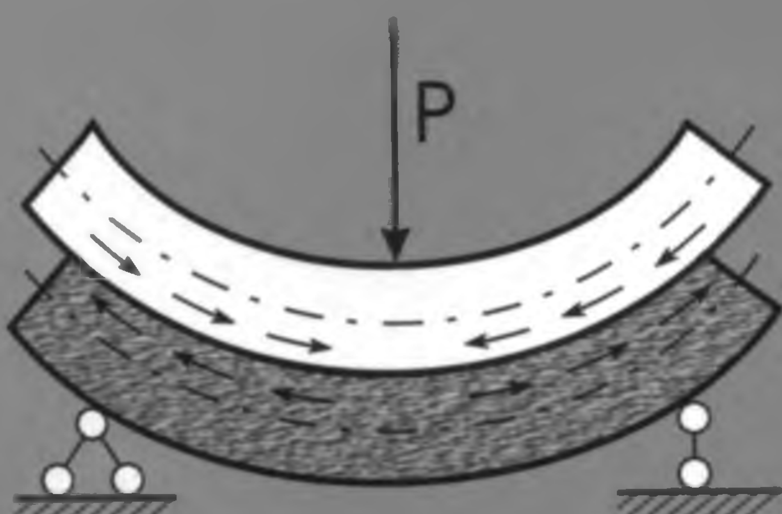
А.Х. МАТКАРИМОВ

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН ҚИСҚА КУРС



А. Х. МАТКАРИМОВ

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДАН ҚИСҚА КУРС

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан техника олий ўқув юртларининг барча йўналишидаги бакалаврлар учун ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган

ТОШКЕНТ-2004

А.Х. **Маткаримов.** Матриаллар қаршилигидан қисқа курс. Т., «ЎАЖБНТ» Маркази, 2003, 185 бет.

Мазкур «Материаллар қаршилиги қисқа курси» қўлланмасида материалларнинг физик — механик хоссалари, стерженнинг чўзилиш ва сиқилишига оид маълумотлар, мураккаб кучланиш ва кучланиш ҳолатининг турлари, текис кесим юзаларининг геометрик характеристикаларини аниқлашга доир назарий ҳамда амалий маълумотлар келтирилган. Шунингдек, буралиш, эгилишдаги кучланиш ва деформациялар, мураккаб қаршиликка оид масалалар баён этилган. Конструкция элементларининг устуворлик қонунлари ҳам кўриб чиқилган.

Ушбу қўлланмада барча катталиклар халқаро СИ системасида берилган. Асосий атама ва белгилашларнинг луғати ва изоҳи келтирилган.

В учебном пособие «Краткий курс по сопротивлению материалов» приведены основные сведения о физико-механических свойствах материалов, деформации растяжения-сжатия и геометрических характеристиках плоских сечений.

В данном пособии рассматривается теоретические и практические вопросы деформации кручения, изгиба и сложного сопротивления, а также вопросы устойчивости элементов конструкции.

В учебном пособии все величины приведены в международной системе СИ. Основние обозначения и термины с поясненями приведены в конце пособия.

In the guide of «Opposition of materials» are given the main facts about physico-mechanical features of materials deformations of tension-compression and geometrical features of plane sections.

In the following guide are also given theoretical and practical problems of deformations of torsion, bending, and complex opposition and the problems of stability elements of constructions.

All the quantities are given in the international system of SI.

Масъул муҳаррир: проф. Т. **Мавлонов**

Тақризчилар: т.ф.д. проф. (ТИҚХММИ) М. **Мирсаидов**,
т.ф.д. проф. (ТТЕСИ) М. **Эргашов.**

СЎЗ БОШИ

Техника олий ўқув юртларининг баъзи технологик мутахассисликлари учун материаллар қаршилиги фани Давлат стандартига асосан ўзгартирилган. Бундай стандартга жавоб бера оладиган ўқув қўлланмасини яратиш ҳозирги долзарб муаммо ҳисобланади.

Шунинг учун муаллиф томонидан тақдим этилаётган ушбу ўқув қўлланма ўз вақтида тайёрланган деб ҳисоблаймиз.

Муаллиф тақдим қилаётган мазкур қўлланма асосий ва аҳамиятли мавзуларни ўз ичига олган. Бу қўлланмани тайёрлашда муаллифнинг қатор йиллар мобайнида олган тажрибалари асос бўлди.

Китобдаги материаллар яхши танлаб олинган ва тартиб билан жойлаштирилган. Ҳар қайси параграфда тегишли масалалар батафсил ечими билан берилган, ҳамда назорат саволлари келтирилган. Келтирилган масалалар, кундузги ва айниқса сиртдан ўқувчи талабаларнинг мустақил ишларини бажаришга ҳам ёрдам беради.

Мазкур қўлланмани ёзиш ва нашрга тайёрлаш жараёнида ўзларининг қимматли таклиф ва мулоҳазаларини берганликлари учун проф. К.С. Абдурашидов, проф. Т.Мавлонов ва доцент М.С. Эшоновларга муаллиф ўзининг чуқур миннатдорчилигини изҳор этади.

КИРИШ

Материаллар қаршилиги фани ҳақида

Ҳар қандай машина ёки иншоотга нисбатан турлича талаблар қўйилади. Машина ва иншоотлар қўйилган юклар таъсирига чидамли бўлиши, яъни ишлатилиш даврининг бошидан охиригача хавф-хатарсиз ишлаши керак.

Машина ва иншоотлар мустаҳкам бўлиш билан бирга, бикир бўлиши ҳам зарур, яъни конструкциялар ёки уларнинг айрим қисмлари ташқи кучлар таъсиридан катта деформациялар ҳосил қилмаслиги керак. Масалан, мустаҳкам қилиб қурилган кўприк ишлаш даврида ҳаддан ташқари эгилиб кетиши натижасида кўнгилсиз ҳодисалар рўй бериши мумкин.

Конструкция ёки унинг қисмлари мустаҳкамлигини йўқотишдан олдин, шаклини ўзгартириш оқибатида устуворлигини йўқотиш орқасида ҳам емирилиши мумкин, бундай ҳолларда конструкция ўз устуворлигини йўқотади деб аташ қабул қилинган.

Конструкцияни ва конструкция қисмларини ҳам мустаҳкам, ҳам бикир, ҳам устувор қилишнинг ҳар хил йўллари бор, улардан энг асосийси конструкция қисмлари кўндаланг кесимининг ўлчамларини катталаштиришдир. Бироқ ҳар қандай иншоот қуриш учун меҳнат ҳам, материал ҳам энг кам сарф қилиниши лозим, бинобарин, муҳандислар тегишли ҳисоблар қилиш натижасида лойиҳанинг турли вариантларини тузадилар ва бу вариантлар орасидан энг арзонини ва юқорида қўйилган учта асосий талабга жавоб берадиганини танлаб оладилар.

Юқорида баён қилинганларга асосланиб, материаллар қаршилиги фанини бундай таърифлаш мумкин: *материаллар қаршилиги машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкам, бикир ва устувор бўлишини ҳисоблашда зарур бўлган зўриқиш ва деформацияларни аниқлаш методларини ўргатувчи фандир.*

Материаллар қаршилиги ҳақидаги дастлабки назарий ишларни XVII асрда Галилей бажарган бўлса ҳам, аммо материалларнинг физик хоссаларини эътиборга олмаганлиги сабабли катта нуқсонларга йўл қўйган эди.

Материаллар қаршилигини ўрганишга асос солувчи тажрибаларни дастлаб XVII асрда машҳур физиклар: Гук, Мариотт, Дюгамел, Кулон ва бошқалар ўтказган эди.

Россияда материаллар қаршилиги фанига XVIII асрдан бошлаб асос солинади, XIX асрда рус олимларидан Д.И. Журавский, Х.С. Головин, Ф.С. Ясинский ва А.В. Гадолин каби олимларнинг қилган ишлари жаҳонга машҳур бўлди.

XX асрнинг бошларида И.Г. Бубнов, А.Н, Крилов, Б.Г. Галёркин, С.П. Тимошенко, П.Ф. Папкович каби олимларнинг ишлари материаллар қаршилиги фанининг такомиллашувига катта таъсир кўрсатди.

Шунингдек, Н.М. Беляев, М.М. Филоненко-Бородич, В.А. Гастев, А.А. Ильюшин, В.В. Соколовский, Х.А. Рахматуллин, В.З. Власов, М.Т. Ўрозбоев ва бошқалар материаллар қаршилигининг айрим бўлимларидан мустақил фанлар яратдилар.

Шак-шубҳасизки, бошқа фанларда бўлгани каби, материаллар қаршилиги фанида ҳам ҳозиргача ҳал қилинмаган масалалар жуда кўп, аммо булар келажакда, албатта, ҳал қилинади.

Материаллар қаршилиги ва назарий механика

Назарий механика моддий нуқталар ва материал нуқталар системасининг ҳаракати ҳамда уларнинг мувозанатини текширади. Нуқталар ситемасининг оддий мисоли тариқасида абсолют қаттиқ жисмни олиш мумкин. Абсолют қаттиқ жисмга ташқи куч таъсир қилганда унинг заррачалари оралиғи, яъни жисмнинг шакл ва ўлчамлари ўзгармайди. Назарий механиканинг қонун ва формулалари деформацияси эътиборга олинмайдиган жисмлар учунгина тўғридир. Масалан, жуда бикир қилиб тайёрланган механизм звеноларининг деформациялари эътиборга олинмаганлигидан уларнинг тезлик ва тезланишлари қаттиқ жисмлар механикасининг қоидалари асосида ҳисобланганда ҳам аниқ натижалар чиқади. Статик аниқ балкаларнинг реакцияларини, статик аниқ фермаларнинг стерженларидаги зўриқишларни топишда шу конструкцияларнинг қисмлари бикир бўлганлиги учун статика тенгламаларидан фойдаланилади. Абсолют қаттиқ жисмлар мустаҳкамлигини ва бикирлигини ҳисоблашнинг ҳеч қандай маъноси йўқ, чунки, улар деформацияланмаслиги ва емирилмаслиги лозим, бу эса абсолют қаттиқ жисм деган номнинг ўзидан равшан. Шу билан бирга, статиканинг айрим масалалари, чунончи реакция ва зўриқиш кучларини топиш масала-си борки, бундай ҳолларда жисмларнинг шакли ва ўлчамлари ўзгаришини ҳисобга олмай бўлмайди. Бундай масалалар статик аниқмас масалалардир.

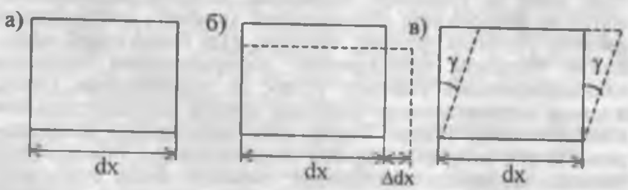
Материаллар қаршилиги назарий механикага кўп жиҳатдан ўхшаб кетади. Дарҳақиқат, икки фан ҳам иншоот қисмларига кучларнинг кўрсатган таъсирини ўрганади. Назарий механикада жисмлар абсолют қаттиқ деб қаралади. Бироқ, материаллар қаршилигида масалаларнинг қўйилиши назарий механикадагидан бир муҳим хусусияти жиҳатидан фарқ қилади, яъни материаллар қаршилигида жисмлар ташқи куч таъсирида ўз геометрик шаклини маълум даражада ўзгартиради деб қаралади. Жисмларнинг ўз геометрик шаклини ўзгартиши *деформация* деб аталади.

Агар жисмларда ташқи куч таъсиридан ҳосил бўлган деформация жисмдан куч олингач йўқолиб кетса, бундай деформация *эластик деформация* дейилади. Агар жисмдан ташқи куч олингандa деформация йўқолмаса, бундай деформация *қолдиқ* ёки *пластик деформация* деб аталади.

Деформациялар характери кучнинг миқдорига боғлиқ. Бирор деформацияни вужудга келтираётган кучнинг миқдори маълум чегарадан ортиб кетмаса, жисмда фақат эластик деформация вужудга келади, акс ҳолда қолдиқ деформация ҳам ҳосил бўлади.

Маълумки, иншоотларнинг қисмларида қолдиқ деформация вужудга келишига йўл қўймаслик зарур.

Агар жисмнинг сиртида узунлиги dx бўлган бир тўғри тўртбурчак олсак (1-шакл, а) деформациядан кейин тўғри тўртбурчак томонларининг узунлиги қисқаради ёки узаяди (1-шакл, б), томонларининг ўзи эса аввалги ҳолатига нисбатан оғади (1-шакл, в).



1-шакл

Тўғри тўртбурчак томонлари узунлигининг ёки умуман жисм сиртида чизилган кесма узунлигининг ўзгариши *чизиқли деформация* дейилади. Тўғри тўртбурчак томонлари орасидаги тўғри

бурчакнинг ўзгариши (γ) *бурчак деформацияси* ёки *силжиш деформацияси* дейилади; бунда γ силжиш бурчаги.

Бўйлама ўлчамнинг узайиши *тўла чўзилиш* ёки *абсолют чўзилиш* деб, бўйлама ўлчамнинг қисқариши эса *абсолют қисқариш* деб аталади. Абсолют чўзилиш ёки абсолют қисқариш кесма ўлчами белгиланган ҳарфга қараб, Δdx, Δl каби ҳарфлар орқали белгиланади. Кўпгина ҳолларда кесманинг узунлик бирлигига тўғри келадиган деформациялар ҳар жиҳатдан қулай бўлади, чунончи:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \text{ ёки } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Бундай деформациялар нисбий деформация дейилади; нисбий деформация ўлчамсиз миқдор бўлади. Демак, стерженнинг деформацияси чизиқ (ε) ва бурчак (γ) деформацияларидан иборат бўлар экан.

БИРИНЧИ ҚИСМ

1-§ МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИНИНГ АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАРИ

Қурилма элементлари ва уларнинг тузилиши

Турмушда учрайдиган қурилма турлари хилма-хил бўлиб, анча мураккаб тузилади. Уларнинг элементлари эса оддий кўринишга эга бўлиб, қуйидаги: брус, пластинка ёки плита, қобиқ, ***массив-замин,*** стержен, тўсин ва рамалардан иборат бўлади. Буларнинг ҳар бири учун таърифни мавжуд адабиётлардан кўриб олиш мумкин, масалан [2]

Сиртқи кучлар ва уларнинг классификацияси

Қурилмаларга таъсир этувчи кучлар, асосан ***сиртқи*** ва ***ҳажмий*** кучлар каби икки гуруҳга бўлинади.

Жисмга қўшни иккинчи жисмдан ўтадиган кучлар ***сиртқи кучлар*** дейилади.

Жисмнинг барча ички нуқталарига таъсир қилувчи кучлар ***ҳажмий кучлар*** дейилади. Бунга ҳаракатланаётган жисмнинг ўз оғирлигидан ҳосил бўладиган ***инерция кучи*** мисол бўлади.

Ташқи кучлар бир нуқтага қўйилган ёки ***текис тақсимланган бўлади***. Кучлар бундан ташқари статик ва ***динамик*** кучларга бўлинади.

1960 йилда халқаро ўлчов системаси киритилди. Бу система ***СИ*** (***Si***) системаси деб аталади. Бу системага кўра асосий ўлчов учун 1 кг масса қабул қилинди ва куч ўлчови учун ундан келиб чиқувчи миқдор қабул қилинди. ***СИ*** системасида кучнинг ўлчов бирлиги этиб 1кг массага 1 м/с^2 тезланиш берувчи куч қабул қилинади. ***Бу ўлчов 1 Н деб қабул қилинди.***

1 кг К = 9,81 Н ≈ 10 Н,
1 Н = 10^{-6} МН демак 1 т.к = 10^{-2} МН,
1 МН = 10^{6} Н.

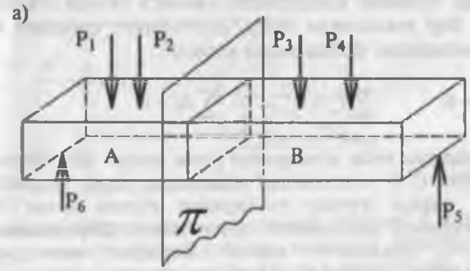
Шу туфайли масса ўлчови қуйидагича бўлади:
1 кг ≅ 0,1 кг·к с^2/м,
чунки 1 кг·к = 9,81 кг м/с^2 ≅ 10 кг м/с^2 .
Босим (кучланиш)
1 кг к/см^2 = 10 Н/см^2 = 10^5 Н/м^2 = 10^{-1} МН/м^2.
Иш (энергия)
1 кг.к м = 10 Нм = 10^{-5} МН м,
1 Н м = 10^{-1} кг.к м = 10^{-4} т.к м.

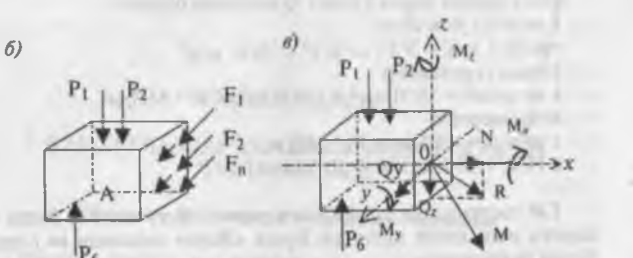
СИ системасида иш бирлиги учун 1 Н кучни 1 м йўлда бажарган иши қабул қилинди. Бунга «Жоул» дейилади ва j ҳарфи билан белгиланади.

Ички кучлар. Кесиш усули

Ташқи кучлар таъсирида брус (ғўла) деформацияланади ва унинг кўндаланг кесимларида ***ички кучлар*** (кесилган бўлак заррачаларининг ўзаро таъсир кучлари) ҳосил бўлади. Буларни кўпинча, ***зўриқиш*** кучлари дейилади. Заррачалар мувозанатини сақловчи реакция кучлари ***ички кучлар*** ёки ***зўриқиш кучлари*** дейилади. Брус кесимларида ҳосил бўладиган зўриқиш кучларининг тенг таъсир этувчисини топиш учун кесиш усулидан фойдаланилади.

Ғўлага қўйилган P_1, P_2, P_3, P_4 кучлар системаси таъсиридан унинг таянчларида P_5, P_6 реакция кучлари ҳосил бўлади (таянчлар чизмада кўрсатилмаган).





1.1-шакл

Ғўланинг бирор кесимидаги ички кучларни аниқлаш учун қуйидаги тўртта иш кетма-кет бажарилиши лозим:

1) ғўланинг бирор нуқтасидаги зўриқиш кучини аниқлаш учун, ғўла шу нуқтадан ўтувчи π -текислик билан фикран кесилиб, иккита – А ва В қисмларга ажралади;

2) ажратилган қисмларнинг бири, масалан, ўнг томони ташлаб юборилиб, чап томони қолдирилади. Бунда қолган қисмларнинг мувозанати бузилади;

3) ташланган қисмнинг қолган қисмига илгари кўрсатган таъсири F_1, F_2, ..., F_n кучлар билан алмаштирилади, бу кучлар кесим юзи бўйича тақсимланади, яъни улар кесимнинг ҳар бир нуқтасига қўйилган бўлиши керак;

4) қолдирилган чап қисмининг мувозанат шарти ёзилади.

Агар, ғўланинг қолдирилган қисмига таъсир этадиган ҳамма кучлар бир текисликда бўлса, статиканинг қуйидаги мувозанат тенгламаларидан фойдаланиш мумкин:

$$\sum X_к = 0; \qquad \sum Y_к = 0; \qquad \sum M = 0. \qquad (1.1)$$

Номаълум ички кучларнинг сони чексиз кўп бўлгани сабабли уларни (1.1) тенгламалар воситасида топиб бўлмайди. Бинобарин, ташқи кучлар таъсиридан ғўлада ҳосил бўладиган деформацияни текширишга тўғри келади. ***Деформацияга қараб***, ғўланинг кўндаланг кесим юзасида ***ички кучларнинг тақсимланиш қонунини*** биламиз, шундан сўнг эса ғўлага

қўйилган кучларни бир ***бош вектор*** ва бир ***бош моментга*** келтириб, масалани (1.1) тенгламалар ёрдамида еча оламиз.

Шундай қилиб, ички кучларни тўла-тўкис аниқлаш учун унинг қуйидаги уч томонини текшириш керак бўлади:

а) статик томони, яъни ғўланинг текширилаётган қисми учун мувозанат тенгламалари тузилади;

б) геометрик томони, яъни ғўланинг деформациясини текшириш;

в) физик томони, яъни ғўла деформацияси бўйича ички кучларнинг тақсимланиш қонунини билиш.

Юқоридаги баён этилган ишлар бажарилгандан сўнг ички кучларни (зўриқиш кучларини) аниқлай оламиз.

Кучланишлар

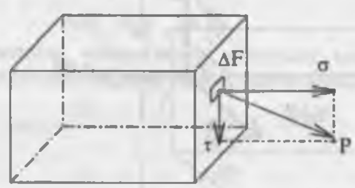
Юқорида ички кучларни кесим юзасига текис тақсимланган ва бу юзанинг ҳар бир нуқтасига қўйилган деб фараз қилган эдик. Бирор кесимнинг маълум нуқтасидаги ички куч интенсивлигининг (жадаллигининг) миқдорини аниқлаш учун ***кучланиш*** тушунчаси киритилади.

Кесимнинг бирор нуқтасида ΔF элементар юзачага таъсир этаётган ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ΔP бўлсин. У ҳолда,

$P_{ўр} = \Delta P/\Delta F$, (1,2) га ўртача кучланиш дейилади.

$$P = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}, \qquad (1,3)$$ га ҳақиқий кучланиш дейилади.

Кучланишнинг ўлчов бирлиги кг к/см^2, кг к/мм^2.



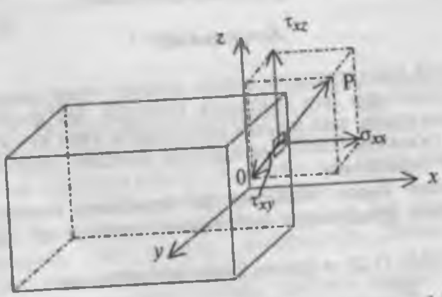
1.2-шакл

Кесимнинг бирор нуқтасига таъсир этаётган Р кучланишни кесим юзасига перпендикуляр ва параллел йўналган иккита ташкил этувчига ажратамиз. Бу ташкил этувчиларни σ нормал кучланиш, τ - уринма кучланиш дейилади. Бу уччала кучланишлар орасида қуйидагича муносабат ўринли бўлади:

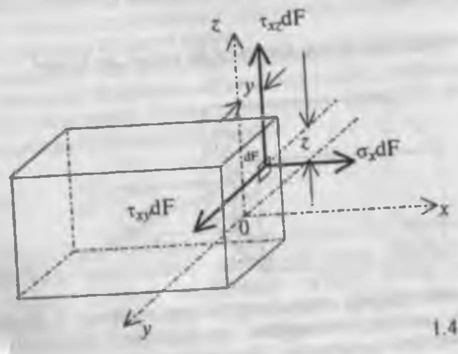
$$P=\sqrt{\sigma^2+\tau^2}\,, \qquad (1.4)$$

Келгусида фақат нормал ва уринма кучланишлар билан иш кўрамиз.

Баъзи ҳолларда P векторни учта координата ўқларига параллел ташкил этувчиларига ажратиш қулай бўлади.



1.3-шакл



1.4-шакл

Булар σ_x, τ_{xy}, τ_{xz} лардир.

Энди тўсиннинг кўндаланг кесимидаги куч факторлари билан кучланишлар орасидаги муносабатларни тузамиз: σ_x, τ_{xy}, τ_{xz} кучланишларни ΔF элементар юзачага кўпайтириб, элементар ички кучларни аниқлаймиз:

$$\left.\begin{aligned} dN_x &= \sigma_x \cdot dF\,; \\ dQ_y &= \tau_{xy} \cdot dF\,; \\ dQ_z &= \tau_{xz} \cdot dF\,. \end{aligned}\right\}$$

Бу элементар ички кучларни ғўла кўндаланг кесим юзаси бўйича йиғиб бош векторнинг ташкил этувчилари учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$N_x=\int_F \sigma_x\, dF;$$

$$Q_y=\int_F \tau_{xy}\, dF;$$

$$Q_z=\int_F \tau_{xz}\, dF.$$

Ҳар қандай элементар ички кучни тегишли ўққача бўлган масофага кўпайтириб, уларнинг элементар моментларини аниқлаймиз:

$$dM_x=\tau_{xy}\, dF\cdot z+\tau_{xz}\, dF\cdot y;$$

$$dM_y=\sigma_x\, dF\cdot z;$$

$$dM_z=\sigma_x\, dF\cdot y.$$

Бу элементар моментларни кўндаланг кесим юзи бўйича йиғиб, бош момент ташкил этувчиларини аниқлаймиз:

$$M_x=\int_F\left(z\cdot\tau_{xy}+y\cdot\tau_{xz}\right)dF;$$

$$M_y=\int_F \sigma_x\cdot zdF;$$

$$M_z=\int_F \sigma_x\cdot ydF;$$

Бу формулалар ёрдамида ички куч факторларидан кучланишларни аниқлаш мумкин.

Материаллар қаршилиги фанида қабул қилинган гипотезалар

Қурилма элементларини ҳисоблаш ишларини осонлаштириш мақсадида қуйидаги гипотезалар қабул қилинади:

1-гипотеза. Жисм материали яхлит (ғоваксиз) деб ҳисобланади. Бу гипотеза реал материаллар учун математик анализнинг узлуксиз функция формулаларини ишлатишга асос бўлади.

2-гипотеза. Жисм материали бир жинсли ва изотроп деб олинади, яъни материал ҳар бир нуқтасида турли томонга қараб бир хил хусусиятга эга деб ҳисобланади.

3-гипотеза. Жисм куч қўйилишдан олдин унда бошланғич зўриқиш кучлари бўлмайди деб фараз қилинади.

4-гипотеза. Кучлар таъсирининг мустақиллилик принципи. Бу принципга кўра кучлар системаси таъсирининг натижасида бу кучларни ёки кетма-кет ёки тартибсиз қўйилишидан ҳосил бўладиган таъсирлар натижаси тенг деб фараз қилинади.

«Таъсир натижаси» деганда жисмда ички куч таъсиридан унинг айрим нуқталарида ҳосил бўладиган деформация ва кўчишлар тушунилади.

Бу принципдан назарий механикада қўлланилсада, деформацияланувчи жисмлар учун ундан қуйидаги икки шарт:

1) жисмнинг исталган нуқтасидаги кўчиш унинг ўлчамларига нисбатан жуда ҳам кичик бўлиши шарти;

2) кўчишлар деформацияларнинг натижаси бўлганлигидан, у таъсир этувчи кучларга пропорционал, яъни чизиқли боғланган бўлиши шарти бажарилган тақдирдагина фойдаланиши мумкин.

5 – Гипотеза. Сен-Венан принципи.

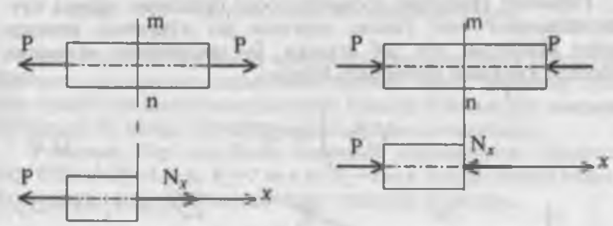
Жисмга қўйилган кучнинг таъсир нуқтасидан етарлича узоқда жойлашган нуқталарда ҳосил бўладиган ички кучлар характери ташқи кучнинг таъсир характерига боғлиқ эмас. Бу принцип асосида, жисмга у қадар катта бўлмаган юзачаларда тақсимланган кучлар шу кучларнинг тенг таъсир этувчисини ифодаловчи битта бир нуқтага қўйилган куч билан алмаштирилиши мумкин, бунинг натижасида ҳисоб-китоб иши соддалашади.

2-§. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

Ғулаларнинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари

Чўзилган ёки сиқилган тўғри ғўланинг кўндаланг кесимида фақат бўйлама зўриқиш кучи (N_x) ҳосил бўлади.

Стерженда ***чўзилиш деформацияси*** ҳосил қилган бўйлама кучларни мусбат сиқилиш деформацияси ҳосил қилган бўйлама кучларни эса манфий деб оламиз. Бўйлама куч ***чўзилган*** ғўлада кўндаланг кесимлардан ***ташқарига сиқилган*** ғўлада эса кўндаланг кесимга қараб йўналган бўлади деб қабул қиламиз.



2.1-шакл

Бу кўрилган масалаларда зўриқиш кучларини топишда кесиш усулидан фойдаланилади.

Бу усулга кўра, зўриқиш кучларини аниқлаш учун ғўлани фикран кесамиз ва қолдирилган қисм мувозанатини ёзамиз:

$$\sum_{қ\cdot қ} X_k = N_x + \sum_{қ\cdot қ} \cdot \text{пр}\, P_i = 0$$

бундан

$$N_x = -\sum_{қ\cdot қ} np\, P \qquad (2.1)$$

бўлади. $\sum\limits_{қ\cdot қ}$ - белгисининг тагидаги (қ·қ) ҳарфлари қолдирилган қисмга қўйилган кучларнинг x ўқидаги проекциялари алгебраик йиғиндисини англатади.

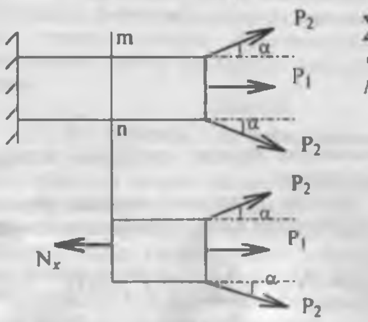
Шундай қилиб, ғўланинг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги бўйлама куч ғўланинг қолдирилган қисмига таъсир қилган барча ташқи кучларнинг ғўла ўқига туширилган проекциялари алгебраик йиғиндисига тенг.

N_x нинг йўналиши ғўланинг қолдирилган қисмига қўйилган барча кучларнинг ғўла ўқига туширилган проекциялари йиғиндисининг йўналишига тескари бўлади.

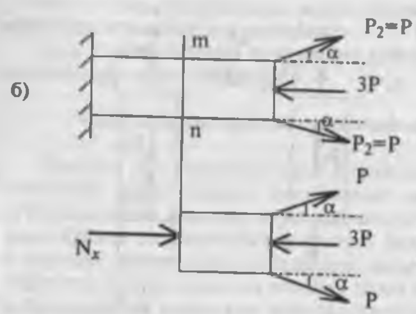
Бу қоидага асосланиб, қуйидаги а) ва б) чизмаларда берилган мисолларни ечамиз.

Ғўланинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишларнинг тенг таъсир этувчиси шу кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган куч деб аталади. Бу таърифнинг математик ифодаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$N_x = \int_F \sigma\, dF \qquad (2.2)$$



$$\sum X_k = -N_x + P_1 + 2P_2$$
$$\cos\alpha = 0$$
$$N_x = P + 2P_2\cos\alpha.$$



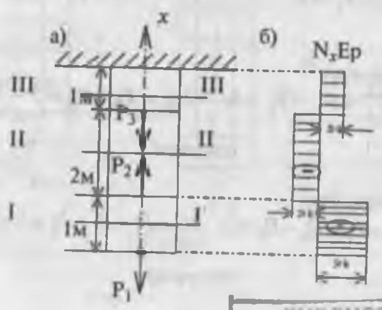
$$\sum X_k = N_x - 3P + 2P\ ;$$
$$\cos\alpha = 0$$
$$N_x = 3P - 2P\cos\alpha.$$

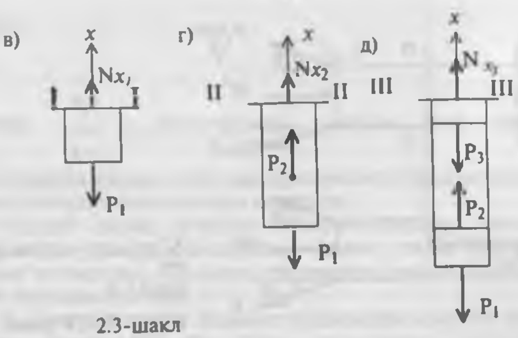
2.2-шакл

а) да N_x – чўзувчи, б) да эса сиқувчи бўлади.

Агар ғўланинг ҳар қайси кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган бўйлама кучларнинг қийматлари турлича бўлса, уларнинг ғўла ўқи бўйича ўзгаришини кўрсатувчи график бўйлама куч ***эпюраси*** дейилади. Бу эпюра $N_x=f(x)$ тенглама ёрдамида чизилади.

1-масала. Бир учи билан қистириб маҳкамланган ғўланинг ўқи бўйлаб $P_1=5$ ***т·к***, $P_2=7$ ***т·к ва*** $P_3=4$ ***т·к*** кучлар таъсир этади, шу стержен учун бўйлама кучнинг эпюраси чизилсин.





2.3-шакл

Ечиш. Биринчи участкадаги бўйлама кучни аниқлаш учун стерженни I-I текислиги бўйича фикран кесамиз (в) ва стерженнинг пастда қолган қисми учун статиканинг мувозанат шартини ёзамиз. Бунда стерженнинг қолган қисмига таъсир этувчи бўйлама N_1 кучни кесимдан юқорига йўналган деб фараз қиламиз. Агар N_1 нинг ишораси мусбат чиқса, унинг йўналиши тўғри қўйилган бўлиб, бу бўйлама куч стерженнинг қолган қисмини чўзади. Акс ҳолда сиқади. Чўзувчи бўйлама кучни «+» сиқувчи бўйлама кучни «-» деб ҳисоблаймиз.

I-I кесим учун

$$\sum_{к.к} X_к = N_1 - P_1 = 0; \qquad N_1 = P_1 = 5\,тк \text{ (чўзувчи)}$$

II-II кесим учун

$$\sum_{к.к} X_к = N_2 + P_2 - P_1 = 0; \quad N_2 = P_1 - P_2 = 5 - 7 = -2\,тк$$

(сиқувчи)

III-III кесим учун

$$\sum_{к.к} X_к = N_3 - P_1 + P_2 - P_3 = 0; \quad N_3 = P_1 + P_3 - P_2 = 5 - 7 + 4 = 2\,тк$$

(чўзувчи)

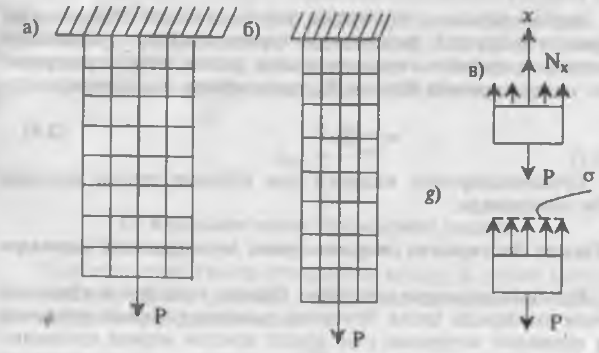
Энди турли участкаларда ҳосил бўлган бўйлама кучларнинг қийматлари асосида эпюра чизамиз.

Бу масалада бўйлама кучларнинг қиймати ҳар қайси участка оралиғида ўзгармас миқдордир.

Стерженнинг кўндаланг кесимидаги кучланишлар

Чўзилган ёки сиқилган тўғри стерженларнинг кўндаланг кесимларида фақат нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Нормал кучланишларни аниқлаш учун уларнинг стержен кўндаланг кесими бўйича тақсимланиш қонунини билиш лозим. Бу масала Я.Бернули гипотезасига асосланади: яъни стерженнинг деформациягача бўлган текис ва стержен ўқига тик бўлган кесимлари деформациядан кейин ҳам шундайлигича қолади.

Агар тўғри стержен сиртида унинг ўқига параллел ва унга перпендикуляр йўналган тўғри чизиқлар ёрдамида тўр чизиб, стерженнинг эркин учига чўзувчи статик куч таъсир эттирсак, деформациядан кейин бу тўр чизиқларининг бир-бирига тиклигича қолганлигини ва фақат уларнинг оралиқлари ўзгарганлигини кўрамиз.



2.4-шакл

Стерженнинг бу хилда деформацияланиши унинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланишларнинг текис тақсимланганлигидан далолат беради.

