05′ | 4660 | 1080 |
| | | б | Швеллер № 14; л. 180×10 ∟110×110×8 | 13,4 | 8,8 | —40° | 3300 | 600 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 |  | а | Швеллер № 30;<br>л. 200×10<br>⌊ 100×100×10 | 12,05 | 9,15 | —2125 | 10980 | 3020 |
| | | б | Швеллер № 24;<br>л. 240×10<br>⌊ 100×110×8 | 13,9 | 6,67 | 44° | 7500 | 3300 |
| 7 |  | а | Швеллер № 16;<br>л. 240×10<br>⌊ 125×80×10 | 1,30 | 14,0 | —17°15′ | 4370 | 520 |
| | | б | Швеллер № 20;<br>л. 300×12<br>⌊ 125×80×12 | 1,21 | 17,3 | —13°10′ | 8870 | 790 |
| 8 |  | а | Швеллер № 16;<br>л. 240×10<br>⌊ 140×140×10 | 16,0 | 10,7 | 37°15′ | 6310 | 1180 |
| | | б | Швеллер № 14;<br>л. 240×10<br>⌊ 125×125×10 | 14,2 | 10,7 | 31°10′ | 5360 | 910 |
| 9 |  | а | л. 240×10;<br>⌊ 100×100×10<br>⌊ 160×100×10 | 3,55 | 11,0 | 9°30′ | 5580 | 1140 |
| | | б | л. 240×10;<br>⌊ 90×90×8<br>⌊ 180×110×10 | 3,85 | 9,9 | 16°05′ | 5420 | 1280 |
| 10 |  | а | л. 300×12<br>2⌊ 140×140×12 | 14,6 | 15,0 | 20°05′ | 13350 | 1080 |
| | | б | л. 400×12<br>2⌊ 160×160×12 | 16,6 | 20,0 | 16°25′ | 28500 | 1680 |
| 11 |  | а | л. 300×12;<br>⌊ 140×140×12<br>2⌊ 90×90×9 | 7,6 | 14,7 | 10°15′ | 127000 | 1300 |
| | | б | л. 300×12;<br>⌊ 160×110×12<br>2⌊ 110×110×8 | 9,87 | 14,85 | 12°50′ | 13770 | 1330 |
| 12 |  | а | 2 швеллер №12;<br>л. 240×10<br>⌊ 160×100×10 | 1,91 | 13,1 | —18°40′ | 5720 | 900 |
| | | б | 2 швеллер №16;<br>л. 360×10<br>⌊ 160×100×12 | 1,71 | 19,0 | — 6°55′ | 17000 | 1300 |

6-боб

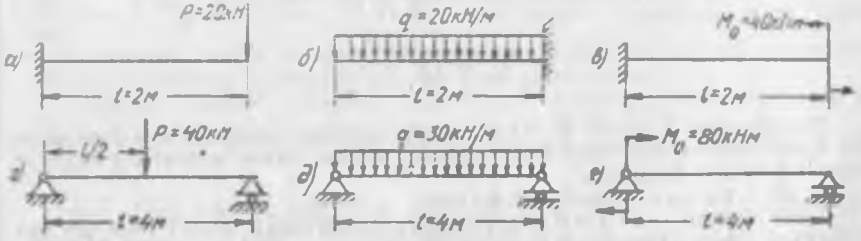
# ЯССИ ЭГИЛИШ. ИЧКИ ЗЎРИҚИШ ВА КУЧЛАНИШЛАР

## 18-§. Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг эпюралари

**6.1.** Юкланиш схемалари расмда кўрсатилган тўсинлар учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини* ясанг.

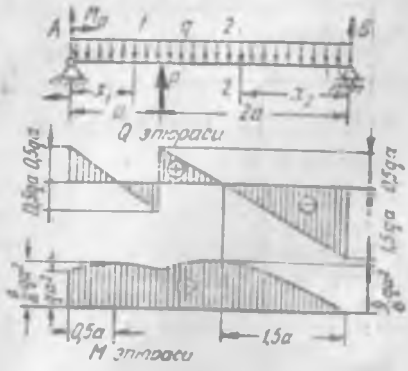
*Жавоб:*

| Схема | а | б | в | г | д | е |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q$, кН | 20 | —40 | 00 | 20 | 60 | —20 |
| $M$, кНм | —40 | —40 | 40 | 40 | 60 | 80 |



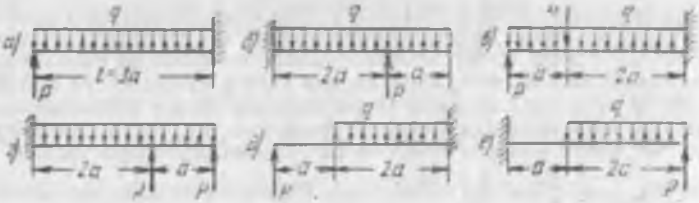

6.1-масалага оид

**6.2.** Икки таянчда турган қулочи $l = 3a$ бўлган $q$ интенсивликдаги тенг тақсимланган юк, моменти $M_0 = qa^2$ ли кучлар жуфти ҳамда тўпланган куч $P = qa$ билан юкланган балка учун (расмга қаранг) $Q(x)$ ва $M(x)$ ифодаларнинг ҳарфлар тарзида тузинг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва $q = 20$ кНм, $a = 2$ м бўлса, абсолют қиймат бўйича энг катта бўлган эгувчи момент ва кўндаланг куч катталикларини ҳисобланг.




6.2-масалага оид

* Бу ерда ва бундан кейин жавобларда $Q$ ва $M$ эпюралар ординаталари абсолют қиймат бўйича энг катта қийматда берилган. Ишоралар уларнинг йўналишини кўрсатади.



6.4- масалага оид

**6.4.** Узунлиги $l = 3a$ бўлган консол бир текис тақсимланган юк ва тўпланган кучлар билан юкланган (расмга қаранг). $P$ кучларнинг қандай қийматларида консолнинг деворга маҳкамланган жойидаги (заделкадаги) момент нолга айланади. Кучларнинг топилган қийматлари учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва эпюранинг юзаси нолга тенглигига ишонч ҳосил қилинг.

*Кўрсатма.* $M = \int_0^x Q\,dx + M_0$; бу ерда $\int_0^x Q\,dx$ кўрилаётган кесимгача $x$ узунликда $Q$ эпюра юзасига тенг, $M_C = M_{x=0} = 0$.

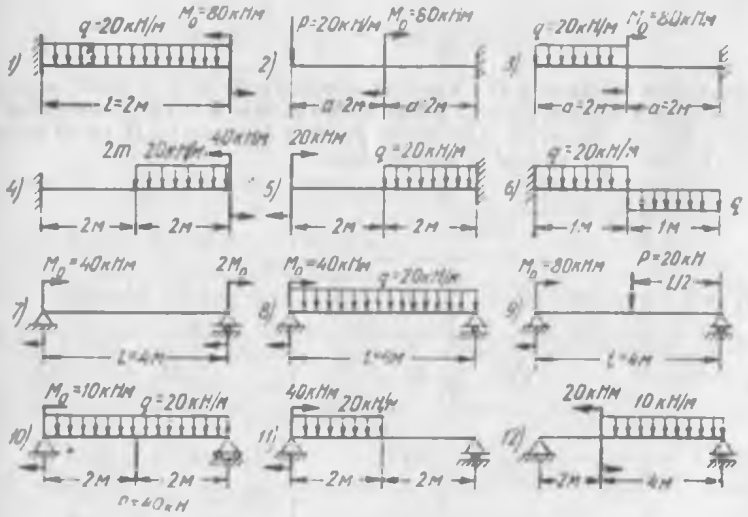
*Жавоб:*

| Схема | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ кучи | $\frac{ql}{2}$ | $\frac{3}{4}ql$ | $\frac{3}{2}ql$ | $0{,}3\,ql$ | $\frac{2}{9}ql$ | $\frac{4}{9}ql$ |
| $M_{max}$ | $\frac{ql^2}{8}$ | $-\frac{ql^2}{18}$ | $\frac{4}{9}ql^2$ | $0{,}08\,ql^2$ | $\frac{8}{81}ql^2$ | $\frac{8}{81}ql^2$ |

6.5. Бир учидан қисилган (1—6 схемалар) балкалар учун ва учларидан шарнирли таянган оддий балкалар учун (*7—12* схемалар) кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Балкалар расмда кўрсатилганидек юкланган. Юкларнинг схемаларда берилган рақамли қийматлари ва ўлчамларида $Q$ ва $M$ нинг абсолют қийматлари бўйича энг катта катталикларини ҳисобланг.

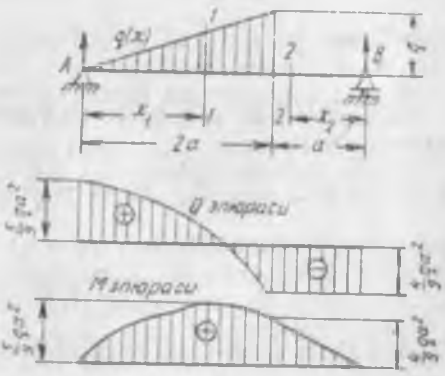
*Жавоб:*

| Консоллар учун (схема №) | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q$, кН | 40 | —20 | —40 | 60 | 20 | —20 |
| $M$, кНм | 80 | 40 | 40 | —120 | 30 | 20 |
| 2 таянчли балка учун (схема №) | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $Q$, кН | —30 | —50 | —30 | 22,5 | 20 | —23,3 |
| $M$ кН·М | —80 | 62,5 | 80 | 17,6 | 50 | 27,2 |



6.5- масалага оид

**6.6.** Икки таянчда турган, қулочи $l = 3a$ бўлган ҳамда $2a$ узунликда учбурчак қонуни бўйича тақсимланган нагрузкали балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).



6.6- масалага оид

*Ечим.* Таянч реакцияларни мувозанат тенгламаларидан аниқлаймиз. Бунда тақсимланган нагрузкани тенг таъсир этувчисига, яъни учбурчак юзасига тенг таъсир этувчисига алмаштирамиз:

$\omega = \frac{1}{2} q \cdot 2a = qa$. Тенг таъсир этувчи учбурчакнинг оғирлик марказига қўйилган; қуйидаги ҳосил бўлади:

$$A = \frac{5}{9} qa, \qquad B = \frac{4}{9} qa.$$

Балканинг ҳар қайси участкаси учун $Q(x)$ ва $M(x)$ ифодаларни тузамиз. $I - I$ кесимда ($x_1$ нулдан $x_1 = 2a$ гача ўзгарадиган чап қисмини кўриб чиқамиз).

$Q_1 = A - \omega(x)$, $M_1 = Ax_1 - \omega(x) \frac{x_1}{3}$, бу ерда $\omega(x)$ — кесимдан чап томонда жойлашган ва асоси $x_1$ ва баландлиги $q(x_1) = q \frac{x_1}{2a}$ бўлган учбурчак юзасига тенг юк юзаси, демак $Q_1 = \frac{5}{9} qa - \frac{qx_1^2}{4a}$, $M_1 = \frac{5}{9} qax_1 - \frac{qx_1^3}{12a}$. Ўнг қисмини кўриб чиқиб, $2 - 2$ кесим учун ($0 \leqslant x_2 \leqslant a$) қуйидагини ҳосил қиламиз:

*Ечим.* 1) Таянч реакцияларни аниқлаш.

$A$ ва $B$ нуқталарда таянчларнинг реакцияларини юқорига йўналтириб (горизонтал реакция $H_A$ нолга тенг), $A$ ва $B$ таянчларга нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:

$\sum M_B = 0;\ -A \cdot 3a - M_0 - P \cdot 2a + 3qa \cdot 1{,}5a = 0.$ бундан

$$A = \frac{1}{3a}(-qa^2 - 2qa^2 + 4{,}5\ qa^2) = 0{,}5\ qa.$$

$\sum M_A = 0;\ B \cdot 3a + P a - 3qa \cdot 1{,}5a - M_0 = 0,\ B = 1{,}5\ qa.$

Текшириш: $\sum Y = 0;\ A + B + P - 3qa = 0.$

2) $Q(x)$ ва $M(x)$ нинг аналитик ифодаларни тузиш.

Куч $P$ балкани шундай икки қисмга бўладики, уларнинг чегарасида $Q$, $M$ ифодалар ҳар хил бўлади. Бу ифодаларни тузиш учун кучлар орасидаги икки кесимни кўриб чиқиш лозим: кесим *1—1* биринчи участкада $P$ кучдан чапроқда ва кесим *2—2* ундан ўнгроқда. Бунда балканинг кичикроқ куч қўйилган қисмини кўриб чиқиш ва тенглама иложи борича соддароқ бўладиган қилиб координатлар бошини танлаш керак, $x_1$ ни $A$ таянчдан бошлаб, $x_2$ ни $B$ таянчдан бошлаб ҳисоблаймиз. Тенгламалар $Q(x)$ ва $M(x)$ қуйидаги кўринишни олади:

1-участка учун $(0 \leqslant x_1 \leqslant a)$: $Q(x_1) = A - qx_1 = 0{,}5\ qa - qx_1,$

$$M(x_1) = Ax_1 + M_0 - \frac{qx^2}{2} = 0{,}5\ qax_1 + qa^2 - q\frac{x_1^2}{2};$$

2 участка учун $(0 \leqslant x_2 \leqslant 2a)$:

$$Q(x_2) = -B + qx_2 = 1{,}5\ qa + qx_2;\ M(x_2) = Bx_2 - q\frac{x_2^2}{2} =$$

$$= 1{,}5\ qax_2 - \frac{qx_2^2}{2};$$

Тенгламалар $Q$ $(x)$ ва $M$ $(x)$ шуни кўрсатадики, кўндаланг куч балканинг ҳар қайси участкасида тўғри чизиқ қонуни бўйича, эгувчи момент эса квадрат парабола бўйича ўзгаради.

3) Эпюралар $Q$ ва $M$ ни ясаш.

Ўзгарувчилар $x_1$ ва $x_2$ га маълум қийматларни бериб ($Q$ $(x)$ учун ҳар бир участкада камида иккита, $M$ $(x)$ учун эса камида учта) функциялар $Q$ $(x)$ ва $M$ $(x)$ графикларини ясаймиз. Ҳисоблар жадвал шаклида бажарилган.

| Кесим абсциссалари | Кўндаланг куч $Q(x)$ | Эгувчи момент $M$ $(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1 = 0$ | $Q_1 = A = 0{,}5\ qa$ | $M_1 = M_0 = qa^2$ |
| $x_1 = 0{,}5\ a$ | — | $M_1 = qa^2 + 0{,}5\ qa \cdot 0{,}5 - \frac{qa^2}{2} = \frac{9}{8}qa^2$ |
| $x_1 = a$ | $Q_1 = 0{,}5\ qa - qa = -0{,}5\ qa$ | $M_1 = qa^2 + 0{,}5\ qa^2 - \frac{qa^2}{2} = qa^2$ |
| $x_2 = 0$ | $Q_2 = -1{,}5\ qa$ | $M_2 = 0$ |
| $x_2 = a$ | — | $M_2 = 1{,}5\ qa^2 - \frac{qa^2}{2} = qa^2$ |
| $x_2 = 2a$ | $Q_2 = -1{,}5\ qa + 2\ qa = 0{,}5\ qa$ | $M_2 = 1{,}5\ qa \cdot 2a - \frac{q(2a)^2}{2} = qa^2$ |

Жадвалда келтирилган қийматларга кўра $Q$ ва $M$ эпюралар ясалган. Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг мусбат қийматларини юқорига ўлчаб қўямиз (баъзи курсларда $M$ эпюрани балканинг чўзилган толаларида ясаш, яъни моментларнинг мусбат қийматларини пастга қўйиш қабул қилинган).

Эпюра $Q$ икки параллел қия тўғри чизиқлар билан тасвирланади. Эпюра $M$ параболик эгри чизиқлар билан чегараланган, шу билан бирга эгувчи моментнинг энг катта қиймати $Q=0$ бўлган кесимларга тўғри келади. Биринчи участкада $M_{max}=\frac{9}{8}qa^2$ ($x_1=0{,}5\,a$ да). Иккинчи участкада энг катта моментни топиш учун тенглама $M(x_2)$ максимумга текширамиз:

$$\frac{dM(x_2)}{dx^2}=0=-Q_2 \text{ (манфий ишора } x_2 \text{ ўқни чапга йўналганлигидан)}$$

$$\frac{dM}{dx_2}=1{,}5\,qa-qx_2=0 \text{ бундан } x_2=1{,}5\,a.$$

Бу қийматни тенглама $M(x_2)$ га қўйиб, қуйидагини оламиз:

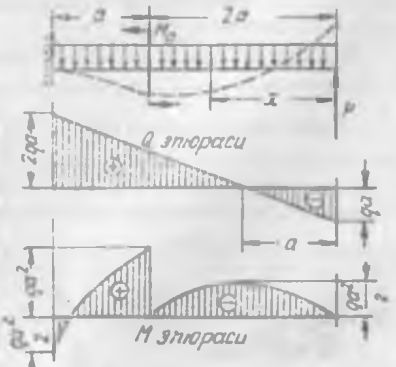
$$M_{max}=1{,}5\,qa\cdot 1{,}5\,a-\frac{q\cdot(1{,}5\,a)^2}{2}=\frac{9}{8}qa^2,$$

яъни биринчи участкадагидек қиймат ҳосил бўлади. Олинган эпюраларнинг кўринишни расмда кўрсатилган. Шунга эътибор берамизки, эпюра $Q$ да куч остидаги кесимда куч $P=q\,a$ катталигида сакраш бор, эпюра $M$ да эса таянч кесимда, яъни жуфт кучлар қўйилган кесимда $M$ катталикда сакраш ҳосил қиламиз. Эпюра $M$ ни чекловчи эгри чизиқларнинг характери дифференциал боғлиқлик $\frac{d^2M}{dx^2}=q$ га мос. $q<0$ бўлгани учун (пастга йўналган), яъни эпюранинг эгрилиги манфий, демак эгри чизиқнинг қавариқлиги мусбат ординаталар $M$ томонга йўналган бўлиши керак, ана шуни ҳосил қилдик.

Эпюрадан кўриниб турганидек $Q$ ва $M$ нинг ҳисобий қийматлари қуйидагига тенг: $Q_{max}=|1{,}5\,qa|=1{,}5\cdot 20\cdot 2=60$ кН, $M_{max}=\frac{9}{8}qa^2=\frac{9}{8}\cdot 20\cdot 2^2=90$ кНм.

**6.3.** Бир учидан қисилган ва яхлит бир текис тақсимланган нагрузка $q=10$ кН/м, тўпланган куч $P=qa=20$ кН ва момент $M_0=qa^2=40$ кНм ли жуфт кучлар билан юкланган, узунлиги $l=3a=6$ м бўлган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).

*Жавоб:* $Q_{max}=2\,qa=2\cdot 10\cdot 2=40$ кН; $M_{max}=qa^2=10\ 2^2=40$ кНм.




6.3- масалага онд

*Эслатма.* Эпюра $M$ нинг кўриниши балканинг эгилган ўқи характери ҳақида фикр юритишга имкон беради. Агар $M>0$ бўлса, эгилиш эгри чизиғининг эгрилиги ҳам мусбат $\left(\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EJ}>0\right)$ ҳамда пастга қаварик эгилади, $M>0$ бўлганда қаварикдик юқорида бўлади. $M=0$ бўлган нуқта эгилган ўқ эгилиш нуқтасига тўғри келади. Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расмда пунктир билан кўрсатилган (эркин учининг силжиш йўналиши — юқорига ёки пастгалиги ҳисоблаб топилади).

$$Q_2 = -\frac{4}{9}qa, \qquad M_2 = \frac{4}{9}qax_2.$$

Ўнг участкада кўндаланг куч квадрат парабола бўйича, эгувчи момент эса кубик парабола бўйича ўзгаради. Иккинчи участкада $Q$ ва $M$ эпюралар тўғри чизиқлар билан чекланган. Ҳар қайси участка чегарасида $Q$ ва $M$ ординаталарнинг қийматлари жадвалда келтирилган.

| $x$ | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1 = 0$ | $Q_1 = \frac{5}{9}qa$ | $M_1 = 0$ |
| $x_1 = a$ | $Q_1 = \frac{11}{36}qa$ | $M_1 = \frac{17}{36}qa^2$ |
| $x_2 = 2a$ | $Q_4 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_1 = \frac{4}{9}qa^2$ |
| $x_2 = 0$ | $Q_2 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_2 = 0$ |
| $x_2 = a$ | $Q_2 = -\frac{4}{9}qa$ | $M_2 = \frac{4}{9}qa^2$ |

Жадвал маълумотлари бўйича графиклар — $Q$ ва $M$ эпюралари ясалган.

Тенглама $M_1$ ни максимумга текшириб, эгувчи моментнинг энг катта қийматини топамиз:

$$\frac{dM_1}{dx_1} = Q_1 = \frac{5}{9}qa - \frac{qx_1^2}{4a} = 0.$$

Бундан хавфли кесим абсциссаси ($x_1 = x_0$)

$$x_0 = \frac{a}{3}\sqrt{20} = \frac{2a}{3}\sqrt{5}.$$

Тенглама $M_1$ га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$M_{max} = \frac{5}{9}qa\,\frac{2a}{3}\sqrt{5} - \frac{q}{12a}\cdot\frac{8a^3}{27}(\sqrt{5})^3 \approx \frac{5}{9}qa^2.$$

Кўндаланг кучнинг энг катта қиймати қуйидагига тенг ($Q$ эпюрага қаранг)

$$Q_{max} = \frac{5}{9}qa.$$

**6.7.** Бир учидан қисилган балка унинг бутун узунлиги $l$ бўйича трапеция қонунига кўра тақсимланган яхлит нагрузкани қабул қилади (расмга қаранг). $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва кўндаланг кучнинг ва эгувчи моментнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматини ҳисобланг.

*Кўрсатма.* Тенгламалар $Q(x)$ ва $M(x)$ ни тузиш учун нагрузкани интенсивлиги $q_1$ бўлган тенг тақсимланган ҳамда энг катта ордината $q_0 = q_2 - q_1$ ли учбурчак қисмларга бўлиш тавсия қилинади.

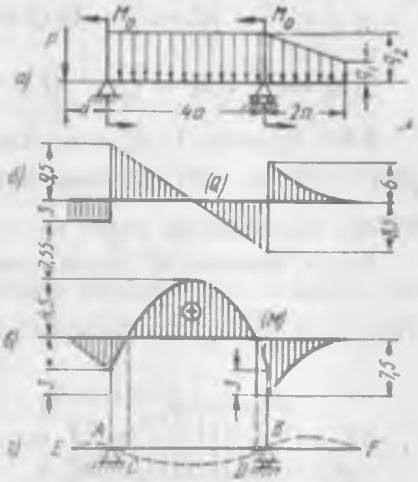
*Жавоб:* $Q = 2q_1 l$; $M = -\frac{5}{6}q_1 l^2$.



6.7- масалага оид

**6.8.** Икки таянчга таянган ва расм, *а* да кўрсатилганидек схема бўйича юкланган консолли балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг. Ушбу маълумотлар берилган: $a=1{,}5$ м, $q_1=10$ кН.м, $q_2=3q_1=30$ кН.м,

$$q_2 = 3\,q_1 = 30 \text{ кН.м},$$
$$P = 2\,q_1 a = 30 \text{ кН}, ,$$
$$M_0 = \frac{4}{3}\,q_1 a^2 = 30 \text{ кНм}.$$



6.8- масалага оид

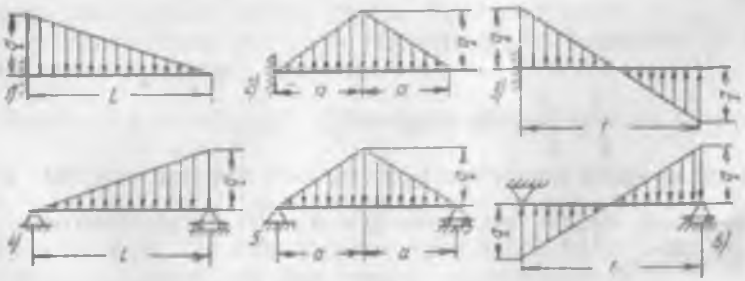
$M$ эпюра характерига асосланиб, балка эгилган ўқининг тахминий кўринишини тасвирланг.

*Жавоб:* $Q$ ва $M$ эпюралар расм, *б* ва *в* да тасвирланган.

Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расм, *г* да кўрсатилган. $M<0$ бўлган $EC$ ва $DF$ участкаларда эгилган ўқнинг қабариқлиги юқорига йўналган, $CD$ участкада пастга йўналган, чунки $M>0$. $M=0$ бўлганда $C$ ва $D$ нуқталар эгилиш нуқталари бўлади.

**6.9.** Учбурчак бўйича тақсимланган юк кўтарувчи балкалар учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда $Q$ ва $M$ нинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматларини ҳисобланг. Схемалар *1—3* да эпюранинг юзаси таянч моментга, схемалар 4—6 да нолга тенг эканлигини исботланг.

*Жавоб*: 1) $Q=\frac{ql}{2}$, $M=-\frac{ql^2}{6}$; 2) $Q=qa$, $M=-qa^2$;



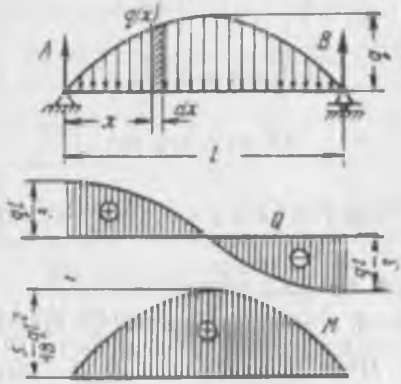
6.9- масалага оид

3) $Q = \frac{ql}{4}$, $M = \frac{ql^2}{6}$; 4) $Q = -\frac{ql}{3}$, $M = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$;

5) $Q = \frac{qa}{2}$, $M = \frac{qa^2}{3}$, 6) $Q = \frac{ql}{6}$, $M = \frac{ql^2}{36\sqrt{3}}$.

**6.10.** Қулочи $l$ бўлган учларидан шарнирли таянган балкага $q(x) = \frac{4q}{l^2}(lx - x^2)$ тенглама билан ифодаланган параболик қонун бўйича тақсимланган яхлит юк тушади. $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

*Ечим.* Балканинг $dx$ узунлигидаги кесмасига тўғри келадиган элементар юк $d\omega = q(x)\,dx$ га тенг. Симметрия туфайли таянч реакциялар бир-бирига тенг, яъни $A = B = \frac{\omega}{2}$, бунда $\omega$—парабола билан чекланган юк юзаси у қуйидагига тенг:




6.10- масалага онд

$$\omega = \int_0^l q(x)\,dx = \frac{4q}{l^2}\int_0^l (lx - x^2)\,dx =$$

$$= \frac{2}{3}ql.$$

Демак, $A = B = \frac{ql}{3}$.

Абсциссаси $x$ бўлган кесимда кўндаланг куч ва эгувчи момент қуйидаги ифодалар билан берилади (расмга қаранг):

$$Q(x) = A - \omega(x) = \frac{ql}{3} - \int_0^x q(x)\,dx,$$

$$M(x) = Ax - \int_0^x d\omega\,(x - x_1) = \frac{ql}{3}x - \int_0^x q(x_1)\,dx_1\,(x - x_1).$$

Лекин $Q(x)$ ва $M(x)$ учун ифодаларни тузиб ўтирмай уларни дифференциал боғлиқликлардан ҳосил қилиш осонроқ. Ушбу $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x)$ тенгликдан ($q < 0$ бўлгани учун — минус ишораси олинган) икки марта интеграллаб, қуйидагини оламиз:

1) $\frac{dM}{dx} = Q(x) = -\int_0^x q(x)\,dx + Q_0$;

2) $M(x) = -\int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + Q_0 x + M_0$.

Иккиёрий доимий интеграллаш $Q_0$ ва $M_0$ $x = 0$ бўлганда чегаравий шартлардан аниқланади. Масалан, чап таянчда $Q_0 = A = \frac{ql}{3}$, $M = 0$. Интеграл

$$\int_0^x q(x)\,dx = \frac{4q}{l^2}\int_0^x (lx - x^2)\,dx = \frac{4q}{l^2}\left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^3}{3}\right).$$

Демак,

$$Q(x) = -\frac{4q}{l^2}\left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + \frac{ql}{3} = \frac{ql}{3}\left(1 - \frac{6x^2}{l^2} + \frac{4x^3}{l^3}\right),$$

$$M(x) = -\frac{4q}{l^2}\int_0^x \left(\frac{x^2 l}{2} - \frac{x^3}{3}\right)dx + \frac{ql}{3}x = \frac{ql}{3}\left(x - \frac{2x^3}{l^2} + \frac{x^4}{l^3}\right).$$

Нуқталар бўйича $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюраларни ясаш учун шу тенгламаларнинг ординаталарини ҳисоблаймиз (расмга қаранг).

$$x = 0 \quad Q = Q_0 = \frac{ql}{3}, \quad M = M_0 = 0;$$

$$x = \frac{l}{2} \quad Q = 0, \quad M = \frac{5}{48}ql^2 = M_{max}$$

$$x = l \quad Q = Q_l = -\frac{ql}{3}, \quad M = M_l = 0.$$



6.11- масалага онд

**6.11.** Эгри чизиқ қонуни бўйича тақсимланган яхлит юкланишни кўтарувчи балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда агар а) $q(x) = \frac{qx}{l^2}(2l - x)$; б) $q(x) = \frac{qx^2}{l}$; в) $q(x) = q\sin\frac{\pi x}{l}$ бўлса, кўндаланг куч ва эгувчи моментнинг энг катта қийматларини ҳисобланг (расмга қаранг).

*Жавоб*: а) $Q = -\frac{2}{3}ql$, б) $Q = -\frac{ql}{3}$; в) $Q = \frac{ql}{\pi}$,

$$M = -\frac{ql^2}{4}; \quad M = -\frac{ql^2}{12}; \quad M = \frac{ql^2}{\pi^2}.$$

**6.12.** Агар нагрузкани 180° бурилса ва бунда унинг «оғир» қисмини консолнинг эркин учига жойлаштирилса, 6. 11 масалада кўрилган балкалар а) ва б) учун $M$ ва $Q$ ҳисобий қийматлари қандай ўзгаради?

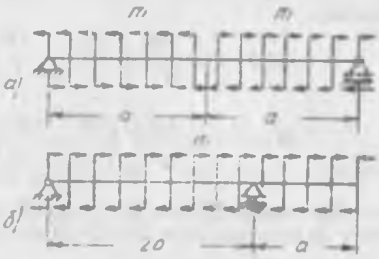
*Жавоб*: а) $Q = -\frac{2}{3}ql$; $M = -\frac{5}{12}ql^2$; б) $Q = -\frac{ql}{3}$;

$$M = -\frac{ql^2}{4}.$$

**6.13.** Қулочи $l$ бўлган ва бутун узунлиги бўйича жадаллиги $m$ бўлган моментли юк бир текис тақсимланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг (расмга қаранг).




6.13- масалага оид




6.14- масалага оид

*Ечим.* Чап таянч реакцияси $A$ ни пастга, ўнг таянч реакцияси $B$ ни юқорига йўналтирамиз. Таянч реакцияларнинг катталиклари мувозанат тенгламаларидан аниқланади.

$$\sum M_B = 0, \quad Al - ml = 0, \quad A = m;$$

$$\sum M_A = 0, \quad Bl - ml = 0, \quad B = m.$$

Демак, таянч реакциялар сон жиҳатидан $m$ га тенг ва қарама-қарши томонга йўналган: чапкиси $A$ — пастга, ўнгдагиси $B$ — юқорига (агар $m$ Нм/м да ифодаланса, йиғинди момент $M = ml$ нинг ўлчами Н.м, реакция $A = -B = \frac{M}{l}$ эса $H$ да ифодаланади). Абсцисса $x$ бўлган ихтиёрий кесимдаги кўндаланг куч ушбуга тенг:

$$Q(x) = -A = -m.$$

Эгувчи момент

$$M(x) = -Ax + mx = 0.$$

Шундай қилиб, текис тақсимланган моментли юк таянч реакциялар ҳосил қиладиган момент билан мувозанатлашади, шу билан балка эгилмайди.

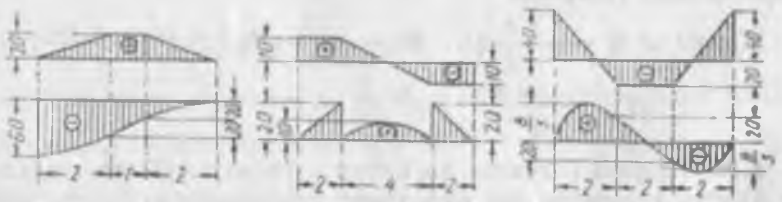
*Жавоб:* Расмга қаранг.

**6.14.** Агар $a = 2$ м, $m = 20$ кН/м бўлса, текис тақсимланган моментли юк билан юкланган балкалар учун эпюраларни ясанг (расмга қаранг).

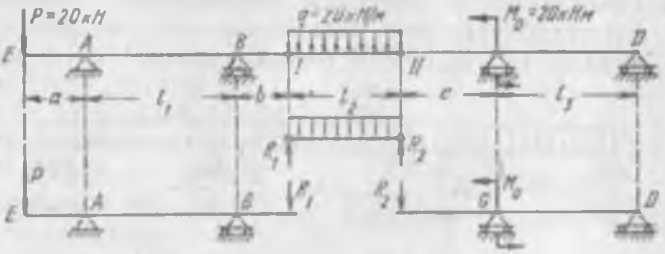
*Жавоб*: а) $Q = 0$; $M = -ma = -40$ кН.м. б) $= \frac{3}{2} m = 30$ кН

$M = -ma = -40$ кНм.

**6.15.** Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг берилган эпюралари бўйича балкаларни маҳкамлаш ва юклаш схемаларини тасвирланг ҳамда уларга қўйилган кучларнинг катталигини аниқланг. $Q$ эпюраларнинг ординаталари килоньютонда, $M$ эпюраларники кН/м ларда, узунлик м ларда берилган (расмга



6.15- масалага оид




6.16- масалага онд

қаранг). Эпюраларнинг эгри чизиқли участкалари квадрат парабола бўйича чизилган.

*Жавоб*: а) $q = \pm 10$ кН/м. б) $q = 0{,}5$ кН/м. $M = 20$ кНм, в) $q = \pm 30$ кН/м.

**6.16.** Схемада тасвирланган иккита оралиқ шарнирли тўрт таянчли балка учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Агар $a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 3$ м, $l_1 = 4$ м, $l_2 = 3$ м ва $l_3 = 4$ м бўлса, $Q$ ва $M$ эпюраларнинг энг катта ординаталарини ҳисобланг.

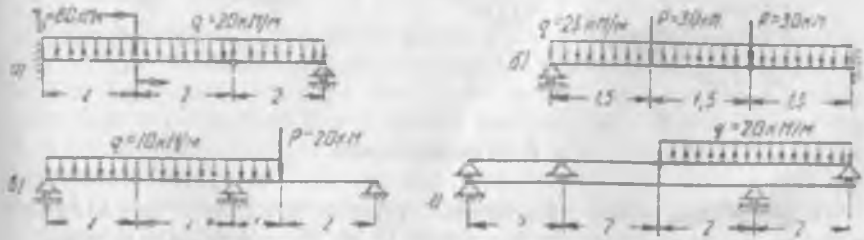
*Кўрсатма*. Схема, *б* да кўрсатилганидек балкани осма (I—II) ва икки асосий ($E$—I ва II—$D$) қисмларга бўлиш қулай. Осма балкадан шарнирлар орқали узатиладиган босимларни икки таянчли балка I—II учун ҳисобланган реакциялар $R_1$ ва $R_2$ билан алмаштириб, ҳар қайси балка учун алоҳида-алоҳида эпюраларни ясанг.

Бошқача йўл тутиш ҳам мумкин. Шарнирдаги эгувчи момент нолга тенг бўлгани учун (шарнир моментни узата олмайди) бутун система учун статика тенгламаларига қўшимча равишда шарнирлар I ва II га нисбатан моментлар тенгламасини тузиш (улардан чапда ёки ўнгда ётган кучларни кўзда тутиб) ва уларни нолга тенглаштириш мумкин. Бу барча таянч реакцияларни аниқлашга ва $Q$ ва $M$ эпюраларни шарнирсиз балка учун қилинганидек оддий усулда қуришга имкон беради.

*Жавоб:* $Q = 30$ кН, $M = -110$ Н·м.

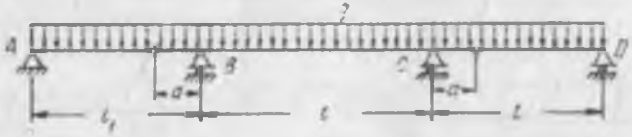
**6.17.** Схемалари расмда келтирилган шарнирли балкалар учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ҳамда кўндаланг куч ва эгувчи моментнинг энг катта абсолют қиймати катталигини ҳисобланг.

*Жавоб*: а) $Q = 100$ кН, $M = -160$ кНм; б) $Q = -120$ кН, $M = -152$ кНм; в) $Q = -30$ кН, $M = -40$ кНм, г) $Q = 40$ кН, $M = 80$ кНм.




6.17- масалага онд

**6.18.** Осма қулочли консолли кўприкларни лойиҳалаганда уларни энг қулай режалаш масаласини ҳал қилишга тўғри келади. Чизмада тасвирланган балка учун $a:l:l_1$ ўлчамларнинг




6.18- масалага оид

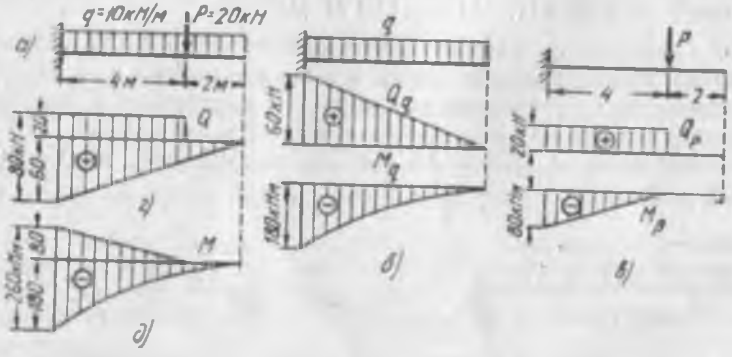
қандай нисбатида осма ва асосий балканинг хавфли кесимларида (қулоч ўртасида ҳамда $B$ ва $C$ таянчлар устида) эгувчи моментларнинг қиймати абсолют катталик бўйича бир хил бўлишини аниқланг. Энг катта эгувчи момент катталигини ҳам топинг.

*Жавоб:* $a = 0{,}146\ l$; $l_1 = 0{,}853\ l$; $M_{max} = \frac{ql^2}{16}$.

**6.19.** Мустақиллик принципи ва кучлар таъсирини қўшиш принципидан фойдаланиб, расм, *а* да тасвирланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг.

*Ечим.* Балкани бир текис тақсимланган нагрузка $q = 10$ кН/м (расм, *б*) таъсири остидаги қисми учун алоҳида ҳамда тўпланган куч таъсири остидаги қисми учун алоҳида (расм, *а*) кўриб чиқамиз. Агар графиклар бир хил ишорали бўлса, $Q$ ёки $M$ йиғинди эпюраларни ҳосил қилиш учун уларни бир-бирига тақаб қўйиш етарли. Агар графиклар ҳар хил ишорали бўлса, уларни устмауст қўйиш керак (6.20 масалага қаранг).

Эпюраларни қўшиш натижалари расм, *г* ва *д* да кўрсатилган. Эпюраларга оддий кўриниш бериш учун уларни горизонтал нолинчи ўққа келтириш мумкин, бунинг учун йиғинди ординаталар горизонтал ўқдан юқорига ёки пастга (ишорага қараб) қўйилади.



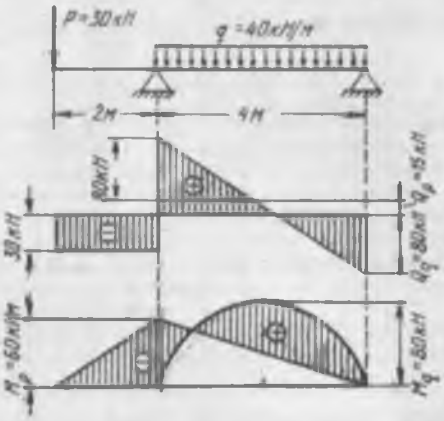

6.19- масалага оид

**6.20.** Кучларнинг таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

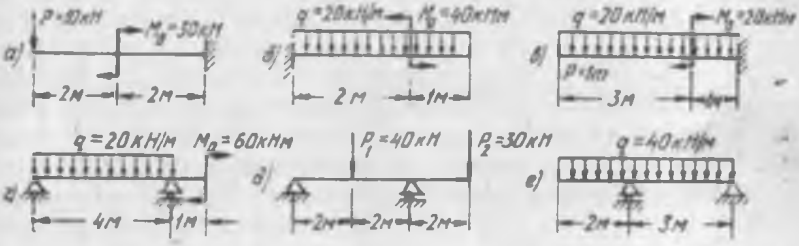
*Жавоб:* 138- бетдаги расмга қаранг.

**6.21.** Кучлар таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балкалар учун эгувчи моментлар ва кўндаланг кучлар эпюраларини ясанг.

*Жавоб*: а) $Q = -10$ кН, $M = -20$ кНм; б) $Q = 60$ кН, $M = -50$ кНм; в) $Q = -70$ кН, $M = -100$ кНм; г) $Q = -55$ кН, $M = -60$ кНм; д) $Q = -35$ кН, $M = 60$ кНм; е) $Q = 86$ кН, $M = -80$ кНм.




6.20- масалага онд



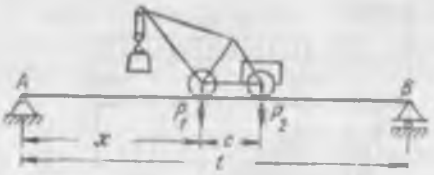

6.21- масалага онд

**6.22.** Қулочи $l$ бўлган ва интенсивлиги $q$ га тенг текис тақсимланган юк кўтарувчи балка ҳар қайсисининг узунлиги $a$ га тенг бўлган иккита консолга эга. а) Консол $a$ нинг (қулоч $l$ улушида) қулоч ўртасида эгувчи момент нолга тенг бўладиган узунлигини топинг. б) Консол $a$ нинг қандай узунлигида балканнинг хавфли кесимларида энг катта эгувчи моментнинг катталиги энг кичик бўлади?

*Кўрсатма.* Куч таъсирини қўшиш усулидан фойдаланиш, консолларда ётадиган юк учун алоҳида, ўрта қулоч юкланиши учун алоҳида $M$ эпюраларини ясаш керак.

*Жавоб:* а) $a = 0{,}5\,l$; б) $a = \frac{l}{4}\sqrt{2}$.

**6.23.** Кўтариш кранининг икки ўқли аравачаси қулочи $l = 10$ м бўлган икки краности балкада ҳаракатланади. Аравача ўқлари орасидаги масофа $c = 1{,}2$ м (расмга қаранг). Қуйидаги икки ҳол учун аравачанинг эгувчи моменти энг катта қийматда бўладиган хавфли вазиятини топинг: а) кран ғилдиракларининг ҳар қайси балкага тушадиган босими бир хил ва $P_1 \approx P_2 = 20$ кН га тенг бўлган, яъни илгакда юк бўлмаган ҳол учун; б) $P_1 \approx 50$ кН ва $P_2 = 10$ кН бўлган, яъни илгакда юк бўлган ҳол учун $M_{max}$ катталигини ҳисобланг.



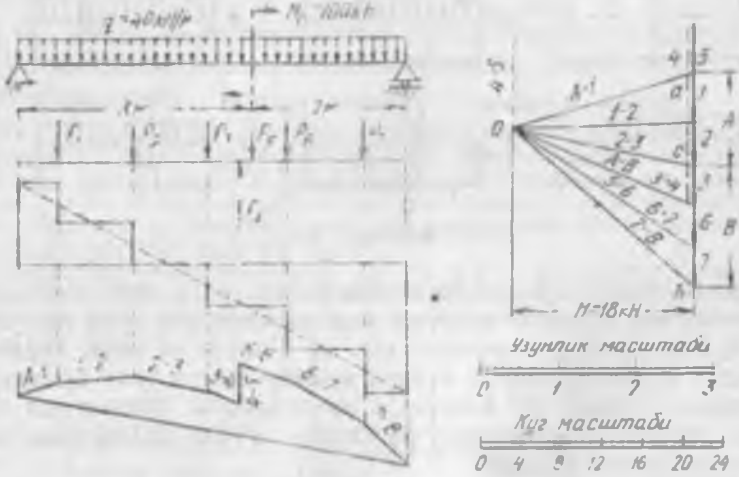

*Кўрсатма.* Чап таянч $A$ дан биринчи юк $P$ гача бўлган масофани $x$ орқали белгилаб, таянч реакциялар катталигини $x$ функциялари тарзида ифодалаш, кейин $P_1$ кучи остидаги кесимда эгувчи момент учун ифода тузиш ва уни максимумга текшириш керак.

6.23- масалага оид

*Жавоб:* а) $x = \frac{l}{2} - \frac{c}{4} = 4{,}7$ м. $M_{max} = 88{,}4$ кНм;

б) $x = \frac{l}{2} - \frac{c}{12} = 4{,}9$ м, $M_{max} = 144$ кНм.

**6.24.** График усулидан фойдаланиб, қулочи $l=5$ м бўлган текис тақсимланган юкда $q=40$ кН ва моменти $M_0=100$ кНм ли жуфт кучлар билан юкланган балка учун $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.




6.24- масалага оид

*Ечим.* Балканинг исталган кесимидаги эгувчи моментни $M(x)$—Нη билан ифодалаш мумкин, бунда $H$ — куч кўпбурчагидаги кучлар масштабидаги қўйилган қутб масофаси, η — узунлик масштабида ўлчанган арқон кўпбурчаги ординатаси.

Узунликлар масштабини танлаб, балка ва юкланиш схемасини чизамиз. Куч кўпбурчагини ясаш учун тақсимланган юкни бир неча тўпланган кучлар билан, масалан, $P_1 = P_2 = P_3 = P_6 = P_7 = 40$ кН билан, жуфт кучлар $M$ ни эса узликсиз катта қийматли қарама-қарши йўналган кучлар $P_4$ ва $P_5$ билан алмаштирамиз. Кучлар $P_4$ ва $P_5$ момент $M_0=100$ кН·м ли жуфт ҳосил қилади.

Қутб вазиятини ихтиёрий олиб, қабул қилинган кучлар масштабида кучлар кўпбурчагини, сўнгра арқон кўпбурчагини ясаймиз. Жуфт $M$ қўйилган кесимда кўпбурчак арқон кўпбурчагининг *3—4* нурга параллел бўлган томонини ўтказишда ташқи жуфт моменти катталигида фарқни ҳосил қиламиз (нур *4—5* кучлар $P_4$ ва $P_5$ га параллел, чунки қутб *0* ни куч $P_1$ учи билан туташтирадиган чизиқ у билан чексизликда кесишади). Кесма *4—5* катталик жиҳатидан

момент $M_a = H \cdot \eta_a$ га пропорционал бўлгани учун $\eta_a = \frac{M_a}{H}$. Кўрилаётган мисолда $M = 100$ кНм кутб масофаси эса $H = 180$ кН. Демак, $\eta_a = \frac{100}{180} = 0{,}55$ м.

Эпюра $M(M_a > 0)$ нинг мусбат ординаталари томонига узунликлар масштабида шу масофани қўямиз. Бу эса тутащувчи $A - B$ ли арқон кўпбурчагини тугаллашга имкон беради. Куч кўпбурчагида қутбдан бошлаб туташтирувчига параллел нур $A-B$ ни ўтказиб, таянч реакциялар $ac = A$ ва $bc = B$ ни топамиз.

Балкага қўйилган тўпланган кучлар системаси учун $Q$ эпюраларини ясаш таянч реакция $A$ дан бошлаб танланган масштабда кучларни бирин-кетин қўйишдан иборат бўлади. Тўпланган кучлар сони оширилганда поғонали эпюра $Q$ охирда қия тўғри чизиққа айланади, арқон кўпбурчаги эса $M$ эпюрасидан иборат бўлган арқон эгри чизигига айланади.

Ясалган графиклардан кўриниб турибдики, $A = 80$ кН, $B = 120$ кН, энг катта эгувчи момент $M_{max} = H \cdot \eta_{max}$, бунда узунликлар масштабида ўлчанган энг катта ордината $\eta_{max} = 0{,}89$ м.

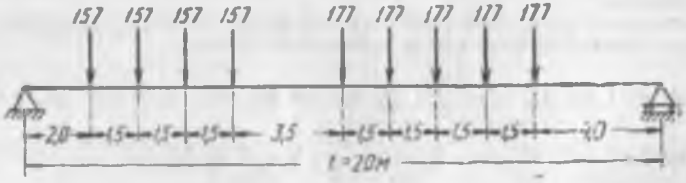
*Жавоб:* $Q = -120$ кН, $M = 160$ кНм.

**6.25.** 6. 2. масалада кўрилган балка учун $a = 2$ м ва $q = 40$ кН/м деб олиб, график усулда кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг.

*Жавоб:* $Q = 120$ кН; $M = 180$ кНм.

**6.26.** Локомотив ва тендер ғилдираклари босимининг ўрнини босадиган тўққизта тўпланган кучлар системаси билан юкланган кўприкнинг бош балкаси учун график усулда $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг (расмга қаранг). Юклар килоньютонларда, ўлчамлар метрларда берилган.

*Жавоб:* $Q_{max} = 805$ кН; $M_{max} = 4408$ кНм.




6.26- масалага онд

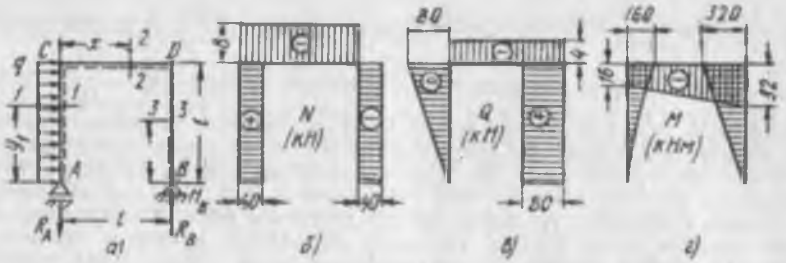
**6.27.** Расмда тасвирланган рама стерженлари учун бўйлама кучлар, кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. Ушбу $l = 4$ м ва $q = 20$ кН/м бўлганда $N$, $Q$ ва $M$ катталикларнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматини топинг.

*Ечим.* Таянч реакциялар статика тенгламаларидан топилади.

$\sum X = 0$ $\quad ql - H_B = 0$, бундан $H_B = ql = 80$ кН;

$\sum Y = 0$, $\quad -R_A + R_B = 0$ ёки $R_A = R_B$;

$\sum M_B = 0$, $\quad R_A l - \frac{ql^2}{2} = 0$, бундан $R_A = \frac{ql}{2} = 40$ кН.




6.27- масалага онд

а) кесимдаги *бўйлама куч* раманинг кесилган қисмига қўйилган барча ташқи кучларнинг стержень ўқига проекциялари йиғиндисига тенг. Кесим 1—1 да $AC$ стойканинг пастки қисмини кўриб $N_1 = R_A = 40$ кН ни ҳосил қиламиз (чўзилиш). Бу зўриқиш стойка узунлиги бўйича ўзгармай қолади.

Кесим $2-2$ да (рама $AC-2$ нинг чап кесилган қисмини кўриб) бўйлама куч $N_2 = -ql = 80$ кН га эга бўламиз (сиқилиш).

Кесим $3-3$ да стойка $BD$ нинг пастки қисмини кўриб $N_3 = -R_B = 40$ кН ни топамиз (сиқилиш). Кучлар эпюраси $N$ расм, *б* да кўрсатилган.

б) *Кўндаланг куч* раманинг қирқилган қисмига қўйилган ташқи кучларнинг кесим текислигига проекциялари йиғиндисига тенг. Агар ташқи кучлар қирқилган қисмни кесим марказига нисбатан соат стрелкаси йўналишида бурса, кўндаланг куч мусбат ҳисобланади.

Кесим $1-1$: $Q_1 = -qy_1$; $y_1 = 0$ да $Q = 0$; $y_1 = l$ да $Q_1 = -ql = -80$ кН.

Кесим $2-2$ да: $Q_2 = -R_A = -40$ кН.

Кесим $3-3$ да: $Q_3 = H_B = 80$ кН.

Кучлар эпюраси $Q$ расм, *в* да кўрсатилган.

в) *Эгувчи моментларни* балкалар учун ҳисоблагандек ҳисоблаймиз, бунда расм, *а* да кўрсатилган ички толаларни момент чўзса, эгувчи моментлар мусбат ҳисобланади*.

$M$ эпюрасини худди балкалар учун ясагандек сиқилган толаларда ясаймиз. Эгувчи моментлар учун ифода қуйидагича бўлади:

Кесим $1-1$ да: $M_1 = -\frac{qy_1^2}{2}$; $y_1 = 0$ да $M_1 = 0$; $y_1 = l$ да $M_1 = -\frac{ql^2}{2}$.

Кесим $2-2$ да: $M_2 = -R_A \cdot x - \frac{ql^2}{2}$; $x = 0$ да $M_2 = -\frac{ql^2}{2}$; $x = l$ да $M_2 = -ql^2$

Кесим $3-3$ да: $M_3 = -H_B \cdot y_2$; $y_2 = 0$ да $M_3 = 0$; $y_2 = l$ да $M_3 = -ql^2$.

$M$ эпюраси расм, *г* да тасвирланган. Абсолют қиймат бўйича энг катта катталик $D$ узелдаги моментга тегишли, бунда $M_D = -ql^2 = -20 \cdot 4^2 = -320$ кНм.

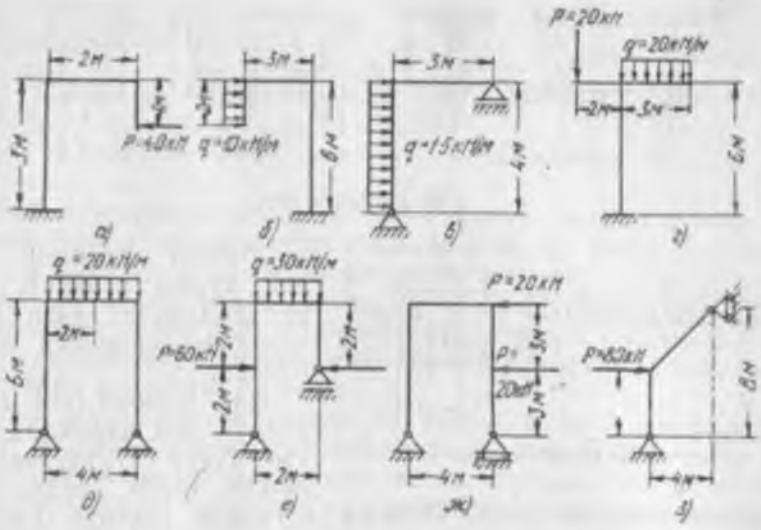
*Жавоб:* $N = -80$ кН, $Q = 80$ кН, $M = -320$ кНм.

6.28. Агар горизонтал нагрузка $q$ 6.27 масалада кўрилган раманинг ўнг стойкаси $BD$ га қўйилган бўлса, $N$, $Q$ ва $M$ эпюралар қандай ўзгаради? Горизонтал юк ўнгдан чапга йўналган деб олинади.

*Жавоб:* Эпюраларнинг кўриниши ва ишоралари ўзгаради: $N = 40$ кН; $Q = 80$ кН, $M = 160$ кНм.

---

* Бошқача айтганда ҳар қайси стерженни пастки қисми расм, *а* да пунктир билан кўрсатилган раманинг ичида жойлашган балка сифатида қараш мумкин.



6.29- масалага оид

**6.29.** Схемалари расмда кўрсатилган рамалар учун кўндаланг кучлар, бўйлама кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг. $N$, $Q$ ва $M$ эпюраларнинг абсолют қиймат бўйича энг катта қийматларини ҳисобланг.

*Жавоб:*

| Ички зўриқиш | Ўлчам | Ички зўриқишларнинг энг катта қийматлари | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *а* | *б* | *в* | *г* | *д* | *е* | *ж* | *з* |
| $N$ | кН | —40 | —20 | 40 | —80 | —40 | —60 | 45 | —28 |
| $M$ | кНм | 80 | 100 | 120 | —90 | —40 | 120 | 24 | 160 |
| $Q$ | кН | —40 | 20 | 60 | 60 | 40 | 60 | 45 | 40 |

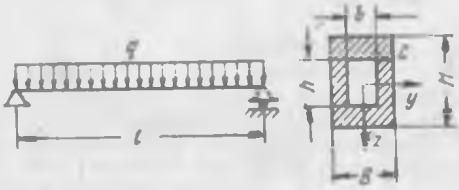
## 19- §. Эгилишдаги нормал кучланишлар

**6.30.** Кесимлари расмда кўрсатилган балкалар учун кесимдаги эгувчи моментни мусбат ҳисоблаб, нормал кучланишларнинг баландлик бўйича тақсимланиш эпюраларини чизинг.

Агар балка материали чўян бўлиб, у чўзилишга сиқилишга қараганда яхшироқ ишласа, текисликда эгувчи момент таъсир қиладиган фақат битта симметрия ўқига эга бўлган кесимларни қандай яхшироқ жойлаштириш мумкин?



6.30- масалага оид



6.31- масалага оид

*Жавоб:* Кесимни шундай буриш керакки, нейтрал ўқдан энг узоқ ётган нуқталар сиқилган зонада бўлсин.

**6.31.** Қулочи $l=4$ м бўлган, учлари шарнирли таянган тўғри тўртбурчак кесимли труба балка тенг тақсимланган юк $q=30$ кН/м ни кўтаради (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини, шунингдек ўша кесимнинг $C$ нуқтасидаги кучланишлар катталигини аниқланг. Унинг ўлчамлари: $B=12$ см, $H=20$ см, $b=6$ см ва $h=10$ см.

*Ечим.* Хавфли кесимдаги энг катта кучланишлар

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_y},$$

бунда $M_{max}$ — хавфли кесимдаги (қулоч ўртасидаги) эгувчи момент, у $M_{max}=\frac{ql^2}{8}=\frac{30\cdot4^2}{8}=60$ кНм га тенг, $W_y$ — кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан қаршилик моменти, ушбу формуладан аниқланади:

$$W_y=\frac{J_y}{z_{max}}.$$

Кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти

$$J_y=\frac{BH^3-bh^3}{12}=\frac{12\cdot20^3-6\cdot10^3}{12}=7500\ \text{см}^4.$$

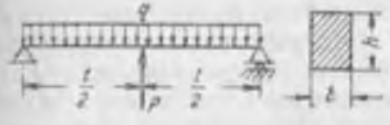
Ўша ўқдан то ундан энг узоқ нуқтагача бўлган масофа $z_{max}=\frac{H}{2}=10$ см. Демак, $W_y=\frac{7500}{10}=750$ см³, балка хавфли кесимидаги энг катта кучланиш

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_y}=\frac{60\cdot10^3}{750}=8000\ \text{Н/см}^2.$$

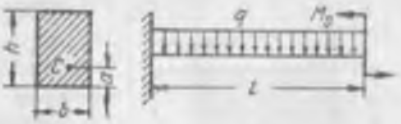
$C$ нуқтадаги нормал кучланишларни ҳисоблаш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$\sigma_C=\frac{M_{max}\cdot z_C}{J_y}=-\frac{60\cdot10^3\cdot5}{7500}=-4000\ \text{Н/см}^2.$$

$C$ нуқта сиқилган зонада ($M>0$, $z_C<0$) ётганлиги учун «—» ишораси олинган.




6.32- масалага оид




6.33- масалага оид

**6.32.** Учларидан эркин таянган, қулочи $l=6$ м бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балка текис тақсимланган юк $q=4$ кН/м ва тўпланган куч $P=20$ кН (қулоч ўртасига қўйилган) билан юкланган (расмга қаранг). Балка кесимининг ўлчамлари: $0{,}12\times0{,}20$ м. Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=15\cdot10^6$ Н/м².

**6.33.** Расмда тасвирланган балканинг $Q$ ва $M$ эпюраларини ясанг ва хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Балканинг пастки четидан $a=4$ см масофада жойлашган кесимнинг $C$ нуқтасидаги кучланишларни ҳам ҳисобланг. Балка қулочи $l=2$ м, кесим ўлчамлари $b=20$ см, $h=\approx30$ см. Юклар: $q=20$ кН/м, $M_0=12$ кН/м.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=930$ Н/см²; $\sigma_C=-680$ Н/см².

**6.34.** Қулочи $l=5a=5$ м бўлган тўғри тўртбурчак кесимли балка расмда кўрсатилгандек юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимида вужудга келадиган энг катта нормал кучланишлар $\sigma_{max}=1210$ Н/см², кесим ўлчамлари $b=12$ см ва $h=20$ см бўлса, юк $q$ интенсивлигини аниқланг.

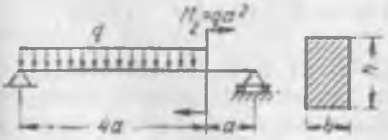
*Жавоб:* $M_{max}=2{,}42qa^2$; $q=4000$ Н/м.

**6.35.** Диаметри $d=27$ см бўлган доира кесимли ёғоч балка учларидан шарнирли таянган ҳамда ҳар бири икки тўпланган куч $P=20$ кН билан юкланган (кучлар таянчларидан бир хил $a=1$ м масофага қўйилган). Агар балканинг қулочи $l=3$ м бўлса, хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг.

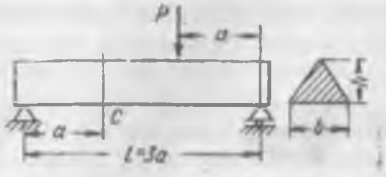
*Жавоб:* $\sigma_{max}=1040$ Н/см².

**6.36.** Расмда тасвирланган учбурчак кесимли балканинг С нуқтасида Р куч таъсирида пайдо бўладиган нормал кучланишлар $\sigma_C=$ $=3000$ Н/см². Балканинг хавфли кесимидаги нормал кучланишларнинг энг катта абсолют қийматини аниқланг, $M=M_{макс}$.

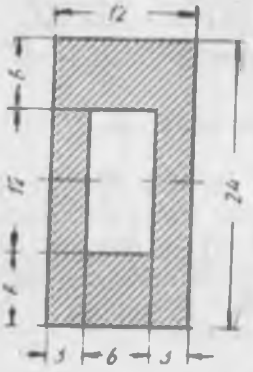
*Жавоб;* $\sigma_{max}=12000$ Н/см² (сиқилиш).




6.34- масалага оид

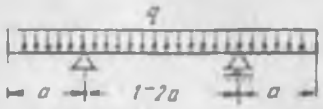



6.36- масалага оид




6.37- масалага оид

**6.37.** Қулочи $l=4$ м бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ичи бўш балка учларидан эркин таянган. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=5000$ Н/см² бўлса, вертикал текисликда қулоч ўртасига қандай тўпланган куч $P$ ни хавфсиз қўйиш мумкин? Кесим ўлчамлари расмда см да берилган.




6.39- масалага оид

*Жавоб:* $P=54000$ Н.

**6.38.** Эшик ўйиғи устига ташланган икки қатор балкага ўйиқ устидаги девор огирлигидан $Q_0=48$ кН босим тушади. Балканн учларидан эркин таянган деб ҳисоблаб ва девор босимини бутун қулоч узунлиги $l=3{,}0$ м бўйича текис тақсимланган деб олиб, балканинг зарур кесимини икки вариантда танланг: а) икки қўштаврдан иборат, б) икки швеллердан иборат. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа.

*Ечим.* Эгувчи моментнинг энг катта қиймати

$$M_{max}=\frac{Q_0 \cdot l}{8}=\frac{48 \cdot 3}{3}=18 \text{ кНм}.$$

Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра икки балканинг кесими зарур қаршилик моментини аниқлаймиз:

$$W=\frac{1800000}{16000}=112{,}5 \text{ см}^3.$$

Нормал сортамент жадвалидан (иловага қаранг) зарур қаршилик моментли кесимни қидирамиз (ҳар қайси балка учун қаршилик моменти камида $W=0{,}5 \cdot 112{,}5 \approx 56$ см³ бўлган кесим зарур). б) вариант учун швеллер № 14 ($W=70{,}2$ см³).

**6.39.** Агар консолларнинг узунлиги $a=2$ м, қулочи $l=2a=4$ м, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа бўлса, текис тақсимланган нагрузка $q=20$ кН/м ни кўтарадиган консол балканинг қўштаврли кесимини танланг (расмга қаранг).

*Жавоб:* Қўштавр № 22а.

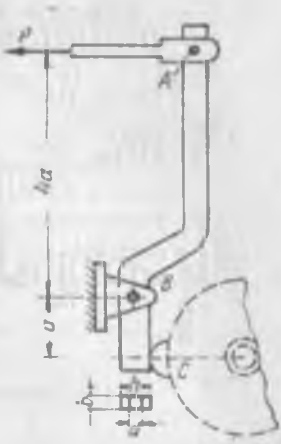
**6.40.** Лойиҳага кўра девордаги ўйиқни қўштавр профил № 12 ли иккита балка билан ёпиш кўзда тутилган. Кейин уларни бирини битта каттароқ профилли балка билан алмаштиришга қарор қилинди. Зарур қўштавр номерини аниқланг ва қайси қарор тежамлироқ эканини ҳисобланг.

*Жавоб:* Қўштавр № 18. Бунда 20% чамаси металл тежалади.

**6.41.** Қулочн $l=6$ м бўлган балкалар томони $b=20$ см ли квадрат кесимли ғўлалардан қилинади деб лойиҳалаштирилган. Қурилишда уларнинг ўрнига кесим юзаси шундай бўлган думалоқ ғўлаларга алмаштиришди. а) Алмаштириш натижасида хавфли кесимда энг катта нормал кучланишлар катталиги қандай ўзгаради? а) Лойиҳадаги мустаҳкамликни таъминлаш учун ғўлаларнинг диаметрини қандай танлаш керак?

*Жавоб:* а) 16% ошади.

б) $d=23{,}8$ см




6.43- масалага оид

**6.42.** Бир учидан қисилган квадрат кесимли балка қисилмаган учига квадрат томонига параллел қилиб қўйилган тўпланган куч $P$ билан юкланган. Агар балкани ўқи атрофида 45° бурнб куч таъсир чизиғини квадрат диагоналига тўғри келтирилса, (иккала ҳолда ҳам хавфли кесимдаги энг катта кучланишларнинг катталиги бир хил бўлади деб ҳисоблаб), $P$ куч катталиги қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 29,3% камаяди.

**6.43.** Тормоз қурилмаси тортқи ҳамда эгик ричаг ABC дан иборат. Ричаг B нуқтада шарнирли болт атрофида эркин бурила олади. Тормоз берилганда тортқида $P=1500$ Н куч пайдо бўлади. Натижада тормоз калодкаси ғилдиракка $C$ нуқтада қисилади. Агар ричагнинг калта елкаси $a=0{,}25$ м, кесими $b=2$ см, $h=6$ см ўлчамли тўғри тўртбурчак, болт тешигининг диаметри $d=30$ мм бўлса, болт диаметри кучсизлантирилган ричагнинг хавфли кесимида пайдо бўладиган кучланишлар катталигини аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=14300$ Н/см².

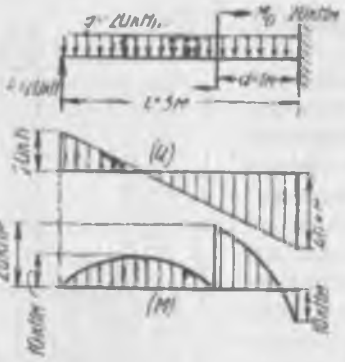
**6.44.** Юкланиш схемаси ва ўлчамлари расмда кўрсатилган балка учун энг катта эгувчи момент бўйича қуйидаги икки вариантда кесим танланг: а) қўштаврли (прокат пўлат) ва б) тўғри тўртбурчак (қарағай) — кесимнинг баландлиги энига нисбатан $h/b=3/2$. Рухсат этиладиган кучланиш пўлат учун $[\sigma]=16000$ Н/см², ёғоч учун $[\sigma]=1200$ Н/см².

*Ечиш.* Эпюралар $Q$ ва $M$ расмда тасвирланган, $M_{max}=20$ кН·м. Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра:

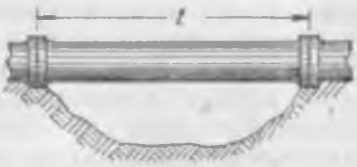
Вариант а): $W_y \geqslant \dfrac{M_{max}}{[\sigma]} = \dfrac{20000 \cdot 10^2}{16000} = 125$ см³.

Сортамент бўйича (илова) қўштавр № 18 ни (қаршилик моменти $W=143$ см³, запас 14% (ёки қўштавр № 16) $W=109$ см³, ўта кучланиш 13% атрофида). Қўштавр № 18 ни қабул қиламиз.

Вариант б): $W \geqslant \dfrac{20000 \cdot 10^2}{16000} = 1668$ см³.



6.44- масалага оид



6.46- масалага оид

Тўғри тўртбурчак учун $W = \frac{bh^2}{6} = \frac{h}{6} \cdot \left(\frac{3}{2}b\right)^2 = \frac{3}{8}b^3$, у ҳолда $b = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 1668}{3}} = 16{,}45$ см, $h = \frac{3}{2}b = 24{,}7$ см. Пўлат $17 \times 25$ см ни қабул қиламиз.

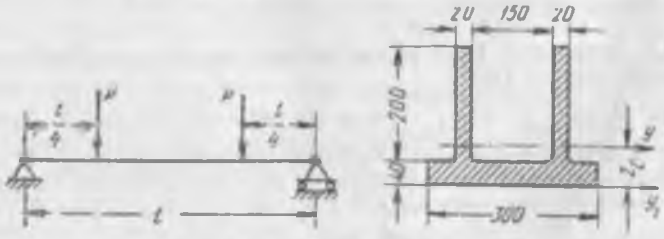
**6.45.** Бўйлама ўлчамлари ва юкланишлар берилган ҳамда расмда (жадвалда) схематик тасвирланган балкалар учун кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ҳамда қуйидаги варианглардан бирида энг катта эгувчи момент бўйича кесим танланг: а) прокат профил (пўлат) ва б) доира ёки тўғри тўртбурчак кесим (қарағай) — нисбат $h/b$ берилган. Рухсат этиладиган кучланиш пўлат учун $[\sigma] = 16000$ Н/см², ёғоч учун $[\sigma] = 1200$ Н/см².

*Жавоб:* Жадвалга қаранг (1—10 схемалар консоллар учун, 11—20 схемалар икки таянчли балкалар учун).

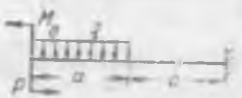
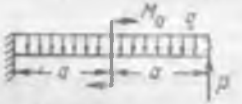
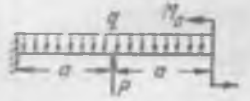
**6.46.** Сув тўлдирилган чўян қувур қулочи $l = 12$ м (расмга қаранг). Қувурни учлари шарнирли таянган балка деб ҳисоблаб, хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Қувурнинг ташқи диаметри $D = 25$ см, ички диаметри $d = 23$ см, чўяннинг солиштирма оғирлиги $\gamma = 7{,}8$.

*Жавоб:* $\sigma_{max} = 4120$ Н/см²

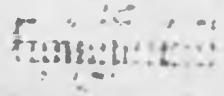
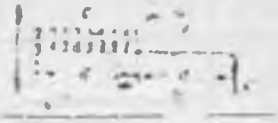
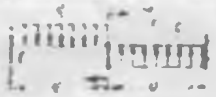
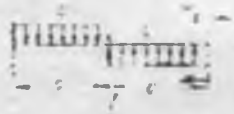
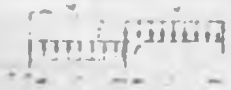
**6.47.** Қулочи $l = 4$ м бўлган (расмга қаранг) болғаланувчан чўян балкага хавфсиз қўйиш мумкин бўлган рухсат этиладиган куч $P$



6.47- масалага оид

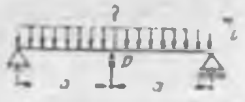
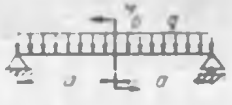
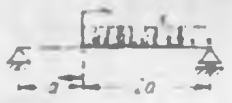
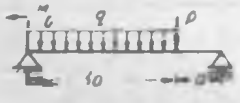
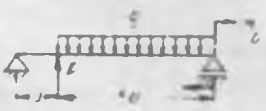
| Схема ва вариант номери | Балка ва юкланиш схемаси | Ўлчамлар ва юкланишлар | | | | | | | Жалоб |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Кесим хили ёки нисбат $h/b$ | $a$ | $P$ | $q$ | $M_0$ | $Q$ | $M$ | $W$ | Профиль номери ёки кесим ўлчамлари, см |
| | | | м | кН | кН/м | кНм | кН | кНм | $см^3$ | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 а) |  | Қўштавр | 2 | 10 | 10 | 20 | 10 | —40 | 250 | қўштавр № 22 |
| б) | | | 1 | 10 | 20 | 10 | 10 | —20 | 1670 | $b = 16,45$ |
| 2 а) |  | қўштавр | 1 | 40 | 40 | 10 | 40 | 10 | 62,5 | қўштавр № 12 |
| б) | | | 2 | 40 | 20 | 20 | 40 | 20 | 1670 | $b = 16,45$ |
| 3 а) |  | қўштавр дарра | 2 | 20 | 20 | 20 | 60 | —60 | 375 | қўштавр № 27 |
| б) | | | 1 | 20 | 40 | 10 | 60 | —30 | 2500 | $b = 29,4$ |
| 4 а) |  | 2 швеллер $h/b=2$ | 2 | 0,5 | 10 | 20 | —45 | —80 | 500 | швеллер № 24 |
| б) | | | 1 | 2,5 | 10 | 0,5 | —22,5 | —20 | 1670 | $b = 13,6$ |
| 5 а) |  | қўштавр $h/b=5/2$ | 2 | 20 | 40 | 2 | 140 | —260 | 1625 | қўштавр № 40 |
| б) | | | 0,5 | 10 | 20 | 1,25 | 3,5 | —16,8 | 1355 | $b = 10,9$ |

6.45. масалага (*давоми*)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 а)<br>б) |  | қўштавр<br>доира | 2<br>1 | 80<br>20 | 40<br>20 | 160<br>20 | —80<br>—20 | 80<br>10 | 500<br>833 | қўштавр № 30а<br>$d = 20,4$ |
| 7 а)<br>б) |  | 2 қўштавр<br>$h/b = 2$ | 2<br>1 | 60<br>20 | 30<br>20 | 60<br>10 | —60<br>—20 | 120<br>20 | 750<br>1670 | қўштавр № 27<br>$b = 13,6$ |
| 8 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b=4/3$ | 2<br>2 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 177<br>1670 | қўштавр № 20<br>$b = 17,8$ |
| 9 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b=5/3$ | 2<br>1 | 20<br>5 | 20<br>10 | 40<br>5 | —60<br>—15 | 80<br>10 | 500<br>833 | қўштавр № 30а<br>$b = 12,2$ |
| 10 а)<br>б) |  | 2 швеллер<br>доира | 2<br>1 | 40<br>10 | 20<br>10 | 80<br>10 | 80<br>20 | 240<br>30 | 1500<br>2500 | швеллер № 40<br>$d = 29,4$ |
| 11 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 3/2$ | 2<br>2 | 40<br>20 | 20<br>10 | 40<br>20 | 30<br>15 | 40<br>20 | 250<br>1670 | қўштавр № 22а<br>$b = 16,45$ |

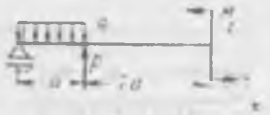
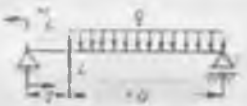
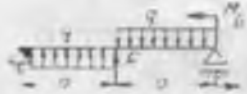
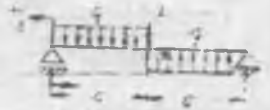
148

*давоми*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 а)<br>б) |  | 2 қўштавр<br>доира | 3<br>2 | 60<br>40 | 20<br>20 | 10<br>10 | 33,7<br>22,5 | 26,1<br>17,4 | 163<br>1450 | қўштавр № 14<br>$d = 24,5$ |
| 13 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | —<br>— | 20<br>10 | 160<br>20 | 80<br>20 | 120<br>15 | 750<br>1250 | қўштавр № 36<br>$b = 16,2$ |
| 14 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 2$ | 2<br>1 | —<br>— | 40<br>20 | 20<br>2,5 | —110<br>— 27,5 | 15,1<br>19 | 946<br>1580 | қўштавр № 30<br>$b = 13,3$ |
| 15 а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | 60<br>30 | 10<br>10 | 80<br>20 | 6,25<br>31,2 | 11 5,2<br>28,8 | 722<br>2400 | қўштавр № 36<br>$b = 20,1$ |
| 16 а)<br>б) |  | қўштавр<br>доира | 1<br>0,5 | 20<br>10 | 20<br>20 | 20<br>5 | 40<br>20 | 60<br>15 | 375<br>1250 | қўштавр № 27<br>$d = 23,3$ |

149

6.45 масаланинг (давоми)

| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | а)<br>б) |  | 2 швеллера<br>$h/b = 5/3$ | 2<br>1 | 40<br>20 | 20<br>20 | 40<br>10 | 46,7<br>23,4 | 40<br>10 | 250<br>833 | швеллер № 18а<br>= 12,2 |
| 18 | а)<br>б) |  | 2 швеллера<br>$h/b = 4/3$ | 2<br>1 | 50<br>50 | 20<br>20 | 40<br>20 | 46<br>46 | 57,8<br>28,9 | 330<br>2405 | швеллер № 20а<br>= 20,1 |
| 19 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>домра | 2<br>2 | 30<br>20 | 30<br>20 | 30<br>20 | 37,5<br>25 | —30,9<br>—20,6 | — 193<br>1718 | қўштавр № 20а<br>= 25,8 |
| 20 | а)<br>б) |  | қўштавр<br>$h/b = 3/2$ | 4<br>2 | 10<br>7,5 | 20<br>30 | 40<br>15 | 50<br>37,5 | —40<br>—15 | 250<br>1250 | қўштавр № 22а<br>= 14,9 |

қийматини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланишлар: чўяннинг чўзилишига $[\sigma] = 3000$ Н/см², сиқилишига $[\sigma_c] = 10000$ Н/см². Кесим ўлчамлари расмда мм да кўрсатилган.

*Ечиш:* Эгувчи моментлар эпюрасини ясаб, $M_{max} = \frac{Pl}{4}$ катталигини топамиз.

Мустаҳкамлик шартини тузиш учун кесим инерция моментини (бош марказий ўқ $y$ га нисбатан) ҳисоблаб топиш керак. Кесимни учта тўғри тўртбурчакдан иборат деб қараб, қуйидагини топамиз:

1) Кесим юзаси $F = 2 \cdot 2 \cdot 20 + 4 \cdot 30 = 200$ см².

2) Шакл асосидан утадиган ўқ $y$ га нисбатан юзанинг статик моменти $S_{y_1} = 2 \cdot 20 \cdot 2(10 + 4) + 4 \cdot 30 = 1360$ см³.

3) Кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$z_c = \frac{1360}{200} = 6{,}8 \text{ см}.$$

4) $y$ ўққа нисбатан кесим инерция моменти параллел ўқларга ўтиш формулалари бўйича қуйидагига тенг:

$$J_y = 2\left[\frac{2 \cdot 20^3}{12} + 2 \cdot 20(10 + 4 - 6{,}8)^2\right] + \frac{30 \cdot 4^3}{12} + 30 \cdot 4(6{,}8 - 2)^2 = 9740 \text{ см}^4.$$

Мустаҳкамлик шарти ушбу кўринишни олади $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{J_y} \cdot z_{1,2} < [\sigma]$.

Бунда $z_{1,2}$ — $y$ ўқдан кесимнинг энг зўриққан нуқталаригача бўлган масофа.

а) Кесимнинг чўзилган (пастки) зонасида $z_1 = 6{,}8$ см.

б) Кесимнинг сиқилган (юқори) зонаси учун $z_2 = 24 - 6{,}8 = 17{,}2$ см.

Мустаҳкамлик шарти:

а) эгилишдаги чўзилишга

$$\sigma_{max} = \frac{pl}{4J_y} z_1 \leqslant [\sigma], \text{ бундан } P = \frac{4[\sigma] \cdot J_y}{z_1 \cdot l} = \frac{4 \cdot 3000 \cdot 9740}{6{,}8 \cdot 400} = 43000 \text{ Н}.$$

б) эгилишдаги сиқилишга

$$P \leqslant \frac{4[\sigma_c]J_y}{z_2 \cdot l} = \frac{4 \cdot 10000 \cdot 9740}{17{,}2 \cdot 400} = 56500 \text{ Н}.$$

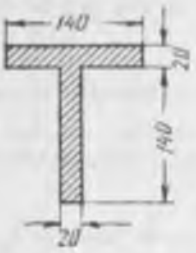
Равшанки, рухсат этиладиган юкланиш $P = 43000$ Н дан ошмаслиги керак, буни чўяннинг чўзилишга мустаҳкамлик шарти кўрсатаяпти.

**6.48.** Узунлиги $l = 1{,}4$ м бўлган ва бир учи қисилган тавр профилли балка вертикал текисликда тўпланган куч $P$ билан юкланган. Куч консолнинг эркин учига қўйилган. Кесим ўлчамлари расмда мм да берилган. Агар хавфли кесимда чўзувчи кучланиш $\sigma_{max} = 4240$ Н/см² бўлса, $P$ куч катталигини ва энг катта сиқувчи кучланишлар қийматини аниқланг.

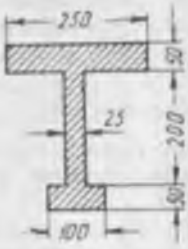
*Жавоб:* $P = 8250$ Н, $\sigma_{max} = -9320$ Н/см².

**6.49.** Қулочи $l = 2$ м, бир учидан қисилган ва бутун узунлиги бўйича вертикал текисликда бир текис тақсимланган юк $q = 30$ кН/м билан юкланган балканинг хавфли кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг. Балканинг кесими — ҳар хил токчали қўштавр, кесим ўлчамлари расмда мм да берилган.

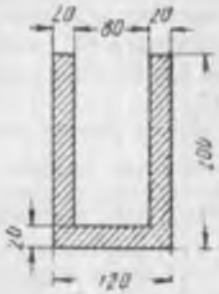
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 2540$ Н/см²; $\sigma_{min} = -4520$ Н/см².




6.48- масалага оид




6.49- масалага оид




6.50- масалага оид

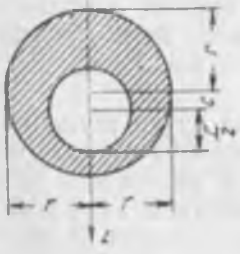
**6.50.** Расмда тасвирланган (ўлчамлари мм да берилган) тўғарасимон профилли балка икки шарнирли таянчда эркин туради ва ҳар қайси таянчлардан бир хил масофа $a = 2{,}2$ м да ётган иккита тенг куч $P = 20$ кН билан юкланган. Балка материали — чўзилишга мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = 180$ Н/мм² ва сиқилишга мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м^c = 400$ Н/мм² бўлган қотишма. Балканинг хавфли кесимидаги нуқталар учун букилишдаги чўзилишга ва сиқилишга мустаҳкамлик запаси коэффициентини аниқланг.

*Жавоб:* Чўзилишга $\kappa_1 = 1{,}8$; сиқилишга $\kappa_2 = 2{,}96$.

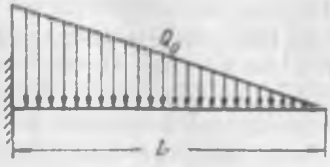
**6.51.** Йўналтирувчи стойка учун очилган носимметрик жойлашган думалоқ тешик кучсизлантирган станок калонкаси $xOz$ текисликда момент $M = 60$ кНм билан соф эгилишга учрайди. Агар $r = 15$ см бўлса, расмда кўрсатилган калонка кесимидаги энг катта нормал кучланишлар катталигини аниқланг. Ташқи ва ички айланалар марказлари орасидаги масофа $c = 0{,}25\ r$.

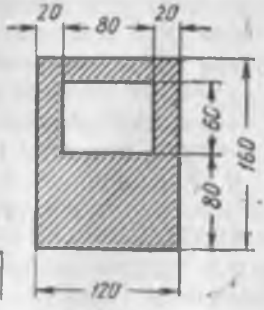
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 2870$ Н/см².

**6.52.** Бир учидан қисилган, узунлиги $l = 1{,}5$ мм бўлган балка учбурчак қонуни бўйича тақсимланган яхлит нагрузка $Q_0$ билан юкланган. Балканинг кесими тўғри тўртбурчак, ичи бўш носимметрик жойлашган бўшлиғи бор (расмга қаранг, ўлчамлар мм да берилган). а) Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 10000$ Н/см² бўлса, юк $Q_0$ катталигини аниқланг. б) Агар юк

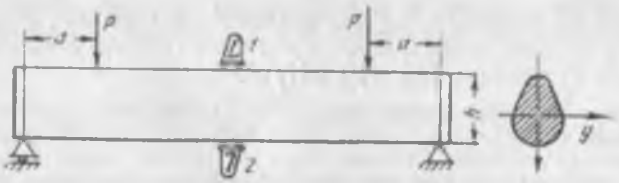


6.51- масалага оид




6.52- масалага оид



6.53- масалага оид

$Q_0$ балка узунлиги бўйича бир текис тақсимланса, юкнинг катталиги қандай ўзгаради?

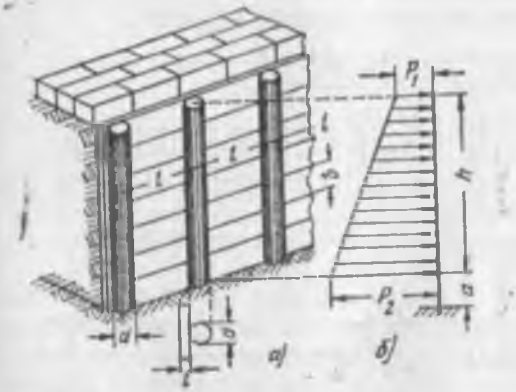
*Жавоб:* а) $Q_0 = 75000$ Н, б) 1,5 марта кичраяди.