Энди бу кучланишларнинг қийматларини аниқлаш учун кесиш усулидан фойдаланишимиз, яъни стерженни кучланиши аниқланадиган нуқтадан стержен ўқига тик текислик билан кесиб, пастки қисмини қолдирамиз, қолган қисми учун мувозанат тенгламасини ёзамиз:

$$\sum_{\kappa-\kappa} X_{\kappa} = 0; \qquad N_x - P = 0; \qquad N_x = P$$

бу тенгламадаги N_x қийматини (2-2) формуладан аниқлаймиз:

$$N_x = \int_F \sigma\, dF = \sigma \int_F dF = \sigma \cdot F;$$

Биз кўраётган ҳол учун σ ўзгармас миқдор бўлгани сабабли у интеграл белгисининг ташқарисига чиқарилади:

$\sigma \cdot F - P = 0$, бундан $\sigma = P/F$ (2.3)
бўлади.

Агар стерженнинг ўқи бўйлаб, бир неча ташқи куч таъсир эттирлса, у ҳолда (2.3) формуланинг суратидаги P куч ўрнига стерженнинг қолдирилган қисмига таъсир қилган ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси бўйлама N_x кучни қўйиш керак, яъни;

$$\sigma = N_x/F \qquad (2.4)$$

Кучланишларнинг ишораси ҳам бўйлама кучлар ишораси каби аниқланади.

Чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг мустаҳкамлик шартлари

Қурилма қисмлари мустаҳкам бўлиши учун унинг кўндаланг кесим юзаларида ҳосил бўладиган максимал нормал кучланиш шу қисмнинг материали учун рухсат этилган нормал кучланишдан катта бўлмаслиги керак. Рухсат этилган нормал кучланиш [σ] билан белгиланади. Агар материал чўзилиш ёки сиқишга турлича қаршилик кўрсатса, рухсат этилган кучланишлар ҳам тегишлича $[б]_ч$ ва $[б]_c$ билан белгиланади.

Турли материаллар учун рухсат этилган кучланишларнинг қийматдари тегишли жадвалдан олинади.

Масалан: I- навли пўлат учун $СТ.1$ $[б]_ч = 1200\ \frac{кг \cdot к}{см^2}$, $[б]_c = 1200 \frac{кг \cdot к}{см^2}$

Шундай қилиб, чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \le [\sigma] \qquad (2.4а)$$

Бу формула асосида қуйдаги уч хил масалани ҳал қилиш мумкин.

I. Мустаҳкамлигини текшириш.

$$\sigma_{\max} \le [\sigma]$$

Агар стерженга таъсир эттирилган чўзувчи ёки сиқувчи кучлар ва стерженнинг кесим ўлчамлари маълум бўлса, шу кўндаланг кесимдаги максимал кучланиш нормал кучланишни аниқлаш ва уни рухсат этилган кучланиш билан солиштириб кўриш мумкин. Улар орасидаги фарқ ± 5% бўлиши керак.

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{F} \qquad (2.5)$$

II. Кўндаланг кесим ўлчамларини танлаш.

Агар стерженга таъсир эттирилган кучлар ва унинг материали маълум бўлса, стержен кўндаланг кесимининг хавфсиз ўлчамларини аниқлаш мумкин

$$F \ge \frac{N_{\max}}{[\sigma]} \qquad (2.6)$$

III. Стержен кўтара оладиган кучни аниқлаш.

Агар стерженнинг кўндаланг кесим ўлчамлари ва унинг материали маълум бўлса, унинг кўтариши мумкин бўлган кучни аниқлаш мумкин

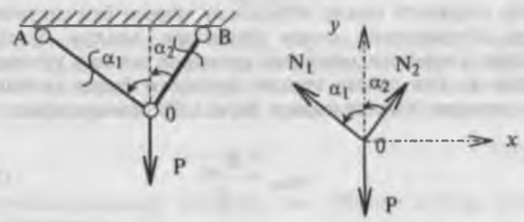
$$N_{max} \le F \cdot [\sigma] \qquad (2.7)$$

1-*масала.* Шарнирлар воситасида боғланган стерженлар системасининг мустаҳкамлиги текширилсин. ОА стержен пўлатдан бўлиб, унинг кесими доиравий яъни $d=2\cdot10^{-2}$ м., ОВ стержен мисдан бўлиб, унинг кесими квадрат, яъни $a=2\cdot10^{-2}$ м.,

$$\alpha_1=45^0,\ \alpha_2=30^0,\ P=5\cdot10^4 H=0{,}05\ MH,$$

$$[\sigma]_П = 1{,}6\cdot10^8\ H/M^2,\ [\sigma]_M = 1\cdot10^8\ H/M^2.$$

Ечиш: стерженни фикран кесиб, уларни чўзувчи бўйлама N_1 ва N_2 кучлар билан алмаштирамиз. Сўнгра кесилган бўлакнинг пастки қисми мувозанатини текширамиз.



$$\sum_{k=1}^{n} X_k = -N_1\cos 45^0 + N_2\cos 60^0 = 0 \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} Y_k = N_1\sin 45^0 + N_2\cos 30^0 - P = 0 \qquad (2)$$

Ҳосил бўлган тенгламаларни биргаликда ечсак, қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

$$N_2 + \sqrt{3}\cdot N_2 = 2P,$$

бундан

$$N_2 = \frac{2P}{1+\sqrt{3}} = \frac{2\cdot5\cdot10^4}{1+1{,}71} = 367\cdot10^2\ H$$

N_2 нинг қийматини (1) га қўйиб, N_1 топилади:

$$N_1 = \frac{N_2\cos60^0}{\cos45^0} = \frac{367\cdot10^2\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}} = 26\cdot10^3\ H.$$

Энди стерженларнинг мустаҳкамлигини қуйидаги формула ёрдамида текширамиз:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{F} \le [\sigma].$$

Пўлат стерженнинг кўндаланг кесим юзини топамиз:

$$F_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14\cdot(2\cdot10^{-2})^2}{4} = 3{,}14\cdot10^{-4}\ м^2.$$

Энди кучланишни топиб, мустаҳкамлик шартини текширамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{26\cdot10^3}{3{,}14\cdot10^{-4}} = 8{,}28\cdot10^7\ \frac{H}{м^2} = 82{,}5\frac{MH}{м^2} < 160\frac{MH}{м^2}$$

(захира)

Мис стерженнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

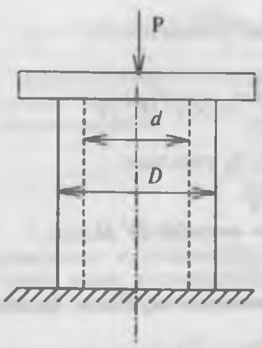
$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{367\cdot10^2}{4\cdot10^{-4}} = 91{,}8\frac{MH}{м^2} < 100\frac{MH}{м^2}$$

(бу натижа бироз қаноатлантиради)

Бунда F_1 ни камайтириш лозим бўлади.

2-*масала.* Чўян қувурдан ясалган калта устун $P=140\cdot10^4 H$ юкни кўтариб туради, қувур кўндаланг кесимининг ташқи диаметри $D=2\cdot10^{-1}$ м; қувур деворининг қалинлиги аниқлансин. Чўяннинг сиқилиш учун рухсат этилган кучланиши

$$[\sigma] = 1000\cdot10^5\ \frac{H}{м^2} \qquad D = 20 см.$$



Ечиш: бу масалада кўндаланг кесимнинг ўлчамларини, топиш керак. Устуннинг ҳар қайси кесимида N=P бўлган сиқувчи бўйлама куч вужудга келади. Энди устун учун зарур бўлган кўндаланг кесим юзини аниқлаймиз:

$$F=\frac{N}{[\sigma]}=\frac{140\cdot10^4}{1000\cdot10^5}=140\cdot10^{-4}\,м^2=140\ см^2$$

Устуннинг кўндаланг кесими ҳалқа шаклида бўлгани учун унинг юзи қуйидагича ҳисобланади:

$$F=\frac{\pi}{4}\left(D^2-d^2\right)=140\cdot10^{-4}\,м^2=140\,см^2.$$

Бу муносабатдан қувур ички диаметри d ни топамиз:

$$d^2=D^2-\frac{4F}{\pi}=20^2-\frac{4\cdot140\cdot10^{-4}}{3{,}14}=225\cdot10^{-4}м^2=225\,см^2$$

$$d=\sqrt{225\cdot10^{-4}}=15\cdot10^{-2}\,м=1{,}5\cdot10^{-1}\,м=15\,см$$

Демак, қувур деворининг қалинлиги

$$\delta=\frac{D-d}{2}=\frac{20\cdot10^{-2}-15\cdot10^{-2}}{2}=\frac{5}{2}\cdot10^{-2}=2{,}5\cdot10^{-2}\,м=2{,}5\,см.$$

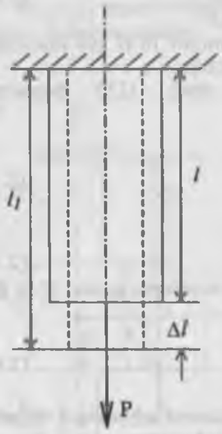
Бўйлама деформация. Гук қонуни

Энди стерженнинг деформацияси ва турли кесимларининг кўчишларини ҳисоблашга ўтамиз. Бу ҳол қурилма қисмларининг бикирлигини текширишга ва статик аниқмас масалаларни ҳал қилишга имкон беради.

Стерженнинг деформациягача бўлган узунлигини l билан, деформациядан кейинги узунлигини l_1 билан белгилаймиз. Стержен узунлигининг ортиши ***абсолют чўзилиш,*** камайиши эса ***абсолют қисқариш*** деб аталади. Умуман олганда уларнинг ҳар иккаласи ***абсолют деформация*** дейилади.

Абсолют чўзилишнинг қиймати қуйидагича аниқланади:

$$\Delta l=l_1-l$$



Абсолют деформациялар узунлик ўлчови (см ёки м) билан стерженнинг узунлик бирлигига тўғри келган абсолют бўйлама деформация нисбий бўйлама деформация дейилади ва ε билан белгиланади.

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l} \qquad (2.8)$$

ε - исмсиз сон бўлади.

Инглиз физиги Роберт Гук томонидан тажрибалар асосида

$$\Delta l=\frac{P\cdot l}{EF} \qquad (2.9)$$

муносабат аниқланган бўлиб, ***Гук қонуни*** деб юритилади. Яъни, эластиклик чегарасида абсолют чўзилиш чўзувчи кучга тўғри пропорционал ва унинг бикирлигига тескари пропорционал бўлади. EF - стерженнинг чўзилиш ёки сиқилишдаги бикирлиги, F- стержен кўндаланг кесимининг юзи, E- эластиклик модули дейилади. Унинг ўлчов бирликлари қуйидаги кўринишларда бўлади:

$$\left[\frac{Н}{м^2},\frac{МН}{м^2}\right],\left[\frac{кг\cdot к}{см^2}\right]\ ёки\ \left[\frac{т\cdot к}{м^2}\right].$$

Амалда стерженнинг бикирлиги (EF) ***бикирлик коэффициенти*** орқали қуйидагича ифодаланади:

$$C=\frac{EF}{l} \qquad (2.10)$$

Бу ерда С – бикирлик коэффициенти

Стерженни 1 см ёки 1 мм га чўзиш учун зарур бўлган куч бикирлик коэффициенти деб аталади. Бу коэффициентнинг тескари қийматига ***мойиллик коэффициенти*** дейилади ва β билан белгиланади:

$$\beta=\frac{1}{C}=\frac{l}{EF} \qquad (2.11)$$

Мойиллик коэффициенти стерженнинг 10 Н куч таъсиридан 10^{-2} м узайиш ёки қисқариш миқдоридир.

Бу тушунчаларни эътиборга олиб, (2.9) формулани қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$\Delta l=\frac{P}{C} \qquad (2.12)$$

ёки

$$\Delta l=\beta\cdot P \qquad (2.13)$$

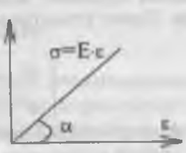
Агар (2.2) ва (2.8) формулаларни эътиборга олсак, (2.9) формула қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$\sigma=E\cdot\varepsilon \qquad (2.14)$$

Бу формула Гук қонунининг иккинчи кўриниши бўлиб, у амалда жуда кўп ишлатилади ва қуйидагича таърифланади: ***Чўзилган стерженларда нормал кучланиш нисбий чўзилишга тўғри пропорционалдир.***

Бу боғланиш координаталар системасида қуйидагича бўлади.

Бу ерда $E=\operatorname{tg}\alpha$.



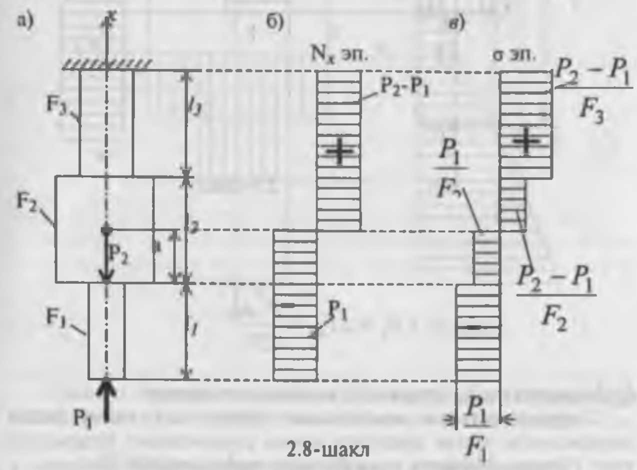
Масалан:

$$E_н=2\cdot10^6\div2{,}2\cdot10^6\left[\frac{кг\cdot к}{см^2}\right]$$

Агар стерженнинг кўндаланг кесимлари поғоналаб ўзгарса ёки стерженга турли катталикдаги кучлар таъсир этса, (2. 9) формула айрим участкалар учун ёзилиб, сўнгра уларнинг йиғиндиси олинади:

$$\Delta l=\sum\Delta l_i=\sum\frac{N_i l_i}{E F_i} \qquad (2.15)$$

Чизмада кўрсатилган N_x бўйлама кучни топишда кесим усулидан фойдаланилади.

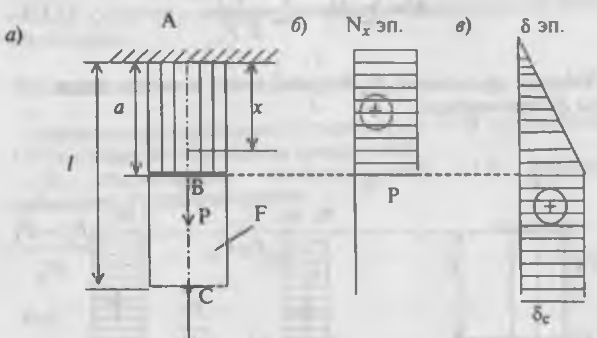


2.8-шакл

Чўзилган ёки сиқилган стерженнинг кўндаланг кесимлари шу стержен ўқи бўйлаб кўчади. Кўчишлар гарчи деформация оқибатида ҳосил бўлса ҳам, улар бир-биридан катта фарқ қилади. Масалан, қуйида кўрсатилган стерженнинг фақат АВ қисмигина деформацияланади, ВС қисми эса қаттиқ жисм каби кўчади холос, ВС қисмдаги барча кесимларнинг кўчиши АВ қисмининг деформациясига тенг бўлади:

Бу ерда

$$\Delta l = -\frac{P_1 l_1}{EF_1} - \frac{P_1 \cdot a}{EF_2} + \frac{(P_2 - P_1)(l_2 - a)}{EF_2} + \frac{(P_2 - P_1)\, l_3}{EF_3}$$



2.9-шакл

$$\delta_c = \Delta l_{AB} = \frac{P \cdot a}{EF}$$

бу формуладаги δ_c- стержен С кесимининг кўчиши

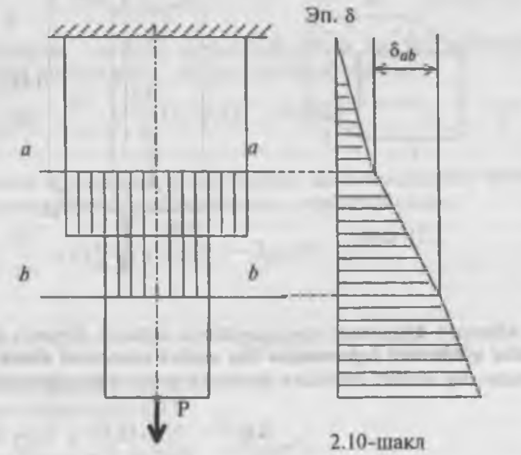
Стержен исталган кесимининг кўчиши шу кесим билан маҳкамланган кесим орасидаги қисми узунлигининг ўзгаришига тенг бўлади. Масалан, стерженнинг маҳкамланган жойидан x оралиғидаги кесимининг кўчиши қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$\delta_x = \Delta l_x = \frac{P \cdot x}{EF},$$

бу формулада δ_x- стержен С кесимининг кўчиши, бунда $x \le a$.

Стерженнинг маҳкамланган жойидан x оралиғидаги кесимининг кўчиши $\delta_x = f(x)$ тарзида ифодаланса, бу функционал боғланишнинг графиги кўчиш эпюраси дейилади (*в*) юқоридаги чизмада бўйлама N кўчишнинг ҳам эпюраси кўрсатилган (*б*).

Стержен икки кесимининг бир-бирига нисбатан кўчиши шу кесимлар орасидаги масофанинг ўзгаришига тенг бўлади (қуйидаги чизмага қаранг)



2.10-шакл

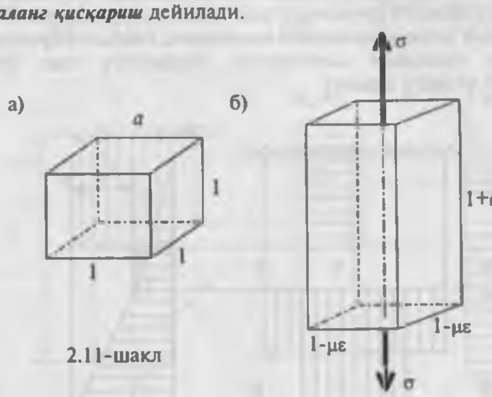
Масалан стерженниг *а-а* ва *в-в* кесимларининг кўчиши ($\delta_{ав}$) штрихланган қисми узунлигининг ўзгаришига тенг бўлади

Кўндаланг деформация. Пуассон коэффициенти

Маълумки, стержен чўзилганда энига қисқаради, сиқилганда эса энига кенгаяди. Стержен чўзилганда ёки сиқилганда кўндаланг кесим ўлчамларининг ўзгариши ***кўндаланг деформация*** дейилади.

Р куч таъсирида чўзилувчи стерженни кўриб чиқайлик (қуйидаги чизмага қаранг).

Стерженнинг деформациягача бўлган кўндаланг кесим ўлчамларининг бирини a билан белгилаймиз. Стержень чўзилганда бу ўлчам Δa га камаяди; бу миқдор абсолют ***кўндаланг қисқариш*** дейилади.



2.11-шакл

Абсолют кўндаланг қисқаришнинг аввалги ўлчамга нисбати ***нисбий кўндаланг деформация*** ёки ***нисбий кўндаланг қисқариш*** деб аталади. Бу нисбат қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}. \qquad (2.16)$$

Тажрибалар ε' кўндаланг деформация билан ε бўйлама деформация абсолют қийматларининг нисбати ўзгармас миқдор эканлигини кўрсатади:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|, \qquad (2.17)$$

бунда ***μ-кўндаланг деформация коэффициенти*** бўлиб, материалнинг ***эластиклик*** характеристикаларидан биридир. У **Пуассон коэффициенти** деб юритилади.

Энди μ-нинг миқдори қандай оралиқда ўзгаришини аниқлайлик. Бунинг учун биз юқорида кўрган стержендан томонлари 1 см бўлган кубни фикран ажаратамиз. Стержен деформацияланганда кубнинг томонлари чизмада кўрсатилгандек, баландлиги 1+ε асосининг томонлари эса (1- με) бўлиб қолади.

Кубнинг деформациягача бўлган ҳажми V=1см^3 эди, деформациядан сўнгти ҳажми

$V'=(1+\varepsilon)\,(1-\mu\varepsilon)^2$ бўлиб қолади.

Энди, куб ҳажмининг нисбий ўзгаришини хисоблаймиз:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V'-V}{V} = \frac{(1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2-1}{1} = \frac{1-2\mu\varepsilon+\varepsilon-1}{1} = \varepsilon(1-2\mu)$$

бунда иккинчи тартибли кичик миқдорлар ташлаб юборилди. Агар ε нинг қийматини (2.14) дан келтириб қўйсак:

$$\sigma = E\varepsilon \text{ дан } \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1-2\mu) \quad \text{бғлади} \qquad (2.18)$$

Стержен чўзилганда унинг ҳажми камаймаслигини (бироз катталашуви) ёки ўзгармай қолишини эътиборга олсак:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1-2\mu) \geq 0; \; 1-2\mu \geq 0;$$

$$2\mu \leq 1; \qquad \mu \leq 0{,}5 \qquad \text{булади.}$$

Шундай қилиб, $0 \leq \mu \leq 0{,}5$

Пўлат учун $\mu = 0{,}25 \div 0{,}33$

Чўян учун $\mu = 0{,}25 \div 0{,}27$

Бетон учун $\mu = 0{,}16 \div 0{,}18$

Пўкак учун $\mu = 0{,}00$

3-§. МАТЕРИАЛЛАРНИНГ ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДАГИ МЕХАНИК ХУСУСИЯТЛАРИ

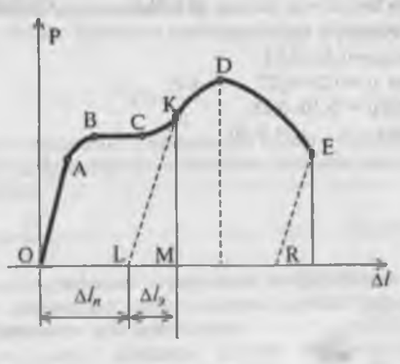
Турли Қурилмаларда ишлатиладиган материалларни, асосан, икки гуруҳга ажратиш мумкин:

1. Пластик материаллар, буларга пўлат, мис, дюралюминий каби материаллар киради. Бундай материаллар сезиларли даражада деформация қолдириб емирилади.

2. Мўрт материаллар, буларга чўян, бетон, ғишт каби материаллар киради. Бу материаллар жуда оз деформация қолдириб емирилади.

Чўзилиш диаграммаси

Намунани синашдан олдин, унинг кўндаланг кесим юзи F_0 ва узунлиги l_0 ўлчаб олинади. Бу узунлик цилиндрик намуна учун 100 мм ва ясси намуна учун 140 мм га тенгдир. Кейин намунани машинанинг қисқичларига ўрнатиб, узулгунча чўзилади.



3.1-шакл

Бу график P билан Δl орасидаги $P=f(\Delta l)$ боғланишни кўрсатади ва диаграмма дейилади. Бу диаграммани тахминан тўртта зонага ажратиш мумкин.

Унинг ОА қисмига ***эластиклик зонаси*** дейилади, бунда материал Гук қонуни $\Delta l=Pl/EF$ га бўйсинади

Эластиклик зонасида абсолют чўзилиш жуда кичик миқдор лади. Агар ОА тўгри чизиғини ўз масштабида чизилса, у ордината ўқидан салгина оғади. Диаграмманинг ВС қисмига ***оқувчанлик зонаси*** дейилади. Бу зонада куч ортиқча ўзгармаса ҳам намунанинг чўзилиши давом этаберади. Бу зонада намунанинг ялтироқ сирти хиралашиб, унинг ўқига 45^0 қияланган дарз чизиқлари ҳосил бўлади. Бу чизиқлар ***Чернов чизиқлари*** дейилади. Чўзилиш диаграммасининг СД қисми ***мустахкамланиш зонаси*** деб аталади. Бу зонада чўзилиш куч ошиши туфайли ҳосил бўлади, аммо куч жуда секинлик билан ўзгаради. Мустаҳкамланиш зонасида кечган жараён намунанинг узиладиган кесимини белгилайди ва бу кесим тез орада ингичкалашиб, намунанинг шу ерида ***бўйин*** ҳосил бўлади. Намунада бўйин пайдо бўла бошлаши билан чўзувчи Р куч тезлик билан камая бошлайди, бинобарин, графикда пастга томон кетган ДЕ эгри чизиқ ҳосил бўлади, шунинг учун, кучланиш ҳам камаяди. Текширилаётган материалнинг механик характеристи-қаларини бевосита аниқлаш мақсадида ***диаграммани*** қайтадан чизамиз. Бунинг учун абциссалар ўқига чўзилишни эмас, балки ***нисбий чўзилиш*** $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$ ни қўямиз. Ординаталар ўқига эса чўзувчи кучдан ҳосил бўладиган, нормал кучланиш $\sigma=P/F$ ни қўямиз. Бу диаграмма шартли кучланиш диаграммаси дейилади. Бу диаграмма $\sigma=f(\varepsilon)$ боғланишга эга бўлганидан материал хоссасини бевосита ифодалайди. Энди диаграмманинг характерли нуқталарини қайд қилиб уларнинг сонли миқдорини келтирамиз.

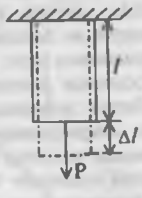
Гук қонунини қўллаш мумкин бўлган чегарани белгиловчи А нуқтага ***пропорционаллик чегараси*** дейилади ($\sigma_п$). Бу чегара юмшоқ пўлат (3-навли пўлат) учун $2\,10^8$ Н/м^2 гача боради. В нуқта эса ***эластиклик чегараси*** дейилади ($\sigma_э$). Бу чегарадан пастда намунада фақат эластик деформация ҳосил бўлади ва деформация намуна чўзувчи кучдан озод қилинганда тезда йўқолиб кетади. Агар намунада ҳосил бўладиган нормал кучланиш эластиклик чегарасидан ортиб кетса, деформация ҳам пластик ҳам, эластик деформацияга эга бўлади, яъни

$$dA = (P + dP)d(\Delta l) = Pd(\Delta l) + dP\cdot d(\Delta l).$$

Бу ерда $dP\,d(\Delta l)$ иккинчи тартибли чексиз кичик миқдор бўлганлиги сабабли, ташлаб юборсак

$$dA = Pd(\Delta l)$$ бўлади.

Гук қонунига кўра



$$d(\Delta l) = \frac{dP\cdot l}{EF}$$ бўлгани учун

$$dA = \frac{P\cdot dP\cdot l}{EF}$$ ёки

$$A = \frac{P^2 l}{2EF}$$ ёки

$$A = U = \frac{1}{2}\cdot P\cdot \Delta l \text{ бўлади.} \qquad (4.3)$$

Шундай қилиб, статик равишда қўйилган кучнинг бажарган иши шу кучнинг охирги қийматининг унга тегишли кўчишнинг охирги қийматига кўпайтмасининг ярмига тенг бўлади.

Гук қонунини $\Delta l = \frac{Pl}{EF}$ ва ундан ҳосил бўлган $P = \frac{EF}{l}\cdot\Delta l$ муносабатларни эътиборга олсак, ўзгармас кесимли стержен учун потенциал энергиянинг формуласи қуйидагича ёзилади:

$$U = \frac{P^2 l}{2EF} = \frac{EF(\Delta l)^2}{2l} = \frac{\sigma^2 F l}{2E} \qquad (4.4)$$

Стерженнинг бирлик ҳажмига тўғри келадиган потенциал энергия ***солиштирма потенциал энергия*** дейилади ва уни *a* харфи билан белгиланади.

Агар стержен ҳажми $V = Fl$ бўлса, юқоридаги формуладан.

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \text{ бўлади} \qquad (4.5)$$

ёки уни кучланиш ва деформация орқали ифодаласак, қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$a = \frac{1}{2}\sigma\cdot\varepsilon \qquad (4.6)$$

Агар стержен поғонали бўлса,

$$U = \sum \frac{N_i l_i}{2E\cdot F_i}; \qquad (4.7)$$

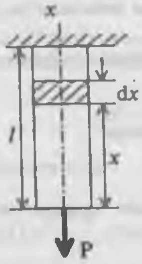
$$A = \sum \frac{P_i \Delta l_i}{2}. \qquad (4.8)$$

Деформациянинг потенциал энергияси кучнинг ёки деформациянинг квадратик функцияси бўлганлигидан, у ҳамма вақт ***мусбат*** миқдордир.

Чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг ўз оғирликларини ҳисобга олиш

Анча узун стерженлар (трос, занжир ва бошқа) ёки вазмин ғўлалар, қалин девор, кўприк таянчларининг устунлари ва бошқаларнинг ўз оғирликларини ҳисобга олмай бўлмайди.

Бир учи билан маҳкамланган узун стерженга чўзувчи P куч қўйилган бўлсин (қуйидаги чизмага қаранг).



Ғўланинг эркин учидан x масофада турган кесимида ҳосил бўлган нормал σ_x кучланишни аниқлаш учун уни x масофада кесиб, пастки қисмининг мувозанатини текширамиз:

$$\sum X_к = 0; \qquad \sigma_x \cdot F - P - \gamma F \cdot x = 0,$$

$$Q = \gamma F \cdot x.$$

Бундан

$$\sigma_x = (P + \gamma F \cdot x)/F \tag{4.9}$$

Агар $x=0$ бўлса, $\sigma_x = P/F$ бўлади, яъни ғўла оғирлигини ҳисобга олмаган ҳолдаги кучланиш формуласи ҳосил бўлади.

(4. 9) формуладаги x ўрнига l қўйсак, стерженнинг энг хавфли кесими маҳкамланган еридаги максимал кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma_{max} = \frac{P + \gamma F l}{F} \tag{4.10}$$

бунда γ - стержен материалининг солиштирма оғирлиги;
F - стержен кўндаланг кесимининг юзи.
Стерженнинг мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{max} = \frac{P + \gamma F l}{F} \leq [\sigma] \tag{4.11}$$

Бу формуладан стерженнинг энг хавфли кесими юзини топамиз:

$$F \geq \frac{P}{[\sigma] - \gamma l} \tag{4. 12}$$

Агар P=0 бўлса, стерженнинг учидан x масофада турувчи кесимда ўз оғирлигидан ҳосил бўладиган кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma_x = \frac{Q_x}{F} = \frac{\gamma F x}{F} = \gamma x. \tag{4. 13}$$

Бу формуладан кўринадики, ***ўзгармас кесимли стерженнинг кучланиши кесим юзига боғлиқ эмас экан.*** Агар нормал кучланиш σ_x стержен материалининг узилган вақтига тўғри келадиган кучланиш $\sigma_м$ га етса (4.13) формула қуйидагича ёзилади:

$$\gamma \cdot l = \sigma_м,$$

бунда l – стерженнинг ўз оғирлиги таъсиридан узилган вақтига тўғри келадиган узунлиги; бу узунлик критик узунлик дейилади ва унинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

$$l_к = \frac{\sigma_м}{\gamma}. \tag{4. 14}$$

Энди стерженнинг деформациясини аниқлаймиз, бунинг учун унинг учидан x масофадаги узунлиги dx бўлган чексиз кичик элемент ажратамиз. Бу элементнинг абсолют чўзилишини Гук қонунига биноан аниқлаймиз:

$$\Delta(dx) = \frac{Q_x \cdot dx}{EF} = \frac{\gamma F x dx}{EF} = \frac{\gamma}{E} x dx .$$

Стерженнинг абсолют чўзилиши эса қуйидагича ҳисобланади:

$$\Delta l=\int_0^l \frac{\gamma}{E} x\,dx=\frac{\gamma l^2}{2E}=\frac{\gamma F l^2}{2EF}$$

бунда γFl – стерженнинг ўз оғирлигини ифодалайди. Уни Q ҳарфи билан белгиласак, юқоридаги ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\Delta l=\frac{Ql}{2EF}. \qquad (4.15)$$

Маълумки, стерженнинг чўзувчи P куч таъсири натижасидаги абсолют чўзилиши $\frac{Pl}{EF}$ га тенг. Бундан кўринадики, стерженнинг ўз оғирлигидан ҳосил бўлган абсолют чўзилиш, стержен оғирлигига тенг, аммо унинг учига қўйилган кучдан ҳосил бўладиган абсолют чўзилишга қараганда икки баравар кам бўлар экан. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципига кўра стерженнинг тўла чўзилиши қуйидаги формуладан топилади:

$$\Delta l=\frac{Pl}{EF}+\frac{Ql}{2EF}=\frac{\left(P+\frac{Q}{2}\right)l}{EF}. \qquad (4.16)$$

(4.15) формула стерженнинг ўз оғирлигидан сиқилиши учун ҳам ўринли бўлади.

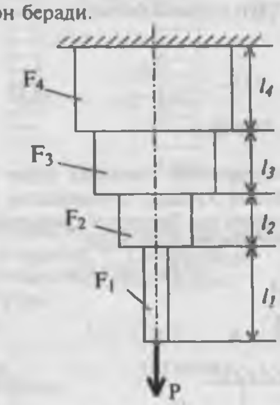
Тенг қаршиликли стерженлар

Юқорида текширилган стерженнинг фақат маҳкамланган еридаги кесимидагина энг катта нормал кучланиш ҳосил бўлади, яъни рухсат этилган кучланишга тенг кучланиш ҳосил бўлади, бошқа кесимларида ундан кам кучланиш ҳосил бўлади. Демак, стержен учун ортиқча материал сарф этилган бўлади. Стерженга материалларни меъёрида, яъни камроқ сарфлаш учун унинг узунлиги бўйлаб, кўндаланг кесим юзини шундай танлаш керакки, стерженнинг ҳамма кўндаланг кесим юзаларида ҳосил

бўладиган нормал кучланишларнинг барчаси рухсат этилган нормал кучланишларга тенг бўлади.

Поғонали стерженлар

Амалда кўприк устунларини қуйида келтирилгандек, поғонали кўринишда ясаш натижасида тенг қаршиликли стерженларга ҳар ҳолда яқин этиб тайёрланади. Бу эса материални тежашга имкон беради.



Поғонали стерженларни кесим юзалари қуйидагича ҳисобланади: биринчисиники

$$F_1=\frac{P}{[\sigma]-\gamma l_1} \qquad (4.17)$$

пастки қисмининг юқори учидаги кесимида кучланиш $[\sigma]$ га тенг бўлганлигидан, иккинчи қисмига таъсир этаётган куч

$$N_1=[\sigma]\cdot F_1 \text{ бўлади.}$$

Демак, иккинчи қисмининг кўндаланг кесим юзи қуйидаги формула ёрдамида аниқланади:

$$F_2 = \frac{N_1}{[\sigma] - \gamma l_2}$$

худди шундай

$$F_3 = \frac{N_2}{[\sigma] - \gamma l_3}$$

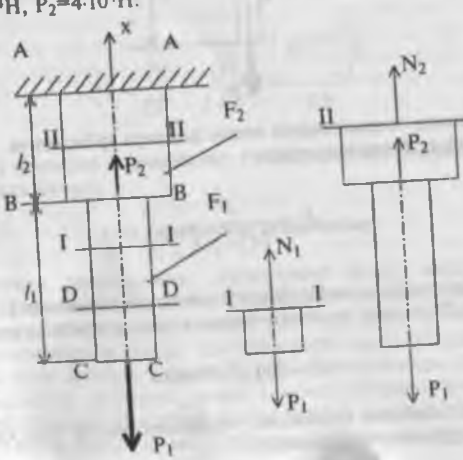
Умуман n – поғонали учун умумий формула

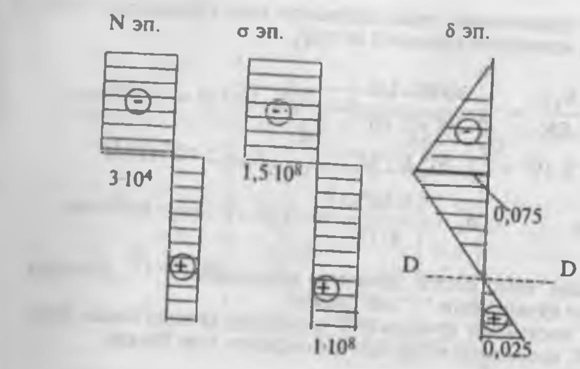
$$F_n = \frac{N_{n-1}}{[\sigma] - \gamma l_n} \qquad (4.18)$$

Бунда $N_{n-1} = [\sigma] \cdot F_{n-1}$ бўлади.

Масала. Қуйида келтирилган поғонали пўлат стерженнинг барча кесимидаги бўйлама кучлар, кучланишлар ва кўчишлар топилсин. Бу миқдорлардан ҳар бирининг графиги чизилсин.

Берилганлар: $F_1 = 10^{-4}$м^2 $= 10^0$ см^2 $=$ 1см^2;
$F_2 = 2 \cdot 10^{-4}$м^2 $=$ 2см^2; l_1=2м; l_2=1,0м,
$P_1 = 10^4$Н, $P_2 = 4 \cdot 10^4$Н.





Ечиш: Бўйлама N_i кучларни ҳисоблаш учун I-I ва II-II кесимларни ўтказамиз. Стерженнинг қолдирилган пастки қисмлари мувозанатини текширамиз:

I-I кесим учун

$$\sum X_к = 0; \qquad N_1 - P_1 = 0; \qquad N_1 = P = 10^4 H$$

(чўзувчи)

II-II кесим учун

$$\sum X_к = 0 \cdot N_2 + P_2 - P_1 = 0; \; N_2 = P_1 - P_2 = 10^4 - 4 \cdot 10^4 = -3 \cdot 10^4 H$$

(сиқувчи)

кучлар ҳосил бўлади. Чўзувчи бўйлама кучни "+", сиқувчи бўйлама кучни "-" деб оламиз.

Энди стерженнинг ҳар қайси қисмининг кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган нормал кучланишларни топамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{10^4}{10^{-4}} = 1000 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2} = 1 \cdot 10^8 \frac{H}{M^2}; \quad \text{(чўзувчи)}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = -\frac{3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-4}} = -1500 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2} = -1.5 \cdot 10^8 \frac{H}{M^2}. \quad \text{(сиқувчи)}$$

Энди стерженнинг турли кесимлари учун кўчишларни топамиз: А-А кесимнинг кўчиши 0 га тенг.

$$\delta_B = \frac{N_2 l_2}{EF_2} = -\frac{30000 \cdot 1{,}0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -0{,}75 \cdot 10^{-3} M = -0{,}075 \, см.$$

$$E_n = 2 \cdot 10^{11} \div 2{,}2 \cdot 10^{11} \, H/M^2; \qquad E_n = 2 \cdot 10^{11} \, H/M^2$$

яъни $$\delta_B = -\frac{3 \cdot 10^4 \cdot 1}{4 \cdot 10^7} = -0{,}75 \cdot 10^{-3} \, м = -0{,}075 \, см.$$

Бундан буён пастга йўналган кўчишларни "+", баландга йўналган кўчишларни "-" деб оламиз.

С-С кесимнинг кўчиши В-В кесимнинг кўчиши билан стержень ВС қисмининг чўзилиши йиғиндисига тенг бўлади:

$$\delta_C = \delta_B + \Delta l_1 = -0{,}75 \cdot 10^{-3} + \frac{N_1 l_1}{EF_1} = -0{,}75 \cdot 10^{-3} + \frac{10^4 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-4}} =$$

$$-0{,}75 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3} = 0{,}25 \cdot 10^{-3} \, м, \qquad \delta_c = 0{,}025 \text{ см}.$$

бу кўчиш пастга йўналган. D-D кесим кўчмас экан, бу кесимдан юқоридаги кесимлар юқорига қараб, пастдаги кесимлар эса пастга қараб кўчади.

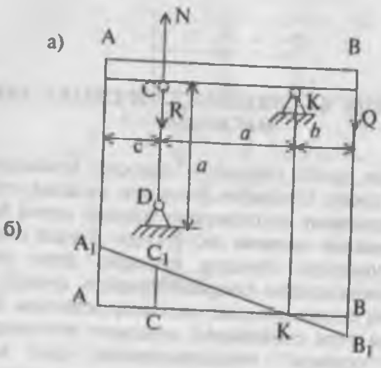
Масала. Деформацияланмайдиган бикир АВ ғўла бир учи билан CD пўлат стерженга, иккинчи учи билан эса қўзғалмас шарнирли K таянчга таянган. CD стерженнинг нормал кучланиши ва АВ ғўла В кесимининг кўчиши аниқлансин.

Берилганлар:

$F = 15 \cdot 10^{-4}$ м^2, $a = 3$м,

$в = 1$м, $c = 0{,}8$ м, $Q = 15 \cdot 10^4$Н.

Ечиш: В кесимнинг кўчишини топиш учун CD стерженни чўзувчи N кучни топиш керак. Чизмада кўрсатилган R куч стерженнинг зўриқиш кучи бўлгани сабабли, унга тенг ва қарама-қарши йўналган N куч CD стерженни чўзувчи куч бўлади, уни аниқлаш учун K нуқтага нисбатан статиканинг мувозанат тенгламасини тузамиз:



$$-R \cdot a + Q \cdot в = 0; \quad R = Q \cdot \frac{в}{a}; \quad Q = R \cdot \frac{a}{в} = N \cdot \frac{a}{в}; \quad N = R$$

демак, $N = 15 \cdot 10^4 \cdot 1/3 = 5 \cdot 10^4$Н ва $\sigma_{CD} = N/F = 5 \cdot 10^4 / 15 \cdot 10^{-4} = 1/3 \cdot 10^8$Н/м^2.

CD – стерженнинг абсолют чўзилиши Гук қонунига мувофиқ қуйидагича аниқланади:

$$\Delta l_{CD} = \frac{N \cdot a}{EF} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \, м.$$

Топилган $0{,}5 \cdot 10^{-3}$м қийматга кўра кўчиш қонунини ифодаловчи графикни чизамиз. A_1B_1 - АВ стерженнинг деформациядан кейинги вазиятидир. Энди В кесимнинг кўчишини топамиз. Бунинг учун $\Delta\, KCC_1$ ва ΔKBB_1 ларнинг ўхшашлигидан фойдаланамиз:

$$\frac{BB_1}{KB} = \frac{CC_1}{KC}$$ бунда $BB_1 = \delta_в$, $KB = в$, $CC_1 = \Delta l_{CD}$, $\quad KC = a$.

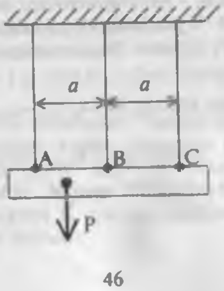
Демак, $\frac{\delta_в}{в} = \frac{\Delta l_{CD}}{a}$, бундан $\delta_в = \frac{в}{a} \Delta l_{CD} = \frac{1}{3} 0{,}5 \cdot 10^{-3} = 17 \cdot 10^{-5} \, м$

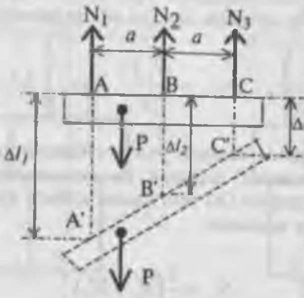
келиб чиқади

5 - § ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДАГИ СТАТИК АНИҚМАС МАСАЛАЛАР

Стерженларда ҳосил бўладиган зўриқиш кучларининг сони ёки системада ҳосил бўладиган ноъмалум реакция кучларининг сони статика мувозанат тенгламалари сонидан ортиқ бўлган система ***статик аниқмас система*** деб аталади. Бундай система стерженларидаги номаълум зўриқиш кучларни ёлғиз статиканинг мувозанат тенгламаларидан аниқлаб бўлмайди, шунинг учун бундай масалаларни статик аниқмас масалалар дейилади. Бундай масалаларни ечиш учун статиканинг мувозанат тенгламалари тузилади, сўнгра "ортиқча" номаълумларнинг сони аниқланади. Шундан кейин система деформациясининг шартидан фойдаланиб, қўшимча тенгламалар тузилади. Қўшимча тенгламаларнинг сони, албатта, "ортиқча" номаълумлар сонига тўғри келиши керак. Ниҳоят шуни таъкидлаб ўтиш керакки, стерженнинг деформацияси унинг ўлчамига ва материалининг эластиклик хоссаларига боғлиқ бўлганидан, унда ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари ана шу факторларга, албатта, боғлиқдир.

Мисол тариқасида қуйида кўрсатилган системани текширамиз. Материаллар қаршилигининг кесиш усулидан фойдаланиб, унинг учта стерженида N_1,N_2,N_3 эластиклик кучлар номаълум эканлигини аниқлаб оламиз. Бу кучлар параллел кучлар системасини ташкил этади, шунинг учун фақат иккита мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:





5.1-шакл

$$\sum Y_K = 0; \qquad N_1 + N_2 + N_3 - P = 0; \qquad (5.1)$$

$$\sum M_A = 0; \quad N_2 \cdot a - N_3 \cdot 2a + P \cdot \frac{a}{2} = 0. \qquad (5.2)$$

Бу икки тенгламада 3-та номаълум, демак яна битта муносабат тузиш зарур. Бу қўшимча муносабатни системанинг элементларида ҳосил бўладиган деформацияларнинг муносабатидан фойдаланиб тузилади. Бинобарин, системанинг деформациядан кейинги вазиятини шаклда кўрсатилган. Биз кўраётган ҳол учун системага қўйилган куч таъсиридан, AC брус абсолют бикир бўлгани учун, A^1C^1 вазиятини олади, бу вазият штрих билан чизилган. Шаклдан кўриниб турибдики, ғўланинг деформациядан кейинги ва аввалги вазиятлари ACC^1A^1 трапецияни ҳосил қилади; трапециянинг асослари икки четки стерженларнинг абсолют чўзилишидан иборат бўлиб, ўртадаги стерженнинг абсолют чўзилиши трапециянинг ўрта чизиғидир, бинобарин

$$BB' = \Delta l_2 = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_3}{2}. \qquad (A)$$

Бу абсолют чўзилишларни Гук қонуни ёрдамида тегишли номаълум зўриқиш кучлари орқали ифодалаймиз:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EF}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EF} \quad \text{ва} \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l}{EF}.$$

Бу формулаларни ёзишда учала стерженнинг материалини, кўндаланг кесимининг юзалари ва узунликлари бир хил деб қабул қилдик. Буларни (A) тенгламага қўйиб, қуйидаги қўшимча тенгламани ҳосил қиламиз:

$$N_2 = \frac{1}{2}(N_1 + N_3). \qquad (5.3)$$

Ана энди учала тенгламани биргаликда ечиб,

$$N_1 = \frac{7}{12}P, \quad N_2 = \frac{1}{3}P, \quad N_3 = \frac{1}{12}P.$$ ларни ҳосил қиламиз.

Кўпгина ҳолларда статик аниқмас масалаларни ***асосий система*** танлаш усулида ечиш анчагина қулайлик туғдиради. Бу усулни қуйидаги мисолда кўрсатамиз. Шаклда кўрсатилган поғонали стерженга P куч таъсир этади. Стерженнинг ҳар қайси қисмида ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини топиш керак.

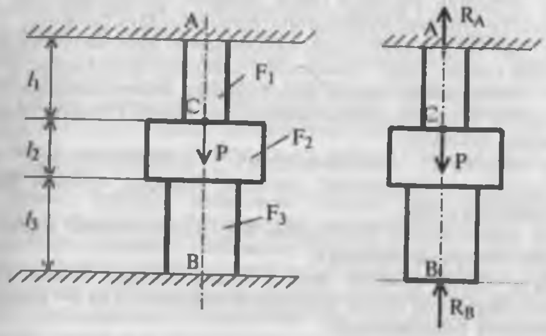
P кучнинг бир қисми юқоридаги таянчга тушса, қолган қисми пастки таянчга таъсир этади. Бу таянчларнинг реакцияларини R_A ва R_B ҳарфлар билан белгилаймиз.

Берилган масалани ечиш учун фақат битта мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$\sum Y_K = 0; \qquad R_A + R_B - P = 0 \qquad (5.4)$$

Қўшимча тенглама тузиш учун, стерженнинг деформациясини текширамиз.

Шу мақсадда стерженнинг пастки таянчдан озод қилиб, уни R_B билан алмаштирамиз. ***Статик аниқмас*** системадан олинган ***статик аниқ система асосий система*** дейилади.



5.2-шакл

Асосий системанинг В нуқтадаги кўчишини топиб, уни нолга тенглаштирамиз, чунки статик аниқмас системанинг бу нуқтаси маҳкамланганлиги учун у кўчаолмайди.

В нуқтанинг кўчишини топиш учун Гук қонунидан фойдаланамиз:

$$-\frac{R_B l_3}{EF_3} - \frac{R_B l_2}{EF_2} - \frac{R_B l_1}{EF_1} + \frac{P l_1}{EF_1} = 0. \qquad (5.5)$$

Ҳосил бўлган (5.4) ва (5.5) тенгламаларни биргаликда ечиб, номаълум R_A ва R_B реакцияларни аниқлаймиз:

$$R_A = \frac{P\left(\frac{l_2}{F_2} + \frac{l_3}{F_3}\right)}{\frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} + \frac{l_3}{F_3}}; \quad R_B = \frac{P l_1}{F_1\left(\frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} + \frac{l_3}{F_3}\right)}.$$

Энди стерженнинг ҳар қайси қисмида ҳосил бўладиган бўйлама кучларни топиш учун, кесиш усулидан фойдаланса бўлади.

Юқорида келтирилган икки мисол асосида, статик аниқмас масалаларни ечиш учун қуйидаги режадан фойдаланилади:

1) берилган масалада барча реакция кучларининг ёки номаълум зўриқиш кучларининг йўналиши кўрсатилади;

2) шу масала учун лозим бўлган ҳамма мувозанат тенгламалари ёзилиб, унинг аниқмаслик даражаси белгиланади;

3) системанинг айрим қисмларининг деформациялари орасидаги боғланишлардан фойдаланиб барча қўшимча тенгламалар тузилади;

4) қўшимча тенгламалардаги деформациялар, Гук қонунидан фойдаланиб, тегишли зўриқиш кучлари билан алмаштирилади;

5) ҳосил бўлган тенгламалар биргаликда ечилиб, барча номаълум кучлар топилади.

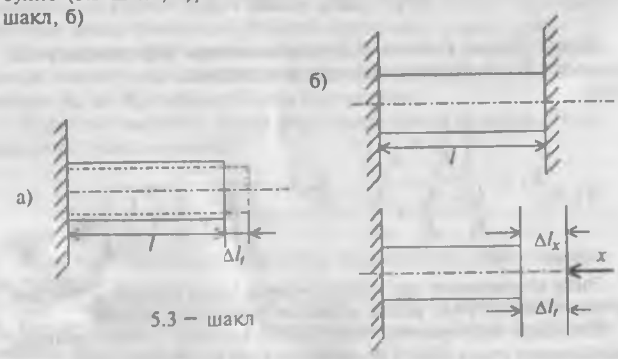
Агар статик аниқмас масала асосий система танлаш усули билан ечиладиган бўлса, юқоридаги режанинг 3 ва 4– бандлари қуйидагича ўзгартирилади:

3) стержен ортиқча боғланишлардан озод қилиниб асосий система танланади ва бу асосий системага берилган ва ортиқча номаълум кучлар таъсир эттирилади;

4) асосий системанинг ортиқча номаълум куч қўйилган нуқтасининг кўчиши топилиб, нолга тенглаштирилади.

Ҳароратнинг ўзгаришидан ҳосил бўладиган кучланиш

5.3 – чизмада икки стержендан бири статик аниқ масала бўлиб (5.3-шакл, а), иккинчиси статик аниқмас масаладир (5.1-шакл, б)



5.3 – шакл

Ҳарорат Δt миқдорга ўзгарганда бир учи билан маҳкамланган стержен бўйлама ва кўндаланг ўлчамларини ўзгартиради. Стержен $\Delta l_t = \alpha l \cdot \Delta t$ миқдорга чўзилади, бу формула ***физикадан*** маълум бўлиб, α - чизиқли кенгайиш коэффициентидир. Масалан, пўлат учун $\alpha = 125\ 10^{-7}$ биринчи ҳолда стерженнинг кенгайишига ҳеч қандай қаршилик бўлмаганлигидан, унда зўриқиш кучи пайдо бўлмайди. Аммо, иккала учи маҳкамланган стерженда кенгайиш имконияти бўлмаганлиги сабабли, унда зўриқиш кучи ҳосил бўлади.

Демак, ҳарорат ўзгарганда статик аниқ системаларда зўриқиш кучи ҳосил бўлмаса ҳам деформация вужудга келади аммо статик аниқмас системалар деформациялана олмаганликларидан уларда зўриқиш кучи ҳосил бўлади. Зўриқиш кучини топиш учун статик аниқмас масалаларни ечишнинг оддий усулидан фойдаланамиз. Стерженнинг ўнг томонидаги боғланишни ташлаб, унинг ҳарорат ўзгаришидан ҳосил бўлган узайиши Δl_t ни реакция кучи X дан ҳосил бўлган абсолют қисқаришига тенглаштирамиз, чунки стержен ўнг учининг кўчиши ҳақиқатдан нолга тенг:

$$\Delta l_t = \Delta l_x \qquad \text{ёки} \qquad \alpha\, l\, \Delta t = \frac{X l}{E F}.$$

$$X = EF\alpha\,\Delta t.$$

Энди ҳароратнинг ўзгаришидан ҳосил бўлган кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_t = \frac{X}{F} = E\alpha\ \Delta t \qquad (5.6)$$

Ҳароратнинг ўзгаришидан ҳосил бўладиган кучланиш σ_t жуда катта қийматга эришиши мумкин, уни камайтириш мақсадида қурилмаларда махсус бўшлиқлар қолдирилади.

6-§ ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАСИ

Чўзилиш ёки сиқилиш деформацияларини текширишда стерженнинг кўндаланг кесим юзи шу стерженнинг мустаҳкамлик ва бикирлигини характерловчи миқдор эканлигини кўриб ўтдик. Бунда кучланиш кўндаланг кесим юзи бўйича текис тақсимланган эди. Аммо, ғўлаларнинг буралиш ва эгилиш деформациясини ҳамда кучланишини текширишда унинг мустаҳкамлик ёки бикирлигини кесим юзи эмас, балки ундан кўра мураккаброқ бўлган геометрик характеристикалари аниқлайди.

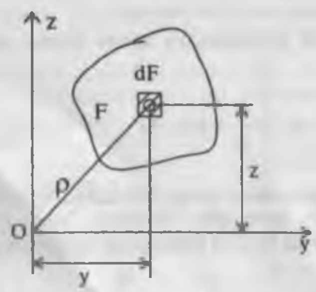
Булар:

1) текис кесим юзаларининг ўққа нисбатан статик моментлари;

2) текис кесимлар юзаларининг инерция моментларидир.

Текис кесим юзаларининг статик моментлари

Текис кесим юзасидан ажратилган элементар юзача билан



шу юзачадан ОУ ўқигача бўлган оралиқлар орасидаги ***кўпайтмалар йиғиндиси*** текис кесим юзасининг ОУ ўқига нисбатан ***статик моменти*** деб аталади.

$$S_y = \int_F z\,dF. \qquad (6.1)$$

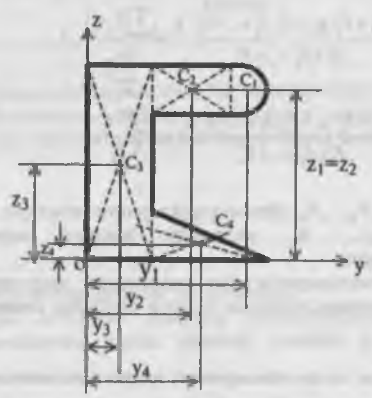
Худди шунингдек, юзанинг OZ ўқига нисбатан олинган статик моменти қуйидагича аниқланади:

$$S_z = \int_F y\,dF \qquad (6.2)$$

Бу формулалардан статик момент см^3 эканлиги кўриниб турибди.

Статик момент ҳисобланадиган ўқларнинг вазиятига қараб, улар мусбат, манфий ва нол қийматларга эга бўлиши мумкин.

Агар текис кесим юзаси оғирлик марказининг координаталари маълум бўлса, у ҳолда бу юзанинг статик моментлари қуйидагича ифодалардан топилади:



$$\left.\begin{aligned} S_y &= F \cdot z_c \\ S_z &= F \cdot y_c \end{aligned}\right\} \qquad (6.3)$$

Агар бирор кесимнинг статик моменти ва юзаси маълум бўлса, у ҳолда кесим марказининг координаталари қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланиши мумкин:

$$y_c = \frac{S_z}{F}, \qquad z_c = \frac{S_y}{F} \tag{6. 4}$$

Бу формулалардан келажакда муҳим аҳамиятга эга бўлган хулоса келиб чиқади.

Яъни: ***текис кесим юзаларининг ўз марказий ўқларига нисбатан статик моментлари нолга тенг.***

Агар мураккаб текис кесим юзаси берилган бўлса, у ҳолда, бу кесим оғирлик марказининг координаталари ва юзалари маълум бўлган бир қанча оддий шаклларга ажратиб юборилади (чизмага қаранг).

Мураккаб кесим юзаси оғирлик марказининг координаталари қуйидагича формулалар билан ифодаланади;

$$\left.\begin{aligned} y_c &= \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3 + \ldots + F_n \cdot y_n}{F_1 + F_2 + \ldots + F_n} = \frac{\sum F_i \cdot y_i}{\sum\limits_{i=0}^{n} F_i} \\ z_c &= \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2 + F_3 \cdot z_3 + \ldots + F_n \cdot z_n}{F_1 + F_2 + \ldots + F_n} = \frac{\sum F_i \cdot z_i}{\sum F_i} \end{aligned}\right\} \tag{6.5}$$

бунда $F_1, F_2, \ldots, F_n$-айрим шаклларнинг юзалари, $y_1, y_2, \ldots, y_n$ ва $z_1, z_2, \ldots, z_n$ уларнинг оғирлик марказларининг координаталари.

(6.5) формулаларнинг ўнг томонидаги касрларнинг сурати айрим юзаларнинг тегишли ўқларга нисбатан ***статик моментларидир.***

Текис кесим юзаларининг инерция моментлари

Энди биз яна бир янги геометрик характеристика, яъни ***экваториал*** ёки ***ўқларга нисбатан*** олинган инерция моментлари билан танишамиз. Кесим юзасидан ажратилган ҳамма элементар юзачаларни улардан ўқларгача бўлган оралиқларни квадратига кўпайтмаларининг йиғиндиси, шу кесим юзасининг ўқ (экваториал)ларга нисбатан инерция моментлари дейилади.

Таърифга кўра, текис юзанинг *OY* ва *OZ* ўқларига нисбатан инерция моментлари қуйидагича аниқланади:

$$I_y = \int\limits_F z^2 dF, \quad I_z = \int\limits_F y^2 dF \tag{6. 6}$$

Координаталар бошига нисбатан инерция моменти эса

$$I_p = \int\limits_F \rho^2 dF \tag{6. 7}$$

дек аниқланиб, қутбий ***инерция моменти*** дейилади.

Бу катталиклар [см^4] да ўлчанади. Олдинги темадаги чизмадан $\rho^2 = y^2 + z^2$, буни (6. 7)га қўйсак,

$$I_p = \int\limits_F \rho^2 dF = \int\limits_F y^2 dF + \int\limits_F z^2 dF \quad \text{бўлади} \tag{6. 8}$$

ёки $\quad I_p = I_y + I_z$

Кесим юзасидан ажратилган барча элементар юзаларни координата ўқларигача бўлган оралиқларга кўпайтмаларининг йиғиндиси шу кесимнинг ***марказдан қочирма инерция моменти*** дейилади:

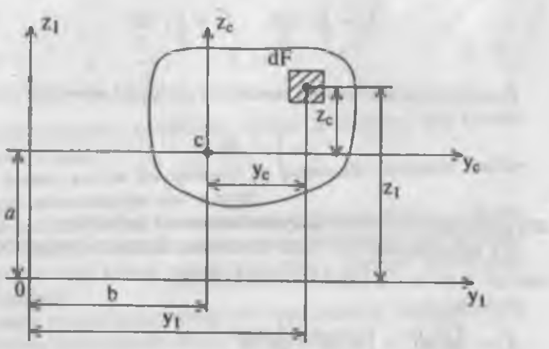
$$I_{yz} = \int\limits_F yz \, dF \tag{6. 9}$$

Бунинг ўлчов бирлиги см^4 да ўлчанади.

Марказдан қочирма инерция моментларининг қиймати ***ўқларнинг вазиятига*** қараб, ***мусбат, манфий*** ва ***нол*** бўлиши мумкин.

Текис кесим юзасининг марказий ўқларга параллел ўққа нисбатан инерция моменти

Текис кесим юзидан марказий y_c ва z_c ўқларга нисбатан олинган инерция моментларининг қийматларини I_y, I_z, I_{yz} деб олган эдик. Энди текис кесим юзининг марказий ўқларга параллел ва улардан *a*, *b* оралиқларда бўлган oy_1 ва oz_1 ўқларга нисбатан инерция моментларини аниқлаймиз (чизмага қаранг).



Текис кесим юзидан ажратилган dF элементар юзачанинг олдинги ва янги ўқларга нисбатан координаталари орасидаги муносабатларни ёзамиз:

$$y_1 = y_c + b$$

$$z_1 = z_c + a.$$

Текис кесим юзининг оу ва oz ўқларга нисбатан инерция моментларини (6. 6) ва (6. 9) формулалар ёрдамида аниқлаймиз:

$$I_{y_1} = \int_F z_1^2\, dF = \int_F (z_c + a)^2\, dF = \int_F z_c^2\, dF + 2a \int_F z_c\, dF + a^2 \int_F dF,$$

$$I_{z_1} = \int_F y_1^2\, dF = \int_F (y_c + b)^2\, dF = \int_F y_c^2\, dF + 2b \int_F y_c\, dF + b^2 \int_F dF,$$

$$I_{y_1 z_1} = \int_F y_1 z_1\, dF = \int_F (y_c + b)(z_c + d)\, dF = \int_F y_c z_z\, dF + b \int_F z_c\, dF + a \int_F y_c\, dF + ab \int_F dF$$

Ҳосил бўлган ифодаларнинг ўнг қисмидаги биринчи интеграллар марказий ўқларга нисбатан олинган инерция моментларидир:

$$I_{y_c} = \int_F z_c^2 dF, \quad I_{Z_c} = \int_F y_c^2\, dF \qquad \text{ва} \qquad I_{y_c z_c} = \int_F y_c z_c\, dF.$$

$\int_F y_c\, dF$ ва $\int_F z_c\, dF$ интеграллар эса марказий ўқларга нисбатан олинган статик моментлардир. Бундай статик моментлар нолга тенглигини аввал қайд қилган эдик. Шундай қилиб, юқоридаги ифодалар қуйидагича ёзилади:

$$I_{y_1} = I_{y_c} + a^2 F, \quad I_{z_1} = I_{z_c} + b^2 F, \quad I_{y_1 z_1} = I_{y_c z_c} + abF. \qquad (6.10)$$

Бу формулалар ўқлар ўз-ўзига параллел қилиб, кўчирилганда инерция моментларининг ўзгарган қийматларини ҳисоблаш формулаларидир.

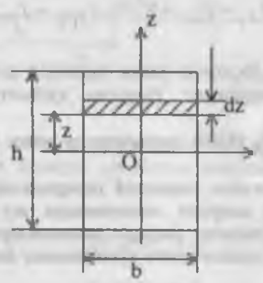
Шундай қилиб, (6.10) формулалар мана бундай ***теоремани*** ифодалайди:

Текис кесим юзининг марказий ўқларига параллел ўтказилган ўқларга нисбатан инерция моментлари шу юзадан марказий ўқларга нисбатан олинган инерция моментлари билан ўқлар оралиғи квадратининг кесим юзига кўпайтмаси йиғиндисига тенг.

7-§. ОДДИЙ КЕСИМЛАРНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

1. ***Тўғри тўртбурчак шаклидаги кесимнинг инерция моменти.***

Тўғри тўртбурчак шаклидаги кесим юзининг шу кесим марказий ўқи оу га нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз:



(6. 6) формулага биноан,

$I_y = \int\limits_F z^2 dF$ бу ҳолда элементар юза dF=b·dz га тенг. Демак, $I_y = b\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z^2 dz = \frac{bh^3}{12}$; $I_y = \frac{bh^3}{12}$ бўлади.

Худди шунингдек oz ўқига нисбатан I_z ни ҳисоблаймиз:

$dF = h\,dy$ $\qquad I_z = \int\limits_F y^2 dF$ *дан* $\qquad I_z = \frac{b^3h}{12}$.

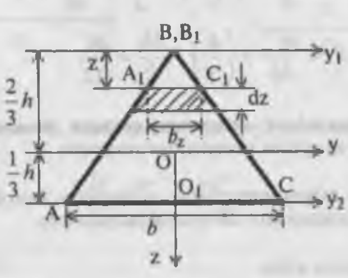
2. ***Квадрат шаклидаги кесимнинг инерция моменти.*** Квадрат шаклидаги кесим учун *a*=b=h бўлади.

У ҳолда

$$I_y = I_z = \frac{a^4}{12} \tag{7.1}$$

3. ***Учбурчак шаклидаги кесимнинг инерция моменти.*** Учбурчак шаклидаги кесимнинг инерция моментини топиш учун дастлаб унинг учидан асосига параллел ўтказилган y_1 ўққа нисбатан инерция моментини топамиз. (6.6) формулага кўра:

$$I_{y_1} = \int\limits_F z^2\, dF.$$



Бунда интеграл чегараси O дан h гача олинади. dF элементар юзача бўлиб, A_1C_1 асосида ётган чексиз кичик трапециянинг юзига тенгдир. Бу трапеция юзини тўғри тўртбурчак юзи каби аниқласа бўлади.

$$dF = b_z \cdot dz,$$

Бунда b_z-трапециянинг асоси. Уни A_1BC_1 ва ABC учбурчакларнинг ўхшашлигидан топамиз:

$$\frac{b_z}{b}=\frac{z}{h}, \qquad b_z=\frac{b}{h}z$$

у ҳолда

$$I_{y_1}=\frac{b}{h}\int_0^h z^3\,dz=\frac{bh^3}{4} \qquad (7.2)$$

Энди (6. 10) формуланинг биринчисидан фойдаланиб, марказий ОУ ўқи ва асосидан ўтган $O_1У_2$ ўқига нисбатан инерция моментини аниқлаймиз:

$$I_y = I_{y_1} - a_1^2 F = \frac{bh^3}{4} - \left(\frac{2}{3}h\right)^2\cdot\frac{bh}{2}=\frac{bh^3}{36}, \qquad (7.3)$$

$$I_{y_2} = I_y + a_2^2 F = \frac{bh^3}{36}+\left(\frac{h}{3}\right)^2\cdot\frac{bh}{2}=\frac{bh^3}{12}. \qquad (7.4)$$

4. Доира шаклидаги кесимнинг инерция моменти. Дастлаб доиранинг қутб инерция моментини топамиз:

Бунинг учун доира марказидан ρ оралиқда кенглиги (эни) dρ га тенг бўлган ҳалқасимон dF юзача ажаратамиз:

$dF=2\pi\rho\,d\rho$.

(6. 7) формулага кўра

$$I_p = 2\pi\int_0^r \rho^3 d\rho = 2\pi\left.\frac{\rho^4}{4}\right|_0^r = \frac{\pi r^4}{2}=\frac{\pi d^4}{32}\cong 0{,}1d^4$$ Демак,

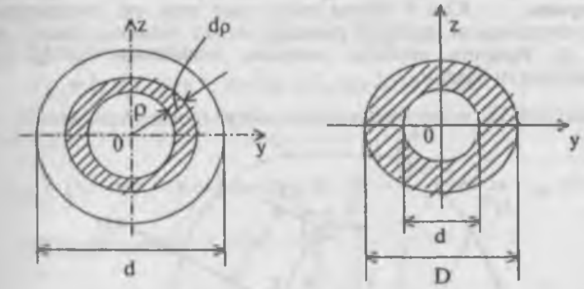
доиранинг қутб инерция моменти қуйидагича экан:

$$I_p=\frac{\pi r^4}{2}=\frac{\pi d^4}{32}\cong 0{,}1d^4 \qquad (7.5)$$

Энди доиранинг экваториал инерция моментини (6.8) формуладан топамиз. Доира оу ва оz ўқларга нисбатан симметрик

шакл бўлганлигидан унинг бу ўқларга нисбатан инерция моментлари ўзаро тенг бўлади:

$$I_y=I_z=\frac{Ip}{2}.$$



Бу формулага Iρ нинг қийматини (7.5) дан олиб келиб қўйсак

$$I_y=I_z=\frac{Ip}{2}=\frac{\pi r^4}{4}=\frac{\pi d^4}{64}\cong 0{,}05\,d^4 \qquad (7.6)$$

келиб чиқади.

5. Ҳалқасимон кесимнинг инерция моменти. Ҳалқасимон кесимнинг оу ва оz ўқларига нисбатан инерция моментлари бирбирига тенг бўлиб, ташқи ва ички доираларининг шу ўқларга нисбатан олинган инерция моментлари айирмасига тенгдир.

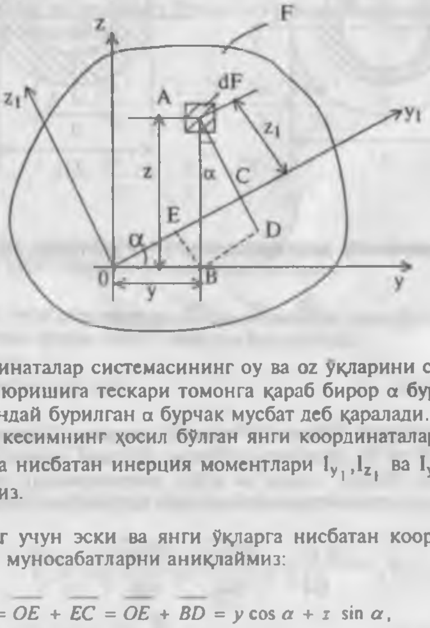
$$I_y=I_z=\frac{\pi D^4}{64}-\frac{\pi d^4}{64}=\frac{\pi D^4}{64}\left(1-c^4\right) \qquad (7.7)$$

бунда $c=\dfrac{d}{D}$.

Қутб инерция моменти эса (7.5) га асосан аниқланади.

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32}\left(1 - c^4\right) \qquad (7.8)$$

6. Координата ўқлари бурилганда инерция моментларининг ўзгариши. Юзи F бўлган текис шакл учун oyz координаталар системасини ихтиёрий равишда оламиз (чизмага қаранг). oy ва oz ўқларига нисбатан инерция моментлари I_y, I_z, I_{yz} ҳисобланган бўлсин.



Координаталар системасининг oy ва oz ўқларини соат стрелкасининг юришига тескари томонга қараб бирор α бурчакка бурамиз. Бундай бурилган α бурчак мусбат деб қаралади.

Текис кесимнинг ҳосил бўлган янги координаталар системаси y_1oz_1 га нисбатан инерция моментлари I_{y_1}, I_{z_1} ва $I_{y_1z_1}$ ларни аниқлаймиз.