**6.53.** Расмда тасвирланган схема бўйича чўян балкани синашда ($E = 1{,}2 \cdot 10^7$ Н/см²) тензометрлар *1* ва *2* кўрсатишлари ёзиб олинди. Юкланиш погонаси $P = 50$ кН дан кўрсатишларнинг ўртача ўсиши $\Delta n_1 = -15$ мм, $\Delta n_2 = 5$ мм га тенг бўлди. Агар кесим баландлиги $h = 24$ см, $a = 0{,}6$ м, тензометрлар базаси $l = 20$ мм, катталаштириш коэффициенти $\kappa = 1000$ бўлса, бош марказий ўқ $y$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти катталигини аниқланг.

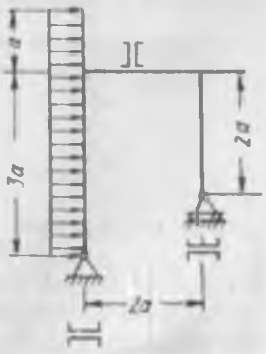
*Жавоб:* $J_y = 6000$ см⁴.

**6.54.** Тўкмани тутиб турган тирак девор ҳар қайсисининг эни $b = 0{,}2$ м (расмга қаранг) бўлган тахталар қоқилган думалоқ қозиқлардан иборат. Қозиқлар орасидаги масофа $l = 1{,}2$ м, девор баландлиги $h = 1{,}5$ м. Тирак деворга тушадиган босим чизиқли қонун бўйича $p_1 = 5$ кНм² (девордан баланд юк таъсирида), $p_2 = 18$ кН/м² гача ошади. Грунт юмшоқлиги туфайли қозиқнинг қисилган жойи грунт сатҳидан $a$ катталикка пастроқ олинади (расм, *б*).

Қоплама тахталарини қозиқларга шарнирли тиралган балкалар сифатида қараб ва ўлчам $a = 0{,}25$ м деб олиб, қозиқ



6.54- масалага оид



6.55- масалага оид

диаметри $d$ ни ва тахталар қалинлиги $t$ ни танланг. Эгилишдаги чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=10$ мН/м².

*Кўрсатма.* Ҳар қайси оралиқ қозиқ тахта қопламанинг $a=h\cdot l$ юзасидаги кисми босимини қабул қилади. Демак, босим жадаллиги қозиқ баландлиги бўйича $q_1=p_1\cdot l$ дан $q_2=p_2\cdot l$ гача ўзгаради. $M_{max}$ ни хисоблаб қозиқ кесими танланади. Энди қопламага келсак, энг пастдаги тахта энг ноқулай шароитда туради. У қулочи $l$ бўлган икки таянчдаги бир текис тақсимланган юк $q_b=p_2\cdot b$ (пастда кв м га тушадиган босим $p_2$ га тенг, тахтанинг эни $b$ м бўлганда пог м га тушадиган босим $b$ марта катта) билан юкланган балка сифатида ишлайди.

*Жавоб:* $d=0{,}26$ м; $t=0{,}044$ м.

**6.55.** Расмда тасвирланган раманинг ён қопламаси стойкага шамолнинг бир текис тақсимланган кучи $q=5000$ Н/м ни ўтказади. Рама стойкаси ва ригели икки бир хил швеллердан лойиҳаланади. Эгилишга мустаҳкамлик шартига кўра швеллернинг зарур номерини аниқланг. $a=2$ м, рухсат этиладиган кучланиш $[\tau]=14000$ Н/см².

*Жавоб:* № 36 ли икки швеллер.

## 20-§. Эгилишдаги уринма кучланишлар. Эгилиш маркази

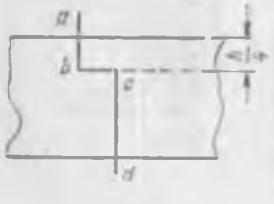
**6.56.** Кесимдаги (расмга қаранг) кўндаланг куч $Q$ мусбат ва манфий қийматида погонали қирқим $abcd$ орқали балканинг ўнг қисмидан чап қисмига ва аксинча узатиладиган уринма кучланишлар йўналишини кўрсатинг. Агар $Q=32000$ Н, $b=12$ см ва $h=20$ см бўлса, горизонтал юза $bc$ бўйича уринма кучланишлар катталигини ҳам аниқланг.

*Жавоб:* $\tau_{max}=150$ Н/см².

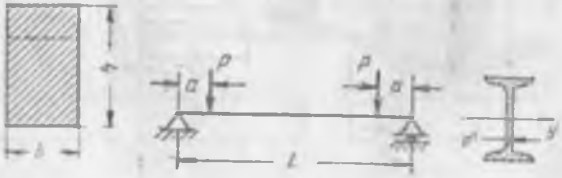
**6.57.** Эгилишда чўзилишга ва сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа ҳамда қирқишдаги чўзилишга ва сиқилишга рухсат этилган кучланиш $[\tau]=100$ МПа бўлганда сортамент бўйича қулочи $l=3$ м бўлган, таянчлардан бир хил масофа $a=0{,}35$ м да қўйилган икки тенг куч $P=180$ кН билан юкланган қўштавр кесимни танланг (расмга қаранг).

*Ечим:* $Q_{max}=180$ кН, $M_{max}=P\cdot a=180\cdot 0{,}35=63$ кН·м.
Эгилишдаги мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз:

$$W\geq\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{63\cdot 10^3}{1600}=392\ \text{см}^3.$$




6.56- масалага оид




6.57- масалага оид

Сортамент бўйича (иловага қаранг) яроқли профилни — қаршилик моменти $W = 407$ см³ бўлган қўштавр № 27*а* ни топамиз. Энг катта нормал кучланишлар:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{63 \cdot 10^3}{407} = 155 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}.$$

Уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текширамиз: Жадвалдан қўштавр № 27 а учун қуйидагиларга эга бўламиз:

нейтраль ўқ $y$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти $J_y = 5500$ см⁴, ўқ $y$ га нисбатан ярим кесимнинг статик моменти $S^{\circ}_y = 229$ см³, нейтрал қатлам сатҳида кесимнинг кенглиги $b(z) = \delta = 0{,}6$ см.

Журавский формуласидан қуйидагини топамиз:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S^{\circ}_y}{J_y b(z)} = \frac{180000 \cdot 229}{5500 \cdot 0{,}6} = 12500 \text{ Н/см}^2 > 10000 \text{ Н/см}^2.$$

Кесимнинг силжишга мустаҳкамлигини таъминлаш учун профиль номерини каттароқ олиш керак. Қўштавр № 30 ни ҳисоблаб кўрамиз:

$$J_y = 7080 \text{ см}^4, \; S^{\circ}_y = 268 \text{ см}^3; \; \delta = 0{,}65 \text{ см}.$$

$$\tau_{max} = \frac{QS}{J_y \delta} = \frac{180000 \cdot 268}{7080 \cdot 0{,}65} = 10500 \text{ Н/см}^2 > 10000 \text{ Н/см}^2.$$

Ўта кучланиш 5% ни ташкил этди, бунга йўл қўйиш мумкин. Кесимни қирқимга мустаҳкамлик шартидан танлашга тўғри келди.

*Жавоб*: Қўштавр №30.

**6.58.** Бир учидан қисилган ва схемада кўрсатилганидек букланган ёғоч балканинг тўғри тўртбурчак кесимини танланг. Тўғри тўртбурчак томонларининг нисбати $h:b = 3:2$; $a = 0{,}25$ м;

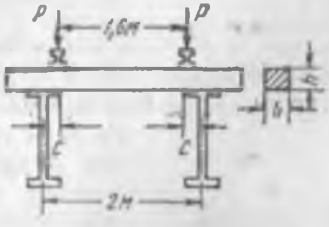
$q = 10$ кН/м, $P = 10\,qa$, $[\sigma] = 1000$ Н/см² ва $[\tau] = 120$ Н/см².

*Жавоб:* $b = 17$ см, $h = 25{,}5$ см.

**6.59.** Кўприк тўсинининг хавфли кесимида локомотив ғилдираклари босими — ҳар қайси рельсдан $P = 96$ кН куч таъсирида вужудга келадиган нормал ва уринма кучланишлар катта-



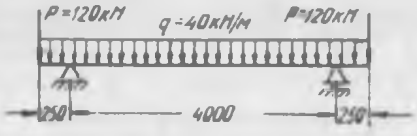

6.58- масалага оид




6.59- масалага оид

лигини аниқланг (расмга қаранг). Тўсин кўндаланг кесим ўлчамлари: $b = 21$ см, $h = 28$ см. Тўсин кўприкнинг бўйлама балкаларига шарнирли таянади ва уларнинг ўқлари орасидаги масофага тенг $l = 2$ м қулочга тенг деб ҳисобланг.

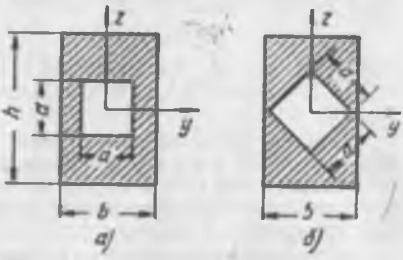
*Жавоб*: $\sigma_{max} = 7000$ кН/м²; $\tau_{max} = 2450$ кН/м².




6.60- масалага онд

**6.60.** Расмда кўрсатилгандек юкланган қўштавр профилли консол балканинг кесимини танланг. Рухсат эгилган кучланишни $[\sigma] = 160$ МПа, $[\tau] = 100$ МПа.

*Жавоб:* қўштавр № 27.




6.62- масалага онд

**6.61.** Қўштавр профилли балка кўндаланг куч $Q_0$ бўлганда эгувчи момент $M_0$ таъсирига мослаб лойиҳаланади. Конструкцияни синаш учун балканинг лойиҳадаги балкага геометрик ўхшаш модели ясалган. Моделнинг барча ўлчамлари аслига қараганда $n$ марта кичрайтириб олинган. Моделни синашда юкланишлар кичрайтириб олинади, бу билан бирга моделдаги эгувчи момент $M_1$ ва кўндаланг куч $Q_1$, $Q_2$ ва $M_0$ дан бир хил марта кичик. Моделдаги энг катта уринма кучланишлар ($\max \tau_1$) асл нусхасидаги $\tau_0$ дан қанча фарқ қилишини ҳисобланг. Иккала балкадаги энг катта нормал кучланишлар бир хил.

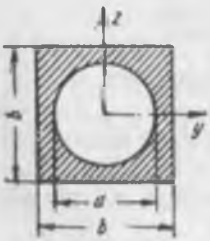
*Жавоб:* Моделдаги $_{max}\tau_1$ лойиҳаланган балкадагидан $n$ марта кичик.

**6.62.** Ушбу икки вариантни таққосланг: а) ва б) нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган балканинг тўғри тўртбурчак трубасимон кесими учун кесим ўлчамлари: $b = 12$ см, $h = 20$ см, $a = 8$ см (расмга қаранг).

*Жавоб:* Нормал кучланишлар бўйича икки вариант ҳам бир хилда мустаҳкам, уринма кучланишлар бўйича а) вариант фойдали,

$$(\tau_б = 5{,}73\ \tau_а)$$

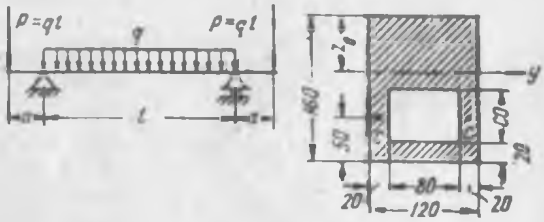
**6.63.** Қулочи $l = 3$ м бўлган учларидан эркин тиралган балка таянчлардан бир хил масофа $a = 0{,}7$ м га қўйилган $P = 120$ кН ли икки тенг тўпланган кучлар билан юкланган. Агар эгилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 60$ МПа ва қирқишга $[\tau] = 20$ МПа бўлса, кесимнинг мустаҳкамлигини текширинг. Кесим ўлчамлари (расм, *а* га қаранг): $b = 24$ см, $d = 20$ см.




6.63- масалага онд

*Кўрсатма.* Ярим доиранинг асосга нисбатан статик моменти:

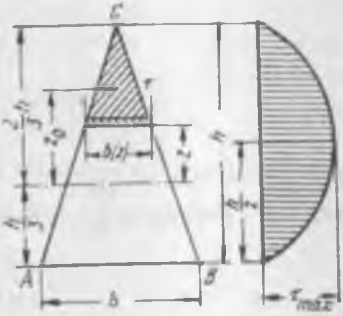
$$S_y = \frac{1}{12} d^3.$$




6.64- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_{max}=50{,}8$ МПа$<60$ МПа
$\tau_{max}=16$ МПа$<20$ МПа

**6.64.** Қулочи $l=4$ м бўлган, ҳар қайсиси $a=0{,}5$ м ли икки тенг консолли балка расм, *а* дагидек юкланган. Агар *C* нуқталардаги уринма кучланишлар $\tau_C=10$ МПа бўлса, балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар катталигини аниқланг. Кесим ўлчамлари ва *C* нуқталаргача бўлган масофа расм, *б* да мм ларда кўрсатилган.




6.65- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_{max}=70$ МПа; $\tau_{max}=11{,}2$ МПа ($z_0=7$ см, $J_y=3370$ см$^4$).

**6.65.** Шакли тенг ёнли учбурчакдан иборат бўлган балка кесими баландлиги бўйича уринма кучланишлар вертикал ташкил этувчиларининг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Кўндаланг куч *Q* ўқ *z* бўйлаб йўналган.

*Ечим.* Уринма кучланишларнинг жуфтлиги қонунига кўра, контур нуқталардаги тўлиқ уринма кучланиш йўналиш бўйича *AC* ва *BC* ёқларига тўғри келади. Кесимнинг исталган нуқтасида эса у учбурчак чўққисига йўналган деб қабул қилиниши мумкин. Журавскийнинг τ кесим эни бўйича текис тақсимланган деб фараз қилиб чиқарилган формуласи бўйича ўқ *z* га параллел бўлган ташкил этувчилар τ ғина аниқланади.

$$\tau=\frac{Q\cdot S_y}{J_y b\,(z)}. \qquad (a)$$

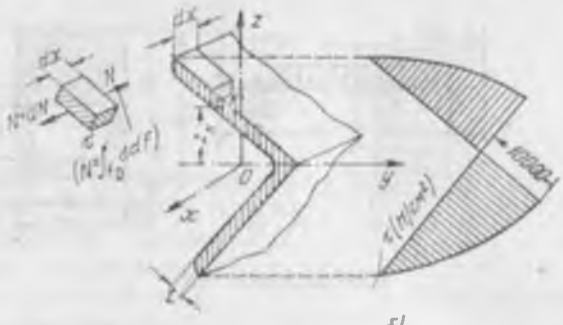
Чизиқ $b\,(z)$ да ётган ихтиёрий нуқта учун юзанинг нейтрал ўқи *y* га нисбатан силжиётган статик момент $S^3_y=F_0\cdot z_0$, штрихланган учбурчакнинг юзаси

$$F_0=\frac{1}{2}\cdot b\,(z)\left(\frac{2}{3}h-z\right).$$

$$z_0=z+\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}h-z\right)=\frac{2}{3}(h+z).$$

Демак,

$$S^3_y=\frac{1}{3}b\,(z)\left(\frac{2}{3}h-z\right)\left(\frac{h}{3}+z\right)=\frac{b\,(z)}{27}(2h^2+3hz-9z^2).$$




6.66- масалага оид

$$\tau = \frac{Q S^{\circ}_{y}}{J_y b (z)} = \frac{Q}{27 J_y} (2 h^2 + 3 hz - 9 z^2).$$

Уринма кучланишлар параболик қонун бўйича ўзгаради. Учбурчакнинг инерция моментини қўйиб $J_y = \frac{bh^3}{36}$ қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau = \frac{4 Q}{3bh^3} (2 h^2 + 3 hz - 9 z^2). \qquad (б)$$

Тенгламани $\tau$ максимумга текшириб, ушбуни топамиз:

$$\frac{d\tau}{dz} = 3 h - 18 z = 0, \text{ бундан } z = \frac{h}{6};$$

Демак, $\tau_{шах} = \tau$, $z = \frac{h}{6}$ яъни учбурчакнинг ўрта чизигига $z$ нинг бу қийматини (б) га қўйиб, ушбуни ҳосил қиламиз: $\tau_{max} = \frac{3 Q}{bh} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F}$. Кесим баландлиги бўйича $\tau$ эпюрасини ясаш учун ўзгарувчан $z$ га яна уч қиймат берамиз.

$$1)\ z = 0;\ \tau = \frac{4}{3} \frac{Q}{F};\ \ 2)\ z = \frac{2}{3} h,\ \tau = 0\ \ 3)\ z = -\frac{h}{3},\ \tau = 0$$

*Жавоб*: Расмга қаранг.

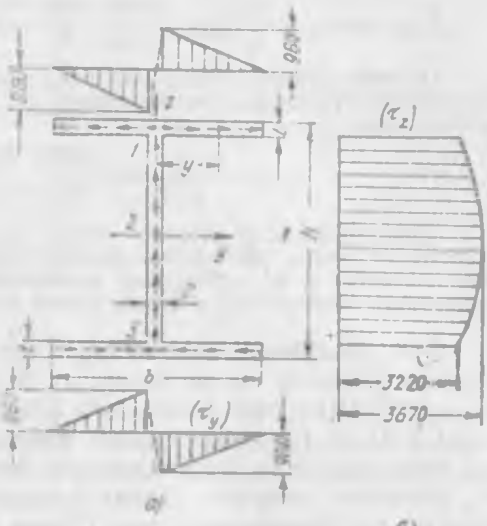
**6.66.** Профили бурчаклик $50 \times 50 \times 5$ мм бўлган балка вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Агар кесимдаги $z$ ўққа параллел бўлган кўндаланг куч $Q = 20$ кН га тенг бўлса, кесим бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг ва уларнинг К нуқтадаги қийматини топинг ($z_K = 20$ мм) ва $\tau_{max}$ ($z = 0$).

*Кўрсатма.* Қирқилган элемент учун Д. И. Журавский усули бўйича $x$ ўққа параллел юзача бўйича $\tau$ қийматини топинг (расм, *а*). Жуфтлик қонунига кўра худди шундай кучланишлар токчалар бўйлаб таъсир қилади:

$$\tau = \frac{Q S^{\circ}_{y}}{J_y t}, \text{ бунда } S^{\circ}_{y} = \int_{F} z dF = \frac{t}{\cos 45^{\circ}} \int_{z}^{b \cos 45^{\circ}} z dz.$$

*Жавоб*: Расмга қаранг. б) $\tau_к = 68$ МПа; $\tau_{max} = \frac{Qb^2}{2J_y \sqrt{2}} = 100$ МПа.

**6.67.** Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q=160$ кН ва ўқ z бўйлаб йўналган бўлса, чизмада тасвирланган қўштавр профиль девори ва токчаларида вужудга келадиган уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Кесим ўлчамлари: $b=36$ см, $h=40$ см, $t=2$ см, $\delta=1{,}2$ см.




а) б)

6.67- масалага онд

*Ечим:* Журавский формуласи бўйича уринма кучланишлар катталиги қуйидагига тенг Девор бўйлаб таъсир этадиган:

$$\tau_z=\frac{QS^{\circ}_y}{J_y\,b\,(z)};$$

токчалар бўйлаб таъсир этадиган:

$$\tau_y=\frac{QS^t_y}{J_y\,t}.$$

Бу ерда $S^{\circ}_y$, $S^t_y$ — кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан силжийдиган қисмининг статик моментлари, $b\,(z)=\delta$ — девор қалинлиги, $t$ — токча қалинлиги ва $J_y$ — кесимнинг марказий ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти, у қуйидагига тенг:

$$J_y=\frac{\delta\,(h-2t)^3}{12}+2\left[\frac{bt^3}{12}+bt\left(\frac{h-t}{2}\right)^2\right]=\frac{1{,}2+36^3}{12}+2\left(\frac{36\cdot 2^3}{12}+\right.$$
$$\left.+\,36\cdot 2\cdot 19^2\right)\approx 56700\ \text{см}^4.$$

Кесимнинг эни $b\ (z)=\delta$ ва токчанинг қалинлиги $t$ доимий бўлганда уринма кучланишлар катталигининг ўзгариши фақат статик момент катталигининг ўзгаришига боғлиқ бўлади. Деворнинг токчалар блан туташган жойига тегишли *1* ва *3* нуқталар учун

$$S_{1,3}=bt\cdot\frac{h-t}{2}=36{,}2\cdot 219=1368\ \text{см}^3.$$

Нейтрал ўқда ётган 2 нуқта учун

$$S_2=S_{\max}=S_1+\frac{(h-2t)}{2}\cdot\frac{(h-2t)}{4}\,\delta=1368+18\cdot 9\cdot 1{,}2=1560\ \text{см}^3.$$

Токчага тегишли $y$ абсциссаси ихтиёрий нуқта учун

$$S^t_y=\left(\frac{b}{2}-y\right)t\,\frac{h-t}{2}=\left(\frac{36}{2}-y\right)2\cdot\frac{38}{2}=(18-y)\cdot 38.$$

$y=\frac{\delta}{2}$ да $S'_y=684$ см³; $y=\frac{b}{2}$ да $S'_y=0$.

Деворда статик момент парабола бўйича, токчада тўғри чизиқ бўйича ўзгаради. Қўштавр деворидаги уринма кучланишлар катталиги (расм, *б*):

*1* ва *3* нуқталарда $\tau_{1,3}=\frac{Q\cdot S_1}{J_y\cdot\delta}=\frac{160000\cdot 1368}{56700\cdot 1{,}2}=322$ Н/см².

2 нуқтада $\tau_z = \frac{QS_z}{J_y \cdot \delta} = \frac{160000 \cdot 1560}{56700 \cdot 1,2} = 3670$ Н/см².

Токчалар бўйлаб таъсир этадиган уринма кучланишлар тўғри чизиқ қонуни бўйича ўзгаради, *1* ва *3* нуқталар яқинидаги энг катта қийматлар қуйидагига тенг:

$$_{max}\tau_y = \frac{Q \cdot S^l_z}{J_y \cdot l} = \frac{160000 \cdot 684}{56700 \cdot 2} \approx 960 \text{ Н/см}^2$$

Девор бўйлаб $Q$ га параллел таъсир этадиган уринма кучланишлар оқими токчаларда тескари томонларга тарқалади (расм, *а*). Девордан токчаларга ўтадиган нуқталарда $\tau_z$ ва $\tau_y$ маҳаллий кучланишлар характерига эга, шунинг учун материаллар қаршилиги усулларида уларни аниқлаб бўлмайди.

**6.68.** Балканинг кесими ҳар хил токчали қўштавр шаклида (расмда ўлчамлар см да берилган). Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 180$ кН га тенг ва юқорига йўналган бўлса, қўштавр деворидаги I, II ва III нуқталардаги уринма кучланишлар $\tau_z$ қийматини ва токчалардаги ($y$ ўққа параллел) энг катта уринма кучланишлар $\tau_y$ қийматини аниқланг. Девор баландлиги бўйича $\tau_z$ уринма кучланишлар ва токчаларнинг эни бўйича $\tau_y$ уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб*: $z_C = 12$ см; $\tau_{z,\,I} = 10,2$ МПа; $\tau_{z,\,II} = 21,2$ МПа

$\tau_{z,\,III} = 19,1$ МПа; $\tau_{y,\,I} = 5,1$ МПа; $\tau_{y,\,III} = 9,5$ МПа.

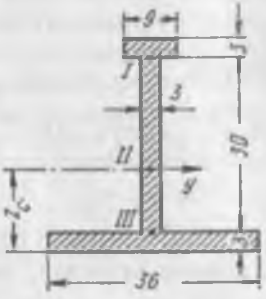
**6.69.** П-симон шаклдаги балка (ўлчамлари мм да) вертикал текислик $xz$ да эгилмоқда. Хавфли кесимда $Q_{max} = 120$ кН, $M_{max} = 50$ кНм; энг катта нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг, девор баландлиги бўйича уринма кучланишлар $\tau_z$ ва горизонтал токчалар эни бўйича уринма кучланишлар $\tau_y$ эпюрасини ясанг. Қандай нуқталарда ва қандай юзаларда уринма кучланишлар энг катта бўлишини аниқланг.

*Жавоб*:

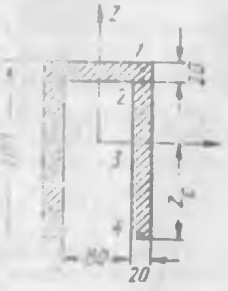
$z_C = 11,5$ см; $J_y = 3750$ см⁴; $\sigma_{max} = 153$ МПа; $_{max}\tau_y = 9,6$ МПа.

(*1* нуқтада); max $\tau_z = 21,2$ МПа. (*3* нуқтада); $\tau_2 = 14,4$ МПа.

(*2* нуқтада); max $\tau_\alpha = 76,5$ МПа (*4* нуқтада $\alpha = 45^c$)

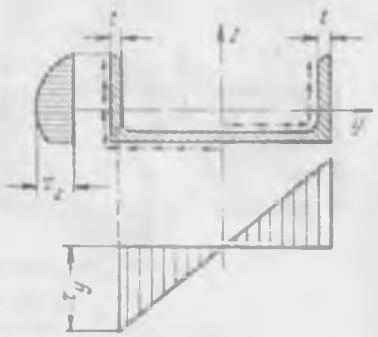



6.68- масалага оид




6.69- масалага оид

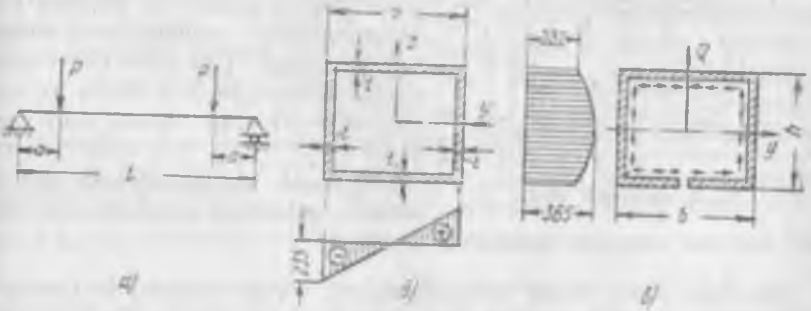
**6.70.** Швеллер №30 бикрлиги энг кичик бўлган текисликда *xz* да эгилмоқда. Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 65{,}4$ кН бўлса ва ўқ *z* бўйлаб йўналса, девор бўйлаб ва токчалар бўйлаб таъсир қиладиган уринма кучланишлар $\tau_y$ ва $\tau_z$ нинг эпюрасини ясанг. Токчаларнинг қалинлигини ўзгармас деб ҳисоблаб, уларнинг қиялигини ҳисобга олманг.



6.70- масалага оид

*Жавоб*: $\max \tau_y = 61{,}3$ МПа, $\max \tau_z = 56$ МПа.

**6.71.** а) Агар $P = 200$ кН, $l = 4$ м ва $a = 0{,}6$ м бўлса, схемада кўрсатилганидек юкланган тўғри тўртбурчак трубасимон балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар



6.71- масалага оид

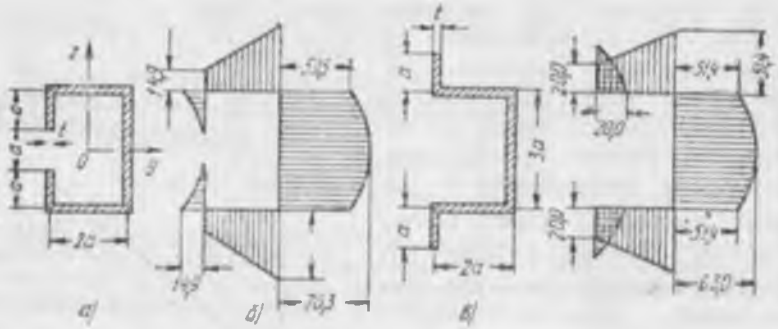
катталигини аниқланг. б) Кесимнинг вертикал ва горизонтал деворлари бўйлаб уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ясанг. в) Агар расм, *в* да кўрсатилганидек трубанинг пастки горизонтал деворида бўйлама қирқим қилинса, $\tau_y$ ва $\tau_z$ эпюралари қандай ўзгаришини аниқланг.

*Жавоб*: а) $\sigma_{max} = 156{,}5$ МПа, $\tau_{max} = 36{,}5$ МПа б) Расм, *б* да $\tau$ эпюралари Н/см² да кўрсатилган. в) Ўзгармайди.

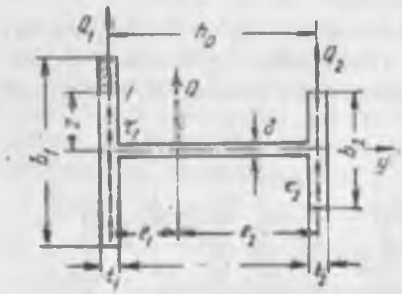
**6.72.** Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 160$ кН бўлса, вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли балка учун уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг. Балканинг кесими токчалари букилган швеллер шаклида (расм, *а*). Профиль деворларининг қалинлиги $t = 4$ мм, ўлчами $a = 20$ см.

Агар расм, *в* да кўрсатилганидек швеллер токчаси ташқарига букилган бўлса $\tau_y$ ва $\tau_z$ эпюрасининг катталиги ва кўриниши қандай ўзгаради?

*Жавоб*: 1) $\tau_{max} = 763$ МПа, $\tau$ эпюраси расм, *б* да кўрсатилган.
2) $\tau_{max}$ 630 МПа эпюраси расм, *г* да кўрсатилган.



6.72- масалага оид



6.73- масалага оид

**6.73.** а) Токчаларга параллел текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли носимметрик қўштавр учун кесимнинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг ва уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ясанг ($Q=350$ кН бўлса). Кесим ўлчамлари: $b = 36$ см. $b_1 = 45$ см, $b_2 = 30$ см, $t_1 - t_2 = 2$ см, $\delta = 1$ см,

б) Ечим натижаларидан фойдаланиб, симметрик қўштавр ва тавр нинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг.

*Кўрсатма.* Барча уринма кучланишларнинг эгилиш маркази $A$ га нисбатан моменти нолга тенглиги шартига кўра (расмга қаранг) $Q_1 l_1 = Q_2 l_2$ бунда $Q_1 = \int_{F_1} \tau_1\, dF$ ва $Q_2 = \int_{F_2} \tau_2\, dF$ ва Д. И. Журавский усули бўйича аниқланадиган токчалардаги уринма кучланишлар

$$\tau_1 = \frac{QS_y^{(1)}}{J_y t_1} \text{ ва } \tau_2 = \frac{QS_y^{(2)}}{J_y \cdot t_2} \left[ \text{ бу ерда } S_y^{(1)} = \frac{t_1}{2}\left(\frac{b_1^2}{4} - z^2\right),\quad S_y^{(2)} = \right.$$

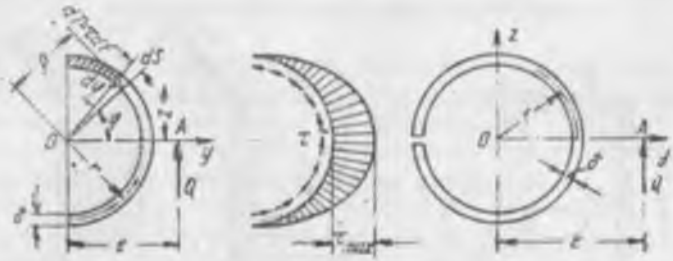
$$\left. = \frac{t_2}{2}\left(\frac{b_2^2}{4} - z^2\right), \right.$$

бўлгани учун $\tau_1$, $\tau_2$ ва $dF$ ни $z$ орқали ифодалаб, $Q_1$ ва $Q_2$ ни топамиз, сўнгра $Q_1 + Q_2 = Q$ эканлигини ҳисобга олиб, $e_1$ ва $e_2$ ни ҳам топамиз, $e_1 + e_2 = h_0$.

*Жавоб:* а) $e_1 = \dfrac{h}{1 + \dfrac{t \cdot b_1^3}{t_2 \cdot b_2^3}} = 8{,}7$ см; $\tau_{max} = 45$ МПа

б) симметрия двутавр учун ($b_1 = b_2$) $e_1 = 0{,}5\ h_0$, тавр учун ($b_2 = 0$) $e_2 = 0$.

**6.74.** 6.66 масалада кўрилган тенг ёнли бурчакликнинг эгилиш маркази вазиятини топинг. Токчалардаги бурилишларни ҳисобга олманг.



6.75- масалага оид

*Жавоб:* Эгилиш маркази уринма кучларнинг, яъни токчалар ўқларининг кесишиш нуқтасида ётади.

**6.75.** Вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган юпқа деворли балкача кесимининг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Агар $Q=70$ кН, кесим эса радиуси $r=25$ см ва қалинлиги $\delta=0{,}25$ см бўлган доиравий ярим ҳалқадан иборат бўлса (расмга қаранг), профиль бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ҳам ясанг. Агар кесим қирқилган ҳалқа кўринишида бўлса (расм, б), $e$ ва $\tau_{max}$ қандай ўзгаради?

*Е ч и м.* Эгилиш маркази $y$ ўқда, масалан, $A$ нуқтада ётади. Агар кўндаланг куч $Q$ эгилиш маркази орқали ўтса, кесим буралмайди. $Q$ кесимдаги уринма кучларнинг тенг таъсир этувчиси бўлганлиги учун бу кучлар моментларининг йигиндиси (текисликдаги исталган нуқтага нисбатан) ўша нуқтага нисбатан кўндаланг куч моментига тенг. $dT$ ($dT=\tau\,dF=\tau\delta ds$); қутб сифатида 0 нуқтани қабул қилиб, қуйидагига эга бўламиз.

$$Q_e=\int_s dT\cdot\rho=\int_S\frac{Q\cdot S^{\circ}_y}{J_y\cdot\delta}\cdot\delta_\rho\cdot dS,\quad\text{бундан}\quad e=\frac{1}{J_y}\int_S S^{\circ}_y\cdot\rho\cdot dS \qquad (a)$$

Ярим ҳалқа учун (расм, *а*) $\rho=r$, $dS=r\cdot d\varphi$. Кесимнинг $y$ ўққа нисбатан силжиётган (штрихланган) қисмининг статик моменти қуйидагига тенг.

$$S^{\circ}_y=\int_{F_0} z\,dF=\int_{\varphi}^{\pi/2}(r\sin\varphi)\,\delta r\,d\varphi=r^2\delta\cos\varphi.$$

Кесимининг ўша ўққа нисбатан инерция моменти

$$J_y=\int_F z^2dF=2\int_0^{\pi/2}(r\sin\varphi)^2\,\delta r\,d\varphi=\frac{\pi r^3\delta}{2}.$$

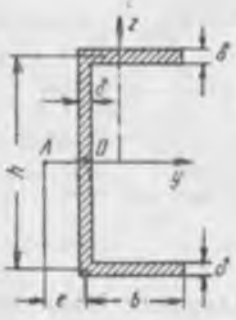
0 нуқтадан эгилиш марказигача бўлган масофа:

$$e=\frac{1}{J_y}\int_{S^{\circ}}S^{\circ}_y\,\rho\,dS=\frac{2}{J_y}\int_0^{\pi/2}r^2\delta\cos\varphi\cdot r\cdot r\cdot d\varphi=\frac{2r^4\delta}{J_y}=\frac{4r}{\pi}=\frac{4{,}25}{3{,}14}=31{,}8\text{ см}.$$

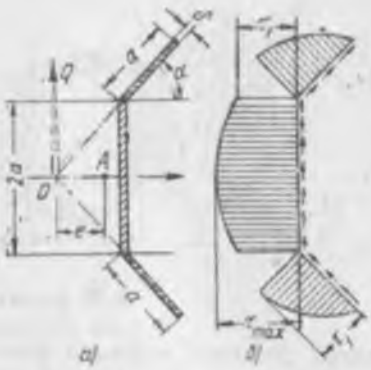
Исталган нуқтадаги уринма кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\tau=\frac{QS^{\circ}_y}{J_y\cdot\delta}=\frac{Qr^2\cdot\cos\varphi}{J_y}=\frac{2Q\cos\varphi}{\pi r\delta};\ \tau_{max}=\frac{2Q}{\pi\cdot r\cdot\delta}=$$

$$=\frac{2\cdot70000}{3{,}14\cdot25\cdot0{,}25}=715\text{ МПа}.$$




6.76- масалага онд




6.77- масалага онд

Қирқилган ҳалқа учун (расм, б) қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$S^{\circ}_y = r^2 \cdot \delta (1 - \cos \varphi); \; J_y = \pi r^3 \delta; \; e = 2r = 50 \text{ см}.$$

$\tau_{max}$ қиймати ўзгармайди.

**6.76.** 6.75 масала ечими натижаларидан фойдаланиб (формула, *а*) расмда кўрсатилган юпқа деворли швеллернинг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Кесим ўлчамлари: $h = 200$ мм, $b = 80$ мм, $\delta = 5$ мм. Агар кесимдаги кўндаланг куч $Q = 60$ кН ва $z$ ўққа параллел йўналган бўлса, энг катта уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Кўрсатма.* Девор ўқида қутбни 0 нуқтада танлаб $\rho = \frac{h}{2}$ ва $S^{\circ}_y = (b - y)\,\delta\frac{h}{2}$ ни ҳосил қиламиз. Кесим инерция моментини ҳисоблаганда токчалар юзаларининг хусусий инерция моментларини ҳисобга олманг.

*Жавоб*: $l = \frac{3b^2}{6b + h} = 2{,}82$ см; $\tau_{max} = 68{,}8$ МПа

**6.77.** Юпқа деворли балкача вертикал текисликда эгилишга ишлаяпти. Унинг профили контури бўйича уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ва кесимининг эгилиш маркази вазиятини аниқланг. Кесимдаги кўндаланг куч $Q = 10$ кН. Профил ўлчамлари: $a = 30$ мм, $\delta = 2$ мм ва $\alpha = 45^{\circ}$. Кесимнинг $y$ ўққа нисбатан инерция моменти $J = 23{,}7$ см$^4$.

*Кўрсатма.* Қутбни токчаларнинг кесишган нуқтаси *0* да танлаб, 6.75 масаладаги формула (*а*) дан фойдаланинг.

*Жавоб*: Эпюра τ расм, б да кўрсатилган, $\tau_1 = 51{,}2$ МПа, $\tau_{max} = 70{,}2$ МПа, $e = 2{,}3$ см.

## 21-§. Эгилишдаги бош кучланишлар. Балкаларнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текшириш

**6.78.** Вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган тўғри тўртбурчак кесимли балканинг $C$ нуқтасидаги бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ нинг катталиги ва йўналишини аниқланг. Кесим ўлчамлари: $b=5$ см, $h=12$ см (расмга қаранг). Кесимдаги эгувчи момент $M=12$ кНм кўндаланг куч $Q=40$ кН.

*Жавоб:* $\sigma_1=51{,}2$ МПа; $\sigma_3=-1{,}2$ МПа; $\alpha=-8°20'$.

**6.79.** Қўштавр профилли балка № 27 $XOZ$ текисликда эгилишга ишлайди. Хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=-48{,}5$ кНм, кўндаланг куч $Q=-137$ кН. Хавфли кесимдаги $C_1$ ва $C_2$ нуқталардаги бош кучланишларнинг катталигини ва йўналишини аналитик ва график усулда (Мор доиралари ёрдамида) аниқланг. Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ девор ўқида ётади (расмга қаранг).

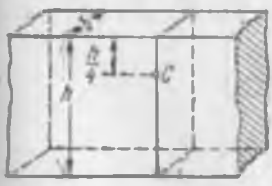
*Жавоб*: $C_1$ нуқтада $\sigma_1=156{,}5$ МПа, $\sigma_3=-35{,}5$ МПа, $\alpha=25°30'$; $C_2$ нуқтада $\sigma_1=35{,}5$ МПа, $\sigma_3=-156{,}5$ МПа, $\alpha=65°30'$

**6.80.** Трубасимон тўғри тўртбурчак кесимли балка (расмга қаранг) вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Кесимдаги эгувчи момент $M=76$ кНм, кўндаланг куч $Q=360$ кН. Кесим ўлчамлари: $B=12$ см, $H=20$ см, $t=2$ см, $\delta=1{,}5$ см. Горизонтал ва вертикал деворлар туташувларининг қандай нуқталарида ($C$ ёки $D$) бош чўзувчи кучланишларнинг катталиги энг катта қийматга эга эканлигини аниқланг.

*Жавоб*: Нуқта $D$ да ($\max\sigma_C$ 142,7 МПа, $\max\sigma_D=159{,}2$ МПа).

**6.81.** Қўштавр профилли балка №27 учларидан эркин таянган ва девор текислигида $P$ куч билан юкланган. Куч қулоч $l$ ўртасига қўйилган. Хавфли кесимда энг катта нормал кучланишлар $\sigma_{max}$ ва чўзувчи бош кучланишлар $\sigma_1$ (деворнинг $C$ нуқтасида унинг токча билан туташган жойида) бир-бирига тенглик шартидан келиб чиқиб, балка қулочининг катталигини аниқланг. Агар $\sigma_{max}=156$ МПа бўлса, $P$ куч катталигини ҳам аниқланг.

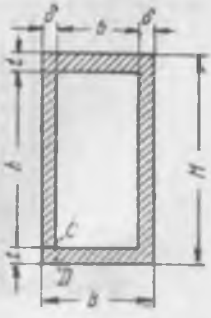
*Жавоб*: $l=150$ см. $P=155$ кН.



6.78-масалага онд



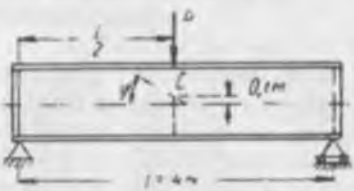
6.79-масалага онд



6.80-масалага онд



6.82- масалага оид



6.83- масалага оид

**6.82.** Учларидан эркин таянган балка вертикал текисликда иккита тўпланган куч $P=70$ кН билан юкланган (расмга қаранг). а) Рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma]=160$ МПа ва $[\tau]=100$ МПа бўлса, балканинг қўштаврли кесимини сортамент бўйича танланг. б) $C$ нуқтада балка ўқига $\alpha=30°$ бурчак остида қия ётган юза бўйича нормал ва уринма кучланишлар катталигини аниқланг. $C$ нуқта балка баландлигининг чорак қисмида $P$ куч остида кесимдан ўнгроқда олинган.

*Кўрсатма.* Қия юза бўйича $C$ нуқтада кучланишлар қуйидаги формулалар бўйича аниқланиши мумкин:

$$\sigma_\alpha=\sigma_x\cos^2\alpha+\sigma_y\sin^2\alpha-\tau_x\sin 2\alpha,\ \tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha+\tau_x\cdot\cos 2\alpha,$$

бунда $\sigma_x=\sigma_c$, $\sigma_y=0$, $\tau_x=\tau_c$, $\alpha-\sigma_x$ йўналиши билан юзага ўтказилган нормал орасидаги бурчак.

*Жавоб*: Қўштаьр №21 б) $\sigma_\alpha=67{,}3$ МПа, $\tau_\alpha=61{,}6$ МПа.

**6.83.** Қулочи $l=4$ м бўлган, икки таянчда эркин ётадиган ва ўртасига $P=150$ кН куч қўйилган қўштаврли балка № 40 нинг $C$ нуқтасидаги нормал, уринма ва бош кучланишлар катталигини аниқланг. $C$ нуқта $P$ куч остида ундан чапроқда ва нейтрал қатламдан 10 см юқорироқда ётади. Балка ўқига 30° қияликдаги юза бўйича ўша $C$ нуқтадаги нормал ва уринма кучланишлар катталигини ҳам аниқланг.



6.84- масалага оид

*Кўрсатма.* 6.82 масалага қаранг. $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ ларнинг қийматлари маълум бўлганда ушбу формулалар бўйича $\sigma_\alpha$ ва $\tau_\alpha$ лаосонгина ҳисоблаш мумкин:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_3 \sin^2 \alpha,\ \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha,$$

бунда $\alpha - \sigma_1$ йўналиши билан юзага ўтказилган нормал орасидаги бурчак.

*Жавоб*: $\sigma_c = 79{,}2$ МПа; $\tau_c = 24{,}8$ МПа; $\sigma_1 = 7{,}1$ МПа; $\sigma_3 = 86{,}3$ МПа; $\alpha_1 = -46°$; $\sigma_\alpha = -41{,}2$ МПа; $\tau_\alpha = -46{,}7$ МПа.

6.84. Учлари эркин тираланган, қулочи $l = 6$ м бўлган балкага интенсивлиги $q = 50$ кН/м ли текис тақсимланган яхлит юк таъсир қилади. Балканинг кесими — томонлари $b = 15$ см ва $h = 40$ см ли тўғри бурчакли тўртбурчак. Чап таянч $A$ дан $a = 0{,}1$ м масофада олинган кесим 1—1 билан нейтрал қатлам кесишган жойда ётган нуқта $n_1$ орқали ўтадиган бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ траекторияларини ясанг* (расмга қаранг).

*Ечим.* $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ траекторияларини ясаш учун ҳар 10—20 см да кесимлар ўтказиш ва уларнинг ҳар қайсисида эгувчи момент ҳамда кўндаланг куч катталикларини аниқлаш керак.

Юк симметрик бўлгани учун балканинг ярмини (масалан, чап томонини) кўриб чиқиш кифоя. Бош кучланишлар траекториялар ясашни берилган нуқта $n_1$ дан бошлаймиз.

Балканинг нейтрал ўқида $\sigma = 0$ (соф силжиш) бўлгани учун $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ балка ўқига $\alpha = \pm 45$ бурчак остида йўналган. Энди $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\tau}{\sigma}$ эканлигини ҳисобга олиб, ($\sigma = 0$ ва $\tau > 0$) $2\alpha = -90°$ ва $\alpha = -45°$ ни топамиз.

Нуқта $n_1$ да топилган $\sigma_1$ ва йўналишларини қўшни кесимлар $A - 0$ ва $2 - 2$ (нуқталар $n_0$ ва $n_2$) билан учрашгунча давом эттириб, шу нуқталардаги бош кучланишларнинг йўналишларини топиш керак. Масалан, нуқта $n_2$ учун қуйидагиларни топамиз:

$$M_2 = \frac{ql}{2}\, 2a - \frac{q(2a)^2}{2} = \frac{50 \cdot 6}{2}\, 0{,}2 - \frac{50 \cdot 0{,}2^2}{2} = 29 \text{ кНм}.$$

$$Q_2 = \frac{ql}{2} - q \cdot 2a = \frac{50 \cdot 6}{2} - 5 \cdot 0{,}2 = 140 \text{ кН}.$$

Кесимнинг нейтрал ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 40^3}{12} = 80000 \text{ см}^4.$$

Ўқ $y$ дан нуқта $n_2$ гача бўлган масофа $z_2 = 10$ см, кесимнинг пастда ётган қисми статик моменти

$$S_y^{(n_2)} = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z\right) = \frac{15}{2} \cdot \left(\frac{40^2}{2} - 10^2\right) = 2250 \text{ см}^3.$$

Нуқта $n_2$ даги нормал ва уринма кучланишлар

$$\sigma_{(2)} = \frac{M_2 z_2}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^5} \cdot 10 = 360 \text{ Н/см}^2,$$

$$\tau_{(2)} = \frac{QS^{(2)}}{Jb} = \frac{140000 \cdot 2250}{8 \cdot 10^4 \cdot 15} = 260 \text{ Н/см}^2.$$

---

* Йўналишлари ҳар қайси нуқтада $\sigma_1$ ёки $\sigma_3$ йўналишлари билан мос тушадиган чизиқлар бош кучланишлар траекториялари деб аталади.

Нуқта $n_2$ да $\sigma_1$ нинг йўналиши бурчак билан белгиланади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_2 = -\frac{2\tau}{\sigma} = -\frac{2 \cdot 260}{360} = -1{,}44,\ 2\alpha_2 = -55°10'\ \text{ва}\ \alpha_2 = -27°35'.$$

Чизиқ $\sigma_1$ ни шу бурчак остида *3—3* билан кесиштирамиз. Энди нуқта $n_2$ га келсак, $M=0$ ва $\sigma_1$ нинг йўналиши —45° ни ташкил қилади. Кесим *A—0* дан бевосита ўнгроқда юқори нуқта $K_0$ да $\sigma_1$ вертикал йўналган. Ҳосил бўлган синиқ чизиқларга равон эгри чизиқни чизиб, берилган нуқта $n_1$ орқали ўтадиган бош кучланиш $\sigma_1$ траекториясини топамиз. Бош кучланиш $\sigma_3$ нинг траекторияси ҳам худди шу тарзда топилади, буни мустақил бажаришингизни тавсия қиламиз.

*Жавоб:* Расмга қаранг.

**6.85.** 6.84 масала маълумотларига кўра нейтрал қатламдан 10 см юқорида ётган кесим *2 — 2* даги нуқта $n_2$ орқали ўтадиган бош чўзувчи кунланиш $\sigma_1$ траекториясини ясанг (6.84 масалага онд расмга қаранг).

*Жавоб*: $n_2$ ўқда $\sigma_1$ нинг траекторияси қиялик бурчаги горизонтал билан 117° 35 ни ташкил қилади (соат милига тескари йўналишда).

**6.86.** Прессининг икки таянчида эркин ётган қўштаврли балка № 20 балка қулочи ўртасига қўйиладиган тўпланган куч $P=30$ кН да эгилишга синалмоқда. Эластик деформациялар электр тензометрлар (қаршилик датчиклари) ёрдамида ўлчанади. Улар балка ўқига 45° бурчак остида ётган нейтрал қатламдаги нуқталарга балка қулочининг чоракларига ёпиштирилган.

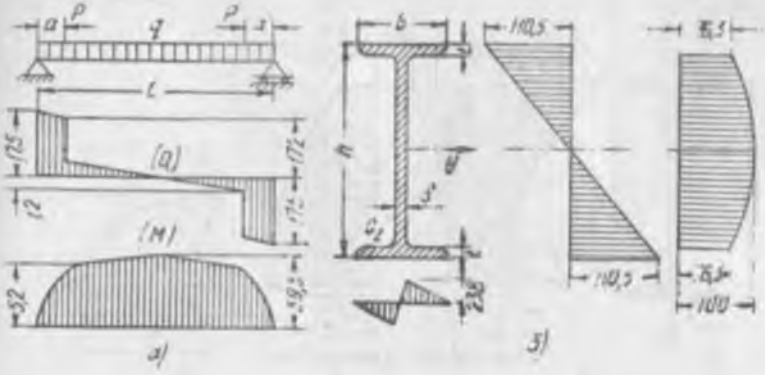
Агар ўлчаш асбоби шкаласида ҳисобланадиган ҳар қайси юкланиш поғонасининг тензометрлар кўрсатадиган ўсиши ўртача $\Delta n = 10{,}6$ бўлинмани, асбоб бўлинмасининг қиймати эса (нисбий узайиш бирликларида) $c = 1{,}10^{-5}$ ни ташкил қилса, балка материалининг Пуассон коэффициенти катталигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Датчикларининг кўрсатишлари бўйича ўлчанган материалининг нисбий узайиши $\varepsilon_{45} = c \cdot \Delta n$ Эгилаётган балканинг нейтрал қатламидаги нуқталарда материал соф силжиш шароитида ётганлигини ҳисобга олиб ва $\varepsilon_{45}$ ни бош кучланишлар $\sigma_1$ ва $\sigma_3$ орқали ифодалаб, Пуассон коэффициенти аниқланадиган тенгламани осонгина тузиш мумкин.

*Жавоб.* $\mu = 0{,}3$.

**6.87.** Учларидан эркин таянган, қулочи $l=3$ м бўлган балка бир текис тақсимланган яхлит юк $q=10$ кН/м ҳамда таянчлардан бир хил $a=3$ м масофада қўйилган икки тенг куч $P=160$ кН билан юкланган (расмга қаранг).

Агар чўзилиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар эгилишда $[\sigma]=160$ МПа ва силжишда $[\tau]=100$ МПа бўлса, балканинг қўштаврли кесимини танланг ҳамда энергетика назариясидан фойдаланиб қабул қилинган кесимнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текширинг. Қўштавр токчаларнинг қиялигини ҳамда девор билан туташган жойлардаги ўтишларни ҳисобга олманг.



6.87- масалага оид

*Ечим.* Эпюралар $Q$ ва $M$ расм, *а* да ясалган. $Q_{max} = 175$ кН. (таянчлар устидаги кесимларда), $M_{max} = 59{,}5$ кНм (қулоч ўртасида). Эгилишга мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз.

$$W \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{595 \cdot 10^6}{16000} = 372 \text{ см}^3.$$

Агар кесим барча мустаҳкамлик шартларини қаноатлантирса, сортамент бўйича қўштавр № 27 ($M = 375$ см³) тўғри келади.

Силжишга мустаҳкамликни текшириш. $\tau_{max} = \dfrac{Q_{max} \cdot S_{max}}{I_y \cdot \delta} \leqslant [\tau]$.

Қўштавр № 27 учун $J_y = 5010$ см⁴. $S_{max} = 210$ см³, $\delta = 0{,}6$ см. Демак,

$$\tau_{max} = \frac{175000 \cdot 110}{5010 \cdot 0{,}6} = 122 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа}.$$

Силжишга мустаҳкамлик шартига риоя қилинмаган, профил номерини катталаштириш керак. Геометрик характеристикаси $J_y = 7080$ см, $S_{max} = 268$ см. $\delta = 0{,}65$ см, $t = 1{,}02$ см бўлган қаштавр № 30 ни кўрамиз.

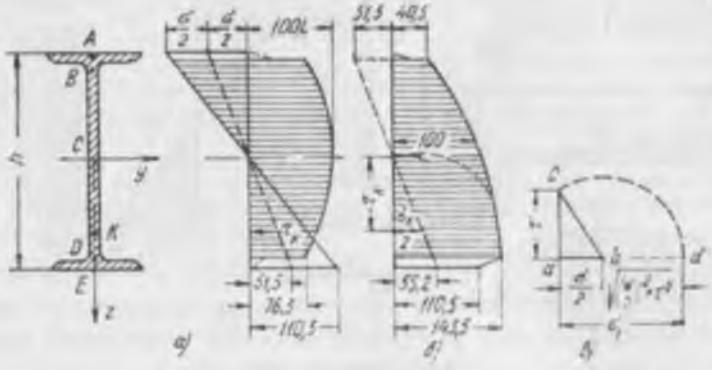
$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S}{I_y \cdot \delta} = \frac{175000 \cdot 268}{7080 \cdot 0{,}65} = 101{,}8 \approx 100 \text{ МПа}.$$

(Ўта кучланиш 2% дан кам, бунга йўл қўйиш мумкин).

Бош кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текшириш. $N = M_{max}$, $Q = Q_{max}$ бўлган хавфли кесимларда балка материалининг мустаҳкамлиги таъминланган. $M = M_{max}$, $Q = 0$ бўлган кесимда $Q = Q_{max}$, $M = 0$. Бу кесимлар учун бош кучланишлар бўйича мустаҳкамликни текшириш энг катта нормал ва энг катта уринма кучланишлар бўйича текширишдан иборат бўлади. $M < M_{max}$ ва $Q < Q_{max}$ бўлса ҳам куч остидаги кесим энг хавфли бўлиши мумкин, лекин уларнинг биргаликдаги таъсири самараси етарлича катта бўлган нуқталардаги юқори кучланишларни ҳосил қилиш мумкин. Бундай нуқталар қўштавр девори токчаси билан туташган жойдаги $C_1$ ва $C_2$ нуқталар бўлиши мумкин. Айтилганларни тасвирлайдиган эпюралар $\sigma$ ва $\tau$ расм. *б* да келтирилган. Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ учун бош кучланишлар бўйича мустаҳкамлик назариясининг IV (энергетика) га мувофиқ мустаҳкамлигини текширамиз.

Куч остидаги кесимларда $M = 52{,}1$ кНм. $Q = 17{,}2$ кН (эпюраларига қаранг).

$C$ нуқталардаги кучланишлар $z_c = \dfrac{h}{2} - t = \dfrac{30}{2} - 1{,}02 = 13.98$ см;



6.88- масалага оид

$$S_y^2 = S_{max} = \frac{\delta}{2}\left(\frac{h}{2} - t\right)^2 = 268 - \frac{13{,}98^2}{2} = 0{,}65 = 204 \text{ см}^3);$$

$$\sigma_c = \frac{M \cdot e_c}{J_y} = \frac{52100 \cdot 10^2}{7080} \cdot 13{,}98 = 1030 \text{ Н/см}^2,$$

$$\tau_c = \frac{Q \cdot S_y}{J_y \cdot \delta} = \frac{172000 \cdot 204}{7080 \cdot 0{,}65} = 76{,}3 \text{ МПа}.$$

IV мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий кучланишлар:

$$\sigma_x^{IV} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\,\tau_c^2} = \sqrt{163^2 + 3 \cdot 76{,}3^2} = 168 \text{ МПа} > 160 \text{ МПа}.$$

Нуқталар $C_1$ ва $C_2$ энг хавфли нуқталар бўлиб чиқди. Уларда $\sigma_x^{IV} = 168$ МПа. Ўта кучланиш 5 % га йўл қўйиш мумкин.

**6.88.** 6.87 масала маълумотларига кўра куч тагидаги кесим да ($Q > 0$) қўштаврли профиль № 30 баландлиги бўйича (ўқ $z$ бўйлаб) энг катта бош кучланишларнинг тақсимланиш эпюрасини ясанг.

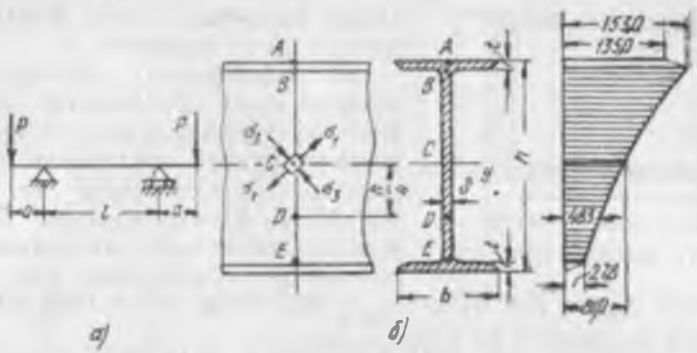
*Кўрсатма.* Эпюра $\sigma_1$ ни кесим баландлиги бўйича бир нечта нуқта учун $\sigma$, $\tau$ ва $\sigma_1 = \sigma/2 + \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}$ қийматларни ҳисоблаш йўли билан ясаш мумкин, лекин масалани расм, *а* да ясалган $\sigma$ ва $\tau$ эпюраларидан фойдаланиб график усулда ечиш осонроқ.

График усулда ясашга $\sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}$ ифодани катетлари $\sigma/2$ ва $\tau$ га тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчак гипотенузаси сифатида қараш мумкин. У ҳолда бир масштабда ясалган $\sigma$ ва $\tau$ лар графикларидан $\sigma/2$ га тенг кесмани олиб, унга учбурчак $a\ b\ c$ гипотенузаси $bd = bc$ га тенг кесмани қўшамиз (расм.*в*), бунинг учун расм, *б* да кўрсатилганидек бу кесма $bc$ ни горизонталгача ёйиш кифоя. Токчалар деворга туташган жойларда ясалган график шартли кўрсатилган.

Шуниси қизиқки, агар $\tau_{max} > \sigma_{шах}$ бўлса, график $D$ нуқта яқинида максимумга эга бўлади.

*Жавоб:* Расм, *б* га қаранг.

**6.89.** Агар чўзилиш ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар эгилишда $[\sigma] = 160$ МПа ва қирқишда $[\tau] = 100$ МПа




6.89- масалага оид

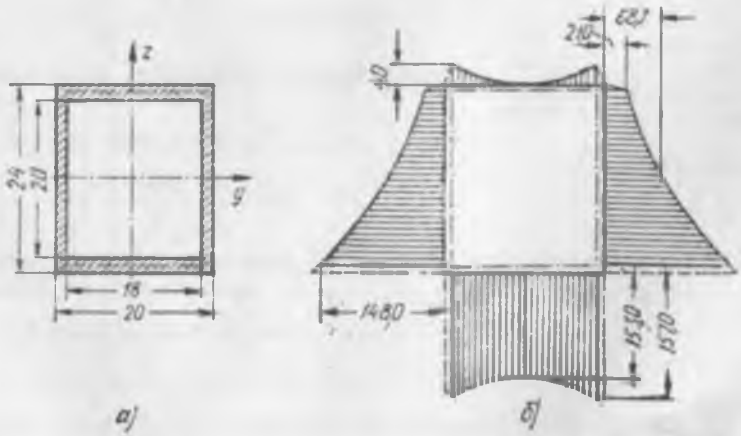
бўлса, расмда кўрсатилганидек юкланган қўштавр кесимли консол балка кесимини танланг ва IV (энергетик) мустаҳкамлик назарияси бўйича мустаҳкамликни тўлиқ текширинг.

Мор донраларини ясаш йўли билан ёки аналитик усулда расм, *б* да кўрсатилган беш нуқтанинг ҳар қайсисидаги бош кучланишлар катталиги ва йўналишини ҳам ясанг ҳамда агар $P=140$ кН, $a=0{,}5$ м, $l=2{,}5$ м бўлса, чап таянч устида балка кесими учун $\sigma_1$ эпюрасини ясанг. 6.88 ва 6.89 масалаларида олинган $\sigma_1$ эпюраларн кўринишини бир-бирига таққосланг ҳамда $\sigma_1$ эпюрасини чеклайдиган эгри чизиқларнинг қабариқлиги йўналиши орасидаги фарқнинг сабабини тушунтиринг.

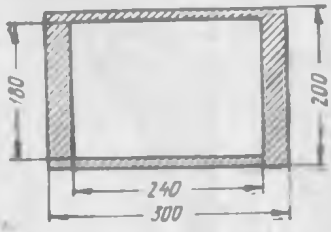
*Жавоб*: Кесим — қўштавр № 30 а: $\sigma_x^{IV}=166$ МПа.

Эпюра $\sigma_1$ расм, *б* да кўрсатилган.

**6.90.** Қулочи $l=3$ м бўлган трубаснмон тўғри тўртбурчак кесимли балка учларидан шарнирли таянган ва ҳар қайсиси таянчдан $a=0{,}5$ м масофага қўйилган $P=28$ кН ли тенг куч




6.90- масалага оид



6.91- масалага оид

билан юкланган. Кесим ўлчамлари расмда см да берилган.

IV (энергетик) мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, кесимнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текширинг, рухсат этиладиган кучланишлар $[\delta]=160$ МПа ва $[\tau]=100$ МПа. Кесим контури бўйича бош кучланишлар $\tau_1$ ва $\tau_2$ нинг тақсимланиш эпюраларини ҳам ясанг.

*Жавоб*: $\sigma_{max}=153$ МПа; $\tau_{max}=68{,}7$ МПа; $\sigma_{\text{ҳ}}^{IV}=1598$ МПа

Эпюра $\sigma_1$, расм *б* да кўрсатилган.

**6.91.** Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma]=100$ МПа ва $[\tau]=70$ МПа, хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=600$ кНм, кўндаланг куч $Q=300$ кН бўлса, енгил қотишмадан қилинган ва вертикал текисликда эгилишга ишлаётган балканинг мустаҳкамлигини текширинг. Пуассон коэффициентининг катталигини $\mu=0{,}3$ деб олиб, энг катта нисбий деформациялар назарияси (II мустаҳкамлик назарияси) дан фойдаланинг. Расмда кўрсатилган кесим контури бўйича бош кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини ҳам ясанг (ўлчамлар мм да берилган).

*Жавоб*: $\sigma_{max}=72{,}1$ МПа. $\tau_{max}=41{,}1$ МПа, $\sigma_{\text{ҳ}}^{II}=69{,}2$ МПа (вертикал деворлар билан туташув нуқталари олдида горизонтал токчаларда).

## 7-боб

# ЭГИЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧИШЛАР

## 22-§. Кўчишларни аниқлашнинг аналитик усуллари

**7.1.** Бир учидан қисилган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли пўлат балка иккинчи бўш учига қўйилган $M_0 = 10$ Нм моментли жуфт кучлар таъсирида эгилади (расмга қаранг). Балканинг узунлиги $l = 1$ м, кесим ўлчамлари: $b = 6$ см, $h = 0{,}5$ см. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш йўли билан учидаги кесимнинг энг катта эгилиш катталиги қийматини ва буриш бурчагини аниқланг ҳамда уларни аниқ ечим натижалари билан таққосланг.

*Ечим.* Балка соф эгилиш таъсирига учрайди:

$$Q = 0,\ M_A = M_0 \text{ ва } M(x) = M_0.$$

Эгилган бурчагининг тақрибий дифференциал тенгламаси

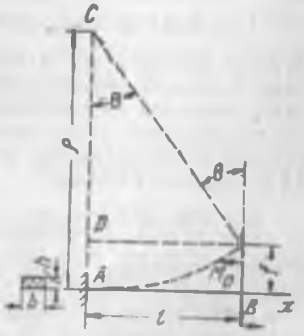
$EJ_y'' = M_0$ кўринишини олади. Бунда

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 0{,}5^3}{12} = 0{,}0625 \text{ см}^4.$$

Уни икки марта интегралаб, қуйидагиларни оламиз:

$$EJy' = M_0 x + C \qquad (1)$$

$$EJy = \frac{M_0 x^2}{2} + Cx + D \qquad (2)$$




7.1-масалага онд

Балкани $A$ кесимда маҳкамлаш шартларидан интеграллашнинг ихтиёрий доимийлари $C$ ва $D$ ни топамиз:

1) $A$ нуқтада $x = 0$, $\theta_A = y'_{(x=0)} = 0$; (1) га қўйилса, $C = 0$;

2) $x = 0$, $f_A = y_{x=0}$; (2) га қўйилса, $D = 0$.

Шундай қилиб, (1) ва (2) тенгламалар қуйидаги кўринишни олади:

$$EJy' = M_0 x, \quad EJy = \frac{M_0 x^2}{2}.$$

Кўчишларнинг энг катта қийматини $x=l$ да оламиз ($B$ нуқтада):

$$\theta_{max}=\theta_B=y'_{(x=l)} \text{ ва } f_{max}=f_B=y_{(x=l)}.$$

(1) ва (2) тенгламаларга қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\theta_B=\frac{M_0 l}{EJ}=\frac{1000\cdot 100}{2\cdot 10^7\cdot 0{,}0625}=0{,}08.$$

$$f_B=\frac{M_0 l^2}{2EJ}=\frac{1000\cdot 100}{2\cdot 2\cdot 10^7\cdot 0{,}0625}=4{,}0 \text{ см}.$$

Белгилар $\theta$ ва $f$ шуни кўрсатадики, $B$ кесим соат мили йўлига тескари бурилади, эгилиш $f_B$ эса юқорига йўналган.

Аниқроқ натижаларни эгрилик тенгламасидан олиш мумкин: $\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EJ}$. Соф эгилишда $M(x)=M_0=\text{const}$ бўлгани учун $\rho=\text{const}$, яъни балка ўқи парабола бўйича эмас (иккинчи тенгламадагидек), қуйидаги радиус чизган айлана ёйи бўйича эгилади:

$$\rho=\frac{EJ}{M_0}=\frac{2\cdot 10^7\cdot 0{,}0625}{1000}=1250 \text{ см}.$$

Энди кўчишларни геометрик мулоҳазалардан осонгина топиш мумкин (расмга қаранг). Бурчак $\theta_B$ узунлиги $l$ бўлган ёйнинг радиус $\rho$ га нисбати сифатида, эгилиш эса $AD=AC-CD$ кесма сифатида аниқланади. Демак.

$$\theta_B=\frac{l}{\rho}=\frac{100}{1250}=0{,}08 \text{ ёки } \theta_B=4°34',$$

$$f_B=\rho-\rho\cos\theta=\rho(1-\cos 4°34')=1254(1-0{,}99684)=3{,}95 \text{ см}.$$

Эгилиш учун аниқ ва тахминий ечимлар орасидаги фарқ 1% чани ташкил қилади. Бурилиш бурчаги учун натижалар учинчи белгигача аниқликда мос келади. Бикрлиги катта бўлган, масалан, қўштавр балкалар конструкцияларда қўлланиладигани учун дифференциал тенглама ёрдамида тақрибий ечишдаги хатолик кўчишларни бир оз катталаштириш томонига янада камроқ (0,05—0,1% атрофида) бўлади.

**7.2.** Икки шарнирли таянчда эркин ётган $l=1$ м қулочли балка айлана ёйи бўйича эгилган. Балканинг кесими томонлари $b=6$ см ва $h=4$ см ли тўғри тўртбурчак.

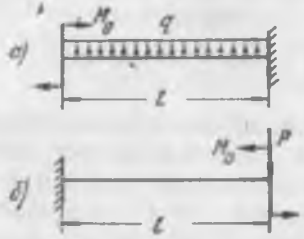
Қулоч ўртасида ўлчанган эгилиш $f=6{,}25$ мм. Агар энг катта нормал кучланиш $\sigma_{max}=[\sigma]=10$ МПа бўлса, материалнинг қайишқоқлик модули катталигини ва балка ўқининг эгрилик радиусини аниқланг.

*Жавоб.* $E=1\cdot 10^6$ Н/см$^2$; $\rho=20$ м.

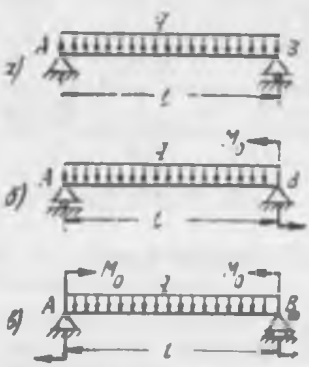
**7.3.** Диаметри $d$ ва узунлиги $l$ бўлган доира кесимли балканинг бир учи қисилган ва интенсивлиги $q$ Н/м бўлган, тенг тақсимланган юк таъсирида эгилади. Балканинг $\sigma_{max}=[\sigma]$ бўлган кесимидаги балка ўқи эгрилигини аниқланг.

*Кўрсатма.* Эгрилик ва кучланишни хавфли кесимдаги эгувчи момент орқали ифодаланг.

*Жавоб.* $\frac{1}{\rho}=\frac{2[\sigma]}{Ed}$.



7.5- масалага оид



7.6- масалага оид

**7.4.** Баландлиги $h$ ва узунлиги $l$ бўлган симметрик кесимли балка бир учидан қисилган ва иккинчи учига $P$ кучи қўйилган. Бу куч хавфли кесимда энг катта кучланиш $\sigma_{max} = [\sigma]$ ни ҳосил қилади. Куч таъсирида кесимда ҳосил бўладиган эгилиш катталигини топинг, уни балка ўлчамлари ва йўл қўйилган кучланишлар орқали ифодаланг.

*Жавоб.* $f = \frac{2l^2}{2Eh}[\sigma]$.

**7.5.** Бир учидан қисилган балкалар учун (расмга қаранг) эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интегралаш йўли билан эркин учидаги бурилиш бурчаклар ва эгилишлар қийматларини аниқланг. Қуйидаги маълумотлар берилган: а) $l=2$ м, $q=30$ кН/м, $M_0=30$ кН/м, кесим — қўштавр № 20, б) $l=2$ м, $P=20$ кН, $M_0=2$ кН/м, кесим қўштавр № 18.

*Жавоб.* $0 = \frac{ql^3}{6EJ} - \frac{M_0 l}{EJ} = -0{,}0054$, $f = \frac{M_0 l^2}{2EJ} - \frac{ql^4}{8EJ} = 0$;

б) $\theta = \frac{M_0 l}{EJ} - \frac{Pl^2}{2EJ} = 0$, $f = \frac{M_0 l^2}{2EJ} - \frac{Pl^3}{3EJ} = -0{,}516$ см.

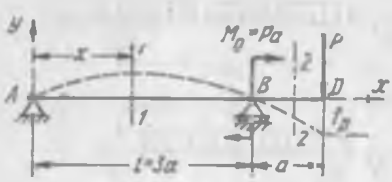
**7.6.** Расмда кўрсатилган қўштавр кесимли шарнирли таянган балкалар учун таянч кесимлар $\theta_A$ ва $\theta_B$ бурилиш бурчакларини ҳамда қулоч ўртасидаги эгилишлар $f$ ни аниқланг. Қуйидаги маълумотлар берилган: а) $l=2$ м, $q=30$ кН/м, кесим — қўштавр № 27, б) $l=6$ м, $q=20$ кН/м, $M_0=80$ кНм, кесим — қўштавр № 36, в) $l=4$ м, $q=20$ кН/м, $M_0=40$ кНм, кесим — қўштавр № 30.

*Жавоб*, а) $\theta_A = -\theta_B = -0{,}001$, $f = -0{,}062$ см;

б) $\theta_A = 0{,}0097$, $\theta_B = 0{,}0127$, $f = -1{,}94$ см;

в) $\theta_A = -\theta_B = -0{,}0094$, $f = -1{,}04$ см.

**7.7.** Учлари шарнирли таянган ва тенг тақсимланган юк $q = 40$ кН/м билан юкланган қўштавр кесимли балкани сортаментдан танланг. Балка қулочи $l = 8$ м. Энг катта эгилиш йўл қўйилган $[f] =$




7.8- масалага оид

$= \frac{1}{400} l$ дан ошиб кетмасин. $[\sigma] =$ $= 160$ МПа деб олиб, қабул қилинадиган кесимнинг мустаҳкамлигини ҳам текширинг.

*Жавоб.* Қўштавр №55, $\sigma_{max} =$ $= 160{,}00$ МПа $\approx [\sigma]$.

7.8. Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаларини интеграллаш йўли билан ва ихтиёрий доимийларни тенглаш усулини қўллаб, расмда тасвирланган балка учун қулочдаги энг катта эгилиш қийматини ҳамда куч қўйилган нуқталарнинг пасайишини аниқланг. Таянч кесимлар $A$ ва $B$ нинг бурилиш бурчакларини ҳам топинг.

*Ечим.* Таянч реакциялар қуйидагича тенг:

$$A = \frac{Pa + M_0}{l} \text{ (пастга)}, \quad B = \frac{P(l+a) + M_0}{l} \text{ (юқорига)}.$$

$M(x)$ учун балкада икки участка ажратилганлиги туфайли ҳар қайси участкага тегишли дифференциал тенгламаларни тузиш лозим. Ҳар қайси участкадаги моментлар ифодасини тузишда *1—1* ва *2—2* кесимларнинг абсциссалари битта координаталар бошидан (масалан, $A$ нуқтадан) ҳисобланса ҳамда ҳар гал балканинг бир хил (бизда — чап) қисмини олинса, ечим соддалашади. Шунда

$$M_1 = -Ax, \quad M_2 = -Ax + B(x-l) + M_0.$$

Интегралашни қавсларни очмай бажарамиз, иккинчи участка учун $x=l$ да нолга айланадиган ўзгарувчан $(x-l)$ бўйича бажарамиз. Бу ҳол фақат ихтиёрий доимийлар қийматига таъсир қилади, ҳар қайси участка учун тегишли доимийларни тенглаштиришга олиб келади. Қуйидагини ҳосил қиламиз:

Биринчи участка учун:

$$EJy'' = -Ax;$$

$$EJy' = -\frac{Ax^2}{2} + C_1 \quad \text{(I)}$$

$$EJy_1 = -\frac{Ax^3}{6} + C_1 x + D_1. \quad \text{(II)}$$

Иккинчи участка учун:

$$EJy_2'' = -Ax + B(x-l) + M_0(x-l)^0;$$

$$EJy_2' = -\frac{Ax^2}{2} + \frac{B(x-l)^2}{2} + M_0(x-l) + C_2; \quad \text{(III)}$$

$$EJy_2 = -\frac{Ax^3}{6} + \frac{B(x-l)^3}{6} + \frac{M_0(x-l)^2}{2} + C_2 x + D_2. \text{(IV)}$$

(II ва IV) тенгламалардан кўриниб турибдики, балкани эгилган ўқи иккита эгри чизиқдан иборат экан. Эластик деформацияда балка ўқи туташ равон чизиқдан иборат бўлгани учун эгри чизиқларнинг туташиш нуқтасида (B нуқтада) улар умумий уринмага ва умумий эгилишга эга бўлиши керак.

1) $x = l$ да $y_1' = y_2'$ ва 2) $x = l$ да $y_1 = y_2$.

Биринчи шарт бўйича (I) ва (3) дан $C_1 = C_2 = C$ ни ҳосил қиламиз. Иккинчи шартдан (II) ва (IV) бўйича $D_1 = D_2 = D$ эканлигини топамиз. Ихтиёрий доимийларнинг қийматлари $C$ ва $D$ балкани $A$ ва $B$ таянчларга маҳкамлаш шартидан аниқланади, бунда эгилишлар нолга тенг.

3) $x = 0$ да $y_1 = 0$ ва демак, $D = 0$;

4) $x = l$ да $y_1 = y_2 = 0$, бундан $c = \frac{Al^2}{6}$ [II ёки IV дан].

Кулочдаги энг катта эгилиш қиймати (II) тенгламадан топилади. Агар $y_1 = y_{max}$ бўлса, у ҳолда $y' = 0$. (I) ни нолга тенглаштириб, $x$ нинг $y_{max}$ га мос келадиган зарур қийматини топамиз.

$$0 = -\frac{Ax^2}{2} + \frac{Al^2}{6}, \text{ бундан } x = \frac{l}{\sqrt{3}}.$$

Бу қийматни (II) га қўйиб ҳамда $A$ ва $C$ ларни қийматлари билан алмаштириб, $y_{max} = f$ ни ҳосил қиламиз.

$$EJf = -\frac{Pa + M_0}{6l} \cdot \frac{l^3}{3\sqrt{3}} = \frac{Pa + M_0}{6l} \cdot \frac{l^3}{\sqrt{3}} = \frac{Pa + M_0}{9\sqrt{3}} l^2;$$

$$f = \frac{(Pa + M_0) \cdot l^2}{9EI\sqrt{3}}.$$

Куч таъсирида кесимдаги эгилиш катталигини $x = l + a$ ва $y = f_D$ да (IV) тенгламадан топамиз:

$$EJf_D = -\frac{Pa + M_0}{6l}(l + a)^3 + \frac{P(a + l) + M_0}{6l} a^3 + \frac{M_0 a^3}{2} +$$

$$+ \frac{Pa + M_0}{6l} l^2 (l + a); \qquad f_D = -\frac{Pa^2(l + a) + M_0 al}{3EJ}.$$

Ниҳоят, таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини $x = 0$ ва $x = l$ да (I) тенгламадан аниқлашимиз мумкин:

$$\theta_A = y'_{1(x=0)} \text{ ёки } EJ\theta_A = C = \frac{(Pa + M_0) l^2}{6l}, \text{ бундан } \theta_A = \frac{(Pa + M_0) l}{6EJ};$$

$$\theta_B = y'_{1(x=l)} \text{ ёки } EJ\theta_B = -\frac{(Pa + M_0) l^2}{2l} + \frac{(Pa + M_0) l^2}{6l} =$$

$$= -\frac{(Pa + M_0) l^2}{3}, \quad \theta_B = -\frac{(Pa + M_0) l}{3EJ}.$$

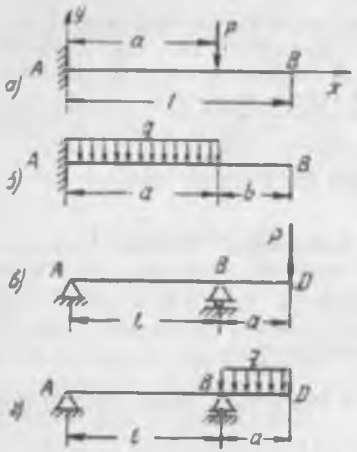
Олинган натижалар кучларнинг мустақил таъсир қилиш принципига жавоб беради, улар тўпланган куч $P$ ва жуфт кучлар $M$ лар айрим-айрим вужудга келтирган силжишларни ажратишга имкон беради.

Шунга ҳам эътибор берамизки, қўшни участкаларда ихтиёрий доимийларнинг тенглигидан ($C_1 = C_2$ ва $D_1 = D_2$) иккинчи участка учун (IV) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

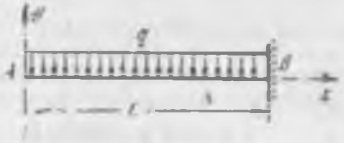
$$EJy = D + Cx - \frac{Ax^3}{6}\Big|_1 + \frac{B(x - l)^3}{6} + \frac{M_0(x - l)^2}{2}. \quad \text{(IV а)}$$

Вертикал чизиқдан чап томонда биринчи участка эгри чизиғи тенгламасига кирадиган ҳадлар, ўнгда иккинчи участка тенгламасига (яъни $y_2 = y_1 + y_{рухс}$ га) кирадиган қўшимча ҳадлар жойлашган.

Эгилган ўқнинг тахминий кўриниши расмда пунктир чизиқ билан кўрсатилган.



7.9- масалага оид



7.10- масалага оид

**7.9.** Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интегралларнинг ихтиёрий доимийларни тенглаштириш усулидан фойдаланиб қуйидагиларнн аниқланг: бир учи қисилган балкалар учун эркин учидаги кесимнинг эгилиши ва бурилиш бурчагини, шарнирли тиралган балкалар учун таянч кесимлар ($\theta_A$ ва $\theta_B$) нинг бурилиш бурчакларини, қулоч ўртасидаги ($f_c$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишларни аниқланг.

*Жавоб.* а) $f = -\frac{Pa^2(3l-a)}{6EJ}$, $\theta = -\frac{Pa^2}{2EJ}$;

б) $f = -\frac{qa^2(3a-4b)}{24EJ}$, $\theta = -\frac{qa^3}{6EJ}$;

в) $\theta_A = \frac{Pal}{6EJ}$, $\theta_B = -\frac{Pal}{3EJ}$, $f_C = \frac{Pal^2}{16EJ}$, $f_D = -\frac{Pa^2(l+a)}{3EJ}$;

г) $\theta_A = \frac{qa^2l}{12EJ}$, $\theta_B = -\frac{qa^2l}{6EJ}$, $f_C = \frac{qa^2l^2}{32EJ}$, $f_D = -\frac{qa^2(4l+3a)}{24EJ}$.

**7.10.** Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасини интегралларнинг ихтиёрий доимийлари мазмуни ва ўлчамларини, яъни эластик чизиқ тенгламасига кирадиган дастлабки параметрларни аниқланг. Дастлабки параметрлар усулида расмда тасвирланган балканинг учидаги кесими эгилиш ва бурилиш бурчагини топинг.

*Ечим.* Эгилган ўқнинг тақрибий диффсренциал тенгламасини $M(x)$ учун ифода тузишни талаб қилмайдиган кўринишда тасаввур қилиб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$EJy'' = M(x) \quad (1)$$

$$EJy''' = \theta(x) \quad (2) \quad \text{ва} \quad EJy^{IV} = q(x). \quad (3)$$

(3) тенгламани тўрт марта интегралаб, қуйидагини қосил қиламиз:

1) $EJy''' = \int_0^x q(x)\,dx + C_1$;

2) $EJy'' = \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + C_1 x + C_2$;

3) $EJy' = \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$;

4) $EyJ = \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x dx \int_0^x q(x)\,dx + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$.

Бу тенгламаларга кирадиган ихтиёрий доимийларнинг қийматлари координаталар бошида $x=0$ бўлиш шартидан аниқланади. (1) ва (2) тенгламалардан фойдаланиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$C_1 = EJy'_{(x=0)} = Q(x=0) = P_0,\ C_2 = EJy''_{(x=0)} = M_0.$$

Бундан ташқари, $x=0$ да $C_3 = EJy_{(x=0)} = EJ\theta_0$ ва $C_4 = EJy_{(x=0)} = EJf_0$.

Шундай қилиб, интеграллашнинг ихтиёрий доимийлари дастлабки параметрлар, яъни $x=0$ бўлганда геометрик ва куч факторлари ҳисобланади. Уларнинг ўлчами шундан топилади: $f_0$ ва $\theta_0$ — дастлабки кесимнинг эгилиши ва бурилиш бурчаги, $P_0$ ва $M_0$ — координаталар бошидаги тўпланган куч ва момент.

Эгилган ўқнинг тенгламаси дастлабки параметрлар орқали қуйидагича ёзилади:

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0 x^2}{2} + \frac{P_0 x^3}{6} + \int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x q(x)\,dx^4\right]. \qquad (а)$$

Тенг тақсимланган юк $q(x) = q_0 = \text{const}$ бўлганда ва тўрт марта интеграллашдан кейин тенгламанинг охирги ҳади қуйидаги қийматни олади: $\frac{q_0 x^4}{24}$, (а) тенглама эса қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0 x^2}{2} + \frac{P_0 x^3}{6} + \frac{q_0 x^4}{24}\right]. \qquad (б)$$

Ундан берилган балкадаги силжишларни аниқлашда фойдаланамиз. Координаталар бошида ($A$ нуқтада) куч ҳам, момент ҳам бўлмаганлиги, яъни $P_0=0$ ва $M_0=0$ бўлгани, юк $q_0=q$ (манфий ўқ $y$ томонга йўналган) бўлгани учун эгилиш ва бурилиш бурчакларининг тенгламалари қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + \theta_0 x - \frac{qx^4}{24\,EJ},\quad y' = \theta_0 - \frac{qx^3}{6\,EJ}.$$

Бошланғич параметрлар $f_0$ ва $\theta_0$ ни $B$ кесимда балкани маҳкамлаш шартидан аниқлаймиз: $x=l$ бўлганда $y=0$ ва $x=l$ бўлганда $y=0$ бундан

$$\theta_0 = \frac{ql^3}{6EJ} = \theta_A \text{ ва } f_0 = -\frac{ql^4}{8\,EJ} = f_A.$$

Координаталар бошини рационал танлаганда ечим соддалашиши мумкин. Координаталар бошини $B$ нуқтада деб олиб ва ўқ $x$ ни чапга йўналтириб, шу масаланинг ўзини ечишни тавсиф қиламиз. Бунда дастлабки параметрлар қандай ўзгаради?