Бунинг учун эски ва янги ўқларга нисбатан координаталар орасидаги муносабатларни аниқлаймиз:

$$y_1 = \overline{OC} = \overline{OE} + \overline{EC} = \overline{OE} + \overline{BD} = y\cos\alpha + z\sin\alpha, \qquad (7.9)$$

$$z_1 = \overline{AC} = \overline{AD} - \overline{CD} = \overline{AD} - \overline{BE} = z\cos\alpha - y\sin\alpha, \qquad (7.10)$$

Бу тенгликлардан фойдаланиб, текис кесим юзининг янги ўқларга нисбатан инерция моментларини аниқлаймиз:

$$I_{y_1} = \int_F z_1^2 dF = \int_F (z\cos\alpha - y\sin\alpha)^2 dF = \cos^2\alpha\int_F z^2 dF - 2\sin\alpha\cos\alpha\int_F yz\,dF + \sin^2\alpha\int_F y^2 dF$$

ёки $I_{y_1} = I_y\cos^2\alpha + I_z\sin^2\alpha - I_{yz}\sin 2\alpha.$

Худди шунингдек:

$I_{z_1} = I_y\sin^2\alpha + I_z\cos^2\alpha + I_{yz}\sin 2\alpha$ бўлади

Энди марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаймиз:

$$I_{y_1z_1} = \int_F (y\cos\alpha + z\sin\alpha)(z\cos\alpha - y\sin\alpha)dF = \frac{I_y - I_z}{2}\sin 2\alpha + I_{yz}\cos 2\alpha$$

Шундай қилиб:

$$I_y = I_y\cos^2\alpha + I_z\sin^2\alpha - I_{yz}\sin 2\alpha, \qquad (7.11)$$

$$I_{z_1} = I_y\sin^2\alpha + I_z\cos^2\alpha + I_{yz}\sin 2\alpha, \qquad (7.12)$$

$$I_{y_1z_1} = \frac{I_y - I_z}{2}\sin 2\alpha + I_{yz}\cos 2\alpha, \qquad (7.13)$$

(7.11) ва (7.12) тенгламаларни қўшсак қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$I_{y_1} + I_{z_1} = I_y + I_z = I_p \qquad (7.14)$$

айирсак

$$I_{y_1} - I_{z_1} = (I_y - I_z)\cos 2\alpha - 2I_{yz}\sin 2\alpha \qquad (7.15)$$

келиб чиқади.

(7.14) формуладан кўриниб турибдики, ўзаро тик ўқлар бурилганда бу ўқларга нисбатан олинган инерция моментларининг йиғиндиси ўзгармас миқдор бўлиб, қутб инерция моментига тенгдир. (7.15) муносабатдан у, z ва y_1 ва z_1 ўқларига нисбатан экваториал инерция моментлари маълум бўлган ҳолда y_1, z_1 ўқларга нисбатан олинган марказдан қочирма инерция моментини аниқлаш мумкин бўлади.

Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари

(7.11), (7.12) ва (7.13) формулалардан кўринадики, α бурчакнинг ўзгариши билан I_{y_1}, I_{z_1} ва $I_{y_1z_1}$ ларнинг миқдорлари ҳам ўзгаради.

Уларнинг бирор ҳолатидан кейин I_{y_1}, I_{z_1} миқдорлари экстремал қийматга эришиши мумкин. Бундай ҳолатга мос келадиган α нинг α_0 қийматини топиш учун (7.11) дан α бўйича ҳосила олиб нолга тенглаймиз:

$$\frac{dI_{y_1}}{d\alpha}=-2I_y\sin\alpha_0\cos\alpha_0+2I_z\sin\alpha_0\cos\alpha_0-2I_{yz}\cos 2\alpha_0=0$$

$$(I_z-I_y)\sin 2\alpha_0=2I_{yz}\cos 2\alpha_0, \qquad tg2\alpha_0=\frac{2I_{yz}}{I_z-I_y}, \qquad (7.16)$$

ҳосил бўлади.

Бу формуладан α_0 бир-биридан 90^0 га фарқ қилувчи икки қийматга эга бўлади. Бу қийматлар икки ўқнинг вазиятини аниқлайди: улардан бирига нисбатан инерция моменти максимал қийматга эга бўлса, иккинчисига нисбатан минимал қийматга эга бўлади. Бундай ўқлар ***бош марказий*** ўқлар деб, бу ўқларга нисбатан ҳисобланган инерция моментлари эса ***бош инерция моментлари*** деб аталади.

Агар бош ўқларни u ва v билан белгиласак, у ҳолда (7.14) ва (7.16) формулалардаги α бурчак ўрнига α_0 ни қўйиб, бош инерция моментларини топиш учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$I_u+I_v=I_y+I_z=I_p \qquad (7.14)$$

$$I_u-I_v=(I_y-I_z)\cos 2\alpha_0-2I_{yz}\sin 2\alpha_0. \qquad (7.15)$$

Марказдан қочирма инерция моменти I_{yz} нинг ифодасини (7.16) дан топиб (7. 15) формулага қўйиб, ҳосил бўлган тенгла-

мани (7.14) формула билан ҳадлаб қўшсак, u бош ўққа нисбатан олинган бош инерция моменти чиқади:

$$I_u=\frac{I_y+I_z}{2}+\frac{I_y-I_z}{2}\cos 2\alpha_0+\frac{I_y-I_z}{2}\frac{\sin^2 2\alpha_0}{\cos 2\alpha_0}=$$

$$\frac{I_y+I_z}{2}+\frac{I_y-I_z}{2}\cdot\frac{1}{\cos 2\alpha_0}.$$

Бу ердаги $1/\cos 2\alpha$ ни (7.16) формуладан фойдаланиб, қуйидаги ифода билан алмаштирамиз:

$$\frac{1}{\cos 2\alpha}=\pm\sqrt{1+tg^2 2\alpha_0}=\pm\sqrt{1+\frac{4I^2_{yz}}{(I_y-I_z)^2}};$$

у ҳолда

$$I_{\substack{u\\v}}=I_{\substack{max\\min}}=\frac{1}{2}\left[(I_y+I_z)\pm\sqrt{(I_y-I_z)^2+4I_{yz}^2}\right] \qquad (7.17)$$

бўлади.

Агар (7.13) формуладаги ишораларни бош ўқларга тегишли ишоралар билан алмаштирсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$I_{uv}=\frac{1}{2}(I_y-I_z)sin2\alpha_0\pm I_{yz}\ cos2\alpha_0=0$$

бундан (7.16) формула ҳосил бўлади.

$$tg2\alpha_0=\frac{2I_{yz}}{I_z-I_y}$$

Бу эса u ва v ўқлар бош ўқлар эканлигидан далолат беради. Демак, бош ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти нолга тенгдир (I_{uv}=0)

Шундай қилиб, бош ўқлар қуйидаги хусусиятларга эга бўлади:

1) бош ўқларга нисбатан ҳар доим $I_{uv}=0$;

2) бош ўқларга нисбатан инерция моментлари экстремал қийматга эга, яъни I_{max} , I_{min} га тенг.

Агар u ва v бош ўқлар кесимнинг оғирлик марказидан ўтса, улар марказий бош ўқлар дейилади.

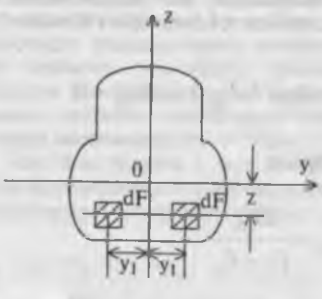
Агар текис шакл бирор симметрия ўқига эга бўлса, у ҳолда бу симметрия ўқи марказий бош ўқлардан бири бўлади, иккинчиси эса кесим марказидан унга тик йўналади. Дарҳақиқат, OZ ўқига нисбатан симметрик бўлган текис кесимнинг марказдан қочирма инерция моментини ҳисобласак,

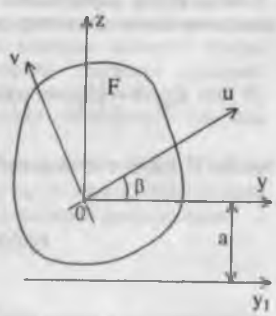
$$I_{yz} = \int_F y \cdot z\, dF = \int_{F_1} yz\, dF + \int_{F_2} y \cdot z\, dF,$$

F_1 ва F_2 юзалар oz ўқининг ўнг ва чап томонларида симметрик жойлашган, шу сабабли:

$$\int_{F_1} yz\, dF = -\int_{F_2} yz\, dF \quad \text{бўлади.}$$

Демак, марказдан қочирма инерция моменти нолга тенг: $I_{yz}=0$.





Шундай қилиб, кесим юзининг симметрик ўқи унинг бош ўқи бўлади. Агар бирор текис кесим юзи учун унинг бош ўқларига нисбатан инерция моментлари, яъни I_u, I_v маълум

бўлса, у ҳолда исталган марказий ўққа нисбатан инерция моментини топиш мумкин:

$$\begin{aligned} I_y &= I_u \cos^2\beta + I_v \sin^2\beta, \\ I_z &= I_u \sin^2\beta + I_v \cos^2\beta, \\ I_{yz} &= \frac{1}{2}(I_u - I_v)\sin 2\beta. \end{aligned} \qquad (7.18)$$

Агар oy_1 ўқи кесимнинг марказидан ўтмаса, у ҳолда oy ўқини унга параллел қилиб бурамиз ва кесим юзининг oy ўққа нисбатан инерция моментини қуйидаги формуладан аниқлаймиз:

$$I_{y_1} = I_y + a^2 F$$

Бунда I_y (7.18) формуладан аниқланади.

7. Текис кесим юзаларининг инерция радиуслари тўғрисида тушунча. Биз илгари экваториал инерция моментларининг умумий формуласини қуйидагича ёзган эдик:

$$I_y = \int_F z^2 dF.$$

z^2 ўрнига унинг ўртача қиймати r_y^2 ни қўйсак,

$I_y = \int_F z^2 dF = r_y^2 F$ бўлади. Шунга ўхшаш: $I_z = r_z^2\ F$, бунда

r_y ва r_z лар кесим юзасининг oy ва oz ўқларига нисбатан инерция радиуслари дейилиб, сантиметрларда ўлчанади. Демак, инерция радиусларини кесимнинг инерция моменти ва унинг юзаси орқали ифодалаш мумкин:

$$I_y = r_y^2\ F; \qquad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}};$$

$$I_z = r_z^2\ F; \qquad r_z = \sqrt{\frac{I_z}{F}};$$

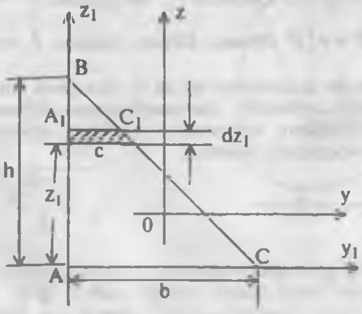
Худди шунингдек, бош ўқларга нисбатан ҳам:

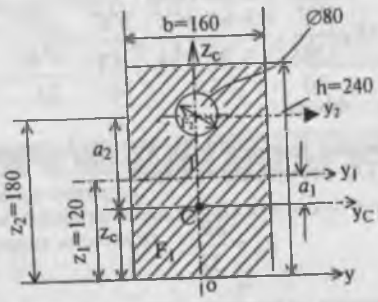
$$r_u = \sqrt{\frac{I_u}{F}}, \qquad r_v = \sqrt{\frac{I_v}{F}} \tag{7.19}$$

Бу бош инерция радиуслари ёрдамида берилган кесим учун инерция эллипсини чизиш мумкин. Бу эллипс ёрдамида берилган кесимнинг инерция моментини ҳар қандай ўққа нисбатан график усулда топиш мумкин. Эллипс контурига, кесимнинг инерция моменти топиладиган ўққа параллел равишда уринма ўтказилади. Бу уринма билан ўқ орасидаги масофани белгили масштабда топиб, унинг квадратини кесим юзасига кўпайтирилса, шу кесим юзининг талаб қилинган ўққа нисбатан инерция моменти ҳосил бўлади.

Масалалар.

1-масала. Тўғри бурчакли ABC учбурчак юзасининг катетларига параллел бўлган марказий оy ва оz ўқларига нисбатан марказдан қочирма инерция моментлари ва асосидан ўтувчи Ay_1 ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.





Ечиш: Аввало учбурчакнинг катетларидан ўтувчи ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментларини топамиз:

$$I_{y_1 z_1} = \int_F y_1 z_1\, dF, \ \textit{бунда} \quad dF = c \cdot dz_1$$

ABC ва A_1BC_1 учбурчакларнинг ўхшашлигидан

$$\frac{c}{в} = \frac{h - z}{h}; \qquad c = \frac{b}{h}\left(h - z_1\right) \text{ ни топамиз,}$$

бунда $\qquad y_1 = \dfrac{c}{2} = \dfrac{b}{2h}\left(h - z_1\right)$, бўлади, демак

$$I_{y_1 z_1} = \frac{b^2}{2h^2}\int_0^h \left(h - z_1\right)^2 z_1\, dz_1 = \frac{b^2}{2h^2}\left[\frac{h^4}{2} - \frac{2h^4}{3} + \frac{h^4}{4}\right] \quad \text{ёки}$$

$$I_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{24} \text{ бўлади.}$$

Марказий ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментини (6.10) формуланинг учинчисидан аниқлаймиз:

$$I_{yz}=I_{y_1 z_1}-a\cdot bF=\frac{b^2h^2}{24}-\frac{b}{3}\frac{h}{3}\frac{bh}{2}=\frac{b^2h^2}{24}-\frac{b^2h^2}{18}=-\frac{b^2h^2}{72}$$ *ёки*

$$I_{yz}=-\frac{b^2h^2}{72}$$ *бўлади*

Энди учбурчакнинг асосидан ўтган $AУ_1$ ўққа нисбатан инерция моментини (7.4) формуладан топамиз:

$$I_{y_1}=\frac{bh^3}{12}.$$

2-масала. Юқорида келтирилган кесим юзининг шу кесим оғирлик марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти аниқлансин. Ўлчамлар миллиметр ҳисобида берилган.

Ечиш: Кесим оғирлик марказининг координаталарини ихтиёрий олинган YOZ координаталар системасига нисбатан аниқлаймиз:

$$Z_C=\frac{\sum S_y}{\sum F}=\frac{F_1Z_1-F_2Z_2}{F_1-F_2}=\frac{24\cdot16\cdot12-\frac{3{,}14\cdot8^2}{4}\cdot18}{24\cdot16-\frac{3{,}14\cdot8^2}{4}}\cdot10^{-2}м=11{,}1\cdot10^{-2}м=11{,}1\,см$$

демак C (0; 11,1).

Тўғри тўртбурчакнинг у ўқига нисбатан инерция моментини аниқлаймиз:

$$I_y^I=I_{y_1}^I+F_1\cdot a_1^2=\frac{bh^3}{12}+bh\left(\frac{h}{2}-Z_C\right)^2=\frac{16\cdot24^3}{12}+16\cdot24\cdot0{,}9^2=18743\,см^4$$

$$I_y^{II}=I_{y_2}^{II}+F_2\,a_2^2=\frac{\pi d^4}{64}+\frac{\pi d^2}{4}(Z_2-Z_C)^2=\frac{3{,}14\cdot8^4}{64}+\frac{3{,}14\cdot8^2}{4}(18-11{,}1)^2=2593\,см^4$$

Ҳамма кесимнинг у ўқига нисбатан инерция моментини аниқлаймиз:

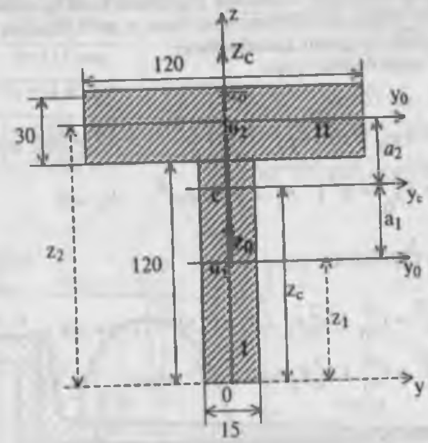
$$I_y=I_y^I-I_y^{II}=18743-2593=16150\,см^4.$$

Ҳамма кесимнинг z ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_z=\frac{b^3h}{12}-\frac{\pi d^4}{64}=\frac{24\cdot16^3}{12}-\frac{3{,}14\cdot8^4}{64}=7991\,см^4.$$

3–масала. Тавр шаклли кесим оғирлик марказининг координаталари ва бош инерция моментлари топилсин. Ўлчамлар мм ҳисобида берилган.

Ечиш. Берилган шакл мураккаб бўлгани учун уни икки тўғри тўртбурчакка ажратамиз.



Шаклнинг симметрия ўқи унинг оғирлик маркази с нуқтадан ўтади. Яъни, $y_c=0$ бўлади. Оғирлик марказининг координатаси z_c нигина z ўқидан ҳисоблаймиз:

$$z_C=\frac{\sum S_{yi}}{\sum F_i}=\frac{F_1\cdot z_1+F_2\cdot z_2}{F_1+F_2}==\frac{1{,}5\cdot12\cdot6+3\cdot12\cdot13{,}5}{1{,}5\cdot12+3.12}=11\,см.$$

Демак, с (0;11) бўлади.

У ва Z ўқлари бош ўқлар бўлади. Энди ҳар бир тўғри тўртбурчакнинг ўз марказий ўқига нисбатан инерция моментларини ҳисоблаймиз:

$$I^{I}_{y_0} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1{,}5 \cdot 12^3}{12} = 216\ см^4;\ I^{I}_{z_0} = \frac{b^3h}{12} = \frac{12 \cdot 1{,}5^3}{12} = 3{,}38\ см^4,$$

$$I^{II}_{y_0} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 3^3}{12} = 27\ см^4; \quad I^{II}_{z_0} = \frac{b^3h}{12} = \frac{3 \cdot 12^3}{12} = 432\ см^4$$

Тўртбурчакларнинг марказий ўқларини y_0 ва z_0 десак бўлади.

Ҳар бир тўғри тўртбурчакнинг бош y ва z ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисоблаймиз:

I тўғри тўрт бурчак учун:

$$I^{I}_{y} = I^{1}_{y_0} + a_1^{\ 2} F_1 = 216 + 5^2 \cdot 1{,}5 \cdot 12 = 666\ см^4;$$

$$I^{I}_{z} = I^{I}_{z_0} + b^2{}_1 \cdot F_1 = 3{,}38\ см^4; \quad b_1 = 0.$$

II тўғри тўртбурчак учун:

$$I^{II}_{y} = I^{II}_{y_0} + a_2^2 F_2 = 27 + (2{,}5)^2 \cdot 12 \cdot 3 = 252\ см^4,$$

$$I^{II}_{z} = I^{II}_{z_0} + b_2^2 F_2 = 432\ см^4;\ \text{чунки} \quad b_2 = 0$$

Кесимнинг бош инерция моментини ҳисоблаймиз:

$$I_y = I^{I}_{y} + I^{II}_{y} = 666 + 252 = 918\ см^4,$$

$$I_z = I^{I}_{z} + I^{II}_{z} = 3{,}38 + 432 = 435{,}38\ см^4.$$

Натижада шуни қайд қилиб ўтиш керакки, бош ўқ z кесимни ташкил этувчи тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқи билан устма-уст тушади, шу сабабли $b_1 = b_2 = 0$ бўлади.

4–масала. 24 номерли қўштавр билан $16^а$ номерли швеллердан ташкил топган кесим юзаси учун:

1) оғирлик марказининг координаталари аниқлансин;

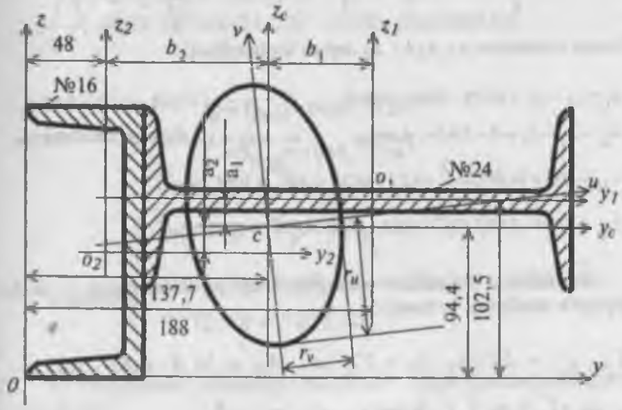
2) оғирлик маркази орқали ўтадиган y_c ва z_c ўқларга нисбатан экваториал ва марказдан қочирма инерция моментлари топилсин;

3) бош марказий ўқларнинг йўналиши аниқлансин;

4) бош марказий ўқларга нисбатан инерция моментларининг қиймати топилсин.

Зарур бўладиган қуйидаги маълумотларни жадвалдан оламиз:

Қўш тавр №24	*Швеллер №16а*
h=240 мм;	h=160 мм;
b=115 мм;	b=68 мм;
F_1=34,8 см²;	y_0=20 мм;
I_{y1}=198 см⁴;	F_2=19,5 см²;
I_{z1}=3460 см⁴	I_{y2}=823 см⁴ ,I_{z2}=78,8 см⁴.



Ечиш. Берилган кесимнинг оғирлик марказини y ва z ўқларга нисбатан аниқлаймиз:

$$z_c = \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2}{F_1 + F_2} = \frac{34,8 \cdot 10,25 + 19,5 \cdot 8}{54,3} = 9,44 см;$$

$$y_c = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_1 + F_2} = \frac{34,8 \cdot 18,8 + 19,5 \cdot 4,8}{54,3} = 13,77 см.$$

Топилган координаталарни қабул қилинган маълум масштабда чизмага қўйиб, оғирлик маркази с дан ўқлар ўтказамиз.

Кесим юзининг марказий y_c ва z_c ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз:

$$I_{y_c} = I_{y_1}^{I} + F_1 \cdot a_1^2 + I_{y_2}^{II} + F_2 \cdot a_2^2,$$

ва

$$I_{z_c} = I_{z_1}^{I} + F_1 \cdot b_1^2 + I_{z_2}^{II} + F_2 \cdot b_2^2;$$

бунда чизмадан a_1, a_2, b_1, b_2 ларни аниқлаймиз:

$a_1 = z_1 - z_c = 10,25 - 9,44 = 0,81 см;$ $b_1 = y_1 - y_c = 18,8 - 13,77 = 5,03 см,$

$a_2 = z_2 - z_c = 8 - 9,44 = -1,44 см;$ $b_2 = y_2 - y_c = 4,8 - 13,77 = -8,97 см,$

$$I_{y_c} = 198 + 34,8(0,81)^2 + 82,3 + 19,5(-1,44)^2 = 1084,27 см^4;$$

$$I_{z_c} = 3460 + 34,8(5,03)^2 + 78,8 + 19,5(-8,97)^2 = 5988,21 см^4.$$

Кесимнинг марказдан қочирма инерция моментини y_c ва z_c ўқларга нисбатан топамиз:

$$I_{y_c z_c} = F_1 \cdot a_1 \cdot b_1 + F_2 \cdot a_2 \cdot b_2 = 34,8 \cdot 0,81 \cdot 5,03 + 19,5(-1,44) \cdot (-8,97) = 421,72 см^4$$

Кесим марказий бош ўқларининг йўналишини (7.16) формула асосида топамиз:

$$tg\, 2\alpha_0 = -\frac{2 I_{y_c z_c}}{I_{y_c} - I_{z_c}} = -\frac{2 \cdot 421,72}{1084,27 - 5988,21} = 0,47$$

$$2\alpha_0 = 9^0 48', \qquad \alpha_0 = 4^0 54'.$$

α_0 бурчак марказий бош ўқ u нинг $\alpha_0 + 90^0$ бурчак эса марказий бош ўқ v нинг йўналишини аниқлайди.

Бош марказий u ва v ўқларга нисбатан бош инерция моментларини (7.17) формула асосида ҳисоблаймиз:

$$I_{uv} = I_{\max/\min} = \frac{I_{y_c} + I_{z_c}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_{y_c} - I_{z_c})^2 + 4 I^2_{y_c z_c}} = 3536,24 +$$

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{(-4903,94)^2 + 4(421,72)^2} = 3536,24 \pm 2487,07;$$

шундай қилиб,
$$I_u = I_{\max} = 6024,21 см^4$$
$$I_v = I_{\min} = 1048,27 см^4$$

$$I_u + I_v = I_{y_c} + I_{z_c}:$$

текшириш
$$6024,21 + 1048,27 = 1084,27 + 5988,21$$
$$7072,48 = 7072,48$$

Бу текшириш натижаси ҳисобнинг тўғри ўтказилганлигини кўрсатади.

Энди бош инерция радиусларини ҳисоблаймиз:

$$r_u = \sqrt{\frac{I_u}{F}} = \sqrt{\frac{6024,21}{54,3}} = 10,40 \text{ см}$$

$$r_v = \sqrt{\frac{I_v}{F}} = \sqrt{\frac{1048,27}{54,3}} = 4,93 \text{ см}.$$

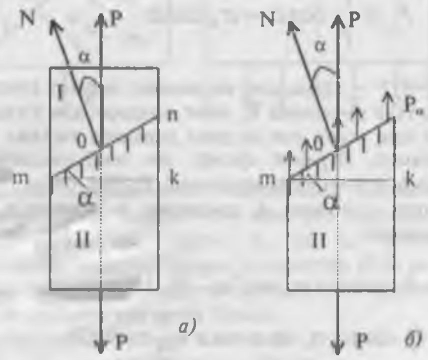
Энди инерция эллипсини чизиш мумкин, бунинг учун u ўқи бўйича r_v ни v ўқи бўйича r_u нинг қийматларини маълум масштабда қўйиб, чизмада кўрсатилган эллипс чизилади.

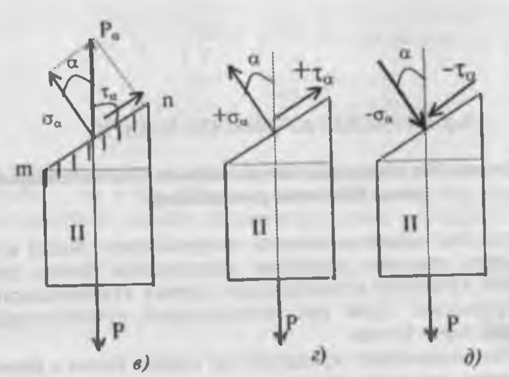
8-§ МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ

Оддий чўзилиш ёки сиқилишда стерженларнинг қия кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар

Чўзилган ёки сиқилган стержен материалининг ташқи кучлар таъсирига етарлича қаршилик кўрсатишини билиш учун унинг фақат кўндаланг кесимларидаги нормал кучланишларни, балки стерженнинг турли қия кесимларидаги кучланишларни ҳам аниқлаш зарур бўлади.

Чўзилган стерженнинг кўндаланг mk кесими билан α бурчак ҳосил қилувчи mn текислик ёрдамида шу стерженни кесамиз (чизма, а). mn қия кесимда ҳосил бўладиган кучланишларни аниқлаймиз. Кесилган қисмлардан II қисмини қолдириб (чизма, б), унинг мувозанатини текширамиз. Қия кесимнинг ташқи ON нормали стержен ўқи билан ҳам α бурчак ташкил қилиши аёндир. Стерженнинг mn кўндаланг кесим юзини эса F_α билан белгилаймиз. Ташлаб юборилган I қисмнинг II қисмига таъсирини P_α кучланиш орқали белгилаймиз.





P_α нинг қиймати қуйидаги формуладан аниқланади:

$$P_\alpha = \frac{P}{F_\alpha}, \quad лекин \quad F_\alpha = \frac{F}{\cos\alpha}$$

$$P_\alpha = \frac{P}{F}\cos\alpha = \sigma_0 \cos\alpha$$

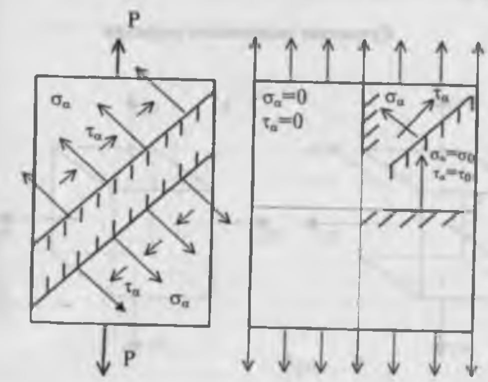
бунда $\sigma_0 = P/F$ — кўндаланг кесимнинг нормал кучланиши. α ўзгарганда тўла кучланиш P_α нинг миқдори ҳам ўзгаради. P_α кучланишни қия юзага тик ва унга параллел ташкил этувчиларга ажратамиз. Шундай қилиб, mn текисликдаги бирор нуқтага таъсир этувчи тўла кучланиш P_α бир-бирига тик иккита кучланиш — нормал σ_α кучланиш ва уринма τ_α кучланишга ажратилади:

$$\sigma_\alpha = P_\alpha \cos\alpha = \sigma_0 \cos^2\alpha, \quad (8.1)$$

$$\tau_\alpha = P_\alpha \sin\alpha = \sigma_0 \sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{2}\sigma_0 \sin 2\alpha \qquad (8.2)$$

Агар нормал кучланиш ташқи нормал бўйлаб йўналса мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади.

Агар ташқи нормални уринма кучланиш йўналишига томон қаратиш учун уни соат стрелкаси юришига қараб буришга тўғри келса, уринма кучланиш мусбат, акс ҳолда манфий олинади. Стержен материали бу икки кучланиш таъсиридан икки хил деформацияланади. Чўзилган стержендан иккита параллел текислик ёрдамида юпқа қатлам ажратамиз. Шаклдан кўринадики, нормал кучланиш қатламни чўзади, уринма кучланиш эса қия кесимларни бир-бирига нисбатан силжитади. Шундай қилиб, бу икки хил кучланишга икки хил деформацияни ***бўйлама*** деформация (узайиш ёки қисқариш) ва ***силжиш*** деформацияси тўғри келади.



Стержен материалининг емирилишга қанчалик қаршилик кўрсата олишини билиш учун mn қия кесимнинг вазиятига боғлиқ бўлган энг катта σ_α ва τ_α кучланишларнинг қийматларини аниқлаш лозим. Юқоридаги (8.1) ва (8.2) формулалардан кўринадики, $\cos\alpha = 1$ га, яъни $\alpha = 0^0$ бўлганда σ_α кучланишнинг қиймати энг катта бўлади.

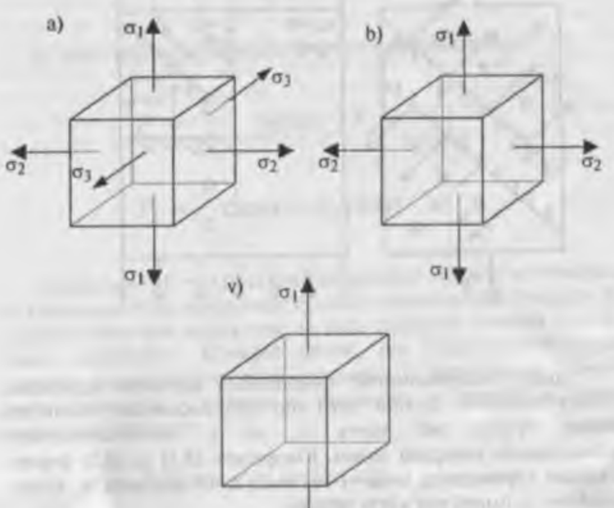
Уринма τ_α кучланиш эса $\sin 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 45^0$ бўлганда ўзининг энг катта қийматига эга бўлади.

Яъни, $\sigma_{\alpha_{max}} = \sigma_0 = \frac{P}{F_0}$; $\quad \tau_{\alpha_{max}} = \tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{P}{2F_0} = \frac{\sigma_0}{2}$.

Шундай қилиб, энг катта нормал кучланиш бу ҳол учун стерженнинг кўндаланг кесимига таъсир этади, унинг қиймати эса шу юзанинг нормал σ_0 кучланишига тенг бўлади. Энг катта уринма кучланиш стерженнинг кўндаланг кесими билан 45^0 бурчак ҳосил қиладиган қия юзаларда вужудга келади ва унинг қиймати энг катта нормал σ_0 кучланишнинг ярмига тенг бўлади. (қолган мулоҳазаларни чизмадан кўринг.)

Уринма кучланишлар нол бўлган юзалар бош юзалар дейилади. Бу юзаларга таъсир қилган нормал кучланишлар ***бош нормал кучланишлар*** деб аталади.

Кучланиш ҳолатининг турлари



а) Ҳажмий кучланиш ҳолат, б) текис кучланиш ҳолат, в) чизиқли кучланиш ҳолат

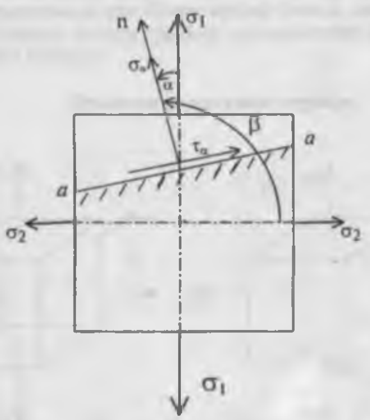
Бу ерда $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ деб қабул қилинган.

Масалан, учта бош кучланишнинг қийматлари:
+1000 кг.к/см^2
-600 кг.к/см^2
+400 кг.к/см^2 бўлса, у ҳолда,

σ_1=1000 кг.к/см^2, σ_2=400 кг.к/см^2, σ_3=-600 кг.к/см^2 бўлади.

9-§ ТЕКИС КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ

Текис кучланиш ҳолатида бўлган стержен материалининг мустаҳкамлигини текширишда стержендаги энг катта нормал ва уринма кучланишлар қийматларини аниқлаш зарур бўлади.



Ён томонларига бош кучланишлар таъсир этаётган тўғри бурчакли параллелепипед берилган бўлсин. Бу параллелепипеддан ташқи нормали n бўлган бирор *a-a* кесимни кўриб чиқамиз. Ташқи нормал σ_1 билан α ва σ_2 билан β бурчакларни ташкил этади.

Бу бурчаклар бир-биридан 90^0 га фарқ қилади. *a-a* юзага нормал σ_α кучланиш билан уринма τ_α кучланиш таъсир қилади. Бу кучланишларнинг ҳар бири σ_1 ва σ_2 бош кучланишларга боғлиқ бўлади. Уларнинг миқдорларини ҳар қайси бош кучланишларнинг таъсиридан ҳосил бўлган натижаларни қўшиш йўли билан биз юқорида кўрган (8.1) ва (8.2), формулаларга кўра

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 a + \sigma_2 \cos^2 \beta,$$

лекин $\beta=\alpha+90^0$ бўлгани учун

$$\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \qquad (9.1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2}\sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2}\sin 2\beta; \text{ бунда}$$

$$\sin 2\beta = \sin\left(180^0 + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha \text{ бўлгани учун ва}$$

$$2\beta = 180^0 + 2\alpha \text{ бўлгани учун } \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha \qquad (9.2)$$

α бурчак ҳамма вақт энг катта бош σ_1 кучланиш йўналишидан бошлаб ҳисобланади.

Юқоридаги формулаларга кўра,

$$cos\,\alpha = 1, \quad \alpha = 0^0 \quad да$$

$$\sigma_{\alpha=0^0} = \sigma_{max} = \sigma_1,$$

$$sin\alpha = 1, \quad яъни \;\; \alpha = 90^0$$

$$\sigma_{\alpha=90^0} = \sigma_{min} = \sigma_2.$$

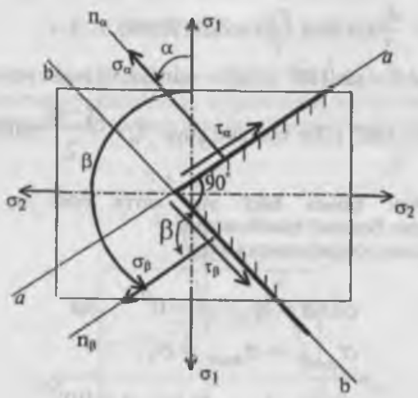
Шундай қилиб, нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари параллелепипед ўқларига параллел юзаларда ҳосил бўлади, уларнинг миқдорлари шу юзаларга таъсир қилган бош σ_1 ва σ_2 кучланишларга тенгдир.

(9.2) формулага кўра энг катта уринма кучланиш $\sin 2\alpha = 1$; $\alpha=45^0$ бўлганда ҳосил бўлади:

$$\tau_{max} = \tau_{\alpha=45^0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \qquad (9.3)$$

Демак, максимал уринма кучланиш ташқи нормали энг катта бош σ_1 кучланиш билан 45^0 бурчак ташкил қилган қия юзаларда ҳосил бўлади ва бош кучланишлар айирмасининг ярмига тенг бўлади.

Ташқи нормали n_α бўлган *a=a* қия юза учун чиқарилган (9.1) ва (9.2) формулалардан фойдаланиб бу юзага тик ва нормали n_β бўлган ***в-в*** қия юза учун ҳам кучланишларни аниқлаш мумкин.