*Жавоб:* $f_0 = 0$; $\theta_0 = 0$; $M_0 = -\frac{ql^2}{2}$; $P_0 = ql$; $\theta_A = -\frac{ql^3}{6EJ}$;

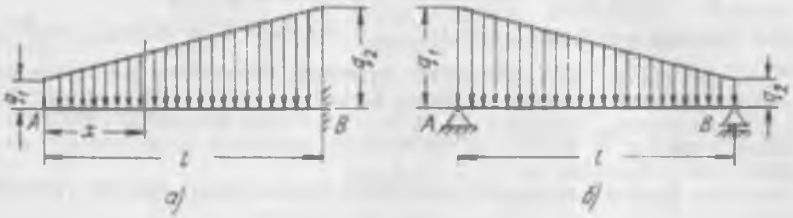
$$f_A = -\frac{ql^4}{8EJ}.$$



7.12- масалага оид

**7.11.** Дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, схемалари 7.5 ва 7.6 масалаларда келтирилган балкалардаги чизиқли ва бурчакли кўчишларни аниқланг.

**7.12.** Дастлабки параметрлар усулида қулочи $l$ га тенг бўлган балкадаги энг катта эгилиш қиймати ($f_{max}$) ни, шунингдек қулоч ўртасидаги эгилиш ($f_c$) ни аниқланг. Балка учбурчак бўйича тенг тақсимланган юк таъсирида (расмга қаранг).



7.13- масалага оид

*Кўрсатма.* Юк интенсивлиги $q(x) = -q\dfrac{x}{l}$. Бу функцияни тўрт марта интеграллаб, (а) тенгламанинг охирги ҳадини топамиз (7.10 масалага қаранг):

$$\int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x q(x)\,dx^4 = -\frac{qx^5}{120l} = -\frac{q}{l}\cdot\frac{x^5}{5!};$$

$$f_{max} = -0{,}00652\,\frac{ql^4}{EJ}.$$

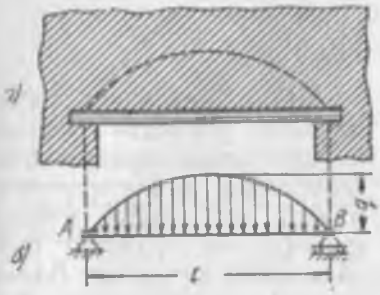
*Жавоб:*

$$x = 0{,}52\,l \text{ да; } f_c = -0{,}00651\,\frac{ql^4}{EJ}.$$

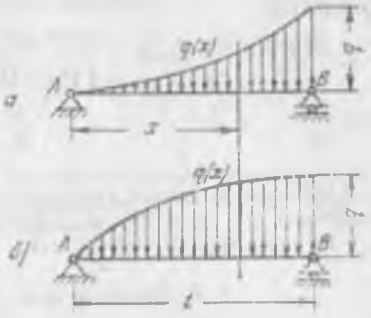
**7.13.** Трапеция бўйича ўзгарадиган яхлит юк таъсиридаги балкалар учун қуйидагиларни аниқланг:
а) консол учун (расм, *а*) учидаги кесимнинг бурилиш бурчагини ва эгилишни; б) шарнирли тиралган балка учун (расм, *б*) таянчлардаги бурилиш бурчакларини ва қулоч ўртасидаги эгилишни.

*Кўрсатма:* Нагрузкани тенг тақсимланган $q(x) = q\dfrac{x}{l}$ ва учбурчак қонуни бўйича ўзгарадиган (расм, *а*) қисмларига бўлиб олиш қулай, бунда $q = -(q_2 - q_1)$. Эгилган ўқ тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_0x^2}{2!} + \frac{P_0x^3}{3!} + \frac{q_0l^4}{4!} + \frac{q}{l}\,\frac{x^5}{5!}\right].$$



7.14- масалага оид



7.15- масалага оид

*Жавоб*:

а) $0 = \frac{(3q_1 + q_2)l^3}{24\,EJ}$, $f = -\frac{(11q_1 + 4q_2)l^4}{120\,EJ}$;

б) $\theta_A = -\frac{(8q_1 + 7q_2)l^3}{30\,EJ}$, $\theta_B = \frac{(7q_1 + 7q_2)l^3}{360\,EJ}$, $f = -\frac{5(q_1 + q_2)l^4}{768\,EJ}$.

**7.14.** Бинолариинг ғиштин деворларидаги эшик ва дераза ўрнилари устига ташланадиган балкаларни ҳисоблашда балкага тушадиган юк унинг устидаги девор қисми оғирлигидан аниқланади. У парабола бўйича тақсимланган бўлади (расм, *а*). Балка икки учидан шарнирли тиралган деб қабул қилиб (расм, *б*), энг катта эгилиш қийматини аниқланг. Юкнинг ўзгариш қонуни $q(x) = \frac{4\,qx}{l^2}(l - x)$ тенглама билан белгиланади.

*Жавоб*: $f = -\frac{61\,q \cdot l^4}{5760\,EJ} \approx 0{,}0106\,\frac{ql^4}{EJ}$.

**7.15.** Учларн шарнирли тиралган балка учун қулоч ўртасидаги эгилишни ва таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини аниқланг. Балка парабола қонуни бўйича ўзгарадиган куч таъсирида. Балкага юк икки вариантда қўйилишини кўриб чиқинг (расмга қаранг): а) $q(x) = \frac{qx^2}{l^2}$ ва б) $q(x) = \frac{qx(2l - x)}{l^2}$.

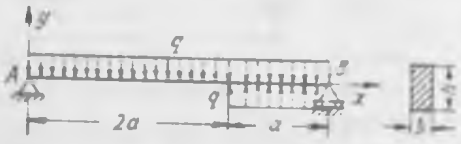
*Жавоб*: а) $\theta_A = -\frac{ql^3}{90EJ}$, $\theta_B = \frac{ql^3}{72\,EJ}$, $f = -0{,}00386 \cdot \frac{ql^4}{EJ}$;

б) $\theta_A = -\frac{ql^3}{36\,EJ}$, $\theta_B = \frac{11ql^3}{360\,EJ}$, $f = -0{,}00916\,\frac{ql^4}{EJ}$.

**7.16.** Узунлиги $l = 12$ м бўлган № 40 қўштавр профилли пўлат балка ўртасига маҳкамланган трос ёрдамида кран билан кўтарилади. Хусусий оғирлиги таъсирида энг катта нормал кучланишлар ва энг катта эгилишлар қийматини аниқланг. Икки вариант мавжуд: а) балканинг энг катта бикрлик текис-

лигида эгилиши; б) балканинг энг кичик бикрлик текислигида эгилиши.

*Жавоб*: а) $\sigma_{max} = 10{,}7$ МПа, $f_{max} = 0{,}24$ см.
б) $\sigma_{max} = 118$ МПа, $f_{max} = 6{,}82$ см.




7.17- масалага онд

**7.17.** Дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, расмда тасвирланган ёғоч балка таянч кесимларининг энг катта эгилиш қиймати ва бурилиш бурчакларини аниқланг. Балка кесими — томонлари $b = 15$ см ва $h = 20$ см бўлган тўғри тўртбурчак, қулочи $l = 3a = 6$ м, $2a$ узунликда қўйилган юкланиш интенсивлиги $q = 3$ кН/м.

*Ечим.* Таянч реакциялар: $A = \frac{4}{3} qa$, $B = \frac{2}{3} qa$ координаталар бошини А нуқтада деб қабул қиламиз. Икки ёки кўп участкаларга бўлинган балка учун у кучлар, жуфтлар ва бир текис тақсимланган юк билан юкланганда эгилган ўқнинг умумий тенгламаси қуйидагича ёзилиши мумкин.

$$y = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left(\frac{M_0 x^2}{2!} + \frac{P_0 x^3}{3!} + \frac{q_0 x^4}{4!}\right|_{11} +$$

$$+ \frac{1}{EJ}\left[\frac{M_i (x - a_m)^2}{2!} + \frac{P_i (x - a_p)^3}{3!} + \frac{q_i (x - a_q)^4}{4!}\right],$$

бунда $f_0\ \theta_0\ M_0$ ва $P_0$ дастлабки параметрлар (7.10. масалага қаранг); $q_0$ — координаталар бошидан ҳисоблаганда биринчи участкадаги тенг тақсимланган юк интенсивлиги; $M_i$, $P_i$, $q_i$ — $x = a_i$ бўлганда иккинчи участка (ва кейинги ҳар қайси участка) бошида пайдо бўладиган куч омиллари. Вертикал чизиқ билан ажратилган тенгликнинг чап қисми фақат биринчи участка чегарасида эгилган ўқнинг тенгламасидан иборат. Умуман бутун тенглама фақат балканинг охирги участкаси (бизнинг ҳолда иккинчи участка) эгри чизиғини билдиради. Демак, худди 7.8 масаладагидек, $y_3 = y_1 + y_{рух}$. Шу мулоҳазалардан келиб чиқиб, биринчи участканинг $q_0$ юкини балка охиригача давом эттириш керак, шунда иккинчи участкадаги юқорига йўналган (расмга қаранг) $q_i = q_0$ қўшимча юкнинг бузилган юкланиш схемаси тикланади.

Кўриб чиқилаётган балкада дастлабки параметрлар (А нуқта):

$$f_0 = 0,\ M_0 = 0,\ P_0 = A = \frac{4}{3} qa;$$

юклар: $q_0 = q,\ M_i = 0,\ P_i = 0,\ q_i = q (a_q = 2a)$.

Эластик чизиқ тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$y = \theta_0 x + \frac{1}{EJ}\left(\frac{4}{3}\frac{qax^3}{6} - \frac{qx^4}{24}\right|_0 + \frac{q(x - 2a)^4}{24 \quad EJ}.$$

Дастлабки параметр қиймати $\theta_0$ ни $B$ таянчдаги эгилишнинг нолга тенглиги шартидан топамиз ($x = 3a$ бўлганда $y = 0$). $x = 3a$ ни жойига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$0 = \theta_0 \cdot 3a + \frac{1}{EJ}\left[\frac{2}{9} qa(3a)^3 - \frac{q}{2q}(3a)^4 + \frac{qa^4}{24}\right];\ \text{бундан}\ \theta_0 = -\frac{8}{9}\frac{qa^3}{EJ}.$$

Эгилишлар ва бурилиш бурчакларининг охирги тенгламаси:

$$y = \frac{1}{EJ}\left(-\frac{8}{9}qa^3x + \frac{2}{9}qax^3 - \frac{qx^4}{24}\right)\Big|_1 + \frac{q(x-2a)^4}{24EJ}, \qquad (а)$$

$$y' = \frac{1}{EJ}\left(-\frac{8}{9}qa^3 + \frac{2}{3}qax^2 - \frac{qx^3}{6}\right)\Big|_1 + \frac{q(x-2a)^3}{6EJ} \qquad (б)$$

Энг катта эгилишни топиш учун $y = y_{max}$ ёки $y' = 0$ бўлган абсцисса $x$ ни топиш керак. Кўриб чиқилаётган типдаги балкаларда энг катта эгилиш қулоч ўртасида ётади, шунинг учун биринчи участкага тегишли тенглама (а) нинг фақат бир қисмини кўриб чиқамиз:

$$\frac{qx^2}{6} - \frac{2}{3}qax^2 + \frac{8}{9}qa^3 = 0.$$

Тенгламани кетма-кет танлаш усулида ечиб, $x = 1,445a$ эканлигини топамиз. Тенглама (а) га $x$ нинг қийматини қўйиб, биринчи участка учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$f_{max} = \frac{1}{EJ}\left[-\frac{8}{9}qa^3 \cdot 1,445a + \frac{2}{9}qa(1,445a)^3 - q\frac{(1,445a)^4}{24}\right] =$$

$$= -\frac{0,8qa^4}{EJ}.$$

Сонли жавобни топиш учун балка бикрлигини ҳисоблаймиз:

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 20^3}{12} = 10000 \text{ см}^4, \quad EJ = 1 \cdot 10^6 \cdot 10^4 = 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{см}^2.$$

Демак,

$$f_{max} = -\frac{0,8qa^4}{EJ} = -\frac{0,8 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{10}} = -3,84 \text{ см}.$$

Таянч кесимларнинг бурилиш бурчаклари:

$$\theta_A = y'_{(x=0)}, \quad \theta_B = y'_{(x=3a)}.$$

Тенглама (б) дан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\theta_A = -\frac{8qa^3}{9EJ} = -\frac{8 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^{10}} = 0,0213, \quad \theta_B = \frac{7qa^3}{9EJ} =$$

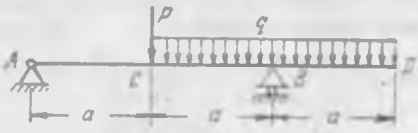
$$= \frac{7}{9} \cdot \frac{3 \cdot 2^3 \cdot 10^7}{10^{10}} = 0,0187.$$

**7.18.** 7.9 масалада кўрилган балкалар учун дастлабки параметрлар усулидан фойдаланиб, схемаларда кўрсатилган кесимларнинг эгилишлари ва бурилиш бурчакларини аниқланг.

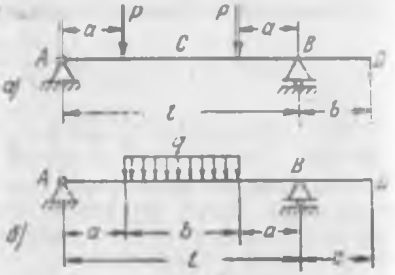
*Жавоб:* 7.9 масалага қаранг.

**7.19.** Агар $P = qa$ бўлса, расмда тасвирланган балканинг қулочи ўртасидаги ва эркин учидаги эгилишлар қийматини аниқланг. Агар тенг тақсимланган юк $q$ ни балканинг бутун узунлигига сочиб юборилса, бу эгилишлар қандай бўлади?

*Жавоб:* 1) $f_C = -\frac{7qa^4}{EJ}$, $f_D = -\frac{qa^4}{48EJ}$; 2) $f_C = -\frac{qa^4}{4EJ}$, $f_D = \frac{qa^4}{8EJ}$.




7.19- масалага онд




7.20- масалага онд

**7.20.** Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаларини интеграллаб ёки дастлабки параметрлар усулининг универсал тенгламаларидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балкалар қулочи ўртасидаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар қийматини топинг.

*Жавоб:* а) $f_C = -\frac{Pa(3l^2 - 4a^2)}{24EJ}$, $f_D = \frac{Pab(l-a)}{2EJ}$;

б) $f_C = -\frac{qb(8l^3 - 4b^2l + b^3)}{384EJ}$, $f_D = -\frac{qbc(3l^2 - b^2)}{48EJ}$.

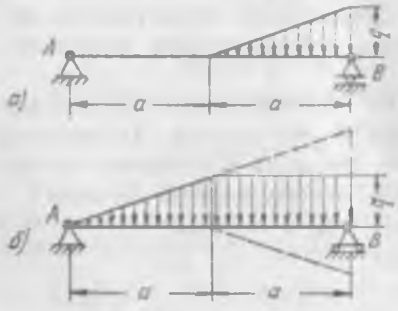
**7.21.** Қулочи ярмида учбурчак қонуни бўйича тақсимланган юк қўйилган икки таянчли балканинг қулочи ўртасидаги эгилиш қийматини аниқланг. Икки вариантда берилган: а) балканинг чап ярмига қўйилмаган; б) ўнг ярмига тенг тақсимланган юк қўйилган (расмга қаранг).

*Кўрсатма.* Схема, *б* да балканинг ўнг ярмига учбурчак юкланиш юқорига ва пастга қўшимча қўйилиши керак.

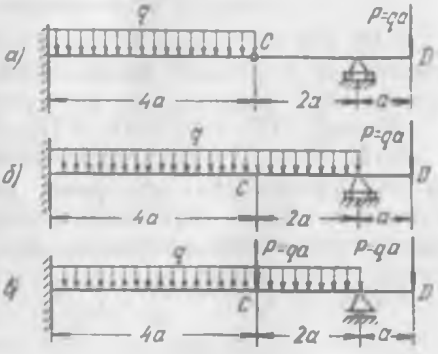
*Жавоб:* а) $f = -0{,}0375\frac{qa^4}{EJ}$;

б) $f = -0{,}171\frac{qa^4}{EJ}$.

**7.22.** Қулочида шарнирлари бўлган балкалар учун куч қўйилган кесимлардаги ($f_D$) ва шарнирлардаги ($f_C$) эгилишлар қийматини




7.21- масалага онд




7.22- масалага онд

аниқланг (расмга қаранг). Кесим бутун узунлик бўйича бир хил деб ҳисоблансин.

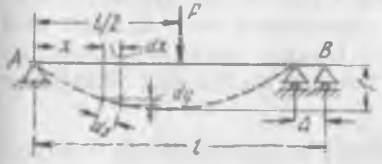
*Кўрсатма.* Балкани асосий ва осма қисмларга ажратинг. Бунинг учун ташлаб юборилган боғланиш ўрнига шарнир орқали узатиладиган кучларни қўйинг. Осма балка учун эгилган ўқ тенгламасини тузаётганда шуни ҳисобга олингки, унинг учун дастлабки эгилиш

$f_0 = f_C$, бунда $f_C$ — асосий балканинг $C$ нуқтасидаги эгилиш.

*Жавоб:* а) $f_C = -\frac{61qa^4}{3EJ}$, $f_D = \frac{29qa^4}{3EJ}$;

б) $f_C = -\frac{128qa^4}{3EJ}$, $f_D = \frac{62qa^4}{3EJ}$;

в) $f_C = -\frac{64qa^4}{EJ}$, $f_D = \frac{94qa^4}{3EJ}$.




7.23- масалага онд

**7.23.** Қулочи $l$ бўлган балканинг ўртасига $P$ куч қўйилган. Балка ўқидаги таянч нуқталар $A$ ва $B$ да жойлашганда қўзғалувчан таянчнинг кўчиш қиймати $\Delta$ ни аниқланг. Уни куч остидаги эгилиш $f$ орқали ифодаланг.

*Ечим.* Кўчиш $\Delta$ эгилган ўқ узунлиги билан унинг горизонталга проекцияси орасидаги фарқ сифатида аниқланиши мумкин (расмга қаранг): $\Delta = \int_l (ds - dx)$.

Ушбу $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ ёки $ds = dx\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$ эканлигини ҳисобга олиб ва биномни Ньютон формуласи бўйича қўйиб, тахминан ушбуни топамиз: $ds = dx\left[1 + \frac{1}{2}(y')^2\right]$. Кўчиш $\Delta$ учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta = \int_l \left\{ dx\left[1 + \frac{1}{2}(y')^2\right] - dx \right\}, \text{ ёки } \Delta = \frac{1}{2}\int_l (y')^2 dx. \qquad \text{(а)}$$

Энди $y'$ ни ифодалаш қолди. Бурилган балка учун эгилишлар тенгламаси ва бурилиш бурчаклари тенгламаси қуйидаги кўринишни олади (қулочнинг иккала ярми симметрик бўлгани учун унинг ярмини кўриб чиқиш кифоя):

$$y = \theta_0 x + \frac{Ax^3}{6EJ} = -\frac{Pl^2}{16EJ}x + \frac{Px^3}{12EJ}, \quad y' = \theta_0 + \frac{Ax^2}{2EJ} = -\frac{Pl^2}{16EJ} + \frac{Px^2}{4EJ}.$$

Ҳосила $y'$ ни куч остидаги эгилиш $f\left(x = \frac{l}{2} \text{ да } f = -\frac{Pl^3}{48EJ}\right)$ орқали ифодалаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$y' = -\frac{Pl^2}{48EJ}\left(\frac{3}{l} - \frac{12x^2}{l^3}\right) = \frac{f}{l}\left(3 - \frac{12x^2}{l^2}\right).$$

Тенглама (а) га қўйиб, қидирилаётган кўчишни топамиз:

$$\Delta = 2\int_0^{l/2} \frac{f^2}{2l^2}\left(3 - \frac{12x^2}{l^2}\right)^2 dx.$$

*Жавоб:* $\Delta = 2{,}4\,\frac{f^2}{l}$.

**7.24.** 7.23 масала ечимидан фойдаланиб, қулочи $l$ бўлган, учлари шарнирли тиралган ва бир текис тақсимланган яхлит юк $q$ билан юкланган балка ўқи учларининг яқинлашувини топинг.

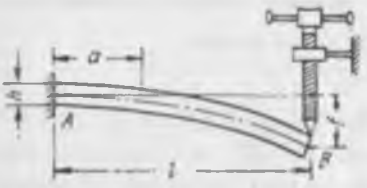
*Жавоб:* $\Delta = 2{,}49\,\frac{f^2}{l}$; бундан $f = -\frac{5ql^4}{384EJ}$.

**7.25.** Қулочи $l = 8$ м бўлган қўштавр профилли № 55 ли балка учларидаги остки токчаларн билан шарнирли таянчларга тиралади ва тенг тақсимланган юк $q = 40$ кН/м таъсирида туради.

а) Қўзғалувчан таянчнинг кўчиши (қиймат ва йўналиш жиҳатдан) балка пастки толаларнинг узайишига мос келади деб ҳисоблаб, шу кўчишнни аниқланг. б) Балка ўқининг қнйшайиши шу силжиш қийматига қандай таъсир қилишини аниқланг (7.23 масалага қаранг).

*Жавоб:* $\Delta = \frac{ql^3}{12EW} = 0{,}428$ см (қулочи катталашадиган томонига); б) томони камайишига 1,3%.

**7.26.** Бош кучланишларнинг катталикларн ва йўналишларини аниқлаш учун лок қоплаш усулидан фойдаланилади. Синалаётган деталга юк қўйилганда унинг узайиши маълум қийматга етадиган нуқталарда лок қопламасида дарзлар пайдо бўлади. Бу дарзлар бош чўзувчи кучланишлар йўналишларига перпендикуляр ётади. Локнинг сезгирлигини, яъни дарзлар пайдо бўладиган нисбий узайиш қиймати $\varepsilon$ ни баҳолаш учун расмда схематик тарзда кўрсатилган ўлчаш қурилмасидан фойдаланиладн. Бир учидан қисилган пўлат балкача лок билан қопланади ва балканинг эркин учига босим узатадиган винт ёрдамида эгилади. $B$ нуқтадаги эгилиш индикатор билан ўлчанади.



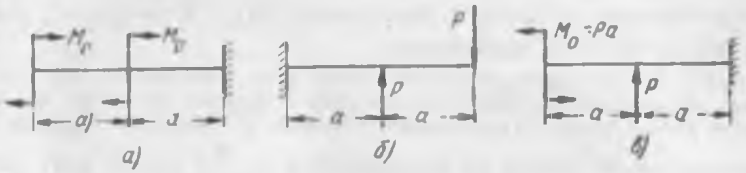
7.26- масалага оид

Агар эгилиш $f = 7{,}2$ мм бўлганда дарзлар $a = 20$ см масофага тарқалса, локнинг сезгирлигнни ва лок қопламасида дарзлар пайдо қиладиган кучланишлар қийматини аниқланг. Балкачанинг қулочи $l = 60$ см, кесим ўлчамлари: $b = 30$ мм, $h = 10$ мм.

*Жавоб:* $\varepsilon = \frac{3(l-a)h \cdot f}{2l^3} = 2 \cdot 10^{-4}$; $\sigma = E \cdot \varepsilon = 4000$ Н/см$^2$.

## 23-§. Эгилишдаги силжишларни аниқлашнинг графоаналитик ва график усуллари

**7.27.** Расмда тасвирланган балкалар учун эгилиш қийматини ва охирги кесимнинг бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг.




7.27-масалага оид

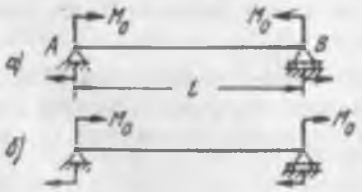
*Жавоб:* а) $f=\frac{7M_0a^2}{2EJ}$, $\theta=\frac{3M_0a}{EJ}$; б) $f=-\frac{11Pa^3}{6EJ}$, $\theta=-\frac{3Pa^2}{2EJ}$,

в) $f=\frac{5Pa^3}{6EJ}-\frac{2M_0a^2}{EJ}$, $\theta=\frac{2M_0a}{EJ}-\frac{Pa^2}{2EJ}$.

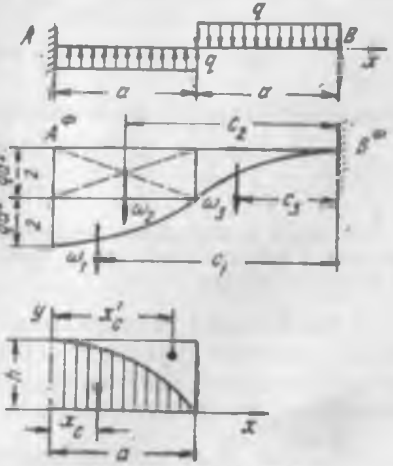
**7.28.** Учлари шарнирли тиралган балка икки вариантда тенг таянч моментлар билан юкланган бўлса (расмга қаранг), таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини ва қулоч ўртасидаги эгилишни графоаналитик ва аналитик усулларда аниқланг:

*Жавоб:* $\theta_A=-\theta_B=-\frac{M_0l}{2EJ}$, $f_C=-\frac{M_0l^2}{8EJ}$; б) $\theta_A=\theta_B=-\frac{M_0l}{6EJ}$, $f_C=0$.

**7.29.** Бир учидан қисилган ва расм, *а* да кўрсатилгандек юкланган балканинг эркин учи кесимидаги эгилиш қийматини ва бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг. Натижаларни аналитик усулда текширинг.




7.29-масалага оид




7.28-масалага оид

*Ечими.* Берилган балка учун эгувчи моментлар эпюрасини ясаб (расм. *б*), уни пастга йўналган яхлит сохта юк сифатида қараймиз ($M<0$). Сохта балканинг ($M$ эпюранинг нолинчи ўқи $M^C-B^C$) таянчларини берилган балканн мақкамлаш шартларига мувофиқ танлаймиз. $A$ кесимда эгилиш ҳам, бурилиш ҳам йўқ, яъни $f_A=\frac{M_A^C}{EJ}=0$ ва $0_A=\frac{Q_A^C}{EJ}=0$, шунинг учун $A^C$ учини эркин қолдирамиз ($M_A^C=0$, $Q_A^C=0$)·$f_B\neq 0$ ва $Q_B\neq 0$ бўлган $B$ кесим $B^C$ нуқтада сохта балканинг қисилишига тўғри келади. $\left(M_B^C\neq 0 \text{ ва } Q_B^C\neq 0\right)$. Ана шу қиймат $M_B^C$ ва $Q_B^C$ бизни қизиқтиради.

Уларни аниқлаш учун сохта яхлит юкни унинг майдонлари $\omega_1$, $\omega_2$ ва $\omega_3$ яъни ҳар бир майдоннинг оғирлик марказларига қўйилган тўпланган сохта кучлар билан алмаштирамиз. Шуни эслатиб ўтамизки, $n$ даражали парабола билан чегараланган майдон (расм. *в* да штрихланган) $\omega=\frac{n}{n+1}ah$ га тенг, оғирлик марказигача бўлган масофа эса $x_C=\frac{(n+1)a}{2(n+2)}$; $n$-даражали қўшимча (штрихланмаган) парабола учун

$$\omega=\frac{1}{n+1}ah \text{ ва } x_C=\frac{n+1}{n+2}a.$$

Эгувчи моментларнинг эпюраси икки квадрат парабола ($n=2$) билан чекланганлиги учун юк майдонлари

$$\omega_1=\frac{2}{3}\cdot\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{3};\ \omega_2=\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{2};\ \omega_3=\frac{1}{3}\frac{qa^2}{2}a=\frac{qa^3}{6}.$$

Бу кучларнинг мақкамланиш жойига нисбатан елкалари (кесим B):

$$c_1=2a-\frac{3}{8}a=\frac{13}{8}a;\quad c_2=\frac{a}{2}+a=\frac{3}{2}a,\quad c_3=\frac{3}{4}a.$$

Эгувчи момент $M_B^C$ ва $Q_B^C$ кесимдаги сохта юкдан тушадиган кўндаланг куч $Q_B^C$ қуйидагига тенг:

$$M_B^C=-\omega_1c_1-\omega_2c_2-\omega_3c_3=-\left(\frac{qa^3}{3}\cdot\frac{13}{8}a+\frac{qa^3}{2}\cdot\frac{3a}{2}+\frac{qa^3}{6}\cdot\frac{3}{4}a\right)=-\frac{17}{12}qa^4,$$

$$Q_B^C=-\omega_1-\omega_2-\omega_3=-\left(\frac{qa^3}{3}+\frac{qa^3}{2}+\frac{qa^3}{6}\right)=-qa^3.$$

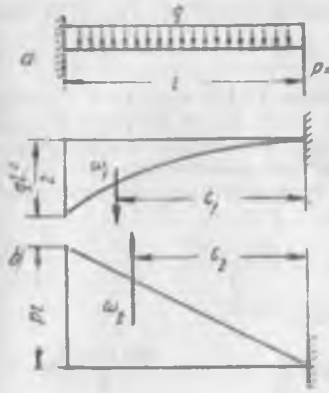
Қидирилаётган силжишлар тегишлича қуйидагиларга тенг бўлади:

$$f_B=\frac{M_B^C}{EJ}=-\frac{17qa^4}{12EJ},\quad 0_B=\frac{Q_B^C}{EJ}=-\frac{qa^3}{EJ}.$$

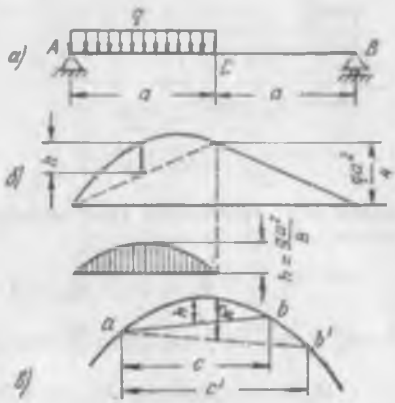
Олинган натижаларни аналитик усулда текшириш учун координаталар бошини $A$ нуқтада олиш керак, балканинг ўнг ярмига юқори ва пастга томон $q$ юк қўйиш керак.

**7.30.** Кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиб, расмда кўрсатилгандек юкланган консолнинг эркин учидаги кесимнинг эгилиш қиймати ва бурилиш бурчагини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* Икки сохта балкани, яъни эгувчи моментларнинг икки эпюрасини ясанг: тақсимланган юк $q$ ва тўпланган куч $P$ (расм, *б*), ҳар қайси юкдан



7.30- масалага оид

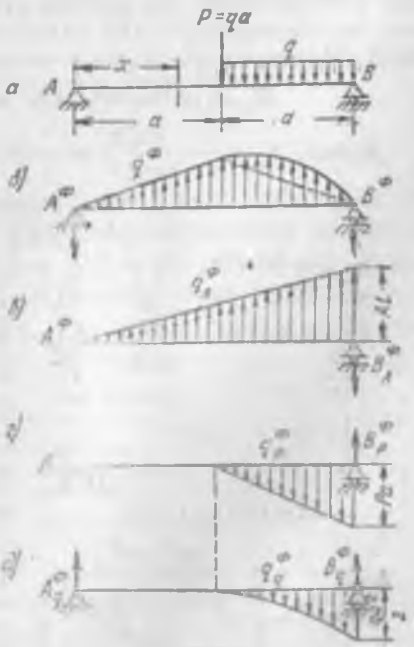


7.31- масалага оид

ҳосил бўладиган кўчишларни алоҳида-алоҳида аниқланг ва алгебраик усулда қўшинг.

*Жавоб:* $f = \frac{5ql^4}{24EJ}$; $\theta = \frac{ql^3}{3EJ}$.

**7.31.** Расмда тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги эгилиш катталигини ва таянч кесимлардаги бурилиш бурчакларини графоаналитик усулда аниқланг.

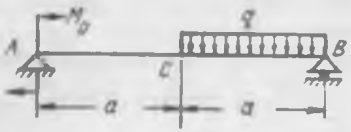


*Кўрсатма.* Эгувчи моментлар эпюрасини (расм, *б*) икки тенг учбурчакка ва параболик сигментга бўлиб олиш қулай. Ихтиёрий ватар *a—b* (расм, *в*) билан чекланган квадрат парабола сигментининг юзаси $\omega = \frac{2}{3} hc$ га тенг. Агар балкага тенг тақсимланган юк *q* қўйилган бўлса, сигментнинг баландлиги $h = \frac{qc^2}{8}$, сигмент учларидан оғирлик марказигача бўлган масофа: $x_C = c/2$

*Жавоб:* $f_C = -\frac{5qa^4}{48EJ}$; $\theta = -\frac{9qa^3}{48EJ}$; $\theta_B = \frac{7qa^3}{48EJ}$.

**7.32.** Расм, *а* да тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги эгилишни ($f_C$) ва таянч кесимларнинг бурилиш бурчакларини ($\theta_A$;

7.32- масалага оид




7.33- масалага оид

$\theta_B$) графоаналитик усулда аниқланг. Натижаларни аналитик усулда текширинг.

*Кўрсатма.* 7.31 масалага қаранг (расм, *б*). Расм, *в* — *д* да кўрсатилганидек *M* эпюраси қисмларга ажратиш усулидан ҳам фойдаланиш мумкин. Эгувчи моментлар тенгламаси (абсциссаларни битта координаталар бошидан ҳисоблаганда):

$$M_1 = Ax; \quad M_2 = Ax - P(x-a) - \frac{q(x-a)^2}{2}.$$

*A* дан, *P* дан ва *q* дан тегишли эпюраларни ясаймиз.

$M_A = Ax$ (расм, *в*); $M_P = -P(x-a)$ (расм, *г*); $M_q = -\frac{q(x-a)^2}{2}$ (расм, *д*)

*M* эпюра ясовчиларга ажраладн. Улар ҳар қайси кучдан алоҳида-алоҳида ясалади (ўнг учидан қисилган консолдаги каби) ($M = M_A + M_P + M_q$); *B* таянчдаги йиғинди момент нолга тенг. Ҳар қайси эпюрадан графоаналитик усулда кўчишлар аниқланиб, кейин қўшиб чиқилади:

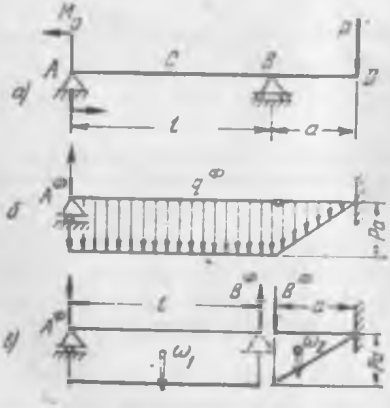
*Жавоб:* $f_C = -\frac{13qa^4}{48EJ}$; $\theta_A = -\frac{19qa^3}{48EJ}$; $\theta_B = \frac{7qa^3}{16EJ}$.

**7.33.** Ушбу шартлар учун балканинг таянч кесимлари бурчак кўчишларини ва қулочи ўртасидаги эгилишни графоаналитик ва аналитик усулда аниқланг (расмга қаранг): $a = 2$ м, $q = 20$ кН/м,

$$M_0 = qa^2 = 80 \text{ кНм ва } EJ = 12 \cdot 10^{10} \text{ Н/см}^2.$$

*Жавоб:* $\theta_A = -\frac{39qa^3}{48EJ} = -0{,}0108$; $\theta_B = \frac{25qa^3}{48EJ} = 0{,}0069$;

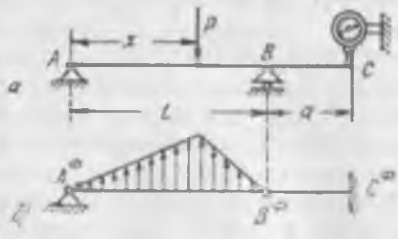
$$f = \frac{17qa^4}{48EJ} = 0{,}95 \text{ см}.$$



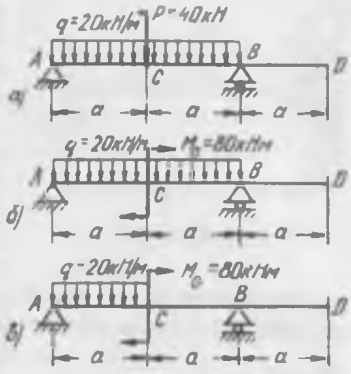

7.34- масалага оид

**7.34.** Агар $M = Pa$ деб қабул қилинса, консолли балка учун қулоч ўртасидаги эгилишлар катталигини ($f_C$) ва эркин учидаги эгилиш катталигини ($f_D$), шунингдек таянч кесимлар ($\theta_B$ ва $\theta_B$) ва охирги кесим ($\theta_D$) бурилиш бурчакларини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* $Q^C$ ва $M^C$ ни аниқлаш учун сохта балкани (расм, *б*) *l* узунликдаги осма балка $A^C B^C$ га ва асосий балкага (*a* узунликдаги консолга) ажратиш қулай (расм, *в* га қаранг). Эпюрани қисмларга ажратиш усулидан ҳам фойдаланиш мумкин (7.32-масалага қаранг).



7.35- масалага оид



7.36- масалага оид

*Жавоб:*

$$f_C = \frac{Pal^2}{8EJ};\quad f_D = -\frac{Pa^2}{6EJ}(3l + 2a);$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pal}{2EJ};$$

$$\theta_D = -\frac{Pa}{2EJ}(l + a).$$

**7.35.** Балканинг эркин учидаги эгилиш қулочдаги юкнинг ҳар хил вазиятларида индикатор ёрдамида ўлчанади. Индикатор энг катта қийматни кўрсатиши учун $P$ юкни чапки $A$ таянчдан қандай $x$ масофада жойлаштирнш керак?

*Кўрсатма.* $B$ нуқтадаги сохта реакцияни $x$ масофанинг функцияси сифатида ифодалаш ва уни максимумга текшириш керак (расм, *б*).

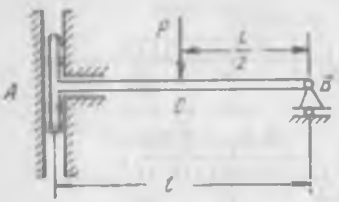
*Жавоб:* $x = \dfrac{l}{\sqrt{3}} \approx 0{,}577\ l.$

**7.36.** Расмда тасвирланган балкалар учун қулоч ўртасидаги ($f_c$) ва консолнинг эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини графоаналитик усулда аниқланг. Агар $a = 2$ м, $EJ = 10 \cdot 10^{10}$ Н·см² бўлса, чап таянч ва ўнг охирги кесимлар ($\theta_A$ ва $\theta_B$) нинг бурилиш бурчакларини ҳам топинг. 7.31, 7.32 ва 7.34 масалаларга доир кўрсатмалардан фойдаланинг.

*Жавоб:*

| Схема | Эгилишлар, см | | Бурилиш бурчаклари | |
|---|---|---|---|---|
| | $f_C$ | $f_D$ | $\theta_A$ | $\theta_D$ |
| *а* | —1,2 | 1,87 | —0,00934 | 0,00934 |
| *б* | —0,667 | 1,33 | —0,0040 | 0,00667 |
| *в* | —0,33 | 0,73 | —0,00167 | 0,00367 |

**7.37.** Машина элементи қулочи $l$ га тенг бўлган балкадан иборат. Балка бир учи билан шарнирли қўзғалувчан таянчга,



7.37- масалага оид

иккинчи учи билан вертикал йўналтирувчига тиралади. Вертикал йўналтирувчи бўйлаб эркин (ишқаланмай) ползун сирпанади, у балка билан бикр боғланган (расмга қаранг). $A$ ва $C$ нуқталардаги эгилишлар катталигини ҳамда таянчдаги бурилиш бурчагини графоаналитик усулда ушбу икки вариант учун аниқланг:

а) агар балканинг қулочи ўртасига тўпланган куч $P$ қўйилган бўлса; б) ўша кучнинг ўзи ползунга қўйилган бўлса.

*Жавоб*: а) $f_A = -\frac{11\,Pl^3}{48\,EJ}$, $f_C = -\frac{Pl^3}{6\,EJ}$, $\theta_B = \frac{3\,Pl^2}{8\,EJ}$;

б) $f_A = -\frac{3\,Pl^3}{3\,EJ}$, $f_C = -\frac{Pl^3}{16\,EJ}$; $\theta_B = \frac{Pl^2}{6\,EJ}$.

**7.38.** Қўштавр балка № 24 ни унинг қулочи ўртасига қўйилган тўпланган куч $P$ билан синаш керак. Балкани учларидан шарнирли тиралган деб ҳисоблаб, энг катта нормал кучланишлар ва энг катта эгилиш рухсат этиладиган қийматларга етиши учун зарур бўлган балка қулочи $l$ ни ҳамда зарур юк $P$ қийматини танланг. $[\sigma] = 160$ МПа, $[f] = 0{,}5$ см.

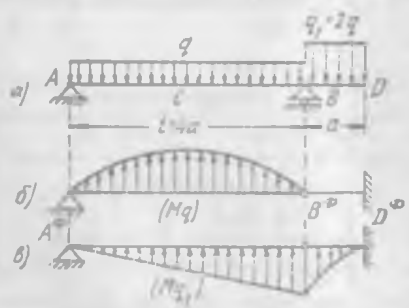
*Жавоб:* $l = 300$ см, $P = 61{,}5$ кН.

**7.39.** Кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиб, расмда тасвирланган балка учун қулоч ўртасидаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини графоаналитик усулда аниқланг.

*Кўрсатма.* Ҳар бир юкдан бўладиган эгилишларни алоҳида-алоҳида аниқланг (расм, *б* ва *в* га қаранг) ва уларни ишораларини ҳисобга олиб қўшинг.

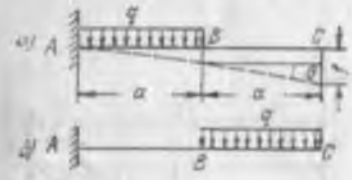
*Жавоб*: $f_C = -\frac{7\,qa^4}{3\,EJ}$;

$f_D = \frac{13\,qa^4}{12\,EJ}$.



7.39- масалага оид

**7.40.** Бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк $q$ билан юкланган консол учун эркин учидаги абсолют қиймат бўйича эгилиш $f = \frac{ql^4}{8\,EJ}$ га, бурилиш бурчаги эса $0 = \frac{ql^3}{6\,EJ}$ га эга эканлигини билиб, геометрик мулоҳазалардан қуйидагиларни аниқланг: а) узунлигининг ярмига юкланган консолнинг охирги кесими эгилиш катталигини ва бурилиш бурча-



7.40- масалага оид



7.41- масалага оид

гини; б) ўша кесимнинг эгилиш катталиги ва бурилиш бурчагини $AB = a$ узунлик бўйича тақсимланган нагрузкани ўша узунликдаги $BC$ участкага сурилган ҳол учун аниқланг.

*Жавоб*: а) $f_C = -\frac{7qa^3}{24EJ}$, $\theta_C = -\frac{qa^4}{6EJ}$;

б) $f_C = -\frac{41qa^4}{24EJ}$, $\theta_C = -\frac{7qa^4}{6EJ}$.

**7.41.** Балканинг $2a$ узунлигига тенг тақсимланган юкни (расм, *а*) қулоч ўртасига қўйилган тўпланган куч $P = 2qa$ билан алмаштирилса, шу осма балканинг ўртасидаги эгилиш катталиги қандай ўзгаришини аниқланг (расм, *б*).

*Жавоб*: а) $f = -\frac{3qa^4}{8EJ}$

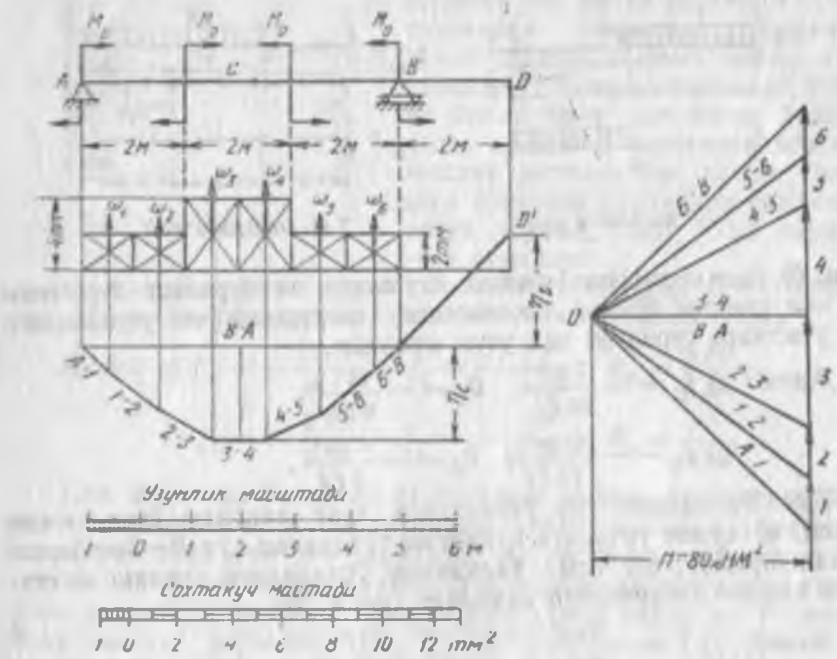
б) $f = -\frac{qa^4}{2EJ}$

**7.42.** Қулочи $l$ бўлган, учлари шарнирли тиралган балка ўз огирлиги таъсирида турибди. Агар балканинг ҳамма ўлчамларини $n$ марта катталаштирилса, энг катта нормал ва уринма кучланишлар, таянч кесимларнинг бурилиш бурчаклари ва қулоч ўртасидаги эгилиш қандай ўзгаришини аниқланг. Агар балканинг тиралиш шарти ўзгарса, энг катта кучланишлар ва чўкишлар қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 1) Эгилиш $n^2$ марта ўзгаради, бошқа ҳамма катталиклар $n$ марта ўзгаради. 2) Фақат хусусий оғирлик таъсирида бу нисбатлар балканинг тиралиш схемасига боғлиқ бўлмайди.

**7.43.** Агар расмда тасвирланган балканинг қулочи $l = 6$ м, консолнинг узунлиги $a = 2$ м, $M = 20$ кНм, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/см$^2$, $J = 3500$ см$^4$ бўлса, қулоч ўртасидаги ва эркин учидаги эгилишлар катталиги ва йўналишини график усулда аниқланг. Олинган натижаларни графоаналитик усулда текширинг.

*Е ч и м.* Эгилишларни аниқлаш сохта юкланиш эгувчи моментларининг эпюрасини ясашдан иборат бўлади. Таиланган узунликлар масштабида балка схемасини чизамиз ва унинг учун эгувчи моментлар эпюрасини ясаймиз. $M$ эпюра юзасини яхлит сохта юкланиш сифатида қабул қилиб, уни бир неча юк юзалари $\omega_1$, $\omega_2$ ва ҳ. к. га бўламиз, яъни яхлит юкланишни тўпланган сохта кучлар (юк юзаларининг оғирлик марказларига қўйилган ва $\omega_1 = \omega_2 = 20$ кНм$^2$, $\omega_3 = \omega_4 = 40$ кНм$^2$, $\omega_5 = \omega_6 = 20$ кНм$^2$ га тенг бўлган кучлар билан алмаштирамиз.




7.43- масалага онд

Сохта кучлар масштабини танлаб ўша масштабда ихтиёрий олинган $H$ қутб масофасида куч кўпбурчагини ясаймиз. $O$ қутбнинг вазияти баландлик бўйича ҳам ихтиёрий. $O$ нуқта кучлар чизиғидан чапда ётади (агар улар чапдан ўнгга қараб қўйиладиган бўлса). Сохта кучлар йўналиши $M$ эпюра ишорасига қараб танланади: агар $M>0$, $\omega>0$, яъни юқорига қўйилади.

Сохта юкланишнинг симметриклигини ҳисобга олиб, қутбни кучлар йиғиндиси баландлиги ўртасига жойлаштирамиз. $A$—1, 1—2 ва ҳ. к. нурларни ўтказамиз ҳамда $A$ нуқтадан бошлаб арқон кўпбурчагини ясаймиз. Юк юзалари $\omega$ қанча кўп бўлса, арқон кўпбурчаги балканинг эгилган ўқини тасвирлайдиган эгри чизиққа яқин бўлади, лекин

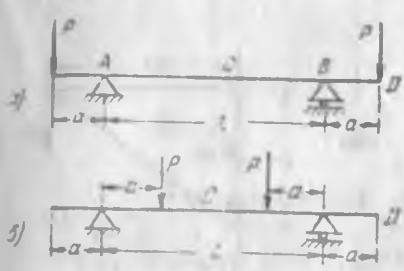
$$\frac{EJ}{H} = k \text{ марта } \left(M^c = H\cdot\eta;\ f = \frac{M^c}{EJ} \text{ бўлгани учун } f = \frac{H\cdot\eta}{EJ} = \frac{\eta}{k}\right).$$

Арқон кўпбурчагининг туташтирувчи чизиғи $AB$ берилган балкани маҳкамлаш шартини қаноатлантириши керак (чунки $f_A = 0$ ва $f_B = 0$, $\eta_A = 0$ ва $\eta_B = 0$). Энди узунликлар масштабида туташтирувчи чизиқ $AB$ дан то арқон кўпбурчагининг тегишли томонлари $3-4$ ва $6-B$ гача бўлган ординаталар $\eta_C$ ва $\eta_D$ ни (вертикал $D'D$ гача давом эттирилган) ўлчаш қолади. Улар қуйидагиларга тенг чиқади: $\eta_C = 175$ см, $\eta_D = 200$ см.

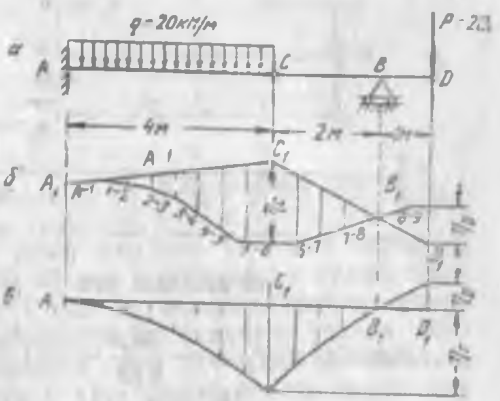
Биз қутб масофасини $H = 80$ кНм, бикрликни $EJ = 7\cdot10^{10}$ Н см² $= 7000$ кНм² деб олганлигимиз учун тегишли эгилишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$f_C = \frac{H}{EJ},\quad \eta_C = \frac{80\cdot175}{7000} = 2 \text{ см};$$

$$f_D = \frac{80\cdot200}{7000} = 2{,}3 \text{ см}.$$



7.44- масалага оид



7.45- масалага оид

Графоаналитик ечимда қуйидаги жавоблар олинади:

$$f_C = -\frac{7M_0a^2}{4EJ} = -2 \text{ см}, \quad f_D = \frac{2M_0a^2}{EJ} = 2{,}29 \text{ см}.$$

**7.44.** График усулдан фойдаланиб, расмда кўрсатилган икки балка учун, агар $P = 40$ кН, $l = 4a = 4$ м ва $EJ = 4000$ кНм² бўлса, эгилган ўқни ясанг ҳамда қулоч ўртасидаги эгилишлар ($f_C$) ва консолнинг эркин учидаги эгилишлар ($f_D$) катталигини аниқланг.

Ясаш натижаларини графоаналитик усулда текшириб кўринг.

*Жавоб*: а) $f_C = 2$ см,
$f_D = -2{,}33$ см;
б) $f_C = -1{,}83$ см;
$f_D = 1{,}5$ см.

**7.45.** Агар балканинг бикрлиги $EJ = 24000$ кНм² бўлса (расм, *а* га қаранг), балканинг шарнирли эгилган ўқини ясанг ҳамда шарнирдаги эгилишни ($f_C$) ва $P$ куч остидаги кесимдаги эгилиш ($f_D$) катталигини аниқланг. График ечим натижаларини аналитик усулда текширинг.

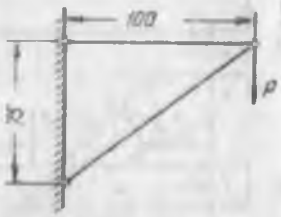
*Кўрсатма.* Берилган балка асосий ва осма балкаларга ажралганлиги учун иккита туташтирувчи чизиқни: асосий балка учун $A_1C_1$ чизиқни (арқон кўпбурчагининг биринчи томони бўйлаб йўналган, чунки $\theta_A = 0$ ва $f_A = 0$) ва шарнир $C_1$ ҳамда таянч $B_1$ орқали ўтадиган иккинчи чизиқ $C_1D_1$ ни (осма балка учун, расм, *б*) чизиш керак. Арқон эгри чизиғини горизонтал нолинчи ўққа келтириш мумкин (расм, *в*).

*Жавоб*: $f_C = -1{,}77$ см; $f_D = 0{,}8$ см.

**7.46.** Агар $M_0 = 60$ кНм бўлса, расмда тасвирланган балкалар учун шарнир $C$ нинг вертикал силжишларини графоаналитик ва график усулларда аниқланг. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 16000$ Н/см², $l = 3$ м бўлса, балканинг қўштаврли кесимини энг катта эгувчи момент бўйича танланг.




7.46- масалага оид




7.48- масалага оид

*Жавоб*: а) $f_C = -\frac{M_0 l^2}{3EJ} = -1{,}8$ см (қўштавр № 27)

б) $f_C = \frac{M_0 l^2}{3EJ} = 1{,}8$ см.

**7.47.** 7.22 масалада берилган шарнирли балкалар учун берилган ўлчамлар ва юкланишларда шарнирдаги ($f_C$) ва эркин учидаги ($f_D$) эгилишлар катталигини график усулда аниқланг. Балканинг горизонтал нолинчи чизиққа келгирилган эгилган ўқини ясанг.

*Жавоб.* 7.22 масалага қаранг.

## 24-§. Кўчишларни аниқлашнинг энергетик усуллари

**7.48.** Расмда кўрсатилган кронштейн элементларида тўпланган деформациянинг потенциал энергияси билан ташқи кучлар иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, 120 кН га тенг куч $P$ қўйилган узелнинг вертикал кўчиш катталигини аниқланг. Пўлат тортқининг кесими 10 см², қарагайдан қилинган тиракнинг кесими 250 см².

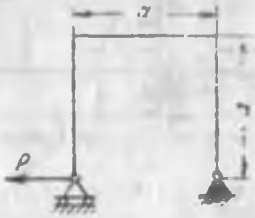
*Жавоб:* 0,273 см.

**7.49.** Қулочи $l$ бўлган ва учларидан шарнирли тиралган балка қулочининг ўртаснга тўпланган вертикал куч $P$ ва тўпланган момент $M$ таъсир қилади. Балканинг бикрлиги $EJ$ доимий. Балка деформациясининг потенциал энергияси нимага тенг?

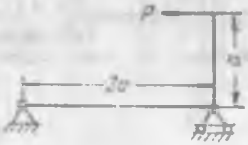
*Жавоб*: $\frac{P^2 l^3}{96EJ} + \frac{M^2 l}{24EJ}$

**7.50.** Қулочи $l$, бикрлиги $EJ$ ва баландлиги $h$ бўлган доимий кесимли балка соф эгилиш таъсирида турибди. Балкадаги энг катта нормал кучланишлар рухсат этиладиган кучланишларга $[\sigma]$ га тенг деб ҳисоблаб, балкада тўпланган потенциал энергиянинг миқдорини ҳисобланг.

*Жавоб*: $\frac{2[\sigma]^2 Jl}{Eh^2}$.




7.51- масалага оид




7.52- масалага оид

**7.51.** Расмда кўрсатилган рама бир хил ўлчамли ригел ва стойкага эга, улар қўштавр № 10 дан тайёрланган бўлиб, бир-бирига қаттиқ маҳкамланган. Рама бу элементларининг узунлиги $a=100$ см. Раманинг қўзгалувчан таянчини чапга силжитишга интиладиган горизонтал куч $P=6000$ Н. Эгилиш потенциал энергияси билан куч $P$ иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, рама чап таянчининг силжишлари қийматини аниқланг.

*Жавоб:* $\frac{5}{3}\frac{Pa^3}{EJ}=2{,}525$ см.

**7.52.** Қулочи $2a=4$ м бўлган ва икки таянчга тиралган балканинг ўнг томонига $a=2$ м баландликдаги стойка қаттиқ маҳкамланган (расмга қаранг). Стойканинг юқори учига горизонтал куч $P=9000$ Н қўйилган. Балка ҳам, стойка ҳам қўштаврлар № 16 дан ясалган. Ташқи кучларнинг иши эгилишдаги потенциал энергияга тенг бўлганлигидан фойдаланиб, $P$ куч қўйилган нуқтанинг горизонтал кўчиш қийматини ҳисобланг. Агар ҳисоблаш вақтида балканинг сиқилиш потенциал энергияси ҳам ҳисобга олинса, силжиш қиймати қандай ўзгаради?

*Жавоб:* 4,12 см; фақат 0,009 см га ўзгаради.

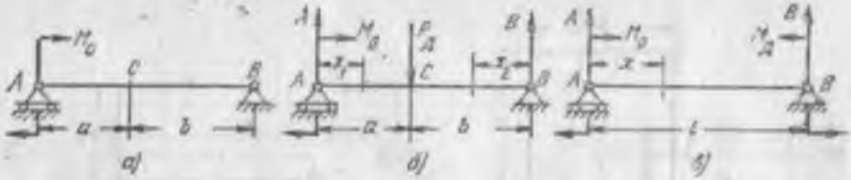
**7.53.** Қулочи 6 м бўлган қўштаврли пўлат балка № 22 бир учи билан шарнирли қўзғалмас таянчга, иккинчи учи билан винтли цилиндрик пружинага таянади. Пружина ўқининг диаметри 10 см, пружина стерженининг диаметри 2 см, ўрамлар сони 6. Балка қулочининг ўртасига қўйилган куч $P=20$ кН таъсирида шу системада тўпланган потенциал энергия миқдорини ҳисобланг. Потенциал энергия билан ташқи кучларнинг иши орасидаги боғлиқликдан фойдаланиб, балка ўрта қисмининг вертикал кўчиш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* 36,4 кНм; 3,64 см.

**7.54.** Кастильяно теоремаси ёрдамида балканинг $C$ кесимидаги эгилишни (расм, схема *а* га қаранг), шунингдек балка охирги кесимларини бурилиш бурчакларини аниқланг.

*Ечим.* $C$ нуқтага қўшимча куч $P$ ни қўйиб, кейин эгилишни интеграллар йиғиндиси сифатида ҳисоблаш керак:

$$y_C=\frac{1}{EJ}\int\limits_{(a)} M_1\frac{\partial M_1}{\partial P_K}\,dx+\frac{1}{EJ}\int\limits_{(b)} M_1\frac{\partial M_2}{\partial P_K}\,dx.$$



7.54- масалага оид

Берилган юк ва куч $P_к$ ли балкани кўрсатиб, кесимлар абсциссаларини $x_1$ ва $x_2$ билан белгилаймиз (схема, *б*), таянч реакцияларни ҳисоблаймиз:

$$A = -\frac{M_0}{l} + P_к \frac{b}{l}, \quad B = \frac{M_0}{l} + P_к \frac{a}{l}.$$

Сўнгра барча интеграл остидаги қийматларни ҳисоблаймиз:

$$M_1 = M_0 - M_0 \frac{x_1}{l} + P_к \frac{b}{l} x_1, \quad \frac{\partial M_1}{\partial P_к} = \frac{b}{l} x_1,$$

$$M_2 = M_0 \frac{x_2}{l} + P_к \frac{a}{l} x_2, \quad \frac{\partial M_2}{\partial P_к} = \frac{a}{l} x_2.$$

Хусусий ҳосилаларни ҳисоблагандан сўнг, $P_к$ ни нолга тенг деб олиш керак. Қидирилаётган эгилиш

$$y_C = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^a M_0\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{bx}{l}\,dx + \int_0^b M_0 \frac{x^2 a}{l^2}\,dx\right] = M_0 \frac{ab(a^2 + 3ab + 2b^2)}{6EJ(a+b)^3}.$$

Балка чап учи $A$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун берилган схема *а* учун таянч реакцияларни ҳисоблаш, $M$ (x) ифодани тузиш, берилган $M_0$ момент бўйича ҳосила олиш ва қуйидаги интегрални ҳисоблаш керак:

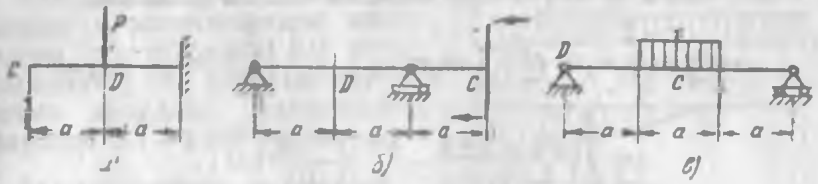
$$\theta_A = \frac{1}{EJ}\int_0^l M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial M_0}\,dx = \frac{1}{EJ}\int_0^l M_0\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx = \frac{M_0 l}{3EJ}.$$

Балка ўнг учи В нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун балкани юклашнинг янги схемаси *В* ни кўриб чиқиш керак. Бунда балканинг чап учидаги берилган момент $M$ дан ташқари яна ўнг учи В га $M_к$ момент ҳам қўйилган. Таянч реакцияларни, эгувчи момент $M_к$ (x) ни, хусусий ҳосила $M$ (x) ни (бу схема, *b* учун $M_к$ бўйича) ҳисоблаб, қидирилаётган бурилиш бурчагини аниқлайдиган интеграл тузамиз:

$$\theta_B = \frac{1}{EJ}\int_0^l M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial M_к}\,dx = \frac{1}{EJ}\int_0^l M_0\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{x}{l}\,dx = \frac{M_0 l}{6EJ}.$$

Барча уч жавоб ҳам мусбат ишорага эга. Бу шуни билдирадики, эгилиш йўналиши $y_C$ пастга қараган ($P_к$ куч каби), чап таянчдаги бурилиш бурчаги соат стрелкаси йўналишида (хусусий ҳосила олинган $M_0$ каби) ҳамда ўнг таянчдаги бурилиш бурчаги соат милига тескари йўналган ($M_к$ каби).

7.55. Кастильяно теоремаси ёрдамида расмда кўрсатилган балкалар учун *C* кесимнинг эгилишини ва *D* кесимнинг бури-




7.55- масалага оид

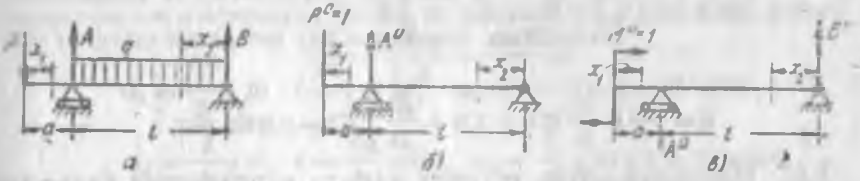
лиш бурчагини аниқланг. $P=21$ кН, $M=21$ кНм, $q=12$ кН/м, балкаларнинг кесими қўштавр № 12.

*Жавоб:* а) $-\frac{5}{6}\frac{Pa^3}{EJ}=-2{,}5$ см, $\frac{Pa^2}{2EJ}=0{,}015$ *рад*;

б) $-\frac{7}{6}\frac{Ma^2}{EJ}=-3{,}5$ см, $\frac{Ma}{12EJ}=0{,}0025$ *рад*;

в) $-\frac{205\,qa^4}{384\,EJ}=-0{,}916$ см, $-\frac{13}{24}\frac{qa^3}{EJ}=-0{,}0093$ *рад*.

**7.56.** Максвелл — Мор усулида расмда кўрсатилганча юкланган пўлат балка консоли учининг эгилиши ва бурилиш бурчагини аниқланг. $P=20$ кН, $q=30$ кН/м, $l=4$ м, $a=1$ м, $I=3500$ см$^4$.




7.56- масалага оид

*Ечими.* Балка кесимининг силжиши (эгилиши ёки бурилиш бурчаги) Максвелл—Мор бўйича қуйидагича ифодаланади:

$$\Delta=\sum\int_{(l)}\frac{M\cdot M^0}{EJ}\,dx.$$

Бу ерда $M(x)$ ёки $M$ — берилган юкланиш схемасида балка кесимидаги эгувчи момент (схема *а* га қаранг), $M^0$ — якка юкланишдан ўша кесимдаги эгувчи момент. Эгилишни аниқлашда якка юкланиш сифатида шу эгилиш қидирилаётган кесимга қўйилган юк $P^0=1$ қабул қилинади (схема *б* га қаранг). Параллел тарзда қуйидаги ҳисобларни бажарамиз:

Схема *а* бўйича юкланиш

$$B=\frac{ql}{2}-P\frac{a}{l},$$

$$M_1=-Px_1,$$

$$M_2=\left(\frac{ql}{2}-P\frac{a}{l}\right)x_2-\frac{qx_2^2}{2};$$

Схема *б* бўйича юкланиш

$$B^0=P^0\frac{a}{l}=\frac{a}{l},$$

$$M_1^0=-1\,x_1=-x_1,$$

$$M_2^0=-\frac{a}{l}x_2.$$

Энди эгилиш $y$ ни икки интервал йиғиндиси сифатида ҳисоблаймиз:

$$y = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^a M_1\bar{M}_1\,dx + \int_0^l M_2\bar{M}_2\,dx\right] = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^a -Px(-x)\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_0^l \left(\frac{qlx}{2} - \frac{Pax}{l} - \frac{qx^2}{2}\right)\left(-\frac{ax}{l}\right)dx\right],$$

$$y = \frac{Pa^2(a+l)}{3EJ} - \frac{qal^3}{24EJ} = -0{,}667 \text{ см}.$$

«Минус» ишораси эгилиш $P^e$ куч йўналишига тескари томонга йўналганлигини билдиради.

Консол учининг бурилиш бурчагини аниқлаш учун яна бир юкланиш ҳолатини (схема, *в*), яъни консол учига момент $\bar{M}^e = 1$ қўйилган ҳолни кўриб чиқамиз. Бу ҳолатда ўнг таянчнинг таянч реакцияси ва якка эгувчи моментлар қуйидагича ифодаланади.

$$\bar{B}^e = \frac{\bar{M}^e}{l} = \frac{1}{l}, \quad \bar{M}_1 = 1, \quad \bar{M}_2 = \frac{x}{l}.$$

Берилган юкланиш (схема, *а*) дан ҳосил бўладиган $M_1$ ва $M_2$ ларнинг қийматлари олдинроқ топилган. Қидирилаётган бурилиш бурчаги қуйидаги интеграллар йиғиндисидан аниқланади:

$$EJ\,\theta = \int_0^a M_1\bar{M}_1\,dx + \int_0^l M_2\cdot\bar{M}_2\,dx = \int_0^a -Px\cdot 1\cdot dx + \int_0^l \left(\frac{qlx}{2} - \right.$$

$$\left. - \frac{Pax}{l} - \frac{qx^2}{2}\right)\frac{x}{l}\,dx.$$

$$\theta = \left[-P\frac{a}{6}(3a+2l) + \frac{ql^3}{24}\right] : EJ = 0{,}0062 \text{ рад}.$$

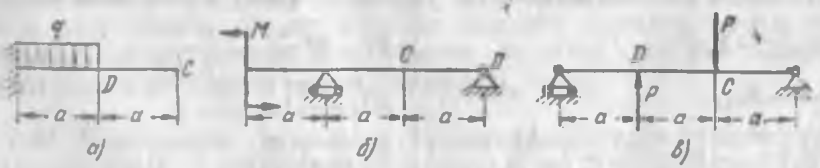
7.57. Максвелл—Мор усулида расмда кўрсатилган балкалар учун $C$ кесимнинг эгилиш катталигини ва $D$ кесимнинг бурилиш бурчагини аниқланг. $P = 18$ кН, $M = 10$ кНм, $q = 12$ кН/м, $a = 1$ м, балкаларнинг кесими қўштавр № 10.

*Жавоб*:

а) $-\frac{7qa^4}{24EJ} = -0{,}884$ см, $-\frac{qa^3}{6EJ} = -0{,}00505$ рад;

б) $\frac{Ma^2}{4EJ} = 0{,}632$ см, $-\frac{Ma}{3EJ} = -0{,}00842$ рад;

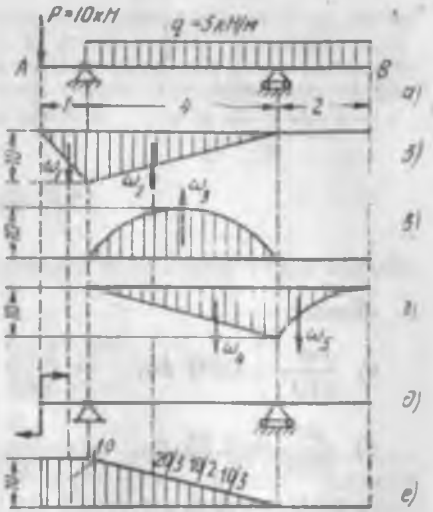
в) $-\frac{Pa^3}{18EJ} = -0{,}2525$ см, $-\frac{Pa^2}{18EJ} = -0{,}002525$ рад.




*а)* *б)* *в)*

7.57- масалага оид

**7.58.** Верешчагин усулида расмда кўрсатилганидек юкланган пўлат балка $AB$ чап консолининг учи бурилиш бурчагини аниқланг. Балканинг бикрлиги $EJ = 4 \cdot 10^{10}$ Н/см².




7.58- масалага оид

*Ечими:* Балканинг бир неча участкалари юкланган ҳолларда исталган кўчиш $\Delta$ қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$\Delta = \sum \frac{\omega \cdot M^{\circ}_{C}}{EJ},$$

бунда $\omega$ — берилган юкланиш эгувчи моментининг эпюраси юзаси, $M^{\circ}_{C}$ — силжиш қидирилаётган кесимга қўйилган якка юк $P^{\circ} = 1$ ёки $M^{\circ} = 1$ эгувчи моментининг эпюраси ординатаси. Ордината $M^{\circ}_{C}$ балка участкасининг шундай кесимида олинадики, шу участкада берилган юкланиш эгувчи моменти эпюрасининг оғирлик маркази шу кесим қаршисига тўғри келади.

Кучларнинг таъсирларини қўшиш усулидан фойдаланиб, эгувчи момент эпюраларини алоҳида-алоҳида ясаймиз: куч $P$ эпюрасини (эпюра, *б*), қулоч чегарасида юк $q$ эпюрасини (эпюра, *в*), консолда юк $q$ эпюрасини (эпюра, *г*). Шу эпюралар юзаларини (юк юзаларини) ҳисоблаймиз.

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1 = 5 \text{ кНм}^2, \quad \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20 \text{ кНм}^2,$$

$$\omega_3 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 4 = \frac{80}{3} \text{ кНм}^2, \quad \omega_4 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20 \text{ кНм}^2,$$

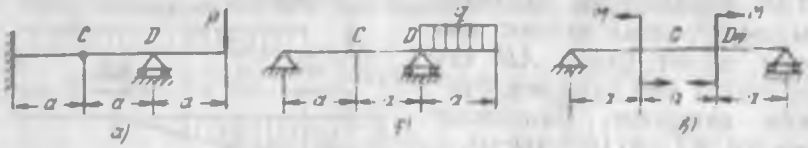
$$\omega_5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = \frac{20}{3} \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Балка консолининг чап учига момент $M^{\circ} = 1$ ни қўямиз (схема, *д*) ва шу якка юкнинг эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *е*). Схемалар *б*, *в* ва *г* ларда кўрсатилган юк юзаларининг оғирлик марказлари қаршисига тўғри келадиган ординаталар $M^{\circ}_{C}$ қийматларини ҳисоблаймиз. Бу ординаталар схема, *е* да берилган. Сўнгра $A$ кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини ҳисоблаймиз.

$$EJ\,\theta_A = -0{,}5 \cdot 1 - 20 \cdot \frac{2}{3} + \frac{80}{3} \cdot \frac{1}{2} - 20 \cdot \frac{1}{3} - \frac{20}{3} \cdot 0 = -\frac{70}{6} \text{ кНм}^2.$$

$$\theta_A = -\frac{70 \cdot 10^7}{6 \cdot 4 \cdot 10^{10}} = -0{,}0029 \text{ рад}.$$

**7.59.** Верешчагин усулидан фойдаланиб, расмда кўрсатилган балкаларнинг $C$ кесимидаги эгилиш катталигини ва $D$ кесимдаги бурилиш бурчагини аниқланг. Ҳар қайси балканинг бикрлиги $EJ = 8 \cdot 10^9$ Н/см², $P = 12$ кН, $M = 8$ кНм, $q = 16$ кН/м, $a = 1$ м.




7.59- масалага оид

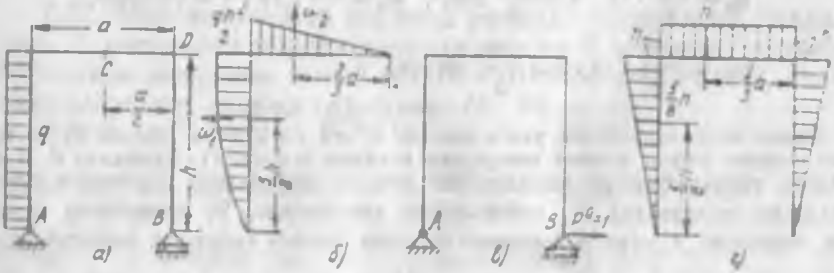
*Жавоб:*

а) $\frac{Pa^3}{3EJ} = 0{,}50$ см, $-\frac{2Pa^2}{3EJ} = -0{,}01$ рад;

б) $\frac{qa^4}{8EJ} = 0{,}25$ см, $-\frac{qa^3}{3EJ} = -0{,}0067$ рад;

в) $\frac{5Ma^2}{8EJ} = 0{,}625$ см, $-\frac{Ma}{2EJ} = -0{,}005$ рад.

**7.60.** Расмда кўрсатилган рама $B$ таянчининг текис тақсимланган юкланиш таъсирида горизонтал силжишини аниқланг. Шунингдек, $C$ кесимнинг вертикал силжишини ва $D$ кесимнинг бурилиш бурчагини ҳам аниқланг. Раманинг барча участкаси бикрлиги бир хил ва ўзгармас.




7.60- масалага оид

*Ечими.* Масалани Кастильяно теоремаси, Максвелл — Мор интеграллари ёки Верешчагин усулида ечиш мумкин. Биз Верешчагин усулида ечамиз. Берилган юкланишдан (схема, *а*) эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *б*). Юзаларнинг оғирлик марказлари вазиятини кўрсатамиз ва эпюранинг ҳар бир участка қиймати юзасини ҳисоблаймиз:

$$\omega_1 = \frac{2}{3}\,\frac{qh^2}{2}\,h = \frac{qh^3}{3}, \qquad \omega_2 = \frac{1}{2}\,\frac{qh^2}{2}\,a = \frac{qh^2a}{4}.$$

Қидирилаётган кўчиш жойида унинг йўналиши бўйича рамага $P^\circ = 1$ кучни қўямиз (схема, *в*). Ана шу якка юкланишдан эгувчи момент эпюрасини ясаймиз (схема, *г*) ва бу эпюранинг ҳар қайси участкасида берилган юкланиш эпюрасининг ҳар қайси участкаси юзаларининг оғирлик маркази вазнятига мос келадиган ординатани белгилаймиз:

$$M_1^\circ = \frac{5}{8}h, \quad M_1^\circ = h.$$

Рама $B$ таянчининг горизонтал кўчиши қуйидаги ҳосилаларни қўшиб аниқланади:

$$\Delta_B = \frac{1}{EJ}\left(\frac{qh^3}{3}\cdot\frac{5}{8}h + \frac{qh^2a}{4}h\right) = \frac{qh^2}{24\,EJ}(5h + 6a).$$

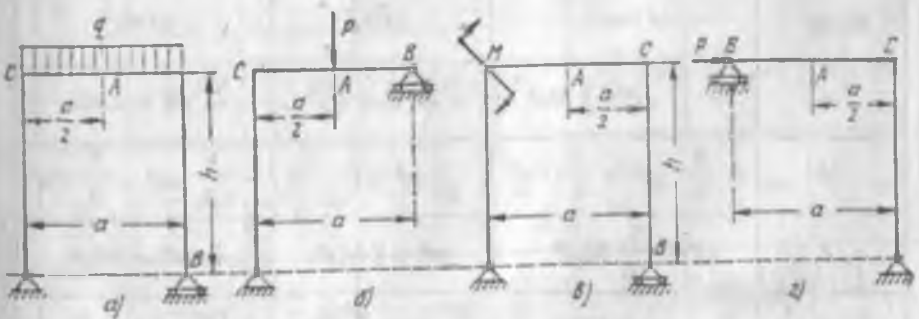
$C$ кесимнинг вертикал кўчишини аниқлаш учун раманинг бу кесимига вертикал таъсир қиладиган $P^\circ = 1$ кучни қўйиш керак ҳамда бундай юкланиш ҳолати учун эгувчи момент эпюрасини ясаш, сўнгра шу эпюранинг берилган юкланиш эпюралари юзаларининг оғирлик марказлари вазнятларига мос координаталарни ҳисоблаш керак (схема, *б*). Сўнгра яна берилган юкланиш эпюралари юзаларини якка юк эпюраларининг ординаталарига кўпайтириш операцияларини бажариш керак. Бу ҳосилаларни қўшиб ва бикрлик қийматига бўлиб, $C$ кесимнинг вертикал силжиш катталигини аниқлаймиз.

$D$ кесимнинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун раманинг $M^\circ = 1$ момент билан юкланиш ҳолатини кўриб чиқиш керак. Бу момент бурилиш бурчаги аниқланиши керак бўлган кесимга қўйилади, сўнгра юқорида бажарилган операциялар яна такрорланади.

*Жавоб:*

$$y_C = -\frac{qh^2a^2}{32\,EJ}; \quad \theta_D = \frac{qh^2a}{12\,EJ}.$$

**7.61.—7.63.** Исталган энергетик усулда расмда кўрсатилган статик аниқланадиган ҳамда барча участкалардаги бикрлик $EJ$ ўзгармас ҳамда бир хил бўлган рамаларнинг $A$ кесимидаги вертикал кўчиш ($y_A$), $B$ кесимидаги горизонтал кўчиш $\Delta_B$ ва $C$ кесимидаги бурилиш бурчаги ($\theta_C$) катталикларини аниқланг.

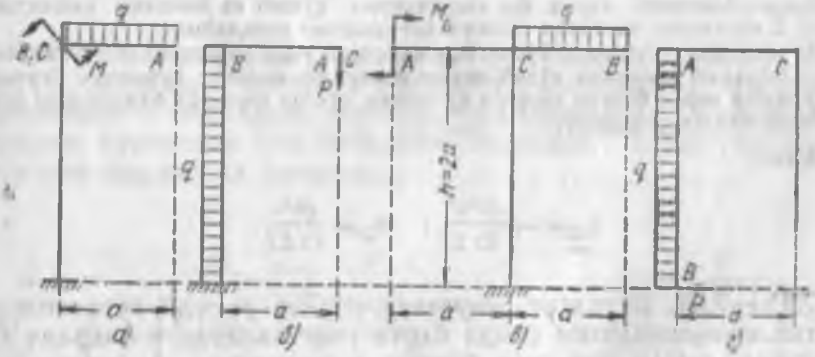


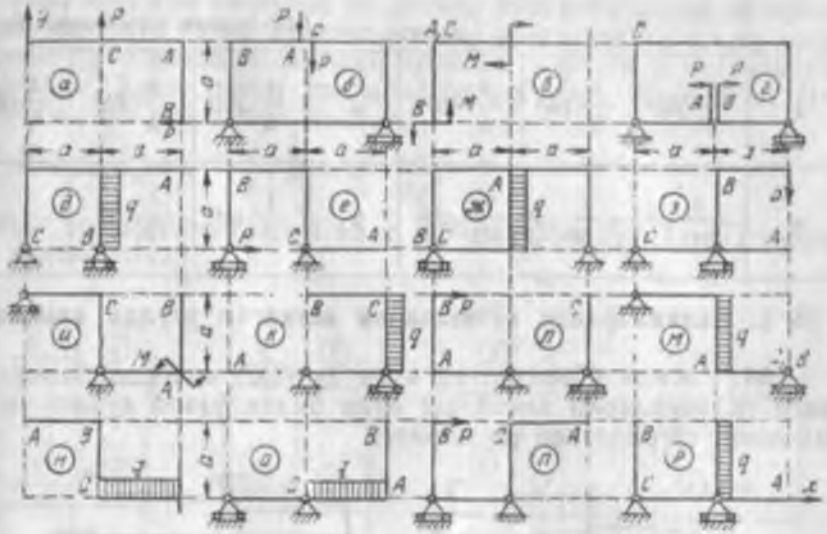

7.61- масалага оид

Жавобларда манфий ишора билан пастга ва чапга йўналган кўчишлар кўрсатилган. Манфий бурилиш бурчаги соат мили бўйича йўналган.

*7.61- масала жавоби.*

| Схема | $EJ \cdot v_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot \theta_C$ |
|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{5}{384} qa^4$ | $\frac{1}{12} qa^3 h$ | $-\frac{1}{24} qa^3$ |
| *б* | $-\frac{1}{48} Pa^3$ | $\frac{1}{16} Pa^2 h$ | $-\frac{1}{16} Pa^3$ |
| *в* | $-\frac{1}{16} Ma^2$ | $\frac{1}{2} Mah$ | $\frac{1}{6} Ma$ |
| *г* | $\frac{1}{16} Pha^2$ | $\frac{1}{3} Ph^2 (a+h)$ | $-\frac{1}{3} Pha$ |


q
B,C
M
A
B
A
C
P
q
M₀
q
A
C
B
A
C
h=2a
q
B
P
a
a
a



7.63- масалага оид

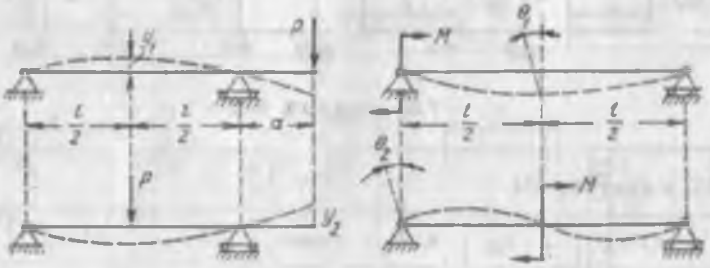
*7.63- масала жавоби*

| Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot 0_C$ | Схема | $EJ \cdot y_A$ | $EJ \cdot \Delta_B$ | $EJ \cdot 0_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{7}{6}Pa^3$ | $-\frac{11}{6}Pa^3$ | $-\frac{1}{2}Pa^2$ | *д* | $-\frac{1}{3}qa^4$ | $-\frac{29}{24}qa^4$ | $\frac{11}{12}qa^3$ |
| *б* | $\frac{5}{3}Pa^3$ | $-\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{11}{6}Pa^2$ | *е* | $-Pa^3$ | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $-Pa^2$ |
| *в* | $-\frac{1}{2}Ma^2$ | $\frac{3}{2}Ma^2$ | $Ma$ | *ж* | $-\frac{1}{4}qa^4$ | $-\frac{4}{3}qa^4$ | $-\frac{7}{24}qa^3$ |
| *г* | $\frac{1}{4}Pa^3$ | $\frac{29}{24}Pa^3$ | $\frac{1}{2}Pa^2$ | *з* | $-\frac{1}{3}Pa^3$ | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^2$ |
| *и* | $\frac{11}{6}Ma^2$ | $-\frac{7}{3}Ma^2$ | $\frac{1}{3}Ma$ | *к* | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $-\frac{1}{6}qa^4$ | $\frac{1}{6}qa^3$ |
| *к* | $\frac{1}{12}qa^4$ | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $\frac{1}{3}qa^3$ | *о* | $-\frac{7}{24}qa^4$ | $\frac{1}{3}qa^4$ | $-\frac{1}{6}qa^3$ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $л$ | $\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{5}{3}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^3$ | $п$ | $\frac{1}{6}Pa^3$ | $\frac{2}{3}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^3$ |
| $м$ | $-\frac{1}{24}qa^4$ | $-\frac{1}{8}qa^4$ | $\frac{1}{12}qa^3$ | $р$ | $\frac{1}{6}qa^4$ | $\frac{1}{12}qa^4$ | $-\frac{1}{12}qa^3$ |

## 25- §. Балкалардаги кўчишларни исталган усулда аниқлаш

**7.64.** Расмда кўрсатилган икки хусусий мисолда балкалардаги силжишларни ҳисоблаш йўли билан ўзаро кўчиш теоремасининг тўғрилигини текширинг.




7.64- масалага оид

*Жавоб:* $y_1 = y_2 = \frac{Pl^2a}{16EJ}$; $\theta_2 = \theta_2 = \frac{Ml}{24\,EJ}$.

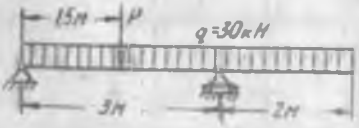
**7.65.** Икки таянчга тиралган консолли балка расмда кўрсатилгандек юкланган. Консол учидаги эгилиш нолга тенг бўлиши учун $P$ кучи қанча бўлиши лозим?

*Жавоб:* 100 кН.

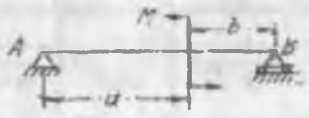
**7.66.** Икки таянчга тиралган балка расмда кўрсатилганидек тўпланган момент билан юкланган. Момент қўйилган кесимдаги эгилиш катталигини ва ҳар қайси таянчдаги бурилиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб:* $y = -\frac{M\,a\,b\,(a-b)}{3\,E\,J\,(a+b)}$; $\theta_A = -\frac{M\,(a^2+2ab-2b^2)}{6\,E\,J\,(a+b)}$;

$$\theta_B = -\frac{M\,(b^2+2\,ab-2\,a^2)}{6\,E\,J\,(a+b)}.$$




7.65- масалага оид

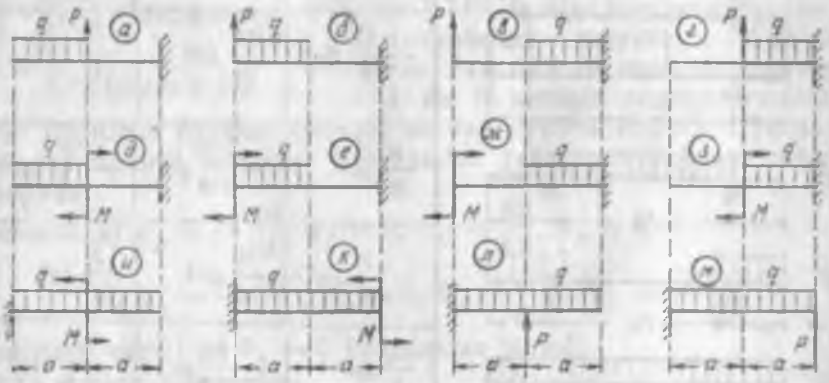



7.66- масалага оид

7.67. Бир учи қисилган ва расмда кўрсатилгандек юкланган балкалар учун эркин учининг эгилиш катталиги $y_к$ ни ва балка қулочи ўртасидаги кесимнинг бурилиш бурчаги $\theta$ катталигини аниқланг. Ҳисоблашни соддалаштириш учун $P=q\cdot a$ ва $M=P\cdot a=q\cdot a^2$ деб қабул қилинг.

*Жавоб:* $y_k=\kappa\cdot\frac{q\cdot a^4}{EJ}$; $\theta=\kappa'\cdot\frac{q\,a^3}{EJ}$;

Сонли коэффициентлар $\kappa$ ва $\kappa'$ қийматлари қуйидаги жадвалда келтирилган.

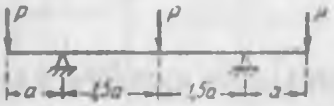
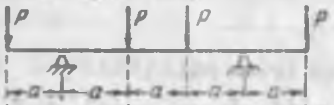
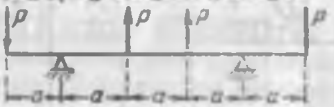
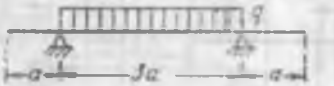
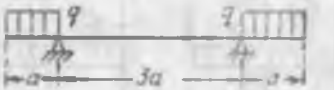
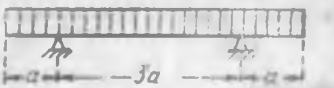
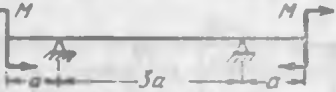
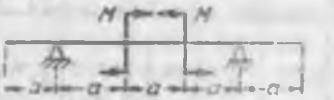


7.67-масалага оид

| Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ | Схема | $k$ | $k'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{7}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | *б* | $\frac{23}{24}$ | $-\frac{1}{2}$ | *в* | $\frac{19}{8}$ | $-\frac{4}{3}$ | *г* | $\frac{13}{24}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| *д* | $-\frac{5}{24}$ | 0 | *е* | $\frac{7}{24}$ | 0 | *ж* | $\frac{41}{24}$ | $-\frac{5}{6}$ | *з* | $\frac{29}{24}$ | $-\frac{5}{6}$ |
| *и* | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{6}$ | *к* | 0 | $-\frac{1}{6}$ | *л* | $-\frac{7}{6}$ | $-\frac{2}{3}$ | *м* | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

7.68. Икки консолли симметрик балкалар 206-бетдаги жадвалда келтирилган расмларда кўрсатилган симметрик юк билан юкланган. Консол учидаги эгилиш катталиги $y_у$ ни, қулоч ўртасидаги эгилиш катталиги $y_ў$ ни, чап таянчдаги кесимнинг бурилиш бурчаги катталигини ҳарфлар тарзида аниқланг.

*7.68- масалага доир*

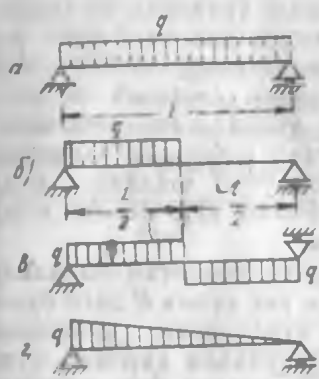
| Схема | Жавоб | | |
|---|---|---|---|
| | $EJy_y$ | $EJy_\varphi$ | $EJ\theta$ |
| а)  | $-\frac{61}{48}Pa^3$ | $\frac{9}{16}Pa^3$ | $\frac{15}{16}Pa^2$ |
| б)  | $-\frac{5}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{6}Pa^3$ | $\frac{1}{2}Pa^2$ |
| в)  | $-\frac{17}{6}Pa^3$ | $\frac{25}{12}Pa^3$ | $\frac{5}{2}Pa^2$ |
| г)  | $\frac{9}{8}qa^4$ | $-\frac{135}{128}qa^3$ | $-\frac{9}{8}qa^3$ |
| д)  | $-\frac{7}{8}qa^4$ | $\frac{9}{16}qa^4$ | $\frac{3}{4}qa^3$ |
| е)  | $\frac{1}{4}qa^4$ | $-\frac{63}{128}qa^4$ | $-\frac{3}{8}qa^3$ |
| ж)  | $-2Ma^2$ | $\frac{9}{8}Ma^2$ | $\frac{3}{2}Ma$ |
| з)  | $\frac{1}{2}Ma^2$ | $-\frac{5}{8}Ma^2$ | $-\frac{1}{2}Ma$ |

**7.69.** Бир учидан қисилган, қулочи 2 м га тенг бўлган қўштаврли пўлат балка № 24 интенсивлиги 6 кН/м бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган. Энг катта нормал кучланишлар 160 МПа дан ошмаслиги учун балканинг эркин учига қўшимча равишда қанча тўпланган $P$ кучни қўйиш мумкин? Энг катта эгилиш 1/300 қулоч улушидан ошмаслиги керак.

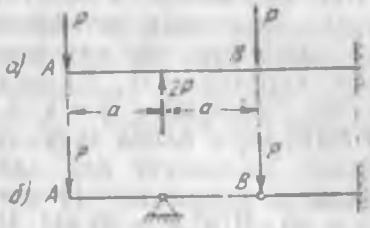
*Жавоб:* $P=12800$ Н (бикрлик шартига кўра).

**7.70.** Схема, *а* бўйича юкланган балканинг ўрта кесимидаги эгилишни бирга тенг деб олиб (расмга қаранг) ва расмнинг қолган учта схемасидаги балкалар юкланишини бир-бирига таққослаб, шу уч балка ўрта кесимларидаги эгилишлар нимага тенг бўлишини аниқланг. Ҳисобларни таққослаш йўли билан схема, *в* бўйича, балканинг энг катта эгилиши балка *а* қулочининг ўртасидаги эгилишидан қанча кичиклигини аниқланг.

*Жавоб.* 1) 0,5; 0; 0,5; 2) 16 марта.



7.70- масалага оид



7.71- масалага оид

**7.71.** Расмда кўрсатилган ва маҳкамлаш шартлари бўйича ҳар хил бўлган икки балканинг $A$ ва $B$ кесимларидаги эгилишлар ва бурилиш бурчакларининг катталигини аниқланг. Сўнгра бу балкаларнинг эгилган ўқларининг тахминий кўринишини тасвирланг.

*Жавоб*: а) $y_A = -\frac{Pa^3}{EJ}$, $y_B = 0$, $\theta_A = \frac{Pa^2}{EJ}$, $\theta_B = 0$;

б) $y_A = -\frac{2Pa^3}{3EJ}$, $y_B = 0$, $\theta_A = \frac{5Pa^2}{6EI}$, $\theta_B = -\frac{Pa^2}{6EI}$

(шарнирдан чапда) ва $\theta_B = 0$ (шарнирдан ўнгда)

*7.72- масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Кўштавр номери | $y_ў$, см | $y_y$, см | $\theta_A$, рад |
|---|---|---|---|---|---|
| а) | 1 | 27 | —0,866 | 0,266 | —0,01067 |
| | 2 | 27 | —0,931 | 0,196 | —0,00931 |
| б) | 1 | 33 | 0,169 | —0,474 | 0,00068 |
| | 2 | 30а | —0,343 | —0,129 | —0,00343 |
| в) | 1 | 27 | —0,067 | —0,566 | —0,00133 |
| | 2 | 30 | —0,799 | 0,494 | —0,00659 |
| г) | 1 | 27 | —0,498 | 2,413 | —0,00732 |
| | 2 | 18 | 0 | —0,711 | —0,00518 |
| д) | 1 | 24а | —0,658 | 0,844 | —0,00438 |
| | 2 | 18 | 0 | —0,194 | 0 |
| е) | 1 | 24а | —1,272 | 1,37 | —0,00965 |
| | 2 | 33 | —0,881 | 0,89 | —0,00678 |

7.72. Бир консолли балкалар қулочининг ўртасида ва консол учидаги эгилишлар катталигини, шунингдек чап таянчдаги кесимларнинг бурилиш катталигини аниқланг (жадвалдаги расмларда кўрсатилган). Балкаларнинг қулочи $l=4a=4$ м, консолнинг узунлиги $a=1$ м. Рухсат этиладиган кучланиш 160 МПа учун балка кесимининг қўштавр номерини тахминан танланг. Балканинг ҳар қайси схемаси учун юкланиш икки вариантда берилади: 1) $q=2$ кН/м, $P=40$ кН, $M=60$ кНм; 2) $q=40$ кН/м, $P=60$ кН, $M=20$ кНм.

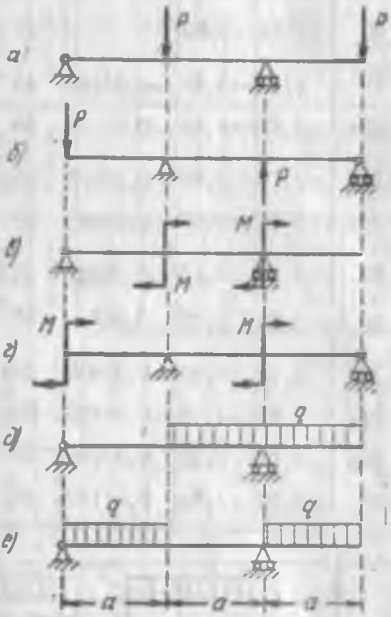
7.73. Расмда кўрсатилган икки таянчга тиралган балкалар учун $C$ кесимдаги эгилиш катталигини ва ўнг таянч $B$ даги бурилиш бурчагини аниқланг. Рухсат этиладиган кучланиш 16000 Н/см² бўлгандаги мустаҳкамлик шартидан ҳар бир қўштаврли балканинг кесимини тахминан танланг ёки жавобли жадвалда кўрсатилган қўштаврлар номерлари ҳақидаги маълумотлардан фойдаланинг. Балка юклашнинг икки варианти берилади: 1) $q=20$ кН/м, $P=40$ кН, $M=60$ кНМ ва 2) $q=40$ кН/м, $P=60$ кН, $M=30$ кНм. Балкалар қулочи

*7.73-масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Қўштавр номери | Жавоб | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $y_C$, см | $\theta_B$, рад | $\Delta y_C$, см |
| а) | 1 | 33 | —1,355 | 0,00926 | —0,031 |
| | 2 | 40 | —1,197 | 0,00806 | —0,022 |
| б) | 1 | 27а | —1,212 | 0,00707 | —0,045 |
| | 2 | 30 | —1,319 | 0,00675 | —0,038 |
| в) | 1 | 36 | —1,295 | 0,00822 | —0,027 |
| | 2 | 45 | —1,117 | 0,00692 | —0,017 |
| г) | 1 | 27 | —0,355 | —0,00488 | —0,046 |
| | 2 | 30 | —1,130 | 0,00832 | —0,038 |
| д) | 1 | 27 | —0,444 | 0,00866 | —0,046 |
| | 2 | 20 | 0 | 0,00785 | —0,084 |
| е) | 1 | 27а | —1,858 | 0,01192 | —0,045 |
| | 2 | 36 | —1,046 | 0,00775 | —0,027 |

$l = 3a = 6$ м. Агар ҳар қайси балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олинса, уларнинг эгилиши қандай $\Delta y_C$ қийматга ўзгаради?

**7.74.** Расмларда кўрсатилган балкаларнинг эгилишлар катталигини ҳарфлар тарзида аниқланг. Қулоч ўртасидаги ($y_ў$) ва консол учидаги ($y_у$) эгилишларни аниқланг.

| Схема | Жавоб | |
|---|---|---|
| | $EJy_ў$ | $EJy_у$ |
| а)  | $\frac{1}{12}Pa^3$ | $-\frac{3}{4}Pa^3$ |
| б) | $\frac{5}{12}Pa^3$ | $-\frac{5}{4}Pa^3$ |
| в) | $\frac{1}{4}Ma^2$ | $-\frac{7}{12}Ma^2$ |
| г) | $-\frac{1}{4}Ma^2$ | $\frac{13}{12}Ma^2$ |
| д) | $\frac{1}{48}qa^4$ | $-\frac{13}{14}qa^4$ |
| е) | $\frac{1}{48}qa^4$ | $-\frac{5}{16}qa^4$ |

**7.75.** Қўштавр кесимли балкалар 210-бетдаги расмда кўрсатилганидек юкланган. Қулоч ўртасидаги ($y_ў$) ва консол учидаги ($y_у$) эгилишлар катталигини, шунингдек ўнг таянчдаги бурилиш бурчагини аниқланг. Участка узунлиги $a = 2$ м, ҳар қайси балка схемаси учун юкланиш икки вариантда берилади: 1) $M = 20$ кНм, $P = 30$ кН, $q = 10$ кН/м. 2) $M = 30$ кНм, $P = 20$ кН, $q = 2$ кН/м.

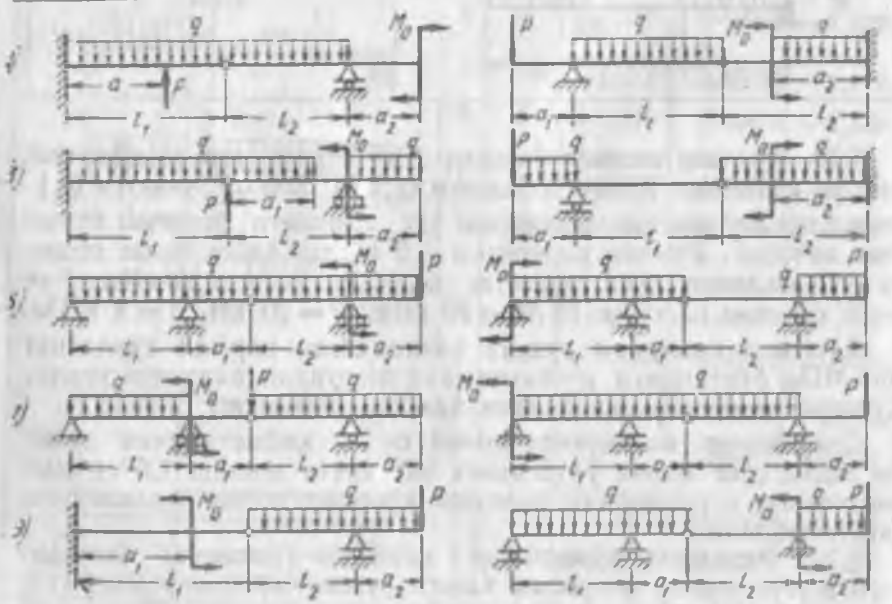
Қўштавр номерини рухсат этиладиган нормал кучланиш 160 МПа бўлгандаги мустаҳкамлик шартидан аниқлаш керак. Қўштавр номерини жадвалдан ҳам олиш мумкин (3-графа).

Силжишлар катталикларининг сонли қийматларини аниқлагандан сўнг балка ўртасидаги энг катта эгилиш 1,6 см дан ошмаслиги учун қандай номерли қўштавр олиш кераклигини ҳам ҳисобланг.

**7.76.** Расмларда кўрсатилган шарнирли-қўштаврли балкалар учун эгувчи момент эпюрасини ясанг, рухсат этилган нормал кучланиш 160 МПа бўлганда қўштавр номерини танланг, сўнгра шар-

*7.75-масалага доир жадвал*

| Схема | Вариант | Мустаҳкамлик шартига кўра қўштавр номери | Жавоб | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $w_B$, см | $w_y$, см | $\theta_B$, рад | Бикрлик шартига кўра қўштавр номери |
| а) | 1 | 24а | —3,16 | 1,23 | 0,00878 | 30а |
| | 2 | 20 | —2,54 | —1,63 | 0 | 24 |
| б) | 1 | 27 | 2,4 | —3,87 | —0,01533 | 40 |
| | 2 | 22а | 2,87 | —4,42 | —0,01732 | 36 |
| в) | 1 | 24а | —3,16 | 1,49 | 0,00878 | 30а |
| | 2 | 22а | —0,96 | —1,67 | —0,00478 | 27 |
| г) | 1 | 27 | —0,27 | —2,13 | —0,00667 | 36 |
| | 2 | 30 | —2,64 | 0,75 | 0,008 | 36 |
| д) | 1 | 18 | 3,10 | —4,40 | —0,01805 | 27а |
| | 2 | 22а | 2,87 | —4,18 | —0,01735 | 36 |
| е) | 1 | 20а | —4,61 | 2,30 | 0,01642 | 30 |
| | 2 | 30 | —2,92 | 1,84 | 0,01120 | 36 |



**7.76-масалага оид**

нирдаги ($y_ў$) ва консолнинг эркин учидаги $y_у$ эгилиш катталигини аниқланг. Ўлчамлар ва юкланишлар жадвалда кўрсатилган.

*7.76. масалага доир*

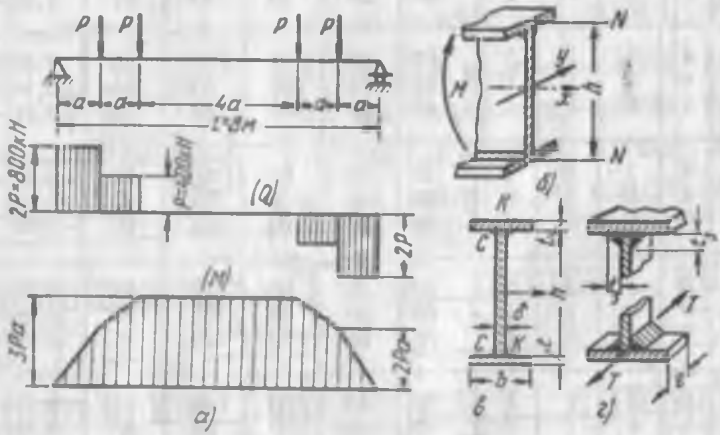
| Схема | Вариант | $l_1$ | Ўлчамлар, м | | | Юкланиш | | Жавоб | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l_2$ | $a_1$ | $a_2$ | $P$ | $q$ | $M_a$ | $M_{max}$ | Профиль номери | Эгилиш, см | |
| | | | | | | кН | кН/м | кН·м | кН·м | | $y_ў$ | $y_у$ |
| 1 | а | 3 | 5 | 1 | 1 | 100 | 40 | 160 | 272 | 55 | —0,77 | —0,01 |
| | б | 4 | 4 | 3 | 1 | 80 | 20 | 100 | 110 | 36 | 0,65 | —0,71 |
| | в | 3 | 5 | 1 | 1 | 50 | 20 | 80 | 136 | 20 | —1,12 | —0,01 |
| 2 | а | 4 | 4 | 2 | 2 | 20 | 40 | 80 | 440 | 65 | —1,07 | 0,56 |
| | б | 3 | 4 | 1 | 1 | 30 | 20 | 100 | 190 | 45 | —1,44 | 0,45 |
| | в | 4 | 4 | 2 | 2 | 10 | 20 | 40 | 220 | 50 | —1,38 | 0,72 |
| 3 | а | 4 | 2 | 1 | 1 | 100 | 10 | 80 | 140 | 40 | 2,25 | —0,99 |
| | б | 3 | 5 | 3 | 2 | 100 | 20 | 120 | 84 | 30а | 1,13 | 1,80 |
| | в | 5 | 6 | 1 | 2 | 60 | 20 | 40 | 43 | 24 | 2,51 | —1,18 |
| 4 | а | 4 | 5 | 1 | 3 | 40 | 20 | 140 | 125 | 36 | 1,60 | —0,71 |
| | б | 4 | 3 | 1 | 1 | 30 | 20 | 100 | 80 | 30а | 0,88 | —0,64 |
| | в | 4 | 4 | 1 | 1 | 40 | 20 | 100 | 53 | 24а | —0,31 | —1,01 |
| 5 | а | 4 | 3 | 1 | 2 | 10 | 20 | 60 | 60 | 27 | —0,12 | —0,13 |
| | б | 4 | 5 | 1 | 2 | 20 | 10 | 100 | 60 | 27 | —0,36 | 1,78 |
| | в | 5 | 4 | 2 | 2 | 30 | 20 | 120 | 130 | 40 | —1,02 | 0,61 |
| 6 | а | 5 | 3 | 1 | 2 | 10 | 40 | 80 | 174 | 45 | 0,55 | —0,93 |
| | б | 6 | 3 | 1 | 1 | 40 | 20 | 60 | 125 | 36 | 0,96 | —0,57 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 80 | 123 | 36 | 0,56 | —0,38 |
| 7 | а | 6 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 100 | 194 | 45 | 0,71 | —0,20 |
| | б | 5 | 4 | 1 | 1 | 40 | 10 | 80 | 59 | 27 | 0,68 | +0,02 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 2 | 40 | 20 | 80 | 57 | 27 | 0,65 | —1,18 |
| 8 | а | 4 | 3 | 1 | 1 | 80 | 40 | 90 | 90 | 33 | —0,21 | —0,24 |
| | б | 4 | 5 | 2 | 1 | 20 | 10 | 80 | 80 | 30а | —1,89 | 0,46 |
| | в | 4 | 3 | 1 | 1 | 20 | 40 | 20 | 73 | 30 | —0,19 | 0,20 |
| 9 | а | 2 | 3 | 1 | 2 | 20 | 10 | 60 | 70 | 30 | 0,73 | —1,69 |
| | б | 3 | 4 | 1 | 2 | 50 | 20 | 100 | 140 | 40 | 0,54 | —1,43 |
| | в | 2 | 4 | 1 | 2 | 120 | 20 | 240 | 300 | 55 | 0,40 | —1,11 |
| 10 | а | 6 | 4 | 2 | 2 | 10 | 20 | 60 | 63 | 27а | 0,48 | 0,48 |
| | б | 4 | 3 | 2 | 1 | 20 | 40 | 80 | 120 | 36 | —0,90 | 0,50 |
| | в | 3 | 2 | 1 | 1 | 40 | 20 | 40 | 40 | 22а | 0,18 | —0,33 |

## 8-боб

# ТАРКИБИЙ БАЛКАЛАР. ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ БАЛКАЛАР

## 26-§. Таркибий балкалар

**8.1.** Агар рухсат этиладиган кучланишлар: эгилишда чўзилиш ва сиқилишга $[\sigma] = 160$ МПа, асосий металлнинг қирқилишга $[\tau] = 100$ МПа ва чокларнинг қирқилишга рухсат этилган кучланиши $[\tau_э] = 80$ МПа бўлса, краности пайванд балкасининг қўштаврли кесимини танланг. Балка ҳар бирн $P = 400$ кН дан бўлган тўртта тенг куч би-




8.1-масалага оид

лан юкланган (расм, *а*). Қабул қилинган кесимни IV мустаҳкамлик назарияси бўйича тўлиқ текширинг ва $[f] = \frac{1}{500}\, l = 1{,}6$ см да балканинг бикрлигини текширинг. Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олманг.

*Ечим.* Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментлар эпюралари расм, *а* да кўрсатилган. $Q_{max} = 800$ кН, $M_{max} = 1200$ кНм, кесимнинг зарур қаршилик моменти

$$W > \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{1200 \cdot 10^3}{16000} = 7500 \text{ см}^3.$$

Нормал сортамент жадвалида зарур қаршилик моментли қўштавр бўлмаганлигидан лист металлдан таркибий кесимни лойиҳалаш керак, яъни девор ва икки токчани пайванд чоклар билан бирлаштиришни кўзда тутиш керак.

а) *Кесим ўлчамларини тахминий танлаш учун* конструктив мулоҳазалардан келиб чиқиб хомаки ҳисоблаб кўрилади. Кейинчалик текшириш ҳисобини бажариб ўлчамларга тузатиш киритилади.

Деворнинг ўлчамн эмпирик формула бўйича олиниши мумкин:

$$h = 1{,}2\sqrt{\frac{W}{\delta}} \approx 1{,}2\sqrt{W} = 1{,}2\sqrt{7500} = 104 \text{ см}.$$

($W$—см³ да). Деворнинг қалинлиги $\delta$ кўчишга мустаҳкамлик шартидан танланади, лекин камида 0,6 см олинади. Кўндаланг куч $Q$ бутунлай деворга таъсир қилганлиги учун уни баландлиги $h$ ва қалинлиги $\delta$ бўлган тўғри тўртбурчак деб қабул қилиб, шартли равишда қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_{max}}{2h\delta} \leqslant [\tau], \text{ бундан } \delta > \frac{3Q_{max}}{2[\tau]h} = \frac{3 \cdot 800000}{2 \cdot 10000 \cdot 100} = 1{,}2 \text{ см}.$$

Биз $h = 100$ см ва $\delta = 1{,}2$ см деб оламиз.

Токча кесимининг ўлчамларини тахминий белгилаш учун токчаларга эгувчи момент елкаси тахминан $h$ га тенг бўлган (80 — 85 %) жуфт кучлар $N$ тарзида таъсир қилади деб тахмин қилинади (расм, *б*). Демак, $N = \frac{0{,}8M}{h}$. Куч токчаларнинг чўзилишига ва сиқилишига сабаб бўлади. Шунинг учун токча кесимининг юзаси

$$F_т > \frac{N}{[\sigma]} = \frac{0{,}8 \cdot M}{h[\sigma]} = \frac{0{,}8 \cdot 1200 \cdot 10^2}{100 \cdot 16000} = 60 \text{ см}^2.$$

Одатда, конструктив мулоҳазаларга кўра токчаларнинг эни $b = (0{,}3 \div 0{,}4)\,h$ деб олинади. Биз $b = 30$ см деб олиб, токчанинг қалинлигини топамиз: $t = \frac{F_т}{b} = \frac{60}{30} = 2$ см.

Белгиланган ўлчамларни аниқлаштириш учун кесимнинг марказий ўққа нисбатан инерция моментини ва қаршилик моментини ҳисоблаш керак:

$$J_y = \frac{\delta h^3}{12} + 2\left[\frac{bt^3}{12} + bt\left(\frac{h+t}{2}\right)^2\right] = \frac{1{,}2 \cdot 100^3}{12} + 2\left[\frac{30 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 30 \cdot 51^2\right] = 412000 \text{ см}^4,$$

$$W_y = \frac{J_y}{y_{max}} = \frac{412000}{52} = 7900 \text{ см}^3 > 7500 \text{ см}^3.$$

Кесимни бир оз кичрайтириш, масалан, токчаларнинг ўлчамларини ўзгартириб кичрайтириш мумкин. Ҳар қайси токча кесимларининг зарур ўлчамлари тахминий ҳисоблаб топилган: $b = 31$ см ва $t = 1{,}8$ см. Бунда инерция моменти ва қаршилик моменти қуйидагига тенг бўлади:

$$J_y = 389000 \text{ см}^4, \; W_y = \frac{389000}{51{,}8} = 7500 \text{ см}^3.$$

Биз ана шуни қидираётган эдик.

Ярим кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти

$$S_y^0 = bt\frac{h+t}{2} + \frac{\delta h}{2}\cdot\frac{h}{4} = 31 \cdot 1{,}8 \cdot 50{,}9 + \frac{1{,}2 \cdot 100^2}{8} = 2840 + 1500 = 4340 \text{ см}^3.$$

б) *Қабул қилинган кесимни текшириш учун қилинадиган ҳисоб.* Энг катта нормал ва энг катта уринма кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = 160 \text{ МПа}, \quad \tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_y^0}{J_y \cdot \delta} = 74 \text{ МПа} < [\tau].$$

Мустаҳкамликнинг энергетика назариясига мувофиқ бош кучланишлар бўйича текшириш кучлар остидаги икки кесимда энг катта зўриққан нуқталар учун бажарилиши керак: а) бунда $Q = Q_{max}$ ва б) $M = M_{max}$. (расм, *в*) бўлган кесимда деворнинг токчалар билан туташган жойларидаги $C$ ва $K$ нуқталар энг зўриққан нуқталар бўлиб чиқди. Ҳисобий кучланишлар:

$$\sigma_C^{IV} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau_c^2} = 159{,}8 \text{ МПа}, \quad \sigma_k^{IV} = \sqrt{\sigma_k^2 + 3\tau_k^2} = 167 \text{ МПа}.$$

Ўта кучланиш (токчанинг К нуқтасида) 4,3% ни ташкил қилди, бунга йўл қўйиш мумкин.

в) *Пайванд чокларнинг мустаҳкамлигини текшириш.* Иккита четдаги чокларга таъсир қиладиган ва токчанинг деворга нисбатан кўчишига йўл қўймайдиган бўйлама силжитувчи куч $e$ узунликдаги участкада $T = \frac{QS_y^T}{J_y} e$ га тенг. Шу узунлик $e$ нинг ўзида икки чокнинг кесим юзаси (расм, *г*). $F_ч = 2 \cdot 0{,}7 \cdot t_ч \cdot e = 1{,}4 \cdot t_ч \cdot e$, бунда $t_ч$ — чокнинг қалинлиги.

Чокларнинг қирқилишга мустаҳкамлик шартидан $\frac{T}{F_ч} \leq [\tau_э]$ ушбуни топамиз,

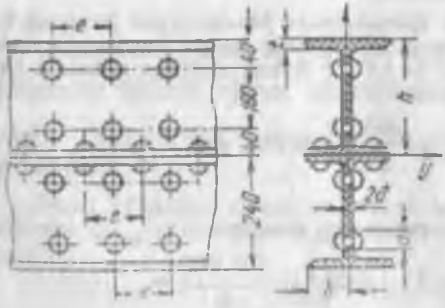
$t_ч \geq \frac{Q \cdot S_y^T}{1{,}4 \cdot J_y [\tau_э]}$, бундан $t_ч = 0{,}52$ см. Биз $t_ч = 6$ мм деб қабул қиламиз.

г) *Кесимнинг бикрлигини текшириш.* Балканинг бикрлигини бақолаш учун энг катта эгилиш катталигини рухсат этиладиган катталикка таққослаймиз. Эгилишда кўчишларни аниқлашнинг усулларидан биридан фойдаланиб қулоч ўртасида балка ўқининг эгилиш катталигини аниқлаймиз. Энг катта эгилиш қуйидагига тенг:

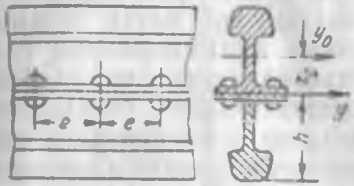
$$f = \frac{45Pa^3}{2EJ} = \frac{45 \cdot 400000 \cdot 100^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 389000} = 11{,}6 \text{ см} < [f].$$

Эслатиб ўтамиз, кесимнинг бундан бошқа ҳам яроқли вариантларини танлаш мумкин.

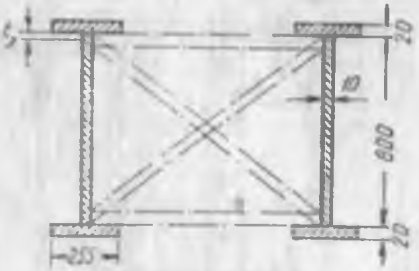
8.2. Оғир юкларни суриш учун қурилишда мавжуд бўлган прокат швеллерлар № 24 дан вақтинчалик ҳавозалар қурилди. Қулочи $l = 6$ м бўлган ҳар қайси балка тўрттадан швеллердан тузилган. Швеллерлар диаметри $d = 17$ мм ли парчин михлар ёрдамида токчалар ва деворлар тарзида парчинлаб ясалган. Парчин михлар қадами $e = 120$ мм (расмга қаранг). Хавфли кесимдаги кўндаланг куч $Q = 120$ кН, эгувчи момент $M = 180$ кНм. Кесимнинг парчин мих учун очилган тешиклар туфайли кучсизланишини ҳисобга олиб, балканинг мустаҳкамлигини, шу-




8.2- масалага оид




8.3- масалага оид




8.4- масалага оид

нингдек энг кўп зўрнққан вертикал парчин михларнинг мустаҳкамлигини ҳам текшириб кўринг. Рухсат этиладиган кучланишлар $[\delta] = 160$ МПа ва $[\tau] = 100$ МПа·см.

*Жавоб.* $J_{бҳ} = 29200$ см⁴; $J_э = 26000$ см⁴; $S_y^0 = 735$ см³;
$\sigma_{max} = 157$ МПа; $\tau_{max} = 26{,}7$ МПа; $\tau_э = 79{,}5$ МПа.

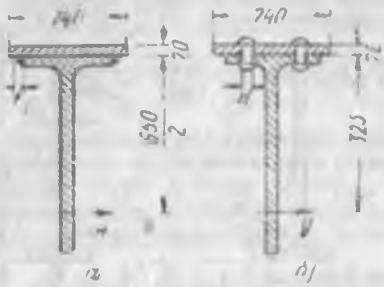
**8.3.** Икки таянчда эркин ётган балка *I*-а типидаги икки рельсдан токчалари—токчаларга парчинлаб ясалган (расмга қаранг). Ҳар қайси рельс кесим юзаси $F_0 = 55{,}6$ см², унинг хусусий марказий ўқига нисбатан юзасининг инерция моменти $J_{y_0} = 1476$ см⁴, рельс товонидан оғирлик марказигача бўлган масофа $z_c = 6{,}93$ см, парчин михларнинг диаметри $d = 20$ мм. Агар қирқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\tau] = 100$ МПа, балка кесимидаги кўндаланг кучнинг энг катта қиймати $Q = 122{,}5$ кН бўлса, парчин михларнинг зарур қадами $e$ ни аниқланг.

*Жавоб:* $e = 110$ мм.

**8.4.** Вақтинчалик кўприкнинг қулочи параллел жойлашган иккита бўйлама пайванд балкалардан лойиҳаланади (расмга қаранг). Ҳар қайси балканинг кесими $10 \times 800$ мм ли лист (девор) ва $20 \times 255$ мм ли икки полоса токчадан иборат. Улар деворга катетлари $t_к = 5$ мм ли чекка чоклар билан пайвандланган. Агар кўприкнинг хавфли кесимида эгувчи момент $M = 140$ кН·м, ўша кесимдаги кўндаланг куч $Q = 1200$ кН, рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 160$ МПа, см, $[\tau] = 100$ МПа ва $[\tau_ч] = 85$ МПа бўлса, кесимнинг мустаҳкамлигини текширинг. Мустаҳкамликнинг энергетика назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* $\sigma_{max} = 137$ МПа, $\tau_{max} = 81$ МПа,
$\sigma_э^{IV} = 165{,}8$ МПа $> [\sigma]$; $\tau_ч = 83{,}5$ МПа.

**8.5.** Қўштавр профиль № 65 ли краности балкасини кучайтиришнинг икки вариантини кўриб чиқинг; қўштавр токчаларига кесими $20 \times 240$ мм ли бўйлама полосалар икки вариантда маҳкамланган: а) Узлуксиз чекка чоклар билан пайвандлаб ва



8.5- масалага оид

б) $d=30$ мм диаметрли парчинмихлар ёрдамида (расмга қаранг). Ҳар қайси вариантдаги балкалар кучайтирилгандан сўнг ҳисобланган энг катта нормал ва уринма кучланишларни балка кучайтирилгунга қадар бўлган кучланишларга таққосланг. Пайвандланган вариантдаги чоклар катетининг зарур баландлиги $t_ч$ ни ва парчинланган вариантдаги парчин михларнинг энг катта рухсат этиладиган қадами $e$ ни ҳам аниқланг (агар хавфли кесимдаги кўндаланг куч $Q = 1000$ кН, чоклар ва парчин михларнинг қирқилишга рухсат этилган кучланишлари $[\tau] = 100$ МПа бўлса), уринма кучланишларни ҳисоблаганда инерция моментини ва статик моментни бруттода қабул килинг.

*Жавоб:* а) Пайвандланган вариант: $\frac{\sigma_э}{\sigma_0} = 0{,}515$; $\frac{\tau_э}{\tau_0} = 0{,}92$,

$t_ч = 5{,}5$ мм. б) Парчинланган вариант: $\frac{\sigma_п}{\sigma_0} = 0{,}68$; $\frac{\tau_п}{\tau_0} = 0{,}92$;

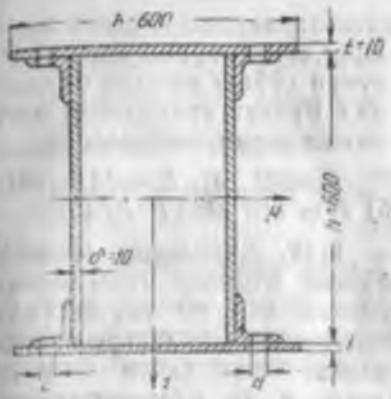
$e = 18{,}3$ см.

8.6. Парчинлаб ясалган қутисимон кўндаланг кесимли таркибий балка вертикал текисликда эгилишга ишлайди. Хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=800$ кНм, кўндаланг куч $Q = 480$ кН, кесим иккита вертикал ва иккита горизонтал листлардан тузилган. Листларнинг кўндаланг ўлчамлари бир хил: $b = h = 60$ см, $t = 1$ см ҳамда тўртта тенг ёнли бурчаклик $75\times75\times8$ мм дан иборат. Улар диаметри $d=23$ мм ли парчинмихлар ёрдамида бириктирилган (расмга қаранг). Парчинмих тешиклари кесими 15 % ($J_{бр}$ дан) кучсизланганлигини ҳисобга олиб, балканинг мустаҳкамлигини текширинг ва белбоғдаги горизонтал парчинмихларнинг энг катта рухсат этиладиган қадами $e$ ни аниқланг. Эгилишда чўзилиш ва кирқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 16$ кН/см², асосий металл ва парчинмихларнинг қирқилишга ва эзилишга рухсат этилган кучланишлари $[\tau] = 10$ кН/см² ва $[\sigma_э] = 25$ кН/см².

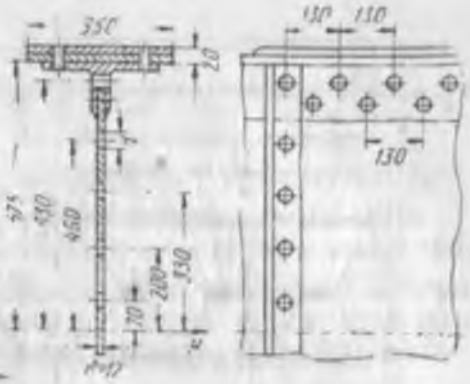
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 15{,}9$ кН/см² $< 16$ кН/см²;

$\tau_{max} = 4{,}4$ кН/см² $< 10$ кН/см²; $e = 0{,}192$ см.

8.7. Агар хавфли кесимдаги эгувчи момент $M=2400$ кНм, кўндаланг куч $Q = 800$ кН, эгилишдаги чўзилишга ва сиқилишга рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 13$ кН/см², асосий металл ва парчинмихларнинг қирқилишга ва парчинмихларнинг эзилишга рухсат этиладиган кучланишлари $[\tau] = 8$ кН/см² ва $[\sigma] = 25$ кН/см² бўлса, кесими $1350\times12$ мм² бўлган девор, тўртта тенг ёнли бурчаклик $140\times140\times12$ мм ва белбоғлик листлар $350\times10$ мм² (ҳар токчада иккитадан лист) дан тузил-




8.6- масалага оид




8.7- масалага оид

ган қўштавр кесимли краности балкасининг мустаҳкамлигини текширинг. Балка диамстри $d = 23$ мм ли парчинмихлар ёрдамида ясалган (расмга қаранг). Шахмат тартибида жойлаштирилган икки қатор парчинмихларнинг қадами $a = 130$ мм.

*Кўрсатма.* Горизонтал листлар ҳар қайси токчада иккитадан парчинмихлар билан, вертикал лист мавжуд парчинмихлардан (расмга қаранг) ҳамда ҳар қайси бурчаклик вертикал ва горизонтал парчинмихлар билан кучсизланган деб ҳисобланг.

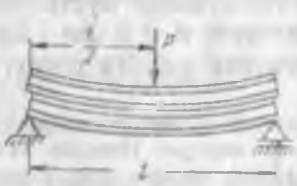
*Жавоб:* $\sigma_{max} = 12{,}35$ кН/см$^2 < [\sigma]$; $\tau_{max} = 5{,}4$ кН/см$^2 < [\tau]$;

8.8. Икки қўштавр № 30а бир-бирининг устига жойлашади ва қулоч $l = 6$ м ўртасига қўйилган $P = 100$ кН кучдан эгилади (расмга қаранг). Қўштавр токчалари шу ҳолатда пайвандланади, шундан сўнг юк олинади. Балканинг қулоч ўртасида кесимидаги четки толаларнинг нормал кучланишларини аниқланг: а) $P$ куч босиб турганда, б) $P$ куч олингандан сўнг.

Пайвандлаш (чўкиш) кучланишларни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* а) $\sigma = 14{,}5$ кН/см$^2$, б) $\sigma_{қол} = \pm 2{,}7$ кН/см$^2$.

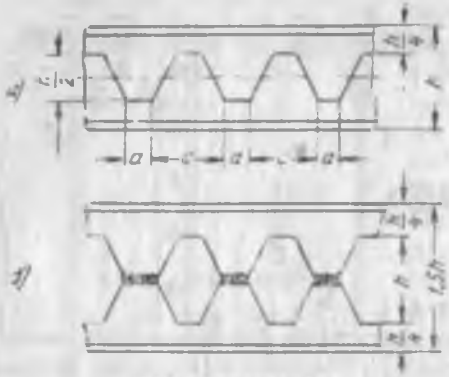
8.9. Агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 140$ МПа бўлса, қуйидагиларни аниқланг: а) агар 8.8 масалада кўриб чиқилган таркибий балкани расмда кўрсатилганидек ($l = 6$ м да) икки таянчга қўйилса, балка ўртасига қўйиш мумкин бўлган $P$ куч қийматини аниқланг; б) токчаларидан пайвандланган



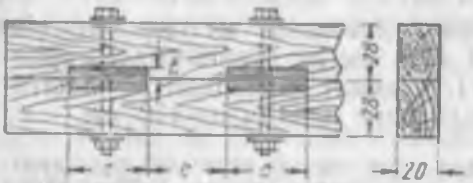

8.8- масалага оид




8.9- масалага оид



8.10-масалага оид



8.11-масалага оид

қўштаврлардан ясалган балкани эгмай туриб қандай $P$ кучни қўйиш мумкин бўларди? Рухсат этиладиган юкланишларни таққосланг.

*Жавоб*: а) $P = 141$ кН; б) $P = 118$ кН, $P : P_1 \approx 1{,}2$.

**8.10.** Қурилишда мавжуд бўлган қўштавр №60 балкаларнинг ($h = 60$ см) юк кўтарувчанлигини ошириш мақсадида ҳар қайси балкани расм, *а* да кўрсатилганидек қирқиш, сўнгра иккала ярмини расм, *б* да кўрсатилганидек пайвандлаш таклиф қилинади. Агар $a = \frac{h}{4} = 15$ см; $c = 50$ см бўлса, лойиҳа амалга оширилгандан сўнг балкага қўйиладиган рухсат этиладиган юк қийматини қандай ўзгартириш мумкинлигини аниқланг (процентда). Балканинг қирқишдан кучсизланганлигини ҳисобга олинг.

Агар $Q_{max} = 200$ кН бўлса, қирқишга рухсат этиладиган кучланиш $[\tau_э] = 9{,}2$ кН/см² да пайванд чокларнинг мустаҳкамлигини ҳам текширинг.

*Жавоб:* б) вариантда балканинг юк кўтарувчанлигини 51% ошириш мумкин, $\tau_э = 8$ кН/см² $< 9{,}2$ кН/см².

**8.11.** Қулочи $l = 6$ м бўлган, икки учидан эркин тиралган ёғоч таркибий балка таянчлардан бир хил $a = 2$ м масофада қўйилган тенг кучлар $P = 45$ кН билан юкланган. Балка ҳар бирининг кесими 20×28 см бўлган икки қарағай ғўлани қарағай калодкалар ва болтлар ёрдамида бириктириб ясалган (расмга қаранг). Ҳар қайси калодканинг ўлчами $c = 40$ см, $h = 2t = 8$ см. Агар эгилишга рухсат этиладиган кучланишлар: чўзилиш ва сиқилишга $[\sigma] = 1200$ Н/см², толалар бўйлаб эгилишга $[\sigma_э] = 1250$ кН/см² ва толалар бўйлаб синишга $[\tau] = 120$ Н/см² бўлса, балканинг ва бириктириш элементларининг мустаҳкамлигини текширинг. Болт тешикларининг диаметри $d = 2$ см. Кесимнинг қаршилик моменти 15% га кичрайганлигини ҳисобга олинг.

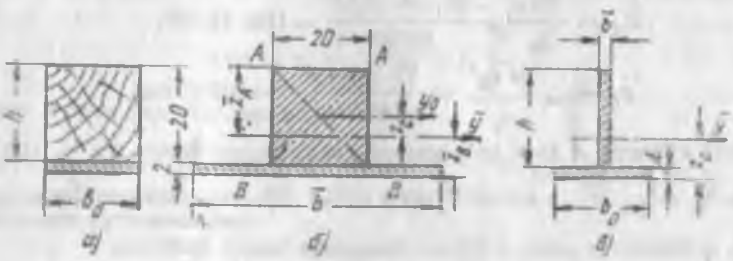
*Кўрсатма.* Кучсизланишни ҳисобга олганда кесимнинг инерция моменти $J_н = J_{бр} - \Delta J$, бунда $\Delta J$ — болт тешиги ва калодка ўйиғидан кучсизланиш инерция моменти. Бирикманинг кучсизланганлигини ҳисобга олиб, қаршилик моменти $W_н = 0{,}85 \frac{J_н}{z_{max}}$ деб қабул қилинади.

Бирикманинг мустаҳкамлиги бўйлама силжитувчи куч таъсирида текширилади, $T = \frac{Q_{max} \cdot S^{\circ}_{y}}{J_y} \cdot e$, бунда $J_y$ ва $S^{\circ}_{y}$ брутто олинади (калодкалар ўқлари орасидаги масофа $e = 2$ с).

*Жавоб*: а) балкалар учун $J_{бр} = 293000$ см⁴; $J_{н} = 263 \cdot 10^3$ см⁴; $W_{н} = 8 \cdot 10^3$ см³; $\sigma_{max} = 11{,}3$ МПа.

б) калодкалар учун $T = 96{,}3$ кН; $\sigma_{с} = 12$ МПа; $\tau = 1{,}2$ МПа

8.12. Кесими $20 \times 20$ см² бўлган ёғоч брус қалинлиги $t = 20$ мм ли пўлат полоса билан кучайтирилган. Полоса ёғочга мустаҳкам елимлаб бириктирилган бўлиб, у билан эгилишга биргаликда ишлай-


20
A
A
20
δ
δ
δ

Брус ўқидан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа

$$\overline{z_C} = \frac{\overline{S_{u_0}}}{F} = \frac{2 \cdot 400\,(10+1)}{400+800} = 7{,}33 \text{ см}.$$

Келтирилган кесимнинг инерция моменти:

$$\overline{J_y} = \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 400 \cdot 7{,}33^2 + \frac{400 \cdot 2^3}{12} + 800\,(11-7{,}33)^2 = 45700 \text{ см}^4.$$

Марказий ўқдан то таврнинг четки толаларигача бўлган масофа

$$\overline{z_A} = 10+7{,}33 = 17{,}33 \text{ см}; \quad \overline{z_B} = 10+2-7{,}33 = 4{,}67 \text{ см}.$$

Келтирилган кесимнинг четларидаги нормал кучланишлар:

$$\overline{\sigma_A} = \frac{M\overline{z_A}}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^4 \cdot 17{,}33}{45700} = 1100 \text{ Н/см}^2,$$

$$\overline{\sigma_B} = \frac{M\overline{z_B}}{J_y} = \frac{29 \cdot 10^4 \cdot 4{,}67}{45700} = 300 \text{ Н/см}^2.$$

Чекка нуқталар $A$ ва $B$ даги ҳақиқий кучланишлар: ёғочда $\sigma_A = 1100$ Н/см², пўлатда $\sigma_B = \sigma_B \frac{E_п}{E_ё} = 300 \cdot 20 = 6000$ Н/см². Пўлатга «келтирилган» кесим учун олинган натижаларни расм, *в* бўйича текшириш тавсия қилинади.



8.13-масалага оид

**8.13.** Узунлиги $l=50$ см ва кесим ўлчамларн $b=2$ см ҳамда $h=5$ см бўлган бир учидан қисилган ёғоч брусок иккита пўлат полоса билан кучайтирилган. Пўлат полосаларнинг қалинлиги $t=2{,}5$ мм ва эни $b=20$ мм (расмга қаранг). Брусокнинг эркин учига $xz$ текисликда $P$ куч қўйилган. Кесим элементларининг биргаликдаги иши тўлиқ таъминланган деб ҳисоблаб, рухсат этиладиган юк $P$ катталигини аниқланг. Агар эластиклик модуллари нисбати $E_ё : E_п = 1:20$ бўлса, ёғоч учун рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma_ё] = 1$ кН/см² ва пўлат учун $[\sigma_п] = 16$ кН/см².

*Жавоб*: $P = 930$ Н.

## 27-§. Узгарувчан кесимли балкалар

**8.14.** Расмда кўрсатилган балка кесимининг эни $b$ ўзгармас ва баландлиги $h(x)$ ўзгарувчан. Балканинг энг катта эгилиш қийматини ($f_0$) топинг ва уни худди ўшандек қулочли ва ўшан-



8.14-масалага оид

дек юкланишли, лекин доимий кесимли балканинг энг катта эгилиши қиймати билан таққосланг.

*Ечиши.* $M_0$ билан эгувчи моментни, $W_0$ билан балка қисилган жойидаги кесимнинг қаршилик моментини белгилаймиз. Эгилишга қаршиликка тенглик шарти қуйидагича ифодаланади:

$$\sigma_{max} = \frac{M(x)}{W(x)} = \frac{M_0}{W_0} = [\sigma].$$

$M(x)$, $M_0$, $W(x)$ ва $W_0$ ларнинг ҳарфий қийматларини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{qx^2}{2} \cdot \frac{6}{b[h(x)]^2} = \frac{ql^2}{2} \cdot \frac{6}{bh_0^2},$$

ундан кесим баландлигини ва инерция моментининг ўзгариш қонунларини топамиз:

$$h(x) = h_0 \frac{x}{l}, \quad J(x) = J_0 \frac{x^3}{l^3}.$$

Балканинг эгилган ўқи тенгламасини топамиз:

$$EJ(x)\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{qx^2}{2}, \quad EJ_0\frac{x^3}{l^3} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{qx^2}{2}, \quad EJ_0 y'' = -\frac{ql^3}{2} \cdot \frac{1}{x}.$$

Бу тенгламани интегралаймиз:

$$EJ_0 y' = -\frac{ql^3}{2} \ln x + C$$

ва $x = l$ да $y' = 0$ шартидан $C$ қийматини аниқлаймиз:

$$C = \frac{ql^3}{2} \ln l, \quad EJ_0 y' = -\frac{ql^3}{2} \ln x + \frac{ql^3}{2} \ln l.$$

Иккинчи марта интегралаймиз:

$$EJ_0 y = -\frac{ql^3}{2} x \ln x + \frac{ql^3}{2} x + \frac{ql^3}{2} x \ln l + D.$$

$x = l$ бўлганда $y = 0$ бўлгани учун $D = -\frac{ql^4}{2}$.

Эгилишларнинг охирги тенгламаси:

$$EJ_0 y = -\frac{ql^3}{2}(x \ln x - x - x \ln l + l).$$

$x = 0$ деб қабул қилиб, $x \ln x - x \ln l = -x \ln \frac{l}{x}$ бўлгани учун бунда ҳам нолга тенг, балканинг энг катта эгилиш қийматини топамиз:

$$f_{max} = -\frac{ql^4}{2EJ_0} = 4f_0.$$

*Эслатма.* Бу масалани ечганда, шунингдек 27-§ нинг баъзи бошқа масалаларини ечганда шуни ҳисобга оламизки, балканинг кўндаланг кесимларида нормал кучланишлар горизонтал йўналган, аслида эса устки ва остки толаларда кучланишларнинг йўналиши балка сиртига параллел.

**8.15.** Бир хил қаршиликли икки балка қисилган жойида бир хил квадрат кесимга эга бўлиб, эркин учида бир хил кучлар

билан юкланган. Биринчи балканинг эни, иккинчи балканинг баландлиги ўзгаради. Қайсиниси енгил? Улардан қайсинисининг энг катта эгилиши катта?

*Жавоб*: $v_1 : v_2 = f_1 : f_2 = 3 : 4$.

**8.16.** Қарағай ёғочдан эни ўзгарувчан, лекин баландлиги $h = 10$ см доимий бўлган брус тайёрланган. Брусниng бир учи қисилган, иккинчи эркин учига $P = 3000$ Н юк қўйилган, брусниng қулочи $l = 1{,}2$ м. Қисилган жойда брус эни $b_0$ ва эркин учидаги энг кичик эни $b$ қандай бўлиши керак (агар рухсат этиладиган кучланишлар $[\sigma] = 10$ МПа ва $[\tau] = 1{,}2$ МПа бўлса)? Брусниng эркин учидан қандай $a$ узунлигида брусниng энг кичик эни таъминланиши керак? Брус эркин учининг эгилиши $f_1$ ни аниқланг. Агар қисилган жойда кесимнинг эни $b_0$ дан эркин учида нолгача чизиқли қонун бўйича ўзгаради деб ҳисобланса, брус учидаги эгилиш $f_2$ нимага тенг бўлади?

*Жавоб*: $b_0 = 21{,}6 \approx 22$ см; $b = 3{,}75 \approx 4$ см; $a = 22{,}2 \approx 22$ см; $f_1 = -\frac{Pl}{6EJ_0}(3l^2 - a^2) = -1{,}4$ см; $f_2 = -\frac{Pl^3}{2EJ_0} = -1{,}41$ см.

**8.17.** Эгилишга қаршилиги тенг бўлган балка бир учидан қисилган, кўндаланг кесими квадрат, бутун узунлиги бўйич интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган куч билан юкланга Агар рухсат этиладиган нормал кучланиш $[\sigma]$ қиймати бери. ган бўлса, квадрат томонлари қандай қонун бўйича ўзгариш. керак? Балка эркин учининг эгилиши нимага тенг?

*Жавоб*: $a^3 x = \frac{3qx^2}{[\sigma]}$; $f = -\frac{3ql^4}{8EJ_0}$.

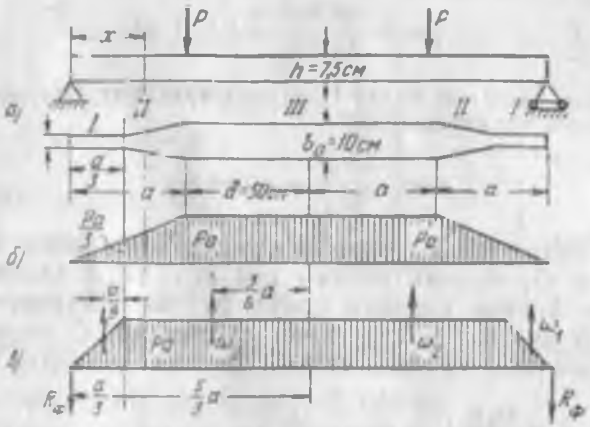
**8.18.** Баландлиги $h$ ўзгармайдиган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли, икки таянчли балка эгилишга тенг қаршиликли шаклга эга. Балкага интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк қўйилган. Балканинг баландлигини, қулочи катталигини, рухсат этиладиган кучланишларни ва нормал эластиклик модулини билган ҳолда энг катта эгилиш қийматини ҳисобланг. Таянчларда балканинг эни торайиб бориб, нолга тенг бўлади деб ҳисобланг.

*Жавоб*: $f = \frac{[\sigma] l^2}{4Eh}$.

**8.19.** Диаметри 12 см бўлган думалоқ кўндаланг кесимли пўлат балка учлари билан тиралган ва 2,4 м ли қулочи ўртасига $P = 18$ кН куч қўйилган. Балканинг энг катта эгилиш қийматини аниқланг. Агар балкага эгилишга тенг қаршилик қиладиган шакл берилса, эгилиш нимага тенг бўлади?

*Жавоб*: $-0{,}255$ см; $-\frac{3Pl^3}{80EJ_0} = -0{,}458$ см.

**8.20.** Узунлиги 126 см ва эни 5 см бўлган пўлат полоса учлари билан шарнирли таянчларга тиралади. Полосанинг қулочи ўрта-




8.21- масалага оид

сидаги қалинлиги 1 см, таянчларга томон эса $h = h_0\left(\frac{2x}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$ қонуни бўйича ингичкалашиб нолга тенглашади. Қулоч ўртасига қўйилган $P$ куч таъсирида куч остидаги эгилиш 2,4 см га тенг. $P$ куч нимага тенг?

*Жавоб*: 320 Н.

**8.21.** Эни ўзгарувчан қарағай балка расмда кўрсатилгандек шакл ва ўлчамларга эга (схема, *а*), шу билан бирга $b_0 = 3b_1$. $P$ кучларнинг ҳар қайсиси 2000 Н га тенг. Энг катта эгилишни топинг.

*Ечими*. Графоаналитик усулдан фойдаланамиз. $M$ эпюрани ясаймиз (схема, *б*). Балканинг уч участкасида кесимларининг инерция моментлари қуйидагига тенг:

$$J_I = \frac{1}{3} \cdot J_0,\ J_{II} = J_x = J_0 \cdot \frac{x}{a},\ J_{III} = J_0.$$

Барча участкаларда бир хил бикрлик $EJ_0$ даги балка эпюрасига $M\ (x)$ эпюрани келтирамиз. Бунинг учун I участкаларда $M\ (x)$ эпюра ординаталарини уч марта катталаштирамиз, II участкаларда $a : x$ нисбатда келтирамиз, III участкада ўзгаришсиз қолдирамиз (схема, *в*). Сохта юк юзалари $\omega_1$ ва $\omega_2$ ни ҳисоблаймиз, сўнгра сохта таянч реакция $R_c$ ни топамиз:

$$\omega_1 = \frac{Pa^2}{6},\ \omega_2 = \frac{5}{3} Pa^2,\ R_c = \frac{11}{6} Pa^2.$$

Қулоч ўртасида сохта эгувчи момент

$$M_c = -\frac{11}{6} Pa^2 \cdot 2a + \frac{1}{6} Pa^2 \left(\frac{5}{3} a + \frac{1}{9} a\right) + \frac{5}{3} Pa^2 \cdot \frac{5}{6} a = -\frac{107}{54} Pa^3.$$

Энг катта эгилиш қиймати

$$f = -\frac{107\,Pa^3}{54\,EJ_0} = -1{,}41 \text{ см}.$$

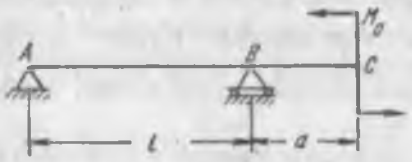
I участкаларда балка эни худди II участкалардагидек ўзгаради деб тахмин қилинса, у ҳолда энг катта эгилиш:

$$f = -\frac{2\,Pa^3}{EJ_0} = -1{,}42 \text{ см}.$$

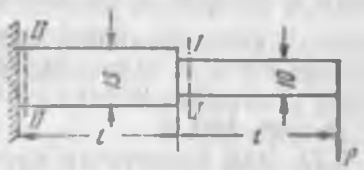
8.22. Расмда кўрсатилган эгилишга қаршилиги тенг балканинг тўғри тўртбурчак кесими эни $b(x)$ ни $A$ таянчда нолдан $B$ таянчда $b_0$ гача чизиқли қонун бўйича ўзгартиради. Кейин $b_0$ қиймати бутун $BC$ участкада сақланади. $C$ кесимнинг эгилиш катталигини графоаналитик усулда аниқланг.

*Жавоб:* $f = \frac{M_0 a}{2EJ_0}(l + a)$.

8.23. Қулочи $2l = 80$ см бўлган ёғоч балка чап учидан қисилган. Балканинг эркин ўнг учига $P = 2000$ Н куч қўйилган. Балка бир қисмининг диаметри 13 см, иккинчисиники 10 см




8.22- масалага оид




8.23- масалага оид

(расмга қаранг). I—I, II—II кесимларда энг катта нормал кучланишлар нимага тенг? Балка эркин учининг эгилиш катталигини топинг. Кучланишлар концентрацияси таъсирини ҳисобга олманг.

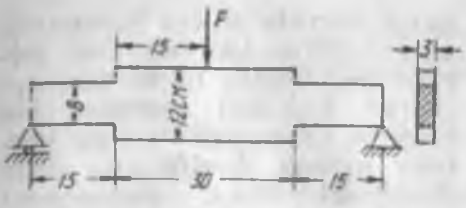
*Кўрсатма.* Эгилиш катталигини аниқлаш учун Кастильяно теоремасидан фойдаланган маъқул. Нисбат $J_2 : J_1 = 2{,}86$. Қидирилаётган эгилиш катталиги учун ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$f = \frac{1}{EJ_1}\int_0^l Px^2\,dx + \frac{1}{EJ_2}\int_0^{2l} Px^2\,dx = \frac{Pl^3}{3EJ_1}\left(1 + \frac{7}{2{,}86}\right).$$

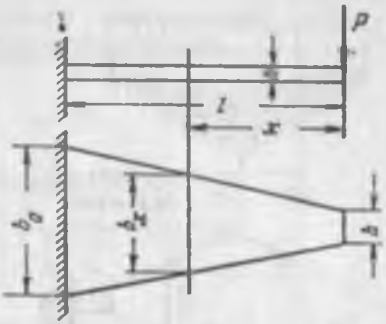
Жавобдаги мусбат ишора эгилиш йўналиши $P$ куч йўналиши билан мос келганлигини кўрсатади.

*Жавоб:* $\sigma_{II} = 0{,}91\ \sigma_I$; $\sigma_I = 810$ Н/см²; $f \approx 0{,}3$ см.

8.24. Қарағай тахтадан расмда кўрсатилгандек поғонали тарзда ўзгараднган кесимли балка тайёрланган. Кучланишлар концентрацияси таъсирини ҳисобга олмаган ҳолда $P = 4000$ Н куч таъсирида балканинг энг катта эгилишини, энг катта нор-




8.24- масалага онд




8.25- масалага онд

мал кучланишларни, энг ката уринма кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 940 Н/см²; 125 Н/см²,—0, 054 см.

**8.25.** Расмда кўрсатилган ўзгарувчан кесимли балканинг исталган кесимидаги энг катта нормал кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* $\sigma_{max} = \dfrac{Px}{W_0\left[2+(1-\alpha)\dfrac{x}{l}\right]}$, бунда $\alpha = \dfrac{b}{b_0}$.

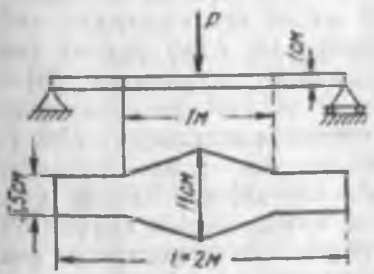
**8.26.** Эни ўзгарувчан пўлат полоса расмда кўрсатилган ўлчамларга эга. $P = 100$ Н, энг катта нормал кучланишларни ва энг катта эгилишни ҳисобланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max} = 27{,}3$ МПа; $f = -\dfrac{11\,Pl^3}{384\,EJ_0} = 1{,}25$ см.

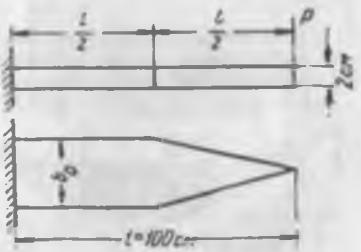
**8.27.** Расмда кўрсатилган пўлат полосанинг зарур эни $b_0$ ни аниқланг. $P = 400$ Н куч таъсирида, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma] = 15000$ Н/см². Балканинг энг катта эгилишини ҳам топинг.

*Жавоб:* $b_0 = 4$ см; $f = -\dfrac{17\,Pl^3}{48\,EJ_0} = -2{,}66$ см.

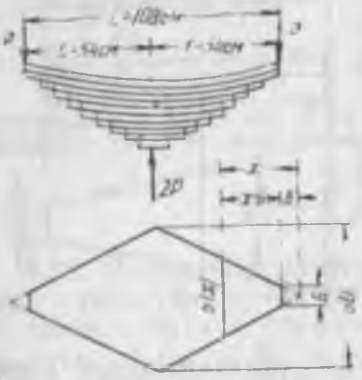
**8.28.** Пўлат рессора (расмга қаранг) баландлиги ўзгармайдиган, эгилишга қаршилиги тенг брусни ҳосил қиладиган тўқ-




8.26- масалага онд




8.27- масалага онд



8.28- масалага оид

қизта листдан ҳамда ўлчамлари шу тўққизта листнинг энг узунига тенг бўлган 10- листдан тузилган. Ҳар бир листнинг эни $h=6$ см, қалинлиги $t=1$ см. Рессора қулочи $L=108$ см. Агар $P=12$ кН бўлса, рессоранинг қулочи ўртасида эгилиш қийматини топинг.

*Ечими.* Рессоранн эни ўзгарувчан ўлчамлари расмнинг пастки қисмида кўрсатилган брус сифатида тасаввур қиламиз. Координаталар бошини брус ён қирраларининг проекциялари кесишган нуқтада деб қабул қиламиз. Эгилишни аниқлаш учун Кастильяно теоремасидан фойдаланамиз ва бунда балка кесимининг инерция моменти ўзгарувчан қийматини ҳисобга оламиз.

$$b(x)=b_0\cdot\frac{x}{l+6}=60\cdot\frac{x}{60}=x,\quad J(x)=J_0\cdot\frac{x}{l+6},$$

$$M(x)=P(x-6),\quad \frac{\partial M(x)}{\partial P}=x-6,$$

$$f=\int_6^{60}\frac{M(x)}{EJ(x)}\cdot\frac{\partial M(x)}{\partial P}\,dx=\frac{P(l+6)}{EJ_0}\left\{\frac{x^2}{2}\Big|_6^{60}-12x\Big|_6^{60}+36\ln x\Big|_6^{60}\right\}=8{,}8\text{ см}.$$

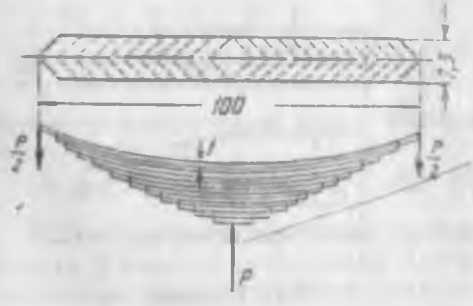
9 листдан (устки листсиз) рессора учун бошқа шартлар ўшандек қолганда эгилиш қуйидагига тенг бўларди:

$$f=\frac{Pl^3}{2EJ_0}=10{,}5\text{ см}.$$

**8.29.** Пўлат рессора (расмга қаранг) эни 7,5 см ва қалинлиги 110 мм ли ўнта пўлат листдан тузилган. Рессора қулочи 1 м, рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=40$ кН/см², рессоранинг кўтарувчанлиги ва қулочи ўртасидаги эгилиш қийматини аниқланг.

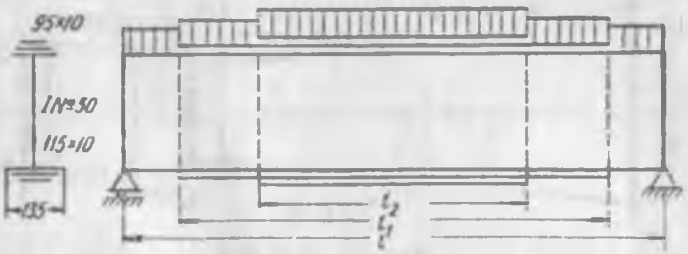
*Жавоб*: $[P]=20$ кН; $f=-\frac{[\sigma]l^2}{4Et}=-5$ см.

**8.30.** Тенг қаршиликли пўлат рессора эни 8 см ва қалинлиги 8 мм ли полосалардан тайёрланган. Агар рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=30$ кН/см², рессора қулочининг катталиги $l=80$ см бўлса ва қулоч ўртасида $P=128$ кН куч таъсир қилса, қанча полоса керак? Айтилган юк таъсирида рессора қанча чўкишини ҳам ҳисобланг.



8.29- масалага оид

*Жавоб:* 10 полоса, 3 см.



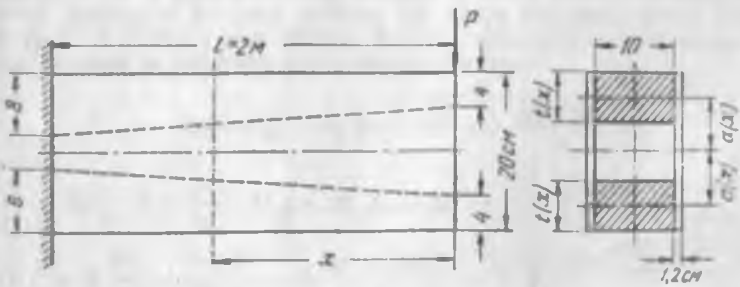

8.31- масалага оид

**8.31.** Қулочи $l=5{,}4$ м бўлган ўзгарувчан кесимли балка (расмга қаранг) икки таянчда ётади ва унга интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк таъсир қилади. Балка қўштавр № 30 дан ва икки жуфт листдан тузилган. Ўлчамлари $115\times10$ мм бўлган иккинчи жуфт листлар қўштавр токчаларига пайвандланган. Ўлчамлари $95\times10$ мм ли иккинчи жуфт листлар эса биринчи жуфт листларга пайвандланган. Рухсат этиладиган кучланиш $[\sigma]=14$ кН/см². Рухсат этиладиган юк $[q]$ қийматини, биринчи ва иккинчи жуфт листларнинг назарий узунлиги $l_2$ ни ҳамда қулоч ўртасида балканинг эгилиш катталигини аниқланг. Шунингдек, интенсивликдаги юк таъсир қиладиган ўзгармас кесимли балканинг эгилишини таққосланг.

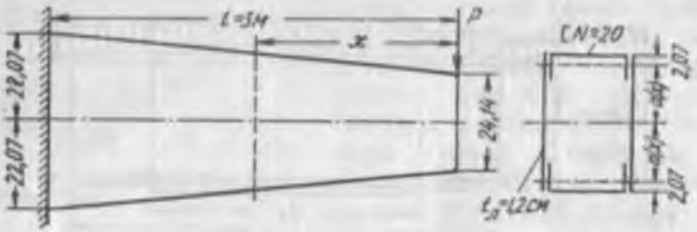
*Кўрсатма.* Олдин қўштавр №30 балканинг юк кўтарувчанлигини ҳисоблаш керак: $[M_0]=66{,}08$ кНм. Сўнгра иккита горизонтал листли ва тўртта листли кесимларнинг $J$ ва $W$ ларини ҳисоблаб, шу профилларга мос юк кўтарувчанликни аниқланг: $[M_1]=110$ кНм ва $[M_2]=146{,}2$ кНм. Сўнгра $[M_2]$ қиймати бўйича тенг тақсимланган юкнинг рухсат этиладиган интенсивлиги топилади. Горизонтал листларнинг бошн ва узилиши назарий жойларини аниқлаш учун $M(x)$ ифода $[M_0]$ ва $[M_1]$ ларга тенглаштирилади. Эгилиш қийматини Кастильяно теоремаси ёрдамида ҳисоблаш осон. Бунда, ҳар хил бикрликдаги балка участкаларини сони бўйича учта интегрални қўшиш кифоя.

*Жавоб:* 40 кН/м; 4,00 м; 2,66 м; —1,37 см; —1,24 см.

**8.32.** Умуман ўзгармас баландликдаги, лекин ўзгарувчан кесимли балка ўзгарувчан баландликдаги икки қарағай брус-




8.32- масалага оид




8.33- масалага оид

лардан тузилган. Бруслар ён томонларидан қалин фанер билан туташтирилган. Балка ўлчамлари расмда кўрсатилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва $P=5$ кН куч таъсирида эркин учининг эгилиш катталигини топинг.

*Жавоб:* 1215 Н/см²; ≈2,1 см.

**8.33.** Баландлиги ўзгарувчан балка иккита швеллердан тузилган бўлиб, швеллерлар иккита пўлат лист билан туташтирилган. Расмда балканинг барча ўлчамлари кўрсатилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва $P=90$ кН куч таъсирида эркин учининг эгилиш катталигини аниқланг.

*Жавоб:* 165 МПа; ≈—1,5 см.

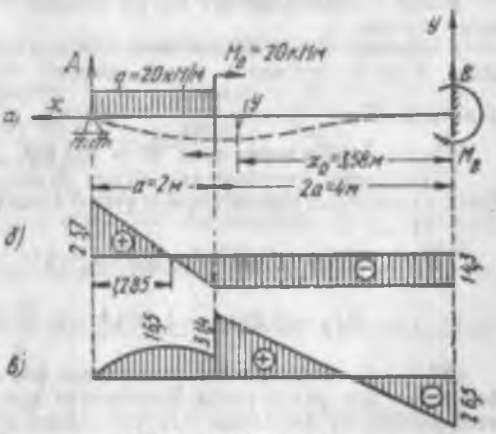
*Кўрсатма.* 8.32 ва 8.33 масалаларни график усулда ечган маъқул.

9-боб

# СТАТИК АНИҚЛАНМАЙДИГАН СИСТЕМАЛАР

## 28-§. Балкалар

**9.1.** Расмда кўрсатилган пўлат балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, эгувчи момент ва кўндаланг кучлар эпюраларини ясанг, балканинг қўштавр кесимини танланг, нормал кучланиш 160 МПа бўлганда, балканинг энг катта эгилиш қийматини аниқланг (уни рухсат этиладиган энг катта эгилиш, яъни балка қулочининг 0,002 улушига тенг эгилиш билан таққосланг).




9.1-масалага онд

*Ечими.* Статика тенгламаларидан қуйидаги боғлиқликни топамиз:

$$H_B = 0, \quad A + B = qa \quad (1)$$

$$3Ba - M_B = M_0 + \frac{qa^2}{2}. \quad (2)$$

Икки тенгламада — учта номаълум. Статик аниқмасликни очишда балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасини интеграллаш усулидан фойдаланамиз ва бунда интеграллашнинг ихтиёрий доимийларини тенглаштириш усулини қўллаймиз (22-§ даги масалалар ечимига қаранг). Координаталар бошини $B$ нуқтада, балканинг қисилган жойида деб қабул қиламиз, шунда ихтиёрий доимийлар $C$ ва $D$ нолга тенг бўлади. Эластик чизиқнинг дифференциал тенгламасини тузамиз ва уни икки марта интеграллаймиз.

$$EJ_y'' = Bx - M_B - M_0(x-2a)^0 - q\frac{(x-2a)^2}{2},$$

$$EJ_y' = B\frac{x^2}{2} - M_B x - M_0(x-2a) - q\frac{(x-2a)^3}{6} + C,$$

$$EJ_y = B\frac{x^3}{6} - M_B\frac{x^2}{2} - M_0\frac{(x-2a)^2}{2} - q\frac{(x-2a)^4}{24} + Cx + D.$$

Номаълум қийматларни аниқлаш учун қуйидаги уч шартни ёзамиз

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0; \text{ бундан } D = 0;$$
$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0; \quad -\,,, - \quad C = 0,$$
$$x_2 = 3a, \quad y_2 = 0;$$

$x_2$ қийматини эгилишлар тенгламасига қўйиб, қуйидаги боғлиқликни ҳосил қиламиз:

$$9\,Ba - 9\,M_B = M_0 + \frac{qa^2}{12}. \qquad (3)$$

$M_B$ қийматини аниқлаш учун (2) ва (3) тенгламаларни биргаликда ечамиз:

$$\begin{array}{l} (2)\quad 3\,Ba - M_B = M_0 + \dfrac{qa^2}{2} \\ (3)\quad 9\,Ba - 9\,M_B = M_0 + \dfrac{qa^2}{12} \end{array} \Bigg| -3$$

$$M_B = \frac{1}{3}\,M_0 + \frac{17}{72}\,qa^2 = \frac{2}{3} + \frac{17}{9} = 2{,}56 \text{ тм} = 25{,}6 \text{ кНм}.$$

Қейин тенгламалар (2) ва (1) лардан $B = 14{,}3$ кН ва $A = 25{,}7$ кН эканлигини топамиз.

Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдаги усулда қурамиз (схемалар, *б* ва *в*). Энг катта эгувчи момент $M = 31{,}4$ кНм. Балка ўлчамларини танлаймиз: $W = \dfrac{M}{[\sigma]} = \dfrac{3140000}{16000} = 196$ см³.

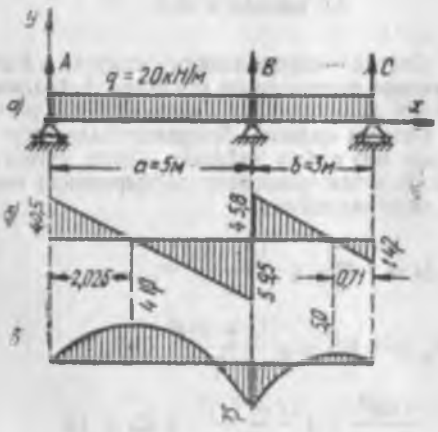
Қўштавр №20а керак экан: $W = 203$ см³, $J = 2030$ см⁴, $EJ = 40{,}6 \cdot 10^6$ Н/см².

Кўчишларни ҳисоблашдан олдин бурилиш ва эгилишлар тенгламаларига барча маълум сон қийматларини қўйиб ёзиш тавсия қилинади.

$$EJ_y{}' = 0{,}715\,x^2 - 2{,}56\,x - 2\,(x-4) - \frac{1}{3}\,(x-4)^3, \qquad (I)$$

$$EJ_y = 0{,}23\,x^3 - 1{,}28\,x^2 - (x-4)^2 - \frac{1}{12}\,(x-4)^4. \qquad (II)$$

22-§ да тушунтирилган усуллардан фойдаланиб, энг катта эгилишли кесим балканинг ўнг участкасида ётишини ва $x_0 = 3{,}58$ м абсциссага эга эканлигини аниқлаймиз. Бу қийматни (II) тенгламага қўямиз ва энг катта эгилиш қиймати $f = 1{,}35$ см, яъни рухсат этилган $[f] = 1{,}2$ см дан 12% катталигини аниқлаймиз. Қўштавр № 20а ўрнига навбатдаги қўштавр № 22 ни ($J = 2500$ см⁴, $W = 332$ см³) қабул қилиб, энг катта эгилиш қийматини 1,18 см гача пасайтирамиз. Хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар бу янги профилда 135,5 МПа гача кичраяди.




9.2-масалага онд

**9.2.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, рухсат эти-

лдиган нормал кучланиш 160 МПа учун балка кесимини танланг, $A$ таянчдан 2 м нарида турган кесимдаги эгилиш қийматини ҳисобланг.

*Ечими.* Статика тенгламасини тузамиз:

$$A + B + C = q(a + b); \tag{1}$$

$$A(a + b) + Bb - \frac{q(a + b)^2}{2} = 0. \tag{2}$$

Статик аниқмасликни топиш учун икки карра умумий эгилишлар тенгламасини қўллаймиз:

$$EJ_y = EJ_{y_0} + EJ\theta_0 \cdot \frac{x}{1!} + \sum \frac{M(x - l_0)^2}{2!} + \sum \frac{P(x - l_0)^3}{3!} + \sum \frac{q(x - l_0)^4}{4!};$$

$B$ кесимда $EJ\,\theta_A\, a + A\frac{a^3}{6} - \frac{qa^4}{24} = 0;$ (3)

$C$ кесимда $EJ\,\theta_A\,(a + b) + A\frac{(a + b)^3}{6} + B\frac{b^3}{6} - \frac{q(a + b)}{24} = 0.$ (4)

Шу тўрттала тенгламани ечиб, $A = 40{,}5$ кН, $B = 105{,}3$ кН ва $C = 14{,}2$ кН эканлигини топамиз.

Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдаги усулда ясаймиз (схема, *б* ва *в*).

Кесимнинг зарур қаршилик моменти

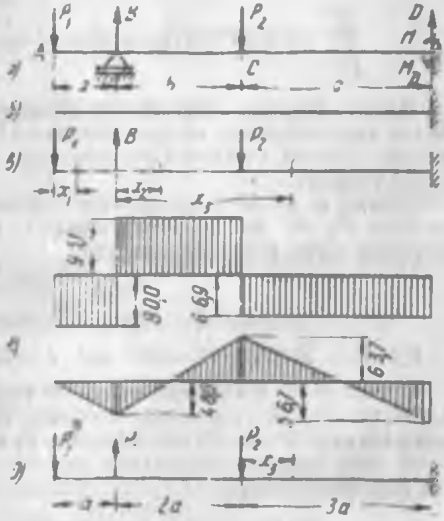
$$W = \frac{M}{[\sigma]} = \frac{4 \cdot 750000}{16000} = 297 \text{ см}^3.$$

Қўштавр № 24 тўғри келади: $W = 289$ см³, $J = 3640$ см⁴, $EJ = 69 \cdot 10^8$ Н см²

Исталган силжишни ҳисоблаш учун олдин (уч тенгламадан) $EJQ_A$ қийматини аниқлаш керак ($A = 40{,}5$ кН эканлигини ҳисобга олиб): $EJ\theta_A = -\frac{Aa^2}{6} + \frac{qa^3}{24} = -\frac{40{,}5 \cdot 25}{6} + \frac{20 \cdot 125}{24} = -\frac{1550}{24}$ кН. м². Қидирилаётган эгилишни аниқлаш учун умумий эгилишлар тенгламасига $x = 2$ м қийматини қўямиз:

$$EJ_y = -\frac{1550}{24} \cdot 2 + 40{,}5\frac{2^3}{6} - \frac{20 \cdot 2^4}{24} = 88{,}5 \text{ кН. м}^3.$$

Бундан $y = 8{,}85 : 6{,}9 = 1{,}28$ см.



9.3-масалага оид

**9.3.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқланмаслигини очиб беринг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, рухсат этиладиган нормал кучланиш 160 МПа учун кесим танланг. $C$ кесимдаги эги-

лиш қийматини аниқланг. $P_1=80$ кН, $P_2=160$ кН, $a=60$ см, $b=2a=120$ см, $c=3a=180$ см.

*Ечими.* Расмда (схема, *а*) таянч реакцияларни $H$, $B$, $D$ ва $M_D$ билан белгилаймиз. Статика тенгламасини тузамиз:

$$H=0, \quad (1) \qquad P_1+P_2=B+D \quad (2)$$

$$-P_1(a+b+c)+B(b+c)-P_2c+M_D=0 \qquad (3')$$

ёки

$$-6P_1a+5Ba-3P_2a+M_D=0. \qquad (3'')$$

Ортиқча номаълум сифатида таянч реакция $B$ ни танлаймиз. Асосий ҳисобий система расмда кўрсатилган (схема, *б*). Балкага берилган кучни ($P$ кучларни) ва ортиқча номаълум $B$ ни қўямиз (схема, *в*). Схема, *в* даги балка схема, *а* даги балкага эквивалент бўлиши учун схема, *в* га деформацияларнинг умумийлиги шартини, яъни $f_B=0$ шартни қўшиш керак. Кастильяно теоремасидан фойдаланамиз:

$$f_B=\frac{\partial U}{\partial B}=\frac{1}{EJ}\left(\int_0^a M_1\frac{\partial M_1}{\partial B}dx+\int_0^b M_2\frac{\partial M_2}{\partial B}\cdot dx_2+\int_b^{b+c} M_3\frac{\partial M_3}{\partial B}\cdot dx\right)=0.$$

$M_1$, $M_2$, $M_3$ — балканинг ҳар қайси уч участкасидаги кесимларининг эгувчи моментлари. Бикрлик $EJ$ ни доимий деб оламиз. Интеграл остн қийматларни ҳисоблаймиз:

$$M_1=-P_1x_1, \qquad \frac{\partial M_1}{\partial B}=0;$$

$$M_2=-P_1(x_2+a)+Bx_2, \qquad \frac{\partial M_2}{\partial B}=x_2;$$

$$M_3=-P_1(x_3+a)+Bx_3-P_2(x_3-b); \qquad \frac{\partial M_3}{\partial B}=x_3.$$

Бу қийматларни тенглама $f_B=0$ интегралларн остига қўямиз:

$$\int_0^{b+c}(-P_1x^2-P_1ax+Bx^2)\,dx+\int_b^{b+c}(-P_2x^2+P_2bx)\,dx=0.$$

Масала шартига кўра интегралашдан сўнг $b$ ва $c$ ни $a$ орқали, $P_2$ ни $P_1$ орқали алмаштирамиз ва ҳисоблашдан сўнг $B=21,64\cdot P_1=173{,}1$ кН ни ҳосил қиламиз. Сўнгра статика тенгламасидан $D=66{,}9$ кН ва $M_D=56{,}7$ кНм эканлигини топамиз.

Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларини одатдаги усулларда ясаймиз. Бунда олдин тузилган $M_1$, $M$ ва $M_2$ ифодаларидан фойдаланамиз (схема, *г* га қаранг). Кесимнинг зарур қаршилик моменти

$$W=\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{6370000}{16000}=397 \text{ см}^3.$$

Қўштавр № 27а: $W=407$ см$^3$, $J=5500$ см$^4$ тўғри келади.