Бу юзалар бир-бирига тик бўлгани учун $\beta=90^0+\alpha$ бўлади. У ҳолда, (9.1) формулага кўра.

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \cos^2\beta + \sigma_2 \sin^2\beta = \sigma_1 \cos^2\left(90^0+\alpha\right) + \sigma_2 \sin^2\left(90^0+\alpha\right); \quad (9.4)$$

яъни $\sigma_\beta - \sigma_1 \sin^2\alpha + \sigma_2 \cos^2\alpha$

(9.2) формулага асосан уринма кучланишни аниқлаймиз:

$$\tau_\beta = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\sin 2\beta = -\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\sin 2\alpha \qquad (9.5)$$

(9.1) ва(9.4) формулаларни ҳадлаб қўшсак,

$$\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1 + \sigma_2 = const \qquad (9.6)$$

келиб чиқади. Демак, ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишларнинг йиғиндиси бош кучланишларнинг йиғиндисига тенг бўлиб, ўзгармас миқдор экан.

Энди (9.2) ва (9.5) формулаларни таққосласак, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\tau_\beta = -\tau_\alpha \qquad (9.7)$$

Яъни, ўзаро тик икки юзанинг уринма кучланишлари бирбирига тенг бўлиб, йўналишлари қарама-қаршидир.

Хулоса: агар бирор юзада уринма кучланиш бўлса, унга тик юзада ҳам худди шундай уринма кучланиш мавжуд бўлиб, фақат қарама-қарши йўналган бўлади. Бу хулоса уринма кучланишларнинг ***жуфтлик қонуни*** дейилади.

Ниҳоят, (9.1) формуладан (9.4) формулани ҳадлаб айирсак,

$$\sigma_\alpha - \sigma_\beta = (\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha \qquad (9.8)$$

келиб чиқади. Бу формула бош кучланишларни топишда керак бўлади.

Бош кучланишлари ва бош юзаларнинг йўналишини аниқлаш

Энди тескари масалани кўриб чиқайлик. Параллелепипеднинг ёқларига нормал ва уринма кучланишлар таъсир этсин. Бош кучланишлар ва бош юзаларнинг йўнилишини аниқлаш керак. $\sigma_\alpha > \sigma_\beta$ деб фараз қиламиз. Бу масалани ечиш учун (9.2) ва (9.8) формулалардан α бурчакни йўқотиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2 = \left(\sigma_\alpha - \sigma_\beta\right)^2 + 4\tau_\alpha^2,$$

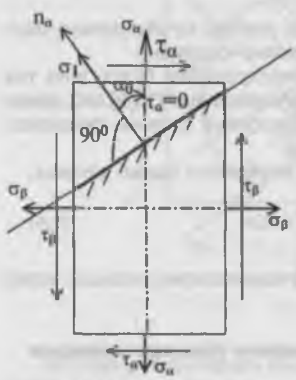
$$\text{бундан}\quad \sigma_1-\sigma_2 = \sqrt{\left(\sigma_\alpha-\sigma_\beta\right)^2+4\tau_\alpha^2} \qquad (a)$$

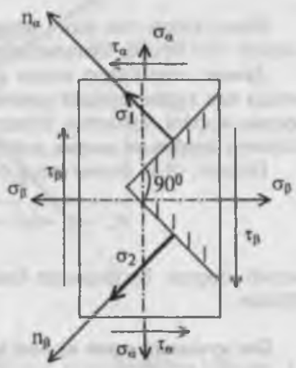
келиб чиқади.

Бу (а) ифода билан (9.6) ифодани ҳадлаб қўшсак ва айирсак қуйидагилар, яъни σ_1 ва σ_2 бош нормал кучланишлар ҳосил бўлади:

$$
\left.
\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \\
\sigma_2 &= \frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}
\end{aligned}
\right\} \qquad (9.9)
$$

Бунда σ_1 энг катта бош нормал кучланиш.





(9.2) ва (9.8) формулалардан фойдаланиб, бош юзаларнинг йўналишини аниқлаш формуласини ҳосил қиламиз:

$$
tg2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}. \qquad (9.10)
$$

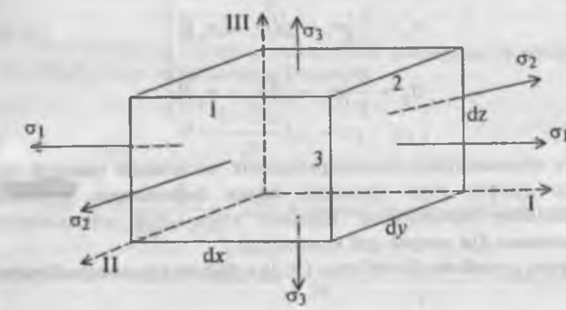
Бунда α_0 - бош юза нормалининг σ_α кучланиш йўналиши билан ҳосил қилган бурчаги. Бу ҳол тескари масала бўлганлигидан (9.10) тенгламанинг ўнг қисми олдига минус ишораси қўйилади.

(9.9) формуладан ўзаро 90^0 фарқ қилувчи иккита бурчак топилади. Улардан бири энг катта σ_1 бош кучланишни, иккинчиси эса σ_2 бош кучланиш таъсир қиладиган юзаларнинг йўналишларини кўрсатади.

10-§ ҲАЖМИЙ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИДАГИ ДЕФОРМАЦИЯ

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги параллелепипеднинг деформациясини текширамиз.

Томонларига I, II ва III ўқларга параллел йўналган бош кучланишлар қўйилган элементнинг деформациясини аниқлаш учун ҳар қайси бош кучланишдан ҳосил бўлган деформацияларни мустақил равишда топиб сўнгра уларни йиғамиз.



1-қирра σ_1 кучланиш таъсирида I ўқ йўналиши бўйича $\varepsilon_1^{I} = \frac{\sigma_1}{E}$ миқдорга узаяди. Худди шу 1 - қирра σ_2 кучланиш таъсиридан I ўқ йўналиши бўйича $\varepsilon_1^{II} = -\mu\frac{\sigma_2}{E}$ миқдорга қисқаради, чунки у бу кучланиш йўналишига нисбатан 1- қирра кўндаланг ўлчамдир. σ_3-кучланиш таъсиридан, 1- қирра I ўқ йўналиши бўйича $\varepsilon_1^{III} = -\mu\frac{\sigma_3}{E}$ миқдорга қисқаради.

Шундай қилиб, 1- қирранинг тўла нисбий чўзилиши қуйидаги формуладан топилади:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{I} + \varepsilon_1^{II} + \varepsilon_1^{III} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right].$$

Худди шундай муносабатларни 2 ва 3-қирралар учун ҳам ҳосил қилиш мумкин.

Натижада қуйидаги муносабатларга эга бўламиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right],\\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)\right],\\ \sigma_3 &= \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (10.1)$$

Бу муносабатлар пропорционаллик чегарасида ҳажмий кучланиш ҳолати учун ***кучланиш билан деформация*** орасидаги боғланишни ифодалайди. Шунинг учун (10.1) муносабатлар ***умумлашган Гук қонуни*** деб юритилади.

Текис кучланиш ҳолати учун (10.1) қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sigma_3=0 \text{ бўлиб, } \left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2),\\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1),\\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned}\right\} \qquad (10.2)$$

Бу формулалардан кўринадики, текис кучланиш ҳолатида ҳам учинчи бош кучланиш йўналиши бўйича ҳам деформация ҳосил бўлади.

Деформация натижасида ҳажмнинг ўзгариши

Деформация натижасида ҳажмнинг ўзгариши θ билан белгиланиб, қуйидагича аниқланади: $\theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{\Delta V}{V_0}$,

Бунда V_0 элементнинг деформациягача бўлган ҳажми,

V_1 – деформациядан кейинги ҳажми,

$V_0 = dx\,dy\,dz$,

$V_1 = (1+\varepsilon_1)dx\cdot(1+\varepsilon_2)\,dy\cdot(1+\varepsilon_3)dz = V_0(1+\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)$

Бу ерда юқори тартибли кичик миқдорлар ташлаб юборилди.

$$\text{Демак, } \theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \qquad (10.3)$$

Агар бу ерда ε_1, ε_2 ва ε_3 ларни (10.1) формуладаги ифодаларни қўйиб баъзи ихчамлашлар ўтказилса

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \qquad (10.4)$$

Агар $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ дай белгилаш киритсакда уни ҳажмий деформация модули десак ва $\sigma_{ўр} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ боғланишни эътиборга олсак, деформация натижасида ҳажмнинг ўзгариши ҳар бир бош кучланишга боғлиқ бўлмай, балки ўртача кучланишгагина боғлиқ бўлади.

Агар Пуассон коэффициенти μ=0,5 бўлса, элемент ҳажмининг ўзгармаслиги (10.4) дан кўриниб турибди.

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги деформациянинг потенциал энергияси

Бизга оддий чўзилиш ёки сиқилишда деформациянинг солиштирма потенциал энергияси $a = \frac{\sigma\cdot\varepsilon}{2}$ формула орқали аниқланиши маълум эди.

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги деформациянинг солиштирма потенциал энергияси ҳар қайси бош кучланишдан ҳосил бўлган деформациянинг солиштирма потенциал энергиялари йиғиндисига тенг:

$$a = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3\right), \qquad (10.5)$$

Бу ерда ε_1, ε_2 ва ε_3 лар учун (10.1)дан фойдаланайлик:

$$a = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\left(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3\right)\right] \qquad (10.6)$$

Ҳажмий кучланиш ҳолатида (10.6) элементда ҳосил бўладиган деформация шу элемент ҳажми ва шаклининг ўзгаришидан юзага келади. Шу сабабли, солиштирма потенциал энергияни ҳам

$$a = a_v + a_ш \qquad (10.7)$$

кўринишда ёзамиз. Худди шунингдек ҳар қайси бош кучланишни ҳам, яъни

$$\sigma_1 = \sigma_1^v + \sigma_1^ш,\ \sigma_2 = \sigma_2^v + \sigma_2^ш,\ \sigma_3 = \sigma_3^v + \sigma_3^ш \qquad (10.8)$$

дек қараш мумкин.

Мустаҳкамлик назариялари

Биз илгари оддий чўзилиш ёки сиқилишда стерженларнинг мустаҳкамлик шартини қуйидагича ёзган эдик:

$$\sigma_1 \le [\sigma]$$

Бунда мўрт материаллар учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = \dfrac{\sigma_м}{K_м}$ формуланинг, пластик материаллар учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = \dfrac{\sigma_{ок}}{K_{ок}}$ формуладан топилиши ўқтириб ўтилган эди.

Бу ҳолда $\sigma_м$ ва $\sigma_{оқ}$ ларни тажриба асосида аниқланиши мумкин. Лекин мураккаб кучланиш ҳолатида бундай тажрибалар ўтказилиши қийин бўлади.

Мустаҳкамлик шартларини тузишда учта бош кучланиш ва чекли $\sigma_м$ ёки $\sigma_{оқ}$ кучланишлар орасидаги функционал боғланиш турини аниқловчи гипотезаларга асосланади.

Мураккаб кучланиш ҳолатига тегишли бирор миқдорни чизиқли кучланиш ҳолати учун тажрибадан топилган тегишли миқдорлар билан солиштириш усулларини излаш керак бўлади; бу усулларни топишда юргизилган мулоҳазалар мустаҳкамлик назариялари дейилади. Бу назариялардан 4 тасини кўриб чиқайлик.

Мустаҳкамликнинг I назарияси

Бу назария XVII асрда Галилей томонидан таклиф қилинган. У энг катта нормал кучланиш назарияси ҳам деб аталади.

Бу назариянинг моҳияти шундай: мураккаб кучланишдаги жисмнинг хавфли ҳолати унда ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш шу жисм материалидан ясалган намунанинг оддий чўзилиш ёки сиқилишдаги хавфли ҳолатига тегишли нормал кучланишга етганда бошланади.

Демак, бу назарияга кўра, мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмнинг емирилиши қуйидаги шарт бажарилгандагина бошланади:

мўрт материаллар учун $\sigma_1 = \sigma_м$,

пластик материаллар учун $\sigma_1 = \sigma_{оқ}$,

бунда $\sigma_м$ – материалнинг чизиқли кучланиш ҳолатидаги мустаҳкамлик чегараси; $\sigma_{оқ}$ - оқувчанлик чегараси.

Жисмнинг мустаҳкамлик шартини ёзиш учун юқоридаги иккала формуланинг ўнг томонини эҳтиёт коэффициентига бўлиш керак;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_м}{к} \qquad ёки \qquad \sigma_1 \le [\sigma]$$

Мураккаб чўзувчи кучланиш ҳолатида бўлган ва мўрт материаллардан ясалган жисмлар учун I назария натижаларининг тўғри эканлиги тажрибада тасдиқланган.

Мустаҳкамликнинг II назарияси

Бу назарияни биринчи бўлиб Мариотт таклиф қилган. Иккинчи назария энг катта нисбий чўзилишга асосланган.

Бу назариянинг моҳияти қуйидагилардан иборат: мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмда хавфли ҳолат унинг энг катта нисбий чўзилиши (сиқилиши) шу жисм материалидан ясалган намунанинг оддий чўзилишидаги хавфли ҳолатига тегишли нисбий чўзилишга етганда бошланади.

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги энг катта нисбий чўзилиш ε_{max} (10.1) формулага кўра:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right]$$

Чизиқли кучланиш ҳолатида намунанинг емирилиш пайтидаги энг катта нисбий чўзилиши эса бундай ёзилади:

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma_M}{E}.$$

Шунинг учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) \le \left[\sigma\right]$$

Мустаҳкамликнинг III назарияси

Пластик ҳолатда бўлган ва емирилиши силжиш туфайли юзага келадиган материаллар учун биринчи ва иккинчи назариялар тўғри келмайди. Шу сабабли Кулон учинчи назарияни майдонга ташлади. Бу назарияга кўра, мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмга хавфли вазият ундаги максимал уринма кучланиш шу жисм материалидан ясалган намунанинг оддий чўзилишидаги хавфли вазиятга тегишли уринма кучланишга етганда бошланади.

Ҳажмий кучланиш ҳолатида максимал уринма кучланиш $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ формуладан, чизиқли кучланиш ҳолатида эса максимал уринма кучланиш $\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$ формуладан ҳисоблаб топилганлиги учун, учинчи назария қуйидагича ёзилади (иккала кучланиш ҳолатидаги пластик деформацияларнинг бошланиш даври):

$$\tau_{max} \le [\tau]$$

мустаҳкамлик шарти эса бундай бўлади:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \le \frac{\tau_m}{K} \quad ёки \quad \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma].$$

Учинчи назариянинг камчилиги шундаки, бу назарияда ҳам, биринчи ва иккинчи назариялар каби, жисмнинг тузилиши (структураси) ҳисобга олинмайди. Бундан ташқари, ўртанча кучланиш (σ_2) нинг таъсири ҳам ҳисобга олинмайди. Материалнинг ишлаш шароитини ўзгартирмай, σ_2 ни σ_1 билан σ_3 орасида истаганча ўзгартира берамиз, бу ҳол албатта шубҳа туғдиради. Бу назариянинг натижалари ҳам тажрибаларда кўпинча тасдиқланмайди.

Мустаҳкамликнинг IV назарияси

Бу назария жисмлар шаклининг ўзгаришидагина ҳосил бўлган деформациянинг солиштирма потенциал энергиясига асосланган бўлиб, у қуйидагича таърифланади: мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмда хавфли вазият ундаги деформациянинг солиштирма потенциал энергияси шу жисм материалидан ясалган намунанинг оддий чўзилишдаги хавфли вазиятига тегишли деформациянинг солиштирма потенциал энергиясига етганда бошланади.

Мураккаб кучланиш ҳолати учун деформациянинг солиштирма потенциал энергияси ([2], III, 25)формуладан, чизиқли кучланиш ҳолати учун эса ([2], II, 20) формуладан топилганлиги учун, бу назария формуласи қуйидагича ёзилади:

$$a_{max} \le [a],$$

$$\frac{1}{4E}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2] \le \frac{[\sigma^2]}{2E};$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]} \le [\sigma].$$

Бу боғланиш материалнинг емирилиш ҳолатини ифодалайди, чунки у материалда пластик деформация бораётган пайтга тўғри келади.

Тўртинчи назарияга кўра, мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]} \le [\sigma].$$

Тажрибалар шуни кўрсатадики, тўртинчи назария баъзи материаллар учун қаноатланарли натижалар беради. Бу назариядан хусусан пластик материаллар учун тўғри натижалар олинади. Аммо тўртинчи назарияда ҳам, учинчи назариядаги каби, камчилик бор: унда, биринчидан, материалнинг тузилиш хусусияти, иккинчидан эса жисм ҳажмининг эластик ўзгаришлари ҳисобга олинмайди.

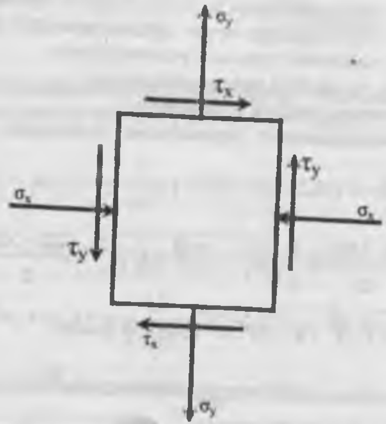
Сўнгги вақтларда мустаҳкамлик назарияларини ҳақиқатга яқинлаштириш соҳасига Давиденков Н.Н., Фридман Б.Я. ва Тарасенко И.Н. деган олимларнинг қилган ишлари диққатга сазовордир.

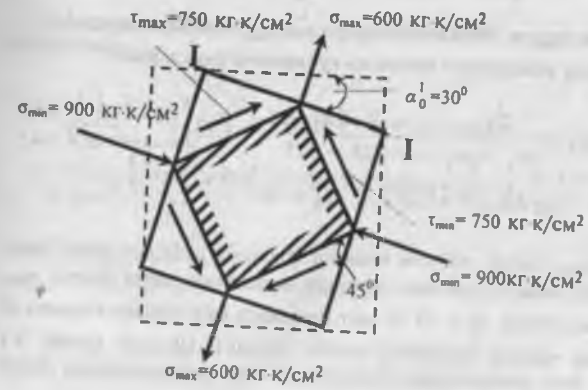
Текис кучланиш ҳолатининг анализи (таҳлили)

Чизмада кўрсатилган пўлат кубик текис кучланиш ҳолатида турибти.

Берилганлар:

$\sigma_1=\sigma_x=-525$ кг·к/см^2, $\tau_x=650$ кг·к/см^2,
$\sigma_3=\sigma_y=225$ кг·к/см^2, $\tau_y=650$ кг·к/см^2.





Қуйидагилар талаб қилинади:

1) бош кучланишларни ва бош юзаларни йўналишини;

2) бош кучланишлар ярим айирмаларининг энг каттасига тенг бўлган максимал уринма кучланишларни;

3) ε_x, ε_y, ε_z нисбий деформацияларни;

4) ҳажмнинг нисбий ўзгаришини;

5) деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини топиш.

Ечиш:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\cdot\tau_x{}^2} = \frac{225-525}{2} \pm$$

$$\pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(225+525\right)^2 + 4\cdot 650^2} = -150 \pm 750 \text{ бундан}$$

$$\sigma_{max} = +600 \text{кг.к}/\text{см}^2, \quad \sigma_{min} = -900 \text{кг.к}/\text{см}^2$$

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_x{}^2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(225+525\right)^2 + 4\cdot 650^2} = \pm 750$$

демак, $\tau_{max} = 750 \text{ кг}\cdot\text{к}/\text{см}^2$, $\qquad \tau_{min} = -750 \text{ кг}\cdot\text{к}/\text{см}^2$

Бош юзаларнинг ҳолатини қуйидагича аниқлаймиз:

$$tg\,2\alpha_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2\cdot 650}{-525 - 225} = -1{,}73 \qquad \begin{array}{|l} E = 2\cdot 10^6 \text{ кг}\cdot\text{к}/\text{см}^2 \\ \mu = 0.3 \end{array}$$

$$\text{ёки} \quad \left|tg\,2\alpha_0\right| = +1{,}73, \qquad \alpha_0^{\text{I}} = 30^0.$$

σ_{max} таъсир этаётган юзанинг ҳолатини аниқлаш учун, горизонтал юзани (қайсики, вертикал юзадагидан катта бўлган σ_{max} таъсир этган) $\alpha_0^{\text{I}} = 30^0$ га соат стрелкаси йўналишида бурамиз (у юзада уринма кучланиш мусбат бўлсин). Шундай қилиб, I-I бош юза (майдонча)ни аниқлаймиз. Унга перпендикуляр юзада σ_{min} таъсир этади.

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_x = \sigma_1, \quad \sigma_y = \sigma_2, \quad \sigma_z = \sigma_3 \\ \varepsilon_x = \varepsilon_1, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_2, \quad \varepsilon_z = \varepsilon_3, \end{array}\right\} \text{ бўлади.}$$

Энди нисбий деформацияни аниқлаймиз. Бизнинг масалада текис кучланиш ҳолати бўлгани учун $\sigma_z = \sigma_3 = 0$ бўлиб,

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2) = \frac{1}{2\cdot 10^6}(-525 - 0{,}3\cdot 225) = -0{,}3\cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1) = \frac{1}{2\cdot 10^6}\left[225 - 0{,}3\cdot(-525)\right] = +0{,}2\cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_3 = \frac{-\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) = -\frac{0{,}3}{2\cdot 10^6}\left[225 - 525\right] = +0{,}45\cdot 10^{-4}$$

Ҳажмнинг нисбий ўзгаришини аниқлаймиз:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1 - 2\cdot 0{,}3}{2\cdot 10^6}(-525 + 225) = -0{,}6\cdot 10^{-4}$$

Деформацияларнинг солиштирма потенциал энергиясини ҳисоблаймиз:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 + \sigma_3{}^2 - 2\mu(\sigma_1\cdot\sigma_2 + \sigma_1\cdot\sigma_3 + \sigma_2\cdot\sigma_3)\right] =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 2\cdot 10^6}\left[(-525)^2 + 225^2 - 2\cdot 0{,}3(-525\cdot 225 + 0 + 0)\right] = 1{,}1 \ \frac{\text{кг}\cdot\text{к}\cdot\text{см}}{\text{см}^3}$$

БИРИНЧИ ҚИСМ НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1-§ 1. Қандай деформация эластик ва қандай деформация пластик деб аталади?

2. Қандай икки хил деформацияни биласиз?

3. Ғўла ва стержен нима?

4. Қандай кесим кўндаланг кесим деб аталади?

5. Кесимнинг маълум нуқтасидаги кучланиш нима?

6. Қандай кучланиш нормал ва қандай кучланиш уринма деб аталади?

7. Кесиш усули нимадан иборат?

8. Қандай гипотезаларни биласиз?

9. Қандай юклар статик юклар деб аталади?

10. Қандай юклар динамик юклар деб аталади?

11. Кучланиш нима ва у қандай ўлчанади?

2-§ 1. Текис кесим гипотезаси нимадан иборат?

2. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси қайси ҳолда ҳосил бўлади?

3. Чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг исталган кесимларидаги бўйлама кучлар қандай топилади?

4. Бўйлама кучнинг эпюраси қандай ясалади?

5. Бўйлама куч билан нормал кучланиш орасидаги боғланишни ёзинг.

6. Абсолют чўзилиш нима?

7. Нисбий чўзилиш нима ва унинг ўлчамлиги қандай?

8. Гук қонуни нимадан иборат ва унинг математик ифодаси қандай ёзилади?

9. Чўзилиш ёки сиқилишдаги эластиклик модули нимани характерлайди?

10. Чўзилиш ва сиқилишдаги бикирликнинг ифодаси қандай?

11. Бикирлик коэффициенти нима?

12. Пуассон коэффициенти нима?

13. Юмшоқ пўлатнинг чўзилиш диаграммасида қандай характерли нуқталар бўлади?

14. Пропорционаллик чегараси, эластиклик чегараси, оқувчанлик чегараси ва мустаҳкамлик чегараси нима?

15. Чўзилиш диаграммасидан эластиклик модули қандай аниқланади?

16. Синалаётган намунада қай вақтда қия чизиқлар (Чернов чизиқлари) ҳосил бўлади?

17. Пластик ва мўрт материалларда қандай хоссалар бўлади?

18. Тугуннинг кўчишлари қандай топилади ва уларнинг формулалари қандай ёзилади?

19. Поғонали ғўлаларнинг юзлари қандай топилади?

20. Қандай куч статик куч деб аталади?

3-§ 1. Деформациянинг потенциал энергияси нима?

2. Поғонали ғўлаларда деформациянинг потенциал энергияси қандай топилади?

3. Стерженнинг оғирлиги ҳам ҳисобга олинганда унинг абсолют чўзилиши қандай топилади?

4. Қандай кучланиш рухсат этилган кучланиш деб аталади?

5. Рухсат этилган кучланиш пластик ва мўрт материаллар учун қандай топилади?

6. Эҳтиёт коэффициенти нима ва унинг миқдори қандай факторларга боғлиқ?

7. Қандай кесимлар хавфли кесим деб ҳисобланади?

8. Мустаҳкамлик шарти нима?

9. Чўзилишдаги мустаҳкамлик шарти бўйича қандай уч хил масалани ечиш мумкин?

10. Қандай масалалар статик аниқмас масалалар деб аталади?

4-§ 1. Статик аниқмас масалаларни ечиш тартиби қандай?

2. Қандай кучланишлар ҳароратнинг ўзгаришидан вужудга келадиган кучланишлар деб аталади?

3. Қандай ғўлалар чўзилишга ёки сиқилишга тенг қаршилик кўрсатувчи ғўлалар деб аталади?

4. Статик аниқмас қурилмалар кўтара оладиган юк қандай вақтда максимал қийматга етади?

5. Қандай юк чекли деб ва қандай юк чекли рухсат этилган юк деб аталади?

5-§ 1. Пластик материалларга мисоллар келтиринг.

2. Мўрт материалларга мисоллар келтиринг.

3. Эластиклик зонаси нима?

4. Оқувчанлик зонаси нима?
5. Мустаҳкамланиш зонаси нима?
6. Пропорционаллик чегараси нима?
7. Эластиклик чегараси нима?

6-§ 1. Текис шакл юзи оғирлик марказининг координаталари қандай формулалар ёрдамида топилади?
2. Ўзаро тик икки ўққа нисбатан инерция моментларининг йиғиндиси нимага тенг?
3. Қандай ўқлар бош ўқлар дейилади?
4. Шаклларнинг қандай марказий ўқлари бош ўқлар дейилади?
5. Шаклларнинг инерция моментлари қандай ўқларга нисбатан энг катта ва энг кичик қийматларга эга бўлади?
6. Учбурчакнинг ўз асоси орқали ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти нимага тенг?
7. Текис шаклларнинг марказий ўқларига нисбатан статик моментлари нимага тенг?
8. Статик момент ва инерция моментлар қандай ўлчовларда ифодаланади?
9. Қандай инерция моментлари манфий қийматга ҳам эга бўлади?
10. Экваториал ва марказдан қочирма инерция моментлари параллел ўқларга нисбатан қандай формулалар ёрдамида ҳисобланади?

7-§ 1. Тўғри тўртбурчакнинг асосига параллел бўлган марказий ўққа нисбатан инерция моменти қандай формуладан топилади?
2. Доира ва ҳалқанинг марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари қандай формулалар ёрдамида топилади?
3. Ўқлар α бурчакка бурилганда инерция моментлари қандай формулалар ёрдамида топилади?
4. Ўзаро тик ўқлар бурилганда бу ўқларга нисбатан экваториал инерция моментларини йиғиндиси ўзгармайдими?
5. Бош ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментлари нимага тенг бўлади?
6. Қандай ҳолларда бош ўқларнинг вазиятини ҳисобламай туриб топиб бўлади?
7. Бош ўқларнинг йўналишлари топиладиган формулани чиқаринг.
8. Бош инерция моментлари аниқланадиган формулани чиқаринг.
9. Текис шаклларнинг инерция моментлари формулалари билан текис кучланиш ҳолатидаги кучланиш формулалари орасида қандай ўхшашлик бор?

8-§ 1. Мураккаб кучланиш ҳолатининг қандай турлари бор?

2. Ҳажмий кучланиш, текис кучланиш ва чизиқли кучланиш нима?
3. Қия юзалардаги нормал ва уринма кучланишлар ишораларининг қоидасини айтиб беринг.
4. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни нимадан иборат?
5. Ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишларнинг йиғиндиси нимага тенг?
6. Ҳажмий ва текис кучланган стерженларнинг деформациялари қандай топилади?
7. Бош юзалар ва бош нормал кучланишлар нима? Бош юзалар бир-бирига нисбатан қандай йўналган бўлади?
8. Бош юзаларда уринма кучланишларнинг қиймати нимага тенг?
9. Бош нормал кучланишларнинг формуласини чиқаринг. Бош юзаларнинг йўналишлари қандай формуладан аниқланади?
10. Умумлашган Гук қонуни қандай ёзилади?

9-§ 1. Текис кучланиш ҳолати қандай ҳолат?
2. Текис кучланиш ҳолатида максимал ва минимал кучланишлар қачон вужудга келади?

10-§ 1. Ҳажмий кучланиш ҳолатида ҳажмнинг нисбий ўзгариши қандай ҳисоблаб топилади?
2. Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси нима ва у қандай қисмлардан иборат?
3. Жисм шаклининг ўзгаришида деформациянинг солиштирма потенциал энергияси қандай ёзилади, ўлчов бирлиги қанақа?
5. Кучланиш концентрациясининг назарий коэффициенти нима?
6. Кучланиш концетрацияси ҳосил бўлганда чўзилган стерженларнинг мустаҳкамлик шартини ёзинг.
7. Мустаҳкамликнинг биринчи назарияси қандай мулоҳазага асосланади ва унинг формуласи қандай ёзилади?
8. Мустаҳкамликнинг иккинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланади ва унинг формуласи қандай ёзилади?
9. Мустаҳкамликнинг учинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланади ва унинг формуласи қандай ёзилади?
10. Мустаҳкамликнинг тўртинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланади ва унинг формуласи қандай ёзилади?
11. Мустаҳкамлик назарияларининг қандай камчиликлари бор?

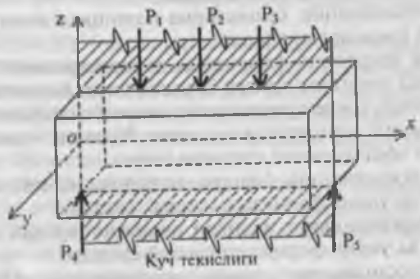
ИККИНЧИ ҚИСМ

1-§. ЭГИЛИШ. *Умумий тушунчалар*

Ғўлалар, кўпинча, ўз ўқидан ўтувчи бирор текисликда ётган кучлар ёки жуфт кучлар таъсирида бўлади ва бу кучлар системаси таъсирида эгилади (1.1-шакл)

Бундай кучлар таъсирида ғўланинг тўғри чизиқли геометрик ўқи эгри чизиққа айланади. Стерженнинг бундай деформацияси эгилиш дейилади. Эгилишга қаршилик кўрсатувчи ғўлалар ***тўсин*** деб аталади. Тўсин кесимида ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини аниқлаш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

Тўсинга қўйилган юклар унинг симметрия текислигида ётса, бундай эгилиш ***текис эгилиш*** дейилади. Акс ҳолда қийшиқ эгилиш содир бўлади.



1.1- шакл

Тўсинга қўйилган ташқи кучлардан ташқари, таянчларнинг ҳам тўсинга таъсири ташқи кучлар қаторига киради. Шунинг учун тўсинларни ҳисоблашни таянч реакцияларини аниқлашдан бошланади.

Тўсин таянчларининг турлари

Текисликда жойлашган тўсинларга оид таянчлар уч хил бўлади. Таянчларнинг бундай турларини биз назарий механика курсида батафсил ўрганиб чиққан эдик.

Улар қуйидагилар:

1) шарнирли қўзғалувчан таянч;
2) қўзғалмас шарнирли таянч;
3) қистириб маҳкамланган таянч.

Материаллар қаршилиги курсида кўриладиган масалалар статик аниқ ва статик аниқмас масалаларга бўлинади.

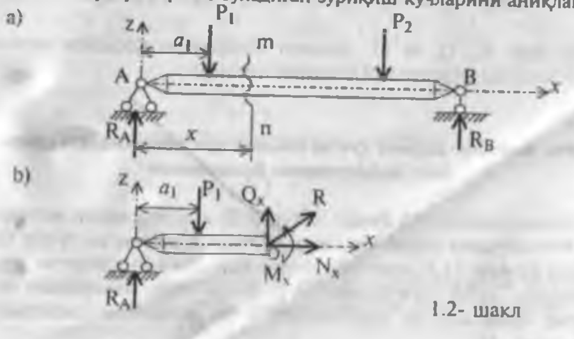
Агар тўсиннинг таянч реакциялари фақат статика тенгламалари ёрдамида аниқланса, бундай тўсинлар ***статик аниқ тўсинлар*** дейилади.

Агар номаълум реакциялар сони, шу тўсин учун тузилган статика тенгламалари сонидан ортиб кетса, у ҳолда, тўсинлар ***статик аниқмас тўсинлар*** дейилади. Бундай тўсинларнинг реакцияларини аниқлаш учун қўшимча тенгламалар (деформация тенгламалари) тузиш лозим бўлади.

ТЎСИНЛАРДАГИ ЗЎРИҚИШ КУЧЛАРИНИ АНИҚЛАШ

Эгувчи момент ва кесувчи куч

Тўсинларнинг турли кесимларидаги кучланишларни билиш учун аввал уларда ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини аниқлашни



1.2- шакл

ўрганамиз. Исталган кўндаланг кесимдаги ички кучларни билиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз, яъни тўсинни чап таянчидан x масофада mn текислик билан кесиб, уни икки бўлакка ажратамиз (1.2-шакл, а). Ажратилган қисмлардан бирини (масалан ўнг қисмини) ташлаб юбориб, қолган чап қисмининг мувозанатини текширамиз (1.2-шакл, в). Тўсиннинг кесимига ташлаб юборилган қисмнинг таъсирини ифодаловчи кучларни қўямиз, бу кучлар шу кесимдаги зўриқиш кучларига эквивалент бўлади. Текис система учун зўриқиш кучлари энг умумий ҳолда бир бош вектор (R) билан бир бош момент (M_x) дан иборат бўлади, бунда M_x- кучларни кесим марказига кўчиришда ҳосил бўлган жуфт кучларнинг моментларини алгебраик йиғиндиси. Зўриқиш кучларидан бирини ифодаловчи жуфт куч моменти ***эгувчи момент*** дейилади. Эгувчи моментни M_x билан белгилаймиз, зўриқиш кучини ифодаловчи бош вектор (R) ни вертикал Q_x билан горизантал N_x кучларга ажратамиз (1.2-шакл, в). Q_x кесувчи (кўндаланг) куч, N_x эса бўйлама куч дейилади. Бу кучларни аниқлаш учун тўсиннинг қолдирилган қисми мувозанатини текширамиз:

$$\Sigma X_K = N_x = 0 \text{ ёки } N_x = 0 .$$

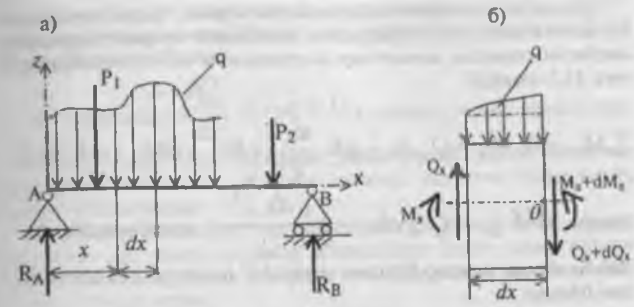
$$\Sigma Z_K = Q_x + R_A - P_1 = 0;\ Q_x = -R_A + P_1 \qquad (1.1)$$

$$\Sigma M_0 = R_A x - P_1(x - a_1) - M_x = 0;\ M_x = R_A x - P_1 (x - a_1).$$

Бу ерда N_x, Q_x ва M_x ларнинг ишоралари ҳақидаги чизмаларни доскада кўрсатилиб келишиб олинади.

Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал боғланишлар

Эгувчи момент M билан кесувчи Q куч орасидаги математик боғланишни кўриб чиқамиз. Ихтиёрий юкланган тўсин берилган бўлсин (1.3-шакл, а). Унинг ёйилган куч қўйилган участкасидан, яъни чап таянчидан x хамда $x+dx$ масофадаги кесимлар ёрдамида dx узунликдаги бир элементни ажратамиз (1.3- шакл, б)



1.3- шакл

Ажратилган dx элемент узунлиги чексиз кичик бўлганлиги учун ёйилган юкни текис тақсимланган деб қараш мумкин. Кесилган элементнинг чап кўндаланг кесимига тўсиннинг ташлаб юборилган қисми таъсирини $+Q_x$ куч ва $+M_x$ момент билан белгилаймиз. Элементнинг ўнг томонидаги кўндаланг кесимида M_x+dM_x ва Q_x+dQ_x зўриқиш кучлари таъсир қилади. Ажратилган элемент ўзига қўйилган ҳамма кучлар таъсирида мувозанатда туради (1.3-шакл,б).

Яъни,

$$\sum Z_k = 0;\ \ Q_x - qdx - (Q_x + dQ_x) = 0;$$

ёки

$$dQ_x = -qdx .$$

Бу тенгликдан қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\frac{dQ_x}{dx} = -q \qquad (1.2)$$

Демак, кесувчи кучдан абсцисса - x бўйича олинган биринчи ҳосила ёйилган куч интенсивлигининг тескари ишора билан олинган қийматига тенгдир.

Иккинчи мувозанат тенгламасини ёзамиз. Барча кучлардан бу элементнинг ўнг томонидаги кесимнинг огирлик марказига нисбатан олинган моментлар йиғиндисини нолга тенглаштирамиз. (1.3-шакл,б)

$$\sum M_0 = 0; M_x + Q_x dx - qdx\,\frac{dx}{2} - (M_x + dM_x) = 0; \quad (1.3)$$

бундан $dM_x = Q_x\,dx - q\frac{(dx)^2}{2};$ келиб чиқади, dx чексиз кичик миқдор бўлгани учун,$(dx)^2$ ни эътиборга олмасак ҳам бўлади.

У ҳолда $\frac{dM_x}{dx} = Q_x$ бўлади, (1.4)

яъни эгувчи моментдан x абсцисса бўйича олинган биринчи ҳосила текширилаётган кесимдаги кесувчи кучга тенгдир. Агар Q_x қийматини (1.4) дан (1.2)га қўйсак қуйидаги дифференциал тенглама келиб чиқади:

$$\frac{d^2M_x}{dx^2} = \frac{dQ_x}{dx} = -q, \quad (1.5)$$

яъни эгувчи моментдан x абсцисса бўйича олинган иккинчи ҳосила тақсимланган куч интенсивлигига тенгдир .

Бу дифференциал тенгламалар эгувчи момент ва кесувчи куч эпюраларини чизишда ва уларни текширишда муҳим аҳамиятга эга.

1. $\frac{dM_x}{dx} = Q_x$ нинг геометрик маъноси шуки, у M_x эпюрасини чегараловчи эгри чизиққа ўтказилган уринманинг абсциссалар ўқи билан ҳосил қилган бурчаги тангенсини ифодалагани учун нолдан катта, яъни $Q_x=tg\alpha>0$ бўлганда тегишли участкада эгувчи момент катталашади, аксинча $Q_x=tg\alpha\leq 0$ бўлган участкада эгувчи момент кичиклашади. Агар Q_x нолдан ўтиб, ўз ишораси-

ни (+) дан (-) га ўзгартирса бу нуқтада эгувчи момент максимум, аксинча минимум бўлади. Агар қаралаётган участкада $Q_x=0$ бўлса, $M_x=const$ бўлади.

2. Тўсиннинг $\frac{dQ_x}{dx} = -q = 0$, яъни $Q_x=const$ бўлган участкаларида Q_x нинг эпюраси абсциссалар ўқига параллел йўналган тўғри чизиқ, M_x нинг эпюраси эса оғма тўғри чизиқ билан чегараланган.

3. Тўсиннинг текис тақсимланган кучлар қўйилган участкаларида Q_x нинг эпюраси абциссалар ўқига оғма бўлган тўғри чизиқ, M_x нинг эпюраси эса квадратик парабола ёйи билан чегараланган.

Булардан ташқари, M_x ва Q_x эпюраларининг тўғри чизилганлигини билиш учун яна қуйидаги қоидаларга риоя қилиш лозим:

1) бир нуқтага қўйилган куч таъсир этган кесимларда Q_x нинг эпюраси шу куч миқдори қадар сакрайди, M_x нинг эпюрасидаги оғма чизиқ синади;

2) четки шарнирли таянчларда кесувчи куч таянч реакцияларига эгувчи момент эса нолга тенг бўлади. (Агар шу кесимларга жуфт қўйилмаган бўлса);

3) жуфт куч қўйилган кесимларда эгувчи момент эпюраси узилиб шу жуфт куч миқдори қадар сакрайди;

4) тўсиннинг (консолнинг) эркин учига жуфт куч қўйилмаган бўлса, эгувчи момент шу нуқтада нолга тенг бўлади, агар консол учига тўпланган куч ҳам қўйилмаган бўлса, у ҳолда шу нуқтада кесувчи куч ҳам нолга тенг бўлади;

5) қистириб маҳкамланган таянчларда кесувчи куч шу таянчнинг реакция кучига эгувчи момент эса шу таянчнинг реакция моментига тенг бўлади.

2-§ ЭГИЛИШДАГИ КУЧЛАНИШЛАР

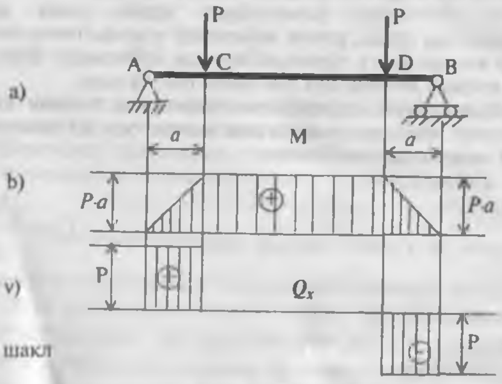
Соф эгилиш ва нормал кучланишни аниқлаш

2.1-шаклдаги тўсиннинг эгувчи момент ва кесувчи куч эпюраларини текшириб, қуйидаги хулосага келамиз (2.1-шакл, б,в)

1. Тўсиннинг СД участкасидаги эгувчи момент ўзгармас миқдор бўлиб, кесувчи куч 0 га тенг, тўсиннинг бу участкасидаги эгилиш ***соф эгилиш*** дейилади.

Демак, соф эгилишда тўсиннинг кўндаланг кесимларидаги эгувчи момент ўзгармас миқдорга эга бўлиб, кесувчи куч нолга тенг бўлади, бошқача айтганда, агар тўсиннинг кесимларида фақат ўзгармас эгувчи момент ҳосил бўлса, унда соф эгилиш содир бўлади.

2. Тўсиннинг АС ва ВД участкаларида эгувчи момент ўзгарувчан миқдор бўлиб, кесувчи куч нолга тенг эмас. Бу участкалардаги эгилиш ***кўндаланг эгилиш*** дейилади.

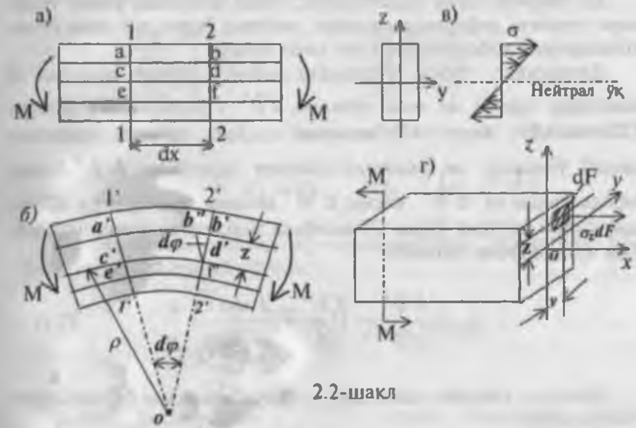


2.1- шакл

3. Тўсинга қўйилган кучлар тўсиннинг бош текисликларидан бирида ётгани учун унинг ҳамма участкаларида ***тўғри эгилиш*** содир бўлади.

Агар тўсиннинг икки учига унинг бош текислигида ётган бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган жуфт кучлар қўйилса, тўсин бу ҳолда ҳам соф эгилиш ҳолатида бўлади (2.2-шакл,а). Бу соф эгилишда ҳосил бўладиган нормал кучланишни аниқлаймиз.

Тўсин эгилгандан кейин унинг кўндаланг кесимидаги зўриқиш кучларининг тақсимланиш қонуни статика тенгламаларининг ёлғиз ўзи билангина топиб бўлмайди. Шунинг учун бу масалани ечишда дефформация тенгламасини топамиз. Агар соф эгилган тўсиннинг бет томонига тўр чизилса (2.2-шакл,а), деформациядан кейин қуйидаги ҳодисалар намоён бўлади. (2.2-шакл,б).



2.2-шакл

1. Тўсинга чизилган 1-1 ва 2-2 тўғри чизиқлар деформациядан кейин ҳам тўғри чизиқлигича қолиб, фақат жуда кичик бирор $d\varphi$ бурчакка оғади. Демак, тўсиннинг деформациягача бўлган текис кўндаланг кесим юзи деформациядан кейин ҳам текислигича қолади. Бу ҳолат ***текис кесим*** ёки ***Бернулли*** гипоте-

2. Мувозанат тенгламаларининг (2) ва (3) си $\Sigma Y_к=0$, $\Sigma Z_к=0$ айниятга айланади, чунки $\sigma_z dF$ зўриқиш кучи оу ва оz ўқларга перпендикуляр йўналган.

Мувозанат тенгламаларининг (4) си $\Sigma M_x=0$, чунки $\sigma_z dF$ зўриқиш кучи *ох* ўқига параллелдир.

3. Мувозанат тенгламасининг (5) сини ёзамиз:

$$\sum_F M_y = 0; \qquad M - \int_F \sigma_z dF \cdot z = 0$$ бунда M – ташқи момент.

$$M = \int_F \sigma_z z \cdot dF$$

Энди бу тенгламага σ_z нинг кийматини (2.2) формуладан келтириб қўйсак, қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$M = \frac{E}{\rho}\int_F z^2 dF \quad ёки \quad M = \frac{E}{\rho} I_y,$$

бундан

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y} \qquad (2.3)$$

Бу ерда $I_Y = \int_F z^2 dF$ - кўндаланг кесимнинг 0у нейтрал ўққа нисбатан олинган ***инерция моменти,*** $\frac{1}{\rho}$ — нейтрал текисликнинг эгрилигини ифодалайдиган миқдор, EI_y- эгилишдаги бикирлиги.

Демак, тўсиннинг эгилган ўқининг эгрилиги эгувчи моментга тўғри пропорционал ва тўсиннинг бикирлиги EI_y га тескари пропорционалдир.

4. Мувозанат тенгламаларининг (6) сини текширамиз:

$$\Sigma M_z=0; \quad \int_F y\sigma_z dF = 0$$

Бунга σ_zнинг қийматини (2.2) дан келтириб қўйсак:

$$\frac{E}{\rho}\int_F y\, z\, dF = 0$$ ҳосил бўлади.

Аммо $\frac{1}{\rho} \neq 0$ демак , $\int_F yzdF = 0$ бўлади

Бу интеграл кўндаланг кесим юзасидан оу ва оz ўқларга нисбатан олинган марказдан қочирма инерция моментини ифодалайди, унинг нолга тенг бўлиши оу ва оz ўқларнинг бош (нейтрал) марказий ўқлар эканлигидан далолат беради. Демак, куч ётган текислик нейтрал қават текислигига тик бўлади. Ташқи момент M шу бош ўқларнинг биридан ўтган бош текисликда ётади.

Энди $\frac{1}{\rho}$ нинг қийматини (2.3) формуладан (2.2) формулага қўйиб , қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\sigma_z = E\frac{z}{\rho} = E\frac{zM}{EI_y} = \frac{M}{I_y}z; \quad \sigma_z = \frac{M}{I_y}z \qquad (2.4.)$$

Бу формула ёрдамида соф эгилган тўсиннинг кўндаланг кесимида ётган ҳар қандай нуқтанинг нормал кучланиши аниқланади. Бу формулани ***Бернулли*** ҳосил қилган.

Аммо кўндаланг эгилишда эгувчи момент тўсин узунлиги бўйича ўзгарувчан бўлганлиги учун кўндаланг эгилиш учун (2.4)формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_y}z \qquad (2.5)$$

бунда M_x- кучланиш топиладиган кесимдаги эгувчи моментдир.

2.3-шаклда турли шаклдаги кўндаланг кесим учун нормал кучланишнинг кесим баландлиги бўйича тақсимланиш қонуни кўрсатилган.

(2.3-шакл,а)да нейтрал ўққа нисбатан симметрик, (2.3-шакл,б) да эса носиметрик кесимлар учун нормал кучланишлар диаграммаси тасвирланган .

Нейтрал ўқдан бир хил узоқликда турган барча толаларнинг нормал кучланишлари бир хилдир.

Эгувчи момент мусбат бўлган ҳолда(биз текшираётган ҳол учун эгувчи момент манфийдир) тўсиннинг қабариқ томони пастга қараган бўлиб, юқоридаги толалар қисилади.

Энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади, уларнинг қийматини эса (2.4) формулага $z=z_{max}$ қўйиш билан аниқланади:

$$\sigma_{max}=\frac{M}{I_y}z_{max}$$

Бу ифоданинг махражидаги $\frac{I_y}{z_{max}}$ нисбатни W_y ҳарфи билан белгилаймиз.

$$W_y=\frac{I_y}{z_{max}} \qquad (2.6)$$

Буни эътиборга олсак, юқоридаги ифода бундай ёзилади:

$$\sigma_{max}=\frac{M_z}{W_y} \qquad (2.7)$$

бунда W_y- кўндаланг кесим юзининг нейтрал ўққа нисбатан қаршилик моменти, у (2.6) формуладан аниқланади.

Қаршилик моменти кўндаланг кесимнинг геометрик характеристикаларидан бири бўлиб, унинг миқдори эгилишда тўсинларнинг мустаҳкамлигини аниқлайди. Қаршилик моменти W_y узунлик ўлчовининг учинчи даражаси ($см^3$), ($М^3$) билан ўлчанади.

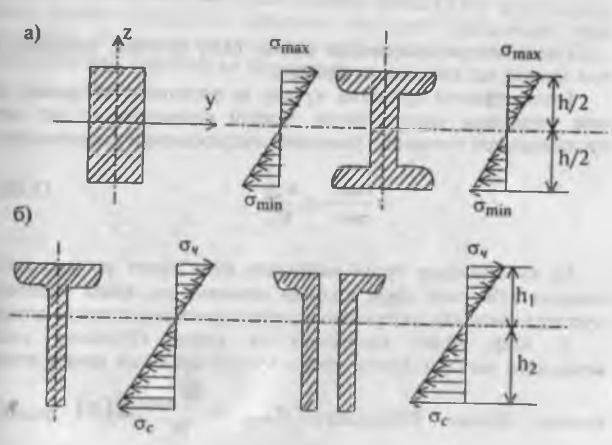
Тўсинларнинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлигини текшириш

Тўсин мустаҳкам бўлиши учун унинг хавфли кесимида ҳосил бўлувчи максимал нормал кучланишлар тўсин материали учун рухсат этилган кучланишдан ортиб кетмаслиги керак.

Агар тўсин чўзилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилик кўрсатувчи материаллардан ясалган ва кесим шакли нейтрал ўққа нисбатан (2.3.-шакл, а)даги каби бўлса, тўсиннинг мустаҳкамлик шарти (2.7) формулалар асосида бундай ёзилади:

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_y}\le[\sigma], \qquad (2.8.)$$

бунда $M_{мах}$ – тўсиннинг хавфли кесимидаги эгувчи момент, $[\sigma]$ – тўсин материали учун рухсат этилган кучланиш.



2.3- шакл

Агар тўсин материали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил қаршилик кўрсатадиган, чунончи, мўрт материалдан бўлса, кесим шакли нейтрал ўққа нисбатан носиметрик бўлса (2.3-шакл,б) тўсин чўзилувчи ва сиқилувчи зоналар учун алоҳида – алоҳида тузилиши керак:

$$(\sigma_{max})_ч = \frac{M_{max}}{W_1} \le [\sigma_ч],$$
$$(\sigma_{max})_c = \frac{M_{max}}{W_2} \le [\sigma_c], \qquad (2.9)$$

Бунда $\sigma_ч$ – чўзилишдаги нормал кучланиш,

σ_c – сиқилишдаги нормал кучланиш.

(2.9) формулалардаги келтирилган қаршилик моментлари қуйидагича формулалар ёрдамида аниқланади(2.3-шакл,б):

$$W_1 = \frac{I_y}{h_1} \text{ ва } W_2 = \frac{I_y}{h_2}.$$

Тўсиннинг мустаҳкамлик шарти (2.8) га кўра, қуйидаги уч хил масала ҳал килиниши мумкин:

1.Агар тўсинга қўйилган кучлар ва тўсиннинг кўндаланг кесим ўлчамлари маълум бўлса, хавфли кесимларнинг энг катта кучланишлари топилиб, тўсиннинг мустаҳкамлиги текширилади:

$$\sigma_{min}^{max} = \pm \frac{M_{max}}{W_y} \qquad (2.10)$$

Бу кучланишлар тўсин материали учун рухсат этилган кучланишдан ±5% гина фарқ қилиши мумкин, акс ҳолда тўсиннинг мустаҳкамлиги ёки материалнинг тежалиши таъминланмай қолади.

2. Агар тўсин материали ва унинг кўндаланг кесим ўлчамлари маълум бўлса, тусин кўтара оладиган кучни топиш мумкин бўлади. Юқоридаги $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_y} \le [\sigma]$ формула асосида M_{max} ни ҳисоблаш керак:

$$M_{max} \le [\sigma]\, W_y \qquad (2.11)$$

Хавфли кесимнинг эгувчи моменти M_{max} ни тўсинга қўйилган кучлар билан боғлаб, қўйилиши мумкин бўлган ташқи кучлар аниқланади.

3.Агар тўсин материали ва унга қўйилган кучлар маълум бўлса, тўсиннинг мустаҳкамлигини таъминловчи кўндаланг кесимни танлаш ва унинг ўлчамларини топиш учун (2.8) формуладан қаршилик моментини аниқлаш керак:

$$W_y \ge \frac{M_{max}}{[\sigma]}. \qquad (2.12)$$

Топилган қаршилик моменти бўйича кесимнинг шаклига қараб, юқоридаги формулага шу шакл қаршилик моментининг геометрик ифодаси қўйилади ва ундан керакли ўлчамлар аниқланади.

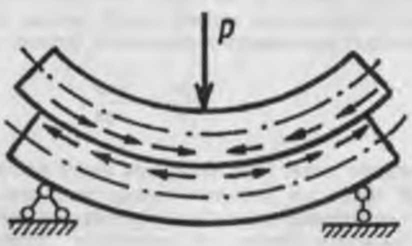
Агар тўсин прокат пўлатдан ясалган бўлса (2.12) формуладан ҳосил бўлган қаршилик моменти W_y нинг қийматига кўра тўсиннинг кўндаланг кесим ўлчамлари навлар жадвалидан олинади (қўштавр, швеллер ва бошқалар).

3-§ КЎНДАЛАНГ ЭГИЛИШДАГИ УРИНМА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Биз илгари соф эгилишни текширдик, бу ҳолда тўсиннинг кесимларида фақат эгувчи момент ҳосил бўлишини кўрган эдик. Энди тўсиннинг кўндаланг эгилишини текширамиз. Бу ҳолда тўсиннинг кўндаланг кесимларида эгувчи момент билан бирга кесувчи куч ҳам ҳосил бўлишини кўрган эдик.

Тўсин кесимларидаги эгувчи момент таъсиридан шу кесимларда (2.5) формула ёрдамида топиладиган нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Тўсиннинг кесимларидаги кесувчи кучлар эса шу кесимда уринма кучланиш ҳосил қилади, уринма кучланишларнинг жуфтлик қоидасига кўра, бундай уринма кучланишлар тўсиннинг нейтрал қаватига параллел бўлган кесимларда ҳам ҳосил бўлади деган хулосага келамиз.

Кейинги мулоҳазани қуйидаги оддий тажриба тасдиқлайди.

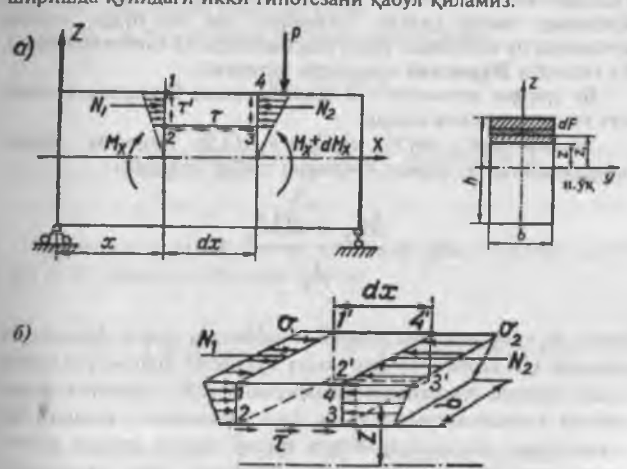


3.1-шакл

Иккита мустақил ғўлани икки таянчга устма-уст қўйиб, ўртасига қўйилган P куч билан эгамиз (3.1-шакл). Бу ҳолда ҳар қайси ғўла мустақил равишда эгилиб, оқибатда уларнинг устки

толалари сиқилади, остки толалари чўзилади, бунда уларнинг учларига оид кўндаланг кесим текислиги синиб, поғонали текисликка айланади. Бу ҳол ғўлаларнинг бир-бирига нисбатан бўйлама томонга қараб силжишидан далолат беради.

Шу икки ғўла яхлит бўлса, унинг учларига тегишли кесим поғона ҳосил қилмайди. Бу тажрибадан равшан кўринадики, тўсиннинг бўйлама текисликлари юзида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари силжишга қаршилик қилади. Шаклда бу зўриқиш кучлари стрелкалар билан кўрсатилган. Бундай бўйлама силжишлар айниқса ёғоч тўсинларнинг эгилишида яққол намоён бўлади, чунки ёғоч тўсин бўйлама ёрилишга заиф қаршилик кўрсатади. Шунинг учун эгилган тўсинларнинг кесимларида уринма кучланишларнинг пайдо бўлишига ишонч ҳосил қилингандан кейин уларнинг миқдори ва кесим юзаси бўйича тақсимланиш қонунларини аниқлашга киришамиз. Бунинг учун эни у қадар кенг бўлмаган тўғри тўртбурчак кесимли оддий тўсинни кўриб чиқамиз (3.2-шакл, а). Бу масалани текширишда қуйидаги икки гипотезани қабул қиламиз:



Нейтрал қатлам

3.2-шакл

1) кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган уринма кучланишлар кесувчи кучга параллел йўналган бўлади.

2) кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан тенг масофада турган барча нуқталарнинг уринма кучланишлари тенг, яъни улар кўндалнг кесим эни бўйича текис тақсимланади. Тўсиндаги x масофада узунлиги dx, эни тўсин энига тенг бўлган 1234 элемент ажратамиз ва бу элементни фазода тасвирлаймиз (3.2-шакл,б).

Бу элемент томонларига қуйидаги кучлар таъсир қилади: элементнинг 1234 томонида нормал σ_1 кучланиш ҳосил бўлиб, унинг қиймати (2.5) формуладан аниқланади

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_y} z, \qquad \text{(a)}$$

бунда M_x биринчи, яъни (1-2) кесимдаги эгувчи момент. Бундан ташқари яна шу кесимда ҳозирча номаълум бўлган τ уринма кучланиш таъсир қилади. Тўсиннинг эни тор бўлса, уринма кучланиш бу кенгликда текис тақсимланади (2-гипотезага кўра). Бу гипотеза **Журавский** томонидан айтилган.

Бу уринма кучланиш 1-2 кесимда ҳосил бўладиган кесувчи куч таъсирида юзага келади.

Элементнинг 344'3' томонига (2.5) формула билан аниқланадиган σ_2 нормал кучланиш таъсир қилади:

$$\sigma_2 = \frac{M_x + dM_x}{I_y} z \qquad \text{(б)}$$

бунда M_x+dM_x иккинчи, яъни 3-4 кесимдаги эгувчи момент. Бу кесимда ҳам кесувчи кучдан ҳосил бўладиган уринма кучланиш содир бўлади. Ажратилган элементнинг 322'3' томонига фақат уринма кучланиш таъсир этади. Бу кучланишнинг қиймати шу элементнинг вертикал томонига таъсир қилган уринма кучланишга тенг бўлиб, унга тескари йўналади. Энди ажратилган элементга оид мувозанат тенгламасини ёзиш учун, унга таъсир қилган зўриқиш кучларини ҳисоблаб оламиз. Ажратилган элементнинг 233'2' томонига таъсир қилган уринма зўриқиш кучларининг тенг таъсир этувчиси $T=\tau \cdot b \cdot dx$ га тенг. 122'1' томонига таъсир қиладиган нормал зўриқиш кучларининг тенг таъсир этувчиси эса

$$N_1 = \int_{F_{аж}} \sigma_1 \, dF.$$

Худди шунингдек

$$N_2 = \int_{F_{аж}} \sigma_2 \, dF$$

Интеграл кўндаланг кесим юзасидан ажратилган юза 122'1' ёки 344'3'юза бўйича олиниши керак.

Энди $\sum X_к=0$ мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$N_1 - N_2 + T = 0,$$

ёки $$\int_{F_{аж}} \sigma_1 \, dF - \int_{F_{аж}} \sigma_2 dF + \tau \, b dx = 0.$$

Бу тенгламадаги σ_1 ва σ_2 кучланишларнинг қийматларини (а) ва (б) ифодадан келтириб қўямиз:

$$\frac{M_x}{I_y} \int_{F_{аж}} z \, dF - \frac{M_x + dM_x}{I_y} \int_{F_{аж}} z \, dF + \tau \, b \, dx = 0$$

Бу тенгламадаги $\int_{F_{аж}} zdF = S_y^{аж}$ кўндаланг кесимдан ажратилган 121' 2' юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

Демак, $\frac{S_y^{аж}}{I_y}(M_x - M_x - dM_x) + \tau\, bdx = 0$ бўлади, бунда dM_x, тўсиннинг dx узунлигидаги эгувчи моментнинг орттирмасидир. Шундай қилиб,

$$S_y^{аж}\frac{dM_x}{I_y} = \tau\, b\, dx,$$

демак, $\tau = \frac{dM_x}{dx}\,\frac{S_y^{аж}}{bI_y}$ бўлади.

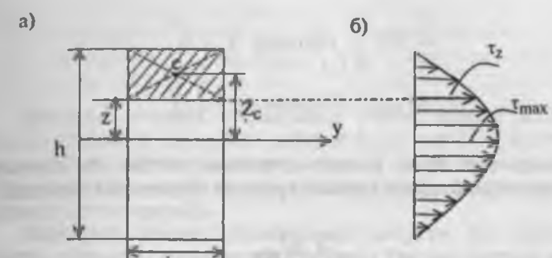
Бу формуладаги $\frac{dM_x}{dx} = Q_x$ бўлганлигидан

$$\tau = \frac{Q_x S_y^{аж}}{bI_y} \tag{3.1}$$

келиб чиқади, бунда τ- кўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги уринма кучланиш; Q_x - текширилаётган кўндаланг кесимдаги кесувчи куч; $S_y^{аж}$-кўндаланг кесимдан уринма_кучланиш топиладиган қатламдан юқорида жойлашган юзанинг_нейтрал ўққа нисбатан статик моменти; b-уринма кучланиш топиладиган қатламдаги кўндаланг кесим эни; I_y-кўндаланг кесимнинг инерция моменти. Бу формулани биринчи маротаба рус инженери Д.И. Журавский чиқарган, шунинг учун у ***Журавский*** формуласи деб аталади.

Тўғри тўртбурчакли кўндаланг кесимнинг баландлиги бўйича уринма кучланишнинг тақсимланиш қонунини текширамиз (3.3-шакл, а).

Уринма кучланиш фақат $S_y^{аж}$ га боғлиқ бўлиб, ҳар бир кесим учун Q_x, b ва I_y миқдорлари ўзгармас сон эканлиги (3.1) форму-



3.3-шакл

ладан кўриниб турибди, бунда $I_y = \frac{bh^3}{12}$ га тенг. Бинобарин, уринма кучланиш топилиши керак бўлган нуқтадан юқорида жойлашган юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини аниқлайди (3.3-шакл,а)

$S_y^{аж} = F_{аж}\, z_c$, бунда

$$z_c = z + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - z\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} + z\right),\quad F_{аж} = b\cdot\left(\frac{h}{2} - z\right).$$

Демак, $S_y^{аж} = b\left(\frac{h}{2} - z\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} + z\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)$

Бу формуладан кўринадики, τ-уринма кучланишнинг эпюраси параболадан иборат. Уринма кучланиш формуласини ёзамиз:

$$\tau_z = \frac{Q_x b\,\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right) 12}{bh^3\; 2b} = \frac{6Q_x}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)$$

$$z = \pm \frac{h}{2} \text{ бўлганда } \tau_z = 0$$

$$ва\ z = 0 \text{ бўлганда } \tau_z = \frac{3}{2}\frac{Q}{F}$$

Демак, энг катта уринма кучланиш нейтрал ўқ устидаги нуқталарда бўлиб, унинг қиймати қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q_{max}}{F} \qquad (3.2)$$

Тўсинларнинг мустаҳкамлигини уринма кучланишга нисбатан текшириш

Тўсин уринма кучланишга етарлича қаршилик кўрсатиши учун унда ҳосил бўладиган ***максимал*** уринма кучланиш тўсин материали учун рухсат этилган уринма кучланишдан ортиб кетмаслиги керак.

Шундай қилиб, тўсиннинг уринма кучланиш бўйича ***мустаҳкамлик шарти*** қуйидагича ёзилади:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}\, S_{max}}{b I_y} \le [\tau] \qquad (3.3)$$

бунда S_{max}- кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи юқорисидаги юзанинг мазкур ўққа нисбатан статик моменти; $[\tau]$ - материал учун рухсат этилган уринма кучланиш.

Бош кучланишлар. Тўсинларнинг мустаҳкамлигини бош кучланишлар бўйича текшириш

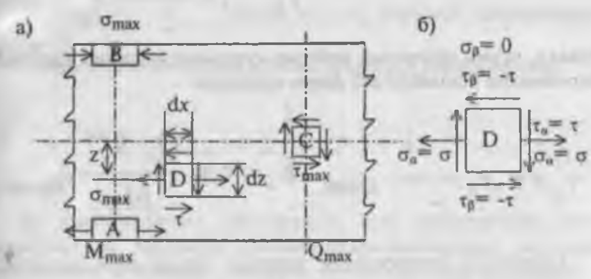
Биз тўсинларнинг мустаҳкамлигини нормал ва уринма кучланишлар бўйича ҳисоблаб келдик:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_y} \le [\sigma] \qquad (а)$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}\, S_{max}}{b\, I_y} \le [\tau] \qquad (б)$$

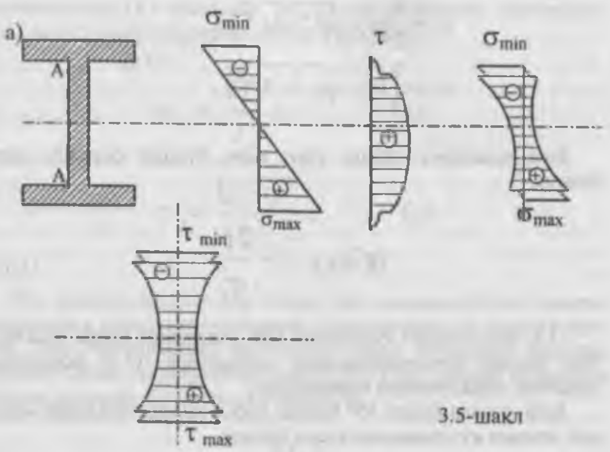
Максимал нормал кучланишлар эгувчи момент максимал бўлган кўндаланг кесимдаги нейтрал ўқдан энг узоқ нуқталарда ҳосил бўлади, бу элементлар шаклда А ва В ҳарфлари билан кўрсатилган (3.4-шакл, а), уларнинг мустахкамлиги (а) формула ёрдамида текширилади.

Максимал уринма кучланишлар кесувчи куч максимум бўлган кўндаланг кесимларнинг нейтрал ўқидаги нуқтада вужудга келади ва бу нуқтадаги С элемент соф силжиш ҳолатида бўлади. Бу элементнинг мустаҳкамлиги (б) формула ёрдамида текширилади. (3.4-шакл, а) да мустаҳкамлиги текширилаётган тўсиннинг олди томони кўрсатилган. Унда эгувчи момент максимум бўлган кундаланг кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар ҳосил бўлган А ва В элементлар билан бир қаторда кесувчи куч максимум бўлган кўндаланг кесимдаги соф силжиш ҳолатида С элемент кўрсатилган Бу элементларнинг ҳар бири оддий кучланиш ҳолатида бўлади, бинобарин, кўрсатилган элементлар тўсиннинг энг хавфли элементлари деб айтишга ҳеч қандай асос йўқ. Аммо нейтрал ўқдан z масофада турувчи бирор D элемент мураккаб кучланиш ҳолатида бўлади.



3.4-шакл

Шунинг учун бу элементга таъсир қиладиган нормал ва уринма кучланишлар гарчи баён этилган учта элементга таъсир нуқталарни шу билан бирга M_x ва Q_x лар биргаликда энг катта бўлган тўсин кесимларини излаш керак.



3.5-шакл

Масалан, қўштавр кесимли тўсин учун бундай нуқта унинг пастки ва устки токчалари билан деворни ажратувчи А нуқтага тўғри келади. (3.5-шакл,а). Бу шаклда қўштавр учун

$$\sigma_1=\sigma_{max},\ \sigma_3=\sigma_{min}\ ва\ \tau_{max},\ \tau_{min}$$

эпюралари ҳам кўрсатилган. Булар (3.4) ва (3.6) формулалар асосида чизилган.

(в) ва (г) формулалардан кўринадики, нормал σ кучланиш эгувчи момент M га уринма τ кучланиш кесувчи куч Q га боқлиқдир. Бинобарин, тўсин узунаси бўйича M_x билан Q_x нинг миқдори биргаликда ўзининг энг катта ёки унга яқинроқ қийматларига эришган кўндаланг кесимларни излаш керак.

Шундай қилиб, тўсинларнинг мустаҳкамлиги бош кучланишлар бўйича қуйидаги икки шарт бажарилган тақдирдагина текширилади:

1) тўсиннинг бирор кесимида эгувчи момент билан кесувчи куч биргаликда ўзининг энг катта ёки унга яқинрок қийматига эга бўлиши шарт;

2) тўсин кесимининг эни унинг устки ва пастки четига яқин ерда масалан, қўштавр каби кесимлардагидек кескин ўзгариши керак.

Тўсиндаги бош кучланишлар (3.4) формула асосида топилгандан кейин, унинг мустаҳкамлик шарти, мустаҳкамлик назарияларидан бири ёрдамида текширилади, масалан III назарияга кўра :

$$\sigma_1-\sigma_3\le[\sigma]\quad ёки\quad \frac{1}{2}[\,\sigma+\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}-\sigma+\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\,]\ \le[\sigma]$$

бундан қуйидаги чиқади

$$\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\le[\sigma] \qquad (3.7)$$

IV назарияга кўра

$$\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}\le[\sigma] \qquad (3.8)$$

Эгилишдаги потенциал энергия

Буралишдаги каби, соф эгилишда ва кўндаланг эгилишда ҳам деформацияни потенциал энергияси бўлади.