$C$ кесимнинг эгилишини аниқлаш учун $C$ нуқтага қўйилган $P_2$ куч бўйича ҳосила потенциал энергияни ҳисоблаш керак. Энди $B$ куч маълум куч сифатида олинади. $M_1$ ва $M_2$ ифодаларига $P_2$ куч кирмайди. Ҳисоблашни соддалаштириш учун учинчи участкадаги кесимни $P_2$ кучдан ҳисоблаш маъқул (схема, *д* га қаранг).

$$M_3=-P_1(3a+x_3)+B(2a+x_3)-P_2x_3, \quad \frac{\partial M_3}{\partial P_2}=-x_3,$$

$$f_c = \frac{1}{EJ}\int_0^{3a} (3P_1 ax + P_1 x^2 - 2Bax - Bx^2 + P_2 x^2)\,dx.$$

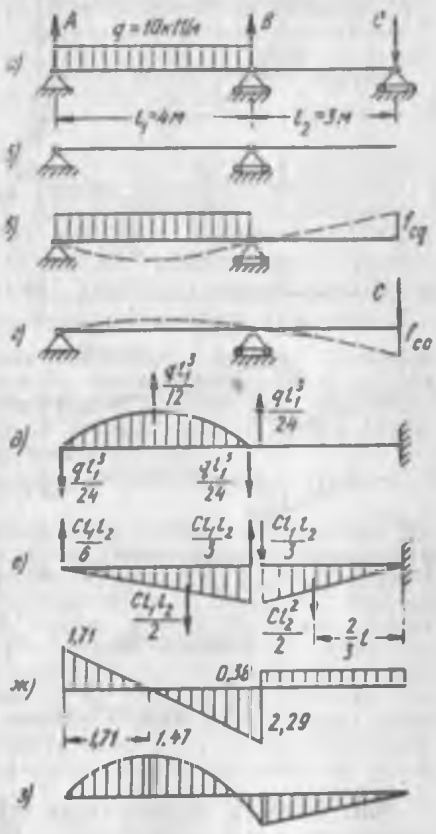
Интеграллаб ва барча сон қийматларни қўйиб, $f_c = 0{,}24$ см эканлигини топамиз. Эгилишнинг мусбат қиймати эгилиш йўналиши $P_2$ куч йўналишига тўғри келишини кўрсатади.

## 9.4. Расмда кўрсатилган пўлат балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг ва таянч реакцияларни аниқланг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг.

*Ечим.* Балка бир марта статик аниқланмайдиган балка ҳисобланади. Аниқмаслигини очиб бериш учун кўчишларни таққослаш усулидан фойдаланамиз. Ортиқча маҳкамлаш сифатида $C$ таянчни қабул қиламиз. Асосий система расм, *б* да кўрсатилган. Балкага берилган юкни (схема, *в*) ва ортиқча номаълум куч $C$ ни (схема, *г*) қўямиз. Берилган юк таъсирида $C$ кесимда балканинг эгилишини $f_{cq}$ орқали, $C$ куч таъсирида эгилишини $f_{cc}$ орқали белгилаймиз. Берилган балканинг $C$ кесимида таянч бор, демак $f_c = 0$ ёки

$$f_{cq} + f_{cc} = 0. \qquad (1)$$

Эгилишлар $f_{cq}$ ва $f_{cc}$ қийматини энг кенг тарқалган эгилишлар жадвалидан тайёр ҳолда олган маъқул. Бу жадвалларни справочниклар ва баъзи дарсликларда келтирилган.




9.4- масалага онд

$$EJf_{cq} = \frac{ql_1^3 l_2}{24}, \qquad (2)$$

$$EJf_{cc} = -\frac{Cl_2^2}{3}(l_1 + l_2). \qquad (3)$$

Схемалар, *д* ва *е* да ўша эгилишларнинг ўзини графоаналитик усулда ҳисоблаш учун маълумотлар келтирилган.

(2) ва (3) ифодаларни (1) га қўйиб таянч реакция қийматини топамиз:

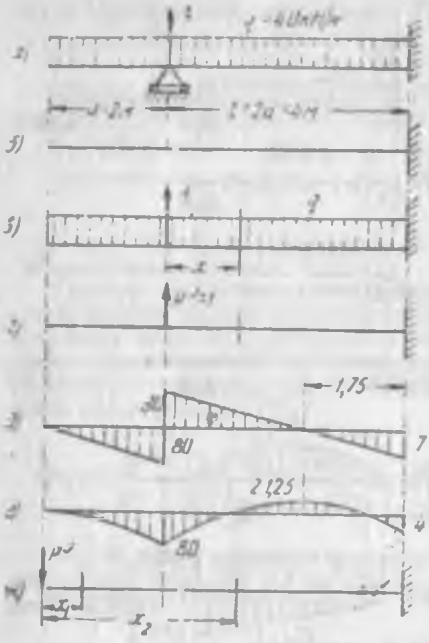
$$C = \frac{ql_1^{(3)}}{8\,l_1(l_1 + l_2)} = \frac{80}{21} = 3{,}81 \text{ кН}.$$

Сўнгра статика тенгламаларидан ҳисоблаб, $A = 17{,}14$ кН, $B = 26{,}67$ кН эканлигини аниқлаймиз.

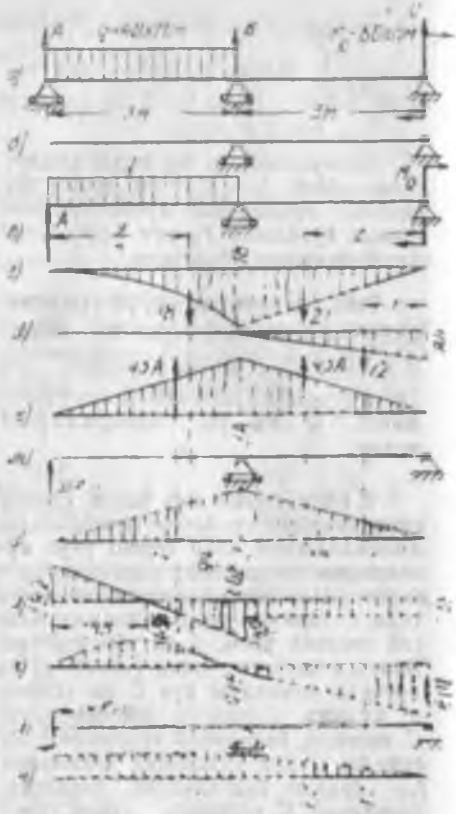
Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларини одатдаги усулларда қурамиз (схема, *ж* ва *з*).

Зарур қаршилик моменти $W = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{1470000}{16000} = 92$ см³.

Қўштавр № 16: $W = 109$ см³, $J = 873$ см⁴.




9.5- масалага оид



9.6- масалага оид

**9.5.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда балка кесимини танланг ва консол учининг эгилиш қийматини аниқланг.

*Ечим.* Максвелл-Мор усулини қўллаймиз. Ортиқча номаълум сифатида $A$ реакцияни қабул қиламиз. Асосий статик аниқланадиган балка схема, *б* да кўрсатилган. Бу балкани икки марта юклаймиз: берилган юк ва $A$ куч билан (схема, *в*) ҳамда якка куч $P^0 = 1$ билан (схема, *г*). $A$ кесимдаги эгилишни ифодалайдиган Мор интеграли нолга тенг бўлиши керак.

$$\int_l M(x) \cdot M^0 dx = 0.$$

Балканинг чап участкасини кўрмаймиз, чунки бу участкада якка юкнинг эгувчи моменти нолга тенг.

Иккинчи участкада:

$$M(x) = A(x) - \frac{q(x+a)^2}{2}, \; M^0 = P^0 x = x; \; \int_0^l Ax^2 dx - \int_0^l \frac{q(x+a)^2}{2} \cdot x \cdot dx = 0.$$

Бундан $A = 170$ кН. $Q$ ва $M$ эпюралар схемалар, *д* ва *е* ларда ясалган. $M_{max} = 80$ кНм. Қаршилик моменти $W = 500$ см³, қўштавр № 30а тўғри келади.

Эгилишни аниқлаш учун Мор интегралини тузишда консол учига $P^0=1$ кучни қўямиз ва шу жойдан схема, *ж* да кўрсатилганидек кесимлар абсциссаларининг ҳисобини бажарамиз:

$$EJ_y = \int_0^{l+a} \frac{qx^2}{2} x dx + \int_a^{l+a} A(x-a)\, x dx,$$

интегрални олиб, рақамларни қўйгандан сўнг $EJ_y = 133{,}3$ кНм$^3$, $y = 0{,}86$ см, яъни кўчиш пастга $P^0$ куч йўналишида бўлади.

**9.6.** Расмда кўрсатилган пўлат қўштавр балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma] = 160$ МПа да балка кесимини танланг, шунингдек чап таянчдаги кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини аниқланг.

*Ечими.* Ортиқча маҳкамлаш сифатида чап таянчни оламиз, балканинг асосий системаси, схема, *б* да кўрсатилган. Бу балка берилган юк ва ортиқча номаълум $A$ билан юкланган (схема, *в*) Верешчагин усулини қўллаймиз. Бикрлиги ўзгармас бўлган балка учун бу усулдан фойдаланганда $A$ таянчдаги эгилишнинг нолга тенглик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sum \omega M^0 = 0.$$

Бу йигиндини тузиш учун тақсимланган юкланиш (схема, *г*) $M_0$ (схема, *д*), ортиқча номаълум $A$ (схема, *г*) ларнинг эгувчи момент эпюраларини ясаймиз. Ҳар қайси эпюрада ўзига хос ординаталарни кўрсатамиз. Эпюра ҳар қайси участкасининг олий марказида стрелка қўямиз ва унинг ёнига ҳар қайси юк юзасининг кНм$^2$ даги қийматини ёзамиз. Сўнгра асосий балканинг асосий системасини ўша кесимга қўйилган юк $P^0=1$ билан юклаймиз. Бу жойда ортиқча номаълум $A$ ўша юк йўналишида таъсир қилади (схема, *ж*). Якка эгувчи момент $M^0$ эпюрасини тузамиз (схема, *з*). Бу эпюрада биз схемалар *г*, *е*, *д* ларда белгиланган сохта юкларнинг оғирлик марказлари қаршисига тўғри келадиган ординаталарни ажратамиз. Сўнгра схема *г*, *д*, *е* лардан ҳар қайси юза $\omega$ нинг схема, *з* даги тегишли ординатага кўпайтмаси суммасини ҳисоблаймиз, яъни:

$$-180 \cdot \frac{9}{4} - 270 \cdot 2 - 120 \cdot 1 + 4{,}5A \cdot 2 + 4{,}5A \cdot 2 = 0.$$

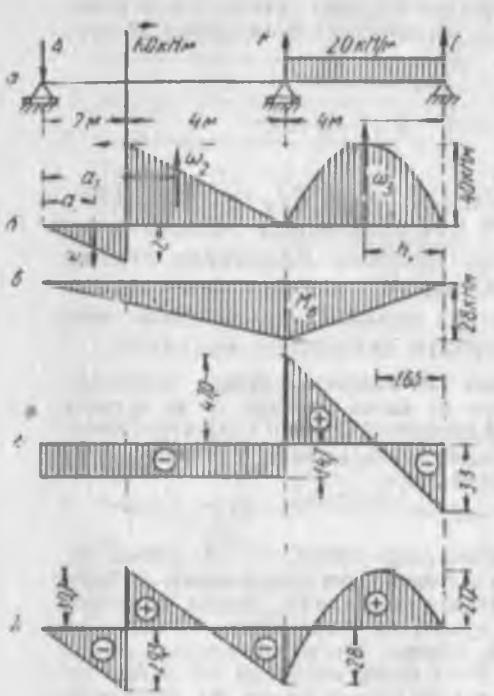
Бундан $A = 59{,}2$ кН, статика тенгламаларидан $B = 34{,}9$ кН ва $C = 25{,}9$ кН. Бутун балка учун кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини одатдагидек ясаймиз (схема, *и*, *к*). $M_{max} = 80$ кНм да қўштавр № 30а керак. Чап таянчдаги бурилиш бурчагини аниқлаш учун балканинг ҳисобий схемасини $A$ кесмада $M^0=1$ момент билан юклаш керак (схема, *л*). $M=1$ нинг эгувчи момент эпюраси схема, *м* да кўрсатилган. Юқоридагиларга ўхшаш ҳисобларни бажарамиз:

$$EJ\theta_A = -180 \cdot 1 - 270 \cdot \frac{2}{3} - 120 \cdot \frac{1}{3} + 4{,}5 \cdot 59{,}2 + 4{,}5 \cdot 59{,}2 \cdot \frac{2}{3},$$
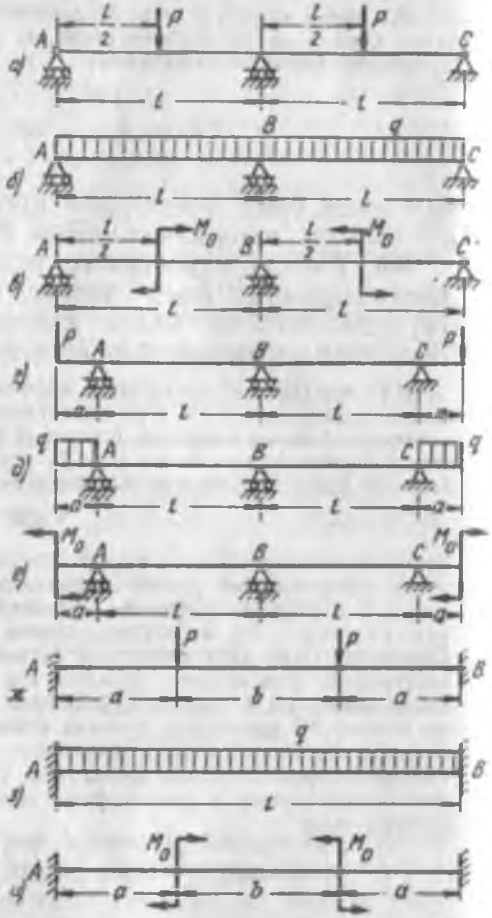
$$EJ\theta_A = 44 \text{ кНм}^2; \quad \theta_A = 0{,}0028 \text{ рад}.$$

**9.7.** Икки қулочли ёғоч балка расмда кўрсатилгандек юкланган. Балканинг статик аниқмаслигини очиб беринг, таянч реакцияларни ҳисобланг, $M$ ва $Q$ эпюраларни ясанг ва $h : b = 2$ нисбатда ҳамда рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 10$ МПа бўлганда балканинг тўғри тўртбурчак кесимини танланг.

*Ечими.* Балка бир марта статик аниқмас балка ҳисобланади. Статик аниқмасликни очиш учун уч момент ҳақидаги теоремани қўллаймиз. Ортиқча номаълум сифатида ўрта таянчдаги эгувчи моментни қабул қиламиз. Икки ало-



9.7- масалага онд



9.8- масалага онд

ҳида балка учун қилингани каби иккала қулоч учун ҳар қайси қулочда жойлашган юкларнинг эгувчи момент эпюраларини ясаймиз. Стрелкалар билан юк юзалари ω нинг тенг таъсир этувчисини белгилаймиз ва бу юзаларнинг четки таянчлардан масофалари $a$ ва $b$ ни кўрсатамиз (схема, *б*). Сўнгра уч момент формуласини тузамиз:

$$M_A \cdot l_1 + 2M_B(l_1 + l_2) + M_C\ l_2 = -6\left(\omega_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} + \omega_2 \cdot \frac{a_2}{l_1} + \right.$$

$$\left. + \omega_3 \cdot \frac{l_2}{l_2}\right).$$

Формулага кирадиган катталикларнинг қийматлари

$$M_A = M_C = 0,\ \omega_1 = -20\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,\ \omega_2 = 80\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,\ \omega_3 = \frac{320}{3}\ \text{кН}\cdot\text{м}^2,$$

$$a_1 = \frac{4}{3}\ \text{м},\quad a_2 = \frac{10}{3}\ \text{м},\quad b_2 = 2\ \text{м}.$$

Бу қийматларни формулага қўйгандан сўнг қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$2M_B\ 10 = -6\left(-20\ \frac{4}{3\cdot 6} + 80\ \frac{10}{3\cdot 6} + \frac{320\cdot 2}{3\cdot 4}\right) = -560,\ M_B = -28\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

Схема, *а* да иккала қулоч учун $M_B$ нинг эпюраси $M\ (x)$ кўрсатилган.

Статика тенгламаларидан таянч реакцияларнинг қийматларини топамиз: $A=14{,}7$ кН, $B=61{,}7$ кН, $C=33$ кН. Сўнгра $Q$ ва $M$ эпюраларни ясаймиз (схема, *г* ва *д*). Кесимни танлаймиз: зарур қаршилилик моменти:

$$W=\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{30{,}7\cdot 10^2}{1}=3070\ см^3,$$

чунки $W=\frac{bh^2}{6}=\frac{h^3}{12}$, бу ҳолда $h=\sqrt[3]{36840}=33{,}3$ см. $b=0{,}5h=17$ см.

9.8. Расмда кўрсатилган тўққизта балканинг ҳар қайсиси учун исталган усулда статик аниқмасликни очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг ва энг катта эгувчи моментлар қийматини ҳисобланг. Схемалар: *ж, з, и* учун $A_x=B_x=0$ деб олинг.

*Жавоб:*

а) $A=\frac{6}{16}P,\ B=\frac{11}{8}P,\ M_B=\frac{3}{16}Pl,\ M_P=\frac{5}{32}Pl;$

б) $A=\frac{3}{8}ql,\ B=\frac{5}{4}ql,\ M_B=-\frac{1}{8}ql^2,\ M_{max}=\frac{9}{128}ql^2;$

в) $A=-\frac{9M_0}{8l},\ B=\frac{9M_0}{4l},\ M_B=-\frac{1}{8}M_0,\ M_{max}=\frac{9}{16}M_0;$

г) $A=P\left(1+\frac{3a}{2l}\right),\ B=-3P\frac{a}{l},\ M_B=\frac{1}{2}Pa,\ M_A=-Pa;$

д) $A=qa\left(1+\frac{3a}{4l}\right),\ B=-\frac{3qa^2}{2l},\ M_B=\frac{1}{4}qa^2,\ M_A=-\frac{1}{2}qa^2;$

е) $A=\frac{3}{2}\cdot\frac{M_0}{l},\ B=-\frac{3M_0}{l},\ M_B=\frac{1}{2}M_0,\ M_A=-M_0;$

ж) $A=P,\ M_A=M_B=-Pa\frac{a+b}{2a+b},\ M_P=Pa\frac{a}{2a+b};$

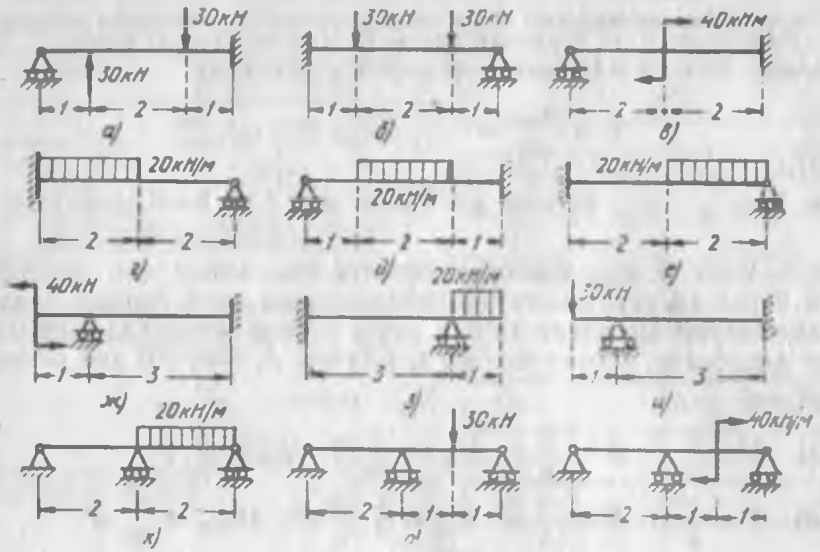
з) $A=\frac{ql}{2},\ M_A=M_B=-\frac{1}{12}ql^2,\ M=\frac{1}{24}ql^2$ (қулочи ўртасида);

и) $A=0,\ M_A=M_B=-M_0\frac{b}{2a+b},\ M=M_0\frac{2a}{2a+b}$ (қулочи ўртасида).

9.9. Расмда бир марта статик аниқланмайдиган балкалар ҳар хил юкланиш схемалари билан берилган. Схемалардаги масофалар метрларда кўрсатилган. Исталган усулда статик аниқмасликни очиб беринг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.

*Жавоб:* Таянч реакциялар ва эгувчи моментнинг экстремал қийматлари кўрсатилган. Чапдан ўнгга томон ҳисобланади.

а) —16,4 кН; —16,4 кНм; 10,8 кНм; 16,4 кН; —5,6 кНм;
б) —33,6 кНм; 3,84 кН; 4,8 кНм; 21,6 кНм; 21,6 кН;
в) —11,25 кН; —22,5 кНм; 17,5 кНм; 11,25 кН; —1,25 кНм;
г) —22,5 кНм; 35,6 кН; 9,2 кНм; 4,4 кН;
д) 13,1 кН; 17,4 кНм; 26,9 кН; —27,5 кНм;
е) —17,5 кНм; 14,4 кН; 16,4 кНм; 25,6 кН;



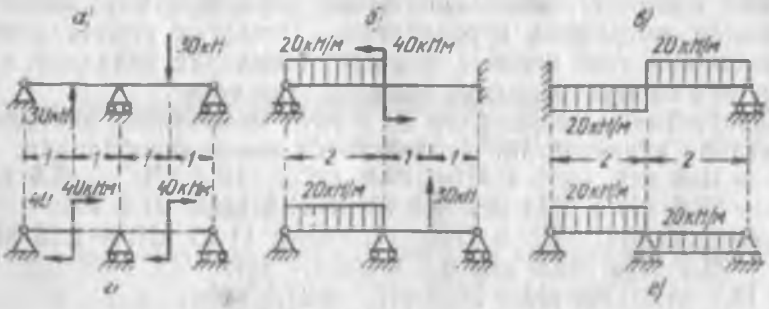

9.9- масалага оид

ж) 20 кН; — 40 кНм; — 20 кН; 20 кНм;
з) 5,0 кНм; — 5 кН; — 10 кНм; 25 кН;
и) 45 кН; — 30 кНм; — 15 кН; 15 кНм;
к) — 2,5 кН; — 5 кНм; 25 кН; 7,7 кНм; 17,5 кН;
л) — 2,8 кН; — 5,6 кНм; 20,6 кН; 12,2 кНм; 12,2 кН;
м) 1,25 кН; 2,5 кНм; — 22,5 кН; — 191+21 кНм; 21,25 кН.

**9.10.** Расмда статик аниқмас балкаларни юклаш схемалари келтирилган. Улар 9.9 масаладаги баъзи схемаларни устма-уст қўйиб ҳосил қилинган. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюрасини ясанг (9.9- масала ечимларидан фойдаланиш мумкин).

*Жавоб:* (9.9- масала жавобига тушунтиришга қаранг).

а) — 15 кН; — 15 кНм; 0,15 кНм; 15 кН;
б) 36,9 кН; 34 кНм; — 12,4 кНм; 3,1 кН;
в) 5 кНм; — 21,25 кН; — 6,25 кНм; 11,3 кНм; 21,22 кН;

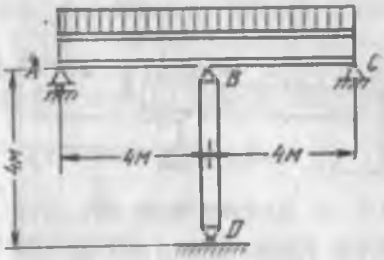



9.10- масалага оид

г) — 20 кН; — 20/ + 20кНм; 0; — 20/ + 20 кНм; 20 кН;

д) 20,3 кН; 10,3 кН; 0,6 кНм; 4,4 кН; — 14,7 кНм;

е) 20 кН; 10 кНм; 0; — 10кНм — 20 кН.




9.11- масалага оид

**9.11.** Узунлиги $L = 8$ м бўлган балка № 40 (қўштавр пўлат балка) учлари шарнирли бикр таянчларга таянган, қулочи ўртасидан $H = 4$ м баландликдаги труба чўян устун билан тутиб турилади (расмга қаранг). Устуннинг ташқи диаметри 16 см, ички диаметри 12 см. Балкага 20 кН/м интенсивликдаги тенг тақсимланган юкланиш таъсир этади. Чўян устундаги зўриқишни ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланиш ва устундаги кучланишни аниқланг. Агар ўртадаги таянч бикр бўлса, унинг реакцияси нимага тенг?

*Кўрсатма.* Кўчишнинг $B$ нуқтадаги биргаликдаги тенгламаси:

$$\frac{5}{384}\cdot\frac{ql^4}{E_б J} - \frac{BL^3}{48E_ч J} = \frac{BH}{E_ч \cdot H}.$$

Бундан B устундаги зўриқиш қиймати ҳисоблаб топилади:

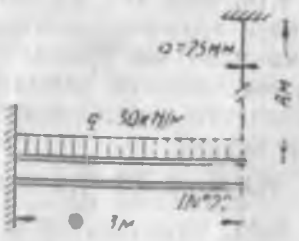
$$B = \frac{5}{8}\frac{qL}{\kappa}, \quad \text{бунда} \quad \kappa = 1 + \frac{E_б}{E_ч}\cdot\frac{48HJ}{F\cdot L^3} = 1{,}0135.$$

*Жавоб*: $B = 98700$ Н, балкадаги кучланиш $395 \cdot 10^5$ н/М², колоннадаги кучланиш $112 \cdot 10^5$ Н/м². Бикр таянчда $B = 100$ кН.

**9.12.** Узунлиги 4 м бўлган пўлат қўштавр балка № 22 учлари билан шарнирли бикр таянчларга, ўртасидан эса баландлиги 8 м (кўндаланг кесим юзаси 400 см²) бўлган ёғоч стойкага таянади. Таянчдан 1 м нарига ҳар бири $P = 30$ кН бўлган икки куч қўйилган. Балкадаги энг катта нормал кучланишларни ва стойкадаги кучланишни топинг.

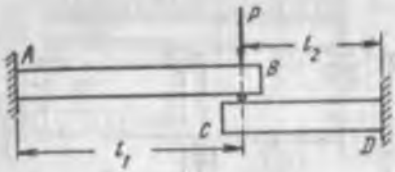
*Жавоб:* $469 \cdot 10^5$ Н/м², $\approx 10^6$ Н/м².

9.13. Қўштавр пўлат балка № 22 бир учи билан деворга қисилган, иккинчи учи диаметри 25 мм ли вертикал пўлат тортқи билан тортиб қўйилган (расмга қаранг). Балка интенсивлиги 30 кН/м бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган. Тортқидаги зўриқиш ва кучланиш қийматларини ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишларни аниқланг. Агар балкани улашдан олдин ўрнатилган тортқи 8 м дан 2,5 мм узунроқ бўлса, зўриқиш ва кучланиш қандай ўзгаради?
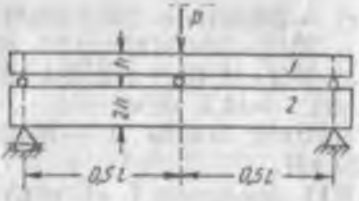



9.13- масалага оид

*Жавоб:* 32300 Н, $656 \cdot 10^5$ Н/м², $1640 \cdot 10^5$ Н/м², 3090 Н, $627 \cdot 10^5$ Н/м², $1830 \cdot 10^5$ Н/м².




9.14- масалага оид




9.15- масалага оид

**9.14.** Икки балка $AB$ ва $CD$ туташган жойга $P$ куч қўйилган (расмга қаранг). Уларнинг қулочлари ва бикрликлари нисбатлари: $l_1 \cdot l_2 = 3:2$ ва $EJ_1 : EJ_2 = 4:5$ маълум бўлса, балкалар орасида бу куч қандай тақсимланади?

*Жавоб:* $P_1 \approx 0{,}19\ P$; $P_2 \approx 0{,}81\ P$.

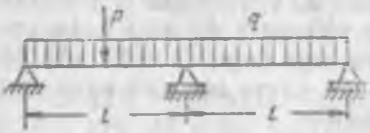
**9.15.** Бир хил материалдан ясалган, узунлиги ва эни бир хил бўлган тўғри тўртбурчак кесимли икки балка расмда кўрсатилгандек бири иккинчисининг устига қўйилган. Юқоридаги балканинг баландлиги пастдаги балканикидан икки марта кичик. Балкалар орасида юк қандай тақсимланади?

*Жавоб:* $P_1 = \frac{1}{9}$; $P_2 = \frac{8}{9} P$.

**9.16.** Расмда кўрсатилган балка бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Балканинг ўнг томондаги таянчга қўйилган учи кўтарилиб кетмаслиги учун чап қулоч ўртасига қўйилган $P$ кучнинг қиймати нимага тенг бўлиши мумкин?

*Жавоб:* $P = 4\ ql$.

**9.17.** Икки қулочли қирқилмаган балка бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Ўнг таянчдаги реакция нолга тенг бўлиши учун балка қулочлари $l$ ва $a$ қандай нисбатда бўлиши керак (расмга қаранг)?




9.16- масалага оид




9.17- масалага оид

*Жавоб:* $a = 0{,}433\ l$.

**9.18.** Бир учи қисилган ва иккинчи учи шарнирли қўзғалувчан таянчга таянган балка бутун қулоч $l$ бўйича тенг тақсимланган юк билан юкланган. Қулочдаги энг катта мусбат эгувчи моменти қийматини қисилган жойдаги манфий момент қийматига тенг қилиш учун таянчни қанча кўтариш ёки тушириш керак?

*Жавоб:* $0{,}013 \frac{ql^4}{EJ}$ га кўтариш керак.

**9.19.** Узунлиги 3 м бўлган квадрат $30 \times 30$ см кесимли ёғоч балка узунлиги 2 м дан ва кўндаланг кесим юзаси 8 см$^2$

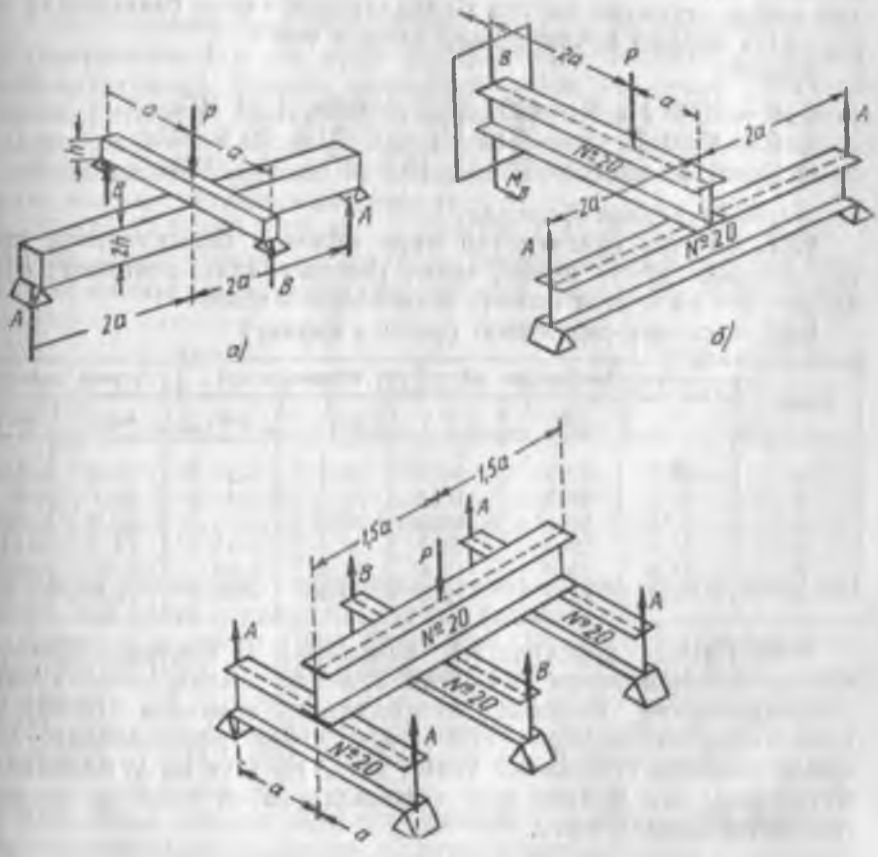
дан бўлган учта пўлат тортқига осилган. Иккита тортқи балкани учларидан, учинчиси ўртасидан тутиб туради. Балка ўртасига $P = 130$ кН куч таъсир қилади. Тортқилардаги зўриқишлар қийматини ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* ўртадаги $1425 \cdot 10^5$ Н/м², четдаги тортқида — $10^7$ Н/м², балкада $27 \cdot 10^5$ Н/м².

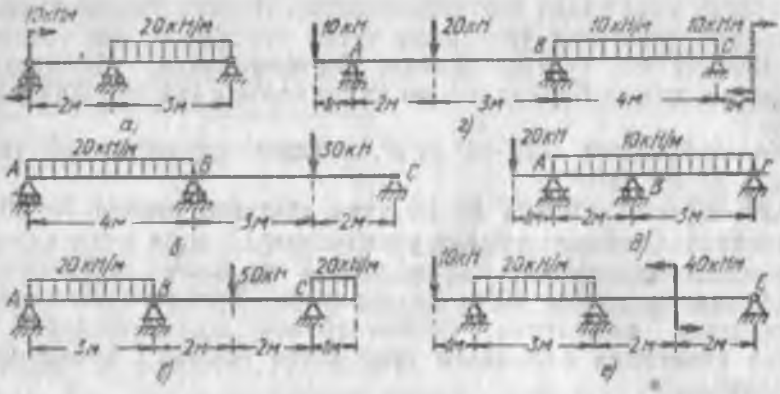
**9.20.** Қўштавр балка № 55 учта қўштавр стойка № 20 га ўрнатилган. Стойкалар балка узунлигини 1,5 м ли икки қулочга бўлади. Стойкаларнинг баландлиги 3 м. Балка қўйилгандан сўнг ўртадаги стойка 40°га қиздирилган. Ўртадаги стойкадаги зўриқишлар қийматини, стойкалардаги кучланишларни ва стойка қизиганда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $111 \cdot 10^3$ Н; $414 \cdot 10^5$ Н/м², $207 \cdot 10^5$ Н/м², $417 \cdot 10^5$ Н/м².

**9.21.** Балкалар расмда кўрсатилганидек айқаш жойлаштирилган. Юкланмаган ҳолда балкалар туташган жойларда




9.21- масалага оид



9.22- масалага оид

юқори балканинг таги пастдаги балканинг устига босимсиз тегиб туради. Балка ўлчамлари расмда кўрсатилган, бунда $a = 100$ см, $b = 12$ см, $h = 20$ см. Куч $P = 12$ кН таъсирида ҳар қайси устки ва пастки балкалардаги таянч реакциялар ва энг катта нормал кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:*

а) $B = 2000$ Н, $A = 4000$ Н, 2,5 МПа, 1,25 МПа;
б) $B = 6580$ Н, $A = 2710$ Н, 42,0 МПа, 29,5 МПа;
в) $B = 4740$ Н, $A = 630$ Н, 10,3 МПа, 25,7 МПа

ва 5.1 МПа пастки балкада.

**9.22.** Расмда кўрсатилган икки қулочли балкаларнинг статик аниқмаслигини очинг, таянч реакцияларни аниқланг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.

9.22. масалага оид жавоб (расмга қаранг)

| Схема | Таянч реакциялар, кН | | | Кўндаланг куч | | Эгувчи момент | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $A$ | $B$ | $C$ | макс. | мин. | макс. | мин. |
| $а$ | —12,7 | 47,9 | 24,8 | 35,2 | —24,8 | 15,4 | —15,5 |
| $б$ | 32,1 | 66,3 | 11,6 | 32,1 | —47,9 | 25,7 | —31,8 |
| $в$ | 20,6 | 68,9 | 40,5 | 29,5 | —39,4 | 31,0 | —28,2 |
| $г$ | 21,4 | 29,4 | 19,2 | 20,8 | —19,2 | 12,7 | —13,2 |
| $д$ | 37,6 | 19,0 | 13,4 | 17,6 | —20 | 0,90 | —20 |
| $е$ | 39,9 | 42,7 | —12,6 | 29,9 | —30,1 | 14,8 | —25,2 |

**9.23.** Расмда кўрсатилган балкаларни $B$ нуқтада берилувчанлик коэффициенти $\alpha$ бўлган эластик таянч тутиб туради (бериилувчанлик коэффициенти иккинчи таянчга 10 кН юк қўйилганда см лардаги чўкиш қийматини ифодалайди). Ҳар қайси балкага тушадиган тўлиқ юк $Q$ га тенг ва у балканинг бутун узунлиги бўйича тенг тақсимланган. $B$ таянчга тушадиган босим нимага тенг?

*Жавоб:* а) $B = \frac{5}{8} \cdot \frac{Q}{K}$, бунда $\kappa = 1 + \frac{6EJ\alpha}{l^3}$;




9.23- масалага оид

б) $B=\frac{3}{8}\cdot\frac{Q}{\kappa}$, бунда $\kappa=1+\frac{3EJ\alpha}{l^3}$.

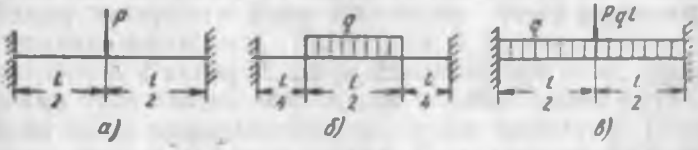
**9.24.** Узунлиги $l$, оғирлиги $Q$, инерция моменти $J$ бўлган балка бир хил эластик учта стойка устида ётади (стойкалар балка учлари ва ўртасига тиралган). Стойкани 1 см калталаштириш учун ўқ зўриқиши $S$ талаб қилинади. Ўртадаги стойкага тўғри келадиган юк $B$ нимага тўғри келади?

*Жавоб:* $B=\frac{Q}{8}\cdot\frac{192EJ+5l^3\cdot S}{72EJ+l^3\cdot S}$.

**9.25.** Узунлиги 6 м ли қўштавр балка № 16 диаметри 25 см ва баландлиги 4 м ли думалоқ кўндаланг кесимли учта ёғоч стойкада туради. Иккита стойка балканинг учларида, учинчиси қулочи ўртасида. Балка бутун узунлиги бўйича текис тақсимланган ва $q=20$ кН/м интенсивликдаги юк билан юкланган. Стойкалардаги зўриқиш ва кучланишни ҳамда балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 74,8 кН; 22,6 кН; 1,53 МПа; 0,46 МПа; 154,5 МПа.

**9.26.** Икки учидан қисилган ва расмда кўрсатилгандек симметрик юкланган балкаларнинг юк кўтарувчанлигини аниқланг.



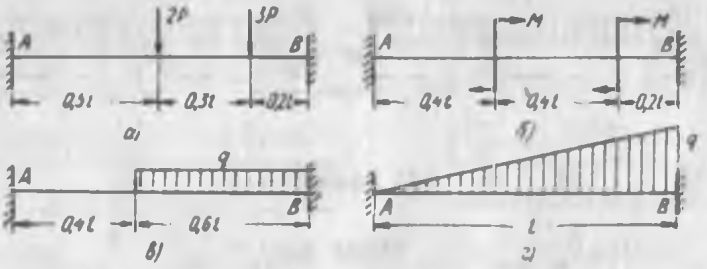

9.26- масалага оид

Қисилган жойидаги горизонтал реакцияларни нолга тенг деб олинг. Энг катта эгилиш қийматини ҳисобланг.

Схема, *а* да кесим тўғри тўртбурчак, $12\times30$ см² қулочи $l=6$ м, $[\sigma]=10\cdot10^6$ Н/м², балка материали қайин. Схема, *б* да кесим қўштавр № 10, қулоч $l=4$ м. Схема, *в* да кесим — қўштавр № 20, қулоч $l=6$ м. Қўштавр балкалар учун $[\sigma]=16\cdot10^7$ Н/м².

*Жавоб:* а) $P\approx24$ кН; —1,0 см; б) $q=7$ кН/м, —0,96 см;
в) $q=4$кН/м; — 1,1 см.

**9.27.** Икки учидан қисилган балкалар расмда кўрсатилгандек носимметрик юкланган. Статик аниқмаслигини кўрсатинг, таянч реакцияларини топинг ва $Q$ ҳамда $M$ эпюраларни ясанг.




9.27- масалага оид

*Жавоб:*

| Схема | $A$ | $M_A$ | Кулочдаги эгувчи моментнинг характерли ординаталари | $M_B$ | $B$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $1{,}312\ P$ | $-0{,}346\ Pl$ | $0{,}310\ Pl$, $-0{,}104\ Pl$ | $0{,}634\ Pl$ | $3{,}688\ P$ |
| *б* | $-2{,}4\frac{M}{l}$ | $0{,}4\ M$ | $\frac{-0{,}56\text{ м}}{0{,}44\text{ м}}$, $\frac{-0{,}52\text{ м}}{0{,}48\text{ м}}$ | 0 | $2{,}4\frac{M}{l}$ |
| *в* | $0{,}1512\ ql$ | $-0{,}0396ql^2$ | $0{,}0209ql^2$, $0{,}0323\ ql^2$ | $-0{,}0684ql^2$ | $0{,}4488\ ql$ |
| *г* | $0{,}15\ ql$ | $-0{,}033ql^2$ | $M_{max} = 0{,}0215\ ql^2$ | $-0{,}05ql^2$ | $0{,}35\ ql$ |

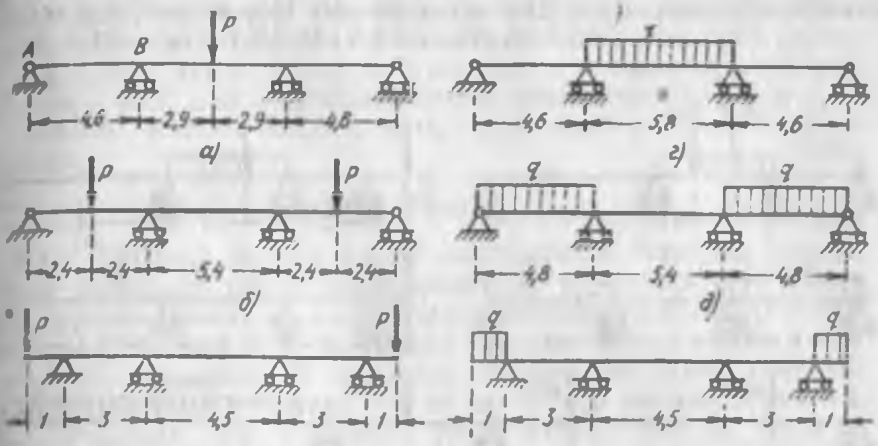
**9.28.** Қирқилмаган балка бир хил узунлик $l$ даги икки қулочга эга. Балканинг чап учи қисилган, қолган учта таянч шарнирли. Чап қулочнинг ўртасига $P$ куч қўйилган. Таянч реакциялар нимага тенг?

*Жавоб:* $-\frac{9}{56}Pl$; $\frac{17}{28}P$; $\frac{25}{56}P$; $-\frac{3}{56}P$.

**9.29.** Қулочлари $l_1$ *ва* $l_2$ бўлган қирқилмаган балка чап учидан қисилган ва ўнг учи эркин таяниб туради. Эркин таяниб турган учидан $a$ масофада $P$ юк қўйилган. Қисилган жойдаги момент ва ўрта таянчдаги момент нимага тенг $(a<l_2)$?

*Жавоб:* $M_қ = \frac{Pa\left(l_2^2-a^2\right)}{l_2\left(3l_1+4l_2\right)}$; $M_ў = -2M_қ$.

**9.30.** Қирқилмаган қўштавр балкалар расмда кўрсатилгандек симметрик юк билан юкланган. $P=60$ кН, $q=40$ кН/м. Исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг, таянч реакцияларни ҳисобланг, $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг, $[\sigma]=160$ МПа бўлганда қўштавр номерини танланг ва балканинг ўрта кесимидаги эгилиш қийматини ҳисобланг.




9.30- масалага оид

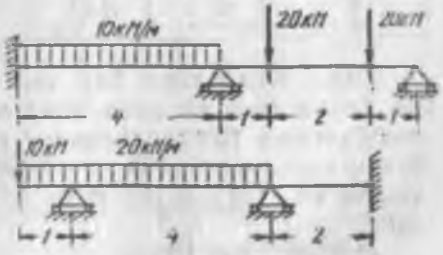
*Жавоб:*

| Схема | $A$, кН | $B$, кН | $M_{min}$, кНм | $M_{max}$, кНм | Қўштавр | $y$, см |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | 6,2 | 36,2 | —28,5 | 58,5 | N 27 | —1,23 |
| *б* | 25,8 | 34,2 | —20,1 | 61,9 | N 27 | 0,72 |
| *в* | 83,1 | —23,1 | —60 | 9,2 | N 27 | —0,23 |
| *г* | 16,0 | 13,20 | —73,4 | 94,8 | N 33 | —1,4 |
| *д* | 87,1 | 104,9 | —42,9 | 94,9 | N 33 | 0,79 |
| *е* | 47,7 | — 7,7 | —20 | 3,1 | N 18 | —0,30 |

**9.31.** Кесимнинг инерция моменти $J$ ва узунлиги $l$ бўлган пўлат балка учларидан бикр шарнирли таянчларга таянган, иккита оралиқ кесимлари билан эса $h$ баландликдаги пўлат устунга таянган. Балка уч қулочи бир-бирига тенг. Юкланмаганда ҳамма тўрт таянчи бир сатҳда туради. Балка бутун узунлиги билан текис тақсимланган юк билан юкланган. Таянчларнинг зарур кўндаланг кесим юзаси $F$ ни топинг. Бунинг учун стойкалардаги зўриқишлар ва четдаги зўриқишлар бир хил бўлиши керак.

*Жавоб:* $F = \frac{486Jh}{7l^3}$.

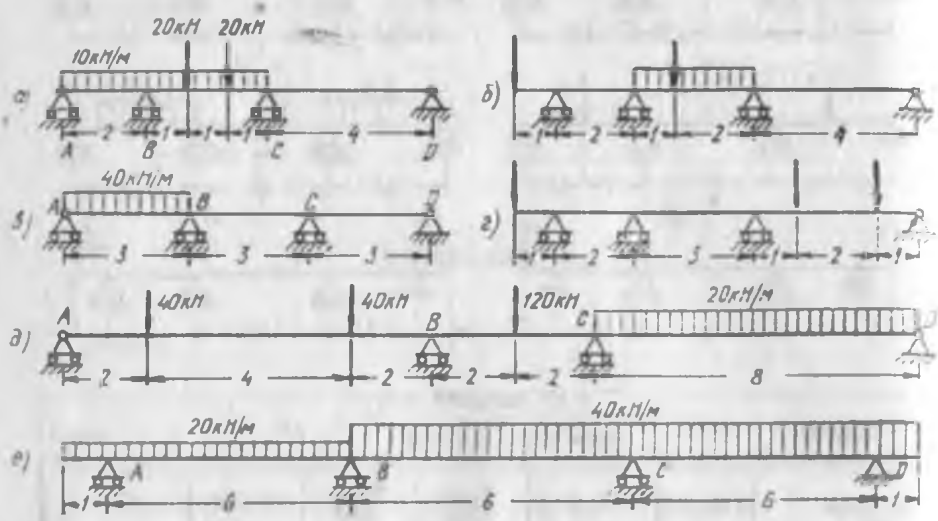
**9.32.** Расмда кўрсатилган қирқилмаган балкалар учун исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг.




9.32- масалага оид

*Жавоб*: ($Q$ ва $M$ ларнинг ик кала ишорадаги энг катта қий-

матлари кўрсатилган). *а*) 24,6 кН; — 22 кН; 15,4 кНм; — 18,6 кНм.
*б*) 39,5 кН; — 40,5 кН; 19.1 кНм; —21,8 кНм.




9.33- масалага онд

**9.33.** Расмларда уч қулочли қирқилмаган балкалар кўрсатилган, улар ҳар хил схемаларда юкланган. Исталган усулда статик аниқмасликни кўрсатинг. $Q$ ва $M$ эпюраларни ясанг ва таянч реакцияларни топинг. Балкалар участкаларининг узунлиги расмда метрларда кўрсатилган.

*Жавоб:*

| Схема | $A$, кН | $B$, кН | $C$, кН | $D$, кН | $M_{max}$ кНм | $M_{min}$ кНм |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | 1,1 | 56,7 | 34,6 | — 2,4 | 17,8 | — 17,9 |
| *б* | 6,0 | 56,2 | 40,7 | — 2,9 | 24,2 | — 18,0 |
| *в* | 52,0 | 78,0 | —12,0 | 02,0 | 33,6 | — 24,0 |
| *г* | 70,5 | —51,8 | 92,0 | 49,3 | 49,3 | — 43,0 |
| *д* | 31,4 | 94,6 | 169,7 | 64,3 | 103,4 | —125,1 |
| *е* | 65,9 | 184,7 | 271,3 | 138,1 | 101,5 | 151,3 |

**9.34.** Қулочлари бир хил бўлган тўрт қулочли қирқилмаган балка ёғоч ғўладан ясалган. Балка узунлиги 8 м. Кўндаланг кесими баландлигининг энига нисбати 1,5 га тенг. Балка бутун узунлиги бўйича $q=7000$ Н/м интенсивликдаги юк билан юкланган. $[\sigma]=8\cdot10^6$ Н/м$^2$ бўлганда брус ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* 10 × 15 см.

**9.35.** Тўрт қулочли қирқилмаган қўштавр балка № 22 нинг чекка қулочлари 3 м дан, ўртадагилари 4 м дан. Балка бутун

узунлиги бўйича текис тақсимланган юк билан юкланган. Юкланиш интенсивлиги чекка қулочларда $q_1 = 20$ кН/м, ўрта қулочларда $q_2 = 30$ кН/м. Балкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг ва у қайси кесимда таъсир қилишини кўрсатинг.

*Жавоб:* $9{,}12 \cdot 10^4$ кН/м², ўрта таянчдаги кесимда таъсир қилади.

## 29-§. Рамалар

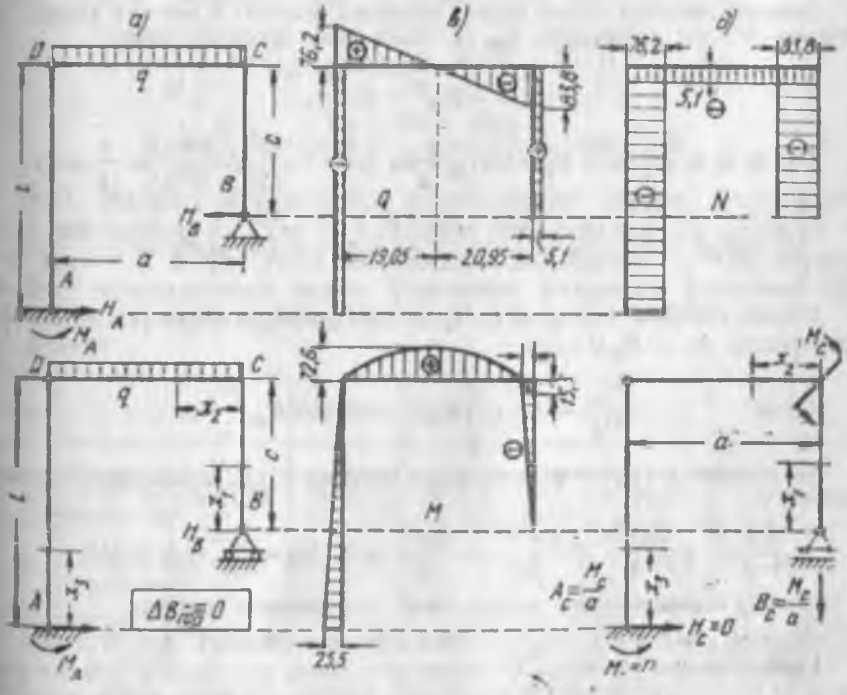
**9.36.** Қўштавр кесими барча участкаларда бир хил бўлган пўлат раманинг статик аниқмаслигини кўрсатинг, кўндаланг куч, буровчи момент ва нормал куч эпюраларини ясанг, қўштавр номерини танланг ва $C$ кесимнинг бурилиш бурчаги қийматини аниқланг. Раманинг $D$ кесимида шарнир бор, рама таянчларини маҳкамлаш усуллари, юк ва ўлчамлари расмда кўрсатилган. Рақамли маълумотлар: $q = 40$ кН/м, $l = 5$ м, $a = 4$ м, $c = 3$ м, $[\sigma] = 16 \cdot 10^7$ Н/м².

*Ечиш.* Схема, *а* да таянч реакцияларни кўрсатамиз ва статика тенгламаларини ёзамиз:

$$H_A = H_B, \tag{1}$$

$$A + B = qa, \tag{2}$$

$$\frac{qa^2}{2} - Aa + H_A(l - c) + M_A = 0. \tag{3}$$




9.36- масалага онд

Шарнирнинг борлиги яна икки тенгламани ёзишга имкон беради: шарнирнинг бир томонида олинган барча кучларнинг шарнирга нисбатан моментлари йиғиндиси нолга тенг:

$$Ba - \frac{qa^2}{2} - H_B \cdot c = 0, \tag{4'}$$

$$H_A \cdot l + M_A = 0. \tag{4''}$$

Тенгламалар (4) дан исталган бири статиканинг биринчи уч тенгламасига қўшимча ҳисобланади. Номаълумлар бешта бўлгани учун масала бир марта статик аниқмас ҳисобланади.

«Ортиқча» номаълум сифатида $H_B$ ни қабул қиламиз (схема, *б*). Схема, *б* даги рама берилган рамага эквивалент (схема, *а*) бўлиши учун схема, *б* га қуйидаги шартни қўшиш керак:

$$\Delta B_{гор} = 0. \tag{5}$$

Кастильяно теоремасини қўллаймиз $\Delta B_{гор} = \frac{\partial U}{\partial H_B}$ бўлгани учун

$$\sum \int M(x) \frac{\partial M}{\partial H_B} dx = 0. \tag{5'}$$

Участкалар бўйича тенглама (5′) интеграллари йиғиндисини ҳисоблаймиз:

$$0 \leqslant x_1 \leqslant c;\ M_1 = -H_B \cdot x_1,\ \frac{\partial M}{\partial H_B} = -x_1,$$

$$\int_0^c (-H_B \cdot x)(-x)dx = \frac{H_B \cdot c^3}{3}.$$

Иккинчи участкада эгувчи момент ифодасига реакция $B$ моменти киради, уни тенглама (4′) дан фойдаланиб, $H_B$ га боғлиқ ҳолда ифодалаш керак:

$$B = H_B \frac{e}{a} + \frac{qa}{2},$$

$$0 \leqslant x_2 \leqslant a,\ M_2 = -H_B c + H_B \frac{c}{a} x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2},\ \frac{\partial M_2}{\partial H_B} = \frac{c}{a}x - c,$$

$$\int_0^a \left(-H_B C + H_B \frac{c}{a}x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2}\right)\left(\frac{c}{a}x - c\right)dx = H_B \frac{c^2 a}{3} - \frac{qca^3}{24}.$$

Учинчи участкада $0 \leqslant x_3 \leqslant l$, $M_3 = -M_A - H_A x$; (1) ва (4″) ни ҳисобга олиб ёзамиз: $M_3 = H_B(l - x)$,

$$\frac{\partial M_3}{\partial H_B} = l - x,\ \int_0^l H_B(l-x)^2 dx = H_B \frac{l^3}{3}.$$

Ҳисобланган интеграллар йиғиндисини тенглама (5′) га асосан нолга тенглаштирамиз:

$$\frac{H_B \cdot c^3}{3} + \frac{H_B c^2 a}{3} - \frac{q \cdot c \cdot a^3}{24} - \frac{H_B l^3}{3} = 0,\ H_B = \frac{240}{27} \approx 5{,}1 \text{ кН}.$$

Статика тенгламаларидан қолган таянч реакцияларни топамиз:

$H_A = H_B = 5{,}1$ кН, $M_A = -25{,}2$ кНм, $B = 83{,}8$ кН, $A = 76{,}2$ кН.

Кейин одатдаги усулларда кўндаланг куч (схема, *в*), буровчи момент (схема, *г*) ва нормал куч (схема, *д*) эпюраларни ясаймиз. Энг катта эгувчи моментли ($x = 2{,}095$ м) кесим вазиятини ва $M_{max} = 72{,}6$ кНм қийматни топамиз. За-

ғур қаршилик моменти $W = 454$ см³. Қўштавр №30 ни танлаймиз: $W = 472$ см³, $J = 7080$ см⁴, $F = 46{,}5$ см².

Эгувчи моментдан ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланишлар $[\sigma] = 7260000 : 472 = 15380$ Н/см², иккинчи участканинг исталган кесимида нормал кучдан ҳосил бўладиган сиқувчи кучланишлар $\sigma = 5100 : 46{,}5 = 110$ Н/см², раманинг юқори толаларидаги йиғинди энг катта сиқувчи кучланишлар ($x_2 = 2{,}095$ м бўлган кесимда) $\sigma_{max} = 15380 + 110 = 15490$ Н/см² $< 16000$ Н/см².

Кесим $C$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун рама асосий системасининг бу кесимида (схема, *б*) қўшимча момент $M_c$ ни қўямиз (схема, *е*). Кесим $C$ нинг бурилиш бурчаги

$$\theta_C = \frac{1}{EJ} \sum \int_{(l)} M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial M_C} dx.$$

Раманинг учта участкасидаги эгувчи момент $M(x)$ қийматларини ҳисоблаб бўлдик. $\frac{\partial M(x)}{\partial M_C}$ қийматларини схема, *е* учун ҳисоблаймиз. Момент $M_C$ ҳосил қилган таянч реакциялар шу схемада кўрсатилган. $M_C$ таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи моментлар қийматларини ёзамиз: $M_1 = 0$, $M_2 = M_C - M_C \cdot \frac{x}{a}$, $M_3 = 0$.

Ҳосила фақат иккинчи участкадагина нолдан фарқли. Бу ерда у $\frac{\partial M(x)}{\partial M_c} = 1 - \frac{x}{a}$ га тенглашади. Демак, кесим $C$ нинг бурилиш бурчагини аниқлаш учун раманинг иккинчи участкасида фақат битта интегрални ҳисоблаш керак:

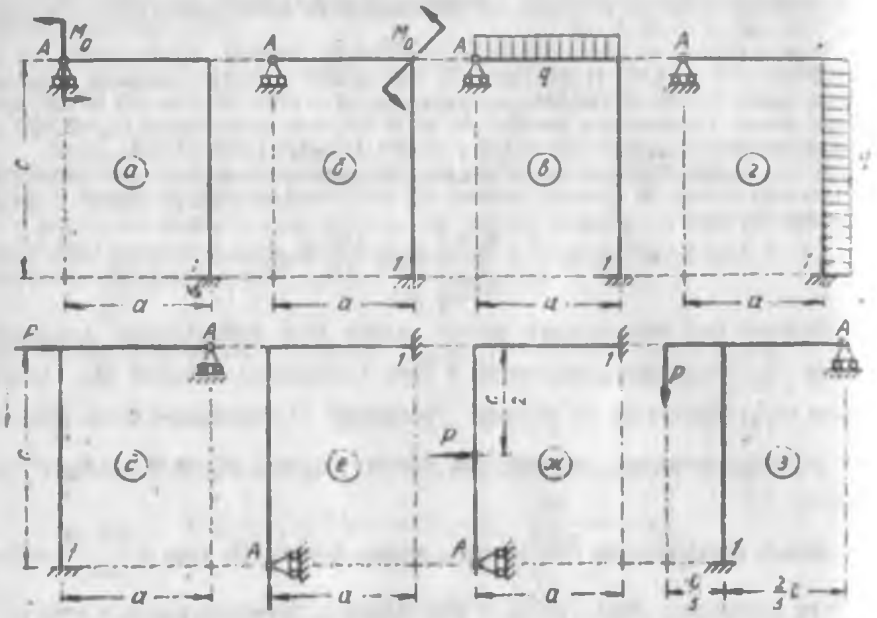
$$\theta_c = \frac{1}{EJ} \int_0^a \left( -H_B \cdot c + H_B \frac{c}{a} x + \frac{qax}{2} - \frac{qx^2}{2} \right) \left( 1 - \frac{x}{a} \right) dx,$$

$$\theta_c = \frac{1}{EJ} \left( -H_B \frac{Ca}{3} + \frac{qa^3}{24} \right) = \frac{86{,}3}{EJ} = 0{,}0061 \text{ рад.}$$

**9.37.** Расмда кўрсатилган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг ва $P = 40$ кН, $M = 40$ кНм, $q = 20$ кН/м, $a = 2$ м, $c = 3$ м ҳол учун нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Раманинг бикрлиги ўзгармас бўлиб, иккала участкада бир хил.

*Жавоб:*

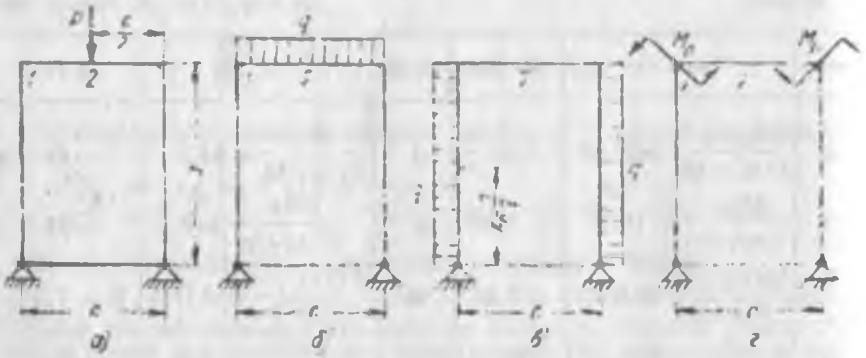
| Схема | $A$, кН | $M_1$ кНм | Схема | $A$, кН | $M_1$ кНм |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $\frac{3M_0(a+2c)}{2a(a+3c)} = 21{,}82$ | 3,64 | *д* | $\frac{3Pc^2}{2a(a+3c)} = 24{,}5$ | — 71 |
| *б* | $\frac{3M_0c}{a(a+3c)} = 16{,}36$ | — 7,28 | *е* | $\frac{3Pa^2}{2c(3a+c)} = 8{,}9$ | — 53,3 |
| *в* | $\frac{3qa(a+4c)}{8(a+3c)} = 19{,}09$ | — 1,82 | *ж* | $\frac{P(24a+5c)}{16(3a+c)} = 17{,}5$ | — 7,5 |
| *г* | $\frac{qc^2}{2a(a+3c)} = 12{,}27$ | — 65,46 | *з* | $-\frac{9P}{22} = -16{,}4$ | —7,2 |



9.37- масалага оид

**9.38.** Расмда кўрсатилгандек юкланган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг, $P=40$ кН, $c=3$ м, $a=4$ м, $q=20$ кН, $M=60$ кНм бўлганда нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Рамаларнинг бикрлиги ўзгармас бўлиб, барча участкаларда бир хил.

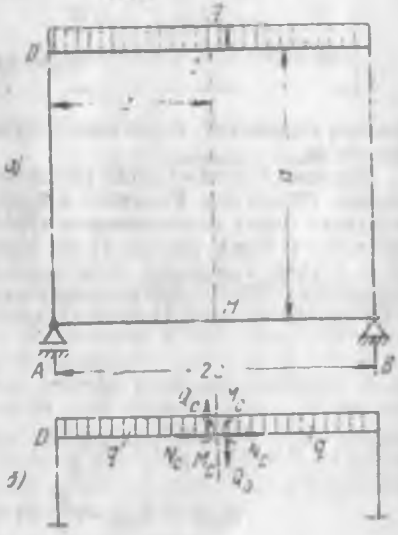
*Жавоб:* ($H$ — таянч реакциянинг горизонтал ташкил этувчиси).



9.38- масалага оид

| Схема | $H$, кН | $M_1$, кНм | $M_2$, кНм |
|---|---|---|---|
| *а* | $-\frac{3Pc^3}{8a(2a+3c)} \approx -2$ | $-\frac{3Pc^3}{8(2a+3c)} = 88$ | $\frac{Pc(4a+3c)}{8(2a+3c)} = 22$ |
| *б* | $-\frac{qc^3}{4a(2a+3c)} \approx -2$ | $-\frac{qc^3}{4(2a+3c)} = -8$ | $\frac{qc^2(2a+c)}{8(2a+3c)} \approx 14{,}5$ |
| *в* | $\frac{3qa(a+2c)}{4(2a+3c)} = 35{,}3$ | $\frac{9qa^2(a+2c)^2}{32(2a+3c)^2} = 31{,}15$ | $-\frac{qa^3}{4(2a+3c)} = -18{,}8$ |
| *г* | $\frac{3M_0c}{a(2a+3c)} = 7{,}9$ | $\frac{3M_0c}{(2a+3c)} = 31{,}8$ | $-\frac{2M_0a}{(2a+3c)} = 28{,}2$ |

**9.39.** Берк контурли рама ригел узунлиги бўйича $q = 20$ кН/м интенсивликдаги текис тақсимланган юк билан юкланган. Рама ўлчамлари: $a = 5$ м, $2c = 6$ м (расмга қаранг, схема, *а*). Барча участкаларнинг бикрлигини ўзгармас ҳамда бир хил деб ҳисоблаб, раманинг статик аниқмаслигини кўрсатинг. Нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг, $[\sigma] = 16 \cdot 10^7$ Н/м$^2$ бўлганда раманинг қўштавр кесимини танланг ва ригел ўртасида кесимнинг эгилиш бурчагини аниқланг.

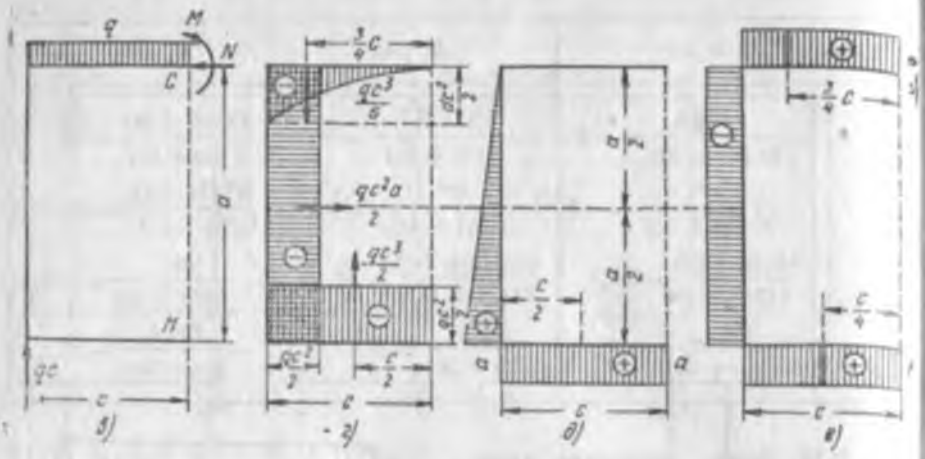


9.39- масалага оид

*Ечиш.* Таянч реакциялар статика тенгламаларидан топилади $A = B = qc = 60$ кН, $H_A = 0$. Ички зўриқишларни аниқлаш учун рамани шундай қирқамизки, раманинг симметрияси ва юкланиш симметрияси бузилмасин. Ригел ўртасидан, кесим $C$ дан ўтган қирқим шундай қирқим бўлиши мумкин. Рамзнинг олдинги иш шартларини сақлаш учун ўтказилган кесимга $M_c$, $N_c$, $Q_c$ кучларни қўямиз (схема, *б*). Кесим $C$ нинг вертикал йўналишда кўчиши мумкин, горизонтал кўчиш ҳамда кесим $C$ нинг буриш бурчаги нолга тенг. Симметрик бўлгани учун кўндаланг куч $Q_c$ ҳам нолга тенг. Энди раманинг бир ярмини, кесим $C$ дан чап томондаги ярмини ҳамда бу кесимда раманинг бошқа қисмидан берилаётган кучни кўрсатамиз. Бу кучларни $M$ ва $N$ билан белгилаймиз. Бу асосий система рамзнинг ўнг қисмидан чап қисмига кесим $H$ да узатиладиган кучларни кўрсатмаймиз, чунки бу кучлар эгувчи моментлар ифодасига кирмайди. Ушбу шартни ёзамиз: $\Delta_c^{гор} = 0$ ва $\theta_c = 0$. Бу шартга риоя қилинганда схема, *б* берилган схемага эквивалент бўлади. Кейин ечимни исталган усулда давом эттириш мумкин. Кучлар усулининг каноник тенгламасини қўллаймиз:

$$\Delta N_q + N\delta_{NN} + M \cdot \delta_{NM} = 0, \qquad (1)$$

$$\theta_{M_q} + N \cdot \delta_{NN} + M \cdot \delta_{MM} = 0, \qquad (2)$$



9.39- масалага оид

бундаги индекслар: биринчиси — кўчиш жойини, иккинчиси — кўчиш сабабини кўрсатади.

Каноник тенгламаларда саналган кўчишларни ҳисоблаш учун Верешчагин усулини қўллаймиз. Раманинг *в* ярмидаги ҳисоблаш схемасида рамага таъсир қиладиган барча юкланишларни кўрсатамиз: $q$, $M$ ва $N$, сўнгра юк $q$ (схема, *г*), нормал куч $N^0=1$ (схема, *д*) ва эгувчи момент $M^0=1$ (схема, *е*) ҳосил қиладиган эгувчи моментлар эпюраларини алоҳида-алоҳида ясаймиз. Верешчагин формуласи: $\Delta\Sigma\omega M^0$ (9.6- масалага қаранг).

Ясалган эпюралардан фойдаланиб, ҳосилалар $\omega M^0$ ни ҳисоблаймиз:

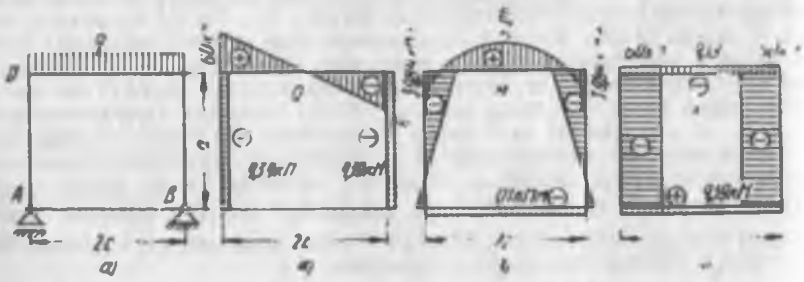
$$\Delta_{Nq} = -\frac{qc^2a}{2}\cdot\frac{a}{2} - \frac{qc^2}{2}\cdot a = -\frac{qc^2a}{4}(a+2c),$$

$$\theta_{Mq} = -\frac{qc^2}{6}\cdot 1 - \frac{qc^2a}{2}\cdot 1 - \frac{qc^2}{2}\cdot 1 = -\frac{qc^2}{6}(3a+4c),$$

$$\delta_{MN} = \delta_{NM} = \frac{a^2}{2}\cdot 1 + ac\cdot 1 = \frac{a}{2}(a+2c).$$

$$\delta_{NN} = \frac{a^2}{2}\cdot\frac{2}{3}a + ac\cdot a = \frac{a^3}{3}(a+3c),$$

$$\delta_{MM} = 1\cdot c\cdot 1 + 1\cdot a\cdot 1 + 1\cdot c\cdot 1 = a + 2c.$$



9.39- масалага оид

Ҳисобланган қийматларни каноник тенгламаларга қўямиз.

$$N\frac{a^2}{3}(a+3c)+M\frac{a}{2}(a+2c)=$$

$$=\frac{qc^2a}{4}(a+2c), \qquad (1)$$

$$N\frac{a}{2}(a+2c)+M(a+2c)=\frac{qc^3}{6}(3a+4c). \quad (2)$$

Бу тенгламаларни ечиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

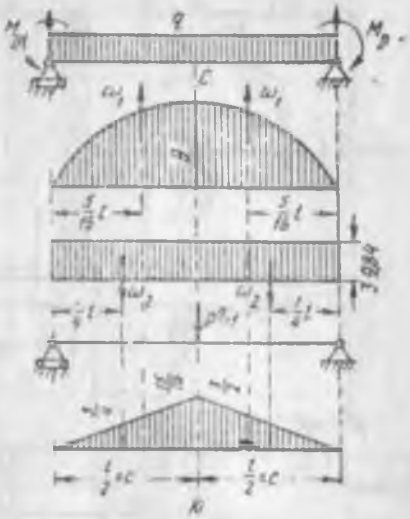
$$N=\frac{2qc^3}{a(a+6c)}=9{,}39\approx 9{,}4 \text{ кН},$$

$$M=\frac{qc^2}{6}\cdot\frac{3a^2+16ca+12c^2}{a^2+8ca+12c^2}$$

$$=50{,}16 \text{ кНм}.$$

Раманинг чапки юқори бурчагида эгувчи момент қиймати

$$M_D=M-\frac{qc^2}{2}=50{,}16-90=-39{,}84 \text{ кНм}.$$



9.39- масалага оид

Раманинг пастки бурчагидаги эгувчи момент

$$M_A=M_D+N\cdot a=-39{,}84+9{,}4\cdot 5=7{,}11 \text{ кНм}.$$

Эпюралар $M$, $Q$ ва $N$, $ж$, $з$, $и$ схемаларда ясалган. Кесимни танлаймиз: қўштавр № 24а керак: $W=317$ см³, $J=3800$ см⁴. Агар кўчишлар қийматларини бу ерда келтирилгандек ҳарфларда эмас, рақамларда ифодаласак, ечим анча оддийлашади. Лекин бу ҳолда йўл қўйилган хатоларни сезиш анча қийин.

Кесим $C$ нинг эгилишини аниқлаш учун ригелни текис тақсимланган юкланишли ва таянчлардаги момент $M_D=-39{,}84$ кНм бўлган оддий балка деб қараймиз. Шу юкланишларда эгувчи момент эпюраларини ясаймиз ва улардан кейин $P^0=1$ куч (кесим $C$ га қўйилган кучдан) ҳосил бўладиган якка эгувчи момент эпюрасини ясаймиз. Бу эпюраларнинг ҳаммаси схема, $к$ да кўрсатилган.

Дастлабки икки эпюранинг юзаларини ярмини ҳисоблаймиз:

$$\omega_1=180 \text{ кНм}^2 \text{ ва } \omega_2=119{,}52 \text{ кНм}^2.$$

Якка момент эпюрасининг дастлабки икки эпюра оғирлик марказлари вазиятига тўғри келадиган ординаталари:

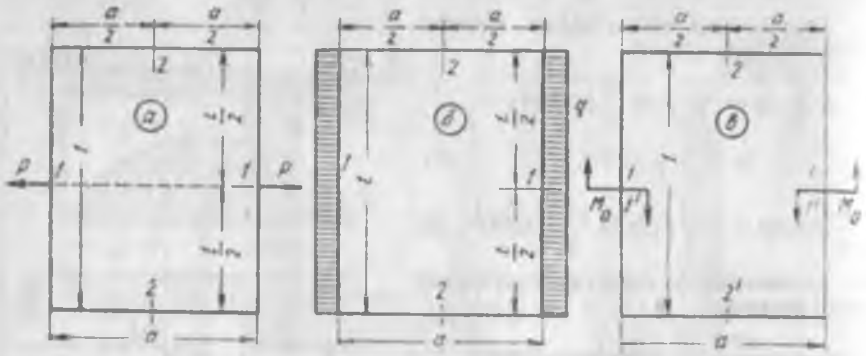
$$M_1^0=\frac{15}{16} \text{ м} \quad \text{ва} \quad M_2^0=\frac{3}{4} \text{ м}.$$

Ҳосилалар $\omega M^0$ йиғиндиси қуйидагига тенг:

$$2\left(180\cdot\frac{15}{16}-119{,}52\cdot\frac{3}{4}\right)=2\,(168{,}76-89{,}64)=158{,}2 \text{ кНм}^3.$$

Қидирилаётган эгилиш $y_C=\dfrac{158{,}2\cdot 10^9}{2\cdot 10^{11}\cdot 3800}=2{,}08$ см.

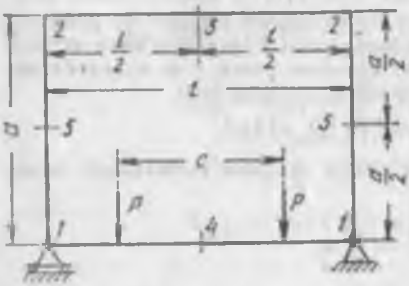
**9.40.** Бикрлиги ўзгармас бўлган рамалар расмда кўрсатилгандек симметрик юкланган. Статик аниқмасликни кўрсатинг, нормал куч, кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини ясанг. Раманинг деформацияланиши натижасида *1—1* ва *2—2* кесимлар орасидаги масофаларнинг ўзгариш қийматини ҳисобланг.



9.40- масалага онд

*Жавоб*:

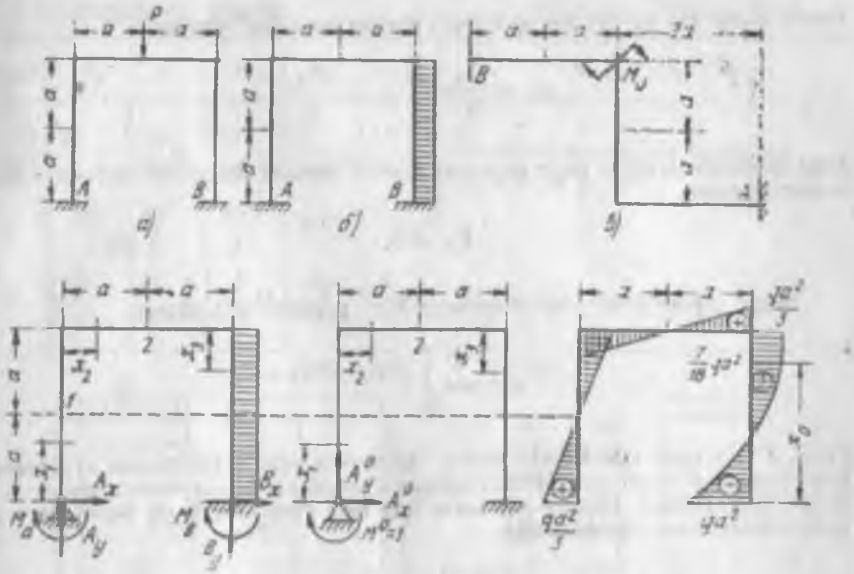
| Схема | $N_3$ | $M_1$ | $M_2$ | $\Delta_{11}$ | $\Delta_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $0{,}5\ P$ | $-\dfrac{Pl\,(l+2a)}{8\,(l+a)}$ | $\dfrac{Pl^2}{8\,(l+a)}$ | $\dfrac{Pl^3\,(l+4a)}{96\,(l+a)}$ | $-\dfrac{Pl^2a^2}{32\,(l+a)}$ |
| *б* | $-0{,}5\ ql$ | $\dfrac{ql^2\,(l+3a)}{24\,(l+a)}$ | $-\dfrac{ql^2}{12\,(l+a)}$ | $\dfrac{ql^4\,(l+5a)}{192\,(l+a)}$ | $\dfrac{ql^2a^2}{48\,(l+a)}$ |
| *в* | $\mp\dfrac{2M_0(l+a)}{l\,(l+2a)}$ | $\pm 0{,}5\ M_0$ | $\pm\dfrac{M_0 l}{2\,(l+2a)}$ | 0 | 0 |



9.41- масалага онд

**9.41.** Расмда кўрсатилганидек рама иккита куч $P$ билан симметрик тарзда юкланган. Рамаиинг барча участкаларидаги кесимлар бир хил. Статик аниқ масликни кўрсатинг, ригелдаги нормал куч $N$ ва эгувчи момент $M_2$ қийматларини, рамаиинг пастки бурчакларидаги $M_1$ эгувчи моментларни ҳамда кучлар $P$ орасидаги участкадаги эгувчи момент $M_4$ ни, кесим *3* даги ва кесим *4* даги эгилишларни, шунингдек кесимлар *5* ларнинг яқинлашиш қийматини ҳисобланг. Рақамли маълумотлар: $P=40$ кН, $l=5$ м, $a=4$ м, $c=3$ м, $[\sigma]=160$ МПа, балка кесими қўштавр.

*Жавоб*: $N=-6320$ $H$, $M_2=-3{,}75$ кНм; $M_1=21{,}53$ кНм; $M_4=-18{,}47$ кНм; қўштавр № 18; $y_3=0{,}45$ см (юқорига), $y_4=1{,}98$ см; $\Delta_5=1{,}38$ см.



9.42- масалага оид

**9.42.** Расмда кўрсатилган иккита шарнирли рамалар учун таянч реакцияларни аниқланг, эгувчи момент, кўндаланг куч ва нормал куч эпюраларини ясанг. Барча участкаларнинг бикрлиги ўзгармас ва бир хил.

*Ечим.* Схема, *б* да кўрсатилган масалани ечамиз. Рамаларнинг қисилган учларида иккитадан, жами олтита таянч реакциялар таъсир қилади. Статика тенгламалари учта. Ҳар бир ички шарнир яна биттадан тенглама қўшади; шарнирнинг исталган бир томонига таъсир қиладиган барча кучларнинг моментлари йиғиндиси шарнирга нисбатан нолга тенг. Рамада иккита шарнир бор. Демак, жами статиканинг бешта тенгламасига эга бўлдик. Шундай қилиб, рама бир марта статик аниқмас. Ортиқча номаълум сифатида таянч момент $M_A$ ни танлаймиз. Шунда расм, *б'* да кўрсатилган рама асосий система бўлади. Асосий системани берилган кучлар ва ортиқча номаълум $A_A$ билан юклаймиз. Расм, *б* да барча таянч реакцияларни белгилаймиз ва статиканинг бешта тенгламасини тузамиз:

$$A_x + B_x = 2q \cdot a, \tag{1}$$

$$A_y = B_y, \tag{2}$$

$$2qa^2 - B_y \cdot 2a - M_A - M_B = 0. \tag{3}$$

Нуқта *1* га нисбатан кучлар моментларининг йиғиндиси:

$$A_x \cdot a - M_A = 0. \tag{4}$$

Нуқта *2* га нисбатан кучлар моментларининг йиғиндиси:

$$A_x \cdot 2a - M_A - A_y \cdot a = 0 \tag{5}$$

Тенгламалар (4) ва (5) дан қуйидаги боғлиқликларни топамиз:

$$A_x = \frac{M_A}{a}, \quad A_y = \frac{M_A}{a}.$$

Агар қуйидаги шартга риоя қилинса, асосий система берилган системага эквивалент бўлади:

$$\theta_A = 0. \qquad (6)$$

Шарт (6) ни очиш учун Максвелл-Мор усулини қўллаймиз:

$$\theta_A = \frac{1}{EJ} \sum \int_{(l)} M(x) \cdot M^0 dx = 0.$$

Расм, *б''* да якка куч $M^0 = 1$ билан юкланган асосий системани кўрсатамиз. Кейин схема *б'* ва *б''* лардан кесимларнинг вазиятларини абсциссалар $x_1$, $x_2$, $x_3$ билан белгилаймиз. Сўнгра раманинг ҳар бир участкаси учун барча интеграл ости қийматларни ҳисоблаймиз:

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 2a, \; M = M_A - \frac{M_A}{a} \cdot x_1 = M_A \left(1 - \frac{x_1}{a}\right), \; M_1^0 = 1 - \frac{x_1}{a};$$

$$0 \leqslant x_2 \leqslant 2a,$$

$$M = M_A - \frac{M_A}{a} \cdot 2a + \frac{M_A}{a} 2a \cdot x_2 = -M_A \left(1 - \frac{x_2}{a}\right), \; M_2^0 = -\left(1 - \frac{x_2}{a}\right);$$

$$0 \leqslant x_3 \leqslant 2a, \; M_3 = M_A - \frac{M_A}{a}(2a - x_3) + \frac{M_A}{a} \cdot 2a - \frac{qx_3^2}{2} =$$

$$= M_A + M_A \cdot \frac{x_3}{a} - \frac{qx_3^2}{2} = M_A \left(1 + \frac{x_3}{a}\right) - \frac{qx_3^2}{2}, \; M_3^0 = \left(1 + \frac{x_3}{a}\right).$$

Ҳисобланган қийматларни Максвелл-мор интегралига қўямиз:

$$\int_0^{2a} M_A \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 dx + \int_0^{2a} M_A \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 dx + \int_0^{2a} M_A \left(1 + \frac{x}{a}\right)^2 dx -$$

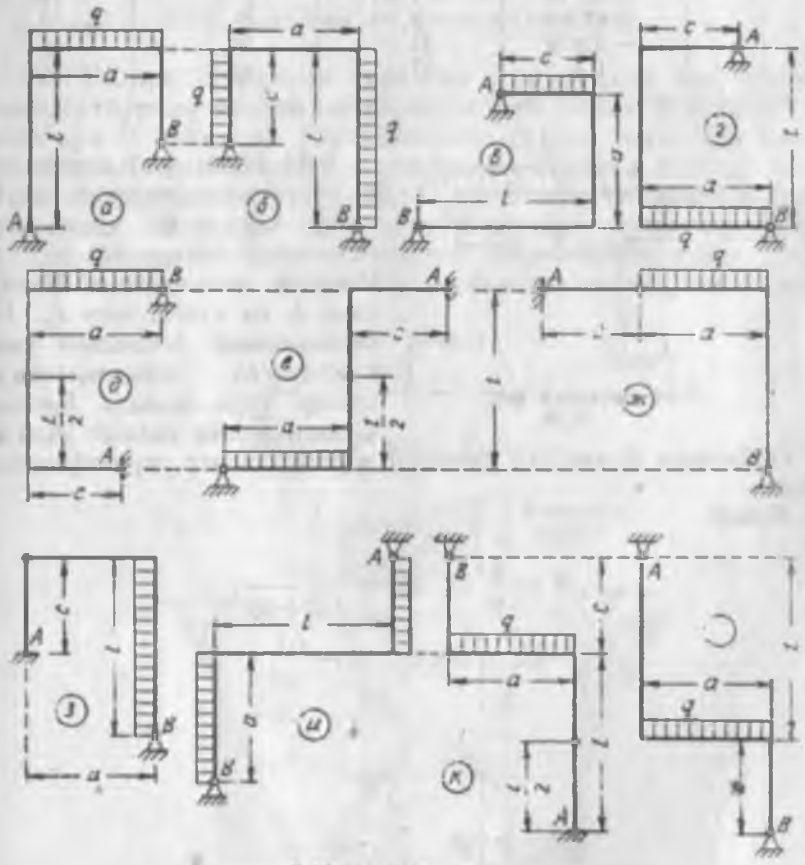
$$- \int_0^{2a} \frac{qx^2}{2} \left(1 + \frac{x}{a}\right) dx = 0.$$

$$M_A \left(\frac{2}{3} a + \frac{2}{3} a + \frac{26}{3} a\right) = \frac{4}{3} qa^3 + 2qa^3.$$

Бундан $M_A = \frac{qa^2}{3}$, кейин эса статика тенгламаларидан бошқа қолган реакцияларни топамиз. Уларнинг қийматлари қуйидаги жавобда келтирилган. Эгувчи момент эпюраси расм, *б* да ясалган.