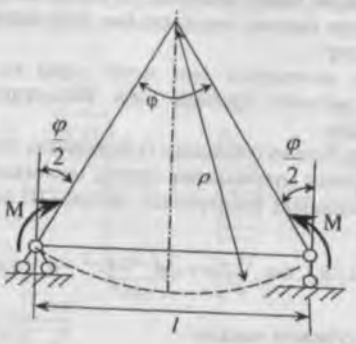
Биз биламизки, потенциал энергиянинг миқдори ташқи кучларнинг бажарган ишига тенгдир.

Соф эгилган тўсиннинг (3.6-шакл) учидан кўндаланг кесимларининг моменти M бўлган жуфт куч таъсиридан айланиш бурчаги θ ни аниқлаймиз:

$$\theta=\frac{\varphi}{2}=\frac{l}{2\rho},$$

бунда φ - радиус ρ билан эгилган тўсин ўқига тегишли ёйнинг марказий бурчаги.

Бу ҳолда :



3.6-шакл

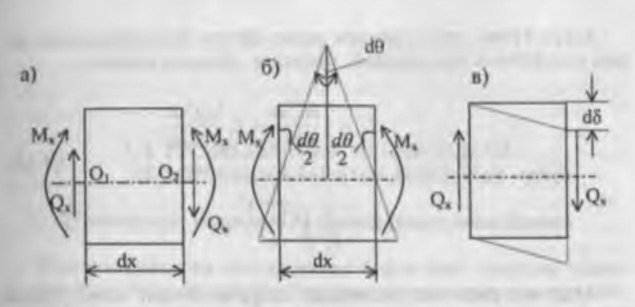
$$U = A_p = \frac{M\varphi}{2} = \frac{M^2 l}{2EI_y} = \frac{\varphi^2 EI_y}{2l} \text{ бўлади,}$$

чункИ $\varphi = \frac{l}{\rho}$ ва $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y}$; $\varphi = \frac{Ml}{EI_y}$.

Умуман айтганда, деформациянинг потенциал энергияси тўпланган ёки жуфт куч билан куч қўйилган кесимда шу куч йўналиши бўйлаб ҳосил бўлган тегишли кучиш орасидаги кўпайтманинг яримига тенг. $U = P\delta/2$, δ- кўчиш.

Кўндаланг эгилишда M_x эгувчи момент ўзгарувчи миқдордир. Бу ҳолда тўсиннинг ҳар бир кесимида эгувчи момент ва кесувчи куч ҳосил бўлади. Шунинг учун бутун тўсинни текширмай, унинг dx узунликдаги кичик бир элементини текширишга тўғри келади

(3.7-чизма а). Эгувчи момент таъсиридан элементнинг кесимлари айланиб, $d\theta$ бурчак ҳосил қилади (3.7-чизма б). Кесувчи куч элементни қийшайтиради (3.7-шакл в).



3.7-шакл

Одатда, уринма зўриқиш кучи бажарган иш нормал зўриқиш кучи бажарган ишга қараганда жуда кам бўлганлигидан, уни ҳозирча эътиборга олмаса ҳам бўлади.

Нормал зўриқиш кучидан ҳосил бўлган элементар ишни соф эгилишдагидек ҳисоблаш мумкин:

$$dU = dU_М + dU_Q = \frac{1}{2} M_x d\theta + \frac{1}{2} Q_x d\delta \quad \text{(a)}$$

бунда $d\theta$, $d\delta$ умумлашган кучишлар; бу умумлашган кўчишни шу кўчишга мувофиқ бўлган куч юзага келтиради. Масалан, чизиқли кўчишни тўпланган куч, бурчакли кўчишни эса жуфт куч ҳосил қилади. Демак, тўпланган ва жуфт кучлар умумлашган кучлардир. Умумлашган кўчишга кўпайтирганимизда иш миқдори Н·м да ҳосил бўлиши керак.

Шундай қилиб (а) формулага кирган

$$dU_М = \frac{1}{2} M_x d\theta = \frac{M_x}{2} \; \frac{M_x dx}{2EI_y} \quad ва \quad dU_Q = \frac{\tau^2 dx}{2G} dF,$$

$$dU_Э = \frac{(Q^2 S_y^{аж})^2}{2Gb^2 I_y^2} dx\,dF. \qquad (3.9)$$

Бутун тўсин учун кейинги ҳосил бўлган боғланишларни кесим юзи бўйича интеграллаб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$U = \int_0^a \frac{M_x^2 dx}{2EI_y} + K \int_0^a \frac{Q_z^2 dx}{2GE}, \tag{3.10}$$

бунда

$$K = \frac{E}{I_y^2} \int_F \frac{(S_y^{ax})^2}{b^2} dF$$

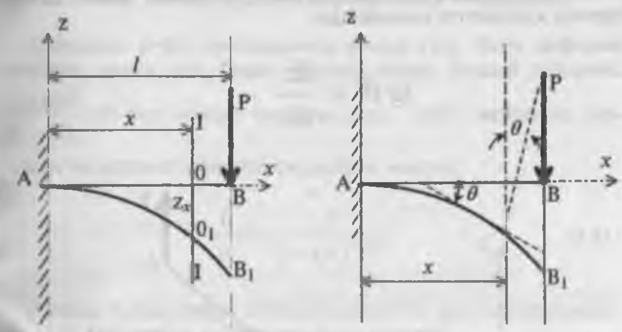
Агар юқорида айтганимиздек кесувчи кучдан ҳосил бўлган потенциал энергия эътиборга олинмаса:

$$U = \int_0^a \frac{M_x^2 dx}{2EI_y} \tag{3.11}$$

4-§ ТЎСИНЛАРНИНГ ЭГИЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯЛАРИНИ АНИҚЛАШ

Тўсинларнинг салқилиги ва кесимларнинг оғиш бурчаги

Тўсинга қўйилган кучлар унинг бирор бош инерция текислиги устида ётса, тўсиннинг ўқи ҳам шу текислик юзасида эгилади. Қуйидаги чизмада бир учи билан маҳкамланган ва эркин учига **P** куч қўйилган тўсиннинг эгилган ўқи катталаштирилиб кўрсатилган. Тўсиннинг маҳкамланган учидан x масофада турган кўндаланг кесимнинг оғирлик маркази O вертикал чизиқ бўйича O_1 нуқтага, B эса B_1 нуқтага кўчади.



4.1-шакл 4.2- шакл

Тўсиннинг кўндаланг кесими оғирлик марказининг тўсин ўқига тик йуналишда кўчиши (OO_1 ва BB_1) тўсиннинг шу кесимдаги ***салқилиги*** дейилади. Салқиликни z ҳарфи билан белгилаймиз. Ҳар бир кесимнинг аввалги вазиятига нисбатан бурилиш бурчаги θ шу кесимнинг ***айланиш бурчаги*** дейилади.

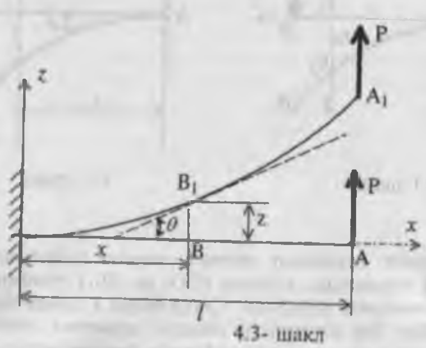
Амалий мақсадлар учун тўсиннинг ҳар қандай кесимидаги салқиликни ва кесимнинг айланиш бурчагини ҳисоблашга ўрганиш лозим, чунки бу билан бизга, бир томондан тўсиннинг бикирлигини текширишга имконият туғилса, иккинчи томондан ***статик аниқмас*** масалаларни ечишда қўшимча тенгламалар тузишга ёрдам беради.

Координаталар бошини тўсиннинг чап учига жойлаштириб абсциссалар ўқини ўнг томонга тўсин ўқи бўйлаб йўналтирамиз. Бу ҳолда тўсиннинг эгилган ўқи тенгламаси қуйидагича ифодаланади:

$$z = f(x) \tag{4.1}$$

Тўсиннинг эгилган ўқига B_1 нуқтада ўтказилган уринма абсциссалар ўқи билан ташкил қилган бурчаги кесимнинг айланиш бурчагига тенглигини юқорида қайд қилган эдик. Иккинчи томондан, бизга математикадан маълумки, $z=f(x)$ эгри чизиққа ўтказилган уринманинг абсциссалар ўқи билан ҳосил қилган бурчаги қуйидагича аниқланади:

$$tg\,\theta = \frac{dz}{dx} \tag{4.2}$$



4.3- шакл

Амалда тўсиннинг салқилиги унинг узунлигига нисбатан жуда кичик миқдор бўлганлигидан, θ бурчак, одатда, 1^0 дан катта бўлмайди. Бундай бурчак тангенсининг қиймати унинг ***радиан*** қийматига тенг, яъни $tg\theta=\theta$ деб олиш мумкин. Демак:

$$\theta = \frac{dz}{dx} = z' \tag{4.3}$$

бўлади, яъни кесимнинг айланиш бурчаги шу кесимдаги салқиликдан *x* бўйича олинган ҳосилага тенг.

Шундай қилиб, тўсин деформациясини текшириш унинг эгилган ўқи тенгламаси $z=f(x)$ ни аниқлашга келтирилади, салқилик тенгламасини дифференциаллаб, кесимнинг айланиш бурчагини топишимиз мумкин.

Эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси

Салқилик $z=f(x)$ тенгламасини тузиш учун тўсин деформациясини ташқи куч билан боғлаш керак, бундай боғланиш $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_y}$ ни биз илгари чиқарган эдик. Бизга математик анализдан чизиқнинг эгрилиги формуласи маълум:

$$\frac{1}{\rho} = \pm\frac{z''}{[1+(z')^2]^{3/2}} \tag{4.4}$$

Амалда θ жуда кичик бўлганлигидан $\theta=z'$ ни эътиборга олмасак (4.4) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{1}{\rho} = \pm Z''$$

Бу формуладаги $\frac{1}{\rho}$ нинг эгувчи момент орқали ифодасини қўйсак:

$$z'' = \pm \frac{M}{EI_y} \qquad (4.5)$$

Агар (4.4) ва (4.5) формулаларга биз илгари ҳосил қилган дифференциал боғланишларни солиштирсак, қуйидаги қатор дифференциал боғланишларни оламиз:

$$\theta = z',$$
$$\pm M = EI_y\, z'',$$
$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = (EI_y z'')', \qquad (4.6)$$
$$-q = \frac{dQ_x}{dx} = \frac{d^2 M_x}{dx^2} = (EI_y z'')''.$$

Агар тўсининг кўндаланг кесими ўзгармас бўлса,

$$\theta = z',$$
$$\pm M = EI_y\, z'',$$
$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = EI_y z''', \qquad (4.7)$$
$$-q = \frac{dQ_x}{dx} = \frac{d^2 M_x}{dx^2} = EI_y z^{IV}$$

келиб чиқади.

(4.7) формуладан кўринадики, ўзгармас кесимли тўсин текис ёйилган (q=const) куч билан юкланса,

$$z^{(IV)} = -\frac{q}{EI_y} \qquad (4.8)$$

Шундай қилиб, тўсиннинг эгилган ўқи бу ҳол учун тўртинчи тартибли эгри чизиқдир. Тўсиннинг *q=0* бўлган участкасида кўндаланг куч ўзгармас (*Q=const*) бўлиб, унинг эластик чизиғи 3-тартибли эгри чизиқ. Тўсиннинг *Q=0* бўлган участкасида эса *M=const* бўлиб, эластик чизиқ 2-тартибли эгри чизиқ бўлади.

(4.5) формула тўсин эгилган ўқининг **тақрибий тенгламаси** дейилади.

Соф эгилиш учун ёзилган (4.5) формулани кўндаланг эгилиш учун ҳам бемалол татбиқ этиш мумкин, шунинг учун уни қуйидагича ёзиш лозим:

$$z'' = \pm \frac{M_x}{EI_y} \qquad (4.9)$$

бу формуладаги M_x - ўзгарувчи миқдордир.

Бундан кейин ҳамма вақт z ни юқорига йўналтириб (4.9) формулани мусбат ишора билан оламиз. (4.9) формуладан салқилик тенгламаси (4.1)ни чиқариш учун уни икки маротаба интеграллаш лозим. Эгувчи момент M_x абсцисса *x* нинг функциясидир, шунинг учун (4.9) ни интеграллаймиз:

$$EI_y z = \int dx \int M_x dx + C \cdot x + D \qquad (4.10)$$

Шундай қилиб, кесимнинг айланиш бурчаги учун:

$$\theta_x = \frac{1}{EI_y}\left[\int M_x dx + C\right]$$

теглама, салқилик учун эса

$$z = \frac{1}{EI_y}\left[\int dx \int M_x dx + C \cdot x + D\right],$$

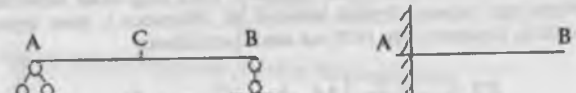
тенглама ҳосил бўлди.

Бу ердаги интеграл доимийлари C ва D ларни тўсин учларининг маҳкамланиш шартларидан, яъни масаланинг чегаравий шартларидан фойдаланиб аниқлаймиз.

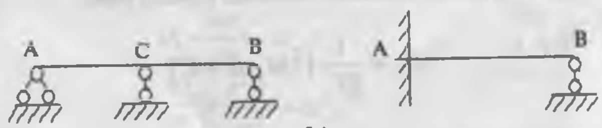
5-§ СТАТИК АНИҚМАС ТЎСИНЛАР

Таянч реакцияларини аниқлаш учун статика тенгламалари етарли бўлмаган тўсинлар **статик аниқмас** тўсинлар деб аталади. Бундай тўсинларда қўшимча таянчлар бўлади, натижада, "ортиқча" таянч реакциялари вужудга келади. С нуқтага қўшимча таянч қўйилиши билан тўсинлар статик аниқмас тўсинларга айланади.

Статик аниқ тўсинлар



Статик аниқмас тўсинлар



5.1-расм

Бундай тўсинларнинг таянч реакцияларини аниқлаш учун деформация ёки кўчиш тенгламалари деб аталадиган қўшимча тенгламалар тузилади.

Уларни тўсин деформацияларининг биргаликдаги шартидан олинади. Ҳар қайси "ортиқча" реакция битта қўшимча тенглама тузишни талаб қилади. Қўшимча тенгламалар сони тўсиннинг статик аниқмаслик даражасини белгилайди.

Масалани ечишда статик аниқланмайдиган тўсин хаёлан статик аниқланадиган тўсинга айлантирилади, бунинг учун қўшимча таянчлар олиб ташланади ва уларнинг таъсири номаълум реакциялар билан алмаштирилади. Ҳосил бўлган статик аниқ тўсин ***асосий система*** деб аталади. Шуни айтиш керакки,

асосий система бир неча усулда танланиши мумкин. Асосий система берилган системага мос келиши учун ортиқча реакцияни қўйилиш нуқтасининг кўчишига чек қўйилади. Математик тарзда ифодаланилган бу шарт қўшимча тенгламани беради. Масалани ечиш усули қуйидагича:

1. тўсинда вужудга келадиган реакциялар чизмада тасвирланади, статика тенгламалари тузилади ва улардан реакциялар аниқланади.
2. қолган реакциялар ичидан "ортиқча" ноъмалум реакция асосий системада тасвирланади.
3. асосий система ташқаридан берилган юк билан ва ортиқча ноъмалум реакция кучлари билан юкланади.
4. асосий система деформациясини чекловчи қўшимча шарт, яъни қўшимча тенглама ёзилади.
5. эгилишдаги кўчишлар универсал тенгламалари, Мор усули, Верешчагин қоидаси ёки бошқа усуллардан фойдаланиб, қўшимча тенглама ёзилади [2]
6. статика тенгламаларини қўшимча тенглама билан бирга ечилади ва тўсиннинг ноъмалум таянч реакциялари аниқланади.

Энди энг оддий статик аниқмас тўсинларни кўриб чиқайлик.

Универсал тенглама ёрдамида статик аниқмасликни очиш

Биз қуйида фойдаланадиган универсал тенгламалар умумий кўринишда қуйидагича бўлиб [2]:

$$z_x = f_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EIy}\left[\sum\frac{M(x-a)^2}{2} + \sum\frac{P(x-b)^3}{6} + \sum\frac{q(x-c)^4}{24} - \sum\frac{q(x-d)^4}{24}\right] \quad (5.1.)$$

Бундан бир марта ҳосила олинса, кесимнинг айланиш бурчаги тенгламаси чиқади:

$$\theta = z' = \theta_0 + \frac{1}{EIy}\left[\sum M(x-a) + \sum P\frac{(x-b)^2}{2} + \sum\frac{q(x-c)^3}{6} - \sum\frac{q(x-d)^3}{6}\right] \quad (5.2.)$$

(5.1.) ва (5.2.) формулалар ***универсал тенгламалар*** дейилади.

Агар тўсиннинг кординаталар бошидаги учи қистириб маҳкамланган бўлса, у ҳолда универсал тенгламанинг f_0 ва θ_0 ҳадлари нолга тенг бўлади. Агар оддий тўсин бўлса ёки унинг ўнг томонида консоли бўлса, координаталар бошидаги таянчда $f_0=0$ бўлади, θ_0 эса ўнг таянчнинг салқиликлари нолга тенглик шартидан аниқланади.

1-мисол. Статик аниқмас тўсиннинг таянчлар оралиғи ўртасига тўпланган куч F қўйилган (5.2-шакл, а). Q_x ва M_x эпюралари ясалсин.

Ноъмалум таянч реакциялар R_B, H_B, M_B, ва R_c

Тўсин бир марта статик аниқмас, шунинг учун битта қўшимча тенглама зарур.

Статика тенгламаларини тузамиз:

$$\Sigma X_k=0; \qquad H_B=0;$$
$$\Sigma Y_k=0; \qquad R_B+R_c-F=0;$$
$$\Sigma M_c=0; \qquad R_B l-M_B-Fl/2=0.$$

"Ортиқча" ноъмалум сифатида R_C реакцияни танлаймиз. Қўзғалувчан таянч C ни олиб ташлаб, асосий система деб бир учи қисилган ва иккинчи учи эркин тўсинни оламиз (5.2-шакл, б). Асосий системани берилган куч ва "ортиқча" номаълум реакция R_c билан юклаймиз. Қўшимча тенглама $y_c=0$ бўлади.

Қўшимча тенгламани ёзишда C нуқтадаги эгилиш ифодасини ёзамиз ва уни нолга тенглаштирамиз:

бундан:

$$x=l$$

$$y_c=\frac{l}{EI_z}\left[-\frac{M_B l^2}{2}+\frac{R_B l^3}{6}-\frac{F(l/2)^3}{6}\right]=0,$$

$$8R_B l-24M_B-Fl=0.$$

$$\begin{cases}8R_B\cdot l-24M_B-F\cdot l=0\\ 2R_B\cdot l-2M_B-F\cdot l=0\end{cases}$$ бу тенгламалардан

$$6R_B\cdot l=22M_B;\ R_B\cdot l=\frac{11}{3}M_B;\ \frac{88}{3}M_B-24M_B=Fl$$

бундан

$$M_B=\frac{3Fl}{16}.$$

Сунгра R_B ни топамиз:

$$R_B=\frac{11F}{16}.$$

Статика тенгламаси $\frac{11F}{16}+R_c-F=0$ дан ушбуни топамиз:

$$R_c=\frac{5F}{16}$$

Энди эгувчи момент M_x ва кўндаланг куч Q_x ларни эпюрасини чизамиз.

(5.2-чизма) га қаранг.

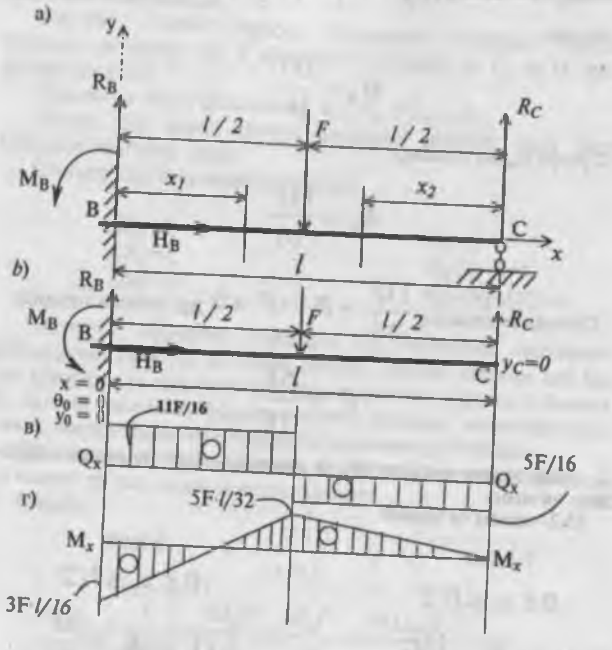
1-қисм

$$0\le x_1\le l/2$$
$$Q_{y_1}=R_B=\frac{11F}{16}$$
$$M_{x_1}=R_B x_1-M_B,$$
$$x_1=0;\ M_{x_1}=-\frac{3Fl}{16}$$
$$x_1=l/2;\ M_{x_1}=\frac{5Fl}{32}$$

2-қисм

$$0\le x_2\le l/2$$
$$Q_{y_2}=R_C=\frac{5F}{16}$$
$$M_{x_2}=R_C x_2,$$
$$x_2=0;\ M_{x_2}=0$$
$$x_2=l/2;\ M_{x_2}=\frac{5Fl}{32}$$

Энг катта эгувчи момент қисилган таянчда пайдо бўлади.

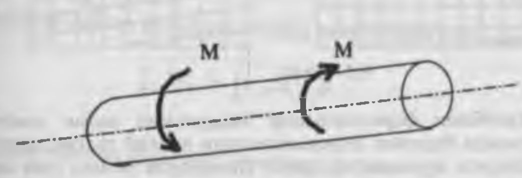


5.2-шакл

6-§ БУРАЛИШ

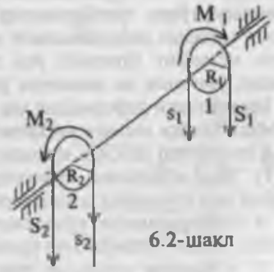
Ўқига тик текисликларда учларига тенг ва қарама-қарши йўналган моменти M бўлган жуфт кучлар қўйилган ғўланинг деформацияланиши ***буралиш*** деб аталади (6.1-шакл). Буралишда ғўланинг кўндаланг кесимларида буровчи моментлар T вужудга келади. Буралишга ишлайдиган тўғри ғўла ***вал*** деб аталади.

Подшипникларга таянадиган ва икки шкив маҳкамланган вални кўриб чиқамиз (6.2-шакл). Тасмали узатма орқали электр двигателга бириктирилган 1-шкив вални айлантиради, 2-шкив тасмали узатма орқали ҳаракатни дасгоҳга узатади. Тасмали узатма етакчи ва етакланувчи тармоқларининг тарангланиш кучлари ҳар хиллиги туфайли вал айланади.



6.1- шакл.

Тасма етакчи тармоғининг тарангланиш кучи S етакланувчи тармоғининг кучи s дан катта. Бу кучлар шкивларда ҳар хил томонга йуналган кучлар жуфти M ни вужудга келтиради:
1-шкивда $M_1=(S_1-s_1)\,R_1$,
2-шкивда $M_2=(S_2-s_2)\,R_2$
Шкивлар бир текис айланганда подшипниклардаги ишқаланишни ҳисобга олмаганда



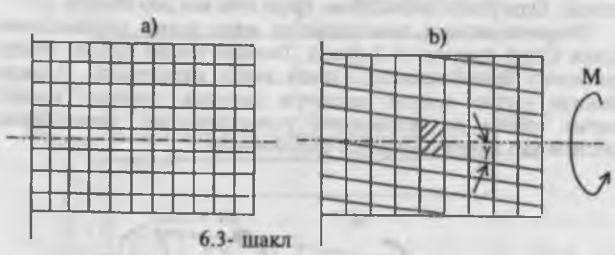
6.2-шакл

$$M_1 = M_2 = T.$$

Валнинг шкивлар орасидаги қисми буралади. Валнинг буровчи жуфт кучлар моменти ***буровчи момент*** деб аталади.

Доиравий кесимли валнинг буралишидаги кучланишларини аниқлаш

Буралишда ғўланинг кўндаланг кесимларида уринма кучланишлар τ таъсир қилади.



6.3- шакл

Ҳисоблаш формулаларини чиқаришдан олдин эластиклик чегарасида буралиш деформациясини амалий тадқиқ қилиш натижаларига мурожаат қиламиз. Цилиндрик резина ғўла сиртида бир хил тўғри тўртбурчаклардан иборат тўр чизамиз (6.3-шакл, а). Ғўла жуфт кучлар билан буралганда цилиндр ясовчилари бир хил бурчак γ га буралишини кўрамиз (6.3-шакл, б). Цилиндр сиртидаги тўғри тўртбурчаклар параллелограммларга айланади, бу эса силжиш деформацияси юз берганини кўрсатади. Бураладиган ғўланинг буралиш ўқи деб аталадиган ўқи тўғрилигича қолади, узунлиги ва диаметри ўзгармайди.

Буралишдаги деформация ҳар қайси кўндаланг кесимни ғўла ўқи атрофида бошқа кесимга нисбатан бирор бурчакка буришдан иборат.

Кузатишлар асосида қуйидаги фаразлар қабул қилинади:

1) ясси кўндаланг кесимлар деформациядан сўнг ҳам ясси ва ғўла ўқи кўндаланг кесимларга нормаллигича қолади;
2) деформацияда кўндаланг кесимларининг радиуслари бурилади, лекин тўғрилигича қолади;
3) кўндаланг кесимлар орасидаги масофа ўзгармайди.

Бу фаразлар буралишдаги формулаларни чиқаришни соддалаштиради.

Кучланишларни аниқлаш учун кесиш усули қўлланилади. Буралаётган ғўлани ўқига тик текислик 1-1 билан икки қисмга ажратамиз (6.4-шакл,а). Ўнг қисмини ташлаб юбориб, буровчи момент Т ни ташлаб юборилган қисмдан узатиладиган кесимда кучлар таъсиридаги чап қисмнинг мувозанатини кўриб чиқамиз (6.4-шакл,б). Кесим марказидан ρ масофадаги исталган нуқта атрофида элементар юзача dF ни ажратамиз. Юзачага қўйилган уринма кучланиш

$$dP = \tau_\rho \, dF \qquad (6.1)$$

бунда: τ_ρ кўрилаётган нуқтадаги уринма кучланиш.

dP куч кесим марказига нисбатан ҳосил қиладиган элементар момент:

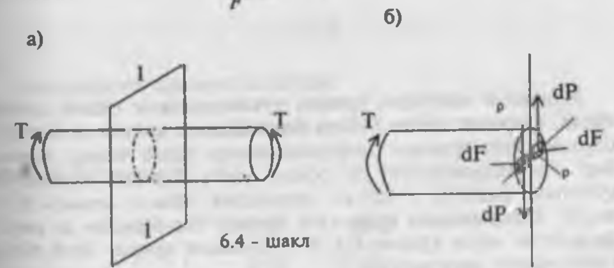
$$dM_\tau = dP \cdot \rho = \tau_\rho \, dF \cdot \rho \qquad (6.2)$$

Кесимда таъсир қиладиган кучлар моментлари йиғиндиси:

$$\sum M_\tau = \int_F \tau_\rho dF \cdot \rho. \qquad (6.3)$$

Кесиб олинган қисмнинг мувозанат шарти:

$$T - \int_F \tau_\rho dF \cdot \rho = 0 \qquad (6.4)$$



6.4 - шакл

Ғўла сиртидаги b' нуқтадаги уринма кучланиш:

$$\tau = Gr \frac{d\varphi}{dx} \qquad (6.7)$$

Кесим марказидан ρ масофада ётган e' нуқтадаги кучланиш ҳам шундай аниқланади:

$$\tau_\rho = G \cdot \rho \cdot \frac{d\varphi}{dx} \qquad (6.8)$$

Кўриниб турибдики, уринма кучланишлар ва нисбий силжиш ρ масофага мутаносиб. Олинган формулалар уринма кучланишларнинг чизиқли тақсимланиш қонунини аниқлайди. (6.7-шакл)да уринма кучланишларнинг ғўла кесими радиуси бўйича ўзгаришини кўрсатади. Кесим марказида энг кичик кучланиш нолга тенг; энг катта кучланиш ғўла сиртига тўғри келади.

τ_ρ қийматини мувозанат шартига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$T - G\frac{d\varphi}{dx}\int_F \rho^2 dF = 0. \qquad (6.9)$$

$I_\rho = \int_F \rho^2 dF$ -қутбий инерция моменти эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини оламиз:

$$T = GI_\rho \frac{d\varphi}{dx} \qquad (6.10)$$

У ҳолда узунлик бирлигига мос келувчи буралиш бурчаги

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GI_\rho}$$

Бу қийматни (6,8) тенгламага қўйиб, кесимнинг исталган нуқтасидаги уринма кучланишларнинг формуласини ҳосил қиламиз:

$$\tau_\rho = \frac{T}{I_\rho} \cdot \rho \qquad (6.11)$$

Уринма кучланишлар қуйидаги ҳолда энг катта қийматига эришади:

$$\rho = \rho_{max} = r.$$

$$\tau_{max} = \frac{T}{I_\rho}\rho_{max} = \frac{T}{W_\rho}; \tau_{max} = \frac{M_б}{W_\rho} \qquad (6.12)$$

бунда: $W_\rho = \dfrac{I_\rho}{\rho_{max}}$ буралишдаги қутбий қаршилик моменти.

Буралишдаги мустаҳкамлик шарти

Буралишга ишлайдиган конструкциялар элементларининг мустаҳкамлигини ҳисоблашда уринма кучланишлар йўл қўйиладиган қийматдан ошмаслиги керак:

$$\tau_{max} \le \tau_{adm} \qquad (6.13)$$

Буралишдаги мустаҳкамлик шарти

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_\rho} \le \tau_{adm} \qquad (6.14)$$

Пўлатнинг буралишдаги йўл қўйиладиган уринма кучланиш:

$$\tau_{adm} = (0,5 - 0,6)\sigma_{adm}, \qquad (6.15)$$

Мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, қуйидаги ҳисоблар бажарилади:

а) текшириш учун ҳисоблаш. Кесимнинг маълум ўлчамлари ва буровчи момент бўйича уринма кучланиш топилиб, у элементнинг мустаҳкамлигини баҳолаш учун йўл қўйиладиган кучланишга таққосланади

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_\rho},$$

б) лойиҳалаш учун ҳисоб хавфли кесимдаги маълум буровчи момент ва йўл қўйиладиган кучланиш бўйича қутбий қаршилик моменти аниқланади

$$W_\rho \geq \frac{T}{\tau_{adm}},$$

сўнгра зарур ўлчам ҳисобланади, доиравий кесим учун

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_\rho \cdot 16}{\pi}},$$

доиравий ҳалқа кесим учун

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_\rho \cdot 16}{\pi(1-c^4)}}, \text{ бу ерда } c = \frac{d}{D}$$

в) йўл қўйиладиган буровчи моментни аниқлаш. Кесимнинг маълум ўлчамлари ва йўл қўйиладиган кучланиш бўйича:

$$T_{adm} \leq \tau_{adm} \cdot W_p.$$

7-§ БУРОВЧИ МОМЕНТЛАРНИ ҲИСОБЛАШ.

Амалий масалаларда одатда вал узатадиган қувват N (от кучида ўлчанади) ва валнинг айланишлар сони n (минутларда *айл/мин* ўлчанади) маълум бўлади. Энди валнинг буровчи моменти, қуввати ва айланишлар сони орасидаги боғланишларни чиқарамиз. Механика қонун-қоидаларига кўра буровчи момент қуввати бурчак тезлигига кўпайтирилган жуфтлар моментига тенг

$$W = T\omega = T\frac{\pi n}{30} H \cdot м / сек \tag{7.1}$$

Иккинчи томондан

$$W = 75N \quad H \cdot м / сек \tag{7.2}$$

Бу ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб, қуйидагиларни оламиз:

$$T \cdot \frac{\pi n}{30} = 75N \tag{7.3}$$

Бундай буровчи момент ушбуга тенг:

$$T = \frac{30 \cdot 75}{\pi}\frac{N}{n} = 7162\frac{N}{n} H \cdot м \tag{7.4}$$

1 о.к.= 0,736 квт эканлигини ҳисобга олиб, киловаттларда берилган қувват K учун қуйидагини оламиз:

$$T = 9736\frac{K}{n} H \cdot м \tag{7.5}$$

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \frac{\sigma_a + \sigma_\beta}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_a + \sigma_\beta)^2 + 4 \cdot \tau^2} \qquad (7.6)$$

Буралишда $\sigma_a = \sigma_\beta = 0$

Демак, бош кучланишлар уринма кучланишларга тенг экан:

$$\sigma_{max} = \tau \text{ ва } \sigma_{min} = -\tau \qquad (7.7)$$

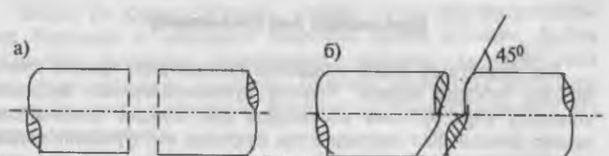
Улардан бири σ_{max} - чузўвчи, иккинчиси σ_{min} - сиқувчи кучланиш.

Бош юзачаларнинг қиялик бурчаги:

$$tg2a = -\frac{2\tau}{\sigma_a - \sigma_\beta} = \infty \qquad (7.8)$$

У ҳолда $\alpha' = 45^0$ ва $\alpha'' = 135^0$.

Бош юзачалар вал ўқига 45° ва 135° бурчак остида қия туради (7.3-шакл). Буралишда юзага келадиган уринма ва нормал кучланишлар қиймат жиҳатидан тенг бўлганлиги учун емирилишнинг икки хили: кесилиш ва узилиш бир-биридан фарқ қилинади. Емирилиш тарзи материалга, унинг силжиш ва узилишга бўлган қаршилигига боғлиқ.



7.3-шакл

Пластик материалларнинг емирилиши уринма кучланишлар таъсирида кўндаланг кесим бўйича кесилиш йўли билан юз беради. (7.3-шакл,а). Мўрт материалларнинг емирилиши нормал кучлар таъсирида вал ясовчисига 45° бурчак қия ётган винтсимон сирт бўйича узилиш йўли билан юз беради (7.3 шакл, б)

Кесилиш ва узилишни ўз ичига оладиган аралаш емирилишлар ҳам учрайди.

Буралишдаги потенциал энергия

Ғўла эластиклик чегарасида буралганда ташқи моментлар иш бажаради, у ғўлада потенциал энергия тарзида тўпланади. Ташқи моментлар олингандан сўнг бу энергия ғўлани ўз ҳолига қайтаришга сарфланади. Буралишдага потенциал энергия ифодасининг хулосаси чўзилишдагига ўхшайди.

Статик ташқи буровчи моментнинг тўлиқ иши шу момент қийматини ғўлани буралиш бурчаги қийматига кўпайтмасининг яримига тенг:

$$A = \frac{m_1 \varphi_1}{2} \qquad (7.9)$$

Буралиш йўналишига тескари томонга йўналган ички эластиклик кучларининг иши ишораси манфий.

Ички кучларнинг элементар иши:

$$dA_f = -\frac{1}{2} T \; d\varphi \qquad (7.10)$$

бунда: T - ички буровчи момент;

$d\varphi$- узунлиги dx элементнинг буралиш бурчаги.

Ушбу $d\varphi = \dfrac{Tdx}{GI_p}$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$dA_f = -\frac{T^2 dx}{2GI_p} \qquad (7.11)$$

Бу ифодани интеграллаб, l узунликдаги ғўла учун ички кучларнинг тўлиқ бажарган ишини топамиз:

$$A_f = -\int_0^l \frac{T^2 dx}{2GI_p} \qquad (7.12)$$

Потенциал энергия тескари ишорали ички кучлар ишига тенг:

$$U = +A_f = -\int_0^l \frac{T^2 dx}{2GI_p} \qquad (7.13)$$

Ғўла узунлиги бўйича буровчи момент қийматлари ва бикирлиги ўзгармай қолганда:

$$U = -\frac{T^2 l}{2GI_p} \qquad (7.14)$$

бўлади.