*9.42- масаланинг жавоби*

| Схема | $A_y$ | $A_x$ | $M_A$ | $M_B$ | $M_{max}$ | $M_{max}$ ўрни |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $\frac{13}{30}P$ | $\frac{13}{30}P$ | $\frac{13}{30}Pa$ | $\frac{3}{10}Pa$ | $\frac{17}{30}Pa$ | Раманинг юқори ўнг бурчагида $x_0 = 5/3a$ $B$ дан |
| *б* | $\frac{qa}{3}$ | $\frac{qa}{3}$ | $\frac{qa^2}{3}$ | $qa^2$ | $\frac{7}{18}qa^2$ | |
| *в* | $\frac{M_0}{3a}$ | $\frac{M_0}{3a}$ | $-\frac{4}{3}M_0$ | $\frac{M_0}{3}$ | $\frac{2}{3}M_0$ | $M_0$ қўйилган кесимда |

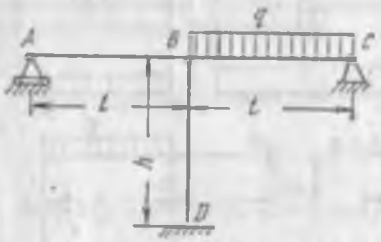


9.43- масалага онд

**9.43.** Расмда кўрсатилган рамаларнинг статик аниқмаслигини кўрсатинг. Раманинг барча участкаларида бикрлик ўзгармас ва бир хил, уига текис тақсимланган юк $q = 20$ кН/м таъсир қилади. Рама элементларининг ўлчамлари: $l = 5$ м, $a = 4$ м, $c = 3$ м.

*Жавоб*: ($H_B$ —таянч $B$ реакциясининг горизонтал ташкил этувчиси)

| Схема | $H_B$, кН | $B$, кН | $M_{max}$, кНм | $M_{min}$, кНм |
|---|---|---|---|---|
| *а* | — 3,68 | 38,16 | 25,36 | — 18,4 |
| *б* | 50,3 | — 15,15 | 63,3 | — 59,1 |
| *в* | 26,8 | 8,6 | 66 | — 43 |
| *д* | — 26,5 | 52,5 | 82,5 | — 68,9 |
| *г* | 9,83 | 46,15 | 77 | — 24,6 |
| *е* | — 13,3 | 31,7 | 33,2 | — 111,6 |
| *ж* | — 8,05 | 50,06 | 22,4 | — 89,8 |
| *з* | — 49,15 | — 1,06 | 4,25 | — 152,5 |
| *и* | — 37,29 | 9,79 | 38,6 | — 10,8 |
| *к* | — 0,896 | 41,23 | 39,7 | — 2,7 |
| *л* | 1,4 | 37,2 | 38,8 | — 7,0 |



9.44- масалага оид

**9.44.** Икки қулочли рама расмда кўрсатилгандек юкланган. Балкалар $AB$ ва $BC$ ҳамда стойка $BD$ нинг материали бир хил. Инерция моментлари: балкаларники $J_б$ ва стойканики $J_c$. Рама қисмларининг ўлчамлари расмда кўрсатилган. Стойкадаги сиқувчи кучлар учун, балкада $B$ узелдан чапдаги эгувчи момент учун ҳамда стойкадаги $B$ узелдан пастдаги эгувчи момент учун ифодаларни тузинг.

*Жавоб*:

$$N = \frac{5}{8}\,ql;\quad M_б = \frac{ql^2}{4\,(2+\alpha)};$$

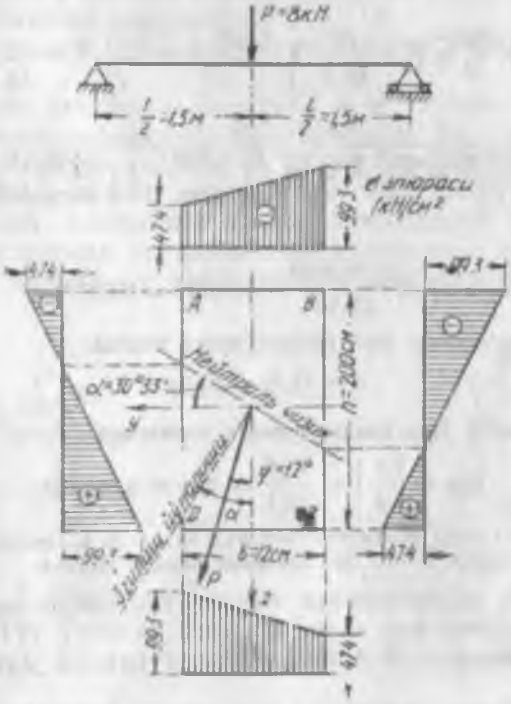
$$M_c = M_б \cdot \alpha;\quad \alpha = \frac{J_c l}{J_б h}.$$

10-боб

# МУРАККАБ ҚАРШИЛИК

## 30-§. Қийшиқ ва фазовий эгилиш

**10.1.** Учлари шарнирли тиралган (шарсимон шарнирлар) тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балка ўртасига тўпланган куч P қуйилган. Юкланишнинг таъсир текислиги балка ўқи орқали ўтадиган вертикал текислик билан $\varphi$ бурчак ҳосил қилади (расмга қаранг). *A*, *B*, *C* ва *D* нуқталардаги нормал кучланишни аниқланг. Бу кучланишларнинг кесим томонлари *AB*, *BC*, *CD* ва *DA* бўйича ўзгариш эпюраларини ясанг. $[\sigma] = 10$ МПа бўлганда балканинг мустаҳкамлигини текширинг.




9.1-масалага оид

Балка қулочи ўртасида унинг тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини ҳам аниқланг.

*Ечим.* Қийшиқ эгилишда хавфли кесимнинг $y$ ва $z$ координатали исталган нуқтасидаги нормал кучланиш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma = M_{max}\left(\frac{\cos\varphi}{J_y}z + \frac{\sin\varphi}{J_z}y\right). \quad M_{max} = \frac{Pl}{4} \quad 8000\cdot\frac{3000}{4} = 6\cdot10^7 \text{ Нм}.$$

$$\cos\varphi = \cos 12^\circ = 0{,}978; \quad \sin\varphi = \sin 12^\circ = 0{,}208;$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{12\cdot20^3}{12} = 8000 \text{ см}^4, \quad J_z = \frac{hb^3}{12} = \frac{20\cdot12^3}{12} = 2880 \text{ см}^4.$$

$$\sigma = 6\cdot10^7\left(\frac{0{,}978}{8000}\cdot z + \frac{0{,}208}{2880}\cdot y\right)\cdot\frac{1}{10^2} = 73{,}42z + 43{,}3y.$$

$A$ нуқтадаги кучланиш ($y_A = +6$ см; $z_A = -10$ см), $\sigma_A = -73{,}4\cdot10 + +43{,}3\cdot6 = 474$ Н/см², шунга ўхшаш $\sigma_B \leqslant -73{,}4\cdot10 - 43{,}3\cdot6 = -993$ Н/см² аниқлаймиз, $\sigma_C = +474$ Н/см²; $\sigma_D = 993$ Н/см². Энг катта кучланиш $B$ ва $D$ кесимлардаги нуқталарда ҳосил бўлади; $\sigma_{max} = \sigma_D = -\sigma_B = 993$ Н/см² = = 9,93 МПа < [σ] = 10 МПа. Кучланишларнинг кесим томонлари бўйича ўзгариш эпюралари шаклда берилган.

Энг катта эгилиш балка қулочи ўртасидаги кесимга тўғри келади. Бу эгилишнинг ясовчилари $y$ ва $z$ ўқлари йўналишида қуйидаги формулалардан ҳисобланиши мумкин.

$$f_y = \frac{P_y l^3}{48EJ_z} = \frac{Pl^3\cdot\sin\varphi}{48\ EJ_z} \text{ ва } f_z = \frac{P_z\cdot l^3}{48EJ_y} = \frac{Pl^3\cos\varphi}{48\ EJ_y}.$$

Тўлиқ эгилиш

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \frac{Pl^3}{48\,E}\sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{J_z^2} + \frac{\cos^2\varphi}{J_y^2}} = \frac{Pl^3}{48\ EJ_{кел}};$$

бунда

$$\frac{1}{J_{кел}} = \sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{J_z^2} + \frac{\cos^2\varphi}{J_y^2}} = \sqrt{\left(\frac{0{,}208}{2880}\right) + \left(\frac{0{,}978}{8000}\right)^2} = 0{,}000142 \text{ 1/см}^4.$$

Шундай қилиб

$$f = \frac{8000\cdot300^3}{48\cdot10^6}\cdot0{,}000142 = 0{,}639 \text{ см}.$$

Нормал кучланишлар учун ифодани нулга тенглаб:

$$\sigma = 73{,}4z + 43{,}3y = 0$$

нейтрал чизиқнинг у ўққа қиялик бурчаги тангенсини топамиз:

$$\operatorname{tg}\alpha = \left|\frac{z}{y}\right| = \frac{43{,}3}{73{,}4} \approx 0{,}59 = \operatorname{tg}\ 30^\circ 33'.$$

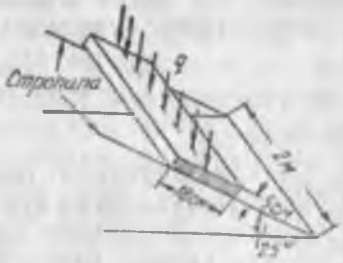
Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал чизиғига перпендикуляр бўлади ва $z$ ўқ йўналиши билан $\alpha = 30^\circ\ 33'$ бурчакни ташкил қилади.

**10.2.** Агар юкланишнинг таъсир текислиги диагонал текисликлардан бирига мос келса (расмга қаранг), тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли балкада нейтрал қатлам қандай вазиятни эгаллайди?

*Жавоб.* Бошқа диагонал текисликка мос тушади.



10.2- масалага оид




10.3- масалага оид

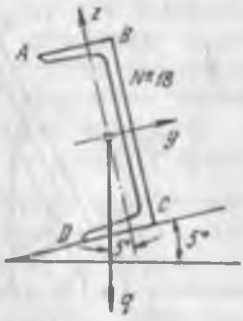
**10.3.** Томнинг стропилаларга шарнирли тиралган тахта обрешёткаларига вертикал йўналишда тенг тақсимланган юкланиш $q$ таъсир қилмоқда (расмга қаранг). $[\sigma] = 107$ Н/м$^2$ бўлганда бу юкланишнинг йўл қўйнладиган энг катта қнйматини аниқланг ва обрешётка тахтаси қулочининг ўртасидаги тўлиқ эгрилнкни ҳисобланг.

*Жавоб:* $146 \cdot 10^5$ Н/м$^2$, 1,47 см.

**10.4.** Девор текислигига тўғри келадиган вертикал текисликда эгилишга ишлайдиган № 70 ли қўштаврни таянчларга ўрнатишда хатога йўл қўйилган, натижада қўштаврнинг девори вертикалдан $\varphi = 2°$га оғган. Қўштаврнинг шу билан боғлиқ равишдаги энг катта нормал зўриқишлари ва тўлиқ эгилиши қанчага катталашишини аниқланг.

*Жавоб.* Зўриқиш 51,5% га, тўлиқ эгилиш 99% га катталашган.

**10.5.** Учлари шарнирли тиралган 4 м узунликдаги балкага $q = 5$ кН/м интенсивликдаги тенг тарқалган юк таъсир қилади. Балканинг кўндаланг кесими № 18 ли швеллер. Швеллернинг девори юкланиш таъсир қиладнган текисликка $\varphi = 5°$ қия (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталардаги нормал кучланишларни аниқланг ва $AB$, $BC$ ва $DC$ чизиқлар бўйича шу кучланишлар эпюраларини ясанг.




10.5- масалага оид




10.6- масалага оид

Балканинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини ҳам топинг. Швеллернинг буралиши ҳисобга олинмайди.

*Жавоб.* $\sigma_A = -309 \cdot 10^5$ Н/м², $\sigma_B = -1019 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_C = 626 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_D = +1336 \cdot 10^5$ Н/м²; $f = 1{,}14$ см; $\alpha = 47°57'$ (девор текислигига)

**10.6.** Учлари шарнирли тиралган қўштавр балка қулочи $l = 5$ м ўртасига тўпланган куч $P = 8000$ Н қўйилган. Қўштавр деворн текислиги юк таъсир қиладиган текислик билан $\varphi = 20°$ бурчак ташкил қилади (расмга қаранг). Йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 16 \cdot 10^7$ Н/м² бўлганда балка кесимини танланг.

*Ечими.* Бу ҳолда мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\cos\varphi}{W_y} + \frac{\sin\varphi}{W_z}\right) = \frac{8000 \cdot 500}{4}\left(\frac{0{,}94}{W_y} + \frac{0{,}342}{W_z}\right) \leqslant 16 \cdot 10^3 \text{ Н/см}^2.$$

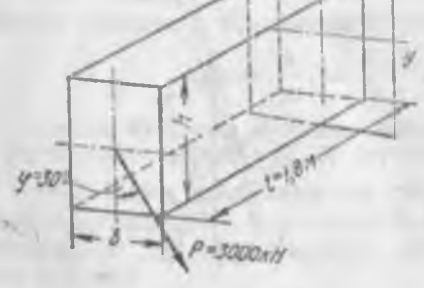
$$\frac{8000 \cdot 500}{4 \cdot 16 \cdot 10^3}\left(\frac{0{,}94}{W_y} + \frac{0{,}342}{W_z}\right) = \frac{58{,}75}{W_y} + \frac{21{,}38}{W_z} \leqslant 1.$$

Кесимни кетма-кет синаш йўли билан танлаймиз. Масалан, № 20 ли қўштаврни оламиз, мустаҳкамлик шартига $W_y = 184$ см³ ва $W_z = 23{,}1$ см³ қийматларни қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{58{,}75}{184} + \frac{21{,}38}{23{,}1} = 0{,}319 + 0{,}925 = 1{,}244 > 1$$

Мустаҳкамлик шарти қониқарли бўлмайди, максимал кучланиш йўл қўйиладиган кучланишдан 24,4% катта чиқади. Шунинг учун қўштаврнинг номерини катталаштириш керак. Энди № 22 ли қўштаврни олиб кўрамиз, унда $W_y = 232$ см³ ва $W_z = 28{,}6$ см³. Энди қуйидаги ҳосил бўлади: $\frac{58{,}75}{232} + \frac{21{,}38}{28{,}6} = 0{,}253 + 0{,}748 = 1{,}001 \approx 1$, Ўта кучланиш 0,1% га йўл қўйиш мумкин. Демак, № 22 ли қўштаврни танлаймиз.

**10.7.** Бир учи билан қисилиб тиралган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч брусниng иккинчи учига тўпланган куч $P$ қўйилган (расмга қаранг). $h : b = 1{,}5$ деб олиб, йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ кН/м² учун брусниng кесими ўлчамла-




10.7- масалага оид




10.8- масалага оид

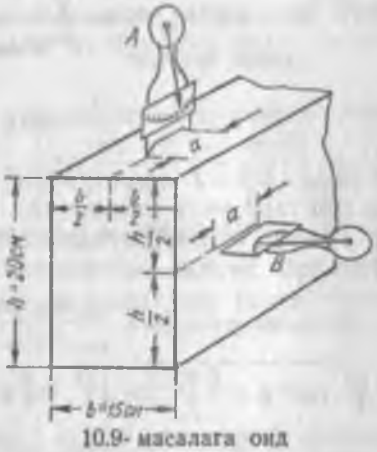
рини танланг. Энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб.* $h = 19{,}9$ см $\approx 20$ см; $f = 0{,}93$ см; $\alpha = 52°25'$ ғ ўқи билан.

**10.8.** Томнинг стропила тираклари бир-биридан 3 м нарида бўлиб, горизонтга 30° бурчак остида қия. Уларга № 20 ли швеллердан қилинган обрешётка маҳкамланган. Обрешёткалар бир-биридан 2 м нари жойлашган. Том текислигига перпендикуляр йўналган шамол юкланишининг интенсивлиги $q = 750$ Н/м, томнинг вертикал таъсир қиладиган ўз оғирлиги интенсивлиги $q_2 = 500$ Н/м (расмга қаранг). Ҳавли кесимда $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталардаги нормал кучланишларни аниқланг ва $AB$, $AD$ ва $DC$ чизиқлари бўйича бу кучланишлар эпюраларини ясанг. Швеллернинг буралиши ҳисобга олинмайди.

*Жавоб*: $\sigma_A = -273 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_B = +105 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_C = +446 \cdot 10^5$ Н/м²; $\sigma_D = +67 \cdot 10^5$ Н/м².

**10.9.** Учлари шарнирли тиралган 2,4 м узунликдаги тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балканинг ўртасига тўпланган куч $P$ қўйилган. Балканинг хавфли кесимига ўрнатилган тензометрлар $A$ ва $B$ да (базаси 20 мм ва минг марта катталаштириладиган тензометрларда, расмга қаранг) шундай ўзгаришлар кузатилади: $A$ — кичрайиш 9 мм, $B$ — катталашиш 6 мм. Юк $P$ нинг қийматини ва йўналишини аниқланг, шунингдек балкадаги энг катта нормал кучланиш қийматини топинг.



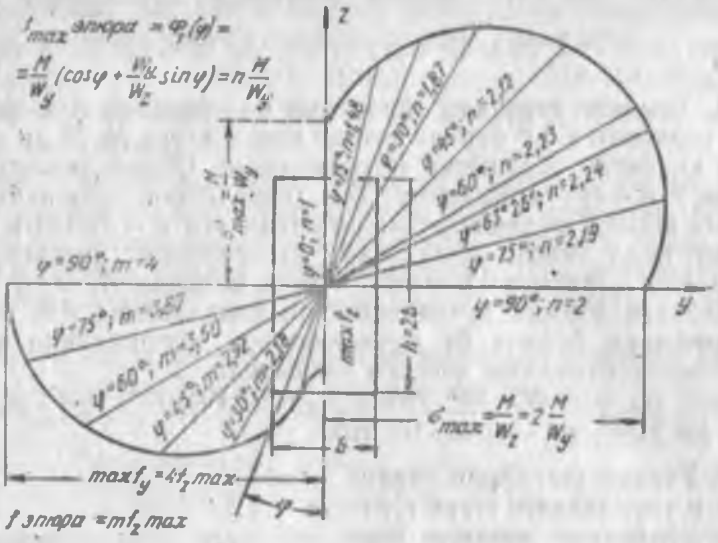
10.9- масалага оид

*Жавоб*: $P = 839$ Н; $\varphi = 26°34'$ вертикалига; $\sigma_{max} = 75 \cdot 10^4$ Н/м²

**10.10.** Бир учи қистириб тиралган 1,4 м узунликдаги № 24а ли қўштавр балканинг иккинчи учига тўпланган куч $P$ қўйилган бўлиб, шу куч таъсирида у 3 мм эгилган. Эгилиш йўналиши балка кўндаланг кесими инерциясининг асосий ўқлари орасидаги бурчак биссектрисасига тўғри келади. Куч $P$ қиймати ва йўналишини, шунингдек марказдаги энг катта чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб*: $P = 17650$ Н; $\varphi = 3°55'$ вертикалга; $\sigma_{max} = 1184 \cdot 10^4$ Н/м².

**10.11.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли балка $xz$ текислигига $\varphi$ бурчак остида қия текисликда букилади (расмга қаранг). Энг катта нормал кучланиш ва балканинг тўлиқ эгилишини бурчак $\varphi$ га боғлиқлигини кўрсатувчи графикларни ясанг. $\varphi$ нинг исталган қийматида юкланиш қийматини бир хил деб ҳисобланг. Қандай бурчак $\varphi$ да нормал кучланиш энг катта




10.11- масалага онд

бўлади. $h:b=2$ ҳолин кўриб чиқинг. Бундай ясашларни № 18 ли қўштавр учун бажаринг.

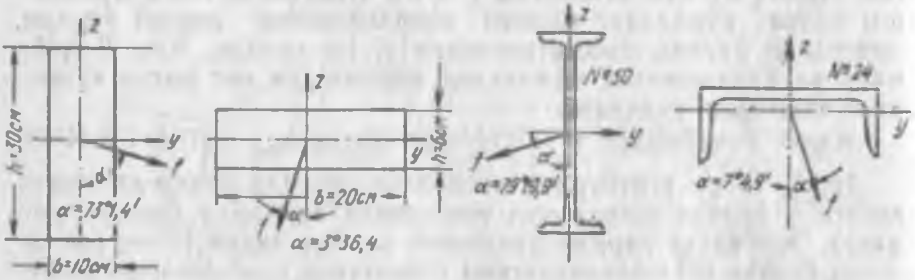
*Жавоб*: Тўғри тўртбурчак кесим учун $\sigma_{max}=\Phi_1(\varphi)$ ва $f=\Phi_2(\varphi)$ эпюралари расмда келтирилган.

Қисқалик учун; $n=\frac{{}_{max}\sigma\ \varphi\neq 0}{{}_{max}\sigma\ \varphi=0}=\cos\varphi+\frac{W_y}{W_z}\sin\varphi$. $m=\frac{\sigma\neq 0\ да\ f}{\varphi=0\ да\ f}=$

$=\sqrt{\cos^2\varphi+\left(\frac{J_y}{J_z}\sin\varphi\right)^2}$. $\operatorname{tg}\varphi=W_y/W_z$. шарт учун энг катта нормал кучланиш тўғри келади. $h:b=2$ нисбатда $h_{max}=2{,}236$, $\varphi=63_0\,26'$ да № 18 қўштавр учун $h_{max}=7{,}83$; $\varphi=82°\,40'$ да.

Шундай қилиб, энг кам юк кўтарувчанлик текислиги энг кичик бикрлик текислигига тўғри келмайди.

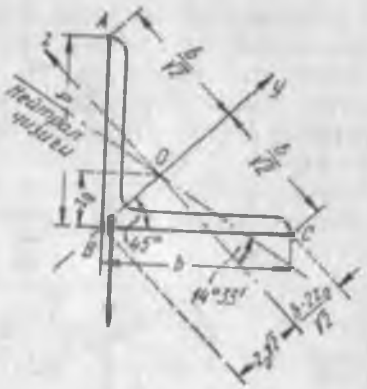
**10.12.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган балкаларнинг эгилиши натижасида кесимларнинг огирлик марказлари




10.12- масалага онд

кўрсатилган йўналишларда сурилган. Балкаларнинг ҳар қайсиси учун ташқи кучларнинг таъсир текисликлари вазиятини аниқланг ($\psi$ бурчакнинг $z$ ўқ билан).

*Жавоб*: а) $\varphi = 20°$; б) $\varphi = 35°$; в) $\varphi = 8°$; 2) $\varphi = 60°$




10.13- масалага оид

**10.13.** Узунлиги 1,6 м ли, 80×80×7 мм ўлчамли бурчаклик бир учи қистириб тиралган балка каби ишлайди. Унинг эркин учига тўпланган куч $P = 1000$ Н қўйилган. Кучнинг йўналиши кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади (расмга қаранг). Хавфли кесимда нейтрал чизиқ вазиятини ва $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги нормал кучланишни аниқланг. Бурчакликнинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишинн ҳам топинг.

*Ечими.* Хавфли кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишлар қуйидагига тенг: $\sigma = M_{max}\left(\frac{\sin\varphi}{J_z}y + \frac{\cos\varphi}{J_y}\cdot z\right) = Pl\left(\frac{\sin 45°}{J_z}y + \frac{\cos 45°}{J_y}\cdot z\right) =$

$$1000 \cdot 160 \cdot 0{,}107\left(\frac{y}{27} + \frac{z}{104}\right) = 4190\ y + 1088\ z.$$

Охирги ифодани нулга тенглаштириб, нейтрал чизиқнинг ўққа қиялик бурчаги тангенсини топамиз:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{z} = -\frac{1088}{4190} = -0{,}26 = \operatorname{tg}(-14°33').$$

Нуқталар $A$, $B$ ва $C$ координаталари ушбу қийматларга эга (расмга қаранг).

$$y_A = y_C = \frac{b - 2z_0}{\sqrt{2}} = \frac{8 - 2\cdot 2{,}23}{\sqrt{2}} = 2{,}5 \text{ см}.$$

$$z_A = -z_C = \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5{,}66 \text{ см}, \quad y_B = -z_0\sqrt{2} = -2{,}23\cdot\sqrt{2} = -3{,}15 \text{ см}, \quad z_B = 0.$$

Бу координаталарни $\sigma$ ни ҳисоблаш формуласига қўйиб, ушбуни оламиз:

$$\sigma_A = 4190 \times 2{,}5 + 1088 \cdot 5{,}66 = 16640 \text{ Н/см}^2, \quad \sigma_C = 4190\cdot 2{,}5 - 1088\cdot 5{,}66 = 4330 \text{ Н/см}^2 \text{ ва } \sigma_B = -4190\cdot 3{,}15 = -13220 \text{ Н/см}^2.$$

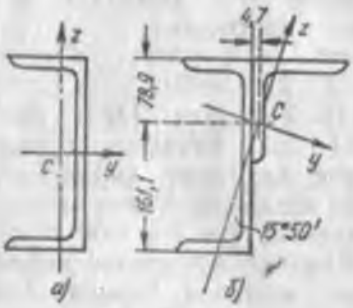
Бурчакликнинг энг катта эгилиши қуйидагига тенг:

$$f = \frac{Pl^3\cos\varphi}{3EJ_y}\sqrt{1 + \left(\frac{J_y\sin\varphi}{J_z\cos\varphi}\right)^2} = \frac{1000\cdot 160^3\cdot 0{,}707}{3\cdot 2\cdot 10^7\cdot 104}\sqrt{1 + \left(\frac{104\cdot 0{,}707}{27\cdot 0{,}707}\right)^2} = 1{,}85 \text{ см}.$$

Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал чизигига перпендикуляр.




10.14- масалага оид




10.15- масалага оид

**10.14.** № 14 ли (ОСТ 29) зет кесимли том обрешёткаси қулочи 2,5 м бўлган, учлари шарнирли тиралган, интенсивлиги $q$ ли бир текис тақсимланган юкланган балка каби ишлайди. Кесимнинг асосий марказий ўқлари вазиятлари расмда кўрсатилган:

$\beta = 21°48'$, $J_{y_0} = 847$ см$^4$, $J_{z_0} = 61{,}4$ см$^4$, $b = 65$ мм, $h = 140$ мм. Йўл қўйилган зўриқиш $[\sigma] = 160$ МПа бўлганда, энг катта йўл қўйиладиган юкланиш қийматини, шунингдек шу юкланиш таъсирида обрешётка қулочи ўртасидаги тўлиқ эгилишнинг қиймати ва йўналишини аниқланг.

*Жавоб*: 15 кН/м; 057 см; 34°26′.

**10.15.** Учлари шарнирли тиралган балканинг 3,2 м узунликдаги қулочи ўртасига тўпланган юк $P$ қўйилган. Балканинг кўндаланг кесими № 24 швеллер (расм, *а* га қаранг). Балканинг бутун узунлиги бўйича швеллер деворига ўлчами $125 \times 125 \times 12$ мм ли бурчаклик пайвандлаш кўзда тутилган (расм, *б* га қаранг). Балканинг кўзда тутиладиган кесими асосий марказий ўқларининг вазияти расм, *б* да кўрсатилган. Бу ўқларга нисбатан инерция моментлари: $J_y = 4671$ см$^4$ ва $J_z = 873$ см$^4$.

Йўл қўйиладиган зўриқиш $[\sigma] = 160$ МПа да юк $P$ нинг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг: а) битта швеллер учун ва б) бурчаклик пайвандланган швеллер учун (иккала ҳолда ҳам юкнинг таъсир текислиги швеллер девори текислигига параллел бўлиб, кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади). Биринчи ва иккинчи ҳолда балканинг энг катта эгилишини ҳам аниқланг. Бунда $P = 4$ кН деб олинг.

*Жавоб*: а) $P = 4{,}8$ кН, $f = 0{,}47$ см, *б*) $P = 4{,}3$ кН, $f = 0{,}51$ см.

Бурчаклик қўшиш юкнинг йўл қўйиладиган қийматини 9,2% камайтиради, балканинг эгилиши 8,5% ортади.

**10.16.** Расмда тасвирланган балкалар учун нейтрал чизиқнинг вазиятини топинг (ўқ $y$ билан бурчак $\alpha$), хавфли кесимда

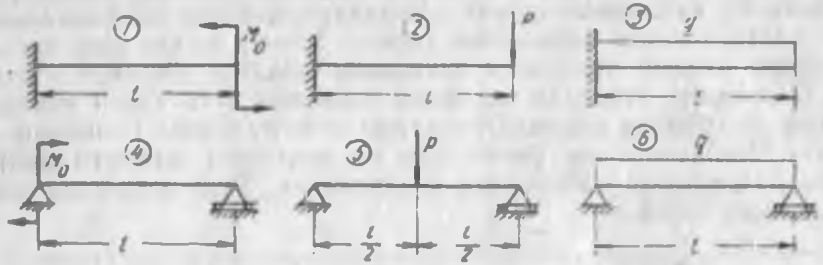
энг катта нормал кучланишларни аниқланг, кесим томонлари бўйича бу кучланишларнинг эпюраларини ясанг ва балканинг энг катта эгилиш қийматини топинг. Ҳамма ҳолда ҳам юкланишнинг таъсир текислиги кесимнинг эгилиш маркази — нуқта $O$ орқали ўтадиган вертикал текислик $v$ га тўғри келади. Тўғри тўртбурчак кесимли балкалар — ёғоч, бошқа балкалар — пўлат. Балкаларнинг ўлчамлари ва юкланиш қиймати ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган. Ўша жадвалда жавоблар ҳам берилган.

| № п/п | Балка схемаси ва кесими | Кулочи, м | Юкланиши | Кесим ўлчамлари | Бурчак φ | Жавоб | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | бурчак α | $f_{max}$ см | $\sigma_{max}$ МПа |
| 1 | 1—А | 1,5 | $M_0 = 0,4$ кНм | 12×20 см | 60° | 78°16′ | 1,38 | 9,72 |
| 2 | 1—Б | 1,4 | $M_0 = 0,2$ кНм | қўштавр № 12 | 30° | 82°8′ | 1,77 | 144,3 |
| 3 | 1—В | 2,0 | $M_0 = 0,6$ кНм | швеллер № 27 | 60° | 87°55′ | 1,98 | 149,2 |
| 4 | 2—А | 2,0 | $P = 80$ Н | 10×15 см | 45° | 66°2′ | 1,32 | 75,4 |
| 5 | 2—Б | 1,5 | $P = 200$ Н | қўштавр № 16 | 30° | 83°22′ | 0,97 | 127,3 |
| 6 | 2—В | 1,4 | $P = 300$ Н | швеллер № 22 | 60° | 87°38′ | 0,79 | 155,2 |
| 7 | 3—А | 2,0 | $q = 2$ Н/см | 10×25 см | 45° | 80°55′ | 1,37 | 95,0 |
| 8 | 3—Б | 1,2 | $q = 3$ Н/см | қўштавр № 14 | 30° | 82°46° | 0,47 | 116,8 |
| 9 | 3—В | 2,4 | $q = 2$ Н/см | швеллер № 24 | 45° | 85°54′ | 1,41 | 148,1 |
| 10 | 4—А | 2,5 | $M_0 = 0,6$ кНм | 12×30 см | 60° | 84°43′ | 0,94 | 88,8 |
| 11 | 4—Б | 3,0 | $M_0 = 0,8$ кНм | қўштавр № 27 | 45° | 87°2′ | 1,23 | 151,6 |
| 12 | 4—В | 2,2 | $M_0 = 0,3$ кНм | швеллер № 14 а | 30° | 79°39′ | 0,80 | 116,3 |
| 13 | 5—А | 2,5 | $P = 250$ Н | 9×15 см | 45° | 70°12′ | 0,67 | 87,3 |
| 14 | 5—Б | 4,0 | $P = 1200$ Н | қўштавр № 36 | 60° | 88°14′ | 1,31 | 154,2 |
| 15 | 5—В | 2,4 | $P = 400$ Н | швеллер № 14 | 30° | 80°54′ | 0,64 | 138,8 |
| 16 | 6—А | 3,2 | $q = 6$ Н/см | 16×24 см | 60° | 75°37′ | 0,89 | 90,0 |
| 17 | 6—Б | 5,0 | $q = 4$ Н/см | қўштавр № 40 | 60° | 88°50′ | 2,12 | 132,6 |
| 18 | 6—В | 4,0 | $q = 1,2$ Н/см | швеллер № 16 | 45° | 85°9′ | 2,24 | 141,5 |

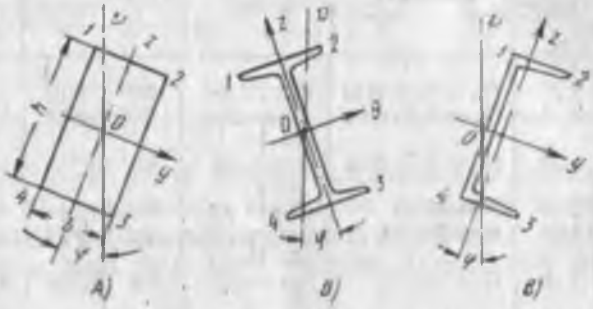
**10.17.** Учбурчак кўндаланг кесимли чўян брус (расмга қаранг) учларидан шарнирли таянган. $AB$ томонга параллел текисликда тўпланган куч $P$ таъсирида эгилади. Бу куч қулоч ўртасига $l = 1,8$ м қўйилган. Агар чўян учун чўзилишга йўл қўйиладиган кучланиш 400 Н/см², сиқилишга йўл қўйиладиган кучланиш 1200 Н/см² бўлса, брус кўндаланг кесимининг зарур ўлчамларини аниқланг.

*Жавоб:* $h = 12$ см.

Балканинг маҳкамланиш ва юкланиш схемаси



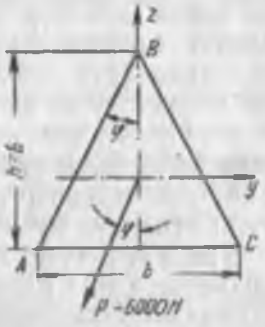
Балканинг кўндаланг кесими схемаси



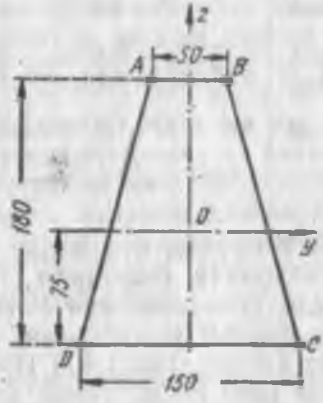
10.16- масалага оид

**10.18.** Кўндаланг кесими трапеция шаклида бўлган чўян брус (расмга қаранг) узунлиги 1,2 м. Бруснинг бир учи қисилган, иккинчи учига тўпланган $P$ куч қўйилган. Бу кучнинг йўналиши кўндаланг кесим огирлик маркази $O$ ва $C$ нуқта орқали ўтади. Трапеция бурчакларининг чўққиларидаги нормал кучланишларни ва бруснинг энг катта эгилишини аниқланг.

$E = 1{,}2 \cdot 10^7$ Н/см², $J_y = 4455$ см⁴, $J_z = 1875$ см⁴; $P = 12{,}5$ кН. Расмдаги ўлчамлар мм ларда берилган.



10.17- масалага оид



10.18- масалага оид

*Жавоб*: $\sigma_A = 39{,}1$ МПа; $\sigma_B = 10{,}9$ МПа; $\sigma_C = -60{,}3$ МПа; $\sigma_D = 24{,}6$ МПа; $f = 0{,}58$ см.

**10.19.** Кўндаланг кесими ярим доира шаклидаги балканинг узунлиги 2 м. Балка учларидан шарнирли таянган, интенсивлиги $q$ бўлган тенг тақсимланган юк билан юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта чўзувчи ва қисувчи кучланишларни, унинг энг катта эгилишини аниқланг.




10.19- масалага оид

*Ечим.* Балка кесимининг оғирлик маркази диаметрал ўқ $y_1$ дан $z_0 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 3{,}14} = 4{,}24$ см масофадаги $O$ нуқтада ётади. Кесимнинг бош марказий ўқлар $y$ ва $z$ га нисбатан инерция моментлари $J_z = \frac{\pi r^4}{8} = \frac{3{,}14 \cdot 10^4}{8} = 3927$ см$^4$ ва

$$J_y = J_{y_1} - z_0^2 \cdot F = \frac{\pi r^4}{8} - z_0^2 \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 10^4}{8} - 4{,}24^2 \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{2} = 1098 \text{ см}^4$$ га тенг.

Нейтрал чизиқнинг ўқ $y$ га қиялик бурчагини қуйидаги формуладан аниқлаймиз: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{J_y}{J_z} \operatorname{tg}\varphi = \frac{1098}{3927} \cdot 0{,}364 = 0{,}1018 = \operatorname{tg} 5°48{,}6'$.

Энг катта нормал кучланишлар нейтрал чизиқдан энг узоқ нуқталарда вужудга келади, булар $B$ ва $A$ нуқталардир (нейтраль ўққа параллел бўлган чизиқ $HK$ даги нуқта кесим контурига уринади). Балканинг хавфли кесими қулоч ўртасида ётади. Бу кесимда

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\sin\varphi}{J_z} y + \frac{\cos\varphi}{J_y} \cdot z\right) = \frac{4 \cdot 200^2}{8}\left(\frac{0{,}3420}{3927} \cdot y - \frac{0{,}9397}{1098} \cdot z\right) =$$

$$= 1{,}74\, y - 17{,}12\, z.$$

Координаталари $y_B = r = 10$ см ва $z_B = -z_0 = -4{,}24$ см бўлган

$B$ нуқтадаги нормал кучланиш чўзувчи кучланиш бўлади, у қуйидагига тенг:

$$\sigma_B = 1{,}74 \cdot 10 + 17{,}12 \cdot 4{,}24 = 9 \text{ МПа}.$$

$A$ нуқта координаталари: $z_A = OD = CD - OC = r\cos\alpha - z_0 = 10 \cdot 0{,}9949 - 4{,}24 = 5{,}71$ ва $y_A = -AD = AC\sin\alpha = -r \cdot \sin\alpha = -10 \cdot 0{,}1012 = -1{,}01$ см.

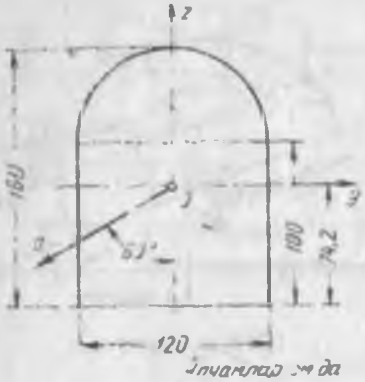
$A$ нуқтадаги кучланиш хусусий кучланиш бўлади, у қуйидагига тенг:

$$\sigma_A = -1{,}71 \cdot 1{,}01 - 17{,}12 \cdot 5{,}71 = 9{,}95 \text{ МПа}$$

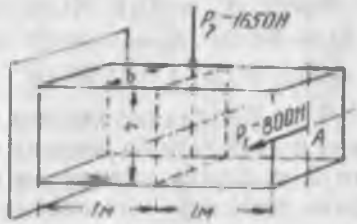
Балканинг энг катта эгилишини қуйидаги формуладан топамиз:

$$f = \frac{5\, q l^4}{384\, E} \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{J_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{J_z^2}} = \frac{4 \cdot 200^4}{384 \cdot 10^6} \sqrt{\left(\frac{0{,}9397}{1098}\right)^2 + \left(\frac{0{,}3420}{3927}\right)^2} =$$

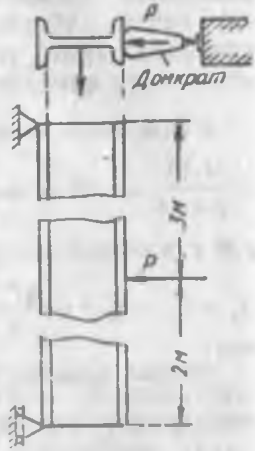
$= 0{,}072$ см.




10.20- масалага оид




10.21- масалага оид




10.22- масалага оид

**10.20.** Расмда кўрсатилган кўндаланг кесимли ёғоч брус учларидан шарнирли таянган. Қулочнинг ўртаси $l = 3$ м да бруса тўпланган куч $P$ таъсир қилади. Бу куч кесимнинг симметрия ўқига 60° бурчак остида йўналган. Агар йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 1100$ Н/см² бўлса, $P$ кучнинг энг катта йўл қўйилган қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 3880 Н.

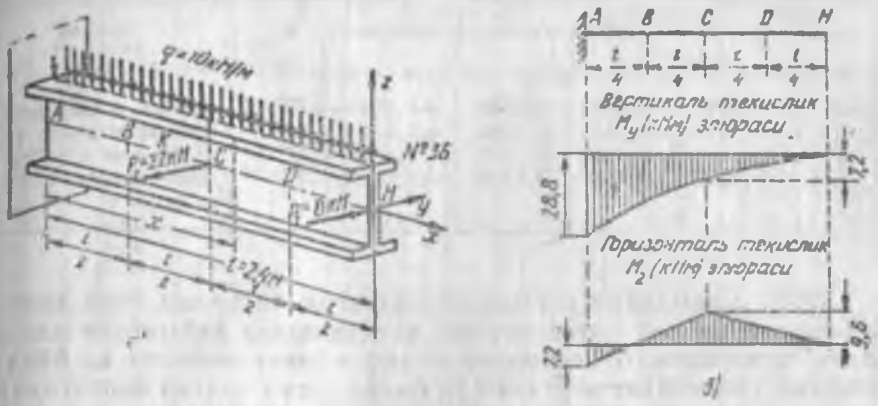
**10.21.** Бир учидан қисилган ёғоч балкани $P_1$ ва $P_2$ кучлар эгади (расмга қаранг). Балканинг баландлиги $h$ нинг эни $b$ га нисбати 2 бўлган тўғри тўртбурчак кесимини танланг ва унинг $A$ кесимда тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини аниқланг; $[\sigma] = 10$ МПа.

*Жавоб:* $9 \times 18$ см; $f_A = 1{,}98$ см (вертикалга 80°51′ бурчак остида).

**10.22.** Қўштавр балка № 40 5 м қулоч учларидан шарнирли таянган. Балка девори горизонтал ётади. Балка горизонтал жойлашган домкрат учун вақтинчалик таянч вазифасини ўтайди. Домкрат таянчлардан биридан 2 м нари ўрнатилган (расмга қаранг). Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олиб, домкратга тушадиган энг катта йўл қўйиладиган юкланишни аниқланг. Балка материали учун $[\sigma] = 160$ МПа.

*Жавоб:* 11 кН.

**10.23.** Қўштавр балка № 36 бир учидан қисилган ва энг катта бикрлик текислигида $q$ интенсивликдаги тенг тақсимланган юк билан, энг кичик бикрликдаги текисликда эса $P_1$ ва $P_2$ тўпланган кучлар билан юкланган (расмга қаранг). Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишларни, шунингдек $B$, $C$, $D$ ва $H$ кесимлардаги тўлиқ эгилиш қийматн ва йўналишини аниқланг.




10.23- масалага оид

*Ечим:* Қўштавр № 36 учун сортамент бўйича

$$J_z = 516 \text{ см}^4,\ J_y = 13380 \text{ см}^4,\ W_y = 743 \text{ см}^3 \text{ ва } W_z = 71{,}1 \text{ см}^3.$$

Вертикал ($M_y$ ва горизонтал $M_z$) текисликларда эгувчи моментларнинг эпюралари расм, *б* да кўрсатилган. Кесим *C* ёки кесим *A* хавфли ҳисобланади.

$M_{yC} = -0{,}72$ кНм, $M_{zC} = -0{,}96$ кН·м бўлган кесим *C* да энг катта чўзувчи кучланиш *K* нуқтада ётади. У қуйидагига тенг:

$$\max \sigma (C) = \sigma_K = \frac{M_{yC}}{W_y} + \frac{M_{zC}}{W_z} = \frac{72000}{743} + \frac{96000}{71{,}1} = 97 + 1350 = 1447 \text{ Н/см}^4.$$

$M_{yA} = 2{,}88$ кНм, $M_{zA} = 0{,}72$ кНм бўлган кесим *A* да энг катта чўзувчи кучланиш *N* нуқтада вужудга келади:

$$\max \sigma (A) = \frac{M_{yA}}{W_y} + \frac{M_{zA}}{W_z} = \frac{288000}{743} + \frac{72000}{71{,}1} = 388 + 1012 = 1400 \text{ Н/см}^2.$$

Кесим *C* энг хавфли.

Вертикал ва горизонтал текисликларда балка букилган ўқининг дифференциал тенгламаларини интеграллаш эгилишлар учун қуйидаги ифодаларга олиб келади: $f_z = -\Phi_1 (6m^3 - 4m^2 + m^4)$ ва

$$f_y = \Phi_2 \{8 (P-1) m^3 - 12 (P-2) m^2|_{AC} - P(2m-1)^3|_{CH}\} =$$

$$\Phi_2 [14 m^3 - 9 m^2|_{AC} - \frac{11}{4} (2m-1)^3|_{CH}],$$

бу ерда $m = \frac{x}{l}$, $P = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2200}{800} = 2{,}75$, $\Phi_1 = \frac{ql^4}{24 EJ_y} = \frac{10^6 \cdot 240^4}{24 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 13380} =$

$= 0{,}0517$ см.

$$\Phi_2 = \frac{P_1 l^3}{40 EJ_z} = \frac{800 \cdot 240^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 516} = 0{,}223 \text{ см}.$$

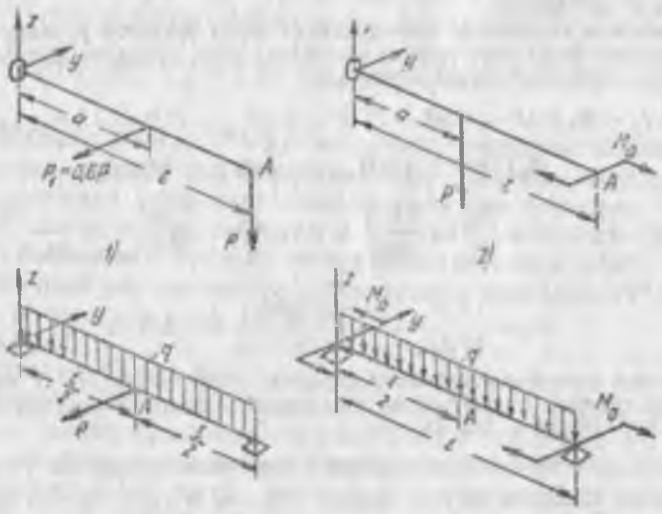
Ҳисоблаш учун формулаларга $m$ қийматни қўйиб, *B*, *C*, *H*, *D* кесимлардаги шкала бош инерция ўқининг тўлиқ эгилишининг ташкил этувчиларини топамиз: $m = 1/4$, $m = 1/2$, $m = 3/4$ ва $m \approx$.

1. Тўлиқ эгилиш қийматини қуйидаги формуладан аниқлаймиз: $f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}$.

Тўлиқ эгилиш йўналиши ва ук *z* орасидаги бурчак $\alpha$ ушбу $\operatorname{tg} \alpha = f_y / f_z$ ифодадан топилади. Тегишли ҳисоблашлар натижалари жадвалда келтирилган. Балканинг эгилган ўқи фазовий эгри чизиқдан иборат.

| Кесим | $f_y$, см | $f_z$, см | $f$, см | $tg\alpha$ | $\alpha$ | Эслатма |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *B* | —0,0767 | —0,0163 | 0,0785 | +4,695 | +77°59′ | Бурчак $\alpha$ нинг мусбат қийматлари ўқ *z* дан соат стрелкаси йўналишида қўйилади |
| *C* | —0,1116 | —0,0549 | 0,1244 | +2,034 | +63°49′ | |
| *D* | +0,1116 | —0,1035 | 0,1522 | —1,078 | —47°10′ | |
| *H* | +0,8093 | —0,1550 | 0,8240 | —5,222 | —79°10′ | |

**10.24.** Схемалари расмда кўрсатилган балкалар учун хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланишлар қийматини аниқланг, шунингдек *A* кесимдаги тўлиқ эгилиш қиймати ва йўналишини (кесимнинг вертикал ўқ билан ҳосил қилган бурчагини) топинг. Балкаларнинг вариантлари а) ёғоч балка, думалоқ кесимли, диаметри $d$; б) ёғоч балка, тўғри тўртбурчак кесимли, томонларининг нисбати $h:b=2$; в) пўлат балка, қўштавр кесимли, г) пўлат балка, тоғарасимон кесимли (бу ҳолда ташқи кучларнинг таъсир текислиги кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади деб ҳисоблансин). Схемалар *1* ва *2* даги балкаларнинг учлари қисилган, схемалар *3* ва *4* да эса вертикал текисликда ҳам, горизонтал текисликда ҳам шарнирли маҳкамланган. Икки таянчдан бири қўзғалмас. Ҳамма ҳолларда ҳам балка кесимининг баландлиги вертикал ўқ *z* га параллел. Балкаларнинг ўлчамлари ва юкланиш қиймати ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган. Шу жадвалда жавоблар ҳам берилган.

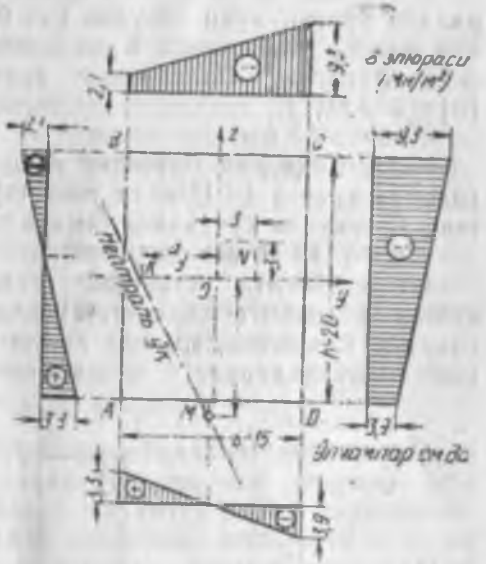


10.24-масалага оид

| № | Балка схемаси | Кесим ўлчамлари | Узунлик, м | | | | Юкланиш | | Жавоб. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l$ | $a$ | $P$, Н | $q$, Н/см | М, Нм | $\sigma_{max}$, МПа | $f_A$, см | $\alpha$ |
| 1 | 1—а | $d$ = 16 см | 1,5 | 1,0 | 0,2 | — | — | 80,3 | 0,73 | 17°17′ |
| 2 | 1—б | $h$ = 20 см | 1,8 | 1,0 | 0,3 | — | — | 135,0 | 1,18 | 42°9′ |
| 3 | 1—в | № 12 | 1,2 | 0,8 | 0,2 | — | — | 1512 | 0,66 | 75°38′ |
| 4 | 1—г | № 14 | 1,4 | 0,9 | 0,2 | — | — | 1381 | 0,62 | 72°26′ |
| 5 | 2—а | = 12 см | 1,0 | 0,4 | 0,2 | — | 150 | 100,2 | 0,80 | 79°31′ |
| 6 | 2—б | $d$ = 18 см | 1,2 | 0,5 | 0,4 | — | 120 | 90,5 | 0,80 | 81°30′ |
| 7 | 2—в | № 18 | 1,6 | 0,6 | 1,0 | — | 200 | 1507 | 1,55 | 86°24′ |
| 8 | 2—г | № 20 | 2,0 | 0,8 | 2,0 | — | 100 | 1540 | 0,96 | 67°35′ |
| 9 | 3—а | $d$ = 18 см | 3,0 | — | 0,4 | 4 | — | 94,5 | 0,93 | 28°4′ |
| 10 | 3—б | $h$ = 24 см | 2,4 | — | 0,6 | 6 | — | 100,0 | 0,52 | 69°27′ |
| 11 | 3—в | № 20 | 2,8 | — | 0,4 | 7 | — | 1585 | 0,82 | 79°10′ |
| 12 | 3—г | № 24 | 3,6 | — | 0,3 | 10 | — | 1524 | 0,80 | 61°43′ |
| 13 | 4—а | $d$ = 14 см | 2,4 | — | — | 3 | 140 | 95,5 | 0,87 | 37°52′ |
| 14 | 4—б | $h$ = 20 см | 3,0 | — | — | 4 | 100 | 97,5 | 0,93 | 46°51′ |
| 15 | 4—в | № 16 | 2,2 | — | — | 10 | 150 | 1589 | 0,79 | 77°17′ |
| 16 | 4—г | № 18 | 2,8 | — | — | 8 | 160 | 1589 | 0,96 | 72°9′ |

## 31-§. Марказдан ташқаридаги чўзилиш ва сиқилиш

**10.25.** Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчакли ёғоч стойкага бўйлама сиқувчи куч $P=90$ кН қўйилган. Бу куч $N$ нуқтага қўйилган (расмга қаранг). Кесимнинг нейтрал ўқи вазиятини аниқланг ва тўғри тўртбурчак томонлари бўйича нормал кучланишлар эпюраларини ясанг.




10.25- масалага оид

*Ечими.* Стойканинг кўндаланг кесимидаги кучланишларни топиш учун қуйидаги формулалардан фойдаланилади:

$$\sigma = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{y_P\, y}{i_z^2} + \frac{z_P z}{i_y^2}\right).$$

Бу ҳолда $P = -90000$ Н (куч стойкани сиқади), $F = bh = 15 \cdot 20 = 300$ см² = $= 0{,}03$ м², $y_P = z_P = 3$ см. кўндаланг кесим инерция радиуслари квадратлари эса қуйидагига тенг

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{bh^3}{12\,bh} = \frac{h^2}{12} = \frac{20^2}{12} = \frac{100}{3}\ \text{см}^2;$$

$$i_z^2 = \frac{J_z}{F} = \frac{hb^3}{12\,bh} = \frac{b^2}{12} = \frac{15^2}{12} = \frac{75}{4}\ \text{см}^2$$

Ушбу $F$, $P$, $y_P$, $z_P$ $i_y^2$, $i_z^2$ қийматларини кучланишларни ҳисоблаш формуласига қўйиб қуйидагига эга бўламиз ($y$ ва $z$ см ларда берилган).

$$\sigma = -\frac{90000}{0{,}03}\left(1+\frac{3\cdot 4}{75}y+\frac{3\cdot 3}{100}z\right) = -3\cdot 10^6(1+0{,}16\,y+0{,}09\,z)\ \text{Н/м}^2.$$

$\sigma = 0$ деб олиб, нейтрал ўқ вазиятини топамиз. Қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$1+0{,}16\,y+0{,}09\,z=0$, $z=0$, бундан $a_y = -\frac{1}{0{,}16} = -6{,}25$ см ($K$ нуқтада),

$y=0$ да эса $a_z = -\frac{1}{0{,}09} = -11{,}1$ см ($M$ нуқтада).

Кесимнинг нейтрал ўқи $K$ ва $M$ нуқталар орқали ўтади.

Нормал кучланишлар $y$ ва $z$ координаталарга боғлиқ бўлгани учун уларнинг кесим томонлари бўйлаб ўзгариш эпюраларини ясаш учун тўғри тўртбурчакли бурчаклари учларидаги кучланишлар қийматини ифодалаш кифоя. Координаталари $y_A = -7{,}5$ см ва $z_A = -10$ см бўлган $A$ нуқтада $\sigma_A = -3\cdot 10^6(1-0{,}16\times 7{,}5-0{,}09\times 10) = 3{,}3\times 10^6$ Н/м$^2$ $= 3{,}3$ мН/м$^2$.

Бошқа бурчаклардаги нуқталарда ҳам кучланишлар худди шундай ҳисобланади. $\sigma_B = -2{,}1$ мН/м$^2$, $\sigma_C = -9{,}3$ мН/м$^2$, $\sigma_D = -3{,}9$ мН/м$^2$ Бу нуқталарда сиқилиш юз беради. Кучланишлар эпюралари расмда кўрсатилган.

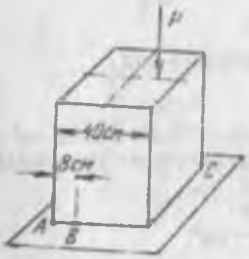
**10.26.** Эни 18 см бўлган пўлат полосага унинг ўқларига параллел бўлган икки чўзувчи куч 9 кН таъсир қилади. Бу кучлар полоса четларидан 5 см масофада унинг қалинлиги ўртасига қўйилган. Полосанинг зарур қалинлигини аниқланг. $[\sigma] = 160$ МПа.

*Жавоб:* 7,3 мм.

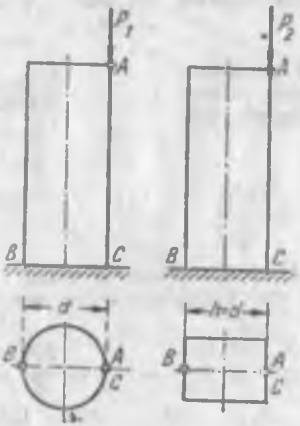
**10.27.** Сиқилган бруснинг $A$ нуқтасидаги нормал кучланиш (расмга аранг) 12 Н/м$^2$ га тенг (чўзилиш), $B$, нуқтада у нолга тенг. $C$ нуқтада кучланиш нимага тенг?

*Жавоб:* 48 Н/см$^2$ (сиқилиш).

**10.28.** Иккита устуннинг $A$ нуқталарига сиқувчи кучлар қўйилган (расмга қаранг). Иккала устуннинг $C$ нуқталарида сиқувчи кучланишлар бир хиллиги маълум бўлди. Устунларнинг $B$ нуқталаридаги кучланишларни таққосланг.



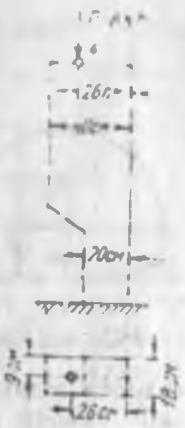

10.27- масалага оид




10.28- масалага оид




10.29- масалага оид



10.30- масалага оид



10.31- масалага оид

*Жавоб:* Думалоқ кесимли устунда кучланиш 20% катта бўлади.

**10.29.** Тўғри тўртбурчак кесимли устуннинг *A* ва *B* нуқталарига бир хил кучлар қўйилган (расмга қаранг). Агар кучлардан бири олиб қўйилса, устундаги энг катта сиқувчи кучланиш қандай ўзгаради.

*Жавоб:* Ўзгармайди.

**10.30.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли бетон устуннинг пастки қисми мустаҳкамлигини текширинг (расмга қаранг). Чўзилишга рухсат этиладиган кучланиш 7 Н/см² дир, сиқилишга рухсат этиладиган кучланиш эса 70 Н/см² га тенг.

*Жавоб:* $\max \sigma_ч = 6{,}3$ Н/см² $< 7$ Н/см²,
$\max \sigma_с = 9{,}7$ Н/см² $< 70$ Н/см².

**10.31.** Устуннинг асоси 20×30 см кўндаланг кесимли брусдан қилинган (расм, *а* га қаранг). Агар уни сиқувчи куч $P = 36$ кН бўлса, устун асосидаги энг катта нормал кучланишни аниқланг. Агар устун асосини кўндаланг кесими 20 × 20 см бўлган брусдан қилинса, бу кучланиш нимага тенг бўлади (расм, *б* га қаранг).

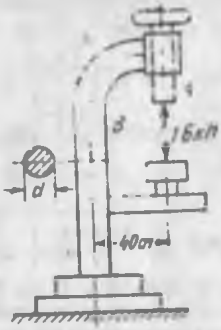
*Жавоб:* а) 12 МПа, б) 9 МПа.

**10.32.** Агар тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли бетон устуни сиқувчи куч: а) *A* нуқтага, б) *B* нуқтага қўйилган бўлса, бетон устуннинг емирилиши қандай кучланишдан (чўзилишданми ёки сиқилишданми) рўй беради. Сиқилишда бетоннинг мустаҳкамлик чегараси чўзилишдагидан олти марта катта. $\sigma$ ва $\varepsilon$ орасидаги боғлиқликни емирилгунга қадар чизиқли деб ҳисобланг.

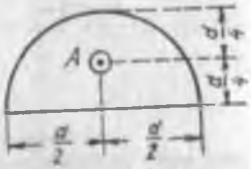
*Жавоб:* а) сиқилишдан; б) чўзилишдан.




10.32- масалага оид




10.33- масалага оид




10.34- масалага оид

**10.33.** Детални пармалашда пармалаш станоги шпиндели *A* га (расмга қаранг) 1,6 кН босим ўқ бўйлаб таъсир қилади. Агар чўзилишга йўл қўйиладиган кучланиш 350 Н/см² бўлса, думалоқ чўян устун *B* нинг диаметрини аниқланг.

*Жавоб:* 125 мм.

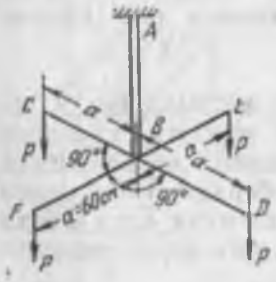
**10.34.** Кўндаланг кесими $d=20$ см диаметрли ярим доира кўринишидаги калта ёғоч стойка бўйлама сиқувчи куч *P* билан юкланган. Бу куч стойка эни ва қалинлигининг ўртасига — *A* нуқтага қўйилган (расмга қаранг). Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=10$ МПА бўлса, *P* кучнинг йўл қўйиладиган энг катта қийматини аниқланг. Агар стойка оддий сиқилишга ишлаётган бўлса, унга қандай *P* кучни қўйиш мумкин эди.

*Жавоб:* 9,68 кН, 15,7 кН.

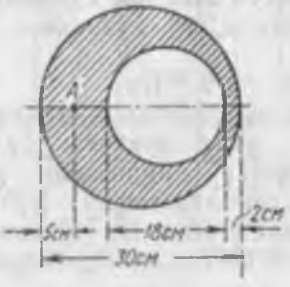
**10.35.** Пўлат труба *AB* га бикр маҳкамланган креставина *CDEF* га тўртта бир хил юк $P=100$ Н симметрик тарзда осилган (расмга қаранг). *AB* трубанинг ташқи диаметри 60 мм, деворининг қалинлиги 2 мм. Тўртта юк осилган трубадаги энг катта чўзувчи кучланишни, шунингдек юклардан бири олинган ҳолдаги энг катта чўзувчи кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* 110 Н/см²; 1256 Н/см².

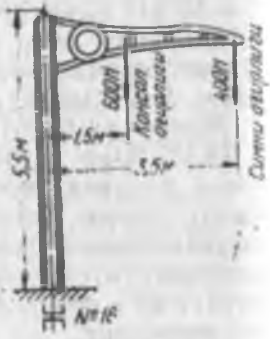
**10.36.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган устун *A* нуқтага қўйилган бўйлама куч билан сиқилган. Ушбу ҳолда мак-



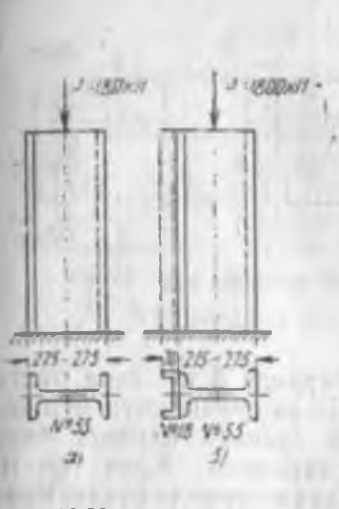

10.35- масалага оид



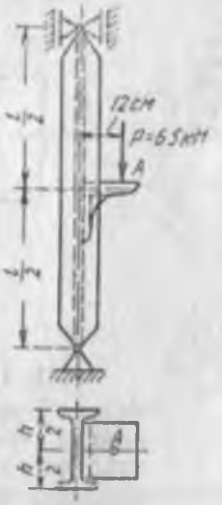

10.36- масалага оид



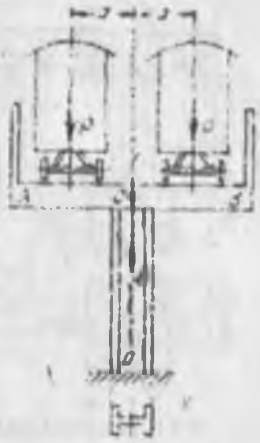

10.37- масалага оид



10.38- масалага оид



10.39- масалага оид



10.40- масалага оид

симал нормал кучланиш деворларининг қалинлиги ҳамма ерда бир хил бўлиб, 60 см га тенг ҳолдагидан қанча марта кам бўлишини аниқланг.

*Жавоб:* 1,15 марта.

**10.37.** Якка трамвай снминн осиш учун мўлжалланган устун иккита швеллер № 16 дан иборат (расмга қаранг). Симнинг, консолнинг оғирлигини ҳисобга олиб ҳамда устуннинг ўз оғирлигини ҳам ҳисобга олиб, устун асосидаги кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $+116$ Н/см$^2$; $-130$ Н/см$^2$.

**10.38.** Марказига сиқувчи куч $P=180$ кН қўйилган қўштаврли калта стойка № 55 (расм, *а* га қаранг) стойканинг бутун узунлиги бўйича унга пайвандланган швеллер № 18 билан кучайтирилган (расм, *б* га қаранг). Қўштаврли стойкадаги ҳамда швеллер билан кучайтирилган стойкадаги энг катта сиқувчи кучланишлар қанчага тенг?

*Жавоб*: а) 15,79 МПа; б) 17,07 МПа.

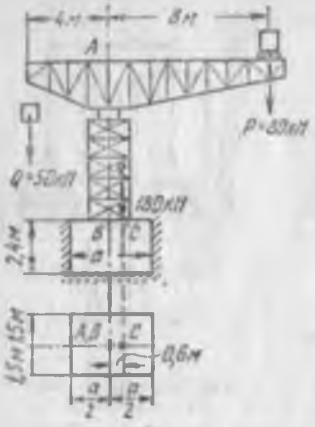
**10.39.** Учларидан шарнирли бириктирилган қўштавр кесимли калта стойкага кронштейн орқали нагрузка $P=6{,}5$ кН узатилади (расмга қаранг). Агар рухсат этилган кучланиш 160 МПа бўлса, қўштавриинг зарур номерини аниқланг.

*Жавоб:* № 22.

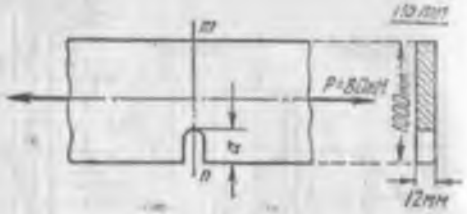
**10.40.** Қўштавр стойкалар $CD$ балкалар $AB$ ни тутиб туради. Балкалар устига тор изли тўмир йўл рельслари ётқизилган (расмга қаранг).

Агар конструкциянинг битта стойкага узатиладиган хусусий оғирилги $Q=12$ кН, $P=8$ кН, $a=1$ м ва $[\sigma]=140$ МПа бўлса, йўллардан иккаласи ёки биттаси устида вагонлар турганда зарур қўштавр номерини аниқланг.

*Жавоб:* № 36.




10.41- масалага онд




10.42- масалага онд

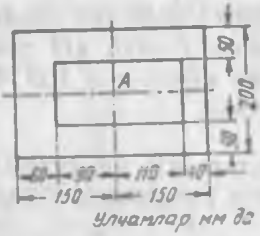
**10.41.** Оғирлиги 8 кН гача бўлган юкни кўтариш ва суриш учун мўлжалланган кран (расмга қаранг) бетон пойдеворга тиралади. Кран ўқи $AB$ пойдевор маркази орқали ўтади. Кранинг 18 кН га тенг бўлган оғирлиги (юк $P$ ва посонги оғирлиги $Q$ бу ҳисобга кирмайди) пойдеворга $C$ нуқтада ўқ $AB$ дан 0,6 м масофада қўйилган деб ҳисоблаб, пойдеворнинг $A$ томони ўлчамини аниқланг. Бунда пойдевор асосида чўзувчи кучланишлар бўлмасин. Шу топилган $a$ қийматида грунтга қанча энг катта босим тушади? Бетоннинг ҳажмий оғирлиги 2,2 кН/м$^3$.

*Жавоб:* 3,68 м = 3,7 м; 16,1 кН/м$^2$.

**10.42.** Пўлат полоса марказий қўйилган кучлар $P$ дан чўзилади (расмга қаранг). Агар энг катта нормал кучланиш 150 МПа дан ошмаса, полосада бир томонлама ўйиқ қандай $a$ чуқурликда қилиниши мумкин? Ўйиқда кучланишларнинг тўпланиши ҳисобга олинмасин.

*Жавоб:* 20,7 мм.

**10.43.** Тўғри тўртбурчак кесимли ичи бўш пўлат устунни қўшишда икки параллел деворнинг қалинлиги хато равишда бир хил чиқмай қолган (расмга қаранг). Устунни сиқувчи бўйлама юк $A$ нуқтага қўйилган деб ҳисоблаб, юкнинг йўл қўйиладиган энг катта қийматини аниқланг. $[\sigma] = 160$ МПа. Устун деворларининг қалинлиги ҳамма ерда бир хил (50 мм) деб ҳисоблаб, юкнинг энг катта қийматини аниқланг.



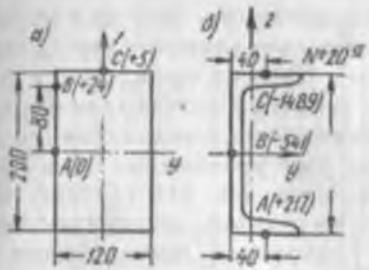

10.43- масалага онд

*Жавоб:* 594, 7 кН, 640 кН, яъни 7,6% катта.

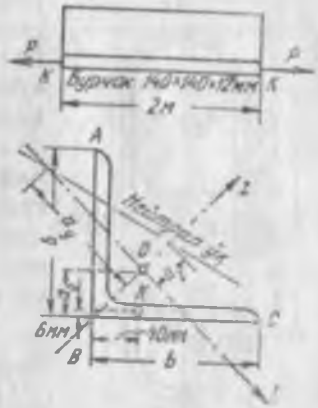



10.44- масалага онд

**10.44.** Томонлари $a$ га тенг бўлган квадрат кўндаланг кесимли калта стойка марказига қўйилган куч $P$ билан сиқилган. Агар бунда а) расмда кўрсатилгандек битта кемтик қилинса, ва б) стойканинг қарама-қар




10.45- масалага оид




10.46- масалага оид

ши томонида иккита шундай бир хил кемтик қилинса, стойкада энг катта сиқувчи кучланиш қанча фоиз катталашади?

*Жавоб:* 70,2%, 33,3%.

**10.45.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган стойкалар марказдан ташқарига кўйилган бўйлама сиқувчи юк $P$ таъсирида турибди. Баъзи пуқталар учун тажриба йўли билан топилган кучланишлар маълум. Расмда бу нуқталардаги кучланишлар қиймати Н/см² да берилган.

Стойкалардан ҳар бири учун юк $P$ қийматларини ва $y$ қўйилган нуқталарнинг координатларини, шунингдек энг катта сиқувчи кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб*:

а) $P = 6$ кН, $y_P = +2$ см, $z_P = -4$ см; $\max\sigma = -80$ Н/см²;

б) $P = 15$ кН; $y_P = +0{,}22$ см, $z_P = 9{,}5$ см, $\max\sigma = 1584$ Н/см²

**10.46.** Улчамлари $140 \times 140 \times 12$ мм бўлган бурчакликни битта куч $P = 15$ кН чўзади. Кучлар учларидаги кесимлардаги нуқталар $K$ га қўйилган (расмга қаранг). Нейтрал ўқ вазиятини ва бурчаклик кесимларидаги $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги кучланишларни аниқланг. Агар бурчакликнинг узунлиги 2 м бўлса, унинг энг катта эгилиш қиймати ва йўналишини топинг. Бурчакликнинг буралишини ҳисобга олманг.

*Кўрсатма:* Бурчакликнинг энг катта эгилиши қуйидаги формуладан аниқланади

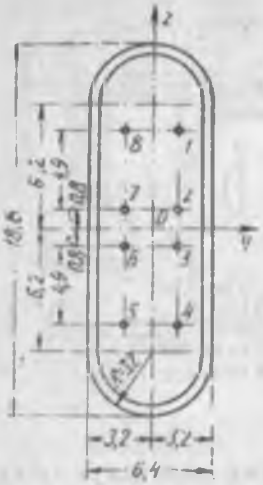
$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{\left(\frac{M_z l^2}{8EJ_z}\right)^2 + \left(\frac{M_y l^2}{8EJ_y}\right)^2} = \frac{Pl^2}{8E}\sqrt{\left(\frac{y_k}{J_z}\right)^2 + \left(\frac{e_k}{J_y}\right)^2}$$

Эгилиш йўналиши кесимнинг нейтрал ўқига перпендикуляр.

*Жавоб*: $a_y = -12{,}25$ см, $a_z = +3{,}37$ см, $\sigma_A = -512$ Н/см².

$\sigma_B = +1216$ Н/см², $\sigma_C = +234$ Н/см², $f = 0{,}355$ см.

**10.47.** Расмда икки изли темир йўл кўприги таянчининг горизонтал кесимлари тасвирланган. Таянчнинг оғирлиги 3200 кН. Нуқта *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7* ва *8* ларда таянчга кўприк қу-




10.47- масалага оид

лочлари оғирлигининг бир хил кучлари узатилади. Бу кучларнинг ҳар қайсиси 120 кН дан. Бундан ташқари, *1* ва *2* нуқталарда таянчга қулочлардан бири орқали ўтадиган поезд оғирлигининг бир хил кучлари ҳам узатилади. Бу кучларнинг ҳар қайсиси 210 кН га тенг. Нейтрал ўқнинг вазиятини, шунингдек таянч асосидаги горизонтал текисликдаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни аниқланг.

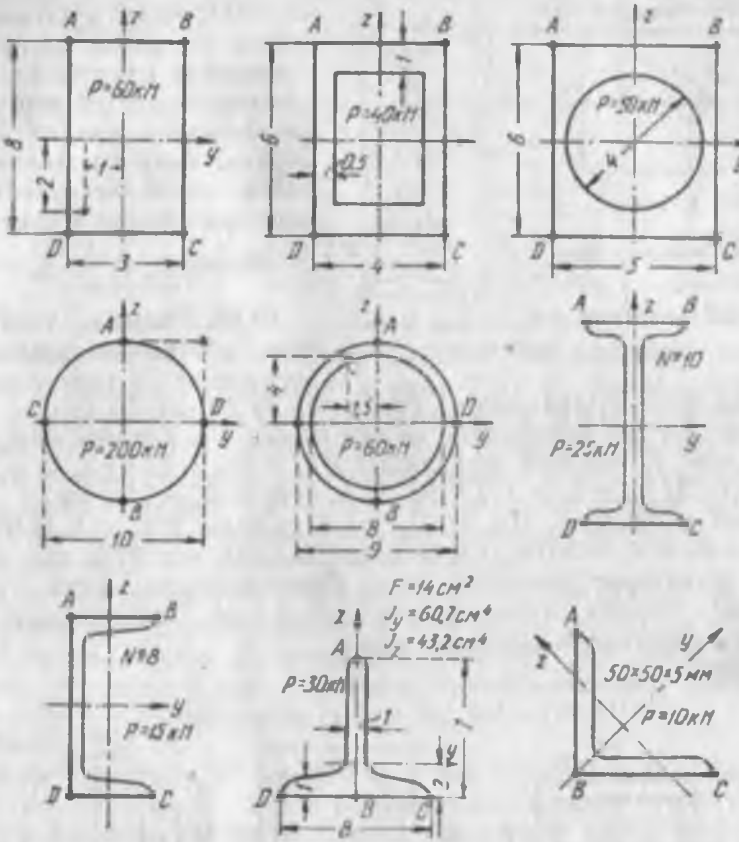
*Жавоб*: $a_y = -26{,}6$ см; $a_z - 86{,}6$м; $\sigma_{max} = 49{,}2$ кН/м²; $\sigma_{min} = 33$ кН/м²

**10.48.** Кўндаланг кесимлари расмда тасвирланган (ўлчамлар см да кўрсатилган) $l = 1{,}5$ м узунликдаги пўлат стерженларни бўйлама кучлар $P$ чўзади. Бу кучлар юлдузчалар билан белгиланган нуқталардаги ички кесимларга қўйилган. Нейтрал чизиқ координаталар ўқларида кесадиган кесимларни топинг, *A*, *B*, *C* ва *D* нуқталардаги нормал кучланишларни ҳисобланг, бу кучланишларнинг кесим томонлари бўйлаб ўзгариш эпюраларини ясанг ва стержен узунлигининг ўртасидан эгилиш стреласи $f$ ни аниқланг. Кесимлари схемалар *4* ва *7* да тасвирланган стерженлар учун энг катта нормал кучланишлар катталигини ҳам аниқланг. Юпқа деворли стерженларининг эгилиш ва буралиш деформацияси натижасида вужудга келадиган кучланишларни ҳисобга олманг. Жавоблар жадвалда келтирилган.

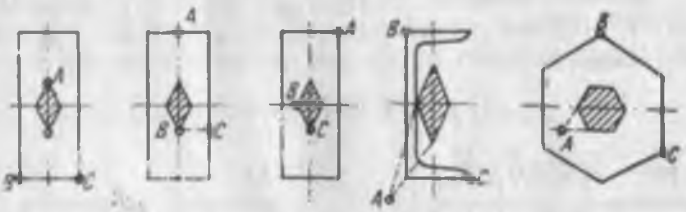
*10.48- масалага*

| Схема номери № | Нейтрал ўқ нуқталарининг координаталари | | Кесим нуқталаридаги кучланишлар, Н/см² | | | | | Эгилиш $f$, см |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $a_y$, см | $a_z$, см | $\sigma_A$ | $\sigma_B$ | $\sigma_C$ | $\sigma_D$ | $\sigma_{max}$ | |
| 1 | +0,75 | +2,67 | +375 | −625 | +125 | +1125 | 1125 | 0,49 |
| 2 | +0,96 | −1,56 | +1672 | +281 | −1005 | +386 | 1672 | 0,57 |
| 3 | −1,15 | +1,48 | −919 | +331 | +1493 | +243 | 1493 | 0,45 |
| 4 | −1,25 | −1,25 | +1273 | −764 | −764 | +1273 | 1695 | 0,41 |
| 5 | +6,04 | −2,27 | +1342 | −443 | +784 | +115 | 1403 | 0,30 |
| 6 | −0,54 | −3,30 | −532 | +1580 | +949 | −1164 | 1580 | 0,55 |
| 7 | −0,53 | −2,49 | +23 | +1283 | +747 | −514 | 1283 | 0,45 |
| 8 | +0,77 | +2,17 | −280 | +412 | −700 | +1524 | 1524 | 0,41 |
| 9 | −0,63 | +1,05 | +1415 | −454 | +10 | — | 1415 | 0,54 |

**10.49.** Расмда тўғри тўртбурчак, тоғарасимон ва олти бурчакли кўндаланг кесимлар, шунингдек уларнинг кесим ядролари тасвирланган. Агар кесим текислигига перпендикуляр куч *A* нуқтага қўйилган бўлса, бу кесимларнинг ҳар қайсисида нейтрал ўқ қандай ўтади?




10.48- масалага оид

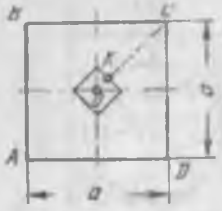


10.49- масалага оид

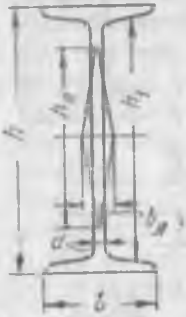
*Жавоб:* $B$ ва $C$ нуқталар орқали ўтади.

**10.50.** Расмда тош устуннинг квадрат кўндаланг кесими тасвирланган. Устунни бўйламасига сиқадиган куч $P$ кесим ядроси чегарасида $K$ нуқтага қўйилган. Бу нуқта $OC$ диагоналда ётади. $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталардаги кучланишлар нимага тенг?

*Жавоб:* $\sigma_A = 0$; $\sigma_B = \sigma_D = -\frac{P}{F}$; $\sigma_C = -2\frac{P}{F}$.



10.50- масалага оид



10.51- масалага оид

**10.51.** Агар қўштавр кесимли деворнинг қалинлиги $d$ кичрайса (расмга қаранг), қўштавр кесими ядроси ўз ўлчамларини қандай ўзгартиради? Агар $d$ нолгача кичрайса, унинг чегаравий ўлчамлари қандай бўлади?

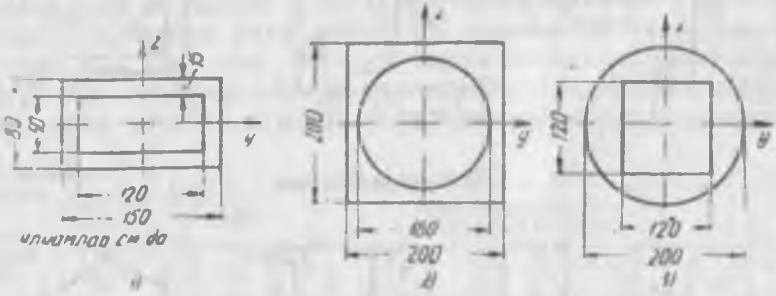
*Жавоб:* $b_я = \frac{b}{3}$; $h_я = h_1$

**10.52.** Расмда учта ичи бўш устуннинг кўндаланг кесимлари тасвирланган. Уларда ички бўшлиқлар а) бўлган ва б) бўлмаган ҳоллар учун устунлардан ҳар қайсисининг кесими ядроси ўлчамларини аниқланг.

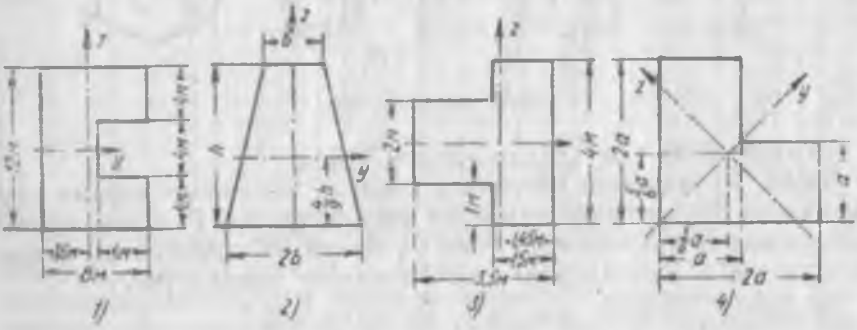
*Жавоб:* 1) ичи бўш устунларда: а) $h_я = 2z_я = 42{,}9$ см, $b_я = 2y_я = 68$ см; 2) $h_я = b_я = 112{,}4$ см; 3) $h_я = b_я = d_я = 72{,}0$ см; б) яхлит устунларда; 1) $h_я = 26{,}7$ см, $b_я = 50$ см; 2) $h_я = b_я = 66{,}7$см; 3) $h_я = b_я = d_я = 50$ см. Барча ҳолларда ҳам ичи бўш кесимларда кесим ядросининг ўлчамлари яхлит кесимлардагидан катта бўлади.

**10.53.** Расмда тасвирланган кўндаланг кесимлардан ҳар қайсиси учун кесим ядросини ясанг.

*Жавоб:*



10.52- масалага оид



10.53- масалага оид

| Кесим | Ядро координаталари | | Кесим | Ядро координаталари | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $y_я$ | $z_я$ | | $y_я$ | $z_я$ |
| 1 | 0 | ±2,36м | 3 | 0 | ±0,467м |
| | +1,44м | 0 | | +0,242м | ±0,461м |
| | −1,88 | 0 | | +0,478м | 0 |
| | | | | −0,676м | 0 |
| 2 | 0 | +0,181 | | −0,118а | ±0,253а |
| | 0 | −0,144 | 4 | −0,206а | 0 |
| | ±0,268 | −0,052 | | +0,165а | ±0,354а |

## 32-§. Бўйлама ва кўндаланг кучларнинг бир вақтдаги таъсири

**10.54.** Квадрат кўндаланг кесими 1×1 м, баландлиги 5 м бўлган ғиштин устунга ўз хусусий оғирлиги ҳамда кучи 80 Н/м² га тенг бўлган шамолнинг бир текис тақсимланган кўндаланг босими таъсир қилади (расмга қаранг). Устун термасининг солиштирма оғирлиги 1,6 га тенг. Устун асосидаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг.

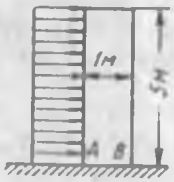
*Жавоб:* $\sigma_A = -2$ кН/м²; $\sigma_B = -14$ кН/м².

**10.55.** Диаметри 15 см бўлган думалоқ кўндаланг кесимли ёғоч устун $AB$ (расмга қаранг) $P$ куч билан тортилган канатни тутиб туради. Устун $B$ кесимидан қисилган деб ҳисоблаб, канатнинг мумкин бўлган энг катта тарангланишини аниқланг. Ёғоч учун йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 100$ Н/см².

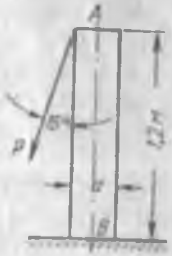
*Жавоб:* 787 Н.

**10.56.** Диаметри 20 см бўлган устун ердан 5 м баландликда икки группа $A$ ва $B$ группа горизонтал симларни тутиб туради (расмга қаранг). Устун $A$ группа симлардан қабул қиладиган горизонтал зўриқиш 100 Нга, $B$ группа симлардан қабул қиладиган горизонтал зўриқиш эса 150 Н га тенг. Иккала группадаги симларнинг устунга узатадиган оғирлиги 280 Н. Устуннинг оғирлиги 90 Н. Устун ерга қўмилган жойдаги кўндаланг кесимда энг катта чўзувчи ва энг катта сиқувчи кучланишларни аниқланг.

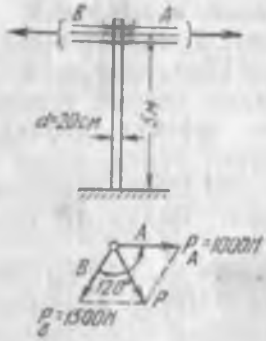
*Жавоб:* $\max \sigma_ч = 83$ Н/см²; $\max \sigma_с = 85{,}4$ Н/см².




10.54- масалага оид




10.55- масалага оид




10.56- масалага оид




10.57- масалага оид

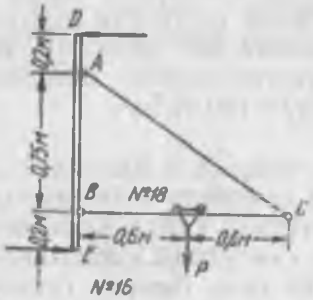
**10.57.** Агар юк $P=800$ Н бўлса, велосипед эгари маҳкамланган трубкадаги нормал кучланишни аниқланг (расмга қаранг). Трубканинг ташқи диаметри 24 мм, ички диаметри 21 мм. Трубканинг $B$ учини қисилган деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 113,9 МН/м².

**10.58.** Ичи бўш кесик конус шаклидаги завод трубасининг баландлиги 32 м, труба юқори кесимининг ташқи диаметри 2 м, асосининг ташқи диаметри 3,5 м. Деворининг қалинлиги тегишлича 25 см ва 1 м. Труба термасининг 1 м оғирлиги 1,6 кН га тенг. Труба вертикал проекциясининг 1 м га таъсир қиладиган энг катта шамол кучини аниқланг. Шамол таъсирида труба асосида чўзувчи кучланишлар бўлмайди. Шамолнинг трубанинг диаметрал кесими бўйича босимини бир текис тақсимланган деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 89,5 Н/м².

**10.59.** Деворга маҳкамланадиган кранниинг қўштаврли балкаси $BC$ стойка $DE$ га ва тортқи $AC$ га шарнирли бириктирилган (расмга қаранг). Агар юк $P=4$ кН бўлса, балканинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.




10.59- масалага оид

*Жавоб:* 976 Н/см².

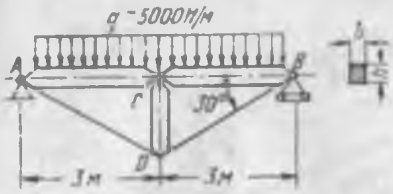
**10.60.** Деворга маҳкамланадиган кранниинг стойкаси $DE$ (олдинги масаладаги расмга қаранг) иккита швеллер № 16 дан иборат; швеллерлар девори бир-бирига пайвандланган. Деворлар текислиги чизма текислигига параллел. Стойканинг кўндаланг кесимидаги бевосита $A$ нуқта остида жойлашган кесимдаги энг катта сиқувчи кучланишни аниқланг. Юк $P=4$ кН $C$ нуқтада деб ҳисобланг.

*Жавоб:* 557 Н/см².

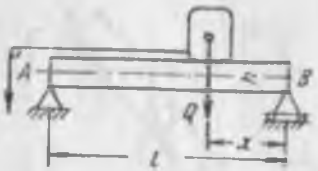
**10.61.** Томонларнинг нисбати $h:b=1{,}5$ бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч шпренгел балкаси учларидан шарнирли таяниб туради, у тенг тақсимланган юк билан юкланган (расмга қаранг). Агар йўл қўйиладиган кучланиш 100 Н/см² бўлса, балка кўндаланг кесими ўлчамларини ҳамда $[\sigma]=1200$ Н/см² бўлса, пўлат тортқилар $AD$ ва $DB$ диаметрини аниқланг. Балка $AB$ нинг $C$ кесимида шарнир бор деб ҳисобланг:

*Жавоб:* $h=17{,}6$ см; $b=11{,}7$ см; $d=12{,}6$ мм.

**10.62.** Чиғир ёрдамида ёғоч балка $AB$ устида юк $Q=1$ кН сирпантириб судралмоқда (расмга қаранг). Балка тўғри тўрт-




10.61- масалага оид




10.62- масалага оид

бурчак кесимли (баландлиги $h=30$ см, эни $b=10$ см, қулочи $l=6$ м) юк билан балка орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f=0{,}4$ деб ҳисобланг. Балкада энг катта сиқувчи кучланиш ҳосил бўладиган юк вазиятини ва шу кучланиш катталигини аниқланг. Юк $Q$ ни тўпланган, чиғир тросининг кучини юк ости сатҳида қўйилган деб ҳисобланг.

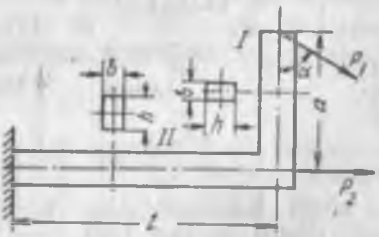
*Жавоб:* $x=2{,}97$ м; $\sigma_{max}=99{,}3$ Н/см².

**10.63.** Диаметри 6 см ли трубка юпқа резиналанган матодан қилинган бўлиб, учларидан елимлаб ёпиштирилган. Трубкага 1,2 атм. босим остида (атмосфера босимига қўшимча равишда) ҳаво ҳайдалган. Трубка учлари бир-биридан 30 см нари турган таянчлар устига қўйилган ва қулоч ўртасида тўпланган куч $P$ билан юкланган.

Трубка кесимининг бирор нуқтасида сиқувчи кучланишлар пайдо бўладиган пайтгача эгилишга ишлайди деб ҳисоблаб, $P$ кучининг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг. Куч ва таянч реакцияларнинг маҳаллий босимларини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* 3,39 Н.

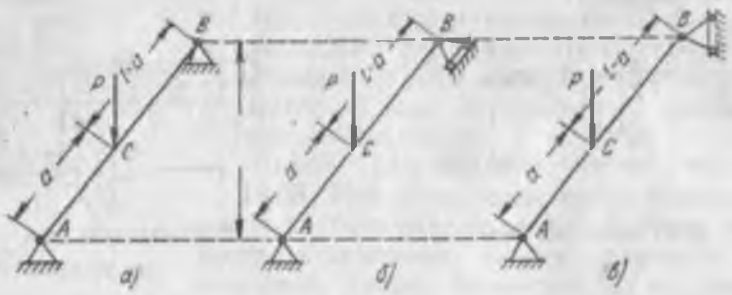
**10.64.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли тирсакли стержень деворга қистириб қўйилган. У иккита тўпланган куч $P_1$ ва $P_2$ билан юкланган (расмга қаранг). Стерженнинг ҳар бир участкаси учун эгувчи момент эпюраларини ясанг ҳамда энг катта нормал кучланишларни аниқланг. $P_1=360$ Н, $P_2=7200$ Н, $l=50$ см, $a=30$ см, $h=6$ см, $b=4$ см, $\alpha=60°$.




10.64- масалага оид

*Жавоб:* $\sigma_I=358$ Н/см²; $\sigma_{II}=1078$ Н/см².

**10.65.** Узунлиги $l$ бўлган $AB$ балка қия ўрнатилган. Унинг $C$ кесимига вертикал йўналган тўпланган куч $P$ қўйилган (расмга қаранг). Балка узунлиги бўйича ўзгарадиган эгувчи момент ва бўйлама кучлар эпюраларини ясанг. Юқори шарнирли таянчнинг ҳар хил жойлашиш вариантлари учун энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар катталигини аниқланг. Кўндаланг кесимнинг хили ва унинг ўлчамларн, балка узун-




10.65- масалага оид

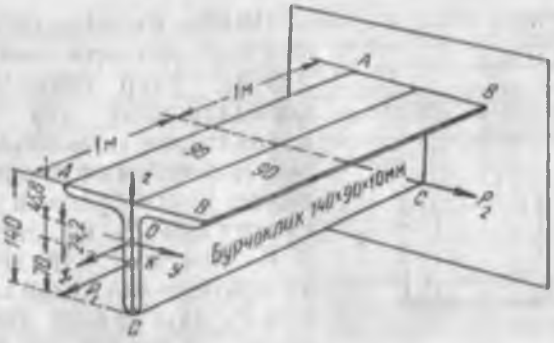
лиги, юкланишнинг вазияти ва катталиги жадвалда кўрсатилган. Бунда жавоблар ҳам берилган. Ҳамма ҳолларда ҳам балканинг баландлиги кучларнинг таъсир йўналишига параллел.

*10.65- масалага*

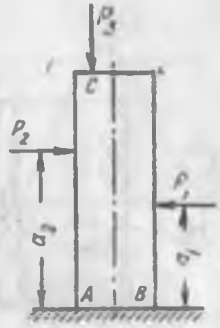
| Тартиб номери | Кесим хиллари ва ўлчамлари | $l$ см | $a$, см | $H$, см | $P$, кН | Юқори таянч варианти | Жавоб: Энг катта кучланишлар см³ чўз. | Жавоб: Энг катта кучланишлар см³ сиқ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | *а* | 86,0 | 87,0 |
| 2 | 20см, 9см | 180 | 80 | 150 | 2 | *б* | 81,9 | 91,2 |
| 3 | | | | | | *в* | 80,1 | 93,0 |
| 4 | | | | | | *а* | 1271 | 1357 |
| 5 | №18а | 160 | 60 | 140 | 10 | *б* | 1142 | 1486 |
| 6 | | | | | | *в* | 1102 | 1526 |

**10.66.** Консол балка ўзаро маҳкамланган тенг ёнлимас иккита бурчакликдан тузилган (расмга қаранг). Унга иккита куч таъсир қилади: $P_1=20$ кН, бу куч $x$ ўқига параллел бўлиб, балканинг эркин учига кесим баландлиги ўртасига қўйилган ($K$ нуқтада) ҳамда $P_2=750$ Н. Бу кучнинг $x$ ўқига перпендикуляр йўналиши балка ўрта кесимининг эгилиш маркази орқали ўтади. Нейтрал чизиқнинг вазиятини ҳамда $A$, $B$ ва $C$ нуқталардаги нормал кучланишлар қийматини (қисилган кесимдаги), шунингдек балка эркин учининг оғирлик маркази $O$ нинг тўлиқ силжишини аниқланг. Балканинг узунлиги $l=2\,a$.

*Ечимни текшириш учун маълумотлар.* Қисилган кесимдаги кучлар: $N=-20.000$Н, $M_y=48400$ Н см ва $M_z=75000$ Н см. Қисилган кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишлар ушбу формула бўйича ҳисобланади: $\sigma=-450{,}5-54{,}5z-153y$. $O$ нуқтанинг тўлиқ силжиши ясовчиларини қуйидаги формуладан топамиз:




10.66- масалага оид



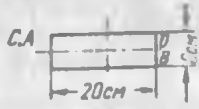
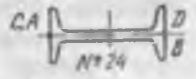

10.67- масалага оид

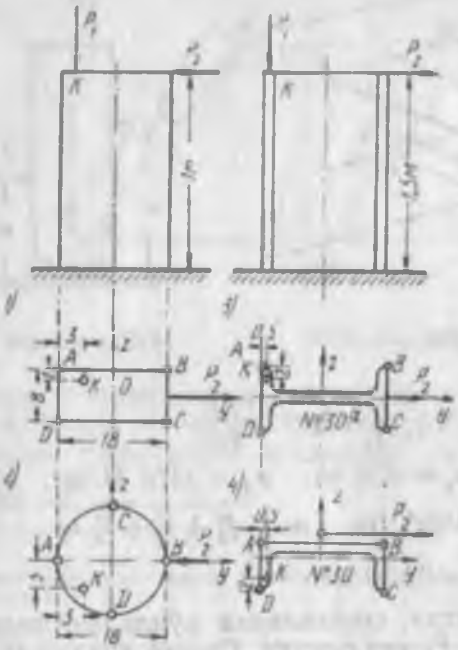
$$f_x = \frac{P_1 l}{EF}, \quad f_y = \frac{5P_2 l^3}{48EJ_z}, \quad f_z = \frac{P_1 \cdot 2_p \cdot l^3}{8EJ_y}.$$

*Жавоб:* $a_y = 2{,}94$ см; $a_z = 8{,}26$ см; $\sigma_A = 1578$ Н/см²; $\sigma_B = -1177$ Н/см²; $\sigma_C = 964$ Н/см² ва $f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2 + f_x^2} = \sqrt{0{,}045^2 + 0{,}64^2 + 0{,}545^2} = 0{,}839$ см.

**10.67.** Расмда тасвирланган стойкаларни кўндаланг кесимнинг $C$ нуқтасига қўйилган $P_3$ куч сиқади. Стойка кучлар $P_1$ ва $P_2$ таъсирида эгилади. Кучлар таъсирининг боғлиқмаслик принципини қўллаш мумкин деб ҳисоблаб стойка баландлиги бўйича эгувчи моментнинг ўзгариш эпюрасини ясанг ҳамда стойканинг хавфли кесимида энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг. Кўндаланг кесим хиллари ва ўлчамлари, юкланишларнинг вазияти ва катталиги жадвалда келтирилган, жадвалда жавоблар ҳам берилган.

*10.67- масалага*

| Тартиб номери | Кўндаланг кесим хили ва ўлчамлари | Ўлчамлар, см | | Юкланишлар кН | | | Жавоб | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a_1$ | $a_2$ | $P_1$ | $P_2$ | $E_2$ | $AC$ томонда | $BD$ томонда |
| 1 |   | 120 | 80 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | −80,8 | +69,0 |
| 2 |   | 60 | 130 | 1,2 | 1,0 | 4,0 | +50,9 | 76,4 |
| 3 |   | 90 | 140 | 2,0 | 4,0 | 5,0 | +964 | −1251 |



10.68- масалага оид

**10.68.** Расмда схематик тарзда калта стойкалар ва улар кўндаланг кесимларининг ҳар хил вариантлари тасвирланган. Ҳар қайси стойканинг юқорн учига бўйлама сиқувчи куч $P_1$ юкланган, $У$ $K$ нуқтага қўйилган. Бу нуқтада яна кўндаланг куч $P_2$ ҳам таъсир қнлади, унинг таъсир йўналиши кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади.

Стойкадаги энг катта нормал кучланишни аниқланг, унинг асосидаги кесимда нейтрал ўқ вазиятини ҳамда $A$, $B$, $C$ ва $D$ нуқталарда нормал кучланншларни топинг, нейтрал ўқ исталган кўндаланг кесимда ўтадиган $H$ нуқта координаталарини кўрсатинг, юпқа деворли стойкаларнинг эгилиш-буралиш деформацияларини ҳисобга олманг.

Юклар $P_1$ ва $P_2$ нинг қийматлари ҳақидаги маълумотлар жадвалда келтирилган, жадвалда жавоблар ҳам берилган.

*10.68- масалага оид*

| Кесим номери | $P_1$, кН | $P_2$, кН | Жавоб | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $a_y$, см | $a_z$, см | $\sigma_A$, МПа | $\sigma_B$, МПа | $\sigma_C$, МПа | $\sigma_D$, МПа | $\sigma_{max}$, МПа |
| 1 | 1,8 | 0,16 | +1,81 | —1,78 | —10,26 | +2,14 | +7,76 | —4,64 | 10,26 |
| 2 | 2,5 | 0,30 | +1,13 | +4,05 | —8,84 | +6,88 | +1,40 | —3,17 | 9,14 |
| 3 | 12 | 2 | —14,8 | —1,66 | —10,45 | —153,2 | +56,5 | +105,1 | 162,5 |
| 4 | 6 | 1 | —13,7 | +1,47 | +26,8 | —5,7 | —106,3 | —73,8 | 112,5 |

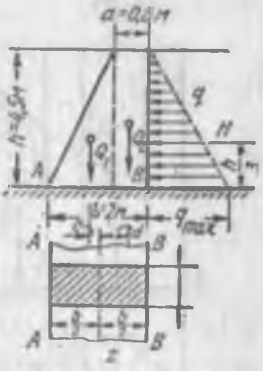
Барча ҳолларда ҳам $H$ нуқта координаталари $y_н = 0$ ва $z_н = a_z$ га тенг.

**10.69.** Кўндаланг қирқими расмда тасвирланган тош тирак девор тупроқ уюмини тутиб туради. Деворнинг солиштирма оғирлиги 1,8 га тенг. Тупроқнинг босими горизонтал йўналган бўлиб, девор баландлиги бўйича учбурчак қонунига кўра тақсимланган: асосига энг катта босим тўғри келади. $q_{max} = 1{,}5$ кН/м². Девор асосидаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишни аниқланг.

*Ечим.* Девор узунлиги бўйича 1 м жойни ажратиб оламиз. Деворнинг бу жойини пастки учидан қисилган, тупроқ босимидан эгиладиган ва ўз оғирлигидан сиқиладиган рўла сифатида қараш мумкин. Девор асосида рўланинг кесими энг вўриққан бўлади. Бу кесимдаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни қуйидаги формуладан ҳисоблаш мумкин:

$$\sigma_{max}^{min} = -\frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

Куч $N$ деворнинг ажратиб олинган қисмининг хусусий оғирлигига тенг: $N = Q_1 + Q_2$, бунда $Q_1$ — бурчак призманинг оғирлиги, $Q_2$ — тўртбурчак призманинг оғирлиги.



10.69- масалага оид

$$Q_1 = \frac{1}{2}\, h\,(b-a)\, l\,\gamma = \frac{1}{2}\, 4{,}5\,(2-0{,}8) = 4{,}86\text{кН},$$

$$Q_2 = hal\cdot\gamma = 4{,}5\cdot 0.8\cdot 1\cdot 1{,}8 = 6{,}48\text{кН},$$

бўлганлиги учун $N$ 4,86+6,48=11,34 кН.

Эгувчи момент $M$ оғирликлар $Q_1$ ва $Q_2$ нинг кучлари моментлари йиғиндисига ҳамда тупроқ босимининг тенг таъсир этувчиси $H$ нинг девор асоси марказий ўқи атрофидаги моментлар йиғиндисига тенг.

$$M = Q_1\left(a + \frac{b-a}{3} - \frac{b}{2}\right) - Q_2\cdot\frac{b-a}{2} + \frac{q_{max}\cdot h}{2}\cdot\frac{h}{3} = 4{,}86\cdot 0{,}2 - 6{,}48\times$$

$$\times\, 0{,}6 + \frac{1.5\cdot 4{,}5}{2}\cdot\frac{4{,}5}{3} = 2.15\ \text{кНм},$$

$$F = b\cdot l = 2\cdot 1 = 2\text{м}^2 \text{ ва } W = W_z = \frac{lb^2}{6} = \frac{1\cdot 2^2}{6} = 0{,}67\text{м}^3,$$

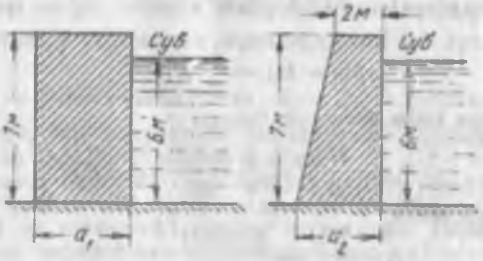
Шундай қилиб,

$$\sigma_{min}^{max} = -\frac{11{,}34}{2} \mp \frac{2{,}15}{0{,}67} = -5{,}67 \mp 3{,}22\text{кН/м}^2\ \sigma_{max} = \sigma_A = -899\text{кН/м}^2,$$

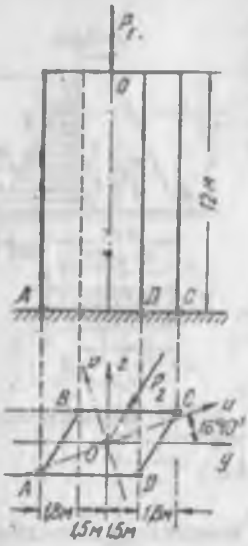
$$\sigma_{min} = \sigma_B = -245\ \text{кН/м}^2.$$

**10.70.** Расмда баландлиги 7 м ли бетон тўғоннинг кўндаланг кесими икки вариантда тасвирланган. Бетоннинг солиштирма оғирлигини 2 га тенг деб олиб, тўғоннинг зарур энини ($a_1$ ва $a_2$) шундай танлаш керакки, унинг асосида чўзувчи кучлар ҳосил бўлмасин.

*Жавоб:* $a_1 = 3{,}93$ м, $a_2 = 3{,}52$ м.




10.70- масалага оид



10.71- масалага оид

**10.71.** Планда қия бўлган тош кўприк таянчи (расмга қаранг) юқори кесимида вертикал куч $P=100$ кН (кўприк қулочи ва кўприкдан ўтаётган поезднинг оғирлиги) билан юкланган. Бу юк $O$ нуқтага қўйилган. Таянч яна кесими томонлари $AB$ ва $CD$ га параллел горизонтал куч $P_2=20$ кН (поезднинг тормозланиш кучи) билан ҳам юкланган. Таянч термасиининг ҳажмий оғирлиги 2 кН/м³ га тенг. Таянч кўндаланг кесими бош $u$ ва $v$ инерция ўқларининг вазияти расмда кўрсатилган. $J_u=8{,}94$ м⁴ ва $J_v=33{,}4$ м⁴. Таянчнинг асосидаги горизонтал кесимда энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_{max}=\sigma_A=-59{,}5$ кН/м²; $\sigma_{min}=\sigma_C=-2{,}4$ кН/м².

## 33- §. Эгилиш ва буралиш

**10.72.** Валга иккита шкив ўтқазилган (расм, *а* га қаранг), шкивлар орқали тасмалар ташланган; тасмаларнинг тармоқлари бир-бирига параллел бўлиб, биринчи шкивда горизонтга 30° бурчак остида, иккинчи шкивда 45° бурчак остида қия; биринчи шкивдан тасма электр мотордан боради, бу тасмада кетувчи тармоқдаги зўриқиш келувчи тармоқдагидан икки марта катта. Иккинчи шкивдан тасма станокка боради. Бу тасмада келувчи тармоқдаги зўриқиш кетувчи тармоқдагидан икки марта катта. Станокнинг қуввати 100 о. к. Вал 200 айл/мин тезликда айланади. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, валнинг зарур диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш 800 Н/см².

*Ечим.* Вал эгилади, шкивлар орасидаги унинг қисми эса буралади. Буровчи момент қуйидаги формуладан аниқланади:

$$M_б=\frac{2250}{\pi n}N=\frac{2250\cdot 100}{3{,}14\cdot 200}=358\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Биринчи шкивга кийдирилган тасманинг кетувчи *а* тармоғининг таранглигини $t_1$ билан белгилаймиз, шунда келувчи тармоқнинг таранглиги $2t_1$ га тенг бўлади. Шкивни айлантираётган ва буровчи момент $M_б$ га тенг бўлган момент учун

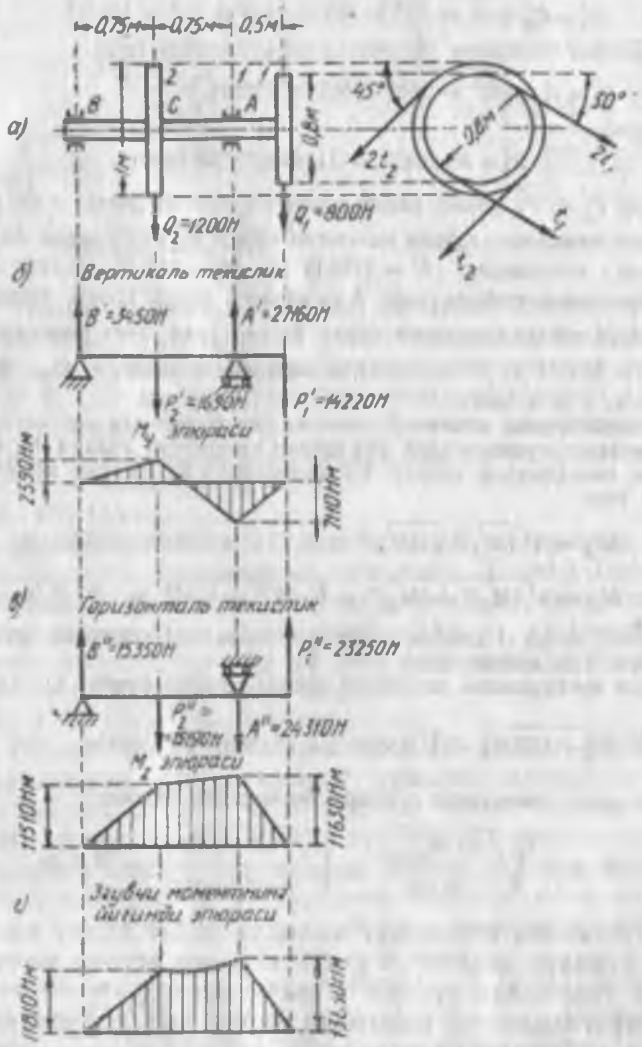
$$M_1=M_б=\frac{1}{2}D_1t_1;$$

бунда $D_1$ — биринчи шкив диаметри, бундан

$$t_1=\frac{2M_1}{D_1}=\frac{2\cdot 35800}{80}=895\text{Н};$$

Иккинчи шкив учун айнан

$$t_2=\frac{2M}{D_2}=\frac{2\cdot 35800}{100}=716\text{ Н}.$$




10.72- масалага онд

Шундай қилиб, шкивлар ўтқазилган кесимларда вал қия кучлар билан юкланган:

$$R_1 = 3t_1 = 3 \cdot 895 = 2685 \text{ Н} \quad \text{ва} \quad R_2 = 3t_2 = 3 \cdot 716 = 2148 \text{ Н}.$$

Бундан ташқари, ўша кесимларда шкивларнинг оғирлигига тенг вертикал кучлар: $Q_1 = 80$ Н ва $Q_2 = 120$ Н таъсир қилади.

Энг катта буровчи моментни ҳисоблаш учун олдин вертикал ва горизонтал текисликлардаги буровчи моментларни аниқлаймиз. Бунинг учун кучлар $R_1$ ва $R_2$ ни вертикал ва горизонтал ташкил этувчиларга ажратамиз. Вертикал ташкил этувчиларни шкивларнинг оғирликлари билан қўшамиз. Шунда биринчи шкивдан тушадиган вертикал юк қуйидагига тенг бўлади:

$$P_1' = Q_1 + R_1 \sin 30^\circ = 80 + 2685 \cdot 0{,}5 = 1423 \text{ Н}.$$

Иккинчи шкивдан эса

$$P_2' = Q_2 + R_2 \sin 45^\circ = 120 + 2148 \cdot 0{,}707 = 1639\text{Н}.$$

Биринчи шкивдан тушадиган горизонтал юк қуйидагига тенг:

$$P_1' = R_1 \cos 30^\circ = 2685 \cdot 0{,}866 = 2365\text{Н}.$$

Иккинчи шкивдан эса

$$P_2' = R_2 \cos 45^\circ = 2148 \cdot 0{,}707 = 1519\text{Н}.$$

Бунда юклар $P_1'$ ва $P_2'$ қарама-қарши томонга йўналган (расм, *в* га қаранг).

Вертикал текисликда таъсир қиладиган юклар $P_1'$ ва $P_2'$ учун оддий усулда реакцияларни аниқлаймиз: $A' = 2716$ Н ва $B' = 345$ Н, эгувчи моментлар $M_3' = M_y$ эпюрасини ясаймиз (расм, *б* га қаранг). Худди шунга ўхшаш, горизонтал текисликда таъсир қиладиган юклар $P_1'$ ва $P_2'$ дан таянч реакцияларни аниқлаймиз: $A'' = 2341$Н ва $B'' = 1535$Н, эгувчи моментлар $M_3'' = M_z$ эпюраларини ясаймиз (расм, *в* га қаранг).

Натижавий эгувчи момент $A$ таянчда ёки $C$ кесимда энг катта қийматга эришиши мумкин, чунки иккала моментлар эпюралари учлари шу кесимларда ётган синиқ чизиқлардан иборат. Бу кесимларда натижавий момент қиймати қуйидагига тенг:

$$M_A = \sqrt{(M_A')^2 + (M_A'')^2} = \sqrt{711^2 + 1163^2} = 1363\text{Н}\cdot\text{м}.$$

$$M_C = \sqrt{(M_C')^2 + (M_C'')^2} = \sqrt{259^2 + 1151^2} = 1181\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Шундай қилиб, кесим $A$ хавфли кесим ҳисобланади. Натижавий эгувчи момент эпюраси расм, *г* да келтирилган.

Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича ҳисобий момент қуйидагига тенг:

$$M_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{M_A^2 + 0{,}75 M_6^2} = \sqrt{1369^2 + 0{,}75 \cdot 358^2} = 1398\text{Нм}.$$

Валнинг зарур диаметрини қуйидаги формуладан топамиз:

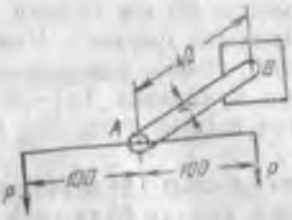
$$d = \sqrt[3]{\frac{32\, M_{\text{ҳисоб}}}{\pi\, [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 139800}{3{,}14 \cdot 800}} = 12{,}1\text{ см}.$$

**10.73.** Думалоқ кўндаланг кесимли яхлит пўлат вал хавфли кесимда буровчи момент $M_б = 10$ кНм ва эгувчи момент $M_э = 12$ кНм таъсирида туради. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан зарур вал диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ кН/м$^2$. Агар ҳисобни тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб бажарилганда валнинг диаметри қандай бўлиши керак эди?

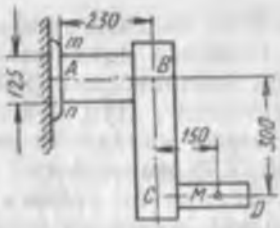
*Жавоб:* 126 мм; 124 мм.

**10.74.** Ички диаметри ташқи диаметрининг 0.6 улушини ташкил қилиши керак бўлган ичи бўш пўлат вал хавфли кесимда эгувчи момент $M_э = 9$ кНм ва буровчи момент $M_б = 12$ кНм таъсирига учрайди. Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 1200$ Н/см$^2$ бўлса ва энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланилса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг.

*Жавоб:* 245 мм, 147 мм.




10.76- масалага оид




10.77- масалага оид

**10.75.** Ташқи диаметри 160 мм ва ички диаметри 100 мм бўлган ичи бўш чўян валнинг айланиш тезлиги 100 айл/мин бўлиб, 200 о. к. қувват узатади. Таянч подшипниклар орасидаги масофа 1,2 м. Шу масофа ўртасида валга кўндаланг тўпланган куч 3 кН қўйилган. Иккинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, валнинг хавфли кесимидаги энг катта ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг. $\mu = 0{,}25$.

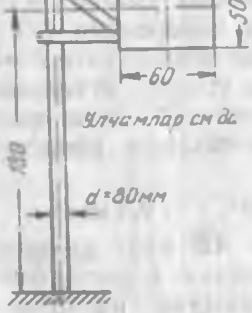
*Жавоб:* 409 Н/см².

**10.76.** Думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стержень $AB$ даги энг катта ҳисобий кучланишни аниқланг. У икки бир хил юк $P = 100$ Н билан юкланган. Юклар расмда кўрсатилгандек қўйилган. Агар юклардан бири олиб қўйилса, стержендаги энг катта ҳисобий кучланиш нимага тенг бўлади? Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

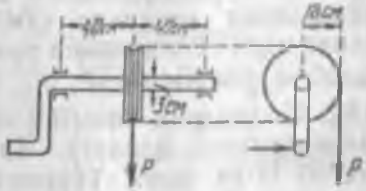
*Жавоб:* 1273 Н/см², 1518 Н/см².

**10.77.** Пўлат тирсаклик стержень $ABC$ расмда кўрсатилгандек маҳкамланган. $AB$ қисмининг думалоқ кўндаланг кесими диаметри 125 мм. 2 кН куч $M$ нуқтада чизма текислигига перпендикуляр қўйилган. Кўндаланг кучларнинг уринма кучланишларини ҳисобга олмай, энг хавфли нуқта $M$ даги бош кучланишларни ҳамда учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назариялари бўйича ҳисобий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma_1 = 451$ Н/см²; $\sigma_2 = -54$ Н/см²; $\sigma_{к\,III} = 505$ Н/см², $\sigma_{к\,IV} = 480$ Н/см²




10.78- масалага оид




10.79- масалага оид

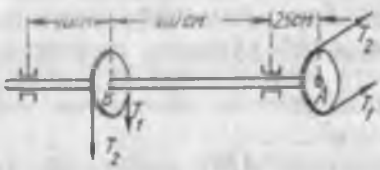
**10.78.** Йўл белгиси ташқи диаметри 80 мм бўлган ичи бўш думалоқ стойкага маҳкамланган (расмга қаранг). Учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, стойка деворининг қалинлигини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см², белгига таъсир қиладиган энг катта шамол кучи 150 Н/м².

*Жавоб:* 2,36 мм≈2,4 мм.

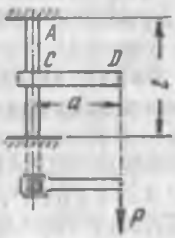
**10.79.** Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, ғалтак ёрдамида кўтариш мумкин бўлган энг катта йўл қўйиладиган юк $P$ қийматини аниқланг (расмга қаранг). Ғалтак валининг думалоқ кўндаланг кесими диаметри 30 мм. Вал материали учун йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².

*Жавоб:* 79 Н.

**10.80.** Иккита бир хил шкив $A$ ва $B$ валга ўтқазилган (расмга қаранг). 100 айл/мин да етакчи шкив $A$ 10 о. к. узатади. $A$ шкивдаги тасманинг иккала тармоғи горизонтал, $B$ шкивдагиники вертикал. Тасмаларнинг таранглиги: $T_2=150$ Н, $T_1>T_2$,




10.80- масалага оид




10.81- масалага оид

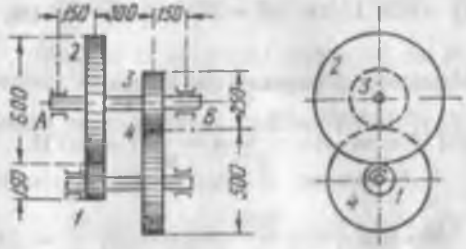
шкивларнинг диаметри 60 см га тенг. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, валнинг зарур диаметрини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².

*Жавоб:* 60 мм.

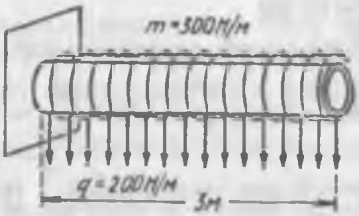
**10.81.** Квадрат кесимли пўлат брус $AB$ нинг иккала учи қисилган, кесим ўлчамлари 20×20 мм, қулочнинг ўртаси $l=160$ см да брусга худди ўшандек кесимли пўлат поперечина $CD$ маҳкамланган. Унинг узунлиги $a=30$ см. Унинг эркин учига $P=30$ Н куч қўйилган (расмга қаранг). Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра брусок $AB$ ва поперечина $CD$ даги ҳисобий кучланишларни аниқланг ҳамда $P$ куч таъсири йўналишида нуқтанинг қанча силжишини топинг.

*Жавоб:* $\sigma_{AB}=704$ Н/см²; $\sigma_{CD}=675$ Н/см²; $f=9{,}4$ мм.

**10.82.** Цилиндрик тишли узатма вали $AB$ нинг диаметрини аниқланг (расмга қаранг). Тишли ғилдирак $1$ даги буровчи момент 30 Н·га тенг. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг. Тишли ғилдиракларнинг хусусий оғирликларини ҳисобга олманг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см².




10.82- масалага оид




10.83- масалага оид

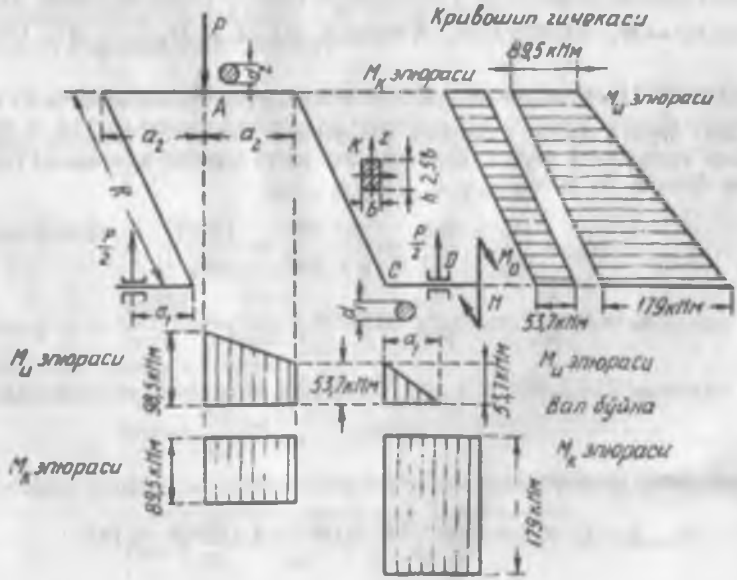
Учинчи мустаҳкамлик назарияси асосида валнинг диаметрини қанча олиш керак эди?

*Жавоб:* 56,2 мм; 57,8 мм.

**10.83.** Ташқи диаметри 80 мм ва деворининг қалинлиги 5 мм бўлган дюралюминий труба узунлиги бўйича текис тақсимланган моментлар таъсирида буралади $m=30$ Нм/м ҳамда тенг тақсимланган кўндаланг юк таъсирида эгилади $q=20$ Н/м (расмга қаранг). Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра трубанинг хавфли кесимидаги ҳисобий кучланишни аниқланг ҳамда энг катта эгилиш ва буралиш бурчагини топинг.

*Жавоб:* $\sigma_{\text{ҳисоб}} = 612$ Н/см², $f = 3{,}48$ см; $\varphi = 0{,}03$ рад $= 1°43{,}3'$

**10.84.** Энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланиб, расмда схематик тарзда тасвирланган кривошипли механизмнинг вали бўйни, шчекалари ва мотила бўйни ўлчамла-




10.84- масалага оид

рини аниқланг. $P$ кучининг ва подшипниклардаги реакцияларнинг таъсир йўналиши кривошип текислигига перпендикуляр. $n=200$ айл/мин да двигателдан узатиладиган қувват $N=50$ о. к. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=800$ Н/см², $R=30$ см, $a_1=18$ см, $a_2=15$ см.

*Ечим.* Момент $M_б$ ва куч $P$ қийматларини формулалардан топамиз:

$$M_б = 71620\,\frac{N}{h} = 71620\,\frac{50}{200} = 17900 \text{ Н.м} \quad \text{ва} \quad P = \frac{M_б}{R} = \frac{17900}{30} = 597 \text{ Н}.$$

Кесим $D$ даги таянч реакция $\frac{P}{2}$ га тенг.

$CD$ участкада вал бўйини буралиш ва эгилиш таъсирига учрайди. Бу участкадаги буровчи момент ўзгармас бўлиб, $M_б = 17900$ Н·см, эгувчи момент чизиқли қонун бўйича ўзгаради ва $C$ кесимда энг катта қийматга эришади. Бунда: $M_э = M_э^{max} = \frac{P}{2}\,a_1 = \frac{597}{2}\cdot 18 = 5370$ Н·см (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шундай қилиб, $C$ кесим хавфли ҳисобланади. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб,

$$\sigma_{ҳисоб} = \frac{1}{W_y}\sqrt{M_э^2 + M_б^2} \leqslant [\sigma].$$

Демак,

$$d_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{32}{\pi\,[\sigma]}\sqrt{M_э^2 + M_б^2}} = \sqrt[3]{\frac{32}{3{,}14\cdot 800}\sqrt{5370^2 + 17900^2}} \approx 6{,}2 \text{ см}.$$

Реакция $D$ ни ва кучлар жуфти $M_е$ ни $C$ кесимга кўчириб, кривошип шчекаси ҳам буралиш ва ҳам эгилишга учрашини кўрамиз. Шчека бўйича буровчи момент ўзгармайди, у $M_б = \frac{P}{2}\,a_1 = 5370$ Н·см га тенг, эгувчи момент эса чизиқли қонун бўйича ўзгаради ва $C$ кесимдан $B$ кесимга томон кичрайиб боради. $C$ кесимда $M_э = M_е = 17900$ Н·см, $B$ кесимда эса $M_э = M_е - \frac{P}{2}\,R = 17900 - \frac{597}{2}\cdot 30 = 8950$ Н·см. (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шундай қилиб, $C$ кесим хавфли экан. Эгувчи момент кривошип шчекасининг энг катта бикрлик текислигида таъсир қилганлиги учун $C$ кесимдаги энг катта ҳисобий кучланиш $z$ ўқидаги $K$ нуқтада бўлади. Бу ерда

$$\sigma_к = \frac{M_э}{W_y} = \frac{6M_б}{bh^2} = \frac{6\cdot 17900}{b\,(2{,}5b)^2} = \frac{17190}{b^3},$$

$$\tau_к = \gamma\,\frac{M_б}{W_б} = \gamma\,\frac{M_б}{\beta\,b^3} = 0{,}766\,\frac{5370}{0{,}645b^3} = \frac{6380}{b^3}.$$

$\frac{h}{b} = 2{,}5$ бўлганда $\beta = 0{,}645$ ва $\gamma = 0{,}766$ (§ 13.4.38 масалага тегишли жадвалга қаранг).

Мустаҳкамлик шартидан

$$\sigma_{ҳисоб} = \sqrt{\sigma_к^2 + 4\tau_к^2} = \frac{1}{b^3}\sqrt{17190^2 + 4\cdot 6380^2} \leqslant [\sigma]$$

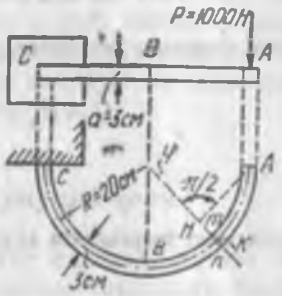
Ушбуни топамиз:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{1190^2+4\cdot 6380^2}}{800}} = 2{,}79 \approx 2{,}8 \text{ см}. \quad h = 2{,}5\cdot b = 7 \text{ см}.$$

Реакция $D$ ва кучлар жуфти $M_0$ ни $B$ кесимга кўчириб, мотила бўйни ҳам эгилиш ва буралишга ишлашини кўрамиз. $AB$ участкадаги бурувчи момент ўзгармайди ва $M_б = M_0 - \frac{P}{2} R = 8950$ Н см га тенг, эгувчи момент эса $B$ кесимдан $A$ кесимга ўсиб боради. $B$ кесимда $M_э = \frac{1}{2} Pa_1 = 5370$ Н см. $A$ кесимда эса $M_э = \frac{P}{2}(a_1 + a_2) = \frac{597}{2}(18+15) = 9850$ Н см. (расмдаги $M$ эпюрага қаранг). Шунинг учун $A$ кесим хавфли кесим ҳисобланади. Мустаҳкамлик шартидан қуйидагини топамиз:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{32}{\pi[\sigma]}\sqrt{M_э^2+M_б^2}} = \sqrt[3]{\frac{32\sqrt{9850^2+9860^2}}{3{,}14\cdot 800}} = 5{,}5 \text{ см}.$$

Кривошипли механизмнинг $A$ кесимидан чапдаги участкалари кўриб чиқилган $AB$, $BC$ ва $CD$ участкаларга қараганда анча қулай шароитда туради.




10.85- масалага оид

**10.85.** Квадрат кўндаланг кесими 3×3 см ли пўлат стержень ярим доира кўринишида букилган бўлиб, $C$ учи билан деворга қисилган. Унинг эркин учига куч $P = 1000$ Н қўйилган (расмга қаранг). Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, стерженнинг $B$ ва $C$ кесимларидаги энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг. $A$ нуқтанинг вертикал силжишини топинг.

*Ечим.* Куч $P$ $AB$ стерженнинг эгилиши ва буралишига сабаб бўлади. $A$ кесимга $\varphi$ бурчак остида қия турган ихтиёрий $mn$ кесимда (расмга қаранг) эгувчи момент

$$M_э = P\cdot\overline{HA} \approx P\cdot R\sin\varphi,$$

бурувчи момент

$$M_б = P\cdot\overline{HK} = P\cdot R(1-\cos\varphi).$$

$B$ кесимда $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $M_э = M_б = P\cdot R$. Бу кесимда эгилишдан вужудга келадиган энг катта нормал кучланиш

$$\sigma_{max} = \frac{M_э}{W_э} = \frac{6PR}{a^3} = \frac{6\cdot 1000\cdot 20}{3^3} = 4440 \text{ Н/см}^2.$$

Ўша кесимда буралишдан вужудга келадиган энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{max} = \frac{M_б}{W_б} = \frac{PR}{\beta a^3} = \frac{1000\cdot 20}{0{,}208\cdot 3^3} = 3560 \text{ Н/см}^2$$

(квадрат кесим учун коэффициент $\beta = 0{,}208$—13-§ даги 4.38-масаладаги жадвалга қаранг). Эгри чизиқли стерженнинг буралиши натижасида пайдо бўладиган кучланишлар кичик бўлгани учун ҳисобга олмаймиз.

Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича $B$ кесимдаги энг катта ҳисобий кучланиш

$$\max \sigma_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2} = \sqrt{4440^2 + 3 \cdot 3560^2} = 7600 \text{ Н/см}^2.$$

$C$ кесимда $\varphi = \pi$. $M_э = 0$ ва $M_б = 2P \cdot R$. Шунинг учун $\sigma = 0$, $\tau_{\max} = 2 \cdot 3560 = 7120$ Н/см².

Бу кесимдаги ҳисобий кучланиш

$$\max \sigma_{\text{ҳисоб}} = \sqrt{3\tau_{\max}^2} = \sqrt{3}\,\tau_{\max} = 1{,}732 \cdot 7120 = 12330 \text{ Н/см}^2.$$

$C$ кесим $B$ кесимга қараганда ёмон шароитда туради.

$ABC$ стержень $A$ учининг $P$ куч таъсири йўналишида кўчишини Кастильяно теоремаси ёрдамида аниқлаймиз. Бунда стерженнинг эгилиш ва буралиш потенциал энергиясини ҳисобга оламиз. Стерженнинг $ds = Rd\varphi$ узунликдаги элементида эгилиш ва буралиш потенциал энергияси қуйидагига тенг:

$$dU_э + dU_б = \frac{M_э^2 d\varphi \cdot R}{2EJ_э} + \frac{M_б^2 \cdot Rd\varphi}{2GJ_б}.$$

Бутун стержень ҳажмидаги потенциал энергия:

$$U = U_э + U_б = \int_0^{\pi} \left( \frac{M_э^2}{2EJ_э} + \frac{M_б^2}{2GJ_б} \right) R \cdot d\varphi.$$

Кастильяно теоремасига кўра $f_A = \dfrac{\partial U}{\partial P} = \displaystyle\int_0^{\pi} \left( \frac{M_э \dfrac{\partial M_э}{\partial P}}{EJ_э} + \frac{M_б \dfrac{\partial M_б}{\partial P}}{GJ_б} \right) R \cdot d\varphi.$

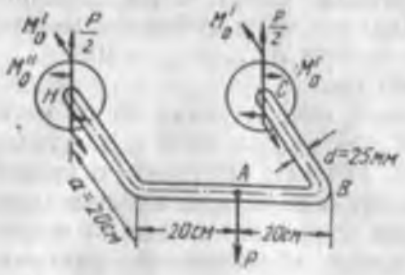
$\dfrac{\partial M_э}{\partial P} = R \sin \varphi$, $\dfrac{\partial M_б}{\partial P} = R(1 - \cos \varphi)$, $G = 0{,}4E$, $J_э = \dfrac{a^4}{12}$ ва $J_б = \alpha \cdot a^4 = 0{,}14a^4$.

$$f_A = \frac{PR^3}{Ea^4} \int_0^{\pi} \left[ 12 \sin^2 \varphi + \frac{(1 - \cos)^2}{0{,}42} \right] d\varphi = \frac{3\pi PR^3}{Ea^4} \left( 2 + \frac{1}{0{,}82} \right) =$$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 3 \cdot 100 \cdot 20^3}{34 \cdot 2 \cdot 10^6} \left( 2 + \frac{1}{0{,}8 \cdot 0{,}14} \right) = 0{,}51 \text{ см}.$$

**10.86.** Диаметри 25 мм ли думалоқ кўндаланг кесимли тўғрн тўртбурчак пўлат скоба икки учидан деворга қисилган ва $P$ куч билан юкланган (расмга қаранг). Энг катта уринма кучланишлар назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, $P$ кучнинг энг катта йўл қўйиладиган қийматини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа/м². А нуқтанинг вертикал кўчишини ҳам топинг.

*Кўрсатма.* Деворга қисилган кесимларнинг хар бирида $1/2\ P$ га тенг вертикал реакция вужудга келади, вертика л текисликдаги таянч момент $M_a' = \dfrac{1}{2} Pa$ ҳамда $BC$ ёки $DH$ ўқ атрофидаги таянч момент $M_0''$. Бу момент $\dfrac{\partial U}{\partial M_0''} = 0$




10.86- масалага оид



10.87- масалага оид

шартидан аниқланади. Симметрия туфайли эгилиш ва буралиш потенциал энергиясини фақат *AB* ва *BC* участкаларда ҳисоблаш кифоя.

*Жавоб:* 1200 Н; 0,07 мм.

**10.87.** Диаметри 28 мм ли кулачокли вал *A*, *B* ва *C* подшипникларга маҳкамланган. У расмда схематик тарзда кўрсатилгандек юкланган. $P=800$ Н, $l=32$ см, $a=4$ см ва $e=5$ см. Энг катта уринма кучланишлар назариясидан келиб чиқиб, статик ноаниқликни очинг, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ҳамда валнинг хавфли кесимидаги ҳисобий кучланишни ҳисобланг.

*Жавоб:* 5600 Н/см².

## 34- §. Мураккаб қаршиликнинг умумий ҳоли

**10.88.** Қуйидаги ҳолларда материалнинг емирилиши юз берадиган юзалар стерженнинг кўндаланг кесим текислиги билан қандай $\alpha$ бурчакни ташкил қилади:

а) оддий чўзилишда; б) буралишда ва в) бир вақтда буралиш ва чўзилишда? Емирилиш пайтида кўндаланг кесим текислигида $\sigma=0{,}8\tau_{max}$ Материал мўрт ва пластик ҳолатда турган ҳолни кўриб чиқамиз. Масалани ечишда биринчи ва учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* Материал мўрт ҳолатда бўлганда: *б*) $\alpha=0,°$, б) $\alpha=45°$, в) $\alpha=34°6'$.

Материал пластик ҳолатда бўлганда: *а*) $\alpha=45°$, *б*) $\alpha=0$, *в*) $\alpha=10°54'$.

**10.89.** Ташқи диаметри 80 мм ва ички диаметри 60 мм бўлган трубасимон стерженнн моменти 4000 Нм бўлган кучлар жуфти бурайди. Агар йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma]=160$ МПа бўлса, стерженга қўшимча равишда қандай энг катта чўзувчи куч қўйиш мумкин? Тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланинг.

*Жавоб:* 273 кН.

**10.90.** Ички бўш вал бир вақтнинг ўзида моменти 40 кНм бўлган кучлар жуфти билан буралишга ва 300 кН куч билан ўқ бўйлаб чўзилишга учрамоқда. Учинчи мустаҳкамлик наза-

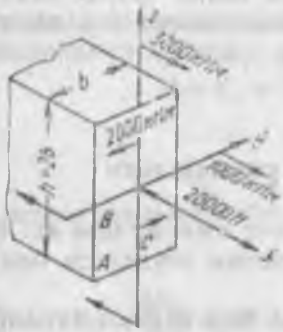
риясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, валнинг ташқи ва ички диаметрларини аниқланг. Йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 120$ МПа. Диаметрлар нисбати $d_{ички} : d_{ташқи} = 0{,}6$.

*Жавоб:* $d_{ташқи} = 159$ мм; $d_{ички} = 95$ мм.

**10.91.** Диаметри 22 см ли валнинг консол учида 45 см узунликдаги эшкак винт бўлиб, у 300 айл/мин да 4000 о. к. қувват узатади. Винтдаги тортиш кучи 170 кН, винтнинг оғирлиги 20 кН. Вал сиртидаги энг хавфли нуқтада асосий кучланишлар қийматини аниқланг ҳамда валнинг бир айланишида бу нуқтада асосий кучланишларни ўзгаришини кўрсатадиган диаграммани ясанг. Энергетика назариясига кўра ўша нуқтада ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* $\max \sigma_1 = 52{,}7$ МПа; $\max \sigma_3 = -39{,}6$ МПа; $\sigma_{ҳисоб} = 80{,}2$ МПа.

**10.92.** Ички диаметри 80 мм ва деворининг қалинлиги 5 мм бўлган пўлат труба ўқ бўйлаб сиқувчи куч 40 кН ва буровчи момент 3 кНм таъсирига учрамоқда. Учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, труба қўшимча равишда учраши мумкин бўлган энг катта йўл қўйиладиган ички (атмосфера босимидан ортиқча) босим қийматини аниқланг.



10.93- масалага онд

$[\sigma] = 120$ МПа. Ички босим трубада бўйлама зўриқишлар ҳосил қилмайди деб ҳисобланг. Энг катта уринма кучланишлар таъсир қиладиган юзаларнинг труба ўқига қиялик бурчагини аниқланг.

*Жавоб:* 17,8 ат; 10° 48′.

**10.93.** Расмда кўрсатилгандек кучлар қўйилган тирсакли вал шчекасининг тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими ўлчамларини аниқланг. Томонларининг нисбати $h : b = 2$. Энг катта уринма кучланишлар назариясини қўлланг. $[\sigma] = 80$ МПа.

*Ечим.* Кесимдаги энг хавфли нуқта қуйидагилардан бири ҳисобланади:

1) *A* нуқта, бунда куч *N* ва моментлар $M_y$ ва $M_z$ нинг нормал кучланишларн бир хил ишоралн (сиқилиш), бу нуқтада уринма кучланишлар бўлмайди;

2) *B* нуқта, унда буралишдан ҳосил бўладиган уринма кучланишлар энг катта бўлади, сиқувчи нормал кучланишлар эса фақат *N* кучдан ва $M_z$ моментдан пайдо бўлади;

3) *C* нуқта, бунда буралишдан вужудга келадиган уринма кучланишлар *B* нуқтадагидан бир оз кичик бўлади, сиқувчи нормал кучланишлар эса *N* кучдан ва $M_y$ моментдан каттароқ $M_z$ моментдан пайдо бўлади.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бу нуқталардан ҳар қайсиси учун материалнинг мустаҳкамлик шартини тузамиз.

Шчека ўлчами $b$ орқали ифодаланган кесимларнинг геометрик характеристикалари: $F = bh = 2b^2$, $W_y = \frac{bh^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = \frac{2}{3} b^3$,

$W_z = \frac{hb^2}{6} = \frac{b^3}{3}$. ва $W_0 = \beta b^3 = 0{,}493\, b^3$ ($h : b = 2$ коэффициентда $\beta = 0{,}493$. § 13 даги 4.38 масаладаги жадвал).

Юклар $y$ ва $z$ дан энг узоқ $A$ нуқтада материалнинг мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\text{ҳисоб } \sigma_A = |\sigma_A| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|M_z|}{W_z} = \frac{2000}{2b^2} + \frac{30000}{2b^3}\cdot 3 + \frac{10000}{b^3}\cdot 3 =$$
$$= \frac{1000}{b^2} + \frac{75000}{b^3} \leqslant [\sigma] = 8000 \text{ Н/см}^2.$$

$|\sigma_A| = |\sigma|$ деб ҳисоблаб, $b$ ни аниқлаш учун қуйидаги тенгламани оламиз: $8000\,b^3 - 1000b - 75000 = 0$ ёки $b^3 - 1{,}25b - 93{,}75 = 0$. Танлаш йўли билан $b = 4{,}6$ см ни топамиз.

$B$ нуқтадаги нормал кучланиш $|\sigma_B| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_z|}{W_z} = \frac{1000}{b^2} + \frac{30000}{b^3}$.

Уринма кучланиш эса

$$|\tau_B| = \frac{|M_6|}{W_6} = \frac{20000}{0{,}493b^3} = \frac{40570}{b^3}.$$

Мустаҳкамлик шарти

$$\text{ҳисоб } \sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2 + 4\tau_B^2} = \sqrt{\left(\frac{1000}{b^2} + \frac{30000}{b^3}\right)^2 + 4\left(\frac{40570}{b^3}\right)^2} \leqslant [\sigma] =$$
$$= 8000 \text{ Н/см}^2.$$

$\sigma_B = [\sigma]$ деб ҳисоблаб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$b^6 - 1{,}563\,b^3 + 93{,}75\,b - 11690 = 0.$$

Танлаш йўли билан $b = 4{,}8$ см ни топамиз.

$C$ нуқтадаги нормал кучланиш: $|\sigma_C| = \frac{|N|}{F} + \frac{|M_y|}{W_y} = \frac{1000}{b^2} + \frac{45000}{b^3}$,

уринма кучланиш эса: $|\tau_C| = \gamma|\tau_B| = 0{,}795\cdot\frac{40570}{b^3} = \frac{32250}{b^3}$;

$h:b = 2$ да $\gamma = 0{,}795$.

Мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$\text{ҳисоб } \sigma_C = \sqrt{\sigma_C^2 + 4\tau_C^2} = \sqrt{\left(\frac{1000}{b^2} + \frac{45000}{b^3}\right)^2 + 4\left(\frac{32250}{b^3}\right)^2} \leqslant [\sigma] = 800 \text{ Н/см}^2.$$

$\sigma_C = [\sigma]$ деб ҳисоблаб, қуйидаги тенгламани оламиз:

$$b^6 - 1{,}563\,b^3 - 140{,}63b = 9655 = 0.$$

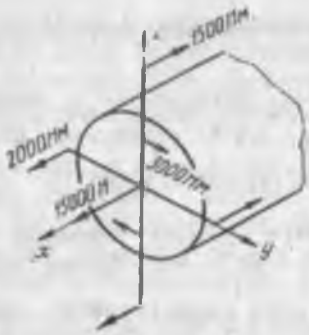
Танлаш йўли билан $b = 4{,}7$ см ни топамиз.

$B$ нуқта энг хавфли нуқта экан. Вал шчекаси ўлчамларини қуйидагиларга тенг деб қабул қилиш керак: $b = 4{,}8$ см ва $h = 2\cdot 4{,}8 = 9{,}6$ см.

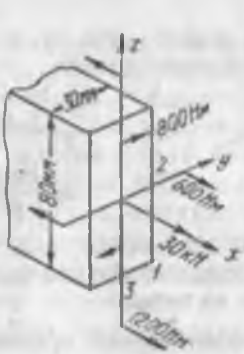
**10.94.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесими $10\times 4$ см ли стержень моменти 1000 Нм бўлган жуфт кучлар таъсирида буралади ва марказий қўйилган куч 60 кН таъсирида чўзилади. Учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра энг катта ҳисобий кучланиш қийматини аниқланг.

*Жавоб:* 5060 Н/см².

**10.95.** Тирсакли валнинг мотило бўйни расмда кўрсатилгандек юкланган. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясига кўра мустаҳкамлик шартидан келиб чиқиб, бўйиннинг зарур диаметрини




10.95- масалага оид




10.96- масалага оид

аниқланг. $[\sigma] = 120$ МПа. Хавфли нуқта координаталарини кўрсатинг.

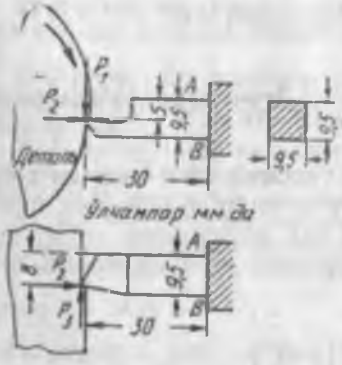
*Жавоб:* 68 мм; $y_0 = -2{,}73$ см; $z_0 = -2{,}04$ см.

**10.96.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесим $3\times8$ см ли тирсакли вал бўйини расмда кўрсатилгандек юкланган. Нейтрал ўқ вазиятини аниқланг ва учинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб, шчеканинг кўндаланг кесимидаги энг хавфли учта нуқтада ҳисобий кучланишларни топинг (тўғри тўртбурчаклик бурчаги учида ва унинг томонлари ўртасида).

*Жавоб:* $a_y = -0{,}375$ см; $a_z = +1{,}33$ см; $\sigma_{x_1} = 100$ мН/м²;

$$\sigma_{x.2} = 105{,}4 \text{ мН/м}^2\text{: } \sigma_{x.3} = 82{,}1 \text{ мН/м}^2.$$

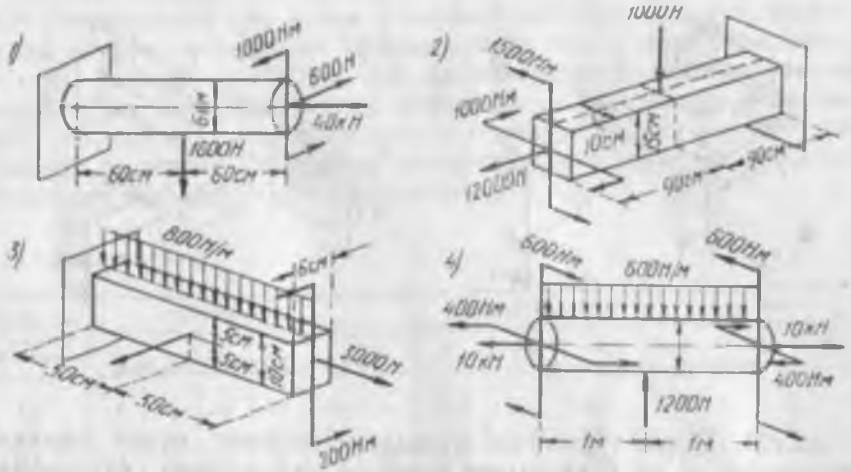
**10.97.** Деталь йўнилаётганда токарлик станоги кескичининг тиғи (расмга қаранг) учта ўзаро перпендикуляр зўриқиш таъсирига учрайди: $P_1$— тор маънода кесишга қаршилик, $P_2$— кескични орқага қайтаришга интиладиган раднал куч ва $P_3$— деталь ўқига параллел бўлган ўқ бўйлаб йўналган зўриқиш ёки узатиш зўриқиши.




10.97- масалага оид

Энергетика мустаҳкамлик назариясига кўра энг хавфли учта нуқтада ва кескичнинг $AB$ кесими марказида (кескични бу кесимда қисилган деб ҳисоблаб) ҳисобий кучланишни аниқланг. $P_1 = 600$ Н, $P_2 = 0{,}15\ P_1$ ва $P_3 = 0{,}35\ P_1$. Ҳисобни кўндаланг кучлар тушаднган уринма кучланишларни ҳисобга олиб ва ҳисобга олмай бажаринг. Айтилган нуқталарда ажратилган элементларнинг қирралари бўйича қандай кучланишлар таъсир этишини кўрсатинг.

*Жавоб:* Кўндаланг кучларни ҳисобга олганда: 169,2 МПа, 130,5МПа,




10.98- масалага оид

6,04 МПа, 21,2 МПа. Кўндаланг кучларни ҳисобга олмаганда: 169,2 МПа, 127,1 МПа, 48,5 МПа, 1,0 МПа.

**10.98.** Расмда тасвирланган думалоқ ва тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли стерженлар учун учинчи мустаҳкамлик назариясига кўра энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* 1) 85 МПа: 2) 19,91 МПа; 3) 9,5 МПа; 4) 8,83 МПа.

**10.99.** Думалоқ кўндаланг кесимли $ABCD$ пўлат тирсакли стержень учи $A$ нинг тўлиқ силжиш катталигини ҳамда силжишни ташкил қиладиган учта ясовчи катталигини аниқланг (расмга қаранг).

Юкланиш $P=1000$ н.

*Ечим.* $Q=1$ куч йўналишида $A$ нуқтанинг кўчиши қуйидагига тенг:

$$f_Q = -\frac{Pl_1 l_3^2}{2EJ_э} = -\frac{100^0 \cdot 20 \cdot 30^2}{2 \cdot 10^7 \cdot 12{,}57} = -0{,}0358 \text{ см}.$$

$A$ нуқта вертикал бўйича $Q=1$ куч йўналишига тескари томонга, яъни юқорига кўчади.

$H=1$ куч йўналишидаги кўчиш қуйидагига тенг:

$$f_H = \frac{Pl_2 l_3^2}{2EJ_э} = \frac{100^0 \cdot 25 \cdot 30^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 12{,}57} = 0{,}0448 \text{ см}.$$

$S=1$ куч йўналишидаги кўчиш қўйидагига тенг:

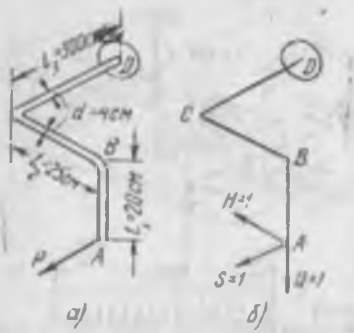
$$f_S = \frac{P}{E}\left[\frac{l_3}{F} + \frac{l_1^2 l_2 E}{GJ_p} + \frac{1}{3J_6}\left(l_1^3 + l_2^3 + 3l_1^2 l_3 + 3l_2^2 l_3\right)\right] =$$

$$= \frac{1000}{2 \cdot 10^7}\left[\frac{30}{12{,}57} + \frac{20^2 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 10^7}{8 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 12{,}57} + \frac{1}{3 \cdot 12{,}57}(20^3 + 25^3 + 3 \cdot 20^2 \cdot 30 + \right.$$

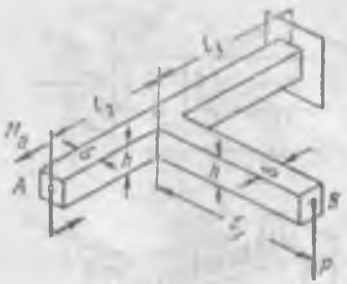
$$\left. + 3 \cdot 25^2 \cdot 30)\right] = 0{,}2035 \text{ см}.$$

$A$ нуқтанинг фазодаги тўлиқ кўчиши:

$$f = \sqrt{f_Q^2 + f_H^2 + f_S^2} = \sqrt{0{,}0358^2 + 0{,}0448^2 + 0{,}2035^2} = 0{,}212 \text{ см}.$$




10.99- масалага оид

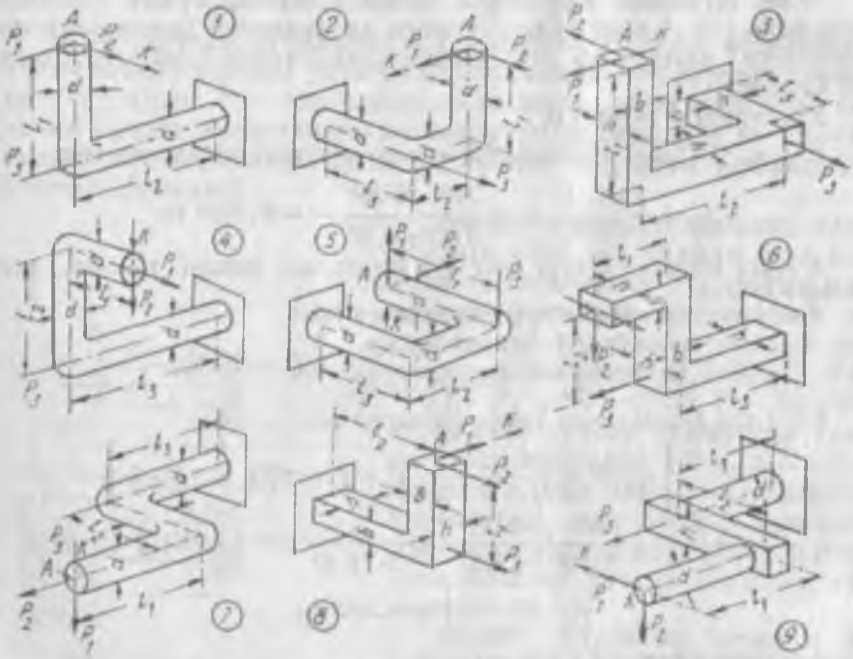



10.100- масалага оид

**10.100.** Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли, пўлат тирсакли стерженнинг $A$ ва $B$ нуқталари вертикал силжишлари катталигини аниқланг (расмга қаранг), $P = 10$ кН, $M_0 = 10$ кНм, $l_1 = 1$ м, $l_2 = 0{,}8$ м, $l_2 = 0{,}8$ м, $l_3 = 1$ м, $b = 8$ см ва $h = 12$ см.

*Жавоб*:

$$f_A = 0{,}71 \text{ см}; \quad f_B = 1{,}54 \text{ см}.$$



10.101- масалага оид

**10.101.** Расмда тасвирланган пўлат тирсакли стерженлар учун стерженнинг ҳар қайси участкасидаги бўйлама куч, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг, учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича энг катта ҳисобий кучланишларни аниқланг ва *K* стрелка билан кўрсатилган йўналишда *A* кесимнинг оғирлик маркази силжишини топинг. Стерженларнинг ўлчамлари ва юкланишларнинг катталиклари жадвалда берилган. Жадвалда жавоблар ҳам келтирилган.

*10.101-масалага доир*

| Схема ва вариант номери | Ўлчамлари, см | | | | | | Юкланиш, кН | | | Жавоб | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $d$ | $h$ | $b$ | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $\sigma_{ҳис.}$, МПа | $l$, см |
| 1*а* | 6 | — | — | 60 | 80 | — | 0,8 | 1,2 | 90 | 89,4 | 0,57 |
| 1*б* | 5 | — | — | 90 | 60 | — | 1 | 0,6 | 40 | 109,1 | 0,90 |
| 2*а* | 4 | — | — | 30 | 40 | 60 | 0,5 | 0,3 | 20 | 87,8 | 0,45 |
| 2*б* | 7 | — | — | 50 | 80 | 40 | 1,2 | 1,0 | 80 | 64,4 | 0,23 |
| 3*а* | — | 5 | 3 | 60 | 30 | 20 | 7,5 | 0,45 | 25 | 99,7 | 0,83 |
| 3*б* | — | 9 | 5 | 70 | 40 | 60 | 2,5 | 4,0 | 60 | 133 | 0,87 |
| 4*а* | 6 | — | — | 60 | 80 | 60 | 0,9 | 2,0 | 30 | 116,1 | 1,49 |
| 4*б* | 8 | — | — | 80 | 90 | 60 | 1,6 | 3,0 | 90 | 96,2 | 1,31 |
| 5*а* | 9 | — | — | 80 | 60 | 90 | 6,0 | 9,0 | 7,5 | 122,7 | 0,75 |
| 5*б* | 7 | — | — | 70 | 50 | 80 | 6,0 | 4,0 | 2,0 | 161,2 | 1,90 |
| 6*а* | — | 10 | 6 | 40 | 60 | 50 | 5,0 | 6,0 | 90 | 150 | 0,54 |
| 6*б* | — | 8 | 4 | 40 | 30 | 40 | 3,6 | 2,0 | 40 | 155 | 0,51 |
| 7*а* | 5 | — | — | 40 | 50 | 40 | 1,0 | 0,8 | 40 | 102,1 | 0,71 |
| 7*б* | 4 | — | — | 30 | 20 | 40 | 0,6 | 0,8 | 30 | 97,9 | 0,38 |
| 8*а* | — | 6 | 4 | 30 | 50 | — | 1,8 | 1,6 | 38 | 84,0 | 0,19 |
| 8*б* | — | 8 | 3 | 60 | 40 | — | 2,0 | 1,5 | 60 | 162,3 | 0,73 |
| 9*а* | 5 | 6 | 6 | 50 | 30 | 50 | 1,2 | 1,0 | 50 | 154,7 | 0,69 |
| 9*б* | 8 | 9 | 6 | 60 | 50 | 40 | 4,0 | 5,0 | 80 | 151,7 | 0,55 |

**10.102.** Тирсакли стержень *ABCH*нинг ҳар қайси участкаси учун (расмга қаранг) бўйлама куч, буровчи ва эгувчи моментлар эпюраларини ясанг ва энг катта уринма кучланишлар назариясидан фойдаланиб, қуйидаги варнантлардан бирини ечинг:

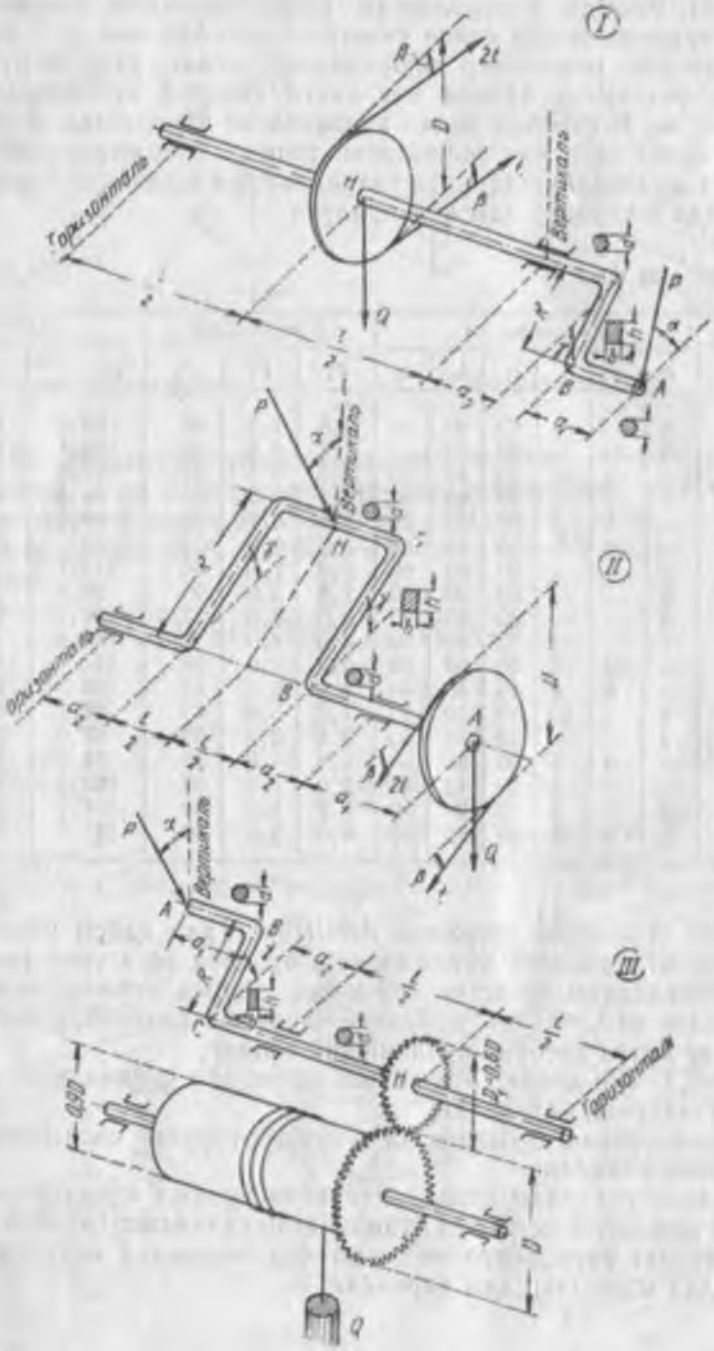
а) энг катта ҳисобий кучланишни топинг;

б) юк *Q* ёки қувват *N* нинг энг катта йўл қўйиладиган оғирлик катталигини белгиланг;

в) стерженнинг думалоқ ва тўғри тўртбурчак кесимлари ўлчамларини аниқланг.

Кўндаланг кучлар ҳосил қиладиган уринма кучланишларни ҳисобга олманг. Асосий йўл қўйиладиган кучланиш $[\sigma] = 80$ МПа.

Ҳисоблаш учун зарур маълумотлар жадвалда келтирилган. Жадвалда жавоблар ҳам берилган




10.102- масалага оид

*10.102- масалага доир*

| Тартиб номери | Схема ва вариант номери | Стержень ўлчамлари, см | | | | | Кесимлар ўлчамлари, мм | | | | Бурчаклар | | | $N$ о.к. | $n$ айл/мин | $Q$, кг | Жавоб |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $a_1$ | $a_2$ | $l$ | $R$ | $D$ | $d$ | $b$ | $h$ | $h/b$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | | | | |
| 1 | I—а | 8 | 8 | 20 | 40 | 60 | 100 | 65 | 110 | — | 45° | 0° | 30° | 150 | 250 | 70 | $\sigma_{экв} = 806$ кг/см² |
| 2 | I—б | 10 | 15 | 18 | 28 | 36 | 68 | 32 | 80 | — | 60° | 30° | 0° | — | 500 | 0 | $[N] = 120$ л.с |
| 3 | I—в | 12 | 10 | 16 | 25 | 40 | — | — | — | 3 | 90° | 30° | 0° | 100 | 300 | 60 | $d = 74$ мм, $h = 99$ мм. |
| 4 | II—а | 11 | 18 | 25 | 30 | 60 | 40 | 20 | 50 | — | 20° | 45° | 30° | 9 | 300 | 90 | $\sigma_{экв} = 816$ кг/см² |
| 5 | II—б | 15 | 10 | 24 | 40 | 40 | 90 | 60 | 96 | — | 18° | 45° | 0° | — | 600 | 0 | $[N] = 189$ л.с |
| 6 | II—в | 15 | 12 | 20 | 50 | 50 | — | — | — | 1,7 | 24° | 90° | 0° | 145 | 500 | 60 | $d = 82$ мм, $h = 90,9$ мм |
| 7 | III—а | 24 | 16 | 80 | 40 | 30 | 30 | 14 | 35 | — | 30° | — | 45° | — | — | 120 | $\sigma_{экв} = 823$ кг/см² |
| 8 | III—б | 20 | 10 | 90 | 30 | 27 | 32 | 12 | 45 | — | 0° | — | 0° | — | — | — | $[Q] = 117,9$ кг |
| 9 | III—в | 15 | 10 | 80 | 32 | 28 | — | — | — | 2,5 | 90° | — | 90° | — | — | 80 | $d = 25,8$ мм, $h = 28$ мм |

## 35- §. Юпқа деворли стерженлар

**10.103.** Расм, *а* да тасвирланган профиль учун эгилиш маркази вазиятини аниқланг, асосий секториал координаталар эпюрасини ясанг ва секториал инерция моменти катталигини ҳисобланг.

*Ечими.* Кесим $z$ ўққа нисбатан симметрик бўлгани учун оғирлик маркази $C$ ва эгилиш маркази $A$ бир ўқда ётади. Кесим оғирлик марказининг пастки токча ўрта чизиғидан масофаси $z_C$ қуйидагига тенг:

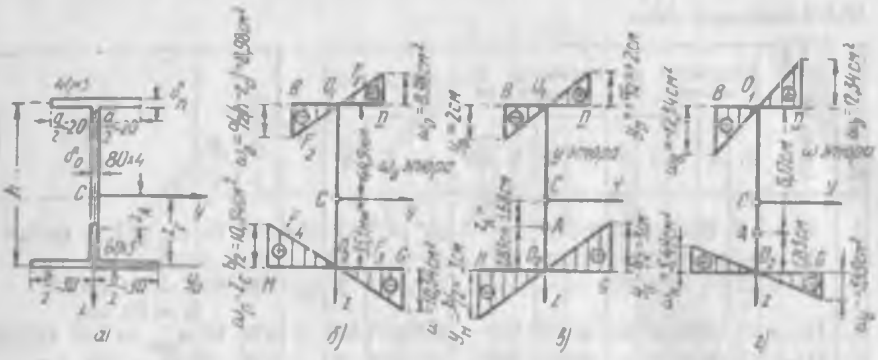
$$z_C = \frac{S_{y0}}{F} = \frac{-4\cdot0,5\cdot8-8\cdot0,4\cdot4}{4\cdot0,5+8\cdot0,4+6\cdot0,5} = -\frac{28,8}{8,2} = -3,51 \text{ см}.$$

$C$ кесим оғирлик марказидан эгилиш маркази $A$ гача бўлган масофа $z_A$ ни топиш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади: $z_A = -\frac{S_{\omega_0 y}}{J_z}$, бунда: $S_{\omega_0 y}$ — қутб $C$ га нисбатан кесимнинг секториал-чизиқли статик моменти; $J_z$ — асосий марказий инерция ўқи $z$ га нисбатан кесимнинг инерция моменти. Ҳисоб боши сифатида $O_1$ нуқтани қабул қилиб, секториал юзаларнинг қўшимча эпюрасини $\omega_0$ ни ясаймиз (расм, *б* га қаранг).

Секториал чизиқли статик мемент $S_{\omega_0 y}$ ушбу ифодадан аниқланади:

$$S_{\omega_0 y} = \int_F \omega_0 y dF = \int_P \omega_0 y \delta_T dy.$$

Интеграл Верешчагин усулида ҳисобланиши мумкин. Бунинг учун эпюра юзаларининг оғирлик марказлари тагида ётган масофалар $y$ ни эпюралари координаталарига кўпайтирнш керак (расм, *в* га қаранг). Устки токчанинг ўнг ярми учун эпюра $\omega_0$ юзаси мусбат бўлиб, $F_1 = \frac{1}{2}(h - z_C)\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2} = \frac{h-z_C}{8}a^2$ га тенг. Юза $F_1$ оғирлик маркази тагидаги эпюра, $y$ ординаталари эса мусбат бўлиб, $y_1 = \frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a}{3}$ га тенг. Шундай қилиб, $S'_{\omega_0 y} = \frac{a^3}{24}(h - z_c)\delta_T$. Устки



10.103- масалага оид

токчанинг чап ярми учун $F_2 = -\frac{1}{8}(h - z_c)a^2$, ордината эса $y_2 = -\frac{a}{3}$.

Шунинг учун $S^{II}\omega_0 y = \frac{a^3}{24}(h - z_c)\delta_т$.

Худди шунга ўхшаш пастки токчанинг ўнг ва чап ярми учун қуйидагини топамиз:

$$S^{IV}_{\omega_0 y} = S^{IV}_{\omega_0 y} = -\frac{b}{24} z_c \delta_т.$$

Секториал-чизиқли статик моментнинг тўлиқ катталиги қуйидагига тенг:

$$S_{\omega_0 y} = 2(S^{I}_{\omega_0 y} + S^{III}_{\omega_0 y}) = \frac{\delta_ў}{12}[a^3(h - z_c) - b^3 z_c] =$$

$$= \frac{0,5}{12}[4^3 \cdot (8 - 3,51) - 6^3 \cdot 3,51] = -19,62 \text{ см}^5.$$

Кесимнинг $z$ ўққа нисбатан инерция моменти қуйидагига тенг:

$$J_z = \frac{h\delta_ў^3 + (a^3 + b^3)}{12}\delta_т = \frac{8 \cdot 0,4^3 + (4^3 + b^3)}{12} \cdot 0,5 = 11,71 \text{ см}^4,$$

эгилиш маркази координатаси эса

$$z_A = \frac{S_{\omega_0 y}}{J_z} = +\frac{19,62}{11,72} = 1,68 \text{ см}.$$

Энди нуқта $A$ ни асосий секториал қутб учун қабул қилиб, $O_1$ ва $O_2$ нуқталарни эса асосий нолинчи секториал нуқталар учун қабул қилиб, асосий секториал координаталар эпюрасини ясаймиз (расм, $г$ га қаранг). Бунда

$$\omega_D = -\omega_B = \frac{a}{2}[zo_1] = 6,17 \cdot \frac{4}{2} = 12,34 \text{ см}^2 \text{ ва } \omega_H = -\omega_C = \frac{b}{2}|zo_2| =$$

$$= 1,83 \cdot \frac{6}{2} = 5,49 \text{ см}^2.$$

Секториал инерция моментини ҳисоблаш учун $J_\omega = \int_F \omega^2 dF$, яна Верешчагин усулидан фойдаланамиз. Устки токчанинг ўнг ярми учун қуйидагига эга бўламиз: $J'_\omega = \frac{1}{2}\omega_D \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{3}\omega_D \delta_т = \frac{1}{6}a\delta_т \cdot \omega_D^2$;

устки токчанинг чап ярми учун

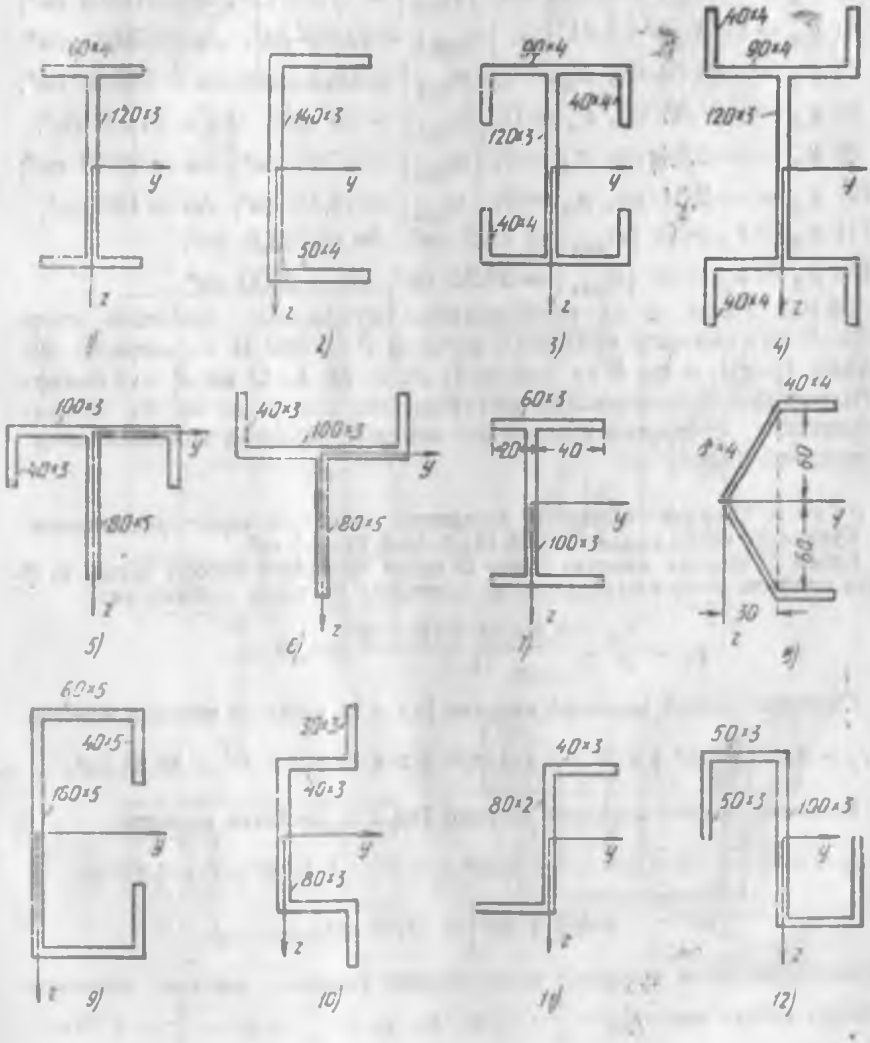
$$J'_\omega = \frac{1}{6} a\delta_\tau \cdot \omega_B^2 = \frac{1}{6} a\delta_\tau \cdot \omega_D^2;$$

пастки токчанинг чап ва ўнг ярми учун

$$J''_\omega = J^{IV}_\omega = \frac{1}{6} b\delta_\tau \cdot \omega_G^2;$$

шунинг учун

$$J_\omega = 2\left(J'_\omega + J''_\omega\right) = \frac{1}{3}\delta_\tau\left(a\omega_D^2 + b\omega_G^2\right) = \frac{0{,}5}{3}(4 \cdot 12{,}34^2 + 6 \cdot 5{,}49^2) =$$
$$= 131{,}7 \text{ см}^6.$$




10.104- масалага оид

**10.104.** Расмда тасвирланган профиллар учун эгилиш маркази ($A$ нуқта) вазиятини аниқланг, асосий секториал юзалар эпюрасини ясанг, шу эпюранинг энг катта ординатаси $\omega_{max}$ ни аниқланг ва секториал инерция моменти катталигини ҳисобланг. Расмдаги ўлчамлар мм да берилган.