8-§ МУРАККАБ ҚАРШИЛИК

Амалда шундай ҳоллар учрайдики, қурилмалар қисмларининг кўндаланг кесимларида икки ва ундан ортиқ куч омиллари вужудга келади. Қурилма қисми (элемент) нинг бир неча оддий деформацияларни келтириб чиқарадиган кучлар таъсирига қаршилиги ***мураккаб қаршилик*** деб аталади.

Бундай элементларни мустаҳкамлик ва бикирлигини ҳисоблашда кучлар таъсирининг мустақиллилик қоидасига асосланилади. Мураккаб қаршиликнинг қуйидаги хиллари мавжуд:

а) қийшиқ эгилиш;

б) номарказий чўзилиш-сиқилиш;

в) буралиб эгилиш.

Қийшиқ эгилиш

Эгувчи моментнинг таъсир текислиги тўсин кўндаланг кесими бош марказий инерция ўқларидан ҳеч қайсиси билан мос тушмайдиган эгилиш ***қийшиқ эгилиш*** деб аталади.

Бир учи қисилган ва бир учига F кучи қўйилган тўғри тўртбурчак кесимли тўсинни кўриб чиқамиз: F кучи бош марказий ўқ y га φ бурчак остида йўналган бўлиб, қийшиқ эгилишни келтириб чиқаради (8.1- шакл) Бу кучни кесимнинг бош ўқлари бўйлаб ташкил этувчиларга ажратамиз.

$$F_z = F\sin\varphi \quad ва \quad F_y = F\cos\varphi . \qquad (8.1)$$

$$tg\alpha = \frac{y_0}{z_0}. \qquad (8.7)$$

(8.6) ифодани $\cos\varphi$ z_0 га бўламиз:

$$\frac{y_0}{z_0}\frac{1}{I_z} + tg\varphi\frac{1}{I_y} = 0 \qquad (8.8)$$

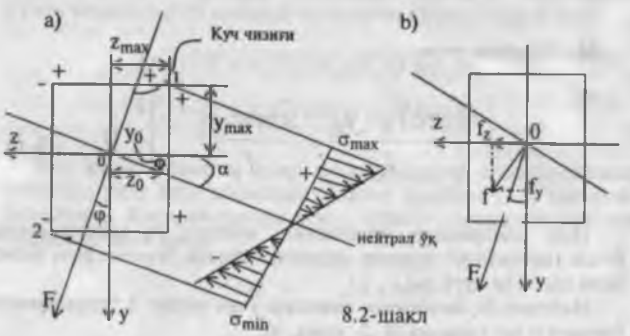
ёки

$$\frac{y_0}{z_0} = -tg\varphi\cdot\frac{I_z}{I_y} \qquad (8.9)$$

У ҳолда

$$tg\alpha = \frac{y_0}{z_0} = -tg\varphi\frac{I_z}{I_y}. \qquad (8.10)$$

Кўп ҳолларда $I_y \neq I_z$ ва α бурчак φ бурчакка тенг эмас. Демак, қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ, ясси эгилишдан фарқли равишда, куч чизиғига перпендикуляр эмас. $I_y = I_z$ да (доира ёки квадрат) перпендикулярлик сақланади, лекин бунда кесимнинг барча марказий ўқлари бош ўқ ҳисобланади ва қийшиқ эгилиш юз бермайди.



8.2-шакл

Нейтрал ўқ вазиятини аниқлангандан сўнг унга параллел қилиб кесимга икки уринма ўтказилади ва ундан энг узоқ, яъни энг катта кучланишлар вужудга келадиган хавфли нуқталар "1" ва "2" топилади (8.2 -шакл, а).

"1" нуқтада энг катта чўзувчи, "2" нуқтада энг катта сиқувчи кучланиш таъсир қилади.

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\cos_0\varphi\cdot y_{max}}{I_z} + \frac{\sin\varphi\cdot z_{max}}{I_y}\right) \qquad (8.11)$$

бунда: y_{max} ва z_{max}- нейтрал ўқдан энг узоқ нуқта координаталари.

Иккита симметрия ўқига эга бўлган кўндаланг кесим тўғри тўртбурчак, қўштавр ва бошқалар учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича:

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} + \frac{\sin\varphi}{W_y}\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (8.12)$$

бунда: $W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$ ва $W_z = \frac{I_z}{y_{max}}$ – кесимнинг y ва z ўқларга нисбатан қаршилик моментлари.

Кесимни танлашда қаршилик моментлари нисбати $\frac{W_z}{W_y}$ берилади.

У ҳолда

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z}\left(\cos\varphi + \frac{W_z}{W_y}\sin\varphi\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (8.13)$$

$\frac{W_z}{W_y}$ нисбат

а) тўғри тўртбурчак учун b/h,

б) қўштавр учун 6 ÷ 8,

в) швеллер учун 8÷10 ларга тенг бўлади.

Қийшиқ эгилишдаги кўчишлар кучлар таъсирининг мустақиллик қоидаси асосида бош инерция ўқлари йўналишида кўчишларни геометрик жамлаш йўли билан аниқланади. Қурилаётган тўсиннинг эркин учидаги тўлиқ кўчишни ҳисоблаб топамиз (8.2-шакл, б), бунинг учун ясси эгилишда олинган формуладан фойдаланамиз.

Тўсиннинг z ўқ бўйича букилиши: $f_z = \dfrac{F_z l^3}{3EI_y}$

Тўсиннинг y ўқ бўйича букилиши: $f_y = \dfrac{F_y l^3}{3EI_z}$

Тўлиқ букилиш

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \tag{8.14}$$

Букилиш йўналиши қуйидагича аниқланади.

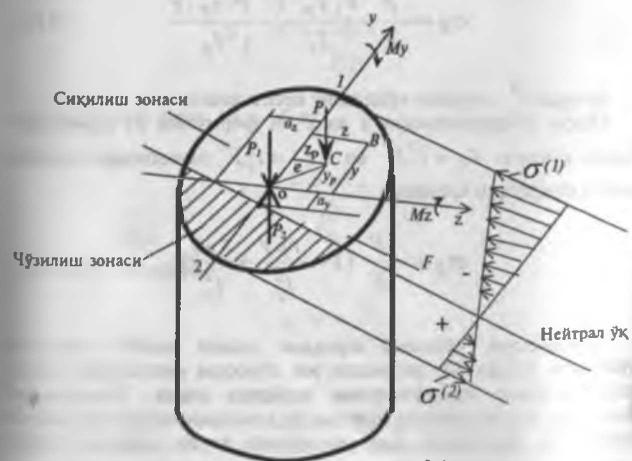
$$\frac{f_z}{f_y} = \frac{F\sin\varphi}{F\cos\varphi} \cdot \frac{I_Z}{I_Y} = tg\varphi \frac{I_Z}{I_Y} = tga \tag{8.15}$$

Демак, тўлиқ букилиш нейтрал ўққа перпендикуляр йўналган.

9-§ НОМАРКАЗИЙ СИҚИЛИШ ЁКИ ЧЎЗИЛИШ

Ғўланинг сиқадиган ёки чўзадиган куч ғўла ўқига параллел, лекин куч қўйилган нуқта кесимнинг оғирлик марказига мос келмайдиган ҳолдаги деформация ***номарказий сиқилиш ёки чўзилиш*** деб аталади. Куч қўйилган нуқтадан кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа ***эксцентриситет*** деб аталади.

Қурилиш конструкциялари элементларига хос бўлган номарказий сиқилишнинг умумий ҳолини кўриб чиқамиз. P кучи координаталари y_p ва z_p мусбат бўлган C нуқтага қўйилган (9.1-шакл) Кесимнинг оғирлик марказидаги O нуқтага иккита бирбирига тенг ва қарама-қарши йўналган P_1, P_2 кучларни қўямиз. Натижада ғўлани эгадиган (P_2;P) жуфт куч ҳосил бўлади.



9.1-шакл

M моментли кучлар жуфтини ва ғўлани ўқ йўналишида сиқадиган P_1 кучни ҳосил қиламиз. Кучни ўз-ўзига параллел кўчириш ҳақидаги Л. Пуансо леммасидан фойдаланилади. Демак, номарказий сиқилиш қийшиқ эгилиш билан марказий сиқилишни биргаликда келишидир.

Координаталари y ва z бўлган B нуқтадаги нормал кучланишни аниқлаймиз. Бунинг учун жуфт куч моментини икки эгувчи моментга ажратамиз, бу моментлар бош инерция текисликларида таъсир қилади ва B нуқтада сиқувчи кучланишларни пайдо қилади:

$$M_z = P\cdot y_P \quad \text{ва} \quad M_y = P\cdot z_P \qquad (9.1)$$

Икки ясси эгилиш ва P_1 кучдан пайдо бўладиган бўйлама ўқ бўйича сиқилишни жамлаб, қуйидагини оламиз:

$$\sigma_B = -\frac{P}{F} - \frac{P\cdot y_P\cdot y}{I_z} - \frac{P\cdot z_P\cdot z}{I_y} \qquad (9.2)$$

бу ерда F - стержен кўндаланг кесим юзаси.

Нуқта координаталари y ва z ни формулага ўз ишоралари билан қўямиз. $I_Z = i_z^2 F$ ва $I_y = i_y^2 F$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини оламиз:

$$\sigma_B = -\frac{P}{F}\left(1 + \frac{y_P y}{i_z^2} + \frac{z_P z}{i_y^2}\right) \qquad (9.3)$$

Номарказий чўзилиш ифодаси олдига мусбат ишораси қўйилади. Кўндаланг кесимдаги энг зўриққан нуқталарни топиш учун нейтрал ўқ вазиятини аниқлаш керак. Номарказий сиқилиш ёки чўзилишда нейтрал ўқ тенгламасини ҳосил қилиш учун (9.3) формулага $\sigma_B=0$ ни қўямиз ва бу нейтрал ўқдаги

нуқталар координаталарини y_0 ва z_0 орқали белгилаймиз. $\frac{P}{F} \neq 0$ бўлгани учун

$$1 + \frac{y_P y_0}{i_z^2} + \frac{z_P z_0}{i_y^2} = 0 \qquad (9.4)$$

(9.4) тенгламадан кўриниб турибдики, нейтрал ўқ координаталар боши (кесимнинг оғирлик маркази) орқали ўтмайди.

Координата ўқлари y ва z да нейтрал ўқ билан кесиладиган a_y ва a_z кесмаларни аниқлаймиз. $y_0=a_y$ ва $z_0=0$ деб фараз қилиб,

$$1 + \frac{y_P\, a_y}{i_z^2} = 0$$ ни оламиз,

бундан

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_P} \qquad (9.5)$$

Шунга ўхшаб, $z_0=\alpha_z$ ва $y_0=0$ да

$$1 + \frac{z_P\, a_z}{i_y^2} = 0$$

ни оламиз, бундан:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_P}$$

a_y ва a_z ларни ҳисоблаб, нейтрал ўқни ўтказамиз ва унга параллел қилиб кесимга иккита уринма ўтказамиз: бу нейтрал ўқдан узоқда бўлган хавфли нуқталар 1 ва 2 ни топиш учун зарур. Шуни айтиш керакки, нейтрал ўқ ва куч қўйилган нуқта координаталар бошидан ҳар хил томонда ётади. Нейтрал ўқ кесимни сиқилган ва чўзилган қисмларга ажратади. "1" нуқтада энг катта сиқувчи, "2" нуқтада энг катта чўзувчи кучланиш таъсир қилади: улар нормал кучланишлар эпюрасида кўрсатилган (9.1 -шакл).

Абсолют қиймат жиҳатдан энг катта кучланишли нуқта ҳар доим қутб билан бирга битта квадрантда ётади, кучланиш ишораси эса куч характерига мос келади:

$$\sigma_{\max} = P\left(\frac{1}{F} + \frac{y_P y_{\max}}{I_z} + \frac{z_P z_{\max}}{I_y}\right) \qquad (9.6)$$

бунда: y_{max} ва z_{max} нейтрал ўқдан энг узоқ нуқталарнинг координаталари.

Бурчаклари қиррали симметрик кесимлар (тўғри тўртбурчак, қўштавр ва ҳакоза) учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_{\max} = P\left(\frac{1}{F} + \frac{y_P}{W_z} + \frac{z_P}{W_y}\right) \le \sigma_{adm} \qquad (9.7)$$

бунда: $W_y = \dfrac{I_y}{z_{\max}}$ ва $W_z = \dfrac{I_z}{y_{\max}}$ кесимнинг y ва z ўқларга нисбатан қаршилик моментлари.

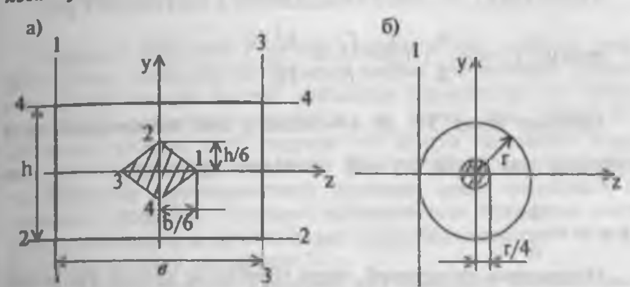
Қутб кесимнинг бош инерция ўқларидан бирида масалан z ўқида ётган ҳолда координата y_P=0 энг катта кучланиш эса

$$\sigma_{\max} = P\left(\frac{1}{F} + \frac{z_P}{W_y}\right) \qquad (9.\ 8)$$

Бунда нейтрал ўқ z ўқига перпендикуляр.

Мўрт материаллар (чўян, бетон ва бошқалар)дан ясалган ғўлаларда номарказий сиқилишда юк шундай қўйилиши керакки, натижада кесимда фақат сиқувчи кучланиш вужудга келсин.

Бу ҳолда нейтрал ўқ кесимдан ташқаридан ёки унга тегиб ўтади. Ғўла кесимининг оғирлик маркази атрофидаги бир хил ишорали кучланиш олиш учун бўйлама куч қўйилиши лозим бўлган соҳа ***кесим ўзаги*** деб аталади.



9.2-шакл

Кесим ўзагини ясаш сиқувчи куч эксцентриситетининг чегаравий қийматини ҳисоблаб топишга асосланган.

Тўғри тўртбурчак ўзагининг ўлчамларини аниқлаш учун (9.2-шакл,а) унинг контурига тўртта уринма 1-1, 2-2, 3-3 ва 4-4 ўтказилади.

Нейтрал ўқ 1-1 га мос келадиган z ўқдаги қутб нуқта 1 қуйидаги формуладан топилади:

$$z_P = -\frac{i_y^2}{a_z} = \frac{b}{6} \qquad (9.\ 9)$$

чунки, $a_z = -\dfrac{b}{2}$, $i_y^2 = \dfrac{I_y}{F} = \dfrac{b^2}{12}$

Нейтрал ўқ 2-2 га мос келадиган y ўқдаги қутб нуқта 2 қуйидаги формуладан топилади:

$$y_P = -\frac{i_z^2}{a_y} = \frac{h}{6} \qquad (9.10)$$

чунки, $a_z = -\frac{h}{2}$, $i_z^2 = \frac{I_z}{F} = \frac{h^2}{12}$

Нейтрал ўқлар 3-3 ва 4-4 вазияти мос келадиган 3 ва 4 нуқталар ҳам худди шундай топилади. Бунда $z_P = -\frac{b}{6}$ ва $y_P = -\frac{h}{6}$.

Нуқталарни туташтириб, тўғри тўртбурчак кесими ўзагининг контурини ифодалайдиган ромб 1-2-3-4 ни ҳосил қиламиз. Ромб диагоналлари h/3 ва b/3 га тенг.

Доира кесими ўзагининг контури (9.2-шакл,б) симметрия бўйича айланадан иборат.

z ўқига перпендикуляр уринма 1-1 нейтрал ўқ ҳисобланади.

Нейтрал ўққа мос келадиган z ўқидаги қутб қуйидаги формуладан аниқлади:

$$z_P = -\frac{i_y^2}{a_z} = \frac{r}{4} \qquad (9.11)$$

чунки, $a_z = -r$, $i_y^2 = \frac{I_y}{F} = \frac{r^2}{4}$.

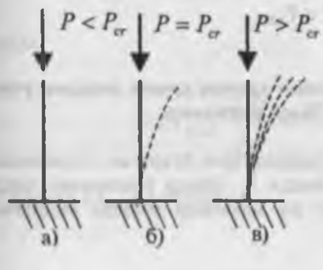
10-§ СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ УСТУВОРЛИГИ

Марказга қўйилган *P* кучлар таъсирида узун ингичка стерженларнинг қийшайиши ***бўйлама эгилиш*** деб аталади. Бундай стерженлар маълум критик қийматдан ошмайдиган куч билан сиқилганда қисилишга ишлайди ва унинг ўқи тўғри чизиқлигича қолади. Агар сиқувчи куч критик қийматдан ошса, стержен тўсатдан қийшаяди ва унинг ўқи букилади, яъни у турғунлигини (устуворлигини) йўқотади ҳамда сиқилишга ва эгилишга ишлайди. Стержен устуворлигини йўқолиши катта деформацияларга ва кучланишлар пайдо бўлишига олиб келади, натижада стержен емирилади.

Деформацияланган жисмнинг куч таъсирида ўзининг дастлабки мувозанатдаги шаклини сақлаш хусусиятига **устуворлик** (турғун) деб аталади. Маълумки, қаттиқ жисмнинг мувозанати устувор ва ноустувор бўлиши мумкин.

Кўндаланг куч таъсирида стержен дастлабки мувозанат ҳолатидан бироз оғган бўлса ва юк олингандан сўнг у дастлабки ҳолатига қайтса, стерженнинг эластик мувозанати (10.1-шакл,а) устувор (турғун) ҳисобланади.

Агар стержен оғиш йўналишида деформацияланишда давом этса ва юк олингандан сўнг ҳам дастлабки ҳолатига қайтмаса, стерженнинг эластик мувозанати (10.1-шакл,в) ноустувор (нотурғун) ҳисобланади.



10.1- шакл

Стерженнинг устувор (турғун) ва ноустувор (нотурғун) ҳолатлари орасида ўтиш-критик ҳолати ётади(10.1-шакл,б). Стержен бу ҳолатда дастлабки мувозанат ҳолатини сақлайди, лекин сиқувчи куч озгина ортса у ўз мувозанат ҳолатини йўқотиши мумкин.

Стержен устувор мувозанат ҳолатидан ноустувор мувозанат ҳолатига ўтадиган энг кичик куч P_{cr}-критик куч деб аталади. Бу кучнинг қиймати стержен материалига, кесим шаклига ва таянчларга боғлиқ бўлади.

Қурилма элементларининг хавфсизлиги учун йўл қўйиладиган куч критик кучдан кичик бўлиши керак.

$$P_{adm,s} = \frac{P_{cr}}{K_s} \tag{10.1}$$

бунда: K_s - устуворлик захираси коэффиценти.

K_s - коэффициент қийматлари:

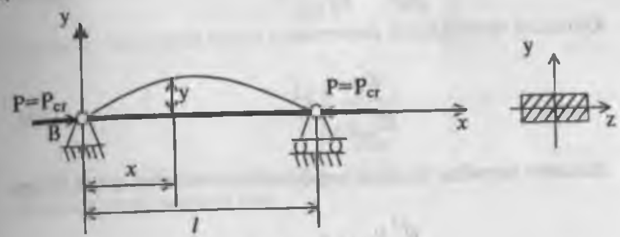
пўлат учун	1,8÷3
чўян учун	5÷ 6
ёғоч учун	2,5÷3,2

Стерженнинг устуворлик захираси қуйидаги шартнинг бажарилишини таъминлайди:

$$P \le P_{adm,s} \tag{10.2}$$

Сиқилган стерженнинг критик кучини аниқлаш учун Эйлер формуласи

Эластик босқичда устуворлигини йўқотган стержендаги критик куч қиймати 1744 йилда Л. Эйлер томонидан чиқарилган формуладан аниқланади. Бу масалани ечишда сиқилган стерженнинг ўқи бироз қийшайган деб олиб, бундай қийшайишни ҳосил қилган куч аниқланади.



10.2-шакл

Шарнирли маҳкамланган учларига чегаравий кучлар $P=P_{cr}$ (10.2-шакл) қўйилган стерженни кўриб чиқамиз. Стерженнинг устуворлигини йўқотиши энг кичик EI_{min}- бикирликка эга бўлган текисликда юз беради.

Критик кучни аниқлаш учун стержен эгилган ўқининг такрибий дифференциал тенгламасидан фойдаланилади.

$$EI_{\min}\frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$$

Ихтиёрий кесимдаги эгувчи момент

$$M(x) = -P\cdot y \tag{10.3}$$

У холда

$$EI_{\min}\frac{d^2y}{dx^2} = -P\cdot y \tag{10.4}$$

Тенгламани EI_{min} га бўлсак:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{P}{EI_{\min}}\cdot y=0 \qquad (10.5)$$

Қуйидаги белгилашни киритсак:

$$\frac{P}{EI_{\min}}=k^2 \qquad (10.6)$$

Иккинчи тартибли чизиқли дифференциал тенглама ҳосил бўлади.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+k^2\cdot y=0 \qquad (10.7)$$

Бу тенгламанинг умумий ечими:

$$y=a\sin kx+b\cos kx, \qquad (10.8)$$

бунда: a ва b - интеграллаш доимийлари.

Буларни аниқлаш учун чегаравий шартлардан фойдаланилади:

1-ҳолда $x=0$ да $y=0$;

2-ҳолда $x=l$ да $y=0$.

Биринчи шартдан ушбуни оламиз: b=0.

Шундай қилиб, стержен синусоида бўйича эгилар экан:

$$y=a\sin kx \qquad (10.9)$$

Иккинчи шартдан:

$$a\sin kl=0 \qquad (10.10)$$

Бундан a ёки $\sin kl$ нолга тенглиги келиб чиқади. Агар $a=0$ бўлса, стерженнинг бўкилиши нолга тенг, бу эса дастлабки шартларга тескари. Демак $\sin kl=0$ тригонометрик тенгламанинг илдизи kl чексиз кўп қийматга эга:

$$kl=0,\pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ldots,n\ \pi.$$

Бундан

$$k=\frac{n\pi}{l} \qquad (10.11)$$

бунда: n- ихтиёрий бутун сон

$$k=\sqrt{\frac{P}{EI_{\min}}}$$

бўлгани учун сиқувчи куч

$$P=\frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}n^2 \qquad (10.12)$$

Амалий ҳисоблар учун n=1 да қуйидаги формуладан олинган энг кичик критик куч аҳамиятга эга:

$$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}$$

Бу формула ***Эйлер формуласи*** дейилади.

Бу куч (стерженнинг) битта ярим тўлқинли синусоида бўйича эгилишига мос келади

$$y=a\sin\frac{\pi x}{l}; \qquad (10.13)$$

Критик кучланиш

Критик куч таъсирида вужудга келган кучланиш ***критик кучланиш*** деб аталади.

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{F} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{l^2 F} \qquad (10.14)$$

Ушбу $i^2_{min} = \frac{I_{min}}{F}$ бўлгани учун (i_{min} -энг кичик инерция радиуси) қуйидагини оламиз:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E i^2_{min}}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{min}}\right)^2}$$

$$\lambda = \frac{l}{i_{min}} \quad \text{деб белгилаймиз,} \qquad (10.15)$$

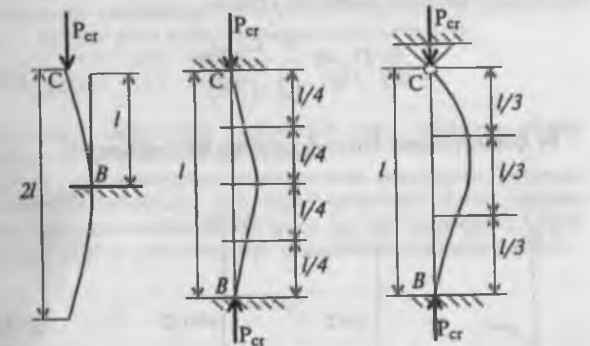
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \qquad (10.16)$$

Ўлчамсиз қиймат λ стерженнинг эгилувчанлиги деб аталади. Унинг катталигига кўра стерженнинг қийшайишга қаршилик кўрсатиш хусусияти аниқланади.

Стержен учларини маҳкамлаш усулининг таъсири

Критик куч қиймати стержен учларининг маҳкамланиш усулига боғлиқ бўлади. Эйлер формуласи маҳкамлашнинг асосий усули ҳисобланган шарнирли маҳкамланган стержен учун чиқарилган (10.3-чизма). Стержен учларини маҳкамлашнинг бошқа усулларини кўриб чиқамиз.

Бир учи қисилган ва бир учи эркин стержен (10.3а-шакл), стерженнинг эгилган учи худди учлари шарнирли маҳкамланган стерженларнинг яримидек, лекин узунлиги $2l$ ҳолида туради (10.3а-шакл).



10.3-шакл

$$\text{Демак,} \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(2l)^2} \qquad (10.17)$$

Икки учи қисилган стержен (10.3-шакл, б) Стерженнинг эгилган ўқи $l/4$ узунликдаги тўртта тенг қисмдан иборат, бу қисмлар худди бир учи қисилган стержендек шароитда туради.

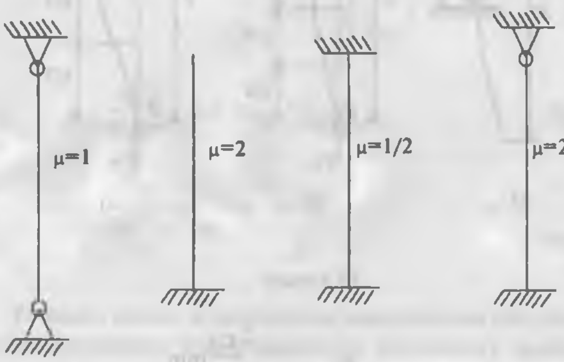
Демак,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(2 \cdot l/4)^2} \qquad (10.18)$$

Бир учи қисилган ва иккинчи учи шарнирли маҳкамланган (10.3-шакл,в) бўлса, стерженнинг букилган ўқи тахминан $l/3$ узунликдаги учта қисмдан иборат, бу қисмлар худди бир учи қисилган стерженлек шароитда туради.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(2 \cdot l/3)^2} \qquad (10.19)$$

Бу формулаларни битта формулага бирлаштирамиз:



10.4-шакл

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu\, l)^2} \qquad (10.20)$$

бунда: μ-узунликни келтириш коэффиценти. У стерженнинг маҳкамланиш турига боғлиқ (10.3-шакл). μl ҳосилавий келтирилган узунлик деб аталади ва l_{ef} деб белгиланади.

Эйлер формуласининг қўлланиш чегараси

Эйлер формуласидан маълум соҳаларда фойдаланиш ўринли бўлади. Критик кучланишлар қиймати стерженнинг хақиқий (реал) эгилувчанлигига боғлиқ. 3-навли пўлат учун критик кучланишларнинг стерженнинг эгилувчанлигига боглиқ графигини кўрамиз. Бунинг учун қуйидагилардан фойдаланамиз:

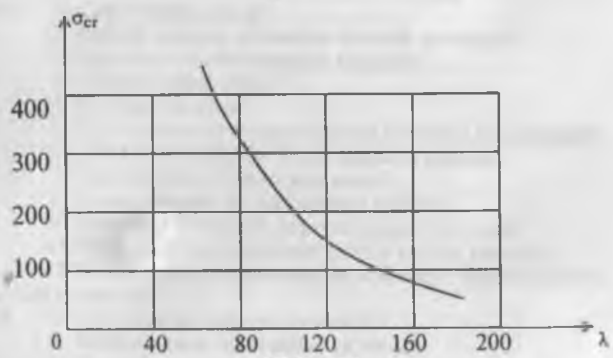
λ	150	100	80	50
σ_{cr} МПα	87,7	200	330	800

(10.5-шакл) муносабат гиперболик эгри чизиқдан иборат бўлиб, Эйлер гиперболаси деб аталади.

Критик кучни аниқлаш формуласини чиқаришда, материал Гук қонунига буйсунади, деб фараз қилинади. Демак, критик кучланиш σ_{cr} мутаносиблик чегараси σ_{pr} дан ошмаслиги лозим. Эйлер формуласи қуйидаги шарт бажарилган оралиқда ўринли:

$$\sigma_{cr} \le \sigma_{pr}$$

$$\text{ёки} \quad \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \le \sigma_{pr} \qquad (10.21)$$



10.5-шакл

5. Эгилишдаги қаршилик моменти нима?

6. Эгилишнинг мустаҳкамлик шарти қандай уч хил масалани ҳал қилади?

7. Эгилишдаги потенциал энергия қандай аниқланади?

8. Кўндаланг эгилишдаги мўрт материалларнинг мустаҳкамлик шарти қандай ёзилади?

4-§ 1. Салқилик деганда нима тушунилади?

2. Кўндаланг кесимнинг айланиш бурчаги нима?

3. Тўсин эгилган ўқининг тенгламаси қандай ёзилади?

4. Кўндаланг кесим айланиш бурчагининг математик ифодаси қандай ёзилади?

5. Тўсин эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси қандай ёзилади?

6. Тақрибий дифференциал тенглама интегралланганда ҳосил бўлган доимийлар қандай аниқланади?

5-§ 1. Статик аниқ тўсинлар қандай бўлади?

2. Статик аниқмас тўсинлар қандай бўлади?

3. Асосий система қандай ҳосил қилинади?

4. Универсал тенгламалар ва уларнинг моҳияти қандай бўлади?

5. "Ортиқча" ноъмалум нима?

6. "Ортиқча" ноъмалум қандай аниқланади?

6-§ 1. Вал деганда нима тушунилади?

2. Буралиш нима?

3. Буровчи момент нима?

4. Буралишдаги мустаҳкамлик шарти қандай ёзилади?

7-§ 1. Буровчи момент билан вал узатадиган қувват ва айланиш сонлари орасида қандай богланиш бор?

2. Цилиндрик стерженларнинг буралишида қандай чекланишларга йўл қўйилади?

3. Қандай бурчак тўла буралиш бурчаги деб аталади?

4. Поляр инерция моменти нима ва у қандай ўлчамликка эга?

5. Қандай миқдор буралишдаги бикирлик дейилади?

6. Вал буралганда унинг қайси нуқтасида энг катта кучланиш ҳосил бўлади?

8-§ 1. Эгилишнинг қайси холи қийшиқ эгилиш дейилади?

2. Қийшиқ эгилишда соф эгилиш бўлиши мумкинми?

3. Қийшиқ эгилишда кўндаланг кесимнинг қайси нуқталарида энг катта кучланиш вужудга келади?

4. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ ҳолати қандай топилади?

5. Кўндаланг кесими доира бўлган тўсиннинг қийшиқ эгилиши мумкинми?

6. Қийшиқ эгилиш вақтида деформация қандай аниқланади?

7. Мураккаб қаршиликдаги кучланиш формулаларини чиқаришда қандай принципдан фойдаланилади?

9-§ 1. Қандай кучланиш ҳолати номарказий сиқилиш деб аталади?

2. Номарказий сиқилишда ҳар қандай нуқтанинг кучланиши қандай формула билан аниқланади?

3. Кесимнинг инерция радиуси қандай топилади?

4.Сиқувчи куч кесимнинг бош ўқларидан бирининг устида ётса, кучланиш қандай формула ёрдамида аниқланади, бу формула қандай чиқарилади?

5. Эксцентриситет деб нимага айтилади?

6. Тўғри тўртбурчакли кесимда унинг катта томони бўйлаб кучланиш эксцентриситетнинг учта хусусий холати учун қандай тақсимланади ($e = \frac{h}{6}$, $e > \frac{h}{6}$ *ва* $e < \frac{h}{6}$) ва бу ҳоллар учун нейтрал ўқ қандай вазиятларга эга бўлади?

10-§ 1. Сиқилган стерженлар устуворлигининг йўқолиш белгилари нимадан иборат?

2. Қандай куч критик куч деб аталади?

3. Критик кучланиш нима?

4. Эйлер формуласини чиқаришда эгилиш назариясининг қандай дифференциал тенгламасидан фойдаланилган эди?

5. Стерженларнинг эгилувчанлиги нима?

6. Эйлер формуласи қандай кўринишга эга? Бу формулани чиқаринг.

Баъзи атама ва белгилашлар изоҳи.

БАЛКА – Тўсин; эгилишга қаршилик кўрсатувчи цилиндрик ёки призматик жисм.

БРУС – Эгилишга ҳамда сиқилишга қаршилик кўрсатувчи, унча узун бўлмаган, цилиндрик ёки призматик жисм.

ВАЛ - Ҳам эгилишга ҳам буралишга ишлайдиган жисм.

КОНСОЛ – Бир учи маҳкамланган иккинчи учи эса эркин бўлган тўсин ёки тўсин бўлаги.

СТЕРЖЕН – Чўзилишга ёки сиқилишга ишлайдиган, кўндаланг кесим ўлчамлари узунлигига қараганда анча кичик бўлган цилиндрик ёки призматик жисм.

ШАРНИР – Координата ўқлари атрофида бемалол айлана оладиган, лекин ўқлар бўйлаб силжий олмайдиган таянч.

Е – Чўзилиш ёки сиқилишдаги эластиклик модули.

μ - Пуассон коэффициенти. Пўлат учун μ=0,25-0,33

Н – Ньютон, Халқаро СИ системасидаги куч бирлиги.

1Н=0,102 кгк (битта ўртача катталикдаги олма оғирлигига тенг келадиган куч).

α - Чизиқли кенгайиш коэффициенти бўлиб, пўлат учун $\alpha=125\cdot10^{-7}$.

γ - бурчакли деформация.

θ - буралиш бурчаги, кесимнинг буралиш бурчаги.

ρ - эгрилик радиуси.

ν – Пуасссон коэффициенти.

G – Силжишдаги эластиклик модули.

Пўлат учун $G=8,1\cdot10^5$ кгк/см^2.

$[\sigma],\sigma_{adm}$ – жисм материали учун рухсат этилган нормал кучланиш.

M_{red} – эквивалент момент

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Проф. М. Т. Ўрозбоев. «Материаллар қаршилиги» I ва II қисм, Респ. Узб. «Ўрта ва олий мактаб» давлат нашриёти. 1968 й.
2. Мансуров К. М. «Материаллар қаршилиги», «Ўқитувчи» нашриёти, Т. 1969 й.
3. П. Г. Ласкова, Ю. Ф. Лексашев, К. М. Мансуров. Методы определения критической силы сжатого гибкого стержня путем осциллографирования его свободных колебаний. ДАН АН Респ. Узб., 1968 г.
4. Н. М. Беляев. Сопротивление материалов. Гостехиздат, 1957.
5. М. Э. Берман. Сопротивление материалов (статика). Изд. ВАХЗ им. К. Е. Ворошилова, 1945 г.
6. А. В. Дарков, Н. М. Митропольский, Г. Е. Шпиро. Сопротивление материалов. Госиздат «Высшая школа», М. 1959 г.
7. А. Н. Динник. Устойчивость упругих систем. Изд. АН. 1950 г.
8. В. А. Лёвшин. Сопротивление материалов. Издательство научно-технической литературы РФ. М., 1961 г.
9. И. М. Рабинович, Курс строительной механики. Госстройиздат, часть I, 1950 г., часть II, 1954 г.
10. Ю. Н. Работнов. Сопротивление материалов. Изд. МГУ, 1950 г.
11. П. А. Степин. Сопротивление материалов. Издательство «Высшая школа». М., 1964 г.
12. С. П. Тимошенко. Сопротивление материалов. Гостехиздат, т. I. 1960 г. и т. II, 1946 г.
13. В. И. Федосьев Сопротивление материалов.. Физматгиз, 1960 г.
14. М. М. Филоненко-Бородич и др. Курс сопротивление материалов. Гостехиздат часть I. 1955, часть II. 1956 г.
15. Б. Қорабоев, Ю. Лексашев. Материаллар қаршилигидан қисқача курс. «Ўзбекистон» нашриёти, 1998 й.