*Жавоб:* (рақамлар яхлитланган):

1) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 18$ см$^2$; $J\omega = 518{,}5$ см$^6$;

2) $y_A = -1{,}85$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 22{,}05$ см$^2$; $J\omega = 726$ см$^6$.

3) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 45$ см$^2$; $J\omega = 10220$ см$^6$;

4) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 27$ см$^2$; $J\omega = 3995$ см$^6$;

5) $y_A = 0$, $z_A = -1{,}41$ см; $|\omega_{max}| = 12{,}95$ см$^2$; $J\omega = 150{,}5$ см$^6$;

6) $y_A = 0$, $z_A = +1{,}41$ см; $|\omega_{max}| = 12{,}95$ см$^2$, $J\omega = 150{,}5$ см$^6$;

7) $y_A = -0{,}78$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 16{,}1$ см$^2$; $J\omega = 289{,}5$ см$^6$;

8) $y_A = -1{,}33$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 16$ см$^2$; $J\omega = 319{,}5$ см$^6$;

9) $y_A = -3{,}64$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 57{,}45$ см$^2$; $J\omega = 9890$ см$^2$;

10) $y_A = -2{,}31$ см, $z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 12{,}15$ см$^2$; $J\omega = 189$ см$^6$;

11) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 11{,}2$ см$^2$; $J\omega = 112{,}5$ см$^6$;

12) $y_A = z_A = 0$; $|\omega_{max}| = 33{,}35$ см$^2$, $J\omega = 2500$ см$^6$.

**10.105.** Расм, *а* да тасвирланган кўндаланг кесимли стержень $K$ нуқталарга қўйилган кучлар $P = 1200$ Н таъсирида чўзилади (расм, *а* ва *б* га қаранг). $B$, $a$, $H$, $L$, $Q$ ва $R$ нуқталардаги нормал кучланишлар катталигини аниқланг ва бу кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тақсимланиш эпюрасини ясанг.

*Ечими.* Стержень кўндаланг кесимининг геометрик характеристикалари: Кўндаланг кесим юзаси $F = 0{,}25\ (6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2) = 4{,}5$ см$^2$.

Кесим $C$ оғирлик маркази билан $O$ нуқта орасидаги масофа (расм, *в*) $O$ нуқта профиль девори баландлиги ва қалинлиги ўртасида жойлашган:

$$y_C = \frac{S_{z_0}}{F} = \frac{0{,}25(2 \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4)}{4{,}5} = 1{,}78 \text{ см}.$$

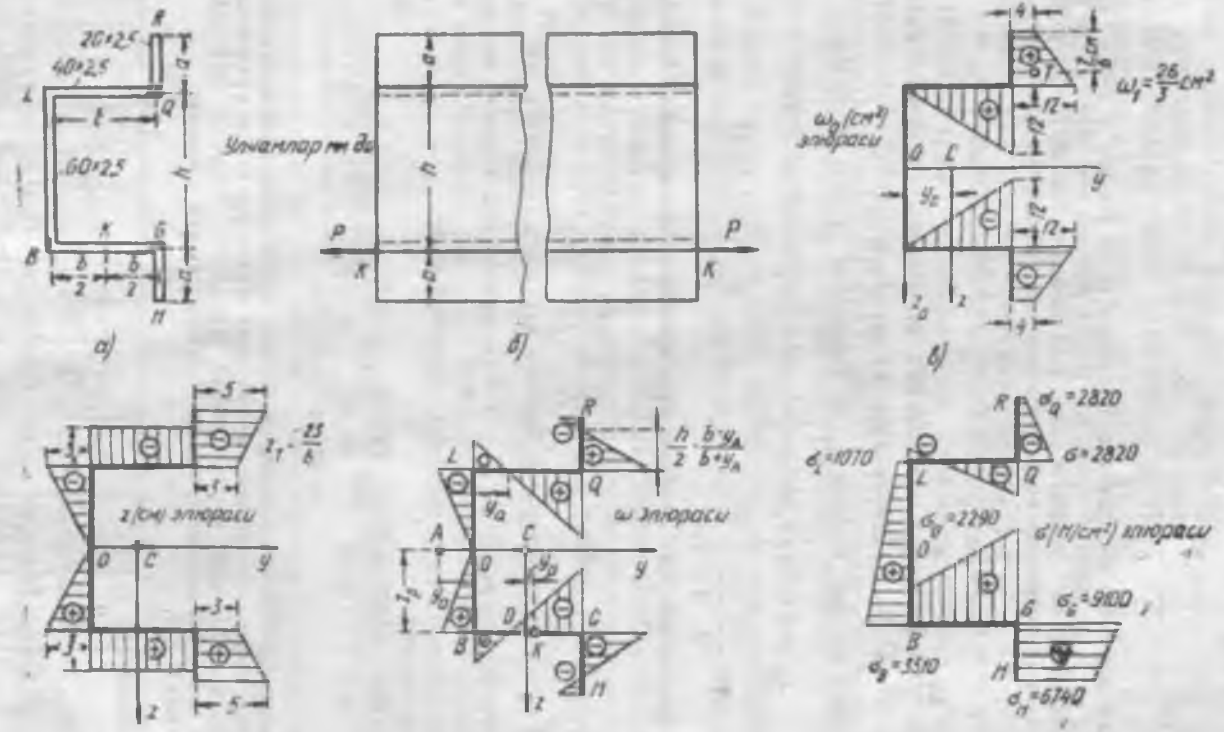
Кесимнинг асосий марказий инерция ўқи $y$ га нисбатан инерция моменти

$$J_y = 0{,}25\left[\frac{1}{12}(6^3 + 2 \cdot 2^3 + 2{,}4 \cdot 0{,}25^2) + 2 \cdot 4 \cdot 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4^2\right] = 38{,}85 \text{ см}^4.$$

Кесимнинг асосий марказий инерция ўқи $z$ га нисбатан моменти:

$$J_z = 0{,}25\left[\frac{1}{12}(6 \cdot 0{,}25^2 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}25^2 + 2 \cdot 4^2) + 6 \cdot 1{,}78^2 + 2 \cdot 4 \cdot 0{,}22^2 + \right.$$
$$\left. + 2 \cdot 2 \cdot 2{,}22^2\right] = 12{,}45 \text{ см}^4.$$

$P$ кучлар қўйилган $K$ нуқтанинг асосий инерция ўқларига нисбатан эксцентриситетлари ушбуга тенг: $z_p = \frac{h}{2} = 3$ см ва $y_p = \frac{b}{2} - y_c = \frac{4}{2} - 1{,}78 = 0{,}22$ см.




10.105- масалага оид

Эгилиш марказининг вазнятини топиш учун қутбдаги ва ҳисоб боши $O$ нуқтадаги секториал координаталарнинг қўшимча эпюраси $\omega_0$ (расм, *в*) ҳамда профиль нуқталарининг $y$ ўқдан масофалари эпюраси (расм, *г*) ясалган.

Эгилиш марказининг профиль девори ўрта чизиғидан масофаси $y_A$ қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$y_A = \frac{S_{\omega_0 z}}{J_y} = \frac{-2\cdot 0{,}25\left(\frac{12\cdot 4}{2}\cdot 3 + \frac{3+5}{2}\cdot 2\frac{23}{6}\right)}{38{,}85} = -\frac{51{,}35}{38{,}85} = -1{,}32 \text{ см}.$$

Асосий секториал координаталар эпюраси $\omega$ ни ясашда $A$ нуқта асосий секториал қутб сифатида, $O$ нуқта эса асосий нолинчи секториал нуқта сифатида қабул қилинган. Эпюра $\omega$ расм, *д* да тасвирланган. $B$, $G$, $H$, $I$, $Q$ ва $R$ нуқталардаги секториаллар координаталарининг қийматлари қуйидагига тенг:

$$\omega_B = -\omega_L = y_A\cdot\frac{h}{2} = 1{,}32\cdot\frac{6}{2} = 3{,}95 \text{ см}^2;\ \omega_G = -\omega_Q =$$

$$= \omega_B - \frac{bh}{2} = 3{,}96 - \frac{4\cdot 6}{2} = -8{,}04 \text{ см}^2;\ \omega_H = -\omega_R = \omega_G + a(b + y_A) =$$

$$= -8{,}04 + 2(4 + 1{,}32) = 2{,}6 \text{ см}^2.$$

Секториал инерция моменти $J_\omega$ ни Верешчагин усулида ҳисоблаймиз:

$$J_\omega = 2\cdot 0{,}25\left[3{,}96^2 + \frac{1}{3}3{,}96^2\cdot 1{,}32 + \frac{1}{3}\cdot 8{,}04^2\cdot 2{,}68 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3}\cdot 8{,}04^2\cdot\frac{6}{2}\cdot\frac{4-1{,}32}{4+1{,}32} + \frac{1}{3}\cdot 2{,}6^2\left(2 - \frac{6}{2}\cdot\frac{4-1{,}32}{4+1{,}32}\right)\right] = 61{,}95 \text{ см}^6.$$

Нормал кучланишларни аниқлаш учун қуйидаги формулалардан фойдаланамиз

$$\sigma = P\left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y}{J_z} + \frac{z_p z}{J_y}\right) + \frac{B\omega}{J_\omega}.$$

$P$ кучлар қўйилган кесимлардаги бимомент катталиги қуйидагига тенг:

$$B = B_{\max} = P\omega_k = P\left(\omega_B - \frac{bh}{4}\right) = 1200\left(3{,}96 - \frac{6}{2}\cdot\frac{4}{2}\right) =$$

$$= -1200\cdot 2{,}04 = -2448 \text{ кг см}^2.$$

Шундай қилиб,

$$\sigma = \frac{1200}{4{,}5} + \frac{1200\cdot 0{,}22}{12{,}45}\cdot y + \frac{1200\cdot 3}{38{,}85}\cdot z - \frac{2448}{61{,}95}\omega = 266{,}7 + 21{,}19y +$$

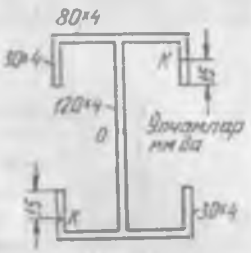
$$+ 92{,}68z - 39{,}52\,\omega.$$

Сўнгги формула бўйича ҳисобланган нормал кучланишларнинг катталиклари ва нуқталар координаталарининг қийматлари жадвалда ҳамда кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тарқалиши эпюрада келтирилган (расм, *е*). Энг катта нормал кучланиш $G$ нуқтада вужудга келади:

$\sigma_G = 910$ Н/см².

| нуқталар / катталиклар | $B$ | $D$ | $G$ | $H$ | $O$ | $L$ | $N$ | $\theta$ | $R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$, см | −1,78 | +0,46 | +2,22 | +2,22 | −1,78 | −1,78 | +0,46 | +2,22 | +2,22 |
| $z$, см | +3 | +3 | +3 | +5 | 0 | −3 | −3 | −3 | −5 |
| $\omega$, см² | +3,96 | 0 | −8,04 | +2,6 | 0 | −3,96 | 0 | +8,04 | −2,6 |
| $\sigma$, Н/см² | +351 | +554 | +910 | +674 | +229 | +107 | −2 | −282 | −47 |

**10.106.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган стержень иккита куч $P=6$ кН билан чўзилган. Кучлар учларидаги кесимларга қўйилган. Агар: а) $P$ кучлар учларидаги кесимларнинг оғирлик марказлари $O$ га қўйилган ва б) учларидаги кесимларга девор қалинлигининг ўртасидаги $K$ нуқтага нккитадан $P/2$ кучлар қўйилган бўлса (расмга қаранг), стерженнинг кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.



10.106- масалага оид

*Жавоб:* а) $\sigma = 3750$ Н/см² (чўзилиши); б) $\sigma = 15300$ Н/см² (чўзилиши) ва $\sigma = 7810$ Н/см² (сиқилиш).

**10.107.** Расмда тасвирланган стержень кучлар $P=1{,}5$ кН билан юкланган. Бу кучлар учларидаги кесимларнинг $K_1$ ва $K_2$ нуқталарига қўйилган. Оралиқ кесимдаги $B$, $D$, $Q$, $H$, $L$ ва $N$ нуқталардаги нормал кучланишлар катталигини аниқланг ва бу кучланишларнинг стержень кўндаланг кесими бўйича тақалиш эпюрасини ясанг.

*Жавоб:* $\sigma_D = -\sigma_B = 2100$ Н/см²; $\sigma_H = -\sigma_G = 14500$ Н/см²; $\sigma_N = -\sigma_L = 10500$ Н/см².

**10.108.** Кўндаланг кесими расмда тасвирланган стержень марказга қўйилган кучлар $P=160$ кН билан чўзилади. Стержендаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни аниқланг.

*Жавоб:* $\sigma = 11640$ Н/см² (чўзилиш), $\sigma = 3640$ Н/см² (сиқилиш).

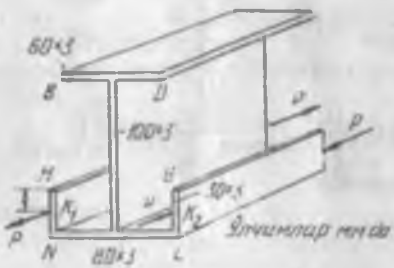
**10.109.** Узунлиги $l=2$ м бўлган ва бир учидан қисилган тоғарасимон профилли пўлат стержень (расм, *а* га қаранг) иккинчи учидан тўпланган куч $P=2000$ Н билан юкланган. Бу куч токча энининг ўртасига қўйилган (расм, *б* га қаранг). Энг катта нормал ва уринма кучланишлар катталикларини аниқланг.

*Ечими.* А. Стержень кўндаланг кесимининг геометрик характеристикалари.

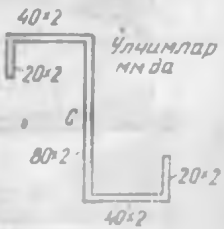
Кўндаланг кесим юзаси $F=15{,}6$ см².

Асосий марказий ўқ $y$ га нисбатан инерция моменти: $J_y = 652{,}8$ см⁴.

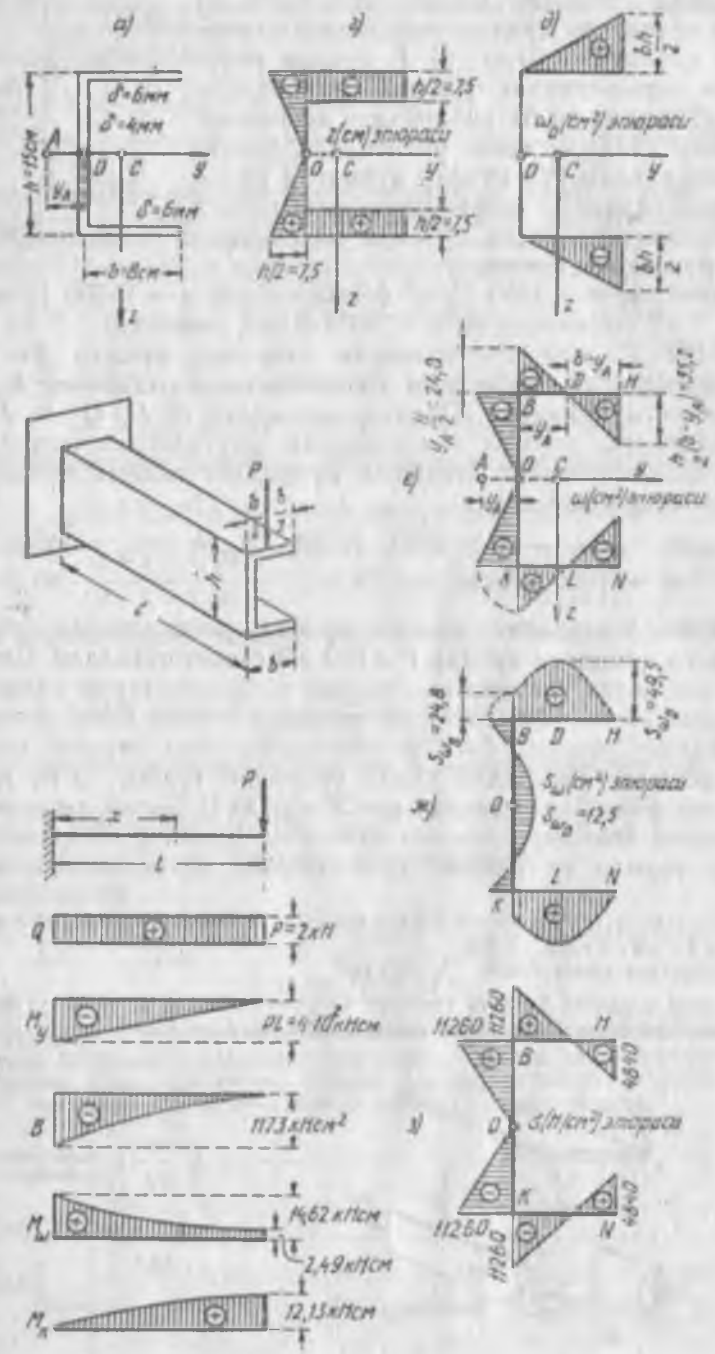
Соф буралишдаги кесимнинг инерция моменти $J_б = 1{,}609$ см⁴.



10.107- масалага оид



10.108- масалага оид




10.109- масалага оид

Қутб *O* ва асосий инерция ўқи *z* га нисбатан секториал-чизиқли статик момент (расм, *г* ва *д* га қаранг) Верешчагин усулида ҳисобланган (10.103-масала ечимига қаранг):

$$S_{\omega_0 z} = -2160 \text{ см}^5.$$

Эгилиш маркази координатаси:

$$y_A = \frac{S_{\omega_0 z}}{J_y} = -3{,}31 \text{ см}.$$

Асосий секториал қутб *A* ва асосий нолинчи секториал нуқта *O* учун асосий секториал координаталар эпюраси ω расм, *е* да тасвирланган. Верешчагин усулида ҳисобланган секториал инерция моменти
$J_\omega = 4370$ см$^6$ га тенг.

Секториал-статик моментлар эпюраси $S_\omega$ расм, *ж* да келтирилган. *D* нуқта учун $S_{\omega D} = 49{,}5$ см$^4$. *B* нуқта учун $S_{\omega B} = 24{,}85$ см$^4$ ва *O* нуқта учун $S_{\omega_0} = -12{,}45$ см$^4$.

Уринма кучланишлар аниқланадиган нуқтадан бир томонда жойлашган кўндаланг кесим қисмининг *y* ўққа нисбатан оддий статик моментлари: *D* нуқта учун $S_{yD} = 21{,}1$ см$^3$, *B* нуқта учун $S_{yB} = 36$ см$^3$, ва *O* нуқта учун $S_{y_0} = 47{,}25$ см$^3$.

Стерженнинг эгилиш-буралиш характеристикаси:

$$\alpha = \sqrt{\frac{GJ_\delta}{EJ_\omega}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1{,}649}{2 \cdot 10^6 \cdot 4370}} = 0{,}0123 \frac{1}{\text{см}};$$

$$\alpha l = 0{,}0123 \cdot 200 = 2{,}46; \; Sh\alpha l = 5{,}79 \text{ ва } ch\alpha l = 5{,}88.$$

Кесимнинг эгилиш марказига нисбатан юкланишнинг қўйилиш эксцентриситети — $e = b/2 + |y_A| = 8/2 + 3{,}31 = 7{,}31$ см.

Б. Стерженнинг исталган кесимидаги куч омиллари. Кўрилаётган ҳолда би моментларнинг дифференциал тенгламаси ечими қуйидаги кўринишни олади (М. Н. Беляев. Сопротивление материалов, 1954 йилги ва кейинги нашрлари, 552-бет):

$$B = -\frac{Pe}{\alpha ch\alpha l} Sh\alpha (l - x), \; M_\omega = \frac{Pe}{ch\alpha l} ch\alpha (l - x) \text{ ва}$$

$$M_\delta = \frac{Pe}{ch\alpha l} [ch\alpha l - ch\alpha (l - x)].$$

Ўқ *y* атрофида ясси эгилишдаги эгувчи момент ва кўндаланг куч қуйидагига тенг: $M_y = -P(l - x)$ ва $Q = +P$. Стержень узунлиги бўйича куч омилларнинг ўзгариш эпюралари расм, *в* да берилган. *B*, $M_\omega$ ва $M_y$ лар қисилган кесимда энг катта қийматга эришади: $x = 0$ да:

$$B_{max} = -\frac{Pesh\alpha l}{\alpha ch\alpha l} = -\frac{2000 \cdot 7{,}31 \cdot 5{,}79}{0{,}0123 \cdot 5{,}88} = 1173000 \text{ Н см}^2,$$

$$M_{\omega max} = Pe = 2000 \cdot 7{,}31 = 14620 \text{ Н·см}.$$

$$M_{y max} = -Pl = -2000 \cdot 200 = -400 \text{ кН·см}.$$

Соф буралиш моменти стерженнинг эркин учида энг катта қийматга эришади, $x = l$ да;

$$M_{\delta max} = \frac{Pe(ch\alpha l - 1)}{ch\alpha l} = \frac{2000 \cdot 7{,}31}{5{,}88}(5{,}88 - 1) = 12{,}13 \text{ кН см}$$

шу кесимнинг ўзида

$$M_\omega = \frac{Pe}{ch\alpha l} = \frac{2000 \cdot 7{,}31}{5{,}88} = 2{,}49 \text{ кН·см}.$$

Стержень узунлиги бўйича кўндаланг куч ўзгармайди: $Q = P = 2000$ Н.

В. Нормал ва уринма кучланишлар

Қисилган кесимда нормал кучланишлар қуйидаги формуладан ҳисобланади:

$$\sigma = \frac{M_{y\max}}{J_y} z + \frac{B_{\max}}{J_\omega} \omega = -\frac{40000}{652{,}8} z - \frac{117300}{4370} \omega = -61{,}3\, z - 26{,}8\, \omega.$$

Кесимнинг $B$, $D$, $H$, $K$, $L$ ва $N$ нуқталаридаги нормал кучланишлар ҳамда координаталар ва қийматлари жадвалда келтирилган. Жадвал маълумотларига кўра эпюра ясалган (расм, *в* га қаранг).

| нуқталар / катталиклар | $H$ | $D$ | $B$ | $K$ | $L$ | $N$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z$, см | $-7{,}5$ | $-7{,}5$ | $-7{,}5$ | $+7{,}5$ | $+7{,}5$ | $+7{,}5$ |
| $\omega$, см² | $+35{,}2$ | 0 | $-24{,}8$ | $+24{,}8$ | 0 | $-35{,}2$ |
| $\sigma$, Н/см² | $-484$ | $+460$ | $+1126$ | $-1126$ | $-460$ | $+484$ |

Қисилган кесимдаги уринма кучланишлар кўндаланг куч $Q$ ҳамда эгилиш-буралиш моменти $M_\omega$ дан ҳосил бўладиган кучланишлардан йиғилади:

$$\tau = \tau_Q + \tau_\omega = \frac{Q \cdot S_y}{J_y \cdot \delta} + \frac{M_{\omega\,\max} \cdot S_\omega}{J_\omega \cdot \delta}.$$

Уринма кучланишлар $O$ нуқтада энг катта қийматга эришади, бу нуқта $\tau_Q$ ва $\tau_\omega$ йўналишлари мос тушади:

$$\tau_{\max} = \tau_Q = \frac{2000 \cdot 47{,}25}{652{,}8 \cdot 0{,}4} + \frac{1462 \cdot 12{,}45}{4370 \cdot 0{,}4} = 36{,}2 + 10{,}4 = 46{,}6 \text{ Н/см}^2.$$

$\tau_Q$ ва $\tau_\omega$ йўналишлари мос тушмайдиган $D$ ва $L$ нуқталарда

$$\tau_{D,\,L} = \frac{1462 \cdot 49{,}5}{4370 \cdot 0{,}6} - \frac{2000 \cdot 21{,}1}{652{,}8 \cdot 0{,}6} = 27{,}6 - 10{,}8 = 16{,}8 \text{ Н/см}^2;$$

$B$ ва $K$ нуқталарда (бунда ҳам $\tau_Q$, $\tau_\omega$ йўналишлар мос тушмайди):

$$\tau_{B,\,K} = \frac{2000 \cdot 36}{652{,}8 \cdot 0{,}4} - \frac{1462 \cdot 24{,}8}{4370 \cdot 0{,}4} = 27{,}6 - 20{,}8 = 6{,}8 \text{ Н/см}^2.$$

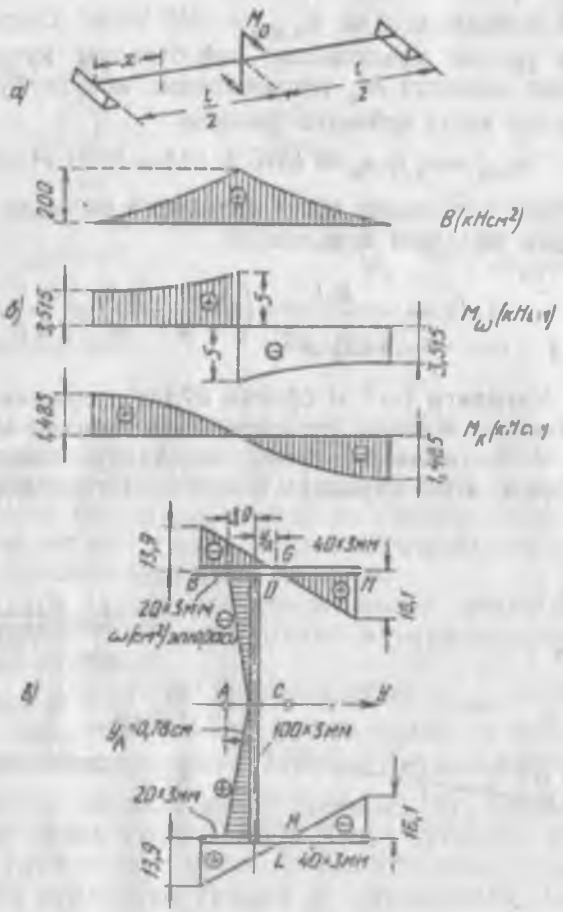
Стерженнинг эркин учида уринма кучланишлар соф буралиш кучланиши ва кўндаланг кучланишдан йиғилади:

$$\tau = \tau_\delta + \tau_Q = \frac{M_\delta \cdot \delta}{J_\delta} + \frac{Q \cdot S'_y}{J_y \cdot \delta}.$$

Бу кесимда уринма кучланишлар стерженнинг ташқи сиртидаги $B$ ва $K$ нуқталарда энг катта қийматга эришади, бунда

$$\tau_{\max} = \tau_{B,\,K} = \frac{1213 \cdot 0{,}6}{1{,}649} + \frac{2000 \cdot 36}{652{,}8 \cdot 0{,}6} = 4414 + 184 \approx 4600 \text{ Н/см}^2.$$

**10.110.** Узунлиги $l = 1$ м бўлган дюралюминий стерженнинг учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин улар бемалол айлана олиши мумкин. Стержень моменти $M_0 = 100$ Нм бўлган кучлар жуфти билан юкланган. Кучлар жуфти стержень ўқига перпендикуляр текисликда



10.110- масалага оид

қулоч ўртасига қўйилган (расм, *а* га қаранг). Стерженнинг кўндаланг кесими расм, *в* да тасвирланган. Энг катта секториал нормал ва уринма кучланишлар, соф буралиш энг катта кучланишлари ва стержень кесимининг буралиш бурчаги (қулоч ўртасида) катталикларини аниқланг. $E=7\cdot10^{10}$ Н/см²; $G=2{,}7\cdot10^{10}$ Н/м².

*Ечимни текшириш учун маълумотлар.* Кесимнинг секториал инерция моменти $J_\omega = 289{,}6$ см⁶. Стерженнинг буралиш-эгилиш характеристикаси $\alpha = 0{,}0108$ см$^{-1}$. Ушбу ҳол учун бимоментлар дифференциал тенгламасининг ечимини қуйидаги китобдан қаранг: Н. М. Беляев. Сопротивление материалов, 1954 ва кейинги йилги нашрлари, 552-бет. Стержень узунлиги бўйича ўзгариш эпюралари $B$, $M_\omega$ ва $M_б$ расм, *б* да берилган.

*Жавоб*: Энг катта секториал нормал кучланишлар стерженнинг ўрта кесимидаги $H$ ва $N$ нуқталарда ётади: $\sigma_{max} = 11100$ Н/см². Энг катта секториал уринма кучланишлар ўша кесимдаги $G$ ва $M$

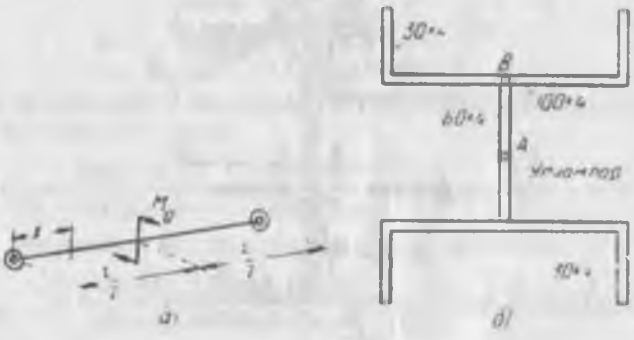
нуқталарда вужудга келади. $\tau_{\omega\,max} = 447$ Н/см². Стерженнинг таянч кесимидаги уринма кучланишлар соф буралиш кучланиши ва эгилиш-буралиш моменти $M_\omega$ кучланишидан иборат бўлиб, $G$ ва $M$ нуқталарда энг катта қийматга эришади:

$$\tau_{max}' = \tau_\delta + \tau_\omega = 1875 + 314 \approx 2190 \text{ Н/см}^2.$$

Стержень ўрта кесимининг таянч кесимларга нисбатан буралиш бурчаги қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\varphi = \frac{1}{GJ_\delta}\int_0^{l/2} M_\delta dx = \frac{M_0 l}{4\,GJ_\delta\,ch\dfrac{\alpha l}{2}}\left(ch\,\frac{\alpha l}{2} - \frac{2}{\alpha l}\,sh\,\frac{\alpha l}{2}\right) = 0{,}078 \text{ рад}.$$

**10.111.** Узунлиги $l=2$ м бўлган пўлат стержень икки учидан қисиб қўйилган. Қулочи ўртасига $M_0$ моментли кучлар жуфти қўйилган. У стержень ўқига перпендикуляр текисликда таъсир қилади (расм, *а* га қаранг). Стерженнинг кўндаланг кесими

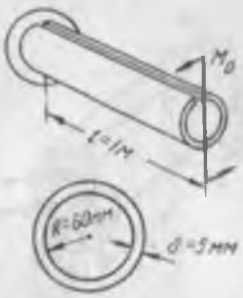


10.111- масалага онд

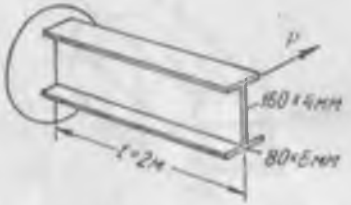
расм, *б* да тасвирланган. Стержень узунлиги бўйича куч омилларнинг ўзгариш эпюраларини ясанг, $M_0$ момент қийматини аниқланг (бунда энг катта секториал нормал кучланиш 150 МПа дан ошмасин), энг катта секториал уринма кучланишларни ва соф буралиш кучланишларини, шунингдек стержень ўрта кесимининг буралиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $M_{0\,max} = 50{,}2$ кН см $\approx 50$ кН. м; $\tau_{\omega\,max} = \tau_B = 1560$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{K\,max} = 3690$ Н/см² ($x = 50$ см да); $\tau_{H\,max} = 4710$ Н/см² ($x = 50$ см да); $\varphi = 0{,}078$ рад.

| куч омиллари \ $x$, см | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| $B$, н/см² | −95640 | −425100 | 0 | +425100 | +956400 |
| $M_\omega$, Нсм | 25000 | 18370 | 16330 | 18370 | 25000 |
| $M_\delta$, Нсм | 0 | 6630 | 8670 | 6630 | 0 |




10.112- масалага оид




10.113- масалага оид

**10.112.** Бўйлама қирқими бўлган трубасимон кесимли пўлат стержень бир учидан қисилган (расмга қаранг). Стерженнинг эркин учига қўйилган $M=200$ Нм моментли кучлар жуфти уни бурайди. Энг катта секториал нормал ва уринма кучланишларни, соф буралиш энг катта уринма кучланишларни ва стержень эркин учининг бурилиш бурчагини аниқланг.

Таққослаш учун худди ўшандек кесимли, лекин бўйлама қирқими бўлмаган стержендаги уринма кучланишларни ва буралиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{\omega\ max}=1610$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{\omega\ max}=128$ Н/см² (қисилган ерда); $\tau_{б\ max}=6220$ Н/см² (эркин учида); $\varphi=0{,}124$ рад. Қирқилмаган стерженда. $\tau_{б\ max}=1774$ Н/см² ва $\varphi=0{,}00037$ рад.

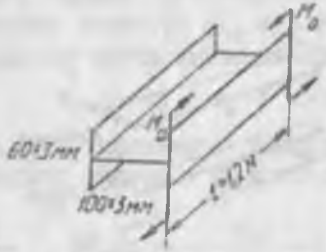
**10.113.** Қўштавр кесимли пўлат стержень бир учидан қисиб қўйилган. Унинг эркин учига $P=600$ Н куч қўйилган бўлиб, бу куч токчанинг ўрта чизиғи бўйича таъсир қилади (расмга қаранг). Энг катта нормал ва уринма кучланишларни, энг катта буралиш бурчагини ҳамда стержень эркин учининг оғирлик маркази $P$ куч таъсирида йўналишида қандай қисилишини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{max}=12510$ Н/см²; $\tau_{max}=1540$ Н/см²; $\varphi=0{,}0444$ рад; $f=1{,}56$ см.

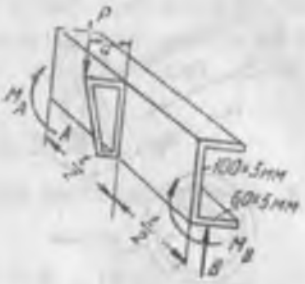
**10.114.** Қўштавр кўндаланг кесимли алюминий стержень бир учидан бўйлама ўқ йўналишида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин у эркин айланиши мумкин. Унга $M_0$ моментли кучлар жуфти қўйилган. У токчалардан бири текислигида таъсир қилади (расмга қаранг). Стержендаги энг катта нормал кучланишлар $[\sigma]=8000$ Н/см² дан ошмайдиган энг катта момент $M_0$ қийматини аниқланг. Энг катта секториал уринма кучланишлар ва соф буралиш кучланишларини топинг. $E=7\cdot10^6$ Н/см², $G=2{,}7/10^6$ Н/ см².

*Жавоб*: $M_{0\ max}=14{,}4$ кН см; $\tau_{\omega\ max}=113$ Н/см²; $\sigma_{б\ max}=958$ Н/см².

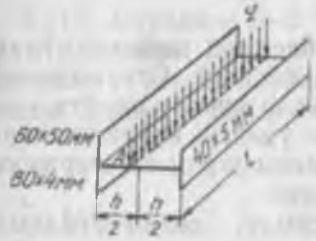
**10.115.** Тоғарасимон профилли пўлат стерженнинг учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган,




10.114- масалага онд




10.115- масалага онд




10.116- масалага онд

лекин эркин айлана олиши мумкин. Қулоч ўртаси $l=1{,}6$ м га, $P=2500$ Н куч қўйилган (расмда кўрсатилган жойга қўйилган). $a=10$ см.

Стерженнинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар қийматини аниқланг.

*Жавоб*: $\sigma_{max}=16290$ Н/см²; $\tau_{max}=4660$ Н/см².

**10.116.** Узунлиги $l=90$ см бўлган пўлат стержень учлари бўйлама ўқ атрофида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган, лекин эркин айланиши мумкин. Стержень тенг таксимланган $q$ интенсивликдаги юк билан юкланган. Стерженнинг кўндаланг кесими — тенгёнлимас қўштавр (расмга қаранг). Нагрузка $q$ девор баландлигининг ўртасига қўйилган.

Стержендаги нормал кучланишлар 160 МПа дан ошмайдиган энг катта юк $q$ қийматини аниқланг. Юк $q=50$ Н/см бўлганда энг катта нормал ва уринма кучланишларни ҳамда стержень ўрта кесимининг бўйлама ўқ атрофида бурилиш бурчагини аниқланг.

*Жавоб*: $q_{max}=65{,}9$ Н/см; $\sigma_{max}=12140$ Н/см²; $\tau_{max}=2580$ Н/см². $\varphi=0{,}0324$ рад.

## 11-боб

# КОНСТРУКЦИЯЛАР ҚИСМЛАРИНИНГ УСТИВОРЛИГИ

### 36-§. Сиқилган стерженларнинг устиворлиги

**11.1.** Агар стержень қуйидаги материаллардан ясалган бўлса ва критик зўриқишларни ҳисоблаш учун ҳали Эйлер формуласи қўлланилса, стерженнинг энг кичик қайишқоқлигини аниқланг:

а) мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 220$ МПа ва нормал эластиклик модули $E = 1{,}9 \cdot 10^{11}$ Н/м² бўлган пўлатдан;

б) $\sigma_м = 490$ МПа ва $E = 2{,}15 \cdot 10^{11}$ Н/м² бўлган 3,5% ли никелдан;

в) $\sigma_м = 177$ МПа ва $E = 7 \cdot 10^{10}$ Н/м² бўлган дюралюминийдан;

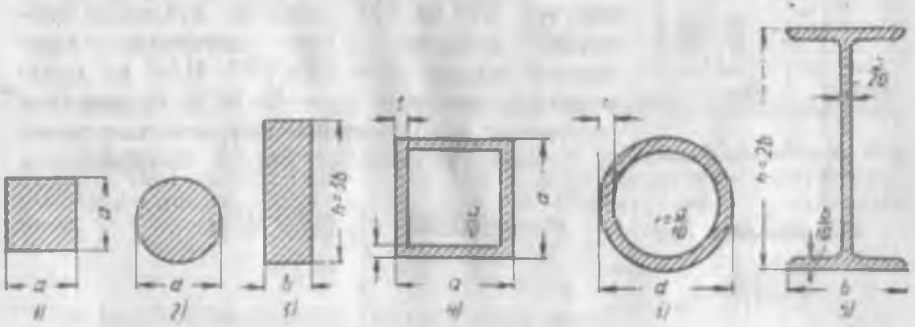
г) $\sigma_м = 16$ МПа ва $E = 10^{10}$ Н/м² бўлган қарағай ёғочидан.

*Жавоб*: а) 92,3; б) 65,8; в) 62,5; г) 78,5.

**11.2.** Маҳкамланиш ва юкланиш шартлари бир хил бўлган, бир хил узунликдаги икки стержендан қайси бири қайишқоқроқ — квадрат кесимли стерженми ёки думалоқ кесимли стерженми?

*Жавоб:* иккинчи стерженнинг қайишқоқлиги 2,3% юқорироқ.

**11.3.** Эйлер формуласидан фойдаланиб, бир хил шароитда ишлайдиган, расмда тасвирланган кўндаланг кесимларнинг юзаси тенг бўлган устунларнинг критик зўриқишлари қийматлари нисбатини топинг.



11.3-масалага оид

*Жавоб*: $P_{кр1}:P_{кр2}:P_{кр3}:P_{кр4}:P_{кр5}:P_{кр6} = 1:0{,}955:0{,}333:4{,}56:4{,}35:2{,}38$.

**11.4.** Қўштавр №27 кўндаланг кесимли қисилган устун учун критик куч ва критик кучланиш қийматларини аниқланг. Устуннинг иккала учи шарнирли тиралган (шарли шарнир). Устуннинг узунлиги 4 м. Материал — мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 200$ МПа ва эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м² бўлган пўлат.

*Ечими.* Қўштавр №27 учун $F = 40{,}2$ см², $J_{min} = J_y = 260$ см⁴ ва $i_{min} = iy$ 2,54 см. Стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 400}{2{,}54} = 157{,}5 > \lambda_{чегар} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_м}} = 3{,}14 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 10^8}} = 99.3;$$

Шундай қилиб, Эйлер формуласини қўлласа бўлар экан. Критик зўриқиш:

$$P_к = \frac{E J_{min} \cdot \pi^2}{(\mu l)^2} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 260 \cdot 10^{-8} \cdot 9{,}87}{(1 \cdot 4)^2} = 320 \text{ кН га тенг;}$$

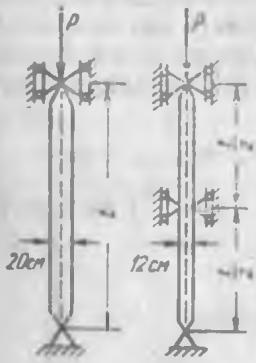
критик кучланиш

$$\sigma_к = \frac{P_к}{F} = \frac{320800}{40{,}2 \cdot 10^{-4}} = 798 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2.$$

**11.5.** Эйлер формуласидан фойдаланиб, бўйлама сиқувчи юк $P = 12{,}5$ кН учун сортамент бўйича 2,6 м узунликдаги устуннинг қўштаврли кўндаланг кесимни танланг. Устуннинг бир учи қисилган, иккинчи учи шарнирли тиралган. Материал — пўлат-3. Устиворлик запаси коэффициенти $\kappa_y = 2$.

*Кўрсатма.* Эйлер формуласидан $J_{min}$ нинг зарур қиймати аниқланади, сўнгра сортамент бўйича профиль номери топилади (бунда $J_{min} = J_y$ худди шундай ёки бундан каттароқ қийматга эга).

Бунда




11.6-масалага оид

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{0{,}7 \cdot 260}{1{,}55} = 117 > \lambda_{чегар} \approx 100,$$

яъни Эйлер формуласини қўлласа бўлади.

**11.6.** Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчак $12 \times 20$ см, узунлиги 6 см бўлган устун учун сиқувчи куч ва йўл қўйилган кучланиш қийматини аниқланг. Устун материали — эластиклик модули $E = 0{,}9 \times 10^{10}$ Н/м² ва мутаносиблик чегараси $\sigma_м = 15$ МПа бўлган ёғоч (устуннинг икки проекцияси кўрсатилган, расмга қаранг). Устиворлик запаси коэффициенти $\kappa_y = 3$.

*Жавоб*: 65800 Н; 2,74 МПа.

## 12-боб

# ЮКЛАРНИНГ ДИНАМИК ВА УЗОҚ ТАЪСИРИ

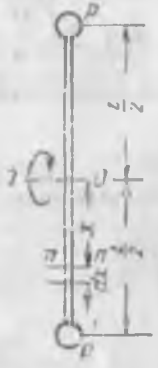
### 37-§. Инерция кучларининг таъсири.

**12.1.** Массаси 30 кН бўлган юк пўлат арқон ёрдамида равон тезланиш билан кўтарилади, дастлабки икки секундда юк 4 м баландликка кўтарилади. Арқоннинг кўндаланг кесим юзаси 5 см², узунлиги 90 м материалининг ҳажмий оғирлиги $7{,}2 \cdot 10^4$ Н/м³. Арқоннинг ўз оғирлигини ҳисобга олмаган ва ҳисобга олган ҳолда ундаги энг катта нормал кучланишни аниқланг.

*Жавоб:* $722 \cdot 10^5$ Н·м²; $8 \cdot 10^7$ Н/м².

**12.2.** Думалоқ кўндаланг кесимли пўлат стерженнинг узунлиги $l = 1{,}6$ м; унинг иккала учига $P = 30$ Н дан юк қўйилган. У горизонтал ўқ $O—O$ атрофида равон айланади (600 айл/мин тезликда) (расмга қаранг).

Агар йўл қўйилган кучланиш $[\sigma] = 120$ МПа бўлса, стерженнинг зарур кўндаланг кесим юзасини аниқланг. Стерженнинг узайишини топинг.



12.2-масалага оид

*Ечими.* Юк $P$ нинг айланиши натижасида вужудга келадиган инерция кучи $P'_д$ қуйидаги формуладан ҳисобланиши мумкин:

$$P'_д = \frac{P}{g} \cdot \omega^2 \frac{l}{2} = \frac{P\pi^2 n^2 \cdot l}{1800\ g}.$$

Бунда $\omega$ — юкнинг айланиш бурчак тезлиги; $n$ — минутига айланишлар сони; $g$ — оғирлик кучи тезланиши.

Стерженнинг ўзи айланиши натижасида вужудга келадиган инерция кучи $P'g$ ни топиш учун айланиш ўқидан $x$ масофада стерженнинг $dx$ элементини ажратамиз. Ажратилган элементга таъсир қиладиган инерция кучи $dP''_g$ қуйидагига тенг:

$$dP^n_д = \frac{F\gamma}{g} dx \cdot \omega^2 x = \frac{F \cdot \gamma \cdot \pi^2 \cdot n^2}{900\ g} x dx;$$

бу ерда $F$ — стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

Стерженнинг $mn$ кесимдаги инерция кучи $P^n_g$ қийматини топиш учун стерженнинг $mn$ кесимдан $P$ юккача бўлган узунлигидаги элементар инерция кучларини қўшиш керак.

$$P'_д = \int_x^{l/2} dP'_д = \frac{F\gamma\pi^2n^2}{900\ g}\int_x^{l/2} x\,dx = \frac{F\cdot\gamma\cdot\pi^2\cdot n^2}{1800\ g}\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right).$$

$mn$ кесимдаги нормал кучланиш инерция кучлари $P'_д$ ва $P''_д$ дан ҳосил бўладиган динамик нагрузкалар йиғиндисидан иборат (юк оғирлигидан ва стерженнинг ўзидан ҳосил бўладиган статик кучланишлар кичик бўлганлиги туфайли улар ҳисобга олинмайди):

$$\sigma_д = \frac{1}{F}(P'_g + P''_g) = \frac{\pi^2n^2}{1800\ g}\left[\frac{Pl}{F}+\gamma\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right].$$

Стержендаги энг катта чўзувчи кучланиш айланиш ўқида ётади, яъни $x = 0$ да; шунинг учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\pi^2n^2l}{1800\ g}\left(\frac{P}{F}+\gamma\frac{l}{4}\right)\leqslant[\sigma]$$

бундан

$$F = \frac{\pi d^2}{4} > \frac{4\ \rho\pi^2n^2l}{7200\ g\,[\sigma]-\pi^2n^2l^2g}.$$

$F$ ифодасига сон қийматларни қўйиб қуйидагини топамиз:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot3\cdot9{,}87\cdot600^2\cdot160}{3{,}14\,(7200\cdot1200\cdot981-9{,}87\cdot600^2\cdot0{,}0078\cdot160)}} \approx 1{,}1\ \text{см}.$$

$mn$ кесими олдида ажратилган $dx$ узунликдаги стержень элементининг узайиши:

$$d\Delta l = \sigma_д\frac{dx}{E} = \frac{\pi^2n^2}{1800\ Eg}\left[\frac{Pl}{F}+\gamma\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right]dx;$$

бутун стерженнинг узунлиги эса

$$\Delta l = 2\int_0^{l/2} d\Delta l = \frac{\pi^2n^2l}{900\ gE}\int_0^{l/2}\left[\frac{P}{F}+\frac{\gamma}{l}\left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\right]dx = \frac{\pi^2n^2l}{1800\ gE}\left(\frac{P}{F}+\frac{\gamma l}{6}\right) =$$

$$= \frac{9{,}87\cdot600^2\cdot160}{1800\cdot981\cdot2\cdot10^6}\left(\frac{3\cdot4}{3{,}14\cdot1{,}1^2}+\frac{0{,}0078\cdot160}{6}\right) = 0{,}087\ \text{см}.$$

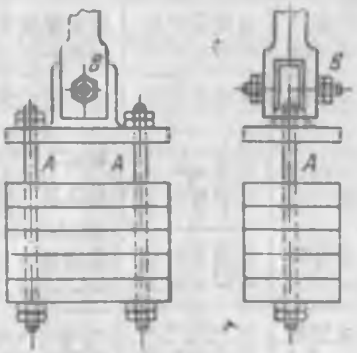
**12.3.** Думалоқ кўндаланг кесимли чўян стерженнинг эркин учида юк $P$ (расмга қ.) бўлиб, горизонтал ўқ $O$—$O$ атрофида 120 сек$^{-1}$ доимий бурчак тезлик билан айланади. Агар чўяннинг чўзилишидаги мустаҳкамлик чегараси 160 МПа, ҳажмий оғирлиги $7{,}2\cdot10^4$ Н/м$^3$ бўлса, стержень емирладиган $P$ юк қийматини аниқланг.



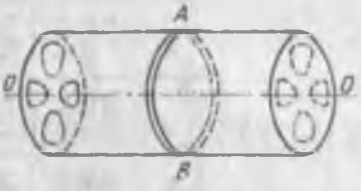
12.3- масалага оид

*Жавоб:* 50 Н.

**12.4.** Массаси 6000 Н ли двигатель баландлиги 40 см, эни 60 см, узунлиги 80 см ли бетон пойдеворга ўрнатилган. Бетоннинг ҳажмий оғирлиги $2\cdot10^4$ Н/м$^3$. Айланувчи якорнинг мувозанатланмаган қисми 20 Н бўлиб, айланиш ўқидан 15 см масофада жойлашган. Инерция кучининг вертикал ташкил этувчиси йўналиши пойдеворнинг вертикал симметрия ўқига мос тушади деб ҳисоблаб, пой-




12.5- масалага оид




12.6- масалага оид

девор асосида унинг ўз оғирлигидан, двигатель оғирлигидан ва инерция кучининг вертикал ташкил этувчисидан пайдо бўладиган энг катта сиқувчи кучланишни аниқланг. Буни икки ҳол учун бажаринг: а) двигатель ишламайди; б) двигатель 2000 айл/мин тезликда ишлайди.

Пойдеворнинг тебраниши ва инерция кучининг горизонтал ташкил этувчисидан пайдо бўладиган кучланишни ҳисобга олманг.

*Жавоб:* а) 20,5 кН/м²; б) 48,5 кН/м².

12.5. Кўтаргич посангисининг (расмга қ.) оғирлиги 42 кН. Кўтарилаётган кўтаргичга тормоз берилганда пасаяётган посангига 1,5 м/сек га тенг тезланиш таъсир қиладн. Агар посанги болтларининг материали учун $[\sigma]=32$ МПА ва $[\tau]=20$ МПА бўлса, болтлар $A$ ва $B$ диаметрини аниқланг. Болтлар сони $A$ — иккита, $B$ — битта.

*Жавоб:* $d_A=31$ мм; $d_B=39{,}3$ мм.

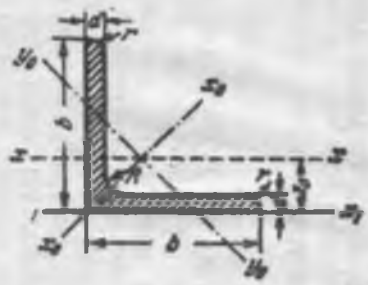
12.6. Юпқа деворли узун пўлат барабан (расмга қ.) $O—O$ ўқ атрофида айланади (600 айл/мин). У айланиш ўқига фақат ёнлари билан маҳкамланган. Агар барабаннинг ўртача диаметри 2 м бўлса, барабан деворидан ажратилган ҳалқа $AB$ даги нормал кучланишни аниқланг.

Торец кесимларидаги барабан маҳкамламалари таъсирини ҳисобга олманг.

*Жавоб:* $314\cdot10^5$ Н/м².

## ГОСТ 8509—72 ГА МУВОФИҚ ПРОКАТ ПЎЛАТНИНГ СОРТАМЕНТИ

### Тенг ёнли бурчакликлар



1-жадвал

| Проф. номери | Ўлчамлари | | $F$ см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м. кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | |
| 5 | 50 | 3 | 2,96 | 7,11 | 1,55 | 11,3 | 1,95 | 2,95 | 1,00 | 12,4 | 1,33 | 2,32 |
| | | 4 | 3,89 | 9,21 | 1,54 | 14,6 | 1,94 | 3,80 | 0,99 | 16,6 | 1,38 | 3,05 |
| | | 5 | 4,80 | 11,20 | 1,53 | 17,8 | 1,92 | 4,63 | 0,98 | 20,9 | 1,42 | 3,77 |
| 5,6 | 56 | 4 | 4,38 | 13,1 | 1,73 | 20,8 | 2,18 | 5,41 | 1,11 | 23,3 | 1,52 | 3,44 |
| | | 5 | 5,41 | 16,0 | 1,72 | 25,4 | 2,16 | 6,59 | 1,10 | 29,2 | 1,57 | 4,25 |
| 6,3 | 63 | 4 | 4,96 | 18,9 | 1,95 | 29,9 | 2,45 | 7,81 | 1,25 | 33,1 | 1,69 | 3,90 |
| | | 5 | 6,13 | 23,1 | 1,94 | 36,6 | 2,44 | 9,52 | 1,25 | 41,5 | 1,74 | 4,81 |
| | | 6 | 7,28 | 27,1 | 1,93 | 42,9 | 2,43 | 11,20 | 1,24 | 50,0 | 1,78 | 5,72 |
| 7 | 70 | 4,5 | 6,20 | 29,0 | 2,16 | 46,0 | 2,74 | 12,0 | 1,39 | 51,0 | 1,88 | 4,87 |
| | | 5 | 6,86 | 31,9 | 2,16 | 50,7 | 2,72 | 13,2 | 1,39 | 56,7 | 1,90 | 5,38 |
| | | 6 | 8,15 | 37,6 | 2,15 | 59,6 | 2,71 | 15,5 | 1,38 | 68,4 | 1,94 | 6,39 |
| | | 7 | 9,42 | 43,0 | 2,14 | 68,2 | 2,69 | 17,8 | 1,37 | 80,1 | 1,90 | 7,39 |
| | | 8 | 10,70 | 48,2 | 2,13 | 76,4 | 2,68 | 20,0 | 1,37 | 91,9 | 2,02 | 8,37 |
| 7,5 | 75 | 5 | 7,39 | 39,5 | 2,31 | 62,6 | 2,91 | 16,4 | 1,49 | 69,6 | 2,02 | 5,80 |
| | | 6 | 8,78 | 46,5 | 2,30 | 73,9 | 2,90 | 19,3 | 1,48 | 83,9 | 2,06 | 6,89 |
| | | 7 | 10,1 | 53,3 | 2,29 | 84,6 | 2,89 | 22,1 | 1,48 | 98,3 | 2,10 | 7,96 |
| | | 8 | 11,5 | 59,8 | 2,28 | 94,6 | 2,87 | 24,8 | 1,47 | 113 | 2,15 | 9,02 |
| | | 9 | 12,8 | 66,1 | 2,27 | 105 | 2,86 | 27,5 | 1,46 | 127 | 2,18 | 10,10 |



*1-жадвалнинг давоми.*

| Проф. номери | Ўлчамлари | | $P$, см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | |
| 8 | 80 | 5,5 | 8,63 | 52,7 | 2,47 | 83,6 | 3,11 | 21,8 | 1,59 | 93,2 | 2,17 | 6,78 |
| | | 6 | 9,38 | 57,0 | 2,47 | 90,4 | 3,11 | 23,5 | 1,58 | 102 | 2,19 | 7,36 |
| | | 7 | 10,8 | 65,3 | 2,45 | 104 | 3,09 | 27,0 | 1,58 | 119 | 2,23 | 8,51 |
| | | 8 | 12,3 | 73,4 | 2,34 | 116 | 3,08 | 30,3 | 1,57 | 137 | 2,27 | 9,65 |
| 9 | 90 | 6 | 10,3 | 82,1 | 2,78 | 130 | 3,50 | 34,0 | 1,79 | 145 | 2,43 | 8,33 |
| | | 7 | 12,3 | 94,3 | 2,77 | 150 | 3,49 | 38,9 | 1,78 | 169 | 2,47 | 9,64 |
| | | 8 | 13,9 | 106 | 2,76 | 168 | 3,48 | 43,8 | 1,77 | 194 | 2,51 | 10,9 |
| | | 9 | 15,6 | 118 | 2,75 | 186 | 3,46 | 48,6 | 1,77 | 219 | 2,55 | 12,2 |
| 10 | 100 | 6,5 | 12,8 | 122 | 3,09 | 193 | 3,88 | 50,7 | 1,99 | 214 | 2,68 | 10,1 |
| | | 7 | 13,8 | 131 | 3,08 | 207 | 3,88 | 54,2 | 1,98 | 231 | 2,71 | 10,8 |
| | | 8 | 15,6 | 147 | 3,07 | 233 | 3,87 | 60,9 | 1,98 | 265 | 2,75 | 12,2 |
| | | 10 | 19,2 | 179 | 2,05 | 284 | 3,84 | 74,1 | 1,96 | 333 | 2,83 | 51,1 |
| | | 12 | 22,8 | 209 | 3,03 | 331 | 3,81 | 86,9 | 1,96 | 402 | 2,91 | 17,9 |
| | | 14 | 26,3 | 237 | 3,00 | 375 | 3,78 | 99,3 | 1,94 | 472 | 2,99 | 20,6 |
| | | 16 | 29,7 | 264 | 2,98 | 416 | 3,74 | 112,0 | 1,94 | 542 | 3,06 | 23,3 |
| 11 | 110 | 7 | 15,2 | 176 | 3,40 | 279 | 4,29 | 72,7 | 2,19 | 308 | 2,96 | 11,9 |
| | | 8 | 17,2 | 198 | 3,39 | 315 | 4,28 | 81,8 | 2,18 | 353 | 3,00 | 13,5 |
| 12,5 | 125 | 8 | 19,7 | 294 | 3,37 | 467 | 4,87 | 122 | 2,49 | 516 | 3,36 | 15,5 |
| | | 9 | 22,0 | 327 | 3,86 | 520 | 4,86 | 135 | 2,48 | 582 | 3,40 | 17,3 |
| | | 10 | 24,3 | 360 | 3,85 | 571 | 4,84 | 149 | 2,47 | 649 | 3,45 | 19,1 |
| | | 12 | 28,9 | 422 | 3,82 | 670 | 4,82 | 174 | 2,46 | 782 | 3,53 | 22,7 |
| | | 14 | 33,4 | 482 | 3,80 | 764 | 4,78 | 200 | 2,45 | 916 | 3,61 | 26,2 |
| | | 16 | 37,8 | 539 | 3,78 | 853 | 4,75 | 224 | 2,44 | 1051 | 3,68 | 29,6 |
| 14 | 140 | 9 | 24,7 | 466 | 4,34 | 739 | 5,47 | 192 | 2,79 | 818 | 3,78 | 19,4 |
| | | 10 | 27,3 | 512 | 4,33 | 814 | 5,76 | 211 | 2,73 | 911 | 3,82 | 21,5 |
| | | 12 | 32,5 | 602 | 4,31 | 957 | 5,43 | 248 | 2,76 | 1097 | 3,90 | 25,5 |

*1-жадвалнинг давоми.*

| Проф немери | Ўлчамлари | | $F$, см² | $I_x$, см⁴ | $i_x$, см | $I_{x_0}$ макс, см⁴ | $I_{x_0}$ мин, см⁴ | $I_{y_0}$ мин, см⁴ | $i_{y_0}$, см⁴ | $I_{x_1}$, см | $Z_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | |
| 16 | 160 | 10 | 31,4 | 774 | 4,96 | 1229 | 6,25 | 319 | 3,19 | 1356 | 4,30 | 24,7 |
| | | 11 | 34,4 | 844 | 4,95 | 1341 | 6,24 | 348 | 3,18 | 1494 | 4,35 | 27,0 |
| | | 12 | 37,4 | 913 | 4,94 | 1450 | 6,23 | 376 | 5,17 | 1633 | 3,39 | 29,4 |
| | | 14 | 43,3 | 1046 | 4,92 | 1662 | 6,20 | 431 | 3,16 | 1911 | 4,47 | 34,0 |
| | | 16 | 49,1 | 1175 | 4,89 | 1866 | 6,17 | 485 | 3,14 | 2191 | 4,55 | 38,5 |
| | | 18 | 54,8 | 1299 | 4,87 | 2061 | 6,13 | 537 | 3,13 | 2472 | 4,63 | 43,0 |
| | | 20 | 60,4 | 1419 | 4,85 | 2248 | 6,10 | 589 | 3,12 | 2756 | 4,70 | 47,4 |
| 18 | 180 | 11 | 38,8 | 1216 | 5,60 | 1933 | 7,06 | 500 | 3,59 | 2128 | 4,85 | 30,5 |
| | | 12 | 42,2 | 1317 | 5,59 | 2093 | 7,04 | 540 | 3,58 | 2324 | 4,89 | 33,1 |
| 20 | 200 | 12 | 47,1 | 1823 | 6,22 | 2896 | 7,84 | 749 | 3,99 | 3182 | 5,37 | 37,0 |
| | | 13 | 50,9 | 1961 | 6,21 | 3116 | 7,83 | 805 | 3,98 | 3452 | 5,42 | 39,9 |
| | | 14 | 54,6 | 2097 | 6,20 | 3333 | 7,81 | 861 | 3,97 | 3722 | 5,46 | 42,8 |
| | | 16 | 62,0 | 2363 | 6,17 | 3755 | 7,78 | 970 | 3,96 | 4264 | 5,54 | 48,7 |
| | | 20 | 76,5 | 2871 | 6,12 | 4560 | 7,72 | 1182 | 3,93 | 5355 | 5,70 | 60,1 |
| | | 25 | 94,3 | 3466 | 6,06 | 5494 | 7,63 | 1438 | 3,91 | 6733 | 5,89 | 74,0 |
| | | 30 | 111,5 | 4020 | 6,00 | 6351 | 7,55 | 1688 | 3,89 | 8130 | 6,07 | 87,6 |
| 22 | 220 | 14 | 60,4 | 2814 | 6,83 | 4470 | 8,60 | 1159 | 4,38 | 4941 | 5,93 | 47,4 |
| | | 16 | 68,6 | 3175 | 6,81 | 5045 | 8,58 | 1306 | 4,36 | 5661 | 6,02 | 53,8 |
| 25 | 250 | 16 | 78,4 | 4717 | 7,76 | 7492 | 9,78 | 1942 | 4,98 | 8286 | 6,75 | 61,5 |
| | | 18 | 87,7 | 5247 | 7,73 | 8337 | 9,75 | 2158 | 4,96 | 9342 | 6,83 | 86,9 |
| | | 20 | 97,0 | 5765 | 7,71 | 9160 | 9,72 | 2370 | 4,94 | 10401 | 6,91 | 76,1 |
| | | 22 | 106,1 | 6270 | 7,69 | 9961 | 9,69 | 2579 | 4,93 | 11464 | 7,00 | 83,3 |
| | | 25 | 119,7 | 7006 | 7,65 | 11125 | 9,64 | 2887 | 4,91 | 13064 | 7,11 | 94,0 |
| | | 28 | 133,1 | 7717 | 7,61 | 12244 | 9,59 | 3190 | 4,89 | 14674 | 7,23 | 104,5 |
| | | 30 | 142,0 | 8177 | 7,59 | 12965 | 9,56 | 3389 | 4,89 | 14753 | 7,31 | 111,4 |

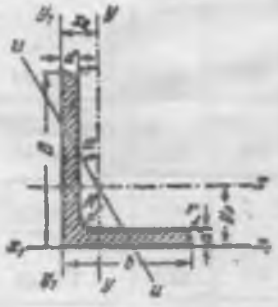
330

## Тенгёнлимас бурчакликлар

ГОСТ—8510—72

*2-жадвал*

| Профиль номери | Ўлчамлари, мм | | | $P$, см² | $I_X$см⁴ | $i_X$см, | $I_Y$,см⁴ | $i_Y$,см | $I_u$ мин см⁴ | $i_u$ мин см | tg α | $I_{x_1}$, см⁴ | $I_{y_1}$, см⁴ | $x_0$, см | $y_0$, см | Масса 1 п.м.кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B$ | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | | | | |
| 5,6/3,6 | 56 | 36 | 4 | 3,58 | 11,4 | 1,78 | 3,7 | 1,02 | 2,19 | 0,78 | 0,406 | 23,2 | 6,25 | 0,84 | 1,82 | 2,81 |
| | | | 5 | 4,41 | 13,8 | 1,77 | 4,48 | 1,01 | 2,66 | 0,78 | 0,404 | 29,2 | 7,91 | 0,88 | 1,86 | 3,46 |
| 6,3/4 | 63 | 40 | 4 | 4,04 | 16,3 | 2,01 | 5,16 | 1,13 | 3,07 | 0,87 | 0,397 | 33,0 | 8,81 | 0,91 | 2,03 | 3,17 |
| | | | 5 | 4,98 | 19,9 | 2,00 | 6,26 | 1,12 | 3,72 | 0,86 | 0,396 | 41,4 | 10,8 | 0,95 | 2,08 | 3,91 |
| | | | 6 | 5,90 | 23,3 | 1,99 | 7,28 | 1,11 | 4,36 | 0,86 | 0,393 | 49,9 | 13,1 | 0,99 | 2,12 | 4,63 |
| | | | 8 | 7,68 | 29,6 | 1,96 | 9,15 | 1,09 | 5,58 | 0,85 | 0,386 | 66,9 | 17,9 | 1,09 | 2,20 | 6,03 |
| 7/4,5 | 70 | 45 | 5 | 5,59 | 27,8 | 2,23 | 9,05 | 1,27 | 5,34 | 0,98 | 0,406 | 56,7 | 15,2 | 1,05 | 2,28 | 4,39 |
| 7,5/5 | 75 | 50 | 5 | 6,11 | 34,8 | 2,39 | 12,5 | 1,43 | 7,24 | 1,09 | 0,436 | 69,7 | 20,8 | 1,17 | 2,39 | 4,79 |
| | | | 6 | 7,25 | 40,9 | 2,38 | 14,6 | 1,42 | 8,48 | 1,08 | 0,435 | 83,9 | 25,2 | 1,21 | 2,44 | 5,69 |
| | | | 8 | 9,47 | 52,4 | 2,35 | 18,5 | 1,40 | 10,9 | 1,07 | 0,430 | 112 | 34,2 | 1,29 | 2,52 | 7,43 |
| 8/5 | 80 | 50 | 5 | 6,36 | 41,6 | 2,56 | 12,7 | 1,41 | 7,59 | 1,09 | 0,387 | 84,6 | 20,8 | 1,13 | 2,60 | 4,99 |
| | | | 6 | 7,55 | 49,0 | 2,55 | 14,8 | 1,40 | 8,88 | 1,08 | 0,386 | 102 | 25,2 | 1,17 | 2,65 | 5,92 |
| 9/5,6 | 90 | 56 | 5,5 | 7,86 | 65,3 | 2,88 | 19,7 | 1,58 | 11,8 | 1,22 | 0,384 | 132 | 32,2 | 1,26 | 2,92 | 6,17 |
| | | | 6 | 8,54 | 70,6 | 2,88 | 21,2 | 1,58 | 12,7 | 1,22 | 0,384 | 145 | 35,1 | 1,28 | 2,95 | 6,70 |
| | | | 8 | 11,18 | 90,9 | 2,85 | 27,1 | 1,56 | 16,3 | 1,21 | 0,380 | 194 | 47,8 | 1,36 | 3,04 | 8,77 |
| 10/6,3 | 100 | 63 | 6 | 9,59 | 98,3 | 3,23 | 30,6 | 1,79 | 18,2 | 1,38 | 0,393 | 198 | 49,9 | 1,42 | 3,23 | 7,53 |
| | | | 7 | 11,1 | 113 | 3,19 | 35,0 | 1,78 | 20,8 | 1,37 | 0,392 | 232 | 58,7 | 1,46 | 3,28 | 8,70 |
| | | | 8 | 12,6 | 127 | 3,18 | 39,2 | 1,77 | 23,4 | 1,36 | 0,391 | 266 | 67,6 | 1,50 | 3,32 | 9,87 |
| | | | 10 | 15,5 | 154 | 3,15 | 47,1 | 1,75 | 28,3 | 1,35 | 0,387 | 333 | 85,8 | 1,58 | 3,40 | 12,10 |



331

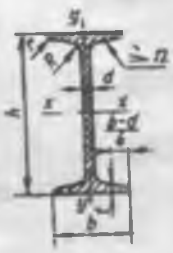
| Профиль номери | Ўлчамлари, мм | | | $F$, см² | $I_x$ см⁴ | $i_x$, см | $I_y$, см⁴ | $i_y$, см | $I_u$ мин см⁴ | $i_u$ мин см | tg α | $I_{x_1}$, см⁴ | $I_{y_1}$, см⁴ | $x_0$, см | $y_0$, см | Масса 1 п.м. кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B$ | $b$ | $d$ | | | | | | | | | | | | | |
| 11/7 | 110 | 70 | 6,5 | 11,4 | 142 | 3,53 | 45,6 | 2,00 | 26,9 | 1,53 | 0,402 | 286 | 74,3 | 1,58 | 3,55 | 8,98 |
| | | | 8 | 13,9 | 172 | 3,51 | 54,6 | 1,98 | 32,3 | 1,52 | 0,400 | 353 | 92,3 | 1,64 | 3,61 | 10,90 |
| 12,5/8 | 125 | 80 | 7 | 14,1 | 227 | 4,01 | 73,7 | 2,29 | 43,4 | 1,76 | 0,407 | 452 | 119 | 1,80 | 4,01 | 11,0 |
| | | | 8 | 16,0 | 256 | 4,00 | 83 | 2,28 | 48,8 | 1,75 | 0,406 | 518 | 137 | 1,84 | 4,05 | 12,5 |
| | | | 10 | 19,7 | 312 | 3,98 | 100 | 2,26 | 59,3 | 1,74 | 0,404 | 649 | 173 | 1,92 | 4,14 | 15,5 |
| | | | 12 | 23,4 | 365 | 3,95 | 117 | 2,24 | 69,5 | 1,72 | 0,400 | 781 | 210 | 2,00 | 4,22 | 18,3 |
| 14/9 | 140 | 90 | 8 | 18,0 | 364 | 4,49 | 120 | 2,58 | 70,3 | 1,98 | 0,411 | 727 | 194 | 2,03 | 4,49 | 14,1 |
| | | | 10 | 22,2 | 444 | 4,47 | 146 | 2,56 | 85,5 | 1,96 | 0,409 | 911 | 245 | 2,12 | 4,58 | 17,5 |
| 16/10 | 160 | 100 | 9 | 22,9 | 606 | 5,15 | 186 | 2,85 | 110 | 2,20 | 0,391 | 1221 | 300 | 2,23 | 5,19 | 18,0 |
| | | | 10 | 25,3 | 667 | 5,13 | 204 | 2,84 | 121 | 2,19 | 0,390 | 1359 | 335 | 2,28 | 5,23 | 19,8 |
| | | | 12 | 30,0 | 784 | 5,11 | 239 | 2,82 | 142 | 2,18 | 0,388 | 1634 | 405 | 2,36 | 5,32 | 23,6 |
| | | | 14 | 34,7 | 897 | 5,08 | 272 | 2,80 | 162 | 2,16 | 0,385 | 1910 | 477 | 2,43 | 5,40 | 27,3 |
| 18/11 | 180 | 110 | 10 | 28,3 | 952 | 5,80 | 276 | 3,12 | 165 | 2,42 | 0,375 | 1933 | 444 | 2,44 | 5,88 | 22,2 |
| | | | 12 | 33,7 | 1123 | 5,77 | 324 | 3,10 | 194 | 2,40 | 0,374 | 2324 | 537 | 2,52 | 5,97 | 26,4 |
| 20/12,5 | 200 | 125 | 11 | 34,9 | 1449 | 6,45 | 446 | 3,58 | 264 | 2,75 | 0,392 | 2920 | 718 | 2,79 | 6,50 | 27,4 |
| | | | 12 | 37,9 | 1568 | 6,43 | 482 | 3,57 | 285 | 2,74 | 0,392 | 3189 | 786 | 2,83 | 6,54 | 129,7 |
| | | | 14 | 43,9 | 1801 | 6,41 | 551 | 3,54 | 327 | 2,73 | 0,390 | 3726 | 922 | 2,91 | 6,62 | 34,4 |
| | | | 16 | 49,8 | 2026 | 6,38 | 617 | 3,52 | 367 | 2,72 | 0,388 | 4264 | 1061 | 2,99 | 6,71 | 39,1 |
| 25/16 | 250 | 160 | 12 | 48,3 | 3147 | 8,07 | 1032 | 4,62 | 604 | 3,54 | 0,410 | 6212 | 1634 | 3,53 | 7,97 | 37,9 |
| | | | 16 | 63,6 | 4091 | 8,02 | 1333 | 4,58 | 781 | 3,5 | 0,408 | 8308 | 2200 | 3,69 | 8,14 | 49,9 |
| | | | 18 | 71,1 | 4545 | 7,99 | 1475 | 4,56 | 866 | 3,49 | 0,407 | 9358 | 2487 | 3,77 | 8,23 | 55,8 |
| | | | 20 | 78,5 | 4987 | 7,97 | 1613 | 4,53 | 949 | 3,48 | 0,405 | 10410 | 2776 | 3,85 | 8,31 | 61,7 |



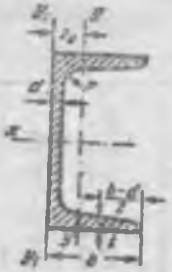
## Қўштавр балкалар

**ГОСТ—8239—72**

3-жадвал



| Проф. номери | Ўлчамлари | | | | $F$, см² | $I_x$, см⁴ | $W_x$, см³ | $i_x$, см | $S_x$, см³ | $I_y$, см⁴ | $W_y$, см³ | $i_y$, см | Масса 1 п.м. кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $h$ | $b$ | $d$ | $t$ | | | | | | | | | |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 | 9,46 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 | 11,5 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,5 | 1,55 | 13,7 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 20,2 | 873 | 109 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,5 | 1,70 | 15,9 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 23,4 | 1290 | 143 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,4 | 1,88 | 18,4 |
| 18а | 180 | 100 | 5,1 | 8,3 | 25,4 | 1430 | 159 | 7,51 | 89,8 | 114 | 22,8 | 2,12 | 19,9 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 26,8 | 1840 | 184 | 8,28 | 104 | 115 | 23,1 | 2,07 | 21,0 |
| 20а | 200 | 110 | 5,2 | 8,6 | 28,9 | 2030 | 203 | 8,37 | 114 | 155 | 28,2 | 2,32 | 22,7 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 30,6 | 2550 | 232 | 9,13 | 131 | 157 | 28,6 | 2,27 | 24,0 |
| 22а | 220 | 120 | 5,4 | 8,9 | 32,8 | 2790 | 254 | 9,22 | 143 | 206 | 34,3 | 2,50 | 25,8 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 34,8 | 3460 | 289 | 9,97 | 163 | 198 | 34,5 | 2,37 | 27,3 |
| 24а | 240 | 125 | 5,6 | 9,8 | 37,5 | 3800 | 317 | 10,1 | 178 | 260 | 41,6 | 2,63 | 29,4 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 40,2 | 5010 | 371 | 11,2 | 210 | 260 | 41,5 | 2,54 | 31,5 |
| 27а | 270 | 135 | 6,0 | 10,2 | 43,2 | 5500 | 407 | 11,3 | 229 | 337 | 50,0 | 2,80 | 33,9 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5 | 7080 | 472 | 12,3 | 268 | 337 | 49,9 | 2,69 | 36,5 |
| 30а | 300 | 145 | 6,5 | 10,7 | 49,9 | 7780 | 518 | 12,5 | 292 | 436 | 60,1 | 2,96 | 39,2 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 53,8 | 9840 | 597 | 13,5 | 339 | 419 | 59,9 | 2,79 | 42,2 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9 | 13380 | 743 | 14,7 | 423 | 516 | 71,1 | 2,89 | 48,6 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 72,6 | 19062 | 953 | 16,2 | 545 | 667 | 86,1 | 3,03 | 57,0 |
| 45 | 450 | 160 | 9 | 14,2 | 84,7 | 27696 | 1231 | 18,1 | 708 | 808 | 101 | 3,09 | 66,5 |
| 50 | 500 | 170 | 10 | 15,2 | 100 | 39727 | 1589 | 19,9 | 919 | 1043 | 123 | 3,23 | 78,5 |
| 55 | 550 | 180 | 11 | 16,5 | 118 | 55962 | 2035 | 21,8 | 1181 | 1356 | 151 | 3,39 | 92,6 |
| 60 | 600 | 190 | 12 | 17,8 | 138 | 76806 | 2560 | 23,6 | 1491 | 1725 | 182 | 3,54 | 108 |



## Швеллерлар
ГОСТ 8240 — 72

4-жадвал

| проф. номери | Ўлчамлари | | | | $F$, см² | $I_{x_1}$ см⁴ | $W_{x_1}$ см³ | $i_{x_1}$ см | $S_{x_1}$ см³ | $I_{y_1}$ см⁴ | $W_{y_1}$ см³ | $i_{y_1}$ см | $z_0$, см | Масса, 1п.м, кг |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $h$ | $b$ | $d$ | $t$ | | | | | | | | | | |
| 5 | 50 | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,19 | 22,8 | 9,1 | 1,92 | 5,59 | 5,61 | 2,75 | 0,954 | 1,16 | 4,84 |
| 6,5 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15,0 | 2,54 | 9,0 | 8,7 | 3,68 | 1,08 | 1,24 | 5,90 |
| 8 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 13,3 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 | 7,05 |
| 10 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 | 8,59 |
| 14а | 140 | 62 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,60 | 40,8 | 45,4 | 11,0 | 1,70 | 1,67 | 12,3 |
| 16 | 160 | 64 | 5,0 | 8,4 | 17,0 | 545 | 77,8 | 5,66 | 45,1 | 57,5 | 13,3 | 1,84 | 1,87 | 13,3 |
| 16а | 160 | 68 | 5,0 | 9,0 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 54,1 | 63,6 | 13,8 | 1,87 | 1,80 | 14,2 |
| 18 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 59,4 | 78,8 | 16,4 | 2,01 | 2,00 | 15,3 |
| 18а | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 69,8 | 86 | 17,0 | 2,04 | 1,94 | 16,3 |
| 20 | 200 | 76 | 5,2 | 9,0 | 23,4 | 1190 | 132 | 7,32 | 76,1 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,13 | 17,4 |
| 20а | 200 | 80 | 5,2 | 9,7 | 25,2 | 1520 | 152 | 8,07 | 87,8 | 113 | 20,5 | 2,20 | 2,07 | 18,4 |
| 22 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 1670 | 167 | 8,15 | 95,9 | 139 | 24,2 | 2,35 | 2,28 | 19,8 |
| 22а | 220 | 87 | 5,4 | 10,2 | 28,8 | 2110 | 192 | 8,89 | 110 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,21 | 21,0 |
| 24 | 240 | 90 | 5,6 | 10,0 | 30,6 | 2330 | 212 | 8,99 | 121 | 187 | 30,0 | 2,55 | 2,46 | 22,6 |
| 24а | 240 | 95 | 5,6 | 10,7 | 32,9 | 2900 | 242 | 9,73 | 139 | 208 | 31,6 | 2,60 | 2,42 | 24,0 |
| 27 | 270 | 96 | 6,0 | 10,5 | 35,2 | 3180 | 265 | 9,84 | 151 | 254 | 37,2 | 2,78 | 2,67 | 25,8 |
| 30 | 300 | 100 | 6,5 | 11,0 | 40,5 | 4160 | 308 | 10,9 | 178 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 | 27,7 |
| 33 | 330 | 105 | 7,0 | 11,7 | 46,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 224 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 | 31,8 |
| 36 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 7980 | 484 | 13,1 | 281 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 | 36,5 |
| 40 | 400 | 115 | 8,0 | 13,5 | 16,5 | 10820 | 601 | 14,2 | 350 | 513 | 61,7 | 3,10 | 2,68 | 41,9 |
| | | | | | | 15220 | 761 | 15,7 | 444 | 642 | 73,4 | 3,23 | 2,75 | 48,3 |

## МУНДАРИЖА


Русча нашрига сўз боши . . . . . 4

Барча масалалар учун умумий маълумотлар . . . . . 4

1-боб. Бўйлама чўзилиш ва сиқилиш . . . . . 5

1-§. Статик аниқланадиган системалар . . . . . 5
2-§. Статик аниқланмайдиган системалар . . . . . 23
3-§. Хусусий оғирлигини ҳисоблаш . . . . . 45
4-§. Эластик ишлар . . . . . 49

2-боб. Мураккаб зўриққан ҳолат. Мустаҳкамлик назарияси . . . . 54

5-§. Кучланишларни аниқлашнинг аналитик ва график усуллари . 54
6-§. Деформациялар. Потенциал энергия . . . . . 60
7-§. Юпқа деворли идишлар . . . . . 64
8-§. Контакт кучланишлар . . . . . 71

3-боб. Силжиш ва эзилиш . . . . . 73

9-§. Болтли ва парчинмихли бирикмалар . . . . . 73
10-§. Пайванд бирикмалар . . . . . 79
11-§. Ўйиқлар, шпонкалар ва конструкцияларнинг бошқа элементлари . . . . . 82

4-боб. Буралиш . . . . . 88

12-§. Думалоқ кесимли стерженларнинг буралиши . . . . . 88
13-§. Тўғри тўртбурчак кесимли стерженларни бураш . . . . . 96
14-§. Кичик қадамли винтли пружиналар . . . . . 99
15-§. Силжиш ва буралишга ишлайдиган конструкциялар . . . . 103

5-боб. Ясси шаклларнинг геометрик характеристикалари . . . . . 107

16-§. Симметрия ўқларига эга бўлган кесимларнинг геометрик характеристикалари . . . . . 107
17-§. Носимметрик кесимларнинг геометрик характеристикалари . 117

6-боб. Ясси эгилиш. Ички зўриқиш ва кучланишлар . . . . . 125
18-§. Кўндаланг кучлар ва эгувчи моментларнинг эпюралари . . 125
19-§. Эгилишдаги нормал кучланишлар . . . . . 141
20-§. Эгилишдаги уринма кучланишлар. Эгилиш маркази . . . . 154
21-§. Эгилишдаги бош кучланишлар. Балкаларнинг мустаҳкамлигини тўлиқ текшириш . . . . . 165

7-боб. Эгилишдаги деформация ва кўчишлар . . . . . 173

22-§. Кўчишларни аниқлашнинг аналитик усуллари . . . . . 173
23-§. Эгилишдаги силжишларни аниқлашнинг графоаналитик ва график усуллари . . . . . 187
24-§. Кўчишларни аниқлашнинг энергетик усуллари . . . . . 196
25-§. Балкалардаги кўчишларни исталган усулда аниқлаш . . . 205

8-боб. Таркибий балкалар. Узгарувчан кесимли балкалар . . . . . 214
26-§. Таркибий балкалар . . . . . 214
27-§. Узгарувчан кесимли балкалар . . . . . 222
9-боб. Статик аниқланмайдиган системалар . . . . . 231
28-§. Балкалар . . . . . 231
29-§. Рамалар . . . . . 249
10-боб. Мураккаб қаршилик . . . . . 261
30-§. Қийшиқ ва фазовий эгилиш . . . . . 261
31-§. Марказдан ташқаридаги чўзилиш ва сиқилиш . . . . . 275
32-§. Бўйлама ва кўндаланг кучларнинг бир вақтдаги таъсири . . 285
33-§. Эгилиш ва буралиш . . . . . 292
34-§. Мураккаб қаршиликнинг умумий ҳоли . . . . . 301
35-§. Юпқа деворли стерженлар . . . . . 309
11-боб. Конструкциялар қисмларининг устиворлиги . . . . . 323
36-§. Сиқилган стерженларнинг устиворлиги . . . . . 323
12-боб. Юкларнинг динамик ва узоқ таъсири . . . . . 325
37-§. Инерция кучларининг таъсири . . . . . 325
Иловалар . . . . . 328

---

*Николай Михайлович Беляев,*
*Лев Александрович Белявский,*
*Яков Исаевич Кипнис,*
*Никита Юрьевич Кушелев*
*и Анатолий Константинович Синицкий*

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

*Учебное пособия для студентов высших технических учебных заведений*

Перевод со второго издания. М., «Наука», 1972.

На узбекском языке

*Издательство «Ўзбекистон»—1993—700129, Ташкент, Навои, 30.*

Таржимон *Б. Қорабоев*
Муҳаррир *С. Мирбобоева*
Бадиий муҳаррир *Р. Неъматамбоев*
Техн. муҳаррир *А. Бахтиёров*
Мусаҳҳиҳа *Г. Азизова*

Теришга берилди 12.02.92. Босишга рухсат этилди 2.12.92. Бичими 60×90¹/₁₆. Босма қоғози № 2. Литературная гарнитурада. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. л. 21.0. Нашр л. 22.99. 3000 нусхада. Буюртма № 388. Баҳоси шартнома асосида.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 26—92.

Ўзбекистон Республикаси Давлат Матбуот қўмитаси Тошкент матбаа комбинатининг ижарадаги корхонасида босилди. 700129, Тошкент Навоий кўчаси, 30.